



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN  
INGENIERIA**

**EL USO DE UN MOTOR FÍSICO PARA LA ANIMACIÓN  
REALISTA DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE  
CONTENIDOS DE EDIFICIOS**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERIA**

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

P R E S E N T A :

**MARCIAL ALBERTO CONTRERAS ZAZUETA**

TUTOR:

**Eduardo Reinoso Angulo**

2012



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Ordaz Schroeder Mario Gustavo

Secretario: Dr. Reinoso Angulo Eduardo

Vocal: Dr. Sánchez Sesma Francisco

1<sup>er</sup> Suplente: Dr. Esteva Maraboto Luis

2<sup>do</sup> Suplente: Dr. Heredia Zavoni Ernesto

L u g a r   d o n d e   s e   r e a l i z ó   l a  
t e s i s :

Instituto de ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria,  
Coyoacán, C.P. 04510, México, Distrito Federal.

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. Eduardo Reinoso Angulo

---

**FIRMA**

## RESUMEN

Utilizamos un motor físico (*physics engine*) de uso común en videojuegos y películas para hacer animaciones realistas de las consecuencias de los sismos en los contenidos de edificios. Para conocer la calidad de la simulación comparamos pruebas sencillas contra valores teóricos y mediciones experimentales. Se encontró que el motor físico produce simulaciones en buen grado representativas de la realidad aunque puede incurrir en inestabilidad numérica. El motor físico se integra en un programa que habilita simulaciones análogas a los ensayos de una mesa vibradora de tres grados de libertad con cuerpos rígidos tridimensionales de formas arbitrarias que pueden interactuar entre sí. Los resultados de las simulaciones se procesan automáticamente para hacer animaciones digitales de alta calidad. Como ejemplo se presentan los efectos de varios sismos en tres escenarios: vivienda, laboratorio y oficina.

## **ABSTRACT**

We use a physics engine commonly used in videogames and movies to generate animations of the consequences of strong earthquake ground motions on building contents. To estimate the simulation quality we compare simple tests against theoretical estimates and experimental measurements. It was found that the physics engine enables simulations found to be in good agreement with reality, but it may sustain numerical instability. The physics engine is integrated into a program that allows simulations equivalent to tridimensional shake table tests with multiple rigid bodies that may interact with each other. The simulation results are processed to create high quality animations. Examples on the consequences of strong ground motions in three building occupancy types (house, laboratory, office) are presented.

## CONTENIDO

|   |            |
|---|------------|
| <b>RESUMEN .....</b>  | <b>III</b> |
| <b>ABSTRACT .....</b>   | <b>IV</b>  |
| <b>CONTENIDO .....</b>  | <b>V</b>   |
| <b>CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN .....</b>                          | <b>1</b>   |
| 1.1. LOS CONTENIDOS DE EDIFICIOS ANTE LOS SISMOS .....        | 1          |
| 1.2. OBJETIVO Y APORTES.....                                  | 1          |
| 1.3. RELEVANCIA.....  | 2          |
| 1.4. ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO .....                           | 2          |
| <b>CAPÍTULO 2 TRABAJOS RELACIONADOS .....</b>                 | <b>3</b>   |
| 2.1. SIMULACIÓN NUMÉRICA DE CUERPOS RÍGIDOS .....             | 3          |
| 2.1.1 MÉTODOS USADOS EN LA INGENIERÍA CIVIL .....             | 3          |
| 2.1.2 MÉTODOS USADOS EN ROBÓTICA E INFORMÁTICA .....          | 4          |
| 2.2. ESTRUCTURA DEL MOTOR FÍSICO .....                        | 6          |
| <b>CAPÍTULO 3 MESA VIBRADORA VIRTUAL .....</b>                | <b>9</b>   |
| 3.1. IMPLEMENTACIÓN .....                                     | 9          |
| 3.2. USO DEL PROGRAMA .....                                   | 10         |
| 3.3. ANÁLISIS COMPARATIVO DE SIMULACIONES.....                | 12         |
| 3.3.1 REBOTE INELÁSTICO DE UNA ESFERA .....                   | 12         |
| 3.3.1 REBOTE ELÁSTICO DE UNA ESFERA .....                     | 14         |
| 3.3.2 INFLUENCIA DE LA MAGNITUD DEL MARGEN DE COLISIÓN.....   | 14         |
| 3.3.3 INFLUENCIA DEL TAMAÑO DEL PASO INTERNO DE ANÁLISIS..... | 15         |
| 3.3.4 FUERZAS DE FRICCIÓN .....                               | 15         |
| 3.3.5 DESLIZAMIENTO Y VOLTEO ANTE SISMO .....                 | 16         |
| <b>CAPÍTULO 4 EJEMPLOS DE APLICACIÓN .....</b>                | <b>20</b>  |
| 4.1. INTRODUCCIÓN .....                                       | 20         |
| 4.2. VIVIENDA.....  | 20         |
| 4.3. LABORATORIO.....   | 23         |
| 4.4. OFICINA .....  | 28         |
| 4.5. COMENTARIOS SOBRE LAS SIMULACIONES .....                 | 31         |
| <b>CONCLUSIONES .....</b>                                     | <b>34</b>  |
| <b>BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS .....</b>                       | <b>35</b>  |
| <b>APÉNDICE A .....</b>                                       | <b>38</b>  |
| <b>APÉNDICE B .....</b>                                       | <b>39</b>  |

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1. LOS CONTENIDOS DE EDIFICIOS ANTE LOS SISMOS

El mejoramiento constante de la técnicas de diseño y edificación de edificios ha disminuido la probabilidad de daño por sismo de la estructura principal. No obstante, hay un peligro considerable debido al desplazamiento de muebles y otros objetos. El comportamiento de los contenidos de edificios durante un terremoto ha sido estudiado en los últimos años con el fin de reducir los índices de morbilidad, mitigar pérdidas y garantizar la resiliencia de instalaciones imprescindibles (Shenton, 1996; Winkler y Meguro, 1996; Bruneau y Reinhorn, 1997; Shenton y Jones, 1991; Makris y Zhang, 1999; Al Abadi *et al.*, 2004; Boroschek y Romo, 2004; Arredondo y Reinoso, 2010). La dificultad de estudiar a detalle cuáles son las consecuencias de los sismos en los contenidos de edificios radica en cuan diferentes son entre sí y en la complejidad de la interacción entre ellos.

Tras un sismo fuerte el estado de los contenidos es raramente documentado aunque existen algunos esfuerzos al respecto, por ejemplo las bases de datos en ATC-38 (2000). Por otra parte las pruebas experimentales son aun más raras por su costo y complejidad. En consecuencia, es común que el investigador opte por utilizar simulaciones numéricas a pesar de sus limitantes; algunas de estas son: (1) los métodos validados actualmente en uso son bidimensionales, (2) existen pocos ejemplos que consideren la interacción entre objetos (golpeteo, objetos apilados, caída sobre otro objeto, etc.), (3) los resultados del análisis son difíciles de extrapolar al contexto real del objeto estudiado (si un objeto se desliza 200 mm ¿Se daña?), (4) no se obtienen videos comparables con los de una prueba experimental y resulta difícil transmitir al público en general la relevancia de estas pruebas.

Lograr una simulación numérica que satisfaga estas carencias es una labor abrumadora, no obstante, desde hace algunos años, disciplinas ajenas a la ingeniería sísmica han desarrollado métodos para la industria cinematográfica y de video juegos que pueden adaptarse a dicho objetivo. Estos métodos una vez codificados, suelen distribuirse en grupos de librerías denominados ‘motor físico’ (*physics engine*) caracterizados por ser eficientes, flexibles y relativamente fáciles de implementar. Estas herramientas sólo han sido validadas de acuerdo a los propósitos para los que fueron diseñadas y se sabe que en su desarrollo la eficiencia numérica ha precedido la precisión.

### 1.2. OBJETIVO Y APORTES

En este trabajo se explora la posibilidad de aprovechar los ‘motores físicos’ usados por la industria del entretenimiento digital en trabajos relacionados con la respuesta sísmica de contenidos de edificios y la divulgación científica.

El aporte del trabajo se concentra en dos vertientes:

- 1- Con la ayuda de un ‘motor físico’ es posible producir el equivalente virtual de una mesa vibradora para analizar contenidos de edificios. Dicho artefacto estará habilitado para la simulación tridimensional, detección de colisiones e interacción entre cuerpos rígidos. En este trabajo se implementa una mesa vibradora virtual y se evalúa usando registros de pruebas experimentales en una mesa vibradora real.

- 2- Las personas que no han experimentado un terremoto fuerte carecen de la sensibilidad para identificar vulnerabilidades sísmicas en su entorno. Incluso para profesionales y tomadores de decisiones es difícil imaginar las consecuencias de un terremoto en entornos con muchos contenidos que interactúan de forma incierta. Para atender este problema, se implementa un procedimiento para producir animaciones realistas y precisas a partir de la simulación hecha con la mesa vibradora virtual. De modo que la propuesta de esta tesis funciona en esencia como una herramienta para la mitigación de riesgos.

Existen metodologías probadas que ofrecen resultados similares a los que se pretende lograr con la mesa vibradora virtual (MVV) pero tienen la desventaja de ser costosos, de código comercial, difíciles de implementar, de complicada entrada de datos e interpretación de resultados y en algunos casos requieren de parámetros de calibración. Con la MVV propuesta, la implementación es gratuita, comparativamente más rápida y la entrada y salida de datos se hace con un programa de dibujo muy sencillo. En este trabajo proponemos e implementamos la MVV, exploramos la calidad de la simulación y planteamos algunas posibles aplicaciones. Téngase en cuenta que aún si la simulación no es suficientemente buena, las subrutinas de cálculo pueden sustituirse debido a la naturaleza modular de los motores de física.

### **1.3. RELEVANCIA**

El trabajo es importante porque existe la necesidad de mejorar la estimación del desempeño de los componentes no estructurales ante sollicitaciones sísmicas y así habilitar análisis más realistas que incluyan todos los posibles comportamientos del sistema de cuerpos rígidos. Algunas posibles aplicaciones son (1) garantizar determinado nivel de servicio después de un sismo, incluidos los contenidos de edificios; (2) estimar la vulnerabilidad de grupos de contenidos de edificios para mejorar los esquemas de aseguramiento y mitigación de pérdidas y (3) mejorar las herramientas disponibles para la concientización sobre el riesgo sísmico.

Por ejemplo, en hospitales el nivel de servicio deseable después de un sismo es el de ocupación inmediata, este objetivo de comportamiento está definido entre otras referencias en NIST (2002). Dicho nivel implica un comportamiento de la estructura principal, componentes no estructurales y contenidos, tal que la pérdida de funcionalidad no dure más que el tiempo de evacuación y reingreso del personal. Con el trabajo que presentamos es posible modelar el comportamiento de los contenidos (equipo de laboratorio, instrumental, almacén de medicamentos, etc.) ante sismos esperados para así poder evaluar estrategias de mitigación.

### **1.4. ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO**

Se presenta una descripción del ‘motor físico’ evaluado y de la implementación hecha para habilitar la mesa vibradora virtual (MVV). Los resultados de simulaciones en la MVV del comportamiento de distintos cuerpos rígidos ante una selección de registros sísmicos son comparados contra registros de pruebas en una mesa vibradora real. Las observaciones se discuten y se listan los alcances y limitaciones de la MVV. Finalmente se presentan simulaciones en sistemas de contenidos de edificios en tres tipos de uso: vivienda, laboratorio y oficina.



## CAPÍTULO 2

### TRABAJOS RELACIONADOS

#### 2.1. SIMULACIÓN NUMÉRICA DE CUERPOS RÍGIDOS

Existen líneas de investigación en las ciencias de la informática, la ingeniería sísmica y mecánica que han desarrollado de forma independiente salvo contadas excepciones, modelos numéricos del comportamiento de cuerpos rígidos ante distintos tipos de excitación. Los planteamientos son tan variados como los intereses de cada grupo. A continuación se enuncian los trabajos vinculados con la ingeniería civil, y luego los vinculados a la informática y robótica.

##### 2.1.1 Métodos usados en la ingeniería civil

Es claro que para modelar la respuesta sísmica de contenidos de edificios, el tipo de excitación de cuerpos rígidos que más se ha estudiado es el desplazamiento de la base. En la literatura pueden hallarse distintos enfoques que van desde criterios de volteo estrictamente geométricos, métodos matriciales, hasta planteamientos numéricos de ecuaciones de movimiento no lineales. El apéndice F de (FEMA, 2011) contiene un listado muy nutrido de investigaciones relevantes sobre el tema; destacan los trabajos de Makris y Zhang (1999) y Shenton y Jones (2001).

Existen pocos trabajos que exploran otros aspectos de la dinámica como el comportamiento tridimensional o la interacción entre distintos cuerpos rígidos: sistema de cuerpos rígidos (CR). Tampoco se tiene noticia de que los trabajos existentes sean citados en publicaciones que utilicen simulaciones de CR para calcular funciones de fragilidad o estimar pérdidas. Algunos ejemplos destacados, son los presentados por Papantonopoulos *et al.* (1998) en el que hicieron pruebas de mesa vibradora con un modelo a escala 1:3 de una columna del Partenón, además de simulaciones numéricas con el programa UDEC (Cundall, 1985) que considera seis grados de libertad por cuerpo. El programa UDEC fue inicialmente desarrollado para el estudio de la mecánica de suelos rocosos y actualmente es de los códigos más citados en trabajos relacionados con la simulación de medios discontinuos; la mayoría de sus aplicaciones están relacionadas con la geotecnia. El fundamento de este programa es el método DEM por sus siglas en inglés para método de elementos distintos.

Papantonopoulos *et al.*, (1998) señalan sobre los análisis planos, que para garantizar el comportamiento bidimensional de un cuerpo tridimensional se requieren condiciones ideales. Es claro que estas condiciones son difíciles de alcanzar en la práctica. También enfatizan la relevancia de un tipo de comportamiento tridimensional poco conocido: El giro sobre el eje vertical de cuerpos rígidos. La rotación se produce cuando durante el volteo, cualquier movimiento que se aparta del punto de contacto produce fuerzas cortantes excéntricas que inician la rotación. Tobita y Sawada (2006) revisitan este fenómeno, tras haber sido observado en lápidas de un cementerio tradicional japonés. Utilizan datos experimentales para calibrar un modelo basado en DEM similar al de Cundall (1985). Cundall (1971) hizo la primera propuesta de un modelo bidimensional basado en DEM de sistemas de cuerpos rígidos. El método ha sido adaptado para otras aplicaciones, por ejemplo, DeJong *et al.*, (2007) lo utilizaron para modelar el comportamiento de arcos de mampostería sujetos a movimientos en la base.

Existen otros métodos distintos al DEM que pueden usarse para estudiar sistemas de CR. Allen *et al.*, (2006) examinan el movimiento conjunto de prismas rígidos bidimensionales con restricción cinemática, resolviendo el sistema de ecuaciones de movimiento condicionadas a estas restricciones.

Encontraron que a pesar de la no linealidad del comportamiento de cada cuerpo y lo caótico del estado final del conjunto, pueden distinguirse aparentes tendencias en el sistema en simulaciones con cambios en geometría y o excitación. En esta misma línea, Arredondo y Reinoso (2010) presentan un gráfico altura contra anchura del cuerpo, para definir si un objeto se voltea. Los gráficos se basan en ecuaciones función de la aceleración y velocidad máximas, frecuencia dominante y el registro de aceleraciones en el tiempo.

Los trabajos hasta ahora mencionados son puramente numéricos, pero en algunos casos, es posible mejorar las simulaciones haciendo uso de las lecturas de pruebas experimentales. Peña *et al.*, (2007) presentan numerosas pruebas experimentales en mesa vibradora para estudiar el volteo de bloques de granito prismáticos; proponen un procedimiento para encontrar los parámetros que definen un modelo numérico basado en DEM a partir de la solución analítica del sistema de ecuaciones de movimiento y las restricciones cinemáticas. Papantonopoulos *et al.* (1998) hicieron algo similar como se menciona en párrafos anteriores. Arredondo y Reinoso (2008) también utilizaron pruebas experimentales para ajustar y evaluar un modelo numérico para cuerpos rígidos bidimensionales; el modelo fue utilizado para estudiar la vulnerabilidad de inventarios de objetos representativos de un tipo de uso de edificio (Reinoso *et al.*, 2010). Sin considerar la interacción entre cuerpos, la probabilidad de pérdida del conjunto se estima como la probabilidad acumulada de la pérdida de cada objeto.

Sólo se tiene registro de una investigación relacionada con la ingeniería civil, en la que se han utilizado los motores físicos (La sección 2.2 se destina a describir que es un motor físico y como se utiliza). Whiting *et al.*, (2009) utilizan el modelo de una iglesia antigua de mampostería simple sin mortero, donde cada bloque de piedra es un cuerpo rígido independiente. Ellos utilizan el motor físico para ilustrar la estabilidad estructural en reposo lograda tras mejorar el diseño con un algoritmo iterativo de optimización de dimensiones basado en diseño procedimental. El modelo también se sometió a un impulso único en la base para ilustrar el colapso de la estructura.

Por último, resulta conveniente describir un trabajo no publicado que preparamos como anteproyecto de esta tesis. El trabajo esta también enfocado en modelar la interacción entre objetos pero sin resolver la física de la interacción, sino combinando las funciones de fragilidad de los objetos. La interacción se modela con árboles de falla de forma similar a como Ray-Chandhuri y Shinozuka (2010) hacen para estudiar la probabilidad de falla del conjunto de instalaciones de un hospital. El estudio fue promisorio ya que permite aprovechar funciones de vulnerabilidad existentes para cuerpos aislados pero esta limitado a la inventiva del árbol de falla propuesto y los modos y condiciones de falla considerados para cada objeto. Un ejercicio sobre una instalación industrial hipotética, sugiere que la pérdida esperada para un conjunto de cuerpos que interactúan es mayor que si los cuerpos no interactúan. No obstante el método no permite considerar que la interacción puede ser benéfica (*e. g.* que el movimiento de un objeto se vea restringido por el desplazamiento de otro). Se concluyó que aunque el planteamiento es sólido, el procedimiento sólo resulta práctico para estudiar la progresión del daño a partir del primer elemento que falla (detonante) y que el procedimiento debe repetirse para cada posible cadena de sucesos (interacciones entre los objetos). Escenarios complejos requerirían de la revisión de numerosos árboles de falla (por lo menos uno para cada detonante). El procedimiento propuesto en dicho trabajo previo, sólo se sugiere para casos donde la relación de causalidad del daño que un objeto provoque sobre otro sea evidente y única. Este trabajo se incluye en el Anexo B.

### **2.1.2 Métodos usados en robótica e informática**

Algunos de los primeros esfuerzos de las ciencias de la computación para producir modelos del comportamiento de cuerpos rígidos, fueron producir un sustituto del mundo real para simplificar el desarrollo y evaluación de sistemas robóticos. Las vertientes principales son: (1) la alimentación de partes (un brazo mecánico toma piezas que transitan por una banda transportadora) y (2) mejora de la

inteligencia artificial para la planificación del movimiento (proveer de ‘sentido común’ a los robots) (ambos en Weitnauer *et al.*, 2010).

El desarrollo de sistemas de control automático también requiere de modelos del entorno real. Un ejemplo interesante lo presenta Plummer (2008) con el modelo numérico de una mesa vibradora sobre la que se ‘montó’ un dispositivo con un sistema de control electromecánico que debía actuar durante un terremoto. La aplicación se basó en las librerías SimMechanics de Matlab y los parámetros que definen el modelo fueron calculados u obtenidos de forma experimental.

Los trabajos antes mencionados son claramente desarrollos para casos únicos que además deben calibrarse. Existe una vertiente que se enfoca en el desarrollo de métodos de propósito general más fáciles de implementar aunque de menor precisión. El grueso de estos trabajos puede clasificarse como motores físicos. Hahn (1988) presenta uno de las primeras implementaciones de un motor físico (no denominado así en dicho trabajo) e introduce la detección y respuesta a colisiones entre cuerpos. Además incluye un sistema de estabilización para cuerpos estáticamente inestables. Esta característica ha permeado a la mayoría de los motores físicos modernos y representa una de las diferencias más profundas a los métodos usados por la ingeniería civil.

Los motores físicos tomaron dicho nombre en la década pasada, cuando por practicidad, el conjunto de clases y librerías comenzaron a distribuirse en paquetes que pueden implementarse dentro de un nuevo proyecto a modo de *middleware* (una capa de software entre el sistema operativo y el programa final). Barenbrug (2000) ilustra el diseño e implementación de un motor físico llamado *Dynamo*. Hace énfasis en que la eficiencia de un motor físico radica en la forma de sus estructuras de datos y la correcta estructuración del proyecto de software.

La industria del entretenimiento ha sido la principal promotora del desarrollo de motores físicos eficientes para su uso en videojuegos y secuencias de animación en cine. Para estos propósitos, el paradigma de simulación de uso más extendido lo introdujo Mirtich (1996) y está basado en la transferencia de impulsos. En este contexto entiéndase impulso como una fuerza aplicada al centroide del cuerpo durante un ciclo de análisis. Este paradigma es muy eficiente en lograr simulaciones en sistemas de cuerpos rígidos, logrando niveles de precisión aceptables.

La mayoría de los motores físicos están basados en el paradigma de impulsos. Existe otro enfoque caracterizado por ser estable y robusto basado en la integración de sistemas de ecuaciones que definen la dinámica de cada cuerpo y las restricciones cinemáticas de cada uno. Erleben (2005) trabajó en mejorar la eficiencia numérica de dicho enfoque. Propone un sistema de propagación del impacto basado en velocidades, y hace una descripción profunda de un método para la detección de colisiones basado en la teoría de grafos (Los grafos son estructuras matemáticas usadas para modelar relaciones entre objetos de un conjunto). Dicho trabajo incluye una vasta base de referencias a trabajos enfocados en el desarrollo histórico de todos los detalles involucrados con la construcción de un motor físico.

Garstenauer (2006) presenta una descripción detallada del trasfondo teórico (mecánica clásica) de los métodos utilizados por los motores físicos para modelar el comportamiento dinámico de cuerpos rígidos. No obstante, los motores físicos difieren en los métodos numéricos elegidos y los detalles de implementación de cada uno, excepto en los métodos más comunes (e. g. Operaciones matriciales, solución de sistemas lineales, derivación e integración numéricas).

El creciente número de motores de física, dificulta la elección de uno. Boeing y Bräunl (2007) presentan una evaluación cualitativa de siete motores físicos gratuitos y disponibles al público. Revisaron la precisión y eficiencia computacional del integrador (algoritmo que determina la posición del objeto dadas las fuerzas que actúan en el), las propiedades de los materiales, manejo de memoria,

conexiones (articulaciones o restricciones de grados de libertad) y detección de colisiones. La evaluación hecha por los autores concluye que el motor físico *Bullet* (Coumans, 2011) tiene el mejor desempeño en general, aunque ninguno de los siete evaluados es superior a los otros en todos los aspectos. En contraste, Weitnauer *et al.* (2011) consideran que *Bullet* tiene características típicas de otros motores.

Con el paso del tiempo, la evolución de las computadoras ha reducido los compromisos que deben hacer los motores físicos durante las simulaciones. Esto se ve reflejado en la mejora continua del realismo y extensión de las simulaciones en las muestras más recientes de la industria del entretenimiento. La mejora se atribuye a dos parámetros: mayor capacidad de cálculo y en menor medida el mejoramiento de los métodos numéricos, en particular, la reducción del error de simulación. Existen pocos trabajos recientes que busquen corregir el error numérico cambiando el paradigma de análisis. Por ejemplo, Müller *et al.*, (2006) proponen un paradigma basado en desplazamientos aplicable a cuerpos deformables que logra eliminar el pico en la respuesta (*overshooting*) asociado a los esquemas de integración explícita usados en los motores físicos basados en impulsos. En contraste, la mayoría de los esfuerzos se enfocan en mejorar particularidades de los métodos existentes y se ven rápidamente reflejados en actualizaciones de disponibles con cada nueva versión de los motores de física.

## 2.2. ESTRUCTURA DEL MOTOR FÍSICO

Elegimos el motor físico *Bullet* (Coumans, 2011) con base en las comparaciones citadas en la sección anterior. Erwin Coumans inició el desarrollo de *Bullet* cuando trabajaba en el equipo de investigación y desarrollo de Sony Computer Entertainment America. El código fuente fue liberado y actualmente se distribuye gratuitamente bajo la licencia *ZLib* como software libre. El desarrollo sigue bajo la dirección de Coumans y recibe numerosas aportaciones de entusiastas de la programación.

Las tareas principales de un motor físico son la solución de la mecánica de los cuerpos, la resolución de colisiones y la actualización de los parámetros de cada objeto tras cada ciclo de cálculo. En la jerga de programación de juegos, se llama *world* al conjunto de datos sobre los objetos: posición, geometría, tensor de inercia, masa, velocidad instantánea y demás parámetros físicos. El paso de un ciclo de cálculo define el avance en el tiempo dentro de la simulación. Los ciclos de análisis suelen ejecutarse a intervalos irregulares en las aplicaciones en tiempo real y a intervalos fijos cuando la exactitud es importante. En nuestro caso, los intervalos son fijos porque además de la precisión, se busca mantener la sincronización con las señales de sismo.

En un ciclo de análisis, el algoritmo para actualizar el *world* tiene cuatro etapas:

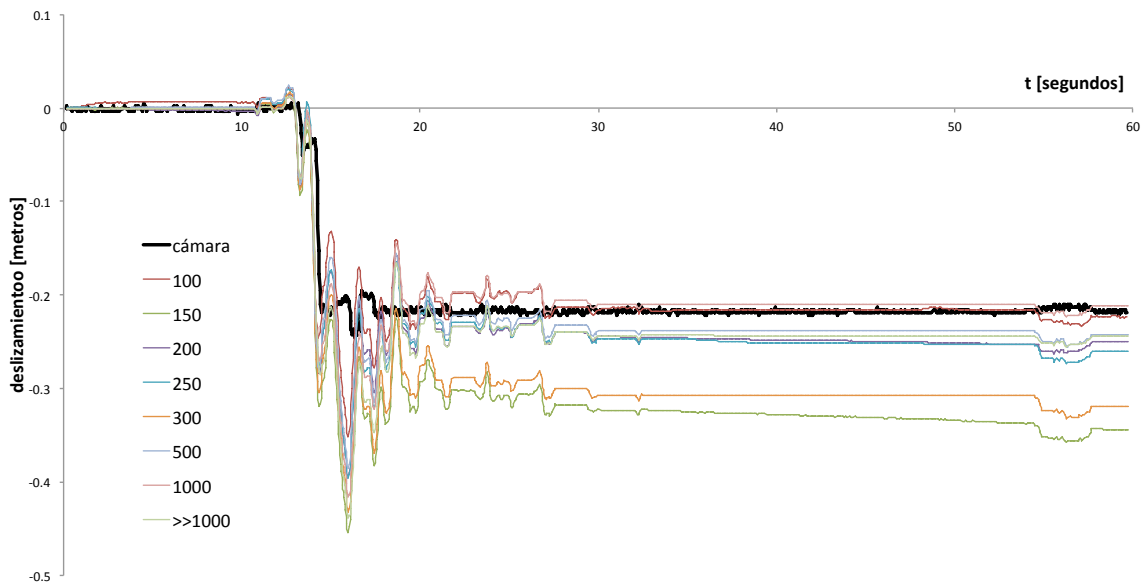
1. Actualización de la velocidad preliminar: Se aplica la gravedad y se predicen las nuevas velocidades en todos los cuerpos.
2. Detección de colisiones de fase amplia: A partir de la geometría se calculan los AABB<sup>1</sup> de cada cuerpo y se detectan pares de objetos con AABBs intersectados.
3. Detección de colisiones de fase angosta: Se revisa a detalle cada par de objetos con posible colisión y se determina la información de contacto detallada. Utiliza el algoritmo GJK (Gilbert *et al.*, 1988). Se obtienen los puntos de contacto.
4. Cálculo final de la dinámica: Con los puntos de contacto de las colisiones, la masa, la inercia y las restricciones cinemáticas, se corrige la velocidad de los cuerpos. La velocidad se integra para estimar las posiciones.

---

<sup>1</sup> AABB: *Axis Aligned Bounding Box*. Es un paralelepípedo alineado a los ejes cartesianos principales, al que se inscriben los bordes extremos de la figura.

*Bullet* está diseñado para utilizarse en forma modular. Por tanto resulta simple sustituir partes del motor físico y ensayar nuevos algoritmos. Por ejemplo, es posible utilizar sólo el módulo para la detección de colisiones o bien incluir módulos para simular cuerpos flexibles, la fractura de cuerpos rígidos compuestos o la importación de geometría desde programas de dibujo.

*Bullet* está basado en un paradigma híbrido (impulso y restricción) y un integrador equivalente al Euler de segundo orden (Boeing y Bräunl, 2007). Se sabe que los motores físicos basados en impulsos tienen un pico en la respuesta (*overshooting*) (Müller *et al.*, 2006), no obstante es común que los motores físicos incluyan subrutinas para reducir el error numérico de la integración. En *Bullet* se cuenta con dos mecanismos adicionales que el programador puede implementar para mejorar la exactitud de la simulación. (1) Es posible incluir amortiguamiento artificial en la traslación y rotación de cada cuerpo. (2) El número de ciclos internos por segundo tiene efectos importantes en la calidad de la simulación. En la Figura 1 se compara la medición experimental del deslizamiento de un bloque contra simulaciones hechas con distinto número de ciclos de análisis por segundo. Se distingue la fase impulsiva de los 10 a los 20 segundos y la fase estable después de los 20 segundos. En la fase impulsiva, todas las simulaciones presentan picos en la respuesta (*overshooting*) en casi la misma medida. Este mismo comportamiento se hizo utilizando señales de la misma excitación con distinto  $\Delta t$  y no se encontró variación en los resultados. Algunas simulaciones aproximan el valor de deslizamiento final a pesar de un mal desempeño en la fase impulsiva. Este comportamiento ha sido observado antes (Boeing y Bräunl, 2007). En la fase estable no se observa relación entre el número de ciclos por segundo y el nivel de error. La simulación con el mejor ajuste fue a 100 ciclos por segundo, muy próxima a la de 1000 ciclos por segundo. El mayor error lo obtuvo la simulación a 150 ciclos por segundo seguida por la de 300 ciclos por segundo. El historial de deslizamiento de algunas simulaciones en la fase estable indican un crecimiento estable del error (el bloque sigue deslizándose cuando no debería).



**Figura 1. Influencia de la cantidad de ciclos de análisis por segundo.**

Los motores físicos pueden tener problemas para representar cuerpos en reposo, ya que tras varios ciclos de cálculo el impulso remanente puede dar lugar a errores numéricos notables. En el Capítulo 3 se retoma este tema. En los motores físicos modernos como *Bullet*, los objetos que no se han

desplazado más de cierta distancia durante varios ciclos de análisis pasan a estado 'dormido' en el cual la posición del objeto deja de calcularse y se considera fija. El objeto sale de dicho estado si entra en colisión con un objeto en movimiento (Schmildl, 2002).

Existen cuatro tipos de cuerpos rígidos en *Bullet*, cuerpos *estáticos*, *dinámicos*, *cinemáticos* y *fantasmas*. Los cuerpos *estáticos* no son afectados por la colisión con otros cuerpos pero sí restringen el movimiento de los cuerpos *dinámicos*. Los cuerpos *dinámicos* responden a toda excitación y actualizan su posición en cada ciclo de análisis. Los cuerpos *cinemáticos* son cuerpos *estáticos* que pueden controlarse por la lógica del programa. La mesa vibradora virtual es un cuerpo *cinemático*. Los cuerpos *fantasma* no colisionan con otros objetos y suelen usarse como sensores.

La geometría de los objetos se indica con figuras geométricas básicas (prismas, conos, planos, etc.), con mallas de triángulos en el espacio o con figuras compuestas de varias figuras geométricas simples conectadas por articulaciones. La geometría de todos los cuerpos puede ingresarse de forma programática (indicar las coordenadas y conectividades de los nodos a través de texto) o bien importarse de varios programas de diseño tridimensional por computadora como *Autocad Maya* y *Blender*. Nosotros utilizamos este último porque es gratuito y puede controlarse mediante código *script* desde la consola de terminal.

## CAPÍTULO 3

### MESA VIBRADORA VIRTUAL

#### 3.1. IMPLEMENTACIÓN

Presentamos un paquete de software para la simulación numérica de pruebas sobre mesa vibradora habilitado para el análisis del comportamiento de sistemas de cuerpos rígidos con seis grados de libertad. Lo llamamos mesa vibradora virtual (MVV). La MVV utiliza el motor físico *Bullet* (Coumans, 2011) y tiene las siguientes características:

1. Los escenarios de prueba se ingresan desde archivos del programa de dibujo *Blender* (2011).
2. Las señales de sismo se asignan a los tres ejes de traslación de la MVV.
3. La simulación considera la interacción entre cuerpos y reporta el historial de posición y rotación del centro de masa de cada cuerpo.
4. Se genera una presentación gráfica de la simulación en tiempo real, historial de posiciones de cada cuerpo y un archivo de instrucciones para producir una animación de la simulación en *Blender*.

La MVV reconoce tres tipos de objeto desde el archivo *Blender*. Un objeto cuyo nombre tiene el prefijo *edificio* se considera parte de la mesa vibradora (suelo, muros, repisas empotradas) y se mueve de acuerdo al desplazamiento dictado por las señales de sismo. Internamente estos objetos se definen *cinemáticos* aunque en el archivo *Blender* deben definirse como *estáticos*. El prefijo *no* se utiliza para indicar los cuerpos que no formarán parte de la simulación. Estos cuerpos se definen *estáticos* y no se genera reporte impreso de su historial de posiciones. El resto de los objetos en el archivo se modelan como cuerpos *dinámicos*. La interpretación exitosa de estos objetos como cuerpos rígidos para la simulación, requiere que se cumplan las siguientes condiciones:

- El centro de los objetos coincide con el centro de masa del cuerpo que representa. Esto es necesario en objetos básicos, mallas de triángulos y objetos compuestos. La unidad de dibujo es metros.
- El objeto está definido como tipo *dynamic* o *rigid body* (son equivalentes).
- Cada objeto tiene asignado parámetros físicos. La masa se asigna en kilogramos en el campo correspondiente en *Blender*, los coeficientes de fricción y restitución se indican en el primero y segundo campos para la fricción anisotrópica.
- El objetos cuya geometría asemeja una figura básica se les asigna un borde de colisión (*collision bounds*) tipo *box*, *cylinder* o *sphere* según sea el caso.
- Los objetos cuya geometría puede describirse por varias figuras básicas no traslapadas, se ensamblan usando articulaciones (*object constraints*) tipo codo o bisagra. Pueden indicarse tantas articulaciones como sea necesario.
- Los objetos cuya geometría no puede describirse mas que por una malla de triángulos tendrán un borde de colisión tipo *triangle mesh*. Dado que este tipo de borde no registra colisiones con objetos *cinemáticos* (e. g. la mesa vibradora), es necesario colocar un cuerpo *dinámico* auxiliar entre ellos.
- El margen de colisión debe ser un valor pequeño, en este trabajo se utiliza 0.0
- El objeto tiene asignado un mapa de textura. Este parámetro no influye el cálculo pero es necesario para la presentación gráfica previa.

*Bullet* no hace distinción entre fricción estática y dinámica. Durante la simulación, el coeficiente de fricción utilizado toma el valor del producto de los coeficientes de los objetos involucrados. Es decir, la fricción entre la mesa vibradora con  $\mu_{\text{mesa}}=1.0$  y un bloque con  $\mu_{\text{bloque}}=0.7$  se estima con  $\mu=0.7$ . De igual manera, el coeficiente de restitución entre dos superficies es el producto de los valores asignados a cada objeto. Esta particularidad debe tomarse en cuenta cuando se tienen dos o más objetos apilados sobre la mesa vibradora. Otros parámetros en el archivo *Blender* no son leídos por la MVV.

### 3.2. USO DEL PROGRAMA

En esta sección ilustramos los pasos para ejecutar un análisis en la MVV con un ejemplo sencillo, en el que buscamos reproducir el deslizamiento de un bloque rígido sometido a una componente de sismo.

En este análisis como en el resto de los presentados en la tesis, la plataforma de la mesa vibradora está formada por una retícula de cubos de dos metros (sin ninguna transformación de escala). Esta configuración se definió empíricamente tras numerosos ensayos y ofrece la mejor precisión de simulación posible.

El bloque rígido mide 600 mm en la base, 1200 mm de altura y 800 mm en la dirección perpendicular a una componente del sismo de Kobe de 1995. El coeficiente de fricción entre los materiales de la mesa y el bloque es  $\mu=0.25$  y la restitución es  $e=0.7$ .

Con el programa de dibujo *Blender* en modo *Blender Game* trazamos la plataforma de la mesa vibradora y la nombramos *edificio.000*. El tipo de objeto es *estático* y los coeficientes de restitución y fricción valen 1.0. El borde de colisión es *box*.

El bloque de ensayo se modela a partir de un cubo al que se asignan las dimensiones indicadas en la ventana *Properties > Object > Scale*. Es necesario aplicar la transformación de dimensiones (menú *Object > Apply > Location*). Nótese que las dimensiones se indican del centro del objeto al borde. El bloque de ensayo se define como un cuerpo rígido con la opción *Properties > Physics > Physics Type > Rigid Body*. En la misma ventana se elige *Collision Bounds* y de la lista desplegable, la opción *Box*. Por último el bloque se coloca sobre la mesa vibradora y se asignan coeficientes de fricción y restitución a ambos cuerpos a través del campo *Properties > Physics > Anisotropic Friction* donde el coeficiente de fricción se indica en el primer campo y la restitución en el segundo. En la Figura 2 se muestra la ventana del programa con el modelo terminado.

En este ensayo no es necesario indicar la masa ya que no hay colisiones entre cuerpos rígidos. Se ha demostrado que el volteo y deslizamiento de cuerpos rígidos con excitación en la base no depende de su masa (Housner, 1963; Shenton, 1996).

El modelo está listo para ejecutar el análisis, el paso siguiente es seleccionar las señales de sismo que pueden ser archivos binarios o de texto con un dato en cada línea. Las señales pueden ser de desplazamiento o aceleraciones (en tal caso el programa hace una corrección de línea base en las señales antes de la doble integración). Las unidades de las señales se asumen en metros o bien  $\text{m/s}^2$ . Puede indicarse un factor de escala para cada componente; la escala se aplica antes de la doble integración. Para este ejemplo, usamos una componente de desplazamiento del sismo de Kobe, Japón en 1995.



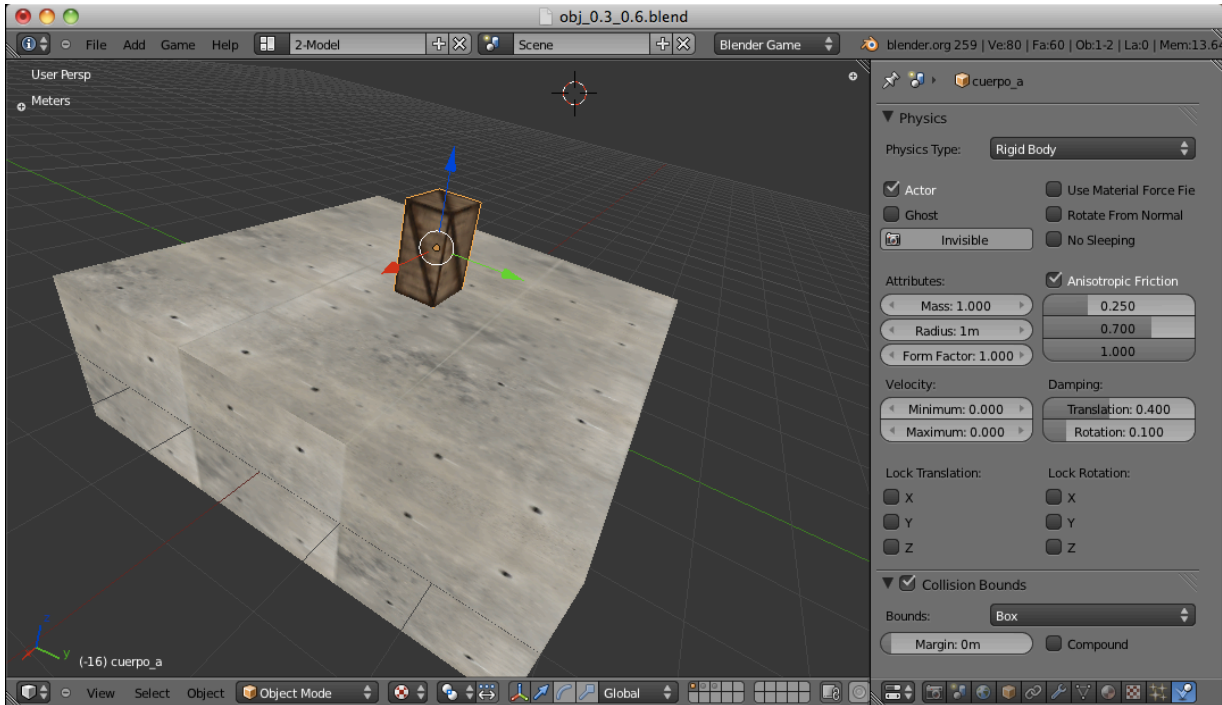


Figura 2. Ventana de *Blender* con el modelo de análisis terminado.

El programa suministrado en el anexo A se ha denominado *MVV4.0* y se ejecuta en plataformas Mac OS X. Está codificado en C++ (con excepción de la interfaz de usuario en Objective C) por lo que con ajustes menores puede ejecutarse en otras plataformas. En la Figura 3 se muestra la ventana del programa con las señales de sismo, el factor de escala para cada componente, el nombre de archivo del modelo dibujado en *Blender*, y los parámetros del paso de análisis para la simulación.

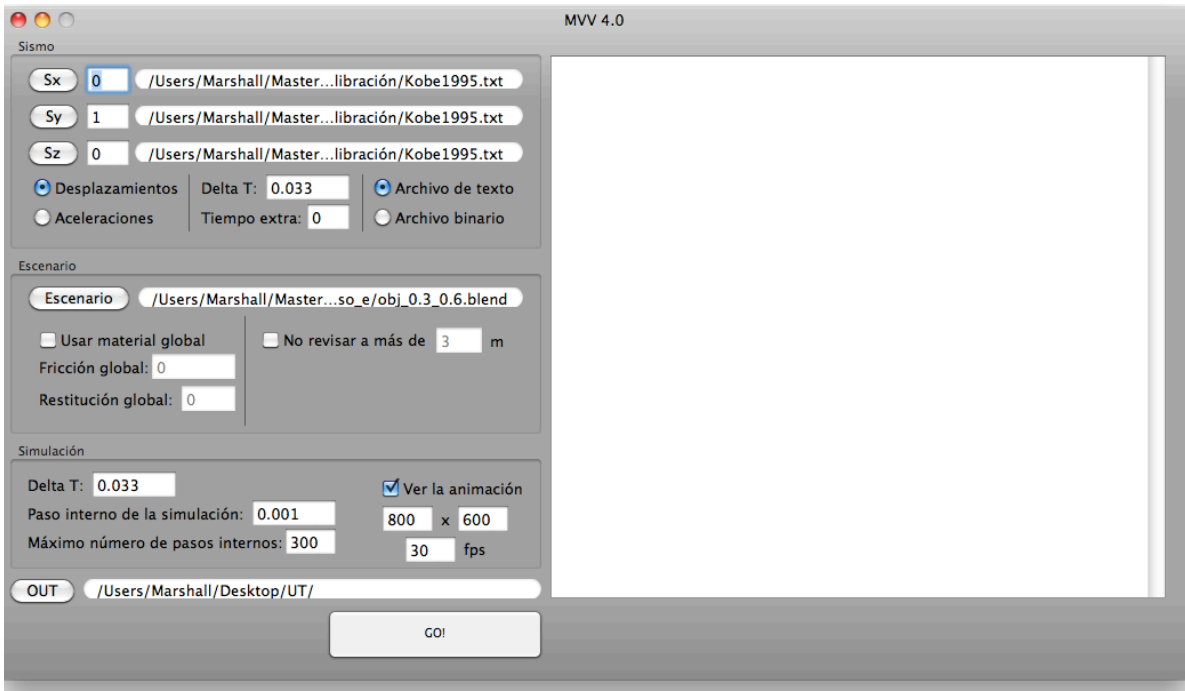
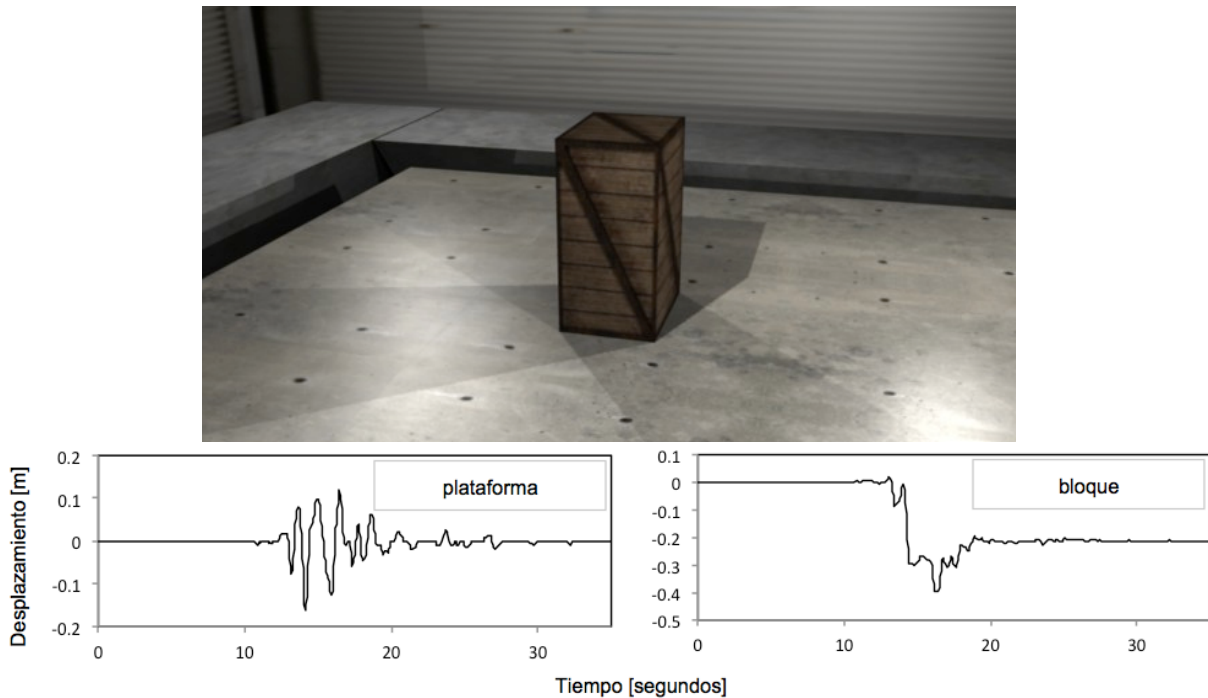


Figura 3. Ventana de *MVV4.0* con los datos para el análisis.

Las señales de sismo tienen un paso  $\Delta t = 0.033$  segundos por lo que hemos elegido un paso interno de simulación  $\Delta t_{int} = 0.001$  segundos. Siempre debe revisarse que el cociente  $\Delta t / \Delta t_{int}$  sea menor que el máximo número de pasos internos, en este ejemplo definido como 300.

Al iniciar el análisis, la simulación se observa en tiempo real en una ventana con gráficos de baja calidad por la que el usuario puede desplazarse con las teclas A, W, S, D y las flechas del cursor. Al terminar el análisis, se producen archivos de texto con el historial de posición y rotación del centroide ( $x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ ) para cada objeto de análisis. Las coordenadas de los desplazamientos son metros y las rotaciones están medidas en grados alrededor de los ejes cartesianos globales. Se obtiene también un archivo con los datos de la simulación y un *script* en lenguaje *Python* con las instrucciones para producir una animación de la simulación en el archivo de escenario de *Blender*. En la Figura 4 se muestra una instantánea de la animación producida junto con los historiales de desplazamiento de la plataforma y el bloque de ensayo.



**Figura 4. Simulación de desplazamiento de la plataforma en la mesa vibratora virtual.**

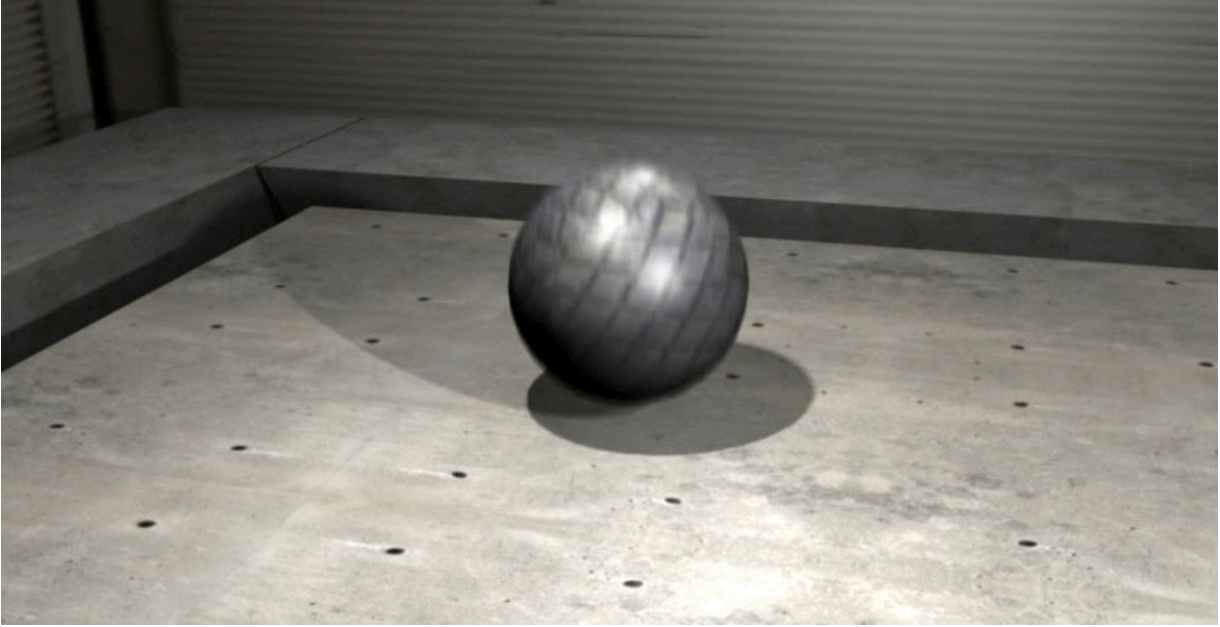
### 3.3. ANÁLISIS COMPARATIVO DE SIMULACIONES

En esta sección analizamos la respuesta de modelos en la mesa vibratora virtual (MVV) basada en el motor físico *Bullet* (Coumans, 2011). Este y otros motores físicos han sido evaluados por varios autores (sección 2.1.2) en aplicaciones que no demandan la exactitud esperada en ingeniería sísmica. El análisis parte de la comparación de resultados de simulaciones de distintos modelos, valores teóricos y registros de pruebas experimentales. Se identifica el error encontrado en cada prueba y se discuten las observaciones.

#### 3.3.1 Rebote inelástico de una esfera

Utilizamos el modelo de una esfera indeformable de un metro de diámetro en caída libre desde el reposo a una altura conocida, la cual choca contra una superficie rígida tras desplazarse  $h = 3.5$  m y

rebota inelásticamente hasta el reposo en  $y_g = 1.5$  m. Véase la Figura 5. El coeficiente de restitución entre el suelo y la esfera es  $C_r = 0.7$ . Los valores que comparamos son el tiempo de caída y la altura máxima tras el primer rebote.



**Figura 5. Esfera rígida en caída libre con rebote inelástico.**

Obtenemos primero los valores teóricos de referencia. El tiempo en caída libre desde el reposo  $t_1$ :

$$t_1 = \sqrt{\frac{2(h)}{g}} = \sqrt{\frac{2(3.5)}{9.81}} = 0.8447 \text{ segundos}$$

La magnitud de la velocidad antes y después del impacto:

$$\begin{aligned} v_1 &= (9.81)(t_1) = 8.2867 \text{ m/s} \\ v_2 &= (C_r)(v_1) = 5.8 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Tras el primer rebote, el tiempo  $t_3$  y la altura máxima  $y_3$ :

$$\begin{aligned} t_3 &= t_1 + \frac{v_2}{9.81} = 1.436 \text{ segundos} \\ y_3 &= y_g + \frac{-9.81 t^2}{2} + (v_2)(t) \Big|_{t=v_2/9.81} = 3.21 \text{ m} \end{aligned}$$

Comparamos ahora estos valores con los arrojados por la simulación. El paso interno de análisis es  $\Delta t_{int} = 0.005$  segundos. El gráfico de la Figura 6 traza el desplazamiento vertical del centro de la esfera. Los valores de la simulación son cercanos a los teóricos.

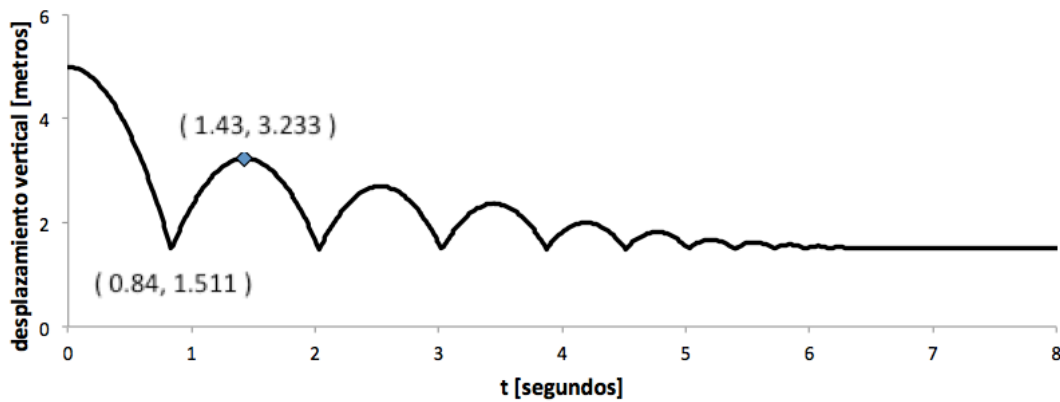


Figura 6. Desplazamiento vertical de una esfera con rebote inelástico.

### 3.3.1 Rebote elástico de una esfera

Utilizamos el mismo modelo de la esfera para explorar la exactitud de la simulación tras un mayor número de ciclos de análisis. En la Figura 7 presentamos la simulación con  $C_r = 1.0$ . El comportamiento esperado es el rebote elástico de la esfera ( $v_{max} = 5m$ ).

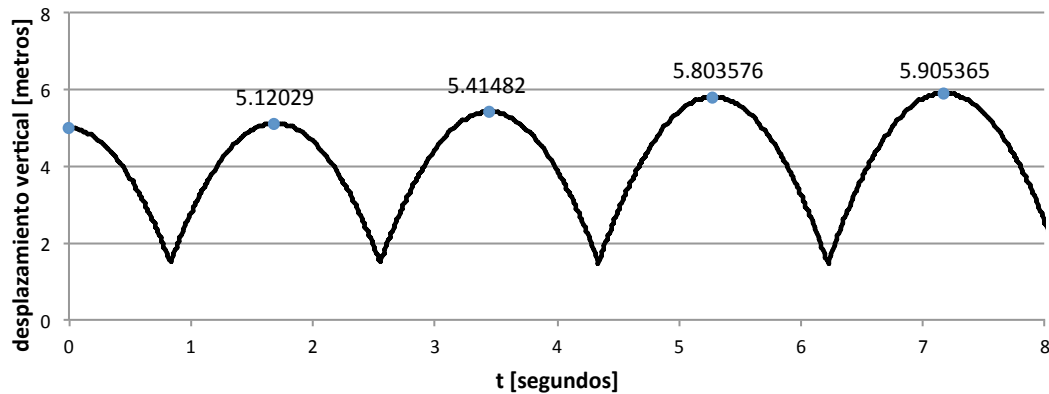


Figura 7. Desplazamiento vertical de una esfera con rebote elástico.

Se observa que el error de cálculo aumenta de forma casi constante conforme progresa la simulación. El error numérico usualmente se asocia a tres fuentes: (1) el algoritmo de cálculo, (2) la precisión numérica y (3) los parámetros que definen el modelo. Las primeras dos fuentes son inherentes al motor físico y aunque pueden manipularse dada la naturaleza modular de *Bullet*, no es el objetivo de este trabajo indagar esta posibilidad. Los parámetros que pueden influir en la calidad de la simulación de la esfera con rebote elástico son: profundidad de penetración durante el impacto y el tamaño del paso interno de análisis.

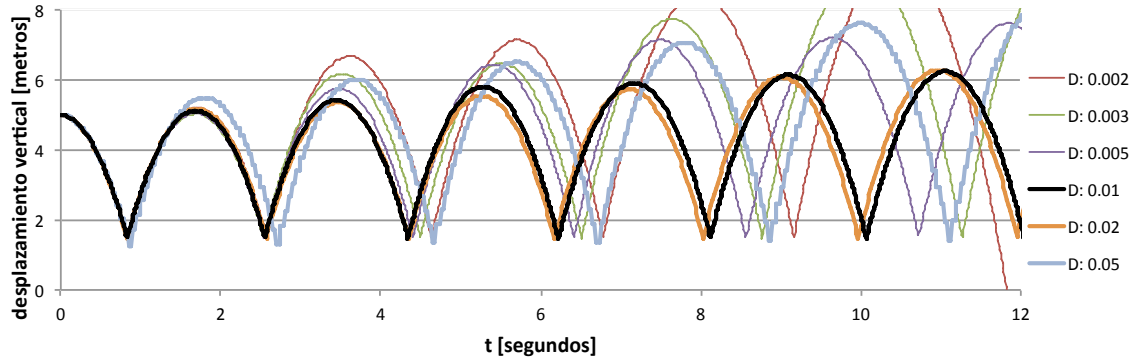
### 3.3.2 Influencia de la magnitud del margen de colisión

Una revisión del código fuente de *Bullet* reveló que el valor del impulso que recibe un cuerpo que impacta a otro depende de la velocidad, masa e inercia de los cuerpos, y del nivel de penetración que existió en la colisión controlado por el parámetro *collision margin*. La penetración ocurre cuando el desplazamiento previsto para el paso de análisis actual es mayor que la distancia entre los cuerpos. El algoritmo sugiere que este tipo de error se minimiza cuando la velocidad del cuerpo o el paso de

análisis son pequeños. Repetimos la simulación anterior con distintos valores de *collision margin* en la esfera y el suelo sin encontrar variaciones significativas entre los resultados.

### 3.3.3 Influencia del tamaño del paso interno de análisis

Con el mismo modelo, revisamos simulaciones con distintos pasos internos de análisis, Figura 8.

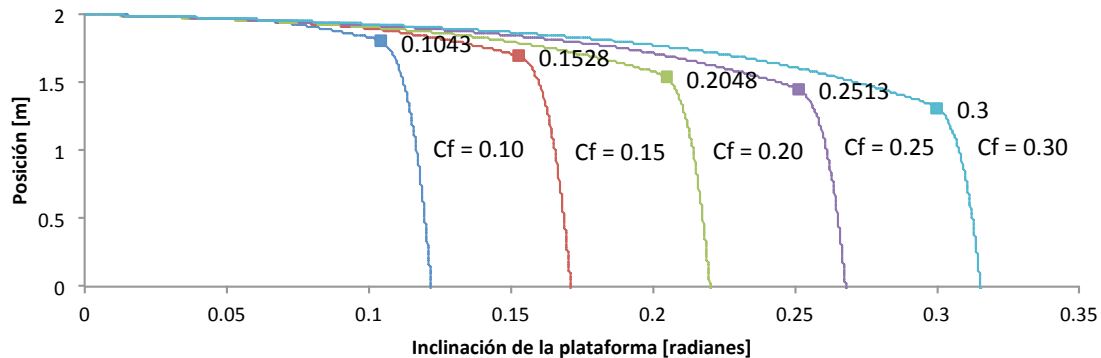


**Figura 8. Desplazamiento vertical de esferas con rebote elástico en análisis con distinto paso interno de análisis D en segundos.**

Ninguno de los ensayos reprodujo el comportamiento esperado ( $y_{max} = 5m$ ). Los mejores resultados se obtienen con  $\Delta t = 0.01$  y  $\Delta t = 0.02$ ; el error parece incrementarse cuando  $\Delta t$  se aleja de dichos valores. Para estudiar este fenómeno más a fondo se realizaron decenas de simulaciones similares pero no se encontró un patrón que explique el fenómeno y permita encontrar el  $\Delta t$  óptimo. No obstante son pocos los valores para  $\Delta t$  que deben explorarse ya que al usar registros sísmicos para el desplazamiento de la MVV,  $\Delta t$  de análisis debe ser un múltiplo entero del  $\Delta t$  del registro sísmico; de lo contrario el sismo no estará en sincronía con el tiempo de la simulación.

### 3.3.4 Fuerzas de fricción

Exploramos los parámetros que controlan las fuerzas de fricción en el motor de física, con el modelo de un cuerpo en reposo sobre un plano cuya inclinación se incrementa lentamente. El cuerpo comienza a deslizarse cuando la componente tangencial de su peso, supera la fuerza de fricción. En la Figura 9 se grafica la inclinación del plano contra la posición horizontal del cuerpo. Se observa que el ángulo al que el deslizamiento del cuerpo se hace evidente coincide en buena medida con el ángulo que puede leerse de las gráficas. En la Tabla 1 se resumen estas observaciones.



**Figura 9. Deslizamiento de un bloque en un plano con inclinación creciente.**

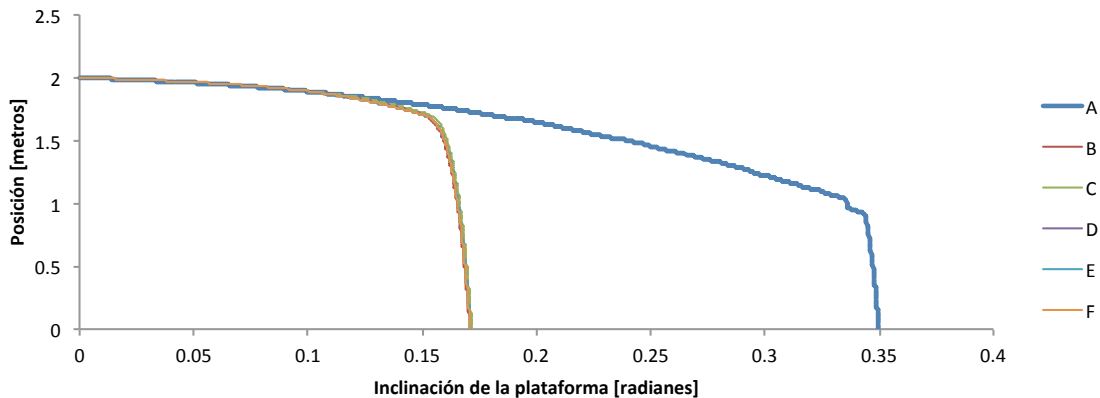
**Tabla 1. Ángulos de deslizamiento en prueba de plano inclinado.**

| Coefficiente de fricción $C_f$ | Ángulo de equilibrio teórico | Ángulo de equilibrio de la simulación |
|--------------------------------|------------------------------|---------------------------------------|
| 0.10                           | 0.1003346721                 | 0.1043                                |
| 0.15                           | 0.1511352181                 | 0.1528                                |
| 0.20                           | 0.2027100355                 | 0.2048                                |
| 0.25                           | 0.2553419212                 | 0.2513                                |
| 0.30                           | 0.3093362496                 | 0.3                                   |

Se ha observado que la profundidad de penetración (parámetro *collision margin*) puede influir en las simulaciones de fricción entre cuerpos. La Tabla 2 contiene juegos de valores del *collision margin* en el cuerpo que se desliza y el suelo. Se usó  $C_f = 0.15$  en todo los casos. La Figura 10 grafica los resultados obtenidos; se observa que el parámetro estudiado no influye en la magnitud de la respuesta salvo en el caso A. El juego de valores del caso A, así como el valor utilizado para el suelo se definieron empíricamente durante el proceso de depuración; se le considera una anomalía numérica. Los valores del caso D son los utilizados por defecto por la MVV y se consideran los más adecuados.

**Tabla 2. Parámetros *collision margin* en los casos de análisis de la Figura 9.**

| Caso | Suelo             | Cuerpo             |
|------|-------------------|--------------------|
| A    | 0.000000011000000 | 0.0100000947713851 |
| B    | 0.000000011000000 | 0.2                |
| C    | 0.000000011000000 | 0.3                |
| D    | 0                 | 0.0399999991059303 |
| E    | 0.000000011000000 | 0.4                |
| F    | 0.000000011000000 | 0.5                |

**Figura 10. Deslizamiento de un bloque en un plano con inclinación creciente con distintos valores en el parámetro *collision margin*.**

### 3.3.5 Deslizamiento y volteo ante sismo

Los análisis anteriores podrían considerarse suficientes para valorar un motor físico cuando la simulación objetivo utiliza sollicitaciones de características similares. En el caso de sismos, los registros de desplazamiento de la base son mucho más complejos que los hasta ahora presentados (mayor rango de amplitudes y mayor contenido de frecuencias) y tienen varias componentes de movimiento. En esta sección aplicamos una componente de movimiento a la plataforma de la MVV y comparamos el desplazamiento de un bloque de prueba contra mediciones experimentales en un ensaye equivalente.

Las pruebas experimentales se realizaron en la mesa vibradora de la UNAM por el grupo de ingeniería sísmológica; se sirvieron de un algoritmo de seguimiento visual de puntos de referencia para obtener el historial de desplazamiento de los bloques de prueba. Seleccionamos pruebas con un solo modo de movimiento: deslizamiento o volteo. Las Tabla 3 y 4 resumen características de los cuerpos y los sismos utilizados en cada ensaye.

**Tabla 3. Características de los ensayos experimentales de deslizamiento de CR.**

| Caso | b (m) | h (m) | $C_r$ | $C_r$ | Sismo                                 |
|------|-------|-------|-------|-------|---------------------------------------|
| A    | 0.3   | 0.6   | 0.25  | 0.70  | Kobe, Japón, 1995                     |
| B    | 0.2   | 0.4   | 0.32  | 0.70  | Kobe, Japón, 1995                     |
| C    | 0.1   | 0.4   | 0.20  | 0.91  | Loma Prieta, EUA, 1989                |
| D    | 0.2   | 0.4   | 0.30  | 0.70  | Kocaeli, Turquía, 1999                |
| E    | 0.3   | 0.6   | 0.40  | 0.70  | Pulso de Ricker $A(8m/s^2)$ $w(15Hz)$ |

$A$  : Amplitud  $w$  : Frecuencia

**Tabla 4. Características de los ensayos experimentales de volteo de CR.**

|   |     |     |      |      |                                       |
|---|-----|-----|------|------|---------------------------------------|
| F | 0.1 | 0.4 | 0.80 | 0.91 | Pulso de Ricker $A(8m/s^2)$ $w(15Hz)$ |
| G | 0.1 | 0.4 | 0.80 | 0.91 | Senoide $A(4m/s^2)$ $w(10Hz)$         |
| H | 0.1 | 0.6 | 0.80 | 0.96 | Senoide $A(4m/s^2)$ $w(10Hz)$         |
| I | 0.1 | 0.4 | 0.28 | 0.91 | Kocaeli, Turquía, 1999                |
| J | 0.1 | 0.6 | 0.25 | 0.96 | Loma Prieta, EUA, 1989                |
| K | 0.1 | 0.6 | 0.25 | 0.96 | Landers, EUA, 1992                    |
| L | 0.1 | 0.6 | 0.30 | 0.96 | Kobe, Japón, 1995                     |

$A$  : Amplitud  $w$  : Frecuencia

Los gráficos de la Figura 11 son de ensayos en los que existió sólo deslizamiento. En la Figura 12 aparecen ensayos en los que existió sólo volteo. Destaca que el modo de comportamiento de las simulaciones coincidió en todos los casos con el modo de comportamiento de las pruebas experimentales.

La complejidad de las pruebas no permite distinguir la acumulación infinitesimal de error que es clara en la prueba de rebote elástico, en cambio, con estas pruebas asoman dos deficiencias en la respuesta producida que pueden asociarse a las características de la excitación y el modo de movimiento esperado:

1.- En ensayos cuyo modo de comportamiento es el deslizamiento, cuando la señal de excitación asemeja un pulso (pruebas A, B, E, F) la magnitud de la respuesta simulada es mayor que la experimental sólo durante la fase intensa. Esto se denomina *overshooting*<sup>2</sup>. No obstante, el desplazamiento último coincide con el medido experimentalmente.

2.- Con excitaciones cuya fase intensa es larga en relación a la duración del sismo (pruebas C, G, H, J, K) la respuesta simulada no reproduce con fidelidad el movimiento observado experimentalmente, produciendo en cambio una respuesta con menor movimiento. En los ensayos cuyo modo de comportamiento es el deslizamiento se observan periodos en los que el cuerpo está en reposo cuando

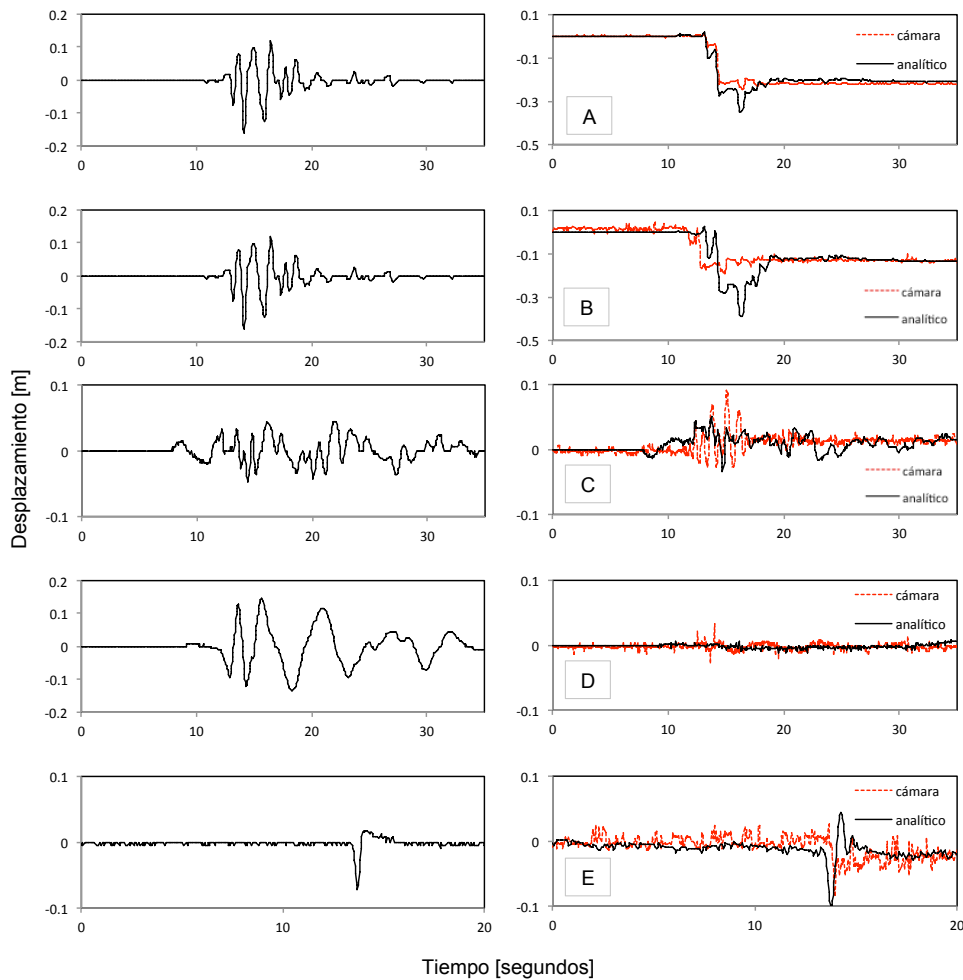
<sup>2</sup> *Overshoot*: Disparo o pico en la magnitud de la respuesta, excesivo en relación a la magnitud de la excitación.

no debería, mientras que en los ensayos de volteo el cuerpo no se inclina lo suficiente para provocar su caída.

Otras características de las señales experimentales que no logra reproducir la simulación son el rebote excesivo tras el volteo (pruebas F, I) y el deslizamiento de poca magnitud y alta frecuencia (prueba E).

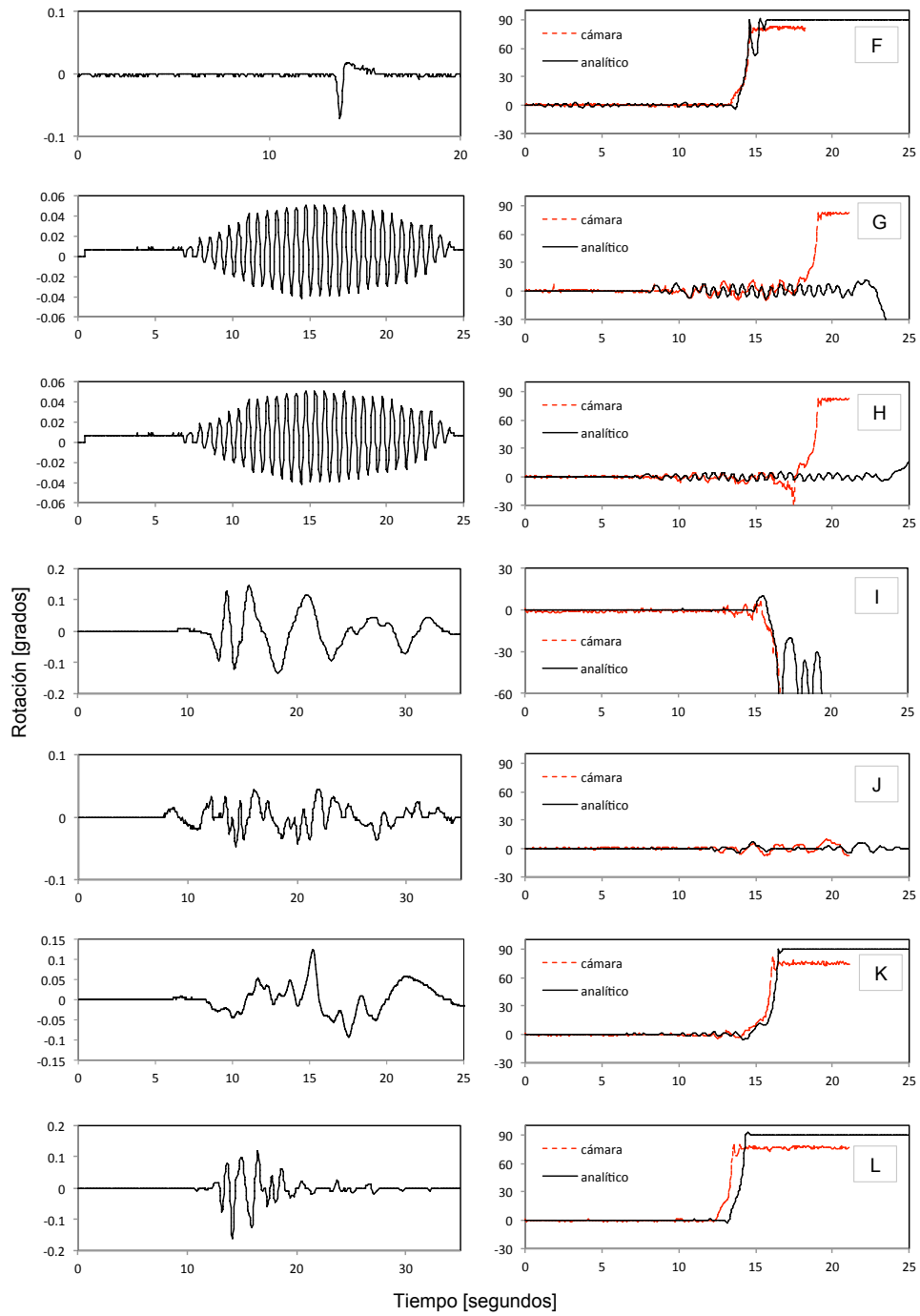
El *overshooting* no había sido observado en los ensayos previos por lo que se investigó repitiendo algunas pruebas haciendo variar los siguientes parámetros: tamaño del paso de análisis interno, margen de penetración y tamaño del  $\Delta t$  de la señal de sismo. En los dos últimos casos no se obtuvieron cambios significativos en la respuesta pero al hacer variar el paso de análisis interno se obtuvieron cambios importantes en la respuesta obtenida a lo largo de toda la prueba, no solo de la parte con *overshooting* (correspondiente a la fase intensa de la excitación) por lo que se descarta una posible estrategia para reducir el error basada en el ajuste de este parámetro.

En pruebas con solicitaciones sísmicas, la respuesta en general asemeja el movimiento esperado y se considera suficientemente buena para la producción de animaciones realistas. El uso de la MVV para aplicaciones más estrictas (e. g. estimación de pérdidas) no se considera valorado.



**Figura 11. Deslizamiento de cuerpos rígidos.**  
Desplazamiento de la base (izquierda), respuesta experimental y numérica (derecha).





**Figura 12. Rotación de cuerpos rígidos. Desplazamiento de la base (izquierda), respuesta experimental y numérica (derecha).**

## CAPÍTULO 4

### EJEMPLOS DE APLICACIÓN

#### 4.1. INTRODUCCIÓN

Presentamos fotogramas de animaciones de tres escenarios hipotéticos sometidos a sismo en los que resulta interesante estimar el comportamiento de los contenidos de edificios: vivienda, laboratorio, oficina. Los escenarios tienen cientos de cuerpos con propiedades físicas y dimensiones realistas. Los ejemplos incluyen el uso de repisas empotradas, libreros que albergan otros objetos, estantes con contenidos con y sin puertas, sistemas de techo falso y objetos que interactúan con los muros del escenario. Las excitaciones se han seleccionado arbitrariamente y provienen de mediciones experimentales en edificios instrumentados. Se agradece a Miguel A. Jaimes del Instituto de Ingeniería de la UNAM y a Jesús Valdés de la Facultad de Ingeniería de la UAEM por facilitar estos registros.

Después de los tres ejemplos hacemos algunas observaciones sobre el comportamiento simulado. El Apéndice A contiene videos de algunas de las simulaciones presentadas.

#### 4.2. VIVIENDA

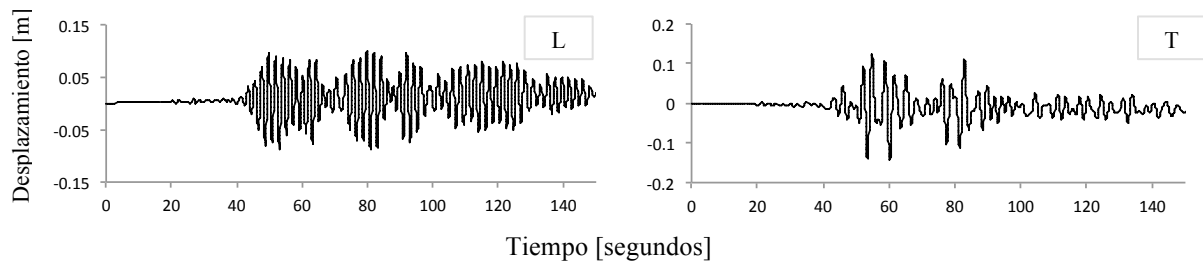
La maqueta virtual de la Figura 13 muestra el estado inicial de un departamento de características y amueblado típicos. La base y muros del modelo se desplazan sin deformaciones de acuerdo a las componentes longitudinal y transversal registradas en el piso once del edificio Jal durante el sismo de Ometepec del 14 de septiembre de 1995 ( $M = 7.2$ ) (Murià y Rodríguez, 2002), Figura 14. Incluimos movimiento vertical igual a 0.2 del longitudinal. Existen estimaciones de que en el valle de México este sismo produjo intensidades no instrumentales VI y VII en la escala Mercalli-Modificado y es "... el más fuerte desde 1985" (Sordo *et al.* 1996).



**Figura 13a. Maqueta virtual de una vivienda. Vista en planta del estado inicial.**



**Figura 13b. Maqueta virtual de una vivienda. Sala y Cocina en estado inicial.**



**Figura 14. Señales de sismo aplicadas en el departamento.**

Los fotogramas de la Figura 15 muestran instantes de la simulación en los que algunos contenidos caen de las repisas o se voltean.



**Figura 15a. Terremoto en el departamento.**



**Figura 15b. Terremoto en el departamento.**

La Figura 16 presenta fotogramas de un ensaye con el mismo sismo pero con desplazamientos escalados 1.5 veces los registrados. Se observa la falla de un subconjunto de contenidos distinto.



**Figura 16a. Terremoto en el departamento. Escala = 1.5.**



Figura 16b. Terremoto en el departamento. Escala = 1.5.

### 4.3. LABORATORIO

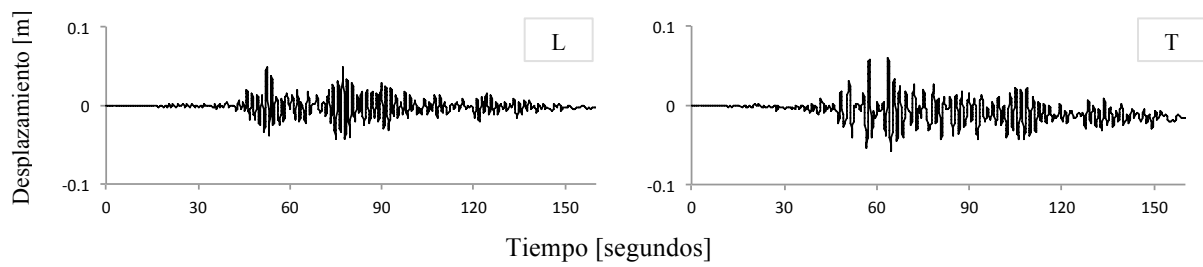
Existe la hipótesis de que los contenidos de hospitales y laboratorios son más vulnerables (inciden en mayor pérdida en proporción a su valor, ante una misma intensidad) que los edificios que los contienen. Afortunadamente, las medidas de mitigación de pérdidas en contenidos de edificios son fáciles de implementar y relativamente poco costosas. Para ilustrar esto elaboramos una maqueta virtual con algunos de los contenidos presentes en los laboratorios clínicos de hospitales y centros de investigación. Nos enfocamos en el modelo de dos gabinetes con contenidos idénticos, uno de los gabinetes no tiene puertas y el otro tiene puertas cerradas.

Una simulación similar ha sido realizada por (Kuo *et al.*, 2011) para estudiar del *clutter* en un gabinete de medicinas. El *clutter* (desorden) ha sido definido como el daño que produce la caída y dispersión de muchos objetos. Este fenómeno es relevante para el diseño de rutas de escape y el estudio de la resiliencia de instalaciones indispensables.

En este ejemplo, sometimos el modelo de la Figura 17 al desplazamiento registrado en la azotea de un hospital de 12 pisos en el valle de México durante el sismo del 14 de septiembre de 1995, Figura 18. Sólo cuatro botellas cayeron del estante. Para simular un sismo más fuerte, este mismo registro fue escalado por 1.5 en ambas componentes planas y se incluyó movimiento vertical igual a 0.2 del movimiento longitudinal. Presentamos fotogramas de la simulación en algunos instantes de interés en la Figura 19.



**Figura 17. Maqueta virtual de un laboratorio. Estado inicial.**



**Figura 18. Señales de sismo aplicadas en el laboratorio.**



Figura 19a. Terremoto en el laboratorio.

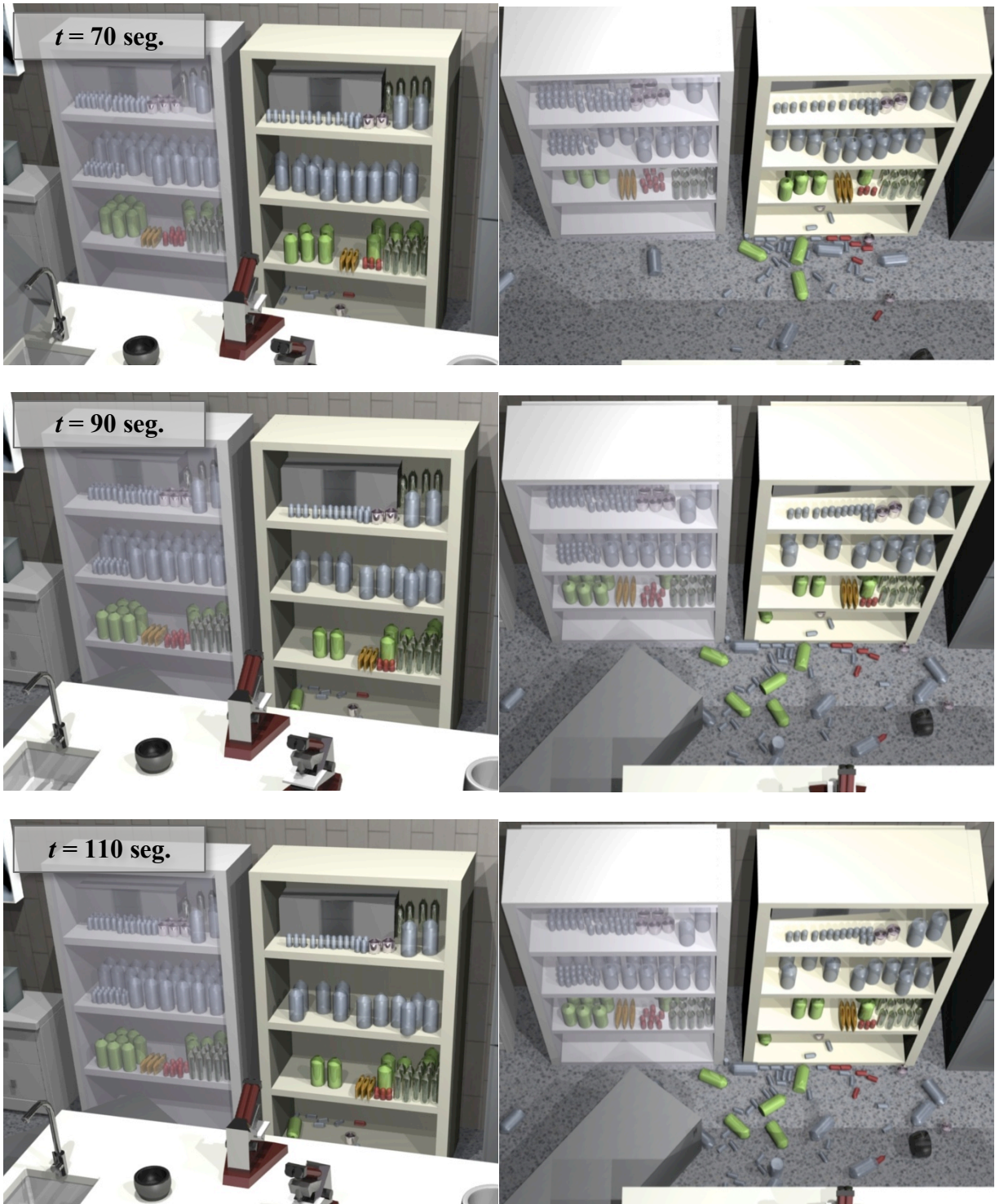


Figura 19b. Terremoto en el laboratorio.



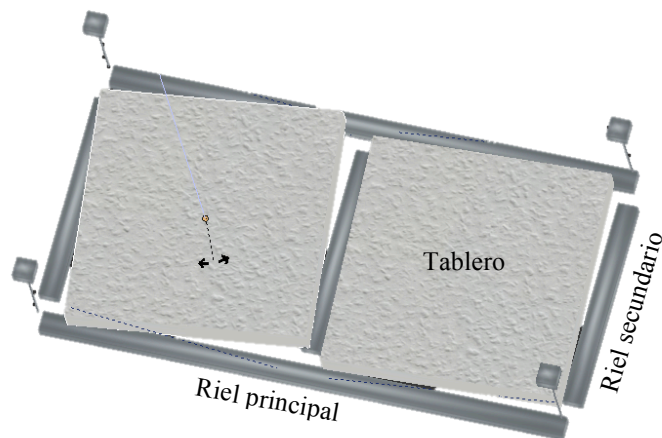


Figura 19c. Terremoto en el laboratorio.

#### 4.4. OFICINA

Los componentes no estructurales pueden ser precursores de pérdidas en los contenidos de edificios y de tiempo muerto (*downtime*) en espacios comerciales. En el caso de oficinas, el sistema de techo falso (plafones, rieles, etc.) puede fallar o resultar dañado ante intensidades que no tienen mayor efecto en los contenidos, más aún, el daño en contenidos de edificios asociado al impacto de un tablero de yeso es mínimo. Sin embargo, el sistema de techo falso provoca pérdidas por el desorden que causa (*clutter*), el tiempo muerto durante su reparación y en menor medida, el costo de dicha reparación que en la mayoría de los casos solo involucra el reacomodo de tableros y limpieza de la oficina.

Existen pocos estudios sobre el comportamiento de los sistemas de techo falso (*suspended ceiling*), un esfuerzo notable con numerosas pruebas experimentales de tamaño real es Badillo-Almaraz *et al.* (2006). Nosotros presentamos este ejemplo con el objetivo de demostrar que con la MVV es posible ilustrar las consecuencias del fallo de este sistema; para esto utilizamos un modelo simplificado como el de la Figura 20.



**Figura 20. Modelo simplificado de un sistema de techo falso.**

Los tableros miden poco menos de 40x40 cm y fueron girados aleatoriamente entre  $-5^\circ$  y  $5^\circ$ . Los rieles principales están suspendidos de cables de 50 cm en cada extremo. Los rieles secundarios están articulados pero no pueden rotar sobre su eje longitudinal. Este modelo no incluye cejas verticales en los perfiles de los rieles, broches ni barras para la deformación vertical. Al estar basado en cuerpos rígidos, el modelo no reproduce la deformación de los rieles.

La maqueta virtual de la Figura 21 tiene algunos contenidos de una oficina típica y un techo falso con 143 tableros. El modelo se sometió al sismo registrado en el doceavo piso de un edificio de oficinas irregular en la ciudad de Toluca, durante el sismo del 13 de Abril de 2007 ( $M = 6.3$ ), Figura 22. Se sabe que el sismo no provocó daños más allá del desacomodo de algunos tableros y el agrietamiento de aplanados en el sótano. El fotograma de la Figura 23 muestra el estado final de la oficina tras dicho sismo; el comportamiento simulado es congruente con los reportes del edificio real.



Figura 21. Maqueta virtual de una oficina. Estado inicial.

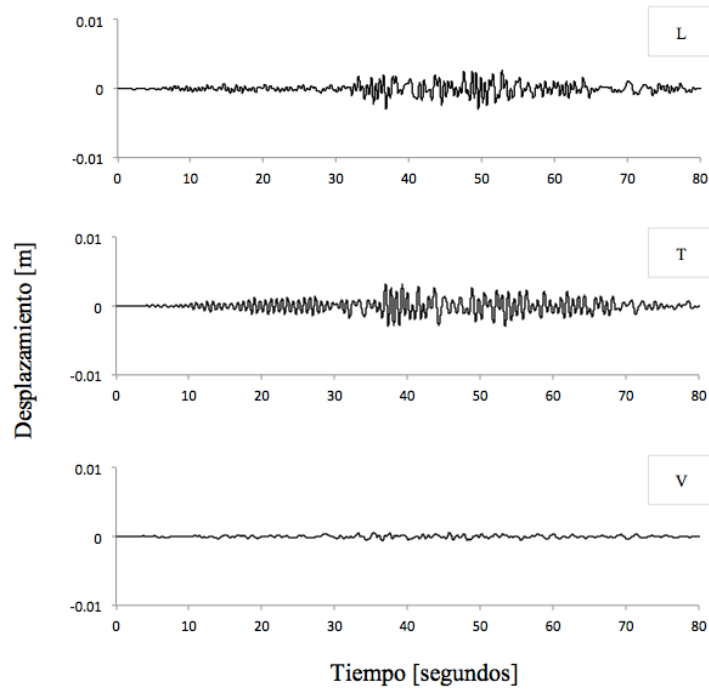


Figura 22. Señales de sismo en la oficina. Terremoto del 13 de Abril de 2007.



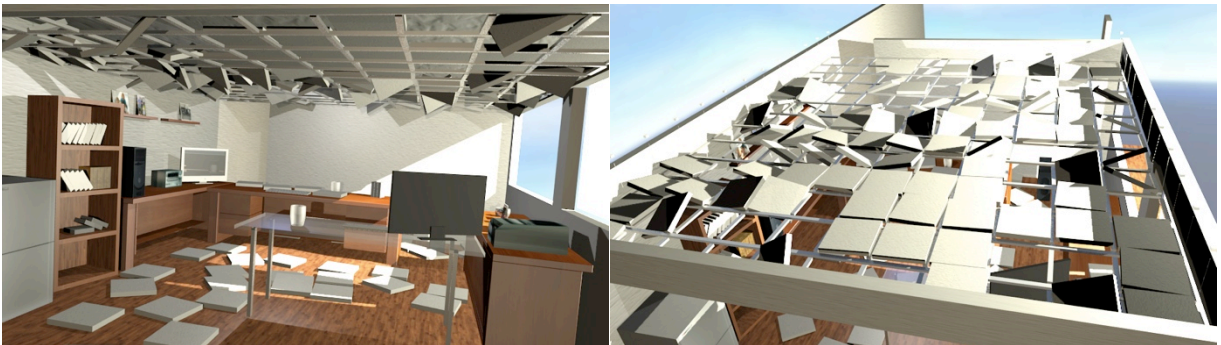
**Figura 23. Consecuencias del sismo del 13 de Abril de 2007.**

Ejecutamos este mismo análisis con otros sismos más fuertes para explorar las capacidades de la MVV:

**Tabla 4. Características de los ensayos experimentales de volteo de CR.**

| Caso | Sismo                                   | Escala comp. Longitudinal | Escala comp. Transversal | Escala comp. Vertical | Figura    |
|------|---|---------------------------|--------------------------|-----------------------|-----------|
| 1    | 13 de abril de 2007<br>(Figura 22)      | 3.0                       | 3.0                      | 3.0                   | Figura 24 |
| 2    | 14 de septiembre de 1995<br>(Figura 14) | 1.0                       | 1.0                      | 0.2                   | Figura 25 |
| 3    | Kobe, Japón, 1995<br>(Figura 11a)*      | 0.5                       | 1.0                      | 0.2                   | Figura 26 |

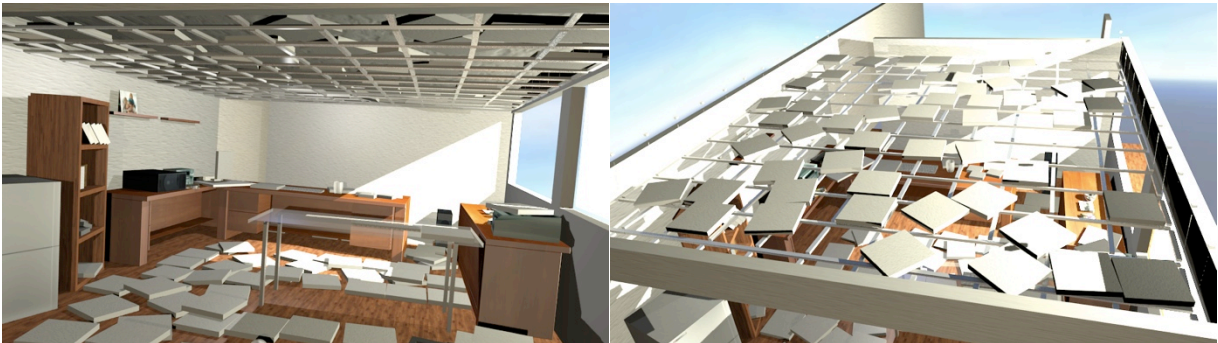
\* Utilizamos la misma componente con distintas escalas en cada dirección.



**Figura 24. Terremoto en la oficina, caso 1. Vista del interior y de los plafones.**



**Figura 25. Terremoto en la oficina, caso 2. Vista del interior y de los plafones.**



**Figura 26. Terremoto en la oficina, caso 3. Vista del interior y de los plafones.**

#### 4.5. COMENTARIOS SOBRE LAS SIMULACIONES

Las simulaciones presentadas son en general buenas y realistas. Se observaron modos de comportamiento y estados finales de daño que asemejan lo observado en videos y fotografías de terremotos reales. No obstante, existen limitantes en la simulaciones que es meritorio mencionar:

- Los objetos ensamblados con restricciones entre bloques individuales (gabinets y libreros) permiten el uso de cuerpos con cavidades y centros de masa alejados del centroide de la figura, no obstante, las restricciones no son totalmente rígidas y pueden permitir desplazamientos ‘prohibidos’ que luego son corregidos súbitamente en el siguiente paso de análisis. Esta corrección se refleja en un desplazamiento rápido de los cuerpos con la restricción. En la Figura 27, el librero ‘brinca’ y hace caer los libros durante una simulación fallida. La simulación fue mejorada al agregar más puntos de restricción entre las repisas y los laterales del librero.

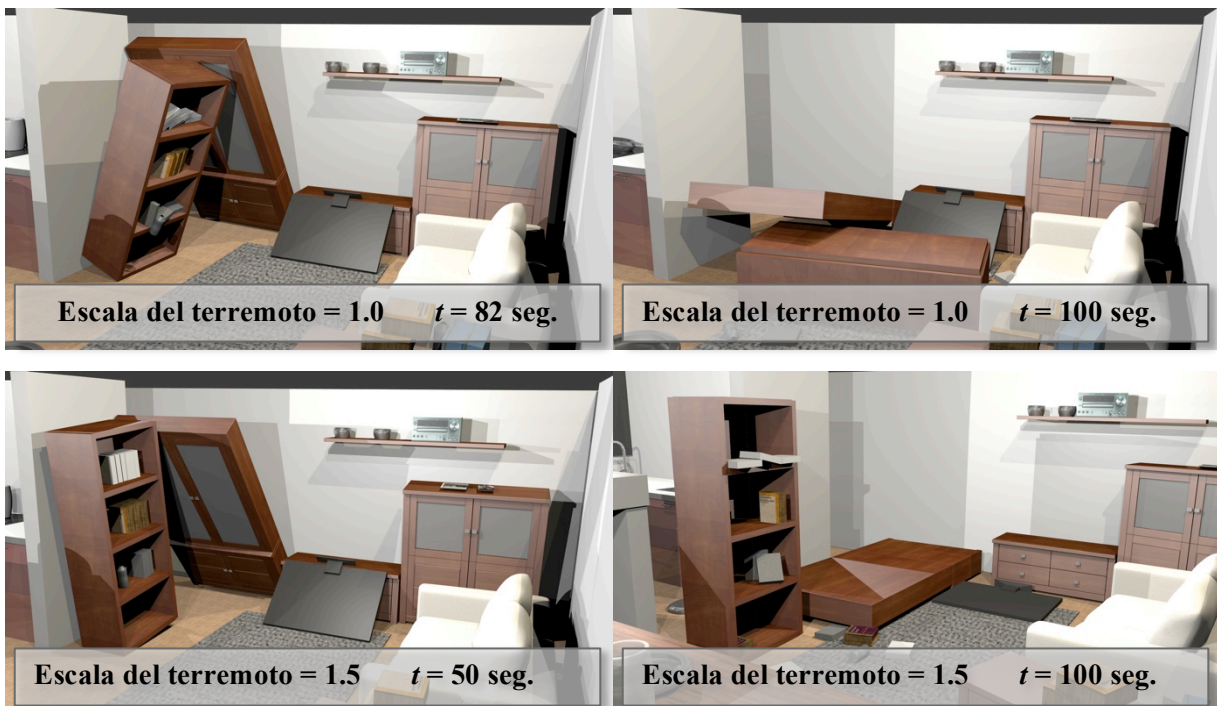


**Figura 27. Objeto compuesto con problemas en las restricciones entre sus componentes.**

- Es posible simplificar el modelado de cuerpos compuestos al trazar todos los elementos que lo componen como un solo cuerpo y usar un solo borde de colisión, por ejemplo la mesa en la Figura 26. Sin embargo esta simplificación no permitió que los tableros se deslizaran por debajo de la mesa.
- La deformación y fractura de los cuerpos no ha sido implementada en esta versión de la MVV pero puede hacerse ya que existen módulos específicos en el motor físico *Bullet*.
- El tiempo que toma ejecutar una simulación depende del número de cuerpos y la cantidad de pasos internos de análisis. Los ejemplos presentados tomaron más de 20 minutos en terminar en una computadora de dos núcleos de 2.2 GHz y 2 Gb de RAM.

Algunas observaciones sobre el análisis de sistemas de cuerpos rígidos con la MVV:

- De la comparación entre los efectos de un terremoto cuyos desplazamientos se multiplicaron por 1.0 y 1.5 en el ejemplo de la vivienda (las Figuras 15 y 16 resumidas en la Figura 28), se observa que hay objetos que sólo fallan en el segundo caso (a mayor intensidad), lo cual es compatible con algunas metodologías para el cálculo de funciones de fragilidad en las cuales se busca el mínimo factor de escala aplicada a un registro sísmico tal que el objeto falle. Sin embargo esto no necesariamente sucede en grupos de objetos que interactúan (e. g. el librero y la vitrina de la sala), ya que en el primer caso con el sismo escalado a 1.0 el librero y la vitrina se voltean al mismo instante en  $t = 82$  segundos, mientras que en el segundo caso con un factor de escala de 1.5 la vitrina se voltea primero y empuja al librero en  $t = 50$  segundos. El temblor termina sin que el librero se voltee. Esta observación refuerza la hipótesis ya planteada en el anteproyecto (Apéndice B), de que la fragilidad de los contenidos de edificios como cuerpos aislados es distinta cuanto estos forman parte de un sistema de cuerpos rígidos y por tanto debe buscarse determinar la fragilidad del grupo en lugar de combinar las fragilidades de los elementos individuales. Dicha hipótesis amerita mayores investigaciones.



**Figura 28. El mismo terremoto con distinto factor de escala produce daños distintos en los sistemas de cuerpos rígidos.**

- La simulación es efectivamente determinista, de modo que los ensayos pueden replicarse o bien repetirse haciendo variar algún parámetro. Por otra parte, es posible inducir variaciones de forma controlada en las propiedades de los cuerpos y así mejorar la credibilidad de los videos.
- La exactitud de la simulación no depende del número de objetos incluidos en el análisis.

## CONCLUSIONES

La estimación del comportamiento de los contenidos de edificios durante los sismos requiere de metodologías que involucren varios modos de comportamiento de manera simultánea y que estimen de forma realista la interacción entre varios objetos. Los motores físicos (*physics engines*) pueden lograr este propósito pero deben usarse bajo criterio ya que los métodos que utilizan son propensos a la inestabilidad numérica y a la acumulación de error de cálculo infinitesimal.

En este trabajo evaluamos uno de estos motores físicos y encontramos que produce simulaciones representativas de la realidad. Los aspectos revisados incluyen el modelado de las fuerzas de fricción y restitución, la simulación de pruebas dinámicas no lineales y la influencia de la variación de los parámetros que controlan el análisis. Las simulaciones se consideran suficientemente buenas para usarse en tareas pedagógicas, de divulgación científica y como una herramienta para mitigar riesgos.

El motor físico se integró en un programa que simplifica la ejecución de simulaciones análogas a las que pueden hacerse en una mesa vibradora tridimensional típica. Tras la simulación, los resultados se procesan automáticamente para hacer animaciones digitales de alta calidad. Se presentaron tres ejemplos de escenarios con cientos de cuerpos rígidos representativos del tipo de uso de edificio: vivienda, laboratorio y oficina. Los ejemplos ilustran ejercicios interesantes como la interacción entre contenidos de edificios y muros, libreros que albergan otros objetos, estantes con contenidos con y sin puertas y sistemas de techo falso. El comportamiento observado en los tres ejemplos es congruente con observaciones experimentales disponibles en la literatura y logra representar interacciones complejas en sistemas de cuerpos rígidos. No obstante, la calidad de la simulación puede decaer debido a problemas de inestabilidad numérica propiciados por la estructura del modelo de análisis; el trabajo incluye recomendaciones para mejorar la calidad de la simulación.

La simulación de la respuesta sísmica de sistemas de cuerpos rígidos en comparación con la respuesta de cuerpos aislados, plantea interrogantes sobre la forma correcta de calcular la fragilidad de grupos de contenidos de edificios, ya que el estado final de daño de un objeto es distinto en la presencia de otros objetos adyacentes. El trabajo presentado habilita el estudio de la hipótesis de que la fragilidad de grupos de contenidos debe calcularse con análisis del grupo de objetos y no como la combinación de análisis de elementos individuales.



## BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

Al Abadi, H., Lam, N., Gad, E. Y Chandler, A., (2004), "Modeling of earthquake induced overturning of building contents", Australian Earthquake Engineering Society, Mt. Gambier, South Australia.

Allen, R. H., Oppenheim, I. J., Parker, A. R. y Bielak, J., (2006), "On the dynamic response of rigid body assemblies", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 14, Núm. 6, pp. 861-876.

Arredondo, C. y Reinoso, E., (2008) "Influence of frequency content and peak intensities in the non-linear seismic response of rigid bodies", *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 12, Núm. 4, pp. 517-533.

Arredondo, C., Reinoso, E., (2010), "Influence of frequency content and peak intensities in the rocking seismic response of rigid bodies", *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 12, Num. 4, pp. 517-533.

ATC-38 (2000), "Database on the performance of structures near strong-motion recordings: 1994 Northridge, California, Earthquake", Applied Technology Council, Redwood City, California.

Badillo-Almaraz, H., Whittaker, A., Reinhorn, A., Cimellaro, G. P., (2006), "Seismic fragility of suspended ceiling systems", Technical Report MCEER-06-0001, MCEER University at Buffalo, State University of New York, USA.

Barenbrug, B., (2000), "Designing a Class Library for Interactive Simulation of Rigid Body Dynamics", tesis doctoral, Eindhoven University of Technology.

Blender, (2011), [www.blender.org](http://www.blender.org) consultado en octubre de 2011.

Boeing, A. y Bräunl, T. (2007), "Evaluation of real-time physics simulation systems", Proceedings of the 5th international conference on Computer graphics and interactive techniques in Australia and Southeast Asia, Perth, Western Australia, pp. 281-288.

Boroschek, R., Romo, D., (2004), "Overturning criteria for non-anchored non-symmetric rigid bodies", 13th World conferencia on earthquake engineering, Vancouver, Canada. No. 295.

Bruneau, M. y Reinhorn, A., (2007), "Exploring the concept of seismic resilience for acute care facilities", *Earthquake Spectra*, Vol. 23, Núm. 1, pp. 41-62.

Contreras, M., (2010), "Earthquake direct loss on interacting contents and downtime in production systems", trabajo no publicado enviado al 2010 EERI student paper competition.

Coumans, E., (2011), "Bullet physics engine", <http://bulletphysics.org/wordpress/> revisado en Julio de 2011.

Cundall, P. A., (1971), "A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems", *Proc. Int. Symp. on Rock Fracture*, Vol. 2, Núm. 8.

- Cundall, P. A., y R. D. Hart., (1985), "Development of Generalized 2-D and 3-D Distinct Element Programs for Modeling Jointed Rock", ICG Report, U.S. Army Engineering Waterways Experiment Station, published as Misc. Paper SL-85-1.
- DeJong, M., Lorenzis, L. y Ochsendorf, J. A., (2007), "Numerical modeling of masonry arch stability under impulse base motion", ECCOMAS Thematic conference on computational methods in structural dynamics and earthquake engineering, Rethymno, Creta, Grecia.
- Erleben, K., (2005), "Stable, Robust, and Versatile Multibody Dynamics Animation", tesis doctoral en ciencias de la computación, Universidad de Copenhagen, Dinamarca.
- FEMA, (2011), "FEMA E-74 Reducing the risks of nonstructural earthquake damage - A practical guide", Applied Technology Council. USA.
- Garstenauer, H. (2006), "A Unified Framework for Rigid Body Dynamics", Tesis de maestría en informática, Universidad Johannes Kepler, Linz, Austria.
- Gilbert, E., Johnson D. y Keerthi S., (1988), "A Fast Procedure for Computing the Distance between Complex Objects in Three-Dimensional Space", IEEE Journal of Robotics and Automation, Vol. 4, No. 2.
- Hahn, J. K., (1988), "Realistic animation of rigid bodies", Computer Graphics, Vol. 22, Núm. 4, pp. 299-308.
- Housner, G., (1963), "The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 53, Núm. 2, pp. 403-417.
- Kuo, K., Suzuki, Y., Katsuragi, S., Yao, G., (2011), "Shake table tests on clutter levels of typical medicine shelves and contents subjected to earthquakes", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 40, Núm. 12, pp. 1367-1386.
- Makris, N. Zhang, J., (1999), "Rocking response and overturning of anchored equipment under seismic excitations", Pacific earthquake engineering research center, Universidad de California en Berkeley, EUA.
- Mirtich, B. V., (1996), "Impulse-based Dynamic Simulation of Rigid Body Systems", tesis doctoral en ciencias de la computación, Universidad de California en Berkeley, EUA.
- Müller, M., Heidelberger, B., Hennix, M., Ratcliff, J., (2006), "Position Based Dynamics", VRIPHYS 3rd Workshop in Virtual Reality Interactions and Physical Simulation, Madrid, España.
- Murià, D. y Rodríguez, G., (2002), "Análisis de los registros sísmicos obtenidos de 1993 a 1999 en el edificio Jal", Serie investigación y desarrollo, Instituto de Ingeniería, UNAM, Núm. 628.
- NIST, (2002), "Standards of seismic safety for existing federally owned and leased buildings", National Institute of Standards and Technology, U. S. Department of Commerce.
- Papantonopoulos, C., Mouzakis, H., Papastamatiou, D. y Psycharis, I., (1998), "Predictability of experiments on the seismic response of classical monuments", 11th European Conference on Earthquake Engineering, Balkema, Rotterdam, Holanda.

- Peña, F., Prieto, F., Lourenço, P. B., Campos Costa, A. y Lemos, J. V., (2007), "On the dynamics of rocking motion on single rigid-block structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 36, pp. 2383-2399.
- Plummer, A. R. (2008), "A detailed dynamic model of a six-axis shaking table", *Journal of earthquake engineering*, Vol. 12, Núm. 4, pp. 631-662.
- Ray-Chandhuri, S., Shinozuka, M., (2010), "Enhancement of seismic sustainability of critical facilities through system analysis", *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 25, pp. 235-244.
- Reinoso, E., Jaimes, M. A. y Esteva, L. (2010), "Seismic vulnerability of an inventory of overturning objects", *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 14, Núm. 7, pp. 1008-1021.
- Rihal, S. S., (1992), "Correlation between recorded building data and non-structural damage during the Loma Prieta earthquake of October 17, 1989 – Selected case studies", *Earthquake Engineering, Tenth World Conference*, Balkema, Rotterdam.
- Schmidl, H., (2002), "Optimization-Based Animation", Tesis doctoral, Universidad de Miami.
- Shenton, H. W., (1996), "Criteria for initiation of slide, rock, and slide-rock rigid-body modes", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 122, Núm. 7. pp. 690-693.
- Shenton, H. W. y Jones, N. P., (1991), "Base excitation of rigid bodies. I. Formulation", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 117, Num. 10, pp. 2286-2306.
- Sordo, E., Gómez-Bernal, A., Juárez, H., Gama, A., Guinto, E., Whitney, R., Vera, R., Mendoza, E. y Alonso, G., (1996), "El sismo de Ometepe del 14 de septiembre de 1995", *Memorias del X Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Mérida, Yucatán.
- Swan, S. W., Hamburger, R. O., (1991), "Industrial facilities", capítulo del reporte especial sobre el sismo de Costa Rica, *Earthquake Spectra*, Vol. 7, Núm. S2, pp. 49-58.
- Tobita, T., Sawada, S., (2006), "Rotation response of a rigid body under seismic excitation", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 132, Núm. 375.
- Weitnauer, E., Haschke R. y Ritter H. (2010), "Evaluating a Physics Engine as an Ingredient for Physical Reasoning", *Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 6472, pp. 144-155.
- Whiting E., Ochsendorf H. y Durand F. (2009), "Procedural modeling of structurally-sound masonry buildings", *ACM Transactions on Graphics (TOG) - Proceedings of ACM SIGGRAPH Asia 2009*, Vol. 28, Número 5, New York, USA. Artículo número 112.
- Winkler, T. y Meguro, K. (1995), "Response of interior rigid body assemblies to dynamic excitation", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, pp. 1389-1408.

## APÉNDICE A

El disco adjunto contiene el código fuente del programa MVV (Mesa vibradora virtual) basado en el motor físico *Bullet*. Se incluyen también videos de las simulaciones presentadas.

## APÉNDICE B

Como anteproyecto para esta tesis se preparó el artículo “Pérdidas directas por sismo en contenidos que interactúan y tiempo muerto en sistemas de producción”. El artículo se envió al concurso de artículos de estudiantes del EERI (*Earthquake Engineering Research Institute*) en noviembre de 2010. Las lecciones aprendidas con este trabajo motivaron el uso de metodologías que modelen la interacción entre cuerpos rígidos, como el motor físico usado en esta tesis.

# EARTHQUAKE DIRECT LOSS ON INTERACTING CONTENTS AND DOWNTIME IN PRODUCTION SYSTEMS

Marcial Contreras-Zazueta<sup>1</sup>

## ABSTRACT

The direct loss for a production system consists on the physical loss and the business interruption losses. To successfully improve current insurance schemes the total loss must be accurately estimated as the sum of direct and indirect losses. A probabilistic method to estimate the direct physical loss in an inventory of interacting components, based on the modification of their fragility curves depending on the analysis of their interactions is proposed. Also, a framework to estimate the system downtime and eventually the business interruption losses is presented; estimations are based on mean repair times and strategies. Both procedures are integrated within a general methodology to estimate the total industry losses due to earthquake. A theoretical application example shows how a reliable and accurate estimation of total loss can improve current insurance practice and owner's long term management of risk.

## INTRODUCTION

Earthquake damage on industry property produces a decline in stock value that leads to a decline of functionality; this imposes business interruption losses that may be greater than property damage (Tierney 1997). Losses may be divided in two main parts: Direct and Indirect losses. The direct loss accounts for the physical losses (stock) and owner's economic loss (flow). One of the forms of owner's economic loss is business interruption. The indirect loss basically deals with the interactions of businesses. It measures how the damage on industry affects the market (supply side linkages) and how the affected market may influence the industry (demand side linkages, Rose and Lim 2002). Insurance models mostly focus on direct losses; one of the problems with current practice is that the insured value may be exceeded because the expected physical loss on contents is usually not accurately estimated. Besides, business interruption depends among other variables on industry downtime, but existing methodologies (NIBS 2009; Aslani and Miranda 2002) may benefit from a more precise description of repair times on inventory components.

Due to the reduced amount of records on industry loss due to catastrophic earthquakes a probabilistic model to estimate the loss is needed. There are studies that at the same time address the seismic vulnerability of the structure, the contents and the functionality (Monti et al. 1996) but the different components integrating the economic losses caused by an earthquake have usually been studied independently. Some examples are the industry downtime reported statistically (Cruz and Steinberg 2005; Johnson et al. 2000b) or related to a particular event (Johnson et al. 2000a; Eshghi and Razzaghi 2005) and from the point of view of the functionality and resilience of a macro system

---

<sup>1</sup> Graduate Student. Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, Delegación Coyoacán 04510, México, DF; E-mail: mcontrerasz@iingen.unam.mx

(NIBS 2009; Ishida and Ohtori 2004; Pachakis and Kiremidjian 2004; Cho et al. 2001). From the analytical point of view the behavior of contents has been increasingly studied in recent years as will be noted later, but the complex interaction among components has not been modeled yet. A realistic estimation of the total cost in a production system in terms of seismic risk will allow a better loss estimation and the introduction of innovative, attractive and accurate risk transfer products.

There are many definitions of downtime and even more for what can be understood as consequential loss. In this work we will refer to downtime as the time required for the system to restart production, and does not consider the additional time needed for the utility to pay for the non insurable expenses (in current practice); this usually longer period will be named recovery time. In short, the consequential loss is the cost of the damage that was caused by a different damage. Thus consequential loss may be on stock or flow values.

In this work two contributions are made: A procedure to estimate the direct loss on an inventory of interacting components, and a method to compute expected downtime. Both procedures are based on probabilistic approaches and are located within a general methodology to estimate the direct loss due to earthquake in a production system. For the direct loss, it is considered that insured inventory components may lose their functionality by reaching a limit state given by a particular failure mode (for example: slip, overturning, etc.) while the probability of damage considers the interaction among components (pounding, falling over, pushing and any damage by direct contact). For the total direct loss, consequential damage (fire, release of damaging substances, explosions) and civil liability costs are also considered. The value of the business interruption loss depends on lost revenue and loss of market share, both functions of downtime. To measure the total economic effect of an earthquake, the recovery time is also estimated. We assume that the structure that contains the insured inventory either does not damage the contents or the damage can be considered within the existing methodology as if the structure was another component. The first assumption is acceptable for warehouses in heavy industry but may not be adequate if minimal damage in the structure can compromise the process (say in the food or pharmaceutical industries or in the presence of non structural components); the second assumption may be a better option for cases such as these.

## METHODOLOGY

Let us consider that the value of the direct loss in the insured production system for an earthquake demand of intensity expressed with a scalar variable  $y$  to be:

$$U(y) = U_S(y) + U_F(y) \tag{1}$$

where  $U_S(y)$  the direct stock losses and  $U_F(y)$  the direct flow losses. Although apparently independent these two losses are correlated as will be shown later. The term for the direct stock loss integrates the values of the physical loss within the insured site, consequential damage, and civil liability; the term for the direct flow loss is used to model the lost income. The value  $U(y)$  ranges from zero to the present value of the restitution cost of the insured value.

### Direct stock losses

Direct stock loss is modeled with a probability distribution function in terms of the intensity:

$$U_S(y) = \sum_{j=1}^{n_0} C_j(y) + C_\Omega(y) \tag{2}$$

where  $C_\alpha(y)$  which will be discussed later, is named the distributed damage estimation and  $C_j(y)$  is the value of the loss in every one of the  $n_0$  components of the insured inventory (Reinoso et al. 2010)

$$C_j(y) = \sum_{i=1}^m F_{x,ij}(y) \cdot p_{ij} \cdot c_{ij} \quad (3)$$

In the component  $j$ ,  $c_{ij}$  is the present value of the repair cost adjusted for depreciation, associated to a limit state (Rose and Lim 2002) and  $p_{ij}$  the probability of the occurrence of the failure mode associated to this limit state, obtained as the number of observations (ground motion records scaled to the failure intensity) where failure mode  $i$  is reached for a lower intensity than the rest of the  $m$  included failure modes, over the total number of observations. If all failure mode intensities are equal, the time of occurrence becomes the defining criteria. We assume that once a limit state is achieved, reaching another one is either impossible or not important for loss estimation purposes. Function  $F_{x,ij}(y)$  is the probability distribution for failure mode  $i$ , occurring in component  $j$  that belongs to an inventory with causally correlated losses. Defining it for component  $j=\alpha$  affected by component  $j=\beta$  we have:

$$F_{x,i\beta}(y) = F_{i\beta}(y) \quad |y < y_{0\alpha,i} \quad (4a)$$

$$F_{x,i\beta}(y) = \left\{ F_{i\beta}(y), F_{i\beta}(y_{0\alpha,i}) + \frac{\tau - F_{i\beta}(y_{0\alpha,i})}{y_{f\alpha,i} - y_{0\alpha,i}}(y - y_{0\alpha,i}) \right\} \quad |y_{0\alpha,i} \leq y < y_{f\alpha,i} \quad (4b)$$

$$F_{x,i\beta}(y) = \{ F_{i\beta}(y), \tau \} \quad |y \geq y_{f\alpha,i} \quad (4c)$$

where  $\{h_j\}$  is the envelope of functions  $h_j$ . It can be said that  $F_{x,ij}(y)$  is a fragility function for estimating the aggravated losses by consequential damage. Equation 4 modifies component  $\beta$  failure probability curve  $F_{ij}$  to reflect it as part of an inventory of objects that due to their proximity are more likely to be damaged. The value  $y_{0\alpha,i}$  is the maximum intensity for component  $\alpha$  acting on the failure mode  $i$  to not cause any damage on component  $\beta$ ;  $y_{f\alpha,i}$  is the minimum intensity for component  $\alpha$  acting in the same failure mode to cause a maximum possible probability of damage  $\tau$  on component  $\beta$ . It is not trivial to obtain of the original fragility curve  $F_{ij}$  but many methodologies exist for this purpose, one of them was selected for its relevance and it is detailed in the next section.

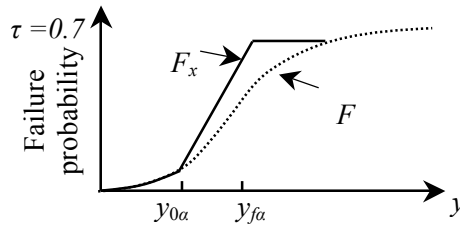


Figure 1. Modeling interaction of components with aggravated fragility curve  $F_x$ .

In particular, in Equation 4 the value of  $\tau$  is chosen arbitrarily between 0 and 1 to reflect the maximum possible failure probability that component  $\beta$  may reach when affected by component  $\alpha$ . If the failure of  $\alpha$  implies with certainty the total failure of  $\beta$ ,  $\tau = 1$ . Let us use a short example to explain how values in Equation 4 should be chosen. Suppose that in the printing workshop of a newspaper, the overturning of the inks' rack would ruin approximately 70% of the paper on the floor right next to it. If we think of all the paper stock as one component, the maximum probability of losing the whole stock is  $\tau = 0.7$ . The paper's fragility curve for overturning was found to be  $F$  on Figure 1 and the rigid



body analysis of the rack yields a fragility curve (not shown) where it can be read that overturning becomes likely to occur at an intensity  $y_{0a}$  and intensity  $y_{fa}$  where overturning undoubtedly occurs. With these parameters Equation 4 yields curve  $F_x$  in Figure 1 that describes how fragile the paper stock really is for being next to the inks' rack. The way  $F_x$  is built allows for it to be compatible with existing system fragility reduction methodologies (Ray-Chaudhuri and Shinozuka 2010) and resilience obtaining in essential facilities (Bruneau and Reinhorn 2007).

For a given inventory there may be a subset  $A_0$  of components where consequential loss is not expected or negligible, for them  $F_x(y) = F(y)$ . In the same inventory we could also find a series of subsets  $A_1 \dots A_n$  mutually exclusive whose components may only interact with components from the same subset, we will refer them as closed subsets. Defining  $A_1 \dots A_n$  makes it easier to analyze the system interactions. It is suggested that an inductive fault tree (better known as event tree) is constructed so the possible interactions among components can be discerned. For a given closed subset Equation 4 should be applied to every interaction of two components ( $\alpha$  as the *father* node of *child* node  $\beta$ ) following the logical path of the event tree of interactions. In every step a function  $F_{x,ij}(y)$  will be obtained, this function should be used as the original fragility curve  $F_{ij}(y)$  for the next level of interaction. The first consequence of this transference of fragility is that the aggravated fragility curve  $F_{x,ij}(y)$  for a component on the level of interaction  $k$  in the fault tree, depends on the aggravated fragilities of de  $k-1$  components preceding it. Notice that in this procedure all components already have an initial level of expected damage modeled by the single object fragility curve  $F_{ij}(y)$ ; the event tree will only help us to see how this initial damage is increased because of the interaction of components. The second consequence of this procedure is subsets are fixed and only need to be checked once if there is no backwards interaction (that means a *child* element does not affect its *father*), otherwise the system analysis result in a network like interaction of components that should be solved iteratively until all interactions are covered.

### Single object fragility curves

The single object fragility curves  $F_{ij}(y)$  reflect the probability of reaching a limit state (failure) under the action of a set of strong ground motion records from a sample of seismic events representative of the level of exposure to earthquake hazard at the site where the inventory is located. The procedure to obtain  $F_{ij}(y)$  can be summarized as follows (Reinoso et al. 2010):

- a. All the seismic records are scaled to an intensity equal to ( $y$ ); the values of  $y$  range from zero to the maximum intensity expected at the site.
- b. The rigid body dynamic response of component  $j$  under failure mode  $i$  is obtained for every seismic record scaled at the specified intensity.
- c. The failure probability  $F_{ij}(y)$  is the ratio of the number of earthquakes that produce failure over the number of simulated responses.

### Distributed damage estimation

The cost of civil liability and consequential damages not included in  $C_j(y)$  is:

$$C_{\Omega}(y) = \sqrt{\sum_k (C_{\omega,k}(y))^2} \quad (5)$$

Some correlation among the  $C_{\omega,k}(y)$  losses is assumed but no further detail is developed therefore the SRSS combination rule. Examples of consequential damage are: Fire after earthquake, sprinkler water damage, escape of damaging substances, and explosions. In particular these costs are:

$$C_{\omega}(y) = \left\{ \sum_{i=1}^m F_{x,ij}(y) \cdot p_{ij} \right\} \cdot c_{\omega} \quad (6)$$

where  $\{h_j\}$  is the envelope of functions  $h_j$  and  $c_{\omega}$  is the consequential damage cost assumed to be a deterministic value that may be estimated either on expert judgment or with the appropriate methodologies common in existing literature. This value must not duplicate the costs of inventory components already accounted for in  $C_j(y)$ . The aggravated fragility curves  $F_{x,ij}(y)$  used in every case correspond to the components that may trigger the consequential damage or civil liability costs.

### Direct flow loss

The direct flow loss for this paper is considered to be only by the loss of income:

$$U_F(y) = D(y) \cdot T \quad (7)$$

where  $D(y)$  is the expected downtime as a function of intensity  $y$ . The constant value  $T$  is the consented mean utility value per unit of time. The value of  $T$  may not be the same after the earthquake than in regular conditions because of demand changes; estimating this variation would require a system analysis of the region. In this work  $T$  is assumed to be a deterministic constant value. The expected downtime  $D(y)$  is a property of the system that may be defined from the mean downtime of every component, the selected repair strategy and the amount of resources that can be destined to perform the restoration. Let us assume a case with unlimited resources that starts restoration tasks simultaneously in all damaged components immediately after the earthquake hits; the downtime of the system would be that of the component that lasts longer to be repaired. This is an unlikely situation but defines the lower limit for the expected system downtime. The common case is that the expected downtime depends on the attainable repair strategy (cash flow and technical or logistical constraints) that best suits a particular site and produces profit in the shortest time.

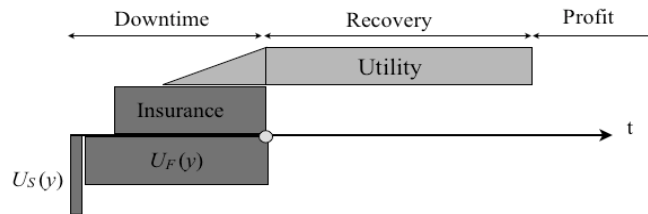


Figure 2. Cash flow of a repair strategy given earthquake intensity  $y$ .

In Figure 2 the cash flow in a productive system affected by a natural hazard is presented, notice how the profit is not obtained right after utility can be generated. For simplicity the indirect loss, insurance compensation and the utility are modeled as fixed rates. The duration of the recovery time is defined as the time needed for the utility to pay for the earthquake expenses (in present value). After this period the utility will be a profit again. The effective downtime of the system is the sum of the expected downtime and recovery time; this value is a measure of the economic resilience of the system. The shortest the effective downtime, the sooner the system will be profitable again. The comparison of different repair strategies is not as important for systems in which all components belong to the critic route, as it is for systems whose production may partially recover with just the restoration of some of the damaged components. Take the following two equations:

$$d_{x,j}(y) = \sum_{i=1}^m F_{x,ij}(y) \cdot p_{ij} \cdot d_{ij} \quad (8)$$

$$D_k(y) = \text{strategy}_k \langle d_{x,j}(y) | j = 1 \dots n_0 \rangle \quad (9)$$

The first one gives us the mean downtime of a component considering all included failure modes and the constant value  $d_{ij}$  that considers how long would it take to perform the inspection, diagnosis, acquisition of spare parts, reparation and start up of component  $j$  when it reaches the limit state associated to failure mode  $i$ . Equation 9 is similar to a vulnerability function but its formulation depends on how the repair strategy prioritizes certain components and how the cash flow can increase or reduce the speed of repairs. The reader is prompted to the case study included in this paper for an example on the use of this equation. Summing up, the proposed methodology flow chart is presented in Figure 3.

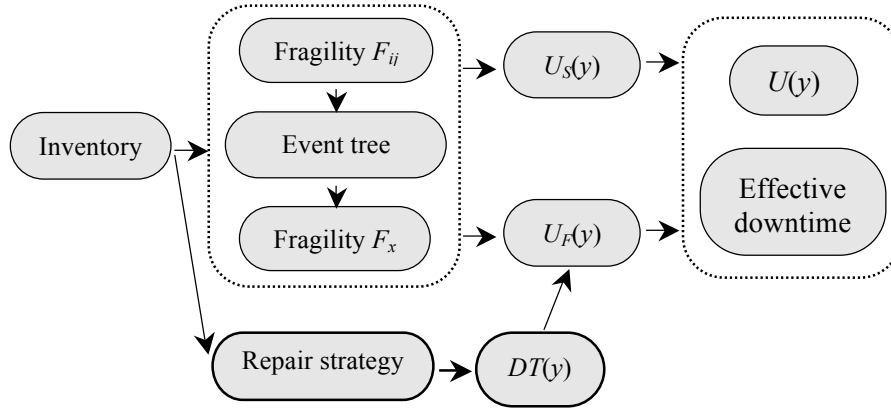


Figure 3. Proposed methodology to obtain total costs due to seismic hazard

## EXAMPLE CASE STUDY

A typical electrical substation is used to exemplify the proposed methodology. A sample of 20 ground motion records representative of the seismic hazard at the site were used. The records were obtained from Ciudad Universitaria station (firm soil) in the Mexico Valley from normal fault earthquakes with epicenters in the central region of Mexico and subduction earthquakes in the pacific coast of the country (average distance 300 kilometers).

Only the critical route components of the substation are included in the inventory. The components are assumed sensible to the peak ground acceleration (PGA). The freestanding components may fail by overturning or slippage while the anchored components may fail by tearing of the anchoring bolts. The failure of the anchorages is modeled with a displacement over a Coulomb frictional surface equivalent to the deformation energy needed to yield the anchor bolts.

### Rigid body dynamic response

The rigid body nonlinear dynamic response of the insured inventory components is calculated for the slip failure mode (Shenton 1996) and overturn failure mode (Arredondo and Reinoso 2008). Bear in mind that it is possible to include other failure modes like slip-overturn (Shenton 1996) and overturn of anchored bodies (Makris and Zhang 1999).

## Inventory of components

The inventory of components is presented in Figure 4 and in Table 1 with the limit states of the two included failure modes: overturning  $OV$  and slide  $SL$ ; the associated mean present value restitution cost affected by depreciation in dollars  $c_{OV}$  and  $c_{SL}$ ; and the mean time required for diagnosis, repair and startup  $d_{OV}$  and  $d_{SL}$ . The first step is to assign the components of the inventory to either subset  $A_0$  of items that behave independently or subset  $A_1$ , a closed subset of components that interact with each other.  $A_0 = \{C_1, P, A\}$  and  $A_1 = \{C_2, T, B\}$ .

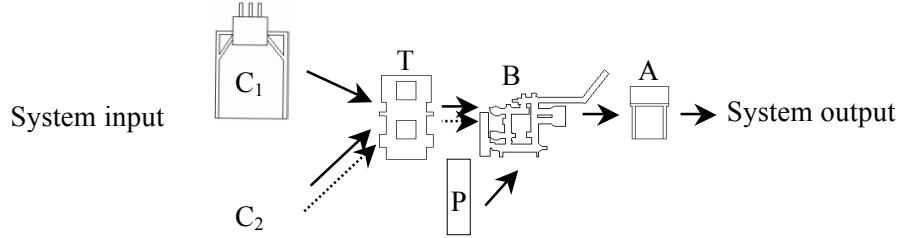


Figure 4. Electrical substation. Functionality diagram (solid line). Body interaction (dashed line).

Table 1. Inventory on electrical substation.

| Component                   | Overturn | Slide [m] | $c_{OV}$ [\$] | $c_{SL}$ [\$] | $d_{OV}$ | $d_{SL}$ |
|-----------------------------|----------|-----------|---------------|---------------|----------|----------|
| [C] Power capacitors        | -        | 0.4       | -             | 4 000         | -        | 3 days   |
| [T] Transformer             | ✓        | 0.4       | 40 000        | 3 000         | 2 months | 3 days   |
| [B] Bushing / circuit brake | ✓        | 0.2       | 15 000        | 5 000         | 1 month  | 3 days   |
| [P] Control panel unit      | ✓        | 0.6       | 5 000         | 500           | 3 weeks  | 2 days   |
| [A] Acid-lead batteries     | ✓        | -         | 10 000        | -             | 1 week   | -        |

The single object fragility curves  $F_{ij}$  are obtained for every component and failure mode (Figures 5) with the procedure already described. The mode probability of occurrence  $p_{ij}$  in Table 2 is calculated for every component, first comparing over the mode's failure intensities and second for the mode's instants of triggering. For example the transformer had 18 ground motions that caused overturning for lower intensities or at the same intensity but earlier time than they cause slide, given the 20 observations of  $p$  for overturning at the transformer is 0.9

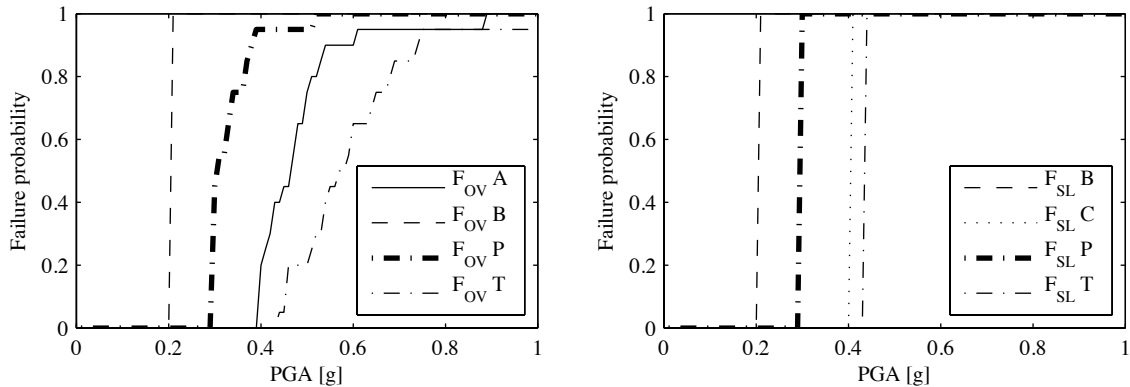


Figure 5. Single object fragility curves for overturning (left) and slide (right).

Table 2. Failure mode probability.

| Component                   | $p_{OV}$ | $p_{SL}$ |
|-----------------------------|----------|----------|
| [C] Power capacitors        | 0        | 1        |
| [T] Transformer             | 0.9      | 0.1      |
| [B] Bushing / circuit brake | 0.5      | 0.5      |
| [P] Control panel unit      | 1        | 0        |
| [A] Acid-lead batteries     | 1        | 0        |

Only three components may interact as it is shown in Figures 6a, 6b and 6c. The fault tree for subset  $A_1$  would be the one in Figure 6d. Notice that the failure modes are treated separately.

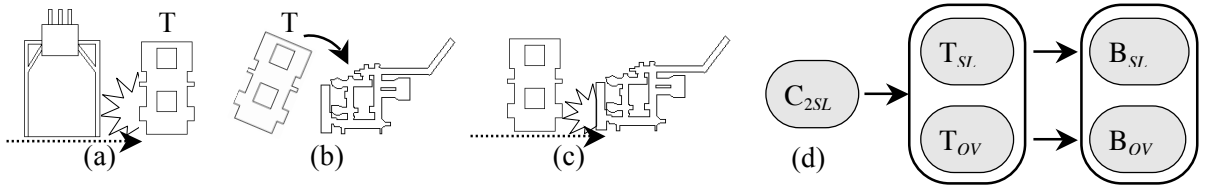


Figure 6. Possible component interactions (a through c) and event tree for subset  $A_1$  (d).

Table 3 indicates the parameters with Equation 4 to obtain the aggravated fragility curves  $F_x$  presented in Figure 7 following the event tree logic path. The values for  $\tau$  were defined based on either expert judgment or detailed observation of the possible implications of the *father* component failing over the *child* component. No backwards interaction was included. For instance the overturning failure of the capacitor is reflected upon the transformer's aggravated fragility curve by a notorious step in the graph at  $y_0 = y_f = 0.4g$ . The worst case scenario of this interaction is a 60% probability that the impact of the capacitor will ruin the transformer;  $\tau = 0.6$

Table 3. Interaction parameters.

| Mark | Interaction                          | $y_0$ | $y_f$ | $\tau$ |
|------|--------------------------------------|-------|-------|--------|
| (a)  | $C_{2SL}$ over $T_{OV}$ and $T_{SL}$ | 0.4   | 0.4   | 0.6    |
| (b)  | $T_{OV}$ over $B_{OV}$               | 0.4   | 0.7   | 1      |
| (c)  | $T_{SL}$ over $B_{SL}$               | 0.2   | 0.44  | 0.5    |

The value of the direct stock loss  $U_S(y)$  in Figure 8 is obtained using Equation 3, with the  $c$  from Table 1,  $p$  the failure mode probabilities in Table 2, single object fragility curves  $F(y)$  for subset  $A_0$  and aggravated fragility curves  $F_x(y)$  for subset  $A_1$ .

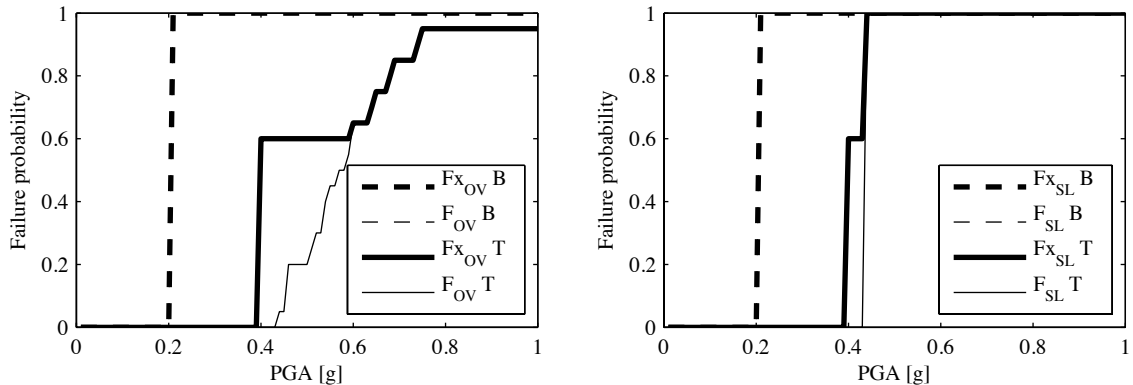


Figure 7. Aggravated fragility curves  $F_x$  (bold line) and single object fragility curves  $F$  (thin line).

The overturning of the acid-lead batteries will damage the surrounding items not included in the inventory (e.g. the building) and represent a consequential loss. The pre-earthquake conditions restitution cost has been estimated to be  $c_{\omega} = \$8\,000$  dollars; using Equations 5 and 6 and the fragility curve for the batteries,  $C_{\omega}(y)$  was calculated and graphed as  $C_w$  in Figure 8.

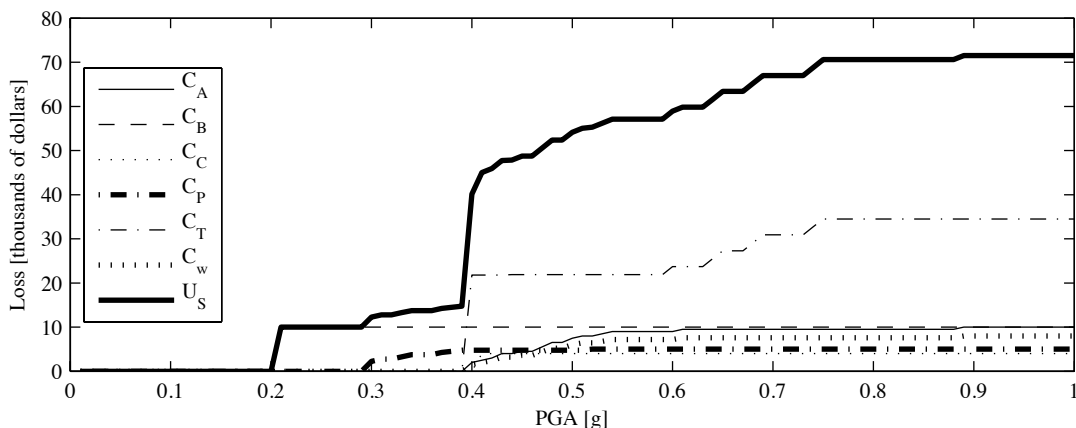


Figure 8. Direct stock loss  $U_S$ .

The use of aggravated fragility curves yields a higher loss for intensities between 0.4g and 0.6g than single object fragility curves would. This increase is believed to more accurately reflect the true value of the inventory loss. Another advantage of the procedure is the embedment of the consequential loss within the direct loss estimation curve.

The direct flow cost  $U_F(y)$  is a function of downtime. We will examine how the theoretical minimum downtime compares to two repair strategies' expected downtime and how long would it take for the productive system to become profitable again.

The theoretical minimum downtime is obtained assuming all components are repaired simultaneously right after the earthquake. The form of Equation 9 for this repair strategy would be:

$$D_{\min}(y) = \left\{ \sum_{i=1}^m F_{x,ij}(y) \cdot p_{ij} \cdot d_{ij} \mid j = 1 \dots n_0 \right\} \quad (12)$$

Where  $\{h_j\}$  is the envelope of functions  $h_j$ . Repair strategy  $R_1$  consisting on three phases is:

$$D_{R1}(y) = d_{x,T}(y) + \{d_{x,B}(y), d_{x,P}(y)\} + \{d_{x,A}(y), d_{x,C}(y)\} \quad (13)$$

In this expression it is assumed that the transformer (T) is completely repaired first, followed by the bushing (B) and the control panel (P) starting at the same time. Finally the batteries (A) and the capacitors (C) are also fixed simultaneously. In a similar way, repair strategy  $R_2$  is:

$$D_{R2}(y) = \{d_{x,T}(y), d_{x,B}(y)\} + \{d_{x,A}(y), d_{x,C}(y), d_{x,P}(y)\} \quad (14)$$

The average revenue stipulated in the insurance policy is \$800 dollars per day. No additional costs are to be included in the direct flow loss so using Equations 7 and 12 through 14,  $U_F(y)$  is obtained and graphed in Figure 9 for every repair strategy. The total direct loss in the inventory accord-

ing to Equation 1 is the sum of  $U_S(y)$  and  $U_F(y)$  from the repair strategy that best suits the case. Clearly repair strategies should be chosen based on intensity level.

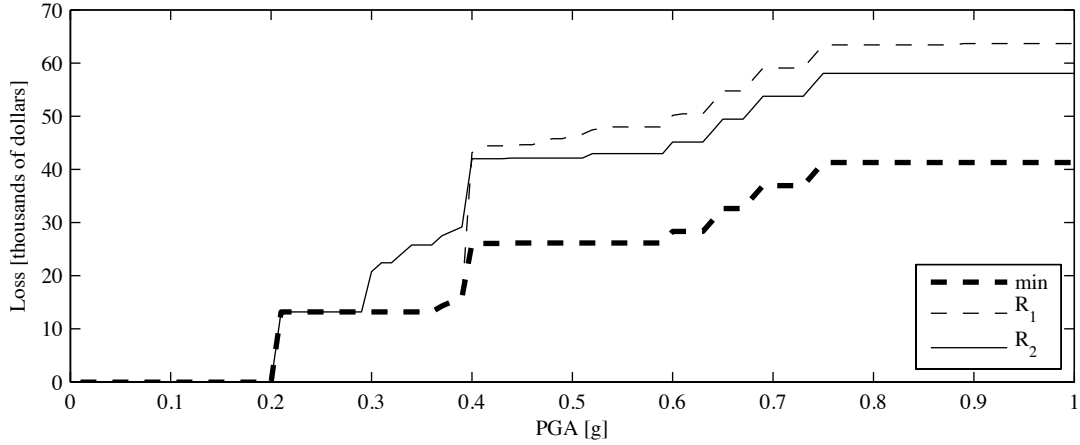


Figure 9. Direct flow loss  $U_F$  for three repair strategies.

Total direct losses for the policyholder are larger than the ones covered in practice because current insurance schemes do not include at full extent the direct stock and consequential losses both in amount and in time. The insurance value can be improved with the aforementioned methodologies, but the time component of the compensation is more complex. The compensation scheme can only be determined by the capacity of the insurer, but for a given case, the time until the production system becomes profitable again can be estimated and the owner may use this estimate as an objective measure of resilience. Insurance policy design can benefit from the proposed method in two ways: by reducing the loss estimation uncertainty and by including wider and more flexible insurance schemes.

The recovery time is defined by the cash flows (as in Figure 2) calculated for every intensity level. The effective downtime is the sum of expected downtime and recovery time; this value is presented for the theoretical minimum downtime and the two repair strategies in Figure 10.

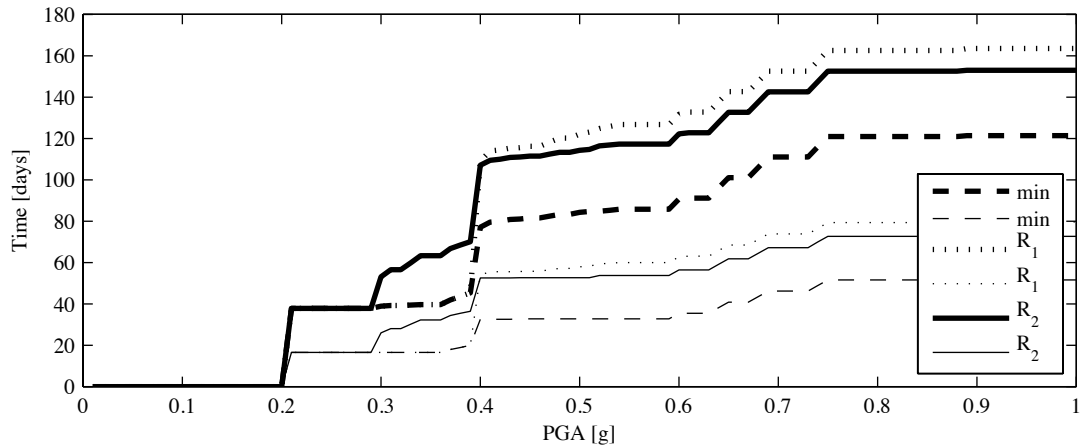


Figure 10. System downtime (thin lines) and effective downtime (bold lines) for three repair strategies: The theoretical minimum and two feasible repair strategies.

The case study presented cash flows follow these premises: The insurance scheme covers only 80% of the direct loss paid at a fixed rate during downtime. The reference interest rate is 1% a year and there is a one-payment premium of 20% of the direct loss. We assume a 72 hours delay of

the premium payment and starting of the fixed rate compensation from insurance. The direct flow loss is also supposed a fixed rate. The production is assumed to partially restore seven days after the earthquake and linearly increase until the expected downtime is completed and pre-earthquake capacity is restored. The expected repair time is obtained for every intensity level making the present value of all expenses and insurance compensation equal to the present value of the revenue produced during an unknown time. The effective downtime is nearly twice the downtime estimated for the system; this means the substation will be profitable only after nearly three times the estimated downtime. The best repair strategy and the expected value of the direct flow loss in the system depend on the demand intensity. In Figure 10 it is shown the best repair strategy to be  $R_1$  for  $y < 0.4$  and  $R_2$  elsewhere.

## CONCLUSIONS

A method to model the system interaction of components in their fragility curves to estimate the direct stock loss in a production system as a function of the ground motion intensity was formulated. System downtime and recovery time are also estimated and used to predict the direct flow loss. The information the methodology yields from a given system can be used to improve current insurance schemes and understand the full extent of the economic effects of a catastrophic earthquake.

## ACKNOWLEDGEMENTS

The author would like to thank Dr. Eduardo Reinoso and Dr. Miguel Angel Jaimes for their valuable commentaries and support during the preparation of this document.

## REFERENCES

- Arredondo, C., E. Reinoso 2008. "Influence of frequency content and peak intensities in the non-linear seismic response of rigid bodies," *Journal of Earthquake Engineering* **12**(4), 517-533.
- Aslani, H., and Miranda, E., 2002. "Probabilistic seismic response analysis for loss estimation," *Proceedings, 7th U. S. National Conference on Earthquake Engineering Paper #122*, Earthquake Engineering Research Institute, Oakland, CA, CD-ROM
- Bruneau, M., A. Reinhorn 2007. "Exploring the concept of seismic resilience for acute care facilities," *Earthquake Spectra* **23**(1), 41-62.
- Cho, S., P. Gordon, J. E. Moore II, H. W. Richardson, M. Shinozuka, S. Chang 2001. "Integrating transportation network and regional economic models to estimate the costs of a large urban earthquake," *Journal of Regional Science* **41**(1), 39.65.
- Cruz, A. M., L. J. Steinberg 2005 "Industry preparedness for earthquakes and earthquake-triggered hazmat accidents in the 1999 Kocaeli earthquake," *Earthquake Spectra* **21**(2), 285-303.
- Eshghi, S., M. S. Razzaghi 2005 "Performance of industrial facilities in the 2003 Bam, Iran, Earthquake," *Earthquake Spectra* **21** (S1), S395-S410.
- Johnson, L. A., A. Coburn, M. Rahnema 2000. "Damage survey approach to estimating insurance losses," *Earthquake Spectra* **16** (S1), 281-293.
- Johnson, G., M. Aschheim, H. Sezen 2000. "Industrial facilities," *Earthquake Spectra* **16** (S1), S311-S305.



- Grigoriu, M., F. Waisman 1999. "Seismic reliability and performance of nonstructural components," *Proceedings of the applied technology council seminar on seismic design, retrofit and performance of nonstructural components*.
- Housner, G. W 1963. "The behavior of the inverted pendulum structures during earthquakes," *Bulletin of the Seismological Society of America* **53**(2), 403-417.
- Ishida, K., Y. Ohtori 2004. "The loss evaluation of emergency medical treatment function and network of emergency hospitals," *13th World Conference on Earthquake Engineering* No. 3478.
- Kumar, V., J. Guin 1999. "Modeling business interruption losses for insurance portfolios," *11th Americas Conference on Wind Engineering*.
- Lindhe, A., L. Rosén, T. Norbert, O. Bergstedt, T. Pettersson, J. Åström, and M. Bondelid 2008. "Integrated probabilistic risk analysis of a drinking-water system: A fault-tree analysis" In preparation.
- Makris, N., J. Zhang 1999. "Rocking response and overturning of anchored equipment under seismic excitations," *Report PEER-1999/06*, College of Engineering, University of California. November.
- Milne, J. 1885. "Seismic experiments," *Transactions of the Seismological Society of Japan* **8**, 1-82.
- National Institute of Building Sciences (NIBS), 2009. HAZUS, Technical Manuals, Washington, D.C.
- Norbert, T., L. Rosén, A. Lindhe 2009 "Added value in fault tree analyses," *Safety, Reliability and Risk Analysis: Theory, Methods and Applications*. Taylor & Francis Group, London, 1041-1048.
- Pachakis, D., A. S. Kiremidjian 2004. "Estimation of downtime-related revenue losses in seaports following scenario earthquakes," *Earthquake Spectra* **20**(2), 427-449.
- Ray-Chaudhuri, S., M. Shinozuka 2010. "Enhancement of seismic sustainability of critical facilities through system analysis," *Probabilistic Engineering Mechanics* **25**, 235-244.
- Reinoso, E., M. A. Jaimes, L. Esteva 2010. "Seismic vulnerability of an inventory of overturning objects," *Journal of Earthquake Engineering* **14**(7), 1008-1021.
- Rose, A., Lim, D., 2002 "Business interruption losses from natural hazards: conceptual and methodological issues in the case of the Northridge earthquake," *Environmental Hazards* **4**(1), 1-14.
- Shenton III, H. 1996. "Criteria for initiation of slide, rock, and slide-rock rigid-body modes," *Journal of Engineering Mechanics* **122**(7), 690-693.
- Tierney, K., 1997. "Impacts of recent disasters on businesses: the 1993 Midwest floods and the 1994 Northridge earthquake," Jones, B. (Ed.), *Economic Consequences of Earthquakes: Preparing for the Unexpected*. NCEER, Buffalo, NY.