

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS DE CONCRETO

ESTUDIO EXPERIMENTAL Y SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL COMPORTAMIENTO DE EXTREMOS RECORTADOS DE VIGAS DE CONCRETO

TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: **DOCTOR EN INGENIERÍA**

PRESENTA: JATZIRI YUNUÉN MORENO MARTÍNEZ

TUTOR PRINCIPAL DR. ROBERTO MELI PIRALLA, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

COMITÉ TUTOR DR. LUIS ESTEVA MARABOTO, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM DR. JUAN JOSÉ PÉREZ GAVILÁN ESCALANTE, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM DR. FERNANDO PEÑA MONDRAGÓN, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM DR. GELACIO JUÁREZ LUNA, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

MÉXICO, D. F., SEPTIEMBRE 2013



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Luis Esteva Maraboto

Secretario: Dr. Juan José Pérez Gavilán Escalante

Vocal: Dr. Roberto Meli Piralla

Primer suplente: Dr. Fernando Peña Mondragón

Segundo Suplente: Dr. Gelacio Juárez Luna

Lugar donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

TUTOR DE TESIS

DR. ROBERTO MELI PIRALLA

DEDICATORIA

A MIS QUERIDOS PADRES

BONIFACIO MORENO AGUIRRE Y ANGELINA MARTÍNEZ ORTUÑO

Por ser mí fuerza y ejemplo, les agradezco profundamente tenerlos a mi lado orientándome en cada decisión. Mi respeto y admiración para ustedes.

A MIS HERMANOS

VIRIDIANA Y TONATIUH, A MI SOBRINO OTONIEL Y A OTONIEL PALACIOS HERNÁNDEZ

Quienes siempre han confiado en mí motivándome a seguir adelante.

A ARTURO GALVÁN CHÁVEZ

Gracias por tu apoyo, paciencia y cariño en todo momento, agradezco la amistad incondicional recibida por tu familia especialmente por tus padres el Sr. Armando Galván Leonardo[†] y la Sra. María Elena Chávez Ruiz.

A LA MEMORIA DE MIS ABUELOS Y DE MI BISABUELA

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Roberto Meli Piralla, por su calidad humana, confianza y sus valiosos conocimientos aportados durante mi formación en el doctorado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico que me otorgó durante mis estudios de doctorado.

La construcción de los especímenes fue posible gracias a OHL Concesiones y OHL Construcción, Área México, al apoyo de grupo Riobóo en los procedimientos de diseño y al gobierno del Distrito Federal, México.

También quiero agradecer el apoyo técnico recibido por el Ing. Roberto Sánchez, M. en I. José Carlos Arce, Ing. Fabián Martínez, M. en I. Bernardo Orozco, Dra. Cristina Vázquez Herrero y al Dr. Marcos Mauricio Chávez Cano.

A mis sinodales el Dr. Luis Esteva Maraboto, Dr. Juan José Pérez Gavilán Escalante, Dr. Gelacio Juárez Luna y el Dr. Fernando Peña Mondragón, por su valiosa colaboración y tiempo.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM por su apoyo en la etapa inicial y final de mi trabajo de tesis.

Al personal del Laboratorio de Estructuras del Instituto de Ingeniería de la UNAM, al personal de la biblioteca de Unidad de Servicios de Información (USI).

A mis amigos del Instituto de Ingeniería de la UNAM: Antonio, Bernardo, Francisco, Luciano, Marcos, Odair, Policarpo, Yasser, a mis amigas que a pesar de la distancia me brindan su apoyo, y a todos aquellos que me alentaron directa o indirectamente en este proyecto.

CONTENIDO

	RESUMEN	1
	ABSTRACT	2
1.	INTRODUCCIÓN	3
	1.1 PROBLEMÁTICA	3
	1.2 ALCANCES Y OBJETIVOS	4
	1.3 ESTRUCTURA DE LA TESIS	5
2.	ANTECEDENTES Y GENERALIDADES	7
	2.1 TRABAJOS PREVIOS SOBRE EXTREMOS RECORTADOS DE VIGAS	7
	2.2 COMPORTAMIENTO DE EXTREMOS RECORTADOS DE VIGAS Y	
	CRITERIO DE DISEÑO	10
	2.3 CONTROL DE AGRIETAMIENTO EN ESTRUCTURAS DE CONCRETO	
	SUJETAS A FLEXIÓN	13
	2.4 MODELACIÓN DE GRIETAS Y JUNTAS EN SISTEMAS ESTRUCTURAI	LES
	DISCONTINUOS	15
	2.5 MODELADO DE DESLIZAMIENTO POR FALTA DE ADHERENCIA	18
	2.6 AVANCES Y DIFICULTADES QUE SE PRESENTAN AL PLANTEAR UN	
	MODELO COHESIVO	20
3.	PROGRAMA EXPERIMENTAL	21
	3.1 DESCRIPCIÓN DE LOS APOYOS DE LAS VIGAS DEL VIADUCTO	
	BICENTENARIO	21
	3.2 CRITERIO DE ESCALAMIENTO PROTOTIPO-ESPÉCIMEN	23
	3.3 DESCRIPCIÓN DE LOS ESPECÍMENES	24
	3.4 PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES	28
	3.5 DESCRIPCIÓN DE LA INSTRUMENTACIÓN Y EL ENSAYE	30
	3.5.1 Descripción de la instrumentación sobre los especímenes	30
	3.5.2 Descripción del ensaye	34
	3.6 RESULTADOS EXPERIMENTALES	36
	3.6.1 Comportamiento de los cuatro especímenes	36
	3.6.2 Deformaciones en el acero de refuerzo	38
	3.6.3 Resultados de resistencia téorica y experimental	48
	3.6.4 Agrietamiento de los especímenes	53
	3.7 COMPARACION DEL COMPORTAMIENTO DE LOS ESPECIMENES	62

4.	SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LOS ESPECÍMENES	64
	4.1 RELACIONES CONSTITUTIVAS	64
	4.2 HIPÓTESIS BÁSICAS PARA EL MODELO DE GRIETA DISCRETA	
	4.2.1 Modelo de material de zona cohesiva	70
	4.2.2 Materiales de zona cohesiva para elementos de interfaz	72
	4.2.3 Efecto de tamaño en el agrietamiento de elementos de concreto	72
	4.3 CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO CON LOS RESULTADOS	
	EXPERIMENTALES	74
	4.3.1 Viga de Vandewalle sujeta a flexión	74
	4.4 MODELOS NUMÉRICOS DE LOS ESPECÍMENES ENSAYADOS	77
	4.4.1 Modelo M1 correspondiente al espécimen E1	
	4.4.2 Modelo M2 correspondiente al espécimen E2	94
	4.4.3 Modelo M3 correspondiente al espécimen E3	103
	4.4.4 Modelo M4 correspondiente al espécimen E4	112
	4.4.5 Propuesta y comparación de modelos postensados	117
	4.4.6 Comparación de los modelos usando el enfoque de agrietamiento disper	rso y
	resumen de anchos de grieta para los modelos de la grieta discreta	119
	4.4.7 Comentarios finales de los modelos numéricos	122
	CONCLUSIONES	124
	INVESTIGACIONES FUTURAS	128

RESUMEN

Este estudio trata principalmente el fenómeno de agrietamiento en extremos recortados de vigas de concreto, como las que se emplean en los viaductos elevados construidos recientemente en la ciudad de México. En éstas, un aspecto crítico reside en la posibilidad de un agrietamiento prematuro en la esquina entrante en el extremo recortado de la viga. Limitar el agrietamiento a un nivel que no perjudique el correcto funcionamiento de las estructura ni provoque que su apariencia sea inaceptable es fundamental en la calidad y durabilidad de una estructura. Adicionalmente el proyecto pretende entender los modos de falla, corroborar si el procedimiento actual de diseño es adecuado y verificar la eficacia de distintas distribuciones de refuerzo.

Se probaron cuatro extremos recortados de vigas de concreto para comparar el desempeño de distintas soluciones de refuerzo. Estos se construyeron a escala 1:3.6 y fueron sometidos a carga estática vertical creciente hasta una carga máxima. El primer espécimen se reforzó de acuerdo con el criterio y los procedimientos recomendados por el manual de diseño del Prestressed Concrete Institute (PCI) y corresponde al prototipo. Al segundo espécimen se aplicó un postensado longitudinal para comprimir la sección crítica, en el tercer espécimen se sustituyó parte del refuerzo vertical y horizontal por barras en diagonal a 45°, bajo el criterio de seguir los esfuerzos principales y al cuarto se le aplicó un postensado longitudinal y se le incorporaron barras en diagonal. En general el espécimen con mejor desempeño en cuanto a agrietamiento en condiciones de diseño, y seguridad ante la falla fue el que tenía postensado longitudinal.

También se elaboraron modelos de elementos finitos no lineales en 3D para simular el agrietamiento observado bajo una carga de servicio aplicada en tres de los especímenes y para el posterior estudio de otras modalidades de refuerzo. El agrietamiento fue simulado usando el enfoque de agrietamiento difuso y el de la grieta discreta. Para simular la apertura de la grieta se usó un modelo de zona cohesiva. El agrietamiento obtenido en los modelos numéricos se compara satisfactoriamente con el de los modelos experimentales. Se concluye que el modelo de la grieta discreta puede ser aplicado al estudio de la fractura local en estructuras de concreto armado o presforzado, cuando los parámetros necesarios para la simulación de las grietas se obtienen de pruebas experimentales en condiciones similares.

ABSTRACT

This study concerns the phenomenon of cracking in concrete dapped-end beams which have been frequently used in recent times for highway bridges in Mexico City. The critical aspect resides in the possibility of a premature cracking in the entrant corner of dapped-end. Limiting cracking at a level that does not impair the correct operation of the structure or cause unacceptable appearance is fundamental to the quality and durability of a structure. Additionally, the research project aims at understanding the failure modes, at verifying if the current design procedure is adequate and evaluating the effectiveness of different distributions of reinforcement.

Four concrete dapped-end beams were tested to compare the performance of different reinforcement solutions. Four specimens at scale 1:3.6 were subjected to incremental vertical static load to failure. The first specimen was reinforced according to the criteria and procedures recommended by the PCI design Handbook. To the second one it was applied a longitudinal postension to compress the critical section; in the third one, part of the hangers and of horizontal reinforcement was replaced by diagonal bars at 45°, and the fourth one was postensioned and reinforced with diagonal bars. Results allowed to conclude that the postensioned specimen had a better behavior.

3D Nonlinear finite element models were developed for three of the specimens to simulate the observed cracking under service load, and also for evaluating other modalities of reinforcement. The cracking was numerically simulated using the smeared crack approach and the discrete crack approach. To simulate the opening of the crack a cohesive zone model was used. Cracking obtained in the numerical models was compared satisfactorily with the one observed in experimental models. It was concluded that the discrete crack model can be applied for the study of local fracture in reinforced or prestressed concrete structures, when the necessary parameters for simulation of cracks are obtained from experimental tests under similar conditions.

Capítulo 1 INTRODUCCIÓN

El agrietamiento en estructuras de concreto reforzado y presforzado ha sido investigado, tanto desde el punto de vista experimental como numérico, ya que a menudo llega a ser una causa de falla local bajo condiciones de servicio y, en ocasiones, de un colapso estructural repentino. Esto ha causado preocupación en el ámbito de la Ingeniería civil que reconoce debilidades en estas estructuras al ser sometidas a esfuerzos elevados de configuración compleja debido a cambios bruscos en su geometría, aplicación de cargas puntuales, fuerzas internas en uniones con otros elementos, entre otros efectos.

1.1 PROBLEMÁTICA

Los extremos recortados de vigas de concreto son un ejemplo representativo de un comportamiento que tiene configuraciones complejas de esfuerzos que las hacen más vulnerables a los agrietamientos debidos a la interacción flexión-cortante. Cuando las deformaciones por cortante no son despreciables comparadas con las de flexión, la hipótesis de esfuerzo plano, propuesta por Bernoulli, ya no se aplica. Entonces su comportamiento debe ser estudiado de otra manera, siendo una opción es mediante el método de elementos finitos.

Recientemente, se ha empleado para viaductos urbanos un sistema constructivo que aprovecha las ventajas de la prefabricación, al dividir las vigas del puente en dos tramos, y al imponer una articulación en una sección en la que los momentos actuantes por efecto de las cargas verticales son mínimos (Figura 1). El aspecto crítico de esta solución es la transmisión de la fuerza cortante en la unión entre los dos tramos prefabricados: la viga central y la de apoyo, debido a que se cuenta sólo con la mitad del peralte de las vigas al formarse dos extremos recortados. La sección de estos extremos recortados es maciza a diferencia de la sección de las vigas que es en cajón, lo que compensa parcialmente la diferencia de peralte; aun así el refuerzo se vuelve muy denso y su detallado es complicado en los extremos recortados. Esta conexión viga-viga debe garantizar ser más resistente que los elementos que se conectan.



Figura 1 Sistema constructivo para viaductos en la ciudad de México

El diseño de estos extremos recortados está bien establecido con base principalmente pruebas experimentales realizadas para distintas en configuraciones de refuerzo. Se han identificado los principales modos de falla que pueden presentarse, y se han desarrollado procedimientos de diseño que permiten lograr una seguridad adecuada contra la falla; sin embargo, estos procedimientos no incluyen la revisión de la tensión diagonal en la esquina reentrante donde se puede presentar un agrietamiento prematuro ante las cargas de servicio, dando como consecuencia, en el caso particular de los puentes en cuestión, la posibilidad de penetración de agua y la progresiva degradación por corrosión del acero de refuerzo y del presfuerzo. Además, la dificultad de acceso visual a la zona hace difícil detectar el daño y tomar oportunamente medidas correctivas.

1.2 ALCANCES Y OBJETIVOS

Para estudiar el agrietamiento en extremos recortados, se planteó un programa de investigación que incluyó una parte experimental y otra numérica.

En el laboratorio se ensayaron cuatro especímenes a escala con diferentes configuraciones de armado y postensado, sometidos a cargas de servicio y últimas de diseño, aplicadas de forma simétrica (cuando se cargan los tres carriles del viaducto) y excéntrica (cuando se carga solo el carril extremo del viaducto). Cada prueba ha brindado información sobre bajo qué carga vertical inicia la grieta en la esquina reentrante, así como el desarrollo y ancho de la misma. Con ello se puede

evaluar la efectividad del refuerzo de los especímenes en estudio bajo condiciones de carga de servicio.

En la modelación de los especímenes se empleó el método de elemento finito, haciendo uso del programa de análisis ANSYS (versión 11.0). Los modelos toman en cuenta el comportamiento lineal y no lineal de los materiales y la no linealidad para las condiciones de frontera debido a la discontinuidad que se genera con la aparición de la grieta discreta. La simulación numérica cubre los casos en los que se aplicó carga simétrica y excéntrica de servicio. El comportamiento de los modelos fue comparado con los obtenidos en las pruebas experimentales.

Los objetivos principales de los ensayes y de los modelos numéricos fueron:

- Comparar el comportamiento de los cuatro tipos de refuerzo adoptados en las pruebas de laboratorio, en cuanto a: seguridad contra la falla y agrietamiento en condiciones de servicio.
- Reproducir el agrietamiento usando el enfoque de agrietamiento disperso y la grieta discreta en los extremos recortados debido a cargas de servicio mediante el programa de elementos finitos "ANSYS".
- Validar la metodología de aplicar un análisis de elemento finito para las grietas usando dos enfoques el del agrietamiento disperso y el de la grieta discreta corroborándola con los resultados experimentales propuestos en nuestro trabajo.

1.3 ESTRUCTURA DE LA TESIS

El trabajo se divide en cinco capítulos. El capítulo uno es la introducción, donde se mencionan alcances y objetivos; en el segundo capítulo se exponen trabajos previos sobre extremos recortados, así como los criterios de diseño, y los procedimientos para el control del agrietamiento en estructuras de concreto. También los criterios para el modelado con elemento finito de grietas y juntas en sistemas estructurales y por último el modelado de deslizamiento por falta de adherencia.

El tercer capítulo presenta información del prototipo y el criterio de escalamiento de los cuatro especímenes propuestos así como una descripción de estos. Se describe el diseño, construcción, instrumentación, propiedades mecánicas de los materiales y programa de ensayo. También se hace una descripción del

agrietamiento observado y del comportamiento estructural de los especímenes sujetos a cargas de servicio, diseño y máxima.

El cuarto capítulo describe la modelación numérica en 3D de los cuatro especímenes usando como herramienta de análisis el programa ANSYS 11.0. Como parte fundamental de este estudio se simula el agrietamiento usando dos enfoques, el primero correspondiente al agrietamiento disperso, y el segundo el enfoque de la grieta discreta. Para conocer qué tan viable es la modelación discreta se presenta una calibración de una viga de concreto reforzado sujeta a flexión en donde se comparará el ancho de grieta obtenido de la prueba experimental contra el modelo numérico.

El trabajo presenta la simulación numérica de los cuatro especímenes sujetos a carga de servicio aplicando carga de forma simétrica y excéntrica. Los modelos toman en cuenta las hipótesis que involucra el problema del agrietamiento bajo los dos enfoques antes mencionados. También se mencionan las ventajas y desventajas de acuerdo con el tipo de enfoque que se adopte. Se presentan los resultados numéricos de los anchos de grieta. Se incorporan algunas propuestas variando el nivel de postensado. Se comparan las curvas carga-desplazamiento del modelo contra las de los especímenes probados en el laboratorio y se analizan los resultados.

Finalmente, en el capítulo cinco se presentan conclusiones, comentarios, recomendaciones y posibles futuras líneas de investigación.

Capítulo 2 ANTECEDENTES Y GENERALIDADES

2.1 TRABAJOS PREVIOS SOBRE EXTREMOS RECORTADOS DE VIGAS

Pocas investigaciones habían sido realizadas sobre extremos recortados de vigas hasta 1969 cuando Reynold presentó su artículo "La resistencia de juntas en vigas de concreto reforzado". Una investigación exhaustiva se llevó a cabo por Mattock en la Universidad de Washington en Seattle. Esta investigación sobre el diseño de extremos recortados constituyó la base para los procedimientos de diseño que se han empleado en la práctica.

Reynold tuvo como objetivo establecer los detalles de un refuerzo adecuado considerando un procedimiento de diseño para miembros de extremos recortados. Su estudio, concluyó que los estribos proveen un refuerzo adecuado, además los extremos recortados pueden ser diseñados por una sencilla consideración de equilibrio de momentos. Deben incluirse estribos horizontales. El refuerzo a tensión debe ser extendido a la punta del extremo recortado de la viga para ofrecer anclaje a los estribos. El presfuerzo en extremos recortados de vigas mejora significativamente el servicio de todo el esquema de refuerzo, reduciendo esfuerzos en el refuerzo y el agrietamiento asociado a la carga de servicio.

Hamoud, Phang y Bierweiler (1975), desarrollaron los mecanismos de las grietas en diagonal por cortante encontrando que la resistencia por corte de extremos recortados presforzados puede predecirse basándose en un análisis elástico. La carga de agrietamiento por corte para vigas postensadas es igual a la carga de falla y por último, las vigas con valores bajos de refuerzo y alto presfuerzo fallan a flexión y las vigas con bajo presfuerzo fallan por la ruptura del concreto.

Werner y Dilger (1973), utilizaron el método de elemento finito para determinar el primer agrietamiento en la esquina re-entrante y determinar la contribución del concreto al agrietamiento por cortante. Concluyeron lo siguiente:

- Para calcular la carga de agrietamiento por cortante usando el método de elemento finito la resistencia a tensión del concreto se tomará igual a 6\sqrt{f'_c} y a 4\sqrt{f'_c} para el diseño práctico.
- La carga de agrietamiento puede ser tomada igual a la contribución del concreto.
- La resistencia por corte es la suma del concreto, el refuerzo al corte y los tendones de presfuerzo.El refuerzo al cortante vertical e inclinado parece ser igualmente eficiente a cortante.

Mattock y Chan (1979), presentaron un estudio que tuvo como propósito proporcionar un mejor entendimiento del comportamiento de extremos recortados de vigas para carga de servicio y carga última, con miras al desarrollo de un procedimiento de diseño racional. La punta (o reducción de la parte del peralte) de un extremo recortado se asemeja a una ménsula invertida. Sin embargo, en el caso de la ménsula, la fuerza de compresión del concreto inclinada en la ménsula es resistida por una fuerza de compresión en la columna; pero en el caso del extremo recortado, la inclinación de la fuerza de compresión en la punta será resistida por una fuerza a tensión en los estribos colocados cercanos al peralte total. Para el equilibrio de la punta, el refuerzo de los estribos debe proporcionar una fuerza de tensión igual a la fuerza cortante actuando sobre la punta. Se probaron ocho extremos recortados, cuatro sujetos solo a carga vertical, y cuatro con combinación de cargas vertical y horizontal. De los resultados del programa de pruebas los investigadores concluyeron lo siguiente:

- la parte del peralte reducido del extremo recortado puede ser diseñada como si fuera una ménsula, siempre que la relación claro de cortante "a" usada en el diseño sea tomada igual a la distancia del centro de acción de la carga vertical al centro de gravedad del refuerzo de los colgantes A_{vh}.
- El diseño de la ménsula propuesto podrá ser usado, sí el claro de cortante "a" entre el peralte efectivo "d" es ≤ 1.0.
- El grupo de estribos cerrados A_{vh} , debe tener una resistencia a la fluencia $A_{vh}f_y$ que debe ser menor que V_u/\emptyset (donde V_u es el cortante total debido a la cargas factorizadas y \emptyset factor de reducción de resistencia igual a 0.85); los estribos deberán ser proporcionados cerca a la cara del peralte total de la viga para resistir la componente vertical de la fuerza de compresión inclinada en la punta. Este refuerzo será anclado en la parte superior e inferior envolviendo las barras del refuerzo longitudinal.
- La parte del peralte total de la viga como requisito debe estar diseñada para satisfacer el equilibrio de momentos y fuerzas a través de las grietas inclinadas, además de llevar a cabo el diseño usual de las secciones normales al eje longitudinal de la viga a flexión, cortante, y fuerza axial.
- El refuerzo principal de la punta A_s debe ser proporcionado con un anclaje positivo lo más cerca de la cara del extremo de la viga como sea posible. Esta barras también deben extenderse en la viga a una distancia $(H - d + l_d)$ más allá de la esquina re-entrante, para que puedan desarrollar su resistencia a punto cedente donde intercepte la grieta por tensión diagonal originada en la esquina inferior de la viga.
- Los estribos horizontales A_h deben ser anclados cerca a la cara de la viga envolviendo las barras verticales en cada esquina.

Khan (1981), verificó los diseños de Mattock y Chan propuestos para vigas con relación a/d≤1.0 utilizando estribos horizontales solamente en la punta. Además verificó vigas con relación a/d≥1.0, utilizando una combinación de estribos horizontales y verticales en la punta. Los resultados obtenidos mostraron la validez de las recomendaciones de Mattock y Chan para vigas con la relación a/d≤1.0. En el caso de las relaciones $1.0 \le a/d \le 1.5$, el extremo recortado puede ser diseñado como una viga de gran peralte, usando la combinación de estribos horizontales y verticales. El comportamiento de extremos recortados puede asumirse como el comportamiento de una armadura.

Continuando con su trabajo Mattock y Theryo (1986) estudiaron cinco esquemas de refuerzo para extremos recortados, adecuados para miembros delgados de concreto, presforzados y prefabricados, similares a las vigas doble T. El estudio involucra especímenes a escala natural para una combinación de cortante y tensión sobre la placa de apoyo. Basándose en los resultados de los especímenes probados, concluyeron que, los cinco esquemas de refuerzo estudiados son adecuados para el uso en la práctica. En todos los casos la extensión horizontal del refuerzo colgante en la parte inferior del alma no debe ser menos que 1.7 veces la longitud de desarrollo especificada, con el fin de que la resistencia a punto cedente pueda ser desarrollada. El esquema del refuerzo usando colgantes inclinados provee mejor control de agrietamiento que cuando se hace uso de colgantes verticales. Los tendones presforzados a través de la punta del extremo recortado mejoraron significativamente la condición de servicio para todos los esquemas de refuerzo asociado al agrietamiento bajo carga de servicio.

Wen-Yao Lu et al. (2003) obtuvieron resultados de doce pruebas de extremos recortados. Las variables estudiadas fueran la resistencia a compresión del concreto, la relación claro de cortante-peralte efectivo (a/d) y la carga horizontal. El resultado de las pruebas indicó que la resistencia al corte de los extremos recortados incrementa con la resistencia a compresión del concreto. La resistencia al corte de vigas de extremos recortados también aumentó con el decremento en la relación a/d. Cuando menor sea la relación a/d, es mayor su rigidez y carga última. Tanto la rigidez y la carga última de vigas de extremos recortados aumenta con el incremento de resistencia a compresión del concreto, pero decrece con un incremento en carga horizontal. Este estudio observó la extensión del modelo de *puntal-tensor*, ya que para el concreto se toma en cuenta el ablandamiento del material. El estudio predijo la resistencia por corte de vigas de extremos recortados con la relación a/d<1.0. La resistencia al corte de los modelos analíticos propuestos, el modelo puntal-tensor del American Concrete Institute (ACI) y el enfoque del Precast/Prestressed Concrete Institute (PCI) fueron

comparados con los resultados de las pruebas experimentales disponibles. La comparación muestra que el modelo analítico puntal-tensor pueden predecir la resistencia por corte de vigas de extremos recortados de concreto reforzado más similar que el enfoque del PCI.

Aparentemente pocos estudios se han hecho del comportamiento de extremos recortados de vigas utilizando el método de elementos finitos sobre todo para conocer anchos de grieta bajo condiciones de carga de servicio. Por lo tanto es necesario realizar más estudios que contemplen lo antes mencionado para poder hacer aportaciones que contribuyan al diseño de estos elementos.

2.2 COMPORTAMIENTO DE EXTREMOS RECORTADOS DE VIGAS Y CRITERIO DE DISEÑO

Una ménsula del tipo unión viga-viga, puede encontrarse en el extremo final de vigas prefabricadas en puentes o en sistemas de piso en edificios que requieren grandes claros. Para el diseño de estos elementos *discontinuos,* el análisis de la conexión presenta ciertas dificultades debido al cambio brusco en el peralte total de la sección, que genera configuraciones complejas de esfuerzos en la zona de transmisión de carga; además en ese caso se tiene que resolver el problema de que la carga vertical que el extremo recortado recibe en la parte inferior de la sección de la viga pueda transmitirse hacia la parte superior de esta última.

El diseño de extremos recortados está basado en las condiciones de equilibrio a la falla. El manual del PCI (Prestressed Concrete Institute, 1999) requiere la investigación de varios modos de falla potenciales los cuales son numerados y mostrados en la Figura 2 junto con el refuerzo requerido para cada uno. Las ecuaciones de diseño propuestas en la sección 4.6.3 (sexta edición del Manual del PCI) están basadas en estudios de Mattock y Chan y son apropiadas para los casos en que $\frac{a}{d} \leq 1$ (donde *a* es el claro de cortante y *d* el peralte efectivo del extremo recortado).



Figura 2 Modos de falla y refuerzo necesario para extremos recortados de viga

La propuesta del PCI considera el refuerzo únicamente con acero normal con f_y =4200 kg/cm². Los principales modos de fallas y el acero de refuerzo que hay que colocar para evitarlos se describen a continuación:

 Flexión y tensión axial en el extremo. La resiste el refuerzo horizontal, que consiste en la sumatoria del refuerzo por flexión más el refuerzo por tensión axial.

$$A_s = A_f + A_n \tag{1. a}$$

$$A_s = \frac{1}{\phi f_y} \left[V_u \left(\frac{a}{d} \right) + N_u \left(\frac{h}{d} \right) \right]$$
(1. b)

Donde:

 A_s = área de refuerzo principal en el extremo recortado

 A_f = área de acero de tensión primaria resistente a momento

 A_n = área del acero de tensión primaria resistente a fuerza de tensión N_c

 N_c = fuerza horizontal

Ø = 0.85

a = Claro de cortante

l_p= Ancho de ménsula

h= Peralte total de la ménsula

d= Distancia desde la parte alta de la ménsula al centroide de A_s (peralte Efectivo de la ménsula

 f_y = Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo

 V_u = Fuerza vertical factorizada aplicada

 N_u = Fuerza de tensión, puede considerarse como 0.2 V_u .

2. Corte directo. Esta grieta debe ser restringida por la combinación de A_s y A_h . Este refuerzo puede ser determinado por las siguientes ecuaciones:

$$A_s = \frac{2V_u}{3\emptyset f_y \mu_e} + A_n \tag{2.a}$$

$$A_n = \frac{N_u}{\phi f_y} \tag{2.b}$$

 A_s se toma como el mayor valor entre los dos dados por las ecuaciones 2.a y 2.b; este valor se usa en la siguiente expresión y se determina el área de acero A_h (área de estribos horizontales).

$$A_{h} = 0.5(A_{s} - A_{n})$$
(3)

Donde:

$$\mu_e = \frac{70.3\lambda^2 bh\mu}{V_u}$$

 μ = coeficiente de fricción

 λ = Factor de modificación relacionado con la densidad del concreto.

3. Tensión diagonal que se presenta en el rincón reentrante y que origina una grieta que inicia desde esa esquina hacia la zona de más peralte del elemento, A_{sh} (área de colgantes). El refuerzo necesario para resistirla se determina mediante la ecuación:

$$A_{sh} = \frac{V_u}{\phi f_y} \tag{4}$$

4. Tensión diagonal en la sección de la ménsula. Se debe agregar refuerzo vertical en el extremo para evitar una falla frágil debida a la grieta 4, así como también, para evitar la falla por cortante directo en la unión ménsula-viga (interface), y para confinar el puntal de compresión. Este refuerzo se puede calcular aplicando las siguientes ecuaciones:

$$\phi V_n = \phi \left(A_v f_y + A_h f_y + 0.53\lambda b d \sqrt{f_c} \right)$$
(5)

Donde A_v (área de estribos verticales) debe determinarse como sigue:

$$A_{\nu} = \frac{1}{2f_{\nu}} \left[\frac{V_u}{\phi} - 0.53\lambda b d \sqrt{f'_c} \right]$$
(6)

5. Tensión diagonal en la porción sin ménsula. La grieta superior del elemento completo (sin ménsula) debe ser impedida mediante acero de refuerzo el cual debe ser igual o mayor al acero A_{sh} , para que pueda formar ganchos y así garantizar un buen anclaje. Por lo tanto, se debe de cumplir la siguiente condición:

$$A'_{sh} \ge A_{sh} \tag{7}$$

Otras consideraciones:

- El peralte del extremo extendido no será menor que a la mitad del peralte de la viga, a menos de que la viga sea significativamente más peraltada por otras razones estructurales.
- El refuerzo de colgantes, *A_{sh}*, debe colocarse lo más cerca posible a la esquina re-entrante. Estos requerimientos de refuerzo no se suman a otros requerimientos de refuerzo a cortante.
- Los esfuerzos de flexión en el peralte total de la sección inmediatamente más allá del recorte, calculados usando cargas factorizadas y propiedades de la sección gruesa, no excederán 6√*f*′_c. El refuerzo longitudinal deberá ser colocado en la viga para desarrollar la resistencia a flexión requerida.

La falla del elemento ocurre bajo la combinación de estados de esfuerzo de cortante-compresión. A medida que el refuerzo fluye, las grietas comienzan a incrementar el ancho y la deflexión significativamente. Cuando las grietas se han desarrollado hasta cierto punto, la tensión en el alma del refuerzo en la vecindad de la esquina re-entrante aumenta con las grietas inclinadas desarrolladas gradualmente.

2.3 CONTROL DE AGRIETAMIENTO EN ESTRUCTURAS DE CONCRETO SUJETAS A FLEXIÓN

En los miembros a flexión el control de la grieta puede ser tan importante como el control de la deflexión. La grieta de la zona en tensión de una viga de concreto reforzada comienza para niveles de esfuerzos bajos en el armado. Para las

superficies de concreto expuestas, el control de la grieta también es importante desde el punto de vista estético. El papel que desempeñan las grietas en la corrosión del acero es un tema controvertido. Un punto de vista es que las grietas reducen la vida de servicio de las estructuras porque permiten que la carbonatación penetre más rápidamente y que los iones cloruro, la humedad y el oxígeno lleguen hasta el acero. Otro punto de vista es que, aunque las grietas aceleran el inicio de la corrosión, ésta se queda localizada en la longitud de la barra correspondiente al ancho de la grieta. Los parámetros más importantes para la protección contra la corrosión son el recubrimiento y la calidad del concreto. La tendencia del diseño de concreto armado y presforzado para asegurar una grieta aceptable bajo cargas de servicio consiste en proveer un detallado adecuado. Tal como requisitos de acero mínimo y la correcta selección de los diámetros de las barras, separación de las barras y reducción de las restricciones. Antes que en tratar de aplicar métodos sofisticados para calcular las grietas Schlaich et al. (1987); Halvorsen (1987).

Para controlar el ancho de grieta en miembros a flexión, los diseñadores pueden utilizar las pautas establecidas en varios códigos de diseño. Estas directrices se basan en ciertas soluciones analíticas para anchos de grieta, las que han sido desarrolladas por varios investigadores. Sin embargo, a pesar de estas investigaciones varios investigadores no coinciden sobre la importancia de las distintas variables que afectan el ancho de grieta. Desafortunadamente, la evaluación del ancho de grieta para vigas sujetas a flexión y compresión de concreto reforzado, y presforzado y para estructuras de concreto reforzadas con fibras todavía permanece como un problema abierto. El American Concrete Institute sugiere una aproximación empírica para la evaluación de ancho de grieta, *w* derivada de las pruebas de Gergely y Lutz (1968), que es independiente de la distancia entre grieta. Por otra parte, CEB-FIP (Modelo Code 90) y el Eurocódigo 2 recomiendan la siguiente fórmula semiempírica:

$$w_k = S_{rmáx}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \tag{8}$$

Donde, w_k = valor característico del ancho de grieta; ε_{sm} = deformación promedio en el refuerzo entre las grietas; ε_{cm} = deformación promedio en el concreto entre las grietas; y $S_{rmáx}$ = separación máxima de grieta calculada con:

$$S_{rmáx} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho} \tag{9}$$

Donde, k_1 , k_2 , k_3 , k_4 son coeficientes a dimensionales, \emptyset = diámetro de la barra; y ρ igual a la relación de refuerzo efectivo (la relación entre el área de refuerzo A_s

contenida en el área de concreto efectivo en tensión Ac_{eff}). Este enfoque ha sido extendido para estructuras de concreto reforzadas con fibras para el método de diseño $\sigma - \varepsilon$ sugeridas por el método de diseño del RILEM TC 162-TDF (2003).

En un enfoque de un modelo analítico más realista para el cálculo de, w y S_r fue el introducido por Fantilli y Vallini (2004) para vigas de concreto reforzado tradicional o mediante la combinación de fibras de acero y barras de refuerzo tradicional haciendo referencia a la zona de tensión de la viga sujeta a momento flexionante y carga axial. Un modelo de bloque único se introdujo para predecir ancho de grieta, longitud de grieta y distancia entre grietas. De esta manera, se toman en cuenta los fenómenos físicos que afectan la evolución de configuración de la grieta (i. e. mecanismos de adherencia-deslizamiento entre el acero y el concreto y los mecanismos de fractura no lineales del material en tensión). En particular, para estructuras de concreto ligeramente reforzadas como es este caso de estudio, el modelo tiene que ser usado junto con el introducido por Chiaia et al. (2007).

Como resultado del estudio los patrones observados de agrietamiento fueron similares a los de la campaña experimental. Las grietas en las vigas con fibras de acero fueron por lo general más estrechas, y se originaron en pequeñas distancias, de lo observado en vigas de concreto reforzado que tenían la misma geometría y relación de refuerzo. Esto fue enteramente debido a la presencia de fibras considerado en este estudio a través del índice de refuerzo, que es el producto de porcentaje en volumen y la relación de aspecto de la fibra. Sin embargo, el efecto beneficioso del refuerzo de fibra se desvanece con el aumento de la dimensión estructural. Por lo tanto, en el caso de estructuras masivas, perece necesario un cálculo directo del ancho de la grieta, incluso con la presencia de las fibras.

2.4 MODELACIÓN DE GRIETAS Y JUNTAS EN SISTEMAS ESTRUCTURALES DISCONTINUOS

Las discontinuidades en un sistema se pueden presentar debido a cambios bruscos de la geometría de los elementos, la interfaz entre los distintos materiales y las juntas o fracturas en el material. Estudios en la literatura sobre el modelado en elemento finito de grietas y juntas muestran dos enfoques comunes para un análisis representativo: el de la grieta discreta (con el enfoque de la mecánica de fractura), el de la grieta dispersa o hacer uso de elementos de interfaz como estrategia para la simulación de grietas y otras discontinuidades.

Enfoque de grieta discreta (mecánica de fractura). La grieta discreta requiere monitorear la respuesta y modificar la topología de la malla de elementos finitos

correspondiente a la configuración real de la grieta en cada estado de carga. Los modelos de grieta explícitamente representan la grieta como una separación de nodos. Donde los esfuerzos y deformaciones en un nodo, o el promedio en elementos adyacentes, exceden un valor dado, el nodo es redefinido como dos nodos y los elementos a ambos lados se dejan que se separen. Si bien esto produce una representación realista de la grieta de apertura, una discretización burda en el modelo de elementos finitos puede resultar en la tergiversación de la punta de la grieta y su propagación. Un problema más grave es que, cambiando la formulación del modelo de elementos finitos cambia el número de ecuaciones a resolver y se amplía el ancho de banda de la matriz de rigidez.

Skrikerud y Bachmann (1986) desarrollaron un procedimiento de grieta discreta para tener en cuenta el inicio, la extensión, el cierre y la reapertura de grietas en tensión. Los investigadores analizaron la presa Koyna, que experimentó grietas considerables durante el terremoto de 1967. El análisis no consideró la reserva de agua almacenada. Dejar de lado el agua limita la aplicación de resultados, porque la interacción presa-agua altera significativamente la respuesta dinámica de presas de gravedad. Los resultados obtenidos parecen depender del refinamiento de la malla y la orientación, estos resultados muestran la separación de la parte superior de la presa al ser sometida a un acelerograma sintético.

Enfoque de grieta dispersa. En la grieta dispersa de acuerdo con Zienkiewicz et al. (1980), Norman (1985), Mlakar (1987) la modelación es en un sentido promedio. De manera apropiada, se modifican las propiedades del material en los puntos de integración de elementos finitos regulares. Si la energía por deformación liberada por este ablandamiento es igual a la energía por deformación liberada por una grieta discreta abierta, entonces el comportamiento estructural global será el mismo cuando la energía de deformación es redistribuida. Los criterios para agrietamiento son similares a las aplicadas en modelos discretos. El modelo de grietas dispersas es conveniente cuando las orientaciones de las grietas no son conocidas de antemano, porque la formación de una grieta no implica remallar o nuevos grados de libertad.

Los modelos de agrietamiento disperso pueden adoptar la formulación de grieta fija y rotada. En el primer caso, la dirección de la grieta sigue siendo la misma para todo el análisis incluso si las direcciones principales cambian mientras que, en este último caso la orientación de la grieta cambia de acuerdo con las direcciones principales. En la grieta, se deben calcular las contribuciones debidas a la transferencia al corte a través de la grieta. Esta contribución es usualmente calculada en función de un factor de retención al corte, que es un coeficiente numérico calculado de varias formas, teniendo en cuenta los esfuerzos al corte como una fracción de los esfuerzos en el caso sin agrietar. Se ha demostrado, que el enfoque de rotación describe mejor las situaciones particulares con varias configuraciones de grieta. Por ejemplo, una viga flexionada que tendrá falla por cortante, en cada punto de integración puede agrietarse una sola vez, por ello el enfoque fijo no puede dar resultados confiables. De hecho, las primeras grietas son causadas por el momento a flexión (grieta vertical). Luego, a medida que incrementa las cargas, la abertura de las grietas previas, domina el comportamiento estructural. En este caso, la rotación de la grieta permite capturar el patrón de grietas más importantes, mientras que las grietas fijas mantienen su orientación vertical inicial dando una mala descripción de las grietas.

El concepto de grieta dispersa, fue desarrollado para estructuras de concreto y se ha extendido a análisis de estructuras de mampostería Rots (1991), y Lofti y Shing (1991).

Elementos junta o interfaz. Varios tipos de elementos junta o interfaz se han desarrollado hasta la fecha por muchos investigadores para representar el comportamiento unión o separación. Una cronología general del desarrollo de los principales elementos comunes que existen en la literatura, incluyendo sus características pertinentes, se resume a continuación:

Los elementos de interfaz fueron usados primero en mecánica de rocas por Goodman et al., (1968) para representar el comportamiento de masas de rocas unidas. Van Dillen y Ewing (1981), desarrollaron elementos junta en tres dimensiones, mediante un programa computacional. Las relaciones constitutivas para elementos junta fueron propuestas en términos de teoría de plasticidad. Los elementos son de espesor, especialmente adecuados para el modelado de juntas y fractura en rocas. Otros elementos junta/interfaz han sido desarrollados desde entonces; cada uno de ellos aplicables a estructuras particulares con diferentes características.

Otra clase importante de problemas de discontinuidades concierne al comportamiento inelástico de la mampostería, donde las discontinuidades son interfaz de bloques o interfaz de ladrillo-mortero o interfaz ladrillo-grout. Page (1978) y Hegemier et al. (1978), usaron un modelo de elementos finitos considerando la mampostería como un continuo con propiedades elásticas isotrópicas actuando en conjunto con juntas de mortero que posee propiedades especiales y restringidas. Las juntas fueron modeladas con elementos de enlace con características de deformación no lineal, mostrando una analogía con el comportamiento de roca junta.

Existen numerosas investigaciones sobre la aplicación de elementos finitos para modelar el comportamiento del concreto armado, investigaciones que se resumen en un informe del Comité American Society of Civil Engineers (ASCE, 1982) sobre Análisis del concreto Armado por Elementos Finitos. Para modelar el agrietamiento, se ha empleado el enfoque de la grieta discreta, usado originalmente por Ngo y Scordelis (1967) las fisuras individuales se modelan usando puntos nodales independientes para los elementos de concreto ubicados en las grietas, para un miembro flexionado. Esto permite la separación de elementos en las grietas. Los efectos de la degradación de la adherencia sobre la rigidización por tensión se pueden modelar mediante elementos de unión lineales o no lineales que conectan el concreto y los elementos de acero.

Así que el comportamiento de grietas en materiales cuasi-frágiles como concretos puede ser modelado bajo el enfoque de la grieta discreta usando elementos de interfaz basado en un modelo de grieta cohesiva, estos modelos han sido utilizados con éxito al estudiar la fractura en modo mixto.

Se concluye que los modelos de grieta discreta (mecánica de fractura) y dispersa, sólo tienen una capacidad limitada para modelar discontinuidades fuertes, por lo que el uso de elementos junta/interfaz es más apropiado para representar una modelación. Estos elementos pueden modelar exitosamente la apertura y cierre de grietas discretas al igual que numerosas aplicaciones en donde las discontinuidades juegan un papel muy importante en el comportamiento físico del sistema.

2.5 MODELADO DE DESLIZAMIENTO POR FALTA DE ADHERENCIA

La adherencia es el fenómeno de transferencia de esfuerzos entre el acero y el concreto. Ésta es la que hace posible combinar un buen comportamiento conjunto del concreto a compresión y que se desarrolle la alta resistencia del acero a tensión en las estructuras de concreto reforzado. Cuando una barra embebida se somete a una fuerza de tensión, la transferencia de esfuerzos desde el acero al concreto se produce a través de unas fuerzas de compresión inclinadas que se originan en las corrugaciones en el acero según un ángulo α . La componente radial de estas fuerzas de compresión se equilibra con un anillo de tensiones que aparecen en el concreto rodeando a la barra originando grietas longitudinales internas. Si no existe refuerzo confinante estas grietas atraviesan el recubrimiento (Figura 3). Sin embargo, si la barra de acero tiene buena condiciones de confinamiento, la falla se originará por un desgarramiento de la barra respecto al concreto que la rodea, una falla por adherencia (pull-out).

La complejidad de la adherencia entre el concreto y el acero se debe a que son muchos los factores y parámetros que intervienen, tanto de carácter físico como químico. Además de los relacionados con las características de la barra hay que tener en cuenta otros aspectos tales como las propiedades del concreto, el recubrimiento, el confinamiento, la historia de carga, etc., CEB-FIP (1996), y FIB (2000), (Figura 4).



Figura 3 Formación del anillo de tensión en el concreto equilibrando las fuerzas de adherencia



Figura 4 Relación esfuerzo de adherencia / deslizamiento

La adherencia entre el concreto y el acero se puede introducir en el programa ANSYS con el elemento COMBIN39 (Figura 5) este es unidireccional, con una curva fuerza de desplazamiento que es no lineal.



Figura 5 Elemento COMBIN39, (ANSYS 11.0)

Un elemento resorte no lineal COMBIN39 se conectaría a los nodos del elemento LINK8 representando el refuerzo, y a los nodos del elemento SOLID65 representando el concreto, como se ilustra en la Figura 6.



Figura 6 Detalle del modelo de elementos finitos

2.6 AVANCES Y DIFICULTADES QUE SE PRESENTAN AL PLANTEAR UN MODELO COHESIVO

Para poder validar un modelo con resultados experimentales es necesario disponer de una completa caracterización mecánica del concreto, del armado y de la interfaz de los dos materiales. La modelación de la interacción entre el acero y el concreto es compleja, ya que en el proceso de desprendimiento se produce un deterioro en la interfaz, e incluso puede inducirse procesos de fractura secundarios en el concreto.

La mayoría de los estudios abordan el problema de vigas débilmente armadas sujetas a flexión usando una grieta discreta que se comporta según un modelo cohesivo para tratar el proceso de la fractura local del concreto. Precisamente el riesgo del colapso frágil en vigas con poco refuerzo es lo que ha llevado a estudiar la forma en que se produce el agrietamiento en el concreto y la transferencia de carga entre los dos materiales. La aproximación de los resultados es notable en la curva carga-desplazamiento. Sin embargo pocos son los estudios que muestran comparaciones de anchos de grieta del modelo contra estudios experimentales. El modelo cohesivo también se puede aplicar a fenómenos de desprendimiento en estructuras de concreto armado y presforzado.

Capítulo 3 PROGRAMA EXPERIMENTAL

Debido a que se cuenta con poca información experimental sobre el comportamiento de extremos recortados en vigas reforzadas y postensadas, se realizó un programa experimental en el que se comparó el comportamiento de cuatro especímenes, cada uno con diferentes alternativas de armado: uno con la solución típica a base de estribos y anillos verticales y horizontales, y otros tres en los que se hicieron modificaciones que incluyen un postensado longitudinal que comprime la sección crítica y la inclusión de barras en diagonal, bajo el criterio de que esta forma inclinada sigue aproximadamente la de las tensiones principales y debería ser más eficiente para controlar la grieta en la esquina reentrante.

El estudio implica el diseño, la construcción, instrumentación y ensayo. Los objetivos del trabajo fueron:

- Evaluar la eficacia de los cuatro tipos de refuerzo adoptados en las pruebas de laboratorio. En cuanto a seguridad a la falla y agrietamiento en condiciones de servicio.
- Verificar la idoneidad del método de diseño recomendado por el manual de diseño del PCI (Prestressed Concrete Institute, 1999).

En este capítulo se presentan principalmente los resultados e interpretación del comportamiento de los especímenes durante la historia de carga. Los resultados correspondientes a las cargas de servicio serán presentados y comparados con los modelos numéricos en el capítulo cuatro.

3.1 DESCRIPCIÓN DE LOS APOYOS DE LAS VIGAS DEL VIADUCTO BICENTENARIO

En la Figura 7 se muestra una vista frontal del extremo de una viga del viaducto, la cual está conformada por dos extremos recortados de trabes "TCR" y un extremo recortado de trabe "TAR" (Figura 8). Cada extremo de trabe TCR descansa sobre un apoyo de neopreno; el extremo inferior queda conectado mediante cuatro pernos de $01\frac{1}{2}$ " y f_y = 7080 kg/cm² a las dos partes del extremo recortado superior. Las propiedades de los materiales usados en el prototipo son nominales y la carga viva se calculó de acuerdo con la normativa para la infraestructura del Transporte SCT- Instituto Mexicano del Transporte (2001). El extremo recortado que se tomó para reproducir los especímenes a ensayar en el laboratorio es la TAR, la cual se redujo a una escala geométrica de 1:3.6.



Figura 7 Vista frontal del extremo recortado de viga



Figura 8 Refuerzo del extremo recortado de viga TAR, prototipo

Las condiciones de carga para el diseño de los apoyos son:

Carga muerta (peso propio) + Carga viva uniforme (que produce una carga simétrica sobre el extremo recortado)

Carga muerta + Carga viva en el carril extremo (que produce una carga excéntrica sobre el extremo recortado)

Los factores considerados son los siguientes:

Pu = ((1.3 CM)+1.95 (CV+Impacto))

Las cargas últimas diseño sobre los extremos recortados calculados por el proyectista para los claros típicos de las trabes son las siguientes:

Cargas últimas de diseño del prototipo

	Carga simétrica por apoyo		Carga excéntrica por apoyo		
Carga de servicio					
Carga muerta (CM	l)	1618 kN	1618 kN		
Carga viva (CV)		716 kN	<u>1971 kN</u>		
	Σ	2334 kN	3589 kN		

Carga últimas de diseño

Pu	3923 kN	6129 kN

3.2 CRITERIO DE ESCALAMIENTO PROTOTIPO-ESPÉCIMEN

El prototipo se redujo a una escala geométrica de 1:3.6; así que en base al área de acero del prototipo se divide entre el cuadrado del factor de escala, o sea 1:3.6²= 13, lo que da como resultado los valores que se muestran en la Tabla 1. La carga simétrica se presenta cuando se cargan los tres carriles que conforman el viaducto, y la carga excéntrica corresponde a cuando solo el carril extremo está cargado. A demás las cargas indicadas en la Tabla 1 son las cargas por punto de apoyo, es decir que para la carga simétrica se aplicó 180 kN en un apoyo y 180 kN en el otro apoyo.

La escala permitió que las barras de refuerzo quedaran dentro de los diámetros comerciales. Las cargas que se aplicaron quedaron dentro de los límites de los dispositivos de carga disponibles. Los materiales son lo más similar posible a los del prototipo, en el caso del concreto lo único que cambió fue el tamaño del agregado pero las dosificaciones fueron las mismas. Las pruebas que se aplicaron para obtener las propiedades mecánicas del material son pruebas estándar. Todo esto con la finalidad de poder extrapolar resultados con la ley de similitud. Lo que no se puede es extrapolar son los anchos de grieta debido al efecto de tamaño "size effect" que sucede en materiales como el concreto y consiste en que estructuras geométricamente similares pero de distinto tamaño presentan diferentes esfuerzos nominales en el momento de la falla; este aspecto se

discutirá más adelante. Por los que respecta a los desplazamientos y la resistencia el efecto del tamaño no es demasiado significativo.

Carga de especímenes	Carga de servicio	Cargas última de diseño
Simétrica	180 kN	304 kN
Excéntrica	277 kN	473 kN

Tabla 1 Cargas para especímenes aplicadas por punto de apoyo

3.3 DESCRIPCIÓN DE LOS ESPECÍMENES

Los especímenes propuestos se denominan y se describen de la siguiente manera:

E1: Corresponde al extremo recortado de viga con solución típica a base de estribos, anillos verticales y horizontales.

E2: Además del armado antes mencionado se le aplica un postensado longitudinal que contribuye con 74% a la flexión, y comprime la sección critica (esquina reentrante). El postensado es dado por cuatro cables de diámetro de 5/8", el grado del acero de refuerzo, $f_{\rm pu}$, es de 1861.6 MPa. Cada cable tiene una tensión de 147.1 kN.

E3: Se sustituyó una parte del refuerzo vertical (colgantes) y horizontal (parrillas) por barras en diagonal a 45°, bajo el criterio de que esta forma inclinada sigue aproximadamente a las tensiones principales y debería ser más eficiente para controlar la grieta en la esquina re-entrante.

E4: Se incluyó un postensado longitudinal que contribuye con 52% a la flexión, con cuatro cables de \emptyset 1/2". Cada cable tiene una tensión de 102 kN. Además se incorporaron barras en diagonal a 45°.

De los especímenes antes descritos la configuración del refuerzo que se tuvo en el prototipo corresponde al espécimen E1, los tres especímenes restantes obedecen a nuevas propuestas. Se reprodujo solamente la zona de interés, consistente en el extremo recortado más la parte maciza del cajón de la viga. Los especímenes tienen una sección de la viga de 1000 mm x 480 mm, 1750 mm de longitud, la punta tiene una longitud de 275 mm y un peralte de 250 mm, tal como se ilustra en la Figura 9a. Los especímenes E3 y E4 tiene un cambio en su geometría por la

inclusión de un chaflán de 50 x 50 mm como se muestra en la Figura 9b. Las cargas se aplicaron por punto de apoyo tal y como lo ilustra la Figura 9, también se muestra la denominación del lado en el que se aplicó la carga que es el lado 1 y el lado 2. Los detalles del refuerzo típico se muestran en la Figura 10.



Figura 9 Geometría de los especímenes: a) E1 y E2 y b) E3 y E4



Figura 10 Configuración del armado típico propuesto por el PCI

Se calculó para cada uno de los cuatro especímenes, la resistencia, de acuerdo con las ecuaciones de diseño propuestas en la sección 4.6.3 del Manual de diseño del PCI. Las ecuaciones están basadas en estudios de Mattock, A. H. y Chan (1976) y son apropiadas para los casos donde $\frac{a}{d} \le 1$ donde *a* es el claro de cortante y *d* el peralte efectivo del extremo recortado de la viga, para nuestro

estudio se tuvo una relación $\frac{a}{d}$ de 0.765. Las resistencias que se tiene para los modos de falla principales se muestran en la Tabla 2. Para los cálculos de las expresiones del PCI no se consideraron factores de reducción debido a que lo que necesitamos conocer es la resistencia nominal de los especímenes.

Espécimen	1	2	3	4
Resistencia a la fluencia de	402	402	414	397
los colgantes	.02			
Resistencia a corte directo	637	637	637	637
Resistencia a flexión de	951	814	877	853
extremos recortados (paño)				
Corte por tensión diagonal	1039	1039	1039	1039

Tabla 2 Resistencia en kN de los cua	atro especímenes
--------------------------------------	------------------

Las resistencias anteriores corresponden a la carga total aplicada en forma simétrica a los dos apoyos. Se aprecia que en todos los casos rige la falla por fluencia de los estribos verticales en el extremo de la trabe, llamados colgantes, y que la capacidad para otros modos de falla indicados en la Tabla 2 es muy superior, va desde 1.5 hasta 2.5 veces la del modo crítico (Figura 11).



Figura 11 Refuerzo de extremo recortado de ensaye y modos de falla

Como se explicó anteriormente, los especímenes tienen armado como se muestra en la Tabla 3. La instrumentación que se colocó en el refuerzo se muestra en la Figura 12 y 13. La nomenclatura usada para nombrar el refuerzo fue "C" para referirnos a él colgante, "P" para la barra en la parrilla, y D para la barra colocada en diagonal y "H" para el armado a flexión superior e inferior. El número que acompaña a cada letra es para referenciar su posición dentro del espécimen.

Espécimen	No. Barras Parrilla (P)	No. Colgantes (C)	# Diagonales (D)
E1	6 - # 6	16 - #2.5	
E2	2 - # 4	16 - # 2.5	
E3	4 - # 6	8 - # 2.5	3 - # 5
E4	3 – # 5	12 - # 2.5	2 - # 4

Tabla 3 Refuerzo de los cuatro especímenes (por punto de apoyo)



Figura 12 Configuración del armado de extremos recortados y su instrumentación: a) espécimen E1, b) espécimen E2, c) espécimen E3 y d) espécimen E4



Figura 12 (continuación) Configuración del armado de extremos recortados y su instrumentación: a) espécimen E1, b) espécimen E2, c) espécimen E3 y d) espécimen E4



Figura 13 Configuración del armado a flexión superior e inferior de los cuatro especímenes y su instrumentación

3.4 PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES

Los especímenes se colaron en dos fechas diferentes, los especímenes E1 y E2 se colaron en la primera fecha, mientras que los especímenes E3 y E4 se colaron en la segunda fecha (cinco meses después), todos con concreto premezclado. Para conocer la resistencia a compresión, el módulo de elasticidad, el módulo de Poisson, la resistencia a la tensión, y el módulo de ruptura del concreto, se obtuvieron 15 cilindros para los dos primeros especímenes y 20 cilindros para los especímenes E3 y E4, además 6 vigas de 15 cm x15 cm x 60 cm. Dichas

muestras fueron probadas a 14, 21 y 28 días, y una última el día de la prueba de cada espécimen. Las propiedades mecánicas de los materiales son expuestas en la Tabla 4.

El recubrimiento en general de los especímenes E1 y E2 fue de 1.5 cm; para el espécimen E3 el recubrimiento en la zona de la diagonal fue de 1.5 cm y para el espécimen E4 quedó de 3 cm. Estos recubrimientos variaron por las configuraciones de armado de cada espécimen.

Se utilizaron varios diámetros de barras de acero para la construcción de los especímenes (Figura 14). Para cada diámetro se realizaron ensayes de tensión simple para obtener el esfuerzo de fluencia y la resistencia última. Se probaron dos especímenes por cada diámetro. En cada barra ensayada se colocó un anillo instrumentado, además se utilizaron extensómetro tipo strain gage. De acuerdo con los resultados obtenidos, la resistencia promedio a la fluencia, f_y , fue de 387.4 MPa. Cabe destacar que las barras de pequeño diámetro (#2.5) no muestran una fluencia definida, probablemente por haber sido trabajadas en frío.

Material	Especímenes	f' _c	f_t (MPa)	E _c (Gpa)	<i>f</i> _y (MPa)	E _s (Gpa)	ν
		(MPa)					
Concreto	E1 y E2	57.5	4.39	28.2			0.23
	E3	56.4	3.32	27.9			0.22
Barras de colgantes	E1,E2,E3				407.8	151	
Dorroo do	E1				376.4	149	0.30
parrillas	E2				382.8	129.58	
	E3				376.4	149	
Barras de diagonales	E3				393.5	161.8	
Cable de Presfuerzo	E2 y E4				1589	186	

Tabla 4 Propiedades mecánicas de los materiales


Figura 14 Curvas esfuerzo- deformación del acero utilizado en los especímenes

3.5 DESCRIPCIÓN DE LA INSTRUMENTACIÓN Y EL ENSAYE

3.5.1 Descripción de la instrumentación sobre los especímenes

Para la instrumentación en los especímenes de ensaye se utilizaron extensómetros (strain gages) adheridos a las barras de acero (Figura 15), previamente instalados durante el habilitado de acero de refuerzo, para obtener las deformaciones unitarias de las barras y detectar la fluencia de las barras y observar el nivel de esfuerzos alcanzado para una carga aplicada dada. Los extensómetros fueron colocados en los colgantes, parrillas, refuerzo a flexión superior e inferior y en el postensado en los especímenes. La instrumentación utilizada en los especímenes E1, E3, E4 fue de 28 extensómetros; en el espécimen E2 se colocaron 33 extensómetros. Para la instrumentación externa se usaron 10 transductores de desplazamiento (potenciómetros). Las lecturas de estos instrumentos son enviadas a un sistema de adquisición de datos conocidos como TDS (Transducer Displacement System), que transforman señales de voltaje en fuerza, desplazamiento y deformaciones.



Figura 15 Habilitado de los extensómetros sobre las barras de refuerzo

Los primeros tres potenciómetros fueron ubicados para determinar la deformación del extremo recortado en su geometría; los dos restantes fueron colocados para determinar el desplazamiento entre partes internas; estos últimos fueron colocados en la zona donde se esperaba que se presentara el mayor agrietamiento. La colocación de los potenciómetros fue simétrica (Figura 16), es decir cinco de cada lado (lado 2 y lado 1). Con las curvas carga vs desplazamiento y carga vs deformación unitaria fue posible detectar el primer agrietamiento y la carga de fluencia.



Figura 16 Ubicación de los potenciómetros

Se colocaron dos micrómetros en el extremo de la punta para registrar el desplazamiento máximo del espécimen. Finalmente, se colocaron referencias (LEDS) en 20 puntos para tomar con una Cámara Krypton fotos de alta precisión que permitan conocer el movimiento de conjunto así como espesores de grietas, solo para el caso del espécimen E4 fueron 6 puntos.

En las figuras 17, 18, 19 y 20 se muestran las configuraciones del refuerzo de los cuatro especímenes ensayadas, mientras que en la Figura 21 se ilustra la instrumentación externa.



Figura 17 Espécimen E1 y su refuerzo (correspondiente a las mismas consideraciones en armado que las del prototipo)



Figura 18 Espécimen E2 y su refuerzo



Figura 19 Espécimen E3 y su refuerzo



Figura 20 Espécimen E4 y su refuerzo



a)

b)

Figura 21 Instrumentación externa: a) espécimen E3 y b) espécimen E4

3.5.2 Descripción del ensaye

La prueba consistió en la aplicación de carga estática vertical directamente sobre el extremo recortado, por medio de dos gatos hidráulicos con capacidad de 981 kN cada uno; el arreglo usado consistió en una placa de contacto con el espécimen de 20 x 20 cm; arriba de dicha placa se colocó un apoyo tipo rótula, el cual transmitió de manera axial las cargas que los gatos suministran. Sobre el apoyo se colocaron los dos gatos y arriba se colocó una celda de carga (una por gato). La celda reacciona sobre un marco de carga, el cual está anclado a la losa de reacción del laboratorio (Figura 22) por 6 barras de acero colocadas en el cubo que se incluyó para este propósito; estas barras fueron tensadas a 294 kN para garantizar el correcto apoyo del espécimen a la losa.



a)

b)

Figura 22 Sistema de aplicación de carga: a) espécimen E1 y b) espécimen E2

La secuencia de aplicación de carga en la prueba fue la siguiente:

1). Aplicación de carga creciente en los dos gatos en diferentes intervalos (cada 19 kN), hasta la carga de servicio; seguida de una descarga hasta cero en tres intervalos.

2). Aplicación de carga excéntrica, accionando un solo gato hasta la carga de servicio; descarga en tres intervalos.

3). Aplicación de carga simétrica hasta la carga última de diseño; descarga total.

4). Aplicación de carga excéntrica hasta la carga última de diseño; sin descarga.

5). Continuación de la carga excéntrica hasta una carga máxima considerada cercana a la falla; descarga.

6). En los dos últimos especímenes se aplicó carga excéntrica máxima de ambos lados (lado 1 y lado 2); carga y descarga.

Por último en la figura 23, se observa el comportamiento de los cables postensados durante la aplicación de carga al espécimen, los cuales fueron empleados en los especímenes E2 y E4, se midió la carga con celdas de carga. Para el espécimen E2 se partió de una carga inicial de tensión en el torón de 138 kN y finalizó con 148 kN es decir se tuvo una variación de 9.81 kN.



Figura 23 Comportamiento del postensado en los diferentes intervalos de carga: a) espécimen E2 y b) espécimen E4.

El espécimen E4 comenzó con una carga de 93 kN, un 10% por debajo de la carga requerida, y termina con una carga 106 kN, es decir que la carga sufre una variación muy pequeña también en este caso.

3.6 **RESULTADOS EXPERIMENTALES**

Los resultados que a continuación se muestran corresponden a los cuatro especímenes sometidos a carga estática vertical para carga de servicio, última de diseño, y máxima.

3.6.1 Comportamiento de los cuatro especímenes

En las gráficas Carga-Desplazamiento de la Figura 24 se muestra el comportamiento de los cuatro extremos recortados bajo carga de servicio y última de diseño. En la etapa de la aplicación de la carga simétrica de servicio se presentó el agrietamiento en la esquina reentrante de los cuatro especímenes; el primer espécimen en agrietarse fue el E1 posteriormente a esta carga de agrietamiento existe una pérdida de rigidez que se dio prácticamente a la mitad de la aplicación de carga simétrica de servicio (Figura 24a); y el último en agrietarse fue el E2, la grieta se presentó prácticamente al término de aplicación de la carga. El desplazamiento máximo lo presentó el espécimen E1; mientras que el resto de los especímenes mostró comportamiento similar como se muestra en la figura 24a. Por lo que se refiere al desplazamiento residual, el máximo se presentó en el espécimen E1, seguido por los especímenes E2, E3 y E4.

Para la etapa de aplicación de carga excéntrica de servicio que se muestra en la Figura 24b, el espécimen E1 presentó el desplazamiento máximo, los otros tres especímenes siguieron comportándose muy similares.

Durante la aplicación de la carga simétrica última de diseño de nuevo el espécimen E1 mostró mayor desplazamiento y el resto de los especímenes se siguieron comportando en forma similar entre ellos (Figura 24c). También el desplazamiento máximo de los especímenes incrementó en promedio 77% con respecto a la carga simétrica de servicio.

En la Figura 24d se muestra el comportamiento de los cuatro especímenes bajo carga excéntrica, para los especímenes E1 y E2 no se muestra la descarga debido a que se les siguió aplicando carga por tal motivo solo podemos ver la carga residual de los especímenes E3 y E4.



Figura 24 Curva Carga-Desplazamiento Vertical de los extremos recortados de vigas: a) simétrica de servicio, b) excéntrica de servicio, c) simétrica última de diseño y d) excéntrica última de diseño

Por último se aplicó una carga máxima cercana a la falla, el comportamiento de los extremos recortados se observa en la Figura 25; el espécimen E2 presentó un cambio de rigidez mayor a los otros especímenes, debido a que su protocolo de carga fue diferente al de las tres especímenes restantes. También cabe aclarar que los especímenes E3 y E4 fueron sometidos a carga excéntrica máxima en

ambos lados del extremo recortado, por lo cual no podemos evaluar con el mismo criterio cuál espécimen presenta mejor comportamiento ante cargas importantes de daño.



Figura 25 Curva Carga-Desplazamiento Vertical de los extremos recortados bajo carga excéntrica máxima

Aunque el espécimen E3 en la Figura 25 muestra mayor carga máxima aplicada, esto no quiere decir que el resto de los especímenes tuviera menor resistencia, sino que no se les continuó aplicando carga. De haber seguido el mismo protocolo de carga del espécimen E3, los otros especímenes hubiesen probablemente alcanzado valores similares esto debido a los valores similares que arrojo el diseño de los especímenes. El incremento en los desplazamientos de la carga excéntrica última de diseño a la carga excéntrica máxima de los especímenes aumentó en promedio 248%.

3.6.2 Deformaciones en el acero de refuerzo

Una de las partes fundamentales en el armado de los extremos recortados es el papel que juegan los colgantes, ya que de acuerdo con los modos de falla que supone el PCI los colgantes son de los primeros elementos en empezar a fluir debido a su oposición a la abertura de la grieta inclinada que se propaga desde el punto de mayor concentración de esfuerzos en la esquina reentrante hacia la porción de mayor peralte de la viga. En la Figura 26 se muestra el comportamiento de un colgante crítico del apoyo del lado 2 de cada uno de los cuatro extremos



recortados bajo carga de servicio y diseño. Las gráficas toman en cuenta la deformación acumulada producto de la carga y descarga del espécimen.

Figura 26 Curva Carga-deformación unitaria en colgantes para diferentes niveles de carga: a) simétrica de servicio, b) excéntrica de servicio, c) simétrica última de diseño y d) excéntrica última de diseño

En la etapa de la aplicación de carga simétrica de servicio, el colgante del espécimen E1 es el que alcanza mayor deformación; seguido por el espécimen E4 y por último el espécimen E2 como se ilustra en la Figura 26a. Para la carga especímenes (Figura excéntrica de servicio los cuatro 26b) tuvieron deformaciones permanentes menores a las 80 $\mu\epsilon$. El colgante del extremo recortado E1 alcanzó la fluencia y tuvo una deformación permanente de 554 με (Figura 26c). Es de apreciar que el colgante del espécimen E3 toma poca deformación durante la aplicación de carga de servicio y última de diseño. Cuando se aplicó la carga excéntrica última de diseño (Figura 26d) los especímenes E3 y E4 no fluyeron; mientras que los especímenes E1 y E2 fluyeron; a estos especímenes se le continuó aplicando carga después de la carga excéntrica última de diseño sin descargar hasta una carga máxima de 588 kN y 706 kN, respectivamente.

Además de los colgantes también se instrumentaron las parrillas que trabajan a flexión, la Figura 27 muestra las deformaciones que sufre una de las barras más críticas que conforma la parrilla.



Figura 27 Curva Carga-deformación unitaria en parrillas para diferentes niveles de carga: a) simétrica de servicio, b) excéntrica de servicio, c) simétrica última de diseño y d) excéntrica última de diseño

Durante la aplicación de la carga simétrica, el espécimen E2 registró la máxima deformación seguido por el espécimen E1, E4 y E3; la deformación permanente máxima la registró el espécimen E3 seguido por el espécimen E2 y por último el

espécimen E4; solo el espécimen E1 no tuvo deformación permanente. Este espécimen comenzó a registrar deformaciones a partir de 88 kN. Para la carga excéntrica de servicio y simétrica última de diseño, las deformaciones permanentes son pequeñas. En la carga excéntrica última de diseño, los especímenes E3 y E4 tienen una deformación máxima de 570 $\mu\epsilon$ y 1103 $\mu\epsilon$, respectivamente; el espécimen E1 no alcanzó a llegar a la fluencia, su deformación fue de 1616 $\mu\epsilon$ y, pera el espécimen E2 de 1818 $\mu\epsilon$.



Figura 28 Curva Carga-Deformación unitaria de las diagonales para diferentes niveles de carga: a) simétrica de servicio, b) excéntrica de servicio, c) simétrica última de diseño y d) excéntrica última de diseño

En la Figura 28 se muestra el comportamiento de las diagonales que son parte del armado de los especímenes E3 y E4. Para la diagonal del espécimen E4 bajo la aplicación de carga simétrica, excéntrica de servicio, y simétrica última de diseño las deformaciones fueron elásticas. La diagonal fluyó bajo la aplicación de la carga

simétrica última de diseño como se muestra en la Figura 28c, después para la carga excéntrica última de diseño se presentó endurecimiento por deformación (Figura 28d). Para la diagonal del espécimen E3 se presentó una deformación de 80 $\mu\epsilon$, cuando se dio la aparición del agrietamiento, después se alcanzó una deformación al término de la aplicación de carga simétrica de servicio de 875 $\mu\epsilon$ con una deformación permanente de 253 $\mu\epsilon$ (Figura 28a). Durante la carga excéntrica de servicio y simétrica última de diseño la deformación en la diagonal fue elástica. No fue sino hasta carga excéntrica última de diseño que la diagonal del espécimen E3 fluyó.

En las Figuras 29, 30, 31 y 32 se graficó la curva Carga-Deformación de las partes más importantes del refuerzo como son el colgante, una de las barras de la parrilla y la barra diagonal; esto para los especímenes E3 y E4, con la finalidad de conocer la contribución de cada uno de ellos en la toma de carga vertical, la cual quedó reflejada en las deformaciones unitarias. En el espécimen E3 se observa que la diagonal toma más carga vertical y su deformación permanente también es más grande que en los otros dos elementos; además de que éste es el primer elemento que empezó a trabajar. Si bien la diagonal debe contribuir (componente vertical y horizontal) a tomar parte de la carga que le corresponde a los colgantes y a la parrilla, está toma de carga no se da de manera homogénea como se supondría en teoría. Hasta antes de la carga excéntrica última de diseño el colgante es el que menor deformación tiene y; por lo tanto toma menor carga.

En la Figura 29a la barra en diagonal alcanzó la máxima deformación, seguida por la barra de la parrilla, y por último del colgante; así que la diagonal toma más carga vertical o, lo que es lo mismo, fuerza cortante. Para la carga excéntrica de servicio que se muestra en la Figura 29b las deformaciones alcanzadas de nuevo la barra en diagonal mostró la deformación máxima y la deformación máxima residual. En el caso de la carga simétrica última de diseño la diagonal presentó una deformación máxima cercana a la fluencia con una deformación permanente de 200 $\mu\epsilon$ como se muestra en la Figura 29c y; cuando se aplicó la carga excéntrica, la deformación permanente incrementó casi al doble (Figura 29d). Las diagonales fueron los elementos que más carga tomaron tanto en servicio como en diseño.

Por último, al espécimen E3 se le continuó aplicando carga excéntrica primero del lado 2 y después del lado 1 (Figura 30). El colgante y la diagonal para la etapa de carga máxima fluyeron; sólo la barra de la parrilla presentó una deformación máxima del lado 2 de $1862\mu\varepsilon$ y del lado 1 de $1579\mu\varepsilon$.



Figura 29 Curva Carga-deformación unitaria de colgante, parrilla y diagonal del espécimen E3 para diferentes niveles de carga: a) simétrica de servicio,
b) excéntrica de servicio, c) simétrica última de diseño y d) excéntrica última de diseño

En la diagonal del espécimen E4 que se muestra en las Figuras 31a, b y c las deformaciones residuales son bastante bajas; este comportamiento puede obedecer a que el espécimen es postensado, pues la carga vertical aplicada en el extremo recortado generó tensiones en el concreto en la esquina re-entrante que hace que se agriete, al colocar presfuerzo en esa zona elimina las tensiones y las convierte en compresión ayudando así los elementos del armado. Si bien por ser un elemento postensado se esperaría un ancho de grieta pequeño, esto no fue así debido a una sobrecarga accidental que se aplicó en la etapa de precarga, presentando un ancho de grieta de 0.20mm.

Para la carga máxima excéntrica de ambos lados todos los elementos fluyeron (Figura 32).



Figura 30 Curva Carga-Deformación unitaria de colgante, parrilla y diagonal del espécimen E3 para diferentes niveles de carga: a) excéntrica máxima (lado 2) y b) excéntrica máxima (lado 1)



Figura 31 Curva Carga-Deformación unitaria de colgante, parrilla y diagonal del espécimen E4 para diferentes niveles de carga: a) simétrica de servicio, b) excéntrica de servicio, c) simétrica última de diseño y d) excéntrica última de diseño



Figura 31 (continuación) Curva Carga-Deformación unitaria de colgante, parrilla y diagonal del espécimen E4 para diferentes niveles de carga: a) simétrica de servicio, b) excéntrica de servicio, c) simétrica última de diseño y d) excéntrica última de diseño



Figura 32 Curva Carga-Deformación unitaria de colgante, parrilla y diagonal del espécimen E4 para diferentes niveles de carga: a) excéntrica máxima (lado 2) y b) excéntrica máxima (lado 1)

De manera resumida en las deformaciones registradas por el acero instrumentado se pudo observar que los colgantes para el caso de los especímenes E1 y E2 tomaron mayor contribución de carga vertical. Para los especímenes que incluyeron las barras en diagonal debido a que contribuyen tanto con acero vertical y horizontal sus deformaciones fueron mucho más altas que las del resto del acero (colgantes y parrillas). A continuación se presentan los valores alcanzados de la deformación en el acero de refuerzo instrumentado sujeto a carga simétrica ya que bajo dicha carga se empezó a presentar fluencia de algunos colgantes y diagonales. Para evitar confusiones, se muestra un ejemplo en la Figura 33 de la ubicación de los colgantes y los colgantes instrumentados visto en planta; la posición de los extensómetros se ilustra con un círculo relleno color cian acompañado por el número del colgante. Cada colgante se ubica en una hilera, cuya referencia se denomina o longitudinal. La figura del ejemplo corresponde a los especímenes E1 y E2 que cuentan con el mismo número de colgantes; para el espécimen E3 se eliminaron las dos últimas hileras transversales instrumentadas que se aprecian en la Figura 33, y para el caso del espécimen E4 se eliminó la última hilera instrumentada.





La Figura 34 muestra las deformaciones debidas a carga simétrica última de diseño. Los espacios llenados con una línea discontinua o que no presentan valor indican que el extensómetro no registró deformación debido a que presentó daño.

Inmediatamente podemos ver que el diseño es conservador ya que únicamente los colgantes C1, C-8 y C-11 del espécimen E1 que corresponde al prototipo fluyeron como se muestra en la Figura 34a; si bien no todos los colgantes que se consideraron para el diseño fueron instrumentados, siguiendo la misma analogía, los otros dos colgantes cercanos a la grieta ubicados en la primera hilera transversal también debieron haber alcanzado la fluencia. En este caso estaríamos hablando de que el 15% de los colgantes por apoyo alcanzaron deformaciones plásticas. Los colgantes instrumentados del espécimen E2, E3 y E4 mostraron deformaciones elásticas (Figuras 34b, 34c y 34d), esto se debió a que, estos dos últimos especímenes incorporan barras diagonales las cuales reciben más transferencia de carga que los colgantes. Las diagonales del espécimen E3 estuvieron muy cercanas a la fluencia con un 15% en promedio, que quedaron por debajo de ésta; en el caso del espécimen E4 todas las diagonales llegaron a la fluencia.



C)

d)



En todos los casos mientras los colgantes ubicados longitudinalmente se alejan más de la zona de aplicación de la carga su deformación disminuye considerablemente, de tal manera que no se está cumpliendo con las consideraciones de diseño que indica el PCI que todos los colgantes llegan a fluir. Por lo que respecta a las barras que conforman la parrilla, las deformaciones se mantuvieron por debajo de la fluencia. Otros de los elementos instrumentados y que no están indicados en la Figura 37 fueron las barras superior e inferior a flexión de los extremos recortados las cuales presentaron bajas deformaciones, sobre todo las superiores, las cuales prácticamente, no participaron en la transmisión de carga vertical, sobre todo en los especímenes E2, E3 y E4.

3.6.3 Resultados de resistencia teórica y experimental

El manual de diseño del PCI incluye requisitos de refuerzo y procedimientos para el cálculo de la resistencia ante posibles modos de falla para extremos recortados de vigas. En nuestro estudio experimental solo nos referiremos al modo de daño en los extremos recortados, ya que los especímenes no se llevaron a la falla sino hasta un nivel de daño considerable. El daño es debido a la necesidad de transmitir la carga vertical aplicada sobre la nariz hacia la parte superior de la viga de sección completa, para lo cual se requiere del trabajo de colgantes o de las barras en diagonal. Al crecer la carga, esta causa primero la grieta en la esquina reentrante, y después la fluencia progresiva del refuerzo hasta agotar la capacidad del acero.

La resistencia teórica calculada para la tensión diagonal en la esquina re-entrante contempla que la sección del extremo recortado de viga trabaja completa y que todos los colgantes se plastifican. Las resistencias obtenidas del diseño no se pueden ser comparadas con los resultados experimentales porque en ningún caso la carga aplicada por punto de apoyo de forma simétrica produjo la fluencia de todo el refuerzo a pesar de que la sección en teoría trabajó completa. De los especímenes ensayados solo el 15% de los colgantes considerados en el diseño y pertenecientes al propuesto por el PCI ubicados en la primera hilera transversal fluyeron. Mientras que en los especímenes con barras en diagonal tuvieron deformaciones cercanas o iguales a la fluencia.

Postensar el espécimen ayuda a retrasar la fluencia del colgante más crítico es decir el más cercano al punto de aplicación de la carga y de la esquina en donde se presentó el primer agrietamiento.

El manual de diseño del PCI considera que cuando fluye el acero colocado se tendrán las mismas deformaciones en los colgantes, lo cual es siempre y cuando la carga aplicada sea simétrica. En nuestro caso la aplicación de carga fue tanto simétrica como excéntrica. Por lo tanto las deformaciones fueron diferentes en cada apoyo y el manual del PCI no contempla criterios cuando la sección no trabaja completa. Lo que sí fue posible conocer es saber qué pasa con las deformaciones en el acero de refuerzo cuando se aplica carga excéntrica tanto para diseño último como para la carga con daño considerable. Bajo esta consideración pudimos conocer la evolución del trabajo de los colgantes.

A continuación se presentaran las deformaciones que se registraron en los colgantes, diagonales y barras de la parrilla; estas últimas también son mostradas, ya que algunos especímenes sujetos a cargas máximas mostraron deformaciones importantes. Las deformaciones que se presentan en las figuras 35, 36, 37 y 38 se indican entre paréntesis ($\mu \epsilon$). Algunos strain gages no registraron lectura, así que en el dibujo no se indica la deformación.

En la Figura 35a se indican las deformaciones alcanzadas para carga excéntrica última de diseño, se puede ver que en el lado 2 los colgantes C-1, C-2 y posiblemente C5 por su colindancia fluyeron. Para las barras de las parrillas se presentó deformación elástica no lineal. La Figura 35b presenta las deformaciones correspondientes a la carga excéntrica máxima, dos hileras longitudinales instrumentadas presentaron fluencia. Si tomamos en cuenta además de los colgantes instrumentados las hileras longitudinales que se encuentran más cercanas a la grieta que las propias instrumentadas se podría decir que alrededor del 85% de los colgantes alcanzaron la fluencia, mientras que el resto presentó deformación elástica (colgantes ubicados en el medio de la sección) esto debido a su lejanía con respecto al punto de aplicación de la carga.



Figura 35 Deformación del acero de refuerzo del espécimen E1: a) bajo carga excéntrica última de diseño y b) bajo carga excéntrica máxima (lado 2)

En el caso del espécimen E2 sujeto a carga excéntrica última de diseño aplicada en el punto de apoyo del lado 2 (Figura 36a), estos solo alcanzaron la fluencia el colgante C1 y, aunque el colgante C-5 no marcó lectura se podría esperar que por la cercanía con el colgante C1, también fluyera. De igual manera se puede esperar que los colgantes que están aún más cerca de la grieta y que no fueron instrumentados (Figura 33) también ya empezaron a fluir. Cuando se aplicó la carga excéntrica máxima del lado 2 (Figura 36b), los colgantes de las tres primeras hileras transversales presentaron deformaciones mayores a las de fluencia y en algunos casos presentaron endurecimiento. Aunado a esto los colgantes que no se instrumentaron pero que se ubican aún más cerca de la grieta se esperarían que también fluyeran. Así que para este modelo se esperaría que 5 hileras longitudinales de colgantes considerados en el diseño presentarían deformaciones plásticas. En el otro apoyo ningún colgante fluyó.



Figura 36 Deformación del acero de refuerzo del espécimen E2: a) bajo carga excéntrica última de diseño y b) bajo carga excéntrica máxima (lado 2)

Para los especímenes E1 y E2 podemos hacer una comparación con respecto a los colgantes ya que ambos contaron con el mismo número de piezas, y lo que se presentó es que prácticamente tuvieron el mismo porcentaje de colgantes que fluyeron. En cuanto a las parrillas no podemos hacer una comparación directa en la deformación del acero por no tener el mismo número de piezas, ya que el espécimen E2 se auxilia del postensado, pero las barras de las parrillas del espécimen E2 bajo carga excéntrica última de diseño tuvieron deformaciones del mismo orden que las barras de las parrillas del espécimen E1 cuando este estuvo sujeto a carga excéntrica máxima.

Ahora veremos lo que sucedió en el caso de los especímenes en los que se colocaron barras diagonales. Comencemos con el espécimen E3, en la Figura 37a se puede ver como las diagonales del lado 2 ya fluyeron, mientras que del otro lado aún se tienen deformaciones elásticas. Las deformaciones de las barras diagonales son más altas que las de los colgantes colocados en los especímenes

E1 y E2 esto debido a que los colgantes no trabajan en la dirección de la grieta, mientras que el refuerzo en diagonal se coloca en la dirección normal a la grieta generando así más transferencia de carga. Los colgantes que acompañan a las diagonales del lado 2 por ser el lado de aplicación de la carga, solamente presentaron deformaciones del orden del 20% de su capacidad a la fluencia.



Figura 37 Deformación del acero de refuerzo del espécimen E3: a) bajo carga excéntrica última de diseño y b) bajo carga excéntrica máxima (lado 1)

En la Figura 37b se muestra que todas las diagonales ya plastificaron, en este espécimen se aplicó carga excéntrica del lado 2 y también del lado 1. Del lado 2 todos los colgantes fluyeron y aquellos más cercanos a la grieta endurecieron, mientras que del lado 1 aún se presentaron deformaciones elásticas, esto debido a que el lado que se cargó más veces fue el lado 2. Las parrillas también del lado 2 estuvieron muy cerca de alcanzar la fluencia.

Por último el espécimen E4 registró que las deformaciones en las barras en diagonal solo se plastificaron las del lado 2 durante la aplicación de carga excéntrica última de diseño y los colgantes C-1 y C-4 ubicados cercanos a la grieta alcanzaron en promedio el 75% de su capacidad a la fluencia (Figura 38a).



Figura 38 Deformación del acero de refuerzo del espécimen E4: a) bajo carga excéntrica última de diseño y b) bajo carga excéntrica máxima (lado 1)

Al espécimen E4 se le aplicó carga de ambos lados siendo el último el lado 1, en este caso se podría esperar que el 90% de todos los colgantes considerados en el diseño plastificaron (Figura 38b); mientras que del lado 2 también dos hileras transversales ya fluyeron. A diferencia de los otros tres especímenes todas las parrillas fluyeron y en su mayoría endurecieron. Así que este espécimen en cuanto a deformaciones se podría considerar como el más crítico pues su reserva de colgantes ante la carga máxima aplicada fue menor.

A medida que el refuerzo de colgantes o diagonales fluía o avanzaban las deformaciones por plastificación, el número de grietas inclinadas aumentaban y se extendían gradualmente; los anchos de grieta aumentaron y la deflexión del elemento incrementó significativamente.

En general todos los especímenes mostraron más reserva de resistencia que la obtenida del diseño aun y cuando los criterios no corresponden a las consideraciones experimentales. Al seguir aplicando carga excéntrica hasta un daño considerable todavía en algunos casos los colgantes registraron deformaciones elásticas permitiendo así seguir aplicando más carga, como es el caso de aquellos que se ubicaban más alejados de la grieta, los ubicados en el centro de la sección, en la última hilera transversal, los que acompañaban a las barras en diagonal, o aquellos que están en el lado que menos se les aplicó carga. Aun y durante su rango de endurecimiento por deformación en los colgantes esto todavía permitiría seguir aplicando carga.

3.6.4 Agrietamiento en los especímenes

A continuación se ilustra el agrietamiento para los diferentes intervalos de carga, su propagación y su ancho de grieta indicado en milímetros; cada cuadro amarillo es de 1cm x 1cm.



Figura 39 Agrietamiento en la esquina reentrante bajo carga de servicio simétrica: a) espécimen E1, b) espécimen E2, c) espécimen E3 y d) espécimen E4

En la Figura 39 se muestra el agrietamiento bajo carga simétrica de servicio; dicho agrietamiento en todo los casos ilustrados se presentó en la esquina re-entrante. Como se puede ver en la Figura 39a el espécimen que presentó agrietamiento ante una carga menor fue el espécimen E1; dicha carga fue de 88 kN. Hasta antes agrietarse los especímenes las deformaciones unitarias en el acero y en el concreto deben permanecer iguales en magnitud debido a la adherencia entre los

dos materiales; una vez rebasados los límites de resistencia del concreto a esfuerzos de tensión, el acero empieza a adquirir un nivel mayor de esfuerzos.

Por otra parte el espécimen para el que tarda más la aparición de grieta es el espécimen E2 que practicamente se agrieta hasta el término de la aplicación de carga, también presentó menor extensión y ancho de grieta como se ilustra en la Figura 39b y la grieta cerró. La mayor longitud de propagación de la grieta la presentó el espécimen E3 con aproximadamente 14 cm de longitud, tal como se muestra en la Figura 39c, además la grieta cerró. Para el espécimen E4 la grieta se presentó por una sobrecarga accidental; en la Figura 39d se observó que el agrietamiento más desfavorable se presentó del lado 2, es decir de lado contrario a los otros tres casos antes mencionados. Cabe notar que los dos especímenes con chaflán presentaron el primer agrietamiento en diferentes esquinas del chaflán.

Siguiendo la secuencia de la prueba en la Figura 40 se ilustra el agrietamiento en la etapa excéntrica de servicio. De nuevo el ancho de grieta mayor lo mostró el espécimen E1 (Figura 40a); mientras que el espécimen E2 volvió a mostrar menor ancho de grieta y crecimiento como se puede ver en la Figura 40b y volvió a cerrar la grieta. El espécimen E3 además de la grieta en la esquina re-entrante mostró una pequeña grieta paralela a la antes mencionada (Figura 40c), sin embargo de nuevo la grieta cerró. El espécimen E4, que se muestra en la Figura 40d, se descarta para fines comparativos de agrietamiento por el problema de la sobrecarga aplicada durante la etapa anterio de carga.

El agrietamiento para los especímenes sometidos a carga simétrica última de diseño se ilustra en la Figura 41. El espécimen E1 mostró además de la grieta en la esquina re-entrante unas ramificaciones de grietas que oscilaron de 0.02 mm a 0.05 mm de ancho como se ilustra en la Figura 41a. Para el espécimen E2 la zona de agrietamiento fue menor a la observada en los otros tres especímenes y de nuevo volvió a cerrar la grieta (Figura 41b). En el caso del espécimen E3 la longitud de la grieta en la esquina re-entrante es mayor que la de los especímenes E1 y E2; contrario a esto su ancho de grieta resultó ser menor (Figura 41c). Por último el espécimen E4 superó en ancho de grieta a los demás especímenes y su zona de agrietamiento estuvo formada por grietas con mayor longitud como se ilustra en la Figura 41d.



Figura 40 Agrietamiento en la esquina reentrante bajo carga excéntrica de servicio: a) espécimen E1, b) espécimen E2, c) espécimen E3 y d) espécimen E4



Figura 41 Agrietamiento en la esquina reentrante bajo carga simétrica última de diseño: a) espécimen E1, b) espécimen E2, c) espécimen E3 y d) espécimen E4

Continuando con la aplicación de la carga excéntrica última de diseño, se puede ver en la Figura 42a que la propagación del agrietamiento se extendió hasta el inicio de la parte del cajón de la viga, la grieta re-entrante mostró mayor ancho de grieta que la de los especímenes E2 y E3. El espécimen E2 de nuevo mostró menor propagación de agrietamiento como se muestra en la Figura 42b; además el ancho de la grieta en la esquina re-entrante resultó igual a la del espécimen E3. La diferencia radicó en que dicho espécimen mostró mayor agrietamiento; además en la carga simétrica última de diseño solo se había presentado la grieta en el vértice inferior del chaflán y ahora para esta etapa de carga el otro vértice superior también mostró una grieta cuyo ancho de grieta resultó ser el más grande de los dos vértices (Figura 42c). El espécimen E4 presentó un ancho de grieta mayor al de los cuatro especímenes con una longitud de grieta de aproximadamente 23 cm.



Figura 42 Agrietamiento en la esquina reentrante bajo carga excéntrica última de diseño: a) espécimen E1, b) espécimen E2, c) espécimen E3 y d) espécimen E4

Además de la presencia de la grieta en la esquina re-entrante también se generó agrietamiento en la parte del cambio de sección, el agrietamiento se dio durante la aplicación de carga simétrica última de diseño y todos presentaron el mismo ancho de grieta, la vista en planta del agrietamiento se muestra en la Figura 43. En el caso del espécimen E1 la grieta se presentó a la carga de 294 kN y su propagación se dio a lo largo de toda la sección como se muestra en la Figura 43a, para el espécimen E2 la grieta se presentó para la carga de 196 kN y su longitud de grieta fue un poco más allá de la mitad de la longitud total de la sección transversal como se ilustra en la Figura 43b.



Figura 43 Agrietamiento en parte del cambio de sección (vista superior en planta) bajo carga simétrica última de diseño: a) espécimen E1, b) espécimen E2, c) espécimen E3 y d) espécimen E4

Para el espécimen E3 el agrietamiento se presentó prácticamente al término de la aplicación de la carga e inicio en la parte superior del chaflán, y su longitud de grieta se propagó en la pendiente del chaflán (Figura 43c). Por último en la Figura 43d se muestra el espécimen E4 a la carga de 294 kN presentó agrietamiento en la parte superior del chaflán.

Hasta la aplicación de cargas últimas de diseño el espécimen E2 es el que en general, presentó mejor comportamiento con respecto al ancho de grieta en la esquina re-entrante y a la propagación de la misma, seguido por el espécimen E3, el espécimen E1 y el espécimen E4. Los cuatro extremos recortados también fueron sometidos a una carga máxima excéntrica que involucró un daño considerable (Figura 44 y 45); los especímenes E1 y E2 se cargaron del lado 2 (Figura 44a y 44b respectivamente) y los especímenes E3 y E4 se cargaron primero del lado 2 y luego del lado 1 (Figura 45a y 45b respectivamente).



Figura 44 Agrietamiento de los extremos recortados bajo carga excéntrica máxima: a) espécimen E1 y b) espécimen E2



b)

Figura 45 Agrietamiento de los extremos recortados bajo carga excéntrica máxima: a) espécimen E3 y b) espécimen E4

Para una mejor apreciación del inicio del agrietamiento en la esquina reentrante, en la Figura 46 se observan los cuatro especímenes con su respectiva grieta para la carga simétrica de servicio; los extremos recortados de vigas E3 y E4 presentaron el agrietamiento en diferente vértice del chaflán.





b)



118 kN



c)

d)

Figura 46 Agrietamiento en la esquina reentrarte bajo carga simétrica de servicio de los especímenes: a) espécimen E1, b) espécimen E2, c) espécimen E3 y d) espécimen E4

Por último la Figura 47 permite apreciar el ancho de grieta bajo la carga máxima. Los especímenes postensados en la descarga mostraron una disminución en el ancho de grieta. En la Tabla 5 se muestra un resumen de los anchos de grieta bajo carga de servicio, última de diseño y máxima, en el caso de esta última se especifica entre paréntesis el nivel de carga alcanzado, recordemos que los dos primeros especímenes no siguieron el mismo protocolo de carga.











c)



d)

Figura 47 Agrietamiento en la etapa máxima de carga de la esquina reentrarte de los especímenes: a) espécimen E1, b) espécimen E2, c) espécimen E3 y d) espécimen E4

Tabla 5 Comparación de ancho de grieta en la esquina reentrante a diferentes
niveles de carga

	Ancho de grieta (mm)				
Especímenes	simétrica de servicio	excéntrica de servicio	simétrica última de diseño	excéntrica última de diseño	máxima excéntrica
E1	0.075	0.10	0.20	0.40	3.50 (922 kN)
E2	0.045	0.07	0.25	0.35	1.40 (784 kN)
E3	0.045	0.07	0.15	0.35	1.90 (834 kN)
E4	0.20	0.22	0.30	0.50	2.50 (834 kN)

El ancho de grieta máximo bajo carga de servicio y última de diseño en general lo presentó el espécimen E1 y el mínimo el espécimen E2. No consideramos los datos del espécimen E4 debido a la carga accidental aplicada. La carga de agrietamiento se pudo haber dado primero ante cualquiera de las dos cargas de servicio aplicadas, ya sea simétrica o excéntrica, en los casos de los especímenes E2 y E3, si se cerró la grieta bajo carga simétrica de servicio dando lugar a una nueva carga de agrietamiento al continuar con la aplicación de carga excéntrica de servicio; así que al volver a aplicar carga, la carga de agrietamiento en el espécimen E2 se presentó primero para la carga excéntrica, y para el espécimen E3 se presentó primero para carga simétrica. En el caso del espécimen E1 a pesar de que no se dio el cierre completo de la grieta una vez hecha la descarga de la modalidad simétrica, para que se volviera a dar un ancho de grieta de 0.05 mm ahora aplicando carga excéntrica, la carga de agrietamiento se presentó primero bajo la aplicación simétrica 10 kN antes.

3.7 COMPARACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE LOS ESPECÍMENES

Con base en el comportamiento estructural de los especímenes durante las pruebas y la evaluación de los datos, a continuación se presentan resultados que comparan el comportamiento de los cuatro especímenes en términos de las curvas carga-desplazamiento, agrietamiento y modos de falla.

El espécimen E1 correspondiente al prototipo fue el que presentó una mayor pérdida de rigidez que los especímenes propuestos, la pérdida se presentó al 50% de la aplicación de carga simétrica de servicio. Este patrón fue repetido para la carga de diseño. La pérdida de rigidez se asocia con el máximo ancho de grieta alcanzado para servicio que fue de 0.1mm, valor que todavía es admisible para elementos expuestos en ambientes agresivos. Además fue el único espécimen en presentar la fluencia de un número mayor de colgantes por punto de apoyo ante cargas de diseño.

Los especímenes propuestos mostraron similitud en términos de desplazamientos antes cargas de servicio y últimas de diseño. El espécimen E2 fue el que tuvo en general mejor comportamiento en cuanto a deflexión ante cargas de servicio (14% por debajo del promedio de la deflexión de todos los especímenes y propagación de grieta), cierre de grieta. El espécimen E3 también cerró su grieta ante cargas de servicio, la ventaja del espécimen E2 es que volvió a cerrar su grieta ante carga simétrica última de diseño. Sin embargo la respuesta de todos los especímenes en general se puede considerar satisfactorio por no exceder el ancho permisible para ambientes agresivos.

Los especímenes no fueron ensayados hasta la falla por limitaciones en la capacidad del marco de prueba; sin embargo, bajo las cargas que se aplicaron se presentó un daño importante. Todos los especímenes registraron diferentes desplazamientos permanentes para la carga máxima debido a la diferencia en el protocolo de cargas que al inicio de las pruebas no se tenía muy contemplado como sería por la incertidumbre del comportamiento que se observara en las pruebas, pero de haber seguido el mismo la respuesta de los especímenes tendría que alcanzar valores similares por la similitud que se presentó en el diseño.

El modo de daño que rigió fue el de tensión diagonal en la esquina re-entrante, tal como se esperaba de acuerdo con las consideraciones del criterio de diseño del PCI. La determinación de la carga resistente se basa en la hipótesis de que todos los colgantes llegan a desarrollar su capacidad a la fluencia; sin embargo en la prueba experimental no se dio la fluencia de todos los colgantes cuando la sección trabajó completa. Por ejemplo cuando se aplicó carga simétrica última de diseño en el caso del espécimen más crítico se presentó la fluencia de un número reducidos de colgantes. Aun y cuando se aplicó la carga excéntrica última de diseño tampoco se consiguió la fluencia de los colgantes. Los especímenes que incorporaron barras diagonales, entraron en carga primero y absorbieron la mayor parte de la carga. Esto indica que si se opta por esta solución se tiene una reserva importante de capacidad de carga superior al diseño pues sus colgantes todavía trabajan en el rango elástico.

No se presentó otro tipo de daño debido a que la resistencia para otros modos de falla es más alta que la de cortante por tensión diagonal en la esquina reentrante.

El problema no es de resistencia, así que aunque se introduzca al diseño propiedades reales o nominales esto no influye, el problema radica en que los colgantes no toman la misma carga pues su posición y su cercanía al punto de aplicación de la carga influye notablemente.

Desde el punto de vista de comportamiento, tanto en lo referente al control de agrietamiento en condiciones de servicio como a la seguridad contra la falla el espécimen E2, con postensado longitudinal, tiene mejor desempeño que los otros tres especímenes con distintos tipos de refuerzo.

Capítulo 4 SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LOS ESPECÍMENES

Este capítulo se centra en la modelación de los especímenes probados en el laboratorio usando el enfoque del agrietamiento disperso y el enfoque de la grieta discreta (Figura 48). Las condiciones de carga aplicadas al modelo corresponderán a cargas de servicio aplicadas de forma simétrica y excéntrica en los extremos recortados. La calibración de los resultados es mediante las curvas carga-desplazamiento y la comparación de anchos de grieta.



Figura 48 Diferentes modelos de grieta en el sistema de elementos finitos

4.1 RELACIONES CONSTITUTIVAS

El software de elementos finitos ANSYS puede modelar concreto reforzado con agrietamiento disperso, acero disperso y acero discreto. Para modelar el concreto, se utilizó el elemento en 3D SOLID65 (elemento isoparamétrico) que se ilustra en la Figura 49. Este elemento permite modelar el concreto y el acero de refuerzo en sus tres diferentes direcciones. El SOLID65 es capaz de agrietarse en tensión y aplastamiento en compresión, se puede utilizar para modelar concreto reforzado u otros materiales tales como roca y cerámica. El elemento tiene ocho nodos con tres grados de libertad en cada uno.



Figura 49 Propiedades geométricas SOLID65 (ANSYS 11.0)

También se puede incorporar el comportamiento plástico para distintas combinaciones de esfuerzo, así como el flujo plástico. Para considerar el comportamiento plástico podemos introducir el modelo Drucker-Prager, que es definida mediante los parámetros de la cohesión, c, el ángulo de fricción interna, ϕ , y el ángulo de dilatación, ψ . El refuerzo, también incorpora comportamiento plástico y flujo plástico, tiene solo rigidez uniaxial y si se asume que el acero se coloca disperso en el elemento, la orientación es realizada a través de un ángulo especificado.

Se asume que el material es inicialmente isotrópico, el agrietamiento es permitido en sus tres direcciones ortogonales y se modela mediante un ajuste de las propiedades del material el cual efectivamente trata el agrietamiento como una banda de grieta dispersa, en lugar de grietas discretas.

Entonces, una matriz única para ambos materiales se puede escribir de la siguiente manera:

$$[D] = \left(1 - \sum_{i=1}^{N_r} V_i\right)[D_c] + \sum_{i=1}^{N_r} V_i [D_{ri}]$$
(10)

Donde N_r es el número de materiales de refuerzo, V_i es la relación del volumen de $i^{\acute{e}simo}$ material de refuerzo en el volumen total del elemento, $[D_c]$ es la matriz constitutiva para el concreto y $[D_{ri}]$ es la matriz constitutiva para el refuerzo $i^{\acute{e}simo}$.

Para el concreto se asume que las deformaciones plásticas se desarrollan instantáneamente e independientemente en el tiempo.

El criterio de falla es descrito por la formulación de Willam y Warnke (1975). Este modelo considera que el material es elástico, o que el comportamiento es afectado por agrietamiento y/o aplastamiento. Si se supone comportamiento elástico, el
concreto es tratado como un material isotrópico elástico lineal. Si se considera un comportamiento con agrietamiento y aplastamiento, la matriz elástica esfuerzodeformación se ajusta de forma diferente para cada modo de falla. La superficie de falla en 3D se puede escribir como:

$$\frac{F}{f_c} - S \ge 0 \tag{11}$$

Donde *F* es una función del estado de esfuerzos principales, *S* es la superficie de falla, y f_c es la resistencia a la compresión uniaxial (Figura 50).

Para poder especificar la superficie de falla es necesario definir cinco parámetros de resistencia: la resistencia a tensión uniaxial (f_t), la resistencia a compresión uniaxial (f'c), la resistencia a compresión biaxial (f'_{cb}), el estado de esfuerzos hidrostáticos ambientales (σ_h^a), la resistencia a compresión última para un estado de compresión biaxial, sometida a un estado de esfuerzos hidrostáticos (f_1) y la resistencia a compresión última para un estado de compresión uniaxial, sometida a un estado de compresión uniaxial, sometida a un estado de esfuerzos hidrostáticos (f_1) y la resistencia a compresión última para un estado de compresión uniaxial, sometida a un estado de esfuerzos hidrostáticos (f_2). Sin embargo, según el manual del ANSYS, la superficie de falla puede ser especificada con un mínimo de dos constantes, f_t y f'c, a partir de las cuales las otras tres constantes son calculadas de acuerdo con:

$$f'_{cb} = 1.2f'c$$
 (12)

$$f_1 = 1.45f'c$$
(13)

$$f_2 = 1.725 f' c \tag{14}$$

Estos valores son válidos solo para estados de esfuerzos donde se cumpla la condición:

$$|\sigma_h| \le \sqrt{3}f'c \tag{15}$$

Donde:

$$\sigma_h$$
 = Estado de esfuerzos hidrostático $\sigma_h = (\sigma_{xp} + \sigma_{yp} + \sigma_{zp})$ (16)

Por lo tanto, dicha condición aplica para las situaciones en la que los esfuerzos tienen una baja componente de esfuerzos hidrostáticos.



Figura 50 Superficie de falla (ANSYS 11.0)

El *comportamiento a tensión* del concreto se deriva del criterio del esfuerzo máximo de tensión, R^t que es el módulo secante que define la resistencia para la condición de agrietamiento; la constante T_c es un factor de reducción que toma en cuenta la relajación del máximo esfuerzo de tensión f_t ; este valor puede ir desde un valor por defecto de 0.6 hasta 1.00 (Figura 51).



Figura 51 Relajación del esfuerzo de tensión f_t (ANSYS 11.0)

La presencia de una grieta en un punto de integración es representada a través de la modificación de la relación esfuerzo-deformación mediante la introducción de un plano débil en la dirección normal a la cara de la grieta. La matriz constitutiva para un material agrietado en una dirección es:

$$\begin{bmatrix} D_{c}^{ck} \end{bmatrix} = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} R^{t} \frac{1+\nu}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{\beta_{t}}{2} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{\beta_{t}}{2} \end{bmatrix} .$$

(17)

De la misma manera, es posible escribir la matriz de esfuerzo-deformación para el agrietamiento en dos y tres direcciones.

Se requiere definir un coeficiente de transferencia al corte que es introducido para representar el factor de reducción de resistencia al corte para las cargas subsecuentes. Los coeficiente de transferencia al corte se encuentran en el rango de 0.0 a 1.0; con 0.0 se representa que en el plano de la grieta existe una pérdida total de la transmisión de cortante, y el valor de 1.0 corresponde a cuando en el plano de la grieta se tiene una superficie rugosa en la que no hay pérdida de la transmisión de cortante. Este factor puede ser aplicado tanto en grietas abiertas (β_t) o cerradas (β_c) .

Las barras de refuerzo se asume que trabajan sólo en la dirección uniaxial. Su orientación se especifica como se muestra en la Figura 52.



Figura 52 Orientación del refuerzo (ANSYS 11.0)

4.2 HIPÓTESIS BÁSICAS PARA EL MODELO DE LA GRIETA DISCRETA

El modelo propuesto en 3D-ANSYS para concreto reforzado, describe el comportamiento mecánico de elementos sujetos a esfuerzos. En relación a las condiciones físicas del concreto reforzado, el modelo propuesto es viable para simular dos diferentes fases: material con agrietamiento disperso y material de zona cohesiva para simular agrietamiento discreto.

El programa ANSYS nos permite incorporar el agrietamiento discreto mediante un artificio que introduce un mecanismo de fractura apoyado en un modelo de material de zona cohesiva (Figura 53). Una grieta está caracterizada por su función de ablandamiento que relaciona el esfuerzo transmitido entre la cara de la

grieta con el valor del desplazamiento relativo entre las mismas. Cuando la grieta avanza barriendo completamente una cierta área, los esfuerzos y desplazamientos en cada punto de esta área recorrerán completamente la curva de ablandamiento, lo que requiere un suministro energético por unidad de área que se denomina energía específica de fractura, dado por:

$$G_F = \int_0^{w_c} \sigma \, dw \tag{18}$$

La expresión anterior para G_F puede interpretarse como el área bajo la curva de ablandamiento. La energía de fractura así definida será un parámetro material puesto que la curva de ablandamiento es una propiedad del material.



Figura 53 Grieta cohesiva y curva de ablandamiento de fractura en modo I del concreto

Desde la formulación del modelo de la grieta cohesiva se han propuesto diferentes aproximaciones de la curva de ablandamiento experimental. Las curvas bilineales son aceptadas como una aproximación razonable, aunque no hay acuerdo acerca de la posición exacta del punto de intersección de las dos rectas. A fin de evitar problemas en la intersección se han propuesto curvas más suaves, como las exponenciales y polinómicas, entre otras. La Figura 54 compara distintas propuestas de curva de ablandamiento con la misma resistencia a tensión del concreto f_{t0} y la misma energía específica de fractura G_F .



Figura 54 Distintas curvas de ablandamiento empleadas en el concreto

Los campos de esfuerzos y deformaciones al frente de la punta de la grieta están relacionados con los tres modos fundamentales de deformación de fractura, como se ilustra en la Figura 55. En el modo I, o modo de abertura, la carga es aplicable en dirección perpendicular al plano de la grieta. El modo II corresponde a la aplicación de una carga dentro del plano de corte, deslizando una cara de la grieta con respecto a la otra. En el modo III la carga es aplicada fuera del plano del corte. Un cuerpo agrietado puede ser cargado en cualquiera de estos modos, o una en combinación de dos o tres.



Figura 55 Los tres modos de carga que pueden ser aplicados para una grieta

4.2.1 Modelo de material de zona cohesiva

La fractura a lo largo de una interfaz juega un papel importante en la limitación de resistencia y la ductilidad de los materiales de multi-fase. Esto ha motivado

considerables investigaciones en la falla de las interfases. La delaminación de interfaz puede ser modelada por los tradicionales métodos de la mecánica de fractura, como la técnica de liberación nodal. Alternativamente, se pueden utilizar las técnicas que directamente introducen un mecanismo de fractura adoptando relaciones de ablandamiento entre tracciones y separaciones, que a su vez introduce una energía de fractura crítica que es la energía requerida para romper las superficies de interfaz. Esto es llamado modelo de zona cohesiva. Las superficies de interfaz de los materiales pueden ser representadas por un conjunto especial de elementos de interfaz o elementos de contacto, y un modelo de zona cohesiva se puede utilizar para caracterizar el comportamiento constitutivo de la interfaz.

El modelo de zona cohesiva consiste en una relación constitutiva entre la tracción *T* actuando en la interfaz y la correspondiente separación de interfaz δ (desplazamiento a través de la interfaz). La definición de tracción y separación depende del elemento y el modelo del material.

Elementos de interfaz. Para los elementos de interfaz, la separación interfaz es definida como el desplazamiento, δ , i.e., la diferencia de los desplazamientos de las superficies de interfaz adyacentes.

$$\delta = u^{arriba} - u^{abajo}$$
 = separación de interfaz

La definición de la separación se basa en el sistema local de coordenadas del elemento, (Figura 56). La normal a la interfaz es denotada como la dirección local n, y la dirección tangencial local es denotada como t. Así:

 $\delta_n = n \cdot \delta$ = separación normal

 $\delta_t = t \cdot \delta$ = separación tangencial (cortante)



Figura 56 Esquema de los elementos de interfaz (ANSYS 11.0)

4.2.2 Materiales de zona cohesiva para elementos de interfaz

Los materiales de zona cohesiva pueden ser usados con elementos de interfaz así como elementos de contacto. Los elementos permiten que los materiales de zona cohesiva puedan ser usados para simular la delaminación de la interfaz y otros fenómenos de fractura. El comportamiento del material puede ser exponencial o bilineal.

Para los modelos realizados en este trabajo optaremos por los materiales de zona cohesiva para elementos de contacto con comportamiento bilineal. La superficie agrietada se apoya en un modelo de material cohesivo cuyo principal ingrediente es la curva de ablandamiento; a partir de la cual la relación de esfuerzos σ - apertura de grieta desplazamiento, *w*, puede ser asumida. Cuando la grieta se genera, hay una separación de la malla en la zona de grieta. Este modelo con comportamiento bilineal permite dos formas de especificar los datos del material, la primera es el comportamiento del material bilineal con tracciones y distancias de separación, y el segundo es el comportamiento del material bilineal con tracciones para los modelos de extremos recortados de vigas son los que se muestran en la Tabla 6:

Símbolo	Significado		
σ_{max}	Esfuerzo de contacto normal máximo		
Unc	Abertura de contacto al término del desprendimiento		
$ au_{max}$	Esfuerzo de contacto equivalente tangencial máximo		

Tabla 6 Comportamiento del material bilineal con tracciones y distancias de separación (ANSYS 11.0)

4.2.3 Efecto de tamaño en el agrietamiento de elementos de concreto

El efecto de tamaño es un fenómeno que sucede en materiales cuasifrágiles, como el concreto, y consiste en que estructuras geométricamente similares pero

de distinto tamaño presentan diferentes esfuerzos nominales en el momento de la falla. La determinación del efecto de tamaño en estructuras de concreto ha sido uno de los principales objetivos de diversos investigadores durante las últimas décadas, siendo todavía objeto de estudio, especialmente en el caso de concretos de alta resistencia. Existen varias teorías que permiten explicar el efecto de tamaño en estructuras de concreto, como la teoría estadística, la determinista y la teoría de los fractales. De entre estas teorías, la más utilizada es la teoría determinista de Bažant (1998).

La ley de efecto de tamaño determinista de Bažant establece una relación entre el esfuerzo nominal en el momento del fallo, y la geometría de los especímenes ensayados para cada tipo de concreto.

Para definir la ley de efecto tamaño de un concreto es necesario determinar los coeficientes G_F y la longitud de la zona de fractura cf del mismo, considerando estos coeficientes como constantes asintóticas del material. El coeficiente G_F se determina a través de las cargas máximas obtenidas para especímenes de concreto geométricamente similares, de al menos tres tamaños diferentes (Figura 57a). La determinación de los coeficientes se realiza de acuerdo con las indicaciones de la asociación internacional RILEM TC 89-FMT para cada tipo de concreto. Para ello se lleva a cabo ensayos de flexión en tres puntos sobre probetas geométricamente similares de diferentes tamaños (Figura 57b).



Figura 57 Probetas geométricamente similares de tres tamaños diferentes, probeta entallada sometida a ensayo de flexión en tres puntos

Hay muchos resultados publicados de ensayos de medida de la energía de fractura del concreto mediante flexión en tres puntos que muestran efecto de tamaño, baste citar los de Shilang y Guofang (1988), Brameshuber y Hilsdorf (1988), y Swartz y Refai (1987), estos últimos sobre probetas prefisuradas. Pero el mayor esfuerzo experimental correspondió a un round robin de laboratorios europeos impulsado por la RILEM y que involucró un total de 14 laboratorios en 9 países con más de 700 vigas ensayadas. Los resultados de este round robin han sido publicados por Hillerborg (1985a, 1985b).

4.3 CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO CON LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

4.3.1 Viga de Vandewalle sujeta a flexión

Es necesario comparar la aptitud del modelo cohesivo para reproducir numéricamente la fractura del concreto. Por tal motivo se plantea la calibración previa de un modelo hecho en ANSYS aplicado a una viga probada por Vandewalle (Figura 58), hecha de concreto reforzado usando el enfoque de la grieta discreta. Los datos se muestran en la Tabla 7.



58 Viga probada por Vandewalle

В	Н	С	A _s	A'_s	f' _c	f_t	E _c	f_y	Es
			mm^2	mm^2	MPa	MPa	GPa	MPa	GPa
200	350	35	2ø20	2ø10	37.5	2.38	33	500	200

Una vez introducido el modelo de la viga, se optó por colocar el acero de forma dispersa con base en una relación de volumen, y se propuso una zona de interfaz

ubicada en el centro de la viga a la mitad del peralte total de la sección de la viga para la simulación de la grieta discreta (Figura 59a). Los coeficientes de retención al corte de grieta abierta β_t , o cerrada β_c , se asume que toman el valor de 0.2 y 0.7 respectivamente de acuerdo con Padmarajaiah y Ramaswamy (2002). El agrietamiento disperso se muestra en la Figura 59b, y en la Figura 59c se muestra el mapa de esfuerzos de la viga así como la abertura de la grieta. La simulación de la grieta se basó en un material de zona cohesiva para elementos de contacto con comportamiento bilineal. La superficie de contacto se consideró como adherido "bonded" (contacto inicial) con la finalidad de lograr la separación de las dos superficies unidas inicialmente.

Se definió σ_{max} que corresponde a la resistencia a tensión del concreto, U_n^c la definimos con el valor del ancho de grieta máximo registrado en el experimento, y por último τ_{max} es la mitad del valor de σ_{max} pues $\tau_{max} = \sigma_u/2$.



Figura 59 Viga probada por Vandewalle: a) simulación de grieta, b) agrietamiento discreto y disperso y c) Mapa de esfuerzos en dirección longitudinal

Si se optara por el comportamiento del material bilineal con tracción y energías de fractura crítica, entonces sería necesario conocer el valor de la energía específica de fractura del concreto.

Se monitoreó el ancho de grieta mayor del modelo numérico contra el experimental como se muestra en la Figura 60. La diferencia que se tuvo entre el ancho de grieta que registró el modelo contra el experimental fue variable a través de la carga, pero para el ancho último fue del orden de 5%. El modelo solo predijo el ancho de grieta hasta un 64% de la carga aplicada en la viga. Las razones de que el modelo no alcance la carga última son debidas a que el fenómeno de ablandamiento del material (y por ende la energía de fractura) no se toma en cuenta de manera adecuada, pues el modelo incluye una relajación de esfuerzos la cual ayuda en el problema de convergencia numérica cuando el agrietamiento es inminente, pero no representa de manera adecuada la relajación esfuerzo-deformación para el post-agrietamiento del concreto, el cual influye en la capacidad de carga. A pesar de que al contar con una grieta discreta se puede incluir de manera local el ablandamiento, no fue posible alcanzar la carga última, pues recordemos que solo tendríamos que tener un número limitado de grietas y, como se sabe, la viga a flexión en estudio genera un número alto de grietas.



Figura 60 Viga probada por Vandewalle: Ancho de grieta máximo contra momento en la zona constante de momento de la viga

Para proponer la grieta discreta en cuanto a ubicación y propagación de la misma se tomó como una aproximación lo que se cree que sería el ancho de grieta más desfavorable conforme a la condición física que experimenta la viga. Por lo tanto mientras más precisas sean las condiciones que tiene la grieta, la aproximación del ancho de la grieta será más congruente con la experimental.

4.4 MODELOS NUMÉRICOS DE LOS ESPECÍMENES ENSAYADOS

Los casos a modelar de extremos recortados serán utilizando el enfoque del agrietamiento disperso y el enfoque de la grieta discreta. Los modelos mantienen las mismas características de los especímenes probados en el laboratorio, así como ser sometidos a las cargas de servicio tanto simétrica como excéntrica aplicadas en la prueba experimental. Además se anexan propuestas correspondientes al modelo M2 que consiste en proponer dos diferentes niveles de postensado con la finalidad de ver qué tanto influye en la aparición de la grieta. El análisis con elemento finito es un análisis numérico aproximado cuyos resultados, en cierta medida, dependen del tamaño de la malla de elementos finitos utilizada, por ello es que en cada aplicación se tiene que realizar un modelo calibrado, esto es, un modelo con el número determinado de elementos en donde, por más que se incrementen ya no cambia algún valor de interés (esfuerzos, desplazamientos, deformaciones, etcétera) en cierto punto. Nuestros modelos toman en cuentan esa consideración.

Los modelos numéricos se han denominado: M1, M2 y M3, correspondiendo a la simulación numérica del espécimen E1, E2 y E3 respectivamente, los modelos fueron sometidos a carga simétrica y excéntrica de servicio.

CONCRETO

Para considerar las deformaciones plásticas se introdujo el modelo de superficie de Drucker-Prager. La resistencia tensión uniaxial f_t , es la obtenida de las pruebas experimentales. En todos los modelos los coeficientes de retención al corte de grieta abierta β_t , y cerrada β_c , se asume que toman el valor de 0.2 y 0.7 respectivamente estos parámetros fueron tomados de estudios realizados por Padmarajaiah y Ramaswamy (2002).

Las propiedades no lineales consideradas en nuestro estudio se muestran en la Tabla 8, anteriormente en la Tabla 8. La cohesión, *c*, el ángulo de fricción, ϕ y el ángulo de dilatancia, ψ , se tomaron en consideración para los modelos de enfoque disperso. Para obtener los valores citados en la Tabla 8 se aplican las siguientes

expresiones de acuerdo al modelo Drucker Prager. La regla de flujo se considera asociativa por lo tanto, $\phi \neq \psi$ tienen el mismo valor. La Tabla 9 muestra los valores introducidos en la modelación usando el enfoque de la grieta discreta. El σ_{max} corresponde al valor de la resistencia a tensión mencionado en la Tabla 4, U_n^c es la abertura alcanzada al término de la aplicación de la carga y τ_{max} es igual al $\sigma_{max}/2$ (circulo de Mohr para esfuerzos).

$$sin \emptyset = \frac{3a-3}{5a-3}$$
(19)
$$a = \frac{resistencia \ de \ compresi\ on \ biaxial \ \ ultima}{resistencia \ de \ compresi\ on \ uniaxial \ \ ultima} = 1.16$$

$$c = 0.42f'_{c}$$
(20)

Tabla 8 Propiedades no lineales del material usando el enfoque de agrietamiento disperso y la grieta discreta

Modelo	С	Ø	ψ
Disperso y discreto	(MPa)	(grados)	(grados)
M1	23.02	9.87	9.87
M2	23.02	9.87	9.87
M3	22.58	9.87	9.87

Modelo discreto	σ_{max}	U_n^c	$ au_{max}$
(comportamiento	МРа	mm	МРа
bilineal)			
M1	4.39	0.1	2.195
M2	4.39	0.05	2.195
M3	3.32	0.10	1.66

Tabla 9 Propiedades no lineales del material usando el enfoque discreto

ACERO

La mayor parte del acero se introdujo de forma dispersa a través del elemento de concreto; su orientación es definida mediante un ángulo de orientación. En el caso de los colgantes, las barras en diagonal y el postensado se modelaron de manera discreta, usando el elemento barra LINK8-3D e introduciendo un modelo de endurecimiento isotrópico multilineal con el modelo de criterio de fluencia Von Mises para describir el comportamiento plástico.

RESORTES

Las barras que sujetan al espécimen en la parte maciza del cajón de la viga se simularon mediante el elemento denominado COMBIN14. El resorte da la opción de tensión-compresión uniaxial con tres grados de libertad en cada uno de sus nodos.

ABERTURA DE LA GRIETA EN EL CONCRETO

La grieta es modelada con elementos de contacto de espesor cero, los cuales son adheridos en la zona del desarrollo de la grieta y se les definió un modelo de material de zona cohesiva para activar el desprendimiento asociado al material. El desprendimiento fue definido con un análisis de contacto superficie-a-superficie a través de las propiedades de los elementos CONTA173. El comportamiento que se espera en las superficies de contacto es adherido (contacto inicial).

CONDICIONES DE FRONTERA

La restricción de desplazamientos se basó en la estabilidad física del modelo; para eso en la base del modelo se restringió el desplazamiento en la dirección UX=0 en la longitud de la viga; a una distancia de 555 mm de la nariz de la viga se restringió el desplazamiento en UY=0 (Figura 61). El desplazamiento también se restringió a la mitad de la longitud total del espécimen UZ=0 (Figura 62). En el cajón de la viga se colocaron en la parte inferior y superior resortes elásticos de longitud cero con desplazamientos y rotaciones restringidos en un solo extremo nodal del resorte en sus tres direcciones X, Y y Z; en el otro extremo nodal el resorte unidimensional tiene grado de libertad en Y. La rigidez de los resortes se obtiene de las seis barras que se colocaron para anclar el espécimen. La rigidez de cada barra se dividió entre 72, 60 y 60 resortes tanto en la parte inferior de la viga como la superior (Figuras 61 y 62). La longitud de las barras fue de 1430 mm, con un módulo de elasticidad, E_s , de 205. 9 GPa y un área, A, de 507 mm².



a)

61 Condiciones de frontera: vista lateral



62 Condiciones de frontera: vista en planta

4.4.1 Modelo M1 correspondiente al espécimen E1

El modelo M1 corresponde al extremo recortado de viga con solución típica a base de estribos, verticales y horizontales. Usando el enfoque del agrietamiento disperso las consideraciones para introducir el acero de refuerzo fueron colocar la mayor parte del acero de forma dispersa a través de cuantías en volúmenes, y por lo que respecta a los colgantes se optó por colocarlos de manera discreta como se ilustra en el modelo de la Figura 63, este modelo se tomó en cuenta para la curva carga-desplazamiento ya que también se hizo este mismo pero considerando los colgantes por cuantías. Para el caso del enfoque de la grieta discreta todo el acero de refuerzo se introdujo de forma dispersa. La trayectoria de la grieta se basó en la localización geométrica observada en la prueba experimental.



Figura 63 Modelado de los colgantes usando elementos Link8

El modelo de la grieta discreta fue aplicado mediante elementos de interfaz denominados elementos de contacto CONTA173 que fueron ubicados en la localización de la grieta (Figura 64a). En la Figura 64b se observa la numeración asignada para la trayectoria de la grieta, cada punto está compuesto de dos nodos inicialmente coincidentes y, conforme empiece a ser cargado el modelo, se generará la separación nodal. Para el modelo solo la superficie con la longitud que se marca con los puntos del 1 al 3 fue considerada como adherida "bonded" con contacto inicial y la superficie restante como adherida siempre.

El número total de elementos para el modelo disperso fue de 30,876 y para el modelo discreto 32,196 incluyendo 216 elementos de contacto. Las curvas cargadesplazamiento y el agrietamiento que se obtengan de los modelos serán comparados con los resultados experimentales los cuales se mencionan en la sección 3.6.1 y 3.6.4 respectivamente. La carga se aplicó mediante control de desplazamientos en la zona de las placas de contacto que transmitieron la carga en la prueba experimental.



Figura 64 Trayectoria de la grieta: a) elementos de contacto a lo largo de la longitud de la grieta y b) Malla de elementos finitos con su respectiva numeración

AGRIETAMIENTO DISPERSO (M1: CARGA SIMÉTRICA)

Para los modelos numéricos usando el enfoque del agrietamiento disperso en la Figura 65 y 66 se ilustra su inicio y desarrollo del agrietamiento. El modelo mostró el primer agrietamiento en la esquina re-entrante cuando se presentó una carga de 86 kN (Figura 65); el agrietamiento siguió propagándose en la misma zona como se muestra en la Figura 66. Los esfuerzos correspondientes al modelo del enfoque del agrietamiento disperso son mostrados en dos diferentes vistas como se muestra en las figuras 67a y 67b. Las zonas en donde se aprecian esfuerzos de tensión en el elemento son en la trabe. Por lo que respecta a la esquina reentrante los esfuerzo en dirección longitudinal oscilan del orden de 2.24 MPa en compresión y 0.35 MPa en tensión.



Figura 65 Agrietamiento disperso para carga simétrica de servicio modelo M1: primer agrietamiento



b)

Figura 66 Agrietamiento disperso para carga simétrica de servicio modelo M1: agrietamiento final



Figura 67 Mapa de esfuerzos en dirección longitudinal modelo M1: a) vista isométrica y b) vista lateral

De manera más detallada el programa ANSYS nos permite conocer la deformación unitaria elástica y plástica promedio del acero disperso de acuerdo con la orientación de la barra de acero. En las figuras 68a y 68b se presentan las deformaciones unitarias elásticas en las direcciones, vertical y longitudinal, respectivamente. La zona de los colgantes fue la correspondiente a la dirección vertical, en la cual se aprecia que la deformación en la esquina reentrante es del orden del punto de fluencia (0.0022). Por lo que respecta a la dirección longitudinal correspondió a las barras en las parrillas ubicadas en el extremo recortado de viga que alcanzaron una deformación unitaria del orden de 0.0018. Estos modelos no entraron en la parte plástica, por tal motivo no se presentan esas deformaciones.



Figura 68 Deformación unitaria elástica promedio del refuerzo modelo M1: a) dirección vertical y b) dirección longitudinal

GRIETA DISCRETA (M1: CARGA SIMÉTRICA)

Además del usar el enfoque del agrietamiento disperso se usó el enfoque de la grieta discreta cuya modelación fue explicada anteriormente. El modelo además de simular la grieta discreta nos sigue proporcionando el agrietamiento disperso mediante el uso del elemento Solid65 (Figura 69a). La distribución de esfuerzos en la dirección longitudinal se muestra en la Figura 69b.







b)

Figura 69 Enfoque de la grieta discreta modelo M1: a) agrietamiento y b) mapa de esfuerzos en dirección longitudinal para carga simétrica de servicio

Las deformaciones en la dirección vertical que presentó el modelo de la grieta discreta se muestran en la Figura 70, la deformación más alta fue en la esquina reentrante; el modelo no entró en el rango plástico.



Figura 70 Deformación unitaria elástica promedio del refuerzo en dirección vertical modelo M1

AGRIETAMIENTO DISPERSO (M1: CARGA EXCÉNTRICA)

En el caso de la carga excéntrica el proceso de análisis del modelo se realizó aplicando pasos de carga que primero involucraron aplicar la carga simétrica, después descargar hasta cero y volver a cargar únicamente de un lado (un apoyo); cada paso de carga estuvo compuesto de un número variable de sub pasos. El agrietamiento disperso final se muestra en la Figura 71. Los esfuerzos en dirección longitudinal se muestran en la Figura 72, la mayor parte del modelo está sometido a esfuerzos de tensión, sin embargo estos todavía están 37% por debajo del esfuerzo de tensión del concreto. Las deformaciones unitarias en el acero disperso en dirección vertical y longitudinal se muestran en la Figura 73. En dirección vertical la deformación es cercana a la deformación de fluencia y lo mismo sucede en la dirección longitudinal.



Figura 71 Agrietamiento disperso para carga excéntrica de servicio modelo M1: agrietamiento final



Figura 72 Mapa de esfuerzos en dirección longitudinal modelo M1: a) vista isométrica y b) vista lateral

El modelo M1 mostró que el acero de las parrillas empiezan a fluir en la esquina reentrante, sin embargo el acero de este modelo se introdujo de manera dispersa lo que quiere decir que estamos hablando de una zona muy reducida en donde se da este comportamiento. En la prueba experimental para esta carga todavía las barras se encuentran en su etapa elástica, así que el modelo sobrestima las deformaciones pero como ya se mencionó tampoco lo hace en una gran extensión de la esquina reentrante que se pueda considerar crítico.



Figura 73 Deformación unitaria elástica promedio del refuerzo modelo M1: a) dirección vertical y b) dirección longitudinal

GRIETA DISCRETA (M1: CARGA EXCÉNTRICA)

El procedimiento de aplicación de carga fue el mismo que el citado en el enfoque disperso bajo carga excéntrica. Como ya se ha mencionado, el modelo nos proporciona la abertura de la grieta y el agrietamiento disperso debido al uso del elemento SOLID65, esto se puede apreciar en la Figura 74. Los esfuerzos en dirección longitudinal se ilustran en la Figura 75. En la esquina reentrante correspondiente a la zona donde se aplicó la carga se observan esfuerzos de compresión del orden de 0.21 MPa y prácticamente el resto del elemento muestra esfuerzos de tensión del orden de 3.7 Mpa.



Figura 74 Enfoque de la grieta discreta para carga excéntrica de servicio: agrietamiento final



b)

Figura 75 Mapa de esfuerzos en dirección longitudinal modelo M1: a) vista isométrica y b) vista lateral

El modelo de elementos finitos nos muestra en la Figura 76 las deformaciones unitarias elásticas promedio en las tres direcciones en donde se colocó el acero por cuantía y al igual que los resultados antes mencionados el modelo no excede la deformación de fluencia. En la dirección vertical se observan deformaciones del orden de fluencia en las barras de los colgantes, y por último en la dirección longitudinal la deformación unitaria es del orden de 0.0013 que es 46% menor a la obtenida del modelo disperso.



b)

Figura 76 Deformación unitaria elástica promedio del refuerzo modelo M1: a) dirección vertical y b) dirección longitudinal

CURVA CARGA-DESPLAZAMIENTO (ESPÉCIMEN VS MODELOS)

El comportamiento de los modelos en la curva Carga-Desplazamiento se muestra en las figuras 77a y 77b, tanto del modelo correspondiente al agrietamiento disperso como al de la grieta discreta para carga simétrica. El agrietamiento disperso mostró buena similitud hasta prácticamente el término de la aplicación de carga esto con respecto a la rigidez registrada en el experimento. Por lo que respecta a la grieta discreta los resultados obtenidos también pueden considerarse satisfactorios. Lo que es necesario cuidar en este tipo de modelación es no generar distorsiones angulares fuertes en los elemento trapezoides que se generan durante la trayectoria de la grieta.

Los resultados de los modelos bajo carga excéntrica se muestran en la Figura 77b; en el caso también el agrietamiento mostró resultados similares en la curva. Para el enfoque discreto se observó cierta pérdida de rigidez después de los 180 kN.



Figura 77 Curva carga-desplazamiento: a) carga simétrica y b) carga excéntrica

MODELOS: CURVA CARGA-ANCHO DE GRIETA

Recordemos que el primer agrietamiento en el experimento se observó a 86 kN con un ancho de grieta de 0.05 mm y para esta misma carga el modelo numérico dio un ancho de grieta de 0.032 mm. Adicionalmente, en la Tabla 10 se muestran los valores de los anchos de grieta en la esquina reentrante para los diferentes cargas que fueron registrados durante la prueba experimental bajo carga simétrica de servicio. La Figura 78a y 78b muestra la curva carga contra ancho de grieta de los modelos para la carga simétrica y la excéntrica de servicio respectivamente. Solo se monitoreó el primer punto del modelo discreto ya que corresponde a la abertura mayor.

P (kN)	Ancho de grieta experimental	Ancho de grieta del modelo numérico
88	0.050	0.032
118	0.053	0.052
177	0.075	0.100

Tabla 10 Anchos de grieta: resultados del modelo numérico y experimental bajo carga simétrica

En el caso de la carga excéntrica el ancho de grieta registrado final en el modelo fue de 0.15 mm, mientras que en el experimento fue de 0.1 mm, esa diferencia de anchos es debida a la pérdida de rigidez que se observa en la Figura 77b del modelo de la grieta discreta. El modelo presentó el mismo ancho de grieta experimental hasta el 70% de la carga aplicada. Conocer el ancho de grieta requiere un análisis bastante sensible que involucra una correcta trayectoria de la grieta aun cuando la curva carga-desplazamiento producto del modelo discreto muestre buena aproximación a la experimental.



Figura 78 Curva carga-ancho de grieta de los modelo bajo el siguiente protocolo de carga: a) carga simétrica de servicio y b) carga excéntrica

4.4.2 Modelo M2 correspondiente al espécimen E2

La variante del espécimen 2 con respecto al espécimen E1 es que además del arreglo típico se le aplicó el postensado longitudinal que contribuyó con 74% a la flexión, y comprimió la sección crítica (esquina reentrante), dado por cuatro cables de diámetro de 5/8". Cada cable tiene una tensión de 147 kN y todos están anclados en sus extremos por placas. En la Figura 79 se muestra el modelo de elementos finitos, el número total de elementos en este modelo fue de 33,566 y para el modelo discreto de 36,516 incluyendo 216 elementos de contacto.



Figura 79 Modelo de elementos finitos

El protocolo de carga que se aplicó al modelo consistió en 4 pasos, el primero incluyó el postensado, el segundo la aplicación de la carga simétrica de servicio, después se descargó el modelo a cero y se volvió a cargar pero solo de un lado (un apoyo). Cada paso de carga se compone de un número variable de sub-pasos que están en función del tamaño de pasos de tiempo. El cable del postensado fue el único elemento que se modeló de forma discreta con el elemento LINK8 (Figura 80); el acero de refuerzo se introdujo de forma dispersa. La Figura 81a muestra la tensión en el cable al finalizar el postensado de la pieza; la deformación que se le indujo al cable corresponde a la fuerza de tensión de aproximadamente 147 kN (Figura 81a) que se aplicó en el experimento y en la Figura 81b se muestra la deformada en el modelo debido a la aplicación del postensado.



Figura 80 Elementos LINK8 en el modelo de elementos finitos.



Figura 81 a) Tensión en el cable presforzado y b) modelo deformado al finalizar la carga de presfuerzo

AGRIETAMIENTO DISPERSO (M2: CARGA SIMÉTRICA)

El primer agrietamiento bajo el enfoque disperso en la esquina re-entrante es mostrado en la Figura 82, este mismo corresponde al término de la aplicación de la carga simétrica de servicio tal como sucedió en la prueba experimental. Los esfuerzos en la dirección longitudinal se muestran en la Figura 83, la mayor parte del elemento está sujeta a esfuerzos de compresión del orden de 2.5 MPa y en la parte superior de la trabe tiene esfuerzos de tensión.



Figura 82 Agrietamiento disperso bajo carga simétrica de servicio



Figura 83 Mapa de esfuerzos en dirección longitudinal modelo M2: vista isométrica

En la dirección vertical (Figura 84a) se tiene una deformación unitaria correspondiente a la fluencia. Las deformaciones en la esquina reentrante en dirección longitudinal es baja como se muestra en la Figura 84b. Este comportamiento era de esperarse ya que la función del postensado es contribuir con las barras colocadas en las parrillas



Figura 84 Deformación unitaria elástica promedio del refuerzo modelo M2: a) dirección vertical y b) dirección longitudinal

GRIETA DISCRETA (M2: CARGA SIMÉTRICA)

Las propiedades no lineales del material para modelar la grieta discreta son las mismas que las del Modelo 1, excepto U_n^c igual a 0.05 mm. Las superficies de contacto se definieron como adherido "bonded" (contacto inicial) con la finalidad de lograr la separación de las dos superficies unidas inicialmente con espesor cero. El agrietamiento disperso que se aprecia en la esquina reentrante (Figura 85) disminuyó con respecto al observado en el enfoque disperso, debido a la grieta discreta inducida. Las deformaciones unitarias que resultan del modelo no alcanzan la deformación de fluencia como se muestra en la Figura 86, la deformación más alta localizada en la esquina reentrante es en la dirección vertical con 0.0018, y se presentó al término de la localización de la grieta discreta. Las deformaciones que se tienen son 40% menor que las registradas en el enfoque disperso.



Figura 85 Enfoque de la grieta discreta modelo M2: a) agrietamiento y b) mapa de esfuerzos en dirección longitudinal para carga simétrica de servicio



Figura 86 Deformación unitaria elástica promedio del refuerzo modelo M2: dirección vertical

AGRIETAMIENTO DISPERSO (M2: CARGA EXCÉNTRICA)

Continuando con la aplicación de la carga de forma excéntrica, el modelo generó el agrietamiento que se muestra en la Figura 87; la propagación del agrietamiento aumentó en la zona reentrante. Sigue predominando el esfuerzo de compresión en la mayor parte de la pieza con 2.5 MPa (Figura 88). Las deformaciones unitarias en la esquina reentrante solo en la dirección vertical alcanzaron la fluencia (deformación de 0.0029), como se muestra en la Figura 89a. Mientras que en la Figura 89b se muestra una pequeña franja que presenta deformaciones del orden del 64% de la fluencia de las parrillas.



Figura 87 Agrietamiento disperso bajo carga excéntrica de servicio modelo M2: agrietamiento final



Figura 88 Mapa de esfuerzos en dirección longitudinal modelo M2: vista isométrica



Figura 89 Deformación unitaria elástica promedio del refuerzo: a) dirección vertical y b) dirección longitudinal

GRIETA DISCRETA (M2: CARGA EXCÉNTRICA)

El agrietamiento para la carga excéntrica con el enfoque de la grieta discreta se muestra en la Figura 90; de nuevo se aprecia el crecimiento del agrietamiento disperso alrededor de la grieta discreta. Los esfuerzos que se muestran en la Figura 91 en su mayoría son de compresión y del orden de 2.55 MPa. Las deformaciones unitarias no exceden el rango elástico (Figura 92); en la grieta discreta la deformación en la dirección vertical prácticamente es el valor de la fluencia.



Figura 90 Enfoque de la grieta discreta bajo carga excéntrica de servicio: agrietamiento final



Figura 91 Mapa de esfuerzos en dirección longitudinal: vista isométrica



Figura 92 Deformación unitaria elástica promedio del refuerzo: dirección vertical
CURVA CARGA-DESPLAZAMIENTO (ESPÉCIMEN VS MODELOS)

La curva carga-desplazamiento de los modelos para carga simétrica y excéntrica comparada con los resultados experimentales se muestra en la Figura 93. En la Figura 93a la curva del modelo disperso y el discreto muestran el mismo comportamiento. Los modelos mostraron una disminución en los desplazamientos con respecto al experimental. Para el caso de la carga excéntrica los modelos no son similares al comportamiento experimental (Figura 93b); en este caso los modelos son más rígidos, incluso el modelo discreto mostró ser menos rígido que el disperso sobre todo al finalizar la aplicación de la carga.



Figura 93 Curva carga-desplazamiento: a) carga simétrica y b) carga excéntrica

MODELOS: CURVA CARGA-ANCHO DE GRIETA

Los anchos de grieta durante la aplicación de carga en los modelos son mostrados en la Figura 94. Cuando se aplicó la carga simétrica se empezó a registrar ancho de grieta a partir de 60 kN, esto debido a que la pieza es postensada. Para la carga simétrica el ancho de grieta del modelo fue de 0.045 mm, mientras que el experimental fue de 0.040 mm. Para la carga excéntrica el modelo registró un ancho de 0.049 mm y en el experimental fue de 0.07 mm; esta diferencia de ancho de grieta es debida a que el comportamiento del modelo mostró ser más rígido. El ancho de grieta se empezó a registrar a partir de 41 kN.



Figura 94 Curva carga-ancho de grieta de los modelo bajo el siguiente protocolo de carga: a) carga simétrica de servicio y b) carga excéntrica

4.4.3 Modelo M3 correspondiente al espécimen E3

En el espécimen E3 se sustituyó una parte del refuerzo vertical (colgantes) y horizontal (parrillas) por barras en diagonal a 45°. Debido a que la función de las diagonales juega un papel importante, en el modelo disperso se colocaron las diagonales de forma discreta (Figura 95), y el resto del acero como disperso. El número total de elementos en este modelo fue de 44,628 y para el modelo discreto de 39,652 incluyendo 144 elementos de contacto. Para el modelo discreto todo el acero se introdujo de forma dispersa por cuestiones de facilidad en la propuesta de la malla de elementos finitos al momento de definir la grieta discreta.

Las superficies de contacto en el modelo discreto se definieron como adherida "bonded" (contacto inicial). Al igual que los modelos anteriores, la grieta se apoyó en un material de zona cohesiva con comportamiento bilineal. La Tabla 9 se puede ver las propiedades no lineales del material asignadas al modelo.



Figura 95 Modelo de elementos finitos con barras diagonales discretas

AGRIETAMIENTO DISPERSO (M3: CARGA SIMÉTRICA)

En la Figura 96a se muestra el primer agrietamiento que se presentó en la esquina inferior del chaflán al igual que en la prueba experimental, después en la Figura 96b se muestra el agrietamiento al término de la carga simétrica.

La Figura 97 muestra los esfuerzos en dirección longitudinal producto de la simulación del enfoque del agrietamiento disperso. La parte de tensión se da en el cajón de la viga del orden de 0.05 MPa a 2.62 MPa y prácticamente el resto del modelo está sujeto a un esfuerzo de compresión de 2.74 MPa.

Las deformaciones elásticas del refuerzo en el modelo se ilustran en la Figura 98. Como se puede observar, en la dirección vertical en la zona donde se colocaron los colgantes se registró una deformación de 0.0013 al término de la abertura de la grieta (Figura 98a). En la dirección longitudinal en la zona de la esquina reentrante del chaflán se registraron deformaciones bastante bajas (Figura 98b), así que las diagonales también tomaron carga a flexión tal y como fue planteado en el diseño.



- b)
- Figura 96. Agrietamiento disperso bajo carga simétrica de servicio modelo M3: a) primer agrietamiento y b) agrietamiento final



Figura 97 Mapa de esfuerzos en dirección longitudinal modelo M3: vista isométrica



Figura 98 Deformación unitaria elástica promedio del refuerzo: a) dirección vertical y b) dirección longitudinal

GRIETA DISCRETA (M3: CARGA SIMÉTRICA)

El agrietamiento mostrado en la Figura 99a tiene menor desarrollo de agrietamiento disperso que el ilustrado en la Figura 96b; al parecer el introducir una grieta discreta ayuda a disminuir el agrietamiento disperso. Los esfuerzos en dirección longitudinal se ilustran en la Figura 99b, al igual que para los otros modelos los esfuerzos de tensión se dan en la parte del cajón y el resto son esfuerzos de compresión relativamente bajos. Las deformaciones en la dirección vertical están 53% por debajo de su capacidad de fluencia (Figura 100a), las otras direcciones registraron deformaciones bajas.



Figura 99 Enfoque de la grieta discreta modelo M3: a) Agrietamiento y b) mapa de esfuerzos en dirección longitudinal para carga simétrica de servicio



Figura 100 Deformación unitaria elástica promedio del refuerzo: dirección vertical

AGRIETAMIENTO DISPERSO (M3: CARGA EXCÉNTRICA)

El agrietamiento final bajo carga excéntrica usando el enfoque del agrietamiento disperso es mostrado en la Figura 101. Los esfuerzos que se tienen en el modelo son en su mayoría de tensión que van desde 0.07 a 2.77 MPa; en la esquina reentrante se tienen esfuerzos de compresión bajos, del orden de 4.09 MPa (Figura 102). En cuanto a las deformaciones unitarias del refuerzo, las condiciones más críticas son en la dirección vertical, seguidas por las de la dirección longitudinal (Figura 103). En la dirección vertical la deformación corresponde a la fluencia en la zona de la esquina reentrante.



Figura 101 Agrietamiento disperso bajo carga excéntrica de servicio: agrietamiento final









GRIETA DISCRETA (M3: CARGA EXCÉNTRICA)

Continuando con el agrietamiento producto de la carga excéntrica pero usando el enfoque discreto, en la Figura 104 se ilustra el agrietamiento final. Los esfuerzos en la dirección longitudinal se ilustran en la Figura 105. Haciendo una comparación con los esfuerzos producto del enfoque disperso podemos ver que en general son similares para ambos enfoques. Las deformaciones unitarias máximas que son muy cercanas a la fluencia se presentaron en la dirección vertical en la zona de la trayectoria de la grieta discreta (Figura 106), las deformaciones en la dirección longitudinal son bajas por tal motivo no se ilustran. El modelo no entró en etapa plástica.



Figura 104 Enfoque de la grieta discreta bajo carga excéntrica de servicio: agrietamiento final



Figura 105 Mapa de esfuerzos en la dirección longitudinal modelo M3: vista isométrica



Figura 106 Deformación unitaria elástica promedio del refuerzo: dirección vertical

CURVA CARGA-DESPLAZAMIENTO (ESPÉCIMEN VS MODELOS)

El comportamiento carga-desplazamiento con los dos enfoques bajo carga simétrica y excéntrica contra las pruebas experimentales es mostrado en la Figura 107. En la aplicación simétrica de la carga se aprecia buena similitud de los modelos con el experimental, sin embargo los modelos mostraron una ligera pérdida de rigidez después de 80 kN (Figura 107a). El comportamiento de los modelos cuando se aplicó carga excéntrica se muestra en la Figura 107b. De



nuevo el modelo disperso mostró buena similitud con el experimental, esta vez los modelos mostraron ligeramente mayor rigidez que la experimental.

Figura 107 Curvas carga-desplazamiento: a) carga simétrica y b) carga excéntrica

MODELOS: CURVA CARGA-ANCHO DE GRIETA

Los anchos de grieta del modelo discreto se muestran en las figuras 108a y 108b para carga simétrica y excéntrica, respectivamente. Cuando se aplicó carga simétrica el modelo el ancho de grieta al término de la carga fue de 0.068mm y para el experimental fue de 0.045mm. Para la carga excéntrica el ancho de grieta del modelo fue de 0.09 mm (Figura 108b), mientras que el ancho experimental fue de 0.07mm. Los resultados en cuanto al ancho de grieta se pueden considerar como buenos desde el punto de vista práctico, pues es un análisis bastante sensible que depende de varios factores que tienen que ver con las propiedades de los materiales que en nuestro caso se ve limitado por no contar con el parámetro de la energía de fractura, sin embargo con los anchos obtenidos en la prueba experimental y la ubicación de la grieta se logró obtener resultados favorables.



Figura 108 Curva carga-ancho de grieta de los modelo bajo el siguiente protocolo de carga: a) carga simétrica de servicio y b) carga excéntrica

La Tabla 11 muestra los anchos de grieta experimentales registrados durante la prueba y los del modelo bajo la aplicación de carga simétrica.

Tabla 11 Anchos de	grieta en milímetros: resultados del modelo numérico y
	experimental bajo carga simétrica

P _{servicio} (t)	Ancho de grieta experimental	Ancho de grieta del modelo numérico
118	0.040	0.049
137	0.042	0.057
177	0.045	0.068

4.4.4 Modelo M4 correspondiente al espécimen E4

A continuación se presenta el modelo de elementos finitos del espécimen E4 el cual será modelado usando el enfoque del agrietamiento disperso, recordemos que a este espécimen en la prueba experimental se le aplicó una carga mayor accidentalmente de tal forma que los resultados obtenidos no son fiables, ni

comparables para nuestro estudio. Por tal motivo no es viable usar el enfoque de la grieta discreta, pues el ancho de grieta en el experimento no puede ser comparado. El análisis numérico nos proporcionará el comportamiento de la curva carga-desplazamiento; y bajo que carga aparece la primera grieta. El modelo de elementos finitos se ilustra en la Figura 109. El número total de elementos en este modelo fue de 38,202. Las barras en diagonal y el postensado fueron modelados de forma discreta (Figura 109b), y el resto del acero de forma dispersa.



Figura 109 Modelo de elementos finitos: a) malla de elementos finitos, b) refuerzo discreto usando elementos LINK8 (postensado y barras en diagonal)

AGRIETAMIENTO DISPERSO (M4: CARGA SIMÉTRICA)

En la Figura 110a se muestra el primer agrietamiento que se da en la esquina reentrante en la parte superior del chaflán al igual que en el espécimen; mientras que en la Figura 110b se muestra el agrietamiento al término de la carga simétrica. Los esfuerzos que predominaron en el modelo fueron de 2.62 MPa a compresión (Figura 110c). Por último las deformaciones unitarias del modelo se ilustran en la Figura 111, para la dirección longitudinal se tuvieron deformaciones bajas excepto en la dirección vertical. En este caso la deformación en la esquina superior del chaflán fue prácticamente la fluencia.



Figura 110 Agrietamiento disperso bajo carga simétrica de servicio modelo M4: a) primer agrietamiento, b) agrietamiento final y c) mapa de esfuerzos en dirección longitudinal



Figura 111 Deformación unitaria elástica promedio del refuerzo: a) dirección vertical y b) dirección longitudinal

AGRIETAMIENTO DISPERSO (M4: CARGA EXCÉNTRICA)

El agrietamiento debido a la carga excéntrica se muestra en la Figura 112 y en la Figura 113 se muestran los esfuerzos que son en su mayoría de compresión, del orden de 8.49 MPa. La dirección vertical se registraron deformaciones correspondientes a la fluencia (Figuras 114).



Figura 112 Enfoque de la grieta discreta bajo carga excéntrica de servicio: agrietamiento final



Figura 113 Enfoque de agrietamiento disperso modelo M4: mapa de esfuerzos en dirección longitudinal



b)

Figura 114 Deformación unitaria elástica promedio del refuerzo: a) dirección vertical y b) dirección longitudinal

CURVA CARGA-DESPLAZAMIENTO

El comportamiento bajo carga simétrica y excéntrica del modelo M4 se muestra en la Figura 115; en la gráfica correspondiente a la carga simétrica el primer cambio de rigidez fue a 89 kN, después se aprecia una pérdida de rigidez llegando a un desplazamiento de 0.92 mm (Figura 115a). La curva correspondiente a la aplicación de carga excéntrica se muestra en la Figura 115b; en este caso la pérdida de rigidez se da suavemente hasta llegar a un desplazamiento de 0.93 mm.



Figura 115 Curvas carga-desplazamiento (agrietamiento disperso): a) carga simétrica y b) carga excéntrica

4.4.5 Propuesta y comparación de modelos postensados

De acuerdo con los resultados del modelo E2 se propusieron algunos modelos adicionales considerando diferentes porcentajes de postensado con la finalidad de averiguar qué tanto influye éste en la aparición de la grieta. Los porcentajes que se manejaron adicionales al de 74% del modelo del espécimen E2 fueron de 52% y 29%.

La Tabla 12 muestra las especificaciones del diámetro del cable de presfuerzo y el acero de refuerzo. La variante en el acero son las barras de las parrillas con diferente diámetro de barra, mientras que los colgantes se conservan igual.

Especímenes postensados	No. Barras parrillas	No. Colgantes	Inicio del agrietamiento (kN)
74% (4T16)	2 - #4	16 - #2.5	177
52% (4T13)	4 - #5	16 - #2.5	131.4
29%(4T10)	4 - #6	16 - #2.5	95.61

Tabla 12 Modelo M2 con diferentes propuestas de porcentaje de postensado





La Figura 116 muestra que el desplazamiento que se tendría usando un porcentaje del 29% sería de 1.00 mm, mientras que el del 52% sería de 0.79 mm. Es claro que el tener más porcentaje de postensado los desplazamientos disminuyen y la aparición de la grieta tarda más en presentarse.

4.4.6 Comparación de los modelos usando el enfoque de agrietamiento disperso y resumen de anchos de grieta para los modelos de la grieta discreta

Con la finalidad de estudiar el comportamiento de extremos recortados con diferentes condiciones de refuerzo, en la Figura 117 se muestra la curva cargadesplazamiento de los modelos usando el enfoque del agrietamiento disperso. La razón por la cual se recurre a mejor comparar con este enfoque es que mostró buena similitud con las pruebas experimentales, en este caso considerando la aplicación de carga simétrica que corresponde a que la sección trabaje completa como lo contempla el manual de diseño del PCI. Lo que se observa es que la rigidez inicial de todos los modelos es similar hasta la carga de 70 kN aproximadamente, después se observa que el modelo M1 es el que presenta mayor pérdida de rigidez, seguido por los modelos M3 y M4. En este caso el modelo M2 es el que experimentó menor pérdida de rigidez y por consecuencia menor desplazamiento. Si tomamos como referencia el desplazamiento del modelo M2 los demás modelos mostrararon un aumento en los desplazamiento del modelo M3 del 36%, y por último el caso del modelo M4 del 31%.



Figura 117 Curva carga-desplazamiento de los cuatro modelos bajo carga simétrica de servicio

La Tabla 13 presenta los registros del primer agrietamiento producto de la modelación usando el enfoque disperso y los obtenidos en las pruebas de

laboratorio. Se puede ver que los modelos que mostraron mejores resultados fueron el M1 y el M2, este último con exactitud. Por otra parte el modelo M3 no tuvo tan buenos resultados, debido a que al variar la geometría del espécimen (chaflán) el elemento SOLID65 no permite distorsiones angulares altas y es necesario cumplir con la relación de aspecto en la malla de elementos finitos de tal forma que nuestros modelos se ven limitados.

Modelos	P _{inicial exp.} (kN)	Enfoque de grieta difuso (kN)
M1	88	86
M2	177	177
M3	118	64
M4		109

Tabla 13 Cargas correspondientes al inicio del agrietamiento. Comparación de valores analíticos y experimentales



Figura 118 Curva carga-desplazamiento de los cuatro modelo bajo carga excéntrica de servicio

Por lo que respecta a los modelos sometidos a carga excéntrica de servicio (Figura 118) solo tres de ellos mostraron una rigidez similar hasta una carga de 56 kN aproximadamente y son los modelos M1, M3 y M4. El modelo M1 tuvo un desplazamiento de 1.15 mm, después le siguen los modelo M3 y M4 con bastante similitud entre ellos y con un desplazamiento de 0.85 mm y 0.93 mm respectivamente, y por último el modelo M2 con un desplazamiento de 0.77 mm.

En general se observó que los modelos M3 y M4 sometidos tanto a carga simétrica y excéntrica de servicio desarrollaron comportamientos ligeramente variables en cuanto a sus desplazamientos. De acuerdo con los agrietamientos obtenidos el modelo M2 fue el más similar en la predicción de la carga del primer agrietamiento. Cabe aclarar que aunque las zonas del agrietamiento disperso son mayores con respecto a las experimentales, esto es debido a que se tiene micro-agrietamiento.

Para los casos en donde se usó el enfoque de la grieta discreta en la Tabla 14, se indica en la segunda columna bajo que carga se presentó el ancho de la grieta experimental y en la tercera columna el ancho que dio el modelo bajo la carga indicada en el experimental. El ancho más aproximado fue el del modelo postensado. Tanto el modelo M2 y M3 mostraron resultados bastante buenos, por lo que respecta al modelo M1 la diferencia fue más notable pero no por eso se considera un resultado no satisfactorio.

Modelos	Ancho de grieta experimental	Ancho de grieta del modelo numérico
M1	0.05 (88 kN)	0.032
M2	0.04 (177 kN)	0.045
M3	0.04 (118 kN)	0.049

Tabla 14 Modelos usando el enfoque de la grieta discreta para carga simétrica de servicio (ancho de grieta del primer agrietamiento, unidades: mm)

En la Tabla 15 y 16 se presentan los resultados del ancho obtenido al concluir la carga de servicio simétrica y la excéntrica de servicio respectivamente. En general los modelos numéricos presentaron anchos mayores que los experimentales, pero desde el punto de vista práctico se pueden considerar como satisfactorios.

Modelos	Ancho de grieta experimental	Ancho de grieta del modelo numérico
M1	0.075	0.1
M2	0.04	0.045
M3	0.045	0.068

Tabla 15 Modelos usando el enfoque de la grieta discreta para carga simétrica de servicio (ancho de grieta al término de la aplicación de carga, unidades: mm)

Tabla 16 Modelos usando el enfoque de la grieta discreta para carga excéntrica de servicio (ancho de grieta al término de la aplicación de carga, unidades: mm)

Modelos	Ancho de grieta experimental	Ancho de grieta del modelo numérico
M1	0.10	0.15
M2	0.07	0.05
M3	0.07	0.09

4.4.7 Comentarios finales de los modelos numéricos

Es viable usar en enfoque del agrietamiento disperso para modelar el comportamiento global del espécimen bajo carga simétrica y excéntrica de servicio. El enfoque mostró en general buenos resultados para la predicción de la carga que inicia el agrietamiento sobre todo en aquellos especímenes cuya geometría no experimenta cambios de distorsión angular en la malla de elementos finitos. Las curvas carga-desplazamiento dieron una buena aproximación en los casos estudiados. Si bien la aparición del primer agrietamiento en los modelos se presentó antes que en los experimentales esto se debe al empleo del método del elemento finito. Así que nuestros resultados se pueden considerar satisfactorios.

El modelo simuló correctamente la localización de la aparición del agrietamiento en todos los especímenes (esquina reentrante). Por lo que respecta al modelo M2 postensado para carga simétrica de servicio mostró resultados bastante cercanos a lo que se presentó en el experimento en cuanto al ancho de grieta; mientras que en los desplazamientos el modelo mostró una rigidez relativamente mayor a la experimental, este mismo modelo pero para carga excéntrica también se puede decir que tuvo buena aproximación solo que el modelo mostró un ancho relativamente menor al del experimental y también menor desplazamiento. Así que postensar la pieza si ayuda en el retraso de la aparición de la grieta. En los casos en los que se aplicaron a los modelos numéricos diferentes niveles de postensado, se observó que el modelo reproduce correctamente el efecto del postensado en retardar la aparición de la grieta y en el cierre de esta cuando ocurre la descarga.

Las deformaciones unitarias del refuerzo en sus direcciones siempre se mantuvieron en el rango elástico tal y como sucedió en la prueba experimental. Para los casos de modelación usando el enfoque de la grieta discreta en la mayoría de los modelos, reproducir el ancho de grieta resulta poco aproximado con respecto al experimental. Pero de forma práctica se puede considerar satisfactoria la respuesta del modelo.

Los modelos solo pretendieron saber si las hipótesis usadas pueden ser utilizadas en el prototipo, de ser viables nuestras hipótesis tendrían que modelarse el prototipo con las propiedades de sus materiales. Finalmente es válido usar el enfoque de la grieta discreta apoyado en un modelo cohesivo para tratar problemas de fractura. El ancho de una grieta independientemente del tamaño del espécimen o del prototipo o de cualquier elemento escalado debe respetarse los anchos permisibles ya que lo que hay que cuidar es la penetración del agua para evitar la corrosión del acero.

CONCLUSIONES

Los extremos recortados de vigas de concreto reforzado y presforzado son usados en la superestructura de puentes porque resultan un sistema eficiente desde el punto de vista constructivo. La concentración de esfuerzos que se genera en las esquinas re-entrantes de estos elementos hace que estas zonas se vuelvan vulnerables al agrietamiento y constituyan un punto débil en la conexión viga-viga. El no proveer un refuerzo adecuado hará que se presente un agrietamiento prematuro con propagación rápida o hasta una falla que pueda ocurrir con poco o ningún aviso. Para estudiar este problema se realizaron un programa experimental y un estudio numérico.

La parte experimental se dirigió principalmente a la verificación del modo de falla y de los procedimientos de diseño, así como a la comparación de la eficacia del funcionamiento de distintas modalidades de refuerzo. Los modelos numéricos abarcaron el estudio de la idoneidad de distintas formas para modelar el agrietamiento, como los enfoques de agrietamiento disperso y discreto. Lo anterior con el objetivo principal de definir procedimientos para controlar el agrietamiento ante cargas de servicio.

Para las pruebas experimentales se construyeron cuatro especímenes: el primero corresponde al prototipo y los otros tres tienen modificaciones en el acero de refuerzo y postensado, todos fueron diseñados siguiendo el enfoque del manual de diseño del PCI. Los especímenes se sometieron a carga estática vertical creciente aplicada de forma simétrica y excéntrica, en incrementos pequeños hasta alcanzar el agrietamiento de la esquina re-entrante y continuando hasta llegar a la carga última de diseño, para después seguir el proceso hasta una carga máxima que involucró un daño considerable. Del estudio experimental se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- El daño en los extremos recortados corresponde al modo de falla por tensión diagonal en la esquina re-entrante.
- La primera grieta se presenta en la esquina reentrante. La grieta inicia aproximadamente formando un ángulo entre 30° y 60° con respecto a la horizontal.
- Considerar armado típico a base de estribos, anillos verticales y horizontales en extremo recortados muestra agrietamiento ante una carga menor que el resto de los especímenes propuestos, del orden del 50% de la carga simétrica de servicio, también presenta mayor desplazamiento.

- Postensar el extremo recortado de viga o colocar barras en diagonal permite que la grieta pueda cerrar después de remover las cargas de servicio.
- Las barras diagonales con colgantes ayudan a retrasar la aparición del agrietamiento con respecto a cuando únicamente se colocan colgantes.
- Todos los especímenes tuvieron buen comportamiento ante cargas de servicio, pues los valores de los anchos de grieta se mantienen por debajo de los máximos admisibles recomendados en diversos reglamentos (0.1mm) para elementos expuestos en ambientes agresivos. Se puede lograr un buen desempeño en cuanto a agrietamiento utilizando un postensado longitudinal que contribuya con el 74% a la flexión.
- La carga excéntrica resulta crítica para las condiciones de servicio ya que con ella aumenta en promedio 9% el desplazamiento máximo y 61% en ancho máximo de grieta, con respecto a cuando se aplicó la carga simétrica de servicio.
- Cuando el espécimen cuenta únicamente con colgantes los más próximos a la ubicación de la grieta y a la aplicación de la carga, presentan plastificación para cargas de diseño. El resto de los colgantes presentan deformaciones lineales.
- En cualquiera de las modalidades estudiadas se cuenta con una amplia reserva de capacidad en términos de seguridad contra el colapso. La carga excéntrica máxima aplicada a los cuatro especímenes equivale a 1.4 veces la carga excéntrica última de diseño. Considerando que en ningún caso se llegó a la falla del espécimen.
- Los colgantes ubicados en el centro de la sección transversal, no fluyen para la carga excéntrica máxima aplicada en nuestros especímenes debido a lo lejano que se encuentran de la aplicación de carga, lo que quiere decir que todavía tienen capacidad para soportar más carga.
- La pérdida de rigidez en los extremos recortados es asociada con la carga del primer agrietamiento y con el subsecuente aumento del ancho de la grieta. Esta pérdida es menos notablemente cuando se recurre al postensado.

La segunda parte del estudio presenta un procedimiento de cálculo mediante una herramienta del elemento finito, usando el software comercial ANSYS, para el estudio del agrietamiento de los extremos recortados de vigas de concreto reforzado y presforzado bajo carga de servicio. Los resultados obtenidos fueron comparados con los de las pruebas experimentales.

La simulación numérica considerando el enfoque del agrietamiento disperso brindo las siguientes conclusiones:

- Los modelos predijeron el modo de agrietamiento y su localización.
- El error que puede esperarse en cuanto a la predicción de la carga de agrietamiento es del 24%.
- Modelar el acero de refuerzo de forma dispersa y únicamente el cable de presfuerzo de forma discreta proporciona buenos resultados en la curva carga-desplazamiento en condiciones de servicio.
- Se concluye que el uso del enfoque disperso con el programa ANSYS es recomendable cuando la malla de elementos finitos no presenta distorsiones angulares fuertes y el espécimen no se lleve hasta un daño mayor, porque el programa no incluye el ablandamiento de un material cuasifrágil como lo es el concreto. Además el agrietamiento disperso, como su nombre lo indica, no nos ayuda para conocer de manera individual la grieta.

A continuación se presentan las siguientes conclusiones correspondientes a los análisis realizados con modelos numéricos bajo el enfoque de la grieta discreta:

Una ventaja significativa es que, haciendo uso de la metodología mencionada, el programa computacional nos permite introducir el modelo en 3D y considerar no sólo un material sino dos o más, algo que no es muy fácil de encontrar en un programa comercial, de esta manera no tendríamos que recurrir a una programación compleja. Existen algunas dificultades asociadas al empleo de estos códigos. Una de ellas es la necesidad de incorporar propiedades del material que son difíciles de medir experimentalmente.

A continuación se presentan las siguientes conclusiones correspondientes a los modelos numéricos bajo el enfoque de la grieta discreta:

• Es factible utilizar el enfoque de la grieta discreta en la simulación de una grieta haciendo uso del método del elemento finito en modelos tridimensionales.

- El error que puede esperarse en cuanto a la predicción de la carga del primer agrietamiento es del 18%.
- Para las cargas de servicio se puede esperar un error promedio en el ancho de grieta entre el 28% y 35%.
- La respuesta del modelo usando el enfoque de grieta discreta en general da buena aproximación en las curvas carga-desplazamiento ante cargas de servicio.
- La dificultad para usar el enfoque de una grieta discreta que se comporta según un modelo cohesivo consiste en saber dónde colocar los elementos de interfaz, ya que de ello depende obtener de manera más aproximada el ancho de la grieta.
- Los modelos numéricos permitieron reproducir el comportamiento, la carga a la que se inicia el agrietamiento, y los anchos de grieta. Al comparar estos resultados con los experimentales, se pudo determinar la confiabilidad de la metodología empleada en la modelación para cada tipo de respuesta.

Por lo que respecta a la parte experimental mediante el factor de escala se puede correlacionar la carga a la fluencia en el experimento con la del prototipo. También el criterio de diseño y el comportamiento de la curva carga-desplazamiento de los especímenes deben ser similares al del prototipo.

En cuanto al agrietamiento, los resultados de los modelos no pueden ser extrapolados a través de las leyes de similitud directamente al prototipo; esto porque el ancho de grieta depende del recubrimiento, tamaño del agregado, diámetro de la barra y resistencia del concreto. De estos factores solo este último es similar al del prototipo. Debido al efecto de tamaño "size-effect" no se podría hacer una extrapolación directa, pero sí se pueden analizar los prototipos con modelos a escala natural y con los mismos materiales.

INVESTIGACIONES FUTURAS

- Realizar un estudio experimental que involucre el efecto de la relación a/d ≤ 1 (donde a es el claro de cortante y d el peralte efectivo del extremo recortado de viga) en el análisis y diseño de extremos recortados de vigas de concreto reforzado y presforzado. Otra variable que se puede involucrar en las pruebas experimentales sería la magnitud de la fuerza del presfuerzo. Los especímenes se deben de llevar hasta la falla con el fin de obtener el mayor número de resultados experimentales que permitan interpretar con mayor detalle el comportamiento de los extremos recortados de vigas los especímenes.
- Desarrollar una metodología de diseño que represente mejor el comportamiento a la falla tanto en geometría y distribución de cargas sobre todo ante condiciones excéntricas. Por ejemplo basada en puntales y tensores.
- Desarrollar modelos numéricos que incluyan la simulación de la adherencia y realizar pruebas experimentales para determinar los parámetros de los materiales que se están empleando. Utilizar un software que contenga modelos constitutivos que contemplen el ablandamiento del concreto.

REFERENCIAS

- 1. American Concrete Institute, ACI 318-95 (1995). "Building Code Requirements for Structural Concrete". Farmington Hills: Michigan.
- 2. American Society of Civil Engineers, ASCE (1982). "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete". New York, pp. 545.
- 3. ANSYS (2006). "Documentation for ANSYS". ANSYS Workbench Release v. 11.0. ANSYS Inc. USA.
- 4. Bažant Z. P. y Planas J. (1998). "Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials". CRC Press, USA.
- 5. Brameshuber W. y Hilsdorf H. K. (1988). "Influence of ligament length and stress state on fracture energy of concrete". Proc. Int. Cont. on Fracture and Damage of Concrete and Rock. (Rossmanith Ed.), Viena.
- CEB-FIP (1996). "Código Modelo 1990 para Hormigón Estructural". Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. GEHO-CEB Grupo Español del Hormigón; Asociación Técnica Española del Pretensado, pp. 572.
- Chiaia B., Fantilli A. P. y Vallini P. (2007). "Evaluation of Minimum Reinforcement Ratio in FRC Members and Application to Tunnel Linings". Materials and Structures. Vol. 40, 6, pp. 593-604.
- 8. Comitè Euro-International du Bèton (1993). "CEB-FIP Model Code 1990". CEB Bulletin d'Information, 213/214.
- 9. Eurocode 2 (2004). "Design of Concrete Structures, General Rules and Rules for Buildings", BSEN 1992-1-1, (Part 1).
- Fantilli A. P. y Vallini P. (2004). "Tension stiffening range in FRC elements", in 6th RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concretes (BEFIB 2004), pp. 847-856.
- 11.FIB (2000). "Fédération Internationale de Béton Bond of Reinforcement in Concrete". State of-art report, Bulletin No. 10. Ed. by Fib Task Group 4/2 bond models, Convener Ralejs Tepfers, pp. 427.

- Gergel P. y Lutz L.A. (1968). "Maximum Crack Width in Reinforced Concrete Flexural Members, Causes, mechanism and control of cracking in concrete". SP-20, American Concrete Institute, pp. 87-177.
- Goodman R. E., Taylor R.L., y Brekke T. L. (1968). "A Model for the Mechanics of Jointed Rock". Journal of the Soil Mechanics and Foundations Div., ASCE, Vol. 94, No SM3, pp. 637-659.
- Halvorsen G.T. (1987). "Code Requirements for Crack Control". Concrete and Concrete Construction, SP-104, American Concrete Institute, Farmington Hills. Mich., pp. 275-322.
- Hamoudi A.A., Phang M. K. S. y Bierweiler R. A. (1975). "Diagonal Shear in Prestressed Concrete Dapped Beams". ACI Journal, Vol. 72, No. 7, pp. 347-350.
- 16. Hegemier G. A., et al. (1978). "On the Behavior of Joints in Concrete Masonry". Proc. North American Conference, Masonry Society, USA, pp. 4.1-4.21.
- 17. Hillerborg A. (1985a). "Influence of Beam Size on Concrete Fracture Energy determined acording to a Draft RILEM Recommendation". RILEM TC-50-FMC, Report TVBM-3021 Div. of Building Materials, Lund Inst. of technology.
- Hillerborg A. (1985b). "Results of Three Comparative Test Series for determining the Fracture Energy Gp of Concrete". Materials and Structures, Vol. 18, No. 107, pp. 407-413.
- 19. Khan M. A. (1981). "A Study of the Behavior of Reinforced Concrete Dapped-End Beams". MSCE thesis, University Washington, Seattle, Washington, pp. 145.
- 20. Lofti H. R., y Shing P. B. (1991). "An Appraisal of Smeared Crack Models for Masonry Shear Wall Analysis". Computers and Structures, Vol. 41, No 3, pp. 413-425.
- 21. Mattock A. H. y Chan T. C. (1979). "Design and Behavior of Dapped End Beams". PCI Journal, Vol. 24, No. 6, pp. 28-45.
- 22. Mlakar P. F. (1987). "Nonlinear Response of Concrete Gravity Dams to Strong Earthquake-Induced Ground Motion". Computers and Structures, Vol. 26, pp.165-173.

- 23.Ngo D. y Scordelis A. C. (1967). "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams". ACI Journal, Proceedings Vol. 64, No. 3, pp. 152-163.
- 24. Norman C. D. y Anderson F. A. (1985). "Reanalysis of Cracking in Large Concrete Dams in the U.S. Army Corps of Engineers". Proc. 15th Int. Conference on Large Dams, Question 57, Lausanne, Switzerland.
- 25. Padmarajaiah S. K. y Ramaswamy A. (2002). "A finite element assessment of flexural strength of prestressed concrete beams with fiber reinforcement". Cement & Concrete Composites 24 pp. 229-241.
- 26. Page A. W. (1978). "Finite Element Model for Masonry". Journal Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 104, No ST8, pp. 1267-1285.
- 27. Prestressed Concrete Institute (1999). "*PCI Design Handbook*". Sixfth Edition, Chicago, Illinois, pp. 4-79~4-83.
- 28. Reynold G. C. (1969). "The Strength of Half-Joints in Reinforced Concrete Beams". TRA 415, Cement and Concrete Association, London, pp. 9.
- 29. RILEM TC-89 FMT (1991). "Size Effect Method for Determining Fracture Energy and Process Zone Size of Concrete". Materials and Structures, Vol. 23, pp. 461-465.
- 30. RILEM TC 162 TDF (2003). " $\sigma \varepsilon$ Design Method Final Recommendation". Materials and Structures, Vol. 36, pp. 560-567.
- 31. Rots J. G. (1991). "Numerical Simulation of Cracking in Structural Masonry". HERON 36(2), pp. 49-63.
- 32. Schlaich J., Schafer K. y Jennewein M. (1987). "Toward a Consistent Design of Structural Concrete". PCI Journal, Vol. 32, No. 3, pp. 74-150.
- 33. SCT, Secretaría de Comunicaciones y Transportes e Instituto Mexicano del Transporte (2001). "Normativa para la Infraestructura del Transporte".
- 34. Shilang X. y Guofan Z. (1988). "The determination of the fracture toughness and the fracture energy of concrete". Int. Workshop on Fract. Toughness and Fracture Energy test Methods for Concrete and Rock, Sendai.

- 35. Skrikerud P. E., y Bachmann H. (1986). "Discrete Crack Modelling for Dynamically Loaded, Unreinforced Concrete Structures". Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 14, pp. 297-315.
- 36. Swartz S. E. y Yap S.T. (1988). "The influence of dead load on fracture energy measurement using the RILEM method". Materials and Structures, Vol. 21, pp. 410-415.
- 37. Theryo T. S. (1986). "The Behavior of Prestressed Concrete Dapped-End Members with Looped Hanger Reinforcement". MS thesis, University of Washington.
- 38. Vandewalle L. (2000). "Cracking Behaviour of Concrete Beams Reinforced with a combination of Ordinary Reinforcement and Steel Fibers". Materials and Structures, vol. *33,* pp. 164-170.
- 39. Van Dillen D. E. y Ewing R. D. (1981). "BMINES: A Finite Element Code for Rock Mechanics Applications". Proc. of the 22nd Symposium on Rock Mechanics, MIT Publishing, Cambridge, Mass., pp. 353-358.
- 40. Willam K. J. y Warnke E. P (1975). "Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete". Proc IABSE; 19:1–30.
- 41. Wen-Yao L., Ing-Jaung L., Shyh-Jiann H. y Yow-Horng L. *(2003)*. "Shear Strength Concrete Dapped-end Beams". Journal of the Chinese Institute of Engineers, Vol. 26, No. 5, pp. 671-680.
- 42. Werner M. P. y Dilger W. H. (1973). "Shear Design of Prestressed Concrete Stepped Beams". PCI Journal, Vol. 18, No. 4, pp. 37-49.
- 43. Zienkiewicz O. C., Hinton E., Bicanic N. y Fejzo P. (1980). "Computational Models for the Transient Dynamic Analysis of Concrete Dams". Dams and Earthquake, Inst. of Civil Engineers, London.