



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO.  
FACULTAD DE INGENIERÍA.**

***FACTORES DE SEGURIDAD CALCULADOS A PARTIR DE LA  
CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL DE ELEMENTOS DE  
CONCRETO REFORZADO:  
VIGAS DISEÑADAS POR FLEXIÓN.***

**TESIS  
PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
INGENIERO CIVIL**

**PRESENTA:  
MARCO ANTONIO SANTOS SANTIAGO**

**DIRECTOR DE TESIS:  
DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ**



**MÉXICO 2012**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Este trabajo lo dedico a mis padres:*

*Juana Santiago Pérez*

*Antonio Santos Santiago*

*Porque me han brindado su confianza y apoyo en todo momento, porque son las únicas personas en las que puedo contar incondicionalmente, porque además de su cariño me han dado una carrera universitaria.*

*A Alberto Santos Santiago, porque además de ser mi hermano también es un mi amigo.*

# *Agradecimientos.*

*A la Universidad Nacional Autónoma de México mi alma máter.*

*A la Facultad de Ingeniería, el recinto donde pase los mejores años de mi vida.*

*Al Instituto de Ingeniería por permitir que estudiantes universitarios se involucraran en la actividad de investigación.*

*En particular quiero agradecer a la Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez por brindarme su confianza y apoyo para la elaboración de esta tesis, porque nunca escatimó en tiempo y esfuerzo para corregir y mejorar este trabajo. Por compartir sus conocimientos con las nuevas generaciones de ingenieros.*

*Al M. I. Juan Bojórquez Mora por brindarme su apoyo para la elaboración de esta tesis.*

*A mis sinodales.*

*Ing. Ernesto René Mendoza Sánchez  
M. I. Fernando Mowroy Miranda  
Ing. Marcos Trejo Hernández  
M. I. Miguel Ángel Rodríguez Vega*

*A todos mis profesores de la carrera, porque con sus conocimientos y experiencias sembraron en mi el interés en todas las áreas de la ingeniería civil.*

*Nuevamente quiero agradecer al M. I. Fernando Mowroy Miranda por sus valiosas clases, porque con su pasión hacia el área de las estructuras me motivo a seguir por el mismo camino. Porque ser un ejemplo a seguir.*

*A mis compañeros de la generación 2008, porque con cada una de sus inquietudes me ayudaron a comprender y profundizar en los temas.*

*Al proyecto PAPII7 con clave M10711 titulado "Métodos de análisis sísmico de estructuras con disipadores de energía, incluyendo edificios con conexiones semi-rígidas" por el apoyo económico brindado.*

Contenido	
Introducción .....	7
Capítulo 1. Planteamiento del problema .....	8
Capítulo 2. Comportamiento de elementos sujetos a flexión .....	9
2.1 Mecanismos de falla .....	9
2.2 Hipótesis generales para el análisis de elementos de concreto sujetos a flexión .....	10
2.3 Determinación de la resistencia .....	11
2.3.1 Criterios de diseño establecidos en las NTC-2004 y en el ACI318-11 .....	11
2.4 Concreto de alto desempeño .....	16
2.4.1 Antecedentes .....	16
2.4.2 Determinación de la resistencia de concretos de alto desempeño.....	17
Capítulo 3. Bases sobre seguridad estructural .....	20
3.1 Conceptos básicos.....	20
3.1.1 Estado límite.....	20
3.1.2 Acción o sollicitación .....	20
3.1.3 Resistencia.....	21
3.1.4 Factores de seguridad .....	21
3.2 Confiabilidad estructural .....	22
3.2.1 Probabilidad de falla .....	23
3.3 Índice de confiabilidad $\beta$ .....	24
Capítulo 4. Análisis de confiabilidad.....	26
4.1 Procedimiento de análisis.....	26
4.2. Simulación de la resistencia.....	27
4.3. Simulación de la sollicitación .....	28
Capítulo 5. Casos analizados.....	32
5.1 Propiedades de los materiales.....	32
5.2 Secciones transversales de las vigas.....	32
Capítulo 6. Comparación del índice de confiabilidad $\beta$ para vigas diseñadas con los criterios NTC-2004 y ACI318-11.....	34
6.1. Influencia de la relación de carga .....	34

---

6.2. Influencia de la resistencia a compresión del concreto .....	34
6.3. Influencia del porcentaje de acero .....	35
Capítulo 7. Determinación de los factores de seguridad .....	39
7.1. Casos analizados .....	39
7.2. Resultados de diferentes combinaciones de carga .....	40
Capítulo 8. Conclusiones y recomendaciones .....	45
Referencias .....	46
Anexos .....	48
Anexo 1. Deformación unitaria del concreto de alto desempeño .....	48
Anexo 2. Determinación de la resistencia media a compresión del concreto .....	49
Anexo 3. Valores del índice de confiabilidad $\beta$ para diferentes relaciones de carga .....	52
Anexo. 4. Ejemplo en donde se compara el índice de confiabilidad $\beta$ correspondiente a vigas en donde se usa concreto con resistencia $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$ y con resistencia $f'c=700 \text{ kg/cm}^2$ .....	58

## Introducción

El objetivo de un reglamento de construcción es proporcionar a las estructuras un nivel de seguridad razonable, comportamiento estructural satisfactorio, rentabilidad y funcionalidad adecuada. Para cumplir con esto es necesario especificar requisitos que deben cumplirse en el diseño o revisión de las estructuras. El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF-2004) contiene especificaciones para que las construcciones presenten cierto nivel de seguridad y se apliquen en condiciones muy generales a todo tipo elementos y edificaciones. Para estructuras especiales o muy importantes se recomienda calcular probabilidades explícitas de falla así como los costos de las consecuencias de la falla, y diseñar para el menor costo esperado; sin embargo, dicho cálculo es una tarea complicada.

En el presente estudio se realiza un análisis probabilístico de elementos estructurales diseñados por flexión ante cargas gravitacionales con el fin de encontrar la combinación óptima de carga, de manera que el elemento tenga cierta confiabilidad. Se toma como medida de la seguridad el índice de confiabilidad  $\beta$  (Cornell 1969), el cual se relaciona con la probabilidad de falla (bajo ciertas hipótesis sobre las funciones de distribución de las variables) y no se optimiza con respecto al costo total de los elementos.

Los diseños se hacen de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTC-2004) y los resultados se comparan con los obtenidos a partir de criterios del documento del Instituto Americano del Concreto ACI318-11. Las secciones y materiales que se utilizan son los comúnmente utilizados en la práctica profesional. Una vez que se obtienen los índices de confiabilidad con ambos criterios, se analizan las variables que tienen mayor influencia en el índice de confiabilidad.

Finalmente, se obtiene una combinación óptima de factores de carga que toma en cuenta las incertidumbres que se presentan en las acciones y los parámetros que definen la resistencia de los elementos estructurales sometidos a flexión.

El presente estudio forma parte de una propuesta realizada por el **Instituto de Ingeniería UNAM**, bajo la dirección de la **Dra. Sonia E. Ruiz Gómez** al **Comité de Revisión de las NTC sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones**.



## Capítulo 1. Planteamiento del problema

El objetivo del presente estudio es obtener una nueva combinación de factores de carga o verificar si la que está especificada en las Normas Técnicas Complementarias para Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones del Distrito Federal (NTC-CA-2004) da lugar a un nivel de confiabilidad adecuado, para distintas relaciones de carga, en elementos estructurales de concreto reforzado (C/R) diseñados por flexión. Se supone que los elementos están sujetos a la acción de cargas gravitacionales muerta y viva.

El presente estudio se supone que el factor de resistencia a flexión es fijo y es igual a  $F_R=0.9$ .

Para lograr el objetivo mencionado, se calcula el índice de confiabilidad  $\beta$  (Cornell, 1969) para diferentes secciones, propiedades de materiales y relaciones de carga. Para el análisis se utiliza el método de Monte Carlo.

Como resultados intermedios del análisis se estudia la influencia en el índice  $\beta$  de la resistencia a la compresión de concretos convencionales, concretos alto desempeño, la influencia del porcentaje de acero y la relación de carga.

Los índices de confiabilidad  $\beta$  correspondientes a los diseños hechos con las Normas Técnicas Complementarias (NTC2004) del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal se comparan con los obtenidos a partir de diseños correspondientes al documento del Instituto Americano del Concreto ACI318-11, para diferentes relaciones de carga.

La combinación óptima de cargas (muerta y viva) se obtiene al minimizar el valor promedio del índice  $\beta$  con respecto a un índice objetivo ( $\beta_o$ ).

## Capítulo 2. Comportamiento de elementos sujetos a flexión

Los esfuerzos por flexión se producen en elementos cargados perpendicularmente a su eje longitudinal, de manera que las cargas generan esfuerzos normales de tensión y compresión en la sección transversal del elemento.

En la figura 2.1 se muestra el comportamiento típico de un elemento de concreto reforzado sometido a flexión. El porcentaje de acero de refuerzo proporciona *ductilidad* al elemento, lo que permite que el elemento desarrolle grandes deflexiones bajo cargas cercanas a la resistencia última. Cabe mencionar que un alto contenido de acero puede provocar una falla frágil del elemento, lo que conduce que se trate de buscar una cantidad de acero adecuada con el fin de tener un comportamiento satisfactorio.

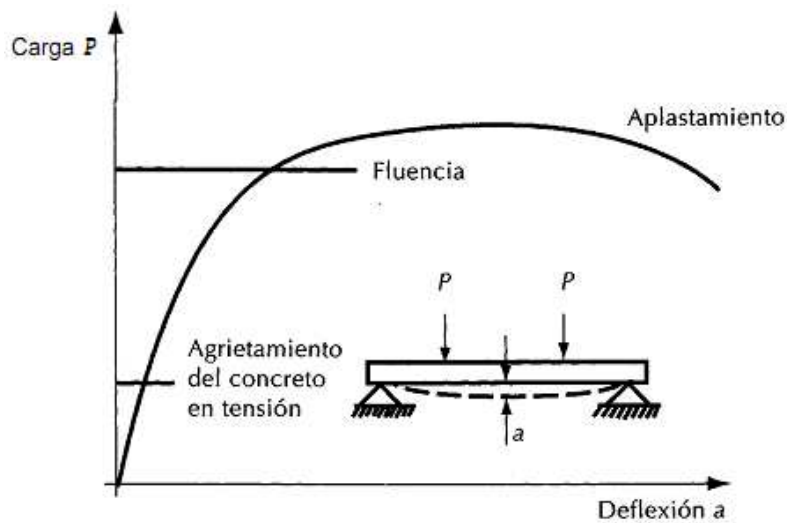


Figura 2.1 Gráfica carga-deflexión de un elemento de concreto reforzado. (González Cuevas, 2005)

### 2.1 Mecanismos de falla

El mecanismo de falla depende esencialmente del porcentaje de acero longitudinal que resiste la tensión generada en el elemento. Existen tres tipos de mecanismo de falla (subreforzada, sobreforzada y balanceada) que dependen del porcentaje de acero en tensión. Estas a su vez están asociadas a una falla frágil o a una dúctil.

Cuando el acero alcanza su resistencia de fluencia el comportamiento del elemento comienza a ser dúctil, y se pueden presentar grandes deformaciones antes de llegar a la falla. A este tipo de falla se le conoce como **subreforzada** (figura 2.2a). Por otro lado, la falla frágil ocurre sin una deformación apreciable, esto se debe a la rápida propagación de las grietas en el concreto. Se presenta

cuando el concreto se aplasta y el acero está muy por debajo de su esfuerzo de fluencia, a este tipo de falla se le conoce como **sobrerreforzada** (figura 2.2b). El tercer modo de falla se presenta cuando simultáneamente el concreto de la zona en compresión se aplasta y el acero de refuerzo fluye, es decir, se alcanza la resistencia de ambos materiales en el mismo instante. Cuando se presenta este caso se dice que la falla es **balanceada**.

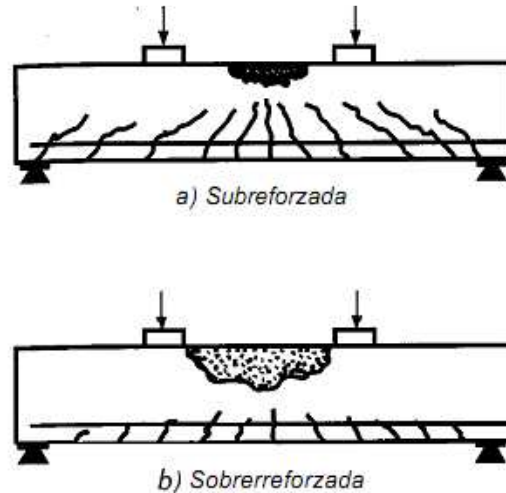


Figura 2.2 Mecanismos de falla. (González Cuevas, 2005)

## 2.2 Hipótesis generales para el análisis de elementos de concreto sujetos a flexión

La resistencia de un elemento sujeto a flexión simple puede determinarse a partir de hipótesis que describen el comportamiento básico y el mecanismo de falla de los elementos sujetos a esta acción (González Cuevas, 2005). Estas hipótesis son:

1. La distribución de deformaciones unitarias en la sección transversal de un elemento es plana.
2. Se conoce la distribución de esfuerzos en la zona de compresión del elemento.
3. No existen corrimientos relativos de consideración entre el acero y el concreto que lo rodea.
4. El concreto no resiste esfuerzos de tensión longitudinales.
5. El elemento alcanza su resistencia a una cierta deformación unitaria máxima útil del concreto,  $\epsilon_{cu}$ .

Cabe mencionar que los reglamentos de construcción generalmente recurren a hipótesis donde se definen diagramas idealizados de los esfuerzos de compresión,

de tal forma que el área del diagrama de esfuerzos del concreto y la posición de su resultante sean equivalentes a la distribución real.

## 2.3 Determinación de la resistencia

El procedimiento general para la obtención de la resistencia consiste en establecer un estado de deformación tal que se llegue a un estado de equilibrio. A partir del estado de deformación se genera un estado de esfuerzos y a partir de este último se pueden obtener las fuerzas actuantes en la sección transversal. La suma de fuerzas en compresión debe ser igual a la suma de fuerzas en tensión. El momento resistente se obtiene como la fuerza de tensión o compresión multiplicada por la distancia entre las dos fuerzas.

Los reglamentos de diseño proponen una falla dúctil en el elemento, con el objetivo de contar con deformaciones apreciables antes que se presente la falla. Para tener esta condición se parte del estado de deformaciones de la falla balanceada, y a partir de ella se obtiene la cantidad máxima de acero de refuerzo.

### 2.3.1 Criterios de diseño establecidos en las NTC-2004 y en el ACI318-11

#### 2.3.1.1 Determinación de la cantidad de acero mínimo

El refuerzo mínimo de tensión en secciones de concreto reforzado, excepto en losas perimetralmente apoyadas, será el requerido para que el momento resistente de la sección sea por lo menos 1.5 veces el momento de agrietamiento de la sección transformada no agrietada.

El área mínima de refuerzo de secciones rectangulares de concreto reforzado de peso normal, puede calcularse con la siguiente expresión aproximada según las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTC-DCEC-2004) del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF-2004):

$$A_{S_{min}} = \frac{0.7\sqrt{f'_c}}{f_y} bd \quad (2.1)$$

Donde  $b$  y  $d$  son el ancho y el peralte efectivo de la sección, respectivamente;  $f'_c$  es la resistencia nominal del concreto, y  $f_y$  la resistencia nominal del acero de refuerzo. El documento del Instituto Americano del Concreto ACI318-11 propone la misma ecuación para la determinación de la cantidad de acero mínimo.

### 2.3.1.2 Determinación de la cantidad de acero máximo. NTC-2004

La cantidad de acero máxima permisible corresponde a un porcentaje de la condición balanceada.

El área máxima de acero de tensión en secciones de concreto reforzado que **no deban resistir fuerzas sísmicas será el 90 por ciento** de la que corresponde a la **falla balanceada** de la sección considerada. La falla balanceada ocurre cuando simultáneamente el acero llega a su esfuerzo de fluencia y el concreto alcanza su deformación máxima igual a 0.003 en compresión. Este criterio es general y se aplica a secciones de cualquier forma sin acero de compresión o con él.

En elementos a flexión que formen parte de sistemas que **deban resistir fuerzas sísmicas**, el área máxima de acero de tensión **será 75 por ciento** de la correspondiente a falla balanceada.

En la figura 2.3 se plantea la compatibilidad de deformaciones para la condición balanceada, de acuerdo con las especificaciones de las NTC-DCEC-2004, que de aquí en adelante se le llamará NTC-04 por simplicidad.

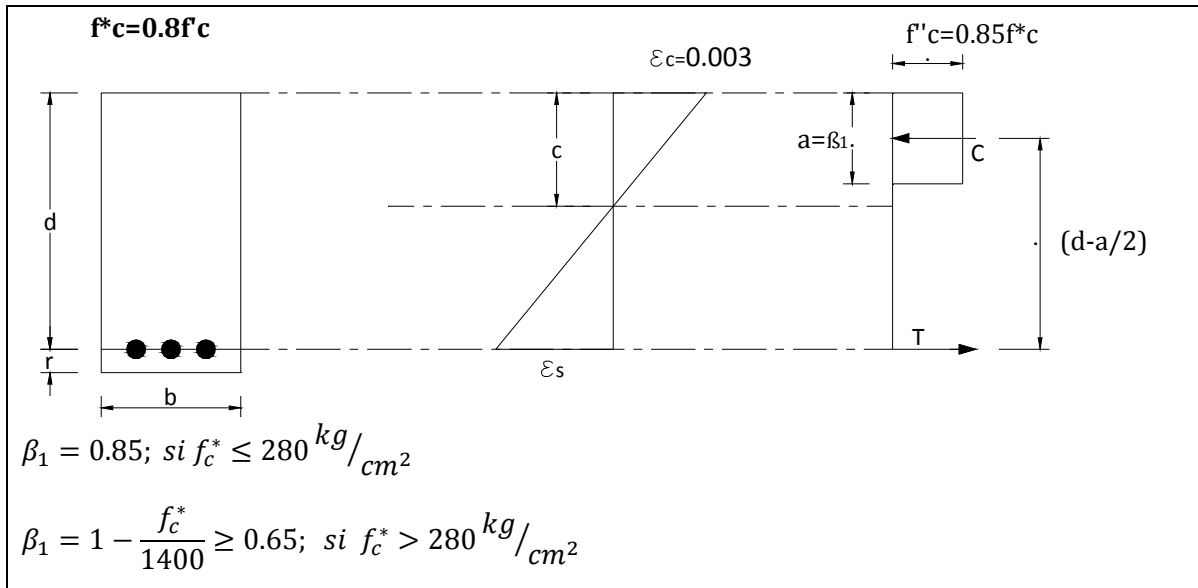


Figura 2.3 .Hipótesis de las NTC-04 sobre la distribución de deformaciones y esfuerzos.

A partir de la figura 2.3, por triángulos semejantes, se obtiene:

$$\frac{0.003}{c} = \frac{\epsilon_s}{d - c}$$

Despejando  $\varepsilon_s$ :

$$\varepsilon_s = 0.003 \frac{(d - c)}{c}$$

$$\varepsilon_s = 0.003 \left( \frac{d}{c} - 1 \right) \quad (2.2)$$

$$f_y = \varepsilon_s * E \quad (2.3)$$

$$E = 2039000 \text{ kg/cm}^2$$

Sustituyendo (2.2) en (2.3):

$$f_y = 0.003 \left( \frac{d}{c} - 1 \right) * E$$

$$f_y = 6000 \frac{d}{c} - 6000 \quad (2.4)$$

Despejando  $c$  que es profundidad del eje neutro:

$$c = \frac{6000d}{6000 + f_y} \quad (2.5)$$

El equilibrio se presenta cuando la fuerza de tensión del acero ( $T$ ) es igual a la fuerza del bloque de compresión ( $C$ ):

$$C = T$$

$$\beta_1 c b f_c'' = A_s f_y$$

$$A_s = \frac{\beta_1 c b f_c''}{f_y} \quad (2.6)$$

Sustituyendo (2.5) en (2.6):

$$A_s = \frac{\beta_1 6000 d b f_c''}{(6000 + f_y) f_y}$$

Ordenado términos:

$$A_s = \frac{f_c''}{f_y} \frac{6000 \beta_1}{6000 + f_y} b d \quad (2.7)$$

Esta es la expresión que se especifica en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (2004). El reglamento del Instituto Americano del Concreto en su versión 2011 (ACI318-11) menciona solamente las hipótesis para calcular el área de acero balanceado. Partiendo de esas hipótesis se llega a una expresión similar a la ecuación 2.7, como se ve en la siguiente sección.

### **2.3.1.3 Evaluación del momento flexionante resistente utilizando los criterios NTC-2004 y el ACI318-11**

Las condiciones de equilibrio y las hipótesis generales mencionadas en la sección anterior se emplean en lo que sigue para calcular la resistencia a flexión,  $M_R$ , utilizando los reglamentos NTC-04 y ACI318-11. Cabe mencionar que las ecuaciones mostradas en esta sección solo son aplicables a elementos con porcentajes de acero menores que la condición balanceada.

Se hace la aclaración de que el reglamento del Instituto Americano del Concreto ACI318-11 considera las mismas hipótesis de diseño que el reglamento Mexicano; sin embargo, para calcular la resistencia recomienda utilizar el valor nominal de la resistencia a la compresión  $f'_c$ , mientras que en las Normas Técnicas Complementarias (NTC-2004) se emplea una resistencia nominal  $f^*c=0.8f'_c$ .

El término  $f^*c$  toma en cuenta que la resistencia del concreto en obra es, por lo general, menor que la resistencia de los cilindros de control, y que existe cierta probabilidad de que el concreto utilizado no alcance la resistencia de diseño  $f'_c$ . El factor 0.8 se estableció para que la probabilidad de que la resistencia del concreto en obra sea menor que  $f'_c$  resulte de dos por ciento. (González Cuevas, 2005)

En la Tabla 2.1 se deducen las ecuaciones para el momento resistente a flexión  $M_R$ , utilizando las recomendaciones del NTC-2004 (columna de la izquierda) y del ACI318-11 (columna de la derecha).

Tabla 2.1 Deducción de la resistencia a flexión. NTC-2004 y ACI318-11

NTC-2004	ACI318-11
<p>A partir de la condición balanceada se obtiene la ecuación general para el momento resistente (ver fig. 2.3):</p> $M = C * \left(d - \frac{a}{2}\right)$ <p><math>C = abf_c''</math> fuerza del bloque de concreto. Sustituyendo:</p> $M = abf_c'' \left(d - \frac{a}{2}\right)$ <p>Factorizando el peralte efectivo de la ecuación se tiene:</p> $M = abf_c'' d \left(1 - \frac{a}{2d}\right) \quad (2.8)$ <p>Suponiendo <math>c = \beta_1 a</math>:</p> $c = \frac{6000d}{6000 + f_y}$ <p>Por lo tanto :</p> $a = \frac{6000d\beta_1}{6000 + f_y}$ <p>Definamos el coeficiente <math>q</math> como:</p> $q = \frac{6000\beta_1}{6000 + f_y} \quad (2.9)$ <p>Por lo tanto tenemos que</p> $a = qd \quad (2.10)$ <p>Sustituyendo (2.10) en (2.8):</p> $M = (qd)bf_c'' d \left(1 - \frac{(qd)}{2d}\right)$ <p>Simplificando y ordenando términos:</p> $M = bd^2 f_c'' q(1 - 0.5q)$ <p>La resistencia de diseño se obtiene multiplicando por el <math>F_R</math> correspondiente.</p> $\mathbf{M_R = F_R bd^2 f_c'' q(1 - 0.5q)} \quad (2.11)$ <p>Esta es la fórmula que se especifica en las NTC-</p>	<p>Partiendo de la condición balanceada en el reglamento del ACI:</p> $A_s = \frac{0.85f_c'}{f_y} \frac{6000\beta_1}{6000 + f_y} bd \quad (2.12)$ <p>Para que se presente la falla: <math>C = T</math></p> $ab(0.85f_c') = A_s f_y$ <p>Despejando:</p> $a = \frac{A_s f_y}{0.85 b f_c'} \quad (2.13)$ <p>El porcentaje de acero balanceado se define como:</p> $p = \frac{A_s}{bd} \quad (2.14)$ <p>Sustituyendo (2.14) en (2.13) :</p> $a = \frac{p d f_y}{0.85 f_c'} \quad (2.15)$ <p>Definimos el coeficiente <math>\omega</math>:</p> $\omega = \frac{p f_y}{f_c'} \quad (2.16)$ <p>Sustituyendo (2.16) en (2.15):</p> $a = \frac{\omega d}{0.85} \quad (2.17)$ <p>Tomando momentos respecto al acero de tensión tenemos:</p> $M = C * \left(d - \frac{a}{2}\right)$ <p>Donde: <math>C = ab(0.85f_c')</math> es la fuerza del bloque de concreto.</p> <p>Sustituyendo:</p> $M = ab0.85 f_c' \left(d - \frac{a}{2}\right)$ <p>Factorizando d:</p> $M = ab0.85 f_c' d \left(1 - \frac{a}{2d}\right) \quad (2.18)$



<p>2004 del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (2004).</p>	<p>Sustituyendo (2.16) en (2.18):</p> $M = \left( \frac{\omega d}{0.85} \right) b 0.85 f'_c d \left( 1 - \frac{\omega d}{2 * 0.85 d} \right)$ <p>Simplificando términos se tiene:</p> $M = b d^2 f'_c \omega (1 - 0.59 \omega)$ <p>La resistencia de diseño se obtiene multiplicando por el <math>F_R</math> correspondiente.</p> $M_R = F_R b d^2 f'_c \omega (1 - 0.59 \omega) \quad (2.19)$ <p>Partiendo de las hipótesis establecidas en el ACI318-11, se llega a esta ecuación.</p>
---	--

## 2.4 Concreto de alto desempeño

El Instituto Americano del Concreto (ACI, 2011) define al *Concreto de Alto Desempeño* como un concreto que cumple requisitos especiales de resistencia y uniformidad, que no pueden ser obtenidos usando solamente materiales convencionales, procedimientos normales de mezclado, colocación, compactación y curado.

La elaboración de este tipo de concreto requiere de una cuidadosa selección de los materiales a utilizar (cementantes, aditivos, agregados pétreos y agua), así como un estricto control en el proceso de fabricación de la mezcla. Los procedimientos de colocación, compactado y curado, son preponderantes para el funcionamiento adecuado del concreto.

### 2.4.1 Antecedentes

Como se vió anteriormente, tanto las NTC-2004 como el reglamento americano ACI318-11 utilizan hipótesis simplificadas para obtener la resistencia a la flexión  $M_R$ . En vez de utilizar la distribución real de esfuerzos proponen una distribución de esfuerzos rectangular donde las variables que intervienen son: la resistencia a la compresión del concreto y la profundidad del eje neutro multiplicada por el coeficiente  $\beta_1$ . El coeficiente  $\beta_1$  representa el factor de equivalencia entre la distribución real de esfuerzos y la distribución de un bloque equivalente de esfuerzos. Dicho parámetro depende de la resistencia nominal del concreto  $f'_c$  (ver

figura 2.3). Esta dependencia toma en cuenta el cambio en la forma de la curva esfuerzo-deformación del concreto, ya que el área del rectángulo equivalente debe ser aproximadamente igual al área bajo la curva esfuerzo-deformación (ver figura 2.4a).

El coeficiente  $\beta_1$  tiene muchas restricciones en el caso de concretos de alta resistencia. Esto se debe principalmente a la variación de la distribución real de esfuerzos y a la deformación unitaria última del concreto. En las figuras 2.4a y b se muestra una comparación de la distribución real de esfuerzos para concretos convencionales y para concretos de alto desempeño (Mendoza, 1998).

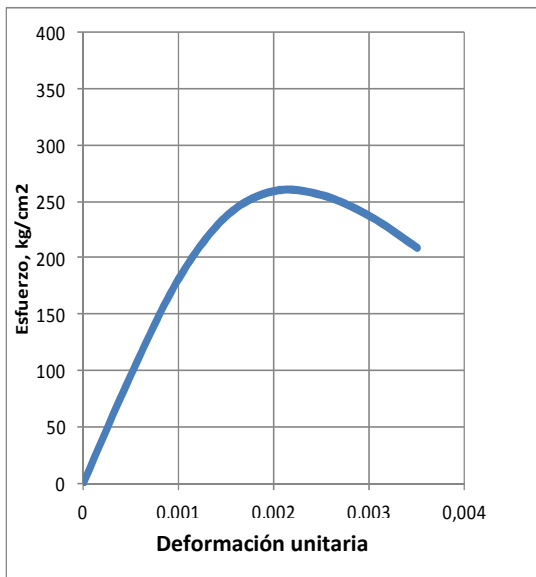


Figura 2.4. a) Diagrama esfuerzo deformación del concreto convencional.  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$

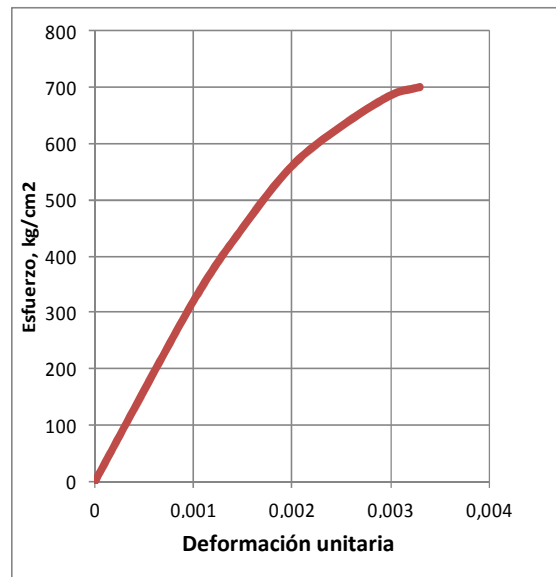


Figura 2.4. b) Diagrama esfuerzo deformación del concreto de alto desempeño.  $f'_c = 700 \text{ kg/cm}^2$

## 2.4.2 Determinación de la resistencia de concretos de alto desempeño

En el cálculo de la resistencia de concretos de alto desempeño se recurre a la hipótesis de que la distribución del diagrama de esfuerzos puede ajustarse perfectamente a un triángulo. La figura 2.5 fue obtenida de un estudio realizado en México (Mendoza, 1998), en el cual se demuestra que la distribución de esfuerzos se ajusta a una configuración triangular (a diferencia de los elementos hechos con concretos convencionales donde la distribución es un bloque rectangular).

Para obtener de la resistencia,  $M_R$ , se recurre al método de variación del eje neutro, con el objetivo de encontrar un estado de equilibrio entre esfuerzos y deformaciones. Se parte de las siguientes hipótesis:

- La deformación unitaria del concreto varía en función de la resistencia nominal del concreto.

- La distribución de esfuerzos en el concreto es triangular, como se muestra en la figura 2.5.

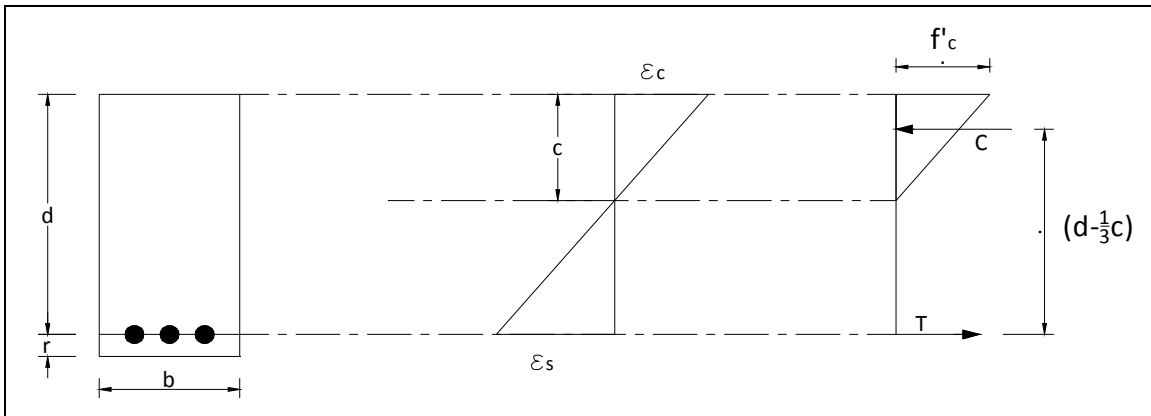


Figura 2.5. Diagrama de deformación y esfuerzos.  
Concreto de alto desempeño (Mendoza, 1998).

A partir de un procedimiento similar a lo establecido en 2.4, se obtiene la siguiente condición basada en la compatibilidad de deformaciones:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d - c}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c \frac{(d - c)}{c}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c \left( \frac{d}{c} - 1 \right) \quad (2.20)$$

En la presente tesis se dedujo que la ecuación que define la deformación unitaria del concreto de alta resistencia está dada por:

$$\varepsilon_c = 0.0008 f_c'^{0.2063} \quad (2.21)$$

La demostración de esta ecuación se presenta en el Anexo 1.

Por otro lado, el esfuerzo de trabajo del acero se define por la siguiente ecuación.

$$f_s = \varepsilon_s * E \quad \text{si } \varepsilon_s \geq \varepsilon_y \rightarrow f_s = f_y$$

$$\text{si } \varepsilon_s < \varepsilon_y \rightarrow f_s = 0.0008 f_c'^{0.2063} \left( \frac{d}{c} - 1 \right) E \quad (2.22)$$

Para que el elemento se encuentre en equilibrio es necesario que la fuerza de tensión sea igual a la de compresión:  $C = T$ .

donde:

$$C = \frac{1}{2}c * f'_c ; T = A_s * f_s$$

$$M_R = C * \left( d - \frac{1}{3}c \right) \quad (2.23)$$

La ecuación 2.23 permite evaluar la resistencia a flexión de elementos constituidos por concretos de alto desempeño.

## Capítulo 3. Bases sobre seguridad estructural

Es común pensar que una estructura debe ser segura en términos absolutos, lo que implica que sea imposible la presencia de una falla; sin embargo, este concepto es erróneo. Las estructuras deben estar diseñadas para soportar ciertas solicitaciones y en el momento en el que una acción sobrepase las condiciones de diseño se presentará la falla. En general, la verificación de la seguridad estructural consiste en comprobar que los efectos de las acciones máximas que puedan afectar a una estructura durante su vida útil, tengan poca probabilidad de exceder cierto estado límite.

### 3.1 Conceptos básicos

En este trabajo se mencionan algunos términos en forma reiterada. Dado que dichos términos son importantes es útil explicar su significado.

#### 3.1.1 Estado límite

Se define como la frontera a partir de la cual la respuesta de una estructura es tal que esta deja de cumplir correctamente las funciones para las cuales fue diseñada. Se distinguen dos tipos de estado límite:

- a) El estado límite de falla es la frontera en la cual se agota la capacidad del elemento para resistir una acción (flexión, cortante, flexo-compresión, etc).
- b) El estado límite de servicio corresponde a situaciones que afecten el correcto funcionamiento de la estructura, comprende la revisión de deflexiones, agrietamientos, vibraciones, así como el daño en miembros no estructurales.

#### 3.1.2 Acción o solicitación

Las acciones son agentes externos o internos que pueden llevar a la estructura a un estado límite. Dichas acciones se generan por uso inherente de la estructura y también por fenómenos que pueden presentarse a lo largo de su vida útil (sismo, viento, asentamientos, efectos de temperatura, etc.).

Es conveniente clasificar las acciones de acuerdo a la forma y duración con la que actúan en la estructura con su intensidad máxima, como sigue:

- **Acciones permanentes.** Son aquellas solicitaciones que permanecen aplicadas de manera continua sobre la estructura y cuya intensidad permanece constante con el tiempo.

- **Acciones variables.** Son aquellas sollicitaciones que presentan cambios de intensidad respecto al tiempo, dichas acciones pueden alcanzar valores significativos en ciertos lapsos de tiempo.
- **Acciones accidentales.** Son aquellas que pueden tomar valores significativos durante periodos muy cortos de tiempo. Se originan por fenómenos naturales y son ajenas al uso normal de la estructura.

### 3.1.3 Resistencia

Se define como la magnitud de una acción o una combinación de acciones, que provocaría la aparición del estado límite de falla en la estructura o en uno de sus elementos. En el presente estudio consideraremos a la resistencia a flexión como una variable que depende de las propiedades geométricas y mecánicas de los materiales que lo componen.

### 3.1.4 Factores de seguridad

Para lograr que una estructura tenga una confiabilidad adecuada se debe diseñar para que su resistencia esperada exceda el efecto esperado de las acciones asociadas a un estado límite. Al factor que se origina del cociente de la resistencia esperada y la acción esperada se le conoce como factor de seguridad. El valor del factor de seguridad depende del grado de incertidumbre que se tenga en las variables que intervienen en el diseño. El procedimiento para obtener los factores de seguridad es un problema con un cierto grado de dificultad puesto que todos los parámetros que definen tanto a la sollicitación como a la resistencia son inciertos.

La mayoría de los reglamentos en el mundo y en particular el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (2004) proponen **factores parciales de seguridad**. Estos son los **Factores de Carga** que incrementan la magnitud de las acciones y los **Factores de Resistencia** que reducen la resistencia esperada. Cada uno de estos factores puede tomar diferentes valores dependiendo de los mecanismos de falla, de la incertidumbre y de la variabilidad tanto de la resistencia como de la sollicitación. El procedimiento de revisión de la seguridad se puede resumir en la siguiente expresión (Elingwood, 1978):

$$FC \cdot S_n \leq FR \cdot R_n \quad (3.1)$$

$$S_d = FC \cdot S_n \quad (3.2)$$

$$R_d = FR \cdot R_n \quad (3.3)$$

donde:

FC = Factor de carga

FR = Factor de resistencia

$S_n$  = Solicitación nominal

$R_n$  = Resistencia nominal

$S_d$  = Solicitación de diseño

$R_d$  = Resistencia de diseño

En las tablas 3.1 y 3.2 se presentan los valores de los factores de carga y resistencia recomendados por el RCDF-2004 y por el ACI318-11, respectivamente.

Tabla 3.1

Elemento mecánico.	Factor de resistencia	
	RCDF-2004	ACI318-11
Flexión	0.9	0.9
Cortante	0.8	0.75
Torsión	0.8	0.75
Flexocompresión.*	0.7 ó 0.8	0.65 ó 0.75

\* El factor depende de las características del refuerzo transversal o si la falla corresponde a tensión o compresión

Tabla 3.2

Condición de carga	Factor de carga	
	RCDF-2004	ACI318-11
Carga Muerta	1.4 ó 1.5 *	1.2
Carga Viva	1.4 ó 1.5 *	1.6

\* El factor depende de la importancia de la estructura.

### 3.2 Confiabilidad estructural

Debido a la incertidumbre que existe en las acciones que puedan afectar a una estructura y en las variables que definen su resistencia, siempre existirá una probabilidad de que la sollicitación máxima exceda a la resistencia. A la **probabilidad** de que una estructura no sobrepase un estado límite se define como **confiabilidad estructural**. El cálculo de la confiabilidad de una estructura requiere la determinación de las funciones de distribuciones de probabilidad de las variables que intervienen tanto en el cálculo de la resistencia como en la estimación de la sollicitación, o bien de sus características estadísticas como son

valores medios y desviaciones estándar (dependiendo del tipo de análisis probabilista que se realice).

### 3.2.1 Probabilidad de falla

La situación de un elemento estructural ante un estado de acciones dado está representado por una pareja de valores  $(S, R)$ , sollicitación y resistencia, respectivamente. Si esta pareja de valores es tal que  $S > R$  la situación representa la falla del elemento. A la probabilidad de que la sollicitación exceda a la resistencia se le conoce como probabilidad de falla. En términos aproximados, dicha probabilidad depende de la forma de las respectivas distribuciones de probabilidad y de sus características estadísticas (media, desviación estándar, etc.). Las formas generales de las distribuciones de probabilidad de la sollicitación y resistencia se ilustran en la figura 3.1.

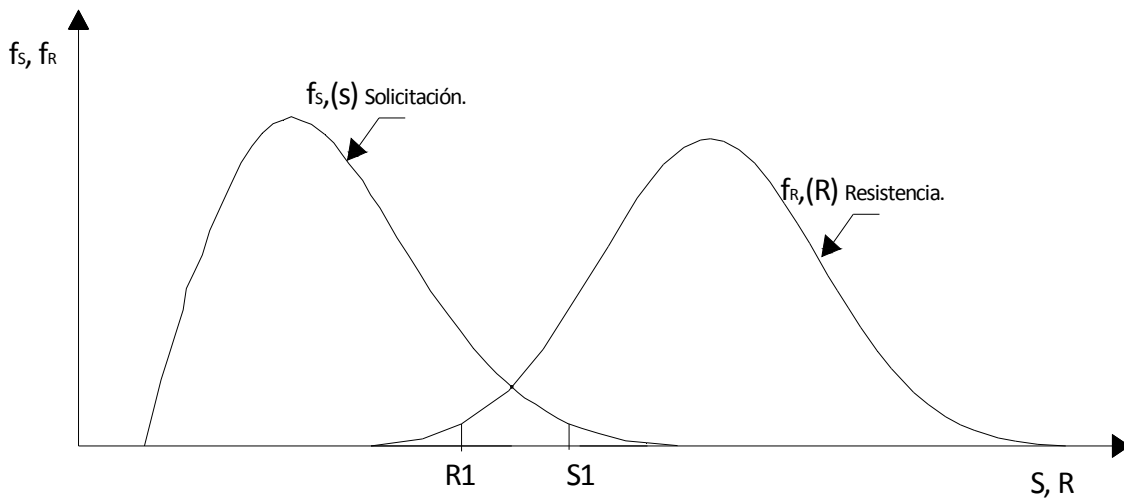


Figura 3.1 Probabilidad de falla.

Por ejemplo, si la sollicitación alcanza un valor  $S1$ , y la resistencia toma el valor de  $R1$ , la conclusión para ese caso particular (individual) es que la sollicitación tiene una magnitud mayor a la resistencia que el elemento puede ofrecer; sin embargo, el valor esperado de la sollicitación es menor que el de la resistencia.

En el diseño se pretende limitar la probabilidad de falla a un valor suficientemente pequeño tal que se tengan niveles de confiabilidad adecuados. En el presente estudio la probabilidad de falla se expresa a través del índice de confiabilidad  $\beta$  propuesto por el Prof. A. C. Cornell (1969). Este se describe en la siguiente sección.



### 3.3 Índice de confiabilidad $\beta$

Para evaluar la confiabilidad de un sistema o la probabilidad de falla, aquí se adopta el criterio propuesto por Cornell (1969), el cual consiste en medir la confiabilidad mediante el índice  $\beta$  que se define como:

$$\beta = \frac{Z}{\sigma_Z} \quad (3.1)$$

En esta ecuación el numerador y denominador representan respectivamente el valor medio y la desviación estándar del margen de seguridad  $Z$  del sistema, ambos términos se obtienen como:

$$Z = \bar{R} - \bar{S} \quad (3.2)$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (3.3)$$

donde:

$\bar{R}$	Media de la resistencia
$\bar{S}$	Media de la sollicitación
$\sigma_R$	Desviación estándar de la resistencia
$\sigma_S$	Desviación estándar de la sollicitación

Sustituyendo 3.2 y 3.3 en 3.1, se tiene:

$$\beta = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3.4)$$

En la figura 3.2 puede observarse que el valor  $\beta\sigma_Z$  es la distancia entre la región de falla (región ashurada) y la media del margen de seguridad ( $\mu_Z$ ).

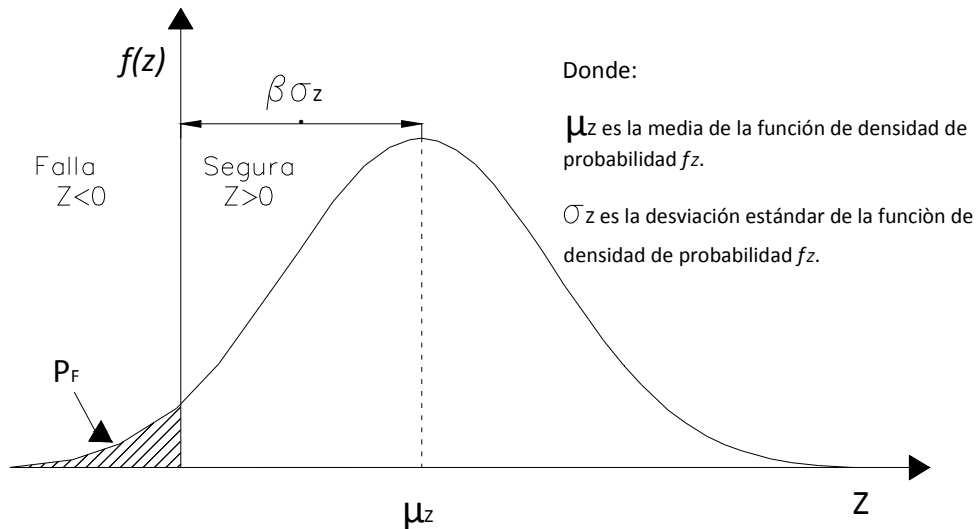


Figura 3.2 Distribución del margen de seguridad.

El índice  $\beta$  puede emplearse para estimar la probabilidad de falla ( $P_F$ ) como se muestra en la siguiente ecuación (si se supone que  $Z$  tiene distribución normal):

$$P_F = \Phi(-\beta) \quad (3.5)$$

Donde  $\Phi(\cdot)$  es la función de distribución acumulada de probabilidades normal estándar (con media cero y varianza unitaria). En la figura 3.2 la probabilidad de falla ( $P_F$ ) se indica mediante el área ashurada que aparece a la izquierda del eje vertical.

Una vez que el índice  $\beta$  se ha calculado, es posible obtener la probabilidad de falla (usando la ecuación 3.5). El valor de  $\beta$  indica los niveles de seguridad que tiene una estructura; entre mayor sea el valor del índice  $\beta$ , menor será la probabilidad de falla.

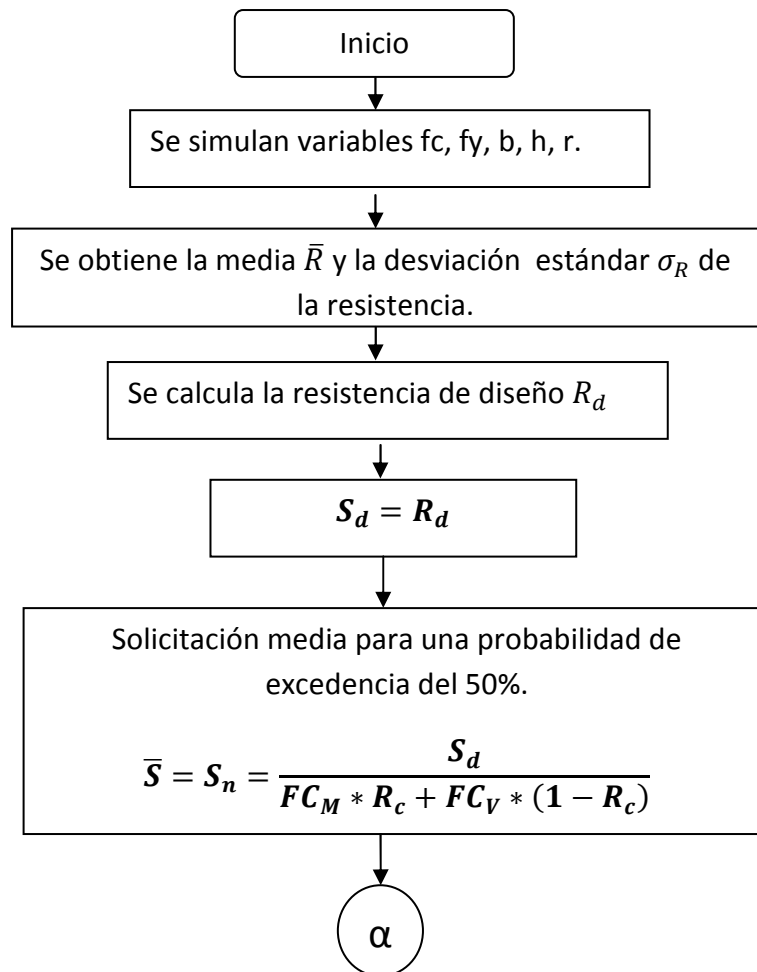
## Capítulo 4. Análisis de confiabilidad

Para poder determinar una combinación óptima de **factores de carga** se requiere de una gran cantidad de información que debe abarcar todos los posibles escenarios que se pudieran presentar en la realidad; una mayor información dará lugar a una mejor precisión.

Una técnica apropiada para generar la información necesaria es la simulación de las variables que intervienen en el cálculo de resistencia y sollicitación. En este trabajo se utiliza la simulación Monte Carlo para el análisis de las variables que intervienen en el problema

### 4.1 Procedimiento de análisis

El procedimiento general de análisis se muestra en la figura 4.1.



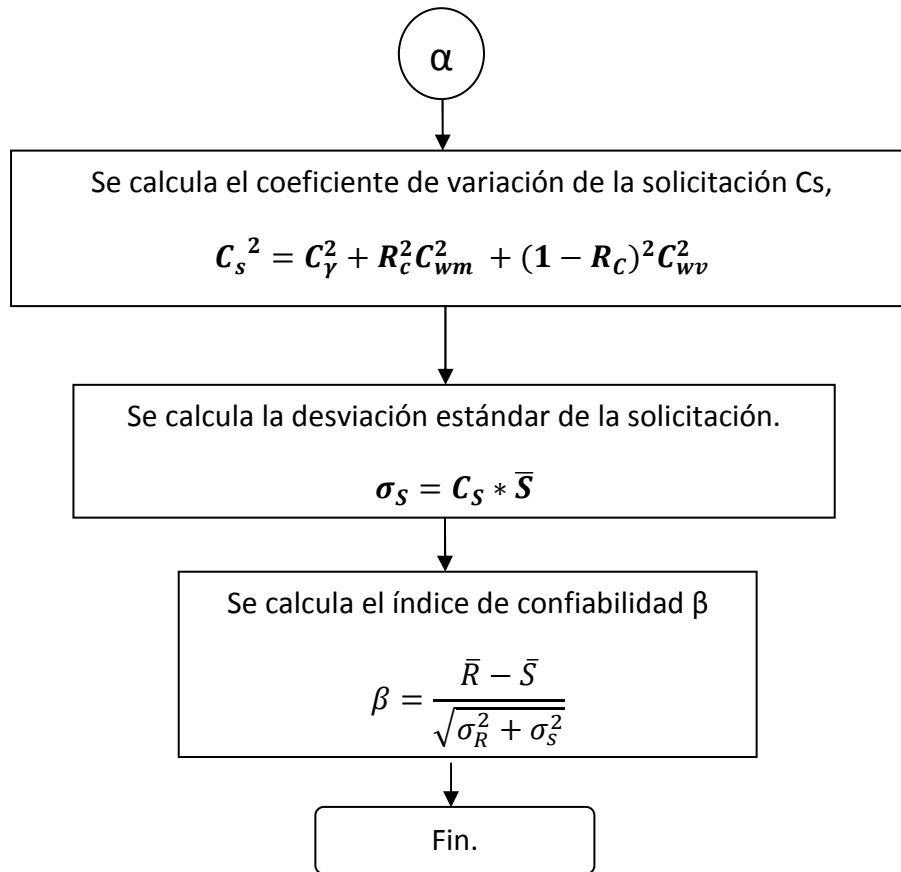


Figura 4.1. Diagrama de flujo para el cálculo del índice  $\beta$

El procedimiento descrito en la figura 4.1 se ejecutará para diferentes combinaciones de carga viva y muerta. En la siguiente sección se explican los elementos que conforman a este diagrama de bloques.

## 4.2. Simulación de la resistencia

Como se mencionó en el inciso 3.1.3, la resistencia de un elemento es función de la geometría y de las propiedades de los materiales que lo forman. Las variables que intervienen en el cálculo de la resistencia (momento flexionante resistente de un elemento estructural) son:

- El límite de fluencia del acero ( $f_y$ ).
- La resistencia a compresión del concreto ( $f'_c$ )
- Las dimensiones de la sección transversal. Base ( $b$ ) peralte ( $h$ ) y recubrimiento ( $r$ ).

Se han hecho diferentes estudios que demuestran que el comportamiento aleatorio de las variables mencionadas sigue una distribución tipo normal (Meli

1985). Se puede definir su comportamiento estadístico a través de su media y su desviación estándar. La información referente a los valores medios y desviaciones estándar de los materiales y secciones se muestran en el capítulo 5.

### 4.3. Simulación de la sollicitación

Para simular la sollicitación es necesario abarcar la mayor cantidad de combinaciones de carga muerta y viva que se pudiesen presentar a lo largo de la vida útil de la estructura. La manera más simple de hacer esto, es mediante la relación de carga ( $R_c$ ), la cual se define como:

$$R_c = \frac{CM}{CM + CV} \quad (4.1)$$

Dependiendo de los valores de  $R_c$  se puede obtener una gran cantidad de combinaciones de carga muerta y viva.

Para simular la sollicitación, se parte de la premisa de que el valor de la sollicitación de diseño es igual a la resistencia de diseño, es decir:

$$S_d = R_d$$

La resistencia de diseño se calcula con las ecuaciones (2.11) y (2.19) del capítulo 2. La sollicitación nominal se calcula como:

$$S_n = CM + CV \quad (4.2)$$

donde  $CM$  representa la carga muerta y  $CV$  la carga viva

La sollicitación de diseño ( $S_d$ ) es igual a la sollicitación nominal ( $S_n$ ) multiplicada por un factor de carga (ver figura 4.2), y la resistencia de diseño ( $R_d$ ) es igual a la resistencia nominal ( $R_n$ ) multiplicada por un factor de resistencia. Para nuestro análisis es conveniente expresar a la sollicitación de diseño en términos de factores de carga independientes ( $FC_M$  y  $FC_V$ ), tal y como se muestra en la ecuación 4.3.

$$S_d = FC_M * CM + FC_V * CV \quad (4.3)$$

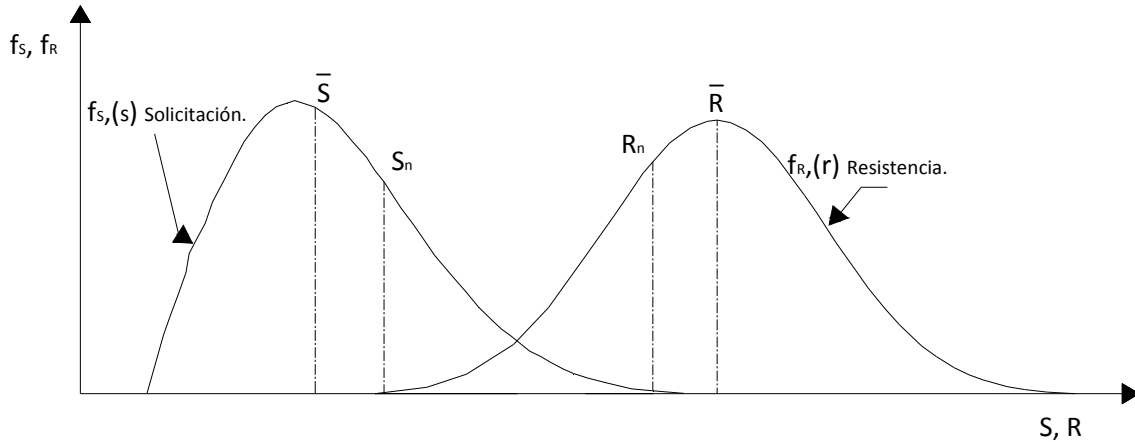


Figura 4.2. Representación gráfica de la solicitación nominal y de la resistencia nominal.

Para poder abarcar la mayor cantidad de datos, es importante expresar la carga muerta ( $CM$ ) y la carga viva ( $CV$ ) en términos de la relación de carga  $R_c$ . De la ecuación (4.1) se despeja la carga viva y la carga muerta, como sigue:

$$CM = R_c(CM + CV); \quad \mathbf{CM = R_c * S_n} \quad (4.4)$$

$$CV = \left( \frac{1 - R_c}{R_c} \right) CM \quad (4.5)$$

Sustituyendo (4.4) en (4.5)

$$CV = \left( \frac{1 - R_c}{R_c} \right) (R_c * S_n) ; \quad \mathbf{CV = (1 - R_c) * S_n} \quad (4.6)$$

Sustituyendo (4.4) y (4.6) en la ecuación (4.3)

$$S_d = FC_M * (R_c * S_n) + FC_V * ((1 - R_c) * S_n) \quad (4.7)$$

Despejando  $S_n$  de la ecuación (4.7):

$$\mathbf{S_n = \frac{S_d}{FC_M * R_c + FC_V * (1 - R_c)}} \quad (4.8)$$

La ecuación 4.8 permite calcular la solicitación nominal ( $S_n$ ) en función de diferentes relaciones de carga ( $R_c$ ), y múltiples combinaciones de factores ( $FC_M$  y  $FC_V$ ).

Por otro lado, el valor de la sollicitación nominal ( $S_n$ ), debe ser tal que exista cierta probabilidad de ser excedida durante la vida útil de las estructuras. En la figura 4.3 se muestra que la sollicitación nominal es función de la probabilidad de excedencia de la carga.

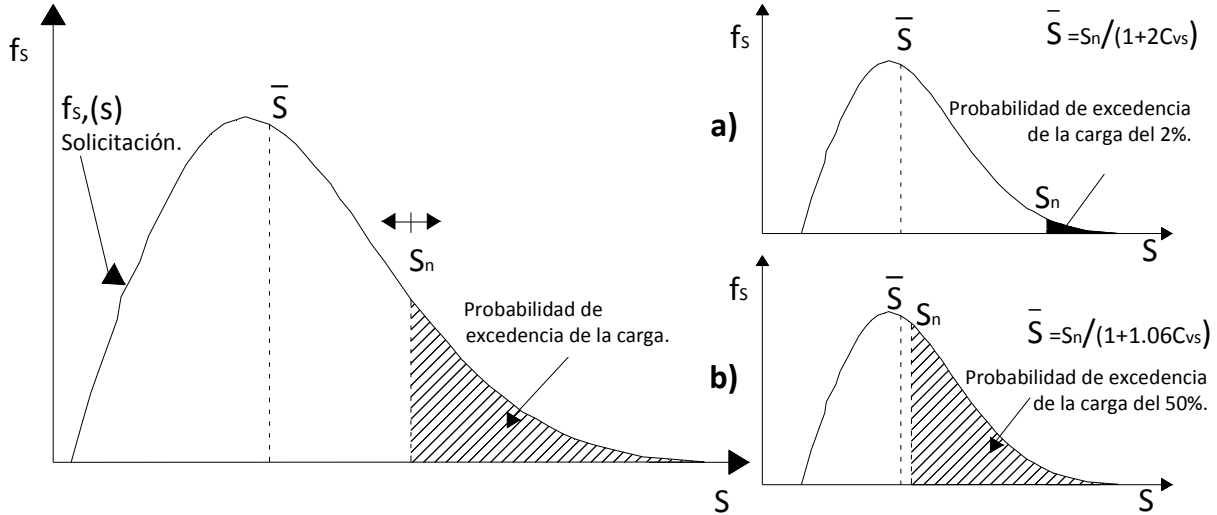


Figura 4.2. Probabilidad de excedencia de la carga.

Estudios elaborados en el Instituto de Ingeniería de la UNAM (Ruiz y Soriano, 2001), demuestran que los valores de las cargas nominales en oficinas especificadas en las NTC sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones corresponden al 50% de la probabilidad de excedencia de la carga. Por lo que en el presente estudio se utiliza una probabilidad de excedencia de la carga igual a 50%. Bajo esta consideración, la sollicitación nominal ( $S_n$ ) es aproximadamente igual a la sollicitación media ( $\bar{S}$ , ver figura 4.3b).

$$S_n = \bar{S} \tag{4.9}$$

La desviación estándar de la sollicitación ( $\sigma_s$ ) se calcula a partir del coeficiente de variación de la carga muerta y de la carga viva (Meli 1976), como sigue:

$$C_s^2 = C_\gamma^2 + R_c^2 C_{wm}^2 + (1 - R_c)^2 C_{wv}^2 \tag{4.10}$$

donde:

$C_\gamma$  representa la falta de precisión de análisis, este coeficiente depende de las características de la estructura y en gran parte del elemento mecánico que provoca la falla, En este estudio se utiliza  $C_\gamma = 0.1$ .

$C_{wm}$  es el coeficiente de variación de la carga muerta, depende en gran medida de las variaciones y estimaciones del peso de los materiales, instalaciones, acabados, etc. En este estudio se utiliza  $C_{wm} = 0.08$ .

$C_{wv}$  es el coeficiente de variación de la carga viva. Es uno de los parámetros más difícil de poder estimar, presenta una gran variabilidad debido a los cambios de ocupación y al área tributaria donde se ejercen las cargas. En este estudio se utiliza  $C_{wv} = 0.18$ .

Una vez que se ha calculado la media y el coeficiente de variación de la sollicitación, se puede calcular la desviación estándar mediante la ecuación 4.11.

$$\sigma_S = C_S * \bar{S} \quad (4.11)$$



## Capítulo 5. Casos analizados

En la presente tesis se analizarán vigas de concreto reforzado de sección rectangular. Los casos que se estudian son los siguientes:

- Dieciocho vigas diseñadas de acuerdo a las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (2004).
- Dieciocho Vigas diseñadas de acuerdo a los Criterios del Instituto Americano del Concreto ACI318-11 (2011).

### 5.1 Propiedades de los materiales

Cada uno de los análisis se realizará con las siguientes características del concreto:

- Concreto clase 1, con una resistencia nominal  **$f'c=250 \text{ kg/cm}^2$** .
  - Para el caso de las **NTC-2004** la resistencia media a compresión es  $f_{c_m} = 254.24 \text{ kg/cm}^2$ , y la desviación estándar es  $\sigma_{f_c} = 34.4 \text{ kg/cm}^2$ .
  - Para el caso del **ACI318-11** la resistencia media a compresión es  $f_{c_m} = 292.24 \text{ kg/cm}^2$ , y la desviación estándar es  $\sigma_{f_c} = 34.4 \text{ kg/cm}^2$ .
- Concreto clase 1, con una resistencia nominal  **$f'c=700 \text{ kg/cm}^2$** .
  - Para el caso de las **NTC-2004** la resistencia media a compresión es  $f_{c_m} = 606.75 \text{ kg/cm}^2$ , y la desviación estándar es  $\sigma_{f_c} = 50.99 \text{ kg/cm}^2$ .
  - Para el caso del **ACI318-11** la resistencia media a compresión es  $f_{c_m} = 765.27 \text{ kg/cm}^2$ , y la desviación estándar es  $\sigma_{f_c} = 50.99 \text{ kg/cm}^2$ .

Las medias y desviaciones estándar de las resistencias del concreto en obra se determinan a partir de un documento escrito por el *Dr. Roberto Meli (comunicación personal)*, el desarrollo se muestra en el Anexo 2.

El acero empleado es grado 42 con una límite de fluencia nominal  $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$ . El límite de fluencia medio es  $f_{y_m} = 4680 \text{ kg/cm}^2$ , y la desviación estándar es  $\sigma_{f_y} = 449.29 \text{ kg/cm}^2$  (Meli, 1985).

### 5.2 Secciones transversales de las vigas

Se analizan seis vigas (ver tabla 5.1). Para cada viga se introducen tres porcentajes de acero longitudinal, los cuales corresponden a la condición mínima, a la media y a la máxima de refuerzo por flexión (ver capítulo 2).

En la tabla 5.2 se muestran los valores medios y la desviación estándar para cada una de las secciones analizadas.

El recubrimiento para todos los casos es  $r=3.81\text{cm}$ , el recubrimiento medio  $M_r=3.16\text{ cm}$  y la desviación estándar  $D_r=1.11\text{ cm}$  (Rangel, 2011)

Tabla 5.1. Características geométricas.

Características geométricas (cm)		Refuerzo longitudinal ( $\text{cm}^2$ )
b	h	As
30	60	3.97
		15.10
		26.23
30	75	5.03
		18.91
		32.79
30	90	6.09
		22.72
		39.34
40	90	8.13
		30.29
		52.46
45	130	13.38
		49.31
		85.24
40	160	14.73
		53.99
		93.26

Tabla 5.2. Medias y desviaciones estándar.

Dimensiones (cm)		
nominal	media	desv. Est.
30	30.36	0.41
35	34.34	0.43
40	39.68	0.64
45	44.68	0.64
60	59.68	0.64
75	74.68	0.64
90	89.68	0.64
100	99.68	0.67
130	129.68	0.64
160	159.64	0.62

Las características geométricas de las secciones y las propiedades de los materiales fueron obtenidas de Rangel (2011). Corresponden a elementos de tres edificios de 5, 10, 15 niveles diseñados por reconocidas firmas de Ingeniería Estructural: PROYECT, GARCÍA JARQUE INGENIEROS, S. C. y ALONSO Y ASOCIADOS. Los edificios fueron diseñados usando el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (2004).

## Capítulo 6. Comparación del índice de confiabilidad $\beta$ para vigas diseñadas con los criterios NTC-2004 y ACI318-11

Los resultados obtenidos se presentan en forma de gráficas que relacionan el índice  $\beta$  con la relación de carga  $R_c$ . A partir de estas relaciones se analiza la influencia de los diferentes parámetros que intervienen en el estudio. En el Anexo 3 se muestran los valores numéricos del índice de confiabilidad para los diferentes criterios utilizados.

### 6.1. Influencia de la relación de carga

En las figuras 6.1 a 6.6 se presentan los índices de confiabilidad  $\beta$  en función de la relación de carga  $R_c = CM/(CM + CV)$ . En el caso que corresponde a las NTC-2004 (figuras 6.1 y 6.3) se puede observar que el índice  $\beta$  crece (por lo tanto la probabilidad de falla disminuye) a medida que crece la relación de carga, es decir, la confiabilidad aumenta cuanto la carga viva disminuye. En las figuras correspondientes al ACI318-11 (figuras 6.2 y 6.4) el índice  $\beta$  disminuye a medida que la relación de carga aumenta, es decir, la confiabilidad es mayor cuando se tienen cargas vivas grandes.

### 6.2. Influencia de la resistencia a compresión del concreto

Tanto en el caso de las NTC-2004 como en el ACI318-11, el índice  $\beta$  es mayor en elementos diseñados con concreto de resistencia a la compresión  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$  que en elementos diseñados con concreto con  $f'_c = 700 \text{ kg/cm}^2$  (ver figuras 6.1 y 6.2). Esto se debe a la variabilidad de la distribución de la resistencia y sollicitación (ver Anexo 4).

En la figura 6.1 se muestran dos curvas que corresponden a elementos diseñados con concreto de  $f'_c = 700 \text{ kg/cm}^2$ . Se puede observar que tienen confiabilidades distintas, esto se debe a que la resistencia fue calculada con criterios diferentes. La curva con menor confiabilidad corresponde a diseños elaborados con las NTC-2004, mientras que la curva con mayor confiabilidad corresponde a diseños elaborados con el criterio de la sección 2.4 para concretos de alto desempeño.

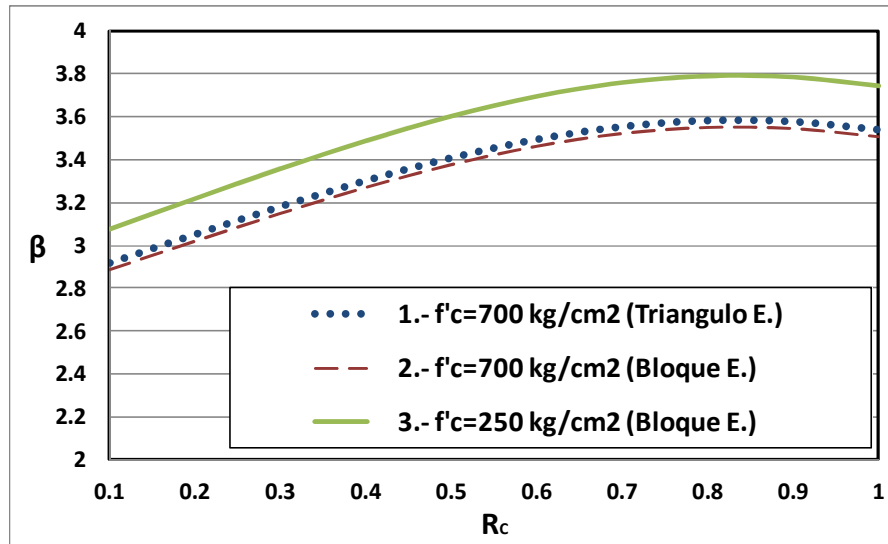


Figura 6.1. Comparación del índice  $\beta$  para secciones diseñadas con las NTC-2004, para diferentes valores de  $f'c$ .

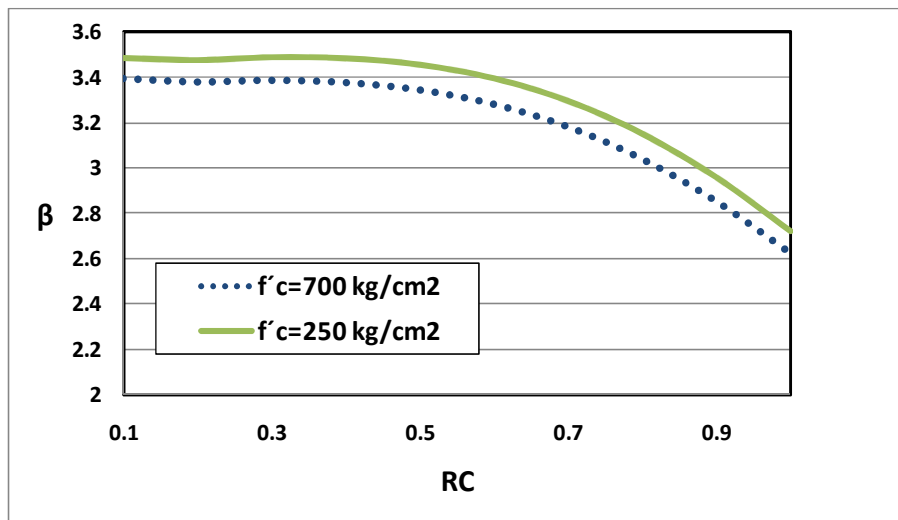


Figura 6.2. Comparación del índice  $\beta$  para secciones diseñadas con El ACI318-11, para diferentes valores de  $f'c$ .

### 6.3. Influencia del porcentaje de acero

Las figuras 6.3 y 6.4 muestran el comportamiento del índice  $\beta$  cuando se diseña con tres distintos porcentajes de acero.

La figura 6.3 corresponde a diseños de acuerdo con las NTC-2004. En la figura se puede observar que a medida que incrementa el porcentaje de acero también incrementa la confiabilidad del elemento. La confiabilidad máxima se presenta en diseños con el 90% del área de acero balanceado (ver sección 2.3.1.2) que corresponde a la curva indicada como “A. Máxima”. La curva de confiabilidad

menor corresponde a elementos diseñados con el porcentaje de acero mínimo (ecuación 2.1 del capítulo 2). La curva indicada como “A. Medio” corresponde a una interpolación lineal entre las condiciones anteriores.

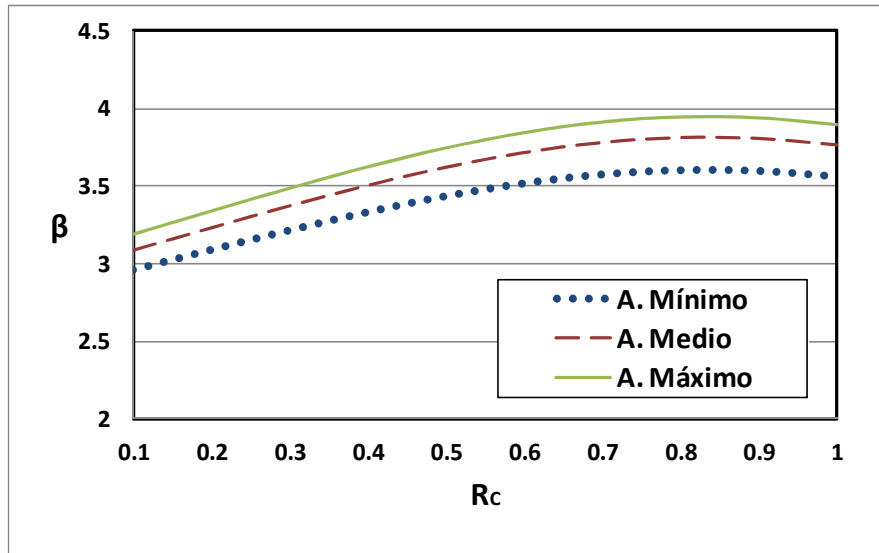


Figura 6.3. Influencia del porcentaje de acero.  
Criterio NTC-2004.

En la figura 6.4 se muestra el comportamiento del índice  $\beta$  para vigas diseñadas de acuerdo con el criterio ACI318-11. Se puede observar que en el porcentaje de acero tiene una influencia similar que para las NTC-2004 en el cálculo de índice  $\beta$ . A medida que incrementa el porcentaje de acero, aumenta la confiabilidad del elemento.

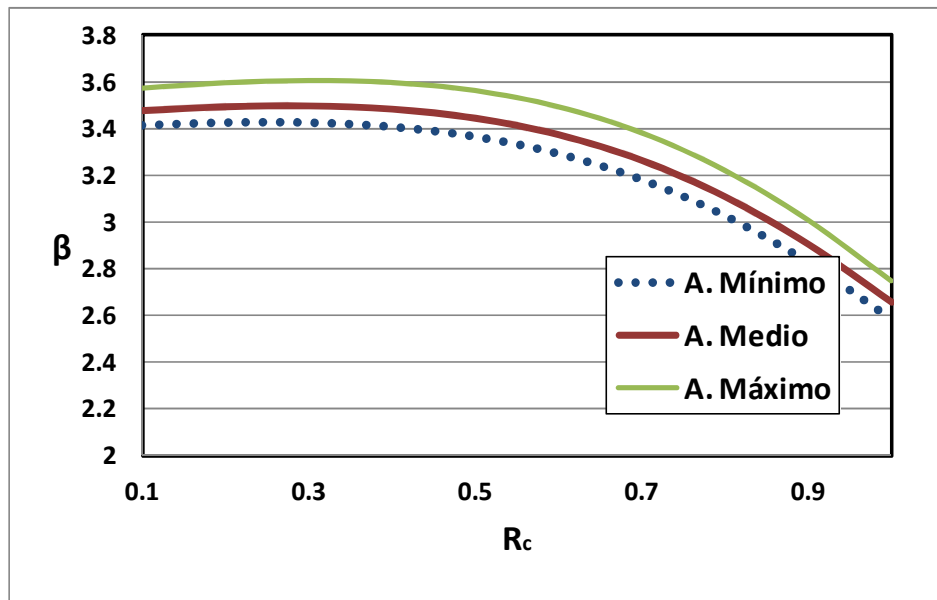


Figura 6.4. Influencia del porcentaje de acero.  
Criterio ACI318-11

Las figuras 6.5 y 6.6 presentan el promedio del índice  $\beta$  para las 18 vigas analizadas. En la figura 6.5 se observa que la curva correspondiente al ACI318-11 tiene un comportamiento diferente a la curva correspondiente a las NTC-2004. Este comportamiento se debe principalmente a los valores de las combinaciones de los respectivos factores de carga. El ACI318-11 especifica una combinación de carga igual a  $1.2CM+1.6CV$ , por esta razón es más confiable cuando se presentan relaciones de carga pequeñas (porque la carga viva es grande). Por otra parte, las NTC-2004 utilizan una combinación de carga igual a  $1.4CM+1.4CV$ . A pesar de que los factores de carga son iguales en las NTC-2004, no se presenta uniformidad en el índice de confiabilidad  $\beta$ , más bien se puede observar que la confiabilidad incrementa cuando incrementa la relación de carga (donde la carga viva es pequeña).

En el siguiente capítulo se obtendrá una combinación de carga con una mayor uniformidad, utilizando el concepto de índice de confiabilidad objetivo. Este se obtiene como un promedio de los índices  $\beta$  correspondientes a relaciones de carga entre 0.3 y 0.7 (que es el intervalo de relación de carga más usual en la práctica para vigas diseñadas por flexión). En las figuras 6.5 y 6.6 se muestra el valor del índice promedio objetivo ( $\beta_o$ ) para cada caso.

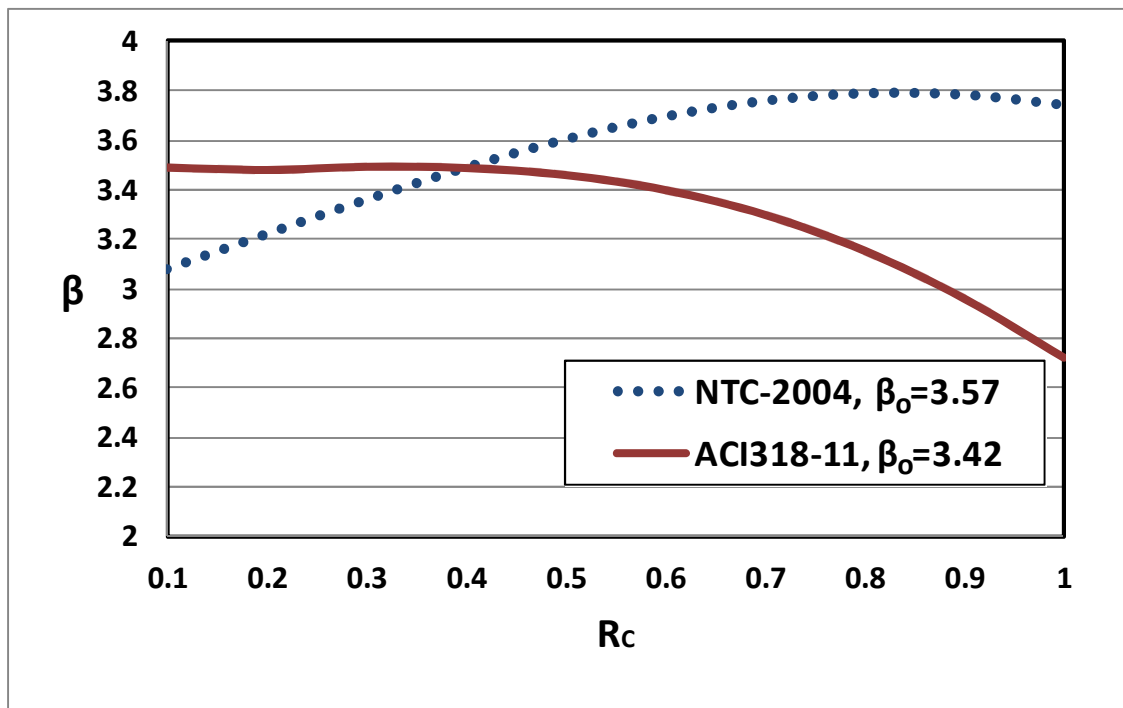


Figura 6.5. Comparación de índices de confiabilidad correspondientes a NTC-2004 y ACI318-11.  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$

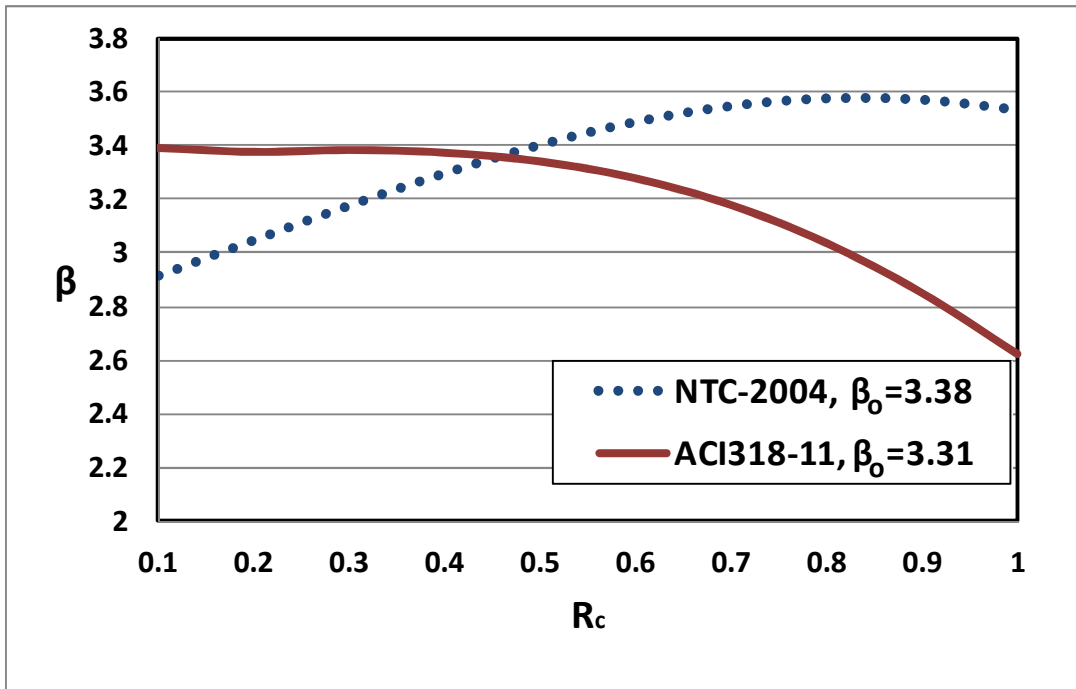


Figura 6.6. Comparación de índices de confiabilidad correspondientes a NTC-2004 y ACI318-11.  $f'_c = 700 \text{ kg/cm}^2$

## Capítulo 7. Determinación de los factores de seguridad

Con base en los índices de confiabilidad  $\beta$  implícitos en el reglamento vigente NTC-2004 (determinados en el capítulo anterior), y también en resultados que han obtenido otros autores sobre los índices de confiabilidad implícitos en otros reglamentos (Meli, 1976; Ellingwood, 1978; Szerszen y Nowak, 2003) se puede determinar una combinación de carga a partir de un índice de confiabilidad objetivo ( $\beta_o$ ).

En este estudio se opta por hacer el análisis de acuerdo con el criterio de los Factores Óptimos (Wen, 1996), el cual consiste en determinar el índice de confiabilidad  $\beta$  para diferentes combinaciones de carga y mediante la ecuación 7.1 encontrar la diferencia mínima entre el valor del  $\beta$  calculado y el valor del  $\beta_o$  objetivo.

$$\sum_{i=1}^n p_i (\beta_i(x) - \beta_o)^2 \quad (7.1)$$

donde:

$\beta_i(x)$  = índice de confiabilidad para la combinación de carga  $i$

$\beta_o$  = índice de confiabilidad objetivo

$p_i$  = peso asignado (importancia que se le da a un estado limite)

### 7.1. Casos analizados

Se analizaron dos casos, donde la variable principal es la resistencia nominal del concreto.

- Caso 1. Concreto con resistencia nominal  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$
- Caso 2. Concreto con resistencia nominal  $f'_c = 700 \text{ kg/cm}^2$

Para cada caso se determinaron los índices de confiabilidad para los factores de carga muerta ( $FC_M$ ) y carga viva ( $FC_V$ ) que se muestran en la tabla 7.1.

Tabla 7.1 Combinaciones de carga

$FC_M$	$FC_V$
1.1	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9
1.2	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9
1.3	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9
1.4	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9
1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9



### 7.1.1. Confiabilidad objetivo

- Para concretos con  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ , el índice de confiabilidad objetivo correspondiente a las NTC-2004 es  $\beta_o = 3.57$  (ver figura 6.5).
- Para concretos con  $f'_c = 700 \text{ kg/cm}^2$ , el índice de confiabilidad objetivo correspondiente a las NTC-2004 es  $\beta_o = 3.38$  (ver figura 6.6).

### 7.1.2. Peso asignado

En el presente estudio se utiliza  $p_i = 1$ , puesto que solo se analiza el estado límite asociado a flexión. En el caso en el que se estudien otros estados límite (cortante, flexo-compresión, torsión, etc) el valor de  $p_i$  podría variar dependiendo de la importancia del estado límite asociado a la falla.

## 7.2. Resultados de diferentes combinaciones de carga

Para el caso 1, la diferencia mínima de la sumatoria  $\sum(\beta_i - \beta_o)^2$  (dada por la ec. 7.1) es 0.3547. Esta corresponde a la combinación 1.3CM+1.5CV. Las figuras 7.1 y 7.2 representan la forma gráfica de la tabla 7.2, donde se puede observar claramente que la combinación que rige es la antes mencionada.

Tabla 7.2 Valores de las diferencias cuadráticas mínimas. Caso 1

		Factor de Carga Muerta (FCM)				
		1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
Factor de Carga Viga (FCv)	1.2	17.4382	10.6123	6.4832	4.5349	4.3395
	1.3	11.9954	6.2703	3.1067	2.0050	2.5523
	1.4	8.1649	3.4288	1.1278	0.7783	1.9817
	1.5	5.7366	1.8869	0.3547	0.6717	2.4529
	1.6	4.5201	1.4634	0.6150	1.5212	3.8099
	1.7	4.3449	1.9968	1.7556	3.1815	5.9147
	1.8	5.0599	3.3439	3.6409	5.5244	8.6461
	1.9	6.5315	5.3790	6.1525	8.4380	11.8982

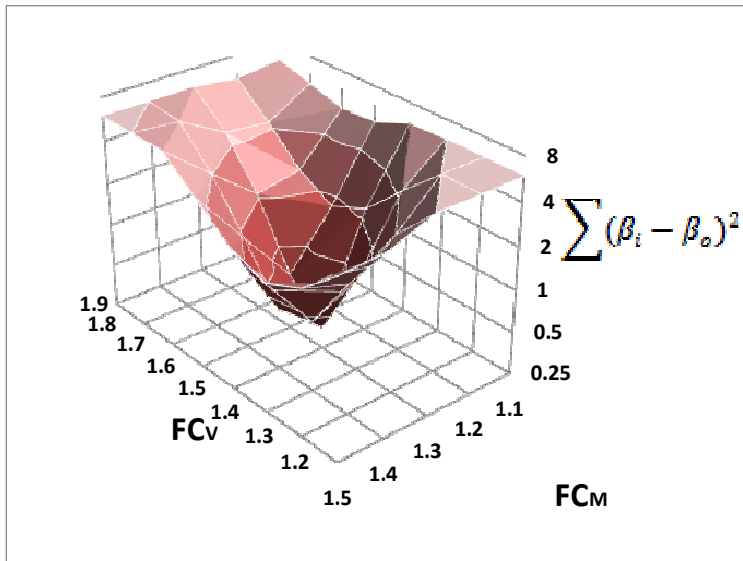


Figura 7.1. Combinación óptima de factores de carga. Caso 1.  
Vista en perspectiva

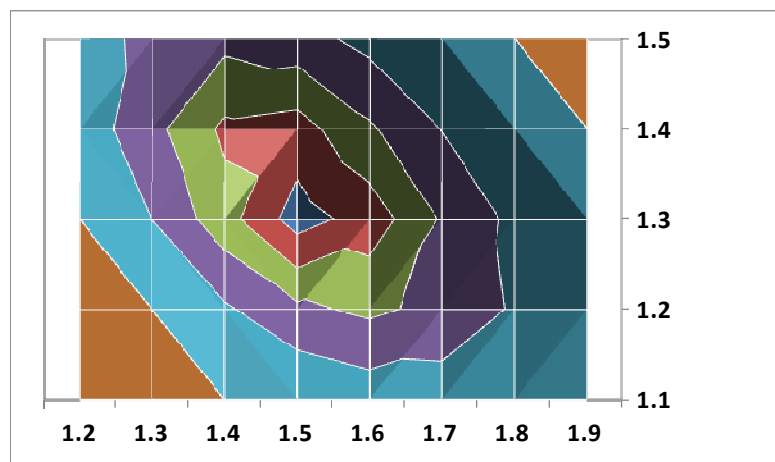


Figura 7.2. Combinación optima para el Caso 1. Vista en planta

En la figura 7.3 se muestra el comportamiento del índice  $\beta$  para la combinación 1.3CM+1.5CV y se compara con la combinación 1.4CM+1.4CV. Nótese que el comportamiento del índice  $\beta$  es más uniforme (para distintas relaciones de carga  $R_c$ ) en la combinación 1.3CM+1.5CV que para la combinación 1.4CM+1.4CV. Es decir, la combinación 1.3CM+1.5CV presenta menor variabilidad para diferentes relaciones de carga. También se aprecia que ambas combinaciones tienen el mismo índice de confiabilidad objetivo, pero la combinación 1.3CM+1.5CV presenta mayor uniformidad para relaciones de carga entre 0.3 y 0.7 que son los valores comúnmente usados en la práctica profesional.

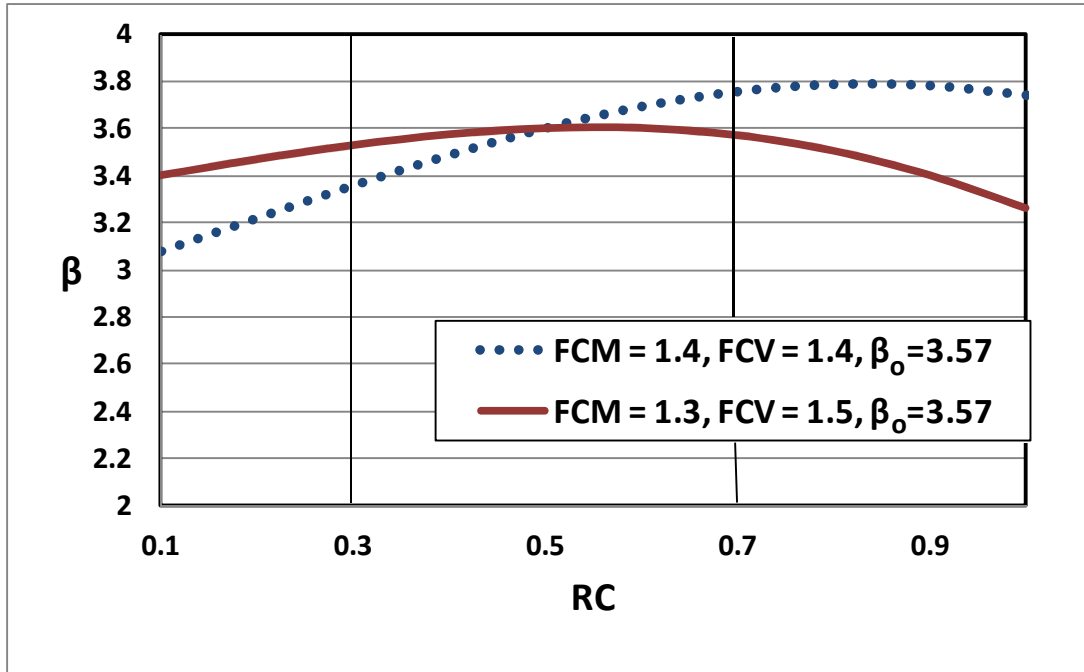


Figura 7.3. Comparación del índice de confiabilidad  $\beta$  para el caso 1.

Para el caso 2 ( $f'_c = 700 \text{ kg/cm}^2$ ), la diferencia mínima ( $\sum(\beta_i - \beta_o)^2$ ) es igual a 0.2037, también corresponde a la combinación 1.3CM+1.5CV. Las figuras 7.4 y 7.5 representan la forma grafica de la tabla 7.3, y se puede observar claramente que la combinación que rige es la antes mencionada.

Tabla 7.3. Valores de las diferencias cuadráticas mínimas. Caso 2.

		Factor de Carga Muerta (FCM)				
		1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
Factor de Carga Viga (FCv)	1.2	16.4697	9.9308	5.9650	4.0756	3.8520
	1.3	11.3142	5.8251	2.7786	1.6940	2.1755
	1.4	7.6937	3.1462	0.9198	0.5493	1.6527
	1.5	5.4048	1.7003	<b>0.2037</b>	0.4650	2.1154
	1.6	4.2644	1.3132	0.4650	1.2840	3.4141
	1.7	4.1090	1.8299	1.5567	2.8671	5.4168
	1.8	4.7936	3.1136	3.3495	5.0921	8.0080
	1.9	6.1908	5.0443	5.7306	7.8524	11.0872

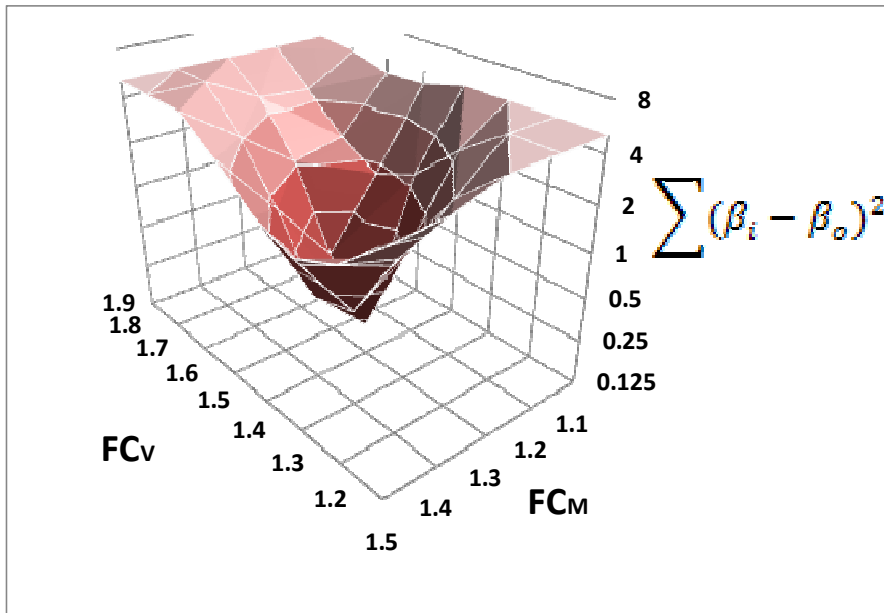


Figura 7.4. Combinación óptima de factores de carga. Caso 2. Vista en perspectiva.

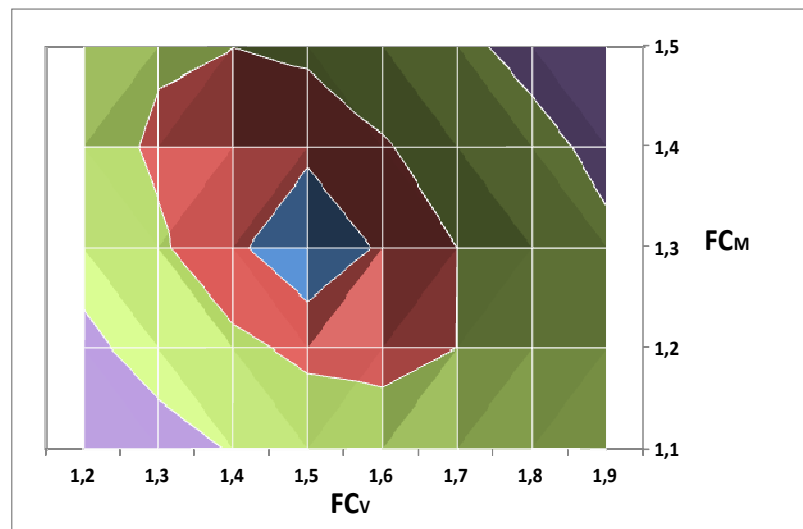


Figura 7.5. Combinación óptima para el Caso 2. Vista en planta.

En la figura 7.6 se observa el mismo comportamiento descrito en el caso 1, la única diferencia es que el índice  $\beta$  objetivo es menor. Esto se debe a la variabilidad de la distribución de la resistencia y sollicitación para concretos con  $f'c=700 \text{ kg/cm}^2$  (ver Anexo 4).

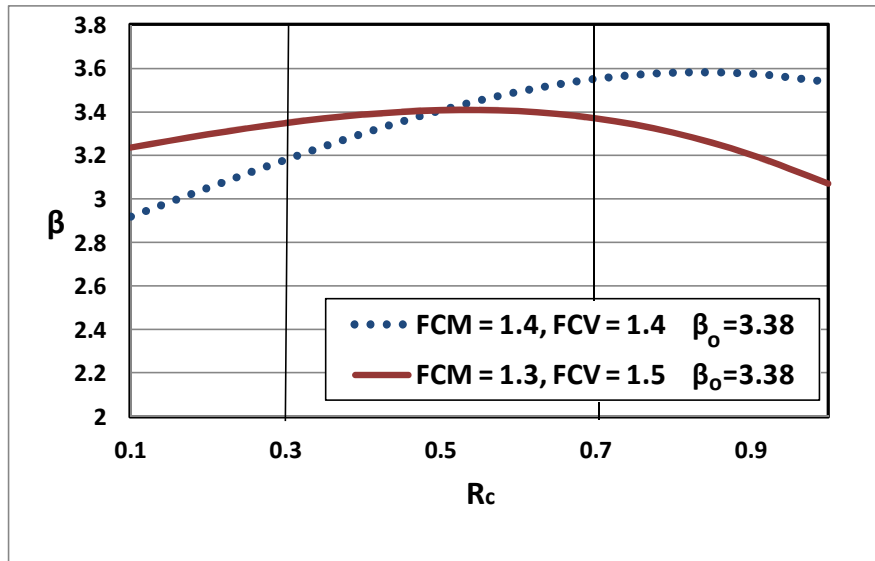


Figura 7.6. Comparación del índice de confiabilidad  $\beta$  para el caso 2.

Aunque ambas combinaciones tengan el mismo índice de confiabilidad objetivo, la combinación 1.3CM+1.5CV es uniforme y puede aplicarse a cualquier caso de carga sin presentar grandes variaciones en el índice de confiabilidad  $\beta$ .

Con base en lo anterior se puede concluir que la combinación 1.3CM+1.5CV es mejor que la combinación 1.4CM+1.4CV.

## Capítulo 8. Conclusiones y recomendaciones

Los parámetros que tienen mayor influencia en el comportamiento del índice de confiabilidad son la resistencia del concreto y la relación de carga.

Con base en los resultados obtenidos en el capítulo 6 de este trabajo, se concluye que la confiabilidad implícita en los factores de seguridad de los criterios NTC-2004 y ACI318-11 es satisfactoria, sin embargo la confiabilidad tiene un carácter variable (no es uniforme) con respecto a la relación de carga.

La combinación de carga a la que se llega como la combinación óptima en este estudio (1.3CM+1.5CV) presenta ventajas respecto a la combinación propuesta por el criterio NTC-2004 (1.4CM+1.4CV). Dichas ventajas son:

- Mayor uniformidad.
- Se le da mayor importancia a las acciones variables (carga viva) a través del factor 1.5.
- Depende más de la calidad de los materiales que de la relación de carga.
- Se basa en estudios realizados en México con acciones y condiciones de carga propias de la Ciudad de México.

La combinación de carga propuesta por el ACI318-11 (1.2CM+1.6CV) se determinó para condiciones de carga propias de los Estados Unidos de América, por lo que solo es aplicable a los diseños de ese país.

Para poder adoptar la combinación de carga 1.3CM+1.5CV en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF en revisión, 2012) es necesario analizar otros esfuerzos (estados límite de cortante, torsión, flexo-compresión, aplastamiento, etc) y además aplicar el estudio a elementos constituidos con otros materiales (acero, madera, mampostería).

Las acciones gravitacionales rigen en ciertos casos el diseño de sistemas estructurales (por ejemplo, para edificios de pocos niveles y en zonas de bajo riesgo sísmico); sin embargo, para casos en los que rija el diseño por sismo o por viento se deberán aplicar los factores de carga óptimos que sean adecuados para estas acciones.

## Referencias

1. Allen, D. E. Probabilistic Study of Reinforced Concrete in Bending, NRC Institute for Research in Construction, Technical paper No. 311, Canada 1970
2. American Concrete Institute ACI, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11)", E.U.A. 2011.
3. Cornell, A. C. A Probability-Based Structural Code, ACI Journal, No. 66-85, E.U.A. 1969.
4. Ellingwood B. Development of a Probability Based Loas Criterion for American National Standard, NBS special publication, N0. 577, E.U.A. 1980.
5. Ellingwood, B. Reliability Basis of Load and Resistance Factors for Reinforced Concrete Design, NBS Building Science Series 110, E.U.A. 1978.
6. Gere, M. y Timoshenko, S. P. Mecánica de Materiales, Grupo editorial Iberoamérica segunda edición, E.U.A. 1984.
7. González Cuevas, O. y Robles Fernández, F. Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado, Limusa, Cuarta edición, México 2005.
8. Hibbeler R. C. Mecánica de Materiales, Pearson, Sexta edición, E.U.A. 2004.
9. MacGregor J. G. Reinforced Concrete: Mechanics and Design, Prentice Hall, Tercera edición, E.U.A. 1997.
10. Mansur, M. A. Stress-Strain Relationship of High-Strength Concrete in Compression, ASCE Journal, No. 2 70-76, 1996.
11. Meli R, Estudio Estadístico de Propiedades de Materiales y Estructuras de Concreto Reforzado en el Distrito Federal, Informe Interno del Instituto de Ingeniería UNAM, elaborado para la Dirección General de Administración del Uso del Suelo del Departamento del Distrito Federal, México. 1985.
12. Meli R. Bases para los Criterios de Diseño Estructural del Proyecto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, Instituto de Ingeniería UNAM, No. 375, México. 1976.
13. Meli Piralla, R. Diseño Estructural, Limusa. Segunda edición, México. 2002.
14. Mendoza, C. J. Concretos de Alto Desempeño con Materiales Comunes en el Distrito Federal. Instituto de Ingeniería UNAM, México. 1998.

15. Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto. Gobierno del Distrito Federal. 2004.
16. Park, R. Estructuras de Concreto Reforzado, Editorial Limusa, E.U.A. 1996.
17. Ramos Alvarado, J. C. Análisis de Confiabilidad de Columnas de Concreto Reforzado, Tesis de Licenciatura, FES Aragón UNAM, México. 1990.
18. Rangel A. G. Influencia en la Confiabilidad Sísmica Estructural de las Incertidumbres en las Propiedades Mecánicas de los Materiales y en las Cargas Vivas Máximas, Tesis Maestría, Posgrado en Ingeniería UNAM, México D.F. 2011.
19. Rosenblueth E. y Esteva L. Reliability Basis for Some Mexican Codes, Probabilistic Design of Reinforced Concrete Building, ACI, SP-31, E.U.A. 1973.
20. Ruiz Gómez S. E. y Soriano Martínez, J. A. Cargas Vivas Máximas de Diseño para Edificios de Oficinas en la Ciudad de México, Instituto de Ingeniería UNAM, No. 623, México. 2001.
21. Ruiz Gómez, S. E. y Suarez Alvarado R. A. Confiabilidad Implícita en los Factores de Seguridad Especificados en las NTC-1987 y ACI318-89. Vigas Diseñadas por Flexión, Instituto de Ingeniería UNAM, No 546, México. 1992.
22. Ruiz Gómez. S. E. y Suárez R. Índices de Seguridad de Elementos de Concreto Reforzado ante Cargas Estáticas, Diseñados con las Normas Técnicas Complementarias del RCDF-1987, Revista de Ingeniería UNAM, No. 2, 35-41, México. 1992.
23. Ruiz Gómez, S. E. y Soriano, A. Design Live Loads for Office Buildings in México and the United States, Journal of Structural Engineering, No 916, 816-822. 1997.
24. Szerszen M, y Nowak S. Calibration of Design Code for Buildings (ACI318): Part 2-Reliability Analysis and Resistance Factors, ACI Structural Journal, Technical Paper, No. 100-S42, E.U.A. 2003.
25. Vargas Ortega, V. S. Factores Reductivos por Sobre-Resistencia y Comportamiento No Lineal para Diseño Sísmico Basado en Confiabilidad, Tesis de Maestría, Posgrado en Ingeniería UNAM, México D.F. 2011.
26. Wen Y. K. Reliability-Based Design Under Multiple Loads, Structural Safety, No. 13, 3-19, Elsevier Science Publishers B. V. E.U.A. 1993.



## Anexos

### Anexo 1. Deformación unitaria del concreto de alto desempeño

Los elementos de concreto de alto desempeño presentan variaciones en su deformación unitaria última

En la tabla A.4 se muestran valores de la resistencia nominal del concreto y su respectiva deformación unitaria obtenidos por Mendoza (1998). A partir de esta información se propuso dentro del presente estudio una ecuación que pueda predecir la deformación unitaria última del concreto en función de su resistencia nominal.

Tabla A.4 Datos obtenidos a partir de pruebas experimentales de concretos fabricados en México (Mendoza, 1998)

f'c (kg/cm <sup>2</sup> )	ε	f'c (kg/cm <sup>2</sup> )	ε	f'c (kg/cm <sup>2</sup> )	ε
415	0.00280	492	0.00270	610	0.002752
423	0.00253	494	0.00272	648	0.002870
444	0.00245	495	0.00280	661	0.002980
445	0.00250	515	0.00285	678	0.002830
449	0.00293	548	0.00290	687	0.002900
487	0.00290	552	0.00325		

La ecuación que se muestra en la figura A.4 ( $\epsilon_{su} = 0.0008f_c^{0.2063}$ ) representa el comportamiento de la deformación unitaria en función de la resistencia nominal del concreto. Es importante mencionar que para que la ecuación mayor aproximación, se requiere más información. La ecuación propuesta tiene una buena aproximación comparada con un estudio realizado por la ASCE (Mansur 1996), donde se ensayaron 1000 cilindros de concreto para la obtención de cada punto.

La ecuación de la ASCE es:  $\epsilon_{su} = 0.00078f_c^{0.25}$ .

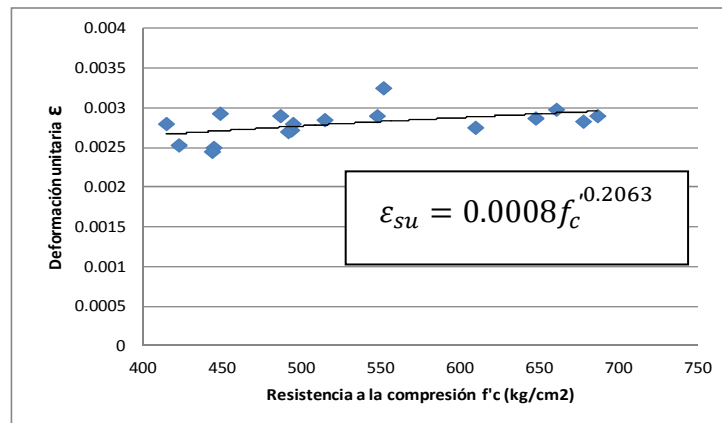


Figura A.4

## Anexo 2. Determinación de la resistencia media a compresión del concreto

Meli R, "Valor característico de la resistencia del concreto", Instituto de Ingeniería UNAM, México, 1972.

Existe cierta probabilidad de que la resistencia del concreto en obra tenga variaciones respecto a la resistencia nominal especificada en el proyecto. Esta es la principal razón, por la cual es necesario relacionar la resistencia a la compresión de cilindros de concreto con la resistencia a la compresión en obra.

La resistencia a la compresión media en obra ( $\overline{f_{CO}}$ ) toma en cuenta posibles variaciones en la resistencia nominal ( $f'_c$ ), debido a transporte, colocación, compactado y curado.

De acuerdo con el escrito del Dr. Meli, la resistencia media a la compresión en obra ( $\overline{f_{CO}}$ ) es:

$\overline{f_{CO}} = k \overline{f_c}$  donde:

$$k = \begin{cases} 0.75 + \frac{30}{f'_c} & \text{para construcciones con un estricto control.} \\ 0.60 + \frac{25}{f'_c} & \text{para construcciones con poco control.} \end{cases}$$

$\overline{f_c}$  es la resistencia media a compresión de cilindros de concreto

La resistencia a compresión de los cilindros ( $\overline{f_c}$ ) depende de la resistencia nominal del concreto ( $f'_c$ ) y de su desviación estándar ( $\sigma_{C1}$ ), como se muestra a continuación.

$$\overline{f_c} = f'_c + 1.28\sigma_{C1}$$

$\overline{f_c}$  y  $\sigma_{C1}$  se determinan a través de pruebas de laboratorio.

Por otro lado, varianza de la resistencia a la compresión en obra ( $\sigma_{CO}$ ) se calcula con la siguiente ecuación:

$$\sigma_{CO}^2 = \sigma_{C1}^2 + \sigma_{C2}^2$$

donde:

$$\sigma_{C2} = \begin{cases} 10 \text{ kg/cm}^2 & \text{En construcciones con un estricto control.} \\ 30 \text{ kg/cm}^2 & \text{En construcciones con poco control.} \end{cases}$$

- Es importante mencionar que el procedimiento descrito anteriormente es la base para determinar el valor de la resistencia nominal del concreto ( $f'_c$ ) que aparece en las NTC-2004.
- El reglamento americano ACI318-11 considera que la resistencia en cilindros y la resistencia en obra es la misma, esta consideración se puede hacer solo cuando se tiene un excelente control de calidad, tanto en la fabricación como en colocación.

Enseguida se presenta el cálculo de la resistencia media a la compresión y desviación estándar de los concreto utilizados en la presente tesis.

- **Para concreto de  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$**

$$\sigma_{c1} = 33 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{c2} = 10 \text{ kg/cm}^2 \text{ (aquí se supone un buen control de calidad).}$$

$$\sigma_{cO}^2 = 33^2 + 10^2 = 34.4 \text{ kg/cm}^2 = \text{Desviación estándar en obra.}$$

Valor medio de la resistencia de los cilindros.

$$\bar{f}_c = f'_c + 1.28\sigma_{c1}$$

$$\bar{f}_c = 250 + 1.28 * 33 = \mathbf{292.24 \text{ kg/cm}^2}, f_{cm} \text{ para el caso del ACI318-11}$$

Resistencia media en obra.

$$\bar{f}_{cO} = \left(0.75 + \frac{30}{250}\right) * 292.24 = \mathbf{254.24 \text{ kg/cm}^2}, f_{cm} \text{ para el caso de las}$$

**NTC-2004.**

- **Para concreto de  $f'_c = 700 \text{ kg/cm}^2$**

$$\sigma_{c1} = 50 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{c2} = 10 \text{ kg/cm}^2, \text{ (suponiendo buen control de calidad).}$$

$$\sigma_{cO}^2 = 50^2 + 10^2 = \mathbf{50.99 \text{ kg/cm}^2} = \text{Desviación estándar en obra.}$$

Resistencia media de los cilindros.

$$\bar{f}_c = f'_c + 1.28\sigma_{c1}$$

$$\bar{f}_c = 700 + 1.28 * 50.99 = 765.27 \text{ kg/cm}^2, f_{cm} \text{ para el caso del ACI318-11}$$

Resistencia media en obra.

$$\bar{f}_{co} = (0.75 + 30/700) * 765.27 = 606.75 \text{ kg/cm}^2, f_{cm} \text{ para el caso de las}$$

**NTC-2004.**

### Anexo 3. Valores del índice de confiabilidad $\beta$ para diferentes relaciones de carga

A.3.1 Índices de confiabilidad  $\beta$  para la combinación 1.4CM+1.4CV (NTC-2004). Concreto con  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ .

	Cantidad de Acero	Rc									
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Viga 30x60	Mínimo	2.9428	3.0720	3.1969	3.3128	3.4145	3.4960	3.5522	3.5789	3.5742	3.5383
	Medio	3.0553	3.1923	3.3250	3.4486	3.5572	3.6446	3.7048	3.7335	3.7284	3.6899
	Máximo	3.1883	3.3349	3.4776	3.6108	3.7282	3.8229	3.8883	3.9196	3.9140	3.8722
Viga 30x75	Mínimo	2.9435	3.0714	3.1949	3.3094	3.4096	3.4900	3.5453	3.5716	3.5669	3.5316
	Medio	3.0874	3.2302	3.3693	3.4993	3.6140	3.7065	3.7706	3.8011	3.7957	3.7547
	Máximo	3.1389	3.2825	3.4220	3.5522	3.6669	3.7593	3.8232	3.8537	3.8483	3.8074
Viga 30x90	Mínimo	3.0087	3.1497	3.2872	3.4159	3.5296	3.6215	3.6851	3.7155	3.7101	3.6694
	Medio	3.1200	3.2674	3.4113	3.5462	3.6655	3.7620	3.8289	3.8609	3.8552	3.8124
	Máximo	3.1826	3.3315	3.4767	3.6127	3.7327	3.8298	3.8970	3.9291	3.9234	3.8804
Viga 40x90	Mínimo	2.9240	3.0494	3.1703	3.2823	3.3801	3.4584	3.5123	3.5379	3.5334	3.4990
	Medio	3.0805	3.2263	3.3687	3.5022	3.6202	3.7158	3.7820	3.8137	3.8080	3.7656
	Máximo	3.1593	3.3084	3.4541	3.5906	3.7113	3.8090	3.8766	3.9090	3.9032	3.8599
Viga 40x160	Mínimo	2.9452	3.0765	3.2037	3.3221	3.4260	3.5095	3.5671	3.5946	3.5897	3.5529
	Medio	3.0927	3.2387	3.3811	3.5147	3.6328	3.7283	3.7945	3.8261	3.8205	3.7781
	Máximo	3.2292	3.3917	3.5517	3.7031	3.8381	3.9482	4.0249	4.0617	4.0552	4.0059
Viga 45x130	Mínimo	2.9639	3.0995	3.2313	3.3544	3.4628	3.5501	3.6105	3.6393	3.6342	3.5956
	Medio	3.0962	3.2433	3.3870	3.5219	3.6412	3.7378	3.8048	3.8368	3.8311	3.7882
	Máximo	3.2161	3.3735	3.5279	3.6734	3.8027	3.9077	3.9807	4.0156	4.0094	3.9626
Promedio.		3.0764	3.2188	3.3576	3.4874	3.6019	3.6943	3.7583	3.7888	3.7834	3.7425

A.3.2 Índices de confiabilidad  $\beta$  para la combinación 1.4CM+1.4CV (NTC-2004). Concreto con  $f'_c = 700 \text{ kg/cm}^2$ .

	Cantidad de Acero	Rc									
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Viga 30x60	Mínimo	2.8377	2.9560	3.0697	3.1746	3.2660	3.3390	3.3891	3.4129	3.4087	3.3767
	Medio	2.9278	3.0595	3.1873	3.3063	3.4108	3.4950	3.5530	3.5807	3.5758	3.5387
	Máximo	2.9134	3.0486	3.1804	3.3035	3.4122	3.5000	3.5607	3.5897	3.5846	3.5457
Viga 30x75	Mínimo	2.9324	3.0634	3.1904	3.3085	3.4123	3.4957	3.5532	3.5807	3.5758	3.5390
	Medio	2.9214	3.0525	3.1797	3.2981	3.4021	3.4859	3.5436	3.5711	3.5663	3.5294
	Máximo	2.9403	3.0799	3.2164	3.3444	3.4577	3.5494	3.6130	3.6434	3.6380	3.5973
Viga 30x90	Mínimo	2.9307	3.0637	3.1928	3.3132	3.4191	3.5044	3.5633	3.5914	3.5864	3.5487
	Medio	2.9553	3.0900	3.2209	3.3431	3.4506	3.5372	3.5970	3.6256	3.6205	3.5823
	Máximo	2.8998	3.0331	3.1627	3.2838	3.3904	3.4765	3.5360	3.5643	3.5593	3.5213
Viga 40x90	Mínimo	2.8562	2.9748	3.0887	3.1938	3.2853	3.3584	3.4085	3.4323	3.4281	3.3962
	Medio	2.9388	3.0733	3.2040	3.3261	3.4336	3.5203	3.5802	3.6088	3.6037	3.5654
	Máximo	2.9673	3.1112	3.2522	3.3848	3.5024	3.5979	3.6642	3.6960	3.6903	3.6478
Viga 40x160	Mínimo	2.8864	3.0130	3.1355	3.2492	3.3488	3.4288	3.4838	3.5101	3.5054	3.4703
	Medio	2.9465	3.0846	3.2192	3.3453	3.4568	3.5468	3.6092	3.6389	3.6336	3.5937
	Máximo	2.9075	3.0480	3.1856	3.3150	3.4297	3.5228	3.5874	3.6184	3.6129	3.5714
Viga 45x130	Mínimo	2.9714	3.1071	3.2390	3.3622	3.4706	3.5580	3.6183	3.6471	3.6420	3.6034
	Medio	2.8919	3.0228	3.1498	3.2683	3.3725	3.4564	3.5143	3.5420	3.5370	3.5000
	Máximo	2.8819	3.0161	3.1467	3.2690	3.3769	3.4640	3.5243	3.5531	3.5480	3.5094
Promedio.		2.9170	3.0499	3.1789	3.2994	3.4054	3.4909	3.5500	3.5781	3.5731	3.5354

A.3.3 Índices de confiabilidad  $\beta$  para la combinación 1.2CM+1.6CV (ACI318-11). Concreto con  $f'_c = 250\text{kg/cm}^2$ .

	Cantidad de Acero	Rc									
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Viga 30x60	Mínimo	3.3849	3.3947	3.3922	3.3723	3.3291	3.2560	3.1465	2.9954	2.8005	2.5645
	Medio	3.4612	3.4752	3.4766	3.4603	3.4200	3.3484	3.2385	3.0848	2.8850	2.6417
	Máximo	3.5600	3.5799	3.5872	3.5763	3.5401	3.4707	3.3603	3.2027	2.9953	2.7412
Viga 30x75	Mínimo	3.3834	3.3926	3.3895	3.3691	3.3256	3.2525	3.1435	2.9933	2.8000	2.5657
	Medio	3.4918	3.5085	3.5126	3.4987	3.4601	3.3892	3.2785	3.1222	2.9179	2.6686
	Máximo	3.4930	3.5096	3.5137	3.4997	3.4611	3.3902	3.2796	3.1234	2.9192	2.6701
Viga 30x90	Mínimo	3.4681	3.4848	3.4889	3.4749	3.4360	3.3645	3.2530	3.0955	2.8896	2.6387
	Medio	3.4659	3.4808	3.4831	3.4675	3.4277	3.3562	3.2459	3.0910	2.8893	2.6437
	Máximo	3.5649	3.5856	3.5937	3.5834	3.5477	3.4785	3.3678	3.2092	3.0003	2.7443
Viga 40x90	Mínimo	3.4176	3.4307	3.4313	3.4141	3.3728	3.3003	3.1895	3.0349	2.8343	2.5906
	Medio	3.4450	3.4591	3.4606	3.4444	3.4039	3.3320	3.2214	3.0667	2.8654	2.6206
	Máximo	3.5862	3.6099	3.6210	3.6134	3.5796	3.5111	3.3994	3.2376	3.0232	2.7601
Viga 40x160	Mínimo	3.4026	3.4140	3.4129	3.3943	3.3521	3.2793	3.1692	3.0164	2.8189	2.5793
	Medio	3.5233	3.5445	3.5531	3.5431	3.5073	3.4373	3.3248	3.1634	2.9506	2.6903
	Máximo	3.6010	3.6277	3.6417	3.6368	3.6049	3.5372	3.4243	3.2591	3.0391	2.7686
Viga 45x130	Mínimo	3.4158	3.4283	3.4283	3.4106	3.3691	3.2965	3.1861	3.0323	2.8330	2.5909
	Medio	3.4870	3.5044	3.5092	3.4957	3.4574	3.3864	3.2751	3.1176	2.9114	2.6598
	Máximo	3.6340	3.6617	3.6767	3.6727	3.6418	3.5748	3.4625	3.2977	3.0777	2.8068
Promedio.		3.4881	3.5051	3.5096	3.4960	3.4576	3.3867	3.2759	3.1191	2.9139	2.6636

A.3.4 Índices de confiabilidad  $\beta$  para la combinación 1.2CM+1.6CV (ACI318-11). Concreto con  $f'_c = 700\text{kg/cm}^2$ .

	Cantidad de Acero	Rc									
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Viga 30x60	Mínimo	3.2882	3.2909	3.2815	3.2558	3.2086	3.1342	3.0273	2.8833	2.7003	2.4801
	Medio	3.4055	3.4163	3.4147	3.3957	3.3532	3.2805	3.1710	3.0193	2.8234	2.5857
	Máximo	3.4740	3.4901	3.4935	3.4790	3.4398	3.3685	3.2577	3.1014	2.8975	2.6488
Viga 30x75	Mínimo	3.3446	3.3519	3.3469	3.3248	3.2801	3.2063	3.0974	2.9484	2.7573	2.5263
	Medio	3.4285	3.4416	3.4421	3.4250	3.3838	3.3115	3.2011	3.0471	2.8474	2.6045
	Máximo	3.4168	3.4307	3.4319	3.4153	3.3743	3.3018	3.1904	3.0346	2.8323	2.5864
Viga 30x90	Mínimo	3.4395	3.4529	3.4537	3.4368	3.3959	3.3239	3.2137	3.0598	2.8600	2.6170
	Medio	3.3674	3.3769	3.3740	3.3538	3.3103	3.2368	3.1269	2.9753	2.7801	2.5437
	Máximo	3.3847	3.3958	3.3944	3.3755	3.3328	3.2597	3.1491	2.9960	2.7981	2.5581
Viga 40x90	Mínimo	3.3094	3.3159	3.3102	3.2873	3.2418	3.1673	3.0577	2.9080	2.7165	2.4853
	Medio	3.3721	3.3824	3.3803	3.3607	3.3176	3.2441	3.1337	2.9812	2.7843	2.5458
	Máximo	3.4130	3.4259	3.4262	3.4088	3.3673	3.2947	3.1839	3.0294	2.8291	2.5858
Viga 40x160	Mínimo	3.4507	3.4653	3.4672	3.4513	3.4111	3.3393	3.2287	3.0736	2.8717	2.6261
	Medio	3.4320	3.4460	3.4474	3.4310	3.3903	3.3181	3.2071	3.0519	2.8501	2.6047
	Máximo	3.4042	3.4181	3.4194	3.4028	3.3618	3.2889	3.1770	3.0204	2.8170	2.5699
Viga 45x130	Mínimo	3.3172	3.3236	3.3176	3.2947	3.2492	3.1749	3.0657	2.9168	2.7263	2.4962
	Medio	3.4052	3.4191	3.4203	3.4037	3.3626	3.2898	3.1780	3.0215	2.8183	2.5715
	Máximo	3.4414	3.4568	3.4596	3.4444	3.4046	3.3326	3.2210	3.0639	2.8594	2.6103
Promedio.		3.3941	3.4056	3.4045	3.3859	3.3436	3.2707	3.1604	3.0073	2.8094	2.5692



A.3.5 Índices de confiabilidad  $\beta$  para la combinación 1.3CM+1.5CV (Combinación óptima). Concreto con  $f'_c = 250kg/cm^2$ .

	Cantidad de Acero	Rc									
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Viga 30x60	Mínimo	3.2532	3.3113	3.3604	3.3965	3.4145	3.4093	3.3762	3.3116	3.2142	3.0852
	Medio	3.3735	3.4376	3.4928	3.5345	3.5572	3.5555	3.5241	3.4591	3.3589	3.2249
	Máximo	3.5161	3.5879	3.6507	3.6994	3.7282	3.7309	3.7017	3.6361	3.5324	3.3920
Viga 30x75	Mínimo	3.2519	3.3090	3.3572	3.3923	3.4096	3.4040	3.3708	3.3066	3.2100	3.0823
	Medio	3.4131	3.4819	3.5417	3.5876	3.6140	3.6148	3.5842	3.5181	3.4148	3.2757
	Máximo	3.4639	3.5333	3.5936	3.6400	3.6669	3.6682	3.6382	3.5726	3.4699	3.3314
Viga 30x90	Mínimo	3.3345	3.4017	3.4599	3.5044	3.5296	3.5293	3.4979	3.4311	3.3273	3.1881
	Medio	3.4513	3.5236	3.5869	3.6362	3.6655	3.6683	3.6386	3.5718	3.4662	3.3234
	Máximo	3.5139	3.5875	3.6520	3.7025	3.7327	3.7364	3.7074	3.6412	3.5359	3.3931
Viga 40x90	Mínimo	3.2292	3.2845	3.3308	3.3642	3.3801	3.3735	3.3400	3.2762	3.1808	3.0550
	Medio	3.4108	3.4818	3.5439	3.5920	3.6202	3.6222	3.5920	3.5250	3.4196	3.2774
	Máximo	3.4917	3.5655	3.6302	3.6809	3.7113	3.7150	3.6858	3.6192	3.5133	3.3697
Viga 40x160	Mínimo	3.2588	3.3184	3.3692	3.4068	3.4260	3.4216	3.3887	3.3236	3.2248	3.0937
	Medio	3.4229	3.4940	3.5562	3.6044	3.6328	3.6349	3.6048	3.5379	3.4327	3.2906
	Máximo	3.5782	3.6625	3.7380	3.7989	3.8381	3.8481	3.8215	3.7526	3.6395	3.4842
Viga 45x130	Mínimo	3.2833	3.3463	3.4003	3.4409	3.4628	3.4601	3.4277	3.3617	3.2605	3.1256
	Medio	3.4279	3.4999	3.5630	3.6121	3.6412	3.6438	3.6139	3.5468	3.4408	3.2978
	Máximo	3.5584	3.6386	3.7100	3.7669	3.8027	3.8102	3.7826	3.7148	3.6047	3.4544
Promedio.		3.4018	3.4703	3.5298	3.5756	3.6019	3.6026	3.5720	3.5059	3.4026	3.2636

A.3.6 Índices de confiabilidad  $\beta$  para la combinación 1.3CM+1.5CV (Combinación óptima). Concreto con  $f'_c = 700kg/cm^2$ .

	Cantidad de Acero	Rc									
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Viga 30x60	Mínimo	3.1350	3.1847	3.2257	3.2543	3.2660	3.2565	3.2218	3.1588	3.0664	2.9455
	Medio	3.2426	3.3025	3.3536	3.3914	3.4108	3.4065	3.3735	3.3079	3.2086	3.0767
	Máximo	3.2342	3.2967	3.3504	3.3907	3.4122	3.4092	3.3763	3.3096	3.2075	3.0718
Viga 30x75	Mínimo	3.2460	3.3054	3.3559	3.3932	3.4123	3.4077	3.3747	3.3094	3.2106	3.0795
	Medio	3.2356	3.2950	3.3456	3.3830	3.4021	3.3976	3.3644	3.2990	3.1998	3.0683
	Máximo	3.2667	3.3326	3.3898	3.4334	3.4577	3.4566	3.4244	3.3568	3.2524	3.1128
Viga 30x90	Mínimo	3.2473	3.3082	3.3602	3.3989	3.4191	3.4153	3.3823	3.3165	3.2163	3.0833
	Medio	3.2737	3.3360	3.3893	3.4293	3.4506	3.4475	3.4150	3.3491	3.2483	3.1141
	Máximo	3.2181	3.2791	3.3313	3.3701	3.3904	3.3866	3.3534	3.2870	3.1860	3.0519
Viga 40x90	Mínimo	3.1532	3.2033	3.2446	3.2734	3.2853	3.2761	3.2416	3.1788	3.0865	2.9657
	Medio	3.2575	3.3195	3.3727	3.4125	3.4336	3.4304	3.3977	3.3316	3.2305	3.0962
	Máximo	3.2990	3.3682	3.4287	3.4755	3.5024	3.5032	3.4717	3.4034	3.2968	3.1536
Viga 40x160	Mínimo	3.1950	3.2510	3.2982	3.3324	3.3488	3.3424	3.3086	3.2439	3.1470	3.0191
	Medio	3.2703	3.3351	3.3910	3.4334	3.4568	3.4550	3.4227	3.3557	3.2524	3.1147
	Máximo	3.2364	3.3029	3.3607	3.4049	3.4297	3.4288	3.3964	3.3280	3.2223	3.0810
Viga 45x130	Mínimo	3.2907	3.3538	3.4079	3.4487	3.4706	3.4680	3.4357	3.3698	3.2686	3.1338
	Medio	3.2068	3.2660	3.3164	3.3536	3.3725	3.3677	3.3342	3.2684	3.1687	3.0368
	Máximo	3.2022	3.2638	3.3166	3.3561	3.3769	3.3733	3.3400	3.2730	3.1710	3.0356
Promedio.		3.2339	3.2946	3.3466	3.3853	3.4054	3.4016	3.3686	3.3026	3.2022	3.0689

#### Anexo. 4. Ejemplo en donde se compara el índice de confiabilidad $\beta$ correspondiente a vigas en donde se usa concreto con resistencia $f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$ y con resistencia $f'_c=700 \text{ kg/cm}^2$

Con el fin de hacer un comparación entre el valor de  $\beta$  para una viga usando concreto de  $250 \text{ kg/cm}^2$  y de  $700 \text{ kg/cm}^2$  se utilizarán los datos mostrados en el capítulo 5 correspondientes a una viga con dimensiones  $30 \times 60 \text{ cm}$ , y con el porcentaje de acero máximo,  $A_s = 26.23 \text{ cm}^2$ , para una relación de carga  $R_c = 1$ .

De la simulación de la resistencia y solicitación se obtuvieron los siguientes valores.

- Para el caso de concretos con  $f'_c=700 \text{ kg/cm}^2$

$$\begin{aligned}\bar{R} &= 63.4180 \text{ ton m} & \sigma_R &= 5.7464 \text{ ton m} \\ \bar{S} &= 33.8980 \text{ ton m} & \sigma_S &= 4.3411 \text{ ton m}\end{aligned}$$

- Para el caso de concretos con  $f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$

$$\begin{aligned}\bar{R} &= 57.5540 \text{ ton m} & \sigma_R &= 5.1830 \text{ ton m} \\ \bar{S} &= 30.0020 \text{ ton m} & \sigma_S &= 3.8422 \text{ ton m}\end{aligned}$$

Cálculo del índice de confiabilidad  $\beta = \frac{\bar{R}-\bar{S}}{\sqrt{\sigma_R^2+\sigma_S^2}}$  (ecuación 3.4)

- Para el caso de concretos con  $f'_c=700 \text{ kg/cm}^2$

$$\beta_{700} = \frac{63.4180 - 33.8980}{\sqrt{5.7464^2 + 4.3411^2}} = \frac{29.5200}{7.2018} = 4.099$$

- Para el caso de concretos con  $f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$

$$\beta_{250} = \frac{57.5540 - 30.0020}{\sqrt{5.1830^2 + 3.8422^2}} = \frac{27.5520}{6.4518} = 4.270$$

Si se comparan los índices  $\beta_{700}$  y  $\beta_{250}$  se puede ver que las vigas con concretos con resistencia  $f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$  son más confiables que las correspondientes a concretos con resistencia  $f'_c=700 \text{ kg/cm}^2$ . Esto se debe a que la desviación estándar de la resistencia y de la solicitación son mayores para los concretos con  $f'_c=700 \text{ kg/cm}^2$ .