



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA**  
**PSICOLOGÍA**

**RELACIÓN ENTRE LAS FUNCIONES EJECUTIVAS Y LA  
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS**

**T E S I S**  
**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**  
**LICENCIADA EN PSICOLOGÍA**  
**P R E S E N T A:**  
**MIRIAM GUADALUPE RUIZ TAFOYA**

**TUTOR: DR. EDUARDO ALEJANDRO ESCOTTO CÓRDOVA**

**COMITÉ: MTRA. JULIETA BECERRA CASTELLANOS**

**MTRA. JULIETA MARIA DE LOURDES GARCIA PEREZ**

**DR. JOSÉ GABRIEL SÁNCHEZ RUIZ**

**DRA. ANA MARÍA BALTAZAR RAMOS**



**MEXICO, DF**

**SEPTIEMBRE, 2013**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional Autónoma de México por todas las oportunidades que me brindó para alcanzar la formación profesional, sobre todo las que fortalecieron mi espíritu.

Al Dr. Alejandro Escotto por todo lo que me enseñó siendo mi maestro, por el apoyo intelectual, emocional y económico que me brindó en todos mis proyectos siendo mi tutor y todos los consejos que me dio como un amigo.

Al Dr. Gabriel Sánchez por la guía y orientación que a bien tuvo proporcionarme en cada etapa del proyecto. Por todas las atenciones que tuvo conmigo, por estar siempre dispuesto a ayudar. Sobre todo por su tolerancia y comprensión.

Al comité de titulación: Dra. Ana María Baltazar Ramos, Mtra. Julieta Becerra Castellanos y Mtra. Julieta María del Lourdes García Pérez por la lectura de mi trabajo y todas las sugerencias realizadas.

Al programa PAPIME por el apoyo económico que brinda al proyecto PE-302111 *Un programa de intervención basado en la neuropsicología pedagógica para estudiantes con dificultades en matemáticas-estadística en la carrera de psicología* del cual se desprende la presente investigación.

Al programa de becas PRONABES, el cual me brindó ayuda económica para favorecer mi formación profesional. También al programa de becas para la Educación Superior, por el apoyo económico otorgado para la realización de este trabajo.

A los servidores sociales del Laboratorio de Psicología y Neurociencias: Diana Alba Rivera, Diego Alejandro García Ramos, Saraí Mena González y Lidia Eloísa Buendía Rojas por el apoyo brindado en la aplicación de la prueba neuropsicológica.

A los estudiantes del grupo 1203 2012-II que se presentaron como voluntarios para este proyecto.

## DEDICATORIAS

A mis padres.

Heriberto Ruiz por ser mi mejor maestro, por enseñarme que me puedo equivocar y aprender de mis errores. Gracias papá por darme la oportunidad de estudiar, pero sobre todo por apoyar mis decisiones.

Silvia Tafoya por alimentar mi cuerpo y mi alma. Gracias mamá por escucharme y aconsejarme. Gracias por todas sus oraciones. Gracias por darme la vida.

A mis hermanos.

Heriberto. Gracias por abrir el camino a otras oportunidades de las que ofrecía nuestro medio social. Gracias por tus consejos y los pocos pero buenos momentos contigo.

Jaime. Gracias por tu orientación y consejos, por tu apoyo y tus críticas las cuales no me han permitido dejarme rendir. Gracias por cuidar de mí y ser mi hermano.

Diana. Mil gracias por mostrarme siempre mis errores, porque no hay nada máspreciado que la sinceridad que tú me das. Gracias por tu cariño, tu atención y tus cuidados. Gracias por ser una mujer digna de mi admiración.

A Alejandro Santiago por mostrarme que nada es suficiente y que todo es mejorable. Gracias por tu apoyo intelectual y emocional. Gracias también por el tiempo que dedicaste a revisar mi trabajo y por todas las sugerencias para mejorarlo. Gracias por escucharme y orientarme cuando me encontré perdida.

A mis amigas.

Araceli, Laura y Lorena por soportarme tanto tiempo y en los peores momentos. Gracias por animarme a continuar cuando flaqueaba mi motivación. Gracias por mostrarme todas las caras del dado que conforman nuestra profesión y no permitir que me cegara la necesidad.

Karen. Mil gracias por ser más que una amiga, fuiste mi ángel de la guarda. Nadie ha hecho más por mí que lo que tú hiciste en dos años. Gracias por toda la ayuda, paciencia y tiempo que me brindaste. Gracias por tu compañía en las noches de desvelo, en las mañanas de ayuno y en las tardes que parecían no tener fin. Gracias por ser mi amiga.

## ÍNDICE

<b>RESUMEN</b> .....	1
<b>ABSTRACT</b> .....	2
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	3
<b>I. FUNCIONES EJECUTIVAS</b> .....	4
<b>1.1 Neuropsicología del lóbulo frontal</b> .....	9
1.1.1 Corteza Motora y Premotora.....	9
1.1.2 Corteza Prefrontal .....	10
<b>1.2 Evaluación Neuropsicológica de las Funciones Ejecutivas</b> .....	13
<b>II. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS</b> .....	19
<b>2.1 Desarrollo neuropsicológico de las habilidades matemáticas</b> .....	19
2.1.1 Razonamiento abstracto .....	20
2.1.2 Problemas matemáticos.....	21
<b>2.2 Neuropsicología del proceso de resolución de problemas matemáticos</b> .....	23
2.2.1 Regiones posteriores ( <i>gnósicas</i> ).....	23
2.2.2 Regiones anteriores ( <i>pre-frontales</i> ).....	24
<b>2.3 Evaluación de las habilidades de resolución de problemas matemáticos</b> .....	26
2.3.1 Clasificación de problemas .....	26
2.3.2 Evaluación de las habilidades para resolver problemas matemáticos .....	27
<b>Planteamiento del problema</b> .....	30
<b>MÉTODO</b> .....	31
<b>Objetivos</b> .....	31
<b>Hipótesis</b> .....	31
<b>Variables</b> .....	31
<b>Instrumentos</b> .....	33
Batería Neuropsicológica de Funciones Ejecutivas y Lóbulo Frontal BANFE.....	33
Prueba de Resolución de Problemas PRP.....	35
<b>Procedimiento</b> .....	35
<b>Tratamiento y análisis de los datos</b> .....	37
<b>RESULTADOS</b> .....	38
Habilidad para resolver problemas matemáticos .....	38

Desempeño de las funciones ejecutivas.....	39
Perfiles de desempeño en las pruebas de la BANFE .....	41
<b>DISCUSIÓN</b> .....	50
<b>CONCLUSIONES</b> .....	54
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	56
<b>ANEXOS</b> .....	64
ANEXO I. Protocolo de aplicación de la BANFE.....	65
ANEXO II. Tabla de perfil de desempeño y puntuaciones normalizadas de la BANFE .	66
ANEXO III. Prueba de Resolución de Problemas PRP .....	68

## RESUMEN

El objetivo de la presente investigación fue evaluar el desempeño de las funciones ejecutivas y la habilidad para resolver problemas matemáticos en estudiantes de la Carrera de Psicología. Se pretendió comprobar si los estudiantes con baja habilidad para resolver problemas matemáticos tienen un menor desempeño de las funciones ejecutivas en comparación con los estudiantes con alta habilidad para resolver problemas matemáticos. Fueron evaluados 59 estudiantes de 2do. semestre en la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, con un promedio de edad de 19.14 años ( $DE=1.15$ ). La muestra total fue dividida en dos grupos de acuerdo a su habilidad para resolver problemas matemáticos: alto (grupo A) y bajo (grupo B), la cual fue determinada mediante cuartiles de los puntajes obtenidos en la Prueba de Resolución de Problemas (PRP) de Aguilar, Navarro, López, y Alcalde (2002). La evaluación de las funciones ejecutivas fue realizada con la Batería Neuropsicológica de Funciones Ejecutivas y Lóbulo Frontal (BANFE) de Flores, Ostrosky-Solís y Lozano (2008), la cual examina, por medio de un conjunto de pruebas neuropsicológicas, los procesos de atención, memoria de trabajo, funciones ejecutivas, y metafunciones. Los *resultados* sugieren que una habilidad alta para resolver problemas matemáticos requiere de una mayor capacidad de las memorias de trabajo verbal ( $U=126$ ,  $p<0.05$ ) y visoespacial ( $U=153.5$ ,  $p<0.05$ ), además del uso de la flexibilidad mental ( $U=167.5$ ,  $p<0.05$ ). Conforme disminuye el desempeño de las funciones ejecutivas también disminuye la habilidad para resolver problemas matemáticos y viceversa ( $r_p=-.475$ ,  $p<0.05$ ). Los posibles conflictos a los cuales se están enfrentando los estudiantes al resolver un problema matemático radican en el análisis de la información, en la confrontación de los datos y en la construcción de los esquemas de resolución a los problemas.

*Palabras clave: Funciones ejecutivas. Memoria de trabajo. Resolución de problemas matemáticos*

**ABSTRACT**

Solving mathematical problems involves several cognitive processes. In the present study the extent to which the executive functions performance is associated with mathematical problems solving skills was examined. Using well established neuropsychological test (BANFE) 59 young mexican psychology students (M age= 19 years, 2 months) were tested on executive function performance and mathematical problem solving skills. Students with fewer skills in mathematical problems solving were expected to have underperform in neuropsychological test when compared to students of higher skills in mathematical problems solving. Lower degree in visual-spatial working memory was found in students with lower ability to solve mathematical problems ( $U=153.5$ ,  $p<0.05$ ) and verbal working memory ( $U=126$ ,  $p<0.05$ ). Also, differences in mental flexibility were found among students ( $U=167.5$ ,  $p<0.05$ ). Correlation analyses revealed that the working memory and mental flexibility skills bias solving mathematical problems ability ( $r_p=.475$ ,  $p<0.05$ ). Therefore, higher executive function skills may predict math and stats achievement.

*Keywords: Executive Functions. Working Memory. Mathematical Problems Solving.*

## **INTRODUCCIÓN**

Cuando los niños ingresan a la escuela adquieren las habilidades de lectura y escritura, así como los conocimientos básicos de matemáticas y ciencias. Para lograrlo, requieren de atender, comparar, diferenciar y buscar semejanzas con las cuales puedan asociar e integrar la nueva información con los conocimientos adquiridos previamente por la experiencia (Aronen, Vuontela, Steenari, Salmi, & Carlson, 2005; Bull & Scerif, 2001; Rosselli, Jurado, & Matute, 2008). La forma más efectiva de atender, codificar, almacenar y evocar la información es a través de las funciones ejecutivas (Sohlberg & Mateer, 1989; Stuss & Alexander, 2000). Algunos de los problemas en matemáticas han sido atribuidos a déficits en el desarrollo de las funciones ejecutivas ya que se debe a que algunas habilidades no fueron adquiridas en edades tempranas, o bien, no fueron demandadas por el medio hasta edades posteriores, lo cual conlleva a que la organización sináptica de las redes neuronales se organicen de diferente manera (Smith, Kates, & Vriezen, 1992). Orozco y Díaz (2009) observaron que los estudiantes de las carreras del comportamiento humano y social son en quienes se produce el mayor número de estudiantes con bajo rendimiento, recursamiento y deserción. Estos investigadores reportan que los estudiantes que abandonan la escuela desde el primer año ya presentaban problemas en materias relacionadas a las matemáticas.

Por otra parte, los resultados de la Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE) del 2011 - generación a la cual pertenecen los estudiantes evaluados en la presente investigación- revelan que casi la mitad de los estudiantes del tercer año de Bachillerato a nivel nacional carece de las habilidades necesarias en matemáticas; el 40.8% obtuvo la calificación “insuficiente”; el 35.7% obtuvo una nota “elemental”; 16.4% “bueno”, y sólo 8.1% alcanzó el nivel “excelente” (*ENLACE/SEP, 2011*).

Por lo tanto el objetivo de la presente investigación es evaluar la relación entre las funciones ejecutivas y la habilidad para resolver problemas matemáticos en un grupo de estudiantes del segundo semestre de psicología. Y corroborar si los estudiantes con baja habilidad para resolver problemas matemáticos tienen un desempeño menor en las pruebas que evalúan a las funciones ejecutivas en comparación con los estudiantes con alta habilidad para resolver problemas matemáticos.

## I. FUNCIONES EJECUTIVAS

Filogenéticamente el lóbulo frontal es el área de más reciente evolución en la corteza cerebral (Fuster, 2002), a ello se le atribuye que su desarrollo en el ser humano sea más tardío, desarrollándose por completo al final de la adolescencia (Blakemore & Choudhury, 2006). La corteza prefrontal es la encargada del control cognitivo, la capacidad de organizar el pensamiento y de la acción de los objetivos (Miller & Cohen, 2001).

Luria (1986) fue el primer autor que, sin nombrar el término, conceptualizó las funciones ejecutivas como un sistema que permite al ser humano planear, controlar y regular sus pensamientos y conductas. El término 'funciones ejecutivas' fue propuesto por Lezak (1987), quien las define como "las capacidades mentales esenciales para llevar a cabo una conducta eficaz, creativa y socialmente aceptada" (p. 59).

La mayoría de las definiciones sobre las funciones ejecutivas coinciden en que estas son habilidades cognitivas de orden superior, que le permiten a una persona conseguir un objetivo o solucionar un problema, para ello requiere del diseño lógico y planificado de una serie de estrategias. También demanda la capacidad de observar críticamente este proceso, revisar si las estrategias de solución son las adecuadas, corregir los errores o modificar las acciones y comportamientos necesarios para conseguir el objetivo o la solución al problema (Barceló, Lewis & Moreno, 2006, p. 116).

Con frecuencia se relaciona a los lóbulos frontales con las funciones ejecutivas, por su participación en la toma de decisiones complicadas, en el procesamiento de información nueva y por ser donde se incorporan los esquemas de acción (Goldberg, 2001). Las funciones ejecutivas se encargan de organizar y dirigir las acciones hacia una meta en los dominios de comportamiento, cognición y lenguaje (Fuster, 2002).

Dentro del campo de la neuropsicología existen diversos modelos que intentan explicar las funciones ejecutivas. Para este trabajo fue utilizado el *modelo conceptual* de

Flores y Ostrosky (2008). En este modelo fue desarrollado un esquema jerárquico de cuatro niveles. En el primer nivel se encuentran las funciones frontales básicas (control inhibitorio, control cognitivo, y detección de selecciones de riesgo). En el segundo nivel está el sistema de memoria de trabajo. En el tercer nivel se encuentran las funciones ejecutivas (planeación, fluidez, productividad, secuenciación, y flexibilidad mental), y en el cuarto nivel se encuentran las metafunciones (metacognición, abstracción y comprensión del sentido figurado).

### **1º Funciones frontales básicas**

La corteza prefrontal tiene la capacidad de controlar los procesos básicos que se llevan a cabo dentro y fuera de ella (Cohen, 1993). Para regular la atención, el pensamiento, la conducta y las emociones requiere del:

*Control inhibitorio.* Es la capacidad de regular la competencia entre diversas opciones de respuesta. Inhibe los patrones de respuesta cuando estos dejan de ser relevantes o útiles, lo cual evita se generen respuestas ecopraxicas o impulsivas (Shimamura, 2000).

*Control cognitivo.* Esta habilidad está directamente relacionada a la implementación de las reglas; capacidad que permite, de manera flexible, se alternen, seleccionen, y se actualicen los procesos cognitivos y conductuales de acuerdo a la situación novedosa a la que se enfrenta (Cohen, 1993; Shimamura, 2000).

*Autoregulación emocional y conductual.* La capacidad de autorregular las emociones y conductas ha sido ligada al desarrollo de la función reguladora del lenguaje interior (Pineda, 2000). Durante la realización de una tarea las personas usan su lenguaje interno para evaluar la situación que están afrontando. Recurren a recuerdos y experiencias, reflexionan sobre posibles soluciones y prevén consecuencias a largo plazo (Strack & Deutsch, 2004; Freides, 2009).

*Procesamiento riesgo-beneficio en la toma de decisiones.* El proceso de estimación riesgo o beneficio en una elección se forma a partir del aprendizaje de conductas sociales, las cuales son basadas en procesos afectivos. Por medio de los marcadores somáticos las personas pueden clasificar las experiencias, aprender de los errores y estimar las

consecuencias negativas de sus actos (Damasio, 1996). El procesamiento de la información relacionada con la recompensa permite detectar los cambios de condiciones y realizar los ajustes durante el desarrollo de una acción (Flores & Ostrosky, 2012). Participa de modo importante en la toma de decisiones marcando el valor o la relevancia afectiva de los sucesos involucrados en una situación dada, así como en los mecanismos de alerta sobre las posibles consecuencias negativas de estas elecciones (Bechara, Damasio & Damasio, 2000).

## **2º Memoria de trabajo**

La memoria de trabajo es una memoria temporal que los sujetos utilizan para alcanzar objetivos inmediatos, así como para resolver problemas mediante el uso de información de manera activa. Es capaz de mantener la información por breves lapsos de tiempo mientras es procesada, de modo que permita la manipulación y retención mental de todos los elementos para resolver un problema, o bien, para dar curso a los procesos de pensamiento (Baddeley, 2003; Flores, 2006; Freides, 2009).

*Memoria de trabajo verbal.* Permite la manipulación y el almacenamiento a corto plazo de información lingüísticamente relevante. Esta memoria de trabajo procesa el significado y la sintaxis de las oraciones. Opera manteniendo presentes los elementos del lexicón que intervienen en la oración gracias a sus propiedades fonéticas. La memoria de trabajo verbal tiene tres componentes diferentes: semántico, sintáctico y fonológico, los cuales se encargan de activar las representaciones semánticas y relacionarlas con los elementos referidos en la oración (Baddeley, 2003; Burraco, 2009).

*Memoria de trabajo visoespacial secuencial.* Es el sistema en el cual se mantienen y manipulan las imágenes visuales. Participa en el proceso de planificación, en la ejecución de tareas espaciales, en la estabilidad de la percepción visual, en la orientación en el espacio, y en la direccionalidad de los movimientos espaciales. Tiene un papel importante en los procesos numéricos (Bull, Johnson & Roy, 1999; Tirapu & Luna, 2008).

*Memoria de trabajo visual.* Integra la información proveniente de la memoria a largo plazo a la información visual que está recibiendo al momento. Es un sistema donde se manipula la información fonética, visual y espacial, de modo que se crea una

representación multimodal y temporal, de la situación actual, integrada en escenas, episodios o modelos mentales (Tirapu & Luna, 2008; Flores & Ostrosky 2012).

### 3º Funciones ejecutivas

La corteza prefrontal también posee las funciones supervisoras, de integración y de gestión de la memoria de trabajo y de las capacidades cognitivas básicas (López, 2010). Estas funciones corresponden al conjunto de habilidades cognitivas que permiten la anticipación y el establecimiento de metas, el diseño de planes y programas, la programación y temporalidad de la conducta y el control de ésta de acuerdo con los resultados de las acciones (Pineda, 2000). Para ello requiere de:

*Planeación.* Significa plantear un objetivo, realizar un ensayo mental, aplicar la estrategia elegida y valorar el logro o no logro del objetivo pretendido (Tirapu & Luna, 2008). También implica la capacidad de prever las consecuencias de las decisiones o elecciones que se toman y cómo esto modificará su conducta (Barroso y Martín & León-Carrión, 2002). La planeación exitosa requiere de la habilidad de secuenciar una serie de actividades en un orden específico, que en ocasiones no se realizan en una sola dirección, con frecuencia se realizan pasos indirectos o en sentido inverso (Ardila & Ostrosky, 2008).

*Fluidez verbal.* Es la habilidad para organizar el pensamiento de manera que permita de forma espontánea producir un habla fluida (Najul & Witzke, 2008). Es común medir la fluidez verbal al contabilizar el número de palabras que pueden producirse dentro de una categoría en respuesta a un estímulo y el tiempo que le lleva al sujeto hacerlo (Lezak, Howieson, & Loring, 2004).

*Productividad.* Es la capacidad para trasladar la intención a un plan de acción. Requiere de otros procesos como iniciación, mantenimiento, cambio y detección de secuencias de conductas complejas de forma ordenada e integrada. Es obtenida de la combinación entre el tiempo y la eficiencia en el desempeño de una tarea. La productividad se ve reflejada en si el proceso se realizó con máximo desempeño en poco tiempo o en la disminución de los errores en mayor tiempo (Flores, 2006; Flores & Ostrosky, 2012).

*Flexibilidad cognitiva.* Es la habilidad para variar la estrategia elegida cuando esta deja de ser exitosa (Abel, Stein, Arakaki, Mancuso, Nano, Garretto y Sica, 2007), es necesaria para afrontar un objetivo particular que involucra la adaptación al cambio de condiciones (Tirapu & Luna, 2008; Dawson & Guare, 2010).

#### **4º Metafunciones**

Cohen (1993) considera que la unión entre los procesos de retroalimentación y los de control de respuestas, son probablemente la base para las metafunciones cognitivas, ya que estos procesos surgen de secuencias de acción tanto implícitas como explícitas. Las metafunciones son:

*Metacognición.* Es la capacidad de conocer e identificar los procesos cognitivos que se llevan a cabo. Permite que las personas se visualicen en una situación y analicen las soluciones que les han dado resultado anteriormente. De esta forma los procesos cognitivos pueden ser modificados y ajustados a la información obtenida. Así las personas se pueden automonitorear y autoevaluar (Flores, 2006; Dawson & Guare, 2010). La metacognición es parte de los procesos de control ejecutivo, implicado en la atención selectiva, la resolución de conflictos, la detección de errores y el control inhibitorio (Shimamura, 2000).

*Comprensión del sentido figurado.* De acuerdo con Luria (1984) un mensaje no se limita a una oración aislada, se conforma por una serie de oraciones consecutivas las cuales forman un texto. El significado del texto no se agota con un simple análisis de las oraciones de forma textual o concreta, sino que, es necesario un proceso combinado de análisis y síntesis de algunos fragmentos de las oraciones. La cual permite deducir la idea general del texto y revelar los motivos ocultos (Flores, 2006).

*Actitud abstracta.* Es la capacidad para afrontar y resolver los problemas con base en un análisis abstracto y complejo de las condiciones internas de los objetos, conceptos y situaciones, así como para determinar las consecuencias de los mismos (Luria, 1986).

## 1.1 Neuropsicología del lóbulo frontal

En el cerebro humano, los lóbulos frontales constituyen el 20% de la neocorteza. Se encuentran delimitados por el polo anterior, desde la cisura central de Rolando hasta una prolongación artificial que llega a la cisura de Silvio. Debido a sus diversas funciones, el lóbulo frontal es dividido en tres áreas de la corteza: motora, premotora y prefrontal (Figura 1) (Estévez, García & Barraquer, 2000; Kolb & Whishaw, 2003).

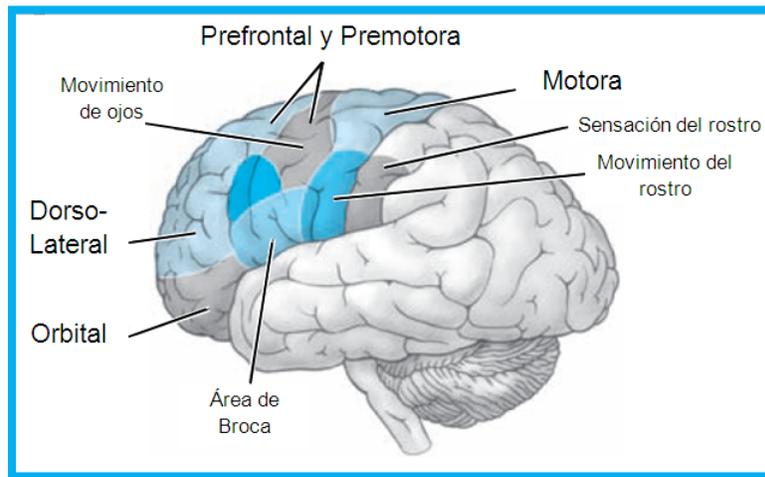


Figura 1. División funcional del lóbulo frontal (Kolb & Whishaw, 2003).

### 1.1.1 Corteza Motora y Premotora

La corteza motora es referida como el área 4 de Brodman (Figura 2). Proyecta estímulos a las neuronas motoras de la médula espinal; por medio de ellas controla los movimientos aprendidos de las manos, pies y dedos. También envía estímulos hacia otras estructuras motoras como los ganglios basales, el núcleo rojo y el par VII de nervios craneales encargados del control de los movimientos faciales (Estévez, García & Barraquer, 2000; Kolb & Whishaw, 2003). La organización somatotópica de la corteza motora no es fija, sino que se puede alterar durante un aprendizaje motor o después de una lesión (Soriano, Guillazo, Redolar, Torras & Vale, 2007).

La corteza premotora participa en la planeación, organización y ejecución secuencial de movimientos y acciones complejas (Luria, 1986), está conformada por las

áreas 6, 8, 44 y 45 de Brodman (Figura 2) (Kolb & Whishaw, 2003). En el área 6 se planean movimientos complejos que manda a la corteza motora. El área 8 es el campo oculomotor, involucrado en la percepción y síntesis de la información visual compleja. El área de Broca (44 y 45) está relacionada con los aspectos más complejos del lenguaje como la producción del habla y la sintaxis (Estévez, García, & Barraquer, 2000; Kolb & Whishaw, 2003). La corteza premotora juega un papel importante en la orientación del cuerpo y prepara la postura de los músculos para el próximo movimiento (Rosenbaum, 2010). Puede influir de forma directa a través de las proyecciones corticoespinales o de forma indirecta por medio de proyecciones hacia la corteza motora (Estévez, García & Barraquer, 2000).

### **1.1.2 Corteza Prefrontal**

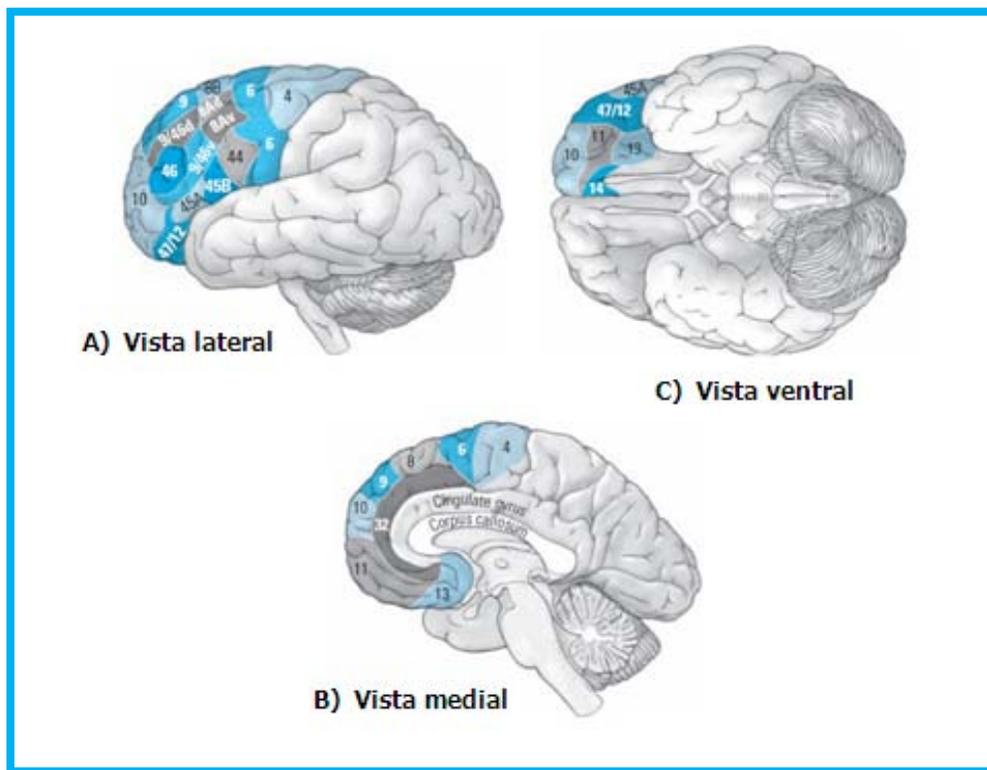
La corteza prefrontal ha sido directamente relacionada con las funciones ejecutivas. Se ha encontrado a esta área como la responsable de la formación de estrategias cognitivas, como la solución de problemas, formación de conceptos, planeación y memoria de trabajo (Ardila & Surloff, 2007). Ésta corteza integra a la emoción con la cognición y controla los impulsos provenientes del sistema límbico, convirtiéndolos en conductas socialmente aceptables (Mitchell & Phillips, 2007; Ardila & Ostrosky, 2008).

Para Fuster (2002), el lóbulo frontal es frecuentemente asociado con la corteza prefrontal, ya que posiblemente es la zona cerebral más desarrollada en humanos respecto a otras especies, incluidos los primates no humanos. La importancia de esta área de la corteza recae en la función de modular otras áreas cerebrales, ya sea excitándolas o inhibiéndolas (Barroso y Martín & León-Carrión, 2002). Esta función es conocida como autoregulación, quien al inhibir una respuesta permite interrumpir patrones de comportamiento, para que se realice el análisis de ellos de forma inmediata y así indicar los errores o la ineficiencia de algunos de ellos para controlar las fuentes de interferencia (Pineda, Merchán, Rosselli & Ardila, 2000).

Por tanto, parece que no es posible que la corteza prefrontal pueda generar por sí sola ninguna respuesta motora, pero sí puede regular el comportamiento motor al iniciar, programar y guiar cualquier tipo de conducta en su tarea como sistema ejecutivo (Barroso y Martín & León-Carrión, 2002). Para Ardila y Ostrosky (2008) es evidente que la zona

prefrontal está involucrada en la representación de movimientos, ya que esta zona de la corteza representa una extensión evolucionada de las áreas motoras frontales que participan en actividades motoras complejas. También han observado en casos de patología prefrontal diversas alteraciones del control motor, tales como perseveraciones, conductas de utilización, paratonia y reflejos primitivos.

La corteza prefrontal es dividida en tres principales zonas anatómicas: lateral, medial y ventral u orbital (Fuster, 2002). Pero por su función son identificadas como: dorsolateral, orbitofrontal y frontomedial (Flores & Ostrosky, 2008).



**Figura 2.** Mapa citoarquitectónico del lóbulo frontal (Kolb & Whishaw, 2003).

La corteza prefrontal dorsolateral, proviene del manto cortical originado por el hipocampo, es una zona rica en conexiones con áreas asosiativas a parietales, occipitales y temporales (Stuss & Alexander, 2000; Estévez, García & Barraquer, 2000). Integra a las áreas 9, 10 y 46 de Brodman (Figura 2), implicadas en funciones como el razonamiento,

la formación de conceptos, la generación de acciones voluntarias y el proceso de la memoria de trabajo (Koechlin, Basso, Pietrini, Panzer & Grafman, 2000).

Debido a sus distintas funciones la corteza prefrontal dorsolateral es dividida en dos porciones: dorsolateral y anterior (Stuss & Levine, 2002). La porción dorsolateral está relacionada con los procesos de planeación, memoria de trabajo, fluidez verbal, solución de problemas complejos, flexibilidad mental, generación de hipótesis, estrategias de trabajo, seriación y secuenciación (Estévez, García & Barraquer, 2000; Stuss & Alexander, 2000). Mientras que la porción anterior (10 de Brodman) es relacionada con los procesos de mayor jerarquía cognitiva como la metacognición, la planificación y el razonamiento. Esta área de la corteza permite la auto-evaluación (monitoreo) y el ajuste (control) de la actividad en base al desempeño continuo (Estévez, García & Barraquer, 2000; Fernandez, Baird & Posner, 2000; Kikyo, Ohki & Miyashita, 2002; Maril, Simons, Mitchell, Schwartz & Schacter, 2003).

La corteza orbitofrontal es parte del manto arquicortical que proviene de la corteza olfatoria caudal-orbital. Incluye las áreas 11, 12, 13, 14, 45 y 47 del mapa de Brodman (Figura 2). Esta zona de la corteza está conectada con el sistema límbico, por lo que parece estar directamente relacionada con la evaluación de los estados somáticos y afectivos, así como en la toma de decisiones y selección de objetivos (Bechara, Damasio & Damasio, 2000; Estévez, García & Barraquer, 2000; Stuss & Levine, 2002).

Las funciones principales de la corteza orbitofrontal son tanto el procesamiento como la regulación de emociones y estados afectivos, así como la regulación y el control de la conducta (Damasio, 1996). Rolls y Grabenhorst (2008), encontraron que esta área está implicada en la asociación del valor de la recompensa afectiva o abstracta (recompensa monetaria). Por lo tanto la corteza orbitofrontal juega un papel clave en la emoción, mediante la representación de los objetivos para la acción y en la toma de decisiones basadas en la estimación del riesgo-beneficio que proporciona la representación de la recompensa esperada (Bechara, Damasio & Damasio, 2000). Se involucra aun más en la toma de decisiones ante situaciones inciertas, poco específicas o impredecibles, ya que detecta cambios en las condiciones ambientales que pueden ser de riesgo o beneficio para el sujeto, lo que permite realizar ajustes a los patrones de comportamiento en relación a cambios que ocurren de forma rápida o repentina (Elliott,

Dolan & Frith, 2000; Rolls, 2000). Los daños en ésta área alteran el comportamiento social; los individuos bien adaptados se vuelven incapaces de respetar las convenciones sociales y no pueden decidir con ventaja sobre los asuntos relacionados con sus propias vidas (Bechara, Damasio & Damasio, 2000).

La principal estructura de la corteza frontomedial es el cíngulo, donde se ubican las áreas 24, 32 y 33 del mapa de Brodman (Figura 2) (Estévez, García & Barraquer, 2000). Ésta corteza ha sido relacionada con los procesos de inhibición, el movimiento voluntario, la regulación de la atención, la agresión y los estados motivacionales (Fuster, 2002; Arteaga & Quebradas, 2010). Un ejemplo de ello son los estudios de imagen cerebral donde se observa cómo se activan las zonas frontomediales durante tareas de resolución de conflictos, corrección de errores y de regulación emocional (Fernandez, Baird, & Posner, 2000).

Aunque la corteza prefrontal juega un papel clave en el monitoreo de las funciones ejecutivas, también participan otras estructuras subcorticales como los núcleos basales, el núcleo amigdalino, el diencéfalo y el cerebelo (Pineda, 2000; Ardila & Ostrosky, 2008). Los hallazgos de Abel y cols. (2007) suponen que la contribución de éstas áreas han permitido eficacia, rapidez y automatización en las tareas, guiando la acción de acuerdo a las reglas propuestas por la corteza prefrontal responsable de la activación de los planes y acciones, pero también de la estructuración lógico-temporal de una secuencia conductual. Las neuronas de la corteza prefrontal tienen la capacidad de mantener un nivel de activación tónico, aún en presencia de estímulos distractores; lo cual se considera como la base funcional para la organización de la conducta (Arango & Parra, 2008).

## **1.2 Evaluación Neuropsicológica de las Funciones Ejecutivas**

La evaluación neuropsicológica utiliza pruebas estandarizadas para obtener una aproximación a lo observado en la práctica clínica. En el campo de la investigación éstas pruebas son utilizada para poder facilitar su reproducción (Pineda, 2000). Por tratarse las Funciones Ejecutivas de un constructo multidimensional y con límites imprecisos, los investigadores han utilizado múltiples pruebas neuropsicológicas, que han demostrado su utilidad para detectar disfunciones en la corteza prefrontal (Soprano, 2003, Tirapu & Luna, 2008).

Algunos estudios sobre las funciones ejecutivas han demostrado la existencia de varios factores que fundamentan la propuesta de un modelo de evaluación para múltiples dimensiones, como en el estudio realizado por Pineda, Merchán, Rosselli y Ardila (2000), en el cual aplicaron una batería de evaluación neuropsicológica (compuesta por: test de clasificación de tarjetas de Wisconsin (WCST), test de rastreo visomotor (TMT A y B), test de fluidez verbal fonológico y semántico (FAS) y Test Stroop) a tres grupos de estudiantes clasificados según su carrera (verbal, visoespacial y matemáticas). La conclusión de éstos investigadores fue que la función ejecutiva es una actividad cognitiva formada por numerosas dimensiones independientes, que trabajan para realizar las tareas complejas no automatizadas. Por esta razón, para medir la función ejecutiva es necesaria la utilización de varias pruebas, pues cada una de ellas mide una operación cognitiva específica.

Hasta hace poco la evaluación de las funciones ejecutivas no se llevaba a cabo de forma sistematizada, producto de la falta de un modelo previo de partida sobre los procesos cognitivos implicados en el funcionamiento ejecutivo. Para valorar el déficit ejecutivo se han estado utilizando múltiples pruebas (Tirapu & Luna, 2008), según Pineda (2000), algunas de las más utilizadas son: Test de clasificación de tarjetas Wisconsin (WCST), Test de fluidez verbal (FAS), Torre de Hanoi, Test de conflicto palabra/color (STROOP) y Trail Making Test (TMT AyB).

Actualmente existe la propuesta de los investigadores Flores, Ostrosky y Lozano (2008) de la *Batería de funciones frontales y ejecutivas*, la cual reúne algunas de las pruebas más utilizadas en neuropsicología para medir las funciones de la corteza prefrontal.

Como se observa en la tabla 1 la batería está integrada por quince pruebas que evalúan las diversas funciones relacionadas con áreas frontales: orbitofrontal, frontomedial y dorsolateral. Esta batería representa una propuesta de evaluación neuropsicológica, amplia y precisa, el tiempo de aplicación es de 30 a 40 minutos. Permite la evaluación tanto en adultos como en niños. También reconoce las capacidades y la áreas de la corteza prefrontal que se encuentran comprometidas por el daño o la disfunción de los lóbulos frontales (Flores, Ostrosky & Lozano, 2008).

**Tabla 1.** Mapa conceptual de la batería en relación a la relativa mayor-menor complejidad de los procesos evaluados<sup>1</sup>.

Prueba	Neuroanatomía	Función
Laberintos Prueba de cartas Iowa WCST Stoop	ORBITOFONTAL Y FRONTOMEDIAL Funciones básicas	Seguimiento de reglas Procesamiento riesgo-beneficio Control inhibitorio
Señalamiento autodirigido Restas y Suma Ordenamiento alfabético Memoria visoespacial	DORSOLATERAL Memoria de Trabajo	Memoria de trabajo visual autodirigida Memoria de trabajo verbal-ordenamiento Memoria de trabajo visoespacial secuencial
Clasificación de cartas Fluidez Torre de Hanoi	DORSOLATERAL Funciones ejecutivas	Fluidez verbal Productividad Flexibilidad mental Planeación visoespacial Planeación secuencial Secuenciación inversa Control de codificación
Clasificación semántica Refranes Metamemoria	PREFRONTAL ANTERIOR Metafunciones	Actitud abstracta Comprensión de sentido figurado Control, juicio y monitoreo metacognitivo Control inhibitorio

<sup>1</sup> Tabla modificada de Flores, Ostrosky y Lozano, (2008).

Las siguientes pruebas evalúan funciones que dependen principalmente de la corteza orbitofrontal y de la corteza frontomedial:

**Stroop.** Evalúa la capacidad de control inhibitorio. La versión utilizada en ésta batería consiste en una lámina integrada por columnas de seis palabras cada una, todas las palabras son nombres de colores. La prueba plantea dos condiciones: una condición neutral y una condición conflictiva, en la condición neutral el sujeto solo tiene que leer la palabra impresa, en esta condición la palabra corresponde al color en que está impresa (provocando un efecto de relación palabra-color). En la condición conflictiva se le pide al sujeto que mencione el color en que está impresa la palabra, en esta condición la palabra expresa un color distinto al color en que está impresa, creando una situación conflictiva.

**Laberintos.** Calcula la capacidad para respetar límites y seguir reglas. Se conforma de cinco laberintos que incrementan su nivel de dificultad, debido a que progresivamente se tienen que realizar planeaciones con mayor anticipación espacial para llegar a la meta final. Evalúa la capacidad del sujeto para respetar límites (control de impulsividad) y planear la ejecución motriz para llegar a una meta especificada.

**Juego de cartas.** Estima la capacidad para detectar y evitar acciones de riesgo, así como para detectar y mantener selecciones de beneficio. Evalúa la capacidad para operar en una condición incierta y aprender relaciones riesgo-beneficio, de forma que se realicen selecciones (con base en riesgos calculados) que sean lo más ventajosas posibles para el sujeto.

Pruebas que evalúan funciones que dependen principalmente de la corteza prefrontal dorsolateral:

**Señalamiento autodirigido.** Evalúa la capacidad para utilizar la memoria de trabajo visoespacial. Se conforma de una lámina con figuras de objetos y animales, el objetivo es señalar con el dedo todas las figuras sin omitir ni repetir ninguna de ellas, una de las condiciones de la tarea es que supere por mucho el número de elementos totales que un sujeto puede recordar produciendo un efecto “supraspan”. El sujeto tiene que desarrollar una estrategia de acción y a la vez mantener en su memoria de trabajo las figuras que ya señaló, para no repetir u omitir ninguna (perseverar u omitir en los señalamientos).

**Ordenamiento alfabético de palabras.** Calcula la capacidad para manipular mentalmente la información verbal contenida en la memoria de trabajo. Evalúa la capacidad de uno de los componentes del sistema de memoria de trabajo: el administrador central; además de mantener en la memoria de trabajo una cantidad de material verbal para después reproducirlo, se debe ordenar activamente esta información.

**Suma y resta consecutiva.** Evalúa la capacidad para desarrollar secuencias en orden inverso. Evalúa la capacidad para realizar operaciones de cálculo simple, pero en secuencia inversa tanto intra como entre decenas, lo cual requiere de mantener en la memoria de trabajo resultados parciales, a la vez que se realizan sustracciones continuas. También requiere inhibir la tendencia de sumar, a favor de la tendencia de restar “normalizando” la operación.

**Memoria de trabajo visoespacial secuencial.** Evalúa la capacidad para retener y reproducir activamente el orden secuencial visoespacial de una serie de figuras. Evalúa la capacidad para mantener la identidad de objetos situados con un orden y en un espacio específico, para que posteriormente el sujeto señale las figuras en el mismo orden en que fueron presentados.

**Clasificación de cartas.** Evalúa la capacidad para generar una hipótesis de clasificación y sobre todo para cambiar de criterio de clasificación (flexibilidad mental). Consiste en una base de 4 cartas que tienen cuatro figuras geométricas diferentes (cuadrado, octágono, rombo y trapecio), las cuales a su vez tienen dos propiedades: número y color. Al sujeto se le proporcionan un grupo de 64 cartas con estas mismas características, las cuales tiene que acomodar debajo de una de las cuatro cartas de base que se presentan en una lámina, por medio de un criterio que el sujeto mismo tiene que generar (color, forma o número). Cualquier carta tiene la misma posibilidad de relacionarse con los tres criterios, no existe un patrón perceptual que guíe la toma de decisión, la decisión correcta es establecida por un criterio arbitrario del evaluador.

**Fluidez verbal.** Estima la capacidad de producir de forma fluida y dentro de un margen reducido de tiempo la mayor cantidad de verbos. Evalúa la capacidad para seleccionar y producir de forma eficiente y en un tiempo límite.

**Torre de Hanoi.** Evalúa la capacidad para anticipar de forma secuenciada acciones tanto en orden progresivo como regresivo (planeación secuencial). Esta prueba evalúa la capacidad para planear una serie de acciones que sólo juntas y en secuencia, conllevan a una meta específica. Se conforma de una base de madera con tres estacas y tres fichas de distinto tamaño. La tarea tiene tres reglas: sólo se puede mover una de las fichas a la vez, una ficha más pequeña no puede estar debajo de una ficha más grande y siempre que se tome una ficha ésta tiene que ser depositada de nuevo. El sujeto tiene que trasladar una configuración en forma de pirámide de un extremo de la base al otro moviendo las fichas por las estacas.

Pruebas que evalúan las funciones que dependen principalmente de la corteza prefrontal anterior:

**Generación de clasificaciones semánticas.** Evalúa la capacidad de productividad: producir la mayor cantidad de grupos semánticos y la capacidad de actitud abstracta: el número de categorías abstractas espontáneamente producidas. Se presenta una lámina con 30 figuras de animales, se pide al sujeto generar todas las clasificaciones que pueda, en un tiempo límite de 5 minutos. Evalúa la capacidad para analizar y agrupar en categorías semánticas una serie de figuras de animales en el mayor número posible de categorías. El desarrollo de la prueba requiere de las capacidades de abstracción, iniciativa y flexibilidad mental.

**Comprensión y selección de refranes.** Evalúa la capacidad para comprender, comparar y seleccionar respuestas con sentido figurado. Se presentan de forma impresa cinco refranes, los cuales tienen tres respuestas posibles, cada una de las tres respuestas representan tres opciones: a) una respuesta no correcta, b) una respuesta cercana y, c) una respuesta que es la correcta. Con esta prueba se evalúa la capacidad para analizar y comparar de forma abstracta tres posibles soluciones para determinar el sentido de una frase.

**Curva de metamemoria.** Evalúa la capacidad para desarrollar una estrategia de memoria (control metacognitivo), así como para realizar juicios de predicción de desempeño (juicios metacognitivos) y ajustes entre los juicios de desempeño y el desempeño real (monitoreo metacognitivo). También evalúa la capacidad para desplegar un control efectivo sobre la estrategia de memoria que se utiliza para resolver la tarea. El objetivo de esta prueba es aprenderse nueve palabras que son presentadas en el mismo orden durante cinco ensayos, antes de cada ensayo se pregunta al sujeto: ¿cuántas palabras cree que se puede aprender? Pregunta que genera una autoevaluación para poder estimar la respuesta.

## II. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

### 2.1 Desarrollo neuropsicológico de las habilidades matemáticas

La evolución de la capacidad numérica en el hombre se ve reflejada en el desarrollo actual de las habilidades matemáticas (Boyer, 1991). Existen indicios de conceptos matemáticos que se remontan a los primeros tiempos de la raza humana, estas nociones primitivas están relacionadas con las capacidades presentes en los bebés como percibir los cambios en el color, tamaño, forma y número (Dehaene, 1999; Rebollo & Rodríguez, 2006). Butterworth (2002) explica que estas capacidades son gracias a que el ser humano nace con circuitos especializados en la comprensión de cantidades por lo que se encuentran presentes desde muy temprana edad.

Parte de la investigación en el desarrollo numérico se ha centrado en los niños muy pequeños, gracias a ello se sabe que los niños de 22 semanas pueden discriminar el número exacto de objetos. Esta manifestación plantea la posibilidad de que la capacidad numérica presente en los bebés desarrollará las posteriores habilidades de conteo verbal características en los niños (Starkey & Cooper, 1980).

La siguiente etapa de la adquisición de conceptos numéricos está asociada al lenguaje con palabras como *mucho*, *poquito*, *más* y términos similares que los niños utilizan para expresar cuantificaciones globales (Antell & Keating, 1983). A los dos años los niños tienen la capacidad de establecer correspondencias como dedo-número, por lo que puede contar objetos, señalarlos y denominarlos *uno*, *dos*, *tres*, *cuatro*, *etc.* (Langer, 1986). Así el niño adquiere los dos principios básicos de contabilidad: 1) principio uno a uno, es decir, a cada objeto le pertenece el nombre de un número; 2) el principio de orden, la secuencia de número es siempre la misma *uno*, *dos*, *tres*, *etc.* (Ardila & Rosselli, 2002).

Pero el nivel inicial del aprendizaje numérico se encuentra en los niños de preescolar. Su dominio numérico es muy amplio; pueden recitar la numeración, contar en reversa, iniciar conteos en números diferentes al uno, contar conjuntos de objetos y comparar magnitudes numéricas (Ardila & Rosselli, 2002; Ramani & Siegler, 2008). Entre los 5 y 6 años de edad, los seres humanos aprenden a sumar y restar, para realizar estas operaciones los niños pueden usar tres diferentes procedimientos: 1) contar usando los

dedos, 2) contar en voz alta, y 3) memorizando adicciones y subtracciones en cantidades pequeñas (Ardila, 1993). Entender conceptos más complejos de la aritmética va a obedecer a un arduo proceso de aprendizaje, por lo que es difícil encontrarlo en personas analfabetas. Las habilidades de cálculo no sólo requieren de la comprensión de conceptos numéricos sino también de otras habilidades cognitivas como: lenguaje, percepción visuoespacial, praxis, memoria de trabajo y funciones ejecutivas (Ardila & Rosselli, 2002).

Alrededor de los 9 años los niños aprenden a multiplicar, para ello necesitan memorizar algoritmos matemáticos, lo cual indica el inicio del razonamiento abstracto y el aumento de la memoria de trabajo como estrategias básicas para la resolución de problemas aritméticos (Ardila & Rosselli, 2002). Cuando el estudiante aprende fracciones y maneja porcentajes comienza el periodo de estructuración de las funciones metacognitivas, es decir, de los procesos de abstracción (Malo, 2004).

### **2.1.1 Razonamiento abstracto**

El pensamiento formal es la etapa del desarrollo intelectual, comprende un periodo entre los 11 y 15 años de edad. En esta fase, los jóvenes adquieren la capacidad de reflexionar y elaborar teorías. Con el pensamiento formal los sujetos son capaces de razonar de un modo hipotético-deductivo, es decir, forman suposiciones sin relación con la realidad o con sus creencias, razonan conforme a las conclusiones obtenidas de la experiencia (Piaget & Inhelder, 2007). Por medio de casos clínicos y estudios de neuroimagen funcional se ha comprobado que no es sólo una coincidencia que tanto el desarrollo de la corteza prefrontal y el desarrollo de la abstracción sean durante la adolescencia, sino que existe una estrecha relación principalmente con la corteza prefrontal anterior (Flores & Ostrosky, 2008).

En 1955 Inhelder y Piaget concluyeron que las operaciones formales están dadas por un constructo hipotético de carácter lógico-matemático conocido como *Grupo INRC* el cual está formado por cuatro operaciones: identidad (I), negación (N), reciprocidad (R) y correlatividad (C). Con los que se formaran los cuatro esquemas operatorios formales, cada uno de estos esquemas implican un sistema de cuatro transformaciones (composición, asociatividad, identidad general y reversibilidad). Los esquemas son:

- 1. Proporciones.** La noción de proporción se inicia siempre de una forma cualitativa y lógica, antes de estructurarse cuantitativamente, consiste en comprender la relación entre dos funciones que varían conjuntamente. A los once años se ve aparecer la noción de las proporciones en diferentes ámbitos: a) proporciones espaciales (figuras semejantes), b) velocidades métricas ( $e/t=ne/nt$ ), c) probabilidades ( $x/y=nx/ny$ ), d) relaciones entre pesos y longitudes.
- 2. Dobles sistemas de referencia.** Ante un determinado problema, el adolescente es capaz de realizar combinaciones, variaciones y permutaciones de las proposiciones que en ellos intervienen, para conseguir formular todas las posibles soluciones.
- 3. Equilibrio.** También conocida como compensación multiplicativa ya que requieren el cálculo de la proporción inversa de dos variables para la obtención de un determinado efecto. Este esquema supone que el uso de la proporción permite acceder a conceptos como la conservación del volumen.
- 4. Las nociones probabilísticas.** Se trata de la predicción resultante de la asimilación de eventos al azar teniendo en cuenta el número de casos favorables y el número de casos posibles. Se necesita ser capaz de realizar al menos dos operaciones: una combinatoria que permita tener en cuenta todas las asociaciones posibles entre los elementos del juego, y un cálculo de proporciones que permita captar que probabilidades tales como  $3/9$  y  $2/6$  son iguales entre sí. Así es como se comprenden probabilidades tales como la fluctuación, correlación y compensaciones.

Cuando el individuo inicia la adolescencia, se produce un desequilibrio en su pensamiento, que hasta ese momento había sido concreto. Las nuevas situaciones que le presenta el mundo adulto exigen una solución inmediata y no pueden ser resueltas por medio de las operaciones concretas, las cuales funcionaban porque en el nivel concreto se operaba tomando como base la realidad, los hechos tal como ocurrían, mientras que en este momento se requiere poder abstraer y anticipar (Díaz, Cantillo, & Polo, 2000).

### 2.1.2 Problemas matemáticos

Las matemáticas son fruto de la experimentación, las personas construyen los conceptos matemáticos desde sus propias experiencias, por lo que la resolución de sus problemas

juega un doble papel: a) como medio para la comprensión, la interiorización y la expresión de los conceptos matemáticos y b) como instrumento de aplicación de los conceptos aprendidos a situaciones de la vida real (Díaz & García, 2004).

Los procesos de resolución de estos problemas activan el razonamiento por lo que se requiere el uso adecuado del lenguaje natural y formal (Penalva, Posadas, & Roig, 2010). Luria y Tsvetkova (1981) definen al razonamiento como la resolución de problemas de modo organizado; resolución que se apoya en un programa lógico de operaciones relacionadas entre sí. El razonamiento posee una estructura de cuatro fases:

1. *Objetivo*. Va a ser determinada por una pregunta a la que es imposible dar respuesta inmediata. Esta fase establecerá la actividad posterior del individuo.
2. *Datos*. Se inicia con un análisis de la información obtenida, se organizan los datos conocidos y los desconocidos para ser confrontados. Esta fase constituirá la base de la orientación en la actividad intelectual.
3. *Estrategia*. A partir de los datos se forma un esquema general de resolución poniendo de manifiesto las operaciones que conducirán al objetivo buscado y que finalizan con una respuesta al problema.
4. *Verificación*. Es la confrontación de los resultados obtenidos con los datos iniciales del problema. Si los resultados corresponden, la actividad se interrumpe; pero si no corresponden entonces existe un desacuerdo entre los elementos y la actividad vuelve a funcionar hasta que se encuentre la respuesta adecuada a los datos iniciales.

Para resolver el problema es necesario decodificar los símbolos escritos y convertir el enunciado matemático en una representación mental. En dicha representación intervienen, a su vez, dos subprocesos: a) se traduce el problema a una representación mental, y b) se integra la información disponible en un esquema coherente (Mayer, 1991).

La formulación de la estrategia adecuada va a depender de la disponibilidad de una amplia gama de estrategias que sean aplicables en diversos contextos y de la capacidad para reconocer la estructura del problema con otros similares que hayan sido resueltos previamente (Alonso, 1991); para ello será necesario distinguir los datos relevantes de aquéllos que no lo son. En esta fase de la resolución está implicada no sólo la capacidad de análisis de la información que aparece en el enunciado, sino también la

autoevaluación que la persona hace de su conocimiento de la tarea, del nivel de dificultad y de las posibilidades de éxito. Esto ayudara a diseñar el esquema de actuación a seguir, lo que supone identificar las metas y las submetas para examinar las diversas estrategias y elegir las acciones que se llevarán a cabo (Garofalo & Lester, 1985).

La identificación de cada una de estas fases facilita la identificación de los conflictos que presentan las personas al resolver un problema, de esta forma se puede diagnosticar e intervenir sobre las principales dificultades (Penalva, Posadas & Roig, 2010).

Lesh y Zawojewski (2007) dicen que la investigación necesita focalizarse en las interpretaciones, representaciones y reflexiones de los estudiantes, así como en los cálculos que efectúan. “Es imprescindible estudiar los procesos de razonamiento que emplean, las habilidades que desarrollan y las reglas y procedimientos que ellos aprenden a ejecutar. Se trata de dar una visión de la resolución de problemas y el aprendizaje desarrollado a partir de la interpretación matemática de una situación planteada” (p. 13).

## **2.2 Neuropsicología del proceso de resolución de problemas matemáticos**

El análisis neuropsicológico de los procesos intelectuales ha permitido poner de manifiesto los factores que fundamentan la actividad intelectual y las afectaciones locales del cerebro. Los diferentes tipos de perturbaciones de los procesos intelectuales son producidos por la desaparición de varios de estos factores (Luria & Tsvetkova, 1981). A través de estudios realizados en pacientes con lesión cerebral y sujetos normales se ha delimitado las áreas corticales involucradas en estos procesos (Jacubovich, 2006).

### **2.2.1 Regiones posteriores (*gnósicas*)**

En estas regiones cerebrales se llevan a cabo operaciones tales como la síntesis de información sucesiva en esquemas simultáneos, la utilización de medios especiales del lenguaje que permiten poner de manifiesto los elementos necesarios del material que llega al sujeto, realizar las operaciones necesarias de abstracción y generalización (Luria & Tsvetkova, 1981).

### ❖ **Parieto-Occipitales**

El lóbulo occipital no está netamente separado de los lóbulos parietal y temporal (Laterjet, 2004). Esta zona de la corteza coordina las regiones centrales de los analizadores: visual, cinestésico y vestibular. Analiza la información visual de forma, movimiento y espacio, es decir, orienta espacialmente los movimientos proximal y distal (Galletti, Kutz, Gamberini, Breveglieri & Fattori, 2003).

Las afectaciones de estas regiones hacen perder al hombre la posibilidad de percibir y organizar simultáneamente los elementos de estructuras espaciales, su atención se reduce a un solo elemento y no distingue las relaciones que existen entre ellos. Les es difícil la síntesis de elementos en un todo y su percepción es limitada y fraccionada. La posibilidad de introducir las representaciones en un esquema cuasi-espacial, representa una de las condiciones fundamentales del pensamiento matemático el cual opera con conceptos topológicamente organizados, al faltar este apoyo en esquemas espaciales internos, las operaciones de cálculo son imposibles (Luria & Tsvetkova, 1981).

Los esquemas espaciales internos también participan en procesos de pensamiento acompañado de lenguaje, la comprensión del significado de una serie de estructuras lógico-gramaticales sólo puede efectuarse si pueden ser consideradas las relaciones en que intervienen las palabras que la componen. Por ejemplo, para comprender las construcciones con preposición como *el lápiz está a la derecha de la pluma, la primavera es antes del verano*, o las construcciones en flexión como *el hermano del padre, el hijo de la hija*, es necesario la re-codificación de la información que llega progresivamente al sujeto en esquemas simultáneos cuasi-espaciales (Chomsky, 2002).

#### **2.2.2 Regiones anteriores (*pre-frontales*)**

Los lóbulos frontales son las estructuras más anteriores de la corteza cerebral (Flores & Ostrosky, 2008). La complejidad de los lóbulos frontales es evidente en los diversos sistemas de conexiones recíprocas con otras estructuras corticales y subcorticales del encéfalo (sistema límbico, cerebelo, formación reticular, núcleos basales, etc.) las cuales van a determinar la función de cada sistema prefrontal, que va desde la estructuración de patrones motores automatizados, hasta la programación de comportamientos complejos y anticipados a eventos de probable ocurrencia (Pineda, 2000).

A continuación son descritas las zonas involucradas en la actividad intelectual para la resolución de problemas matemáticos según Luria y Tsvetkova (1981).

#### ❖ **Orbitofrontal**

Esta zona de la corteza ha sido vinculada a la capacidad de generar reglas simples que regulan el comportamiento (Stelzer, Cervigni & Martino, 2011). Dicha vinculación está basada en algunos estudios que evidencian que las personas con lesiones en las regiones ventrales de los lóbulos frontales generalmente sufren modificaciones en el comportamiento; las personas a menudo manifiestan desinhibición, impulsividad y falta de control de la conducta (Blanco, Villa, Núñez, Rico, Vidal y Puente, 2006).

En estos enfermos los procesos intelectuales pueden estar conservados al resolver problemas matemáticos por ejemplo: comprenden estructuras lógico-gramaticales, ejecutan operaciones numéricas, y resuelven sin dificultad problemas simples captando su sentido general y creando los esquemas necesarios de resolución. Sin embargo, presentan dificultades en la fase de orientación de los datos del problema, rempazan el sistema de razonamientos organizados por la reproducción estereotipada de respuestas dadas previamente (Luria & Tsvetkova, 1981).

#### ❖ **Dorsolateral**

En esta área de la corteza se encuentra la estructura de la actividad intelectual la cual implica funciones como la generación de acciones voluntarias, autorregulación y flexibilidad cognitiva (Flores, 2006). Al resolver problemas matemáticos sencillos, las personas con lesión en esta zona de la corteza no presentan dificultades con actos intencionados, y dado que su actividad no se ve afectada por la interferencia conservan su comportamiento. Sin embargo cuando se enfrentan a cambios como problemas más complicados tienden a renunciar al trabajo, no analiza ni sintetiza los datos, recurren a actos estereotipados, perseveran en el error y deforman la información en cada repetición que dan. Pero cuando reciben ayuda para resolver el problema por medio de regulación verbal, las personas logran resolverlo (Luria & Tsvetkova, 1981).

## 2. 3 Evaluación de las habilidades de resolución de problemas matemáticos

### 2.3.1 Clasificación de problemas

Luria y Tsvetkova (1981) distinguen ocho grupos de problemas en función de la complejidad de los algoritmos implicados en su resolución:

1. *Problemas simples*: son del tipo  $a+b=x$ ;  $a-b=x$ . Se pueden resolver con una sola operación. Los datos del enunciado determinan unívocamente el algoritmo de la resolución. Ejemplo: Juan tiene 8 canicas y Carlos 4 ¿Cuántas tienen entre los dos?

2. *Problemas simples invertidos*: son del tipo  $a-x=b$ ;  $x-a=b$ . También se resuelven con una operación. Los datos se dan en un orden distinto al que deben seguir los actos. Esto hace que surja un conflicto en el sujeto cuando intenta resolver el problema, ya que debe vencer la tendencia a resolverlo de manera rectilínea y la inercia de las huellas dejadas por la lectura de los datos del problema. Ejemplo: María tenía 8 caramelos. Da algunos. Le quedan 2. ¿Cuántos ha dado?

3. *Problemas compuestos del tipo  $a+(a+b)=x$ ;  $a+(a-b)=x$ ;  $a+ab=x$* . No se pueden resolver con una sola operación. Los datos del problema no determinan por sí mismos la resolución. Ejemplo: Pedro tiene 7 manzanas y Ana 2 más. ¿Cuántas tienen en total?

4. *Problemas compuestos del tipo  $a+n=x$ ;  $x+m=z$ ;  $a+(a+b)+(a+b)-c=x$* . El algoritmo de resolución se subdivide en un número de operaciones en las que cada una surge de la anterior. Esto obliga a realizar las operaciones en el plano mnésico ya que exige que se retenga el resultado de la operación anterior para usarlo en la siguiente. Ejemplo: Un joven tiene 15 años, su padre 25 años más, su madre 5 años menos que el padre. ¿Cuántos años tienen entre los 3?

5. *Problemas del tipo  $a+b=x$ ;  $x.m=y$ ;  $y-n=z$* . Una de las partes es desconocida y se tiene que obtener a través de operaciones intermediarias no formuladas en los datos del problema. La respuesta final se obtiene tras una serie de operaciones auxiliares, una de las cuales presenta un proceso inverso. Ejemplo: Un niño tiene 5 años. Dentro de 15 años su padre será 3 veces mayor que él. ¿Cuál es la edad actual del padre?

6. *Problemas del tipo  $x+y=a$ ;  $n.x+y=b$ ;  $x+y+z=a$ ;  $x+y=b$ ;  $y+z=c$* . La resolución del problema exige la confrontación de un sistema de ecuaciones, ya que todas las magnitudes del enunciado son incógnitas. Ejemplo: Un bolígrafo y un cuaderno cuestan

15 pesos, 2 bolígrafos y 1 cuaderno cuestan 20 pesos. ¿Cuánto cuestan 1 bolígrafo y cuánto 1 cuaderno?

7. *Problemas de conflicto.* Plantean, además, dificultades de carácter psicológico. El algoritmo de la resolución entra en conflicto con un estereotipo sólidamente adquirido y para solucionar el problema hay que vencer el estereotipo. La palabra clave predispone a un algoritmo, pero el significado global del enunciado implica otro algoritmo distinto. Este tipo de problemas también se denominan inconsistentes. Ejemplo: Un padre tiene 49 años, tiene 20 años más que su hijo. ¿Cuántos años tienen entre los dos?

8. *Problemas del tipo  $x+y=a$ , con  $x=2y$ ;  $x+y=a$ , con  $x=y-2$ .* Es imposible resolver estos problemas sin recurrir a un procedimiento especial auxiliar que permite superar la tendencia a realizar operaciones directas. Ejemplo: En 2 estanterías hay 18 libros. En una hay 2 veces más que en la otra. ¿Cuántos libros hay en cada estantería?

### 2.3.2 Evaluación de las habilidades para resolver problemas matemáticos

La resolución activa de problemas es considerada el método más confiable para evaluar los conocimientos matemáticos adquiridos; consiste en aplicar conceptos lógico-matemáticos a situaciones en problema a las cuales no se puede dar solución de forma inmediata (Díaz & García, 2004). Generalmente cuando se estudian los procesos de resolución se recurren a problemas en cuya estructura se encuentran esquemas operatorios formales como combinatoria y proporcionalidad (Aguilar, Navarro, López & Alcalde, 2002). Para crear un instrumento que pueda evaluar estas habilidades se necesita tener cuidado en la selección de problemas cuyo algoritmo de resolución pueda responder a determinadas exigencias y asegurar un estudio persistente de la actividad intelectual según la variabilidad de los grados de complejidad (Luria & Tsvetkova, 1981).

La Prueba de Resolución de Problemas (PRP) de Aguilar, Navarro, López y Alcalde (2002) es una prueba creada para valorar las habilidades de resolución de problemas que requieren el uso del pensamiento formal. Consta de 5 problemas los cuales pueden ser resueltos con los contenidos matemáticos que se imparten en nivel medio superior (Tabla 2). La selección de estos problemas fue en base al principio de complicación progresiva del algoritmo de resolución. A continuación se describen los grupos de problemas que se han utilizado en esta prueba.

**Tabla 2.** Descripción de los procesos de resolución de los problemas matemáticos de la Prueba de Resolución de Problemas (PRP).

Problema	Descripción
<p>1. Ana y Juan fueron de visita a una granja en la que había gallinas y conejos. Juan observó que había en total 19 cabezas, mientras que Ana dijo que en total había 60 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos había en la granja que visitaron?</p>	<p>Exige la confrontación de dos ecuaciones:  <math>x+y=19</math> y <math>2x+4y=60</math></p>
<p>2. ¿Puedes encontrar dos números enteros positivos A y B que al multiplicarlos dé un millón y ninguno de los dos números tenga un cero? ¿Es este par de números único o hay otros pares diferentes?</p>	<p>Exige la descomposición de un factor:  <math>(xy)^{10} = 1000000</math></p>
<p>3. Se tiene una cuerda grande que mide 240 cm. Hay que partir la cuerda en 3 trozos A, B y C. A debe ser 3 veces más largo que B. C debe ser 4 veces más largo que B. ¿Cuál es la longitud de cada uno de los trozos?</p>	<p>Exige la confrontación de dos ecuaciones a partir de una:  <math>x+y+z=a</math>; <math>x+y=b</math>; <math>y+z=c</math></p>
<p>4. Juan y Sebastián van a una tienda de «Todo a 10», pero no saben qué comprar, el vendedor le dice a Sebastián: «Tú tienes 13 pesos, tú puedes comprar una bolsita de canicas y un paquete de petardos»; a Juan: «Tú tienes 25 pesos, te doy una bolsita de canicas y 3 paquetes de petardos». Intenta calcular el precio de un paquete de petardos y de una bolsa de canicas.</p>	<p>Exige la confrontación de dos ecuaciones:  <math>x+y=13</math> y <math>x+3y=25</math></p>
<p>5. Para una fiesta, algunos estudiantes de la clase deciden preparar unos panques. Encuentran esta receta en un libro de cocina: «Para cuatro personas, preparar una masa con: 6 huevos, 10 cucharadas de harina, 8 vasos de leche, 20 gramos de mantequilla, 16 gramos de azúcar y 6 cucharaditas de vainilla». Pero como son más, deciden aumentar las cantidades que están indicadas en la receta. Preparan una pasta con: 15 huevos, 25 cucharadas de harina, 20 vasos de leche, 50 gramos de mantequilla, 35 gramos de azúcar y 15 cucharaditas de vainilla. Los panques corren el riesgo de no estar muy buenos porque los estudiantes han cometido un pequeño error; ellos no han respetado exactamente la receta. ¿En qué producto se han equivocado los estudiantes? ¿Qué cantidad de ese producto tendrían que haber puesto los estudiantes para respetar la receta del libro de cocina?</p>	<p>Exige abstraer sus semejanzas y encontrar las diferencias en los algoritmos</p> <p style="text-align: center;">— —          _____</p>

El primer problema tiene la característica de que puede resolverse de tres formas diferentes, cada forma representa un nivel intelectual distinto, sus formas de resolución son: 1) por el método pictórico, incluye el uso de figuras, dibujos o diagramas como medio para representar el problema, 2) el método de ensayo y error, incluye varias direcciones de acuerdo con el tipo de ensayo que seleccione (intercambio o conteo), y 3) por el método algebraico, puede ser mediante un sistema de dos ecuaciones con dos variables o mediante una ecuación lineal (Lee, Lim, Yeong, Fong, Venkatraman y Chee, 2007).

Según los criterios de Luria y Tsvetkova (1981), los problemas 1, 3 y 4 pertenecen al grupo 6:  $x+y+z=a$ ;  $x+y=b$ ;  $y+z=c$  cuya resolución exige la confrontación de dos ecuaciones y pone de manifiesto una operación auxiliar particular que sirve de partida para la resolución correcta del problema. Estos problemas se caracterizan porque todas las magnitudes del enunciado constituyen incógnitas y el valor de cada dato se obtiene al resolver una incógnita. El algoritmo de este grupo de problemas supone la realización de una serie de operaciones que no dan una respuesta inmediata pero tienen un valor auxiliar particular.

Los problemas 2 y 5 pertenecen al grupo 8; su particularidad reside en el hecho de que es imposible resolver estos problemas sin recurrir a un procedimiento especial ya que no pueden resolverse por una simple operación, el 2 no puede solamente dividirse entre dos y el 5 exige que se descarte previamente el suplemento para añadirlo finalmente para así poder dividirlo. Lo realmente importante es que estos problemas permiten constatar la facilidad con la que el sujeto puede abstraerse de su semejanza aparente y encontrar las diferencias en los algoritmos que exigen.

Los problemas son evaluados con 1 punto si la respuesta es correcta y 0 puntos si la solución fue errónea o no fue resuelto. Aunque no es el objetivo de la prueba, los problemas propuestos permiten analizar los tipos de errores que cometen los estudiantes al resolverlos: ideas perseverantes, desorientación, ausencia de comprobación, y abandono de tareas. Por ejemplo en la investigación que realizaron Aguilar, Navarro, López, y Alcalde (2002), compararon los resultados de la PRP con el nivel de desarrollo formal alcanzado por jóvenes españoles de 16 años. Los resultados de la comparación sugieren que son los jóvenes con mayor nivel de pensamiento formal los que mejor resuelven los problemas matemáticos, pero de ellos sólo el 36% es capaz de resolver los problemas de proporcionalidad. Por lo cual concluyen que alcanzar el nivel de razonamiento formal no es suficiente para saber aplicarlo en problemas matemáticos, siendo necesario adquirir el conocimiento específico para llevar a cabo una correcta resolución.

## **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

La comunidad científica ha investigado el aprendizaje, la enseñanza y la evaluación de contenidos matemáticos en diferentes niveles educativos y en relación a diversas variables como los efectos de las actitudes y creencias (Hannula, 2002; Else, Shibley & Linn, 2010; Akay & Boz, 2010), la motivación (Chiu & Xihua, 2008; Torff & Tirota, 2010), la influencia de la sociedad y la cultura (González, et al., 2002; Cobb & Hodge, 2011), y en diversos tipos de daño cerebral (Ansari, 2010; Gullick, et al., 2011).

La investigación en neuropsicología aprovecha la información procedente de pacientes con lesión cerebral para conocer las características del desarrollo normal, lo cual permite comparar ambos desempeños en las mismas tareas y su desarrollo a través de diferentes grupos de edades (Flores & Ostrosky, 2012). En 1981 Luria y Tsvetkova reportaron que las personas con daño en la corteza prefrontal tienen problemas al resolver problemas matemáticos como: reproducción estereotipada de respuestas, dificultades en la fase de orientación de los datos del problema, dimisión al trabajo, falta de análisis y síntesis de los datos, perseverancia en el error, y deformación de la información. Una de las características del daño prefrontal es que no puede ser claramente evidenciado en los primeros años de vida lo cual provoca que se vean reflejados hasta la adolescencia (Malkova, Bachevalier, Webster & Mishkin, 2000). Debido a que la corteza prefrontal es la estructura cerebral que más tarda en desarrollarse, tiene mayor sensibilidad a las condiciones ambientales enriquecedoras, pero también a las negativas como toxinas y estresores ambientales (Casey, Giedd & Thomas, 2000). Algunos de los problemas en el desarrollo de las funciones prefrontales se deben a que algunas habilidades no fueron adquiridas en edades tempranas (abstracción), o que no fueron demandadas por el medio hasta edades posteriores (solución de problemas complejos), o bien que la región específica no la soportó en el momento preciso de la infancia (Smith, Kates & Vriezen, 1992).

En el presente estudio se investigó, en sujetos sin daño cerebral, estudiantes de segundo semestre de la Carrera de Psicología en la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza ¿Si los estudiantes con baja habilidad para resolver problemas matemáticos tienen un menor desempeño (no patológico) de las funciones ejecutivas en comparación con los estudiantes con alta habilidad para resolver problemas matemáticos?

---

---

## MÉTODO

### Objetivos

#### Objetivo General:

Determinar la relación entre el desempeño de las funciones ejecutivas y la habilidad para resolver problemas matemáticos en estudiantes de segundo semestre de psicología.

#### Objetivo Particular:

Determinar la existencia de diferencias en cuanto al desempeño en la BANFE, entre los estudiantes considerados de alta y baja habilidad para resolver problemas matemáticos en la PRP

### Hipótesis

Los estudiantes con menor desempeño de las funciones ejecutivas serán los del grupo de baja habilidad para resolver problemas matemáticos.

### Variables

Las variables estadísticas utilizadas en esta investigación fueron agrupadas en 3 grupos: Datos de identificación, BANFE y PRP.

Los datos que identifican las características biológicas de los sujetos examinados se encuentran dentro del grupo de *datos de identificación*. Dichas variables descriptivas fueron 3: edad, género y lateralidad (Tabla 3). La variable independiente fueron los resultados de los sujetos en la BANFE. La suma de las puntuaciones naturales y codificadas fueron transformadas a puntuaciones normalizadas para así obtener los totales en cada una de las categorías:

$$\text{Orbitomedial} + \text{Dorsolateral} + \text{Prefrontal Anterior} = \text{Total Funciones Ejecutivas}$$

Simultáneamente, las puntuaciones normalizadas fueron clasificadas en los perfiles de desempeño convirtiéndose en variables de carácter nominal. Como la variable dependiente fue tomada la puntuación de la PRP, la cual consiste en la medición de los

aciertos obtenidos por los estudiantes y en la asignación de un grupo el cual es de carácter ordinal.

**Tabla 3.** Características de las variables

# variables	Nombre	Tipo de variable	Descripción	
3	Datos de identificación	Edad	Escalar	Describe la edad en años de los sujetos
		Género	Nominal	Describen las características biológicas de los sujetos
		Lateralidad		
1		Puntuación Total de la BANFE	Escalar	Se tratan de las puntuaciones normalizadas de la suma de los totales por cada área.
3	Funciones Ejecutivas	Puntuaciones totales por área: orbitomedial dorsolateral prefrontal-anterior	Escalar	Se tratan de las puntuaciones normalizadas de la suma de los datos normalizados por cada subescala.
45		Puntuaciones de las subescalas de cada prueba de la batería	Nominal	Se trata de la conversión de las puntuaciones naturales a un perfil de desempeño
1	Resolución de problemas matemáticos	Aciertos	Escalar	Aciertos en la prueba de resolución de problemas A (alta habilidad para resolver problemas matemáticos)
1		Grupo	Ordinal	B (baja habilidad para resolver problemas matemáticos).

## Diseño

Fue realizado un estudio de correlación causal de dos grupos (Sampieri, Collado & Baptista, 2010).

## Participantes

Por los objetivos antes expuestos en este estudio fue utilizada una muestra no probabilística. Los alumnos participantes fueron 59 estudiantes de entre 18 y 21 años de edad ( $\bar{x}=19.14$ ,  $DE=1.152$ ) inscritos en la materia de Métodos y Técnicas de

Investigación II en la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza de la UNAM. El 62% fueron mujeres y el 37.3% hombres; el 89.8% diestros, el 8.5% zurdo y sólo el 1.7% ambidiestro.

#### *Formación de los grupos*

La asignación de los participantes a los grupos (A y B) se realizó en base a los puntajes obtenidos en la PRP, con los cuales fueron calculados los cuartiles de las puntuaciones totales de los 59 estudiantes (Tabla 4). Los cuartiles permitieron conocer la distribución de los puntajes con el fin de comparar los grupos más diferentes.

**Tabla 4.** Percentiles de los valores en la PRP

Percentiles	25	50	75
Valor PRP	2	3	4

Los grupos quedan conformados: A>3 y B<3

Tomando en cuenta la distribución de los valores en percentiles los grupos quedaron conformados: Alto (4-5) y Bajo (0-2). Los estudiantes con puntuaciones iguales a 3 fueron eliminados en los análisis por grupos. Por lo tanto la muestra quedó en 42 estudiantes de entre 18 y 21 años de edad. De los 42 voluntarios 25 fueron mujeres y 17 fueron hombres; 38 de los voluntarios tienen una lateralidad diestra, 3 zurda y 1 ambidiestra. Los participantes se presentaron en estado de alerta, no reportaron historia de enfermedades médicas ni neurológicas.

### **Instrumentos**

#### **Batería Neuropsicológica de Funciones Ejecutivas y Lóbulo Frontal BANFE**

La batería está integrada por 45 mediciones en quince pruebas con las cuales se obtienen las puntuaciones de las áreas frontales: orbitomedial, dorsolateral y prefrontal anterior. La suma de estas puntuaciones corresponde a la puntuación total de Funciones Ejecutivas. En el anexo 1 se muestra el protocolo de la prueba en el cual se encuentran las subpruebas que conforman cada una de las áreas que mide la BANFE, también muestra el tipo de puntuación requerida para cada subprueba: natural o codificada.

Se debe tener en cuenta la edad y escolaridad de la persona para poder codificar y normalizar las puntuaciones obtenidas. El cálculo de las puntuaciones normalizadas permite determinar si la ejecución de la persona está en un rango normal alto, dentro de un rango normal, con alteraciones leves a moderadas o con alteraciones severas (Anexo 2). El perfil de ejecución permite señalar las habilidades e inhabilidades presentes en cada una de las áreas cognitivas evaluadas.

Esta batería representa una propuesta de evaluación neuropsicológica, amplia y precisa, el tiempo de aplicación es de 30 a 40 minutos. Permite la evaluación tanto en adultos como en niños. También reconoce las capacidades y la áreas de la corteza prefrontal que se encuentran comprometidas por el daño o la disfunción de los lóbulos frontales (Flores, Ostrosky-Solís & Lozano, 2008).

Las siguientes pruebas evalúan las funciones que dependen principalmente de la corteza orbitofrontal y de la corteza prefrontal medial:

1. **Laberintos.** Calcula la capacidad para respetar límites y seguir reglas.
2. **Juego de cartas.** Estima la capacidad para detectar y evitar acciones de riesgo, así como para detectar y mantener selecciones de beneficio.
3. **Efecto Stroop.** Evalúa la capacidad de control inhibitorio.

Pruebas que evalúan las funciones que dependen de la corteza prefrontal dorsolateral:

4. **Señalamiento autodirigido.** Evalúa la capacidad para utilizar la memoria de trabajo visoespacial.
5. **Ordenamiento alfabético de palabras.** Calcula la capacidad para manipular mentalmente la información verbal contenida en la memoria de trabajo.
6. **Suma y resta consecutiva.** Evalúa la capacidad para desarrollar secuencias en orden inverso.
7. **Memoria de trabajo visoespacial secuencial.** Evalúa la capacidad para retener y reproducir activamente el orden secuencial visoespacial de una serie de figuras.
8. **Clasificación de cartas.** Evalúa la capacidad para generar una hipótesis de clasificación y sobre todo para cambiar de criterio de clasificación (flexibilidad mental).

**9. Fluidez verbal.** Estima la capacidad de producir de forma fluida y dentro de un margen reducido de tiempo la mayor cantidad de verbos.

**10. Torre de Hanoi.** Evalúa la capacidad para anticipar de forma secuenciada acciones tanto en orden progresivo como regresivo (planeación secuencial).

Pruebas que evalúan las funciones que dependen principalmente de la corteza prefrontal anterior:

**11. Generación de clasificaciones semánticas.** Evalúa la capacidad de productividad: producir la mayor cantidad de grupos semánticos y la capacidad de actitud abstracta: el número de categorías abstractas espontáneamente producidas.

**12. Comprensión y selección de refranes.** Evalúa la capacidad para comprender, comparar y seleccionar respuestas con sentido figurado.

**13. Curva de metamemoria.** Evalúa la capacidad para desarrollar una estrategia de memoria (control metacognitivo), así como para realizar juicios de predicción de desempeño (juicios metacognitivos) y ajustes entre los juicios de desempeño y el desempeño real (monitoreo metacognitivo).

### **Prueba de Resolución de Problemas PRP**

La prueba de Aguilar y cols. (2002) es una prueba creada para valorar las habilidades de resolución de problemas matemáticos que requieren el uso del pensamiento formal (Anexo 3). Consta de 5 problemas los cuales pueden ser resueltos con los contenidos matemáticos que se imparten en nivel medio superior. La selección de estos problemas fue en base en el principio de complicación progresiva del algoritmo de resolución, complicación que implica toda clase de dificultades psicológicas (Aguilar, Navarro, López & Alcalde, 2002).

### **Procedimiento**

Se invitó a participar en esta investigación a estudiantes de segundo semestre de la licenciatura en psicología ciclo escolar 2012-II.

A los estudiantes interesados en participar se les asignó una cita para presentarse en el Laboratorio de Psicología y Neurociencias, donde se les aplicó la Batería

Neuropsicológica de Funciones Ejecutivas y Lóbulos Frontales (Flores, Ostrosky-Solís y Lozano 2008).

Para realizar la aplicación y evaluación de esta batería de pruebas fueron capacitados 5 estudiantes quienes presentaron su servicio social en ese momento en el Laboratorio de Psicología y Neurociencias. Las evaluaciones se realizaron a lo largo de febrero a mayo del 2012; las citas fueron los días miércoles a la 10:00 a.m, 11:00 a.m. y 2:00 p.m. Los evaluadores trabajaron en equipos de dos y tres personas; dónde cada evaluador aplicó determinadas pruebas de la batería; la aplicación de la batería completa duró aproximadamente una hora por alumno.

El miércoles 2 de mayo se les aplicó, sin aviso previo, la Prueba de Resolución de Problemas matemáticos de Aguilar, Navarro, López y Alcalde (2002); Los problemas podían ser resueltos haciendo uso de los contenidos matemáticos que se imparten en nivel medio superior. Para ello pudieron utilizar calculadora, dibujos y diagramas. La aplicación de esta prueba fue vigilada por el aplicador, para verificar que la prueba fuera resuelta por el alumno y no por alguien más; esta aplicación duró alrededor de 45 minutos, momento en el que los últimos estudiantes entregaron su prueba.

### **Tratamiento y análisis de los datos**

El análisis de los datos comprendió tres etapas: En la primera etapa se estudió la relación entre las funciones ejecutivas y la habilidad para resolver problemas matemáticos, en la segunda etapa se analizaron las diferencias en el desempeño de las funciones ejecutivas entre los estudiantes de los grupos A y B, y en la tercera etapa fueron comparados los perfiles de desempeño entre los estudiantes de los grupos A y B.

Para comprobar el primer objetivo de esta investigación se utilizó la prueba de Correlación de Pearson ( $r$ ) para determinar si existe relación lineal entre las funciones ejecutivas y la resolución de problemas matemáticos y que esta relación no sea debida al azar. Puesto que los puntajes de desempeño de las pruebas utilizadas, para este estudio, asemejan una distribución normal se procedió al análisis de los datos con pruebas  $t$  para muestras independientes. Por último dada la naturaleza ordinal de los datos concernientes a los perfiles de desempeño fueron comparados mediante un análisis no paramétrico usando la prueba U de Mann Whitney.

Todos los análisis de este estudio fueron realizados con el paquete estadístico SPSS 15.0 versión en inglés para Windows.

## RESULTADOS

Se contó inicialmente con la *muestra total* conformada por los 59 estudiantes evaluados. Los resultados descriptivos de la BANFE muestran una puntuación media de 92.37 (DE=10.850). Teniendo en cuenta que la puntuación máxima fue de 114 y mínima de 69. En cuanto a las puntuaciones obtenidas en los problemas matemáticos resueltos, el valor medio alcanzado por el grupo de participantes es de 2.81 (DE= 1.468), teniendo como valor mínimo 0 y máximo 5.

El índice de correlación entre las puntuaciones en la BANFE y la PRP es  $r_p=.475$ ;  $p<0.05$ . Lo cual indica que sí existe relación entre el desempeño de funciones ejecutivas (puntuaciones totales en BANFE) y la habilidad para resolver problemas matemáticos (puntuaciones totales en PRP).

Esta correlación es de tipo lineal directa dado que al aumentar las puntuaciones en la BANFE aumentan los problemas resueltos.

### Habilidad para resolver problemas matemáticos

Otra comparación interesante del estudio es la referida a cómo resuelven los problemas matemáticos los estudiantes con mayor desempeño de las funciones ejecutivas. En este sentido, fueron divididos los participantes en 2 grupos. El grupo A estuvo compuesto por los estudiantes que obtuvieron una puntuación igual o superior a 4 en la prueba PRP; a este grupo lo hemos denominado de alta habilidad para resolver problemas matemáticos. El grupo B lo componen los estudiantes que obtuvieron una puntuación en la PRP igual o inferior a 2; a este grupo lo hemos denominado de baja habilidad para resolver problemas matemáticos. El 3 fue tomado como medida de corte para dividir la muestra en dos intervalos de 0 a 2 y 4 a 5. Los alumnos con puntuaciones iguales a 3 fueron eliminados de los sucesivos análisis estadísticos.

El grupo A estuvo conformado por 21 estudiantes con una media de edad de 19.14 años (DE=1.352), de los cuales fueron 14 mujeres y 7 hombres; el grupo B también quedó conformado por 21 estudiantes, 11 mujeres y 10 hombres de entre 18 y 23 años de edad ( $\bar{x}=19.14$ , DE=.964).

En este análisis han sido comparados los resultados obtenidos por cada grupo de estudiantes en cada uno de los problemas presentados. En la tabla 5 se presentan los porcentajes de participantes que han resuelto correctamente cada uno de los problemas.

**Tabla 5.** Porcentaje de participantes que han resuelto correctamente cada uno de los problemas de la Prueba de Resolución de Problemas (PRP) según al grupo que pertenecen

Número del problema	1	2	3	4	5
Alta habilidad para resolver problemas matemáticos (Grupo A)	90.5	42.9	100	95.2	100
Baja habilidad para resolver problemas matemáticos (Grupo B)	23.8	4.8	38.1	33.3	9.5

El análisis de estas comparaciones muestran que problemas como el #2 cuya resolución requiere la organización de los datos en una ecuación que pueda ser descompuesta en factores primos es el problema que más difícil le resulta a ambos grupos, lo que sugiere que la principal dificultad es al abstraer sus semejanzas y encontrar las diferencias en los algoritmos y en la utilización de la técnica de resolución en un problema práctico.

El problema #5 es resuelto por todos los estudiantes del grupo A y sólo 2 estudiantes (9.5%) del grupo B. Este problema implica la utilización de esquemas de proporcionalidad. Para resolverlo los estudiantes requieren de una buena organización de los datos que los ayuden a identificar el método de resolución más eficaz.

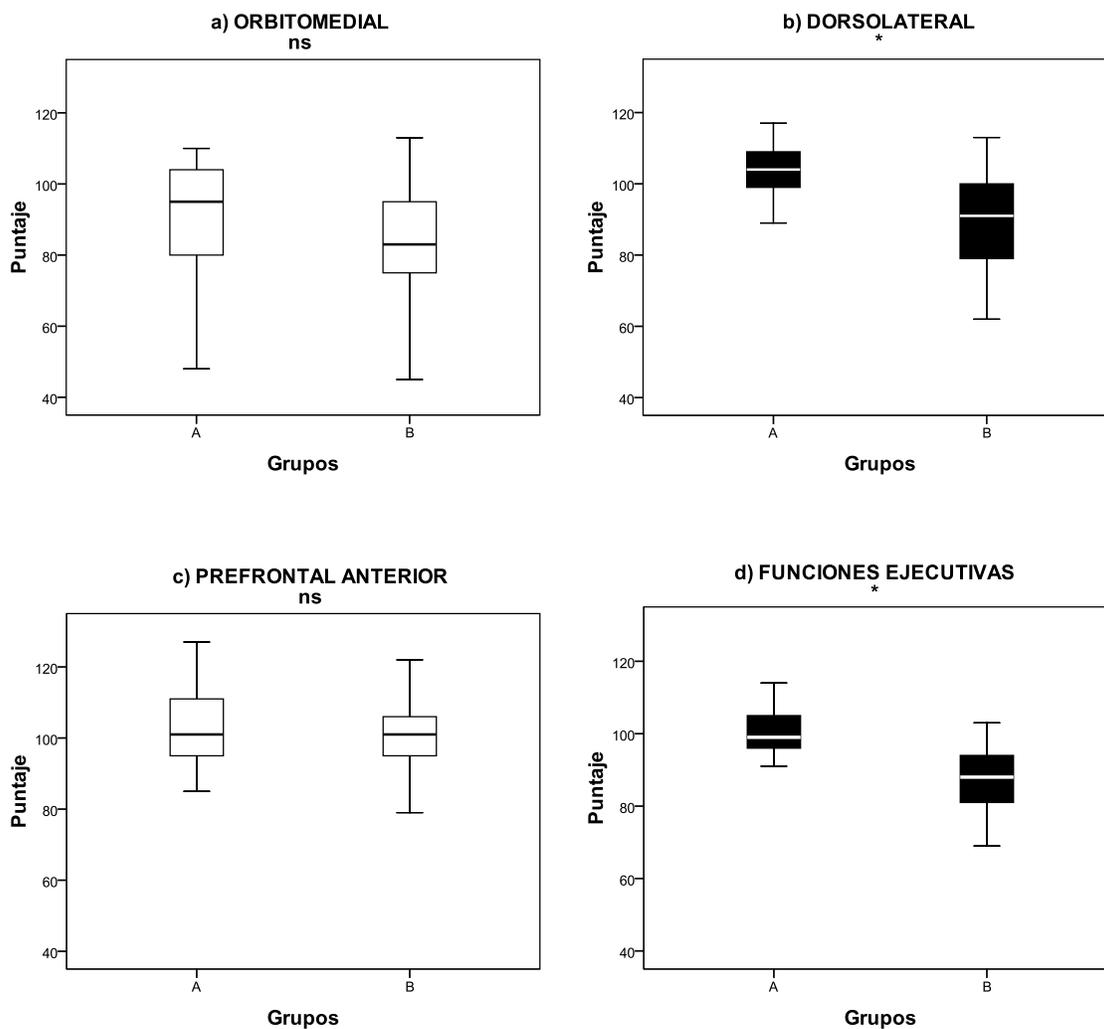
### Desempeño de las funciones ejecutivas

El objetivo en esta etapa fue conocer si existen *diferencias* en el desempeño de los estudiantes del grupo A comparado con los estudiantes del grupo B.

*Orbitomedial.* El desempeño de ambos grupos en esta parte de la batería fue muy equilibrado. No se encontraron diferencias significativas en el desempeño de las funciones del área orbitomedial entre el grupo A ( $\bar{x}=91.3$ ,  $DE=15.532$ ) y el grupo B ( $\bar{x}=83.38$ ,  $DE=18.271$ ) ( $t_{40}=-1.520$ ,  $p=.136$ ) (Figura 3a).

*Dorsolateral.* Las diferencias encontradas en el desempeño de los estudiantes del grupo A y los estudiantes del grupo B en las funciones del área dorsolateral sí fueron significativas ( $t_{40}=-4.291$ ,  $p=.001$ ). El grupo A obtuvo el puntaje mínimo de 89 y máximo de

117 ( $\bar{x}=103.33$ ,  $DE=7.486$ ); siendo de 62 el mínimo y 113 el máximo en el grupo B ( $\bar{x}=89.10$ ,  $DE=13.236$ ) (Figura 3b).



**Figura 3.** Comparación del desempeño de las funciones del área Orbitofrontal, Dorsolateral, Prefrontal Anterior y Funciones Ejecutivas entre los grupos A y B. Diagramas de cajas: Líneas horizontales dentro de las cajas = medias, límites horizontales de las cajas = rangos intercuartiles, bigotes = rangos absolutos, y \* = diferencias significativas ns= diferencias no significativas.

*Prefrontal Anterior.* Las diferencias en el desempeño de los estudiantes del grupo A ( $\bar{x}=102.10$ ,  $DE=11.549$ ) y los estudiantes del grupo B ( $\bar{x}=99.90$ ,  $DE=10.236$ ) en las

funciones del área prefrontal anterior no fueron significativas ( $t_{40}=-.637$ ,  $p=.528$ ), ambos grupos obtuvieron perfiles muy similares entre sí en las pruebas que evalúan las funciones pertenecientes a esta área (Figura 3c).

*Funciones Ejecutivas (Desempeño general):* Fueron encontradas diferencias estadísticamente significativas entre los estudiantes del grupo A y los estudiantes del grupo B en el desempeño promedio de las funciones ejecutivas ( $t_{40}=-4.574$ ,  $p=.001$ ). El grupo A obtuvo el puntaje mínimo de 91 y máximo de 114 ( $M=100.71$ ,  $DE=6.702$ ); siendo de 69 el mínimo y 103 el máximo en el grupo B ( $M=87.67$ ,  $DE=11.222$ ) (Figura 3d).

### **Perfiles de desempeño en las pruebas de la BANFE**

En la última etapa fueron comparados los perfiles de desempeño de los estudiantes de los grupos A y B en cada prueba. De esta forma se obtuvieron cuales son las deficiencias en las funciones ejecutivas que presentan los estudiantes con baja habilidad para resolver problemas matemáticos, con respecto a los resultados del otro grupo, y que capacidades presentan los estudiantes que resolvieron los problemas matemáticos con éxito.

Para este análisis fueron utilizadas las clasificaciones de perfil de ejecución correspondiente a las características de la muestra (sujetos de 16-30 años, escolaridad 10-24 años). Esta forma de evaluar las pruebas permite prescribir si la ejecución de los estudiantes en cada prueba está en un rango que va de normal alto a alteraciones severas. Con ello se obtiene un perfil el cual señala las habilidades e inhabilidades presentes en cada una de las áreas cognitivas evaluadas (Tabla 8 y 11).

**Stroop.** No se encontraron diferencias significativas en los *errores tipo stroop* de la prueba A entre el grupo A ( $M=.952$ ,  $DE=1.071$ ) y el grupo B ( $M=1.238$ ,  $DE=1.375$ ) ( $U=191.0$ ,  $p=.362$ ), tampoco hubo diferencias en los *errores tipo stroop* de la prueba B entre el grupo A ( $M=.857$ ,  $DE=1.352$ ) y el grupo B ( $M=.952$ ,  $DE=1.596$ ) ( $U=220.5$ ,  $p=1.0$ ). No se encontraron diferencias significativas en el *tiempo* de la prueba Stroop A entre el grupo A ( $M=103.5$ ,  $DE=44.86$ ) y el grupo B ( $M=95.09$ ,  $DE=17.78$ ) ( $U=201.5$ ,  $p=.567$ ), tampoco hubo diferencias en el *tiempo* de la prueba Stroop B entre el grupo A ( $M=86.63$ ,  $DE=23.77$ ) y el grupo B ( $M=83.79$ ,  $DE=14.53$ ) ( $U=173.0$ ,  $p=.158$ ). No se observaron diferencias en la *puntuación* de la prueba Stroop A entre el grupo A ( $M=81.67$ ,  $DE=2.153$ ) y el grupo B ( $M=81.0$ ,  $DE=2.302$ ) ( $U=202.5$ ,  $p=.577$ ), tampoco se observaron diferencias

en la *puntuación* de la prueba Stroop B entre el grupo A ( $\bar{X}=83.33$ ,  $DE=1.155$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=83.14$ ,  $DE=1.590$ ) ( $U=218.5$ ,  $p=.941$ ).

**Laberintos.** No fueron observadas diferencias en *atravesar* entre el grupo A ( $\bar{X}=.048$ ,  $DE=.218$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=.286$ ,  $DE=.561$ ) ( $U=178.0$ ,  $p=.078$ ). No se encontraron diferencias en la *planeación* entre el grupo A ( $\bar{X}=2.048$ ,  $DE=2.085$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=3.619$ ,  $DE=3.993$ ) ( $U=189.0$ ,  $p=.323$ ). Tampoco se encontraron diferencias en el *tiempo* entre el grupo A ( $\bar{X}=36.10$ ,  $DE=28.57$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=28.20$ ,  $DE=10.48$ ) ( $U=219.0$ ,  $p=.951$ ).

**Tabla 6.** Resultados de la comparación de desempeño en las pruebas del área Orbitomedial entre los grupos A y B.

	Prueba	Grupo	MR	Mann-Whitney U	Sig (2-tailed)
<b>Stoop A</b>	Errores tipo Stroop	A	22.90	191.000	.362
		B	20.10		
	Tiempo	A	20.60	201.500	.567
		B	22.40		
<b>Stoop B</b>	Aciertos	A	22.36	202.500	.577
		B	20.64		
	Errores tipo Stroop	A	21.50	220.500	1.000
		B	21.50		
Tiempo	A	19.24	173.00	.158	
	B	23.76			
<b>Laberintos</b>	Aciertos	A	21.40	218.500	.941
		B	21.60		
	Atravesar	A	23.52	178.000	.078
		B	19.48		
<b>Juego de Cartas</b>	% de riesgo	A	22.88	191.500	.309
		B	20.12		
	Puntuación total	A	19.86	186.000	.343
		B	23.14		
<b>Clasificación de Cartas</b>	Errores de mantenimiento	A	23.36	181.500	.277
		B	19.64		

\*Existe diferencias entre los grupos si la significancia es  $\leq 0.05$

**Señalamiento autodirigido.** En lo que respecta a las subpruebas de señalamiento autodirigido, no se encontraron diferencias en los *aciertos* entre el grupo A ( $\bar{X}=22.0$ ,  $DE=1.673$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=21.48$ ,  $DE=3.187$ ) ( $U=213.0$ ,  $p=.792$ ). No se observaron diferencias en las *perseveraciones* entre el grupo A ( $\bar{X}=3.290$ ,  $DE=2.522$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=2.809$ ,  $DE=3.203$ ) ( $U=200.5$ ,  $p=.461$ ). Tampoco se encontraron diferencias en el *tiempo* entre el grupo A ( $\bar{X}=92.421$ ,  $DE=41.472$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=89.932$ ,  $DE=31.535$ ) ( $U=198.0$ ,  $p=.407$ ).

**Ordenamiento alfabético.** En lo que respecta a las subpruebas de ordenamiento alfabético, no se encontraron diferencias en el *ensayo 1* entre el grupo A ( $\bar{X}=1.523$ ,  $DE=.749$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=2.095$ ,  $DE=.928$ ) ( $U=180.0$ ,  $p=.094$ ), pero sí se observaron diferencias en el *ensayo 2* entre el grupo A ( $\bar{X}=2.761$ ,  $DE=1.078$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=3.809$ ,  $DE=1.559$ ) ( $U=155.5$ ,  $p=.021$ ). También se encontraron diferencias en el *ensayo 3* entre el grupo A ( $\bar{X}=3.667$ ,  $DE=1.338$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=5.0$ ,  $DE=1.032$ ) ( $U=126.0$ ,  $p=.003$ ).

**Restas y Suma.** Sí se encontraron diferencias significativas en los *aciertos* de la resta 40-3 entre el grupo A ( $\bar{X}=12.62$ ,  $DE=.669$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=11.33$ ,  $DE=2.287$ ) ( $U=153.5$ ,  $p=.024$ ), también hubo diferencias en el *tiempo* entre el grupo A ( $\bar{X}=28.98$ ,  $DE=10.68$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=46.33$ ,  $DE=22.04$ ) ( $U=161.5$ ,  $p=.015$ ). Asimismo, se observaron diferencias en los *aciertos* de la resta 100-7 entre el grupo A ( $\bar{X}=12.38$ ,  $DE=1.774$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=10.86$ ,  $DE=2.920$ ) ( $U=167.0$ ,  $p=.038$ ), también se observaron diferencias en el *tiempo* entre el grupo A ( $\bar{X}=66.88$ ,  $DE=30.44$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=123.13$ ,  $DE=48.17$ ) ( $U=161.5$ ,  $p=.015$ ). En la prueba de la suma no fueron observadas diferencias significativas en los *aciertos* entre el grupo A ( $\bar{X}=19.95$ ,  $DE=.218$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=19.43$ ,  $DE=1.963$ ) ( $U=210.0$ ,  $p=.317$ ), pero sí hubieron diferencias en el *tiempo* de entre el grupo A ( $\bar{X}=36.56$ ,  $DE=10.73$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=50.88$ ,  $DE=36.37$ ) ( $U=171.0$ ,  $p=.027$ ).

**Memoria visoespacial.** No se encontraron diferencias en el *nivel máximo* entre el grupo A ( $\bar{X}=3.190$ ,  $DE=.813$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=2.666$ ,  $DE=.912$ ) ( $U=174.0$ ,  $p=.165$ ). No se observaron diferencias en las *perseveraciones* entre el grupo A ( $\bar{X}=.143$ ,  $DE=.478$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=.191$ ,  $DE=.402$ ) ( $U=201.5$ ,  $p=.431$ ). Tampoco se encontraron diferencias en los *errores de orden* entre el grupo A ( $\bar{X}=1.714$ ,  $DE=1.978$ ) y el grupo B ( $\bar{X}=1.238$ ,  $DE=1.513$ ) ( $U=220.0$ ,  $p=.973$ ).

**Tabla 7.** Resultados de la comparación de desempeño en las pruebas del área Dorolateral (Memoria de Trabajo) entre los grupos A y B.

Prueba		Grupo	MR	U Mann-Whitney	Sig (2-tailed)
<b>Señalamiento</b>	Aciertos	Bajo	21.14	213.000	.792
		Alto	21.86		
<b>Autodirigido</b>	Perseveraciones	Bajo	22.45	200.500	.461
		Alto	20.55		
	Tiempo	Bajo	22.57	198.000	.407
		Alto	20.43		
<b>Ordenamiento Alfabético</b>	Ensayo 1	Bajo	19.57	180.000	.094
		Alto	23.43		
	Ensayo 2	Bajo	18.38	155.000	.021*
		Alto	24.62		
	Ensayo 3	Bajo	17.00	126.000	.003*
		Alto	26.00		
<b>Resta 40-3</b>	Aciertos	Bajo	18.31	153.500	.024*
		Alto	24.69		
	Tiempo	Bajo	18.69	161.500	.015*
		Alto	24.31		
<b>Resta 100-7</b>	Aciertos	Bajo	18.95	167.000	.038*
		Alto	24.05		
	Tiempo	Bajo	18.69	161.500	.015*
		Alto	24.31		
<b>Suma Consecutiva</b>	Aciertos	Bajo	21.00	210.000	.317
		Alto	22.00		
	Tiempo	Bajo	19.14	171.000	.027*
		Alto	23.86		
<b>Memoria Visoespacial</b>	Nivel	Bajo	19.29	174.000	.165
	Máximo	Alto	23.71		
		Bajo	20.60	201.500	.431
	Perseveraciones	Alto	22.40		
		Errores de orden	Bajo	21.52	220.000
	Alto		21.48		

\*Existe diferencias entre los grupos si la significancia es  $\leq 0.05$

**Tabla 8.** Comparación de los promedios del perfil de desempeño entre el grupo A y grupo B

Puntuaciones normalizadas	ORBITOMEDIAL									DORSOLATERAL-MEMORIA DE TRABAJO															Puntuaciones normalizadas				
	Stroop A Errores tipo stroop	Stroop A Tiempo	Stroop A Puntuación	Stroop B Errores tipo stroop	Stroop B Tiempo	Stroop B Puntuación	Laberintos Atravesar	Juego de cartas Porcentaje cartas de riesgo	Juego de cartas Puntuación total	Clasificación de cartas Errores de mantenimiento	Señalamiento autodirigido Aciertos	Señalamiento autodirigido Perseveraciones	Señalamiento autodirigido Tiempo	Ordenamiento alfabético 1 # de ensayo	Ordenamiento alfabético 2 # de ensayo	Ordenamiento alfabético 3 # de ensayo	Resta 40-3 Aciertos	Resta 40-3 Tiempo	Resta 100-7 Aciertos	Resta 100-7 Tiempo	Suma consecutiva Aciertos	Suma consecutiva Tiempo	Memoria visoespacial Nivel máximo	Memoria visoespacial Perseveraciones		Memoria visoespacial Errores de orden			
19																												19	
18																													18
17																													17
16																													16
15																													15
14																													14
13																													13
12																													12
11																													11
10																													10
9																													9
8																													8
7																													7
6																													6
5																													5
4																													4
3																													3
2																													2
1																													1

grupo A ●, el grupo B ●, y diferencias estadísticamente significativas \*

NORMAL ALTO

NORMAL

LEVE-MODERADO

SEVERO

**Clasificación de cartas.** Sí se encontraron diferencias significativas en los *aciertos* entre el grupo A (  $\bar{M}=51.431$ ,  $DE=5.653$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=43.952$ ,  $DE=9.499$ ) ( $U=160.5$ ,  $p=.027$ ), también hubieron diferencias en el número de *perseveraciones* entre el grupo A (  $\bar{M}=2.047$ ,  $DE=1.716$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=5.952$ ,  $DE=5.472$ ) ( $U=168.0$ ,  $p=.019$ ). Del mismo modo se observaron diferencias en las *perseveraciones diferidas* entre el grupo A (  $\bar{M}=1.761$ ,  $DE=2.300$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=4.762$ ,  $DE=3.675$ ) ( $U=167.5$ ,  $p=.039$ ). Sin embargo no se observaron diferencias en el *tiempo* entre el grupo A (  $\bar{M}=316.1$ ,  $DE=110.2$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=293.7$ ,  $DE=66.75$ ) ( $U=212.5$ ,  $p=.796$ ). Tampoco se encontraron diferencias en los *errores de mantenimiento* entre el grupo A (  $\bar{M}=4.471$ ,  $DE=.870$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=1.143$ ,  $DE=1.493$ ) ( $U=181.5$ ,  $p=.277$ ).

**Clasificaciones semánticas.** No se encontraron diferencias significativas en el *total de categorías* entre el grupo A (  $\bar{M}=7.714$ ,  $DE=1.874$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=7.190$ ,  $DE=2.015$ ) ( $U=199.5$ ,  $p=.440$ ), tampoco hubo diferencias en el *promedio de animales* entre el grupo A (  $\bar{M}=6.653$ ,  $DE=2.064$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=7.102$ ,  $DE=2.469$ ) ( $U=199.5$ ,  $p=.384$ ). Del mismo modo no se observaron diferencias en el *puntaje total* entre el grupo A (  $\bar{M}=18.90$ ,  $DE=4.109$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=19.09$ ,  $DE=4.710$ ) ( $U=220.5$ ,  $p=1.000$ ). Tampoco se observaron diferencias en el número de *categorías abstractas* entre el grupo A (  $\bar{M}=6.584$ ,  $DE=2.665$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=6.498$ ,  $DE=2.820$ ) ( $U=220.5$ ,  $p=1.000$ ).

**Fluidez verbal.** No se encontraron diferencias significativas en el número de *aciertos* en el grupo A (  $\bar{M}=21.33$ ,  $DE=5.489$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=19.04$ ,  $DE=4.306$ ) ( $U=181.0$ ,  $p=.145$ ), tampoco hubo diferencias en el número de *perseveraciones* entre el grupo A (  $\bar{M}=1.333$ ,  $DE=.577$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=1.571$ ,  $DE=.676$ ) ( $U=220.5$ ,  $p=1.000$ ).

**Torre de Hanoi.** No se encontraron diferencias significativas en el número de *movimientos* en la torre de 3 discos entre el grupo A (  $\bar{M}=9.762$ ,  $DE=3.885$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=8.333$ ,  $DE=1.770$ ) ( $U=200.5$ ,  $p=.408$ ), tampoco hubo diferencias en el *tiempo* entre el grupo A (  $\bar{M}=33.02$ ,  $DE=18.24$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=27.91$ ,  $DE=14.01$ ) ( $U=220.5$ ,  $p=1.000$ ). No se encontraron diferencias significativas en el número de *movimientos* en la torre de 4 discos entre el grupo A (  $\bar{M}=25.67$ ,  $DE=12.32$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=23.09$ ,  $DE=9.235$ ) ( $U=211.5$ ,  $p=.797$ ), tampoco hubo diferencias en el *tiempo* entre el grupo A (  $\bar{M}=89.12$ ,  $DE=64.31$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=80.58$ ,  $DE=52.12$ ) ( $U=202.0$ ,  $p=.497$ ).

**Tabla 9.** Resultados de la comparación de desempeño en las pruebas del área Dorolateral (Funciones Ejecutivas) entre los grupos A y B.

Prueba		Grupo	MR	Mann-Whitney U	Sig (2-tailed)
<b>Laberintos</b>	Planeación	Bajo	20.00	189.000	.323
		Alto	23.00		
	Tiempo	Bajo	21.57	219.000	.951
		Alto	21.43		
<b>Clasificación de Cartas</b>	Aciertos	Bajo	18.64	160.500	.027*
		Alto	24.36		
	Perseveraciones	Bajo	19.00	168.000	.019*
		Alto	24.00		
	Perseveraciones Diferidas	Bajo	18.98	167.500	.039*
		Alto	24.02		
	Tiempo	Bajo	21.88	212.500	.794
		Alto	21.12		
<b>Clasificación Semántica</b>	Total de categorías	Bajo	20.50	199.500	.440
		Alto	22.50		
	Promedio animales	Bajo	20.50	199.500	.384
		Alto	22.50		
	Puntaje total	Bajo	21.50	220.500	1.000
	Alto	21.50			
<b>Fluidez Verbal</b>	Total de aciertos	Bajo	19.62	181.000	.145
		Alto	23.38		
	Perseveraciones	Bajo	21.50	220.500	1.000
		Alto	21.50		
<b>Torre de Hanoi 3 discos</b>	Movimientos	Bajo	20.55	200.500	.408
		Alto	22.45		
	Tiempo	Bajo	21.50	220.500	1.000
		Alto	21.50		
<b>Torre de Hanoi 4 discos</b>	Movimientos	Bajo	21.93	211.500	.797
		Alto	21.07		
	Tiempo	Bajo	22.38	202.000	.497
		Alto	20.62		

\*Existe diferencias entre los grupos si la significancia es  $\leq 0.05$

**Refranes.** No se encontraron diferencias significativas en los *aciertos* entre el grupo A (  $\bar{M}=4.238$ ,  $DE=.768$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=3.934$ ,  $DE=.629$ ) ( $U=195.0$ ,  $p=.464$ ). Tampoco hubo diferencias en el *tiempo* entre el grupo A (  $\bar{M}=73.36$ ,  $DE=26.09$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=64.54$ ,  $DE=24.56$ ) ( $U=212.0$ ,  $p=.764$ ).

**Metamemoria.** No se encontraron diferencias significativas en los *errores negativos* entre el grupo A (  $\bar{M}=2.571$ ,  $DE=1.719$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=3.762$ ,  $DE=3.419$ ) ( $U=200.0$ ,  $p=.517$ ), tampoco hubo diferencias en los *errores positivos* entre el grupo A (  $\bar{M}=1.714$ ,  $DE=1.927$ ) y el grupo B (  $\bar{M}=1.762$ ,  $DE=1.921$ ) ( $U=210.5$ ,  $p=.655$ ).

**Tabla 10.** Resultados de la comparación de desempeño en las pruebas del área Prefrontal Anterior entre los grupos A y B.

	<b>Prueba</b>	<b>Grupo</b>	<b>MR</b>	<b>Mann-Whitney U</b>	<b>Sig (2-tailed)</b>
<b>Clasificación semántica</b>	Categorías Abstractas	Bajo	21.50	220.500	1.000
		Alto	21.50		
<b>Refranes</b>	Tiempo	Bajo	21.90	212.000	.764
		Alto	21.10		
	Aciertos	Bajo	20.29	195.000	.464
		Alto	22.71		
<b>Metamemoria</b>	Errores Negativos	Bajo	20.52	200.000	.517
		Alto	22.48		
	Errores Positivos	Bajo	21.98	210.500	.655
		Alto	21.02		

\*Existe diferencias entre los grupos si la significancia es  $\leq 0.05$

**Tabla 11.** Comparación de los promedios del perfil de desempeño entre el grupo A y grupo B

Puntuaciones normalizadas	DORSOLATERAL-FUNCIONES EJECUTIVAS														PREFRONTAL ANTERIOR					Puntuaciones normalizadas		
	Laberintos Planeación	Laberintos Tiempo	Clasificación de cartas Aciertos	Clasificación de cartas Perseveraciones	Clasificación de cartas Perseveraciones diferidas	Clasificación de cartas Tiempo	Clasificación semántica Total de categorías	Clasificación semántica Promedio animales totales	Clasificación semántica Puntuación total	Fluidez verbal Aciertos	Fluidez verbal Perseveraciones	Torre de Hanoi 3 discos Total de movimientos	Torre de Hanoi 3 discos Tiempo	Torre de Hanoi 4 discos Total de movimientos	Torre de Hanoi 4 discos Tiempo	Clasificación semántica Total categorías abstractas	Refranes Tiempo	Refranes Aciertos	Metamemoria Errores negativos		Metamemoria Errores positivos	
19																					19	
18																						18
17																						17
16																						16
15																						15
14																						14
13																						13
12																						12
11			*	*	*																	11
10	●	●																				10
9	●	●		*	*																	9
8			*																			8
7																						7
6																						6
5																						5
4																						4
3																						3
2																						2
1																						1

grupo A ● y el grupo B ●, y diferencias estadísticamente significativas \*

NORMAL ALTO

NORMAL

LEVE-MODERADO

SEVERO

## **DISCUSIÓN**

Las predicciones previamente planteadas respecto del efecto de las funciones ejecutivas sobre la habilidad para resolver problemas matemáticos fueron parcialmente comprobadas. Si bien se observó que el desempeño general en las funciones ejecutivas está asociado con la habilidad para resolver problemas matemáticos, no fueron encontradas diferencias en las funciones básicas ni en las metafunciones entre los estudiantes de alta y baja habilidad para resolver problemas matemáticos.

Respecto a las predicciones que fueron planteadas para determinar las diferencias en el desempeño de las funciones ejecutivas entre los estudiantes con alta y baja habilidad para resolver problemas matemáticos fueron también parcialmente comprobadas. No fueron encontradas diferencias en la ejecución de los procesos de control inhibitorio ni en la detección de selecciones de riesgo, funciones asociadas a la corteza frontomedial. El desempeño de los estudiantes de ambos grupos es muy similar por lo tanto no es posible determinar la influencia de estas funciones en el proceso de resolución de problemas matemáticos. Si bien ha sido reportado que sujetos a quienes se les complica resolver problemas de aritmética presentan un déficit en el control inhibitorio (Passolunghi & Siegel, 2001), los hallazgos de esta investigación indican que los estudiantes con baja habilidad para resolver problemas matemáticos no presentan respuestas impulsivas, inhiben los estímulos y controlan adecuadamente sus movimientos. Por lo que es deducible que logran identificar el objetivo del problema, mantener su atención en la tarea además de regular su conducta, pensamientos y emociones expresadas en actitudes hacia las matemáticas basándose en el riesgo o el beneficio que implica el cumplir con el objetivo del problema.

En investigaciones anteriores han sido considerados los déficits de memoria de trabajo como un predictor de dificultades para resolver problemas matemáticos (Bull & Scerif, 2001; Lee, Lynn, & Fong, 2009), por lo que los resultados obtenidos en las pruebas que evalúan la memoria de trabajo eran previsibles, es decir, los estudiantes con baja habilidad para resolver problemas matemáticos presentaron dificultades para mantener información en la memoria a corto plazo mientras era manipulada de forma mental. Esto sugiere que la memoria de trabajo puede estar influyendo en los procesos de resolución de problemas como en el ordenamiento de los datos y su manipulación mental.

Otra diferencia importante en el desempeño de los estudiantes es la capacidad para cambiar la estrategia elegida cuando ésta deja de ser exitosa. Los estudiantes del grupo con baja habilidad para resolver problemas matemáticos presentan conflictos para identificar las características que comparten sus aciertos, manifestando los pocos recursos que los sujetos son capaces de emplear para generar diferentes alternativas de solución a las situaciones a las que se enfrentan. También les es difícil cambiar sus esquemas de acción cuando las condiciones cambian, produciendo la perseveración en el error, lo que les evita encontrar nuevos caminos por lo que suelen aferrarse al plan mental prefijado. Estos déficits afectan la comprensión del problema, dificultando la planeación de una adecuada estrategia para resolverlo. También puede estar provocando que los estudiantes abandonen la tarea, lo que explicaría porque en la Prueba de Resolución de Problemas tienen tanto problemas sin resolver como respuestas incorrectas. Zaldívar (2005) encontró en su estudio que los estudiantes que presentaban mayor rigidez mental tendían a renunciar fácilmente y evitaban los problemas más complejos de física.

Como se puede observar, en el presente estudio al igual que el de Mayer y Hegarty (1996), fueron encontrados déficits en memoria de trabajo y flexibilidad cognitiva. Estos autores consideran que dichas funciones junto al control inhibitorio son los procesos más importantes para la representación mental de los problemas matemáticos ya que son las habilidades requeridas para extraer información de la oración e integrarla a los conocimientos preexistentes y así establecer un modelo conceptual del problema. Por lo tanto es posible deducir que los conflictos a los cuales se están enfrentando los estudiantes al resolver un problema matemático se ubiquen en el análisis de la información, en la confrontación de los datos y en la construcción de los esquemas de resolución a los problemas.

En las funciones restantes de la corteza dorsolateral, el desempeño de los estudiantes en fluidez verbal, productividad y planeación no son diferentes entre los grupos. Tampoco han sido encontradas diferencias en la ejecución de los procesos de abstracción ni autoevaluación, las funciones asociadas a la corteza prefrontal anterior. El desempeño de los estudiantes de ambos grupos es muy similar por lo que tampoco es posible determinar la influencia de estas funciones en el proceso de resolución de problemas matemáticos. Si bien es sabido que las metafunciones influyen en otros procesos de menor orden jerárquico como el control atencional, la resolución de conflictos, la corrección de errores, el control inhibitorio y la regulación emocional

(Shimamura, 2000), los hallazgos de esta investigación indican que los estudiantes con baja habilidad para resolver problemas matemáticos no presentan problemas en el monitoreo metacognitivo ni en la comprensión del sentido figurado. Por lo tanto los estudiantes con baja habilidad para resolver problemas matemáticos podrían planear paso a paso la solución del problema, resolverlo y verificarlo si ellos lograran formar la representación mental del problema para diseñar el esquema de acción tal y como lo hacen los estudiantes con alta habilidad para resolver problemas matemáticos.

Estos hallazgos también reafirman que las funciones ejecutivas están conformadas por numerosos procesos independientes sin embargo el déficit en alguna función también podría afectar a los procesos con los cuales se encuentra involucrado, aun manteniéndose intactos los demás.

Ante los hallazgos obtenidos surge una pregunta clave: ¿Por qué los estudiantes con baja habilidad para resolver problemas matemáticos presentan un desempeño menor en flexibilidad mental y en las memorias de trabajo verbal y visoespacial?

El desarrollo de cada una de las funciones ejecutivas comprende diversas etapas a lo largo de la vida del ser humano. La capacidad de memoria de trabajo visoespacial alcanza su máximo desempeño a partir de los 12 años de edad (Luciana & Nelson, 2002), mientras que la capacidad de retención de dígitos y el ordenamiento alfabético están presentes desde los 8 años de edad, pero no es hasta los 13 años que los sujetos son completamente capaces de mantener y manipular mentalmente mayor información (Diamond, Kirkham, & Amso, 2002). La flexibilidad mental se desarrolla de forma gradual durante la infancia y alcanza su máximo desempeño alrededor de los 12 años (Anderson, Anderson, Northam, Jacobs, & Catropa, 2001). Los procesos de maduración comprenden una multiplicidad de elementos tales como la mielinización, el crecimiento dendrítico, el crecimiento celular, el establecimiento de nuevas rutas sinápticas y la activación de sistemas neuroquímicos (Luria, 1986). La mielinización se considera un proceso madurativo que abarca toda la vida del ser humano, se cree que es el resultado de los procesos de aprendizaje que involucra la cognición y la adaptación emocional en referencia a los requerimientos del medio ambiente (Dawson, 1994). Dado que en la población estudiada no hay registro de patologías previas o de daño cerebral, para poder explicar las diferencias en el bajo desempeño de los estudiantes con baja habilidad para resolver problemas matemáticos es posible recurrir a Vygotsky (1934-1978), quien

desarrolló el concepto de organización extracortical de las funciones mentales superiores para explicar cómo los factores biológicos y culturales interaccionan con el desarrollo de la cognición humana. La idea fundamental de Vigotsky es que las formas de cognición superiores dependen del lenguaje y todas sus expresiones (escritura, lectura, matemáticas, dibujo, etc.) las cuales son desarrolladas culturalmente (normas sociales, tradiciones culturales, religión, etc.). El demorado proceso de maduración de la corteza prefrontal confiere una mayor influencia al entorno para moldear las redes neuronales que sustentarán el funcionamiento ejecutivo. A medida que el cerebro va madurando, el ser humano muestra mayor capacidad para enfrentarse a situaciones novedosas así que la falta de estimulación temprana en el desarrollo ejecutivo origina una cascada de consecuencias a corto, medio y largo plazo (García-Molina, Enseñat-Cantallops, Tirapu-Ustárróz, & Roig-Rovira, 2009). Por lo tanto, es posible que los déficits en estas funciones se hayan producido en edades tempranas, debido a la falta de estimulación de su ambiente social; y que actualmente manifieste su impacto no sólo en los procesos de resolución de problemas matemáticos sino en sus actividades diarias en las cuales se requiere hacer uso de sus habilidades cognitivas, emocionales y conductuales.

---

---

## CONCLUSIONES

La estadística es utilizada en psicología para realizar el análisis y la interpretación de los fenómenos psicológicos que pueden ser representados numéricamente, a través de cualquier nivel de medición: nominal, ordinal o escalar. El análisis y la interpretación se requieren al resolver un problema matemático. Por esta razón, como se ha planteado en este estudio, era de esperarse que los estudiantes con mayor posibilidad de éxito en la asignatura de estadística puedan ser quienes presenten mayores habilidades de las funciones ejecutivas. Porque son quienes demuestran tener la capacidad de seleccionar la información necesaria para ser manipulada y así generar una nueva idea en la cual han visualizado y anticipado el resultado final previo a su ejecución.

El estudio realizado en este trabajo de titulación es de carácter correlacionar por lo que sólo permite establecer relación entre los resultados obtenidos por los estudiantes, con los cuales se han hecho conjeturas sobre la dinámica de los procesos intelectuales. Sin embargo no fue realizada una exploración directa sobre cada uno de los procesos de resolución con los cuales se podrían hacer aseveraciones y no sólo suposiciones. Por ello, podemos aconsejar para el desarrollo de futuras investigaciones trabajen con el método de Luria y Tsvetkova (1981), *Análisis de la resolución de problemas aritméticos simples* desarrollado en el trabajo con el nombre de *La resolución de problemas y sus trastornos*. A pesar de que este trabajo se realizó con el sustento teórico de esta obra, fue utilizado el método de *logro-no logro* de la tarea, el cual cumplía con el criterio de medir las habilidad para resolver problemas matematicos.

Posiblemente la solución al bajo desempeño en materias asociadas al razonamiento lógico y la habilidad en la manipulación de información numérica (física, matemáticas y química) sea el reentrenamiento neuronal, en el cual se realicen tareas de organización cognitiva como las que ofrece la resolución de problemas. Akhutina (1997) ha desarrollado y adaptado el modelo de Luria para la rehabilitación de sujetos con dificultades o alteraciones en el desarrollo de procesos psicológicos y cognitivos que dependen de la corteza prefrontal. Este sistema de trabajo se basa en el concepto de *internalización de las funciones*, donde se les enseñe a los sujetos a resolver de modo organizado el problema, a través de un programa lógico de operaciones relacionadas entre sí: identificar y mantener la información más relevante (datos del problema) basada en la interpretación de la pregunta que define al problema (objetivo). Formulación de

hipótesis de aspectos flexibles basadas en la recuperación de anteriores aprendizajes (estrategia) con los cuales puedan anticipar el resultado el cual ayude a la identificación de posibles errores (verificación).

Este reentrenamiento requiere de la ayuda que se proporciona por medio de la regulación verbal. Principalmente durante la adquisición de un nuevo aprendizaje o en temas complicados.

Por ejemplo, es común que los profesores tengan un ejercicio muestra, el cual resuelven para mostrarles a los alumnos como resolverlo con el tema que están tratando, mientras los profesores lo explican algunos de los alumnos pueden estar distraídos, copiando lo que hay en el pizarrón o haciendo otra cosa, sólo unos cuantos escuchan lo que el profesor dice y entienden lo que hace. Para evitarlo se propone que el maestro se asegure que todos los estudiantes tienen el problema a resolver y que lo lean una vez en voz alta y otra en silencio. Después el profesor explica de forma clara cuál es el objetivo del problema y por qué, es decir, ordena los datos y les muestra en base a ellos la formación del objetivo. Seguro de que ha quedado claro el objetivo procede a explicar el procedimiento de resolución paso a paso mientras él lo realiza. Tiene que asegurarse que el grupo de estudiantes lo siga y aclarar las dudas que hayan surgido. Posteriormente puede recurrir a la sustitución de datos para verificar los resultados o cualquier otro método que sirva al propósito. Una vez que todos hayan terminado se borra el ejercicio del pizarrón, se deja que pase unos minutos y se les pide resuelvan ellos solos el mismo ejercicio sin ayuda y sin regulación verbal.

Nota: Si el ejercicio tiene más de una forma de resolución comience con el método más difícil y vaya disminuyendo la dificultad de ser necesario.

También será importante la estimulación que se pueda dar de forma externa a los estudiantes incitándolos a nuevos retos para que se enfrenten a situaciones novedosas en las cuales tengan que recurrir a las funciones frontales y ejecutivas. Por ejemplo la observación de fenómenos psicológicos sociales, la identificación del problema y el origen de éste, las posibles soluciones y las maneras de llevarlos a cabo. También pueden realizar lecturas que muestren alguna clase de conflicto y cómo ha sido resuelto.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Abel, C., Stein, G., Arakaki, T., Mancuso, M., Nano, G., Garretto, N., & Sica, R. (2007). Evaluación de la aptitud en la toma de decisiones en pacientes con daño subcortical degenerativo de ganglios basales y cerebelo: enfermedad de Parkinson, enfermedad de Huntington y enfermedad cerebelosa degenerativa pura. *Revista Neurológica Argentina*, 32 (1), 20-34.
- Aguilar, V. M., Navarro, G. J., López, P. J., & Alcalde, C. C. (2002). Pensamiento formal y resolución de problemas matemáticos. *Psicothema*, 14 (2), 382-386.
- Akay, H., & Boz, N. (2010). The effect of problem posing oriented analyses-II course on the attitudes toward mathematics and mathematics self-efficacy of elementary prospective mathematics teachers. *Australian Journal of Teacher Education*, 35 (1), 58-75.
- Akhutina, T.V. (1997). The remediation of executive functions in children with cognitive disorders: The Vigotsky-Luria neuropsychological approach. *Journal of intellectual disabilities*, 41 (2), 144-151.
- Alonso, T. J. (1991). *Motivación y aprendizaje en el aula*. Madrid: Santillana.
- Anderson, V., Anderson, P., Northam, P., Jacobs, R., & Catropa, C. (2001). Development of executive functions through late childhood and adolescence in Australian Sample. *Developmental Neuropsychology*, 8 (4), 231-240.
- Ansari, D. (2010). Neurocognitive approaches to developmental disorders of numerical and mathematical cognition: The perils of neglecting the role of development. *Learning and Individual Differences*, 20 (1), 123-129.
- Antell, S. E., & Keating, D. P. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, 54 (1), 695-701.
- Arango, L. J., & Parra, R. M. (2008). Rehabilitación de las Funciones ejecutivas en caso de patología cerebral. *Revista Neuropsicología, Neuropsiquiatría y Neurociencias*, 8 (1), 159-178.
- Ardila, A. (1993). On the origins of calculation abilities. *Behavioural Neurology*, 6 (2): 89-98.
- Ardila, A., & Ostrosky-Solís, F. (2008). Desarrollo histórico de las funciones ejecutivas. *Revista Neuropsicología, Neuropsiquiatría y Neurociencias*, 8 (1), 1-21.
- Ardila, A., & Rosselli, M. (2002). Acalculia and dyscalculia. *Neuropsychology Review*, Vol. 12, No. 4, December 2002, 12 (4), 179-231.

- Ardila, A., & Surloff, C. (2007). Dysexecutive syndromes . *MedLink Neurology*, <http://www.medlink.com/medlinkcontent.asp>.
- Aronen, E. T., Vuontela, V., Steenari, M.-R., Salmi, J., & Carlson, S. (2005). Working memory, psychiatric symptoms, and academic performance at school. *Neurobiology of Learning and Memory*, 83 (1), 33-42.
- Arteaga, D. G., & Quebradas, A. D. (2010). Funciones ejecutivas y marcadores somáticos: apuestas, razón y emociones. *El hombre y la maquina*, 34 (1), 115-129.
- Baddeley, A. (2003). Working memory: looking back and looking forward. *Nature Reviews Neuroscience*, 10 (4), 829-839.
- Barceló, M. E., Lewis, H. S., & Moreno, T. M. (2006). Funciones ejecutivas en estudiantes universitarios que peresentan bajo y alto rendimiento académico. *Psicología desde el caribe*, 18 (12), 109-138.
- Barroso y Martín, J., & León-Carrión, J. (2002). Funciones ejecutivas: control, planificación y organización del conocimiento. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 55 (1), 27-44.
- Bechara, A., Damasio, H., & Damasio, A. R. (2000). Emotion, decision making and the orbitofrontal cortex. *Cerebral Cortex Mar*;, 10 (3), 295–307.
- Blakemore, S.-J., & Choudhury, S. (2006). Development of the adolescent brain: implications for executive function and social cognition. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 47 (3), 296–312.
- Blanco, R., Villa, S., Núñez, V., Rico, B. L., Vidal, J., & Puente, E. V. (2006). Sintomatología obsesivo-paranoide en un caso de patología vascular diencefálica y frontobasal. *Revista Española de Neuropsicología*, 8 (1-2), 29-42.
- Boyer, C. B. (1991). *Historia de la matemática*. México: Alianza.
- Bull, R., & Scerif, G. (2001). Executive functioning as a predictor of children's mathematics ability: Inhibition, shifting and working memory. *Developmental Neuropsychology*, 19(3), 273-293.
- Bull, R., Johnson, R. S., & Roy, J. A. (1999). Exploring the roles of the visuo-spatial sketchpad and central executive in children's arithmetical skills: Views from cognition and developmental neuropsychology. *Developmental Neuropsychology*, 15 (3), 421-442.
- Burgess, P., & Robertson, I. (2002). *En Stuss, D. y Knight, R. Principles of the rehabilitation of frontal lobe function*. New York: Oxford University Press.: Principles of Frontal Lobe Function.

- Burraco, A. B. (2009). *Genes y lenguaje: Aspectos ontogenéticos, filogenéticos y cognitivos*. Barcelona: Reverté.
- Butterworth, B. (2002). *The mathematical brain*. London: MacMillan.
- Casey, B., Giedd, J., & Thomas, K. (2000). Structural and functional brain development and its relationship to cognitive development. *Biological Psychology*, 54 (1), 241-257.
- Chiu, M. M., & Xihua, Z. (2008). Family and motivation effects on mathematics achievement: Analyses of students in 41 countries. *Learning and Instruction*, 18 (4), 321–336.
- Chomsky, N. (2002). *Syntactic Structures (8va. ed.)*. Berlin: Mouton de Gruyter.
- Cobb, P., & Hodge, L. L. (2011). Culture, identity, and equity in the mathematics classroom. *Mathematics Education*, 48 (5), 179-195.
- Cohen, R. (1993). *The neuropsychology of attention*. EUA: Plenum Press.
- Damasio, A. R. (1996). The somatic marker hypothesis and the possible functions of the prefrontal cortex. *The Royal Society*, 351 (1), 1413-1420.
- Dawson, G. (1994). *Development of emotional expression and emotion regulation in infancy: contribution of the frontal lobe*. In Dawson, G. y Fisher, K.W. (Eds.) *Human behavior and the developing*. Nueva York: The Guildford Press.
- Dawson, P., & Guare, R. (2010). *Executive Skills in children and adolescents: a practical guide to assessment and intervention (2nd. ed.)*. New York: The Guilford Press.
- Dehaene, S. (1999). *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*. New York: Oxford University Press.
- Diamond, A., Kirkham, N., & Amso, D. (2002). Conditions under which young children can hold two rules in mind and inhibit a prepotent response. *Developmental Psychology*, 38 (3), 352-362.
- Díaz, A. F., & García, G. J. (2004). *Evaluación Criterial Del área de Matemáticas*. Barcelona: PRAXIS.
- Díaz, A. F., & García, G. J. (2004). *Evaluación criterial del área de matemáticas: un modelo para la educación primaria*. Barcelona: PRAXIS.
- Díaz, G. F., Cantillo, K., & Polo, A. (2000). Relación entre el nivel de pensamiento y el estilo cognitivo dependencia-independencia de campo en estudiantes universitarios. *Psicología desde el Caribe*, 5 (1), 176-196.

- Elliott, R., Dolan, R. J., & Frith, C. D. (2000). Dissociable functions in the medical and lateral orbitofrontal cortex: Evidence from human neuroimaging studies. *Cerebral Cortex*, 10 (3), 308-317.
- Else-Quest, N. M., Shibley, H. J., & Linn, M. C. (2010). Cross-National Patterns of Gender Differences in Mathematics: A Meta-Analysis. *Psychological Bulletin*, 136 (1), 103–127.
- ENLACE/SEP. (2011). Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares. Educación Media Superior. *Sitio desarrollado por el Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa*.
- Estévez, G. A., García, S. C., & Barraquer, B. L. (2000). Los lóbulos frontales: el cerebro ejecutivo. *Revista de Neurología*, 31 (6), 566-577.
- Fernandez-Duque, D., Baird, J. A., & Posner, M. I. (2000). Executive attention and metacognitive regulation. *Consciousness and Cognition*, 9 (2), 288-307.
- Flores, L. J. (2006). *Neuropsicología de lóbulos frontales*. Villahermosa, Tab.: Universidad Juárez Autónoma de Tabasco.
- Flores, L. J., & Ostrosky-Solís, F. (2008). Neuropsicología de Lóbulos Frontales, Funciones Ejecutivas y Conducta Humana. *Revista Neuropsicología, Neuropsiquiatría y Neurociencias*, 8 (1), 47-58.
- Flores, L. J., Ostrosky-Solís, F., & Lozano, A. (2008). Batería de Funciones Frontales y Ejecutivas: Presentación. *Revista Neuropsicología, Neuropsiquiatría y Neurociencias*, 8 (1), 141-158.
- Flores-Lázaro, J. C., & Feggy, O.-S. (2012). *Desarrollo neuropsicológico de lóbulos frontales y funciones ejecutivas*. México, DF: Manual Moderno.
- Freides, D. (2009). *Trastornos del desarrollo: un enfoque neuropsicológico* (3ra. ed.) Barcelona: Ariel.
- Fuster, J. M. (2002). Frontal lobe and cognitive development. *Journal of Neurocytology*, 31(3-5), 373–385.
- Galletti, C., Kutz, D. F., Gamberini, M., Breveglieri, R., & Fattori, P. (2003). Role of the medial parieto-occipital cortex in the control of reaching and grasping movements. *Experimental Brain Research*, 153 (1), 158–170.
- García-Molina, A., Enseñat-Cantalops, A., Tirapu-Ustárriz, J., & Roig-Rovira, T. (2009). Maduración de la corteza prefrontal y desarrollo de las funciones ejecutivas durante los primeros cinco años de vida. *Revista de Neurología*, 48 (8), 435-440.
- Garofalo, J., & Lester, F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(3), 163-176.

- Goldberg, E. (2001). *The executive brain, frontal lobes and the civilized mind*. New York: Oxford University Press.
- González-Pianda, J. A., Núñez, J. C., Álvarez, L., González-Pumariega, S., Roces, C., González, P., Bernardo, A. (2002). Inducción parental a la autorregulación, autoconcepto y rendimiento académico. *Psicothema*, 14 (4), 853-860.
- Gullick, M. M., Sprute, L. A., & Temple, E. (2011). Individual differences in working memory, nonverbal IQ, and mathematics achievement and brain mechanisms associated with symbolic and nonsymbolic number processing. *Learning and Individual Differences*, 21 (6), 644–654.
- Hannula, M. S. (2002). Attitude towards mathematics: emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics*, 49 (1), 25-46.
- Jacobovich, S. (2006). Modelos actuales del procesamiento del número y el cálculo. *Revista Argentina de Neuropsicología*, 7 (1), 21-31.
- Kikyo, H., Ohki, K., & Miyashita, Y. (2002). Neural Correlates for Feeling-of-Knowing: An fMRI Parametric Analysis. *Neuron*, 36 (1), 177-186.
- Koechlin, E., Basso, G., Pietrini, P., Panzer, S., & Grafman, J. (2000). The role of the anterior prefrontal cortex in human cognition. *Nature*, 399 (1), 148-151.
- Kolb, B., & Whishaw, I. Q. (2003). *Fundamentals of human neuropsychology*. Nueva York: Worth Publishers.
- Langer, J. (1986). *The Origins of Logic: One to Two Years*. Academic Press: New York.
- Laterjet, R. L. (2004). *Anatomía humana (4ta. Ed.)*. Buenos Aires: Editorial Medica Panamericana.
- Lee, K., Lim, Z. Y., Yeong, S. H., Ng, S. F., Venkatraman, V., & Chee, M. W. (2007). Strategic differences in algebraic problem solving: Neuroanatomical correlates. *Brain Research*, 4 (1), 163-171.
- Lee, K., Lynn, E., & Fong, S. (2009). The Contributions of Working Memory and Executive Functioning to Problem Representation and Solution Generation in Algebraic Word Problems. *Journal of Educational Psychology*, 101 (2), 373–387.
- Lesh, R., & Zawojewski, J. S. (2007). "Problem solving and modeling", en F. Lester, *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning (2da. ed.)*. Greenwich: Information Age Publishing.
- Lezak, M. D., Howieson, D. B., & Loring, D. W. (2004). *Neuropsychological assessment (4th ed.)*. Oxford New York: Oxford University Press, Inc.

- López, B. P. (2010). *Terapia Ocupacional aplicada al Daño Cerebral Adquirido*. México, DF: Ed. Médica Panamericana.
- Luciana, M., & Nelson, C. A. (2002). Assessment of neuropsychological function through use of the Cambridge neuropsychological testing automated battery: performance in 4 to 12 years old children. *Developmental Neuropsychology*, 22 (3), 595-624.
- Luria, A. R. (1984). *El cerebro humano y los procesos psíquicos*. Madrid: Roca
- Luria, A. R. (1986). *Las funciones corticales superiores del hombre*. México: Fontamara.
- Luria, A. R., & Tsvetkova, L. S. (1981). *La resolución de problemas y sus trastornos*. Barcelona: Editorial Fontanella.
- Malkova, L., Bachevalier, J., Webster, M., & Mishkin, M. (2000). Effects of neonatal inferior prefrontal and medial temporal lesions on learning the rule for delayed nonmatching-to-sample. *Developmental neuropsychology*, 18 (3), 399-421.
- Malo, C. M. (2004). *Epilepsia: Aspectos clínicos y psicosociales*. México. D.F: Ed. Médica Panamericana.
- Maril, A., Simons, J. S., Mitchell, J. P., Schwartz, B. L., & Schacter, D. L. (2003). Feeling-of-knowing in episodic memory: an event-related fMRI study. *NeuroImage*, 18 (4), 827-836.
- Mayer, R. E. (1991). *Thinking, problem solving, cognition*. New York: Freeman.
- Mayer, R., & Hegarty, M. (1996). *The process of understanding mathematical problems*. In: Sternberg, R.J., Ben-Zeev, T. (Eds.), *The Nature of Mathematical Thinking*. Lawrence Erlbaum Associates Inc. NJ, England: Hillsdale, 29-53.
- Miller, E. K., & Cohen, J. D. (2001). An integrative theory of prefrontal cortex function. *Annual Review of Neuroscience*, 24 (1), 167-202.
- Mitchell, R. L., & Phillips, L. H. (2007). The psychological, neurochemical and functional neuroanatomical mediators of the effects of positive and negative mood on executive functions. *Neuropsychologia*, 45(4), 617-629.
- Najul, R., & Witzke, M. E. (2008). Funciones ejecutivas y desarrollo humano y comunitario. *Kaleidoscopio*, 5 (9), 58-74.
- Orozco, M. C., & Díaz, M. Á. (septiembre de 2009). Atribuciones de la motivación al logro y sus implicaciones en la formación del pensamiento lógico-matemático en la universidad. *INTERCIENCIA*, 34 (9), 630-636.
- Passolunghi, M. C., & Siegel, L. S. (2001). Short-term memory, working memory, and inhibitory control in children with difficulties in arithmetic problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology*, 80 (1), 44-57.

- Penalva, M. C., Posadas, J. A., & Roig, A. I. (2010). Resolución y planteamiento de problemas: Contextos para el aprendizaje de la probabilidad. *Educación Matemática*, 22(3), 23-54.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (2007). *Psicología del niño (17ma. Ed.)*. Madrid: Ediciones Morata.
- Pineda, D. (2000). Las funciones ejecutivas y sus trastornos. *Revista de Neurología*, 30 (8), 764-768.
- Pineda, D. A., Merchán, V., Rosselli, M., & Ardila, A. (2000). Estructura factorial de la función ejecutiva en estudiantes universitarios jóvenes. *Revista de Neurología*, 31 (12), 1112-1118.
- Pineda, D., & Merchan, V. (2003). Executive Function in young colombian adults. *International Journal of Neuroscience*, 113 (1), 397-410.
- Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in Low-Income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development*, March/April, Volume, 79 (2), 375 – 394.
- Rebollo, M. A., & Rodríguez, A. L. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista de Neurología*, 42 (2), 135-138.
- Rolls, E. T. (2000). The orbitofrontal cortex and reward. *Cerebral Cortex*, 10 (3), 284-294.
- Rolls, E. T., & Grabenhorst, F. (2008). The orbitofrontal cortex and beyond: From affect to decision-making. *Progress in Neurobiology*, 86 (1), 216–244.
- Rosselli, M., Jurado, M. B., & Matute, E. (2008). Las funciones ejecutivas a través de la vida. *Revista de Neuropsicología, Neuropsiquiatría y Neurociencias*, 8(1), 23-46.
- Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Baptista, Ma. P. (2010). *Metodología de la investigación*. (5ª ed.). México: McGraw-Hill.
- Shimamura, A. P. (2000). Toward a Cognitive Neuroscience of Metacognition. *Consciousness and Cognition*, 9 (1), 313–323.
- Smith, M. L., Kates, M. H., & Vriezen, E. R. (1992). *The development of frontal-lobe functions*. En Segalowitz, S.J & Rapin, I. *Handbook of Neuropsychology*, 7 (Child Neuropsychology), 309-330. Amsterdam: Elsevier Science Publishers B.V.
- Sohlberg, M. M., & Mateer, C. A. (1989). Training use of compensatory memory books: a three stage behavioral approach. *Journal of Clinical Experimental Neuropsychology*, 11 (1), 871-891.
- Soprano, A. M. (2003). Evaluación de las funciones ejecutivas en el niño. *Revista de Neurología*, 37 (1), 44-50.

- 
- 
- Soriano, M. C., Guillazo, B. G., Redolar, R. D., Torras, G. M., & Vale, M. A. (2007). *Fundamentos de neurociencia*. Barcelona: UOC.
- Starkey, P., & Cooper, R. G. (1980). Perception of Numbers by Human Infants. *Science*, 210 (4473), 1033-1035.
- Stelzer, F., Cervigni, M. A., & Martino, P. (2011). Desarrollo de las funciones ejecutivas en niños preescolares: una revisión de algunos de sus factores moduladores. *LIBERABIT*, 17(1), 93-100.
- Strack, F., & Deutsch, R. (2004). Reflective and impulsive determinants of social behavior. *Personality and Social Psychology Review*, 8 (3), 220-247.
- Stuss, D. T., & Alexander, M. P. (2000). Executive functions and the frontal lobes: a conceptual view. *Psychological Research*, 63 (1), 289-298.
- Stuss, D. T., & Levine, B. (2002). Adult clinical Neuropsychology: Lessons from Studies of the Frontal Lobes. *Annual Review Psychology*, 53 (1), 401–33.
- Tirapu-Ustárroz, J., & Luna-Lario, P. (2008). Neuropsicología de las funciones ejecutivas. En J. Tirapu-Ustárroz, M. Ríos-Lago, & F. Maestú, *Manual de neuropsicología* (págs. 221-256). España: Viguera Editores.
- Torff, B., & Tirota, R. (2010). Interactive whiteboards produce small gains in elementary students' self-reported motivation in mathematics. *Computers & Education*, 54 (2), 379–383.
- Zaldívar, C. M., Sosa, O. Y., & López, T. J. (2005). Definición de la flexibilidad del pensamiento desde la enseñanza. *Revista Iberoamericana de Educación*, 37 (4), 1-4.

# **ANEXOS**

## ANEXO I. Protocolo de aplicación de la BANFE

ÁREA	SUB-PRUEBA	PUNTUACIÓN	
		NATURAL	CODIFICADA
ORBITOMEDIAL	Laberintos. Atravesar (codificado).		
	Prueba de Juego. Porcentaje de cartas de riesgo (codificado).		
	Prueba de Juego. Puntuación total (codificado).		
	Stroop forma "A". Errores tipo Stroop (codificado).		
	Stroop forma "A". Tiempo (codificado).		
	Stroop forma "A". Aciertos.		
	Stroop forma "B". Errores tipo Stroop (codificado).		
	Stroop forma "B". Tiempo (codificado).		
	Stroop forma "B". Aciertos.		
Clasificación de cartas. Errores de mantenimiento (codificado).			
<b>SUBTOTAL</b>			
PREFRONTAL ANTERIOR	Clasificación semántica. Total de categorías abstractas (codificado).		
	Refranes. Tiempo (codificado).		
	Refranes. Aciertos.		
	Metamemoria. Errores negativos (codificado).		
	Metamemoria. Errores positivos (codificado).		
	<b>SUBTOTAL</b>		
	Señalamiento autodirigido. Perseveraciones (codificado).		
	Señalamiento autodirigido. Tiempo (codificado).		
	Señalamiento autodirigido. Aciertos.		
	Restas. 40-3. Tiempo (codificado).		
	Restas. 40-3. Aciertos.		
	Restas. 100-7. Tiempo (codificado).		
	Restas. 100-7. Aciertos.		
	Suma. Tiempo (codificado).		
	Suma. Aciertos.		
	Ordenamiento alfabético. Número de ensayo 1 (codificado).		
	Ordenamiento alfabético. Número de ensayo 2 (codificado).		
Ordenamiento alfabético. Número de ensayo 3 (codificado).			
Memoria visoespacial. Nivel máximo.			
Memoria visoespacial. Perseveraciones (codificado).			
Memoria visoespacial. Errores de orden (codificado).			
<b>SUBTOTAL</b>			
DORSOLATERAL. FUNCIONES EJECUTIVAS	Laberintos. Planeación (codificado).		
	Laberintos. Tiempo (codificado).		
	Clasificación de cartas. Aciertos.		
	Clasificación de cartas. Perseveraciones (codificado).		
	Clasificación de cartas. Perseveraciones de criterio (codificado).		
	Clasificación de cartas. Tiempo (codificado).		
	Clasificación semántica. Total de categorías (codificado).		
	Clasificación semántica. Promedio animales (codificado).		
	Clasificación semántica. Puntaje total (codificado).		
	Fluidez verbal de verbos. Total (codificado).		
	Fluidez verbal de verbos. Perseveraciones (codificado).		
	Torre de Hanoi 3 fichas. Movimientos (codificado).		
	Torre de Hanoi 3 fichas. Tiempo (codificado).		
Torre de Hanoi 4 fichas. Movimientos (codificado).			
Torre de Hanoi 4 fichas. Tiempo (codificado).			
<b>SUBTOTAL</b>			

PUNTUACIONES TOTALES	PUNTUACIÓN NATURAL	PUNTUACIÓN NORMALIZADA	DIAGNÓSTICO
Total orbitomedial			
Total dorsolateral			
Total prefrontal anterior			
Total Batería de Funciones Ejecutivas			



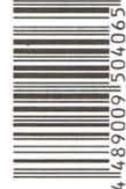
PERFIL DE 16-30 AÑOS ESCOLARIDAD 10-24 AÑOS  
(continuación)

Puntuación normalizada	ANTERIOR										ORBITOMEDIAL										
	Clasificación semántica	Total categorías abstractas	Refranes	Refranes	Refranes	Metamemoria	Metamemoria	Metamemoria	Errores positivos	Errores negativos											
19																					
18																					
17																					
16																					
15																					
14																					
13																					
12																					
11																					
10																					
9																					
8																					
7																					
6																					
5																					
4																					
3																					
2																					
1																					

Grado de alteración de las funciones cognitivas:

NORMAL ALTO   
  NORMAL   
  LEVE-MODERADO   
  SEVERO

MP 95-4.6



No 134953

### ANEXO III.

#### Prueba de resolución de problemas matemáticos (PRP)

Nombre: \_\_\_\_\_

Instrucciones: *Intenta resolver estos problemas. Puedes ayudarte de calculadora, dibujos, pensar en otros problemas parecidos, etc.*

1. Ana y Juan fueron de visita a una granja en la que había gallinas y conejos. Juan observó que había en total 19 cabezas, mientras que Ana dijo que en total había 60 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos había en la granja que visitaron? **Gallinas** \_\_\_\_\_ **Conejos** \_\_\_\_\_

2. ¿Puedes encontrar dos números enteros positivos A y B que al multiplicarlos dé un millón y ninguno de los dos números tenga un cero? ¿Es este par de números único o hay otros pares diferentes?  
**A** \_\_\_\_\_ **B** \_\_\_\_\_

3. Se tiene una cuerda grande que mide 240 cm. Hay que partir la cuerda en 3 trozos A, B y C. A debe ser 3 veces más largo que B. C debe ser 4 veces más largo que B. ¿Cuál es la longitud de cada uno de los trozos?  
**A** \_\_\_\_\_ **cm** **B** \_\_\_\_\_ **cm** **C** \_\_\_\_\_ **cm**

4. Juan y Sebastián van a una tienda de «Todo a 10», pero no saben qué comprar, el vendedor le dice a Sebastián: «Tú tienes 13 pesos, tú puedes comprar una bolsita de canicas y un paquete de petardos»; a Juan: «Tú tienes 25 pesos, te doy una bolsita de canicas y 3 paquetes de petardos». Intenta calcular el precio de un paquete de petardos y de una bolsa de canicas. **Petardos \$** \_\_\_\_\_ **Canicas \$** \_\_\_\_\_

5. Para una fiesta, algunos alumnos de la clase deciden preparar unos panques. Encuentran esta receta en un libro de cocina: «Para cuatro personas, preparar una masa con: 6 huevos, 10 cucharadas de harina, 8 vasos de leche, 20 gramos de mantequilla, 16 gramos de azúcar y 6 cucharaditas de vainilla». Pero como son más, deciden aumentar las cantidades que están indicadas en la receta. Preparan una pasta con: 15 huevos, 25 cucharadas de harina, 20 vasos de leche, 50 gramos de mantequilla, 35 gramos de azúcar y 15 cucharaditas de vainilla. Los panques corren el riesgo de no estar muy buenos porque los alumnos han cometido un pequeño error; ellos no han respetado exactamente la receta. ¿En qué producto se han equivocado los alumnos? ¿Qué cantidad de ese producto tendrían que haber puesto los alumnos para respetar la receta del libro de cocina? **Ingrediente:** \_\_\_\_\_ **Cantidad:** \_\_\_\_\_