



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA CIVIL – GEOTECNIA**

**ANÁLISIS DE INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO – ESTRUCTURA DE UN EDIFICIO  
DESPLANTADO EN LA ZONA DE LAGO DE LA CIUDAD DE MÉXICO**

**TESIS**  
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**  
**EDMUNDO HERNÁNDEZ VELASCO**

**TUTOR PRINCIPAL:**  
**M.I. AGUSTÍN DEMENÉGGHI COLINA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**MÉXICO, D. F. JUNIO DE 2013**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO.

Secretario: DR. SALVADOR MARÍN CÓRDOBA.

Vocal: M.I. AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA.

1<sup>er</sup>. Suplente: M.I. ROBERTO MAGAÑA DEL TORO.

2<sup>do</sup>. Suplente: M.I. JORGE EFRAÍN CASTILLA CAMACHO.

México, D.F.

**TUTOR DE TESIS:**

M.I. AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA

-----  
**FIRMA**

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero agradecer en primer plano a mi padre y a mi madre, Edmundo y Georgina que me han llevado de la mano por el camino de la educación y del buen ejemplo en el transcurso de mis 26 años y que a pesar de los momentos difíciles me han mostrado la forma de encarar y salir adelante ante cualquier situación.

De igual importancia quiero agradecer a mis tres hermanos por su apoyo incondicional en mi estadía en la Ciudad de México, espero que este trabajo sea una prueba de nuestra conexión familiar y que sea testigo de todos los momentos difíciles que pasamos distantes.

Un agradecimiento a la Universidad Nacional Autónoma de México por incluir en sus elementos a tan excelentes académicos como mi tutor y Maestro preferido por su calidad humana y amplios conocimientos, Agustín Deméneghi Colina.

Sería injusto de mi parte no mencionar las grandes amistades que hice durante mi estadía en la Ciudad de México, espero conservarlas ya que fueron una pieza fundamental para éste logro.

## **RESUMEN**

El fenómeno de Interacción Dinámica Suelo-Estructura es un tema que abarca distintas ramas de la Ingeniería Civil como son las Estructuras y la Geotecnia, se tiene que trabajar en conjunto para obtener un diseño sísmico óptimo con alto grado de certidumbre de la estructura; tomando en cuenta la flexibilidad del suelo como el de la Zona III o Zona de Lago de la Ciudad de México.

En este trabajo se desarrolla un ejemplo básico de la Interacción Dinámica Suelo-Estructura sin utilizar la técnica de elementos finitos, únicamente considerando lo establecido en las Normas Técnicas Complementarias de nuestro Reglamento de Construcción del Distrito Federal para un edificio localizado en la Zona de Lago.

En el análisis se obtienen las Funciones de Impedancia así como el movimiento en Campo Libre establecido en los Espectros de Diseño del Reglamento de Construcción del Distrito Federal., de esta manera se obtienen las propiedades dinámicas estructurales modificadas por la Interacción Dinámica Suelo-Estructura.

Para obtener las propiedades dinámicas de la estructura sobre base rígida se utilizó el programa SAP2000.

## **ABSTRACT**

The phenomenon of Soil-Structure Dynamic Interaction is a not common topic covering different topics of the Civil Engineering as Structures and Geotechnical, it has to be worked overall to get an optimal seismic design with high certainty degree of the structure; it must be considered the flexibility of the soil as the Zone III or Lake Zone of Mexico City.

In this work is developed a basic example of the Soil-Structure Dynamic Interaction without using the finite element technique, only considering the established in the “Normas Técnicas Complementarias” of our “Reglamento de Construcción del Distrito Federal” for a building located in the Lake Zone.

In the analysis, it must be obtained the Impedance Functions and the movement in Free Field established in the Design Spectrum of the “Reglamento de Construcción del Distrito Federal”, by this way is obtained the dynamic structural properties modified by the Soil-Structure Dynamic Interaction.

To get the dynamic structural properties on rigid base, it was used the SAP2000 program.

## ÍNDICE

<b>AGRADECIMIENTOS.....</b>	<b>3</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>4</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>4</b>
<b>ÍNDICE.....</b>	<b>5</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>8</b>
<b>2. VIBRACIONES.....</b>	<b>10</b>
2.1 SISTEMA ELEMENTAL.....	10
2.2 VIBRACIÓN LIBRE AMORTIGUADA.....	11
2.2.1. Caso 1, Sub-amortiguado.....	12
2.2.2. Caso 2, Amortiguamiento Crítico.....	16
2.2.3. Caso 3, Super-amortiguado.....	17
2.3 VIBRACIONES ESTACIONARIAS.....	18
2.4 VIBRACIÓN DEBIDA A ROTACIÓN.....	21
<b>3. DINÁMICA DEL MEDIO CONTINUO.....</b>	<b>23</b>
3.1 CONCEPTOS GENERALES.....	23
3.2 MODELO DE KELVIN-VOIGT.....	23
3.3 DISIPACIÓN DE ENERGÍA.....	26
3.4 ECUACIONES CONSTITUTIVAS DE UN MATERIAL VISCOELÁSTICO.....	28
3.5 ECUACIONES DE MOVIMIENTO.....	29
3.6 VELOCIDAD DE ONDAS SÍSMICAS.....	32
<b>4. ANÁLISIS SÍSMICO DE CIMENTACIONES EN LA CIUDAD DE MÉXICO.....</b>	<b>34</b>
4.1 ANTECEDENTES.....	34

4.2 SISMOS DE SEPTIEMBRE DE 1985.....	36
4.3 COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LAS ARCILLAS DE LA CIUDAD DE MÉXICO.....	37
4.3.1 Conceptos básicos.....	37
4.3.2 Propiedades dinámicas de las arcillas.....	39
4.3.3 Periodo y amortiguamiento del suelo.....	44
4.3.4. Comportamiento dinámico de las arcillas de la Ciudad de México.....	45
4.4 AMPLIFICACIÓN SÍSMICA POR LOS DEPÓSITOS BLANDOS.....	48
4.5 CAPACIDAD DE CARGA DINÁMICA.....	51
<b>5. INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO-ESTRUCTURA (IDSE).....</b>	<b>54</b>
5.1 ANTECEDENTES.....	54
5.2 INTERACCIÓN ESTÁTICA SUELO-ESTRUCTURA.....	55
5.3 DETERMINACIÓN DE LOS MOVIMIENTOS EN CAMPO LIBRE.....	56
5.3.1 Espectro de respuesta.....	58
5.3.2 Método de Romo <i>et al.</i> .....	59
5.4 SOLUCIÓN DE LA INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO-ESTRUCTURA.....	62
5.4.1 Interacción cinemática.....	64
5.4.2 Interacción inercial.....	66
5.4.3 Funciones de impedancia.....	66
5.4.4 Solución final.....	73
5.5 EFECTOS DE LA INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO-ESTRUCTURA.....	75
5.5.1. Efecto de la flexibilidad del suelo en el periodo efectivo de la estructura.....	75
5.5.2. Efecto de la profundidad de desplante.....	76
5.5.3. Efecto del tipo de cimentación.....	77
5.5.4. Efecto de estructuras vecinas.....	78

<b>6. EJEMPLO DE APLICACIÓN.....</b>	<b>80</b>
6.1 ANTECEDENTES.....	80
6.2 CARACTERÍSTICAS DEL EDIFICIO.....	82
6.3 ESTRATIGRAFÍA DE LA ZONA.....	88
6.4 ESPECTRO MODIFICADO POR INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO-ESTRUCTURA.....	93
6.4.1 Propiedades y Parámetros dinámicos del suelo.....	93
6.4.2 Espectro de diseño.....	95
6.4.3 Funciones de impedancia.....	100
6.4.4 Espectro de piso.....	110
<b>7. CONCLUSIONES.....</b>	<b>114</b>
<b>8. BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>117</b>

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

El Fenómeno de Interacción Dinámica Suelo-Estructura resulta de suma importancia en el Análisis Sísmico de Cimentaciones en la Zona de Lago de la Ciudad de México, el fenómeno se desarrolla por el acoplamiento de los movimientos del suelo y de la cimentación de la estructura ante un evento de generación de ondas a través del suelo.

Al arribar las ondas sísmicas a la cimentación de una estructura, éstas generan movimientos en la cimentación que son movimientos que no serían los mismos sin la presencia de la rigidez de la cimentación, es decir en campo libre; por consiguiente se dice que tanto la estructura como su cimentación están acopladas con el suelo de apoyo.

Del Análisis de Interacción Dinámica Suelo-Estructura se obtiene una modificación de las propiedades dinámicas estructurales debido a la flexibilidad del suelo sobre el que se apoya la cimentación. Resulta necesario hacer dicho análisis para conocer la fuerza sísmica real, esto nos genera certidumbre en veces a favor, en veces en contra.

Debe generarse un análisis previo de la misma estructura apoyada sobre base rígida o roca para conocer las propiedades dinámicas estructurales sin considerar la flexibilidad del suelo de apoyo.

El capítulo 2 o capítulo de Vibraciones consiste en estudiar el movimiento vibratorio de un sistema elemental estableciendo el equilibrio dinámico, se estudian los tres casos para la solución del sistema: sub-amortiguado, con amortiguamiento crítico y super-amortiguado. También se estudia la vibración estacionaria y se llega al concepto de factor de amplificación, por último se estudia el fenómeno de rotación para un sistema elemental.

El capítulo 3 o capítulo de Dinámica del medio continuo consiste en estudiar el comportamiento de las ondas P y de las ondas S en base al modelo de Kelvin-Voigt, se obtienen las expresiones correspondientes para calcular las velocidades de onda que se utilizarán en el ejemplo de aplicación.

El capítulo 4 o Análisis Sísmico de las cimentaciones en la Ciudad de México consiste en dar un breve panorama del comportamiento sísmico de las cimentaciones en la Zona de Lago de la Ciudad de México. Se explica el fenómeno de subducción, el comportamiento de las cimentaciones en los sismos de Septiembre de 1985, se explica brevemente el comportamiento dinámico de las arcillas, el fenómeno de amplificación sísmica por los depósitos blandos y algunos puntos de la capacidad de carga dinámica.

El capítulo 5 o Interacción Dinámica Suelo – Estructura (IDSE) reúne algunos elementos de los capítulos anteriores, representa la información con la que se desarrolla el ejemplo de aplicación. Se estudian los tres aspectos que implica la Interacción Dinámica Suelo-Estructura que son: Interacción Cinemática, Funciones de Impedancia e Interacción Inercial y por último se estudian los efectos más significativos del fenómeno de la Interacción Dinámica Suelo – Estructura.

Por último en el capítulo 6 o Ejemplo de Aplicación se desarrolla un Análisis de Interacción Dinámica Suelo-Estructura de un edificio desplantado en la zona de Lago de la Ciudad de México con los fundamentos establecidos en el Reglamento de Construcción del Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias. Se construye un espectro modificado por el fenómeno de Interacción a partir de un espectro de diseño establecido en el mismo Reglamento.

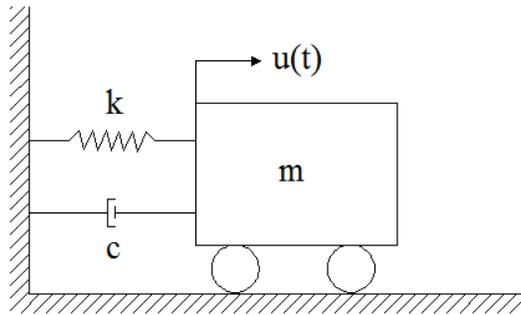
Se desarrollan conclusiones del análisis y se presenta la Bibliografía que se necesitó para desarrollar este trabajo.

## CAPÍTULO 2

### VIBRACIONES

#### 2.1 SISTEMA ELEMENTAL.

Se le llama sistema elemental a una estructura con un solo grado de libertad y parámetros concentrados constantes, esta estructura o sistema consta de tres elementos como se muestra en la **figura 2.1**:



**Figura 2.1. Sistema elemental (Díaz, 2005).**

- a) Masa ( $m$ ), que interviene en el sistema a través de la segunda Ley de Newton:

$$F = m\ddot{u} \quad (2.1)$$

- b) Resorte ( $k$ ), que aporta elasticidad al sistema y aporta la fuerza restauradora encargada de regresar el sistema a la posición de equilibrio:

$$F_r = ku \quad (2.2)$$

- c) Amortiguador ( $c$ ), que representa el amortiguamiento encargado de disipar la energía y aporta la fuerza disipadora, se produce fundamentalmente por fricción interna del sistema.

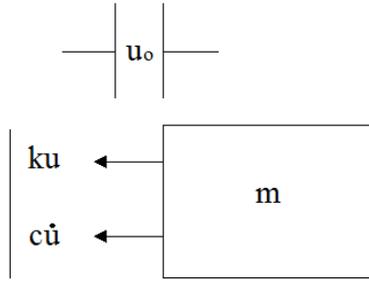
$$F_d = c\dot{u} \quad (2.3)$$

Donde:

$F_r$  : Fuerza restauradora.

$F_d$  : Fuerza disipadora.

El diagrama de cuerpo libre del sistema elemental se muestra en la **figura 2.2**:



**Figura 2.2. Diagrama de cuerpo libre de un sistema elemental (Díaz, 2005).**

## 2.2 VIBRACIÓN LIBRE AMORTIGUADA.

El principio de D'Alembert establece que la suma de las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo y las fuerzas de inercia representan un sistema de fuerzas en equilibrio, equilibrio dinámico.

Al sistema elemental de la **figura 2.1** basta con desplazarle la masa una cantidad  $u_0$ , liberarlo repentinamente y observar como oscila libremente. Volviendo a la **figura 2.2**, observamos las fuerzas que actúan al momento de poner al sistema en vibración.

De acuerdo al principio de D'Alembert aplicado a un sistema elemental sometido a vibración libre amortiguada donde la fuerza de inercia es igual a la segunda ley de Newton tenemos:

$$-ku - c\dot{u} = m\ddot{u} \quad (2.4)$$

Agrupando términos:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad (2.5)$$

La **expresión 2.5** se conoce como ecuación de movimiento en equilibrio dinámico y representa una ecuación diferencial lineal de segundo orden la cual para su solución necesitamos de dos leyes de la física: la segunda Ley de Newton y la Ley de Hooke.

Dividiendo entre  $m$  la **expresión 2.5** y definiendo por conveniencia las **expresiones 2.6 y 2.7**:

$$\frac{k}{m} = \omega_n^2 \quad (2.6)$$

$$\frac{c}{m} = 2b \quad (2.7)$$

$$\ddot{u} + 2b\dot{u} + \omega_n^2 u = 0 \quad (2.8)$$

Puesto que  $c$  es positivo,  $b$  también es positivo, la ecuación auxiliar es:

$$r^2 + 2br + \omega_n^2 = 0 \quad (2.9)$$

Utilizando la fórmula general para resolver ecuaciones de segundo orden para la **expresión 2.9**, las raíces encontradas son:

$$\frac{-2b \pm \sqrt{4b^2 - 4\omega_n^2}}{2} = -b \pm \sqrt{b^2 - \omega_n^2} \quad (2.10)$$

Entonces:

$$\lambda_1 = -b + \sqrt{b^2 - \omega_n^2} \quad (2.11)$$

$$\lambda_2 = -b - \sqrt{b^2 - \omega_n^2} \quad (2.12)$$

En las **expresiones 2.11** y **2.12** se muestra que se presentan tres casos distintos de solución dependiendo de la naturaleza de las raíces, que a su vez dependen del signo dentro de la raíz.

### 2.2.1 Caso 1, sub-amortiguado.

Para este caso, consideraremos el término  $b^2 - \omega_n^2 < 0$ , las **raíces 2.11** y **2.12** son los números complejos conjugados:

$$\lambda_1 = -b + \sqrt{b^2 - \omega_n^2}i \quad (2.13)$$

$$\lambda_2 = -b - \sqrt{b^2 - \omega_n^2}i \quad (2.14)$$

Donde:

$$i = \sqrt{-1} \quad (2.15)$$

Entonces la solución general de la **expresión 2.8** es:

$$u = C_1 e^{at} \cos bt + C_2 e^{at} \operatorname{sen} bt \quad (2.16)$$

Donde  $a$  es la parte real y  $b$  es la parte imaginaria, entonces:

$$a = -\frac{c}{2m} \quad (2.17)$$

$$b = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} \quad (2.18)$$

Derivando la **expresión 2.16**:

$$\dot{u} = e^{at}(-C_1 b \operatorname{sen} bt + C_2 b \cos bt) + a e^{at}(C_1 \cos bt + C_2 \operatorname{sen} bt) \quad (2.19)$$

$C_1$  y  $C_2$  son constantes arbitrarias y para encontrarlas definimos la siguiente condición:

$$t = 0 \quad (2.20)$$

Sustituyendo la **condición 2.20** en la **expresión 2.16**:

$$u_0 = C_1 \quad (2.21)$$

También definimos:

$$t = 0, \dot{u} = 0 \quad (2.22)$$

Sustituyendo las **condiciones 2.22** en la **expresión 2.19**:

$$\frac{-a u_0}{b} = C_2 \quad (2.23)$$

Teniendo los valores de  $C_1$  y  $C_2$  podemos sustituir en la **expresión 2.16**:

$$u = u_0 e^{at} \left[ \cos bt - \left( \frac{a}{b} \right) \operatorname{sen} bt \right] \quad (2.24)$$

Derivando la **expresión 2.24** con respecto al tiempo, obtenemos la velocidad  $\dot{u}$  y la aceleración  $\ddot{u}$ :

$$\dot{u} = - \left[ \frac{(a^2 + b^2)}{b} \right] u_0 e^{at} \operatorname{sen} bt \quad (2.25)$$

$$\ddot{u} = - \left[ \frac{(a^2 + b^2)}{b} \right] u_0 e^{at} (a \operatorname{sen} bt + b \cos bt) \quad (2.26)$$

Teniendo el amortiguamiento crítico  $C_c$ , en el cual el sistema no vibra sino realiza un solo movimiento regresando a su posición inicial, y el amortiguamiento del sistema  $c$  definido anteriormente en el sistema elemental, nos definen un nuevo concepto, al cual llamamos fracción del amortiguamiento crítico  $\zeta$ , el cual nos proporciona la relación que existe entre ambos amortiguamientos y que para el primer caso  $\zeta < 1$ .

$$\zeta = \frac{c}{C_c} = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \quad (2.27)$$

Multiplicando la **expresión 2.27** por la frecuencia natural del sistema  $\omega_n$ :

$$\zeta\omega_n = \frac{c}{2m} \quad (2.28)$$

Sustituyendo la **expresión 2.28** en las **expresiones 2.17 y 2.18**:

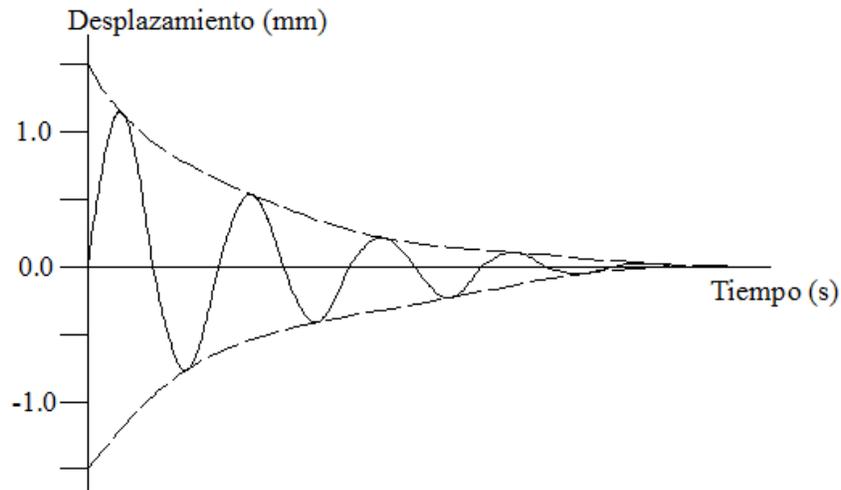
$$a = -\zeta\omega_n \quad (2.29)$$

$$b = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (2.30)$$

Sustituyendo las **expresiones 2.29 y 2.30** en la **expresión 2.24**:

$$u = u_0 e^{-\zeta\omega_n t} \left[ \cos \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} t + \left( \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right) \text{sen} \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} t \right] \quad (2.31)$$

La **figura 2.3** muestra la variación de  $u$  con respecto al tiempo  $t$  :



**Figura 2.3. Variación de  $u$  con respecto al tiempo  $t$  (Inman, 1996).**

Sabemos que los desplazamientos máximos y mínimos del sistema se presentan cuando la velocidad es nula, es decir:

$$\dot{u} = 0 \quad (2.32)$$

Para esta condición y revisando la **expresión 2.25**:

$$\text{sen} bt = 0 \quad (2.33)$$

Para esta otra condición, los valores extremos ocurren cuando:

$$bt = n\pi \quad (2.34)$$

Esto se cumple para:

$$n = 0,1,2,3,\dots \quad (2.35)$$

Para poder identificar si es un máximo o un mínimo utilizamos el criterio de la segunda derivada, sabemos que cuando ésta es negativa se trata de un máximo y cuando ésta es positiva se trata de un mínimo. En la **expresión 2.26** podemos observar que para que se presente un máximo de  $u$  volvemos a la **condición 2.34** la cual se cumple para:

$$n = 0,2,4,6,\dots \quad (2.36)$$

Para que se presenten los valores mínimos de  $u$ , la condición se cumple para:

$$n = 1,3,5,7,\dots \quad (2.37)$$

Tomando el primer ciclo  $bt = 2\pi$ , el periodo  $T'$  de una vibración libre amortiguada es:

$$T' = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2.38)$$

Acomodando términos:

$$T' = \frac{2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2.39)$$

Pero:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2.40)$$

Por lo tanto:

$$T' = \frac{T}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2.41)$$

La frecuencia:

$$\omega_n' = \frac{2\pi}{T'} = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2.42)$$

En la **expresión 2.41** comparando el periodo del sistema sin amortiguamiento  $T$  con el periodo con amortiguamiento  $T'$ , podemos observar que para valores pequeños del amortiguamiento  $\zeta$ , el periodo de una vibración amortiguada es ligeramente mayor que el de una vibración sin amortiguamiento y que su frecuencia circular es ligeramente menor que la de una vibración sin amortiguamiento.

### 2.2.2 Caso 2, Amortiguamiento crítico.

Para este caso consideramos  $b^2 = \omega_n^2$ , las raíces 2.13 y 2.14 son iguales con un valor de  $-b$ , la solución general de la expresión 2.8 está dada por:

$$u = (C_1 + C_2 t)e^{-bt} \quad (2.43)$$

La velocidad del sistema es:

$$\dot{u} = C_2(e^{-bt} - tbe^{-bt}) - C_1be^{-bt} \quad (2.44)$$

$C_1$  y  $C_2$  son constantes arbitrarias y para encontrarlas definimos la siguiente condición:

$$t = 0 \quad (2.45)$$

Sustituyendo la condición 2.45 en la expresión 2.43:

$$u_0 = C_1 \quad (2.46)$$

También definimos:

$$t = 0, \dot{u} = 0 \quad (2.47)$$

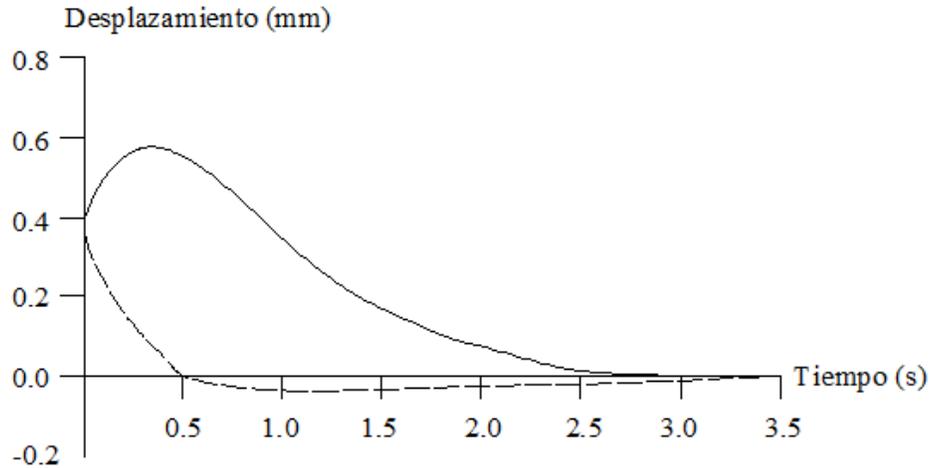
Sustituyendo las condiciones 2.47 en la expresión 2.44:

$$u_0 b = C_2 \quad (2.48)$$

Sustituyendo la expresión 2.47 y 2.48 en la expresión 2.43:

$$u = u_0 e^{-\frac{c}{2m}t} \left( 1 + \frac{c}{2m}t \right) \quad (2.49)$$

La figura 2.4 muestra la variación de  $u$  con respecto al tiempo  $t$  para dos velocidades iniciales  $v_0$  distintas, la línea punteada representa una velocidad negativa y la línea sólida una velocidad positiva.



**Figura 2.4. Variación de  $u$  con respecto al tiempo  $t$  (Inman, 1996).**

El amortiguamiento para esta condición se denomina amortiguamiento crítico y es:

$$C_c = 2\sqrt{mk} \quad (2.50)$$

Este primer caso también conocido como caso con amortiguamiento crítico  $\zeta = 1$  y representa el regreso de la masa a su posición de equilibrio sin vibrar.

### 2.2.3 Caso 3, Super-amortiguado.

Para este caso consideramos  $b^2 > \omega_n^2$ , las **raíces 2.13** y **2.14** son reales y la solución de la **expresión 2.8** está dada por:

$$u = C_1 e^{-\frac{c}{2m}t + \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \omega_n^2}t} + C_2 e^{-\frac{c}{2m}t - \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \omega_n^2}t} \quad (2.51)$$

En estas condiciones el sistema no vibra, sino que la masa después de ser desplazada una distancia  $u_0$  regresa a su posición inicial. Este fenómeno ocurre cuando el amortiguamiento  $c$  es alto presentando  $\zeta > 1$ .

La **figura 2.5** presenta la respuesta para distintos valores de desplazamiento inicial  $u_0$  y de velocidad inicial  $v_0$ .

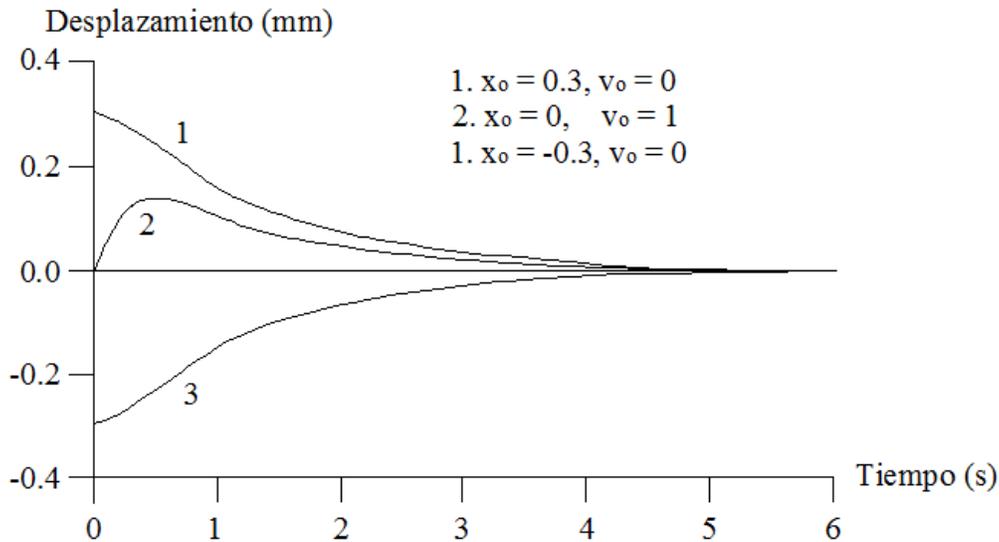


Figura 2.5. Variación de  $u$  con respecto al tiempo  $t$  (Inman, 1996).

### 2.3 VIBRACIONES ESTACIONARIAS.

Una vibración estacionaria resulta de una vibración forzada de tipo armónico en el sistema, es decir, a un sistema como el de la **figura 2.6** basta con aplicarle una fuerza estacionaria  $P$  dada por  $P_0 \text{sen} \Omega t$ .

La ecuación de equilibrio dinámico del sistema es:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = P_0 \text{sen} bt \quad (2.52)$$

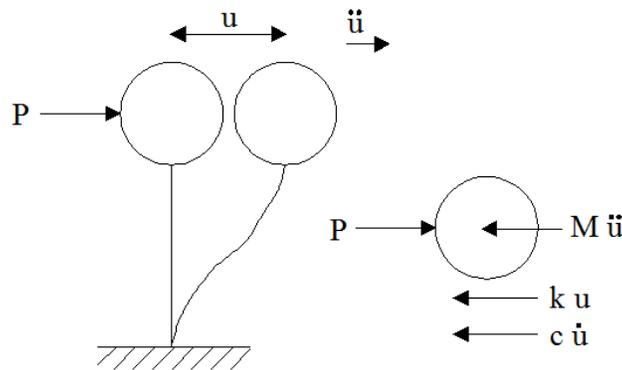
Para este caso el movimiento de la base del sistema permanece nulo, siendo la fuerza  $P$  exterior la que varía armónicamente. La respuesta de la masa después de un lapso inicial cuando se disipa un movimiento por vibración libre amortiguada, está dada por la siguiente ecuación:

$$u = \frac{P_0}{k} = \frac{\text{sen}(bt - \varphi)}{\sqrt{\left(1 - \frac{b^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta \frac{b}{\omega_n}\right)^2}} \quad (2.53)$$

Donde:

$$\varphi = \tan^{-1} \left[ \frac{\left(\frac{2\zeta b}{\omega_n}\right)}{\left[1 - \left(\frac{b}{\omega_n}\right)^2\right]} \right] \quad (2.54)$$

El denominador de la **expresión 2.53** es un factor de respuesta adimensional, igual a la relación de amplitudes de respuesta del desplazamiento dinámico al estático y  $\varphi$  es el desfase angular.



**Figura 2.6. Sistema de un grado de libertad en vibración forzada (Deméneghi, 2003).**

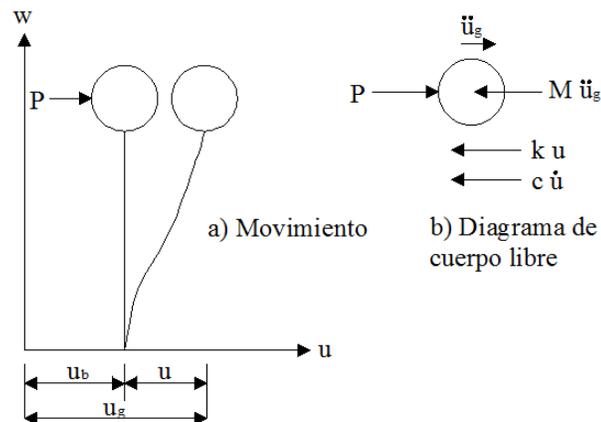
Ahora consideremos un sistema como el de la **figura 2.7** en el que la base se somete a una vibración forzada de tipo armónico dada por:

$$u_b = A \sin bt \quad (2.55)$$

Derivando la **expresión 2.55** obtenemos la velocidad y la aceleración del sistema:

$$\dot{u}_b = A b \cos bt \quad (2.56)$$

$$\ddot{u}_b = -A b^2 \sin bt \quad (2.57)$$



**Figura 2.7. Sistema de un grado de libertad y movimiento en su base (Deméneghi, 2003).**

La ecuación de movimiento está dada por:

$$m \ddot{u}_g + c \dot{u} + k u = 0 \quad (2.58)$$

De la **figura 2.7**:

$$u_g = u_b + u \quad (2.59)$$

Sustituyendo la **expresión 2.59** en la **expresión 2.58**:

$$m(\ddot{u}_b + \ddot{u}) + c\dot{u} + ku = 0 \quad (2.60)$$

Agrupando términos:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_b \quad (2.61)$$

Sustituyendo la **expresión 2.57** en la **expresión 2.61**:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = A\Omega^2 m \operatorname{sen}\Omega t \quad (2.62)$$

Observamos la similitud entre las **expresiones 2.52** y **2.62** por lo que podemos emplear la misma solución de la **expresión 2.52** estableciendo:

$$P_o \operatorname{sen} bt = Ab^2 m \operatorname{sen} bt \quad (2.63)$$

La respuesta de la masa está dada entonces por:

$$u = AB_d \operatorname{sen}(bt - \varphi) \quad (2.64)$$

$$\dot{u} = AbB_d \cos(bt - \varphi) \quad (2.65)$$

$$\ddot{u} = -Ab^2 B_d \operatorname{sen}(bt - \varphi) \quad (2.66)$$

Siendo  $B_d$  el factor de respuesta adimensional y  $\varphi$  el desfase angular.

$$B_d = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_n^2}{b^2}\right)^2 + \left(\frac{2\zeta\omega_n}{b}\right)^2}} \quad (2.67)$$

El desfase angular sí corresponde al mismo de la **expresión 2.54**.

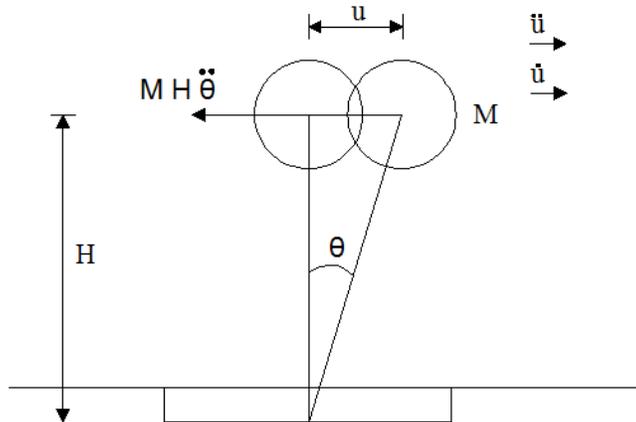
Definamos un nuevo término: el factor de amplificación de la aceleración  $f_a$ , como el cociente del valor absoluto de la máxima aceleración general entre el valor absoluto de la máxima aceleración de la base.

$$f_a = \frac{\max|\ddot{u}_g|}{\max|\ddot{u}_b|} \quad (2.68)$$

$$f_a = \max|\operatorname{sen} bt + B_d \operatorname{sen}(bt - \varphi)| \quad (2.69)$$

## 2.4 VIBRACIÓN DEBIDA A ROTACIÓN.

Para explicar el fenómeno de rotación de una cimentación rígida, recurrimos al sistema elemental que se muestra en la **figura 2.8**.



**Figura 2.8. Sistema elemental en rotación (Deméneghi, 2003).**

El fenómeno de rotación es ocasionado por el momento de volteo del sistema elemental empleando el ángulo  $\theta$  para mostrar el giro, sabemos que a mayor altura  $H$  del sistema, el momento de volteo se incrementará y el periodo de rotación  $T_r$  del sistema resulta importante suponiendo una alta rigidez donde el periodo libre de vibración del sistema es pequeño.

La fuerza de inercia de la masa de la **figura 2.8** en base a la segunda ley de Newton es:

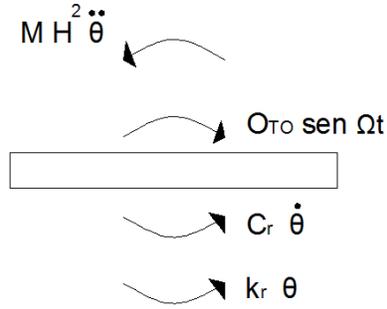
$$F = m\ddot{u} \quad (2.70)$$

El momento de volteo originado por la fuerza de inercia está dado por (Zeevaert, 1980):

$$O_r = FH = m\theta H^2 = mH^2\theta \quad (2.71)$$

Supongamos que el sistema está sometido a un momento estacionario dado por  $O_r = O_{r_0} \sin \Omega t$ , el diagrama de cuerpo libre de la **figura 2.9** nos muestra los momentos que actúan sobre el sistema y por equilibrio:

$$mH^2\ddot{\theta} + C_r\dot{\theta} + K_r\theta = O_{r_0} \sin \Omega t \quad (2.72)$$



**Figura 2.9. Diagrama de cuerpo libre de momentos (Deméneghi, 2003).**

Podemos ver la similitud entre las **expresiones 2.72 y 2.52** siendo algunos términos la diferencia, sin embargo la solución de la **expresión 2.52** cambiando términos semejantes nos conduce a la solución de la ecuación de equilibrio dada en la **expresión 2.72**:

$$\theta = \frac{O\tau_0}{K_r} = \frac{\text{sen}(bt - \alpha)}{\sqrt{\left(1 - \frac{b^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(\frac{2\zeta b}{\omega_n}\right)^2}} \quad (2.73)$$

Donde:

$$\alpha = \tan^{-1} \left[ \frac{(2\zeta\omega_n b)}{\omega_n^2 - b^2} \right] \quad (2.74)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_r}{mH^2}} = \frac{\sqrt{K_r}}{H} \quad (2.75)$$

$$\zeta = \frac{C_r}{C_{crit}} = \frac{C_r}{(2\sqrt{K_r m H^2})} = \frac{C_r}{(2H\sqrt{K_r m})} \quad (2.76)$$

El periodo natural de vibración por rotación  $T_r$  es:

$$T_r = 2\pi \sqrt{\frac{mH^2}{K_r}} = 2\pi H \sqrt{\frac{m}{K_r}} = 2\pi \sqrt{\frac{WH^2}{gK_r}} \quad (2.77)$$

## CAPÍTULO 3

### DINÁMICA DEL MEDIO CONTINUO

#### 3.1 CONCEPTOS GENERALES.

La mecánica del medio continuo es la ciencia que analiza las características comunes a los materiales deformables como tales sean sólidos o fluidos, suponiendo que están dotados de una continuidad ideal; también ofrece medios para predecir su comportamiento tomando como base dicha hipótesis (Levi, 1973).

Por su parte, la dinámica del medio continuo es el estudio de las relaciones esfuerzo-deformación-tiempo que existen en el comportamiento mecánico de los materiales debido que las propiedades de éstos materiales cambian con el tiempo; a la Dinámica del medio continuo la podemos llamar viscoelasticidad.

El comportamiento elástico se presenta para bajos niveles de esfuerzo, cuando las deformaciones son constantes y al momento de retirar la carga que las producía desaparecen lo llamamos comportamiento puramente elástico. Si al momento de retirar la carga las deformaciones no se recuperan decimos que se produjo una deformación plástica debido a cambios en la estructura del elemento por movimientos relativos entre sus partículas y si las deformaciones persisten con el tiempo decimos que existe un comportamiento viscoplástico.

El suelo es de comportamiento elástico acompañado de un comportamiento plástico y viscoso, cuando el suelo se somete a un estado de esfuerzos, gracias a la parte elástica del suelo que nos proporciona equilibrio encontramos respuesta dinámica como se verá en el **capítulo 4**; de hecho sin la existencia de las propiedades elásticas, las ondas de esfuerzo cortante no se transmitirían a través de la masa de suelo. Los componentes plástico-viscoso se manifiestan en el suelo a través del amortiguamiento.

Es importante tener presentes estos conceptos así como la vibración de un sistema elemental para poder entender el fenómeno de Interacción Dinámica Suelo-Estructura.

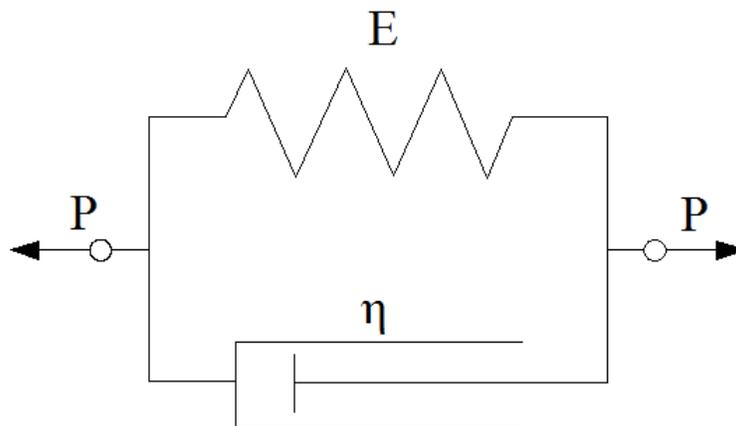
#### 3.2 MODELO DE KELVIN-VOIGT.

En la naturaleza es común encontrarnos con materiales que no se pueden modelar como puramente elásticos o puramente viscosos, la necesidad de comprender materiales distintos nos lleva a modelar materiales viscoelásticos que poseen propiedades elásticas y viscosas en diversas combinaciones.

Los modelos que mejor representan a los materiales viscoelásticos son los de Kelvin-Voigt, Maxwell y Burgers (Levi, 1973), en este trabajo se estudia únicamente el modelo de Kelvin-Voigt.

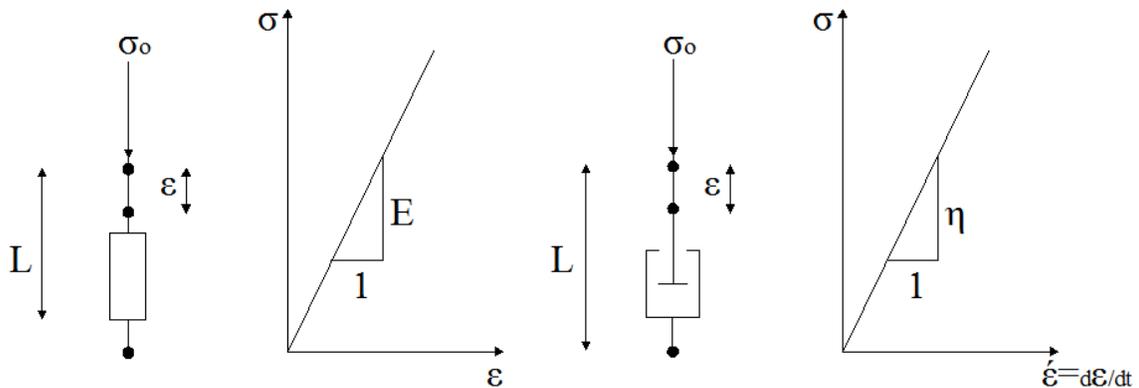
Kelvin-Voigt idealiza un material cuyo comportamiento es simultáneamente elástico y viscoso ante la presencia de una carga  $P$  y su modelo consiste en un resorte y un amortiguador acomodados en paralelo, siendo el resorte la parte elástica y el amortiguador la parte viscosa (**Figura 3.1**).

Aplicando al sistema una carga  $P$  que actúa simultáneamente en ambos lados sabemos que la deformación en cualquier tiempo  $t$  será igual tanto en el resorte como en el amortiguador, siendo los esfuerzos diferentes y dependientes del módulo elástico del resorte  $E$  y del coeficiente de viscosidad del amortiguador  $\eta$ , la suma algebraica de ambos esfuerzos  $\sigma_H$  y  $\sigma_V$  será el esfuerzo total  $\sigma$ .



**Figura 3.1 Modelo de Kelvin-Voigt (Levi, 1973).**

El resorte de la **figura 3.1** representa el modelo del físico inglés Robert Hooke con un comportamiento linealmente elástico donde las deformaciones son proporcionales a los esfuerzos. En la misma figura el amortiguador con el líquido viscoso incompresible representa el modelo del físico y matemático inglés Isaac Newton en el cual la velocidad de deformación es proporcional al esfuerzo aplicado. En base a esta información obtenemos dos constantes, una por cada modelo siendo el módulo de elasticidad  $E$  el obtenido con el modelo de Hooke y el coeficiente de viscosidad  $\eta$  el obtenido con el modelo de Newton (**Figura 3.2**).



**Figura 3.2. Modelo de Hooke y Newton (Díaz, 2011).**

Por equilibrio de fuerzas:

$$P = P_{HOOKE} + P_{NEWTON} \quad (3.1)$$

Dividiendo entre el área  $A$  del modelo:

$$\frac{P}{A} = \frac{P_H}{A} + \frac{P_N}{A} = \sigma_H + \sigma_N \quad (3.2)$$

Entonces:

$$\sigma = \sigma_H + \sigma_N \quad (3.3)$$

Por compatibilidad de deformaciones:

$$\varepsilon = \varepsilon_H = \varepsilon_N \quad (3.4)$$

En el resorte se cumple la Ley de Hooke:

$$\varepsilon_H = \frac{\sigma_H}{E} \quad (3.5)$$

En el amortiguador se cumple la Ley de Newton:

$$\varepsilon'_N = \frac{\sigma_N}{\eta} \quad (3.6)$$

Sustituyendo las **expresiones 3.5** y **3.6** en la **expresión 3.3**:

$$\sigma = \eta \left( \frac{\partial \varepsilon_N}{\partial t} \right) + E \varepsilon_H \quad (3.7)$$

A la **expresión 3.7** la llamamos ecuación diferencial del cuerpo de Kelvin-Voigt.

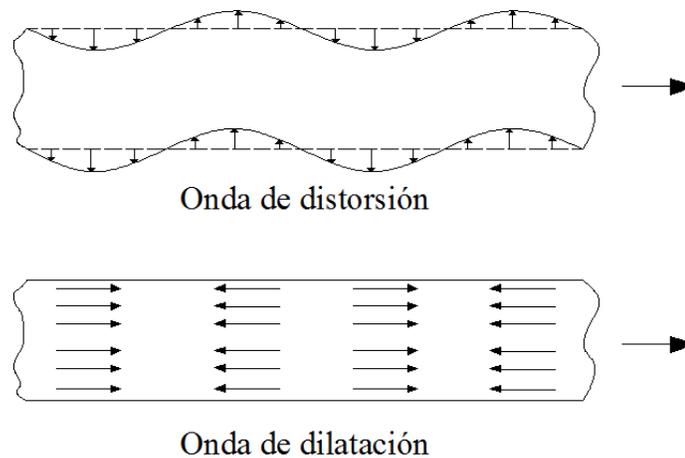
El modelo de Kelvin-Voigt se emplea para visualizar el fenómeno de consolidación en suelos finos totalmente saturados mediante una analogía mecánica propuesta por el profesor Karl Terzaghi (Badillo, 1997). Karl Terzaghi utiliza el modelo de la **figura 3.1** y lo modifica de tal manera que idealiza un conjunto de modelos de Kelvin-Voigt acomodados en serie cuyo volumen es muy pequeño y el número de modelos muy grande acercándose a la condición real de los suelos finos saturados como los que presenta la Zona de Lago de la Ciudad de México.

El resorte de Robert Hooke representa la estructura de los sólidos y el amortiguador de Isaac Newton representa la presión de poro. Al momento de aplicar la carga  $P$ , el fluido incompresible toma inmediatamente toda la carga y el resorte no sufre deformación, al momento de que el fluido sale por la parte superior se presenta una transferencia gradual de carga al resorte y llega el momento en que el fluido regresa a su condición de presión inicial y la deformación en el resorte es muy grande siendo el resorte quien soporta toda la carga  $P$ .

### 3.3 DISIPACIÓN DE ENERGÍA.

El modelo de Kelvin-Voigt también representa una forma de visualizar el fenómeno de la disipación de energía o amortiguación viscosa siendo también de comportamiento viscoelástico, en este caso la disipación de energía es proporcional a la velocidad de deformación del material y opuesto a la dirección de movimiento.

La energía de la cual estamos hablando es aquella liberada por deformaciones a gran escala en la corteza de la tierra, es decir de origen tectónico o fenómeno de subducción (**capítulo 4**), dicha energía se manifiesta en dos tipos de onda de comportamiento elástico: ondas P y ondas S (**figura 3.3**)



**Figura 3.3. Ondas elásticas (Levi, 1973).**

Las ondas P, ondas primarias, ondas de compresión u ondas longitudinales de dilatación son las de mayor velocidad de propagación y son las primeras en tener contacto con la estructura, dichas ondas producen tensiones y compresiones que avanzan en el medio sin producir rotaciones.

Las ondas S, ondas secundarias u ondas de distorsión tienen una velocidad de propagación tal que empiezan antes de haberse desvanecido las ondas P, las ondas S son las responsables de rotaciones y deformaciones angulares en el material no atendiendo a cambios volumétricos de éste.

Las ondas S son las más representativas para el análisis sísmico de cimentaciones en la Zona de Lago de la Ciudad de México.

En el **capítulo 2** se estudiaron los cuerpos sometidos a vibración, retomando el análisis de un sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza armónica  $P(t)$  y con ayuda de los fundamentos del comportamiento viscoelástico de los materiales que se verán en este capítulo, se puede llegar a desarrollar un análisis que, junto con los fundamentos de la Interacción Dinámica Suelo – Estructura se llega a entender el comportamiento de una cimentación ante un evento de naturaleza sísmica.

Retomando la ecuación de movimiento de un sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza  $P(t)$  en equilibrio dinámico tenemos:

$$P(t) - C\dot{u} - Ku = 0 \quad (3.8)$$

$$C\dot{u} + Ku = P(t) \quad (3.9)$$

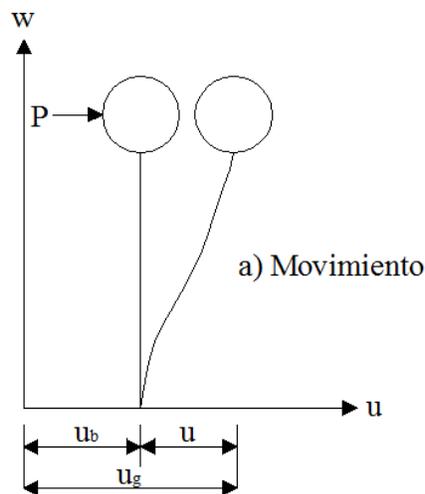
Comparando las **expresiones 3.7 y 3.9** nos damos cuenta de su similitud y concluimos que el fenómeno de disipación de energía en un sistema de vibración amortiguada puede ser estudiado con el modelo de Kelvin-Voigt.

Es importante tener en cuenta que los esfuerzos y deformaciones no solo corresponden a los producidos por una carga  $P(t)$ , sino también a movimientos en la base del sistema producidos por una sollicitación dinámica en la cimentación de una estructura, por ejemplo. En la **figura 3.4**, tenemos un sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza  $P(t)$ , un eje de referencia vertical fijo y tres tipos de desplazamiento:

$u_b$  : Desplazamiento de la base.

$u$  : Desplazamiento relativo entre la masa y la base.

$u_g$  : Desplazamiento total.



**Figura 3.4. Influencia de la sollicitación en la base en el equilibrio dinámico (Deméneghi, 1986).**

De acuerdo a la ecuación de movimiento y a lo mostrado en la figura anterior, podemos decir:

$$Mu_g + C\dot{u} + Ku = P(t) \quad (3.10)$$

Para poder resolver la **expresión 3.10** debemos tener todas las fuerzas en función de una sola variable, podemos expresar entonces:

$$\dot{u}_g = \dot{u}_b + \dot{u} \quad (3.11)$$

Sustituyendo la **expresión 3.11** en la **expresión 3.10**:

$$M\dot{u}_b + M\dot{u} + C\dot{u} + Ku = P(t) \quad (3.12)$$

$$M\dot{u} + C\dot{u} + Ku = P(t) - M\dot{u}_b \quad (3.13)$$

En la **expresión 3.13** podemos observar que el efecto de la aceleración en la base del sistema resulta igual que aplicar una fuerza dinámica  $M\dot{u}_b$  con sentido contrario a  $u_b$ .

### 3.4 ECUACIONES CONSTITUTIVAS DE UN MATERIAL VISCOELÁSTICO.

Kelvin-Voigt consideró que las componentes de esfuerzo en un sólido son la suma de dos términos: el primero proporcional a la deformación unitaria y el segundo proporcional a la velocidad de deformación unitaria para tomar en cuenta la disipación de energía (Kolsky, 1963):

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\varepsilon' \quad (3.14)$$

Recordando los principios de la teoría de la elasticidad lineal se tienen las expresiones para calcular los esfuerzos en función de las deformaciones unitarias, adicionando las componentes que toman en cuenta la disipación de energía (Deméneghi, 1986), obtenemos:

$$\sigma_x = \lambda\varepsilon_v + \lambda' \left( \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \right) + 2G\varepsilon_x + 2\eta \left( \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} \right) \quad (3.15)$$

$$\sigma_y = \lambda\varepsilon_v + \lambda' \left( \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \right) + 2G\varepsilon_y + 2\eta \left( \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial t} \right) \quad (3.16)$$

$$\sigma_z = \lambda\varepsilon_v + \lambda' \left( \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \right) + 2G\varepsilon_z + 2\eta \left( \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} \right) \quad (3.17)$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} + \eta \left( \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial t} \right) \quad (3.18)$$

$$\tau_{xz} = G\gamma_{xz} + \eta \left( \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial t} \right) \quad (3.19)$$

$$\tau_{yz} = G\gamma_{yz} + \eta \left( \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial t} \right) \quad (3.20)$$

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (3.21)$$

### 3.5 ECUACIONES DE MOVIMIENTO.

Estableciendo el equilibrio dinámico del elemento, la sumatoria de fuerzas en el eje  $x$  es (Deméneghi, 1986):

$$\Sigma F_x = \left[ \tau_{zx} + \left( \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dz \right] dx dy + \left[ \tau_{yx} + \left( \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right) dy \right] dx dz + \left[ \sigma_x + \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \right) dx \right] dy dz - \tau_{zx} dx dy - \tau_{yx} dx dz - \sigma_x dy dz$$

.....(3.22)

Agrupando términos,

$$\Sigma F_x = \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (3.23)$$

Utilizando la segunda Ley de Newton y despreciando el peso de las partículas del elemento:

$$\Sigma F_x = (\rho dx dy dz) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) \quad (3.24)$$

Igualando las **expresiones 3.23 y 3.24**:

$$\rho \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \quad (3.25)$$

De forma análoga obtenemos las otras dos ecuaciones de movimiento para cualquier clase de material:

$$\rho \left( \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) = \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \quad (3.26)$$

$$\rho \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) = \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) \quad (3.27)$$

Sustituyendo las **expresiones 3.15, 3.18 y 3.19** en la **expresión 3.25** para obtener las ecuaciones de movimiento de un sólido que cumple las leyes del modelo de Kelvin-Voigt:

$$\rho \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda \varepsilon_x + \lambda' \left( \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} \right) + 2G \varepsilon_x + 2\eta \left( \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ G \gamma_{xy} + \eta \left( \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial t} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ G \gamma_{xz} + \eta \left( \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial t} \right) \right]$$

.....(3.28)

Agrupando términos:

$$\rho \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) \left\{ \left[ \lambda + \lambda' \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \varepsilon_v + 2 \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \varepsilon_x \right\} + \left( \frac{\partial}{\partial y} \right) \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \gamma_{yx} + \left( \frac{\partial}{\partial z} \right) \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \gamma_{zx}$$

.....(3.29)

Pero:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.30)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \quad (3.31)$$

Sustituyendo las **expresiones 3.30 y 3.31** y agrupando términos:

$$\rho \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = \left\{ \left[ \lambda + \lambda' \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \left( \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial x} \right) + 2 \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \left( \frac{\partial}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \left( \frac{\partial}{\partial z} \right) \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\}$$

.....(3.32)

$$\rho \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \left[ \lambda + \lambda' \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) + \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right)$$

.....(3.33)

$$\rho \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = \left\{ \left[ \lambda + \lambda' \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] + \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \right\} \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \nabla^2 u \quad (3.34)$$

$$\rho \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = \left\{ \left[ \lambda + \lambda' \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] + \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \right\} \left( \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial x} \right) + \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \nabla^2 u \quad (3.35)$$

Análogamente:

$$\rho \left( \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) = \left\{ \left[ \lambda + \lambda' \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] + \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \right\} \left( \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial x} \right) + \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \nabla^2 v \quad (3.36)$$

$$\rho \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) = \left\{ \left[ \lambda + \lambda' \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] + \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \right\} \left( \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial x} \right) + \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \nabla^2 w \quad (3.37)$$

Considerando movimiento donde no se presenta rotación:

$$w_x = w_y = w_z = 0 \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial x} = \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \nabla^2 u \quad (3.42)$$

Sustituyendo la **expresión 3.42** en la **expresión 3.35**:

$$\rho \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = \left\{ \left[ \lambda + \lambda' \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] + \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \right\} \nabla^2 u + \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \nabla^2 u \quad (3.43)$$

$$\rho \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = \left\{ \left[ \lambda + \lambda' \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] + 2 \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \right\} \nabla^2 u \quad (3.44)$$

Análogamente:

$$\rho \left( \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) = \left\{ \left[ \lambda + \lambda' \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] + 2 \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \right\} \nabla^2 v \quad (3.45)$$

$$\rho \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) = \left\{ \left[ \lambda + \lambda' \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] + 2 \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \right\} \nabla^2 w \quad (3.46)$$

Las **expresiones 3.44, 3.45 y 3.46** representan el movimiento de las ondas P.

Considerando un movimiento en el que no hay cambio de volumen, es decir:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0 \quad (3.47)$$

Sustituyendo la **expresión 3.47** en las **expresiones 3.35, 3.36 y 3.37**:

$$\rho \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \nabla^2 u \quad (3.48)$$

$$\rho \left( \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) = \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \nabla^2 v \quad (3.49)$$

$$\rho \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) = \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \nabla^2 w \quad (3.50)$$

Las **expresiones 3.48, 3.49 y 3.50** representan el movimiento de las ondas S.

(Deméneghi, 1986).

### 3.6 VELOCIDAD DE LAS ONDAS SÍSMICAS.

Considerando una onda P que solo tiene desplazamiento en la dirección  $x$  y despreciando el amortiguamiento, la **expresión 3.44** queda:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left[ \frac{(\lambda + 2G)}{\rho} \right] \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \quad (3.51)$$

Dada una ecuación diferencial del tipo:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \quad (3.52)$$

Su solución está dada por:

$$u = f_1(x - ct) + f_2(x + ct) \quad (3.53)$$

Donde  $c$  representa la velocidad de la onda.

De acuerdo con la **expresión 3.52 y 3.53**, la velocidad de la onda P es (Deméneghi, 1986):

$$V_p = \sqrt{\frac{(\lambda + 2G)}{\rho}} \quad (3.54)$$

De la **expresión 3.48** considerando únicamente desplazamiento en el eje  $x$  y sin considerar amortiguamiento:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left( \frac{G}{\rho} \right) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \quad (3.55)$$

De acuerdo con la **expresión 3.52**, la velocidad de la onda S es (Deméneghi, 1986):

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (3.56)$$

Si consideramos una onda S que se propaga en dirección vertical con desplazamiento de partículas solo en el eje  $x$ , la ecuación de movimiento es:

$$\rho \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = \left[ G + \eta \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \left( \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (3.57)$$

$$\rho \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = G \left( \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \eta \left( \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial z^2} \right) \quad (3.58)$$

## CAPÍTULO 4

### ANÁLISIS SÍSMICO DE CIMENTACIONES EN LA CIUDAD DE MÉXICO.

#### 4.1 ANTECEDENTES

El interior de la tierra está formado por:

- a) Núcleo interno en estado líquido, formado de hierro y poco níquel, densidad de 12 a 18 T/m<sup>3</sup> y Temperatura 4000 a 5000°C.
- b) Núcleo externo en estado líquido, formado de hierro y poco níquel, densidad de 10 a 12 T/m<sup>3</sup> y Temperatura de 4000 a 5000°C.
- c) Manto en estado líquido, densidad de 3.3 a 6.0 T/m<sup>3</sup> y Temperatura de 1200 a 4000°C.
- d) Corteza que tiene un espesor de 40 km en la zona continental y de 10 km en la parte más delgada bajo los océanos, se encuentra en estado sólido y densidad promedio de 2.70 T/m<sup>3</sup>.

El manto como cualquier líquido se calienta por el proceso de convección, el cual ocurre cuando el magma cerca del núcleo se calienta y asciende y al momento de llegar a la superficie se enfría y vuelve a descender formando las llamadas Corrientes de convección, esto gracias al gradiente térmico entre ambos límites.

Las corrientes de convección son las responsables de la Deriva Continental. En los puntos que ascienden y llegan a la superficie, generan fuerzas de tensión que separan la corteza y por donde aflora el magma formando las Dorsales Oceánicas que vienen a formar cordilleras sumergidas de miles de kilómetros de longitud y alturas de 1500 a 2500 m sobre las llanuras oceánicas. Las dorsales tienen anchuras de varios centenares de kilómetros, con dos alineaciones montañosas paralelas y separadas por una fosa tectónica denominada “rift”, que corresponde al eje axial de la dorsal.

Las dorsales son zonas de gran inestabilidad sísmica e intenso vulcanismo con magmas basálticos, debido a este proceso los fondos oceánicos se irán ensanchando paulatinamente a ambos lados de las dorsales.

Ahora, donde las Corrientes de Convección concurren, se producen esfuerzos de compresión y las placas se intrusionan. Esto ocurre generalmente en los bordes de los continentes, donde la placa oceánica se mete por debajo de la placa continental y a cierta profundidad la primera se fusiona con el calor; las zonas donde se verifica esta reabsorción se denominan Zonas de Subsistencia. Estas son zonas de intensa actividad sísmica y en ella se localizan todos los sismos de foco profundo que se originan debido a las grandes fricciones que se producen al deslizar una placa bajo la otra.

En la **figura 4.1** se muestran las principales placas que afectan al territorio Mexicano (Díaz, 2005).



**Figura 4.1. Mapa de las placas que afectan al territorio Mexicano (Díaz, 2005).**

Cuando se genera un sismo por el fenómeno de subducción, en el foco del mismo se generan ondas de compresión P y de cortante S, las cuales viajan a través de la corteza terrestre afectando a las estructuras cuando se manifiestan en la superficie.

Como se mencionó en el **capítulo 3**, las ondas inciden verticalmente en la superficie y su análisis se hace mediante propagación de ondas en un medio continuo.

La presencia de un depósito de suelo blando que sobreyace a un estrato de suelo firme, puede generar un fenómeno de amplificación de las ondas sísmicas, debido a que si el estrato blando está formado por un depósito de arcilla blanda saturada como la de la zona de Lago de la Ciudad de México y de estructura floculada (o estructura en “castillo de naipes”), su respuesta a una excitación dinámica es aproximadamente elástica dentro de cierto rango.

Si el periodo de vibración del terreno firme coincide con el periodo natural de vibración del depósito de arcilla blanda, se presenta una magnificación de la aceleración de las ondas sísmicas, bajo ciertas condiciones, la arcilla blanda saturada entra en resonancia.

Esta amplificación de las ondas sísmicas tiene un efecto negativo en las estructuras apoyadas sobre el depósito de arcilla blanda, las estructuras se ven sujetas a aceleraciones muy altas.

Un sismo ocasiona fuerzas de inercia en un edificio, las cuales a su vez provocan fuerzas cortantes y momentos de volteo en la cimentación. En un edificio alto, la fuerza cortante y el momento de volteo sísmicos pueden ser de gran magnitud, por lo que la cimentación se debe diseñar para que resista estos elementos mecánicos. En una cimentación compensada a base de un cajón, el sismo se toma con el cajón y tanto el momento como el cortante son resistidos por la losa y muros del cajón; en estas condiciones la profundidad del cajón es muy importante.

Los pilotes de punta toman la fuerza cortante y el momento de volteo sísmico, deben diseñarse para resistir las acciones sísmicas que se generan en su cabeza y a lo largo de toda su longitud (Zeevaert, 1988).

Para los pilotes de fricción no es conveniente que éstos tomen los incrementos de carga sísmicos, debido a que se puede presentar una disminución de la resistencia al esfuerzo cortante de la arcilla, ocasionada por un incremento en la presión de poro debido al sismo. Los pilotes deben diseñarse con un factor de seguridad igual a la unidad para estas condiciones.

En algunos edificios se puede haber presentado un desplome, debido a una falla local del suelo por compresión o por cortante, ocasionada a su vez por un incremento en la presión de poro o por destrucción parcial de la estructura de la arcilla. En estos edificios es probable que el desplome continúe con el tiempo, ya que la estructura de la arcilla está en parte remodelada. Además, debido al desplome se presenta una fuerza lateral que se suma a la fuerza de inercia por un sismo, lo que ocasiona elementos mecánicos adicionales sobre la estructura y la cimentación.

El momento de volteo también puede ocasionar una falla del subsuelo por excederse su resistencia al corte, presentándose un colapso del suelo bajo su cimentación.

#### **4.2 SISMOS DE SEPTIEMBRE DE 1985.**

Las propiedades de las arcillas de la zona de Lago de la Ciudad de México complejas y las condiciones a las que se ve expuesta como la extracción de agua o su amplificación dinámica exigen una solución al problema de cimentaciones.

Los tipos de cimentaciones en la zona de Lago de la Ciudad de México van desde zapatas aisladas, continuas, losas de cimentación, cajones, pilotes de fricción y punta, pilas coladas en sitio, pilotes entrelazados y algunas combinaciones de estos tipos de cimentación.

A raíz de los levantamientos de daños provocados por los sismos de Septiembre de 1985, se obtuvo que aproximadamente en 13% de la población de edificios considerados, los daños fueron consecuencia de un mal comportamiento de la cimentación (Auvinet y Mendoza, 1986).

Las cimentaciones superficiales tuvieron en general un buen comportamiento excepto cuando interactuaron con cimentaciones de edificios pesados. En algunos casos presentaron asentamientos diferenciales importantes debido a altas presiones de contacto iniciales y fuertes excentricidades en las cargas vivas y muertas, que sumadas al efecto oscilatorio del sismo propiciaron movimientos importantes y permanentes en las cimentaciones.

Los cajones de cimentación presentaron un comportamiento deficiente únicamente cuando se había manifestado un problema de asentamientos bajo carga estática. Para edificios esbeltos, los momentos de volteo inducidos por el sismo fueron la causa de un comportamiento deficiente de la cimentación.

El tipo de cimentación que presentó un comportamiento sísmico más deficiente fue el compuesto por un cajón y pilotes de fricción, en las que los pilotes se emplearon para reducir los

asentamientos. En estos casos, cerca del 13.5% de todos los edificios de 9 a 12 pisos desplantados sobre los depósitos blandos fueron severamente dañados. Las causas principales de los daños fueron el peso excesivo de los edificios, altas esbelteces de las estructuras, seudoresonancia (cuando coinciden el periodo del depósito de suelo, periodo del sismo y periodo natural de la estructura) que incrementó considerablemente la fuerza sísmica sobre este tipo de estructuras (Auvinet y Mendoza, 1986).

Las cimentaciones a base de pilotes de punta o pilas apoyados en la primera capa dura o los depósitos profundos tuvieron un comportamiento adecuado.

Con base en los comportamientos observados, se estableció un programa de investigación en el que se estudiaron los aspectos más importantes de cimentaciones, desplantadas en las arcillas de la Zona de Lago de la Ciudad de México, para la condición sísmica. Se estudiaron las propiedades dinámicas de las arcillas, la amplificación sísmica, el fenómeno de interacción dinámica suelo-estructura y los asentamientos diferenciales en las cimentaciones producto de la acción sísmica.

En este capítulo se explicará de una manera breve las propiedades dinámicas de las arcillas, el fenómeno de la amplificación sísmica o dinámica y algunos puntos de la capacidad de carga dinámica. En el **capítulo 5** se explicará de una manera más detallada el fenómeno de la Interacción Dinámica Suelo-Estructura.

### **4.3 COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LAS ARCILLAS.**

#### **4.3.1. Conceptos básicos.**

A diferencia de los suelos granulares bajo cargas cíclicas donde se presentan fenómenos como densificación o licuación, en suelos blandos se presentan fenómenos no tan espectaculares pero de igual importancia.

El concepto cíclico se refiere a un proceso repetido de carga y descarga con una misma frecuencia a una muestra de suelo con un comportamiento histerético o no lineal, la relación esfuerzo-deformación de una muestra de suelo sometida a carga cíclica es histerética.

El comportamiento esfuerzo-deformación y la resistencia que presenta un suelo bajo cargas cíclicas difiere del comportamiento del mismo suelo bajo cargas estáticas, las cargas cíclicas o dinámicas pueden ser producidas por una explosión, vibración de maquinaria o por un sismo.

Es importante entender el comportamiento de los suelos blandos como el de la zona de Lago de la Ciudad de México bajo cargas cíclicas producidas por un sismo, sabemos que su respuesta es bajo condiciones no drenadas debido a la alta velocidad de aplicación de carga que no alcanza a disipar la presión de poro y que su respuesta depende de las deformaciones que presente el suelo.

Sabemos que la resistencia del suelo crece con la velocidad de aplicación de carga e incluso se puede llegar a considerar a la carga cíclica como una repetición de cargas rápidas, sin embargo el aumento de resistencia producto de la velocidad de aplicación de la carga se contrarresta con la

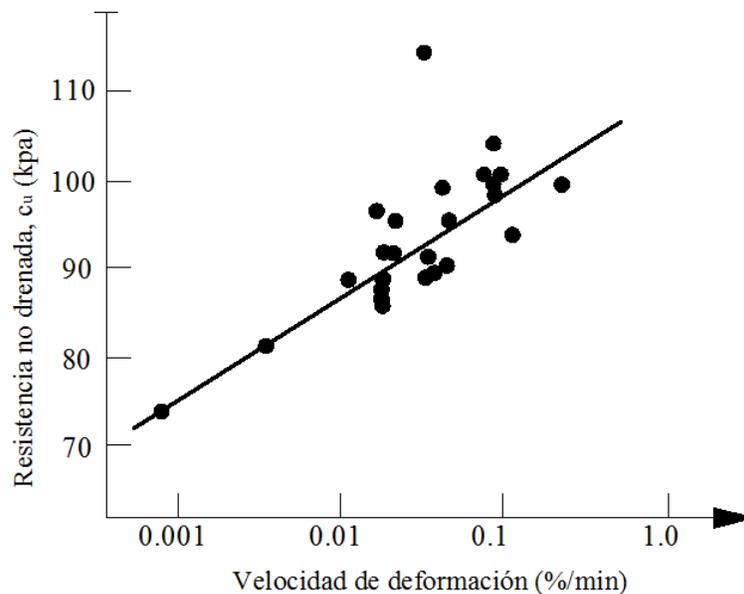
condición de la carga cíclica que implica inversión del esfuerzo cortante en cada ciclo; es decir no se toma en cuenta el incremento de resistencia por la velocidad de aplicación de la carga.

La resistencia a la compresión de los suelos blandos decrece al aumentar el número de ciclos de carga y a su vez el número de ciclos de carga necesarios para lograr cierta deformación en un estrato de suelo blando depende de la condición inicial de esfuerzos, magnitud del esfuerzo cíclico aplicado, propiedades del suelo y de la frecuencia y forma de la onda de carga.

En algunos casos, se ha observado que el efecto de una carga cíclica en un suelo blando es el deterioro de sus propiedades: ablandamiento, deterioro de la estructura misma e incluso pérdida de resistencia.

La resistencia de un suelo blando bajo una carga cíclica es mayor que la resistencia de el mismo suelo bajo carga estática, en pruebas dinámicas la presión de poro decrece con el incremento de la velocidad de deformación dado que afecta el acomodo de las partículas provocando dilatación y aumento de resistencia al esfuerzo cortante en condiciones no drenadas.

La **figura 4.2** muestra el comportamiento de la resistencia no drenada  $C_u$  con la velocidad de deformación %/min.

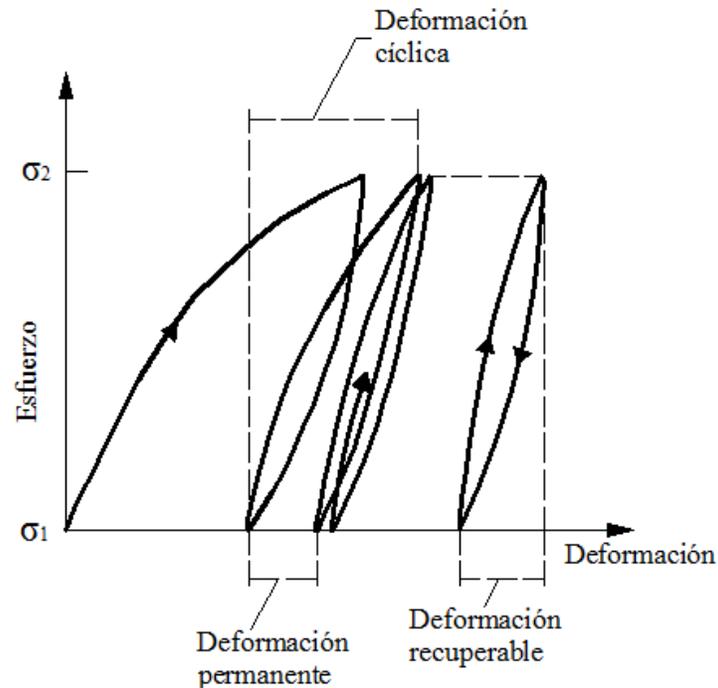


después de cierto número de ciclos; si la suma es cercana a la resistencia estática, la deformación se incrementará ciclo a ciclo y ocurrirá la falla por carga cíclica.

Existen dos tipos de deformación que presenta un suelo sometido a carga cíclica (**figura 4.3**):

a) *Deformación permanente.*

b) *Deformación recuperable.*



**Figura 4.3. Deformación durante un ensayo cíclico (Díaz, 2005).**

Podemos observar en la **figura 4.3** que la deformación permanente se acumula después de cada ciclo de esfuerzos y que la deformación recuperable varía cíclicamente con la carga.

La deformación recuperable o cíclica es la que se utiliza para definir las características de rigidez y amortiguamiento del suelo, la deformación permanente puede emplearse para estimar los movimientos remanentes en las cimentaciones.

#### **4.3.2. Propiedades dinámicas de las arcillas.**

Las propiedades dinámicas de los suelos han sido estudiadas por más de 40 años bajo cargas cíclicas y se han planteado numerosas correlaciones en términos de la velocidad de las ondas cortantes  $V_s$ , módulo dinámico al esfuerzo cortante  $G$ , amortiguamiento  $\zeta$ , módulo dinámico de Young  $E$ , etc.

No existe proceso analítico para determinar la respuesta de un depósito de suelo bajo cargas cíclicas sin la necesidad de contar con sus propiedades dinámicas, por lo que son indispensables para el Análisis Dinámico de Cimentaciones.

Para determinar los módulos elásticos dinámicos, periodos y amortiguamientos de un depósito de suelo pueden utilizarse las relaciones derivadas de la propagación de ondas en medios continuos, en el **capítulo 3** se obtienen las expresiones para evaluar las velocidades de onda tipo S y P, para hacer uso de dichas expresiones deben conocerse las propiedades dinámicas de los suelos.

Las principales propiedades dinámicas de un suelo son las siguientes (Díaz, 2005):

- a) Módulo dinámico de Young  $E$ .
- b) Módulo dinámico al esfuerzo cortante  $G$ .
- c) Módulo dinámico de deformación volumétrica  $K$ .
- d) Relación de Poisson  $\nu$ .
- e) Amortiguamiento  $\zeta$ .
- f) Propiedades esfuerzo-deformación.
- g) Parámetros de licuación.
- h) Resistencia al esfuerzo cortante en función de la velocidad de aplicación de la carga.

El módulo dinámico de Young  $E$ , se obtiene para un determinado incremento en el nivel de esfuerzo y como ya sabemos representa la pendiente del comportamiento esfuerzo-deformación, este módulo no es una constante del suelo sino una magnitud que describe su respuesta para una condición particular de esfuerzos.

El módulo dinámico de Young  $E$ , puede obtenerse con la **expresión 4.1**:

$$E = 2\rho V_s^2(1 + \nu) \quad (4.1)$$

Donde:

$\rho$  : Densidad del material.

$V_s$  : Velocidad de las ondas S o cortante.

$\nu$  : Relación de Poisson.

El módulo dinámico al esfuerzo cortante  $G$ , se define como la relación entre un esfuerzo cortante y la deformación angular correspondiente a ese nivel de esfuerzo, puede obtenerse indirectamente mediante la **expresión 4.2** o mediante pruebas directas de laboratorio como el procedimiento del péndulo de torsión elaborado por el Dr. Leonardo Zeevaert.

$$G = \rho V_s^2 \quad (4.2)$$

El módulo  $G$  en la Zona de Lago de la Ciudad de México aumenta ligeramente con la profundidad, exhibiendo máximos en los estratos superiores y otros intermedios, debajo de 25m el incremento del módulo es muy apreciable, un patrón de comportamiento similar se presenta para el módulo  $E$ .

La relación de Poisson  $\nu$  puede obtenerse con la **expresión 4.3**:

$$\nu = \frac{0.5\left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 - 1}{\left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 - 1} \quad (4.3)$$

Donde:

$V_p$  : Velocidad de ondas P, o de compresión.

Las propiedades dinámicas anteriores también pueden determinarse mediante técnicas de laboratorio o técnicas de campo, las técnicas de laboratorio son más económicas que las técnicas de campo debido a la facilidad de ensaye en laboratorio, no teniendo que montar sistemas complejos en el sitio; las técnicas de laboratorio pueden verse afectadas por un mal muestreo inalterado afectando directamente las propiedades de la muestra.

Las técnicas de campo son mejores en el sentido que representan una masa de suelo de mayor dimensión y sin alteración.

Las técnicas de laboratorio para obtener las propiedades dinámicas son:

- a) Ensaye de pulsos ultrasónicos.
- b) Ensaye de columna resonante.
- c) Ensaye de péndulo de torsión.
- d) Ensaye triaxial cíclico.
- e) Ensaye de corte simple cíclico.
- f) Ensaye de torsión cíclica.
- g) Ensaye de mesa vibradora.

Los equipos más utilizados en laboratorio para simular las condiciones de un sismo son la cámara triaxial cíclica y el corte simple cíclico; ambos son similares en concepto permaneciendo esfuerzo o deformación controlada; en la triaxial cíclica se controla la magnitud de la carga aplicada y se registra la deformación de la muestra, en el corte simple cíclico permanece constante la magnitud y velocidad de deformación midiendo la carga necesaria para causar tal deformación.

Las técnicas de campo son:

- a) Ensayes de ondas de superficie.
- b) Ensaye de refracción sísmica.
- c) Ensaye de resonancia vertical.
- d) Ensaye de resonancia horizontal.

- e) Ensayes up-hole y down-hole.
- f) Ensaye cross-hole.

El Dr. Leonardo Zeevaert hizo una síntesis de las propiedades dinámicas del subsuelo de la Ciudad de México (**Referencia x**), las **Tabla 4.1** y **4.2** que sirvieron de base para calcular los periodos  $T_s$  y amortiguamiento  $\zeta$  (**Tabla 4.3**) de acuerdo a la compleja estratigrafía que presenta la Ciudad de México y en base a una enorme cantidad de ensayos de laboratorio de distintas muestras representativas.

**Tabla 4.1. Estratigrafía de la zona de Lago de la Ciudad de México y el módulo  $G$  (Zeevaert, 1983).**

<b>Profundidad (m)</b>	<b>Clasificación</b>	<b>Ss</b>	<b>w%</b>	<b><math>\gamma</math> t/m<sup>3</sup></b>	<b>G t/m<sup>2</sup></b>
5.55	Fill	2.6	55	1.66	>1000
9.15	Becerra	2.6	85	1.5	>2000
15.8	Silty clay I	2.35	300	1.17	280
16.5	Clayed silty sand	2.6	42	1.77	700
19.8	Silty clay II	2.35	320	1.16	360
23.65	Silty clay III	2.35	200	1.24	470
27.2	Silty clay IV	2.35	273	1.18	470
29.1	Silty clay Va	2.35	248	1.2	720
33.5	Silty clay Vb	2.35	300	1.17	720
38.2	Tarango sand I	2.6	42	1.77	>4000
41.55	Tarango silty clay Ia	2.4	174	1.27	980
41.95	White volcanic glass	2.26	30	1.75	>2000
45.25	Tarango silty clay Ib	2.4	174	1.27	1120
47.7	Tarango clayey sand Ic	2.4	168	1.28	2500
>47.7	Tarango sand II	2.65			>10000

**Tabla 4.2. Propiedades Dinámicas de la estratigrafía del Valle de México (Zeevaert, 1983).**

<b>Profundidad (m)</b>	<b>d<sub>i</sub> m</b>	<b>γ T/m<sup>3</sup></b>	<b>ρ Tseg<sup>2</sup>/m<sup>4</sup></b>	<b>G T/m<sup>2</sup></b>	<b>V<sub>s</sub> m/seg</b>	<b>ΔT seg</b>
5.55	5.55	1.66	0.169	1000	76.87	0.289
9.15	3.60	1.50	1.153	2000	114.37	0.126
11.90	2.75	1.17	0.119	280	48.45	0.227
15.80	3.90	1.17	0.119	280	48.45	0.322
16.50	0.70	1.77	0.180	700	62.29	0.045
19.80	3.30	1.16	0.118	360	55.18	0.239
21.40	1.60	1.24	0.126	470	60.98	0.105
23.65	2.25	1.24	0.126	470	60.98	0.148
27.20	3.55	1.18	0.120	470	62.51	0.227
29.10	1.90	1.20	0.122	720	76.72	0.099
33.50	4.40	1.17	0.119	720	77.70	0.227
38.20	4.70	1.77	0.180	4000	148.89	0.126
41.55	3.35	1.27	0.129	980	87.00	0.154
41.95	0.40	1.75	0.178	2000	105.88	0.015
45.25	3.30	1.25	0.127	1120	93.75	0.141
47.70	2.45	1.28	0.130	2500	138.42	0.071

**Tabla 4.3. Periodos y amortiguamientos del suelo del Valle de México (Zeevaert, 1983).**

<b>Estrato</b>	<b>T<sub>s</sub> seg</b>	<b>ζ = 15% cm/seg<sup>2</sup></b>
1. From firm base at depth 47.70m to ground surface.	2.56	44-35
2. From hard layer at depth 33.50m to ground surface.	2.05	42-33
3. Between hard layer at depth 33.50m and hard crust to 9.15m.	1.76	42-33
4. At the softest part of the deposit between depths 16.8 to 27.20m	0.72	40-32
5. In silty clay deposit between hard layers depths 38.20 and 47.70m	0.38	26-21

### 4.3.3. Periodo y amortiguamiento del suelo.

El periodo dominante del sitio  $T_s$  puede obtenerse recurriendo a una aproximación que consiste en reemplazar el perfil estratigráfico como el presentado en las tablas anteriores por un manto homogéneo equivalente de igual espesor caracterizado por su periodo dominante y su velocidad efectiva de propagación de ondas.

$$T_s = \frac{4H_s}{V_s} \quad (4.4)$$

Donde:

$T_s$  : Periodo dominante del estrato equivalente (periodo del sitio).

$H_s$  : Espesor total del estrato del terreno.

$V_s$  : Velocidad efectiva de propagación de ondas de corte en el estrato.

El periodo dominante del sitio  $T_s$  considerando la estratigrafía completa y no como un estrato homogéneo equivalente se determinará con la **expresión 4.5 (Referencia c)**:

$$T_s = \frac{4}{\sqrt{g}} \sqrt{\left( \sum_{n=1}^N \frac{h_n}{G_n} \right) \left( \sum_{n=1}^N \gamma_n h_n (w_n^2 + w_n w_{n-1} + w_{n-1}^2) \right)} \quad (4.5)$$

Donde:

$\gamma_n$  : Peso volumétrico del n-ésimo estrato.

$G_n$  : Módulo de rigidez en cortante del n-ésimo estrato.

$h_n$  : Espesor del n-ésimo estrato.

$N$  : Número de estratos.

Con:

$w_0 = 0$  ,en la roca basal.

$w_N = 1$  ,en el estrato superficial.

$$w_N = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{\gamma_i v_i^2}}{\sum_{i=1}^N \frac{h_i}{\gamma_i v_i^2}} \text{ ,en los estratos intermedios.}$$

$v_i$  : Velocidad de propagación de ondas del i-ésimo estrato.

El amortiguamiento existe en todo sistema físico real y permite disipar energía en un sistema vibrante, el amortiguamiento se calcula a partir de la pérdida de energía de la respuesta de un sistema vibrante.

Un material tiene amortiguamiento viscoso cuando la energía disipada por ciclo se incrementa de acuerdo con la frecuencia de vibración.

Un material tiene amortiguamiento histerético cuando la energía disipada por ciclo es independiente de la frecuencia de vibración.

#### **4.3.4. Comportamiento dinámico de las arcillas de la Ciudad de México.**

El comportamiento dinámico de las arcillas de la Zona de Lago del Valle de México, difiere del comportamiento dinámico de la misma arcilla sin considerar efectos de hundimiento regional. Por este motivo el estudio de la arcilla bajo consolidación ha sido un tema de gran interés para los investigadores en las recientes décadas.

Se ha concluido que:

- a) El hundimiento regional afecta considerablemente las propiedades dinámicas del suelo.
- b) Los cambios en la velocidad de ondas de corte y en el espesor de suelo compresible, controlan la respuesta dinámica del suelo.
- c) El periodo dominante  $T_s$  y la respuesta dinámica del suelo pueden tener cambios importantes durante la vida útil de las estructuras desplantadas sobre él.
- d) Los cambios en las propiedades dinámicas del suelo generan respuestas sísmicas mayores para sitios con periodo dominante igual a 2.0 s.
- e) En el futuro algunas estructuras del Valle de México podrían estar en peligro debido a los cambios en las propiedades dinámicas del suelo y en su respuesta.

##### *4.3.4.1. Variación del módulo de rigidez al corte $G$ , con la deformación angular $\gamma$ .*

Se ha demostrado experimentalmente (Romo 1990-1991) que el módulo de rigidez al corte  $G$ , de las arcillas de la Ciudad de México depende de la deformación angular cíclica inducida  $\gamma$ , del esfuerzo de confinamiento  $\sigma_c$ , del índice de plasticidad  $IP$ , y de la consistencia relativa  $C_r$ .

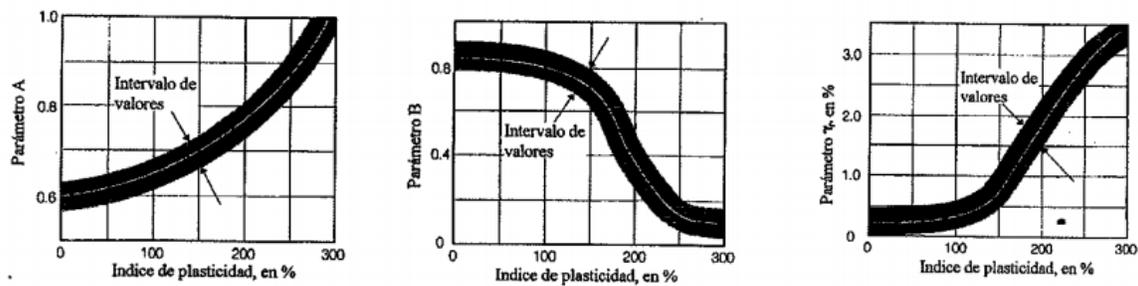
Romo y Ovando (1993-1994) plantean que los resultados experimentales en las arcillas de la Ciudad de México se pueden representar con la **expresión 4.6**, la cual relaciona el módulo de rigidez al corte  $G$ , con la deformación angular  $\gamma$ :

$$G = G_{\max}(1 - H(\gamma)) \quad (4.6)$$

Donde:

$$H(\gamma) = \left[ \frac{\left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^{2B}}{1 + \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^{2B}} \right]^{A'} ; A' = A + C_r \quad (4.7)$$

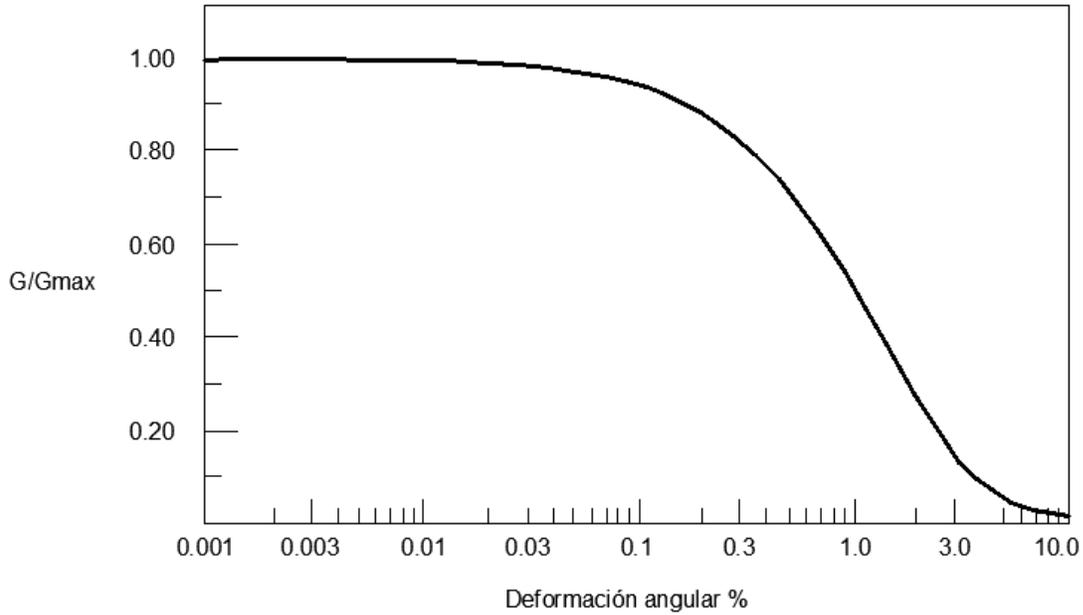
Los parámetros  $\gamma_r$ ,  $A$  y  $B$  de la **expresión 4.7** se obtienen de la **figura 4.4** (Romo y Ovando, 1990-1991). Para obtener el valor de  $G_{\max}$  se puede recurrir a ensayos dinámicos de laboratorio. Recordemos que  $G_{\max}$  corresponde al módulo de rigidez máximo para deformaciones muy pequeñas próximas a  $10^{-4}\%$  siendo constante y elástico para tales deformaciones.



**Figura 4.4. Parámetros de la expresión 4.8 (Romo, 1990-1991).**

La curva de reducción del módulo  $G$  con la amplitud de deformación angular  $\gamma$  normalizada respecto al módulo  $G_{\max}$  para pequeñas deformaciones se presenta en la **figura 4.5**, se observa que el módulo  $G$  es aproximadamente constante para deformaciones hasta de 0.1%, lo cual implica un comportamiento lineal bastante grande. Si la frontera que determina el inicio de la degradación del suelo es arbitrariamente definida como el valor para el cual:

$$\frac{G}{G_{\max}} = 0.80 \quad (4.8)$$



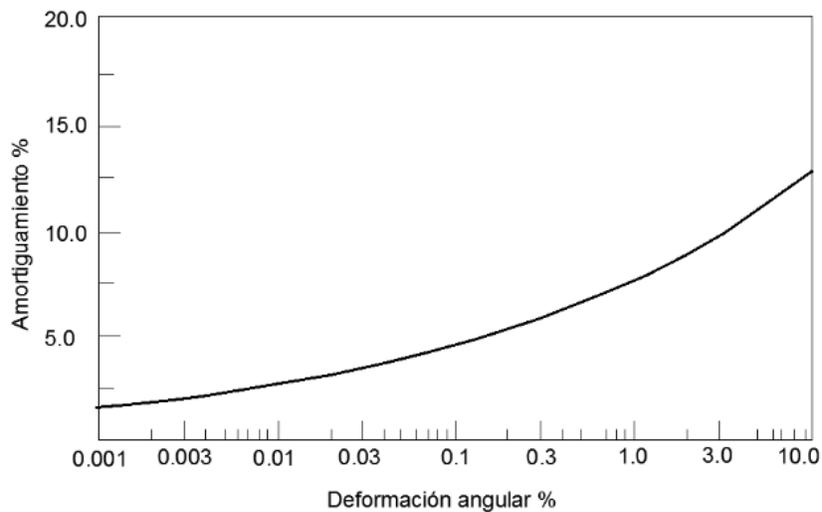
**Figura 4.5. Módulo de rigidez normalizado vs deformación angular (Díaz, 2005).**

4.3.4.2. Cambio del amortiguamiento histerético  $\lambda$ , con la deformación angular  $\gamma$ .

La capacidad del suelo para disipar energía depende de la magnitud del amortiguamiento histerético. Experimentalmente se ha encontrado que el amortiguamiento de las arcillas de la Ciudad de México se puede calcular con la **expresión 4.9** (Romo, 1995):

$$\lambda = (\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) (H(\gamma)) + \lambda_{\min} \quad (4.9)$$

Donde  $\lambda_{\max} = 13\%$ ,  $\lambda_{\min} = 0.5\%$  y  $H(\gamma)$  está definida en la **expresión 4.7**.



**Figura 4.6. Amortiguamiento vs deformación angular (Díaz, 2005).**

La **figura 4.6** presenta el comportamiento del amortiguamiento con la variación en la deformación angular.

#### 4.4 AMPLIFICACIÓN SÍSMICA POR LOS DEPÓSITOS BLANDOS.

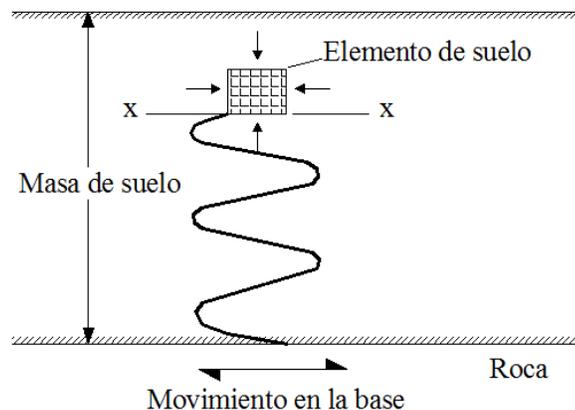
Las características del movimiento sísmico en un sitio en particular dependen de los siguientes factores (Seed, 1986):

- a) El mecanismo de origen del sismo.
- b) La magnitud del sismo.
- c) La distancia del sitio a la fuente principal de liberación de energía.
- d) Las características geológicas de las formaciones rocosas a través de las cuales las ondas sísmicas deberán propagarse desde el foco hasta el área general del sitio.
- e) Las condiciones locales del suelo subyacente al sitio particular.
- f) Los posibles efectos de enfoque o de superposición de ondas.

La energía liberada por el deslizamiento súbito de la corteza terrestre, mejor conocido como fenómeno de subducción, es emitida en trenes de onda de cuerpo, ondas P y ondas S, que son muy irregulares debido a las condiciones del subsuelo. A medida que las ondas se propagan a través de la geología se vuelven más irregulares debido a las reflexiones y refracciones que ocurren en las fronteras de la estratigrafía, finalmente las ondas llegan al sitio de interés.

Las ondas S, son las de especial interés en el análisis de la amplificación dinámica en el Valle de México debido a que llegan a la superficie como se muestra en la **figura 4.7**, verticalmente, y generan en los planos vertical y horizontal del elemento esfuerzos cortantes, los cuales al invertir su dirección varias veces durante el sismo producen el efecto de una carga cíclica.

Las ondas de compresión, ondas P, son pequeñas en comparación a las ondas de cortante, sin embargo en zonas fuera de la Ciudad de México se pudieran tomar en cuenta en aspectos de amplificación de ondas para diseño; en arcillas saturadas como las del Valle de México el cambio de volumen instantáneo como el que producen las ondas P es mínimo.



**Figura 4.7. Ondas de cortante sobre un elemento de suelo (Prakash, 1981).**

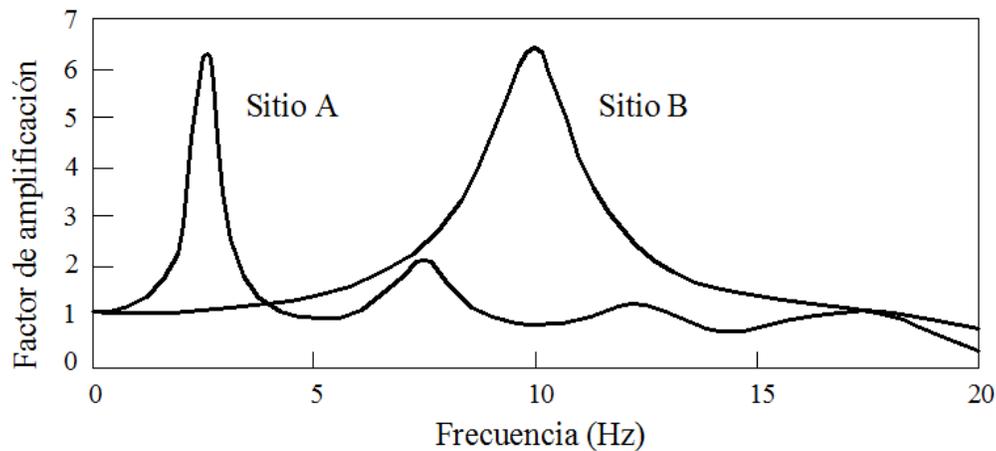
Cuando el subsuelo del sitio está formado por sedimentos de consistencia blanda, se presenta un fenómeno de amplificación de las ondas sísmicas que llegan al lugar, el cual consiste en que, en la base constituida por roca, se presenta una cierta aceleración, mientras que en la superficie del suelo blando la aceleración puede ser varias veces mayor que la del terreno firme.

El comportamiento anterior se debe a que ocurre por lo menos en forma parcial, la resonancia del suelo blando.

Regresando a la **figura 4.7** donde podemos apreciar un medio continuo supuestamente elástico y con geometría sencilla, el problema de amplificación de ondas S radica en la solución matemática con algún método analítico de la propagación ondas vertical.

Amplitud, frecuencia y duración son las características del sismo que se ven afectadas por las condiciones del sitio. Imaginemos dos depósitos del mismo suelo con geometría idéntica, en un medio continuo, pero uno con mayor rigidez, ambos depósitos son considerados linealmente elásticos y su base es un estrato de roca muy rígido; las funciones de amplificación se muestran en la **figura 4.8**.

El depósito del sitio A lo podemos llamar suelo blando y al depósito del sitio B suelo rígido. El suelo blando amplificará para bajas frecuencias producto del movimiento de la roca, es decir, tendrá periodos más largos que el suelo rígido que presenta altas frecuencias.



**Figura 4.8. Funciones de amplificación (Kramer, 1996).**

Cuando el problema no es tan solo resolver propagación vertical de ondas S en un medio continuo, elástico y con geometría sencilla, se plantean modelos de diferencias finitas basados en sistemas con masas amortiguadas y resortes.

La base del suelo blando tiene un movimiento armónico con frecuencia  $\Omega$  y su desplazamiento está dado por la **expresión 4.10**:

$$x_b = C e^{i\Omega t} = C(\cos \Omega t + i \text{sen} \Omega t) \quad (4.10)$$

La función de amplificación  $f_a$ , se define como el valor absoluto del cociente de la máxima aceleración de la superficie del estrato entre la máxima aceleración de la base rígida (Roesset, 1969), entonces:

$$f_a = \frac{1}{\sqrt{\cosh^2 \alpha \cos^2 \beta + \sinh^2 \alpha \sin^2 \beta}} \quad (4.11)$$

Donde,

$$\alpha = \left( \frac{H\Omega}{\sqrt{2V_s}} \right) \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \left( \frac{\eta\Omega}{G} \right)^2} - 1}{1 + \left( \frac{\eta\Omega}{G} \right)^2}} \quad (4.12)$$

$$\beta = \left( \frac{H\Omega}{\sqrt{2V_s}} \right) \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \left( \frac{\eta\Omega}{G} \right)^2} + 1}{1 + \left( \frac{\eta\Omega}{G} \right)^2}} \quad (4.13)$$

Las frecuencias correspondientes a los modos naturales de vibrar del estrato se hallan mediante la **expresión 4.14**:

$$w_n = \left[ \frac{(2n-1)\pi}{2H} \right] \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (4.14)$$

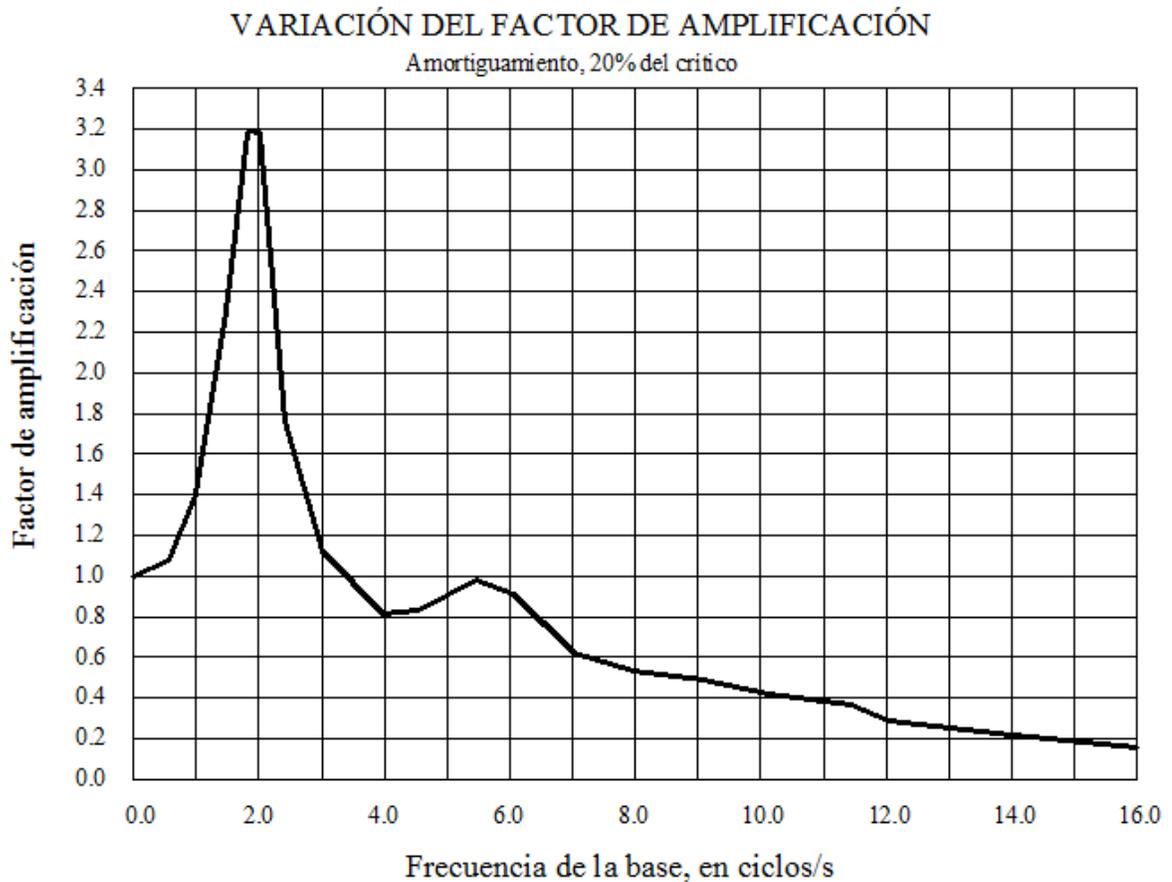
Para pequeños valores de  $\eta\Omega/G$ , la función de amplificación para los modos naturales de vibrar vale aproximadamente:

$$f_a = \frac{4}{[(2n-1)\pi(2\zeta)]} \quad (4.15)$$

Por ejemplo, la variación de la función de amplificación de la aceleración con la frecuencia de vibración de la base firme para un estrato de suelo blando de  $30.5m$  de espesor,  $V_s = 229m/s$  y  $\gamma = 2t/m^3$  se presenta en la **figura 4.9**.

Podemos observar que se presenta la máxima respuesta cuando la base firme vibra con la misma frecuencia que la correspondiente al primer modo de vibrar del estrato blando; significa que si la frecuencia de las ondas del sismo que arriban a la base de un estrato de suelo blando coincide con la frecuencia del primer modo de vibrar del estrato, la aceleración en la superficie del estrato será

mayor que la aceleración en la base firme, en este ejemplo la amplificación de la aceleración es de 3.18 para un amortiguamiento de suelo blando de 20% del crítico.



**Figura 4.9. Función de amplificación (Deméneghi, 2003).**

Es recomendable conocer las frecuencias dominantes que se presentan en un territorio en específico para poder evaluar los estratos de suelo blando que están propensos a presentar el fenómeno de amplificación de ondas lo que lleva a grandes aceleraciones en la superficie.

También es válido, en términos de periodo de vibración que la máxima respuesta de aceleración se presenta cuando el periodo de vibración de la base firme coincide con el periodo natural del primer modo de vibrar.

#### **4.5 CAPACIDAD DE CARGA DINÁMICA.**

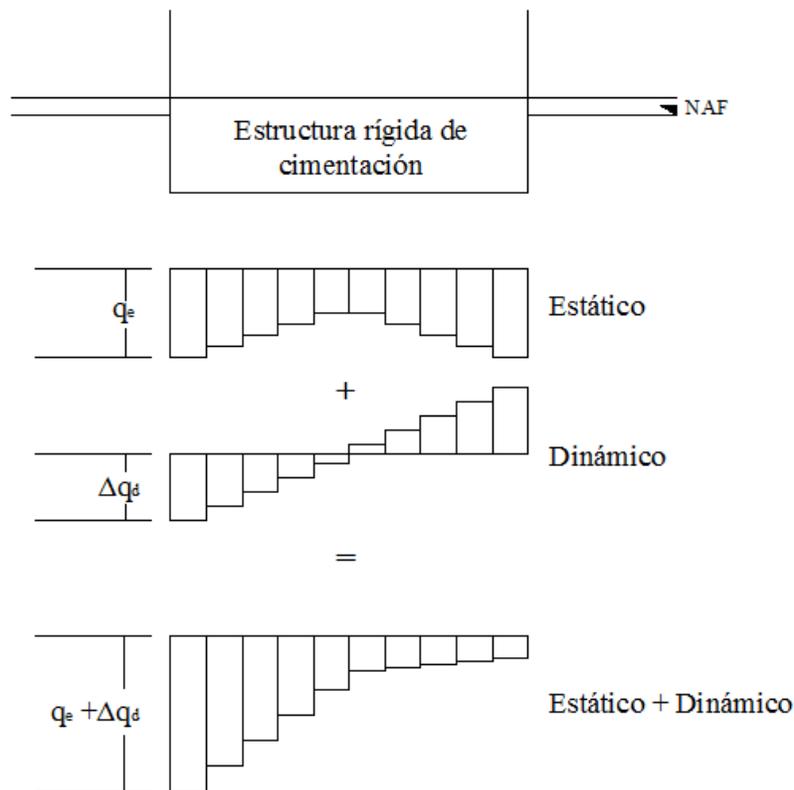
El comportamiento adecuado y seguro de un edificio está relacionado con los esfuerzos y deformaciones unitarios inducidos en el suelo debido a condiciones estáticas y dinámicas. La

capacidad de carga de una cimentación debe incluir la condición dinámica y garantizar el comportamiento elástico del suelo para no permitir el desarrollo de deformaciones permanentes.

El comportamiento adecuado sísmico de una cimentación está altamente relacionado con el diseño estático. Un diseño estático conservador de la cimentación incluirá mayores incrementos de esfuerzo debidos a una acción dinámica.

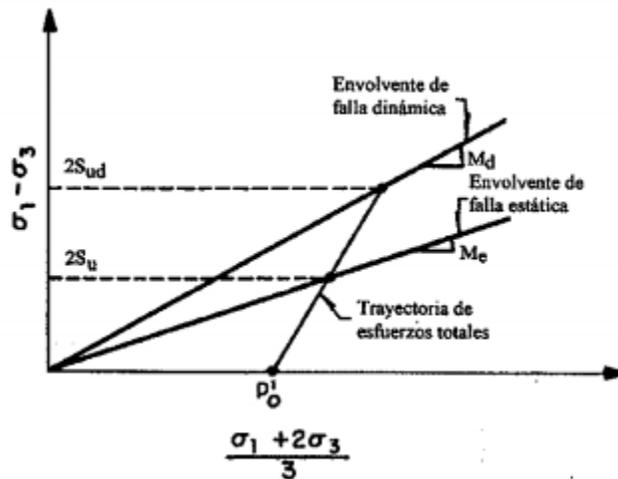
Para iniciar un análisis de capacidad de carga dinámica primeramente se tiene que analizar la cimentación bajo condiciones estáticas, después se analizará el suelo bajo condiciones dinámicas de acuerdo a cierta aceleración correspondiente a la superficie.

En la **figura 4.10** se muestran las reacciones estáticas y dinámicas de un edificio al momento de presentarse un sismo. Se induce un momento de volteo, incrementándose momentáneamente la reacción del suelo en la orilla de la cimentación, cuando las reacciones inducidas son mayores que la capacidad de carga dinámica del suelo se obtiene una inclinación permanente o puede esperarse un volteo de la cimentación. Además del momento de volteo en la cimentación se induce una fuerza de cortante.



**Figura 4.10. Esfuerzos de reacción estáticos y dinámicos por momento de volteo (Zeevaert, 1988).**

Debido a los efectos viscosos la resistencia dinámica de las arcillas del Valle de México es mayor que su resistencia estática. En la **figura 4.11** se esquematiza este efecto en un diagrama de esfuerzos. Romo (1990) presenta una expresión para calcular la pendiente de la envolvente de falla dinámica  $M_d$ , a partir de la envolvente de falla estática  $M_e$ .



**Figura 4.11. Diagrama de esfuerzos (Romo, 1990).**

La **expresión 4.17** representa la envolvente de falla dinámica:

$$M_d = CM_e, \text{ con } C = 1.25 \pm 0.05 \quad (4.16)$$

Con base en resultados de ensayos triaxiales estáticos consolidados-no drenados y la **expresión 4.16** se puede estimar la capacidad de carga dinámica del suelo.

Por otro lado, si la aplicación de la carga dinámica causa remoldeo, éste provoca reducciones en la resistencia estática no drenada del suelo que pueden alcanzar hasta el 50%. Esto sólo ocurre cuando la suma de la carga dinámica más la estática exceden en 20% la resistencia estática no drenada de la arcilla intacta.

## CAPÍTULO 5

### INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO-ESTRUCTURA.

#### 5.1 ANTECEDENTES.

A raíz de los sismos de Septiembre de 1985 que se presentaron en la Ciudad de México, se expuso de manera evidente la poca comprensión física, clara y práctica que se tenía de cómo la acción sísmica actúa sobre la cimentación de edificios. Esta acción sísmica induce fuerzas dinámicas en las estructuras de los edificios.

Generalmente para analizar la respuesta dinámica de un edificio se utiliza como excitación los movimientos en campo libre, despreciando el efecto que tiene la estructura en estos movimientos. La influencia de la estructura en los movimientos en campo libre es considerable y en bastantes casos puede significar un incremento en las fuerzas sísmicas actuantes, dependiendo de las características de la cimentación, del suelo, del edificio y del sismo.

La cimentación y la estructura constituyen un conjunto de suma importancia en el análisis de Interacción Dinámica Suelo-Estructura, la flexibilidad de este conjunto debe ser comparada con la flexibilidad de la masa de suelo donde se apoya la cimentación. El análisis de Interacción Dinámica Suelo - Estructura consiste en establecer compatibilidad entre ambos elementos, incluyendo un análisis del fenómeno de resonancia al coincidir los periodos del edificio que se proyecta y el periodo del depósito de suelo subyacente.

La Interacción Dinámica Suelo-Estructura o IDSE puede implicar tres aspectos diferentes y su solución se obtiene en tres pasos:

- a) *Interacción cinemática.* Si el edificio está empotrado a una profundidad significativa dentro del terreno, estará sujeto a los movimientos de éste en su base y en las paredes laterales de la porción empotrada del edificio, dichos movimientos varían con la profundidad bajo la superficie del terreno. A mayor profundidad de empotramiento, menores serán las aceleraciones desarrolladas en la base y menor será la respuesta de la estructura. La Interacción Cinemática consiste en evaluar el movimiento de la cimentación carente de masa provocado por la excitación sísmica.
- b) *Funciones de impedancia.* Son evaluar las rigideces dinámicas de la cimentación carente de masa. Las funciones de impedancia se definen como la relación en frecuencia entre la fuerza (momento) excitadora y el desplazamiento (rotación) resultante en la dirección de la fuerza, para una cimentación rígida carente de masa y excitada armónicamente.
- c) *Interacción inercial.* A medida que los movimientos se transmiten a la base de un edificio, habrá una resistencia inercial que se opone al resto del edificio y esta resistencia inercial persistirá durante todo el tiempo que dure la excitación sísmica. Ocasionará cambios en las presiones de contacto entre la losa de cimentación y el terreno, causará la deformación del terreno y provocará deformaciones en el edificio. La interacción inercial consiste entonces

en evaluar la respuesta de la estructura apoyada sobre los resortes y amortiguadores obtenidos en el punto “b)” y sometida al movimiento efectivo del punto “a)”.

Con base en esto, se puede argüir que en algunos casos los movimientos de campo libre pueden no ser representativos de las características de la excitación sísmica que actúa en la base del edificio.

Por tal motivo, resulta atractivo establecer un procedimiento que permita evaluar las solicitaciones dinámicas que actúan en la base de las estructuras. Este procedimiento debe incluir al menos los tres tipos de interacción comentados, considerar apropiadamente las características estratigráficas del suelo de apoyo, el comportamiento dinámico de los suelos y las características inerciales y de rigidez del edificio.

## 5.2 INTERACCIÓN ESTÁTICA SUELO-ESTRUCTURA (ISE).

La interacción estática suelo estructura estudia los desplazamientos del suelo de cimentación cuando éstos se ven afectados por la presencia de la rigidez de una estructura (Deméneghi *et al*, 2003).

Los métodos más comunes para el análisis de la interacción estática suelo-estructura tienen como hipótesis tomar en cuenta la rigidez de la estructura para calcular los desplazamientos/deformaciones del suelo de cimentación. Es necesario para desarrollar estos métodos el establecer compatibilidad de deformaciones entre la estructura y el suelo, es decir que las deformaciones tanto de la estructura (cimentación) como del suelo de cimentación sean iguales.

El procedimiento para el análisis de interacción estática suelo-estructura consta de tres pasos:

- a) El cálculo de los desplazamientos de la cimentación.
- b) El cálculo de los desplazamientos del suelo de cimentación.
- c) Establecer compatibilidad de deformaciones entre la estructura y el suelo.

La compatibilidad de deformaciones se establece asignando una serie de reacciones a la cimentación y al suelo de tal manera que aplicadas simultáneamente produzcan el mismo sistema de deformaciones diferenciales en los dos elementos.

Para llevar a cabo el análisis de interacción se emplea el llamado módulo de reacción o módulo de rigidez del suelo de cimentación. El módulo de reacción o rigidez lineal vertical de un cimiento se define con la siguiente expresión:

$$K_v = \frac{Q_v}{\delta_v} \quad (5.1)$$

Donde:

$K_v$  : Módulo de reacción vertical.

$Q_v$  : Fuerza vertical aplicada al cimiento.

$\delta_v$  : Desplazamiento vertical ocasionado por  $Q_v$  .

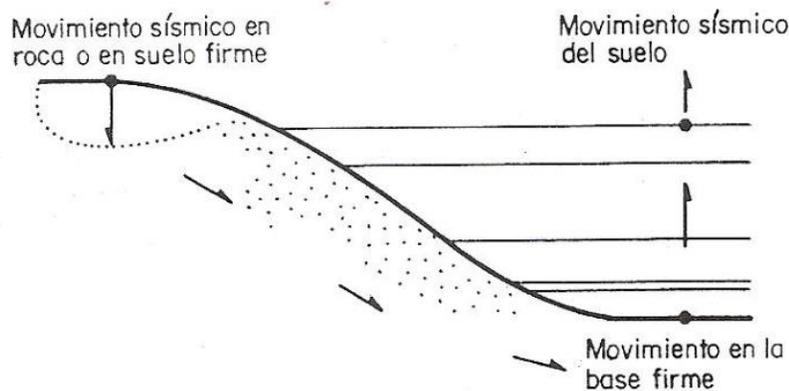
Al igual que el módulo de reacción vertical que se obtiene con la **ecuación 5.1** se puede obtener el módulo de reacción horizontal o el módulo de reacción a la rotación sustituyendo las fuerzas verticales por horizontales y/o por momentos y los desplazamientos verticales por desplazamientos horizontales y/o por un ángulo  $\theta$  producto de un momento de volteo.

### 5.3. DETERMINACIÓN DE LOS MOVIMIENTOS EN CAMPO LIBRE.

El estudio completo de la Interacción Dinámica Suelo-Estructura consiste en dos etapas: el análisis de campo libre y el de Interacción, el análisis de campo libre consiste en determinar las variaciones espaciales y temporales de los movimientos del terreno.

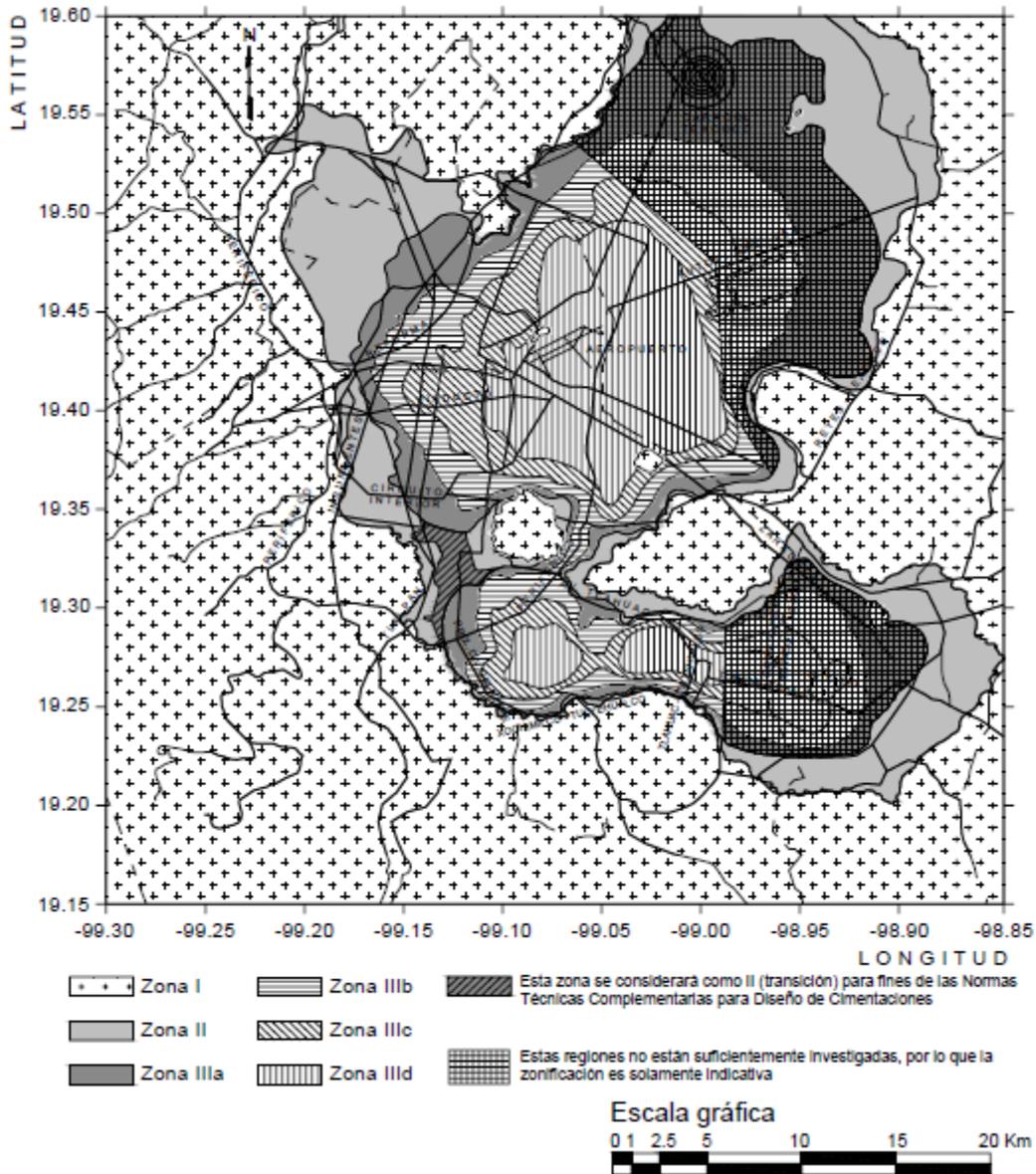
Existe una gran cantidad de métodos analíticos para determinar los movimientos en campo libre, que van desde unidimensionales a tridimensionales y de elásticos a no lineales, sin embargo se ha demostrado que el suelo de la Ciudad de México puede ser representado con un modelo unidimensional y elástico lineal.

Para simplificar el análisis, analicemos la **figura 5.1**, la cual es representativa de las condiciones estratigráficas que presenta el Valle de México o cualquier otro subsuelo con características similares. El tren de ondas S que son las representativas en el Valle de México inciden verticalmente en la superficie del depósito de arcilla. El basamento o los depósitos profundos se consideran la base del modelo y hacemos la hipótesis de que los movimientos de la zona I de acuerdo al Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (**Referencia b**) son representativos de los movimientos del basamento en la zona III. El movimiento en la zona I se utiliza como excitación dinámica para analizar la respuesta de algún sitio en interés de la zona III o zona de Lago.



**Figura 5.1. Modelo conceptual para el análisis (Romo, 1980).**

Los tres tipos de zonas que presenta el Valle de la Ciudad de México se muestran en la **figura 5.2**, dicha figura representa una zonificación geotécnica de la Ciudad desde el punto de vista sísmico.



**Figura 5.2. Zonificación geotécnica de la Ciudad de México (R.C.D.F., 2004).**

En la Ciudad de México existe una red de acelerómetros muy extensa que ha proporcionado información valiosa para entender mejor la respuesta sísmica del Valle de México y para evaluar la confiabilidad de los métodos de cálculo de los movimientos sísmicos del terreno que como se mencionó anteriormente pueden modelarse bajo un análisis unidimensional y elástico.

Para analizar la respuesta sísmica de edificios, normalmente se utilizan como excitación los movimientos de campo libre consignados en el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (**Referencia b**). Consisten en espectros suavizados establecidos que proporcionan la excitación dinámica o sismo de diseño en la superficie de la zona determinada que ya incluyen las condiciones locales del sitio en estudio, diferentes mecanismos de generación de sismos, etc.

Los espectros para diseño sísmico contienen una serie de ordenadas del espectro de aceleraciones para diseño sísmico  $a$ , expresadas como fracción de la aceleración de la gravedad. La ordenada se obtiene mediante:

$$a = a_o + (c - a_o) \frac{T}{T_a}; \text{ si } T < T_a \quad (5.2)$$

$$a = c; \text{ si } T_a \leq T \leq T_b \quad (5.3)$$

$$a = qc; \text{ si } T > T_b \quad (5.4)$$

Donde:

$$q = \left( \frac{T_b}{T} \right)^r \quad (5.5)$$

Donde:

$T$ : Período de la estructura en segundos.

Los parámetros que intervienen en estas expresiones se obtienen de la **Tabla 5.1**.

**Tabla 5.1. Valores de parámetros para calcular los espectros de aceleraciones.**

Zona	c	a <sub>0</sub>	T <sub>a</sub> <sup>1</sup>	T <sub>b</sub> <sup>1</sup>	r
I	0.16	0.04	0.20	1.35	1.00
II	0.32	0.08	0.20	1.35	1.33
III <sub>a</sub>	0.40	0.10	0.53	1.80	2.00
III <sub>b</sub>	0.45	0.11	0.85	3.00	2.00
III <sub>c</sub>	0.40	0.10	1.25	4.20	2.00
III <sub>d</sub>	0.30	0.10	0.85	4.20	2.00

<sup>1</sup> Período en segundos

Con estos parámetros construimos los espectros de diseño que representan los movimientos en campo libre, los espectros de diseño representan una envolvente de varios espectros de respuesta de varios sismos de un mismo amortiguamiento en un sitio en particular.

### 5.3.1. Espectro de respuesta.

Un espectro de respuesta es una gráfica de la respuesta máxima (desplazamiento, velocidad o aceleración) de un conjunto de sistemas de un grado de libertad para una sollicitación particular versus algún parámetro del sistema, generalmente la frecuencia  $\omega$  o el período  $T$  y para una relación de amortiguamiento dada.

Es por esto que la determinación de la máxima amplitud de la respuesta a una sollicitación es de gran interés.

Por tanto, mediante el uso del espectro de respuesta es posible determinar en forma inmediata la ordenada de máxima respuesta posible de un sistema, para una sollicitación específica.

### **5.3.2. Método de Romo *et al.***

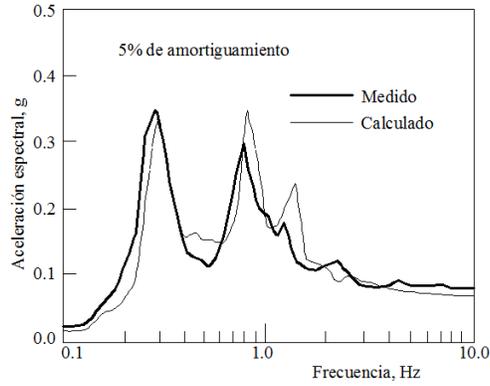
Romo *et al* (1980) planteó un método para evaluar el movimiento de campo libre a partir del conocimiento de los movimientos del terreno firme o Zona I, el cual se basa en la teoría de vibraciones casuales y la técnica del elemento finito.

Para evaluar la confiabilidad del método de Romo *et al* (1980) se utilizó una serie de acelerómetros instalados en diferentes puntos del Valle de México, tomando como excitación dinámica los registros de aquellos instalados en Ciudad Universitaria que pertenecen a la zona I. Los sismos que se consideraron fueron los del 19 y 20 de Septiembre de 1985 así como el del 8 de Febrero de 1988. Una vez hecho el análisis, los resultados se comparan con los espectros de respuesta obtenidos para cada sitio en particular.

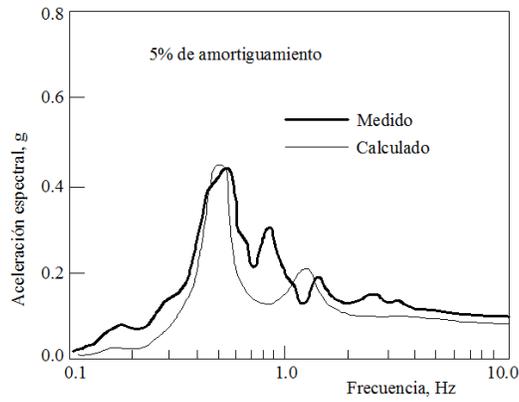
Tales comparaciones muestran que el método elaborado es capaz de reproducir con buena aproximación la respuesta de sus estudios. Los pasos básicos de este método se pueden resumir a continuación:

- a) A partir del espectro de diseño, especificado como una curva media con niveles de incertidumbre y considerando que actúa a cierta elevación en el campo libre, se calcula el espectro de potencia medio.
- b) Se deconvoluciona el espectro de potencia medio para definir el espectro de potencia medio en la base del modelo.
- c) Conocido el espectro de potencia en la base del modelo, se calcula la respuesta del sistema suelo-estructura en términos de espectros de potencia.
- d) De estas respuestas se calculan los espectros de respuesta, aceleraciones, esfuerzos, deformaciones, etc. Las cantidades se dan en términos de valores medios con niveles de incertidumbre, de acuerdo con los niveles de confianza especificados en el espectro de diseño (excitación definida en el paso a).

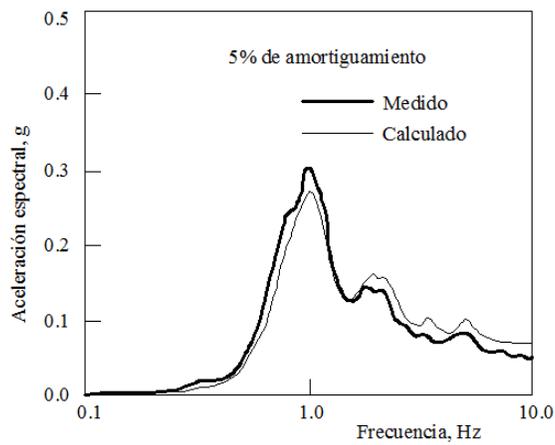
En las **figuras 5.3 a 5.6** se comparan los espectros de las respuestas calculadas con los espectros de las respuestas medidas. Se puede observar que hay una buena concordancia entre lo observado y lo calculado. Debido a que los sitios considerados se localizan en lugares con condiciones estratigráficas y topográficas diferentes, se puede concluir que este procedimiento se puede utilizar para definir los movimientos de campo libre en la mayor parte del valle de México.



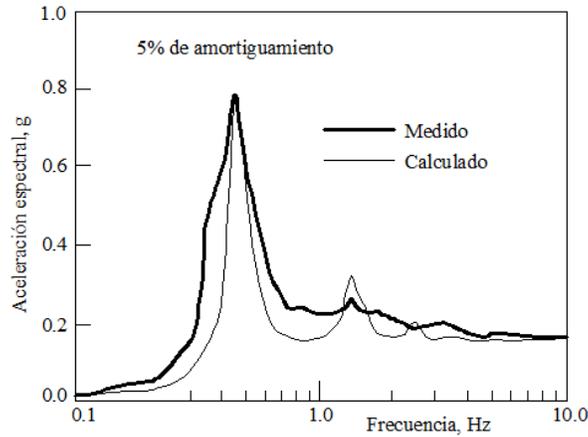
**Figura 5.3. Comparación entre espectros de respuesta calculados y medidos, sitio CAO (Romo, 1980).**



**Figura 5.4. Comparación entre espectros de respuesta calculados y medidos, sitio D54 (Romo, 1980).**

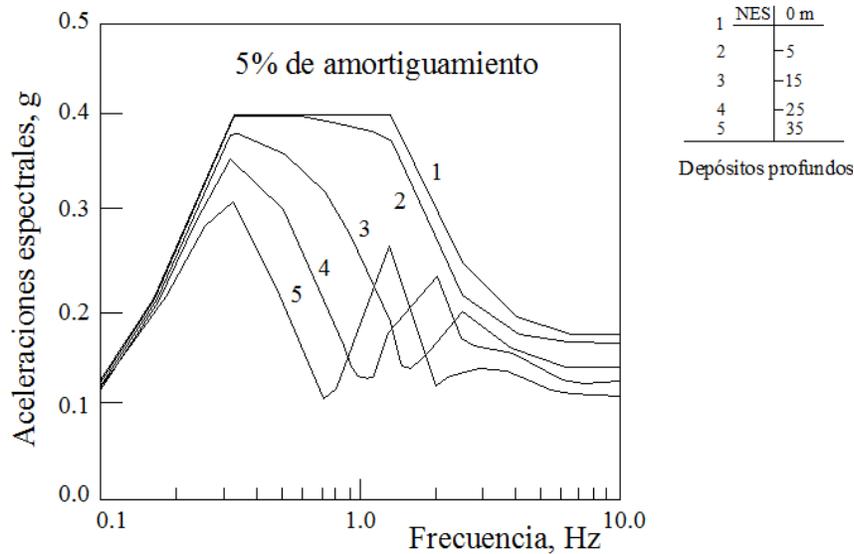


**Figura 5.5. Comparación entre espectros de respuesta calculados y medidos, sitio TLD (Romo, 1980).**



**Figura 5.6. Comparación entre espectros de respuesta calculados y medidos, sitio SCT (Romo, 1980).**

Sabemos que la intensidad sísmica disminuye con la profundidad y que las excitaciones sísmicas proporcionadas por el Reglamento (**Referencia b**) no toman en cuenta la profundidad; sin embargo basta con deconvolucionar las excitaciones o el espectro de diseño hasta la profundidad deseada o hasta que llegemos a los depósitos profundos. En la **figura 5.7** podemos observar la variación de los movimientos sísmicos con la profundidad para la zona de Lago del Valle de México.



**Figura 5.7. Variación de los movimientos sísmicos con la profundidad (Romo, 1980).**

Empleando un método como el de Romo *et al* o empleando espectros de respuesta medidos en sitio, podemos conocer el comportamiento del suelo sin la presencia de la estructura, es decir en campo libre.

## 5.4 SOLUCIÓN DE LA INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO-ESTRUCTURA.

La dinámica estructural se refiere a métodos para obtener esfuerzos y deformaciones de una estructura sujeta a cargas dinámicas. Las dimensiones de la estructura son finitas, es entonces sencillo determinar un modelo dinámico con un número finito de grados de libertad para esta estructura apoyada sobre base rígida. Existe gran variedad de métodos para resolver las ecuaciones dinámicas de movimiento de este modelo.

Como se mencionó anteriormente, la estructura va a interactuar con el suelo por lo que no es permitido solo analizar la estructura y su cimentación sobre base rígida.

Debe ser considerado que en la mayoría de los casos sobre todo en la excitación producto de un sismo, las cargas son aplicadas a la región de suelo por debajo de la cimentación, lo que significa que tanto la estructura y su cimentación como el suelo deben ser modelados bajo un mismo análisis.

El suelo es un medio semi - infinito de dominio ilimitado, para cargas estáticas una frontera ficticia a una distancia suficiente de la estructura donde los esfuerzos esperados haberse disipado es suficiente para el análisis, esto conduce a un dominio finito del suelo el cual puede ser modelado de una manera similar a la de la estructura. Para cargas dinámicas este procedimiento no puede ser empleado, la frontera ficticia reflejaría ondas procedentes de la vibración de la estructura de nuevo en la región de suelo discretizada en vez de dejarlas pasar a través y propagarlas hacia el infinito.

Cuando una estructura esta cimentada sobre roca y se ve afectada por la presencia de un sismo, la gran rigidez de la roca produce una gran diferencia de movimientos entre campo libre y con estructura sobre roca. Las estructuras cimentadas sobre roca se consideran de base rígida.

Por otro lado, la misma estructura responde diferente si está cimentada sobre un suelo blando, es decir de base flexible. Primero, la incapacidad de la cimentación de ajustarse a las deformaciones en campo libre conduce a movimientos en la base de la estructura. Segundo, la respuesta dinámica de la estructura induce deformaciones en el suelo blando de cimentación. Este proceso en el cual la respuesta del suelo influye directamente en la respuesta de la estructura y viceversa se llama Interacción dinámica suelo-estructura.

El objetivo fundamental del análisis dinámico de interacción suelo-estructura IDSE, se ilustra en la **figura 5.8.**

Los suelos presentan un comportamiento no lineal cuando son excitados por niveles altos de energía sísmica por lo que verdaderos análisis no lineales es difícil plantearlos. El costo de realizar un análisis no lineal, puede justificarse para una estructura importante, en el caso del Valle de México basta con un modelo unidimensional y elástico lineal.



**Figura 5.8. Objetivo fundamental de la Interacción Dinámica Suelo-Estructura (Aguilar, B, 2012).**

La solución de la Interacción Dinámica Suelo-Estructura debe asumir la *ley de superposición*, esta ley es empleada una vez que se ha determinado la respuesta en campo libre, posteriormente se obtiene un sistema lineal.

Aunque no sea posible modelar todos los detalles de geometría y materiales de un problema práctico, las siguientes características esenciales deben ser capturadas: el suelo consiste en estratos horizontales apoyados sobre un semi-espacio (roca) ambos formados por un material isotrópico, viscoelástico y con amortiguamiento histerético. Las propiedades varían con la profundidad pero permanecen constantes dentro del estrato al que pertenecen.

La forma de la interface suelo estructura es muy general; la base y paredes pueden ser inclinadas y pueden variar de flexible a rígidas. Las cimentaciones con pilotes pueden ser analizadas, el número y la localización de los pilotes verticales de distintas longitudes y distintas dimensiones pueden ser libremente elegidas. Estructuras enterradas pueden ser analizadas, más de una estructura puede ser analizada al mismo tiempo, y se pueden tomar los efectos de la interacción suelo estructura de estructuras vecinas como se verá más adelante.

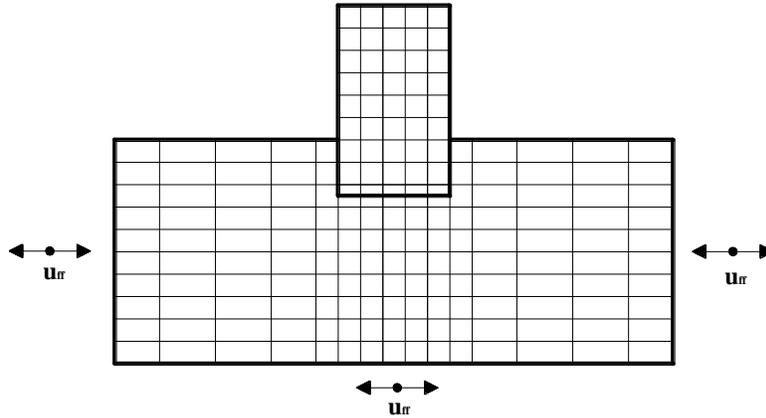
Los métodos de análisis de IDSE se dividen en dos categorías:

- a) Método directo.
- b) Método paso a paso.

En el método directo el sistema suelo – cimentación - estructura es modelado y analizado en un solo paso. Como se muestra en la **figura 5.9**, los movimientos en campo libre  $u_{ff}$  son introducidos a lo largo de la base y lados del modelo y el resultado del sistema es calculado dadas las ecuaciones de movimiento:

$$[M](\ddot{u}) + [K](u) = -[M](\ddot{u}_{ff}(t)) \quad (5.6)$$

Donde  $(u_{fr}(t))$  son las aceleraciones en campo libre en las fronteras del modelo. El uso del método directo requiere de un programa de cómputo que puede modelar el comportamiento tanto del suelo como de la estructura de una manera rigurosa.



**Figura 5.9. Método directo de análisis de IDSE (Kramer, 1991).**

Los métodos paso a paso usan el principio de superposición para separar las dos principales causas de IDSE: Interacción cinemática e Interacción inercial y están limitados a un sistema lineal.

El método que se presenta en el Reglamento de Construcción del Distrito Federal (**Referencia b**), en sus Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo en el *Apéndice A* pertenece a los métodos paso a paso.

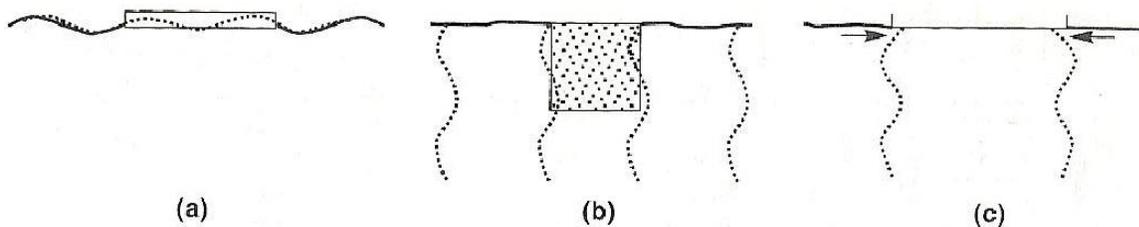
#### **5.4.1 Interacción cinemática.**

En el campo libre el sismo provoca desplazamientos del suelo en dirección vertical y horizontal, si una cimentación simplemente apoyada o empotrada es tan rígida que no puede seguir los desplazamientos del suelo, su movimiento se verá influenciado por la interacción cinemática, incluso cuando no tenga masa sino únicamente rigidez.

Por ejemplo, la rigidez a la flexión del elemento sin masa en la **figura 5.10a** impide seguir los desplazamientos horizontales y verticales del campo libre. La rigidez del elemento sin masa empotrado en la **figura 5.10b** también impide seguir los movimientos del campo libre, igualmente la rigidez axial de la losa en la **figura 5.10c**.

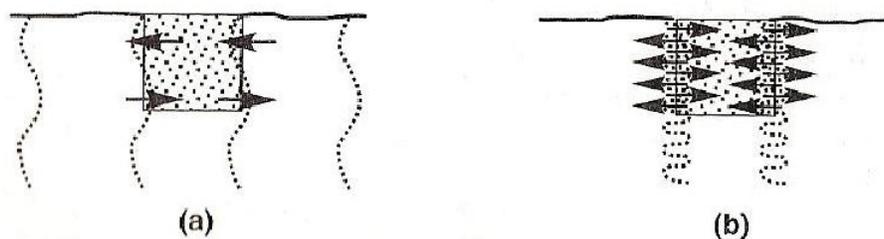
En cada uno de los tres casos el movimiento de la cimentación es influenciado por la interacción cinemática, la interacción cinemática no se presenta en todos los casos, se presenta cuando la rigidez de la cimentación impide el desarrollo del movimiento en campo libre.

Por este motivo, para un análisis como el presentado en este trabajo se considera la cimentación sin masa, únicamente tomando en cuenta la presencia de su rigidez.



**Figura 5.10. Interacción cinemática (Kramer, 1991).**

La interacción cinemática también puede inducir distintos modos de vibrar en una estructura. Considerar el elemento empotrado en la **Figura 5.11**, sujeto a una propagación vertical de ondas S y con una longitud de onda igual a la profundidad de empotramiento, un momento de volteo ocurre en la cimentación produciendo un componente de rotación y uno de traslación, incluso cuando el movimiento en campo libre sea puramente traslacional.

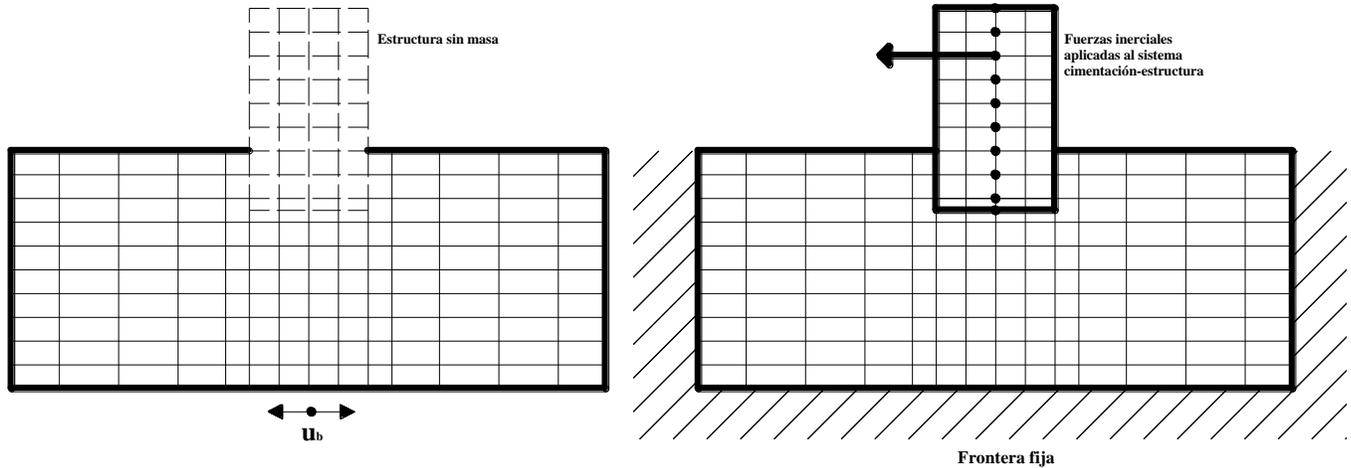


**Figura 5.11. Excitación en cimentaciones empotradas (Kramer, 1991).**

Los desplazamientos debidos a la interacción cinemática pueden resolverse suponiendo que la cimentación tiene rigidez pero no masa, las ecuaciones de movimiento para este caso son:

$$[M_{suelo}](\ddot{u}_{KI}) + [K^*](u_{KI}) = -[M_{suelo}](\ddot{u}_b(t)) \quad (5.7)$$

Donde  $[M_{suelo}]$  es la matriz de masa suponiendo que la estructura y su cimentación no tienen masa. La **figura 5.12a** describe la **expresión 5.7** donde  $(u_{KI})$  representa el movimiento de entrada de la cimentación.



**Figura 5.12. Interacción cinemática (a) e inercial (b) (Kramer, 1991).**

#### 5.4.2 Interacción inercial.

La estructura y cimentación tienen masa, esta masa responde dinámicamente. Si el suelo de cimentación es blando, las fuerzas transmitidas a él por la cimentación producirán movimientos que no ocurren en la condición de base rígida. Los efectos del suelo blando en la respuesta dinámica son debidos a la interacción inercial.

Las deformaciones debidas a la interacción inercial pueden ser calculadas de la ecuación de movimiento,

$$[M](\ddot{u}_{II}) + [K^*](u_{II}) = -[M_{estructura}](\ddot{u}_{KI}(t) + \ddot{u}_b(t)) \quad (5.8)$$

Donde  $[M_{estructura}]$  es la matriz de masa asumiendo que el suelo no tiene masa. La parte derecha de la **expresión 5.8** representa la fuerza inercial del sistema estructura-cimentación. La fuerza inercial depende del movimiento de la base y del movimiento de entrada en la cimentación que reflejan los efectos de la interacción cinemática. En el análisis de interacción inercial, la carga inercial es aplicada únicamente a la estructura, la **figura 5.12b** describe los efectos de la interacción inercial.

#### 5.4.3 Funciones de impedancia.

Para poder modelar el análisis de IDSE, consideremos una cimentación circular rígida en un semi-espacio elástico la cual ha sido estudiada de esta manera por numerosos investigadores (p.e. Veletsos y Wei, 1971). El suelo bajo la cimentación es representado por un resorte y un amortiguador, ambos dependientes de la frecuencia de excitación  $\omega$  y pueden ser expresados por:

$K_m$  = Resorte equivalente, rigidez dinámica.

$C_m$  = Amortiguador equivalente, amortiguador dinámico.

Donde  $m$  depende del modo de vibración, siendo  $x$  para horizontal,  $v$  para vertical y  $r$  para modo cabeceo.

Como se mencionó en los Antecedentes de este capítulo, las funciones de impedancia dependen de la frecuencia de excitación  $\omega$  y representan como en la interacción estática suelo-estructura un módulo de reacción, **expresión 5.9**:

$$\tilde{K}(\omega) = \frac{F}{U} o \frac{M}{\Phi} \quad (5.9)$$

En la **Tabla 5.2** se muestra un procedimiento o método para evaluar las Funciones de Impedancia establecido en el Reglamento de Construcción del Distrito Federal (**Referencia b**).

En la misma tabla se presentan un par de coeficientes  $k_m$  y  $c_m$  dependientes de la frecuencia para una cimentación circular en un semi-espacio elástico (Roesset, 1980), denominados coeficiente de rigidez y de amortiguamiento, respectivamente; que al combinarse algebraicamente con la rigidez y el amortiguamiento estáticos se obtienen las Funciones de Impedancia o Rigideces Dinámicas.

El significado físico de Función de Impedancia puede ilustrarse utilizando una analogía con un oscilador elemental, cuya ecuación de movimiento armónico es:

$$(K + i\omega C - \omega^2 M)U = F \quad (5.10)$$

Por definición, la rigidez dinámica del oscilador es:

$$K(\omega) = \frac{F}{U} = (K - \omega^2 M) + i\omega C \quad (5.11)$$

La parte real de la **expresión 5.11** representa la rigidez e inercia del oscilador mientras que la parte imaginaria representa el amortiguamiento.

La función de impedancia del oscilador puede expresarse en términos de la rigidez estática  $K_m^0$ , y de los coeficientes de rigidez y amortiguamiento  $k_m$  y  $c_m$ .

$$K(\omega) = K_m^0 (k_m + i\omega c_m) \quad (5.12)$$

Donde:

$$k_m = \frac{1 - \omega^2}{\omega_o^2}; \omega_o = \text{frecuencia natural} \quad (5.13)$$

$$c_m = \frac{2\zeta_o}{\omega_o}; \zeta_o = \text{amortiguamiento viscoso} \quad (5.14)$$

Con base en la analogía con el oscilador elemental, la rigidez dinámica de la cimentación para el modo  $m$  se representa como:

$$K_m(\eta_m) = K_m^0 [k_m(\eta_m) + i\eta_m c_m(\eta_m)] (1 + i2\zeta_s) \quad (5.15)$$

O

$$K_m(\eta) = K_m^0 [k_m(\eta) + i2c_m(\eta)] \quad (5.16)$$

Donde:

$$\eta_m = \frac{\omega R_m}{V_s}, \text{ es la frecuencia adimensional} \quad (5.17)$$

Se construye una cimentación circular equivalente y de esta manera se trabaja con un radio equivalente  $R_m$  a la superficie de desplante de la cimentación, con igual área  $A$  o igual momento de inercia  $I$ :

$$R_h = R_v = R_{hv} = \left(\frac{A}{\pi}\right)^{0.5} \quad (5.18)$$

$$R_r = \left(\frac{4I}{\pi}\right)^{0.25} \quad (5.19)$$

Donde:

$A$  : área de la superficie de cimentación.

$I$  : momento de inercia de dicha superficie respecto a su eje centroidal de rotación.

Roesset (1980), obtuvo una serie de gráficos basados en investigaciones experimentales para obtener los coeficientes de rigidez  $k_m$  y  $c_m$ , para una cimentación circular en un semi-espacio elástico. En la **figura 5.13** se presentan estos coeficientes, algunos con variación en el módulo de Poisson  $\nu$  (en el caso del Valle de México es de 0.5).

La información mostrada en la **tabla 5.2** proviene de investigaciones como la de Roesset (1980), además en las **figuras 5.14** y **5.15** se presentan los mismos coeficientes producto de otras investigaciones con algunas variaciones en la relación entre la profundidad de empotramiento  $D$  y el radio equivalente de la cimentación  $R$ . En las mismas figuras se presentan tres casos diferentes para diferentes espesores de suelo blando  $H_s$ .

Ecuaciones muy similares han sido derivadas para tomar en cuenta el empotramiento de la cimentación  $D$  y los efectos de un estrato elástico de suelo sobre un estrato rígido, los coeficientes de rigidez estáticos para este caso se presentan en las siguientes expresiones (Roesset, 1980).

$$K_v^o = \frac{4GR}{1-\nu} \left(1 + 1.28 \frac{R}{H_s}\right) \left(1 + 0.47 \frac{D}{R}\right) \left[1 + \frac{\frac{D}{H_s}}{1 - \frac{D}{H_s}} \left(0.85 - 0.28 \frac{D}{R}\right)\right] \quad (5.20)$$

$$K_x^0 = \frac{8GR}{2-\nu} \left(1 + \frac{R}{2H}\right) \left(1 + \frac{2D}{3R}\right) \left(1 + \frac{5D}{4H_s}\right) \quad (5.21)$$

$$K_r^0 = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{R}{6H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{R}\right) \left(1 + 0.7 \frac{D}{H_s}\right) \quad (5.22)$$

$$K_{xr}^0 = \left(0.4 \frac{D}{R} - 0.03\right) K_x^0 R - 0.4 K_x^0 D \quad (5.23)$$

$$K_{\theta\theta} = \frac{16GR^3}{3} \left(1 + 2.67 \frac{D}{R}\right) \quad (5.24)$$

Donde:

$\theta\theta$  : Torsión.

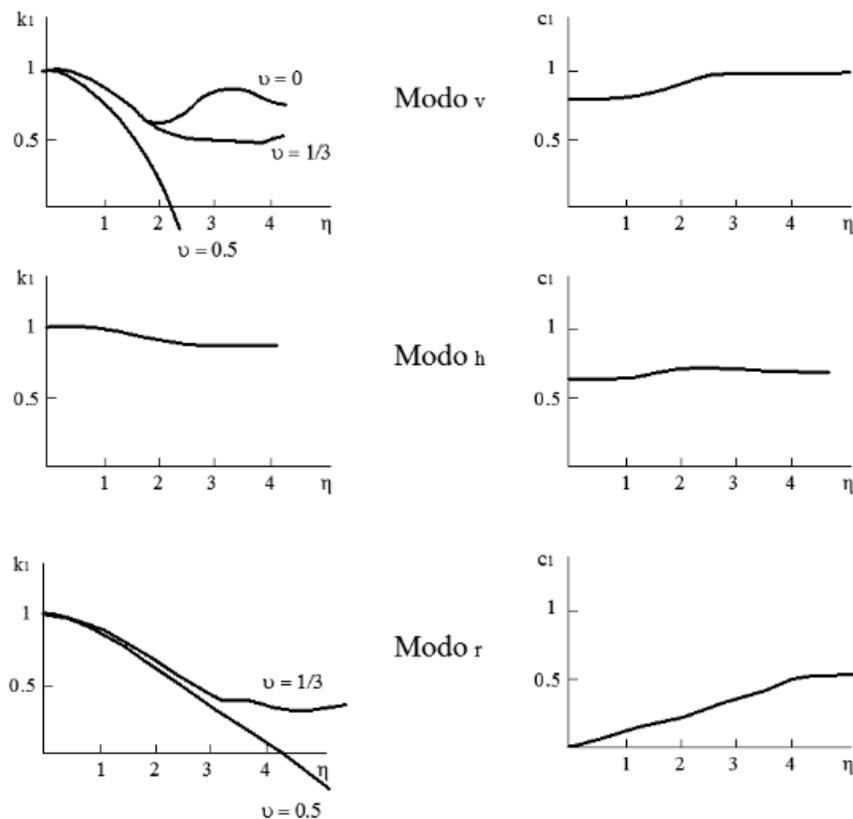
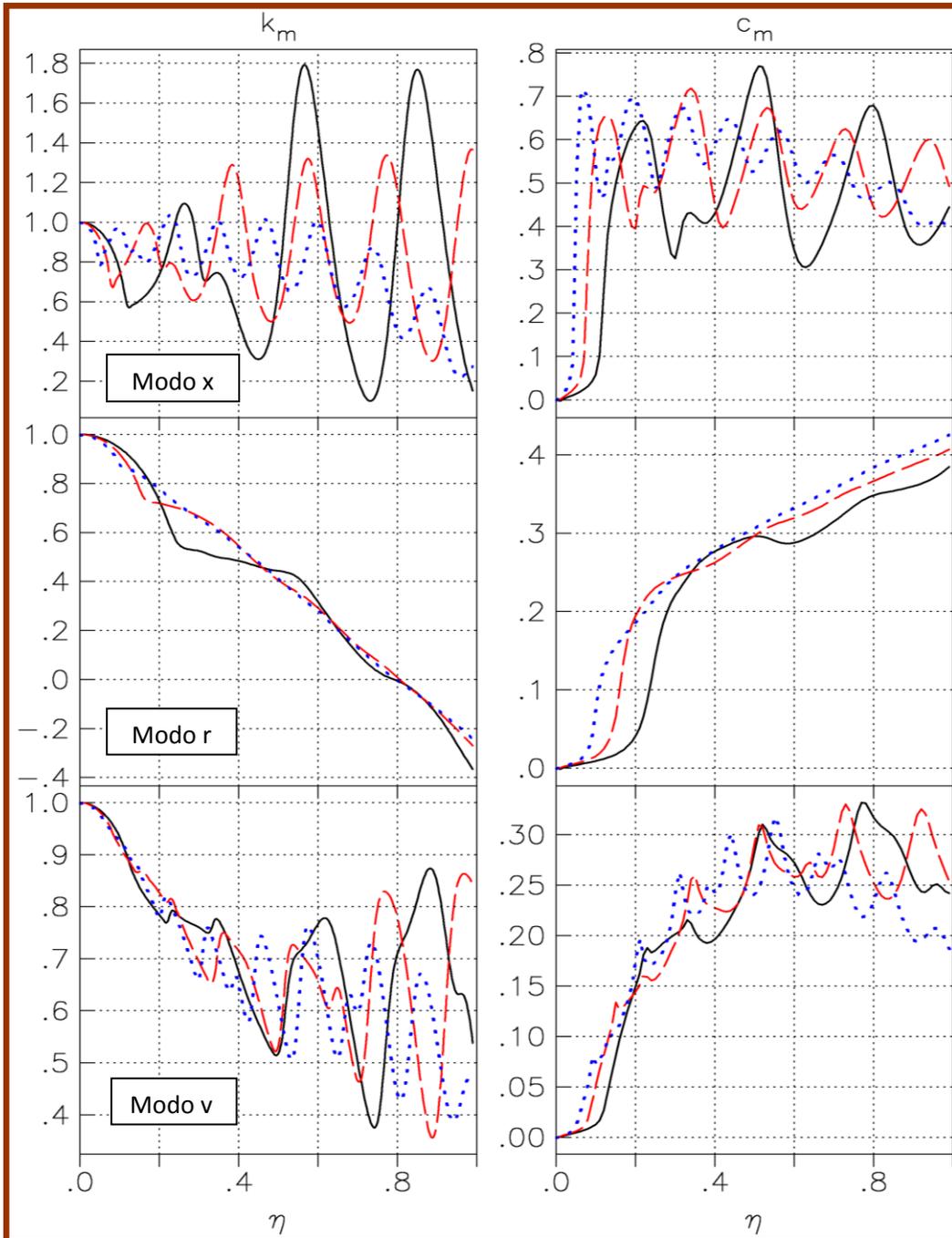
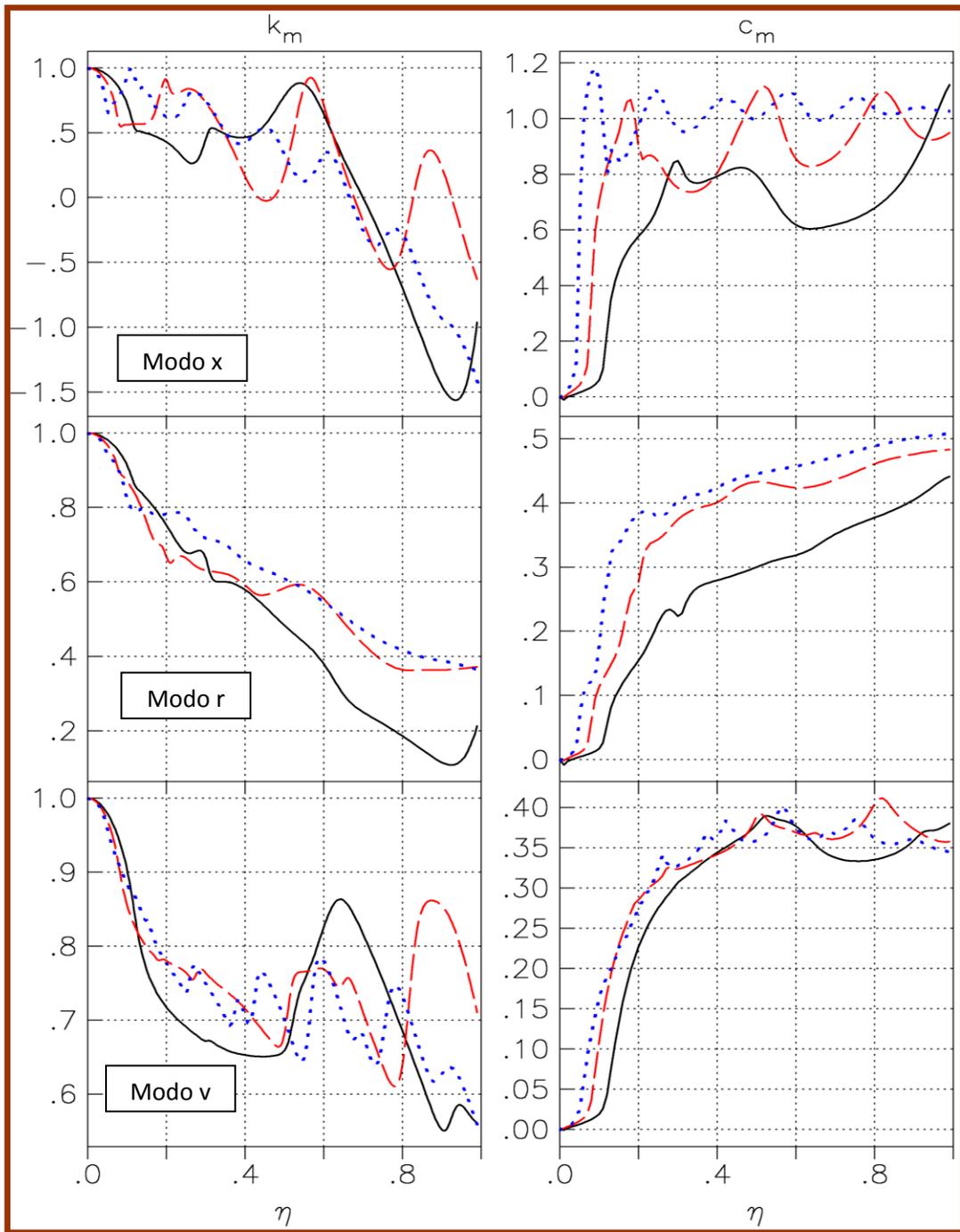


Figura 5.13. Coeficientes de rigidez para una cimentación circular en un semi-espacio elástico (Roesset, 1980).



**Figura 5.14.** Coeficientes de rigidez  $k_m$  y amortiguamiento  $c_m$  (Aguilar B, 2012).



**Figura 5.15. Coeficientes de rigidez  $k_m$  y amortiguamiento  $c_m$  (Aguilar B, 2012).**

CIMENTACIONES SOMERAS	$K_m = K_m^0 (k_m - 2\zeta \eta_m c_m)$ y $C_m = K_m^0 (\eta_m c_m + 2\zeta k_m) / \omega$ ; $m = x, v, r$ $\omega =$ frecuencia de interés	Parámetros de frecuencia: $\eta_m = \omega R_m / V_s$ ; donde $V_s = 4H_s / T_s$ y $R_v = R_x$ $\eta_s = \pi R_v / 2H_s$ $\eta_p = \sqrt{2(1-\nu) / (1-2\nu)} \pi R_r / 2H_s$	
Modo de Vibración	Rigidez Estática	Coefficiente de Rigidez	Coefficiente de Amortiguamiento
Horizontal	$K_x^0 = \frac{8 G R_x}{2-\nu} \left(1 + \frac{R_x}{2 H_s}\right) \left(1 + \frac{2 D}{3 R_x}\right) \left(1 + \frac{5 D}{4 H_s}\right)$	$k_x = 1$	$c_x = \frac{0.65 \zeta \eta_{xs}}{1 - (1-2\zeta) \eta_{xs}^2}$ ; si $\eta_{xs} = \eta_v / \eta_s \leq 1$ $c_x = 0.576$ ; si $\eta_{xs} = \eta_v / \eta_s > 1$
Vertical	$K_v^0 = \frac{4 G R_v}{1-\nu} \left(1 + 1.28 \frac{R_v}{H_s}\right) \left(1 + 0.5 \frac{D}{R_v}\right) \left[1 + \left(0.85 - 0.28 \frac{D}{R_v}\right) \frac{D/H_s}{1-D/H_s}\right]$	$k_v = 1$	$c_v = 0$ ; si $\eta_v < \eta_p$ $c_v = 0.85 \frac{1 + 1.85(1-\nu) D / R_v}{1 + 0.5 D / R_v}$ ; si $\eta_v \geq \eta_p$
Cabeceo	$K_r^0 = \frac{8 G R_r^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{R_r}{6 H_s}\right) \left(1 + \frac{2 D}{R_r}\right) \left(1 + 0.71 \frac{D}{H_s}\right)$	$k_r = 1 - 0.2 \eta_r$	$c_r = \frac{0.5 \zeta \eta_{rp}}{1 - (1-2\zeta) \eta_{rp}^2}$ ; si $\eta_{rp} = \eta_r / \eta_p \leq 1$ $c_r = 0.3 \eta_r^2 / (1 + \eta_r^2)$ ; si $\eta_{rp} = \eta_r / \eta_p > 1$
CIMENTACIONES CON PILOTES	$K_m = K_m^0 k_m$ y $C_m = 2K_m^0 c_m / \omega$ ; $m = x, v$ $\omega =$ frecuencia de interés	Parámetros de frecuencia: $\eta = \omega d / V_s$ ; donde $V_s = 4 H_s / T_s$ $\eta_s = \pi d / 2 H_s$ $\eta_p = 3.4 \eta_s / \pi (1-\nu)$	
Modo de Vibración	Rigidez Estática	Coefficiente de Rigidez	Coefficiente de Amortiguamiento
Horizontal	$K_x^0 = d E_s \left(\frac{E_p}{E_s}\right)^{0.21}$	$k_x = 1$	$c_x = 0.8 \zeta$ ; si $\eta \leq \eta_s$ $c_x = 0.8 \zeta + 0.175 (E_p/E_s)^{0.17} \eta$ ; si $\eta > \eta_s$
Vertical	$K_v^0 = 1.9 d E_s \left(\frac{L}{d}\right)^{0.67}$	$k_v = 1$ ; si $L/d < 15$ $k_v = 1 + \sqrt{\eta}$ ; si $L/d \geq 50$ Interpolarse linealmente para $15 \leq L/d < 50$	$c_v = 0$ ; si $\eta \leq \eta_p$ $c_v = \frac{0.413}{1+\nu} \left(\frac{L}{d}\right)^{0.33} \left(1 - e^{-(E_p/E_s)(L/d)^{-2}}\right) \eta^{0.8}$ ; si $\eta > 1.5 \eta_p$ Interpolarse linealmente para $\eta_p < \eta \leq 1.5 \eta_p$

Parámetros del suelo:  $\zeta =$  amortiguamiento histerético,  $\nu =$  relación de Poisson y  $E_s = 2 G (1+\nu) =$  módulo de elasticidad

Parámetros del pilote:  $L =$  longitud,  $d =$  diámetro y  $E_p =$  módulo de elasticidad

Tabla 5.2. Rigideces y amortiguamientos de cimentaciones someras o con pilotes (R.C.D.F., 2004)

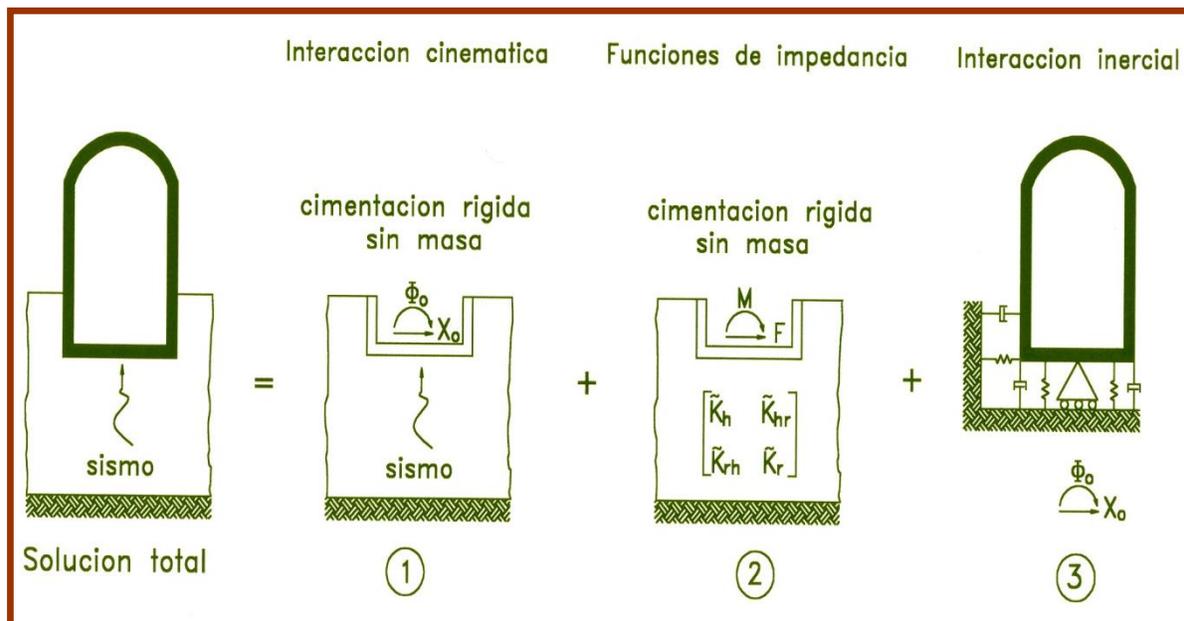
Los métodos anteriores mencionados están limitados para cimentaciones rígidas. Si la cimentación es relativamente flexible entonces la interacción suelo-estructura se vuelve más compleja y se requiere de alguna solución continua de elementos finitos.

Como se mencionó anteriormente las Funciones de Impedancia dependen de la frecuencia de excitación  $\omega$ , por lo que el amortiguamiento antes mencionado representa el amortiguamiento viscoso. El amortiguamiento histerético generalmente es muy pequeño pero puede ser adaptado a los coeficientes de rigidez y amortiguamiento  $k_m$  y  $c_m$  mediante una reducción de estos (Werkle y Wass, 1986).

#### 5.4.4 Solución final.

Como se mencionó anteriormente la solución de la Interacción Dinámica Suelo - Estructura se divide en tres pasos: Interacción Cinemática, Funciones de Impedancia e Interacción Inercial.

En la **figura 5.16** se muestra la solución de IDSE:



**Figura 5.16. Solución de IDSE (Aguilar B, 2012).**

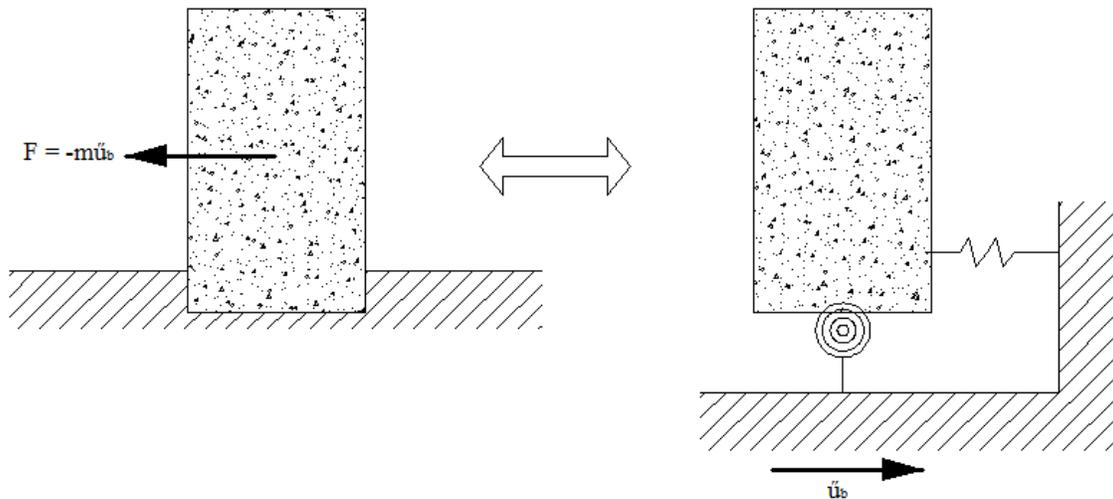
La **expresión 5.25** es la solución al problema de IDSE igual a la suma de los dos análisis de interacción, el proceso se resume entonces a continuación:

$$[M](\ddot{u}) + [K](u) = -[M](\ddot{u}_b(t)) \quad (5.25)$$

- Un análisis de interacción cinemático en donde el sistema cimentación-estructura es asumido rígido y sin masa, este análisis nos proporciona los movimientos de entrada en la cimentación.

- Los movimientos de entrada de cimentación son usados para aplicar cargas inerciales a la estructura en un análisis de interacción inercial; en donde el suelo, cimentación y estructura se asumen con rigidez y con masa.

Si la cimentación es rígida, el suelo puede ser representado por una serie de resortes y amortiguadores equivalentes (funciones de impedancia). El análisis de interacción inercial puede ser llevado a cabo aplicando fuerzas inerciales a la masa de la estructura **figura 5.17a** o aplicando los movimientos de entrada a los soportes de la **figura 5.17b**, ambos métodos son matemáticamente equivalentes.



**Figura 5.17. Modelos equivalentes del análisis de interacción inercial (Kramer, 1991).**

Un modelo simple es suficiente para ilustrar los efectos más importantes de IDSE: utilizando el enfoque de Wolf (1985), consideremos un sistema de un grado de libertad montado sobre una base rígida, sin masa de forma  $L$  (**figura 5.18a**), que a su vez está desplantada sobre un depósito de suelo elástico. La estructura se compone de su masa  $m$ , rigidez  $k$  y amortiguamiento  $c$ , si el depósito de suelo es rígido, entonces la frecuencia natural  $\omega$  del sistema dependerá únicamente de la masa y rigidez de la estructura.

Si la cimentación se encuentra sobre un depósito de suelo blando, la cimentación estará bajo los efectos de traslación y rotación. Las características del movimiento traslacional y rotacional pueden ser representadas por un sistema de resortes y amortiguadores como se muestra en la **figura 5.18b**.

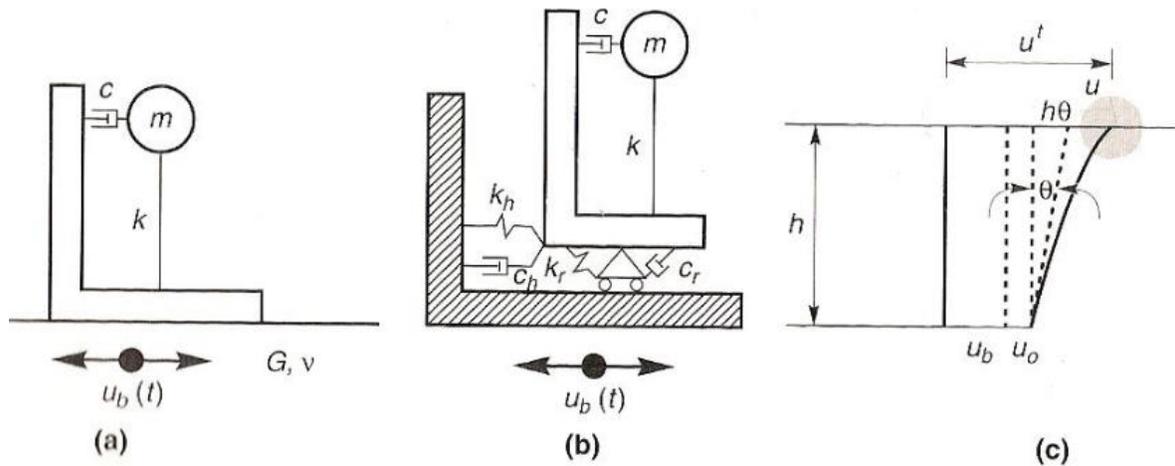


Figura 5.18. Modelo con un grado dinámico de libertad (Wolf, 1985).

## 5.5 EFECTOS DE LA INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO-ESTRUCTURA.

Habiendo establecido un amortiguamiento y una rigidez equivalente que se incorporan a la interacción suelo-estructura, se puede realizar una estimación de las fuerzas estructurales utilizando las técnicas convencionales del espectro.

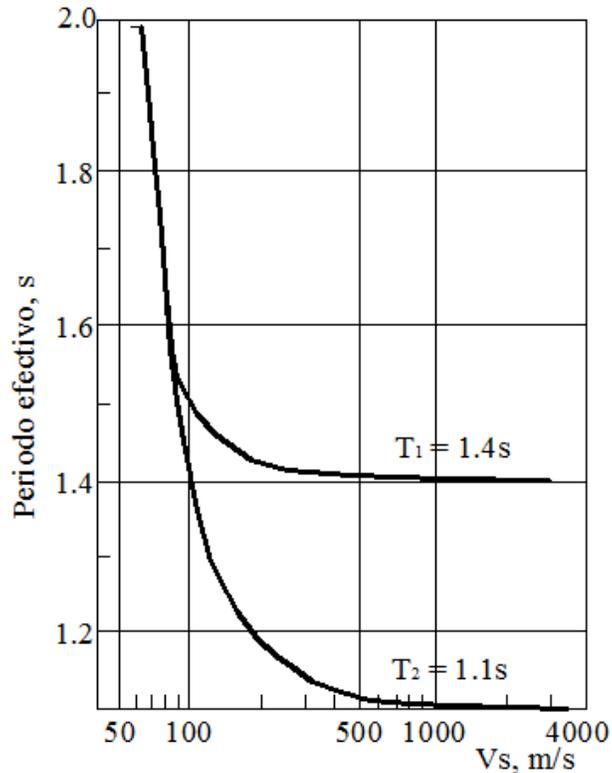
La interacción entre el suelo y la estructura se traduce en la modificación del periodo y amortiguamiento de la estructura con base rígida y en las características del movimiento del terreno en la vecindad del edificio.

### 5.5.1. Efecto de la flexibilidad del suelo en el periodo efectivo de la estructura.

Definimos el periodo efectivo como aquel correspondiente al sistema suelo-estructura, el problema de IDSE se debe a la flexibilidad del suelo, la misma estructura desplantada sobre roca tendrá un periodo efectivo menor que desplantada sobre suelo blando. Al aumentar la flexibilidad del suelo, aumenta el periodo efectivo de la estructura.

Bielak (1971) demostró que para arcillas con velocidades de onda S mayores de  $120m/s$ , la influencia de la compresibilidad del suelo en el periodo efectivo de la estructura no es significativa (como máximo 10%). Como se muestra en la **tabla 4.2**, las velocidades de las ondas S en promedio en la zona de lago del Valle de México no exceden lo planteado por Bielak (1971).

Romo *et al* (1980) analizó dos estructuras en la zona de Lago de la Ciudad de México, la primera con un periodo natural en base fija de  $1.4s$  y la segunda  $1.1s$  con objeto de analizar el efecto de la flexibilidad del suelo. Se consideró que la velocidad de las ondas de corte promedio en el suelo de la cimentación variaba entre  $60$  y  $3000m/s$ . El efecto se puede observar en la **figura 5.19**, se puede observar parte de los estudios de Bielak (1971).



**Figura 5.19. Efecto de la flexibilidad del suelo en el periodo efectivo de la estructura (Romo, 1980).**

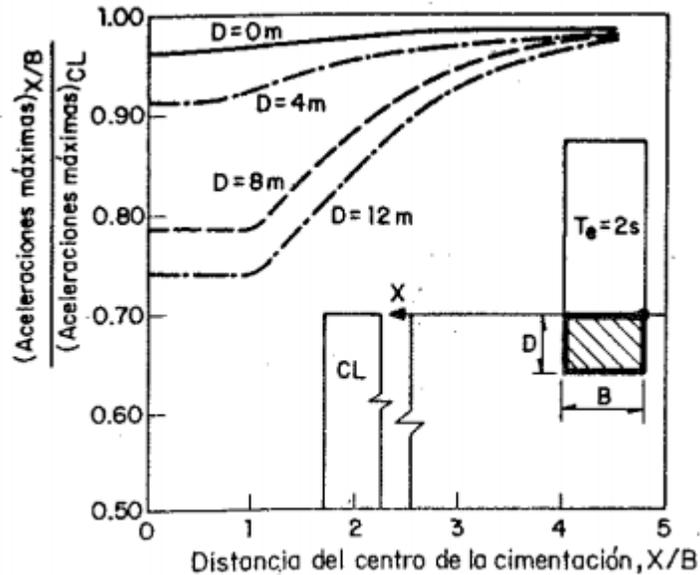
Las respuestas estructurales en condición de base rígida se verán modificadas por este efecto, cortante basal, momento de volteo, desplazamientos, es decir cualquier respuesta estructural deberá ser modificada por el efecto de la flexibilidad del suelo, es decir por el efecto de la interacción. Estas fuerzas son definidas con el espectro modificado por interacción que a su vez es obtenido en base a periodos y amortiguamientos efectivos.

En general el cortante basal y el momento de volteo se reducen por efectos de interacción; sin embargo, se pueden presentar casos en los que a pesar de que las coordenadas espectrales disminuyan por el efecto de interacción, los cortantes y momentos puedan resultar mayores debido a que al aumentarse el periodo efectivo se caiga en un intervalo con amplitudes espectrales mayores que las amplitudes correspondientes al caso de base rígida.

### 5.5.2. Efecto de la profundidad de desplante.

La profundidad a la que se desplanta una cimentación afecta de dos formas la respuesta dinámica de un edificio: por un lado, la intensidad de los movimientos sísmicos disminuye con la profundidad como se muestra en la **figura 5.20**, lo cual indica que existe la posibilidad de que las vibraciones que le lleguen a la estructura sean menores al incrementarse la profundidad de desplante. Por otra parte, para una estructura dada al aumentar la profundidad a la que se desplanta la cimentación el vector de carga disminuye, indicando que la sollicitación sísmica es menos severa.

Con base en estas dos consideraciones se concluye que una forma conveniente para atenuar los movimientos sísmicos que le llegan a la superestructura es utilizando una cimentación profunda rígida.



**Figura 5.20. Efecto de la profundidad de desplante en las aceleraciones máximas en la superficie del terreno (Romo, 1980).**

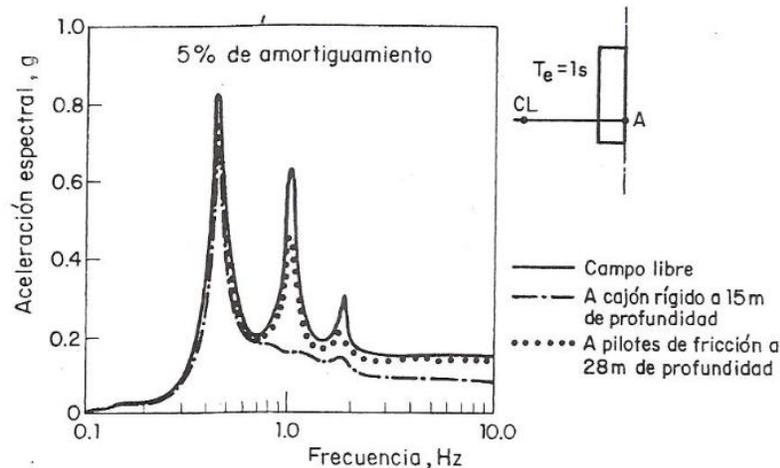
### 5.5.3. Efecto del tipo de cimentación.

La mayoría de los edificios cimentados en la cuenca del Valle de México de aproximadamente 10 a 20 niveles de altura se les considera un tipo de cimentación en base a pilotes de fricción o cajón de cimentación, incluso una combinación de ambos. Un factor importante que no es considerado frecuentemente es la capacidad que pueda tener la cimentación para atenuar los movimientos sísmicos. Es conveniente un análisis entre los efectos de una cimentación con pilotes y una con cajón.

Romo *et al* (1980) analiza una estructura con una frecuencia efectiva natural de 1Hz con una cimentación de dos tipos: la primera con un cajón a una profundidad de 2.5m y pilotes de fricción de 23.0m de longitud, la segunda con un cajón rígido a una profundidad de 14m. El depósito de arcilla se consideró de 32.0m de espesor y con una velocidad promedio  $V_s = 52m/s$ .

En la **figura 5.21** se comparan los espectros de aceleraciones del campo libre (CL) y en la base del edificio para los dos tipos de cimentación (punto A). Se puede observar que la frecuencia natural del depósito de suelo (0.40Hz) no se modifica por la presencia de la estructura, independientemente de la cimentación considerada. Para esta frecuencia, la ordenada espectral de campo libre solo se atenúa un 5% cuando se consideran los pilotes de fricción y un 12% para el caso de cajón rígido. Esto indica que al menos para el caso analizado, la frecuencia natural del depósito de suelo no se modifica por la presencia de una estructura.

Sin embargo, para la frecuencia efectiva de la estructura (1.0Hz) la influencia del tipo de cimentación es importante. Mientras que la amplitud del espectro de piso a esta frecuencia para el caso de la cimentación a base de pilotes de fricción es solo 10% menor que la del campo libre, la amplitud espectral correspondiente, para el caso de la cimentación a base de un cajón rígido, se abate en más del 50%. Esto significa que el coeficiente sísmico que se usaría para calcular las fuerzas de inercia es del orden de la mitad si la estructura se cimenta sobre un cajón del que se requeriría si se eligiera una cimentación a base de pilotes de fricción.



**Figura 5.21. Efecto del tipo de cimentación en los espectros de piso (Romo, 1980).**

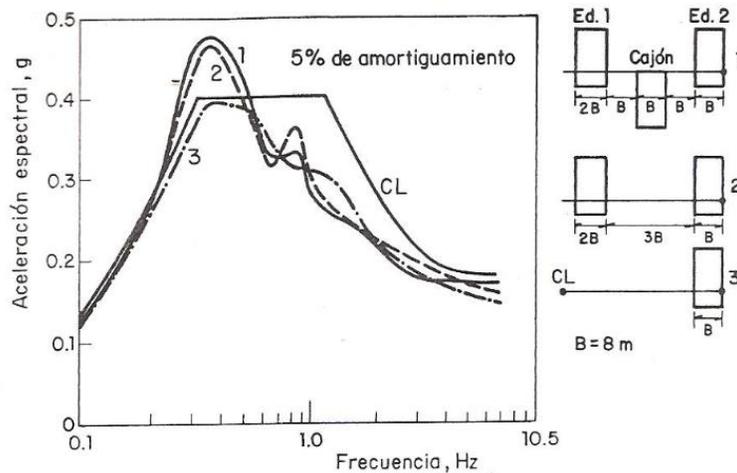
Con base en este tipo de análisis podríamos disminuir notablemente el costo del edificio al disminuir las fuerzas inerciales.

#### 5.5.4. Efecto de estructuras vecinas.

En la zona de Lago de la cuenca del Valle de México nos encontramos con una alta densidad de estructuras, supongamos que construiremos un edificio al centro de una red de edificios de diversas características y con lo estudiado acerca de la modificación de los movimientos en campo libre por la presencia de una estructura no resultaría absurdo estudiar los efectos de las estructuras vecinas en los espectros de piso de la nueva estructura.

Romo *et al* (1980) hizo un análisis para la misma estructura de la **figura 5.21** en tres etapas. En la primer etapa analizó la estructura aislada (edificio 2), en la segunda la analizó con una estructura idéntica (edificio 1) a una distancia de tres veces el semi-ancho del edificio, en la tercera se colocó un cajón entre el edificio 1 y 2 separado de cada uno un semi-ancho de edificio. Se procedió al análisis.

En la **figura 5.22** se muestran los espectros de piso del edificio 2 para las tres condiciones planteadas. Como movimientos de campo libre se tomó el espectro del Reglamento del Distrito Federal.



**Figura 5.22. Efecto de estructuras vecinas en los espectros de piso (Romo, 1980).**

Se puede concluir que la estructura aislada (condición 3) atenúa los movimientos de campo libre para frecuencias mayores de 0.6Hz. Para la frecuencia natural del edificio (1.0Hz) la reducción es de 20%.

Cuando se considera otra estructura (condición 2) las amplitudes espectrales se incrementan en el intervalo de la frecuencia natural del depósito de suelo (0.40Hz). Esto se debe a que las ondas superficiales que genera la estructura vecina (por su interacción con el suelo), las cuales tienen una frecuencia semejante a la natural del depósito, se superponen a las ondas sísmicas primarias. Por otra parte, para frecuencias superiores a 0.6Hz las amplitudes espectrales se atenúan por el efecto de la interacción estructura-suelo-estructura.

Al incluir el cajón (condición 1) la respuesta es similar a la del caso b, aunque las amplitudes espectrales son ligeramente diferentes. Para las frecuencias bajas las amplitudes son mayores debido quizá a que las ondas superficiales generadas por el cajón viajan una menor distancia (por lo tanto se atenúan menos) que en el caso b. Para las frecuencias altas las ordenadas espectrales son menores probablemente porque el conjunto cimentación-cajón-cimentación incrementa la rigidez del sistema, contribuyendo que se amplifiquen menos las frecuencias superiores a 0.6Hz.

Este estudio podría ser importante para estructuras ligeras cimentadas al lado de una estructura rígida de cimentación profunda.

## CAPÍTULO 6

### EJEMPLO DE APLICACIÓN.

#### 6.1 ANTECEDENTES.

De acuerdo con la **figura 6.1** que representa la Regionalización sísmica de la República Mexicana, el sitio en estudio donde se realiza este ejemplo de aplicación se ubica en la zona B. Este sitio pertenece a la Provincia Fisiográfica del eje Neovolcánico, emplazada en una cuenca endorréica delimitada por la Sierra de las Cruces al poniente, la formación Chichinautzin al sur, la Sierra de Puebla al oriente y la Sierra de Guadalupe al norte.

La zona B se caracteriza por presentar sismos frecuentes que ocasionalmente pueden llegar a ser de gran magnitud.



**Figura 6.1. Regionalización sísmica de la República Mexicana.**

El centro de la cuenca que conforma la Ciudad de México se encuentra cubierto por depósitos tobáceos de la Formación Tarango la cual está constituida por arenas pumíticas y limosas. Dichas arenas subyacen a los depósitos de origen Lacustre de composición arcillosa principalmente, los cuales al ser de consistencia blanda constituyen una zona de alto riesgo al amplificar hasta 20 veces los movimientos que inciden en su base.

La estratigrafía es bastante bien conocida debido a los trabajos de numerosos investigadores, entre los que destacan Marsal y Mazari, Zeevaert y Mooser; en el presente caso, en general, se sabe que la capa de cobertura denominada costra superficial, está formada por materiales de relleno en estado compacto con alto contenido de restos arqueológicos y espesor promedio del orden de 4 a 6 m. Subyaciéndole se encuentran depósitos de origen lacustre poco compactos formados por arcillas saturadas, denominados Formación Arcillosa Superior; esta formación tiene un espesor variable de 20 a 30 m y aumenta hacia el centro de la cuenca, donde se localiza el Lago de Texcoco. Subyace con un espesor de 3 a 5 m la llamada Capa Dura constituida por limo-arenoso de alta compacidad.

Subyace con un espesor variable entre 8 y 10 m un estrato arcilloso conocido como Formación Arcillosa Inferior. Todos estos depósitos descansan sobre sedimentos correspondientes a la Formación Tarango, denominados genéricamente Depósitos Profundos.

Son cinco paquetes en general los que conforman la estratigrafía del Valle de México, las Formaciones Arcillosas representan la flexibilidad requerida para un análisis de Interacción Dinámica Suelo-Estructura.

Con fines de diseño antisísmico, la República Mexicana se encuentra dividida en cuatro zonas sísmicas (**figura 6.1** y **tabla 6.1**), esto de acuerdo a los catálogos de sismos de la República Mexicana desde inicios del siglo, en base a la ocurrencia de grandes sismos que aparecen en los registros históricos y los registros de aceleración del suelo de algunos de los grandes temblores, ocurridos en el siglo pasado.

**Tabla 6.1. Zonas sísmicas de la República Mexicana.**

<b>Zona</b>	<b>Características</b>
A	Zona donde no hay registros históricos de sismos en los últimos 80 años y no se esperan aceleraciones del suelo mayores a un 10% de la aceleración a causa de temblores.
B y C	Zonas intermedias, donde se reportan sismos no tan frecuentes o afectadas por altas aceleraciones que no sobrepasan el 70% de la aceleración del suelo.
D	Zonas donde se han reportado grandes sismos históricos, donde la ocurrencia del sismo es muy frecuente y las aceleraciones del suelo pueden sobrepasar el 70% de la aceleración de la gravedad.

El edificio en cuestión para el análisis de Interacción, se localiza en la Zona Geotécnica denominada por el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal como Zona de Lago tipo III b (**figura 5.2**), la cual corresponde a suelos blandos arcillosos con espesor mayor de 30 m, que se encuentran descansando directamente en tobas arenosas de la Formación Tarango.

Generalmente los estratos arcillosos de esta zona se caracterizan por presentar espesores de suelos compresibles mayores a 30.0m. En este tipo de subsuelo se encuentra alojado el predio donde se proyecta el edificio del ejemplo de este capítulo.

Se procedió a:

- a) Se presentan las características geométricas y estructurales del edificio, en base a esta información se obtuvieron en un análisis estructural sísmico del edificio (para esto se empleó el programa SAP 2000) apoyado sobre base rígida: el periodo de la estructura  $T_e$ , su amortiguamiento  $\zeta_e$  y la descarga sobre el suelo de cimentación  $w$ .
- b) Se presenta la estratigrafía del sitio donde se desplantará el edificio del inciso a, la estratigrafía se obtuvo en base a un sondeo mixto *SM-01* hasta 50 m de profundidad,

combinando la técnica de penetración estándar con el muestreo inalterado mediante tubos de pared delgada (Shelby) (**Referencia bb**).

- c) Se presentan las propiedades de cada paquete del perfil estratigráfico, así como los módulos elásticos dinámicos del mismo las propiedades representan el comportamiento del suelo en condiciones no – drenadas.
- d) Se construye el espectro de diseño establecido en el Reglamento de Construcción del Distrito Federal (**Referencia b**) que representa los movimientos en campo libre.
- e) Se obtienen las Funciones de Impedancia (Resortes y amortiguadores equivalentes) de acuerdo a lo establecido en el Reglamento de Construcción del Distrito Federal (**Referencia b**).
- f) Se obtienen el periodo y amortiguamiento efectivos de acuerdo a lo establecido en el Reglamento de Construcción del Distrito Federal (**Referencia b**).
- g) Se construye el espectro modificado por la Interacción Dinámica Suelo-Estructura de acuerdo a lo establecido en el Reglamento de Construcción del Distrito Federal (**Referencia b**).
- h) Se desarrollan conclusiones.

## **6.2 CARACTERÍSTICAS DEL EDIFICIO.**

Se presenta un edificio regular de diez niveles, las dimensiones en planta y vistas en corte se muestran de la **figura 6.2** a **6.4**. El edificio pertenece al Grupo A de acuerdo al Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (**Referencia b**).

*Grupo A: Edificaciones cuya falla estructural podría constituir un peligro significativo por contener sustancias tóxicas o explosivas, así como edificaciones cuyo funcionamiento es esencial a raíz de una emergencia urbana, como: hospitales, escuelas, terminales de transporte, estaciones de bomberos, centrales eléctricas y de telecomunicaciones, estadios, depósitos de sustancias flamables o tóxicas, museos y edificios que alojen archivos y registros públicos de particular importancia, y otras edificaciones a juicio de la Secretaría de Obras y Servicios.*

La estructura del edificio es de concreto armado y las dimensiones de sus elementos van cambiando con respecto al nivel en que se encuentren. La parte del cajón de cimentación es la que contiene los elementos de mayor dimensión y el último nivel (N10) es el que contiene los elementos de menor dimensión estructural.

En las **Tablas 6.2** a **6.6** se muestran las secciones de cada elemento que conforma la estructura.

**Tabla 6.2. Secciones de los elementos de concreto de la estructura del cajón de cimentación.**

<b>CAJÓN DE CIMENTACIÓN</b>			
<b>Elemento</b>	<b>Sección</b>		<b>Espesor (m)</b>
	<b>largo (m)</b>	<b>ancho (m)</b>	
Columna Exterior	1.2	0.60	---
Columna Interior	1.2	0.60	---
Muro y contratrabe	---	---	0.50
Losa de fondo	---	---	0.50
Losa de entrepiso	---	---	0.10

**Tabla 6.3. Secciones de los elementos de concreto de la estructura del sótano.**

<b>SÓTANO</b>			
<b>Elemento</b>	<b>Sección</b>		<b>Espesor (m)</b>
	<b>largo (m)</b>	<b>ancho (m)</b>	
Columna Exterior	1.2	0.60	---
Columna Interior	1.2	0.60	---
Muro	---	---	0.40
Losa de entrepiso	---	---	0.10
Viga principal	1.00	0.40	---
Viga secundaria	0.70	0.35	---

**Tabla 6.4. Secciones de los elementos de concreto de la estructura de los niveles 1 a 4.**

<b>NIVELES 1 A 4</b>			
<b>Elemento</b>	<b>Sección</b>		<b>Espesor (m)</b>
	<b>largo (m)</b>	<b>ancho (m)</b>	
Columna Exterior	1.2	0.60	---
Columna Interior	1.2	0.60	---
Muro	---	---	0.40
Losa de entrepiso	---	---	0.10
Viga principal	1.00	0.40	---
Viga secundaria	0.70	0.35	---

**Tabla 6.5. Secciones de los elementos de concreto de la estructura de los niveles 5 a 7.**

Elemento	NIVELES 5 A 7		Espesor (m)
	Sección		
	largo (m)	ancho (m)	
Columna Exterior	1.2	0.60	---
Columna Interior	1.1	0.60	---
Muro	---	---	0.35
Losa de entrepiso	---	---	0.10
Viga principal	1.00	0.40	---
Viga secundaria	0.70	0.35	---

**Tabla 6.6. Secciones de los elementos de concreto de la estructura de los niveles 8 a 10.**

Elemento	NIVELES 8 A 10		Espesor (m)
	Sección		
	largo (m)	ancho (m)	
Columna Exterior	1.2	0.60	---
Columna Interior	1.0	0.60	---
Muro	---	---	0.30
Losa de entrepiso	---	---	0.10
Viga principal	1.00	0.40	---
Viga secundaria	0.70	0.35	---

Se hizo un análisis sísmico de la estructura desplantada sobre base rígida con ayuda del programa SAP2000 y se obtuvieron los siguientes resultados:

$$T = 0.90636s$$

$$\zeta_e = 0.05$$

$$w = 19.07T / m^2$$

Donde:

$T$  : Periodo de la estructura sobre base rígida en segundos.

$\zeta_e$  : Amortiguamiento de la estructura.

$W$  : Descarga de la estructura sobre el suelo de cimentación.

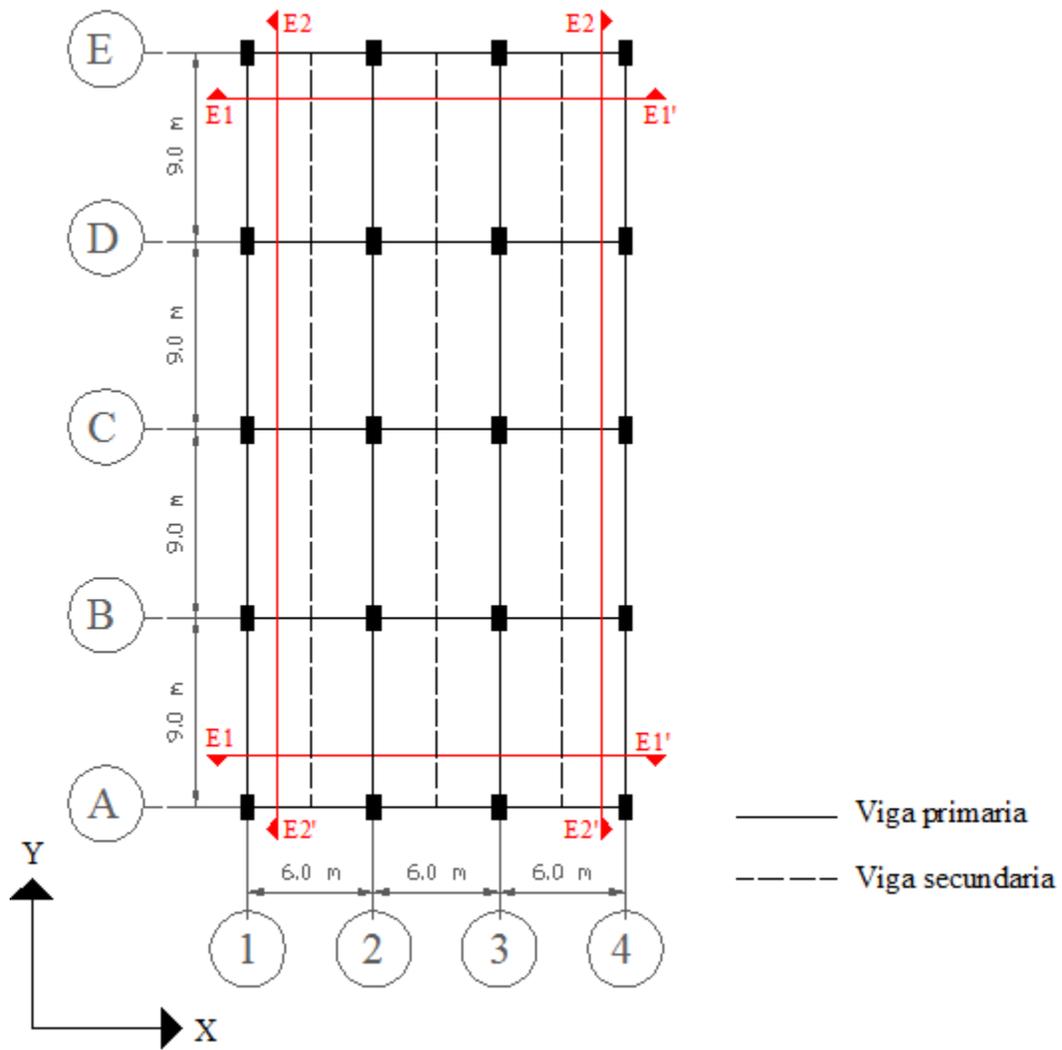


Figura 6.2. Desplante del edificio.

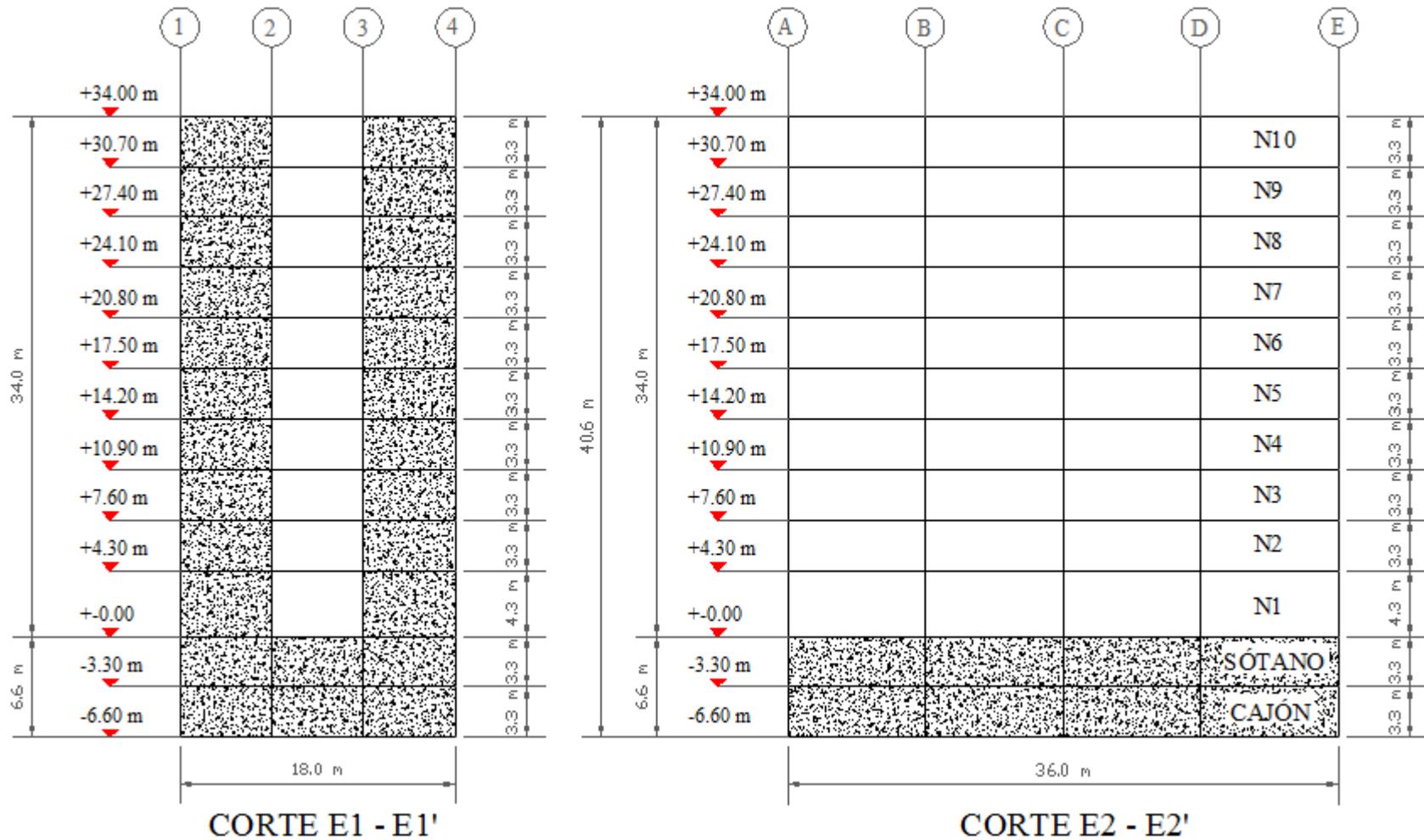


Figura 6.3. Vista en corte E1-E1', E2-E2'. (La parte sombreada representa elementos muro de concreto).

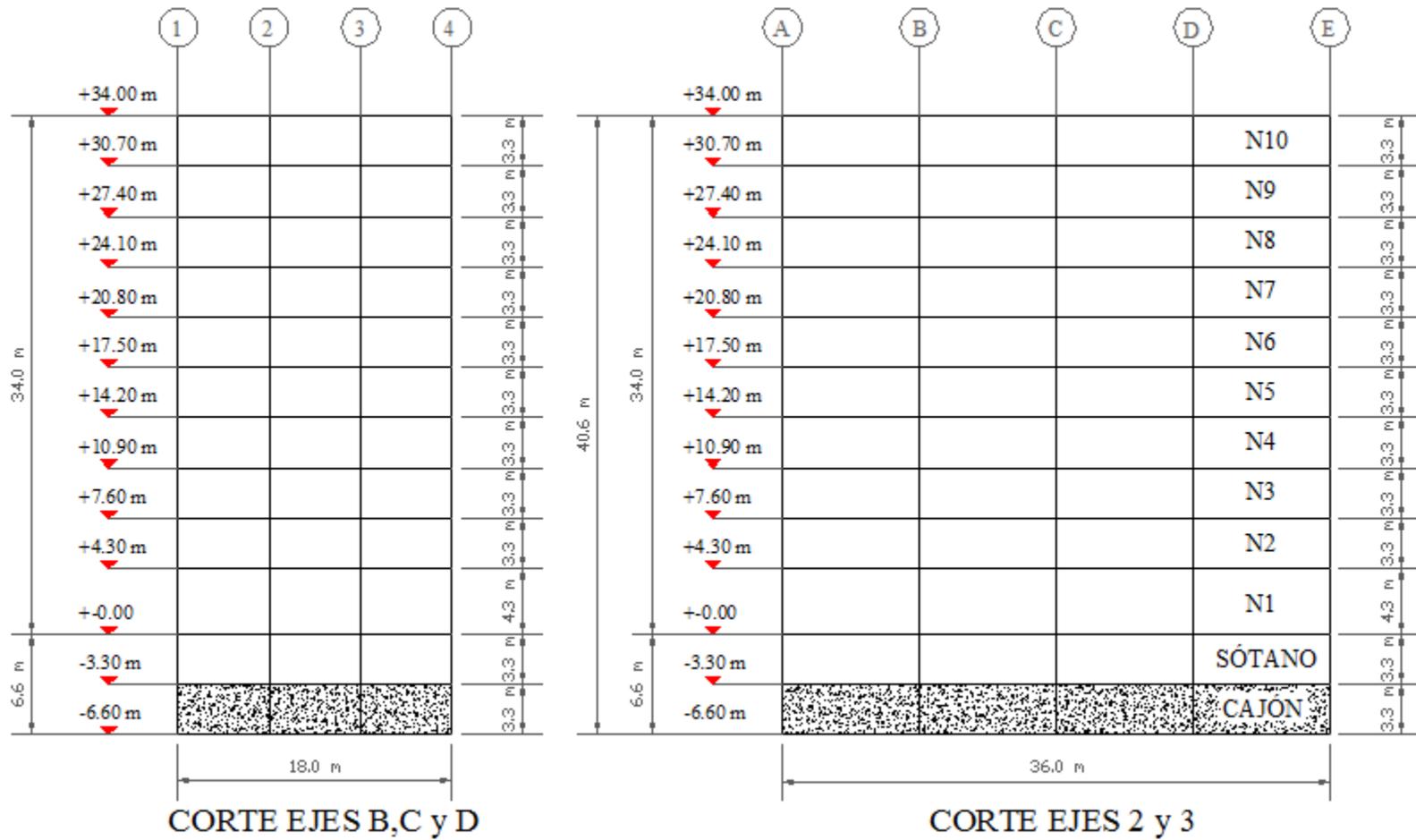


Figura 6.4. Vista en corte de ejes centrales en ambos sentido. (La parte sombreada representa elementos muro de concreto).

### 6.3 ESTRATIGRAFÍA DE LA ZONA.

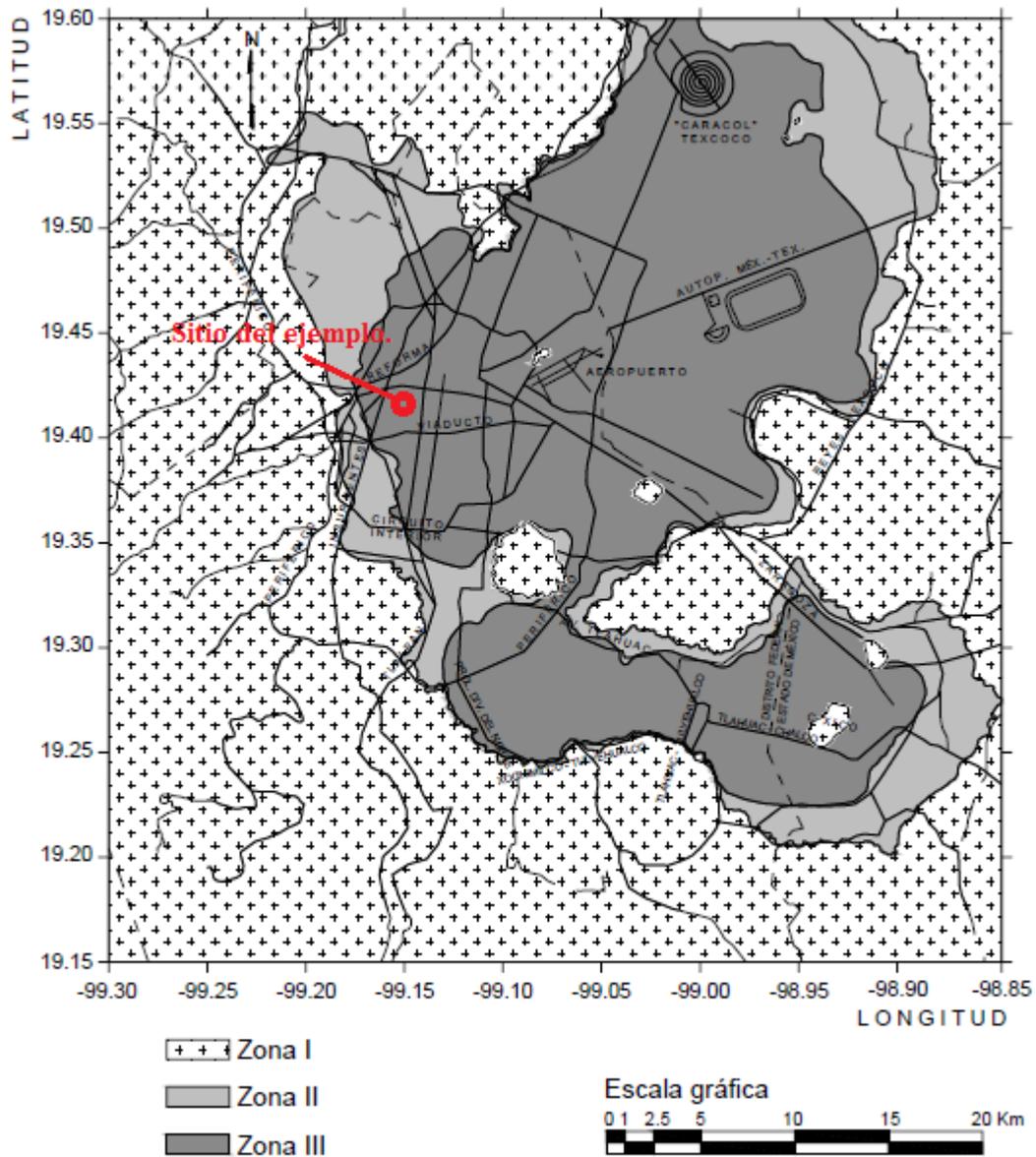
De acuerdo con trabajos de campo y laboratorio de la **Referencia bb**, la estratigrafía en el área de estudio está constituida por materiales con alto contenido de finos, bajos pesos volumétricos, bajo número de golpes, alta a muy alta plasticidad y consistencia blanda que aumenta gradualmente a media y firme a partir de los 32.0 m de profundidad, como a continuación se indica:

- a) En la parte superficial, se encuentra un paquete de relleno color café y gris oscuro, constituido por arena limosa y limo con gravas, caliche y raíces, depositado sin control en estado poco compacto, con espesor promedio de 1.2 m, peso volumétrico estimado de 1.35 T/m<sup>3</sup> y número de golpes de 10 a 19.
- b) Al anterior le subyace un paquete constituido por la llamada Costra Superficial que alcanza los 4.0 m de profundidad, formada por un limo arenoso de alta plasticidad, color café claro verdoso y gris verdoso, de consistencia firme a dura, con un lente de arena fina. Presenta una resistencia en la punta del cono eléctrico de 60 a más de 1000 T/m<sup>2</sup>, número de golpes de 9 a 50, contenido de agua que varía de 47 a 108%, límite líquido de 116%, límite plástico de 60%, índice plástico de 56%, densidad de sólidos de 2.38 a 2.55, peso volumétrico húmedo de 1.41 a 1.50 T/m<sup>3</sup>. Cabe señalar que dentro de este paquete, a 2.7m de profundidad, se encuentra el nivel de aguas freáticas.
- c) De 4.0 a 32.0 m de profundidad, se encuentra la Formación Arcillosa Superior, constituida por arcilla de alta plasticidad, color gris verdoso, café verdoso y café rojizo, cuya consistencia varía de blanda a muy blanda, con lentes de arena, limo arenoso y vidrio volcánico. Por lo general presenta una resistencia en la punta del cono eléctrico de 60 a 120 T/m<sup>2</sup>, pero a las profundidades de 8.3 a 8.5, 10.9 a 11.1, 12.7 a 14.1, 19.7 a 20.0, 21.2 a 21.4, 21.9 a 22.2, 25.2 a 25.4, 26.2 a 26.8, presenta resistencias mayores que corresponden a los lentes de ceniza volcánica, arena y limo arenoso. Su número de golpes es bajo y varía de 0 a 3. Presenta contenido de agua que varía de 64 a 104 %, índice plástico de 77 a 405 %, densidad de sólidos de 2.35 a 2.48, peso volumétrico húmedo de hasta 1.27 T/m<sup>3</sup> y peso volumétrico seco de 0.24 a 0.83 T/m<sup>3</sup>. Cabe señalar que dentro de este paquete, entre 12.8 y 14.3m de profundidad, se presenta un limo arenoso de alta plasticidad color gris verdoso y consistencia que varía de media a firme, con contenido de agua que varía de 68 a 133 %, límite líquido de 141 %, límite plástico de 64 %, índice plástico de 77 %, densidad de sólidos de 2.48, peso volumétrico húmedo de 1.36 a 1.47 T/m<sup>3</sup> y peso volumétrico seco de 0.83 T/m<sup>3</sup>.
- d) Por debajo del anterior y con espesor promedio de 3.8 m, se presenta la Primera Capa Dura que está constituida por limo arenoso de alta plasticidad, color gris verdoso, de consistencia firme a muy dura, con número de golpes que varía de 19 a 50, contenido de agua que varía de 32 a 62 %, límite líquido de 75 %, límite plástico de 39 %, índice plástico de 36 %, densidad de sólidos de 2.41 y peso volumétrico húmedo de 1.73 a 1.75 T/m<sup>3</sup>.
- e) De 35.0 a 42.4 m de profundidad, se encontró la Segunda Formación Arcillosa, constituida por arcilla de alta plasticidad, color gris verdoso, de consistencia media a firme, presenta lentes de arena de grano fino y de ceniza volcánica. Presenta un número de golpes que varía de 2 a 6, contenido de agua que varía de 68 a 177 %, límite líquido de 200 a 244 %, límite plástico de 57 a 74 %, índice plástico de 143 a 170 %, densidad de sólidos de 2.38 y peso

volumétrico húmedo de 1.27 a 1.35 T/m<sup>3</sup>. Cabe señalar que la lente arenosa más rígida e importante se encuentra a 38.5 y 39.5 m de profundidad.

- f) Por último, a partir de los 42.4 m y hasta la profundidad explorada se encontraron los Depósitos Profundos, constituidos por arena limosa de baja plasticidad, de consistencia dura, color gris verdoso, con gravillas. Presenta un número de golpes que varía de 44 y mayor a 50, un contenido de agua que varía de 21 a 86 %. Este último paquete constituye el basamento geotécnico local del sitio.

El perfil estratigráfico se presenta en las **figura 6.5a, b y c**, la ubicación del sitio en estudio del ejemplo de aplicación se presenta en la **figura 6.6**.



**Figura 6.6.** Ubicación del sitio de estudio en el ejemplo de aplicación (R.C.D.F., 2004).

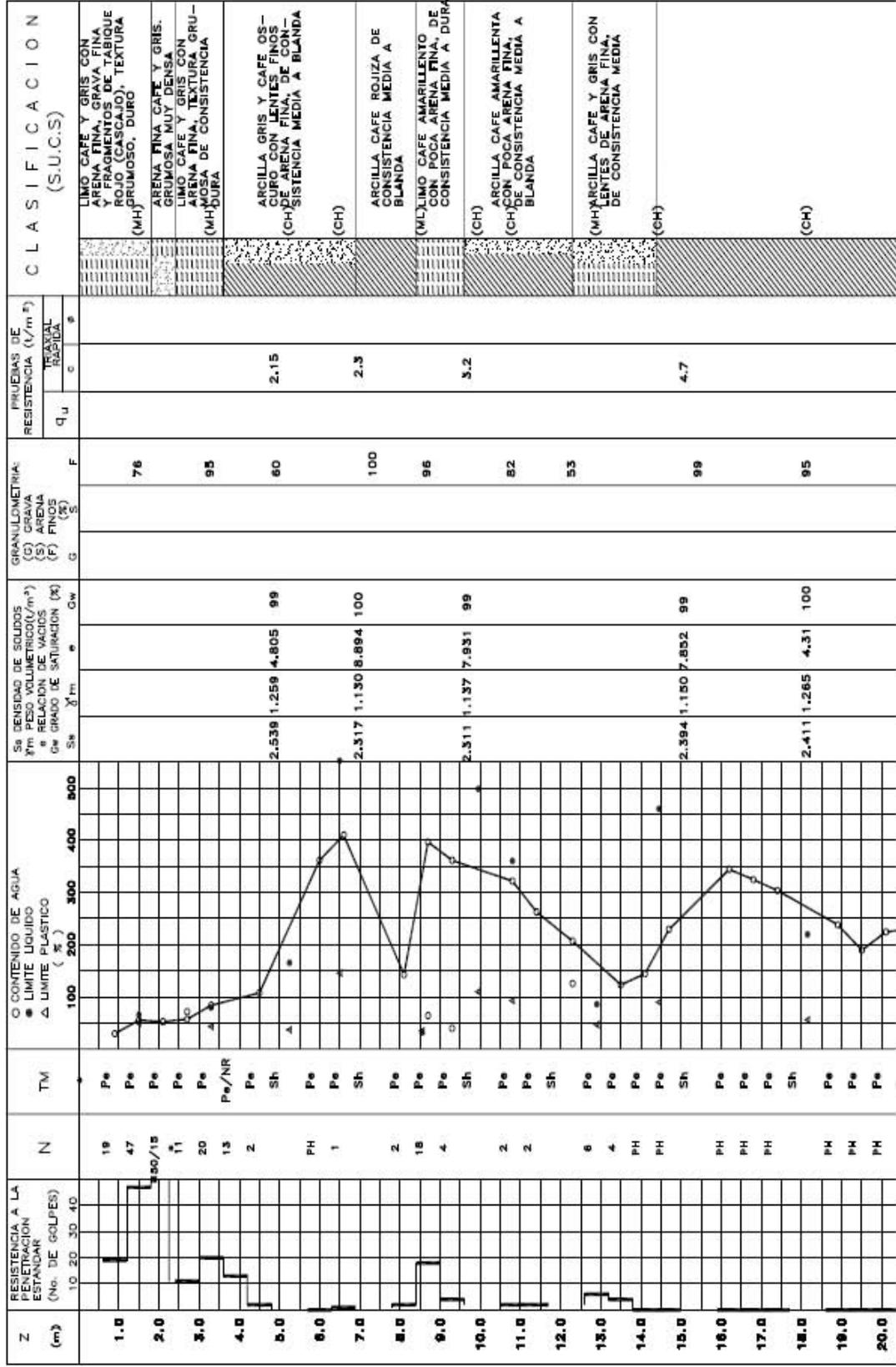


Figura 6.5a. Perfil estratigráfico de la zona (0 – 20.0m) (Referencia bb).



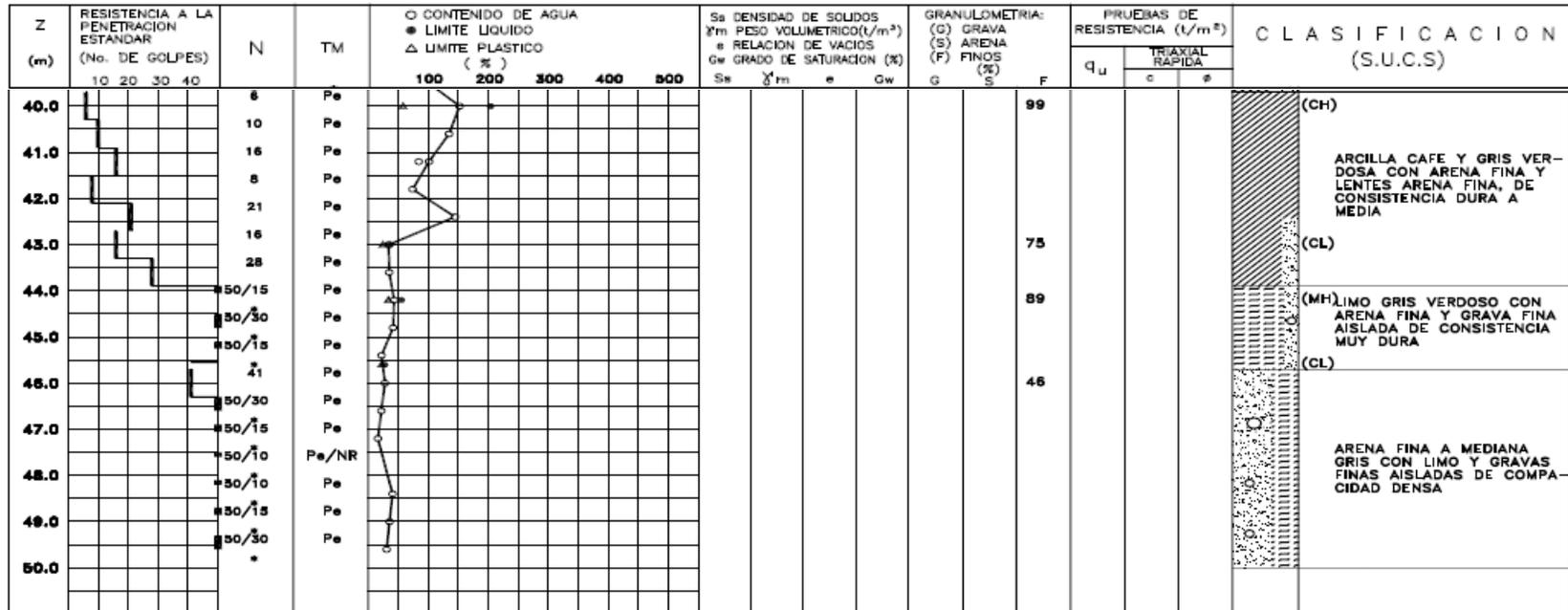
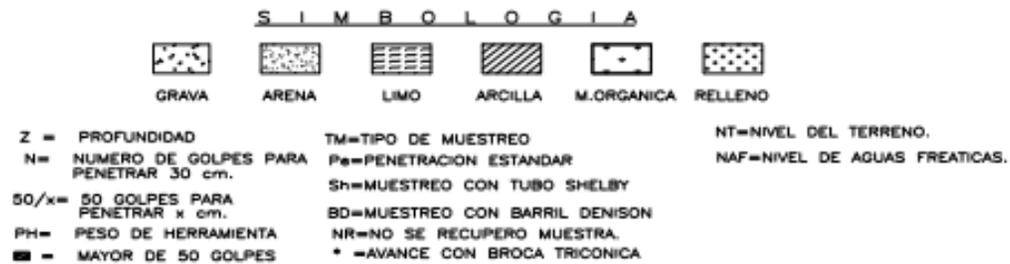


Figura 6.5c. Perfil estratigráfico de la zona (40.0m – 50.0m) (Referencia bb).



## 6.4 ESPECTRO MODIFICADO POR LA INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA.

### 6.4.1. Propiedades y Parámetros Dinámicos del suelo.

Las propiedades del perfil estratigráfico del sondeo SM-01, así como los parámetros dinámicos que se emplearon en este ejemplo se presentan en la **Tabla 6.7** y **6.8**:

**Tabla 6.7. Propiedades de cada paquete del perfil estratigráfico de la figura 6.5.**

Estrato	Profundidad (m)		w %	$\gamma$ (T/m <sup>3</sup> )	$c_u$ (T/m <sup>2</sup> )	$E_u$ (T/m <sup>2</sup> )	$\nu_u$
	De	A					
Costra	0.0	5.0	64	1.40	5.00	500	0.49
FA <sub>1</sub>	5.0	13.0	292	1.13	2.69	212	0.49
Lente	13.0	14.5	134	1.70	----	----	----
FA <sub>2</sub>	14.5	25.5	255	1.19	5.43	539.7	0.49
Lente	25.5	27.0	123	1.70	----	----	----
FA <sub>3</sub>	27.0	33.0	271	1.29	8.15	703	0.49
Capa Dura	33.0	36.5	49	1.66	17.88	1500	0.49
FA <sub>4</sub>	36.5	42.5	109	1.27	12.85	1000	0.49

Donde:

$w\%$  : Contenido de agua.

$\gamma$  : Peso volumétrico del material.

$C_u$  : Resistencia al corte no drenada.

$E_u$  : Módulo de elasticidad no drenado-

$\nu_u$  : Relación de Poisson no drenada.

Las propiedades de la **Tabla 6.7** se obtuvieron en base a pruebas triaxiales tipo UU (no consolidadas – no drenadas), en este trabajo no se presentan los análisis de laboratorio.

Las velocidades de las ondas P y S y el amortiguamiento  $\zeta$ , se obtuvieron de los estudios DH y CH (**Referencia bb**) y se presentan en la **Tabla 6.8**, en este trabajo no se presentan los registros de ambos estudios.

De igual manera, la velocidad de onda S puede obtenerse con la **expresión 3.56** o suponiendo un módulo  $G$  de la **Tabla 4.2** o en base a pruebas de laboratorio. Al utilizar la **expresión 3.56** se emplea la teoría de dispersión de ondas a través de un medio continuo.

En este ejemplo se utiliza la **expresión 3.56** para obtener el módulo  $G$  que representa el módulo  $G_{\max}$  del sitio, recordemos que se trabaja con un estrato de suelo equivalente y no con un depósito de suelo estratificado, para fines prácticos.

**Tabla 6.8. Parámetros dinámicos del perfil estratigráfico de la figura 6.5.**

<b>Profundidad (m)</b>	<b>Material Tipo</b>	<b><math>V_p</math> (m/s)</b>	<b><math>V_s</math> (m/s)</b>	<b><math>\gamma</math> (T/m<sup>3</sup>)</b>	<b><math>\zeta</math></b>
0.0 - 1.2	2	791	192	1.35	0.104
1.2 - 4.0	2	987	120	1.50	0.102
4.0 - 12.5	1	1452	107	1.14	0.084
12.5 - 13.8	2	1529	129	1.50	0.104
13.8 - 32.0	1	1576	85	1.27	0.067
32.0 - 35.8	2	1987	155	1.75	0.106
35.8 - 38.5	1	1594	133	1.27	0.095
38.5 - 39.5	2	1989	142	1.65	0.106
39.5 - 44.0	1	1408	110	1.35	0.085
> 44.0	2	2650	329	1.95	0.122

Donde:

Material Tipo 1: Arcillas

Material Tipo 2: Arenas o Limos.

$V_p$  : Velocidad de onda P.

$V_s$  : Velocidad de onda S.

$\gamma_m$  : Peso volumétrico del material.

$\zeta$  : Amortiguamiento del material.

Las propiedades dinámicas del subsuelo que se utilizarán como base para este ejemplo se presentan a continuación:

$$V_s = 110 \text{ m/s}$$

$$\zeta = 0.07$$

$$\nu = 0.48$$

$$H_s = 42.4 \text{ m}$$

$$\gamma = 1.15T / m^3$$

Con estos parámetros se realizará el ejemplo de aplicación.

#### 6.4.2. Espectro de diseño.

Se determina el espectro de diseño en base al periodo dominante de vibración del terreno  $T_s$ , se calcula a partir del espectro denominado “transparente” que no toma en cuenta los efectos de reducción y necesita ser ajustado. El espectro transparente es ajustado mediante dos factores:  $R$  y  $Q'$ , el factor  $R$  representa una reducción por sobrerresistencia y el factor  $Q'$  representa una reducción de las fuerzas sísmicas con fines de diseño y es función del periodo natural. Una vez reducido el espectro transparente por ambos factores, se obtiene el espectro de diseño.

Para ello, se adoptará como ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico  $a$ , expresada como fracción de la gravedad, la que se estipula a continuación:

$$a = \begin{cases} a_o + (\beta c - a_o) \frac{T}{T_a}; & \text{si } T < T_a \\ \beta c; & \text{si } T_a \leq T < T_b \\ \beta c p \left( \frac{T_b}{T} \right)^2; & \text{si } T \geq T_b \end{cases} \quad (6.1)$$

$$p = k + (1 - k) \left( \frac{T_b}{T} \right)^2 \quad (6.2)$$

$$a_o = \begin{cases} 0.1 + 0.15(T_s - 0.5); & \text{si } 0.5 \leq T_s \leq 1.5s \\ 0.25; & \text{si } T_s > 1.5s \end{cases} \quad (6.3)$$

$$c = \begin{cases} 0.28 + 0.92(T_s - 0.5); & \text{si } 0.5 < T_s \leq 1.5s \\ 1.2; & \text{si } 1.5 < T_s \leq 2.5s \\ 1.2 - 0.5(T_s - 2.5); & \text{si } 2.5 < T_s \leq 3.5s \\ 0.7; & \text{si } T_s > 3.5s \end{cases} \quad (6.5)$$

$$T_a = \begin{cases} 0.2 + 0.65(T_s - 0.5); & \text{si } 0.5 < T_s \leq 2.5s \\ 1.5; & \text{si } 2.5 < T_s \leq 3.25s \\ 4.75 - T_s; & \text{si } 3.25 < T_s \leq 3.9s \\ 0.85; & \text{si } T_s > 3.9s \end{cases} \quad (6.5)$$

$$T_b = \begin{cases} 1.35; & \text{si } T_s \leq 1.125s \\ 1.2T_s; & \text{si } 1.125 < T_s \leq 3.5s \\ 4.2; & \text{si } T_s > 3.5s \end{cases} \quad (6.6)$$

$$k = \begin{cases} 2 - T_s; & \text{si } 0.5 < T_s \leq 1.65s \\ 0.35; & \text{si } T_s > 1.65s \end{cases} \quad (6.7)$$

$$Q' = \begin{cases} 1 + (Q - 1) \sqrt{\frac{\beta}{k} \frac{T}{T_a}}; & \text{si } T \leq T_a \\ 1 + (Q - 1) \sqrt{\frac{\beta}{k}}; & \text{si } T_a < T \leq T_b \\ 1 + (Q - 1) \sqrt{\frac{\beta p}{k}}; & \text{si } T > T_b \end{cases} \quad (6.8)$$

$$R = \begin{cases} \frac{10}{\sqrt{\frac{T}{T_a}}}; & \text{si } T \leq T_a \\ 2; & \text{si } T > T_a \end{cases} \quad (6.9)$$

Como se mencionó anteriormente, la ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico  $a$  debe ser ajustada por los factores  $R$  y  $Q'$  obteniendo una aceleración de diseño  $a_D$  mediante la siguiente ecuación:

$$a_D = \frac{a}{RQ'} \quad (6.10)$$

De acuerdo con la información anterior, se calcula el periodo dominante del subsuelo,  $T_s$  con la **expresión 4.4**, considerando que la profundidad promedio del estrato basal es de  $42.4m$  y la velocidad de onda cortante es de  $110m/s$ :

$$T_s = 1.54s$$

Determinamos los parámetros para la construcción del espectro de diseño:

$$a_o = 0.25$$

$$c = 1.2$$

$$T_a = 0.2 + 0.65(T_s - 0.5) = 0.2 + 0.65(1.54 - 0.5) = 0.876$$

$$T_b = 1.2T_s = 1.2(1.54) = 1.848$$

$$k = 2 - T_s = 2 - 1.54 = 0.46$$

El parámetro  $\beta$  representa los efectos de la interacción dinámica suelo-estructura por lo que se le asigna un valor igual a la unidad al no considerar estos efectos. Para construir el espectro de diseño no consideramos los efectos de la interacción.

A continuación se muestra la **Tabla 6.9** con los valores de los parámetros para el espectro de diseño para diversos periodos estructurales  $T_e$ , nuestra estructura de este ejemplo tiene un periodo  $T_e$  igual a  $0.9064s$ .

**Tabla 6.9. Parámetros para construir espectro de diseño.**

$T_e$	P (ec'n6.2)	a (ec'n6.1)	R (ec'n6.9)	Q	Q' (ec'n6.8)	a/R	a/RQ'
0	----	0.25	2.50	3.00	1.00	0.10	0.10
0.10	----	0.36	2.31	3.00	1.34	0.16	0.12
0.30	----	0.58	2.18	3.00	2.01	0.26	0.13
0.60	----	0.90	2.07	3.00	3.02	0.43	0.14
0.80	----	1.12	2.02	3.00	3.69	0.55	0.15
0.876	----	1.20	2.00	3.00	3.95	0.60	0.15
<b>0.90636</b>	<b>----</b>	<b>1.20</b>	<b>2.00</b>	<b>3.00</b>	<b>3.95</b>	<b>0.60</b>	<b>0.15</b>
1.50	----	1.20	2.00	3.00	3.95	0.60	0.15
1.848	1.00	1.20	2.00	3.00	3.95	0.60	0.15
2.30	0.81	0.63	2.00	3.00	3.65	0.31	0.09
3.00	0.66	0.30	2.00	3.00	3.40	0.15	0.04
4.00	0.58	0.15	2.00	3.00	3.24	0.07	0.02
5.00	0.53	0.09	2.00	3.00	3.15	0.04	0.01

Con estos parámetros construimos el espectro de diseño sin considerar efectos de interacción, es decir con un valor  $\beta = 1.0$ , en la **figura 6.7** se muestra el espectro de diseño.

En el Reglamento de Construcción del Distrito Federal (**Referencia b**) se establece que los efectos de Interacción Suelo-Estructura se tomarán en cuenta si no se cumple con la siguiente expresión:

$$\frac{T_e H_s}{T_s H_e} > 2.5 \quad (6.11)$$

Sustituyendo valores de este ejemplo de aplicación en la **expresión 6.11**:

$$\frac{0.90636s}{1.54s} \frac{42.40m}{23.80m} = 1.04 < 2.5 \quad (6.12)$$

Es necesario un análisis de Interacción Dinámica Suelo – Estructura conocidas las propiedades del sismo, de la estructura y del suelo.

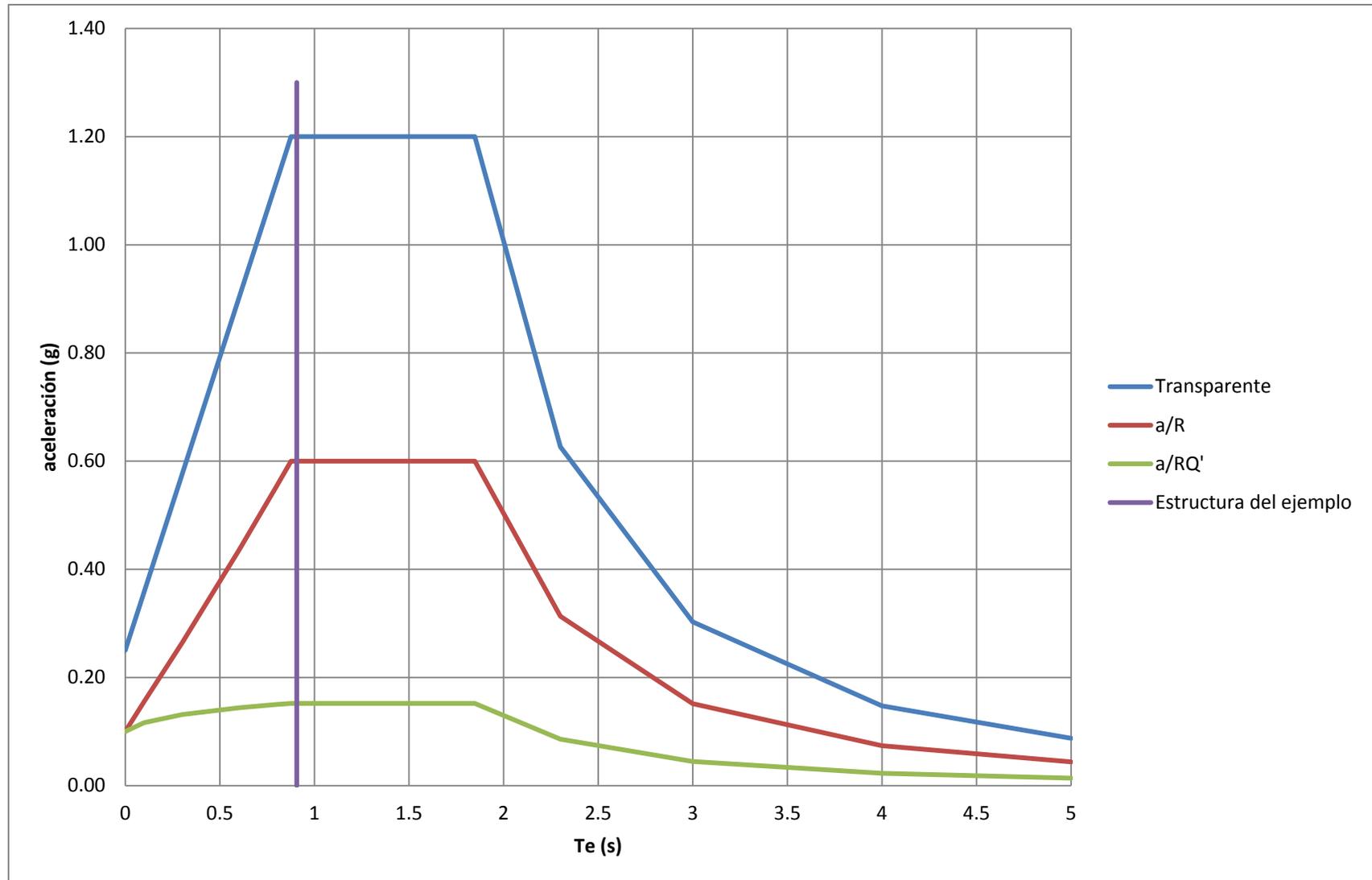


Figura 6.7. Espectro de diseño del ejemplo de aplicación, considerando un  $T_s = 1.54s$  y un  $T_e = 0.9064s$ .

### 6.4.3. Funciones de Impedancia.

Para la construcción del espectro modificado por la interacción dinámica suelo-estructura debemos seguir los siguientes puntos, en la **expresión 6.12** se muestra que es necesario un análisis de Interacción Dinámica Suelo-Estructura.

#### Dirección X.

1. Obtener el módulo de rigidez dinámico de acuerdo a la **expresión 4.2**.

$$G = V_s^2 \rho = \left(110 \frac{m}{s}\right)^2 \left(\frac{1.15 T/m^3}{9.81}\right) = 1418.45 T/m^2$$

2. Obtener la frecuencia.

$$\omega = \frac{2\pi}{T_e} = \frac{2\pi}{0.9064s} = 6.93 \text{ rad/s}$$

3. Obtener el área del edificio.

$$A = bh = (18m)(36m) = 648m^2$$

4. Obtener radio equivalente en traslación horizontal (geometría circular).

$$R_x = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{648m^2}{\pi}} = 14.36m$$

5. Obtener momento de inercia.

$$I_y = \frac{bh^3}{12} = \frac{(36m)(18m)^3}{12} = 17496m^4$$

6. Obtener radio equivalente en rotación (geometría circular).

$$R_r = \sqrt[4]{\frac{4I_y}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{4(17496m^4)}{\pi}} = 12.21m$$

7. Obtener parámetros de frecuencia.

$$\eta_x = \frac{\omega R_x}{V_s} = \frac{(6.93 \text{ rad/s})(14.36m)}{110 \frac{m}{s}} = 0.905$$

$\eta_{x,r,y}$ : Frecuencia que depende de la frecuencia de excitación o de cómo se presente el movimiento.

$$\eta_r = \frac{\omega R_r}{V_s} = \frac{(6.93 \text{ rad/s})(12.21 \text{ m})}{110 \text{ m/s}} = 0.77$$

$$\eta_s = \frac{\pi R_x}{2H_s} = \frac{\pi(14.36 \text{ m})}{2(42.40 \text{ m})} = 0.53$$

$\eta_s$  : Frecuencia asociada a las ondas de corte en caso horizontal.

$$\eta_p = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)}} \left( \frac{\pi R_r}{2H_s} \right) = \sqrt{\frac{2(1-0.48)}{(1-2(0.48))}} \left( \frac{\pi(12.21 \text{ m})}{2(42.40 \text{ m})} \right) = 2.31$$

$\eta_p$  : Frecuencia asociada a las ondas de compresión a partir de la relación de Poisson.

8. Obtener el peso efectivo del edificio.

$$W_e = 0.7W = 0.7(19.07 \text{ T/m}^2)(18 \text{ m})(36 \text{ m}) = 8650.15 \text{ T}$$

#### Modo horizontal.

9. Obtener el resorte y amortiguador equivalente para el modo horizontal.

$$K_x^0 = \frac{8GR_x}{2-\nu} \left( 1 + \frac{R_x}{2H_s} \right) \left( 1 + \frac{2D}{3R_x} \right) \left( 1 + \frac{5D}{4H_s} \right) =$$

$$= \frac{8(1418.45 \text{ T/m}^2)(14.36 \text{ m})}{2-0.48} \left( 1 + \frac{14.36 \text{ m}}{2(42.40 \text{ m})} \right) \left( 1 + \frac{2(6.60 \text{ m})}{3(14.36 \text{ m})} \right) \left( 1 + \frac{5(6.60 \text{ m})}{4(42.40 \text{ m})} \right) = 195659.35 \text{ T/m}$$

$K_x^0$  : Rigidez estática, independiente de la frecuencia y dependiente de las características dinámicas.

$$k_x = 1$$

$k_x$  : Coeficiente de rigidez.

$$\eta_{xs} = \frac{\eta_x}{\eta_s} = \frac{0.905}{0.53} = 1.70$$

$$c_x = 0.576$$

$c_x$  : Coeficiente de amortiguamiento.

$$K_x = K_x^0(k_x - 2\zeta\eta_{xcx}) = 195659.35 \frac{T}{m} (1 - 2(0.07)(0.905)(0.576)) = 181378.63 \frac{T}{m}$$

$K_x$ : Rigidez dinámica del modo horizontal, representación del sistema cimentación-suelo.

$$C_x = \frac{K_x^0(\eta_{xcx} + 2\zeta k_x)}{\omega} = \frac{195659.35 \frac{T}{m} (0.905(0.576) + 2(0.07)(1))}{6.93} = 18665.8 \frac{T \cdot s}{m}$$

$C_x$ : Amortiguamiento dinámico del modo horizontal, representa el comportamiento del amortiguador del sistema real cimentación-suelo.

### Modo cabeceo.

10. Obtener el resorte y amortiguador equivalente para el modo cabeceo.

$$\begin{aligned} K_r^o &= \frac{8GR_r^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{R_r}{6H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{R_r}\right) \left(1 + 0.71 \frac{D}{H_s}\right) = \\ &= \frac{8(1418.45 \frac{T}{m^2})(12.21m)^3}{3(1-0.48)} \left(1 + \frac{12.21m}{6(42.40m)}\right) \left(1 + \frac{2(6.60m)}{12.21m}\right) \left(1 + 0.71 \frac{6.60m}{42.40m}\right) = 32116171 \frac{T \cdot m}{rad} \end{aligned}$$

$K_r^0$ : Rigidez estática, independiente de la frecuencia y dependiente de las características dinámicas.

$$k_r = 1 - 0.2\eta_r = 1 - 0.2(0.77) = 0.85$$

$k_r$ : Coeficiente de rigidez.

$$\eta_{rp} = \frac{\eta_r}{\eta_p} = \frac{0.77}{2.31} = 0.33$$

$$c_r = \frac{0.5\zeta\eta_{rp}}{1 - (1 - 2\zeta)\eta_{rp}^2} = \frac{0.5(0.07)(0.33)}{1 - (1 - 2(0.07))(0.33)^2} = 0.013$$

$c_r$ : Coeficiente de amortiguamiento.

$$K_r = K_r^0(k_r - 2\zeta\eta_{rcr}) = 32116171 \frac{T}{m} (0.85 - 2(0.07)(0.77)(0.013)) = 27126059 \frac{T \cdot m}{rad}$$

$K_r$ : Rigidez dinámica del modo cabeceo, representación del sistema cimentación-suelo.

$$C_r = \frac{K_r^0(\eta_r c_r + 2\zeta k_r)}{\omega} = \frac{32116171 T/m (0.77(0.013) + 2(0.07)(0.85))}{6.93} = 594777.62 T \cdot m \cdot s$$

$C_r$  : Amortiguamiento dinámico del modo cabeceo, representa el comportamiento del amortiguador del sistema real cimentación-suelo.

11. Modificación de los periodos en cada uno de los modos.

$$T_x = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e}{K_x}} = \frac{2\pi}{\sqrt{9.81 m/s^2}} \sqrt{\frac{8650.15 T}{181378.63 T/m}} = 0.44 s$$

$$T_r = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e(H_e + D)^2}{K_r}} = \frac{2\pi}{\sqrt{9.81 m/s^2}} \sqrt{\frac{8650.15 T (22.67 m + 6.60 m)^2}{27126059 T \cdot m / rad}} = 1.05 s$$

12. Definir el periodo modificado por interacción.

$$T'_e = \sqrt{T_e^2 + T_x^2 + T_r^2} = \sqrt{(0.9064 s)^2 + (0.44 s)^2 + (1.05 s)^2} = 1.45 s$$

13. Definir el amortiguamiento modificado por interacción.

$$\zeta'_x = \frac{\pi C_x}{T'_e K_x} = \frac{\pi (18665.8 T \cdot s / m)}{1.45 s (181378.63 T / m)} = 0.22$$

$$\zeta'_r = \frac{\pi C_r}{T'_e K_r} = \frac{\pi (594777.62 T \cdot m \cdot s)}{1.45 s (27126059 T \cdot m / rad)} = 0.047$$

$$\begin{aligned} \zeta'_e &= \zeta_e \left( \frac{T_e}{T'_e} \right)^3 + \frac{\zeta_x}{1 + 2\zeta_x^2} \left( \frac{T_x}{T'_e} \right)^2 + \frac{\zeta_r}{1 + 2\zeta_r^2} \left( \frac{T_r}{T'_e} \right)^2 = \\ &= 0.05 \left( \frac{0.9064 s}{1.45 s} \right)^3 + \frac{0.22}{1 + 2(0.22)^2} \left( \frac{0.44 s}{1.45 s} \right)^2 + \frac{0.047}{1 + 2(0.047)^2} \left( \frac{1.05 s}{1.45 s} \right)^2 = 0.055 \end{aligned}$$

$\zeta'_e$ : Representa el amortiguamiento modificado por interacción, es un amortiguamiento con mayor capacidad de disipar energía.

El cálculo del periodo y amortiguamiento efectivos modificados por el efecto de la interacción suelo-estructura es un proceso iterativo, a partir de los trece puntos anteriores. Debe iniciarse la segunda, tercera, cuarta y N iteración para obtener el valor real de periodo y amortiguamiento efectivos. Los valores reales se presentan cuando entre una iteración y otra el valor es constante, entonces podemos parar el proceso.

Recordemos que es un análisis de Interacción donde establecemos compatibilidad entre flexibilidad del suelo, de la cimentación y de la estructura.

### Segunda iteración.

#### Dirección X.

1. Obtener el módulo de rigidez dinámico de acuerdo a la **expresión 4.2**.

$$G = V_s^2 \rho = \left(110 \frac{m}{s}\right)^2 \left(\frac{1.15 T/m^3}{9.81}\right) = 1418.45 T/m^2$$

2. Obtener la frecuencia.

$$\omega = \frac{2\pi}{T_e} = \frac{2\pi}{1.45s} = 4.32 \text{ rad/s}$$

3. Obtener el área del edificio.

$$A = bh = (18m)(36m) = 648m^2$$

4. Obtener radio equivalente en traslación horizontal (geometría circular).

$$R_x = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{648m^2}{\pi}} = 14.36m$$

5. Obtener momento de inercia.

$$I_y = \frac{bh^3}{12} = \frac{(36m)(18m)^3}{12} = 17496m^4$$

6. Obtener radio equivalente en rotación (geometría circular).

$$R_r = \sqrt[4]{\frac{4I_y}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{4(17496m^4)}{\pi}} = 12.21m$$

7. Obtener parámetros de frecuencia.

$$\eta_x = \frac{\omega R_x}{V_s} = \frac{(4.32 \text{ rad/s})(14.36 \text{ m})}{110 \text{ m/s}} = 0.56$$

$$\eta_r = \frac{\omega R_r}{V_s} = \frac{(4.32 \text{ rad/s})(12.21 \text{ m})}{110 \text{ m/s}} = 0.48$$

$$\eta_s = \frac{\pi R_x}{2H_s} = \frac{\pi(14.36 \text{ m})}{2(42.40 \text{ m})} = 0.53$$

$$\eta_p = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)} \left( \frac{\pi R_r}{2H_s} \right)} = \sqrt{\frac{2(1-0.48)}{(1-2(0.48))} \left( \frac{\pi(12.21 \text{ m})}{2(42.40 \text{ m})} \right)} = 2.31$$

8. Obtener el peso efectivo del edificio.

$$W_e = 0.7W = 0.7(19.07 \text{ T/m}^2)(18 \text{ m})(36 \text{ m}) = 8650.15 \text{ T}$$

Modo horizontal.

9. Obtener el resorte y amortiguador equivalente para el modo horizontal.

$$K_x^0 = \frac{8GR_x}{2-\nu} \left( 1 + \frac{R_x}{2H_s} \right) \left( 1 + \frac{2D}{3R_x} \right) \left( 1 + \frac{5D}{4H_s} \right) =$$

$$= \frac{8(1418.45 \text{ T/m}^2)(14.36 \text{ m})}{2-0.48} \left( 1 + \frac{14.36 \text{ m}}{2(42.40 \text{ m})} \right) \left( 1 + \frac{2(6.60 \text{ m})}{3(14.36 \text{ m})} \right) \left( 1 + \frac{5(6.60 \text{ m})}{4(42.40 \text{ m})} \right) = 195659.35 \text{ T/m}$$

$$k_x = 1$$

$$\eta_{xs} = \frac{\eta_x}{\eta_s} = \frac{0.56}{0.53} = 1.06$$

$$c_x = 0.576$$

$$K_x = K_x^0(k_x - 2\zeta\eta_x c_x) = 195659.35 \text{ T/m} (1 - 2(0.07)(0.56)(0.576)) = 186754.19 \text{ T/m}$$

$$C_x = \frac{K_x^0(\eta_x c_x + 2\zeta k_x)}{\omega} = \frac{195659.35 \text{ T/m} (0.56(0.576) + 2(0.07)(1))}{4.32} = 21051.04 \text{ T} \cdot \text{s/m}$$

Modo cabeceo.

10. Obtener el resorte y amortiguador equivalente para el modo cabeceo.

$$K_r^o = \frac{8GR_r^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{R_r}{6H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{R_r}\right) \left(1 + 0.71 \frac{D}{H_s}\right) =$$
$$= \frac{8(1418.45 T/m^2)(12.21m)^3}{3(1-0.48)} \left(1 + \frac{12.21m}{6(42.40m)}\right) \left(1 + \frac{2(6.60m)}{12.21m}\right) \left(1 + 0.71 \frac{6.60m}{42.40m}\right) = 32116171 T \cdot m / rad$$

$$k_r = 1 - 0.2\eta_r = 1 - 0.2(0.48) = 0.90$$

$$\eta_{rp} = \frac{\eta_r}{\eta_p} = \frac{0.48}{2.31} = 0.21$$

$$c_r = \frac{0.5\zeta\eta_{rp}}{1 - (1 - 2\zeta)\eta_{rp}^2} = \frac{0.5(0.07)(0.21)}{1 - (1 - 2(0.07))(0.21)^2} = 0.0076$$

$$K_r = K_r^o(k_r - 2\zeta\eta_{rp}c_r) = 32116171 T/m (0.90 - 2(0.07)(0.48)(0.0076)) = 29015990 T \cdot m / rad$$

$$C_r = \frac{K_r^o(\eta_{rp}c_r + 2\zeta k_r)}{\omega} = \frac{32116171 T/m (0.48(0.0076) + 2(0.07)(0.90))}{4.32} = 967216.42 T \cdot m \cdot s$$

11. Modificación de los periodos en cada uno de los modos.

$$T_x = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e}{K_x}} = \frac{2\pi}{\sqrt{9.81 m/s^2}} \sqrt{\frac{8650.15 T}{186754.19 T/m}} = 0.43s$$

$$T_r = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e(H_e + D)^2}{K_r}} = \frac{2\pi}{\sqrt{9.81 m/s^2}} \sqrt{\frac{8650.15 T (22.67m + 6.60m)^2}{29015990 T \cdot m / rad}} = 1.01s$$

12. Definir el periodo modificado por interacción.

$$T'_e = \sqrt{T_e^2 + T_x^2 + T_r^2} = \sqrt{(0.9064s)^2 + (0.43s)^2 + (1.01s)^2} = 1.43s$$

13. Definir el amortiguamiento modificado por interacción.

$$\zeta_x = \frac{\pi C_x}{T'_e K_x} = \frac{\pi(21051.04 T \cdot s/m)}{1.43s(186754.19 T/m)} = 0.25$$

$$\zeta_r = \frac{\pi C_r}{T'_e K_r} = \frac{\pi(967216.42 T \cdot m \cdot s)}{1.43s(29015990 T \cdot m/rad)} = 0.073$$

$$\begin{aligned} \zeta'_e &= \zeta_e \left( \frac{T_e}{T'_e} \right)^3 + \frac{\zeta_x}{1 + 2\zeta_x^2} \left( \frac{T_x}{T'_e} \right)^2 + \frac{\zeta_r}{1 + 2\zeta_r^2} \left( \frac{T_r}{T'_e} \right)^2 = \\ &= 0.05 \left( \frac{0.9064s}{1.43s} \right)^3 + \frac{0.25}{1 + 2(0.25)^2} \left( \frac{0.43s}{1.43s} \right)^2 + \frac{0.073}{1 + 2(0.073)^2} \left( \frac{1.01s}{1.43s} \right)^2 = 0.109 \end{aligned}$$

A continuación se presenta la **Tabla 6.10** con las iteraciones necesarias para obtener los valores de periodo y amortiguamiento efectivos de la estructura en la Dirección X.

**Tabla 6.10. Iteraciones en la Dirección X.**

DIRECCIÓN X		
Iteración	$T'_e(s)$	$\zeta'_e$
1	1.4534	0.05506
2	1.4267	0.1097
3	1.4275	0.1061
4	1.4275	0.1062
<b>5</b>	<b>1.4275</b>	<b>0.1062</b>

El procedimiento para evaluar los periodos y amortiguamientos efectivos modificados por la interacción suelo-estructura para la Dirección Y es el mismo, únicamente se modifica la inercia  $I_y$  por  $I_x$  y por consiguiente el cambio en las relaciones geométricas de la cimentación circular, frecuencias y en las rigideces dinámicas.

En la **Tabla 6.11** se presentan las iteraciones necesarias para obtener el periodo o amortiguamientos efectivos modificados por la interacción en la Dirección Y.

**Tabla 6.11.** Iteraciones en la Dirección Y.

DIRECCIÓN Y		
Iteración	$T'_e(s)$	$\zeta'_e$
1	1.2248	0.06877
2	1.2095	0.1062
3	1.2101	0.1039
4	1.2101	0.1041
<b>5</b>	<b>1.2101</b>	<b>0.1041</b>

Necesitamos construir un espectro de diseño a partir de un espectro transparente ajustado y modificado por los efectos de la interacción.

En la **Tabla 6.12** se muestran los parámetros calculados para obtener el espectro modificado por interacción en Dirección X, enseguida se muestra la **figura 6.8** con todos los espectros calculados con y sin interacción. En la siguiente **Tabla 6.13** y **figura 6.9** se muestran lo anteriormente mencionado pero para la Dirección Y.

**Tabla 6.12.** Parámetros para el cálculo del espectro con interacción en Dirección X.

Te (s)	p	a	R	Q	Q'	a/R	a/RQ'	$\beta$	a'	a'/R	a'/RQ'
0.00	----	0.25	2.50	3.00	1.00	0.10	0.10	0.64	0.25	0.10	0.10
0.10	----	0.36	2.31	3.00	1.34	0.16	0.12	0.64	0.31	0.13	0.10
0.30	----	0.58	2.18	3.00	2.01	0.26	0.13	0.64	0.43	0.20	0.10
0.60	----	0.90	2.07	3.00	3.02	0.43	0.14	0.64	0.60	0.29	0.10
0.80	----	1.12	2.02	3.00	3.69	0.55	0.15	0.64	0.72	0.36	0.10
0.876	----	1.20	2.00	3.00	3.95	0.60	0.15	0.64	0.76	0.38	0.10
<b>1.4275</b>	<b>----</b>	<b>1.20</b>	<b>2.00</b>	<b>3.00</b>	<b>3.95</b>	<b>0.60</b>	<b>0.15</b>	<b>0.64</b>	<b>0.76</b>	<b>0.38</b>	<b>0.10</b>
1.848	1.00	1.20	2.00	3.00	3.95	0.60	0.15	0.64	0.76	0.38	0.10
2.30	0.81	0.63	2.00	3.00	3.65	0.31	0.09	0.71	0.44	0.22	0.06
3.00	0.66	0.30	2.00	3.00	3.40	0.15	0.04	0.78	0.23	0.12	0.03
4.00	0.58	0.15	2.00	3.00	3.24	0.07	0.02	0.83	0.12	0.06	0.02
5.00	0.53	0.09	2.00	3.00	3.15	0.04	0.01	0.87	0.08	0.04	0.01

**Tabla 6.13. Parámetros para el cálculo del espectro con interacción en dirección Y.**

Te (s)	p	a	R	Q	Q'	a/R	a/RQ'	$\beta$	a'	a'/R	a'/RQ'
0.00	----	0.25	2.50	3.00	1.00	0.10	0.10	0.64	0.25	0.10	0.10
0.10	----	0.36	2.31	3.00	1.34	0.16	0.12	0.64	0.31	0.13	0.10
0.30	----	0.58	2.18	3.00	2.01	0.26	0.13	0.64	0.43	0.20	0.10
0.60	----	0.90	2.07	3.00	3.02	0.43	0.14	0.64	0.61	0.29	0.10
0.80	----	1.12	2.02	3.00	3.69	0.55	0.15	0.64	0.73	0.36	0.10
0.876	----	1.20	2.00	3.00	3.95	0.60	0.15	0.64	0.77	0.39	0.10
<b>1.2101</b>	<b>----</b>	<b>1.20</b>	<b>2.00</b>	<b>3.00</b>	<b>3.95</b>	<b>0.60</b>	<b>0.15</b>	<b>0.64</b>	<b>0.77</b>	<b>0.39</b>	<b>0.10</b>
1.848	1.00	1.20	2.00	3.00	3.95	0.60	0.15	0.64	0.77	0.39	0.10
2.30	0.81	0.63	2.00	3.00	3.65	0.31	0.09	0.71	0.45	0.22	0.06
3.00	0.66	0.30	2.00	3.00	3.40	0.15	0.04	0.78	0.24	0.12	0.03
4.00	0.58	0.15	2.00	3.00	3.24	0.07	0.02	0.84	0.12	0.06	0.02
5.00	0.53	0.09	2.00	3.00	3.15	0.04	0.01	0.87	0.08	0.04	0.01

Donde:

$$\beta = \begin{cases} \left( \frac{\zeta_e}{\zeta'_e} \right)^\lambda; si T'_e \leq T_b \\ 1 + \left( \left( \frac{\zeta_e}{\zeta'_e} \right)^\lambda - 1 \right) \frac{T_b}{T'_e}; si T'_e > T_b \end{cases} \quad (6.13)$$

Donde:

$\lambda$  :0.6 para la Zona de Lago de la Ciudad de México.

#### 6.4.4. Espectro de piso.

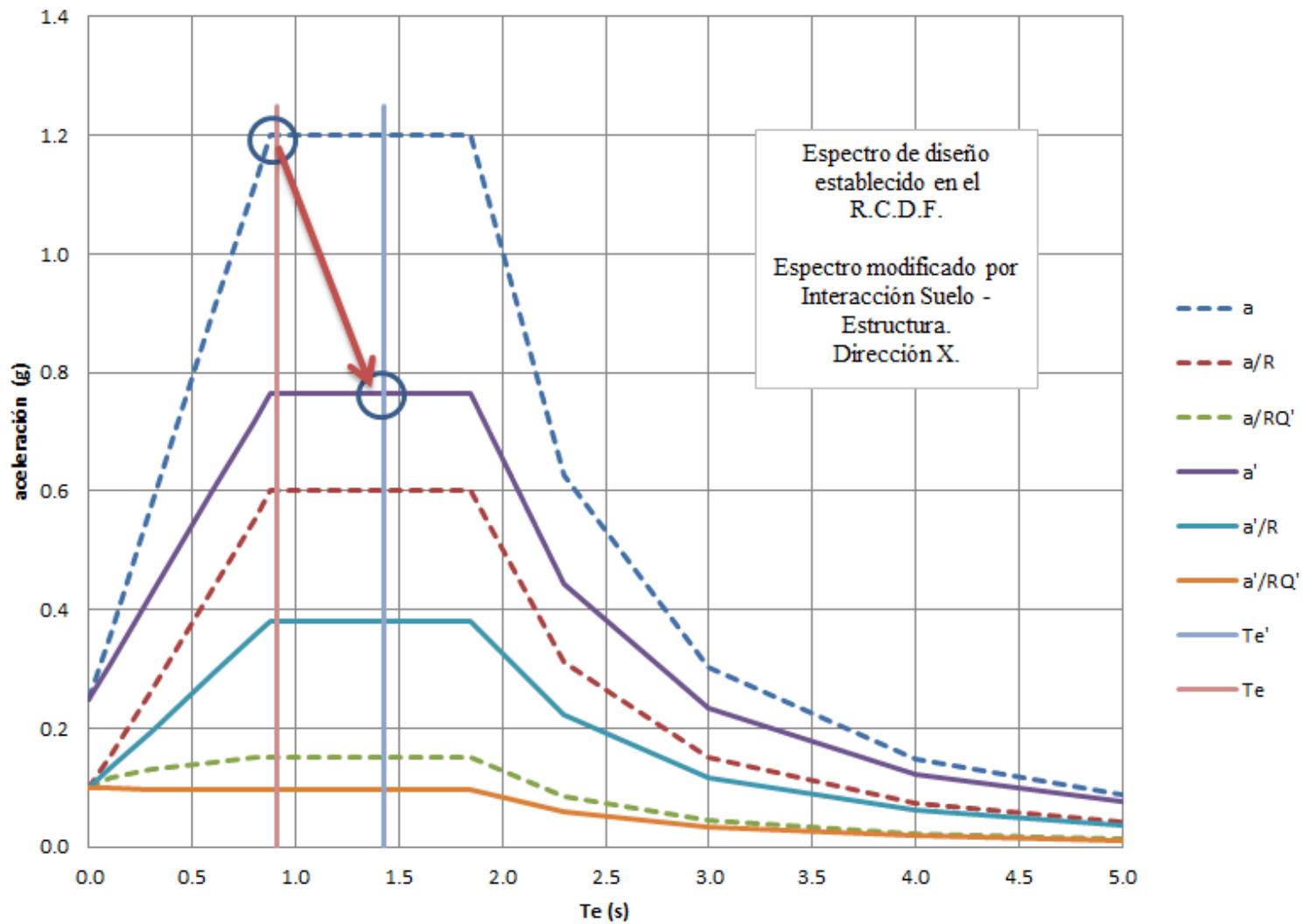


Figura 6.8. Espectros de diseño modificados por la Interacción Dinámica Suelo-Estructura en Dirección X.

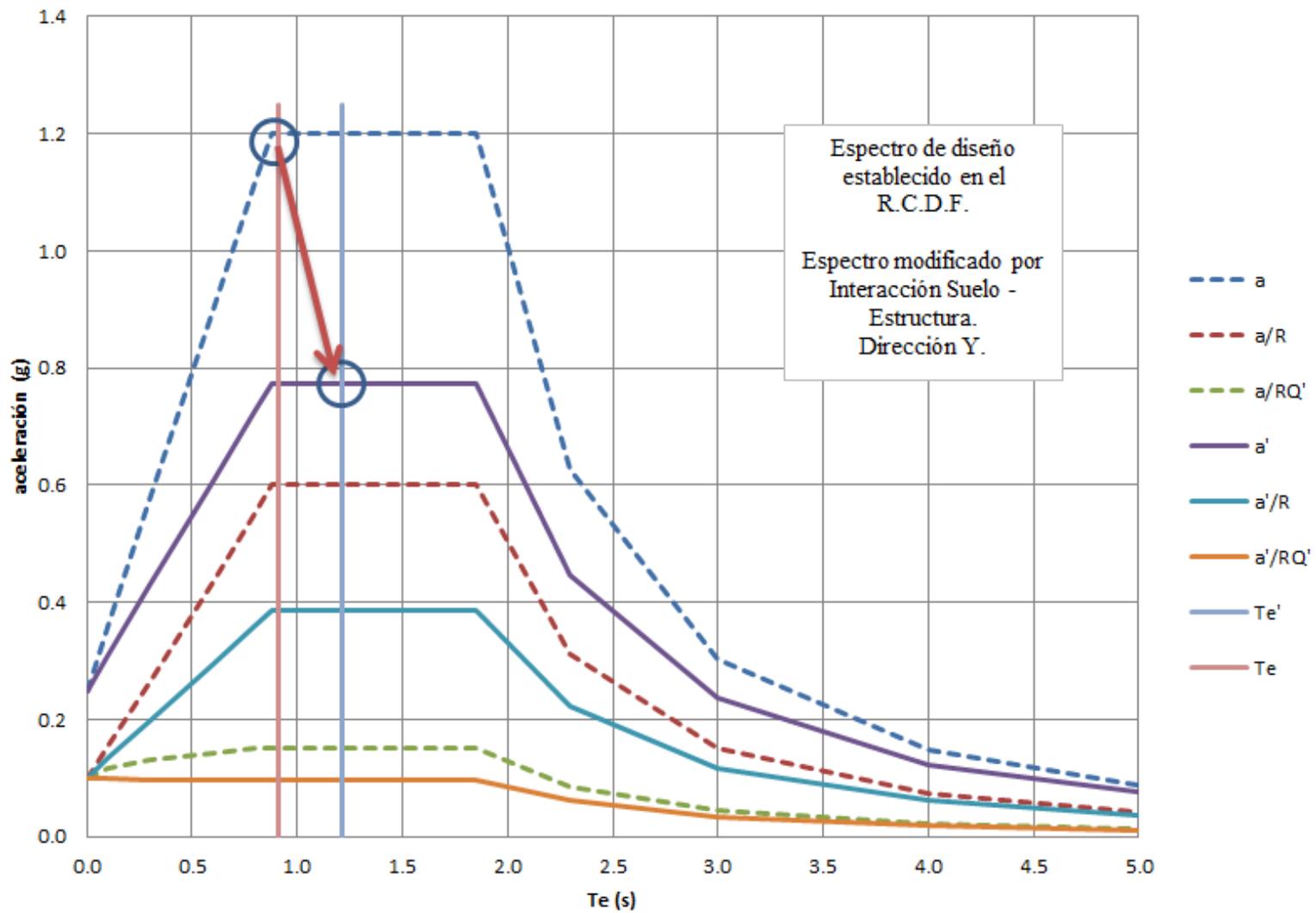
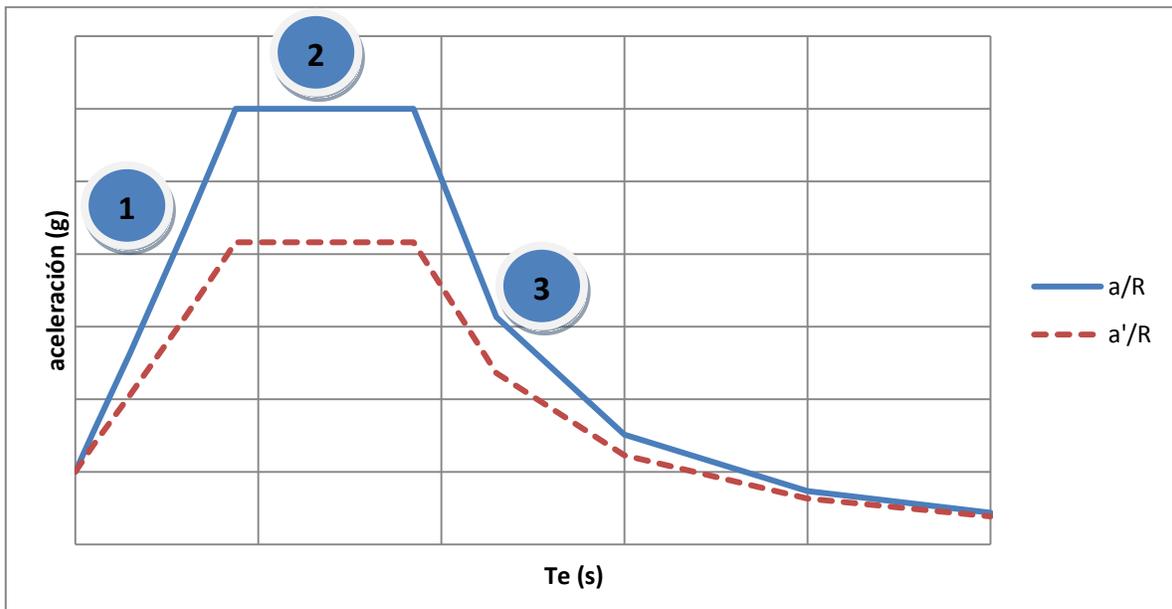


Figura 6.9. Espectros de diseño modificados por la Interacción Dinámica Suelo-Estructura en Dirección Y.

Como se muestra en ambas **figuras 6.8, 6.9**, los espectros de diseño son reducidos considerablemente, sin embargo podemos notar que:

1. Para periodos muy largos, los espectros tienden a ser iguales con o sin interacción, el efecto del amortiguamiento ya no es tan importante.
2. En algunos casos la fuerza sísmica obtenida por interacción puede ser mayor a la fuerza sísmica obtenida en el espectro de diseño sin modificación por interacción.
3. Es necesario hacer el análisis para conocer la fuerza sísmica real, existe cierta certidumbre sobre el sistema a veces a favor, a veces en contra.

En la **figura 6.10** se muestra un ejemplo de los tres casos que se pueden presentar al considerar los efectos de la interacción dinámica suelo-estructura:



**Figura 6.10. Espectro de diseño y espectro modificado por interacción dinámica suelo-estructura.**

El tramo 1 del espectro de diseño (sin interacción) de la **figura 6.10** presenta dos variantes:

- a) La fuerza sísmica se incrementa por efectos de interacción.
- b) La fuerza sísmica se reduce por efectos de interacción.

En esta hipótesis recordemos que el periodo  $T$  de la estructura siempre se incrementará.

El tramo 2 únicamente presenta una reducción en la fuerza sísmica por efectos de interacción.

El tramo 3 converge a la misma fuerza sísmica en ambos análisis, partiendo de una reducción de la fuerza por efectos de la interacción y siendo de la misma magnitud para periodos de estructuras muy altos.

Se reitera la necesidad de un análisis de interacción dinámica suelo estructura para conocer el valor real de las fuerzas sísmicas actuantes.

Como se mencionó anteriormente debe hacerse una consideración en base en estos resultados con respecto a la resonancia a la que la estructura puede exponerse al presentarse:

$$T = T_s \quad (6.14)$$

$$T'_e = T_s \quad (6.15)$$

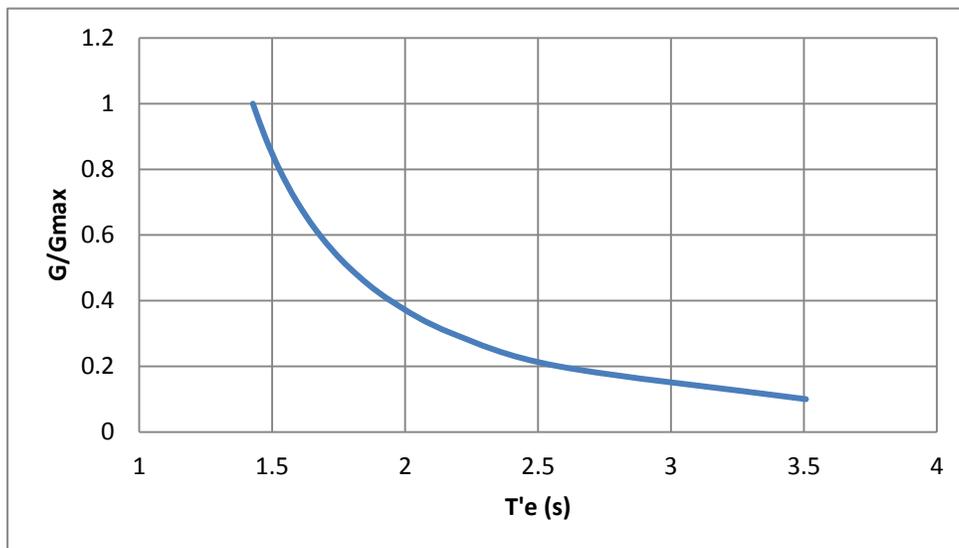
De la **expresión 6.14** podemos decir que no existe problema al tener un periodo  $T$  de la estructura muy por debajo del periodo  $T$  del suelo.  $0.9064s < 1.60s$ .

De la **expresión 6.15** podemos decir que si bien para la Dirección X (la más crítica), el periodo efectivo de la estructura  $T'_e$   $1.428 < 1.60s$ , debe considerarse próximo al periodo del suelo  $T_s$  y no descartar que puede presentarse el fenómeno de Resonancia.

Retomando la **figuras 4.5** en donde se estudia la degradación del módulo G normalizado con el incremento de la deformación angular, resulta atractivo analizar la degradación del módulo con respecto al periodo efectivo de la estructura y establecer que en el mismo umbral de 0.80 en el que se presenta un comportamiento constante del módulo G para bajos niveles de deformación, el periodo efectivo muestra un comportamiento lineal.

Para mayores niveles de degradación del módulo G se presentan importantes incrementos en el periodo efectivo de la estructura y un comportamiento no lineal.

En la **figura 6.11** se muestra el módulo G normalizado y el periodo efectivo modificado calculado con el método de Interacción Dinámica Suelo – Estructura. La figura consideró los periodos efectivos de la estructura en la Dirección X.



**Figura 6.11. Degradación del módulo de rigidez versus periodo efectivo modificado de la estructura.**

## CAPÍTULO 7

### CONCLUSIONES

- a) Se le llama sistema elemental a una estructura con un solo grado de libertad y parámetros concentrados constantes, se compone de masa, resorte y amortiguador. La masa interviene a través de la segunda Ley de Newton, el resorte aporta elasticidad al sistema y se encarga de regresarlo a su posición de equilibrio y por último el amortiguador se encarga de disipar la energía.
- b) El equilibrio dinámico establece que la suma de las fuerzas externas y las fuerzas de inercia representan un sistema de fuerzas en equilibrio.
- c) Para la solución de un sistema elemental en vibración libre amortiguada se pueden presentar tres casos diferentes dependientes de la naturaleza de las raíces de su solución: Sub – amortiguado, Amortiguamiento crítico y Sobre – amortiguado. Existe un término denominado fracción de amortiguamiento crítico que para los casos con Amortiguamiento crítico y Sobre – amortiguado es igual a la unidad o mayor lo que representa que el sistema regresa a su posición inicial sin vibrar.
- d) El factor de amplificación se define como el cociente del valor absoluto de la máxima aceleración general entre el valor absoluto de la máxima aceleración de la base del sistema.
- e) El fenómeno de rotación y traslación de una cimentación rígida se puede analizar mediante un sistema elemental
- f) La viscoelasticidad es el estudio de las relaciones esfuerzo-deformación-tiempo que existen en el comportamiento mecánico de los materiales, las propiedades de éstos materiales cambian con el tiempo.
- g) Los materiales viscoelásticos poseen propiedades elásticas y viscosas, la parte plástica corresponde a la falla del material, el modelo que mejor representa a estos materiales es el de Kelvin – Voigt. El modelo de Kelvin – Voigt consiste en un resorte y un amortiguador acomodados en paralelo siendo el resorte la parte elástica y el amortiguador la parte viscosa. El modelo de Kelvin se puede emplear para estudiar el fenómeno de consolidación en suelos finos totalmente saturados. También sirve para estudiar el fenómeno de disipación de energía o amortiguación viscosa que para este caso corresponde a las ondas P y ondas S.
- h) Cuando se genera un sismo debido al fenómeno de subducción en el foco del mismo se generan ondas P y S que viajan a través de la corteza terrestre, afectando a las estructuras cuando se manifiestan en la superficie. En la zona de Lago de la Ciudad de México las ondas P no se consideran, existen otras regiones donde su análisis es de gran importancia para las estructuras.

- i) La presencia de un depósito de suelo blando como el de la Zona de Lago del Valle de México genera un fenómeno de amplificación de las ondas sísmicas, debido a que la arcilla saturada de estructura floculada tiene una respuesta elástica ante una excitación dinámica. La parte viscosa se atribuye a la presión de poro.
- j) Un sismo ocasiona fuerzas de inercia en un edificio, las cuales a su vez provocan fuerzas cortantes y momentos de volteo en la cimentación.
- k) A raíz del comportamiento de las cimentaciones en los sismos de Septiembre de 1985 se estableció un programa de investigación de los aspectos más importantes de las cimentaciones desplantadas en las arcillas del Valle para la condición sísmica; se estudiaron las propiedades dinámicas de las arcillas, la amplificación sísmica, el fenómeno de interacción dinámica suelo – estructura y los asentamientos diferenciales en las cimentaciones producto de la excitación sísmica.
- l) Existen dos tipos de deformación que presenta un suelo sometido a una carga cíclica, deformación permanente y deformación recuperable. La deformación recuperable es la que se utiliza para definir las características de rigidez y amortiguamiento del suelo, la deformación permanente puede emplearse para estimar los movimientos remanentes en las cimentaciones.
- m) Un depósito de suelo blando amplificará periodos mayores que un depósito de suelo rígido. La función de la amplificación se define como el valor absoluto del cociente de la máxima aceleración de la superficie del estrato de suelo blando entre la máxima aceleración de la base rígida que para el caso del Valle de México representa los sedimentos de la formación Tarango o Depósitos profundos.
- n) Debido a los efectos viscosos, la resistencia dinámica de las arcillas es mayor que su resistencia estática.
- o) La Interacción Dinámica Suelo – Estructura implica tres aspectos diferentes: Interacción Cinemática, Funciones de Impedancia e Interacción Inercial. La Interacción Cinemática consiste en evaluar el movimiento de la cimentación carente de masa provocado por la excitación o acción sísmica. Las funciones de impedancia consisten en evaluar las rigideces dinámicas de la cimentación carente de masa. La Interacción Inercial consiste en evaluar la respuesta de la estructura apoyada sobre los resortes y amortiguadores (funciones de impedancia) y sometida al movimiento efectivo de la Interacción Cinemática.
- p) Los movimientos en campo libre que vienen establecidos en los Espectros de Diseño del Reglamento de Construcción del Distrito Federal en algunos casos no son representativos de las características de la excitación sísmica que actúa en la cimentación del edificio.

- q) El periodo y amortiguamientos de la estructura sobre base rígida se ven afectados para la misma estructura debido a la flexibilidad del suelo. Al aumentar la flexibilidad del suelo, aumenta el periodo efectivo de la estructura.
- r) La profundidad a la que se desplanta una cimentación afecta de dos formas la respuesta dinámica de un edificio: por un lado la intensidad de los movimientos sísmicos disminuye con la profundidad, por otra parte, para una estructura al aumentar la profundidad a la que se desplanta la cimentación el vector de carga disminuye, indicando que la sollicitación dinámica es menos severa.
- s) Es necesario un análisis de Interacción Dinámica Suelo – Estructura para conocer el valor real de las fuerzas actuantes. Un análisis de Interacción Dinámica nos proporciona certidumbre al poder incrementarse o en algunos casos disminuirse las fuerzas sísmicas.
- t) Debe analizarse el periodo efectivo modificado por la Interacción Dinámica Suelo – Estructura y compararse con el periodo Dominante del suelo, recordemos que el periodo efectivo se incrementa, de este análisis podemos determinar si existe o no el fenómeno de Resonancia entre la estructura y el suelo.

## CAPÍTULO 8

### BIBLIOGRAFÍA

#### LIBROS.

- a) Aguilar R (2012). *“Apuntes de Dinámica de Suelos”*, UNAM, México.
- b) Arnal L y Betancourt M (2011). *“Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias”*. Editorial trillas, 6a edición, México, D.F.
- c) C.F.E. (2008). *“Manual de Diseño de Obras Civiles”*. México.
- d) Deméneghi A, Magaña R y Sanginés H (1986). *“Apuntes de Mecánica del Medio Continuo”*. Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- e) Deméneghi A, Puebla M y Sanginés H (2003). *“Apuntes de Análisis y Diseño de Cimentaciones, TOMO I”*. Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- f) Díaz R (2005). *“Dinámica de suelos”*. Primera edición, Editorial Limusa Noriega editores, México.
- g) Díaz R (2011). *“Apuntes de Mecánica de Suelos Teórica”*. UNAM, México.
- h) Inman D (1996). *“Engineering vibration”*. Editorial Prentice Hall, USA.
- i) Juárez Badillo E y Rico Rodríguez A (1997). *“Mecánica de Suelos, Tomo I”*. Tercera edición, Editorial Limusa, México.
- j) Kolsky H (1963). *“Stress waves in solids”*. Dover.
- k) Kramer S (1996). *“Geotechnical Earthquake Engineering”*. Editorial Prentice Hall, USA.
- l) Levi E (1973). *“Elementos de mecánica del medio continuo”*. Primera edición, Editorial Limusa Wiley, México.
- m) Marsal R y Mazari M (1969). *“El subsuelo de la Ciudad de México”*. Segunda edición, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- n) Memorias del simposio internacional de ingeniería geotécnica de suelos blandos. Volumen I y II, Ciudad de México, Agosto 13 y 14, 1987, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, México.
- o) Newmark N y Rosenblueth E (1976). *“Fundamentos de Ingeniería Sísmica”*. Primera edición, Editorial Diana, México.
- p) O’Reilly B (1991). *“Cyclic loading of soils: from theory to design”*. Primera edición, Editorial Van Nostrand Reinhold, USA.
- q) Ross S (1989). *“Introducción a las ecuaciones diferenciales”*. Tercera edición, Editorial Mc Graw Hill.
- r) Sánchez A y Dimas G (1992). *“Interacción suelo-estructura y diseño estructural de cimentaciones”*. Memorias del simposio realizado el 18 de septiembre de 1991, en el centro nacional de prevención de desastres, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, México.
- s) Seed H (1986). *“Octava conferencia Nabor Carillo”*. Presentada en la Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos en la XIII Reunión Nacional, Sinaloa, México.
- t) Tien H (1971). *“Soil Dynamics”*. Editorial Allyn and Bacon, Inc. Boston, USA.
- u) Wolf J (1985). *“Dynamic Soil-Structure Interaction”*. Primera edición, Editorial Prentice Hall, USA.

- v) Zeevaert L (1980). “*Interacción suelo-estructura de cimentaciones superficiales y profundas, sujetas a cargas estáticas y sísmicas*”. Primera edición, Editorial Limusa, México.
- w) Zeevaert L (1988). “*Sismo – Geodinámica de la Superficie del Suelo y Cimentación de edificios en la Ciudad de México*”. Primera edición, Editorial E.I.I., México.
- x) Zeevaert L (1983). “*Foundation engineering for difficult subsoil conditions*”. Segunda edición, Editorial Van Nostrand Reinhold Company.

## ARTÍCULOS.

- y) Auvinet G y Mendoza M (1986). “*Comportamiento de diversos tipos de cimentación en la zona lacustre de la Ciudad de México durante el sismo del 19 de septiembre de 1985*”. Memorias del Simposio: Los sismos de 1985: Casos de Mecánica de Suelos, SMMS, México.
- z) Deméneghi A. “*Comportamiento sísmico de cimentaciones en la Ciudad de México*”. UNAM, México.
- aa) O’Reilly M, Brown S y Overy R (1989). “*Viscous effects observed in tests on an anisotropically consolidated silty clay*”. Geotechnique 39(1).
- bb) Rodríguez J y García L (2011). “*Revisión del diseño de la cimentación y del sistema de excavación de las Nuevas Salas Penales del Tribunal Superior de Justicia del Distrito Federal*”. INGGEOTEC, México.
- cc) Romo M (1995). “*Consideraciones en el análisis sísmico de cimentaciones en la Ciudad de México*”. Artículo para la revista del Colegio de Ingenieros Civiles de México, México.
- dd) Romo M y Bárcena A. “*Determinación del periodo efectivo de estructuras*”. Instituto de Ingeniería, UNAM, Ciudad Universitaria, México.
- ee) Romo M y Bárcena A (1994). “*Análisis de la Interacción Dinámica Suelo – Estructura en la Ciudad de México*”. Series del Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
- ff) Romo M. “*Espetros de Diseño considerando la Interacción Suelo – Estructura*”. Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
- gg) Romo M y Auvinet G. “*Seismic behavior of foundations on cohesive soft soils*”. Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
- hh) Romo M y Bárcena A (1994). “*Análisis de la Interacción Dinámica Suelo-Estructura en la Ciudad de México*”. Instituto de Ingeniería de la UNAM, México.
- ii) Romo M (1990). “*Propiedades dinámicas de arcillas muy plásticas*”. Simposio de Subsuelo de la Cuenca del Valle de México, SMMS, México.
- jj) Romo M (1991). “*Comportamiento dinámico de la arcilla de la Ciudad de México y sus repercusiones en la Ingeniería de Cimentaciones*”. Sismodinámica 2, México.
- kk) Romo M y Ovando E (1993). “*Propiedades y curvas P-Y dinámicas para los suelos típicos de la Sonda de Campeche*”. Informe del Instituto de Ingeniería, México.
- ll) Romo M y Ovando E (1994). “*Comportamiento dinámico y estático de los suelos de los proyectos Alameda y Torre Chapultepec*”, Instituto de Ingeniería. México.
- mm) Romo M (1980). “*PLUSH: A computer program for probabilistic finite element analysis of seismic soil-structure interaction*”. University of California, Berkeley, USA.

- nn) Rosenblueth E, M.EERI, Ordaz M, Sánchez-Sesma y Singh S (1987). “*The Mexico Earthquake of September 19, 1985 – Design Spectra for Mexico’s Federal District*”. México.
- oo) Werkle H y Waas G (1986). “*Dynamic stiffness of foundations on inhomogenous soils*”. Lisboa.