UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE PSICOLOGIA

ENSEÑANZA DE RESOLUCION DE PROBLEMAS:
UN PROGRAMA BASADO EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

TESIS

PARA OBTENER EL GRADO DE

LICENCIADO EN PSICOLOGIA

PRESENTA

MONICA IRAIS GALLEGOS JIMENEZ

DIRECTORA DE TESIS

LIC. IRMA GRACIELA CASTAÑEDA RAMÍREZ

REVISORA DE TESIS

MTRA. PATRICIA BERMUDEZ LOZANO

MÉXICO, DF **MARZO DEL 2013**

Gracias:

A mi abuelito **JOSE** por estar siempre a mi lado, por jugar conmigo cuando era niña, por estar en mis bailes escolares, graduaciones y en cada éxito que he obtenido en mi vida, por darme cariño incondicional y por ser una de las personas que me inspiran.

A mi papás **MONICA** y **MOISES** por confiar en mis decisiones, por su apoyo incondicional y por la educación que me dieron.

A mi mamá **MONICA** que ha sido mi ejemplo personal a seguir, por la fortaleza que la caracteriza y por buscar por todos los medios darme las herramientas para ser una persona íntegra.

A mi segunda mamá **VIRGINIA** por creer en mí y confiar en la capacidad que tengo, por estar conmigo en los momentos difíciles y en los felices. Por impulsarme y quererme. Por ser mi primer modelo a seguir siendo una persona esencial para la elección de mi carrera.

A mi hermano **DIEGO**, mi abuelita **TERESA**, mis primos **EMILIANO** y **SARA**, mis tíos **LILIANA, GABRIELA, SABINO** y **ANTONIO** por su apoyo, por el tiempo compartido, por el cariño que me han dado y por el interés que han mostrado en el transcurso de mi vida.

A mi mejor amiga a la cual considero mi hermana **XOCHITL**, por ser un apoyo importante, por escucharme, por regañarme y por ofrecerme su valiosa amistad.

A mi gran amiga y colega **ABIGAIL**, por su apoyo, confianza y compañía desde el inicio de este proyecto.

A mi novio **ROBERTO** por su fe en mí, sus palabras de aliento, sus abrazos y por escucharme cada vez que necesitaba aclarar mi mente.

A mis amigas/os **NAYELI, BLANCA, FRANCISCO, FERNANDO, ROBERTO**, por sus consejos, su amistad y por dejarme ser parte de su vida.

A mi revisora **PATRICIA BERMUDEZ** porque su apoyo, confianza y guía me permitieron concluir este trabajo que representa un logro muy importante en mi vida.

A mi directora **IRMA CASTAÑEDA** por su perseverancia, dedicación, tiempo y esfuerzo en mi trabajo.

A todos los **NIÑOS** que participaron en este trabajo de investigación así como a el colegio **CIUDAD DE LOS NIÑOS "ESPIRITU DE MEXICO"** que me facilito horas de clase, apoyo por parte de la directora y de los maestros y su entera confianza en este trabajo para el beneficio de los niños.

A la Facultad de Psicología, por ser la Institución en la que siempre soñé estar y que con años de esfuerzo y estudio se hizo realidad y que ahora que termino esta etapa de mi desarrollo profesional puedo verla con orgullo.

”Aprendí que no se puede dar marcha atrás, que la esencia de la vida es ir hacia adelante. La vida, en realidad, es una calle de sentido único”

Agatha Christie

INDICE

RESUMEN

El propósito del presente trabajo fue elaborar y aplicar un programa para la enseñanza de la resolución de problemas a través del aprendizaje significativo. Para la realización del trabajo se retomó el método de Polya y el trabajo en forma grupal dentro del aula escolar con el propósito de que los niños adquirieran una estrategia como facilitador en el aprendizaje de las matemáticas. Los participantes fueron dos grupos intactos de segundo grado de primaria. Para la Evaluación Inicial y Final se seleccionaron seis niños de cada grupo, con base en el rendimiento que tenían en las matemáticas, siendo dos de alto, dos de medio y dos de bajo rendimiento. Durante el procedimiento trabajaron a través del aprendizaje significativo y del uso de la estrategia de Polya, en el cual los alumnos resolvieron problemas aritméticos (que implicaron sumas, restas y multiplicaciones). Los resultados obtenidos con los dos grupos, indican que el programa de intervención aplicado resultó eficaz para apoyar el aprendizaje de las matemáticas en el aula en forma grupal. Lo anterior se observó en el incremento de la participación y en la mejora del desempeño de los niños en la resolución de problemas aritméticos. En relación a los resultados obtenidos con los seis niños en la evaluación individual encontramos un aumento en la frecuencia de la resolución de problemas así como en el uso de la estrategia y la comprensión de los mismos.

INTRODUCCION

Por su importancia para los seres humanos y la sociedad, la educación se establece como un derecho fundamental de todo individuo. La escuela y los sistemas educativos, como hoy los conocemos, fueron desarrollándose en cada país con el fin de preservar y transformar la cultura, así como para garantizar el derecho de todos a ser educados.

El fin de la escuela es promover el desarrollo y el aprendizaje de sus alumnos y por ello se le asigna la función de formar ciudadanos competentes. Es un ambiente pautado, con propósitos y del que se espera que se obtengan ciertos resultados. Tiene la misión de asegurar que todos sus alumnos logren aprendizajes relevantes para su vida presente y futura (Zorrilla, 2009).

Dentro de estos aprendizajes se encuentran las matemáticas que son un conjunto de conocimientos en evolución continua y responde a la necesidad de resolver problemas de la vida diaria (Miranda, 2000).

En la vida cotidiana los niños se enfrentan continuamente a las matemáticas: en la calle, en los medios de transporte, en los medios de comunicación, en el mercado, en la escuela, en sus juegos, en las conversaciones que sostienen los adultos, entre otras situaciones; observan números que tienen diferentes significados (los números de las casas, los números que designan la ruta de los autobuses, las placas de los carros, números telefónicos, los términos matemáticos utilizados para medir como; el peso y la altura, los números empleados para ubicar fechas). Debido a esto continuamente se plantean diversos problemas que hacen necesario el uso de abstracciones y representaciones numéricas.

De acuerdo con la SEP (2004) dentro del sistema educativo se pretende que los alumnos desarrollen la habilidad para expresar sus ideas, explicando a sus compañeros cómo logran resolver las situaciones problemáticas y, asimismo, que aprendan a defender sus formas de solución y a reconocer sus errores.

Por lo que las matemáticas en las aulas habrán de permitir que los alumnos construyan los conocimientos mediante la resolución de problemas y actividades que despierten su interés. Lo anterior implica hacer los debidos ajustes a la perspectiva didáctica, pues la propuesta considera los conocimientos escolares y extraescolares que poseen los alumnos, los procesos que siguen para construir nuevos conocimientos y las dificultades que enfrentan en su aprendizaje como punto de partida para resolver problemas y para avanzar hacia el conocimiento formal.

Por lo anteriormente expuesto, el propósito de este trabajo fue diseñar y evaluar un Programa que permitiera a los niños que cursan el segundo año de primaria aprender de forma significativa y mediante el aprendizaje del método de Polya la resolución de problemas matemáticos que implican suma, resta y multiplicación.

.

Para el desarrollo del conocimiento matemático resultó importante la participación activa de los niños en las tareas propuestas.

El programa elaborado fue diseñado de acuerdo a las competencias del eje de lógica matemática que hace mención la Secretaría de Educación Pública y a la teoría desarrollada por Piaget y Ausubel donde se puede apreciar el énfasis en el desarrollo cognoscitivo de los niños y el aprendizaje significativo como medio para afianzar el conocimiento.

La estructura del trabajo se encuentra conformada por un marco general de lo que son las matemáticas, conociendo a grandes rasgos su historia y la importancia que ha tenido para el desarrollo del pensamiento. También se habla de la aritmética que es el conocimiento que se enseña en la educación básica. En relación a este tema se hace mención a la resolución de problemas, parte esencial de las competencias en el eje de la lógica matemática, pues es el medio por el que se utilizan las operaciones. De acuerdo a esto se habla acerca del aprendizaje así como de la enseñanza para poder conocer cuáles son sus características y cuáles son las dificultades que se presentan en las mismas.

Posteriormente, se presenta el método utilizado en el Programa de Intervención para conocer sus objetivos, la población, los espacios de trabajo, las fases del programa, la estructura de las sesiones, las actividades realizadas, los materiales utilizados y la evaluación.

Después se presenta los resultados cuantitativos y cualitativos obtenidos en la Evaluación Inicial y Final para conocer cuáles fueron los beneficios que se obtuvieron así como realizar las observaciones y las respectivas sugerencias que puedan ser de utilidad en investigaciones posteriores acerca de este tema.

CAPITULO 1: Las matemáticas

Las matemáticas constituyen una herramienta que posibilita el aumento en la complejidad del pensamiento. Gracias a ello se ha descubierto un sinfín de conocimientos aplicados a distintos ámbitos, de esta manera se puede decir que se encuentra en un proceso de innovación constante. Conocer las acepciones que tienen distintos autores que han trabajado en el tema permite la comprensión de su importancia.

En el siguiente cuadro se observan varias definiciones con respecto al concepto de las matemáticas.

Cuadro 1. Definiciones del concepto de las matemáticas. Elaboración con base en Resnick (1990); Miranda (2000); Alsino (2006) & Baldor (2007).

LAS MATEMATICAS	Resnick (1990)	Las matemáticas son un conjunto de procedimientos y reglas para realizar cálculos a través de números y símbolos. El cálculo se refiere a la suma, la resta, la multiplicación y la división. También al empleo de porcentajes, de fracciones y destrezas propias de la vida diaria.
	Miranda (2000)	Las matemáticas son un conjunto de conocimientos complejos al tratar entes abstractos que está en evolución continua, con un importante carácter aplicado.
	Alsino (2006)	Las matemáticas son una ciencia que a través del razonamiento y la lógica, estudian entes abstractos tales como: los números, las figuras geométricas, la filosofía del entorno que los comprende, las relaciones y operaciones que conectan estos conceptos entre si y que han transformado el contenido matemático al paso del tiempo, convirtiéndose en un sistema unificado que explica algunos patrones y relaciones que existen en el universo.
	Baldor (2007)	Las matemáticas tienen por objeto el estudio tanto de las magnitudes como de las cantidades, que son las variaciones de aquella en el tiempo y en el espacio.
	SEP (2009)	Se define a las matemáticas como una competencia que considera la capacidad del individuo para emitir juicios fundados en la resolución de problemas, la comunicación informática matemática y la validación de procedimientos y resultados de forma en que puedan satisfacer las necesidades de la vida.

De acuerdo a la definición que tienen los diferentes autores mencionados se puede aseverar que las matemáticas son una ciencia que estudia entidades abstractas como los números, figuras y símbolos para explicar sus relaciones con lo que se encuentra en nuestro entorno.

Al ser diversos los temas que contemplan las matemáticas, cada uno es motivo de un particular estudio. Así se puede hablar de que engloba la aritmética, álgebra, trigonometría, estadística, geometría analítica y el cálculo.

Por ello su uso es muy amplio, aplicándose en la vida cotidiana. En general se emplea cuando: se utilizan medidas preestablecidas y convencionales como el tiempo, las distancias, el peso, la velocidad, entre otras muchas más, para darle valor a las cosas por medio del dinero o bien en los hábitos que se tienen, como levantarse a una hora específica, al planear el uso del tiempo durante el día, en fin, en un sin número de situaciones.

De este modo, las matemáticas surgieron porque su uso ha estado presente en la evolución del hombre y se volvieron indispensables al encontrarse en todo aquello con lo que se tiene contacto.

1.1 Historia de las Matemáticas

La evolución de las matemáticas se hizo con base al conocimiento matemático que dio origen en la necesidad del hombre de enfrentarse a las nociones de cantidad y medidas para comprender la globalidad del ámbito matemático que lo rodeaba. En este contexto se originaron los sistemas, artificios, códigos y símbolos hasta que se alcanzaron las complejas y abstractas técnicas de los métodos lógicos matemáticos (Castelán, 2009).

El ser humano parece estar dotado de un sentido numérico primitivo. Se puede percibir fácilmente la diferencia entre un elemento y un conjunto de muchos elementos, o incluso entre una colección pequeña y otra grande. Es decir se puede ver si se añade o se quita algo de una colección.

En la antigüedad fue un requerimiento encontrar la forma de contar sus pertenencias y llevar la cuenta del tiempo por lo que se idearon métodos basados en la equivalencia y la correspondencia biunívoca. La equivalencia podía ofrecer un registro de los días transcurridos, por ejemplo, desde el último plenilunio: añadir un guijarro cada noche hasta que la luna llena volviera a aparecer. También para llevar la cuenta de una colección de pieles de animales, un cazador podía tallar una muesca en un palo o un hueso por cada piel añadida al montón. Este proceso de equivalencia crea una correspondencia biunívoca; ni más ni menos que un elemento del conjunto de muescas por cada elemento del conjunto de pieles (Baroody, 1988).

Con esta base surgió la definición del número, el cual es una herramienta conceptual creada por el hombre para registrar y conocer, de forma precisa, aspectos funcionales de la vida. Así se podía llevar la cuenta del tiempo o de sus pertenencias (Piña, 1999).

En un principio, para hablar de los números y de los conjuntos se expresaban distintas formas como "dos" en: par, pareja, dúo, doble, díada, etc. Estos términos pueden haberse usado para designar una pluralidad de objetos o categorías de objetos específicos. Los diversos términos para expresar "muchos" (multitud, masa, banda, manada) describían en su día colecciones específicas de más de dos o tres elementos. El número, no era más que una cualidad o una característica de un objeto determinado (Churchill, 1961; citado en Baroody, 1988).

A medida que las sociedades cazadoras-recolectoras daban paso a comunidades sedentarias basadas en la agricultura y el comercio, fue como se empezó a llevar la cuenta del tiempo. En consecuencia, también fue en aumento la necesidad de métodos más precisos de numeración y medición basados en contar.

Contar es la base sobre la que se ha edificado los sistemas numérico y aritmético, de papel tan esencial en la civilización avanzada. La base del desarrollo de contar está íntimamente ligada a los diez dedos. En 1954, Dantzig, (citado por Baroody, 1988) afirma: "A sus diez dedos articulados debe el hombre su éxito en el cálculo. Estos dedos le han enseñado a contar, en consecuencia, a extender infinitamente el alcance del número" (p. 7).

Es así como el número tiene dos funciones: nombrar y ordenar. El aspecto nominal o cardinal, trata de los elementos que contiene un conjunto dado. Nombrar un conjunto no requiere contar necesariamente. Un conjunto puede clasificarse como “cinco”, si sus elementos se corresponden exactamente.

Por otro lado el aspecto de orden u ordinal, del número, está relacionado con contar y se refiere a colocar colecciones en sucesión por orden de magnitud, si se ha contado una colección y se le ha asignado la palabra “cinco” será mayor que otras designadas con uno, dos, tres o cuatro y menos que las designadas con seis o más.

La necesidad de contar y comunicar a otros el resultado de las operaciones hizo que surgieran los nombres y los símbolos o signos de los números, materializándose así el concepto de número abstracto y permitiendo la concepción de números tan grandes como aquellos que no podían descubrirse por observación o enumeración. Dar esta materialización tangible a los conceptos matemáticos abstractos fue lo que hizo surgir todas las notaciones matemáticas que funcionan como medio para la realización de las operaciones (Piña, 1999).

Las tareas con cantidades grandes inspiraron la idea de hacer agrupamientos y los diez dedos ofrecieron una base natural para ello (Churchill, 1961; citado por Baroody, 1988).

Como estos agrupamientos se basan en el 10 y en múltiplos de 10, el sistema empleado se denomina sistema de base de diez.

Posteriormente, con la invención del 0 fue posible la concepción de un sistema numérico posicional. El desarrollo de procedimientos ofreció un cálculo eficaz en un sistema posicional o de órdenes de unidades, donde el lugar de una cifra define su valor. Por ejemplo, en el número 37 el 3 ocupa el lugar de las decenas y de ahí que represente tres decenas, y no tres unidades. Esto elimina la necesidad de símbolos especiales para representar 10 y múltiplos de 10, así en un sistema con órdenes de unidades, pueden usarse diez cifras (del 0 al 9) para representar cualquier número, aún si los números son grandes, de una manera compacta.

Con base en esto durante el proceso de construcción histórico de las matemáticas se ha utilizado el razonamiento empírico-inductivo tanto como el razonamiento deductivo, ya que los tanteos previos, los ejemplos y contra ejemplos, la posibilidad de modificar las condiciones iniciales y ver qué sucede, son el camino seguido para elaborar proposiciones y teorías (Miranda, 2000).

Este fundamento histórico permite tener un panorama acerca de cuál es el papel de las matemáticas en el desarrollo del ser humano.

De acuerdo a Baroody (1988) El conocimiento matemático surge de forma natural en el ser humano desde su niñez. Antes de iniciar la escolaridad obligatoria el niño ya cuenta con un bagaje de conocimientos matemáticos que le permiten entender su entorno. En la escolaridad obligatoria las matemáticas representan una de las materias esenciales en el currículum ya que a través de su aprendizaje el niño desarrolla su cognición. En primaria el aprendizaje se centra en aritmética y nociones de geometría y probabilidad. En secundaria se enseña la trigonometría y álgebra. A nivel medio superior corresponde la geometría analítica, estadística y el cálculo diferencial e integral. Y por último a nivel superior dependiendo de la carrera profesional es que está adecuado el conocimiento matemático.

Considerando que se trabajó con el segundo grado de escolaridad primaria, el contenido curricular correspondiente a este nivel de enseñanza es la aritmética básica por lo que es importante desglosarla.

1. 2 Aritmética básica

La aritmética básica que se enseña en el segundo grado de primaria comprende el concepto y función del número, la realización de operaciones y resolución de problemas que impliquen suma, resta y multiplicación, así como la ubicación espacio-temporal de los objetos y de sí mismo, concepto de las medidas (longitud, capacidad, peso, tiempo), entendimiento de las figuras geométricas y comprensión de que un entero puede dividirse.

De acuerdo con Piña (1999) el objeto de la aritmética se encuentra en las relaciones entre los números, las imágenes abstractas de las relaciones cuantitativas reales entre colecciones de objetos. De esta forma la aritmética se ocupa de los conjuntos.

Un conjunto es una reunión, considerada como formando un todo, de muchos constituyentes u objetos: los dedos de la mano, los árboles de un huerto, los viajeros de un tren, las moléculas de la atmósfera, las estrellas de la vía láctea… los conjuntos se definen sea por designación o numeración, sea por atribución de una propiedad. Cada conjunto se supone censado gracias a la comparación con este patrón que es la serie de números naturales (Boll, 1976).

Por ejemplo: 1 2 3 4 5 6 7…

El manejo de los conjuntos se realiza a través de las operaciones básicas que plantea la aritmética. Estas son: la suma, la resta, la multiplicación y la división.

La suma

De acuerdo con López (2005) sumar es la operación que tiene por finalidad reunir las unidades de varios números, para formar un total, que tenga tantas unidades como los números reunidos.

Boll (1976) afirma que es la traducción simbólica de una yuxtaposición de conjuntos. Y que esto es válido para cualquier clase de número (natural, entero, fraccionario, etc.)

Las partes que integran la suma son los sumandos y el total. Los sumandos son los números a reunir y el total es el resultado de la reunión de los sumandos. Para indicar que los números a, b, c y d se tienen que sumar, se indica así:

$$a+b+c+d=Total$$

En la suma, una operación básica es la combinación de dos números y su respuesta. Ejemplos:

$$3 + 4 = 7; \quad 8 + 2 = 10; \quad 2 + 3 = 5$$

Hay cien operaciones básicas de sumar, de estas operaciones 19 comprenden el cero y las otras 81 comprenden todos los agrupamientos posibles de los nueve dígitos restantes. Se puede formar dos operaciones básicas de adición por cada agrupamiento que tengan dos números diferentes, con intercambio de estos últimos. Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 2 \\ +\ 3 \\ \hline 5 \end{array} \qquad \text{son } 2 + 3 = 5 \quad \text{y} \quad 3 + 2 = 5$$

Las cien operaciones básicas de suma pueden ser organizadas de acuerdo con la siguiente clasificación:

- 19 operaciones con cero.
- 45 operaciones con totales de 10 ó menos de 10, con exclusión de ceros.
- 36 operaciones con totales mayores de 10.

Propiedades de la adición

- Cerradura o Clausura

El conjunto de los números enteros es cerrado con respecto a la adición, es decir, que la suma de dos enteros siempre es otro entero.

- Propiedad Conmutativa

El orden de los sumandos no altera la suma. Ejemplo:

$$3 + 5 = 5 + 3$$

- Propiedad Asociativa

Dos o más sumandos pueden sustituirse por su suma efectuada sin que la suma total se altere. Ejemplo:

$$(3 + 4) + 2 = 3 + (4 + 2)$$

$$7+2=3+6$$

$$9=9$$

- Elemento Idéntico

El elemento idéntico para la suma de cualquier número y cero, es el mismo número. Ejemplos:

$$5 + 0 = 5$$

$$0 + 4 = 4$$

La resta

La operación inversa de la suma es la resta. Es decir, si a+b=c, entonces c-b=a.

La resta o sustracción se trata de una operación de descomposición que consiste en, dada cierta cantidad, eliminar una parte de ella, y el resultado que se obtiene es la diferencia.

Para la operación de sustracción tenemos tres términos específicos que son: minuendo, sustraendo y diferencia. El término más familiar para el niño es el de resta, por lo consiguiente es el término que primero aprende.

El minuendo, debe ser considerado como un conjunto total y el sustraendo un conjunto que se separa de aquel. Primero se aprende cómo se llama ese conjunto total.

$$\begin{array}{rl} 17 & \text{minuendo} \\ -\ 8 & \\ \hline 9 & \end{array}$$

Luego hace lo mismo con el conjunto que se retira.

17 minuendo
- 8 sustraendo
9 diferencia

Al sumar la diferencia con el sustraendo, la respuesta es el minuendo.

704 minuendo	546 diferencia
-158 sustraendo	+158 sustraendo
546 diferencia	704 minuendo

Sustraer la diferencia al minuendo, la respuesta es el sustraendo.

704 minuendo	704 minuendo
-158 sustraendo	- 546 diferencia
546 diferencia	158 sustraendo

Al sustraer 100 unidades de ambas cantidades; la diferencia permanece igual.

704 minuendo	604 minuendo
-158 sustraendo	- 58 sustraendo
546 diferencia	546 diferencia

La multiplicación

La multiplicación puede definirse de varias maneras según las series de números con los que se trabaje:

- Multiplicar es sumar un número una cantidad de veces. Así 5+5+5=15, de forma abreviada se expresa 5x3=15.

- Multiplicar es transformar cada unidad de un número en tantas unidades como tiene otro. Así multiplicar 3x2 es trasformar cada unidad del número tres en un dos. Luego 3x2=II+II+II ya que 3 es I+I+I.

La multiplicación es una operación binaria porque a cada par de números se le asigna un número único llamado producto; el par de números 2 y 5 se le asigna 10 como su producto, a los números 4 y 6 se le asigna el 24 como su producto. Por ejemplo:

Dos conjuntos de libros con cuatro libros en cada conjunto; la pregunta es ¿Cuántos libros son en total?

Para saber cuántos libros hay sólo se tiene que multiplicar 2x4, es decir 2 veces 4 (en lo que sería la suma). Así podemos llegar al resultado que en este caso son 8 libros.

Para la operación de multiplicar se tienen los términos específicos que son: factores y producto. Los factores son los números que se van a multiplicar mientras que el producto es el resultado de la operación. Por ejemplo:

Factor	Por	Factor		Producto
2	x	6	=	12

En este caso el 2 y 6 representan a los factores y el 12 es el producto.

Propiedades de la multiplicación

- Cerradura o Clausura

El conjunto de los números enteros es cerrado con respecto a la multiplicación, lo cual quiere decir que el producto de dos enteros es otro entero.

4 x 2 = 8

7 x 9 = 63

- Propiedad Conmutativa

El orden de los factores no altera el producto.

3 x 4 = 12	2 x 5 = 10	8 x 5 = 40
4 x 3 = 12	5 x 2 = 10	5 x 8 = 40
4 x 3 = 3 x 4	2 x 5 = 5 x 2	8 x 5 = 5 x 8

- Propiedad Distributiva

La multiplicación de un número por una suma es igual a la suma de las multiplicaciones de dicho número por cada uno de los sumandos. Por ejemplo:

$$2\,(3+5) = 2 \times 3 + 2 \times 5$$
$$2 \times 8 = 6 + 10$$
$$16 = 16$$

- Propiedad Asociativa

El modo de agrupar los factores no varía el producto de la multiplicación. Por ejemplo:

$$(2 \times 3) \times 5 = 2 \times (3 \times 5)$$
$$6 \times 5 = 2 \times 15$$
$$30 = 30$$

La división

La división es una operación aritmética de descomposición que consiste en averiguar cuántas veces un número está contenido en otro número. Es una operación matemática, específicamente, inversa de la multiplicación y puede considerarse también como una resta repetida.

Según su resto, las divisiones se clasifican como exactas si su resto es cero, ó inexactas cuando no lo es.

La división se usa para medir o comparar y para repartir o distribuir. En el primer caso la operación se utiliza para mostrar cuántos subconjuntos equivalentes se forman de un determinado conjunto. En el segundo caso se busca el número de elementos en cada subconjunto.

Los términos que se usan en la división son los siguientes:

Dividendo		Divisor		Cociente
32	/	8	=	4

Las operaciones que componen la aritmética básica tienen una secuencia lógica que lleva al individuo a entender en qué consisten sus propiedades y qué las distingue una de otra, de esta forma aplicándolas correctamente en los problemas.

De este modo la resolución de problemas es el campo de aplicación de las operaciones aritméticas y es un medio por el que los niños pueden entender la función de las matemáticas.

1.3 Resolución de problemas

La sociedad actual está caracterizada por crecientes y rápidos cambios, donde permanentemente surgen situaciones complejas que son precisos interpretar y resolver. Frente a este panorama existe una gran cantidad de individuos con capacidad de adaptación, aptos para aprender nuevas técnicas, capaces de formular soluciones derivadas de situaciones problemáticas en las que se encuentran y de resolverlos hábilmente.

Centrar el aprendizaje en contenidos, debe ser sustituida por una concepción que ponga en primer lugar el desarrollo del pensamiento lógico ya que los alumnos son orillados a memorizar información y reglas para utilizarlas mecánicamente, dedicando muy poca atención al desarrollo de las capacidades fundamentales en la resolución de problemas (Luceño, 1999).

Al encontrarse las matemáticas en la vida cotidiana, estas se presentan por medio de los problemas los cuáles aluden a situaciones que permiten desencadenar reflexiones, estrategias y discusiones que llevarán a la solución y que generarán nuevos conocimientos que podrán ser utilizados posteriormente (SEP, 1993).

Cuadro 2. Definiciones del concepto de problema. Elaboración con base en Moreno (2000); Luceño (1999) & Pozo (1998).

¿QUE ES UN PROBLEMA?		
Según Parra (1990; citado por Moreno, 2000) "un problema lo es en la medida en que el sujeto al que se le plantea (o que se plantea él mismo) dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responder de manera inmediata" (p.22).	Kantowski (1977, en Luceño, 1999) establece que un individuo está ante un problema, cuando se enfrenta con una cuestión a la que no puede dar respuesta o con una situación que no sabe resolver, utilizando los conocimientos inmediatamente disponibles.	De acuerdo con Pozo (1998) un problema puede ser entendido como una situación que un individuo o un grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone de un cambio rápido y directo que le lleve a la solución.

De acuerdo a las acepciones que tienen diferentes autores (*véase Cuadro 2*) se puede afirmar que un problema es una situación en la que el individuo no dispone de una solución inmediata, requiriendo de esta manera el uso de una estrategia novedosa a partir del conocimiento previo que posee.

Luceño (1999) menciona que un problema para una persona no lo es necesariamente para otra. Es evidente que la misma situación problemática presentada a alumnos con niveles de conocimientos diferentes puede ser un problema para unos y no serlo para otros.

Mocees (1990; citado por Luceño, 1999) menciona que la existencia de un problema exige tres componentes básicos:

- Información (datos) que nos pueda ser conocida y accesible.
- Información que desconocemos y que queremos encontrar, y
- Algunos factores que nos delimitan el campo en el que nos queremos desenvolver.

Para Mayer (1983; citado por Luceño, 1999) un problema contiene los siguientes elementos:

- Los datos: constituidos por determinada información que está presente en el problema.
- Los objetivos: constituyen el estado final o deseado del problema. El pensamiento se encargará de transformar el problema desde el estado inicial hasta el estado final.
- Los obstáculos: son las dificultades propias de las diferentes operaciones que deben realizarse para llegar a la respuesta correcta o solución.

Para González-Pienda (1998) en la resolución de problemas se necesitan los siguientes elementos:

- Procesos de comprensión. En los problemas matemáticos se da una cierta información que se supone que el alumno domina. El sujeto ha de asegurarse de que las preguntas del problema son las mismas que él entiende. En este momento se impone el uso y dominio del vocabulario. Para resolver un problema es necesario pensar y analizar, no solo fijarse en las palabras como menos para restar o más para sumar. Un problema que se resuelve fácilmente con números bajos se convierte en insuperable si las cantidades a numerar son altas. Al principio, influyen el tipo de expresión, las formas y estructura del enunciado del problema. Esto se puede notar cuando el enunciado del problema se presenta de las siguientes formas:

  Forma concreta (la comprensión se facilita notablemente): Por ejemplo, si Juan tiene 50 pesos más que Rubén y juntos tienen un total de 420 pesos. ¿Qué cantidad tiene cada uno de ellos?

  Forma semiabstracta: Calcular dos números sabiendo que sumados dan 310 y que si se resta el menor del mayor se obtiene 220.

  Forma abstracta: Calcular dos números conociendo su suma y su diferencia.

- Análisis del problema: representación matemática específica. El procesamiento lingüístico no es suficiente para dar solución al problema. Es necesaria una estrategia para identificar lo que se sabe y lo que se debe descubrir. Para ello debe realizar una representación matemática específica o lo que algunos autores denominan el espacio del problema. Consiste en la representación mental que hace el sujeto de la situación inicial del problema, de la meta y de todas las etapas intermedias y de las operaciones que se han de efectuar. Esta representación interna no es una copia de la situación externa, sino que exige procesos activos de pensamiento: añadir información, desechar información irrelevante, interpretar la información, etc. En la construcción de esta representación, muchos alumnos aunque no tengan dificultades en cuanto al significado de cada frase, no comprenden el sentido global del problema. Consecuentemente, son incapaces de realizar una ordenación lógica de las partes del mismo.

- Razonamiento matemático: construcción de un plan de solución. Si se ha comprendido el problema y hecho la representación de la información, el último paso es planificar los cálculos aritméticos necesarios para resolver el problema, es decir, decidir qué operación u operaciones hay que hacer para resolverlo.

De acuerdo con Soriano (1996; citado por Hernández, 1999) un componente muy importante de un problema es que sea una tarea de interés para el individuo que le lleve a implicarse de lleno en obtener la solución.

Wirtz y Kahd (1982; citado por Hernández, 1999) sostienen que los problemas matemáticos tienen un gran potencial educativo, exponen que el planteamiento de problemas se convierte para los alumnos en un puente entre las situaciones concretas y las abstracciones matemáticas, que les ayudan a aprender a generalizar, favoreciendo un aprendizaje matemático más significativo.

Se pueden encontrar diferentes formas de presentar los problemas. Por ello es importante conocer cómo se clasifican de acuerdo a las distintas operaciones básicas que implican.

Clasificación de problemas

Maza (1991) clasifica los tipos de problema de acuerdo a la situación que se pretende resolver (*véase Cuadro 3*). Los que implican el empleo de suma y resta y los que requieren el uso de multiplicación y división.

Cuadro 3. Clasificación de problemas de sumar y restar. Tomado de Maza, (1991). "Multiplicar y dividir a través de la resolución de problemas".

Tipos
Cambio
Resultado desconocido 1. Carlos tenía 7 cromos. Pedro le dio 5 cromos ¿cuántos cromos tiene Carlos ahora? (Cambio a más) 2. Luis tenía 9 cromos. Dio 3 cromos a Nacho ¿cuántos cromos tiene Luis ahora? (Cambio a menos)
Cambio desconocido 3. Isabel tenía 8 cuentos. David le dio algunos cuentos más. Ahora Isabel tiene 15 cuentos ¿cuántos cuentos le dio David? (Cambio a más) 4. Rosa tenía 14 cuentos. Dio algunos a Carlos. Ahora Rosa tiene 6 cuentos ¿cuántos cuentos le dio a Carlos? (Cambio a menos)
Principio desconocido 5. Raquel tenía algunas pinturas. Carmen le dio 9 pinturas más. Ahora Raquel tiene 15 pinturas ¿cuántas pinturas tenía Raquel al principio? (Cambio a más) 6. Eva tenía algunas pinturas. Dio 5 pinturas a Elías. Ahora Eva tiene 9 pinturas ¿cuántas pinturas tenía Eva al principio? (Cambio a menos)
Igualar
1. Adela tiene 8 caramelos. Lucía tiene 12 caramelos ¿cuántos caramelos debe conseguir Adela para tener tantos como Lucía? 2. Gabriel tiene 12 caramelos. Amparo tiene 7 caramelos ¿cuántos caramelos necesita dar Gabriel para tener tantos como Amparo?
Combinar
Conjunto total desconocido Eduardo tiene 7 juguetes, Juan tiene 5 juguetes ¿cuántos juguetes tienen en total?
Subconjunto desconocido Ramón y Javier tienen 15 juguetes. Ramón tiene 7 juguetes ¿cuántos juguetes tiene Javier?
Comparar
Diferencia desconocida 1. María tiene 12 canicas. Pablo tiene 7 canicas ¿cuántas canicas tiene María más que Pablo? 2. Quique tiene 12 canicas, Loli tiene 7 canicas ¿cuántas canicas tiene Loli menos que Quique?
Cantidad comparada desconocida 3. David tiene 7 rotuladores, Alba tiene 5 rotuladores más que David ¿cuántos rotuladores tiene Alba? 4. Gloria tiene 12 rotuladores, Jaime tiene 7 rotuladores menos que Gloria ¿cuántos rotuladores tiene Jaime?
Referente desconocido 5. Rocío tiene 15 globos. Ella tiene 7 globos más que Belén ¿cuántos globos tiene Belén? 6. Andrea tiene 9 globos. Ella tiene 5 globos más que Paula ¿cuántos globos tiene Paula?

Tipos
Problemas de razón
Multiplicación-razón E x I = ? 1. Juan compra 3 paquetes de cromos, cada uno vale 25 ptas. ¿cuánto ha pagado en total?
Participación-razón E x ? = E 2. Juan ha comprado 3 paquetes de cromos por los que le han cobrado 75 ptas. ¿cuánto vale cada paquete?
Agrupamiento-razón ¿ x I (cuantificador) = E 3. Juan ha comprado varios paquetes de cromos. Si cada paquete vale 25 ptas. Y le han cobrado 75 en total ¿cuántos paquetes compró?
Problemas de comparación
Multiplicación-cuantificador E x I (cuantificador) = E María recibe cada fin de semana 25 ptas. Su hermana Soledad que es mayor recibe 4 veces más ¿cuánto recibe Soledad?
Agrupamiento-cuantificador E x ? (cuantificador) = E María recibe cada fin de semana 25 ptas. Soledad recibe 100 ptas. ¿cuántas veces más recibe Soledad que María?
Partición-cuantificador ? x I (cuantificador) = E María recibe una cantidad de dinero. Soledad recibe 4 veces más, es decir, 100 ptas. ¿cuánto recibe María?
Problemas de combinación
Multiplicación-combinación E x E = ? En un baile hay 3 chicos y 2 chicas ¿cuántas parejas distintas se pueden formar?
División-combinación E x ? = E En un baile hay 3 chicos y algunas chicas. Se pueden formar 6 parejas distintas ¿cuántas chicas distintas hay en el baile?
Problemas de conversión
Multiplicación-conversión I x I = ? (razón-razón) Para celebrar un cumpleaños se han hecho varias bolsas. En cada una hay 5 paquetes de chicles. Cada paquete tiene 6 chicles ¿cuántos chicles hay en cada bolsa?
División-conversión I x ? = I (razón-razón) En cada bolsa de cumpleaños hay varios paquetes de chicles. Si cada paquete tiene 6 chicles y hay 30 chicles en cada bolsa ¿cuántos paquetes hay por bolsa?
Multiplicación-conversión I x i = ? (cuantificador-cuantificador) Juan tiene un dinero. Ignacio tiene 4 veces el dinero de Juan. Paco tiene 5 veces el dinero de Ignacio ¿cuántas veces tiene Paco el dinero de Juan?
División-conversión I x ? = I (cuantificador-cuantificador) Juan tiene un dinero. Paco tiene 20 veces el dinero de Juan y 5 veces el dinero de Ignacio ¿cuántas veces tiene Ignacio el dinero de Juan?
Multiplicación-conversión I x I = ? (razón-cuantificador) Hay 5 chicles en un paquete pequeño. Un paquete grade tiene 3 veces los chicles del pequeño ¿cuántos chicles tiene el paquete grande?
División-conversión I x ? = I (razón- cuantificador) Hay 5 chicles en un paquete pequeño. Un paquete grande tiene 15 chicles ¿cuántas veces mayor es el paquete grande del pequeño?

De acuerdo con Schoenfeld (1992) el problema es entendido como una herramienta para pensar matemáticamente, ello requiere de la creación de ambientes de resolución de problemas en el aula. Los problemas son un medio para poner énfasis en los procesos de pensamiento de los alumnos, una herramienta para formar sujetos con capacidad autónoma de resolver problemas, críticos y reflexivos, capaces de preguntarse por los hechos, sus interpretaciones y explicaciones, de tener sus propios criterios modificándolos si es preciso y de proponer soluciones.

Ausubel (1983) refiere que la resolución de problemas es toda actividad en la que la representación cognoscitiva de la experiencia previa y los componentes de una situación problemática vigente, se reorganizan a fin de alcanzar un objetivo determinado.

Si la resolución de problemas se analiza delimitada a situaciones de aprendizaje intencionalmente estructuradas y vinculadas con algún campo de estudio, como las que se dan en la dinámica escolar, ese disponer de los elementos para comprender la situación que el problema describe, supone que el sujeto que habrá de resolver el problema en cuestión, ha tenido acceso o ha construido aquel conocimiento declarativo y el respectivo conocimiento procedimental que son requeridos como antecedente mínimo necesario para poder comprender información, establecer relaciones y utilizar procedimientos con la finalidad de llegar a resolver el problema que se le ha planteado (Moreno, 2000).

En este sentido se puede decir que el conocimiento declarativo es de acuerdo a Monereo (1998; citado por Moreno, 2000) "por cuanto puede comunicarse o declararse a través del lenguaje verbal" (p.25), se trata de un conocimiento que ha sido construido mediante un proceso que Marzano (1997; citado por Moreno, 2000) describe de la siguiente manera: "el primer paso en el aprendizaje de conocimiento declarativo de algún área de contenido es agregar lo que no se sabe a lo ya se conoce acerca del contenido", en otras palabras, es "construir significado: agregar lo que sabes a lo que estás aprendiendo" (p. 43-44). Posteriormente, es necesario organizar el contenido que ha sido comprendido, de tal manera que éste tenga orden desde la perspectiva del alumno; esto supone una actividad cognoscitiva mediante la cual se reformula y rehace dicho contenido en alguna de las múltiples formas en que es posible organizarlo. Finalmente, se da un procesamiento de la información mediante el cual, conscientemente se guarda el conocimiento declarativo de manera que pueda ser recordado posteriormente.

Marzano (1997; citado por Moreno, 2000) señala que el conocimiento procedimental demanda: la construcción de significado que supone relacionar lo que se está tratando de aprender con lo que ya se sabe, la organización del contenido procesal que incluye la identificación de los pasos involucrados en un procedimiento determinado y finalmente la práctica de los procedimientos aprendidos hasta el punto en que la ejecución se vuelva prácticamente automática.

La resolución de problemas requiere de un uso creativo y pertinente del conocimiento declarativo y procedimental del que ya se dispone, para ir más allá en un proceso que permita al alumno la generación de un tercer tipo de conocimiento, denominado condicional, al que Monereo (1998; citado por Moreno, 2000) describe como un conocimiento que "el alumno construye para la ocasión o reactualiza parcialmente si las circunstancias tienen elementos parecidos a los de otra situación en la que se utilizó eficazmente una estrategia". El nombre de condicional intenta reflejar la actuación mental que subyace en la toma de decisiones sobre las acciones a realizar "en estas condiciones, lo mejor es pensar o actuar así para lograr ese objetivo" (p.27).

La generación del conocimiento condicional es posible cuando el alumno desarrolla un sistema de regulación y lo utiliza de manera consciente, reflexiva y eficaz, lo cual supone, entre otras cosas:

- Un constante ajuste de la actividad cognoscitiva del sujeto a los cambios y variaciones que presentan las diversas situaciones problemáticas que se le plantean.
- La decisión de cuáles conocimientos declarativos y procedimentales hay que recuperar y cómo hay que utilizarlos para dar respuesta a una situación específica.
- El control del proceso que implica planificar las acciones a realizar, llevarlas a cabo y evaluar la pertinencia de las mismas en términos de si se logró alcanzar mediante ellas el objetivo deseado.

El alumno que llega a generar el conocimiento condicional que se requiere para poder enfrentar con éxito la resolución de problemas, en este caso de problemas matemáticos, ha desarrollado estrategias de aprendizaje que, en términos de Monereo (1998; citado por Moreno, 2000), son definidas como "procesos de toma de decisiones (conscientes e intencionales) en los cuales el alumno elige y recupera, de manera coordinada, los conocimientos que necesita para cumplimentar una determinada demanda u objetivo, dependiendo de las características de la situación educativa en que se produce la acción" (p.27).

De acuerdo con Pozo (1998) cuando el niño ha logrado aprender la forma en que se soluciona un determinado problema obtiene el conocimiento del que posteriormente puede disponer para darle resultado a cuestiones del mismo tipo. Al ser inmediato el mecanismo que utiliza para llevarlo a la resolución, el niño está resolviendo un ejercicio.

Se puede decir que la realización de ejercicios se basa en el uso de destrezas o técnicas sobreaprendidas (es decir, convertidas en rutinas automatizadas como consecuencia de una práctica continuada). El individuo se limita a ejercitar una técnica cuando se enfrenta a situaciones o tareas ya conocidas, que no suponen nada nuevo y que, por tanto, pueden superarse por los caminos o medios habituales.

Los ejercicios son elementos muy importantes con respecto a la resolución de problemas. Gracias a ellos es como el niño afianza el conocimiento previo que necesita para generar nuevos conocimientos en el momento en que se encuentra tratando de resolver un problema para el cual no tiene una solución inmediata (Pozo, 1998).

Es decir aunque los ejercicios y los problemas son opuestos, conviene precisar que un problema constituye una situación nueva o diferente que muchas veces implica la utilización de procedimientos ya conocidos.

Al respecto, Pozo (1998) menciona que un problema que se soluciona repetidamente acaba por convertirse en un ejercicio, la solución de un problema nuevo requiere la utilización estratégica de técnicas o destrezas previamente ejercitadas.

La importancia de los problemas reside en explorar contenidos nuevos y construir aprendizajes y no sólo para aplicar fórmulas o algoritmos ejercitados previamente.

De acuerdo con la SEP (1999; citado por Ávila, 2004) "los problemas deben ser, sobre todo, situaciones que permitan desencadenar acciones, reflexiones, estrategias y discusiones que lleven a la solución buscada y a la construcción de nuevos conocimientos o al reforzamiento de los previamente adquiridos" (p.9).

Es así como se consideran dos tipos de problemas:

- Problemas en los cuales es necesario construir la solución (problemas para descubrir).
- Problemas en los cuales hay que aplicar un modelo de resolución ya conocido (problemas para aplicar).

Tanto ejercicios como problemas son componentes importantes para el aprendizaje de la resolución de problemas puesto que uno ocasiona a lo otro.

Polya (1965) es el precursor en el trabajo de la resolución de problemas. Dicho autor señala precisamente una distinción entre ejercicio y problema. Para resolver un ejercicio, se aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para resolver un problema, se hace una pausa, se reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta.

Al hacer una distinción entre ejercicio y problema no se pretende decir que los primeros no tengan valor alguno, al contrario hacerlos es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas: ayuda a aprender conceptos, propiedades y procedimientos, entre otras cosas, los cuales se pueden aplicar cuando hay un enfrentamiento a la tarea de resolver problemas.

Por otro lado esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa qué tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio. Sin embargo, es prudente aclarar que esta distinción no es absoluta; depende en gran medida del estadio mental de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución. Para un niño pequeño puede ser un problema encontrar cuánto es 3+2. O bien, para niños del segundo grado de primaria responder a la pregunta ¿Cómo repartes 96 lápices entre 16 niños de modo que a cada uno le toque la misma cantidad? le plantea un problema, mientras que a un adulto sólo sugiere un ejercicio rutinario: dividir.

Para resolver problemas matemáticos, el modelo de Polya (1965) indica cuatro componentes esenciales:

- **Definir el problema.** Es el primer paso para comprenderlo. Implica analizar cuál es la información esencial y cuál es la irrelevante, determinar la incógnita y los datos, examinar las relaciones entre ambos y representar la meta del problema. Pueden ayudar en esta fase estrategias como formularse preguntas, expresar el problema con palabras propias, representarlo mediante ilustraciones, objetos, diagramas, etc.
- **Planificar la solución.** Implica el conocimiento de los conceptos y las estrategias numéricas de resolución. Pueden ayudar estrategias como el recuerdo de problemas semejantes encontrados con anterioridad, descomponer el problema en partes, etc.
- **Ejecutar el plan.** Consiste en seguir la secuencia de pasos diseñados en el plan, comprobando la corrección de cada paso. Implica el conocimiento de los procedimientos para realizar los cálculos necesarios.
- **Revisar.** Consiste en examinar la solución obtenida para comprobar el razonamiento y el resultado. Es muy conveniente la comparación de éste último con la estimación aproximada de la solución.

Comúnmente los problemas se enuncian en palabras, ya sea oralmente o en forma escrita. Así, para resolver un problema, se trasladan las palabras a una forma equivalente del problema en la que se usan símbolos matemáticos, se resuelve esta forma equivalente y luego se interpreta la respuesta.

Han sido diferentes las aproximaciones teóricas que sugieren estrategias para abordar la resolución de problemas. Propuestas que, partiendo del modelo de Polya, formulan un procedimiento a seguir (Defior, 1996).

Bransford y Stein (1984; citado por Defior, 1996) proponen el método IDEAL que incluye una fase inicial de identificación. Consta, pues, esta propuesta de cinco fases:

I Identificación de que un problema existe y cuál es el problema.
D Definición y representación del problema.
E Exploración de posibles estrategias.
A Actuación con la estrategia seleccionada.
L Logros, observación y evaluación de los resultados.

Smith (1989; citado por Defior, 1996) ha comprobado la eficacia de un procedimiento en siete pasos. Los pasos son:

1) Leer el problema.
2) Releer el problema.
3) Usar objetos para representar el problema.
4) Escribir el problema.
5) Resolver el problema.
6) Comprobar la respuesta.
7) Representar la respuesta.

Para Mayer (1986; citado por Defior, 1996) los procesos a seguir en la resolución de problemas son los siguientes:

1) Representación del problema: supone la conversión de un problema verbal en una representación mental interna. Comprende estos dos pasos:

- Traducción: implica la capacidad de traducir cada proposición del problema a una representación mental, expresada en una fórmula matemática.
- Integración de los datos: supone un conocimiento específico de diversos tipos de problemas, a partir de un esquema adecuado a dicho problema.

2) Solución del problema: se trata de diseñar un plan de solución. Implica los dos pasos siguientes:

- Planificación: búsqueda de estrategias para la resolución del problema.
- Ejecución: supone realizar las operaciones/acciones diseñadas.

Maza (1991) reformula el modelo de Polya, diferenciando dos procesos en la fase de comprensión (análisis y representación) y extendiendo el alcance de la fase de revisión/comprobación (generalización):

1) Análisis del problema. Implica analizar/descomponer la información que contiene el enunciado.
2) Representación del problema. Supone relacionar los elementos del problema, para lo cual se puede apoyar de la manipulación de objetos reales, dibujos, etc. Que ilustren las acciones implicadas.
3) Planificación. Implica elegir la estrategia más adecuada para llegar a la solución, relacionar el problema con otros conocidos, identificar submetas, etc.
4) Ejecución. Consiste en aplicar la estrategia planificada. Conviene incluir una revisión constante de esta aplicación, detectar errores, valorar si cada paso es correcto y permite aproximarse a la solución, etc.
5) Generalización. Además de revisar lo acertado de la solución y de las estrategias empleadas, conviene generalizar el problema, conectándolos con algún principio general que permita abordar problemas semejantes en un futuro.

El método de Polya ha resultado ser la base a considerar por diferentes autores para la resolución de problemas. Bransford y Stein (1984; citado por Defior, 1996) lo retoman con el propósito de ampliarla incluyendo un paso que implica la identificación, donde el individuo pueda darse cuenta de que existe un problema previo a utilizar alguna estrategia. De igual forma Smith (1989; citado por Defior, 1996) lo retoma con el fin de ampliarla, siendo su contribución el darle énfasis al primer paso que es leer el problema, añadiendo releer el problema para después traducirlo mediante objetos concretos y transcribirlo. Para Mayer (1986; citado por Defior, 1996), retomar la propuesta de Polya va en la dirección de entender que el procedimiento se divide en dos partes: en la primera se realiza la conversión de un problema escrito a una representación mental expresada por una fórmula matemática mediante una traducción, por lo que es importante la integración de los datos y en la segunda parte la búsqueda de una estrategia y la ejecución de operaciones para la resolución del problema. Por otro lado Maza (1991) reformuló el modelo de Polya en dos procesos: la comprensión por medio del análisis/la representación del problema y en la revisión/comprobación donde enfatizó el relacionar las características que puede tener un determinado problema para identificarlos en los subsecuentes.

Cuando un niño adquiere una estrategia como vía para solucionar problemas matemáticos está obteniendo no solamente una forma más sencilla de llegar a un resultado sino que está generando un aprendizaje significativo que posteriormente le va a permitir construir sus propios conocimientos. Es por ello que la enseñanza se ha ido enfocando en este objetivo para fomentar el uso del razonamiento y la reflexión que les permita a los niños tener un verdadero aprendizaje (Polya, 1965).

Siguiendo con el Polya (1965), el niño que no logra desarrollar las habilidades necesarias para adquirir conocimientos de relevancia en el proceso de aprendizaje presenta dificultades en el mismo que son impedimentos que se generan por diversas razones, dando como resultado que no logre comprender lo que se le está tratando de transmitir.

1.4 Dificultades escolares en el aprendizaje de las matemáticas

Mediante el aprendizaje de las matemáticas los niños desarrollan su capacidad de pensamiento, reflexión lógica y adquieren un conjunto de instrumentos importantes para explorar la realidad, para representarla, explicarla y predecirla, en suma, para actuar en y sobre ella (MEC, 1989; citado por González-Pienda, 1998).

A pesar de ello muchos niños tienen dificultades en su aprendizaje y perciben las matemáticas como un conocimiento intrínsecamente complejo que genera sentimientos de ansiedad e intranquilidad, siendo causa de frustraciones y actitudes negativas hacia la escuela (González-Pienda, 1998).

Los índices del bajo rendimiento en matemáticas son en sí elocuentes, ya que suponen que la mayoría de los alumnos no alcanzan niveles adecuados de conocimiento matemático, lo que puede llevar a una falta de capacidad para hacer frente a muchas situaciones de un entorno cada vez más técnico y matematizado.

Los resultados de la prueba ENLACE en el área de matemáticas a nivel primaria reflejan el avance histórico que ha venido desde el año 2006 donde del 100% de los alumnos de 3° a 6° año de primaria el 78.2% de los alumnos se situaron en el parámetro insuficiente y elemental del conocimiento de las matemáticas, mientras que el 21.8% se encontraron en el parámetro de bueno y excelente. Conforme los posteriores años se ha obtenido una mejoría situando el conocimiento de los alumnos en el 2010 dentro de 64.1% en el parámetro de insuficiente y elemental y el 35.9% en el parámetro de bueno y excelente.

Como se puede apreciar en el 2010 el dominio de conocimiento de los alumnos en las matemáticas fue el siguiente:

Dominio de las matemáticas	Porcentaje 100%
Insuficiente	16.4%
Elemental	47.7%
Bueno	27.5%
Excelente	8.7%

De acuerdo con los datos obtenidos en la prueba ENLACE el 47.7% de los alumnos se ubicaron en el parámetro elemental de conocimiento.

Entonces los fallos en el aprendizaje de las matemáticas no se reducen solamente a los menos capacitados (González-Pienda, 1998). A pesar de que existen razones evolutivas y adquiridas para que se generen las dificultades en las matemáticas, los niños que no están capacitados cognoscitivamente se encuentran con dificultades en la adquisición y el desarrollo.

Es así como se habla de las dificultades de aprendizaje que hacen referencia a los alumnos que, contando con una inteligencia normal, muestran bajos rendimientos en las actividades escolares de las matemáticas.

En las dificultades de aprendizaje existe una alteración de la capacidad para calcular y, en un sentido más amplio, se usa para referirse a cualquier alteración en el manejo de los números (González-Pienda, 1998).

Conocer su origen es muy importante ya que se encuentran niños que tienen dificultades en las matemáticas pero esto suele deberse a distintas razones.

Tipos de dificultades en el aprendizaje de las matemáticas

De acuerdo con González-Pienda (1998) se diferencian dos tipos**:**

A) **Evolutivas:** se definen como un desorden cognoscitivo en la niñez que se manifiesta a través de un deterioro en el desarrollo de las habilidades matemáticas de un niño sano, es decir, sin problemas de oído, visión o emocionales y con una inteligencia normal, para aprender la aritmética.

Dicho trastorno puede afectar a diferentes tipos de actividades:

- Lingüísticas: la comprensión y el empleo de nomenclatura matemática, comprensión y denominación de las operaciones.
- Perceptivas: reconocimiento de los signos numéricos y aritméticos.
- Atencionales: recordar el valor de la que se lleva, observar los signos de las operaciones.
- Matemáticas: como respetar la secuencia de los pasos de las operaciones matemáticas, aprender las tablas de multiplicar.

B) Adquiridas: consisten en deficiencias en el procesamiento de la información numérica que se manifiestan en una persona normal después de haber sufrido una lesión cerebral. Las investigaciones neuropsicológicas (Dehaene, Noel y Seron, 1992; citados por González-Pienda, 1998), analizando las distintas lesiones con el fin de clarificar los mecanismos de la estructura y funcionamiento del procesamiento numérico normal, comprobaron que suelen afectar al procesamiento o al cálculo numérico. Así, se encontraron con pacientes que tenían alterada su capacidad de producción, pero no de comprensión (por ejemplo, el paciente podía elegir la respuesta correcta pero fracasaba cuando la decía o escribía). Otros presentaban déficits de procesamiento sintáctico (por ejemplo, escribían cuatrocientos ochenta como 40080). En el cálculo numérico, las dificultades se presentaban en la comprensión del signo de la operación: si se pedía una suma el resultado era correcto; en caso de que se tratara de una multiplicación o, en otros casos, asignaban valores erróneos al realizar la operación, por ejemplo, 8x6=42.

De acuerdo a lo revisado anteriormente las matemáticas comprenden una ciencia compleja que a partir de planteamientos básicos se van desarrollando a un mayor nivel de abstracción, sin posibilidad de llegar a diferentes resultados, por ello que se le denomine una ciencia exacta. Las nociones matemáticas son aprendidas teóricamente y su finalidad está en la realidad por lo que también son prácticas. Ahí se encuentra la importancia de reconocer que en el desarrollo del niño, éste invariablemente interactúa con ellas y entonces antes de empezar la escolaridad obligatoria ya posee un bagaje de conocimientos que le permite afianzar el aprendizaje.

Sin embargo, se encuentran niños que tienen dificultades para comprender lo que pasa a su alrededor ya sea en un entorno escolar o donde habitualmente se desenvuelven. Es ahí cuando hablamos de las dificultades de aprendizaje. Las dificultades de aprendizaje adquiridas consisten en deficiencias del procesamiento de la información numérica y debido a su origen orgánico por una lesión cerebral, no se tiene el control para poder resarcir el daño que las provocan, empero no es el único motivo por la que se generan las dificultades en las matemáticas. Las dificultades de aprendizaje evolutivas son el deterioro en el desarrollo de habilidades matemáticas de un niño sano. En la estructura del currículum tradicional el niño es el receptor de la información impidiendo que pueda participar activamente en la obtención de los conocimientos para lograr el aprendizaje.

De acuerdo a González-Pienda (1998) es esencial profundizar en las dificultades de aprendizaje evolutivas, las cuales están estrechamente relacionadas con el bajo rendimiento en el área de las matemáticas, dándole importancia al desarrollo cognoscitivo. Tomar en cuenta las etapas de desarrollo cognoscitivo permite comprender la importancia de la adquisición del aprendizaje significativo.

CAPITULO 2: Desarrollo del pensamiento matemático en los niños

Los niños en su desarrollo van adquiriendo la capacidad de hablar, de leer, de calcular, de razonar de manera abstracta (Miranda, 2000).

El intercambio y la confrontación de opiniones obliga a los niños a cuestionarse sus ideas, les estimula a probar o defender sus soluciones ante los compañeros, a utilizar palabras adecuadas para hacerse entender, a adaptarse mutuamente para poder actuar conjuntamente. Todos estos retos le exigen una actividad mental que les permite ir desarrollando la capacidad de razonamiento lógico, de construcción del sentido para los números y las cantidades, de realizar cálculos cada vez más sofisticados (Gallego, 2005).

La adecuación de los contenidos a las estructuras lógicas y al conocimiento previo del niño contribuye a potenciar el desarrollo de su pensamiento lógico. Con ello se podría acabar con el espejismo de que el niño sabe muchas cosas, cuando en realidad sólo se trata de una repetición memorística de palabras y conceptos que no comprende, y que resultan ajenos al conjunto de su conocimiento del mundo. Lo que origina una yuxtaposición de conocimientos inútiles que el niño olvidará pronto (Cascallana, 1999).

La gran difusión de la teoría de Piaget sobre el génesis del pensamiento infantil ha servido para que se tome conciencia de la importancia del desarrollo de las estructuras mentales.

Los procesos cognoscitivos que llevan al niño a la construcción de su comprensión del mundo consisten en la percepción de que las cosas están determinadas, entre otros muchos factores, por el conocimiento previo que se tienen acerca de ellas (contenidos), así como por el momento evolutivo de las estructuras mentales del sujeto (estructura lógica).

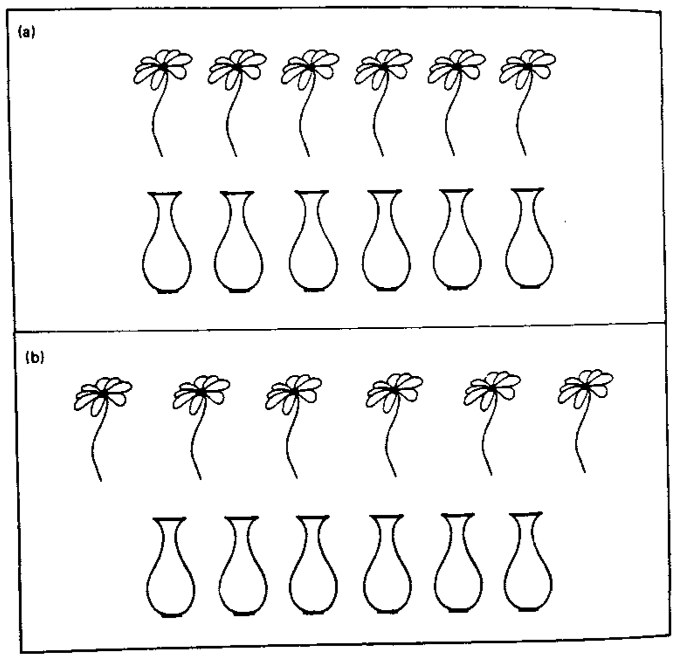
En un sentido amplio, el desarrollo cognoscitivo se produce en la continua interacción del organismo –en sus aspectos físico, intelectual, social y motivacional– con la realidad (objetos, personas o situaciones que tienen significación para él). En este contraste que el niño tiene con su ambiente se va llevando a cabo una progresiva adaptación. Existe un doble proceso, uno de asimilación de los conocimientos externos a sus estructuras mentales ya existentes; y otro complementario de acomodación, cada vez más precisa, de sus estructuras mentales a la realidad exterior (Piaget, 1972).

Aunque la realidad es una totalidad para el niño, el conocimiento lo obtiene por diferentes medios: el físico, social y lógico-matemático. Estos se encuentran estrechamente relacionados y en conjunto se logra el entendimiento de las cosas. Lo que el niño abstrae depende de la estructura mental acorde a la edad que tenga por lo que va a adquirir un bagaje totalmente distinto cuando se encuentra en la etapa de conocimiento intuitivo, informal o formal, siendo esta última la que tiene cuando se encuentra iniciando la escolaridad primaria.

Piaget (1972) demostró las etapas del conocimiento por las que atraviesan los niños mediante sus experimentos sobre la conservación numérica. En uno de ellos enseñaba a un niño una hilera de flores y otra hilera de jarrones, alineadas con una correspondencia biunívoca (*véase figura 1a*). Con esta disposición, el niño puede ver fácilmente que existe el mismo número de flores que de jarrones. Pero, a continuación, se separan más las flores entre sí, ante los ojos del niño. Con esta disposición cada flor ya no está asociada visualmente a un jarrón, pero no se ha quitado ni añadido ninguna flor (*véase figura 1b*). Para el niño muy pequeño a pesar de que el cambio se ha llevado delante suyo (o incluso lo ha realizado él mismo) ya no considera que los dos conjuntos tengan el mismo número. Según Piaget, esto se debe a que cuando se separan las flores, destruyendo así la asociación biunívoca, el niño ya no es capaz de imaginárselas en su posición original. Si alguien las vuelve a colocar, o le pide al niño que lo haga, no hay problema. Volverá a decir que los conjuntos tienen el mismo número; pero después de una serie de separaciones y agrupaciones seguirá sin darse cuenta de que las cantidades no varían por una simple reorganización espacial.

Cuando el niño se encuentra en el estadio preoperatorio no logra comprender el proceso que se llevó a cabo por lo que se basa en su percepción visual para decir que no existe la misma cantidad de flores que de jarrones, sin embargo, cuando se encuentra en el estadio concreto le es muy sencillo resolver el cuestionamiento y para él es obvio que lo único que ocurrió es que hubo una reorganización espacial de las flores con respecto a los jarrones.

Fig. 1. Tarea de conservación numérica. (a) correspondencia biunívoca de las flores con respecto a los jarrones. (b) destrucción de la asociación biunívoca.



Fuente: Resnick, 1990. "La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos". Barcelona: Paidós.

De acuerdo con lo anterior se puede hablar de que existen tres tipos de conocimiento con respecto a su interacción con el objeto.

El *conocimiento físico* hace referencia a las características externas de los objetos y se obtiene a partir de la observación y de la experimentación; por ejemplo, de una pelota se puede conocer su forma redonda, los efectos de su movimiento, puede rodar, botar, etc.

El *conocimiento social* se adquiere por transmisión de los adultos, y trata de las normas o convenciones que cada sociedad ha establecido de forma arbitraria; en el ejemplo anterior, al objeto se le llama "pelota" en castellano. El lenguaje es una forma de conocimiento social. También se transmiten normas sociales, como que no se debe utilizar dentro de las casas o arrojarla sobre los cristales.

El *conocimiento lógico-matemático*, a diferencia de los anteriores, no se adquiere básicamente por transmisión verbal ni está en la apariencia de los objetos. De la pelota citada no podemos decir que es grande o pequeña, a no ser que se ponga en relación con otras pelotas; el establecimiento de esta relación es una actividad mental que el niño realiza. Reconocerla como pelota implica que ha sido capaz de abstraer las características físicas de una serie de objetos, de poner en relación dichas características y concluir que la pelota es diferente a los otros objetos, a la vez de que es capaz de conservar los signos definitorios y reconocer una pelota como tal, independientemente de su color, tamaño, peso o material con la que esté construida.

Estos tres tipos de conocimiento no están jerarquizados, es decir, no se puede afirmar que uno sea más importante que otro, porque los tres son necesarios para obtener una configuración del mundo. El conocimiento físico y social no podrían obtenerse si el niño no tuviese un marco lógico de referencia; por ejemplo, para que pueda comprender la norma de que no se debe jugar con la pelota en el interior de su casa, tiene que haber establecido antes la relación entre distintos lugares, y reconocer cuáles son "más o menos" adecuados para el juego de la pelota. El conocimiento de las distintas cosas por separado las obtiene a partir del conocimiento físico y social, y a la vez va estableciendo relaciones entre ellas (Cascallana, 1999).

En la adquisición de los conocimientos se dan dos tipos de abstracciones: la puramente *empírica*, propia del conocimiento físico, y la *reflexiva*, la cual es la acción del niño en el proceso del conocimiento lógico-matemático y que requiere una actividad mental interna realizada por él mismo, sin que nadie pueda reemplazarle en esta tarea (Piaget, 1972).

En el ejemplo de la tarea sobre la conservación numérica se puede ver que se encuentran los conocimientos físico (las características que definen a la flor y al jarrón), social (el lenguaje de lo que se llama en castellano flor y jarrón) y lógico-matemático (la correspondencia biunívoca de cada flor por cada jarrón). Aunado a esto el niño que se encuentra en el estadio preoperatorio está en la etapa de conocimiento informal y por ello proporciona una respuesta incorrecta sobre la correspondencia biunívoca contrario del niño que se encuentra en el estadio concreto y que el conocimiento que tiene es formal, con estas características la respuesta que concede sería la correcta.

Entonces el campo de conocimiento intuitivo, informal y formal se interrelaciona con el desarrollo cognoscitivo que se va estableciendo en el niño de acuerdo a los estadios denominados por Piaget.

Con respecto a lo anterior Starkey y Cooper (1980; citados por Baroody, 1988) mencionan que los niños tienen un sentido natural del número. A los seis meses de edad pueden distinguir entre conjuntos de uno, dos y tres elementos, y entre conjuntos de tres y cuatro elementos.

También los niños pequeños poseen un proceso de enumeración o correspondencia que les permite distinguir entre pequeños conjuntos de objetos. Por lo que no se pierde de vista que el alcance y la precisión del sentido numérico de un niño pequeño son limitados. Es decir el hecho de que parezcan capaces de tratar, por ejemplo, los conjuntos de tres y cuatro elementos de una manera distinta, no significa necesariamente que sepan que 4 es más que 3, aunque los distinguen entre números pequeños, quizá no puedan ordenarlos por orden de magnitud.

El sentido numérico básico de los niños constituye la base del desarrollo matemático. Es a partir de la experiencia concreta y de la percepción directa que los niños empiezan a comprender nociones como la magnitud relativa.

Es por ello que casi todos los niños que se incorporan a la escuela deberían ser capaces de distinguir y nombrar como “más” el mayor de dos conjuntos manifiestamente distintos (Baroody, 1988).

Como los niños basan sus juicios en las apariencias, las comparaciones que hacen entre magnitudes pueden ser incorrectas. Aunque es frecuente que el aspecto refleje fielmente la cantidad, indicios perceptivos como el área y la longitud no siempre son indicadores precisos.

La tarea de conservación de la cantidad demuestra de forma concluyente las limitaciones del conocimiento intuitivo de los niños (Piaget, 1972). Entonces la condición de la aritmética intuitiva se limita a que es percibida por modificaciones evidentes.

El sentido del número permite a los niños reconocer si una colección ha sido alterada. Los niños reconocen muy pronto que añadir un objeto a una colección hace que sea “más” y que quitar un objeto hace que sea “menos”.

Con el tiempo los niños encuentran que el conocimiento intuitivo, simple y llanamente, no es suficiente para abordar tareas cuantitativas. Es así como se da el salto al conocimiento informal. Ahora se apoyan cada vez más en instrumentos más precisos y fiables: numerar y contar. Poco después de empezar a hablar, los niños empiezan a aprender los nombres de los números. Hacia los dos años de edad, emplean la palabra “dos” para designar todas las pluralidades: dos o más objetos (Wagner y Walters, 1982; citado por Baroody, 1988). Hacia los dos años y medio, los niños empiezan a utilizar la palabra “tres” para designar “muchos” (más de dos objetos).

Las situaciones en que los niños utilizan los números son múltiples, el uso que hacen de los números es como instrumento y no como objeto.

Sinclair, A. y Sinclair, H. (citado por Weinstein, 2001) realizaron una investigación acerca de la interpretación que niños entre 4 y 6 años realizan de los números escritos.

Les presentaron diez láminas en las cuales aparecían objetos y números relacionados, en diferentes contextos. Ante cada lámina se les pedía que explicaran qué veían y qué significaba, para ellos, el número que aparecía en la misma.

Algunas de las láminas presentadas fueron:

-Un colectivo con el número 22.

-Un pastel con una velita con el número 5.

-Una hilera de tres casas, identificadas con diferentes números.

-Un ticket de almacén con el precio de varios artículos y el total.

Las respuestas dadas por los niños se pueden agrupar en tres grandes categorías:

A) Descripción del número: en esta categoría se ubican las respuestas en las cuales los niños identifican el número o reconocen que hay un número escrito. por ejemplo: "dos del mismo”, “es un cinco”, “el número en la casa”, “para mirar los números”.
B) Función global: esta categoría corresponde a las respuestas en las cuales los niños relacionan el número con el objeto o el hecho. Por ejemplo: “para la gente que va en el colectivo”, “es para decir que es un cumpleaños”, “para la gente que vive allí”, “te lo dan cuando pagas”.
C) Función específica: en esta categoría se incluyen las respuestas en las cuales los niños identifican con claridad la información que el número transmite según el contexto. Por ejemplo: “cuál es el colectivo, si es el tuyo”, “alguien cumple cinco años”, “dónde está tu casa”, “cuánto pagaste”.

Los resultados de la investigación mostraron que si bien los niños usan los números desde muy pequeños lo hacen de diferentes formas. A medida que crecen, las respuestas van pasando de la mera descripción del número a la identificación de la función específica.

Se van dando cuenta de que los números transmiten diferente información de acuerdo al contexto en que se encuentran.

Cuando se llega a la matemática formal se puede liberar a los niños de los confines de su matemática relativamente concreta. Los símbolos escritos ofrecen un medio para anotar números grandes y trabajar con ellos. Esto permite a los niños pensar de una manera más abstracta y abordar con eficacia los problemas en los que intervienen números grandes.

Puesto que el aprendizaje implica una construcción a partir de conocimientos anteriores, el conocimiento informal desempeña un papel crucial en el aprendizaje significativo de la matemática formal.

Los momentos más críticos en los que se produce este desarrollo del pensamiento lógico coinciden con los periodos educativos.

2.1 Periodos del Desarrollo Cognoscitivo

Las acciones de los niños, como elegir su color favorito, no ocurren al azar, Piaget (citado por Henson, 2000) creía que los niños desarrollan estrategias y reglas que utilizan para resolver problemas. Estas estrategias se denominan operaciones. A su vez, el desarrollo de las operaciones conduce a la formación de estructuras mentales o esquemas, los cuales son recuerdos, pensamientos y conocimientos que los niños adquieren por la experiencia.

En el salón de clases también suelen usarse los esquemas para la solución de problemas. Académicamente, un esquema puede ser tan elemental como el hecho de que un preescolar alcance una pelota o tan complejo como que un estudiante de secundaria resuelva ecuaciones algebraicas. Un estudiante de idiomas que debe de traducir una frase del francés al español activa un esquema que incluye el reconocimiento de ambas lenguas, el desarrollo de los procedimientos de traducción y obtención de una solución.

Dentro del desarrollo de esquemas incluye también el concepto de equilibrio, al que Piaget atribuía mucha importancia para el crecimiento cognoscitivo. El equilibrio es el proceso que permite mantener un balance o comprensión del entorno con los esquemas actuales. Cuando los esquemas actuales son inadecuados o no resultan claros para el individuo, ocurre un desequilibrio, lo cual supone que deben hacerse ciertos cambios en el esquema. Dicho desequilibrio produce motivación para aprender y adquirir métodos para manejarlo. Alcanzar el equilibrio ocurre mediante un proceso al que Piaget denomina adaptación, el cual supone cambiar una respuesta al entorno o sustituir los esquemas para reconciliar el ambiente y los esquemas que se posee. El desequilibrio instiga a la gente a adaptarse y la adaptación da como resultado el establecimiento de un estado de equilibrio.

Existen dos tipos de adaptación: asimilación y acomodación. En un niño la asimilación ocurre cuando sus esquemas actuales determinan sus respuestas a las nuevas experiencias. Y la acomodación modifica los esquemas.

Piaget (1972) utilizó los conceptos clave de operaciones, esquemas, equilibrio, adaptación, asimilación y acomodación para analizar la forma en que los niños avanzan de una etapa de desarrollo cognoscitivo a la siguiente. Así es como el autor, divide en periodos el desarrollo del niño, pasando por diferentes estadios que le permiten evolucionar hasta llegar a la madurez propia del adulto.

Cuadro 4. Las cuatro etapas piagetanas del desarrollo. Tomado de Kenneth (2000). “Psicología Educativa para la enseñanza eficaz”.

Etapa	Edades	Características
Sensoriomotriz	Del nacimiento a los dos años	El desarrollo parte de un organismo con un repertorio compuesto por reflejos, con énfasis en la experiencia sensorial y motora a organismo que reflexionan y tienen la capacidad de utilizar el pensamiento simbólico. Entendiendo que existe la permanencia del objeto.
Preoperacional	De 2 a 7 años	Desarrolla modos simbólicos de representación. El pensamiento se ve limitado por el egocentrismo, la irreversibili8dad y la focalización.
Operaciones concretas	De 7 a 11 años	Realiza operaciones de primer orden y puede pensar en forma deductiva. El pensamiento se caracteriza por la disminución de la irreversibilidad, el egocentrismo y la focalización
Operaciones formales	De 11 a 15 años y en adelante	Realiza operaciones de segundo orden y más avanzadas. El pensamiento es flexible, abstracto y sistemático.

Estos períodos, con sus estadios particulares, constituyen procesos de equilibración sucesivos. A partir del momento en que el equilibrio alcance un punto, la estructura se integra en un nuevo sistema de formación, hasta tanto logre un nuevo equilibrio siempre más estable y de campo siempre más amplio.

Para fines de esta investigación se habla con mayor énfasis de las operaciones concretas por ser el estadio en el que se ubican los niños que son parte de esta investigación.

En esta etapa los niños pueden realizar lo que Piaget (citado por Henson, 2000) denominó operaciones de primer orden u operaciones sobre objetos. Empiezan a pensar deductivamente y pueden resolver problemas del tipo: Si todos los patos son aves, tu patito Daffy ¿es un ave? Por lo general, los niños en la etapa preoperacional no pueden resolver esos problemas. Los niños en la etapa de las operaciones concretas tienen más habilidad que los niños en la etapa anterior para usar la lógica y la objetividad al resolver problemas.

Estas características generales son dinámicas y su presencia, aunque se da en todos los niños, varía en el grado a una determinada edad. Cada uno seguirá un ritmo de desarrollo distinto, que estará en función tanto de sus características individuales como del medio educativo en el que se desenvuelve (Cascallana, 1999).

Para Piaget (1972) la escuela juega un papel importante en este proceso, ya que es en la edad escolar cuando se verifica el paso de la lógica concreta a la lógica formal.

Cuando la enseñanza formal se introduce con demasiada rapidez y no se basa en el conocimiento informal que ya poseen los niños, el resultado es un aprendizaje memorístico y la aparición de problemas de aprendizaje y/o de creencias destructivas. Incapaces de conectar la matemática formal con algo significativo, muchos niños se limitan a memorizar y utilizar mecánicamente las matemáticas que se imparten en la escuela.

2.2 Dificultades del aprendizaje relacionadas con los procesos del desarrollo cognoscitivo

Conocer los estadios generales del desarrollo cognoscitivo, representado cada uno de ellos por una forma característica de razonamiento y por tareas matemáticas específicas que los alumnos son capaces de hacer, constituye el punto de partida a tener en cuenta ya que el aprendizaje de las habilidades matemáticas pasa por un proceso minucioso y ha sido abordado por diversos enfoques, siendo el más representativo el de Piaget. La comprensión de las dificultades exige conocer con claridad los pasos en el desarrollo y aprendizaje de las matemáticas (Bideaud, Meljac y Fischer, 1992; Campbell, 1992; Schoenfeld, 1994; citados por González-Pienda, 1998).

Los aprendizajes matemáticos constituyen un encadenamiento de conocimientos previos según el proceder lógico.

El nivel de dificultad de los contenidos no sólo viene marcado por las características del propio contenido matemático, sino también por las características psicológicas y cognoscitivas de los niños.

Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas van apareciendo dificultades que unas veces son consecuencia de aprendizajes anteriores mal asimilados y, otras, de las exigencias que van surgiendo de los nuevos aprendizajes. Son distintos los errores que se producen en la comprensión de las operaciones por falta de interiorización de la numeración, de los que pueden aparecer en la realización de problemas al fallar en el razonamiento deductivo (Fernández, 1990; citado por González-Pienda, 1998).

Las primeras dificultades surgen durante la adquisición de las nociones básicas y principios numéricos que, según la psicología genética, son imprescindibles para la comprensión del número y constituyen la base de toda la actividad matemática, como son la conservación, orden estable, clasificación, seriación, correspondencia, valor cardinal, irrelevancia del orden, reversibilidad, etc. Su adquisición supone un nivel determinado de desarrollo que depende del proceso madurativo y del ritmo de desarrollo de cada persona. En general, el niño adquiere estas nociones jugando y manipulando los objetos de su entorno a una edad que oscila entre los 5 y los 7 años. Sin embargo, no todos los niños adquieren estas nociones durante este periodo. Son, sobre todo, los niños con un nivel mental bajo o con retraso madurativo los que presentan un proceso de adquisición de estas nociones más lento y, por consiguiente, de los procesos mentales dependientes de las mismas. Es decir, se les dificulta pasar del plano de la acción al de la representación mental de las operaciones y la lentitud se manifiesta en cada uno de los niveles del desarrollo y en la adquisición de los conceptos inherentes a cada uno de esos niveles (González-Pienda, 1998).

En cuanto a las dificultades relacionadas con las habilidades de numeración y cálculo, Geary (1993; citado por González-Pienda, 1998) distingue tres tipos:

> 1.- Dificultades para representar y recuperar los hechos numéricos de la memoria. Los niños que presentan este tipo de problemas muestran grandes dificultades en el aprendizaje y en la automatización de los hechos numéricos (por ejemplo, 5 + 5 son 10 ó 4 x 3 son 12), con independencia del entrenamiento y práctica específicos que hayan recibido.
>
> 2.- Dificultades con los procedimientos de solución (por ejemplo, el uso de las estrategias de conteo, o uso de las tablas). Las manifestaciones de este déficit incluyen el uso de procedimientos aritméticos evolutivamente inmaduros, retrasos en la adquisición de conceptos básicos de procedimiento y una falta de precisión al ejecutar los procedimientos del cálculo.
>
> 3.- Déficit en la representación espacial y en la interpretación de la información numérica. Los niños con este déficit tienden a mostrar dificultades al leer los signos aritméticos, en alinear los números en problemas aritméticos multidígitos y en comprender el valor posicional de los números.

Una consecuencia de estas dificultades es que si estas nociones no se adquieren y dominan eficazmente, esto conlleva repercusiones negativas a lo largo de la escolaridad.

El conocimiento y memorización de los nombres de los números, por tratarse de un aprendizaje meramente mecánico, no suele presentar dificultad, siendo capaz el niño desde muy pequeño de decirlos de forma seriada; sin embargo, cuando tiene que asociar los números con los objetos reales es cuando empiezan las dificultades y los inconvenientes para el uso de aquéllos términos verbales.

De acuerdo a González-Pienda (1998), aunque el niño sepa contar verbalmente, no comprende el significado de los números ni el uso que se puede hacer de ellos. Por ejemplo, el que el niño responda 12 a la pregunta cuántos son 8 + 4 no significa que realmente sepa lo que es 8 + 4. Esto lo conseguirá cuando ello tenga significado para él.

Siguiendo con el autor a muchos niños les resulta difícil comprender que un número es algo más que una mera palabra que sirve para designar un elemento simple, por ejemplo el número 4, también se refiere a un todo formado por unidades más pequeñas incluidas en él, el número 4 es igual que 1 + 1 + 1 + 1 y también guarda una relación de orden con respecto de otros números, en la serie numérica está entre el 3 y el 5, porque tiene una unidad más que 3 y una menos que 5.

La dificultad aumenta a partir del número 10 al no reflejar los nombres la secuencia exacta de la composición de los números. Así, el 10, 11, 12, 13, 14 y 15 si siguiesen una nomenclatura lógica, serian diez y uno, diez y dos, etc. Esta regla se mantiene a partir del 16. Lo mismo ocurre con el número 20, cuyo nombre no hace referencia al 2 como el resto de las decenas: treinta, cuarenta… A partir del 20 ya es difícil que el niño utilice estas cantidades asociadas a objetos manipulados por él y, por tanto, tiene que asociarlas a unas reglas que escapan a la intuición y experiencia directa.

De acuerdo con González-Pienda (1998) estas dificultades son más frecuentes a medida que la enseñanza de las matemáticas va presentando los distintos sistemas de numeración y, en concreto, el decimal. Hay niños que tardan mucho en comprender que cada grupo de 10 unidades forme una unidad de orden superior y que ésta debe ser utilizada como tal, es decir, no como 10 elementos, sino como una decena. Hecho que se refleja tanto en la escritura como en la lectura de las cantidades. Dificultad que se vuelve a poner de manifiesto al pasar de las decenas a las centenas y de éstas a la unidad de millar. De hecho, cuando el niño no ha adquirido la noción de cantidad, los números superiores a 100 los verbaliza sin ningún orden. A veces, para superar estas dificultades, algunos profesores convierten la enseñanza de las matemáticas en estos primeros niveles en la práctica de ejercicios repetitivos. Pero, para practicar con éxito el pensamiento cuantitativo, hay que disponer del significado de los diferentes conceptos y no de una colección de respuestas automáticas. Los ejercicios no sirven para desarrollar los significados. En otros términos, la repetición por sí sola no lleva a la comprensión.

A la comprensión del sistema de numeración se añade la de la escritura de los números, similares a las dificultades del lenguaje escrito. El sistema decimal tiene la ventaja de que sólo se necesita memorizar nueve dígitos más el cero, pero tiene la dificultad de la dirección de la escritura –de izquierda a derecha-, que es la opuesta al orden en que aparecen las unidades numéricas. Es frecuente encontrar niños con dificultades para comprender la noción del valor posicional de las cifras en función del lugar que ocupa cada una dentro de un número determinado y por qué cambia de valor una misma cifra según el lugar que ocupe dentro de un numeral. Así, el 4 no tiene el mismo valor en 4 que en 40, sino que éste viene dado por el lugar que ocupa, entonces el 4 es una unidad mientras que en el 40 el 4 ocupa el lugar de las decenas. Dificultad que aumenta a medida que las cantidades son mayores o si en ellas aparece algún cero. De acuerdo a esto se puede observar el error en el siguiente ejemplo:

$$\begin{array}{r} 40 \\ +\ \ 4 \\ \hline 80 \end{array}$$

El dígito cero merece una atención especial. Su comprensión como ausencia de cantidad es fácil de entender asociada a ningún elemento, conjunto vacío… pero cuando entra a formar parte de otro número resulta más complejo, pues indica que no hay unidades en alguno de los órdenes pero sí en otros. Por ejemplo, a algunos niños les cuesta comprender que en 20 no hay ninguna unidad y, sin embargo, son dos decenas (20 unidades). Esto se complica a medida que aumentan las cantidades. Así, al pedirles que escriban 30, no encuentran mayor dificultad; sin embargo, sí la encuentran en 300, 3,000, 30,000 y, sobre todo, si se trata de cifras en las que los ceros van intercalados, como en 307, 34,087, 4,015…

En otros casos, al pedirles que escriban una determinada cantidad, por ejemplo, 402, fácilmente escriben la unidad seguida de ceros correspondientes y a continuación el resto de las cifras, 4.002; escriben 5.000.607 por 5.607

González-Pienda (1998) también menciona que en las seriaciones, por muy sencillas que sean implican siempre un proceso lógico (en los niños con un nivel bajo de capacidad mental evoluciona más lentamente), aparecen dificultades al no ser capaces de descubrir la relación o la clave entre los números que la forman. Estas dificultades se hacen más notorias cuando se trata de seriaciones inversas o descendentes, ya que exigen haber interiorizado y comprendido el concepto de reversibilidad sobre el que se fundamenta el proceso lógico utilizado. En ellas influyen las alteraciones de tipo perceptivo y en la estructuración espacio-temporal, las cuales inciden directamente en la identificación correcta del antes-después, primero-último, menor-mayor, etc.

En cuanto a la práctica de las cuatro operaciones básicas, se pueden considerar dos cuestiones: una referente a lo que son las operaciones, y otra a la mecánica de las mismas, a cómo deben hacerse.

Respecto a la comprensión del significado de las operaciones, el niño debe poseer un dominio lo más completo posible de la composición y descomposición de los números inferiores a 10, y haber comprendido y asimilado, a través de actividades manipulativas, lo que significa cada una de las operaciones: unir, separar, faltar, repartir, gastar, etc.…

Para González-Pienda (1998) en la mecánica de las operaciones, el niño tiene que aprender una serie de reglas que le resultaran más difíciles cuanto menos interiorizadas tengan las nociones anteriores, y que se refieren a:

- **Estructuración espacial de cada operación**. En cada una de las cuatro operaciones hay que disponer las cantidades de una determinada forma, siguiendo unas pautas fijas. En la suma y resta, cuando se disponen verticalmente, tienen que coincidir en las mismas columnas unidades con unidades, decenas con decenas, centenas con centenas, etc. En la resta, además, al efectuar los productos parciales, hay que colocar arriba las cantidades más grandes. En la multiplicación hay que desplazar las cantidades una columna a la izquierda en cada fila. La división presenta una disposición espacial bastante complicada, ya que en ella se combinan las demás operaciones en varias direcciones.
- **Los automatismos para llegar al resultado.** Se refieren al aprendizaje y dominio de las tablas con la atención y memoria que esto supone, sobre todo, para la tabla de multiplicar. Tiene que conocer también el orden que hay que seguir, por dónde empezar cada operación, dónde colocar los resultados, cómo expresarlo de forma abreviada y en sentido horizontal, etc. Y todo ello teniendo en cuenta la disposición espacial ya indicada y con el dominio del vocabulario correspondiente.

Entre las dificultades que aparecen relacionadas con las cuestiones antes comentadas, hay niños que, aunque conozcan las tablas de sumar, por ejemplo, son incapaces de descomponer un número dado.

Ejemplo:

$$\begin{array}{rrrr} 6 & 4 & 7 & 6 \\ +9 & 7 & 5 & 2 \\ \hline 15 & 11 & 12 & 8 \end{array}$$

Cuando se les dicta las cantidades para sumar la dificultad más frecuente, sobre todo, en los alumnos más jóvenes y en aquellos que presentan alteraciones en su perfil psicomotor, es alinear las unidades, decenas… erróneamente:

$$\begin{array}{ll} & 4\,3\,5\,7 \\ + & 3\,9 \end{array}$$

En la multiplicación ocurre algo parecido, ya que se trata, en realidad, de varias sumas sucesivas a presentar de forma sintetizada. Los fallos más frecuentes consisten en no saber colocar las cantidades correctamente unas debajo de las otras. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 3\,6\,4\,5\,2\,3 \\ \times \quad 42 \\ \hline 6\,2\,8\,0\,4\,6 \\ 1\,2\,4\,6\,0\,8\,2 \\ \hline 1\,8\,7\,4\,1\,2\,8 \end{array}$$

En este caso, no sólo existen fallos en el orden, sino que también el niño se olvida de las que lleva y simplemente escribe la cifra de las unidades. En otras ocasiones, no tiene reparo en escribir cantidades completas sin retener las que van para sumarlas a la cifra siguiente, por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 2\;\;4\;\;9\;\;5 \\ \times \quad 4\;\;3 \\ \hline 6\;\;12\;\;27\;\;15 \\ 8\;\;16\;\;36\;\;20 \\ \hline 8\;\;22\;\;48\;\;47\;\;15 \end{array}$$

También aparecen confusiones sobre qué operación concreta se debe utilizar. Así, entre la suma y la multiplicación se dan puntos de interferencia, por lo que a veces resulta difícil para los alumnos distinguir entre ellas.

Por otro lado Enright (1983; citado por Defior, 1996) identifico los siete patrones de error más comunes en las operaciones aritméticas, que son:

- **Tomar prestado.** Estos errores indican que el niño no comprende el valor posicional de los números o los pasos a seguir. Por ejemplo, en el cálculo 460 – 126 = 340 el error se produce porque hay un 0 en el minuendo el niño no toma prestado y escribe cero en el resultado.

- **Sustitución en el proceso.** Los errores ocurren porque se sustituye uno o varios pasos del algoritmo por otro inventado pero incorrecto. Por ejemplo, en 123 x 3 = 129 el error se produce porque multiplica la primera columna y copia los demás números.
- **Omisión.** El error se produce por la omisión de alguno de los pasos del algoritmo o porque olvida una parte de la respuesta. Difiere del anterior en que no inventa un nuevo algoritmo sino que lo ejecuta de modo parcial. Por ejemplo, en 4.75 + 0.62 = 1.37 el error se produce porque presta atención sólo a los decimales y olvida los números enteros.
- **Dirección.** Errores en el orden o la dirección de los pasos a seguir, aunque los cómputos estén bien hechos. Por ejemplo, en 0.55 – 0.3 = 0.22 el error se produce porque resta el sustraendo de los dos dígitos del minuendo.
- **Posición.** Aunque los cómputos se hacen correctamente se invierte la posición de los números al escribir el resultado de la operación. Por ejemplo, en 9 + 6 = 51 el error consiste en la alteración del orden de los números.
- **Los signos de las operaciones.** El error se debe a una incorrecta interpretación del signo de la operación o simplemente a que se ignora. Es muy frecuente la confusión entre "+" y "x". Por ejemplo, en 6 x 4 = 10 el error consiste en sumar en lugar de multiplicar.
- **Adivinanza.** Cuando los errores no siguen ninguna lógica, indican una carencia de comprensión de las bases mismas de las operaciones. Por ejemplo, en 6 x 4 = 46 el error es que copia los dos números al azar ya que la situación planteada carece de significado para el niño.

En cuanto a las dificultades en la resolución de problemas, su interpretación requiere una serie de habilidades lingüísticas que implican la comprensión y asimilación de un conjunto de conceptos y procesos relacionados con la simbolización, representación, aplicación de reglas generales, traducción de unos lenguajes a otros, etc.

Los autores que se ocupan de la capacidad de resolución de problemas (Hegarty y cols., 1995; Montague y Applegate, 1993; Pericola, Harris y Graham, 1992; Van Lieshout, Jaspers y Landewé, 1994; citados por González-Pienda, 1998) observan que el bajo rendimiento de los alumnos está más relacionado con su incapacidad para comprender, representar los problemas y seleccionar las operaciones adecuadas, que con los errores de ejecución.

Los alumnos que no tienen éxito al intentar resolver los problemas basan su plan de solución en números y palabras clave que seleccionan a partir del problema. Es lo que se denomina estrategia de traducción directa o literal, calcula primero y piensa después. El sujeto trata de traducir directamente las proposiciones clave del enunciado del problema a una serie de operaciones que lo llevarán a la respuesta y no construye una representación cualitativa de la situación descrita en el problema (Stigler, 1995; citado por González-Pienda, 1998).

El desarrollo cognoscitivo es un elemento muy importante para conocer como es el aprendizaje del niño. La teoría desarrollada por Piaget ofrece un parámetro que resulta adecuado para precisar las características de los conocimientos dependiendo de la madurez cognoscitiva.

Como anteriormente se mencionó la población con la que se trabajó (niños de segundo grado de primaria) en esta investigación se encuentra en el estadio de las operaciones concretas.

Este periodo está caracterizado por las operaciones que hacen referencia a los procesos lógicos usados para la resolución de problemas. El niño en este estadio es capaz de usar el símbolo de un modo lógico a través de la capacidad de conservar y llegar a generalizaciones atinadas. También tiene la capacidad intelectual de conservar cantidades numéricas: longitudes y volúmenes líquidos. Aquí por 'conservación' se entiende la capacidad de comprender que la cantidad se mantiene igual aunque se varíe su forma.

De acuerdo al desarrollo cognoscitivo, las dificultades asociadas a este surgen durante la adquisición de las nociones básicas y principios numéricos que son imprescindibles para la comprensión del número y constituyen la base de toda la actividad matemática, como son la conservación, orden estable, clasificación, seriación, correspondencia, valor cardinal, irrelevancia del orden, reversibilidad, etc. Su adquisición supone un nivel determinado de desarrollo que depende del proceso madurativo y del ritmo de desarrollo de cada persona. En general, el niño adquiere estas nociones jugando y manipulando los objetos de su entorno a una edad que oscila entre los 5 y los 7 años. Sin embargo, no todos los niños adquieren estas nociones durante este periodo. Es decir se les dificulta pasar del plano de la acción al de la representación mental de las operaciones y la lentitud se manifiesta en cada uno de los niveles del desarrollo y en la adquisición de los conceptos inherentes a cada uno de esos niveles (González-Pienda, 1998).

De acuerdo con lo anterior es importante definir aprendizaje, y la relación con el desarrollo cognoscitivo del niño para llegar a un consenso en el que se encuentre un método que sea pertinente en la instrucción de las matemáticas.

CAPITULO 3: Aprendizaje de las matemáticas

De forma generalizada el aprendizaje se define como un cambio conductual por lo general permanente que es el resultado del entrenamiento o la experiencia (Henson, 2000).

En las matemáticas el aprendizaje es un proceso lento, constructivo, en el que los conocimientos se van integrando parcial y gradualmente hasta que se constituye la habilidad global (Defior, 1996).

Desde que el niño nace se va desarrollando no sólo físicamente sino cognoscitivamente. A una edad temprana su intuición posibilita el entendimiento de conceptos matemáticos básicos, con ello empieza a dominar el uso de número, por ejemplo en el tiempo (la hora día, el día de la semana, las estaciones del año, los cumpleaños, las edades de las personas, etc.…), sin tener la noción exacta de qué hora es específicamente, comienza a entender los significados de más o menos, por ejemplo el niño sabe que cuando ha regresado de la escuela es tarde porque ha pasado mucho tiempo del día y por ello incorpora en su lenguaje el significado de más o menos para su posterior uso.

Con el transcurso del tiempo el niño va desarrollando su cognición y con ello va obteniendo herramientas que le permiten una mejor comprensión de las matemáticas y por lo tanto del mundo que lo rodea.

De acuerdo con Luceño (1999) una vez que el niño empieza la escolaridad primaria, el aprendizaje de las matemáticas inicia con las operaciones aritméticas las cuales se dividen en las siguientes etapas:

- ❖ Primera etapa de aprendizaje: Consiste en la acción sobre objetos reales, la operación manual. La acción debe preceder a la operación aritmética, así como la progresión del lenguaje ordinario/común precede al lenguaje específicamente matemático.

- Segunda etapa de aprendizaje: Casi, simultáneamente, con la etapa de la acción real aparece la de la acción acompañada del lenguaje, en donde cada acción o conjunto de acciones se asocian con sus términos o verbos de acción (unir, reunir, juntar, disminuir, sacar, quitar, repetir tantas veces, añadir tantas veces, distribuir los grupos iguales, repartir, etc.).
- Tercera etapa de aprendizaje: Consiste en la conducta del relato, el niño describe las causas y efectos de una acción ya realizada y sin necesidad de volver a repetir la acción. Entonces está constituye un sustituto de la acción directa.
- Cuarta etapa de aprendizaje: Se trata de la traducción gráfica que consiste en representaciones gráficas más o menos esquematizadas, modelos (reglas, escaleras ascendentes/ descendentes, conjuntos, regletas, bloques, etc.) para expresar una relación cuantitativa.
- Etapa intermedia: Una etapa intermedia de la acción con objetos simples, consistirá en operar con objetos totalmente esquematizados o bien con sus representaciones gráficas (fichas, figuras geométricas, o representaciones de cualquier objeto).
- Quinta etapa: La última etapa es la traducción simbólica que constituye la acción abstracta/simbólica de la acción/operación en cuestión.

Para el enfoque cognoscitivo el conocimiento no es sólo acumulación de datos. Los niños no son recipientes pasivos de conocimientos, sino que lo aprendido en la práctica de forma intuitiva o en situaciones de aprendizaje que se plantean en el aula, lo interpretan, lo estructuran y lo asimilan formando su propio esqueleto mental (Wittrock, 1974; citado por Hernández, 1999).

Normalmente las personas no hacen una copia exacta del mundo exterior memorizando cualquier detalle, sino que tienden a almacenar relaciones que resumen la información referida a muchos casos particulares. De esta manera la memoria puede almacenar amplias cantidades de información de una manera eficaz y económica. Para comprender los conocimientos matemáticos es necesario pensar; la comprensión se construye activamente desde el interior estableciendo relaciones entre las nuevas informaciones y los conocimientos que los niños poseen, las tareas matemáticas son un importante vehículo para que los alumnos construyan la capacidad de pensamiento y razonamiento matemático.

De acuerdo con Castelán (2009) existen diferentes formas de adquirir los conocimientos, estos pueden ser a través de:

- La memorización
- Aprendizaje algorítmico
- Aprendizaje de concepto
- Resolución de problemas

En la resolución de problemas la adquisición de los conocimientos es mediante un proceso donde distintos elementos que el alumno posee se interrelacionan, como son: los preconceptos, las reglas y las destrezas, que al mismo tiempo exige una gran dosis de reflexión y depende de una excelente provisión de conocimientos y capacidades para su clara comprensión. El aprendizaje se sustenta en la realidad. Es decir, que al niño se le facilitará el aprendizaje matemático a través de ejercicios que tengan que ver con la realidad y con lo que cotidianamente utiliza. Se hace evidente la necesidad de que las situaciones problemáticas que el alumno ha de resolver, se planteen en contextos y situaciones reales de acuerdo con su entorno, su edad y sus experiencias previas de aprendizaje.

En la resolución de un problema se requieren y se utilizan muchas de las capacidades básicas: leer compresivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo que se va revisando durante la resolución, modificar el plan si es necesario, comprobar la solución si se ha encontrado, hasta la comunicación de los resultados.

Para adquirir conocimientos resulta conveniente que el niño trabaje en compañía de otros. Y para que sean relevantes debe existir una relación entre aquello que aprende y su significatividad con el mundo.

3.1 Aprendizaje significativo

De acuerdo con Ausubel, Novak y Hanesian (1983), el aprendizaje significativo es muy importante en el proceso educativo porque es el mecanismo humano por excelencia para adquirir y almacenar la vasta cantidad de ideas e información representadas por cualquier campo del conocimiento.

Es un proceso por el que se relaciona nueva información con algún aspecto ya existente en la estructura cognoscitiva y que sea relevante para el nuevo contenido que se intenta aprender.

Se requiere tanto que el niño muestre una actitud positiva hacia dicho aprendizaje como que el nuevo material de aprendizaje sea potencialmente significativo para él, es decir, que se relacione de modo intencional con una estructura de conocimiento. Que la tarea sea o no potencialmente significativa depende de dos factores: de la naturaleza del contenido que se va a aprender (significatividad lógica del material de aprendizaje) y de la estructura cognoscitiva del niño. Es decir, para que realmente se produzca un aprendizaje significativo no es suficiente con que el nuevo contenido se relacione con la información pertinente de la estructura cognoscitiva del niño, en el sentido abstracto del término, sino que también es preciso que el conocimiento relevante exista en dicha estructura cognoscitiva (González, 2002).

De acuerdo con Pozo (1998) para que se produzca un aprendizaje significativo deben darse tres condiciones:

- Los nuevos contenidos deben ser lo suficientemente sustantivos y no arbitrarios para poder ser relacionados con las ideas relevantes del niño. En definitiva, sólo podrán comprenderse aquellos materiales que están internamente organizados, es decir, en los que cada parte del material tenga una conexión lógica o conceptual con el resto de las partes.

- El niño debe disponer de los conocimientos previos pertinentes para poder ser relacionados con el nuevo contenido de aprendizaje.

- El niño debe manifestar una actitud favorable a la realización de aprendizajes significativos. Esta condición es necesaria para que el niño pueda relacionar y vincular el nuevo material de aprendizaje con sus conocimientos previos. Cuando la intencionalidad del niño es escasa se limitará a memorizar lo aprendido de una forma un tanto mecánica y repetitiva; por el contrario, cuando la intencionalidad es elevada, el niño establecerá múltiples relaciones entre lo nuevo y lo que ya conoce.

De acuerdo a la concepción ausbeliana el aprendizaje es significativo ya sea por recepción o por descubrimiento cuando el contenido se incorpora de forma no arbitraria y no literal a la estructura cognoscitiva.

Según Ausubel (1983) en el aprendizaje receptivo lo que debe aprenderse se le presenta al niño en su forma final, mientras que en el centrado en el descubrimiento, el contenido principal objeto de aprendizaje debe ser descubierto por él mismo. Después del descubrimiento en sí, el aprendizaje sólo es significativo si el contenido descubierto establece ligazones a conceptos relevantes ya existentes en la estructura cognoscitiva.

El niño, en edad escolar y, tal vez, durante los primeros años de escolarización, adquiere conceptos y proposiciones a través de un procesamiento inductivo basado en la experiencia no verbal, concreta y empírica. Podría decirse que, en esta fase, predomina el aprendizaje por descubrimiento, en cuanto que el receptivo pasará a predominar solamente cuando el niño haya alcanzado un nivel de madurez cognoscitiva tal que pueda comprender los conceptos y proposiciones presentados, verbalmente, en ausencia de experiencia empírico-concreta.

En contraposición con el aprendizaje significativo, se define el aprendizaje mecánico (o automático) como aquel en que nuevas informaciones se aprenden prácticamente sin interacción con conceptos relevantes existentes en la estructura cognoscitiva. O sea, la nueva información es almacenada de manera arbitraria y literal, sin relacionarse con aquella ya existente en la estructura cognoscitiva y contribuyendo poco o nada a su elaboración y diferenciación.

En el aprendizaje significativo, el proceso de adquisición de información resulta de un cambio, tanto de la nueva información adquirida como del aspecto significativamente relevante de la estructura cognoscitiva con la cual se relaciona.

Por ello el aprendizaje significativo se divide en tres tipos:

- El aprendizaje representacional: consiste en hacerse del significado de símbolos solos (generalmente palabras) o de lo que éstos representan. Las palabras solas son símbolos convencionales o compartidos socialmente, cada uno de los cuales representa un objeto, acontecimiento, situación o conceptos unitarios. Es decir, las palabras vienen a representar los objetos o ideas correspondientes a que se refieren aquéllas.

- El aprendizaje de conceptos: es un aprendizaje representacional, pues los conceptos son, también, representados por símbolos particulares, pero son genéricos o categóricos dado que representan regularidades abstracciones de los atributos criteriales (esenciales) de los referentes, es decir, representan regularidades en objetos o eventos.

- El aprendizaje proposicional: en contraposición al representacional, la tarea no es aprender significativamente lo que representan palabras aisladas o combinadas, sino aprender el significado de ideas en forma de proposición. De un modo general, las palabras combinadas en una oración para constituir una proposición representan conceptos. La tarea, sin embargo, no es aprender el significado de los conceptos (aunque sea pre-requisito) sino el significado de las ideas expresadas verbalmente, a través de esos conceptos, bajo la forma de una proposición. Para que se puedan aprender los significados de una proposición verbal es preciso antes aprender los significados de sus términos componentes o lo que esos términos representan. Por tanto, el aprendizaje representacional es básico, o pre-requisito, para el aprendizaje proposicional.

De acuerdo a lo mencionado el aprendizaje significativo se va a llevar a cabo en el momento en que el proceso este íntimamente relacionado con la experiencia que los niños tienen y el bagaje de conocimientos previos. Es así como el aprendizaje nuevo será percibido por el niño como algo útil y que le sirve para entender su entorno y no como mera información que precisa repetición y el uso simple de su memoria.

Así como el aprendizaje significativo es una forma de enseñanza que puede ser utilizada para la adquisición de conocimientos, el aprendizaje cooperativo es un método en que los niños pueden afianzar el aprendizaje significativo.

Para Gil (2005) el aprendizaje cooperativo es el método en que se puede aprender con otros, lo que implica que pueden proponerse variedad de técnicas grupales, trabajos en equipo e intercambios entre todos.

Dado el interés en éste último para el desarrollo de esta investigación, a continuación se describirá.

3.2 Aprendizaje cooperativo

La cooperación consiste en trabajar juntos para alcanzar objetivos comunes. En una situación cooperativa, los individuos procuran obtener resultados que sean beneficiosos para ellos mismos y para todos los demás miembros del grupo. El aprendizaje cooperativo es el empleo didáctico de grupos donde los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás.

Una de las materias en cuya instrucción han sido empleados, quizás más profusamente, los métodos de aprendizaje cooperativo, son las matemáticas. Se han venido abarcando en diferentes clases o niveles educativos que han ido desde la enseñanza básica hasta la superior. Ello se ha debido a la necesidad, que los educadores han destacado, de preparar mejor a los alumnos para responder a las exigencias impuestas por los años futuros, pasando de la enseñanza de habilidades enfocadas sobre la aritmética y el cálculo, en la que ocupaban un lugar privilegiado la memorización de reglas y hechos, hacia un currículo centrado en el desarrollo de la capacidad de pensar, razonar y comunicarse matemáticamente, es decir, en el conocimiento concepto-procedimental del conocimiento matemático (Robertson, Davidson y Dees, 1994; citados por Serrano, 2008).

El trabajo cooperativo ha captado el interés de la comunidad educativa como una estrategia para mejorar los aprendizajes, desarrollar el pensamiento complejo, promover el comportamiento pro social, facilitar la administración de grupos académicamente heterogéneos, y buscar la equidad.

Entonces para que un grupo trabaje cooperativamente, todos sus miembros deben desarrollar ciertas habilidades sociales, como lidiar de manera constructiva con la competencia y los conflictos, mostrar disposición para darse soporte mutuo, usar diferentes puntos de vista y modificar el propio.

En la reforma de 1993 se incorporó oficialmente en el currículo con la idea de que el aprendizaje es un proceso no sólo individual, sino que también dialogando e interactuando con los compañeros, los niños aprenden de manera más significativa. Los beneficios obtenidos cuando se trabaja en equipo dependen de factores como la forma de organizar el trabajo, el tipo de tarea que se asigna, las experiencias previas de los alumnos con el trabajo bajo esta modalidad, el rol que representa el maestro y, en general, el ambiente o cultura que prevalece en el aula (Cohen, 1994; citado por Ávila, 2004).

Para Johnson (1999) el aprendizaje cooperativo comprende tres tipos de estudios de aprendizaje y son:

A) Los grupos formales de aprendizaje cooperativo funcionan durante un periodo que va de una hora o varias semanas de clase. En estos grupos, los estudiantes trabajan juntos para lograr objetivos comunes, asegurándose de que ellos mismos y sus compañeros de grupo completen la tarea de aprendizaje asignada. Cualquier tarea, de cualquier materia y dentro de cualquier programa de estudios, puede organizarse en forma cooperativa. Cualquier requisito del curso puede ser reformulado para adecuarlo al aprendizaje cooperativo formal. Cuando se emplean grupos formales de aprendizaje cooperativo, el docente debe:

- especificar los objetivos de la clase
- tomar una serie de decisiones previas a la enseñanza
- explicar la tarea y la interdependencia positiva de los alumnos
- supervisar al aprendizaje de los alumnos e intervenir en los grupos para brindar apoyo en la tarea o para mejorar el desempeño interpersonal y grupal de los alumnos
- evaluar el aprendizaje de los estudiantes y ayudarlos a determinar el nivel de frecuencia con el que funcionó su grupo

Los grupos formales de aprendizaje cooperativo garantizan la participación activa de los alumnos en las tareas intelectuales de organizar el material, explicarlo, resumirlo e integrarlo a las estructuras conceptuales existentes.

B) Los grupos informales de aprendizaje cooperativo operan durante unos pocos minutos hasta una hora de clase. El docente puede utilizarlo durante una actividad de enseñanza directa (una clase magistral, una demostración, una película o un video) para centrar la atención de los alumnos en el material en cuestión, para promover un clima propicio al aprendizaje, para crear expectativas acerca del contenido de la clase, para asegurarse que los alumnos procesen cognoscitivamente el material que se les está enseñando y para dar cierre a una clase. La actividad de estos grupos informales suele consistir en una charla de tres a cinco minutos entre los alumnos antes y después de una clase, o en diálogos de dos a tres minutos entre pares de estudiantes durante el transcurso de una clase. Al igual que los grupos formales de aprendizaje cooperativo, los grupos informales les sirven al maestro para asegurase de que los alumnos efectúen el trabajo intelectual de organizar, explicar, resumir e integrar el material a las estructuras conceptuales existentes durante las actividades de enseñanza directa.

C) Los grupos de base cooperativos tienen un funcionamiento de largo plazo (por lo menos de casi un año) y son grupos de aprendizaje heterogéneos, con miembros permanentes, cuyo principal objetivo es posibilitar que sus integrantes se brinden unos a otros el apoyo, la ayuda, el aliento y el respaldo que cada uno de ellos necesita para obtener un buen rendimiento escolar. Los grupos de base permiten que los alumnos entablen relaciones responsables y duraderas que los motivarán a esforzarse en sus tareas, a progresar en el cumplimiento de sus obligaciones escolares (como asistir a clase, completar todas las tareas asignadas, aprender) y tener un buen desarrollo cognoscitivo y social.

Según Cohen (1994; citado por Ávila, 2004), del aprendizaje cooperativo se espera que los alumnos lleven a cabo la tarea sin la supervisión directa del maestro. Sin embargo, no ocurre simplemente con formar grupos y asignarles una tarea. Es importante, pues, la naturaleza de la tarea y el problema que se presenta. La tarea grupal es aquella en la que se requieren recursos (información, conocimientos, estrategias heurísticas de resolución de problemas, materiales y habilidades) que ningún miembro posee por sí solo, de modo que ningún individuo puede resolver el problema o lograr los objetivos sin que los demás miembros contribuyan en algo. Es decir, llamamos grupal a una tarea cuando su naturaleza es tal que propicia que el trabajo en grupo sea cooperativo.

Con respecto a lo que se ha visto que es el aprendizaje de acuerdo con Defior (1996) el objetivo de la enseñanza de las matemáticas en la educación obligatoria no es sólo que los niños aprendan las tradicionales cuatro reglas aritméticas, las unidades de medida y unas nociones geométricas, sino que su principal finalidad es que puedan resolver problemas y aplicar los conceptos y habilidades matemáticas para desenvolverse en la vida cotidiana.

Según Holmes (1985; citado por Hernández, 1999), el enfoque cognoscitivo plantea cuatro principios que hay que seguir para enseñar matemáticas en el nivel educativo (Primaria). Los principios están basados en cómo los niños aprenden y son los siguientes:

A) Promover el uso de los procesos cognoscitivos. Aprender matemáticas implica pensar, formar y reelaborar esquemas o estructuras de conocimientos matemáticos. Para crear y organizar los conocimientos matemáticos los niños deben usar procesos cognoscitivos tales como comparar, inferir, etc., y además, manipular mentalmente estos contenidos.

Los procesos cognoscitivos, para su estudio, se van a clasificar atendiendo a seis categorías:

- ❖ Recibir. Consiste en estar alerta a los estímulos existentes, ya provengan de situaciones informales o formales de aprendizaje. El proceso cognoscitivo implicado es atender el cual se traduce en mantener conciencia de, percibir, observar. Ejemplo: por favor, mira lo que estoy haciendo.

- ❖ Interpretar. Es usar las experiencias pasadas o ideas previas para comprender las presentes o los nuevos conocimientos. Interpretar es usar el aprendizaje anterior para hacer la nueva experiencia significativa. Se fundamenta en comprender, y los procesos cognoscitivos implicados son los siguientes:

Traducir	Es poner algo en otra forma de expresión (concreta, gráfica o simbólica), etiquetar y/o calificar. Ejemplo: dibuja los lápices que te indica el número 5.
Comparar	Consiste en señalar las semejanzas y las diferencias. Ejemplo: ¿Cuánto es 2 + 3? y ¿3 + 2? ¿Qué observas?
Clasificar	Es agrupar siguiendo algún criterio o distinguiendo atributos. Ejemplo: ¿Cuáles de las siguientes sumas tienen la misma solución? 3 + 1; 6 + 3; 4 + 5; 2 + 1
Ordenar	Es colocar los términos en series crecientes o decrecientes, por atributos o características. Ejemplo: ordena de menor a mayor los siguientes números: 17, 98, 9, 26.

❖ Organizar. Es formar y estructurar las ideas matemáticas. Incluye los siguientes procesos cognoscitivos:

Relacionar Consiste en conectar propiedades en términos cuantitativos y cualitativos. Es asociar términos percibidos, atribuidos definidos o procesos. Ejemplo: la suma y la multiplicación ¿en qué se parecen?

Preguntar Es interrogar para clarificar. Señalar inconsistencias. Inquirir. Averiguar. Ejemplo: ¿qué observas al representar las fracciones 2/4 y 3/6? ¿Por qué da este resultado?

Inferir Es usar la razón para los conceptos abstractos, modelos o reglas particulares. Ejemplo: observa las siguientes sumas y dime qué conclusiones sacas.

$$12 + 7 = 19$$
$$22 + 7 = 29$$
$$32 + 7 = 39$$

Inferir también es usar la razón para moverse desde ejemplos.

Resumir Es condensar contenidos. Señalar las ideas principales. Esquematizar. Ejemplo: revisemos lo que hemos aprendido hoy sobre las medidas.

❖ Aplicar. Es usar en una situación nueva los contenidos matemáticos previamente aprendidos. Incluye los siguientes procesos cognoscitivos:

Predecir Es presagiar. Exponer consecuencias. Estimar. Ejemplo: sin efectuarlas, dime cuál de las siguientes sumas se acerca más a cien.

$$54 + 32 = N$$
$$45 + 24 = N$$

Evaluar Es verificar una solución. Consiste en juzgar. Ejemplo: usa las restas sucesivas para comprobar que 15 / 5 = 3

Plantear hipótesis Es postular una relación. Ejemplo: ¿Cuántos sumandos iguales darán como resultado 12? 3 + 3 + 3 + 3 = 4 + 4 + 4 =

Comprobar Es idear y llevar a cabo un plan para verificar una hipótesis.

❖ Recordar. Es un esfuerzo deliberado para evocar. Los procesos cognoscitivos son:

Ensayar Es repasar y organizar acciones e ideas con objeto de recordar más tarde. Practicar.

	Ejemplo: hablarse a sí mismo sobre la unidad de medida que es necesario utilizar para una situación determinada.
Imaginar	Es usar representaciones visuales o auditivas de objetos o sucesos. Dibujar mentalmente. Ejemplo: cierra los ojos y dibuja cuatro balones. Piensa lo que significa cuatro.
Retener	Es traer a la memoria, recobrar ideas, centrarse en las experiencias pasadas (conocimientos previos). Usar reglas. Ejemplo: ¿qué sabes sobre los paralelogramos?

- ❖ Resolver problemas. Es hallar soluciones a situaciones no resueltas. En esta categoría se combinan los procesos cognoscitivos anteriormente mencionados.

B) Hacer hincapié en los conceptos de aprendizaje y en las generalizaciones. Si la enseñanza pone especial interés en los conceptos y en las generalizaciones, los niños comprenderán y aplicarán las matemáticas mucho mejor que si se les enseña poniendo énfasis en los hechos y en las reglas aprendidas mecánicamente.

Los profesores que entienden que los niños forman sus propias ideas, ven la instrucción matemática como un proceso de control y no de transmisión.

C) Favorecer la motivación intrínseca. Las experiencias de aprendizaje en grupo generan interés por las matemáticas y facilitan oportunidades para que los niños aprendan los unos de los otros.

D) Atender las diferencias individuales. Existen diferencias entre los que aprenden y éstas pueden ser muy diversas, como las que a continuación se citan:

- ❖ Hay que contar con que los niños aprenden matemáticas a ritmos diferentes. Los niños se diferencian en sus logros, en los procesos que usan para aprender matemáticas y en las actitudes. Los niños con diferentes logros poseen distintos niveles de conocimiento previo al aprendizaje.

- ❖ Los niños discrepan en sus habilidades para procesar mentalmente contenidos matemáticos. Algunos son capaces de comprender las relaciones matemáticas rápidamente, otros necesitan más experiencias prácticas para comprender la lógica de las ideas fundamentales.

- También se diferencian en los tipos de experiencias de aprendizaje que necesitan para construir el conocimiento matemático. Algunos precisan muchas experiencias y actividades concretas para construirlo, otros pueden usar dibujos con tanto provecho como objetos y otros son capaces de manipular fácilmente símbolos.

- Los niños llegan al aprendizaje de las matemáticas con diferentes actitudes, algunos se estimulan con las ideas matemáticas y la resolución y el planteamiento de problemas les resulta un reto motivador. Otros niños, sin embargo, tienen poco interés, las abstracciones son difíciles de comprender para ellos y a menudo experimentan fracaso.

Retomando lo visto en el capítulo se puede decir que el aprendizaje es la incorporación de información y estrategias de acción para llegar al entendimiento de algo. Para el aprendizaje de las matemáticas es un proceso lento que va integrando de forma parcial y gradual el conocimiento para llegar a una habilidad global.

La teoría cognoscitiva sostiene que los niños son receptores activos del conocimiento ya que son capaces de interpretar, estructurar y asimilar los conceptos que van adquiriendo. Es así como desde la intuición los niños empiezan a entender el uso de los números hasta llegar a la traducción simbólica de un problema.

Es importante que los conocimientos que obtiene el niño sean significativos ya que de acuerdo con Ausubel (1983), cuando la nueva información registrada por el niño está conectada con algún aspecto ya existente en su estructura cognoscitiva, es relevante para el nuevo contenido que se intenta aprender y así se producen relaciones entre la nueva información y la almacenada.

Entonces en la resolución de problemas los niños tienen ya el conocimiento previo a partir de los problemas a los que se enfrentan en la cotidianidad, es decir tienen noción acerca de los conceptos de unir, reunir, juntar, repartir, etc. Dichos conceptos son esenciales en el aprendizaje de las operaciones básicas. Podemos decir que las matemáticas permiten que se desarrolle el pensamiento de los niños.

El aprendizaje cooperativo resulta un método viable ya que los niños tienen diferentes habilidades y desempeño, por medio de la cooperación trabajan en grupos para maximizar el aprendizaje de todos al compartir las diversas experiencias de aprendizaje, los distintos niveles de conocimiento y el logro de objetivos comunes que se plantean como meta común.

Se puede decir que el objetivo primordial de las matemáticas es que los niños apliquen los conceptos y habilidades matemáticas con base al razonamiento para desenvolverse en la vida cotidiana.

CAPITULO 4: Estudios relacionados

A partir de investigaciones como las realizadas por Polya (1965) se ha empezado a dar la importancia debida con respecto a cuál es la mejor forma para que los niños adquieran el aprendizaje de las matemáticas. Entre las investigaciones que se han llevado a cabo, se encuentran los estudios que enfatizan la resolución de problemas como un medio para que el niño logre un aprendizaje significativo de las matemáticas. A continuación se presentan algunos de ellos.

Aguilar (2000) realizó una investigación cuyo objetivo fue el desarrollo de estrategias de resolución de problemas matemáticos en alumnos de primaria para generar habilidades metacognitivas. En su investigación evaluó las habilidades de un grupo de 98 alumnos de tercero en cuatro unidades de dos colegios de educación primaria. Trabajó con dos grupos, uno experimental y uno control, ambos conformados por dos. La edad media es similar (8, 10 años) en los grupos. Se desarrolló un programa específico para el entrenamiento de habilidades de resolución de problemas, centrado en medidas heurísticas generales, además de entrenamiento específico en problemas de cambio, combinación, comparación, igualación, isomorfismo de medidas y producto cartesiano. El procedimiento siguió una estrategia fundamentada en la psicología cognoscitiva, donde el autor se apoyo de una estrategia a seguir en la resolución de problemas a través de enfatizar cuatro pasos:

¿Cómo solucionar un problema de Matemáticas?

Los 4 pasos:

1. Comprender el problema (subrayar la pregunta)
2. Elegir la operación adecuada
3. Realizar la operación elegida
4. Ver (comprobar) si la solución es correcta

Como conclusión, Aguilar (2000) menciona que los resultados obtenidos posteriores a la aplicación del programa indicaron una superior eficacia frente estrategias de ensayo y práctica tradicionalmente desarrolladas en la escolarización regular.

Al igual que Aguilar, Paredes (2002), realizó un trabajo cuyo objetivo fue promover y desarrollar estrategias de comprensión en los niños, que les permitieran solucionar diversos tipos de problemas de suma y resta.

Se trabajó con un total de 27 niños y niñas, con edades entre 10 y 11 años, la intervención del autor se fundamentó en los supuestos teóricos del enfoque cognoscitivo, donde se utilizaron las siguientes estrategias:

- Partir de los conocimientos previos de los alumnos para solucionar problemas
- Explicar el objetivo de la actividad a realizar
- Exponer y modelar un concepto o procedimiento
- Proporcionar a los alumnos diversos tipos de problemas de suma y resta
- Promover el trabajo cooperativo entre los estudiantes
- Promover la comprensión de los alumnos a través de crear un desequilibrio cognoscitivo (contradicciones en cuanto a lo que ya saben con respecto al conocimiento nuevo)

La implantación de la intervención se llevó a cabo con base en los siguientes indicadores:

- Información del problema
- Incógnita que se plantea
- Datos numéricos que se requieren utilizar
- Representación del problema
- Algoritmo utilizado (suma, resta o ambos)
- Estimaciones razonables

Paredes (2002) concluyó que los alumnos participantes adquirieron estrategias más efectivas para comprender y solucionar diversos tipos de problemas matemáticos. Particularmente, comprobó que el identificar la incógnita planteada, los datos numéricos y el algoritmo que se requieren utilizar fueron de gran ayuda para guiar a los niños en la solución de estos problemas.

Rodríguez (2004), realizó una investigación y el objetivo fue que los alumnos conocieran y pusieran en práctica estrategias que sirvieran como instrumento para resolver problemas matemáticos. Y como objetivos específicos:

- Reconocer la utilidad de las estrategias de selección, organización y elaboración
- Utilizar estrategias para resolver problemas matemáticos de cambio: combinación, comparación e igualación
- Resolver problemas matemáticos correspondientes a sexto grado de primaria

El autor trabajó con 25 niños del sexto grado escolar (9 niñas y 16 niños) de edades entre 12 y 14 años (canalizados por bajas calificaciones). El programa que elaboró el autor consistió en cinco apartados, en cada uno trabajó una serie de problemas matemáticos que involucraron la utilización de estrategias de selección, organización y elaboración. De los resultados obtenidos, se observó cambios en la forma en que los niños resuelven problemas.

En otro estudio, Mendoza (2005) tuvo como objetivo elaborar, aplicar y probar los efectos de un programa de intervención basado en el procedimiento instruccional de Montague (1992), para mejorar la resolución de problemas aritméticos de suma, resta y multiplicación en niños de tercer grado de primaria.

La población constó de 20 alumnos de tercer año de primaria diagnosticados con dificultades en el aprendizaje, organizados en dos grupos: un grupo control y un grupo experimental conformado por 10 niños y niñas cada uno.

La intervención se realizó pidiéndole a los niños que leyeran el problema con mucha atención, después que explicaran lo que leyeron con sus propias palabras (parafraseo), que se imaginaran lo que decía el problema (crear una imagen mental), pensaran en la operación que debían realizar para resolver el problema, realizaran el cálculo mental dando un resultado aproximado, realizaran la operación en la hoja, revisaran el procedimiento de la operación y si el resultado era correcto que lo anotaran. El apoyo se iba retirando conforme los pasos eran cubiertos en su totalidad, por el niño.

Procedimiento instruccional de Montague

Leer

Parafrasear

Imaginar el problema

Pensar en que algoritmo resuelve el problema

Aproximación del valor esperado

Ejecutar el algoritmo

Verificar el resultado

Anotar el resultado correcto

Como conclusión el autor menciona que los niños presentaron cambios en relación a la forma de resolver problemas, es decir, al final de la intervención leían con atención el problema, decidían que operación realizar y si en algún momento tenían una duda se regresaban a leer la pregunta.

A pesar de que el propósito de este estudio no fue el de mejorar su comprensión lectora y el énfasis era la resolución de problemas aritméticos los alumnos del grupo experimental a los que se les enseñaron los pasos Montague (1992) para la solución de los problemas, adquirieron nuevas herramientas de trabajo y mejoraron también la comprensión lectora.

En una investigación de Blanco (2009) el propósito fue asumir que las matemáticas son una poderosa herramienta de comunicación. Para la autora una buena alfabetización matemática debe permitir a las personas analizar y comprender situaciones, organizar la información, describir fenómenos y generalizar procedimientos. Para esto se necesita desarrollar en los niños la lectura comprensiva, ya que en ocasiones al resolver un problema este filtro no permite que los niños lleguen a la respuesta correcta.

La investigación que la autora realizó fue con base al trabajo de Cockcroft (1985, pp. 113) al trabajar números naturales y operaciones aritméticas con alumnos entre 7 y 11 años. Bajo este contexto se planteó a los niños el siguiente problema: “¿Cuál es la diferencia entre 10 y 7?”

Esta pregunta la formuló Blanco (2009) a 56 alumnos de Enseñanza Secundaria Obligatoria obteniendo las siguientes respuestas:

Resta o tres unidades mayor	14
Número de cifras	12
Divisibilidad	10
Mayor que el otro	8
Par/impar	6
Otros	6

La palabra "diferencia" produce una respuesta inesperada, aunque acertada, dado el significado diverso que pueda tener en relación a la operación de restar o a la diferencia de propiedades de ambos números.

Así encontró que la respuesta más frecuente es relacionar la diferencia con la resta. No obstante, la mayoría de los alumnos interpretan la pregunta de otra manera. Doce de ellos, señalaron las diferencias en relación al número de cifras que tienen 10 y 7 ("uno es un número de dos cifras y el otro una"; "el 10 tiene decenas y unidades y el 7 solo unidades"). La divisibilidad fue señalada por algunos alumnos, especialmente en 2º de Enseñanza Secundaria Obligatoria, inducidos por ser el concepto que estuvieron estudiando en ese momento ("El 7 es un número primo"; "El 10 es múltiplo de 5 y 2 y el número 7 es primo"). Otros compararon su valor ("10 es mayor que 7"). Ser par o impar es otra diferencia que se señaló ("El 10 es par y el 7 impar").

Blanco (2009) menciona que esta actividad, mostró que en ocasiones el significado del que partimos no es el mismo significado que asume el resolutor de la tarea. Entonces los textos tienen que ser muy claros y el docente debe identificar si los niños son capaces de resolver problemas bajo un planteamiento complejo o bien si es necesario redactar dicho planteamiento de una forma más asequible. También debe existir una comprensión de la lectura que permita a los niños extraer palabras concretas de acuerdo a su ubicación en el problema como elemento clave para poder resolverlo correctamente.

Por último concluye que estas capacidades son objetivos en todas las propuestas curriculares y como tal deben ser objeto de trabajo escolar desde los primeros niveles de enseñanza. Además, estas capacidades constituyen referencias básicas en el primer paso necesario para la resolución de problemas y para tomar decisiones ante los problemas de nuestra realidad.

Por otro lado Terán (2009), realizó una investigación donde enfatiza la importancia del trabajo cooperativo a fin de lograr aprendizajes significativos en clases de matemáticas, lo cual motivó la realización de un estudio cualitativo, basado en la investigación-acción.

La autora trabajó con 12 niños de sexto de primaria (informantes claves) por tener las características de ser participativos, comunicativos y dispuestos a cooperar. En la evaluación constató la pertinencia de este tipo de trabajo en clase de matemáticas, a objeto de promover la motivación, la interacción y el aprendizaje significativo. La intervención estuvo relacionada con el contenido “fracciones”, extraído de imágenes de video y cuadernos de los niños.

González (2004 citado en Terán 2009) señala que cuando los alumnos trabajan en forma cooperativa en la resolución de problemas matemáticos, se involucran en las siguientes fases: familiarización, evaluación de planes, ejecución y revisión.

Terán (2009) menciona que la vinculación de los conocimientos previos de los niños con el contenido matemático y el trabajo en equipo fue importante. La actitud asumida por la maestra durante toda la actividad, fue de mediadora y facilitadora de experiencias de aprendizaje, coordinando las acciones y mostrándose como una guía frente al grupo de niños; de tal manera, que se promovió la participación espontánea de los niños y su deseo intrínseco por aprender. Las actividades realizadas generaron un clima social positivo en el aula, permitiendo fomentar la interacción entre la maestra y los niños, basada en el compañerismo y la solidaridad. Estos valores se promovieron a través de la estimulación hacia el trabajo cooperativo y en la formulación de preguntas.

También señala como características fundamentales para diseñar estrategias cooperativas: el conocimiento previo de los alumnos, la atención a las cuatro áreas de la matemática (aritmética, álgebra, geometría y estadística), la interrelación con las otras áreas curriculares y la incorporación de actividades lúdicas. Finalmente, y a manera de reflexión, destaca la importancia del trabajo cooperativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en las dos primeras etapas de la Educación Básica, por cuanto se ha demostrado que el mismo permite promover la interacción, la participación, la motivación, y el aprendizaje de valores, tales como: la solidaridad, la tolerancia, el compañerismo y el compartir. A través del desarrollo de estrategias basadas en el trabajo cooperativo, se logra desarrollar la creatividad e inventiva de los niños y se brinda la oportunidad, a través de la contextualización de los contenidos, de promover aprendizajes verdaderamente significativos.

De acuerdo con los autores revisados, es importante encontrar la forma más adecuada para la enseñanza de las matemáticas. En las investigaciones de Aguilar (2000); Paredes (2002) y Rodríguez (2004), la promoción y el desarrollo de estrategias (seguimiento de pasos) sirven como guía para resolver problemas, método que está fundamentado en la psicología cognoscitiva. Para Blanco (2009) un factor muy importante en la resolución de problemas es que el niño desarrolle la lectura comprensiva. Con respecto a esto Mendoza (2005) realizó un programa de intervención para mejorar la resolución de problemas y en los resultados obtenidos encontró que hubo una mejora en la comprensión lectora. Terán (2009) observó que en la labor de resolución de problemas la implementación del trabajo cooperativo en el aula facilitaba la adquisición del aprendizaje significativo.

En las investigaciones revisadas se observa que los resultados y conclusiones de los autores sugieren que la resolución de problemas es el medio y el trabajo cooperativo es la forma para obtener un aprendizaje significativo de las matemáticas. Adicionalmente se encontró que al realizar una estrategia en la resolución de problemas se desarrolla la lectura comprensiva.

CAPITULO 5: Método

5.1 Objetivos

Objetivo general

Evaluar un Programa de Intervención dentro del aula para la enseñanza de la resolución de problemas en niños de segundo grado de primaria basado en el aprendizaje significativo.

Objetivos específicos

- ❖ Diseñar un Programa de Intervención con base en el aprendizaje significativo y la enseñanza de una estrategia para resolución de problemas aritméticos.
- ❖ Aplicar un Programa de Intervención para facilitar la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos en el aula.
- ❖ Promover en el aula la participación de los alumnos durante el aprendizaje a través del trabajo cooperativo para la resolución de problemas aritméticos.

5.2 Variables

Variable independiente

Programa de Intervención para la Enseñanza de la resolución de problemas aritméticos que impliquen suma, resta y multiplicación.

Variable dependiente

Rendimiento académico de los niños en la resolución de problemas aritméticos que impliquen suma, resta y multiplicación.

5.3 Diseño

De acuerdo con Cook y Campbell (1979) se realizó un diseño de grupo de comparación no equivalente. Dicho diseño cuasi experimental estudia dos o más grupos sin ser asignados aleatoriamente de manera que ninguno funge como grupo control (uno puede ser un grupo de comparación). A ambos se le administra la misma prueba que proporciona alguna información en cuanto a su igualdad antes de la administración del tratamiento experimental, sin tomar en cuenta si los alumnos son o no son equivalentes en la prueba. Ambos grupos reciben la Evaluación Inicial y la Evaluación Final. Finalmente con este diseño se puede determinar si algún cambio de la Evaluación Inicial a la Evaluación Final fue mayor para uno de los grupos que para el otro. Este diseño se puede diagramar así:

$$G_1 \qquad 0_1 \qquad X \qquad 0_2$$

$$G_2 \qquad 0_1 \qquad X \qquad 0_2$$

5.4 Población

Se trabajó con dos grupos de segundo año de escolaridad primaria (“2°A” constituido por 33 niños y “2°B” constituido por 29 niños) entre las edades de 6 y 7 años en el ambiente natural de sus clases cotidianas. Para la Evaluación Inicial y final de cada grupo se seleccionó un total de seis niños por medio de las calificaciones de los tres primeros bimestres del ciclo escolar con el apoyo de la profesora a cargo, donde se eligieron dos niños con un alto rendimiento, dos niños con un medio rendimiento y dos niños con un bajo rendimiento.

5.5 Instrumentos

-Prueba escolar desarrollada en el contexto escolar
-Cuestionario de validación social

5.6 Material

-Cuadernillo de ejercicios de trabajo por sesión para cada equipo
-Juegos de destreza (Jenga, Operando, Lince)
-Plumones, cartulinas, periódico, dulces, gises

5.7 Espacio de trabajo

Se trabajó en una Escuela de Asistencia Privada del Sur de la Ciudad de México. Dicha escuela cuenta con las siguientes áreas: un patio, las aulas, campos de fútbol, un aula destinada a ayudar a los niños con problemas de aprendizaje y dentro del espacio escolar la vivienda de los niños internos. Para fines de este trabajo el aula escolar donde se desarrolló el programa, tenía buena iluminación y ventilación. Había mesas para el trabajo en equipo, sillas para cada alumno y un pizarrón.

5.8 Procedimiento

El procedimiento se realizó en cinco etapas, las cuales se pueden ver en el siguiente cuadro:

ETAPA	PROPÓSITOS	ACTIVIDADES
1	❖ Selección de los niños de acuerdo a su desempeño (bajo, medio y alto rendimiento)	Recuperación del registro de calificaciones bimestrales de los alumnos mediante la evaluación escolar. Aplicación de la Evaluación Inicial a los niños seleccionados de acuerdo al desempeño obtenido en los bimestres anteriores, los cuales se encontraban en las categorías de bajo, medio y alto rendimiento de acuerdo al siguiente parámetro: 2 de alto rendimiento (rango de calificaciones entre 9 y 10), 2 de medio rendimiento (rango de calificaciones entre 7 y 8) y 2 de bajo rendimiento (rango de calificaciones entre 5 y 6). (*Véase anexo 1*).
2	❖ Aplicación de la Evaluación Inicial para observar la relación entre el registro de calificaciones y el desempeño obtenido en la evaluación ❖ Aplicación de la Evaluación Inicial para detectar la forma en que los niños resolvían los problemas	La evaluación fue diseñada con base en la clasificación de tipos de problemas que propone Maza (1991). También se utilizaron problemas con base en el trabajo realizado por Ramírez (2003) (*Véase anexo 3*). La aplicación de la evaluación fue individual.
3	❖ Diseño del programa de Investigación tomando como base el aprendizaje significativo, el trabajo cooperativo, el Método de Polya como estrategia para la resolución de problemas y los objetivos a lograr en el ciclo escolar.	A partir de la clasificación que propone Maza (1991) se plantearon problemas con diferente grado de dificultad (de menor a mayor) en relación al número de operaciones requeridas para resolver los problemas.
4	❖ Intervención del programa donde: ▪ Los niños comprenderán el concepto de número como función, a través del juego como estrategia de enseñanza. ▪ Los niños resolverán sumas simples o con acarreo que implican unidades y decenas. ▪ Los niños resolverán restas simples o de	El número total fue de 18 sesiones, distribuidas dos veces por semana con una duración de una hora cada sesión. La forma de trabajo fue en equipos, se distribuyó a los niños de acuerdo al nivel de conocimientos en matemáticas constituyendo cada equipo niños con diferente nivel de conocimiento. El desarrollo de las sesiones (*véase anexo 6*) se estructuró de la siguiente manera:

	▪ transformación que implican unidades y decenas. ▪ Los niños resolverán multiplicaciones que implican unidades y decenas. ▪ Los niños resolverán problemas que involucran sumas y restas para obtener el resultado. ▪ Los niños resolverán problemas que involucran multiplicaciones de unidades o decenas para obtener el resultado.	1) Al iniciar la sesión los niños se tenían que sentar con los compañeros de su respectivo equipo. 2) Una vez sentados se les proporcionaba el cuadernillo con los problemas a resolver en la sesión. 3) Tenían una hora de tiempo para resolver los problemas que se planteaban. 4) Los tres primeros equipos que terminaban de resolver los problemas tenían que levantar la mano para recoger el cuadernillo y revisar con ellos las operaciones realizadas. Las preguntas se realizaban a todos los miembros del equipo. 5) Al terminar la sesión se realizaba un cierre con la reflexión acerca de las ideas que se generaban para mejorar el trabajo en equipo.
5	❖ Aplicación de la Evaluación Final para evaluar los avances obtenidos durante el Programa de Intervención ❖ Aplicación del cuestionario de validación social a las profesoras responsables de los respectivos grupos.	Al igual que en la Evaluación Inicial, la Evaluación Final se aplicó de forma individual, con las siguientes instrucciones: a continuación te voy a dar un cuadernillo que contiene varios problemas, resuélvelos de acuerdo a lo que pida cada uno, conforme vayas resolviendo cada problema platícame que tienes que hacer para llegar al resultado, haz tu mejor esfuerzo. Asimismo, se aplicó un cuestionario de validación social a las profesoras responsables de los grupos, para conocer su opinión en relación al programa de intervención realizado.

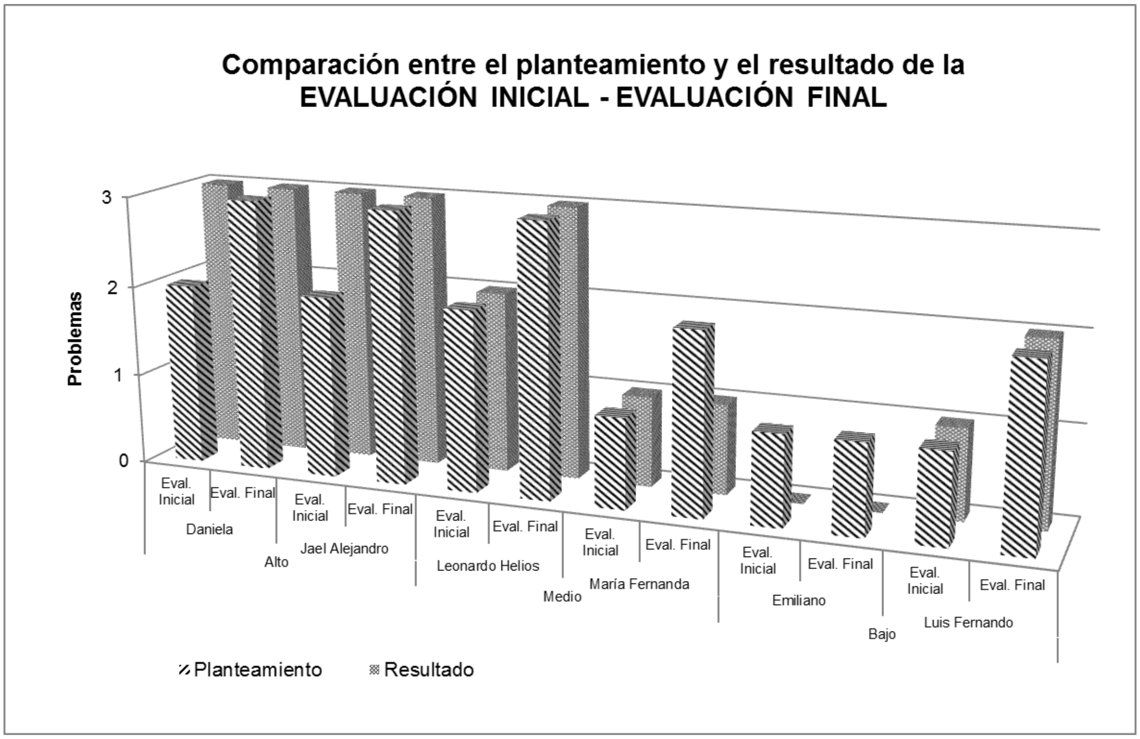
CAPITULO 6: Resultados

Los resultados obtenidos se presentan en forma cuantitativa y cualitativa.

En relación con la forma cuantitativa se presentan los resultados obtenidos de la Evaluación Inicial y la Evaluación Final para determinar el rendimiento de los seis niños al resolver problemas antes de la aplicación del programa y los cambios observados después de éste. También se hizo una comparación entre “2°A” y “2°B” para apreciar las similitudes o discrepancias en los resultados alcanzados.

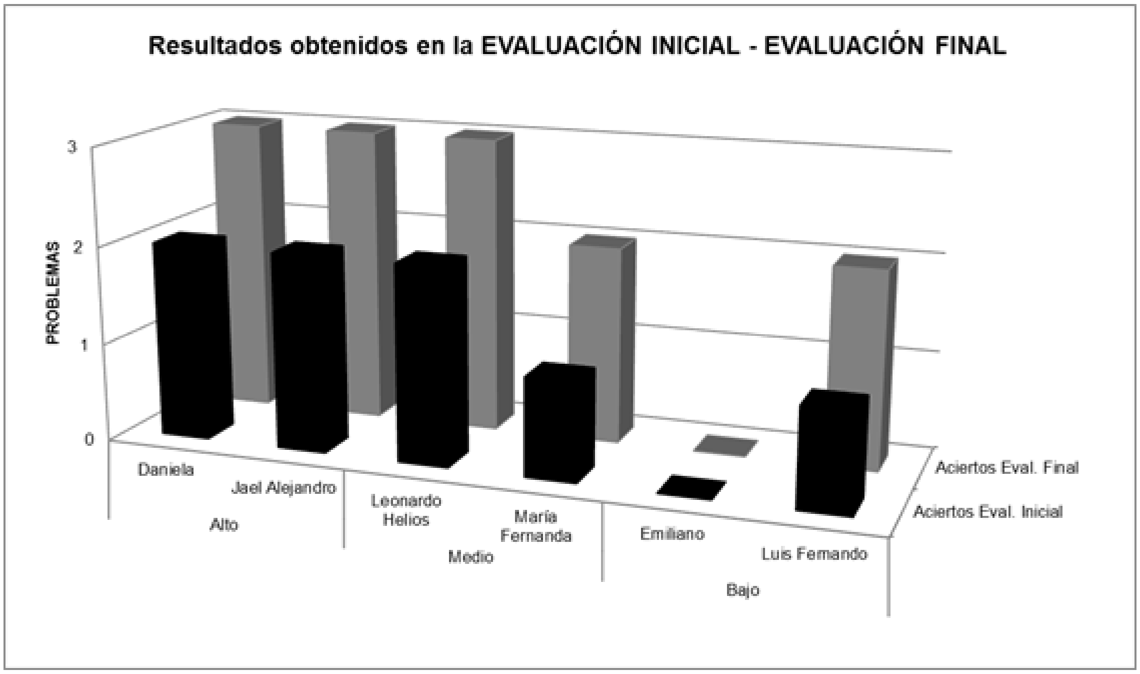
En la forma cualitativa se consideraron tres categorías: correcto, regular e incorrecto en cuanto al procedimiento utilizado en cada paso de la estrategia. Dichos resultados se encontraron a través de la observación durante la Evaluación Inicial y la Evaluación Final, para así apreciar cuál fue el efecto en relación al proceso que seguían los niños durante la resolución de problemas.

Resultados cuantitativos



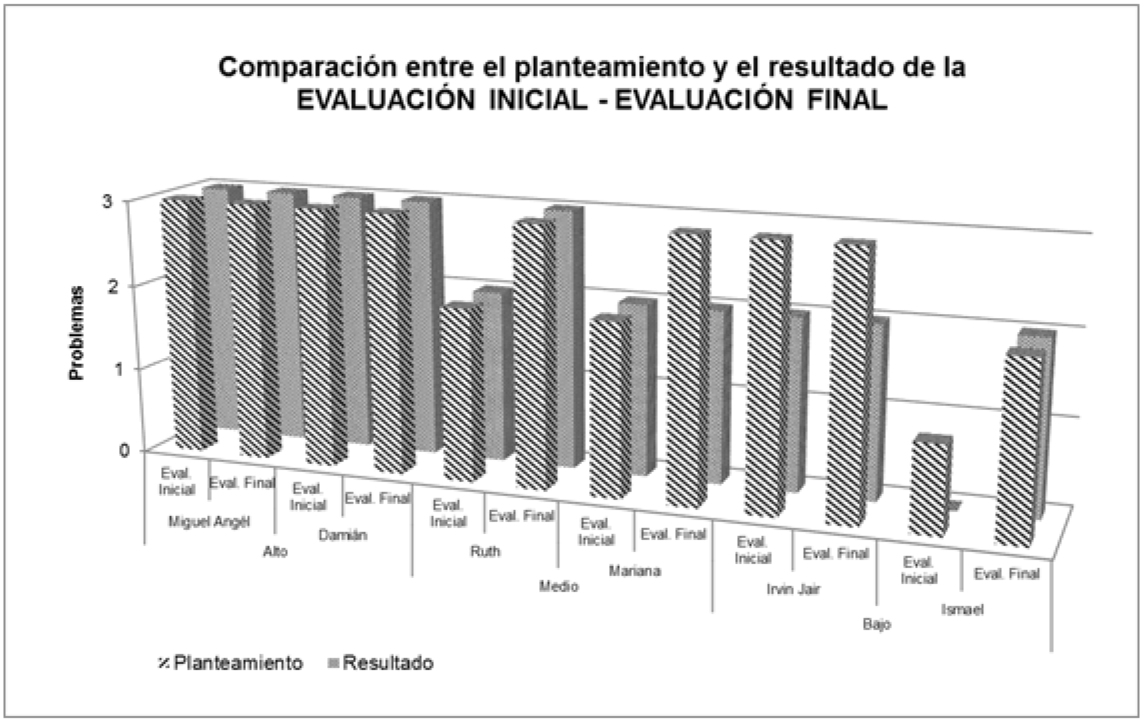
Gráfica 1. Resultados obtenidos por cada uno de los seis niños de “2°A” en la Evaluación Inicial y Evaluación Final.

En la gráfica 1 podemos observar la comparación entre el número de planteamientos y respuestas correctas que obtuvieron los seis niños del grupo de “2°A”, en la Evaluación Inicial y Evaluación Final. En la categoría de alto rendimiento los niños contestaron correctamente los problemas, pero en los dos casos uno de los planteamientos no fue el correspondiente. Daniela planteó el tercer problema con una suma cuando se necesitaba de una multiplicación para resolverlo. Jael planteó el primer problema con una suma cuando se necesitaba de una resta para resolverlo. Se puede inferir que los dos pudieron resolver los problemas a pesar del planteamiento inadecuado, debido a que se manejaron cifras menores en los problemas. En el caso de los niños con medio y bajo rendimiento, el número de planteamientos y respuestas correctas concuerdan entre si, a excepción de Fernanda que en uno de los problemas de la Evaluación Final el resultado fue incorrecto aún cuando el planteamiento era el adecuado y Emiliano que logró plantear correctamente un problema en la Evaluación Inicial y en la Evaluación Final pero no pudo resolverlos correctamente.



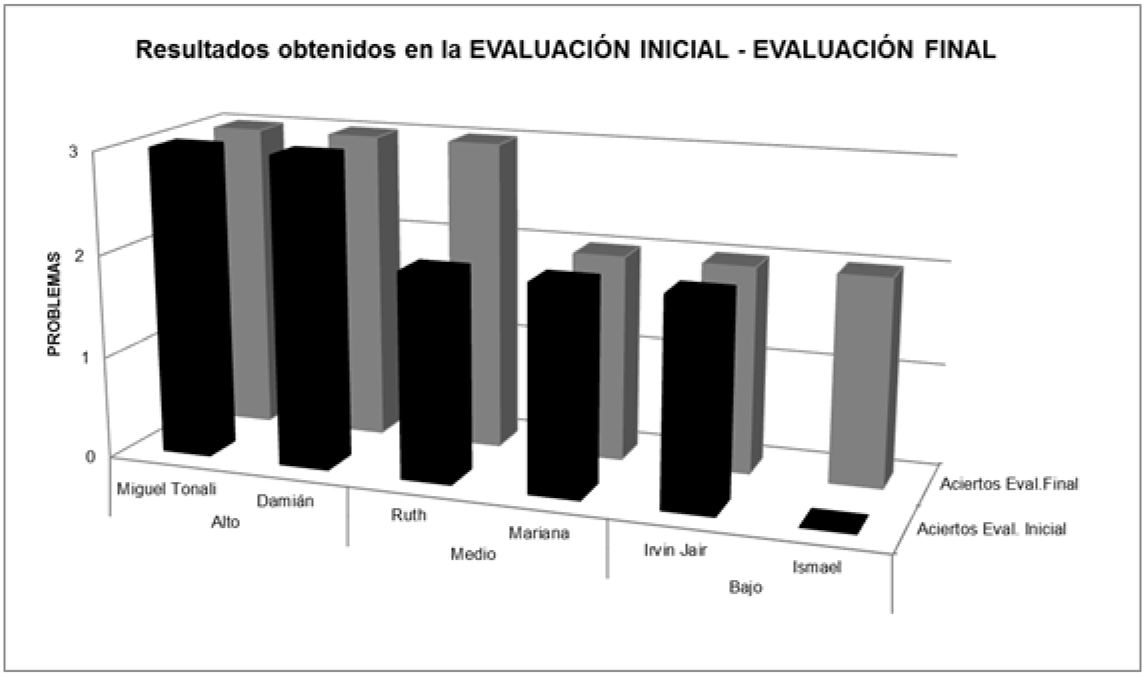
Gráfica 2. Comparación de los resultados obtenidos por cada uno de los seis niños de “2°A” en la Evaluación Inicial y Evaluación Final.

En la gráfica 2 se presenta el total de aciertos en la resolución de problemas que obtuvo cada uno de los seis niños de “2°A” en la Evaluación Inicial y Final. Al comparar los resultados de cada niño contra ellos mismos, podemos apreciar que después de la implementación del Programa de Intervención todos mostraron un incremento en su ejecución, excepto Emiliano.



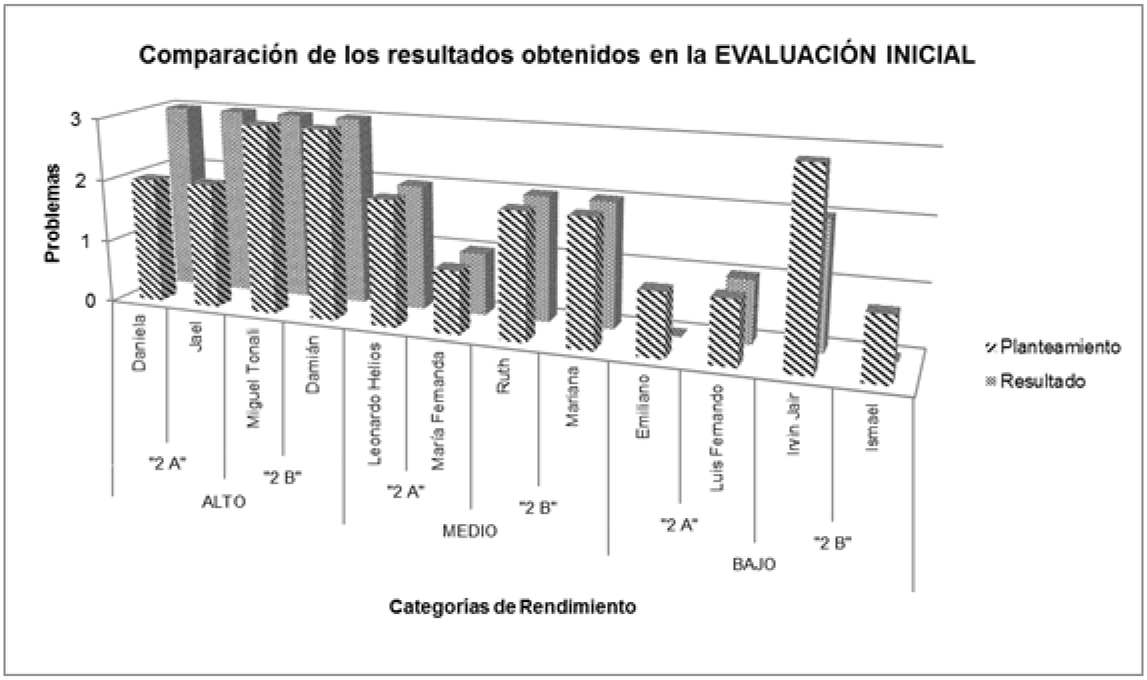
Gráfica 3. Resultados obtenidos por cada uno de los seis niños del grupo “2°B” en la Evaluación Inicial y Evaluación Final.

En la gráfica 3 podemos apreciar la comparación entre los aciertos de cada uno de los seis niños de “2°B”, en el planteamiento que realizaban y los resultados obtenidos en los problemas. Los niños con alto rendimiento no tuvieron ninguna dificultad en plantear y resolverlos correctamente tanto antes como después del programa. Los niños con rendimiento medio, incrementaron su desempeño en la Evaluación Final. En el caso de Mariana, el avance consistió en que pudo plantear correctamente los problemas, sin embargo, presentó dificultad al realizar la operación de uno de ellos, que consistía en una resta. A los niños con bajo rendimiento les fue más sencillo plantear correctamente los problemas. El desempeño de Irvin fue el mismo en las dos evaluaciones. En el caso de Ismael se observa un avance en el planteamiento y en resultados.



Gráfica 4. Comparación de los resultados obtenidos por cada uno de los seis niños de “2°B”, en la Evaluación Inicial y Evaluación Final.

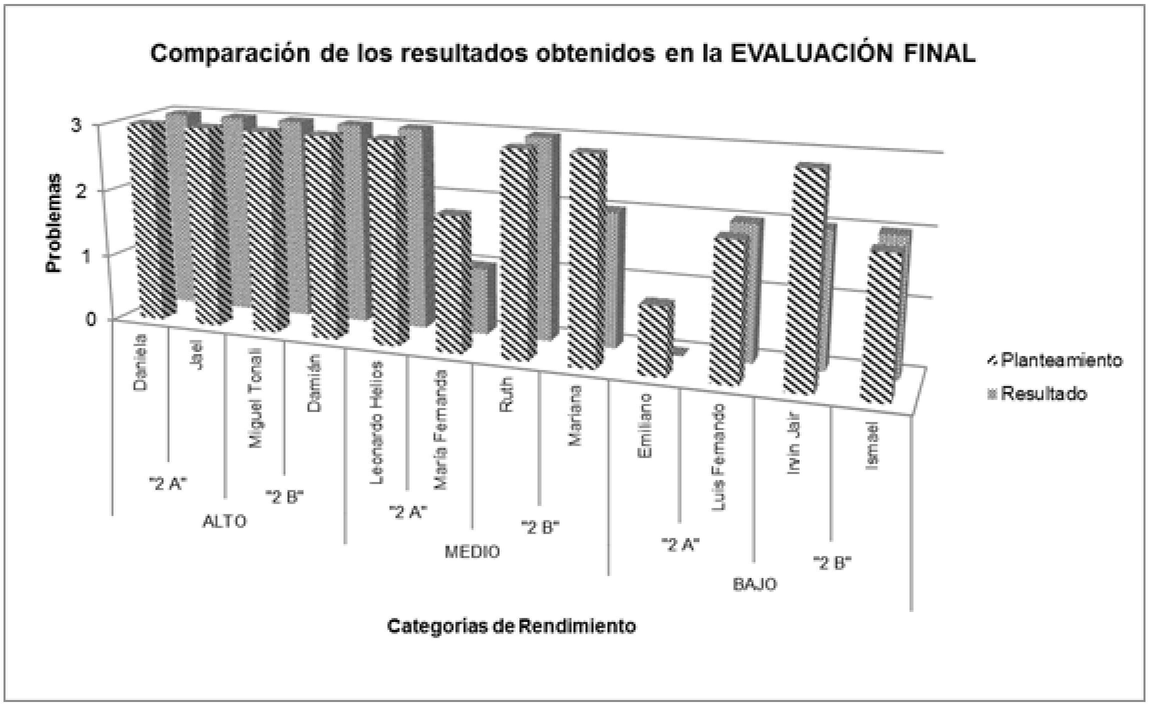
En la gráfica 4, tenemos la comparación del total de aciertos obtenidos por los seis niños de “2°B” antes y después del Programa de Intervención. Se puede apreciar que los niños con rendimiento alto obtuvieron los mismos resultados antes y después de la aplicación del programa, las niñas con rendimiento medio presentaron un avance, al igual que uno de los niños con rendimiento bajo.



Gráfica 5. Comparación de los resultados que obtuvieron los 12 niños de los dos grupos de segundo grado en la Evaluación Inicial

En la gráfica 5 se comparan los resultados que obtuvieron los 12 niños de los dos grupos en la Evaluación Inicial. El grupo de "2°B" tuvo un mejor desempeño que los niños de "2°A" al resolver problemas matemáticos.

Al comparar los resultados obtenidos por los niños de los dos grupos con rendimiento alto observamos que los niños de "2°A" no plantearon correctamente uno de los tres problemas. En el caso de los niños con rendimiento medio, las niñas del "2°B" tuvieron un mejor desempeño, pero si se compara con los resultados que obtienen los niños con alto rendimiento se observa una diferencia tanto en el planteamiento como en la obtención de resultados correctos. En relación a los niños con bajo rendimiento, Irvin obtuvo un desempeño muy similar a los niños con alto rendimiento; Luis Fernando obtuvo los mismos resultados bajos antes y después del programa, en el caso de Emiliano e Ismael el avance se observó en el planteamiento del problema.



Gráfica 6. Comparación de los resultados que obtuvieron los 12 niños de los dos grupos de segundo grado en la Evaluación Final

En la gráfica 6, se comparan los resultados obtenidos por los niños de los dos grupos en la Evaluación Final.

En el caso del grupo “2°B” se apreció desde la Evaluación Inicial un buen desempeño en los niños de alto rendimiento, en el grupo de “2°A” vemos que después de la aplicación del programa lograron obtener los planteamientos y resultados correctos en los problemas. Para los niños que se encuentran en la categoría de rendimiento medio y bajo vemos un avance en relación con los planteamientos y los resultados obtenidos en la Evaluación Inicial. También se puede observar que les fue más fácil el plantear correctamente el problema, que el ejecutar las operaciones necesarias para su solución.

Resultados Cualitativos

Durante la Evaluación Inicial y Final se registró el proceso que los 12 niños, 6 de cada grupo seguían para la resolución de problemas, los cuales se categorizaron de acuerdo con los pasos del método de Polya.

Cuadro 5. Rúbrica, niveles de desempeño en resolución de problemas con base en la categorización de Polya

	Correcto (C)	**Regular (R)**	**Incorrecto (I)**
Paso 1 **Leer con atención**	Comprende lo que lee expresando con sus propias palabras el contenido del problema y encontrando cuál es la incógnita.	Lee pero no discierne cuál es la información esencial y cuál la irrelevante. Por lo general a través de situar palabras clave resuelve el problema.	Lee pero no comprende qué se le está solicitando en el problema. No logra decir con sus propias palabras de qué se trata el problema y cuál es la incógnita.
Paso 2 **Planificar la solución**	De acuerdo al problema encuentra la operación necesaria y selecciona los datos necesarios para la solución.	Selecciona una operación que no es la requerida pero con la cual puede llegar al resultado correcto.	Selecciona una operación inadecuada para solucionar el problema.
Paso 3 **Llevar a cabo el plan de ejecución**	Desarrolla la operación y la resuelve correctamente.	Desarrolla la operación sin embargo el resultado es incorrecto.	Coloca erróneamente los componentes de la operación.
Paso 4 **Verificar el resultado**	Corrobora que la operación sea la indicada y verifica que el resultado obtenido de respuesta a la pregunta del problema.	Corrobora que la operación sea la indicada al problema sin embargo no verifica el resultado de dicha operación ó verifica el resultado de la operación pero no se asegura de que sea la operación requerida.	No verifica el resultado de las operaciones empleadas.

En relación a la rúbrica se elaboraron dos cuadros, uno para cada grupo, con el fin de apreciar la forma en que los niños resolvían los problemas en la Evaluación Inicial y en la Evaluación Final. En la rúbrica se simboliza con letras mayúsculas el desempeño en los pasos del método de Polya.

Cuadro 6. Nivel de desempeño de los seis niños del grupo "2°A" en la resolución de problemas en la Evaluación Inicial y Evaluación Final

		Leer con atención						**Plan de solución**						**Ejecución**						**Verificación del resultado**					
		Evaluación Inicial			Evaluación Final			Evaluación Inicial			Evaluación Final			Evaluación Inicial			Evaluación Final			Evaluación Inicial			Evaluación Final		
		I	**R**	**C**	**I**	**R**	**C**	**I**	**R**	**C**	**I**	**R**	**C**	**I**	**R**	**C**	**I**	**R**	**C**	**I**	**R**	**C**	**I**	**R**	**C**
Alto	Daniela			3			3		1	2			3			3			3	1	2				3
	Jael Alejandro			3			3		1	2			3			3			3	3				2	1
Medio	Leonardo Helios			3			3		1	2			3			3			3	2		1	1	2	
	María Fernanda	1	2		1	1	1	2		1	1		2			3		1	2	3			3		
Bajo	Emiliano	3			3			1		1	1		1		2			2		3			3		
	Luis Fernando	2	1		1		2	1		1	1		2			2			3	3			2		1

Como se puede ver en el cuadro, se indica el número de problemas resueltos bajo las categorías correcto (C), regular (R) e incorrecto (I) en las evaluación antes y después del programa.

En cuanto a los datos obtenidos de la Evaluación Inicial se puede ver que el 50% de los niños leyeron con atención el problema, al planificar la forma de resolverlo Jael utilizó una operación inadecuada (el primer problema requiere la operación de restar para solucionarlo, sin embargo utilizó una suma), al momento en que Jael estaba resolviendo el problema realizó una operación mental y posteriormente plasmó en el papel el resultado de la operación inversa. En el caso de Daniela para el tercer problema utilizó la operación de sumar en vez de la operación de multiplicar lo cual resulta poco eficaz y elaborado aun cuando se llegue al resultado correcto. Al ejecutar el plan y realizar la operación ambos lo hicieron correctamente, lo que nos permite inferir que tienen dominio en la realización de operaciones. En la verificación del resultado ninguno de los dos revisó si las operaciones seleccionadas para resolver los problemas eran las correctas. En el caso de Daniela corroboró el desarrollo de las operaciones.

En cuanto a los niños con rendimiento medio, encontramos que Leonardo leyó con atención los tres problemas a diferencia de María Fernanda que tuvo dificultad en entender que le solicitaban los problemas. La forma que utilizó para resolverlos fue seleccionar palabras clave. Por ejemplo: el primer problema es el siguiente; Entre Sara y su hermano tienen 39 chicles. Si Sara tiene 15 chicles. ¿Cuántos chicles tiene su hermano?, y el segundo problema es el siguiente; Fernando tiene una colección de 55 tarjetas de fútbol y 47 tarjetas de básquetbol. ¿Cuántas tarjetas tiene en total? Como se puede observar en el primer problema se necesita de una resta para resolverlo mientras que en el segundo problema se necesita de una suma. María Fernanda seleccionó la palabra clave “tener” para los dos problemas por lo que utilizó la operación de sumar para resolver ambos sin comprender el contexto de cada problema. Para la planificación Leonardo realizó lo mismo que Daniela. María Fernanda no logró encontrar las operaciones adecuadas a dos problemas. Al ejecutar las operaciones Leonardo pudo resolver correctamente los primeros dos, en el caso del tercer problema al utilizar la suma en vez de la multiplicación, la operación resultó muy larga por lo que se confundió y añadió números. María Fernanda no utilizó las operaciones adecuadas en dos de los tres problemas pero las resolvió correctamente (para los tres problemas empleo sumas). En la verificación del resultado se puede apreciar que a excepción de uno de los problemas que contestó Leonardo, ambos no revisaron los problemas resueltos.

En relación a los niños con bajo rendimiento al leer tuvieron dificultad en la comprensión de los problemas, al planificar la solución ambos eligieron la suma cuando se necesitaba de una resta para resolver el primer problema y en el tercer problema no plantearon ninguna operación, es decir Emiliano plasmó en el papel un número de forma azarosa y Luis Fernando no lo contestó. Al ejecutar el plan Emiliano resolvió correctamente la operación del primer problema sin embargo como se menciono no era la operación adecuada. Por otro lado Luis Fernando logró resolver la operación de los dos primeros problemas. Para el primer problema fue la misma situación que Emiliano. En el segundo problema logró obtener el resultado correcto. Al terminar de contestar la evaluación ninguno verificó sus respuestas ni revisaron si el plan que llevaron a cabo era el más conveniente.

Es importante mencionar que los niños con bajo rendimiento utilizaron sus dedos como apoyo para resolver las operaciones.

Después del Programa de Intervención se encontró que los dos niños con alto rendimiento aplicaron la estrategia en la resolución de problemas.

Entre los niños con rendimiento medio se observó una discrepancia. Por un lado Leonardo aplicó la estrategia al momento de resolver los problemas. En el caso de María Fernanda al leer comprendió el primer problema, para el segundo problema al igual que en la evaluación inicial extrajo la palabra clave “tener” para resolverlo y en el último problema no logró comprender que es lo que le solicitaba. Para planificar la solución encontró las operaciones adecuadas para dos problemas y en el tercero eligió una operación con la que podía llegar al resultado pero que no era la indicada. Al llevar a cabo las operaciones contestó correctamente dos y al igual que en la Evaluación Inicial no verificó los resultados.

En cuanto a los niños con rendimiento bajo, se observó que Emiliano no utilizó los pasos propuestos por Polya. Por otro lado Luis Fernando leyó con atención los dos últimos problemas mientras que en el primero no logró comprender lo que le pedían. En el segundo paso logró plantear correctamente dos problemas siendo sólo uno en el que eligiera una operación que no era la indicada. Las tres operaciones las resolvió correctamente y por último, en la verificación de los resultados en un problema revisó tanto el planteamiento como el resultado mientras que en los otros dos no los verifico.

Cuadro 7. Nivel de desempeño de los seis niños del grupo "2°B" en la resolución de problemas en la Evaluación Inicial y Evaluación Final

		Leer con atención						**Plan de solución**						**Ejecución**						**Verificación del resultado**					
		Evaluación Inicial			Evaluación Final			Evaluación Inicial			Evaluación Final			Evaluación Inicial			Evaluación Final			Evaluación Inicial			Evaluación Final		
		I	**R**	**C**	**I**	**R**	**C**	**I**	**R**	**C**	**I**	**R**	**C**	**I**	**R**	**C**	**I**	**R**	**C**	**I**	**R**	**C**	**I**	**R**	**C**
Alto	Miguel Tonali			3			3			3			3			3			3			3			3
	Damián			3			3			3			3			3			3		1	2			3
Medio	Ruth		1	2			3	1		2			3			3			3	3				3	
	Mariana	1	2				3	1		2			3			3	1		2	3				3	
Bajo	Irvin Jair			3			3			3			3	1		2		1	2	1	2		1	1	1
	Ismael	3			2		1	1	1	1	1		2		1	2			3	3			3		

En el cuadro 7 podemos observar la forma en que los seis niños del grupo "2ºB" resolvieron los problemas con base en los cuatro pasos del método de Polya.

En la Evaluación Inicial podemos ver que los niños con alto rendimiento utilizan los cuatro pasos para la resolución de problemas.

En la categoría de rendimiento medio se observó que Ruth en el primer paso leyó con atención dos de los tres problemas. Por otro lado, Mariana seleccionó la palabra clave "tener" al igual que María Fernanda del "2 A" para los dos primeros problemas por lo que utilizó la operación de suma para resolver ambos sin comprender el contexto de cada problema. Para la planificación, ambas niñas eligieron las operaciones indicadas para dos de los tres problemas. La ejecución de los problemas fue correcta para ambas. Y en la verificación de los resultados ninguna reviso el planteamiento y desarrollo de sus operaciones.

En el caso de los niños con bajo rendimiento, se observó que Irvin leyó con atención los problemas e Ismael presentó dificultad en entender los tres problemas. Al plantear las operaciones Irvin eligió las correctas e Ismael eligió la suma para resolver todos los problemas. Se infiere que al no comprender los problemas seleccionó de manera azarosa una operación para resolverlos. En la ejecución Irvin colocó erróneamente los componentes de una operación y en cuanto a los otros dos problemas los resolvió correctamente. En el caso de Ismael, para el segundo problema que requería de una suma para resolverlo al realizar la operación el resultado que obtuvo fue incorrecto y para los otros dos problemas a pesar de que los planteamientos fueron incorrectos la realización de la operación fue correcta. En la parte de verificar los resultados Irvin revisó las operaciones de dos primeros problemas. Ismael no verifico ninguno de sus resultados.

Durante la evaluación Irvin se apoyó de sus dedos para resolver los problemas y al momento de leerlos en ocasiones lo hacía en voz alta.

En la Evaluación Final se puede apreciar que los niños con alto rendimiento al igual que la anterior evaluación siguieron los pasos de la estrategia de Polya para resolver los problemas. En el caso de las niñas con rendimiento medio; Ruth llevo a cabo los tres primeros pasos para resolver el problema y en cuanto a la verificación de los resultados, solamente revisó las operaciones. Mariana comprendió lo que pedían los tres problemas, los planteo correctamente, en la ejecución resolvió dos correctamente; en el tercer problema colocó erróneamente los componentes de la operación y al igual que Ruth, en la verificación de los resultados solamente revisó la realización de las operaciones. Irvin que es uno de los niños de bajo rendimiento llevó a cabo los dos primeros pasos del método que son leer con atención y plantear la operación para resolver el problema. En el caso de Ismael, al igual que en la evaluación inicial seleccionó de manera azarosa una operación para resolver los primeros dos problemas. Para el tercer problema comprendió lo que se le pedía. En cuanto a la ejecución, Irvin resolvió correctamente dos de tres problemas e Ismael no tuvo dificultad en realizarlas. Para la verificación de los resultados Irvin revisó la realización de una operación y el planteamiento y desarrollo de otra operación. Ismael omitió este paso.

Por otro lado se realizó una validación social (*véase anexo 5*), mediante un cuestionario contestado por las profesoras. El contenido del cuestionario consistió en preguntas dirigidas a conocer cuál era la percepción de las profesoras acerca de la forma de trabajo dentro del aula.

Cuestionario contestado por la profesora a cargo del “2°A”

CUESTIONARIO DE OPINION

El siguiente cuestionario tiene la finalidad de obtener datos significativos, que permitan su mejora y en lo sucesivo seguir dando un servicio de calidad, favor de contestarlo en forma clara y veraz. Gracias.

1. ¿Le pareció apropiada la forma en la cual se llevo a cabo el trabajo dentro del aula?
   Si ✓ No ___ ¿Por qué? Hubo atención personalizada

2. ¿Cree que la estrategia para resolver problemas que se les enseño a los alumnos es eficaz y les será de utilidad? Si ✓ No ___ y ¿Por qué?
   Aparte de que los involucra en el trabajo en equipo refuerza el apoyo entre pares

3. ¿Cree que la forma de trabajo en equipo ayudo a los alumnos a entender mejor algunos conceptos? Si ✓ No ___ y ¿Por qué?
   Reforzamiento

4. ¿Cree que el trabajo realizado complementó los contenidos de la clase de matemáticas? Sí. Nos apoyamos en el método matemático Singapur.

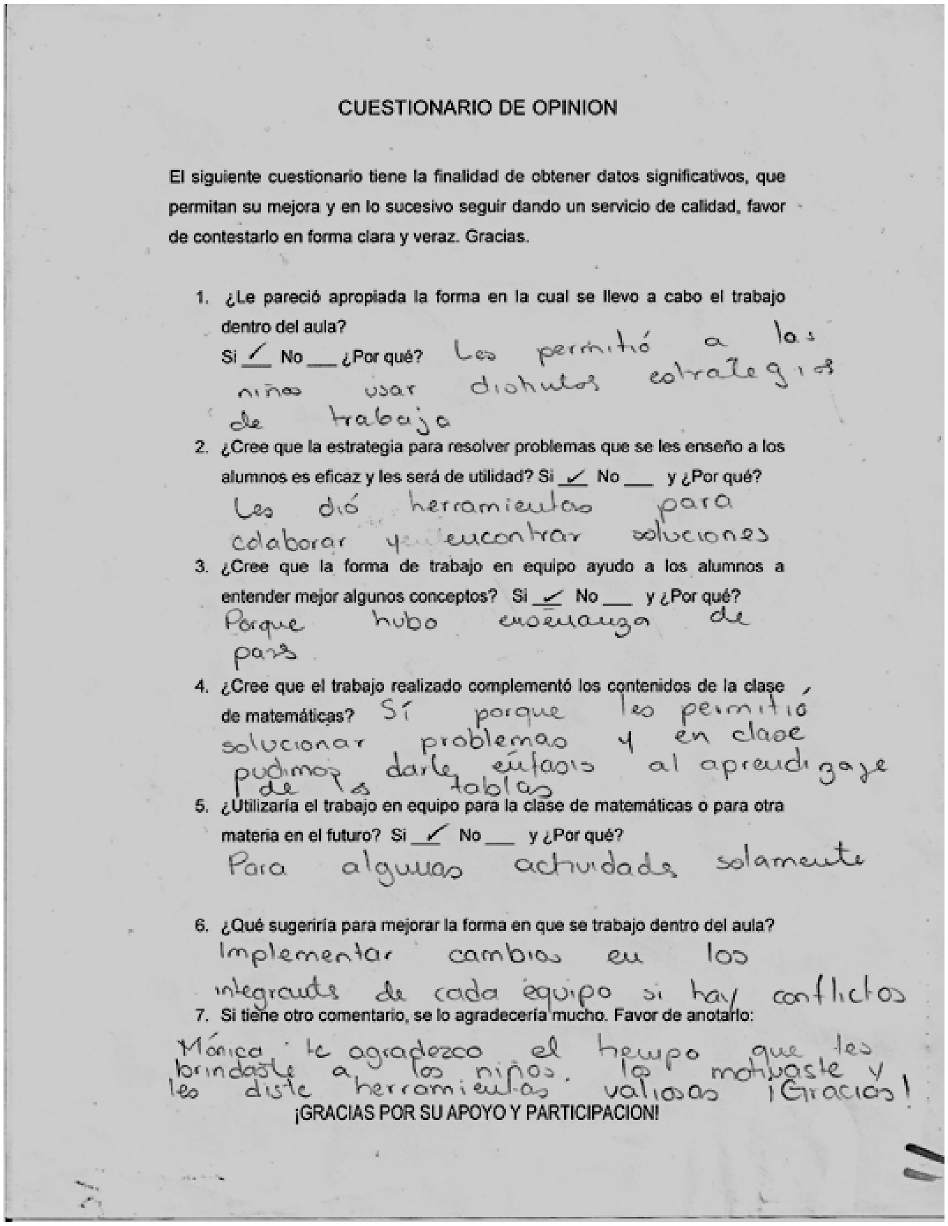
5. ¿Utilizaría el trabajo en equipo para la clase de matemáticas o para otra materia en el futuro? Si ✓ No ___ y ¿Por qué?
   De hecho se utiliza en su mayoría en el nuevo plan de trabajo

6. ¿Qué sugeriría para mejorar la forma en que se trabajo dentro del aula?
   Darle pequeños cambios a la dinámica para que no se vuelva monótona

7. Si tiene otro comentario, se lo agradecería mucho. Favor de anotarlo:
   —

¡GRACIAS POR SU APOYO Y PARTICIPACION!

Cuestionario contestado por la profesora a cargo del “2°B”



CUESTIONARIO DE OPINION

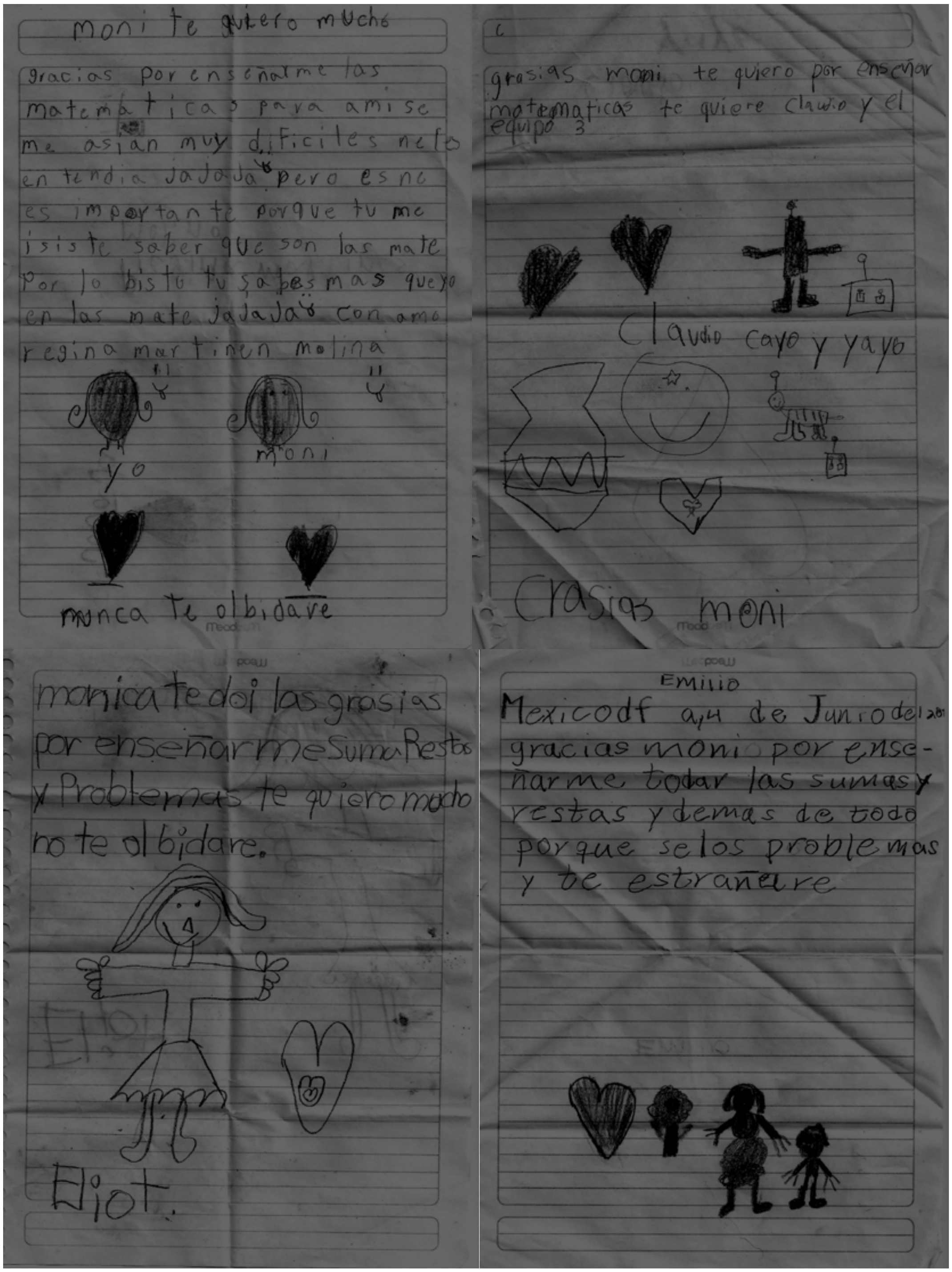
El siguiente cuestionario tiene la finalidad de obtener datos significativos, que permitan su mejora y en lo sucesivo seguir dando un servicio de calidad, favor de contestarlo en forma clara y veraz. Gracias.

1. ¿Le pareció apropiada la forma en la cual se llevo a cabo el trabajo dentro del aula?
   Si ✓ No ___ ¿Por qué? Les permitió a los niños usar distintas estrategias de trabajo
2. ¿Cree que la estrategia para resolver problemas que se les enseño a los alumnos es eficaz y les será de utilidad? Si ✓ No ___ y ¿Por qué?
   Les dió herramientas para colaborar y encontrar soluciones
3. ¿Cree que la forma de trabajo en equipo ayudo a los alumnos a entender mejor algunos conceptos? Si ✓ No ___ y ¿Por qué?
   Porque hubo enseñanza de pares
4. ¿Cree que el trabajo realizado complementó los contenidos de la clase de matemáticas? Sí porque les permitió solucionar problemas y en clase pudimos darle énfasis al aprendizaje de las tablas
5. ¿Utilizaría el trabajo en equipo para la clase de matemáticas o para otra materia en el futuro? Si ✓ No ___ y ¿Por qué?
   Para algunas actividades solamente
6. ¿Qué sugeriría para mejorar la forma en que se trabajo dentro del aula?
   Implementar cambios en los integrantes de cada equipo si hay conflictos
7. Si tiene otro comentario, se lo agradecería mucho. Favor de anotarlo:
   Mónica te agradezco el tiempo que les brindaste a los niños, los motivaste y les diste herramientas valiosas ¡Gracias!

¡GRACIAS POR SU APOYO Y PARTICIPACION!

Con respecto a los cuestionarios se puede observar que las dos profesoras a cargo de los grupos de segundo grado estuvieron de acuerdo con el Programa de Intervención realizado en el aula. A grandes rasgos se retoma su percepción acerca de considerar que el trabajo en equipos resulta un factor importante en el aprendizaje de los niños y que el uso de estrategias desarrolla el aprendizaje significativo.

También se obtuvo de forma espontánea el agradecimiento de los niños del “2°B”. A través de cartas los niños mostraron su gratitud por haber aprendido a resolver problemas que implican sumas, restas y multiplicaciones en el Programa de Intervención. En su mayoría los niños mencionaron haber aprendido mucho y que extrañarían las sesiones del Programa de Intervención así como reiterar su agradecimiento. A continuación se presentan ejemplos:



moni te quiero mucho
gracias por enseñarme las matematicas para ami se me asian muy dificiles no lo entendia jajaja pero esno es importante porque tu me isiste saber que son las mate por lo bisto tu sabes mas que yo en las mate jajaja con amo regina martinen molina
yo
moni
nunca te olbidare

grasias moni te quiero por enseñar matematicas te quiere Claudio y el equipo 3
Claudio cayo y yayo
Crasias moni

monica te doi las grasias por enseñarme Suma Restas y Problemas te quiero mucho no te olbidare.
Eliot.

Emilio
Mexicodf a 14 de Junio del 201
gracias moni por enseñarme todar las sumas y restas y demas de todo porque se los problemas y te estrañare

DISCUSION

El objetivo de este trabajo fue evaluar un Programa de Intervención dentro del aula para la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos en niños de segundo grado de primaria basado en el aprendizaje significativo incorporando el método propuesto por Polya.

En la Evaluación Inicial se observó que en los dos grupos el rendimiento de los alumnos fue distinto dependiendo de sus conocimientos en las matemáticas (alto, medio y bajo rendimiento). También al comparar a los dos grupos el resultado obtenido por los niños fue diferente. Dicha comparación refleja una discrepancia en el manejo del Método de Polya. Se observó que los niños del “2°B” obtuvieron el 100% de las respuestas correctas en el planteamiento de los problemas como en los resultados mientras que los niños del “2°A” obtuvieron el 66% de las respuestas correctas en el planteamiento y 100% de las respuestas correctas en los resultados. Para los de medio rendimiento los niños del “2°B” obtuvieron el 66% de las respuestas correctas en el planteamiento de los problemas como en los resultados mientras que uno de los niños del “2°A” obtuvo el 66% de las respuestas correctas en el planteamiento de los problemas como en los resultados y el otro niño obtuvo 33% de las respuestas correctas en el planteamiento de los problemas como en los resultados. Por último para los de bajo rendimiento uno de los niños del “2°B” obtuvo el 100% de las respuestas correctas en el planteamiento de los problemas y 66% de las respuestas correctas en los resultados y el otro niño obtuvo 33% de las respuestas correctas en el planteamiento de los problemas y 0% de las respuestas correctas en los resultados mientras que los niños del “2°A” obtuvieron el 33% de las respuestas correctas en el planteamiento de los problemas y para los resultados uno de ellos obtuvo el 33% y el otro 0% de las respuestas correctas.

Durante la aplicación del Programa de Intervención se encontró que la presencia de las profesoras dentro del aula escolar con respecto a la posición que cada una tomó durante el desarrollo de las sesiones fue un factor importante que pudo haber influido para el cumplimiento de los objetivos al haber sido el respaldo con respecto a los límites y reglas de convivencia antes de la aplicación del Programa. Para los dos grupos el desarrollo fue el mismo. La primera sesión consistió en un piloto de cómo serían las sesiones sucesivas. Para dicho piloto se instaló en el aula un cartel con los pasos a seguir de acuerdo con el Método de Polya al cual podían recurrir los alumnos cada vez que tuvieran alguna duda. Por otro lado se realizaron equipos de trabajo, cada equipo constituido por el mismo número de niños con diferentes niveles de rendimiento en las matemáticas. Conforme las sesiones fueron transcurriendo el avance para el “2°B” fue más notorio que para el “2°A” ya que el tipo de convivencia que se creó entre los niños de acuerdo a dichos límites implícitos pudo haber sido un factor que determinó su motivación para resolver los problemas.

En la Evaluación Final se apreció que los niños con alto rendimiento de los dos grupos obtuvieron el 100% de las respuestas correctas en el planteamiento de los problemas como en los resultados es decir utilizaron los cuatro pasos de la estrategia para resolver problemas. Para los de medio rendimiento los niños del “2°B” obtuvieron 100% de las respuestas correctas en el planteamiento de los problemas y uno de ellos obtuvo el 100% y el otro obtuvo el 66% de las respuestas correctas en los resultados. En el “2°A” uno de los niños obtuvo el 100% de las respuestas correctas en el planteamiento de los problemas como en los resultados y el otro niño obtuvo 66% de las respuestas correctas en el planteamiento de los problemas y 33% de las respuestas correctas en los resultados. Para los de bajo rendimiento uno de los niños del “2°B” obtuvo el 100% y el otro obtuvo el 66% de las respuestas correctas en el planteamiento y ambos obtuvieron el 66% de las respuestas correctas en los resultados mientras que uno de los niños del “2°A” obtuvo el 66% y el otro 33% de las respuestas correctas en el planteamiento y 66% y 0% de las respuestas correctas en los resultados.

Al comparar los resultados obtenidos en la Evaluación Final de los dos grupos, el “2°B” obtuvo mayor beneficio que el “2°A” en la utilización del Método de Polya para resolver problemas aritméticos.

Este trabajo refleja los hallazgos de otras investigaciones realizadas (Aguilar, 2000; Paredes, 2002; Rodríguez, 2004; Mendoza, 2005; Blanco, 2009; Terán, 2009) en donde al implementar la enseñanza de la resolución de problemas con un método como estrategia permite a los niños comprender y solucionar los problemas además que promueve la motivación de los niños y la comprensión lectora.

De acuerdo al objetivo de este trabajo los resultados obtenidos dan a conocer que el Programa de Intervención elaborado con base al Método de Polya permitió que los niños alcanzaran un mejor desempeño en la resolución de problemas aritméticos.

Los factores que influyeron en los resultados y los cuales no se tenían contemplados podrían considerarse como futuras líneas de investigación a seguir, sobre todo porque forman parte del proceso de aprendizaje.

CONCLUSIONES

La enseñanza/aprendizaje a través de la resolución de problemas es un medio para poner énfasis en los procesos de pensamiento y métodos inquisitivos a través de estrategias. Es una herramienta para formar sujetos con capacidad autónoma de resolver problemas, críticos y reflexivos, capaces de preguntarse por los hechos, sus interpretaciones y explicaciones, de tener sus propios criterios, modificándolos si es preciso, y de proponer soluciones.

Mediante la revisión bibliográfica se encontró que anteriormente diversos autores han retomado el Método de Polya con el objetivo de crear diferentes formas de enseñanza de estrategias para la resolución de problemas con el objetivo de que se genere aprendizaje de los conceptos matemáticos en los niños. Posteriormente se realizó el Programa de Intervención de acuerdo a la Clasificación que propone Maza (1991) para la elaboración de los problemas.

Los problemas realizados consistieron en sumas, restas y multiplicaciones, en los cuáles se fue incrementando la dificultad conforme transcurrieron las sesiones ya que los niños resolvían los problemas en menor tiempo y de forma correcta. Los problemas fueron redactados con palabras sencillas con el propósito de que los niños comprendieran las oraciones al leerlas y no existió la necesidad de modificar el lenguaje con el transcurso de las sesiones.

Un factor que se consideró importante fue que en la elaboración de los problemas se habló de cuestiones de interés para los niños (significatividad del material), también un elemento que incrementó su interés fue la idea de que al terminar los problemas de la sesión podían jugar un tiempo determinado con los juegos de mesa. La motivación fue un requisito importante para el desempeño.

Como parte del Programa se instaló en el aula un cartel con los pasos a seguir en la resolución de problemas aritméticos con el propósito de que los niños con el paso de las sesiones fueran más independientes de la psicóloga a cargo. Dicho medio fue accesible ya que los niños tenían el estímulo visual del cual se apoyaban (*véase anexo 2*).

Durante el transcurso de las sesiones se apreció que el método a seguir permitió a los niños resolver los problemas y que la forma de trabajo sugirió el uso de la metodología personal que los niños emplearon. De acuerdo a su rendimiento siguieron una metodología diferente, los niños de alto rendimiento estructuraron la forma de resolver los problemas colocando los datos que creyeron importantes, y de acuerdo a estos eligieron las operaciones adecuadas. También utilizaron dos operaciones para verificar el resultado obtenido, como por ejemplo: el utilizar una multiplicación y verificar con una suma ó el utilizar una resta y verificar con una suma. Los niños con un medio rendimiento extrajeron palabras clave de los problemas, lo cual resultó viable pero no en todos los casos ya que se dejaban llevar por los términos más y menos sin que estos directamente estuvieran hablando de que se necesitaba de una suma o una resta. Los niños de bajo rendimiento no tenían una metodología para resolver los problemas. En ocasiones utilizaban los pasos del método de Polya como elementos separados, entonces planteaban una operación pero no verificaban el resultado, en otras ocasiones no comprendían el problema pero planteaban una operación aun cuando no fuera la indicada y la resolvían correctamente (operaciones simples) o leían con atención lo cual les facilitó el plantear problemas pero no prestaban mayor atención en la revisión de las operaciones después de ejecutarlas.

De acuerdo con los resultados obtenidos y la observación durante la aplicación, se puede mencionar que el Programa propició una dinámica diferente que permitió a los niños no sólo el uso de una estrategia para la resolución de problemas aritméticos sino también el experimentar el proceso de aprendizaje bajo el lineamiento del trabajo cooperativo modificando la dinámica tradicional de las clases en donde los niños se ubican solamente como receptores pasivos de la información al ofrecer espacios donde pueden interactuar, moverse, discutir siempre orientados a cumplir con los objetivos propuestos y por tanto aumentando de esta forma su motivación en la realización de la tarea.

Los logros obtenidos se pueden atribuir a diferentes aspectos que se enfatizan en el Programa de Intervención como: emplear la secuencia de aprendizaje propuesta en el Método de Polya para resolver problemas y el trabajo cooperativo.

También el trabajar con dos grupos permitió observar diferencias en relación a la aplicación del programa, con respecto a la adaptación del trabajo cooperativo.

En un principio, los niños mostraron desconcierto por la forma de trabajo y la dinámica de convivencia fue distinta desde el inicio para los dos grupos. El grupo “2°B” en las primeras sesiones logró acoplarse muy bien, para el grupo “2°A” fue más difícil trabajar de este modo. Por esta razón fue necesario implementar una actividad donde los niños manejaron las diferencias en la forma de relacionarse, también actividades donde por medio del juego necesitaron de la resolución de problemas y la cooperación. Así, con el transcurso de las sesiones se fueron mostrando más dispuestos y motivados por la línea de trabajo a seguir.

El periódico escolar fue una de las actividades implementadas en el transcurso del programa para promover mediante acuerdos la forma que se debe seguir para el trabajo en grupo. (*Véase anexo 4*) Para los niños del “2°A” ponerse de acuerdo con las ideas que se generaron dentro del equipo resultó muy difícil, no respetaban el liderazgo que se propiciaba por los niños de alto rendimiento y esto no generó la motivación para realizar la tarea con interés. Los puntos a reforzar fueron cuatro y se registraron en el periódico por medio de estrellas y consistieron en:

1) El respeto entre el equipo considerado como no agredirse verbal o físicamente y no culpar al compañero por la intolerancia a la frustración,

2) El respeto a los demás equipos bajo la misma dinámica y el utilizar un volumen moderado en la interacción,

3) La oportunidad de todos a participar en la tarea y

4) El compromiso de todos para acabar con la tarea encomendada por cada sesión.

Posterior a la incorporación del periódico escolar, los niños lograron contener comportamientos inadecuados (ser burlones o groseros entre pares) y esforzarse para lograr una meta en común (conseguir las estrellas de cada sesión que les reforzaba lo capaces que eran de conseguir lo que se proponían), es decir lo tradujeron pensando que si individualmente querían conseguir el objetivo necesitaban del trabajo de todos para lograrlo.

La dinámica fue incorporada en los dos grupos. En el “2°B” el trabajo en equipo era favorable pero existió una mejoría después de la dinámica. Los mismos niños con el transcurso de las sesiones implementaron la idea el obtener un mayor número de estrellas si cada equipo generaba una nueva actitud positiva y la presentaba al grupo al finalizar cada sesión.

Los logros, también se atribuyen al haber organizado equipos para que la forma de trabajo fuera en pequeños grupos cooperativos, en donde se potenciaron las habilidades que cada niño tenía como: el uso de la estrategia personal, afianzar el aprendizaje que tenían a la par en sus clases de matemáticas habituales, recordar previo material cognoscitivo y las habilidades sociales como: la comunicación que existe entre pares, liderazgo, retroalimentación, incentivación entre pares para alcanzar metas comunes.

En este sentido, concordamos con Solaz (2008) al mencionar que es importante cubrir las necesidades de los alumnos clasificados con dificultades de razonamiento, por medio del trabajo en pequeños grupos, que les permita abordar ulteriormente actividades de aprendizaje de mayor nivel cognoscitivo. El trabajo en grupo debería ser diseñado para maximizar su función sociocognitiva, de modo que pueda producirse un conflicto beneficioso. La colaboración entre alumnos tiene que basarse en el intercambio de ideas y opiniones y el agrupamiento heterogéneo de niños con diferente habilidad en la resolución de problemas.

En general los niños que tenían un alto rendimiento en las matemáticas se mostraban como líderes dentro del equipo. El procedimiento que seguían era pedir a uno de los integrantes que leyera el problema, posteriormente, cada niño resolvía el cuestionamiento dependiendo de su comprensión personal, los niños de alto rendimiento preguntaban a los integrantes la respuesta que habían obtenido, así se daban cuenta si tendían hacia una respuesta o bien si existía una discrepancia en los resultados. Si se encontraba dicha discrepancia los niños con alto rendimiento explicaban por qué había un error a los demás niños y los ayudaban a resolverlo correctamente.

Un logro importante es haber diseñado un programa con la bondad de la flexibilidad para adaptarse a diferentes objetivos ya que son múltiples las situaciones donde es necesario aplicar estrategias y trabajar de forma cooperativa. El uso de estrategias es uno de los caminos que se pueden utilizar para la obtención de aprendizaje significativo, puesto que permite al niño la utilización de los procesos cognoscitivos que lo llevan a resolver problemas. No podemos olvidar que el trabajo cooperativo permite que los niños puedan desenvolverse entre pares para lograr objetivos.

El programa elaborado fue apropiado para lograr cambios, sin embargo, es necesario puntualizar algunas sugerencias para otros estudios interesados en este tema.

Es importante realizar adecuaciones puesto que no se puede dejar fuera a los niños que teniendo dificultades como los de bajo rendimiento no se beneficien del programa. Cuando se presenta el caso de poco dominio en la lectura y escritura se pueden adecuar los problemas a situaciones verbales. También dentro del periodo de aplicación se pudieron utilizar medios concretos para la comprensión del problema, objetos que el niño pudiera manipular o dibujos para poder resolver los problemas.

Las pretensiones del programa pueden ir más allá, abarcando un sin fin de temas de modo que el niño pueda generalizar la estrategia aprendida durante el programa, por lo que otra sugerencia es realizarlo por un periodo más extenso de tiempo, para producir mejores resultados.

Por otro lado, trabajar de forma cooperativa les permitió a los niños con diferentes niveles de rendimiento tener una variedad de opiniones para resolver los problemas que les llevaba a cuestionarse el resultado, de esta manera volviéndose reflexivos.

Involucrar a los alumnos en el problema propició desde el inicio su participación a través de su propio conocimiento. Esto es un elemento clave para la construcción de conocimientos más complejos o aprendizajes futuros ya que participan activamente en le obtención de los conocimientos.

El Programa de Intervención de este trabajo estuvo enfocado en implementar una propuesta para mejorar el desempeño en la resolución de problemas. Para futuras investigaciones, se puede ampliar dicho trabajo proponiéndose nuevas hipótesis, donde se preste atención a otras áreas de conocimiento.

Esta investigación permitió a la sustentante desarrollarse profesionalmente, poniendo en práctica los conocimientos adquiridos dentro de la carrera diseñando, aplicando y evaluando un Programa de Intervención dentro del aula, además lo anterior permitió beneficiar a niños con dificultades en matemáticas, de igual forma se desarrollaron habilidades y estrategias ante situaciones que no se tenían estipuladas dentro de la Aplicación del Programa, las cuales resultan durante el trabajo en escenarios reales.

REFERENCIAS

Aguilar, M. & Navarro, J. (2000). Aplicación de una estrategia de resolución de problemas matemáticos en niños. *Revista de Psicología General y Aplicada*, *53*(1), 63-83. Recuperado de http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2356828

Alsino, A. (2006). *Como Desarrollar el Pensamiento Matemático de 0 a 6 años*. España: Octaedro-Eumo.

Ausubel, D., Novak, J. D. y Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa*. México: Trillas.

Ávila, A. (2004). *La reforma realizada. La resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas*. México: Secretaría de Educación Pública.

Baldor, A. (2007). *Aritmética*. México: Patria.

Blanco, B. & Blanco L. (2009). Contextos y estrategias en la resolución de problemas de primaria. *Números: Revista de Didáctica de las matemáticas, 71*, 75-85. Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/71/Articulos_03.pdf

Baroody, A. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. España: Visor.

Boll, M. (1976). *Historia de las matemáticas*. México: Diana.

Cascallana, M. (1999). *Iniciación a la matemática*. Madrid, España: Santillana, Siglo XXI.

Castelán, R. (2009). *El uso de estrategias didácticas para el aprendizaje constructivista en la enseñanza de las matemáticas en niños del quinto grado de educación primaria.* Tesis para obtener el grado de Licenciatura en Psicología. Facultad de Psicología, UNAM. México.

Cratty, B. (2004). *Juegos para el desarrollo del aprendizaje*. México: Pax.

Defior, S. (1996). *Las dificultades del aprendizaje: Un enfoque cognitivo*. Málaga: Aljibe.

Feldman, J. (2003). *Autoestima para niños*. Estados Unidos: Alfaomega.

Galimberti, U. (2006). *Diccionario de Psicología*. México: XXI Editores.

Gallego, C. (2005). *Repensar el aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: GRAÓ.

Gil, N. (2005). Aprendizaje significativo. *Contexto Educativo: revista digital de educación y nuevas tecnologías*, (36), 7.

González-Pienda, J. (1998). *Dificultades del aprendizaje escolar*. Madrid: Pirámide.

González, J. (2002). *Manual de psicología de la educación*. Madrid: Pirámide.

Henson, K. (2000). *Psicología educativa para la enseñanza eficaz*. México: Thompson.

Hernández, F. (1999). *Enseñanza de las matemáticas en educación primaria*. Madrid: Muralla.

Johnson, D. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires: Paidós.

La Jornada (2007). Disponible en: http://www.jornada.unam.mx/2007/12/05/index.php?section=sociedad&article=044n1soc

López, C. A. (2005). *Taller de estrategias para la enseñanza de las operaciones básicas de las matemáticas (suma, resta, multiplicación y división), dirigido a los padres de la sala e intervención y asesoría pedagógica*. Tesis para obtener el grado de Licenciatura en Psicología. Facultad de Psicología, UNAM. México.

Luceño, J. (1999). *La resolución de problemas aritméticos en el aula*. Málaga: 1999.

Martínez, J. (2002). *Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales*. España: Praxis.

Maza, C. (1991). *Multiplicar y dividir a través de la resolución de problemas*. Madrid: Visor.

Mendoza, R. (2005). *Elaboración de un programa de intervención para niños de tercer año de primaria con problemas de aprendizaje en el área de solución de problemas matemáticos*. Tesis para obtener el grado de Licenciatura en Psicología. Facultad de Psicología, UNAM. México.

Miranda, A. (2000). *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas. Un enfoque evolutivo*. Málaga: Ediciones Aljibe.

Moreno, M. G. M. La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. El blanco y el negro de algunas estrategias didácticas.

Paredes, H. (2002). *La comprensión del texto de problemas matemáticos de suma y resta: una intervención con niños de quinto grado de primaria*. Tesis para obtener el grado de Licenciatura en Psicología. Facultad de Psicología, UNAM. México.

Piaget, J. (1972). *Estudios de Psicología genética*. Buenos Aires: Emecé editores.

Piña, M. (1999). *El proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas: Un enfoque didáctico-pedagógico en el primer ciclo de educación primaria*. Tesis para obtener el grado de Licenciatura en Psicología. Facultad de Psicología, UNAM. México

PISA (2006). *Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos*.

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Pozo, J. (1998). *La solución de problemas*. México: Santillana.

Ramírez, M. (2008). *Gimnasia Mental*. México: Trillas.

Resnick, L. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós.

Rodríguez, A. (2004). *Enseñanza de estrategias de aprendizaje en matemáticas en niños de sexto año*. Tesis para obtener el grado de Maestría en Psicología. Facultad de Psicología, UNAM. México.

SEP (1993). *Plan y programas de estudio de educación primaria*. México.

SEP (2004). *La calidad de la educación básica en México*. *Resultados de la evaluación educativa*. México.

SEP (2009). *Plan y programas de estudio de educación primaria*. México.

Schoenfeld, H. (1992). Learning to think mathemayically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics. *D. A. Grouws (Ed.), Handboos of research on mathematics teaching and learning*. Nueva York: McMillan Publishing Company.

Solaz, J. & López, V. (2012). Conocimientos y procesos cognitivos en la resolución de problemas de ciencias: consecuencias para la enseñanza. *Revista MAGIS Investigación*, *1*(1), 147-162. Recuperado de http://www.javeriana.edu.co/magis

Serrano, G. (2008). *Aprendizaje cooperativo en matemáticas*. España: Um.

Terán, M. & Pachano, L. (2009). El trabajo cooperativo en la búsqueda de aprendizajes significativos en clase de matemáticas de la educación básica. *Educere*, *13*(44), 159-167. Recuperado de http://redalyc.uaemex.mx/pdf/356/35614571019.pdf

Vila, A., Callejo, M. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar*. *El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid: Narcea.

Weinstein, E. (2001). *¿Cómo Enseñar Matemática en el Jardín?* Argentina: Colihue.

Zorrilla, M. (2009). ¿Cuál es la aportación de la escuela secundaria mexicana en el rendimiento de los alumnos en matemáticas y español? *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, *11*(9), 1-29.
Recuperado de http://redie.uabc.mx/contenido/vol11no2/contenido-zorrilla2.pdf

ANEXO 1

Evaluación Inicial y Final

SEGUNDO AÑO

Nombre: ____

Grupo: ___________ Fecha: ___________

Instrucciones

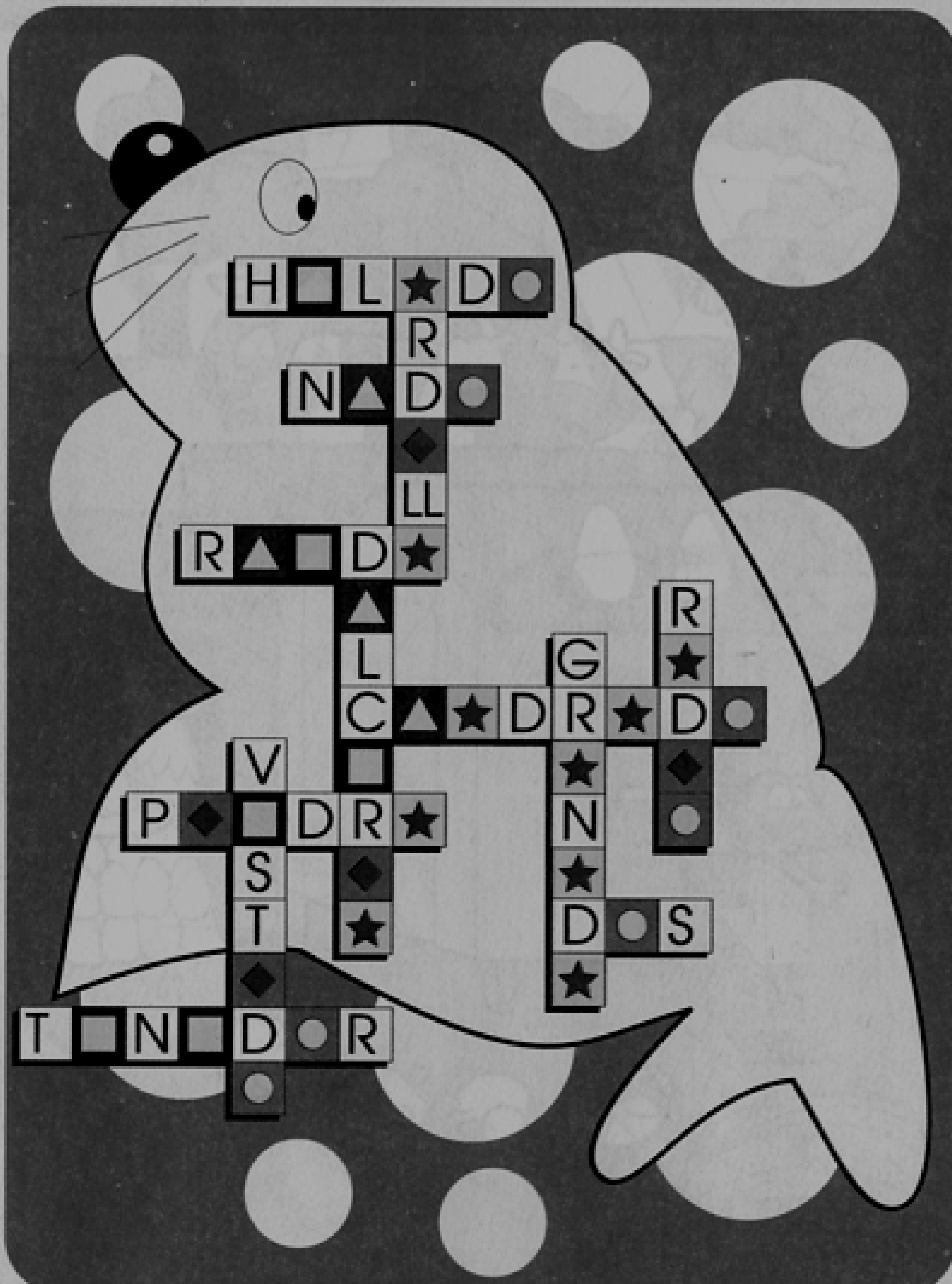
Resuelve los siguientes problemas

1.- Entre Sara y su hermano tienen 39 chicles. Si Sara tiene 15 chicles. ¿Cuántos chicles tiene su hermano?

2.- Fernando tiene una colección de 55 tarjetas de fútbol y 47 tarjetas de básquetbol. ¿Cuántas tarjetas tiene en total?

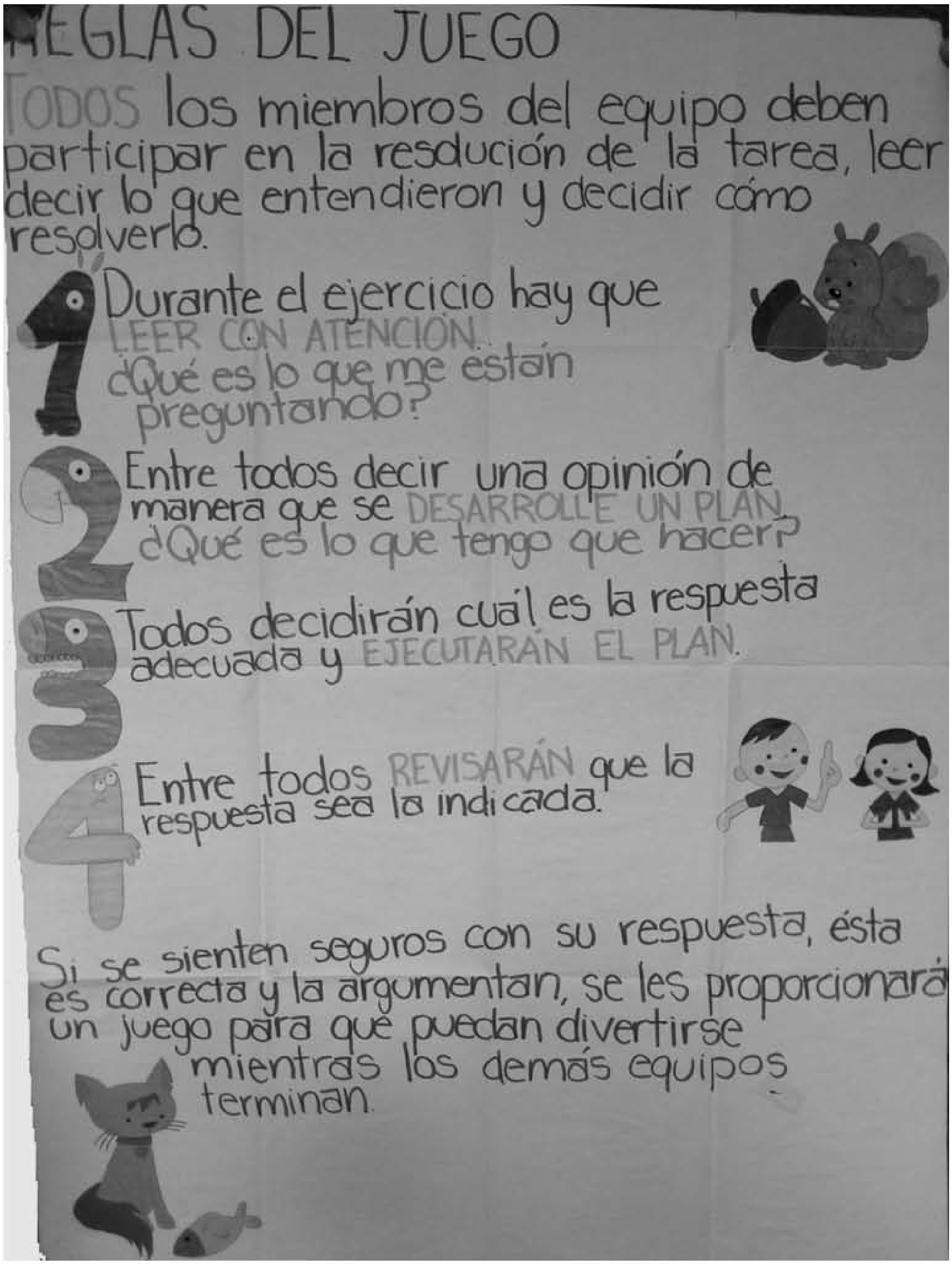
3.- Miguel guardó 7 botes con 2 paletas en cada uno. ¿Cuántas paletas guardo en total?

Algunas letras se han perdido. ¿Cuáles son? Completa el crucigrama.



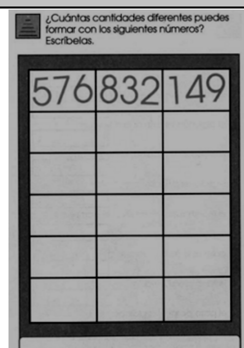
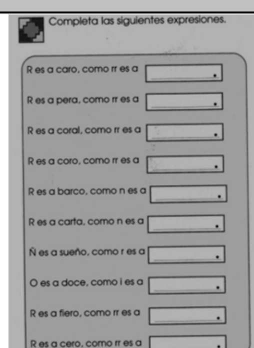
ANEXO 2

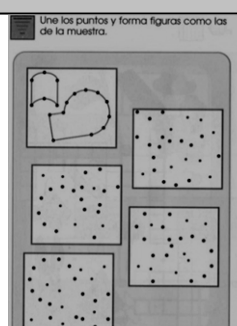
Cartel implementado en el aula para las sesiones del Programa de Intervención

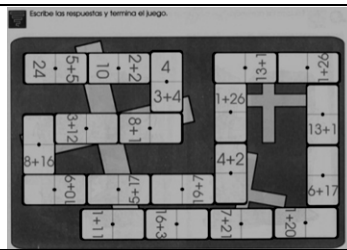


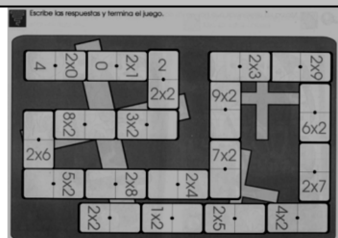
ANEXO 3

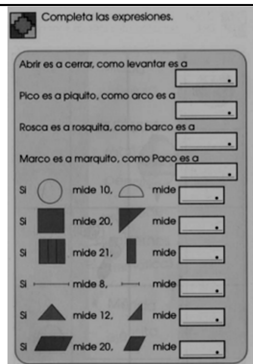
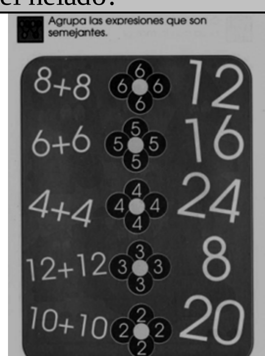
Problemas diseñados para la intervención del programa

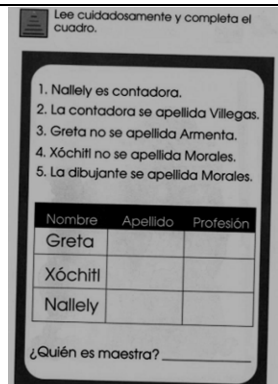
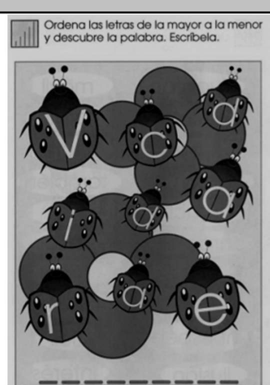
Sesión	Problema	Clasificación	Tipo de problema
1	Gabriel tiene 25 historietas de superman. Eduardo tiene 49 historietas de superman. ¿Cuántas historietas de superman debe conseguir Gabriel para tener tantos como Eduardo?	*El problema es de igualar a más donde se necesita de una resta para resolverlo.*	Problema rutinario
1			Problema no rutinario
2	Raquel tenía algunos dulces. Viridiana le dio 26 más. Ahora Raquel tiene 44 dulces. ¿Cuántos dulces tenía Raquel al principio?	*El problema es de cambio a más donde el principio es desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.*	Problema rutinario
2			Problema no rutinario
3	Alberto y Sergio tienen 79 juguetes. Alberto tiene 27 juguetes. ¿Cuántos juguetes tiene Sergio?	*El problema es de combinar donde el conjunto total es desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.*	Problema rutinario
3			Problema no rutinario

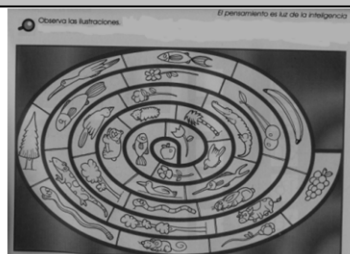
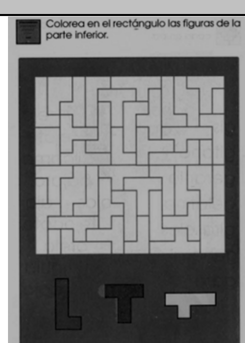
4	Angélica compró 5 paquetes de dulces, cada uno vale 25 pesos. ¿Cuántos pagó en total? Salvador recibe cada semana 47 pesos. Su hermano Gustavo que es mayor recibe 4 veces más, ¿Cuánto recibe Gustavo?	*El problema es de razón donde es una multiplicación-razón E I=? y se necesita de una multiplicación para resolverlo* *El problema es de comparación donde es una multiplicación-cuantificador E I (cuantificador) =E y se necesita de una multiplicación para resolverlo.*	Problema rutinario
4			Problema no rutinario
5	Lourdes y Verónica tienen 94 chocolates. Lourdes tiene 47 chocolates. ¿Cuántos chocolates tiene Verónica? Laura compró 9 kilos de manzanas, cada kilo de manzanas vale 17 pesos. ¿Cuánto pago en total?	*El problema es de combinar donde el conjunto total es desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.* *El problema es de razón donde es una multiplicación-razón E I=? y se necesita de una multiplicación para resolverlo*	Problema rutinario
5			Problema no rutinario
6	Mario tiene 78 globos. Él tiene 33 globos menos que Paola. ¿Cuántos globos tiene Paola? Para celebrar un cumpleaños se han hecho bolsas con dulces. En cada una hay 7 paquetes de chicles. Cada paquete tiene 12 chicles, ¿Cuántos chicles hay en cada bolsa?	*El problema es de comparar donde hay un referente desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.* *El problema es de conversión donde hay una multiplicación-conversión I I=? (razón-razón) y se necesita de una multiplicación para resolverlo.*	Problema rutinario

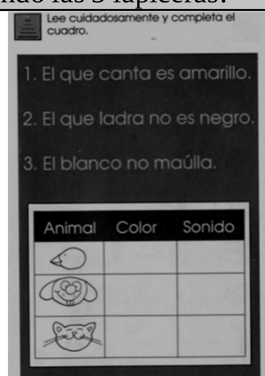
6			Problema no rutinario
7	Frida tenía 20 monedas. Carlos le dio 7 monedas. Gerardo le dio 13 monedas. Al ver Frida la cantidad de monedas que tenía decidió darle 17 a Cristina. ¿Cuántas monedas tiene Frida ahora? Berenice tiene 64 chocolates. Ella tiene 25 chocolates menos que Sandra. ¿Cuántos chocolates tiene Sandra? Imaginen que fueron al mercado ya que necesitaban comprar fruta para hacer un cóctel. La lista de precios es la siguiente: -Piña: $14 pesos -Racimo de uvas: $27 pesos -Fresa: $6 pesos -Naranja: $3 pesos Ahora observen cuánta fruta tienen en su bolsa y realicen las operaciones necesarias para saber cuánto deben pagar por su compra.	*El problema es de cambio a más donde el resultado es desconocido y se necesita de una suma y también es de cambio a menos y se necesita de una resta para resolverlo.* *El problema es de comparar donde hay un referente desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.*	Problema rutinario
7			Problema no rutinario
8	Corina tiene 28 muñecas. Ella tiene 15 muñecas menos que Abigail, pero tiene 6 muñecas más que Victoria. ¿Cuántas muñecas tienen Abigail y Victoria? Melisa ahorro 3 monedas de 10 pesos, 4 monedas de 5 pesos y 7 monedas de 1 peso en el transcurso de la semana. El fin de semana su papá le dio 5 monedas de 10 pesos, 3 monedas de 5 pesos y 9 monedas de 1 peso. ¿Cuánto dinero logro reunir Melisa con lo que ahorro en	*El problema es de comparar donde hay un referente desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.* *El problema es de cambio a más donde el resultado es desconocido y se necesita de una suma para resolverlo.* *El problema es de comparación*	Problema rutinario

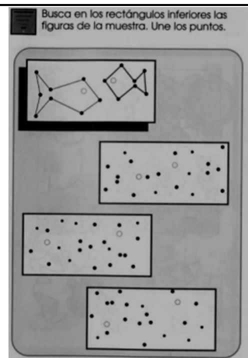
	la semana más lo que le dio su papá? Beatriz recibe 79 pesos cada semana. Su hermana recibe 146 pesos cada dos semanas. En un mes quién recibe más dinero ¿Beatriz o su hermana?	*donde es una multiplicación de agrupamiento-cuantificador E x ? (cuantificador) = E*	
8			Problema no rutinario
9	Julia compró 7 kilos de mandarina, cada kilo vale 14 pesos. También compró 4 kilos de uvas, cada kilo vale 26 pesos. ¿Cuánto pagó en total por toda su compra? ¿Por qué fruta pagó más, por la mandarina o por las uvas? Martha tenía 163 chocolates. Dio 45 chocolates a Gabriela y 26 chocolates a Irma. ¿Cuántos chocolates le quedaron a Martha después de haber regalado? Karla recibe 54 pesos a la semana y después de haber ahorrado tres meses decide darle la mitad a su hermana ¿Con cuánto dinero se quedo Karla?	*El problema es de razón donde es una multiplicación-razón E I=?* *El problema es de cambio a más donde el resultado es desconocido y se necesita de una suma para resolverlo.* *El problema es de razón donde es una multiplicación-razón E I=? y también es de cambio a más donde el resultado es desconocido y se necesita de una suma para resolverlo.*	Problema rutinario
9			Problema no rutinario
10	Ángel tiene 37 canicas. Luis tiene 68 canicas. ¿Cuántas canicas debe conseguir Ángel para tener tantas como Luis? Santiago y Omar tienen 58 historietas de súper héroes. Santiago tiene 16 historietas de súper héroes. ¿Cuántas historietas de súper héroes tiene Omar? Rebeca entró a trabajar a un parque de diversiones. Por cada día le pagan 58 pesos. Al finalizar la semana ¿Cuánto dinero puede ahorrar?	*El problema es de igualar a más donde se necesita de una resta para resolverlo.* *El problema es de combinar donde el conjunto total es desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.* *El problema es de razón donde es una multiplicación-razón E I=?*	Problema rutinario

10			Problema no rutinario
11	Yolanda compró 7 paquetes de galletas, cada paquete vale 13 pesos. También compró 4 litros de helado, cada litro vale 35 pesos. ¿Cuánto pago en toda su compra? Jessica tiene 17 galletas. Ella tiene 9 galletas menos que Guillermo, pero 4 más que Fabian. ¿Cuántas galletas tiene Guillermo? y ¿Cuántas galletas tieneFabian? Elizabeth tenía 158 pesos ahorrados. Decidió ir al Centro Comercial y comprarse un disco de música y le costó 95 pesos. Después se compró un helado y le costó 34 pesos. ¿Cuánto dinero le quedo después de haber comprado el disco de música y el helado?	*El problema es de razón donde es una multiplicación-razón E I=? y se necesita de una multiplicación para resolverlo* *El problema es de comparar donde hay un referente desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.* *El problema es de cambio a menos donde el principio es desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.*	Problema rutinario
11			Problema no rutinario
12	Sofía tiene 67 chocolates. Ella tiene 46 chocolates menos que Mercedes, pero 28 más que Laura. ¿Cuántos chocolates tiene Mercedes? y ¿Cuántos chocolates tiene Laura? Gisela tenía algunas muñecas. Dulce le dio 49 más. Ahora Gisela tiene 83 muñecas. ¿Cuántas muñecas tenía Gisela al principio? Liliana tenía 198 estampas para su álbum. Como Elia y Elizabeth no tenían tantas, Liliana le dio 25 a Elia y 34 a Elizabeth. ¿Cuántas estampas para su álbum le quedaron a Liliana después de haber regalado.	*El problema es de comparar donde hay un referente desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.* *El problema es de cambio a más donde el principio es desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.* *El problema es de cambio a menos donde el principio es desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.*	Problema rutinario

12			Problema no rutinario
13	Abril tiene 42 cuadernos de dibujo, Adrián tiene 29 cuadernos de dibujo ¿Cuántos cuadernos de dibujo tiene Adrián menos que Abril? Alicia tiene 57 suéteres. Ella tiene 13 suéteres menos que Amaya, pero 25 suéteres más que Ana. ¿Cuántos suéteres tiene Amaya? Y ¿Cuántos suéteres tiene Ana? En un baile hay tres chicos (Arturo, Antonio y Armando) y dos chicas (Araceli y Azucena), ¿Cuántas parejas distintas se pueden formar?	*El problema es de comparar a menos donde existe una diferencia desconocida y se necesita de una resta para resolverlo* *El problema es de comparar donde hay un referente desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.* *El problema es de combinación donde hay una multiplicación-combinación EporE=? Y se necesita de una multiplicación para resolverlo.*	Problema rutinario
13			Problema no rutinario
14	Saúl quería hacer un pastel muy grande y le faltaba harina y leche. Así es que fue al súper mercado y compró 9 kilos de harina, cada kilo vale 28 pesos. También compró 7 litros de leche, cada litro vale 13 pesos. ¿Cuánto pagó en total por los kilos de harina y los litros de leche? Susana tiene 56 videojuegos. Ella tiene 17 videojuegos menos que Paula, pero 19 videojuegos más que Perla. ¿Cuántos videojuegos tiene Paula? y ¿Cuántos	*El problema es de razón donde es una multiplicación-razón E I=? y se necesita de una multiplicación para resolverlo* *El problema es de comparar donde hay un referente desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.* *El problema es de cambio a más donde el principio es*	Problema rutinario

	videojuegos tiene Perla? Javier tenía 386 pesos para ir al cine. Cada boleto para entrar a la función cuesta 61 pesos. Como invito a Orlando y a Katia, pagó sus respectivos boletos. ¿Cuánto dinero le sobró después de haber comprado los boletos para la función de cine?	*desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.*	
14			Problema no rutinario
15	Amanda tiene 143 listones de colores. Ella tiene 65 listones de colores menos que Amalia, pero 112 listones de colores más que Áurea. ¿Cuántos listones de colores tiene Amanda? y ¿Cuántos listones de colores tiene Áurea? Belén tenía algunos botones para el diseño de ropa que estaba realizando. Camila le dio 122 más. Ahora Belén tiene 254 botones. ¿Cuántos botones tenía Belén al principio? Cecilia quiso ir al parque de diversiones con su hermana menor Delia. Ella llevaba 967 pesos y cada boleto para entrar al parque de diversiones costaba 340. ¿Cuánto pagó por su boleto y el de su hermana? y ¿Cuánto dinero le sobró después de haber comprado los boletos?	*El problema es de comparar donde hay un referente desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.* *El problema es de cambio a más donde el principio es desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.* *El problema es de razón donde es una multiplicación-razón E I=? y se necesita de una multiplicación para resolverlo y de cambio a menos donde el principio es desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.*	Problema rutinario
15			Problema no rutinario
16	Donovan tiene 225 pesos. Él tiene 150 pesos menos que Elliot, pero 189 pesos más que Érica. ¿Cuánto dinero tiene Elliot? y ¿Cuánto dinero tiene Érica? Gisele estaba organizando una fiesta y necesitaba comprar vasos y platos para el	*El problema es de comparar donde hay un referente desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.* *El problema es de razón donde es una multiplicación-razón E*	Problema rutinario

	refresco y la comida. Cada vaso cuesta 2 pesos y cada plato cuesta 3 pesos. Si invito 57 amigos. ¿Cuánto pagó en total por los vasos y platos para el refresco y la comida? Ian tenía 5 lapiceras. En cada lapicera tenía 7 colores rosas, 3 colores amarillos, 5 colores verdes, 9 colores azules y 2 colores rojos. ¿Cuántos lápices de color rosa tiene en total uniendo las 5 lapiceras? ¿Cuántos lápices de color amarillo tiene en total uniendo las 5 lapiceras? ¿Cuántos lápices de color verde tiene en total uniendo las 5 lapiceras? ¿Cuántos lápices de color azul tiene en total uniendo las 5 lapiceras? ¿Cuántos lápices de color rojo tiene en total uniendo las 5 lapiceras?	*I=? y se necesita de una multiplicación para resolverlo* *El problema es de razón donde es una multiplicación-razón E I=? y se necesita de una multiplicación para resolverlo*	
16			Problema no rutinario
17	Ileana tiene 278 películas. Ella tiene 53 películas menos que Vanesa, pero 112 películas más que Norma. ¿Cuántas películas tiene Vanesa? y ¿Cuántas películas tiene Norma? Roberto y su hermano fueron al centro comercial para comprar ropa nueva. Roberto tenía 965 pesos y compró unos tenis que costaron 486 pesos. También compró una playera que costó 340 pesos. Le había gustado una gorra pero costaba 250 pesos. Después de la compra que hizo ¿Cuánto dinero le faltaba a Roberto para poder comprar la gorra? Armando invitó a su primo y a su amigo Daniel al cine. Cada boleto costaba 95 pesos. Y Armando llevaba 567 pesos. ¿Cuánto pagó por los boletos del cine? y ¿Cuánto dinero le quedó después de comprar los boletos del cine?	*El problema es de comparar donde hay un referente desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.* *El problema es de razón donde es una multiplicación-razón E I=? y se necesita de una multiplicación para resolverlo* *El problema es de razón donde es una multiplicación-razón E I=? y se necesita de una multiplicación para resolverlo y de cambio a menos donde el principio es desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.*	Problema rutinario

<table>
<tr>
<td>17</td>
<td>
</td>
<td></td>
<td>Problema no rutinario</td>
</tr>
<tr>
<td>18</td>
<td>Julio tiene 478 pesos. Él tiene 213 pesos menos que Manuel, pero 100 pesos más que Gustavo. ¿Cuánto dinero tiene Manuel? y ¿Cuánto dinero tiene Gustavo?

Rodrigo tenía algunos globos. Viviana le dio 159 globos más. Ahora Rodrigo tiene 254 globos. ¿Cuántos globos tenía Rodrigo al principio?

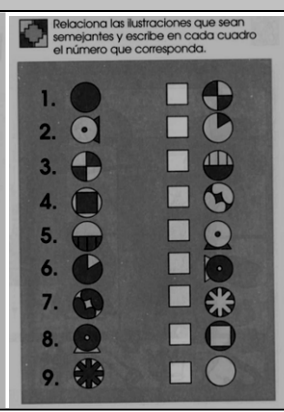
Miriam recibe cada semana 280 pesos. Su hermano Moisés que es mayor recibe 7 veces más, ¿Cuánto recibe Moisés?

Victoria tenía una bolsa grande de dulces y decidió repartirlos entre Katia, Andrea y Sonia. A cada una le tocó 156 chicles, 76 chocolates y 89 paletas. ¿Cuántos chicles en total había en un principio en la bolsa grande de Victoria?, ¿Y cuántos chocolates?, ¿Y cuántas paletas? y ¿Cuántos dulces en total tenía Victoria en un principio?</td>
<td>El problema es de comparar donde hay un referente desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.

El problema es de cambio a más donde el principio es desconocido y se necesita de una resta para resolverlo.

El problema es de razón donde es una multiplicación-razón E I=? y se necesita de una multiplicación para resolverlo

El problema es de comparación donde es una multiplicación-cuantificador E I (cuantificador) =E y se necesita de una multiplicación para resolverlo.</td>
<td>Problema rutinario</td>
</tr>
<tr>
<td>18</td>
<td>


</td>
<td></td>
<td>Problema no rutinario</td>
</tr>
</table>

ANEXO 4

Actividad implementada de acuerdo a dos dinámicas propuestas por Feldman (2003) en la onceava sesión del Programa para la mejora del trabajo cooperativo en los equipos.

PODEMOS SOLUCIONARLO

Con los pasos para resolver problemas, los niños llegan a solucionar sus propios conflictos. También aprenden que las palabras son mejores que la violencia.

Materiales: Cartulina o un papel grande, rotuladores.

Proceso
A.- Escribir los pasos para resolver conflictos en la cartulina o papel.

Pasos para resolver conflictos
1.- Calmarse
2.- Dejar que todos den su versión de la historia
3.- ¿Cuál es el problema?
4.- Pensar en maneras de resolverlo
5.- Decidir cuál es la mejor solución
6.- ¡Ponerla en práctica!

B.- Convocar una reunión y repasar algunos conflictos comunes. Dejar que se expresen y compartan los modos con que tratar de resolver sus propios problemas.
C.- Volver a mirar los pasos para resolver conflictos y decir a los niños que el cartel va a quedar colgado en el aula para que puedan acudir cuando lo necesiten.
D.- Cuando sea necesario, el maestro actuará como mediador para ayudar a los niños a trabajar siguiendo el proceso.

NOTICIAS DE CLASE

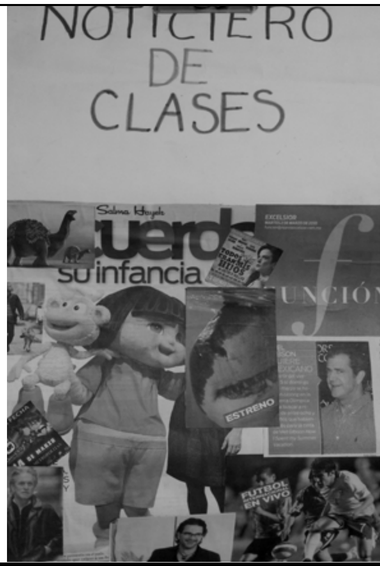
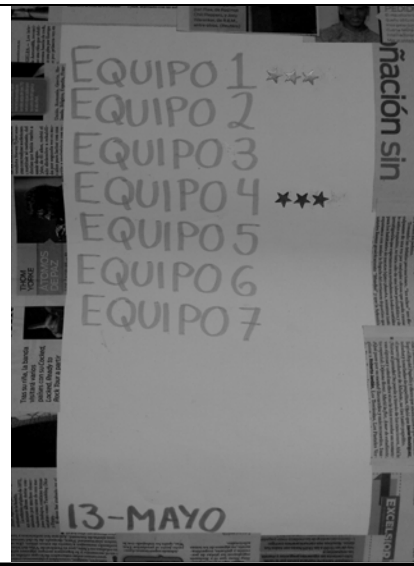
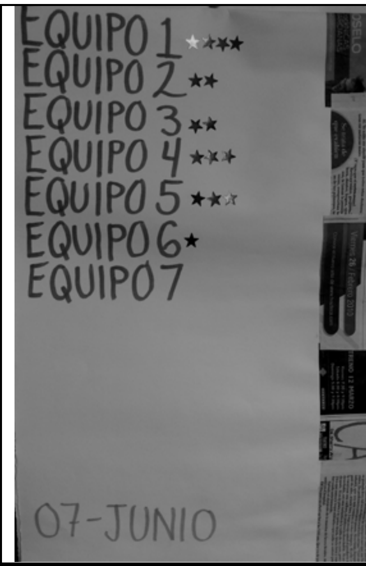
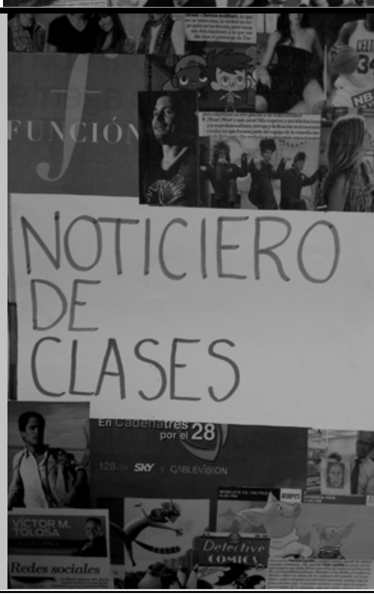
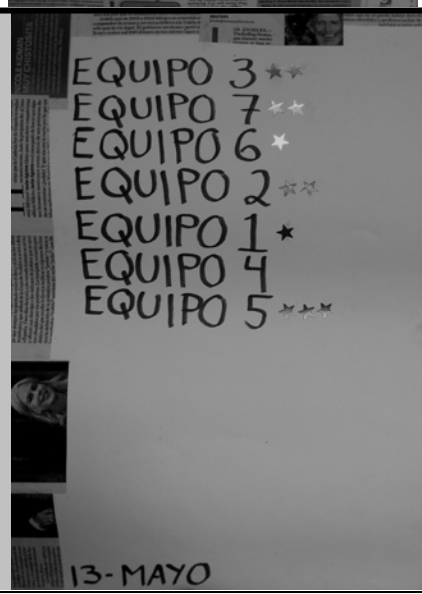
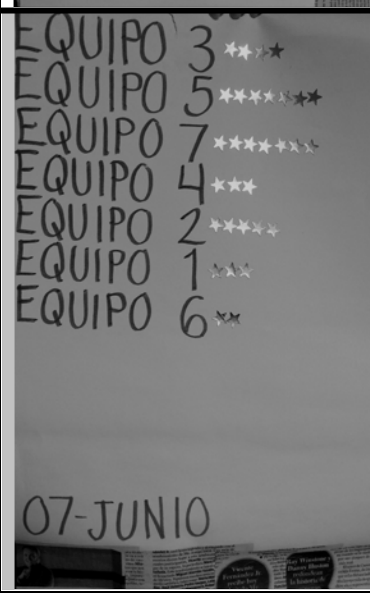
Los niños reconocerán el trabajo de sus compañeros en clase

Materiales: periódico, engrapadora, tijeras, rotuladores, tela adherente.

Proceso
1.- Buscar una hoja de periódico.
2.- Cortar papeles de periódico o de envolver del mismo tamaño y engraparlos dentro del periódico para hacer un libro.
3.- Cubrir las grapas con la tela adherente para hacer la encuadernación del libro.
4.- Escribir “Noticias de clase” en la cubierta con los rotuladores.
5.- Enseñar el libro a los niños y explicarles que cuando termine las actividades del día se harán observaciones de cómo fue el trabajo cooperativo en los equipos, de modo que se plasmará en la pagina de ese día lo que no nos gusta que pase, lo bien que realizaron una tarea y sugerencias para mejorar la clase.

6.- Colocar el libro a la vista de los alumnos en el aula.
7.- Compartir las noticias todas las clases.

Variaciones: se darán estrellas a los equipos que mejor trabajen ese día, de acuerdo con las reglas del trabajo cooperativo y las noticias de la clase y al final tendrán una recompensa.

<table>
<tr>
<td>“2°A”</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>“2°B”</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Actividad implementada creada por Feldman (2003) en la doceava sesión para que por medio del juego los niños resuelvan problemas en equipos.

NO ES SUFICIENTE

Compartir será el resultado natural de esta actividad. Los niños también aprenderán a resolver problemas.

Materiales: paquetes de galletas (la mitad de lo que se vaya a necesitar), servilletas.

Proceso
1.- Pedir a los niños que se laven las manos. Luego buscar un ayudante que reparta las servilletas.
2.- Elegir a otro niño para que reparta la comida. Decir a los niños que propongan soluciones cuando descubran que no hay suficiente para todos. Escuchar todas las soluciones posibles; luego animar al grupo para que decidan la mejor idea.
3.- Ayudar a resolver le problema y a compartir con los demás.

Actividad implementada creada por Cratty (2004) en la treceava sesión para que por medio del juego los niños resuelvan problemas en equipo.

RELEVOS

Para niños de 3 a 8 años.

Materiales: dos o más juegos de cuadros, pizarra.

Desarrollo: un miembro de cada uno de los dos equipos corre por separado a una locación, encuentra un número (empezando con uno), regresa a su equipo con el número, lo coloca en el suelo y se lo da al siguiente niño del equipo, el cual regresa a la misma locación y obtiene el segundo numero en orden (dos), quien repite el procesos. El equipo vencedor es el que termina primero. Se pueden utilizar más de nueve miembros en un equipo si la numeración se empieza de nuevo al llegar al nueve, o si se dispone de dos cuadros de números.

Variantes:
1) se puede decir a los niños que salten o que hagan cualquier movimiento para obtener las letras. Dos niños de cada equipo pueden ir al mismo tiempo a obtener una sola letra, sosteniéndola cuando regresen. Los números se pueden obtener en desorden, siguiendo las indicaciones de la pizarra.

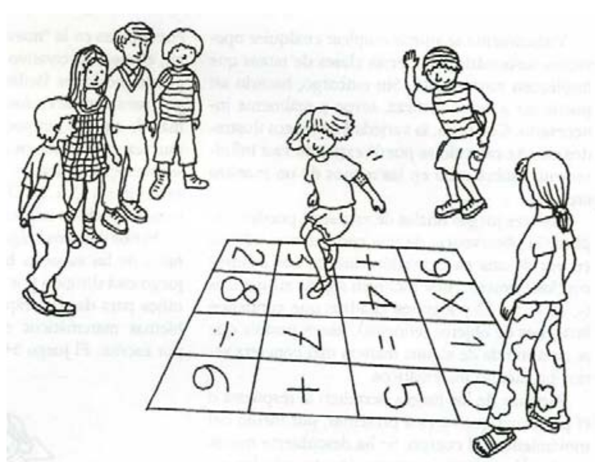
2) plantear operaciones y que los miembros del equipo por relevos busquen la respuesta correcta entre las fichas revueltas que se encuentran en el centro (solamente hay una respuesta por pregunta). El equipo vencedor es el que obtiene más tarjetas con la respuesta correcta al problema.

Actividad implementada creada por Cratty (2004) en la quinceava sesión para que por medio del juego los niños resuelvan en equipo.

ENCUENTRA LA SEÑAL

Para niños de 6 a 12 años.
Materiales: cuadros con números y signos aritméticos (=, mas, menos, por).
Desarrollo: al utilizar los cuadros, se les dice a los niños el nombre de un signo, el cual deben encontrar con un salto dentro del cuadro correspondiente. A esto debe seguir una discusión para definir la operación de las operaciones indicadas por el signo.
Variantes:
1) los niños avanzados pueden continuar y resolver problemas sencillos de suma y resta (2mas2=4) saltando en los cuadros apropiados.

2) los niños pensaran que números necesitan para poder obtener el resultado que se plantea junto con la operación en un principio en el pizarrón.



ANEXO 5

Cuestionario de Validación Social

El siguiente cuestionario tiene la finalidad de obtener datos significativos, que permitan su mejora y en lo sucesivo seguir dando un servicio de calidad, favor de contestarlo en forma clara y veraz. Gracias.

1. ¿Le pareció apropiada la forma en la cual se llevo a cabo el trabajo dentro del aula? Si ___ No ___ ¿Por qué?

2. ¿Cree que la estrategia para resolver problemas que se les enseño a los alumnos es eficaz y les será de utilidad? Si ___ No ___ y ¿Por qué?

3. ¿Cree que la forma de trabajo en equipo ayudo a los alumnos a entender mejor algunos conceptos? Si ___ No ___ y ¿Por qué?

4. ¿Cree que el trabajo realizado complementó los contenidos de la clase de matemáticas?

5. ¿Utilizaría el trabajo en equipo para la clase de matemáticas o para otra materia en el futuro? Si ___ No ___ y ¿Por qué?

6. ¿Qué sugeriría para mejorar la forma en que se trabajo dentro del aula?

7. Si tiene otro comentario, se lo agradecería mucho. Favor de anotarlo.

ANEXO 6

CARTA DESCRIPTIVA No. 1

Nombre del programa de intervención: Enseñanza de resolución de problemas: Un programa basado en el aprendizaje significativo.
Responsable: Mónica Iraís Gallegos Jiménez.
Objetivo general: Que los niños adquieran una estrategia (Método de Polya) para poder resolver problemas matemáticos.
Objetivo específico: Dar a conocer la forma de trabajo.

Sesión	Actividad	Procedimiento	Materiales	Tiempo	Forma de evaluación	Observaciones
1	Presentación	Presentación del programa y de quién lo va a llevar a cabo.		5 minutos		
1	¡Qué divertido es conocernos!	Se le dará a cada alumno una tarjeta donde escribirá como le gusta ser nombrado, de está manera será fácil ubicar a los niños. Está dinámica permitirá la integración del grupo con el programa a desarrollar.	-Tarjetas -Colores -Stickers	20 minutos		
1	Armando equipos	Distribuir a los niños conforme a los equipos previamente establecidos. Así los niños conocerán a los integrantes de su equipo.		10 minutos		
1	¡Juntos trabajando, lograremos lo que sea!	Dialogar con los niños el establecimiento de reglas que se deben seguir para que un equipo pueda trabajar conjuntamente. Cuando se hayan fijado los acuerdos anotarlos en un rotafolio que quedará dentro del aula permanentemente. Explicar con ayuda de otro rotafolio los pasos a seguir (de acuerdo con el método Polya) para resolver problemas. Modelar un ejemplo, facilitando que los niños interactúen en su resolución para que comprendan como se lleva a cabo el trabajo cooperativo. Ejemplo modelado: Esta es la manera en cómo vamos a trabajar. Todos deben participar en la resolución del problema. **1.-** Durante el ejercicio hay que **leer con atención**. Preguntarse: ¿Qué dice aquí?, ¿Qué me están preguntando? *Sonia tiene una colección de 35 libros de poesía, 12 libros de biología y 9 libros de inglés. ¿Cuántos libros tiene en total?*	-Rotafolios -Rotuladores de colores	20 minutos		Los niños no tienen dificultad para saber cuáles son las reglas que se necesitan para trabajar en equipo.

		Que cantidad de libros tiene Sonia al final **2.-** Entre todos **desarrollar un plan**, por medio de las opiniones (lluvia de ideas). Preguntarse: ¿Qué es lo que tengo que hacer?, ¿Cómo lo hago? *Si dividen los libros que tiene Sonia por categorías, tengo que juntarlos.* *Utilizo la operación de sumar.* Si algún miembro del equipo no comparte la misma opinión, **permitirle decir por qué** y cuál sería su solución y llegar a un acuerdo. **3.-** Entre todos decidir cuál es el procedimiento adecuado, si durante el desarrollo del problema alguno de los integrantes del equipo tiene dudas de cómo resolverlo preguntar a los demás cómo se llega a la solución. Si todos están de acuerdo, hay que **ejecutar el plan**. *Ya que se llegó al acuerdo de que es una suma, realizarla.* **4.-** Entre todos **revisar** que la respuesta sea la correcta. *Revisar como se realizó la operación, y verificar que todos tengan la misma respuesta.*				
1	Una recompensa siempre es motivante	Al terminar el ejemplo se les mencionará a los niños que los primeros tres equipos que levanten la mano (siempre y cuando se sientan seguros con su respuesta) y al revisarles sean las respuestas correctas argumentando como llegaron al resultado se les proporcionará un juego para que puedan divertirse mientras los demás equipos terminan.	-Juegos de mesa	5 minutos		

CARTA DESCRIPTIVA No. 2

Nombre del programa de intervención: Enseñanza de resolución de problemas: Un programa basado en el aprendizaje significativo.
Responsable: Mónica Iraís Gallegos Jiménez.
Objetivo general: Que los niños adquieran una estrategia (Polya) para poder resolver problemas matemáticos.
Objetivos específicos:

1) El niño comprenderá el concepto de número como función, a través del juego como estrategia de enseñanza.
2) El niño resolverá problemas que impliquen restas simples o de transformación (unidades y decenas).

Sesión	Actividad	Procedimiento	Materiales	Tiempo	Forma de evaluación	Observaciones
2	Comenzando con los retos	Tras repasar brevemente las reglas que se establecieron para el trabajo cooperativo y enfatizar los pasos de Polya para la resolución de problemas se le entregó a cada equipo un cuadernillo con los problemas a resolver. Una vez que todos los equipos tenían sus respectivos materiales iniciaron la consigna.	-Cuadernillo de problemas -Lápices -Gomas -Sacapuntas	10 minutos		
2	Primera parte: los problemas rutinarios	Siguiendo la estrategia de Polya para la resolución de problemas los niños deben leer con atención el problema que se presenta en el cuadernillo para saber que operación deben de utilizar y porque para su resolución.		25 minutos		
2	Segunda parte: los problemas no rutinarios	Los ejercicios no rutinarios son problemas que en general y aparentemente no necesitan de operaciones matemáticas para resolverlos, sin embargo se necesita de una estrategia para llegar a la solución. La ventaja es que es una forma diferente de promover el trabajo cooperativo y fomenta el uso de estrategias. Con el antecedente de la estrategia de Polya los niños tendrán que resolver el problema no rutinario.		25 minutos		El grupo "B" realizó los problemas en 30 minutos. Lo niños estaban muy motivados con la dinámica de trabajo.
2	Jugando también aprendemos	Al haber resuelto los problemas los miembros de los equipos pueden pedir una revisión de los resultados obtenidos. En caso de ser correctas las respuestas dadas y haber explicado que procedimiento siguieron para resolver los problemas se les otorgará un juego de mesa para que puedan jugar mientras los demás equipos terminan.	Juegos de mesa	10 minutos		El ofrecerles a los niños la posibilidad de jugar si respetan las reglas de trabajo los incentivó por lo que había interés en los integrantes de los equipos para cumplir con la tarea

3	¡Entendiendo la estrategia! Problemas rutinarios y no rutinarios	Se le dará a cada equipo un cuadernillo de trabajo. Antes de empezar a resolver los problemas se enfatizará el método de Polya como estrategia que deben de utilizar. En seguida se da la señal para que empiecen a trabajar en equipo.	-Cuadernillo de problemas -Lápices -Gomas -Sacapuntas	50 minutos		Los niños están empezando a entender la forma de trabajo y han agilizado el tiempo que invierten en resolver los problemas

CARTA DESCRIPTIVA No. 3

Nombre del programa de intervención: Enseñanza de resolución de problemas: Un programa basado en el aprendizaje significativo.
Responsable: Mónica Iraís Gallegos Jiménez.
Objetivo general: Que los niños adquieran una estrategia (Polya) para poder resolver problemas matemáticos.
Objetivos específicos:

3) El niño resolverá problemas que impliquen multiplicaciones (unidades y decenas).

Sesión	Actividad	Procedimiento	Materiales	Tiempo	Forma de evaluación	Observaciones
4	Algo más complicado Primera parte: los problemas rutinarios	En las primeras sesiones los niños han trabajado con problemas que necesitan del uso de las restas para llegar al resultado correcto. Conforme pasaron las dos sesiones el tiempo que utilizaban los niños era menor y la tarea se volvió más sencilla puesto que aprendieron qué necesitaban para resolver los cuestionamientos. A partir de esta sesión se empezará a trabajar con dos problemas rutinarios y uno no rutinario. Se le dará a cada equipo un cuadernillo de trabajo. Antes de empezar a resolver los problemas se enfatizará el método de Polya como estrategia que deben de utilizar.	-Cuadernillo de problemas -Lápices -Gomas -Sacapuntas	35 minutos		
4	Segunda parte: los problemas no rutinarios	Con el antecedente de la estrategia de Polya los niños tendrán que resolver el problema no rutinario.		15 minutos		
4	Buen trabajo, jugando reafirmamos el aprendizaje	Al haber resuelto los problemas los miembros de los equipos pueden pedir una revisión de los resultados obtenidos. En caso de ser correctas las respuestas dadas y haber explicado que procedimiento realizaron para resolver los problemas se les otorgará un juego de mesa para que puedan jugar mientras los demás equipos terminan.		10 minutos		
5, 6	¡A echarle ganas! Problemas rutinarios y no rutinarios	Se le dará a cada equipo un cuadernillo de trabajo. Antes de empezar a resolver los problemas se enfatizará el método de Polya como estrategia que deben de utilizar. En seguida se da la señal para que empiecen a trabajar en equipo.	-Cuadernillo de problemas -Lápices -Gomas -Sacapuntas	50 minutos		
7	Todo puede servir para aprender Primera parte: los problemas rutinarios	Se le dará a cada equipo un cuadernillo de trabajo y una bolsita que contiene gomitas con figuras de fruta que les ayudará a resolver el tercer problema. Los dos primeros problemas rutinarios consisten en oraciones escritas que reflejan una incógnita por resolver, como anteriormente se ha	-Cuadernillo de problemas -Lápices -Gomas -Sacapuntas -Gomitas de dulce	30 minutos		El usar dulces para trabajar es algo que les agrada a los niños, estuvieron muy emocionados y motivados para

		trabajado. En el caso del tercer problema este de igual forma es una oración escrita, aunado a esto se dan a los niños dulces que les permite tener una visión más concreta del problema con el fin de resolver un cuestionamiento más complejo puesto que implica el uso de varias multiplicaciones para llegar al resultado.	con figuras de fruta			llevar a cabo la tarea.
7	Segunda parte: los problemas no rutinarios	Con el antecedente de la estrategia de Polya los niños tendrán que resolver el problema no rutinario.		20 minutos		
7	Más diversión	Al finalizar con los problemas como se estipulo en las reglas de juego, los tres primeros equipos pueden elegir un juego de mesa para divertirse mientras los demás equipos terminan el trabajo. En esta sesión también podrán comerse las gomitas de dulce al finalizar la tarea.		10 minutos		
8	Leo, analizo, resuelvo. Problemas rutinarios y no rutinarios	Se le dará a cada equipo un cuadernillo de trabajo. Antes de empezar a resolver los problemas se enfatizará el método de Polya como estrategia que deben de utilizar. En seguida se da la señal para que empiecen a trabajar en equipo.	-Cuadernillo de problemas -Lápices -Gomas -Sacapuntas	50 minutos		

CARTA DESCRIPTIVA No. 4

Nombre del programa de intervención: Enseñanza de resolución de problemas: Un programa basado en el aprendizaje significativo.
Responsable: Mónica Iraís Gallegos Jiménez.
Objetivo general: Que los niños adquieran una estrategia (Polya) para poder resolver problemas matemáticos.
Objetivos específicos:

4) El niño resolverá problemas que impliquen de dos operaciones para llegar al resultado.

Sesión	Actividad	Procedimiento	Materiales	Tiempo	Forma de evaluación	Observaciones
9	Dos en uno Primera parte: los problemas rutinarios	En las primeras sesiones los niños han trabajado con problemas que necesitan del uso de las restas para llegar al resultado correcto, posteriormente se enfrentaron a problemas que necesitaban de multiplicaciones para llegar a la respuesta. A partir de esta sesión se empezará a trabajar con tres problemas rutinarios donde se necesita de dos operaciones o más para llegar al resultado y un problema no rutinario. Se le dará a cada equipo un cuadernillo de trabajo. Antes de empezar a resolver los problemas se enfatizará el método de Polya como estrategia que deben de utilizar.	-Cuadernillo de problemas -Lápices -Gomas -Sacapuntas	30 minutos		
9	Segunda parte: los problemas no rutinarios	Con el antecedente de la estrategia de Polya los niños tendrán que resolver el problema no rutinario.				
9	A seguir jugando	Al finalizar con los problemas como se estipulo en las reglas de juego, los tres primeros equipos pueden elegir un juego de mesa para divertirse mientras los demás equipos terminan el trabajo				
10	Todos podemos si nos esforzamos Problemas rutinarios y no rutinarios	Se le dará a cada equipo un cuadernillo de trabajo. Antes de empezar a resolver los problemas se enfatizará el método de Polya como estrategia que deben de utilizar.	-Cuadernillo de problemas -Lápices -Gomas -Sacapuntas	50 minutos		
11	Podemos solucionarlo	Con los pasos para resolver problemas, los niños llegan a solucionar sus propios conflictos. También aprenden que las palabras son mejores que la violencia, ya que en ocasiones el acoplarse al trabajo en equipo es difícil puesto que los niños no están acostumbrados a relacionarse entre si en ambientes de trabajo. Se hará una reflexión sobre que cosas no nos gustan que sucedan dentro	-Diario escolar -Rotuladores	20 minutos		Esta actividad fue implementada debido a que el grupo “A” presenta dificultades en como se relacionan los niños y esto ha

		de un grupo y se permitirá que los niños participen con las opiniones que tienen acerca de cómo pueden resolver los conflictos. Se darán a conocer tres puntos que los integrantes del grupo consideran deben existir en un equipo para que este puede trabajar armoniosamente. Con ello se realizará un periódico escolar donde se dará una estrella a los equipos por cada punto propuesto que se haya llevado acabo dentro de las siguientes sesiones. Puntos propuestos: 1.- Todos participan 2.- Respeto entre compañeros 3.- Terminan la tarea El objetivo de esta actividad es que los niños reconozcan las actitudes positivas de sus compañeros en clase y que podrían modificar dentro del propio equipo para lograr sus objetivos.				dificultado el progreso que podrían obtener.
11	Problemas rutinarios y no rutinarios	Se le dará a cada equipo un cuadernillo de trabajo. Antes de empezar a resolver los problemas se enfatizará el método de Polya como estrategia que deben de utilizar. En seguida se da la señal para que empiecen a trabajar en equipo.	-Cuadernillo de problemas -Lápices -Gomas -Sacapuntas	40 minutos		
12	No es suficiente	De acuerdo con la sesión pasada, nuevamente se implemento una actividad en la que compartir será la forma en la que los niños aprenderán a resolver problemas. El procedimiento consiste en: 1.- Pedir a los niños que se laven las manos. Luego buscar un ayudante que reparta las servilletas. 2.- Elegir a otro niño para que reparta las galletas. 3.- Decir a los niños que propongan soluciones cuando descubran que no hay suficiente para todos los integrantes del equipo. 4.- Escuchar todas las soluciones posibles; luego animar al grupo para que decidan la mejor idea. 5.- Ayudar a resolver el problema y a compartir con los demás.	-Galletas -Servilletas	20 minutos		Esta actividad favoreció al grupo para entender lo importante que es cada integrante del equipo.
12	Problemas rutinarios y no rutinarios	Se le dará a cada equipo un cuadernillo de trabajo. Antes de empezar a resolver los problemas se enfatizará el método de Polya como estrategia que deben de utilizar. En seguida se da la señal para que empiecen a trabajar en equipo.	-Cuadernillo de problemas -Lápices -Gomas -Sacapuntas	40 minutos		
13	Relevos	Motivar el razonamiento es una forma de estimular a los niños para que	-Tarjetas	30 minutos		

		lo usen en la resolución de problemas. En esta actividad se plantearán operaciones en el pizarrón y los miembros del equipo por relevos buscarán la respuesta correcta entre las fichas revueltas que se encuentran en el piso, frente a ellos. El equipo vencedor es el que obtiene más puntos por operaciones correctamente resueltas.				
13	Problemas rutinarios y no rutinarios	Se le dará a cada equipo un cuadernillo de trabajo. Antes de empezar a resolver los problemas se enfatizará el método de Polya como estrategia que deben de utilizar. En seguida se da la señal para que empiecen a trabajar en equipo.	-Cuadernillo de problemas -Lápices -Gomas -Sacapuntas	30 minutos		
14	Problemas rutinarios y no rutinarios	Se le dará a cada equipo un cuadernillo de trabajo. Antes de empezar a resolver los problemas se enfatizará el método de Polya como estrategia que deben de utilizar.				
15	Encuentra la señal	El uso de las matemáticas se encuentra inmerso en todo lo que hacemos. Volverlo divertido fomentará creencias positivas en los niños. En esta actividad se les pide a los niños que se coloquen por equipos frente al pizarrón. Debido a que los equipos están conformados por cinco integrantes se enumerará a los niños del uno al cinco, de modo que cada niño de cada equipo tenga un número para poder participar. Al iniciar el juego se enfatizará que solamente los niños que tengan el número uno podrán resolver el problema. En seguida se pondrá en el pizarrón el número 30 y se les preguntará a los niños que números multiplicados nos da este resultado. El primer niño que levante la mano pasará a la alfombra matemática a señalar mediante brincos la operación, si esta es la correcta se le otorgará un punto al equipo al que pertenece el niño. Y así consecuentemente. Una vez que dieron cinco rondas se termina el juego. El equipo que haya obtenido más puntos es el que gana el juego.	-Cuadros con números y signos aritméticos (=, +, -, x).	30 minutos		
15	Problemas rutinarios y no rutinarios	Se le dará a cada equipo un cuadernillo de trabajo. Antes de empezar a resolver los problemas se enfatizará el método de Polya como estrategia que deben de utilizar.	-Cuadernillo de problemas -Lápices -Gomas -Sacapuntas	30 minutos		
16, 17	Falta poco para llegar a la meta Problemas rutinarios y no rutinarios	Se le dará a cada equipo un cuadernillo de trabajo. Antes de empezar a resolver los problemas se enfatizará el método de Polya como estrategia que deben de utilizar.	-Cuadernillo de problemas -Lápices -Gomas -Sacapuntas	50 minutos		

18	El ciclo se acaba para iniciar uno nuevo Problemas rutinarios y no rutinarios	Al iniciar la sesión se les recordará a los niños que es la última y se les pedirá que hagan su mejor esfuerzo puesto que en esta ocasión se realizarán cuatro problemas rutinarios, donde se verán los diferentes tipos de problemas que se estuvieron manejando desde el principio y dos problemas no rutinarios. Se le dará a cada equipo un cuadernillo de trabajo. Antes de empezar a resolver los problemas se enfatizará el método de Polya como estrategia que deben de utilizar.	-Cuadernillo de problemas -Lápices -Gomas -Sacapuntas	40 minutos		
18	Conocí, experimenté, me equivoqué, analicé y aprendí… entonces disfrute.	Se hará una reflexión de que se aprendió en el transcurso del programa. Se revisará el periódico escolar para resaltar que equipos lograron los tres puntos en el transcurso de las sesiones. También se observará que características tuvo cada grupo enfatizando las positivas.		10 minutos		
18	Crítica constructiva	Se les pedirá a los docentes encargados del grupo resuelvan el cuestionario de validación social que nos permite tener la percepción que tuvieron del programa elaborado.	-Cuestionario de validación social	30 minutos		