



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

## Facultad de Ingeniería

**Análisis comparativo entre el método de correlación lineal múltiple y la distribución de probabilidad de Gumbel para el cálculo de las curvas intensidad-duración-periodo de retorno.**

### TESIS PROFESIONAL

Para obtener el título de

### INGENIERO CIVIL

PRESENTA:

Eduardo Antonio Fuentes Palacios

DIRECTOR DE TESIS:

Dra. Ma. Del Rosío Ruíz Urbano



Ciudad Universitaria, México, Abril 2013



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



# Dedicatoria

---

A Dios, que me regala la vida y siempre me bendice.

A mi madre, todo lo que soy y seré es gracias a ella.

A un amigo que siempre estará con nosotros, Adolfo Méndez Zamora.



## Agradecimientos

---

Gracias a mi hermana que es mi compañera y amiga para toda la vida y a toda mi familia que son mi soporte y aliento. A mis amigos, a mis maestros. A la UNAM, que nos brinda una educación integral para ser personas que contribuyan al desarrollo del país. A todas aquellas personas que me brindaron información para la realización de esta investigación. En especial, al Ingeniero Francisco Meoño y a la Dra. Ruiz Urbano, quien en todo momento me brindó su apoyo y asesoría para la elaboración de esta tesis.



## Índice

<b>Introducción .....</b>	<b>6</b>
<b>1 Componentes del tema .....</b>	<b>7</b>
<b>1.1 Justificación .....</b>	<b>7</b>
<b>1.2 Objetivos .....</b>	<b>8</b>
1.2.1 Objetivo general .....	8
1.2.2 Objetivos particulares .....	8
<b>1.3 Hipótesis .....</b>	<b>8</b>
<b>1.4 Marco Teórico .....</b>	<b>9</b>
<b>1.5 Diseño de la Investigación .....</b>	<b>12</b>
1.5.1 Tipo de Investigación .....	12
1.5.2 Diseño de Investigación .....	13
1.5.3 Población .....	13
<b>2 Conceptos Generales .....</b>	<b>14</b>
<b>2.1 El ciclo Hidrológico y la distribución del agua.....</b>	<b>14</b>
<b>2.2 Medición de la precipitación .....</b>	<b>16</b>
2.2.1 Pluviómetros .....	16
2.2.2 Nivómetros.....	19
2.2.3 Totalizadores .....	20
2.2.4 Pluviógrafos.....	21
2.2.5 Radar meteorológico .....	25
<b>2.3 Curva masa acumulada .....</b>	<b>26</b>
<b>2.4 Algunos conceptos de probabilidad y estadística.....</b>	<b>29</b>
<b>2.5 Periodo de retorno .....</b>	<b>31</b>
<b>3 Curvas intensidad-duración-periodo de retorno .....</b>	<b>34</b>
<b>3.1 Definición.....</b>	<b>34</b>
<b>3.2 Implicaciones de las curvas.....</b>	<b>35</b>
<b>3.3 Métodos para su obtención .....</b>	<b>36</b>
3.3.1 Método de correlación lineal múltiple .....	36



3.3.2	Método intensidad de lluvia-período de retorno.....	37
<b>4</b>	<b>Método de Correlación Lineal Múltiple .....</b>	<b>38</b>
4.1	Modelo de Regresión Lineal Simple .....	38
4.2	Obtención de los estimadores mínimo-cuadráticos.....	42
4.3	Regresión Lineal Múltiple.....	44
4.4	Coefficiente de Correlación Múltiple .....	46
4.5	Calculo de las Curvas i-d-T para un caso práctico .....	47
<b>5</b>	<b>Distribución de Probabilidad de Gumbel .....</b>	<b>60</b>
5.1	Estadística Hidrológica .....	60
5.2	Tratamiento probabilístico de la información hidrológica.....	61
5.3	Ajuste a una distribución de probabilidad .....	63
5.4	Distribución de Probabilidad de Valores Extremos Tipo I o de Gumbel .....	64
5.5	Calculo de las Curvas i-d-T para un caso práctico .....	67
<b>6</b>	<b>Análisis comparativo del caso practico .....</b>	<b>73</b>
6.1	Comparación de resultados.....	73
6.2	Discusión.....	75
<b>7</b>	<b>Conclusiones.....</b>	<b>76</b>
	<b>Bibliografía .....</b>	<b>79</b>
	Anexo A.....	81
	Anexo B .....	88
	Anexo C .....	91



# Introducción

---

En los últimos años, el aumento desmedido de la población mundial, ha originado un incremento en el uso y aprovechamiento de los recursos hidráulicos, así como también una gran actividad y profusión de los conocimientos científicos y tecnológicos acerca del agua.

Las reflexiones anteriores justifican plenamente el intento de llevar a cabo una obra que trate acerca de estos conocimientos técnicos del agua y un tema en específico muy importante dentro de estos conocimientos técnicos son las curvas de intensidad-duración-periodo de retorno, curvas que son una gran herramienta en el diseño de obras hidráulicas y que son indispensables para la seguridad de muchas personas que viven en ciudades con problemas de desbordamientos o inundaciones.

El presente trabajo cuenta con información básica de hidrología, la forma de medir la precipitación de la lluvia, interpretar esa información para que sea de utilidad, conceptos de probabilidad y estadística y el concepto de periodo de retorno.

Se dedica un capítulo completo a la definición y las implicaciones prácticas de las curvas, así como a los métodos que se utilizan para su obtención, posteriormente se aborda dos de estos métodos para su obtención, el método de correlación múltiple: el modelo de regresión y todo su fundamento matemático.

El siguiente capítulo trata el método estocástico de distribución de probabilidad de Gumbel, una explicación del tratamiento de la información estadística de la hidrología y el origen de su modelo de distribución.

En ambos métodos se aplica la metodología para un caso práctico con la información pluviométrica de la ciudad de Tapachula Chiapas, se explica paso a paso la secuencia de cálculo, se analiza la información disponible y si es necesario los factores que se tuvieron que utilizar debido a la falta de veracidad en la información disponible y finalmente se grafican los resultados obtenidos.

También se analizaron y compararon los resultados obtenidos por ambos métodos y se mostraron las principales diferencias y similitudes, cuantitativas y cualitativamente.

Finalmente se dedicó un capítulo para las conclusiones y recomendaciones en base a los resultados obtenidos y el análisis comparativo entre los dos métodos para la obtención de las curvas.



# 1 Componentes del tema

---

## 1.1 Justificación

La necesidad de avenidas de proyecto -para diseñar obras, estimar erosión de suelos o prevenir daños por inundación- choca casi siempre con la insuficiencia estadística de los registros y lleva a evaluar indirectamente el caudal mediante modelos lluvia-escorrentamiento, alimentados por tormentas hipotéticas críticas.

Si bien incluyen otros componentes, esas avenidas de diseño parten de un vínculo esencial entre los principales rasgos de la lluvia (duración, altura de precipitación, frecuencia): la función i-d-T. Puesto que la probabilidad de ocurrencia de un evento o tormenta dada está condicionada por la persistencia de éste, el problema consiste en identificar el algoritmo que relaciona tres variables: la intensidad,  $i$ , la duración,  $d$ , y el periodo de retorno,  $T$ .

Ese vínculo esencial para encontrar el algoritmo que relacione las tres variables básicamente tiene dos formas de hacerse, la primera es predecible o determinística, esto significa que las observaciones del proceso están correlacionados con los valores de observaciones adyacentes y las propiedades estadísticas de todas las observaciones no son iguales.

La otra forma de hacer este vínculo es de manera aleatoria, un proceso de este tipo se conoce con el nombre de proceso estocástico. Cuando no existe correlación entre observaciones adyacentes como es el caso, la salida de un sistema hidrológico es independiente del espacio e independiente del tiempo.

Es en los párrafos anteriores en donde surge la importancia de hacer una comparación y un análisis de estas dos maneras de tratar la estadística hidrológica, es decir, obtener las curvas de





intensidad-duración-periodo de retorno, de una forma determinística y otra aleatoria, además debido a la poca cantidad de estaciones pluviográficas que existen en el país en comparación con las pluviométricas, surge la necesidad de determinar el trato estadístico que se hará ya sea determinístico o aleatorio dependiendo de la información con que cuente la región a realizar las curvas, se hará un análisis cuidadoso de los resultados obtenidos y se puntualizará las principales diferencias entre las consideraciones que hacen una y otra.

Este análisis permitirá tener un criterio más certero y actualizado a los ingenieros que diseñan obras hidráulicas para escoger el método que les permitirá tener resultados más precisos y apegados a las condiciones extremas de los fenómenos meteorológicos.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivo general

Obtener, comparar y analizar los resultados de dos metodologías para la obtención de las curvas intensidad-duración-periodo de retorno, utilizando un caso práctico en la zona de Tapachula, Chiapas, México.

### 1.2.2 Objetivos particulares

- Comparar dos maneras de tratar la estadística hidrológica, una determinística y la otra aleatoria.
- Conocer que método se ajusta más a ciertas necesidades de diseño de obras hidráulicas.
- Analizar las características de cada método para la obtención de las curvas.
- Obtener las curvas de intensidad-duración-periodo de retorno aplicables a la ciudad de Tapachula Chiapas, aplicables al diseño de obras hidráulicas de la ciudad (drenaje, canal, presa, etc.).

## 1.3 Hipótesis

- Los resultados obtenidos entre un método y otro serán semejantes entre sí.



## 1.4 Marco Teórico

El Servicio Meteorológico Nacional realiza el registro de la precipitación en México a través de las siguientes redes de medición: La red de estaciones meteorológicas convencionales, administrada por la Gerencia de Aguas Superficiales e Ingeniería de Ríos (GASIR); la red de Estaciones Meteorológicas Automáticas (EMAS), la red de observatorios meteorológicos, y la red de Estaciones Sinópticas Meteorológicas (ESIMES), administradas éstas tres últimas por el SMN. En materia de información climatológica la base de datos CLICOM (CLIma COMputarizado) como se muestra en la Figura 3 almacena la información histórica tanto institucional (GASIR y Observatorios Meteorológicos) como la proporcionada por otras dependencias como la Comisión Federal de Electricidad y la Secretaría de Agricultura. La Figura 1 y la Figura 2 muestran la distribución de estas redes.



Figura 1.- Distribución de estaciones climatológicas convencionales (GASIR)

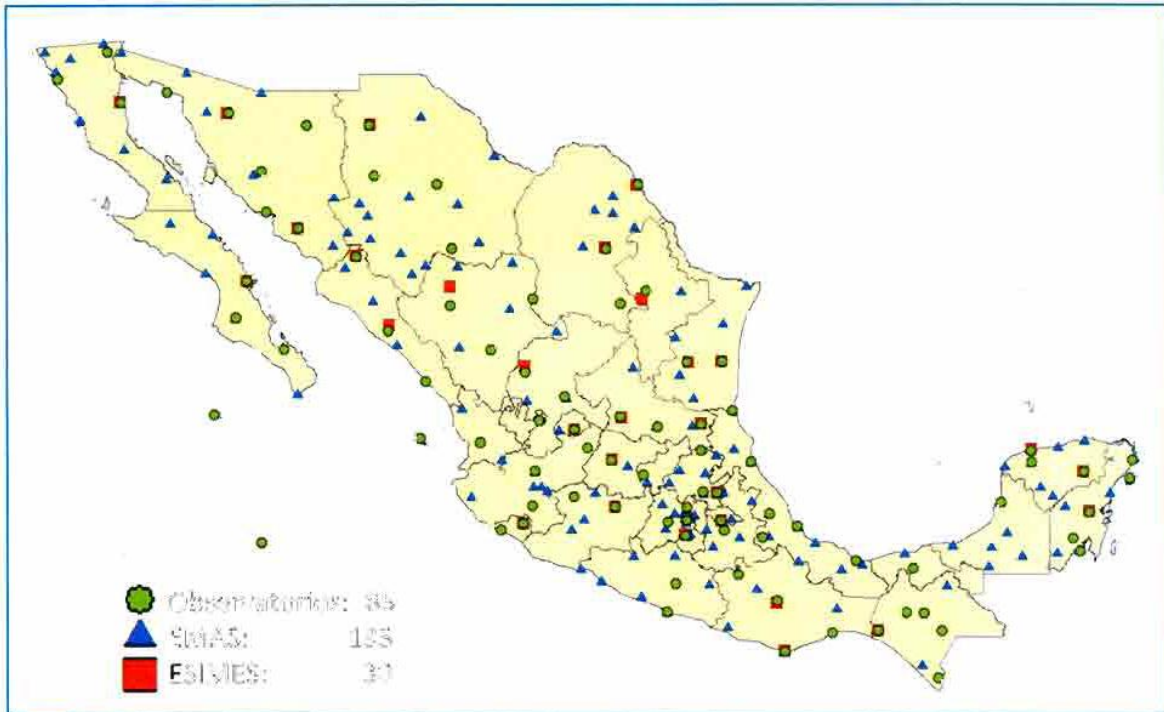


Figura 2.- Distribución actual de Observatorios Meteorológicos, EMAS y ESIMES

Las complejas características de los procesos naturales que tienen relación con los fenómenos hidrológicos hacen difícil y prácticamente inabordable el análisis de éstos mediante un razonamiento deductivo riguroso; entonces, casi nunca es posible partir de una ley básica y determinar con base a ella el resultado hidrológico necesario. Debido a esto último, es necesario partir de un conjunto de datos observados del fenómeno hidrológico bajo estudio, analizarlos estadística y probabilísticamente para establecer las normas que rigen tal fenómeno, en general, las soluciones a los problemas que se plantean en la hidrología se obtienen a través de los análisis estadísticos y probabilísticos de la información disponible.

Es a partir de estas redes que el Servicio Meteorológico Nacional y la GASIR han apoyado la toma de decisiones tanto para la formulación de políticas y lineamientos en materia de administración del agua en México como para el diseño y operación de diversas obras hidráulicas, ya que la adquisición de datos es fundamental para el soporte y toma de decisiones, de manera tal que la continuidad de las mediciones y su confiabilidad es de vital importancia.

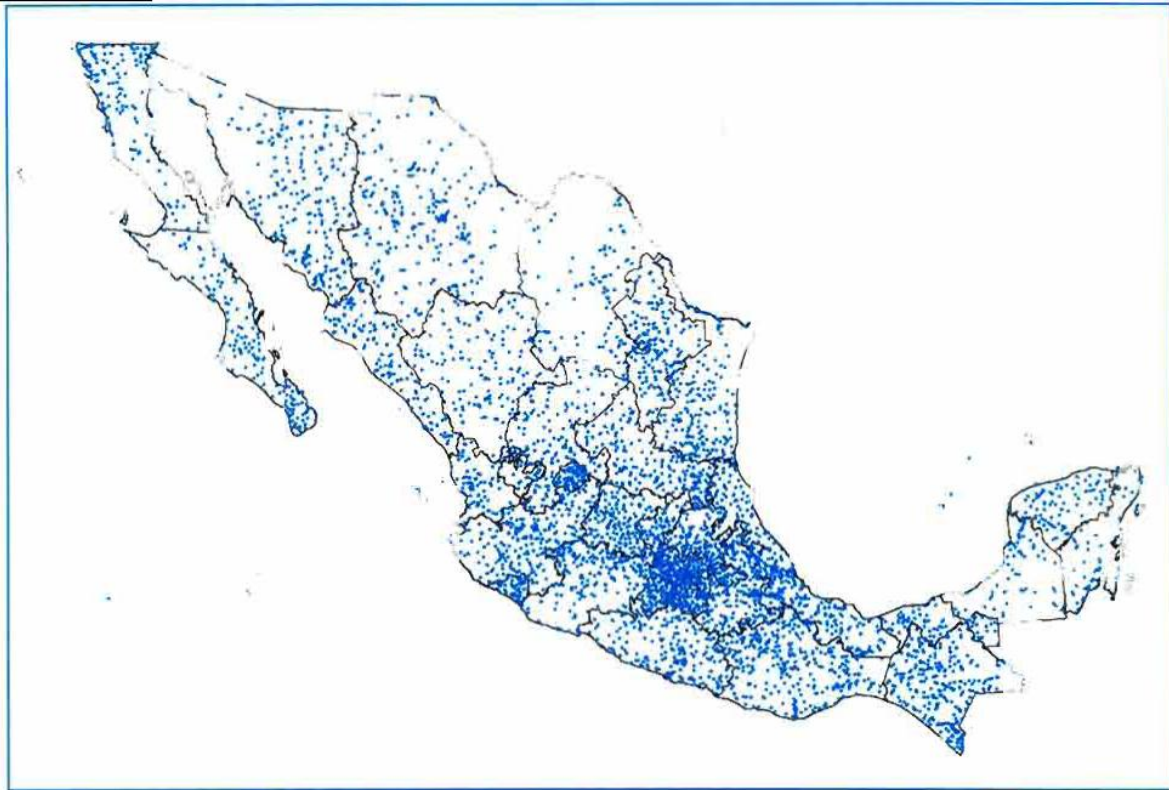


Figura 3.- Red de estaciones climatológicas CLICOM

Por tanto, la prevención de los riesgos climatológicos se realiza recurriendo a la observación de información meteorológica correspondiente a largos periodos de tiempo, que permite distinguir cuales valores pueden ser considerados como habituales (próximos a los valores medios normales) y aquellos que por su marcada diferencia, se vinculan con el riesgo de ocurrir un acontecimiento no deseado.

La lluvia está definida por tres variables: la intensidad, la duración y el periodo de retorno. La intensidad es la lámina o profundidad total de lluvia ocurrida durante una tormenta. De esta forma, la altura de la lámina de agua caída en el lugar de la tormenta, incorpora la cantidad de lluvia precipitada y la duración del evento. Mientras que el periodo de retorno, es la frecuencia, o intervalo de recurrencia, es decir, el número de años promedio en el cual el evento puede ser igualado o excedido cuando menos una vez. En el entendido, que el riesgo es mayor, cuanto menor es el periodo de retorno o recurrencia.

La relación probabilística entre la intensidad de la lluvia, su duración y frecuencia, es usualmente presentada en forma de gráficas. Estas representaciones son generalmente referidas como curvas de intensidad-duración-periodo de retorno, que resultan de unir los puntos que especifican la intensidad de la lluvia, en intervalos de diferente duración y, también en distintos periodos de retorno.



No solo es importante considerar la cantidad de lluvia que cae en el año, sino también la época en que se presentan las máximas precipitaciones. La temporada lluviosa en la mayor parte de nuestro país, se presenta en la mitad caliente del año. Así, las áreas del territorio nacional que presentan un régimen de lluvia durante esta época, las designa como de lluvias de verano. Al respecto, las zonas del país que presentan un régimen de lluvias de verano, son aquellas que tienen porcentajes de lluvia invernal menores del 10.2% de la anual. Esto debido a que durante el verano dominan los vientos alisios, que introducen una gran cantidad de humedad que recogen al pasar por las aguas cálidas del Golfo de México. También contribuyen los ciclones tropicales; estos fenómenos atmosféricos, que por la influencia monzónica invaden el territorio de México, y que provienen tanto del Océano Pacífico como del Atlántico, produciendo vientos destructivos y lluvias torrenciales. En este sentido, la temporada de ciclones en la República Mexicana se extiende de mayo a octubre.

En varias regiones del mundo y de México se está teniendo una disminución en la precipitación acumulada anual (incremento de sequías) y un incremento de eventos de precipitaciones extremas como son las tormentas intensas con las consecuentes inundaciones repentinas.

Estos dos efectos del calentamiento global tienen graves consecuencias, sobre todo en las poblaciones más vulnerables.

El incremento de precipitaciones extremas ha sido relacionado al calentamiento global debido a que una atmósfera más caliente puede retener una mayor cantidad de vapor de agua, el cual al enfriarse puede provocar que se presenten lluvias torrenciales.

Las curvas de intensidad-duración-periodo de retorno actuales de la Comisión Nacional del Agua subestiman las probabilidades de ocurrencia e intensidades de lluvias extremas que han estado rebasando la capacidad de la infraestructura de control de inundaciones.

Los parámetros de diseño de nueva infraestructura hidráulica (drenaje pluvial, diques, etc.) tomados de las curvas i-d-T de la Comisión Nacional del Agua no cumplen con las condiciones actuales y futuras ante los escenarios de calentamiento global.

## **1.5 Diseño de la Investigación**

### **1.5.1 Tipo de Investigación**

La presente investigación por las características que presenta, se considera de tipo documental, ya que constituye una estrategia donde se observa y reflexiona sistemáticamente sobre realidades (teóricas o no) usando para ello diferentes tipos de documentos. El tipo de investigación indaga, interpreta, presenta datos e informaciones sobre un tema determinado de cualquier ciencia, utilizando para ello, una metódica de análisis; teniendo como finalidad obtener resultados que pudiesen ser base para el desarrollo de la creación científica.



### 1.5.2 Diseño de Investigación

El diseño de una investigación determina las etapas a seguir para concretar en el orden metodológico el conocimiento requerido, tomado en cuenta la estructura real del proceso y su apoyo en un modelo teórico del cual se parte para abordar la realidad del estudio. El diseño pretende estructurar la consecución del estudio, con la finalidad de ejercer el control sobre su desarrollo y de esta manera, encontrar resultados confiables y su relación con la interrogante surgida del planteamiento del problema.

Vamos a conocer la definición y las implicaciones que tienen las curvas de intensidad-duración-periodo de retorno, estudiar los dos métodos a analizar en este trabajo, de que principios de la estadística y la probabilidad se fundamentan, los parámetros que toman en cuenta y analizar con profundidad los resultados que nos arrojaran una y otra, a lo cual se refiere la presente investigación, es de diseño no experimental, ya que no se manipula deliberadamente la variable y los fenómenos se observan tal y como se dan en su contexto natural, para después analizarlos en conjunto, es decir, no se crearán hechos irreales, ni se manipula la variable intencionalmente para obtener resultados específicos.

### 1.5.3 Población

La población, en términos investigativos y metodológicos, hace referencia al conjunto de todos los casos que concuerdan con determinadas especificaciones. Es un conjunto finito de elementos o unidades (personas, organizaciones, instituciones, documentos, variables, otros) a los cuales se refiere una investigación; visto de esta manera, la población es el conjunto de unidades a las cuales se refieren las conclusiones o generalizaciones obtenidas. En este contexto, una población está determinada por sus características definitorias, por tanto, el conjunto de elementos que posea estas características se denomina población o universo. Población es la totalidad del fenómeno a estudiar en donde las unidades poblacionales poseen una característica común, la cual se estudia y da origen a los datos de la investigación.

Como se desprende de lo anterior, la población de esta investigación, comprendería todas las tormentas originadas en la región incluso de las que no se tiene un registro de su ocurrencia, sin embargo, ya que por obviedad no se cuenta con un registro de todas las tormentas mencionadas se tomó una muestra de la población que está representada por los registros de pluviógrafos y pluviómetros desde 1989 hasta el 2012.





## 2 Conceptos Generales

### 2.1 El ciclo Hidrológico y la distribución del agua

Conocer la distribución es importante para fines de aplicaciones científicas y socioeconómicas, como los relacionados con la elaboración de estudios climáticos, inicialización de modelos de pronóstico numérico del tiempo, gestión de recursos hídricos en agricultura y energía, prevención de inundaciones, etc.

La Figura 4 muestra un esquema de las complejas interacciones del ciclo del agua, el cual a su vez como componente de la hidrosfera interactúa con la atmósfera, la biósfera, litósfera y la criósfera, constituyendo un elemento esencial del sistema climático terrestre.



Figura 4.- Ciclo hidrológico del agua



Pese a que el agua cubre el 71% de la corteza terrestre, su disponibilidad promedio en el mundo es de 1,386 millones de km<sup>3</sup>, de los cuales el 97.5% es agua salada, y sólo el 2.5% es agua dulce, de la cual el 70% se encuentra en los glaciares, la nieve y el hielo. En cuanto a la disponibilidad del agua per cápita en el mundo. México ocupa el lugar 88 con 4,288 m<sup>3</sup>/hab./año, con variaciones regionales y estacionales importantes. El primer lugar lo ocupa Groenlandia con 10,432,562 m<sup>3</sup>/hab./año.

En México, el sureste recibe la mayor cantidad de la lluvia, registrándose en Tabasco precipitaciones medias anuales de 2,095 mm, Chiapas 1,768 mm y Campeche de 1,337 mm, mientras que, por otro lado, en el Noroeste se reciben 177 mm y solamente 160 mm en Baja California y Baja California Sur. Esta polaridad en los regímenes de precipitación en el país asociada al crecimiento demográfico permite clasificar al sureste como una región con un grado de presión hídrica escasa (menor a 10%), mientras que a excepción de Tamaulipas, el resto del territorio nacional muestra un grado de presión fuerte (mayor a 40%), como lo indica la Figura 5.

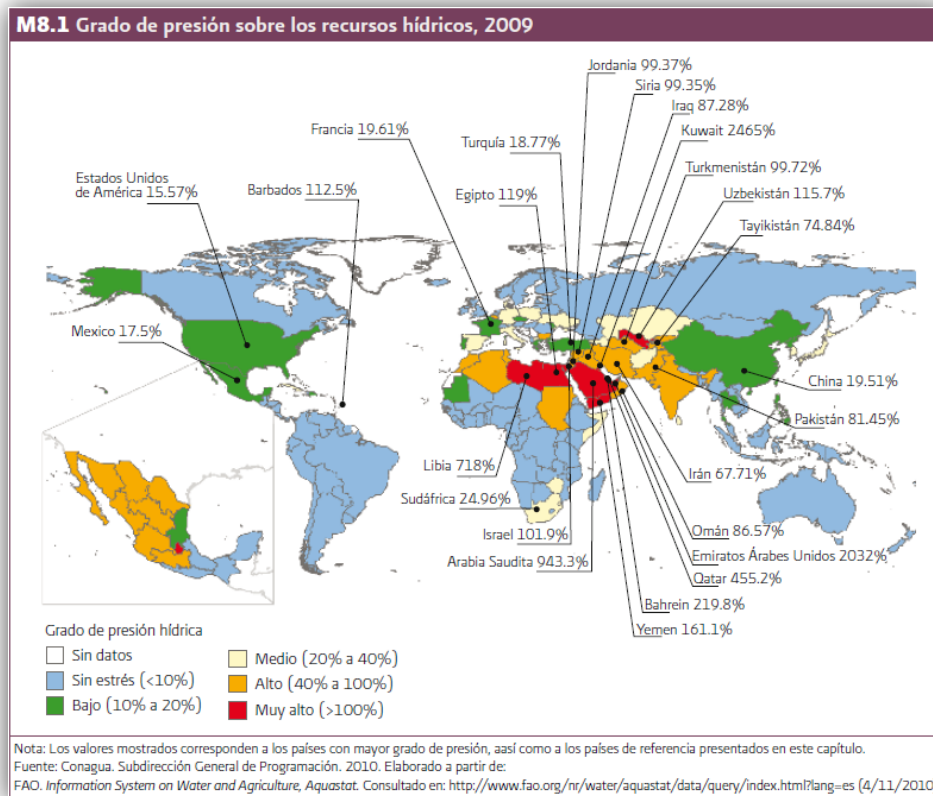







Figura 5.- Grado de presión sobre los recursos hídricos, 2009





## 2.2 Medición de la precipitación

Para la medida y registro de las precipitaciones se emplea un material de observación básica muy sencilla, pero de cierta diversidad y dificultad en cuanto a instalación, normas de empleo e interpretación de sus medidas.

- A. Para medir cantidades de precipitación:
  -  Pluviómetros
  -  Nivómetros
  -  Totalizadores
- B. Para registrar distribuciones de lluvia en el tiempo:
  -  Pluviógrafos
- C. Para medir la precipitación a distancia:
  -  Radar meteorológico

### 2.2.1 Pluviómetros

- a) *Pluviómetros ordinarios*. El aparato que tradicionalmente sirve para medir la precipitación propiamente dicha es el pluviómetro. En esencia, consiste en un cilindro recto, de sección conocida, con un borde agudo horizontal (boca) y un dispositivo para recoger el agua (colector). Entre éstos por lo general existe un embudo.

A continuación se describen las partes que lo conforman:

*Boca*. Generalmente su borde está hecho de material resistente a la intemperie. Suele consistir en un anillo biselado y cortante, de latón o bronce, por ser materiales suficientemente rígidos, como para que la superficie receptora se mantenga constante e inalterable a la intemperie para que no se deforme o corra.

*Colector*. Tiene una cámara de aire alrededor para evitar que se caliente el agua recogida y disminuir la evaporación. Debe tener poco contacto con el aire exterior.

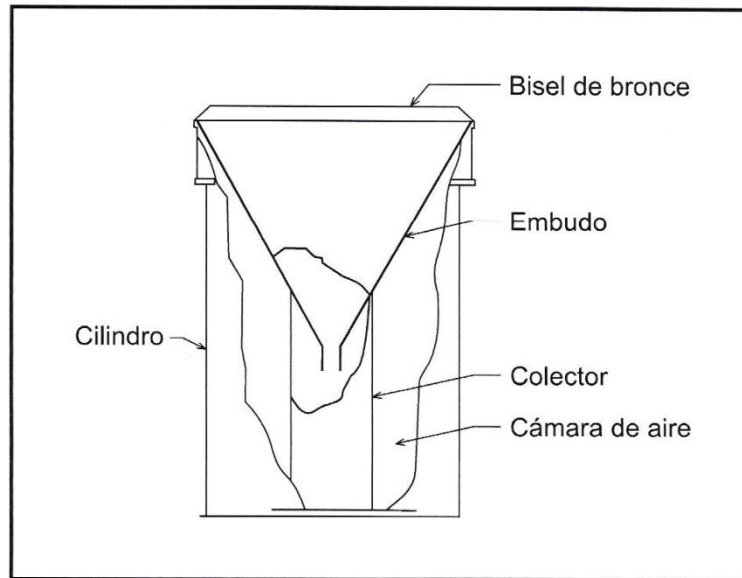


Figura 6.- Pluviómetro Ordinario

*Embudo.* En los pluviómetros que lo tienen sirve para canalizar el agua hacia el colector y simultáneamente lo tapa, evitando que la lluvia colectada se evapore.

*Probeta.* En muchos modelos de pluviómetros se hace la lectura de la precipitación vertiendo el agua recogida por el colector en un recipiente o tubo graduado llamado probeta y leyendo directamente sobre ella las unidades de altura de precipitación por el nivel que alcanza el agua. El fundamento de la graduación es sencillo, si la altura del agua precipitada es  $y$ , la sección de la probeta  $s$ , la superficie de la boca del pluviómetro  $S$  y la altura que el agua alcanza en la probeta  $l$ , se tiene:

$$Sy = sl$$

Por lo tanto,

$$l = \frac{Sy}{s}$$

Existen muy diversos tipos de pluviómetros: norteamericano, español, alemán, francés, belga, inglés, canadiense, etc. En principio, todos éstos son un mismo pluviómetro, lo que varía es la altura de la boca del aparato sobre el suelo, la situación del colector sobre la tierra o bajo tierra, la forma de hacer la lectura, etcétera.

*Tipo norteamericano.* Es un pluviómetro común y corriente. La altura de la boca sobre el suelo es de 762 mm, la medición se hace con una regla fina de acero que se introduce por la boca del pluviómetro, en el depósito colector, el cual a su vez tiene una sección que es 1/10 de la sección de la boca del colector o superficie receptora. El embudo se encuentra a ¼ de diámetro de la boca. El colector tiene su base prácticamente a nivel del suelo del pluviómetro. Cuando se desborda el colector, si la cantidad de precipitación es superior a su capacidad, el agua desbordada queda en la



armadura del pluviómetro. Se mide vertiéndola en el colector y tomando en éste la altura con la regla. La armadura está montada sobre un trípode de hierro.

*Tipo español y alemán (Hellman).* La superficie receptora es de  $200 \text{ cm}^2$ , de manera que  $1 \text{ mm}$  de lluvia corresponden  $20 \text{ cm}^3$  de agua recogida:

$$\begin{aligned} &200 \text{ cm}^2 \times 1 \text{ mm} \\ &200 \text{ cm}^2 \times 1 \text{ cm} = 20 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Las características más importantes respecto a su instalación son: que la boca del pluviómetro se encuentra a  $1.50 \text{ m}$  del suelo, que va sujeto por un soporte lateral a un poste cuyo extremo superior está cortado en bisel y que es fácilmente desmontable del soporte para hacer la lectura.

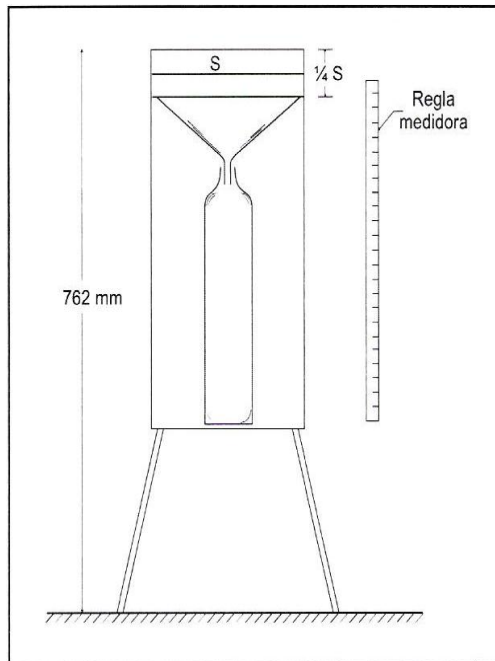


Figura 7.- Pluviómetro tipo norteamericano

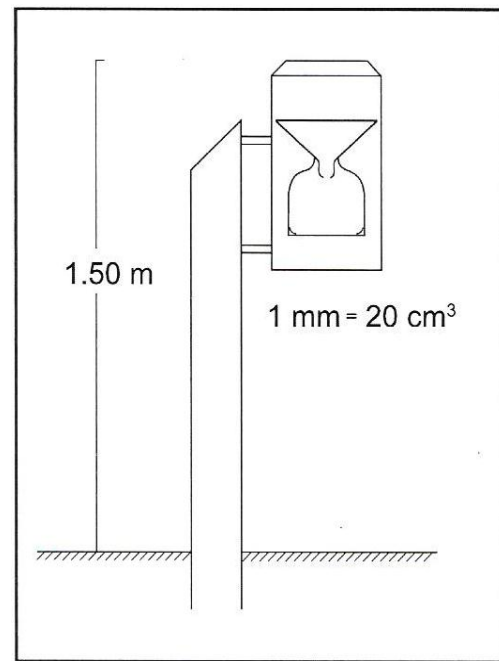


Figura 8.- Pluviómetro tipo Hellmann

- b) *Pluviómetros Tropicales.* Son aparatos análogos pero con el depósito colector bastante mayor para poder medir lluvias hasta de  $500 \text{ mm}$ . Por ejemplo, en un modelo Hellman el depósito debe tener una capacidad de  $500 \text{ mm} \times 200 \text{ cm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^3 = 10 \text{ dm}^3 = 10 \text{ litros}$ .



## 2.2.2 Nivómetros

Con los nivómetros se mide la nieve precipitada. Son necesarios cuando la cantidad de nieve es considerable y su fusión es más difícil. Son los mismos pluviómetros anteriores con algunas modificaciones. La más común es la supresión del embudo para aumentar su capacidad, y la colocación en el interior de dos tabiques verticales que se cortan normalmente a lo largo del eje del cilindro, esto evita que los remolinos del viento saquen la nieve recogida. Para facilitar la fusión de la nieve dentro del cilindro se pone cloruro de calcio anhídrido, también se puede fundir añadiendo agua caliente. En ambos casos se descuenta de la cantidad de agua medida de la substancia utilizada para fundir la nieve.

Existen nivómetros radioactivos, basados en el amortiguamiento que experimenta la intensidad de la radiación de un foco emisor al atravesar un cierto espesor de substancia, en este caso nieve, amortiguamiento que es proporcional a dicho espesor. El foco emisor suele estar constituido por una pequeña cantidad de material radiactivo encerrado en una capsula de plomo de gruesas paredes con una abertura en su porción superior. Dicha capsula queda alojada en el suelo y sobre su vertical, en el eje del haz de radiación, a suficiente distancia va un contador Geiger-Miller que registra la intensidad de radiación que llega hasta él, y puede emitir a su vez este registro.

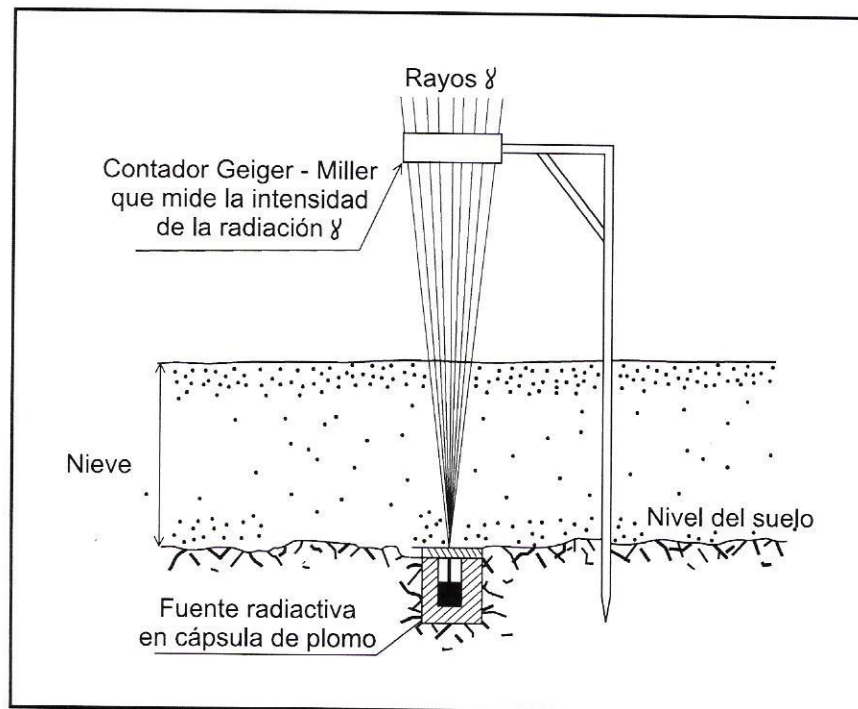


Figura 9.- Nivómetro radiactivo



### 2.2.3 Totalizadores

Tienen por objeto obtener una sola medida de la precipitación total caída en un cierto punto durante un largo periodo (un año hidrológico, un verano, un periodo de lluvias, etc.); existen diversos modelos que comúnmente coinciden en sus detalles generales de construcción y funcionamiento. Se instalan en lugares que sólo pueden visitarse con escasa frecuencia, normalmente una vez al año.

Uno de los variados tipos de totalizadores consta de un depósito de zinc de aproximadamente 150 litros de capacidad con boca de 200 cm<sup>2</sup> de sección, para recoger precipitaciones hasta de 7 500 mm. La boca está provista de un aro de latón de borde cortante. En el fondo lleva un tapón de rosca o un grifo. El depósito va metido en otro de chapa galvanizada que cumple con las siguientes misiones: a) soportar el depósito interior, b) el espacio entre ambos actúa como cámara de aire, evitando el enfriamiento o el calentamiento exagerado del interior, y c) sirve a este de protección.

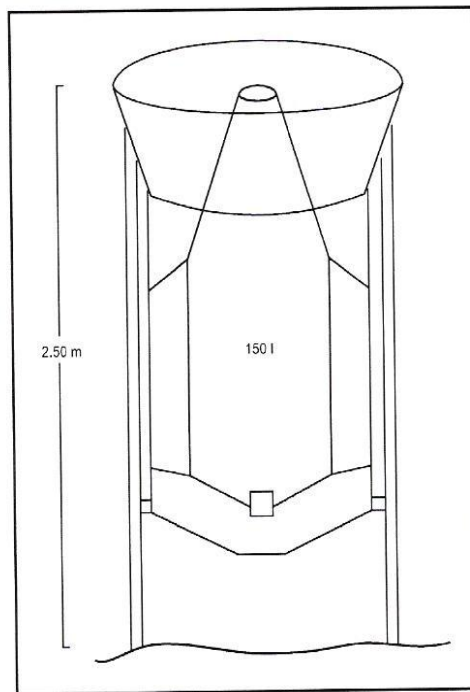


Figura 10.- Totalizador de montaña



## 2.2.4 Pluviógrafos

Son los instrumentos destinados a medir la distribución de la lluvia en el tiempo en un determinado lugar. Con ellos se conoce la cantidad de lluvia a través del tiempo y también su intensidad.

Hay cinco clases o tipos fundamentales:

- a) de flotador sin sifón automático,
- b) de flotador con sifón automático,
- c) de balanza,
- d) de oscilación,
- e) combinación de balanza y oscilación.

Ejemplo de cada tipo:

### *a) Pluviógrafo de flotador sin sifón automático*

El flotador tiene un vástago vertical provisto de salientes a intervalos iguales. En ellos se apoya un brazo que sujeta la plumilla y está unido a un eje horizontal por el otro extremo; este brazo lleva un dispositivo tal, que cuando la plumilla llega a la parte superior de la banda cae al de abajo. El depósito se vacía con un sifón que se carga dándole un impulso al flotador o añadiendo agua para cebarlo. Tiene como ventajas la sencillez y la falta de error acumulativo. Su inconveniente, como el de todos los pluviógrafos de flotador, es que éste puede ser dañado por las heladas.

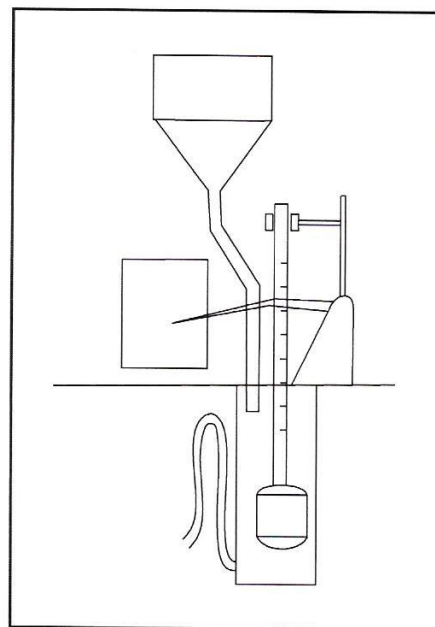


Figura 11.- Pluviógrafo sin sifón automático



b) *Pluviógrafo de flotador con sifón automático*

El sifón automático se ceba por sí mismo cuando la plumilla ha alcanzado su máxima altura, y al mismo tiempo ésta vuelve a cero.

En el tipo de pluviógrafo Hellman la lluvia caída escurre a un receptor que, una vez lleno, se vacía automáticamente por un sifón acodado. Los cambios de altura del agua en dicho receptor son registrados por una plumilla fijada a un vástago unido al flotador, cuyo movimiento, perfectamente vertical, está asegurado por unos carriles. El tambor da la revolución completa en una semana. La boca de este tipo de aparato, como la del pluviómetro, está situada a 1.50 m del suelo.

Para ajustar el cero, o lo que es lo mismo, regular el momento en que se vacía el receptor, puede variarse la altura del codo del sifón mediante un dispositivo. El sifón de este aparato tiene el inconveniente de que su descarga no es súbita, sino que se inicia con un goteo preliminar que evidentemente origina un error en el registro. En otros tipos de pluviógrafos esto se evita mediante otro tipo de sifones.

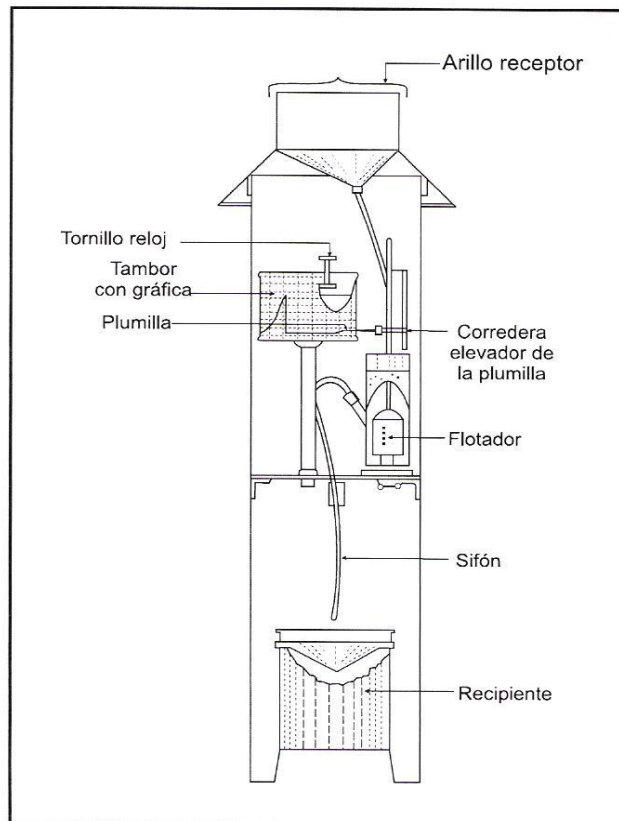


Figura 12.- Pluviógrafo de flotador con sifón automático tipo *Hellmann*



Como se indicó anteriormente, el inconveniente común de los pluviógrafos de flotador es que las heladas bloquean al flotador al solidificarse el agua del receptor. En los pluviógrafos Lambrecht, análogos a los que se citaron, este inconveniente está resuelto con una lámpara de infrarrojo instalada en el interior de la armadura donde se aloja el sistema de registro. Dicha lámpara se enciende por un termostato cuando la temperatura exterior se aproxima a los 0°C y lo apaga cuando ésta vuelve a subir.

*c) Pluviógrafo de balanza*

Es el más indicado en los países muy fríos, porque no resulta dañado por las heladas y, además, sirve de nivógrafo. El colector va colocado sobre el plato de un mecanismo tipo pesacartas que acciona la plumilla inscriptora. Un inconveniente son las vibraciones debidas al viento, que influyen en el registro; éstas se evitan con amortiguadores de aceite. Va provisto de dos dispositivos, lo cual permite la rápida substitución del colector cuando el que está colocado en el aparato se ha llenado.

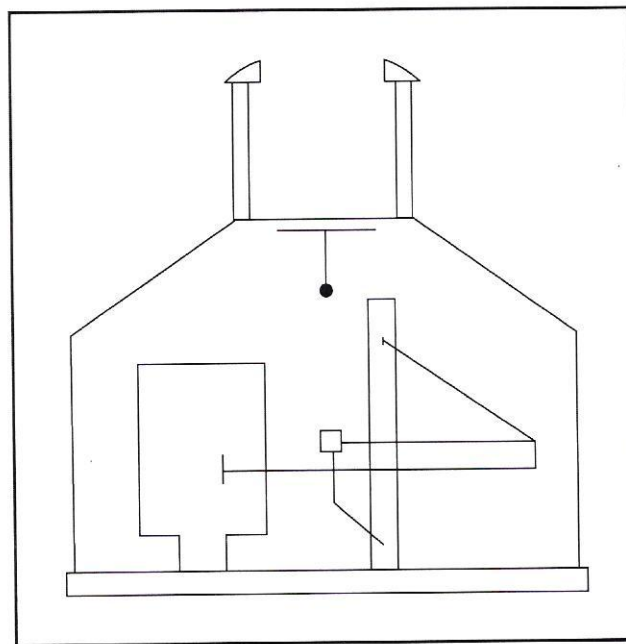


Figura 13.- Pluviógrafo de balanza

*d) Pluviógrafo de oscilación*

En ellos el agua es recogida por la boca cae en un depósito gemelo de otro, llamados canalones y montados ambos sobre un eje capaz de bascular alrededor de otro horizontal. Cada vez que los canalones oscilan se genera un movimiento en el engranaje que se transmite hasta la plumilla, la cual registra en la gráfica la altura de agua precipitada. En otros pluviógrafos con el mismo





principio, cuando uno de los canalones está lleno, el desplazamiento del centro de gravedad del sistema móvil le obliga a girar hasta tocar un contacto eléctrico, quedando entonces el otro canalón bajo la boca, repitiendo así la operación alternativamente. El registro puede hacerse en gráfica o a distancia, eléctricamente, este último también puede considerarse continuo, puesto que transcurre para efectuar el cambio de un canalón a otro es de aproximadamente 0.2 segundos, suficiente para generar un error en la medición, que aumenta con la intensidad de la lluvia. El error es de poca importancia para lluvias de intensidad inferior a 50 mm por hora, dándose muy pocas veces intensidades superiores.

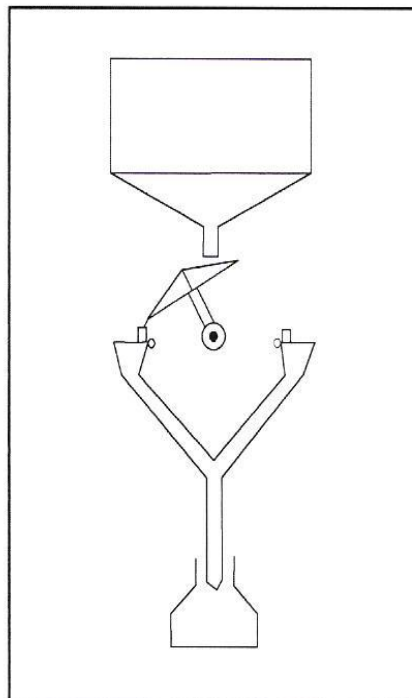


Figura 14.- Pluviógrafo de oscilación

*e) Combinación del pluviógrafo de balanza y el de oscilación*

El pluviógrafo Nilsson tiene un depósito con cuatro compartimientos a los que impide girar un tope que sostiene a cada uno de ellos. El sistema total está equilibrado por un peso y se mueve hacia abajo cuando la lluvia cae en uno de los compartimientos, elevando el peso y accionando la plumilla inscriptora. Cuando han caído 3 mm de lluvia, el tope suelta el depósito giratorio vaciando el agua y quedando el compartimiento siguiente en disposición de recoger el agua.

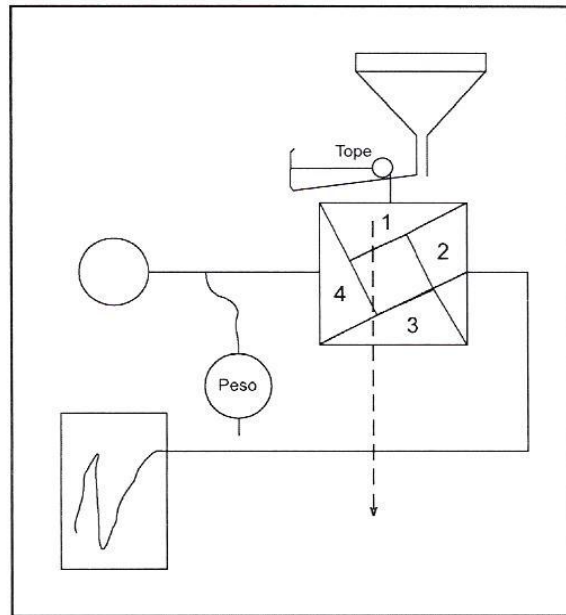


Figura 15.- Pluviógrafo combinación de balanza y de oscilación tipo Nilsson

### 2.2.5 Radar meteorológico

Las medidas de la precipitación mediante el radar se abocan a la altura y a la intensidad de la precipitación.

Por lo que respecta a la altura de la precipitación, se toman fotografías que proyectan el área del temporal que la produce; en éstas aparecen zonas luminosas de mayor o menor intensidad, de acuerdo con la variación de las intensidades del eco que se correlacionan con las precipitaciones acumuladas, de conformidad con las informaciones recibidas de las estaciones sinópticas. Con esta información se pueden trazar rápidamente las isoyetas.

En lo referente a la intensidad de la precipitación, en las pantallas del radar meteorológico el eco de las gotas de lluvia es distinto del producido por otros obstáculos y gotitas de las nubes, por lo que éste puede ser interpretado como intensidad de lluvia.

Los datos generados por el radar son de gran utilidad para el manejo de situaciones ocasionadas por fuertes precipitaciones. Por otro lado, representa un medio para efectuar medidas de precipitación en zonas inaccesibles.

En México la red de 133 estaciones automáticas administradas por el Sistema Meteorológico Nacional (SMN) aún es insuficiente para detectar la variabilidad espacial de la precipitación en el territorio nacional.



Tucci y Collischonn (2006) relacionan el grado de desarrollo de los países con el uso tecnológico, señalan que en los países desarrollados la precipitación se estima mediante la combinación de ellos de las tecnologías de radar o satélite o combinación de ellos, mientras que en los países en vías de desarrollo los datos telemétricos o de radar son aun de uso escaso. Señalan que las estimaciones de lluvia por satélite son más económicas pero que se necesitan una evaluación de su utilidad en función de los resultados; señalan que la estimación de la lluvia por satélite tiene un futuro importante para complementar la falta de estaciones de medición y restricciones presupuestales. Arreguin (2007) indica como algunos retos de México en la investigación, desarrollo tecnológico y formación de recursos humanos en materia hídrica, la implementación de modelos lluvia-escurrimiento de parámetros distribuidos para ser alimentados automáticamente con datos de radar-meteorológico, así como explotar los nuevos productos de estimación de lluvia con base en imágenes satelitales en la generación de productos que se puedan luego asociar con el riesgo de inundación.

### 2.3 Curva masa acumulada

La curva masa es la representación de la altura de precipitación acumulada a través del tiempo, desde el inicio de la tormenta hasta su terminación; se obtiene directamente del registro del pluviógrafo. En la Figura 25 se muestra la curva masa de una estación.

Cualquier tangente a la curva masa representa la intensidad de la lluvia,  $i$ , para ese instante, que se define como:

$$i = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

Dónde:

- $i$  Intensidad de la lluvia, en mm/h
- $\Delta P$  Incremento de la lluvia en el intervalo  $\Delta t$ , en mm
- $\Delta t$  Incremento de tiempo, en h

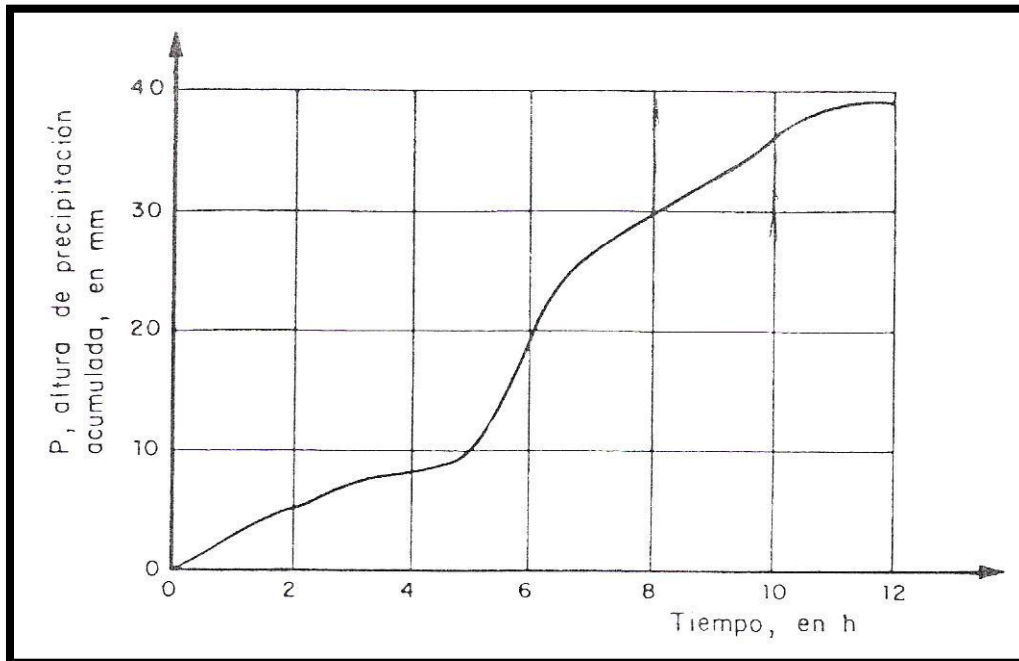


Figura 16.- Curva masa de una tormenta

Para diferentes intervalos de tiempo (duración) existirá un valor de intensidad máxima que se calcula mediante el procedimiento siguiente:

1. Se selecciona una duración de interés,  $d_i$ .
2. Con los valores de la curva masa se calculan las diferencias de precipitación,  $\Delta P_i$ , correspondientes a todas las parejas de puntos separados entre sí un tiempo  $d_i$ .
3. Se selecciona la diferencia máxima,  $\Delta P_{i_{max}}$ , y se divide entre el intervalo de tiempo a fin de encontrar la intensidad máxima correspondiente a dicho intervalo.
4. Se repite el proceso para otras duraciones.

Para obtener la curva masa en una estación es indispensable contar con un pluviógrafo, al llegar la plumilla al nivel máximo dentro del recipiente temporal (generalmente 10 mm de precipitación), el sifón desaloja el agua y la plumilla empieza a registrar nuevamente desde el nivel mínimo; para construir la curva masa se colocan los registros uno tras otro, es decir, como si el registro fuera continuo.

En la Figura 17 se muestra una copia de la hoja de registro obtenida en el pluviógrafo de la estación "Presa Mixcoac, D.F.", el 12 de septiembre de 1977.

Se desea realizar el análisis del registro, para presentar la información en forma más adecuada para su uso posterior.

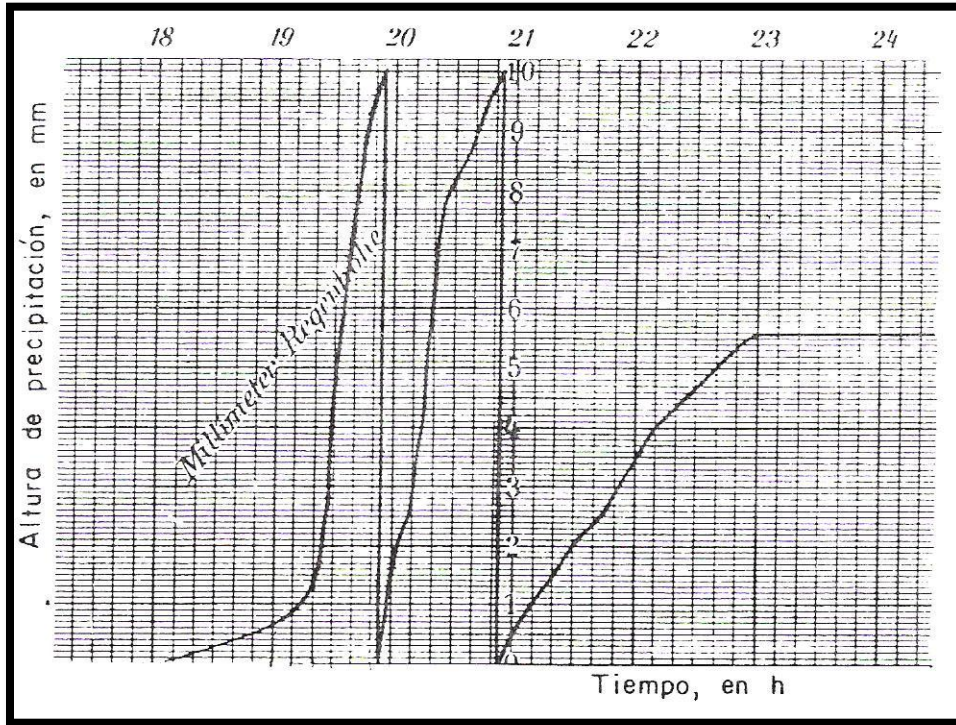


Figura 17.- Registro de la tormenta del 12 de Septiembre de 1977. Estación "Presa Mixcoac" D.F.

Las tres partes básicas del análisis de la lluvia registrada en un punto durante una tormenta son la obtención de la curva masa, el cálculo del hietograma y el de la intensidad máxima asociada a diferentes duraciones.

Para obtener la curva masa se requiere únicamente obtener la precipitación acumulada, desde que empieza la tormenta hasta que termina (en este caso, las 18 h y 23 h respectivamente). Debe tenerse cuidado en considerar que cada vez que se vacía el receptor temporal del pluviógrafo se han acumulado 10 mm. En la Tabla 1 se muestran los valores obtenidos tomando intervalos de 10 minutos para el análisis. Esta misma información se muestra gráficamente en la Figura 18.

Hora	Duración, en min.					
	0	10	20	30	40	50
18	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
19	0.65	0.90	1.40	4.80	7.80	9.60
20	11.60	12.90	16.40	18.20	19.00	19.80
21	20.50	21.00	21.50	22.05	22.40	22.90
22	23.50	24.00	24.35	24.65	25.00	25.40
23	25.60	25.60	25.60	25.60	25.60	25.60

Tabla 1.- Valores obtenidos para duraciones de 10 minutos

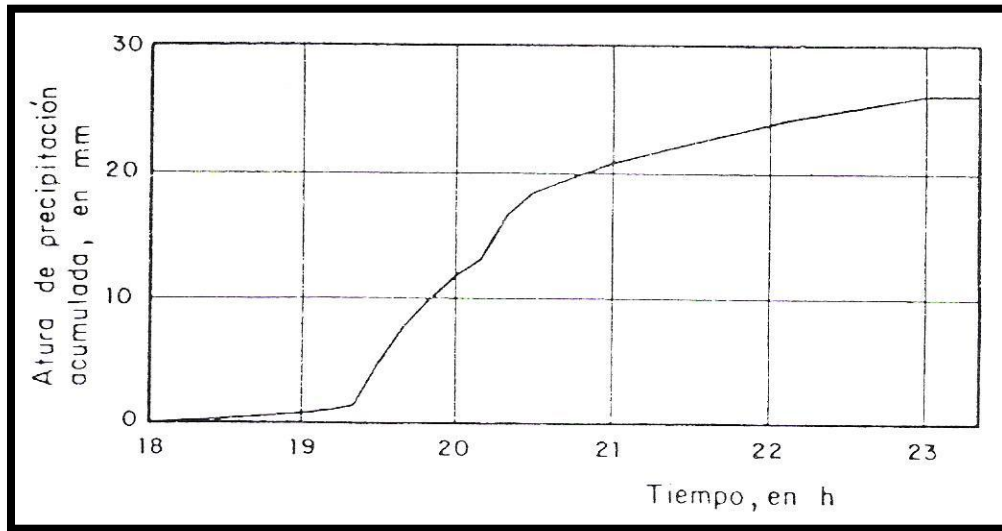


Figura 18.- Curva masa de la tormenta del 12 de septiembre de 1977. Estación "Presa Mixcoac" D.F.

## 2.4 Algunos conceptos de probabilidad y estadística

**Probabilidad:** Si un experimento tiene  $n$  resultados posibles y son mutuamente excluyentes y si de ellos  $n_a$  resultados tienen un atributo  $a$ , entonces la probabilidad de que ocurra un evento  $A$  con el atributo  $a$  es:

$$P(A) = \frac{n_a}{n}$$

Por ejemplo, el experimento puede llamarse "tiro de un dado" u "ocurrencia de una tormenta" y el atributo  $a$  puede ser "el número que sale del tiro del dado es 2", o bien "la altura de precipitación total es mayor o igual que 500 mm".

**Estimadores mínimo-cuadráticos:** Permite obtener estimadores basándose en minimizar la suma de las desviaciones cuadráticas entre las observaciones y sus valores esperados, esto es, la expresión:

$$\sum_{i=1}^n (X_i - E(X_i))^2$$

En la que  $E(X_i)$  serán función de los parámetros desconocidos.

La obtención de estimadores mínimo cuadráticos resulta habitual en los procesos de regresión lineal de los parámetros que no figuren en los valores esperados de las observaciones.



**Varianza:** Sea  $X$  una variable aleatoria. Sea  $E(X)$  su valor esperado. Diremos que  $V(X)$  es la varianza de la variable aleatoria de  $X$  y la definiremos como la esperanza del cuadrado de los desvíos de la variable respecto de su valor esperado o media; es decir,  $V(X) = E(X - E(X))^2$ .

**Proceso estocástico:** No es más que una colección de variables aleatorias todas ellas definidas sobre el mismo espacio de probabilidad. El subconjunto en el que toman valores todas las variables aleatorias se conoce como espacio de estados, mientras que el conjunto de índices, se denomina espacio de tiempos. Según los conjuntos sean finitos (o infinitos numerables) o contengan, al menos, un intervalo se hablará de procesos estocásticos con espacio de estados discreto o continuo y en tiempo discreto o continuo.

**Covarianza:** Es un importante parámetro estadístico que informa del grado de covariación o de dependencia de dos variables aleatorias.

$$Cov(X, Y) = E(X \cdot Y) - E(X)E(Y)$$

Es el valor esperado del producto, menos el producto de los valores esperados; debido a la propiedad conmutativa del producto:

$$Cov(X, Y) = Cov(Y, X)$$

Si dos variables aleatorias son independientes el valor esperado del producto es igual al producto de los valores esperados. Teniendo en cuenta, si  $X$  e  $Y$  son dos variables aleatorias independientes, su covarianza es igual a cero.

**Variable Aleatoria:** Una variable aleatoria  $X$  es una función de valor real de los elementos de un espacio muestral  $S$ . Se nota que el dominio de definición de una variable aleatoria es un espacio muestral, y que su rango es un conjunto de números reales.

Existen dos tipos de variables aleatorias: se llama discreta a una variable aleatoria  $X$  si su rango es un conjunto discreto de números reales. Se llama continua si su rango es un intervalo o unión de intervalos sobre la línea de los reales.

**Distribución de Probabilidad:** Están relacionadas con las distribuciones de frecuencias. De hecho, podemos pensar que una distribución de probabilidad es una distribución de frecuencia teórica. Es decir, una distribución de frecuencias teórica es una distribución de probabilidades que describe la forma en que se espera varíen los resultados. Como estas distribuciones representan expectativas de que algo suceda, resultan modelos útiles para hacer inferencias y tomar decisiones en condiciones de incertidumbre.

**Muestra:** Es un subgrupo de población seleccionado para participar en el estudio. Las características de la muestra, llamada estadística, se utilizan para hacer deducciones acerca de los parámetros de población. Las deducciones que vinculan características de muestra y parámetros de población son procedimientos de cálculo y pruebas de hipótesis.





**Espacio Muestral:** El conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio, se denota por  $\Omega$ . Los espacios muestrales son de dos tipos. Un espacio muestral es discreto si tiene un conjunto de elementos finito o infinito numerable. Y es continuo si el conjunto de resultados del experimento es infinito no numerable; es decir, si el conjunto anterior está formado por intervalos continuos, de forma que entre dos resultados cualesquiera existen infinitos resultados posibles.

**Frecuencia:** Se llama frecuencia absoluta al número de individuos que presentan dicha modalidad. Y frecuencia relativa al cociente de dividir su frecuencia absoluta por el número total de individuos de la población.

**Parámetro:** Es un número que describe la población. En la práctica estadística el valor del parámetro no es conocido ya que no podemos examinar toda la población.

**Riesgo:** Si  $P$  es la probabilidad de que ocurra un evento en cualquier año,

$$P = \frac{1}{T}$$

Entonces la probabilidad de que dicho evento *no* ocurra en un año cualquiera es:

$$\bar{P} = 1 - \frac{1}{T}$$

Si se supone que la no ocurrencia de un evento en un año cualquiera es independiente de la no ocurrencia del mismo en los años anteriores y posteriores, entonces la probabilidad de que el evento no ocurra en  $n$  años sucesivos es:

$$\underbrace{\bar{P} \bar{P} \bar{P} \dots \bar{P}}_{n \text{ factores}} = \bar{P}^n = \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n$$

Y, por lo tanto, la probabilidad de que el evento ocurra al menos una sola vez en  $n$  años sucesivos es:

$$R = 1 - \bar{P}^n = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n$$

$R$  es llamada *riesgo* en la teoría probabilística. Con este parámetro es posible determinar cuáles son las implicaciones de seleccionar un periodo de retorno dado para una obra que tiene una vida útil de  $n$  años.

## 2.5 Periodo de retorno

Sea  $A$  el evento “el número que sale del tiro del dado es 2” y  $B$  el evento “la altura máxima de precipitación en 24 h en cualquier año es de 500 mm”. Nótese que en el experimento “tiro de un dado” es posible hablar de resultados que tienen un valor numérico *exacto*, como 1, 2, etc., y las probabilidades asociadas a estos resultados son diferentes de cero (1/6 en cada caso). Es claro, sin





embargo, que en el experimento “ocurrencia de una tormenta”, la probabilidad de que el resultado tome un valor *exacto*, como 500 mm, es nula. En el último caso es necesario hablar más bien de *intervalos*, como por ejemplo que la precipitación mencionada tome un valor de 500 mm o *mayor*, de 500 mm o *menor* que esté en el intervalo de 300 a 500mm.

El número de años en que, *en promedio*, se presenta un evento como el  $B$ , se llama *periodo de retorno*, *intervalo de recurrencia* o simplemente *frecuencia* y se acostumbra a denotarlo con  $T$ .

Así, por ejemplo, el periodo de retorno de la ocurrencia del número dos en el tiro de un dado es el número de tiros en que, *en promedio*, el dos sale una vez; en este caso  $T$  es igual a 6 tiros. Del mismo modo, se dice que “el periodo de retorno de la precipitación máxima en 24 h de 500 mm es de 25 años” cuando, *en promedio*, se presenta una precipitación de esa magnitud o *mayor* una vez cada 25 años. Nótese que esto no significa que dicha precipitación se presenta exactamente una vez cada 25 años, de la misma manera que el dos no sale exactamente una vez cada seis tiros del dado.

De acuerdo con la definición, la probabilidad de que en cualquier tiro del dado salga un dos es  $P(2) = 1/6$ ; entonces se tiene la siguiente relación entre la probabilidad y periodo de retorno:

$$P(A) \cdot T = 1$$

Es decir:

$$T = \frac{1}{P}$$

Donde  $T$  y  $P$  se refieren a un evento cualquiera  $A$ .

La misma relación vale en el caso de la precipitación máxima en 24 h:

$$T = \frac{1}{P(hp \geq 500 \text{ mm})}$$

Esto es, el periodo de retorno de la precipitación máxima en 24 h de 500 mm es el inverso de que esta precipitación sea igualada o excedida en un año cualquiera.

Obviamente,  $P(hp \leq 500 \text{ mm}) = 1 - P(hp \geq 500 \text{ mm})$  y, entonces,

$$T = \frac{1}{P(hp \geq 500 \text{ mm})}$$

Usualmente, cuando se tienen datos de un cierto periodo, y se desea aplicar algún método estadístico para extrapolar dichos datos a periodos de retorno mayores al de las mediciones, es necesario asignar un valor a  $T$  a cada dato registrado:

$$T = \frac{n + 1}{m}$$



Donde  $m$  = número de orden en una lista de mayor a menor de los datos y  $n$  = número de datos. Consulte **Anexo B**.

Por ejemplo, si se quiere determinar el riesgo de falla de una obra que tiene una vida útil de 10 años y se diseña para un periodo de retorno de 10 años, entonces tendríamos lo siguiente:

$$T = 10 \text{ años}, \quad y \quad n = 10 \text{ años}$$

Sustituyendo esto en la ecuación  $R = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n$ :

$$R = 1 - \left(1 - \frac{1}{10}\right)^{10} = 0.651$$

El riesgo es del 65.1%, es decir, se tiene una probabilidad del 65.1% de que la obra falle durante su vida útil.



## 3 Curvas intensidad-duración-periodo de retorno

---

### 3.1 Definición

Para determinar el grado de seguridad en las obras uno de los primeros pasos que debe seguirse en muchos proyectos de diseño hidrológico, como por ejemplo el diseño de un drenaje urbano, es la determinación del evento o de los eventos de lluvia que deben usarse. La forma más común de hacerlo es utilizar una tormenta de diseño o un evento que involucre una relación entre la intensidad de lluvia (o profundidad), la duración y las frecuencias o periodos de retorno apropiados para la obra y el sitio. Si llegaran a existir curvas estándar de intensidad-duración-periodo de retorno (i-d-T) disponibles para el sitio, este primer paso para desarrollar los proyectos ya estaría dado y no sería necesario llevar a cabo el análisis, sin embargo, para los sitios que no cuenten con estas curvas, será de gran importancia que entiendan el procedimiento utilizado para desarrollar estas relaciones y puedan calcular las curvas i-d-T adecuadas para su localidad y lleven a cabo proyectos hidráulicos con un análisis más eficiente.

Usualmente los datos se presentan en forma de gráfica, con la duración en el eje horizontal y la intensidad en el eje vertical, mostrando una serie de curvas, para cada uno de los periodos de retorno de diseño, tal como se muestra en la Figura 19.

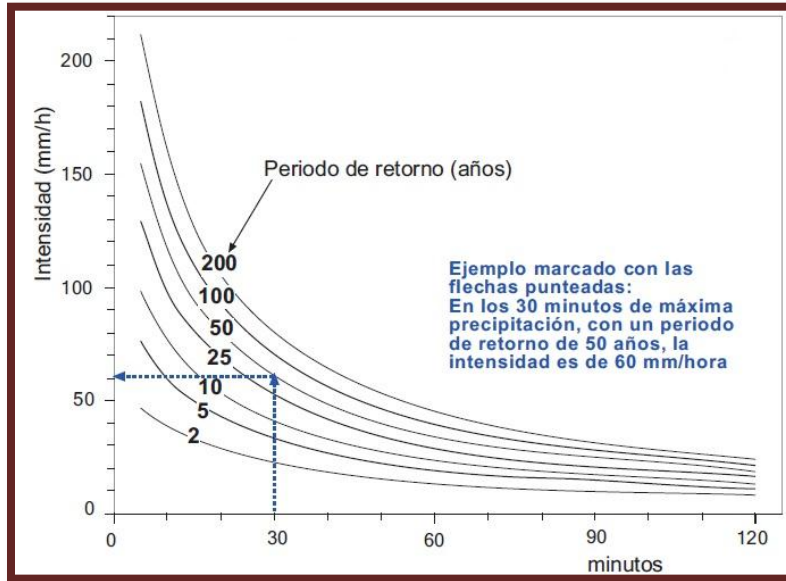


Figura 19.- Ejemplo de unas curvas intensidad-duración-periodo de retorno (i-d-T)

La intensidad es la tasa temporal de precipitación, es decir, la profundidad por unidad de tiempo (mm/h). Puede ser la intensidad instantánea o la intensidad promedio sobre la duración de la lluvia. Comúnmente se utiliza la intensidad promedio, que puede expresarse como:

$$i = \frac{hp}{d}$$

Donde  $hp$  es la altura de la precipitación de la lluvia (mm) y  $d$  es la duración, dada usualmente en horas. La frecuencia se expresa en función del periodo de retorno,  $T$ , que es el intervalo de tiempo entre eventos de precipitación que igualan o exceden la magnitud de diseño.

### 3.2 Implicaciones de las curvas

El grado óptimo de seguridad de una estructura depende, por un lado, de su costo y, por otro, del costo de las pérdidas asociadas con una falla. Por ejemplo, puede ser aceptable que un aeropuerto pequeño se inunde en promedio una vez cada dos o tres años, si el costo de su sistema de drenaje se compara con el de uno que sólo permita inundaciones una vez cada 50 años en promedio, o más aún, podría resultar totalmente incosteable un sistema de drenaje con el que se pudiera extraer cualquier cantidad de precipitación por grande que fuera, aun cuando tal drenaje fuera posible de construir.

Por otra parte, sería poco económico y poco ético aceptar un riesgo alto de falla del vertedor de una presa grande situada aguas arriba en una ciudad importante, pues esta falla tendría consecuencias desastrosas mientras que en el ejemplo del aeropuerto una insuficiencia del drenaje no ocasionaría más que algunas molestias a los usuarios.

Sin embargo, al menos en lo que a la teoría estadística respecta, no es posible tener una seguridad del 100% de que no exista ninguna avenida cuyas dimensiones hagan insuficiente el vertedor de la presa, sino que sólo se puede hablar de aceptar un riesgo pequeño. La magnitud de este riesgo



aceptable depende del balance entre el costo de la obra y el de los daños que se producirían al verificarse una falla, y para poder determinar cuál es el riesgo que se corre al proponer los parámetros de diseño de la obra, es necesario analizar estadísticamente los datos hidrológicos recabados en la zona de estudio.

Estos datos son fundamentalmente de dos tipos: escurrimientos y precipitaciones. Un análisis del primer tipo de datos tendría como resultado directo un parámetro de diseño, que es el gasto máximo, mientras que el segundo proporcionaría datos con los cuales sería necesario alimentar un modelo de la relación lluvia-escurrimiento, para obtener una avenida de diseño.



Figura 20.- Inundaciones causadas por un mal diseño hidráulico

### 3.3 Métodos para su obtención

Estas curvas se pueden obtener por dos métodos, en uno el cálculo se realiza para valores correspondientes a una sola duración (método de intensidad de lluvia-período de retorno) y en el otro se hace un ajuste simultáneo de los valores de las tres variables (método de correlación lineal múltiple). A continuación se describen ambos.

#### 3.3.1 Método de correlación lineal múltiple

Relaciona simultáneamente las tres variables en una familia de curvas cuya ecuación es:

$$i = \frac{kT^m}{(d + c)^n}$$

El proceso de cálculo es el que se describe a continuación:

1. Se escoge la máxima altura de precipitación registrada para cada duración seleccionada.



2. Se transforman las alturas de precipitación a intensidades dividiéndolas entre sus respectivas duraciones.
3. Se ordenan los datos para cada duración de mayor a menor y se le asigna un periodo de retorno.
4. Se calculan los parámetros de  $x_2$ ,  $x_1$  y  $y$ , (descritos en el siguiente capítulo) así como sus productos y cuadrados, y las sumas indicadas.
5. Se sustituyen los resultados en el sistema de ecuaciones y se resuelve el sistema para obtener los valores de los coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$  (descritos en el siguiente capítulo).
6. Se sustituyen los valores de los coeficientes en la ecuación anterior y se calculan las curvas.

### 3.3.2 Método intensidad de lluvia-periodo de retorno

El análisis se realiza para cada duración, ajustando a los valores máximos anuales una función de distribución de probabilidad. En seguida se describe el proceso del cálculo.

1. Se selecciona una duración de interés
2. De cada tormenta registrada se obtiene la intensidad de lluvia máxima para la duración seleccionada
3. De cada año de registro se obtiene el máximo de los valores obtenidos en el paso 2
4. A las intensidades máximas anuales, para la duración seleccionada, se les ajusta una función de distribución de valores extremos (generalmente una función del tipo Gumbel), siguiendo el procedimiento se logra relacionar la magnitud de la intensidad con el periodo de retorno correspondiente
5. El proceso se repite desde el paso 2, para considerar otras duraciones de interés.

Para obtener estas curvas se parte de los valores máximos de altura de precipitación o intensidad de lluvia-duración para las tormentas más desfavorables; conocidas las características más desfavorables se pueden utilizar dos criterios para determinarlas, descritos anteriormente.

El método que utiliza la intensidad de la lluvia-periodo de retorno tiene la ventaja de que utiliza la teoría de las funciones de distribución de probabilidad, pero con este método se hace el análisis para cada duración por separado, tiene la desventaja de que algunos valores pueden resultar incongruentes.

En los métodos mencionados anteriormente, el periodo de retorno se estima a partir de valores máximos anuales. Algunos autores, sin embargo, recomiendan que las estimaciones correspondientes a periodos de retorno pequeños (menores de 10 años) se calculen a partir de excedentes anuales, o bien se calculen con valores máximos anuales y los valores que se obtengan se ajusten utilizando un criterio de ajuste de probabilidad. Además ambos métodos se pueden utilizar si se utilizan en lugar de intensidades valores de altura de precipitación.



## 4 Método de Correlación Lineal Múltiple

---

### 4.1 Modelo de Regresión Lineal Simple

Con frecuencia, nos encontramos con problemas de la ingeniería con modelos en los que el comportamiento de una variable,  $Y$ , se puede explicar a través de una variable  $X$ ; lo que representamos mediante:

$$Y = f(X)$$

Si consideramos que la relación  $f$ , que liga  $Y$  con  $X$ , es lineal, entonces la expresión anterior se puede escribir así:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t$$

Como quiera que las relaciones del tipo anterior raramente son exactas, sino más bien son aproximaciones en las que se han omitido muchas variables de importancia secundaria, debemos incluir un término de perturbación aleatoria,  $u_t$ , que refleja todos los factores – distintos de  $X$  – que influyen sobre la variable endógena, pero que ninguno de ellos es relevante individualmente. Con ello, la relación quedaría de la siguiente forma:



### Modelo de regresión simple:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

La expresión anterior refleja una relación lineal, y en ella sólo figura una única variable explicativa, recibiendo el nombre de relación lineal simple. El calificativo de simple se debe a que solamente hay una variable explicativa. Supongamos ahora que disponemos de T observaciones de la variable Y ( $Y_1, Y_2, \dots, Y_T$ ) y de las correspondientes observaciones de X ( $X_1, X_2, \dots, X_T$ ). Si hacemos extensiva a la relación entre observaciones, tendremos el siguiente conjunto de T ecuaciones:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \beta_1 + \beta_2 X_1 + u_1 \\ Y_2 &= \beta_1 + \beta_2 X_2 + u_2 \\ \dots & \\ Y_T &= \beta_1 + \beta_2 X_T + u_T \end{aligned}$$

El sistema de ecuaciones se puede escribir abreviadamente de la forma siguiente:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t \quad t = 1, 2, \dots, T$$

El objetivo principal de la regresión es la determinación o estimación de  $\beta_1$  y  $\beta_2$  a partir de la información contenida en las observaciones de que disponemos. Esta estimación se puede llevar a cabo mediante diversos procedimientos. A continuación se analizan en detalles algunos de los métodos posibles.

Interesa, en primer lugar, realizar una aproximación intuitiva a diferentes criterios de ajuste. Para ello se utiliza la representación gráfica de las observaciones ( $X_t, Y_t$ ), con  $t = 1, 2, \dots, T$ . Si la relación lineal de dependencia entre Y y X fuera exacta, las observaciones se situarían a lo largo de una recta como en la Figura 21. En ese caso, las estimaciones más adecuadas de  $\beta_1$  y  $\beta_2$  – de hecho, los verdaderos valores – serían, respectivamente, la ordenada en el origen y la pendiente de dicha recta.

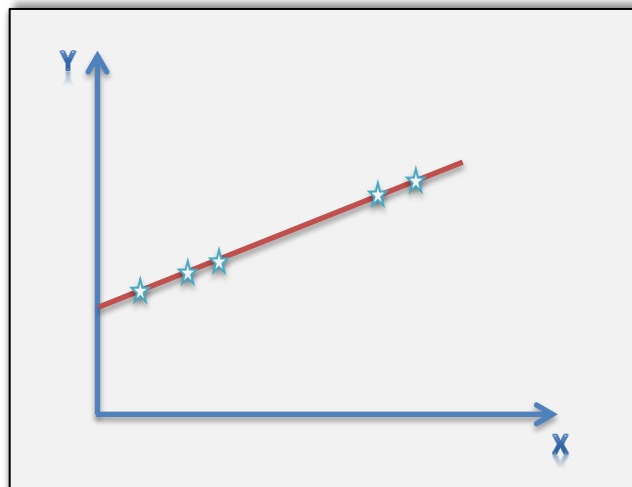


Figura 21.- Relación lineal exacta de dependencia entre Y y X





Pero si la dependencia entre Y y X es estocástica, entonces, en general, las observaciones no se alinearán a lo largo de una recta, sino que formarán una nube de puntos, como aparece en la Figura 22. En ese caso, podemos contemplar las estimaciones de  $\beta_1$  y  $\beta_2$  como la ordenada en el origen y la pendiente de una recta próxima a los puntos. Así, si designamos mediante  $\widehat{\beta}_1$  y  $\widehat{\beta}_2$  las estimaciones de  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , respectivamente, la ordenada de la recta para el valor de  $X_t$  vendrá dada por

$$\widehat{Y}_t = \widehat{\beta}_1 + \widehat{\beta}_2 X_t$$

El problema que tenemos planteado es, pues, hallar unos estimadores  $\widehat{\beta}_1$  y  $\widehat{\beta}_2$  tales que la recta que pasa por los puntos  $(X_t, \widehat{Y}_t)$  se ajuste lo mejor posible a los puntos  $(X_t, Y_t)$ . Se denomina error o residuo a la diferencia entre el valor observado de la variable endógena y el valor ajustado, es decir,

$$\widehat{u}_t = Y_t - \widehat{Y}_t = Y_t - \widehat{\beta}_1 - \widehat{\beta}_2 X_t$$

Teniendo en cuenta el concepto de residuo se analizan a continuación diversos criterios de ajuste:

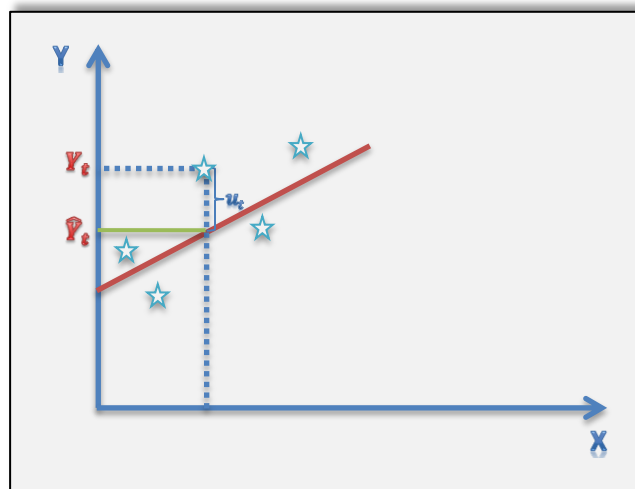


Figura 22.- Observaciones no alineadas a una línea recta, sino que es una nube de puntos

Un primer criterio consistiría en tomar como estimadores  $\widehat{\beta}_1$  y  $\widehat{\beta}_2$  aquellos valores que hagan la suma de todos los residuos tan próxima a cero como sea posible. Con este criterio la expresión a minimizar sería la siguiente:

$$\left| \sum_{t=1}^T \widehat{u}_t \right|$$



El problema fundamental de este método de estimación radica en que los residuos de distinto signo pueden compensarse. Tal situación puede observarse gráficamente en la Figura 23, en la que se representan tres observaciones alineadas,  $(X_1, Y_1)$ ,  $(X_2, Y_2)$  y  $(X_3, Y_3)$ , tales que:

$$\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{Y_3 - Y_1}{X_3 - X_1}$$

Si se ajusta una recta que pase por los tres puntos, cada uno de los residuos tomará el valor cero, de forma que:

$$\left| \sum_{t=1}^T \hat{u}_t = 0 \right|$$

Dicho ajuste se podría considerar óptimo. Pero también es posible que  $|\sum_{t=1}^3 \hat{u}_t = 0|$  haciendo girar en cualquier sentido la recta si dejamos fijo  $(X_2, Y_2)$ , como muestra la Figura 23, debido a que  $\hat{u}_3 = -\hat{u}_1$ . Este sencillo ejemplo nos muestra que este criterio no es apropiado para la estimación de  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , debido a que, para cualquier conjunto de observaciones, existen infinitas rectas que lo satisfacen. Otra forma de evitar la compensación de residuos positivos con negativos consiste en tomar los valores absolutos de los residuos. En este caso se minimizaría la siguiente expresión:

$$\sum_{t=1}^T |\hat{u}_t|$$

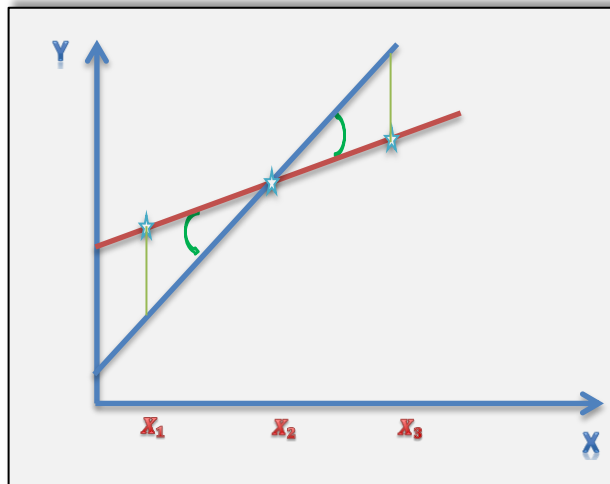


Figura 23.- Ajuste haciendo girar la recta y dejando fijo un punto



Desgraciadamente, aunque los estimadores así obtenidos tienen algunas propiedades interesantes, su cálculo es complicado, requiriendo la resolución de un problema de programación lineal o la aplicación de un procedimiento de cálculo iterativo. Un tercer método consiste en minimizar la suma de los cuadrados de los residuos, es decir,

$$S = \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2$$

Los estimadores obtenidos con arreglo al criterio expresado en la ecuación anterior, se denominan mínimo-cuadráticos, y gozan de ciertas propiedades estadísticas deseables, que se estudian posteriormente. Por otra parte, frente al primero de los criterios examinados, al tomar los cuadrados de los residuos se evita la compensación de éstos, mientras que, a diferencia del segundo de los criterios, los estimadores mínimo-cuadráticos son sencillos de obtener. Es importante señalar que, desde el momento en que tomamos los cuadrados de los residuos, estamos penalizando más que proporcionalmente a los residuos grandes frente a los pequeños (si un residuo es el doble que otro, su cuadrado será cuatro veces mayor), lo que caracteriza también a la estimación-cuadrática frente a otros posibles métodos.

## 4.2 Obtención de los estimadores mínimo-cuadráticos

A continuación se expone el proceso para la obtención por mínimos cuadrados de los estimadores  $\hat{\beta}_1$  y  $\hat{\beta}_2$ . El objetivo es minimizar la suma de los cuadrados de los residuos ( $S$ ). Para ello, en primer lugar expresamos  $S$  en función de los estimadores  $\hat{\beta}_1$  y  $\hat{\beta}_2$ :

$$S = \sum_{t=1}^T (Y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_t)^2$$

Para minimizar  $S$ , derivamos parcialmente respecto a  $\hat{\beta}_1$  y  $\hat{\beta}_2$ :

$$\frac{\partial S}{\partial \hat{\beta}_1} = -2 \sum_{t=1}^T (Y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_t)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \hat{\beta}_2} = -2 \sum_{t=1}^T (Y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_t) X_t$$

Los estimadores mínimo-cuadráticos se obtienen igualando las anteriores derivadas a cero:

$$-2 \sum_{t=1}^T (Y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_t) = 0$$



$$-2 \sum_{t=1}^T (Y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_t) X_t = 0$$

Operando, se tiene que:

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^T Y_t &= \hat{\beta}_1 T + \hat{\beta}_2 \sum_{t=1}^T X_t \\ \sum_{t=1}^T Y_t X_t &= \hat{\beta}_1 \sum_{t=1}^T X_t + \hat{\beta}_2 \sum_{t=1}^T X_t^2 \text{-----(1)} \end{aligned}$$

Las ecuaciones anteriores se denominan *ecuaciones normales de la recta de regresión*. Resolviendo este sistema, según puede verse en el recuadro adjunto, a partir del resultado se obtiene de forma inmediata el estimador de  $\hat{\beta}_2$ :

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})(X_t - \bar{X})}{\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2}$$

**Resolución del sistema de ecuaciones:**

Dividiendo la primera ecuación normal en (1) por T se obtiene:

$$\bar{Y} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \bar{X}$$

Dónde:

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{t=1}^T Y_t}{T} \quad \bar{X} = \frac{\sum_{t=1}^T X_t}{T}$$

De acuerdo con la anterior expresión se obtiene

$$\hat{\beta}_1 = \bar{Y} - \hat{\beta}_2 \bar{X}$$

Sustituyendo  $\hat{\beta}_1$  en la segunda ecuación normal se tienen que

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^T Y_t X_t &= (\bar{Y} - \hat{\beta}_2 \bar{X}) \sum_{t=1}^T X_t + \hat{\beta}_2 \sum_{t=1}^T X_t^2 \\ \sum_{t=1}^T Y_t X_t - \bar{Y} \sum_{t=1}^T X_t &= \hat{\beta}_2 \left[ \sum_{t=1}^T X_t^2 - \bar{X} \sum_{t=1}^T X_t \right] \text{-----(2)} \end{aligned}$$

Por otra parte,



$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})(X_t - \bar{X}) &= \sum_{t=1}^T (Y_t X_t - \bar{X} Y_t - \bar{Y} X_t + \bar{Y} \bar{X}) = \sum_{t=1}^T Y_t X_t - \bar{Y} \sum_{t=1}^T X_t - \bar{X} \sum_{t=1}^T Y_t + T \bar{Y} \bar{X} \\ &= \sum_{t=1}^T Y_t X_t - \bar{Y} \sum_{t=1}^T X_t - \bar{X} T \bar{Y} + T \bar{Y} \bar{X} = \sum_{t=1}^T Y_t X_t - \bar{Y} \sum_{t=1}^T X_t - \dots - \dots - (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2 &= \sum_{t=1}^T (X_t^2 - 2\bar{X} X_t + \bar{X}^2) = \sum_{t=1}^T X_t^2 - 2\bar{X} \sum_{t=1}^T X_t + T \bar{X}^2 \\ &= \sum_{t=1}^T X_t^2 - 2\bar{X} \sum_{t=1}^T X_t + \bar{X} \sum_{t=1}^T X_t = \sum_{t=1}^T X_t^2 - \bar{X} \sum_{t=1}^T X_t - \dots - \dots - (4) \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta (3) y (4), entonces (2) se puede expresar así:

$$\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})(X_t - \bar{X}) = \hat{\beta}_2 \left[ \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2 \right]$$

A su vez  $\hat{\beta}_1$  se obtiene a través de la relación  $\hat{\beta}_1 = \bar{Y} - \hat{\beta}_2 \bar{X}$ .

Dividiendo numerador y denominador se tiene que

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\frac{\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})(X_t - \bar{X})}{T}}{\frac{\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2}{T}} = \frac{cov(X, Y)}{var(X)}$$

De acuerdo con la expresión anterior, la estimación de  $\hat{\beta}_2$  se obtiene dividiendo la covarianza muestral de X y Y por la varianza muestral de X. Dado que la varianza de X no puede ser negativa, el signo de  $\hat{\beta}_2$  será el mismo que el de la covarianza muestral de X y Y.

### 4.3 Regresión Lineal Múltiple

Existen dos aplicaciones de la regresión:

- Explicativo. Determinar que variables explican una variable dada
- Predictivo. Predecir valores de una variable a partir de valores conocidos de otras



Vamos a ajustar la regresión a un hiperplano por mínimos cuadrados, dando valores a la ecuación del hiperplano tenemos:

$$\left. \begin{aligned} y_1^* &= b_0 + b_1x_{11} + b_2x_{21} + \dots + b_kx_{k1} \\ y_2^* &= b_0 + b_1x_{12} + b_2x_{22} + \dots + b_kx_{k2} \\ \dots &= b_0 + \dots + \dots + \dots + \dots \\ y_n^* &= b_0 + b_1x_{1n} + b_2x_{2n} + \dots + b_kx_{kn} \end{aligned} \right\}$$

Matricialmente sería  $Y^* = XB$  donde:

$$Y^* = \begin{pmatrix} y_1^* \\ y_2^* \\ \vdots \\ y_n^* \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \dots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \dots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{kn} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{pmatrix}$$

Si  $A$  es una matriz denotaremos por  $A^t$  la matriz transpuesta de  $A$ . La matriz de errores será:

$$E = Y - Y^* = \begin{pmatrix} e_1 = y_1 - y_1^* \\ e_2 = y_2 - y_2^* \\ \vdots = \vdots - \vdots \\ e_n = y_n - y_n^* \end{pmatrix}$$

De nuevo nuestro objetivo es minimizar

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2 = E^t E$$

Por otro lado:

$$E = Y - XB$$

Luego tenemos que minimizar

$$E^t E = (Y - XB)^t (Y - XB) = Y^t Y - 2Y^t XB + B^t X^t XB$$



Y derivando e igualando a cero tenemos:

$$\frac{\partial E^t E}{\partial B} = -2X^t Y + 2X^t X B = 0$$

De donde deducimos que

$$X^t X B = X^t Y$$

Por tanto si existe la matriz inversa de  $X^t X$  tenemos que:

$$B = (X^t X)^{-1} X^t Y$$

## 4.4 Coeficiente de Correlación Múltiple

Con la misma filosofía que en el caso de la regresión lineal definimos el coeficiente de correlación múltiple como:

$$R_{y,12\dots k}^2 = \frac{s_{y^*}^2}{s_y^2} = 1 - \frac{s_e^2}{s_y^2}$$

Además se verifica que

$$0 \leq R_{y,12\dots k}^2 \leq 1$$

Siendo mejor el ajuste cuando más cercano esté a 1.

Como  $E = Y - XB$  y  $B = (X^t X)^{-1} X^t Y$  tenemos que

$$s_e^2 = \frac{1}{n} (Y^t Y - B^t X^t Y)$$

Como también  $\bar{y} = \bar{y}^*$  tenemos que

$$s_y^* = \frac{1}{n} B^t X^t Y - \bar{y}^2$$



Además

$$s_y^2 = \frac{1}{n} Y^t Y - \bar{y}^2$$

Luego

$$R^2 = 1 - \frac{s_e^2}{s_y^2} = 1 - \frac{Y^t Y - B^t X^t Y}{Y^t Y - n \bar{y}^2} = \frac{B^t X^t Y - n \bar{y}^2}{Y^t Y - n \bar{y}^2}$$

## 4.5 Cálculo de las Curvas i-d-T para un caso práctico

Tapachula es una ciudad localizada en la costa del estado de Chiapas, en la cuenca del río Suchiate y Río Huixtla y otros, en la cordillera Centroamericana, entre los paralelos 14° 37' y 15° 14', los meridianos 92° 09' de longitud oeste y a una altura de 160 msnm, colinda al norte con otros municipios de Chiapas y con Guatemala, al este con Guatemala y los municipios de Cacahoatán y Tuxtla Chico, al oeste con el Océano Pacífico, tiene una población de un poco más de 320, 451 habitantes, cuenta con un clima cálido húmedo con abundantes lluvias en verano y también semicálido húmedo con abundantes lluvias en verano, su tipo de suelo es principalmente aluvial (45.38%), lacustre (1.86%) y Litoral (1.84%), el uso de su suelo es primordialmente agrícola (67.13%), pastizal cultivado (15.70%) y zona urbana (5.76%) y con una vegetación principalmente de bosque (7.88%) y manglar (3.20%) entre otras.



Figura 24.- Centro del municipio de Tapachula, Chiapas





Para elaborar las curvas i-d-T, contamos con el registro de información de 3 pluviómetros y 1 pluviógrafo ubicados en la región de la siguiente manera, como lo muestra la Figura 25 siguiente:

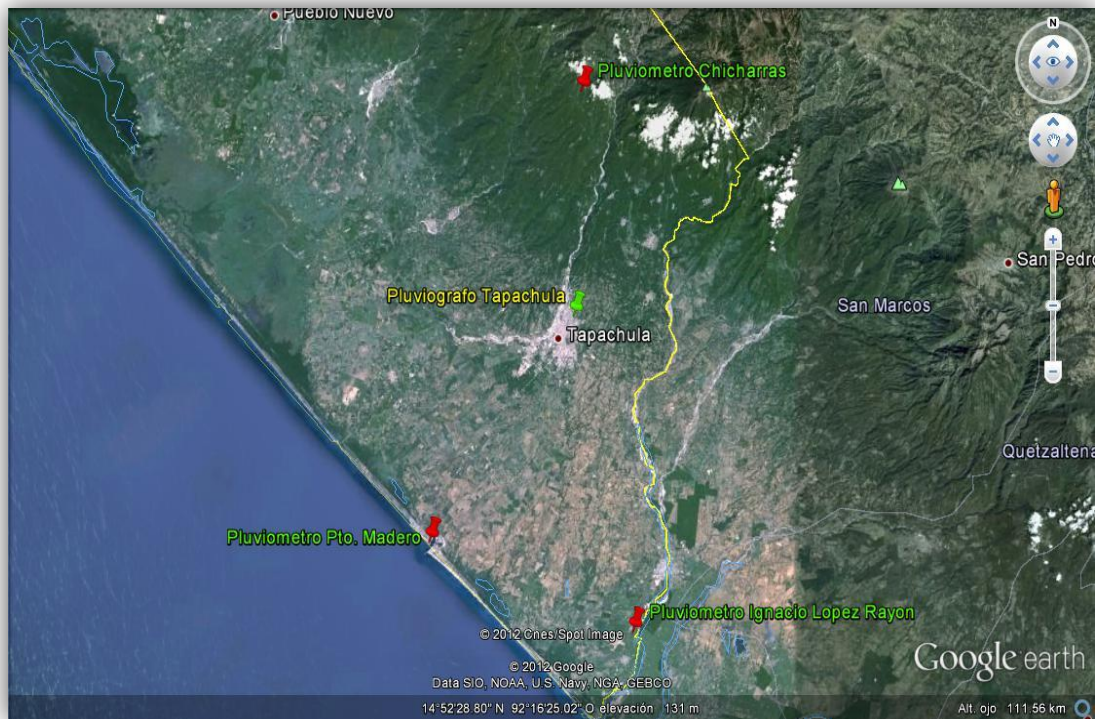


Figura 25.- Ubicación de pluviómetros y pluviógrafos en la zona de estudio

El pluviógrafo se localiza dentro de la zona urbana del municipio de Tapachula, el primer pluviómetro se localiza en la cabecera municipal de Puerto Chiapas, el segundo se localiza dentro de una finca cafetalera conocida como Finca Chicharras también dentro del municipio de Tapachula, y el tercero y último, se localiza en el ejido Ignacio López Rayón, municipio de Suchiate el cual colinda con Tapachula.

La información la solicité al Organismo de Cuenca de la Frontera Sur, de la Comisión Nacional del Agua y me brindaron registros máximos de lluvia acumulada en 24 horas de diferentes años, como el que se muestra en la siguiente Figura 26:



COMISION NACIONAL DEL AGUA GERENCIA REGIONAL GOLFO SUR SUBGERENCIA REGIONAL TECNICA																	
LATITUD: 15° 15' 40" LONGITUD: 92° 14' 40" ALTITUD: 1264.00 METROS MES: AGOSTO AÑO: 1999.																	
JEFATURA: TAPACHULA, MUNICIPIO: TAPACHULA, ESTADO: CHIapas, ESTACION: FOR S/A chichovras																	
DIA	TERMOMETRO AL ABRIGO			PLUVIOMETRO			MICROMETRO			TEMPERATURA EN EL SOL	HOLA	DIAZ	ESTADO DEL TIEMPO			ESTADOS DE LAS 24 HORAS ANTERIORES A LA OBSERVACION	RESUMEN MENSUAL
	AMBIENTE	MAÑANA	NOCHE	LECTURAS EN mm	LECTURAS EN mm	LECTURAS EN mm	LECTURAS EN mm	LECTURAS EN mm	VENTO				VISIBILIDAD	PERIODO DE VARIAS	TEMPERATURAS EN GRADOS CENTIGRADOS		
1	20.0	12.0	0.0	32.80	2.20	NO	N	1	3	0	TEMPERADO						
2	19.0	20.0	12.0	0.0	35.60	2.70	NO	N	1	3	0	TEMPERADO					
3	19.0	29.0	12.0	13.0	45.90	2.40	NO	N	1	3	0	TEMPERADO					
4	19.0	29.0	12.0	15.0	58.50	2.70	NO	N	1	3	0	TEMPERADO					
5	19.0	28.0	16.0	15.0	70.80	18.60	2.20	NO	N	1	3	0	TEMPERADO				
6	20.0	27.0	16.0	20.0	32.80	2.20	NO	N	1	3	0	TEMPERADO					
7	20.0	27.0	16.0	37.0	67.60	2.70	NO	N	1	3	0	TEMPERADO					
8	20.0	27.0	16.0	20.0	84.90	10.70	2.90	NO	N	1	3	0	TEMPERADO				
9	21.0	27.0	16.0	40.0	67.80	5.80	2.20	NO	N	1	3	0	TEMPERADO				
10	21.0	28.0	17.0	40.0	43.20	2.90	NO	N	1	3	0	TEMPERADO					
11	21.0	28.0	17.0	33.0	73.80	10.50	2.20	NO	N	1	3	0	TEMPERADO				
12	22.0	28.0	17.0	50.0	52.70	2.80	NO	N	1	3	0	TEMPERADO					
13	22.0	28.0	17.0	0.0	54.90	7.70	2.70	NO	N	1	3	0	TEMPERADO				
14	22.0	27.0	16.0	30.0	34.80	3.30	NO	N	1	3	0	TEMPERADO					
15	22.0	27.0	16.0	20.0	51.50	2.70	NO	N	1	3	0	TEMPERADO					
16	22.0	27.0	16.0	15.0	63.70	10.70	2.30	NO	N	1	3	0	TEMPERADO				
17	21.0	27.0	16.0	35.0	43.90	2.20	NO	N	1	3	0	TEMPERADO					

Figura 26.- Registros de lluvia máxima acumulada en 24 horas

Y los datos del pluviógrafo que me fueron brindados fueron como la siguiente Tabla 2 en Excel:

ANOZ	MESZ	DIAZ	HRAZ	EST	TERM	PRE24	PRELAM	PRETPO
1992	09	19	03	76903	0	0	0	0
1992	09	19	06	76903	0	0	23	6
1992	09	19	12	76903	0	27	4	6
1992	09	19	15	76903	0	0	0	0
1992	09	19	18	76903	0	0	0	0
1992	09	19	21	76903	0	0	0	0
1992	09	20	00	76903	0	0	16	6
1992	09	20	03	76903	0	163.3	1	1

Tabla 2.- Datos del pluviógrafo brindados por el Organismo de Cuenca

En donde:

ANOZ: es el Año Z

MESZ: Mes Z

DIAZ: Día Z

HRAZ: Hora Z

EST: Clave de la estación

TERM: Campo para control de operación, sin uso para fines meteorológicos

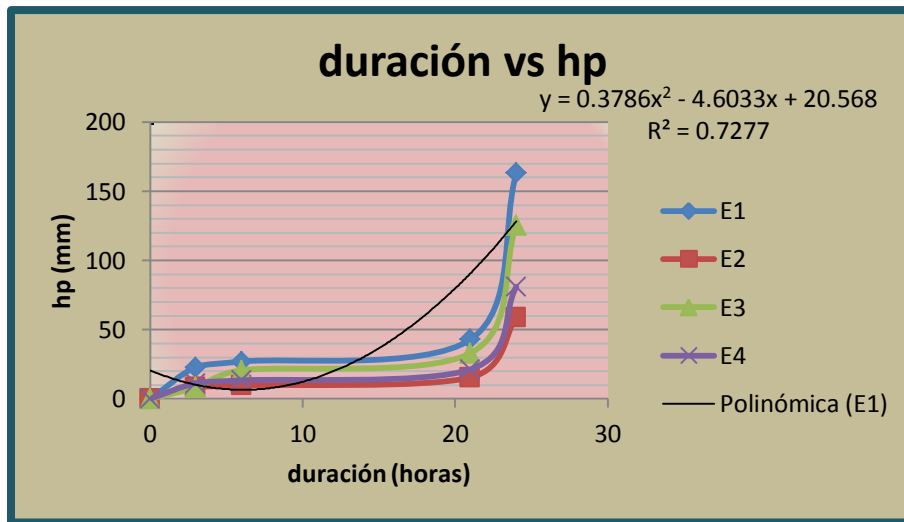
PRE24: Precipitación: lámina en mm, de las últimas 24 horas

PRELAM: Precipitación: lámina en mm, registrada en un lapso PRETPO (ver siguiente campo)



PRETPO: Precipitación: horas en las que se ha acumulado la lámina reportada en PRELAM (ver campo anterior)

Como se puede observar en la tabla, la información no está completa, le hace falta la información de la hora 09, no se puede saber con certeza como fue acumulándose la lámina de agua en las 24 horas, porque de una lámina muy pequeña de 16 mm a las 0 horas brinca a 163.3 mm tres horas después, incluso si se grafica esta información se obtiene una Grafica 1 como la siguiente:



Grafica 1.- Distribución de la lluvia para diferentes duraciones a lo largo de 24 horas

Y como se puede observar en la gráfica aun con un ajuste de tipo polinomial se obtiene un valor de  $R^2$  (coeficiente de determinación múltiple, revisar **Anexo C**) no cercana a uno y la forma de la gráfica dista mucho de ser una curva masa acumulada, por tanto, los valores que me proporciono la Comisión Nacional del Agua del pluviógrafo no son del todo confiables y no podemos basarnos en ellos para realizar el cálculo de las curvas.

No nos quedara de otra que basarnos en los datos de lluvia acumulada en 24 horas, además, Campos Aranda menciona que en la República Mexicana se cuentan con 2 682 estaciones pluviométricas y 345 pluviógrafos, es decir, solo el 13% de las estaciones climatológicas tienen pluviógrafo, de manera que se tendrá una relativa facilidad para disponer en una cuenca pequeña o en sus cercanías, de uno o varios registros de lluvias máximas diarias y obtener a partir de ellos las curvas de intensidad-duración-periodo de retorno, básicas en todo análisis hidrológico de avenidas máximas por métodos empíricos e hidrológicos.

Debido a la escasez de registros de lluvia de corta duración, ha surgido la necesidad de utilizar las relaciones promedio entre lluvias encontradas en otros países. Goswami (1972) indica que diversos investigadores como Bell, Reich, Hershfield, Weiss y Wilson, han demostrado que las relaciones duración-lluvia encontradas en EUA pueden aplicarse en otras partes del mundo, como sur y norte de África, Alaska, Hawaii, Puerto Rico y Australia. Como se observa, las localizaciones



geográficas, y por tanto los climas de los lugares citados son muy variados, lo cual da confiabilidad a la aplicación de tales relaciones en la República Mexicana.

Los registros de lluvia de corta duración son escasos en los países en desarrollo y México no es la excepción. Sin embargo, los de lluvias máximas diarias tienen gran densidad y longitudes de registro aceptables, por lo cual, la lluvia con una duración de una hora y un periodo de retorno de dos años (o cualquier otro), se podrá evaluar con una relación a la de 24 horas con igual período de retorno, denominado cociente R.

A fin de verificar la magnitud del cociente R en la República Mexicana, se recabó información de 33 estaciones pluviográficas, cuya amplitud de registros se muestra en la siguiente Figura 27:

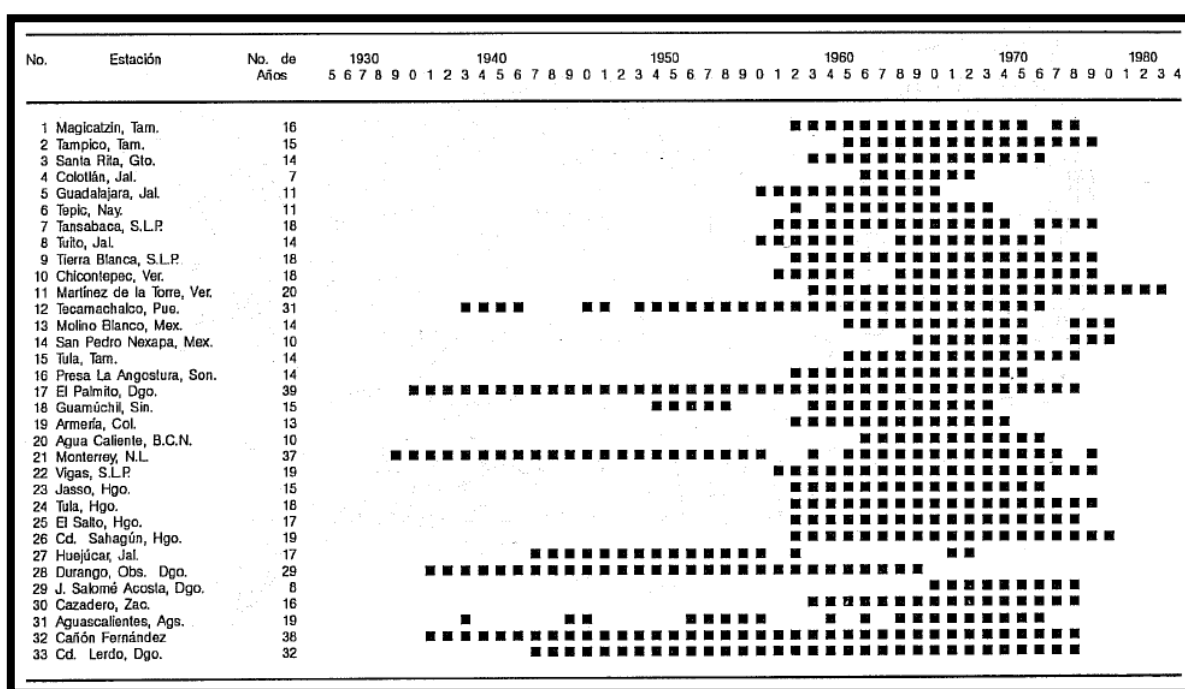


Figura 27.- Relación de las estaciones que se tomaron en cuenta para obtener el cociente R en la República Mexicana

Los valores obtenidos para el cociente R en las estaciones pluviográficas citadas se señalan en la siguiente Figura 28, así como cierta información que se considera importante:



No. Estación	$R = \frac{P^2}{P_2^2}$	Latitud	Longitud	Altitud m s n m	Tipo de clima
1	0.4814	22° 48' 00"	98° 42' 00"	90	Aw <sub>0</sub>
2	0.3360	22° 14' 00"	97° 51' 00"	12	Aw <sub>1</sub> (e)
3	0.6000	20° 22' 00"	101° 02' 00"	1723	(A)C(w <sub>0</sub> )(w)
4	0.4545	22° 07' 00"	103° 18' 00"	1735	(A)C(w <sub>0</sub> )(w)
5	0.5747	20° 41' 00"	103° 20' 00"	1589	(A)C(w)(w)
6	0.2037	21° 31' 00"	104° 53' 00"	915	(A)C(w <sub>2</sub> )(w)
7	0.2976	21° 39' 50"	99° 12' 48"	196	Aw <sub>2</sub> (w)
8	0.4094	20° 19' 00"	105° 22' 00"	600	Aw <sub>2</sub> (w)
9	0.3947	21° 14' 18"	98° 51' 26"	155	(A)C(m)(w)
10	0.3951	20° 59' 00"	98° 10' 00"	595	(A)C(m)(w)
11	0.3635	20° 04' 00"	97° 03' 00"	151	Am(f)
12	0.5871	18° 53' 00"	97° 44' 00"	2013	C(w <sub>0</sub> )(w)
13	0.4500	19° 29' 00"	99° 13' 00"	2266	C(w <sub>-1</sub> )(w)
14	0.6458	19° 09' 00"	98° 53' 00"	2600	C(w <sub>2</sub> )(w)
15	0.4513	23° 00' 00"	99° 43' 00"	1173	BS <sub>0</sub> hw
16	0.6250	30° 25' 00"	109° 24' 00"	905	BS <sub>0</sub> hw(x')
17	0.5038	25° 35' 00"	104° 59' 00"	1550	BS <sub>0</sub> hw(w)
18	0.6313	25° 27' 00"	108° 05' 00"	45	BS <sub>0</sub> (h)hw
19	0.2843	18° 56' 00"	103° 58' 00"	28	BS <sub>0</sub> (h)w(w)
20	0.2664	32° 06' 28"	116° 27' 00"	410	BS <sub>0</sub> KS
21	0.3892	25° 40' 00"	100° 18' 00"	538	BS <sub>1</sub> hw
22	0.4957	21° 48' 34"	99° 51' 16"	900	BS <sub>1</sub> hw
23	0.5072	20° 01' 00"	99° 19' 00"	2050	BS <sub>1</sub> Kw(w)
24	0.6250	20° 03' 00"	99° 20' 00"	2036	BS <sub>1</sub> Kw(w)
25	0.6060	19° 58' 00"	99° 18' 00"	2161	BS <sub>1</sub> Kw(w)
26	0.6140	19° 45' 00"	98° 35' 00"	2500	BS <sub>1</sub> Kw
27	0.3958	22° 23' 00"	103° 11' 00"	1932	BS <sub>1</sub> hw(w)
28	0.5555	24° 01' 00"	104° 40' 00"	1889	BS <sub>1</sub> Kw(w)
29	0.5043	25° 13' 30"	105° 26' 35"	1670	BS <sub>1</sub> Kw(w)
30	0.6140	23° 42' 19"	103° 05' 55"	1890	BS <sub>1</sub> hw
31	0.3833	21° 53' 00"	102° 08' 00"	1979	BS <sub>1</sub> hw
32	0.5637	25° 15' 00"	101° 47' 00"	1193	BW <sub>1</sub> (h)
33	0.5416	25° 32' 00"	103° 32' 00"	1137	BW <sub>1</sub> hw

Figura 28.- Resultados para el coeficiente R y localización de las estaciones

A partir de valores encontrados para R se derivan las recomendaciones siguientes:

- ✚ Un valor promedio de R de 0.479, con valores extremos de 0.646 y 0.204
- ✚ En las regiones áridas y semiáridas R varía de 0.40 a 0.60 y en las zonas húmedas, de 0.30 a 0.40
- ✚ A mayor altitud, R es más grande y viceversa.



Por lo tanto en la siguiente Tabla 3 se obtuvieron los máximos acumulados en 24 horas para diferentes años:

Año	hp (mm) en 24 horas
1989	200.0
1990	139.97
1991	465.00
1992	163.30
1993	435.91
1994	186.76
1995	434.57
1996	203.47
1997	235.80
1998	330.00
1999	115.16
2000	152.01
2001	677.50
2002	523.29
2003	381.83
2004	429.20
2005	725.87
2006	452.30
2007	446.23
2008	468.15
2009	412.00
2010	770.99
2011	695.21
2012	278.50

Tabla 3.- Altura de precipitación en (mm) máxima acumulada en 24 horas para cada año de registro

Ahora se escogió una R de 0.35, ya que la zona de estudio es muy húmeda, y se calculó la lámina en (mm) para una duración de 1 hora.





Año	hp (mm) en 1 hora
1989	70.00
1990	48.99
1991	162.75
1992	57.16
1993	152.57
1994	65.37
1995	152.10
1996	71.22
1997	82.53
1998	115.50
1999	40.30
2000	53.20
2001	237.13
2002	183.15
2003	133.64
2004	150.22
2005	254.05
2006	158.31
2007	156.18
2008	163.85
2009	144.20
2010	269.85
2011	243.32
2012	97.47

Tabla 4.- Alturas de precipitación en (mm) por cada año de registro para una duración de una hora

Ahora para obtener los valores de la altura de precipitación pero para duraciones menores a una hora se emplearan los coeficientes propuestos por la OMM en el reporte Número 168 mostrados en la siguiente Tabla 5:

Duración (minutos)	5	10	20	30	40	45	50	60
Relación	0.3	0.32	0.54	0.71	0.82	0.90	0.92	1

Tabla 5.- Coeficientes para determinar las alturas de precipitación en (mm) para duraciones menores a una hora



Y para duraciones mayores a una hora se utiliza la siguiente ecuación lineal:

$$y = \frac{hp_{24hr} - hp_{1hr}}{\ln(24) - \ln(1)} * \ln(d) + hp_{1hr}$$

Sustituyendo los valores para 80 minutos y para 120 minutos del año 1989, a manera de ejemplo, resulta:

$$y_{80min} = \frac{200 - 70}{\ln(24) - \ln(1)} * \ln\left(\frac{80}{60}\right) + 70 = 81.76 \text{ mm}$$

Posteriormente se calculan para una duración de 120 minutos en todos los años de registro.

Aplicando ya los factores para duraciones menores de una hora y la ecuación para duraciones mayores a una hora la Tabla 6 de alturas de precipitaciones máximas para diferentes duraciones resulta de la siguiente manera:

Año	duración (minutos)					
	5	10	20	45	80	120
1989	21.00	22.40	37.80	49.70	81.76	98.35
1990	14.70	15.68	26.45	34.78	57.23	68.83
1991	48.83	52.08	87.89	115.55	190.11	228.67
1992	17.15	18.29	30.86	40.58	66.76	80.31
1993	45.77	48.82	82.39	108.32	178.22	214.37
1994	19.61	20.92	35.30	46.41	76.35	91.84
1995	45.63	48.67	82.13	107.99	177.67	213.71
1996	21.36	22.79	38.46	50.56	83.19	100.06
1997	24.76	26.41	44.57	58.60	96.40	115.96
1998	34.65	36.96	62.37	82.01	134.92	162.28
1999	12.09	12.90	21.76	28.62	47.08	56.63
2000	15.96	17.03	28.73	37.77	62.15	74.75
2001	71.14	75.88	128.05	168.36	276.99	333.17
2002	54.95	58.61	98.90	130.04	213.94	257.34
2003	40.09	42.77	72.17	94.88	156.11	187.77
2004	45.07	48.07	81.12	106.66	175.47	211.07
2005	76.22	81.30	137.19	180.38	296.76	356.96
2006	47.49	50.66	85.49	112.40	184.92	222.43
2007	46.85	49.98	84.34	110.89	182.44	219.44





2008	49.16	52.43	88.48	116.34	191.40	230.22
2009	43.26	46.14	77.87	102.38	168.44	202.61
2010	80.95	86.35	145.72	191.59	315.21	379.15
2011	73.00	77.86	131.39	172.76	284.23	341.88
2012	29.24	31.19	52.64	69.21	113.86	136.96

Tabla 6.- Alturas de precipitaciones máximas en (mm) para diferentes duraciones

Una vez transformados los datos a intensidades, es necesario asignar a cada uno un periodo de retorno, en la siguiente Tabla 7 para cada duración de mayor a menor y se les ha asignado un periodo de retorno de acuerdo con la ecuación

$$T = \frac{n+1}{m};$$

Orden	T = (n+1)/m	Año	duración (minutos)					
			5	10	20	45	80	120
1	25.00	1989	971.45	518.11	437.15	255.45	236.41	189.57
2	12.50	1990	914.59	487.78	411.57	240.50	222.57	178.48
3	8.33	1991	875.96	467.18	394.18	230.35	213.17	170.94
4	6.25	1992	853.65	455.28	384.14	224.48	207.74	166.59
5	5.00	1993	659.35	351.65	296.71	173.39	160.46	128.67
6	4.17	1994	589.87	314.60	265.44	155.11	143.55	115.11
7	3.57	1995	585.90	312.48	263.66	154.07	142.58	114.34
8	3.13	1996	569.90	303.95	256.46	149.86	138.69	111.21
9	2.78	1997	562.25	299.87	253.01	147.85	136.83	109.72
10	2.50	1998	549.25	292.93	247.16	144.43	133.66	107.18
11	2.27	1999	547.56	292.03	246.40	143.99	133.25	106.85
12	2.08	2000	540.79	288.42	243.36	142.21	131.61	105.53
13	1.92	2001	519.12	276.86	233.60	136.51	126.33	101.30
14	1.79	2002	481.11	256.59	216.50	126.51	117.08	93.89
15	1.67	2003	415.80	221.76	187.11	109.34	101.19	81.14
16	1.56	2004	350.90	187.15	157.91	92.28	85.40	68.48
17	1.47	2005	297.11	158.46	133.70	78.13	72.30	57.98
18	1.39	2006	256.37	136.73	115.37	67.42	62.39	50.03
19	1.32	2007	251.99	134.39	113.40	66.26	61.32	49.17
20	1.25	2008	235.32	125.50	105.89	61.88	57.27	45.92
21	1.19	2009	205.76	109.74	92.59	54.11	50.07	40.15
22	1.14	2010	191.53	102.15	86.19	50.37	46.61	37.38
23	1.09	2011	176.37	94.06	79.36	46.38	42.92	34.42
24	1.04	2012	145.10	77.39	65.29	38.16	35.31	28.32

Tabla 7.- Alturas de precipitación máximas en (mm) para diferentes duraciones, con número de orden y periodo de retorno



Este método relaciona simultáneamente las tres variables en una familia de curvas cuya ecuación es:

$$i = \frac{kT^m}{(d+c)^n}$$

Donde  $k$ ,  $m$ ,  $n$  y  $c$  son constantes que se calculan mediante un análisis de correlación lineal múltiple.

Si se toman logaritmos de la ecuación anterior se obtiene:

$$\log i = \log k + m \log T - n \log(d+c)$$

O bien:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$$

Dónde:

$$y = \log i, a_0 = \log k, a_1 = m, x_1 = \log T, a_2 = -n, x_2 = \log(d+c)$$

La ecuación  $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$  es la de una familia de líneas rectas de pendiente  $a_2$ , ordenada al origen  $a_0$  y espaciamiento  $a_1$ .

Si los datos registrados de  $i$ ,  $d$  y  $T$  se dibujan en papel logarítmico, usualmente se agrupan en torno a líneas rectas. A veces las líneas resultan ligeramente curvas, lo que se puede corregir agregando a las duraciones un valor constante  $c$ , o bien, en algunos casos, cuando la pendiente de las líneas varía mucho, dividiendo la línea para cada periodo de retorno en dos rectas. Si los datos se agrupan lo suficiente en torno a líneas rectas, el valor de  $c$  puede tomarse como cero.

Al hacer un ajuste de correlación lineal múltiple de una serie de tres tipos de datos, se obtiene un sistema de ecuaciones como el siguiente:

$$\left. \begin{aligned} \sum y &= Na_0 + a_1 \sum x_1 + a_2 \sum x_2 \\ \sum (x_1 y) &= a_0 \sum x_1 + a_1 \sum (x_1^2) + a_2 \sum (x_1 x_2) \\ \sum (x_2 y) &= a_0 \sum x_2 + a_1 \sum (x_1 x_2) + a_2 \sum (x_2^2) \end{aligned} \right\}$$

Donde  $N$  es el número de datos y las incógnitas son  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$ ;  $x_1$ ,  $x_2$  y  $y$  son, respectivamente, los logaritmos del periodo de retorno, la duración (con el valor de  $c$  agregado de ser necesario) y la intensidad, obtenidos de un registro de precipitación. Una vez calculados los coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$  es posible valuar los parámetros  $k$ ,  $m$  y  $n$  de la ecuación.



Para nuestro caso práctico no se calculará el valor de  $c$ , ya que se tomará como cero, ya que, los datos se agrupan lo suficiente en torno a líneas rectas.

En la tabla del **anexo A** se han calculado los parámetros  $x_2$ ,  $x_1$  y  $y$ , así como sus productos y cuadrados, y las sumas indicadas en el sistema de ecuaciones anterior.

Sustituyendo los resultados de la tabla del **anexo A** en el sistema de ecuaciones resulta:

$$\begin{aligned}318.144 &= 144a_0 + 58.547a_1 + 207.252a_2 \\139.915 &= 58.547a_0 + 41.755a_1 + 84.264a_2 \\441.206 &= 207.252a_0 + 84.264a_1 + 332.618a_2\end{aligned}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones anterior se obtiene:

$$a_0 = 2.275$$

$$a_1 = 0.574$$

$$a_2 = -0.684$$

Y los valores de los parámetros de la ecuación  $i = \frac{kT^m}{(d+c)^n}$  son:

$$a_0 = \log k$$

$$a_1 = m$$

$$a_2 = -n$$

Por tanto:

$$k = 10^{2.275} = 466.66$$

$$m = 0.589$$

$$n = 0.486$$

Por lo que la ecuación de las curvas  $i-d-T$  es:

$$i = \frac{466.66 T^{0.589}}{d^{0.486}}$$

( $d$  en min,  $T$  en años,  $i$  en mm/h).



En la Figura 29 se muestran las curvas dibujadas según la ecuación anterior y en la Tabla 8 con los valores obtenidos de las intensidades en (mm/h):

d (minutos)	T (en años)					
	2	5	10	20	50	100
5	321.08	550.80	828.52	1246.26	2137.93	3215.89
10	229.25	393.27	591.56	889.83	1526.49	2296.15
20	163.68	280.80	422.38	635.34	1089.92	1639.45
45	110.37	189.34	284.80	428.40	734.91	1105.45
80	83.45	143.15	215.33	323.90	555.64	835.79
120	68.52	117.55	176.81	265.97	456.26	686.31

Tabla 8.- Valores de las curvas i-d-T, mediante correlación lineal múltiple

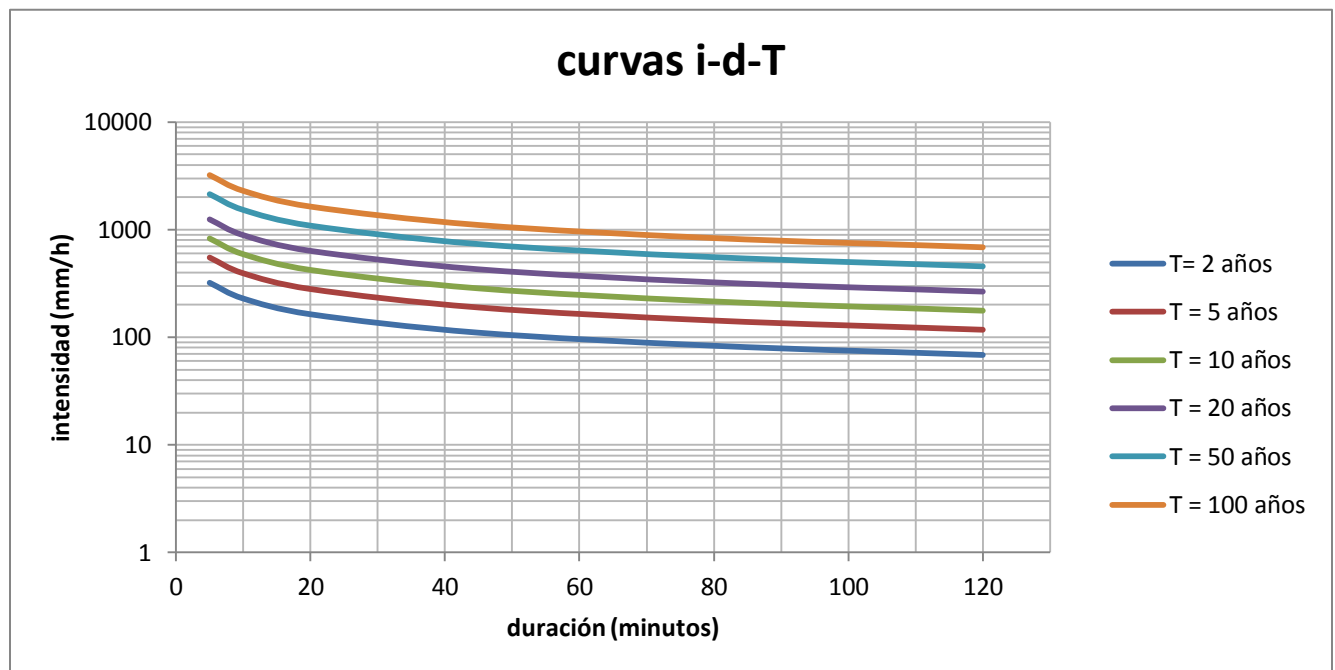


Figura 29.- Curvas i-d-T, mediante el método de correlación lineal múltiple



## 5 Distribución de Probabilidad de Gumbel

---

### 5.1 Estadística Hidrológica

Los procesos hidrológicos evolucionan en el espacio y en el tiempo en una forma que es parcialmente predecible, o determinística, y parcialmente aleatoria. Un proceso de este tipo se conoce con el nombre de *proceso estocástico*. En algunos casos, la variabilidad aleatoria del proceso es tan grande comparada con su variabilidad determinística, que se justifica que el hidrólogo trate el proceso como puramente aleatorio. De esta manera, el valor de una observación del proceso no está correlacionado con los valores de observaciones adyacentes, y las propiedades estadísticas de todas las observaciones son iguales.

Cuando no existe correlación entre observaciones adyacentes, la salida de un sistema hidrológico es tratada como estocástica, independiente del espacio e independiente del tiempo, en el esquema de clasificación mostrado en la Figura 30.

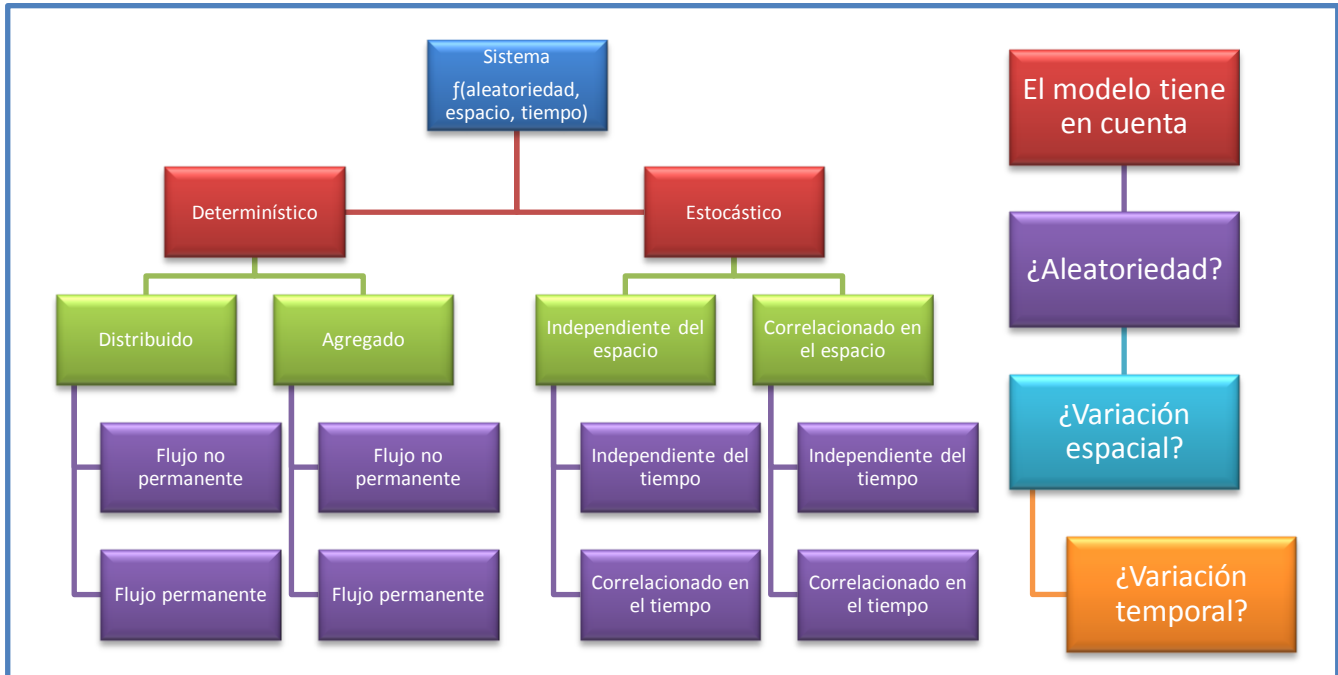


Figura 30.- Clasificación de modelos hidrológicos de acuerdo con la forma, la aleatoriedad y la variabilidad espacial y temporal de los fenómenos hidrológicos

Este tipo de tratamiento es apropiado para observaciones de eventos hidrológicos extremos, como crecientes o sequías, y para información hidrológica promediada a lo largo de intervalos de tiempo grandes, como la precipitación anual. Los métodos estadísticos están basados en principios matemáticos que describen la variación aleatoria de un conjunto de observaciones de un proceso, y éstos centran su atención en las observaciones mismas en el lugar de los procesos físicos que las producen. La estadística es una ciencia de descripción, no de causalidad.

## 5.2 Tratamiento probabilístico de la información hidrológica

Una *variable aleatoria*  $X$  es una variable descrita por una *distribución de probabilidad*. La distribución determina la posibilidad de que una *observación*  $x$  de la variable caiga en un rango especificado de  $X$ . Por ejemplo, si  $X$  es la precipitación anual en un lugar especificado, entonces la distribución de probabilidad de  $X$  determina la posibilidad de que la precipitación anual observada en un año dado caiga en un rango definido, tal como menos de 30 mm, o 30 mm – 40 mm, y así sucesivamente.

Un conjunto de observaciones  $x_1, x_2, \dots, x_n$  de la variable aleatoria se denomina una *muestra*. Se supone que las muestras son sacadas de una hipotética *población* infinita que posee propiedades estadísticas constantes, mientras que las propiedades de una muestra pueden variar de una muestra a otra. El conjunto de todas las muestras posibles que pueden extraerse de una población se conoce como el *espacio muestral*, y un *evento* es un subconjunto del espacio muestral. Por



ejemplo, el espacio muestral para la precipitación anual es teóricamente el rango desde cero hasta infinito positivo (a pesar de que los límites prácticos inferior y superior son más cercanos que esto) y un evento  $A$  puede ser la ocurrencia de una precipitación anual menor que una cierta cantidad, tal como 30mm.

La *probabilidad* de un evento,  $P(A)$ , es la posibilidad de que éste ocurra cuando se hace una observación de la variable aleatoria. Las probabilidades de eventos pueden estimarse. Si una muestra de  $n$  observaciones tiene  $n_a$  valores en el rango de evento  $A$ , entonces la *frecuencia relativa* de  $A$  es  $\frac{n_a}{n}$ . A medida que el tamaño de la muestra aumenta, la frecuencia relativa se convierte progresivamente en una estimación mejor de la probabilidad del evento, es decir:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_a}{n}$$

Tales probabilidades se conocen como probabilidades *objetivas* o *posteriores* debido a que dependen concretamente de las observaciones de la variable aleatoria. La gente está acostumbrada a estimar la posibilidad de que un evento futuro ocurrirá con base en su juicio y experiencia. Tales estimaciones se conocen como probabilidades *subjetivas* o *a priori*.

Las probabilidades de eventos obedecen a ciertos principios:

1. *Probabilidad total*. Si el espacio muestral  $\Omega$  está completamente dividido en  $m$  eventos o áreas no traslapadas  $A_1, A_2, \dots, A_m$ , entonces:

$$P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_m) = P(\Omega) = 1$$

2. *Complementariedad*. Se sigue que si  $\bar{A}$  es el complemento de  $A$ , es decir,  $\bar{A} = \Omega - A$ , entonces:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

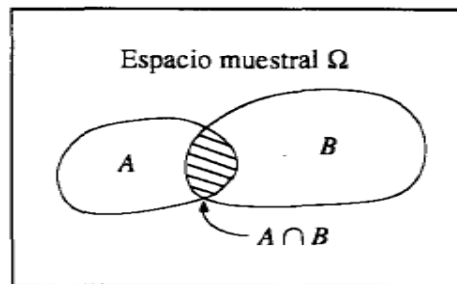


Figura 31.- Los eventos  $A$  y  $B$  son subconjuntos del espacio muestral



3. *Probabilidad condicional.* Supóngase que existen dos eventos  $A$  y  $B$  tal como se muestra en la Figura 31. El evento  $A$  podría ser el que la precipitación de este año fuera menor que 40 mm mientras que  $B$  podría ser el evento de que la precipitación del próximo año sea menor que 40 mm. Su intersección es  $A \cap B$ , el evento de que tanto  $A$  como  $B$  ocurran, es decir, dos años sucesivos con precipitación anual menor que 40 mm. Si  $P(A|B)$  es la *probabilidad condicional* de que ocurra  $B$  dado que ya ha ocurrido  $A$ , entonces la probabilidad conjunta de que  $A$  y  $B$  ocurran,  $P(A \cap B)$ , es el producto de  $P(B|A)$  y la probabilidad de que  $A$  ocurra, es decir,  $P(A \cap B) = P(B|A)P(A)$ , o

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Si para el ejemplo citado anteriormente, los eventos de precipitación son independientes de un año a otro, entonces la probabilidad de que la precipitación sea menor que 40 mm en dos años sucesivos es simplemente el cuadrado de la probabilidad de que la precipitación anual en un solo año sea menor que 40 mm.

El concepto de eventos u observaciones independientes es crítico para la interpretación estadística correcta de secuencias de información hidrológica, porque si la información es independiente puede analizarse sin tener en cuenta su orden de ocurrencia. Si observaciones sucesivas están correlacionadas (no independientes), los métodos estadísticos requeridos son más complejos debido a que la probabilidad conjunta  $P(A \cap B)$  de eventos sucesivos no es igual a  $P(A)P(B)$ .

Las probabilidades estimadas utilizando información de muestra, son aproximaciones debido a que dependen de valores específicos de las observaciones en una muestra de tamaño limitado. Una alternativa es ajustar una función de distribución de probabilidad a la información y luego determinar las probabilidades de los eventos utilizando esta función de distribución.

### 5.3 Ajuste a una distribución de probabilidad

Una distribución de probabilidad es una función que representa la probabilidad de ocurrencia de una variable aleatoria. Mediante el ajuste a una distribución de un conjunto de datos hidrológicos, una gran cantidad de información probabilística en la muestra puede resumirse en forma compacta en la función y en sus parámetros asociados.





## 5.4 Distribución de Probabilidad de Valores Extremos Tipo I o de Gumbel

La distribución de Gumbel, también llamada distribución general de valores extremos tipo I, es el modelo de los valores límite (máximo o mínimo) cuando  $n$  se aproxima al infinito de  $n$  valores independientes de una distribución inicial cuya cola derecha o izquierda es ilimitada y de tipo exponencial; es decir, la distribución acumulativa inicial aproxima a la unidad (cero) con incremento (decremento) de los valores de la variable aleatoria al menos tan rápido como la distribución exponencial se acerque a la unidad. Para el caso de valores extremos las distribuciones utilizadas pueden ser: normal, lognormal, exponencial y gamma mientras satisfagan los requerimientos.

La distribución tipo I para valores extremos ha sido usada para estudios de alturas de lluvia-duración-frecuencia y de gastos máximos anuales en ríos. Gumbel (1958) afirma que esta última aplicación asume como muestras las descargas diarias de un río siendo la distribución original de tipo exponencial,  $n = 365$ , por lo que se considera una muestra suficientemente grande e independiente. A pesar de no cumplirse la independencia de eventos de su aplicación la experiencia ha sido razonablemente buena. Los gastos máximos obtenidos se apegan a una independencia de eventos a pesar de que la muestra es menor a 365.

La función de densidad de probabilidad para la distribución general de valores extremos tipo I es:

$$f(x) = \exp\{\pm((x - \beta))/\alpha - \exp[\pm(x - \beta)/\alpha]\}/\alpha$$
$$-\infty < x < \infty; -\infty < \beta < \infty; \alpha > 0$$

Donde el signo “-” se aplica para los valores máximos y el signo “+” para los valores mínimos. Los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros de escala y de forma, el parámetro de escala alarga o comprime la escala de medición (la escala sobre el eje horizontal cuando se dibuja la función de densidad), el parámetro de forma la curva de densidad acampanada se desplaza a la derecha o a la izquierda. (Devore, 2008) El tipo I para valores máximos y mínimos son simétricos entre sí sobre  $\beta$ . La Figura 32 es una representación gráfica de las distribuciones para  $\alpha = 3,897$  y  $\beta = 7,750$ .

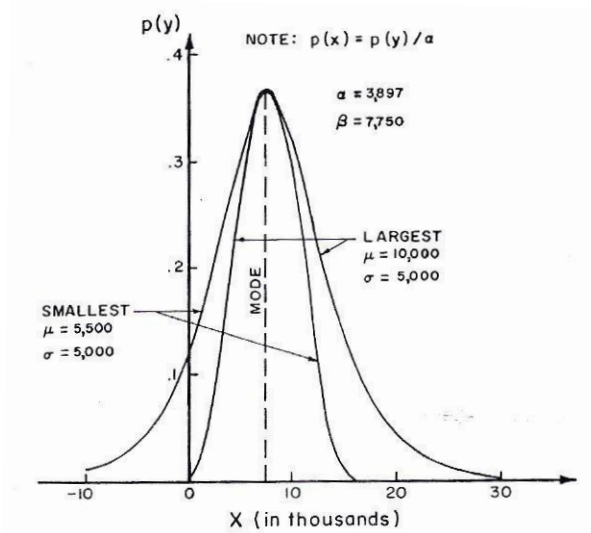


Figura 32.-Ejemplo de las curvas de densidad de valores extremos tipo I

La media y la varianza del tipo de valor extremo de la distribución son:

$$\begin{aligned} E(X) &= \beta + 0.577\alpha && (\text{maximos}) \\ &= \beta - 0.577\alpha && (\text{minimos}) \end{aligned}$$

$$Var(X) = 1.645 \alpha^2 \quad (\text{ambos})$$

El coeficiente de asimetría es:

$$\begin{aligned} \gamma &= 1.1396 && (\text{maximos}) \\ &= -1.1396 && (\text{minimos}) \end{aligned}$$

Así, el tipo I tiene un coeficiente constante de asimetría.

Si la transformación  $Y = (x - \beta)/\alpha$  es usada, la función de densidad para valores extremos tipo I se convierte en:

$$Py(y) = \exp[\pm y - \exp(\pm y)]$$

Donde el signo “-” aplica para valores máximos y el signo “+” para valores mínimos. La función de probabilidad es:

$$F(x) = \int_{-\infty}^y \exp[\pm t - \exp(\pm t)] dt \quad -\infty < y < \infty$$

$$= \exp[-\exp(-y)] \quad (\text{maximos})$$

$$= 1 - \exp[-\exp(y)] \quad (\text{minimos})$$



La distribución acumulada para los valores máximos ha sido tabulada por (U.S. National Bureau of Standards 1953). Puede utilizarse esta misma tabla para los valores mínimos señalando que:

$$P_{min}(y) = 1 - P_{max}(-y)$$

Los parámetros de distribución de valor extremo tipo I se pueden estimar de varias maneras. Lowery y Nash (1970) comparó varios métodos para la estimación de  $\alpha$  y  $\beta$  llegó a la conclusión de que el método de los momentos era tan satisfactoria como otros métodos (percentiles, máxima verosimilitud, momentos L, etc.) Si el método de momentos se utiliza, los estimadores son:

$$\hat{\alpha} = \frac{S}{1.283}$$

Y

$$\begin{aligned}\hat{\beta} &= \bar{X} - 0.45 S \quad (\text{maximos}) \\ &= \bar{X} + 0.45 S \quad (\text{minimos})\end{aligned}$$



## 5.5 Cálculo de las Curvas i-d-T para un caso práctico

Recordamos que los únicos valores de confianza que tenemos en este caso son los acumulados en 24 horas que se muestran en la siguiente Tabla 9:

Año	hp (mm) en 24 horas
1989	200.0
1990	139.97
1991	465.00
1992	163.30
1993	435.91
1994	186.76
1995	434.57
1996	203.47
1997	235.80
1998	330.00
1999	115.16
2000	152.01
2001	677.50
2002	523.29
2003	381.83
2004	429.20
2005	725.87
2006	452.30
2007	446.23
2008	468.15
2009	412.00
2010	770.99
2011	695.21
2012	278.50

Tabla 9.- Registro de alturas de precipitación máximas acumuladas en 24 horas para cada año

Ahora con estos valores de la lluvia acumulada en 24 horas, aplicamos la distribución de probabilidad de valores extremos tipo I, con la siguiente metodología:

Método de altura de precipitación – periodo de retorno

El proceso de cálculo es el siguiente:



1. A las precipitaciones máximas anuales, para la duración seleccionada, se les ajusta una función de distribución de probabilidad, generalmente del tipo Gumbel; para ello hay que asignar a los datos un periodo de retorno, de la siguiente manera:
  - a) Para la duración escogida en el paso 1, se ordenan de mayor a menor los valores de precipitación máxima calculados en el paso 3, y se les asigna un número de orden (m)
  - b) Se calcula el periodo de retorno (T) que corresponde a cada dato de precipitación máxima utilizando la siguiente ecuación:

$$T = \frac{N + 1}{m}$$

Para una duración de 24 horas, se acomodan los valores en la siguiente Tabla 10:

$T = \frac{N + 1}{m}$	hp (mm) ordenados
25.00	770.99
12.50	725.87
8.33	695.21
6.25	677.50
5.00	523.29
4.17	468.15
3.57	465.00
3.13	452.30
2.78	446.23
2.50	435.91
2.27	434.57
2.08	429.20
1.92	412.00
1.79	381.83
1.67	330.00
1.56	287.50
1.47	235.80
1.39	203.47
1.32	200.00
1.25	186.76
1.19	163.30
1.14	152.01
1.09	139.97
1.04	115.16

Tabla 10.- Valores de hp (mm) ordenados de mayor a menor para una duración de 24 horas



2. A continuación se calcula el promedio y la desviación estándar de las alturas de precipitación (mm) de los valores para una duración de 24 horas.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{24} x_i}{n} = 388.459$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{24} (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} = 194.996$$

3. Recordando que las ecuaciones de  $\alpha$  y  $\beta$  son las siguientes:

$$\alpha = \frac{\sqrt{6}}{\pi} * S$$

$$\beta = \bar{x} - 0.5772 * \alpha$$

Sustituimos para  $\alpha$  y  $\beta$ :

$$\alpha = 0.78 * 194.996 = 152.097$$

$$\beta = 388.459 - 0.5772 * 152.097 = 300.669$$

Recordando que la función de distribución de probabilidad de Gumbel es:

$$F(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x - 300.669}{152.097}\right)\right]$$

4. Para determinar los valores de  $x$  para varios valores del periodo de retorno  $T$ , es conveniente utilizar la variable reducida  $y_T$ . Para  $T = 2$  años, la ecuación da:

$$y_T = -\ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right]$$

$$y_T = -\ln\left[\ln\left(\frac{2}{2-1}\right)\right]$$

$$y_T = 0.3665$$

5. Finalmente sustituiremos el valor de  $y_T$  en la ecuación reducida de valores extremos que a continuación se presenta:

$$x_T = \beta + \alpha * y_T$$

$$x_T = 300.669 + 152.097 * 0.3665$$

Y resulta;

$$x_T = 356.41$$



Cabe recordar que el valor de  $x_T$ , se debe de interpretar como 356.41 mm de altura de precipitación asociado a un periodo de retorno de 2 años.

6. A partir de aquí con el estudio para diferentes estaciones del país para obtener un cociente  $R$  que publica Campos Aranda en la revista Ingeniería Hidráulica en México/mayo-agosto 1990, podemos relacionar esta altura de precipitación con una duración de 24 horas y periodo de retorno de 2 años a una altura de precipitación de 1 hora y periodo de retorno de 2 años, se escogió un valor intermedio entre los valores de 0.30 a 0.40 que propone para regiones húmedas por lo que la relación queda de la siguiente manera:

$$P_{60}^2 = 0.35 * (P_{1440}^2)$$

Sustituyendo tenemos:

$$P_{60}^2 = 0.35 * 356.41$$

$$P_{60}^2 = 124.75$$

F.C. Bell encontró cocientes estables entre la lluvia de una hora y un periodo de retorno de dos años y la lluvia de igual duración pero con diferente periodo de retorno; posteriormente, combinó las relaciones duración-lluvia con los cocientes frecuencia-lluvia, para obtener una relación general de precipitación-duración-periodo de retorno definida por la ecuación siguiente:

$$P_t^T = (0.35 \ln T + 0.76)(0.54t^{0.25} - 0.50)P_{60}^2$$

Siendo  $P_t^T$  la precipitación de duración  $t$  minutos y periodo de retorno  $T$  años, en milímetros.

7. Ya con el cálculo de una altura de precipitación de duración 24 horas y un periodo de retorno de 2 años calculado en el inciso 6, podemos aplicar la ecuación de F.C. Bell, a manera de ejemplo se realizara el cálculo para una duración de 5 minutos y un periodo de retorno de 5 años:

$$P_t^T = (0.35 \ln(5) + 0.76)(0.54(5)^{0.25} - 0.50)(124.75)$$

$$P_t^T = 50.76 \text{ mm}$$

8. Posteriormente se realizan los cálculos para las duraciones que se quieran, en este caso serán: 5, 10, 20, 45, 80 y 120 minutos, y para los periodos de retorno deseados, en este caso serán: 2, 5, 10, 20, 50 y 100 años, recordemos que los valores obtenidos en la primera columna de la tabla son de altura de precipitación, ya que nos interesa saber la intensidad en la segunda columna, se muestran ya el valor de sus intensidades, obtenidas únicamente con la expresión  $i = \frac{hp}{a}$  en (mm/h):



T = 2 años			T = 5 años			T = 10 años		
d (min)	P (mm)	i (mm/h)	d (min)	P (mm)	i (mm/h)	d (min)	P (mm)	i (mm/h)
5	38.46	461.49	5	50.76	609.11	5	60.06	720.77
10	57.57	345.40	10	75.98	455.88	10	89.91	539.45
20	80.29	240.87	20	105.97	317.92	20	125.40	376.20
45	112.39	149.85	45	148.34	197.78	45	175.53	234.04
80	139.45	104.59	80	184.06	138.04	80	217.80	163.35
120	161.00	80.50	120	212.50	106.25	120	251.45	125.73

T = 20 años			T = 50 años			T = 100 años		
d (min)	P (mm)	i (mm/h)	d (min)	P (mm)	i (mm/h)	d (min)	P (mm)	i (mm/h)
5	69.37	832.44	5	81.67	980.06	5	90.98	1091.72
10	103.84	623.03	10	122.25	733.51	10	136.18	817.09
20	144.83	434.48	20	170.51	511.53	20	189.94	569.81
45	202.73	270.30	45	238.68	318.24	45	265.87	354.50
80	251.54	188.66	80	296.15	222.11	80	329.89	247.42
120	290.41	145.20	120	341.91	170.95	120	380.87	190.43

Tabla 11.- Cálculos de intensidades en (mm/h) realizados para diferentes duraciones y diferentes periodos de retorno

9. Finalmente se elabora una tabla resumen, como la Tabla 12 ya con las intensidades para cada duración y cada periodo de retorno y se hace una gráfica, como la de la Figura 33:

d (minutos)	T (en años)					
	2	5	10	20	50	100
5	461.49	609.11	720.77	832.44	980.06	1091.72
10	345.40	455.88	539.45	623.03	733.51	817.09
20	240.87	317.92	376.20	434.48	511.53	569.81
45	149.85	197.78	234.04	270.30	318.24	354.50
80	104.59	138.04	163.35	188.66	222.11	247.42
120	80.50	106.25	125.73	145.20	170.95	190.43

Tabla 12.- Valores de las curvas i-d-T, mediante el método de distribución de probabilidad de Gumbel



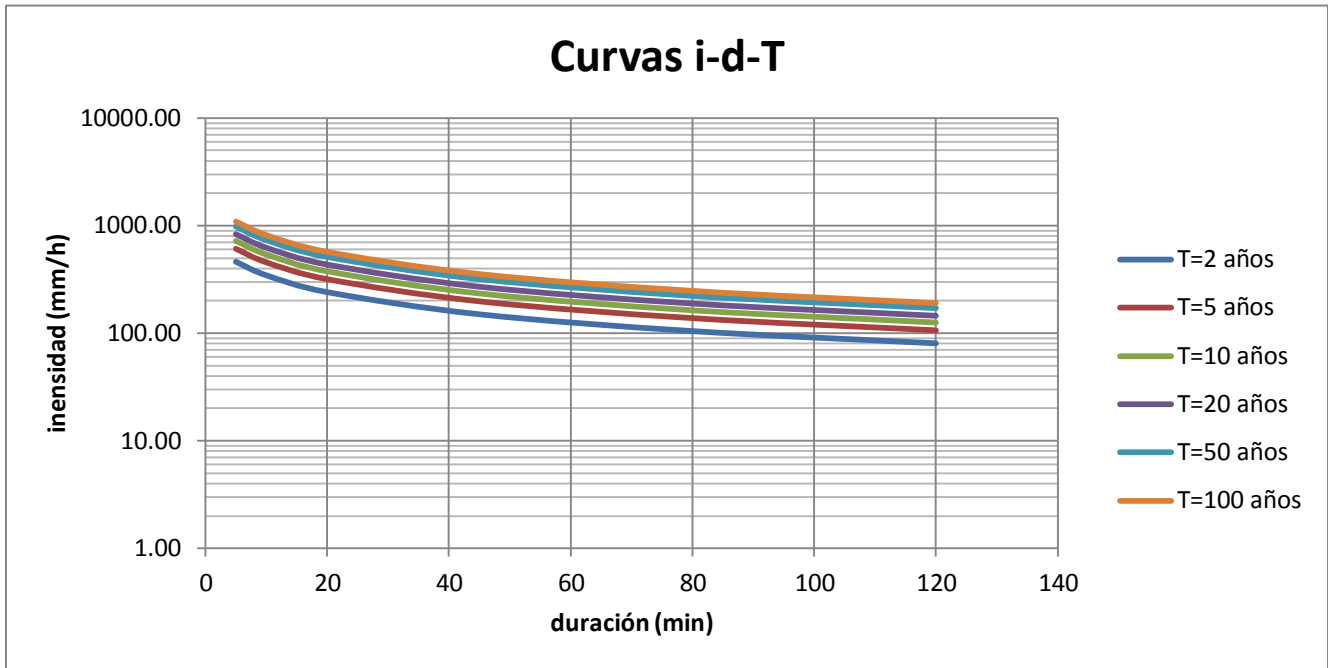


Figura 33.- Curvas i-d-T, mediante el método de distribución de probabilidad de Gumbel



## 6 Análisis comparativo del caso práctico

---

### 6.1 Comparación de resultados

Los resultados de intensidad en (mm/h) para nuestro caso práctico por ambos métodos fueron los siguientes:

Para el método de correlación lineal múltiple los valores oscilan entre un valor mínimo de 68.52 para una duración de 120 minutos y un periodo de retorno de 2 años y un valor máximo de 3215.89 para una duración de 5 minutos y un periodo de retorno de 100 años.

Para el método de distribución de probabilidad de Gumbel los valores oscilan entre un valor mínimo de 80.50 para una duración de 120 minutos y un periodo de retorno de 2 años y un valor máximo de 1091.72 para una duración de 5 minutos y un periodo de retorno de 100 años.

Como puede observarse en ambos casos los valores mínimos corresponden la duración más grande en este caso 120 minutos y el periodo de retorno más bajo de 2 años, y para los valores máximos de intensidad corresponden la duración más pequeña de 5 minutos y el periodo de retorno más grande de 100 años, sin embargo, los valores extremos entre ambos métodos se presentan en el método de correlación lineal múltiple, es decir, el valor más pequeño entre los dos y también el valor más grande entre los dos métodos.

Para el valor más pequeño entre los dos métodos existe una diferencia de 11.98 (mm/h) y la diferencia entre el valor más grande entre ambos métodos es considerable ya que es de 2124.16 (mm/h), esto obedece a que en un principio para todas las duraciones y todo el periodo de



retorno de 2 años, y hasta una duración de 45 minutos para un periodo de retorno de 5 años, el método de distribución de probabilidad de Gumbel tiene valores más grandes que el otro método, a partir de ahí el método de correlación lineal múltiple tiene como resultado valores más grandes que el método de distribución de probabilidad, cabe notar que todavía para todas las duraciones y un periodo de retorno de 10 años no existe una gran diferencia entre los valores de ambos métodos, sin embargo, a partir de un periodo de retorno de 20 años ya los valores del método de correlación son como mínimo 100 (mm/h) más altos que el método de distribución de probabilidad, esta tendencia se acentúa mucho más para periodos de retorno de 50 y 100 años, lo anterior se muestra en la siguiente Figura 34:

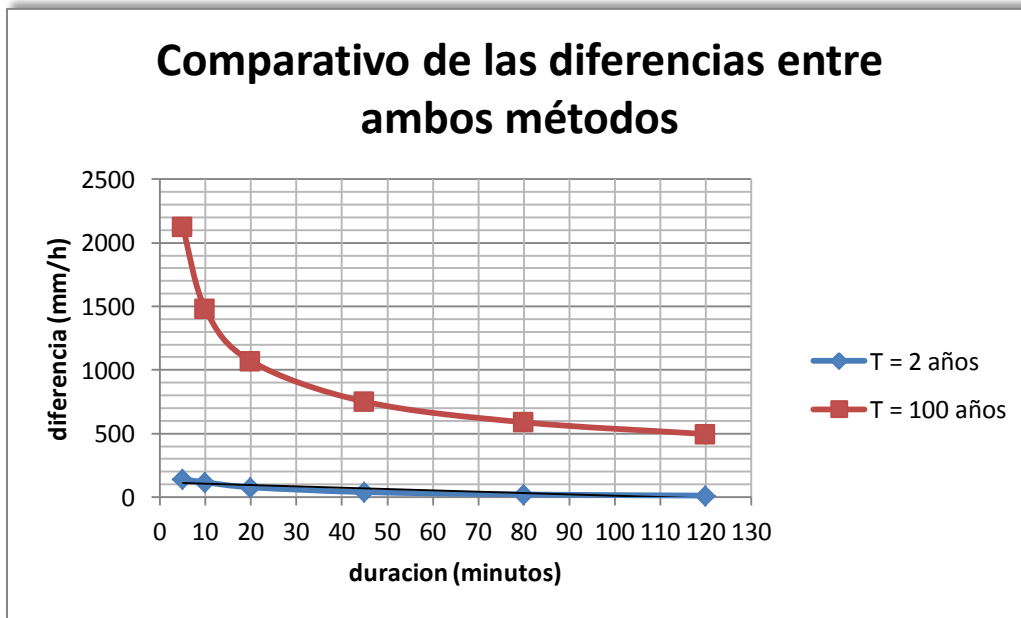


Figura 34.- Diferencia en (mm/h) entre los dos métodos para periodos de retorno diferentes

Otra notable diferencia entre ambos métodos es la separación entre las curvas en ambos métodos, mientras que en el método de correlación lineal múltiple las líneas de las curvas se encuentran con una mayor separación entre sí, en el método de distribución de probabilidad de Gumbel la separación entre las curvas es mínima, de hecho no se alcanzan a apreciar algunas curvas por la proximidad de la siguiente.

Esta diferencia grafica mencionada en el párrafo anterior nos permite hacer notar que el método de distribución de probabilidad arroja valores mucho más compactos entre los periodos de retorno es decir, no es tan grande las diferencias entre las intensidades entre por ejemplo un periodo de retorno de 50 años y uno de 100 años, en cambio, en el método de correlación lineal los valores de intensidades entre los mismos periodos de retorno (50 y 100 años) si son demasiado distantes entre uno y otro.



## 6.2 Discusión

Un modelo determinístico cuando cualquiera que sea el valor de la variable de tiempo, la respuesta a una entrada dada es siempre la misma, para un mismo estado inicial del sistema. En estos modelos el problema se reduce principalmente a la determinación y ajuste de los parámetros que describen el sistema, por ello tales modelos son llamados también paramétricos.

Debe hacerse notar, que en la realidad no es posible formular y simular un sistema hidrológico natural, en términos estrictamente determinísticos, debido a la variabilidad en el tiempo de dichos sistemas, variabilidad que se origina por los cambios introducidos por el hombre directa o indirectamente y a los procesos naturales de erosión, cambios climáticos y otros fenómenos que constituyen la evolución geomorfológica de la tierra; además, de las dificultades en la formulación matemática de los complejos procesos físicos involucrados.

En los modelos de simulación estocásticos, se evalúan los parámetros estadísticos que describen la respuesta del sistema y se utilizan posteriormente en la generación de series de datos hidrológicos estadísticamente indistinguibles de las series observadas.

Con los modelos determinísticos se pretende simular de manera continua en el tiempo una sucesión de eventos hidrológicos a intervalos cortos (horas o días) y la comprobación de la validez del modelo se realiza por comparación con la sucesión de eventos observados; en cambio con los modelos estocásticos no se busca una simulación continua de eventos, sino la generación de series hidrológicas no observadas de igual probabilidad de ocurrencia que las observadas, es decir, fundamentalmente consiste en predecir a grandes intervalos (mes o año) los valores características de la respuesta del sistema y no su valor instantáneo.

Cada uno de los dos enfoques expuestos tiene sus ventajas y limitaciones que los hacen aconsejables para distintos tipos de problemas o diseños hidrológicos.



## 7 Conclusiones

---

Se cumplió el objetivo planteado, calcularon, analizaron y compararon dos métodos para la obtención de las curvas de intensidad-duración-periodo de retorno, con ayuda de los resultados obtenidos para el caso práctico de la ciudad de Tapachula Chiapas, del análisis y comparación realizada en el capítulo anterior se puede concluir:

“Se obtuvieron resultados semejantes entre ambos métodos ya que las curvas obtenidas tienen una forma muy semejante y una tendencia a su crecimiento parecida.”

Sin embargo, puede también comentarse de manera particular aspectos que sobresalen de cada forma de tratar la información hidrológica, en la forma determinística los valores de los resultados tienen un mucho mayor rango, en este método se encuentran los valores mínimos y máximos entre ambos, la tendencia a líneas rectas sobre todo para duraciones por arriba de los 40 minutos es mucho más marcada, pero sobre todo su principal característica es que la distancia entre los periodos de retorno se disparan para periodos de retorno grandes como 50 y 100 años.

Para el tipo aleatorio digamos que los resultados se ubican en un rango estrecho de valores, su grafica tiene una tendencia principalmente de arco es decir no se suaviza para ninguna duración en particular, y sobre todo los valores entre los diferentes periodos de retorno no se disparan, es decir, la separación de los valores para los periodos de retorno subsecuentes es uniforme y no se disparan aunque sean periodos de retorno grandes.

Nuestro país cuenta con muy pocos pluviógrafos, aproximadamente el 13% con suficientes años de registro en comparación con la información de pluviómetros, la información necesaria para elaborar estas curvas es muy reducida, a través del Organismo de Cuenca de la Frontera Sur se obtuvieron aparentemente alturas de precipitación para duraciones de cada 3 horas sin embargo,



esa información como se comentó dentro del cuerpo de la tesis, no brindaba certeza acerca de la realidad de los datos, ya que al graficar la acumulación de las alturas de precipitación de la lluvia a lo largo de un día, distaba mucho de parecerse a una gráfica de una curva masa acumulada, concepto que también se explicó en el contenido de esta tesis, por tal motivo, se tuvo que recurrir a factores que se describen a continuación:

- ✚ El primero de ellos fue 0.35 para el factor R tomado de la publicación de Campos Aranda en 1990.
- ✚ Los siguientes factores que se aplicaron son los propuestos por el OMM (Organismo Mundial de Meteorología) que atendiendo precisamente esta necesidad de contar con duraciones menores a una hora para realizar estas curvas y público en su reporte numero 168 los siguientes factores para duraciones menores a una hora:

Duración (minutos)	5	10	20	30	40	45	50	60
Relación	0.3	0.32	0.54	0.71	0.82	0.90	0.92	1

- ✚ Ya que para la realización de las curvas se consideró duraciones desde 5 minutos hasta 120 minutos debido a que el tiempo de concentración en zonas urbanas es generalmente de 120 minutos y Tapachula cuenta con una pendiente bastante grande así que damos por hecho que para esta ciudad no se superará este tiempo de concentración, por tanto, tuve que calcular esta altura de precipitación para valores mayores a una hora y esto se resolvió con la ecuación:

$$y = \frac{hp_{24hr} - hp_{1hr}}{\ln(24) - \ln(1)} * \ln(d) + hp_{1hr}$$

Esta ecuación relaciona una duración una hora con cualquier otra duración mayor a esta, publicada por Dionisio Aguilar Ramírez, en su tesis: Análisis de la variación climática en el Valle de México. (Aguilar Ramírez, 2012)

Para el método de distribución de probabilidad de Gumbel se utilizó la siguiente:

- ✚ Una ecuación publicada por F.C. Bell que calcula alturas de precipitación para cualquier duración y periodos de retorno a partir de una duración de una hora y un periodo de retorno de 2 años la ecuación es la siguiente:

$$P_t^T = (0.35 \ln T + 0.76)(0.54t^{0.25} - 0.50)P_{60}^2$$



Si bien los coeficientes y ecuaciones que se aplicaron para la elaboración de las curvas están basados en estudios serios que contemplan diferentes condiciones y son publicados por investigadores con prestigio o por instituciones con reconocimiento mundial, estos factores nunca podrán sustituir ni tampoco ser más confiables que la información que arrojan los instrumentos que miden directamente la cantidad de lluvia que se origina y en qué tiempo se originó en la zona para la cual se elaboraran las curvas, por esto es muy importante que nuestro país, cuente con una red de pluviógrafos más amplia y en las zonas en donde ya los tienen, conservarlos y brindarles un mantenimiento adecuado para que puedan arrojar información para una gran cantidad de años de registro y sobre todo información fidedigna y confiable, ya que mientras más información tengamos para elaborar estas curvas más eficientes serán los diseños para obras hidráulicas y podremos prevenir fallas como inundaciones o desbordamientos.

Se recomienda tomar como herramienta en el cálculo del diseño del drenaje pluvial de la ciudad de Tapachula Chiapas esta investigación, ya que con la obtención de las curvas se dio un avance significativo para el diseño y construcción del drenaje pluvial de esta ciudad que tanto lo requiere.

En términos generales y atendiendo las hipótesis de esta tesis, se concluye que los resultados obtenidos entre un método y el otro son semejantes, ya que las curvas son muy parecidas entre una metodología y la otra variando únicamente los rangos de valores para los resultados obtenidos pero conservando su forma y la tendencia de su crecimiento.

En realidad es imposible decir si un método es mejor que el otro, porque incluso la forma de abordar la solución para encontrar las curvas es muy diferente entre uno y otro, como ya se comentó anteriormente, el objetivo principal de esta tesis es presentar dos alternativas para el cálculo de estas curvas, presentar la metodología para realizar los cálculos por ambos métodos, realizar un análisis de las diferencias y/o semejanzas entre ellos, así como también, hacer conciencia de la importancia de contar con curvas i-d-T actualizadas en las principales ciudades de nuestro país, ya que las condiciones climatológicas y la cantidad de lluvia que se precipita en la actualidad ha variado mucho en comparación con épocas pasadas.



## Bibliografía

- Aguilar Ramírez, D. A. (2012). Analisis de la Variación Climatica en el Valle de México. En *Tesis* (pág. 127). México, D.F.
- Álvarez Cáceres, R. (2007). *Estadística Aplicada a las Ciencias de la Salud*. España: Díaz de Santos.
- Aparicio Mijares, F. J. (2011). *Fundamentos de hidrología de superficie*. México: Limusa.
- Breña Puyol, A. F. (2003). *Hidrología Urbana*. Mexico, D.F.: UAM.
- Caamaño Nelli, G., & Marcelo García, C. (1999). Relación intensidad-duración-recurrencia de lluvias máximas: enfoque a través del factor de frecuencia - caso lognormal. *Ingeniería Hidráulica en México.*, XIV(3), 37-44.
- Cáceres Hernández, J. J. (2007). *Conceptos Básicos de Estadística para Ciencias Sociales*. Madrid, España: Delta Publicaciones.
- Campos Aranda, D. (1998). *Procesos del Ciclo Hidrológico*. San Luis Potosi: Universidad Autónoma de San Luis Potosi, Facultad de Ingeniería.
- Cao, A. R. (2002). *Introducción a la Simulación y a la Teoría de Colas*. La Coruña, España: NETBIBLO.
- Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, W. L. (1994). *Hidrología Aplicada*. Santafé de Bogotá, Colombia.: McGraw-Hill.
- Comision Nacional del Agua. (2011). *Estadísticas del Agua en Mexico*. México: Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales.
- Devore, J. L. (2008). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias*. México, D.F.: Cengage Learning.
- González Salazar, A., Juárez, A., & Loza Ramírez, L. (2008). *Sincronía Summer*. Recuperado el 10 de Octubre de 2012, de <http://sincronia.cucsh.udg.mx/salazar.htm>
- Haan, C. T. (1997). *Estatical Methods in Hydrology*. Iowa, United States of America: The Iowa State University Press / Ames.
- Ibarra Ochoa, M. (2011). *Evaluación de las Estimaciones de Lluvia del sistema hidroestimador en las cuencas de los ríos grijalva y usumancita del sureste de México*. Jiutepec, Morelos: Tesis de Maestria.
- Instituto de Ingenieria, UNAM; Instituto de Investigaciones Eléctricas, CFE. (1981). *Manual de diseño de obras civiles*. Mexico D.F.: CFE.





- Larson, H. J. (1992). *Introducción a la Teoría de Probabilidades e Inferencia Estadística*. México, D.F.: LIMUSA.
- Levin, R. I., & Rubin, D. S. (2004). *Estadística para Administración y Economía*. Naucalpan, Edo. de México: Pearson Prentice Hall.
- Maderey Rascón, L. E., & Jiménez Román, A. (2005). *Principios de Hidrogeografía Estudio del Ciclo Hidrológico*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Malhotra, N. K. (2004). *Investigación de Mercados Un Enfoque Aplicado*. México D.F.: Pearson Educación.
- Mejía Mejía, E. (Noviembre de 2005). *UNMSM*. Recuperado el 2012, de <http://www.unmsm.edu.pe/educacion/postgrado/descargas/tecnicas.pdf>
- Moore, D. S. (2000). *Estadística aplicada básica*. Barcelona, España: Antoni Bosch.
- Perez, R., & López, A. J. (2011). *Métodos estadísticos para Economía y Empresa*. Oviedo, España: Creative Commons.
- Ruíz Marín, M. (s.f.). Regresión y Correlación.
- Urbano, M. d. (s.f.). Econometría Aplicada.
- Vargas Sabadías, A. (1995). *Estadística Descriptiva e Inferencial*. Castilla: Universidad de Castilla-La Mancha.
- Velásquez Mazariegos, S. (2011). *Scribd*. Recuperado el 18 de Octubre de 2012, de <http://es.scribd.com/doc/95693418/3/Curva-masa-o-de-Volumenes-Acumulados-Que-se-puede-conocer>
- Velázquez Angulo, G., & Esquivel Ceballos, V. H. (2009). Cambios en las curvas de intensidad-duración-periodo de retorno (IDT) por efecto del calentamiento global. *Primera Reunión de la Red Temática de Agua del CONACyT*. Cocoyoc, Morelos.



## Anexo A

$$y = \log i, a_0 = \log k, a_1 = m, x_1 = \log T, a_2 = -n, x_2 = \log(d + c)$$

$x_2$	$x_1$	$y$	$x_1 y$	$x_2 y$	$x_1^2$	$x_2^2$	$x_1 x_2$
0.477	1.398	1.505	2.103	0.718	1.954	0.228	0.667
0.477	1.097	1.482	1.626	0.707	1.203	0.228	0.523
0.477	0.921	1.462	1.346	0.698	0.848	0.228	0.439
0.477	0.796	1.366	1.087	0.652	0.633	0.228	0.380
0.477	0.699	1.287	0.900	0.614	0.489	0.228	0.333
0.477	0.620	1.235	0.765	0.589	0.384	0.228	0.296
0.477	0.553	1.154	0.638	0.550	0.306	0.228	0.264
0.477	0.495	1.138	0.563	0.543	0.245	0.228	0.236
0.477	0.444	1.076	0.478	0.514	0.197	0.228	0.212
0.477	0.398	1.065	0.424	0.508	0.158	0.228	0.190
0.477	0.357	0.992	0.354	0.473	0.127	0.228	0.170
0.477	0.319	0.989	0.315	0.472	0.102	0.228	0.152
0.477	0.284	0.907	0.258	0.433	0.081	0.228	0.136
0.477	0.252	0.880	0.221	0.420	0.063	0.228	0.120
0.477	0.222	0.856	0.190	0.408	0.049	0.228	0.106
0.477	0.194	0.784	0.152	0.374	0.038	0.228	0.092
0.477	0.167	0.713	0.119	0.340	0.028	0.228	0.080
0.477	0.143	0.530	0.076	0.253	0.020	0.228	0.068
0.477	0.119	0.477	0.057	0.227	0.014	0.228	0.057
0.477	0.097	0.348	0.034	0.166	0.009	0.228	0.046
0.477	0.076	0.301	0.023	0.144	0.006	0.228	0.036
0.477	0.056	-0.281	-0.016	-0.134	0.003	0.228	0.026
0.477	0.036	-0.432	-0.016	-0.206	0.001	0.228	0.017
0.477	0.018	-0.778	-0.014	-0.371	0.000	0.228	0.008
0.778	1.398	1.472	2.058	1.146	1.954	0.606	1.088
0.778	1.097	1.462	1.604	1.138	1.203	0.606	0.854
0.778	0.921	1.458	1.342	1.134	0.848	0.606	0.717
0.778	0.796	1.287	1.024	1.002	0.633	0.606	0.619
0.778	0.699	1.243	0.869	0.967	0.489	0.606	0.544
0.778	0.620	1.138	0.706	0.886	0.384	0.606	0.482
0.778	0.553	1.128	0.623	0.878	0.306	0.606	0.430
0.778	0.495	1.065	0.527	0.829	0.245	0.606	0.385
0.778	0.444	1.065	0.472	0.828	0.197	0.606	0.345



0.778	0.398	1.057	0.421	0.823	0.158	0.606	0.310
0.778	0.357	0.992	0.354	0.772	0.127	0.606	0.277
0.778	0.319	0.981	0.313	0.764	0.102	0.606	0.248
0.778	0.284	0.977	0.277	0.760	0.081	0.606	0.221
0.778	0.252	0.922	0.232	0.718	0.063	0.606	0.196
0.778	0.222	0.869	0.193	0.676	0.049	0.606	0.173
0.778	0.194	0.844	0.164	0.657	0.038	0.606	0.151
0.778	0.167	0.794	0.133	0.618	0.028	0.606	0.130
0.778	0.143	0.713	0.102	0.555	0.020	0.606	0.111
0.778	0.119	0.483	0.058	0.376	0.014	0.606	0.093
0.778	0.097	0.477	0.046	0.371	0.009	0.606	0.075
0.778	0.076	0.040	0.003	0.031	0.006	0.606	0.059
0.778	0.056	0.000	0.000	0.000	0.003	0.606	0.043
0.778	0.036	-0.434	-0.016	-0.338	0.001	0.606	0.028
0.778	0.018	-0.769	-0.014	-0.598	0.000	0.606	0.014
0.954	1.398	1.462	2.044	1.395	1.954	0.911	1.334
0.954	1.097	1.437	1.577	1.372	1.203	0.911	1.047
0.954	0.921	1.432	1.319	1.367	0.848	0.911	0.879
0.954	0.796	1.287	1.024	1.228	0.633	0.911	0.759
0.954	0.699	1.251	0.875	1.194	0.489	0.911	0.667
0.954	0.620	1.138	0.706	1.086	0.384	0.911	0.591
0.954	0.553	1.100	0.608	1.050	0.306	0.911	0.528
0.954	0.495	1.065	0.527	1.016	0.245	0.911	0.472
0.954	0.444	1.045	0.464	0.997	0.197	0.911	0.423
0.954	0.398	1.037	0.413	0.990	0.158	0.911	0.380
0.954	0.357	1.010	0.360	0.964	0.127	0.911	0.340
0.954	0.319	0.992	0.316	0.947	0.102	0.911	0.304
0.954	0.284	0.963	0.274	0.919	0.081	0.911	0.271
0.954	0.252	0.935	0.236	0.893	0.063	0.911	0.240
0.954	0.222	0.889	0.197	0.848	0.049	0.911	0.212
0.954	0.194	0.859	0.166	0.819	0.038	0.911	0.185
0.954	0.167	0.832	0.139	0.794	0.028	0.911	0.160
0.954	0.143	0.745	0.106	0.711	0.020	0.911	0.136
0.954	0.119	0.713	0.085	0.680	0.014	0.911	0.114
0.954	0.097	0.477	0.046	0.455	0.009	0.911	0.092
0.954	0.076	0.037	0.003	0.035	0.006	0.911	0.072
0.954	0.056	-0.026	-0.001	-0.025	0.003	0.911	0.053
0.954	0.036	-0.176	-0.006	-0.168	0.001	0.911	0.035
0.954	0.018	-0.433	-0.008	-0.413	0.000	0.911	0.017
1.079	1.398	1.462	2.044	1.578	1.954	1.165	1.509
1.079	1.097	1.405	1.541	1.516	1.203	1.165	1.184
1.079	0.921	1.399	1.289	1.510	0.848	1.165	0.994



1.079	0.796	1.393	1.109	1.503	0.633	1.165	0.859
1.079	0.699	1.287	0.900	1.389	0.489	1.165	0.754
1.079	0.620	1.259	0.781	1.359	0.384	1.165	0.669
1.079	0.553	1.153	0.638	1.245	0.306	1.165	0.597
1.079	0.495	1.138	0.563	1.228	0.245	1.165	0.534
1.079	0.444	1.100	0.488	1.187	0.197	1.165	0.479
1.079	0.398	1.071	0.426	1.156	0.158	1.165	0.429
1.079	0.357	1.065	0.380	1.149	0.127	1.165	0.385
1.079	0.319	1.023	0.326	1.105	0.102	1.165	0.344
1.079	0.284	1.016	0.289	1.097	0.081	1.165	0.306
1.079	0.252	0.992	0.250	1.071	0.063	1.165	0.272
1.079	0.222	0.950	0.211	1.025	0.049	1.165	0.239
1.079	0.194	0.908	0.176	0.979	0.038	1.165	0.209
1.079	0.167	0.848	0.142	0.915	0.028	1.165	0.181
1.079	0.143	0.819	0.117	0.884	0.020	1.165	0.154
1.079	0.119	0.780	0.093	0.841	0.014	1.165	0.129
1.079	0.097	0.764	0.074	0.824	0.009	1.165	0.105
1.079	0.076	0.234	0.018	0.252	0.006	1.165	0.082
1.079	0.056	0.219	0.012	0.236	0.003	1.165	0.060
1.079	0.036	-0.301	-0.011	-0.325	0.001	1.165	0.039
1.079	0.018	-0.434	-0.008	-0.468	0.000	1.165	0.019
1.176	1.398	1.462	2.044	1.719	1.954	1.383	1.644
1.176	1.097	1.423	1.561	1.673	1.203	1.383	1.290
1.176	0.921	1.376	1.267	1.618	0.848	1.383	1.083
1.176	0.796	1.358	1.081	1.597	0.633	1.383	0.936
1.176	0.699	1.287	0.900	1.514	0.489	1.383	0.822
1.176	0.620	1.267	0.785	1.490	0.384	1.383	0.729
1.176	0.553	1.261	0.697	1.483	0.306	1.383	0.650
1.176	0.495	1.203	0.595	1.414	0.245	1.383	0.582
1.176	0.444	1.149	0.510	1.351	0.197	1.383	0.522
1.176	0.398	1.138	0.453	1.339	0.158	1.383	0.468
1.176	0.357	1.065	0.380	1.252	0.127	1.383	0.419
1.176	0.319	1.039	0.331	1.222	0.102	1.383	0.375
1.176	0.284	1.025	0.291	1.206	0.081	1.383	0.334
1.176	0.252	0.994	0.250	1.170	0.063	1.383	0.296
1.176	0.222	0.992	0.220	1.167	0.049	1.383	0.261
1.176	0.194	0.956	0.185	1.125	0.038	1.383	0.228
1.176	0.167	0.936	0.157	1.101	0.028	1.383	0.197
1.176	0.143	0.837	0.119	0.984	0.020	1.383	0.168
1.176	0.119	0.807	0.096	0.949	0.014	1.383	0.140
1.176	0.097	0.742	0.072	0.872	0.009	1.383	0.114
1.176	0.076	0.667	0.050	0.784	0.006	1.383	0.089



1.176	0.056	0.395	0.022	0.465	0.003	1.383	0.065
1.176	0.036	0.389	0.014	0.457	0.001	1.383	0.043
1.176	0.018	-0.398	-0.007	-0.468	0.000	1.383	0.021
1.255	1.398	1.462	2.044	1.835	1.954	1.576	1.755
1.255	1.097	1.347	1.478	1.691	1.203	1.576	1.377
1.255	0.921	1.345	1.239	1.688	0.848	1.576	1.156
1.255	0.796	1.343	1.069	1.686	0.633	1.576	0.999
1.255	0.699	1.329	0.929	1.669	0.489	1.576	0.877
1.255	0.620	1.312	0.813	1.647	0.384	1.576	0.778
1.255	0.553	1.287	0.712	1.616	0.306	1.576	0.694
1.255	0.495	1.275	0.631	1.601	0.245	1.576	0.621
1.255	0.444	1.193	0.529	1.497	0.197	1.576	0.557
1.255	0.398	1.138	0.453	1.429	0.158	1.576	0.500
1.255	0.357	1.118	0.399	1.403	0.127	1.576	0.448
1.255	0.319	1.081	0.345	1.358	0.102	1.576	0.400
1.255	0.284	1.065	0.302	1.336	0.081	1.576	0.356
1.255	0.252	1.036	0.261	1.300	0.063	1.576	0.316
1.255	0.222	1.005	0.223	1.262	0.049	1.576	0.278
1.255	0.194	0.992	0.192	1.246	0.038	1.576	0.243
1.255	0.167	0.971	0.163	1.219	0.028	1.576	0.210
1.255	0.143	0.921	0.131	1.157	0.020	1.576	0.179
1.255	0.119	0.825	0.098	1.036	0.014	1.576	0.150
1.255	0.097	0.793	0.077	0.996	0.009	1.576	0.122
1.255	0.076	0.588	0.045	0.738	0.006	1.576	0.095
1.255	0.056	0.526	0.029	0.660	0.003	1.576	0.070
1.255	0.036	0.513	0.019	0.643	0.001	1.576	0.045
1.255	0.018	-0.477	-0.008	-0.599	0.000	1.576	0.022
1.322	1.398	1.462	2.044	1.933	1.954	1.748	1.848
1.322	1.097	1.427	1.565	1.887	1.203	1.748	1.450
1.322	0.921	1.419	1.307	1.876	0.848	1.748	1.218
1.322	0.796	1.312	1.044	1.734	0.633	1.748	1.052
1.322	0.699	1.287	0.900	1.702	0.489	1.748	0.924
1.322	0.620	1.283	0.795	1.696	0.384	1.748	0.819
1.322	0.553	1.277	0.706	1.688	0.306	1.748	0.731
1.322	0.495	1.260	0.624	1.666	0.245	1.748	0.654
1.322	0.444	1.233	0.547	1.630	0.197	1.748	0.587
1.322	0.398	1.212	0.482	1.603	0.158	1.748	0.526
1.322	0.357	1.194	0.426	1.579	0.127	1.748	0.471
1.322	0.319	1.179	0.376	1.558	0.102	1.748	0.421
1.322	0.284	1.138	0.323	1.505	0.081	1.748	0.376
1.322	0.252	1.065	0.268	1.408	0.063	1.748	0.333
1.322	0.222	0.992	0.220	1.312	0.049	1.748	0.293



1.322	0.194	0.969	0.188	1.281	0.038	1.748	0.256	
1.322	0.167	0.947	0.159	1.252	0.028	1.748	0.221	
1.322	0.143	0.907	0.129	1.199	0.020	1.748	0.189	
1.322	0.119	0.814	0.097	1.076	0.014	1.748	0.158	
1.322	0.097	0.780	0.076	1.031	0.009	1.748	0.128	
1.322	0.076	0.636	0.048	0.841	0.006	1.748	0.100	
1.322	0.056	0.605	0.034	0.800	0.003	1.748	0.073	
1.322	0.036	0.521	0.019	0.689	0.001	1.748	0.048	
1.322	0.018	0.246	0.004	0.325	0.000	1.748	0.023	
1.380	1.398	1.507	2.106	2.080	1.954	1.905	1.929	
1.380	1.097	1.481	1.624	2.044	1.203	1.905	1.514	
1.380	0.921	1.462	1.346	2.018	0.848	1.905	1.271	
1.380	0.796	1.451	1.155	2.002	0.633	1.905	1.098	
1.380	0.699	1.339	0.936	1.847	0.489	1.905	0.965	
1.380	0.620	1.290	0.800	1.781	0.384	1.905	0.855	
1.380	0.553	1.287	0.712	1.777	0.306	1.905	0.763	
1.380	0.495	1.275	0.631	1.760	0.245	1.905	0.683	
1.380	0.444	1.269	0.563	1.752	0.197	1.905	0.612	
1.380	0.398	1.259	0.501	1.738	0.158	1.905	0.549	
1.380	0.357	1.258	0.448	1.736	0.127	1.905	0.492	
1.380	0.319	1.252	0.399	1.729	0.102	1.905	0.440	
1.380	0.284	1.235	0.351	1.704	0.081	1.905	0.392	
1.380	0.252	1.202	0.303	1.659	0.063	1.905	0.348	
1.380	0.222	1.138	0.253	1.571	0.049	1.905	0.306	
1.380	0.194	1.065	0.206	1.469	0.038	1.905	0.268	
1.380	0.167	0.992	0.166	1.370	0.028	1.905	0.231	
1.380	0.143	0.928	0.132	1.281	0.020	1.905	0.197	
1.380	0.119	0.921	0.110	1.271	0.014	1.905	0.165	
1.380	0.097	0.891	0.086	1.230	0.009	1.905	0.134	
1.380	0.076	0.833	0.063	1.149	0.006	1.905	0.105	
1.380	0.056	0.802	0.045	1.106	0.003	1.905	0.077	
1.380	0.036	0.766	0.028	1.057	0.001	1.905	0.050	
1.380	0.018	0.681	0.012	0.940	0.000	1.905	0.024	
$\sum$ totales	202.14	78.06	180.05	96.09	195.43	55.67	228.49	82.19



- Análisis de la información brindada de un pluviógrafo por el Organismo de Cuenca de la Frontera Sur

ANOZ	MESZ	DIAZ	HRAZ	EST	TERM	PRE24	PRELAM	PRETPO
1992	09	19	03	76903	0	0	0	0
1992	09	19	06	76903	0	0	23	6
1992	09	19	12	76903	0	27	4	6
1992	09	19	15	76903	0	0	0	0
1992	09	19	18	76903	0	0	0	0
1992	09	19	21	76903	0	0	0	0
1992	09	20	00	76903	0	0	16	6
1992	09	20	03	76903	0	163.3	1	1

Método de factor de ajuste relacionando estaciones pluviométricas cercanas al pluviógrafo.

Estación 1 :	Pluviógrafo Tapachula
Estación 2 :	Pluviómetro Puerto Madero
Estación 3 :	Pluviómetro Finca Chicharras
Estación 4 :	Pluviómetro Ignacio López Rayón

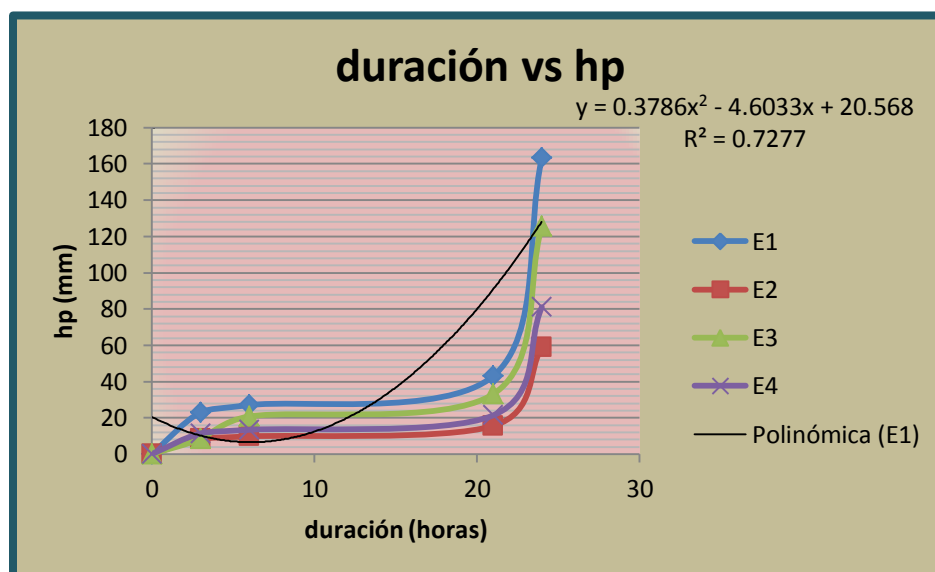
Duración (horas)	hp (mm)
0	0
3	23
6	27
9	0
12	0
15	0
18	0
21	43
24	163.3

Estaciones	Factores de Ajuste
Estación 1	1
Estación 2	0.36
Estación 3	0.77
Estación 4	0.50



Tiempo (hrs)	Estación 1	Estación 2	Estación 3	Estación 4
0	0	0	0	0
3	23	8.31	8.31	11.41
6	27	9.76	20.75	13.39
9	0	0	0	0
12	0	0	0	0
15	0	0	0	0
18	0	0	0	0
21	43	15.54	33.05	21.33
24	163.3	59	125.50	81

Interpolación	
(horas)	(mm)
0	0
3	10.17
6	6.58
9	9.80
12	19.85
15	36.70
18	60.38
21	90.86
24	163.30







## Anexo B

Cada espacio muestral tiene su propia función de distribución o de densidad de probabilidad, que normalmente no se conoce *a priori*. Cuando de ese espacio se extrae un grupo de datos (muestra) al azar, es razonable esperar que su función de distribución de probabilidad sea similar a la del espacio completo, en particular si la muestra es grande. Además, lo más razonable que se puede suponer en cuanto a la frecuencia de cada dato del grupo es que ésta sea, dentro del espacio muestral, igual a la observada.

Considérese, por ejemplo, el conjunto de diez gastos máximos anuales de la siguiente tabla.

año	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981
$Q_{m\acute{a}x} \text{ m}^3/\text{s}$	2000	5000	4500	3800	2900	3100	1500	2200	3900	4700

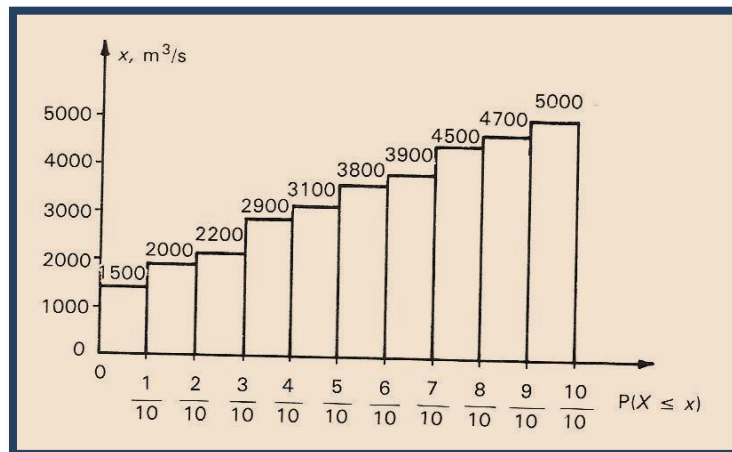
Si esta muestra fuera todo el espacio, la función de distribución de probabilidades sería la mostrada en la figura. De esta función se observa, por ejemplo, que la probabilidad de que el gasto máximo anual será menor o igual a  $1500 \text{ m}^3/\text{s}$  se encuentra dentro de los límites.

$$0 \leq P(X \leq 1500 \text{ m}^3/\text{s}) \leq 0.1$$

y la probabilidad de que dicho gasto sea menor o igual a  $5000 \text{ m}^3/\text{s}$  se encuentra dentro de los límites

$$0.9 \leq P(X \leq 5000 \text{ m}^3/\text{s}) \leq 1.0$$

Los límites de las ecuaciones anteriores se pueden expresar en función de la posición de la variable aleatoria  $X (= Q_{m\acute{a}x})$  en una tabla de valores de la misma, ordenados de mayor a menor (véase en la siguiente tabla). Así, si  $m$  es el número de orden y  $n$  el número total de datos, y si se escoge el límite superior en las ecuaciones pasadas, se tiene para un valor de  $x$  con número de orden  $m$ :





$m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X = Q_{máx}$ $m^3/s$	5000	4700	4500	3900	3800	3100	2900	2200	2000	1500

$$P(X \leq x) = 1 + \frac{1 - m}{n}$$

y si se toma el límite inferior resulta:

$$P(X \leq x) = 1 - \frac{m}{n}$$

Se observa que, en el caso de la primera ecuación, la probabilidad de que el gasto sea mayor de 5000 m<sup>3</sup>/s es nula y, en el segundo caso, la probabilidad de que el gasto máximo anual sea menor de 1500 m<sup>3</sup>/s es también nula.

Sin embargo, resulta absurdo decidir que jamás se presentará un gasto mayor de 5000 m<sup>3</sup>/s o uno menor de 1500 m<sup>3</sup>/s sólo porque en 10 años de registro no se han presentado gastos de estas magnitudes. En vista de que este gasto es una variable aleatoria continua, cuyo dominio de definición es:

$$0 \leq x \leq \infty$$

Siempre habrá una probabilidad no nula de que se presente un gasto menor o igual que un valor cualquiera en este rango, no importa qué tan pequeño o grande sea dicho valor.

De aquí la necesidad de usar una fórmula que asigne una probabilidad no nula a cualquier evento. Esto puede hacerse con una fórmula del tipo:

$$P(X \leq x) = 1 - \frac{2m - 1}{2n}$$

que sitúa la probabilidad exactamente en el centro del intervalo.

Otra manera de hacer lo anterior es suponiendo que la frecuencia observada de un evento es la misma que la población de frecuencias de ese evento, lo que conduce a la fórmula:

$$P(X \leq x) = 1 - \frac{m}{n + 1}$$

La ecuación anterior es la más usada en hidrología. El periodo de retorno del  $m$ -ésimo evento de los  $n$  registrados es entonces, de acuerdo con la ecuación anterior y la ecuación  $T = \frac{1}{P}$ .

$$T = \frac{n + 1}{m}$$



Así, el máximo evento registrado en un conjunto de 10 tiene un periodo de retorno de 11 años y el mínimo lo tiene de 1.1 años.

En Hidrología, normalmente se prefiere trabajar con periodos de retorno en lugar de probabilidades, pues es un concepto que resulta más claro ya que tiene las mismas unidades (tiempo) que la vida útil de las obras y puede compararse con ésta.

(Aparicio Mijares, 2011).



## Anexo C

Definición  $R^2$ : En el contexto del análisis de la regresión lineal simple el coeficiente de correlación múltiple establece una medida del grado de asociación lineal entre la variable respuesta y la variable predictora, concretamente entre la variable respuesta y la recta de regresión estimada. Se define, a partir de los  $n$  pares de observaciones, mediante:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

*verificandose que  $-1 \leq R \leq 1$*

Su cuadrado,  $R^2$ , denominado coeficiente de determinación múltiple, puede interpretarse como el porcentaje de variabilidad de  $Y$  explicada o debida a la recta de regresión, en tanto que puede comprobarse que:

$$1 - R^2 = \frac{SSE}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

Cuando todos los puntos se encuentran sobre la recta de regresión estimada, es decir, "el ajuste es perfecto", la suma de cuadrados de residuos,  $SSE$ , toma el valor cero y, por tanto,  $R^2 = 1$ . El denominador de la última expresión es una medida de la variabilidad total de las  $n$  observaciones de la variable respuesta.

[http://e-stadistica.bio.ucm.es/glosario/coef\\_corre.html](http://e-stadistica.bio.ucm.es/glosario/coef_corre.html)