



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE INGENIERÍA CIVIL Y GEOMÁTICA

**ANÁLISIS DE SECCIONES COMPUESTAS
MEDIANTE ELEMENTO FINITO**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO CIVIL

PRESENTA:

SERGIO ESLY YAIR CASTELLANOS GAMA

DIRECTOR DE TESIS:

M. en I. FERNANDO MONROY MIRANDA

CIUDAD UNIVERSITARIA 2013





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MEXICO

Señor

SERGIO ESLY YAIR CASTELLANOS GAMA

Presente

**DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA
COMITÉ DE TITULACIÓN
FING/DICyG/SEAC/UTIT/100/2013**

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor ING. FERNANDO MONROY MIRANDA que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted conforme a la opción I. "Titulación mediante tesis o tesina y examen profesional", para obtener su título en INGENIERIA CIVIL

"ANÁLISIS DE SECCIONES COMPUESTAS MEDIANTE ELEMENTO FINITO"

INTRODUCCIÓN

- I. DEFINICIÓN Y CLASIFICACIÓN DE SECCIONES COMPUESTAS**
- II. RIGIDEZ Y RESISTENCIA DE SECCIONES COMPUESTAS**
- III. CRITERIOS Y METODOLOGÍA DE MODELACIÓN Y ANÁLISIS**
- IV. MODELADO Y ANÁLISIS DE SECCIONES COMPUESTAS**
- V. EJEMPLOS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS**
- VI. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional

Atentamente

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPÍRITU"

Cd. Universitaria a 9 de Octubre de 2013

EL PRESIDENTE DEL COMITÉ

M. EN I. JOSÉ LUIS TRIGOS SUÁREZ

JLTS/MTH

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo está dedicado a mi mamá, a mi papá y a mi hermano, gracias a ellos que me dieron su cariño, y su apoyo incondicional de mil formas, tuve la fortaleza para poder concluir esta meta, siempre me brindaron excelentes y apreciables consejos por parte de ellos, que me ayudaron a dirigirme de una forma correcta y alcanzar mis objetivos. Sin el apoyo de mi familia, hubiese sido imposible llegar hasta aquí.

También quiero agradecer a mis profesores Ingenieros, que no sólo formaron parte esencial en mi formación como ingeniero, sino que también me inculcaron una formación para poder ser un mejor ser humano día con día, con sus experiencias, opiniones, consejos, disciplina y su valioso tiempo. Quiero darles las gracias a mis amigos, que con ellos, trabajamos y permanecemos juntos en este largo recorrido, y que me apoyaron dentro y fuera de la universidad sin interés alguno.

De igual forma, agradezco a mi director de tesis, el M. en I. Fernando Monroy Miranda, por aceptar apoyarme a realizar este trabajo y por todo su valioso conocimiento que él compartió conmigo. Agradezco al M. en I. Luis M. Pinto Carvalho y al M. en I. Horacio Nangullasmú, quienes me apoyaron incondicionalmente para poder realizar este trabajo mediante su compañía y por la enseñanza que me dieron desinteresadamente. Les doy las gracias a cada uno de mis sinodales, quienes me apoyaron con su tiempo, su conocimiento y su gran generosidad.

Gracias a todos ustedes, que sin lugar a dudas, sin su apoyo no podría haber llegado hasta este tan importante e inolvidable momento de mi vida.

Atte.

Sergio Esly Yair Castellanos Gama

ÍNDICE

Introducción.....	1
Objetivo.....	1
Capítulo 1.- Definición y clasificación de secciones compuestas.....	7
1.1 Definición de secciones compuestas.....	7
1.2 Secciones compuestas SRC (Steel Reinforced Concret).....	8
1.3 Secciones compuestas CFT (Concret Filled Tube).....	8
Capítulo 2.- Rigidez y Resistencia de secciones compuestas.....	11
2.1 Fuerza axial.....	12
2.2 Resistencia a compresión para secciones compuestas SRC.....	12
2.3 Resistencia a tensión para secciones compuestas SRC.....	13
2.4 Resistencia a compresión para secciones compuestas CFT.....	14
2.5 Resistencia a tensión para secciones compuestas CFT.....	15
2.6 Cortante para secciones compuestas SRC y CFT	16
2.7 Flexocompresión para secciones compuestas SRC y CFT.....	16
Capítulo 3.- Criterios y metodología de modelación y análisis.....	17
Capítulo 4.- Modelado y Análisis de secciones compuestas.....	18
4.1 Características y geometría de la columna compuesta (1) a estudiar.....	18
4.1.1 Caso 1 rigidez axial efectiva de la sección compuesta SRC.....	21
4.1.2 Caso 2 rigidez a flexión efectiva sobre el eje “X” (Normatividad AISC).....	23

4.1.3 Caso 3 rigidez a flexión efectiva sobre el eje "X" (Normatividad ACI).....	25
4.1.4 Caso 4 rigidez a flexión efectiva sobre el eje "Y" (Normatividad AISC).....	26
4.1.5 Caso 5 rigidez a flexión efectiva sobre el eje "Y" (Normatividad ACI).....	27
4.1.6 Caso 6 rigidez lateral efectiva sobre el eje "Y" (Normatividad AISC).....	28
4.1.7 Caso 7 rigidez lateral efectiva sobre el eje "Y" (Normatividad ACI).....	30
4.1.8 Caso 8 rigidez lateral efectiva sobre el eje "X" (Normatividad AISC).....	31
4.1.9 Caso 9 rigidez lateral efectiva sobre el eje "X" (Normatividad ACI).....	33
4.2 Características y Geometría de la columna compuesta (2) a estudiar.....	36
4.2.1 Caso 1 rigidez axial efectiva de la sección compuesta SRC.....	39
4.2.2 Caso 2 rigidez a flexión efectiva sobre el eje "X" (Normatividad AISC).....	41
4.2.3 Caso 3 rigidez a flexión efectiva sobre el eje "X" (Normatividad ACI).....	43
4.2.4 Caso 4 rigidez a flexión efectiva sobre el eje "Y" (Normatividad AISC).....	44
4.2.5 Caso 5 rigidez a flexión efectiva sobre el eje "Y" (Normatividad ACI).....	45
4.2.6 Caso 6 rigidez lateral efectiva sobre el eje "Y" (Normatividad AISC).....	46
4.2.7 Caso 7 rigidez lateral efectiva sobre el eje "Y" (Normatividad ACI).....	48
4.2.8 Caso 8 rigidez lateral efectiva sobre el eje "X" (Normatividad AISC).....	49
4.2.9 Caso 9 rigidez lateral efectiva sobre el eje "X" (Normatividad ACI).....	51
Capítulo 5.- Ejemplos y comparación de resultados.....	54
5.1 Características y Geometría de la columna compuesta (3) a estudiar	54
5.1.1 Caso 1 rigidez axial efectiva.....	57
5.1.2 Caso 2 rigidez a flexión efectiva sobre el eje "X".....	58
5.1.3 Caso 3 rigidez a flexión efectiva sobre el eje "Y".....	60

5.1.4 Caso 4 rigidez lateral efectiva sobre el eje "Y"	62
5.1.5 Caso 5 rigidez lateral efectiva sobre el eje "X"	64
5.2 Características y Geometría de la columna compuesta (4) a estudiar.....	68
5.2.1 Caso 1 rigidez axial efectiva.....	71
5.2.2 Caso 2 rigidez a flexión efectiva sobre el eje "X".....	72
5.2.3 Caso 3 rigidez a flexión efectiva sobre el eje "Y"	74
5.2.4 Caso 4 rigidez lateral efectiva sobre el eje "Y"	76
5.2.5 Caso 5 rigidez lateral efectiva sobre el eje "X"	78
Capítulo 6.- Comentarios y Conclusiones.....	82
6.1 Comentarios.....	92
6.2 Conclusiones.....	93
Bibliografía.....	95



Introducción.

En la actualidad, la necesidad del hombre por construir estructuras más resistentes y dominantes, lo ha llevado a proponer soluciones que satisfagan este tipo de proyectos. Una de estas soluciones es el diseño y construcción de estructuras por medio de secciones compuestas.

Dentro de las secciones compuestas se encuentran los sistemas de piso, vigas y columnas de acero embebidas en concreto o rellenas con concreto. Actualmente los sistemas de piso son más utilizados que las vigas y columnas compuestas, los sistemas de piso se conforman por losas de acero con concreto, soportadas por vigas, y unidas entre sí mediante conectores de cortante, este tipo de sección compuesta se ha utilizado desde principios del siglo XX, por lo que se tiene un mayor conocimiento sobre su comportamiento y desempeño que desarrolla como elemento estructural.

En el caso de las columnas, forman parte fundamental de la estructura, ya que estas se encargan de soportar y transmitir a la subestructura las cargas y los esfuerzos que demanda la estructura, sin embargo su uso como sección compuesta no ha sido tan amplio, debido a la falta de desarrollo en la investigación experimental y analítica, de igual manera el uso de las vigas como elemento estructural compuesto ha sido mínimo por las mismas circunstancias. Se mostrarán algunas ventajas y desventajas en base a la construcción y diseño de secciones compuestas.

La solución de diseñar e integrar un proyecto mediante columnas y vigas compuestas se ha usado poco en nuestro país, debido a la escasa investigación que se ha realizado sobre esta, sin embargo existen antecedentes de algunas edificaciones que se han elaborado con este tipo de elementos estructurales en México y alrededor del mundo, las cuales, su diseño está basado en reglamentos como el American Institute of Steel Construction, AISC y American Concrete Institute, ACI.

En el Capítulo 1 de este trabajo se definirán las secciones compuestas, en el Capítulo 2 se comentará sobre la rigidez y resistencia de secciones compuestas en base a la normatividad vigente, en el Capítulo 3 se mostrarán los criterios y la metodología a usar en este trabajo, en el Capítulo 4 se realizará el modelado de secciones compuestas mediante el método de elemento finito, para obtener sus rigideces efectivas, utilizando el programa de cómputo **MIDAS FEA** de *Bowerbird Ingeniería*, en el Capítulo 5 se analizarán las rigideces efectivas de las secciones compuestas bajo la normatividad vigente, por último, en el Capítulo 6 se comentará y se concluirá en base a los resultados obtenidos.

Objetivo

El objetivo de este trabajo es analizar y modelar mediante el Método de Elemento Finito secciones compuestas, las cuales son complejas de analizar, ya que están conformadas de materiales con distintas propiedades mecánicas, como el acero y el concreto. Este análisis a detalle se realizará con el fin de conocer su rigidez, lo cual nos llevará a obtener resultados que se compararán con ecuaciones propuestas que actualmente se utilizan. Se concluirá respecto a los resultados obtenidos, los cuales ayudarán al Ingeniero Civil a tomar decisiones en el análisis de este tipo de secciones.

Algunas de las edificaciones diseñadas con elementos estructurales formados por secciones compuestas en nuestro país se pueden observar en las figuras 1.1 a la 1.12.



Figura 1.1.- Torre Bancomer
Fuente: Skyscrapercity



Figura 1.2.- Torre Bancomer (Render)
Fuente: Skyscrapercity



Figura 1.3.- Torre Jumex (Render)
Fuente: Skyscrapercity



Figura 1.4.- Torre Jumex
Fuente: Skyscrapercity



Figura 1.5.- Museo Soumaya
Fuente: Arquitectura quantum

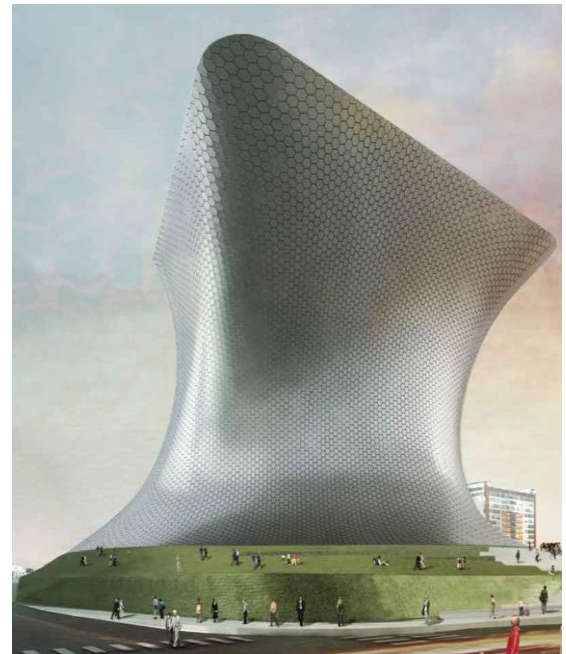


Figura 1.6.- Museo Soumaya (Render)
Fuente: Arquitectura quantum



Figura 1.7.- Reforma 380
Fuente: skygeomaniac

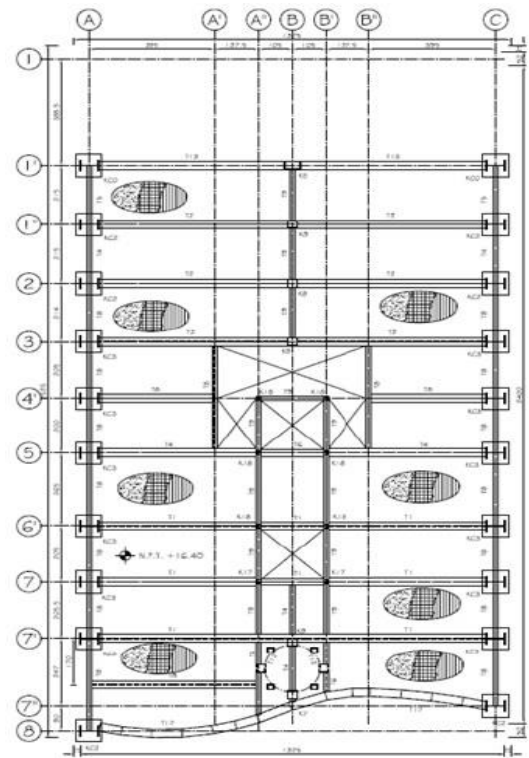


Figura 1.8.- Plano estructural Reforma 380
Fuente: Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural



Figura 1.9.- Torre Mayor
Fuente: Wikipedia

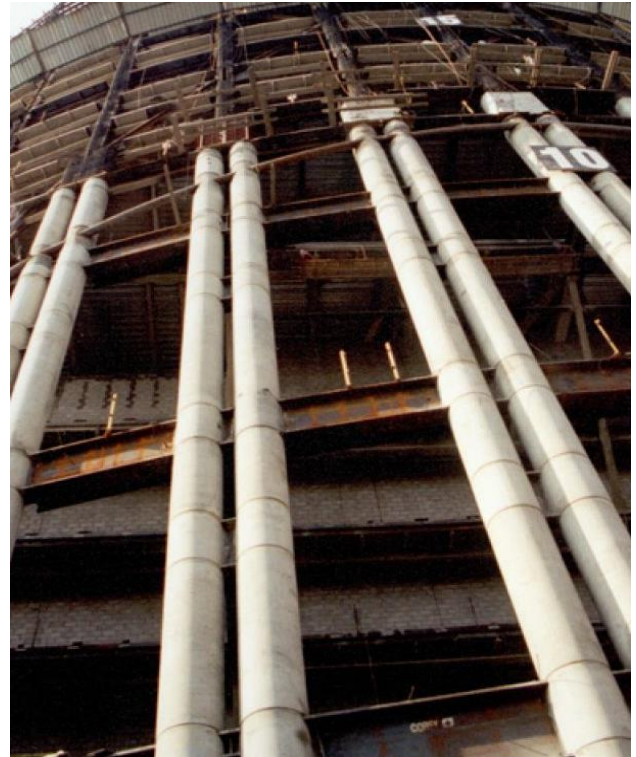


Figura 1.10.- Torre Mayor
Fuente: Corey



Figura 1.11.- Reforma 222
Fuente: Wikipedia



Figura 1.12.- TORRES "N" Puebla
Fuente: Skyscrapercity

A continuación se muestran en las figuras 1.13 a la 1.18 edificaciones que han utilizado elementos estructurales formados por secciones compuestas alrededor del mundo.

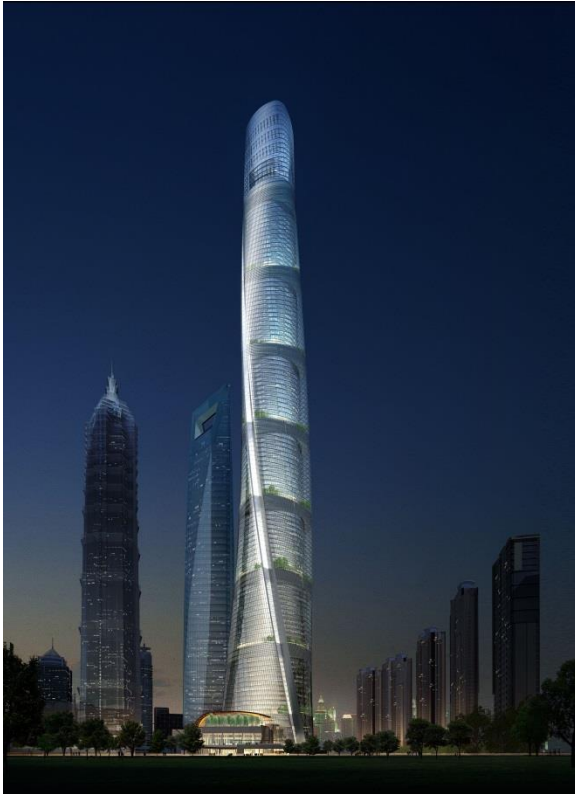


Figura 1.13. - Torre Shanghai. Shanghai, China
Fuente: Skyscraper



Figura 1.14.- Taipei 101. Taiwan, China
Fuente: Marqos arquitectura

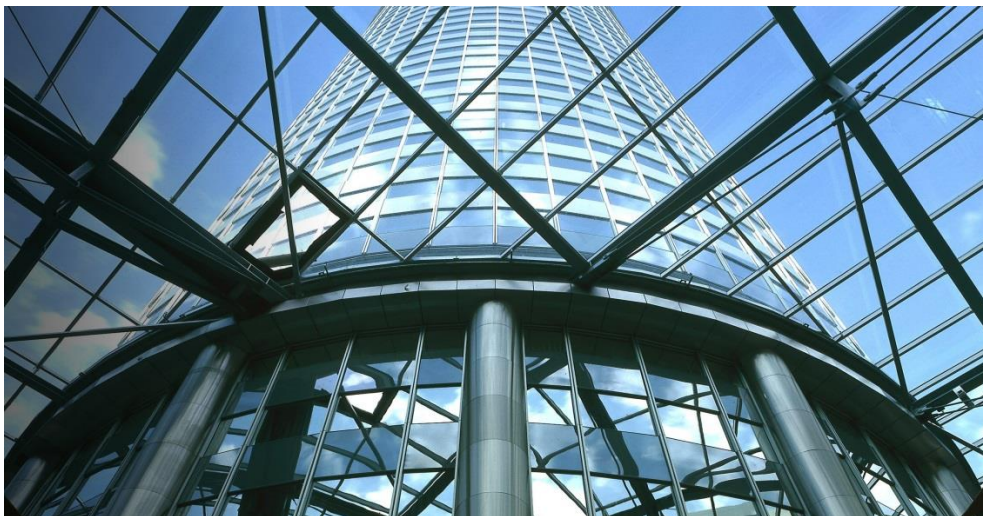


Figura 1.15.- Torre Millennium. Viena, Austria
Fuente: Millennium tower



Figura 1.16.- Wells Fargo Center. Minneapolis, USA
Fuente: Wikipedia

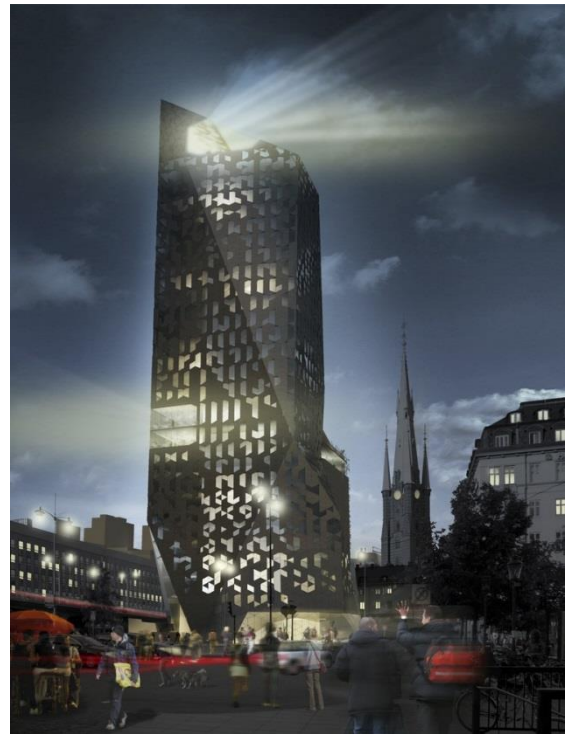


Figura 1.17.- Hotel Continental. Estocolmo, Suecia
Fuente: Wikipedia



Figura 1.18.- Tower Palace III. Seoul, Korea del Sur
Fuente: Panoramio

Capítulo 1.- Definición y clasificación de secciones compuestas

1.1.- Definición de secciones compuestas

Una sección compuesta está formada por dos o más materiales, los cuales trabajan en conjunto para poder desarrollar una sinergia y obtener un mayor desempeño y eficiencia en comparación con las secciones que se producen con un solo elemento y único material.

En el sector de la construcción se utiliza la sección compuesta para construir diferentes tipos de estructuras, como edificios, puentes, naves industriales, estadios, etc. Una de las secciones compuestas más utilizadas son el sistema de piso, que se forma mediante una losa maciza conectada con vigas embebidas en concreto, o una losa acero soportada por vigas de acero, las cuales se unen mediante conectores de cortante, lo que garantizan que ambos materiales trabajen en conjunto.

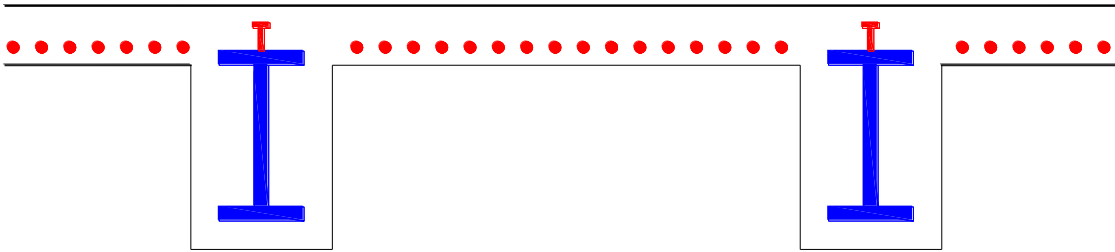


Figura 1.19.- Viga de acero ahogada en concreto. La losa se encuentra unida a la viga mediante conectores de cortante

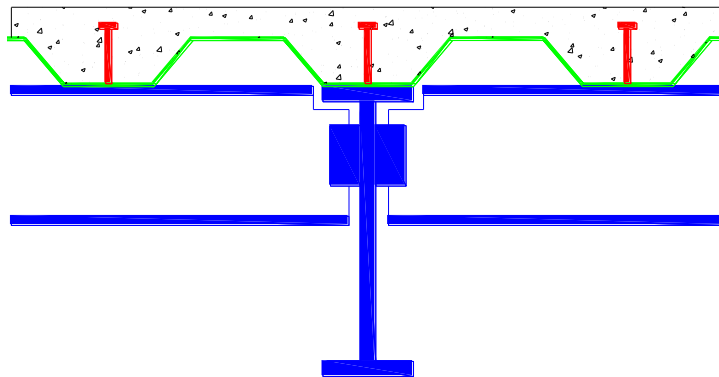


Figura 1.20.- Sistema de piso, viga de acero y losa de concreto rellena con concreto, unida mediante conectores de cortante

Otro tipo de secciones compuestas que se manejan en la industria de la construcción son vigas y columnas compuestas, estas se dividen en dos tipos:

1.2 Secciones compuestas SRC (steel reinforced concrete)

Este tipo de sección está integrado por una sección de acero embebida en concreto, también está conformada por varillas de acero longitudinal y estribos transversales, los cuales aportan un confinamiento al concreto. En la mayoría de los casos para la sección de acero se utilizan perfiles "I".

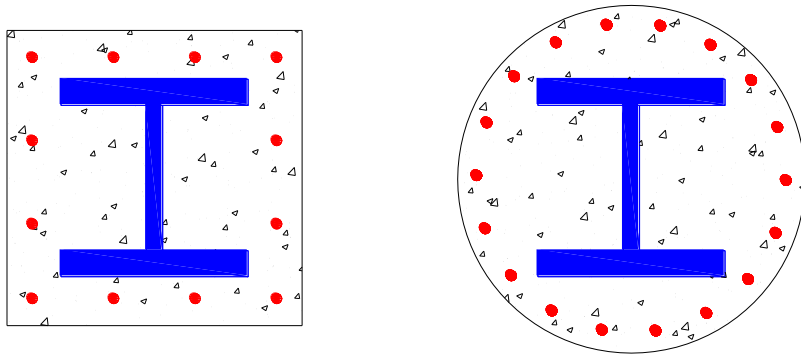


Figura 1.21.- Secciones compuestas tipo SRC

1.3 Secciones compuestas CFT (concret filled tube)

Es una sección compuesta conformada por una sección tubular, ya sea circular o rectangular rellenas con concreto, este tipo de secciones presenta un mejor comportamiento, la sección tubular logra un mejor confinamiento del concreto, lo que disminuye la posibilidad de falla por pandeo local, aumenta la resistencia, y capacidad de deformación. En este caso la ductilidad de la sección de acero aumenta. El refuerzo longitudinal y transversal de acero que se coloca en estas secciones, aumenta aún más el confinamiento del concreto y llega a retardar el daño en el elemento estructural en caso de incendio.

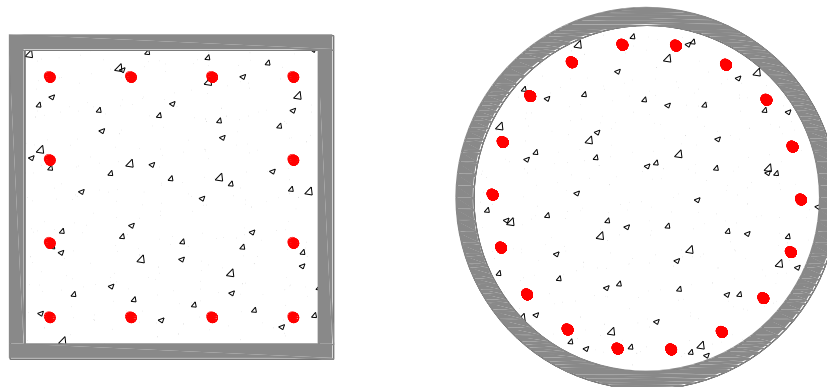


Figura 1.22.- Secciones compuestas tipo CFT

En algunos casos se pueden llegar a combinar las secciones tipo SRC y CFT.

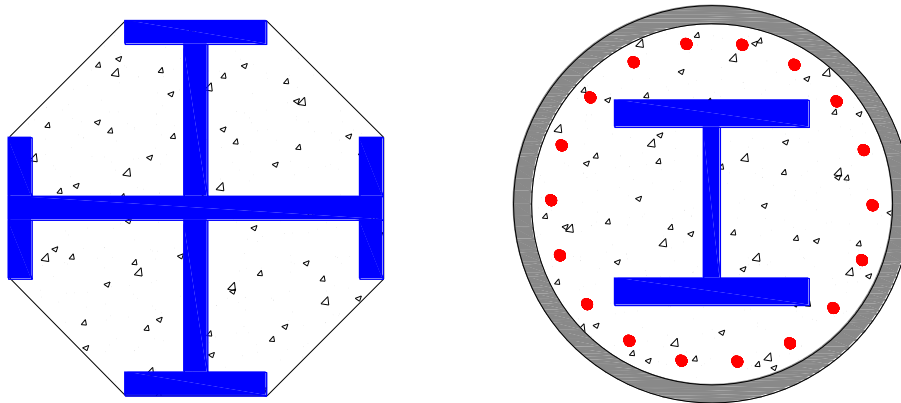


Figura 1.23.- Secciones compuestas combinadas SRC y CFT

Como se mencionó anteriormente, los elementos estructurales tipo SRC y CFT no se utilizan comúnmente en el diseño y construcción de estructuras. El poco uso que se le da a este tipo de secciones compuestas se debe a las siguientes condicionantes.

- Limitado número de investigaciones experimentales y analíticas que sustenten las ecuaciones y factores aplicados, respecto al comportamiento estructural.
- Se tiene incertidumbre sobre el valor de la resistencia en secciones compuestas debido a la poca investigación.
- Incertidumbre en el análisis y diseño de la rigidez lateral de las columnas.
- Falta de conocimiento sobre la interacción entre la carga axial y flexión última.
- Requerimiento de mano de obra calificada para la construcción de secciones compuestas, garantizando calidad en la conexión entre secciones y materiales de las cuales se componen.
- La falta de coordinación entre las industrias que proveen el acero estructural y concreto reforzado puede llegar a ser un problema para el constructor.
- La falta de control en el acortamiento del concreto en este tipo de secciones puede provocar fallas en las conexiones de viga-columna y en los sistemas de piso.
- Incertidumbre en la adherencia entre el concreto y el acero estructural, lo cual afecta la transferencia de esfuerzos.

Cabe mencionar que a pesar de las condicionantes existen ventajas que pueden considerarse para realizar la edificación de estructuras con secciones compuestas, por ejemplo:

- Mayor resistencia de los elementos estructurales en comparación con los que se construyen con un solo material.
- Rapidez en el montaje y construcción.
- El dimensionamiento de las secciones favorece al proyecto arquitectónico, ya que estas se reducen gracias a la amplificación de la rigidez y resistencia utilizando ambos materiales.
- Mayor ductilidad debido al mayor confinamiento del concreto y una alta resistencia al pandeo local.
- Poseen alta resistencia a la corrosión y al fuego.
- Mejora en el análisis costo – beneficio
- Reducción del tamaño de la cimentación debido a la disminución del peso usado en las secciones compuestas

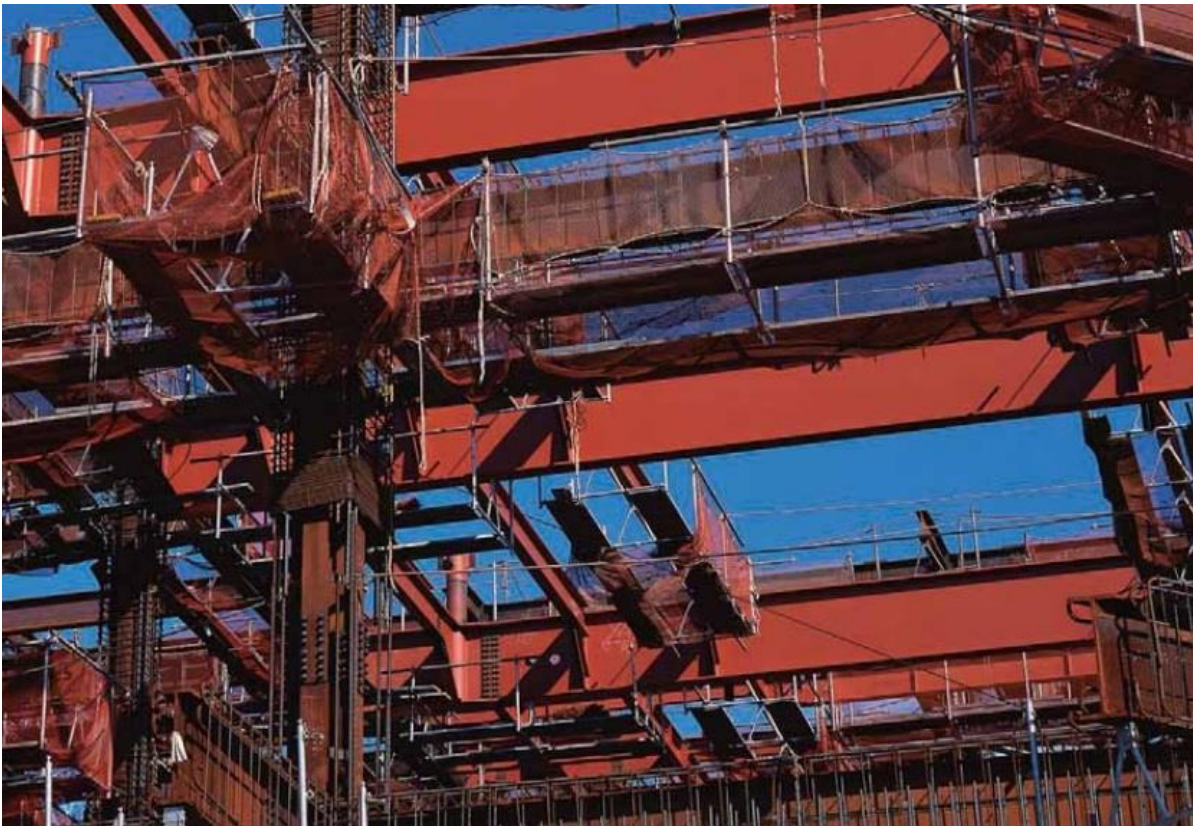


Figura 1.24.- Montaje de secciones compuestas. Fuente: Nippon Steel Corporation



Capítulo 2.- Rigidez y Resistencia de secciones compuestas

Se tiene en cuenta para el diseño de secciones compuestas una normatividad, la cual se encuentra establecida en reglamentos. Algunos de estos reglamentos que se manejan internacionalmente son: el American Institute of Steel Construction, AISC y American Concrete Institute, ACI. En nuestro país se tienen las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Acero 2004, el cual rige el diseño de este tipo de secciones compuestas. Así, estos reglamentos condicionan el diseño de una sección compuesta en base a lo que se cita a continuación.

Normatividad.- Limitaciones

La resistencia nominal de secciones compuestas deberá ser determinada conforme al método de compatibilidad de deformaciones o el método de la distribución plástica de esfuerzos.

Para concreto de peso normal la resistencia a compresión $f'c$ debe ser mayor que 3 ksi (211 kg/cm²) y menor que 10 ksi (703 kg/cm²). Para concreto ligero deberá ser mayor que 3 ksi (211 kg/cm²) y menor que 6 ksi (422 kg/cm²).

Para el esfuerzo de fluencia nominal del acero estructural Fy no debe exceder 75 ksi (5272.9 kg/cm²), de igual forma para el esfuerzo de fluencia nominal del acero de refuerzo Fyr .

La resistencia a tensión del concreto se deberá despreciar en la determinación de la resistencia nominal de las secciones compuestas.

Los efectos de pandeo local deberán ser considerados para las secciones CFT como está definido en la sección I1.4 de las especificaciones AISC 2010.

Los efectos de pandeo local no necesitan ser considerados para las secciones compuestas embebidas en concreto SRC.

Para el caso del método de la distribución plástica de esfuerzos, la resistencia nominal deberá ser calculada asumiendo que los componentes de acero alcanzan un esfuerzo de fluencia Fy tanto en tensión o compresión, y el concreto debido a una fuerza axial y/o flexión deberá alcanzar un esfuerzo de 0.85 de $f'c$.

Para secciones tubulares llenadas con concreto, estará permitido usar para concreto en compresión, debido a carga axial y/o flexión en razón por los efectos de confinamiento del concreto un esfuerzo de 0.95 de $f'c$.

Para el método de compatibilidad de deformaciones, una distribución lineal de deformación a través de la sección deberá ser considerada con una deformación a compresión máxima del concreto de $0.003 \frac{in}{in}$ o $\frac{mm}{mm}$.

Las relaciones esfuerzo-deformación para acero y concreto deberán ser obtenidas de pruebas o de resultados publicados para materiales similares.

En general, para el método de compatibilidad de deformaciones para secciones revestidas de concreto (SRC) sujetas a carga axial, flexión o ambas se encuentran en la guía de diseño AISC capítulo 6 y ACI 318.

Nota: El método de compatibilidad de deformaciones deberá ser usado para determinar la resistencia nominal para secciones irregulares y para casos donde el acero no muestre un comportamiento elasto-plástico.

2.1 Fuerza Axial

Para secciones compuestas SRC se tienen las siguientes limitaciones.

1. El área de la sección de acero embebido en concreto debe ser por lo menos el 1% del área total de la sección bruta.
2. El concreto deberá ser reforzado con barras longitudinales continuas y estribos transversales.
3. El número de barra a utilizar en el refuerzo transversal será como mínimo del No. 3 (10mm) con una distancia máxima al centro entre ellos de 305 mm, para barras de No. 4 (13mm) la distancia máxima será 406 mm.
4. La relación mínima del refuerzo longitudinal está dada por la siguiente fórmula.

$$\rho_{sr} = \frac{A_{sr}}{A_g} \geq 0.004$$

A_{sr} = Área bruta de la sección compuesta (cm^2)

A_{sr} = Área del acero de refuerzo (cm^2)

2.2 Resistencia a compresión para secciones compuestas SRC

El diseño de la resistencia a compresión de las columnas SRC cargadas axialmente debe ser determinado en base a la esbeltez de la columna compuesta para el estado límite de pandeo por flexión.

$$\phi_c = 0.75 \quad \text{Load and Resistance Factor Design, LRFD}$$

$$\Omega_c = 2.0 \quad \text{Allowable Stress Design, ASD}$$

$$\text{Cuando } \frac{P_{no}}{P_e} \leq 2.25 \quad P_n = P_{no} \left[0.658 \frac{P_{no}}{P_e} \right]$$

$$\text{Cuando } \frac{P_{no}}{P_e} > 2.25 \quad P_n = 0.877P_e$$

$$\text{donde } P_{no} = F_y A_s + F_{yr} A_{sr} + 0.85 f'_c A_c$$

$$P_e = \text{Carga crítica de pandeo elástico} = \pi^2 (EI_{eff}) / (KL)^2$$

$$A_c = \text{Área de concreto (cm}^2\text{)}$$

$$A_s = \text{Área de la sección de acero (cm}^2\text{)}$$

$$E_c = \text{Módulo de elasticidad del concreto } \left(\frac{kg^2}{cm} \right), (MPa)$$

Para el cálculo de la rigidez efectiva de la sección compuesta SRC:

Normatividad ANSI AISC 360 – 10

$$EI_{eff} = E_s I_s + 0.5 E_s I_{sr} + C_1 E_c I_c$$

$$\text{donde } C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3$$

Normatividad ACI 318 (2011)

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d es la relación entre la máxima carga muerta axial factorizada y la carga axial total factorizada

El coeficiente de reducción C_1 de la normatividad American National Standards Institute / American Institute of Steel Construction 360-10, ANSI/AISC 360-10, está relacionado con el agrietamiento y acortamiento del concreto sobre la resistencia a pandeo. Los efectos de agrietamiento y acortamiento se pueden presentar dependiendo de la cuantía de acero del elemento compuesto. Conforme al objetivo, en el Capítulo 5 de este trabajo, se utilizará la fórmula de rigidez efectiva para secciones compuestas SRC con la finalidad de comparar los resultados obtenidos mediante elemento finito.

2.3 Resistencia a tensión para secciones compuestas SRC

$$P_n = F_y A_s + F_{ysr} A_{sr}$$

$$\phi_t = 0.9 \text{ (LRFD)}$$

$$\Omega_t = 1.67 \text{ (ASD)}$$

La distancia entre el núcleo de acero y las barras de refuerzo deberá ser como mínimo 1.5 veces el diámetro de las barras de refuerzo, pero no menor a 38mm.

Para secciones compuestas CFT se tienen las siguientes limitaciones.

1. Para miembros compuestos llenados de concreto, el área de la sección de acero deberá ser por lo menos el 1% del área total de la sección bruta.
2. Las secciones compuestas CFT deberán ser clasificadas por pandeo local conforme a la sección I1.4. de las especificaciones del AISC 2010.

2.4 Resistencia a compresión para secciones compuestas CFT

a.- Para secciones compactas

$$P_{no} = P_P$$

$$P_P = F_y A_s + C_2 f'_c \left(A_c + A_{sr} \frac{E_s}{E_c} \right)$$

$C_2 = 0.85$ para secciones rectangulares y 0.95 para secciones circulares

b.- Para secciones no compactas

$$P_{no} = P_P - \frac{P_P - P_y}{(\lambda_r - \lambda_p)^2} (\lambda - \lambda_p)^2$$

λ, λ_p y λ_r son relaciones de esbeltez determinadas en la tabla I1.1a Especificaciones AISC 2010

$$P_y = F_y A_s + 0.7 f'_c \left(A_c + A_{sr} \frac{E_s}{E_c} \right)$$

c.- Para secciones esbeltas

$$P_{no} = F_{cr} A_s + 0.7 f'_c \left(A_c + A_{sr} \frac{E_s}{E_c} \right)$$

(1) Para secciones rectangulares CFT

$$F_{cr} = \frac{9E_s}{\left(\frac{b}{t}\right)^2}$$

(2) Para secciones circulares CFT

$$F_{cr} = \frac{0.72 F_y}{\left(\left(\frac{D}{t}\right) \frac{F_y}{E_s}\right)^{0.2}}$$

Para el cálculo de la rigidez efectiva de la sección compuesta CFT:

Normatividad ANSI AISC 360 – 10

$$EI_{eff} = E_s I_s + E_s I_{sr} + C_3 E_c I_c$$

donde $C_3 = 0.6 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.9$

Normatividad ACI 318 (2011)

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d es la relación entre la máxima carga muerta axial factorizada y la carga axial total factorizada

El coeficiente de reducción C_3 se encuentra de igual forma relacionado como el coeficiente C_1 para secciones SRC, es decir, está relacionado con el agrietamiento y acortamiento del concreto sobre la resistencia a pandeo.

2.5 Resistencia a tensión para secciones compuestas CFT

$$P_n = F_y A_s + F_{ysr} A_{sr}$$

$$\phi_t = 0.9 \text{ (LRFD)}$$

$$\Omega_t = 1.67 \text{ (ASD)}$$

2.6 Cortante para secciones compuestas SRC y CFT

La resistencia a cortante se tomará con uno de los siguientes casos.

a.- Se considera sólo la resistencia al cortante de la sección de acero estructural como se indica en el Capítulo G de las Especificaciones AISC 2010.

b.- Se considera sólo la resistencia al cortante del concreto reforzado (concreto más acero de refuerzo) definido en ACI 318-11 con un factor de seguridad tal como:

$$\phi_v = 0.75 \text{ (LRFD)} \qquad \Omega_t = 2.0 \text{ (ASD)}$$

c.- Se considera sólo la resistencia al cortante de la sección de acero estructural como se indica en el Capítulo G de las Especificaciones AISC 2010 más la resistencia al cortante del acero de refuerzo definido en ACI 318-11 con alguno de los siguientes factores de seguridad.

$$\phi_v = 0.75 \text{ (LRFD)} \qquad \Omega_t = 2.0 \text{ (ASD)}$$

2.7 Flexocompresión para secciones compuestas SRC y CFT

La interacción entre flexión y carga axial en secciones compuestas deberá tomar en cuenta la estabilidad indicada en el Capítulo G de las Especificaciones AISC 2010. La resistencia disponible tanto en compresión como en flexión deberá ser determinada como lo indican las Secciones I2 e I3 de las Especificaciones AISC 2010 respectivamente. Para contemplar la influencia del efecto de longitud en la resistencia axial de la sección compuesta, la resistencia nominal del elemento será determinado como lo indica la Sección I2 de las Especificaciones AISC 2010.

Para elementos compuestos SRC y CFT como secciones compactas, la interacción entre la fuerza axial y flexión deberá estar basada en las ecuaciones de interacción de la Sección H1.1 o en alguno de los métodos de la Sección I1.2 de las Especificaciones AISC 2010.

Para elementos compuestos CFT con secciones no compactas o esbeltas la interacción entre la fuerza axial y flexión deberá estar basada en las ecuaciones de interacción de la Sección H1.1 de las especificaciones AISC 2010.

Capítulo 3.- Criterios y metodología de modelación y análisis

Con base al objetivo previamente establecido se tomaron en cuenta los siguientes criterios y la metodología para desarrollar el tema.

- Revisión y estudio de publicaciones disponibles sobre sección compuesta
- Revisión de la normatividad como son las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Acero 2004 y las normas americanas ANSI AISC 360-10 y ACI 318 -11
- Estudio de ejemplos elaborados por AISC ejemplos de diseño 2010
- Estudio de las ecuaciones de Rigidez Efectiva propuestas por la normatividad
- Comparación de la información obtenida sobre rigidez efectiva de una sección compuesta
- Análisis en base a tres tipos de rigideces efectivas:
 - 1.- Rigidez Axial Efectiva
 - 2.- Rigidez a Flexión Efectiva
 - 3.- Rigidez Lateral Efectiva
- Elección de las columnas compuestas para el análisis de rigidez efectiva, en base a la frecuencia del tipo de sección compuesta que más se usa en la industria de la construcción.
- Modelado de las columnas compuestas elegidas, mediante el método de elemento finito con apoyo de programa de computo comercial
- Con base en la revisión, estudio y comparación de las ecuaciones de rigidez se opta por llevar a cabo el análisis elástico-lineal de columnas compuestas elegidas bajo la normatividad ANSI AISC 360-10 y ACI 318 (2011).
- Comparación de resultados obtenidos del cálculo de la rigidez efectiva conforme a la normatividad y los resultados obtenidos mediante el método de elemento finito.
- Conclusión basada en la información obtenida, sobre los análisis elaborados entre el método del elemento finito y la normatividad vigente de las columnas compuestas.

Capítulo 4.- Modelado y Análisis de secciones compuestas

En este capítulo se realizará el modelado de las columnas compuestas mediante el método del elemento finito (MEF), utilizando el programa de cómputo comercial **MIDAS FEA** de *Bowerbird Ingeniería*.

Se eligieron dos columnas tipo SRC, para lograr el objetivo propuesto, el cual contempla analizar la rigidez efectiva de las mismas.

4.1 Características y geometría de la columna compuesta (1) a estudiar

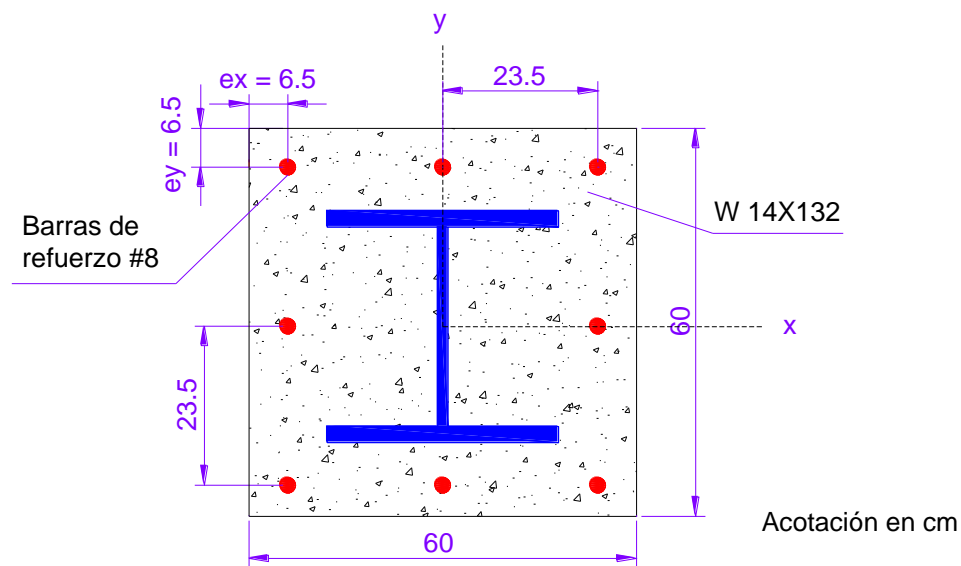


Figura 4.1.- Columna compuesta SRC

Dimensiones de la sección de la columna de concreto

$$L = 426 \text{ cm}$$

$$b = 60 \text{ cm} ; h = 60 \text{ cm} ; I_g = \frac{b \cdot h^3}{12} = 1,080,000 \text{ cm}^4$$

$$A_g = b \cdot h = 3600 \text{ cm}^2$$

L = Longitud de la columna

b = Base de la sección

h = Altura de la sección

I_g = Momento de inercia de la sección bruta

A_g = Área de la sección bruta

Dimensiones de la sección de acero

Perfil W14X132

$$D = 37.24\text{cm} \quad I_{sx} = 63,233.162 \text{ cm}^4$$

$$B = 37.4 \text{ cm} \quad I_{sy} = 22,820.463 \text{ cm}^4$$

$$tw = 1.638 \text{ cm} \quad A_s = 248.106 \text{ cm}^2$$

$$tf = 2.616\text{cm}$$

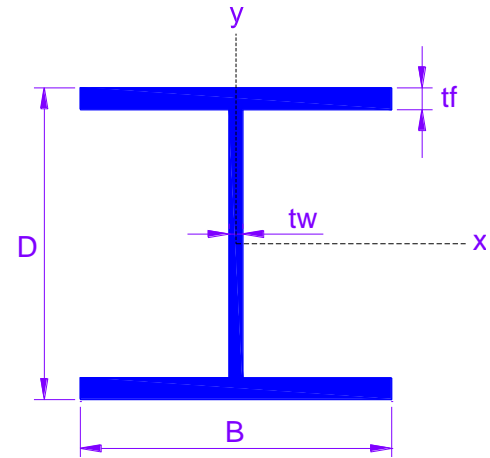


Figura 4.2.- Acotaciones del perfil

I_{sx} = Momento de inercia de la sección de acero alrededor del eje "X"

I_{sy} = Momento de inercia de la sección de acero alrededor del eje "Y"

A_s = Área de la sección de acero

Características del concreto

$$f'c = 250 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} ; \quad E_c = 239,660 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

E_c = Módulo de elasticidad del concreto

$f'c$ = Resistencia a compresión del concreto

Características del acero estructural A-50

$$Fy = 3,515.3481 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} ; \quad Fu = 4,569.9526 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} ; \quad E_s = 2,038,901.9 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Fy = Esfuerzo de fluencia del acero

Fu = Resistencia a la tensión del acero

E_s = Módulo de elasticidad del acero

Características del acero de refuerzo ASTM A615 Grade 60

$$F_{yr} = 4,218.418 \frac{kg}{cm^2} ; \quad F_{u_r} = 6,327.6266 \frac{kg}{cm^2} ; \quad E_{sr} = 2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}$$

F_{yr} = Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo

F_{u_r} = Resistencia a la tensión del acero de refuerzo

E_{sr} = Módulo de elasticidad del acero de refuerzo

Se colocaron 8 varillas de refuerzo del #8, con un espaciamiento de 23.5 cm y recubrimiento de 5cm. Donde $e_x = 6.5 \text{ cm}$ y $e_y = 6.5 \text{ cm}$. Ver figuras 4.1 y 4.2.

$$A_{sr} = \left(\frac{8}{8} \cdot (2.54 \text{ cm}) \cdot 0.5 \right)^2 * \pi = 5.067 \text{ cm}^2$$

$$A_{sr\text{total}} = 8 \cdot \left(\frac{8}{8} (2.54 \text{ cm}) \cdot 0.5 \right)^2 * \pi = 40.537 \text{ cm}^2$$

$$I_{sr} = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi (1.27 \text{ cm})^4}{4} = 2.04317 \text{ cm}^4$$

$$I_{sr\text{total}} = \frac{\pi r^4}{4} \cdot \text{núm. barras ref.} = \frac{\pi (1.27 \text{ cm})^4}{4} \cdot 8 = 16.34 \text{ cm}^4$$

$$I_{srx} = I_{sr\text{total}} + 6(\pi (1.27 \text{ cm})^2)(0.5 h - e_y)^2 = 16806.098 \text{ cm}^4$$

$$I_{sry} = I_{sr\text{total}} + 6(\pi (1.27 \text{ cm})^2)(0.5 b - e_x)^2 = 16806.098 \text{ cm}^4$$

A_{sr} = Área del acero de refuerzo por barra

$A_{sr\text{total}}$ = Área del acero de refuerzo total de la sección compuesta

I_{sr} = Momento de inercia del acero de refuerzo por barra

$I_{sr\text{total}}$ = Momento de inercia de la totalidad del acero de refuerzo

I_{srx} = Momento de inercia del acero de refuerzo alrededor del eje "X"

I_{sry} = Momento de inercia del acero de refuerzo alrededor del eje "Y"

4.1.1 Caso 1 rigidez axial efectiva de la sección compuesta SRC

Condiciones de apoyo: Columna empotrada en su base.

La columna estará sometida a una carga axial $P = 350 t$

La carga axial está aplicada en el centroide de la columna compuesta, esta carga axial es distribuida mediante un diafragma rígido, el cual permite una distribución uniforme de la fuerza en cada uno de los nodos del mallado de la cara superior. Ver figura 4.3

A continuación se muestra el modelo realizado en **MIDAS FEA** de *Bowerbird Ingeniería*.

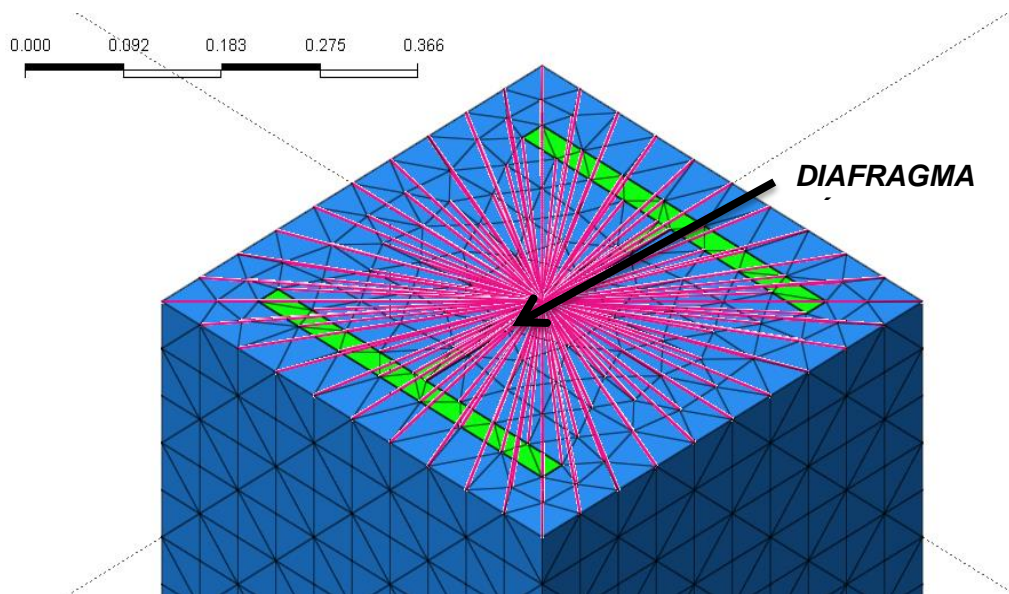


Figura 4.3.- Diafragma rígido aplicado a la sección compuesta

Se aplica un coeficiente de reducción al producto dado por el módulo de elasticidad del concreto y su momento de inercia. A continuación se muestra la ecuación usada para calcular el coeficiente C .

$$C = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_s + A_c} \right)$$

A_s = Área de la sección de acero

A_c = Área de la sección de concreto donde $A_c = A_g - A_s - A_{sr\ total}$

$$C = 0.1 + 2 \left(\frac{248.106 \text{ cm}^2}{248.106 \text{ cm}^2 + 3,311.357 \text{ cm}^2} \right) = 0.239$$

Se obtuvieron los siguientes desplazamientos Δz en la sección compuesta debido a la carga axial. Ver figura 4.4

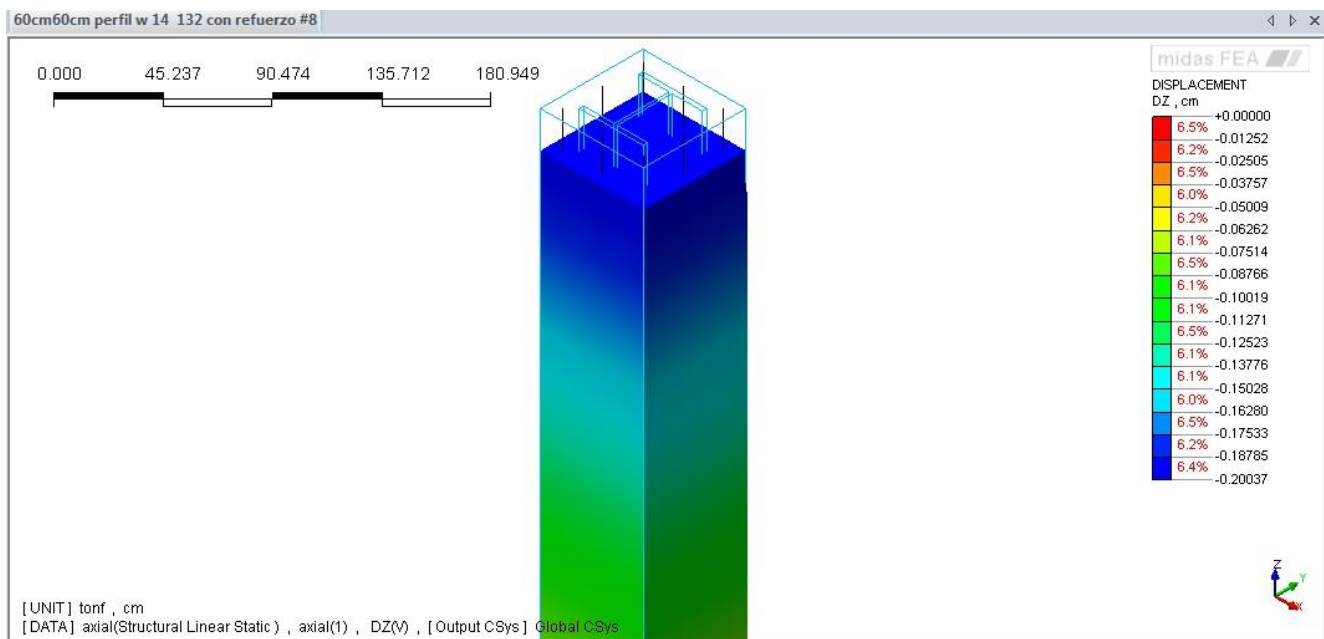


Figura 4.4.- Desplazamiento vertical debido a la carga axial

El desplazamiento máximo obtenido en la sección compuesta es de $\Delta_z = -0.20037 \text{ cm}$

La rigidez axial de la columna compuesta es:

$$\frac{P}{\Delta_z} = \frac{EA}{L} = \frac{(350,000 \text{ kg})}{0.20037 \text{ cm}} = 174,676.8 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$$

Cálculo de la rigidez axial efectiva

$$\frac{PL}{\Delta_z} = EA_{eff} = \frac{(350 t) \cdot (426 cm)}{0.20037 cm} = 744,123.37 t$$

4.1.2 Caso 2 rigidez a flexión efectiva sobre el eje "X" (Normatividad AISC)

Condiciones de apoyo: Columna empotrada en su base y apoyo fijo en el extremo superior de la columna, el cual impide los desplazamientos laterales y permite sólo el giro alrededor de "X".

La columna estará sometida a un momento flexionante alrededor del eje "X".

$$M_x = 150 t \cdot m$$

El momento flexionante está aplicado en el centroide de la cara superior de la columna compuesta, el momento es aplicado mediante un diafragma rígido, este transmitirá equitativamente el momento a la sección compuesta, generando una deformación uniforme. Ejemplo modelado con la normatividad ANSI AISC 360-10.

Se aplicó un coeficiente de reducción al producto establecido por el módulo de elasticidad del concreto y su momento de inercia, basado en la normatividad de ANSI AISC 360-10, el cual involucra la relación entre el área de acero de la sección y el área de concreto. A continuación se muestra la ecuación que se utilizó para calcular el coeficiente C_1 .

$$C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_s + A_c} \right) \leq 0.3$$

A_s = Área de la sección de acero

A_c = Área de la sección de concreto donde $A_c = A_g - A_s - A_{sr total}$

$$C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{248.106 cm^2}{248.106 cm^2 + 3,311.357 cm^2} \right) = 0.239$$

La normatividad ANSI AISC 360-10 menciona que se tomará sólo el 0.5 del producto establecido por módulo de elasticidad del acero de refuerzo y su momento de inercia. Teniendo estos dos factores de reducción conforme al AISC se lleva a cabo el análisis de la columna compuesta mediante el método del elemento finito.

Aplicando el momento flexionante alrededor del eje “X”, se obtuvieron los siguientes desplazamientos angulares θ_x . Ver figura 4.5

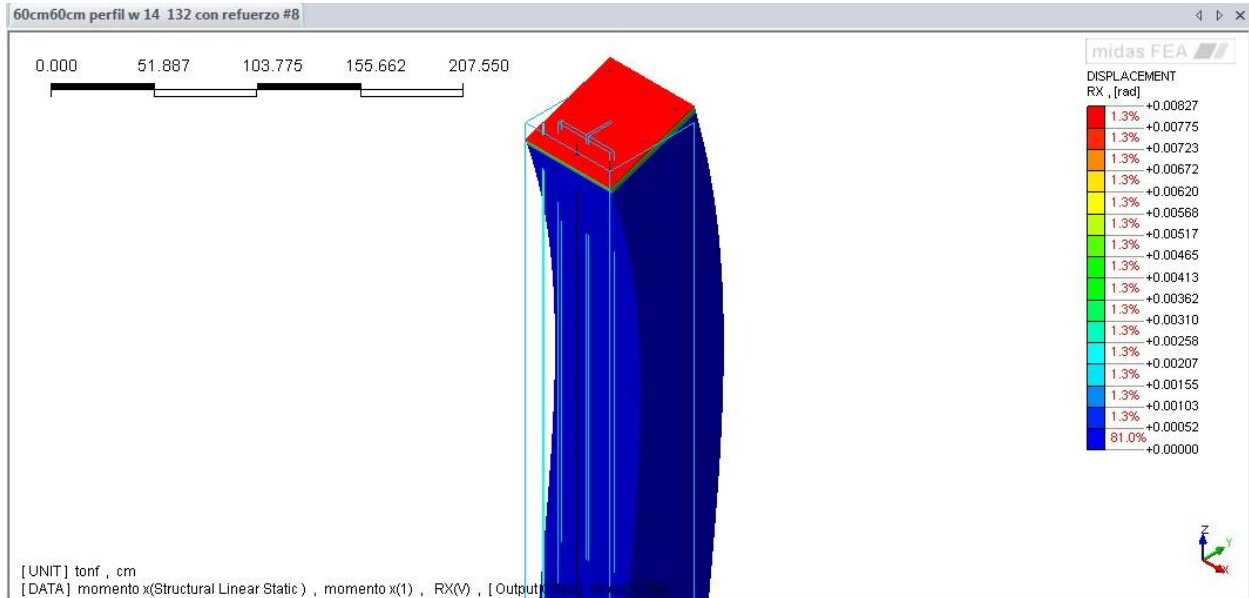


Figura 4.5.- Giro debido al momento flexionante en “X” (Normatividad AISC)

El desplazamiento angular máximo obtenido alrededor de “X” en la sección compuesta es $\theta_x = 0.00827 \text{ rad}$

Calculando la rigidez a flexión alrededor del eje “X” de la columna compuesta:

$$\frac{4EI_x}{L} = \frac{M_x}{\theta_x} = \frac{(15,000,000 \text{ kg} \cdot \text{cm})}{0.00827} = 1,813,784,764 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 18,137.84 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Cálculo de la rigidez efectiva a flexión, tomando en cuenta los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito.

$$\frac{M_x L}{4 \cdot \theta_x} = EI_{x\text{eff}} = \frac{(150 \text{ t} \cdot \text{m})(4.26 \text{ m})}{4 \cdot 0.00827} = 19,316.8 \text{ t} \cdot \text{m}^2$$

4.1.3 Caso 3 rigidez a flexión efectiva sobre el eje “X” (Normatividad ACI)

En este caso, se aplicarán las mismas condiciones de modelado para analizar la rigidez efectiva de la sección compuesta, cambiando la normatividad a ACI 318-11. El reglamento ACI, menciona que se tomará un factor de reducción igual a 0.2 para el producto establecido por el módulo de elasticidad del concreto y su momento de inercia, que se establece en la ecuación de rigidez efectiva.

Aplicando el momento flexionante alrededor del eje “X”, se obtuvieron los siguientes desplazamientos angulares θ_x . Ver figura 4.6

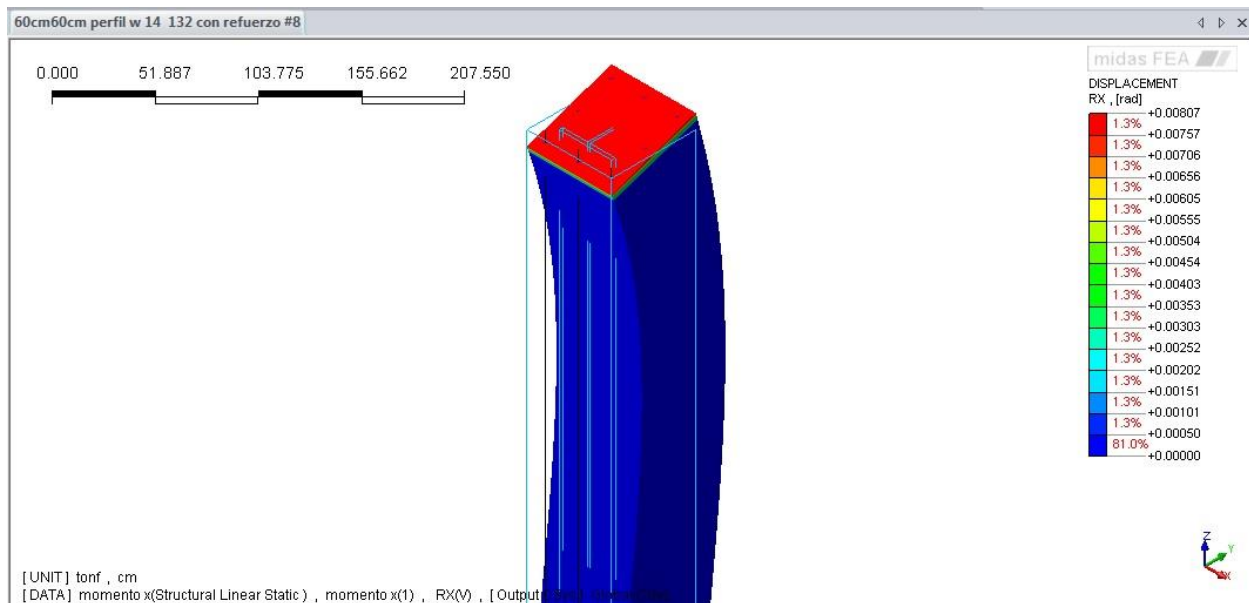


Figura 4.6.- Giro debido al momento flexionante en “X” (Normatividad ACI)

El desplazamiento angular máximo obtenido alrededor de “X” en la sección compuesta es de $\theta_x = 0.00807 \text{ rad}$

Calculando la rigidez a flexión alrededor del eje “X” de la columna compuesta:

$$\frac{4EI_x}{L} = \frac{M_x}{\theta_x} = \frac{(15,000,000 \text{ kg} \cdot \text{cm})}{0.00807} = 1,858,736,059 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 18,587.36 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Cálculo de la rigidez efectiva a flexión, tomando en cuenta los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito.

$$\frac{M_x L}{4 \cdot \theta_x} = EI_{x_{eff}} = \frac{(150 \text{ t} \cdot \text{m})(4.26 \text{ m})}{4 \cdot 0.00807} = 19,795.53 \text{ t} \cdot \text{m}^2$$

4.1.4 Caso 4 rigidez a flexión efectiva sobre el eje “Y” (Normatividad AISC)

Condiciones de apoyo: Columna empotrada en su base y apoyo fijo en el extremo superior de la columna, el cual impide los desplazamientos laterales y permite sólo el giro alrededor de “Y”.

La columna estará sometida a un momento flexionante alrededor del eje “Y”.

$$M_y = 150 t \cdot m$$

El momento flexionante está aplicado en el centroide de la cara superior de la columna compuesta, el momento es aplicado mediante un diafragma rígido, este transmitirá equitativamente el momento a la sección compuesta, generando una deformación uniforme. Ejemplo modelado con la normatividad bajo ANSI AISC 360-10 y con los coeficientes correspondientes mencionados en 4.1.2.

Aplicando el momento flexionante alrededor del eje “Y”, se obtuvieron los siguientes desplazamientos angulares θ_y . Ver figura 4.7.

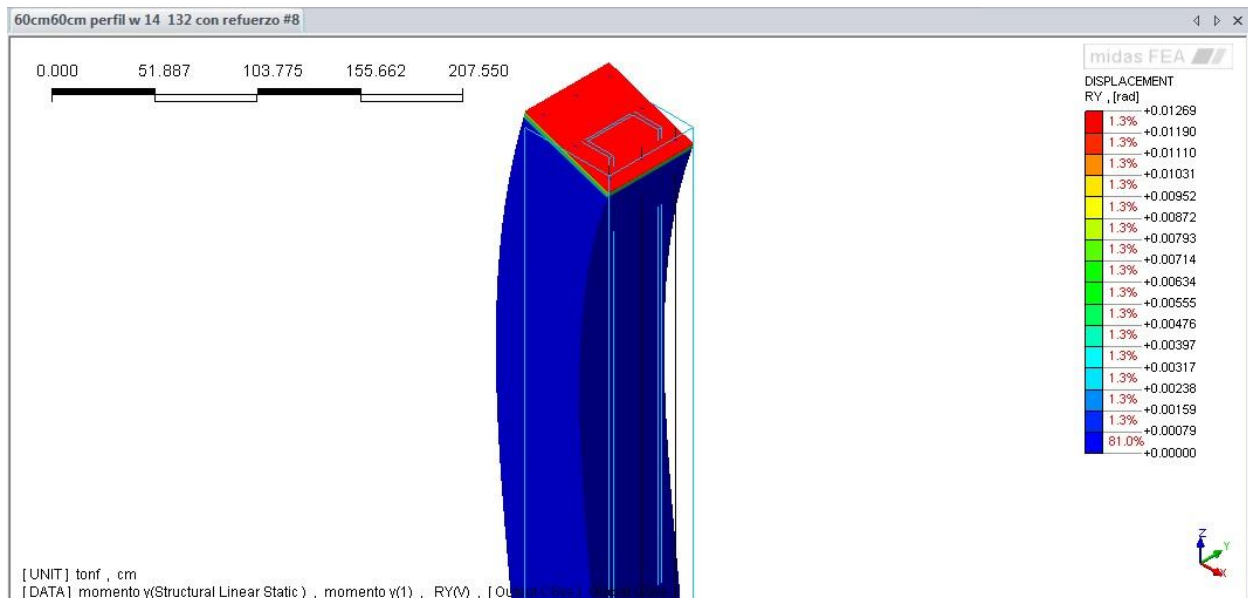


Figura 4.7.- Giro debido al momento flexionante en “Y” (Normatividad AISC)

El desplazamiento angular máximo obtenido alrededor de “Y” en la sección compuesta es de $\theta_y = 0.01269 \text{ rad}$

Calculando la rigidez a flexión alrededor del eje “Y” de la columna compuesta:

$$\frac{4EI_y}{L} = \frac{M_y}{\theta_y} = \frac{(15,000,000 \text{ kg} \cdot \text{cm})}{0.01269} = 1,182,033,097 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 11,820.33 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Cálculo de la rigidez efectiva a flexión, tomando en cuenta los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito.

$$\frac{M_y L}{4 \cdot \theta_y} = EI_{y_{eff}} = \frac{(150 \text{ t} \cdot \text{m}) \cdot (4.26 \text{ m})}{4 \cdot 0.01269} = 12,588.65 \text{ t} \cdot \text{m}^2$$

4.1.5 Caso 5 rigidez a flexión efectiva sobre el eje “Y” (Normatividad ACI)

En este caso, se aplicarán las mismas condiciones de modelado para analizar la rigidez efectiva de la sección compuesta, cambiando la normatividad a ACI 318-11 con el factor de reducción mencionado en 4.1.3.

Aplicando el momento flexionante alrededor del eje “Y”, se obtuvieron los siguientes desplazamientos angulares θ_y . Ver figura 4.8.

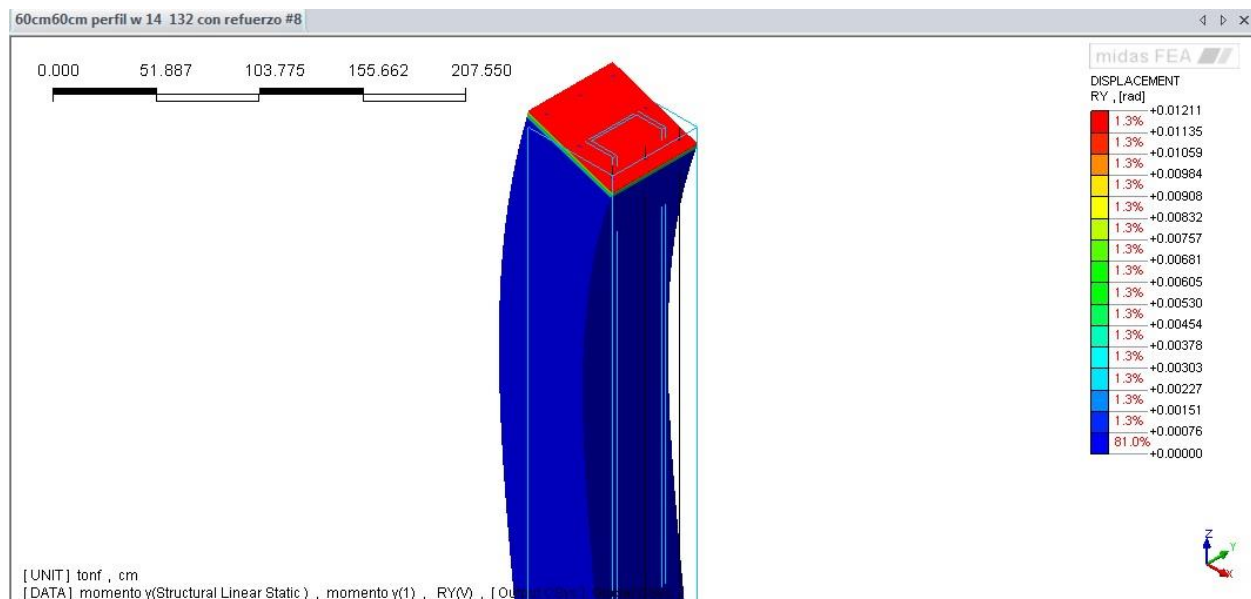


Figura 4.8.- Giro debido al momento flexionante en “Y” (Normatividad ACI)

El giro máximo obtenido alrededor de “Y” en la sección compuesta es de $\theta_y = 0.01211 \text{ rad}$

Calculando la rigidez a flexión alrededor del eje “Y” de la columna compuesta:

$$\frac{4EI_y}{L} = \frac{M_y}{\theta_y} = \frac{(15,000,000 \text{ kg} \cdot \text{cm})}{0.01211} = 1,238,645,747 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 12,386.45 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Cálculo de la rigidez efectiva a flexión, tomando en cuenta los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito.

$$\frac{M_y L}{4 \cdot \theta_y} = EI_{y_{eff}} = \frac{(150 \text{ t} \cdot \text{m}) \cdot (4.26 \text{ m})}{4 \cdot 0.01211} = 13,191.57 \text{ t} \cdot \text{m}^2$$

4.1.6 Caso 6 rigidez lateral efectiva sobre el eje “Y” (Normatividad AISC)

Condiciones de apoyo: Columna empotrada en su base y apoyo móvil en el extremo superior de la columna, el cual impide los giros y permite sólo el desplazamiento lateral sobre el eje “Y”.

La columna estará sometida a una fuerza lateral sobre el eje “Y”

$$P_{yLAT} = 100 \text{ t}$$

El elemento estructural estará modelado bajo las mismas condiciones de normatividad contempladas en el análisis de la rigidez efectiva del 4.1.2

La fuerza lateral está aplicada en el centroide de la cara superior de la columna, paralela al eje “Y”, la fuerza está aplicada mediante un diafragma rígido, generando una distribución uniforme de la fuerza. Ver figura 4.9

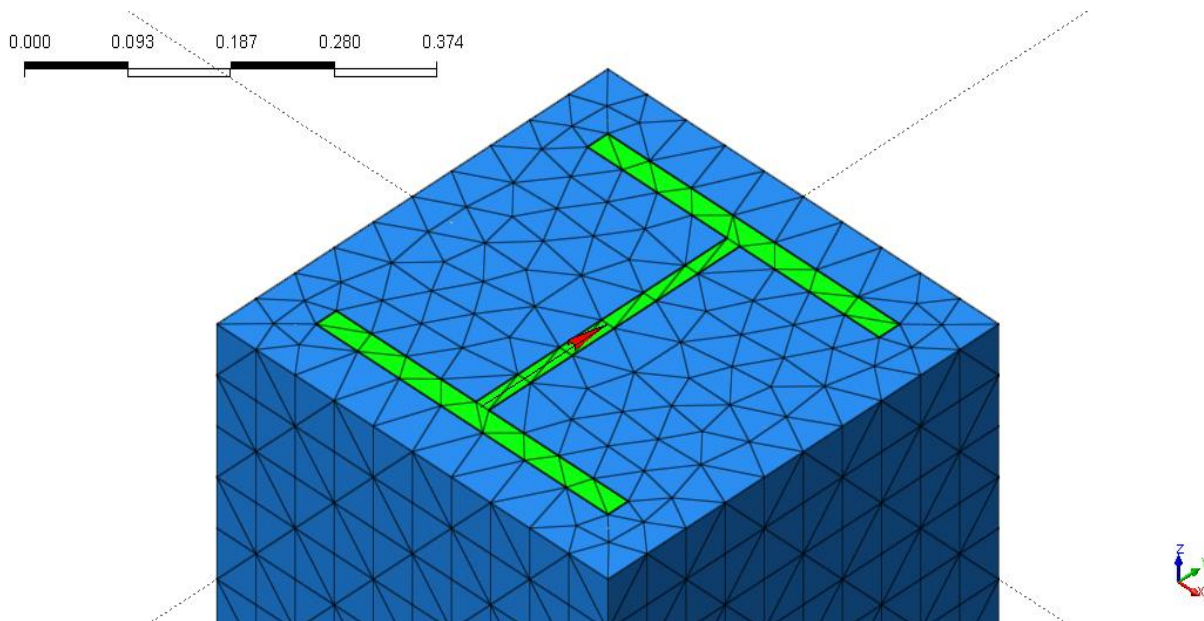


Figura 4.9.- Fuerza aplicada paralela al eje "Y"

Aplicando al modelo la fuerza lateral sobre "Y", bajo la normatividad ANSI AISC 360-10, se obtuvieron los siguientes desplazamientos laterales. Ver figura 4.10

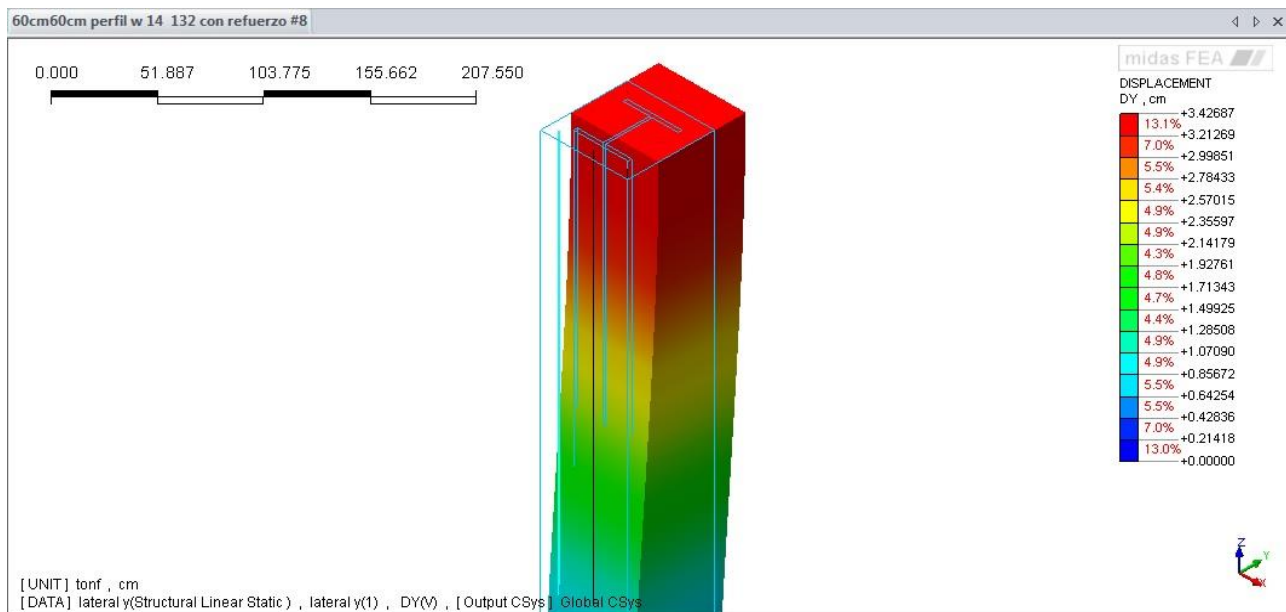


Figura 4.10.- Desplazamientos laterales sobre el eje "Y" (Normatividad AISC)

El desplazamiento máximo obtenido en la sección compuesta es $\Delta_y = 3.42687 \text{ cm}$

Calculando la rigidez lateral sobre el eje “Y” de la columna compuesta:

$$\frac{12EI_x}{L^3} = \frac{P_{yLAT}}{\Delta_y} = \frac{100,000 \text{ kg}}{3.42687 \text{ cm}} = 29,181.14 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} = 2,918.11 \frac{\text{t}}{\text{m}}$$

Cálculo de la rigidez efectiva lateral, tomando en cuenta los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito

$$\frac{P_{yLAT} \cdot L^3}{12 \cdot \Delta_y} = EI_{x\text{eff}} = \frac{(100 \text{ t})(4.26 \text{ m})^3}{12 \cdot 0.0342687 \text{ m}} = 18,799.66 \text{ t} \cdot \text{m}^2$$

4.1.7 Caso 7 rigidez lateral efectiva sobre el eje “Y” (Normatividad ACI)

En este caso, se aplican las mismas condiciones a la columna compuesta, para obtener la rigidez lateral sobre “Y”, cambiando sólo la normatividad para analizarla bajo el código ACI 318-11.

Aplicando al modelo la fuerza lateral sobre “Y”, bajo la normatividad ACI 318-11, se obtuvieron los siguientes desplazamientos laterales. Ver figura 4.11

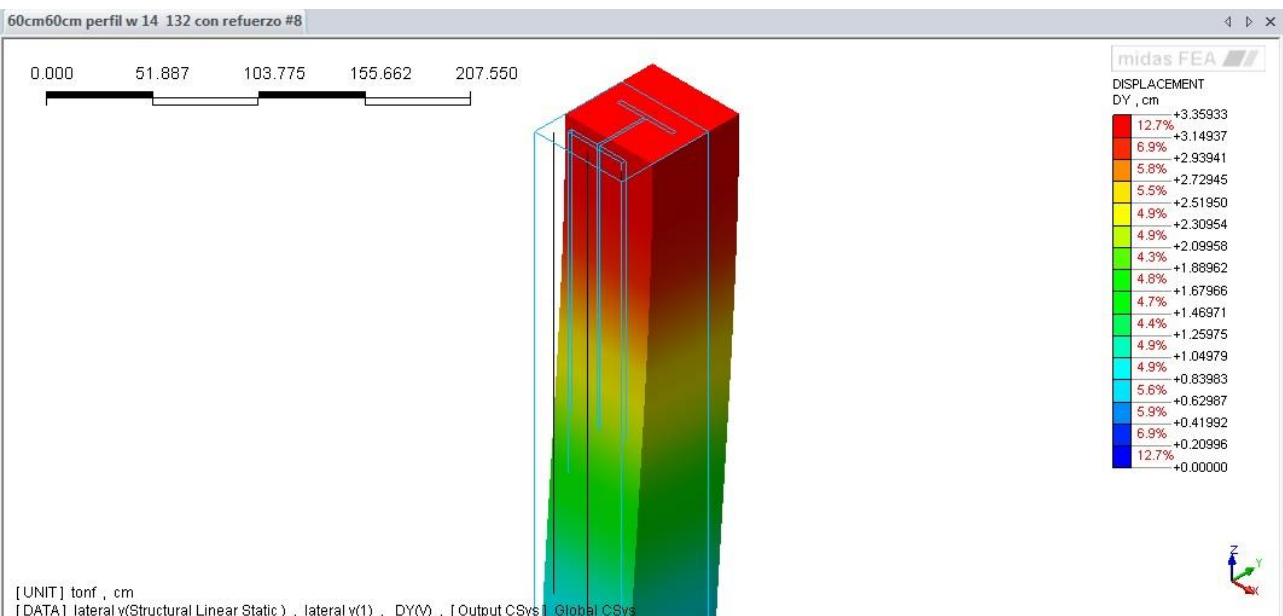


Figura 4.11.- Desplazamientos laterales sobre el eje “Y” (Normatividad ACI)

El desplazamiento máximo obtenido en la sección compuesta es $\Delta_y = 3.35933 \text{ cm}$

Calculando la rigidez lateral sobre el eje "Y" de la columna compuesta:

$$\frac{12EI_x}{L^3} = \frac{P_{yLAT}}{\Delta_y} = \frac{100,000 \text{ kg}}{3.35933 \text{ cm}} = 29,767.84 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} = 2,976.784 \frac{\text{t}}{\text{m}}$$

Cálculo de la rigidez lateral efectiva, tomando en cuenta los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito.

$$\frac{P_{yLAT} \cdot L^3}{12 \cdot \Delta_y} = EI_{xeff} = \frac{(100 \text{ t}) \cdot (4.26 \text{ m})^3}{12 \cdot 0.0335933 \text{ m}} = 19\,177.62 \text{ t} \cdot \text{m}^2$$

4.1.8 Caso 8 rigidez lateral efectiva sobre el eje "X" (Normatividad AISC)

Condiciones de apoyo: Columna empotrada en su base y apoyo móvil en el extremo superior de la columna, el cual impide los giros y permite sólo el desplazamiento lineal sobre el eje "X".

La columna estará sometida a una fuerza lateral sobre el eje "X"

$$P_{xLAT} = 100 \text{ t}$$

La fuerza lateral está aplicada en el centroide de la cara superior de la columna, paralela al eje "X", la fuerza está aplicada mediante un diafragma rígido, generando una distribución uniforme de la fuerza sobre la columna. Ver figura 4.12

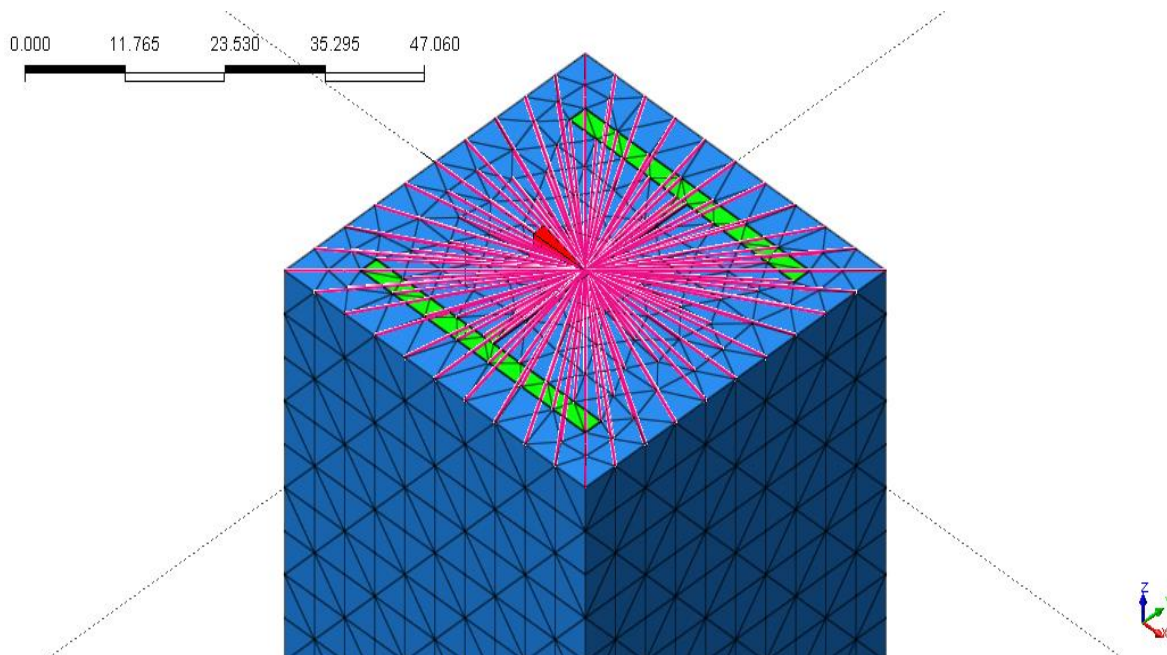


Figura 4.12.- Fuerza aplicada paralela al eje "X"

Aplicando al modelo la fuerza lateral sobre "X", bajo la normatividad ANSI AISC 360-10, se obtuvieron los siguientes desplazamientos laterales. Ver figura 4.13

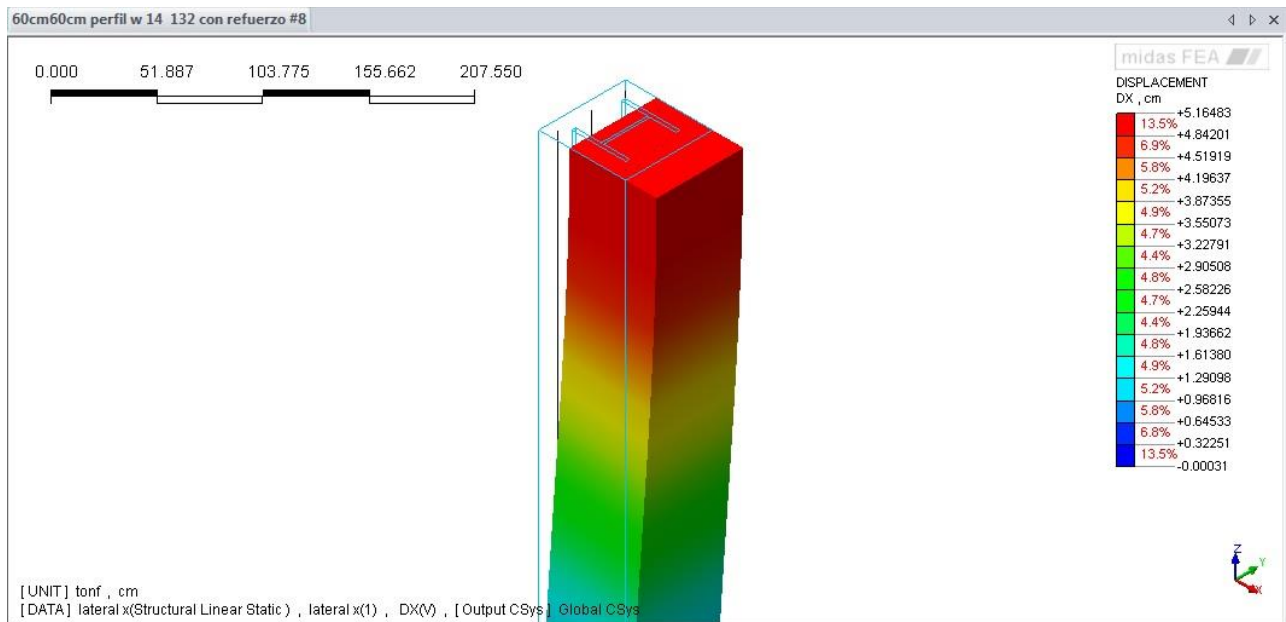


Figura 4.13.- Desplazamientos laterales sobre el eje "X" (Normatividad AISC)

El desplazamiento máximo obtenido en la sección compuesta es $\Delta_x = 5.16483 \text{ cm}$

Calculando la rigidez lateral sobre el eje "X" de la columna compuesta:

$$\frac{12EI_y}{L^3} = \frac{P_{xLAT}}{\Delta_x} = \frac{100,000 \text{ kg}}{5.16483 \text{ cm}} = 19,361.72 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} = 1,936.72 \frac{\text{t}}{\text{m}}$$

Cálculo de la rigidez lateral efectiva, tomando en cuenta los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito.

$$\frac{P_{xLAT} \cdot L^3}{12 \cdot \Delta_x} = EI_{y_{eff}} = \frac{(100 \text{ t}) \cdot (4.26 \text{ m})^3}{12 \cdot 0.0516483 \text{ m}} = 12,473.59 \text{ t} \cdot \text{m}^2$$

4.1.9 Caso 9 rigidez lateral efectiva sobre el eje "X" (Normatividad ACI)

En este caso, se aplican las mismas condiciones a la columna compuesta, para obtener la rigidez lateral sobre "X", cambiando sólo la normatividad para analizarla bajo el código ACI 318-11.

Aplicando al modelo la fuerza lateral sobre "X", bajo la normatividad ACI 318-11, se obtuvieron los siguientes desplazamientos laterales. Ver figura 4.14

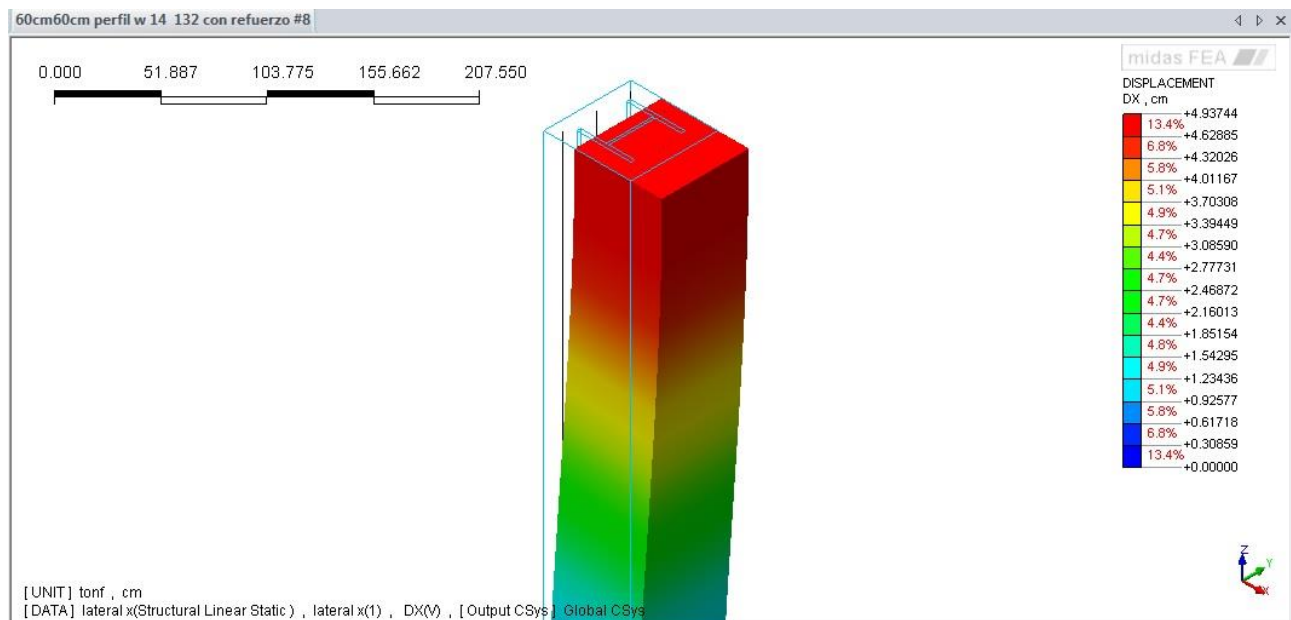


Figura 4.14.- Desplazamientos laterales sobre el eje "X" (Normatividad ACI)

El desplazamiento lateral máximo obtenido en la sección compuesta es $\Delta_x = 4.93744 \text{ cm}$

Calculando la rigidez lateral sobre el eje "Y" de la columna compuesta:

$$\frac{12EI_y}{L^3} = \frac{P_{xLAT}}{\Delta_x} = \frac{100,000 \text{ kg}}{4.93744 \text{ cm}} = 20,253.41 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} = 2,025.34 \frac{\text{t}}{\text{m}}$$

Cálculo de la rigidez efectiva lateral, tomando los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito.

$$\frac{P_{xLAT} \cdot L^3}{12 \cdot \Delta_x} = EI_{y_{eff}} = \frac{(100 \text{ t}) \cdot (4.26 \text{ m})^3}{12 \cdot 0.0709228 \text{ m}} = 13,048.05 \text{ t} \cdot \text{m}^2$$

Tabla 4.1 Desplazamientos obtenidos mediante el método de elemento finito (1), del caso 1 al caso 9 de los subcapítulos 4.1.1 al 4.1.9

Columna Compuesta	Desplazamiento Vertical MEF	Comportamiento de la sección compuesta	(cm)
	Δ_z		-0.20037

Desplazamiento Angular MEF	Comportamiento de la sección compuesta	Normatividad	(rad)	Desplazamiento Lateral MEF	Comportamiento de la sección compuesta	Normatividad	(cm)
θ_x		AISC	0.00827	Δ_x		AISC	5.16483
		ACI	0.00807			ACI	4.93744
θ_y		AISC	0.01269	Δ_y		AISC	3.42687
		ACI	0.01211			ACI	3.35993

Tabla 4.2 Comparación de las rigideces efectivas, obtenidas mediante el método de elemento finito (1), del caso 1 al caso 9 de los subcapítulos 4.1.1 al 4.1.9

Columna Compuesta	Rigidez por MEF	Condiciones de la sección compuesta	Normatividad	(t·m ²)	%Variación
	<i>Rigidez a flexión efectiva en "X"</i>		AISC	19,316	2.4%
			ACI	19,795	
	<i>Rigidez a flexión efectiva en "Y"</i>		AISC	12,588	4.6%
			ACI	13,191	
	<i>Rigidez lateral efectiva en "X"</i>		AISC	18,799	2.0%
			ACI	19,177	
	<i>Rigidez lateral efectiva en "Y"</i>		AISC	12,473	4.4%
			ACI	13,048	

Columna Compuesta	Rigidez por MEF	Condiciones de la sección compuesta	(t)
	<i>Rigidez axial efectiva</i>		744,123

4.2 Características y Geometría de la columna compuesta (2) a estudiar

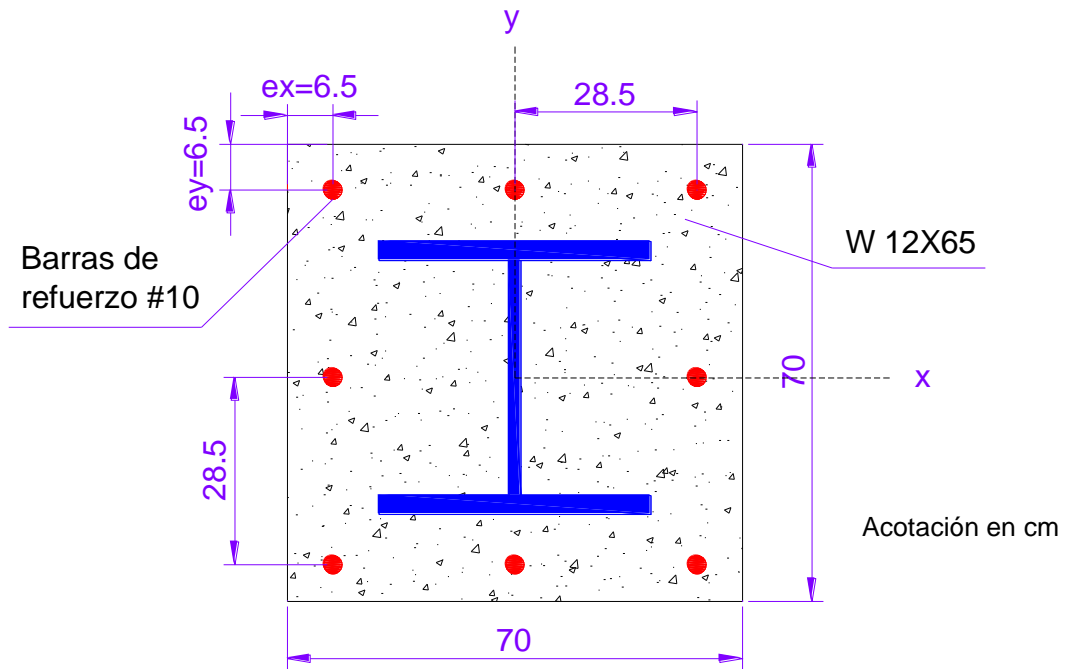


Figura 4.15.- Columna compuesta SRC

Dimensiones de la sección de la columna de concreto

$$L = 400 \text{ cm}$$

$$b = 70 \text{ cm} \ ; \ h = 70 \text{ cm} \ ; \ I_g = \frac{b \cdot h^3}{12} = 2,000,833.33 \text{ cm}^4$$

$$A_g = b \cdot h = 4,900 \text{ cm}^2$$

L = Longitud de la columna

b = Base de la sección

h = Altura de la sección

I_g = Momento de inercia de la sección bruta

A_g = Área de la sección bruta

Dimensiones de la sección de acero

Perfil W12X65

 $D = 30.78 \text{ cm}$

$$I_{sx} = 21,805.809 \text{ cm}^4$$

 $B = 30.48 \text{ cm}$

$$I_{sy} = 7,256.079 \text{ cm}^4$$

 $tw = 0.991 \text{ cm}$

$$A_s = 121.152 \text{ cm}^2$$

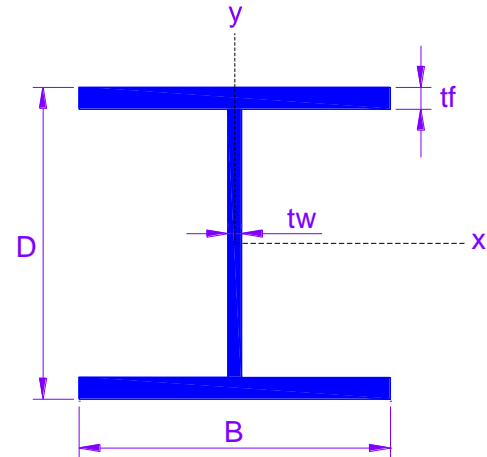
 $tf = 1.537 \text{ cm}$ 

Figura 4.16.- Acotaciones del perfil

 I_{sx} = Momento de inercia de la sección de acero alrededor del eje "X" I_{sy} = Momento de inercia de la sección de acero alrededor del eje "Y" A_s = Área de la sección de acero

Características del concreto

$$f'c = 250 \frac{kg}{cm^2} ; E_c = 239,660 \frac{kg}{cm^2}$$

 E_c = Módulo de elasticidad del concreto $f'c$ = Resistencia a compresión del concreto

Características del acero estructural A-50

$$Fy = 3,515.3481 \frac{kg}{cm^2} ; Fu = 4,569.9526 \frac{kg}{cm^2} ; Es = 2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}$$

 Fy = Esfuerzo de fluencia del acero Fu = Resistencia a la tensión del acero Es = Módulo de elasticidad del acero

Características del acero de refuerzo ASTM A615 Grade 60

$$F_{yr} = 4,218.418 \frac{kg}{cm^2} ; F_{ur} = 6,327.6266 \frac{kg}{cm^2} ; E_{sr} = 2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}$$

F_{yr} = Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo

F_{ur} = Resistencia a la tensión del acero de refuerzo

E_{sr} = Módulo de elasticidad del acero de refuerzo

Se colocaron 8 varillas de refuerzo del #10, con un espaciamiento de 28.5 cm y recubrimiento de 5cm. Donde $e_x = 6.5 \text{ cm}$ y $e_y = 6.5 \text{ cm}$. Ver figuras 4.15 y 4.16

$$A_{sr} = \left(\frac{10}{8} \cdot (2.54 \text{ cm}) \cdot 0.5 \right)^2 \cdot \pi = 7.917 \text{ cm}^2$$

$$A_{sr\text{total}} = 8 \cdot \left(\frac{10}{8} \cdot (2.54 \text{ cm}) \cdot 0.5 \right)^2 \cdot \pi = 63.338 \text{ cm}^2$$

$$I_{sr} = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi (1.587)^4}{4} = 4.988 \text{ cm}^4$$

$$I_{sr\text{total}} = \frac{\pi r^4}{4} \cdot \text{núm. barras ref.} = \frac{\pi (1.587)^4}{4} \cdot 8 = 39.906 \text{ cm}^4$$

$$I_{srx} = I_{sr\text{total}} + 6(\pi (1.587 \text{ cm})^2)(0.5 h - e_y)^2 = 38,624.888 \text{ cm}^4$$

$$I_{sry} = I_{sr\text{total}} + 6(\pi (1.587 \text{ cm})^2)(0.5 b - e_x)^2 = 38,624.888 \text{ cm}^4$$

A_{sr} = Área del acero de refuerzo por barra

$A_{sr\text{total}}$ = Área del acero de refuerzo total de la sección compuesta

I_{sr} = Momento de inercia del acero de refuerzo por barra

$I_{sr\text{total}}$ = Momento de inercia de la totalidad del acero de refuerzo

I_{srx} = Momento de inercia del acero de refuerzo alrededor del eje "X"

I_{sry} = Momento de inercia del acero de refuerzo alrededor del eje "Y"

4.2.1 Caso 1 rigidez axial efectiva de la sección compuesta SRC

Condiciones de apoyo: Columna empotrada en su base.

La columna estará sometida a una carga axial $P = 550 t$

La carga axial está aplicada en el centroide de la columna compuesta, esta carga axial es distribuida mediante un diafragma rígido, este permite una aplicación uniforme de la fuerza en cada uno de los nodos del mallado de la cara superior. Ver figura 4.17

A continuación se muestra el modelo realizado en el programa de cómputo **MIDAS FEA** de *Bowerbird Ingeniería*.

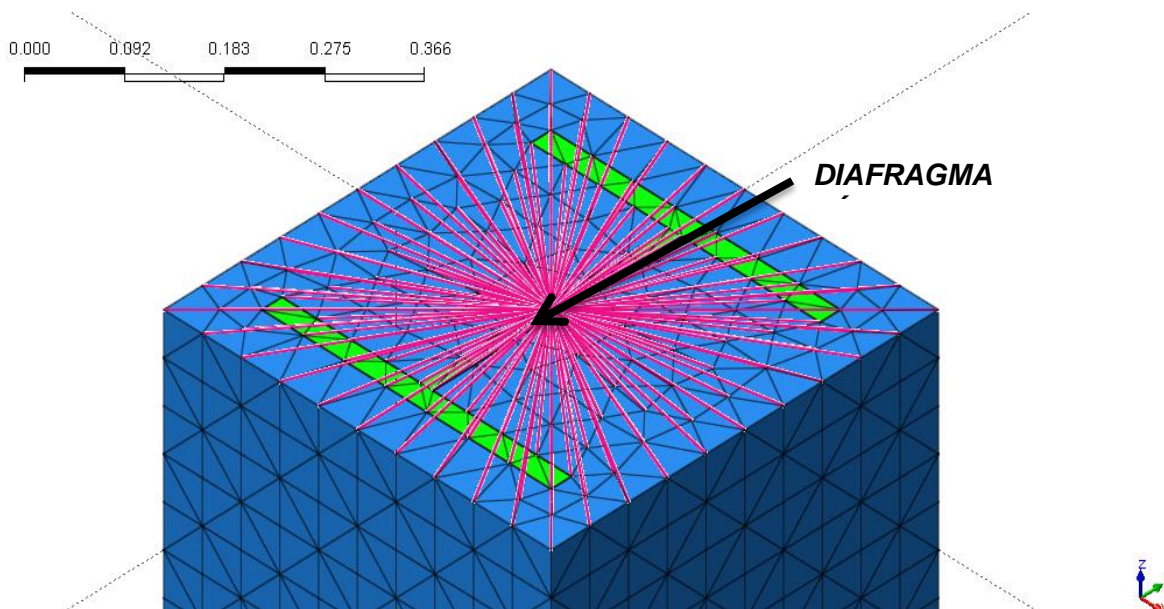


Figura 4.17.- Diafragma rígido aplicado a la sección compuesta

Se aplica un coeficiente de reducción al producto establecido por el módulo de elasticidad del concreto y su momento de inercia. A continuación se muestra la ecuación que se utilizó para calcular el coeficiente C .

$$C = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_s + A_c} \right)$$

A_s = Área de la sección de acero

A_c = Área de la sección de concreto donde $A_c = A_g - A_s - A_{sr\ total}$

$$C = 0.1 + 2 \left(\frac{121.152 \text{ cm}^2}{121.152 \text{ cm}^2 + 4,715.509 \text{ cm}^2} \right) = 0.15$$

Se obtuvieron los siguientes desplazamientos en la sección compuesta debido a la carga axial. Ver figura 4.18

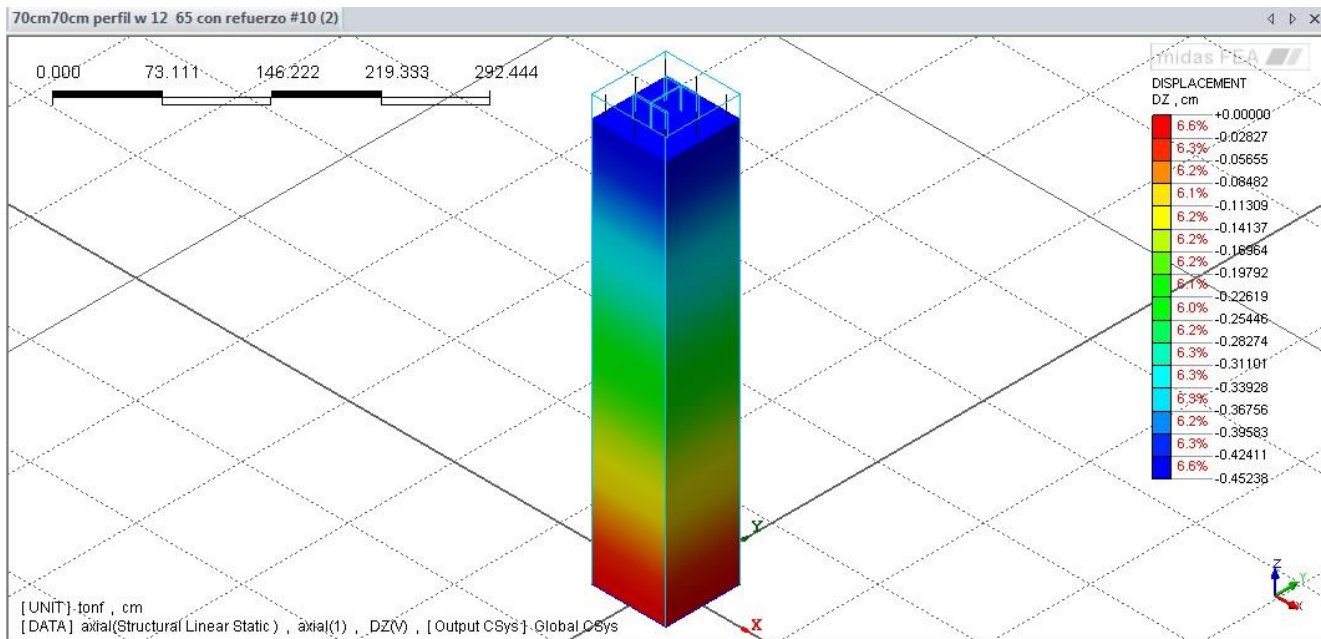


Figura 4.18.- Desplazamiento vertical debido a la carga axial

El desplazamiento máximo obtenido en la sección compuesta es de $\Delta_z = -0.45238 \text{ cm}$

La rigidez axial de la columna compuesta es:

$$\frac{P}{\Delta_z} = \frac{EA}{L} = \frac{(550,000 \text{ kg})}{0.45238 \text{ cm}} = 1,215,792.03 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$$

La rigidez axial efectiva es:

$$\frac{PL}{\Delta_z} = EA_{eff} = \frac{(550 t) \cdot (400 cm)}{0.45238 cm} = 486 316.8 t$$

4.2.2 Caso 2 rigidez a flexión efectiva sobre el eje "X" (Normatividad AISC)

Condiciones de apoyo: Columna empotrada en su base y apoyo fijo en el extremo superior de la columna, el cual impide los desplazamientos laterales y permite sólo el giro alrededor de "X".

La columna estará sometida a un momento flexionante alrededor del eje "X".

$$M_x = 150 t \cdot m$$

El momento flexionante está aplicado en el centroide de la cara superior de la columna compuesta, el momento es aplicado mediante un diafragma rígido, este transmitirá equitativamente el momento a la sección compuesta, generando una deformación uniforme. Ejemplo modelado con la normatividad ANSI AISC 360-10.

Se aplicó un coeficiente de reducción al producto dado por el módulo de elasticidad del concreto y su momento de inercia, basado en la normatividad del ANSI AISC 360-10, el cual involucra la relación entre el área de acero de la sección y el área de concreto. A continuación se muestra la ecuación que se utilizó para calcular el coeficiente C_1 .

$$C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_s + A_c} \right) \leq 0.3$$

A_s = Área de la sección de acero

A_c = Área de la sección de concreto donde $A_c = A_g - A_s - A_{sr total}$

$$C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{121.152 cm^2}{121.152 cm^2 + 4,715.509 cm^2} \right) = 0.15$$

La normatividad ANSI AISC 360-10 menciona que se tomará sólo el 0.5 del producto establecido por módulo de elasticidad del acero de refuerzo y su momento de inercia. Teniendo estos dos factores de reducción conforme al AISC se lleva a cabo el análisis de la columna compuesta mediante el método del elemento finito.

Aplicando el momento flexionante alrededor del eje “X”, se obtuvieron los siguientes desplazamientos angulares θ_x . Ver figura 4.19

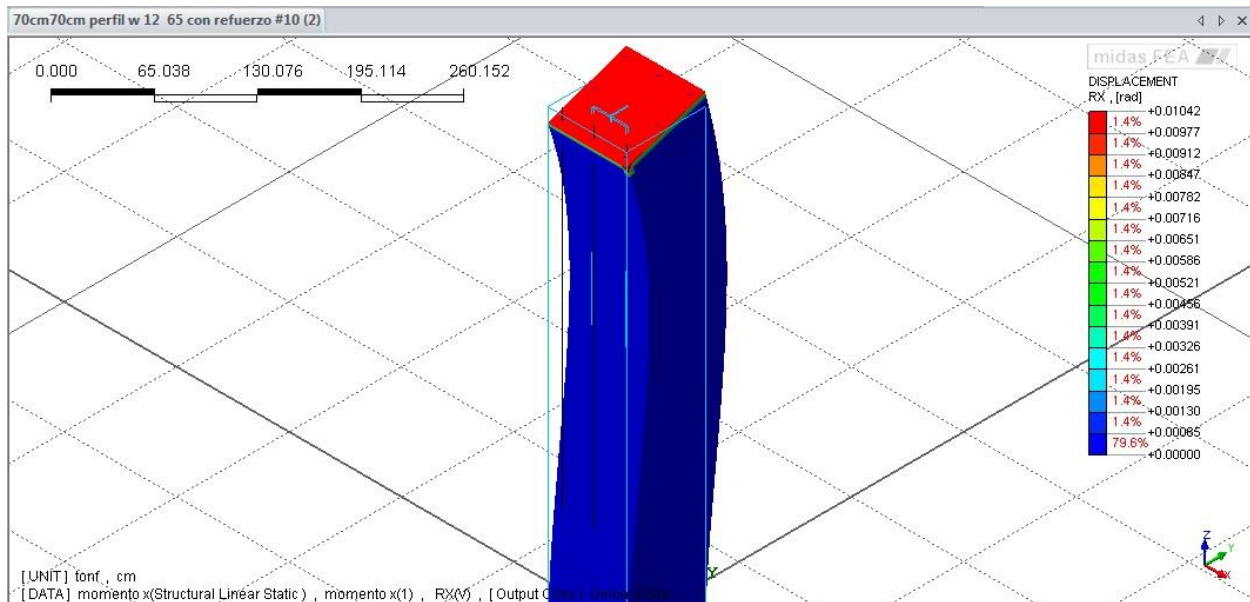


Figura 4.19.- Giro debido al momento flexionante en “X” (Normatividad AISC)

El desplazamiento angular máximo obtenido alrededor de “X” en la sección compuesta es de $\theta_x = 0.01042 \text{ rad}$

Calculando la rigidez a flexión alrededor del eje “X” de la columna compuesta:

$$\frac{4EI_x}{L} = \frac{M_x}{\theta_x} = \frac{(15,000,000 \text{ kg} \cdot \text{cm})}{0.01042} = 1,439,539,347 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 14 \text{ 395.39 t} \cdot \text{m}$$

Cálculo de la rigidez efectiva a flexión, tomando los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito.

$$\frac{M_x L}{4 \cdot \theta_x} = EI_{x\text{eff}} = \frac{(150 \text{ t} \cdot \text{m}) \cdot (4 \text{ m})}{4 \cdot 0.01042} = 14 \text{ 395.39 t} \cdot \text{m}^2$$

4.2.3 Caso 3 rigidez a flexión efectiva sobre el eje “X” (Normatividad ACI)

En este caso, se aplicarán las mismas condiciones de modelado para analizar la rigidez efectiva de la sección compuesta, cambiando la normatividad a ACI 318-11. El código ACI 318-11, menciona que se tomará un factor de reducción de 0.2 sólo para el producto establecido por el módulo de elasticidad del concreto y su momento de inercia.

Aplicando el momento flexionante alrededor del eje “X”, se obtuvieron los siguientes desplazamientos angulares θ_x . Ver figura 4.20

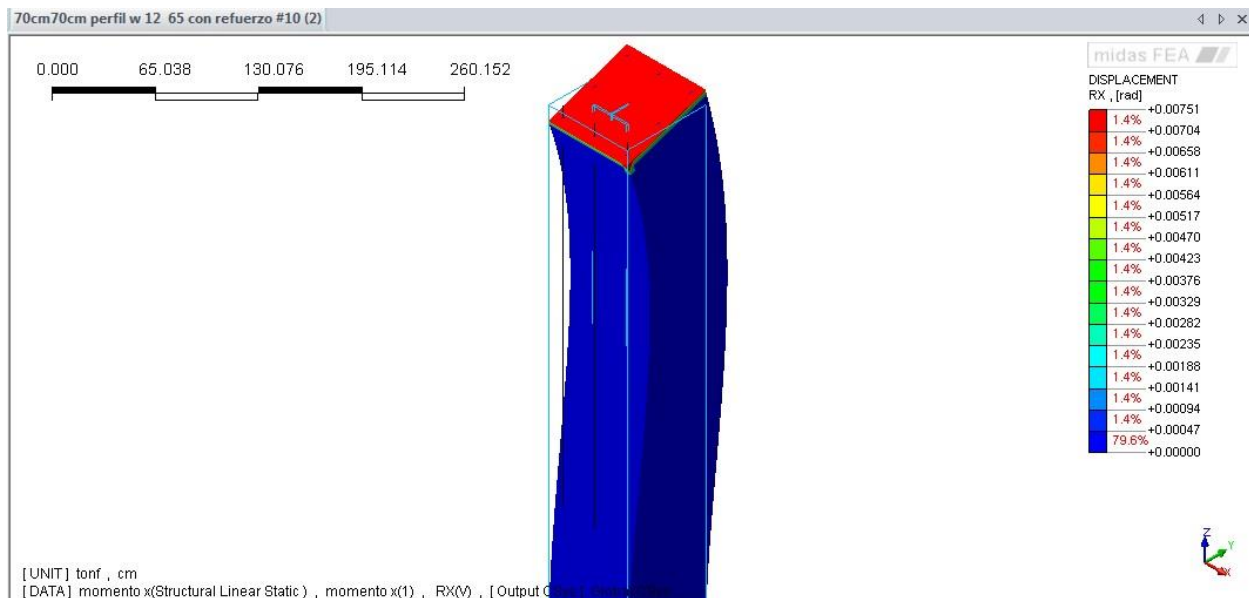


Figura 4.20.- Giro debido al momento flexionante en “X” (Normatividad ACI)

El desplazamiento angular máximo obtenido alrededor de “X” en la sección compuesta es de $\theta_x = 0.00751 \text{ rad}$

Calculando la rigidez a flexión alrededor del eje “X” de la columna compuesta:

$$\frac{4EI_x}{L} = \frac{M_x}{\theta_x} = \frac{(15,000,000 \text{ kg} \cdot \text{cm})}{0.00751} = 1,997,336,884 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 19,973.36 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Cálculo de la rigidez efectiva a flexión, tomando en cuenta los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito.

$$\frac{M_x L}{4 \cdot \theta_x} = EI_{x_{eff}} = \frac{(150 \text{ t} \cdot \text{m}) \cdot (4 \text{ m})}{4 \cdot 0.00751} = 19,973.36 \text{ t} \cdot \text{m}^2$$

4.2.4 Caso 4 rigidez a flexión efectiva sobre el eje “Y” (Normatividad AISC)

Condiciones de apoyo: Columna empotrada en su base y apoyo fijo en el extremo superior de la columna, el cual impide los desplazamientos laterales y permite sólo el giro alrededor de “Y”.

La columna estará sometida a un momento flexionante alrededor del eje “Y”.

$$M_y = 150 t \cdot m$$

El momento flexionante está aplicado en el centroide de la cara superior de la columna compuesta, el momento es aplicado mediante un diafragma rígido, este transmitirá equitativamente el momento a la sección compuesta, generando una deformación uniforme. Ejemplo modelado con la normatividad bajo ANSI AISC 360-10 y con los coeficientes correspondientes mencionados en 4.2.2.

Aplicando el momento flexionante alrededor del eje “Y”, se obtuvieron los siguientes desplazamientos angulares. Ver figura 4.21

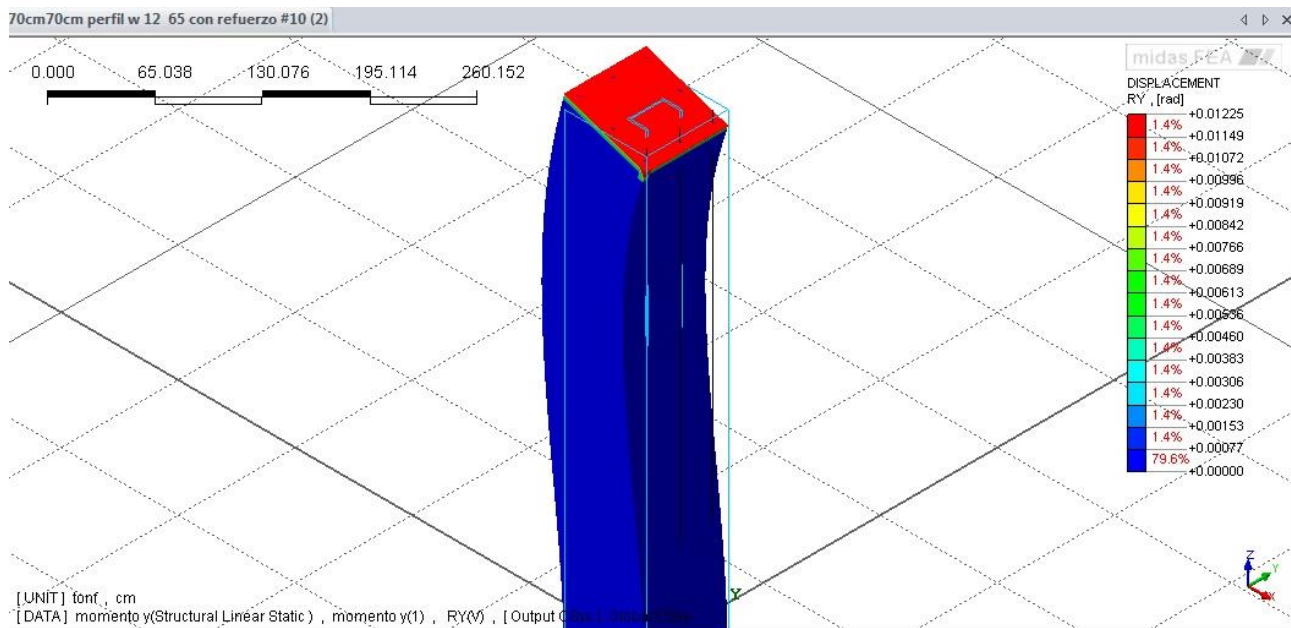


Figura 4.21.- Giro debido al momento flexionante en “Y” (Normatividad AISC)

El desplazamiento angular máximo obtenido alrededor de “Y” en la sección compuesta es de $\theta_y = 0.01225 \text{ rad}$

Calculando la rigidez a flexión alrededor del eje “Y” de la columna compuesta:

$$\frac{4EI_y}{L} = \frac{M_y}{\theta_y} = \frac{(15,000,000 \text{ kg} \cdot \text{cm})}{0.01225} = 1,224,489,796 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 12,244.89 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Cálculo de la rigidez efectiva a flexión, tomando los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito.

$$\frac{M_y L}{4 \cdot \theta_y} = EI_{y_{eff}} = \frac{(150 \text{ t} \cdot \text{m}) \cdot (4 \text{ m})}{4 \cdot 0.01225} = 12,244.89 \text{ t} \cdot \text{m}^2$$

4.2.5 Caso 5 rigidez a flexión efectiva sobre el eje “Y” (Normatividad ACI)

En este caso, se aplicarán las mismas condiciones de modelado para analizar la rigidez efectiva de la sección compuesta, cambiando la normatividad a ACI 318-11 con el factor de reducción mencionado en 4.2.3.

Aplicando el momento flexionante alrededor del eje “Y”, se obtuvieron los siguientes desplazamientos angulares θ_y . Ver figura 4.22

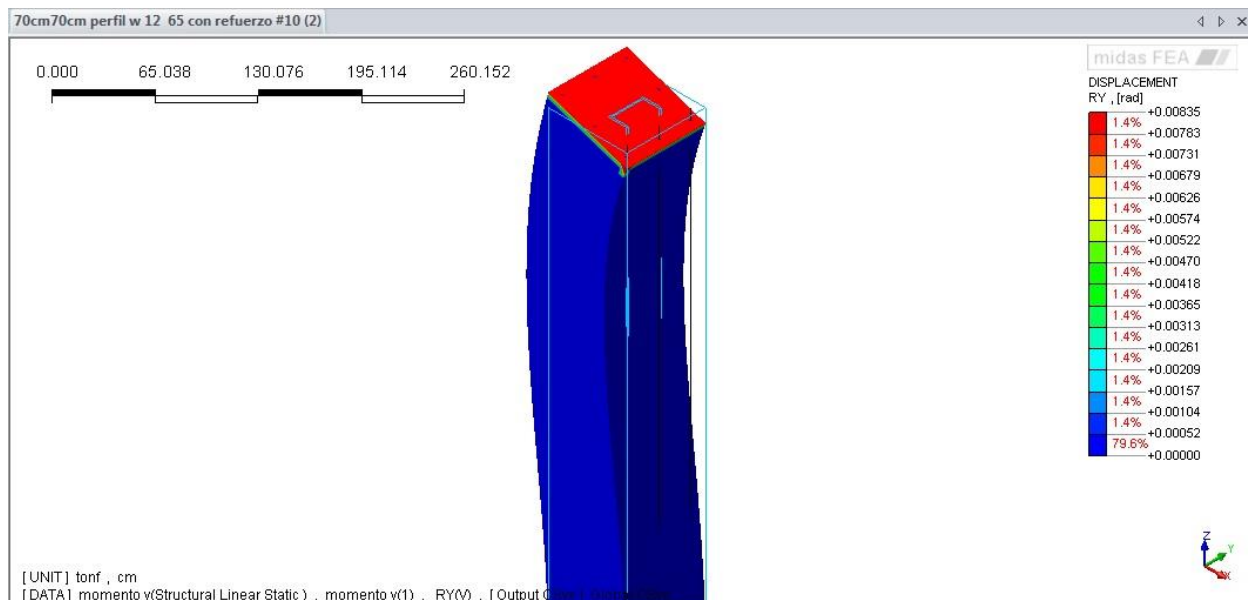


Figura 4.22.- Giro debido al momento flexionante en “Y” (Normatividad ACI)

El desplazamiento angular máximo obtenido alrededor de “Y” en la sección compuesta es de $\theta_y = 0.00835 \text{ rad}$

Calculando la rigidez a flexión alrededor del eje “Y” de la columna compuesta:

$$\frac{4EI_y}{L} = \frac{M_y}{\theta_y} = \frac{(15,000,000 \text{ kg} \cdot \text{cm})}{0.00835} = 1,796,407,186 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 17,964.07 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Cálculo de la rigidez efectiva a flexión, tomando los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito.

$$\frac{M_y L}{4 \cdot \theta_y} = EI_{y_{eff}} = \frac{(150 \text{ t} \cdot \text{m}) \cdot (4 \text{ m})}{4 \cdot 0.00835} = 17,964.07 \text{ t} \cdot \text{m}^2$$

4.2.6 Caso 6 rigidez lateral efectiva sobre el eje “Y” (Normatividad AISC)

Condiciones de apoyo: Columna empotrada en su base y apoyo móvil en el extremo superior de la columna, el cual impide los giros y permite sólo el desplazamiento lineal sobre el eje “Y”.

La columna estará sometida a una fuerza lateral sobre el eje “Y”

$$P_{yLAT} = 100 \text{ t}$$

El elemento estructural estará modelado bajo las mismas condiciones de normatividad contempladas en el análisis de la rigidez efectiva del 4.2.2.

La fuerza lateral está aplicada en el centroide de la cara superior de la columna, paralela al eje “Y”, la fuerza está aplicada mediante un diafragma rígido, generando una distribución uniforme de la fuerza. Ver figura 4.23

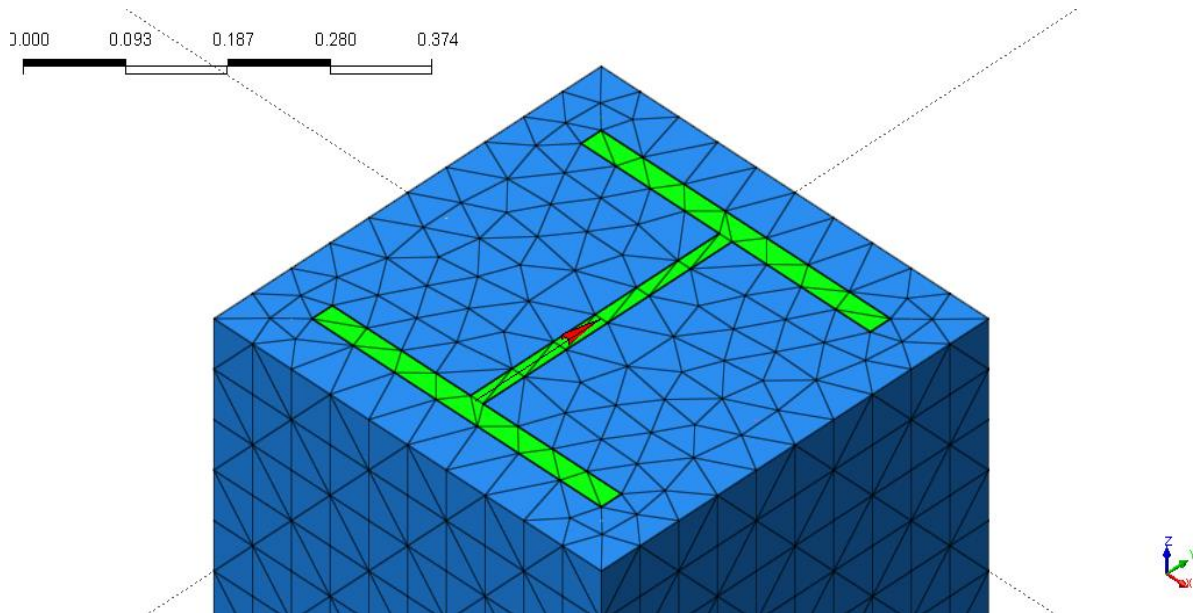


Figura 4.23.- Fuerza aplicada paralela al eje “Y”

Aplicando al modelo la fuerza lateral sobre “Y”, bajo la normatividad ANSI AISC 360-10, se obtuvieron los siguientes desplazamientos laterales. Ver figura 4.24

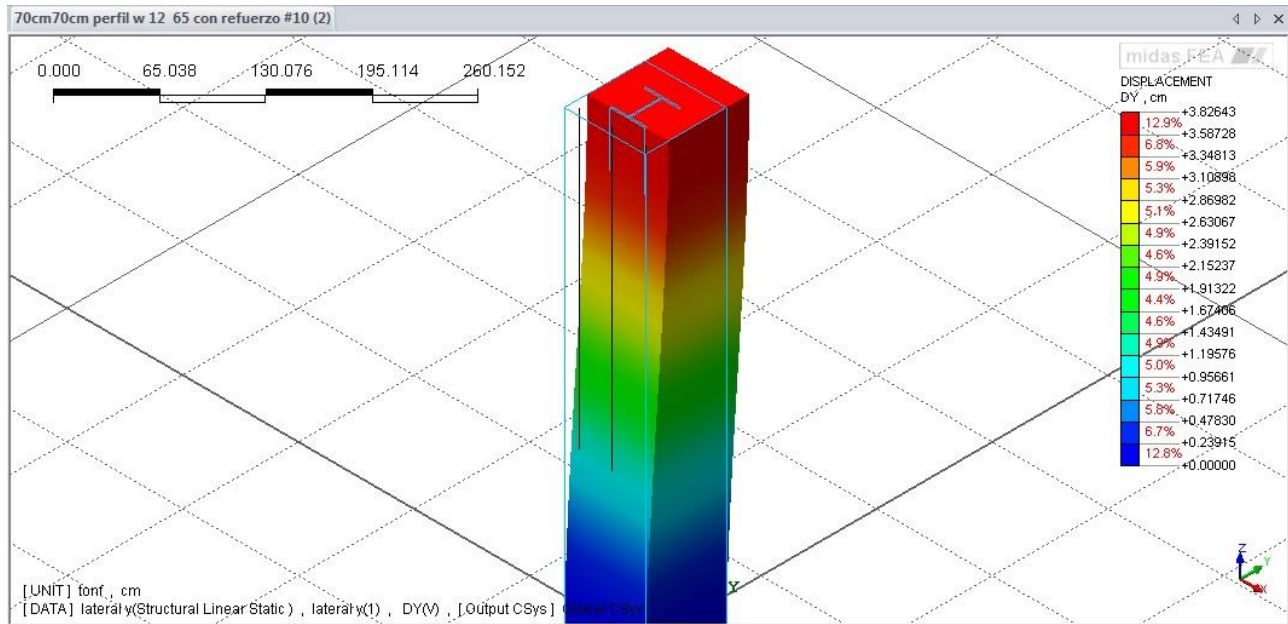


Figura 4.24.- Desplazamientos laterales sobre el eje “Y” (Normatividad AISC)

El desplazamiento lateral máximo obtenido en la sección compuesta es $\Delta_y = 3.82643 \text{ cm}$

Calculando la rigidez lateral sobre el eje “Y” de la columna compuesta:

$$\frac{12EI_x}{L^3} = \frac{P_{yLAT}}{\Delta_y} = \frac{100,000 \text{ kg}}{3.82643 \text{ cm}} = 26,134.02 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} = 2,613.4 \frac{\text{t}}{\text{m}}$$

Cálculo de la rigidez lateral efectiva, tomando los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito

$$\frac{P_{yLAT} \cdot L^3}{12 \cdot \Delta_y} = EI_{x_{eff}} = \frac{(100 \text{ t}) \cdot (4 \text{ m})^3}{12 \cdot 0.0382643 \text{ m}} = 13,938.144 \text{ t} \cdot \text{m}^2$$

4.2.7 Caso 7 la rigidez lateral efectiva sobre el eje “Y” (Normatividad ACI)

En este caso, se aplican las mismas condiciones a la columna compuesta, para obtener la rigidez lateral sobre “Y”, cambiando sólo la normatividad para analizarla bajo el código ACI 318-11.

Aplicando al modelo la fuerza lateral sobre “Y”, bajo la normatividad ACI 318-11, se obtuvieron los siguientes desplazamientos laterales. Ver figura 4.25

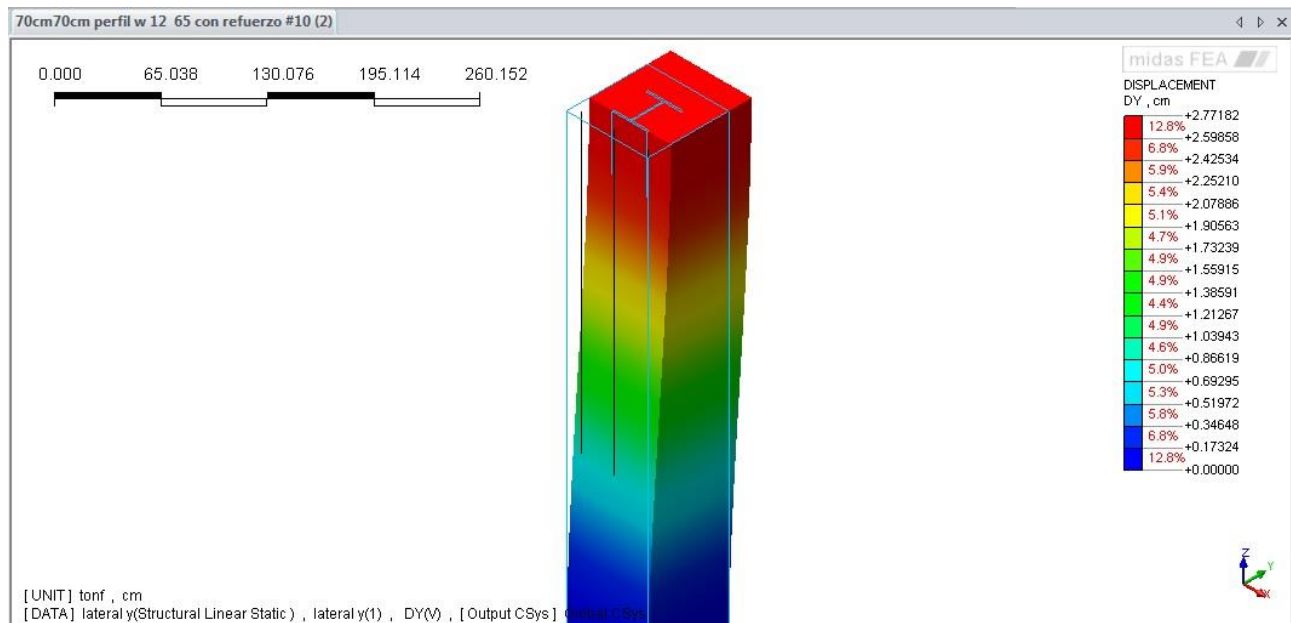


Figura 4.25.- Desplazamientos laterales sobre el eje “Y” (Normatividad ACI)

El desplazamiento lateral máximo obtenido en la sección compuesta es $\Delta_y = 2.77182\text{cm}$

Calculando la rigidez lateral sobre el eje "Y" de la columna compuesta:

$$\frac{12EI_x}{L^3} = \frac{P_{yLAT}}{\Delta_y} = \frac{100,000 \text{ kg}}{2.77182 \text{ cm}} = 36,077.37 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} = 3,607.73 \frac{\text{t}}{\text{m}}$$

Cálculo de la rigidez lateral efectiva, tomando los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito.

$$\frac{P_{yLAT} \cdot L^3}{12 \cdot \Delta_y} = EI_{xeff} = \frac{(100 \text{ t}) \cdot (4 \text{ m})^3}{12 \cdot 0.0277182 \text{ m}} = 19,241 \text{ t} \cdot \text{m}^2$$

4.2.8 Caso 8 rigidez lateral efectiva sobre el eje "X" (Normatividad AISC)

Condiciones de apoyo: Columna empotrada en su base y apoyo móvil en el extremo superior de la columna, el cual impide los giros y permite sólo el desplazamiento lineal sobre el eje "X".

La columna estará sometida a una fuerza lateral sobre el eje "X"

$$P_{xLAT} = 100 \text{ t}$$

La fuerza lateral está aplicada en el centroide de la cara superior de la columna, paralela al eje "X", la fuerza está aplicada mediante un diafragma rígido, generando una distribución uniforme de la fuerza en la columna. Ver figura 4.26

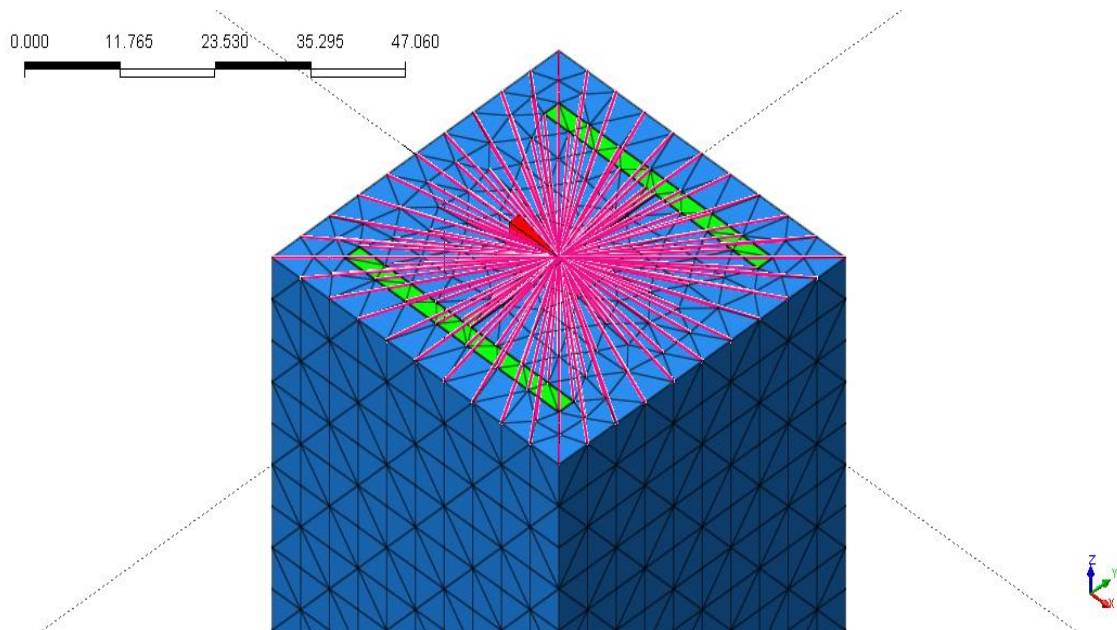


Figura 4.26.- Fuerza aplicada paralela al eje "X"

Aplicando al modelo la fuerza lateral sobre "X", bajo la normatividad ANSI AISC 360-10, se obtuvieron los siguientes desplazamientos laterales. Ver figura 4.27

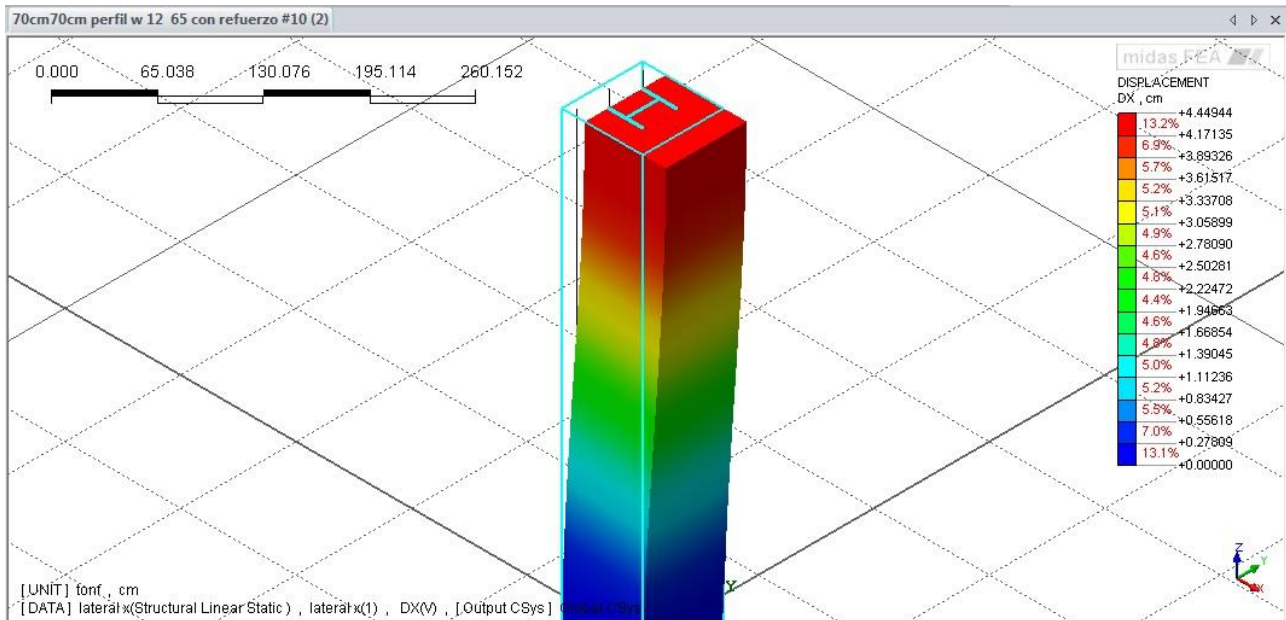


Figura 4.27.- Desplazamientos laterales sobre el eje "X" (Normatividad AISC)

El desplazamiento lateral máximo obtenido en la sección compuesta es $\Delta_x = 4.4494 \text{ cm}$

Calculando la rigidez lateral sobre el eje "X" de la columna compuesta:

$$\frac{12EI_y}{L^3} = \frac{P_{xLAT}}{\Delta_x} = \frac{100,000 \text{ kg}}{4.4494 \text{ cm}} = 22\,474.94 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} = 2\,247.49 \frac{\text{t}}{\text{m}}$$

Cálculo de la rigidez lateral efectiva, tomando los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito.

$$\frac{P_{xLAT} \cdot L^3}{12 \cdot \Delta_x} = EI_{y\text{eff}} = \frac{(100 \text{ t}) \cdot (4 \text{ m})^3}{12 \cdot 0.044494 \text{ m}} = 11,986.63 \text{ t} \cdot \text{m}^2$$

4.2.9 Caso 9 rigidez lateral efectiva sobre el eje "X" (Normatividad ACI)

En este caso, se aplican las mismas condiciones a la columna compuesta, para obtener la rigidez lateral sobre "X", cambiando sólo la normatividad para analizarla bajo el código ACI 318-11.

Aplicando al modelo la fuerza lateral sobre "X", bajo la normatividad ACI 318-11, se obtuvieron los siguientes desplazamientos laterales. Ver figura 4.28

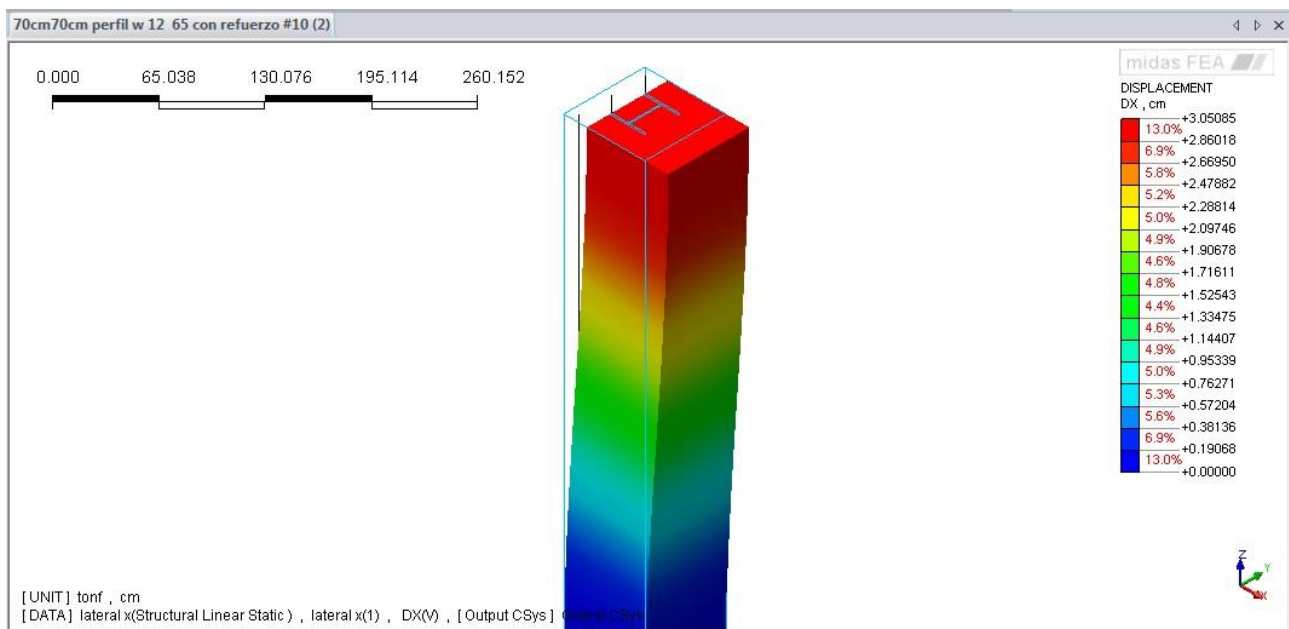


Figura 4.28.- Desplazamientos laterales sobre el eje "X" (Normatividad ACI)

El desplazamiento lateral máximo obtenido en la sección compuesta es $\Delta_x = 3.05085\text{cm}$

Calculando la rigidez lateral sobre el eje "Y" de la columna compuesta:

$$\frac{12EI_y}{L^3} = \frac{P_{xLAT}}{\Delta_x} = \frac{100,000 \text{ kg}}{3.05085 \text{ cm}} = 32,777.75 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} = 3,277.77 \frac{\text{t}}{\text{m}}$$

Cálculo de la rigidez lateral efectiva, tomando los resultados obtenidos mediante al análisis de elemento finito.

$$\frac{P_{xLAT} \cdot L^3}{12 \cdot \Delta_x} = EI_{y\text{eff}} = \frac{(100 \text{ t}) \cdot (4 \text{ m})^3}{12 \cdot 0.0305085 \text{ m}} = 17,481 \text{ t} \cdot \text{m}^2$$

Tabla 4.3 Desplazamientos obtenidos mediante el método de elemento finito (2), del caso 1 al caso 9 de los subcapítulos 4.2.1 al 4.2.9

Columna Compuesta	Desplazamiento Vertical MEF	Comportamiento de la sección compuesta	(cm)
	Δz		-0.45238

Desplazamiento Angular MEF	Comportamiento de la sección compuesta	Normatividad	(rad)	Desplazamiento Lateral MEF	Comportamiento de la sección compuesta	Normatividad	(cm)
θ_x		AISC	0.01042	Δx		AISC	4.4494
		ACI	0.00751			ACI	3.0508
θ_y		AISC	0.01225	Δy		AISC	3.82643
		ACI	0.00835			ACI	2.77182

Tabla 4.4 Comparación de las rigideces efectivas, obtenidas mediante el método de elemento finito (2), del caso 1 al caso 9 de los subcapítulos 4.2.1 al 4.2.9

Columna Compuesta	Rigidez por MEF	Condiciones de la sección compuesta	Normatividad	(t·m ²)	%Variación
	<i>Rigidez a flexión efectiva en "X"</i>		AISC	14,395	27.9%
			ACI	19,973	
	<i>Rigidez a flexión efectiva en "Y"</i>		AISC	12,244	31.8%
			ACI	17,964	
	<i>Rigidez lateral efectiva en "X"</i>		AISC	13,938	27.6%
			ACI	19,241	
	<i>Rigidez lateral efectiva en "Y"</i>		AISC	11,986	31.4%
			ACI	17,481	

	Rigidez por MEF	Condiciones de la sección compuesta	(t)
	<i>Rigidez axial efectiva</i>		486,316

Capítulo 5.- Ejemplos y comparación de resultados

En este capítulo se realizará el análisis de las secciones compuestas bajo la normatividad correspondiente, en base a las mismas secciones que se analizaron en el Capítulo 4, es decir, se calculará la rigidez efectiva de las secciones compuestas por normatividad ANSI/AISC 360-10 y ACI 318-11, con el fin de comparar los resultados, contra los obtenidos por elemento finito en el capítulo anterior.

5.1 Características y Geometría de la columna compuesta (3) a estudiar

Retomando la sección compuesta del subcapítulo 4.1. Figura 5.1

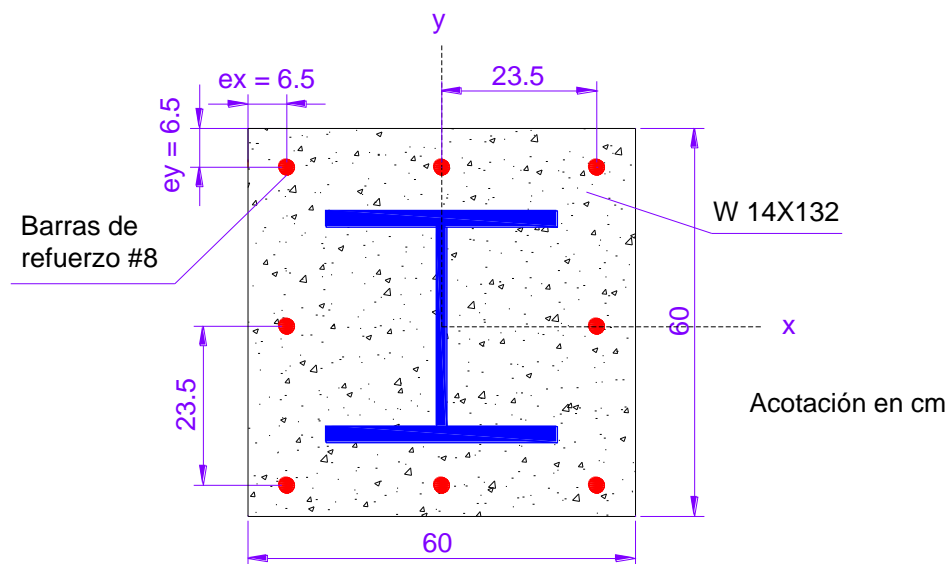


Figura 5.1.- Columna compuesta SRC

Dimensiones de la sección de la columna de concreto

$$L = 426 \text{ cm}$$

$$b = 60 \text{ cm} \quad ; \quad h = 60 \text{ cm} \quad ; \quad I_g = \frac{b \cdot h^3}{12} = 1,080,000 \text{ cm}^4$$

$$A_g = b \cdot h = 3,600 \text{ cm}^2$$

L = Longitud de la columna

b = Base de la sección

h = Altura de la sección

I_g = Momento de inercia de la sección bruta

A_g = Área de la sección bruta

Dimensiones de la sección de acero

Perfil W14X132

$$D = 37.24\text{cm} \quad I_{sx} = 63,233.162 \text{ cm}^4$$

$$B = 37.4 \text{ cm} \quad I_{sy} = 22,820.463 \text{ cm}^4$$

$$tw = 1.638 \text{ cm} \quad A_s = 248.106 \text{ cm}^2$$

$$tf = 2.616\text{cm}$$

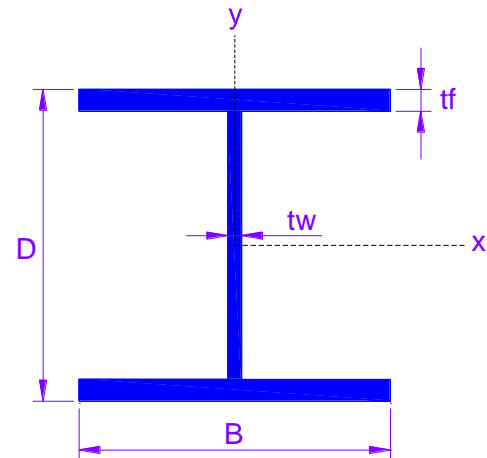


Figura 5.2.- Acotaciones del perfil

 I_{sx} = Momento de inercia de la sección de acero alrededor del eje "X" I_{sy} = Momento de inercia de la sección de acero alrededor del eje "Y" A_s = Área de la sección de acero

Características del concreto

$$f'c = 250 \frac{kg}{cm^2} \quad ; \quad E_c = 239,660 \frac{kg}{cm^2}$$

 E_c = Módulo de elasticidad del concreto $f'c$ = Resistencia a compresión del concreto

Características del acero estructural A-50

$$Fy = 3,515.3481 \frac{kg}{cm^2} \quad ; \quad Fu = 4,569.9526 \frac{kg}{cm^2} \quad ; \quad Es = 2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}$$

 Fy = Esfuerzo de fluencia del acero Fu = Resistencia a la tensión del acero Es = Módulo de elasticidad del acero

Características del acero de refuerzo ASTM A615 Grade 60

$$F_{yr} = 4,218.418 \frac{kg}{cm^2} ; \quad F_{ur} = 6,327.6266 \frac{kg}{cm^2} ; \quad E_{sr} = 2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}$$

F_{yr} = Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo

F_{ur} = Resistencia a la tensión del acero de refuerzo

E_{sr} = Módulo de elasticidad del acero de refuerzo

Se colocaron 8 varillas de refuerzo del #8, con un espaciamiento de 23.5 cm y recubrimiento de 5cm. Donde $e_x = 6.5 \text{ cm}$ y $e_y = 6.5 \text{ cm}$. Ver figuras 5.1 y 5.2

$$A_{sr} = \left(\frac{8}{8} \cdot (2.54 \text{ cm}) \cdot 0.5 \right)^2 \cdot \pi = 5.067 \text{ cm}^2$$

$$A_{sr\text{total}} = 8 \cdot \left(\frac{8}{8} \cdot (2.54 \text{ cm}) \cdot 0.5 \right)^2 \cdot \pi = 40.537 \text{ cm}^2$$

$$I_{sr} = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi (1.27 \text{ cm})^4}{4} = 2.04317 \text{ cm}^4$$

$$I_{sr\text{total}} = \frac{\pi r^4}{4} \cdot \text{núm. barras ref.} = \frac{\pi (1.27 \text{ cm})^4}{4} \cdot 8 = 16.34 \text{ cm}^4$$

$$I_{srx} = I_{sr\text{total}} + 6(\pi (1.27 \text{ cm})^2)(0.5 h - e_y)^2 = 16,806.098 \text{ cm}^4$$

$$I_{sry} = I_{sr\text{total}} + 6(\pi (1.27 \text{ cm})^2)(0.5 b - e_x)^2 = 16,806.098 \text{ cm}^4$$

A_{sr} = Área del acero de refuerzo por barra

$A_{sr\text{total}}$ = Área del acero de refuerzo total de la sección compuesta

I_{sr} = Momento de inercia del acero de refuerzo por barra

$I_{sr\text{total}}$ = Momento de inercia de la totalidad del acero de refuerzo

I_{srx} = Momento de inercia del acero de refuerzo en "X"

I_{sry} = Momento de inercia del acero de refuerzo en "Y"

5.1.1 Caso 1 rigidez axial efectiva

La columna estará sometida a una carga axial $P = 350 t$

La carga axial se considera aplicada en el centroide de la columna compuesta y empotrada en su base.

Se aplica un coeficiente de reducción al producto establecido por el módulo de elasticidad del concreto y su momento de inercia, a continuación se muestra la ecuación que se utilizó para calcular el coeficiente C .

$$C = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_s + A_c} \right)$$

A_s = Área de la sección de acero

A_c = Área de la sección de concreto donde $A_c = A_g - A_s - A_{sr\ total}$

$$C = 0.1 + 2 \left(\frac{248.106 \text{ cm}^2}{248.106 \text{ cm}^2 + 3,311.357 \text{ cm}^2} \right) = 0.239$$

A continuación se calcula la rigidez axial de la columna

$$EA_{eff} = E_s A_s + 0.5 E_{sr} A_{sr\ total} + C E_c A_c$$

$$\text{donde } A_c = 3600 \text{ cm}^2 - 248.106 \text{ cm}^2 - 40.537 \text{ cm}^2 = 3,311.357 \text{ cm}^2$$

En la ecuación de la rigidez axial efectiva EA_{eff} , se toma sólo la mitad del producto establecido por el módulo de elasticidad del acero de refuerzo y su momento de inercia, de igual forma como se aplicó en el análisis por elemento finito en los subcapítulos 4.1.1 y 4.2.1.

$$EA_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) (248.106 \text{ cm}^2) + 0.5 \left(2,038,901.9 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) (40.537 \text{ cm}^2) + 0.239 \left(239,660 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) (3,311.357 \text{ cm}^2) = 736,858 t$$

$$\Delta_z = \frac{PL}{EA_{eff}} = \frac{(350 t) \cdot (426 \text{ cm})}{736,858 t} = 0.2023 \text{ cm}$$

5.1.2 Caso 2 rigidez a flexión efectiva sobre el eje "X"

Condiciones de apoyo: La columna se considera empotrada en su base y sólo tendrá permitido el grado de libertad o giro alrededor del eje "X".

La columna estará sometida a un momento flexionante alrededor del eje "X".

$$M_x = 150 t \cdot m$$

El momento flexionante está aplicado en el centroide del extremo superior de la columna compuesta.

A continuación se muestran las ecuaciones de la normatividad elegida para columnas SRC.

Normatividad ANSI AISC 360 – 10

$$EI_{eff} = E_s I_s + 0.5 E_s I_{sr} + C_1 E_c I_c$$

$$\text{donde } C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3$$

Normatividad ACI 318 (2011)

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d es la relación entre la máxima carga muerta axial factorizada y la carga axial total factorizada

Cálculo de rigidez a flexión efectiva en "X", bajo normatividad ANSI AISC 360 - 10

$$EI_{eff} = E_s I_{sx} + 0.5 E_s I_{srx} + C_1 E_c I_{cx}$$

$$C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3 = 0.1 + 2 \left(\frac{248.106 \text{ cm}^2}{248.106 \text{ cm}^2 + 3,311.357 \text{ cm}^2} \right) = 0.239$$

I_{cx} = Momento de inercia de la sección de concreto alrededor del eje "X" = $I_g - I_{sx} - I_{srx}$

$$I_{cx} = I_g - I_{sx} - I_{srx} = 1,080,000 \text{ cm}^4 - 63,233.162 \text{ cm}^4 - 16,806.098 \text{ cm}^4 = 990,960.74 \text{ cm}^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(63,233.162 cm^4) + 0.5 \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(16,806.098 cm^4) \\ + 0.239 \left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right)(990,960.74 cm^4) = 203,433,016,181 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 20,343.302 t \cdot m^2$$

$$\theta_x = \frac{M_x L}{4 EI_{eff}} = \frac{(150 t \cdot m)(4.26 m)}{4 (20,343.302 t \cdot m^2)} = 0.0078527 rad$$

Cálculo de rigidez a flexión efectiva en "X", bajo normatividad ACI 318 2011

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d se contempla igual a cero, ya que el análisis está bajo una sola condición de carga

$$EI_{eff} = E_s I_{sx} + E_s I_{srx} + \frac{E_c I_{cx}}{5}$$

I_{cx} = Momento de inercia de la sección de concreto alrededor del eje "X" = $I_g - I_{sx} - I_{srx}$

$$I_{cx} = I_g - I_{sx} - I_{srx} = 1080000 cm^4 - 63233.162 cm^4 - 16806.098 cm^4 = 990 960.74 cm^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(63,233.162 cm^4) + \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(16,806.098 cm^4) \\ + \frac{\left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right)(990 960.74 cm^4)}{5} = 211,122,245,323 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 21,112 t \cdot m^2$$

$$\theta_x = \frac{M_x L}{4 EI_{eff}} = \frac{(150 t \cdot m)(4.26 m)}{4 (21,112 t \cdot m^2)} = 0.007567 rad$$

5.1.3 Caso 3 rigidez a flexión efectiva sobre el eje “Y”

Condiciones de apoyo: La columna se considera empotrada en su base y sólo tendrá permitido el grado de libertad o giro alrededor del eje “Y”.

La columna estará sometida a un momento flexionante alrededor del eje “Y”.

$$M_y = 150 \text{ t} \cdot \text{m}$$

El momento flexionante está aplicado en el centroide del extremo superior de la columna compuesta.

A continuación se muestran las ecuaciones de la normatividad elegida para columnas SRC.

Normatividad ANSI AISC 360 – 10

$$EI_{eff} = E_s I_s + 0.5 E_s I_{sr} + C_1 E_c I_c$$

$$\text{donde } C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3$$

Normatividad ACI 318 (2011)

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d es la relación entre la máxima carga muerta axial factorizada y la carga axial total factorizada

Cálculo de rigidez a flexión efectiva en “Y”, bajo normatividad ANSI AISC 360 - 10

$$EI_{eff} = E_s I_{sy} + 0.5 E_s I_{sry} + C_1 E_c I_{cy}$$

$$C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3 = 0.1 + 2 \left(\frac{248.106 \text{ cm}^2}{248.106 \text{ cm}^2 + 3,311.357 \text{ cm}^2} \right) = 0.239$$

$$I_{cy} = \text{Momento de inercia de la sección de concreto alrededor del eje "Y"} = I_g - I_{sy} - I_{sry}$$

$$I_{cy} = I_g - I_{sy} - I_{sry} = 1,080,000 \text{ cm}^4 - 22,820.463 \text{ cm}^4 - 16,806.098 \text{ cm}^4 = 1,040,373.44 \text{ cm}^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(22,820.463 cm^4) + 0.5 \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(16,806.098 cm^4) \\ + 0.239 \left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right)(1,040,373.44 cm^4) = 123,354,246,473 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 12,335.425 t \cdot m^2$$

$$\theta_x = \frac{M_x L}{4 EI_{eff}} = \frac{(150 t \cdot m)(4.26 m)}{4 (12,335.425 t \cdot m^2)} = 0.012951 rad$$

Cálculo de rigidez a flexión efectiva en "Y", bajo normatividad ACI 318 2011

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d se contempla igual a cero, ya que el análisis está bajo una sola condición de carga

$$EI_{eff} = E_s I_{sy} + E_s I_{sry} + \frac{E_c I_{cy}}{5}$$

I_{cy} = Momento de inercia de la sección de concreto alrededor del eje "X" = $I_g - I_{sy} - I_{sry}$

$$I_{cy} = I_g - I_{sy} - I_{sry} = 1,080,000 cm^4 - 22,820.463 cm^4 - 16,806.098 cm^4 = 1,040,373 cm^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(22,820.463 cm^4) + \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(16,806.098 cm^4) \\ + \frac{\left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right)(1,040,373.44 cm^4)}{5} = 130,661,812,974 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 13,066.181 t \cdot m^2$$

$$\theta_x = \frac{M_x L}{4 EI_{eff}} = \frac{(150 t \cdot m)(4.26 m)}{4 (13,066.181 t \cdot m^2)} = 0.012226 rad$$

5.1.4 Caso 4 rigidez lateral efectiva sobre el eje "Y"

Condiciones de apoyo: La columna se considera empotrada en su base y sólo tendrá permitido el grado de libertad o desplazamiento paralelo al eje "Y".

La columna estará sometida a una fuerza lateral paralela al eje "Y".

$$P_{yLAT} = 100 t$$

La fuerza lateral está aplicada en el centroide del extremo superior de la columna compuesta.

A continuación se muestran las ecuaciones de la normatividad elegida para columnas SRC.

Normatividad ANSI AISC 360 – 10

$$EI_{eff} = E_s I_s + 0.5 E_s I_{sr} + C_1 E_c I_c$$

donde $C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3$

Normatividad ACI 318 (2011)

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d es la relación entre la máxima carga muerta axial factorizada y la carga axial total factorizada

Cálculo de la rigidez lateral efectiva en "Y", bajo normatividad ANSI AISC 360 - 10

$$EI_{eff} = E_s I_{sx} + 0.5 E_s I_{srx} + C_1 E_c I_{cx}$$

$$C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3 = 0.1 + 2 \left(\frac{248.106 \text{ cm}^2}{248.106 \text{ cm}^2 + 3,311.357 \text{ cm}^2} \right) = 0.239$$

$$I_{cx} = \text{Momento de inercia de la sección de concreto alrededor del eje "X"} = I_g - I_{sx} - I_{srx}$$

$$I_{cx} = I_g - I_{sx} - I_{srx} = 1,080,000 \text{ cm}^4 - 63,233.162 \text{ cm}^4 - 16,806.098 \text{ cm}^4 = 990,960.74 \text{ cm}^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(63,233.162 cm^4) + 0.5 \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(16,806.098 cm^4) \\ + 0.239 \left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right)(990,960.74 cm^4) = 203,433,016,181 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 20,343.302 t \cdot m^2$$

$$\Delta_y = \frac{P_{yLAT} L^3}{12 EI_{eff}} = \frac{(100 t)(4.26 m)^3}{12 (20,343.302 t \cdot m^2)} = 3.1668 cm$$

Cálculo de la rigidez lateral efectiva en "Y", bajo normatividad ACI 318 2011

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d se contempla igual a cero, ya que el análisis está bajo una sola condición de carga

$$EI_{eff} = E_s I_{sx} + E_s I_{srx} + \frac{E_c I_{cx}}{5}$$

I_{cx} = Momento de inercia de la sección de concreto alrededor del eje "X" = $I_g - I_{sx} - I_{srx}$

$$I_{cx} = I_g - I_{sx} - I_{srx} = 1,080,000 cm^4 - 63,233.162 cm^4 - 16,806.098 cm^4 = 990,960.74 cm^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(63,233.162 cm^4) + \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(16,806.098 cm^4) \\ + \frac{\left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right)(990,960.74 cm^4)}{5} = 211,122,245,323 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 21,112 t \cdot m^2$$

$$\Delta_y = \frac{P_{yLAT} L^3}{12 EI_{eff}} = \frac{(100 t)(4.26 m)^3}{12 (21,112 t \cdot m^2)} = 3.0515 cm$$

5.1.5 Caso 5 rigidez lateral efectiva sobre el eje "X"

Condiciones de apoyo: La columna se considera empotrada en su base y sólo tendrá permitido el grado de libertad o desplazamiento paralelo al eje "X".

La columna estará sometida a una fuerza lateral paralela al eje "X".

$$P_{xLAT} = 100 t$$

La fuerza lateral está aplicada en el centroide del extremo superior de la columna compuesta.

A continuación se muestran las ecuaciones de la normatividad elegida para columnas SRC.

Normatividad ANSI AISC 360 – 10

$$EI_{eff} = E_s I_s + 0.5 E_s I_{sr} + C_1 E_c I_c$$

$$\text{donde } C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3$$

Normatividad ACI 318 (2011)

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d es la relación entre la máxima carga muerta axial factorizada y la carga axial total factorizada

Cálculo de rigidez lateral efectiva en "X", bajo normatividad ANSI AISC 360 - 10

$$EI_{eff} = E_s I_{sy} + 0.5 E_s I_{sry} + C_1 E_c I_{cy}$$

$$C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3 = 0.1 + 2 \left(\frac{248.106 \text{ cm}^2}{248.106 \text{ cm}^2 + 3,311.357 \text{ cm}^2} \right) = 0.239$$

$$I_{cy} = \text{Momento de inercia de la sección de concreto alrededor del eje "Y"} = I_g - I_{sy} - I_{sry}$$

$$I_{cy} = I_g - I_{sy} - I_{sry} = 1,080,000 \text{ cm}^4 - 22,820.463 \text{ cm}^4 - 16,806.098 \text{ cm}^4 = 1,040,373.44 \text{ cm}^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(22,820.463 cm^4) + 0.5 \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(16,806.098 cm^4) \\ + 0.239 \left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right)(1,040,373.44 cm^4) = 123,354,246,473 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 12,335 t \cdot m^2$$

$$\Delta_x = \frac{P_{xLAT} L^3}{12 EI_{eff}} = \frac{(100 t)(4.26 m)^3}{12 (12,335 t \cdot m^2)} = 5.223 cm$$

Cálculo de la rigidez lateral efectiva en "X", bajo normatividad ACI 318 2011

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d se contempla igual a cero, ya que el análisis está bajo una sola condición de carga

$$EI_{eff} = E_s I_{sy} + E_s I_{sry} + \frac{E_c I_{cy}}{5}$$

I_{cy} = Momento de inercia de la sección de concreto alrededor del eje "X" = $I_g - I_{sy} - I_{sry}$

$$I_{cy} = I_g - I_{sy} - I_{sry} = 1,080,000 cm^4 - 22,820.463 cm^4 - 16,806.098 cm^4 = 1,040,373.44 cm^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(22,820.463 cm^4) + \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(16,806.098 cm^4) \\ + \frac{\left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right)(1,040,373.44 cm^4)}{5} = 130,661,812,974.319 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 13,066 t \cdot m^2$$

$$\Delta_x = \frac{P_{xLAT} L^3}{12 EI_{eff}} = \frac{(100 t)(4.26 m)^3}{12 (13,066 t \cdot m^2)} = 4.931 cm$$

Tabla 5.1 Desplazamientos obtenidos mediante normatividad AISC y ACI, del caso 1 al caso 5 de los subcapítulos 5.1.1 al 5.1.5

Columna Compuesta	Desplazamiento Vertical Normatividad	Comportamiento de la sección compuesta	(cm)
	Δz		-0.2023

Desplazamiento Angular Normatividad	Comportamiento de la sección compuesta	Normatividad	(rad)	Desplazamiento Lateral Normatividad	Comportamiento de la sección compuesta	Normatividad	(cm)
θ_x		AISC	0.007852	Δx		AISC	5.223
		ACI	0.007567			ACI	4.931
θ_y		AISC	0.01295	Δy		AISC	3.1668
		ACI	0.01222			ACI	3.0515

Tabla 5.2 Comparación de las rigideces efectivas, obtenidas mediante normatividad AISC y ACI, del caso 1 al caso 9 de los subcapítulos 5.1.1 al 5.1.5

Columna Compuesta	Rigidez por Normatividad	Condiciones de la sección compuesta	Normatividad	(t·m ²)	%Variación
	Rigidez a flexión efectiva en "X"		AISC	20,343	3.6%
			ACI	21,112	
	Rigidez a flexión efectiva en "Y"		AISC	12,335	5.6%
			ACI	13,066	
	Rigidez lateral efectiva en "X"		AISC	20,343	3.6%
			ACI	21,112	
	Rigidez lateral efectiva en "Y"		AISC	12,335	5.6%
			ACI	13,066	

Columna Compuesta	Rigidez por Normatividad	Condiciones de la sección compuesta	(t)
	Rigidez axial efectiva		736,858

5.2 Características y Geometría de la columna compuesta (4) a estudiar

Retomando la sección compuesta del subcapítulo 4.2. Figura 5.3

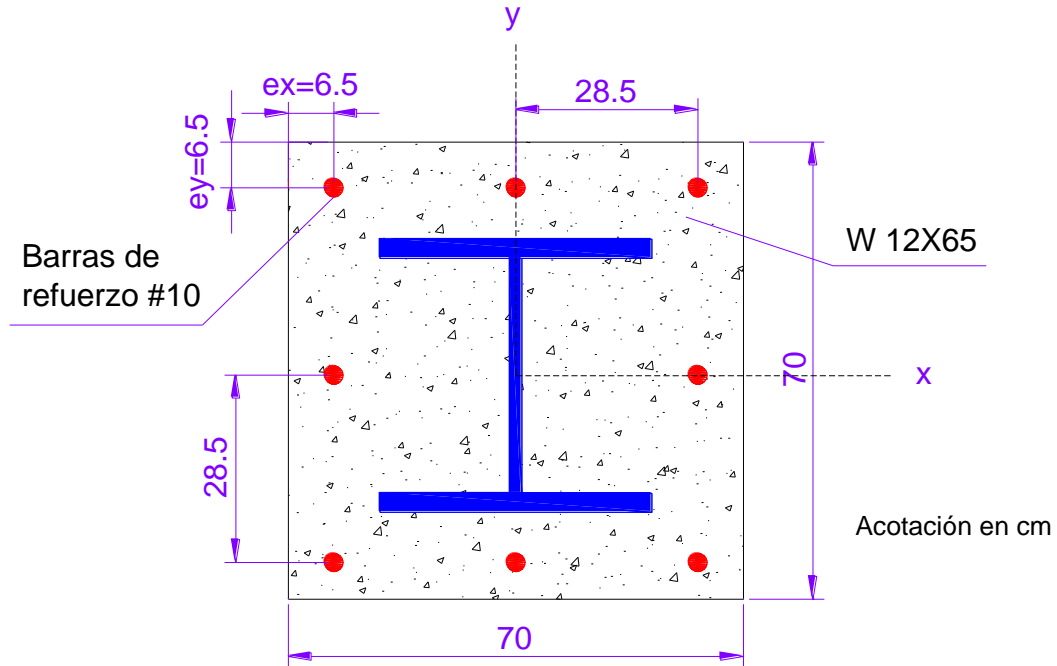


Figura 5.3.- Columna compuesta SRC

$$L = 400 \text{ cm}$$

$$b = 70 \text{ cm} \quad ; \quad h = 70 \text{ cm} \quad ; \quad I_g = \frac{b \cdot h^3}{12} = 2,000,833 \text{ cm}^4$$

$$A_g = b \cdot h = 4,900 \text{ cm}^2$$

L = Longitud de la columna

b = Base de la sección

h = Altura de la sección

I_g = Momento de inercia de la sección bruta

A_g = Área de la sección bruta

Dimensiones de la sección de acero

Perfil W12X65

$$D = 30.78 \text{ cm} \quad I_{sx} = 21,805.809 \text{ cm}^4$$

$$B = 30.48 \text{ cm} \quad I_{sy} = 7,256.079 \text{ cm}^4$$

$$tw = 0.991 \text{ cm} \quad A_s = 121.152 \text{ cm}^2$$

$$tf = 1.537 \text{ cm}$$

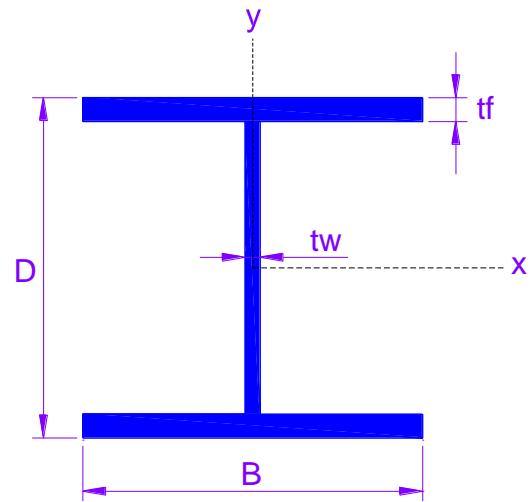


Figura 5.4.- Acotaciones del perfil

 I_{sx} = Momento de inercia de la sección de acero alrededor del eje "X" I_{sy} = Momento de inercia de la sección de acero alrededor del eje "Y" A_s = Área de la sección de acero

Características del concreto

$$f'c = 250 \frac{kg}{cm^2} ; \quad E_c = 239,660 \frac{kg}{cm^2}$$

 E_c = Módulo de elasticidad del concreto $f'c$ = Resistencia a compresión del concreto

Características del acero estructural A-50

$$Fy = 3,515.3481 \frac{kg}{cm^2} ; \quad Fu = 4,569.9526 \frac{kg}{cm^2} ; \quad E_s = 2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}$$

 Fy = Esfuerzo de fluencia del acero Fu = Resistencia a la tensión del acero E_s = Módulo de elasticidad del acero



Características del acero de refuerzo ASTM A615 Grade 60

$$F_{yr} = 4,218.418 \frac{kg}{cm^2} ; \quad F_{u_r} = 6,327.6266 \frac{kg}{cm^2} ; \quad E_{sr} = 2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}$$

F_{yr} = Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo

F_{u_r} = Resistencia a la tensión del acero de refuerzo

E_{sr} = Módulo de elasticidad del acero de refuerzo

Se colocaron 8 varillas de refuerzo del #10, con un espaciamiento de 28.5 cm y recubrimiento de 5cm. Donde $e_x = 6.5 \text{ cm}$ y $e_y = 6.5 \text{ cm}$. Ver figuras 5.3 y 5.4

$$A_{sr} = \left(\frac{10}{8} \cdot (2.54 \text{ cm}) \cdot 0.5 \right)^2 \cdot \pi = 7.917 \text{ cm}^2$$

$$A_{sr\text{total}} = 8 \cdot \left(\frac{10}{8} \cdot (2.54 \text{ cm}) \cdot 0.5 \right)^2 \cdot \pi = 63.338 \text{ cm}^2$$

$$I_{sr} = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi (1.587)^4}{4} = 4.988 \text{ cm}^4$$

$$I_{sr\text{total}} = \frac{\pi r^4}{4} \cdot \text{num. barras ref.} = \frac{\pi (1.587)^4}{4} \cdot 8 = 39.906 \text{ cm}^4$$

$$I_{srx} = I_{sr\text{total}} + 6(\pi (1.587 \text{ cm})^2)(0.5 h - e_y)^2 = 38,624.888 \text{ cm}^4$$

$$I_{sry} = I_{sr\text{total}} + 6(\pi (1.587 \text{ cm})^2)(0.5 b - e_x)^2 = 38,624.888 \text{ cm}^4$$

A_{sr} = Área del acero de refuerzo por barra

$A_{sr\text{total}}$ = Área del acero de refuerzo total de la sección compuesta

I_{sr} = Momento de inercia del acero de refuerzo por barra

$I_{sr\text{total}}$ = Momento de inercia de la totalidad del acero de refuerzo

I_{srx} = Momento de inercia del acero de refuerzo en "X"

I_{sry} = Momento de inercia del acero de refuerzo en "Y"

5.2.1 Caso 1 rigidez axial efectiva

La columna estará sometida a una carga axial $P = 550 t$

La carga axial se considera aplicada en el centroide de la columna compuesta y empotrada en su base.

Se aplica un coeficiente de reducción al módulo de elasticidad del concreto, a continuación se muestra la ecuación que se utilizó para calcular el coeficiente C .

$$C = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_s + A_c} \right)$$

A_s = Área de la sección de acero

A_c = Área de la sección de concreto donde $A_c = A_g - A_s - A_{sr\ total}$

$$C = 0.1 + 2 \left(\frac{121.152 \text{ cm}^2}{121.152 \text{ cm}^2 + 4,715.509 \text{ cm}^2} \right) = 0.15$$

A continuación se calcula la rigidez axial de la columna

$$EA_{eff} = E_s A_s + 0.5 E_{sr} A_{sr\ total} + C E_c A_c$$

$$\text{donde } A_c = 4,900 \text{ cm}^2 - 121.152 \text{ cm}^2 - 63.338 \text{ cm}^2 = 4,715.509 \text{ cm}^2$$

En la ecuación de la rigidez axial efectiva EA_{eff} , se toma sólo la mitad del producto dado por el módulo de elasticidad del acero de refuerzo y su momento de inercia, de igual forma como se aplicó en el análisis por elemento finito en los subcapítulos 4.1.1 y 4.2.1.

$$EA_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) (121.152 \text{ cm}^2) + 0.5 \left(2,038,901.9 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) (63.338 \text{ cm}^2) + 0.15 \left(239,660 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) (4,715.509 \text{ cm}^2) = 481,105.519 t$$

$$\Delta_z = \frac{PL}{EA_{eff}} = \frac{(550 t) \cdot (400 \text{ cm})}{481,105.519 t} = 0.457 \text{ cm}$$

5.2.2 Caso 2 rigidez a flexión efectiva sobre el eje "X"

Condiciones de apoyo: La columna se considera empotrada en su base y sólo tendrá permitido el grado de libertad o giro alrededor del eje "X".

La columna estará sometida a un momento flexionante alrededor del eje "X".

$$M_x = 150 t \cdot m$$

El momento flexionante está aplicado en el centroide de la cara superior de la columna compuesta.

A continuación se muestran las ecuaciones de la normatividad elegida para columnas SRC.

Normatividad ANSI AISC 360 – 10

$$EI_{eff} = E_s I_s + 0.5 E_s I_{sr} + C_1 E_c I_c$$

$$\text{donde } C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3$$

Normatividad ACI 318 (2011)

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d es la relación entre la máxima carga muerta axial factorizada y la carga axial total factorizada

Cálculo de rigidez a flexión efectiva en "X", bajo normatividad ANSI AISC 360 - 10

$$EI_{eff} = E_s I_{sx} + 0.5 E_s I_{srx} + C_1 E_c I_{cx}$$

$$C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3 = 0.1 + 2 \left(\frac{121.152 \text{ cm}^2}{121.152 \text{ cm}^2 + 4715.509 \text{ cm}^2} \right) = 0.15$$

I_{cx} = Momento de inercia de la sección de concreto alrededor del eje "X" = $I_g - I_{sx} - I_{srx}$

$$I_{cx} = I_g - I_{sx} - I_{srx} = 2,000,833.333 \text{ cm}^4 - 21,805.809 \text{ cm}^4 - 38,624.888 \text{ cm}^4 = 1,940,402.636 \text{ cm}^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(21,805.809 cm^4) + 0.5 \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(38,624.888 cm^4) \\ + 0.15 \left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right)(1,940,402.636 cm^4) = 153,636,892,556 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 15,363.689 t \cdot m^2$$

$$\theta_x = \frac{M_x L}{4 EI_{eff}} = \frac{(150 t \cdot m)(4 m)}{4 (15,363.689 t \cdot m^2)} = 0.00976 rad$$

Cálculo de rigidez a flexión efectiva en "X", bajo normatividad ACI 318 2011

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d se contempla igual a cero, ya que el análisis está bajo una sola condición de carga

$$EI_{eff} = E_s I_{sx} + E_s I_{srx} + \frac{E_c I_{cx}}{5}$$

I_{cx} = Momento de inercia de la sección de concreto alrededor del eje "X" = $I_g - I_{sx} - I_{srx}$

$$I_{cx} = I_g - I_{sx} - I_{srx} = 2,000,833.333 cm^4 - 21,805.809 cm^4 - 38,624.888 cm^4 = 1,940,402.636 cm^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(21,805.809 cm^4) + \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(38,624.888 cm^4) \\ + \frac{\left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right)(1,940,402.636 cm^4)}{5} = 216,219,588,967 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 21,621 t \cdot m^2$$

$$\theta_x = \frac{M_x L}{4 EI_{eff}} = \frac{(150 t \cdot m)(4 m)}{4 (21,621.959 t \cdot m^2)} = 0.00694 rad$$

5.2.3 Caso 3 rigidez a flexión efectiva sobre el eje “Y”

Condiciones de apoyo: La columna se considera empotrada en su base y sólo tendrá permitido el grado de libertad o giro alrededor del eje “Y”.

La columna estará sometida a un momento flexionante alrededor del eje “Y”.

$$M_y = 150 t \cdot m$$

El momento flexionante está aplicado en el centroide del extremo superior de la columna compuesta.

A continuación se muestran las ecuaciones de la normatividad elegida para columnas SRC.

Normatividad ANSI AISC 360 – 10

$$EI_{eff} = E_s I_s + 0.5 E_s I_{sr} + C_1 E_c I_c$$

$$\text{donde } C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3$$

Normatividad ACI 318 (2011)

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d es la relación entre la máxima carga muerta axial factorizada y la carga axial total factorizada

Cálculo de rigidez a flexión efectiva en “Y”, bajo normatividad ANSI AISC 360 - 10

$$EI_{eff} = E_s I_{sy} + 0.5 E_s I_{sry} + C_1 E_c I_{cy}$$

$$C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3 = 0.1 + 2 \left(\frac{121.152 \text{ cm}^2}{121.152 \text{ cm}^2 + 4,715.509 \text{ cm}^2} \right) = 0.15$$

I_{cy} = Momento de inercia de la sección de concreto alrededor del eje "Y" = $I_g - I_{sy} - I_{sry}$

$$I_{cy} = I_g - I_{sy} - I_{sry} = 2,000,833.333 \text{ cm}^4 - 7,256.079 \text{ cm}^4 - 38,624.888 \text{ cm}^4 = 1,954,952.366 \text{ cm}^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(7,256.079 cm^4) + 0.5 \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(38,624.888 cm^4) \\ + 0.15 \left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right)(1,954,952.366 cm^4) = 124,494,821,733 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 12,449 t \cdot m^2$$

$$\theta_x = \frac{M_x L}{4 EI_{eff}} = \frac{(150 t \cdot m)(4 m)}{4 (12,449.482 t \cdot m^2)} = 0.01205 rad$$

Cálculo de rigidez a flexión efectiva en "Y", bajo normatividad ACI 318 2011

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d se contempla igual a cero, ya que el análisis está bajo una sola condición de carga

$$EI_{eff} = E_s I_{sy} + E_s I_{sry} + \frac{E_c I_{cy}}{5}$$

I_{cy} = Momento de inercia de la sección de concreto en X = $I_g - I_{sy} - I_{sry}$

$$I_{cy} = I_g - I_{sy} - I_{sry} = 2,000,833.333 cm^4 - 7,256.079 cm^4 - 38,624.888 cm^4 = 1,954,952.366 cm^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(7,256.079 cm^4) + \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(38,624.888 cm^4) \\ + \frac{\left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right)(1,954,952.366 cm^4)}{5} = 187,251,527,807 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 18,725.153 t \cdot m^2$$

$$\theta_x = \frac{M_x L}{4 EI_{eff}} = \frac{(150 t \cdot m)(4 m)}{4 (18,725.153 t \cdot m^2)} = 0.00801 rad$$

5.2.4 Caso 4 rigidez lateral efectiva sobre el eje “Y”

Condiciones de apoyo: La columna se considera empotrada en su base y sólo tendrá permitido el grado de libertad o desplazamiento paralelo al eje “Y”.

La columna estará sometida a una fuerza lateral paralela al eje “Y”.

$$P_{yLAT} = 100 t$$

La fuerza lateral está aplicada en el centroide del extremo superior de la columna compuesta.

A continuación se muestran las ecuaciones de la normatividad elegida para columnas SRC.

Normatividad ANSI AISC 360 – 10

$$EI_{eff} = E_s I_s + 0.5 E_s I_{sr} + C_1 E_c I_c$$

$$\text{donde } C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3$$

Normatividad ACI 318 (2011)

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d es la relación entre la máxima carga muerta axial factorizada y la carga axial total factorizada

Cálculo de la rigidez lateral efectiva en “Y”, bajo normatividad ANSI AISC 360 - 10

$$EI_{eff} = E_s I_{sx} + 0.5 E_s I_{srx} + C_1 E_c I_{cx}$$

$$C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3 = 0.1 + 2 \left(\frac{121.152 \text{ cm}^2}{121.152 \text{ cm}^2 + 4,715.509 \text{ cm}^2} \right) = 0.15$$

I_{cx} = Momento de inercia de la sección de concreto alrededor del eje "X" = $I_g - I_{sx} - I_{srx}$

$$I_{cx} = I_g - I_{sx} - I_{srx} = 2,000,833.333 \text{ cm}^4 - 21,805.809 \text{ cm}^4 - 38,624.888 \text{ cm}^4 = 1,940,402.636 \text{ cm}^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(21,805.809 cm^4) + 0.5 \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(38,624.888 cm^4) \\ + 0.15 \left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right)(1,940,402.636 cm^4) = 153,636,892,556 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 15,363 t \cdot m^2$$

$$\Delta_y = \frac{P_{yLAT} L^3}{12 EI_{eff}} = \frac{(100 t)(4 m)^3}{12 (15,363 t \cdot m^2)} = 3.471 cm$$

Cálculo de la rigidez lateral efectiva en "Y", bajo normatividad ACI 318 2011

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d se contempla igual a cero, ya que el análisis está bajo una sola condición de carga

$$EI_{eff} = E_s I_{sx} + E_s I_{srx} + \frac{E_c I_{cx}}{5}$$

I_{cx} = Momento de inercia de la sección de concreto alrededor del eje "X" = $I_g - I_{sx} - I_{srx}$

$$I_{cx} = I_g - I_{sx} - I_{srx} = 2,000,833.333 cm^4 - 21,805.809 cm^4 - 38,624.888 cm^4 = 1,940,402.636 cm^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(21,805.809 cm^4) + \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right)(38,624.888 cm^4) \\ + \frac{\left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right)(1,940,402.636 cm^4)}{5} = 216,219,588,967 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 21,621 t \cdot m^2$$

$$\Delta_y = \frac{P_{yLAT} L^3}{12 EI_{eff}} = \frac{(100 t)(4 m)^3}{12 (21,621 t \cdot m^2)} = 2.467 cm$$

5.2.5 Caso 5 rigidez lateral efectiva sobre el eje "X"

Condiciones de apoyo: La columna se considera empotrada en su base y sólo tendrá permitido el grado de libertad o desplazamiento paralelo al eje "X".

La columna estará sometida a una fuerza lateral paralela al eje "X".

$$P_{xLAT} = 100 t$$

La fuerza lateral está aplicada en el centroide del extremo superior de la columna compuesta.

A continuación se muestran las ecuaciones de la normatividad elegida para columnas SRC.

Normatividad ANSI AISC 360 – 10

$$EI_{eff} = E_s I_s + 0.5 E_s I_{sr} + C_1 E_c I_c$$

$$\text{donde } C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3$$

Normatividad ACI 318 (2011)

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d es la relación entre la máxima carga muerta axial factorizada y la carga axial total factorizada

Cálculo de rigidez lateral efectiva en "X", bajo normatividad ANSI AISC 360 - 10

$$EI_{eff} = E_s I_{sy} + 0.5 E_s I_{sry} + C_1 E_c I_{cy}$$

$$C_1 = 0.1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0.3 = 0.1 + 2 \left(\frac{121.152 \text{ cm}^2}{121.152 \text{ cm}^2 + 4,715.509 \text{ cm}^2} \right) = 0.15$$

I_{cy} = Momento de inercia de la sección de concreto alrededor del eje "Y" = $I_g - I_{sy} - I_{sry}$

$$I_{cy} = I_g - I_{sy} - I_{sry} = 2,000,833.333 \text{ cm}^4 - 7,256.079 \text{ cm}^4 - 38,624.888 \text{ cm}^4 = 1,954,952 \text{ cm}^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right) (7,256.079 cm^4) + 0.5 \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right) (38,624.888 cm^4) \\ + 0.15 \left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right) (1,954,952 cm^4) = 124,494,821,733 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 12,449 t \cdot m^2$$

$$\Delta_x = \frac{P_{xLAT} L^3}{12 EI_{eff}} = \frac{(100 t)(4 m)^3}{12 (12,449 t \cdot m^2)} = 4.284 cm$$

Cálculo de la rigidez lateral efectiva en "X", bajo normatividad ACI 318 2011

$$EI_{eff} = \frac{E_s I_s + E_s I_{sr} + \frac{E_c I_c}{5}}{1 + \beta_d}$$

β_d se contempla igual a cero, ya que el análisis está bajo una sola condición de carga

$$EI_{eff} = E_s I_{sy} + E_s I_{sry} + \frac{E_c I_{cy}}{5}$$

I_{cy} = Momento de inercia de la sección de concreto alrededor del eje "Y" = $I_g - I_{sy} - I_{sry}$

$$I_{cy} = I_g - I_{sy} - I_{sry} = 2,000,833.333 cm^4 - 7,256.079 cm^4 - 38,624.888 cm^4 = 1,954,952 cm^4$$

$$EI_{eff} = \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right) (7,256.079 cm^4) + \left(2,038,901.9 \frac{kg}{cm^2}\right) (38,624.888 cm^4) \\ + \frac{\left(239,660 \frac{kg}{cm^2}\right) (1,954,952 cm^4)}{5} = 187,251,527,807 kg \cdot cm^2$$

$$EI_{eff} = 18,725 t \cdot m^2$$

$$\Delta_x = \frac{P_{xLAT} L^3}{12 EI_{eff}} = \frac{(100 t)(4 m)^3}{12 (18,725 t \cdot m^2)} = 2.8482 cm$$

Tabla 5.3 Desplazamientos obtenidos mediante normatividad AISC y ACI, del caso 1 al caso 5 de los subcapítulos 5.2.1 al 5.2.5

Columna Compuesta	Desplazamiento Vertical Normatividad	Comportamiento de la sección compuesta	(cm)
	Δz		-0.457

Desplazamiento Angular Normatividad	Comportamiento de la sección compuesta	Normatividad	(rad)	Desplazamiento Lateral Normatividad	Comportamiento de la sección compuesta	Normatividad	(cm)
θ_x		AISC	0.00976	Δx		AISC	4.284
		ACI	0.00694			ACI	2.8482
θ_y		AISC	0.01205	Δy		AISC	3.471
		ACI	0.00801			ACI	2.467

Tabla 5.4 Comparación de las rigideces efectivas, obtenidas mediante normatividad AISC y ACI, del caso 1 al caso 5 de los subcapítulos 5.2.1 al 5.2.5

Columna Compuesta	Rigidez por Normatividad	Condiciones de la sección compuesta	Normatividad	(t·m ²)	%Variación
	<i>Rigidez a flexión efectiva en "X"</i>		AISC	15,363	28.9%
			ACI	21,621	
	<i>Rigidez a flexión efectiva en "Y"</i>		AISC	12,449	33.5%
			ACI	18,725	
	<i>Rigidez lateral efectiva en "X"</i>		AISC	15,363	28.9%
			ACI	21,621	
	<i>Rigidez lateral efectiva en "Y"</i>		AISC	12,449	33.5%
			ACI	18,725	

	Rigidez por Normatividad	Condiciones de la sección compuesta	(t)
	<i>Rigidez axial efectiva</i>		481,105

Capítulo 6.- Comentarios y Conclusiones

A continuación en este capítulo se mostrarán gráficas comparativas sobre las rigideces efectivas obtenidas mediante el método de elemento finito y normatividad ANSI AISC 360-10 y ACI 318-11. En base a esto se comentará y concluirá sobre los resultados obtenidos.

En el ejemplo 1 se obtuvieron los siguientes resultados:

a).- Rigidez axial efectiva. Ejemplo 1

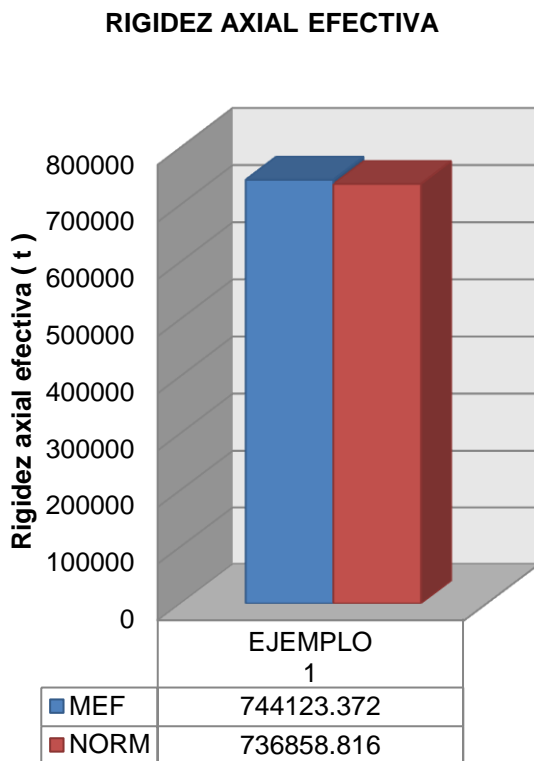


Figura 6.1

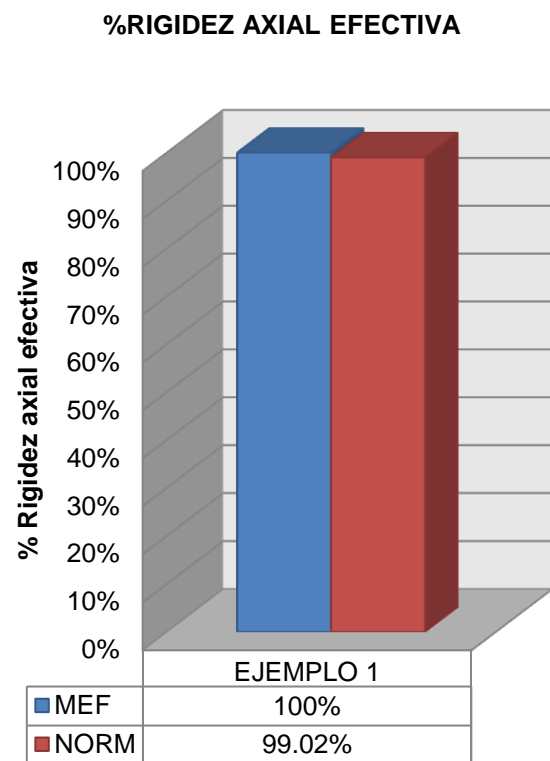


Figura 6.2

b).- Rigidez a flexión efectiva en "x". Ejemplo 1

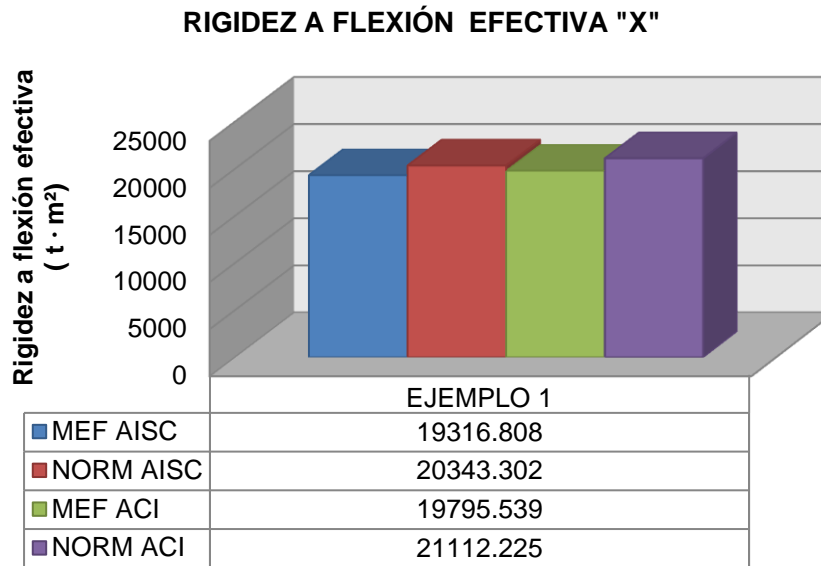


Figura 6.3

% RIGIDEZ A FLEXIÓN EFECTIVA "X"
AISC vs MEF

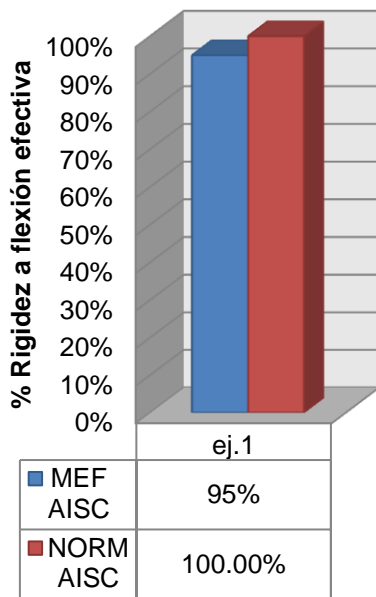


Figura 6.4

% RIGIDEZ A FLEXIÓN EFECTIVA "X"
ACI vs MEF

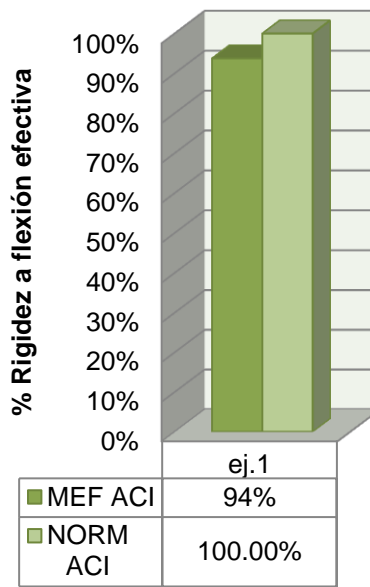


Figura 6.5

% RIGIDEZ A FLEXIÓN EFECTIVA "X"
AISC vs ACI

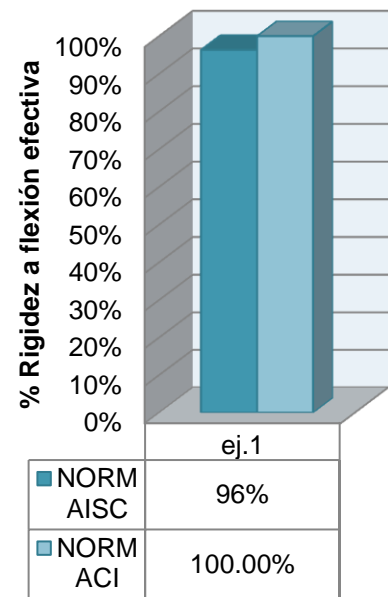


Figura 6.6

c).- Rigidez lateral efectiva sobre "x". Ejemplo 1

RIGIDEZ LATERAL EFECTIVA "X"

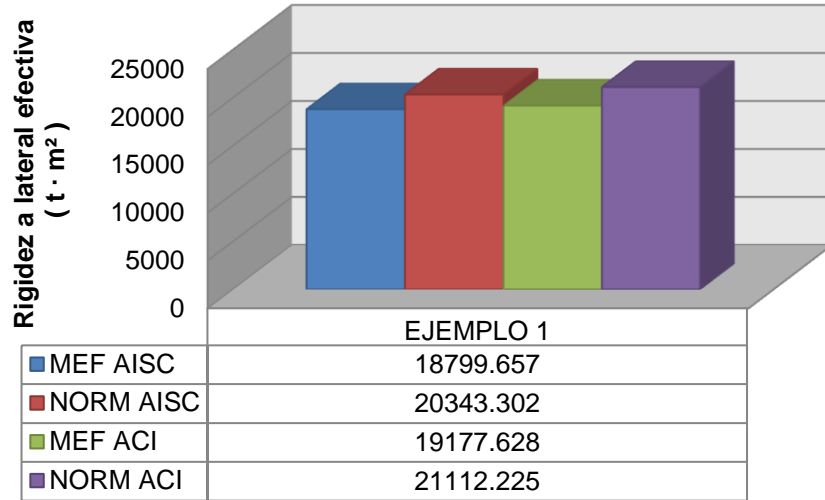


Figura 6.7

% RIGIDEZ LATERAL EFECTIVA "X"
AISC vs MEF

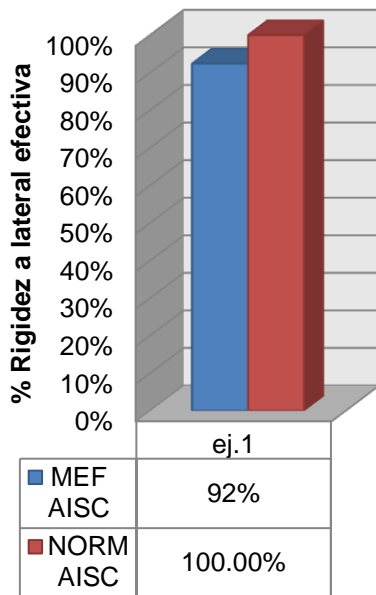


Figura 6.8

% RIGIDEZ LATERAL EFECTIVA "X"
ACI vs MEF

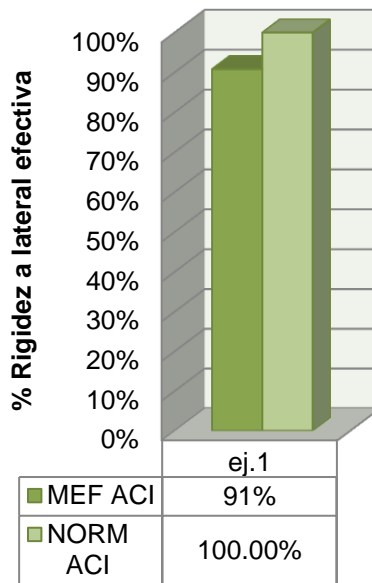


Figura 6.9

% RIGIDEZ LATERAL EFECTIVA "X"
AISC vs ACI

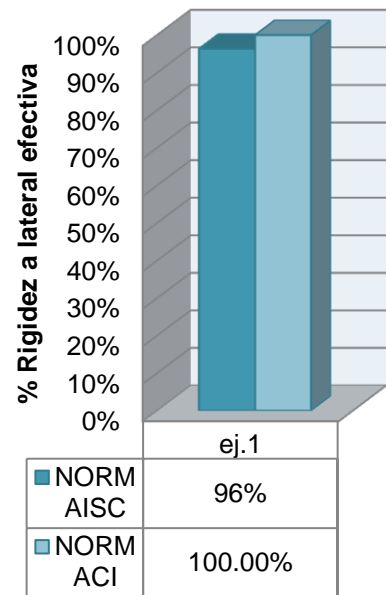


Figura 6.10

d).- Rigidez a flexión efectiva en "y". Ejemplo 1

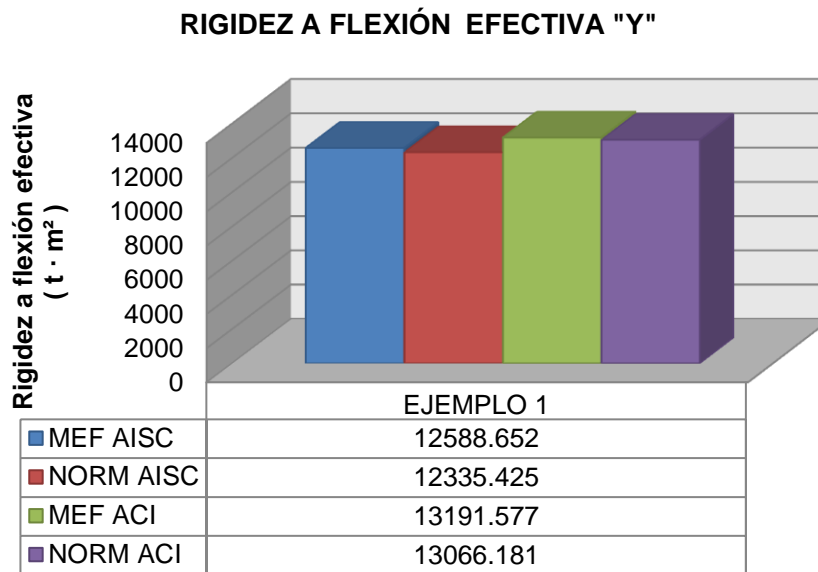


Figura 6.11

% RIGIDEZ A FLEXIÓN EFECTIVA "Y"
AISC vs MEF

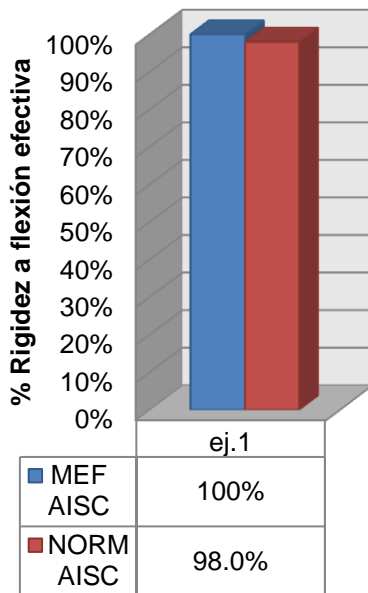


Figura 6.12

% RIGIDEZ A FLEXIÓN EFECTIVA "Y"
ACI vs MEF

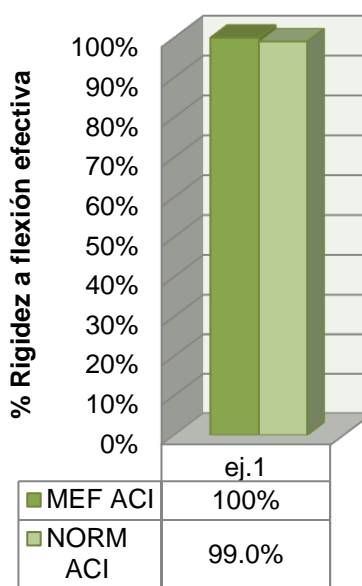


Figura 6.13

% RIGIDEZ A FLEXIÓN EFECTIVA "Y"
AISC vs ACI

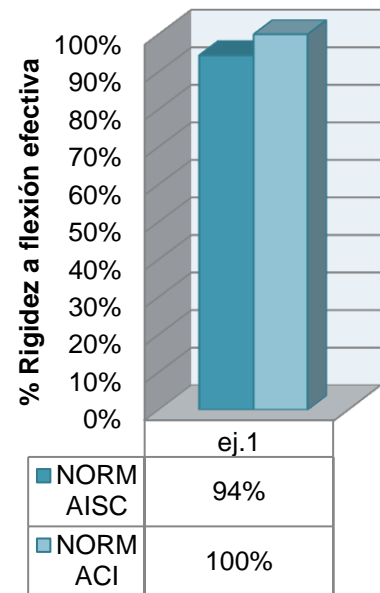


Figura 6.14

e).- Rigidez lateral efectiva sobre "y". Ejemplo 1

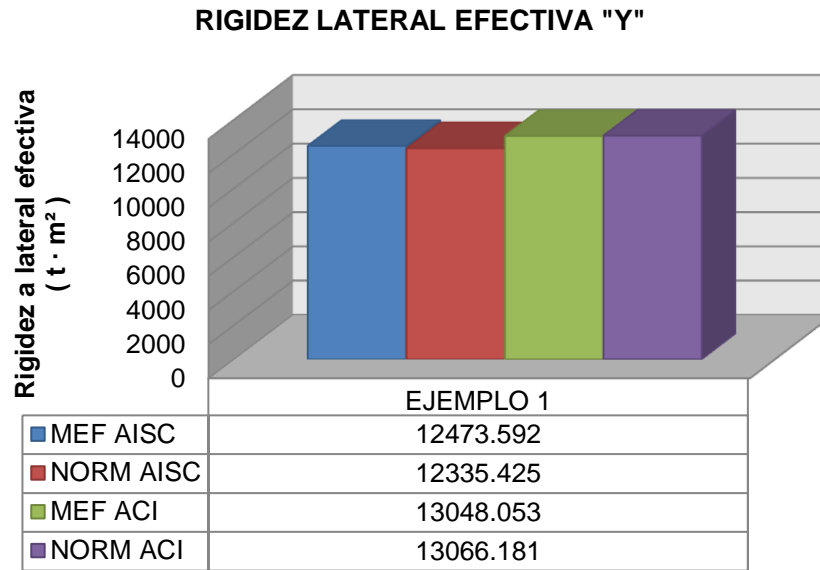


Figura 6.15

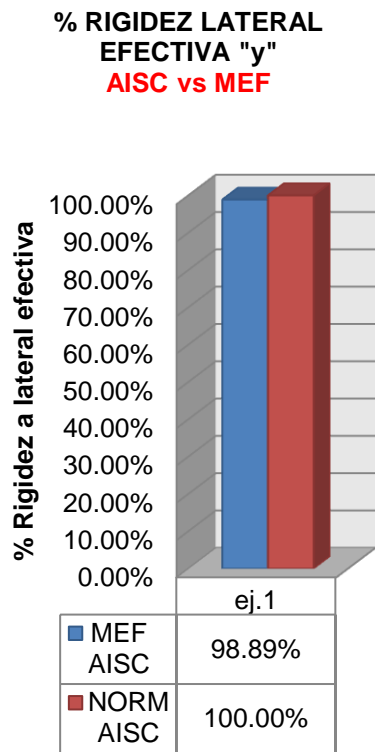


Figura 6.16

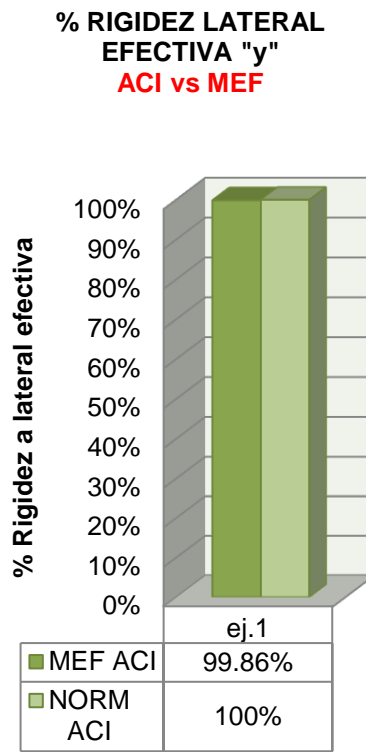


Figura 6.17

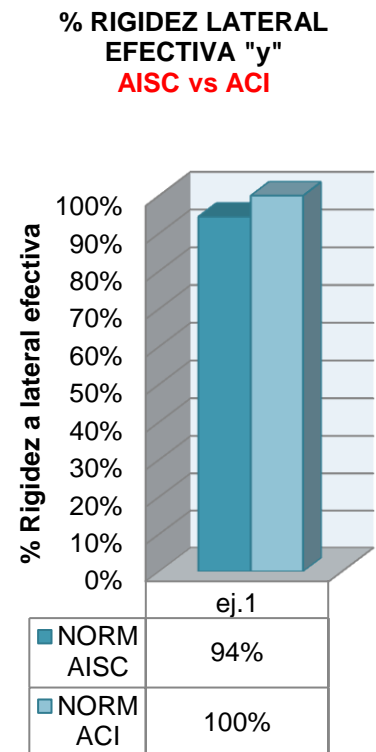


Figura 6.18

En el ejemplo 2 se obtuvieron los siguientes resultados:

a).- Rigidez axial efectiva. Ejemplo 2

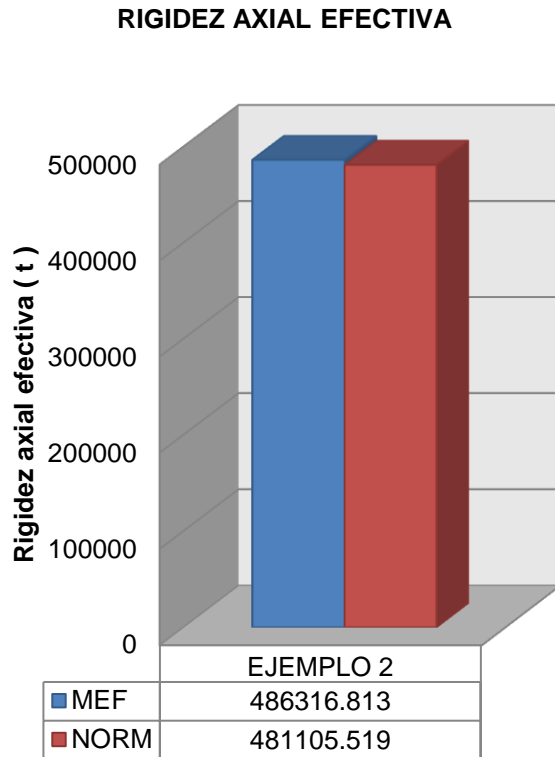


Figura 6.19

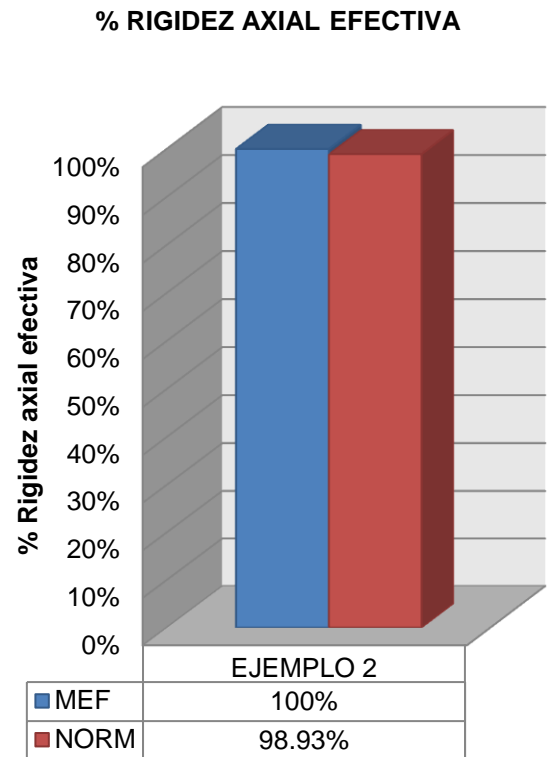


Figura 6.20

b).- Rigidez a flexión efectiva en "x". Ejemplo 2

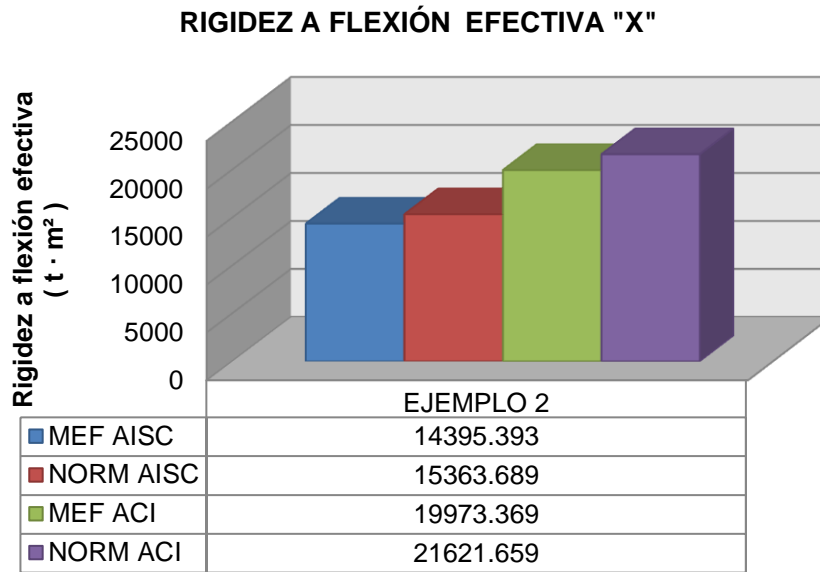


Figura 6.21

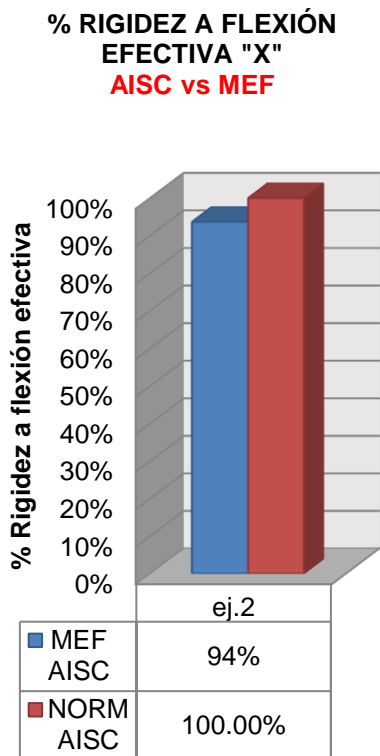


Figura 6.22

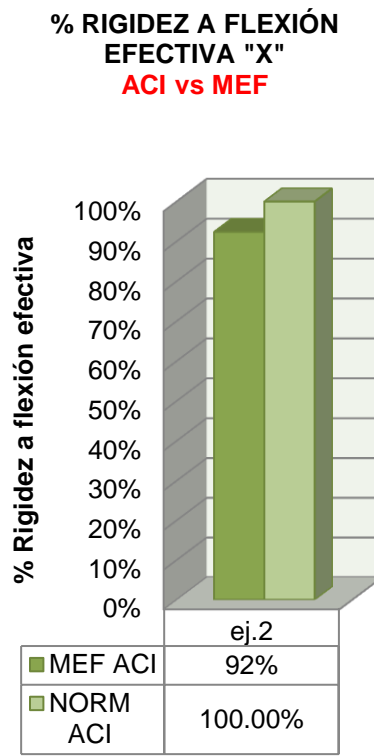


Figura 6.23

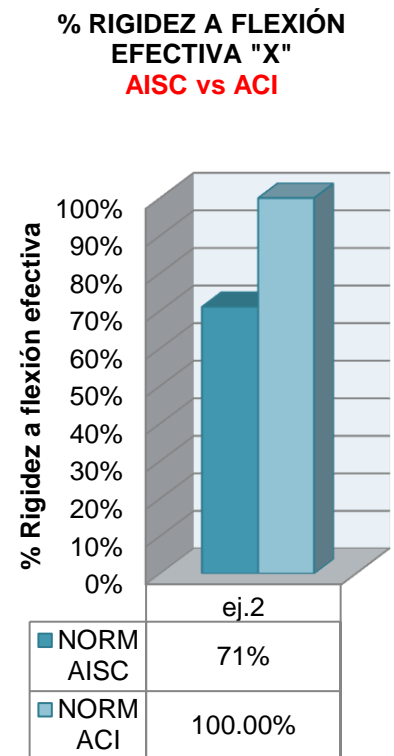


Figura 6.24

c).- Rigidez lateral efectiva sobre "x". Ejemplo 2

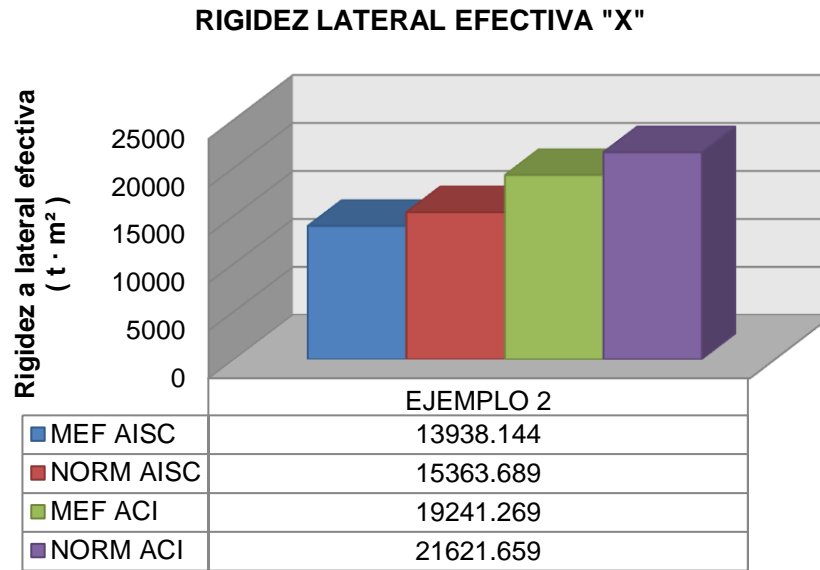


Figura 6.25

% RIGIDEZ LATERAL EFECTIVA "X"
AISC vs MEF

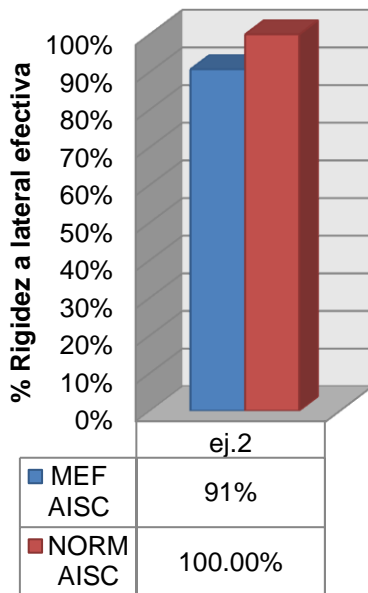


Figura 6.26

% RIGIDEZ LATERAL EFECTIVA "X"
ACI vs MEF

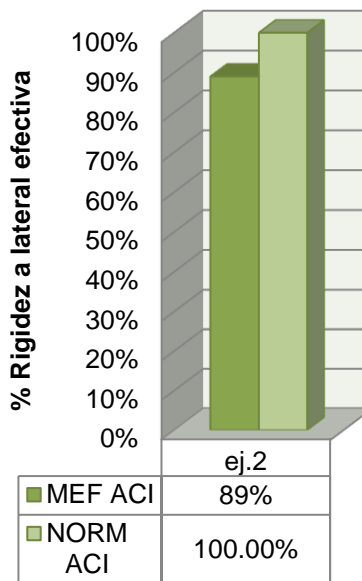


Figura 6.27

% RIGIDEZ LATERAL EFECTIVA "X"
AISC vs ACI

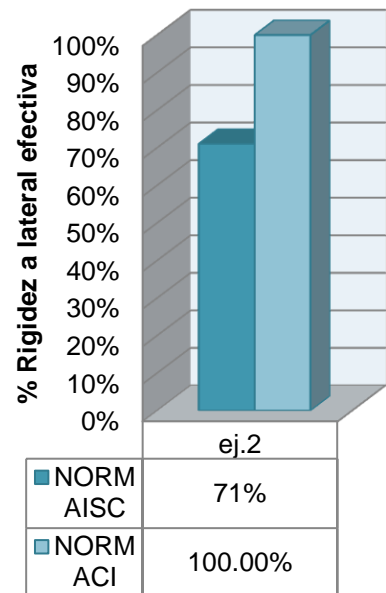


Figura 6.28

d).- Rigidez a flexión efectiva en "y". Ejemplo 2

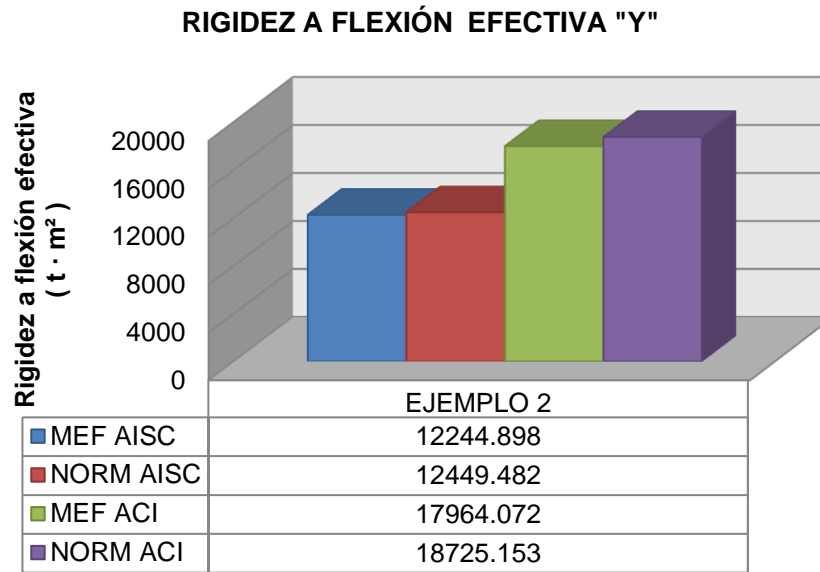


Figura 6.29

% RIGIDEZ A FLEXIÓN EFECTIVA "Y"
AISC vs MEF

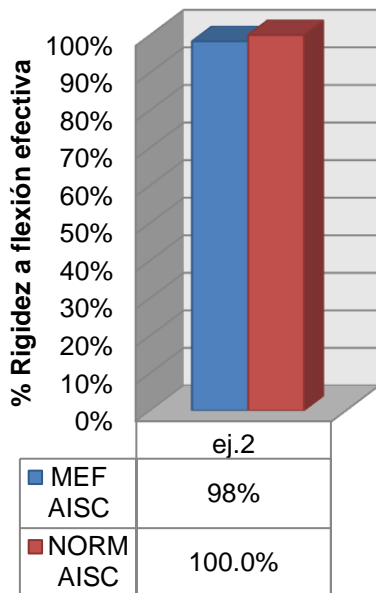


Figura 6.30

% RIGIDEZ A FLEXIÓN EFECTIVA "Y"
ACI vs MEF

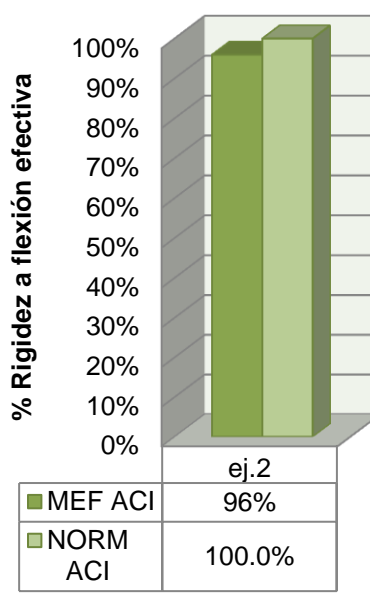


Figura 6.31

% RIGIDEZ A FLEXIÓN EFECTIVA "Y"
AISC vs ACI

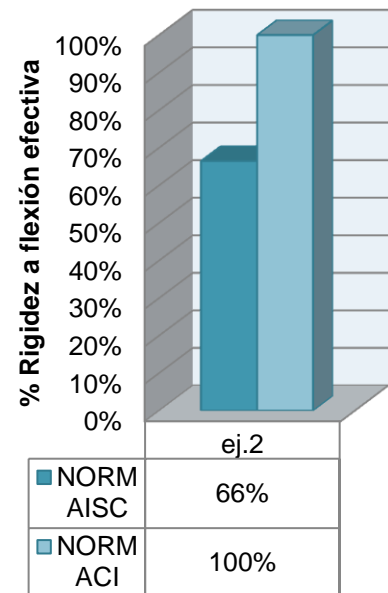


Figura 6.32

e).- Rigidez lateral efectiva sobre "y". Ejemplo 2

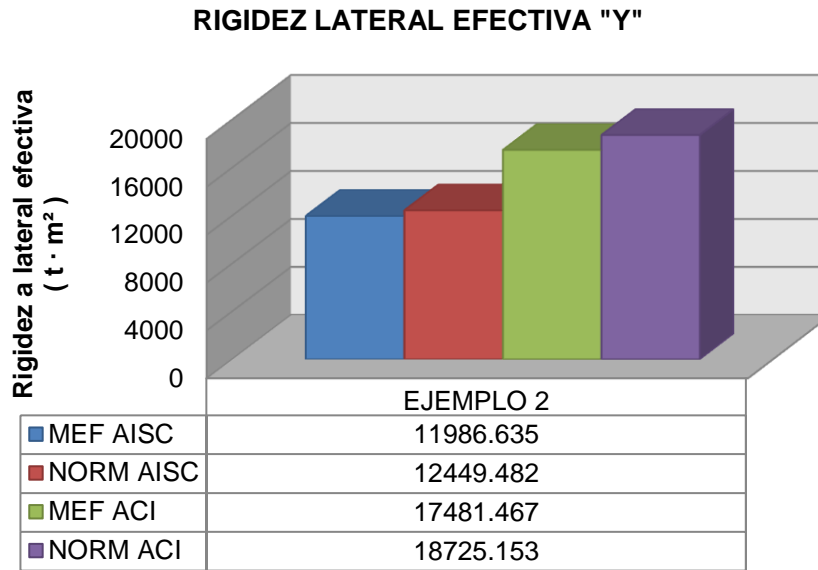


Figura 6.33

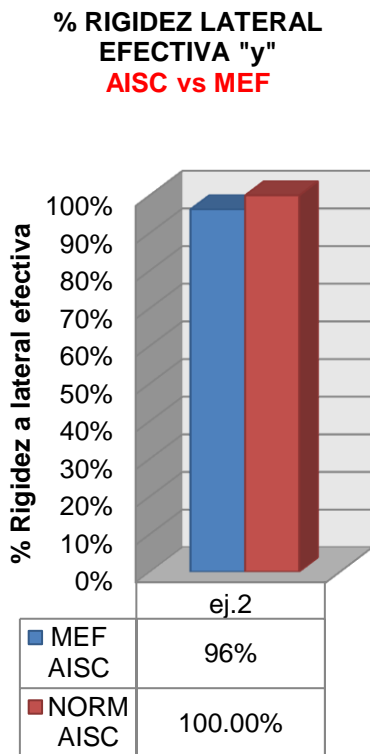


Figura 6.34

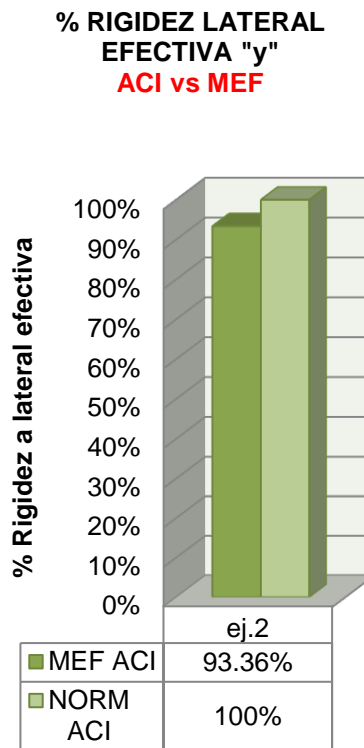


Figura 6.35

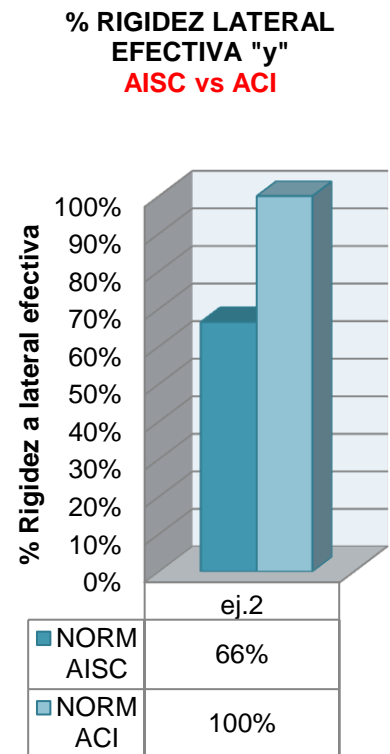


Figura 6.36

6.1 Comentarios

En este trabajo se analizaron dos tipos de columnas compuestas tipo SRC, formadas por una sección cuadrada, las cuales contienen un perfil "I" embebido y colocación de acero de refuerzo. Se realizó un análisis elástico-lineal bajo normatividad y mediante el método del elemento finito.

Cabe mencionar que la variación de la relación de la cantidad de acero principal y de refuerzo respecto a la sección bruta compuesta de las columnas analizadas, no varían más del 5%, y la colocación del acero de refuerzo fue distribuido de tal forma que se contemplara el mismo momento de inercia de las barras de refuerzo para el eje "x" y el eje "y". Por lo que se presenta un análisis de iguales condiciones en base a la proporción y distribución de sus materiales en ambas columnas.

Al realizar el análisis de la rigidez axial efectiva por normatividad y por MEF, en ambas columnas compuestas, hubo una consistencia en los resultados, ya que al comparar las ecuaciones para el cálculo de la rigidez axial efectiva contra el modelo realizado mediante MEF, no existió una variación considerable, ya que estas son del orden de no más del 2% de diferencia entre un caso y otro. Ver figuras 6.1, 6.2, 6.19 y 6.20.

En la primera columna, al analizar la rigidez a flexión efectiva por MEF y normatividad (subcapítulos 4.1 y 5.1) se obtuvieron resultados con muy poca diferencia entre un método y otro, estas van desde el 1% de diferencia hasta un 6%, las cuales no representan una diferencia significativa. Ver figuras 6.4, 6.5, 6.12 y 6.13. La comparación de la rigidez a flexión efectiva entre la normatividad AISC y ACI en la primera columna, presenta una mínima variación de 4% y una máxima de 6%. Ver figuras 6.6 y 6.14.

Analizando la rigidez lateral efectiva de la primera columna, se encontró una variación de un 9% en el caso de la rigidez lateral efectiva sobre el eje "y", en el cual se encuentra el momento de inercia mayor de la sección de acero, y no más del 2% en el caso de la rigidez lateral efectiva sobre el eje "x", donde se encuentra el momento de inercia menor del perfil "I". La diferencia entre las rigideces laterales efectivas conforme a la normatividad ANSI AISC 360-10 y ACI 318-11 continúa con la misma variación de entre 4% y 6%. Ver figuras 6.10 y 6.18.

El análisis de la rigidez a flexión de la segunda columna en base a la normatividad y MEF, proporcionó una diferencia de entre 2% y 8% como máximo. Cabe mencionar que la mayor diferencia se presentó alrededor del eje "x", donde involucra el momento de inercia mayor de la sección de acero. Ver figuras 6.22, 6.23, 6.30 y 6.31. En el caso de la rigidez a flexión efectiva de la segunda columna analizada entre la normatividad ANSI AISC 360-10 y ACI 318-11, su variación fue realmente amplia, con una diferencia de entre 34% y 29%. Ver figuras 6.24 y 6.32.

Los resultados sobre la rigidez lateral efectiva de la segunda columna entre el MEF y normatividad, tuvieron una variación de entre 4% y 11%, donde la mayor variación se presentó nuevamente donde actúa el momento de inercia mayor de la sección de acero como en el caso de la primera columna. Ver figuras 6.26, 6.27, 6.34 y 6.35. La variación de la rigidez lateral efectiva entre la normatividad ANSI AISC 360-10 y ACI 318-11, continúa estando entre 34% y 29%. Ver figuras 6.28 y 6.36.

6.2 Conclusiones

Este trabajo fue enfocado al análisis de la rigidez de columnas compuestas tipo SRC, donde se consideró un comportamiento elástico-lineal. Las columnas se analizaron bajo carga axial, momento flexionante y fuerzas laterales, en donde se obtuvieron desplazamientos y rigideces efectivas, estos análisis se llevaron a cabo mediante el método de elemento finito y bajo la normatividad ANSI AISC 360–10 y ACI 318-11.

Se encontraron coincidencias en los resultados obtenidos por MEF y bajo la normatividad ANSI AISC 360–10 y ACI 318-11, para la sección compuesta conformada por un perfil W14 X 132, con una sección bruta de 60 X 60 cm, estas coincidencias se observaron en el análisis de las rigideces efectivas a flexión y lateral respecto al momento de inercia mayor de la sección de acero, se observa que el análisis por MEF subestima la rigidez efectiva de la sección compuesta en comparación con ANSI AISC 360–10 y ACI 318-11, es decir, las rigideces efectivas son sólo un poco menores que las calculadas por la normatividad, lo que indica que el análisis por MEF proporciona mayores desplazamientos y deformaciones.

En el caso del análisis de las rigideces efectivas respecto al menor momento de inercia de la sección de acero son casi idénticas tanto por MEF y normatividad, superando el valor de las rigideces efectivas por sólo un poco el MEF. Comparando entre las normatividades establecidas por ANSI AISC 360–10 y ACI 318-11, se encuentra un poco más conservadora la normatividad ANSI AISC 360–10, ya que existe una variación máxima del 6% menor respecto a las rigideces efectivas calculadas bajo el reglamento ACI 318-11. Por lo tanto se concluye que el análisis de la primera columna compuesta mediante el MEF es compatible respecto a la normatividad ANSI AISC 360–10 y ACI 318-11, y la variación entre una normatividad y otra, se considera aceptable.

Respecto a las conclusiones sobre la sección compuesta conformada por un perfil W12 X 65, con una sección bruta de 70 X 70 cm, conforme al análisis de las rigideces efectivas obtenidas por MEF y comparadas con la normatividad, se encuentra una relación en los resultados obtenidos en el caso de la sección compuesta conformada por un perfil W14 X 132 con una sección bruta de 60 X 60 cm, es decir, las rigideces efectivas a flexión y lateral en donde se presenta el momento mayor de inercia de la sección de acero, continúan siendo menores analizadas por MEF, en comparación con la normatividad, sólo disminuyendo su rigidez efectiva hasta en un 11% respecto a la normatividad.

En el caso de las rigideces efectivas respecto al menor momento de inercia de la sección de acero continúan siendo menores las rigideces efectivas analizadas por MEF que las calculadas por normatividad, esta variación no supera el 4%. Por lo que al hacer la comparación entre los análisis de la primera y segunda sección compuesta, se observa una coincidencia en los resultados obtenidos mediante MEF y la normatividad.

Al analizar las rigideces efectivas a flexión y lateral entre la normatividad ANSI AISC 360–10 y ACI 318-11 en la sección compuesta conformada por un perfil W12 X 65, con una sección bruta de 70 X 70 cm, se encuentra una diferencia considerable entre ambos reglamentos, siendo el reglamento AISC

notablemente conservador respecto al reglamento ACI, en donde los resultados arrojan un 29% de diferencia respecto al momento de inercia mayor y un 34% respecto al momento de inercia menor. Estos resultados indican particularmente en este caso, que la sección compuesta analizada por el reglamento AISC conduce a mayores desplazamientos y deformaciones, siendo su rigidez efectiva mucho menor que la obtenida por el reglamento ACI.

Analizados los ejemplos elaborados en este trabajo mediante el método del elemento finito, se pueden considerar aceptable en comparación con la normatividad. Sin embargo, las notables diferencias entre la normatividad establecida por ANSI AISC 360-10 y ACI 318-11, deben ser analizadas a detalle, ya que el considerar analizar bajo una u otra normatividad, correspondería llegar a resultados muy variables.

En base a lo antes mencionado se considera realizar un mayor énfasis en la investigación experimental y analítica, en consecuencia se podrán realizar propuestas para modificar las ecuaciones que corresponden al cálculo de las rigideces efectivas de las secciones compuestas.

Respecto a esta conclusión, se encuentra una investigación (referencia [11]) realizada por el Dr. Roberto T. León, la cual está basada en experimentos realizados en laboratorio, instrumentando este tipo de secciones compuestas y sometiendo las mismas a diferentes condiciones de carga. En base a sus resultados obtenidos, el Dr. León propone una modificación en la ecuación de la rigidez efectiva para secciones compuestas SRC conforme al reglamento AISC.

$$EI_{eff} = E_s I_s + E_s I_{sr} + C_1 E_c I_c$$

$$C_1 = 0.6 + 2 \left(\frac{A_s}{A_g} \right) \leq 0.75$$

Se observa que esta propuesta elimina el factor de reducción que afecta al producto establecido por el módulo de elasticidad del acero de refuerzo y el momento de inercia del acero de refuerzo, por lo cual se contemplara en su totalidad el valor obtenido por este producto, que en base a la cuantía de acero de refuerzo es la proporción en que puede afectar a la rigidez efectiva de la sección.

Propone también una ampliación del factor de reducción C_1 hasta poder tomar un valor de 0.75, lo que significa que se podrá considerar hasta un 45% más del producto establecido por el módulo de elasticidad del concreto y el momento de inercia de la sección de concreto respecto a lo actualmente establecido por el ANSI/AISC 360-10.

Aunado a esto se reafirma la necesidad de promover e invertir recursos para las instituciones de las cuales depende la realización de estas investigaciones y en consecuencia poder establecer conforme a los resultados obtenidos, una reglamentación competente y confiable para el diseño de estructuras conformadas por secciones compuestas.



BIBLIOGRAFÍA

- [1] ACI-318 (2011). Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. American Concrete Institute
- [2] AISC (2010) Manual of Steel Construction. American Institute of Steel Construction, Chicago, IL.
- [3] AISC (2010) Specifications for Structural Steel Buildings. ANSI/AISC 360-10. American Institute of Steel Construction
- [4] Bungale S. Taranath. (1998). "Steel, Concrete and Composite Design of Tall Buildings". 2a Edición. Mc Graw Hill
- [5] David V. Hutton. (2004). "Fundamentals of Finite Element Analysis" 1a Edición. Mc Graw Hill
- [6] Deric J. Oehlers. (1999). "Elementary Behaviour of Composite Steel and Concrete Structural Members". 1a Edición. Butterworth-Heinemann
- [7] F. L. Matthews, G. A. O. Davies. (2000). "Finite Element Modelling of Composite Materials and Structures". 1a Edición. CRC Press
- [8] Jack C. McCormac (2002). "Diseño de Estructuras de Acero Método LRFD". 2ª Edición. Alfaomega
- [9] Octavio Alvarez Valadez. (2012). "Construcción Compuesta Acero-Concreto". Gerdau Corsa
- [10] Oscar de Buen López de Heredia. (2004). "Diseño de Estructuras de Acero Construcción Compuesta" 1ª Edición. Fundación ICA
- [11] Roberto T. León. (2013) "Behaviour and Design of Concrete-Filled Composite Columns". George E. Brown, Jr. Network for Earthquake Engineering Simulation
- [12] Tiziano Perea Olvera. (2012) "Análisis y Diseño por Estabilidad". Presentación en el seminario de diseño y construcción de estructuras de acero
- [13] Tiziano Perea Olvera. Roberto T. León. Análisis y Diseño de Columnas Compuestas de Acero Estructural y Concreto Reforzado. CBI Materiales. UAM Azcapotzalco
- [14] Viest I. H. (1997) "Composite Construction Design for Buildings". 1a Edición. McGraw-Hill, Nueva York.