



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

INSTITUTO DE INGENIERÍA

## FUNCIONES DE VULNERABILIDAD SÍSMICA DE EDIFICIOS ASIMÉTRICOS EN PLANTA

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS  
P R E S E N T A :

**CARLOS ALONSO CERVANTES GODINEZ**

TUTOR:  
**DR. LUIS ESTEVA MARABOTO**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**

**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DRA. RUIZ GÓMEZ SONIA ELDA

Secretario: DR. DÍAZ LÓPEZ ORLANDO JAVIER

Vocal: DR. ESTEVA MARABOTO LUIS

1<sup>er.</sup> Suplente: DR. GARCIA PEREZ JAIME

2<sup>do.</sup> Suplente: DR. ESCOBAR SÁNCHEZ JOSÉ ALBERTO

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

---

DR. LUIS ESTEVA MARABOTO

## **Dedicatorias**

*Este trabajo va dedicado a todos mis seres queridos que con sus consejos y apoyo eh logrado salir adelante.*

*A mis padres:*

*Paula Godinez Meza y Rosendo Cervantes Bañuelos, por traerme a este mundo y darme los mejores consejos que unos padres tan maravillosos como los que tengo pueden dar a sus hijos.*

*A mis hermanos:*

*Rosendo Cervantes Godinez, José Humberto Cervantes Godinez, Dulce Esperanza Cervantes Godinez, porque siempre hemos estado unidos en todo momento.*

*A mi novia:*

*Alma Angelina Camacho Espinoza, por ese amor que me ha dado, por sus palabras que me animaron a seguir adelante, por toda esa paciencia que me ha tenido y por su apoyo incondicional que me ha brindado.*

## *Agradecimientos*

*Le doy gracias a Dios por darme salud y fuerzas que me permitieron dar este gran paso en mi vida.*

*A mi asesor de tesis el Dr. Luis Esteva Maraboto, por compartir sus conocimientos tan valiosos, por ese tiempo y sus asesorías que me brindó para la elaboración de este trabajo de tesis.*

*Le doy las gracias al Dr. Orlando Javier Díaz López, por ese gran apoyo académico que me brindó a lo largo de la elaboración de este trabajo.*

*A mis sinodales: Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez, Dr. Orlando Javier Díaz López, Dr. Jaime García Pérez, Dr. José Alberto Escobar Sánchez, por el tiempo que dedicaron en la revisión de este trabajo de tesis y por sus sugerencias aportadas que sirvieron para mejorarlo.*

*A mis compañeros y amigos de la maestría y del Instituto de Ingeniería, por su amistad y haber compartido parte de sus conocimientos.*

*A la Universidad Nacional Autónoma de México por darme la oportunidad de realizar mis estudios de Maestría en sus instalaciones.*

*Al Instituto de Ingeniería de la UNAM, por brindarme el espacio para poder realizar este magnífico trabajo.*

*Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) y al Instituto de Ingeniería, por el apoyo económico otorgado para la realización de mis estudios de Maestría.*

## INDICE

RESUMEN.....	I
ABSTRACT .....	II
CAPÍTULO 1. Introducción.....	1
1.1 Antecedentes .....	1
1.2 Justificación.....	2
1.3 Objetivos .....	3
1.3.1 Objetivo general .....	3
1.3.2 Objetivo particular.....	3
1.4 Alcances .....	3
CAPÍTULO 2. Metodología.....	4
2.1 Funciones de vulnerabilidad sísmica.....	4
2.2 Probabilidad de colapso .....	5
2.3 Intensidad sísmica .....	6
2.4 Medida de la intensidad sísmica normalizada para la estimación de las funciones de vulnerabilidad.....	6
CAPÍTULO 3. Planteamiento general .....	7
3.1 Desarrollo de modelos simplificados SSR para estimar respuestas dinámicas lineales de edificios con torsión.....	7
3.2 Determinación de las propiedades no lineales del sistema.....	10
3.3 Propiedades de resistencia de los SSR para estimar respuestas dinámicas no lineales en edificios con torsión. ....	13
3.4 Relación entre las propiedades de resistencia de los elementos del SSR y las propiedades globales de los sistemas.....	15
3.4.1 Funciones V- $\delta$ .....	15
3.4.2 Excentricidad de resistencias .....	16
3.4.3 Contribución de los momentos paralelos al eje x al momento resistente con respecto al centro de resistencias.....	16
3.5 selección de propiedades del SSR para estudios paramétricos. ....	16
CAPÍTULO 4. Aplicaciones .....	19
4.1 Casos estudiados .....	19
4.2 Consideraciones para los SSR.....	22
4.3 Determinación de las propiedades mecánicas de los SSR .....	25
4.4 Simulación de historias del movimiento del terreno .....	28

4.5 Análisis de respuestas.....	32
4.5.1 Análisis de respuesta realizados .....	33
CAPÍTULO 5. Análisis de resultados .....	36
5.1 Análisis global de resultados.....	36
5.1.1 Sistemas simétricos .....	36
5.1.2 Sistemas asimétricos .....	41
5.2 Sistemas asimétricos particulares.....	44
5.3 Funciones de probabilidad de falla.....	51
5.4 Aplicaciones de funciones de ajuste.....	51
5.4.1 Aplicaciones a estructuras con un factor de comportamiento sísmico Q=2, ( $\psi_c=0.01$ ) .	52
5.4.2 Aplicaciones a estructuras con un factor de comportamiento sísmico Q=4, ( $\psi_c=0.02$ ) .	54
5.5 Comparación de resultados de índice de confiabilidad y probabilidad de falla entre sistemas asimétricos y simétricos .....	57
5.5.1 Comparación considerando el eje “x” como referencia, $k'/k=0.02$ , $Q=4$ .....	57
5.5.2 Comparación considerando el eje “y” como referencia, $k'/k=0.02$ , $Q=4$ .....	59
5.5.3 Comparación considerando el eje “x” como referencia, $k'/k=0.15$ , $Q=4$ .....	61
5.5.4 Comparación considerando el eje “y” como referencia, $k'/k=0.15$ , $Q=4$ .....	63
CAPÍTULO 6. Conclusiones y recomendaciones .....	66
6.1 Conclusiones .....	66
6.2 Recomendaciones.....	67
APÉNDICE A1. Propiedades mecánicas de los elementos estructurales de los modelos simplificados asimétricos en planta.....	69
APÉNDICE A2. Articulación plástica.....	90
APÉNDICE A3. Procedimiento para obtener las funciones de ajuste de la esperanza y la varianza del margen de seguridad en términos de intensidades normalizadas a partir de las funciones en términos de intensidades sin normalizar. .....	93
APÉNDICE A4. Propiedades del SSR correspondiente a un sistema detallado.....	96
A4.1 Edificio detallado .....	97
A4.2 Fuerzas laterales .....	100
A4.3. Gráficas Momento - Curvatura.....	102
A4.4 Análisis ELSE .....	107
A4.5.- Propiedades dinámicas del sistema detallado y simplificado en ambas direcciones ortogonales (x, y) .....	110
REFERENCIAS .....	114

# RESUMEN

En este trabajo se presentan aplicaciones de un criterio para estimar funciones de vulnerabilidad sísmica de edificios asimétricos en planta por medio de sistemas simplificados de referencia de un solo nivel, con tres grados de libertad: dos horizontales de traslación y uno de rotación con respecto a un eje vertical. El nivel de vulnerabilidad se expresa en términos de indicadores tales como la probabilidad de falla,  $p_f$ , o de su complemento, la probabilidad de supervivencia, o confiabilidad, expresada mediante el índice  $\beta$  de Cornell. Estos indicadores se presentan como funciones de la intensidad y se pueden aplicar en condiciones prácticas al diseño sísmico para condiciones pre-establecidas de confiabilidad.

Se trabaja exclusivamente con Sistemas Simplificados de Referencia (SSR), con el fin de poder generar información suficiente para realizar un análisis paramétrico y obtener resultados de aplicabilidad general para familias dadas de edificios, partiendo de un conjunto de parámetros conocidos que definen las propiedades mecánicas de dichos sistemas. Los análisis de respuesta dinámica no lineal necesarios para determinar las funciones de confiabilidad se realizan con la ayuda del programa Ruamoko 3D, sometiéndolos ante dos componentes sísmicas horizontales ortogonales simultáneas.

Las funciones de vulnerabilidad se expresan en términos de indicadores simples de la relación entre la respuesta esperada del sistema y la capacidad necesaria para resistir la falla. Para este fin, se emplean como indicadores de respuesta las distorsiones laterales máximas en los marcos extremos en ambas direcciones ortogonales, estimadas mediante un análisis dinámico paso-a-paso ejecutado con el programa Ruamoko 3D.

# ABSTRACT

This thesis deals with several applications of a criterion for estimating seismic vulnerability functions of asymmetric-in-plan buildings using simplified reference systems with a single level, with three degrees of freedom: two of horizontal translation and one of rotation with respect to a vertical axis. The level of vulnerability is expressed in terms of indicators such as the probability of failure,  $p_f$ , or its complement, the probability of survival, or reliability, expressed by Cornell's index  $\beta$ . These indicators are presented as functions of intensity and can be applied in practice for seismic design with pre-established reliability targets.

Only Simplified Reference Systems (SSR) are considered. Aiming at generating enough information to perform a parametric analysis and obtain results of general applicability to given families of buildings, we begin from a set of parameters that define the mechanical properties of such systems. The analysis of nonlinear dynamic response necessary to determine the reliability functions are performed with the help of 3D Ruamoko program, subjecting each system to two simultaneous orthogonal horizontal seismic components.

Vulnerability functions are expressed in terms of simple indicators of the probabilistic relation between the deformation demand of the system and its deformation capacity. For this purpose, maximum distortions are estimated at the edge frames of the system, in both orthogonal directions. These distortions are estimated by step-by-step dynamic response analysis performed with program Ruamoko 3D.

# CAPÍTULO 1. Introducción

Las funciones de vulnerabilidad sísmica son relaciones cuantitativas entre diversos indicadores de los daños probables que una construcción pueda sufrir ante un evento sísmico y la correspondiente intensidad del movimiento del terreno.

En trabajos anteriores se ha tratado el tema de vulnerabilidad sísmica, en su mayor parte con sistemas planos y sistemas simétricos, sometidos a una sola componente del movimiento del terreno. Aquí trataremos el tema con sistemas asimétricos en planta sometidos ante dos componentes del movimiento del terreno en el cual emplearemos sistemas simplificados, con el fin de poder generar información suficiente para realizar un análisis paramétrico.

La probabilidad de falla la describiremos como la probabilidad de que la demanda sísmica sea mayor que la capacidad de deformación de la estructura, misma que la podremos estimar a partir de la distribución de probabilidades del cociente de la capacidad de distorsión global del sistema,  $\Psi_c$ , entre la correspondiente distorsión global máxima,  $\Psi$ , obtenida ante un sismo de intensidad y, dada.

## 1.1 Antecedentes

Las construcciones localizadas en una zona sísmica, están expuestas a sufrir daños estructurales, no todas las construcciones son iguales por lo cual no tendrán los mismos daños ante un evento sísmico, estos es debido a que unas estructuras son más vulnerables que otras aun, estas estén sometidas a un mismo sismo. Estos daños que las estructuras pueden presentar ante dicho fenómeno, son muy variados los cuales van desde una grieta ligeramente visible hasta el colapso de uno o varios componentes de la construcción o en el peor de los casos el colapso total de la estructura.

Un ejemplo claro lo tenemos con el sismo de 1985 de México, en el cual se dañaron aproximadamente 90 000 viviendas en varias zonas, en el sismo de Tehuacán de 1999 se dañaron 30 676 viviendas y en el de Colima de 2003, 25 353 viviendas fueron dañadas. Se espera que sigan ocurriendo movimientos sísmicos intensos por lo que resulta importante contar con métodos que nos permitan estimar la vulnerabilidad de las estructuras. (Ramírez de Alba et al, 2007)

Las funciones de vulnerabilidad sísmica presentan información sobre los daños que puedan sufrir las estructuras ante un evento sísmico con diferentes intensidades. (Diaz López et al, 2005)

La vulnerabilidad sísmica de una estructura está muy relacionada con las propiedades mecánicas y geométricas de la estructura como pueden ser: el periodo natural, la resistencia a fuerza cortante, variables que determinan su capacidad de comportamiento dúctil, su capacidad para disipar energía mediante un comportamiento histerético.

Entre los estudios realizados en sistemas planos se pueden mencionar los siguientes:

*Esteva y Díaz (2004)* obtuvieron funciones de vulnerabilidad de un conjunto de sistemas de marco de concreto reforzado, aplicando una metodología que considera las relaciones de las distorsiones que se tienen en la estructura, respecto al daño físico que ésta sufre. Transformaron el daño físico en daño económico, para lo cual tomaron en cuenta todos los costos que se tienen en la reparación de la estructura.

*Vargas, V (2008)* determinó los factores de sobrerresistencia de algunos sistemas estructurales de concreto reforzado desplantados sobre terreno blando, característico de la zona II de la ciudad de México, y obtuvieron las funciones de confiabilidad en términos de las intensidades sísmicas, normalizadas con respecto a los valores de diseño o a las correspondientes capacidades estructurales.

*Díaz, J L (2008)* elaboró criterios de aceptación para el diseño por desempeño y confiabilidad, para un nivel de desempeño establecido, y formalizaron una metodología de fácil aplicación en la práctica para el diseño por desempeño y confiabilidad de sistemas estructurales de edificios.

*Ismael, E (2010)* contribuyeron al desarrollo de herramientas de cálculo e información cualitativa y cuantitativa necesarios para formular criterios de diseño sísmico basados en confiabilidad y desempeño de sistemas de múltiples grados de libertad; aun cuando los criterios desarrollados pueden emplearse para sistemas con diversas estructuraciones que cumplan con las condiciones e hipótesis planteadas, se pone énfasis en sistemas de concreto reforzado estructurados a base de marcos con muros estructurales.

*Pérez, R (2010)* desarrolló y aplicaron criterios y métodos útiles para formular normas y recomendaciones para el diseño sísmico óptimo de edificios considerando la contribución de los muros de mampostería. Tales criterios basados en análisis de confiabilidad y desempeño en un marco de referencia de ciclo de vida. Las normas y recomendaciones propuestas se presentaron en términos aplicables en condiciones típicas de la práctica de la ingeniería.

## 1.2 Justificación

La justificación de este estudio proviene de la necesidad de obtener funciones de vulnerabilidad aplicables para establecer las relaciones que deben existir entre las resistencias laterales especificadas para el diseño sísmico de sistemas simétricos y asimétricos, de manera de obtener los mismos niveles de confiabilidad. Como se requiere mucho trabajo de cálculo para obtener estas relaciones con modelos detallados, se recurre a un criterio aproximado, basado en sistemas simplificados.

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 Objetivo general

Desarrollo de modelos simplificados orientados a la estimación aproximada de las funciones de vulnerabilidad de sistemas asimétricos.

### 1.3.2 Objetivo particular

Se buscará desarrollar criterios simples para estimar relaciones entre las funciones de vulnerabilidad sísmica de edificios con planta asimétrica de un solo nivel, con diversas excentricidades en planta, tanto de rigideces como de resistencias laterales, desplantados sobre distintos tipos de terreno en el Distrito Federal. Estos sistemas se seleccionan de manera de que tengan propiedades globales representativas de las que suelen corresponder a sistemas de múltiples pisos; se emplean para estudiar la influencia de las diversas excentricidades en las funciones de vulnerabilidad sísmica. Tales funciones se expresarán por medio de un indicador adecuado de confiabilidad (probabilidad de falla,  $p_F$ , o índice  $\beta$  de Cornell), en términos de la intensidad sísmica. Las relaciones mencionadas se establecerán para sistemas de un solo nivel, sujetas a dos componentes sísmicas horizontales ortogonales simultáneas. Tales relaciones se emplearán para formular recomendaciones aproximadas para estimar los índices de confiabilidad de estructuras de múltiples niveles, con planta asimétrica, a partir de las que se tengan para sistemas con planta simétrica, con variaciones similares de rigideces y resistencias laterales de entrepiso.

## 1.4 Alcances

En este trabajo, el interés se centra únicamente en la seguridad contra colapso; por ello, las funciones de vulnerabilidad se referirán exclusivamente a la probabilidad de falla,  $p_F(I_S)$ .

No se tomarán en cuenta los daños que ocurran para condiciones de supervivencia del sistema.

Las funciones de vulnerabilidad sísmica son muy sensibles a un gran número de parámetros característicos de las propiedades mecánicas del sistema; dado que se trabajará con sistemas de un solo nivel, se tomara en cuenta lo siguiente:

- a) Se definirá la forma del modelo simplificado
- b) Se describirá la forma de determinar las propiedades del modelo simplificado a partir de las del modelo detallado.
- c) Se realizará un análisis paramétrico sobre la influencia de las propiedades del sistema simplificado sobre las funciones de confiabilidad.
- d) Se estudiarán las relaciones entre las funciones de confiabilidad para los casos asimétricos y los simétricos correspondientes.

# CAPÍTULO 2. Metodología

## 2.1 Funciones de vulnerabilidad sísmica

Las funciones de vulnerabilidad sísmica de una construcción son relaciones cuantitativas entre diversos indicadores de los daños probables que pueda sufrir dicha construcción ante un evento sísmico y la correspondiente intensidad del movimiento del terreno. El indicador que se emplee para cuantificar los daños probables depende de la aplicación que se tenga en mente. Por ejemplo, si el interés se centra exclusivamente en el nivel de seguridad con respecto al posible colapso de la construcción, la función de vulnerabilidad se expresará en términos de la probabilidad de falla condicional a la ocurrencia de un movimiento sísmico de la intensidad considerada. Si interesa estimar los posibles niveles de daños físicos en la estructura, en los contenidos o en los elementos no estructurales o de relleno, será necesario en general obtener estimaciones probabilísticas de las respuestas dinámicas del sistema y de sus contenidos para cada intensidad sísmica, empleando criterios y herramientas del análisis estructural; para estimar las consecuencias económicas esperadas para temblores de diversas intensidades podrá partirse directamente de información estadística, en caso de estar disponible, o podrán emplearse criterios que transformen la información sobre daños físicos para una intensidad dada en valores esperados de los costos directos e indirectos de los daños para dicha intensidad. Si se toman en cuenta tanto los costos esperados de daño para la condición de colapso como para la de supervivencia, se llega a la siguiente expresión para la función de vulnerabilidad (Díaz-López *et al*, 2005):

$$\delta_E(I_s) = \delta_E(I_s|S)(1 - p_F(I_s)) + \delta_{EF}p_F(I_s) \quad (2.1.1)$$

En esta expresión,  $\delta_E(I_s)$  es el valor esperado de los costos de daños causados por un temblor de intensidad igual a  $I_s$ ,  $\delta_E(I_s|S)$  es el valor esperado de dichos daños, condicionado a que el sistema sobreviva ante la intensidad citada,  $\delta_{EF}$  es el costo esperado en caso de colapso y  $p_F(I_s)$  la probabilidad de que éste ocurra, condicional a que la intensidad sea igual a  $I_s$ . Tanto  $\delta_E(I_s)$  como  $\delta_E(I_s|S)$  y  $\delta_{EF}$  están expresados como fracción del costo inicial de construcción, designado por  $C_0$  en lo que sigue. El símbolo  $S$  dentro del paréntesis indica que se trata de una función de vulnerabilidad condicionada a la supervivencia del sistema; es decir, a que no se ha presentado su falla última (colapso). La intensidad  $I_s$  debe medirse en términos de una variable que guarde una correlación estadística elevada con la amplitud de la respuesta del sistema en estudio; con frecuencia, conviene adoptar para estos fines la ordenada del espectro lineal de respuestas de seudo-aceleraciones, evaluada para el periodo fundamental de vibración de dicho sistema. Teniendo en cuenta que las respuestas sísmicas dinámicas de sistemas de múltiples grados de libertad son sensibles también a las ordenadas de los espectros de respuesta para los periodos de los modos superiores de vibración, en ciertas aplicaciones puede resultar ventajoso tomar en cuenta las aportaciones de dichos modos a la respuesta esperada del sistema; por simplicidad, este tipo de planteamientos no se exploran en el presente estudio.

## 2.2 Probabilidad de colapso

La probabilidad de colapso  $p_F(I_S)$ , puede estimarse a partir de la distribución de probabilidades del cociente de la capacidad de distorsión global del sistema,  $\Psi_c$ , entre la correspondiente distorsión global máxima,  $\Psi$ , obtenida ante un sismo de intensidad  $y$ , dada. El logaritmo natural del recíproco de este cociente es el llamado *Margen de Seguridad*, y se expresa de la siguiente forma:

$$Z(I_S) = \ln \left( \frac{\Psi_c}{\Psi(I_S)} \right) \quad (2.2.1)$$

En esta ecuación,  $Z(I_S)$  es el margen de seguridad del sistema de interés contra colapso ante un temblor de intensidad igual a  $I_S$ , tal que el sistema falla si  $Z < 0$  y permanece en pie en caso contrario.

En este trabajo, el interés se centra en la seguridad contra colapso; por ello, las funciones de vulnerabilidad se referirán exclusivamente a la probabilidad de falla,  $p_F(I_S)$ . Por simplicidad, en vez de trabajar con la probabilidad de falla, las funciones de vulnerabilidad se presentarán en términos de un indicador aproximado, el índice  $\beta$  de Cornell (1969), expresado en este caso como sigue, para una solicitud sísmica con intensidad conocida igual a  $I_S$ , pero con características detalladas inciertas:

$$\beta(I_S) = \frac{Z(I_S)}{\sigma_Z(I_S)} \quad (2.2.2)$$

En la ecuación 2.2.2,  $\bar{Z}(I_S)$  Es el valor esperado de  $Z(I_S)$  y  $\sigma_Z(I_S)$  su desviación estándar. Para el caso particular en que  $Z$  tenga distribución normal de probabilidades, se puede demostrar que se satisface rigurosamente la Ecuación 2.2.3; para otras formas de dicha distribución, esta relación es sólo aproximada.

$$p_F(I_{SN}) = \Phi(-\beta) \quad (2.2.3)$$

En esta ecuación,  $\Phi(\cdot)$  es la función acumulada de distribución de probabilidades normal estándar (media = 0, desviación estándar = 1.0) y  $p_F(I_S)$  la probabilidad de que la falla ocurra.

Al margen de seguridad esperado  $\bar{Z}(I_S)$  y la varianza  $\sigma_Z^2(I_S)$  se le ajustarán las expresiones 2.2.4 y 2.2.5 las cuales proporcionan un mejor resultado en los ajustes.

$$\bar{Z}(I_S) = \ln \psi_c + A - B \ln(I_S) + C e^{(-C \ln(I_S))} \quad (2.2.4)$$

$$\sigma_Z^2(I_S) = D + E \cdot I_S, \text{ sujetas a las condiciones } D \geq 0, E \geq 0 \quad (2.2.5)$$

Donde:

A, B, C, D y E Son parámetros de ajuste.

## 2. 3 Intensidad sísmica

Para este trabajo la intensidad sísmica se representa por el valor de la media cuadrática de la ordenada del espectro lineal de seudo-aceleraciones para un periodo de vibración dado:  $S_a(T)$ . Esta intensidad está dada por:

$$I_s = \sqrt{\frac{S_{aEO}^2 + S_{aNS}^2}{2}} \quad (2.3.1)$$

En donde  $S_{aEO}$  es la ordenada espectral para un periodo dado debido a la componente Este-Oeste del movimiento sísmico y  $S_{aNS}$  es el valor de dicha ordenada que corresponde a la componente Norte-Sur.

## 2.4 Medida de la intensidad sísmica normalizada para la estimación de las funciones de vulnerabilidad

La medida de la intensidad sísmica normalizada que se utiliza en este trabajo para la estimación de las funciones de vulnerabilidad sísmica se define como:

$$I_{SN} = \frac{I_s/g}{V_y/W} \quad (2.4.1)$$

Donde  $I_s$  es la intensidad del sismo dada por la media cuadrática (Ecuación 2.3.1) de la ordenada del espectro de seudo-aceleración para un amortiguamiento del 5% correspondiente al periodo de vibración de la estructura,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $W$  es el peso de la estructura y  $V_y$  es la resistencia a la fluencia de la estructura, dada por su cortante en la base. El valor de  $V_y$  se toma de acuerdo con la dirección en la cual se quiere calcular la respuesta.

Una ventaja de representar a la intensidad sísmica normalizada con respecto a la resistencia de diseño de la estructura ( $V_y/W$ ) es que se pueden incorporar en una sola muestra los resultados de estructuras diseñadas con diferente coeficiente sísmico, siempre que estas tengan características dinámicas semejantes.

# CAPÍTULO 3. Planteamiento general

## 3.1 Desarrollo de modelos simplificados SSR para estimar respuestas dinámicas lineales de edificios con torsión.

Un Sistema Simplificado de Referencia (SSR), lo definiremos como un sistema de un nivel tridimensional que representa a un sistema detallado en cuanto a sus propiedades globales, mismas que se obtienen de un Empuje Lateral Seudo-Estático (ELSE) aplicado al sistema detallado tridimensional en ambas direcciones ortogonales.

En este capítulo se establecen criterios para determinar las propiedades de un modelo tridimensional simplificado de un solo nivel que sea capaz de representar las propiedades mecánicas globales de masa, rigidez y resistencia del modelo detallado del sistema estructural de un edificio de múltiples niveles con propiedades asimétricas de rigidez y resistencia laterales. Para ello, se aplica un análisis de empuje lateral seudo-estático (ELSE) al modelo detallado, en cada una de las direcciones horizontales ortogonales.

El SSR empleado en este trabajo es el mostrado en la figura 3.1.1, mismo que cuenta con tres elementos en cada dirección que son capaces de reproducir las características de un modelo detallado, las cuales son:

- Fuerza cortante total en la base del sistema
- Excentricidad de rigidez y resistencias
- Suma de los momentos que producen los elementos de los extremos con respecto al centro geométrico en planta.

Se realiza un análisis ELSE, orientado a satisfacer las condiciones de amplitudes de desplazamiento máximo de los elementos resistentes extremos en la direcciones “x” y “y” en el nivel de azotea. Estas amplitudes se obtendrán mediante superposición modal para la acción de las dos componentes horizontales ortogonales del movimiento del terreno.

Para el análisis ELSE, se consideraron dos fuerzas horizontales ortogonales, aplicadas simultáneamente en el centro de masa de cada nivel, restringiendo los giros alrededor del eje vertical de la planta del edificio, con el fin de lograr que el desplazamiento de los pisos sea de translación únicamente. En dicho análisis se aplican al sistema ambas fuerzas horizontales simultáneamente con el objeto de tomar en cuenta el efecto de reducción de resistencia de las columnas, debida al momento flexionante producido por la componente ortogonal. Dichas fuerzas laterales se obtienen mediante superposición modal (ver apéndice A4). Con esto, se desea generalizar el procedimiento para efectuar el análisis ELSE de los modelos de estudio. Esta es una forma simplificada de estimar el efecto de la interacción de las fuerzas internas producidas por la componente transversal de la excitación en el comportamiento global del sistema en la dirección de análisis. Un modelo riguroso tomaría en cuenta esta interacción individualmente para cada miembro estructural. Esto no es posible para el modelo simplificado que se adopta en este estudio (Fig.

3.1.1), en donde todos los elementos que proporcionan la resistencia lateral son planos; es decir, tienen rigidez y resistencia en una sola dirección.

Las relaciones que se desarrollan a continuación parten de la suposición de tomar la masa  $M$  y las dimensiones en planta ( $a, b$ ) del sistema simplificado de un nivel iguales a las del modelo detallado que se trata de representar.

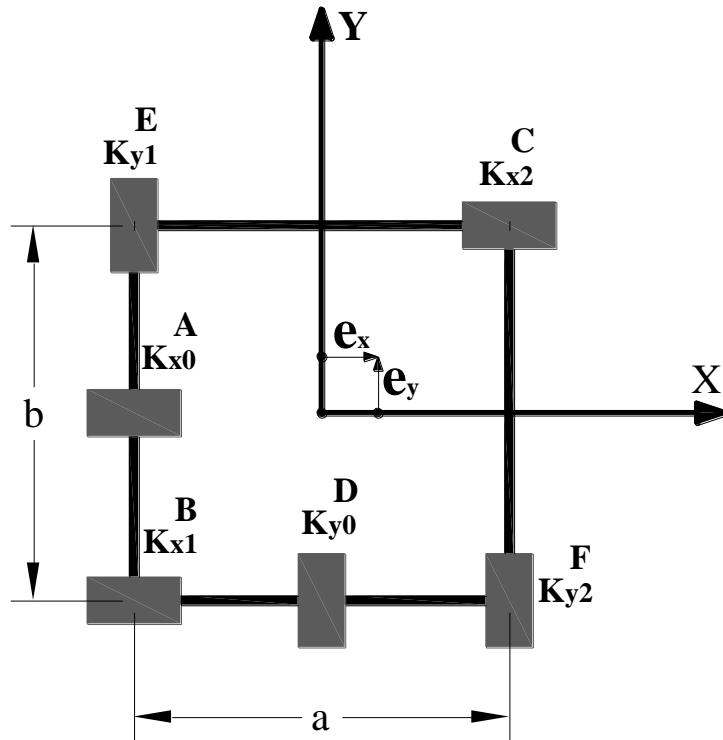


Figura 3.1.1.- Sistema Simplificado de Referencia (SSR)

Teniendo en cuenta la notación de la Figura 3.1.1, pueden escribirse las siguientes ecuaciones, que expresan las equivalencias entre las propiedades de los sistemas detallados y simplificados:

- Frecuencia natural en translación, en la dirección  $x$ :

$$k_x = k_{x1} + k_{x2} + k_{x0} = M\omega_x^2 \quad (3.1.1)$$

- Frecuencia natural en translación, en la dirección  $y$ :

$$k_y = k_{y1} + k_{y2} + k_{y0} = M\omega_y^2 \quad (3.1.2)$$

Los elementos extremos del sistema simplificado cumplen con las condiciones

$$k_{x1} + k_{x2} = r_x k_x \quad (3.1.3)$$

$$k_{y1} + k_{y2} = r_y k_y \quad (3.1.4)$$

Además,

$$J = M(a^2 + b^2) / 12 \quad (3.1.5)$$

De aquí:

$$k_\theta = \frac{1}{4}(r_x k_x b^2 + r_y k_y a^2) \quad (3.1.6)$$

- Relación entre las frecuencias naturales en torsión y en traslación en la dirección  $x$ :

$$\left(\frac{\omega_\theta}{\omega_x}\right)^2 = \frac{3\left[r_x + r_y\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]\left(\frac{\omega_y}{\omega_x}\right)^2}{1+\left(\frac{a}{b}\right)^2} \quad (3.1.7)$$

En donde  $0 \leq r_x \leq 1.0$ ,  $0 \leq r_y \leq 1.0$

Por otra parte;

$$k_x e_y = \frac{b}{2} (k_{x2} - k_{x1}) \quad (3.1.8)$$

Resolviendo en forma simultánea las ecuaciones 3.1.3 y 3.1.8 se obtiene:

$$k_{x2} = k_x \left( \frac{r_x}{2} + \frac{e_y}{b} \right) \quad (3.1.9)$$

$$k_{x1} = k_x \left( \frac{r_x}{2} - \frac{e_y}{b} \right) \quad (3.1.10)$$

Puesto que  $k_{x1} \geq 0$ ,

$$r_x \geq 2 e_y / b \quad (3.1.11)$$

Por un razonamiento semejante, se obtiene:

$$k_{y2} = k_y \left( \frac{r_y}{2} + \frac{e_x}{a} \right) \quad (3.1.12)$$

$$k_{y1} = k_y \left( \frac{r_y}{2} - \frac{e_x}{a} \right) \quad (3.1.13)$$

Con

$$r_y \geq 2 e_x / a \quad (3.1.14)$$

De la ecuación 3.7 y las condiciones 3.1.11 y 3.1.14 se tienen

$$\left(\frac{\omega_\theta}{\omega_x}\right)^2 \geq A + B \left(\frac{\omega_y}{\omega_x}\right)^2 \quad (3.1.15)$$

con

$$A = \frac{6\frac{e_y}{b}}{1+\left(\frac{a}{b}\right)^2} ; \quad B = \frac{6\frac{e_x}{a}}{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

### 3.2 Determinación de las propiedades no lineales del sistema

Para determinar las propiedades no-lineales de los elementos del sistema simplificado cuyas rigideces son  $K_{x0}$ ,  $K_{x1}$ ,  $K_{x2}$ ,  $K_{y0}$ ,  $K_{y1}$ ,  $K_{y2}$ , se supondrá que se representan mediante funciones bilineales como la mostrada en la figura 3.2.1.

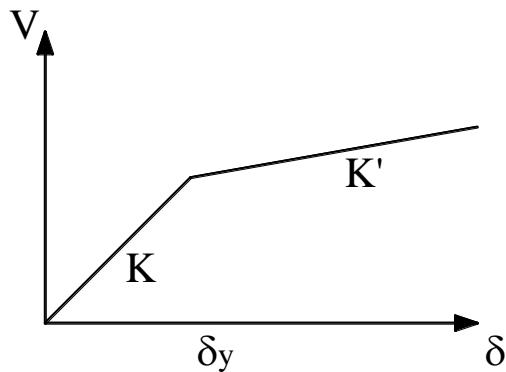


Figura 3.2.1.- Función bi-lineal  $V$ - $\delta$

Ahora supongamos que el sistema se somete a una distorsión lateral creciente, paralela al eje x. Como consecuencia de ello los elementos resistentes que forman al sistema producirán un momento torsional con respecto al centroide que se representa en la figura 3.2.2.

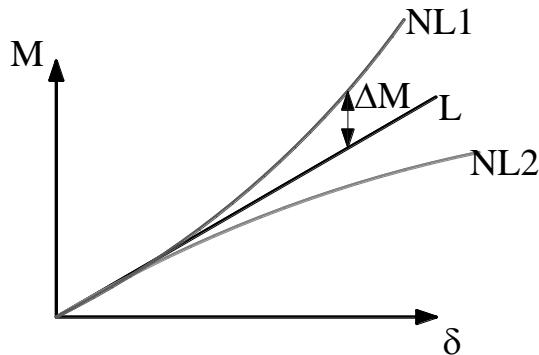


Figura 3.2.2.- Momento torsionante del sistema

En la figura 3.2.2, la línea  $L$  representa el comportamiento que se presentaría si el sistema fuera lineal. Las curvas  $NL1$  Y  $NL2$  representan dos casos posibles del comportamiento no lineal; en uno de ellos, la diferencia  $\Delta M$  entre el momento producido en el sistema no lineal y el causado en el sistema lineal es positiva; en el otro caso esa diferencia es negativa. Consideraremos el primer caso y representémoslo como se muestra en la figura 3.2.4.

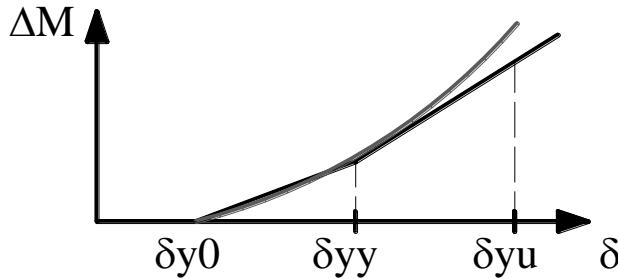


Figura 3.2.3.- Diferencia de momentos entre comportamiento lineal y no lineal.

El punto  $\delta_{y0}$  representa el valor del desplazamiento horizontal en el instante en que se inicia el comportamiento no lineal. La función representada por segmentos rectos corresponde a la función que se tiene en el SSR, los puntos  $\delta_{y0}$  y  $\delta_{yy}$  corresponden a las condiciones de que se alcanza el límite de fluencia en alguno de los sistemas  $x_1$  y  $x_2$ : el orden en que se inicia la fluencia en estos dos elementos depende del signo  $\Delta M$ , como se describe a continuación:

- Intervalo  $\delta_{y0} < \delta < \delta_{yy}$

Caso a)  $\Delta M(\delta) > 0$ :

En estas condiciones, el elemento  $x_2$  permanece en el intervalo lineal, mientras que el elemento  $x_1$  pasa al intervalo no lineal. Designamos  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k'_1$  y  $k'_2$  a las rigideces de los elementos  $x_1$  y  $x_2$ , antes y después de la fluencia respectivamente obtendremos lo siguiente.

$$k'_{x2} = k_{x2} \quad (3.2.1)$$

$$k'_{x1} = k_{x1} - \frac{2 \cdot \Delta M(\delta)}{b \cdot (\delta - \delta_{y0})} \quad (3.2.2)$$

Caso b)  $\Delta M(\delta) < 0$ :

$$K'_{x1} = k_{x1} \quad (3.2.3)$$

$$K'_{x2} = k_{x2} + \frac{2 \cdot \Delta M(\delta)}{b \cdot (\delta - \delta_{y0})} \quad (3.2.4)$$

- Intervalo  $\delta_{yy} < \delta < \delta_{yu}$ :

En este intervalo,  $\Delta M = \Delta M_1 + \Delta M_2$ , pues tanto  $X_1$  como  $X_2$  contribuyen a  $\Delta M$ .

Caso a)  $\Delta M(\delta) > 0$ ,  $k'_{x1}$  está dada por la Ecuación 3.2.1, por lo que

$$\Delta M_1(\delta) = \frac{b}{2} (k_{x1} - k'_{x1})(\delta - \delta_{y0}) \quad (3.2.5)$$

Por otra parte,

$$k'_{x2} = k_{x2} - \frac{2\Delta M_2(\delta)}{b(\delta - \delta_{yy})} = k_{x2} - \frac{2(\Delta M(\delta) - \Delta M_1(\delta))}{b(\delta - \delta_{yy})}$$

De donde:

$$k'_{x2} = k_{x2} - \frac{2\Delta M(\delta)}{b(\delta - \delta_{yy})} + (k_{x1} - k'_{x1}) \frac{\delta - \delta_{y0}}{\delta - \delta_{yy}} \quad (3.2.6)$$

Caso b)  $\Delta M(\delta) < 0$ ,  $k'_{x2}$  está dada por la Ecuación 3.2.4; por un razonamiento similar al que condujo a la Ecuación 3.2.6, se obtiene:

$$k'_{x1} = k_{x1} - \frac{2\Delta M(\delta)}{b(\delta - \delta_{yy})} + (k'_{x2} - k_{x2}) \frac{\delta - \delta_{y0}}{\delta - \delta_{yy}} \quad (3.2.7)$$

Dados  $k'_{x1}$  y  $k'_{x2}$ , es posible determinar  $k'_{x0}$  por medio de la ecuación siguiente:

$$K'_{x0} = k' - k'_{x1} - k'_{x2} \quad (3.2.8)$$

Para determinar los valores de  $\delta_{y0}$ ,  $\delta_{yy}$ ,  $k'_{y1}$ ,  $k'_{y2}$  y  $k'_{y0}$ , de los elementos resistentes Y1, Y2 en la dirección y, se procede de manera semejante a lo que se hizo para llegar a las Ecuaciones 3.2.1 a 3.2.8.

### 3.3 Propiedades de resistencia de los SSR para estimar respuestas dinámicas no lineales en edificios con torsión.

A continuación se presenta un criterio para poder determinar las propiedades de resistencia de los elementos del modelo simplificado de referencia.

Se parte de la figura siguiente, pero ahora lo que interesan son las resistencias de fluencia de todos los marcos.

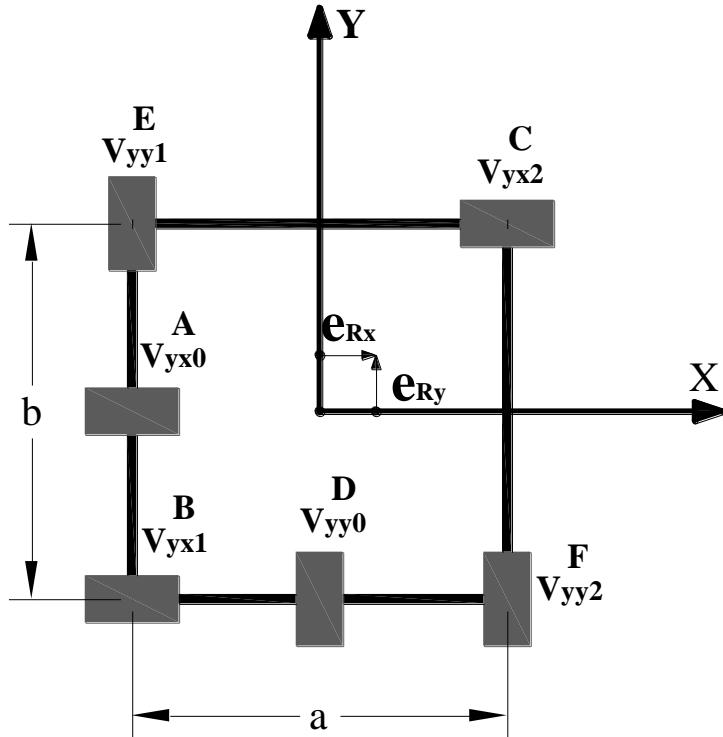


Figura 3.3.1.- Resistencias del SSR.

Cada uno de los elementos mostrados tiene una función,  $V(\delta)$  bilineales, ver figura 3.3.2

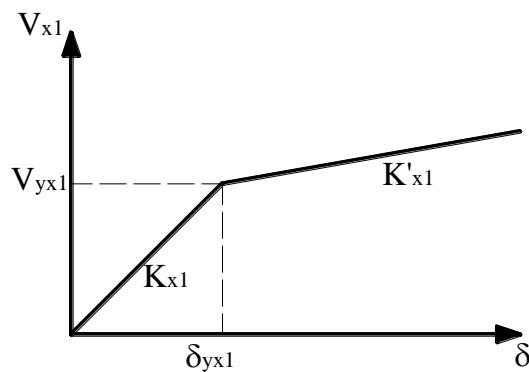


Figura 3.3.2.- Forma bilineal

En lo que sigue se trabajará exclusivamente con las componentes paralelas al eje x. Por simplicidad, en la notación de cada variable se omitirá el subíndice que identifica al eje al cual es paralelo; así,  $V_{xi}$ ,  $V_{yxi}$ ,  $K_{xi}$ ,  $K'_{xi}$ ,  $\delta_{yxi}$ , se convierten en  $V_i$ ,  $V_{yi}$ ,  $K_i$ ,  $K'_i$ ,  $\delta_{yi}$ ;  $e_{Ry}$  se convierte en  $e_R$ .

Para determinar las funciones  $V_i(\delta)$  se procede como sigue:

- Los datos del pushover en la dirección paralela al eje x se organizan en dos grupos: uno incluye todos los elementos resistentes por debajo del eje x y el otro, los que se encuentran arriba de dicho eje.
- Para cada valor de  $\delta$ , se obtienen los valores de las fuerzas  $V_{id}(\delta)$  en cada uno de los elementos del sistema detallado paralelos al eje x.
- Para cada valor de  $\delta$ , la fuerza cortante,  $V_i(\delta)$  en el sistema simplificado de referencia (SSR) se obtiene como sigue:

$$V_1(\delta) = -\frac{2}{b} \sum_{y<0} y_{id} V_{id}(\delta) \quad (3.3.1)$$

$$V_2(\delta) = \frac{2}{b} \sum_{y>0} y_{id} V_{id}(\delta) \quad (3.3.2)$$

$$V_0(\delta) = V(\delta) - V_1(\delta) - V_2(\delta) \quad (3.3.3)$$

Aquí,  $y_{id}$ = intersección del i-ésimo elemento resistente del sistema detallado con el eje y.

$V(\delta)$ = fuerza cortante total para el conjunto, definida mediante un análisis de empuje lateral (pushover).

Las ecuaciones 3.3.1 y 3.3.3 se basan en igualar los momentos con respecto al origen de las fuerzas en los marcos del sistema detallado con los que se obtendrían en el sistema simplificado. La ecuación 3.3.3 se obtiene de restar  $V_1(\delta)$  y  $V_2(\delta)$  de la fuerza cortante total del conjunto  $V(\delta)$ .

En general las funciones  $V(\delta)$ ,  $V_i(\delta)$ ,  $i=0, 1, 2$  serán curvas continuas. Por razones prácticas, con frecuencia convendrá ajustar a cada una de ellas, una función de tipo bilineal, como la mostrada en la figura 3.3.2.

### 3.4 Relación entre las propiedades de resistencia de los elementos del SSR y las propiedades globales de los sistemas.

#### 3.4.1 Funciones V- $\delta$

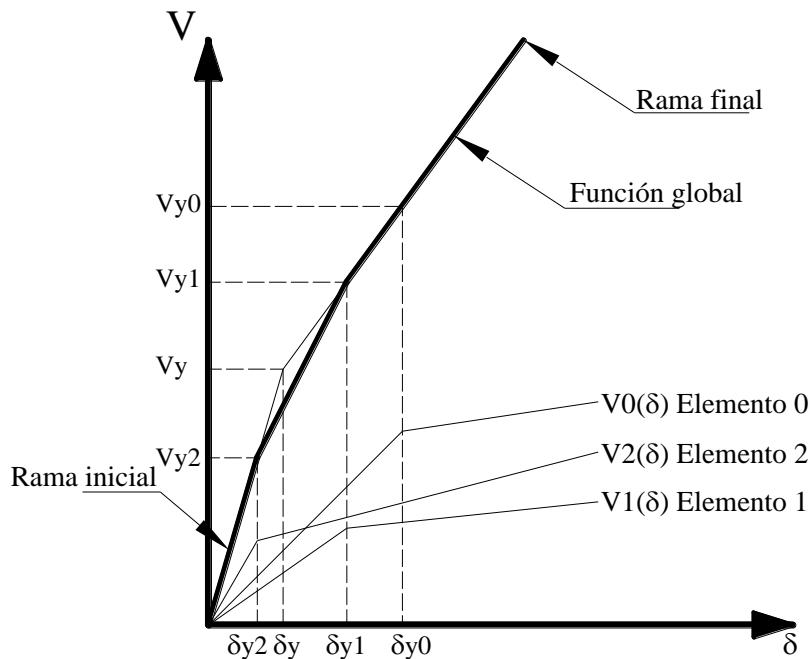


Figura 3.4.1.1.- Funciones V- $\delta$

La figura 3.4.1.1 muestra las funciones  $V$ - $\delta$  no lineales para los elementos 0, 1, 2 de un sistema como el mostrado en la figura 3.3.1, así como para su resultante; en este ejemplo, suponemos que se trata de componentes paralelos a la dirección x. La función global es la suma de las que corresponden a los tres elementos, 0-2. Está envuelta por las ramas inicial y final que se muestra en la misma figura.

Aquí  $V_i(\delta)$ , con  $i=0, 1, 2$ , se obtiene como sigue:

La rama inicial tiene la ecuación

$$V(\delta) = K\delta, \text{ en donde } K = K_0 + K_1 + K_2 \quad (3.4.1.1)$$

La rama final:

$$V(\delta) = \sum_i [V_{yi} + K''_i(\delta - \delta_{yi})] \quad (3.4.1.2)$$

$\delta_y$  se obtiene de igualar las expresiones para  $\delta$  (3.4.1.1 y 3.4.1.2):

$$K(\delta) = \sum_i [K_i \cdot \delta] = \sum_i [V_{yi} + K''_i (\delta - \delta_{yi})] \quad (3.4.1.3)$$

De donde:

$$\delta_y = \frac{\sum_i (K_i - K'_i) \delta_{yi}}{\sum_i (K_i - K'_i)} \quad (3.4.1.4)$$

$$V_y = \delta_y \sum_i K_i \quad (3.4.1.5)$$

### 3.4.2 Excentricidad de resistencias

Definimos el eje de resistencia paralelas del eje x como la recta paralela a dicho eje por donde pasa la resultante de las fuerzas  $V_{y0}, V_{y1}, V_{y2}$ ; la ordenada de esta recta es precisamente  $e_R$ , que puede obtenerse como sigue:

$$e_R = \frac{\sum_i V_{yi} y_i}{\sum_i V_{yi}} = \frac{\sum_i K_i \delta_{yi} y_i}{\sum_i K_i \delta_{yi}} \quad (3.4.2.1)$$

Aquí  $y_i$  es la ordenada de la recta paralela al eje x que contiene al elemento resistente  $i$ .

### 3.4.3 Contribución de los momentos paralelos al eje x al momento resistente con respecto al centro de resistencias.

Para este caso, supóngase que se trata de hacer girar la planta del sistema con respecto al centro de resistencias. Para oponerse a este giro, cada elemento resistente aporta un momento igual al producto de su  $V_{yi}$  por su brazo con respecto al centro de resistencias:

$$M_R = \sum_i (V_{yi} |y_i - e_R|) = \sum_i (K_i \delta_{yi} |y_i - e_R|) \quad (3.4.3.1)$$

En esta ecuación se trabaja con valores absolutos, pues todas las aportaciones a  $M_R$  son positivas.

## 3.5 selección de propiedades del SSR para estudios paramétricos.

Si todas las rigideces ( $K_i, K'_i$ ) se suponen conocidas, las ecuaciones 3.4.1.4 a 3.4.3.1, resueltas simultáneamente, permiten obtener los valores de  $V_{yi}$  o  $\delta_{yi}$ , siempre que se conozcan  $V_y$  ( $\delta_y$ ),  $e_R$  y  $M_R$ .

A fin de evitar la necesidad de resolver el sistema de ecuaciones simultaneas de las ecuaciones 3.4.1.4 a 3.4.3.1 para obtener  $\delta_{y0}, \delta_{y1}$ , y  $\delta_{y2}$  a partir de valores preestablecidos de  $\delta_{yi}$ ,  $e_R$  y  $M_R$ , puede considerarse la opción de partir de varias combinaciones razonables de  $\delta_{y0}, \delta_{y1}$ , y  $\delta_{y2}$ , que satisfagan

la condición 3.4.1.4, y de estas combinaciones definimos los valores de  $e_R$  y  $M_R$  para los sistemas estudiados, en vez de seleccionarlos a priori: conduce a valores más realistas de  $e_R$  y  $M_R$ .

A fin de seleccionar valores de  $\delta_{y0}$ ,  $\delta_{y1}$ , y  $\delta_{y2}$  que satisfagan la ecuación 3.4.1.4, hagamos.

$$\alpha_i = \frac{\delta_{yi}}{\delta_{y0}} \quad \text{Entonces } \alpha_0 = 1$$

Entonces, la ecuación 3.4.1.4 se transforma en la siguiente:

$$\delta_y = \delta_{y0} \frac{\sum_i (K_i - K'_i) \alpha_i}{\sum_j (K_j - K'_j)} \quad (3.5.1)$$

Es decir,

$$\sum_i c_i \alpha_i = \frac{\delta_y}{\delta_{y0}} \quad (3.5.2)$$

$$c_i = \frac{(K_i - K'_i)}{\sum_j (K_j - K'_j)} \quad (3.5.3)$$

El problema será seleccionar combinaciones de valores de  $\alpha_i$  que sean razonables; en todos los casos, debe satisfacerse la ecuación 3.5.2.

Alternativa:

$$\alpha_i = \frac{\delta_{yi}}{\delta_y}, \sum c_i \cdot \alpha_i = 1 \quad (3.5.4)$$

Suponer  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , que satisfagan esta ecuación.

Partamos de la ecuación 3.4.1.4 y de la definición  $\alpha_i$ .

$$\alpha_i = \frac{\delta_{yi}}{\delta_y} \quad (3.5.5)$$

La ecuación 3.4.1.4 se transforma en:

$$\delta_y = \delta_{y0} \frac{\sum_i (K_i - K'_i) \alpha_i}{\sum_j (K_j - K'_j)} \quad (3.5.6)$$

De aquí:

$$\sum_i c_i \alpha_i = 1 \quad (3.5.7)$$

En donde:

$$c_i = \frac{(K_i - K'_i)}{\sum_j (K_j - K'_j)} \quad (3.5.8)$$

Supongamos que fijamos la condición  $\delta_{y0}/\delta_{y1} = \varepsilon$ .

Entonces,  $\alpha_0 = \varepsilon$  y la ecuación 3.5.7 se transforma a

$$c_1 \alpha_1 + c_2 \alpha_2 = 1 - c_0 \varepsilon, \quad \text{con } c_0 \varepsilon \leq 1 \quad (3.5.9)$$

Si se supone  $\alpha_1$  se puede despejar  $\alpha_2$  de la ecuación 3.5.9, pero puede resultar negativa; por eso, es preferible suponer  $\alpha_2 = r \cdot \alpha_1$  y determinar  $\alpha_1$  como sigue:

$$c_1 \alpha_1 + c_2 r \alpha_1 = 1 - c_0 \varepsilon, \quad r \geq 0$$

$$\alpha_1 (c_1 + r c_2) = 1 - c_0 \varepsilon$$

$$\alpha_1 = \frac{1 - c_0 \varepsilon}{c_1 + r c_2} \quad (3.5.10)$$

En los casos que se analizan en este trabajo se tomarán valores de  $\varepsilon = 1.0$  y  $r = 1.5$  y  $0.67$

Para cada caso estudiado se estima una variable U observada y se le aplica un ajuste de los valores mediante una regresión lineal múltiple, de acuerdo a la siguiente expresión, tal y como se describe en el capítulo 5.

$$\bar{U} = a_0 + a_1 r_x + a_2 r_y + a_3 \frac{k_{x1}}{k_{x2}} + a_4 \frac{k_{y1}}{k_{y2}} + a_5 \frac{\omega_y}{\omega_x} + a_6 \frac{a}{b} + a_7 r + a_8 \ln(I_{SN}) \quad (3.5.11)$$

# CAPÍTULO 4. Aplicaciones

## 4.1 Casos estudiados

Se estudian sistemas de un solo nivel, con masa uniformemente distribuida en una planta rectangular, sujetos a dos componentes simultáneas ortogonales, de igual intensidad esperada, pero intensidades reales aleatorias, simuladas de manera de satisfacer un valor especificado del coeficiente de correlación entre ellas. Las propiedades mecánicas de los elementos resistentes a fuerzas laterales son tales que generan excentricidades de rigideces y/o resistencias laterales.

Para los análisis de los casos seleccionados se decidió emplear el programa Ruamoko 3D (*Carr, A., 2007*), dada la diversidad de funciones constitutivas que influye para representar el comportamiento cíclico no lineal de los miembros estructurales.

Para el primer análisis se eligió un caso simétrico en cuanto a sus propiedades geométricas y mecánicas.

Los sistemas que se analizarán tienen planta rectangular que consta de dos crujías en cada dirección tal como se muestran en las figuras 4.1.1 a 4.1.3, en donde las vigas tienen valores de rigidez y resistencia muy elevados con respecto a los de las columnas. Se tienen tres marcos continuos en cada dirección, integrados de manera que para cada uno de ellos la rigidez y la resistencia lateral están determinadas por una sola columna cuya rigideces y resistencias son mucho mayores en la dirección del marco que en la dirección ortogonal. De las nueve columnas que se encuentran en las intersecciones entre los tres marcos en cada dirección, sólo a seis de ellas se le atribuyen valores de rigidez y resistencia, mientras que para las otras tres columnas restantes la rigidez y la resistencia son despreciables en ambas direcciones.

Las propiedades de las seis columnas deberán satisfacer condiciones de igualdad de las siguientes propiedades del sistema detallado que se quieren representar de forma aproximada:

- Frecuencias naturales en traslación en las dos direcciones ortogonales principales, “x” y “y”.
- Relación entre la frecuencia natural fundamental en traslación y en torsión pura, con respecto a un eje vertical que pase por el centro de masa.
- Excentricidad de las rigideces en cada dirección.
- Función  $V$  vs  $\delta_N$  en cada dirección (x, y), en un análisis ELSE, suponiendo el movimiento de cada piso restringido a traslación en la dirección de análisis considerada, pero tomando en cuenta la influencia de la respuesta en la dirección transversal en los diagramas de interacción  $M$  vs  $P$  en las columnas en la dirección del análisis.
- Excentricidad de rigideces en cada una de las direcciones horizontales consideradas.
- Excentricidad de resistencias en cada una de las direcciones horizontales consideradas.

El modelo simplificado de referencia por estudiar es el que se muestra en la siguiente figura:

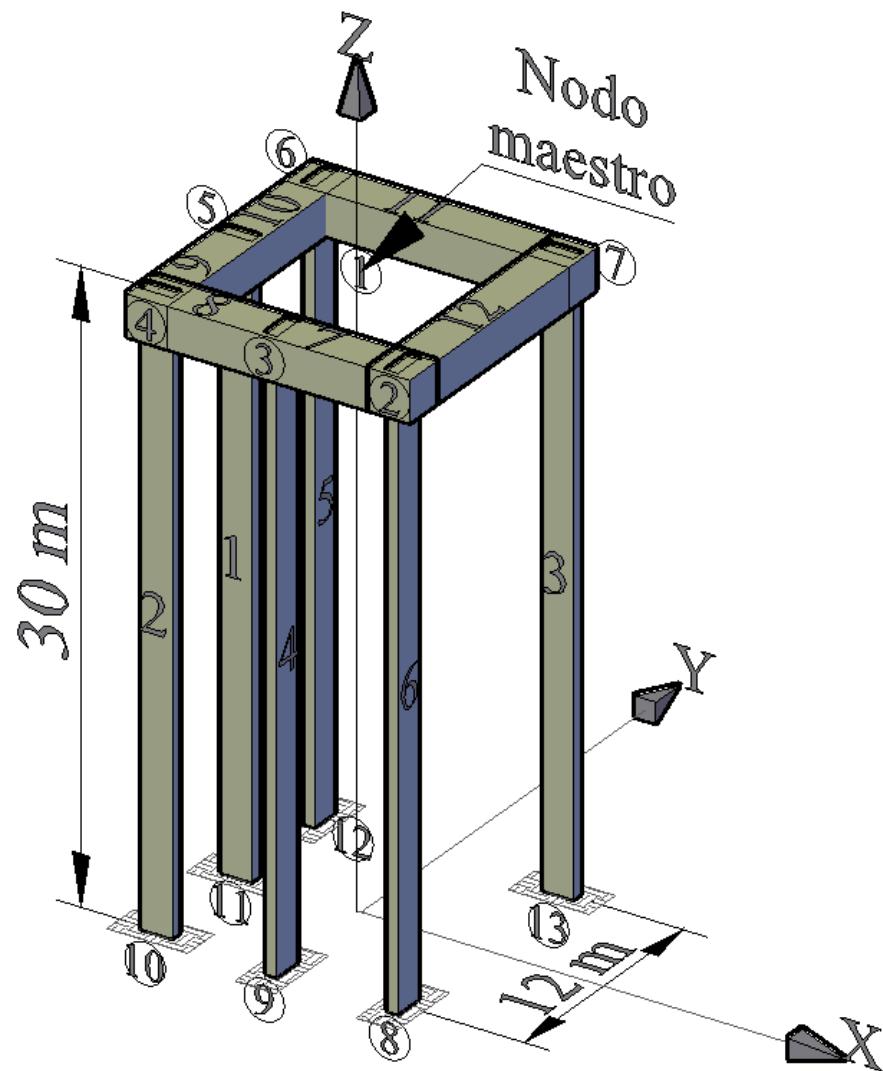


Fig.4.1.1 Modelo simplificado de referencia en elevación.

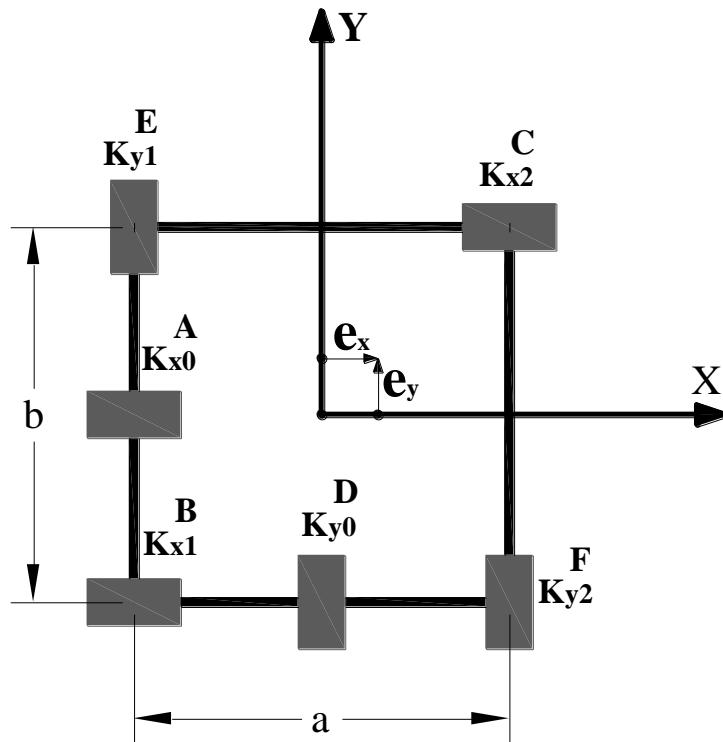


Fig.4.1.2 Rigides del modelo simplificado de referencia.

$K_y1$ ,  $K_y2$ ,  $K_y0$  son las rigideces de los elementos en dirección Y

$K_{x1}$ ,  $K_{x2}$ ,  $K_{x0}$  son las rigideces de los elementos en dirección X

$a$  y  $b$  son las dimensiones en planta del sistema.

$e_x$  y  $e_y$  son las excentricidades de rigideces.

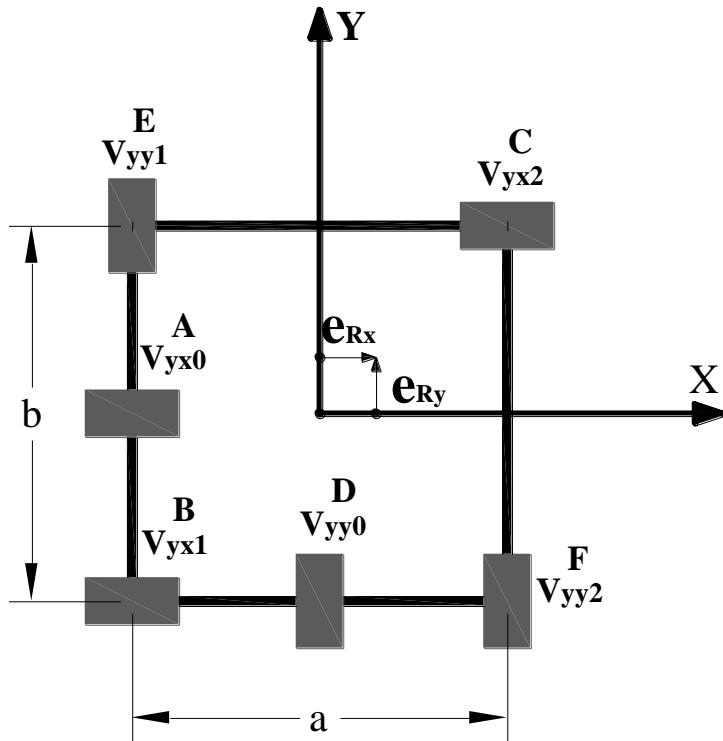


Fig.4.1.3 Resistencias del modelo simplificado de referencia.

$V_{yy1}$ ,  $V_{yy2}$ ,  $V_{yy0}$  son las resistencias al corte de fluencia de los elementos en dirección Y.

$V_{yx1}$ ,  $V_{yx2}$ ,  $V_{yx0}$  son las resistencias al corte de fluencia de los elementos en dirección X.

$e_{Rx}$  Y  $e_{Ry}$  son las excentricidades de resistencias.

## 4.2 Consideraciones para los SSR

- Se aplicarán para la realización de análisis dinámicos paso a paso
- Arreglo estructural y secciones de los miembros que constituyen cada sistema. En cada caso es necesario definir siete secciones distintas, de las cuales seis corresponden a las columnas y la otra corresponde a las vigas, para la cual se suponen valores muy elevados de la rigidez y de la resistencia respecto a los valores de las secciones de las columnas, de manera que las propiedades de rigidez y resistencia lateral de cada sistema están determinadas por las propiedades mecánicas de los elementos verticales.
- Para el primer caso de análisis a estudiar, el cual es el caso simétrico, es suficiente con definir únicamente dos secciones diferentes entre sí, una para las columnas y otra para vigas. En los casos asimétricos, en los cuales pueda ocurrir respuesta en torsión, será necesario considerar un conjunto de siete secciones distintas, tal como se mencionó en el punto anterior.

- Propiedades mecánicas: El módulo de elasticidad y el módulo de rigidez que se emplearán para producir los valores de las rigideces laterales requeridas, empleando las dimensiones previamente seleccionadas:

$$f_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$E = 221359 \text{ kg/cm}^2$$

$$G = 85138 \text{ kg/cm}^2$$

El módulo de elasticidad E se obtuvo de acuerdo con la siguiente fórmula:  $14000\sqrt{f'c}$

El módulo de rigidez G es calculado con la siguiente expresión:  $\frac{E}{2(1+\nu)}$  en donde  $\nu$  es el módulo de Poisson igual a 0.3.

Estas propiedades se adoptaran únicamente para las columnas; para las vigas deben suponerse valores mucho más elevados de módulo de elasticidad y módulo de rigidez, a fin de controlar las propiedades de rigidez del sistema a partir de las propiedades de las columnas, ignorando los giros en sus extremos.

Por razones semejantes, para poder establecer relaciones simples entre las rigideces de las columnas, las rigideces globales de cada sistema y las correspondientes excentricidades en torsión, se consideró conveniente suponer cada sección transversal con un ancho muy pequeño en comparación con su dimensión más larga; de esta forma se logra que el momento de inercia en una dirección sea despreciable con respecto a su valor en la dirección orthogonal, la cual se toma como base para controlar las propiedades globales del sistema.

- Resistencias laterales: éstas se controlan con base en los momentos de fluencia en las columnas; para cada una de ellas, se supone el valor adecuado en la dirección más fuerte. Para las vigas se adopta un momento de fluencia muy elevado.

Se establecieron las relaciones que deben satisfacer las propiedades globales de los sistemas detallados a fin que estos puedan ser representados mediante sistemas simplificados como el mostrado en la figura 4.1.2. Los casos que se deberán analizar son los resultantes de las combinaciones de las relaciones escritas a continuación.

- Periodos naturales: se supone  $T_x=0.573\text{seg}$  mientras que  $T_y$  se podrá obtener a partir de las relaciones de frecuencias ortogonales  $\omega_x/ \omega_y$
- Dimensiones en planta (a, b): se supone  $b=12\text{m}$  y a queda dado de acuerdo con la relación a/b que se adopte.
- Masas:  $M= 261.57 \text{ t.s}^2/\text{m}$
- Contribución de la rigidez de los elementos de los extremos en dirección x,  $(k_{x1}+k_{x2})$ , a la rigidez total.  $r_x=0.5, 1$
- Contribución de la rigidez de los elementos de los extremos en dirección y,  $(k_{y1}+k_{y2})$ , a la rigidez total.  $r_y=0.5, 1$
- Relaciones entre frecuencias naturales en las direcciones ortogonales x, y:  $\omega_x/ \omega_y: 0.7, 1.0, 1.5$
- Funciones  $V$  vs  $\delta_N$  bilineales, en ambas direcciones, con rigideces tangentes iniciales  $k_x, k_y$  y rigideces tangentes post-fluencia  $k'_x, k'_y$ .
  - Del conjunto:  $k'/k = 0.02, 0.15, V_y = S_a(T) \cdot M/Q'$ ,  $Q= 2,4$  (ver Figura 4.2.1)

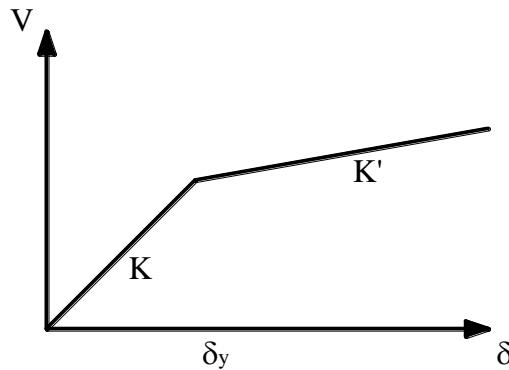


Figura 4.2.1. Función bi-lineal  $V - \delta$

- De los elementos en los bordes:  $k'/k = 0.02, 0.15$
- Relación de rigideces de los elementos en los bordes en el sentido  $x$ ,  $k_{x1}/k_{x2}=0.5, 1$
- Relación de rigideces de los elementos en los bordes en el sentido  $y$ ,  $k_{y1}/k_{y2}=0.5, 1$
- Relación de las dimensiones en planta  $a/b= 1.0, 2.0$
- Valores de  $r = 1.5, 0.67$ , en donde  $r$  se define en la sección 3.5

En los renglones anteriores, el periodo  $T_x$ , la dimensión  $b$  y la masa  $M$ , son valores que pudieran corresponder a estructuras detalladas de aproximadamente 10 niveles con una altura de 30 metros de aproximación, compuesta por marcos y muros.

$M$  = masa del sistema

$Q$  = factor de reducción de cortantes sísmicos, para tomar en cuenta el comportamiento no lineal

$S_a(T)$  = ordenada del espectro lineal de seudo-aceleraciones, para el periodo fundamental ( $T$ ) del sistema

$V_y$  = fuerza cortante de fluencia del modelo bilineal que representa el comportamiento del sistema.

En cada dirección de análisis, esta fuerza se obtiene ajustando una función bilineal a la curva  $V$  vs  $\delta$  que se obtiene del análisis ELSE del sistema detallado de partida.

$\omega_x, \omega_y$  = frecuencias naturales en traslación con respecto a los ejes  $x, y$ , respectivamente

$\omega_0$  = frecuencia natural en rotación con respecto a un eje vertical que pasa por el centro de masa

$r_x$  = factor de contribución de la suma de la rigidez de los elementos de borde paralelos al eje  $x$  a la rigidez total en dicha dirección

$r_y$  = factor de contribución de la suma de la rigidez de los elementos de borde paralelos al eje  $y$  a la rigidez total en dicha dirección

$k_{xi}, k_{yi}$  = rigideces de las columnas de la estructura.

$a, b$  = dimensiones en planta de la estructura.

Se realiza un análisis paramétrico del sistema simplificado con torsión de la figura 4.1.1, considerando los parámetros que influyen en la respuesta sísmica con torsión de estructuras tridimensionales, suponiendo los valores mencionados arriba. Haciendo todas las combinaciones posibles entre dichos parámetros resulta un total de 384 casos para analizar en los cuales no se

encuentra ningún caso simétrico en cuanto a su geometría y propiedades mecánicas. Por ello, se añaden dos casos simétricos, los cuales se toman en cuenta como referencia para el cálculo de la respuesta sísmica de los casos con torsión; uno corresponde a un  $Q=2$  y el otro a un  $Q=4$ . Así resulta un total de 386 casos por analizar. En el apéndice A1 se presentan todas las combinaciones consideradas.

Posteriormente se analizaron dos conjuntos de 386 casos, uno para una relación de rigidez inicial a la rigidez de fluencia  $k'/k=0.02$  y otro para una relación de rigidez inicial a la rigidez de fluencia  $k'/k=0.15$ .

Las características de los sistemas estructurales se obtienen a partir de un sistema simétrico de referencia, mismo que presenta un periodo de vibración de igual valor en ambas direcciones “x” y “y”,  $T_x = T_y = 0.573$  s, un peso  $W=2566$  ton, con una masa de  $261.57$  ton.s<sup>2</sup>/m, una relación de aspecto  $a/b=1.0$ , con  $a=b=12$ m y una altura efectiva de 30m.

Los sistemas con torsión presentan un mismo periodo de vibración en la dirección “x” mientras que el valor del periodo en dirección “y” estará dado de acuerdo con la relación de frecuencias ortogonales  $\omega_x / \omega_y$ , tienen igual masa; su dimensión “b” permanece del mismo valor la dimensión “a” queda dada de acuerdo con la relación de aspecto  $a/b$ .

Los sistemas se diseñaron para dos distintos factores de comportamiento sísmico,  $Q=2$  y  $Q=4$  en la zona IIIb. Para considerar el efecto de la capacidad de deformación de las estructuras en estudio se consideró que los sistemas diseñados con un  $Q=2$  presentan una capacidad de distorsión de  $\psi_c = 0.01$  y para los sistemas diseñados con un  $Q=4$  presentan una capacidad de distorsión de  $\psi_c = 0.02$ .

#### 4.3 Determinación de las propiedades mecánicas de los SSR

Las propiedades mecánicas de los elementos que componen al sistema, se obtuvieron de acuerdo con las ecuaciones descritas en el capítulo 3.

Las resistencias laterales totales en ambas direcciones de cada sistema se obtuvieron con las siguientes expresiones:

$$V_x = S_{ax} (T_x) \cdot M / Q'$$

$$V_y = S_{ay} (T_y) \cdot M / Q'$$

En donde:

$S_{ax}$  ( $T_x$ ) y  $S_{ay}$  ( $T_y$ ) Son las seudo-aceleraciones correspondientes al periodo de vibrar de la estructura en m/s<sup>2</sup>

$M$  es la masa de la estructura dada en t.s<sup>2</sup>/m

$Q'$  es el factor de reducción de las fuerzas sísmicas con fines de diseño, función del periodo natural

Las seudo-aceleraciones ( $S_a$ ), se obtienen de multiplicar la aceleración de la gravedad ( $g=9.81 \text{ m/s}^2$ ) por las ordenadas del espectro de aceleración para diseño sísmico, estimadas como se muestra a continuación de acuerdo con las NTCDS-DF (2004).

$$a = a_0 + (c - a_0) \frac{T}{T_a}; \text{ Si } T < T_a$$

$$a = c; \quad \text{Si } T_a \leq T \leq T_b$$

$$a = qc; \quad \text{Si } T > T_b$$

Dónde:

$$q = (T_b / T)^r$$

Donde:

$a$  es la ordenada del espectro de diseño en, como fracción de la aceleración de la gravedad.

$a_0$  valor de  $a$  que corresponde a  $T = 0$

$c$  es el coeficiente sísmico

$T$  es el periodo natural de vibración de la estructura

$T_a, T_b$  son periodos característicos de los espectros de diseño

$r$  exponente en las expresiones para el cálculo de las ordenadas del espectro de diseño

Dichos parámetros se obtendrán con los valores correspondientes a la zona IIIb mostrados en la siguiente tabla:

Tabla 3.1 Valores de los parámetros para calcular los espectros de aceleraciones					
Zona	C	$a_0$	$T_a^{-1}$	$T_b^{-1}$	r
I	0.16	0.04	0.2	1.35	1
II	0.32	0.08	0.2	1.35	1.33
IIIa	0.4	0.1	0.53	1.8	2
<b>IIIb</b>	<b>0.45</b>	<b>0.11</b>	<b>0.85</b>	<b>3</b>	<b>2</b>
IIIc	0.4	0.1	1.25	4.2	2
IIId	0.3	0.1	0.85	4.2	2

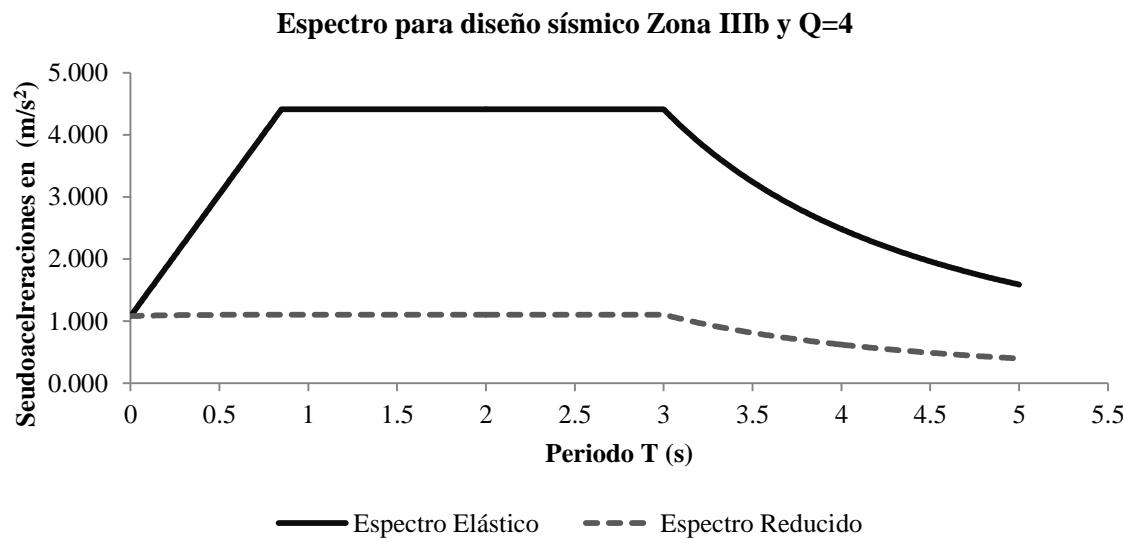
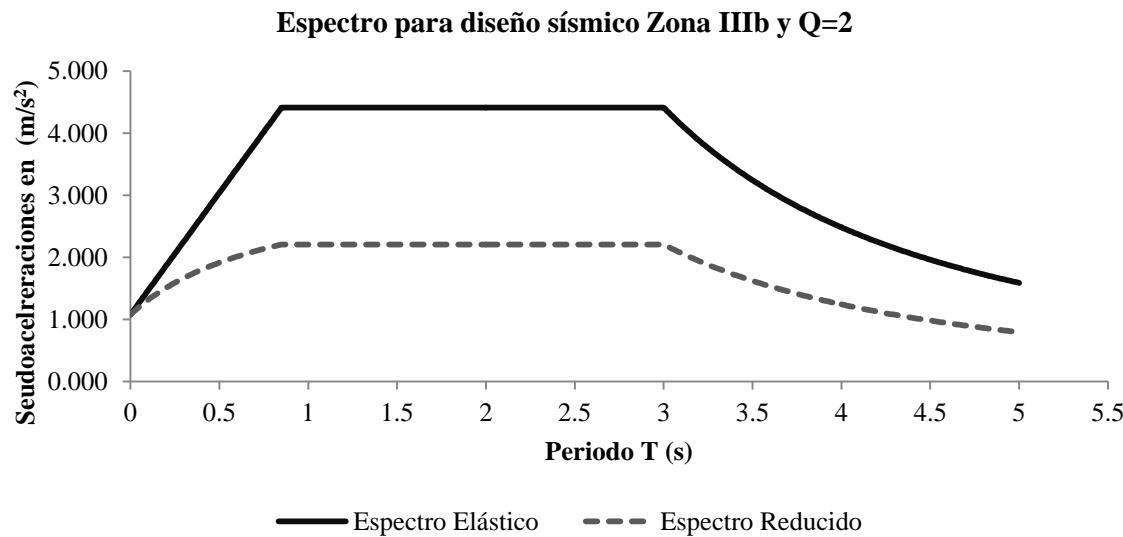
1 periodos en segundos

El factor de reducción de fuerzas sísmicas  $Q'$  se calcula de acuerdo con NTCDS-DF (2004) como sigue:

$$Q' = Q; \quad \text{Si se desconoce } T, \text{ o si } T \geq T_a$$

$$Q' = 1 + \frac{T}{T_a}(Q - 1); \text{ Si } T < T_a$$

A continuación se muestran los espectros para diseño sísmico correspondientes a la zona IIIb y para un Q=2 y Q=4, para el diseño de las columnas de los sistemas.



En el Apéndice A1 se muestran los valores de las propiedades mecánicas de cada uno de los sistemas en estudio.

#### 4.4 Simulación de historias del movimiento del terreno

Es necesario contar con un conjunto de acelerogramas para realizar los análisis de respuesta sísmica. Estos acelerogramas se obtienen mediante simulación. Se requieren realizar análisis de respuesta tridimensionales, tomando en cuenta dos componentes ortogonales simultáneas del movimiento sísmico.

Lo anterior nos lleva a contar con un método de simulación de temblores en el cual se consideren las dos componentes ortogonales del temblor, y con el que sea posible tomar en cuenta, de alguna forma, la correlación que se tiene entre las intensidades de ambas componentes.

Se propone un método sencillo para la simulación de las dos componentes ortogonales del sismo (*Esteva et. al, 2010*), el cual está basado en el método híbrido desarrollado por *Ismael y Esteva (2006)*.

Se simuló un conjunto de parejas de historias de aceleraciones del terreno (componentes EO y NS) para el sitio de interés (sitio SCT). El proceso de simulación se realizó basado en el método híbrido desarrollado por *Ismael y Esteva (2006)*. Este método utiliza una combinación de dos diferentes técnicas de simulación de temblores: las funciones de atenuación generalizadas (*Alamilla et al, 2001a* y *2001b*) y las funciones de Green empíricas (*Ordaz et al, 1995*).

Para su aplicación se tomaron las funciones de atenuación generalizadas, que relacionan una medida de la intensidad sísmica con la magnitud y distancia del evento en el sitio de interés, obtenidas por Ismael y Esteva (2006). La medida de intensidad sísmica que se toma es la intensidad de Arias ( $I_A$ , Arias, 1970) y es igual a

$$I_A(M, R) = a_I e^{b_I M} e^{-(c_I M + d_I)R} \quad (4.4.1)$$

Ismael y Esteva (2006) obtienen los valores de los parámetros de la expresión anterior ajustando a una muestra de valores  $I_A$ ,  $M$  y  $R$ , para un conjunto de acelerogramas registrados en el sitio de SCT. Los valores de esos parámetros se presentan en la Tabla 4.4.1.

**Tabla 4.4.1** Parámetros de ajuste de la función de atenuación generalizada de la intensidad de Arias en el sitio SCT

a	b	c	d
1.0e-15	7.449	0.005208	-0.0099995

La función de atenuación anterior se utiliza para calcular el factor de escala  $\kappa$  que se requiere aplicar a la señal que se emplea como función de Green para la simulación de temblores, con el fin de tomar en cuenta la influencia de la distancia en el nivel de intensidad sísmica. Esto permite emplear como funciones de Green los registros de movimientos sísmicos generados a distancias diferentes de la correspondiente al evento empleado para determinar la función de Green.

De acuerdo con Ismael y Esteva (2006), el factor mencionado en el párrafo anterior se calcula como sigue:

$$\kappa^2 = \frac{I_A(M, R_s)}{I_A(M, R_0)} \quad (4.4.2)$$

Aquí,  $I_A(M, R_o)$  es la intensidad sísmica del acelerograma que se toma como función de Green para la distancia  $R_o$  a la cual se originó y  $I_A(M, R_s)$  es la intensidad que tendría ese acelerograma si se generara a una distancia  $R_s$ .

Para la simulación de los temblores se tomaron parejas de combinaciones de valores de la magnitud y distancia ( $M$ ,  $R$ ). Esta combinación de parejas de  $M$  y  $R$  se obtuvieron a partir de la función de densidad de probabilidad de  $M$  y  $R$ , para una intensidad dada.

Para determinar la función de densidad de probabilidad de  $M$  y  $R$  se siguió el criterio desarrollado por Alamilla *et al* (2001b). De acuerdo con este criterio

$$f_{(M,R)j}(m, r | y) = k_j f_y(y | m, r) f_{(M,R)}(m, r) \quad (4.4.3)$$

En esta ecuación,  $f_y(y | m, r)$  es la función de densidad condicional de probabilidades de la intensidad  $y$ , dados  $M = m$  y  $R = r$ ;  $f_{(M,R)}(m, r)$  es la función de densidad marginal conjunta de probabilidades de  $M$  y  $R$  para todas las fuentes sísmicas potenciales que contribuyen significativamente al peligro sísmico en el sitio.

Establecido lo anterior, se simulan los acelerogramas con el método de las funciones de Green empíricas.

Para la simulación de los temblores se tomaron 10 eventos registrados en el sitio de interés, para ser utilizados como función de Green. En la Figura 4.4.1 se presenta la localización de los epicentros de esos eventos. En la Tabla 4.4.2 se dan los valores de los parámetros que definen a estos eventos. Para la simulación de cada componente se toma la componente respectiva de la función de Green.

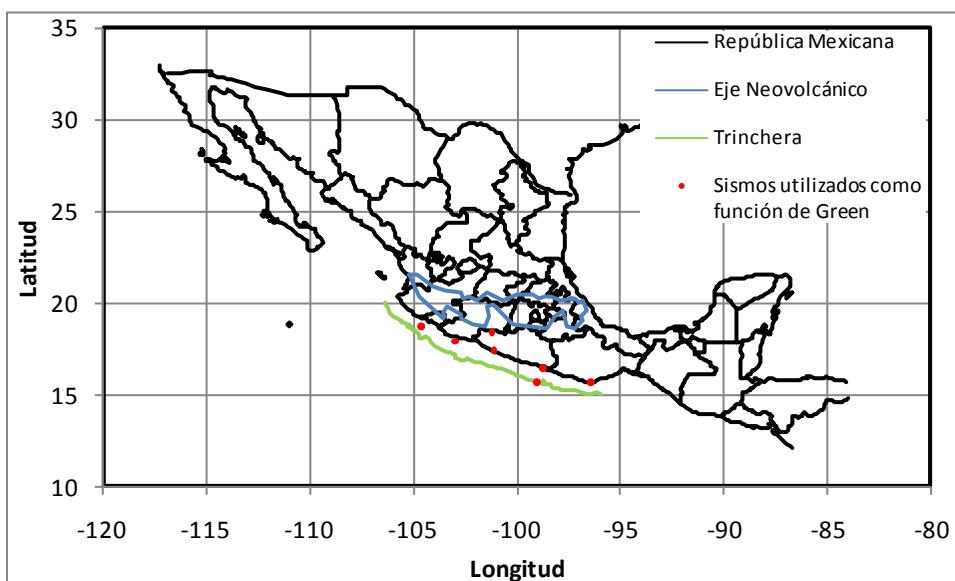


Figura 4.4.1 Localización de los eventos tomados como funciones de Green para el sitio SCT

**Tabla 4.4.2** Eventos utilizados como función de Green

SISMO	M <sub>s</sub>	R	M <sub>o</sub>	σ <sub>c</sub>	Componente EO			Componente NS		
					N <sub>p</sub>	Δt	I <sub>A</sub>	N <sub>p</sub>	Δt	I <sub>A</sub>
SCT28904.251	6.9	314.865	2.39E+26	64	16062	0.01	8157.2225	16062	0.01	7283.3859
SCT29005.311	5.9	316.236	7.49E+24	84	5398	0.01	161.62477	5398	0.01	327.35404
SCT19310.241	6.6	320.912	1.01E+26	98	9918	0.01	834.53755	9918	0.01	971.47318
SCT29310.241	6.6	320.912	1.01E+26	98	11723	0.01	855.62393	11723	0.01	943.75114
SCT29510.091	7.3	584.19	1.15E+28	191	15747	0.012	1127.8992	15747	0.012	1430.711
SCT19607.151	6.5	304.724	9.95E+25	91	5639	0.01	184.38108	5639	0.01	246.14984
SCT29607.151	6.5	304.724	9.95E+25	91	9800	0.01	221.31519	9800	0.01	265.15459
SCT19701.111	6.9	438.959	6.06E+26	266	12480	0.01	1418.2854	12480	0.01	1484.3415
SCT19909.301	7.5	447.37	1.72E+27	660	15197	0.01	3602.1765	15197	0.01	4991.3232
SCT29909.301	7.5	447.37	1.72E+27	660	13267	0.015	3537.8777	13267	0.015	4689.8425

M<sub>s</sub>=magnitud, R=distancia, M<sub>o</sub>=momento sísmico, σ<sub>c</sub>=caída de esfuerzos, N<sub>p</sub>=número de puntos del acelerograma, Δt=intervalo de digitalización, I<sub>A</sub>=Intensidad de Arias

Los temblores simulados se escalaron con el fin de tener la misma intensidad sísmica (ordenada espectral) para el periodo requerido. Puesto que en este trabajo se tomó como medida de intensidad la media cuadrática de las ordenadas espectrales en dos direcciones ortogonales, es necesario generar para cada valor de la media cuadrática una pareja de valores, correspondientes a las dos componentes ortogonales. Para ello fue necesario obtener una estimación de la función de densidad de probabilidades de la relación de la intensidad en la dirección Este-Oeste (EO) con la intensidad medida por la media cuadrática:

$$R_{Sa} = \frac{S_{aEO}}{\sqrt{\frac{S_{aEO}^2 + S_{aNS}^2}{2}}} \quad (4.4.4)$$

En la Figura 4.4.2 se presentan los valores la media y varianza de la relación dada por la Ecuación 4.4.4 para una muestra de temblores reales registrados en el sitio de SCT, para diferentes períodos de vibración. Se supone que estos valores tienen una distribución de probabilidades del tipo logarítmico-normal. Para asignar la intensidad de cada componente, se simuló un valor a partir de la función de densidad de probabilidades de la relación anterior y se calculó el valor de la ordenada espectral para cada una de las componentes.

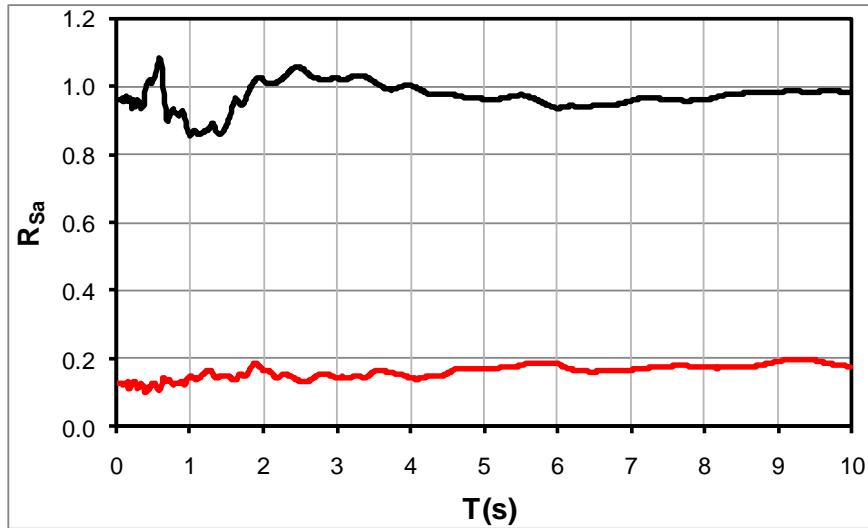


Figura 4.4.2 Relación de intensidades de la componente EO a la media cuadrática para una muestra de temblores

Siguiendo el procedimiento anterior se simuló una pareja de acelerogramas para cada caso analizado del sistema tridimensional. Estos sismos se escalaron para presentar intensidades correspondientes a diversos períodos de retorno, de tal forma de contar con un intervalo amplio de intensidades sísmicas. Estas intensidades se obtuvieron de los resultados presentados en la Sección 2 del informe por *Esteva et al (2010)* para los espectros de respuesta dados en la Figura 4.4.3 (sitio SCT). En total se simularon 386 parejas de acelerogramas.

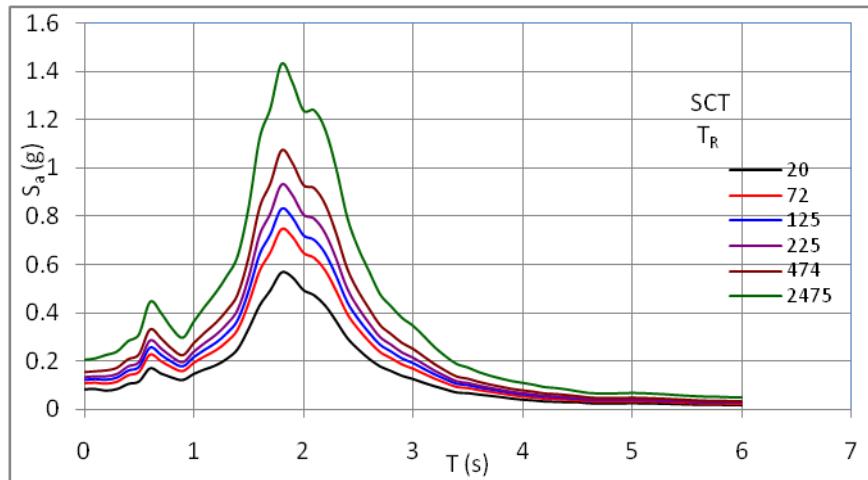


Figura 4.4.3 Espectro de peligro uniforme para SCT

Se模拟aron un total de 386 parejas de acelerogramas.

Para los casos simétricos y casos particulares se amplió el número de acelerogramas simulados, escalando las intensidades de los obtenidos inicialmente; así se obtuvo una muestra total de 772 parejas de acelerogramas.

#### 4.5 Análisis de respuestas

La respuesta sísmica de los SSR se obtiene mediante un análisis de respuesta dinámica paso a paso, suponiendo la acción de dos componentes ortogonales del movimiento del terreno en las direcciones principales del sistema: "x" y "y". Para ello se emplea programa Ruamoko 3D.

Se considera un modelo de comportamiento histerético bilineal (Takeda modificado), ver figura 4.5.1.

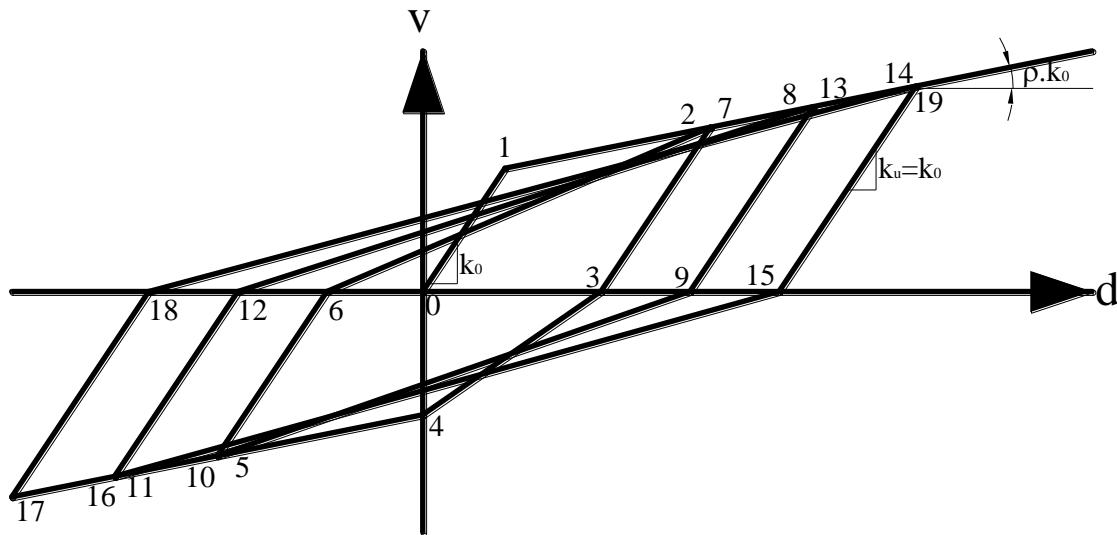


Figura 4.5.1.- Modelo histerético Takeda modificado

$\rho$  = relación de rigidez inicial a la rigidez de fluencia  $k'/k=0.02,0.15$

A las columnas se les considera una longitud de articulación plástica estimada de la siguiente manera:

$$H = \frac{EI}{k_\theta \cdot \left( \frac{1-\rho}{\rho} \right)} \quad (4.5.1)$$

Dónde:

$H$  = la longitud plástica

$k'$  = rigidez de fluencia del elemento

$k_\theta$  = Rigidez angular de la articulación plástica

$L$  = altura efectiva del elemento

$\rho$  = relación de rigidez inicial a la rigidez de fluencia  $k'/k$

$E$  = módulo de elasticidad del material del elemento

$I$  = momento de inercia de la sección con respecto al eje en donde se presenta la articulación plástica

Ver apéndice A2

#### 4.5.1 Análisis de respuesta realizados

Se realizaron tres conjuntos de análisis de respuesta dinámica.

1. Sistemas asimétricos
2. Sistemas simétricos
3. Sistemas asimétricos particulares

##### 1. Sistemas asimétricos

En el primer conjunto de análisis se incluyeron todos los sistemas asimétricos en planta (386 sistemas). Para cada uno de ellos se realizó un análisis de respuesta dinámica, sometiéndolo a una pareja de acelerogramas simulados; los sistemas simétricos correspondientes a las dos direcciones ortogonales se sometieron a los acelerogramas incluidos en la misma pareja, con el fin de obtener la diferencia de los márgenes de seguridad ( $U = Z - Z_0$ ) del sistema simétrico y el asimétrico, donde  $Z$  y  $Z_0$  son los márgenes de seguridad del sistema con torsión y del sistema simétrico, respectivamente.

Con los resultados obtenidos se realizó un análisis paramétrico, orientado a obtener una expresión de la función de confiabilidad de un sistema cualquiera, como función de los parámetros que definen sus propiedades mecánicas globales.

##### 2. Sistemas simétricos

Este segundo conjunto de análisis de respuesta dinámica se realiza para los sistemas simétricos designados como Modelo001 y Modelo002, mismos que se muestran en el Apéndice A1. El Modelo001 corresponde a un factor de comportamiento sísmico de  $Q=2$  y el Modelo002 a un factor de comportamiento sísmico de  $Q=4$ ; los cortantes de fluencia en las direcciones “x” y “y” para el Modelo001 son  $V_{yx} = V_{yy} = 519.91$  ton y para el Modelo002  $V_{yx} = V_{yy} = 287.98$  ton.

Los sistemas simétricos se analizaron ante las 772 parejas de acelerogramas simulados, de las cuales 386 se utilizan para el análisis del Modelo001 y las otras 386 parejas se emplean para el análisis del Modelo002. Este análisis se realiza con el fin de obtener las funciones de confiabilidad (medidas por el índice  $\beta$  de Cornell) de los casos simétricos y a partir de ellas poder estimar las funciones de confiabilidad de los sistemas asimétricos, y a partir de ellas las funciones de vulnerabilidad de estos últimos.

##### 3. Sistemas asimétricos particulares

En el tercer conjunto de análisis se incluyeron algunos casos particulares asimétricos, tomados del primer grupo, cuyos resultados se emplearon para comparar los resultados que se obtienen de un análisis como caso particular con los resultados que se obtienen de aplicar las fórmulas derivadas de los análisis paramétricos.

Los casos seleccionados corresponden a un factor de comportamiento sísmico de  $Q=4$  y a una relación de rigidez inicial a rigidez de fluencia  $k'/k=0.02$  y  $0.15$ . Se analizó la respuesta sísmica de cada caso particular con torsión, considerando un intervalo amplio de la intensidad del sismo, valores de las intensidades que corresponden al conjunto de temblores simulados y al grupo de temblores con intensidades escaladas: Como resultado, cada caso particular se analizó ante la acción

de 772 parejas de acelerogramas. Los parámetros y las propiedades mecánicas de los sistemas particulares se muestran en las tablas 4.4.1.1 y 4.4.1.2

De cada análisis de respuesta sísmica, se obtuvieron las distorsiones máximas presentadas en cada dirección ortogonal del sistema, mismas que se emplearon para determinar sus funciones de probabilidad de falla.

NOTA: Se realizaron análisis de respuesta tanto para los sistemas simétricos y sistemas con torsión, para una relación de rigidez inicial a la rigidez de fluencia  $k'/k=0.02$  y  $0.15$

Tabla 4.5.1.1 Parámetros y desplazamientos de fluencia de los sistemas particulares.

Modelos	Parámetros						Desplazamientos de fluencia (m)					Distorsión permitida $\delta_c$		
	$r_x$	$r_y$	$k_{x1}/k_{x2}$	$k_{y1}/k_{y2}$	$\omega_y/\omega_x$	a/b	r	$\delta_{xy0}$	$\delta_{xy1}$	$\delta_{xy2}$	$\delta_{yy0}$	$\delta_{yy1}$	$\delta_{yy2}$	
Modelo004	0.5	0.5	0.5	0.5	0.7	1	1.5	0.00916	0.00687	0.01030	0.01873	0.01405	0.02107	0.02
Modelo006	0.5	0.5	0.5	0.5	0.7	2	1.5	0.00916	0.00687	0.01030	0.01873	0.01405	0.02107	0.02
Modelo012	0.5	0.5	0.5	0.5	1.5	1	1.5	0.00916	0.00687	0.01030	0.00406	0.00304	0.00457	0.02
Modelo014	0.5	0.5	0.5	0.5	1.5	2	1.5	0.00916	0.00687	0.01030	0.00406	0.00304	0.00457	0.02
Modelo150	1	1	0.5	0.5	0.7	2	1.5	0.00916	0.00687	0.01030	0.01873	0.01405	0.02107	0.02

Tabla 4.5.1.2 Propiedades mecánicas de los sistemas particulares.

MODELOS	RIGIDECES DE LOS ELEMENTOS(Ton/m)						RESISTENCIAS DE LOS ELEMENTOS (ton)					
	$k_{x0}$	$k_{x1}$	$k_{x2}$	$k_{y0}$	$k_{y1}$	$k_{y2}$	$V_{yx0}$	$V_{yx1}$	$V_{yx2}$	$V_{yy0}$	$V_{yy1}$	$V_{yy2}$
Modelo004	15725.64	5241.881	10483.76	7705.565	2568.522	5137.044	143.9917	35.99794	107.9938	144.3071	36.07678	108.2303
Modelo006	15725.64	5241.881	10483.76	7705.565	2568.522	5137.044	143.9917	35.99794	107.9938	144.3071	36.07678	108.2303
Modelo012	15725.64	5241.881	10483.76	35382.7	11794.23	23588.47	143.9917	35.99794	107.9938	143.5855	35.89638	107.6892
Modelo014	15725.64	5241.881	10483.76	35382.7	11794.23	23588.47	143.9917	35.99794	107.9938	143.5855	35.89638	107.6892
Modelo150	0	10483.76	20967.52	0	5137.044	10274.09	0	71.99587	215.9876	0	72.15355	216.4607

# CAPÍTULO 5. Análisis de resultados

## 5.1 Análisis global de resultados

### 5.1.1 Sistemas simétricos

De los análisis de respuesta realizados a los sistemas simétricos (segundo conjunto de análisis), se tomaron las distorsiones máximas presentadas en cada una de sus direcciones  $\psi_{0x}$  y  $\psi_{0y}$ ; con estos resultados se calculó el margen de seguridad  $Z_0$  observado del sistema simétrico, empleando la ecuación 2.2.1. Las gráficas 5.1.1.1a, b - 5.1.1.4a, b muestran respectivamente, para cada sistema simétrico, la esperanza y la varianza del margen de seguridad como función de la intensidad normalizada  $I_{SN}$ , junto con los datos estadísticos que sirvieron para determinarlas.

A los valores observados de los márgenes de seguridad  $Z_0$  se les ajustó una expresión de la forma dada por la ecuación 2.2.4; para obtener la función de varianza se ajustó una expresión de la forma 2.2.5 a los valores observados del error cuadrático  $(Z_0 - \bar{Z}_0)^2$ ; para obtener la función de confiabilidad  $\beta_0$  del sistema simétrico se aplicó la expresión 2.2.2, una vez ajustadas las expresiones  $\bar{Z}_0(I_S)$  y  $\sigma_{Z_0}^2(I_S)$ . Las gráficas 5.1.1.1c - 5.1.1.4c muestran el índice de confiabilidad  $\beta$ . Para obtener estas funciones en términos de la intensidad normalizada, definida en la sección 2.4, se aplicó el criterio descrito en el Apéndice A-3

Las tablas 5.1.1.1 a 5.1.1.3 presentan los valores de los parámetros de ajuste de las funciones  $\bar{Z}_0$  y  $\sigma_{Z_0}^2$ , para cada caso estudiado del sistema simétrico de referencia.

Tabla 5.1.1.1.- Valores ajustados en términos de intensidades sin normalizar

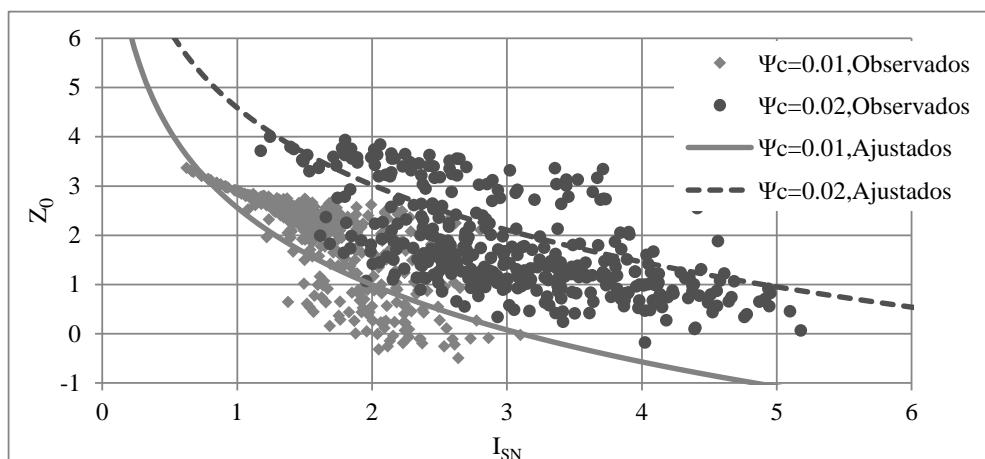
K'/K	Eje de referencia	$\bar{Z}_0(I_S) = \ln\psi_c + A - B\ln(I_S) + CI_S^{-c}$			$\sigma_{Z_0}^2(I_S) = D + E \cdot I_S$	
		A	B	C	D	E
0.02	X	19.12405	2.25945	7.51589	0.49575	0.00046
0.02	Y	17.97349	2.11275	9.22084	0.58889	0.00000
0.15	X	16.48218	1.72443	7.61965	0.02131	0.00075
0.15	Y	16.15759	1.71216	8.76898	0.19899	0.00024

Tabla 5.1.1.2.- Valores ajustados en términos de intensidades normalizadas de sistemas simétricos de referencia con Q=2,  $\psi_c = 0.01$ (de acuerdo con el apéndice A-3)

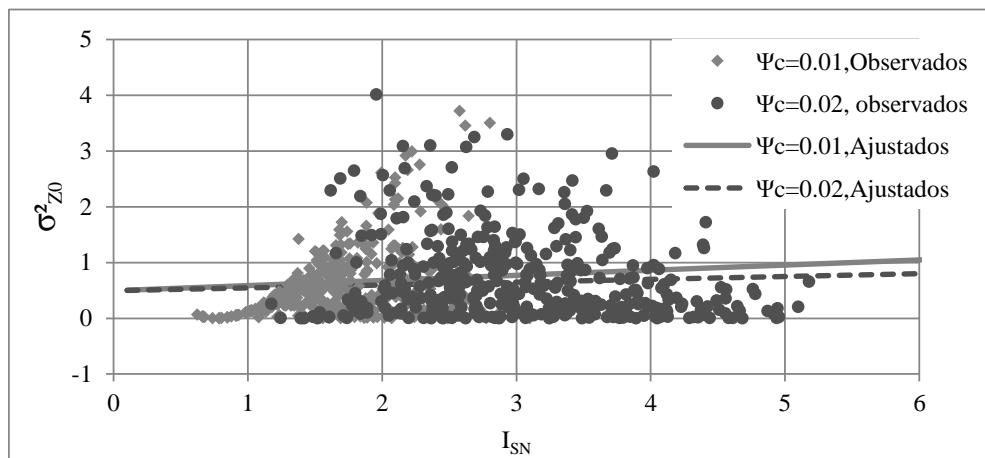
K'/K	Eje de referencia	$\bar{Z}_0(I_{SN}) = \ln\psi_c + a_1 - a_2 \ln(I_{SN}) + a_3 I_{SN}^{-a_4}$				$\sigma_{Z_0}^2(I_{SN}) = a_5 + a_6 I_{SN}$	
		a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>
0.02	X	7.16675	2.25945	3.9988E-17	7.51589	0.49575	0.09193
0.02	Y	6.79253	2.11275	5.9176E-21	9.22084	0.58889	0.00000
0.15	X	7.35627	1.72443	2.3409E-17	7.61965	0.02131	0.14912
0.15	Y	7.09662	1.71216	6.1497E-20	8.76898	0.19899	0.04682

Tabla 5.1.1.3.- Valores ajustados en términos de intensidades normalizadas de sistemas simétricos de referencia con Q=4,  $\psi_c = 0.02$  (de acuerdo con el apéndice A-3)

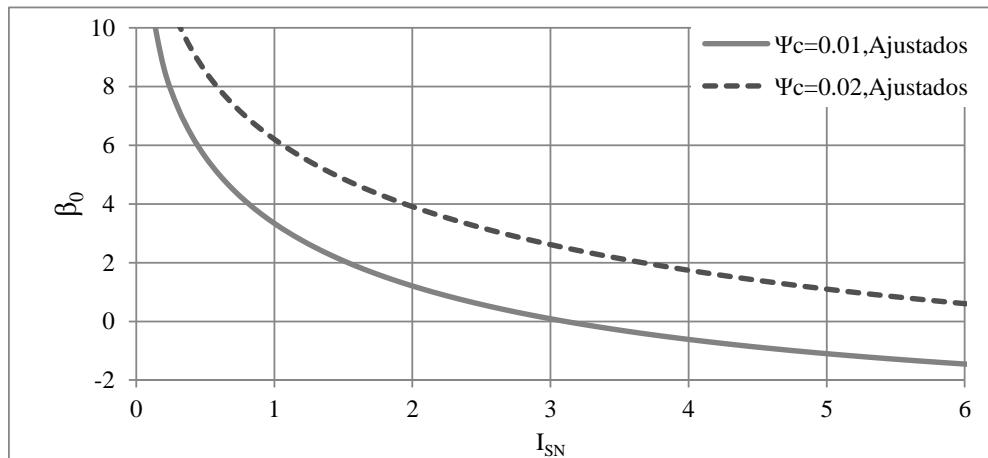
K'/K	Eje de referencia	$\bar{Z}_0(I_{SN}) = \ln\psi_c + a_1 - a_2 \ln(I_{SN}) + a_3 I_{SN}^{-a_4}$				$\sigma_{Z_0}^2(I_{SN}) = a_5 + a_6 I_{SN}$	
		a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>
0.02	X	8.50152	2.25945	3.38997E-15	7.51589	0.49575	0.05092
0.02	Y	8.04064	2.11275	1.37353E-18	9.22084	0.58889	0.00000
0.15	X	8.37498	1.72443	2.11001E-15	7.61965	0.02131	0.08260
0.15	Y	8.10808	1.71216	1.09300E-17	8.76898	0.19899	0.02593



a) Margen de seguridad  $Z_0$

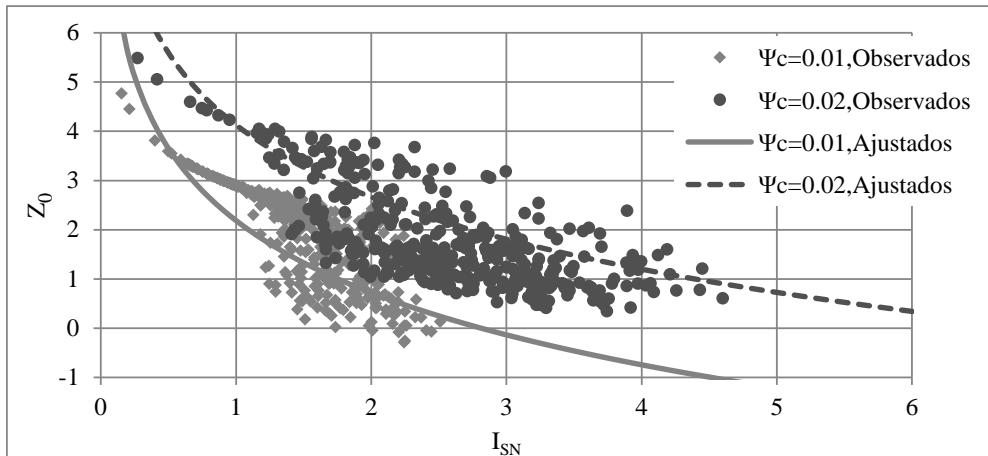


b) Varianza  $\sigma_{Z_0}^2$

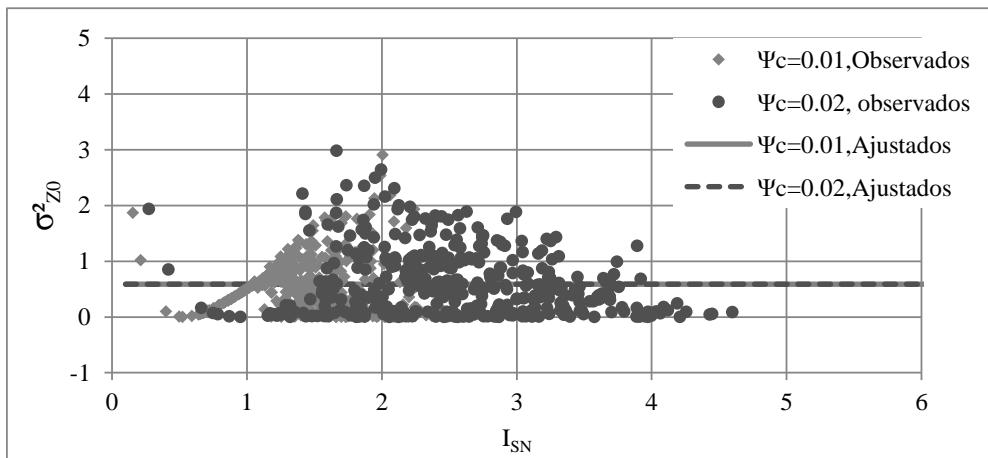


c) Índice de confiabilidad  $\beta$

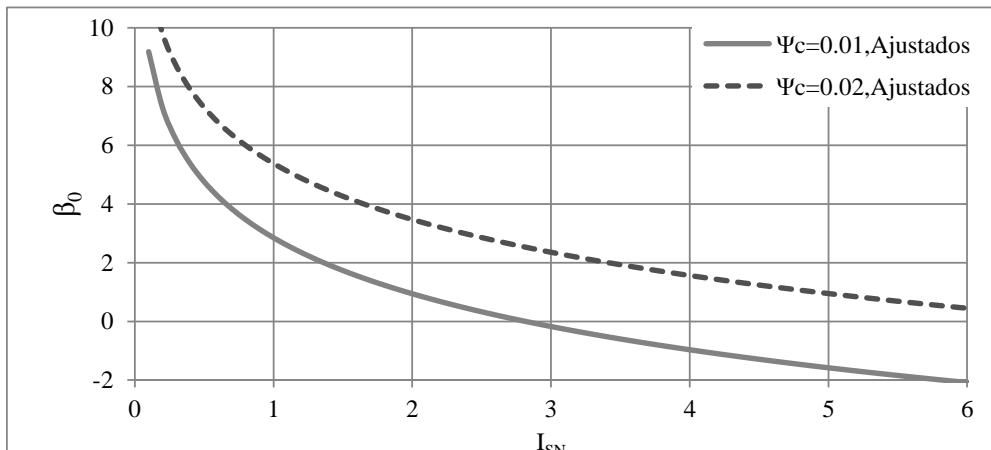
Gráficas 5.1.1.1.- Resultados para el sistema simplificado de referencia simétrico. Eje de referencia "x".  $k'/k=0.02$



a) Margen de seguridad  $Z_0$

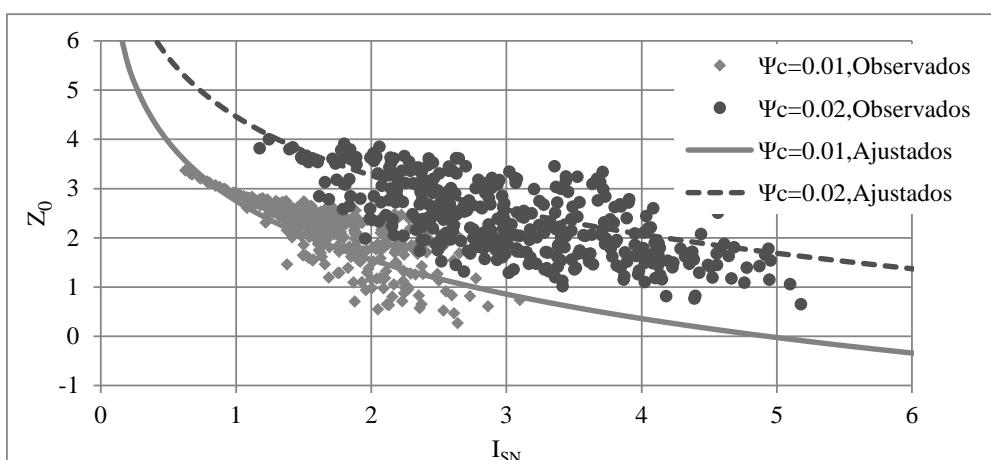


b) Varianza  $\sigma^2_{z0}$

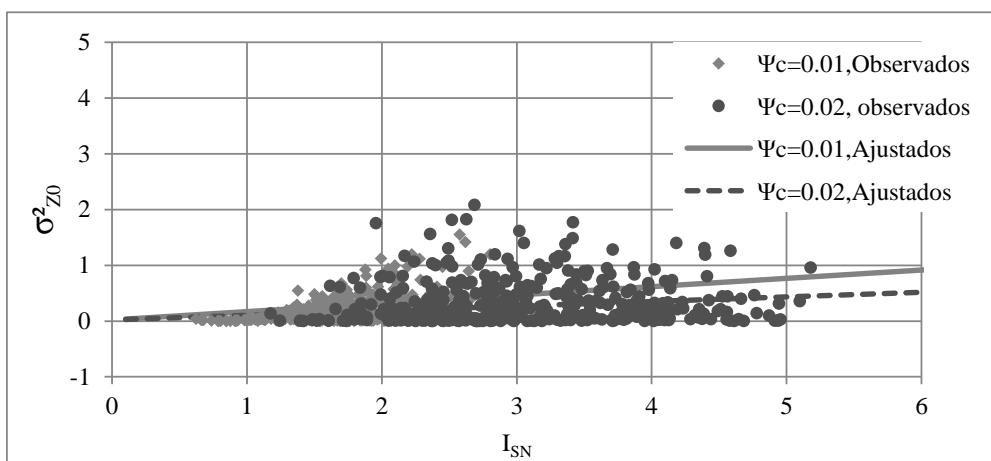


d) Índice de confiabilidad  $\beta$

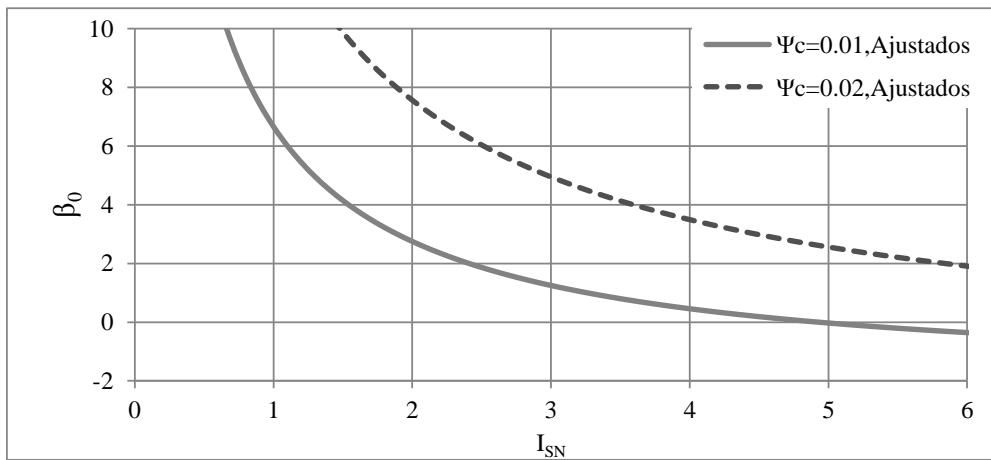
Gráficas 5.1.1.2.- Resultados para el sistema simplificado de referencia simétrico. Eje de referencia “y”.  $k'/k=0.02$



a) Margen de seguridad  $Z_0$

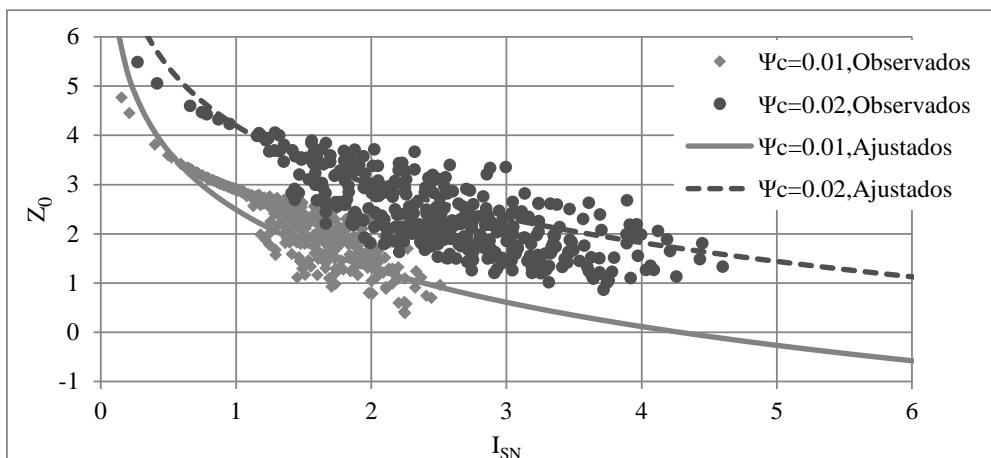


b) Varianza  $\sigma_{Z_0}^2$

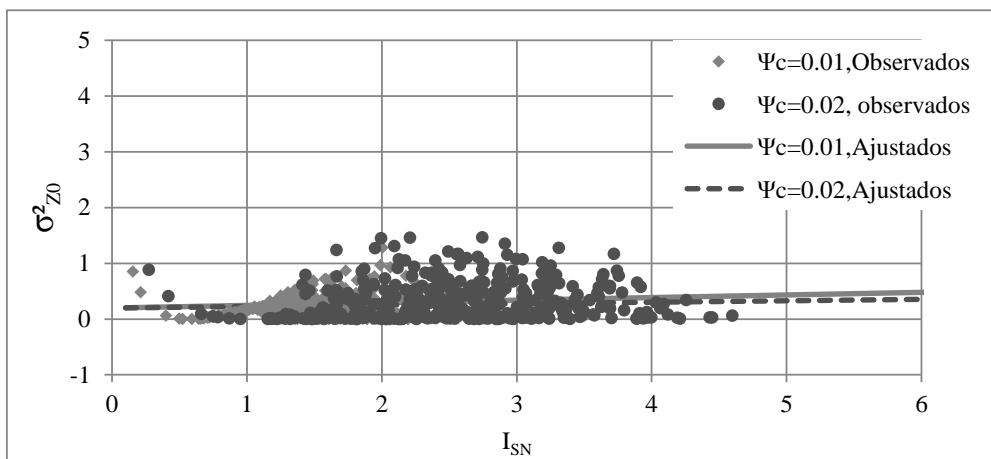


e) Índice de confiabilidad  $\beta$

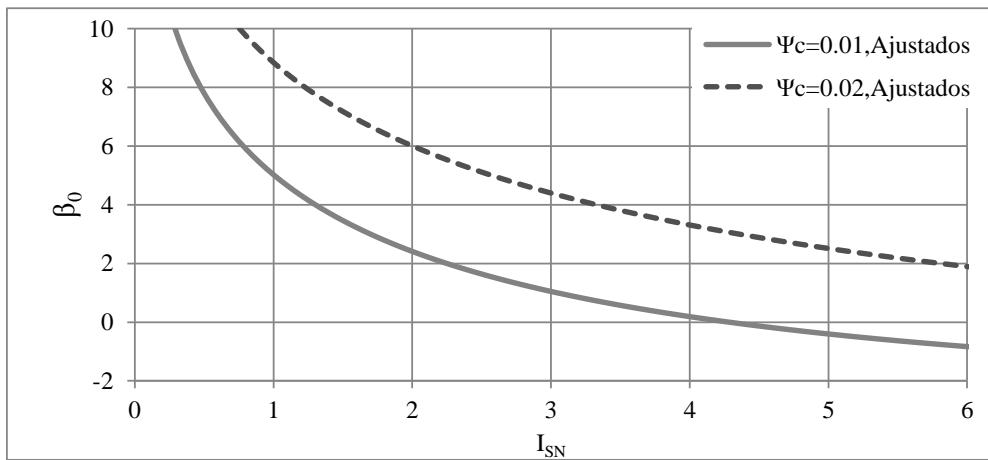
Gráficas 5.1.1.3.- Resultados para el sistema simplificado de referencia simétrico. Eje de referencia “x”.  $k'/k=0.15$



a) Margen de seguridad  $Z_0$



b) Varianza  $\sigma_{Z_0}^2$



c) Índice de confiabilidad  $\beta$

Gráficas 5.1.1.4.- Resultados para el sistema simplificado de referencia simétrico. Eje de referencia “y”.  $k'/k=0.15$

### 5.1.2 Sistemas asimétricos

Se estudiaron distintos casos para los sistemas con torsión:

- Primer caso.- Se toma como referencia el sistema simétrico en la dirección “x” con una relación de rigideces de  $k'/k=0.02$
- Segundo caso.- Se toma como referencia el sistema simétrico en la dirección “y” con una relación de rigideces de  $k'/k=0.02$
- Tercer caso.- Se toma como referencia el sistema simétrico en la dirección “x” con una relación de rigideces de  $k'/k=0.15$
- Cuarto caso.- Se toma como referencia el sistema simétrico en la dirección “y” con una relación de rigideces de  $k'/k=0.15$

Para determinar las funciones de vulnerabilidad de los sistemas con torsión se realiza un procedimiento de interpolación.

Se realizó un análisis paramétrico con los resultados obtenidos del primer conjunto de análisis de respuesta dinámica y se determinó una expresión  $\bar{U}$ , definida en la ecuación 3.5.11, que está en función de los parámetros que definen las propiedades mecánicas del sistema.

Se toman como resultados del análisis de respuesta dinámica de los sistemas con torsión, las distorsiones máximas  $\psi_x$  y  $\psi_y$ , presentadas en las direcciones ortogonales principales de cada sistema de cualquier elemento de la estructura. De sus correspondientes sistemas simétricos también se toman las distorsiones máximas  $\psi_{0x}$  y  $\psi_{0y}$ , de cada dirección.

Las distorsiones de los sistemas asimétricos  $\psi_x$  y  $\psi_y$ , se utilizan para calcular el margen de seguridad observado en cada dirección de la estructura  $Z_x$  y  $Z_y$ , se calcula el margen de seguridad de

su sistema simétrico correspondiente  $Z_{0x}$  y  $Z_{0y}$  considerando las distorsiones  $\psi_{0x}$  y  $\psi_{0y}$  respectivamente. El margen de seguridad se estimará de acuerdo con la expresión 2.2.1.

Se tomará como margen de seguridad,  $Z$ , del sistema asimétrico el valor mínimo obtenido entre las dos direcciones.

$$Z = \min(Z_x, Z_y) \quad (5.1.2.1)$$

El margen de seguridad  $Z_0$ , del sistema simétrico será el valor que corresponda al de la dirección que se tome como referencia; aquí se estudian las diferencias que se tienen según se considere como referencia la respuesta del sistema simétrico en la dirección “x” o en la dirección “y”.

Ya calculados los márgenes de seguridad de ambos sistemas podemos estimar la diferencia entre ambos márgenes de seguridad observadas, entre los sistemas asimétricos y simétricos.

$$U = Z - Z_0 \quad (5.1.2.2)$$

Una vez calculados los valores de  $U$  observados (386 valores de  $U$ ), para cada caso estudiado se hace un ajuste de los valores de  $\bar{U}$  mediante una regresión lineal múltiple

$$\bar{U} = a_0 + a_1 r_x + a_2 r_y + a_3 \frac{k_{x1}}{k_{x2}} + a_4 \frac{k_{y1}}{k_{y2}} + a_5 \frac{\omega_y}{\omega_x} + a_6 \frac{a}{b} + a_7 r + a_8 \ln(I_{SN}) \quad (5.1.2.3)$$

La intensidad  $I_{SN}$  que se considera en la expresión  $\bar{U}$ , en este caso se tomo el valor de la intensidad en el sentido del eje de referencia y se normaliza de acuerdo con la expresión 2.4.1, considerando la resistencia lateral del eje de referencia que se tome en cuenta del sistema asimétrico en cuestión.

Se combinan los resultados de las estructuras diseñadas con diferentes coeficientes de comportamiento sísmico en una sola muestra; dada la forma en que se considera la medida de la intensidad normalizada, aquí no se considera la capacidad de distorsión del sistema.

En la tabla 5.1.2.1 se presentan los valores de los parámetros de ajuste de la expresión de  $\bar{U}$  para los diferentes casos estudiados. Para el caso de la desviación estándar de  $U$ ,  $\sigma_U$ , no es fácil ajustar algún tipo de expresión en función de todos los parámetros que definen las propiedades mecánicas del sistema, así como de la intensidad sísmica. Por ello, se tomó un valor constante, dado por el promedio del error estándar de los valores de  $U$  de la muestra ajustada, estimado de la siguiente manera:

$$\sigma_U^2 = \text{promedio} [(U - \bar{U})^2] \quad (5.1.2.4)$$

A partir de que calculamos la varianza podemos obtener la desviación estándar de  $U$ ,

$$\sigma_U = \sqrt{\sigma_U^2} \quad (5.1.2.5)$$

Una vez obtenido  $\bar{U}$  y  $\sigma_U$  podemos calcular la confiabilidad del sistema asimétrico, conocida la confiabilidad  $\beta_0$ , del sistema simétrico de referencia.

De acuerdo con lo anterior, se estima el margen de seguridad que corresponde al sistema asimétrico en cuestión, con la siguiente expresión:

$$\bar{U} = \bar{Z} - \bar{Z}_0 \quad (5.1.2.6)$$

Donde  $\bar{U}$  se calcula con la expresión de ajuste 5.1.2.3,  $\bar{Z}$  es el margen de seguridad del sistema asimétrico en estudio y  $\bar{Z}_0$  el margen de seguridad ajustado del sistema simétrico de referencia estimado con la expresión 2.2.4.

De la ecuación 5.2.6 tenemos que:

$$\bar{Z} = \bar{U} + \bar{Z}_0 \quad (5.1.2.7)$$

Entonces el índice de confiabilidad,  $\beta$ , del sistema asimétrico en estudio lo estimaremos con la expresión 5.1.2.8

$$\beta = \frac{\bar{U} + \bar{Z}_0}{\sqrt{\sigma_U^2 + \sigma_{Z_0}^2}} = \frac{\bar{U} + \bar{Z}_0}{\sigma_{Z_0} \sqrt{1 + \frac{\sigma_U^2}{\sigma_{Z_0}^2}}} \quad (5.1.2.8)$$

Sea

$$\gamma = \left(1 + \frac{\sigma_U^2}{\sigma_{Z_0}^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (5.1.2.9)$$

Por lo tanto

$$\beta = \gamma \left( \frac{\bar{U}}{\sigma_{Z_0}} + \beta_0 \right) \quad (5.1.2.10)$$

#### 5.1.2.1.- Valores de los parámetros de ajuste de la función U

K'/K	Eje de referencia	$\bar{U} = a_0 + a_1 r_x + a_2 r_y + a_3 \frac{k_{x1}}{k_{x2}} + a_4 \frac{k_{y1}}{k_{y2}} + a_5 \frac{\omega_y}{\omega_x} + a_6 \frac{a}{b} + a_7 r + a_8 \ln(I_{SN})$									
		a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>7</sub>	a <sub>8</sub>	$\sigma_u$
0.02	X	-1.7251	0.1168	0.0640	0.2479	0.4348	0.7422	-0.0993	-0.2980	0.2645	0.5655
0.02	Y	-1.4630	0.0985	-0.3915	0.1879	0.3658	0.5706	-0.0999	-0.1658	0.6713	0.5768
0.15	X	-1.8654	0.0196	0.0806	0.2101	0.3546	1.0014	-0.0387	-0.1853	0.0488	0.4163
0.15	Y	-1.7244	-0.0119	-0.2444	0.1617	0.3047	0.9021	-0.0667	-0.0879	0.4612	0.4169

## 5.2 Sistemas asimétricos particulares

Para las funciones de vulnerabilidad de cada sistema asimétrico en particular, se aplica un procedimiento similar al de los sistemas simétricos de referencia utilizando las respuestas del tercer conjunto de análisis de respuesta definido en la sección 4.5.1, pero ahora el margen de seguridad observado será estimado tal y como se calcula para los sistemas asimétricos en conjunto con la ecuación 5.1.2.1. En la tabla 5.2.1 y 5.2.2 se muestran los valores ajustados de las funciones  $\bar{Z}$  y  $\sigma_Z^2$ , mismas que están en términos de la intensidad sin normalizar y normalizadas respectivamente de acuerdo con el Apéndice A-3, las gráficas 5.2.1a - 5.2.20a muestran las dispersiones de los resultados y ajustes de la media del margen de seguridad de  $Z$  y las gráficas 5.2.1b a 5.2.20b los resultados y ajustes de la varianza del margen de seguridad de  $Z$ , de cada sistema asimétrico.

Tabla 5.2.1.- Valores ajustados en términos de intensidades sin normalizar

Modelos	K'/K	Eje de referencia	$\bar{Z}(I_S) = \ln\psi_c + A - B\ln(I_S) + C I_S^{-C}$			$\sigma_Z^2(I_S) = D + E \cdot I_S$	
			A	B	C	D	E
Modelo004	0.02	X	12.05764	1.23746	3.72506	0.24849	0.00000
Modelo004	0.02	Y	9.96326	0.90306	0.01296	0.27444	0.00000
Modelo006	0.02	X	10.41784	0.97515	0.53275	0.23084	0.00000
Modelo006	0.02	Y	9.84395	0.90014	0.01372	0.21306	0.00000
Modelo012	0.02	X	15.34201	1.74426	7.11344	0.36186	0.00000
Modelo012	0.02	Y	11.00520	1.02371	0.00756	0.48129	0.00000
Modelo014	0.02	X	14.41591	1.59188	7.11344	0.34036	0.00000
Modelo014	0.02	Y	11.16950	1.06120	0.00546	0.40976	0.00000
Modelo150	0.02	X	9.82171	0.88362	0.52782	0.20403	0.00000
Modelo150	0.02	Y	9.38615	0.82761	-0.00314	0.18736	0.00000
Modelo004	0.15	X	12.37342	1.23418	3.72506	0.27553	0.00000
Modelo004	0.15	Y	11.73740	1.15987	0.01008	0.23783	0.00000
Modelo006	0.15	X	11.04874	1.04097	0.52905	0.28122	0.00000
Modelo006	0.15	Y	11.72645	1.18931	4.91636	0.20261	0.00000
Modelo012	0.15	X	15.29684	1.60583	7.11344	0.19404	0.00009
Modelo012	0.15	Y	10.65198	0.82622	0.00890	0.35049	0.00000
Modelo014	0.15	X	14.87847	1.52884	7.11344	0.21193	0.00000
Modelo014	0.15	Y	11.05585	0.89420	0.01119	0.30431	0.00000
Modelo150	0.15	X	10.36313	0.93457	0.53000	0.23768	0.00000
Modelo150	0.15	Y	11.05976	1.08256	-0.00278	0.17075	0.00000

Tabla 5.2.2.- Valores ajustados en términos de intensidades normalizadas

MODELOS	K'/K	Eje de referencia	$\bar{Z}(I_{SN}) = \ln\psi_c + a_1 - a_2 \ln(I_{SN}) + a_3 I_{SN}^{-a_4}$				$\sigma_Z^2(I_{SN}) = a_5 + a_6 I_{SN}$	
			a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>
Modelo004	0.02	X	6.23988	1.23746	9.234E-08	3.72506	0.24849	0.00000
Modelo004	0.02	Y	5.71565	0.90306	0.01219	0.01296	0.27444	0.00000
Modelo006	0.02	X	5.83330	0.97515	0.04353	0.53275	0.23084	0.00000
Modelo006	0.02	Y	5.61009	0.90014	0.01286	0.01372	0.21306	0.00000
Modelo012	0.02	X	7.14162	1.74426	2.128E-14	7.11344	0.36186	0.00000
Modelo012	0.02	Y	6.19526	1.02371	0.00730	0.00756	0.48129	0.00000
Modelo014	0.02	X	6.93189	1.59188	2.128E-14	7.11344	0.34036	0.00000
Modelo014	0.02	Y	6.18338	1.06120	0.00532	0.00546	0.40976	0.00000
Modelo150	0.02	X	5.66750	0.88362	0.04414	0.52782	0.20403	0.00000
Modelo150	0.02	Y	5.49344	0.82761	-3.19E-03	-0.00314	0.18736	0.00000
Modelo004	0.15	X	6.57106	1.23418	9.234E-08	3.72506	0.27553	0.00000
Modelo004	0.15	Y	6.28190	1.15987	0.00962	0.01008	0.23783	0.00000
Modelo006	0.15	X	6.15476	1.04097	0.04398	0.52905	0.28122	0.00000
Modelo006	0.15	Y	6.13246	1.18931	4.455E-10	4.91636	0.20261	0.00000
Modelo012	0.15	X	7.74726	1.60583	2.128E-14	7.11344	0.19404	0.01023
Modelo012	0.15	Y	6.76995	0.82622	0.00854	0.00890	0.35049	0.00000
Modelo014	0.15	X	7.69082	1.52884	2.128E-14	7.11344	0.21193	0.00000
Modelo014	0.15	Y	6.85442	0.89420	0.01061	0.01119	0.30431	0.00000
Modelo150	0.15	X	5.96936	0.93457	0.04387	0.53000	0.23768	0.00000
Modelo150	0.15	Y	5.96787	1.08256	-0.00281	-0.00278	0.17075	0.00000

Gráficas de dispersión de resultados y ajustes de margen de seguridad Z y Varianza  $\sigma_Z^2$ ,  $k'/k=0.02$ , de sistemas asimétricos particulares.

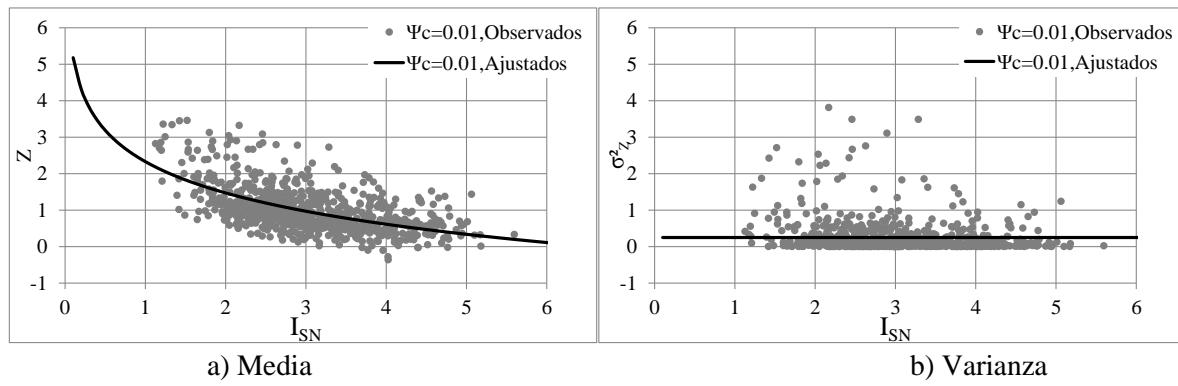


Figura 5.2.1. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 004, eje de referencia x.

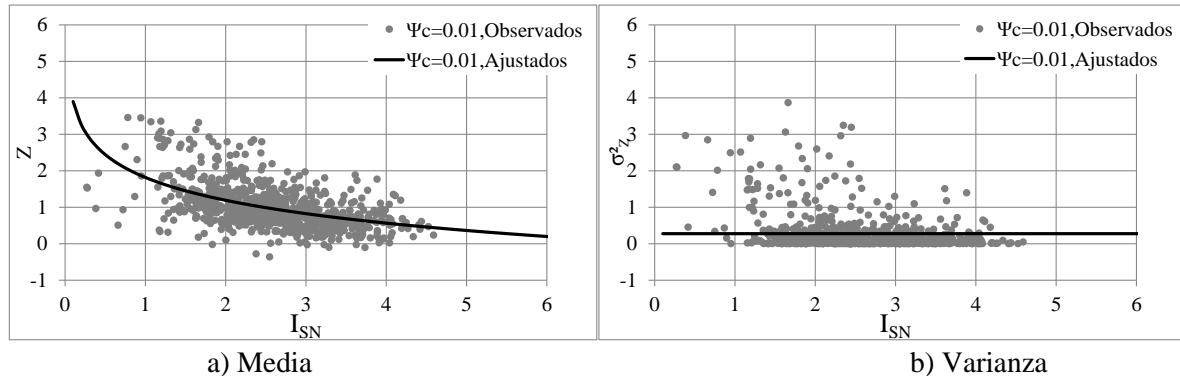


Figura 5.2.2. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 004, eje de referencia y.

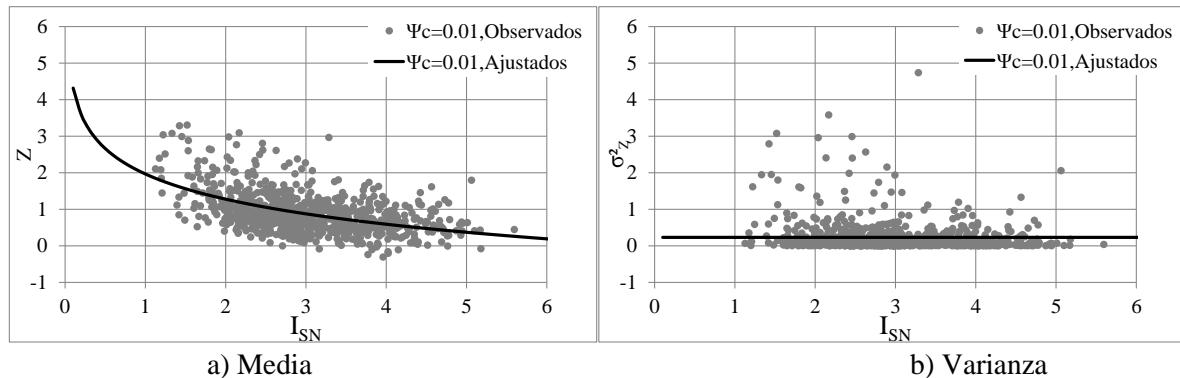


Figura 5.2.3. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 006, eje de referencia x.

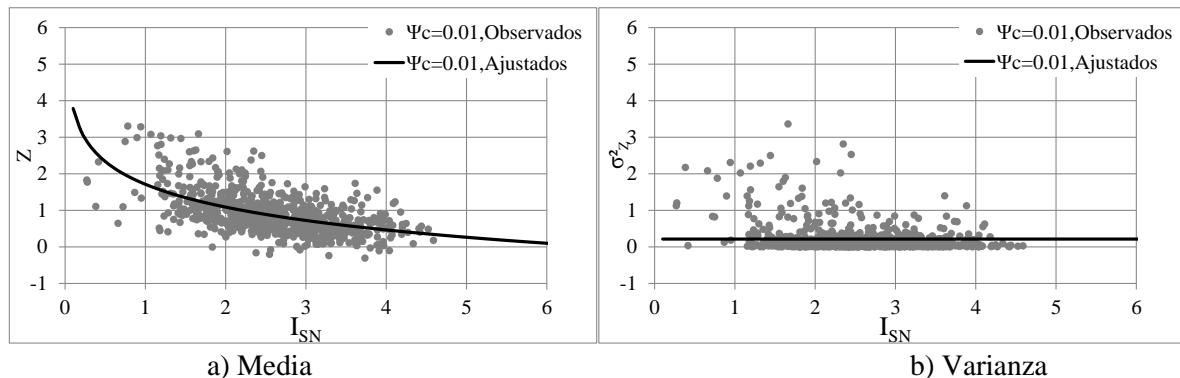


Figura 5.2.4. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 006, eje de referencia y.

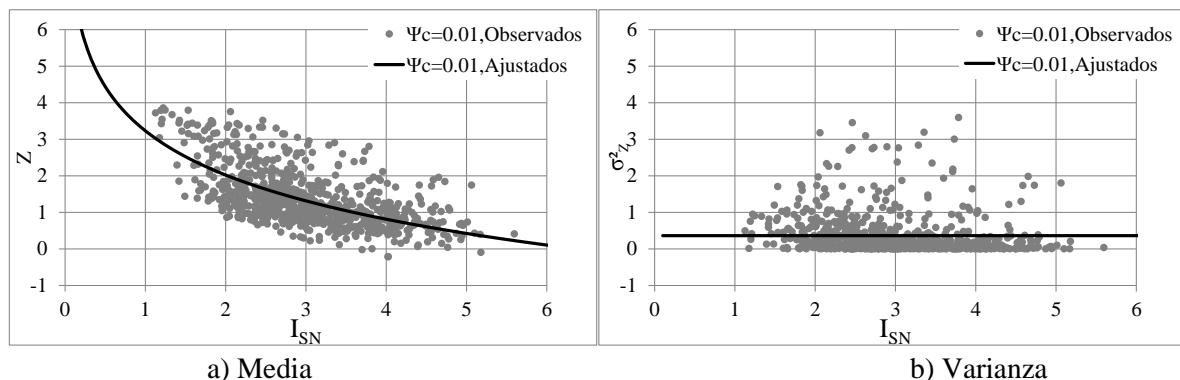


Figura 5.2.5. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 012, eje de referencia x.

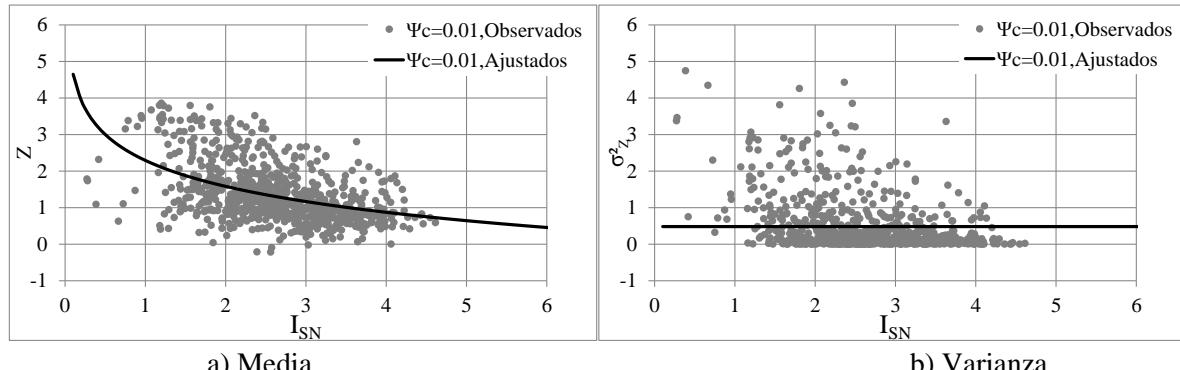


Figura 5.2.6. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 012, eje de referencia y.

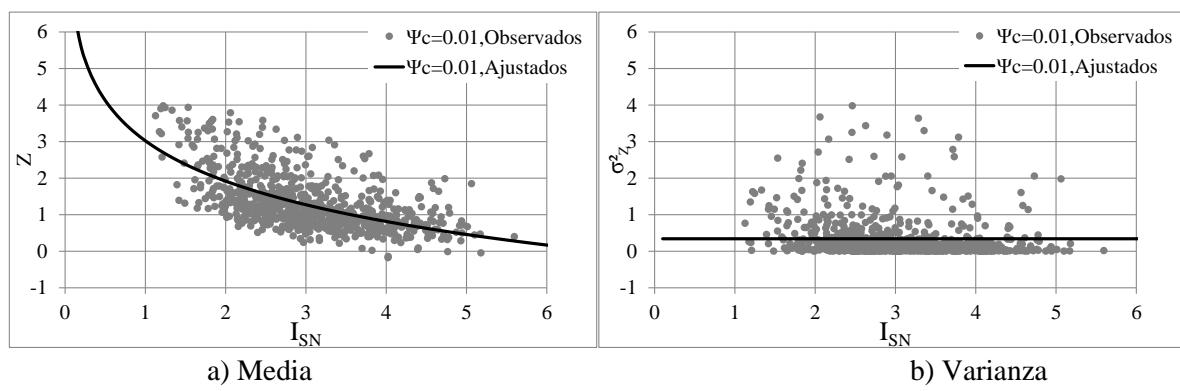


Figura 5.2.7. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 014, eje de referencia x.

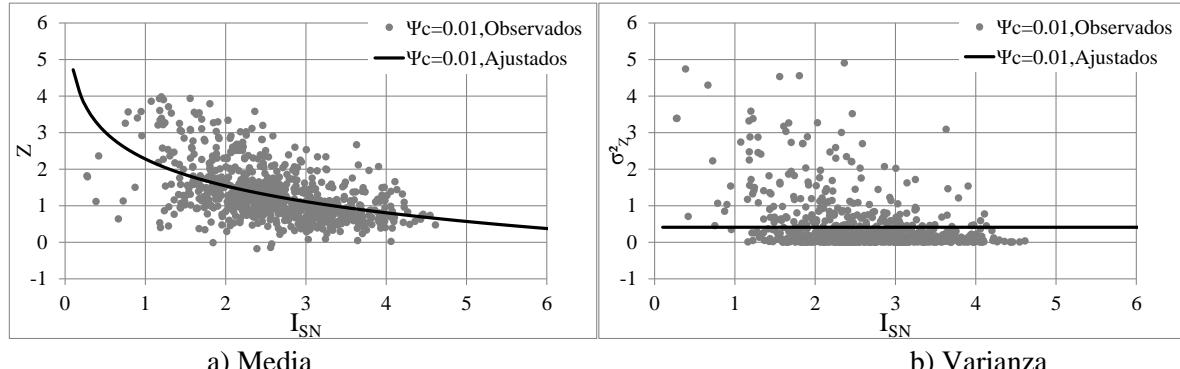


Figura 5.2.8. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 014, eje de referencia y.

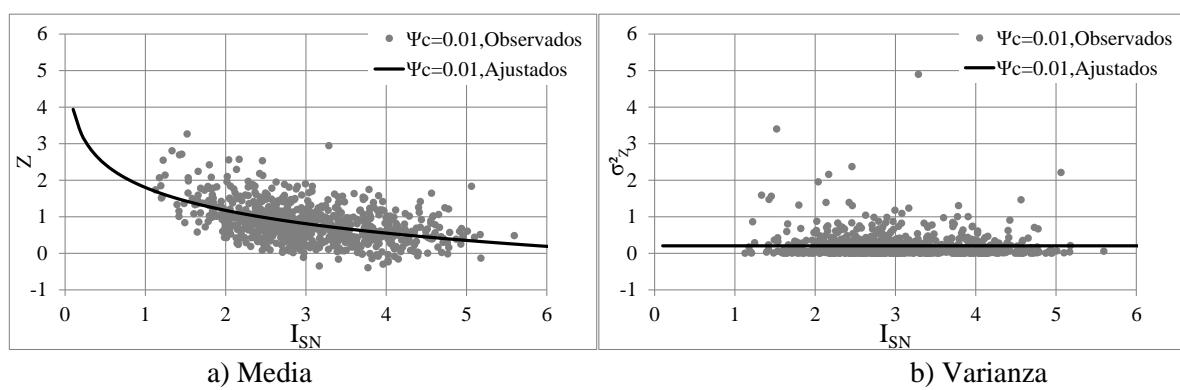


Figura 5.2.9. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 150, eje de referencia x.

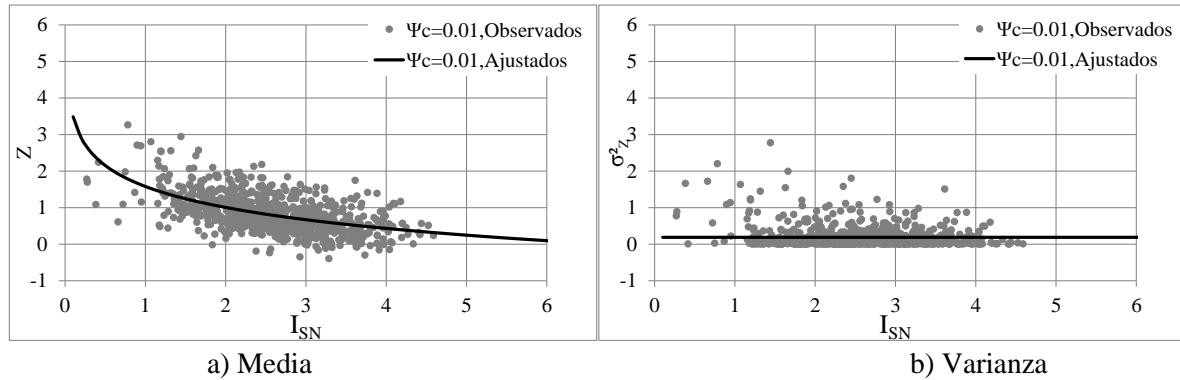


Figura 5.2.10. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 150, eje de referencia y.

**Gráficas de dispersión de resultados y de margen de seguridad Z y Varianza  $\sigma^2_Z, k'/k=0.15$ , de sistemas asimétricos particulares.**

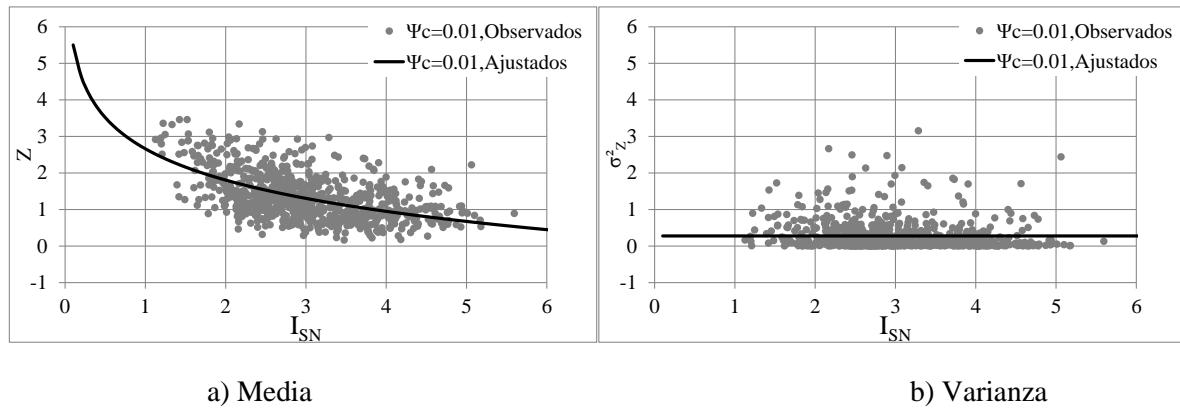


Figura 5.2.11. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 004, eje de referencia x.

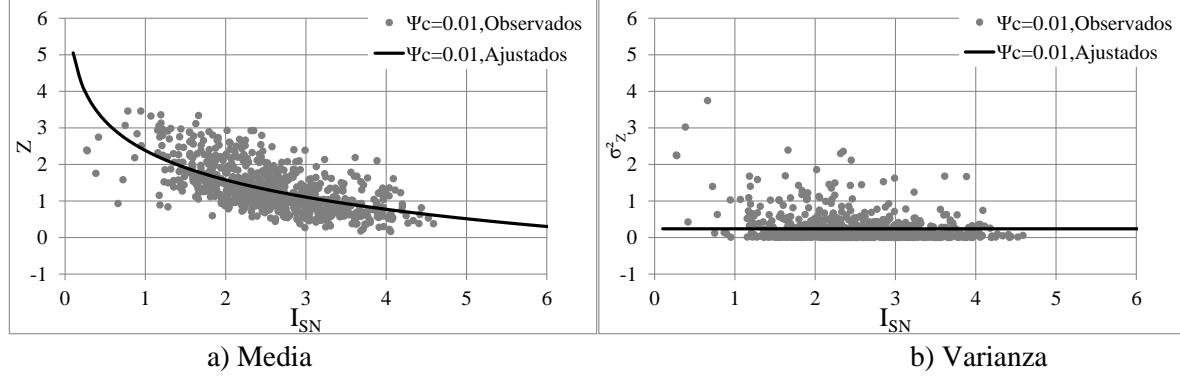


Figura 5.2.12. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 004, eje de referencia y.

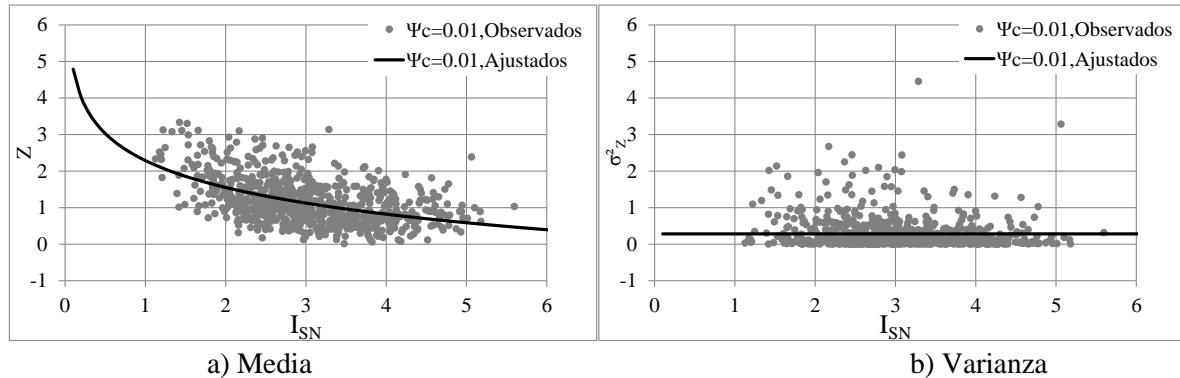


Figura 5.2.13. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 006, eje de referencia x.

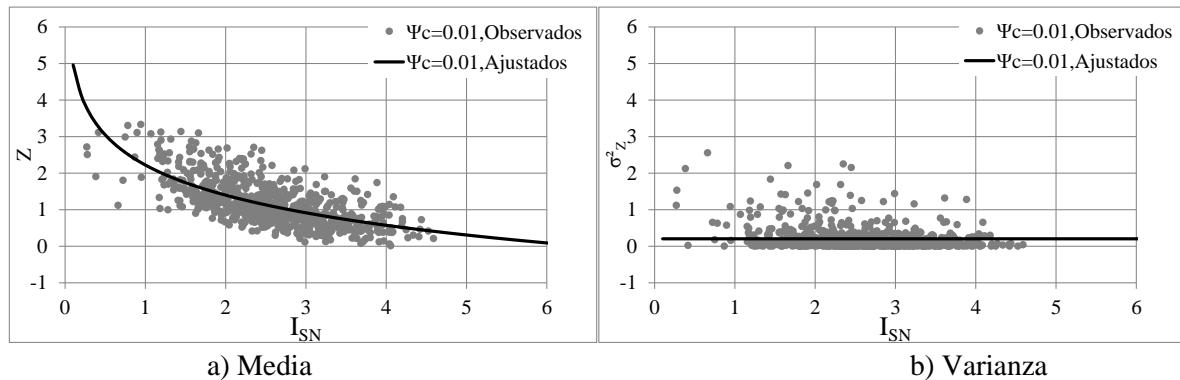


Figura 5.2.14. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 006, eje de referencia y.

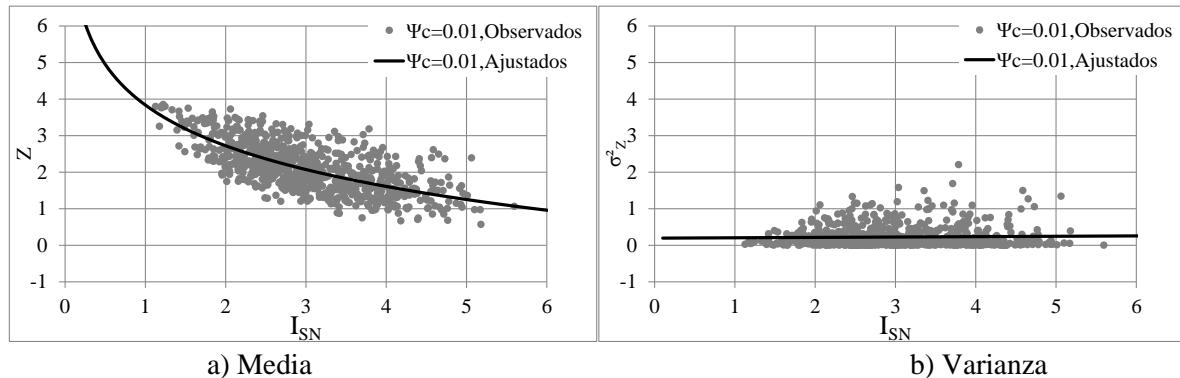


Figura 5.2.15. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 012, eje de referencia x.

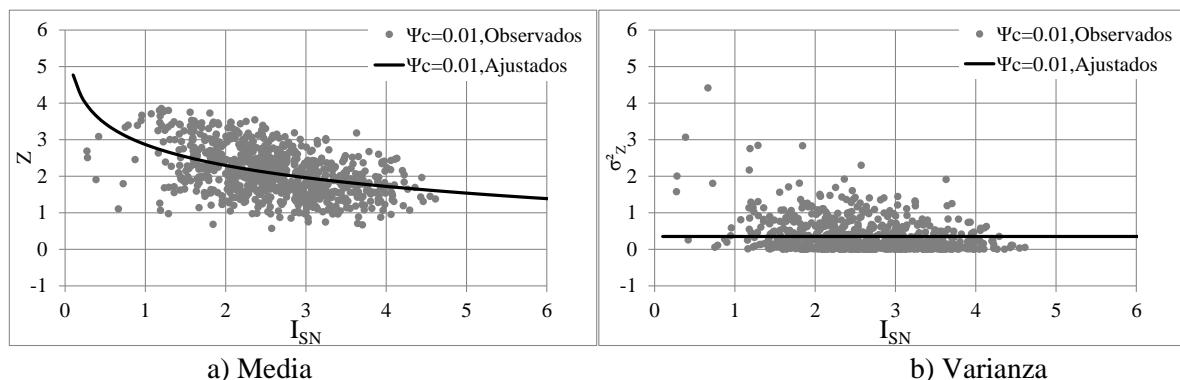


Figura 5.2.16. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 012, eje de referencia y.

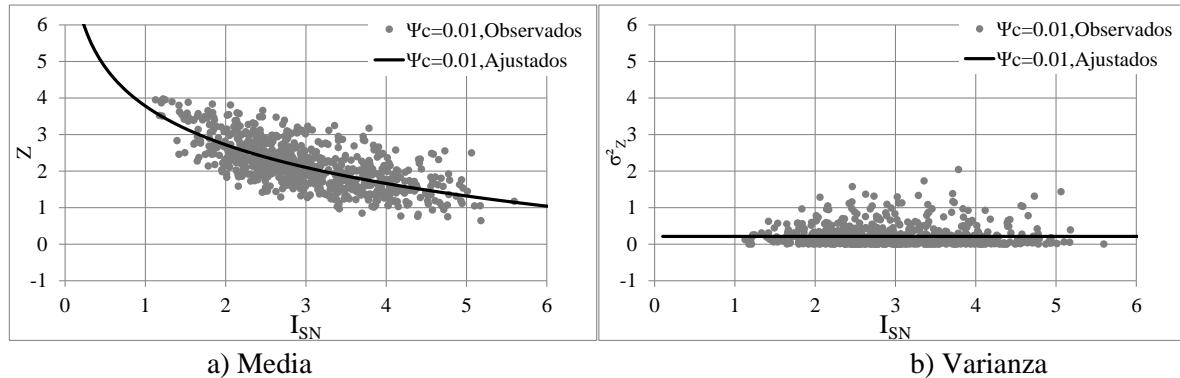


Figura 5.2.17. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 014, eje de referencia x.

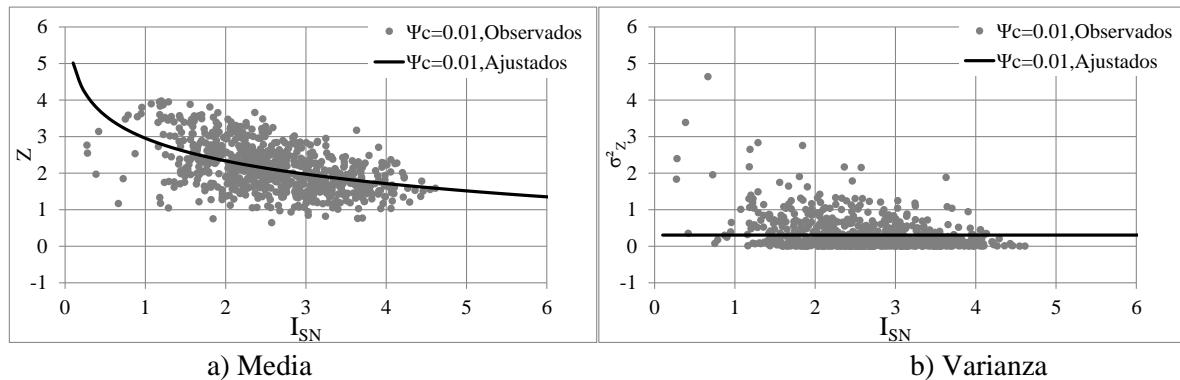


Figura 5.2.18. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 014, eje de referencia y.

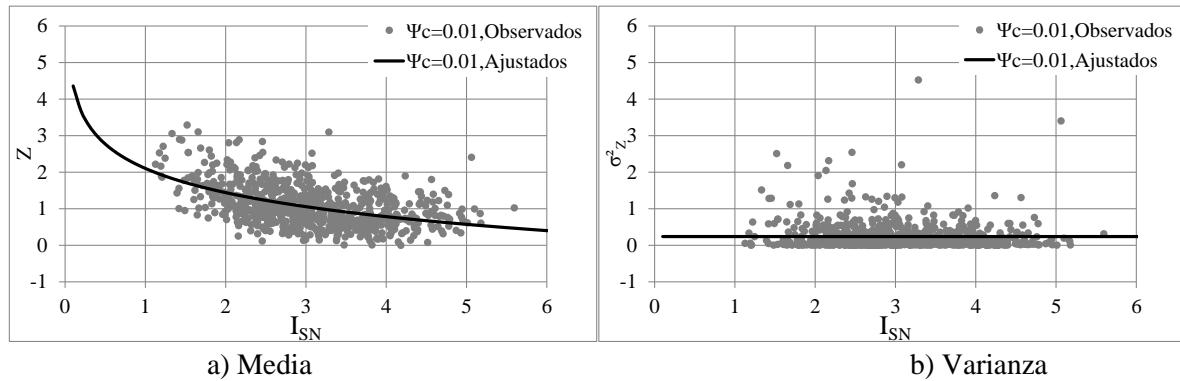


Figura 5.2.19. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 150, eje de referencia x.

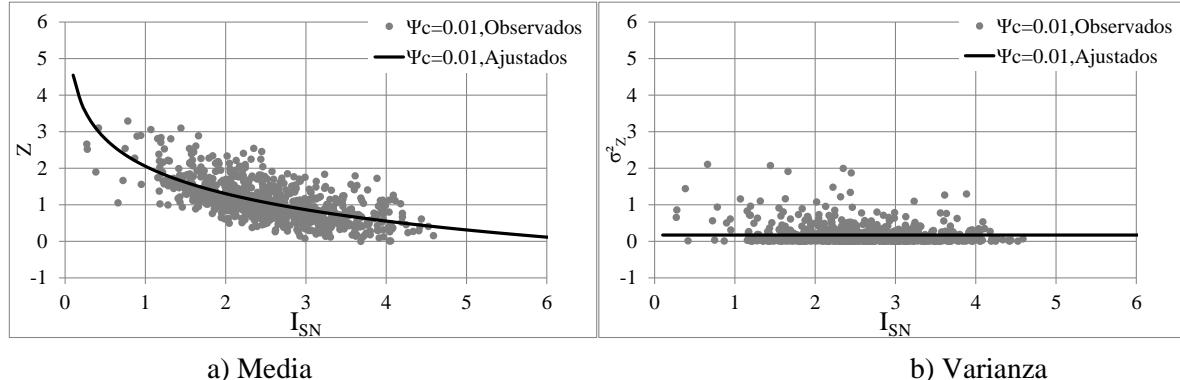


Figura 5.2.20. Funciones de media y varianza de Z, Modelo 150, eje de referencia y.

### 5.3 Funciones de probabilidad de falla

La probabilidad de falla de un sistema dado, se estima a partir de que se cuenta con el índice de confiabilidad  $\beta$  de la estructura en estudio, partiendo de la ecuación 2.2.3, para evaluar la probabilidad de falla se utilizó la siguiente expresión para su cálculo (*Abramowitz, M y Ategun, I A, 1965*)

$$pf(\beta) = f(\beta)(b_1t + b_2t^2 + b_3t^3 + b_4t^4 + b_5t^5) \quad (5.3.1)$$

$$f(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\beta^2}{2}} \quad (5.3.2)$$

$$t = \frac{1}{1+p\beta} \quad (5.3.3)$$

Constantes:

$$p = 0.2316419$$

$$b_1 = 0.319381530$$

$$b_2 = -0.356563782$$

$$b_3 = 1.781477937$$

$$b_4 = -1.821255978$$

$$b_5 = 1.330274429$$

### 5.4 Aplicaciones de funciones de ajuste

En este capítulo se muestran resultados de aplicaciones utilizando las funciones de ajuste correspondientes a  $\bar{U}$ ,  $\bar{Z}_0(I_{SN})$  y  $\sigma_{Z_0}^2(I_{SN})$ , mismas que se encuentran en términos de intensidades normalizadas, para algunos sistemas simplificados a partir de los parámetros que definen sus propiedades mecánicas, a los cuales se les estimó su índice de confiabilidad  $\beta$  y a partir de ella su probabilidad de falla  $p(\beta)$  de acuerdo con los subcapítulos anteriores.

En los subcapítulos 5.4.1 y 5.4.2 se muestran las tablas con los resultados de las funciones ajustadas aplicadas a ciertos sistemas, para ambos factores de comportamiento sísmico ( $Q=2$  y  $Q=4$ ), ambas direcciones (“x” y “y”) y relación de rigidez inicial a la rigidez de fluencia  $k'/k=0.02$  y  $0.15$ .

**5.4 1 Aplicaciones a estructuras con un factor de comportamiento sísmico Q=2, ( $\psi_c=0.01$ )**

Tabla 5.4.1.1.- parámetros de los modelos utilizados para los ejemplos de aplicación, con un Q=2 ( $\psi_c=0.01$ )

Parámetros							Intensidad Normalizada
$r_x$	$r_y$	$k_{x1}/k_{x2}$	$k_{y1}/k_{y2}$	$\omega_y/\omega_x$	a/b	r	
0.5	0.5	0.5	0.5	0.7	1	1.5	1.3629
0.5	0.5	0.5	0.5	0.7	2	1.5	1.2710
0.5	0.5	0.5	0.5	1	1	1.5	1.2856
0.5	0.5	0.5	0.5	1	2	1.5	0.9881
0.5	0.5	0.5	0.5	1.5	1	1.5	1.2494
0.5	0.5	0.5	0.5	1.5	2	1.5	1.4922
0.5	0.5	0.5	1	0.7	1	1.5	1.7698
0.5	0.5	0.5	1	0.7	2	1.5	1.3689
0.5	0.5	0.5	1	1	1	1.5	1.4952
0.5	0.5	0.5	1	1	2	1.5	1.3807
0.5	0.5	0.5	1	1.5	1	1.5	1.4149

Tabla 5.4.1.2.- Ejemplos de aplicación de estructuras. Cálculo del índice de confiabilidad  $\beta$  y probabilidad de falla  $p(\beta)$ , para el caso en que se toma la dirección "x" como eje de referencia.  $k'/k=0.02$

$\bar{U}$	$\bar{Z}_0(I_{SN})$	$\sigma_{Z_0}^2(I_{SN})$	$Z = \bar{U} + \bar{Z}_0(I_{SN})$	$\beta_0$	$\gamma$	$\beta$	$Z(\beta)$	t	$P(\beta)$
-1.2384	1.8621	0.6210	0.6237	2.3628	0.8125	0.6430	0.3244	0.8704	0.2601
-1.3561	2.0197	0.6126	0.6635	2.5804	0.8106	0.6872	0.3150	0.8627	0.2460
-1.0311	1.9940	0.6139	0.9628	2.5448	0.8109	0.9964	0.2428	0.8125	0.1595
-1.2001	2.5886	0.5866	1.3886	3.3799	0.8045	1.4585	0.1377	0.7475	0.0724
-0.6676	2.0585	0.6106	1.3909	2.6343	0.8101	1.4420	0.1411	0.7496	0.0747
-0.7199	1.6573	0.6329	0.9373	2.0831	0.8151	0.9603	0.2516	0.8180	0.1685
-0.9518	1.2718	0.6585	0.3199	1.5673	0.8204	0.3235	0.3786	0.9303	0.3732
-1.1191	1.8521	0.6216	0.7330	2.3492	0.8126	0.7555	0.2999	0.8511	0.2250
-0.7738	1.6526	0.6332	0.8789	2.0768	0.8151	0.9003	0.2660	0.8274	0.1840
-0.8942	1.8327	0.6227	0.9385	2.3225	0.8128	0.9667	0.2500	0.8170	0.1668
-0.4172	1.7774	0.6258	1.3601	2.2467	0.8135	1.3987	0.1500	0.7553	0.0810

Tabla 5.4.1.3.- Ejemplos de aplicación de estructuras. Cálculo del índice de confiabilidad  $\beta$  y probabilidad de falla  $p(\beta)$ , para el caso en que se toma la dirección "y" como eje de referencia.  $k'/k=0.02$

$\bar{U}$	$\bar{Z}_0(I_{SN})$	$\sigma_{Z_0}^2(I_{SN})$	$Z = \bar{U} + \bar{Z}_0(I_{SN})$	$\beta_0$	$\gamma$	$\beta$	$Z(\beta)$	$t$	$P(\beta)$
-1.0740	1.5333	0.5889	0.4592	1.9980	0.7994	0.4784	0.3558	0.9002	0.3162
-1.2208	1.6807	0.5889	0.4599	2.1901	0.7994	0.4790	0.3557	0.9001	0.3160
-0.9421	1.6566	0.5889	0.7145	2.1587	0.7994	0.7443	0.3024	0.8529	0.2283
-1.2187	2.2127	0.5889	0.9940	2.8833	0.7994	1.0354	0.2334	0.8065	0.1502
-0.6760	1.7169	0.5889	1.0410	2.2374	0.7994	1.0844	0.2216	0.7992	0.1391
-0.6566	1.3417	0.5889	0.6851	1.7484	0.7994	0.7137	0.3093	0.8581	0.2377
-0.7158	0.9813	0.5889	0.2655	1.2787	0.7994	0.2766	0.3840	0.9398	0.3910
-0.9881	1.5240	0.5889	0.5359	1.9859	0.7994	0.5582	0.3414	0.8855	0.2884
-0.6578	1.3374	0.5889	0.6797	1.7428	0.7994	0.7080	0.3105	0.8591	0.2395
-0.8112	1.5058	0.5889	0.6946	1.9622	0.7994	0.7236	0.3071	0.8564	0.2347
-0.4095	1.4541	0.5889	1.0445	1.8948	0.7994	1.0881	0.2207	0.7987	0.1383

Tabla 5.4.1.4.- Ejemplos de aplicación de estructuras. Cálculo del índice de confiabilidad  $\beta$  y probabilidad de falla  $p(\beta)$ , para el caso en que se toma la dirección "x" como eje de referencia.  $k'/k=0.15$

$\bar{U}$	$\bar{Z}_0(I_{SN})$	$\sigma_{Z_0}^2(I_{SN})$	$Z = \bar{U} + \bar{Z}_0(I_{SN})$	$\beta_0$	$\gamma$	$\beta$	$Z(\beta)$	$t$	$P(\beta)$
-1.1336	2.2172	0.2245	1.0836	4.6792	0.7513	1.7180	0.0912	0.7153	0.0429
-1.1758	2.3375	0.2108	1.1617	5.0907	0.7409	1.8744	0.0689	0.6973	0.0304
-0.8361	2.3179	0.2130	1.4818	5.0222	0.7426	2.3841	0.0233	0.6442	0.0086
-0.8876	2.7718	0.1687	1.8841	6.7493	0.7023	3.2220	0.0022	0.5726	0.0006
-0.3368	2.3671	0.2076	2.0304	5.1951	0.7383	3.2897	0.0018	0.5675	0.0005
-0.3668	2.0609	0.2438	1.6941	4.1737	0.7645	2.6230	0.0128	0.6220	0.0044
-0.9436	1.7667	0.2852	0.8231	3.3081	0.7887	1.2156	0.1906	0.7803	0.1121
-0.9948	2.2096	0.2254	1.2148	4.6539	0.7519	1.9239	0.0627	0.6917	0.0272
-0.6514	2.0574	0.2443	1.4060	4.1627	0.7648	2.1758	0.0374	0.6649	0.0148
-0.6940	2.1948	0.2272	1.5008	4.6047	0.7532	2.3716	0.0240	0.6454	0.0089
-0.1534	2.1526	0.2323	1.9992	4.4662	0.7568	3.1391	0.0029	0.5790	0.0008

Tabla 5.4.1.5.- Ejemplos de aplicación de estructuras. Cálculo del índice de confiabilidad  $\beta$  y probabilidad de falla  $p(\beta)$ , para el caso en que se toma la dirección "y" como eje de referencia.  $k'/k=0.15$

$\bar{U}$	$\bar{Z}_0(I_{SN})$	$\sigma_{Z_0}^2(I_{SN})$	$Z=$ $\bar{U} + \bar{Z}_0(I_{SN})$	$\beta_0$	$\gamma$	$\beta$	$Z(\beta)$	$t$	$P(\beta)$
-1.0436	1.9614	0.2628	0.9178	3.8261	0.7759	1.3890	0.1520	0.7566	0.0824
-1.1425	2.0808	0.2585	0.9383	4.0927	0.7733	1.4271	0.1441	0.7516	0.0768
-0.7999	2.0613	0.2592	1.2614	4.0490	0.7737	1.9170	0.0635	0.6925	0.0276
-0.9880	2.5120	0.2453	1.5239	5.0723	0.7650	2.3542	0.0250	0.6471	0.0093
-0.3621	2.1102	0.2575	1.7482	4.1587	0.7727	2.6620	0.0115	0.6186	0.0039
-0.3469	1.8062	0.2689	1.4593	3.4834	0.7794	2.1934	0.0360	0.6631	0.0141
-0.7708	1.5141	0.2818	0.7433	2.8519	0.7865	1.1012	0.2176	0.7968	0.1354
-0.9559	1.9539	0.2631	0.9979	3.8093	0.7760	1.5098	0.1276	0.7409	0.0655
-0.5779	1.8027	0.2690	1.2248	3.4757	0.7794	1.8407	0.0733	0.7011	0.0328
-0.6814	1.9391	0.2636	1.2578	3.7767	0.7763	1.9018	0.0654	0.6942	0.0286
-0.1523	1.8972	0.2652	1.7449	3.6838	0.7773	2.6335	0.0124	0.6211	0.0042

#### 5.4.2 Aplicaciones a estructuras con un factor de comportamiento sísmico Q=4, ( $\psi_c=0.02$ )

Tabla 5.4.2.1.- Parámetros de los modelos utilizados para los ejemplos de aplicación, con un Q=4 ( $\psi_c=0.02$ )

Parámetros							Intensidad Normalizada
$r_x$	$r_y$	$k_{x1}/k_{x2}$	$k_{y1}/k_{y2}$	$\omega_y/\omega_x$	a/b	r	
0.5	0.5	0.5	0.5	0.7	1	1.5	2.3487
0.5	0.5	0.5	0.5	0.7	2	1.5	2.1019
0.5	0.5	0.5	0.5	1	1	1.5	2.5327
0.5	0.5	0.5	0.5	1	2	1.5	2.2522
0.5	0.5	0.5	0.5	1.5	1	1.5	2.8427
0.5	0.5	0.5	0.5	1.5	2	1.5	2.3605
0.5	0.5	0.5	1	0.7	1	1.5	1.7914
0.5	0.5	0.5	1	0.7	2	1.5	2.9782
0.5	0.5	0.5	1	1	1	1.5	2.5191
0.5	0.5	0.5	1	1	2	1.5	2.8910

Tabla 5.4.2.2.- Ejemplos de aplicación de estructuras. Cálculo del índice de confiabilidad  $\beta$  y probabilidad de falla  $p(\beta)$ , para el caso en que se toma la dirección "x" como eje de referencia.  
 $k'/k=0.02$

$\bar{U}$	$\bar{Z}_0(I_{SN})$	$\sigma_{Z_0}^2(I_{SN})$	$Z = \bar{U} + \bar{Z}_0(I_{SN})$	$\beta_0$	$\gamma$	$\beta$	$Z(\beta)$	$t$	$P(\beta)$
-1.0944	2.6603	0.6154	1.5659	3.3913	0.8112	1.6192	0.1075	0.7272	0.0527
-1.2231	2.9111	0.6028	1.6880	3.7495	0.8083	1.7573	0.0852	0.7107	0.0394
-0.8518	2.4899	0.6247	1.6381	3.1501	0.8133	1.6855	0.0964	0.7192	0.0459
-0.9822	2.7550	0.6104	1.7729	3.5262	0.8101	1.8381	0.0737	0.7014	0.0330
-0.4501	2.2289	0.6405	1.7788	2.7851	0.8167	1.8152	0.0768	0.7040	0.0347
-0.5986	2.6489	0.6160	2.0503	3.3751	0.8113	2.1195	0.0422	0.6707	0.0170
-0.9486	3.2722	0.5870	2.3236	4.2710	0.8046	2.4401	0.0203	0.6389	0.0073
-0.9135	2.1237	0.6474	1.2102	2.6394	0.8181	1.2305	0.1871	0.7782	0.1093
-0.6358	2.5020	0.6240	1.8662	3.1672	0.8131	1.9209	0.0631	0.6921	0.0274
-0.6987	2.1909	0.6430	1.4921	2.7322	0.8172	1.5207	0.1255	0.7395	0.0642

Tabla 5.4.2.3.- Ejemplos de aplicación de estructuras. Cálculo del índice de confiabilidad  $\beta$  y probabilidad de falla  $p(\beta)$ , para el caso en que se toma la dirección "y" como eje de referencia.  
 $k'/k=0.02$

$\bar{U}$	$\bar{Z}_0(I_{SN})$	$\sigma_{Z_0}^2(I_{SN})$	$Z = \bar{U} + \bar{Z}_0(I_{SN})$	$\beta_0$	$\gamma$	$\beta$	$Z(\beta)$	$t$	$P(\beta)$
-0.7087	2.3247	0.5889	1.6160	3.0293	0.7994	1.6834	0.0967	0.7195	0.0462
-0.8831	2.5592	0.5889	1.6761	3.3349	0.7994	1.7460	0.0869	0.7120	0.0404
-0.4869	2.1653	0.5889	1.6784	2.8216	0.7994	1.7484	0.0865	0.7117	0.0402
-0.6656	2.4133	0.5889	1.7477	3.1448	0.7994	1.8206	0.0761	0.7034	0.0343
-0.1241	1.9213	0.5889	1.7973	2.5037	0.7994	1.8722	0.0691	0.6975	0.0306
-0.3488	2.3140	0.5889	1.9653	3.0154	0.7994	2.0472	0.0491	0.6783	0.0203
-0.7076	2.8969	0.5889	2.1893	3.7750	0.7994	2.2806	0.0296	0.6543	0.0113
-0.4663	1.8229	0.5889	1.3567	2.3755	0.7994	1.4132	0.1470	0.7534	0.0788
-0.3076	2.1766	0.5889	1.8690	2.8364	0.7994	1.9470	0.0599	0.6892	0.0258
-0.3150	1.8857	0.5889	1.5707	2.4573	0.7994	1.6361	0.1046	0.7252	0.0509

Tabla 5.4.2.4.- Ejemplos de aplicación de estructuras. Cálculo del índice de confiabilidad  $\beta$  y probabilidad de falla  $p(\beta)$ , para el caso en que se toma la dirección "x" como eje de referencia.  $k'/k=0.15$

$\bar{U}$	$\bar{Z}_0(I_{SN})$	$\sigma_{Z_0}^2(I_{SN})$	$Z = \bar{U} + \bar{Z}_0(I_{SN})$	$\beta_0$	$\gamma$	$\beta$	$Z(\beta)$	$t$	$P(\beta)$
-1.1071	2.9906	0.2153	1.8835	6.4451	0.7443	3.0214	0.0042	0.5883	0.0013
-1.1512	3.1820	0.1949	2.0307	7.2072	0.7276	3.3466	0.0015	0.5633	0.0004
-0.8030	2.8605	0.2305	2.0575	5.9580	0.7555	3.2378	0.0021	0.5714	0.0006
-0.8475	3.0629	0.2073	2.2154	6.7266	0.7380	3.5909	0.0006	0.5459	0.0002
-0.2967	2.6614	0.2561	2.3647	5.2589	0.7723	3.6086	0.0006	0.5447	0.0002
-0.3445	2.9819	0.2163	2.6374	6.4118	0.7451	4.2255	0.0001	0.5054	0.0000
-0.9430	3.4576	0.1693	2.5146	8.4039	0.7029	4.2963	0.0000	0.5012	0.0000
-0.9569	2.5810	0.2673	1.6241	4.9922	0.7789	2.4468	0.0200	0.6383	0.0072
-0.6259	2.8697	0.2294	2.2438	5.9918	0.7547	3.5359	0.0008	0.5497	0.0002
-0.6579	2.6323	0.2601	1.9743	5.1614	0.7747	2.9990	0.0044	0.5901	0.0014

Tabla 5.4.2.5.- Ejemplos de aplicación de estructuras. Cálculo del índice de confiabilidad  $\beta$  y probabilidad de falla  $p(\beta)$ , para el caso en que se toma la dirección "y" como eje de referencia.  $k'/k=0.15$

$\bar{U}$	$\bar{Z}_0(I_{SN})$	$\sigma_{Z_0}^2(I_{SN})$	$Z = \bar{U} + \bar{Z}_0(I_{SN})$	$\beta_0$	$\gamma$	$\beta$	$Z(\beta)$	$t$	$P(\beta)$
-0.7926	2.7341	0.2599	1.9415	5.3631	0.7741	2.9482	0.0052	0.5942	0.0016
-0.9105	2.9242	0.2535	2.0137	5.8079	0.7703	3.0806	0.0035	0.5836	0.0010
-0.4872	2.6050	0.2647	2.1178	5.0635	0.7770	3.1983	0.0024	0.5744	0.0007
-0.6081	2.8059	0.2574	2.1979	5.5307	0.7726	3.3472	0.0015	0.5633	0.0004
0.0171	2.4073	0.2727	2.4243	4.6097	0.7815	3.6282	0.0006	0.5433	0.0001
-0.1354	2.7255	0.2602	2.5901	5.3431	0.7743	3.9318	0.0002	0.5234	0.0000
-0.7652	3.1979	0.2454	2.4327	6.4548	0.7652	3.7572	0.0003	0.5347	0.0001
-0.5975	2.3275	0.2762	1.7301	4.4286	0.7835	2.5790	0.0143	0.6260	0.0050
-0.3373	2.6142	0.2643	2.2768	5.0847	0.7767	3.4399	0.0011	0.5565	0.0003
-0.3406	2.3784	0.2740	2.0379	4.5440	0.7822	3.0455	0.0039	0.5863	0.0012

### 5.5 Comparación de resultados de índice de confiabilidad y probabilidad de falla entre sistemas asimétricos y simétricos

La finalidad de las gráficas mostradas en este apartado es hacer una comparación directa del índice de confiabilidad  $\beta$  y probabilidad de falla  $p(\beta)$ , de ciertos sistemas asimétricos particulares seleccionados previamente; la comparación que se realiza permite visualizar la diferencia o similitud que se presenta entre los resultados aplicando las funciones de ajuste que resultaron de considerar en el análisis de respuesta dinámica de todo el conjunto de sistemas, considerando su sistema simétrico de referencia correspondiente, y aplicando las funciones de ajuste resultantes del análisis de respuesta dinámica aplicado a un sistema asimétrico particular, al mismo tiempo se hace la comparación con los valores que se obtienen en el sistema simétrico correspondiente. Las comparaciones realizadas se hacen considerando ambos ejes de referencia “x” y “y” relación de rigidez inicial a la rigidez de fluencia  $k'/k=0.02$  y  $0.15$  y solamente un factor de comportamiento sísmico  $Q=4$ . A continuación se muestran dichas gráficas de comparación.

La primera gráfica corresponde al sistema simétrico, la segunda al sistema asimétrico particular y la tercera al sistema asimétrico aplicando las funciones de ajuste de considerar todo el conjunto de sistemas incluyendo la función  $\bar{U}$ , que define sus propiedades mecánicas.

#### 5.5.1 Comparación considerando el eje “x” como referencia, $k'/k=0.02$ , $Q=4$ .

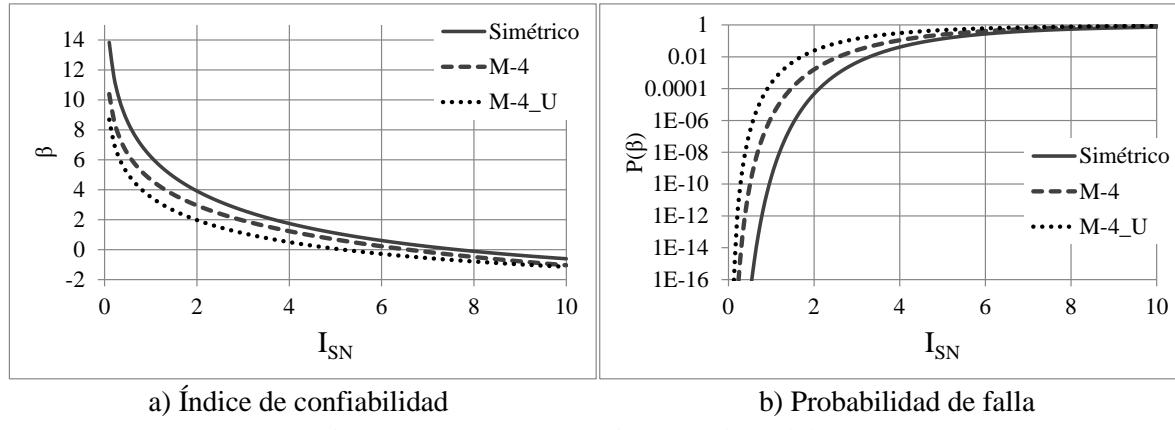
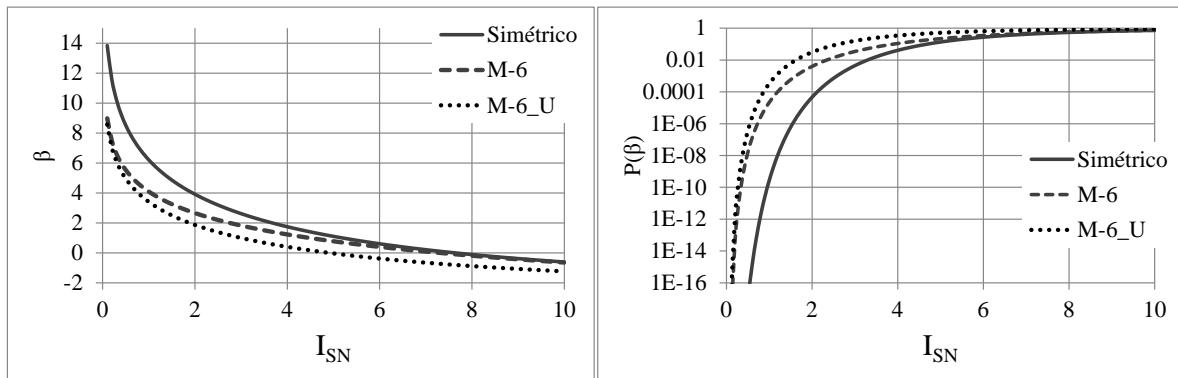


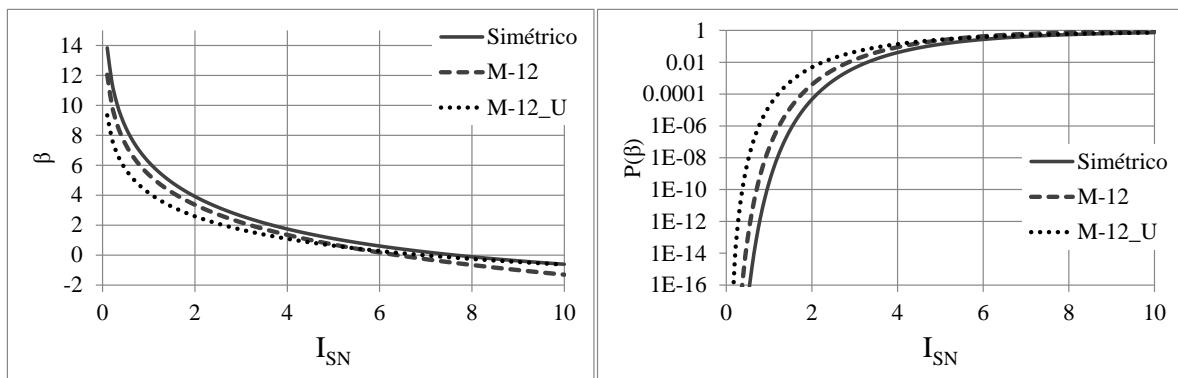
Figura 5.5.1.1. Comparación con el Modelo 004



a) Índice de confiabilidad

b) Probabilidad de falla

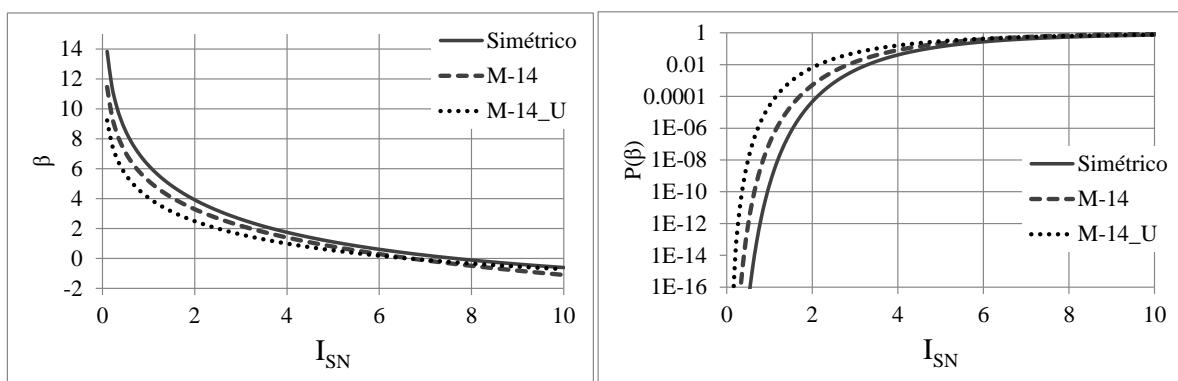
Figura 5.5.1.2. Comparación con el Modelo 006



a) Índice de confiabilidad

b) Probabilidad de falla

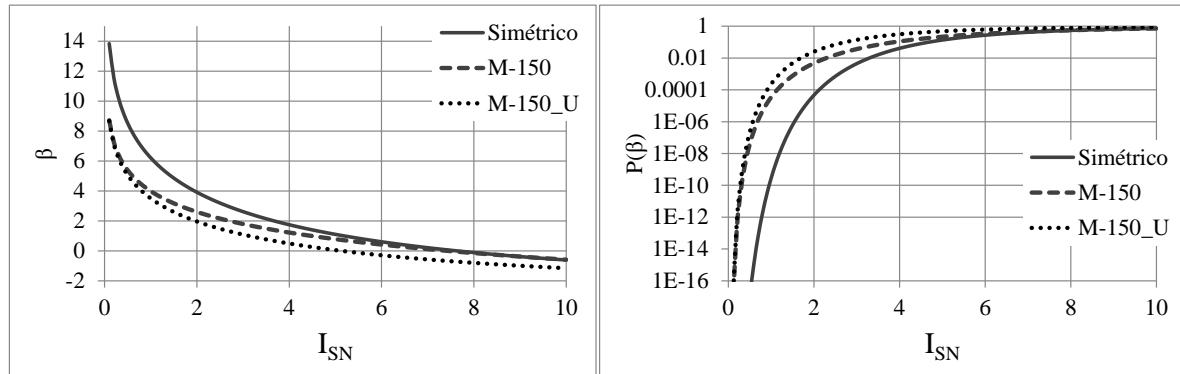
Figura 5.5.1.3. Comparación con el Modelo 012



a) Índice de confiabilidad

b) Probabilidad de falla

Figura 5.5.1.4. Comparación con el Modelo 014



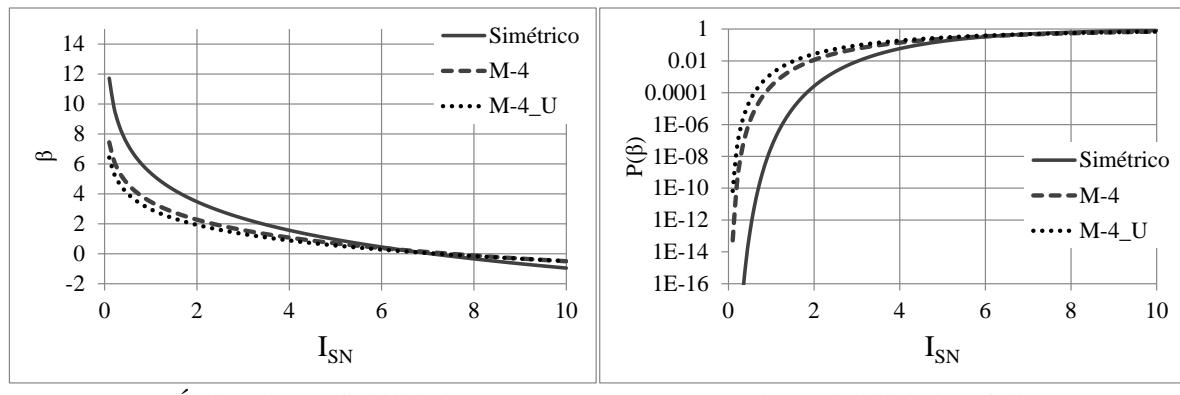
a) Índice de confiabilidad

b) Probabilidad de falla

Figura 5.5.1.5. Comparación con el Modelo 150

En las gráficas 5.5.1.1a, b - 5.5.1.5a, b podemos observar un comportamiento similar para los cinco modelos asimétricos estudiados; en ellas se aprecia que la influencia de la excentricidad se manifiesta en los valores menores del índice de confiabilidad y mayores de la probabilidad de falla en los sistemas asimétricos en comparación con los valores observados para el sistema simétrico correspondiente. Entre los mismos sistemas asimétricos se observa claramente que aplicando las funciones de ajuste global se obtienen valores menores de la confiabilidad que aplicando las funciones de ajuste exclusivamente al mismo sistema asimétrico particular.

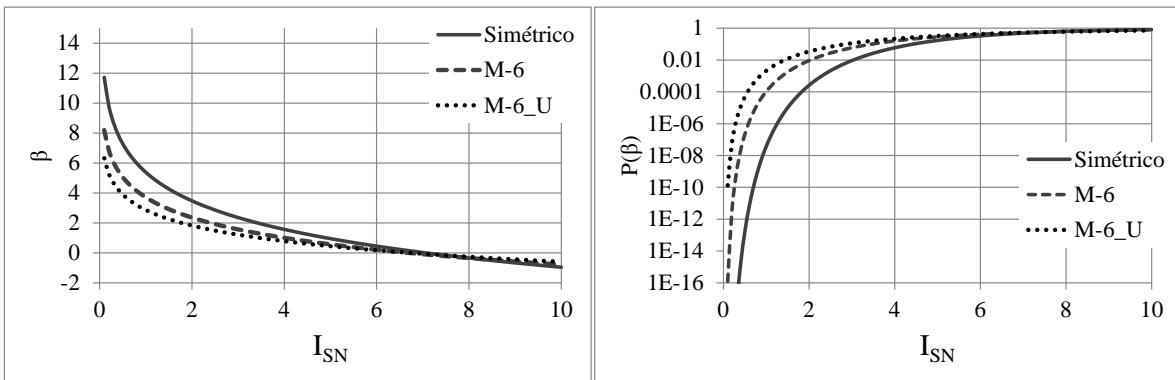
### 5.5.2 Comparación considerando el eje “y” como referencia, $k'/k=0.02$ , $Q=4$ .



a) Índice de confiabilidad

b) Probabilidad de falla

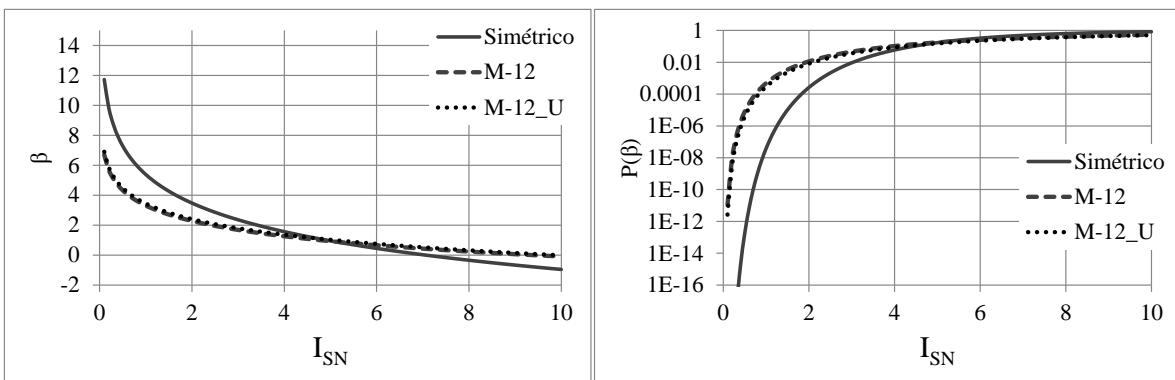
Figura 5.5.2.1. Comparación con el Modelo 004



a) Índice de confiabilidad

b) Probabilidad de falla

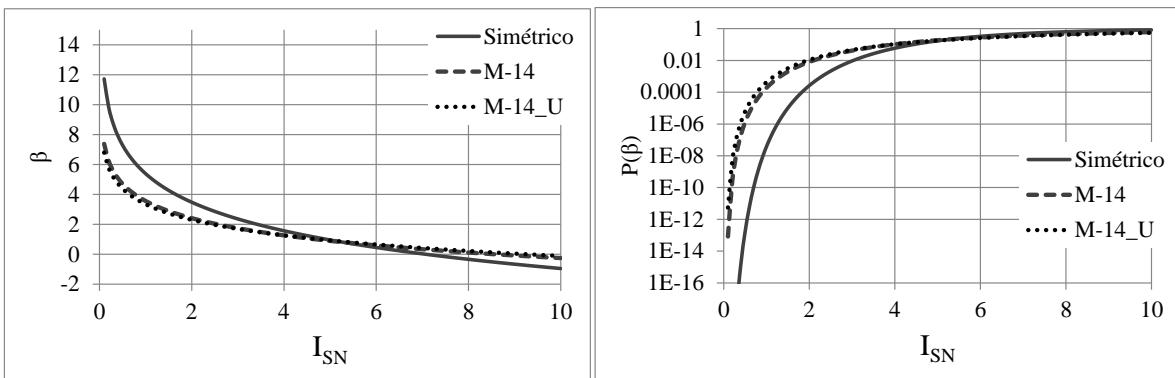
Figura 5.5.2.2. Comparación con el Modelo 006



a) Índice de confiabilidad

b) Probabilidad de falla

Figura 5.5.2.3. Comparación con el Modelo 012



a) Índice de confiabilidad

b) Probabilidad de falla

Figura 5.5.2.4. Comparación con el Modelo 014

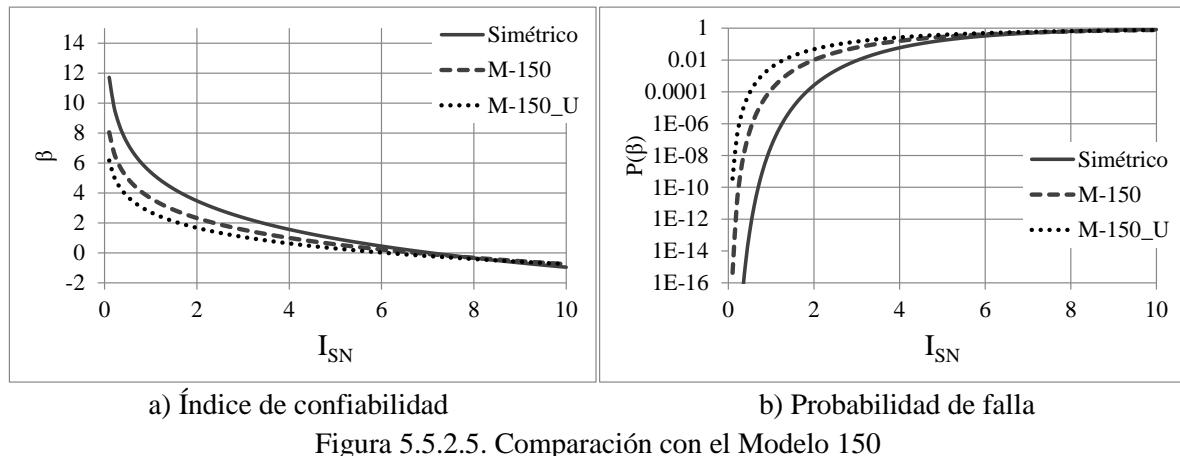


Figura 5.5.2.5. Comparación con el Modelo 150

En las gráficas 5.5.2.1a,b - 5.5.2.5a,b al comparar los índices de confiabilidad y los índices de falla, entre los sistemas asimétricos se observa una misma tendencia de los resultados por lo cual se llega a la conclusión de que al emplear un procedimiento considerando todo un conjunto de sistemas asimétricos con distintas propiedades mecánicas y dinámicas y un procedimiento exclusivamente para cada uno de los sistemas asimétricos se obtuvieron resultados semejantes.

Haciendo la comparación entre los resultados de los sistemas asimétricos con el sistema simétrico se observa que una gran parte de los índices de confiabilidad y de la probabilidad de falla son menores y mayores respectivamente, que la del sistema simétrico, por lo que se concluye que la excentricidad torsional en los sistemas asimétricos tiene influencia; sin embargo, también se observan algunos casos en que las curvas correspondientes a los sistemas asimétricos se cruzan con los resultados del sistema simétrico. Esto puede deberse a errores en los ajustes de las curvas debidos a los tamaños reducidos de las muestras estadísticas empleadas.

### 5.5.3 Comparación considerando el eje “x” como referencia, $k'/k=0.15$ , $Q=4$ .

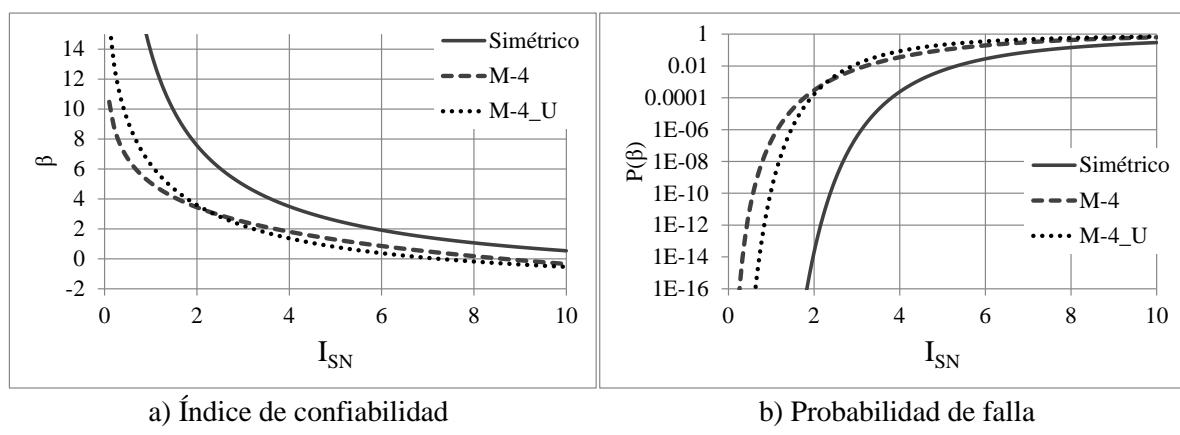
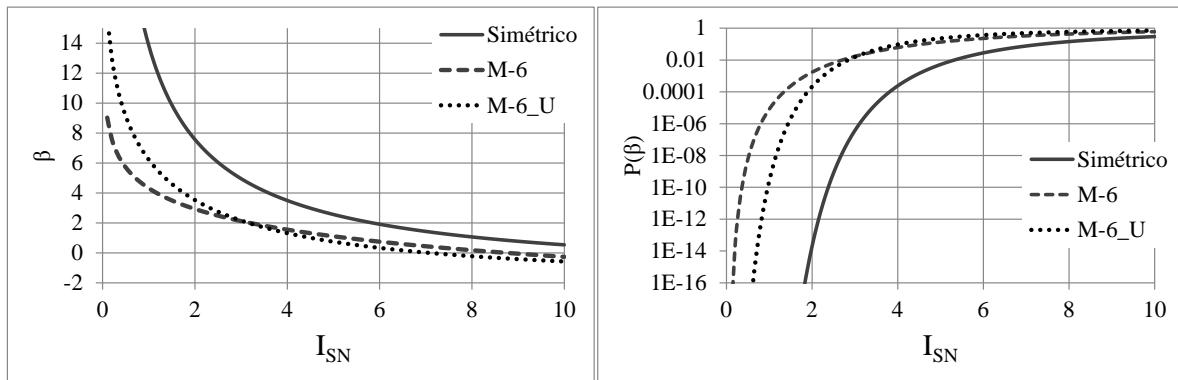


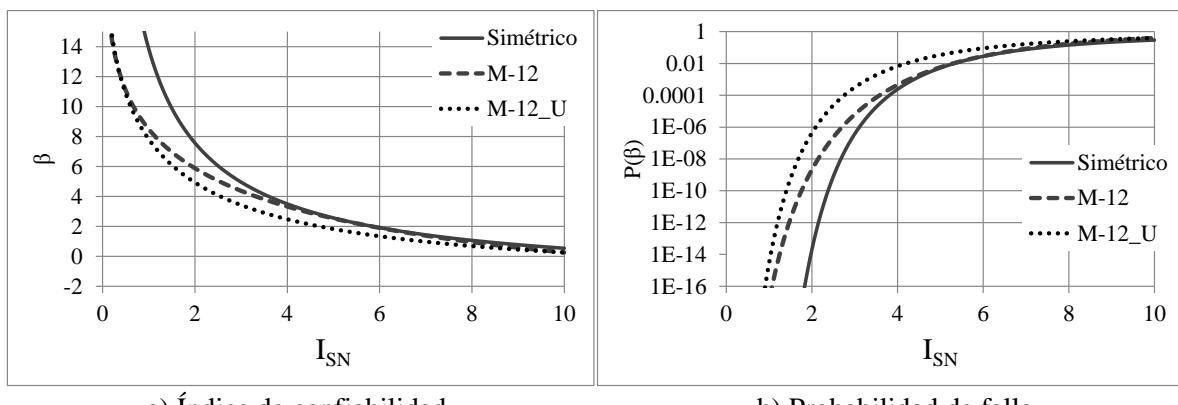
Figura 5.5.3.1. Comparación con el Modelo 004



a) Índice de confiabilidad

b) Probabilidad de falla

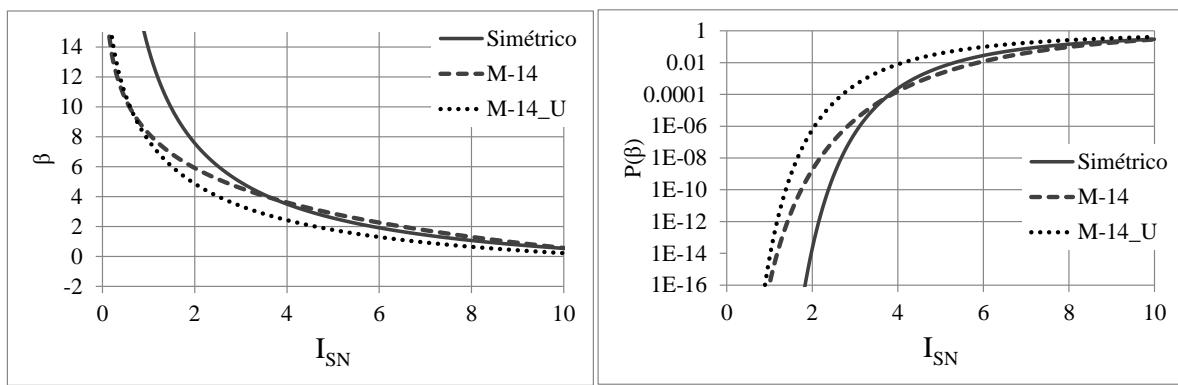
Figura 5.5.3.2. Comparación con el Modelo 006



a) Índice de confiabilidad

b) Probabilidad de falla

Figura 5.5.3.3. Comparación con el Modelo 012



a) Índice de confiabilidad

b) Probabilidad de falla

Figura 5.5.3.4. Comparación con el Modelo 014

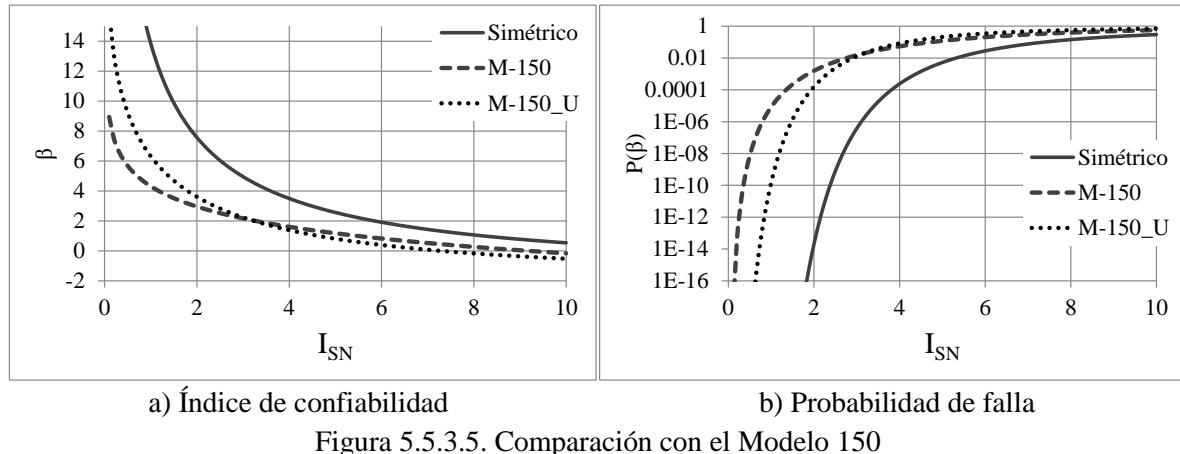


Figura 5.5.3.5. Comparación con el Modelo 150

En las gráficas 5.5.3.1a,b, 5.5.3.2a,b y 5.5.3.5a,b la tendencia de los resultados es similar, observándose un comportamiento esperado semejante a lo comentado en las gráficas 5.5.1.1a,b - 5.5.1.5a,b y en las gráficas 5.5.3.3a,b y 5.5.3.4a,b se observa que los valores de índices de confiabilidad y probabilidad de falla correspondientes al sistema asimétrico analizado particularmente interceptan con los valores correspondientes al sistema simétrico, mientras que en el sistema asimétrico analizado en el conjunto de todos los asimétricos tiene una tendencia totalmente por debajo de los valores del simétrico, tal y como es de esperarse , debido a la influencia de la excentricidad.

#### 5.5.4 Comparación considerando el eje “y” como referencia, $k'/k=0.15$ , $Q=4$ .

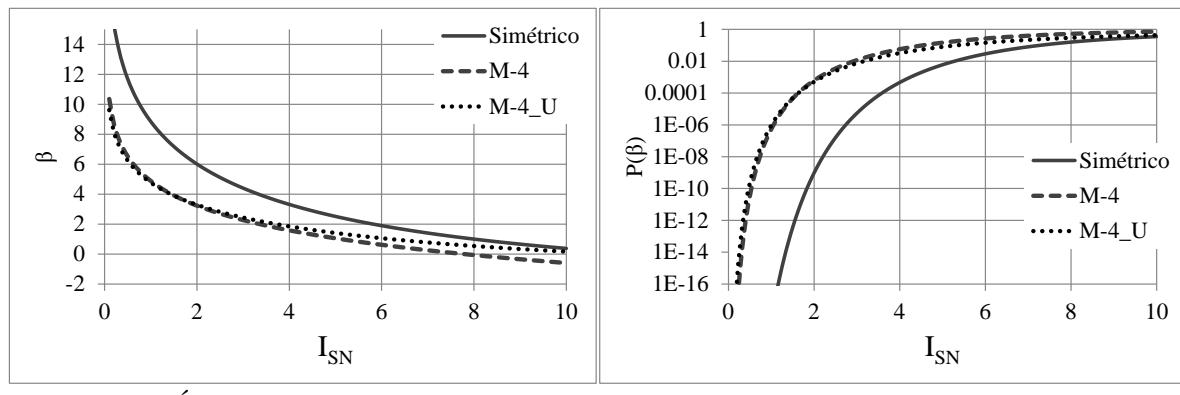


Figura 5.5.4.1. Comparación con el Modelo 004

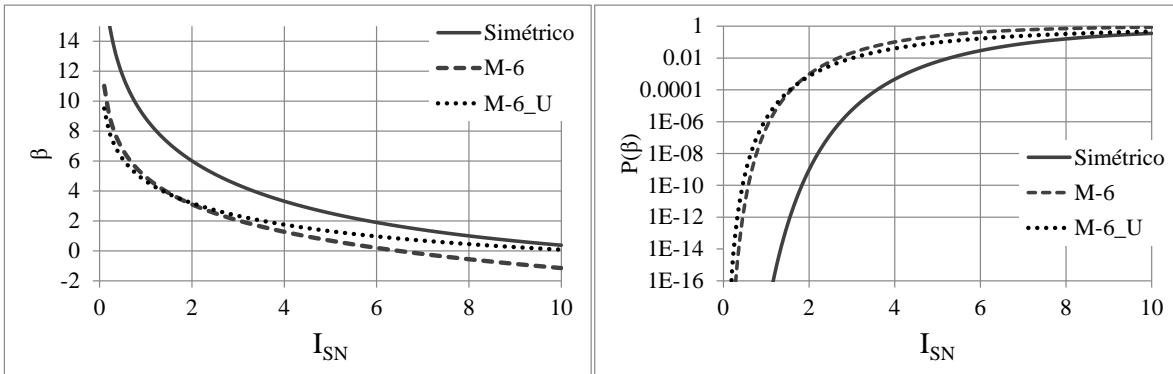


Figura 5.5.4.2. Comparación con el Modelo 006

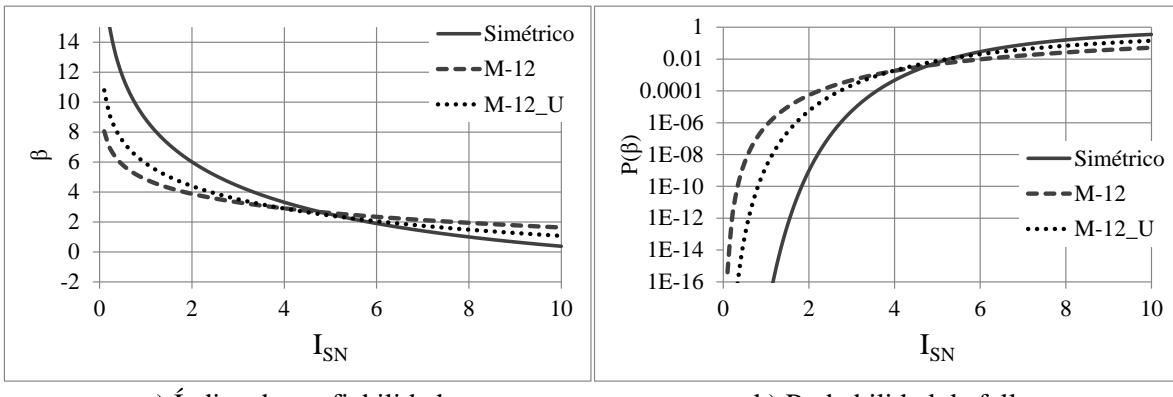


Figura 5.5.4.3. Comparación con el Modelo 012

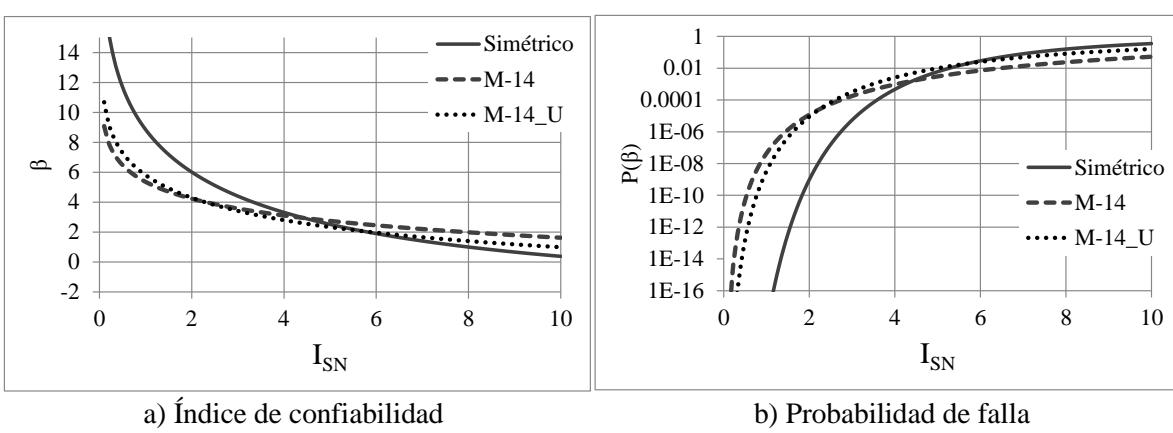


Figura 5.5.4.4. Comparación con el Modelo 014

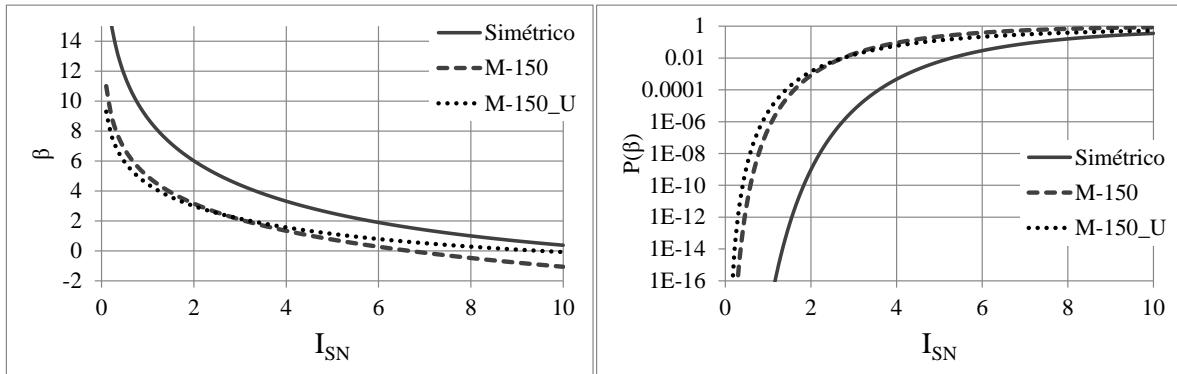


Figura 5.5.4.5. Comparación con el Modelo 150

En estas últimas comparaciones se observa algo muy similar a las gráficas del subcapítulo 5.5.3 (Comparación considerando el eje “x” como referencia,  $k'/k=0.15$ ,  $Q=4$ ).

Se logra apreciar que las curvas correspondientes a los sistemas asimétricos se cruzan con las de los simétricos. Incluso hay intervalos de intensidades en donde se mira claramente que coinciden en valores de índices de confiabilidad y probabilidad de falla; a pesar de ello su comportamiento concuerda con el esperado, con excepción de los modelos Modelo012 y Modelo014, en los cuales tendría que analizar de forma más detallada la razón del cruce con los resultados del sistema simétrico.

# CAPÍTULO 6. Conclusiones y recomendaciones

## 6.1 Conclusiones

Se determinaron funciones de vulnerabilidad, expresadas en términos de la intensidad normalizada, para edificios asimétricos en planta, empleando modelos simplificados de un solo nivel. Para ello, se aplicaron dos criterios alternativos: el primero se basó en estudios sobre respuesta sísmica de cada sistema considerado; el segundo se realizó en forma paramétrica, empleando los resultados de análisis de respuesta de varios sistemas, considerados miembros de una misma familia. Se compararon los valores de los índices de confiabilidad, que se estiman de acuerdo con cada uno de estos criterios. Los índices de confiabilidad que se obtienen aplicando los ajustes de las funciones que se determinaron considerando todo el conjunto en una sola muestra son menores que los que se obtienen aplicando las funciones ajustadas para cada caso particular. Esto era de esperarse, puesto que los niveles de incertidumbre implícitos en el estudio paramétrico son mayores que los asociados al análisis específico de cada caso particular.

De los diferentes casos analizados, las funciones ajustadas que muestran menos diferencias corresponden a los que se basan en las respuestas en la dirección del eje x, para una relación  $k'/k$  (rigidez lateral post-fluencia entre rigidez tangente inicial) igual a 0.02.

En los resultados mostrados en las gráficas de la sección 5.5 se aprecian distintos tipos de comportamiento, por lo que se refiere a la influencia de la excentricidad torsional en las funciones de confiabilidad o de probabilidad de falla. En lo que sigue, se agrupan las gráficas que tienen un comportamiento similar; con ello se trata de facilitar la interpretación de los resultados desde el punto de vista de la influencia de la respuesta torsional en los niveles de confiabilidad de edificios diseñados con los criterios convencionales vigentes.

### Comportamiento tipo 1

Los resultados obtenidos para índice de confiabilidad y probabilidad de falla son menores y mayores, respectivamente, para los sistemas asimétricos aplicando las funciones de ajuste global. Para ambos tipos de análisis, los resultados muestran la influencia de la excentricidad en los niveles de confiabilidad obtenidos en comparación con los que se presentan para los sistemas simétricos correspondientes. Este comportamiento se aprecia en las gráficas 5.5.1.1a,b - 5.5.1.5a,b.

### Comportamiento tipo 2

Las gráficas que representan los resultados de índice de confiabilidad y probabilidad de falla, se cruzan con los resultados que se muestran en las gráficas de los sistemas simétricos correspondientes; esto sucede a valores elevados de la intensidad. Como en los demás casos, los niveles de confiabilidad correspondientes a sistemas asimétricos determinados mediante funciones ajustadas en forma paramétrica son menores que los obtenidos considerando las propiedades mecánicas de cada sistema específico. Esto se muestra en las gráficas 5.5.2.1a, b- 5.5.2.5a, b.

### Comportamiento tipo 3

Los resultados de sistemas asimétricos y asimétricos particulares son similares entre sí, apreciándose la influencia que tiene la excentricidad torsional en dichos sistemas.

## 6.2 Recomendaciones

### Algunas funciones de ajuste recomendadas

En sí, para fines prácticos se podrían recomendar cualquiera de las funciones obtenidas, o bien aplicar cada función y elegir los valores más conservadores, respetando el eje de referencia de cada función.

Solo se recomiendan las funciones obtenidas para estructuras que estén en un rango de rigidez inicial a rigidez post-fluencia de  $0.02 \leq k'/k \leq 0.15$ , mismos resultados obtenidos que serán interpolados.

Las funciones de ajuste que presentan un comportamiento más regular son las que se describen como Comportamiento tipo 1, mismas que son las que se recomendarían para fines prácticos, las cuales se presentan a continuación:

Q=2

- Funciones de ajuste correspondientes al sistema simétrico de referencia  $k'/k=0.02$ , eje X como referencia.

$$\bar{Z}_0(I_{SN}) = \ln\psi_c + 7.167 - 2.259\ln(I_{SN}) + (3.998E - 17)I_{SN}^{-7.516}$$

$$\sigma_{Z_0}^2(I_{SN}) = 0.496 + 0.092I_{SN}$$

- Funciones de ajuste correspondientes al sistema simétrico de referencia  $k'/k=0.15$ , eje X como referencia.

$$\bar{Z}_0(I_{SN}) = \ln\psi_c + 7.356 - 1.724\ln(I_{SN}) + (2.341E - 17)I_{SN}^{-7.620}$$

$$\sigma_{Z_0}^2(I_{SN}) = 0.021 + 0.149I_{SN}$$

Q=4

- Funciones de ajuste correspondientes al sistema simétrico de referencia  $k'/k=0.02$ , eje X como referencia.

$$\bar{Z}_0(I_{SN}) = \ln\psi_c + 8.502 - 2.259\ln(I_{SN}) + (3.390E - 15)I_{SN}^{-7.516}$$

$$\sigma_{Z_0}^2(I_{SN}) = 0.496 + 0.051I_{SN}$$

- Funciones de ajuste correspondientes al sistema simétrico de referencia  $k'/k=0.15$ , eje X como referencia.

$$\bar{Z}_0(I_{SN}) = \ln\psi_c + 8.375 - 1.724\ln(I_{SN}) + (2.110E - 15)I_{SN}^{-7.620}$$

$$\sigma_{Z_0}^2 (I_{SN}) = 0.021 + 0.0826$$

- Funciones de ajuste para sistemas asimétricos  $k'/k=0.02$ , eje X como referencia,  $Q=2,4$

$$\bar{U} = -1.7251 + 0.1168r_x + 0.0640r_y + 0.2479 \frac{k_{x1}}{k_{x2}} + 0.4348 \frac{k_{y1}}{k_{y2}} + 0.7422 \frac{\omega_y}{\omega_x} \\ - 0.0993 \frac{a}{b} - 0.2980r + 0.2645 \ln(I_{SN})$$

$$\sigma_U = 0.5655$$

- Funciones de ajuste para sistemas asimétricos  $k'/k=0.15$ , eje X como referencia,  $Q=2,4$

$$\bar{U} = -1.8654 + 0.0196r_x + 0.0806r_y + 0.2101 \frac{k_{x1}}{k_{x2}} + 0.3546 \frac{k_{y1}}{k_{y2}} + 1.0014 \frac{\omega_y}{\omega_x} \\ - 0.0387 \frac{a}{b} - 0.1853r + 0.0488 \ln(I_{SN})$$

$$\sigma_U = 0.4163$$

Para estimar el índice de confiabilidad de estructuras asimétricas en planta se podrá aplicar las funciones 5.1.2.8 – 5.1.2.10 y la probabilidad de falla se evaluará de acuerdo con lo descrito en la sección 5.3.

En próximos trabajos de investigación relacionados con este tema, en los cuales se apliquen los mismos criterios, es conveniente emplear más factores de comportamiento sísmico, ya que en este solamente se tomaron en cuenta  $Q=2,4$ . Es posible tratar a  $Q$  como un parámetro más, de tal manera de obtener funciones en términos del factor de comportamiento sísmico, pero debemos tener presente que al tener funciones más generales obtendremos resultados con mayores márgenes de incertidumbre.

Para próximos estudios, se recomienda realizar un análisis similar y considerar la relación de rigidez inicial a la rigidez final  $k'/k$  como un parámetro adicional en la función  $\bar{U}$

Es conveniente trabajar con sistemas detallados; para ello será necesario reducir la muestra que se deberá analizar, debido al trabajo que se generaría. Al trabajar con sistemas detallados los resultados de los análisis serán más aproximados a los de un análisis de una estructura real ya que en el análisis de respuesta dinámica de una estructura detallada se hacen menos simplificaciones.





























Apéndice A1

---

MODELOS	RIGIDECES DE LOS ELEMENTOS(Ton/m)						RESISTENCIAS DE LOS ELEMENTOS (ton)					
	k <sub>x0</sub>	k <sub>x1</sub>	k <sub>x2</sub>	k <sub>y0</sub>	k <sub>y1</sub>	k <sub>y2</sub>	V <sub>yx0</sub>	V <sub>yx1</sub>	V <sub>yx2</sub>	V <sub>yy0</sub>	V <sub>yy1</sub>	V <sub>yy2</sub>
Modelo153	0	10483.8	20967.5	0	10483.8	20967.5	0.00	129.98	389.93	0.00	129.98	389.93
Modelo154	0	10483.8	20967.5	0	10483.8	20967.5	0.00	72.00	215.99	0.00	72.00	215.99
Modelo155	0	10483.8	20967.5	0	23588.5	47176.9	0.00	129.98	389.93	0.00	116.31	348.94
Modelo156	0	10483.8	20967.5	0	23588.5	47176.9	0.00	72.00	215.99	0.00	71.79	215.38
Modelo157	0	10483.8	20967.5	0	23588.5	47176.9	0.00	129.98	389.93	0.00	116.31	348.94
Modelo158	0	10483.8	20967.5	0	23588.5	47176.9	0.00	72.00	215.99	0.00	71.79	215.38
Modelo159	0	10483.8	20967.5	0	7705.57	7705.57	0.00	129.98	389.93	0.00	228.72	343.08
Modelo160	0	10483.8	20967.5	0	7705.57	7705.57	0.00	72.00	215.99	0.00	115.45	173.17
Modelo161	0	10483.8	20967.5	0	7705.57	7705.57	0.00	129.98	389.93	0.00	228.72	343.08
Modelo162	0	10483.8	20967.5	0	7705.57	7705.57	0.00	72.00	215.99	0.00	115.45	173.17
Modelo163	0	10483.8	20967.5	0	15725.6	15725.6	0.00	129.98	389.93	0.00	207.96	311.95
Modelo164	0	10483.8	20967.5	0	15725.6	15725.6	0.00	72.00	215.99	0.00	115.19	172.79
Modelo165	0	10483.8	20967.5	0	15725.6	15725.6	0.00	129.98	389.93	0.00	207.96	311.95
Modelo166	0	10483.8	20967.5	0	15725.6	15725.6	0.00	72.00	215.99	0.00	115.19	172.79
Modelo167	0	10483.8	20967.5	0	35382.7	35382.7	0.00	129.98	389.93	0.00	186.10	279.15
Modelo168	0	10483.8	20967.5	0	35382.7	35382.7	0.00	72.00	215.99	0.00	114.87	172.30
Modelo169	0	10483.8	20967.5	0	35382.7	35382.7	0.00	129.98	389.93	0.00	186.10	279.15
Modelo170	0	10483.8	20967.5	0	35382.7	35382.7	0.00	72.00	215.99	0.00	114.87	172.30
Modelo171	0	15725.6	15725.6	0	5137.04	10274.1	0.00	207.96	311.95	0.00	142.95	428.84
Modelo172	0	15725.6	15725.6	0	5137.04	10274.1	0.00	115.19	172.79	0.00	72.15	216.46
Modelo173	0	15725.6	15725.6	0	5137.04	10274.1	0.00	207.96	311.95	0.00	142.95	428.84
Modelo174	0	15725.6	15725.6	0	5137.04	10274.1	0.00	115.19	172.79	0.00	72.15	216.46
Modelo175	0	15725.6	15725.6	0	10483.8	20967.5	0.00	207.96	311.95	0.00	129.98	389.93
Modelo176	0	15725.6	15725.6	0	10483.8	20967.5	0.00	115.19	172.79	0.00	72.00	215.99
Modelo177	0	15725.6	15725.6	0	10483.8	20967.5	0.00	207.96	311.95	0.00	129.98	389.93
Modelo178	0	15725.6	15725.6	0	10483.8	20967.5	0.00	115.19	172.79	0.00	72.00	215.99
Modelo179	0	15725.6	15725.6	0	23588.5	47176.9	0.00	207.96	311.95	0.00	116.31	348.94
Modelo180	0	15725.6	15725.6	0	23588.5	47176.9	0.00	115.19	172.79	0.00	71.79	215.38
Modelo181	0	15725.6	15725.6	0	23588.5	47176.9	0.00	207.96	311.95	0.00	116.31	348.94
Modelo182	0	15725.6	15725.6	0	23588.5	47176.9	0.00	115.19	172.79	0.00	71.79	215.38
Modelo183	0	15725.6	15725.6	0	7705.57	7705.57	0.00	207.96	311.95	0.00	228.72	343.08
Modelo184	0	15725.6	15725.6	0	7705.57	7705.57	0.00	115.19	172.79	0.00	115.45	173.17
Modelo185	0	15725.6	15725.6	0	7705.57	7705.57	0.00	207.96	311.95	0.00	228.72	343.08
Modelo186	0	15725.6	15725.6	0	7705.57	7705.57	0.00	115.19	172.79	0.00	115.45	173.17
Modelo187	0	15725.6	15725.6	0	15725.6	15725.6	0.00	207.96	311.95	0.00	207.96	311.95
Modelo188	0	15725.6	15725.6	0	15725.6	15725.6	0.00	115.19	172.79	0.00	115.19	172.79
Modelo189	0	15725.6	15725.6	0	15725.6	15725.6	0.00	207.96	311.95	0.00	207.96	311.95
Modelo190	0	15725.6	15725.6	0	15725.6	15725.6	0.00	115.19	172.79	0.00	115.19	172.79







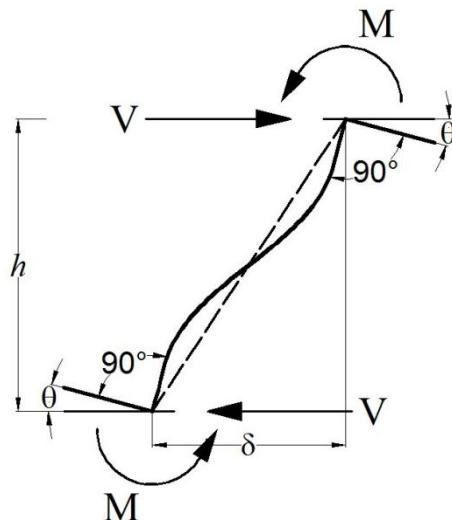


MODELOS	RIGIDECES DE LOS ELEMENTOS(Ton/m)						RESISTENCIAS DE LOS ELEMENTOS (ton)					
	k <sub>x0</sub>	k <sub>x1</sub>	k <sub>x2</sub>	k <sub>y0</sub>	k <sub>y1</sub>	k <sub>y2</sub>	V <sub>yx0</sub>	V <sub>yx1</sub>	V <sub>yx2</sub>	V <sub>yy0</sub>	V <sub>yy1</sub>	V <sub>yy2</sub>
Modelo343	0	10483.8	20967.5	0	10483.8	20967.5	0.00	222.82	297.09	0.00	222.82	297.09
Modelo344	0	10483.8	20967.5	0	10483.8	20967.5	0.00	123.42	164.56	0.00	123.42	164.56
Modelo345	0	10483.8	20967.5	0	10483.8	20967.5	0.00	222.82	297.09	0.00	222.82	297.09
Modelo346	0	10483.8	20967.5	0	10483.8	20967.5	0.00	123.42	164.56	0.00	123.42	164.56
Modelo347	0	10483.8	20967.5	0	23588.5	47176.9	0.00	222.82	297.09	0.00	199.39	265.86
Modelo348	0	10483.8	20967.5	0	23588.5	47176.9	0.00	123.42	164.56	0.00	123.07	164.10
Modelo349	0	10483.8	20967.5	0	23588.5	47176.9	0.00	222.82	297.09	0.00	199.39	265.86
Modelo350	0	10483.8	20967.5	0	23588.5	47176.9	0.00	123.42	164.56	0.00	123.07	164.10
Modelo351	0	10483.8	20967.5	0	7705.57	7705.57	0.00	222.82	297.09	0.00	343.08	228.72
Modelo352	0	10483.8	20967.5	0	7705.57	7705.57	0.00	123.42	164.56	0.00	173.17	115.45
Modelo353	0	10483.8	20967.5	0	7705.57	7705.57	0.00	222.82	297.09	0.00	343.08	228.72
Modelo354	0	10483.8	20967.5	0	7705.57	7705.57	0.00	123.42	164.56	0.00	173.17	115.45
Modelo355	0	10483.8	20967.5	0	15725.6	15725.6	0.00	222.82	297.09	0.00	311.95	207.96
Modelo356	0	10483.8	20967.5	0	15725.6	15725.6	0.00	123.42	164.56	0.00	172.79	115.19
Modelo357	0	10483.8	20967.5	0	15725.6	15725.6	0.00	222.82	297.09	0.00	311.95	207.96
Modelo358	0	10483.8	20967.5	0	15725.6	15725.6	0.00	123.42	164.56	0.00	172.79	115.19
Modelo359	0	10483.8	20967.5	0	35382.7	35382.7	0.00	222.82	297.09	0.00	279.15	186.10
Modelo360	0	10483.8	20967.5	0	35382.7	35382.7	0.00	123.42	164.56	0.00	172.30	114.87
Modelo361	0	10483.8	20967.5	0	35382.7	35382.7	0.00	222.82	297.09	0.00	279.15	186.10
Modelo362	0	10483.8	20967.5	0	35382.7	35382.7	0.00	123.42	164.56	0.00	172.30	114.87
Modelo363	0	15725.6	15725.6	0	5137.04	10274.1	0.00	311.95	207.96	0.00	245.05	326.74
Modelo364	0	15725.6	15725.6	0	5137.04	10274.1	0.00	172.79	115.19	0.00	123.69	164.92
Modelo365	0	15725.6	15725.6	0	5137.04	10274.1	0.00	311.95	207.96	0.00	245.05	326.74
Modelo366	0	15725.6	15725.6	0	5137.04	10274.1	0.00	172.79	115.19	0.00	123.69	164.92
Modelo367	0	15725.6	15725.6	0	10483.8	20967.5	0.00	311.95	207.96	0.00	222.82	297.09
Modelo368	0	15725.6	15725.6	0	10483.8	20967.5	0.00	172.79	115.19	0.00	123.42	164.56
Modelo369	0	15725.6	15725.6	0	10483.8	20967.5	0.00	311.95	207.96	0.00	222.82	297.09
Modelo370	0	15725.6	15725.6	0	10483.8	20967.5	0.00	172.79	115.19	0.00	123.42	164.56
Modelo371	0	15725.6	15725.6	0	23588.5	47176.9	0.00	311.95	207.96	0.00	199.39	265.86
Modelo372	0	15725.6	15725.6	0	23588.5	47176.9	0.00	172.79	115.19	0.00	123.07	164.10
Modelo373	0	15725.6	15725.6	0	23588.5	47176.9	0.00	311.95	207.96	0.00	199.39	265.86
Modelo374	0	15725.6	15725.6	0	23588.5	47176.9	0.00	172.79	115.19	0.00	123.07	164.10
Modelo375	0	15725.6	15725.6	0	7705.57	7705.57	0.00	311.95	207.96	0.00	343.08	228.72
Modelo376	0	15725.6	15725.6	0	7705.57	7705.57	0.00	172.79	115.19	0.00	173.17	115.45
Modelo377	0	15725.6	15725.6	0	7705.57	7705.57	0.00	311.95	207.96	0.00	343.08	228.72
Modelo378	0	15725.6	15725.6	0	7705.57	7705.57	0.00	172.79	115.19	0.00	173.17	115.45

MODELOS	RIGIDECES DE LOS ELEMENTOS(Ton/m)						RESISTENCIAS DE LOS ELEMENTOS (ton)					
	k <sub>x0</sub>	k <sub>x1</sub>	k <sub>x2</sub>	k <sub>y0</sub>	k <sub>y1</sub>	k <sub>y2</sub>	V <sub>vx0</sub>	V <sub>vx1</sub>	V <sub>vx2</sub>	V <sub>yy0</sub>	V <sub>yy1</sub>	V <sub>yy2</sub>
Modelo379	0	15725.6	15725.6	0	15725.6	15725.6	0.00	311.95	207.96	0.00	311.95	207.96
Modelo380	0	15725.6	15725.6	0	15725.6	15725.6	0.00	172.79	115.19	0.00	172.79	115.19
Modelo381	0	15725.6	15725.6	0	15725.6	15725.6	0.00	311.95	207.96	0.00	311.95	207.96
Modelo382	0	15725.6	15725.6	0	15725.6	15725.6	0.00	172.79	115.19	0.00	172.79	115.19
Modelo383	0	15725.6	15725.6	0	35382.7	35382.7	0.00	311.95	207.96	0.00	279.15	186.10
Modelo384	0	15725.6	15725.6	0	35382.7	35382.7	0.00	172.79	115.19	0.00	172.30	114.87
Modelo385	0	15725.6	15725.6	0	35382.7	35382.7	0.00	311.95	207.96	0.00	279.15	186.10
Modelo386	0	15725.6	15725.6	0	35382.7	35382.7	0.00	172.79	115.19	0.00	172.30	114.87

## APÉNDICE A2. Articulación plástica

Este apéndice presenta un procedimiento para estimar las propiedades mecánicas que deben suponerse para las articulaciones plásticas en los extremos de los elementos considerados en cada sistema simplificado.



Relación entre las rigideces en cortante ( $k, k'$ ) de una columna y las relaciones momento - rotación ( $M - \theta$ ) de las articulaciones plásticas en sus extremos.

Después de la fluencia,  $\delta$  consta de dos componentes:

- $\delta_e$  es el que resulta de las deformaciones elásticas en la columna.
- $\delta_\theta$  es el que resulta de los giros de los extremos =  $\theta \cdot h$

Es decir,

$$\delta = \theta \cdot h + \delta_e \quad (\text{A2.1})$$

- Relación fuerza-deformación antes de la fluencia ( $\theta = 0$ )

$$\delta = \delta_e = \frac{V}{k} \quad (\text{A2.2})$$

$k$ , es la rigidez de la columna

- Despues de la fluencia

$$\delta_e - \delta_y = \frac{2(M - M_y)}{k \cdot h} \quad (\text{A2.3})$$

$$\delta - \delta_y = \frac{2(M - M_y)}{k' \cdot h} \quad (\text{A2.4})$$

$$\theta = \frac{M - M_y}{K_\theta} \quad (\text{A2.5})$$

De las ecuaciones A2.1 a A2.5,

$$\frac{2(M - M_y)}{k'.h} = \frac{(M - M_y)h}{K_\theta} + \frac{2(M - M_y)}{k.h} \quad (\text{A2.6})$$

De la ecuación A2.6

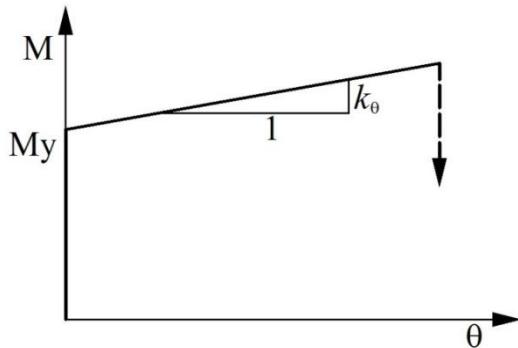
$$\frac{K_\theta}{k'.h} = \frac{h}{2} + \frac{K_\theta}{k.h} \quad (\text{A2.7})$$

$$k_\theta \left(1 - \frac{k'}{k}\right) = \frac{k'.h^2}{2} \quad (\text{A2.8})$$

Para obtener la rigidez angular de la articulación plástica se despeja  $k_\theta$  de la ecuación A2.8

$$k_\theta = \frac{k.h^2}{2\left(1 - \frac{k'}{k}\right)} \quad (\text{A2.9})$$

Ante carga monotónica la relación  $M-\theta$  será:



Considerando la flexibilidad de la articulación plástica de Giberson, (ver manual del programa Ruaumoko del Volumen 1 de Teoría, Capítulo 16)

$$F_s = \left(\frac{1-\rho}{\rho}\right) \frac{H}{EI} \quad (\text{A2.10})$$

$$F_s = \frac{1}{k_\theta} = \left(\frac{1-\rho}{\rho}\right) \frac{H}{EI} \quad (\text{A2.11})$$

De ecuación A2.11 tenemos que:

$$\frac{1}{k_\theta} = \left(\frac{1-\rho}{\rho}\right) \frac{H}{EI} \quad (\text{A2.12})$$

Para obtener la función para determinar la longitud de la articulación plástica se despeja H de la ecuación A2.12, entonces:

$$H = \frac{EI}{k_\theta \cdot \left(\frac{1-\rho}{\rho}\right)} \quad (\text{A2.13})$$

Nomenclatura:

$H$  = Longitud de la articulación plástica

$E$  = Módulo de elasticidad del material del elemento

$I$  = momento de inercia de la sección con respecto al eje en donde se presenta la articulación plástica

$h$  = Altura de la columna

$\rho$  = relación de rigidez inicial a la rigidez de fluencia  $k'/k$

$F_s$  = La flexibilidad del resorte Giberson

$\theta$  = Rotación en los extremos del elemento

$M$  = Momentos presentados en los extremos del elemento

$\delta$  = Desplazamiento de los extremos del elemento

$k_\theta$  = Rigidez angular de la articulación plástica

$k'$  = rigidez de fluencia del elemento

**APÉNDICE A3. Procedimiento para obtener las funciones de ajuste de la esperanza y la varianza del margen de seguridad en términos de intensidades normalizadas a partir de las funciones en términos de intensidades sin normalizar.**

A partir de la función de ajuste del margen de seguridad  $\bar{Z}(I_S)$  y la varianza  $\sigma_z^2(I_S)$  que se encuentran en términos de intensidades no normalizadas, podremos obtener las funciones de ajuste antes mencionadas en términos de intensidades normalizadas ( $I_{SN}$ ), de acuerdo con el procedimiento descrito a continuación:

Función de margen de seguridad  $\bar{Z}(I_S)$  en términos de intensidades sin normalizar:

$$\bar{Z}(I_S) = \ln\psi_c + A - B\ln(I_S) + C e^{(-C\ln(I_S))} \quad (\text{A3.1})$$

De la ecuación A3.1 tenemos que:  $e^{(-C\ln(I_S))} = I_S^{-C}$  entonces nos queda la misma función  $\bar{Z}(I_S)$  de la siguiente forma:

$$\bar{Z}(I_S) = \ln\psi_c + A - B\ln(I_S) + CI_S^{-C} \quad (\text{A3.2})$$

Expresar la función de ajuste  $\bar{Z}(I_S)$ , A3.2, en términos de intensidad normalizada  $\bar{Z}(I_{SN})$ .

$$I_{SN} = \frac{I_S}{I_C} \quad (\text{A3.3})$$

$$I_C = \frac{V_y}{W} \cdot g \quad (\text{A3.4})$$

$$I_S = I_C \cdot I_{SN} \quad (\text{A3.5})$$

Sustituyendo A3.5 en A3.2

$$\bar{Z}(I_S) = \ln\psi_c + A - B\ln(I_C \cdot I_{SN}) + C(I_C \cdot I_{SN})^{-C} \quad (\text{A3.6})$$

$$\bar{Z}(I_S) = \ln\psi_c + A - B\ln(I_C) - B\ln(I_{SN}) + C(I_C)^{-C} \cdot (I_{SN})^{-C} \quad (\text{A3.7})$$

De la expresión A3.7 obtenemos los parámetros de ajuste para  $\bar{Z}(I_{SN})$ :

$$\begin{aligned} a_1 &= A - B\ln(I_C) \\ a_2 &= B \\ a_3 &= C(I_C)^{-C} \\ a_4 &= C \end{aligned}$$

De acuerdo con lo anterior la función del margen de seguridad en términos de la intensidad normalizada queda de la siguiente forma:

$$\bar{Z}(I_{SN}) = \ln\psi_c + a_1 - a_2 \ln(I_{SN}) + a_3 I_{SN}^{-a_4} \quad (\text{A3.8})$$

Si el ajuste de la función  $\bar{Z}$  se inicia con la expresión A3.8 la cual se encuentra en términos de intensidades normalizadas y posteriormente se desea obtener la función en términos de intensidades sin normalizar, se tendría que hacer lo siguiente:

Sustituyendo (A3.3) en (A3.8) obtenemos que:

$$\bar{Z}(I_{SN}) = \ln\psi_c + a_1 - a_2 \ln\left(\frac{I_S}{I_C}\right) + a_3 \left(\frac{I_S}{I_C}\right)^{-a_4} \quad (\text{A3.9})$$

$$\bar{Z}(I_{SN}) = \ln\psi_c + a_1 - a_2 \ln(I_S) + a_2 \ln(I_C) + a_3 \left(\frac{1}{I_C}\right)^{-a_4} \cdot (I_S)^{-a_4} \quad (\text{A3.10})$$

De la expresión A3.10 obtenemos los parámetros de ajuste para  $\bar{Z}(I_S)$

$$A = a_1 + a_2 \ln(I_C)$$

$$B = a_2$$

$$C = a_3 \left(\frac{1}{I_C}\right)^{-a_4}$$

$$D = a_4$$

De acuerdo a los parámetros de ajuste de la expresión (A3.8)  $a_4 = C$  entonces tenemos que  $C=D$  por lo que al sustituir los parámetros de ajuste para  $\bar{Z}(I_S)$  llegamos a la expresión (A3.2)

De los parámetros de ajuste para  $\bar{Z}(I_{SN})$  tenemos que:

$$\text{si } a_3 = C(I_C)^{-C} \text{ y } a_4 = C \text{ Entonces}$$

$$a_3 = a_4 (I_C)^{-a_4} \quad (\text{A3.11})$$

Por lo que si iniciamos el ajuste con la ecuación A3.8 tendrá como restricción la expresión A3.11 para el parámetro de ajuste  $a_3$ .

Por lo que queda lo siguiente:

$$\bar{Z}(I_{SN}) = \ln\psi_c + a_1 - a_2 \ln(I_{SN}) + a_3 I_{SN}^{-a_4} \quad \text{Condición: } a_3 = a_4 (I_C)^{-a_4}$$

Si trabajamos con la función de ajuste para el margen de seguridad  $\bar{Z}(I_S)$  en términos de intensidades sin normalizar, ecuación (A3.2) lo conveniente es trabajar con la función de ajuste para la varianza en los mismos términos, por lo cual haríamos algo semejante.

Función de ajuste para la varianza en términos de intensidades sin normalizar  $\sigma_Z^2(I_S)$ :

$$\sigma_Z^2(I_S) = D + E \cdot I_S \quad (\text{A3.12})$$

Sustituyendo A3.5 en A3.12

$$\sigma_Z^2(I_S) = D + E \cdot I_C \cdot I_{SN} \quad (\text{A3.13})$$

De la expresión A3.13 se obtienen los parámetros de ajuste para  $\sigma_Z^2(I_{SN})$ :

$$a_5 = D$$

$$a_6 = E \cdot I_C$$

De acuerdo a lo anterior la función de ajuste para la varianza en términos de intensidades normalizadas  $\sigma_Z^2(I_{SN})$  es la siguiente:

$$\sigma_Z^2(I_{SN}) = a_4 + a_5 I_{SN} \quad (\text{A3.14})$$

#### APÉNDICE A4. Propiedades del SSR correspondiente a un sistema detallado

En este apéndice se describe un procedimiento numérico, para obtener las propiedades dinámicas de un sistema simplificado de un nivel, (figura A4.1), correspondiente a un sistema detallado de múltiples niveles.

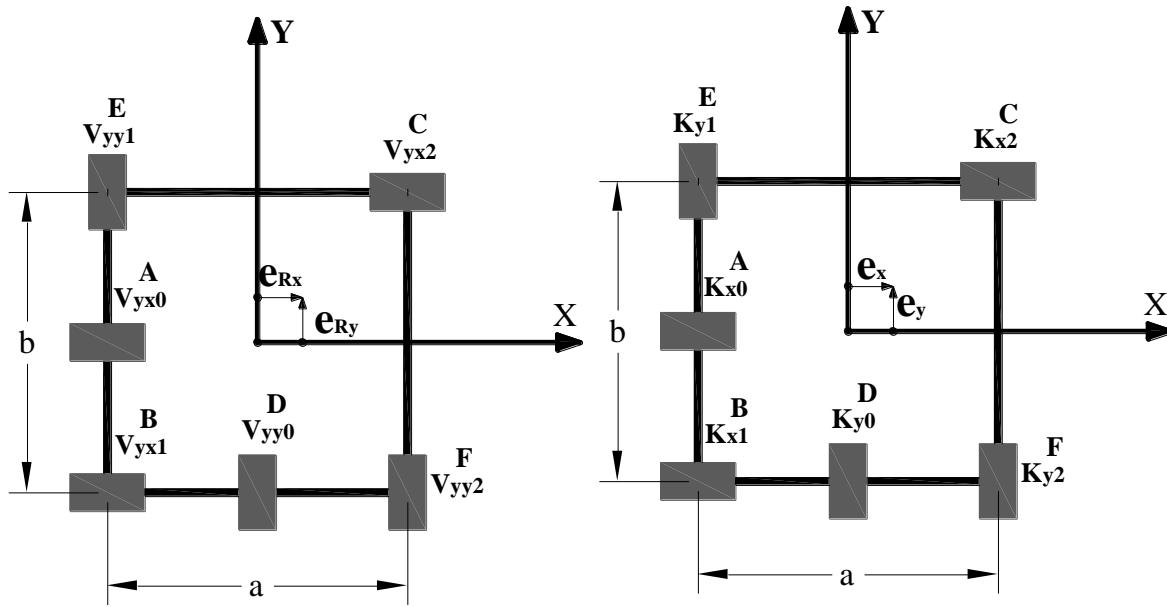


Figura A4.1.- Sistema Simplificado de Referencia (SSR)

Las características que el sistema simplificado debe reproducir son:

- Fuerza cortante total en la base del sistema
- Excentricidad de rigidez y resistencias
- Suma de los momentos que producen los elementos de los extremos con respecto al centro geométrico en planta.

Para obtener las propiedades dinámicas del sistema simplificado, primero debemos conocer cuáles son las propiedades dinámicas que corresponden al sistema detallado de múltiples grados de libertad. Esto lo podemos lograr aplicando un análisis de empuje lateral al sistema detallado. Para el análisis ELSE, se consideraron dos fuerzas horizontales ortogonales, aplicadas simultáneamente en el centro de masa de cada nivel, restringiendo los giros alrededor del eje vertical de la planta del edificio, con el fin de lograr que el desplazamiento de los pisos sea de traslación únicamente. En dicho análisis se aplican al sistema ambas fuerzas horizontales simultáneamente con el objeto de tomar en cuenta el efecto de reducción de resistencia de las columnas, debida al momento flexionante producido por la componente ortogonal (ver figura A4.4.1). Dichas fuerzas laterales se obtienen mediante superposición modal (ver sección A4.2)

#### A4.1 Edificio detallado

El edificio detallado cuenta con 5 niveles, y con 4 marcos en cada una de sus direcciones, mismo que en planta tiene dimensiones de 15x15 metros, (Figura A4.1.1 A A4.1.3)

Datos del edificio

Zona: IIIb

Ocupación: Oficinas

Q=2

Resistencia del concreto a compresión,  $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$

Esfuerzo de fluencia del acero,  $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$

Módulo de elasticidad del concreto  $E=221359.44 \text{ kg/cm}^2$  calculado con la siguiente expresión:  
 $14000\sqrt{f'c}$

El edificio fue diseñado conforme a los lineamientos de las NTCDS-DF. A continuación se muestran armados, plantas y elevaciones del edificio.

Plantas y elevaciones del edificio.

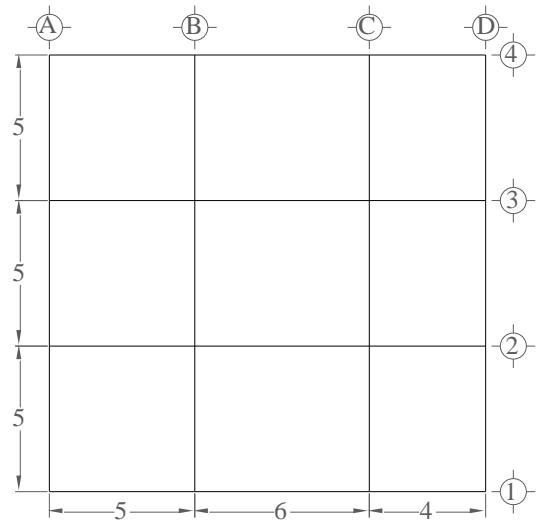


Figura A4.1.1.-Planta del edificio

-A-	V-4	-B-	V-4	-C-	V-4	-D-	Azotea
3	C-3 V-4	3	C-3 V-4	3	C-3 V-4	3	C-3 -N-4
3	C-3 V-1	3	C-3 V-1	3	C-3 V-1	3	C-3 -N-3
3	C-2 V-1	3	C-2 V-1	3	C-2 V-1	3	C-2 -N-2
3	C-2 V-1	3	C-2 V-1	3	C-2 V-1	3	C-2 -N-1
3	C-1 CT-1	3	C-1 CT-2	3	C-1 CT-1	3	C-1 -Planta baja

Figura A4.1.2.-Vigas y columnas de los marcos en sentido X

-1-	V-4	-2-	V-4	-3-	V-4	-4-	Azotea
3	C-3 V-4	3	C-3 V-4	3	C-3 V-4	3	C-3 -N-4
3	C-3 V-1	3	C-3 V-1	3	C-3 V-1	3	C-3 -N-3
3	C-2 V-3	3	C-2 V-3	3	C-2 V-3	3	C-2 -N-2
3	C-2 V-3	3	C-2 V-3	3	C-2 V-3	3	C-2 -N-1
3	C-1 CT-1	3	C-1 CT-3	3	C-1 CT-1	3	C-1 -Planta baja

Figura A4.1.3.-Vigas y columnas de los marcos en sentido Y

Nota: Dimensiones en metros

Los armados que se muestran a continuación, corresponden a los extremos de los elementos.

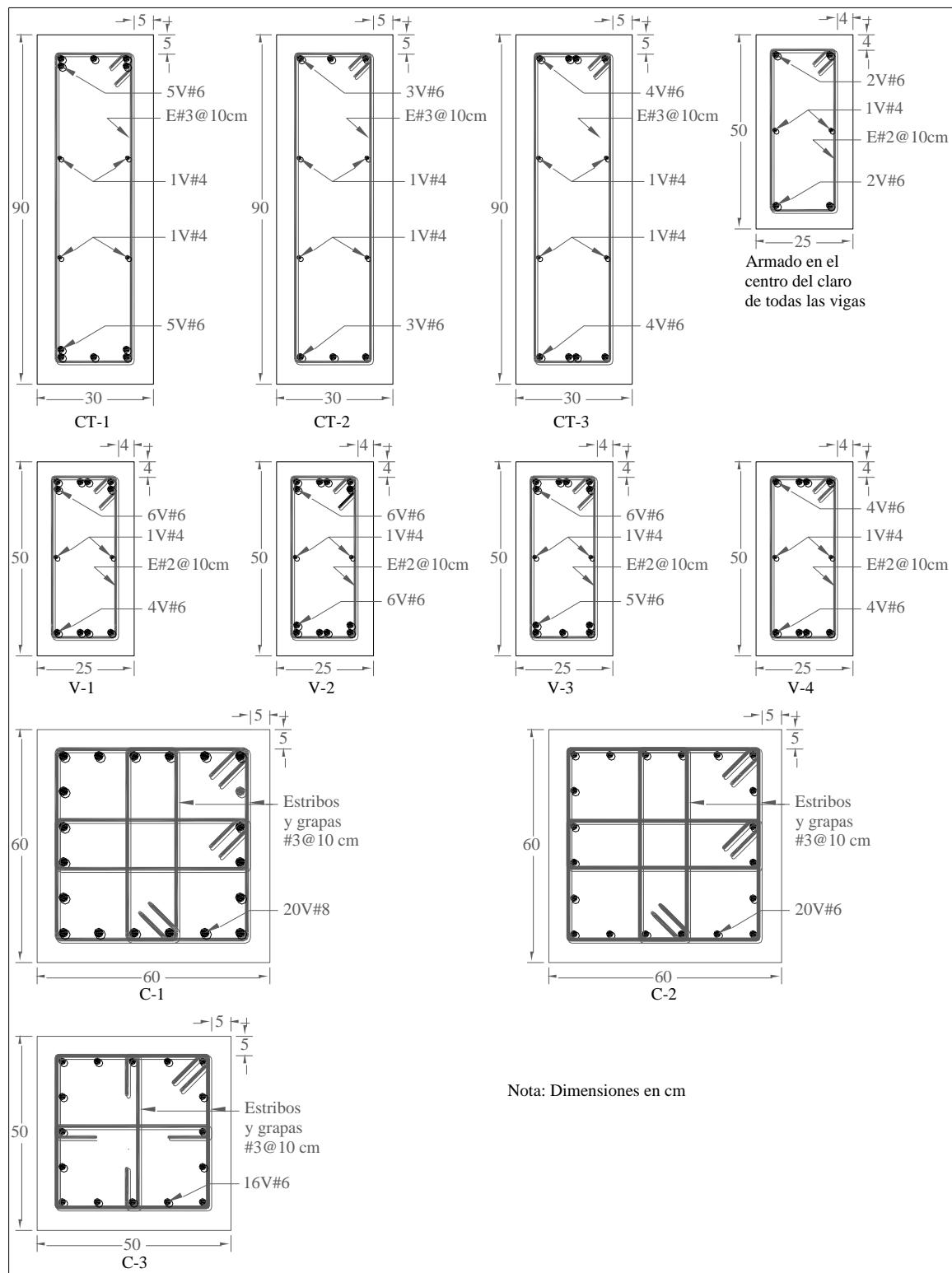


Figura A4.1.4.- Detalles de armados de las secciones de los elementos estructurales

#### A4.2 Fuerzas laterales

Se calcularon las fuerzas laterales obtenidas mediante superposición modal, para aplicarlas a la estructura al realizar análisis de empuje lateral.

Las fuerzas laterales para cada nivel se obtuvieron mediante la siguiente expresión, en donde las formas modales y factores de participación se obtuvieron del análisis modal realizado con ayuda del programa SAP2000 V14.1.1

$$F_{ij} = r_i \cdot \Phi_{ij} \cdot m_j \cdot Sa(T_i) \quad (\text{A4.1})$$

$$F_j = \sqrt{\sum_{i=1}^n [(F_{ij})^2]} \quad (\text{A4.2})$$

El significado de estas variables se muestra en las tablas A4.2.1 y A4.2.2, y n es el número de modos del sistema.

Tabla A4.2.1.- Fuerzas laterales que se aplicaron en la dirección X.

Nivel <i>j</i>	Modo <i>i</i>	Periodo <i>T<sub>i</sub></i> (s)	Factor de participación <i>r<sub>i</sub></i>	Vector modal $\Phi_{ij}$	<i>Sa</i> ( <i>T<sub>i</sub></i> ) (m/s <sup>2</sup> )	Masa <i>m<sub>j</sub></i> (Ton.s <sup>2</sup> /m)	Fuerza lateral <i>F<sub>ij</sub></i> (ton)	$(F_{ij})^2$	Fuerza Lateral <i>F<sub>j</sub></i> (ton)
1	1	0.9724	1.3317	0.1494	2.2073	27.44	12.053	145.2	Nivel 1 20.285
	2	0.2787	-0.4929	-0.4764	1.6362	27.44	10.541	111.1	
	3	0.1341	0.2247	1.1479	1.3865	27.44	9.811	96.25	
	4	0.0792	-0.0782	-2.3816	1.2713	27.44	6.495	42.18	
	5	0.0522	0.0139	8.8455	1.2097	27.44	4.079	16.63	
2	1	0.9724	1.3317	0.3854	2.2073	27.44	31.085	966.3	Nivel 2 38.039
	2	0.2787	-0.4929	-0.8873	1.6362	27.44	19.635	385.5	
	3	0.1341	0.2247	0.9926	1.3865	27.44	8.483	71.96	
	4	0.0792	-0.0782	0.4024	1.2713	27.44	-1.097	1.204	
	5	0.0522	0.0139	-10.1570	1.2097	27.44	-4.684	21.93	
3	1	0.9724	1.3317	0.6326	2.2073	26.80	49.832	2483.	Nivel 3 53.371
	2	0.2787	-0.4929	-0.7814	1.6362	26.80	16.888	285.2	
	3	0.1341	0.2247	-0.7118	1.3865	26.80	-5.942	35.30	
	4	0.0792	-0.0782	2.1705	1.2713	26.80	-5.781	33.42	
	5	0.0522	0.0139	7.4361	1.2097	26.80	3.349	11.21	
4	1	0.9724	1.3317	0.8524	2.2073	26.12	65.447	4283.	Nivel 4 66.553
	2	0.2787	-0.4929	0.0058	1.6362	26.12	-0.123	0.015	
	3	0.1341	0.2247	-1.2380	1.3865	26.12	-10.072	101.4	
	4	0.0792	-0.0782	-2.5010	1.2713	26.12	6.493	42.15	
	5	0.0522	0.0139	-3.5611	1.2097	26.12	-1.563	2.443	
5	1	0.9724	1.3317	1.0000	2.2073	24.40	71.722	5144.	Nivel 5 74.800
	2	0.2787	-0.4929	1.0000	1.6362	24.40	-19.677	387.1	
	3	0.1341	0.2247	1.0000	1.3865	24.40	7.600	57.75	
	4	0.0792	-0.0782	1.0000	1.2713	24.40	-2.425	5.881	
	5	0.0522	0.0139	1.0000	1.2097	24.40	0.410	0.168	

Tabla A4.2.2.- Fuerzas laterales que se aplicaron en la dirección Y.

Nivel <i>j</i>	Modo <i>i</i>	Periodo <i>T<sub>i</sub></i> (s)	Factor de participación $\Gamma_i$	Vector modal $\Phi_{ij}$	<i>Sa</i> ( <i>T<sub>i</sub></i> ) (m/s <sup>2</sup> )	Masa <i>m<sub>i</sub></i> (Ton.s <sup>2</sup> /m)	Fuerza lateral <i>F<sub>ij</sub></i> (ton)	$(F_{ij})^2$	Fuerza Lateral <i>F<sub>j</sub></i> (ton)
1	1	0.9789	1.3310	0.1506	2.207	27.44	12.139	147.34	Nivel 1 20.337
1	2	0.2803	-0.4922	-0.4764	1.638	27.44	10.545	111.20	
1	3	0.1348	0.2246	1.1503	1.387	27.44	9.839	96.801	
1	4	0.0793	-0.0780	-2.3805	1.271	27.44	6.476	41.936	
1	5	0.0523	0.0139	8.7557	1.209	27.44	4.041	16.326	
2	1	0.9789	1.3310	0.3869	2.207	27.44	31.192	972.96	Nivel 2 38.097
2	2	0.2803	-0.4922	-0.8848	1.638	27.44	19.585	383.57	
2	3	0.1348	0.2246	0.9913	1.387	27.44	8.478	71.883	
2	4	0.0793	-0.0780	0.4108	1.271	27.44	-1.117	1.249	
2	5	0.0523	0.0139	-10.0884	1.209	27.44	-4.656	21.674	
3	1	0.9789	1.3310	0.6342	2.207	26.80	49.929	2492.9	Nivel 3 53.441
3	2	0.2803	-0.4922	-0.7786	1.638	26.80	16.831	283.28	
3	3	0.1348	0.2246	-0.7128	1.387	26.80	-5.954	35.455	
3	4	0.0793	-0.0780	2.1654	1.271	26.80	-5.753	33.098	
3	5	0.0523	0.0139	7.3983	1.209	26.80	3.335	11.119	
4	1	0.9789	1.3310	0.8534	2.207	26.12	65.485	4288.2	Nivel 4 66.589
4	2	0.2803	-0.4922	0.0065	1.638	26.12	-0.137	0.019	
4	3	0.1348	0.2246	-1.2376	1.387	26.12	-10.077	101.53	
4	4	0.0793	-0.0780	-2.4992	1.271	26.12	6.472	41.884	
4	5	0.0523	0.0139	-3.5502	1.209	26.12	-1.560	2.432	
5	1	0.9789	1.3310	1.0000	2.207	24.40	71.682	5138.3	Nivel 5 74.763
5	2	0.2803	-0.4922	1.0000	1.638	24.40	-19.682	387.37	
5	3	0.1348	0.2246	1.0000	1.387	24.40	7.606	57.845	
5	4	0.0793	-0.0780	1.0000	1.271	24.40	-2.419	5.851	
5	5	0.0523	0.0139	1.0000	1.209	24.40	0.410	0.168	

#### A4.3. Gráficas Momento - Curvatura

Se obtuvieron las gráficas Momento-Curvatura (M-C), para cada armado de los elementos estructurales necesarios para calcular las propiedades de las articulaciones plásticas de cada elemento. Estas gráficas son mostradas en las Figuras A4.3.1 a A4.3.23, mismas que fueron obtenidas utilizando el programa SAP2000 V14.1.1. Mediante este programa se obtuvo la gráfica M-C inicial (real), y posteriormente se obtuvo una gráfica de forma bilineal, igualando las áreas bajo la curva, mismas que se muestran a continuación:

**Gráficas Momento-Curvatura de contrarrebos (CT).** Para este caso las gráficas son iguales para armados inferior y superior.

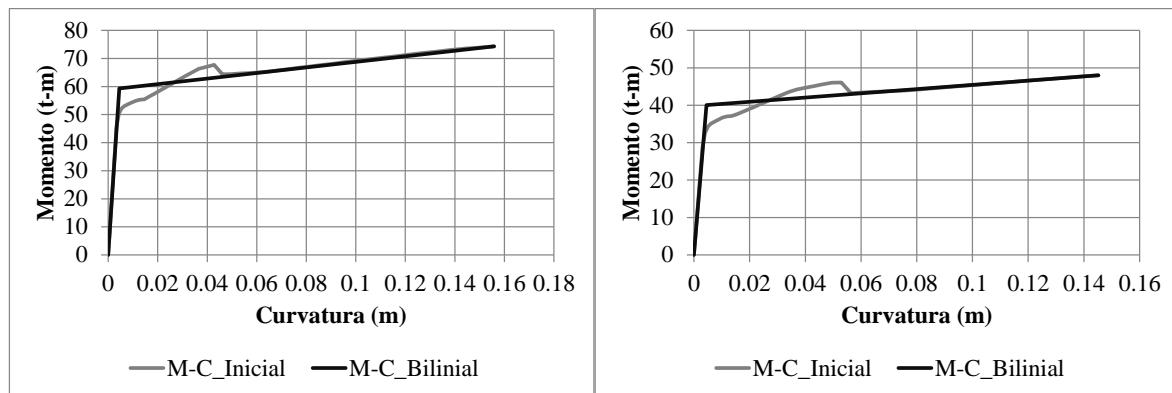


Figura A4.3.1.- Gráfica M-C de CT-1 Armado Inferior y Superior

Figura A4.3.2.- Gráfica M-C de CT-2 Armado Inferior y Superior

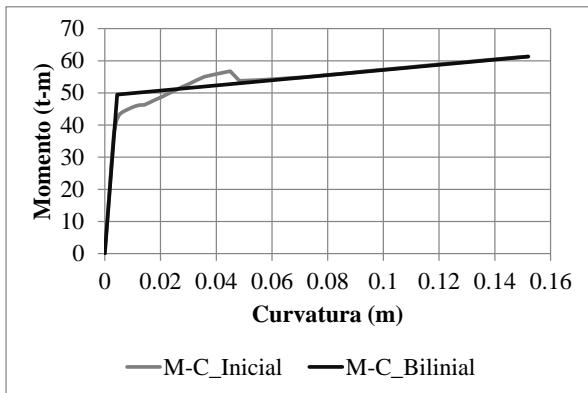


Figura A4.3.3.- Gráfica M-C de CT-3 Armado Inferior y Superior

**Gráficas Momento-Curvatura de vigas.** En este caso tenemos armados diferentes en ambos lechos, por lo que tenemos dos gráficas para cada viga.

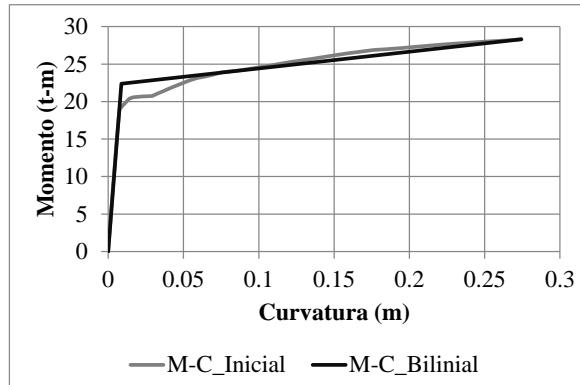


Figura A4.3.4.- Gráfica M-C de V-1 Armado Inferior

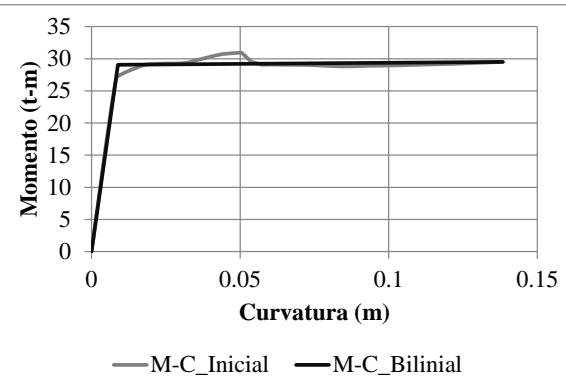


Figura A4.3.5.- Gráfica M-C de V-1 Armado Superior

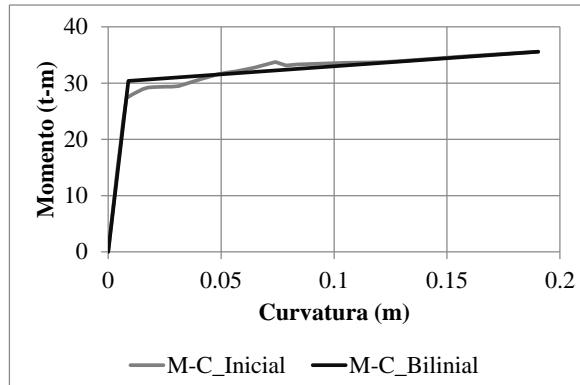


Figura A4.3.6.- Gráfica M-C de V-2 Armado Inferior

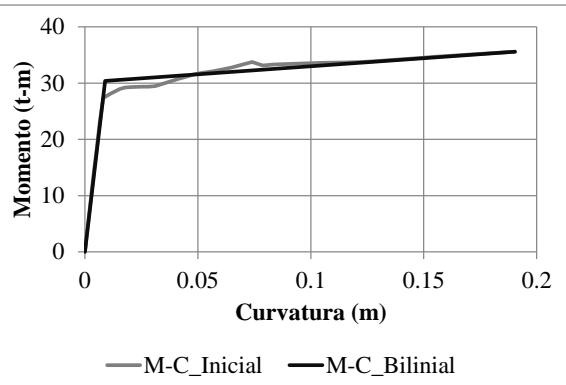


Figura A4.3.7.- Gráfica M-C de V-2 Armado Superior

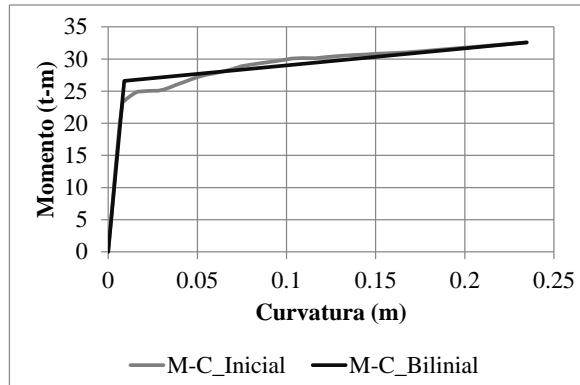


Figura A4.3.8.- Gráfica M-C de V-3 Armado Inferior

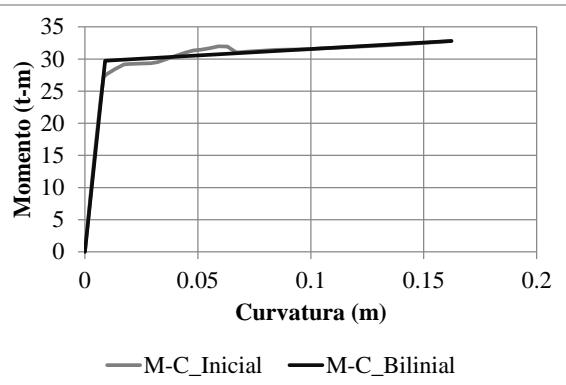


Figura A4.3.9.- Gráfica M-C de V-3 Armado Superior

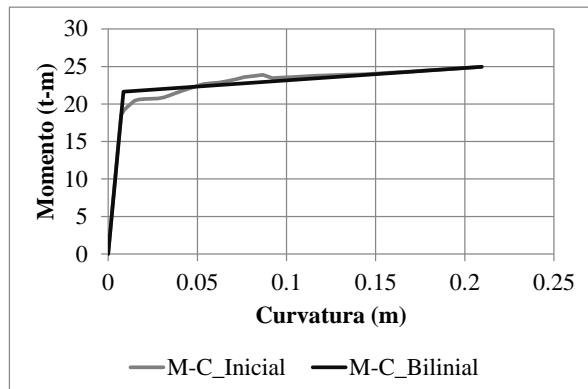


Figura A4.3.10.- Gráfica M-C de V-4 Armado Inferior y Superior

**Gráficas Momento-Curvatura de columnas.** Se calcularon gráficas para 0, 90 y 45 grados de inclinación, para distintas cargas axiales P. Las gráficas a 0 y 90 grados son iguales, debido a que las columnas son cuadradas, con igual armado en sus cuatro lados.

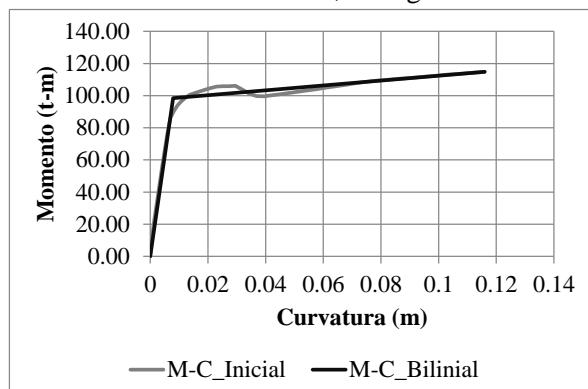


Figura A4.3.11.- Gráfica M-C de C-1, a 0 y 90° con una carga axial P=49 ton

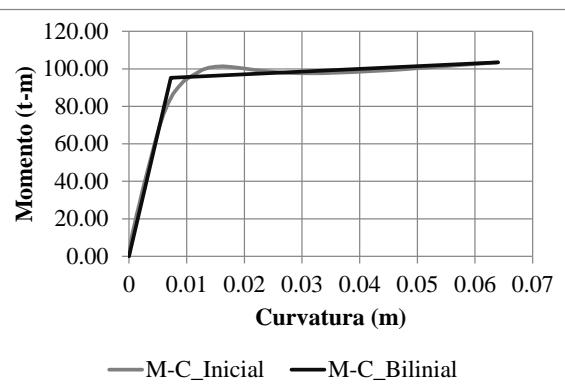


Figura A4.3.12.- Gráfica M-C de C-1, a 45° con una carga axial P=49 ton

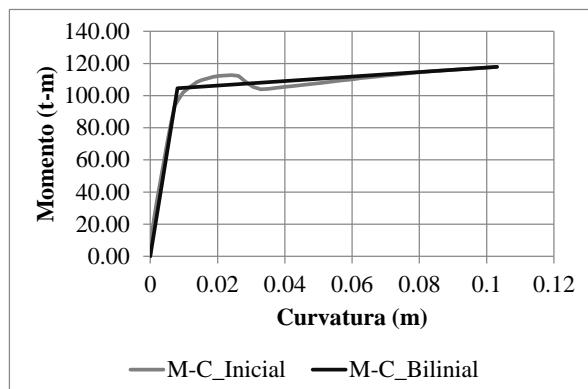


Figura A4.3.13.- Gráfica M-C de C-1, a 0 y 90° con una carga axial P=98 ton

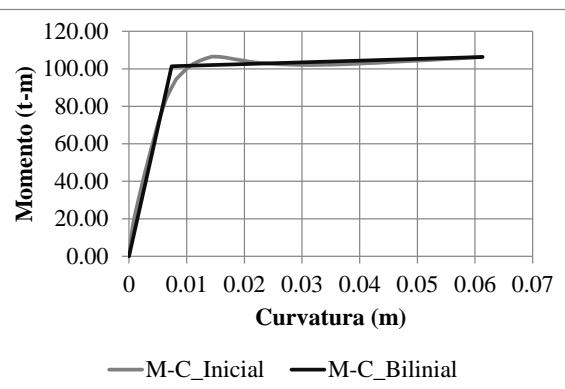


Figura A4.3.14.- Gráfica M-C de C-1, a 45° con una carga axial P=98 ton

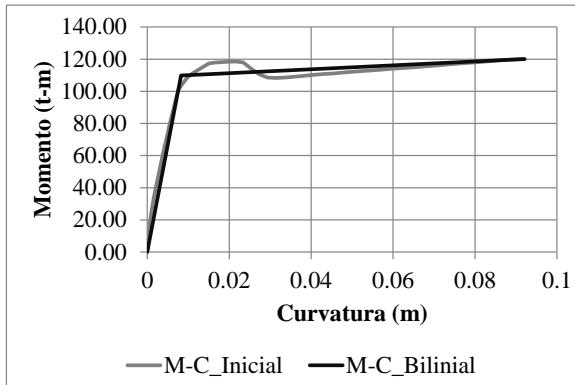


Figura A4.3.15.- Gráfica M-C de C-1, a 0 y  $90^0$  con una carga axial P=148 ton

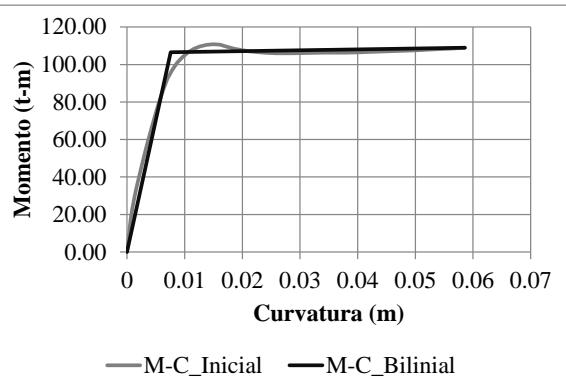


Figura A4.3.16.- Gráfica M-C de C-1, a  $45^0$  con una carga axial P=148 ton

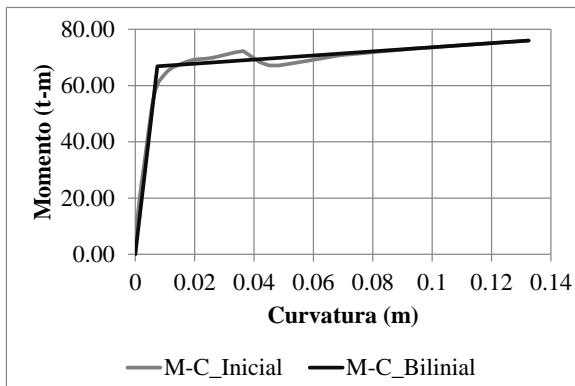


Figura A4.3.17.- Gráfica M-C de C-2, a 0 y  $90^0$  con una carga axial P=59 ton

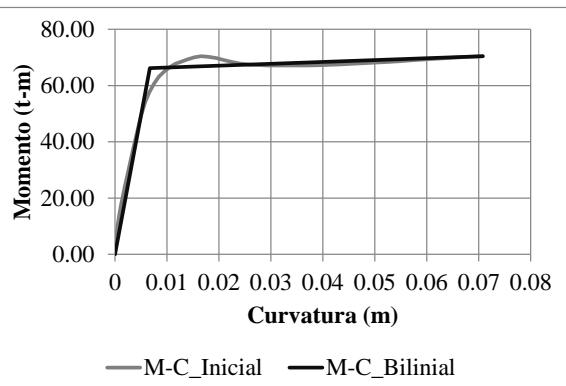


Figura A4.3.18.- Gráfica M-C de C-2, a  $45^0$  con una carga axial P=59 ton

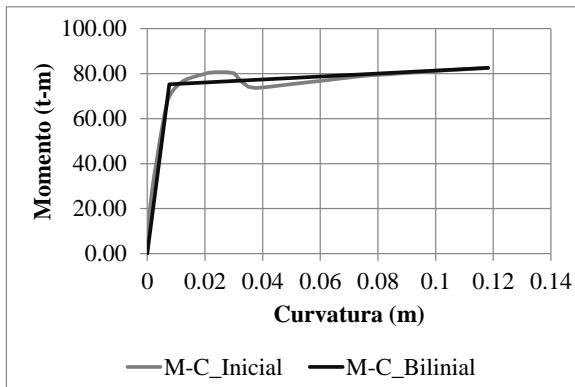


Figura A4.3.19.-. Gráfica M-C de C-2, a 0 y  $90^0$  con una carga axial P=118 ton

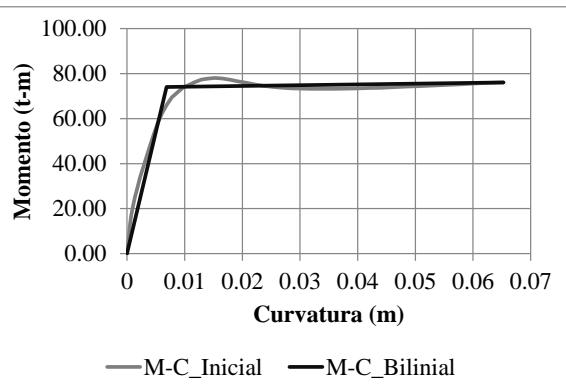


Figura A4.3.19.-. Gráfica M-C de C-2, a  $45^0$  con una carga axial P=118 ton

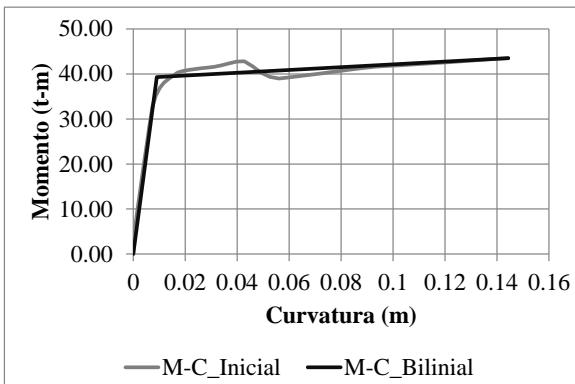


Figura A4.3.20.- Gráfica M-C de C-3, a 0 y  $90^0$   
con una carga axial P=29ton

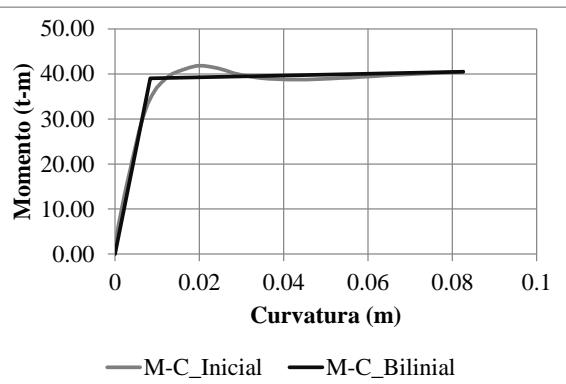


Figura A4.3.21.- Gráfica M-C de C-3, a  $45^0$   
con una carga axial P=29 ton

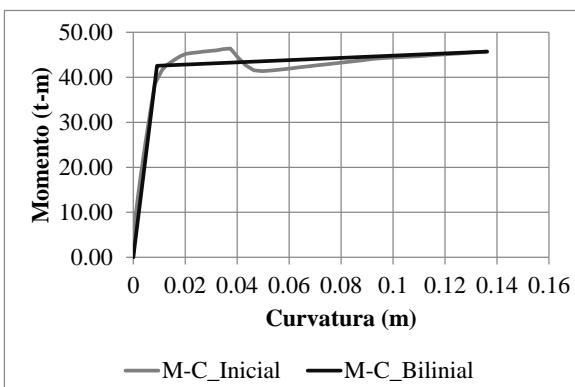


Figura A4.3.22.- Gráfica M-C de C-3, a 0 y  $90^0$   
con una carga axial P=58ton

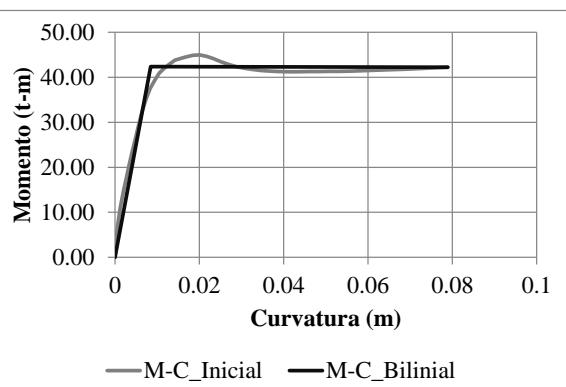


Figura A4.3.23.- Gráfica M-C de C-3, a  $45^0$   
con una carga axial P=58 ton

#### A4.4 Análisis ELSE

Se realizó un análisis ELSE, al sistema detallado con ayuda del programa SAP2000 V14.1.1. Para llevar a cabo dicho análisis, se aplicaron dos fuerzas horizontales simultáneamente (ver sección A4.2), al centro de masas (Cm) de cada nivel de piso, como se muestra en la Figura A4.4.1. Para este análisis, se impidieron los giros de las plantas con respecto a un eje vertical.

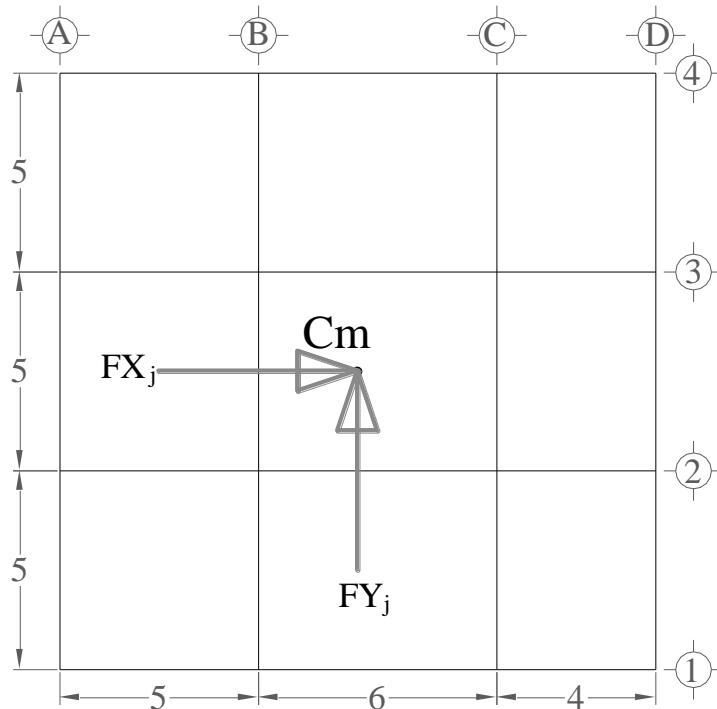


Figura A4.4.1.- Configuración de fuerzas laterales.

Las funciones  $V(\delta)$  de los elementos resistentes del SSR (figura A4.1) en la dirección  $x$  se determinan a partir de efectuar el análisis ELSE del modelo detallado, mediante las curvas obtenidas de la fuerza cortante resistente en la base contra el desplazamiento lateral de azotea,  $V_i vs \delta_i$ , para cada marco resistente, así como también de la curva de capacidad global que relaciona la fuerza cortante basal contra el desplazamiento de azotea  $V_x vs \delta_0$ . Similarmente, los elementos resistentes del SSR en la dirección  $y$ , son determinados. Esto se describe en la sección 3.3.

Para determinar las rigideces  $K(\delta)$  de los elementos del SSR en ambas direcciones ( $x, y$ ), se emplea un procedimiento similar al descrito para obtener la resistencias.

El periodo  $T$ , del SSR, será considerado igual al del sistema detallado, correspondiente al primer modo de vibrar siendo estos los que se muestran en las tablas A4.2.1 y A4.2.2, en las direcciones “x” y “y” respectivamente.

Del análisis ELSE aplicado al sistema detallado, se obtuvieron las gráficas Cortante-Desplazamiento ( $V - \delta$ ) correspondientes a cada marco que componen a la estructura, así como la gráfica ( $V - \delta$ ) global, en cada dirección, mismas que se muestran a continuación.

**Gráficas Cortante-Desplazamiento ( $V - \delta$ ), de los marcos que componen al sistema detallado en la dirección X**

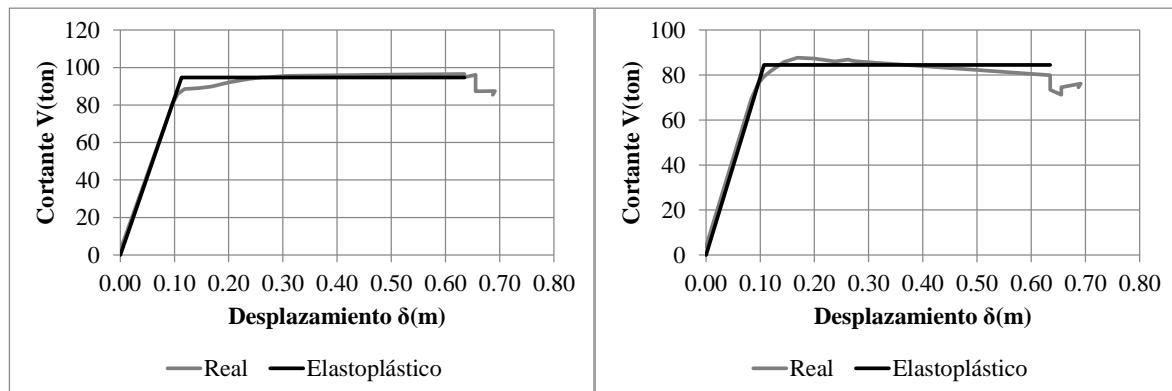


Figura A4.4.2.- Gráfica ( $V - \delta$ ) del marco del eje 1

Figura A4.4.3.-Gráfica ( $V - \delta$ ) del marco del eje 2

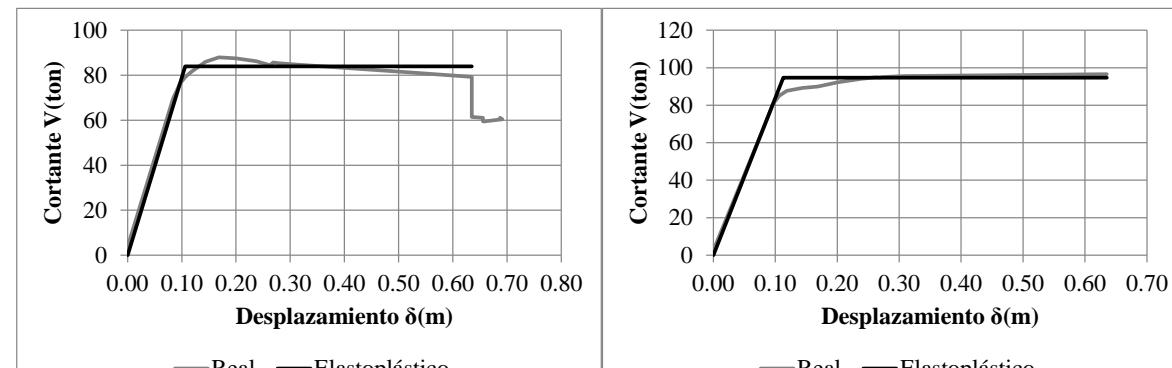


Figura A4.4.4.- Gráfica ( $V - \delta$ ) del marco del eje 3

Figura A4.4.5.-Gráfica ( $V - \delta$ ) del marco del eje 4

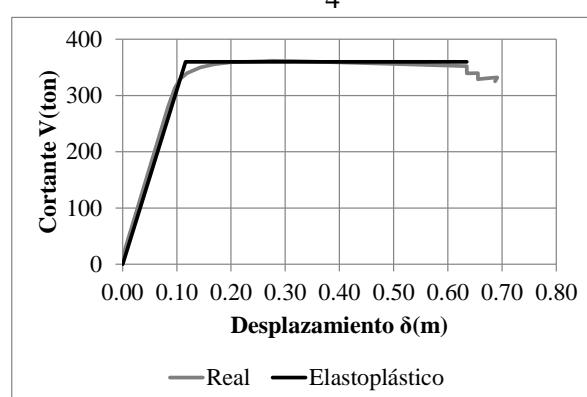


Figura A4.4.6.- Gráfica ( $V - \delta$ ) global del sistema detallado, en dirección x

**Gráficas Cortante-Desplazamiento ( $V$ -  $\delta$ ), de los marcos que componen al sistema detallado en la dirección Y**

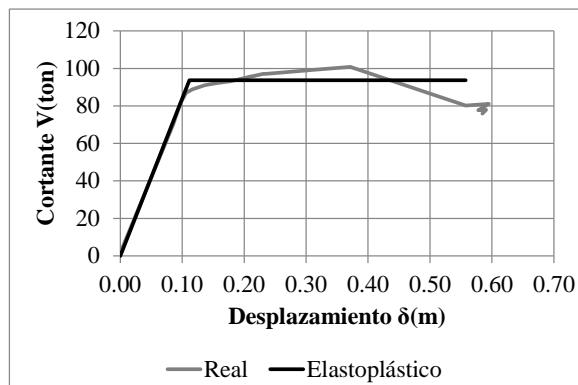


Figura A4.4.7.- Gráfica ( $V$ -  $\delta$ ) del marco del eje A

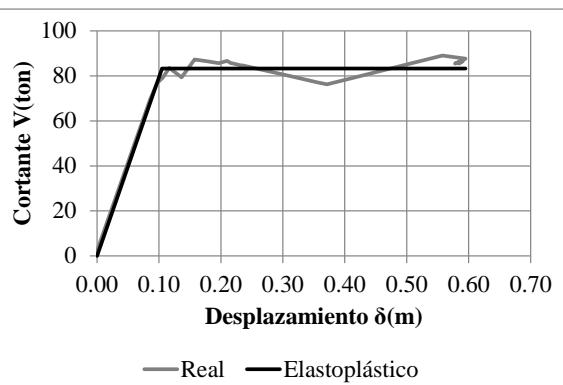


Figura A4.4.8.-Gráfica ( $V$ -  $\delta$ ) del marco del eje B

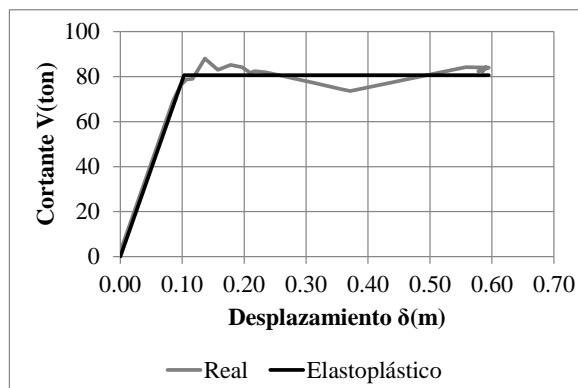


Figura A4.4.9.- Gráfica ( $V$ -  $\delta$ ) del marco del eje C

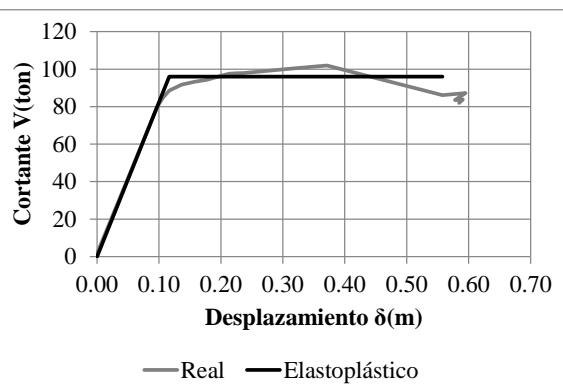


Figura A4.4.10.-Gráfica ( $V$ -  $\delta$ ) del marco del eje D

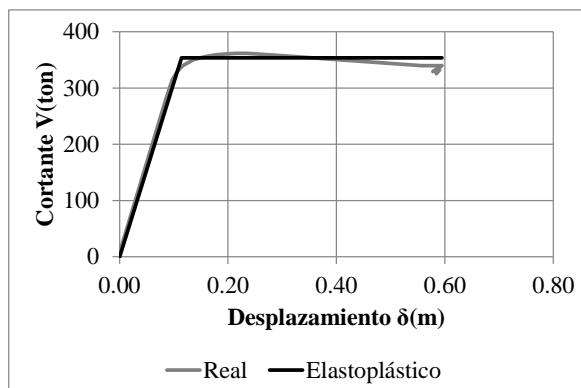


Figura A4.4.11.- Gráfica ( $V$ -  $\delta$ ) global del sistema detallado, en dirección Y

**A4.5.- Propiedades dinámicas del sistema detallado y simplificado en ambas direcciones ortogonales (x, y)**

Matriz de masas M del sistema detallado en Ton.s<sup>2</sup>/m.

$$M = \begin{pmatrix} 27.44 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 27.44 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 26.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 26.12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24.4 \end{pmatrix}$$

Matriz rigidez lateral K del sistema detallado en Ton/m

$$K = \begin{pmatrix} 35051.72 & -13041.45 & 0 & 0 & 0 \\ -13041.45 & 23698.64 & -10657.19 & 0 & 0 \\ 0 & -10657.19 & 19537.31 & -8880.12 & 0 \\ 0 & 0 & -8880.12 & 16079.54 & -7199.42 \\ 0 & 0 & 0 & -7199.42 & 7199.42 \end{pmatrix}$$

Para el sistema detallado tenemos:

$$k_1 = \Phi^T \cdot K \cdot \Phi \quad (\text{A4.5.1})$$

$$m_1 = \Phi^T \cdot M \cdot \Phi \quad (\text{A4.5.2})$$

$$r = \frac{\Phi^T \cdot K \cdot J}{k_1} \quad (\text{A4.5.3})$$

Aquí J es un vector de unos

$$\gamma = \frac{\Phi^T \cdot M \cdot J}{m_1} \quad (\text{A4.5.4})$$

Ecuaciones de movimiento para sistema detallado, en un solo modo de configuración dominante, y para el sistema simplificado.

Sistema detallado:

$$m_1 \ddot{\delta} + 2\xi \rho m_1 \dot{\delta} + k_1 g_1(\delta, \dot{\delta}) = -\gamma m_1 \ddot{x}_0 \quad (\text{A4.5.5})$$

Sistema simplificado:

$$m \ddot{u} + 2\xi \rho m \dot{u} + k g(u, \dot{u}) = -m \ddot{x}_0 \quad (\text{A4.5.6})$$

Fuerza cortante en la base, en la zona de respuesta lineal.

Sistema detallado:

$$V = J^T \cdot K \cdot \Phi \cdot \delta = \Phi^T \cdot K \cdot J \cdot \delta = r \cdot k_1 \cdot \delta \quad (\text{A4.5.7})$$

Sistema simplificado:

$$v = k \cdot u \quad (\text{A4.5.8})$$

Relación entre las respuestas:

$$\delta = \gamma \cdot u \quad (\text{A4.5.9})$$

Condición de que  $u_y$  y  $\delta_y$  se alcancen simultáneamente:

$$\delta_y = \gamma \cdot u_y \quad (\text{A4.5.10})$$

Relación entre  $v_y$  y  $V_y$ :

$$V_y = r \cdot k_1 \cdot \gamma \cdot u_y \quad (\text{A4.5.11})$$

$$v_y = k \cdot u_y \quad (\text{A4.5.12})$$

Entonces para el sistema simplificado tenemos que:

$$k = k_1 \cdot r \cdot \gamma \quad (\text{A4.5.13})$$

$$m = m_1 \cdot r \cdot \gamma \quad (\text{A4.5.14})$$

$$v_y = \frac{k}{k_1 \cdot r \cdot \gamma} \cdot V_y \quad (\text{A4.5.15})$$

Conociendo las formas modales del sistema detallado en dirección "x" y "y", podemos aplicar el criterio desarrollado de las ecuaciones A.4.5.1 A A4.5.15, y así conocer la rigidez lateral, la fuerza cortante y la masa equivalente del sistema simplificado.

$$\Phi_x = \begin{bmatrix} 0.1494 \\ 0.3854 \\ 0.6326 \\ 0.8524 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \Phi_y = \begin{bmatrix} 0.1506 \\ 0.3869 \\ 0.6342 \\ 0.8534 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Las propiedades dinámicas del sistema detallado y del sistema simplificado se muestran en las tablas A4.5.1 a A4.5.4

Tabla A4.5.1 Propiedades dinámicas del sistema detallado en dirección X

Propiedades del sistema detallado en dirección X, Dimensiones en planta 15x15 m								
Marco	Rigidez	Resistencia	Desplazamiento	Distancia $Y_i(m)$	Momentos, $Y_i.K_{yxi}$ (t.m)			
	$K_{yxi}$ (t/m)	$V_{yxi}$ (ton)	$\delta_{yxi}$ (m)		$Mk_{yx1}$	$Mk_{yx2}$	$Mv_{yx1}$	$Mv_{yx2}$
1	837.28	94.74	0.113	-7.5	-6279.59		-710.52	
2	790.37	84.48	0.107	-2.5	-1975.92		-211.20	
3	790.73	83.96	0.106	2.5		1976.82		209.91
4	837.26	94.70	0.113	7.5		6279.47		710.26
Total	3255.639	357.882			8255.51	8256.30	921.72	920.17
					Excentricidades	$eK_y = 0.000$ m		
						$eV_y = -0.004$ m		

Periodo $T_x = 0.9789$ s
Frecuencia $w_x = 6.419$ rad/s

Tabla A4.5.2 Propiedades dinámicas del sistema simplificado en dirección X

Propiedades del sistema simplificado en dirección X, Dimensiones en planta 15x15 m						
Marco	Distancia $Y_i(m)$	Rigidez	Resistencia	Momentos, $Y_i.K_{yxi}$ (t.m)	Desplazamiento	
		$K_{yxi}$ (t/m)	$V_{yxi}$ (ton)	$Mk_{yxi}$	$Mv_{yxi}$	$\delta_{yxi}$ (m)
1	-7.5	1480.88	127.63	11106.63	957.19	0.086
0	0	1418.10	116.62	0.00	0.00	0.082
2	7.5	1481.02	127.41	11107.69	955.58	0.086
Total		4380.01	371.66			
					Excentricidades	$eK_y = 0.000$ m
						$eV_y = -0.004$ m

$T_x = 0.972$ s
$w_x = 6.462$ rad/s
masa = 104.902 t.s <sup>2</sup> /m
Factor $r_x = 0.676$

Tabla A4.5.3 Propiedades dinámicas del sistema detallado en dirección Y

Propiedades del sistema detallado en dirección Y, Dimensiones en planta 15x15 m								
Marco	Rigidez	Resistencia	Desplazamiento	Distancia X <sub>i</sub> (m)	Momentos, X <sub>i</sub> .K <sub>yyi</sub> (t.m)			
	K <sub>yyi</sub> (t/m)	V <sub>yyi</sub> (ton)	δ <sub>yyi</sub> (m)		Mk <sub>yy1</sub>	Mk <sub>yy2</sub>	Mv <sub>yy1</sub>	Mv <sub>yy2</sub>
A	839.25	93.75	0.112	-7.5	-6294.41		-703.09	
B	792.76	83.28	0.105	-2.5	-1981.89		-208.19	
C	782.77	80.60	0.103	3.5		2739.69		282.12
D	823.45	95.97	0.117	7.5		6175.86		719.81
Total	3238.227	353.602			8276.30	8915.55	911.28	1001.93
Excentricidades					eK <sub>x</sub> = 0.197 m			
					eV <sub>x</sub> = 0.256 m			

Periodo T <sub>y</sub> = 0.972 s
Frecuencia
w <sub>y</sub> = 6.462 rad/s

Tabla A4.5.4 Propiedades dinámicas del sistema simplificado en dirección Y

Propiedades del sistema simplificado en dirección Y, Dimensiones en planta 15x15 m						
Marco	Distancia X <sub>i</sub> (m)	Rigidez	Resistencia	Momentos, X <sub>i</sub> .K <sub>yyi</sub> (t.m)	Desplazamiento	
		K <sub>yyi</sub> (t/m)	V <sub>yyi</sub> (ton)	Mk <sub>yyi</sub>	Mv <sub>yyi</sub>	δ <sub>yyi</sub> (m)
1	-7.5	1503.25	133.25	11274.34	999.35	0.089
0	0	1288.66	108.03	0.00	0.00	0.084
2	7.5	1619.35	146.50	12145.15	1098.75	0.090
Total		4411.25	387.77			
Excentricidades				eK <sub>x</sub> = 0.197 m		
				eV <sub>x</sub> = 0.256 m		

T <sub>y</sub> = 0.972 s
w <sub>y</sub> = 6.462 rad/s
masa= 105.652 t.s <sup>2</sup> /m
Factor r <sub>y</sub> = 0.708

## REFERENCIAS

- Abramowitz, M y Ategun, I A (1965), “Handbook of Mathematical Functions”, Probability Functions, Capítulo 26, Ed. Dover.
- Alamilla, J, Esteva, L, García-Pérez J y Díaz-Lopez, O (2001a), “Evolutionary properties of stochastic models of earthquake accelerograms: Their dependence on magnitude and distance”, *Journal of Seismology*, 5: 1-21.
- Alamilla, J, Esteva, L, García-Pérez, J y Díaz-Lopez, O (2001b), “Simulating earthquake ground motion at a site, for given intensity and uncertain source location”, *Journal of Seismology*, 5: 475-485.
- Arias, A (1970), “A measure of earthquake intensity”, Seismic design for nuclear power plants, R J Hansen Ed, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 438-483.
- Carr, A (2007), “RUAUMOKO: Programa de análisis de estructuras”, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
- Cornell, C A (1969), “A probability-based structural code”, *Journal of American Concrete Institute*, 66 (12).
- Díaz, O, Esteva, L, Ismael, E y Velasco, H (2005), “Funciones de Vulnerabilidad sísmica de estructuras de edificios”, *Memorias XV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, México DF, México, Artículo II-27, CD-ROM.
- Díaz, J L (2008), “Criterios de aceptación para el diseño sísmico por desempeño y confiabilidad de edificios de concreto reforzado, con piso suave en planta baja, desplantados en suelos blandos de la Ciudad de México”, Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Esteva, L y Díaz, O (2004), “Manual para el análisis de vulnerabilidad y riesgo de construcciones urbanas ante perturbaciones sísmicas y eólicas. Parte: Perturbaciones sísmicas – Construcciones Tipo II – Marcos de concreto reforzado. Primer informe”, Informe elaborado para CENAPRED, Instituto de Ingeniería, UNAM, diciembre.
- Esteva, L, Díaz, O y García, J (2010), “Estimación de funciones de vulnerabilidad y riesgo ante sismos en construcciones en el Distrito Federal: Manual de lineamientos para identificar sistemas que ameritan evaluación, para determinar sus niveles de vulnerabilidad y riesgo y para decidir sobre acciones pertinentes de demolición o rehabilitación”, Informe de Investigación elaborado para la Secretaría de Protección Civil del Gobierno del Distrito Federal, Instituto de Ingeniería, UNAM, Octubre.
- Ismael, E y Esteva, L (2006), “A hybrid method for simulating strong ground motions records”, Proc, First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology, Ginebra, Suiza. Artículo No. 1265, CD-ROM.
- Ismael, E (2010), “Diseño sísmico basado en desempeño y confiabilidad de sistemas marco-muro”, Tesis Doctoral, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.

- NTCDS-DF (2004), Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, Gaceta Oficial del Distrito Federal, 29 de Enero.
- Ordaz, M, Arboleda, J y Singh, S K (1995), “A scheme of random summation of an empirical Green’s function to estimate ground motions from future large earthquakes”, Bulletin Seismological Society of America, Vol. 85, No. 6, 1635-1647.
- Pérez, R (2010), “Confiabilidad y optimización para diseño sísmico de edificios considerando la contribución de muros de mampostería”, Tesis Doctoral, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Vargas, V (2008), “Factores reductivos por sobre-resistencia y comportamiento no lineal para diseño sísmico basado en confiabilidad”, Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.