



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA CIVIL – ANÁLISIS Y DISEÑO DE CIMENTACIONES

INFLUENCIA DE LA FLEXIBILIDAD DE LA CIMENTACIÓN EN LA RESPUESTA  
SÍSMICA DE MUROS DE RETENCIÓN

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
ISAAC BONOLA ALONSO

TUTOR PRINCIPAL  
DR. JAVIER AVILÉS LÓPEZ  
INSTITUTO MEXICANO DE TECNOLOGÍA DEL AGUA

MÉXICO, D. F. JUNIO 2013



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. RAÚL FLORES BERRONES  
Secretario: DR. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO  
Vocal: DR. JAVIER AVILÉS LÓPEZ  
1<sup>er</sup> Suplente: DR. EFRAÍN OVANDO SHELLEY  
2<sup>do</sup> Suplente: DR. VENANCIO TRUEBA LÓPEZ

Jiutepec, Morelos.

**TUTOR DE TESIS:**

DR. JAVIER AVILÉS LÓPEZ

-----  
**FIRMA**

# Índice

<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>6</b>
1.1. Antecedentes	7
1.2. Criterios de diseño nacionales	22
1.3. Hipótesis	27
1.4. Objetivos	27
1.5. Contenido por capítulos	27
<b>2. RESPUESTAS MODALES DEL SUELO</b>	<b>30</b>
2.1. Formas modales	39
2.2. Campos libres	44
<b>3. MODELO DE MURO DE RETENCIÓN SOBRE BASE FLEXIBLE</b>	<b>47</b>
3.1. Etapa 1: Excitación en el basamento, sin deslizamiento ni rotación del muro ( $\Delta = \theta = 0$ ).	48
3.2. Etapa 2: Desplazamiento unitario del muro ( $\Delta = 1$ ).	54
3.3. Etapa 3: Giro unitario del muro ( $\theta = 1$ ).	56
3.4. Ecuaciones de equilibrio	58
3.5. Calibración del modelo	61
<b>4. ANÁLISIS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA</b>	<b>70</b>
4.1. Influencia de la relación de Poisson	71
4.2. Influencia del amortiguamiento	73
4.3. Influencia del suelo de cimentación	74
4.4. Influencia del contraste de rigideces entre el relleno y el suelo de cimentación	77
4.5. Influencia de la flexibilidad de la cimentación	80
4.6. Influencia de la masa del muro (inercia)	89
4.7. Determinación de la altura efectiva	92
4.8. Distribución de fuerzas sobre el muro	94
4.9. Influencia de la excitación vertical	96
4.10. Conclusiones del capítulo	98

<b>5. ANÁLISIS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO</b>	<b>104</b>
5.1. Respuesta en el tiempo	107
5.2. Conclusiones del capítulo	119
<b>6. EJEMPLOS DE APLICACIÓN</b>	<b>123</b>
6.1. Ejemplo 1. Muro de gravedad con relleno arenoso seco, desplantado sobre un estrato de arcilla seca	124
6.2. Ejemplo 2. Muro de gravedad con relleno arenoso seco, desplantado sobre un estrato de arcilla con presencia del nivel de aguas freáticas (NAF)	133
6.3. Ejemplo 3. Muro de gravedad con relleno arenoso saturado, desplantado sobre un estrato de arcilla saturado.	141
<b>7. CONCLUSIONES</b>	<b>149</b>
7.1. Respuesta del sistema en el dominio de la frecuencia	150
7.2. Respuesta del sistema en el dominio del tiempo	154
7.3. Conclusiones prácticas sobre el método desarrollado	157
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>159</b>
<b>APÉNDICE A</b>	<b>168</b>
<b>APÉNDICE B</b>	<b>203</b>

# Notación

$[A], [B], [G],$ $[M], [D],$ $[A]_j, [B]_j, [G]_j,$ $[M]_j, [D]_j,$ $[E]$ $[K]$ $[P]^*$ $[V]^*$ $[V]$ $[N]$ $\{C\}$ $\{d_\Delta\}$ $\{d_\theta\}$ $\{F^d\}$ $\{F\}$ $\{F_{Muro}\}$ $\{v\}$ $\{\delta^d\}$ $\{\delta\}$ $\{\delta_{Muro}\}$ $\{\delta_\Delta\}$ $\{\delta_\theta\}$ $B$ $exp$ $f$ $f_0$ $F_j$ $G$ $G^c$ $h$ $H$ $H_0$ $h_j$ $i$ $j$ $k$ $l$ $L$ $M_b$ $M_b$ $n$ $Q_b$	Matrices ensambladas del sistema Matrices para el estrato $j$ en función de su geometría y propiedades Matriz diagonal propagadora Matriz diagonal de números de onda Matriz modal propagada de fuerzas Matriz modal propagada de desplazamientos Matriz de desplazamientos modales Vector de coeficientes de participación modal Factor de flexibilidad del resorte al deslizamiento Factor de flexibilidad del resorte al giro Campo difractado de fuerza Campo libre de fuerza Vector de fuerzas totales sobre el muro Vector de amplitudes de desplazamiento Campo difractado de desplazamiento Campo libre de desplazamiento Vector de desplazamientos totales del muro Vector de desplazamientos horizontales impuestos al muro Vector de componentes horizontales del giro impuestos al muro Ancho de la base del muro 2.7182.... base del logaritmo natural Frecuencia de excitación Frecuencia fundamental del sistema Fuerza nodal Módulo de rigidez al corte para un sólido elástico Módulo de rigidez para un sólido viscoelástico Espesor del terreno de cimentación Espesor del relleno Altura efectiva sobre el muro en donde se aplica el cortante basal Espesor del estrato $j$ $\sqrt{-1}$ , unidad imaginaria Índice correspondiente al número de estrato Número de onda Índice correspondiente al modo Longitud del <i>relleno</i> Momento de volteo sobre el muro Momento en la base del muro Número de estratos del depósito, orden de una ecuación Cortante basal sobre el muro
---	--

$R_{\Delta}$	Resorte que restringe el desplazamiento del muro
$R_{\theta}$	Resorte que restringe el giro del muro
$t$	Tiempo
$u$	Componente de desplazamiento en dirección x
$U$	Amplitud modal del desplazamiento en dirección x
$U_g$	Excitación horizontal en la base
$V_s$	Velocidad de ondas de corte
$w$	Componente de desplazamiento en dirección z
$W$	Amplitud modal del desplazamiento en dirección z
$W_g$	Excitación vertical en la base
$x, y, z$	Coordenadas del sistema cartesiano
$\Delta$	Desplazamiento del muro
$\beta$	Amortiguamiento material del suelo
$\lambda$	Constante de Lamé para un sólido elástico
$\nu$	Relación de Poisson
$\lambda^c$	Constante de Lamé para un sólido viscoelástico
$\pi$	Relación genérica entre la circunferencia y diámetro de un círculo
$\theta$	Giro del muro respecto a su base
$\rho$	Densidad de masa
$\sigma$	Amplitud de esfuerzo normal
$\tau$	Amplitud de esfuerzo cortante

# 1. INTRODUCCIÓN

El problema de los muros de retención es uno de los más viejos en ingeniería geotécnica; de hecho, muchos de los principios fundamentales de la mecánica de suelos fueron desarrollados precisamente para permitir un diseño racional de muros de retención.

Debido a que varias de estas obras son construidas en zonas del país reconocidas por su peligro sísmico, es fundamental en el diseño evaluar las presiones dinámicas generadas por el relleno ante la acción sísmica, ya que la posibilidad de que haya fallas por el incremento de las presiones laterales es un problema latente, especialmente ante la acumulación de agua por la obstrucción de los drenes.

No obstante que estas estructuras han sido objeto de numerosos estudios en el pasado, su respuesta sísmica aún no es bien comprendida debido a la carencia de información registrada durante eventos severos, así como a la escasez de métodos de análisis racionales y simples que puedan ser utilizados de manera confiable en el diseño.



## 1.1. Antecedentes

Por muchas décadas, el análisis sísmico de muros de retención ha sido basado en la extensión del análisis de equilibrio límite de Coulomb, ampliamente conocido como el método de Mononobe-Okabe (M-O) (1929). El método, modificado y simplificado por Seed y Whitman (1970), ha prevalecido principalmente debido a su simplicidad y a la familiarización que tienen los ingenieros con el método de Coulomb.

Estudios experimentales en los años sesenta y setenta, usando modelos a escala reducida en mesas vibratorias probaron que el método era bastante realista si el desplazamiento hacia afuera (activo) del muro debido a traslación, rotación o flexión fuera lo suficientemente grande que generara la formación de la superficie de deslizamiento (cuña) definida por Coulomb, en el suelo retenido (relleno). Un avance significativo del método M-O fue el desarrollado por Richard y Elms (1979) que permite la determinación de los desplazamientos permanentes (inelásticos) activos utilizando el concepto del bloque deslizante de Newmark (1965).

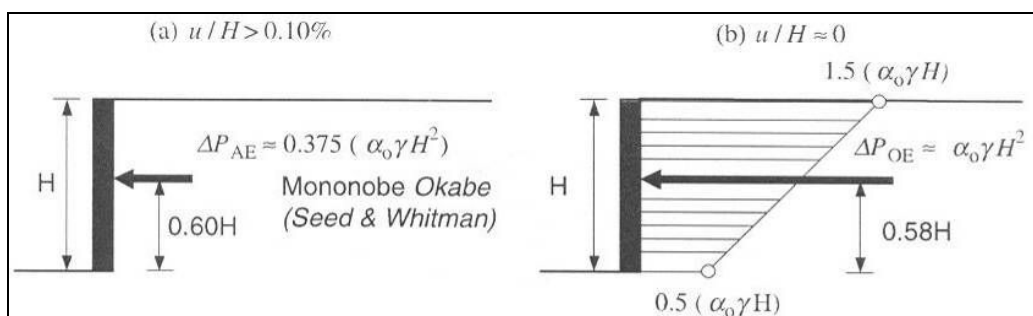
Sin embargo, en muchos casos reales (muros de cimentación, muros con refuerzo, estribos de puentes, etc.) las restricciones cinemáticas impuestas al sistema de retención no conducirían al desarrollo de las condiciones de equilibrio límite y, por lo tanto, solamente se generaría un incremento del empuje dinámico del relleno sobre el muro.

Las primeras soluciones analíticas elásticas para este tipo de problemas, fueron desarrolladas por Scott (1973), Wood (1975) y Arias et al (1981). La solución de Wood, referida a un muro absolutamente rígido y fijo en su base, generaba presiones dinámicas sobre el muro de más del doble que las obtenidas con los métodos de equilibrio límite. Este hecho y la escasez de fallas espectaculares (generadas por exagerados empujes de tierra) de muros de retención durante sismos, formaron la ampliamente aceptada opinión acerca de que los métodos

elásticos eran exageradamente conservadores y, por lo tanto, inapropiados para usos prácticos. Esta fue la principal razón para el casi exclusivo uso del método M-O (y Seed-Whitman) en la ingeniería práctica.

Los dos grupos de métodos anteriormente descritos (elásticos y de equilibrio límite) parecen cubrir los dos casos extremos. Los métodos elásticos consideran al suelo como un continuo viscoelástico, mientras que los de equilibrio límite suponen un comportamiento plástico rígido. Algunos intentos se han hecho para tender un puente entre ambos extremos, entre los más importante se encuentran los reportados por Whitman y colaboradores (Nadim y Whitman, 1983, Al Homoud y Whitman, 1994 y 1999). Sus análisis combinan propagación de ondas en un continuo viscoelástico con deformaciones plásticas concentradas sobre una superficie de falla. Incluso, proponen una metodología práctica para calcular las deformaciones permanentes (traslación y rotación) de un muro rígido, con las consideraciones obtenidas de sus resultados tanto numéricos como experimentales.

Basados en la categoría “intermedia” anteriormente mencionada, muchos códigos estiman las presiones dinámicas de tierra de acuerdo con el potencial del muro de movilizarse. Por ejemplo, la Guía Regulatoria Griega E39/93 de 1998 (citada por Psarropoulos et al, 2005) para el análisis sísmico de estribos de puentes, propone tres casos diferentes para el cálculo de la presión dinámica dependiendo de la relación entre el desplazamiento entre la corona del muro,  $u$ , y su altura,  $H$  (figura 1.1).



**Figura 1.1.** Distribución de presiones dinámicas típica propuesta en códigos de diseño de puentes para el análisis sísmico de estribos (Psarropoulos et al, 2005)

En la figura anterior, los casos (a) y (b) corresponden a los dos casos extremos: El primer caso (a) corresponde a un muro cedente soportando un suelo elastoplástico en equilibrio límite, mientras que el segundo caso (b) se refiere a un muro rígido (no cedente) soportando un suelo puramente elástico. Para valores intermedios de los desplazamientos del muro, el reglamento recomienda calcular la presión sobre el muro,  $\Delta P$ , con base en la ecuación siguiente:

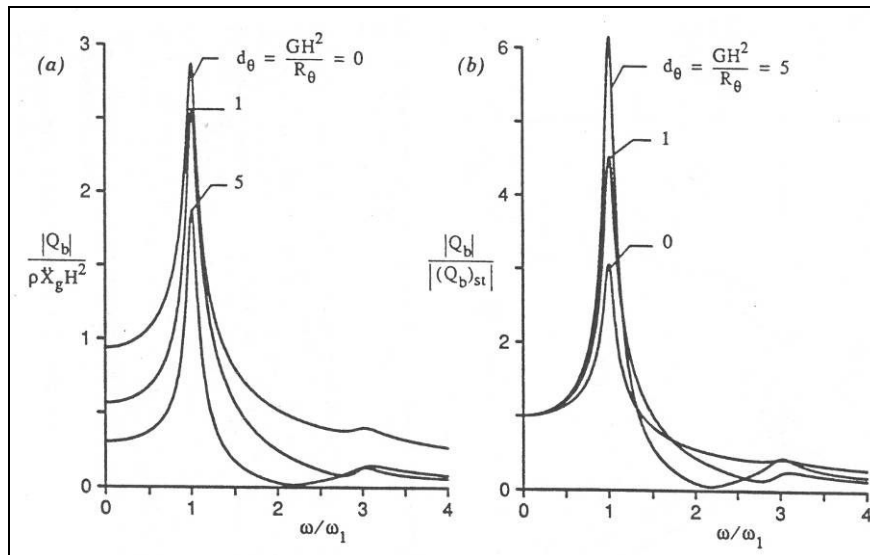
$$\Delta P = 0.75 (\alpha_o \gamma H^2) \quad (\text{ec. 1.1})$$

donde  $\alpha_o$  es el coeficiente de empuje lateral y  $\gamma$  el peso volumétrico del relleno.

La dificultad para distinguir los límites entre los tres casos radica en que el desplazamiento máximo no puede ser predefinido. Sin embargo, es obvio que la presión dinámica mínima se obtendrá en el caso de muros que permitan el desplazamiento ( $u/H > 10\%$ ), mientras que las presiones dinámicas serán casi 2.5 veces mayores para el caso de muros perfectamente rígidos ( $u/H \approx 0$ ). Para casos intermedios, la presión dinámica de tierra estará en algún punto entre los valores mínimo y máximo.

Todas las consideraciones anteriores fueron plenamente aceptadas hasta que Veletsos y Younan (1994a, b y 1997) probaron que las exageradamente altas presiones dinámicas de tierra de los métodos elásticos son atribuidas a las hipótesis de rigidez del muro y del terreno de cimentación, que son sobreestimaciones de lo que sucede en la realidad. Para subsanar estas limitaciones, desarrollaron una solución analítica que pudo tomar en cuenta la flexibilidad estructural del muro y/o la posibilidad de rotación respecto a su base. Esto último se logró a través de un resorte rotacional en la base del muro. Con esta solución, probaron entonces que las presiones dinámicas dependen profundamente tanto de la flexibilidad del muro como de la rotación respecto a su base y que, para valores realistas de estos factores, las presiones dinámicas son sustancialmente más bajas que las presiones para un muro rígido y fijo en su base (figura 1.2). De hecho, encontraron que las presiones pueden reducirse a niveles

de los obtenidos con la solución de M-O si la flexibilidad del muro o su base es considerable.

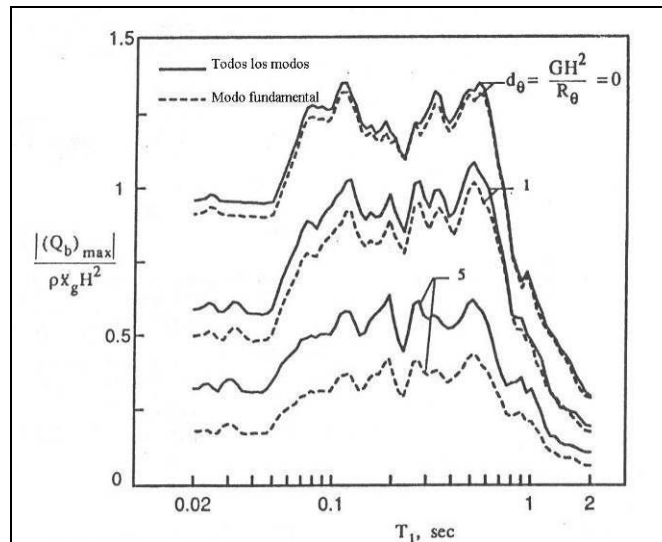


**Figura 1.2.** Efecto de la flexibilidad de la base de un muro de retención sometido a excitación armónica (Veletsos y Younan, 1994b).

En la figura anterior  $d_\theta$  representa cualitativamente el comportamiento de un resorte rotacional impuesto en la base del muro, definido a partir del módulo de rigidez al corte del material que forma al relleno  $G$ , la altura del muro  $H$  y la rigidez del resorte al giro,  $R_\theta$ . Así  $d_\theta = 0$  corresponde a un muro desplantado sobre un suelo totalmente rígido, sin posibilidad de giro. A medida que éste parámetro crece el resorte se vuelve más flexible, permitiendo mayor giro del muro. En la figura 1.2 se presenta en la gráfica del lado izquierdo el valor absoluto del cortante basal  $|Q_b|$  normalizado contra la altura del muro  $H$  y la densidad  $\rho$  del material que forma el relleno y en la gráfica del lado derecho, contra la respuesta “estática”  $|(Q_b)_{st}|$  o a baja frecuencia ( $\omega \approx 0$ ), para conocer la amplificación de la respuesta. En las abscisas se presenta la frecuencia de excitación normalizada,  $\omega$ , contra la frecuencia natural del relleno,  $\omega_1$ .

Veletsos y Younan también comprobaron la influencia de la flexibilidad de la cimentación en la respuesta del primer modo. Es decir, mostraron que, conforme la cimentación se vuelve flexible, la participación del primer modo en la respuesta

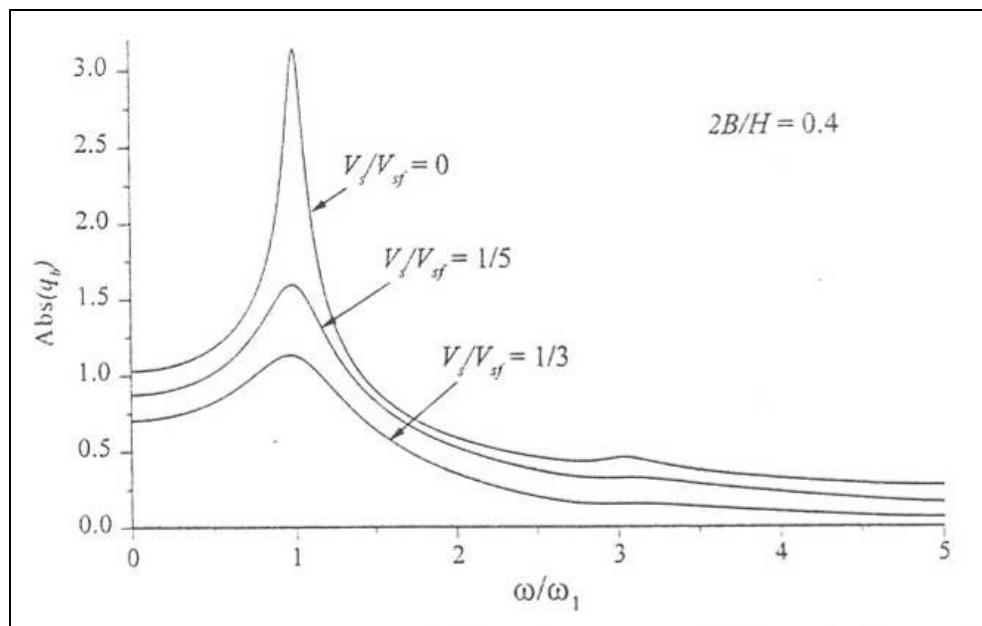
total disminuye y se vuelven importantes las respuestas de los modos subsecuentes (figura 1.3).



**Figura 1.3.** Efecto de la flexibilidad de la base de un muro de retención sometido al sismo “El Centro” (Veletsos y Younan, 1994b).

Posteriormente, Li (1999) presentó una modificación a los análisis desarrollados por Veletsos y Younan, en la que incluye la flexibilidad y amortiguamiento del suelo sobre el que se desplanta el muro tal como se explica a continuación. En los análisis desarrollados por Veletsos y Younan, la rigidez rotacional es un número real que sólo puede conocerse mediante estudios previos de interacción dinámica. El hecho de que no tenga parte imaginaria genera una sobre amplificación de la respuesta dinámica del muro. Para minimizar este inconveniente, se reemplazó la rigidez rotacional tipo “Veletsos”, que en la práctica es difícil determinar a priori, por la rigidez dinámica compleja de una faja de cimentación rígida. Estas rigideces dinámicas son bien conocidas por los ingenieros geotecnistas que las utilizan en problemas de cimentaciones de maquinaria e interacción dinámica suelo-estructura. Los resultados muestran que tanto la respuesta “estática” como la dinámica pueden reducirse (figura 1.4) por los efectos del terreno de cimentación, de modo que las presiones calculadas con este análisis elástico pueden ser del mismo orden que los estimados por el método M-O, aún para un muro de gravedad rígido. La respuesta “estática” corresponde a una excitación armónica cuya frecuencia es mucho menor que la frecuencia fundamental del suelo. Los

efectos resultantes no deben confundirse con los efectos estáticos debidos a cargas de gravedad. Una ventaja adicional del trabajo de Li (1999) sobre el desarrollado por Veletsos y Younan estriba en el hecho de que es posible relacionar la reducción en la respuesta dinámica con parámetros medibles físicamente, tales como el ancho de la base del muro,  $B$ , y las velocidades de las ondas de corte tanto del relleno,  $V_s$ , como del suelo de cimentación,  $V_{sf}$ . Por lo anterior puede decirse que el trabajo de Li (1999) proporciona una herramienta que hace evidente la utilidad de los métodos elásticos en la solución de un problema práctico.

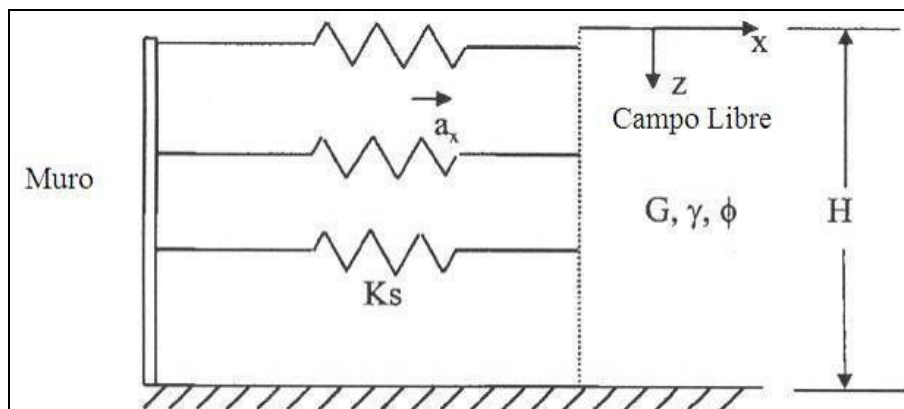


**Figura 1.4.** Efecto de la flexibilidad de la base de un muro de retención sometido a excitación armónica (Li, 1999).

En la figura anterior,  $V_s/V_{sf} = 0$  corresponde a un muro desplantado sobre una base totalmente rígida. En las ordenadas se presentan el cortante basal y en las abscisas se presenta la frecuencia de excitación normalizada contra la frecuencia natural del relleno.

Entre los trabajos que también han contribuido en los últimos años al estudio y comprensión de la respuesta sísmica de muros de retención considerando cimentación flexible se encuentra el de Richards Jr. et al (1999) quienes presentaron un método cinemático simple para predecir el empuje sísmico del

suelo contra el muro. La solución fundamental para la respuesta sísmica de campo libre considera el comportamiento plástico no lineal del suelo. Considera también la perturbación de la respuesta de campo libre causada por la interacción suelo-estructura para diferentes tipos de movimiento del muro (traslación y rotación con eje en la base y en la parte más alta del muro). El modelo para este sistema consiste de una viga de cortante vertical en cantiliver que simula la acción del campo libre y una serie de resortes ( $K_s$ ) lineales, horizontales, sin masa que conectan a la viga de cortante con el muro (figura 1.5). Aunque el método desarrollado es principalmente para suelos granulares, definidos por el módulo de rigidez al corte  $G$ , peso volumétrico  $\gamma$  y ángulo de fricción interna  $\phi$ , permite también desarrollar conceptos y ecuaciones de manera similar para considerar suelos con cohesión.

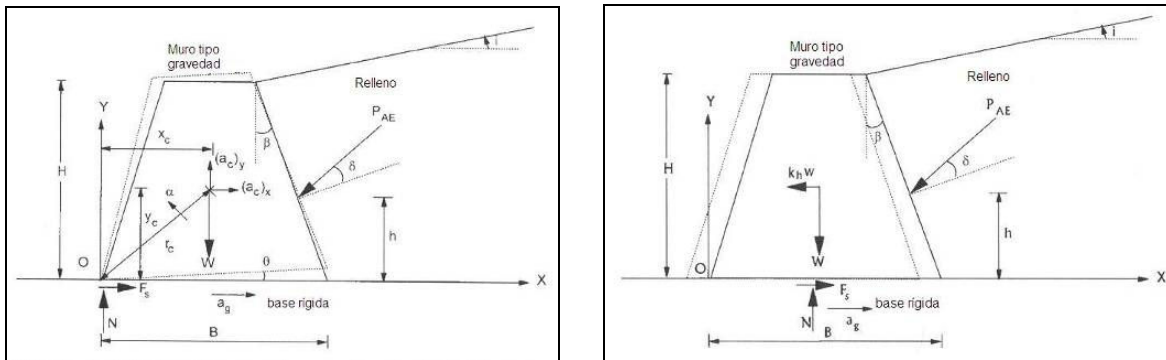


**Figura 1.5.** Modelo propuesto por Richards Jr. et al (1999)

Sus resultados son comparados con los obtenidos con elemento finito (MEF) y con los directamente observados en pruebas de laboratorio efectuadas a modelos de muros de retención sobre una mesa vibratoria.

Zeng et al (2000) desarrollaron un método de bloque rotante para calcular la rotación de muros de rotación tipo gravedad desplantados sobre una cimentación rígida sometidos a la acción sísmica. Es similar al método pseudoestático de bloque deslizante o método de Newmark. En este análisis el muro comienza a rotar al excederse una aceleración umbral para rotación; la rotación continúa hasta que la velocidad angular es reducida a cero. En este trabajo se evaluó la influencia

de las características del movimiento del terreno sobre las deformaciones del muro y los resultados fueron validados con resultados obtenidos de pruebas en centrífuga. El método también es aplicable para casos más complejos en los que la rotación y traslación del muro de gravedad están acopladas. El modelo consiste básicamente en un muro rígido de ancho de base  $B$  y altura  $H$ , desplantado sobre una base rígida, que puede girar o deslizarse sobre su propia base (figura 1.6). El muro retiene un suelo granular seco que se comporta como un material plástico rígido que sigue al muro en su movimiento activo (hacia afuera). Las aceleraciones verticales no se consideran por simplicidad.



**Figura 1.6.** Modelos propuestos por Zeng et al (2000).

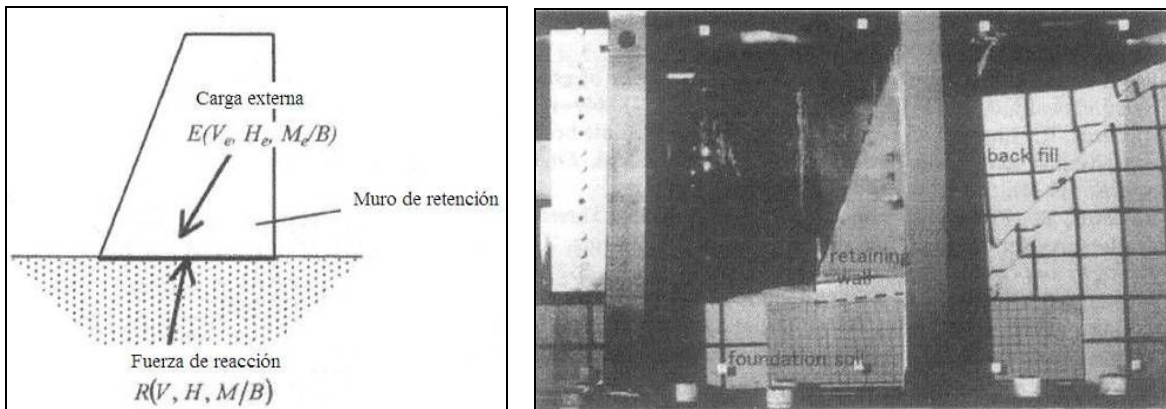
En la figura de la izquierda se observan las fuerzas (empuje activo del relleno,  $P_{AE}$ , peso del muro,  $W$  y sus componentes tangencial,  $F_s$ , y normal,  $N$ ) y aceleraciones (horizontal  $(a_c)_x$  y vertical  $(a_c)_y$ ) actuando sobre un muro de gravedad con rotación durante la excitación en su base ( $a_g$ ). La figura de la derecha muestra las mismas acciones pero para un muro con deslizamiento.

Durante los movimientos del terreno, son inducidas fuerzas de inercia sobre el muro de retención que conducen a deformaciones elásticas que pueden generar deslizamientos y rotaciones permanentes del muro. Los autores presentan ejemplos de aplicación y un estudio para mostrar la influencia de los parámetros que intervienen en el análisis.

Okamura y Matsuo (2002) describen un método para determinar los desplazamientos en el que se considera una superficie de falla macroscópica y un potencial de desplazamiento plástico y que es capaz de calcular no sólo los



desplazamientos horizontales, verticales o rotacionales sino también sus efectos combinados. El método es validado comparando sus resultados con los obtenidos de pruebas en centrífuga realizadas en muros tipo gravedad con relleno de arena densa (figura 1.7). Los autores presentan también un procedimiento de cálculo y un ejemplo de aplicación de dicha metodología.

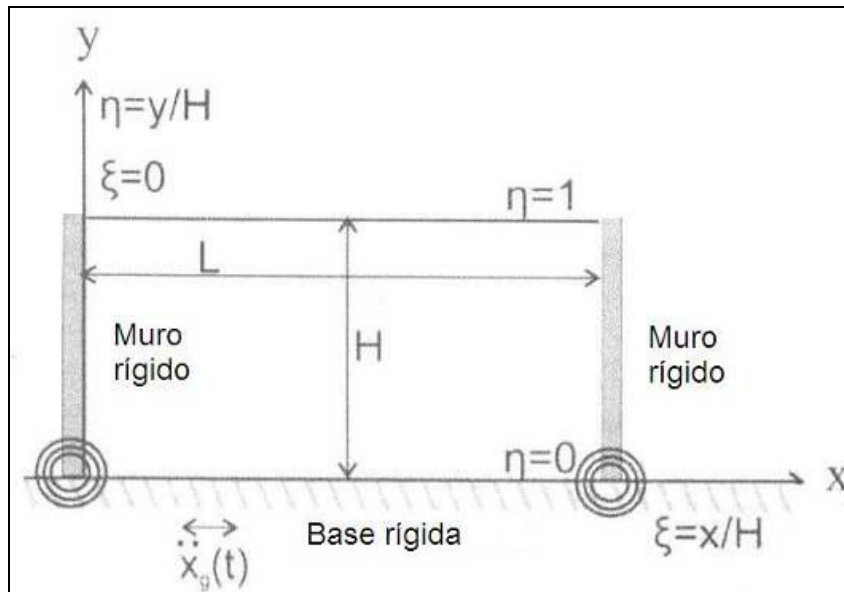


**Figura 1.7.** Modelo propuesto por Okamura y Matsuo (2002).

En la figura de la izquierda se observan las fuerzas externas  $E(V_e, H_e, M_e/B)$  actuando sobre un muro de gravedad con base flexible y las de reacción  $E(V, H, M/B)$  del terreno de cimentación. La fotografía de la derecha muestra el modelo físico del muro en la centrífuga después de ocurrida la falla en el relleno.

Theodorakopoulos y Beskos (2003) presentan un estudio analítico de la respuesta dinámica de un par de muros de retención rígidos de altura  $H$ , separados una distancia  $L$ , sujetos a excitaciones armónicas horizontales en su base rígida. Los dos muros tienen la posibilidad de rotar elásticamente con respecto a sus bases (figura 1.8). El material retenido es idealizado como un solo estrato de suelo de espesor constante, uniforme, totalmente saturado que obedece la teoría poroelástica dinámica de Biot. En el análisis se le da especial énfasis a la determinación del ángulo de rotación del muro. Los parámetros examinados incluyen principalmente la rigidez rotacional del resorte, las propiedades del material retenido y la distancia entre los muros. Las respuestas consideradas incluyen el desplazamiento del muro, la distribución de presiones sobre el muro y las fuerzas asociadas. En este trabajo se muestra que para un sistema que

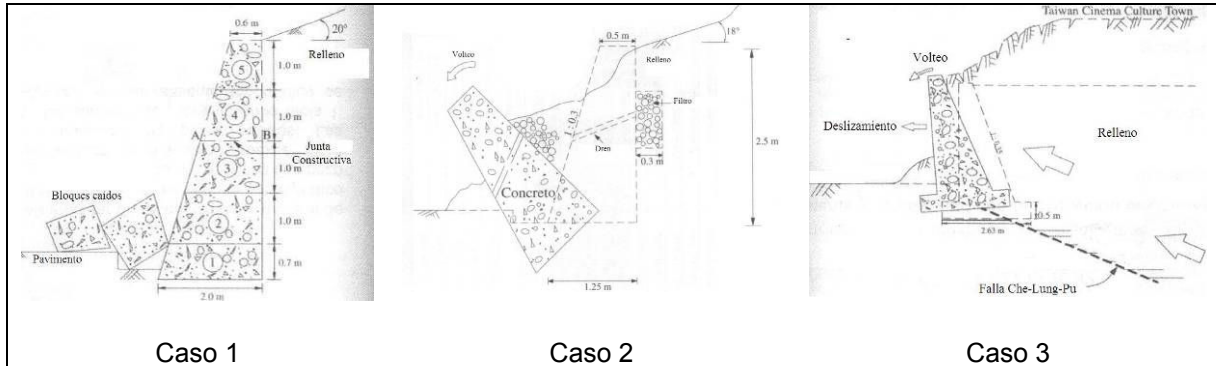
experimenta rotación en su base, las fuerzas máximas sobre el muro son mucho menores que las obtenidas en sistemas con muros rígidos desplantados sobre una base fija para cualquier combinación de permeabilidad y porosidad del suelo y a cualquier distancia entre los muros.



**Figura 1.8.** Modelo propuesto por Theodorakopoulos y Beskos (2003).

Fang et al (2003) desarrollaron una investigación sobre las fallas en tres muros de retención tipo gravedad ocurridas durante el terremoto en Chi-Chi, Taiwan en 1999. En esta investigación se registraron cuidadosamente las características de los daños en los muros y se recolectó material tras los muros dañados para su caracterización en el laboratorio. Para el análisis mecánico se adoptó el basado en el método de M-O y el análisis dinámico simplificado basado en el método de Richards y Elms. Entre los resultados más importantes se encuentra que para el primer caso durante el sismo, dos bloques de la parte alta se desprendieron del muro debido a que la resistencia de las juntas entre bloques no fue suficiente para resistir los empujes dinámicos del suelo y la fuerza de inercia de la parte alta del muro. En el segundo caso, el muro se asentó significativamente y rotó respecto a su base. El análisis sísmico demostró que, bajo la misma aceleración horizontal, el factor de seguridad contra la falla por capacidad de carga fue menor que contra volteo y deslizamiento. Para el tercer caso, el muro construido prácticamente sobre una falla geológica fue severamente dañado por la ruptura de dicha falla.

Durante el sismo, los desplazamientos verticales y horizontales causaron el volteo y el deslizamiento del muro. En la figura 1.9 se presentan los tres casos analizados.



**Figura 1.9.** Problemas presentados en muros de retención en Taiwan, por el sismo Chi-Chi, en 1999, (Fang et al, 2003).

Watanabe et al (2003) desarrollaron un detallado programa experimental con seis distintos tipos de muros de retención (cantiliver, gravedad, inclinados y reforzados) en una mesa vibratoria sujeta a excitaciones irregulares (figura 1.10). Este programa experimental se realizó con la finalidad de establecer procedimientos de diseño prácticos para evaluar la estabilidad de dichos tipos de muros ante altas cargas sísmicas. El estudio mostró que los modelos de muro reforzados exhiben un comportamiento dúctil cuando son comparados con los tipos convencionales tales como cantiliver, gravedad e inclinados. Cuando los tipos convencionales de muros comienzan a rotar, las fuerzas de reacción del subsuelo en la base del muro decrecen súbitamente dando como resultado una falla local, debido a la pérdida de la capacidad de carga.

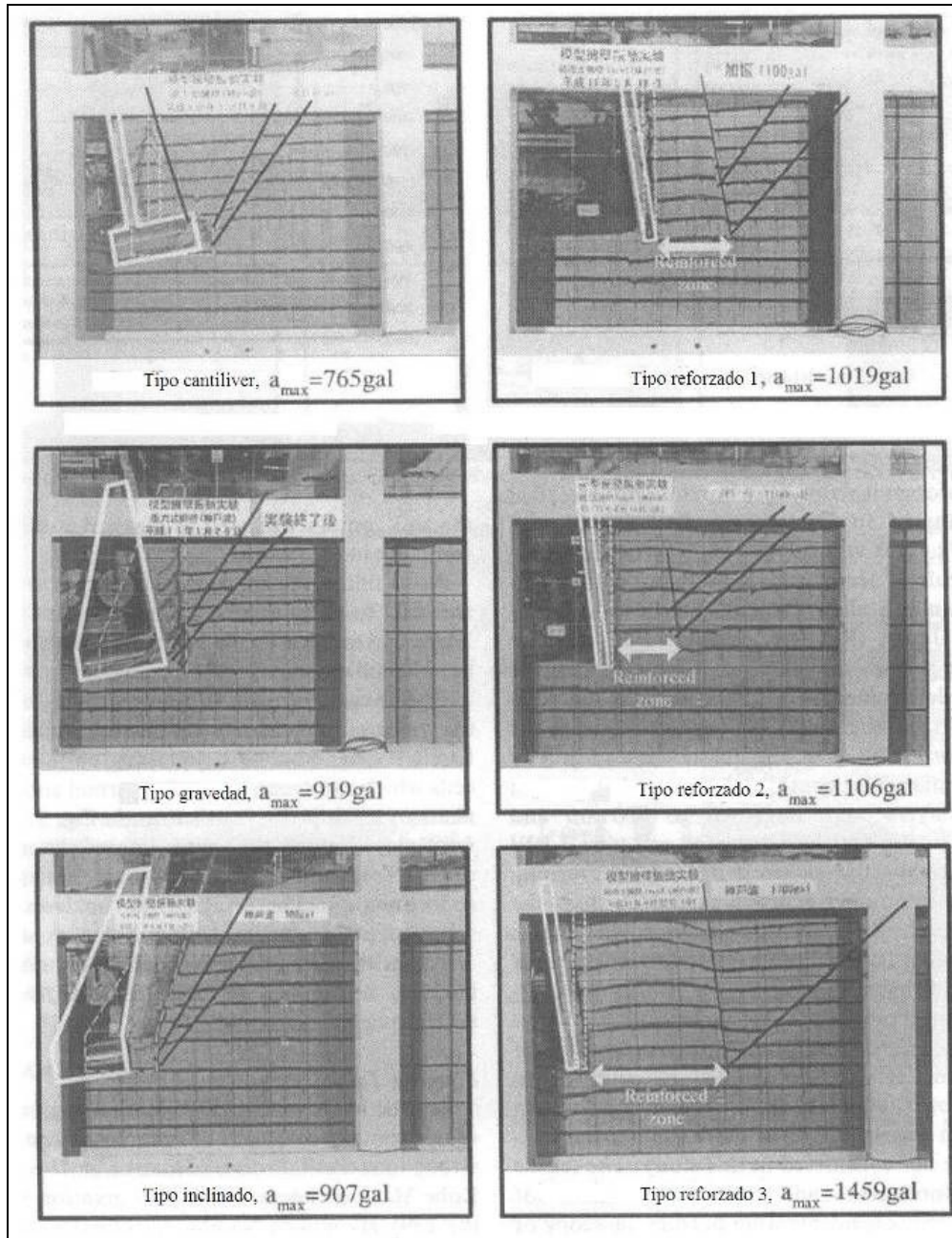
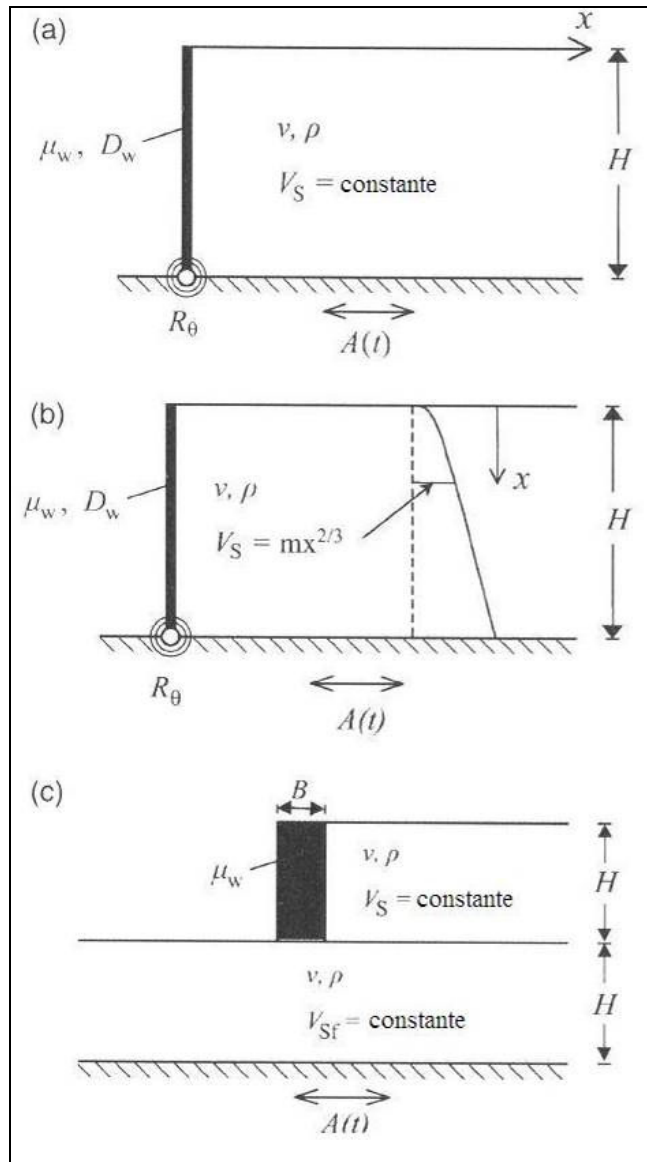


Figura 1.10. Modelos de muros de retención ensayados en mesa vibratoria, (Watanabe et al 2003).

En el probablemente más avanzado artículo sobre el tema, Psarropoulos et al (2005) siguiendo los trabajos analíticos de Veletsos y Younan (1997) retoman con nuevos ímpetus las soluciones basadas en la teoría de la elasticidad y presentan una solución más general desarrollada con el método de elementos finitos con los que obtienen resultados que coinciden con otros resultados analíticos para la distribución de las presiones dinámicas sobre muros con base rígida y flexible. El método es utilizado también para realizar un estudio relacionado con los efectos

de la flexibilidad del muro y del terreno de cimentación. En ese trabajo se presentan tres distintos modelos (figura 1.11): a) en el que se considera al relleno como un solo estrato de material homogéneo caracterizado por su relación de Poisson  $\nu$ , densidad  $\rho$  y velocidad de ondas de corte  $V_s$ , con el muro, caracterizado por su peso volumétrico  $\mu_w$  y su flexibilidad  $D_w$ , desplantado sobre base rígida, b) el mismo caso que el anterior, solo que caracteriza la heterogeneidad del estrato haciendo variar la velocidad de ondas de corte siguiendo la misma idea que la presentada en Bonola (2002), y c) que incluye un estrato de material bajo el muro con parámetros distintos al del que forma el relleno.

Los resultados de esta investigación confirman la cruda convergencia entre los obtenidos con el método M-O y las soluciones basadas en la teoría de la elasticidad considerando la flexibilidad del muro y sobre todo la del terreno de cimentación. Al mismo tiempo muestran el efecto benéfico (reducción de presiones en la parte superior del muro, básicamente) generado por considerar la heterogeneidad del material que forma el relleno y que la propagación de las ondas en el estrato que sirve como cimentación del muro puede tener un efecto que no puede considerarse simplemente con la presencia de un resorte rotacional en la base del muro. Este trabajo es el que de una manera simplificada se aproxima más a lo que se realizó de manera más detallada en ésta investigación doctoral.



**Figura 1.11.** Sistemas estudiado por Psarropoulos et al (2005): (a) muro flexible con rotación en su base, reteniendo un suelo homogéneo, (b) similar al anterior pero con relleno heterogéneo y (c) muro de gravedad con base flexible.

Debido a los problemas que se observaron en muros de retención tipo gravedad, generados por el terremoto de Hyogoken-Nambu, Japón en 1995, que fueron diseñados con el método M-O, Nakamura (2006) hizo una reexaminación de dicho método para el diseño de este tipo de estructuras. Para tal fin, se desarrollaron pruebas a modelos de muros tipo gravedad usando una centrífuga. La aceleración y los desplazamientos del muro y su relleno así como la presión de tierra actuando sobre el muro fueron medidos simultáneamente junto con el comportamiento de todo el sistema mediante una cámara de alta velocidad y precisión. Los resultados

muestran que las condiciones hipotéticas de la teoría de M-O no expresan apropiadamente el comportamiento real de los muros tipo gravedad y su relleno durante sismos. Concluye que a la fecha, no hay bases empíricas claras para convertir la fuerza sísmica en una carga estática y que no es apropiado el uso de la presión sísmica calculada con el método M-O para el diseño de muros de retención resistentes a sismo. De acuerdo con ese trabajo, las bases para soportar esta conclusión se pueden resumir de la manera siguiente:

- a) De acuerdo con el método M-O, durante el sismo se forma una cuña rígida en el relleno que se desliza a través de una superficie de falla y únicamente esa superficie de falla experimenta deformaciones plásticas mientras que el resto del suelo permanece rígido, cuando en la realidad todo el material que se encuentra sobre la superficie de falla se plastifica mientras se desliza.
- b) La teoría de M-O asume que durante el sismo no ocurren defasamientos entre el movimiento del muro de retención y el relleno, es decir que la fuerza de inercia actúa simultáneamente sobre el muro y su relleno, mientras que realmente el muro comienza a experimentar desplazamientos simultáneamente con la aplicación de la fuerza de inercia y posteriormente el relleno comienza a desplazarse.
- c) la teoría de M-O supone que la distribución de presiones sobre el muro tiene una forma triangular, cuando en la realidad dicha distribución nunca es triangular y cambia con el tiempo. Además, de acuerdo con las condiciones hipotéticas de la teoría de M-O, las presiones de tierra se incrementan cuando la fuerza de inercia actúa en la dirección activa (hacia afuera), cuando realmente dicha presión no sufre prácticamente ningún incremento; es decir que es casi igual al valor inicial (antes de la excitación).

En el artículo más reciente sobre el tema, Kloukinas et al (2012), muestra de manera precisa las limitaciones de los métodos basados en equilibrio límite tales como 1) la naturaleza estática de la excitación sísmica, 2) la necesidad de deslizamiento y/o rotación del muro, 3) la suposición de falla del relleno y 4) la predeterminación del punto de aplicación del empuje del suelo; y presenta una

alternativa de solución simple basado en la teoría de propagación de ondas, que no requiere de la falla del relleno y, por lo tanto, es aplicable a muros de retención no cedentes, como los analizados en este trabajo.

Tal como se observó, la mayoría de las soluciones analíticas revisadas están basadas en la suposición de que el suelo retenido es homogéneo y esta demostrado ya por Bonola (2002) y Psarropoulos et. al. (2005), que la heterogeneidad del suelo pueda conducir a variaciones significativas en la magnitud y distribución de las presiones dinámicas sobre el muro. Además, como en la mayoría de los modelos la presencia un estrato de suelo bajo el sistema de retención se modela de manera gruesa a través de un resorte rotacional, estas soluciones no consideran el potencial de traslación en la base del muro, que en la realidad puede rotar y/o deslizarse, aparte de que no consideran de manera explícita la propagación de ondas en dicho estrato de base (Psarropoulos et al (2005)). Finalmente, por simplificación, en ninguna de las soluciones analíticas presentadas se considera la excitación vertical, que tal como se comprobó en Bonola (2002) pueden generar respuestas importantes e incluso mayores a las obtenidas con excitación horizontal, sobre todo en muros rígidos, desplantados sobre suelo firme y que soportan rellenos con un alto grado de saturación.

Cabe mencionar que se hallaron también durante la realización de la investigación doctoral una serie de artículos técnicos que, aunque se enfocaban al estudio de muros de retención, eran producto de investigaciones con hipótesis, objetivos y metodologías muy específicas, sin relación directa con ésta investigación. Estos documentos se enlistan en el capítulo de bibliografía, al final de este trabajo.

## **1.2. Criterios de diseño nacionales**

En lo que se refiere a los criterios de diseño para estructuras de retención bajo la acción sísmica, es necesario señalar que los procedimientos estipulados en los códigos mexicanos son muy limitados al respecto.



El Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, 2004, en sus Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, en el capítulo correspondiente a los muros de retención recomienda:

*“Los empujes que ejercen los rellenos sobre los muros de contención, debidos a la acción de los sismos, se valorarán suponiendo que el muro y la zona de relleno por encima de la superficie crítica de deslizamiento se encuentran en equilibrio límite bajo la acción de las fuerzas debidas a carga vertical y a una aceleración horizontal igual a  $4a_0/3$  veces la gravedad.”*

Es decir que, para el cálculo de los empujes de los muros recomiendan utilizar un método de equilibrio límite pseudo-estático (como el método M-O y sus variantes), en la que los coeficientes de aceleración horizontal y vertical del terreno se calculen con la aceleración máxima del terreno,  $a_0$ , amplificada 1.33 veces. No dice más sobre el tema.

En este mismo sentido, el Manual de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad, en su capítulo Diseño por Sismo es la referencia a nivel nacional que más elementos incorpora al diseño sísmico de estas estructuras.

En la versión de 1993 (Avilés, et. al., 1993), este manual propone para el análisis sísmico de muros de retención dos métodos: a) estático (pseudoe estático) y b) dinámico. El primero para *“muros cuya función no sea del todo determinante para la estabilidad de la construcción principal”* y el segundo para casos que no caigan en el primero o *“cuando la altura del muro sea superior a 6 m”*.

Para el método estático (pseudoe estático) el manual recomienda:

*“Para el análisis estático de estructuras de retención, los efectos dinámicos producidos por el sismo se simularán mediante empujes de tierra debidos al relleno y fuerzas de inercia debidas a las masas del muro cimiento y relleno con sobrecargas”*.

En dicho documento se proponen fórmulas para el cálculo del empuje activo, pasivo o en reposo, según aplique. Cabe comentar que para los casos activo y pasivo, los empujes se determinan con la teoría de equilibrio límite, en el que se incluye un empuje sísmico que se determina con base en el coeficiente sísmico,  $a$ , que recomienda calcular:

*“multiplicando el coeficiente sísmico de aceleración del terreno  $a_0=c/4$  por un factor de amplificación que se tomará igual a 1.33 si  $T_s\beta_s/H \geq 10$  o igual a  $2 T_s\beta_s/H \leq 3$ , siendo  $T_s$  y  $\beta_s$  el periodo dominante y la velocidad efectiva, respectivamente, del sitio donde se ubicará el muro de altura  $H$ . Para casos intermedios se interpolará entre ambos valores”.*

Ya en este documento se hace una diferencia del estado de presión de tierras que se debe adoptar para el cálculo de los empujes, dependiendo del movimiento del muro y propone una tabla con valores del cociente entre el desplazamiento de la corona,  $\Delta$ , y la altura del muro,  $H$ , para inducir la resistencia al corte del relleno dependiendo del tipo de suelo, tabla 1.1.

**Tabla 1.1.** Cocientes entre el desplazamiento de la corona y la altura del muro, para seleccionar el estado de presión de tierras (Avilés, et. al., 1993)

Tipo de suelo	Estado activo $\Delta/H \geq$	Estado pasivo $\Delta/H \geq$
Arena o grava compacta	0.001	0.010
Arena o grava de compactación media	0.002	0.020
Arena o grava suelta	0.004	0.040
Arena o grava compacta con finos plásticos	0.002	0.020
Arena o grava suelta con finos plásticos	0.008	0.020
Limo plástico o arcilla firmes	0.015	0.030
Limo plástico o arcilla blandos	0.025	0.050

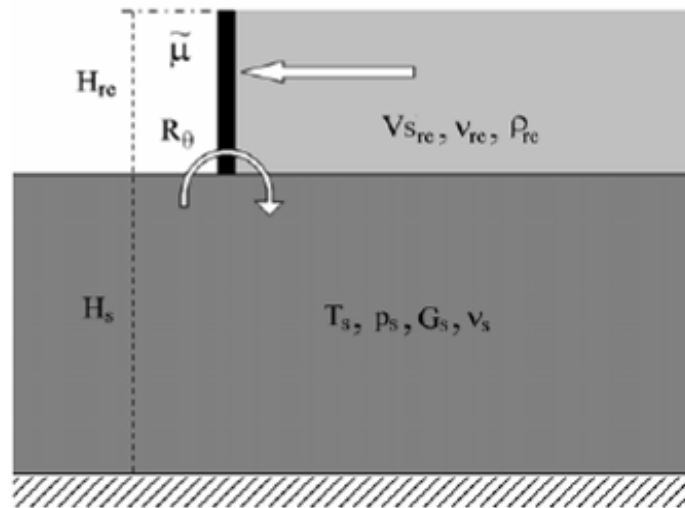
Para valores que no satisfagan lo recomendado en la tabla, debe considerarse para fines del análisis, un estado de tierras en reposo, es decir, con desplazamientos limitados.

Asimismo, en la parte correspondiente al análisis dinámico, este manual recomienda:

*“Para el análisis dinámico de muros de retención será necesario determinar las respuestas modales del relleno. Para ello, se supondrá que el suelo se comporta esencialmente en el intervalo elástico y que el muro es infinitamente rígido. En éstas condiciones, los desplazamientos de la estructura de retención serán limitados, lo cual se traducirá en empujes de tierra conservadores.”*

En la versión actualizada del 2008 (Mena y Perez Rocha, 2008), dicho manual propone un modelo matemático considerando un muro infinitamente rígido con un relleno homogéneo, desplantado sobre un sitio rocoso o un depósito de suelo. El terreno de desplante permite rotaciones en el muro, despreciando la interacción del terreno de desplante con el relleno, figura 1.12.

Para evaluar las acciones producidas por el suelo del relleno sobre un muro, en el manual se adopta la solución propuesta por Veletsos y Younan (1994b). Esta se obtiene al superponer la solución homogénea debido a la presión normal ejercida por el muro con la solución particular debida al campo libre de desplazamientos. Esta solución ya fue comentada ampliamente en la sección **1.1. Antecedentes**.



**Figura 1.12.** Modelo de muro y relleno desplantado sobre un estrato homogéneo que admite rotación del muro, (Mena y Perez Rocha, 2008).

En el modelo propuesto, el terreno de desplante se idealiza como un semiespacio, caracterizado por el modulo de rigidez,  $G_s$ , y la relación de Poisson,  $\nu_s$ . Si el terreno de desplante se idealiza como un suelo, además se deberá especificar el período,  $T_s$ , el espesor,  $H_s$ , y el contraste de impedancias,  $p_s$ , entre el relleno y el semiespacio que lo subyace. El relleno se caracteriza por su espesor,  $H_{re}$ , la velocidad de ondas de corte,  $V_{s_{re}}$ , la relación de Poisson,  $\nu_{re}$ , y la densidad de masa,  $\rho_{re}$ . Por su parte el muro se caracteriza con su masa relativa  $\mu$ , que se determina a partir de su masa por unidad de área plana. La rotación del muro se controla por medio de un resorte con una rigidez  $R_\theta$ , calculada con base en las propiedades del suelo de cimentación y el ancho del muro.

Reconociendo las limitaciones de la solución implementada, este mismo manual sugiere lo siguiente:

*“En muros donde se requiera evaluar con fineza la influencia de todo el conjunto, muro, cimiento, relleno y subsuelo estratificado, siempre se justificará efectuar un análisis dinámico más completo.”*

El modelo desarrollado en este trabajo de investigación doctoral incluye todos los aspectos que la versión actualizada de dicho manual, (Mena y Perez Rocha, 2008), recomienda considerar.

### **1.3. Hipótesis**

Suponiendo un modelo de muro rígido y apoyo flexible, se evaluará la influencia que tiene el desplazamiento relativo y la rotación de la base del muro en las presiones dinámicas generadas por sismo. Para ello se supondrá la presencia de un estrato elástico que subyace al sistema muro-relleno, en representación del suelo de soporte. De esta forma se tendrá en cuenta tanto la flexibilidad de la cimentación como la disipación de energía por radiación de ondas, parámetros que afectan sensiblemente la magnitud y distribución de las presiones sobre el muro.

### **1.4. Objetivos**

Los objetivos de la presente investigación doctoral son los siguientes:

- a) Desarrollar los elementos teóricos y una metodología para determinar la respuesta sísmica del sistema muro-relleno considerando los parámetros geotécnicos representativos tanto del relleno como del terreno de cimentación.
- b) Determinar la influencia de los distintos parámetros geotécnicos que forman el modelo, en rangos de interés práctico.
- c) Ilustrar la aplicación de la metodología desarrollada mediante un ejemplo práctico.
- d) Concluir en cuanto a la utilidad del método propuesto.

### **1.5. Contenido por capítulos**

En el capítulo 2 se describe el método del estrato delgado desarrollado por Lysmer y Drake (1972) el cual sirve y se utilizó en el modelo desarrollado exclusivamente

para determinar respuestas modales del suelo así como los desplazamientos y fuerzas nodales consistentes en una sección estratigráfica dada, sin considerar la presencia del muro de retención.

En el capítulo 3 se presenta el modelo acoplado de un muro desplantado sobre un estrato de cimentación flexible que le permite el deslizamiento y giro. La solución se descompone en tres etapas que juntas (superposición de efectos) representan el comportamiento del muro con las condiciones propuestas. Se detalla también cada etapa de solución y su acoplamiento considerando las reacciones al deslizamiento y al giro del suelo de soporte y sus características cinemáticas, mediante las ecuaciones de equilibrio que se plantean. En este capítulo se realiza también la calibración del modelo contra resultados obtenidos de la literatura.

El capítulo 4 se enfoca al análisis en el dominio de la frecuencia de los parámetros involucrados en el modelo desarrollado. Se eligió este tipo de análisis debido a que es en la frecuencia en donde mejor se observan las diferencias en las respuestas de los parámetros estudiados. Estos parámetros son: relación de Poisson, amortiguamiento material, velocidad de ondas de corte, espesores de los estratos que forman al relleno y el suelo de cimentación y resortes que restringen el deslizamiento y el giro del muro. Se estudió también el efecto de la masa del muro, la posición de la resultante de las fuerzas sobre él (altura efectiva) y la distribución de fuerzas sobre el muro, todo lo anterior bajo el sistema sometido a excitación horizontal. Como complemento se estudió la respuesta sísmica sobre el muro cuando se somete el sistema a una excitación vertical.

En el capítulo 5 se presenta el análisis de la respuesta del modelo estudiado en el dominio del tiempo empleando la síntesis de Fourier y se describe brevemente la técnica y el algoritmo utilizados para la manipulación matemática de las funciones de transferencia a partir de un registro sísmico (acelerograma). Se reproducen también en éste capítulo los análisis realizados por el modelo V-Y que estudiaron exclusivamente el efecto del giro del muro y se incluye un análisis similar para el estudio del efecto del deslizamiento. Finalmente se presenta el análisis para

estudiar el efecto de ambos movimientos de manera acoplada, comparando los resultados obtenidos con las rigideces tipo “Veletsos” y las calculadas a partir de los parámetros del terreno de cimentación (“resortes reales”), considerando como excitación de entrada el registro del sismo El Centro, California, 1940, representativo de los temblores de banda ancha. Como complemento se agregó también el cálculo de espectros de respuesta para el muro con el registro sísmico del sitio SCT, Valle de México, 1985, temblor típico de banda estrecha.

En el capítulo 6 se presentan tres ejemplos que muestran la potencialidad del modelo desarrollado y su aplicabilidad a situaciones reales, en donde se tienen estratigrafías complejas con distintas situaciones del nivel de aguas freáticas. En ellos se ilustra el caso de un muro con capacidad de giro y deslizamiento que soporta un relleno de suelo; ambos desplantados sobre una cimentación flexible y sometido a un sismo real. En el primer ejemplo tanto el relleno como la cimentación están secos, en el segundo se considera la presencia del nivel de aguas freáticas en el estrato de cimentación y en el tercero todo el sistema se considera saturado. Como complemento se muestra la manera de calcular los parámetros que rigen el funcionamiento del modelo para adecuarlos a cada situación planteada.

Finalmente, en el capítulo 7 se presentan las conclusiones sobre el método desarrollado y sobre los análisis realizados.

Se incluye dos apéndices: en el Apéndice A se muestra tanto el código fuente del modelo, desarrollado en lenguaje Fortran, como la manera en que se implementaron los archivos de datos para representar las situaciones planteadas en los ejemplos. En el apéndice B se presenta un estudio sobre las mesas vibratorias para el ensaye de muros de retención ante sollicitaciones sísmicas.

## **2. RESPUESTAS MODALES DEL SUELO**

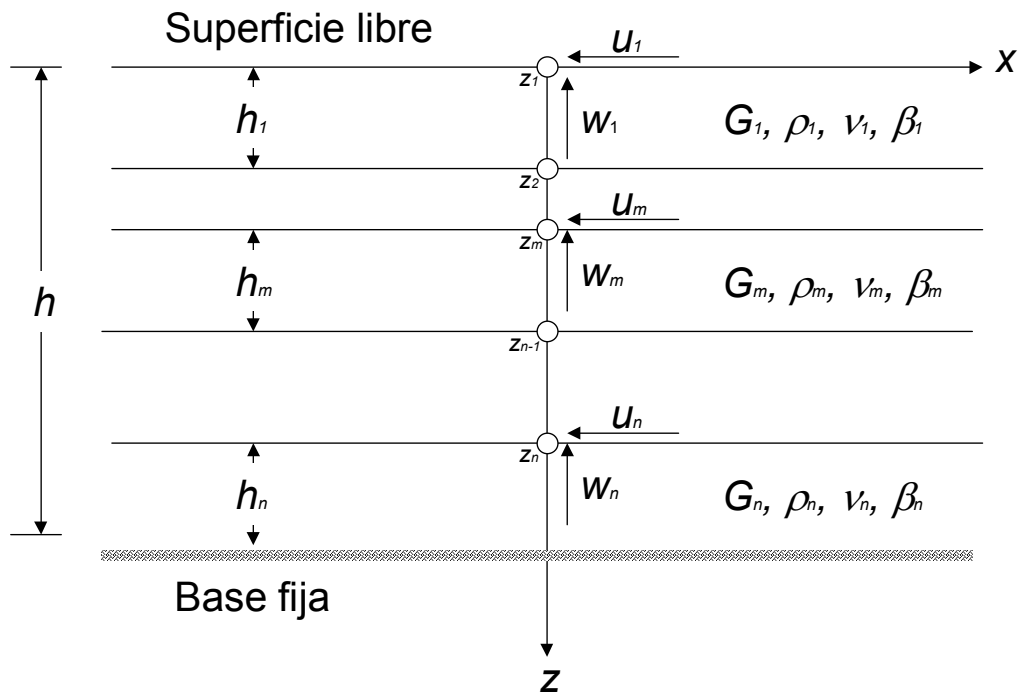
La respuesta sísmica de un depósito de suelo es un problema de propagación de ondas cuya solución se puede obtener mediante superposición modal, es decir, por medio de la combinación lineal de modos naturales de propagación con coeficientes de participación modal. Para calcular los modos de vibración del depósito puede recurrirse al método de elementos finitos, el cual resulta muy atractivo por su simplicidad cuando se trata de formaciones estratificadas horizontalmente. En este caso, como elementos finitos se utilizan hiperelementos que se discretizan sólo en la dirección vertical, puesto que en la dirección horizontal poseen solución continua.

En principio, los modos de vibración de un depósito de suelo estratificado horizontalmente podrían obtenerse al resolver un problema de valores característicos continuo. Sin embargo, la ecuación característica del depósito, o ecuación de frecuencias, contiene funciones trascendentes que dificultan enormemente la solución numérica del problema. Para superar esta dificultad, se



pueden determinar eigenfunciones discretas en la dirección vertical usando el método de elementos finitos, mediante el cual es posible derivar un problema de eigenvalores algebraico.

Lysmer y Drake (1972) desarrollaron un método eficiente de hiper elementos finitos que consiste en discretizar el depósito de suelo en  $n$  estratos delgados de longitud infinita, donde se supone que la variación de las eigenfunciones es lineal.



**Figura 2.1.** Depósito de suelo estratificado horizontalmente.

De acuerdo con la figura 2.1, en el sistema de coordenadas cartesianas rectangulares  $(x, y, z)$  el depósito se define como la región

$$0 \leq z \leq h$$

es decir, la región entre los planos paralelos  $z = 0$  y  $z = h$ , siendo  $h$  la profundidad del depósito.

Las fronteras en  $z = 0$  y  $z = h$  serán referidas como la superficie y la base del depósito, respectivamente.

Cada estrato del depósito se considera homogéneo. Las interfaces entre estratos son planos paralelos a la superficie y a la base del depósito.

Si hay  $n$  estratos en el depósito, el estrato  $j$ ,  $1 \leq j \leq n$ , es la región entre los planos  $z = z_j$  y  $z = z_{j+1}$  con

$$0 = z_1 < z_2 < z_3 < \dots < z_j < z_{j+1} < \dots < z_{n+1} = h$$

El espesor del estrato  $j$  se definirá como

$$h_j = z_{j+1} - z_j$$

Los estratos se consideran “encajonados” entre las interfaces, es decir, los esfuerzos actuantes sobre las interfaces así como todos los componentes de los desplazamientos se requerirán para que se establezca la continuidad.

La densidad de masa del estrato  $j$  se denota por  $\rho_j$ , la constante de Lamé por  $\lambda_j$  y el módulo cortante por  $G_j$ . La relación de Poisson  $\nu_j$  está dada por

$$\nu_j = \frac{\lambda_j}{2(\lambda_j + G_j)} \quad (\text{ec. 2.1})$$

Los parámetros  $\lambda_j$  y  $G_j$  son reales para un sólido elástico lineal. Sin embargo, deberán expresarse como un valor complejo, función de la frecuencia  $\omega$ , para un sólido viscoelástico lineal. La relación de Poisson,  $\nu_j$ , es real si la viscosidad del material es idéntica en deformaciones cortantes y volumétricas.

Es bien conocido que la ecuación diferencial que debe ser satisfecha por un desplazamiento armónico en un sólido viscoelástico lineal es formalmente la misma que la de un sólido elástico lineal; sin embargo, los módulos que aparecen en los coeficientes de las ecuaciones para los materiales viscoelásticos lineales son cantidades complejas.

La presencia de variables complejos implica un mayor número de operaciones utilizando álgebra compleja. Sin embargo, el comportamiento disipativo de un

material viscoelástico excluye la resonancia, con lo que se eliminan respuestas infinitas irreales. En este trabajo se asumirá el comportamiento disipativo de tipo histerético, idéntico en deformación volumétrica y cortante. En este caso, las constantes de Lamé complejas están dadas por

$$\lambda^c = \lambda(1 + 2\beta i) \quad , \quad G^c = G(1 + 2\beta i) \quad (2.2)$$

en donde  $\lambda$  y  $G$  son los módulos correspondientes a un sólido elástico lineal y  $\beta$  (número real) es el amortiguamiento material. En el caso de comportamiento disipativo,  $\beta$  debe ser positivo para  $\omega > 0$ .

En este modelo el movimiento de la partícula ocurre en el plano  $x - z$  de la figura 2.1, que corresponde a un depósito estratificado horizontalmente en el que se propagan ondas de tipo armónico generadas por la excitación que puede ser horizontal o vertical. Considerando un sistema cartesiano de coordenadas  $(x, y, z)$  el vector de desplazamientos es

$$\begin{bmatrix} u(x, z) \\ 0 \\ w(x, z) \end{bmatrix} \exp(i\omega t) \quad (2.3)$$

es decir, el movimiento de la partícula es en el plano  $x - z$  e independiente de la coordenada  $y$ ;  $\omega$  es la frecuencia de las ondas de tipo armónico y  $t$  es el tiempo.

Los estratos que constituyen el depósito son isótropos y pueden no ser homogéneos uno con respecto a otro, con comportamiento viscoelástico lineal y con continuidad de esfuerzos y deformaciones en el contacto entre estratos. Estos contactos son planos paralelos a la superficie y a la base del depósito.

Para la aplicación del método del estrato delgado al problema de muros de retención se desarrolló, como parte del trabajo de investigación doctoral, un modelo de suelo integrada por dos regiones: 1) la derecha (RD) que contiene el suelo de cimentación y el relleno sobreyacente ( $x > 0, -H \leq z \leq h$ ) y 2) la izquierda

(RI) que solamente contiene el suelo de cimentación ( $x < 0$ ,  $0 \leq z \leq h$ ), siendo  $H$  el espesor del relleno y  $h$  el espesor del estrato de cimentación (figura 2.2).

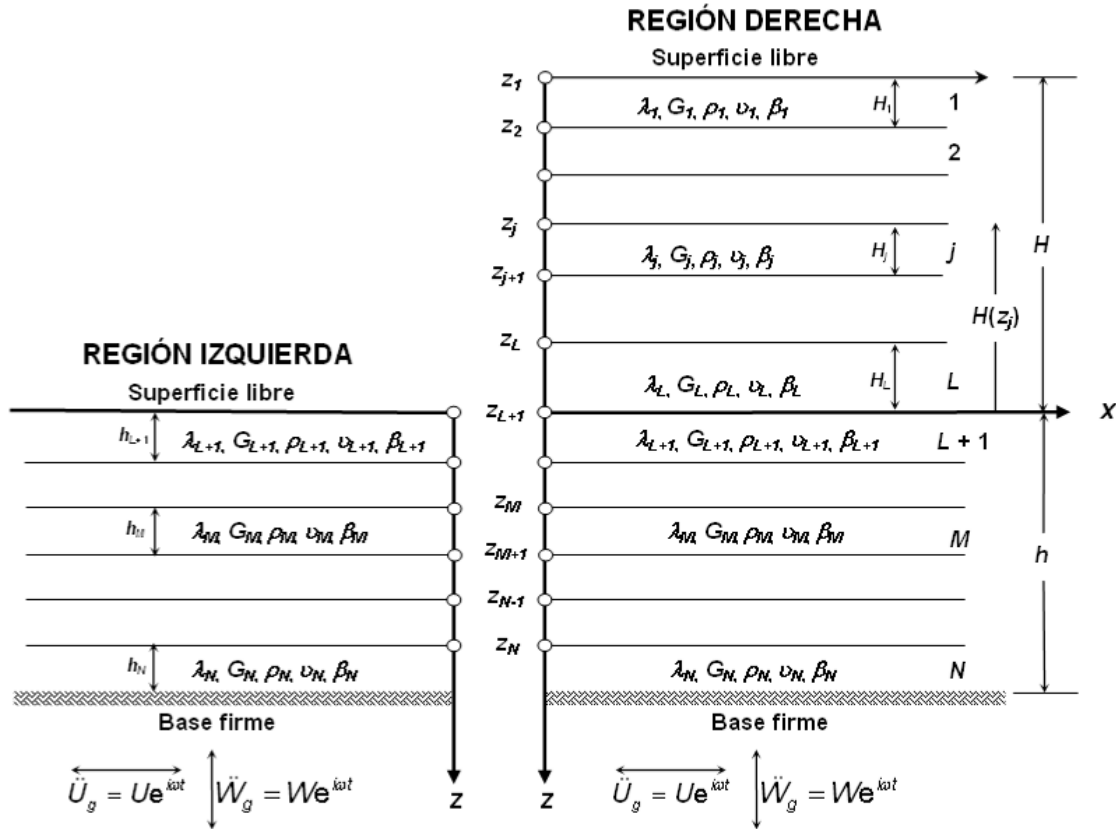


Figura 2.2. Sección integrada por dos regiones de suelo.

Si hay  $N$  estratos en el depósito, el estrato  $j$ ,  $1 \leq j \leq N$ , es la región entre los planos  $z = z_j$  y  $z = z_{j+1}$  con los nodos definidos a partir de la región que se trate:

### Región izquierda

$$0 = z_{L+1} < z_{L+2} < \dots < z_M < \dots < z_{N+1} = h$$

### Región derecha

$$-H = z_1 < z_2 < \dots < z_j < z_{j+1} < \dots < z_{L+1} < \dots < z_M < \dots < z_{N+1} = h$$

El espesor del estrato  $j$  se definirá como

$$h_j = z_{j+1} - z_j \quad (\text{ec. 2.4})$$

En el estrato  $j$ ,  $1 \leq j \leq N$ , las ecuaciones diferenciales que gobiernan el movimiento para el problema plano son:

$$(\lambda_j + 2G_j) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \lambda_j \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + G_j \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right] + \rho_j \omega^2 u = 0 \quad (\text{ec. 2.5})$$

$$(\lambda_j + 2G_j) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \lambda_j \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + G_j \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} \right] + \rho_j \omega^2 w = 0 \quad (\text{ec. 2.6})$$

Los esfuerzos asociados a las deformaciones están dados por:

$$\sigma_x = (\lambda_j + 2G_j) \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda_j \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{ec. 2.7})$$

$$\tau_{xz} = G_j \left[ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \quad (\text{ec. 2.8})$$

$$\sigma_z = (\lambda_j + 2G_j) \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda_j \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{ec. 2.9})$$

La amplitud de las deformaciones  $u$ ,  $w$  debe ser continua en las interfaces de los estratos ( $z=z_j$ ,  $2 \leq j \leq N$ ). Asimismo, existe continuidad de los esfuerzos en la dirección  $z$ , por lo que  $\sigma_z$  y  $\tau_{xz}$  deben cumplir con

$$(\lambda_{j-1} + 2G_{j-1}) \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=z_j^-} + \lambda_{j-1} \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{z=z_j^-} = (\lambda_j + 2G_j) \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=z_j^+} + \lambda_j \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{z=z_j^+} \quad (\text{ec. 2.10})$$

$$G_{j-1} \left[ \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{z=z_j^-} + \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=z_j^-} \right] = G_j \left[ \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{z=z_j^+} + \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=z_j^+} \right] \quad (\text{ec. 2.11})$$

Para las regiones izquierda y derecha las condiciones de frontera en  $z=z_{L+1}=0$  y  $z=z_1=-H$ , respectivamente, son las nulidad de esfuerzos

$$(\lambda_1 + 2G_1) \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=0} + \lambda_1 \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{z=0} = 0 \quad (\text{ec. 2.12})$$

$$G_1 \left[ \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{z=0} + \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} \right] = 0 \quad (\text{ec. 2.13})$$

Por otro lado, la condición de frontera en la base fija donde descansa el depósito  $z=z_{N+1}=h$  es la nulidad en los desplazamientos:

$$u(x, h) = 0 \quad (\text{ec. 2.14})$$

$$w(x, h) = 0 \quad (\text{ec. 2.15})$$

Considerando las condiciones de frontera, el campo de desplazamientos en un depósito de suelo estratificado horizontalmente en deformación plana puede obtenerse por superposición modal, esto es, mediante la combinación lineal de modos naturales de propagación de la forma:

$$u(x, z) = U(z) e^{\pm ikx} \quad (\text{ec. 2.16})$$

$$w(x, z) = W(z) e^{\pm ikx} \quad (\text{ec. 2.17})$$

donde el signo del exponente indica la dirección en que se propagan las ondas. Sustituyendo estas ecuaciones en las ecuaciones 2.5 y 2.6 se encuentra que las ecuaciones que rigen el movimiento del estrato  $j$  en función de  $U$ ,  $W$  son:

$$k^2 (\lambda_j + 2G_j)U + ik(\lambda_j + G_j) \frac{dW}{dz} - G_j \frac{d^2U}{dz^2} - \omega^2 \rho_j U = 0 \quad (\text{ec. 2.18})$$

$$k^2 G_j W + ik (\lambda_j + G_j) \frac{dU}{dz} - (\lambda_j + 2G_j) \frac{d^2W}{dz^2} - \omega^2 \rho_j W = 0 \quad (\text{ec. 2.19})$$

Las condiciones de continuidad deben cumplirse en los contactos entre estratos  $z=z_j$  con  $L+2 \leq j \leq N$  en la región izquierda y  $2 \leq j \leq N$  en la región derecha, tanto para deformaciones como para esfuerzos. Según las ecuaciones 2.10 y 2.11, se tiene que

$$(\lambda_{j-1} + 2G_{j-1}) \frac{dW}{dz} \Big|_{z=z_j^-} - ik\lambda_{j-1}U(z_j^-) = (\lambda_j + 2G_j) \frac{dW}{dz} \Big|_{z=z_j^+} - ik\lambda_j U(z_j^+) \quad (\text{ec. 2.20})$$

$$G_{j-1} \left[ -ikW(z_j^-) + \frac{dU}{dz} \Big|_{z=z_j^-} \right] = G_j \left[ -ikW(z_j^+) + \frac{dU}{dz} \Big|_{z=z_j^+} \right] \quad (\text{ec. 2.21})$$

De la condición de frontera que rige en superficie libre, se tiene que

$$(\lambda_1 + 2G_1) \frac{dW}{dz} \Big|_{z=0} - ik\lambda_1 U(0) = 0 \quad (\text{ec. 2.22})$$

$$-ikW(0) + \frac{dU}{dz} \Big|_{z=0} = 0 \quad (\text{ec. 2.23})$$

Y de la condición de frontera para base fija se tiene que

$$U(h) = 0 \quad (\text{ec. 2.24})$$

$$W(h) = 0 \quad (\text{ec. 2.25})$$

Para evaluar los modos de vibración de un depósito estratificado bajo las condiciones expuestas se recurre a la solución de un problema algebraico de eigenvalores, determinando eigenfunciones discretas en la dirección vertical mediante el método del elemento finito (Waas, 1972).

Adviértase que el depósito contiene  $N - L$  estratos en la región izquierda y  $N$  estratos en la región derecha; la variación de las eigenfunciones es lineal y los elementos finitos se forman con los segmentos de línea  $[z_j, z_{j+1}]$ ,  $L+1 \leq j \leq N$  para la región izquierda y  $1 \leq j \leq N$  para la región derecha.

Partiendo de las ecuaciones 2.18 y 2.19 y considerando las amplitudes  $U$ ,  $W$  del desplazamiento en  $x = 0$  como eigenvectores y al número de onda  $k$  como el eigenvalor para una determinada frecuencia  $\omega$ , la relación entre fuerzas y desplazamientos en el estrato  $j$  se define como:

$$\left[ k^2 A_j + ikB_j + G_j - \omega^2 M_j \right] \begin{bmatrix} U_j \\ W_j \\ U_{j+1} \\ W_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tau_j \\ -\sigma_j \\ \tau_{j+1} \\ \sigma_{j+1} \end{bmatrix} \quad (\text{ec. 2.26})$$

donde las matrices  $[A]_j$ ,  $[B]_j$ ,  $[G]_j$  y  $[M]_j$  son matrices de orden  $4 \times 4$ , que se valúan de la forma siguiente:

$$[A]_j = \frac{h_j}{6} \begin{bmatrix} 2(2G_j + \lambda_j) & 0 & (2G_j + \lambda_j) & 0 \\ 0 & 2G_j & 0 & G_j \\ (2G_j + \lambda_j) & 0 & 2(2G_j + \lambda_j) & 0 \\ 0 & G_j & 0 & 2G_j \end{bmatrix} \quad (\text{ec. 2.27})$$

$$[B]_j = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & (G_j - \lambda_j) & 0 & (G_j + \lambda_j) \\ -(G_j - \lambda_j) & 0 & (G_j + \lambda_j) & 0 \\ 0 & -(G_j + \lambda_j) & 0 & -(G_j - \lambda_j) \\ -(G_j + \lambda_j) & 0 & (G_j - \lambda_j) & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{ec. 2.28})$$

$$[G]_j = \frac{1}{h_j} \begin{bmatrix} G_j & 0 & -G_j & 0 \\ 0 & (2G_j + \lambda_j) & 0 & -(2G_j + \lambda_j) \\ -G_j & 0 & G_j & 0 \\ 0 & -(2G_j + \lambda_j) & 0 & (2G_j + \lambda_j) \end{bmatrix} \quad (\text{ec. 2.29})$$

$$[M]_j = \rho_j h_j \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (\text{ec. 2.30})$$

En todas las ecuaciones anteriores:  $L+1 \leq j \leq N$  para región izquierda y  $1 \leq j \leq N$  para región derecha.

Cumpliendo con las condiciones de continuidad y de frontera al ensamblar las matrices de los estratos que forman al depósito, la relación entre las fuerzas y desplazamientos queda de la siguiente manera:

$$([A]k^2 + i[B]k + [G] - \omega^2[M])\{v\} = \{P\} \quad (\text{ec. 2.31})$$

donde  $[A]$ ,  $[B]$ ,  $[G]$  y  $[M]$  son matrices ensambladas del sistema a partir de  $[A]_j$ ,  $[B]_j$ ,  $[G]_j$  y  $[M]_j$ , respectivamente;  $\{v\}$  es el vector de amplitudes de desplazamiento y  $\{P\}$  es el vector de esfuerzos. La manera en que estas matrices y vectores son construidos se define a continuación.



## 2.1. Formas modales

De acuerdo con la ecuación 2.31,  $[A]$ ,  $[B]$ ,  $[G]$  y  $[M]$  son matrices ensambladas del sistema de  $(2N + 2) \times (2N + 2)$  y  $\{v\}$ ,  $\{P\}$  vectores de  $(2N + 2)$ , donde:

$$v_{2j-1} = U_j$$

$$v_{2j} = W_j$$

con  $L+1 \leq j \leq N+1$  para la región izquierda y  $1 \leq j \leq N+1$  para la región derecha (ambas en  $x = 0$ ).

Los esfuerzos en la superficie de la región izquierda son:

$$P_{2L+1} = -\tau_{2L+1} = -\tau_{yz} \Big|_{\substack{x=0 \\ z=0}}$$

$$P_{2L+2} = -\sigma_{2L+1} = -\sigma_z \Big|_{\substack{x=0 \\ z=0}}$$

y los esfuerzos en la superficie de la región derecha son:

$$P_1 = \tau_1 = \tau_{yz} \Big|_{\substack{x=0 \\ z=-H}}$$

$$P_2 = \sigma_1 = \sigma_z \Big|_{\substack{x=0 \\ z=-H}}$$

Ahora, los esfuerzos en la base de ambas regiones son:

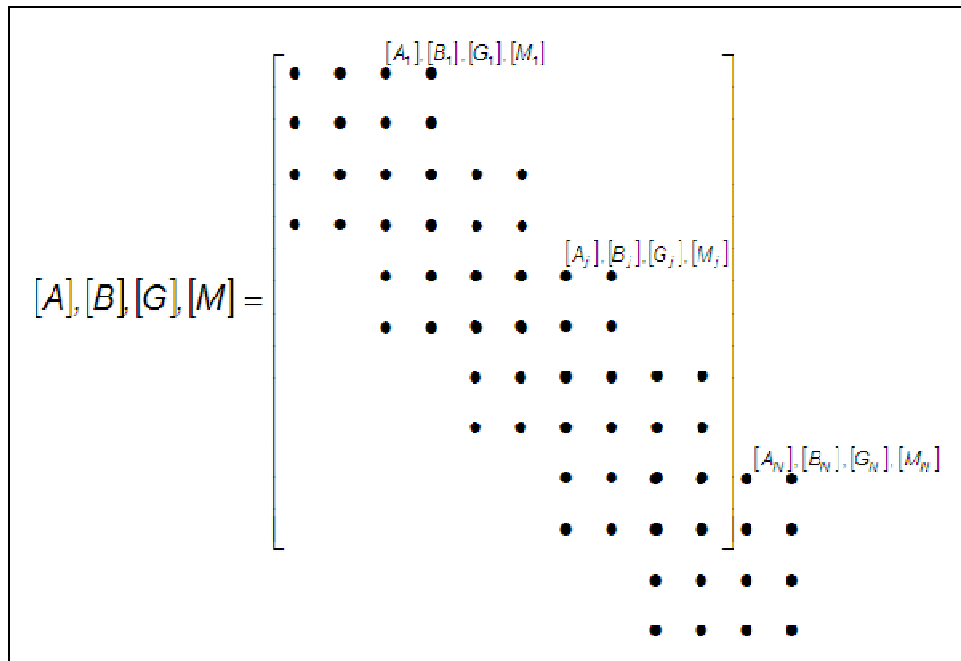
IZQUIERDA	DERECHA
$P_{2N+1} = -\tau_{2N+1} = -\tau_{yz} \Big _{\substack{x=0 \\ z=h}}$	$P_{2N+1} = \tau_{2N+1} = \tau_{yz} \Big _{\substack{x=0 \\ z=h}}$
$P_{2N+2} = -\sigma_{2N+1} = -\sigma_z \Big _{\substack{x=0 \\ z=h}}$	$P_{2N+2} = \sigma_{2N+1} = \sigma_z \Big _{\substack{x=0 \\ z=h}}$

En todos los nodos restantes los esfuerzos son iguales a cero, independientemente de la región.

$$P_{2j-1} = P_{2j} = 0$$

con  $L+2 \leq j \leq N$  para la región izquierda y  $2 \leq j \leq N$  para la región derecha, ambas regiones en  $x = 0$ .

Al ensamblar las matrices  $[A]$ ,  $[B]$ ,  $[G]$  y  $[M]$  no se consideran las últimas dos columnas y los últimos dos renglones, que corresponden a la base fija del depósito, ya que para esa condición los desplazamientos son cero ante vibraciones libres (figura 2.3).



**Figura 2.3.** Ensamble de matrices para la condición de superficie libre, región derecha.

Los elementos de las matrices  $[A]$ ,  $[B]$ ,  $[G]$  y  $[M]$  que se traslapan deben sumarse y los que quedan fuera de ella son ceros. Con el mismo criterio se desprecian los dos últimos elementos de los vectores  $\{v\}$  y  $\{P\}$ .

$$\{v\} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \bullet \\ v_{2L+1} \\ v_{2L+2} \\ \bullet \\ \bullet \\ v_{2N-1} \\ v_{2N} \\ v_{2N+1} \\ v_{2N+2} \end{bmatrix} \quad \{P\} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \bullet \\ P_{2L+1} \\ P_{2L+2} \\ \bullet \\ \bullet \\ P_{2N-1} \\ P_{2N} \\ P_{2N+1} \\ P_{2N+2} \end{bmatrix}$$

Dado que la superficie es libre, los esfuerzos sobre ese plano son nulos, por lo que  $P_1 = 0$  y  $P_2 = 0$ . Consecuentemente, el vector  $\{P\}$  se forma por ceros.

Para el caso de la región izquierda, deberá realizarse el mismo ejercicio considerando que en esa región el estrato superficial es el denominado  $L+1$  en lugar del estrato denominado 1.

Considerando lo anterior, el problema algebraico de valores característicos de dimensión  $(2N \times 2N)$  resulta ser

$$[k^2 A + ikB + G - \omega^2 M] \{v\} = \{0\} \quad (\text{ec. 2.32})$$

que al resolverlo genera  $2N$  vectores característicos linealmente independientes asociados a  $2N$  valores característicos, con los que puede construirse la matriz modal  $[V]$  de  $(2N \times 2N)$ , cuyas columnas son los vectores  $\{v^j\}$ :

$$[V] = [v^1, v^2, \dots, v^{2N}] \quad (\text{ec. 2.33})$$

y la matriz diagonal  $[K]$  de  $(2N \times 2N)$  formada por los números de onda  $k_j$ :

$$[K] = \text{diag}[k_j], \quad 1 \leq j \leq 2N \quad (\text{ec. 2.34})$$

Es importante aclarar que para el caso de dimensiones de vectores y matrices, en la región izquierda  $N$  será igual al número de estratos que están debajo del desplante del muro.

Si se supone que los modos de vibración se propagan horizontalmente, el vector de desplazamientos para un modo natural de propagación se puede representar como

$$\{\delta^d\} = \begin{Bmatrix} u(x, z, t) \\ w(x, z, t) \end{Bmatrix} = \{v(z)\} \exp i(\omega t - kx) \quad (\text{ec. 2.35})$$

donde  $i$  es la unidad imaginaria y  $t$  significa tiempo. De acuerdo con esta ecuación,  $k$  representa el número de onda horizontal y  $v$  expresa la variación vertical de la

forma modal. A estos modos naturales de propagación en deformación plana se les conoce como modos generalizados de Rayleigh.

Al resolver el problema de eigenvalores siempre se tienen dos valores  $\pm k$  para cada número de onda. Un signo corresponde a un modo de vibrar que se propaga o irradia en sentido positivo, mientras que el otro a un modo que se propaga o irradia en el sentido negativo. Según la ecuación 2.32, si  $k$  es un eigenvalor con eigenvector  $\begin{Bmatrix} U \\ W \end{Bmatrix}$ , entonces  $-k$  es otro eigenvalor con el eigenvector  $\begin{Bmatrix} U \\ -W \end{Bmatrix}$ .

La naturaleza del movimiento depende del valor del número de onda  $k$ , de suerte que se pueden presentar cuatro tipos de modos generalizados:

1. Si  $k$  es real, el movimiento

$$\{v\} \exp i(\omega t - kx) \quad (\text{ec. 2.36})$$

corresponde a un modo que se propaga en la dirección  $x$  con la velocidad de fase  $c = \omega/k$ ; cuando  $k$  es positivo la propagación ocurre en el sentido positivo de  $x$ . Este movimiento se define como un *modo real* y sólo se presenta para suelo no amortiguado.

2. Si  $k$  es complejo, es decir  $k = k_r + ik_i$ , el movimiento es

$$\{v\} \exp(k_i x) \exp i(\omega t - k_r x) \quad (\text{ec. 2.37})$$

el cual se propaga en la dirección  $x$  con la velocidad de fase  $c = \omega/k_r$  y se irradia (atenuación del movimiento) en el sentido positivo de  $x$  cuando  $k_i$  es negativo. Este movimiento se define como un *modo complejo* y sólo ocurre en suelo amortiguado.

3. Si  $k$  es imaginario, esto es  $k = ik_i$ , el movimiento se reduce a

$$\{v\} \exp(k_i x) \exp i\omega t \quad (\text{ec. 2.38})$$

el cual no se propaga, pero se irradia (atenuación del movimiento) en el sentido positivo de  $x$  cuando  $k_i$  es negativo. Este movimiento se define como un *modo*

*exponencial* y sólo se presenta para suelo no amortiguado; las formas modales son reales.

4. Si  $k$  es cero, el movimiento se reduce a

$$\{v\} \exp i(\omega t) \quad (\text{ec. 2.39})$$

que corresponde a ondas estacionarias propagándose en la dirección  $z$ . Este movimiento se define como un *modo permanente* y sólo ocurre en suelos no amortiguados para las frecuencias naturales de vibración del depósito; las formas modales son reales. Dichas frecuencias se obtienen según la ecuación 2.32, mediante la ecuación característica

$$| [G - \omega^2 M] | = 0 \quad (\text{ec. 2.40})$$

Independientemente de la región que se estudie, es posible estimar el campo de desplazamientos asociado a cada número de onda en función de las formas modales obtenidas como a continuación se explica.

Los desplazamientos nodales correspondientes a todos los modos naturales de propagación se pueden expresar mediante superposición modal, por medio del vector

$$\{\delta^d\} = \begin{Bmatrix} u_j^d \\ w_j^d \end{Bmatrix} = [V][E^\pm]\{C\} = [V^*]\{C\}, \quad j = 1, \dots, N \quad (\text{ec. 2.41})$$

donde  $\{C\}$  es el vector de coeficientes de participación modal, mientras que  $[V]$  es la matriz modal definida en las ecuación 2.33 y  $[E^\pm]$  la matriz propagadora (diagonal) dada por:

$$[E^\pm] = \text{diag}[e^{\pm ik_j x}] \quad (\text{ec. 2.42})$$

$2L+1 \leq j \leq 2N$  para superficie libre, región izquierda

$1 \leq j \leq 2N$  para superficie libre, región derecha

y

$$[V^*] = [V][E^\pm] \quad (\text{ec. 2.43})$$

Las fuerzas correspondientes a  $[V^*]$  se pueden obtener mediante la integración de los esfuerzos  $\tau_{xz}$  y  $\sigma_x$ , lo que conduce a la matriz (Waas, 1972)

$$[P^*] = (i[K][A] + [D])[V^*] \quad (\text{ec. 2.44})$$

donde  $[K]$  es la matriz de números de onda definida en la ecuación 2.34,  $[A]$  la matriz ensamblada a partir de la matriz de estratos de la ecuación 2.27.  $[D]$  se define como una matriz de  $2N \times 2N$  ensamblada usando las matrices de estrato  $[D]_j$ :

$$[D]_j = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \lambda_j & 0 & -\lambda_j \\ G_j & 0 & -G_j & 0 \\ 0 & \lambda_j & 0 & -\lambda_j \\ G_j & 0 & -G_j & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{ec. 2.45})$$

Finalmente, el vector de fuerzas  $\{F^d\}$  correspondientes al vector  $\{\delta^d\}$  de la ecuación 2.41, se obtienen con

$$\{F^d\} = \begin{Bmatrix} f_j^d \\ g_j^d \end{Bmatrix} = [P^*]\{C\}, \quad j = 1, \dots, N \quad (\text{ec. 2.46})$$

donde  $\{C\}$  es el mismo vector de coeficientes de participación modal que el utilizado para la combinación de los desplazamientos.

## 2.2. Campos libres

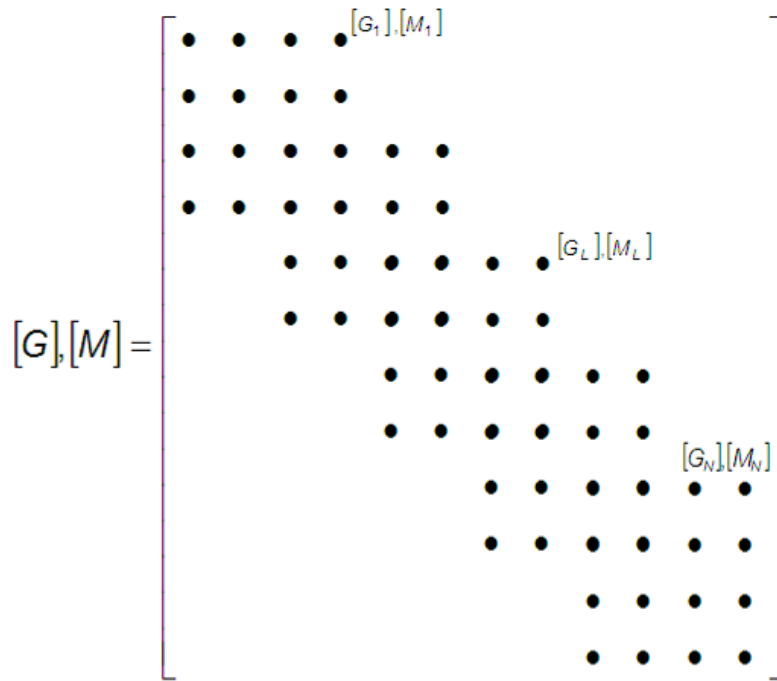
Los desplazamientos debidos al movimiento de campo libre, denotado por el vector  $\{\delta^f\}$ , de las dos regiones que forman el modelo, el cual es originado por la excitación horizontal  $Ue^{i\omega t}$  o vertical  $We^{i\omega t}$  en la base del depósito del suelo, se puede determinar haciendo  $k=0$  en la ecuación 2.32 y considerando los grados de libertad en la base del depósito lo que lleva al sistema homogéneo de ecuaciones algebraicas

$$[G - \omega^2 M]\{V_0\} = \{0\} \quad (\text{ec. 2.47})$$

donde una vez solucionado el sistema, se tiene que

$$\{V_0\} = \{\delta^l\} = \begin{Bmatrix} u_j^l \\ w_j^l \end{Bmatrix}; \quad j = 1, \dots, N+1 \quad (\text{ec. 2.48})$$

Las matrices para el sistema de ecuaciones planteado en la ec. 2.47 se ensamblan como se muestra en la figura 2.4, que corresponde a la región derecha del modelo desarrollado.



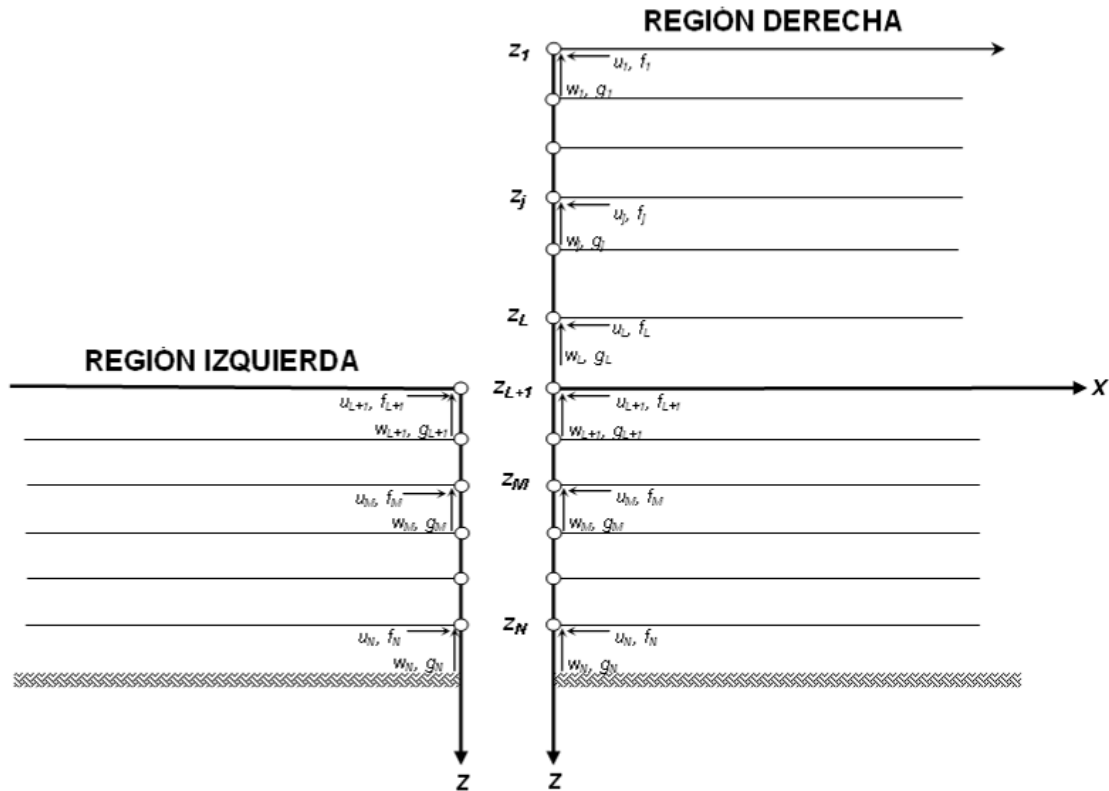
**Figura 2.4.** Ensamblado de matrices para construcción del campo libre, región derecha

Los componentes  $u_j^l$  y  $w_j^l$  del movimiento de campo libre se obtienen al resolver el sistema inhomogéneo de ecuaciones algebraico mostrado en la ec. 2.47, después de imponer las condiciones de frontera en el nodo de la base rígida del depósito de suelo,  $V_{2N+1} = U_g$  (excitación horizontal) y/o  $V_{2N+2} = W_g$  (excitación vertical).

Las fuerzas nodales consistentes correspondientes,  $\{F^l\}$ , resultan de multiplicar el campo libre de desplazamientos por la matriz  $[D]$ , considerando también el grado de libertad en la base del depósito.

$$\{F^j\} = \begin{Bmatrix} f_j^j \\ g_j^j \end{Bmatrix} = [D]\{\delta^j\}; \quad j = 1, \dots, N+1 \quad (\text{ec. 2.49})$$

En la figura 2.5 se muestran esquemáticamente los componentes de los vectores de desplazamientos ( $u$ ,  $w$ ) y fuerzas ( $f$ ,  $g$ ), ya sea difractados o de campo libre, actuantes en los nodos de ambas regiones.



**Figura 2.5.** Desplazamientos y fuerzas nodales en la interfaz de las dos regiones.

Hasta este punto solo se han obtenido las fuerzas y desplazamientos de las dos regiones de suelo con el método del estrato delgado adaptado al problema de muros de retención. El siguiente paso es incluir el muro de retención, formular las ecuaciones de equilibrio y las condiciones de frontera del problema de interacción entre el muro de retención, el relleno y el suelo de soporte, y desarrollar el método de solución para poder resolver numéricamente el problema planteado.



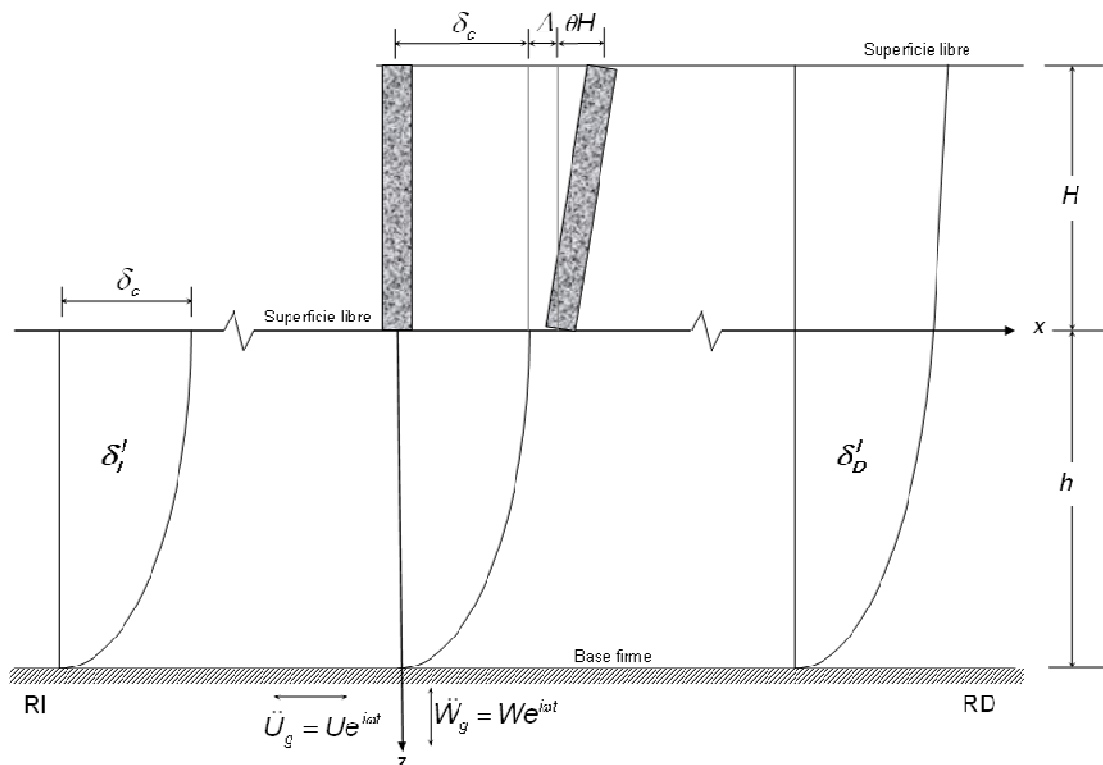
# 3. MODELO DE MURO DE RETENCIÓN SOBRE BASE FLEXIBLE

A continuación se presentan la metodología implementada para el cálculo de la respuesta sísmica de muros de retención rígidos desplantados sobre base flexible, es decir muros con la posibilidad de deslizarse y girar.

En la figura 3.1 se presenta el modelo acoplado de un muro desplantado sobre base flexible. Para fines del análisis el modelo se descompuso en tres etapas que juntas representan correctamente la respuesta total del sistema suelo-muro.

La primera etapa considera la excitación al nivel del basamento, sin permitir el deslizamiento ni la rotación de la base del muro; en esta etapa se obtienen las fuerzas sobre el muro y los momentos correspondientes. En la segunda etapa se impone al muro un desplazamiento unitario solamente y en la tercera etapa un giro unitario solamente. Para cada una de estas dos etapas, se obtienen también las

fuerzas y momentos correspondientes. Una vez obtenidas las fuerzas y momentos de las tres etapas, es necesario acoplar todas las fuerzas y momentos obtenidos considerando las reacciones del suelo de soporte y el peso propio del muro. Este acoplamiento se realiza por medio de dos ecuaciones de equilibrio, de cuya solución se obtienen los coeficientes de participación modal que correspondan al movimiento “real” del muro. Finalmente, se obtienen las fuerzas y momentos “reales” que actúan sobre el muro.

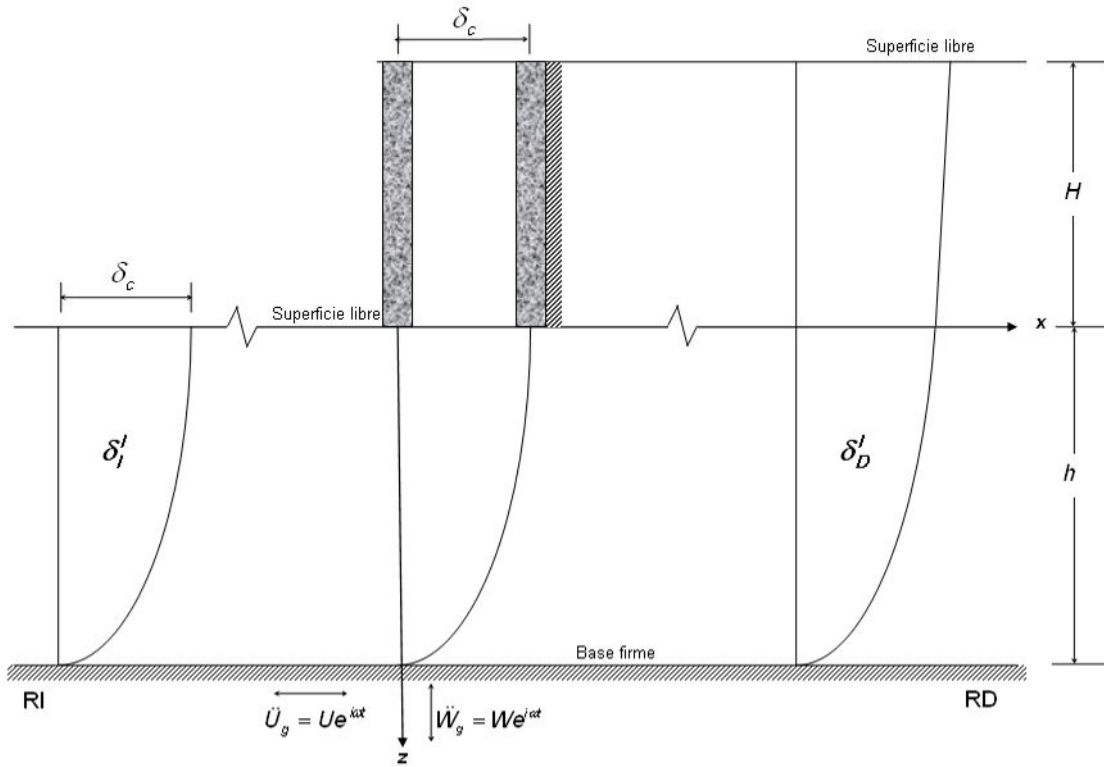


**Figura 3.1.** Modelo conceptual general de un muro de retención, desplantado sobre base flexible y con posibilidad de rotar y deslizarse.

### 3.1. Etapa 1: Excitación en el basamento, sin deslizamiento ni rotación del muro ( $\Delta = \theta = 0$ )

El modelo planteado para la primera etapa se presenta en la figura 3.2. Aunque en esta etapa no se permite movimiento alguno al muro (ni de traslación, ni de rotación), debido a la amplificación del movimiento de excitación en el basamento al pasar por el estrato de suelo que se halla debajo del muro (que se denominará

“suelo de cimentación”, para diferenciarlo del suelo retenido por el muro al que se le denominará “relleno”), el muro sufre un desplazamiento relativo igual al valor en la superficie del desplazamiento (ya sea horizontal o vertical dependiendo del sentido de la excitación) de campo libre de la región izquierda, definido en la figura 3.2 como  $\delta_c$ .



**Figura 3.2.** Modelo conceptual de la Etapa 1 (excitación en la base).

Ahora se presentan los desarrollos necesarios para obtener las fuerzas sobre el muro mediante superposición modal. En todas las variables, el subíndice  $I$  se refiere a la región izquierda y el  $D$  a la región derecha.

Los desplazamientos totales del muro,  $\delta_{Muro}(x=0, 1 \leq z \leq L+1)$ , pueden expresarse como

$$\{\delta_{Muro}(x=0, 1 \leq z \leq L+1)\} = \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = \{\delta'_I\} + \{\delta'_D\} = \{\delta'_D\} + [V_D]\{C_D\} \quad (\text{ec. 3.1})$$

Asimismo, las fuerzas totales sobre el muro,  $F_{Muro}(x=0, 1 \leq z \leq L+1)$ , pueden expresarse como

$$\{F_{Muro}(x=0, 1 \leq z \leq L+1)\} = \begin{Bmatrix} f \\ g \end{Bmatrix} = \{F_D^l\} + \{F_D^d\} = \{F_D^l\} + [P_D]\{C_D\} \quad (\text{ec. 3.2})$$

donde  $\{\delta_D^l\}$  y  $\{F_D^l\}$  son los campos libres de desplazamiento y fuerza de la región derecha, respectivamente,  $\{\delta_D^d\}$  y  $\{F_D^d\}$  son los campos difractados de desplazamientos y fuerzas también de la región derecha, respectivamente.

Además,  $[V_D]$  es la matriz de desplazamientos modales en la región derecha, definida por

$$[V_D(x)] = \begin{bmatrix} v_{D2j-1,l} \\ v_{D2j,l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{Dj}^l \exp^{-ik_j x} \\ W_{Dj}^l \exp^{-ik_j x} \end{bmatrix} \quad (\text{ec. 3.3})$$

$1 \leq j \leq L, 1 \leq l \leq 2N$

Y  $[P_D]$  es la matriz de fuerzas modales en la región derecha, definida por

$$[P_D(x)] = \begin{bmatrix} P_{D2j-1,l} \\ P_{D2j,l} \end{bmatrix} = [iA_D V_D K_D + D_D V_D] \quad (\text{ec. 3.4})$$

$1 \leq j \leq L, 1 \leq l \leq 2N$

donde  $[A_D]$ ,  $[K_D]$  y  $[D_D]$  son las matrices ensambladas de propiedades de la región derecha ya definidas en el capítulo 2. Asimismo, el vector de coeficientes de participación modal correspondiente a la región derecha se denota por  $\{C_D\}$ .

Los vectores de campo libre de la región derecha tanto de desplazamientos,  $\{\delta_D^l\}$ , como de fuerzas,  $\{F_D^l\}$ , se obtienen conforme lo expresado en el capítulo 2.2.

Como ya se comentó anteriormente, la amplificación del movimiento de excitación en la base al pasar por el estrato de suelo de cimentación hace que el muro tenga un desplazamiento relativo igual a  $\delta_c$ , por lo que

$$\{\delta_{Muro}(x=0, 1 \leq z \leq L+1)\} = \delta_c = \delta_l'(x=0, z=0) \quad (\text{ec. 3.5})$$

Para obtener el valor de las incógnitas, vector de coeficientes de participación  $\{C_D\}$ , es necesario establecer las condiciones de frontera tanto en los nodos de contacto muro-relleno ( $1 \leq z \leq L+1$ ) como en los nodos de interfaz entre regiones izquierda y derecha ( $L+2 \leq z \leq N$ ):

$$\begin{array}{rcl}
 \text{RI} & & \text{RD} & \text{Nodos} \\
 \delta_c & = & \{\delta'_D\} + [V_D]\{C_D\} & 1 \leq z \leq L+1 \\
 \{\delta'_I\} + [V_I]\{C_I\} & = & \delta_c & z = L+1 \\
 \{\delta'_I\} + [V_I]\{C_I\} & = & \{\delta'_D\} + [V_D]\{C_D\} & L+2 \leq z \leq N \\
 -\{F'_I\} - [P_I]\{C_I\} & = & \{F'_D\} + [P_D]\{C_D\} & L+2 \leq z \leq N
 \end{array}$$

En las condiciones de frontera se nota que el nodo  $z_{L+1}$  es crítico, ya que aparte de que en él se localiza la base del muro de retención, también es el primer punto de contacto entre las regiones izquierda y derecha.

Se aprecia también que las fuerzas de la región izquierda tienen signos negativos. Lo anterior se debe a la convención de signos que se consideró para los esfuerzos normales (previo a su integración para obtener las fuerzas), tomándose como positivos si actúan en la dirección positiva de la coordenada de referencia sobre la cara positiva del elemento, o si actúan en la dirección negativa de la coordenada de referencia sobre la cara negativa del elemento. Asimismo, los esfuerzos normales se consideraron negativos en caso contrario. Con base en lo anterior, para obtener el equilibrio de los esfuerzos en el contacto entre ambas regiones, en la región izquierda los esfuerzos son negativos porque actúan hacia la derecha (dirección  $+x$ ) sobre la cara vertical negativa. De la misma manera, en la región derecha los esfuerzos son negativos también, porque actúan hacia la izquierda (dirección  $-x$ ) sobre la cara vertical positiva. Al realizar el equilibrio de esfuerzos se obtienen los signos que aparecen en la ecuación anterior.

En las ecuaciones anteriores  $[V_I]$  corresponde a la matriz de desplazamientos modales de la región izquierda evaluada en  $x = 0$ , esto es:

$$[V_l(x)] = \begin{bmatrix} v_{l2j-1,l} \\ v_{l2j,l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{lj}^l \\ -W_{lj}^l \end{bmatrix} \quad (\text{ec. 3.6})$$

$1 \leq j \leq (N-L), 1 \leq l \leq 2(N-L)$

La correspondiente matriz de fuerzas modales de la región izquierda es

$$[P_l(x)] = \begin{bmatrix} P_{l2j-1,l} \\ P_{l2j,l} \end{bmatrix} = [-iA_l V_l K_l + D_l V_l] \quad (\text{ec. 3.7})$$

$1 \leq j \leq (N-L), 1 \leq l \leq 2(N-L)$

Todos los demás elementos ya fueron definidos anteriormente para la región derecha (subíndice  $D$ ) y tienen los mismos significados para la región izquierda (subíndice  $l$ )

Desarrollando las ecuaciones anteriores se llega a lo siguiente:

$[V_D]\{C_D\}$	$=$	$\delta_c - \{\delta_D^l\}$	Nodos $1 \leq z \leq L+1$
$[V_l]\{C_l\}$	$=$	$\delta_c - \{\delta_l^l\}$	$z = L+1$
$[V_l]\{C_l\} - [V_D]\{C_D\}$	$=$	$\{\delta_D^l\} - \{\delta_l^l\}$	$L+2 \leq z \leq N$
$-[P_l]\{C_l\} - [P_D]\{C_D\}$	$=$	$\{F_D^l\} + \{F_l^l\}$	$L+2 \leq z \leq N$

Así se define el sistema de ecuaciones cuya solución proporciona los coeficientes de participación modal en la etapa 1, para las regiones derecha e izquierda ( $\{C_D\}$  y  $\{C_l\}$ ).

La estructura del sistema matricial de ecuaciones para esta etapa se ilustra esquemáticamente a continuación:

$$\begin{pmatrix} [0] & [V_D] \\ [V_l] & [0] \\ [V_l] & -[V_D] \\ -[P_l] & -[P_D] \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \{C_l\} \\ \{C_D\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta_c - \{\delta_D^l\} \\ \delta_c - \{\delta_l^l\} \\ \{\delta_D^l\} - \{\delta_l^l\} \\ \{F_D^l\} + \{F_l^l\} \end{Bmatrix}$$

Nodos
$1 \leq z \leq L+1$
$z = L+1$
$L+2 \leq z \leq N$
$L+2 \leq z \leq N$

Una vez resuelto el sistema de ecuaciones se obtienen los valores de los coeficientes de participación para la región izquierda  $\{C_I\}$  y derecha  $\{C_D\}$ . Sustituyendo los valores de  $\{C_D\}$  en la ecuación 3.2, se obtienen las fuerzas totales que actúan sobre el muro de retención.

El cortante basal,  $Q_b$ , se obtiene de sumar todas las fuerzas horizontales sobre el muro, para cada frecuencia de excitación. El momento de volteo en la base del muro,  $M_b$ , se obtiene de sumar los momentos generados en cada nodo por las fuerzas nodales horizontales, para cada frecuencia de excitación. En la figura 3.3 se muestran las acciones resultantes sobre el muro, las cuales se calculan con

$$Q_b = \sum_{j=1}^{j=L+1} F_{2j-1} \quad (\text{ec. 3.8})$$

$$M_b = \sum_{j=1}^{j=L+1} [F_{2j-1} \cdot (H - h_{j-1})] \quad (\text{ec. 3.9})$$

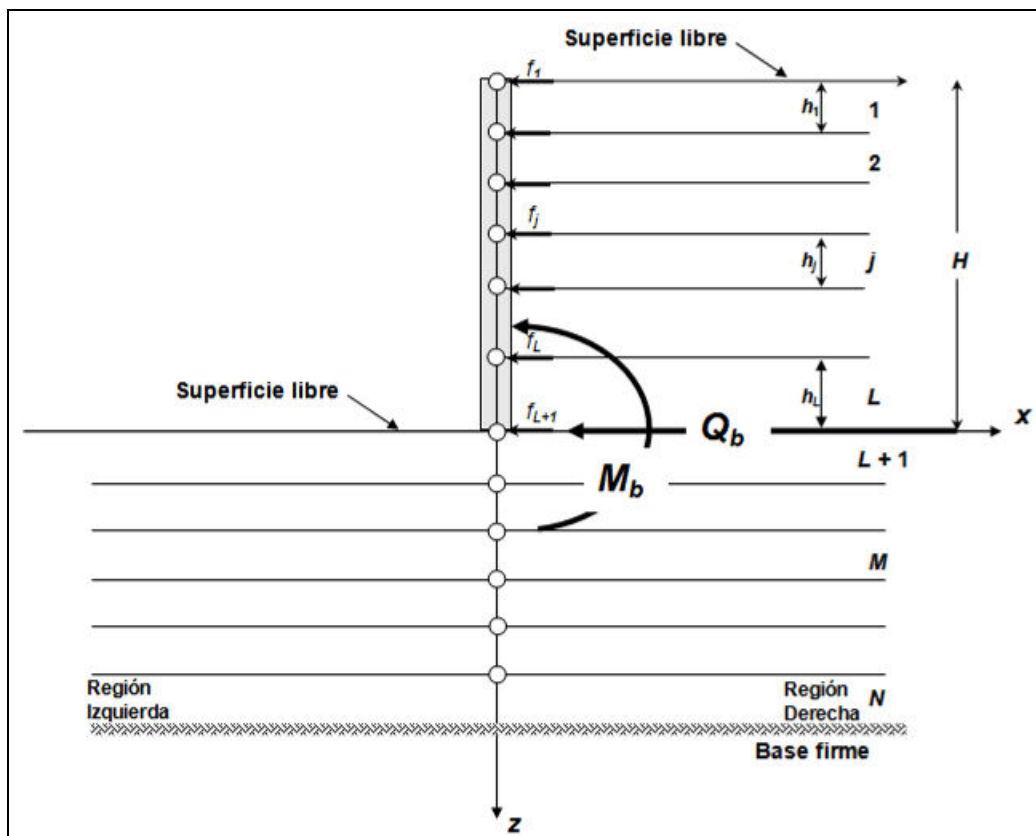


Figura 3.3. Cortante basal y momento resultantes para la Etapa 1.

### 3.2. Etapa 2. Desplazamiento unitario del muro ( $\Delta = 1$ )

El modelo planteado para la segunda etapa se presenta en la figura 3.4. En ésta etapa no se considera la excitación en la base firme, debido a que ya fue considerada en la etapa anterior, por lo que no se genera el campo libre debido a las ondas incidentes, sino sólo el campo difractado debido al movimiento del muro.

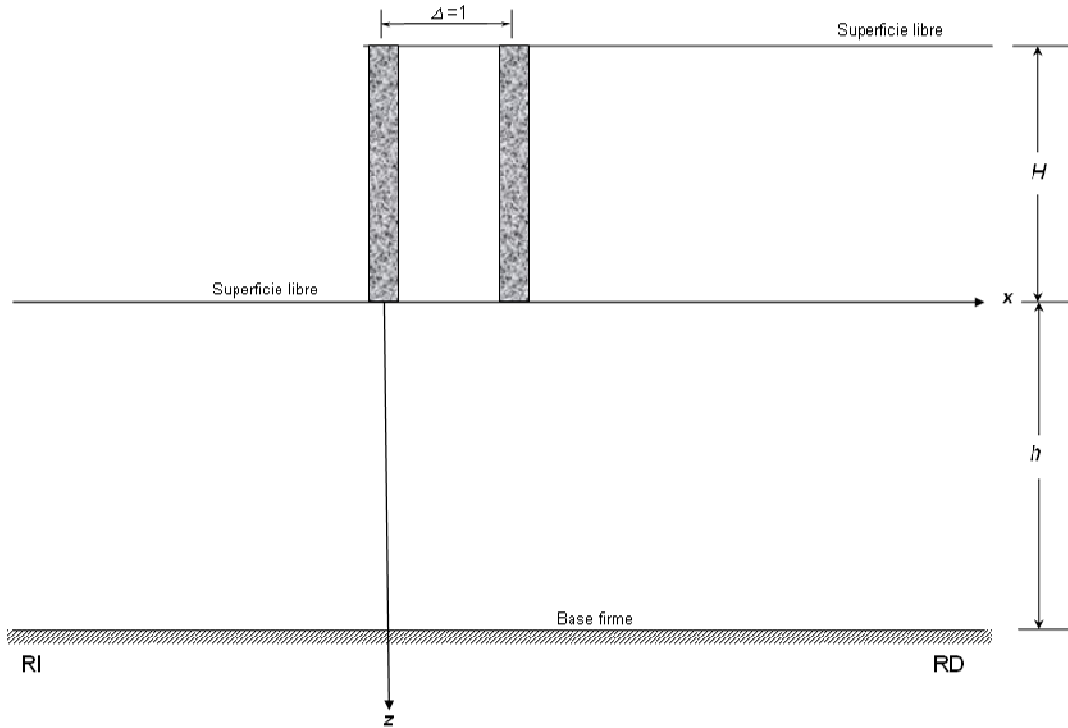


Figura 3.4. Modelo conceptual de la Etapa 2.

De acuerdo con lo anterior, los desplazamientos del suelo en el contacto con el muro,  $\delta_{Muro}(x=0, 1 \leq z \leq L+1)$ , están dados por

$$\{\delta_{Muro}(x=0, 1 \leq z \leq L+1)\} = \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = \{\delta_D^d\} = [V_D]\{C_D\} \quad (\text{ec. 3.10})$$

Asimismo, las fuerzas resultantes sobre el muro,  $F_{Muro}(x=0, 1 \leq z \leq L+1)$ , están dadas por

$$\{F_{Muro}(x=0, 1 \leq z \leq L+1)\} = \begin{Bmatrix} f \\ g \end{Bmatrix} = \{F_D^d\} = [P_D]\{C_D\} \quad (\text{ec. 3.11})$$



Todos los elementos de estas ecuaciones ya fueron definidos en la etapa 1.

Al imponer al muro un desplazamiento horizontal unitario ( $\Delta = 1$ ), las condiciones de frontera que deben cumplirse se escriben como:

RI	=	RD	Nodos
$\{\delta_{\Delta}\}$	=	$[V_D]\{C_D\}$	$1 \leq z \leq L+1$
$[V_I]\{C_I\}$	=	$\{\delta_{\Delta}\}$	$z = L+1$
$[V_I]\{C_I\}$	=	$[V_D]\{C_D\}$	$L+2 \leq z \leq N$
$-[P_I]\{C_I\}$	=	$[P_D]\{C_D\}$	$L+2 \leq z \leq N$

donde  $\{\delta_{\Delta}\}$  es el vector de desplazamientos horizontales impuestos al muro, esto es:

$$\{\delta_{\Delta}\} = \left\{ \begin{array}{l} \delta_{\Delta \ 2j-1} = 1 \\ \delta_{\Delta \ 2j} = 0 \end{array} \right\}, 1 \leq j \leq L+1 \quad (\text{ec. 3.12})$$

Todos los demás elementos ya fueron definidos y explicados en la etapa 1.

Desarrollando las ecuaciones anteriores se llega a lo siguiente:

$[V_D]\{C_D\}$	=	$\{\delta_{\Delta}\}$	Nodos
$[V_I]\{C_I\}$	=	$\{\delta_{\Delta}\}$	$1 \leq z \leq L+1$
$[V_I]\{C_I\} - [V_D]\{C_D\}$	=	$0$	$z = L+1$
$-[P_I]\{C_I\} - [P_D]\{C_D\}$	=	$0$	$L+2 \leq z \leq N$
			$L+2 \leq z \leq N$

Así se define el sistema de ecuaciones cuya solución proporciona los coeficientes de participación modal en la etapa 2, para las regiones derecha e izquierda ( $\{C_D\}$  y  $\{C_I\}$ ).

La estructura del sistema matricial de ecuaciones para esta etapa se ilustra esquemáticamente a continuación:

$$\begin{pmatrix} [0] & [V_D] \\ [V_I] & [0] \\ [V_I] & -[V_D] \\ -[P_I] & -[P_D] \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \{C_I\} \\ \{C_D\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\delta_\Delta\} \\ \{\delta_\Delta\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \begin{array}{l} \text{Nodos} \\ 1 \leq z \leq L+1 \\ z = L+1 \\ L+2 \leq z \leq N \\ L+2 \leq z \leq N \end{array}$$

Sustituyendo los valores de  $\{C_D\}$  en la ecuación 3.11 se obtienen las fuerzas totales que actúan sobre el muro de retención.

El cortante basal,  $Q_b$ , y el momento de volteo en la base del muro,  $M_b$ , de la etapa 2 se obtiene de manera similar que para la etapa 1.

### 3.3. Etapa 3. Giro unitario del muro ( $\theta = 1$ )

El modelo planteado para la tercera etapa se presenta en la figura 3.5. En ésta etapa se le impone al muro un giro unitario con centro en su base. Al igual que en la etapa anterior, sólo se genera el campo difractado debido al movimiento impuesto.

En este caso, los desplazamientos del suelo en el contacto con el muro,  $\delta_{Muro}(x=0, 1 \leq z \leq L+1)$ , están representados por

$$\{\delta_{Muro}(x=0, 1 \leq z \leq L+1)\} = \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = \{\delta_D^d\} = [V_D]\{C_D\} \quad (\text{ec. 3.10})$$

Asimismo, las fuerzas resultantes sobre el muro,  $F_{Muro}(x=0, 1 \leq z \leq L+1)$ , están representadas por

$$\{F_{Muro}(x=0, 1 \leq z \leq L+1)\} = \begin{Bmatrix} f \\ g \end{Bmatrix} = \{F_D^d\} = [P_D]\{C_D\} \quad (\text{ec. 3.11})$$

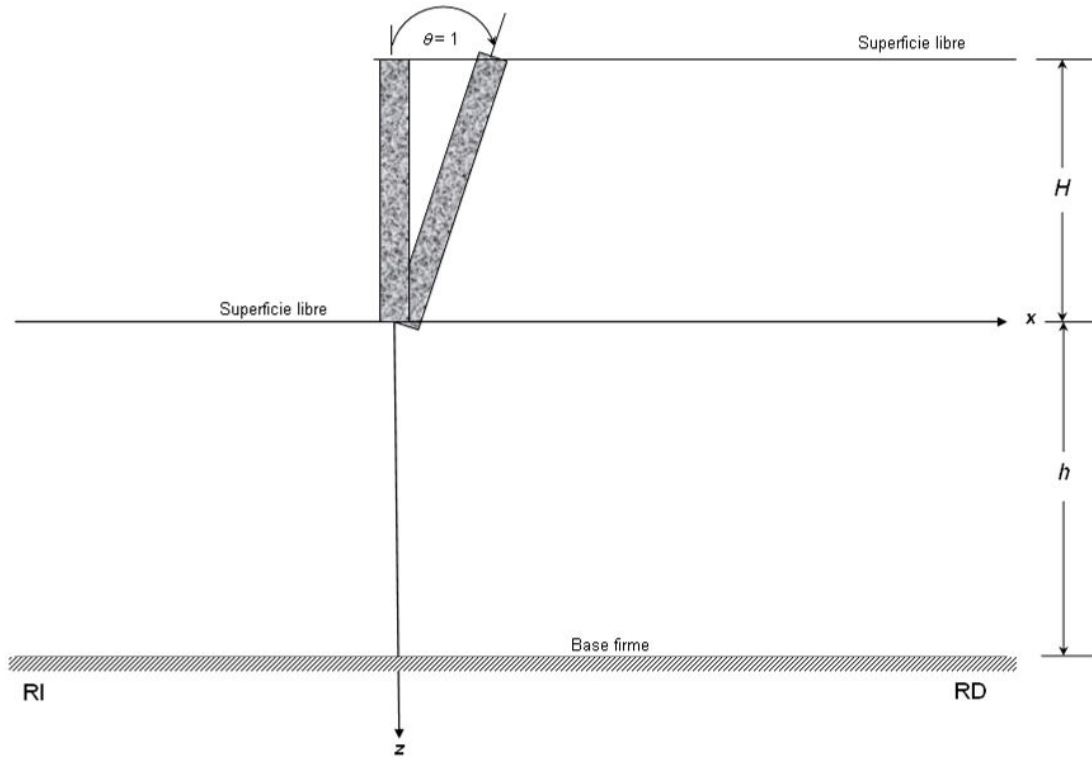


Figura 3.5. Modelo conceptual de la Etapa 3.

Aunque las ecuaciones sean similares, la diferencia estriba en que en esta etapa se impone al muro un giro unitario ( $\theta = 1$ ) en lugar de un desplazamiento horizontal unitario ( $\Delta = 1$ ), con lo que las condiciones de frontera cambian tal como se muestra a continuación:

RI	RD	Nodos
$\{\delta_\theta\}$	$= [V_D]\{C_D\}$	$1 \leq z \leq L+1$
$[V_I]\{C_I\}$	$= \{\delta_\theta\}$	$z = L+1$
$[V_I]\{C_I\}$	$= [V_D]\{C_D\}$	$L+2 \leq z \leq N$
$-[P_I]\{C_I\}$	$= [P_D]\{C_D\}$	$L+2 \leq z \leq N$

donde  $\{\delta_\theta\}$  es el vector de desplazamientos impuestos al muro, esto es:

$$\{\delta_\theta\} = \left\{ \begin{array}{l} \delta_{\theta \ 2j-1} = H - \sum_j^{L+1} h_{j-1} \\ \delta_{\theta \ 2j} = 0 \end{array} \right\}, 1 \leq j \leq L+1 \quad (\text{ec. 3.12})$$

Desarrollando las ecuaciones anteriores se llega a lo siguiente:

$$\begin{array}{rcl}
[V_D]\{C_D\} & = & \{\delta_\theta\} \\
[V_I]\{C_I\} & = & \{\delta_\theta\} \\
[V_I]\{C_I\} - [V_D]\{C_D\} & = & 0 \\
-[P_I]\{C_I\} - [P_D]\{C_D\} & = & 0
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
\text{Nodos} \\
1 \leq z \leq L+1 \\
z = L+1 \\
L+2 \leq z \leq N \\
L+2 \leq z \leq N
\end{array}$$

Así se define el sistema de ecuaciones cuya solución proporciona los coeficientes de participación modal en la etapa 3, para las regiones derecha e izquierda ( $\{C_D\}$  y  $\{C_I\}$ ).

La estructura del sistema matricial de ecuaciones para esta etapa se ilustra esquemáticamente a continuación:

$$\begin{pmatrix}
[0] & [V_D] \\
[V_I] & [0] \\
[V_I] & -[V_D] \\
-[P_I] & -[P_D]
\end{pmatrix}
\begin{Bmatrix}
\{C_I\} \\
\{C_D\}
\end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix}
\{\delta_\theta\} \\
\{\delta_\theta\} \\
\{0\} \\
\{0\}
\end{Bmatrix}
\quad
\begin{array}{l}
\text{Nodos} \\
1 \leq z \leq L+1 \\
z = L+1 \\
L+2 \leq z \leq N \\
L+2 \leq z \leq N
\end{array}$$

Sustituyendo los valores de  $\{C_D\}$  en la ecuación 3.11 se obtienen las fuerzas totales que actúan sobre el muro de retención.

El cortante basal,  $Q_b$ , y el momento de volteo en la base del muro,  $M_b$ , de la etapa 3 se obtiene de manera similar que para la etapa 1.

### 3.4. Ecuaciones de equilibrio

Una vez obtenidas las fuerzas en las tres etapas anteriores ( $\Delta = \theta = 0$ ,  $\Delta = 1$ ,  $\theta = 1$ ) que sumadas reproducen correctamente la respuesta de un muro rígido desplazado sobre base flexible, es necesario acoplar todas estas fuerzas y momentos considerando las reacciones del suelo de soporte (al deslizamiento,  $R_\Delta$ ,

y al giro,  $R_\theta$ ) y sus características inerciales (masa,  $M$ , y momento de inercia,  $J$ ), mediante las ecuaciones de equilibrio que a continuación se detallan (Figura 3.6).

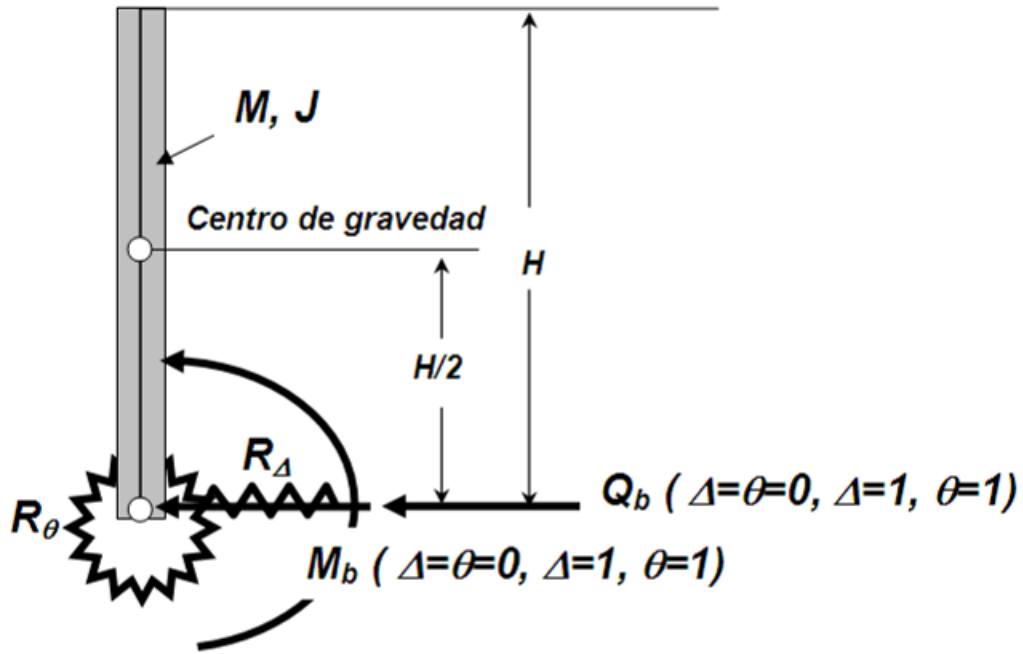


Figura 3.6. Fuerzas y momentos actuantes en el muro.

Estableciendo el equilibrio dinámico de fuerzas horizontales, se tiene:

$$Q_{b(\Delta=\theta=0)} - Q_{b(\Delta=1)}\Delta - Q_{b(\theta=1)}\theta - M\ddot{\Delta} - M\ddot{\theta}\frac{H}{2} = R_\Delta\Delta \quad (\text{ec. 3.13})$$

Estableciendo el equilibrio dinámico de momentos de volteo, se tiene:

$$M_{b(\Delta=\theta=0)} - M_{b(\Delta=1)}\Delta - M_{b(\theta=1)}\theta - M\ddot{\Delta}\frac{H}{2} - M\ddot{\theta}\frac{H^2}{3} - M\ddot{\theta}\frac{B^2}{12} = R_\theta\theta \quad (\text{ec. 3.14})$$

donde:

$$\ddot{\Delta} = -\omega^2\Delta \quad (\text{ec. 3.15})$$

y

$$\ddot{\theta} = -\omega^2\theta \quad (\text{ec. 3.16})$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.15 y 3.16 en la ecuación 3.13, ésta se reduce a

$$Q_{b(\Delta=\theta=0)} - Q_{b(\Delta=1)}\Delta - Q_{b(\theta=1)}\theta + M\omega^2\Delta + M\omega^2\theta\frac{H}{2} = R_{\Delta}\Delta$$

Arreglando y asociando términos, obtenemos que

$$R_{\Delta}\Delta + Q_{b(\Delta=1)}\Delta - M\omega^2\Delta + Q_{b(\theta=1)}\theta - M\omega^2\theta\frac{H}{2} = Q_{b(\Delta=\theta=0)}$$

$$\left(R_{\Delta} + Q_{b(\Delta=1)} - M\omega^2\right)\Delta + \left(Q_{b(\theta=1)} - M\omega^2\frac{H}{2}\right)\theta = Q_{b(\Delta=\theta=0)} \quad (\text{ec. 3.17})$$

Sustituyen las ecuaciones 3.15 y 3.16 en la ecuación 3.14, ésta se reduce a

$$M_{b(\Delta=\theta=0)} - M_{b(\Delta=1)}\Delta - M_{b(\theta=1)}\theta + M\omega^2\Delta\frac{H}{2} + M\omega^2\theta\frac{H^2}{3} + M\omega^2\theta\frac{B^2}{12} = R_{\theta}\theta$$

Arreglando y asociando términos, obtenemos que

$$M_{b(\Delta=1)}\Delta - M\omega^2\Delta\frac{H}{2} + R_{\theta}\theta + M_{b(\theta=1)}\theta - M\omega^2\theta\frac{H^2}{3} - M\omega^2\theta\frac{B^2}{12} = M_{b(\Delta=\theta=0)}$$

$$\left(M_{b(\Delta=1)} - M\omega^2\frac{H}{2}\right)\Delta + \left(R_{\theta} + M_{b(\theta=1)} - M\omega^2\frac{H^2}{3} - M\omega^2\frac{B^2}{12}\right)\theta = M_{b(\Delta=\theta=0)} \quad (\text{ec. 3.18})$$

donde  $R_{\Delta}$  y  $R_{\theta}$  son los resortes que restringen el deslizamiento y el giro de la base del muro, respectivamente, los cuales pueden estimarse a partir de las siguientes expresiones (Psarropoulos, PN. et al, 2005):

$$R_{\Delta} \cong \frac{2.1G_h}{2-\nu_h} \left(1 + \frac{B}{h}\right) \quad (\text{ec. 3.19})$$

$$R_{\theta} \cong \frac{\pi G_h B^2}{8(1-\nu_h)} \left(1 + \frac{1}{10} \frac{B}{h}\right) \quad (\text{ec. 3.20})$$

donde  $G_h$  y  $\nu_h$  son el módulo de rigidez y relación de Poisson del suelo de cimentación (de espesor  $h$ ) y  $B$  es el ancho de la base del muro.

Tal como se aprecia en las ecuaciones 3.19 y 3.20, los resortes que restringen los movimientos de la base del muro dependen de las propiedades del suelo de cimentación sobre el que está desplantado el muro.

La solución simultánea de las ecuaciones acopladas 3.17 y 3.18 permite obtener los valores de  $\Delta$  y  $\theta$  (desplazamiento y giro) para el sistema estudiado.

Finalmente, las fuerzas y momentos totales que actúan sobre el muro para cada frecuencia de excitación, pueden obtenerse con las ecuaciones siguientes:

$$Q_b = R_\Delta \Delta \quad (\text{ec. 3.21})$$

y

$$M_b = R_\theta \theta \quad (\text{ec. 3.22})$$

que corresponden a los términos del lado derecho de las ecuaciones 3.13 y 3.14 (sumatoria de fuerzas horizontales y momentos en la base del muro).

### 3.5. Calibración del modelo

A continuación se presentan la calibración del modelo comparando contra los resultados obtenidos por Veletsos y Younan (1994a, b y 1997), quienes son la primera referencia que considera la flexibilidad del suelo de cimentación y que presenta resultados que muestran la influencia del giro del muro, exclusivamente, en la respuesta dinámica. Cabe mencionar que, debido a la claridad de sus desarrollos matemáticos y al enfoque que le dan a los resultados, la mayoría de los autores que han escrito sobre el tema comparan sus resultados contra los de dichos autores.

Inicialmente, es necesario aclarar que el modelo de Veletsos y Younan (1994b), al que se le denominará V-Y, corresponde a un muro desplantado sobre terreno firme (es decir, no se tiene suelo debajo del muro), al cual se le coloca un resorte en la base que es el que restringe su giro. El material que soporta el muro (relleno) es homogéneo y elástico.

La rigidez del resorte  $R_\theta$  en el modelo V-Y se determina a partir de la ecuación siguiente:

$$R_{\theta} = \frac{G_H H^2}{d\theta} \quad (\text{ec. 3.23})$$

En la ecuación anterior  $G_H$  y  $H$  son el módulo de rigidez y la altura del relleno respectivamente y  $d\theta$  es, en términos prácticos, un factor de flexibilidad del suelo de cimentación que cuando vale cero indica rigidez infinita del resorte (no permite giro alguno al muro) y que a medida que se incrementa va dándole flexibilidad a la base del muro. Cabe señalar que todos los parámetros con subíndice  $H$  corresponden al relleno, para diferenciarlos posteriormente de los parámetros del suelo de cimentación que llevan el subíndice  $h$ .

Tal como se nota en la ecuación 3.23, al no existir el suelo de cimentación, el modelo V-Y determina el valor de la rigidez del resorte con las propiedades del relleno y controla este parámetro con el factor o coeficiente de flexibilidad, que es un valor arbitrario, por lo que a este análisis se le considera solamente desde el punto de vista cualitativo pero, sin embargo, muy conveniente para el análisis de la respuesta de un muro con posibilidad de rotar.

Para poder realizar la comparación, se debió entonces cambiar en el modelo desarrollado la manera de calcular la rigidez del resorte al giro que se determinaba con la ecuación 3.20 (con base en las propiedades del suelo de cimentación) para calcularlo con la 3.23. Asimismo, el resorte que restringe el deslizamiento se hizo infinitamente rígido para anular dicho movimiento.

Al igual que en este trabajo, el modelo V-Y resuelve el problema por superposición de efectos, pero con otro fundamento numérico. De manera idéntica a lo aquí presentado, en la primera etapa se considera un muro totalmente rígido que es excitado en su base, mientras que en la segunda etapa se impone un giro unitario del muro con eje en su base (correspondiente a la tercera etapa de esta investigación).



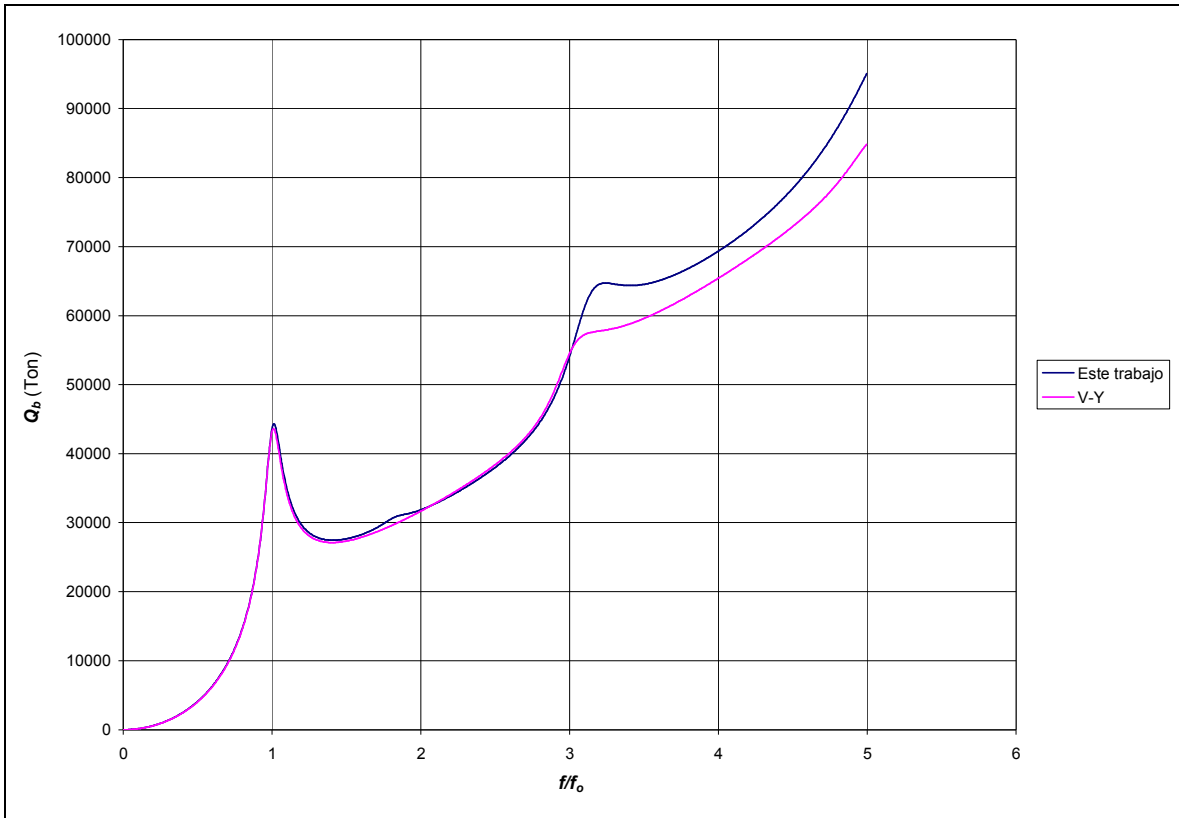
La calibración se realizó comparando inicialmente los resultados por etapas y posteriormente acoplando ambas etapas y evaluando distintas flexibilidades del resorte que restringe el giro del muro.

Los parámetros del relleno utilizados fueron:

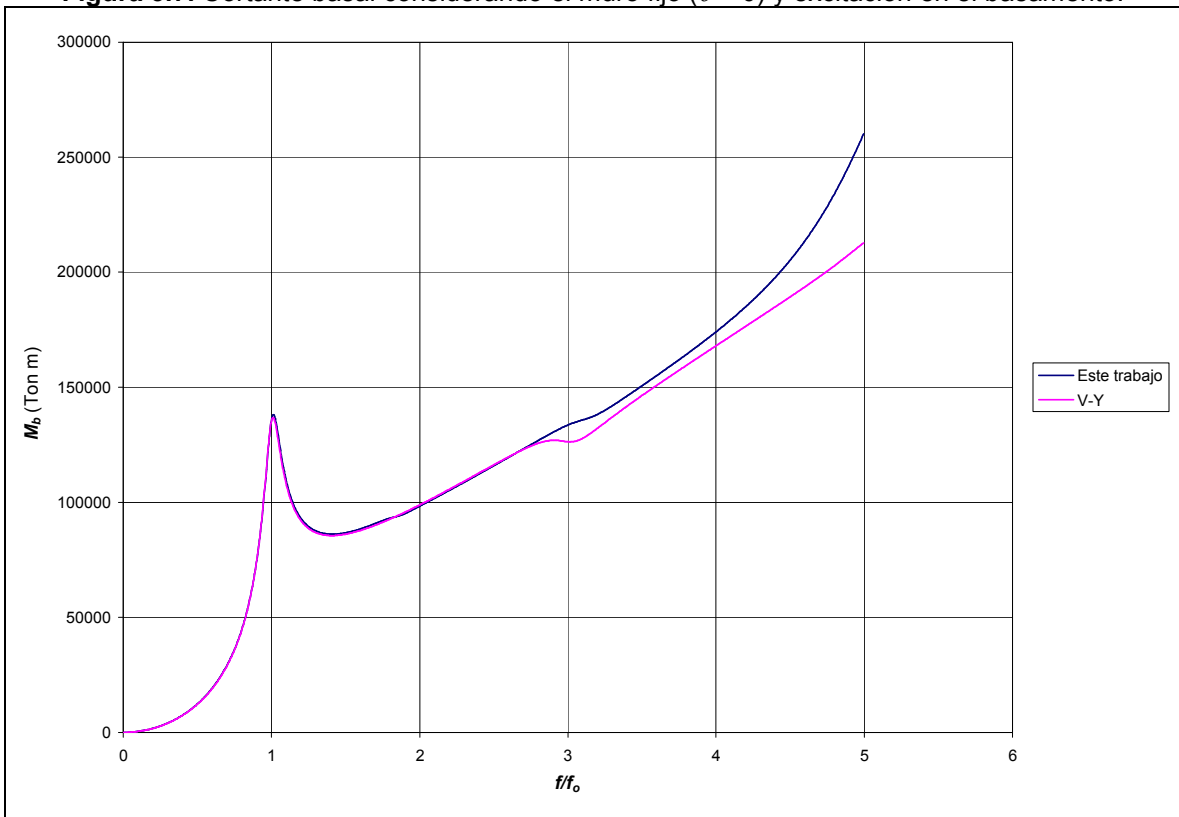
- Altura del muro y su relleno,  $H=5.0$  m.
- Velocidad de ondas de corte,  $V_{sH} = 200$  m/s.
- Peso volumétrico del relleno,  $\gamma_H = 1.5$  Ton/m<sup>3</sup>.
- Relación de Poisson,  $\nu_H = 1/3$ .
- Amortiguamiento,  $\beta_H = 5\%$ .

En las figuras 3.7 y 3.8 se presentan la comparación de los resultados obtenidos de la primera etapa (muro fijo,  $\theta=0$ , con excitación en la base) de ambos modelos.

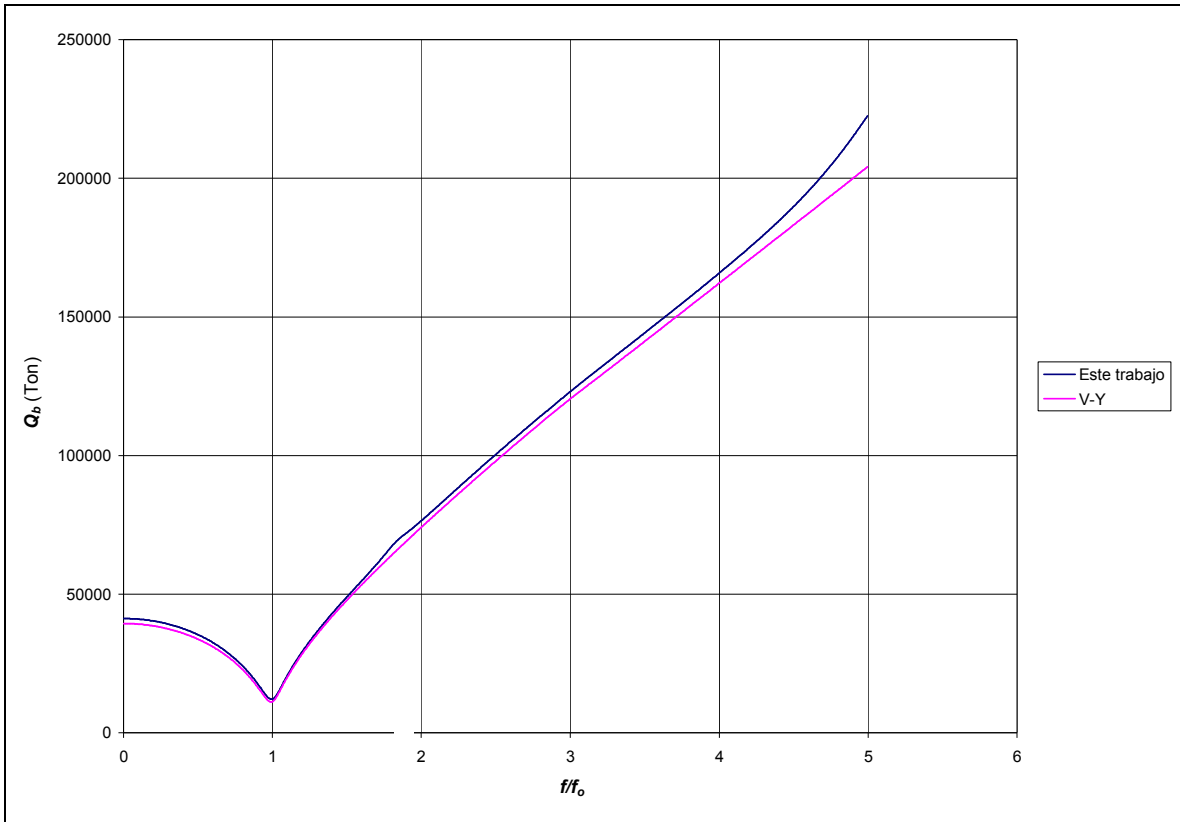
En las figuras 3.9 y 3.10 se comparan los valores obtenidos de la segunda etapa del modelo V-Y (tercera etapa del modelo propuesto en este trabajo), en la que se le impone al muro un giro unitario ( $\theta=1$ ).



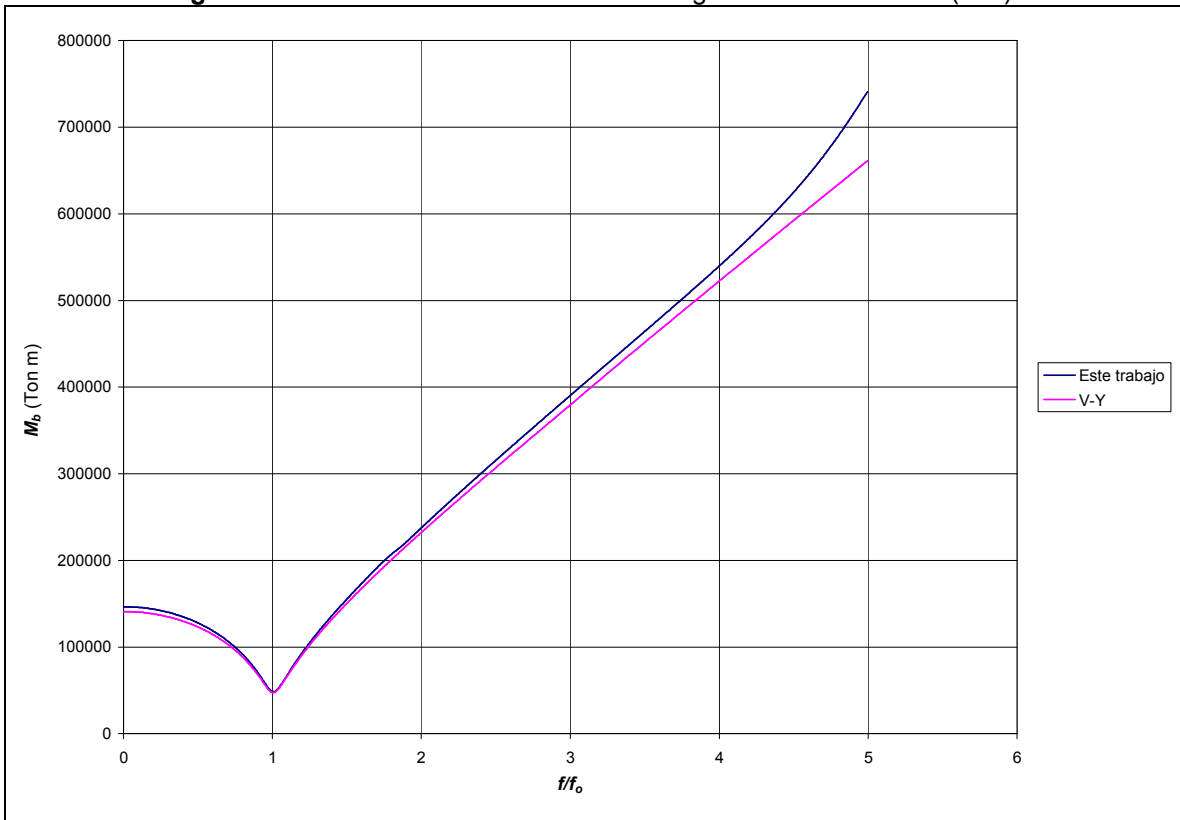
**Figura 3.7.** Cortante basal considerando el muro fijo ( $\theta = 0$ ) y excitación en el basamento.



**Figura 3.8.** Momento basal considerando el muro fijo ( $\theta = 0$ ) y excitación en el basamento.



**Figura 3.9.** Cortante basal considerando un giro unitario del muro ( $\theta=1$ ).



**Figura 3.10.** Momento basal considerando un giro unitario del muro ( $\theta=1$ ).

En las cuatro figuras anteriores, las grandes magnitudes que se tienen son debidas al hecho de que se está representando la respuesta del muro para un giro unitario impuesto, que no representa el comportamiento “real” del muro. Precisamente este giro “real” es la incógnita en las ecuaciones de equilibrio planteadas en el modelo V-Y, cuyo valor se obtiene al acoplar ambas etapas.

Finalmente, se presenta la comparación de los resultados obtenidos por ambos modelos con sus etapas acopladas. En las gráficas 3.11 a 3.13 se presentan las respuestas (cortante basal,  $Q_b$ ) del muro considerando distintos niveles de flexibilidad del resorte localizado en la base del muro que restringe su giro. Así pues, en las gráficas que se presentan a continuación  $d\theta = 0$  corresponde a un terreno de cimentación rígido que no permite giro alguno del muro,  $d\theta = 5$  corresponde a un terreno de cimentación muy flexible y  $d\theta = 1$  es un valor de flexibilidad intermedio.

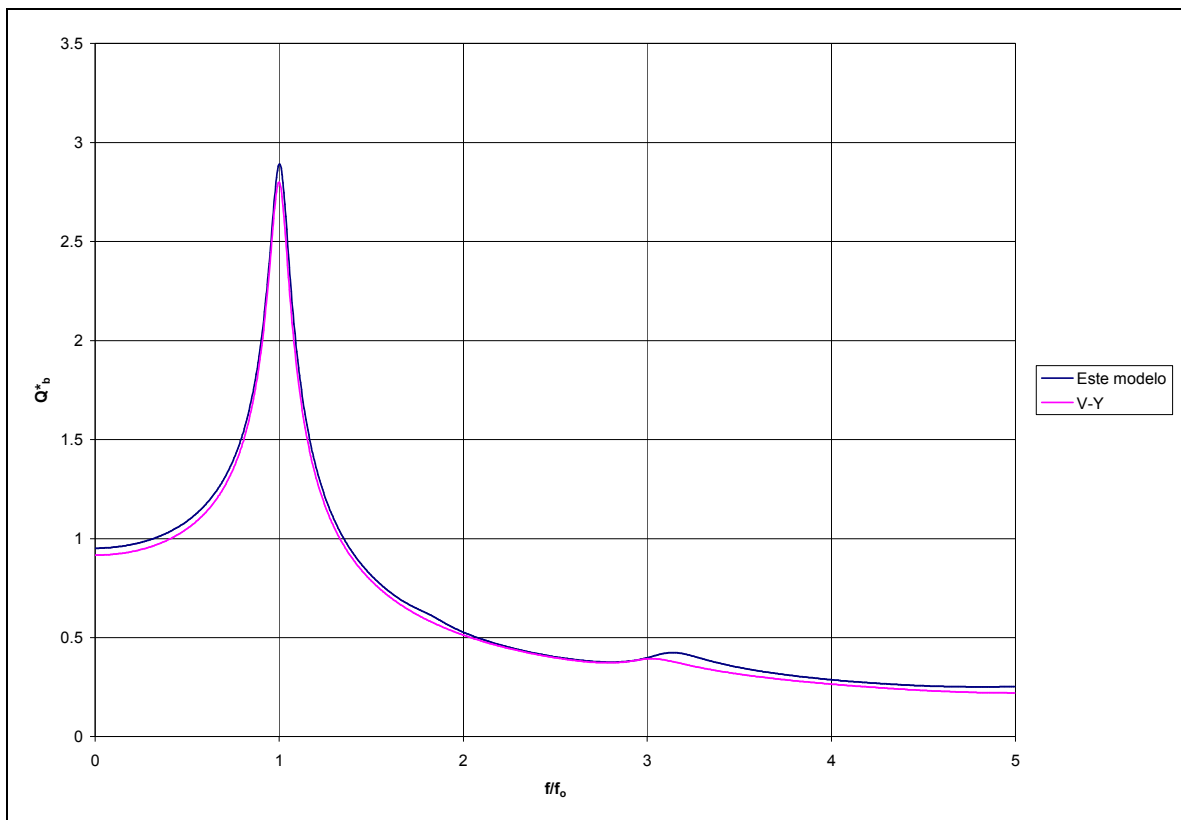
Es necesario aclarar que, aunque a primera vista el rango de valores de  $d\theta$  analizado en el modelo V-Y es arbitrario, después de hacer un análisis de los valores típicos de las propiedades de los suelos y de las dimensiones de los muros se encontró que, para un relleno con una velocidad de ondas de corte ( $V_{sh}$ ) de 120 m/s, relación de Poisson ( $\nu_H$ ) de 1/3 y amortiguamiento ( $\beta_H$ ) de 5%, un valor de  $d\theta = 1$  representa un muro de 3.0 m de altura desplantado sobre un estrato de suelo cuya velocidad de ondas de corte ( $V_{sh}$ ) es 4 veces la del relleno que soporta ( $V_{sh}=4V_{SH}$ ); y un valor de  $d\theta = 5$  representa al mismo muro pero desplantado sobre un estrato de suelo cuya velocidad de ondas de corte es de aproximadamente 2 veces la del relleno ( $V_{sh}=2V_{SH}$ ).

En estas figuras, el cortante basal está normalizado de acuerdo con la siguiente expresión.

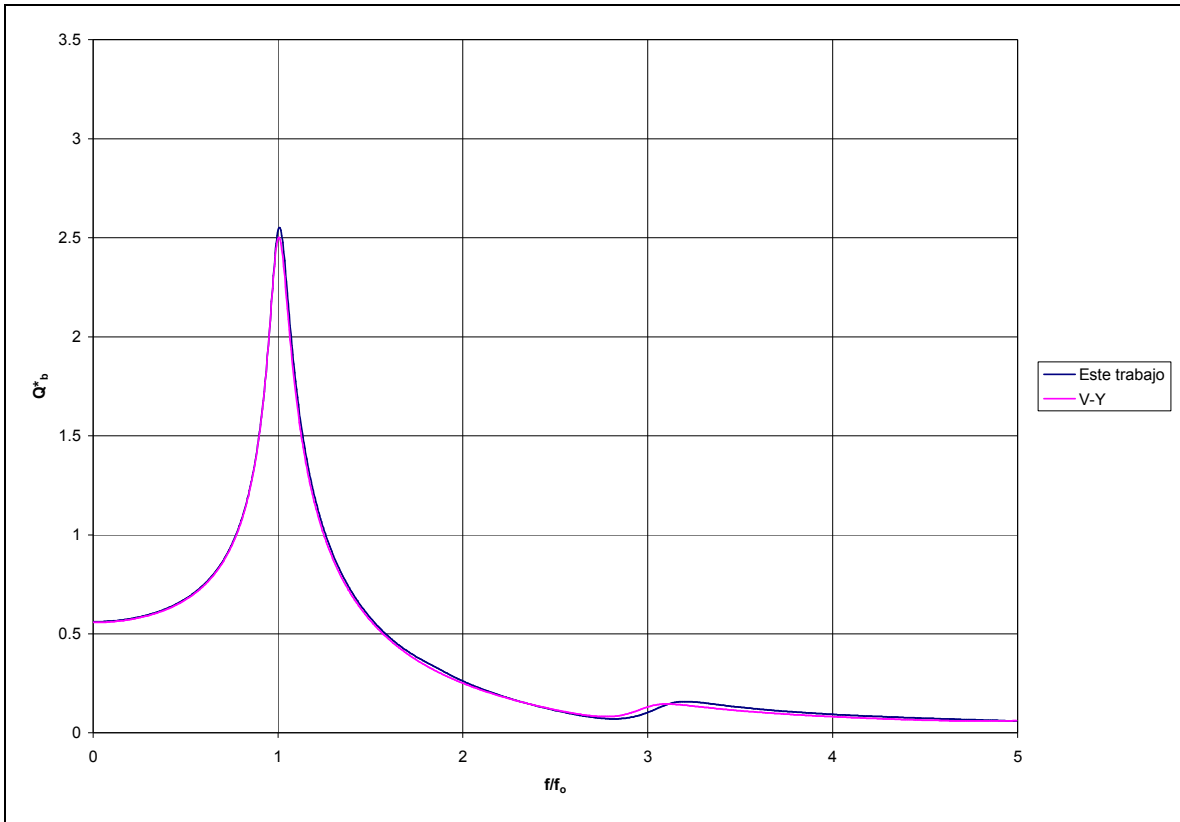
$$Q^*_b = \frac{Q_b}{\rho \ddot{X}_g H^2} \quad (\text{ec. 3.25})$$

donde  $\ddot{X}_g = \ddot{U}_g$  si la excitación es horizontal y  $\ddot{X}_g = \ddot{W}_g$  si es vertical. El valor de la excitación usualmente se toma de registros sísmicos en la superficie, al nivel de desplante del muro en el punto denominado “control”, por ser éstos los que comúnmente se tienen en la práctica y que ya incluyen el efecto de amplificación por el estrato de suelo de cimentación.

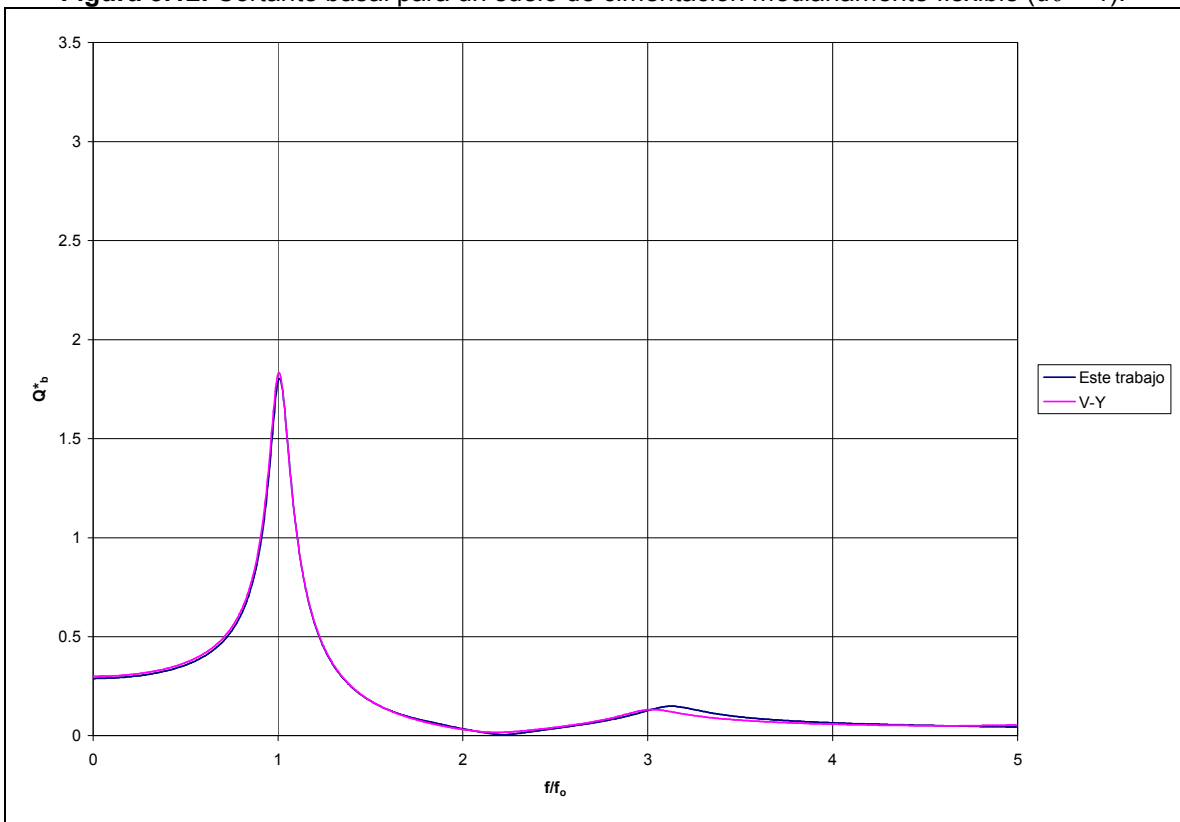
En las abscisas, la frecuencia de excitación ( $f$ ) está normalizada contra la frecuencia fundamental del sistema ( $f_0$ ). Estas normalizaciones se utilizan también en el análisis en la frecuencia que se presenta en el capítulo siguiente.



**Figura 3.11.** Cortante basal para un suelo de cimentación rígido o terreno firme ( $d\theta = 0$ ).



**Figura 3.12.** Cortante basal para un suelo de cimentación medianamente flexible ( $d\theta = 1$ ).



**Figura 3.13.** Cortante basal para un suelo de cimentación muy flexible ( $d\theta = 5$ ).

De acuerdo con estas graficas, a medida que la flexibilidad del suelo de cimentación aumenta, la respuesta dinámica sobre el muro disminuye. La aproximación mostrada entre ambos resultados es muy buena considerando que fueron obtenidos a partir de metodologías numéricas distintas.

Cabe recalcar que, para poder comparar los resultados contra los del modelo V-Y, en el modelo de este trabajo se hizo infinitamente rígido el resorte que restringe el deslizamiento del muro; sin embargo, es posible flexibilizar dicho resorte (con lo que se permite el deslizamiento del muro), acción que, como se verá más adelante, tiene efecto en la respuesta del sistema.

Una vez calibrado el modelo, el paso siguiente consistió en evaluar, en el dominio de la frecuencia, el efecto de los parámetros involucrados en el comportamiento del sistema.

# 4. ANÁLISIS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

En este capítulo se presenta el análisis en el dominio de la frecuencia que se realizó para conocer la influencia de los distintos parámetros geotécnicos y físicos involucrados en el comportamiento del modelo desarrollado. Se eligió este tipo de análisis debido a que es en la frecuencia en donde mejor se observan las diferencias en las respuestas de los parámetros estudiados, mismos que a continuación se enlistan:

- Relación de Poisson.
- Amortiguamiento material.
- Velocidad de ondas de corte.
- Contraste de espesores y rigideces de los estratos que forman al relleno y el suelo de cimentación.
- Resortes que restringen el deslizamiento y el giro del muro.
- Masa del muro



Para una mejor comprensión del funcionamiento y potencialidad del modelo presentado en este trabajo, se inició el análisis paramétrico estudiando el efecto de la relación de Poisson y el amortiguamiento, utilizando un modelo en el que el muro se desplanta sobre terreno firme, descartando el suelo de cimentación y utilizando únicamente la parte denominada relleno, eliminando la posibilidad del muro de deslizarse o rotar. Posteriormente se estudió la influencia de tener un estrato de suelo bajo el muro, haciendo variar primeramente el espesor y posteriormente la rigidez de dicho estrato de cimentación (en términos de velocidad de ondas de corte) para analizar el contraste con el relleno. También se analizó la influencia de la flexibilidad de la cimentación en la base del muro, representada por los resortes que restringen tanto el deslizamiento como el giro, y la influencia de la inercia.

Como complemento de este trabajo, se analizó la altura sobre el muro donde se aplica el cortante basal (denominada altura efectiva) para un muro rígido y considerando sus distintos movimientos (deslizamiento y giro) por separado y acoplados, así como la distribución de las fuerzas sobre el muro. Todo lo anterior se realizó para una excitación horizontal en la base del depósito de suelo. Finalmente se estudió el comportamiento de las fuerzas sobre el muro cuando se somete el sistema a una excitación vertical.

## **4.1. Influencia de la relación de Poisson**

Tal como ya se mencionó, este parámetro se analizó únicamente en el material que forma el relleno contenido por un muro rígido en su base, cuyos datos se presentan a continuación:

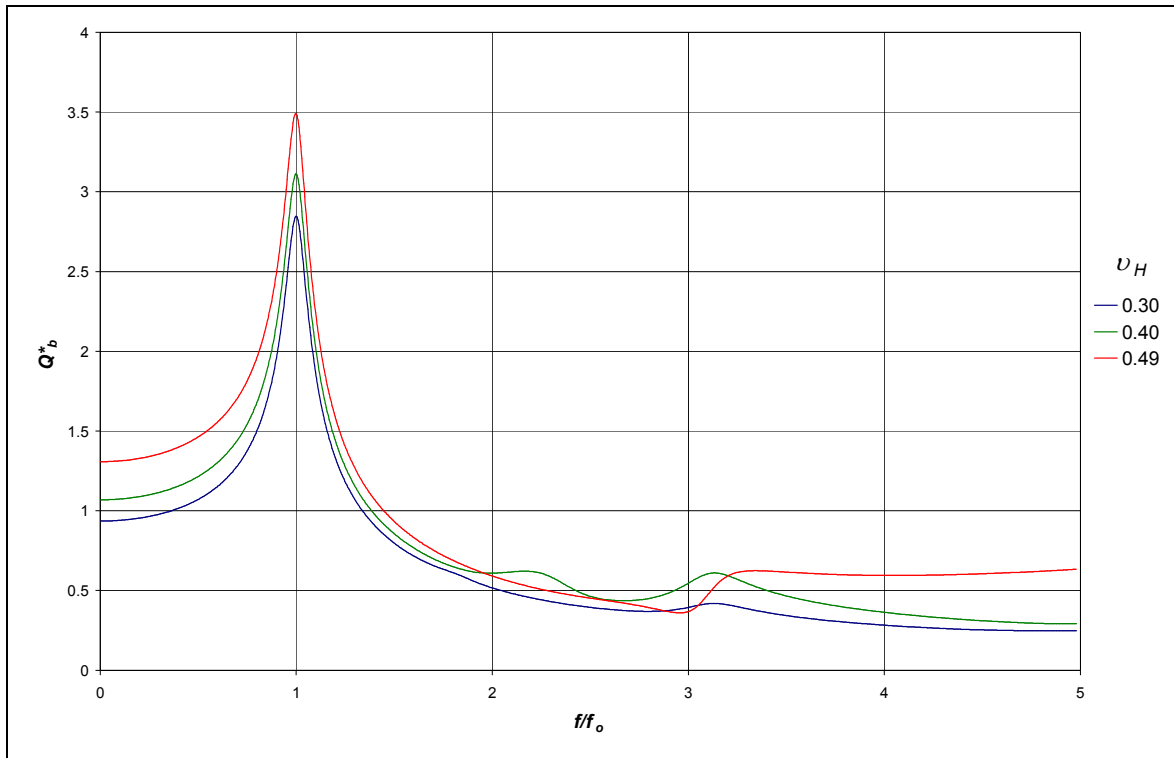
- Espesor del relleno (altura del muro),  $H = 5$  m.
- Peso volumétrico del relleno,  $\gamma_H = 1.5$  Ton/m<sup>3</sup>.
- Amortiguamiento del relleno,  $\beta_H = 5$  %.
- Velocidad de ondas de corte del relleno,  $V_{sH} = 200$  m/s.

Se analizaron tres valores del parámetro estudiado:

- Relación de Poisson del relleno,  $\nu_H = 0.30, 0.40$  y  $0.49$

En este análisis no se consideró la masa del muro, parámetro que será estudiado más adelante.

En la figura 4.1 se presentan los resultados obtenidos.



**Figura 4.1.** Influencia de la relación de Poisson.

En la figura 4.1 se observa que las fuerzas sobre el muro (cortante basal) aumentan conforme la relación de Poisson también crece. Al aumentar este parámetro desde  $\nu_H = 0.30$  hasta  $\nu_H = 0.49$ , se aprecia un aumento de 25 % en la respuesta máxima ( $f/f_0 = 1$ ) y de 40 % en la respuesta “estática” o de baja frecuencia (es decir, para valores de  $f/f_0 \approx 0$ ), término que no debe ser confundido con el normalmente utilizado para representar los efectos de las fuerzas gravitacionales. Lo anterior se debe a que al aumentar la relación de Poisson (que expresa la capacidad de un suelo de deformarse) durante el tránsito de las ondas sísmicas se genera una mayor deformación del suelo que forma el relleno en la dirección horizontal incrementando las fuerzas que se transmiten al muro.

## 4.2. Influencia del amortiguamiento

Al igual que en el análisis anterior, este parámetro se analizó únicamente en el suelo que forma el relleno contenido por un muro rígido en su base y sin masa. Los datos utilizados también son los mismos, fijando el valor de la relación de Poisson,  $\nu_H$ , en 0.3.

Se analizaron tres valores del amortiguamiento material:

- Amortiguamiento del relleno,  $\beta_H = 5, 10$  y  $20\%$ .

Los resultados se muestran en la figura 4.2.

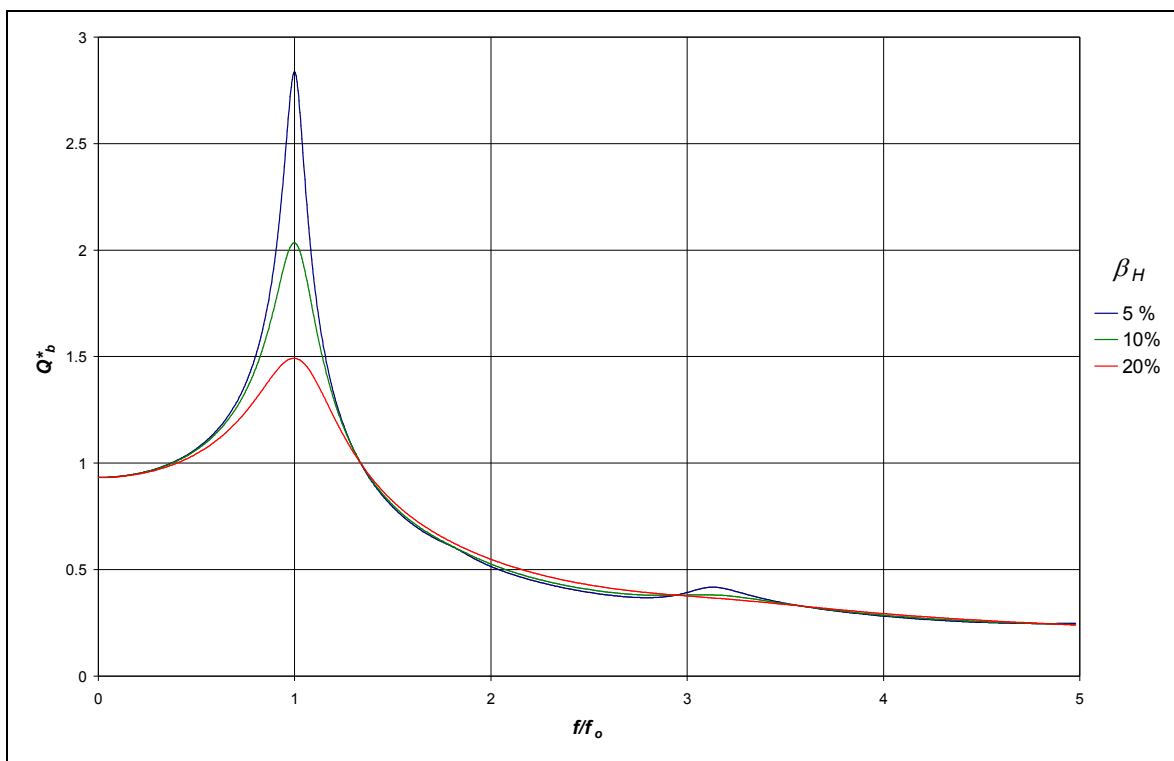


Figura 4.2. Influencia del amortiguamiento histerético.

En la figura 4.2 se observa con claridad que a medida que el amortiguamiento crece, la respuesta máxima en la frecuencia fundamental (cortante basal en  $f/f_0=1$ ) disminuye proporcionalmente. Sin embargo, este parámetro no influye en la respuesta estática ( $f/f_0 \approx 0$ ), ni en las frecuencias superiores, pues es prácticamente igual para los tres distintos amortiguamientos evaluados. Cabe mencionar que el aquí evaluado es el amortiguamiento material relacionado con la disipación de

energía por comportamiento histerético sin considerar el amortiguamiento geométrico relacionado con la pérdida de energía por la radiación de ondas. Para estudiar éste último efecto, es necesario considerar un semiespacio flexible por debajo del desplante del muro (suelo de cimentación) que permita el tránsito de las ondas a través de él. Tal análisis se presenta en el apartado siguiente.

### 4.3. Influencia del suelo de cimentación

Para analizar la presencia de un estrato de suelo debajo del muro, se decidió estudiar 3 casos. En el primero, el espesor del suelo de cimentación,  $h$ , es la mitad que el espesor del relleno,  $H$ , es decir, la relación  $h/H=0.5$ ; en el segundo, ambos espesores son de la misma magnitud ( $h/H=1$ ) y en el último caso el suelo de cimentación es cinco veces más grande que el relleno ( $h/H=5$ ).

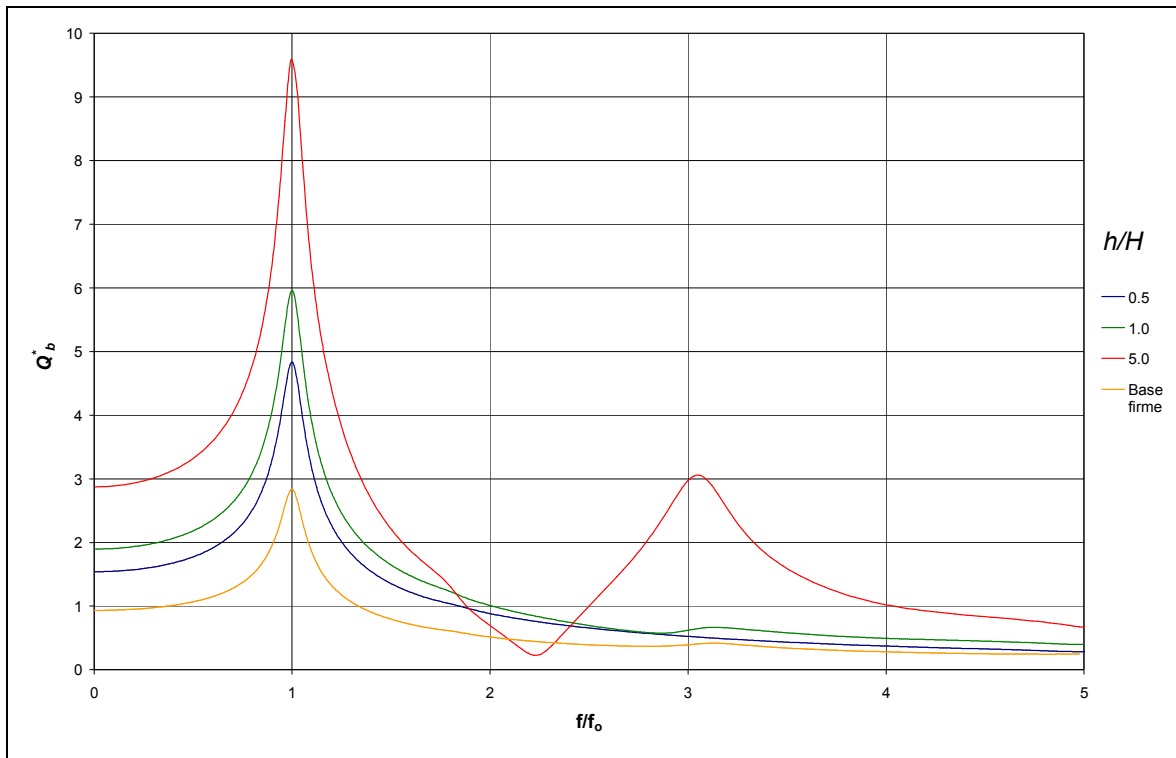
Después de varias pruebas se decidió que, para una mejor visualización, las propiedades del suelo de cimentación (identificadas con el subíndice  $h$ ) fueran idénticas a las del relleno, es decir, todo el sistema homogéneo con  $\gamma=1.5 \text{ Ton/m}^3$ ,  $\nu=0.3$ ,  $\beta=0.05$  y  $V_S=200 \text{ m/s}$ . Así, pues, las relaciones entre los parámetros del estrato de cimentación y del relleno, utilizadas en este análisis fueron las siguientes:

- Espesores  $h/H = 0.5, 1$  y  $5$ .
- Pesos volumétricos,  $\gamma_h/\gamma_H = 1$
- Relaciones de Poisson,  $\nu_h/\nu_H = 1$
- Amortiguamientos,  $\beta_h/\beta_H = 1$
- Velocidades de ondas de corte,  $V_{sh}/V_{sH} = 1$

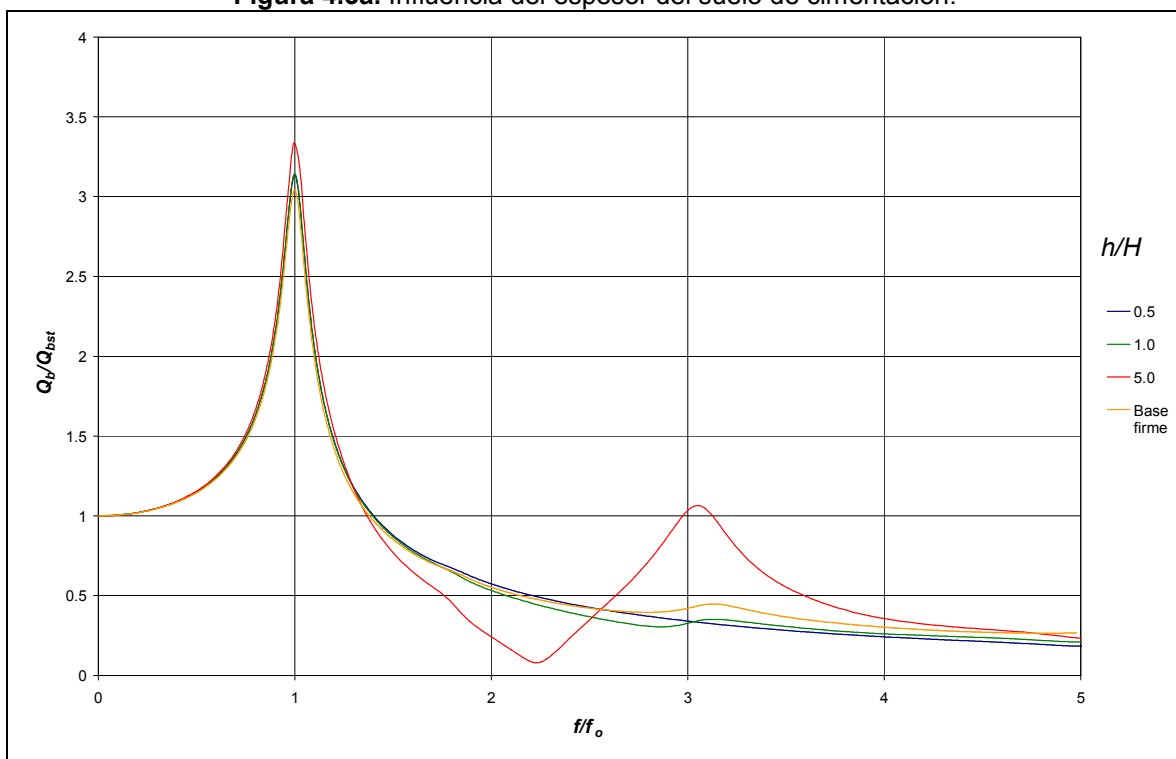
Estos datos son los mismos para todo el análisis en la frecuencia, salvo en los casos en los que se indique otra cosa. También se aclara que el muro es fijo (sin posibilidad de moverse) y sin masa, efectos que se estudiarán más adelante.

Los resultados se presentan en las figuras 4.3 a y b. En la primera (4.3a), la normalización se hizo de acuerdo con lo expresado en la ecuación 3.25, mientras que en la segunda (4.3b) se normalizó contra el cortante basal “estático” ( $f/f_o=0$ ),

denominado  $Q_{b\ st}$ , para observar la relación entre las respuestas estática y dinámica (factor de amplificación).



**Figura 4.3a.** Influencia del espesor del suelo de cimentación.



**Figura 4.3b.** Influencia del espesor del suelo de cimentación normalizada con la respuesta estática

Al considerar un depósito de suelo por debajo del nivel de desplante del muro rígido automáticamente se generan dos efectos que afectarán el comportamiento del sistema. Por un lado, el suelo de cimentación permite el tránsito (radiación) de las ondas por debajo del muro con lo que se genera otro tipo de amortiguamiento denominado geométrico que hace que las fuerzas que lleguen al muro disminuyan en comparación con el modelo de base fija que no permite este efecto de radiación. Al mismo tiempo, el hecho de tener suelo blando entre el terreno firme y la base del muro, genera un efecto de amplificación dinámica de la excitación aplicada en el basamento (función de transferencia), que depende de las propiedades del material del estrato de desplante y su espesor y que genera un incremento de las fuerzas sobre el muro. Es decir que mientras el amortiguamiento geométrico disminuye las fuerzas sobre el muro, la amplificación dinámica las aumenta.

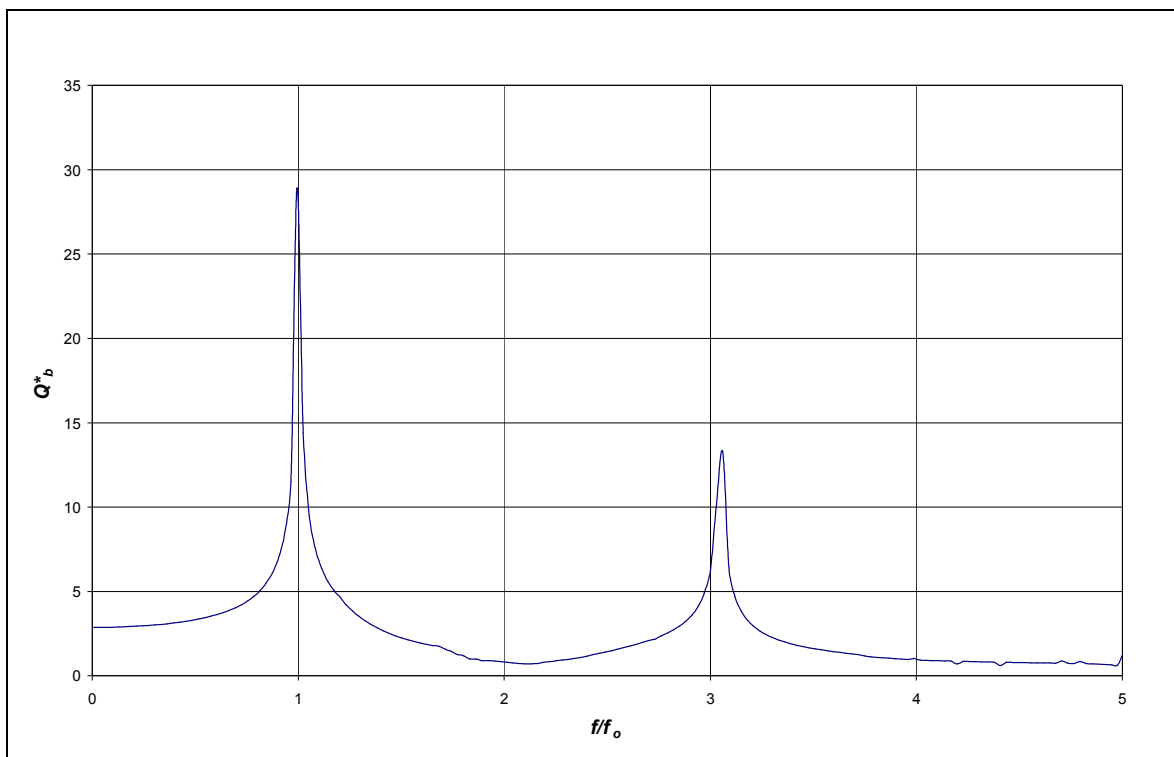
La tendencia que se aprecia en la figura 4.3a indica que, al incluir un estrato como suelo de cimentación del muro, para fines del cortante basal es más importante el efecto de amplificación dinámica que se genera en comparación con la radiación de ondas que se desarrolla en dicho estrato. Lo anterior se apoya en el hecho que, conforme aumenta el espesor del suelo de cimentación, aumenta también la respuesta sobre el muro rígido, superando incluso los valores obtenidos para el caso en el que el muro se desplanta directamente sobre terreno firme. Esto puede deberse, sin embargo, a que no existe contraste alguno entre la rigidez del suelo de cimentación con respecto al suelo del relleno; es decir, todo el sistema es homogéneo. El efecto de dicho contraste se estudia en el siguiente subcapítulo.

En la figura 4.3b se aprecia que, independientemente de la relación  $h/H$ , el factor de amplificación de la respuesta en la frecuencia fundamental es similar y un poco mayor que 3.

Considerando que ya se tiene un estrato de suelo en la base del muro por el que se puede irradiar las ondas sísmicas, se decidió analizar el efecto del amortiguamiento geométrico. Para tal fin, en el modelo numérico se anuló el

amortiguamiento material de todo el sistema ( $\beta_H=\beta_h=0$ ) y se estudió la relación  $h/H=5$ , que es la que muestra la mayor amplificación y que se seleccionó para hacer más notorio este efecto; todos los demás parámetros son los ya establecidos al inicio de este análisis.

En la figura 4.4 se aprecia que, aunque el amortiguamiento material del suelo es nulo, la gran amplificación de la respuesta resonante está acotada, debido a la presencia del amortiguamiento geométrico por radiación de ondas.



**Figura 4.4.** Evaluación de la presencia de amortiguamiento geométrico (amortiguamiento material nulo).

#### **4.4. Influencia del contraste de rigideces entre el relleno y el suelo de cimentación**

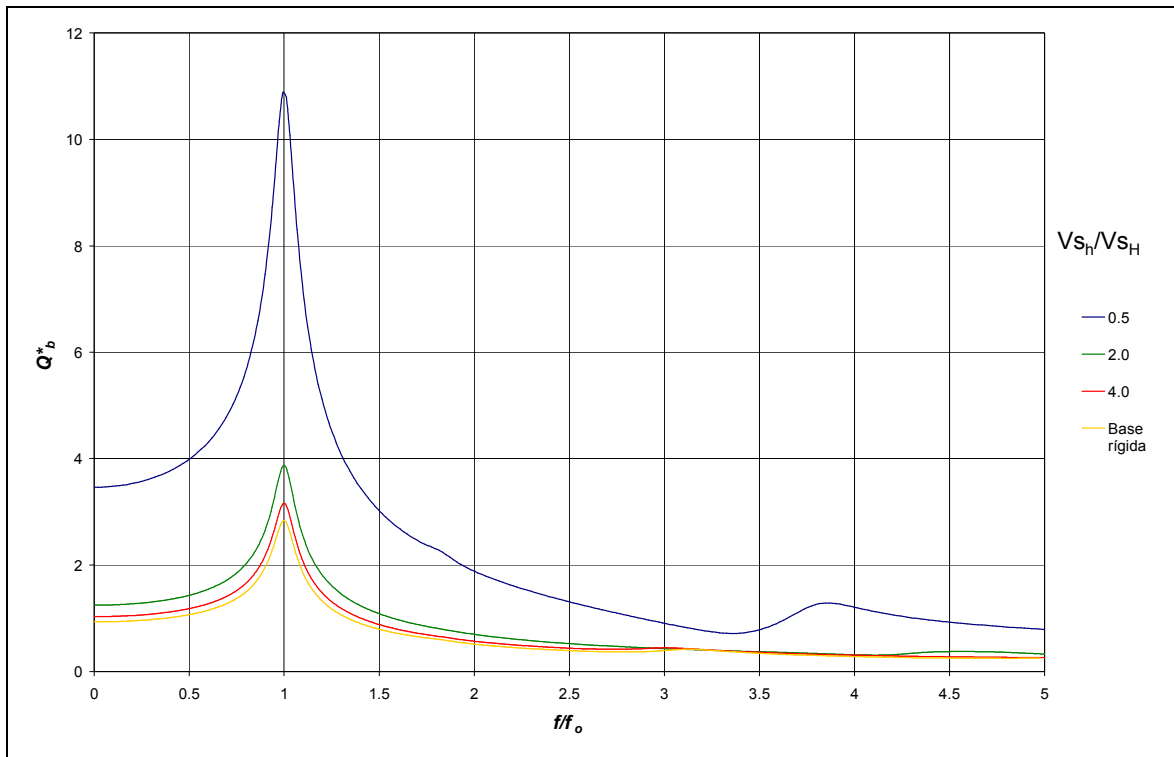
Para analizar el contraste de rigideces de suelo entre el relleno soportado por el muro y el estrato localizado debajo de él, se decidió que el espesor del relleno fuera igual al del suelo de cimentación ( $h/H = 1$ ) y se consideró un muro sin masa y desplantado sobre terreno rígido. Se estudiaron tres distintas relaciones de velocidad de ondas de corte (que es el parámetro que principalmente define la

rigidez) entre el relleno y la cimentación, manteniendo constante la primera ( $V_{sH} = 200$  m/s) y haciendo variar la segunda ( $V_{sh}$ ). Para ver exclusivamente la influencia de este parámetro, todos los demás parámetros del relleno fueron iguales a los del suelo de cimentación.

Así pues, las tres relaciones de velocidades de ondas de corte estudiadas son las siguientes:

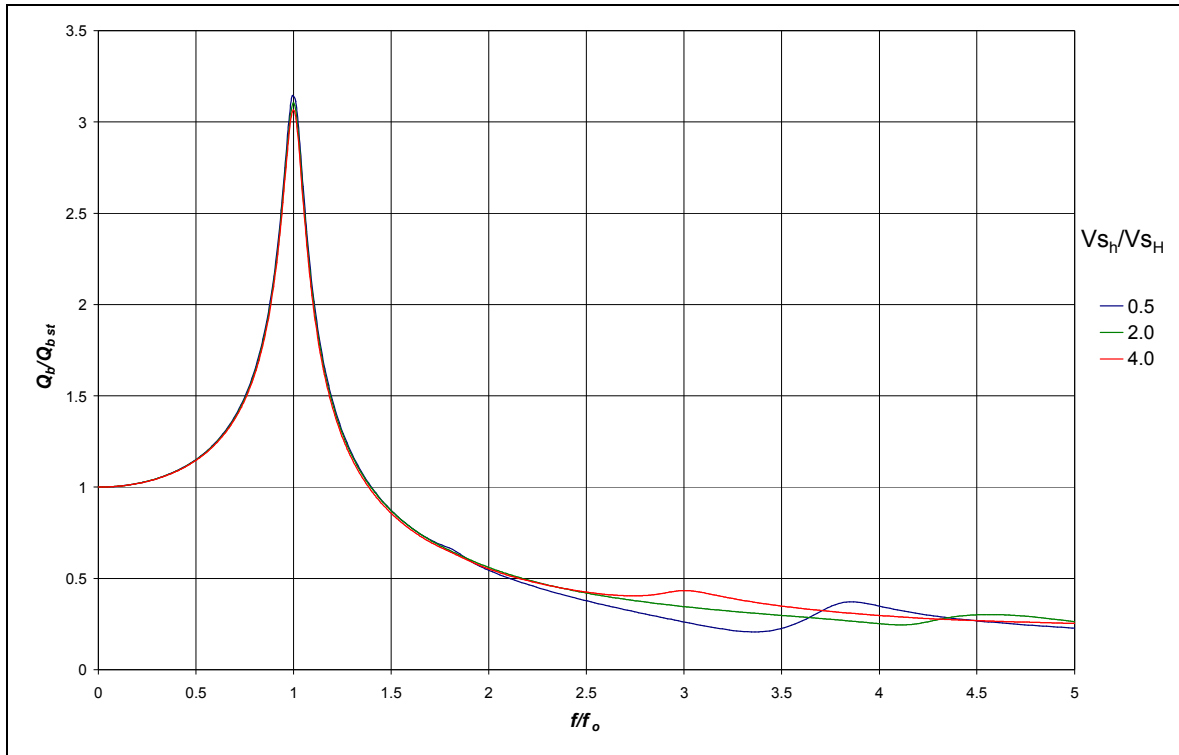
- Velocidad de ondas de corte,  $V_{sh}/V_{sH} = 0.5, 2$  y  $4$ .

Los resultados se presentan en las figuras 4.5 a y b. Las normalizaciones utilizadas son las mismas que para el caso anterior.



**Figura 4.5a.** Influencia del contraste de rigideces entre el relleno y el suelo de cimentación.





**Figura 4.5b.** Influencia del contraste de rigideces entre el relleno y el suelo de cimentación. (Normalización contra la respuesta estática).

Las curvas mostradas en la figura 4.5a muestran como la rigidez del suelo de cimentación influye en el cortante que actúa sobre el muro. La curva correspondiente a la relación  $V_{sh}/V_{sH}=0.5$ , muestra un hipotético caso en el que el suelo de cimentación es más blando que el relleno, con lo que se generan respuestas incluso mayores que cuando se consideró un espesor del estrato inferior cinco veces mayor que el relleno (en este análisis el espesor del relleno es igual al del suelo de cimentación). Conforme el suelo de cimentación se vuelve más rígido, la respuesta disminuye. El caso extremo es un suelo de cimentación tan rígido que para fines prácticos se puede considerar que el muro está desplantado sobre terreno firme, volviéndose despreciable la presencia de tal estrato de suelo de cimentación. En la figura 4.5a cuando la velocidad de ondas de corte suelo de cimentación es 4 veces la del relleno ( $V_{sh}/V_{sH}=4$ ), casi se reproduce la respuesta para el caso de un muro desplantado sobre base rígida. La curva más baja (color dorado) muestra la respuesta de un muro desplantado sobre base rígida.

En la figura 4.5b se normalizó la respuesta del sistema contra la respuesta estática. En dicha gráfica se aprecia que, independientemente del contraste de rigideces entre el relleno y el suelo de cimentación, el factor de amplificación es aproximadamente igual a tres.

## 4.5. Influencia de la flexibilidad de la cimentación

Para analizar este efecto, se decidió seguir la misma idea práctica que en el modelo V-Y, en el que se considera la flexibilidad del resorte al giro a través del factor de flexibilidad  $d\theta$ , que cuando vale cero indica rigidez infinita de dicho resorte (no permite el giro del muro) y que a medida que su valor se incrementa va dándole flexibilidad (ec. 3.23).

Debido a que el modelo V-Y no considera el deslizamiento del muro, no presenta formulación alguna para determinar el valor del resorte que restringe este movimiento. En vista de lo anterior fue necesario implementar, siguiendo el mismo espíritu del modelo V-Y, la siguiente ecuación para determinar la rigidez de dicho resorte:

$$R_{\Delta} = \frac{G_H}{d\Delta} \quad (\text{ec. 4.1})$$

En la ecuación anterior  $R_{\Delta}$  es el resorte que restringe el deslizamiento del muro que contiene un relleno con un módulo de rigidez al corte  $G_H$  y  $d\Delta$  es su factor de flexibilidad correspondiente que, al igual que factor de flexibilidad  $d\theta$ , cuando vale cero indica rigidez infinita de dicho resorte (no permite el deslizamiento del muro) y que a medida que su valor se incrementa va dándole flexibilidad.

Para determinar los valores de los coeficientes de flexibilidad del resorte,  $d\Delta$ , fue necesario realizar un análisis para determinar los valores de  $d\Delta$  que correspondieran con los mismos casos que los representados por los coeficientes  $d\theta$  para los valores 1 y 5. El análisis se hizo relacionando los coeficientes  $d\Delta$  y  $d\theta$

por medio del módulo de rigidez al corte ( $G_H$ ) que comparten ambos coeficientes, como se muestra a continuación:

$$d\Delta = \frac{d\theta}{H^2} \frac{R_\theta}{R_\Delta} \quad (\text{ec. 4.2})$$

En la ecuación anterior, la relación entre las rigideces al giro ( $R_\theta$ ) y al deslizamiento ( $R_\Delta$ ) puede obtenerse a partir de las ecuaciones 3.19 y 3.20, que proporcionan dichos valores a partir de las propiedades del estrato de suelo de cimentación. Así, considerando un suelo de soporte con una relación de Poisson,  $\nu_h=0.3$  y un espesor de cinco veces el ancho de la base del muro ( $h=5B$ ), la relación de rigideces puede quedar en función de dicho ancho de la base, de la manera en que se muestra en la siguiente ecuación:

$$\frac{R_\theta}{R_\Delta} = 0.4B^2 \quad (\text{ec. 4.3})$$

Si se considera un muro con un ancho de base de 1.6 m en la ecuación 4.3, el valor de la relación de rigideces es aproximadamente igual a 1, con lo que la ecuación 4.2 toma la siguiente forma:

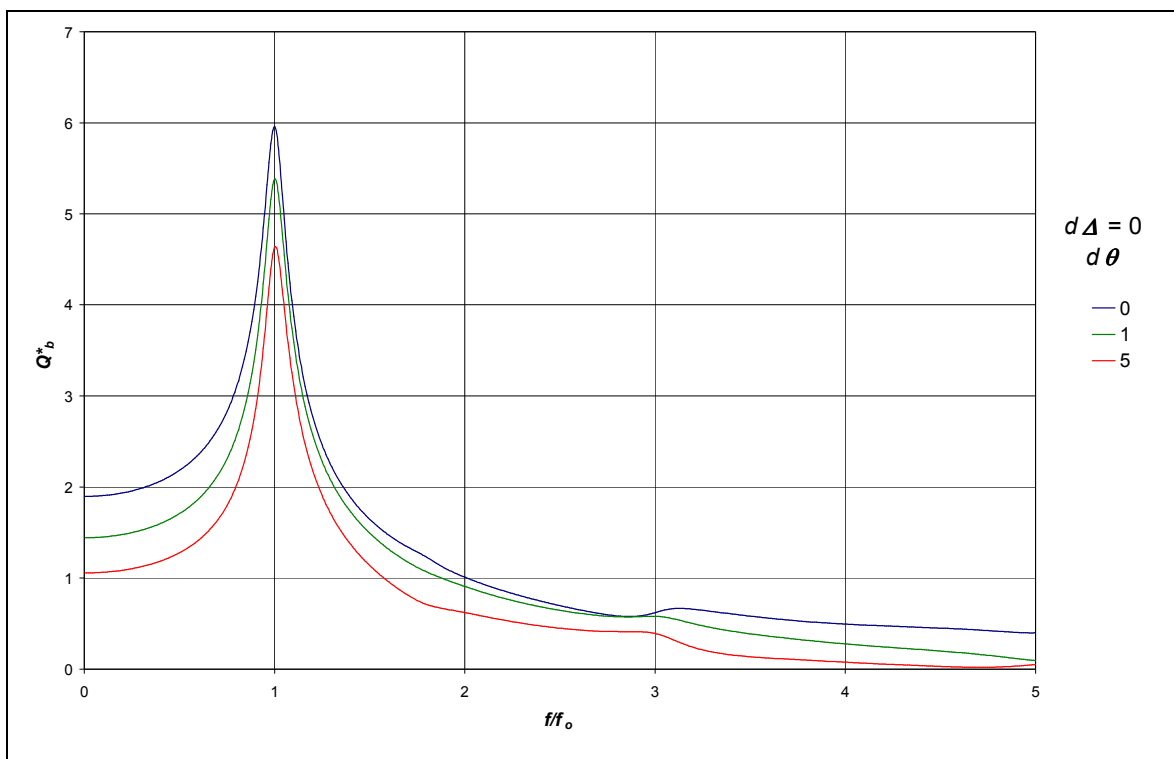
$$d\Delta = \frac{d\theta}{H^2} \quad (\text{ec. 4.4})$$

Es decir, que considerando un muro con una altura  $H=3.0$  m, cuando  $d\theta= 1$  el valor de  $d\Delta= 0.1$  y cuando  $d\theta= 5$  el valor de  $d\Delta= 0.5$ , aproximadamente, que son los valores que se utilizaron para fines de este análisis.

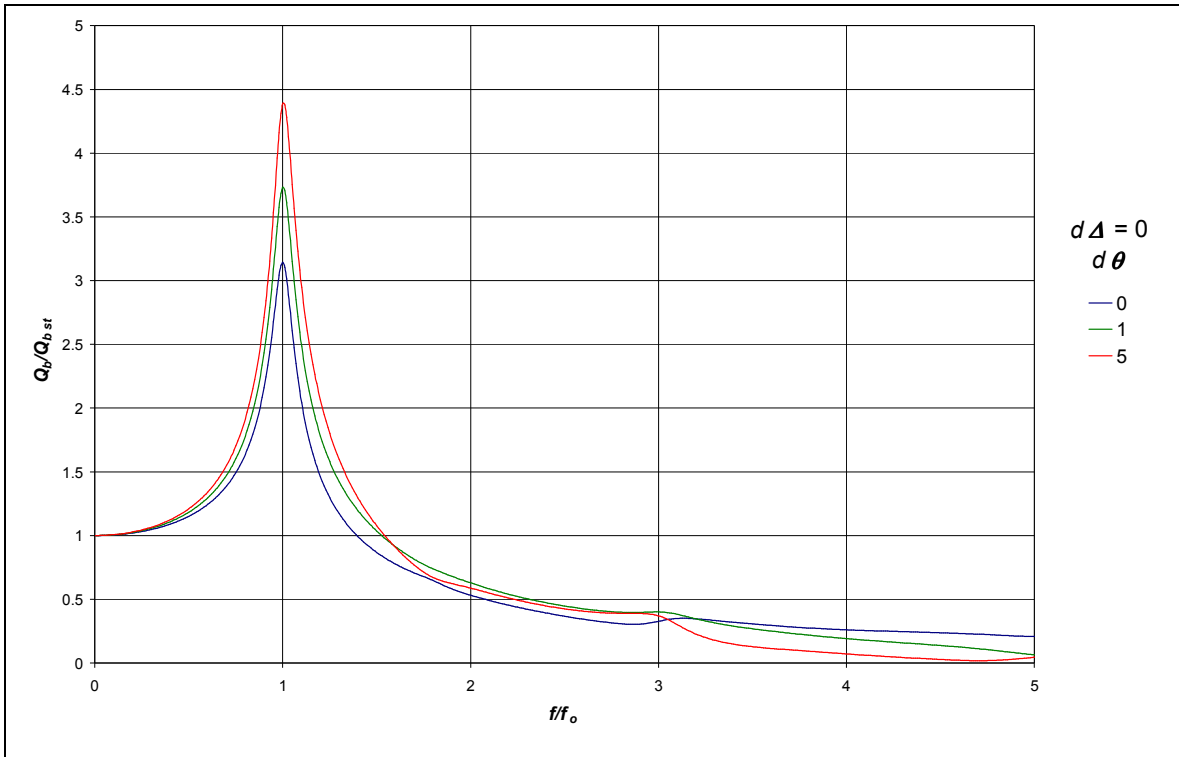
El valor de 3.0 m de altura del muro se consideró extremo, ya que tal como se puede apreciar en la ecuación 4.4, para alturas mayores el valor de  $d\Delta$  decae dramáticamente hasta hacer insignificante el efecto del deslizamiento. Con los valores obtenidos de éste análisis se realizó el estudio del efecto del deslizamiento.

Para conocer el efecto de la flexibilidad de los resortes que restringen el movimiento del muro, se estudió inicialmente el efecto del giro y el deslizamiento del muro por separado para posteriormente analizar ambos efectos acoplados. En todo el análisis se utilizó una relación de espesores ( $h/H$ ) de 1, se consideró todo el sistema homogéneo (propiedades del relleno iguales a las del suelo de cimentación) y no se tomó en cuenta la masa del muro.

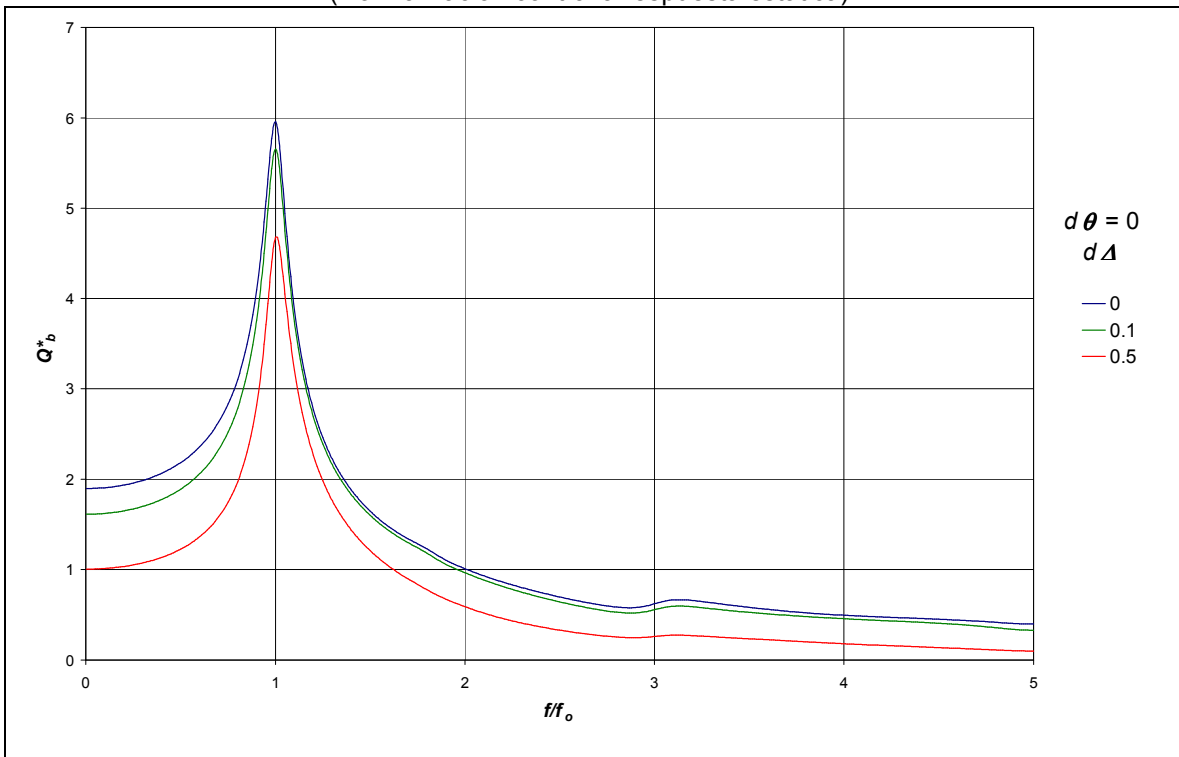
En las figuras 4.6 y 4.7 se presentan primero los resultados obtenidos para el análisis de los efectos de los resortes por separado, analizando primero el efecto del giro del muro ( $d\Delta = 0$  con  $d\theta \neq 0$ ) y después el efecto del deslizamiento ( $d\theta = 0$  con  $d\Delta \neq 0$ ). Posteriormente, en las figuras 4.8, se presenta el caso en el que se hace participar ambos efectos (giro y deslizamiento del muro) de manera acoplada, es decir asignándole flexibilidad a ambos resortes ( $d\Delta \neq 0$  con  $d\theta \neq 0$ ). Para tal fin se seleccionaron los pares de datos  $d\theta = 1$  con  $d\Delta = 0.1$  (caso 1) y  $d\theta = 5$  con  $d\Delta = 0.5$  (caso 2), que resultaron del análisis arriba realizado, mismos que se compararon con el caso de un muro totalmente rígido ( $d\theta = d\Delta = 0$ ).



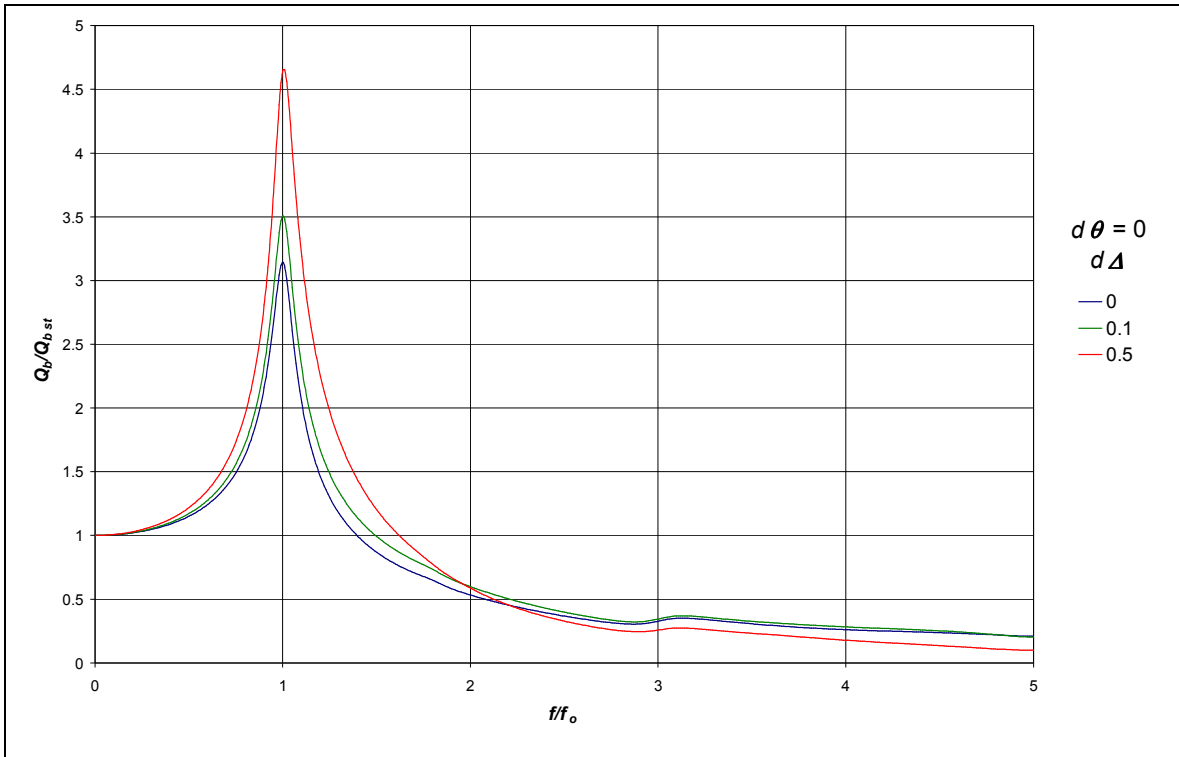
**Figura 4.6a.** Influencia del efecto del giro o volteo del muro ( $d\Delta = 0$  y  $d\theta \neq 0$ ).



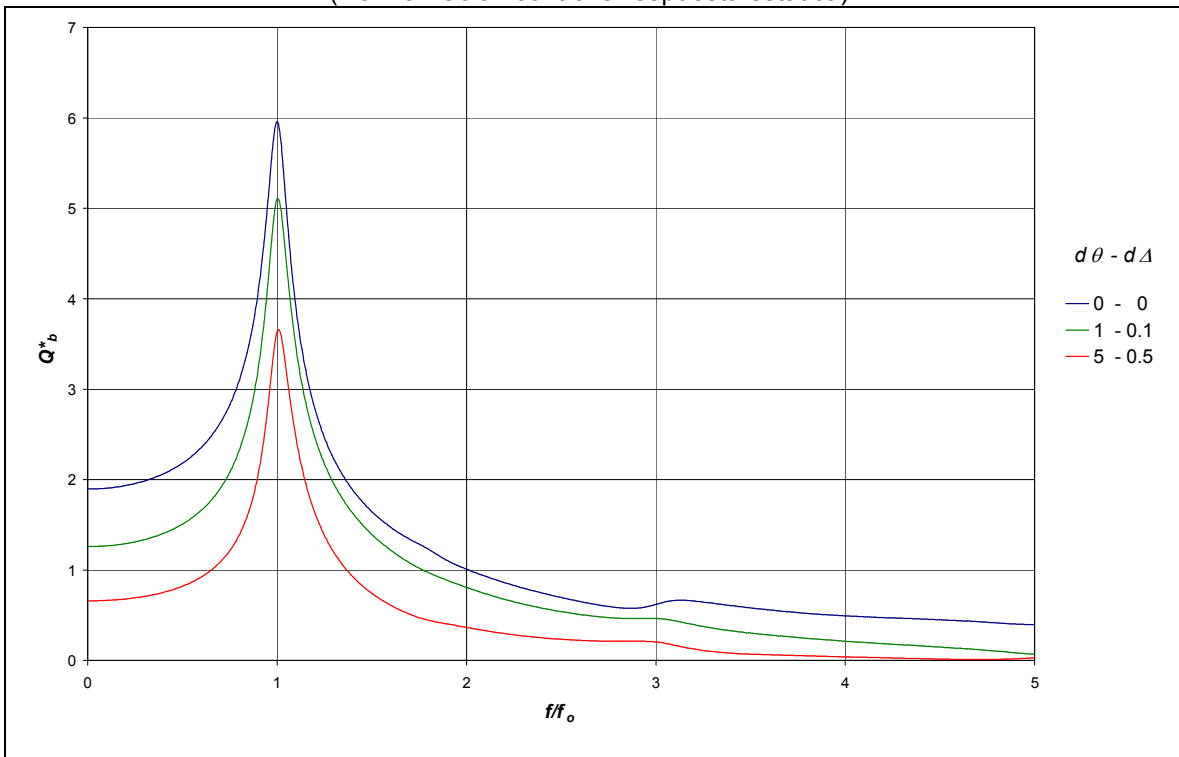
**Figura 4.6b.** Influencia del efecto del giro o volteo del muro ( $d\Delta = 0$  y  $d\theta \neq 0$ ).  
(Normalización contra la respuesta estática).



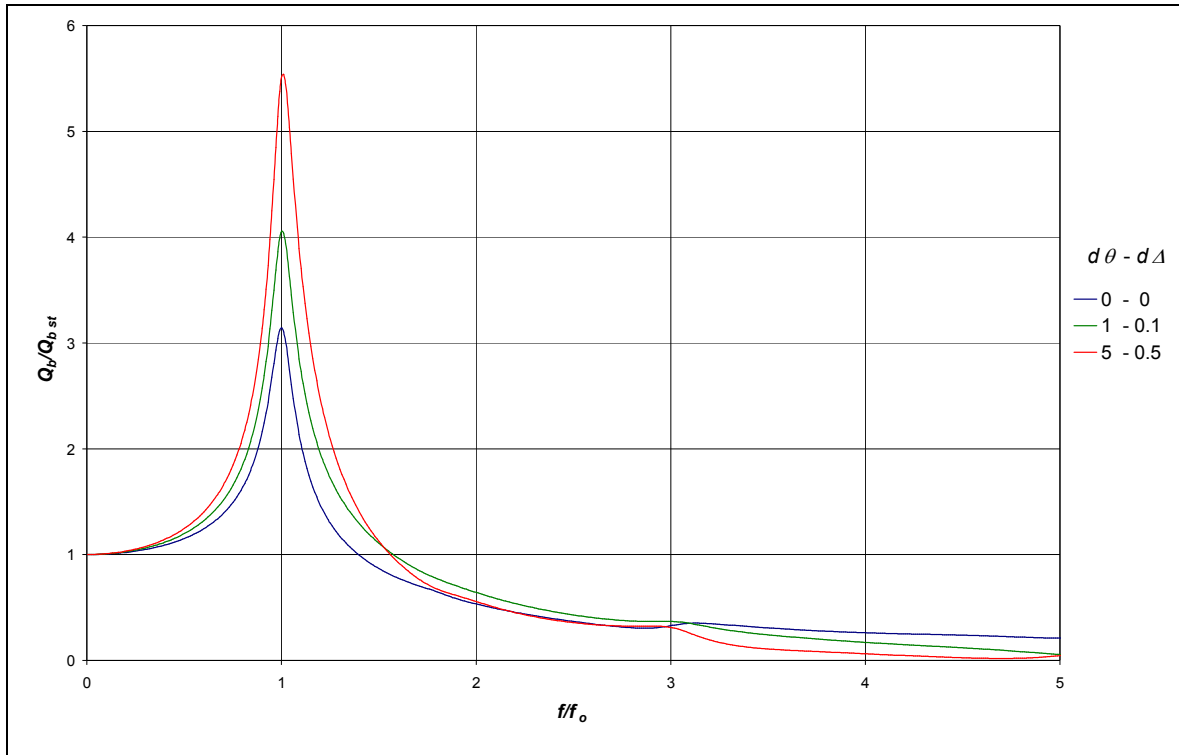
**Figura 4.7a.** Influencia del efecto del deslizamiento del muro ( $d\theta = 0$  y  $d\Delta \neq 0$ ).



**Figura 4.7b.** Influencia del efecto del deslizamiento del muro ( $d\theta = 0$  y  $d\Delta \neq 0$ ).  
(Normalización contra la respuesta estática).



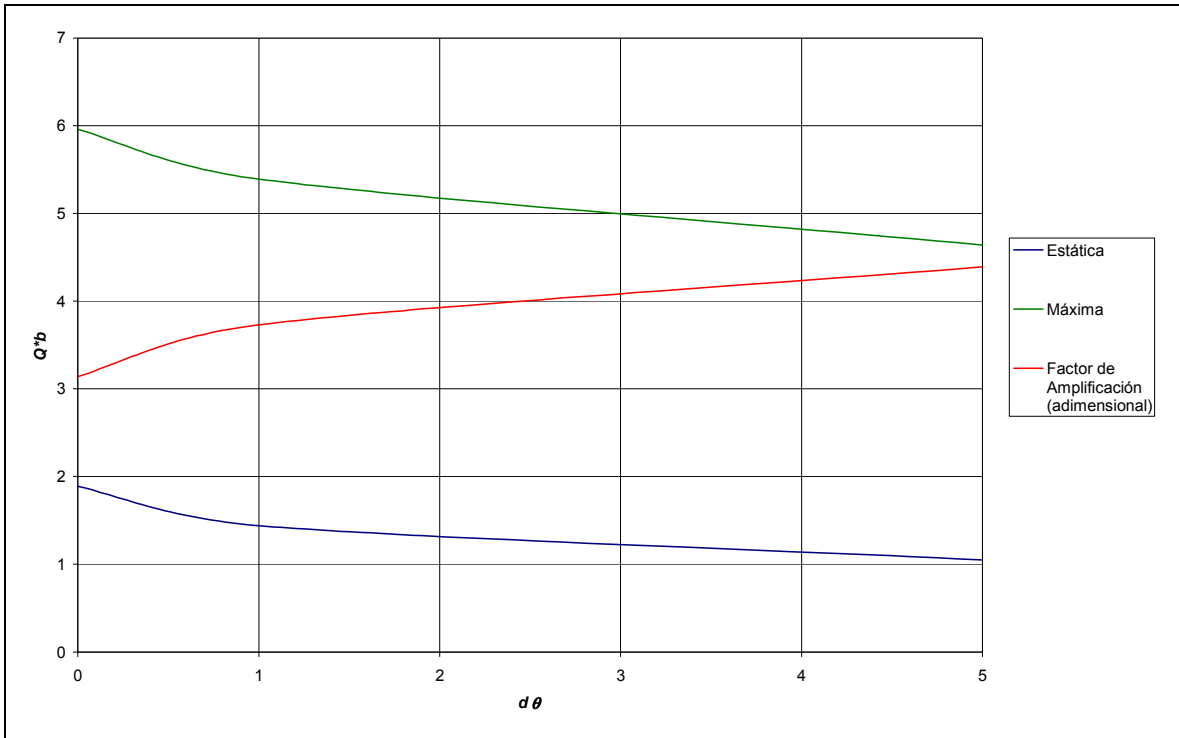
**Figura 4.8a.** Influencia de la flexibilidad de los resortes acoplados ( $d\theta \neq 0$  y  $d\Delta \neq 0$ ).



**Figura 4.8b.** Influencia de la flexibilidad de los resortes acoplados ( $d\theta \neq 0$  y  $d\Delta \neq 0$ ). (Normalización contra la respuesta estática).

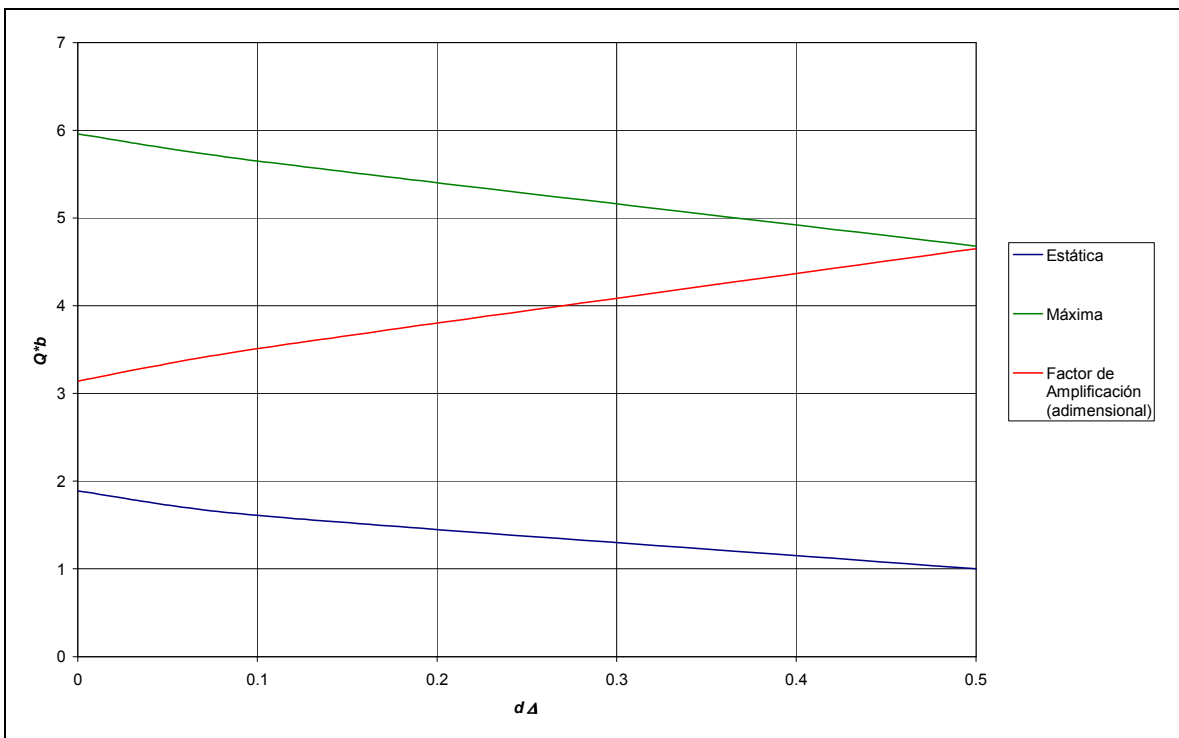
Tal como se aprecia en las figuras 4.6a, 4.7a y 4.8a, en términos generales, conforme se vuelven más flexibles los resortes, la respuesta disminuye considerablemente.

Analizando exclusivamente el efecto del giro o volteo sin considerar el deslizamiento del muro, el decaimiento de la respuesta se puede apreciar claramente en la figura 4.9 en donde se presentan las tendencias que siguen las respuestas “estática” ( $f/f_0 \approx 0$ ) y resonante máxima ( $f/f_0 = 1$ ) contra el coeficiente de flexibilidad al giro ( $d\theta$ ). En esa misma gráfica se incluyó el factor de amplificación (adimensional) que es el cociente de la respuesta máxima entre la estática.



**Figura 4.9.** Variación de las respuestas “estática” y resonante máxima para  $d\Delta = 0$  y  $d\theta \neq 0$ .

En la figura 4.10 se presenta el mismo análisis pero para el efecto exclusivamente del deslizamiento sin considerar el giro del muro.

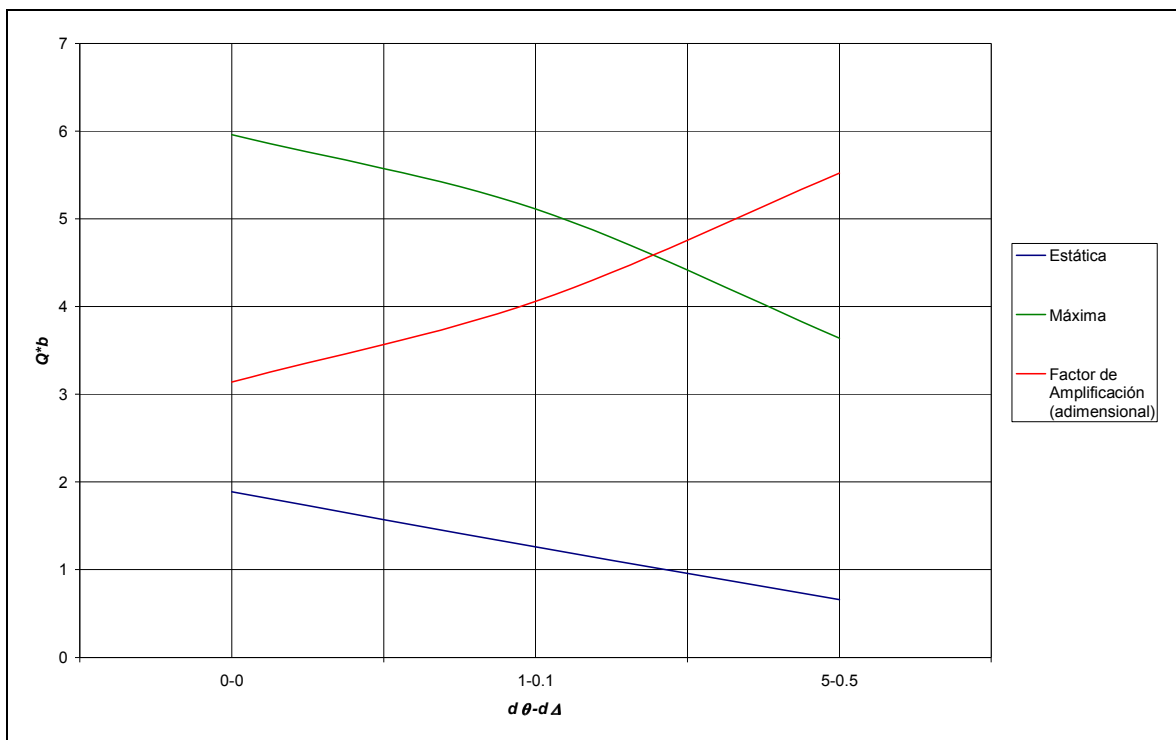


**Figura 4.10.** Variación de las respuestas estática y resonante máxima para  $d\theta = 0$  y  $d\Delta \neq 0$ .



Comparando las gráficas 4.9 y 4.10 que muestran en resumen los comportamientos por separado del giro y deslizamiento del muro, respectivamente, es notorio que, para los casos analizados las respuestas tanto estática como dinámica son muy similares variando sólo en la forma, ya que mientras dichas respuestas para el caso en que se analizó solo el giro del muro siguen la tendencia de una curva, para el caso en el que se analizó solo el deslizamiento, la tendencia es más lineal.

Siguiendo el mismo contexto que el de las dos figuras anteriores, en la figura 4.11 se muestran las tendencias para el caso en que se acoplan tanto el giro como el deslizamiento del muro.



**Figura 4.11.** Variación de las respuestas estática y resonante máxima para  $d\theta \neq 0$  y  $d\Delta \neq 0$ .

En la figura anterior se muestra que la respuesta considerando los efectos de ambos resortes siempre es menor que cuando se considera solamente uno de ellos. Es notorio, sin embargo, que el acoplamiento de los resortes produce

mayores amplificaciones entre la respuesta estática y la máxima respuesta dinámica.

Finalmente, en las figuras 4.12 y 4.13 se comparan directamente los comportamientos en la frecuencia para los casos 1 y 2, respectivamente, sin considerar los resortes (muro fijo) y considerando los resortes por separado y acoplados.

Tal como se aprecia en dichas figuras, es el efecto del giro del muro el que genera la mayor reducción de la respuesta lo cual se nota de manera más clara en el caso 1 ( $d\theta= 1$  con  $d\Delta= 0.1$ ), cuando los resortes son más rígidos que los del caso 2 ( $d\theta= 5$  con  $d\Delta= 0.5$ ). En éste último caso la respuesta de los resortes por separado es prácticamente la misma. En todos los casos, sin embargo, el hecho de considerar el movimiento del muro resulta en la disminución de la respuesta en comparación con la generada sobre un muro fijo y la menor de todas es la generada por los resortes actuando de manera acoplada.

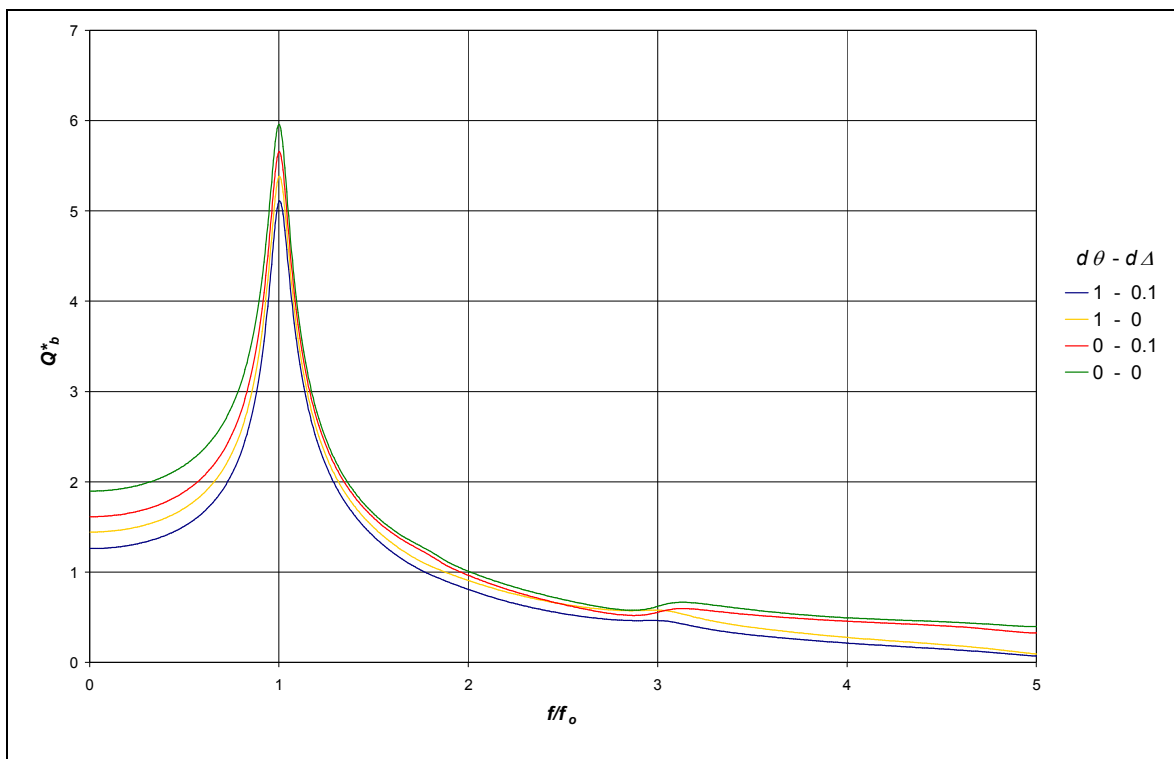


Figura 4.12. Variación de las respuestas estática y resonante máxima para el Caso 1.

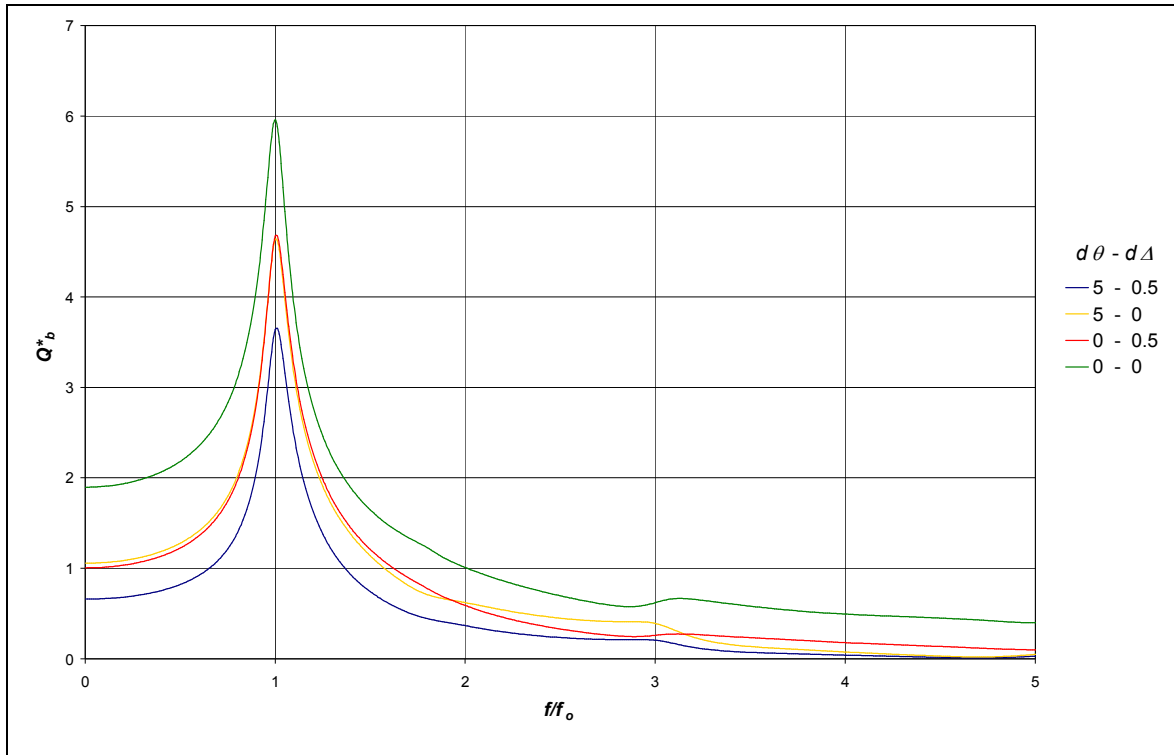


Figura 4.13. Variación de las respuestas estática y resonante máxima para el Caso 2.

## 4.6. Influencia de la masa del muro (inercia)

Para evaluar este parámetro se consideró un muro con una altura  $H=5.0$  m y un ancho de base  $B=1.0$  m. El peso volumétrico considerado para el muro fue de  $\gamma_m=2.4$  Ton/m<sup>3</sup>. Para mejor visualización de la respuesta se decidió que todo el sistema (relleno y suelo de cimentación) fuera homogéneo y la relación  $h/H$  igual a 1. Se consideraron para fines de la flexibilidad de la cimentación cuatro escenarios. En el primero se consideró el muro fijo ( $d\Delta=d\theta=0$ ), en el segundo sólo capaz de girar ( $d\Delta=0$  y  $d\theta=5$ ), en el tercero solo con la capacidad de deslizarse ( $d\Delta=0.5$  y  $d\theta=0$ ) y finalmente, en el último escenario se consideró al muro moviéndose de manera acoplada ( $d\Delta= 0.5$  y  $d\theta= 5$ ).

En las figuras 4.14 a y b se muestran los resultados obtenidos de éste análisis.

De acuerdo con los resultados obtenidos de éste análisis y comparándolos con los resultados del punto anterior (Figura 4.13) en donde se presentan los mismos

escenarios, pero sin el efecto de la inercia, se puede concluir que este efecto sólo se hace notorio cuando se permite el movimiento del muro y se presenta como un aumento en la respuesta (cortante basal) sobre el muro.

En la figura 4.15 se presenta la comparación del comportamiento (respuesta estática y máxima) del muro sin y con inercia.

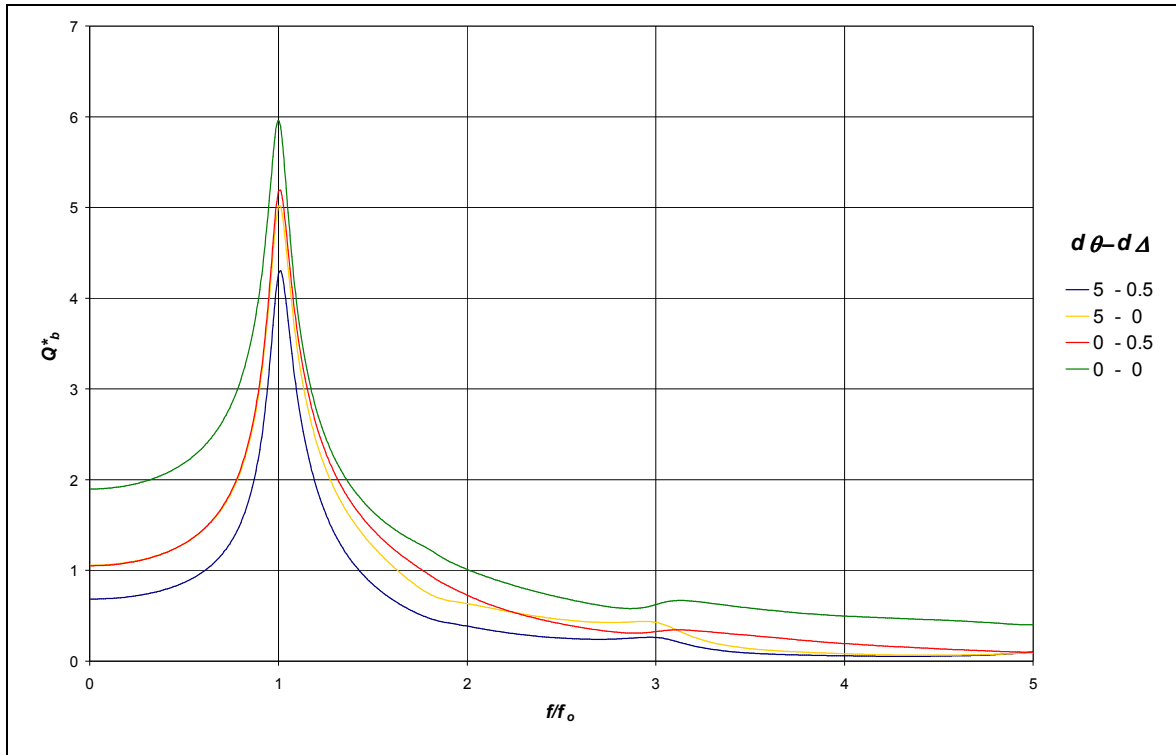
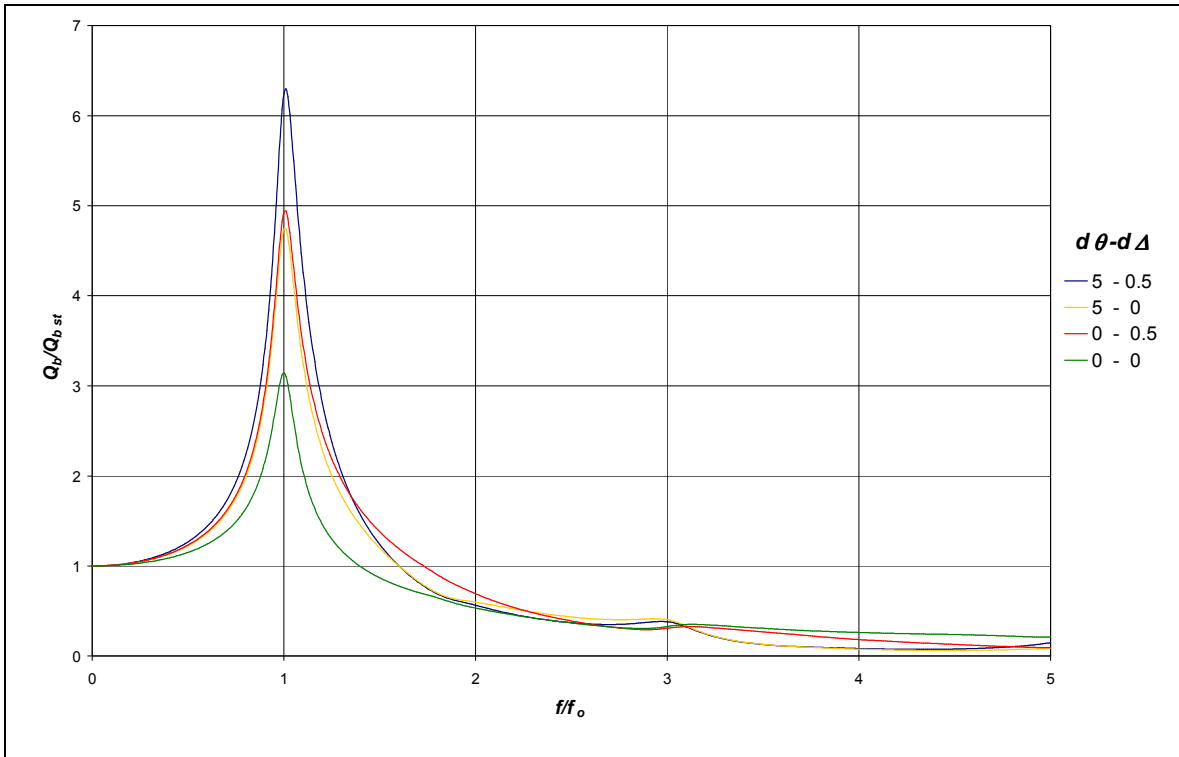
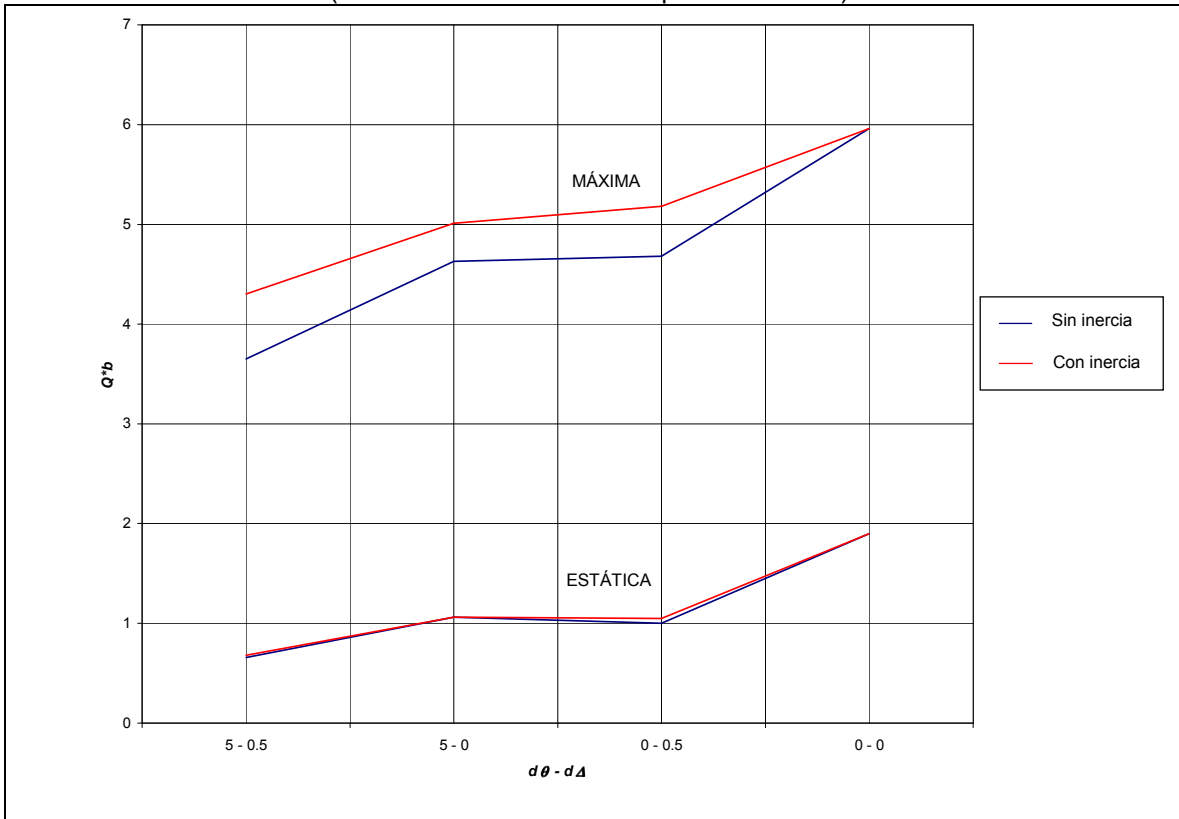


Figura 4.14a. Influencia de la inercia.



**Figura 4.14b.** Influencia de la inercia.  
(Normalización contra la respuesta estática).



**Figura 4.15.** Comparación de las respuestas "estática" y resonante máxima, sin y con inercia del muro.

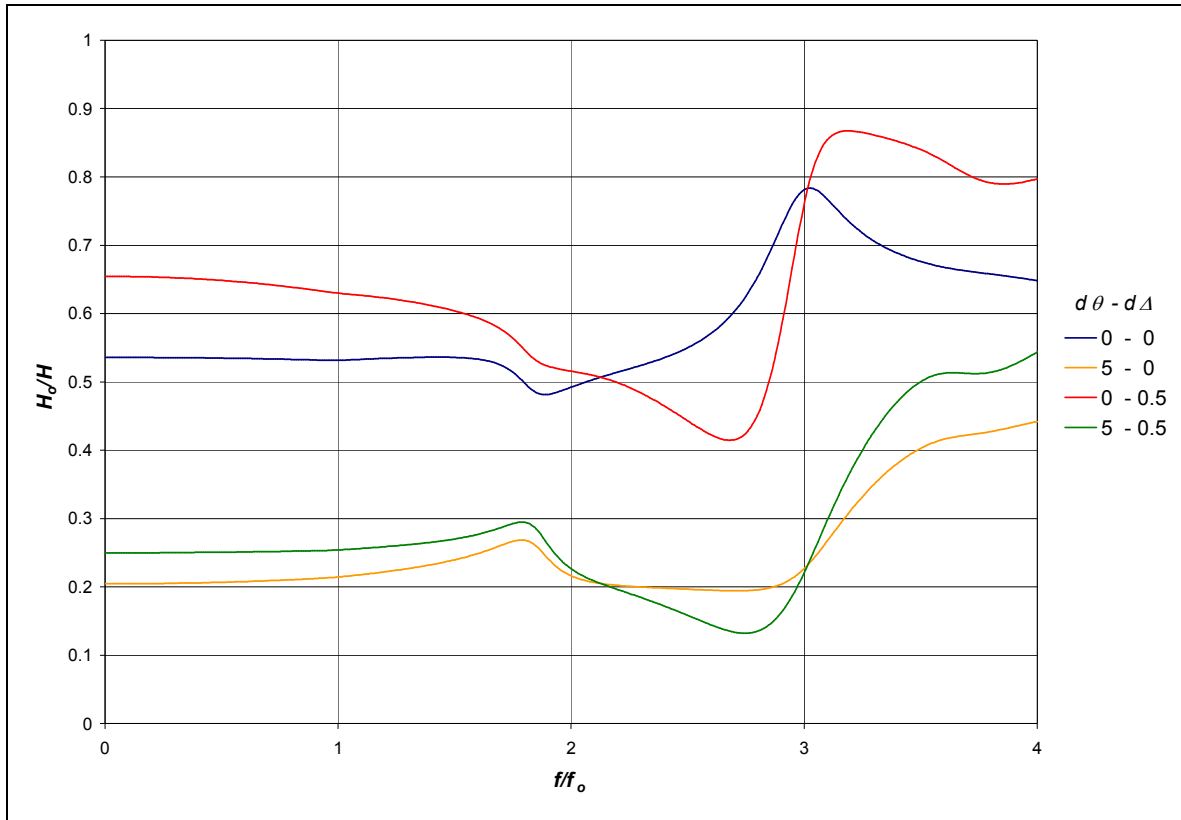
Como se aprecia en la figura 4.15, la inercia no tiene prácticamente influencia alguna en la respuesta “estática” ( $f/f_0 \approx 0$ ) en ningún caso, debido a que la frecuencia de excitación es muy pequeña y por tanto el movimiento del muro es muy lento. Es en la respuesta dinámica máxima ( $f/f_0=1$ ) en donde se aprecia con claridad el efecto de considerar la masa del muro. Así, un muro de 5 m de altura y 1 m de ancho, con un peso volumétrico de 2.4 Ton/m<sup>3</sup>, genera un aumento en la respuesta dinámica máxima de más del 15 % cuando se considera su inercia. Como era de esperarse, el hecho de no permitir el movimiento de la base del muro rigidizando los resortes ( $d\theta=d\Delta=0$ ), nulifica el efecto de la inercia.

#### **4.7. Determinación de la altura efectiva**

Para fines de este trabajo, se denominó altura efectiva,  $H_o$ , al punto de aplicación de la fuerza resultante sobre el muro, medida desde la base, misma que se determinó dividiendo, para cada frecuencia de excitación, el momento en la base del muro (ec. 3.22) entre el cortante basal (ec. 3.21) obtenidos directamente de la solución de las ecuaciones de equilibrio planteadas en el capítulo 3.

Este análisis se realizó para los mismos cuatro escenarios estudiados en el punto anterior. Se consideró, para una mejor visualización de la respuesta, que todo el sistema (relleno y suelo de cimentación) posee las mismas propiedades, con una relación  $h/H$  igual a 1 y se tomó en cuenta la masa del muro con los mismos parámetros que los utilizados en el punto anterior.

En la figura 4.16 se muestran los resultados obtenidos de este análisis. Se aprecia que la posición de la fuerza resultante depende del tipo de restricciones que se le imponen al movimiento del muro y que, además, esta posición no es fija sino que varía con la frecuencia. En dicha gráfica, la altura efectiva está normalizada contra la altura del muro ( $H_o/H$ ).



**Figura 4.16.** Altura efectiva,  $H_e$ , para distintos movimientos del muro.

Aunque se estudió un amplio rango de frecuencias (hasta cuatro veces la frecuencia fundamental), para fines de este análisis, los comentarios se enfocan al rango que va desde la respuesta “estática” ( $f/f_0 \approx 0$ ) y hasta la resonante máxima por ser la de mayor interés en la práctica. Para frecuencias altas ( $f/f_0 > 2$ ), se obtienen valores muy pequeños tanto del cortante como del momento que al dividirse generan resultados muy variables que alteran significativamente la tendencia.

Así pues, para el caso en el que al muro no se le permite movimiento alguno ( $d\theta = d\Delta = 0$ ), la altura efectiva “estática” ( $f/f_0 \approx 0$ ) es de aproximadamente  $0.54H$ , valor que se mantiene prácticamente constante hasta más allá de la frecuencia fundamental. La altura efectiva máxima para este escenario es de  $0.79H$ , valor que se encuentra aproximadamente en  $3f_0$ .

Para el escenario en que sólo se le permitió al muro girar ( $d\theta = 5$ ,  $d\Delta = 0$ ), se halló que el valor “estático” de la altura efectiva es de  $0.21H$ , mientras que para el

escenario en el que sólo se permite al muro deslizarse ( $d\theta = 0$ ,  $d\Delta = 0.5$ ), dicho valor fue de  $0.65H$ . Ambos valores son prácticamente los mismos en la frecuencia fundamental.

## 4.8. Distribución de fuerzas sobre el muro

A continuación se presentan resultados que muestran la distribución de las fuerzas sobre el muro considerando las restricciones en su movimiento. Para tal fin se propuso un muro desplantado sobre una base flexible. Para una mejor visualización de los resultados se consideró que las propiedades del suelo eran las mismas que la del suelo de cimentación:

$$h/H = \gamma_h/\gamma_H = \nu_h/\nu_H = \beta_h/\beta_H = V_{sh}/V_{sH} = 1$$

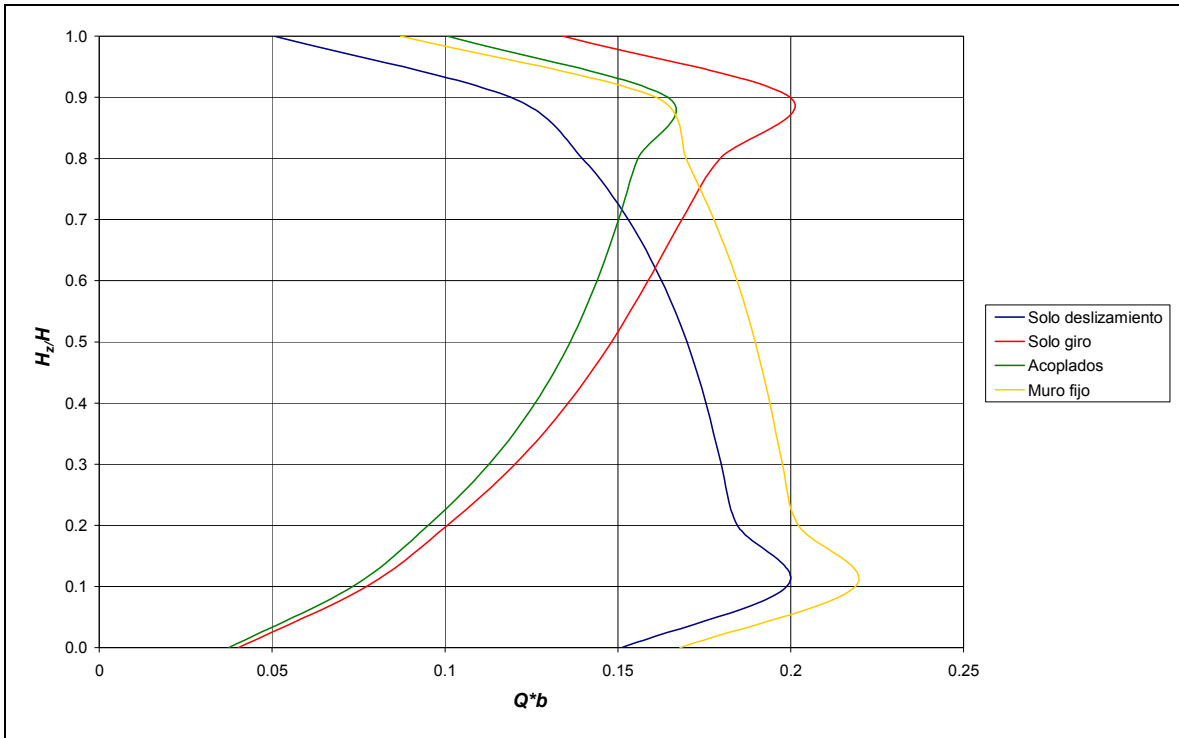
es decir, todo el sistema homogéneo con  $H = 5.0$  m,  $\gamma_H = 1.5$  Ton/m<sup>3</sup>,  $\nu_H = 1/3$ ,  $\beta_H = 5\%$  y  $V_{sH} = 200$  m/s.

El análisis se realizó para los cuatro casos siguientes:

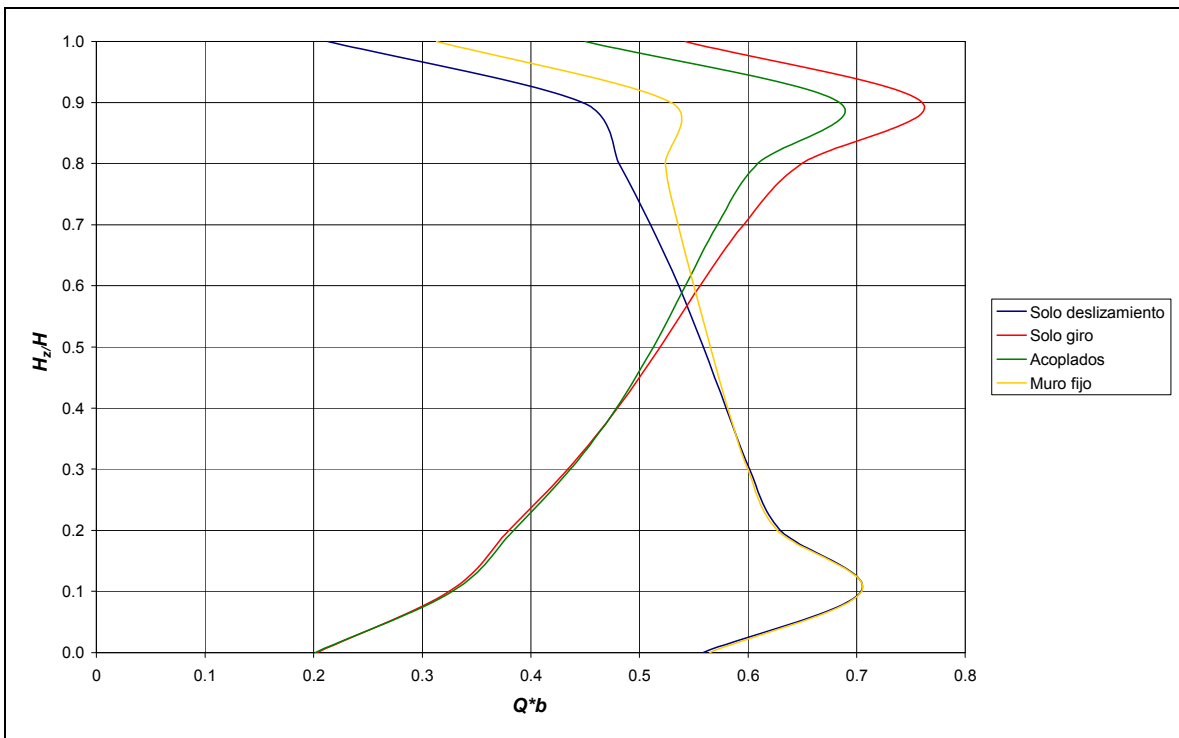
1. Muro fijo ( $d\Delta = d\theta = 0$ )
2. Muro con deslizamiento ( $d\Delta = 0.1$  y  $d\theta = 0$ )
3. Muro con giro ( $d\Delta = 0$  y  $d\theta = 1$ )
4. Muro con deslizamiento y giro ( $d\Delta = 0.1$  y  $d\theta = 1$ )

En las figuras 4.17 a y b, se presentan los resultados obtenidos para la respuesta “estática” ( $f/f_o \approx 0$ ) y para la resonante máxima ( $f/f_o = 1$ ) por ser la de mayor interés en la práctica. En dichas gráficas la altura del muro ( $H_z$ ), medida desde la base, está normalizada contra la altura total del muro ( $H_o/H$ ).





**Figura 4.17a.** Distribución de fuerzas sobre el muro para el caso “estático” ( $f/f_0=0$ ).



**Figura 4.17b.** Distribución de fuerzas sobre el muro para la máxima respuesta dinámica ( $f/f_0=1$ ).

En las figuras anteriores se aprecia que la distribución de las fuerzas sobre el muro esta relacionada con el tipo de movimiento que se le permita. Así, cuando el

muro esta fijo, al igual que cuando sólo se le permite el deslizamiento, se generan fuerzas con distribuciones muy similares, con la mayor magnitud cerca de la base del muro ( $0.1 H_z/H$ ). En cambio, cuando al muro se le permite únicamente el giro, al igual que cuando se le permite deslizamiento y giro, también se generan distribuciones similares, pero con la mayor magnitud cerca de la parte superior del muro ( $0.9 H_z/H$ ).

Al comparar ambas gráficas se observa también que la forma de las distribuciones es muy similar para el caso “estático” y para la máxima respuesta dinámica, variando solo las magnitudes de las fuerzas.

#### **4.9. Influencia de la excitación vertical**

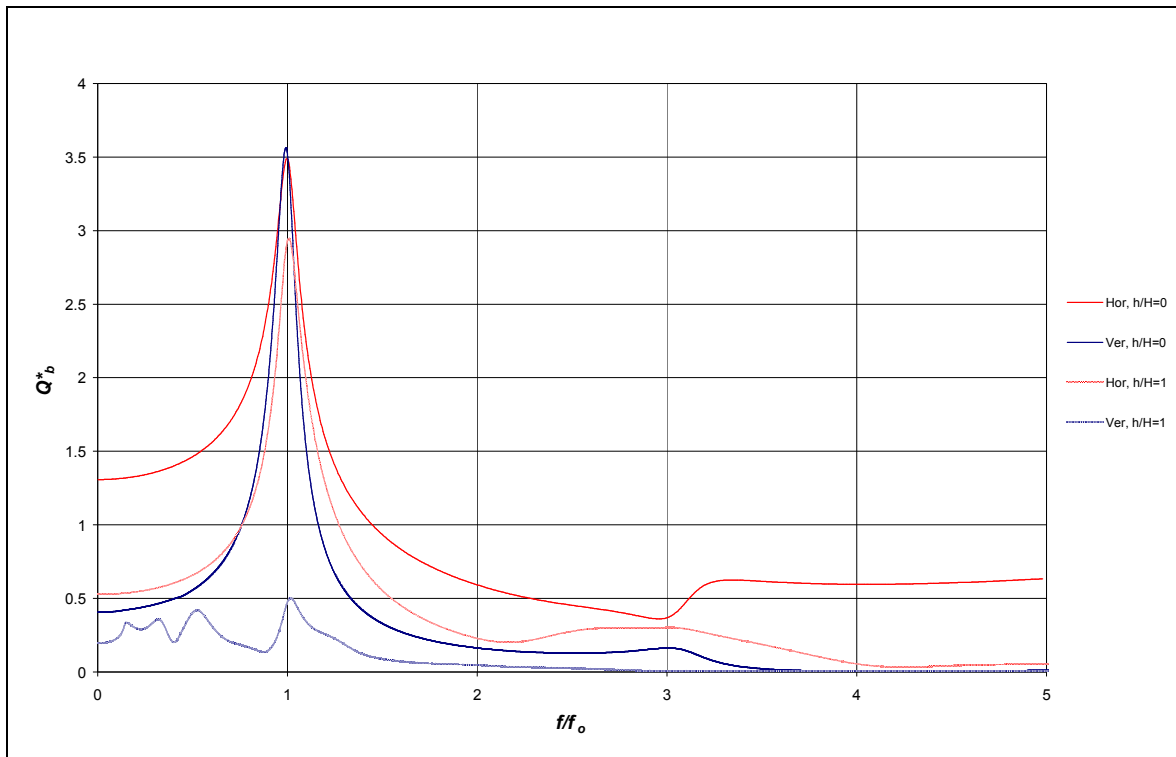
Con base en los resultados presentados por Bonola (2002), en los que mostraba que cuando el muro se desplanta sobre terreno firme, sin posibilidad de moverse, la excitación vertical genera respuestas importantes (incluso mayores que las generadas por la excitación horizontal) sólo en situaciones en las que el valor de la relación de Poisson se acerque a su máximo ( $\nu \cong 0.49$ ), como las halladas cuando el suelo se acerca a su máximo grado de saturación, y solo cuando  $f/f_o = 1$  y zonas cercanas. En ningún otro supuesto la respuesta generada por la excitación vertical superó a la horizontal.

Por lo anteriormente comentado, se decidió evaluar la respuesta del sistema para una excitación vertical, considerando un valor de  $\nu=0.49$ , pero ahora con el muro desplantado sobre un suelo con las mismas propiedades y el mismo espesor que el relleno.

En la figura 4.18 se presentan los resultados obtenidos de comparar la respuesta horizontal con la vertical para dos casos; en el primero, el muro está desplantado directamente sobre terreno firme ( $h/H=0$ ), y en el segundo, el muro está desplantado sobre un estrato de suelo flexible ( $h/H=1$ ). En el análisis, en ambos casos, se impidió el movimiento del muro ( $d\Delta = d\theta = 0$ ) para tratar de obtener la

máxima respuesta ya que se comprobó que al flexibilizar los resortes que restringen el movimiento del muro, la respuesta vertical decae considerablemente, independientemente del espesor del suelo de cimentación.

De acuerdo con los resultados obtenidos, se comprueba que cuando el muro se desplanta sobre un estrato de suelo (curvas  $h/H=1$ ), la respuesta dinámica (cortante basal) generada por la excitación vertical es significativamente menor que la generada por la excitación horizontal, aún rigidizando los resortes en la base del muro para restringir sus movimientos. Si se permite algún movimiento al muro, la respuesta vertical es aún menor. Las curvas  $h/H=0$  muestran la misma tendencia que la reportada por Bonola (2002).



**Figura 4.17.** Influencia de la excitación vertical.

Finalmente, para el escenario en el que se permite el movimiento acoplado del muro ( $d\theta = 5$ ,  $d\Delta = 0.5$ ), el valor de la altura efectiva para el caso “estático” y la respuesta dinámica máxima, es igual a  $0.25H$  ( $1/4H$ ). El comportamiento mostrado en este escenario es similar al del muro que sólo gira sin posibilidad de deslizamiento.

## 4.10. Conclusiones del capítulo

A continuación se presentan las conclusiones obtenidas a partir de los resultados de los análisis realizados en este capítulo.

### **Efecto de la relación de Poisson**

Para la mejor comprensión de la influencia de este parámetro se decidió estudiar su efecto utilizando el modelo del muro desplantado sobre terreno firme, descartando el terreno de cimentación, sin considerar los resortes en su base y sin incluir la masa del muro; parámetros que merecieron un análisis aparte.

Se estudiaron tres valores de la relación de Poisson: 0.30, 0.40 y 0.49. Los resultados muestran que al variar este parámetro de 0.30 a 0.49, la respuesta dinámica máxima (cortante basal) aumenta un 25% mientras que la “estática” lo hace en un 40%. Lo anterior se debe a que al aumentar la relación de Poisson (que expresa la capacidad de un suelo de deformarse) durante el tránsito de las ondas sísmicas se genera una mayor deformación en la dirección horizontal del suelo que forma el relleno incrementando las fuerzas que se transmiten al muro. Asimismo las diferencias son mayores en la respuesta estática debido a que debido al poco movimiento que en esta frecuencia genera la excitación no hay aún gran interacción entre las ondas sísmicas que llegan al muro y se reflejan, imponiéndose únicamente el empuje horizontal del relleno, que si ocurren cuando se alcanza la frecuencia fundamental del sistema. Cabe mencionar que bajo estas condiciones, cuando el sistema es sometido a excitación vertical y con un valor de este parámetro cercano al máximo ( $\nu_H = 0.49$ ), la respuesta dinámica máxima es mayor que la generada por la excitación horizontal.

### **Efecto del amortiguamiento material**

Este parámetro se analizó bajo las mismas condiciones que el anterior (muro sin masa, desplantado sobre base firme y sin posibilidad de moverse).

Para el análisis se consideraron tres valores del amortiguamiento material: 0.05, 0.10 y 0.20. Los resultados muestran que las respuestas máximas decaen conforme aumenta el valor de este parámetro, siguiendo aproximadamente la relación  $1/\sqrt{2\beta}$ . Cabe mencionar que este parámetro no influye en la respuesta “estática”, ni en las frecuencias superiores, que se observa prácticamente igual para los tres distintos amortiguamientos evaluados.

### **Efecto del suelo de cimentación**

En este análisis se utilizó el modelo de muro desplantado ya sobre terreno flexible, pero sin considerar aún los resortes en su base y su masa. El análisis se hizo para tres distintas relaciones del espesor del suelo de cimentación entre el espesor del relleno ( $h/H$ ): 0.5, 1 y 5. Para observar mejor la respuesta (cortante basal) se decidió que las propiedades de ambos estratos (relleno y cimentación) fueran las mismas, con relación de Poisson igual a 0.3 y amortiguamiento del 5 %.

Con base en los resultados se puede comentar que el hecho de introducir un estrato de suelo en la base genera dos efectos que afectan el comportamiento del sistema. Por un lado dicho estrato, al permitir el tránsito de las ondas por debajo del muro, genera un amortiguamiento por radiación, que hace que las fuerzas sobre el muro disminuyan, mientras que por el otro lado, la interacción entre el material del relleno y el de la cimentación genera una amplificación dinámica que hace que la magnitud de las fuerzas sobre el muro aumente.

De este análisis se desprende también la conclusión de que independientemente de la relación de espesores  $h/H$  el factor de amplificación, definido como la magnitud de la fuerza en la frecuencia resonante ( $f/f_0=1$ ) normalizado entre la fuerza a baja frecuencia ( $f/f_0 \approx 0$ ), es muy similar.

En este análisis también se aprovechó para evaluar la presencia del amortiguamiento geométrico por la radiación de ondas en el estrato de suelo de

cimentación. Para tal fin, se eliminó el amortiguamiento material o histerético del sistema y, para mejor visualización de la presencia de ésta propiedad, se estudió la relación  $h/H=5$ . Los resultados muestran que, aunque el amortiguamiento material es nulo, no se presentan amplificaciones infinitas debido precisamente a la existencia del amortiguamiento por radiación.

### **Efecto del contraste de rigideces entre el relleno y la cimentación**

En este análisis se consideró a la velocidad de ondas de corte como el parámetro que define la rigidez de los estratos del suelo del sistema. Al respecto se estudiaron tres relaciones de velocidades entre el relleno y la cimentación, manteniendo constante el valor de este parámetro en el suelo del relleno y haciendo variar el del suelo de cimentación, para tener tres relaciones  $V_{sh}/V_{sH}$  de 0.5, 2 y 4. Cabe mencionar que el primer valor corresponde a un hipotético caso en el que el relleno fuera más rígido que la cimentación.

Los resultados muestran que conforme el suelo de cimentación se vuelve más rígido la respuesta sobre el muro disminuye. La tendencia muestra que si el contraste de rigideces entre ambos estratos (relleno y cimentación) se vuelve muy grande es posible reproducir la respuesta de un muro desplantado sobre terreno firme, independientemente del espesor del estrato de cimentación. Por otro lado, cuando se estudia el caso hipotético en el que el material del terreno en el que se desplanta el muro es más blando que el material que forma el relleno, se aprecia que la respuesta aumenta de manera muy considerable debido a la gran amplificación que se genera en el estrato de cimentación.

### **Efecto de la flexibilidad de la cimentación**

Para estudiar el efecto de la flexibilidad de la cimentación, definida por resortes que permiten el giro y el desplazamiento del muro, se decidió seguir el enfoque presentado en el modelo V-Y en donde la rigidez de dichos resortes es controlada por coeficientes de flexibilidad. Lo anterior permite controlar de manera práctica y directa la flexibilidad de tales resortes sin necesidad de modificar ningún otro parámetro del sistema más que dichos coeficientes.

Al igual que en casos anteriores, para visualizar mejor el efecto se decidió que todo el sistema fuera homogéneo (propiedades del suelo del relleno iguales a las de la cimentación), y se analizaron tres escenarios. En el primero se estudio sólo el resorte que restringe el giro, en el segundo sólo el resorte de deslizamiento y en el último se estudió el efecto de ambos resortes actuando de manera acoplada. Todos los escenarios se compararon contra la respuesta para un muro sin masa y sin posibilidad de moverse.

En términos generales los resultados muestran que conforme la flexibilidad de los resortes va aumentando, la respuesta sobre el muro disminuye de manera considerable, siendo los resortes actuando de manera acoplada los que la menor respuesta generan en comparación con la respuesta generada con los resortes actuando de manera independiente. Asimismo se aprecia que el factor de amplificación aumenta conforme aumenta la flexibilidad de los resortes.

### **Efecto de la masa del muro (inercia)**

Este análisis se realizó considerando cuatro escenarios.

1. Muro fijo.
2. Muro con capacidad de girar sin deslizarse.
3. Muro con capacidad de deslizarse sin girar.
4. Muro con capacidad de girar y deslizarse.

Al igual que en análisis anteriores, el sistema se consideró homogéneo.

Comparando los resultados entre el análisis hecho en el punto anterior en donde no se consideró la masa del muro, se puede concluir que este efecto se aprecia con claridad en la respuesta dinámica máxima, cuando se le permite movimiento al muro, y se manifiesta como un aumento de las fuerzas sobre él. En la respuesta “estática” independientemente de la flexibilidad de los resortes, la respuesta es prácticamente la misma.

### **Determinación de la altura efectiva**

La localización del punto de aplicación sobre el muro de la resultante de las presiones que sobre él actúan se realizó para los mismos cuatro casos evaluados en el punto anterior. Se consideró al sistema homogéneo y la masa del muro.

Los resultados muestran que la altura efectiva, medida desde la base del muro, depende del tipo de restricciones que se le impongan al muro y que además esta altura no es fija sino que varía con la frecuencia. Sin embargo, hasta la frecuencia fundamental (respuesta dinámica máxima), esta altura varía poco y para fines prácticos puede considerarse constante.

Para el escenario en el que se hacen trabajar de manera acoplada a los resortes que restringen el giro y el movimiento del muro, que correspondería de manera más aproximada a un caso real, la posición de la resultante hasta la frecuencia fundamental se ubicó en  $1/4H$ . Cuando solo se consideró el giro, esta posición se ubicó en  $1/5H$  y cuando se consideró solo el deslizamiento fue de  $2/3H$ .

### **Distribución de fuerzas sobre el muro**

La distribución de las fuerzas sobre el muro se realizó para el caso “estático” ( $f/f_0 \approx 0$ ) y para la respuesta resonante máxima ( $f/f_0 = 1$ ), considerando al muro inmóvil y con los resortes que permiten el giro y el deslizamiento actuando por separado y de manera acoplada.

El análisis demostró que la distribución de las fuerzas esta relacionada con el tipo de movimiento que se le permita al muro, con distribuciones muy similares para los casos en el que el muro esta fijo y cuando sólo se le permite el deslizamiento, con la mayor magnitud cerca de la base del muro ( $0.1 H_z/H$ ). También se encontró que las distribuciones son muy similares cuando al muro se le permite únicamente el giro y cuando los resortes actúan de manera acoplada, pero con la mayor magnitud cerca de la parte superior del muro ( $0.9 H_z/H$ ). Asimismo, se observó que las distribuciones son muy similares para el caso “estático” y para la máxima respuesta dinámica, variando solo la magnitud.



## **Efecto de la excitación vertical**

Debido a que los resultados del análisis paramétrico mostraron que el componente vertical de la excitación causa respuestas de magnitud importante que pueden superar a las generadas por el componente horizontal sólo cuando el muro se desplanta sobre terreno firme, sin posibilidad de moverse y en situaciones en las que el valor de la relación de Poisson se acerca a su máximo y en ningún otro escenario más, se decidió evaluar el comportamiento, bajo excitación vertical, del sistema considerando tales condiciones pero con el muro desplantado sobre terreno flexible con las mismas características que el relleno (sistema homogéneo).

Los resultados muestran que cuando el muro está desplantado sobre terreno flexible, la respuesta generada por la excitación vertical es mucho menor (seis veces menor en esta análisis) que la generada por la horizontal. Si se le proporciona al muro la posibilidad de moverse, la respuesta vertical decae mucho más.

Con esto el modelo desarrollado muestra su utilidad práctica en el sentido de generar resultados confiables, más acordes con lo observado en la realidad, independientemente de que posee otras capacidades tales como la factibilidad de discretizar de manera detallada los estratos que forman el relleno y la cimentación y de representar diversas situaciones de dichos estratos (presencia del NAF, por ejemplo), la posibilidad de estudiar la amplificación de la respuesta en la frecuencia deseada y sobretodo el hecho de conocer la respuesta del sistema ante la acción de un sismo real, mediante la transformada de Fourier. Para probar ésta última potencialidad, se realizó la respuesta del sistema en el dominio del tiempo, que se presenta a continuación.

# 5. ANÁLISIS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

El análisis de la respuesta del modelo estudiado se puede realizar a través del dominio del tiempo empleando la transformada de Fourier. La ecuación básica para este análisis está dada por (Avilés y Mora, 1990)

$$W_s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{W}_s(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (\text{ec. 5.1})$$

donde  $W_s(t)$  es la respuesta en el tiempo y  $W_s(\omega)$  es la respuesta transformada en la frecuencia, la cual está definida por (Avilés y Mora, 1990)

$$\bar{W}_s(\omega) = H(\omega) \bar{Z}_g(\omega) \quad (\text{ec. 5.2})$$

donde  $H(\omega)$  es la función de transferencia del sistema y  $\bar{Z}_g(\omega)$  es la transformada de Fourier de la excitación  $Z_g(t)$ , es decir

$$\bar{Z}_g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{Z}_g(t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{ec. 5.3})$$

La función de transferencia puede ser tanto para desplazamientos, aceleraciones o fuerzas, debido a que los campos son armónicos.

Las dos integrales de las ecuaciones 5.1 y 5.3, conocidas como el par de transformadas de Fourier, pueden expresarse como

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{F}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (\text{ec. 5.4})$$

$$\bar{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{ec. 5.5})$$

Para calcular estas integrales en su forma discreta se supone que la función  $F(t)$  es periódica de período  $T$ . Además, para minimizar los errores en el análisis de funciones no periódicas, el período considerado se debe extender más allá de la duración de la función mediante la inclusión de un intervalo significativo de ceros. La selección del período también permite definir el incremento en la frecuencia como

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (\text{ec. 5.6})$$

Si el período se divide en  $N$  intervalos iguales, el incremento en el tiempo es

$$\Delta t = \frac{T}{N} \quad (\text{ec. 5.7})$$

Definidos los incrementos en la frecuencia y el tiempo, las variables  $\omega$  y  $t$  toman la forma discreta

$$\omega_j = j\Delta\omega; j = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (\text{ec. 5.8})$$

$$t_p = p\Delta t; p = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (\text{ec. 5.9})$$

Empleando las ecuaciones 5.8 y 5.9 en las ecuaciones 5.4 y 5.5, se obtiene que el par de transformadas de Fourier discretas está dado por

$$F(t_p) = \frac{\Delta\omega}{2\pi} \int_{j=0}^{N-1} \bar{F}(\omega_j) W^{jp}; \quad p = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{ec. 5.10})$$

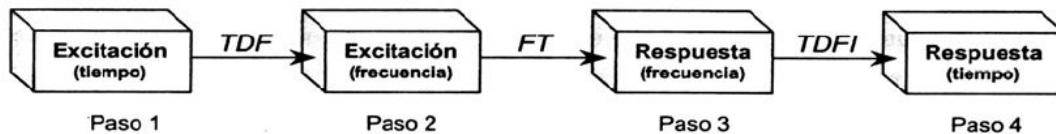
$$\bar{F}(\omega_j) = \Delta t \int_{p=0}^{N-1} \bar{F}(t_p) W^{-jp}; \quad j = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{ec. 5.11})$$

donde  $W = \exp(2\pi i/N)$ . La máxima frecuencia que se puede considerar es la frecuencia de Nyquist,  $f_n = 1/(2\Delta t)$ , la cual corresponde al índice  $j_n = N/2$ . Los valores de  $F(\omega_0)$  y  $F(\omega_{N/2})$  son reales, los de  $F(\omega_j)$   $1 \leq j \leq (N/2) - 1$  son complejos y los restantes se construyen como complejos conjugados (Avilés y Mora, 1990).

Las transformadas de Fourier inversa y directa descritas por las ecuaciones 5.10 y 5.11, respectivamente, se evalúan mediante el algoritmo de programación denominado “Transformada rápida de Fourier”.

A pesar que la manipulación matemática de las funciones de transferencia involucra números complejos, con el algoritmo anteriormente mencionado el análisis por sí mismo es simple (figura 5.1) y se resuelve en los siguientes pasos:

- Paso 1. Obtener un registro sísmico (en el dominio del tiempo) en la roca subyacente al depósito de suelo.
- Paso 2. Representar dicho registro como una serie de Fourier (dominio de la frecuencia) utilizando la transformada discreta de Fourier (TDF).
- Paso 3. Multiplicar cada término de la serie de Fourier del registro en roca por la función de transferencia del sistema, FT, para así obtener la respuesta del sistema en series de Fourier (en el dominio de la frecuencia).
- Paso 4. Pasar la respuesta del sistema al dominio del tiempo, utilizando la transformada discreta de Fourier inversa (TDFI).

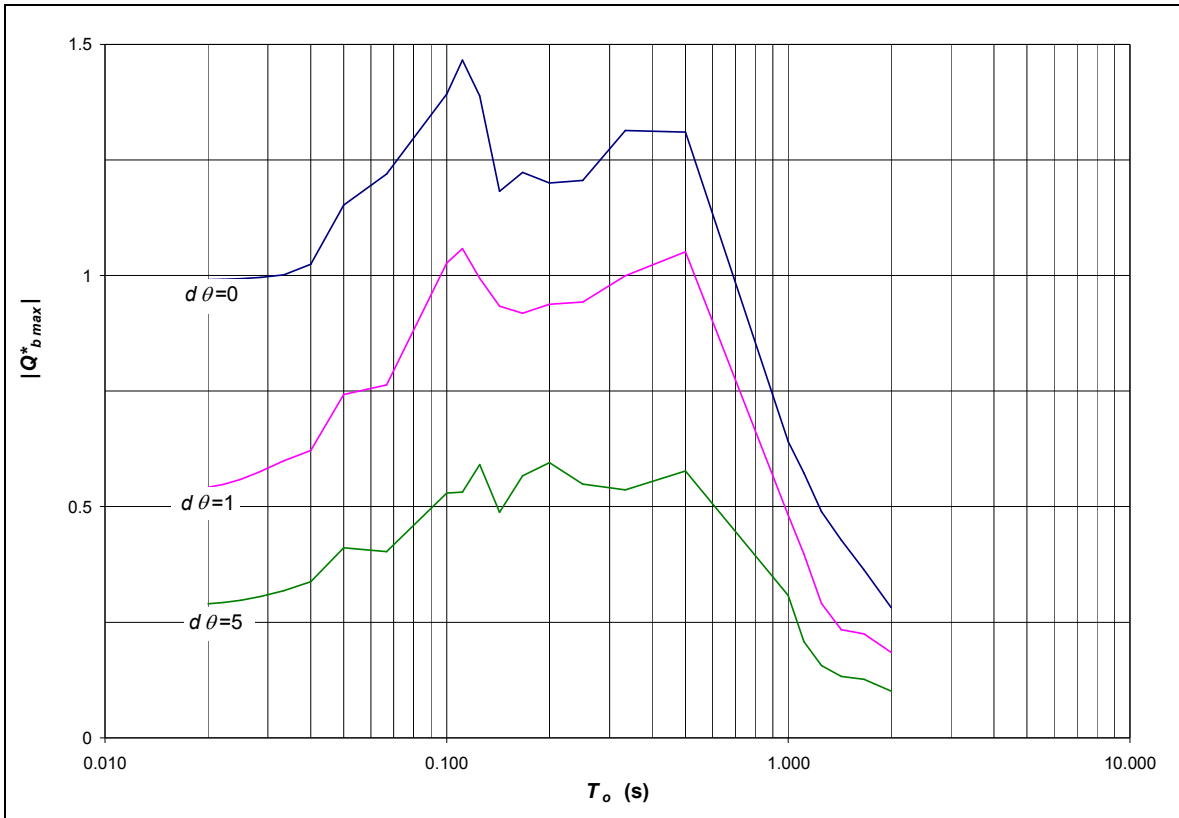


**Figura 5.1.** Secuencia para obtener la repuesta del sistema en el tiempo.

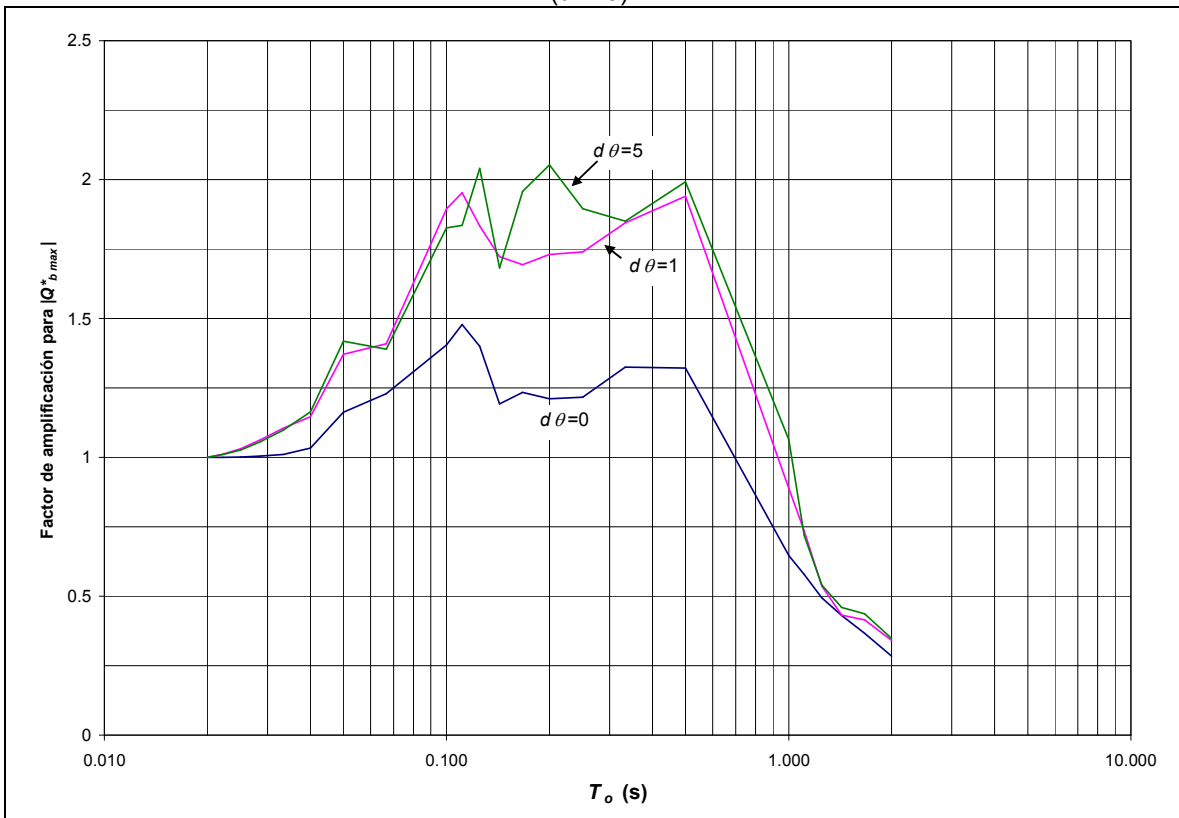
## 5.1. Respuesta en el tiempo

Para obtener la respuesta del modelo propuesto en el dominio del tiempo se utilizó como señal de excitación el componente NS del temblor de El Centro, California, 1940, con una aceleración máxima de  $0.312g$ . La respuesta considerada fue el valor absoluto del cortante basal máximo normalizado de acuerdo con la ecuación 3.25 ( $|Q_{b\ max}^*|$ ), que se graficó como una función del período natural de vibración del relleno ( $T_o$ ), cuya altura corresponde a la altura del muro. Como una medida del valor de  $T_o$  que puede ser encontrado en la práctica, para valores de la velocidad de ondas de corte del estrato de suelo que forma el relleno ( $V_{sH}$ ) en el rango entre 120 y 500 m/s y para valores de la altura del relleno ( $H$ ), que es igual a la del muro entre 3 y 15 m, los valores de  $T_o$  caen en el rango de 0.024 y 0.5 s

En las figuras 5.2 y 5.3 se reprodujeron las gráficas presentadas por Veletsos y Younan, 1997, de la respuesta de un muro desplantado sobre terreno firme y que retiene un relleno de suelo homogéneo con  $\nu_H = 0.33$  y  $\beta_H = 5\%$ . La figura 5.2 presenta la variación del cortante basal máximo normalizado  $|Q_{b\ max}^*|$  de acuerdo con la ecuación 3.25, para distintos valores del coeficiente de flexibilidad al giro ( $d\theta$ ) y sin considerar el efecto del deslizamiento ( $d\Delta=0$ ). En la figura 5.3 se muestra el mismo resultado, pero normalizando el cortante basal máximo contra el valor correspondiente a  $T_o \cong 0$ , con lo que se obtiene el factor de amplificación para los tres valores de  $d\theta$ .



**Figura 5.2.** Efecto de la flexibilidad del terreno de cimentación considerando sólo el giro del muro ( $d\Delta=0$ ).



**Figura 5.3.** Factor de amplificación dinámica considerando sólo el giro del muro ( $d\Delta=0$ ).

En la figura 5.2 se puede apreciar que el hecho de permitir el giro al muro, resulta en una marcada reducción en la respuesta (cortante basal). Dichas reducciones son más notorias en valores de  $T_o$  bajos e intermedios. Comparando las curvas extremas, cuando  $T_o=0.02$  s la respuesta es de aproximadamente  $0.96 \rho \ddot{X}_g H^2$  cuando no se considera la flexibilidad del terreno de cimentación y de  $0.31 \rho \ddot{X}_g H^2$  cuando se le permite el giro al muro, con un decaimiento de  $0.65 \rho \ddot{X}_g H^2$ ; es decir que en este período la respuesta para base flexible es una tercera parte de la de base rígida.

Haciendo el mismo análisis para  $T_o=2.0$  s, cuando la base es rígida, el cortante basal máximo es de  $0.27 \rho \ddot{X}_g H^2$  y de  $0.10 \rho \ddot{X}_g H^2$  cuando es flexible, con un decaimiento de  $0.17 \rho \ddot{X}_g H^2$ . Cabe hacer notar que, aunque el valor del decaimiento en este periodo es menor, se mantiene el hecho de que la respuesta de base flexible es de aproximadamente 1/3 de la de base rígida.

Considerando que, desde el punto de vista práctico, las estructuras de retención tienen periodos que van de 0.2 a 0.5 s, es importante hacer notar que es en ese rango en donde se tienen las mayores reducciones, que van de  $0.58$  a  $0.68 \rho \ddot{X}_g H^2$ , respectivamente. En estos períodos, sin embargo, la respuesta de base flexible es de aproximadamente la mitad de la de base rígida.

En la figura 5.3 se muestra el comportamiento del factor de amplificación que aumenta conforme aumenta el valor de  $d\theta$ . En dicha figura se nota que el factor llega a alcanzar valores cercanos a 2 para el caso de la mayor flexibilidad analizada; sin embargo, después de pasar la meseta (aproximadamente  $T_o=0.5$  s), estos factores caen de manera considerable hasta valores incluso menores que 1. Es decir, que precisamente en el rango de interés práctico ( $T_o=0.2$  a  $0.5$  s) es en donde se tienen las mayores reducciones del cortante basal máximo debido a la flexibilidad del resorte pero las mayores amplificaciones de la respuesta.

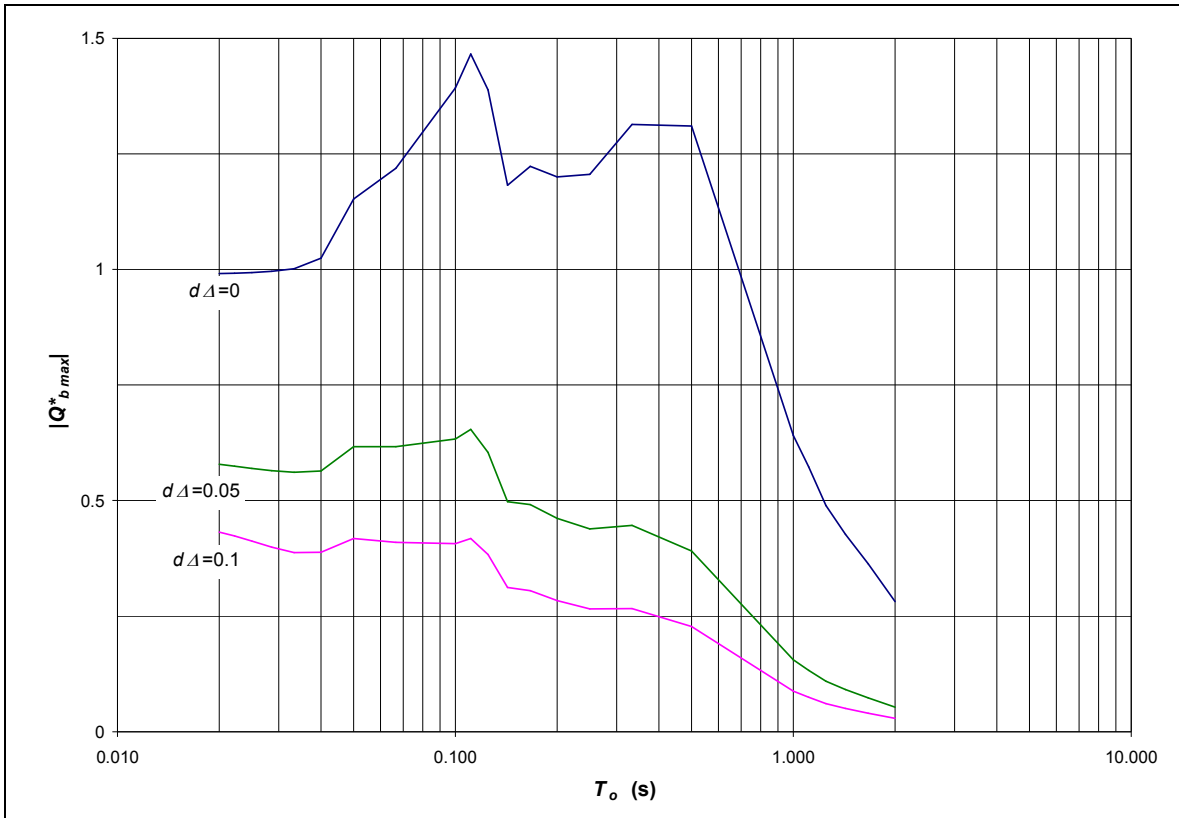
En todos los casos los factores de amplificación para el muro con base flexible ( $d\theta \neq 0$ ) son mayores que los correspondientes al muro con base rígida ( $d\theta = 0$ ), aunque es importante recalcar que un factor de amplificación grande no significa necesariamente un alto nivel de respuesta.

Las dos gráficas anteriormente presentadas fueron las últimas reportadas por Veletsos y Younan, 1997, y con ellas concluyen los resultados de la línea de investigación sobre muros de retención que son considerados como referencia obligada para todos los que estudian el comportamiento de dichas estructuras sujetas a sollicitaciones sísmicas. Cabe mencionar que el método propuesto en esta investigación reproduce de manera muy precisa los resultados presentados por los multicitados investigadores.

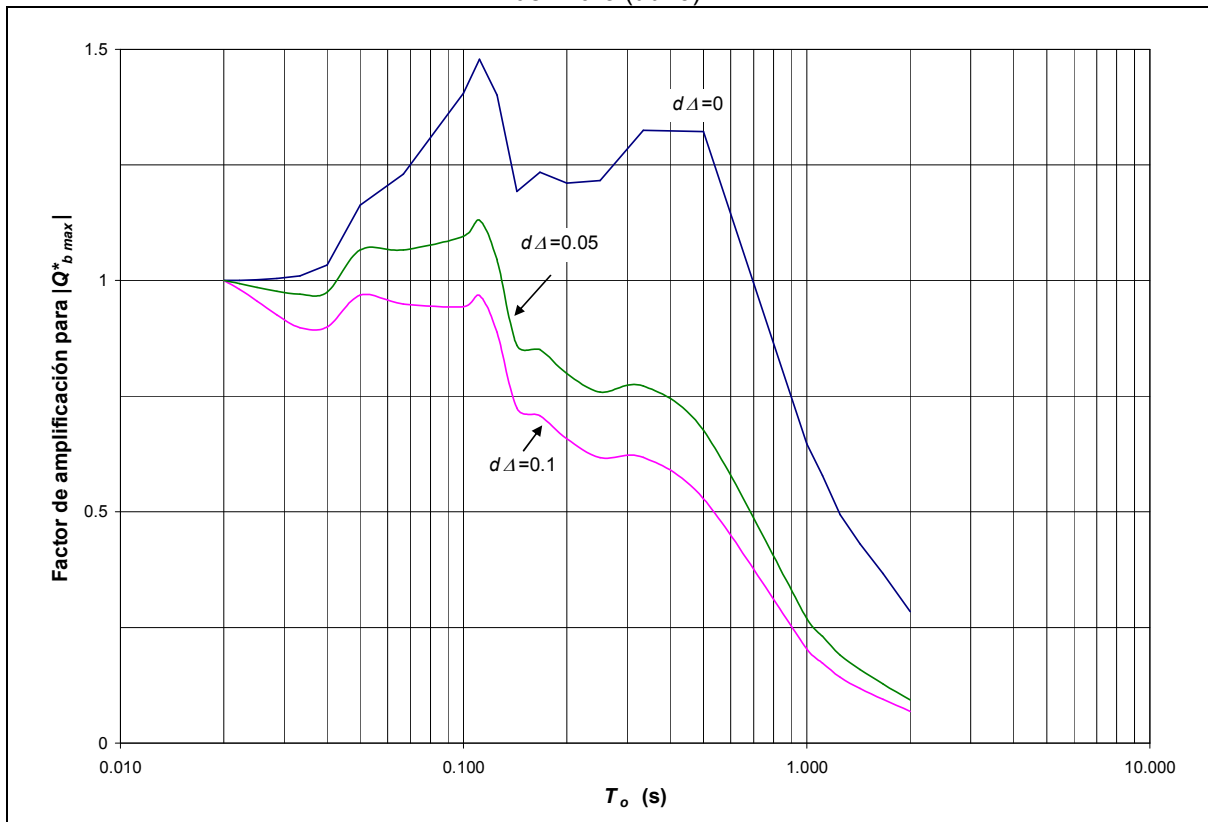
A continuación se presentan resultados del análisis hecho a un sistema con las mismas características que el utilizado en el análisis anterior, pero para estudiar exclusivamente el efecto del deslizamiento del muro ( $d\theta = 0$ ). Para este análisis se decidió utilizar el valor del coeficiente  $d\Delta = 0.1$ . Este valor fue utilizado para el análisis en la frecuencia hecho en el capítulo anterior, en donde se mostró también el razonamiento que condujo a dicho valor y su significado físico. Como se observó que con ésta flexibilidad la respuesta caía drásticamente, se decidió probar un resorte con mayor rigidez ( $d\Delta = 0.05$ ) para verificar la tendencia del comportamiento. Ambos valores fueron comparados con los del muro desplazado en terreno firme del modelo V-Y ( $d\theta = d\Delta = 0$ ).

En las figuras 5.4 y 5.5 se muestran los resultados del análisis realizado. Las normalizaciones se hicieron de manera idéntica al análisis anterior.





**Figura 5.4.** Efecto de la flexibilidad del terreno de cimentación considerando sólo el deslizamiento del muro ( $d\theta=0$ ).



**Figura 5.5.** Factor de amplificación dinámica considerando sólo el deslizamiento del muro ( $d\theta=0$ ).

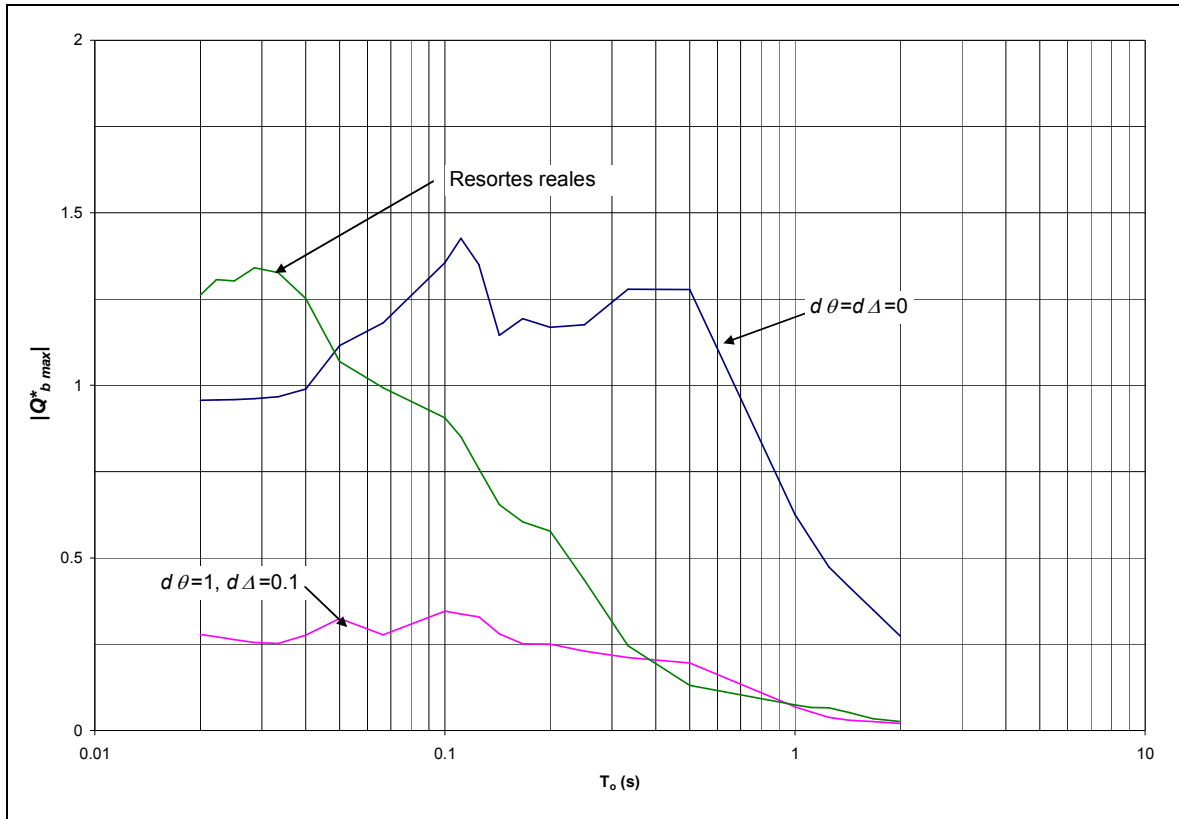
Tal como se aprecia en la figura 5.4, la flexibilidad del resorte que restringe el deslizamiento del muro reduce el cortante basal sobre él, teniéndose las reducciones más importantes para valores de  $T_o$  menores a 0.5 s. Así, cuando  $T_o=0.02$  s, la respuesta es de  $0.96 \rho \ddot{X}_g H^2$  para la base rígida y de  $0.44 \rho \ddot{X}_g H^2$  para la de mayor flexibilidad ( $d\Delta=0.1$ ), para una reducción de  $0.52 \rho \ddot{X}_g H^2$ , que representa más del 50%. Asimismo, cuando  $T_o=2.0$  s la respuesta para el muro con base rígida es de  $0.27 \rho \ddot{X}_g H^2$  y de  $0.03 \rho \ddot{X}_g H^2$  para la de base flexible, con una reducción de  $0.24 \rho \ddot{X}_g H^2$ , que representa casi el 90%.

Para los períodos de interés práctico para este tipo de estructuras, en el rango de  $T_o$  de 0.2 a 0.5 s, las respuestas para el caso analizado decayeron de  $1.17 \rho \ddot{X}_g H^2$  y  $1.28 \rho \ddot{X}_g H^2$  a valores de  $0.29 \rho \ddot{X}_g H^2$  y  $0.23 \rho \ddot{X}_g H^2$ ; con reducciones de 75% y 82%, respectivamente. O sea que para las flexibilidades analizadas, la respuesta tiende a ir disminuyendo conforme crece el periodo de la estructura. Es decir, que el efecto del deslizamiento tiene menor influencia conforme el muro se va haciendo más alto.

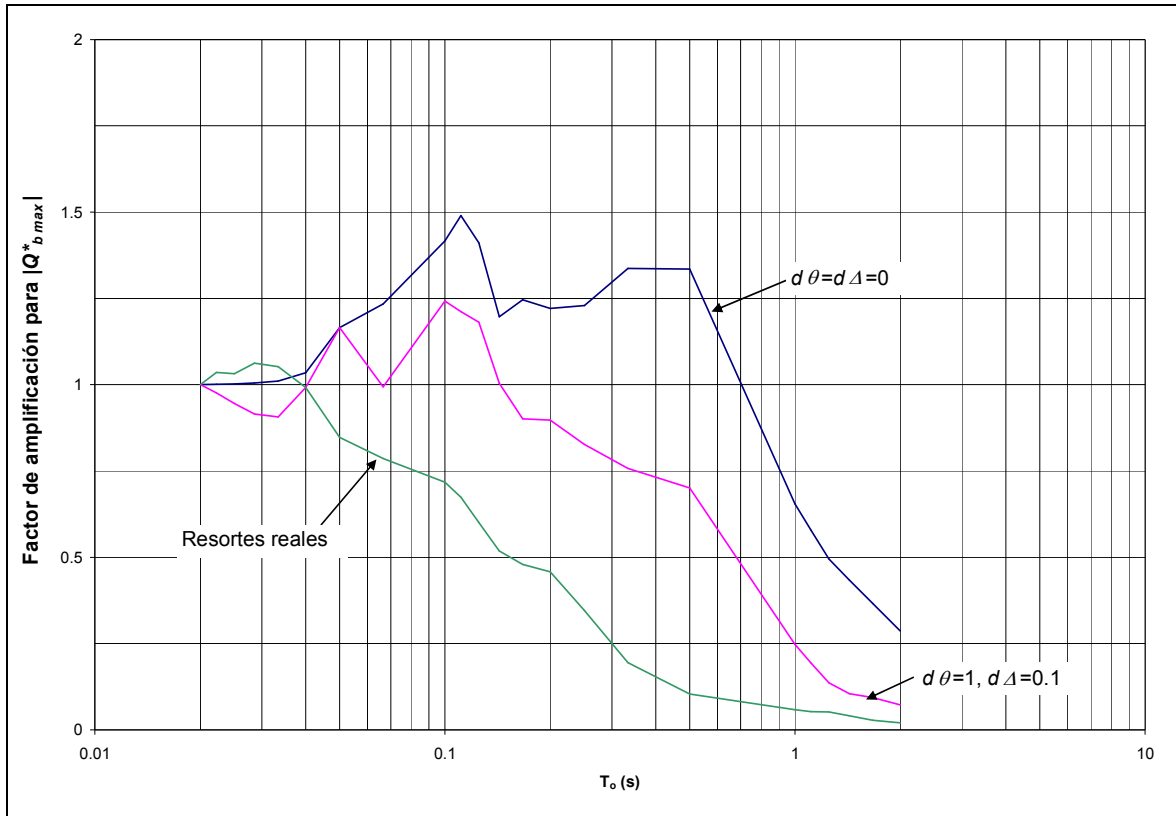
Lo anterior se nota más claramente en la figura 5.5 en donde se muestran los factores de amplificación para el cortante basal. En ella se aprecia que, si se considera la mayor flexibilidad del resorte que restringe el deslizamiento del muro ( $d\Delta=0.1$ ), el factor de amplificación se vuelve en factor de decremento, ya que siempre es menor que la unidad.

Finalmente se presenta el análisis para estudiar los resortes que restringen el giro y el deslizamiento del muro actuando de manera acoplada ( $d\theta \neq d\Delta \neq 0$ ). En este análisis se decidió estudiar el caso con los coeficientes de flexibilidad  $d\theta=1$  y  $d\Delta=0.1$ , desplantado sobre terreno firme (modelo V-Y); el cual se comparó con un caso en el que las rigideces de los resortes que restringen el giro y el desplazamiento del muro se calculan a partir de los parámetros del terreno de cimentación (“resortes reales”) con las ecuaciones 3.19 y 3.20, considerando un

ancho de base del muro,  $B=1.0$  m y un espesor del terreno de cimentación,  $h=10.0$  m. En éste último caso se consideraron las relaciones  $\nu_H/\nu_H=\rho_H/\rho_H=\beta_H/\beta_H=1$  y  $V_{sh}/V_{SH}=3$ . Los resultados de este análisis se presentan en las figuras 5.6 y 5.7, en las que se incluye también los resultados para el muro rígido ( $d\theta=d\Delta=0$ ).



**Figura 5.6.** Efecto de la flexibilidad del terreno de cimentación para resortes acoplados.



**Figura 5.7.** Factor de amplificación dinámica para resortes acoplados.

Al comparar los resultados de la figura 5.6 con los obtenidos en las figuras 5.4 y 5.2, se puede apreciar como el hecho de considerar el funcionamiento acoplado de los resortes, produce las respuestas más bajas de los tres análisis realizados (solo giro, solo deslizamiento y acoplado). En la tabla 5.1 se muestra la comparación de las respuestas (cortante basal máximo normalizado) de estos tres análisis para ciertos periodos de interés.

**Tabla 5.1.** Comparación de las respuestas ( $|Q^*_{b\ max}|$ ) de los análisis realizados.

Análisis	$T_o$ (s)			
	0.02	0.20	0.50	2.00
Solo giro ( $d\theta=1$ y $d\Delta=0$ )	0.577	0.919	1.031	0.181
Solo deslizamiento ( $d\theta=0$ y $d\Delta=0.1$ )	0.440	0.287	0.232	0.030
Acoplado ( $d\theta=1$ y $d\Delta=0.1$ )	0.278	0.250	0.195	0.020

En la tabla anterior además de los resultados para los períodos mínimo y máximo considerados, se incluyen los resultados para 0.20 y 0.50 s que corresponden a los valores entre los que se encuentran en la práctica las estructuras de retención.

En dicha tabla se aprecia claramente que el análisis considerando el funcionamiento acoplado de los resortes que restringen el giro y el deslizamiento del muro genera las respuestas más bajas. Es decir, que ambos movimientos aportan en la reducción de la respuesta sobre el muro.

Al comparar estas respuestas con las generadas para el caso en el que se consideran “resortes reales”; es decir, los calculados con los parámetros del suelo de cimentación; se observa que el comportamiento “real” difiere notablemente al observado con los resortes que funcionan controlados por los coeficientes de flexibilidad  $d\theta$  y  $d\Delta$ .

Inicialmente se aprecia que la respuesta difiere en la forma, ya que solo en el inicio (entre 0.02 y 0.04 s) aumenta ligeramente para posteriormente caer de manera significativa. Incluso puede apreciarse que la respuesta hasta aproximadamente  $T_o=0.05$  s es mayor que la del modelo V-Y para muro sin giro ni desplazamiento ( $d\theta =d\Delta=0$ ). Esta situación se debe a que el modelo V-Y está desplantado directamente sobre terreno firme por lo que no se considera la amplificación generada por la interacción entre el suelo que forma el relleno y el de cimentación. Tal como se mostró en el capítulo **4.3. Influencia del suelo de cimentación**, el hecho de considerar un suelo de cimentación bajo el relleno puede generar amplificaciones importantes dependiendo del contraste entre ambos estratos. Conforme el espesor del relleno va creciendo, y con ésto su periodo fundamental, la influencia del suelo de cimentación (que en este caso se consideró constante) va disminuyendo. En este caso cuando  $T_o = 0.05$  s, la relación  $h/H=4$ ; es decir, que el espesor de la cimentación es 4 veces mayor al del relleno. Es importante mencionar sin embargo, que en el rango de interés para las estructuras de retención (períodos de 0.2 a 0.5 s), la disminución de la respuesta es muy significativa. En la tabla 5.2 se presenta la comparación en periodos de interés de los resultados obtenidos para el muro fijo (modelo V-Y con  $d\theta=d\Delta=0$ ) contra los obtenidos con los “resortes reales”.

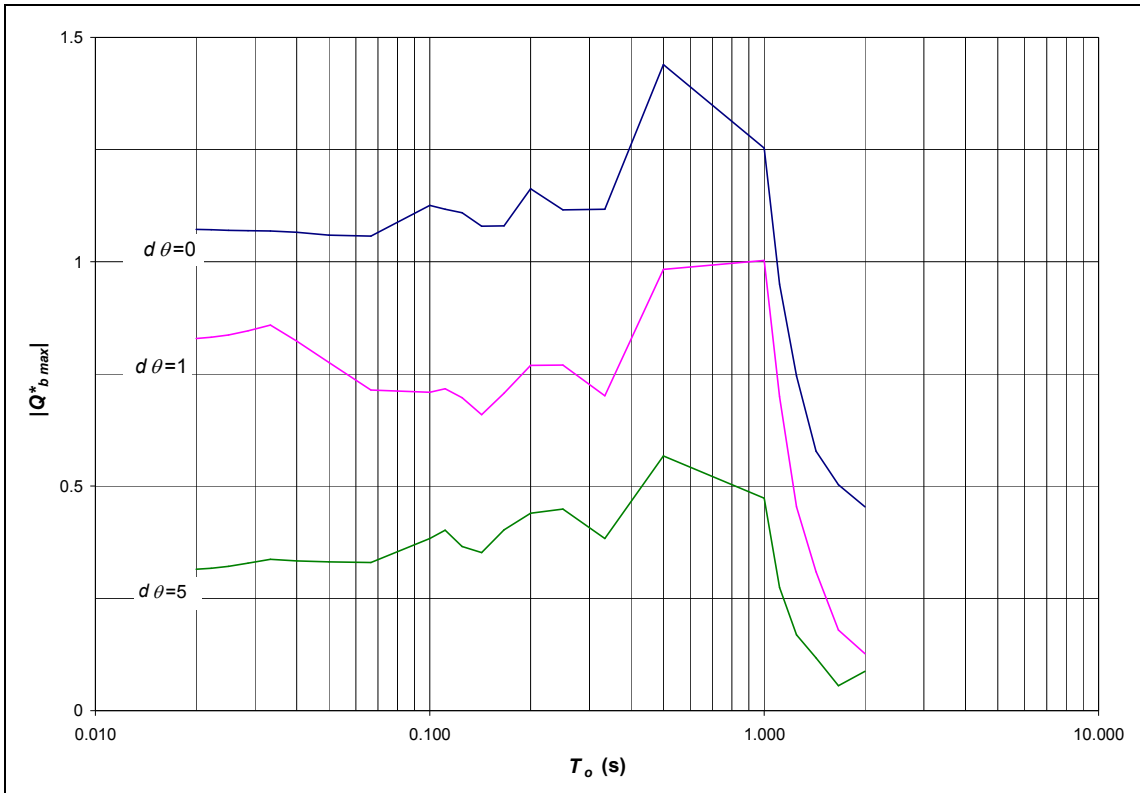
**Tabla 5.2.** Comparación de las respuestas entre el muro fijo del modelo V-Y y el comportamiento “real”.

Análisis	$T_o$ (s)			
	0.02	0.20	0.50	2.00
Muro fijo (modelo V-Y) ( $d\theta=d\Delta=0$ )	0.957	1.168	1.277	0.273
Comportamiento “real” (“resortes reales”)	1.262	0.577	0.131	0.025

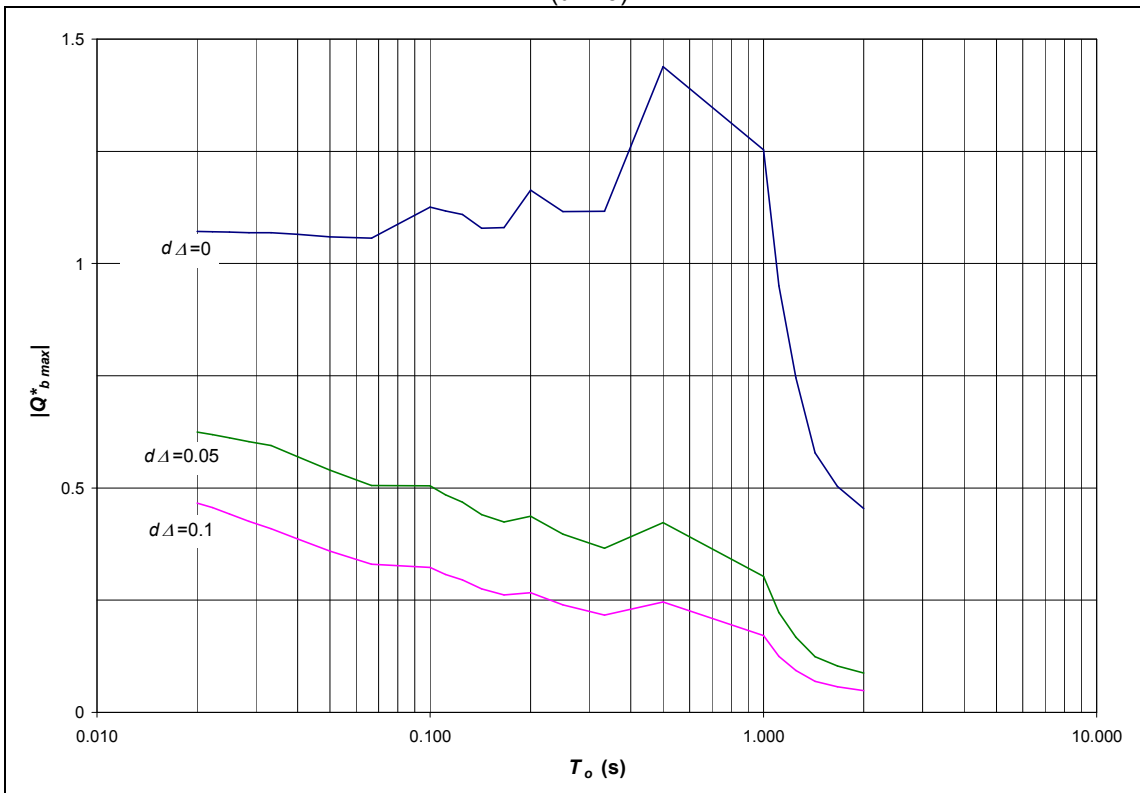
En la figura 5.7 se observa que la respuesta para el caso del comportamiento “real”, tiene una amplificación máxima del 6% en  $T_o= 0.03$  s, aproximadamente y después decae hasta volverse menor a la unidad. En el rango de interés práctico para la estructuras de retención, períodos de 0.2 a 0.5 s, la respuesta es el 50% y el 10% respectivamente de la respuesta para el periodo más bajo; es decir, se reducen en vez de amplificarse. Lo anterior contrasta con las amplificaciones para el muro fijo, que pueden ser hasta del 50%, con amplificaciones de entre el 25% y 30%, aproximadamente, en el rango de interés práctico para este tipo de estructuras.

Adicionalmente al análisis realizado con el sismo de El Centro, California, representativo de un temblor de banda ancha, se presenta otro análisis realizado con el componente EW del sitio SCT, Valle de México, 1985, representativo de un temblor de banda estrecha. El análisis se realizó también para tres casos cuyos resultados se presentan a continuación.

Los dos primeros casos analizados corresponden a los mismos estudiados con el sismo de El Centro, California, comparando en el primero la respuesta del muro sin posibilidad de girar ( $d\theta=0$ ) con la obtenida para dos valores distintos de flexibilidad al giro del resorte giro ( $d\theta= 1$  y  $5$ ), sin considerar el deslizamiento ( $d\Delta=0$ ), y en el segundo comparando la respuesta del muro sin posibilidad de deslizarse ( $d\Delta=0$ ) con la obtenida para dos valores distintos de flexibilidad al deslizamiento del resorte ( $d\Delta= 0.05$  y  $0.1$ ), sin considerar el giro ( $d\theta=0$ ). En las figuras 5.8 y 5.9 se presentan los resultados obtenidos.



**Figura 5.8.** Efecto de la flexibilidad del terreno de cimentación considerando sólo el giro del muro ( $d\Delta=0$ ).



**Figura 5.9.** Efecto de la flexibilidad del terreno de cimentación considerando sólo el deslizamiento del muro ( $d\theta=0$ ).

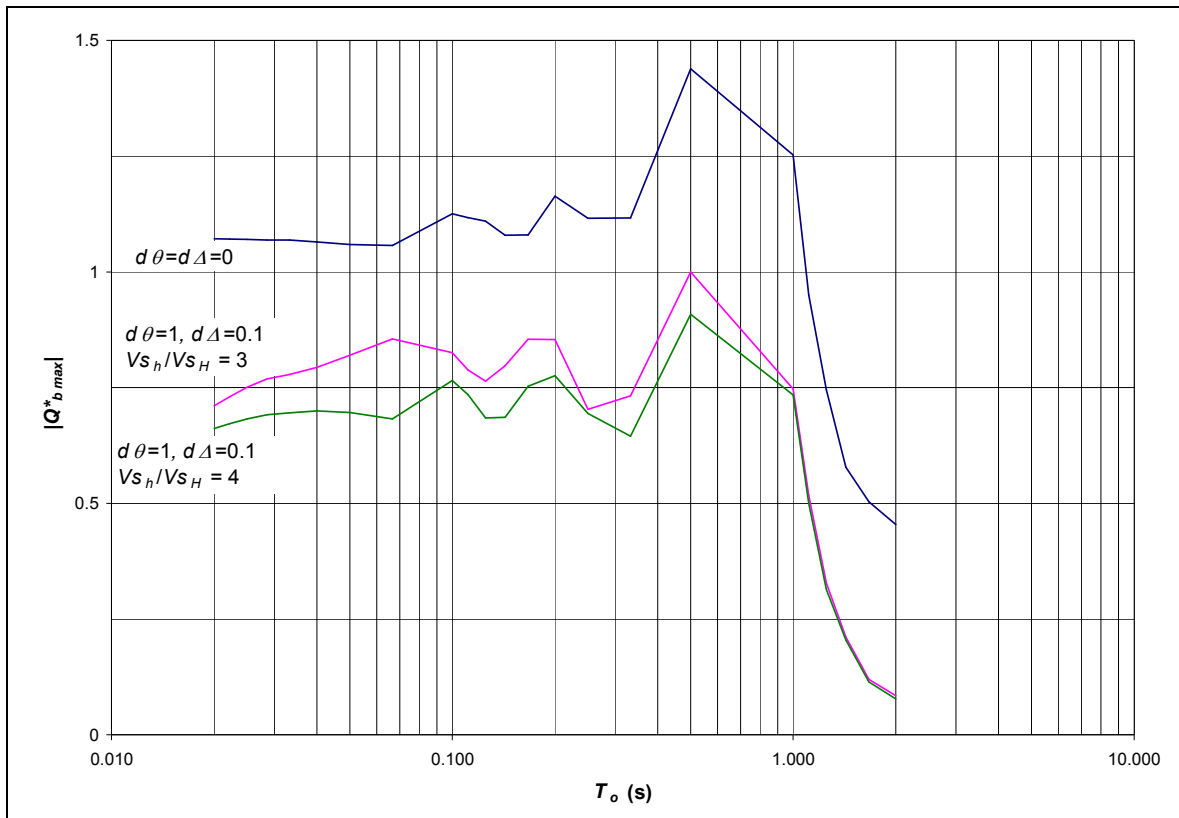
Inicialmente debe comentarse que, a diferencia de los resultados obtenidos con el sismo de El Centro que muestran espectros planos en la zona de respuestas máximas (meseta espectral), los resultados generados por el sismo SCT muestran espectros con picos resonantes claramente definidos. Con los resultados anteriores se demuestra el efecto del alto contenido de frecuencias del sismo El Centro, que se visualiza en la meseta definida entre los períodos 0.1 y 0.5 s, mientras que el escaso contenido de frecuencias del sismo SCT se visualiza en los picos definidas en los períodos 0.1, 0.2 y 0.5 s.

Asimismo, al comparar la respuesta máxima obtenida para el caso del muro fijo ( $d\theta=d\Delta=0$ ) ubicada en  $T_o=0.5$  s, con las obtenidas en ese mismo periodo para los casos en que el muro tiene posibilidad de moverse, se aprecian reducciones de hasta 60% en el primer caso y de hasta 83% en el segundo.

La forma del espectro indica también que conforme el muro se va haciendo más alto, representado por un incremento del periodo  $T_o$ , la respuesta tiende a aumentar para el primer caso analizado y a disminuir para el segundo, lo que indica que el efecto de la rotación de la base es dominante en muros altos, mientras que el efecto del deslizamiento lo es en muros bajos.

Finalmente, en el tercer caso se presenta el análisis de los resortes que restringen el giro y el deslizamiento del muro actuando de manera acoplada ( $d\theta \neq d\Delta \neq 0$ ). Para tal fin se eligieron los mismos coeficientes de flexibilidad que los analizados con el sismo de El Centro, California ( $d\theta=1$  y  $d\Delta=0.1$ ), para un muro desplantado en un estrato de suelo con un espesor  $h=10$  m, con una velocidad de ondas de corte 3 y 4 veces mayor que la del relleno y  $\nu_H/\nu_H=\rho_H/\rho_H=\beta_H/\beta_H=1$ , con el objetivo de observar la influencia que tiene en la respuesta, el contraste de rigideces entre el suelo del relleno y de la cimentación. Se incluye también como referencia el resultado para el muro rígido ( $d\theta=d\Delta=0$ ). Los resultados de este caso se presentan en la figura 5.10.





**Figura 5.10.** Efecto de la flexibilidad del terreno de cimentación para resortes acoplados.

En ella puede verse que, en comparación con el espectro de respuesta de base rígida ( $d\theta=d\Delta=0$ ), la respuesta disminuye por efecto del movimiento acoplado del muro. Asimismo, el hecho de considerar un suelo bajo el muro y su relleno genera un efecto amplificador de la respuesta, haciendo que el cortante basal disminuya conforme aumenta la rigidez del estrato de cimentación. Este mismo comportamiento se observó también en el análisis realizado en el dominio de la frecuencia en el capítulo **4.4. Influencia del contraste de rigideces entre el relleno y el suelo de cimentación.**

## 5.2. Conclusiones del capítulo

Se utilizaron dos registros sísmicos, el primero fue el del componente NS del de El Centro, California, 1940 y el segundo fue el correspondiente al componente EW del sitio SCT, Valle de México, 1985. El primero es representativo de un temblor de banda ancha y el segundo de uno de banda estrecha.

El análisis realizado con el sismo de El Centro se dividió en tres escenarios. En el primero se estudió la respuesta del sistema considerando sólo el giro, en el segundo sólo el deslizamiento y en el tercero, los resortes actuando de manera acoplada.

En los dos primeros escenarios se siguió el contexto utilizado en el modelo V-Y (resortes cualitativos y muro desplantado sobre terreno firme), con la finalidad de poder comparar contra los resultados obtenidos con el modelo de Veletsos y Younan, 1997. El rango de periodos del estudiado fue de 0.02 a 2.0 s, aunque en la práctica el periodo de estas estructuras, considerando parámetros típicos, se ubica en el rango de 0.2 a 0.5 s.

El espectro muestra en las abcisas el periodo fundamental del depósito de suelo o relleno contenido por el muro y en las ordenadas el cortante basal máximo normalizado. En este análisis se utilizó como excitación, el bien conocido sismo de El Centro, 1940.

En el caso en el que sólo se estudia el giro del muro, los resultados obtenidos con el modelo desarrollado reproducen de manera muy precisa a los del modelo V-Y y muestran que, tal como se había observado en el capítulo anterior, el hecho de permitir el movimiento al muro resulta en reducciones de la respuesta cuando se comparan contra los de un muro inmóvil. Dichas reducciones son más notorias en periodos bajos correspondientes a muros de poca altura. En los periodos de interés para este tipo de estructuras ( $T_o$  entre 0.2 y 0.5 s) es, sin embargo, en donde se aprecian las mayores reducciones de la respuesta. En contrasentido, el factor de amplificación, definido en este caso como el cortante basal máximo normalizado entre el valor correspondiente a  $T_o \cong 0$ , se incrementó con la flexibilidad del resorte que restringe el giro. En todos los casos los factores de amplificación para el muro con base flexible ( $d\theta \neq 0$ ) son mayores que los correspondientes al muro con base rígida ( $d\theta = 0$ ), aunque un factor de amplificación grande no significa un alto nivel de respuesta.

Los resultados del análisis considerando sólo el resorte que permite el deslizamiento del muro, muestran una tendencia muy parecida en el sentido de que al considerar este movimiento se reducen las fuerzas sobre el muro; sin embargo, a diferencia del análisis anterior, en el espectro no se observa de manera clara la meseta entre los periodos 0.1 y 0.5 s, sino una tendencia de la respuesta a ir disminuyendo conforme aumenta el periodo del sistema; es decir, que el efecto del deslizamiento tiene menor influencia conforme el muro se va haciendo más alto.

Finalmente, para el análisis en el que se consideran los resortes actuando de manera acoplada, se incluyó, además del análisis con los resortes cualitativos del modelo V-Y, uno con los resortes calculados a partir de las propiedades del suelo de cimentación. Para tal fin se consideró un estrato de suelo de cimentación con una velocidad de ondas de corte tres veces mayor que la del relleno. Ambos casos se compararon contra la respuesta para un muro inmóvil.

Inicialmente se observa en los resultados que el hecho de considerar el funcionamiento acoplado de los resortes, produce las respuestas más bajas de los tres análisis realizados (sólo giro, sólo deslizamiento y acoplado). Al comparar estas respuestas con las generadas para el caso en el que se consideran “resortes reales”; es decir, los calculados con los parámetros del suelo de cimentación; se observa que el comportamiento “real” difiere notablemente al observado con los resortes que funcionan controlados por los coeficientes de flexibilidad  $d\theta$  y  $d\Delta$ . Inicialmente se aprecia que la respuesta difiere en la forma, ya que sólo en el inicio aumenta ligeramente (incluso se vuelve mayor que la del modelo V-Y con muro fijo) para posteriormente caer de manera significativa. Es decir que, con los datos utilizados en éste análisis, sólo hay amplificación en muros de poca altura en las que el espesor del estrato de cimentación es más de cuatro veces el del relleno. Conforme la altura del muro va aumentando (y con ello el espesor del relleno), la influencia del estrato de cimentación, cuyo espesor en este análisis permaneció constante, va disminuyendo. Esto refuerza la hipótesis

de que no son suficientes los resortes en la base del muro para representar la flexibilidad del terreno de cimentación, sino que se requiere un estrato de material flexible que interactúe con el relleno durante el sismo. De acuerdo con este análisis, en el rango de interés práctico para los muros de retención, la respuesta para el caso del muro con giro y desplazamiento puede reducirse hasta llegar a ser de la mitad a la décima parte de la respuesta considerando un muro inmóvil.

El análisis con el sismo del sitio SCT también se realizó para tres casos. Los dos primeros correspondieron a los mismos estudiados con el sismo de El Centro (solo giro y solo deslizamiento del muro), mientras que en el tercer caso se analizó el movimiento acoplado (giro y deslizamiento) de un muro desplantado sobre un estrato de cimentación, estudiando dos distintos contrastes de rigideces entre el suelo del relleno y de la cimentación.

Los resultados demostraron el efecto del alto contenido de frecuencias del sismo El Centro, que se visualiza en la meseta definida entre los períodos 0.1 y 0.5 s, en comparación con el escaso contenido de frecuencias del sismo SCT que se visualiza en los picos definidas en los períodos 0.1, 0.2 y 0.5 s.

En los dos primeros casos, en los que se analizaron los movimientos del muro por separado, se comprobó la reducción de la respuesta que se obtiene al considerar el movimiento del muro, siendo en el primer caso de hasta 60% y en el segundo de hasta 83%, del máximo cortante obtenido considerando el muro inmóvil. En estos dos primeros casos se comprobó también que el efecto de la rotación de la base es dominante en muros altos, mientras que el efecto del deslizamiento lo es en muros bajos.

El tercer caso corroboró la tendencia reductora de la respuesta al considerar el movimiento acoplado del muro y que el hecho de considerar un suelo bajo el muro y su relleno genera un efecto amplificador de la respuesta que disminuye conforme aumenta la rigidez del estrato de cimentación.

## 6. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Con la finalidad de mostrar la potencialidad del modelo desarrollado y su aplicabilidad a situaciones reales, en donde se tienen estratigrafías complejas con distintas situaciones del nivel de aguas freáticas, se presentan tres ejemplos de aplicación, en los que se muestra la manera de calcular los parámetros que rigen el funcionamiento del modelo para adecuarlos a cada situación planteada.

Cabe mencionar que los datos utilizados en los ejemplos fueron tomados de los presentados por Bonola (2002) para el caso de un muro de retención rígido desplazado sobre terreno firme y sin posibilidad de moverse, donde se muestran también las metodologías planteadas por diversos investigadores para determinar los valores de los parámetros elásticos bajo distintas situaciones del suelo.

## 6.1. Ejemplo 1. Muro de gravedad con relleno arenoso seco, desplantado sobre un estrato de arcilla seca.

Determine la respuesta sísmica de un muro de retención mostrado en la figura 6.1, que contiene un relleno de 5.0 m de altura de arena limpia, redondeada y seca. El relleno tiene un peso volumétrico seco  $\gamma_d = 1.6 \text{ Ton/m}^3$ , una relación de vacíos  $e = 0.55$ , un coeficiente de presión lateral  $k_0 = 0.5$  y una densidad de sólidos  $S_s = 2.65$ . El muro está desplantado sobre un estrato de arcilla normalmente consolidada de 12.0 m de espesor, con índice plástico  $IP=30$ , peso volumétrico seco  $\gamma_d = 1.4 \text{ Ton/m}^3$ , una relación de vacíos  $e = 1.2$ , un coeficiente de presión lateral  $k_0 = 0.5$  y densidad de sólidos  $S_s = 2.65$ .

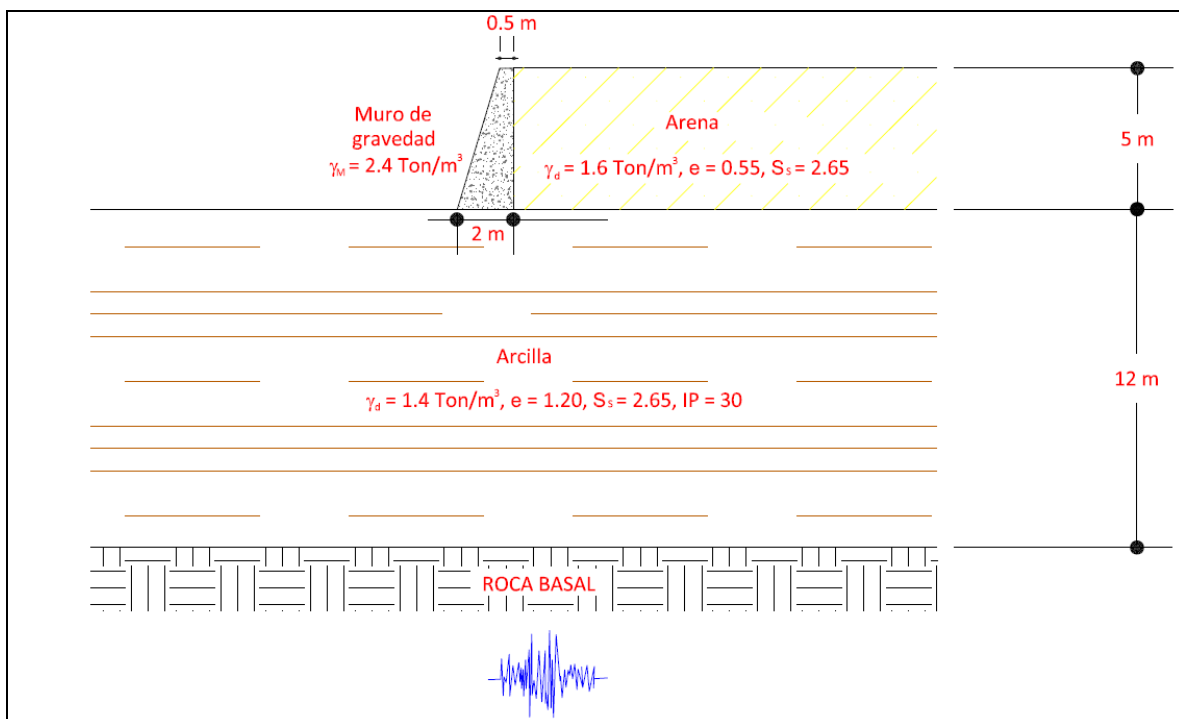
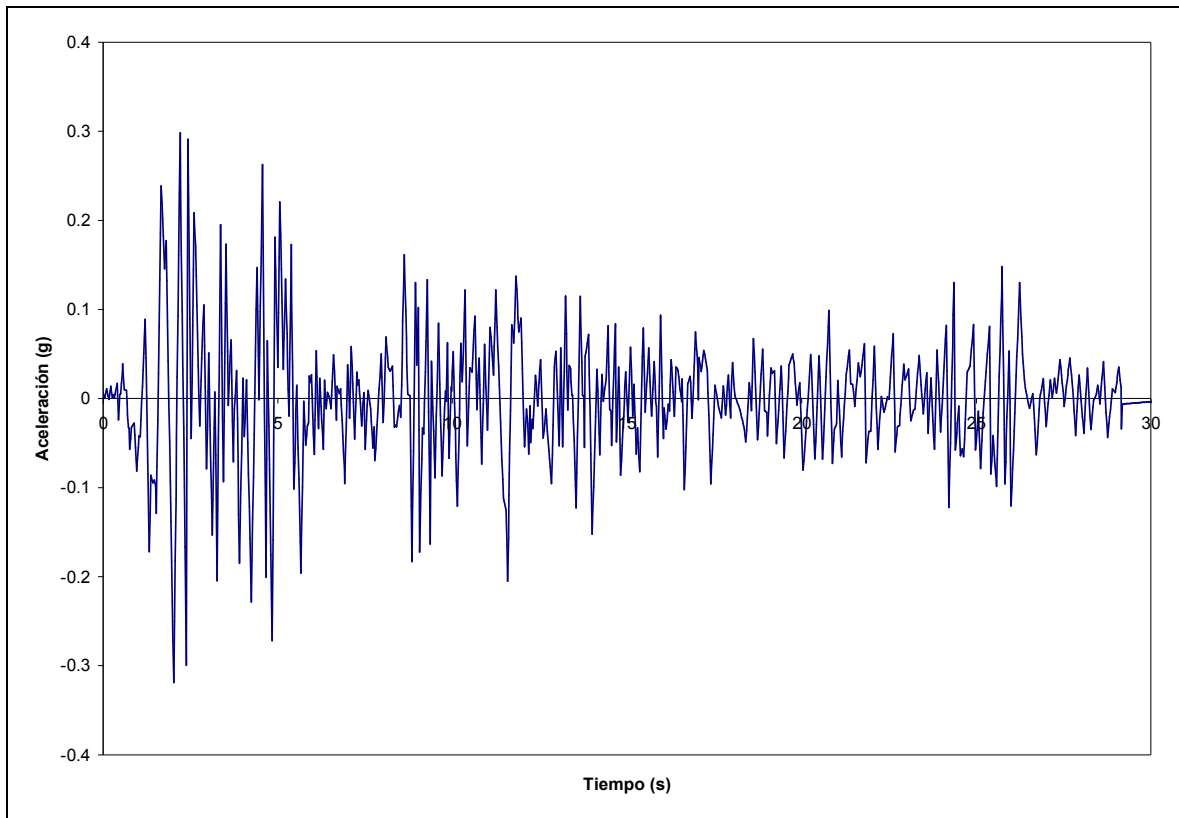


Figura 6.1. Esquema del ejemplo 1.

Considere la variación de la velocidad de corte y demás parámetros involucrados con la profundidad, y como señal de excitación el registro de aceleraciones NS del temblor de El Centro, California, 1940, con una aceleración máxima  $\ddot{X}_g = 0.312g$ , figura 6.2.



**Figura 6.2.** Registro de aceleraciones del sismo El Centro, California, 1940.

## **SOLUCIÓN:**

### **Paso 1. Obtención de los parámetros elásticos del relleno y del terreno de cimentación.**

Aunque los parámetros elásticos pueden obtenerse directamente de pruebas geofísicas y dinámicas, a continuación se presenta una metodología para determinar dichos parámetros a partir de las propiedades de los suelos obtenidos con los métodos convencionales.

### **PARA EL SUELO DEL RELLENO**

Estudios realizados por Stokoe y Erden, 1985, sobre la variación de la velocidad de ondas de compresión  $V_D$  y de corte  $V_s$  en arenas limpias, redondeadas y secas ensayadas en columna resonante dieron como resultado las siguientes expresiones:

$$V_s = 466.89\sigma_0^{0.2} \quad (\text{ec. E1})$$

y

$$V_D = 768.99\sigma_0^{0.2} \quad (\text{ec. E2})$$

donde  $V_s$  y  $V_D$  están dadas en ft/s y  $\sigma_0$  en lb/in<sup>2</sup>.

A continuación se muestra la variación de las velocidades de onda del suelo que forma el relleno con la profundidad:

**Tabla 6.1.** Variación de la velocidad de corte con la profundidad del relleno seco.

$h$ (m)	$\sigma_v$ (kg/m <sup>2</sup> )	$\sigma_h$ (kg/m <sup>2</sup> )	$\sigma_0$ (kg/m <sup>2</sup> )	$\sigma_0$ (lb/in <sup>2</sup> )	$V_s$ (m/s)	$V_D$ (m/s)
1.0	1,600.00	800.00	1,066.67	1.52	154.69	254.78
2.0	3,200.00	1,600.00	2,133.33	3.04	177.69	292.67
3.0	4,800.00	2,400.00	3,200.00	4.55	192.70	317.39
4.0	6,400.00	3,200.00	4,266.67	6.07	204.12	336.19
5.0	8,000.00	4,000.00	5,333.33	7.59	213.43	351.53

La relación de Poisson  $\nu$ , se determinó a partir de las velocidades de onda antes mencionadas bajo las hipótesis de la elasticidad lineal, de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$\nu = \frac{(V_D / V_s)^2 - 2}{2[(V_D / V_s)^2 - 1]} \quad (\text{ec. E.3})$$

Sustituyendo las velocidades de onda correspondientes a la profundidad requerida, se obtiene el valor de la relación de Poisson,  $\nu = 0.21$ , y que no varía con la profundidad.

El amortiguamiento  $\beta$ , se determinó con base en los estudios hechos por Chung, et. al., 1984 y Laird, 1993, citados por Whitman y Dobry, 1993, quienes descubrieron que en arenas secas el valor del amortiguamiento  $\beta$ , está entre 0.5 y 1% a una presión de confinamiento  $\sigma_0$  de 1 Ton/m<sup>2</sup> y se reduce dramáticamente a  $\beta \approx 0.1\%$  cuando  $\sigma_0 = 400 \text{ T/m}^2$ . Con base en todo lo anterior y considerando los valores de la presión de confinamiento del caso en estudio, se decidió tomar para este ejemplo el valor de  $\beta = 1\%$ .



## PARA EL SUELO DE CIMENTACIÓN

La velocidad de ondas de corte de la arcilla que forma el estrato de cimentación puede calcularse a partir de la teoría de la elasticidad con la ec. E4.

$$V_s = \left( \frac{G}{\rho} \right)^{1/2} \quad (\text{ec. E4})$$

donde el módulo cortante  $G$  puede determinarse a partir de la expresión propuesta por Hardin, 1978:

$$G = \frac{6,200}{0.3 + 0.7e^2} (OCR)^k (\sigma_0)^{0.5} \quad (\text{ec. E5})$$

donde el módulo  $G$  y la presión de confinamiento  $\sigma_0$  están dados en kPa,  $OCR$  es la relación de sobreconsolidación (igual a 1.0 para arcillas normalmente consolidadas) y  $k$  está en función del índice de plasticidad del suelo (para el caso de estudio este valor no es relevante ya que  $OCR = 1$ ).

Con las ecs. E4 y E5 se puede determinar la variación de la velocidad de ondas de corte con la profundidad.

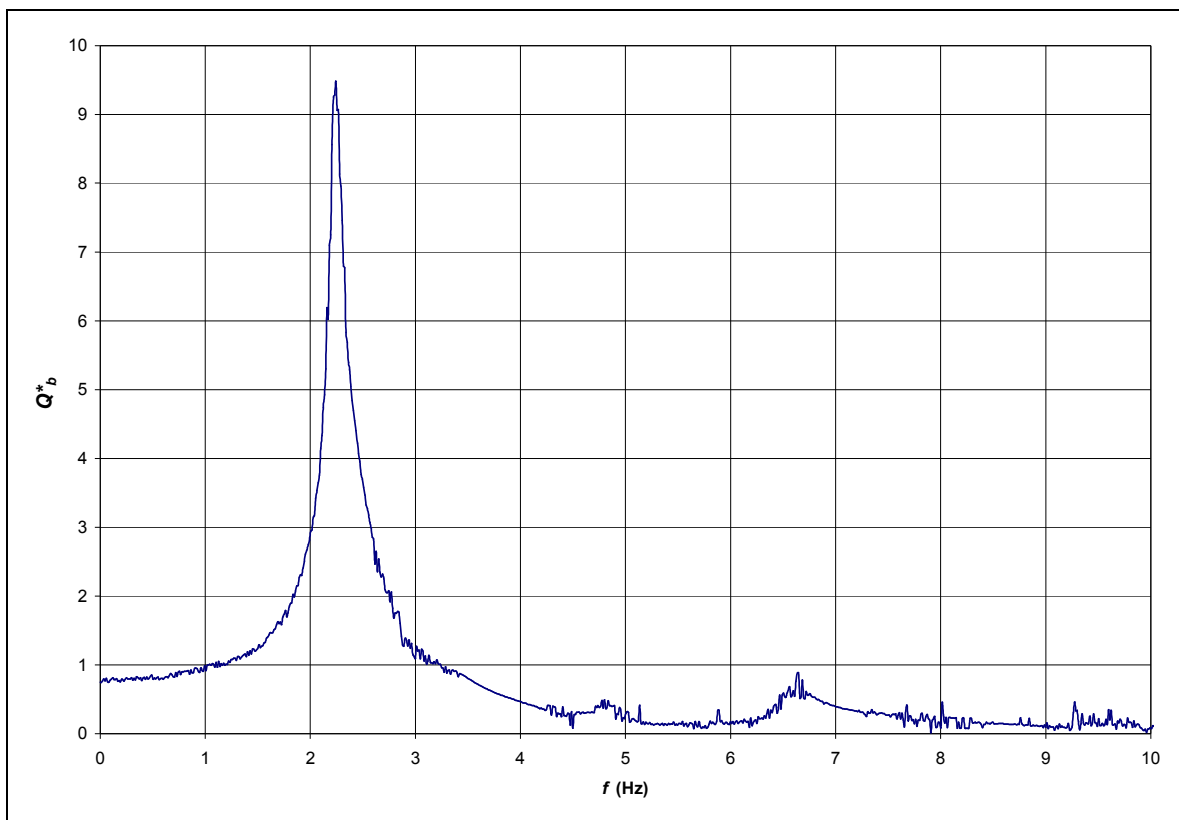
**Tabla 6.2.** Variación de la velocidad de corte con la profundidad del suelo de cimentación seco.

$h$ (m)	$\sigma_v$ (kg/m <sup>2</sup> )	$\sigma_h$ (kg/m <sup>2</sup> )	$\sigma_0$ (kg/m <sup>2</sup> )	$G$ (kPa)	$V_s$ (m/s)
1.0	1400.00	700.00	933.33	1.434 x 10 <sup>4</sup>	101.22
2.0	2800.00	1400.00	1866.67	2.028 x 10 <sup>4</sup>	120.37
3.0	4200.00	2100.00	2800.00	2.484 x 10 <sup>4</sup>	133.21
4.0	5600.00	2800.00	3733.33	2.869 x 10 <sup>4</sup>	143.14
5.0	7000.00	3500.00	4666.67	3.207 x 10 <sup>4</sup>	151.35
6.0	8400.00	4200.00	5600.00	3.513 x 10 <sup>4</sup>	158.41
7.0	9800.00	4900.00	6533.33	3.795 x 10 <sup>4</sup>	164.63
8.0	11200.00	5600.00	7466.67	4.057 x 10 <sup>4</sup>	170.22
9.0	12600.00	6300.00	8400.00	4.303 x 10 <sup>4</sup>	175.31
10.0	14000.00	7000.00	9333.33	4.536 x 10 <sup>4</sup>	179.99
11.0	15400.00	7700.00	10266.67	4.757 x 10 <sup>4</sup>	184.33
12.0	16800.00	8400.00	11200.00	4.969 x 10 <sup>4</sup>	188.38

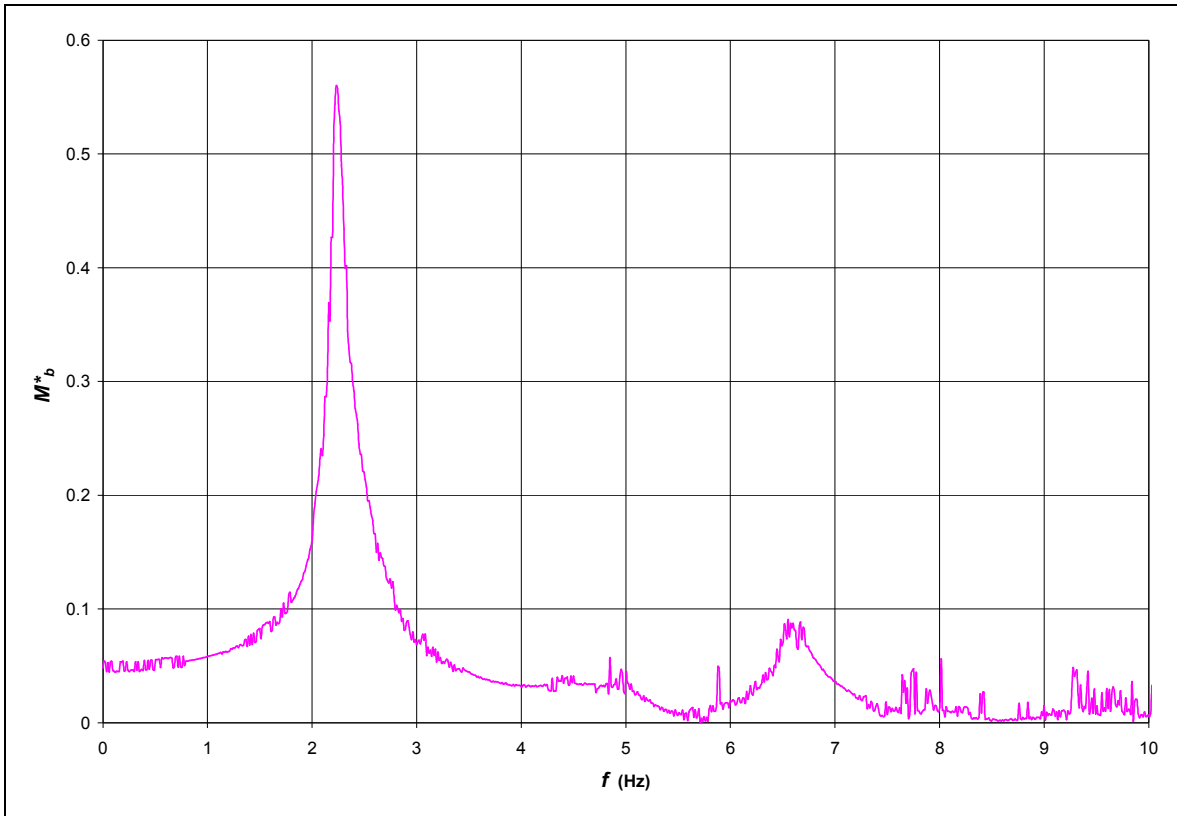
Para la arcilla que forma el estrato de cimentación, un valor típico de la relación de Poisson es de 0.4, mientras que el amortiguamiento se consideró del 2%, valor típico para las arcillas de la ciudad de México.

**Paso 2. Obtención de las funciones de transferencia del sistema, en el dominio de la frecuencia.**

Con los datos obtenidos en el paso anterior el modelo obtiene las funciones de transferencia que muestra las respuestas (cortante basal y momento de volteo normalizado) del sistema muro-relleno-cimentación en el dominio de la frecuencia (figuras 6.3 y 6.4). En esta respuesta van incluidas ya las características y propiedades de los materiales que forman el muro, el relleno y el estrato de cimentación.



**Figura 6.3.** Función de transferencia (cortante basal) del sistema muro-relleno-cimentación seco.

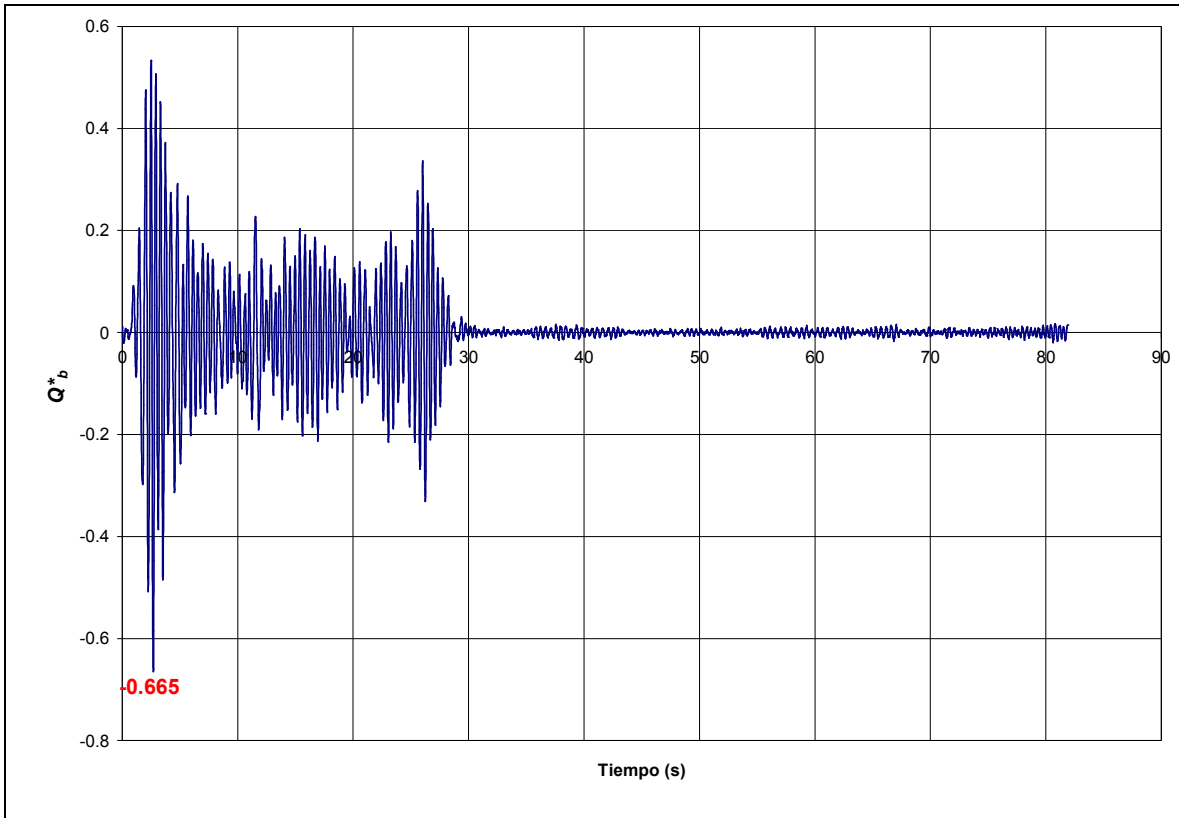


**Figura 6.4.** Función de transferencia (momento de volteo) del sistema muro-relleno-cimentación seco

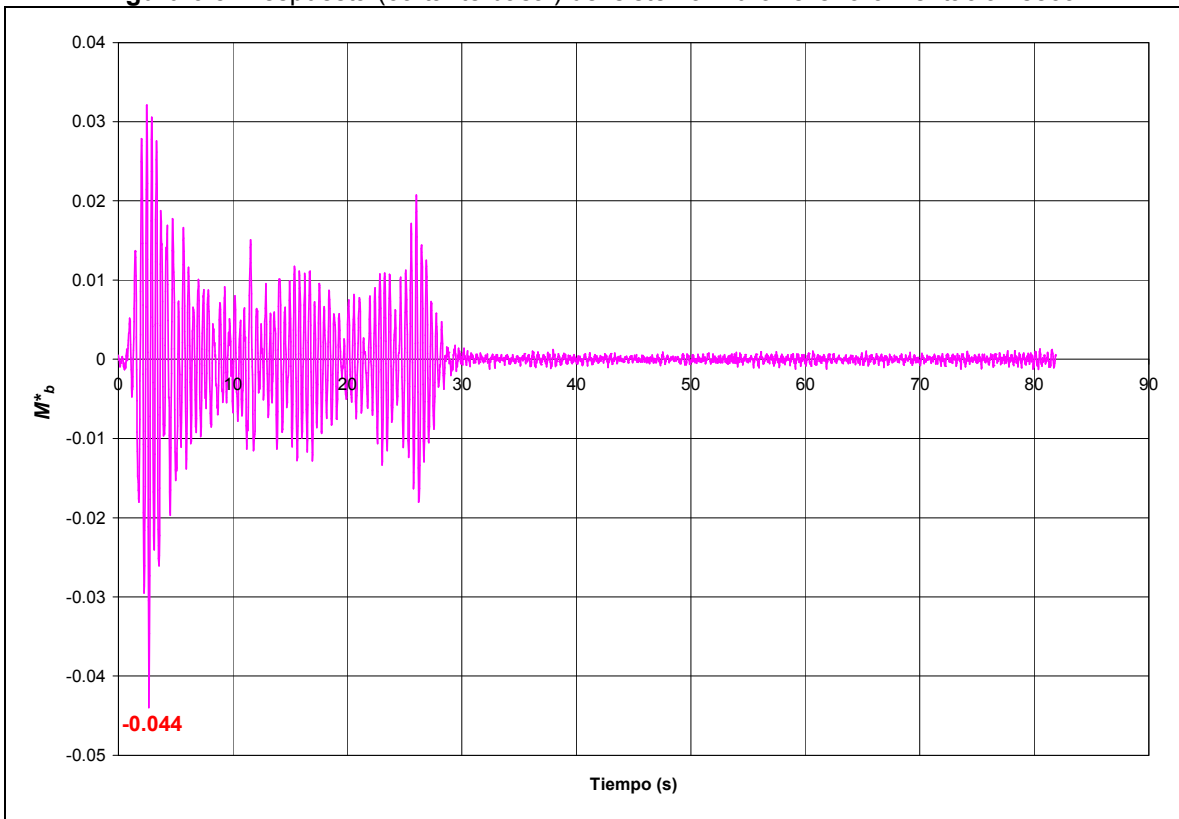
### **Paso 3. Obtención de la respuesta del sistema muro-relleno-cimentación, sometido a una excitación sísmica, en el dominio del tiempo.**

El siguiente paso es transformar el registro sísmico seleccionado (El Centro, California, 1940) al dominio de la frecuencia mediante la herramienta denominada transformada de Fourier y multiplicar cada uno de sus términos por las funciones de transferencia del sistema calculadas en el paso anterior, con lo que se obtienen las respuestas del sistema ante la excitación seleccionada, en el dominio de la frecuencia. Finalmente se pasan estas respuestas al dominio del tiempo utilizando la herramienta denominada transformada inversa de Fourier.

En las figuras 6.5 y 6.6 se muestran las respuestas en el dominio del tiempo, de un muro de gravedad con posibilidad de girar y deslizarse, desplantado sobre un estrato de suelo y sometido a la excitación generada por el sismo El Centro, California, 1940.



**Figura 6.5.** Respuesta (cortante basal) del sistema muro-relleno-cimentación seco.



**Figura 6.6.** Respuesta (momento basal) del sistema muro-relleno-cimentación seco.

#### Paso 4. Cálculo de la fuerza y momento de diseño.

Para obtener la fuerza y momento de diseño del muro con las características planteadas, es necesario obtener de las figuras 6.5 y 6.6, los valores absolutos máximos del cortante basal normalizado y momento basal normalizado, respectivamente.

Cabe recordar que las respuestas están normalizadas con las propiedades del relleno de acuerdo, tal como se muestra a continuación:

$$Q_b^* = \frac{Q_b}{\rho \ddot{X}_g H^2} = 0.665$$

$$M_b^* = \frac{M_b}{\rho \ddot{X}_g H^3} = 0.044$$

Donde  $\rho$  es la densidad del material que forma el relleno y  $H$  su espesor, que es igual a la altura del muro. La aceleración  $\ddot{X}_g$  corresponde a la máxima de la excitación de entrada.

Despejando el cortante y momento basal se tiene:

$$Q_b = 0.665 \rho \ddot{X}_g H^2 =$$
$$M_b = 0.044 \rho \ddot{X}_g H^3 =$$

Como  $\rho = \gamma/g$  y  $\ddot{X}_g = 0.312g$ , sustituyendo ambas expresiones en las ecuaciones anteriores se tiene:

$$Q_b = 0.665 \frac{\gamma}{g} 0.312g H^2 =$$
$$M_b = 0.044 \frac{\gamma}{g} 0.312g H^3 =$$

Reduciendo términos se tiene:

$$Q_b = 0.207 \gamma H^2 =$$
$$M_b = 0.014 \gamma H^3 =$$

Finalmente se sustituyen el valor del peso volumétrico del relleno,  $\gamma$ , y la altura del muro,  $H$ :

$$Q_b = 0.207 (1.4 \text{ Ton/m}^3)(5.0 \text{ m})^2 =$$

$$M_b = 0.014 (1.4 \text{ Ton/m}^3)(5.0 \text{ m})^3 =$$

$$Q_b = 7.25 \text{ Ton}$$

$$M_b = 2.45 \text{ Ton-m}$$

Ambos resultados por metro de muro.

La altura efectiva sobre el muro,  $H_o$ , donde actúa la fuerza resultante se determina dividiendo el momento entre la fuerza cortante, con lo que se tiene:

$$H_o = 2.45 \text{ Ton-m} / 7.25 \text{ Ton} =$$

$$H_o = 0.34 \text{ m}$$

## 6.2. Ejemplo 2. Muro de gravedad con relleno arenoso seco, desplantado sobre un estrato de arcilla con presencia del nivel de aguas freáticas (NAF).

Con los mismos datos del ejemplo anterior determine la respuesta sísmica del sistema muro-relleno considerando ahora que el nivel freático (NAF) se localiza a 2.0 de profundidad, tal como se muestra en la figura 6.7. Considere para fines prácticos que el material sobre el NAF está completamente seco y el que está debajo, como totalmente saturado, así como el cambio de los parámetros dinámicos del suelo para representar la situación planteada.

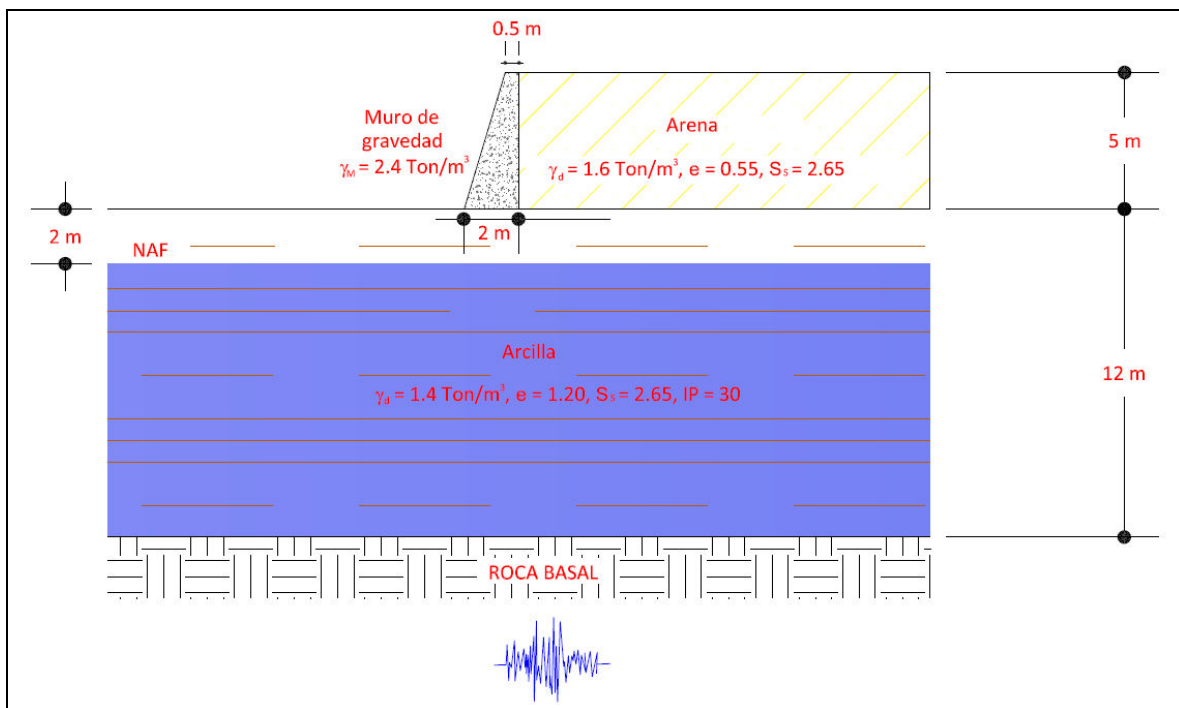


Figura 6.7. Esquema del ejemplo 2.

### SOLUCIÓN:

Paso 1. Obtención de los parámetros elásticos del relleno y del terreno de cimentación.

## PARA EL SUELO DEL RELLENO

Las propiedades del relleno de cimentación son los mismos que los del ejemplo 1.

## PARA EL SUELO DE CIMENTACIÓN

Debido a que el NAF se localiza a 2.0 m de profundidad dentro del estrato de cimentación formado por arcilla, es necesario modificar las propiedades del material bajo el NAF para representar dicha condición, tal como a continuación se detalla.

Cuando hay presencia del agua en el suelo, ocurren grandes diferencias en los mecanismos con que las ondas de corte y compresión se transmiten a través del material. Esto es especialmente evidente en suelos totalmente saturados. Mediciones de  $V_s$  revelan que la velocidad de las ondas de corte son sensiblemente más pequeñas en suelos saturados que en secos, a una misma presión de confinamiento y relación de vacíos. Esto parece ser lógico, debido al aumento de la densidad causada por la adición del agua en los poros al saturarse el suelo. Sin embargo, mientras que predicciones de  $V_s$  hechas en algunas arenas y limos saturados utilizando el módulo cortante  $G$  del suelo seco y la densidad total del suelo saturado  $\gamma_m$ , coincidían con las medidas, en otro tipo de arenas la predicción quedaba por debajo de los valores medidos (Hardin y Richart, 1963, Tatsuoka, et. al., 1979, Wu, et. al., 1984, citados por Whitman y Dobry, 1993). Esto sugirió que no toda el agua contenida en los poros del suelo se mueve con el esqueleto del suelo durante el paso de las ondas y propusieron que aproximadamente solo el 50% de la masa del agua es “efectiva” en el fenómeno de propagación de ondas en una arena saturada. De acuerdo con ellos, la masa “efectiva” del agua debe ser menor que el 50% para arenas gruesas y gravas, y de aproximadamente el 100% para arenas finas y limos. Con base en lo anterior, la densidad  $\rho$  de un suelo saturado que será utilizada para el cálculo de la velocidad de ondas de corte, puede calcularse según:

$$\rho = \rho^s + \delta n \rho^w \quad (\text{ec. E6})$$



donde  $\rho^s$  es la densidad del suelo seco,  $\rho^w$  es la densidad del agua,  $n$  es la porosidad y para arenas medias o gruesas  $\delta \approx 0.5$  y para arenas finas, limos o arcillas  $\delta \approx 1$ .

Es decir que la velocidad de ondas de corte de la arcilla bajo el nivel freático puede calcularse también con la teoría de la elasticidad aplicando la ec. E4, calculando  $G$  con la ec. E5, pero considerando la densidad correspondiente a un medio saturado calculada con la ec. E6.

De acuerdo con lo anterior, la densidad de la arcilla bajo el NAF se calcula de la siguiente manera:

Densidad de la arcilla seca:

$$\rho^s = (1,400 \text{ kg/m}^3)/(9.81 \text{ m/s}^2) = \underline{142.71 \text{ kg s}^2/\text{m}^4}$$

Densidad del agua:

$$\rho^w = (1,000 \text{ kg/m}^3)/(9.81 \text{ m/s}^2) = \underline{101.94 \text{ kg s}^2/\text{m}^4}$$

Porosidad:

$$n = 1.20/(1 + 2.20) = \underline{0.55}$$

Entonces la densidad del suelo saturado es:

$$\rho = 142.71 \text{ kg s}^2/\text{m}^4 + (1.0)(0.55)(101.94 \text{ kg s}^2/\text{m}^4) =$$
$$\rho = \underline{198.78 \text{ kg s}^2/\text{m}^4}$$

Esta es la densidad que se utilizó en la ec. 4 para el cálculo de las velocidades de ondas de corte de las arcillas bajo el NAF que se muestran en la tabla 6.3.

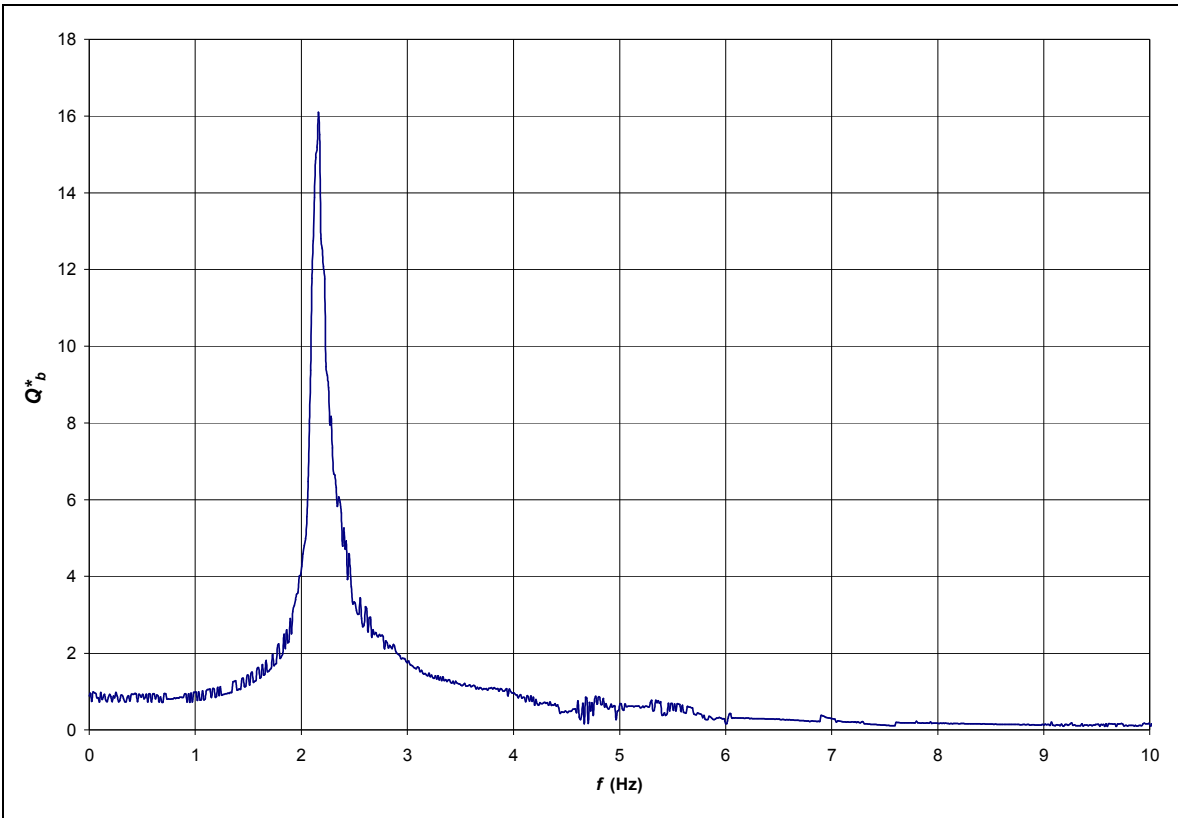
**Tabla 6.3.** Variación de la velocidad de corte con la profundidad del suelo de cimentación con NAF.

$h$ (m)	$\sigma_v$ (kg/m <sup>2</sup> )	$\sigma_h$ (kg/m <sup>2</sup> )	$\sigma_0$ (kg/m <sup>2</sup> )	$G$ (kPa)	$V_s$ (m/s)
1.0	1400.00	700.00	933.33	$1.434 \times 10^4$	101.22
2.0	2800.00	1400.00	1866.67	$2.028 \times 10^4$	120.37
3.0	4200.00	2100.00	2800.00	$2.484 \times 10^4$	112.87
4.0	5600.00	2800.00	3733.33	$2.869 \times 10^4$	121.28
5.0	7000.00	3500.00	4666.67	$3.207 \times 10^4$	128.24
6.0	8400.00	4200.00	5600.00	$3.513 \times 10^4$	134.22
7.0	9800.00	4900.00	6533.33	$3.795 \times 10^4$	139.50
8.0	11200.00	5600.00	7466.67	$4.057 \times 10^4$	144.23
9.0	12600.00	6300.00	8400.00	$4.303 \times 10^4$	148.54
10.0	14000.00	7000.00	9333.33	$4.536 \times 10^4$	152.51
11.0	15400.00	7700.00	10266.67	$4.757 \times 10^4$	156.18
12.0	16800.00	8400.00	11200.00	$4.969 \times 10^4$	159.62

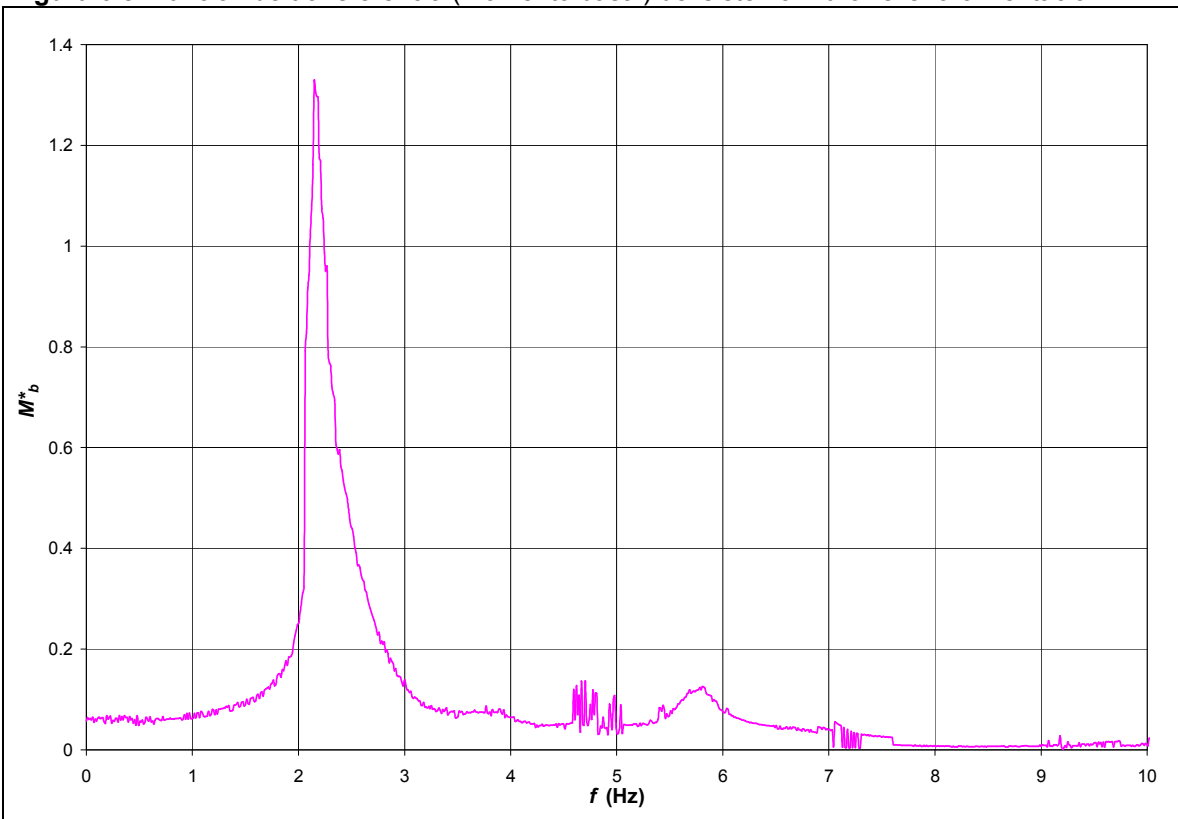
En suelos arcillosos bajo el nivel freático un valor típico de la relación de Poisson es muy cercano a 0.5, por lo que se decidió tomar el valor de 0.49 para fines de este ejemplo. El amortiguamiento es el mismo que el utilizado en el ejemplo 1.

**Paso 2. Obtención de las funciones de transferencia del sistema, en el dominio de la frecuencia.**

Con los datos obtenidos en el paso anterior el modelo obtiene las funciones de transferencia que muestra las respuestas (cortante y momento basal normalizado) del sistema muro-relleno-cimentación en el dominio de la frecuencia (figuras 6.8 y 6.9). En esta respuesta van incluidas ya las características y propiedades de los materiales que forman el muro, el relleno y el estrato de cimentación con presencia del NAF.



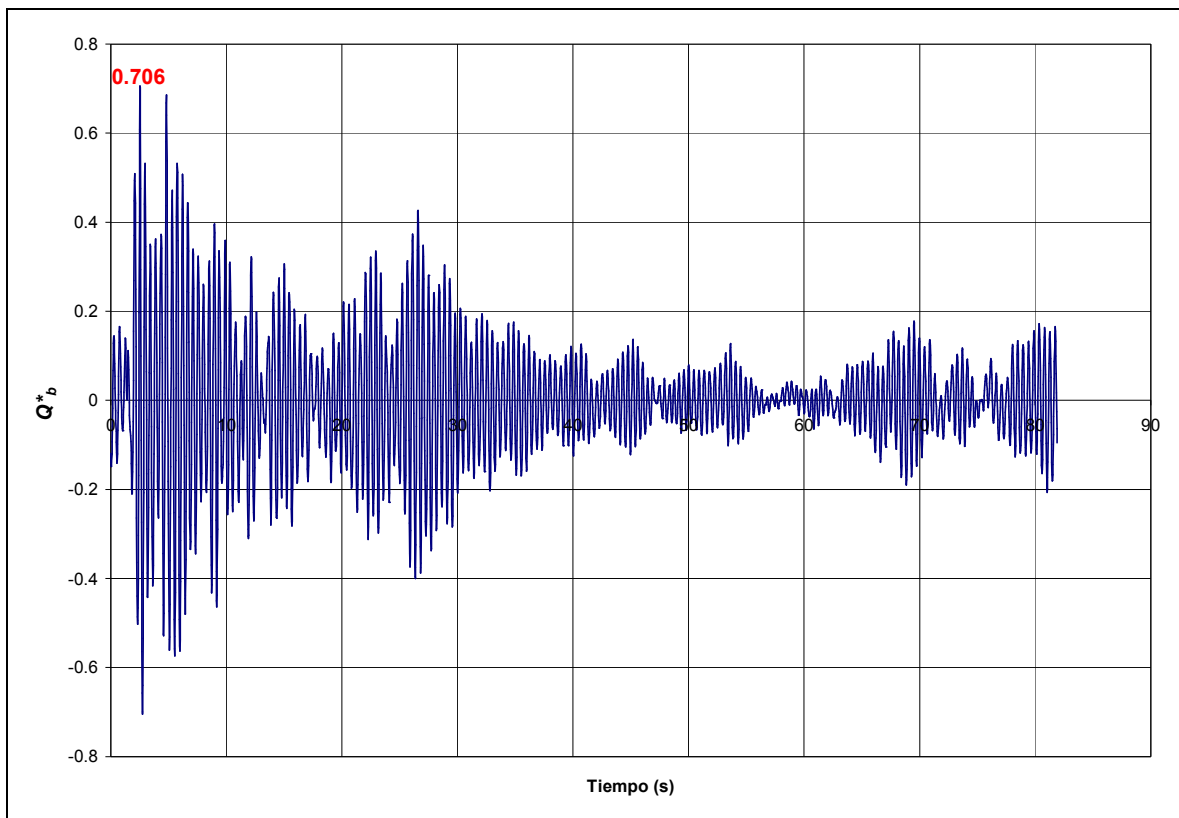
**Figura 6.8.** Función de transferencia (momento basal) del sistema muro-relleno-cimentación-NAF.



**Figura 6.9.** Función de transferencia (momento basal) del sistema muro-relleno-cimentación-NAF.

**Paso 3. Obtención de la respuesta del sistema muro-relleno-cimentación, sometido a una excitación sísmica, en el dominio del tiempo.**

En las figuras 6.10 y 6.11 se muestran las respuestas en el dominio del tiempo, de un muro de gravedad con posibilidad de girar y deslizarse, desplantado sobre un estrato de suelo, con presencia de NAF, y sometido a la excitación generada por el sismo El Centro, California, 1940.



**Figura 6.10.** Respuesta (cortante basal) del sistema muro-relleno-cimentación-NAF.

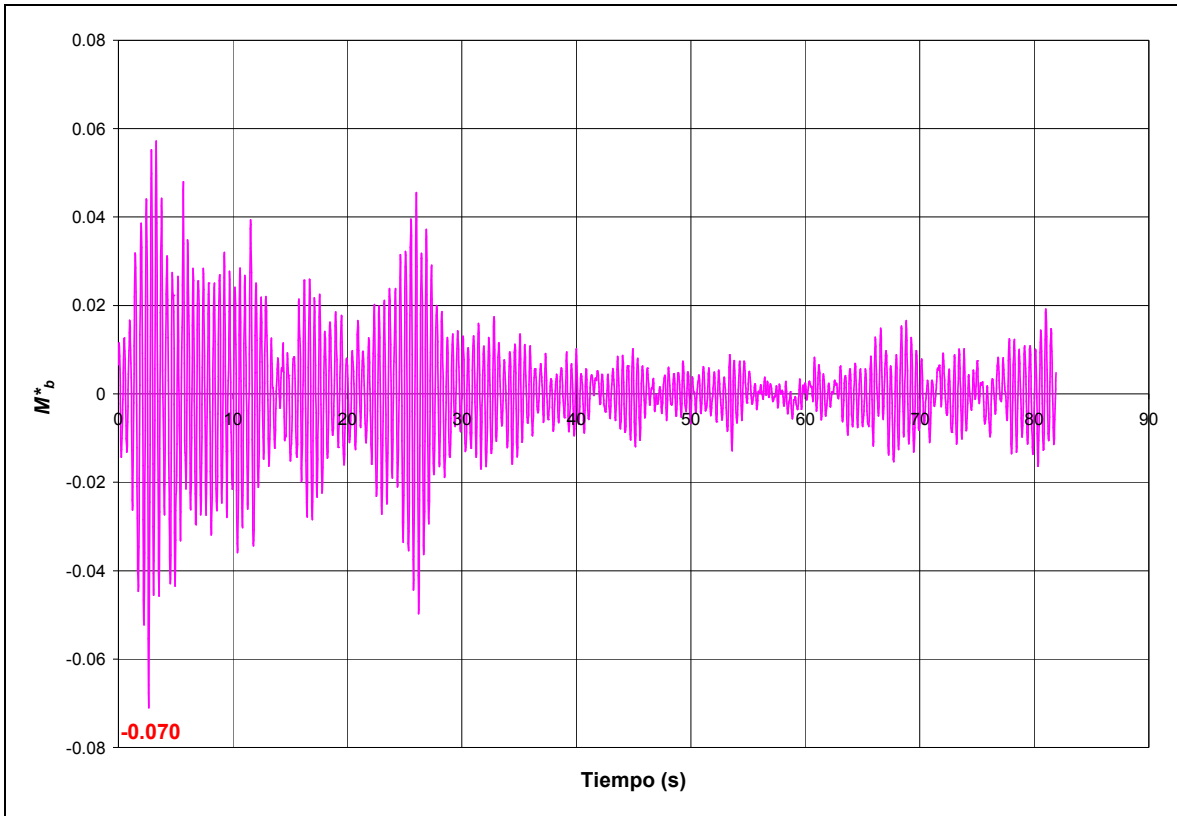


Figura 6.11. Respuesta (momento basal) del sistema muro-relleno-cimentación-NAF.

#### Paso 4. Cálculo de la fuerza y momento de diseño.

Para obtener la fuerza y momento de diseño del muro con las características planteadas se obtienen de las figuras 6.10 y 6.11, los valores absolutos máximos del cortante basal normalizado y momento de volteo normalizado, respectivamente.

Los valores absolutos del cortante basal y momento de volteo son las siguientes

$$Q_b^* = \frac{Q_b}{\rho \ddot{X}_g H^2} = 0.706$$

$$M_b^* = \frac{M_b}{\rho \ddot{X}_g H^3} = 0.071$$

Despejando el cortante basal y momento de volteo se tiene:

$$Q_b = 0.706 \rho \ddot{X}_g H^2 =$$

$$M_b = 0.071 \rho \ddot{X}_g H^3 =$$

Como  $\rho = \gamma/g$  y  $\bar{X}_g = 0.312g$ , sustituyendo ambas expresiones en las ecuaciones anteriores se tiene:

$$Q_b = 0.706 \frac{\gamma}{g} 0.312g H^2 =$$

$$M_b = 0.071 \frac{\gamma}{g} 0.312g H^3 =$$

Reduciendo términos se tiene:

$$Q_b = 0.220\gamma H^2 =$$

$$M_b = 0.022\gamma H^3 =$$

Finalmente se sustituyen el valor del peso volumétrico del relleno,  $\gamma$ , y la altura del muro,  $H$ :

$$Q_b = 0.220 (1.4 \text{ Ton/m}^3)(5.0 \text{ m})^2 =$$

$$M_b = 0.022 (1.4 \text{ Ton/m}^3)(5.0 \text{ m})^3 =$$

$$Q_b = 7.70 \text{ Ton}$$

$$M_b = 3.85 \text{ Ton-m}$$

Ambos resultados por metro de muro.

La altura efectiva sobre el muro,  $H_o$ , es la siguiente:

$$H_o = 3.85 \text{ Ton-m}/7.70 \text{ Ton} =$$

$$H_o = 0.50 \text{ m}$$

### 6.3. Ejemplo 3. Muro de gravedad con relleno arenoso saturado, desplantado sobre un estrato de arcilla saturado.

Con los mismos datos del ejemplo anterior determine la respuesta sísmica del sistema muro-relleno considerando ahora que todo el sistema está saturado tal como se muestra en la figura 6.12. Considere el cambio de los parámetros dinámicos del suelo para representar la situación planteada.

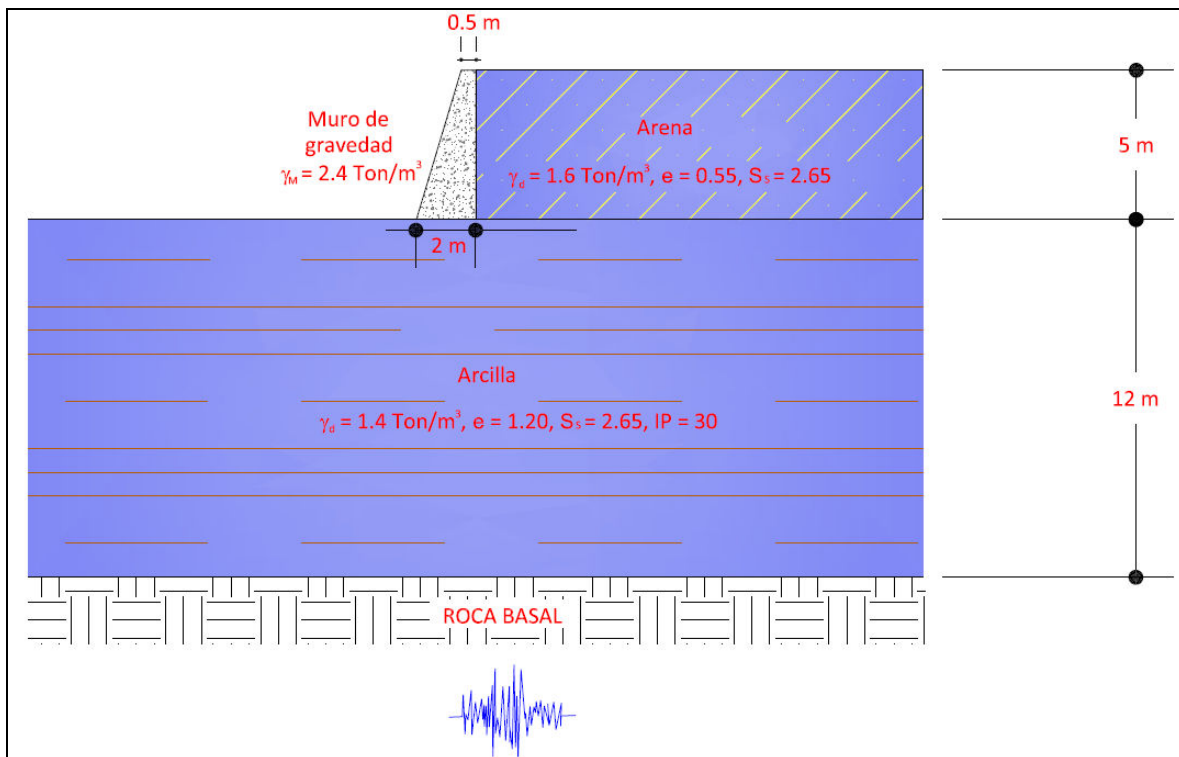


Figura 6.12. Esquema del ejemplo 3.

#### SOLUCIÓN:

Paso 1. Obtención de los parámetros elásticos del relleno y del terreno de cimentación.

## PARA EL SUELO DEL RELLENO

La velocidad de las ondas de corte en la arena saturada del relleno puede calcularse con la teoría de la elasticidad aplicando la ec. E4, pero considerando la densidad correspondiente a un medio saturado calculada con la ec. E6.

De acuerdo con lo anterior, la densidad de la arena en estado saturado se calcula de la siguiente manera:

Densidad de la arena seca:

$$\rho^s = (1,600 \text{ kg/m}^3)/(9.81 \text{ m/s}^2) = \underline{163.10 \text{ kg s}^2/\text{m}^4}$$

Densidad del agua:

$$\rho^w = (1,000 \text{ kg/m}^3)/(9.81 \text{ m/s}^2) = \underline{101.94 \text{ kg s}^2/\text{m}^4}$$

Porosidad:

$$n = (0.55/1.55) = \underline{0.355}$$

Y considerando una arena media:

$$\delta = \underline{0.5}$$

Entonces la densidad del suelo saturado es:

$$\rho = 163.10 \text{ kg s}^2/\text{m}^4 + (0.5)(0.355)(101.94 \text{ kg s}^2/\text{m}^4)$$

$$\rho = \underline{181.19 \text{ kg s}^2/\text{m}^4}$$

Este valor de la densidad es el que se debe utilizar en todos los cálculos con la arena saturada.

En la tabla 6.4 se muestran las velocidades de ondas de corte en la arena saturada.

**Tabla 6.4.** Variación de la velocidad de corte con la profundidad del relleno saturado.

$h$ (m)	$\sigma_v$ (kg/m <sup>2</sup> )	$\sigma_h$ (kg/m <sup>2</sup> )	$\sigma_0$ (kg/m <sup>2</sup> )	$V_s$ (m/s)	$G$ (kg/m <sup>2</sup> )	$V_{S(sat)}$ (m/s)
1.0	1,600.00	800.00	1,066.67	154.69	$3.9 \times 10^6$	146.77
2.0	3,200.00	1,600.00	2,133.33	177.69	$5.1 \times 10^6$	168.59
3.0	4,800.00	2,400.00	3,200.00	192.70	$6.0 \times 10^6$	182.83
4.0	6,400.00	3,200.00	4,266.67	204.12	$6.7 \times 10^6$	193.66
5.0	8,000.00	4,000.00	5,333.33	213.43	$7.4 \times 10^6$	202.50



En suelos saturados un valor típico de la relación de Poisson es muy cercano a 0.5, por lo que se decidió tomar el valor de 0.49 para fines de este ejemplo. El amortiguamiento es el mismo que el utilizado en el ejemplo 1, igual a 1%.

### PARA EL SUELO DE CIMENTACIÓN

Para este ejemplo, considerando que el estrato arcilloso se encuentra saturado, la modificación de las propiedades de este estrato para considerar esta condición se realizó de la misma manera que en el ejemplo 2, calculando  $G$  con la ec. E5, y aplicando la ec. E4, pero considerando la densidad correspondiente a un medio saturado calculada con la ec. E6.

En el ejemplo anterior se determinó la densidad de la arcilla saturada ( $\rho = 198.78 \text{ kg s}^2 / \text{m}^4$ ), que es la que se utilizó en este ejemplo para el cálculo de las velocidades de ondas de corte en el medio saturado que se muestran en la tabla 6.5.

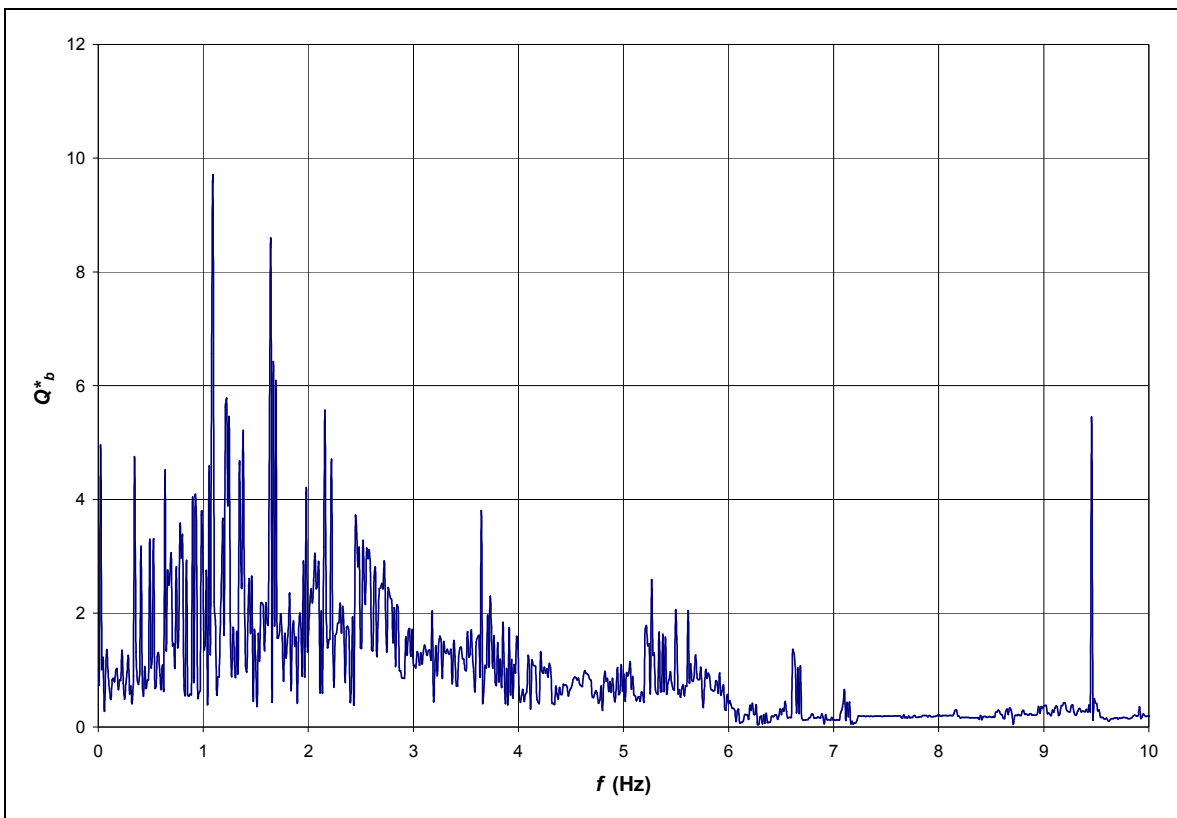
**Tabla 6.5.** Variación de la velocidad de corte con la profundidad del suelo de cimentación saturado.

$h$ (m)	$\sigma_v$ (kg/m <sup>2</sup> )	$\sigma_h$ (kg/m <sup>2</sup> )	$\sigma_0$ (kg/m <sup>2</sup> )	$G$ (kPa)	$V_s$ (m/s)
1.0	1400.00	700.00	933.33	$1.434 \times 10^4$	85.76
2.0	2800.00	1400.00	1866.67	$2.028 \times 10^4$	101.99
3.0	4200.00	2100.00	2800.00	$2.484 \times 10^4$	112.87
4.0	5600.00	2800.00	3733.33	$2.869 \times 10^4$	121.28
5.0	7000.00	3500.00	4666.67	$3.207 \times 10^4$	128.24
6.0	8400.00	4200.00	5600.00	$3.513 \times 10^4$	134.22
7.0	9800.00	4900.00	6533.33	$3.795 \times 10^4$	139.50
8.0	11200.00	5600.00	7466.67	$4.057 \times 10^4$	144.23
9.0	12600.00	6300.00	8400.00	$4.303 \times 10^4$	148.54
10.0	14000.00	7000.00	9333.33	$4.536 \times 10^4$	152.51
11.0	15400.00	7700.00	10266.67	$4.757 \times 10^4$	156.18
12.0	16800.00	8400.00	11200.00	$4.969 \times 10^4$	159.62

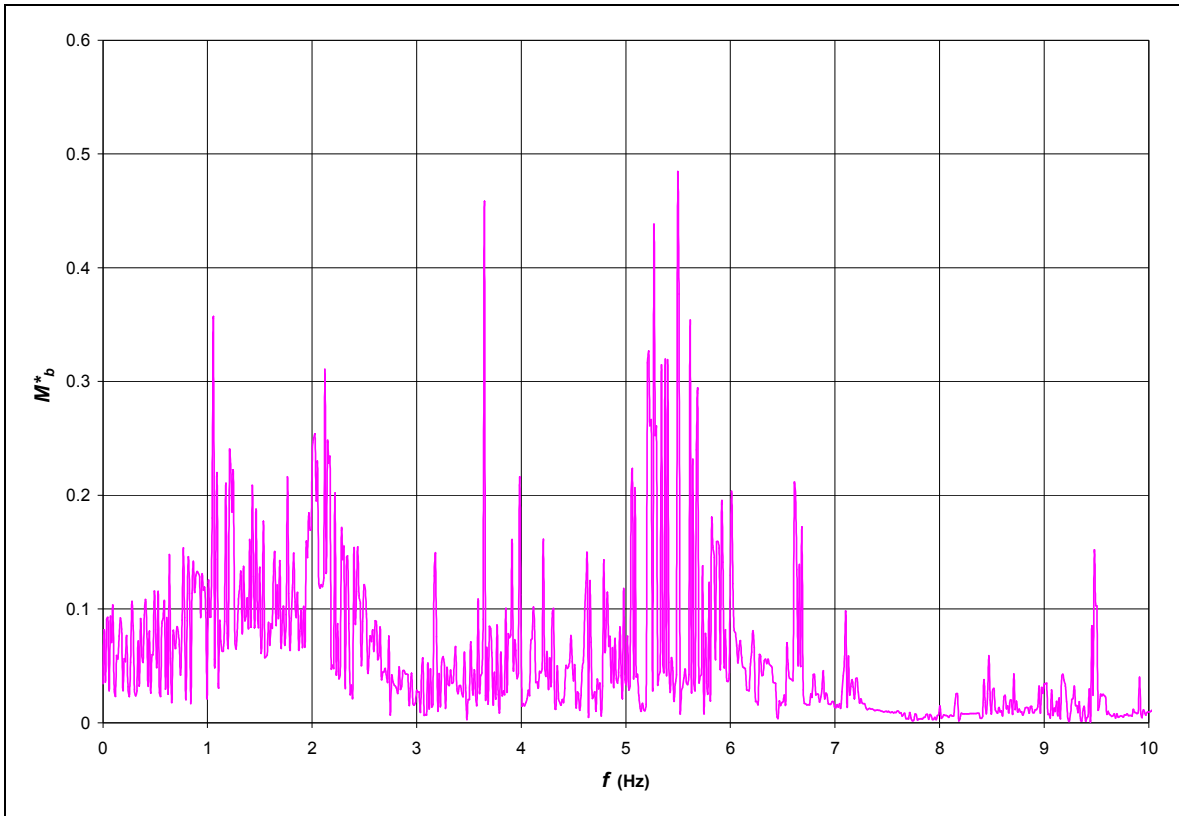
La relación de Poisson es de 0.49 debido la saturación de la arcilla. El amortiguamiento es el mismo que el utilizado en el ejemplo 1, igual a 2%.

**Paso 2. Obtención de las funciones de transferencia del sistema, en el dominio de la frecuencia.**

Con los datos obtenidos en el paso anterior el modelo obtiene las funciones de transferencia que muestra las respuestas (cortante y momento basal normalizado) del sistema muro-relleno-cimentación en el dominio de la frecuencia (figuras 6.8 y 6.9). En esta respuesta van incluidas ya las características y propiedades de los materiales que forman el muro, el relleno y el estrato de cimentación con presencia del NAF.



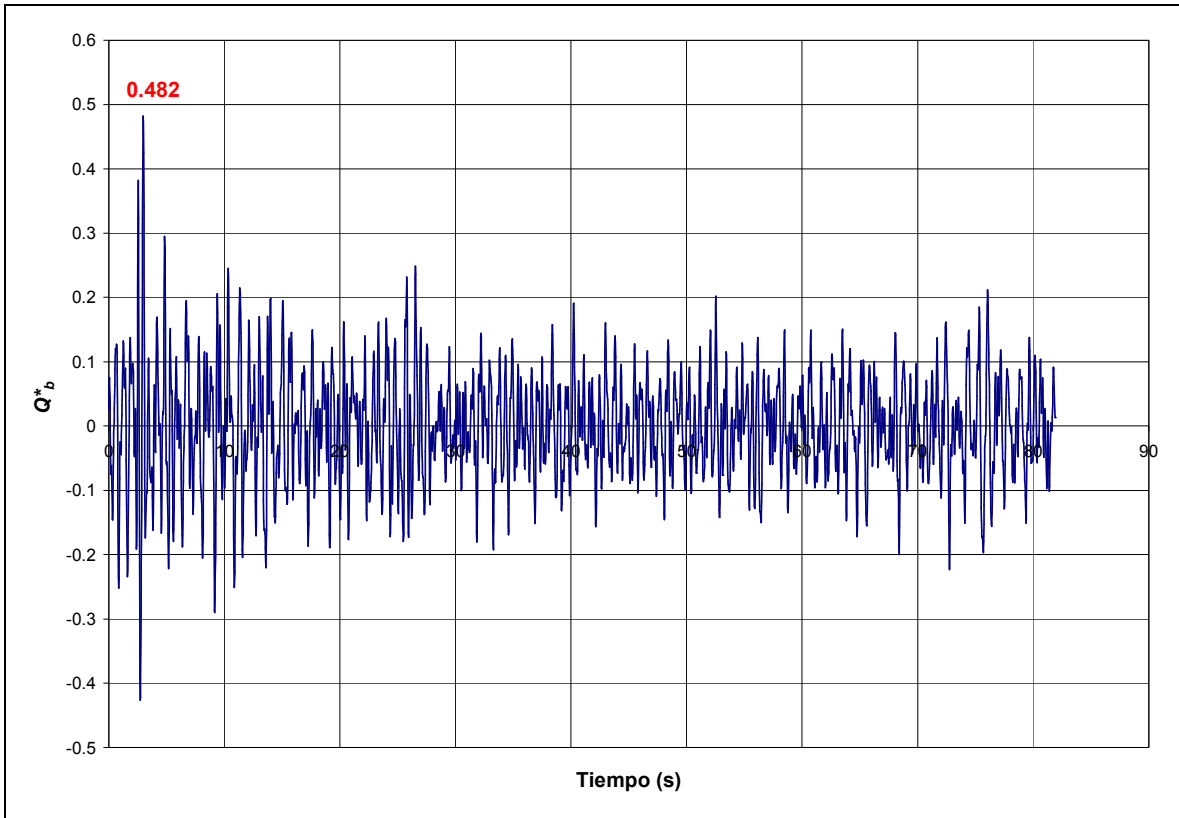
**Figura 6.13.** Función de transferencia (momento basal) del sistema muro-relleno-cimentación saturado.



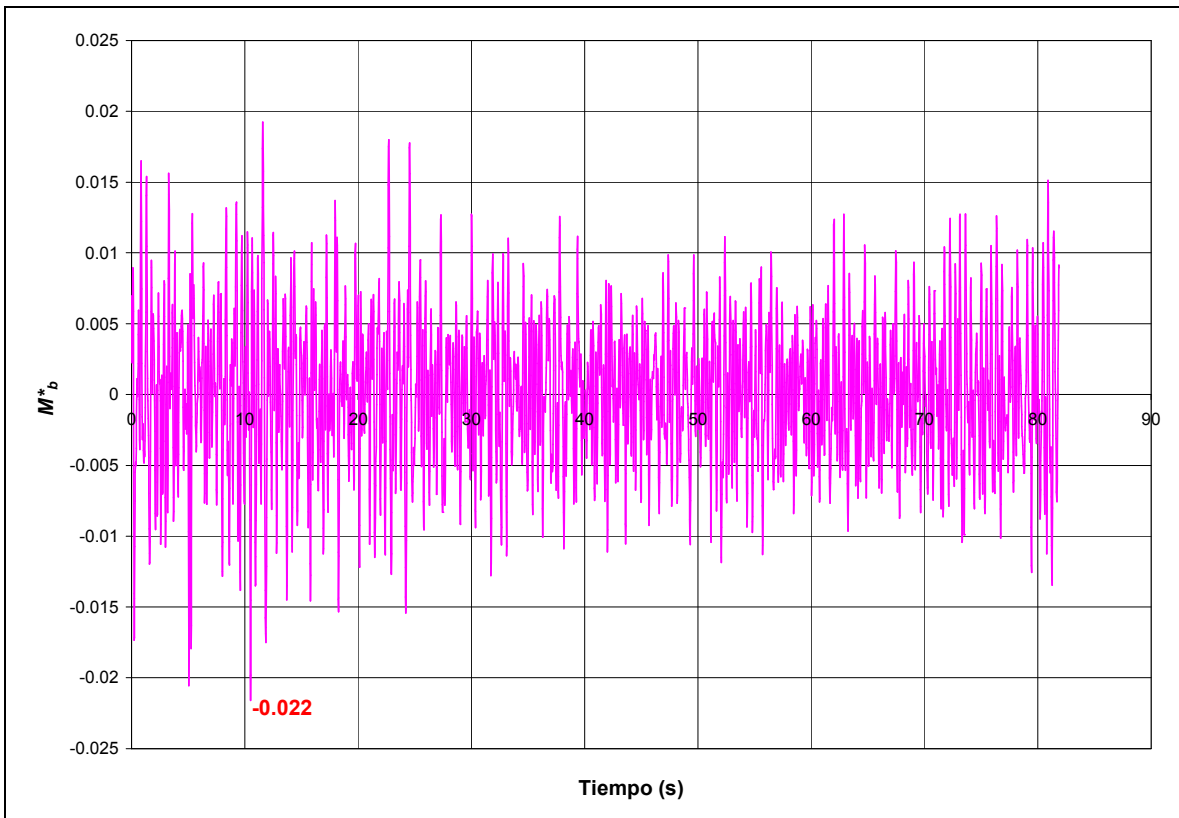
**Figura 6.14.** Función de transferencia (momento basal) del sistema muro-relleno-cimentación saturado.

**Paso 3. Obtención de la respuesta del sistema muro-relleno-cimentación, sometido a una excitación sísmica, en el dominio del tiempo.**

En las figuras 6.10 y 6.11 se muestran las respuestas en el dominio del tiempo, de un muro de gravedad con posibilidad de girar y deslizarse, desplantado sobre un estrato de suelo, con presencia de NAF, y sometido a la excitación generada por el sismo El Centro, California, 1940.



**Figura 6.15.** Respuesta (cortante basal) del sistema muro-relleno-cimentación saturado.



**Figura 6.16.** Respuesta (momento basal) del sistema muro-relleno-cimentación saturado.

#### Paso 4. Cálculo de la fuerza y momento de diseño.

Para obtener la fuerza y momento de diseño del muro con las características planteadas se obtienen de las figuras 6.15 y 6.16, los valores absolutos máximos del cortante basal normalizado y momento de volteo normalizado, respectivamente.

Los valores absolutos del cortante basal y momento de volteo son las siguientes

$$Q_b^* = \frac{Q_b}{\rho \ddot{X}_g H^2} = 0.482$$

$$M_b^* = \frac{M_b}{\rho \ddot{X}_g H^3} = 0.022$$

Despejando el cortante basal y momento de volteo se tiene:

$$Q_b = 0.482 \rho \ddot{X}_g H^2 =$$

$$M_b = 0.022 \rho \ddot{X}_g H^3 =$$

Como  $\rho = \gamma/g$  y  $\ddot{X}_g = 0.312g$ , sustituyendo ambas expresiones en las ecuaciones anteriores se tiene:

$$Q_b = 0.482 \frac{\gamma}{g} 0.312g H^2 =$$

$$M_b = 0.022 \frac{\gamma}{g} 0.312g H^3 =$$

Reduciendo términos se tiene:

$$Q_b = 0.150 \gamma H^2 =$$

$$M_b = 0.007 \gamma H^3 =$$

Finalmente se sustituyen el valor del peso volumétrico del relleno,  $\gamma$ , y la altura del muro,  $H$ :

$$Q_b = 0.150 (1.78 \text{ Ton/m}^3)(5.0 \text{ m})^2 =$$

$$M_b = 0.007 (1.78 \text{ Ton/m}^3)(5.0 \text{ m})^3 =$$

$$Q_b = 6.67 \text{ Ton}$$

$$M_b = 1.56 \text{ Ton-m}$$

Ambos resultados por metro de muro.

La altura efectiva sobre el muro,  $H_o$ , es la siguiente:

$$H_o = 1.56 \text{ Ton-m} / 6.67 \text{ Ton} =$$

$$H_o = 0.23 \text{ m}$$

En la tabla 6.6 se muestra un resumen con los resultados de los tres ejemplos presentados:

**Tabla 6.6.** Resumen de los resultados obtenidos de los ejemplos.

Ejemplo	$Q_b$ (Ton)	$M_b$ (Ton-m)	$H_o$ (m)
1. Relleno y cimentación secos.	7.25	2.45	0.34
2. Relleno seco, cimentación con NAF.	7.70	3.85	0.50
3. Relleno y cimentación saturados.	6.67	1.56	0.23

De acuerdo con los resultados, tomando como referencia el caso en el que tanto relleno como suelo de cimentación se encuentran secos (ejemplo 1), cuando se tiene la presencia del NAF en el terreno de cimentación (ejemplo 2), el cortante basal aumenta 6% mientras que el momento aumenta 57%; en cambio, cuando todo el sistema esta saturado (ejemplo 3) se tiene una reducción del 8% en el cortante basal y del 33% en el momento. En términos de magnitud, sin embargo, la variación entre la mínima y la máxima respuesta es de aproximadamente 1 Ton en el cortante basal y de 2.29 Ton-m en el momento basal. En todos los casos el punto donde actúa la resultante (altura efectiva) se localizó a menos de 1/10 de la altura del muro.

Con estos ejemplos se muestra la capacidad del modelo desarrollado para representar y analizar casos reales de muros, con capacidad de giro y deslizamiento, desplantados sobre terreno flexible, con estratigrafías complejas y distintas situaciones del NAF, sometidos a excitaciones de sismos reales.

# 7. CONCLUSIONES

Los métodos elásticos para la resolución del problema de un muro de retención sujeto a solicitaciones sísmicas no han sido muy apreciados debido a las respuestas conservadoras que ellos generan en comparación con las obtenidas con métodos plásticos de equilibrio límite, que incorporan la acción sísmica como una fuerza horizontal adicional que depende de la aceleración del terreno de desplante.

Lo anterior se mantuvo por mucho tiempo hasta que Veletsos y Younan (1994a, b y 1997) probaron que las exageradamente altas presiones dinámicas de tierra de los métodos elásticos se deben a las hipótesis de rigidez del muro y del terreno de cimentación, que son sobreestimaciones de lo que sucede en la realidad. Al respecto, presentaron un modelo que tomaba en cuenta tanto flexibilidad estructural del muro como la posibilidad de rotación respecto a su base. Esto último se logró a través de un resorte rotacional en la base del muro y con esto probaron entonces que las presiones dinámicas dependen de la flexibilidad del muro pero más profundamente de la rotación respecto a su base y que, para valores realistas de estos parámetros las presiones pueden reducirse a niveles de

los obtenidos con la solución de M-O, e incluso menos, si la flexibilidad del muro o su base es considerable.

Es a partir de éstos resultados que los métodos elásticos recobran vigor y se elaboran una serie de modelos que incluyen en su formulación la posibilidad del muro de moverse, ya sea girando y/o deslizándose, la mayor parte de ellos mediante resortes que restringen dichos movimientos.

En este trabajo se presenta un planteamiento riguroso del sistema y una solución eficiente para determinar la respuesta sísmica (cortantes y momentos basales) de un muro de retención considerando la flexibilidad de la cimentación. Para cumplir con el objetivo planteado, además de los resortes que restringen los movimientos del muro se incluyó un estrato de cimentación que permite que las ondas sísmicas se irradian a través de él. El estrato de suelo de cimentación tiene comportamiento viscoelástico y sus propiedades pueden ser distintas a las del relleno retenido por el muro. Además, todo el sistema puede ser sometido no solo a excitaciones horizontales sino también permite el estudio de su comportamiento cuando se somete al componente vertical de la excitación.

## **7.1. Respuesta del sistema en el dominio de la frecuencia**

Se estudió, en el dominio de la frecuencia, el efecto de los distintos parámetros que rigen el comportamiento del sistema, mismos que a continuación se enumeran:

- Relación de Poisson.
- Amortiguamiento material.
- Velocidad de ondas de corte.
- Contraste de espesores y rigideces de los estratos que forman al relleno y el suelo de cimentación.
- Resortes que restringen el deslizamiento y el giro del muro.
- Masa del muro



Como complemento, se analizó la altura sobre el muro donde se aplica el empuje total, denominada altura efectiva, la distribución de fuerzas sobre el muro y el comportamiento del sistema cuando se somete a excitación vertical.

La influencia de los parámetros que caracterizan al relleno en la respuesta del sistema se analizó en un muro desplantado sobre terreno firme y sin posibilidad de moverse, evitando con esto las interferencias que pudieran causar la presencia del suelo de cimentación y el movimiento del muro, con lo que se dificultaría la interpretación de los resultados. Con base en los resultados se concluye que al aumentar la deformabilidad del suelo, caracterizada por un aumento de la relación de Poisson, las fuerzas sobre el muro aumentan debido a que durante el tránsito de las ondas sísmicas se genera un mayor movimiento del relleno contra el muro. Asimismo y tal como se esperaba, el aumento del amortiguamiento material genera que las fuerzas sobre el muro disminuyan, efecto que se va haciendo más significativo conforme la frecuencia de excitación se acerca a la del relleno, lo que se puede aplicar debido al efecto de resonancia, en donde el movimiento del relleno se acopla con el del terreno de cimentación. Conforme la excitación se va alejando de la frecuencia fundamental, ambos movimientos se van desacoplando, anulándose los movimientos entre ellos y disminuyendo la respuesta sobre el muro.

Para conocer el comportamiento de la respuesta sobre un muro desplantado sobre terreno flexible, se agregó al modelo un estrato de suelo debajo del relleno y el muro. Inicialmente se analizó el efecto del contraste de espesores entre ambos estratos (relleno y cimentación) considerando que tenían las mismas propiedades con el fin de visualizar este efecto de manera independiente. De acuerdo con los resultados obtenidos conforme el espesor del estrato de cimentación va aumentando se genera también un aumento en las fuerzas sobre el muro, debido al fenómeno de amplificación de las ondas al pasar por un medio flexible. Se analizó también con este modelo el contraste entre las rigideces entre el relleno y la cimentación, considerando que ambos estratos tienen el mismo espesor. Los resultados muestran que conforme aumenta la rigidez del terreno de cimentación

disminuye la respuesta sobre el muro; de hecho, cuando la velocidad de ondas de corte del suelo de cimentación, que define la rigidez del material, es cuatro veces mayor que la del relleno la respuesta que se obtiene es muy similar al obtenido con el modelo en el que el muro es desplantado sobre un estrato de rigidez infinita. Los efectos que se generan tanto por el contraste de espesores como por el de rigideces se muestran en todas las frecuencias y el factor de amplificación (normalización contra la respuesta “estática”) es muy similar en todos los casos analizados. A la luz de los resultados se puede concluir que el hecho de considerar un estrato de cimentación hace que las fuerzas sobre el muro aumenten y que la única de manera de disminuir dichas fuerzas es haciendo más rígido el suelo de cimentación o considerar el movimiento del muro.

Para considerar el efecto del movimiento del muro se incluyeron en su base dos resortes; uno para considerar el volteo y el otro para considerar el deslizamiento. Los resortes se caracterizaron siguiendo la misma idea práctica que la utilizada por Veletsos y Younan (1994 a y b), con las propiedades del relleno (rigidez y altura) y con un factor de flexibilidad que cuando es igual a cero significa rigidez infinita del suelo y conforme aumenta su valor permite el movimiento del muro. Inicialmente se analizaron el volteo y deslizamiento del muro por separado y finalmente de manera acoplada. Los resultados muestran que cuando se considera los movimientos del muro por separado, al comparar entre la flexibilidad nula y máxima del terreno de cimentación, se tiene un decaimiento del 20% en la respuesta máxima. Esta reducción en la respuesta casi se duplica al considerar los movimientos acoplados. Asimismo, se nota que el efecto del giro del muro es más importante conforme los muros se vuelven más altos y conforme la cimentación se vuelve más rígida. Lo anterior se explica debido a que el volteo del muro está gobernado por dos factores: la rigidez del terreno de cimentación y la altura del muro, mientras que el deslizamiento está regido solo por el primero. Es decir que la altura del muro no tiene influencia en su deslizamiento, sólo la rigidez del terreno sobre el que está desplantado.

Se analizó también la influencia de la masa del muro en la respuesta dinámica y se comprobó que la masa sólo influye cuando el muro se mueve; de acuerdo con lo anterior, la masa del muro generó un aumento del 15% en la respuesta máxima ( $f/f_0=1$ ) cuando se consideró el movimiento acoplado del muro y del 10 % cuando se analizaron el giro y el deslizamiento del muro por separado. No hay influencia de la masa del muro para el caso de la respuesta “estática” ( $f/f_0\approx 0$ ) o cuando se considera que la rigidez de la cimentación es tan grande que no permite movimiento alguno del muro.

Como parte del análisis realizado se estudió la posición de la altura efectiva sobre el muro, definida como el punto de aplicación de la fuerza resultante que se mide desde la base del muro. Los resultados muestran que dicha posición depende del tipo de restricciones que se le imponen al movimiento del muro y que no varía significativamente desde el inicio de la excitación hasta aproximadamente 1.5 veces la frecuencia fundamental. Así, cuando se consideró un muro fijo sin posibilidad de rotar o deslizarse la altura efectiva fue de  $0.54H$  y cuando se analizó el movimiento acoplado del muro (deslizamiento y volteo), la altura efectiva fue de  $0.25H$ . El mínimo valor se presentó cuando se le permitió al muro únicamente el giro, obteniéndose una altura efectiva de  $0.21H$ , mientras que el valor máximo se presentó cuando al muro se le permitió exclusivamente el deslizamiento, obteniéndose una altura efectiva de  $0.65H$ .

Se analizó también la distribución de las fuerzas sobre el muro de retención, considerando las restricciones en su movimiento, para el caso estático ( $f/f_0\approx 0$ ) y para la frecuencia máxima ( $f/f_0=1$ ). Los resultados muestran que la distribución de las fuerzas sobre el muro esta directamente relacionada con el tipo de movimiento que se le permita; hallándose que la distribución de las fuerzas cuando el muro está fijo es muy similar al del caso en el que solo se le permite deslizarse, con la mayor magnitud cercana a la base ( $0.1H$ ). De la misma manera se observó que cuando se le permite al muro el movimiento acoplado (giro y deslizamiento) se tiene una distribución de fuerzas similar al caso en el que solo se le permite el giro,

pero esta vez la mayor magnitud se encuentra cercana a la corona del muro ( $0.9H$ ). Estas distribuciones siguen la misma tendencia en las dos frecuencias analizadas variando solo la magnitud de las fuerzas sobre el muro, siendo mayor las que se obtienen en la frecuencia fundamental.

Finalmente se analizó la influencia de la excitación vertical en la respuesta sobre un muro desplantado sobre terreno firme para compararla con la que se obtiene cuando se considera un estrato de suelo flexible como cimentación. En ambos casos no se permitió movimiento alguno al muro y se consideró la máxima relación de Poisson para el material del relleno, que se ha comprobado generan la mayor respuesta cuando se tiene excitación vertical. A la luz de los resultados se concluye que cuando el muro se desplanta sobre terreno firme la respuesta generada por la excitación vertical puede incluso superar a la generada por la excitación horizontal; sin embargo, cuando se agrega un estrato de cimentación debajo del muro dicha respuesta no es significativa al compararse con la generada por una excitación horizontal. Conforme se disminuye la relación de Poisson y se flexibilizan los resortes para permitir el giro y deslizamiento del muro, la disminución de la respuesta por la excitación vertical es mayor.

## 7.2. Respuesta del sistema en el dominio del tiempo

En el dominio del tiempo, el análisis de la respuesta sísmica calculada con el modelo presentado se realizó empleando como señal de excitación el componente NS del temblor El Centro, California, 1940, que es un sismo representativo de banda ancha. La respuesta considerada fue el valor absoluto del cortante basal máximo,  $|Q_{b\max}|$  normalizado con respecto a  $\rho\ddot{U}_g H_R^2$ , la cual se graficó como una función del período dominante del relleno ( $T_o = 4H_R/V_{sR}$ ). Como una medida del valor de  $T_o$  que puede encontrarse en la práctica, para valores de la velocidad de ondas de corte del relleno en el rango entre 120 y 500 m/s y para valores de la altura del relleno (que es igual a la del muro) entre 3 y 15 m, los valores de  $T_o$  de interés práctico caen en el rango de 0.02 a 0.5 s.

Se presentaron tres casos de estudio: en el primero se analizó la influencia exclusivamente del giro del muro, en el segundo únicamente del deslizamiento y en el último caso se mostró la influencia de los movimientos actuando de manera acoplada.

Para los dos primeros casos se consideró un muro desplantado sobre terreno firme, que retiene un relleno de suelo homogéneo, sometido a excitación horizontal en su base, con resortes calculados con los datos del relleno y muro, según la propuesta de Veletsos y Younan, 1997, con la finalidad de poder comparar ambos resultados. El tercer caso se estudió con el muro desplantado sobre terreno flexible y homogéneo cuya velocidad de ondas de corte es tres veces mayor que la del material que forma el relleno, en el que además se incluyó un análisis con los resortes calculados con las propiedades del suelo de cimentación (Psarropoulos, et al 2005).

Los resultados obtenidos para el primer caso analizado muestran que el hecho de permitir el giro al muro redundaba en una marcada reducción en el cortante basal. Las reducciones son más notorias para valores de  $T_0$  bajos (muros de poca altura). En el rango de períodos de interés práctico, de 0.2 a 0.5 s, la respuesta para el resorte más flexible es de aproximadamente la mitad de la del muro al que no se le permite el giro. Cabe mencionar que este caso reproduce con la misma aproximación, el presentado por Veletsos y Younan, 1997, siendo éste el único efecto que puede ser estudiado con el modelo de tales autores, por lo que los resultados de los dos casos restantes son completamente inéditos.

Los resultados del segundo caso analizado muestran que la flexibilidad del resorte que restringe el deslizamiento del muro reduce drásticamente el cortante basal actuante. Para los períodos de interés práctico en este tipo de estructuras (de 0.2 a 0.5 s), las respuestas decayeron aproximadamente el 80% cuando se consideró el resorte de máxima flexibilidad. También se observa que los espectros tienden a

decaer conforme aumenta el periodo del relleno, con lo que se confirma que el efecto de este movimiento en la respuesta sísmica va disminuyendo conforme el muro se va haciendo más alto.

En los resultados obtenidos del tercer caso analizado puede verse que el hecho de considerar los dos movimientos del muro actuando de manera acoplada genera la mayor disminución en la respuesta. Asimismo se observa que cuando los resortes que restringen el movimiento del muro se calculan los datos del terreno de cimentación (resortes reales), el espectro que se obtiene difiere en forma y magnitud al compararlo con los obtenidos con los resortes calculados con los datos del relleno (resortes tipo Veletsos). De acuerdo con lo anterior, para periodos estructurales bajos (menores a 0.05 s), correspondientes a muros de poca altura, la magnitud de la respuesta con resortes reales es mayor que las obtenidas con los resortes tipo Veletsos. Conforme la altura del muro aumenta, y con esto el espesor del relleno, el espectro calculado con los resortes reales decrece de manera significativa. Es decir que conforme el espesor del relleno va aumentando, la influencia del estrato de cimentación, cuyo espesor es constante, va disminuyendo, generando respuestas menores, tal como se mostró en los resultados realizados en el dominio de la frecuencia para estudiar el efecto de la presencia de un estrato de suelo bajo el muro y su relleno. Con lo anterior se muestra también que para representar la flexibilidad de la cimentación no solo se requieren los resortes que restringen el movimiento del muro, sino que también es importante el estrato de cimentación.

Adicionalmente, se realizó otro análisis en el tiempo con el componente EW del sismo SCT, Valle de México, 1985, representativo de un temblor de banda estrecha, bajo las mismas consideraciones y para los mismos casos estudiados con el sismo de El Centro, California, representativo de un temblor de banda ancha.

A diferencia de los resultados obtenidos con el sismo de El Centro, que muestran espectros planos en la zona de respuestas máximas (meseta espectral), los resultados generados por el sismo SCT muestran espectros con picos resonantes claramente definidos. Asimismo, las reducciones en la respuesta debido a la flexibilidad de los resortes actuando ya sea por separado o de manera acoplada, son aproximadamente del mismo nivel para los dos sismos estudiados. Finalmente, se observó en este análisis que el hecho de considerar un estrato de suelo bajo el muro y su relleno generan una amplificación que disminuye conforme aumenta la rigidez del terreno de cimentación, debido a que se restringe su deformación durante el paso de las ondas sísmicas.

### **7.3. Conclusiones prácticas sobre el método desarrollado**

Se ha desarrollado un método original para el cálculo de la respuesta de muros rígidos tipificados en la literatura como “no cedentes” (muros de cimentación, muros con refuerzo y estribos de puentes), en los que no son aplicables las metodologías basadas en la cuña de Coulomb (Mononobe-Okabe, 1929; Seed y Whitman, 1970, Richard y Elms, 1979, entre otros), porque las restricciones cinemáticas impuestas a este tipo de muros no conducen al desarrollo de las condiciones de equilibrio límite en el relleno retenido; es decir, no se permiten grandes deformaciones que lo hagan fallar.

Cabe señalar que este método supera a los de su tipo presentados en la literatura, entre los que se incluyen los manuales de diseño sísmico de nuestro país, en el hecho de que el relleno y el muro están desplantados sobre un estrato flexible de suelo de cimentación que permite no sólo considerar explícitamente tanto la rotación como la traslación de la base del muro, sino también la disipación de energía por comportamiento histerético (amortiguamiento material) y radiación de ondas (amortiguamiento geométrico). Otra ventaja del método propuesto es que se puede considerar la estratificación tanto del relleno como la del suelo de cimentación y representar, a través de los parámetros que rigen su comportamiento, la presencia del NAF. Además, es posible obtener la respuesta

generada por excitación horizontal o vertical en la base, así como someter al sistema a la excitación de un sismo real, como se describe e ilustra en los ejemplos.

A la luz de los resultados obtenidos, esta investigación reivindica la utilidad de los métodos elásticos para la solución de problemas de propagación de ondas, relegados por mucho tiempo debido a las altas respuestas que generaba cuando se aplicaban al problema de muros de retención.



# BIBLIOGRAFÍA

Al Atik L and Sitar N

**SEISMIC EARTH PRESSURES ON CANTILEVER RETAINING STRUCTURES**  
Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 136 (10), 1324-1333,  
(2010)

Al-Homoud AS, Whitman RV

**COMPARISON BETWEEN FE PREDICTION AND RESULTS FROM DYNAMIC CENTRIFUGE TESTS ON TILTING GRAVITY WALLS**  
Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Volume 14, 259-268, (1994)

Al-Homoud AS, Whitman RV

**SEISMIC ANALYSIS AND DESIGN OF RIGID BRIDGE ABUTMENTS CONSIDERING ROTATION AND SLIDING INCORPORATING NON-LINEAR SOIL BEHAVIOR**  
Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Volume 18, 247-277, (1999)

Arias A, Sanchez-Sesma FJ, Ovando-Shelley E

**A SIMPLIFIED ELASTIC MODEL FOR SEISMIC ANALYSIS OF EARTH RETAINING STRUCTURES WITH LIMITED DISPLACEMENTS**  
Proceedings of the international conference on recent advances in geotechnical earthquake engineering and soil dynamics, St. Louis MO, 235-240, (1981)

Aviles J, Ávila J, Gómez R, Ordaz M y Trueba V

**MANUAL DE DISEÑO DE OBRAS CIVILES. DISEÑO POR SISMO.**  
Estructuras tipo 3: Muros de retención. Comisión Federal de Electricidad, México DF, 1.3.76-1.3.85, (1993)

Aviles J y Mora-Orozco S

**MODIFICACIÓN DEL MOVIMIENTO SÍSMICO POR OBSTRUCCIONES SUBTERRÁNEAS**  
Sismodinámica, 1, 147-170, (1990)

Basha B and Babu G

**SEISMIC ROTATIONAL DISPLACEMENTS OF GRAVITY WALLS BY PSEUDODYNAMIC METHOD WITH CURVED RUPTURE SURFACE**  
International Journal of Geomechanics, ASCE, 10 (3), 93-105, (2010)

Barros PLA

**A COULOMB-TYPE SOLUTION FOR ACTIVE EARTH THRUST WITH SEEPAGE**  
Geotechnique, 56 (3), 159-164, (2006)

Bentler JG and Labuz JF

**PERFORMANCE OF A CANTILEVER RETAINING WALL**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 132 (8), 1062-1070, (2006)

Bonola I

**MÉTODO HÍBRIDO DE ELEMENTO FINITO Y DE FRONTERA PARA LA EVALUACIÓN DE LA RESPUESTA DINÁMICA DE MUROS DE RETENCIÓN**

Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, (2002)

Callisto L and Soccodato F

**SEISMIC DESIGN OF FLEXIBLE CANTILEVERED RETAINING WALLS**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 136 (2), 344-354, (2010)

Chen TJ and Fang YS

**EARTH PRESSURE DUE TO VIBRATORY COMPACTION**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 134 (4), 437-444, (2008)

Choudhury D & Nimbalkar S

**SEISMIC PASSIVE RESISTANCE BY PSEUDO-DYNAMIC METHOD**

Geotechnique, 55 (9), 699-702, (2005)

Choudhury D & Nimbalkar S

**SEISMIC ROTATIONAL DISPLACEMENT OF GRAVITY WALLS BY PSEUDO-DYNAMIC METHOD: PASSIVE CASE**

Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Volume 27, 242-249, (2006)

Claxton M, Hart RA McCombie P & Walker PJ

**RIGID BLOCK DISTINCT-ELEMENT MODELING OF DRY-STONE RETAINING WALLS IN PLANE STRAIN**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 131 (3), 381-389, (2005)

Dakoulas P, & Gazetas G

**INSIGHT INTO SEISMIC EARTH AND WATER PRESSURES AGAINST CAISSON QUAY WALLS**

Geotechnique, 58 (2), 95-111, (2008)

Fang YS, Yang YC, Chen TJ

**RETAINING WALLS DAMAGED IN THE CHI-CHI EARTHQUAKE**

Canadian Geotechnical Journal, 40 (6), 1142-1153, (2003)

Fenton GA, Griffiths DV & Williams MB

**RELIABILITY OF TRADITIONAL RETAINING WALL DESIGN**

Geotechnique, 55 (1), 55-62, (2005)

Gobierno del Distrito Federal

**REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES DEL DISTRITO FEDERAL**

Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, Capítulo 10.2. Muros de contención.

Gaceta Oficial del Distrito Federal, Décima cuarta época, Tomo II, 103-BIS, 55-77, (2004)

Goh ATC, Kulhawy FH and Wong KS

**RELIABILITY ASSESSMENT OF BASAL HEAVE STABILITY FOR BRACED EXCAVATIONS IN CLAY**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 134 (2), 145-153, (2008)

Goh ATC, Phoon KK and Kulhawy FH

**RELIABILITY ANALYSIS OF PARTIAL SAFETY FACTOR DESIGN METHOD FOR CANTILEVER RETAINING WALLS IN GRANULAR SOILS**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 135 (5), 616-622, (2009)

Ghosh S and Prasad Sharma R

**SEISMIC ACTIVE EARTH PRESSURE ON THE BACK OF BATTERED RETAINING WALL**

International Journal of Geomechanics, 11 (1), 54-63, (2012)

Greco VR

**ACTIVE THRUST DUE TO BACKFILL SUBJECT TO LINES OF SURCHARGE**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 132 (2), 269-271, (2006)

Greco VR

**ANALYTICAL CALCULATION OF ACTIVE THRUST DUE TO PARTIALLY SUBMERGED BACKFILL**

Geotechnique, 56 (10), 701-704, (2006)

Han J and Leshchinsky D

**GENERAL ANALYTICAL FRAMEWORK FOR DESIGN OF FLEXIBLE REINFORCED EARTH STRUCTURES**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 132 (11), 1427-1435, (2006)

Hardin B O

**THE NATURE OF STRESS-STRAIN BEHAVIOR FOR SOILS**

Proc. Geotechnical Engineering Div. Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics

New York, NY, Vol. I, 3-90, (1978)

Hatami K and Bathurst RJ

**NUMERICAL MODEL FOR REINFORCED SOIL SEGMENTAL**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 132 (6), 673-684, (2006)

Helwany Sam MB Wu Jonathan TH, and Kitsabunnarat A

**SIMULATING THE BEHAVIOR OF GRS BRIDGE ABUTMENTS**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 133 (10), 1229-1240, (2007)

Huang Ch-Ch

**SEISMIC DISPLACEMENTS OF SOIL RETAINING WALLS SITUATED ON SLOPE**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 131 (9), 1108-1117, (2005)

Huang Ch-Ch, Wu S-H & Wu H-J

**SEISMIC DISPLACEMENT CRITERION FOR SOIL RETAINING WALLS BASED ON SOIL STRENGTH MOBILIZATION**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 135(1), 1-74, (2009)

Hwang GS and Chen CH

**ANALYSIS OF CASES OF GRAVITY QUAYWALLS MOVEMENT DURING EARTHQUAKES**

Geotechnique, 61 (3), 199-210, (2011)

Kim W C, Park D and Kim B

**DEVELOPMENT OF A GENERALISED FORMULA FOR DYNAMIC ACTIVE EARTH PRESSURE**

Geotechnique, 60 (9), 723-727, (2010)

Kloukinas P, Langousis M and Mylonakis G

**SIMPLE WAVE SOLUTION FOR SEISMIC EARTH PRESSURES ON NON-YIELDING WALLS**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, ISSN (online) 1943-5606, 01/marzo (2012)

Lancellota R & Pappin JW

**DYNAMICS. CONTRIBUTION TO GEOTECHNIQUE 1948-2008**

Geotechnique, 58 (5), 457-460, (2008)

Leung CF, Ong DEL and Chow YK

**PILE BEHAVIOR DUE TO EXCAVATION-INDUCED SOIL MOVEMENT IN CLAY. II: COLLAPSED WALL**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 132 (1), 45-53, (2006)

Li X

**DYNAMIC ANALYSIS OF RIGID WALLS CONSIDERING FLEXIBLE FOUNDATION**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 125 (9), 803-806, (1999)

Ling HI, Mohri Y, Leshchinsky D, Burke Ch, Matsushima K & Liu H

**LARGE –SCALE SHAKING TABLE TESTS ON MODULAR BLOCK REINFORCED SOIL RETAINING WALLS**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 131 (4), 465-476, (2005)

Ling HI, Leshchinsky D, Wang JP, Mohri Y & Rosen A

**SEISMIC RESPONSE OF GEOCELL RETAINING WALLS: EXPERIMENTAL STUDIES**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 135 (4), 515-524, (2009)

Liu H and Ling H

**SEISMIC RESPONSES OF REINFORCED SOIL RETAINING WALLS AND THE STRAIN-SOFTENING OF BACKFILL SOILS**

International Journal of Geomechanics, ISSN (online) 1943-5622, 15/abril (2011)

Low BK

**REABILITY-BASED DESIGN APPLIED TO RETAINING WALLS**

Geotechnique, 55 (1), 63-75, (2005)

Lysmer J, Drake L A

**A FINITE ELEMENT METHOD FOR SEISMOLOGY**

Methods in Computational Physics. Advances in Research and Applications. Vol. 11 Seismology: Surface Waves and Earth Oscillations, Academic Press, California, EUA, 196-204, (1972)

Madabhushi SPG and Zeng X

**SIMULATING SEISMIC RESPONSE OF CANTILEVER RETAINING WALLS**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 133 (5), 539-549, (2007)

Mena U y Perez-Rocha L E

**MANUAL DE DISEÑO DE OBRAS CIVILES. DISEÑO POR SISMO.**

Estructuras tipo 3: Muros de retención. Comisión Federal de Electricidad, México DF, 89-100, (2008)

Milligan GWE, St John HD & O'Rourke TD

**RETAINING STRUCTURES. CONTRIBUTION TO GEOTECHNIQUE 1948-2008**

Geotechnique, 58 (5), 377-383, (2008)

Ming H, Li X and Dafalias Y

**NUMERICAL STUDY OF IMPACT OF SOILS ANISOTROPY ON SEISMIC PERFORMANCE OF RETAINING STRUCTURE**

International Journal of Geomechanics, ASCE, 7 (5), 382-388, (2007)

Mononobe N, Matsuo H

**ON THE DETERMINATION OF EARTH PRESSURES DURING EARTHQUAKES**

Proceedings of the World Engineering Congress, Tokio, Japan, Vol. 9, 177-185, (1929)

Murali KA and Madhawi LG

**MODELING THE DYNAMIC RESPONSE OF WRAP FACED REINFORCED SOIL RETAINING WALLS**

International Journal of Geomechanical, ISSN (online) 1943-5622, 07/marzo (2011)

Nadim F, Whitman RV

**SEISMICAL INDUCED MOVEMENT OF RETAINING WALLS**

Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 109 (7), 915-931, (1983)

Nakamura S

**REEXAMINATION OF MONONOBE-OKABE THEORY OF GRAVITY RETAINING WALLS USING CENTRIFUGE MODEL TESTS**

Soils and Foundations, Vol.46, No.2, 135-146, (2006)

Newmark NM

**EFFECTS OF EARTHQUAKES ON ENBANKMENTS AND DAMS**

Geotechnique 15 (2), 139-160, (1965)

Okabe S

**GENERAL THEORY OF EARTH PRESSURE AND SEISMIC STABILITY OF RETAINING WALLS AND DAMS**

Journal of Japan Society of Civil Engineers, Tokyo, Japan, Volume 10 (6), 1277-1323, (1924)

Okamura M, Matsuo O

**A DISPLACEMENT PREDICTION METHOD FOR RETAINING WALLS UNDER SEISMIC LOADING**

Soils and Foundations, Vol.42, No.1, 131-138, (2002)

Ong DEL, Leung CE and Chow YK

**PILE BEHAVIOR DUE TO EXCAVATION-INDUCED SOIL MOVEMENT IN CLAY. I: STABLE WALL**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 132 (1), 36-44, (2006)

Powrie W. & Daly MP

**CENTRIFUGE MODELLING OF EMBEDDED RETAINING WALLS WITH STABILISING BASES**

Geotechnique, 57 (6), 485-497, (2007)

Psarropoulos PN, Klonaris G, Gazetas G  
**SEISMIC EARTH PRESSURES ON RIGID AND FLEXIBLE RETAINING WALLS**  
Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol 25, 795-809, (2005)

Richard R, Elms DG  
**SEISMIC BEHAVIOR OF GRAVITY RETAINING WALLS**  
Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 105 (4), 449-464, (1979)

Richards DJ, Powrie W, Roscoe H & Clark J  
**PORE WATER PRESSURE AND HORIZONTAL STRESS CHANGES  
MEASURED DURING CONSTRUCTION OF A CONTIGUOUS BORED PILE  
MULTI-PROPPED RETAINING WALL IN LOWER CRETACEOUS CLAYS**  
Geotechnique, 57 (2), 197-205, (2007)

Richards Jr. R, Huang CH, Fishman KL  
**SEISMIC EARTH PRESSURE ON RETAINING STRUCTURES**  
Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 125 (9), 771-778,  
(1999)

Scott RF  
**EARTHQUAKE-INDUCED PRESSURES ON RETAINING WALLS**  
Proceedings of the Fifth World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 2, 1611-1620,  
(1973)

Seed HB & Whitman RV  
**DESIGN OF EARTH RETAINING STRUCTURES FOR DYNAMIC LOADS**  
Proceedings of the Special Conference on Lateral Stresses in the Ground and Design of  
Earth Retaining Structures, ASCE, New York, 103-147, (1970)

Shukla SK, Gupta SK, Sivakugan N  
**ACTIVE EARTH PRESSURE ON RETAINING WALL FOR  $c-\phi$  SOIL BACKFILL  
UNDER SEISMIC LOADING CONDITION**  
Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 135 (5), 690-696,  
(2009)

Stokoe II K H y Erden S M (1985)  
**INFLUENCE OF BASE SHAPE ON DYNAMIC RESPONSE OF SURFACE  
FOUNDATIONS**  
Geotechnical Eng. Rept. GP85-1, Civil Engineering Dept., University of Texas at Austin,  
TX, (1985)

Subba Rao KS & Choudhury D  
**SEISMIC PASSIVE EARTH PRESSURES IN SOILS**  
Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 131 (1), 131-135,  
(2005)

Tan Y and Paikowsky

**PERFORMANCE OF SHEET PILE WALL IN PEAT**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 134 (4), 445-458, (2008)

Theodorakopoulos DD & Beskos DE

**DYNAMIC PRESSURES ON A PAIR OF RIGID WALLS EXPERIENCING BASE ROTATION AND RETAINING POROELASTIC SOIL**

Engineering Structures, Volume 25, Number 3, 359-370 (12), (2003)

Turner JP & Jensen WG

**LANDSLIDE STABILIZATION USING NAIL AND MECHANICALLY STABILIZED EARTH WALLS: CASE STUDY**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 131 (2), 141-150, (2005)

Veletsos AS, Younan AH

**DYNAMIC SOIL PRESSURES ON RIGID VERTICAL WALLS**

Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 23, 275-301, (1994a)

Veletsos AS, Younan AH

**DYNAMIC MODELING AND RESPONSE OF SOIL-WALL SYSTEM**

Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 120 (12), 2155-2179, (1994b).

Veletsos AS, Younan AH

**DYNAMIC RESPONSE OF CANTILIVER RETAINING WALLS**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 123 (2), 161-172, (1997).

Waas G

**LINEAR TWO-DIMENSIONAL ANALYSIS OF SOIL DYNAMICS PROBLEMS IN SEMI-INFINITE LAYERED MEDIA**

PHD Thesis, University of California at Berkeley (1972)

Wang CD

**LATERAL STRESSES CAUSED BY UNIFORM RECTANGULAR AREA LOADS ON A CROSS ANISOTROPIC BACKFILL**

Geotechnique, 58 (9), 757-763, (2008)

Watanabe K, Munaf Y, Koseki J, Tateyama M, Kojima K

**BEHAVIORS OF SEVERAL TYPES OF MODEL RETAINING WALLS SUBJECTED TO IRREGULAR EXCITATION**

Soils and Foundations, Vol.43, No. 5, 13-27, (2003)



Whitman R V y Dobry R

**SOIL DYNAMICS**

Cap. 14 Wave Velocities, Moduli and Damping at Very Small Strains. Apuntes de la clase de dinámica de suelos en la DEPEFI UNAM (1993)

Wood JH

**EARTHQUAKE-INDUCED PRESSURES ON A RIGID WALL STRUCTURE**

Bulletin New Zealand Soc Earthquake Engineering, 8, 175-186, (1975)

Wu G and Liam Finn WD

**SEISMIC LATERAL PRESSURES FOR DESIGN OF RIGID WALLS**

Canadian Geotechnical Journal, 36 (3), 509-522, (1999)

Wu Jonathan TH, Lee Kevin ZZ and Pham T

**ALLOWABLE BEARING PRESSURES OF BRIDGE SILLS ON GRS ABUTMENTS WITH FLEXIBLE FACING**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 132 (7), 830-841, (2006)

Yong Sh, Macari EJ & Cai W

**COMPOUND DEEP SOIL MIXING COLUMNS FOR RETAINING STRUCTURES IN EXCAVATIONS**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 131 (11), 1370-1377, (2005)

Yoo Ch and Jung HY

**CASE HISTORY OF GEOSYNTHETIC REINFORCED SEGMENTAL RETAINING WALL FAILURE**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 132 (12), 1538-1548, (2006)

Zdravkovic K, Potts DM and St John HD

**MODELLING OF 3D EXCAVATION IN FINITE ELEMENT ANALYSIS**

Geotechnique, 55 (7), 497-513, (2005)

Zeng X & Steedman RS

**ROTATING BLOCK METHOD FOR SEISMIC DISPLACEMENT OF GRAVITY WALLS**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 126 (8), 709-717, (2000)

Zhang J, Song F and Li D

**EFFECTS OF STRAIN LOCALIZATION ON SEISMIC ACTIVE EARTH PRESSURES**

Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 136 (7), 999-1003, (2010)

# APÉNDICE A

Se presenta el código fuente codificado en lenguaje Fortran Lahey 90 ®, del programa desarrollado para el cálculo, en el dominio de la frecuencia o del tiempo, de las fuerzas sobre un muro de retención desplazado sobre cimentación flexible. Este programa es el resultado de la investigación doctoral y constituye, junto con el método teórico desarrollado, la aportación original con la que se cumple el objetivo planteado en la tesis. Se incluyen también, los archivos de datos generados para representar las situaciones planteadas en los tres ejemplos de la tesis, en los que se explica el significado de cada uno de los parámetros y la manera de implementarlos para el correcto funcionamiento del programa.

```

C     ESTE PROGRAMA CALCULA LAS FUERZAS Y MOMENTOS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA O DEL
C     TIEMPO,
C     SOBRE UN MURO DE RETENCIÓN DESPLANTADO SOBRE CIMENTACIÓN FLEXIBLE. INCLUYE LA
C     ROTACIÓN Y TRASLACIÓN DEL MURO
C     ENTRADAS:
C     TITULO=TITULO DEL PROBLEMA (MAXIMO 80 CARACTERES)
C     LAY=NUMERO DE ESTRATOS (25 MÁXIMO)
C     NF=NUMERO DE FRECUENCIAS POR CALCULARSE
C     FI=FRECUENCIA INICIAL (Hz)
C     DF=INCREMENTO DE LA FRECUENCIA (Hz)
C     DDELTA=FACTOR DE RESORTE DESLIZAMIENTO TIPO VELETSOS
C     DTETA=FACTOR DE RESORTE GIRO TIPO VELETSOS
C     NEXC=1 HORIZONTAL, =2 VERTICAL
C     NRES=1 VELETSOS (CUALITATIVOS), =2 GAZETAS (CUANTITATIVOS)
C     (I = REGION IZQUIERDA, D = DERECHA)
C     W=PESO VOLUMETRICO DEL ESTRATO (T/m3)
C     G=MODULO DE CORTANTE DEL ESTRATO (T/m2)
C     NU=RELACION DE POISSON DEL ESTRATO
C     BETA=AMORTIGUAMIENTO DEL ESTRATO
C     HE=ESPESOR DEL ESTRATO (m)
C     LAME=CONSTANTE DE LAME
C     VC=VELOCIDAD DE CORTANTE (m/s)
C     NÚMERO MÁXIMO DE ESTRATOS IGUAL A 25
C     HM Y BM= ALTO Y BASE DEL MURO (m)
C     HCIM=ESPESOR DE LA REGION BAJO EL MURO
C     ROM= PESO VOLUMÉTRICO DEL MATERIAL DEL MURO (T/m3)
C     ROO=PESO VOLUMÉTRICO EQUIVALENTE DEL RELLENO ESTRATIFICADO (T/m3)
C     WM=DENSIDAD DEL MURO (Ts2/m4)

```

c234567

```

PROGRAM MAIN
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (LAYTOT=25)

```

```

C     DATOS DE ENTRADA DE LA REGIÓN IZQUIERDA
REAL*8 HEI (LAYTOT), WI (LAYTOT), NUI (LAYTOT), BETAI (LAYTOT)
REAL*8 VCI (LAYTOT), LAMEI (LAYTOT), GI (LAYTOT)
COMPLEX*16 GR1I (2*LAYTOT), GR2I (2*LAYTOT), BR1I (2*LAYTOT)
^          , BR2I (2*LAYTOT), AR1I (2*LAYTOT), AR2I (2*LAYTOT)
^          , CR1I (2*LAYTOT), CR2I (2*LAYTOT), DL1I (2*LAYTOT)
^          , DR1I (2*LAYTOT), DR2I (2*LAYTOT), DR3I (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 DLEXT1I (2*LAYTOT), DREXT1I (2*LAYTOT)
^          , DREXT2I (2*LAYTOT), DREXT3I (2*LAYTOT)
REAL*8 MR1I (2*LAYTOT), MR2I (2*LAYTOT)

```

```

C     RESULTADOS DE LA REGIÓN IZQUIERDA
COMPLEX*16 EI (2*LAYTOT), VI (2*LAYTOT, 2*LAYTOT)
COMPLEX*16 MCLI (2*LAYTOT, 2*LAYTOT)
COMPLEX*16 VDCLI (2*LAYTOT), VFCLI (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 DRIX0 (2*LAYTOT, 2*LAYTOT)
COMPLEX*16 PRIX0 (2*LAYTOT, 2*LAYTOT)
COMPLEX*16 BETACI

```

```

C     DATOS DE ENTRADA DE LA REGIÓN DERECHA
REAL*8 HED (LAYTOT), WD (LAYTOT), NUD (LAYTOT), BETAD (LAYTOT)
REAL*8 VCD (LAYTOT), LAMED (LAYTOT), GD (LAYTOT)
COMPLEX*16 GR1D (2*LAYTOT), GR2D (2*LAYTOT), BR1D (2*LAYTOT)
^          , BR2D (2*LAYTOT), AR1D (2*LAYTOT), AR2D (2*LAYTOT)
^          , CR1D (2*LAYTOT), CR2D (2*LAYTOT), DL1D (2*LAYTOT)
^          , DR1D (2*LAYTOT), DR2D (2*LAYTOT), DR3D (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 DLEXT1D (2*LAYTOT), DREXT1D (2*LAYTOT)
^          , DREXT2D (2*LAYTOT), DREXT3D (2*LAYTOT)
REAL*8 MR1D (2*LAYTOT), MR2D (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 AR1DM (2*LAYTOT), AR2DM (2*LAYTOT), DL1DM (2*LAYTOT)
^          , DR1DM (2*LAYTOT), DR2DM (2*LAYTOT), DR3DM (2*LAYTOT)

```

```

C     RESULTADOS DE LA REGIÓN DERECHA
REAL*8 HM, HCIM
COMPLEX*16 ED (2*LAYTOT), VD (2*LAYTOT, 2*LAYTOT)
COMPLEX*16 MCLD (2*LAYTOT, 2*LAYTOT)
COMPLEX*16 VDCLD (2*LAYTOT), VFCLD (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 DRDX0 (2*LAYTOT, 2*LAYTOT)

```

```

COMPLEX*16 PRDX0 (2*LAYTOT, 2*LAYTOT)
COMPLEX*16 PM (2*LAYTOT, 2*LAYTOT)
COMPLEX*16 BETACD

C   DATOS DEL SISTEMA DE ECUACIONES
COMPLEX*16 MSE (6*LAYTOT, 6*LAYTOT)
COMPLEX*16 MSEE1 (6*LAYTOT, 6*LAYTOT)
COMPLEX*16 MSEG1 (6*LAYTOT, 6*LAYTOT)
COMPLEX*16 MSED1 (6*LAYTOT, 6*LAYTOT)

C   PARA LA ETAPA 1: GIRO Y DESPLAZAMIENTO CERO CON EXCITACIÓN DE LA BASE
COMPLEX*16 VSEE1 (6*LAYTOT), VCOEFE1 (6*LAYTOT), SUMA, SUMA1
COMPLEX*16 VFCDD1 (2*LAYTOT), VFCDE1 (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 VDCDD1 (2*LAYTOT), VDCDE1 (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 DTOTALE1D (2*LAYTOT), DTOTALE1I (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 FTOTALE1D (2*LAYTOT), MTOTALE1D (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 FTOTALE1I (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 QBE1, MBE1

C   PARA LA ETAPA 2: GIRO UNITARIO
COMPLEX*16 VSEG1 (6*LAYTOT), VCOEFG1 (6*LAYTOT)
COMPLEX*16 VFCDDG1 (2*LAYTOT), VFCDIG1 (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 VDCDDG1 (2*LAYTOT), VDCDIG1 (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 FTOTALG1 (2*LAYTOT), MTOTALG1 (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 QBG1, MBG1

C   PARA LA ETAPA 3: DESPLAZAMIENTO UNITARIO
COMPLEX*16 VSED1 (6*LAYTOT), VCOEFD1 (6*LAYTOT)
COMPLEX*16 VFCDD1 (2*LAYTOT), VFCDD1 (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 VDCDD1 (2*LAYTOT), VDCDD1 (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 FTOTALD1 (2*LAYTOT), MTOTALD1 (2*LAYTOT)
COMPLEX*16 QBD1, MBD1

C   PARA EL CÁLCULO DE REACCIONES DEL SUELO
REAL*8 DDELTA, DTETA, GR, RG, RD, NUF, GF
COMPLEX*16 FNODAL (2*LAYTOT), FNODALNORM (2*LAYTOT)

C   PARA LA ECUACIÓN DE EQUILIBRIO DEL MURO
REAL*8 ROM, WM, BM, MM, ROP, ROO
COMPLEX*16 C, C11, C12, C21, C22
COMPLEX*16 TETA, DELTA
COMPLEX*16 QBTOTAL, MBTOTAL
REAL*8 TRANS, NORMQB, NORMMB
COMPLEX*16 QBNORM, MBNORM

C   PARA LA FRECUENCIA FUNDAMENTAL DEL SISTEMA
REAL*8 K, M, K1, M1, KN, MN
REAL*8 TS, BS, HRD, NORMFJ, FJNORM

C   DATOS Y RESULTADOS DE FUERZAS SOBRE EL MURO
CHARACTER*10 DAT, RES
CHARACTER*80 TITULO

COMMON/SI/LAY, LAYM, LAYRI, NEXC
COMMON/FF1/ K (LAYTOT, LAYTOT), M (LAYTOT, LAYTOT)
COMMON/FF2/ ZN (LAYTOT, LAYTOT), TN (LAYTOT)

PI=3141592653589793.D-15

C   IMPRIME LETRERO EN EL MONITOR
WRITE (*, *) ('-', I=1, 60)
WRITE (*, *) '      ***>> MURO SOBRE BASE FLEXIBLE <<***'

C   LECTURA DE LOS ARCHIVOS DE DATOS Y RESULTADOS
WRITE (*, 10)
10 FORMAT (1X, 'NOMBRE DEL ARCHIVO DE DATOS: ', $)
READ (*, '(14a)') DAT
OPEN (UNIT=10, FILE=DAT, STATUS='OLD', ACCESS='SEQUENTIAL')

WRITE (*, 11)
11 FORMAT (1X, 'NOMBRE DEL ARCHIVO DE RESULTADOS: ', $)

```

```

READ(*,'(14a)') RES
OPEN(UNIT=30, FILE=RES, STATUS='NEW', ACCESS='SEQUENTIAL')

C   LEE DATOS GENERALES
READ(10,'(A)') TITULO
READ(10,*) LAY
C   READ(10,*) NF !DOMINIO DE LA FRECUENCIA
C   READ(10,*) FI !DOMINIO DE LA FRECUENCIA
READ(10,*) NIE !DOMINIO DEL TIEMPO
READ(10,*) TE ;DOMINIO DEL TIEMPO
READ(10,*) DF
READ(10,*) LAYM
READ(10,*) DDELTA
READ(10,*) DTETA
READ(10,*) ROM
READ(10,*) BM
READ(10,*) NEXC
READ(10,*) NRES

LAY2=2*LAY
LAY4=4*LAY
LAYM2=2*LAYM
LAYRI=LAY-LAYM
LAYRI2=2*LAYRI
LAYSE=LAY4-LAYM2
NMURO=LAYM+1
NMURO2=NMURO*2

WRITE(30,12) TITULO, LAY, NF, FI, DF, LAYM, DDELTA, DTETA, ROM, BM
12 FORMAT(5X,A80, //5X, 'VARIABLES DE CONTROL', //5X,
*       'Nºmero de estratos      ....', I2, /, 5X,
*       'Nºmero de frecuencias   ...', I8, /, 5X,
*       'Frecuencia inicial (Hz)  ...', F8.3, /, 5X,
*       'Incremento de frecuencia (Hz)..', F8.3, /, 5X,
*       'Nºmero de estratos en el muro..', I2, /, 5X,
*       'Coef. del resorte de deslizamiento..', F8.3, /, 5X,
*       'Coef. del resorte de giro..', F8.3, /, 5X,
*       'Peso volumétrico del muro (t/m3)..', F8.3, /, 5X,
*       'Ancho de la base del muro (m)..', F8.3, /, 5X)

C   LEE DATOS DE CADA ESTRATO DE LA REGION IZQUIERDA
DO 20 N=1, LAYRI
READ(10,*) HEI(N), WI(N), VCI(N), NUI(N), BETAI(N)
WI(N)=WI(N)/981.D-2
GI(N)=VCI(N)*VCI(N)*WI(N)
LAMEI(N)=(2.D0*NUI(N)*GI(N))/(1.D0-2.D0*NUI(N))
WRITE(30,13) N, HEI(N), WI(N), GI(N), LAMEI(N), NUI(N), BETAI(N), VCI(N)
13 FORMAT(//5X
&'Estrato de la región izquierda No.:', I2, /5X,
&'Espesor del estrato (m):', F11.3, /5X,
&'Densidad de masa (Ts2/m4):', F11.3, /5X,
&'Modulo de cortante (T/m2):', F11.3, /5X,
&'Constante de Lame:', F11.3, /5X,
&'Relacion de Poisson:', F11.3, /5X,
&'Amortiguamiento:', F11.3, /5X,
&'Velocidad de onda de cortante (m/s):', F11.3, /5X)
20 CONTINUE

C   LEE DATOS DE CADA ESTRATO DE LA REGION DERECHA
DO 30 N=1, LAY
READ(10,*) HED(N), WD(N), VCD(N), NUD(N), BETAD(N)
WD(N)=WD(N)/981.D-2
GD(N)=VCD(N)*VCD(N)*WD(N)
LAMED(N)=(2.D0*NUD(N)*GD(N))/(1.D0-2.D0*NUD(N))
WRITE(30,14) N, HED(N), WD(N), GD(N), LAMED(N), NUD(N), BETAD(N), VCD(N)
14 FORMAT(//5X
&'Estrato de la región derecha No.:', I2, /5X,
&'Espesor del estrato (m):', F11.3, /5X,
&'Densidad de masa (Ts2/m4):', F11.3, /5X,

```

```

&'Modulo de cortante (T/m2):',F11.3,/5X,
&'Constante de Lame:',F11.3,/5X,
&'Relacion de Poisson:',F11.3,/5X,
&'Amortiguamiento:',F11.3,/5X,
&'Velocidad de onda de cortante (m/s):',F11.3,/5X)

30 CONTINUE
C   CALCULA ALTURA DEL MURO
    HM=0.D0
    DO I=1,LAYM
        HM=HM+HED(I)
    END DO

C   CALCULA RO EQUIVALENTE PARA RELLENO ESTRATIFICADO
    ROP=0.D0
    DO I=1,LAYM
        ROP=ROP+HED(I)*WD(I)
    END DO

    ROO=ROP/HM

C   GENERA MATRICES DE ESTRATO DE LA REGIÓN IZQUIERDA
    CALL GENMAT (HEI, GI, LAMEI, BETAI, WI, 1, MR1I, MR2I, GR1I, GR2I, BR1I, BR2I
    ^      , AR1I, AR2I, DL1I, DR1I, DR2I, DR3I)
    CALL GENDEXT (GI, LAMEI, BETAI, 1, DLEXT1I, DREXT1I, DREXT2I, DREXT3I)

C   GENERA MATRICES DE ESTRATO DE LA REGIÓN DERECHA
    CALL GENMAT (HED, GD, LAMED, BETAD, WD, 2, MR1D, MR2D, GR1D, GR2D, BR1D, BR2D
    ^      , AR1D, AR2D, DL1D, DR1D, DR2D, DR3D)
    CALL GENDEXT (GD, LAMED, BETAD, 2, DLEXT1D, DREXT1D, DREXT2D, DREXT3D)

C   GENERA MATRICES DE ESTRATO [A] Y [D] DE LA REGIÓN DERECHA
C   CONSIDERANDO ÚNICAMENTE LAS PROPIEDADES DE LOS ESTRATOS DEL RELLENO
C   SIN CONSIDERAR LA APORTACIÓN AL NODO DE LA BASE DEL MURO
C   DEL ESTRATO BAJO EL MURO. ESTAS MATRICES SE OCUPARAN PARA LAS FUERZAS MODALES QUE SE
C   MULTIPLICARÁN POR EL VECTOR DE COEFICIENTES DE PARTICIPACIÓN PARA OBTENER LAS FUERZAS
C   SOBRE EL MURO DE LAS 3 ETAPAS

    CALL GENMATMUR (HED, GD, LAMED, BETAD, WD
    ^      , AR1DM, AR2DM, DL1DM, DR1DM, DR2DM, DR3DM)

C   LOOP DE FRECUENCIAS
    FJ=0.D0
C   FJ=FI-DF !DOMINIO DE LA FRECUENCIA
    NF=NIE/2 !DOMINIO DEL TIEMPO
    DF=1/TE !DOMINIO DEL TIEMPO
C   DO 1000 KF=1,NF !DOMINIO DE LA FRECUENCIA
C   FJ=FJ+DF !DOMINIO DE LA FRECUENCIA
    DO 1000 KF=0,NF !DOMINIO DEL TIEMPO
    FJ=(KF*DF)+1D-4 !DOMINIO DEL TIEMPO

    WRITE (*,*) 'FRECUENCIA=', FJ
    WJ=2.D0*PI*FJ
    WJ2=WJ*WJ

    NF=NIE/2
    DF=1/TE
    DO 1000 KF=0,NF
    FJ=(KF*DF)+1D-4

C   REGIÓN IZQUIERDA
C   MODOS DE RAYLEIGH (ANTIPLANO), DEVUELVE LA MATRIZ DE FORMAS MODALES [VI] Y LOS NÚMEROS
DE
C   ONDA CORRESPONDIENTES [EI]

    CALL WAVE (MR1I, MR2I, GR1I, GR2I, WJ2, 1, CR1I, CR2I)
    CALL RAYLGH (AR1I, AR2I, BR1I, BR2I, CR1I, CR2I, 1, EI, VI)

C   REGIÓN DERECHA
C   MODOS DE RAYLEIGH (ANTIPLANO), DEVUELVE LA MATRIZ DE FORMAS MODALES [VD] Y LOS NÚMEROS
DE

```

```

C      ONDA CORRESPONDIENTES [ED]

      CALL WAVE (MR1D,MR2D,GR1D,GR2D,WJ2,2,CR1D,CR2D)
      CALL RAYLGH (AR1D,AR2D,BR1D,BR2D,CR1D,CR2D,2,ED,VD)

C      REGIÓN IZQUIERDA
C      CREA LOS VALORES DE LA MATRIZ Y DEL VECTOR DE TERMINOS INDEPENDIENTES
C      DEL SISTEMA QUE RESOLVERÁ SOLUCO PARA OBTENER EL VECTOR DE CAMPO LIBRE DE
      DESPLAZAMIENTOS

      BETACI=DCMPLX(1.D0,2.D0*BETAI(LAYRI))
      IF (NEXC.EQ.1) THEN ; EXCITACIÓN HORIZONTAL
      CR2I(LAYRI2-1)=- (BETACI*GI(LAYRI))/HEI(LAYRI)
      ^      -WJ2*((WI(LAYRI)*HEI(LAYRI))/6)
      ELSE !EXCITACIÓN VERTICAL
      CR2I(LAYRI2)=(- (BETACI*(LAMEI(LAYRI)+2.D0*GI(LAYRI)))/HEI(LAYRI))
      ^      -WJ2*((WI(LAYRI)*HEI(LAYRI))/6)
      END IF

      CALL CAMPOS (CR1I,CR2I,1,VDCLI,MCLI)

C      REGIÓN DERECHA
C      CREA LOS VALORES DE LA MATRIZ Y DEL VECTOR DE TERMINOS INDEPENDIENTES
C      DEL SISTEMA QUE RESOLVERÁ SOLUCO PARA OBTENER EL VECTOR DE CAMPO LIBRE DE
      DESPLAZAMIENTOS

      BETACD=DCMPLX(1.D0,2.D0*BETAD(LAY))
      IF (NEXC.EQ.1) THEN !EXCITACIÓN HORIZONTAL
      CR2D(LAY2-1)=- (BETACD*GD(LAY))/HED(LAY)-WJ2*((WD(LAY)*HED(LAY))/6)
      ELSE !EXCITACIÓN VERTICAL
      CR2D(LAY2)=(- (BETACD*(LAMED(LAY)+2.D0*GD(LAY)))/HED(LAY))
      ^      -WJ2*((WD(LAY)*HED(LAY))/6)
      END IF

      CALL CAMPOS (CR1D,CR2D,2,VDCLD,MCLD)

C      REGIÓN IZQUIERDA
C      RESUELVE EL SISTEMA DE ECUACIONES Y REGRESA
C      EL VECTOR DE CAMPO LIBRE DE DESPLAZAMIENTOS [VDCLI]

      CALL SOLUCO (LAYRI2,MCLI,VDCLI)

C      REGIÓN DERECHA
C      RESUELVE EL SISTEMA DE ECUACIONES Y REGRESA
C      EL VECTOR DE CAMPO LIBRE DE DESPLAZAMIENTOS [VDCLD]

      CALL SOLUCO (LAY2,MCLD,VDCLD)

C      REGIÓN IZQUIERDA
C      CALCULA EL CAMPO LIBRE DE FUERZAS
C      [VFCLI]=[DEXTI][VDCLI]

      CALL CLFZAS (DLEXT1I,DREXT1I,DREXT2I,DREXT3I,VDCLI,1,VFCLI)

C      REGIÓN DERECHA
C      CALCULA EL CAMPO LIBRE DE FUERZAS
C      [VFCLD]=[DEXTD][VDCLD]

      CALL CLFZAS (DLEXT1D,DREXT1D,DREXT2D,DREXT3D,VDCLD,2,VFCLD)

C      ARMA LOS PAQUETES DE MATRICES DE FORMAS MODALES PARA LA REGIÓN
C      IZQUIERDA (LAYRI2 x LAYRI2) Y DERECHA (LAY2 x LAY2) EVALUANDO EN X=0

      CALL PAQMATDES (VI,EI,VD,ED,DRIX0,DRDX0)

C      ARMA LOS PAQUETES DE MATRICES DE FUERZAS MODALES
C      REGIÓN IZQUIERDA (LAYRI2 x LAYRI2)

      CALL FMOD (AR1I,AR2I,DL1I,DR1I,DR2I,DR3I,EI,DRIX0,1,PRIX0)

```

```

C   ARMA LOS PAQUETES DE MATRICES DE FUERZAS MODALES
C   REGIÓN DERECHA (LAY2 x LAY2)

      CALL FMOD (AR1D,AR2D,DL1D,DR1D,DR2D,DR3D,ED,DRDX0,2,PRDX0)

C   ARMA LOS PAQUETES DE MATRICES DE FUERZAS MODALES [(LAYM+1)*2(LAYM+1)*2] REGIÓN DERECHA
C   CONSIDERANDO ÚNICAMENTE LOS ESTRATOS SOBRE EL MURO SIN LA INFLUENCIA DEL ESTRATOS BAJO
EL
C   MURO EN EL NODO DE LA BASE DEL MURO. ESTA MATRIZ SE MULTIPLICARÁ POR EL VECTOR DE
C   COEFICIENTES DE PARTICIPACIÓN OBTENIDO EN CADA ETAPA PARA OBTENER EL VECTOR DE FUERZAS.

      CALL FMODMUR (AR1DM,AR2DM,DL1DM,DR1DM,DR2DM,DR3DM,ED,DRDX0,PM)

C   GENERA LA MATRIZ COMPLETA PARA EL SISTEMA DE ECUACIONES

      CALL MATEC (DRIX0,DRDX0,PRIX0,PRDX0,MSE)

      DO I=1,LAYSE
        DO J=1,LAYSE
          MSEE1 (I,J)=MSE (I,J)
          MSEG1 (I,J)=MSE (I,J)
          MSED1 (I,J)=MSE (I,J)
        END DO
      END DO

C   A PARTIR DE AQUÍ SE DIVIDEN LAS TRES ETAPAS DEL PROBLEMA

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C   GENERA EL VECTOR COMPLETO PARA EL SISTEMA DE ECUACIONES PARA LA ETAPA 1:
C   DESPLAZAMIENTO Y GIRO NULO CON EXCITACION EN LA BASE [VSEE1]

      CALL VECEC (1,HED,VDCLI,VDCLD,VFCLI,VFCLD,VSEE1)

C   RESUELVE EL SISTEMA Y REGRESA EL VECTOR DE COEFICIENTES DE PARTICIPACIÓN EN [VSEE1]

      CALL CROUT (VSEE1,MSEE1,LAYSE,LAYSE,1,2,6*LAYTOT,6*LAYTOT)

      DO I=1,LAYSE
        VCOEFE1 (I)=VSEE1 (I)
      END DO

C   R E G I O N   I Z Q U I E R D A
C   CALCULA EL VECTOR DE FUERZAS Y DESPLAZAMIENTOS DIFRACTADO EN X=0 REGIÓN IZQUIERDA
C   [VDCDIE1]=[PRIX0][VCOEFE1] PARA FUERZAS
C   [VDCDIE1]=[DRIX0][VCOEFE1] PARA DESPLAZAMIENTOS

      DO I=1,LAYRI2
        SUMA=(0.D0,0.D0)
        SUMA1=(0.D0,0.D0)
        DO L=1,LAYRI2
          SUMA=SUMA+DRIX0 (I,L)*VCOEFE1 (L) !DESPLAZAMIENTOS REGION IZQUIERDA EN X=0
          SUMA1=SUMA1+(-PRIX0 (I,L)*VCOEFE1 (L)) !SIGNO (-) POR CONVENCION DE SIGNOS DE
ESFUERZOS
        END DO
        VDCDIE1 (I)=SUMA
        VFCDIE1 (I)=SUMA1
      END DO

      DO I=1,LAYRI2
        DTOTALE1I (I)=VDCLI (I)+VDCDIE1 (I) ! DESPLAZAMIENTOS TOTALES EN X=0
      END DO

      DO I=1,LAYRI2
        FTOTALE1I (I)=-VFCLI (I)+VFCDIE1 (I) ! VECTOR DE FUERZAS TOTALES EN X=0
      END DO

C   R E G I O N   D E R E C H A
C   CALCULA EL VECTOR DE FUERZAS Y DESPLAZAMIENTOS DIFRACTADO EN X=0 REGIÓN DERECHA
C   [VDCDE1]=[PRDX0][VCOEFE1] PARA FUERZAS
C   [VDCDE1]=[DRDX0][VCOEFE1] PARA DESPLAZAMIENTOS

```



```

DO I=1,LAY2
  SUMA=(0.D0,0.D0)
  SUMA1=(0.D0,0.D0)
  DO L=LAYRI2+1,LAYSE
    SUMA=SUMA+DRDX0(I,L-LAYRI2)*VCOEFE1(L) !CONSIDERA TODOS LOS ESTRATOS PARA X=0
C    SUMA1=SUMA1+PRDX0(I,L-LAYRI2)*VCOEFE1(L) !CONSIDERA TODOS LOS ESTRATOS PARA X=0
    SUMA1=SUMA1+PM(I,L-LAYRI2)*VCOEFE1(L) !CONSIDERA SOLO LOS ESTRATOS DEL RELLENO
  END DO
  VDCDDE1(I)=SUMA
  VFCDDDE1(I)=SUMA1
END DO

DO I=1,LAY2
  DTOTALE1D(I)=VDCLD(I)+VDCDDE1(I) ! VECTOR DE DESPLAZAMIENTOS TOTALES EN X=0
END DO

DO I=1,LAY2
  FTOTALE1D(I)=VFCLD(I)+VFCDDDE1(I) ! VECTOR DE FUERZAS TOTALES EN X=0
END DO
C CALCULA CORTANTE BASAL TOTAL SOBRE EL MURO

QBEL=(0.D0,0.D0)
do I=1,NMURO2-1,2
  QBEL=QBEL+FTOTALE1D(I)
end do

C CALCULA SUMATORIA DE MOMENTOS EN LA BASE

RESTAH=0.D0
MBE1=0.D0
DO I=1,NMURO
  I2=I*2
  MTOTALE1D(I2-1)=FTOTALE1D(I2-1)*(HM-RESTAH)
  RESTAH=RESTAH+HED(I)
  MBE1=MBE1+MTOTALE1D(I2-1)
END DO

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
CCC
C GENERA EL VECTOR COMPLETO PARA EL SISTEMA DE ECUACIONES
C PARA LA ETAPA 2: GIRO UNITARIO [VSEG1]

CALL VECEC(2,HED,VDCLI,VDCLD,VFCLI,VFCLD,VSEG1)

C RESUELVE EL SISTEMA DE ECUACIONES
C REGRESA EL VECTOR DE COEFICIENTES DE PARTICIPACIÓN EN [VSEG1]

CALL CROUT(VSEG1,MSEG1,LAYSE,LAYSE,1,2,6*LAYTOT,6*LAYTOT)

DO I=1,LAYSE
  VCOEFG1(I)=VSEG1(I)
END DO

C R E G I O N   D E R E C H A
C CALCULA EL VECTOR DE FUERZAS Y DESPLAZAMIENTOS DIFRACTADO EN X=0 REGIÓN DERECHA
C [VFCDDG1]=[PRDX0][VCOEFG1] PARA FUERZAS
C [VDCDIG1]=[DRDX0][VCOEFG1] PARA DESPLAZAMIENTOS

DO I=1,LAY2
  SUMA=(0.D0,0.D0)
  SUMA1=(0.D0,0.D0)
  DO L=LAYRI2+1,LAYSE
    SUMA=SUMA+DRDX0(I,L-LAYRI2)*VCOEFG1(L) !CONSIDERA TODOS LOS ESTRATOS PARA X=0
C    SUMA1=SUMA1+PRDX0(I,L-LAYRI2)*VCOEFG1(L) !CONSIDERA TODOS LOS ESTRATOS PARA X=0
    SUMA1=SUMA1+PM(I,L-LAYRI2)*VCOEFG1(L) !CONSIDERA SOLO LOS ESTRATOS DEL RELLENO
  END DO
  VDCDDG1(I)=SUMA
  VFCDDG1(I)=SUMA1
END DO

C EN ESTA ETAPA, LAS FUERZAS TOTALES SOBRE EL MURO SON IGUALES AL CAMPO DIFRACTADO

```

```

DO I=1,NMURO2
  FTOTALG1(I)=VFCDDG1(I)
END DO

C   CALCULA CORTANTE BASAL TOTAL SOBRE EL MURO

QBG1=(0.D0,0.D0)
DO I=1,NMURO2-1,2
  QBG1=QBG1+FTOTALG1(I)
END DO

C   CALCULA SUMATORIA DE MOMENTOS EN LA BASE

RESTAH=0.D0
MBG1=0.D0
DO I=1,NMURO
  I2=I*2
  MTOTALG1(I2-1)=FTOTALG1(I2-1)*(HM-RESTAH)
  RESTAH=RESTAH+HED(I)
  MBG1=MBG1+MTOTALG1(I2-1)
END DO

C   R E G I Ó N   I Z Q U I E R D A
C   CALCULA EL VECTOR DE FUERZAS Y DESPLAZAMIENTOS DIFRACTADO EN X=0 REGIÓN IZQUIERDA
C   [VFCDIG1]=[PRIX0][VCOEFG1]
C   [VDCDIG1]=[DRIX0][VCOEFG1]

DO I=1,LAYRI2
  SUMA=(0.D0,0.D0)
  SUMA1=(0.D0,0.D0)
  DO L=1,LAYRI2
    SUMA=SUMA+DRIX0(I,L)*VCOEFG1(L) ! DESPLAZAMIENTOS REGION IZQUIERDA EN X=0
    SUMA1=SUMA1+(-PRIX0(I,L)*VCOEFG1(L)) ! FUERZAS REGION IZQUIERDA EN X=0
  END DO
  VDCDIG1(I)=SUMA
  VFCDIG1(I)=SUMA1
END DO

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
CCC
C   GENERA EL VECTOR COMPLETO PARA EL SISTEMA DE ECUACIONES
C   PARA LA ETAPA 3: DESPLAZAMIENTO UNITARIO [VSED1]

CALL VECEC(3,HED,VDCLI,VDCLD,VFCLI,VFCLD,VSED1)

C   RESUELVE EL SISTEMA DE ECUACIONES
C   REGRESA EL VECTOR DE COEFICIENTES DE PARTICIPACIÓN EN [VSED1]

CALL CROUT(VSED1,MSED1,LAYSE,LAYSE,1,2,6*LAYTOT,6*LAYTOT)

DO I=1,LAYSE
  VCOEFD1(I)=VSED1(I)
END DO

C   R E G I O N   D E R E C H A
C   CALCULA EL VECTOR DE FUERZAS Y DESPLAZAMIENTOS DIFRACTADO EN X=0 REGIÓN DERECHA
C   PARA LA ETAPA 3: DESPLAZAMIENTO UNITARIO
C   [VFCDDD1]=[PRDX0][VCOEFD1] PARA FUERZAS
C   [VDCDDD1]=[DRDX0][VCOEFD1] PARA DESPLAZAMIENTOS

DO I=1,LAY2
  SUMA=(0.D0,0.D0)
  SUMA1=(0.D0,0.D0)
  DO L=LAYRI2+1,LAYSE
    SUMA=SUMA+DRDX0(I,L-LAYRI2)*VCOEFD1(L) !CONSIDERA TODOS LOS ESTRATOS PARA X=0
C   SUMA1=SUMA1+PRDX0(I,L-LAYRI2)*VCOEFD1(L) !CONSIDERA TODOS LOS ESTRATOS PARA X=0
    SUMA1=SUMA1+PM(I,L-LAYRI2)*VCOEFD1(L) !CONSIDERA SOLO LOS ESTRATOS DEL RELLENO
  END DO
  VDCDDD1(I)=SUMA
  VFCDDD1(I)=SUMA1

```

```

END DO

C   EN ESTA ETAPA, LAS FUERZAS TOTALES SOBRE EL MURO SON IGUALES AL CAMPO DIFRACTADO

DO I=1,NMURO2
  FTOTALD1(I)=VFCDD1(I)
END DO

C   CALCULA CORTANTE BASAL TOTAL SOBRE EL MURO

QBD1=(0.D0,0.D0)
DO I=1,NMURO2-1,2
  QBD1=QBD1+FTOTALD1(I)
END DO

C   CALCULA SUMATORIA DE MOMENTOS EN LA BASE

RESTAH=0.D0
MBD1=0.D0
DO I=1,NMURO
  I2=I*2
  MTOTALD1(I2-1)=FTOTALD1(I2-1)*(HM-RESTAH)
  RESTAH=RESTAH+HED(I)
  MBD1=MBD1+MTOTALD1(I2-1)
END DO

C   R E G I Ó N   I Z Q U I E R D A
C   CALCULA EL VECTOR DE FUERZAS Y DESPLAZAMIENTOS DIFRACTADO EN X=0 REGIÓN IZQUIERDA
C   [VFCDID1]=[PRIX0][VCOEFD1]
C   [VDCDID1]=[DRIX0][VCOEFD1]

DO I=1,LAYRI2
  SUMA=(0.D0,0.D0)
  SUMA1=(0.D0,0.D0)
  DO L=1,LAYRI2
    SUMA=SUMA+DRIX0(I,L)*VCOEFD1(L) ! DESPLAZAMIENTOS REGION IZQUIERDA EN X=0
    SUMA1=SUMA1+(-PRIX0(I,L)*VCOEFD1(L)) ! FUERZAS REGION IZQUIERDA EN X=0
  END DO
  VDCDID1(I)=SUMA
  VFCDID1(I)=SUMA1
END DO

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
CCC

C   CALCULA LAS REACCIONES DEL SUELO
C   RG=REACCIÓN GIRO
C   RD=REACCIÓN AL DESLIZAMIENTO

C   HCIM= ESPESOR DEL ESTRATO DE CIMENTACIÓN BAJO EL MURO

HCIM=0.D0
DO I=1,LAYRI
  HCIM=HCIM+HEI(I)
END DO

IF (NRES.EQ.1) THEN !RESORTES TIPO VELETSOS (CUALITATIVOS)
GR=GD(1)
RD=GR/DDELTA
RG=(GR*HM*HM)/DTETA

ELSE !RESORTES TIPO GAZETAS (CUANTITATIVOS)
GF=GI(1) ! MODULO DE RIGIDEZ DEL TERRENO DE CIMENTACIÓN HOMOGÉNEO
NUF=NUI(1) ! RELACION DE POISSON DEL TERRENO DE CIMENTACIÓN HOMOGÉNEO
RD=((210.D-2*GF)/(2.D0-NUF))*(1.D0+(BM/HCIM))
RG=((PI*GF*BM*BM)/(8.D0*(1.D0-NUF)))*(1.D0+(BM/(10.D0*HCIM)))

END IF

C   ECUACIÓN DE EQUILIBRIO (ACOPLE DE LAS TRES ETAPAS)
C   QBE1-QBG1*TETA-QBD1*DELTA+MM*WJ2*DELTA+MM*WJ2*TETA*H/2=RD*DELTA
C   MBE1-MBG1*TETA-MBD1*DELTA+MM*WJ2*DELTA*H/2+MM*WJ2*TETA*H2/4+MM*WJ2*TETA*B2/12+

```

```

C      MM*WJ2*TETA*H2/12=RG*TETA
C      SI WM=0 NO SE CONSIDERA LA INERCIA DEL MURO

WM=ROM/981D-2
MM=WM*BM*HM*1.D0

C11=RD+QBD1-MM*WJ2
C12=QBG1-MM*WJ2*HM/2.D0
C21=MBD1-MM*WJ2*HM/2.D0
C22=RG+MBG1-(1.D0/3.D0)*MM*WJ2*HM*HM-(1.D0/12.D0)*MM*WJ2*BM*BM
C=C11*C22-C21*C12

DELTA=(QBE1*C22-MBE1*C12)/C
TETA=(MBE1*C11-QBE1*C21)/C

C      CALCULO DE FUERZAS Y MOMENTOS FINALES SOBRE EL MURO

QBTOTAL=RD*DELTA
MBTOTAL=RG*TETA

C      CALCULO DE LA NORMALIZACIÓN DEL CORTANTE Y MOMENTO
C      CON EL REGISTRO EN LA SUPERFICIE DE LA REGION IZQUIERDA

IF (NEXC.EQ.1) THEN !EXCITACION HORIZONTAL
TRANS=ABS (VDCLI (1))
ELSE !EXCITACION VERTICAL
TRANS=ABS (VDCLI (2))
END IF

NORMQB=WJ*WJ*TRANS*ROO*HM*HM !PARA CORTANTE BASAL
NORMMB=WJ*WJ*TRANS*ROO*HM*HM*HM !PARA MOMENTO DE VOLTEO

QBNORM=QBTOTAL/NORMQB
MBNORM=MBTOTAL/NORMMB

C      CALCULO DE LA FRECUENCIA FUNDAMENTAL DEL SISTEMA

IF (NEXC.EQ.1) THEN ! EXCITACION HORIZONTAL

C      GENERACION DE MATRICES DE RIGIDEZ Y MASA
DO 300 I=1,LAY
DO 300 J=1,LAY
K(I,J)=0.D0
M(I,J)=0.D0
300 CONTINUE
KN=GD(1)/HED(1)
MN=WD(1)*HED(1)
K(1,1)=KN
K(1,2)=-KN
M(1,1)=MN/3.D0
M(1,2)=MN/6.D0
DO 40 N=2,LAY-1
NM=N-1
NS=N+1
K1=KN
KN=GD(N)/HED(N)
M1=MN
MN=WD(N)*HED(N)
K(N,NM)=-K1
K(N,N)=K1+KN
K(N,NS)=-KN
M(N,NM)=M1/6.D0
M(N,N)=(M1+MN)/3.D0
M(N,NS)=MN/6.D0
40 CONTINUE
K1=KN
KN=GD(LAY)/HED(LAY)
M1=MN
MN=WD(LAY)*HED(LAY)
K(LAY,LAY-1)=-K1

```

```

K(LAY,LAY)=K1+KN
M(LAY,LAY-1)=M1/6.D0
M(LAY,LAY)=(M1+MN)/3.D0

C          MODOS Y PERIODOS DE VIBRACION

CALL JACOBI(LAY)

C          PERIODO Y VELOCIDAD DE SITIO

TS=0.D0
HRD=0.D0
DO 50 N=1,LAY
TN(N)=6.283185308D0/DSQRT(TN(N))
TS=DMAX1(TS,TN(N))
HRD=HRD+HED(N)
50 CONTINUE
BS=4.D0*HRD/TS

NORMFJ=1.D0/TS
FJNORM=FJ/NORMFJ

ELSE ;EXCITACION VERTICAL

C          GENERACION DE MATRICES DE RIGIDEZ Y MASA
DO 600 I=1,LAY
DO 600 J=1,LAY
K(I,J)=0.D0
M(I,J)=0.D0
600 CONTINUE
KN=(2.D0*GD(1)+LAMED(1))/HED(1)
MN=WD(1)*HED(1)
K(1,1)=KN
K(1,2)=-KN
M(1,1)=MN/3.D0
M(1,2)=MN/6.D0
DO 340 N=2,LAY-1
NM=N-1
NS=N+1
K1=KN
KN=(2.D0*GD(N)+LAMED(N))/HED(N)
M1=MN
MN=WD(N)*HED(N)
K(N,NM)=-K1
K(N,N)=K1+KN
K(N,NS)=-KN
M(N,NM)=M1/6.D0
M(N,N)=(M1+MN)/3.D0
M(N,NS)=MN/6.D0
340 CONTINUE
K1=KN
KN=(2.D0*GD(LAY)+LAMED(LAY))/HED(LAY)
M1=MN
MN=WD(LAY)*HED(LAY)
K(LAY,LAY-1)=-K1
K(LAY,LAY)=K1+KN
M(LAY,LAY-1)=M1/6.D0
M(LAY,LAY)=(M1+MN)/3.D0

C          MODOS Y PERIODOS DE VIBRACION

CALL JACOBI(LAY)

C          PERIODO Y VELOCIDAD DE SITIO

TS=0.D0
HRD=0.D0
DO 350 N=1,LAY
TN(N)=6.283185308D0/DSQRT(TN(N))
TS=DMAX1(TS,TN(N))
HRD=HRD+HED(N)

```



```

AR1 (1)=0.D0
AR1 (2)=0.D0
BR1 (1)=0.D0
BR1 (2)=0.D0
MR1 (1)=0.D0
GR1 (1)=0.D0
GR1 (2)=0.D0
DR1 (1)=0.D0
DL1 (1)=0.D0
DO 1 I=1,LAY

K=2*I
BETAC=DCMPLX (1.D0, 2.D0*BETA (I))
CON=HE (I) *G (I) *BETAC/3.D0
CON1=HE (I) * (LAME (I) +2.D0*G (I) ) *BETAC/3.D0
AR1 (K-1)=AR1 (K-1)+CON1
AR1 (K)=AR1 (K)+CON
AR1 (K+1)=CON1
AR1 (K+2)=CON
AR2 (K-1)=5.D-1*CON1
AR2 (K)=5.D-1*CON
CON=BETAC*G (I) /HE (I)
CON1=BETAC* (LAME (I) +2.D0*G (I) ) /HE (I)
GR1 (K-1)=GR1 (K-1)+CON
GR1 (K)=GR1 (K)+CON1
GR1 (K+1)=CON
GR1 (K+2)=CON1
GR2 (K-1)=-CON
GR2 (K)=-CON1
CONS=W (I) *HE (I) /3.D0
MR1 (I)=MR1 (I)+CONS
MR1 (I+1)=CONS
MR2 (I)=5.D-1*CONS
CON=5.D-1* (G (I) -LAME (I) ) *BETAC
CON1=5.D-1* (G (I) +LAME (I) ) *BETAC
BR1 (K-1)=CON-BR1 (K-1)
BR1 (K)=-CON1
BR1 (K+1)=CON
BR2 (K-1)=CON1
BR2 (K)=0.D0
CON=5.D-1*LAME (I) *BETAC
CON1=5.D-1*G (I) *BETAC
DR1 (I)=DR1 (I)+CON
DR1 (I+1)=-CON
DR2 (I)=CON1
DR3 (I)=CON
DL1 (I)=DL1 (I)+CON1
DL1 (I+1)=-CON1
1 CONTINUE
MR2 (LAY)=0.D0
AR2 (LAY2-1)=0.D0
AR2 (LAY2)=0.D0
BR1 (LAY2)=0.D0
BR2 (LAY2-2)=0.D0
BR2 (LAY2-1)=0.D0
BR2 (LAY2)=0.D0
GR2 (LAY2-1)=0.D0
GR2 (LAY2)=0.D0
DR2 (LAY)=0.D0
DR3 (LAY)=0.D0
RETURN
END

C   ^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^^
C   SUBROUTINE GENDEXT (G, LAME, BETA, R, DLEXT1, DREXT1, DREXT2, DREXT3)
C       ARGUMENTOS:
C       DLEXT1,DREXT1,DREXT2,DREXT3 = MATRIZ D EXTENDIDA
C       G=MODULO CORTANTE DEL ESTRATO
C       LAME=CONSTANTE LAME DEL ESTRATO
C       R=1 REGIÓN IZQUIERDA, R=2 REGIÓN DERECHA

```







```

PARAMETER (LAYTOT=25)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER R
COMPLEX*16 B2(1),B4(1),A1(1),A3(1),C1(1),C3(1)
COMPLEX*16 A(8*LAYTOT),V1(2*LAYTOT),V2(2*LAYTOT),U1(2*LAYTOT),
^      U2(2*LAYTOT),S1(2*LAYTOT),S2(2*LAYTOT),R1(2*LAYTOT)
^      ,R2(2*LAYTOT)
COMPLEX*16 EV,EVS,CE,CD,DEV,C,D,CF
^      ,V(2*LAYTOT,2*LAYTOT),E(2*LAYTOT)
DIMENSION MVB(2*LAYTOT)
COMMON/SI/LAY,LAYM,LAYRI,NEXC

IF (R.EQ.1) THEN
LAY2=LAYRI*2
ELSE IF (R.EQ.2) THEN
LAY2=LAY*2
END IF

EPS1=1.D-5
EPS2=1.D-10
NN=LAY2

N1=NN-1
N2=NN-2
DO 10 J=1,N2,2
MVB(J)=J+3*NN
I=J+1
MVB(I)=I+2*NN
10 CONTINUE
MVB(N1)=N1+NN
XN=0.D0
DO 15 J=1,NN
X=C1(J)/A1(J)
15 XN=XN+DABS(X)
XN=DSQRT(XN/NN)
C=DCMPLX(XN,XN+XN)
DO 20 J=1,NN
S1(J)=1.D0
S2(J)=C
V1(J)=S1(J)
V2(J)=S2(J)
R1(J)=0.D0
R2(J)=0.D0
20 CONTINUE
EV=XN/NN
ISW=0
KC=0
MC=0
400 KC=KC+1
DO 50 N=1,NN
U1(N)=C1(N)*V1(N)
50 U2(N)=A1(N)*V2(N)
DO 55 N=3,NN
L=N-2
U1(L)=U1(L)+C3(L)*V1(N)
U1(N)=U1(N)+C3(L)*V1(L)
U2(L)=U2(L)+A3(L)*V2(N)
U2(N)=U2(N)+A3(L)*V2(L)
55 CONTINUE
IF (ISW.EQ.1) GO TO 85
ISW=0
CD=1.D0
X=CDABS(EV)/2.D0
EV=DCMPLX(X,X+X)
GO TO 87
85 EV=DCONJG(EV)
ISW=2
CD=1.D0
87 IK=0
DO 200 IT=1,100

```

```

EVS=EV*EV
DO 90 N=1, NN
A (N) =EVS*A1 (N) +C1 (N)
A (N+NN) =EV*B2 (N)
A (N+2*NN) =EVS*A3 (N) +C3 (N)
A (N+3*NN) =EV*B4 (N)
V2 (N) = (U1 (N) -U2 (N) *EV) *CD
90 CONTINUE
DO 150 N=1, N1
I=N
J=N+NN
M=MVB (N)
DO 120 L=J, M, NN
C=A (L) /A (N)
I=I+1
JI=I
DO 110 K=L, M, NN
A (JI) =A (JI) -C*A (K)
110 JI=JI+NN
A (L) =C
V2 (I) =V2 (I) -C*V2 (N)
120 CONTINUE
V2 (N) =V2 (N) /A (N)
150 CONTINUE
N=NN
IF (CDABS (A (N)) .NE.0.D0) GO TO 151
DEV=5.D-1*DEV
EV=EV-DEV
GO TO 200
151 V2 (N) =V2 (N) /A (N)
DO 160 K=1, N1
N=N-1
I=N
J=N+NN
M=MVB (N)
DO 160 L=J, M, NN
I=I+1
V2 (N) =V2 (N) -A (L) *V2 (I)
160 CONTINUE
CE=0.D0
DO 170 N=1, NN
V1 (N) = (V2 (N) -V1 (N) *CD) /EV
CE=CE-U1 (N) *V1 (N) +U2 (N) *V2 (N)
U1 (N) =C1 (N) *V1 (N)
U2 (N) =A1 (N) *V2 (N)
170 CONTINUE
CE=CE*CD
DO 180 N=3, NN
L=N-2
U1 (L) =U1 (L) +C3 (L) *V1 (N)
U1 (N) =U1 (N) +C3 (L) *V1 (L)
U2 (L) =U2 (L) +A3 (L) *V2 (N)
U2 (N) =U2 (N) +A3 (L) *V2 (L)
180 CONTINUE
CD=0.D0
DO 190 N=1, NN
190 CD=CD-U1 (N) *V1 (N) +U2 (N) *V2 (N)
DEV=CE/CD
IF (IT.GT.15) DEV=DEV*5.D-1
EV=EV+DEV
CF=CD
CD=CDSQRT (2.D0/CD)
C=DEV/EV
X=DABS (DREAL (C)) +DABS (DIMAG (C))
IF (IK.EQ.1.AND.X.LT.EPS2) GO TO 300
IF (X.LT.EPS1) IK=1
200 CONTINUE
WRITE (*, 2020)
2020 FORMAT ('1 FAILURE TO CONVERGE IN 100 ITERATION STEPS IN QUADRATIC
^EIGENVALUE PROBLEM')
RETURN

```

```

300  E(KC)=EV
      ICR=0
      X=DABS(DREAL(EV))
      Y=DABS(DIMAG(EV))
      Z=X+Y
      IF (Y/Z.LT.EPS2) ICR=1
      IF (X/Z.LT.EPS2) ICR=2
      IF (ICR.EQ.1) E(KC)=DREAL(EV)
      IF (ICR.EQ.2) E(KC)=DIMAG(EV)*(0.D0,1.D0)
      DO 310 N=1,NN
310  V(N,KC)=V2(N)*CD

C          IF THE EIGENVALUE IS REAL CHOOSE THE SIGN SUCH THAT THE GROUP
C          VELOCITY BECOMES POSITIVE

      IF (ICR.NE.1) GO TO 316
      X=(V1(1)*V1(1)+V1(2)*V1(2))*EV
      IF (X.GT.0.D0) GO TO 316
      E(KC)=-E(KC)
      DO 315 N=2,NN,2
315  V(N,KC)=-V(N,KC)

C          CHECK THE SPECIAL ORTHOGONALITY OF THE NEWLY FOUND
C          EIGENVECTOR AND THE SUM OF THE PREVIOUSLY FOUND EIGENVECTORS

316  CE=0.D0
      DO 330 N=1,NN
330  CE=CE-R1(N)*U1(N)+R2(N)*U2(N)
      CE=CE*CD
      X=DABS(DREAL(CE))+DABS(DIMAG(CE))
      IF (X.LT.EPS1) GO TO 335
      WRITE (*,2021)
2021  FORMAT('1 FAILURE TO FIND AN EIGENVECTOR ORTHOGONAL TO THE ONES')
C      ^UND BEFORE IN QUADRATIC EIGENVALUE PROBLEM')
      RETURN
335  C=1.D0/E(KC)
      DO 340 N=1,NN
      R1(N)=R1(N)+V(N,KC)*C
340  R2(N)=R2(N)+V(N,KC)

C          FIND A STARTING VECTOR ORTHOGONAL TO ALL EIGENVECTORS FOUND
C          FOR THE ITERATION TOWARD THE NEXT EIGENVECTOR

      C=0.D0
      D=0.D0
      DO 342 N=2,NN,2
      M=N-1
      C=C-U1(M)*S1(M)+U2(N)*S2(N)
      D=D-U1(N)*S1(N)+U2(M)*S2(M)
342  CONTINUE
      CE=2.D0/CF
      C=C*CE
      D=D*CE
      DO 343 N=2,NN,2
      M=N-1
      S1(M)=S1(M)-C*V1(M)
      S1(N)=S1(N)-D*V1(N)
      S2(M)=S2(M)-D*V2(M)
      S2(N)=S2(N)-C*V2(N)
      V1(M)=S1(M)
      V1(N)=S1(N)
      V2(M)=S2(M)
      V2(N)=S2(N)
343  CONTINUE
      IF (ICR+ISW.EQ.0) ISW=1
      MC=MC+1
      IF (MC.GE.NN) GO TO 350
      GO TO 400

C          FORM VECTORS FOR DISPLACEMENT EXPANSION

```





```

ELSE IF (R.EQ.2) THEN
LAY2=LAY*2
END IF
C VECTOR DE CEROS
DO I=1,LAY2
VFCL(I)=(0.D0,0.D0)
END DO
IF (NEXC.EQ.1) THEN
C CON EXCITACIÓN HORIZONTAL LOS NONES (FUERZA HORIZONTAL) SON CEROS
C ES DECIR QUE EL CAMPO LIBRE DE FUERZAS NO GENERA EMPUJE SOBRE EL MURO
VFCL(2)=DLEXT1(1)*VDCL(1)-DREXT2(1)*VDCL(3)

IF (LAY.EQ.2) THEN
VFCL(4)=DREXT2(1)*VDCL(1)+DLEXT1(2)
^ *VDCL(3)-DREXT2(2)*1.D0
ELSE
IUNO=0
IDOS=0
DO I=4,LAY2-2,2
IUNO=IUNO+1
IDOS=IDOS+2
VFCL(I)=DREXT2(IUNO)*VDCL(IDOS-1)+DLEXT1(IUNO+1)
^ *VDCL(IDOS+1)-DREXT2(IUNO+1)*VDCL(IDOS+3)
END DO
VFCL(LAY2)=DREXT2(LAY-1)*VDCL(LAY2-3)+DLEXT1(LAY)
^ *VDCL(LAY2-1)-DREXT2(LAY)*1.D0
END IF
ELSE
C CON EXCITACIÓN VERTICAL LOS NONES (FUERZA HORIZONTAL) TIENEN VALORES
C ES DECIR QUE EL CAMPO LIBRE DE FUERZAS SI GENERA EMPUJE SOBRE EL MURO
VFCL(1)=DREXT1(1)*VDCL(2)-DREXT3(1)*VDCL(4)

IF (LAY.EQ.2) THEN
VFCL(3)=DREXT3(1)*VDCL(2)+DREXT1(2)
^ *VDCL(4)-DREXT3(2)*1.D0
ELSE
IUNO=0
IDOS=0
DO I=3,LAY2-3,2
IUNO=IUNO+1
IDOS=IDOS+2
VFCL(I)=DREXT3(IUNO)*VDCL(IDOS)+DREXT1(IUNO+1)
^ *VDCL(IDOS+2)-DREXT3(IUNO+1)*VDCL(IDOS+4)
END DO
VFCL(LAY2-1)=DREXT3(LAY-1)*VDCL(LAY2-2)+DREXT1(LAY)
^ *VDCL(LAY2)-DREXT3(LAY)*1.D0
END IF
END IF
RETURN
END
C
C SUBROUTINE PAQMATDES (VI,EI,VD,ED,DRIX0,DRDX0)
C ARGUMENTOS:
C VI = MATRIZ DE FORMAS MODALES REGIÓN IZQUIERDA
C EI = NÚMEROS DE ONDA REGIÓN IZQUIERDA
C VD = MATRIZ DE FORMAS MODALES REGIÓN DERECHA
C ED = NÚMEROS DE ONDA REGIÓN DERECHA
C DRIX0 = MATRIZ DE FORMAS MODALES REGION IZQUIERDA EVALUADA EN X=0 (LAYRI2 x LAYRI2)
C DRDX0 = MATRIZ DE FORMAS MODALES REGION DERECHA EVALUADA EN X=0 (LAY2 x LAY2)
C LAYRI2=2*LAYRI REGIÓN IZQUIERDA
C LAY2=2*LAY REGIÓN DERECHA

C ARMA LAS MATRICES DE FORMAS MODALES DE LA REGIÓN IZQUIERDA Y DERECHA QUE
C SE UTILIZARAN PARA RESOLVER EL SISTEMA DE ECUACIONES PARA CALCULAR LOS
C COEFICIENTES DE PARTICIPACIÓN

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (LAYTOT=25)
COMPLEX*16 EI(2*LAYTOT),VI(2*LAYTOT,2*LAYTOT)
COMPLEX*16 ED(2*LAYTOT),VD(2*LAYTOT,2*LAYTOT)
COMPLEX*16 DRIX0(2*LAYTOT,2*LAYTOT),DRDX0(2*LAYTOT,2*LAYTOT)

```











```

DMURO=VDCLI (1)
C  REGIÓN DERECHA (SOBRE EL MURO)
C  NONES
DO I=1,NMURO2-1,2
  VSE(I)=DMURO-VDCLD(I)
END DO

C  PARES
DO I=2,NMURO2,2
  VSE(I)=-VDCLD(I)
END DO

C  REGIÓN IZQUIERDA (EN LA BASE DEL MURO)

VSE(NMURO2+1)=DMURO-VDCLI(1)
VSE(NMURO2+2)=-VDCLI(2)

ELSE

C  EXCITACIÓN VERTICAL
DMURO=VDCLI(2)
C  REGIÓN DERECHA (SOBRE EL MURO)
C  NONES
DO I=1,NMURO2-1,2
  VSE(I)=-VDCLD(I)
END DO

C  PARES
DO I=2,NMURO2,2
  VSE(I)=DMURO-VDCLD(I)
END DO

C  REGIÓN IZQUIERDA (EN LA BASE DEL MURO)

VSE(NMURO2+1)=-VDCLI(1)
VSE(NMURO2+2)=DMURO-VDCLI(2)

END IF

C  NODOS BAJO EL MURO
C  IGUALDAD DE DESPLAZAMIENTOS
DO I=NBASE2+1,NMUROAUX
  VSE(I)=VDCLD(I-2)-VDCLI(I-NMURO2)
END DO

C  IGUALDAD DE FUERZAS
C  VFCLI CAMBIA DE SIGNO POR CONVENCION DE ESFUERZOS
DO I=NMUROAUX+1,LAYSE
  VSE(I)=VFCLD(I-NMUROFZA2)+VFCLI(I-LAY2)
END DO

ELSE IF (ET.EQ.2) THEN
C  REGIÓN DERECHA (SOBRE EL MURO)

C  CÁLCULO DE LA ALTURA DEL MURO
HMURO=0.D0
DO I=1,LAYM
  HMURO=HMURO+HED(I)
END DO

C  NONES
RESTAH=0.D0
DO I=1,NMURO
  I2=I*2
  VSE(I2-1)=(HMURO-RESTAH)
  RESTAH=RESTAH+HED(I)
END DO

C  PARA LA REGION IZQUIERDA, EL NODO DE LA BASE DEL MURO NO SE MUEVE
C  PORQUE EN TORNO A EL SE DA EL GIRO {VSE(NMURO2+1)=0.D0 Y VSE(NMURO2+2)=0.D0}

```



```

IF(D.EQ.0.D0)GO TO 20
B(NN,K)=1.D0/BB
N1=NN-1
GO TO(61,62),IND
61 DO 25 I=1,N1
   I1=I+1
   K=NCOL(I)
   BB=B(I,K)
   DO 4 J=1,MM
4   A(J,K)=A(J,K)*BB
   DO 25 J=I1,NN
   KK=NCOL(J)
   BB=B(I,KK)
   DO 7 L=1,MM
7   A(L,KK)=A(L,KK)-BB*A(L,K)
25 CONTINUE
   K=NCOL(NN)
   BB=B(NN,K)
   DO 8 L=1,MM
8   A(L,K)=A(L,K)*BB
   DO 9 I=1,N1
   II=NN-I
   I1=II+1
   K=NCOL(I1)
   DO 10 J=1,II
   KK=NCOL(J)
   BB=B(I1,KK)
   DO 10 L=1,MM
   A(L,KK)=A(L,KK)-BB*A(L,K)
10 CONTINUE
9 CONTINUE
IF(NCH.EQ.0)RETURN
NN2=NN+NN
DO 50 I=1,NN
J=I+NN
50 NCOL(J)=NCOL(I)
   DO 15 J=1,N1
   JJ=J+NN
   K=NCOL(JJ)
   IF(J.EQ.K)GO TO 15
   KK=JJ+1
   DO 12 L=KK,NN2
   II=NCOL(L)
   IF(II.NE.J)GO TO 12
   NCOL(L)=K
   DO 11 I=1,MM
   BB=A(I,J)
   A(I,J)=A(I,K)
   A(I,K)=BB
11 CONTINUE
   GO TO 15
12 CONTINUE
15 CONTINUE
RETURN
62 DO 65 I=1,N1
   I1=I+1
   K=NCOL(I)
   DO 65 L=I1,NN
   DO 65 J=1,LL
   A(L,J)=A(L,J)-A(I,J)*B(L,K)
65 CONTINUE
   DO 67 I=1,N1
   II=NN-I
   I1=II+1
   K=NCOL(I1)
   DO 66 J=1,LL
66 A(I1,J)=A(I1,J)*B(I1,K)
   DO 67 L=1,II
   DO 67 J=1,LL
   A(L,J)=A(L,J)-A(I1,J)*B(L,K)
67 CONTINUE

```

```

K=NCOL(1)
DO 68 J=1,LL
68 A(1,J)=A(1,J)*B(1,K)
IF(NCH.EQ.0)RETURN
DO 70 J=1,NN
JJ=J+NN
70 NCOL(JJ)=NCOL(J)
DO 71 I=1,N1
K=NCOL(I+NN)
IF(I.EQ.K)GO TO 71
I1=I+1
DO 72 J=I1,NN
II=J+NN
KK=NCOL(II)
IF(I.NE.KK)GO TO 72
NCOL(II)=K
DO 73 L=1,LL
BB=A(I,L)
A(I,L)=A(J,L)
A(J,L)=BB
73 CONTINUE
GO TO 71
72 CONTINUE
71 CONTINUE
RETURN
20 WRITE(*,30)
30 FORMAT(1H1,' MATRIZ SINGULAR, TRABAJO CANCELADO')
RETURN

2022 FORMAT(F25.9,3X,F25.9)
END

C *****
C SUBROUTINE JACOBI(N)

C SOLUCION DEL PROBLEMA GENERALIZADO DE VALORES CARACTERISTICOS:
C [K]{X}=W2[M]{X}

C VARIABLES:
C A = MATRIZ DE RIGIDEZ
C B = MATRIZ DE MASA
C X = MATRIZ DE EIGENVECTORES NORMALIZADOS
C EIGV = VECTOR DE EIGENVALORES
C N = ORDEN DE MATRICES
C RTOL = TOLERANCIA DE CONVERGENCIA(10**-12)
C NSMAX = LIMITE DE ITERACIONES(15)
C IFPR = 1; CON IMPRESIONES INTERMEDIAS
C IFPR = 0; SIN IMPRESIONES INTERMEDIAS

PARAMETER (LAYTOT=25)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 D(LAYTOT)
COMMON/FF1/ A(LAYTOT,LAYTOT),B(LAYTOT,LAYTOT)
COMMON/FF2/ X(LAYTOT,LAYTOT),EIGV(LAYTOT)
DATA RTOL/1.D-12/,NSMAX/15/,IFPR/0/

DO 10 I=1,N
IF(A(I,I).GT.0.D0.AND.B(I,I).GT.0.D0)GO TO 4
WRITE(*,*)'***ERROR-MATRICES NO POSITIVAS DEFINIDAS***'
RETURN
4 D(I)=A(I,I)/B(I,I)
10 EIGV(I)=D(I)
DO 30 I=1,N
DO 20 J=1,N
20 X(I,J)=0.D0
30 X(I,I)=1.D0
IF(N.EQ.1)RETURN
NSWEEP=0
NR=N-1
40 NSWEEP=NSWEEP+1
IF(IFPR.EQ.1)WRITE(*,*)'NUMERO DE ITERACION EN JACOBI',NSWEEP

```

```

EPS=(0.01D0**NSWEEP)**2
DO 210 J=1,NR
  JJ=J+1
  DO 210 K=JJ,N
    EPTOLA=(A(J,K)*A(J,K))/(A(J,J)*A(K,K))
    EPTOLB=(B(J,K)*B(J,K))/(B(J,J)*B(K,K))
    IF((EPTOLA.LT.EPS).AND.(EPTOLB.LT.EPS))GO TO 210
    AKK=A(K,K)*B(J,K)-B(K,K)*A(J,K)
    AJJ=A(J,J)*B(J,K)-B(J,J)*A(J,K)
    AB=A(J,J)*B(K,K)-A(K,K)*B(J,J)
    CHECK=(AB*AB+4.D0*AKK*AJJ)/4.D0
    IF(CHECK)50,60,60
50  WRITE(*,*)'***ERROR-MATRICES NO POSITIVAS DEFINIDAS***'
    RETURN
60  SQCH=DSQRT(CHECK)
    D1=AB/2.D0+SQCH
    D2=AB/2.D0-SQCH
    DEN=D1
    IF(DABS(D2).GT.DABS(D1))DEN=D2
    IF(DEN)80,70,80
70  CA=0.D0
    CG=-A(J,K)/A(K,K)
    GO TO 90
80  CA=AKK/DEN
    CG=-AJJ/DEN
90  IF(N-2)100,190,100
100 JP1=J+1
    JM1=J-1
    KP1=K+1
    KM1=K-1
    IF(JM1-1)130,110,110
110 DO 120 I=1,JM1
    AJ=A(I,J)
    BJ=B(I,J)
    AK=A(I,K)
    BK=B(I,K)
    A(I,J)=AJ+CG*AK
    B(I,J)=BJ+CG*BK
    A(I,K)=AK+CA*AJ
    B(I,K)=BK+CA*BJ
120 B(I,K)=BK+CA*BJ
130 IF(KP1-N)140,140,160
140 DO 150 I=KP1,N
    AJ=A(J,I)
    BJ=B(J,I)
    AK=A(K,I)
    BK=B(K,I)
    A(J,I)=AJ+CG*AK
    B(J,I)=BJ+CG*BK
    A(K,I)=AK+CA*AJ
    B(K,I)=BK+CA*BJ
150 B(K,I)=BK+CA*BJ
160 IF(JP1-KM1)170,170,190
170 DO 180 I=JP1,KM1
    AJ=A(J,I)
    BJ=B(J,I)
    AK=A(I,K)
    BK=B(I,K)
    A(J,I)=AJ+CG*AK
    B(J,I)=BJ+CG*BK
    A(I,K)=AK+CA*AJ
    B(I,K)=BK+CA*BJ
180 B(I,K)=BK+CA*BJ
190 AK=A(K,K)
    BK=B(K,K)
    A(K,K)=AK+2.D0*CA*A(J,K)+CA*CA*A(J,J)
    B(K,K)=BK+2.D0*CA*B(J,K)+CA*CA*B(J,J)
    A(J,J)=A(J,J)+2.D0*CG*A(J,K)+CG*CG*AK
    B(J,J)=B(J,J)+2.D0*CG*B(J,K)+CG*CG*BK
    A(J,K)=0.D0
    B(J,K)=0.D0
    DO 200 I=1,N
    XJ=X(I,J)
    XK=X(I,K)

```



```

X(I,J)=XJ+CG*XK
200 X(I,K)=XK+CA*XJ
210 CONTINUE
DO 220 I=1,N
IF(A(I,I).GT.0.D0.AND.B(I,I).GT.0.D0)GO TO 220
WRITE(*,*)'***ERROR-MATRICES NO POSITIVAS DEFINIDAS***'
RETURN
220 EIGV(I)=A(I,I)/B(I,I)
IF(IFPR.EQ.0)GO TO 230
WRITE(*,*)'EIGENVALORES ACTUALES EN JACOBI'
WRITE(*,*)(EIGV(I),I=1,N)
230 DO 240 I=1,N
TOL=RTOL*D(I)
DIF=DABS(EIGV(I)-D(I))
IF(DIF.GT.TOL)GO TO 280
240 CONTINUE
EPS=RTOL**2
DO 250 J=1,NR
JJ=J+1
DO 250 K=JJ,N
EPSA=(A(J,K)*A(J,K))/(A(J,J)*A(K,K))
EPSB=(B(J,K)*B(J,K))/(B(J,J)*B(K,K))
IF((EPSA.LT.EPS).AND.(EPSB.LT.EPS))GO TO 250
GO TO 280
250 CONTINUE
255 DO 260 I=1,N
DO 260 J=1,N
A(J,I)=A(I,J)
260 B(J,I)=B(I,J)
DO 270 J=1,N
BB=DSQRT(B(J,J))
DO 270 K=1,N
270 X(K,J)=X(K,J)/BB
RETURN
280 DO 290 I=1,N
290 D(I)=EIGV(I)
IF(NSWEEP.LT.NSMAX)GO TO 40
GO TO 255
END

```

## ARCHIVO DE DATOS PARA EL EJEMPLO 1

EJEMPLO 1 (TODO SECO), SISMO EL CENTRO (RÓTULO IDENTIFICADOR DEL CASO)  
17, No DE ESTRATOS REGION DERECHA (ESTRATOS DEL RELLENO + CIMENTACIÓN)  
4096, No DE INTERVALOS DE LA EXCITACIÓN (TOMADO DEL SISMO UTILIZADO)  
81.92, PERIODO DE LA EXCITACIÓN (s) (TOMADO DEL SISMO UTILIZADO)  
5, No DE ESTRATOS DEL RELLENO  
0.100, COEF DE RESORTE AL DESLIZAMIENTO (NO SE CONSIDERA PARA RESORTES TIPO GAZETAS)  
0.001, COEF DE RESORTE AL GIRO (NO SE CONSIDERA PARA RESORTES TIPO GAZETAS)  
2.40, PESO VOLUMETRICO DEL MATERIAL DEL MURO (T/m<sup>3</sup>)  
2.00, ANCHO DE LA BASE DEL MURO (m)  
1, EXCITACION 1=HORIZONTAL, 2=VERTICAL  
2, RESORTES 1=VELETSOS (CUALITATIVOS), 2 GAZETAS (CUANTITATIVOS)  
!ESPESOR (m), PESO VOLUM (Ton/m<sup>3</sup>), VEL. DE ONDAS DE CORTE (m/s), REL. DE POISSON,  
AMORTIGUAMIENTO  
1.00,1.4,101.22,0.40,0.02 !ESTRATO 1, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.4,120.37,0.40,0.02 !ESTRATO 2, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.4,133.21,0.40,0.02 !ESTRATO 3, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.4,143.14,0.40,0.02 !ESTRATO 4, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.4,151.35,0.40,0.02 !ESTRATO 5, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.4,158.41,0.40,0.02 !ESTRATO 6, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.4,164.63,0.40,0.02 !ESTRATO 7, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.4,170.22,0.40,0.02 !ESTRATO 8, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.4,175.31,0.40,0.02 !ESTRATO 9, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.4,179.99,0.40,0.02 !ESTRATO 10, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.4,184.33,0.40,0.02 !ESTRATO 11, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.4,188.38,0.40,0.02 !ESTRATO 12, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.6,154.69,0.21,0.01 !ESTRATO 1, RELLENO REGION DERECHA  
1.00,1.6,177.69,0.21,0.01 !ESTRATO 2, RELLENO REGION DERECHA  
1.00,1.6,192.70,0.21,0.01 !ESTRATO 3, RELLENO REGION DERECHA  
1.00,1.6,204.12,0.21,0.01 !ESTRATO 4, RELLENO REGION DERECHA  
1.00,1.6,213.43,0.21,0.01 !ESTRATO 5, RELLENO REGION DERECHA  
1.00,1.4,101.22,0.40,0.02 !ESTRATO 1, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.4,120.37,0.40,0.02 !ESTRATO 2, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.4,133.21,0.40,0.02 !ESTRATO 3, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.4,143.14,0.40,0.02 !ESTRATO 4, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.4,151.35,0.40,0.02 !ESTRATO 5, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.4,158.41,0.40,0.02 !ESTRATO 6, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.4,164.63,0.40,0.02 !ESTRATO 7, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.4,170.22,0.40,0.02 !ESTRATO 8, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.4,175.31,0.40,0.02 !ESTRATO 9, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.4,179.99,0.40,0.02 !ESTRATO 10, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.4,184.33,0.40,0.02 !ESTRATO 11, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.4,188.38,0.40,0.02 !ESTRATO 12, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA

## ARCHIVO DE DATOS PARA EL EJEMPLO 2

EJEMPLO 1 (NAF A 2.0 m DEL DESPLANTE), SISMO EL CENTRO (RÓTULO IDENTIFICADOR DEL CASO)  
17, No DE ESTRATOS REGION DERECHA (ESTRATOS DEL RELLENO + CIMENTACIÓN)  
4096, No DE INTERVALOS DE LA EXCITACIÓN (TOMADO DEL SISMO UTILIZADO)  
81.92, PERIODO DE LA EXCITACIÓN (s) (TOMADO DEL SISMO UTILIZADO)  
5, No DE ESTRATOS DEL RELLENO  
0.100, COEF DE RESORTE AL DESLIZAMIENTO (NO SE CONSIDERA PARA RESORTES TIPO GAZETAS)  
0.001, COEF DE RESORTE AL GIRO (NO SE CONSIDERA PARA RESORTES TIPO GAZETAS)  
2.40, PESO VOLUMETRICO DEL MATERIAL DEL MURO (T/m<sup>3</sup>)  
2.00, ANCHO DE LA BASE DEL MURO (m)  
1, EXCITACION 1=HORIZONTAL, 2=VERTICAL  
2, RESORTES 1=VELETSOS (CUALITATIVOS), 2 GAZETAS (CUANTITATIVOS)  
!ESPESOR (m), PESO VOLUM (Ton/m<sup>3</sup>), VEL. DE ONDAS DE CORTE (m/s), REL. DE POISSON,  
AMORTIGUAMIENTO  
1.00,1.4,101.22,0.40,0.02 !ESTRATO 1, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.4,120.37,0.40,0.02 !ESTRATO 2, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,112.87,0.49,0.02 !ESTRATO 3, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,121.28,0.49,0.02 !ESTRATO 4, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,128.24,0.49,0.02 !ESTRATO 5, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,134.22,0.49,0.02 !ESTRATO 6, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,139.50,0.49,0.02 !ESTRATO 7, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,144.23,0.49,0.02 !ESTRATO 8, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,148.54,0.49,0.02 !ESTRATO 9, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,152.51,0.49,0.02 !ESTRATO 10, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,156.18,0.49,0.02 !ESTRATO 11, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,159.62,0.49,0.02 !ESTRATO 12, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.6,154.69,0.21,0.01 !ESTRATO 1, RELLENO REGION DERECHA  
1.00,1.6,177.69,0.21,0.01 !ESTRATO 2, RELLENO REGION DERECHA  
1.00,1.6,192.70,0.21,0.01 !ESTRATO 3, RELLENO REGION DERECHA  
1.00,1.6,204.12,0.21,0.01 !ESTRATO 4, RELLENO REGION DERECHA  
1.00,1.6,213.43,0.21,0.01 !ESTRATO 5, RELLENO REGION DERECHA  
1.00,1.4,101.22,0.40,0.02 !ESTRATO 1, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.4,120.37,0.40,0.02 !ESTRATO 2, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.95,112.87,0.49,0.02 !ESTRATO 3, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.95,121.28,0.49,0.02 !ESTRATO 4, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.95,128.24,0.49,0.02 !ESTRATO 5, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.95,134.22,0.49,0.02 !ESTRATO 6, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.95,139.50,0.49,0.02 !ESTRATO 7, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.95,144.23,0.49,0.02 !ESTRATO 8, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.95,148.54,0.49,0.02 !ESTRATO 9, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.95,152.51,0.49,0.02 !ESTRATO 10, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.95,156.18,0.49,0.02 !ESTRATO 11, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA  
1.00,1.95,159.62,0.49,0.02 !ESTRATO 12, CIMENTACIÓN REGIÓN DERECHA

## ARCHIVO DE DATOS PARA EL EJEMPLO 3

EJEMPLO 3 (TODO SATURADO), SISMO EL CENTRO (RÓTULO IDENTIFICADOR DEL CASO)  
17, No DE ESTRATOS REGION DERECHA (ESTRATOS DEL RELLENO + CIMENTACIÓN)  
4096, No DE INTERVALOS DE LA EXCITACIÓN (TOMADO DEL SISMO UTILIZADO)  
81.92, PERIODO DE LA EXCITACIÓN (s) (TOMADO DEL SISMO UTILIZADO)  
5, No DE ESTRATOS DEL RELLENO  
0.100, COEF DE RESORTE AL DESLIZAMIENTO (NO SE CONSIDERA PARA RESORTES TIPO GAZETAS)  
0.001, COEF DE RESORTE AL GIRO (NO SE CONSIDERA PARA RESORTES TIPO GAZETAS)  
2.40, PESO VOLUMETRICO DEL MATERIAL DEL MURO (T/m<sup>3</sup>)  
2.00, ANCHO DE LA BASE DEL MURO (m)  
1, EXCITACION 1=HORIZONTAL, 2=VERTICAL  
2, RESORTES 1=VELETSOS (CUALITATIVOS), 2 GAZETAS (CUANTITATIVOS)  
!ESPESOR (m), PESO VOLUM (Ton/m<sup>3</sup>), VEL. DE ONDAS DE CORTE (m/s), REL. DE POISSON,  
AMORTIGUAMIENTO  
1.00,1.95,85.76,0.49,0.02 !ESTRATO 1, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,101.99,0.49,0.02 !ESTRATO 2, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,112.87,0.49,0.02 !ESTRATO 3, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,121.28,0.49,0.02 !ESTRATO 4, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,128.24,0.49,0.02 !ESTRATO 5, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,134.22,0.49,0.02 !ESTRATO 6, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,139.50,0.49,0.02 !ESTRATO 7, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,144.23,0.49,0.02 !ESTRATO 8, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,148.54,0.49,0.02 !ESTRATO 9, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,152.51,0.49,0.02 !ESTRATO 10, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,156.18,0.49,0.02 !ESTRATO 11, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,159.62,0.49,0.02 !ESTRATO 12, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.78,146.77,0.49,0.01 !ESTRATO 1, RELLENO REGION DERECHA  
1.00,1.78,168.59,0.49,0.01 !ESTRATO 2, RELLENO REGION DERECHA  
1.00,1.78,182.83,0.49,0.01 !ESTRATO 3, RELLENO REGION DERECHA  
1.00,1.78,193.66,0.49,0.01 !ESTRATO 4, RELLENO REGION DERECHA  
1.00,1.78,202.50,0.49,0.01 !ESTRATO 5, RELLENO REGION DERECHA  
1.00,1.95,85.76,0.49,0.02 !ESTRATO 1, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,101.99,0.49,0.02 !ESTRATO 2, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,112.87,0.49,0.02 !ESTRATO 3, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,121.28,0.49,0.02 !ESTRATO 4, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,128.24,0.49,0.02 !ESTRATO 5, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,134.22,0.49,0.02 !ESTRATO 6, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,139.50,0.49,0.02 !ESTRATO 7, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,144.23,0.49,0.02 !ESTRATO 8, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,148.54,0.49,0.02 !ESTRATO 9, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,152.51,0.49,0.02 !ESTRATO 10, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,156.18,0.49,0.02 !ESTRATO 11, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA  
1.00,1.95,159.62,0.49,0.02 !ESTRATO 12, CIMENTACIÓN REGIÓN IZQUIERDA

# APÉNDICE B

Es bien sabido que el trabajo experimental involucra una gran inversión de tiempo así como de recursos humanos y materiales, que ha generado que se desarrollen pocos estudios de este tipo, comúnmente patrocinados para investigaciones con hipótesis, objetivos y metodologías muy específicas. Debido a lo anterior, y después de una extensa búsqueda realizada a nivel internacional en la literatura especializada relacionada con pruebas de laboratorio y campo para conocer la respuesta sísmica de muros de retención que pudieran utilizarse para fines de calibración del modelo numérico desarrollado en esta investigación doctoral, se hallaron pocos artículos y publicaciones que, sin embargo, no tenían relación alguna con lo planteado en este trabajo.

Entre los artículos hallados se encontraron principalmente resultados experimentales de pruebas realizadas a muros cedentes, utilizados para calibrar modelos relacionados con el método del equilibrio límite. Otro grupo importante de estudio son los muros en cantiliver y tablestacas, que permiten la flexión del muro, así como muros de “tierra armada”, que es como se denominan a los muros construidos con geosintéticos de refuerzo. Estos casos son los más

representativos; sin embargo existen una gran variedad de experimentos muy originales como los que se realizaron para conocer el comportamiento de neumáticos de autos como muros, otros relacionados con el fenómeno de licuación de arenas y varios más cuyos resultados no incluyen los parámetros que requiere el modelo propuesto en esta tesis.

Con la finalidad de establecer las bases para la construcción de un dispositivo que permita el estudio de muros de retención sometido a solicitaciones sísmicas, en este apéndice se presenta un estudio sobre las características y funcionamiento de una mesa vibratoria para fines académicos capaz de reproducir el comportamiento de un evento sísmico.

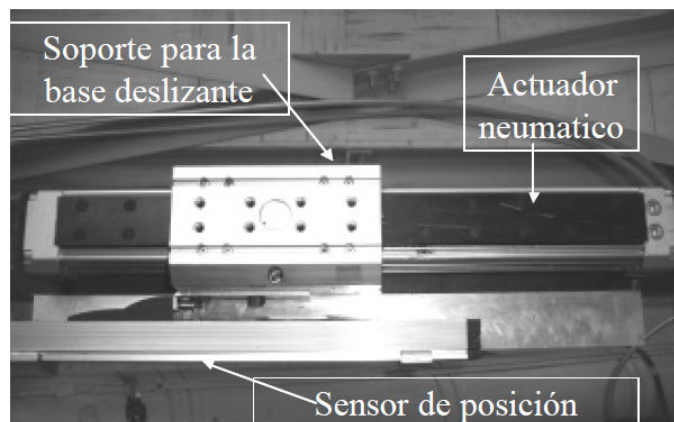
En la literatura especializada, el término “mesa vibradora” es utilizado de manera genérica y global, sin poder identificar a priori las características o los fines para los que fue construida. La versión más simple de una mesa vibratoria la constituye una tabla de madera sobre ruedas que puede ser sacudida a mano. Una variante un poco más sofisticada utiliza bandas de hule para crear un sistema de transmisión simple que permita mover una tabla sobre bujes o baleros. Las mesas anteriormente mencionadas pueden ser fabricadas prácticamente de manera casera y son simples, baratas y seguras, aunque de movimiento limitado. El nivel siguiente consiste en mecanizar el movimiento de la mesa, para lo cual puede instalarse como motor de la transmisión un taladro de velocidad variable, que permita regular las sacudidas de manera fácil, aunque por tiempo limitado, debido a que estas herramientas no pueden ser utilizadas por largos periodos sin el riesgo de quemar el motor.



**Figura B.1.** Mesa vibratoria controlada por un taladro (Walch et al, 2001)

La desventaja de este tipo de mesas es que sus movimientos simples no representan la complejidad de movimientos de un sismo real, requeridos para investigaciones como la presentada en esta tesis.

Una solución es utilizar un actuador neumático con doble efecto para controlar el movimiento de avance y retroceso, con un sistema de válvulas y tuberías que forman el sistema de funcionamiento del actuador. Debido a la complejidad de estos equipos y de los movimientos que se requieren, todo el sistema mecánico debe ser controlado a través de una computadora.

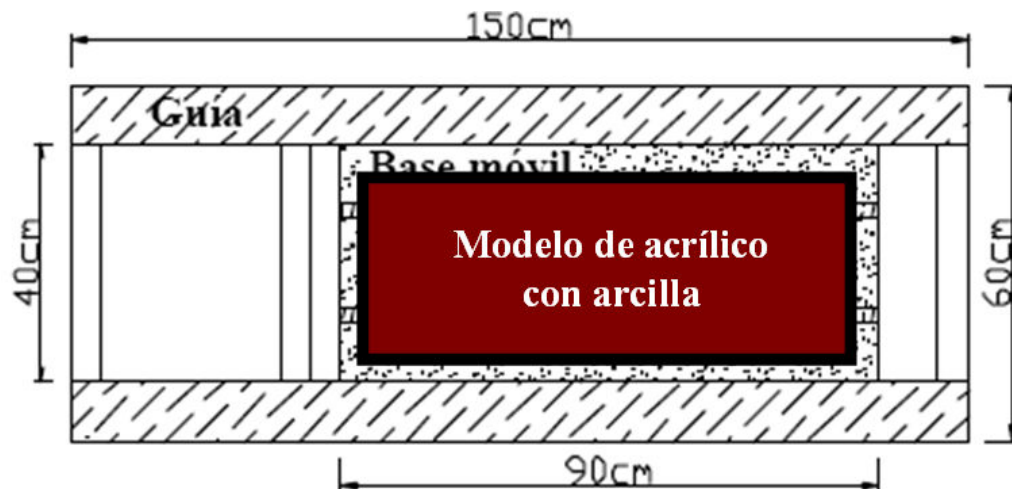


**Figura B.2.** Mesa vibratoria controlada por un actuador neumático (Botero, 2004)

Asimismo, se requieren de sensores electrónicos que permitan la adquisición de los datos de los parámetros que se pretende monitorear en el experimento, que para fines de los muros de retención son fuerzas o presiones, desplazamientos y aceleraciones en varias partes del muro, el relleno y el suelo de cimentación. Estos sensores deben tener la capacidad de medir los parámetros en tiempo real. Debido a la complejidad de su funcionamiento, el monitoreo de estos sensores se hace comúnmente mediante una tarjeta electrónica y una interfaz con la computadora, que permita graficar y manipular los resultados obtenidos.

Un aspecto importante que debe tomarse en consideración son las dimensiones de la mesa vibratoria y la frecuencia máxima a la que se puede desplazar el actuador, ambos aspectos fuertemente interrelacionados como a continuación se explica.

Considere una mesa vibratoria con las dimensiones mostradas en la figura, en la que se pretende ensayar un modelo de un muro de retención de acrílico que soporta un relleno de arcilla de 0.75 x 0.25 x 0.25 m (largo x ancho x alto).



**Figura B.3.** Dimensiones de la mesa vibratoria y del modelo de muro de retención propuestos.

Si se considera que el peso volumétrico de la arcilla es de  $1,400 \text{ kg/m}^3$ , el modelo del muro propuesto con un volumen de  $0.47 \text{ m}^3$ , pesaría aproximadamente 65 kg, que puede considerarse como un peso apropiado para manejar en el laboratorio.



Si se considera ahora que la velocidad de ondas de corte,  $V_s$ , de la arcilla tiene un valor típico de 85 m/s, entonces el periodo fundamental de vibración,  $f_o$ , del relleno de altura  $H$ , puede calcularse de la siguiente manera.

$$f_o = V_s / 4H = (85 \text{ m/s}) / (4 \times 0.25 \text{ m}) = \underline{85 \text{ Hz}}$$

Es decir, que si se pretende conocer la respuesta en la frecuencia fundamental de un modelo de muro como el propuesto el actuador debería tener la capacidad de moverse con esa frecuencia, que está fuera del rango de los actuadores disponibles comercialmente, cuya frecuencia máxima anda alrededor de los 2 Hz.

Si se desea entonces probar un modelo de muro con relleno de arcilla con las características ya mencionadas, cuya frecuencia fundamental sea de 2 Hz, considerando las mismas dimensiones de la mesa propuesta, la altura del muro sería de:

$$H = V_s / 4 f_o = (85 \text{ m/s}) / (4 \times 2 \text{ Hz}) = \underline{10.6 \text{ m}}$$

Un modelo con estas dimensiones, además de ser impráctico debido a que su relación alto (10.6 m) entre ancho (0.25 m) generaría efectos impredecibles, pesaría más de 2,700 kg.

Entonces si se desea utilizar la mesa con el actuador propuesto de 2 Hz de frecuencia máxima y con las dimensiones propuestas, el relleno debería ser de un material que tenga una velocidad de ondas de corte de 2 m/s que no corresponde a ningún material térreo.

Finalmente, se deben seleccionar los materiales adecuados que formarán la mesa y su estructura de soporte, los elementos de sujeción de la estructura y la cimentación adecuada, considerando el nivel de vibraciones a las que estará sujeta y los posibles problemas de interacción entre la cimentación y la mesa.

A continuación se proporcionan direcciones de Internet de instituciones académicas y de investigación relacionadas con la ingeniería sísmica en donde se pueden consultar las características de las mesas vibratorias desarrolladas y los experimentos en ellas desarrolladas.

<http://web.ics.purdue.edu/~braile/edumod/building/building.htm>

[http://peer.berkeley.edu/laboratories/shaking\\_table.html](http://peer.berkeley.edu/laboratories/shaking_table.html)

<http://nees.org/sites-mainpage/laboratories/shaketablelabs>

<http://webshaker.ucsd.edu/>

<http://www.iingen.unam.mx/es-mx/Investigacion/Laboratorios/Paginas/MesaVibradora.aspx>

<http://especiales.universia.net.co/investigacion/destacado/prueba-sismica-en-eafit.html>

<http://www.idia.unsj.edu.ar/mesa.htm>