



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE POSGRADO EN INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA
INGENIERÍA CIVIL- HIDRÁULICA

PRONÓSTICO DE ESCURRIMIENTOS MEDIANTE LA APLICACIÓN DEL FILTRO DE
KALMAN DISCRETO

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
MIRCE IVÓN MORALES VELÁZQUEZ

TUTOR PRINCIPAL:
DR. FRANCISCO JAVIER APARICIO MIJARES
FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. FEBRERO 2013

JURADO ASIGNADO:

Presidente: DRA. HERRERA ZAMARRÓN GRACIELA
Secretario: M.I. LAFRAGUA CONTRERAS JACQUELINE
Vocal: DR. APARICIO MIJARES FRANCISCO JAVIER
1^{er}. Suplente: M.I. AGUILAR GARDUÑO ERNESTO
2^{d o}. Suplente: M.I. GÓMEZ MARTÍNEZ JUAN FRANCISCO

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:
CUERNAVACA, MORELOS. UNAM, CAMPUS MORELOS.

TUTOR DE TESIS:

DR. FRANCISCO JAVIER APARICIO MIJARES

FIRMA

DEDICATORIAS

En primer lugar le dedico mi trabajo a Dios por permitirme cumplir esta meta y ser la luz en mi camino.

A mi mamá Inés, mi hermana Paola y a mi papá Antonio por haberme apoyado siempre en todos los sentidos, por darme su inmenso amor, confianza y consejos, por estar siempre a mi lado en las buenas y en las malas a pesar de la distancia y alentarme siempre a seguir adelante y superarme día con día, por enseñarme que rendirse no es una opción, les dedico éste trabajo y todo lo que logre hacer en mi vida porque sin ustedes nada de esto sería posible.

A Óscar por haberme apoyado incondicionalmente y sin dudar, por animarme cuando más lo necesité y haber estado siempre a mi lado, por ayudarme en todo lo que estuviera a su alcance, por darme todo su amor y cariño sin reservas.

A mis mejores amigos Lestly, Tania y Gamaliel; a Tatiana Davis, al Ingeniero Aguilar, el Ingeniero Meza Trejo e Iraís Gallo por creer siempre en mí.

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer en primer lugar a mi tutor, el Dr. Francisco Javier Aparicio Mijares, por su apoyo y sus enseñanzas a lo largo de la realización de la tesis y durante las clases, por haber depositado su confianza en mí.

Al Dr. Juan B. Valdés por su grandísima ayuda y paciencia infinita, por todas sus enseñanzas y atenciones durante mi estancia en la Universidad de Arizona, sin la ayuda de ambos este trabajo no hubiera sido posible. En general a todas las personas que tuve el placer de conocer y que me brindaron su ayuda y amistad durante mi visita a la Universidad de Arizona.

A la Universidad Nacional Autónoma de México y al CONACyT por otorgar el apoyo necesario a los jóvenes con la inquietud de seguir estudiando.

A todos mis maestros de la maestría en hidráulica por todas sus enseñanzas, dedicación y paciencia a lo largo todo este proceso que sin duda me ayudarán a ser no sólo una mejor profesionista si no también una mejor persona.

A mis sinodales: la M.I. Jacqueline Lafragua, el M.I. Juan Francisco, el M.I. Ernesto Aguilar y a la Dra. Graciela Herrera por ser una parte fundamental en la realización de ésta tesis, por su paciencia, consejos y enseñanzas que hicieron posible este trabajo.

Al personal administrativo de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Campus Morelos y a la Coordinación de Hidrología; a la Lic. Olga M. Guzmán y a Omar por toda su ayuda y sobre todo su amistad.

Y por último pero no menos importante, a mis compañeros y amigos de la Maestría: Joyce, Javier, Giovanni, Juan, Antonio y Gilberto Zetina. A Roxana, Héctor, Pedro, Lina, Víctor, Vladimir, Edith, Marcela, Diana Afrodita, Roel, Raúl López C., Claudia y a todos mis compañeros del ahora cuarto y primer semestre por su increíble amistad y momentos vividos.

RESUMEN

En el presente trabajo se evalúa la posible utilidad y aplicabilidad del algoritmo del filtro de Kalman discreto en la predicción de caudales a corto plazo. El algoritmo se aplica a la cuenca propia de la presa Ángel Albino Corzo (Peñitas), parte del Sistema Hidroeléctrico Grijalva.

El algoritmo del filtro de Kalman discreto se utiliza para determinar la función de respuesta en la cuenca y con ello pronosticar los caudales de entrada al embalse. Para esto se utilizan los registros tanto de caudal como de precipitación registrada en las estaciones climatológicas ubicadas en la zona de estudio como los caudales calculados con el tránsito inverso en vasos. Durante el análisis se evalúan varios incrementos de tiempo en el pronóstico así como diferentes expresiones de la función de respuesta utilizada. Los resultados son evaluados por medio del coeficiente de Nash-Sutcliffe, obteniéndose valores muy buenos (cerca de 1), de manera que el filtro se considera aplicable al pronóstico de avenidas a corto plazo, destacando su utilidad como una herramienta de apoyo en el desarrollo de políticas de operación y control de los embalses.

ABSTRACT

The potential usefulness and applicability of the discrete Kalman filter algorithm in predicting short-term floods are evaluated. The algorithm is applied in the Ángel Albino Corzo (Peñitas) dam basin, which is part of the Grijalva Hydroelectric System.

The discrete Kalman filter algorithm is used to determine the response function in the basin and thus forecast flows into the reservoir. To that end, both flow data and precipitation recorded at weather stations located in the study area are used, as well as calculated inflows to the basin. During this analysis multiple time increments and different response functions are evaluated using the Nash-Sutcliffe coefficient, obtaining highly acceptable values (close to 1), so that the filter is found to be useful for short-term flows forecast, highlighting its utility as a tool to support policy development and operation control of reservoirs.

CONTENIDO

CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN	14
1.1 Antecedentes	16
1.2 Objetivo de la investigación.....	16
1.3 Resumen.....	17
CAPÍTULO II. RELACIÓN LLUVIA – ESCURRIMIENTO	19
2.1 Descripción general.....	19
2.2 Hidrograma unitario	21
2.2.1 Hidrograma unitario tradicional	22
2.2.2 Hidrograma unitario instantáneo.....	24
2.3 Evolución de la humedad en el suelo y su efecto en la lluvia efectiva y en el escurrimiento superficial.....	26
CAPÍTULO III. FILTROS DE KALMAN	32
3.1 Descripción general.....	32
3.2 Filtro de Kalman discreto.....	33
3.2.1 Proceso de estimación	34
3.2.2 Orígenes computacionales del filtro.....	35
3.2.3 Algoritmo del filtro de Kalman discreto	37
3.2.4 Ejemplo de aplicación del filtro de Kalman discreto. Modelado de un vehículo en movimiento	40
3.3 Filtro de Kalman extendido.....	47
3.4 Filtro de Kalman ensamblado	49
3.5 Ventajas y desventajas del filtro de Kalman	50
3.6 Aplicaciones del filtro de Kalman en hidrología.....	51
CAPÍTULO IV. INFORMACIÓN BÁSICA E HISTÓRICA DE LA ZONA DE ESTUDIO	55
4.1 Descripción general.....	55
4.2 Ubicación de la zona de estudio.....	56
4.3 Funcionamiento de la C.H. Peñitas	58
4.4 Características hidroclimatológicas y fisiográficas de la zona de estudio.....	61
4.4.1 Temperatura	61
4.4.2 Precipitación.....	63
4.4.3 Hidrografía	64

4.4.5 Orografía	67
4.5 Descripción de la información básica utilizada.....	68
4.5.1 Información hidroclimatológica	69
4.5.2 Registros del régimen de almacenamiento	71
4.6 Estadísticas de precipitación y escurrimiento	74
4.6.1 Análisis de precipitación	74
4.6.2 Análisis de escurrimientos	78
CAPÍTULO V. APLICACIÓN DEL FILTRO DE KALMAN DISCRETO A LA CUENCA PROPIA DE LA C.H. PEÑITAS	84
5.1 Metodología.....	84
5.2 Curvas <i>IPA</i> vs φ . Obtención de la lluvia efectiva.....	86
5.3 Cálculo de los caudales mediante antitránsito.....	92
5.4 Conformación del algoritmo del FKD utilizando como función de respuesta el hidrograma unitario instantáneo	97
5.4.1 Hidrograma unitario instantáneo aplicado a la C.H. Peñitas.....	97
5.4.2 Conformación del algoritmo del FKD considerando el HUI como función de respuesta....	98
5.4.3 Pronóstico de caudales en la cuenca de la C.H. Peñitas considerando el HUI como función de respuesta	107
5.5 Conformación del algoritmo del FKD utilizando una función de respuesta modificada	131
5.5.1 Pronóstico de caudales en Sayula.....	133
5.5.2 Pronóstico de caudales en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.....	146
CAPÍTULO VI. CONCLUSIONES	174
REFERENCIAS	177

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Relación entre la precipitación y el escurrimiento total (Aparicio, 1989).	20
Figura 2.2 Representación gráfica del hidrograma unitario.	21
Figura 2.3 Ejemplo. Hidrograma unitario instantáneo.	24
Figura 2.4 Ejemplo de curva de Índice de precipitación antecedente IPA vs φ	31
Figura 3.1 Ciclo del filtro de Kalman discreto.	38
Figura 3.2 Diagrama completo de la operación del filtro de Kalman	40
Figura 3.3 Posición medida y pronosticada de un vehículo en movimiento, aplicando el algoritmo del FKD.	45
Figura 3.4 Error en el pronóstico de la posición de un vehículo, aplicando el algoritmo del FKD.	46
Figura 3.5 Velocidad real vs velocidad pronosticada de un vehículo aplicando el algoritmo del FKD.	46
Figura 3.6 Error en el pronóstico de la velocidad de un vehículo, aplicando el algoritmo del FKD.	47
Figura 4.1 Sistema Hidroeléctrico Grijalva.	55
Figura 4.2 Ubicación de la C.H Peñitas dentro del Sistema Hidroeléctrico Grijalva.	56
Figura 4.3 Ubicación de la cuenca de la C.H. Peñitas con división política.	57
Figura 4.4 Subdivisión de la cuenca de la C. H. Peñitas.	58
Figura 4.5 Vista aérea del caído Juan del Grijalva (izquierda). Panorámica del canal (derecha).	60
Figura 4.6 Ubicación de los túneles en Juan del Grijalva.	60
Figura 4.7 Temperatura mínima anual. Cuenca propia de la C.H. Peñitas.	61
Figura 4.8 Temperatura media anual. Cuenca propia de la C.H. Peñitas.	62
Figura 4.9 Temperatura máxima anual. Cuenca propia de la C.H. Peñitas.	62
Figura 4.10 Precipitación media anual en mm para el periodo 1971 – 2000.	63
Figura 4.11 Hidrografía.	64
Figura 4.12 Tipo de suelo en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.	65
Figura 4.13 Cobertura vegetal en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.	66
Figura 4.14 Pendiente media en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.	68
Figura 4.15 Ubicación de las estaciones que conforman la red climatológica de la C.H. Peñitas.	70
Figura 4.16 Funcionamiento de vaso de la C.H. Peñitas (fragmento).	72

Figura 4.17 Funcionamiento de vaso de la C.H. Peñitas (2005 -2012).....	73
Figura 4.18 Precipitación media mensual en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.....	74
Figura 4.19 Precipitación media mensual en la cuenca propia de la C.H. Peñitas en los periodos 1971-2000 y 2005-2012.	76
Figura 4.20 Precipitación máxima horaria anual por estación. Cuenca C.H Peñitas (2006-2011).	77
Figura 4.21 Hidrogramas anuales. Estación Sayula.	81
Figura 4.22 Hidrogramas anuales. Estación Juan del Grijalva Superior.	82
Figura 4.23 Hidrogramas anuales. Estación Aza - Pac.	83
Figura 5.1 Proceso a seguir durante la aplicación del FKD en la predicción de caudales.	85
Figura 5.2 Polígonos de Thiessen hasta la estación hidrométrica Sayula.	88
Figura 5.3 Gráfica <i>IPA vs φ</i> para la cuenca propia de la C.H. Peñitas.	89
Figura 5.4 Polígonos de Thiessen. Cuenca de la C.H Peñitas.	90
Figura 5.5 Funcionamiento de vaso de la C.H. Peñitas.....	94
Figura 5.6 Fracción de cálculo del antitránsito en la cuenca inferior de la C.H Peñitas.	95
Figura 5.7 Fracción de resultados gráficos obtenidos con el antitránsito en la cuenca inferior y corrección con promedios móviles.....	96
Figura 5.8 Hidrograma Unitario Instantáneo. Ejemplo.	97
Figura 5.9 Registros de precipitación y caudal horarios, utilizados en el pronóstico de caudal para la cuenca propia de la C.H. Peñitas.....	109
Figura 5.10 Caudales “observados” y pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas. Función de respuesta igual al.....	110
Figura 5.11 Caudales “observados” y actualizado en la cuenca propia de la C.H. Peñitas. Función de respuesta igual al.....	111
Figura 5.12 Caudales “observados” vs pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, función de respuesta igual al HUI, $S = 0$	112
Figura 5.13 Caudales “observados” vs actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, función de respuesta igual al HUI, $S = 0$	112
Figura 5.14 Errores en los caudales pronosticados y actualizados en la cuenca propia de la C.H Peñitas, con base en el HUI, considerando $S = 0$	113
Figura 5. 15 Incrementos entre las primeras ordenadas de la función de respuesta pronosticada considerando $S = 0$	113
Figura 5.16 Primeras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando $S = 0$	114

Figura 5.17 Incrementos entre las segundas ordenadas de la función de respuesta pronosticada considerando $S = 0$	114
Figura 5.18 Segundas ordenadas de la ganancia de Kalman considerando $S = 0$	115
Figura 5.19 Incrementos entre las terceras ordenadas de la función de respuesta pronosticada considerando $S = 0$	115
Figura 5.20 Terceras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando $S = 0$	116
Figura 5.21 Caudal “observado” y pronosticado con FKD para la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando el HUI como función de respuesta y $S = 0$	116
Figura 5.22 Caudal “observado” y pronosticado con FKD (Avenida B), aplicado a la cuenca propia de la C.H. peñitas considerando el HUI como función de respuesta y $S = 0$	117
Figura 5.23 Caudal “observado” y pronosticado con FKD (Avenida C), aplicado a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando el HUI como función de respuesta y $S = [0]$	117
Figura 5.24 Caudales “observados” y pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, con base en HUI, considerando $S = Desv. est. (Xf - Xu) \cdot In \times n$	121
Figura 5.25 Caudales “observados” y actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, con base en el HUI, considerando $S = Desv. est. (Xf - Xu) \cdot In \times n$	122
Figura 5.26 Caudales “observados” vs pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, función de respuesta igual al HUI, y $S = Desv. est. (Xf - Xu) \cdot In \times n$	123
Figura 5.27 Caudales “observados” vs actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, función de respuesta igual al HUI, y $S = Desv. est. (Xf - Xu) \cdot In \times n$	123
Figura 5.28 Errores en los caudales pronosticados y actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta igual al HUI y $S = Desv. est. (Xf - Xu) \cdot In \times n$	124
Figura 5.29 Incrementos entre las primeras ordenadas de la función de respuesta pronosticada (HUI) considerando $S = Desv. est. (Xf - Xu) \cdot In \times n$	124
Figura 5.30 Primeras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando $S = Desv. est. (Xf - Xu) \cdot In \times n$	125
Figura 5.31 Incrementos entre las segundas ordenadas de la función de respuesta pronosticada (HUI) considerando $S = Desv. est. (Xf - Xu) \cdot In \times n$	125
Figura 5.32 Segundas ordenadas de la ganancia de Kalman considerando $S = Desv. est. (Xf - Xu) \cdot In \times n$	126
Figura 5.33 Incrementos entre las terceras ordenadas de la función de respuesta pronosticada (HUI) considerando $S = Desv. est. (Xf - Xu) \cdot In \times n$	126
Figura 5.34 Terceras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando $S = Desv. est. (Xf - Xu) \cdot In \times n$	127

Figura 5.35 Caudal “observado” y pronosticado con FKD (Avenida A), aplicado a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta igual al HUI y $S = Desv. est. Xf - Xu \cdot In \times n$.	127
Figura 5.36 Caudal “observado” y pronosticado con FKD (Avenida B), aplicado a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta igual al HUI , y $S = Desv. est. (Xf - Xu) \cdot In \times n$.	128
Figura 5.37 Caudal “observado” y pronosticado con FKD (Avenida C), aplicado a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta igual al HUI, y $S = Desv. est. (Xf - Xu) \cdot In \times n$.	128
Figura 5.38 Comparación de resultados con los diferentes valores de la matriz S.	131
Figura 5.39 Registros de precipitación y caudal horarios, utilizados en el análisis de la cuenca inferior de la C.H. Peñitas.	135
Figura 5.40 Caudales observados y pronosticados de la cuenca inferior de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	136
Figura 5.41 Caudales observados y actualizados de la cuenca inferior de la C.H Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	137
Figura 5.42 Caudales observados vs caudales pronosticados de la cuenca inferior de la C.H Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	138
Figura 5.43 Caudales observados vs caudales actualizados de la cuenca inferior de la C.H Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	138
Figura 5.44 Errores en el pronóstico y actualización de caudales de la cuenca inferior de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	139
Figura 5.45 Primeros valores de la función de respuesta pronosticada (versión modificada).	139
Figura 5.46 Primeras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando la función de respuesta modificada.	140
Figura 5.47 Segundos valores de la función de respuesta pronosticada (versión modificada).	140
Figura 5.48 Segundas ordenadas de la ganancia de Kalman considerando la función de respuesta modificada.	141
Figura 5.49 Valor No. 49 de la función de respuesta pronosticada (versión modificada).	141
Figura 5.50 Ordenadas No. 49 de la ganancia de Kalman considerando la función de respuesta modificada.	142
Figura 5.51 Caudal observado y pronosticado con FKD (Avenida A) para la cuenca inferior de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	142
Figura 5.52 Caudal observado y pronosticado con FKD (Avenida B) para la cuenca inferior de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	143

Figura 5.53 Caudal observado y pronosticado con FKD (Avenida C) para la cuenca inferior de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	143
Figura 5.54 Caudal observado y pronosticado con FKD (Avenida D) para la cuenca inferior de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	144
Figura 5.55 Registros de precipitación y caudal horarios (calculados con antitránsito), utilizados en el análisis de la cuenca propia de la C.H. Peñitas.	148
Figura 5.56 Caudales “observados” y pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	149
Figura 5.57 Caudales “observados” y actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	150
Figura 5.58 Caudales “observados” vs pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	151
Figura 5.59 Caudales “observados” vs actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	151
Figura 5.60 Errores en los caudales pronosticados y actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	152
Figura 5.61 Primeros valores de la función de respuesta pronosticada (versión modificada).	152
Figura 5.62 Primeras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando la función de respuesta modificada.	153
Figura 5.63 Segundos valores de la función de respuesta pronosticada (versión modificada).	153
Figura 5.64 Segundas ordenadas de la ganancia de Kalman considerando la función de respuesta modificada.	154
Figura 5.65 Valor No. 14 de la función de respuesta pronosticada (versión modificada).	154
Figura 5.66 Ordenadas No. 14 de la ganancia de Kalman considerando la función de respuesta modificada.	155
Figura 5.67 Caudal “observado” y pronosticado con FKD (Avenida A), aplicado a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	155
Figura 5.68 Caudal “observado” y pronosticado con FKD (Avenida B), aplicado a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	156
Figura 5.69 Caudal “observado” y pronosticado con FKD (Avenida C), aplicado a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.	156
Figura 5.70 Registros de precipitación y caudal diario (obtenido del cálculo de antitránsito), utilizados en el análisis de la cuenca propia de la C.H. Peñitas. Análisis diario.	159
Figura 5.71 Caudales “observados” y pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas. Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.	160

Figura 5.72 Caudales “observados” y actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas. Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.....	161
Figura 5.73 Caudales “observados” vs pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas. Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.....	162
Figura 5.74 Caudales “observados” vs pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas. Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.....	162
Figura 5.75 Errores en los caudales pronosticados y actualizados de la cuenca propia de la C.H. Peñitas. Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.....	163
Figura 5.76 Primeros valores de la función de respuesta pronosticada (versión modificada). Análisis diario.....	163
Figura 5.77 Primeras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando la versión modificada de la función de respuesta y un análisis diario.....	164
Figura 5.78 Segundos valores de la función de respuesta pronosticada (versión modificada). Análisis diario.....	164
Figura 5.79 Segundas ordenadas de la ganancia de Kalman considerando la versión modificada de la función de respuesta y un análisis diario.....	165
Figura 5.80 Terceros valores de la función de respuesta pronosticada (versión modificada). Análisis horario.....	165
Figura 5.81 Terceras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando la versión modificada de la función de respuesta y un análisis diario.....	166
Figura 5.82 Caudal “observado” y pronosticado con FKD en la cuenca propia de la C.H. Peñitas (Periodo A). Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.....	166
Figura 5.83 Caudal “observado” y pronosticado con FKD en la cuenca propia de la C.H. Peñitas (Periodo B). Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.....	167
Figura 5.84 Caudal “observado” y pronosticado con FKD en la cuenca propia de la C.H. Peñitas (Periodo C). Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.....	167
Figura 5.85 Variación en el Δt de pronóstico.....	169

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 A. Eventos que han generado mayores inundaciones en el mundo (The International Disaster Database).....	14
Tabla 3 A. Ecuaciones de pronóstico del filtro de Kalman discreto.	38
Tabla 3 B. Ecuaciones de corrección del filtro de Kalman discreto.	39
Tabla 4 A. Características principales de la C.H. Peñitas. Fuente: Comisión Nacional del Agua.	59
Tabla 4 B. Tipo de suelo en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.....	66
Tabla 4 C. Cobertura vegetal en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.	67
Tabla 4 D. Pendiente media en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.....	68
Tabla 4 E. Estaciones hidroclimatológicas en la cuenca de la C.H. peñitas.	70
Tabla 4 F. Precipitación media mensual en la cuenca de la C.H. Peñitas, en el periodo 2005 – 2012. .	75
Tabla 4 G. Precipitación máxima horaria anual por estación. Cuenca de la C.H. Peñitas (2005-2012).	77
Tabla 4 H. Precipitación máxima en 24 h en mm en la cuenca propia de la C.H. Peñitas (2005 – 2012).	78
Tabla 4 I. Principales avenidas registradas en las estaciones “Sayula”, “Juan del Grijalva Superior” y “Aza-Pac”, en la cuenca de la C.H. Peñitas (2005-2012). Valores máximos resaltados en gris.....	79
Tabla 5 A. Factores de peso para el cálculo de hp en la cuenca inferior, Sayula.	87
Tabla 5 B. Tabla resumen de los valores obtenidos de IPA , φ	89
Tabla 5 C. Factores de peso para el cálculo de hp en la cuenca de la C.H Peñitas.....	91
Tabla 5 D. Resumen de estadísticos aplicando el FKD considerando la función de respuesta igual al HUI y $S = [0]$	118
Tabla 5 E. Resultados de la aplicación del FKD considerando $S \approx 0$ y la función de respuesta igual al HUI.....	119
Tabla 5 F. Resumen de estadísticos aplicando el FKD considerando la función de respuesta igual al HUI y $S = Desv. est. (Xf - Xu) \cdot In \times n$	129
Tabla 5 G. Resumen de estadísticos aplicando el FKD considerando la función de respuesta igual al HUI y $S = Desv. est. (Xf - Xu) \cdot In \times n$ acumulado en el tiempo.	130
Tabla 5 H. Resumen de estadísticos aplicando el FKD considerando la función de respuesta modificada.....	145

Tabla 5 I. Resumen de estadísticos aplicando el FKD a la cuenca propia de la C.H. peñitas considerando la función de respuesta modificada.	157
Tabla 5 J. Resumen de estadísticos aplicando el FKD a la cuenca propia de la C.H. peñitas considerando la función de respuesta modificada y un pronóstico de 24 h.	168
Tabla 5 K. Análisis de puntos críticos, Δt horario, utilizando el FKD con función de respuesta modificada.	170
Tabla 5 L. Análisis de puntos críticos, Δt diario, utilizando el FKD con función de respuesta modificada.	171

CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

Las inundaciones representan un riesgo hidrometeorológico importante a nivel mundial, en lo que respecta a pérdidas humanas y económicas debidas a inundaciones se tiene una interminable cantidad, en la Tabla 1 A se presentan los eventos más importantes ocurridos a nivel mundial.

<i>Año</i>	<i>País</i>	<i>Muertes</i>	<i>Daños (Millones de dólares)</i>
1570	Holanda	20,00	
1624	Alemania, Dinamarca	15,000	
1887	China, Río Yangtzé	2,000,000	
1927	USA	246	0.23
1931	China	3,700,000	1,400
1935	Río Yangtzé China	142,000	
1937	China	500,000	
1943	India	10,000	
1949	Guatemala	40,000	
1954	China, Río Yangtzé	30,000	
1974	Bangladesh	28,700	579.2
1978	India	3,800	165
1980	China	6,200	160
1987	Bangladesh	2,055	330
1996	China	2,775	12,600
1998	China	3,656	30,000
1999	Venezuela	30,000	3,160
1999	México, (Tabasco y Chiapas)	636	451.3
2002	Alemania	27	11,600
2007	Bangladesh	1,100	100
2007	China	535	4,425.65
2007	México(Chiapas y tabasco)	22	3,000
2010	China	1,691	18,000
2010	Pakistan	1,985	9,500

Tabla 1 A. Eventos que han generado mayores inundaciones en el mundo (The International Disaster Database).

México no está exento de la presencia de inundaciones, a lo largo de la historia se han presentado eventos de inundación importantes en el sureste de nuestro país por mencionar algunas las ocurridas en Chiapas en 1998, en Quintana Roo, Chiapas y Veracruz en 2005 como consecuencia de los huracanes Emily, Stan y Wilma, así como en 2003, 2007 y 2010 en Tabasco (Centro Nacional de Prevención de Desastres, 2004). Los estados de Veracruz, Tabasco y Chiapas presentan los valores más altos de precipitación media anual del país, al año 2000 con un valor de 1846.5 mm poco más del doble de la media nacional cuyo valor es de 759.9 mm (Comisión Nacional del Agua, 2012), en consecuencia esta región es más propensa a la ocurrencia de inundaciones.

Como puede verse en la Tabla 1 A, una de las inundaciones más importantes fue la ocurrida en octubre del 2007 en los estados de Tabasco y Chiapas, que provocó el aumento en los niveles de las cuatro presas en cascada (Angostura, Chicoasen, Malpaso y Peñitas que componen el Sistema Hidroeléctrico Grijalva) localizadas sobre el Río Grijalva, uno de los más caudalosos en México (Comisión Nacional del Agua, 2011). La precipitación ocurrida en estos eventos trajo como consecuencia el reblandecimiento de un talud cercano a la C.H. Peñitas, produciendo un deslizamiento conocido como “el caído Juan del Grijalva” (Aparicio, 2010), así como el aumento en los niveles en la red de ríos del sistema, inundando diversas poblaciones de Tabasco y Chiapas, particularmente la ciudad de Villahermosa (Aparicio *et al.*, 2009).

De aquí se deriva la necesidad de contar con información oportuna y confiable que permita la predicción anticipada de los volúmenes que llegan a los embalses de las presas, para poder predecir su comportamiento ante eventos extraordinarios y contar así con herramientas de apoyo en la operación de los sistemas hidráulicos.

Para hacer frente a estos episodios de inundaciones mediante sistemas de alerta y criterios de operación de la infraestructura de control es importante, además de conocer las características hidrometeorológicas y geomorfológicas en la zona de estudio, contar con sistemas confiables y precisos de pronóstico de avenidas.

1.1 Antecedentes

En 2005, el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua desarrolló un modelo matemático y su implementación en software (Aguilar *et al.*, 2009) para pronosticar los volúmenes de entrada a la C.H. Peñitas. El modelo funciona con base en la precipitación registrada en tiempo real en 11 estaciones automatizadas localizadas en la cuenca.

Posteriormente el modelo fue modificado en 2007 para incluir el efecto de la ocurrencia del caído, incorporando el vaso “Juan del Grijalva” y apoyándose a su vez en el modelo numérico de la atmósfera MM5 (Aguilar *et al.*, 2009), el cual permite pronosticar la precipitación con 72 h de anticipación.

En el trabajo mencionado, el embalse de la C.H. Peñitas se dividió en los vasos superior e inferior, el primero correspondiente al río Tzimbac y el segundo al río Sayula, que de manera conjunta drenan una superficie de 1,256.5 km². El análisis del comportamiento hidrológico de la cuenca de aportación a la C.H. Peñitas se realizó mediante la aplicación del hidrograma unitario instantáneo y el hidrograma unitario geomorfológico, utilizando el proceso de ajuste del índice de infiltración media (φ), con ayuda del índice de precipitación antecedente (*IPA*) (Aparicio, 1989) y los registros de precipitación en las estaciones climatológicas automatizadas. Para obtener los hidrogramas unitarios, se hizo uso de los aforos del canal Juan del Grijalva, los despachos de la presa Malpaso, los registros históricos de precipitación en la misma red de estaciones climatológicas automatizadas y el antitránsito de avenidas en vasos modificado, aplicado de manera independientes en los vasos superior e inferior, ya que la suma de los mismos acumula los escurrimientos que llegan al vaso de la presa Peñitas.

1.2 Objetivo de la investigación

Objetivo general

Evaluar la utilidad y precisión del algoritmo del filtro de Kalman discreto para el pronóstico de avenidas a corto plazo.

Objetivos específicos

- Desarrollar un modelo de pronóstico de avenidas a corto plazo basado en el algoritmo del filtro de Kalman discreto (FKD).
- Aplicar el algoritmo del FKD tomando como caso de estudio la cuenca propia de la Presa Ángel Albino Corzo (Peñitas).

1.3 Resumen

El filtro de Kalman es un procedimiento matemático que opera por medio de un mecanismo de predicción y corrección al pronosticar el nuevo estado y su incertidumbre y corregir la proyección con la nueva medida (Welch y Bishop, 2001). En esencia este algoritmo pronostica el nuevo estado a partir de su estimación previa añadiendo un término de corrección proporcional al error de predicción, de tal forma que este último es minimizado estadísticamente (Solera, 2003). La solución es óptima ya que el filtro combina toda la información observada y el conocimiento previo acerca del comportamiento del sistema para producir una estimación del estado. El término recursivo significa que el filtro recalcula la solución cada vez que una nueva observación o medida es incorporada en el sistema (Welch y Bishop, 2001).

La aplicación del filtro en el pronóstico de avenidas a corto plazo se utilizará para reproducir los caudales de entrada al vaso de la C.H. Peñitas haciendo uso del método del antitránsito. Cada pronóstico de caudal se realiza con base en toda la información tanto de precipitación y caudal disponible hasta ese momento. Lo que hace al filtro tan atractivo se debe a que es capaz de corregir el pronóstico realizado cada vez que nueva información es incorporada al sistema. También se evaluará su precisión considerando los registros de caudal tomados de la estación hidrométrica Sayula para la cuenca inferior, con el fin de evaluar también el resultado en una cuenca aforada.

Para aplicar el filtro de Kalman discreto (FKD) al caso de estudio, básicamente se llevó a cabo el siguiente procedimiento:

Primero, fue necesario contar con la serie de caudales medidos en la zona de estudio, estos caudales se tomaron del cálculo realizado con el antitránsito (cuenca propia de la C.H. Peñitas) o de la estación hidrométrica Sayula (cuenca inferior) según haya sido el caso.

Una vez obtenida la serie de caudales a pronosticar, utilizando los registros de las estaciones climatológicas e hidrométricas se obtuvo la lluvia efectiva en la zona de estudio por medio de la curva índice de precipitación antecedente (*IPA*) vs índice de infiltración media (φ).

Obtenidos estos valores, se aplicó el algoritmo del filtro de Kalman discreto para el pronóstico de la función de respuesta en la cuenca, misma que al convolucionar con la precipitación efectiva y/o los caudales en un lapso anterior al tiempo analizado permitió pronosticar los volúmenes de entrada a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, los cuales pueden ser transformados a niveles en el vaso, por medio de la curva elevaciones-capacidades, obteniéndose así un pronóstico de avenidas a corto plazo.

CAPÍTULO II. RELACIÓN LLUVIA – ESCURRIMIENTO

2.1 Descripción general

El movimiento del agua en la tierra se describe mediante el ciclo hidrológico, concepto fundamental de la hidrología. Si consideramos el ciclo hidrológico a nivel de cuenca, éste se puede esquematizar como un estímulo, constituido por la precipitación, al que la cuenca responde mediante el escurrimiento en su salida. Entre el estímulo y la respuesta ocurren varios fenómenos que condicionan la relación entre uno y otro, y que son controlados por las características geomorfológicas de la cuenca y su urbanización (Aparicio, 1989). Estas características se clasifican en dos tipos:

- Las que condicionan el *volumen de escurrimiento*: área de la cuenca, tipo de suelo, cobertura vegetal, entre otras.
- Las que condicionan la *velocidad de respuesta*: orden de corrientes, pendiente de la cuenca y de los cauces, principalmente.

De acuerdo a la porción de la superficie terrestre en la que se origina el escurrimiento, este se puede dividir en:

- Escurrimiento superficial.
- Escurrimiento subsuperficial.
- Escurrimiento subterráneo.

A manera de resumen se puede decir que el escurrimiento sigue el ciclo mostrado en la Figura 2.1; una vez que la precipitación alcanza la superficie del suelo, se infiltra hasta que las capas superiores del mismo se saturan. Posteriormente comienzan a llenarse las depresiones del terreno y al mismo tiempo el agua comienza a escurrir sobre la superficie. Este escurrimiento, llamado *flujo en la superficie del terreno*, se produce mientras el agua no llegue a cauces bien

definidos. Una vez que llega a una corriente definida, se convierte en *escurrimiento en corrientes*; juntos conforman el *escurrimiento superficial*. A la parte de la precipitación que se infiltra y escurre cerca de la superficie del suelo, se le llama *escurrimiento subsuperficial*. Mientras que a la parte que se infiltra hasta niveles inferiores al manto freático, se le conoce como *escurrimiento subterráneo*.

De los tres tipos de escurrimiento, el superficial es el que llega más rápido a la salida de la cuenca. Por ello está relacionado con una tormenta en particular, por lo que se dice que proviene de la *precipitación en exceso o lluvia efectiva* y que constituye el escurrimiento directo. El escurrimiento subterráneo es el que de manera más lenta llega hasta la salida de la cuenca, y difícilmente se le puede relacionar con una tormenta en particular (Aparicio, 1989).

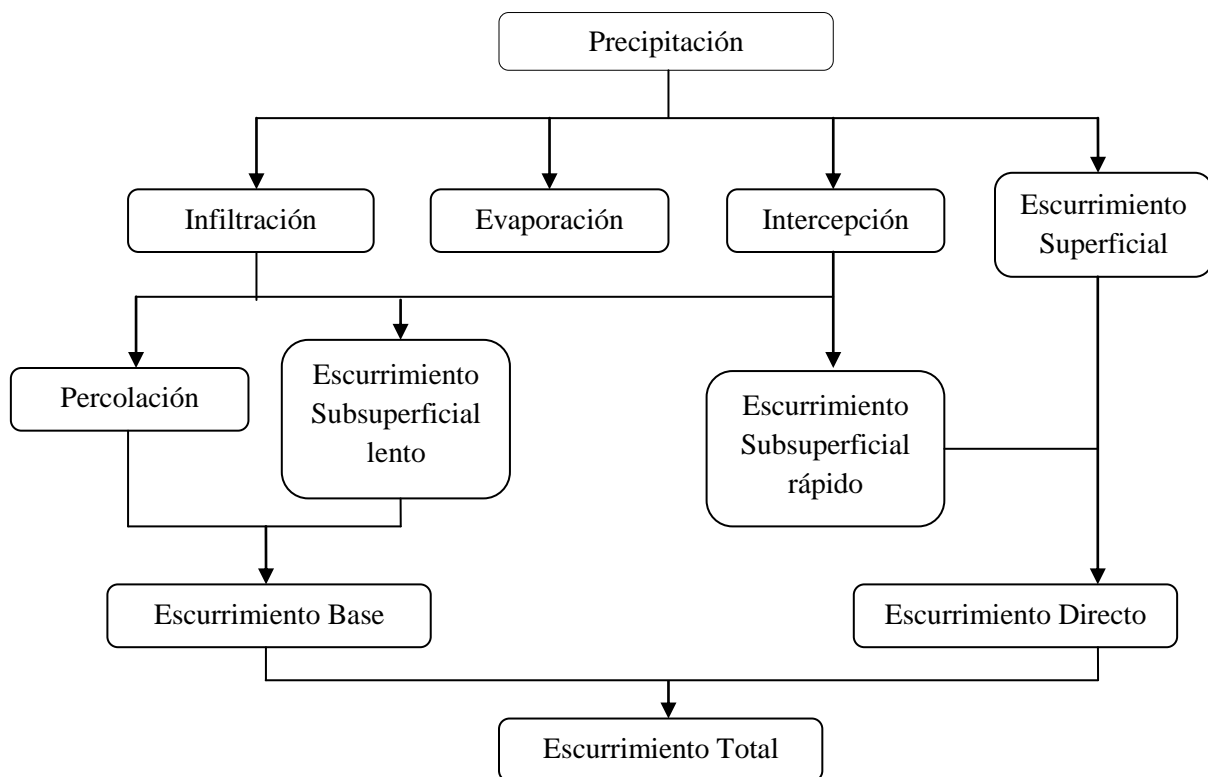


Figura 2.1 Relación entre la precipitación y el escurrimiento total (Aparicio, 1989).

Es conveniente contar con métodos que permitan determinar el escurrimiento en una cuenca mediante las características de la misma y la precipitación (Aparicio, 1989). Por ello, se ha

desarrollado una gran cantidad de modelos para analizar la relación lluvia-escurrimiento. La importancia de su utilización radica, entre otros aspectos, en la simulación y predicción de los fenómenos físicos a corto, mediano y largo plazo, así como también en la obtención de relaciones causa-efecto, sin la necesidad de realizar cambios en los sistemas reales.

El hidrograma unitario instantáneo es uno de estos modelos, el cual entra en la clasificación de modelos empíricos o de caja negra. Este modelo será descrito a continuación debido a la importancia que representa en el presente estudio.

2.2 Hidrograma unitario

El hidrograma unitario es la función respuesta de pulso unitario para un sistema hidrológico lineal. Fue propuesto por primera vez por Sherman en 1932. El hidrograma unitario de una cuenca se define como el hidrograma de escurrimiento directo (DRH, por sus siglas en inglés) resultado de una lámina unitaria de lluvia en exceso (1mm en el SI) generada uniformemente sobre el área de drenaje a una tasa constante a lo largo de una duración efectiva (Figura 2.2) (Chow *et al.*, 1994).

Originalmente Sherman utilizó la palabra “unitario” para denotar una lámina unitaria de escurrimiento durante un incremento unitario de tiempo, pero desde entonces se ha interpretado como una profundidad unitaria de lluvia (Ponce M., 1989).

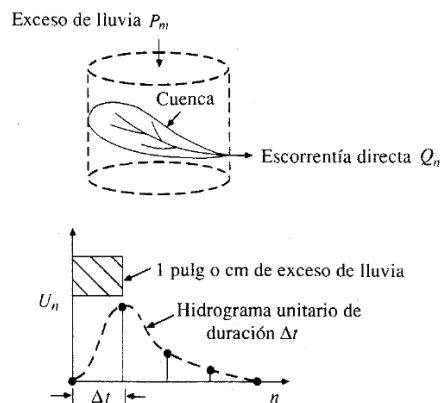


Figura 2.2 Representación gráfica del hidrograma unitario.

Este método toma en cuenta el efecto de forma de la cuenca, la altura total de precipitación y el área de la cuenca, su pendiente, vegetación, etc., aunque no de forma explícita (Aparicio, 1989).

Según Chow *et al.*, 1994 y Aparicio, 1989, el hidrograma unitario está basado en las siguientes suposiciones:

1. Tiempo base constante. Para una cuenca dada, la duración total de escurrimiento directo o tiempo base es la misma para todas las tormentas con la misma duración efectiva independientemente del volumen total escurrido.
2. Linealidad o proporcionalidad. Las ordenadas de todos los hidrogramas de escurrimiento directo con el mismo tiempo base son directamente proporcionales al volumen total de escurrimiento directo, es decir, al volumen total de lluvia efectiva. Como consecuencia, las ordenadas son proporcionales entre sí.
3. Superposición de causas y efectos. El hidrograma que resulta de un periodo de lluvia dado puede superponerse a hidrogramas resultantes de periodos lluviosos precedentes.
4. La precipitación en exceso tiene una intensidad constante dentro de la duración efectiva.
5. El exceso de precipitación está distribuido uniformemente a través de toda el área de drenaje.

2.2.1 Hidrograma unitario tradicional

El hidrograma unitario se determina a partir de registros simultáneos de lluvia y escurrimientos, de la siguiente forma (Rodríguez y Pérez, 2009):

1. Se calcula el hietograma de precipitación media en la cuenca.
2. Se obtiene el hidrograma de escurrimiento directo separándolo del escurrimiento base.

3. Se calcula el volumen de escurrimiento directo de la siguiente manera:

$$V_e = \int_{t_0}^{t_1} Q dt \approx \Delta t \sum_{i=1}^n Q_i \dots (2.1)$$

Donde:

V_e = Volumen de escurrimiento directo.

t_0 = Tiempo inicial del hidrograma.

t_1 = Tiempo final del hidrograma.

Δt = Incremento de tiempo.

Q = Gasto.

Q_i = Gasto de escurrimiento directo en el periodo i de tiempo.

4. Se obtiene la altura de la lámina de escurrimiento directo (h_{pe}) como:

$$h_{pe} = \frac{V_e}{A_c} \dots (2.2)$$

Donde A_c = Área de la cuenca.

5. Se calculan las ordenadas del hidrograma unitario, dividiendo cada una de las ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo entre la lámina de escurrimiento directo (h_{pe}).

Se considera que una vez conocido el hidrograma unitario para una duración dada, el hidrograma que producirá una lluvia de cualquier magnitud, pero de la misma duración, puede calcularse multiplicando las ordenadas del hidrograma unitario por la magnitud de la lluvia efectiva. Se considera además que una secuencia de lluvias de la misma duración produce un hidrograma igual a la suma de la secuencia de hidrogramas que producirá individualmente cada una de las lluvias. Sin embargo no puede ser utilizado, sin modificaciones, para duraciones de tormenta que no sean múltiplos de la duración efectiva analizada (Rodríguez y Pérez, 2009).

2.2.2 Hidrograma unitario instantáneo

Según Aparicio, 1989, el método del hidrograma unitario instantáneo toma en cuenta la distribución temporal de la lluvia.

Para ejemplificar su desarrollo, supóngase que se tiene un hidrograma unitario para una duración en exceso d_e , como el que se muestra en la Figura 2.3(a). Si se presenta una tormenta cuyo hietograma de precipitación es como el de la Figura 2.3(b) con varios periodos lluviosos y cada uno de ellos con la misma duración en exceso d_e , de acuerdo con el principio de superposición de causas y efectos, los hidrogramas producidos por cada barra del hietograma, por convolución conformarán el hidrograma de la tormenta completa, mostrado en la Figura 2.3(c).

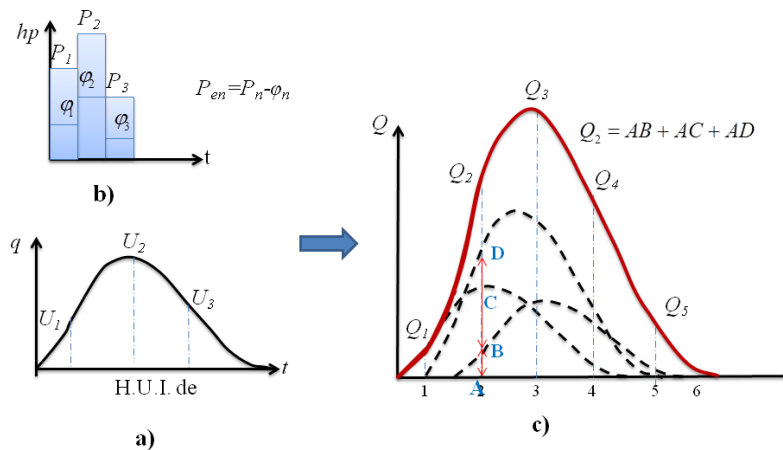


Figura 2.3 Ejemplo. Hidrograma unitario instantáneo.

Así, las ordenadas Q_i del hidrograma total, estarán dadas por (2.3):

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= P_1 U_1 \\ Q_2 &= P_1 U_2 + P_2 U_1 \\ Q_3 &= P_1 U_3 + P_2 U_2 + P_3 U_1 \\ Q_4 &= P_2 U_3 + P_3 U_2 \\ Q_5 &= P_3 U_3 \end{aligned} \right\} \dots(2.3)$$

Expresada en forma general como:

$$Q_k = \sum_{j=1}^k P_j U_{k-j+1} \dots (2.4)$$

donde:

U_i es la i -ésima ordenada del hidrograma unitario y P_j es la j -ésima lluvia del hietograma.

- Para obtener el hidrograma unitario

Para el proceso inverso, en el cual se desee obtener el hidrograma unitario con base en los registros de precipitación y el hidrograma (Aparicio, 1989), el sistema anterior puede escribirse como:

$$P\{U\} = \{Q\} \dots (2.5)$$

Donde:

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ P_2 & P_1 & 0 \\ P_3 & P_2 & P_1 \\ 0 & P_3 & P_2 \\ 0 & 0 & P_3 \end{bmatrix}; \{U\} = \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix}; \{Q\} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{Bmatrix}$$

Debido a que el sistema es indeterminado, se puede aceptar un cierto error en la determinación de cada una de las componentes del vector $\{U\}$; el mínimo error se obtiene premultiplicando la ecuación (2.5) por la matriz transpuesta de P (Chow *et al.*, 1994), de donde resulta:

$$P^T P\{U\} = P^T\{Q\} \dots (2.6)$$

El nuevo sistema ya es determinado, con una solución única. Esta solución proporciona el valor del vector $\{U\}$ buscado.

En el caso del hidrograma unitario instantáneo se tiene una mayor flexibilidad en el manejo de la duración en exceso, pudiéndose reducir tanto como se desee.

En todos los casos el número de ordenadas del hidrograma final N_Q está ligado con el número de barras del hietograma N_p , y al número de ordenadas del hidrograma unitario N_u , por medio de la ecuación (Chow *et al.*, 1994):

$$N_Q = N_p + N_u - 1 \dots (2.7)$$

Con dicha ecuación se puede obtener el número de ordenadas del hidrograma unitario y por lo tanto el orden de la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones (2.6).

2.3 Evolución de la humedad en el suelo y su efecto en la lluvia efectiva y en el escurrimiento superficial

Una vez que la precipitación alcanza la superficie del suelo, se infiltra hasta que las capas del mismo se saturan. Posteriormente, comienzan a llenarse las depresiones del terreno y al mismo tiempo el agua comienza a fluir sobre la superficie. Este escurrimiento es llamado flujo en la superficie del terreno, el cual junto con el escurrimiento en corrientes, forman el escurrimiento superficial, mismo que está directamente relacionado con una tormenta en particular, por lo que se dice que proviene de una *precipitación o lluvia en exceso o efectiva*, que a su vez produce el escurrimiento directo (Aparicio, 1989).

Si P es la precipitación total que ocurre en la cuenca durante una tormenta, la ecuación de balance hídrico será (Campos, 1987):

$$P = L + E + S_d + F + P_{ex} \dots (2.8)$$

Donde:

L = altura de lluvia detenida por intercepción, es decir, retenida por la vegetación, misma que retornará a la atmósfera por evaporación.

E = altura de agua perdida por evaporación del suelo y superficies de agua. Este término, por lo general, es depreciado debido a su valor reducido en comparación con S_d y F en tormentas específicas.

S_d = lámina de agua correspondiente al almacenaje en depresiones superficiales.

F = altura de agua absorbida por el suelo (infiltración).

P_{ex} = altura de lluvia en exceso, es la porción de la precipitación total que llega a la salida de la cuenca como escurrimiento superficial directo.

A la suma de los términos L , S_d y F , se le denomina pérdida de la tormenta y en general su sumando más importante lo constituye la infiltración, por lo que su determinación es de suma importancia para el cálculo de la lluvia efectiva (Campos, 1987).

Infiltración

El proceso de infiltración puede describirse considerando un área de suelo suficientemente pequeña, de modo que las características (tipo de suelo, cobertura vegetal, etc.) así como la intensidad de la lluvia en el espacio puedan considerarse uniformes, aunque esta última cambie con el tiempo (Aparicio, 1989).

La descripción que sigue supone una columna homogénea donde el nivel freático esté muy profundo; esta suposición es aceptable en la mayoría de los casos prácticos.

Supóngase que al inicio de una tormenta, el suelo está de tal manera seco que la cantidad de agua que puede absorber en la unidad de tiempo (capacidad de infiltración) es mayor que la intensidad de la lluvia en esos primeros instantes de la tormenta. Bajo estas condiciones, toda la lluvia se infiltra.

$$\text{si } i < f_p \quad f = i \dots (2.9)$$

donde:

f = Infiltración expresada en lámina por unidad de tiempo.

f_p = Capacidad de infiltración, en las mismas unidades.

i = Intensidad de la lluvia.

En esta parte del proceso las fuerzas producidas por la capilaridad predominan sobre las gravitatorias.

Al avanzar la lluvia, si ésta es suficientemente intensa, el contenido de humedad del suelo aumenta hasta que la superficie alcanza la saturación. En este momento se empiezan a llenar las depresiones del terreno, se originan charcos, y se comienza a producir flujo sobre la superficie o sobre las laderas; a este instante se le denomina tiempo de encharcamiento (t_p).

Después de éste, si la lluvia sigue siendo intensa las fuerzas capilares pierden importancia frente a las gravitatorias, pues el contenido de humedad aumenta y la capacidad de infiltración disminuye con el tiempo. Bajo estas condiciones la infiltración se hace independiente de la variación en el tiempo de la intensidad de la lluvia, en tanto que ésta sea mayor que la capacidad de transmisión del suelo, de manera que:

$$\text{si } i > f_p, t > t_p, f = f_p \dots (2.10)$$

Donde f_p decrece con el tiempo. Bajo las condiciones anteriores, la capa saturada (que en el tiempo de encharcamiento era muy delgada y estaba situada en la superficie del suelo) se ensancha a medida que su límite inferior, denominado frente húmedo, baja.

Al avanzar t , una mayor parte del suelo está saturada; las fuerzas capilares pierden importancia hasta que teóricamente en $t = \infty$, al estar todo el medio saturado, el movimiento del agua se produce sólo por la acción de la gravedad y la capacidad de infiltración se hace constante. Si $t > t_p$ $i < f_p$, el tirante del agua existente sobre la superficie del suelo, de haberlo, disminuye hasta desaparecer y el agua contenida en los charcos también se infiltra, y en menor grado, se evapora.

Cuando ya no hay agua sobre el terreno, el contenido de humedad de las capas de suelo cercanas al frente húmedo se difunde, haciendo que dicho frente avance hacia arriba hasta que la superficie deja de estar saturada. Posteriormente, la lluvia puede volver a intensificarse y alcanzar otro tiempo de encharcamiento, repitiéndose todo el ciclo descrito (Aparicio, 1989).

Métodos Empíricos- *Criterio de la capacidad de infiltración media (φ).*

Este criterio (Aparicio, 1989) supone que la capacidad de infiltración es constante durante la tormenta, a esta capacidad de infiltración se le llama índice de infiltración media φ . Cuando se tiene un registro simultáneo de precipitación y escurrimiento de una tormenta, el índice de infiltración media se calcula de la siguiente manera:

- a) Del hidrograma de la avenida se separa el gasto base y se calcula el volumen de escurrimiento directo.
- b) Se calcula la altura de lluvia en exceso o efectiva h_{pe} como el volumen de escurrimiento directo dividido entre el área de la cuenca:

$$h_{pe} = \frac{V_{ed}}{A_c} \dots (2.11)$$

- c) Se calcula el índice de infiltración media (φ) trazando una línea horizontal en el hidrograma de la tormenta, de tal manera que la suma de las alturas de precipitación que queden arriba de la línea sea igual a h_{pe} . El índice de infiltración media será entonces igual a la altura de precipitación correspondiente a la línea horizontal dividida entre el intervalo de tiempo Δt que dure cada barra del hidrograma.

- *Criterio del coeficiente de escurrimiento.*

Con este criterio se supone que las pérdidas son proporcionales a la intensidad de lluvia, es decir:

$$f = (1 - C_e), \text{ es decir, } r = C_e i \dots (2.12)$$

Donde la constante de proporcionalidad C_e , sin unidades, se denomina *coeficiente de escurrimiento*. Otra manera de escribir la ecuación anterior es:

$$V_{ed} = C_e V_{ll} \dots (2.13)$$

O bien:

$$C_e = \frac{V_{ed}}{V_{ll}}$$

- Índice de Precipitación Antecedente (*IPA*)

El *IPA* se concibió originalmente para representar condiciones actuales de humedad en el suelo para predecir volúmenes de lluvia (Aguilar *et al.*, 2009). La forma universal de la ecuación *IPA* es (Aparicio, 1989):

$$IPA_{j+1} = K \cdot IPA_j + P_j \dots (2.14)$$

Donde:

P = Precipitación total.

K = Coeficiente de recesión que toma en cuenta la disminución de la humedad con el tiempo, cuyo valor puede tomarse como 0.85 para cálculos diarios.

j = Día en cuestión.

La teoría del *IPA* es que una precipitación anterior debe tener menos influencia en el escurrimiento actual que la precipitación más reciente. El coeficiente de recesión representa en cierta forma la "memoria" de una cuenca en particular, dado que produce un efecto de decaimiento en el efecto de lluvia acumulada en cada paso de tiempo (Aguilar *et al.*, 2009). Al usar pasos de tiempo de 1 hora, la Ecuación (2.14) se transforma en:

$$IPA_{j+1} = K^{1/24} \cdot IPA_j + P_j \dots (2.15)$$

Usando la metodología del *IPA*, el índice de infiltración media (φ , *mm/h*) se relaciona con las condiciones de humedad del suelo y es útil para predecir el escurrimiento en periodos de tiempo cortos (Aparicio, 1989).

Si se tienen registros de P y φ para varias tormentas en la cuenca en estudio, y además se cuenta con las precipitaciones de algunos días anteriores a cada tormenta, es posible construir una gráfica de φ contra IPA , como la mostrada en la siguiente figura:

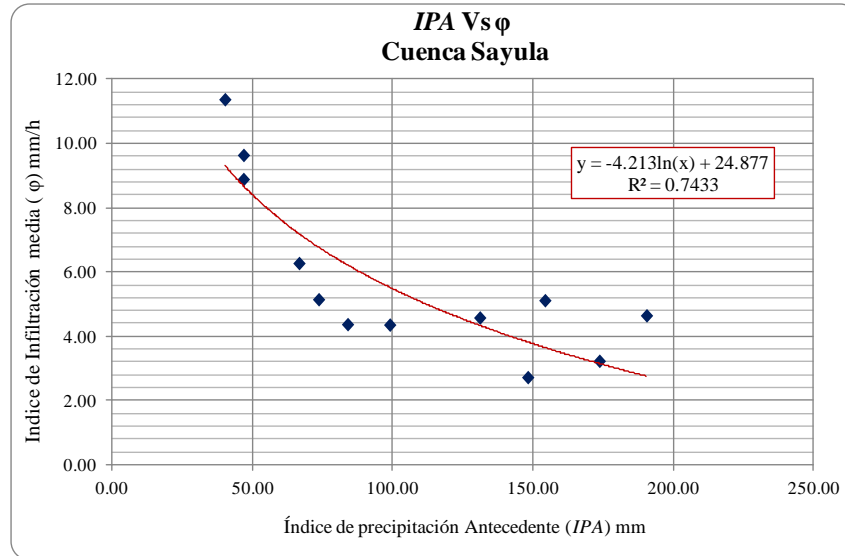


Figura 2.4 Ejemplo de curva de Índice de precipitación antecedente (IPA) vs φ .

La función $IPA(\varphi)$ se determina mediante un análisis de regresión. Para formar una gráfica de esta naturaleza conviene seleccionar una o varias temporadas de lluvia del registro y suponer un valor inicial de IPA , por ejemplo de 10mm. Es también conveniente escoger solamente las avenidas con un solo pico para evitar errores en la separación del gasto base y por lo tanto en el cálculo de φ .

Con la gráfica de IPA contra φ es factible estimar el valor posible del índice de infiltración medio φ a corto plazo, conociendo únicamente la precipitación en los días anteriores (Aparicio, 1989).

CAPÍTULO III. FILTROS DE KALMAN

3.1 Descripción general

Dentro de las herramientas matemáticas que pueden ser utilizadas para la estimación estocástica a partir de mediciones en sensores ruidosos, se encuentra una de las más conocidas y de uso frecuente, el filtro de Kalman.

El filtro de Kalman tiene su origen en el documento publicado por Rudolph E. Kalman en 1960 donde describe una solución recursiva para el problema del filtrado lineal de datos discretos. Desde ese momento, debido en gran parte al avance en el cálculo digital, el filtro de Kalman ha sido objeto de una extensiva investigación y aplicación, particularmente en el área de la navegación autónoma y asistida, en rastreo de misiles y en economía (Welch y Bishop, 2001).

La importancia del filtro de Kalman radica en que se constituye como el principal procedimiento para estimar sistemas dinámicos (entendidos como aquellos en los cuales las magnitudes que lo constituyen evolucionan en el tiempo) representados en la forma de estado-espacio con parámetros que cambian en el tiempo, en donde la esencia del algoritmo es la estimación por medio de mínimos cuadrados recursivos. El estado contiene toda la información relativa al sistema en un cierto punto en el tiempo, esta información debe permitir la inferencia del comportamiento pasado del sistema, con el objetivo de predecir su comportamiento futuro (Solera, 2003).

Este filtro es un procedimiento matemático que opera por medio de un mecanismo de predicción y corrección. En esencia éste pronostica el nuevo estado a partir de su estimación previa añadiendo un término de corrección proporcional al error de predicción, de tal forma que este último es minimizado estadísticamente (Welch y Bishop, 2001).

Lo que hace al filtro tan interesante es precisamente su habilidad para predecir el estado de un sistema, aun cuando la naturaleza precisa del sistema modelado es desconocida. En la práctica, las variables estado individuales de un sistema dinámico no pueden ser determinadas exactamente por una medición directa, debido a su variabilidad tanto espacial como temporal (Solera, 2003), tal es el caso de las estimaciones de precipitación, escurrimiento y otros procesos hidrológicos.

Entre algunos ejemplos de aplicación del filtro de Kalman y sus variantes a la estimación de este tipo de procesos, podemos mencionar la identificación de las ordenadas del hidrograma unitario instantáneo como respuesta al proceso lluvia-escurrimiento (Hino, 1973), el seguimiento de objetos en secuencias de imágenes (Rodríguez, 2003), la estimación de la posición de un vehículo en movimiento (Simon, 2001), la calibración en el diseño de redes de monitoreo de calidad del agua (Briseño, 2012), al análisis y predicción de entornos productivos empresariales (Fernández, 2002), entre muchas otras.

3.2 Filtro de Kalman discreto

En seguida se presenta la formulación original establecida por Kalman en 1960, en donde las mediciones ocurren y el estado es estimado en puntos discretos en el tiempo.

Considérese un sistema que puede ser descrito a través de un modelo estocástico lineal, entendido de esta manera debido a que se representa como una combinación lineal de variables aleatorias, en donde el error asociado tanto al sistema como a sus mediciones tiene una distribución normal con media cero y varianza determinada (Solera, 2003).

Se debe tener en cuenta que existen muchas fuentes de error o ruido en las mediciones de un sistema cualquiera, por ejemplo si las mediciones son realizadas con algún tipo de sensor, estos tienen limitaciones relacionadas con el medio físico asociado, por lo que al sobrepasar estas limitaciones las señales se degradan, afectando la calidad y cantidad de la información. De aquí que se adicione un error asociado a las mediciones del sistema. De la misma manera, existe el problema adicional de que el estado real del sistema modelado no es completamente

conocido, por lo que es posible realizar predicciones suponiendo que las transformaciones del proceso son totalmente conocidas, sin embargo no siempre lo son, estas suposiciones derivan en el llamado error asociado al sistema o proceso (Welch y Bishop, 2001).

El filtro de Kalman es entonces, un conjunto de ecuaciones matemáticas que proveen una solución recursiva óptima, por el método de mínimos cuadrados. El término recursivo significa que el filtro recalcula la solución cada vez que una nueva observación o medida es incorporada en el sistema (Solera, 2003).

Con este algoritmo se desea calcular un estimador lineal, insesgado y óptimo del estado del sistema en el tiempo k con base en la información disponible en $k - 1$, y actualizar, con la información adicional disponible en el tiempo k dichas estimaciones.

3.2.1 Proceso de estimación

Como mencionan Welch y Bishop (2001), el filtro de Kalman estima el estado $x \in \mathfrak{R}^n$ de un proceso controlado en tiempo discreto, el cual está descrito por la ecuación diferencial lineal estocástica:

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_k + w_{k-1} \dots (3.1)$$

Con una medición $z \in \mathfrak{R}^m$, que está representada por:

$$z_k = Hx_k + v_k \dots (3.2)$$

La matriz $A_{n \times n}$ en la ecuación (3.1) relaciona el estado en el periodo de tiempo previo $k - 1$ al estado que ocurre en el momento k . Esta matriz puede cambiar en el tiempo; sin embargo, habitualmente se considera constante (Welch y Bishop 2001).

La matriz $B_{n \times l}$ relaciona el control opcional de entrada $u \in \mathfrak{R}^l$ con el estado x . La matriz $H_{m \times n}$ en la ecuación (3.2) relaciona el estado con la medición z_k , y en la práctica también es generalmente considerada constante (*Ibid.*).

Por otra parte, las variables aleatorias w_k y v_k en las ecuaciones 3.1 y 3.2 representan el *error del proceso* y el *error de la medición*, respectivamente. Estas variables aleatorias se suponen independientes una de otra, que son ruido blanco (completamente independientes, sin correlación una de la otra en cualquier tiempo) y tienen una función de distribución de probabilidad normal.

$$p(w) \sim N(0, S) \dots (3.3)$$

$$p(v) \sim N(0, R) \dots (3.4)$$

S representa la *matriz de covarianza de la perturbación del proceso*, y R , la *matriz de covarianza de la perturbación de la medición*. Ambas matrices podrían cambiar en el tiempo; sin embargo, por simplicidad en la práctica se suele suponer que son constantes. Estas matrices pueden representarse a su vez de la siguiente manera (Simon, 2001):

$$S = E[w_k w_k^T] \dots (3.5)$$

$$R = E[v_k v_k^T] \dots (3.6)$$

Donde $E[\bullet]$ representa la esperanza matemática. Estas matrices representan la variación de los errores o perturbaciones en las estimaciones del proceso o sistema analizado y de las mediciones del mismo con respecto a la media del proceso.

3.2.2 Orígenes computacionales del filtro

Sea $\hat{x}_k^- \in \mathfrak{R}^n$ el estado estimado a priori en el paso k , dado el conocimiento del estado en $k - 1$; y $\hat{x}_k \in \mathfrak{R}^n$ el estado estimado a posteriori en el paso k dada una medición z_k .

Los *errores a priori* y *a posteriori* pueden definirse respectivamente como se muestra en las siguientes ecuaciones (Welch y Bishop, 2001):

$$e_k^- \equiv x_k - \hat{x}_k^- \dots (3.7)$$

$$e_k \equiv x_k - \hat{x}_k \dots (3.8)$$

De manera que las *covarianzas de los errores estimados a priori y a posteriori* serán respectivamente:

$$P_k^- = E[e_k^- e_k^{-T}] \dots (3.9)$$

$$P_k = E[e_k e_k^T] \dots (3.10)$$

Para derivar el filtro de Kalman, se plantea una ecuación que calcule el estado estimado a posteriori \hat{x}_k como una combinación lineal de un estado estimado a priori \hat{x}_k^- y una diferencia entre la medición real z_k y la predicción de la medición $H\hat{x}_k^-$, como se muestra enseguida:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K(z_k - H\hat{x}_k^-) \dots (3.11)$$

Donde la diferencia $(z_k - H\hat{x}_k^-)$ es llamada *medida de innovación o residual*, que refleja la discrepancia entre la medición real y la que fue predicha, de manera que una medición residual igual a cero significa que ambas están en completa concordancia.

La matriz $K_{n \times m}$ representa el *factor de pérdida o ganancia de Kalman* que minimiza la covarianza del error a posteriori (ec. 3.8).

El factor que minimiza este término está dado por (Welch y Bishop, 2001):

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1} \dots (3.12)$$

El cálculo del factor de corrección o ganancia del Kalman es un paso importante del método. Si dicho factor es demasiado pequeño, el procedimiento de asimilación no tendrá efecto, y si es demasiado grande, el modelo olvidará su evolución temporal original.

Otra manera de ver la importancia de este factor es que conforme la covarianza del error en la medición R se acerca a cero, la medición real z_k es más y más confiable, mientras que la medición predicha $H\hat{x}_k^-$ es menos y menos confiable. Por otra parte, conforme la matriz de covarianza estimada a priori P_k^- se acerca a cero, la medición real z_k es menos y menos

confiable mientras que la medición predicha $H\hat{x}_k^-$ es más y más confiable ((Welch y Bishop, 2001).

3.2.3 Algoritmo del filtro de Kalman discreto

El filtro de Kalman estima el proceso utilizando una especie de control de retroalimentación: el filtro estima el proceso en algún momento en el tiempo y entonces obtiene la retroalimentación por medio de la medición de los datos observados.

Desde este punto de vista las ecuaciones que se utilizan para derivar el filtro de Kalman se pueden dividir en dos grupos (Welch y Bishop, 2001):

- *Ecuaciones de actualización en el tiempo o ecuaciones de predicción.*
- *Ecuaciones de actualización con los datos observados.*

Las del primer grupo son responsables de proyectar hacia adelante en el tiempo el estado actual, tomando como referencia el estado en el momento previo $k - 1$, así como de actualizar las estimaciones del error de covarianza, para obtener así las estimaciones a priori para el próximo paso en el tiempo.

El segundo grupo de ecuaciones son responsables de la retroalimentación, es decir, incorporan nueva información dentro de la estimación anterior con lo cual se llega a una estimación mejorada del estado *a posteriori*.

Las ecuaciones que actualizan en el tiempo pueden también ser consideradas como ecuaciones de pronóstico, mientras que las ecuaciones que incorporan nueva información pueden considerarse como ecuaciones de corrección.

Es así que el filtro de Kalman funciona por un algoritmo de *proyección – corrección* al pronosticar el nuevo estado y su incertidumbre y corregir la proyección con la nueva medición (Figura 3.1).

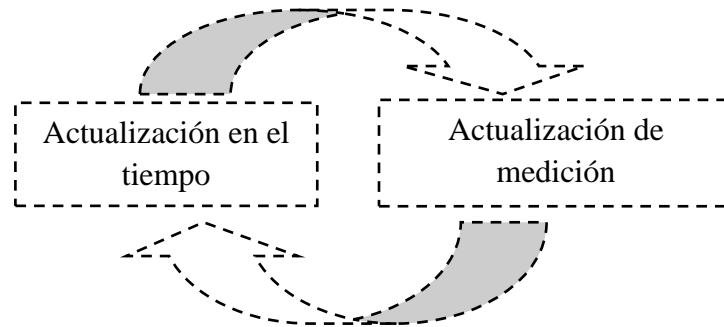


Figura 3.1 Ciclo del filtro de Kalman discreto.

Las actualizaciones en el tiempo proyectan el estado estimado un paso hacia adelante, mientras que las actualizaciones de las mediciones corrigen la proyección estimada con la medición real tomada en el tiempo.

El primer paso en la aplicación del filtro consiste en generar un pronóstico del estado hacia adelante en el tiempo tomando en cuenta toda la información disponible hasta ese momento, y en un segundo paso generar un pronóstico mejorado del estado, de tal manera que el error se minimiza estadísticamente (Welch y Bishop, 2001).

Las ecuaciones utilizadas por el filtro de Kalman, tanto para la etapa de pronóstico como de corrección, se presentan a continuación en las tablas 3A y 3B respectivamente:

Tabla 3A. Ecuaciones de pronóstico del filtro de Kalman discreto

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + Bu_k \quad (3.13)$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + S \quad (3.14)$$

Las ecuaciones de la tabla 3A pronostican las estimaciones del estado y la covarianza hacia adelante desde $k - 1$ a k .

Las matrices A y B provienen de la ecuación (3.1), y fueron definidas con anterioridad. La matriz S se introdujo en la ecuación (3.5).

Tabla 3B. Ecuaciones de corrección del filtro de Kalman discreto

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1} \quad (3.15)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H \hat{x}_k^-) \quad (3.16)$$

$$P_k = (1 - K_k H) P_k^- \quad (3.17)$$

Como mencionan Welch y Bishop (2001), el proceso a seguir durante la aplicación del filtro de Kalman podría resumirse en los siguientes pasos mostrados en la Figura 3.2:

1. Generar un pronóstico del estado hacia adelante en el tiempo, tomando en cuenta toda la información disponible hasta ese momento, partiendo de la propuesta inicial del estado y de la matriz de covarianza del error P_k^- .
2. Corregir la proyección del estado (proceso de actualización de las mediciones). La primera tarea dentro de esta etapa es el cálculo de la *ganancia de Kalman*, K_k . Este factor de ponderación o ganancia se selecciona de tal forma que minimice la covarianza del error de la nueva estimación del estado.
3. Medir el proceso para obtener z_k y entonces generar una nueva estimación del estado incorporando la nueva medición.
4. Obtener una nueva estimación de la covarianza del error, para después estimar nuevamente el estado.

Después de cada par de actualizaciones, tanto del estado como de la medición, el proceso se repite partiendo de las nuevas estimaciones del estado y de la covarianza del error. Esta naturaleza recursiva es una de las características más importantes del filtro de Kalman.

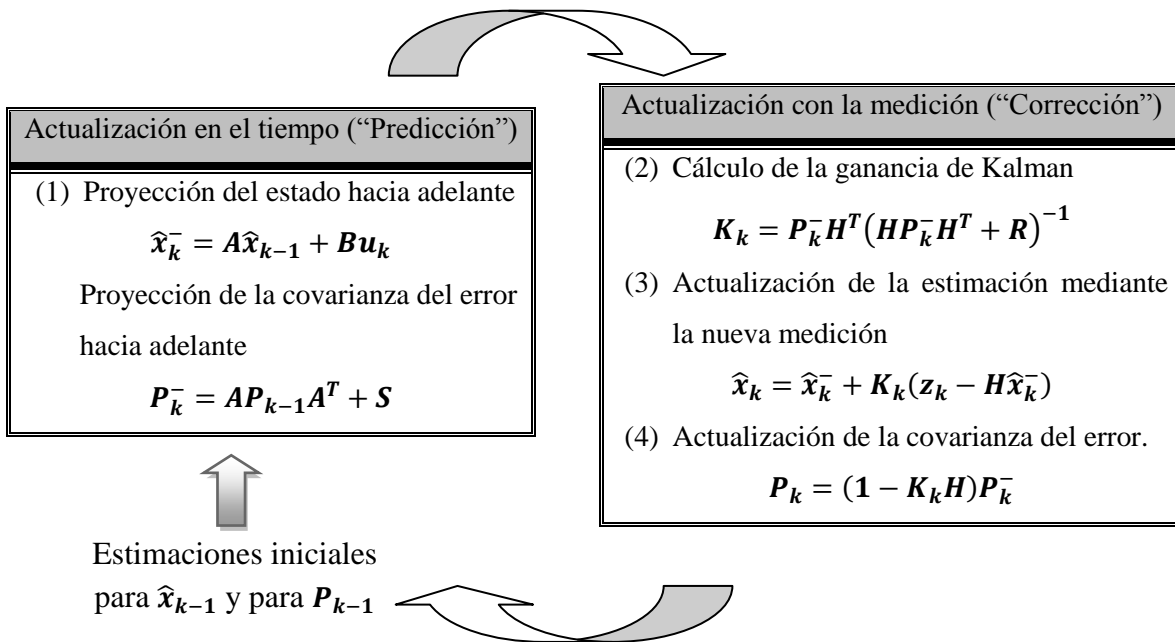


Figura 3.2 Diagrama completo de la operación del filtro de Kalman (Welch y Bishop, 2001, p.24).

3.2.4 Ejemplo de aplicación del filtro de Kalman discreto. Modelado de un vehículo en movimiento

En este apartado se presenta un ejemplo aplicado del filtro de Kalman para su mejor entendimiento (tomado de Simon, 2001).

Supongamos que queremos modelar el movimiento de un vehículo desplazándose en línea recta. Entonces, el estado estará compuesto por la posición del vehículo (y) y la velocidad del mismo (V).

Por otra parte, u_k (variable de control del sistema) será la aceleración del vehículo, ya que podemos controlarla o modificarla, y z_k será la medida de la posición del vehículo. De manera que podemos modificar la aceleración del vehículo y medir su posición cada T segundos.

Con base en las leyes de la física la velocidad V del vehículo estará descrita por la siguiente ecuación:

$$V_{k+1} = V_k + T a_k + \tilde{V}_k \dots (3.18)$$

donde:

V_{k+1} = Velocidad del vehículo en un paso de tiempo adelante.

V_k = Velocidad del vehículo en el presente.

T = Tiempo.

a_k = Aceleración del vehículo.

\tilde{V}_k = Ruido en la medición de la velocidad (debido por ejemplo a las ráfagas del viento, baches etc.), definido por una variable aleatoria que cambia con el tiempo.

Mientras que la posición del vehículo P estará descrita por:

$$y_{k+1} = y_k + T V_k + \frac{1}{2} T^2 a_k + \tilde{y}_k \dots (3.19)$$

donde:

y_{k+1} = Posición del vehículo en un paso adelante.

y_k = Posición del vehículo en el presente.

\tilde{y}_k = Ruido en la medida de la posición del vehículo.

De esta manera, el vector de estado x estará conformado por la posición y la velocidad del vehículo (variables a estimar).

$$x_k = \begin{bmatrix} y_k \\ V_k \end{bmatrix} \dots (3.20)$$

Finalmente, sabiendo que la medida z_k es la medida de la posición del vehículo, se puede escribir el siguiente sistema lineal

Ecuación de estado

$$x_k = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_{k-1} + \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} b_k \dots (3.21)$$

donde b_k es incierto y escalar.

Para escribir la ecuación 3.21 como en 3.1 expresemos que:

$$b_k = \bar{b}_k + b'_k \dots (3.22)$$

Donde:

\bar{b}_k = Valor medio de b_k .

b'_k = Desviación con respecto a la media de b_k .

Sabemos que $E\{b'_k\} = 0$, entonces

$$\begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} b_k = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} \bar{b}_k + \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} b'_k \dots (3.23)$$

\bar{b}_k en LA ecuación 3.23 equivale a la aceleración a_k del vehículo, que en la ecuación 3.1 representa la variable de control del sistema u_k .

Sustituyendo la ecuación 3.23 en 3.21 y sabiendo que $\bar{b}_k = a_k = u_k$ tenemos que la ecuación de estado estará conformada de la siguiente manera:

$$x_k = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_{k-1} + \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} u_k + \underbrace{\begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} b'_k}_{w_{k-1}} \dots (3.24)$$

Donde el último término representa el error en el proceso, w_{k-1} .

Ecuación de medición

$$z_k = [1 \quad 0]x_k + v_k \dots (3.25)$$

Donde v_k es el error en la medición debido a elementos tales como errores en la calibración de los instrumentos y w_{k-1} representa el error en el proceso, el cual incluye los errores en la medición de la posición \tilde{y}_k y los errores en la medición de la velocidad \tilde{V}_k .

Ahora bien, necesitamos buscar una forma de estimar la posición y velocidad del vehículo, es decir, el estado x_k . Es aquí donde entra la aplicación del filtro de Kalman.

Como se explicó en el apartado 3.2 para poder aplicar el filtro se deben satisfacer dos suposiciones acerca del ruido que afecta al sistema:

- 1) La media del ruido en el proceso w_k y en la medición v_k es cero.
- 2) Ambas variables son ruido blanco, es decir, son variables aleatorias independientes una de otra en dos tiempos diferentes cada una de ellas.

Así, las matrices de covarianza del ruido en el proceso (S) y en la medición (R) están definidas como:

$$S = E(w_k w_k^T) \quad R = E(v_k v_k^T) \dots (3.26)$$

Donde w_k^T y v_k^T indican el vector transpuesto de los errores en el proceso y en la medición, respectivamente y $E(.)$ significa el valor esperado. En este caso S es una matriz de 2×2 y R es un escalar.

El filtro de Kalman estará definido entonces por el ciclo mostrado en el apartado 3.2.3 Figura 3.2.

Ahora bien, regresando de nuevo al problema del vehículo en movimiento supongamos lo siguiente para un tiempo $T = 0.1$ segundos:

- 1) La posición del vehículo se mide con un error de 3.048 m (una desviación estándar).
- 2) La aceleración del vehículo u_k es constante con un valor de 0.3048 m/s^2 .
- 3) El ruido en la aceleración del vehículo es de 0.06096 m/s^2 .
- 4) La posición del vehículo se mide 10 veces por segundo ($T = 0.1 \text{ s}$).

De manera que, para pasos de tiempo de $T = 0.1 \text{ s}$ el modelo lineal que representa nuestro sistema será de acuerdo con las ecuaciones 3.24 y 3.25, como sigue:

$$x_k = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_{k-1} + \begin{bmatrix} 0.005 \\ 0.1 \end{bmatrix} u_k + w_{k-1} \dots (3.27)$$

$$z_k = [1 \quad 0] x_k + v_k \dots (3.28)$$

Debido a que la desviación estándar del ruido en la medición es de 3.048 m, entonces la matriz R que representa la covarianza del error en la medida será igual a 9.29030 ft.

$$R = [3.048][3.048]^T = 9.2903 \text{ m.}$$

Ahora necesitamos derivar la matriz de covarianza del error en el proceso Q .

De acuerdo con la ecuación 3.24 y 3.26.

$$S = E(w_k w_k^T)$$

$$w_k = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} b'_k$$

$$S = E \left\{ \begin{pmatrix} 0.005 b'_k \\ 0.1 b'_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.005 b'_k & 0.1 b'_k \end{pmatrix} \right\}$$

$$S = \begin{bmatrix} (0.005)^2 E(b'_k)^2 & (0.005)(0.1) E(b'_k)^2 \\ (0.005)(0.1) E(b'_k)^2 & (0.1)^2 E(b'_k)^2 \end{bmatrix} \dots (3.29)$$

En donde $E(b'_k)$ es igual al ruido en la aceleración del vehículo con un valor de 0.06096 m/s².

De esta forma al sustituir, la matriz de covarianza del ruido en el proceso estará definida como:

$$S = \begin{bmatrix} 9.2903 \times 10^{-8} & 1.8581 \times 10^{-6} \\ 1.8581 \times 10^{-6} & 3.7161 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \dots (3.30)$$

Finalmente tenemos todas las variables incluidas en el algoritmo del filtro de Kalman, por lo que solo falta aplicarlo con un valor inicial de X_0 y P_0 .

Tomando el estado inicial $X_0 = [0; 0]$ y la matriz inicial de la covarianza del error igual a la matriz de covarianza del error en el proceso mencionado con anterioridad, $P_0 = S$; los resultados obtenidos al aplicar el FKD se presentan en las figuras 3.3, 3.4, 3.5 y 3.6.

Los errores en la velocidad del vehículo pronosticada (Figura 3.6) son mínimos en relación a su velocidad media cuyo valor es de 8.3 m/s. En lo que respecta a los errores en el pronóstico de la posición (Figura 3.4) son en promedio 2 órdenes de magnitud superior a la media del ruido en la posición del vehículo (3.048 m), por lo que los resultados obtenidos con la aplicación del filtro se consideran buenos.

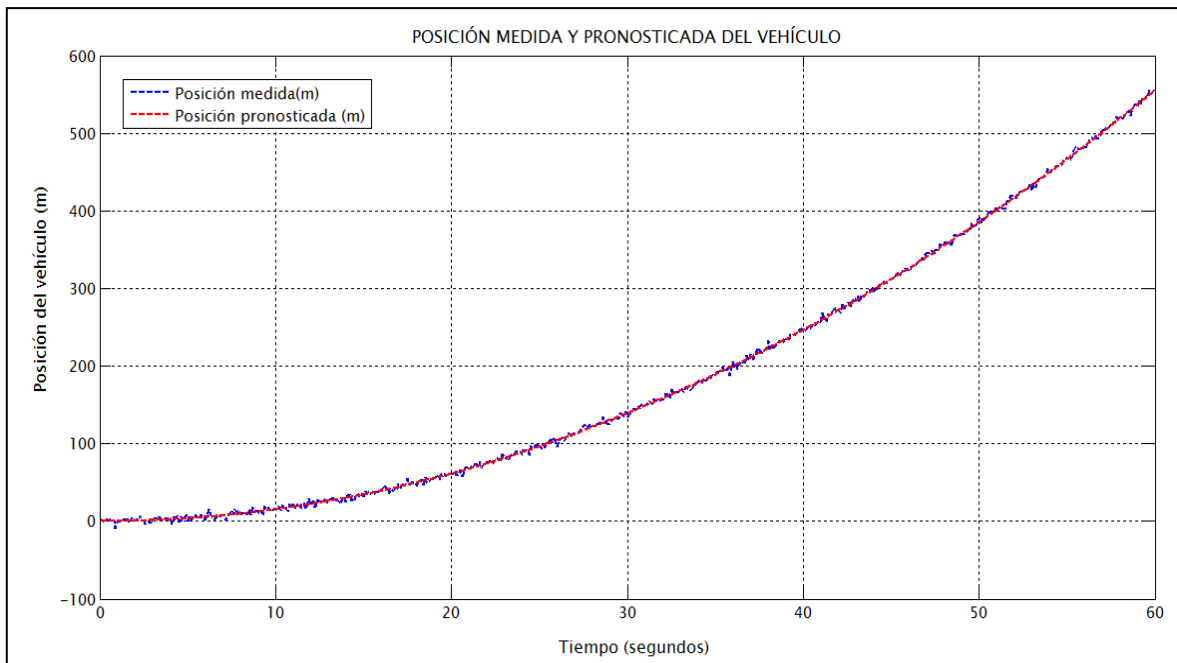


Figura 3.3 Posición medida y pronosticada de un vehículo en movimiento, aplicando el algoritmo del FKD.

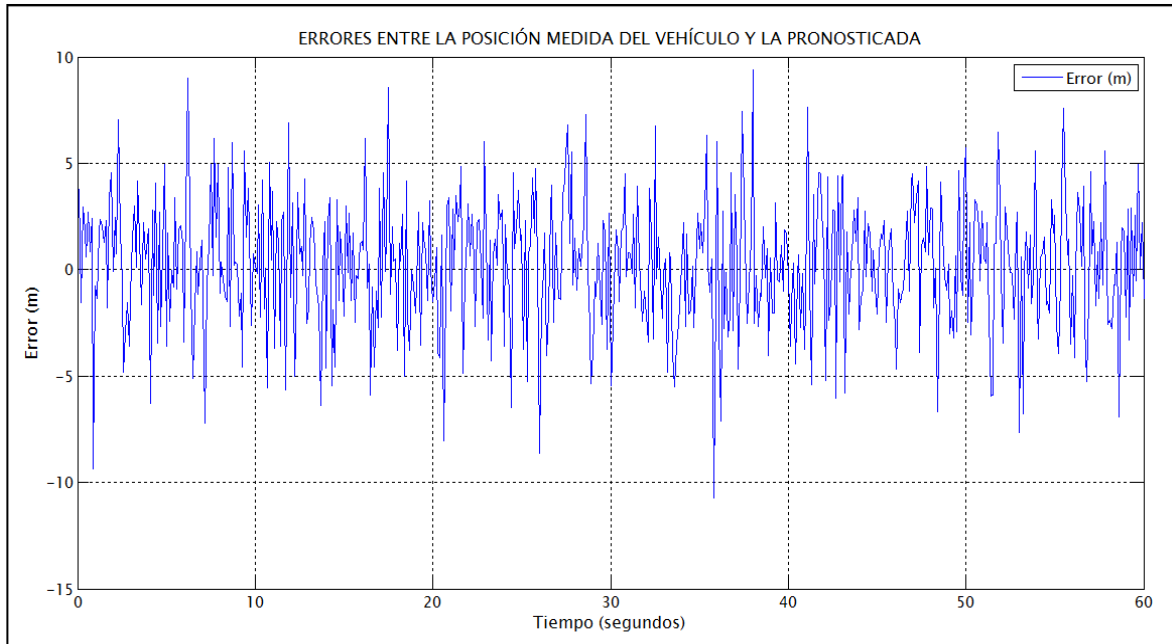


Figura 3.4 Error en el pronóstico de la posición de un vehículo, aplicando el algoritmo del FKD.

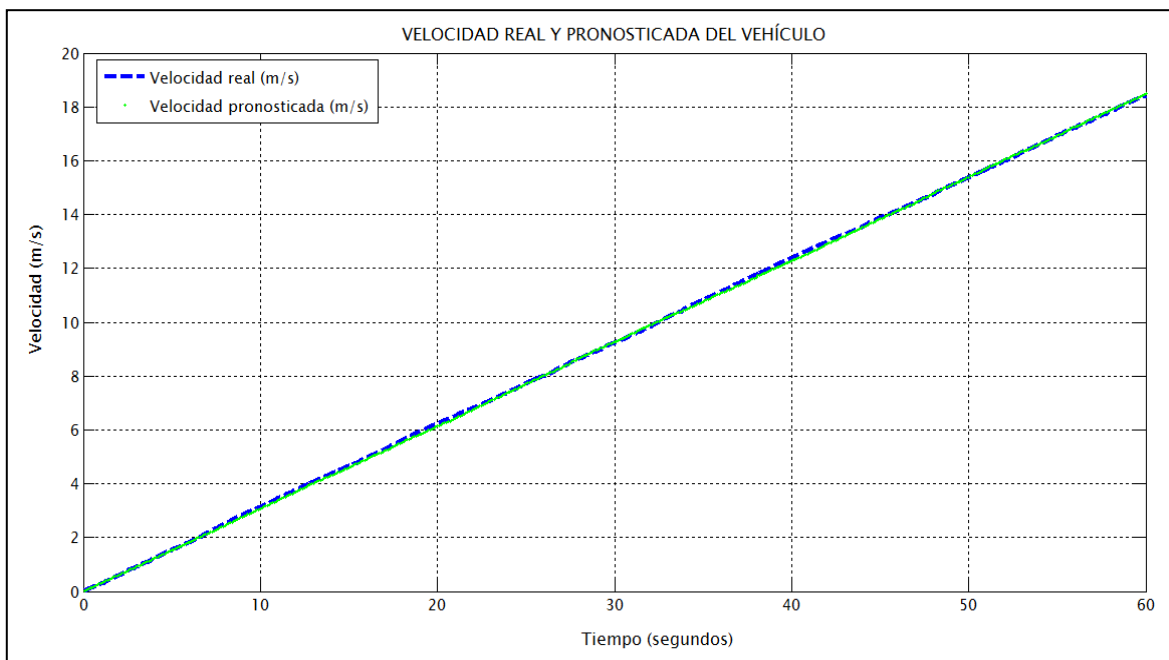


Figura 3.5 Velocidad real vs velocidad pronosticada de un vehículo aplicando el algoritmo del FKD.

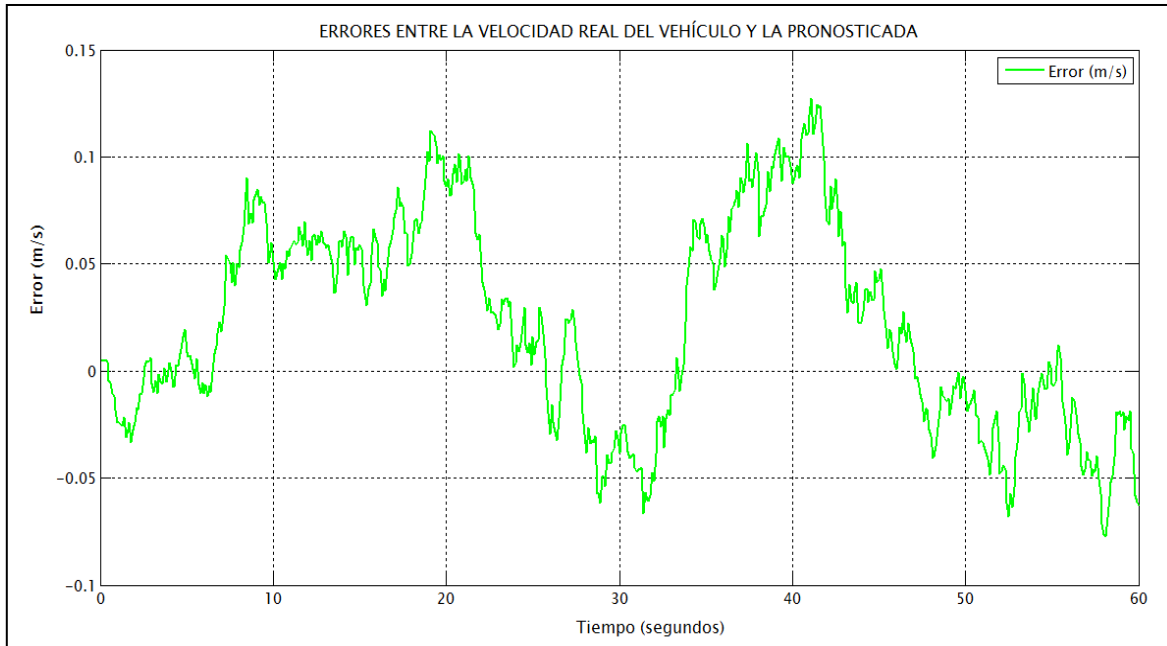


Figura 3.6 Error en el pronóstico de la velocidad de un vehículo, aplicando el algoritmo del FKD.

3.3 Filtro de Kalman extendido

Según lo explicado con anterioridad, el filtro de Kalman discreto se ocupa del problema general de estimar el estado $x \in \mathcal{R}^n$ de un proceso controlado en tiempo discreto que es descrito por una ecuación estocástica lineal.

En el caso de procesos no lineales se hace uso del llamado filtro de Kalman extendido (EKF, por sus siglas en inglés), el cual linealiza la media y la covarianza reales ((Welch y Bishop, 2001).

Mediante algo semejante a una serie de Taylor se puede linealizar la estimación alrededor del estimador actual usando las derivadas parciales de las funciones de proceso y la medición para calcular estimaciones.

Para este caso, el vector de estado $x \in \mathcal{R}^n$ está descrito por la ecuación no lineal de diferencias estocástica de la forma:

$$x_k = f(x_{k-1}, u_k, w_{k-1}) \dots (3.31)$$

Y la medición $z \in \mathfrak{R}^m$ por:

$$z_k = h(x_k, v_k) \dots (3.32)$$

Donde w_k y v_k siguen representando el error o ruido en el proceso y la medición. La función no lineal f relaciona el estado previo en $k - 1$, con el estado actual k , e incluye la función de control u_k y el error en el proceso. De igual forma, la función h relaciona el estado x_k con la medición z_k .

En la práctica no se conocen los valores individuales del ruido para cada paso de tiempo; sin embargo, se puede aproximar el vector de estado y la medición de la siguiente forma:

$$\tilde{x}_k = (f\hat{x}_{k-1}, u_k, 0) \dots (3.33)$$

$$\tilde{z}_k = h(\tilde{x}_{k-1}, 0) \dots (3.34)$$

Donde \tilde{x}_k es alguna estimación *a posteriori* del estado.

Para estimar un proceso descrito por una ecuación en diferencias no lineal y relaciones de medición, se reescriben las ecuaciones que linealizan los estimadores de las ecuaciones de estado y de medición como

$$x_k \approx \tilde{x}_k + A(x_{k-1}, \hat{x}_{k-1}) + Ww_{k-1} \dots (3.35)$$

$$z_k \approx \tilde{z}_k + H(x_k - \tilde{x}_k) + Vv_k \dots (3.36)$$

Donde x_k y z_k son los vectores actuales del estado y la medición respectivamente.

A es la matriz Jacobiana de derivadas parciales de f con respecto a x :

$$A_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial x_{[j]}} (\hat{x}_{k-1}, u_k, 0) \dots (3.37)$$

W es la matriz Jacobiana de derivadas parciales de f con respecto a w :

$$W_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial w_{[j]}}(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0) \dots (3.38)$$

H es la matriz Jacobiana de derivadas parciales de h con respecto a x :

$$H_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\tilde{x}_k, 0) \dots (3.39)$$

V es la matriz Jacobiana de la derivada parcial de h con respecto a v :

$$V_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial v_{[j]}}(\tilde{x}_k, 0) \dots (3.40)$$

Es importante mencionar que un defecto importante del EKF es que las distribuciones de las variables aleatorias no necesariamente son normales después de sufrir una transformación no lineal (Welch y Bishop, 2001).

3.4 Filtro de Kalman ensamblado

El filtro de Kalman ensamblado (EnKF, por sus siglas en inglés) fue originalmente propuesto por Evensen en 1994 y posteriormente aclarado y reformulado por Burgers *et al.* (1998) en donde menciona que es necesario adicionar perturbaciones aleatorias a las mediciones para que estas puedan ser válidas. El filtro de Kalman ensamblado es presentado como una alternativa estocástica o Monte Carlo, para el filtro de Kalman extendido (EKF), el cual, como se ha descrito anteriormente, utiliza aproximaciones lineales que pueden resultar inadecuadas para sistemas que presentan dinámicas fuertemente no lineales (Mendoza, 2010).

Los resultados que obtuvo Evensen (1994) utilizando el nuevo esquema resultaron ser mejores que los que había obtenido en trabajos anteriores con el filtro de Kalman extendido, lo que se vio reflejado en la mejor calidad de los pronósticos y en menores tiempos de cálculo, no

requiere la derivación de un operador lineal tangente ó ecuaciones adjuntas ni integraciones atrás en el tiempo, además de que los requerimientos computacionales son accesibles. La mayor ventaja del filtro ensamblado, es que no es necesario hacer la linealización de las ecuaciones (Moradkhani *et al.*, 2004).

El esquema propuesto por Evensen (1994) utiliza la misma ecuación de actualización de la versión estándar del filtro de Kalman, con la salvedad de que la ganancia es calculada a partir de las covarianzas de los errores proporcionadas por el conjunto de estados del modelo. Además, en comparación con el filtro de Kalman tradicional (discreto), la estimación a priori de la covarianza no es necesaria para la actualización (Moradkhani *et al.*, 2004).

3.5 Ventajas y desventajas del filtro de Kalman

Según Solera, 2003, el filtro de Kalman presenta las siguientes ventajas y desventajas:

Ventajas

- Evita la influencia de posibles cambios estructurales en la estimación.
- Utiliza toda la historia de la serie pero con la ventaja de que estima una trayectoria estocástica de los coeficientes en lugar de una determinista, con lo cual soluciona el posible sesgo de la estimación ante la presencia de cambios estructurales.
- Utiliza el método de mínimos cuadrados para generar recursivamente un estimador del estado al momento k , que es lineal, insesgado y de varianza mínima.
- Tiene la habilidad para predecir el estado de un modelo aún cuando la naturaleza precisa del sistema modelado es desconocida.

Desventajas

- Requiere condiciones iniciales de la media y varianza del vector estado para iniciar el algoritmo recursivo. Sobre la forma de determinar estas condiciones iniciales no existe consenso.

- Cuando se desarrolla para modelos autorregresivos los resultados están condicionados a la información pasada de la variable en cuestión. En este sentido el pronóstico con series de tiempo representa la fuerza o inercia que actualmente presenta el sistema y son eficientes únicamente en el corto plazo.

3.6 Aplicaciones del filtro de Kalman en hidrología

Entre los trabajos dentro del ámbito hidrológico, en los cuales se ha hecho uso del filtro de Kalman, en cualquiera de sus versiones, se encuentran los siguientes:

- En 1973 Hino publicó una de las primeras aplicaciones del filtro de Kalman al área de los recursos hídricos, en su artículo *“On-Line Prediction of Hydrologic System”*. El problema a resolver era identificar las ordenadas del hidrograma unitario instantáneo como respuesta al proceso lluvia-escorrentamiento, de forma secuencial con base en puntos con información disponible en una cuenca. Para este caso, la ecuación de estado está dada por una trayectoria aleatoria con estadísticas conocidas. El enfoque de Hino usa en la ecuación de medición una correlación discreta de las entradas (precipitación) con la función de respuesta del sistema (HUI), y se suponen conocidas las matrices de la covarianza del error en el proceso (Q) y en la medición (R). Los resultados mostrados son bastante aceptables.
- En 1980, Valdés, Velázquez y Rodríguez-Iturbe publicaron su artículo *“Filtros de Kalman en Hidrología: Predicción de descargas fluviales para la operación óptima de embalses”*. En este trabajo se presentan los resultados de la investigación llevada a cabo en el Postgrado e Ingeniería de Recursos Hídricos de la Universidad Simón Bolívar, para utilizar el filtro de Kalman Bucy (discreto) en la identificación de la función de respuesta de una cuenca, su uso posterior en la predicción de caudales en tiempo real y las posibles soluciones al problema de no linealidad y falta de estacionalidad frecuentemente encontrada en las funciones de respuesta hidrológicas. En este caso la función de respuesta de la cuenca utilizada fue el Hidrograma Unitario Instantáneo, y el trabajo hace énfasis en la aplicación del filtro de Kalman para encontrar la función de respuesta y con

base en ésta poder realizar la predicción de caudales en tiempo real, considerando una función de respuesta invariante y variante en el tiempo. El análisis muestra los resultados de la aplicación en dos cuencas ubicadas en Venezuela; la cuenca del río San Pedro, considerando una función de respuesta invariante en el tiempo, y la cuenca del río Arekuna, considerando una variación en la función de respuesta y aplicando el filtro de Kalman Bucy a un modelo de múltiples estados. Los resultados obtenidos son bastante satisfactorios, y se evalúan mediante la aplicación de los estadísticos propuestos por la Organización Meteorológica Mundial (WMO, 1975). Así también presenta el análisis Bayesiano para la identificación de los valores iniciales del estado del sistema y la obtención de la constante que representa la matriz de covarianza del error en el proceso y en el sistema, mismos que se consideran constantes en la aplicación del filtro de Kalman, para este caso en particular.

- En el año de 1985, Husain, publicó el artículo “*Kalman filter estimation model in flood forecasting*”, en el cual evaluó la aplicabilidad del filtro de Kalman Bucy en la predicción de caudales, para la cuenca Carnation Creek en Columbia Británica, Canadá, utilizando básicamente dos tipos de datos; en el primero, los parámetros de las ecuaciones tanto de estado como de medición incluían los registros horarios de precipitación y escurrimiento medidos en las estaciones hidrométricas y climatológicas ubicadas dentro de la cuenca, mientras que en el segundo caso, hacía uso del índice de precipitación antecedente y de las mediciones de caudal en la estación hidrométrica ubicada en la cuenca de estudio. Los resultados obtenidos muestran que para valores muy bajos de caudal, la predicción utilizando solamente la medición horaria de la precipitación y escurrimientos no da buenos resultados, debido a que subestima el pronóstico, dando una aproximación de alrededor del 85%, mientras que para los caudales pico, y el pronóstico en general, el uso del índice de precipitación antecedente proporciona mejores resultados, con una aproximación en ocasiones superior al 95%.
- El 1994, Bidwell y Griffiths, publicaron su artículo “*Adaptive flood forecasting: an application to the Waimakariri River*”, en el cual se presenta un pronóstico de los caudales en el río Waimakariri, Nueva Zelanda, haciendo uso del modelo ARMA (1,1)

para su estimación, con base en los registros de lluvia en tiempo real de las estaciones climatológicas e hidrométricas ubicadas en la zona de estudio. Para este caso particular, los parámetros incluidos dentro del modelo ARMA son calculados mediante la incorporación del algoritmo del filtro de Kalman. El artículo concluye que la adaptación del modelo lineal simple ARMA al algoritmo del filtro de Kalman es suficiente para realizar pronósticos de avenidas en aquellos lugares en los cuales se tiene la mínima cantidad de datos, sin embargo deben hacerse modificaciones para aquellos en los cuales los parámetros del modelo cambian abruptamente y la cuenca reacciona también de forma abrupta, para lo cual se requeriría de la utilización de un modelo más complejo.

- En el 2004, Kim *et al.*, publicaron el artículo “*Embedding Kalman filter into a Distributed Hydrological Model*”. Este artículo describe la metodología para utilizar el filtro de Kalman ensamblado dentro de un modelo distribuido lluvia- escurrimiento, para este caso el modelo CDRMV3 desarrollado en la Universidad de Kyoto, y de esta manera poder predecir el caudal de llegada a la cuenca en tiempo real. Para este caso la ecuación de elevaciones capacidades es utilizada como ecuación de medición a utilizar dentro del algoritmo del filtro, dada por las observaciones del caudal registrados en la cuenca. Por su parte, la simulación de Monte Carlo es utilizada para predecir las variables de estado, así como la propagación del error de covarianza. Básicamente el filtro de Kalman ensamblado se utiliza para calibrar los parámetros del modelo distribuido. Los resultados del trabajo se presentan gráficamente realizando predicciones a 1, 6 y 12 hrs, concluyendo que es posible obtener un buen ensamble del filtro de Kalman ensamblado dentro un modelo distribuido.
- Moradkhani *et al.*, publicaron en el 2004 el artículo “*Dual state-parameter estimation of hydrological models using ensemble Kalman filter*”, en el cual hacen uso del filtro de Kalman ensamblado (EnKF) para estimar de forma secuencial los parámetros y las variables de estado de un modelo hidrológico aplicado a la predicción de caudales, en este caso del modelo HyMOD, realizando predicciones del caudal con un día de anticipación en la cuenca del río Leafe, localizado al norte de Collins, Missisipi, demostrando una consistencia notable entre el caudal observado y el pronosticado. Con el estudio se

concluye que la estimación doble de las variables de estado y los parámetros del modelo mediante el EnKF provee una estimación más flexible y exacta comparada con otros modelos de pronóstico de caudales.

Existen algunos otros artículos en los cuales se aplica el filtro de Kalman al área hidrológica, como es el caso del elaborado por Pawels y De Lannoy en 2007, en el cual se hace uso del filtro de Kalman ensamblado para modelar el crecimiento de cultivos con base en la estimación de la humedad en el suelo; sin embargo los arriba enlistados tienen una relación más estrecha con el propósito del presente trabajo, destacando el elaborado por Valdés *et al.* en 1980, en el cual, además de tener un enfoque en la predicción de caudales, se centra también en la utilidad para el manejo y operación de grandes embalses.

CAPÍTULO IV. INFORMACIÓN BÁSICA E HISTÓRICA DE LA ZONA DE ESTUDIO

4.1 Descripción general

La Central Hidroeléctrica Peñitas forma parte del Sistema Hidroeléctrico Grijalva, conformado por cuatro presas en cascada: Angostura, Chicoasén, Malpaso y Peñitas, ubicadas a lo largo del río Grijalva, uno de los más caudalosos en nuestro país (Figura 4.1) (Comisión Nacional del Agua, 2012). La zona de estudio corresponde a la cuenca propia de dicha central hidroeléctrica (C.H. Peñitas).

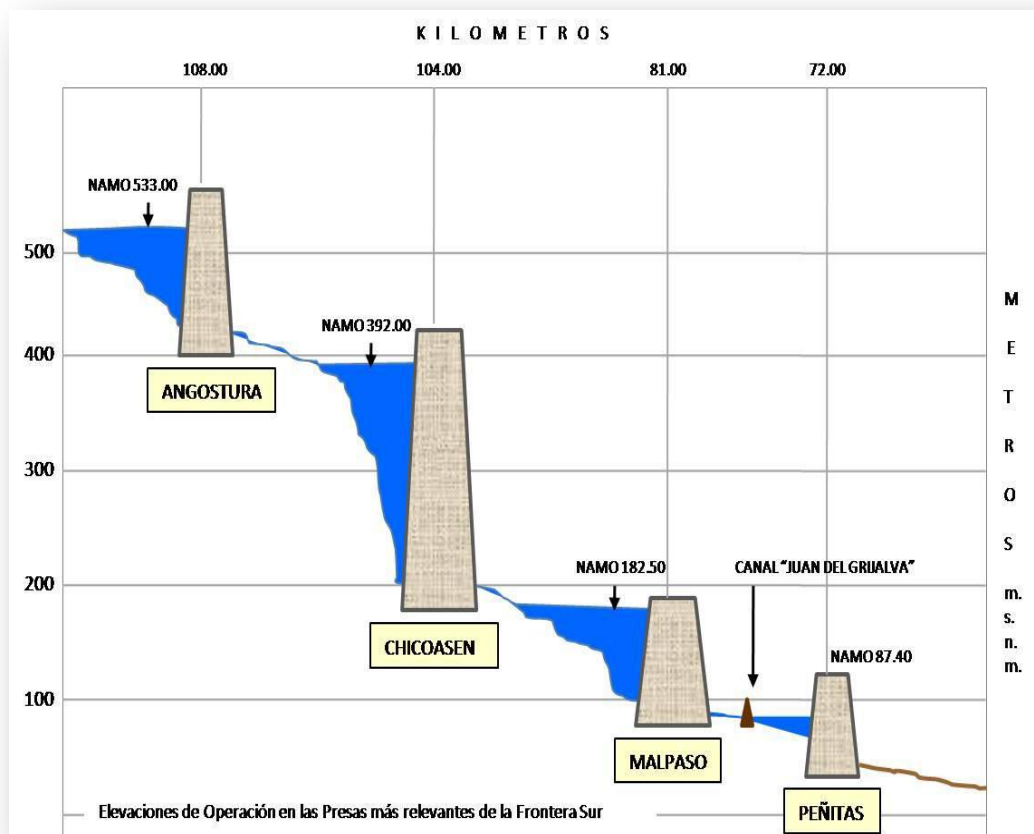


Figura 4.1 Sistema Hidroeléctrico Grijalva.

Fuente: Comisión Nacional del Agua (CONAGUA).

4.2 Ubicación de la zona de estudio

La C.H. Peñitas está ubicada en las coordenadas 17° 26' latitud Norte y 93°27' longitud Oeste, aproximadamente a 70 km aguas abajo de la Central Hidroeléctrica Malpaso, siendo la última dentro del Sistema Hidroeléctrico Grijalva (SHG). Esta presa tiene una capacidad de regulación relativamente reducida, y sus descargas fluyen hacia el bajo río Grijalva, que pasa por la ciudad de Villahermosa ubicada aguas abajo de la misma, aproximadamente a 83 km al suroeste (Aguilar *et al.*, 2009), entre otras poblaciones (Figura 4.2).



Figura 4.2 Ubicación de la C.H. Peñitas dentro del Sistema Hidroeléctrico Grijalva.

Fuente: CFE [1].

La cuenca de aportación a la C. H. Peñitas pertenece a la región hidrológica No. 30, Grijalva – Usumacinta y ocupa territorio de tres estados; Veracruz, Tabasco y Chiapas (0.74%, 2.25% y 97.01% respectivamente), en Veracruz una pequeña porción del municipio de Las Choapas, en Tabasco, una parte del municipio de Huimanguillo, y en Chiapas, ocupa una porción o la totalidad de los municipios Pichucalco, Chapultenango, Coapilla, Ocotepec, Tepalapa,

Tecpatán, Ostuacán, Francisco León, Copainal y Pantepec (Figura 4.3); el mayor porcentaje del territorio ocupado por la cuenca pertenece al estado de Chiapas (Aguilar *et al.*, 2009).

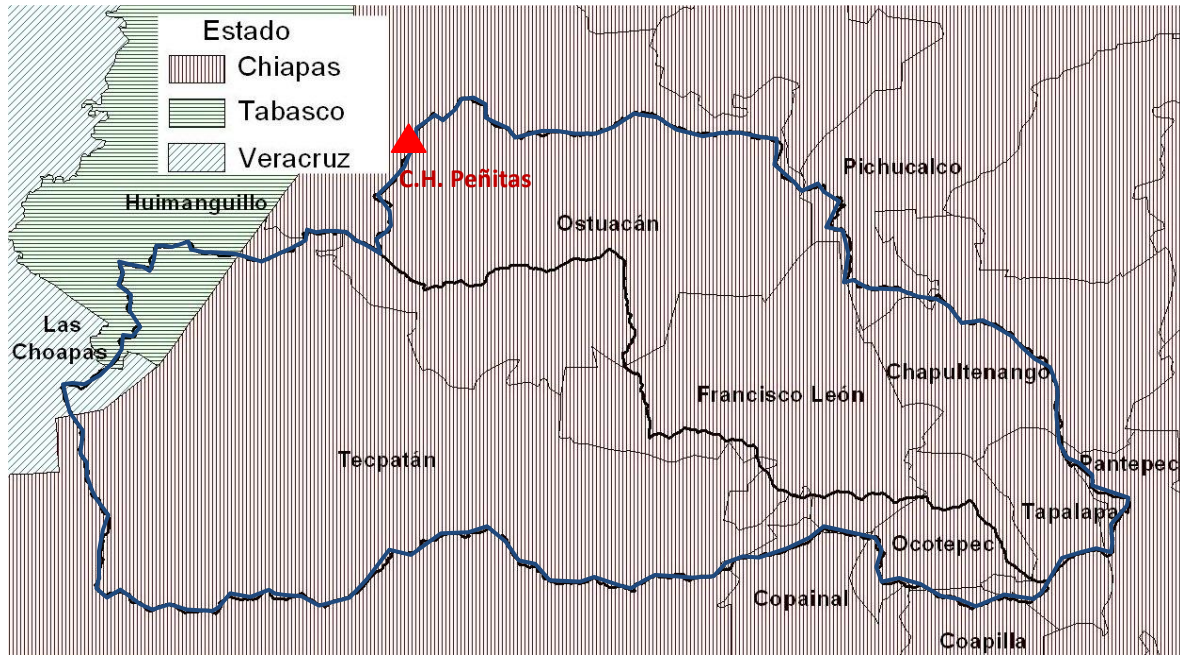


Figura 4.3 Ubicación de la cuenca de la C.H. Peñitas con división política.

Debido a las precipitaciones extraordinarias ocurridas en octubre de 2007 en los estados de Veracruz, Tabasco y Chiapas, el 4 de noviembre del mismo año se produjo el reblandecimiento de un talud cercano al embalse de la C.H. Peñitas, el cual provocó su deslizamiento ocasionando el taponamiento del flujo del río Grijalva, ubicado aproximadamente a 16 km aguas arriba de dicha presa (Aguilar *et al.*, 2009). Este taponamiento se conoce como el caído Juan del Grijalva.

Debido a lo anterior, el vaso de la presa Ángel Albino Corzo, mejor conocida como Peñitas, fue dividido en dos partes, ahora llamadas el Vaso Superior y el Vaso Inferior.

El Vaso Superior drena una cuenca de 723.6 km², cuyo río principal es el río Tzimbac, además recibe las aportaciones de la presa Malpaso, mientras que el Vaso Inferior drena una cuenca de 532.9 km², cuyo cauce principal es el río Sayula, recibiendo a su vez las aportaciones del caído Juan del Grijalva, las cuales aportan caudales que dependen de los niveles de

almacenamiento del Vaso Superior. Ambas cuencas conforman un área total de 1,256.5 km² (Aguilar *et al.*, 2009) (Figura 4.4).

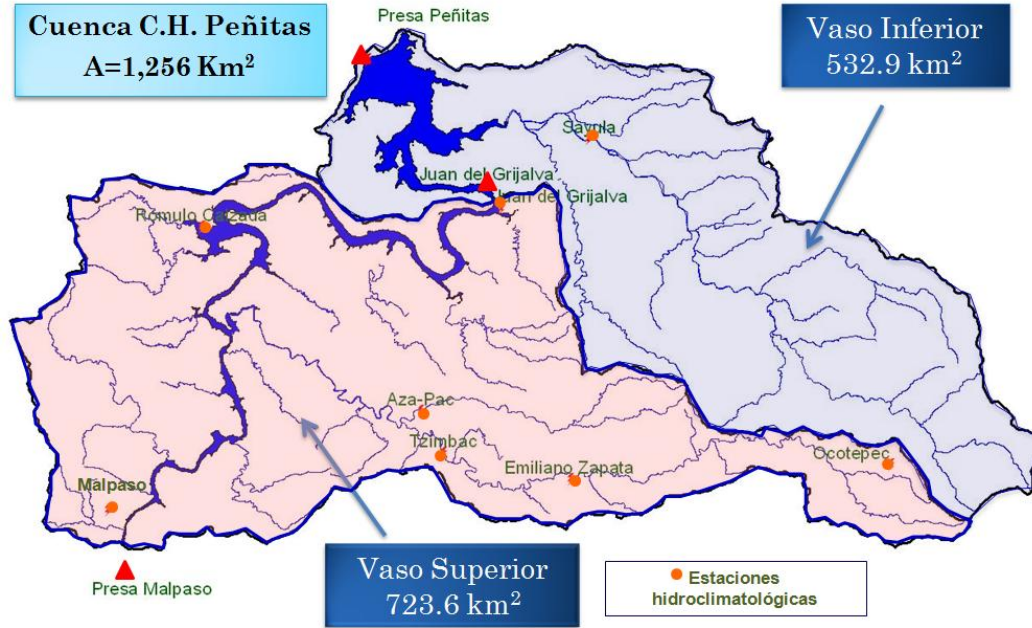


Figura 4.4 Subdivisión de la cuenca de la C. H. Peñitas.

4.3 Funcionamiento de la C.H. Peñitas

El vaso de la presa Ángel Albino Corzo (Peñitas) cuenta con una capacidad útil al NAMO de 130 hm³ y una capacidad instalada de 420 MW, que aprovecha el último desnivel importante del río Grijalva antes de la Cd. de Villahermosa. Algunas de las características técnicas más relevantes de la C.H Peñitas, se muestran en la Tabla 4 A (Resumen hidrométrico, climatológico y de presas, CONAGUA 2012):

Características de la presa Peñitas	Juan del Grijalva (Vaso superior)	Vaso Inferior
NAME (msnmm.)	100.00	95.50
NAMO (msnmm.)	90.90	87.40
NAMINO (msnmm.)	85.00	85.00
Elevación del labio superior de la compuerta (msnmm.)		91.95

Características de la presa Peñitas	Juan del Grijalva (Vaso superior)	Vaso Inferior
Elevación de la cresta del vertedor (msnmm.)		76.50
Elevación del canal de llamada (msnmm.)		73.50
Capacidad total hm ³	659.01	578.63
Capacidad de conservación hm ³	366.08	396.56
Capacidad al NAMINO hm ³	219.97	342.73

Tabla 4 A. Características principales de la C.H. Peñitas. Fuente: Comisión Nacional del Agua.

Debido a la ocurrencia del caído Juan del Grijalva, para restablecer el flujo, la CFE construyó un canal sobre el cuerpo del deslizamiento. Dicho canal funciona actualmente como un vertedor de excedencias con descarga libre, el cual permite un gasto de salida del vaso superior de acuerdo con la carga alcanzada aguas arriba de la represa formada por el cuerpo del deslizamiento (Presidencia de la república, 2009) (Figura 4.5).

Adicionalmente, con el propósito de garantizar la seguridad de las poblaciones aguas abajo, se construyeron dos túneles de conducción que permiten, en caso de una nueva contingencia, el tránsito de las aguas del río Grijalva entre las presas Malpaso y Peñitas, recuperando la capacidad de generación del sistema hidroeléctrico del alto Grijalva. En caso de presentarse otro deslizamiento, los túneles tendrán la capacidad de transitar la cantidad de agua suficiente para permitir a las presas Malpaso y Peñitas funcionar con normalidad. Estos túneles tienen una longitud de 1135 metros cada uno, con 14 m de ancho por 14 m de alto, excavados en roca con rugosidad compuesta (*Ibid.*) (Figura 4.6).



Figura 4.5 Vista aérea del caído Juan del Grijalva (izquierda). Panorámica del canal (derecha).



Figura 4.6 Ubicación de los túneles en Juan del Grijalva.

El almacenamiento de las presas está diseñado con fines de aprovechamiento y regulación de avenidas.

La descarga del vaso se realiza produciendo energía eléctrica o dejando correr el caudal por medio de los vertedores de excedencias, aunque lo ideal es no verter o derramar el agua por la obra de excedencias y aprovecharla para una mayor generación de energía eléctrica (Aguilar *et al.*, 2009).

4.4 Características hidroclimatológicas y fisiográficas de la zona de estudio

4.4.1 Temperatura

En la parte central de la cuenca predomina una temperatura mínima anual que varía entre 16 y 18 °C y se presenta entre los meses de diciembre y enero (Figura 4.7), en la zona sureste se tienen temperaturas más altas con valores de 12 a 16 °C.

Por otra parte la temperatura media anual varía entre 24 y 26° C en la zona centro de la cuenca, con valores de 20 a 24°C en la región sureste (CONABIO, 1998) (Figura 4.8).

La temperatura máxima anual se presenta entre los meses de abril y mayo con valores que varían entre 34 y 36° C en la región noroeste de la cuenca, de 32 a 34°C en la zona centro y en menor medida de 26 a 32°C en parte sureste como se observa en la Figura 4.9 (CONABIO, 1998).

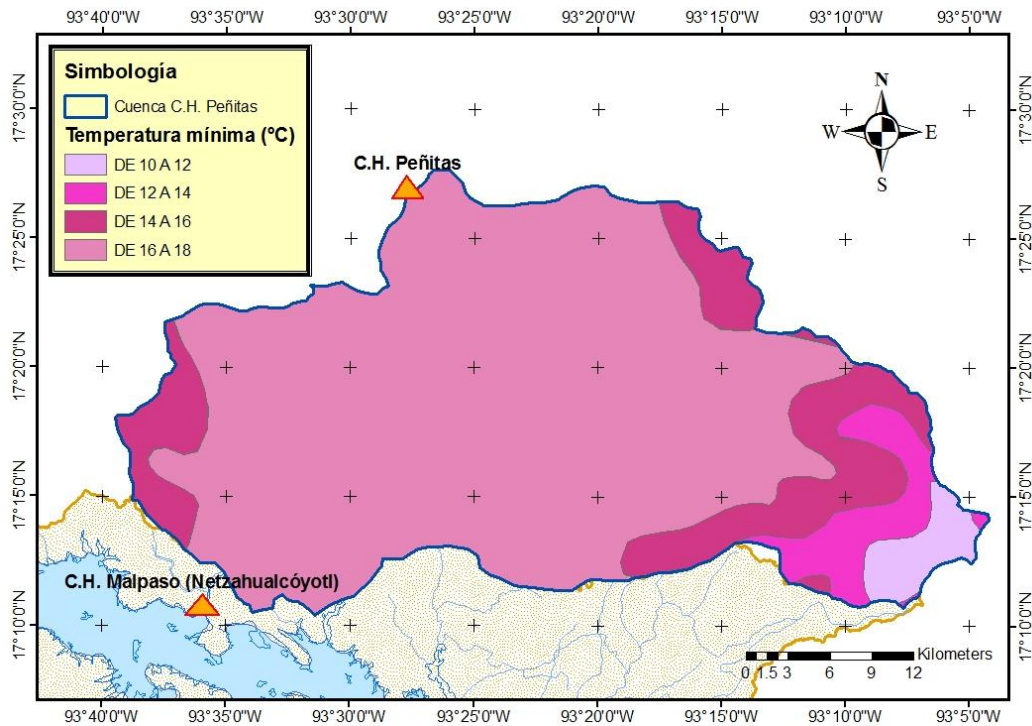


Figura 4.7 Temperatura mínima anual. Cuenca propia de la C.H. Peñitas.

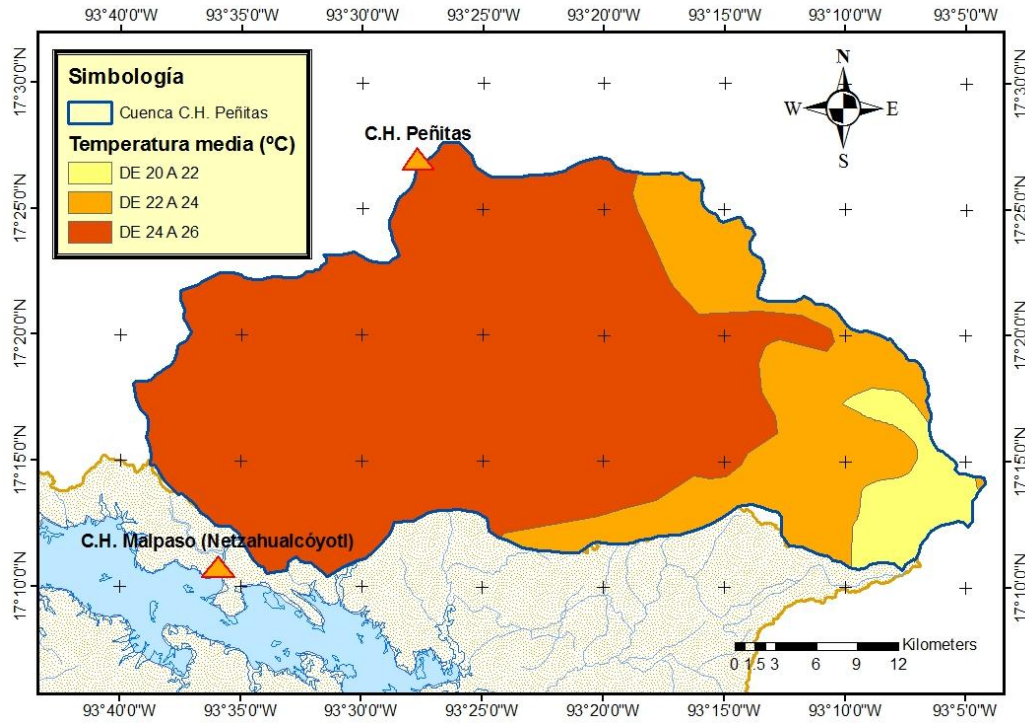


Figura 4.8 Temperatura media anual. Cuenca propia de la C.H. Peñitas.

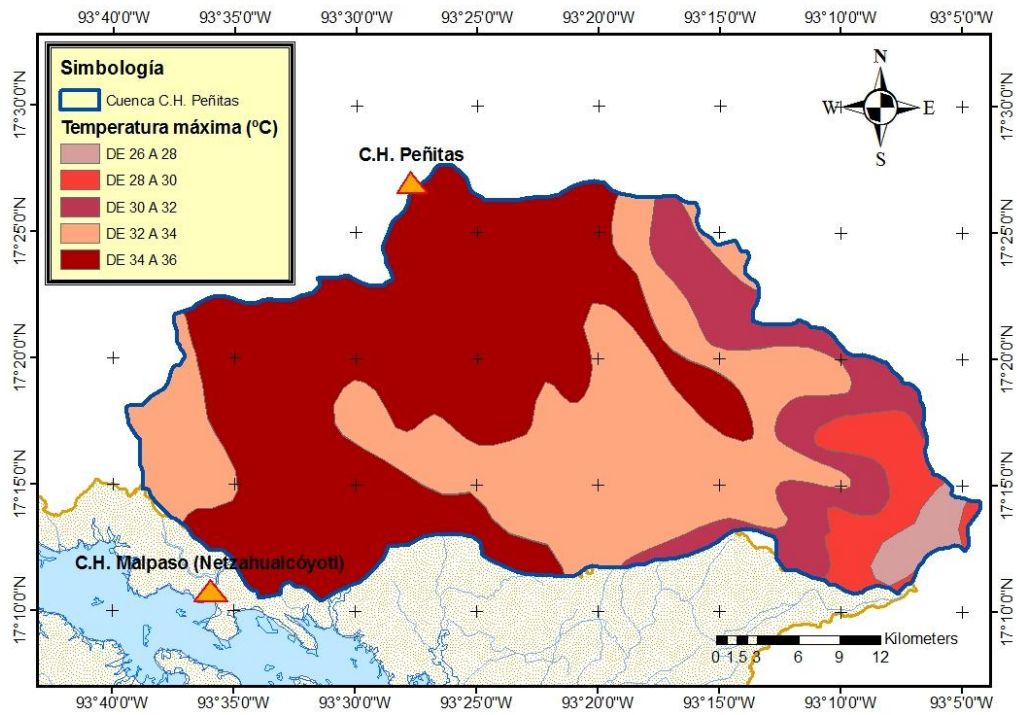


Figura 4.9 Temperatura máxima anual. Cuenca propia de la C.H. Peñitas.

4.4.2 Precipitación

Los sistemas meteorológicos que establecen las condiciones de precipitación en la zona de estudio son las depresiones y ondas tropicales en zonas de inestabilidad convectiva que se desarrollan en el Mar Caribe y Océano Pacífico permitiendo la entrada de aire marítimo tropical saturado de humedad; en condiciones favorables para su expansión (Aguilar *et al.*, 2009).

La precipitación media anual en el periodo de 1971-2000, de acuerdo con el Servicio Meteorológico Nacional es de 2,017 mm, localizándose la mayor precipitación en la zona norte y suroeste de la cuenca (Figura 4.10). Para el periodo de análisis (2005 – 2012) la precipitación media anual tiene un valor de 3,635 mm 80% superior a la ocurrida en el periodo 1971-2000, concentrándose principalmente en los meses de mayo a octubre.

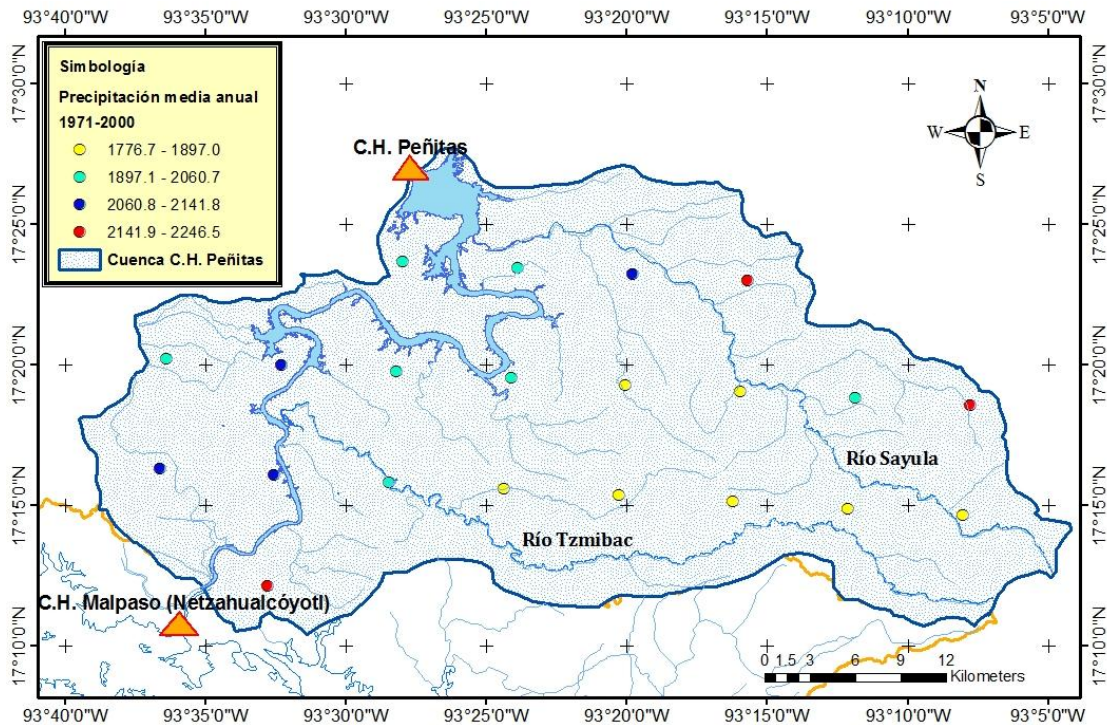


Figura 4.10 Precipitación media anual en mm para el periodo 1971 – 2000.

4.4.3 Hidrografía

La cuenca propia de la zona de estudio, tiene una extensión de 1,256.5 km², dentro del total de 30,570 km² que ocupa la cuenca del Alto Grijalva sin incluir la parte correspondiente al territorio Guatemalteco (Aguilar *et al.*, 2009).

Los escurrimientos dentro de la cuenca propia de la presa, se forman por las descargas de la C.H. Netzahualcóyotl (Malpaso) sobre el Vaso Superior, mismo que recibe los escurrimientos del río Tzimibac; estos a su vez vierten de forma libre a través del canal y los túneles en Juan del Grijalva hacia el Vaso Inferior, el cual recibe por la margen derecha las contribuciones del río Sayula (Aguilar *et al.*, 2009) (Figura 4.11).

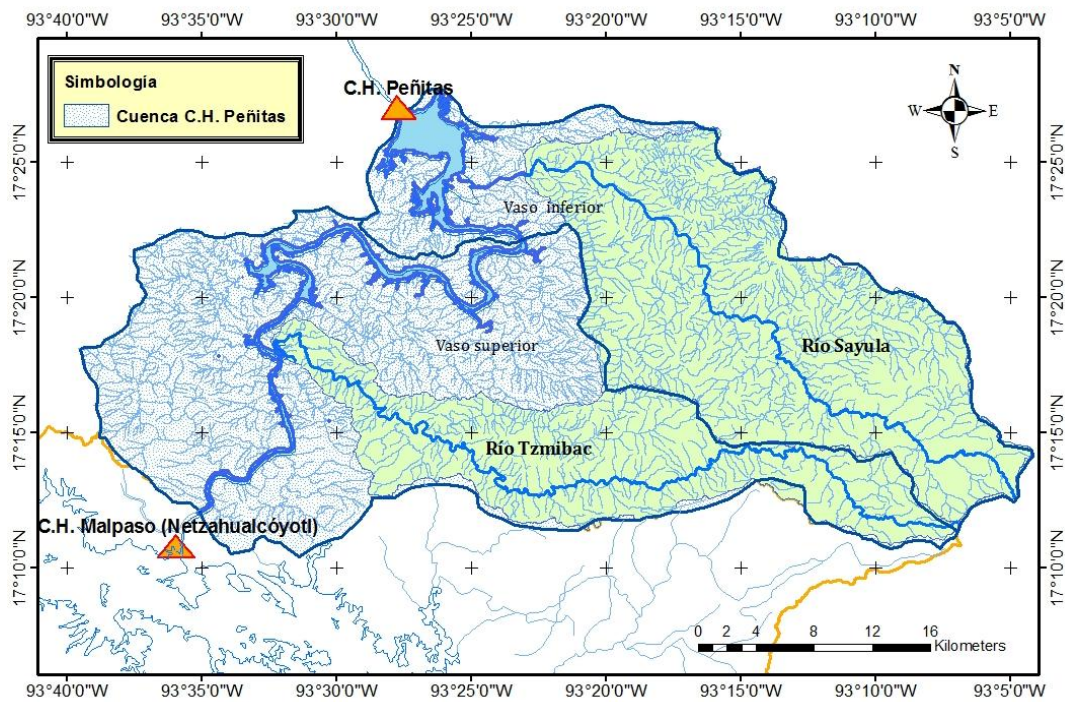


Figura 4.11 Hidrografía.

4.4.4 Tipo de suelo, uso de suelo y cobertura vegetal

Por lo que hace referencia al tipo de suelo según su composición geológica, en la cuenca de estudio encontramos tres grandes grupos de suelos: un primer grupo es el formado por acrisoles que se encuentran al Noroeste, centro y Suroeste de la cuenca cubriendo un 50% de la misma; el segundo grupo lo constituyen los litosoles, que encontramos en la parte sureste ocupando casi el 25%; mientras que en un tercer grupo se encuentran los cambisoles distribuidos al noreste con un 16% del área total, como se muestra en la Figura 4.12, Tabla 4 B.

Los acrisoles, son suelos que se caracterizan por tener acumulación de arcilla en el subsuelo, son utilizados en la agricultura con rendimientos muy bajos salvo en frutales tropicales, son moderadamente susceptibles a erosión. Los litosoles se caracterizan por su profundidad menor de 10 cm limitada por la presencia de roca, mientras que los cambisoles se caracterizan por tener pequeñas acumulaciones de arcilla, carbonato de calcio y manganeso.

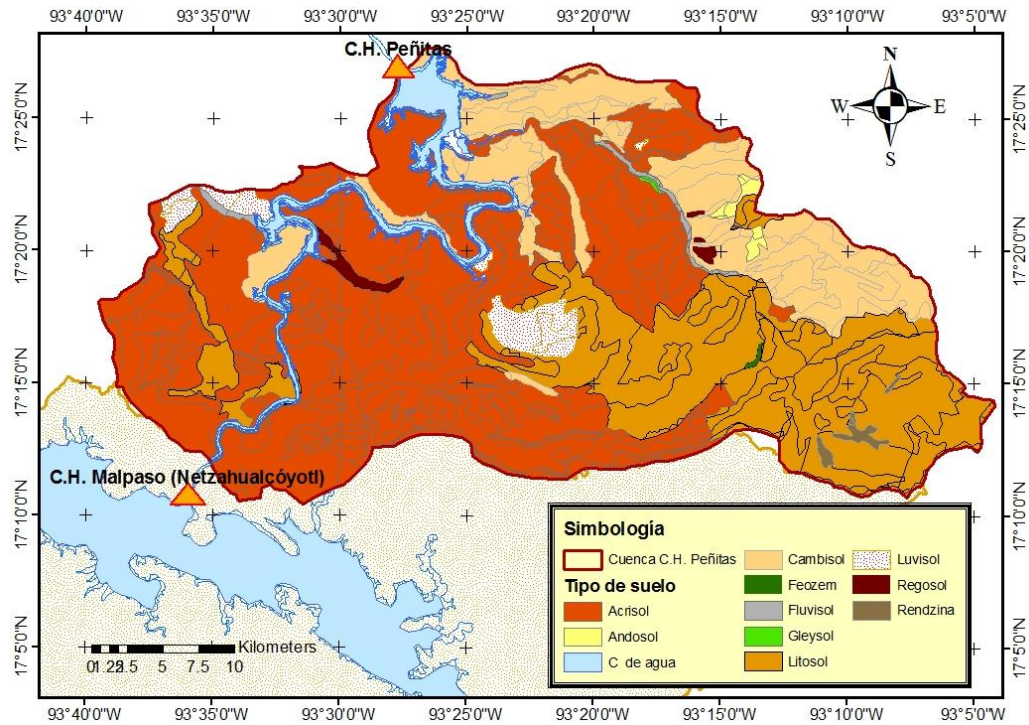


Figura 4.12 Tipo de suelo en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.

Tipo de suelo	Área (km ²)	%
Acrisol	634.6	50.51
Andosol	5.3	0.42
C de agua	49.0	3.91
Cambisol	202.4	16.11
Feozem	0.6	0.05
Fluvisol	7.4	0.59
Gleysol	0.6	0.05
Litosol	311.9	24.82
Luvisol	31.5	2.51
Regosol	8.2	0.65
Rendzina	4.9	0.39
Total	1256.5	100

Tabla 4 B. Tipo de suelo en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.

La cobertura vegetal en esta zona está marcada por la presencia de selva perennifolia ocupando un 28 % del área total de la cuenca, localizada principalmente en la zona Noreste y centro, mientras que casi el 11% está conformado por bosque mesofilo de montaña ocupando el sureste de la cuenca. Por otra parte, en su mayoría el suelo en la cuenca es destinado a uso pecuario, constituyendo casi el 54% del área total (Figura 4.13, Tabla 4 C).

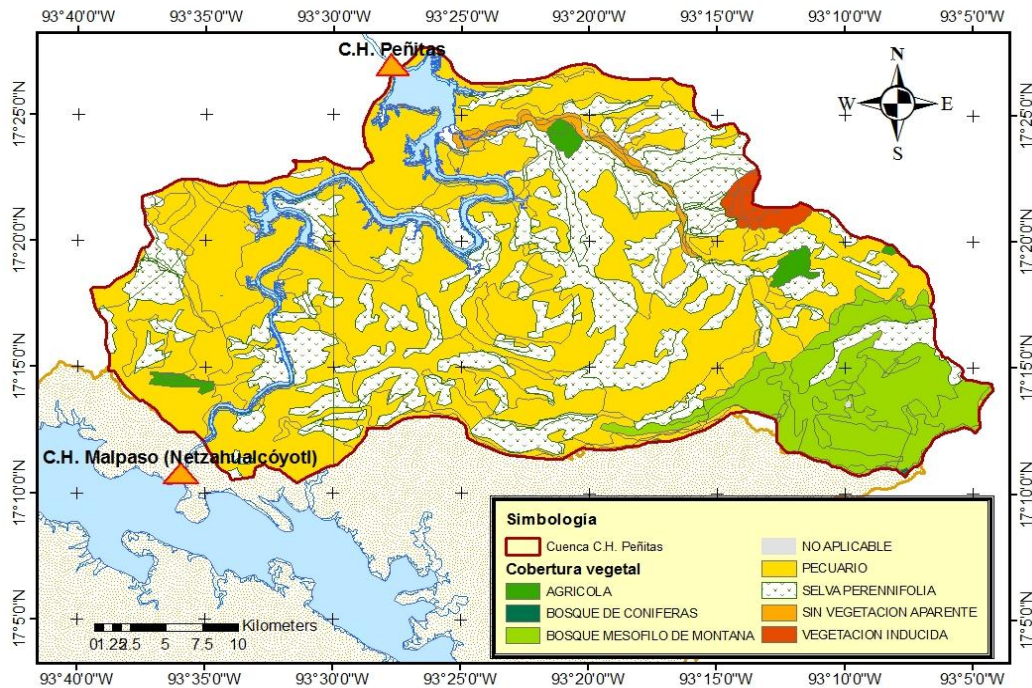


Figura 4.13 Cobertura vegetal en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.

Cobertura vegetal	Área (km ²)	%
Agrícola	13.9	1.11
Bosque de coníferas	0.3	0.02
Bosque mesófilo de montana	137.6	10.95
No aplicable	43.4	3.46
Pecuario	676.4	53.84
Selva perennifolia	358.8	28.55
Sin vegetación aparente	13.3	1.06
Vegetación inducida	12.9	1.02
Total	1256.5	100

Tabla 4 C. Cobertura vegetal en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.

4.4.5 Orografía

La zona de estudio está situada en la Depresión Central, la cual se extiende al noroeste de la Sierra Madre y paralelamente a ésta, está limitada al noreste por la altiplanicie de Chiapas y al norte por la Sierra Septentrional de Chiapas, se trata de una planicie accidentada irregularmente por la presencia de lomeríos, conos pequeños y serranías en algunas partes (Aguilar *et al.*, 2009).

En la cuenca predominan dos grupos de pendientes que van desde ligeramente inclinadas entre el 5 y 10% distribuidas casi en la totalidad del área de la cuenca ocupando el 31.5% de su totalidad, a pendientes de ligera a medianamente inclinadas 10 al 15%, ocupando el 31.4% de la cuenca localizadas principalmente en la región sureste de la misma (Tabla 4 D, Figura 4.14).

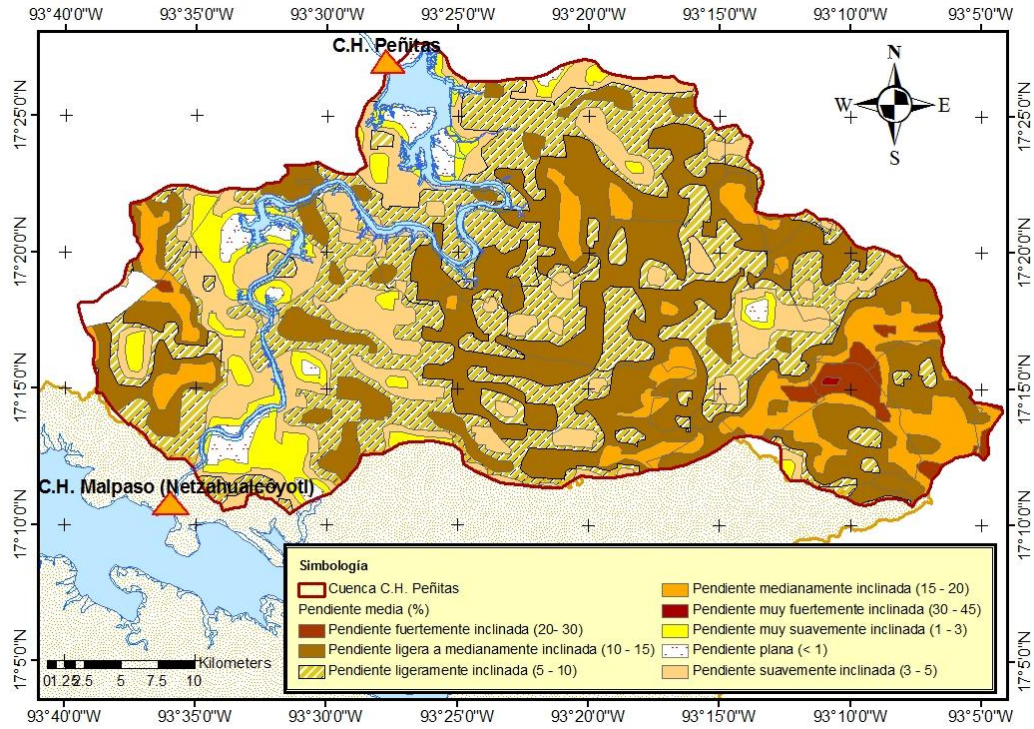


Figura 4.14 Pendiente media en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.

Pendiente media	Área (km ²)	%
Pendiente fuertemente inclinada (20- 30)	20.47497473	1.63
Pendiente ligera a medianamente inclinada (10 - 15)	395.0856603	31.44
Pendiente ligeramente inclinada (5 - 10)	396.4775354	31.55
Pendiente medianamente inclinada (15 - 20)	116.9866907	9.311
Pendiente muy fuertemente inclinada (30 - 45)	0.5312475	0.04
Pendiente muy suavemente inclinada (1 - 3)	77.45863204	6.16
Pendiente plana (< 1)	48.99516657	3.90
Pendiente suavemente inclinada (3 - 5)	200.4900928	15.96
Total	1256.5	100

Tabla 4 D. Pendiente media en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.

4.5 Descripción de la información básica utilizada

La información utilizada para el propósito del presente trabajo, fue básicamente la siguiente:

- Escurrecimientos registrados en intervalos de tiempo de una hora en las estaciones hidrométricas disponibles dentro de la cuenca en estudio y como parte de la red operada por la Comisión Federal de Electricidad (CFE).
- Precipitaciones registradas en intervalos de tiempo de una hora en las estaciones climatológicas de la red que opera la CFE, dentro de la cuenca en estudio.
- Registros del régimen de almacenamiento en los vasos de las presas del Sistema Hidroeléctrico Grijalva (SHG), útiles en el cálculo de las entradas totales al vaso de la C.H. Peñitas. En esos mismos registros, se almacenan los datos del caído en Juan del Grijalva, que pasa a ser otro almacenamiento dentro del SHG, aunque es un vaso con descarga libre.

Los registros utilizados abarcan el periodo de 2005 a 2012, se encuentran organizados en archivos anuales con registro horario por día y fueron proporcionados por la CFE [2].

4.5.1 Información hidroclimatológica

La Comisión Federal de Electricidad cuenta con una red hidroclimatológica que consta de 11 estaciones en la zona de estudio. A pesar de que todas las estaciones miden y registran datos de lluvia, es necesario aclarar que son denominadas de manera diferente de acuerdo con la información medida y registrada en cada una de ellas. Cinco de las estaciones son consideradas como estaciones de nivel, ya que miden el nivel de agua en los vasos. Una de ellas mide el nivel del agua de la presa Malpaso, el vaso superior cuenta con dos estaciones (Rómulo Calzada y Juan del Grijalva “vaso superior”) y el vaso inferior con las dos restantes (Juan del Grijalva “vaso inferior” y Peñitas). Cuenta también con tres estaciones hidrométricas que permiten calcular el caudal en el río (Sayula, Tzimbac y Aza-Pac), las dos estaciones restantes son consideradas como estaciones climatológicas y su principal función es medir la precipitación (Ocotepc y Zapata) (CFE [2]).

Las estaciones utilizadas se muestran en la Figura 4.15, y se proporciona información básica sobre éstas en la Tabla 4 E.

Id Estación	Cuenca	Nombre	Latitud	Longitud	Tipo Estación
Malpaso	Malpaso	Malpaso	N 17° 11' 58"	W 93° 36' 17"	Nivel
Zapata	Peñitas	Emiliano Zapata	N 17° 13' 00"	W 93° 20' 32"	Climatológica
Ocoatepec	Peñitas	Ocoatepec	N 17° 13' 30"	W 93° 09' 35"	Climatológica
Peñitas	Peñitas	Peñitas	N 17° 26' 42"	W 93° 27' 28"	Nivel
RCa	Peñitas	Rómulo Calzada	N 17° 21' 14"	W 93° 33' 06"	Nivel
Sayula	Peñitas	Sayula	N 17° 24' 08"	W 93° 19' 55"	Hidrométrica
Es4	Peñitas	Tzimbac	N 17° 13' 52"	W 93° 24' 51"	Hidrométrica
Es6*	Peñitas	Juan Grijalva Vaso Inferior	N 17° 22' 35"	W 93° 23' 24"	Nivel
Cnl*	Peñitas	Canal	N 17° 21' 51"	W 93° 22' 53"	Hidrométrica
Es1	Peñitas	Juan Grijalva Vaso Superior	N 17° 21' 51"	W 93° 22' 53"	Nivel
Es3	Peñitas	Aza-Pac	N 17° 15' 13"	W 93° 25' 38"	Hidrométrica

Nota: Las estaciones marcadas con un asterisco rojo (*) no fueron consideradas en el análisis debido a que no se encuentran funcionando adecuadamente en la actualidad.

Tabla 4 E. Estaciones hidroclimatológicas en la cuenca de la C.H. peñitas.

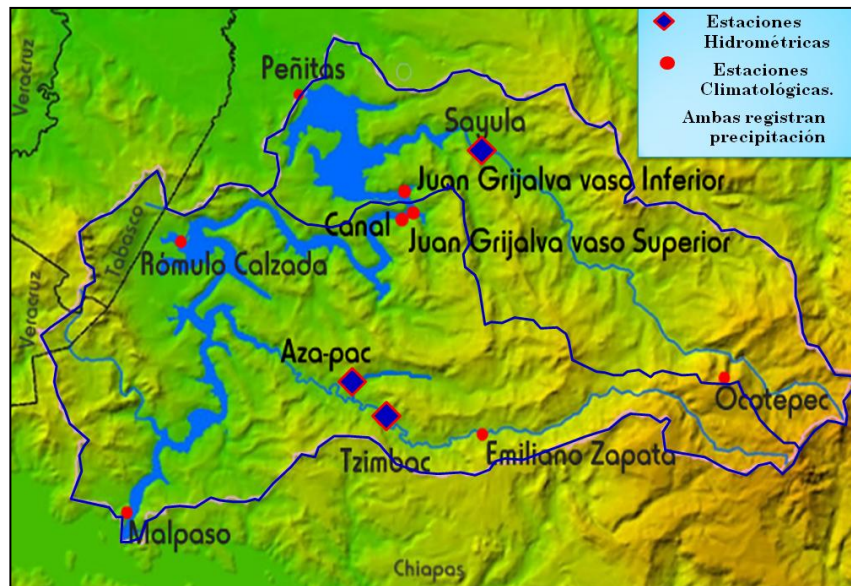


Figura 4.15 Ubicación de las estaciones que conforman la red climatológica de la C.H. Peñitas.

Fuente: CFE [2].

4.5.2 Registros del régimen de almacenamiento

La CFE proporcionó los registros del régimen de almacenamiento para cada uno de los vasos, tanto superior como inferior, incluyendo el vaso de la C.H. Malpaso, que conforman la zona de estudio.

El formato en el que se proporcionó la información incluye los niveles registrados en cada vaso, así como el gasto correspondiente, las descargas por el vertedor o bien, por el canal, así como también las descargas provenientes del vertedor de Malpaso, los registros son horarios y abarcan el periodo de 2005 a 2012.

A manera de ejemplo el formato en el que se proporcionan los datos es el mostrado en la Figura 4.16, mientras que el funcionamiento completo para el vaso de la C.H. Peñitas en el periodo de análisis se muestra en la Figura 4.17.

Los registros completos se presentan en el Anexo B digital.

FUNCIONAMIENTO DE VASO DE C.H. A.ALBINO CORZO (PEÑITAS)													
FECHA/HORA	Elev. vaso (m.s.n.m)	Almacenamiento (mill. m3) Actual	Aportaciones		EXTRACCIONES						Generacion M W H	No. Unidades Operando	OBSERVACIONES: Aportación promedio a cada 6 horas
			Gasto (m3/s.)	Volumen (mill. m3)	Turbinas		Vertedor		Total				
					Q(m3/s.)	V(mill.m3)	Q(m3/s.)	V(mill.m3)	Q(m3/s.)	V(mill.m3)			
08/04/2009 03:00	86.180	105.647	1016.113	3.658	602.085	2.168			602.085	2.168	178.000		92.400
08/04/2009 04:00	86.230	107.336	1099.053	3.957	600.997	2.164			600.997	2.164	178.000		92.400
08/04/2009 05:00	86.260	108.349	1014.135	3.651	600.107	2.160			600.107	2.160	178.000		91.000
08/04/2009 06:00	86.270	108.687	847.063	3.049	599.563	2.158			599.563	2.158	178.000		89.600
08/04/2009 07:00	86.270	108.687	712.171	2.564	629.671	2.267			629.671	2.267	187.000		86.800
08/04/2009 08:00	86.260	108.349	801.399	2.885	801.399	2.885			801.399	2.885	238.000		84.000
08/04/2009 09:00	86.260	108.349	719.163	2.589	801.663	2.886			801.663	2.886	238.000		82.900
08/04/2009 10:00	86.250	108.011	801.663	2.886	801.663	2.886			801.663	2.886	238.000		81.800
08/04/2009 11:00	86.240	107.673	719.362	2.590	801.862	2.887			801.862	2.887	238.000		80.700
08/04/2009 12:00	86.230	107.336	719.626	2.591	802.126	2.888			802.126	2.888	238.000		79.600
08/04/2009 13:00	86.220	106.998	716.519	2.579	799.019	2.876			799.019	2.876	237.000		77.400
08/04/2009 14:00	86.210	106.660	715.189	2.575	799.217	2.877			799.217	2.877	237.000		73.000
08/04/2009 15:00	86.200	106.322	716.980	2.581	799.480	2.878			799.480	2.878	237.000		73.000
08/04/2009 16:00	86.190	105.985	717.178	2.582	799.678	2.879			799.678	2.879	237.000		71.900
08/04/2009 17:00	86.190	105.985	717.441	2.583	799.941	2.880			799.941	2.880	237.000		71.900
08/04/2009 18:00	86.180	105.647	799.941	2.880	799.941	2.880			799.941	2.880	237.000		70.800
08/04/2009 19:00	86.180	105.647	829.125	2.985	911.625	3.282			911.625	3.282	270.000		69.700
08/04/2009 20:00	86.100	102.946	999.411	3.598	999.411	3.598			999.411	3.598	296.000		69.700
08/04/2009 21:00	86.070	101.933	338.740	1.219	1001.796	3.606			1001.796	3.606	296.000		67.500

Figura 4.16 Funcionamiento de vaso de la C.H. Peñitas (fragmento).

Fuente: Comisión Federal de Electricidad.

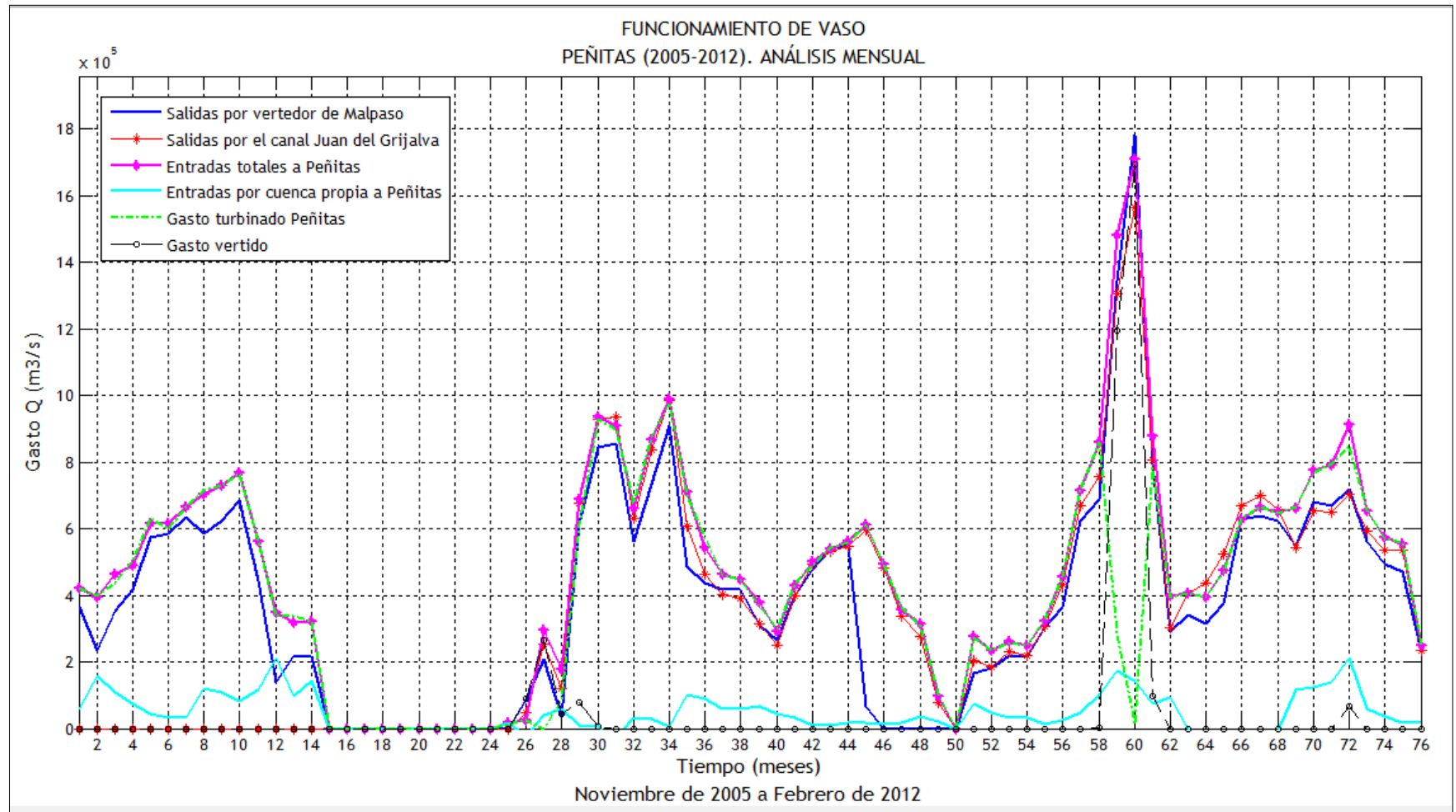


Figura 4.17 Funcionamiento de vaso de la C.H. Peñitas (2005 -2012).

4.6 Estadísticas de precipitación y escurrimiento

4.6.1 Análisis de precipitación

Con el fin de caracterizar la zona de estudio, se presentan algunos estadísticos y gráficos que permiten conocer la distribución y el comportamiento de la precipitación en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.

- *Precipitación media mensual*

Con base en la información disponible en Estadísticas del Agua en México 2011 se calculó en la cuenca de estudio la precipitación media anual y media mensual correspondiente al periodo 1971 – 2000. La precipitación media anual resultó de 2,017 mm. Los valores de la precipitación media mensual se muestran en la Figura 4.18, donde se observa que los valores obtenidos son notablemente superiores a la media mensual en el país para el mismo periodo.

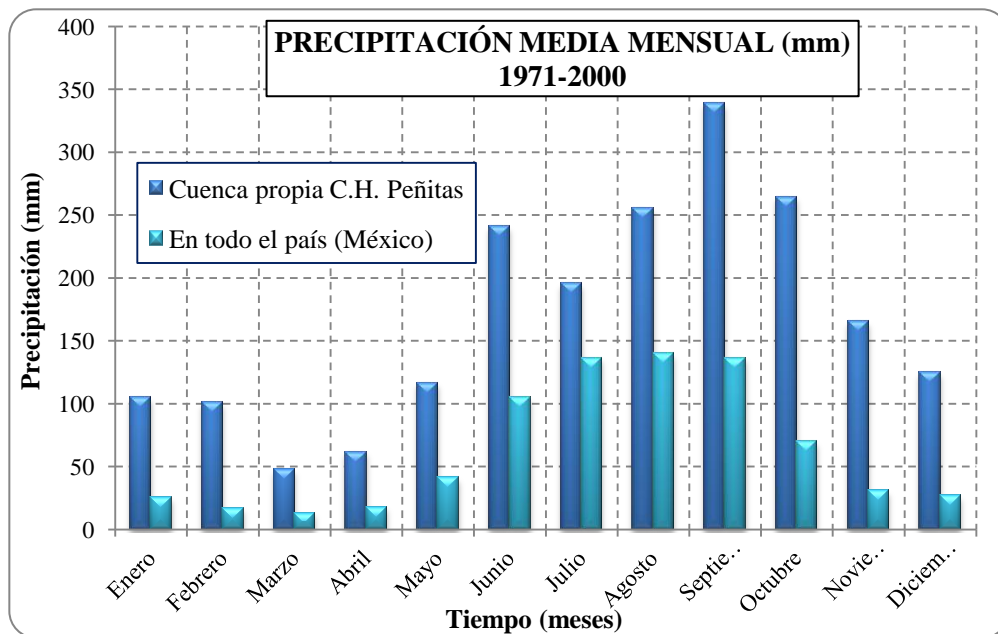


Figura 4.18 Precipitación media mensual en la cuenca propia de la C.H. Peñitas.

Por otra parte, la precipitación media anual para la zona de estudio en el periodo de análisis 2005-2012 en de 3,635 mm, 80% superior a la correspondiente al periodo 1971-2000 (2,017 mm). Con base en esto se observa que la tendencia de precipitación para la zona de estudio ha aumentado en los últimos 7 años (Figura 4.19).

En la Tabla 4 F se presenta el cálculo de la precipitación media anual, la cual se obtuvo de los registros de cada una de las estaciones que conforman la red climatológica de la cuenca. Los valores medios de la precipitación fueron obtenidos mediante el método de los polígonos de Thiessen.

Adicionalmente, a manera de comparación, la precipitación media anual máxima que ha sido registrada a nivel mundial tiene un valor de 11,872 mm, en Mawsynram, India (World Meteorological Organization, 2012).

Factores Thiessen	0.0438	0.2010	0.1169	0.1445	0.1141	0.1389	0.1116	0.0310	0.0980	Precipitación media (mm)
Mes	Peñitas	Ocotepec	Zapata	Sayula	JGS.	Romulo C.	Aza-Pac	Tzimbac	Malpaso	
Enero	322.7	433.1	237.1	461.7	276.5	214.0	333.6	260.3	135.3	315.5
Febrero	144.3	243.3	134.6	201.7	209.8	88.3	162.7	140.4	50.0	163.7
Marzo	110.9	288.0	179.0	189.3	256.1	101.5	253.8	188.7	57.8	194.2
Abril	68.3	205.0	166.4	125.4	80.4	67.2	114.6	186.2	38.7	122.6
Mayo	143.5	203.1	165.6	141.8	200.5	121.1	103.6	155.3	94.8	152.3
Junio	205.8	472.9	387.6	356.4	165.6	220.2	315.5	269.9	250.5	318.5
Julio	165.9	388.2	268.5	438.7	465.3	315.5	427.6	338.0	251.3	359.8
Agosto	419.8	455.7	415.1	505.8	553.7	482.8	428.7	377.6	370.4	457.7
Septiembre	398.5	486.9	399.6	640.2	373.7	454.7	425.8	484.4	333.6	455.6
Octubre	532.8	840.1	312.1	830.6	521.7	439.9	225.8	407.2	308.6	537.4
Noviembre	250.9	467.8	326.3	295.4	426.6	233.7	328.6	387.6	115.9	327.1
Diciembre	232.4	249.4	209.0	381.8	231.1	141.3	255.3	187.6	103.6	230.4

Tabla 4 F. Precipitación media mensual en la cuenca de la C.H. Peñitas, en el periodo 2005 – 2012.

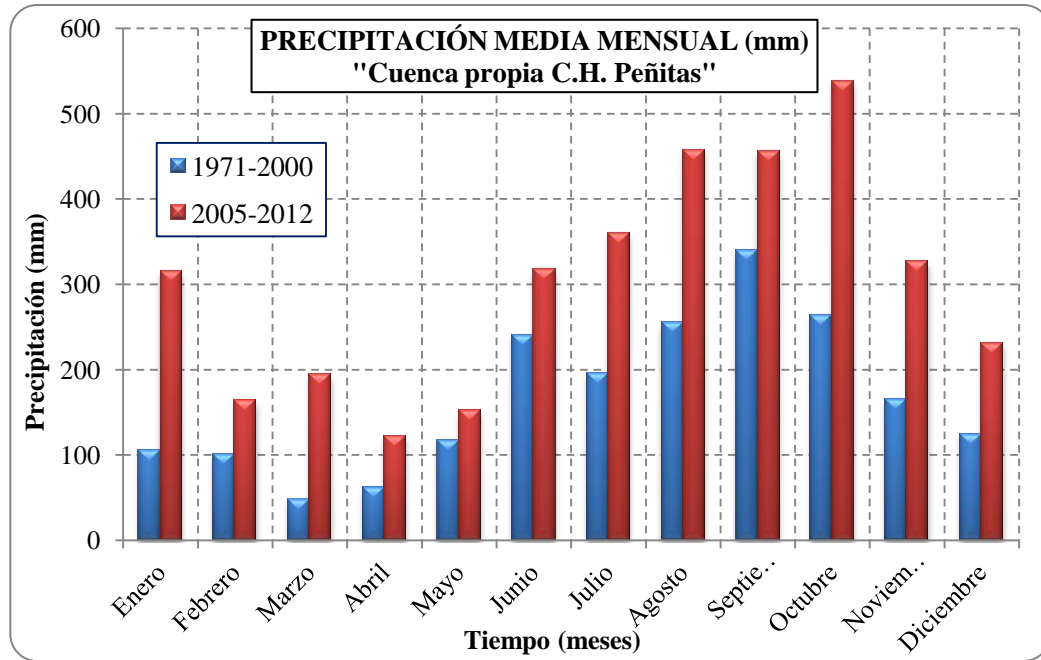


Figura 4.19 Precipitación media mensual en la cuenca propia de la C.H. Peñitas en los periodos 1971-2000 y 2005-2012.

- *Precipitación máxima registrada en una hora*

En la Tabla 4 G y la Figura 4.20 se muestra la precipitación máxima registrada en una hora en todas las estaciones de la cuenca para el periodo 2005 – 2012, donde se puede ver que la máxima registrada se presentó en la estación de Tzimbac en el año 2008 con un valor de 106 mm, como medida de comparación se tiene que la precipitación máxima horaria que ha sido registrada a nivel mundial es de 401 mm en Shangai, China, 03/07/1975 (WMO, 2012), casi 4 veces superior a la de la zona de estudio.

Es importante mencionar que los años 2005 y 2012 no se encuentran incluidos en la Figura 4.20 debido a que estos abarcan solamente los meses de noviembre y diciembre, para el caso del año 2005, y de enero y febrero, para el año 2012, de manera que los máximos obtenidos no son representativos del año en su totalidad.

Año	Precipitación máxima horaria (mm)								
	Peñitas	Ocoatepec	Zapata	Sayula	JGS.	Romulo C.	Aza - Pac	Tzimbac	Malpaso
2005	33.5	30.5	25.6	52	--	53.2	--	--	34.6
2006	94.6	63.9	89.9	61.1	--	39.1	--	--	32.4
2007	57.7	42.7	71.5	93.4	--	102.3	--	--	48.7
2008	79.6	40.3	56.7	55.7	81.1	50	105.2	106	38.5
2009	45.6	55.4	48.2	46.7	82.6	67.4	71.6	43	39
2010	--	74.1	73.4	74.6	52.1	62.4	54.4	61.7	43.8
2011	44	69.8	--	69	81	77.2	75.8	68.8	62.8
2012	19.6	20.3	22.5	28.2	39.7	12.7	30.7	29.9	17.3

Tabla 4 G. Precipitación máxima horaria anual por estación. Cuenca de la C.H. Peñitas (2005-2012).

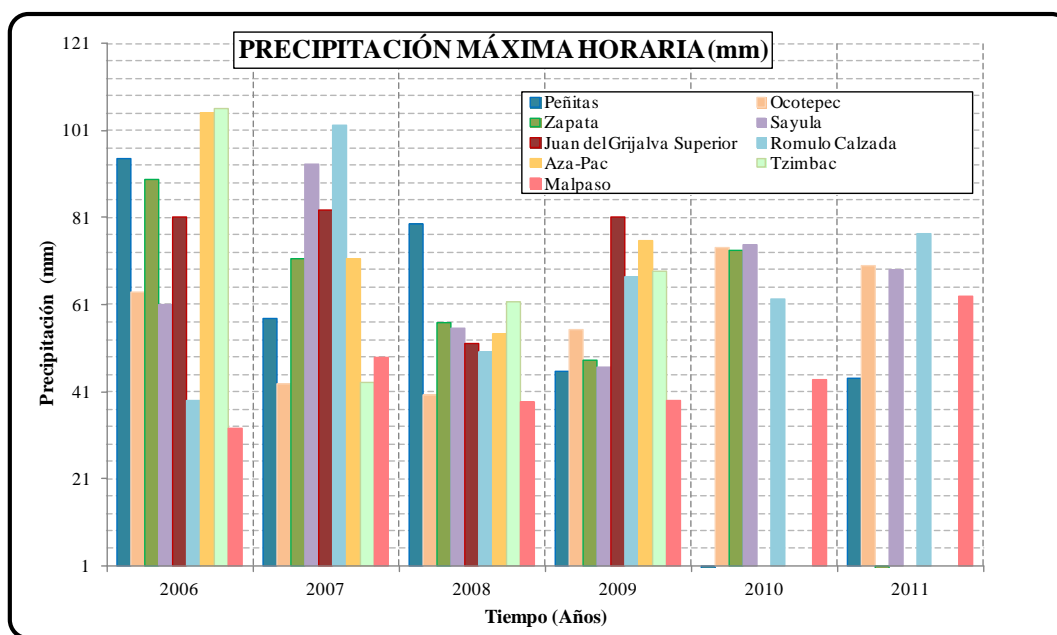


Figura 4.20 Precipitación máxima horaria anual por estación. Cuenca C.H Peñitas (2006-2011).

- Precipitación máxima en 24 horas

En la Tabla 4 H se presenta la precipitación máxima en 24 horas ocurrida en la zona de estudio para el periodo 2005 – 2012, de donde se puede observar que la máxima se presentó en la estación Ocoatepec en el año 2007.

Año	Estaciones hidroclimatológicas								
	Peñitas	Ocoatepec	Zapata	Sayula	JGS.	Romulo C.	Aza - Pac	Tzimbac	Malpaso
2005	146.4	114.7	130.3	176.8	---	87	---	---	100.4
2006	286	353	127.1	249.3	---	150	---	---	63
2007	276.9	426.9	236.1	341.9	288	141.5	99.9	22.7	153.4
2008	139.6	257.9	149.9	163.4	142.2	154.9	135	147.4	85
2009	80.3	183	260.8	118.6	240.8	118	217.4	205.3	80.1
2010	38.7	256.7	187.8	217.3	209.1	97.7	241.1	205	101.6
2011	101.6	233.6	---	178.1	215.4	97.3	169.3	137.5	119.2
2012	78.1	68.5	89.8	126.9	183.8	41	113.9	104.1	41.8

Máxima	286	426.9	260.8	341.9	288	154.9	241.1	205.3	153.4
Mínima	38.7	68.5	89.8	118.6	142.2	41	99.9	22.7	41.8

Tabla 4 H. Precipitación máxima en 24 h en mm en la cuenca propia de la C.H. Peñitas (2005 – 2012).

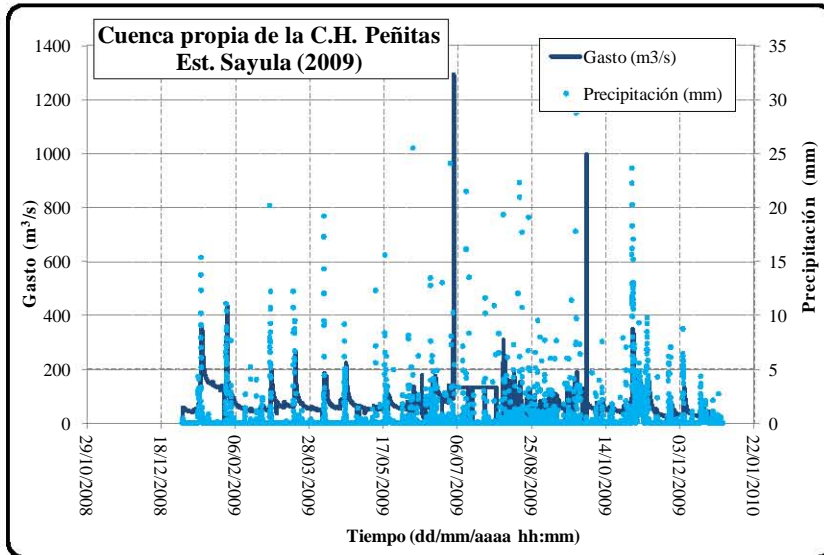
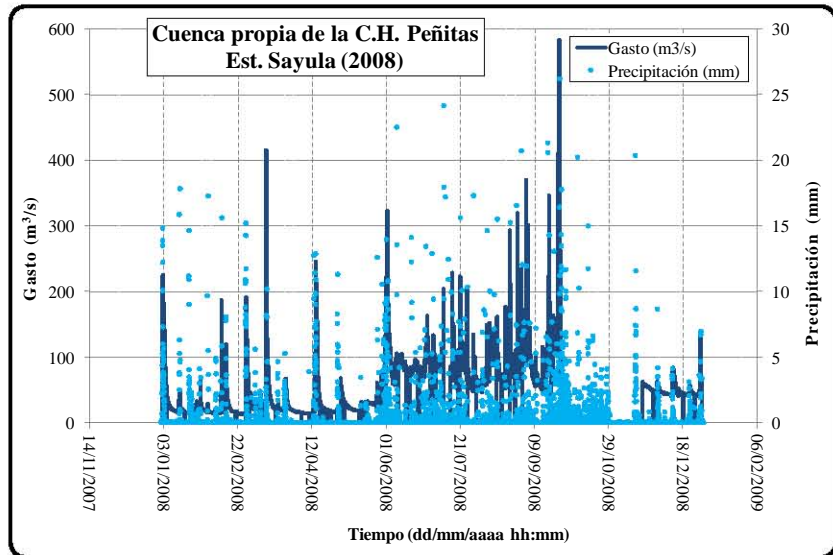
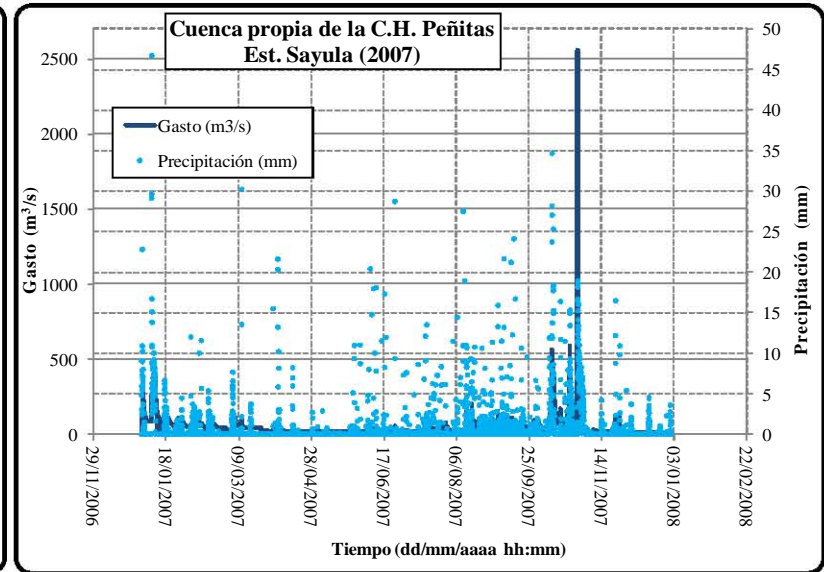
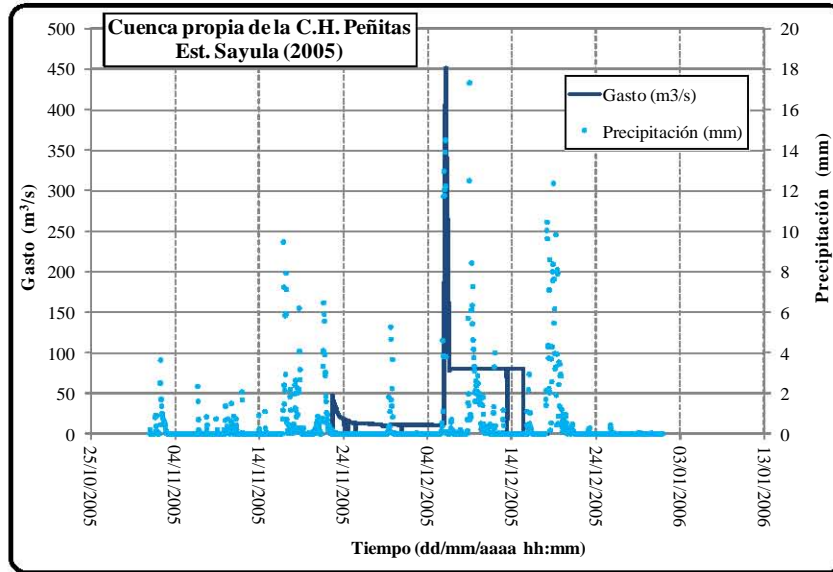
4.6.2 Análisis de escurrimientos

El análisis de las avenidas más significativas que se han presentado en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, en el periodo de análisis se realizó utilizando los registros de las estaciones hidrométricas Sayula y Aza-Pac, además de los caudales registrados en la estación Juan del Grijalva Superior.

Las principales avenidas registradas en cada una de las estaciones se presentan en la Tabla 4 I, las máximas ocurridas se resaltan en gris. El caudal máximo registrado en el periodo mencionado fue de $5,242 \text{ m}^3/\text{s}$ en la estación hidrométrica Juan del Grijalva inferior, mismo que incluye las descargas provenientes de la C.H. Malpaso y las entradas por cuenca propia en el vaso superior de la cuenca de la C.H. Peñitas.

ESTACIÓN HIDROMÉTRICA "SAYULA"			ESTACIÓN HIDROMÉTRICA "AZA-PAC"			ESTACIÓN "JUAN DEL GRIJALVA SUPERIOR"		
AVENIDA No.	FECHA DEL PICO	Q máx (m3/s)	AVENIDA No.	FECHA DEL PICO	Q máx (m3/s)	AVENIDA No.	FECHA DEL PICO	Q máx (m3/s)
1	06/12/2005 04:00	451.2	1	01/06/2008 07:00	91.3	1	17/01/2008 08:00	5274.0
2	02/01/2007 01:00	357.0	2	14/07/2008 09:00	369.0	2	03/02/2008 14:00	5242.0
3	09/01/2007 23:00	423.0	3	14/08/2008 20:00	122.0	3	15/04/2008 05:00	5117.8
4	05/03/2007 12:00	140.0	4	27/09/2008 03:00	120.0	4	06/02/2008 17:00	4869.6
5	13/08/2007 08:00	158.0	5	23/07/2009 21:00	86.3	5	11/07/2008 12:00	4729.5
6	16/08/2007 19:00	203.0	6	16/08/2009 23:00	79.2	6	18/09/2008 11:00	5197.9
7	11/10/2007 02:00	566.0	7	09/09/2009 19:00	110.0	7	27/11/2009 23:00	2875.6
8	23/10/2007 09:00	589.0	8	31/10/2009 21:00	184.0	8	07/09/2010 18:00	2138.9
9	26/11/2007 20:00	142.0	9	01/11/2009 15:00	129.0	9	05/10/2010 00:00	2194.9
10	11/02/2008 01:00	186.0	10	27/06/2010 08:00	151.0	10	27/04/2011 01:00	829.6
11	14/04/2008 17:00	245.0	11	21/07/2010 20:00	130.0	11	31/08/2011 04:00	865.6
12	01/06/2008 21:00	321.0	12	24/08/2010 23:00	142.0	12	06/09/2011 05:00	837.6
13	15/07/2008 19:00	228.0	13	26/09/2010 06:00	159.0	13	13/01/2012 10:00	164.9
14	21/07/2008 02:00	221.0	14	29/10/2010 00:00	164.0	14	14/01/2012 13:00	184.9
15	23/08/2008 16:00	290.0	15	01/12/2010 06:00	185.0			
16	03/09/2008 16:00	366.0	16	05/04/2011 20:00	79.7			
17	18/09/2008 23:00	342.0	17	31/08/2011 01:00	109.0			
18	25/09/2008 18:00	583.0	18	14/09/2011 17:00	165.0			
19	31/01/2009 04:00	435.0	19	16/10/2011 22:00	140.0			
20	27/06/2010 14:00	262.0	20	13/01/2012 06:00	60.0			
21	02/03/2011 00:00	98.4	21	14/01/2012 11:00	47.4			
22	13/01/2012 06:00	23.9	22	27/01/2012 03:00	38.9			

Tabla 4 I. Principales avenidas registradas en las estaciones “Sayula”, “Juan del Grijalva Superior” y “Aza-Pac”, en la cuenca de la C.H. Peñitas (2005-2012). Valores máximos resaltados en gris.



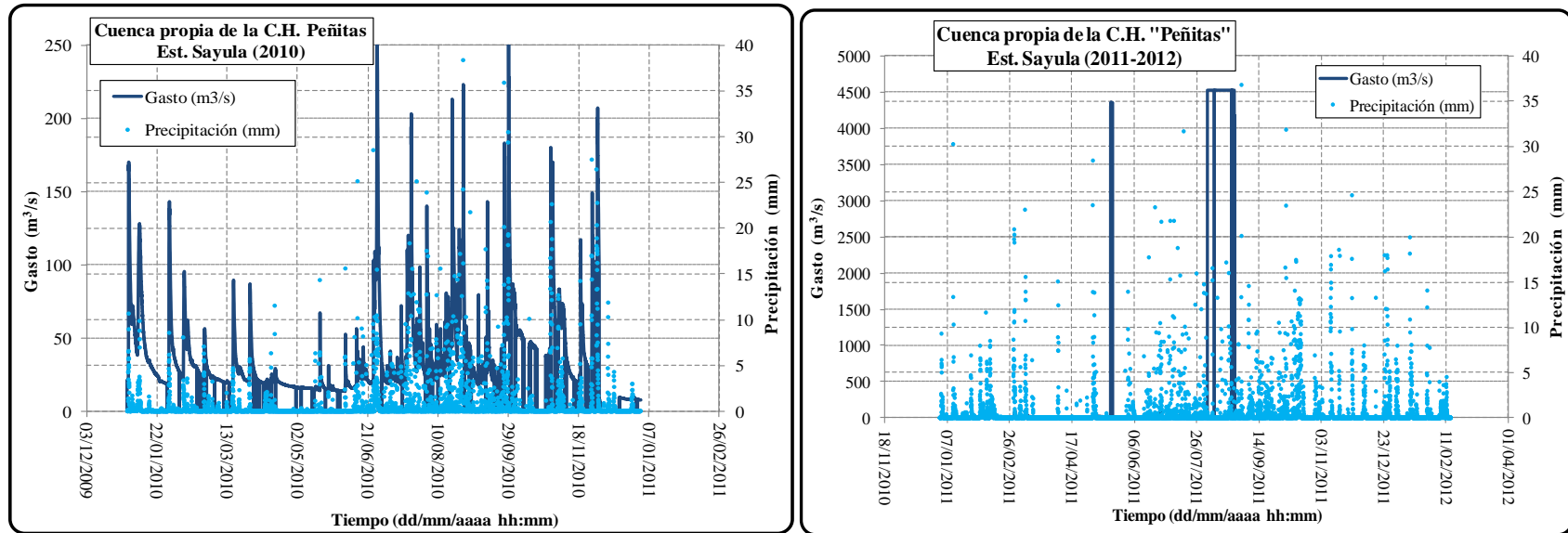
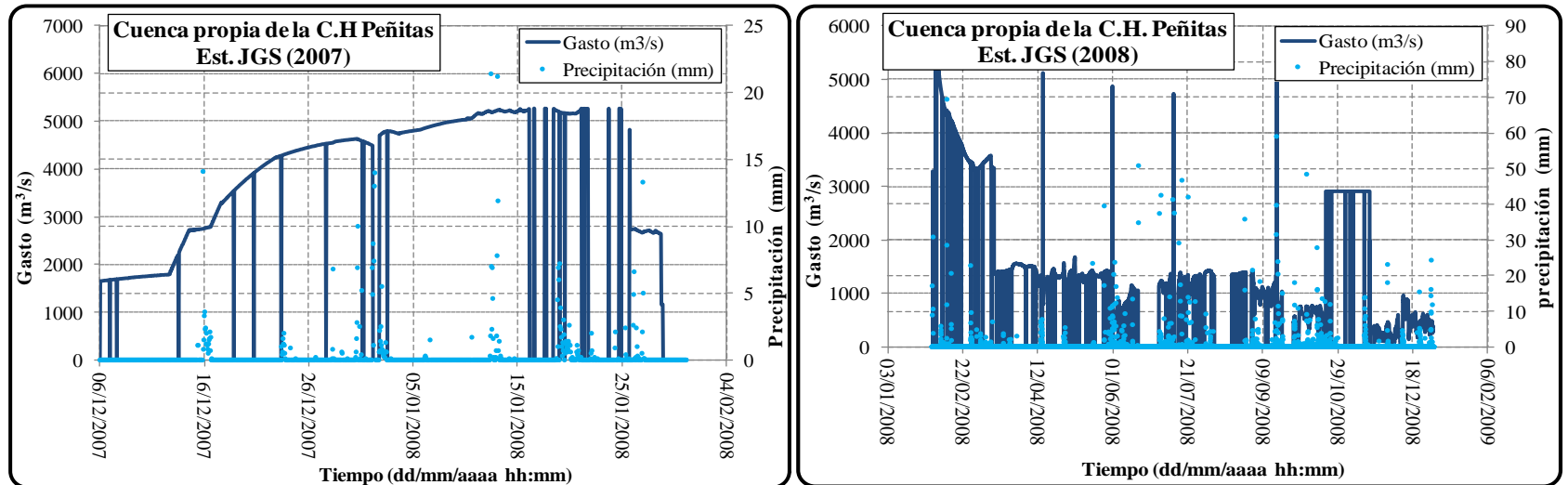


Figura 4.21 Hidrogramas anuales. Estación Sayula.



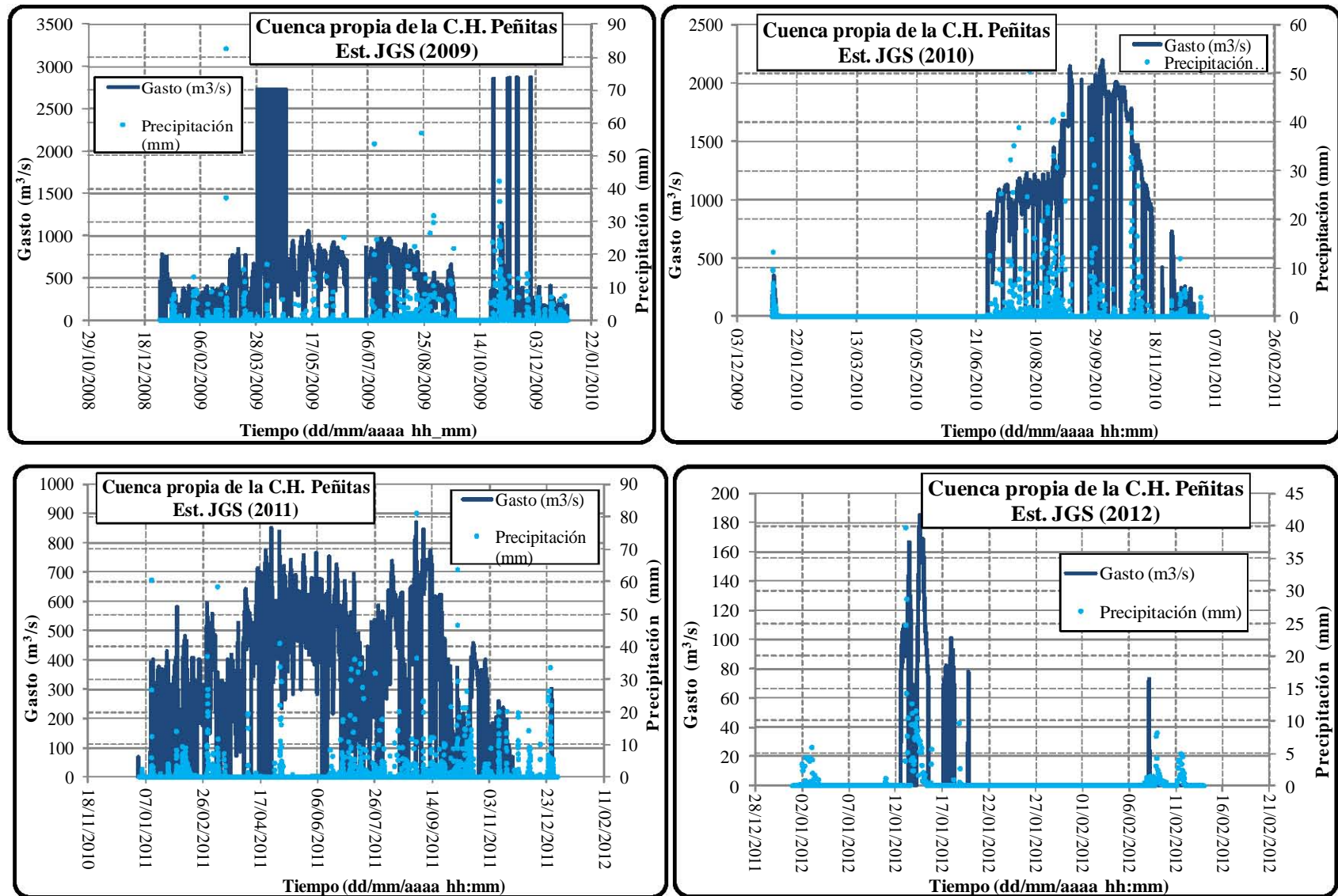


Figura 4.22 Hidrogramas anuales. Estación Juan del Grijalva Superior.

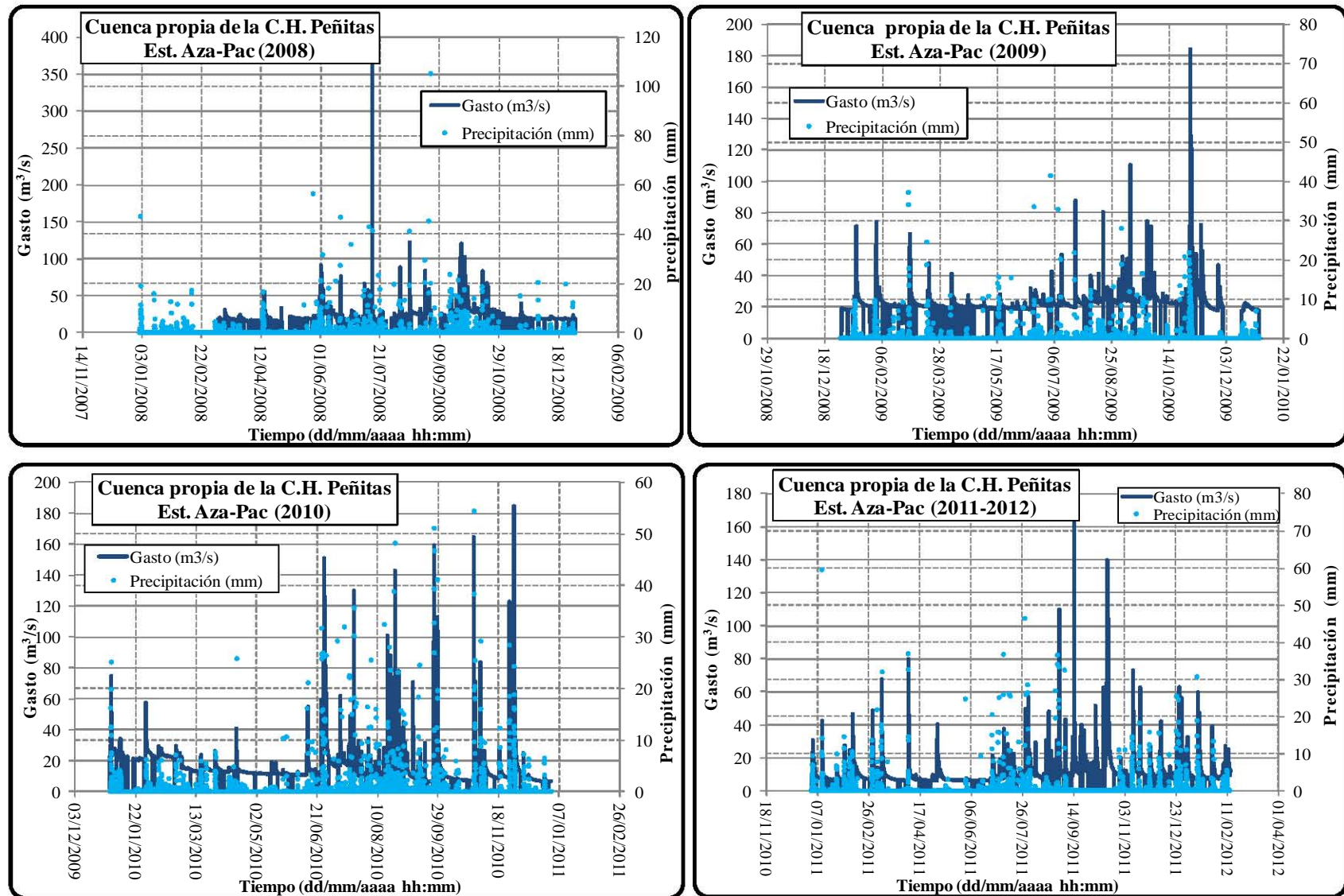


Figura 4.23 Hidrogramas anuales. Estación Aza - Pac.

CAPÍTULO V. APLICACIÓN DEL FILTRO DE KALMAN DISCRETO A LA CUENCA PROPIA DE LA C.H. PEÑITAS

5.1 Metodología

El filtro de Kalman (Kalman, 1960) se utilizará para identificar la función de respuesta de la cuenca (es decir, la relación causal entre la precipitación media en la cuenca, en diferentes instantes de tiempo, y el caudal en el mismo tiempo), y con ella los gastos de entrada al vaso de la C.H. Peñitas mediante la convolución de dicha función de respuesta con los gastos y/o las precipitaciones registradas en un lapso anterior al tiempo analizado. Durante el análisis se evalúan múltiples incrementos de tiempo en el pronóstico así como diferentes apreciaciones de la función de respuesta utilizada.

Para la predicción de los caudales es necesario contar con hietogramas de precipitación efectiva, para esto se obtienen las curvas que relacionan el Índice de Precipitación Antecedente (*IPA*) con el índice de infiltración media (φ) con base en los registros de precipitación y escurrimiento medidos por las estaciones climatológicas e hidrométricas ubicadas en la cuenca. Esta relación permite deducir, junto con la lámina de lluvia real, la lluvia efectiva que actuará como estímulo en la cuenca produciendo los escurrimientos de entrada al vaso.

Para comprobar la efectividad de predicción del filtro es necesario tener el registro real de los volúmenes de entrada al vaso en un periodo determinado. Sin embargo, debido a que la cuenca no se encuentra completamente aforada, no es posible utilizar las estaciones hidrométricas disponibles para conocer los escurrimientos totales de ingreso al vaso, por lo que se utiliza como alternativa la herramienta conocida como tránsito inverso modificado en vasos o antitránsito, mediante el cual, conociendo las salidas totales en la cuenca, así como la evolución de los niveles en el vaso, es posible obtener los volúmenes totales de entrada al mismo (Aldama y Aguilar, 1996).

En lo subsecuente los caudales calculados con el antitránsito serán denominados como “caudales observados”, los cuales serán considerados como la medida “real” del comportamiento del sistema.

Las entradas totales al vaso de la C.H. Peñitas calculadas con el antitránsito, serán consideradas como la señal (hidrograma de entrada al vaso) que se pronosticará mediante la aplicación del filtro de Kalman discreto suponiendo además que dicha señal estuviera presentándose en la realidad. El pronóstico se realizará en un Δt hacia adelante en el tiempo considerando toda la información disponible (tanto de precipitación como de caudal) hasta ese momento.

Es importante mencionar que a pesar de que la aplicación del antitránsito a la cuenca es la mejor opción para obtener los caudales de entrada al vaso, el filtro también fue evaluado utilizando los caudales medidos en la estación hidrométrica Sayula para el caso de la cuenca inferior.

A grandes rasgos el proceso a seguir durante la aplicación del filtro de Kalman discreto al pronóstico de caudales en la cuenca propia de la C.H. Peñitas se resume en la Figura 5.1.

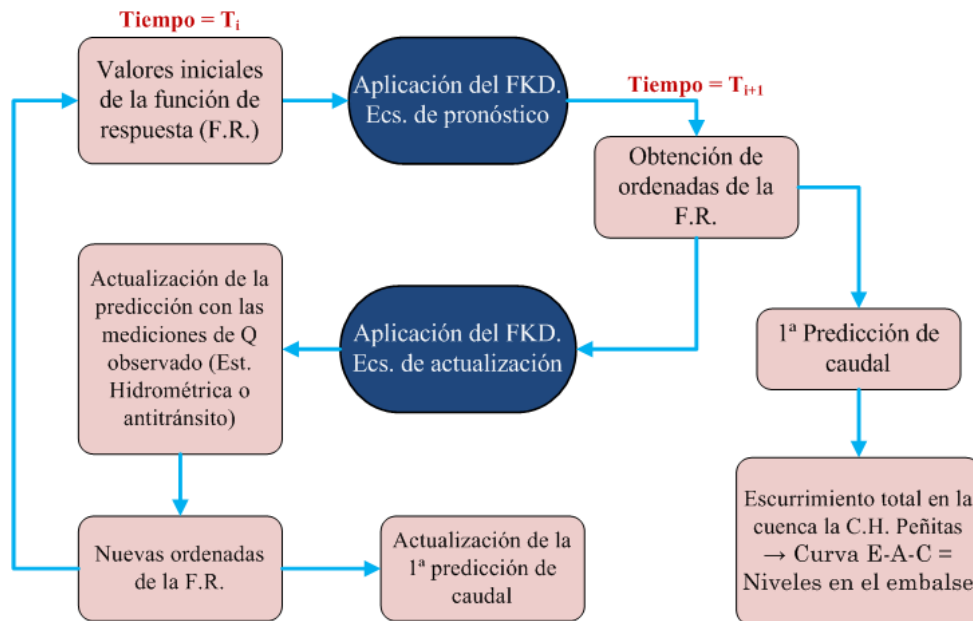


Figura 5.1 Proceso a seguir durante la aplicación del FKD en la predicción de caudales.

5.2 Curvas *IPA* vs φ . Obtención de la lluvia efectiva

Las estaciones climatológicas e hidrométricas ubicadas en la cuenca propia de la C.H. Peñitas que fueron utilizadas en éste análisis son las siguientes:

Cuenca Superior

Climatológicas

- Zapata
- Tzimbac
- Rómulo Calzada
- Ocoteppec
- Malpaso
- Juan del Grijalva Superior (ES1)
- Aza Pac

Hidrométricas

- Tzimbac (Área de influencia = 202 km^2)
- Aza Pac (Área de influencia = 258 km^2)

Cuenca Inferior

Climatológicas

- Peñitas
- Ocoteppec
- Zapata
- Sayula
- Juan del Grijalva Superior (ES1)

Hidrométricas

- Sayula (Área de influencia = 420 km^2)

La construcción de las curvas índice de precipitación antecedente (*IPA*) vs índice de infiltración media (φ) se realizó considerando los registros de precipitación y de escurrimiento en las estaciones ubicadas en la cuenca inferior, en este caso los registros de caudal de la estación hidrométrica Sayula.

Los cálculos fueron realizados solamente para la cuenca inferior debido a que la estación hidrométrica Sayula es la estación con el registro de escurrimiento más completo y confiable de todas las estaciones disponibles, adicionalmente ocupa un 33% del área total de la zona de estudio, superior con respecto a la ocupada por la estación de Aza – Pac (21% del área total) y Tzimbac (16% de área total). Además, la cuenca inferior abarca los diferentes tipos y usos de suelo así como de vegetación que se presentan en la cuenca completa por lo tanto se considera representativa de la zona de estudio.

El periodo elegido tomando en cuenta la coincidencia de los datos, es del 31 de octubre de 2005 a las 24:00 h al 13 de febrero de 2012 a las 24:00 h, la precipitación media se calculó utilizando polígonos de Thiessen (Figura 5.2).

Para aquellos casos en los que alguna estación no registró, la precipitación media fue obtenida con base en un promedio aritmético, mientras que en aquellos casos en los cuales todas las estaciones contaron con registro de precipitación de forma simultánea, fue obtenida por medio de polígonos de Thiessen de la siguiente manera:

$$\overline{hp} = \frac{1}{A_T} \sum_{i=1}^n A_i h_{pi} \dots (5.1)$$

O bien

$$\overline{hp} = \sum_{i=1}^n Fact_i \cdot h_{pi} \text{ , donde: } Fact_i = \frac{A_i}{A_T}$$

Donde:

\overline{hp} = Precipitación media en la cuenca.

A_T = área total de la cuenca.

A_i = área de influencia de la estación i .

h_{pi} = altura de precipitación registrada en la estación i .

Los factores utilizados fueron los siguientes:

$A_T = 419.6 \text{ km}^2$		
Estación	$A_i \text{ (km}^2\text{)}$	$Fact_i$
Ocotepec	193.4	0.461
Zapata	35.3	0.084
Sayula	166.5	0.397
JGS	24.3	0.058

Tabla 5 A. Factores de peso para el cálculo de \overline{hp} en la cuenca inferior, Sayula.

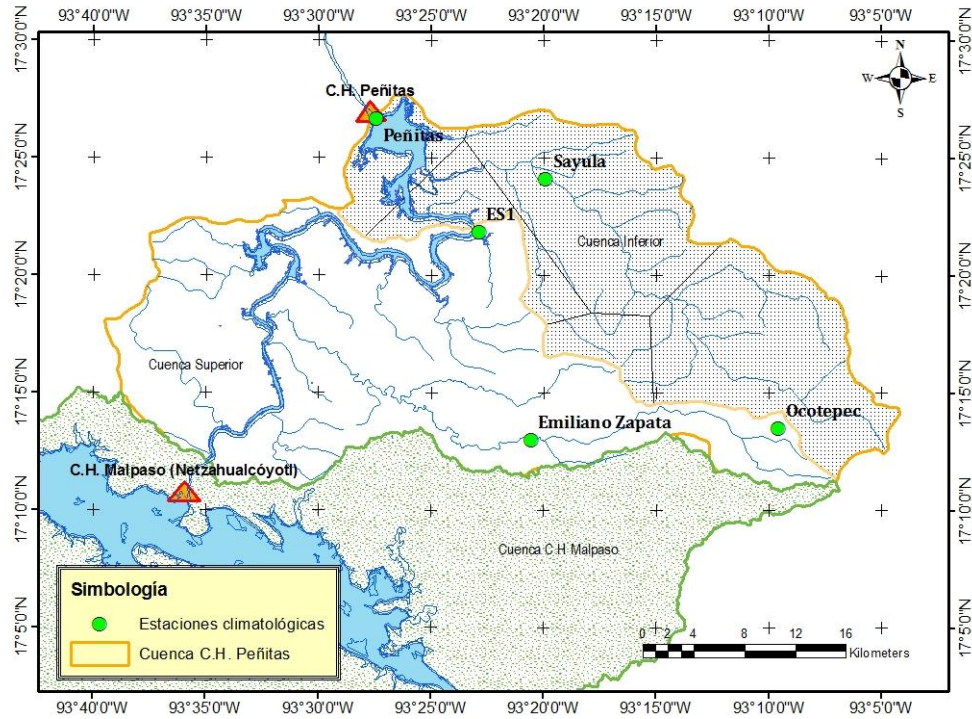


Figura 5.2 Polígonos de Thiessen hasta la estación hidrométrica Sayula.

La estación de Peñitas no se encuentra dentro del área de influencia, por lo tanto no es incluida en el análisis.

Una vez obtenida la precipitación media en la cuenca, se eligieron las avenidas más significativas registradas (en relación a su magnitud) en la estación hidrométrica Sayula dentro del periodo de análisis mencionado, calculando para cada una de ellas el índice de infiltración media φ , así como el *IPA* correspondiente, tal y como se explicó en el capítulo II, subcapítulo 2.3.

Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

No.	Fecha de ocurrencia de la avenida	<i>IPA</i> (mm)	φ (mm/h)
1	1/1/2007 01:00	190.60	4.62
2	12/8/2007 07:00	131.13	4.55

No.	Fecha de ocurrencia de la avenida	IPA (mm)	φ (mm/h)
3	16/08/2007 13:00	154.36	5.09
4	22/10/2007 18:00	173.78	3.21
5	23/11/2007 17:00	46.86	9.61
6	26/11/2007 18:00	73.66	5.12
7	10/2/2008 22:00	66.67	6.25
8	13/4/2008 22:00	83.99	4.35
9	30/5/2008 19:00	46.83	8.86
10	13/1/2009 09:00	148.24	2.70
11	30/1/2009 15:00	99.02	4.33
12	31/10/2009 13:00	40.23	11.34

Tabla 5 B. Tabla resumen de los valores obtenidos de *IPA*, φ .

La curva que mejor se ajusta a los valores anteriores y con la cual es posible calcular cualquier valor de φ , dado un *IPA*, o viceversa es la mostrada en la Figura 5.3.

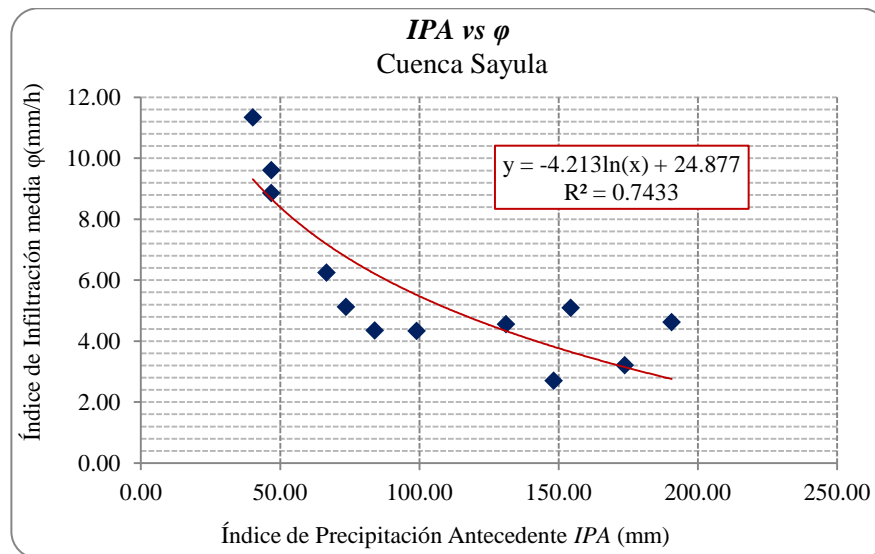


Figura 5.3 Gráfica *IPA vs φ* para la cuenca propia de la C.H. Peñitas.

Ecuación de ajuste *IPA vs φ*.

$$\varphi = -4.213 \ln(IPA) + 24.877 \dots (5.2)$$

La ecuación anterior obtenida para la subcuenca hasta la estación hidrométrica Sayula se considera representativa para el cálculo de la precipitación efectiva de la cuenca propia de la C.H. Peñitas.

Para lo anterior se recalculó la precipitación media utilizando polígonos de Thiessen en el caso de que las 9 estaciones (Figura 5.4) estuvieran registrando, los factores de cálculo correspondientes se presentan en la Tabla 5 C; y con la media aritmética para el caso en que una o más de las 9 estaciones fallaran en el registro.

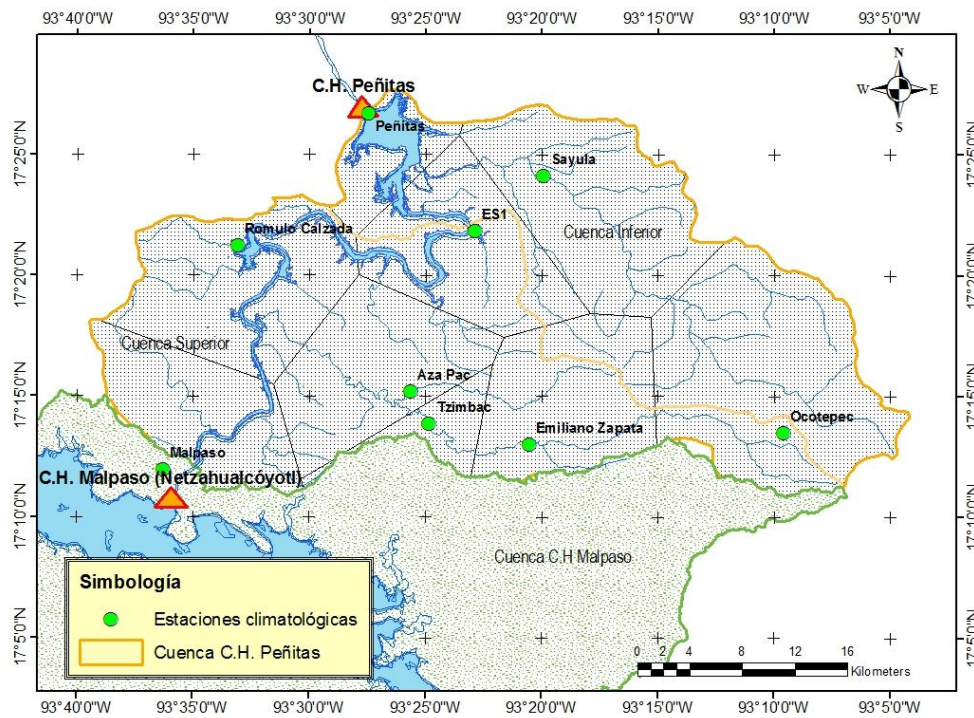


Figura 5.4 Polígonos de Thiessen. Cuenca de la C.H Peñitas.

$A_T = 1256.5 \text{ km}^2$		
Estación	$A_i \text{ (km}^2\text{)}$	$Fact_i$
Sayula	181.6	0.145
Peñitas	55.0	0.044
JGS	143.4	0.114
Ocoatepec	252.5	0.201
Rómulo Calzada	174.5	0.139

Emiliano Zapata	146.9	0.117
Aza-Pac	140.2	0.112
Tzimbac	39.0	0.031
Malpaso	123.1	0.098

Tabla 5 C. Factores de peso para el cálculo de \overline{hp} en la cuenca de la C.H Peñitas.

Al calcular la precipitación media en la cuenca, existen periodos en los cuales ninguna de las 9 estaciones tuvo registro de precipitación, de manera que se presentan huecos dentro de la serie. Para poder solucionar este problema y calcular posteriormente el *IPA* horario correspondiente, se optó por colocar en los lugares vacíos un promedio de las 3 precipitaciones anteriores con registro, con el fin de tener una serie horaria completa.

Una vez obtenida la precipitación media en la cuenca, se calculó el *IPA* correspondiente para cada hora en la serie de tiempo. La expresión utilizada para transformar la ecuación de actualización del *IPA* en términos horarios fue (Aguilar *et al.*, 2009):

$$IPA_t = IPA_{t-1}K^{1/24} + P_{t-1} \dots (5.3)$$

El exponente de *K* (coeficiente de recesión) equivale a la proporción de horas en un día, intervalo de tiempo de la versión original de dicha expresión en la que *K* no tiene exponente, considerado igual a 0.85 en el presente cálculo (Aparicio, 1989), con un *IPA* inicial igual a 10 mm. Aplicando la ecuación 5.2 obtenida con los registros de *IPA vs φ*, se calculó el índice de infiltración correspondiente a cada registro en la serie.

La lluvia efectiva ($hp_{efectiva}$) se calculó considerando lo siguiente:

$$\text{Si } \varphi > \overline{hp} \rightarrow hp_{efectiva} = 0$$

$$\text{Si } \varphi < \overline{hp} \rightarrow hp_{efectiva} = \overline{hp} - \varphi$$

Los cálculos anteriores, para la cuenca inferior, se realizaron en Matlab.

5.3 Cálculo de los caudales mediante antitránsito

La cuenca propia de la C.H. Peñitas cuenta con 3 estaciones hidrométricas, pero sus mediciones no pueden ser consideradas como representativas del escurrimiento total en la cuenca debido a que solo miden el caudal en una parte de la misma. Por ello es necesario utilizar otra alternativa de cálculo que permita obtener los volúmenes totales de entrada al embalse; de aquí la utilidad del llamado antitránsito de avenidas o tránsito inverso en vasos.

Las entradas totales al vaso de la C.H. Peñitas utilizando el antitránsito de avenidas se calculan con base en los registros de operación de la presa, correspondientes a la elevación de la superficie libre del agua en el vaso, usando las relaciones elevaciones-capacidades y el registro de los volúmenes de salida por las obras de toma y de excedencias, según sea el caso.

Básicamente, los antitránsitos se calculan resolviendo numéricamente la ecuación de continuidad, calculando el gasto de ingreso al vaso a partir del gasto de egreso y de la tasa de cambio del almacenamiento (Aldama y Aguilar, 1996).

La ecuación de continuidad en un vaso está dada por:

$$\frac{dV}{dt} = I - O \dots (5.4)$$

En donde V representa el almacenamiento en el vaso; I , el gasto de ingreso; O , el gasto de egreso; y t , el tiempo.

Si la ecuación de continuidad se discretiza utilizando diferencias centrales (Aldama y Aguilar, 1996) y se despeja la entrada total al vaso se obtiene:

$$I_{j+1} = O_{j+1} + \frac{V_{j+2} - V_j}{2\Delta t} \dots (5.5)$$

Aplicación del antitránsito a la C.H. Peñitas

Para aplicar el antitránsito a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, las variables que componen las entradas y salidas totales en cada una de las subcuencas se definen como:

- Cuenca Superior (Juan del Grijalva):

Entradas:

$$I_{TJG} = I_{cp} + I_{ll} + I_{dMalp} \dots (5.6)$$

Donde:

I_{TJG} = Entradas totales a la cuenca Juan del Grijalva (Cuenca superior).

I_{cp} = Entradas por cuenca propia.

I_{ll} = Entradas por lluvia directa sobre el vaso.

I_{dMalp} = Entradas provenientes de las descargas de la Presa Malpaso.

Salidas:

$$S_{TJG} = S_{dJG} + S_e + S_i \dots (5.7)$$

Donde:

S_{TJG} = Salidas totales del vaso Juan del Grijalva (Cuenca superior).

S_{dJG} = Volumen registrado de salida a través del canal Juan del Grijalva.

S_e = Volumen evaporado en el vaso.

S_i = Volumen infiltrado en el vaso.

Las entradas totales que llegan al vaso de la C.H. Peñitas provienen de la cuenca superior, la cual recibe las descargas provenientes de la presa Malpaso, que sumadas con las entradas por cuenca propia y por lluvia directa sobre el vaso conforman las entradas totales a la cuenca superior. Debido a que las cuencas superior e inferior se encuentran comunicadas por el canal Juan del Grijalva, las salidas de la cuenca superior, representadas por los volúmenes registrados a través del canal Juan del Grijalva y los dos túneles ubicados en la margen izquierda, constituyen a su vez las entradas al sistema de la cuenca inferior; a estas consecuentemente se adicionan las entradas por cuenca propia (cuenca inferior), más la lluvia

directa sobre el vaso, conformando así las entradas totales al vaso de la C.H. Peñitas. En lo que se refiere a sus salidas, solo estarían conformadas por el gasto vertido y turbinado, así como por las salidas por infiltración y evaporación (Figura 5.5).

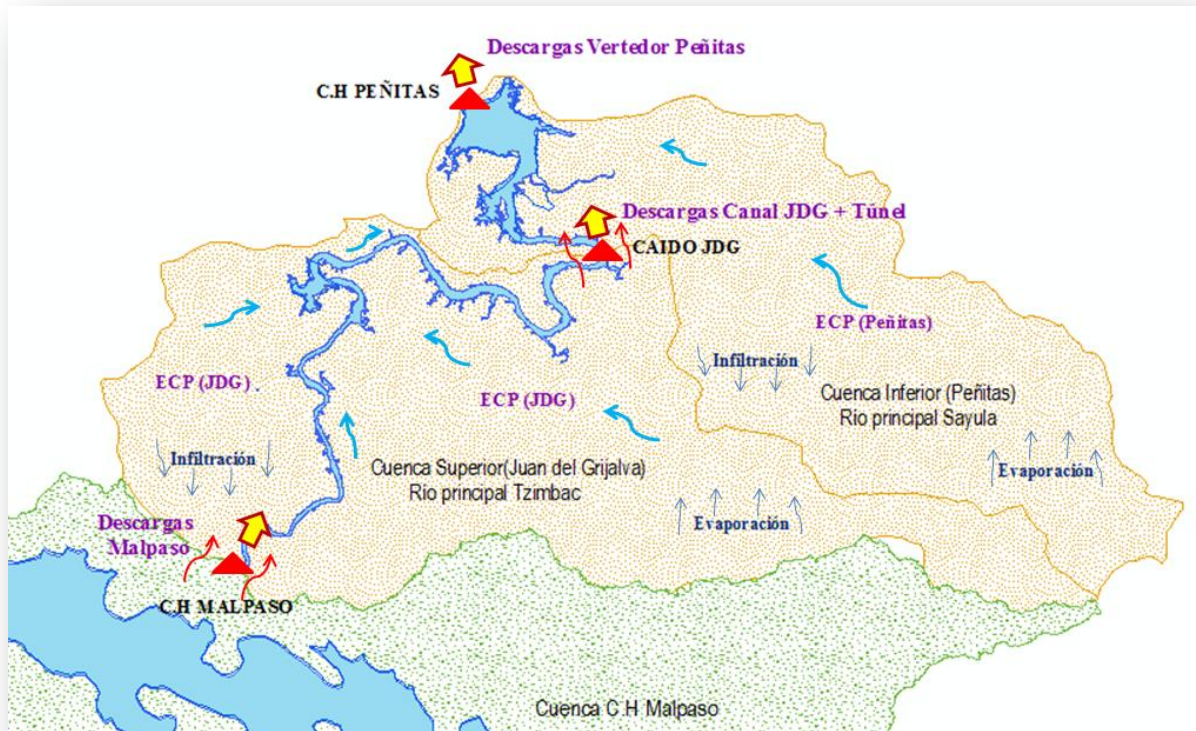


Figura 5.5 Funcionamiento de vaso de la C.H. Peñitas.

Debido a lo anterior, basta calcular las entradas totales a la cuenca inferior por medio del antitránsito para poder conocer los volúmenes de entrada totales que llegan al vaso de la C.H. Peñitas, y ser consideradas así como sustitutos de registros de escurrimiento.

Los cálculos del antitránsito para la cuenca inferior constituirán las medidas reales del comportamiento del sistema en su totalidad, ya que contendrían implícitamente el comportamiento de la cuenca superior. Los resultados serán incorporados al algoritmo del filtro de Kalman, para conformar las ecuaciones de predicción y actualización del sistema, como se verá más adelante.

En la Figura 5.6 se muestra una fracción del cálculo del antitránsito realizado para la cuenca inferior de la C.H. Peñitas.

FUNCIONAMIENTO DE VASO DE C.H. AALBINO CORZO (PEÑITAS)																	
FECHA/HORA	Aportaciones			EXTRACCIONES							Generacion	No. Unidades	OBSERVACIONES:				
	Elev. Vaso (m.s.n.m)	Actual	Difer.	Gasto (m3/s)	Volumen (mill. m3)	Turbinas		Vertedor		Total				Antitransito			
						Q(m3/s)	V(mill.m3)	Q(m3/s)	V(mill.m3)	Q(m3/s)	V(mill.m3)	Entradas Totales	Prom. Móviles (5) Anterior	Entradas por cuenca propia	MWH	Operando	Aportación promedio a cada 6 horas
01/01/2005 01:00	85.840	45.528	1.630	773.448	2.784	320.671	1.154			320.671	1.154				94.000		397.605
01/01/2005 02:00	85.900	48.780	3.250	1249.278	4.476	340.500	1.226			340.500	1.226	641.61	641.61	641.61	100.000		879.429
01/01/2005 03:00	85.880	47.696	-1.080	40.722	0.147	340.222	1.227			340.222	1.227	39.61	340.61	340.61	100.000		-323.126
01/01/2005 04:00	85.860	46.612	-1.090	38.139	0.137	340.917	1.227			340.917	1.227	-110.75	190.16	190.16	100.000		-143.119
01/01/2005 05:00	85.820	44.444	-2.170	-261.444	-0.941	341.333	1.229			341.333	1.229	115.50	171.49	171.49	100.000		-261.444
01/01/2005 06:00	85.830	44.986	0.550	494.000	1.778	341.222	1.228			341.222	1.228	190.67	175.33	175.33	100.000		494.000
01/01/2005 07:00	85.800	43.360	-1.630	-111.222	-0.400	341.556	1.230			341.556	1.230	-110.11	24.98	24.98	100.000		-111.222
01/01/2005 08:00	85.770	41.734	-1.630	-110.917	-0.399	341.861	1.231			341.861	1.231	-34.53	10.16	10.16	100.000		-110.917
01/01/2005 09:00	85.750	40.650	-1.080	42.056	0.151	342.056	1.231			342.056	1.231	116.22	55.55	55.55	100.000		42.056
01/01/2005 10:00	85.740	40.108	-0.540	192.167	0.692	342.167	1.232			342.167	1.232	41.06	40.66	40.66	100.000		192.167
01/01/2005 11:00	85.710	38.482	-1.630	-110.306	-0.397	342.472	1.233			342.472	1.233	41.36	10.80	10.80	100.000		-110.306
01/01/2005 12:00	85.700	37.940	-0.540	192.583	0.693	342.583	1.233			342.583	1.233	41.47	41.12	41.12	100.000		192.583
01/01/2005 13:00	85.670	36.314	-1.630	-109.861	-0.395	342.917	1.235			342.917	1.235	-108.75	26.27	26.27	100.000		-109.861
01/01/2005 14:00	85.640	34.688	-1.620	-106.778	-0.384	343.222	1.236			343.222	1.236	-33.17	-3.61	-3.61	100.000		-106.778
01/01/2005 15:00	85.620	33.604	-1.090	40.639	0.146	343.417	1.236			343.417	1.236	42.31	-3.36	-3.36	100.000		40.639
01/01/2005 16:00	85.600	32.520	-1.080	43.639	0.157	343.639	1.237			343.639	1.237	42.53	-3.12	-3.12	100.000		43.639
01/01/2005 17:00	85.580	31.436	-1.090	41.083	0.148	343.861	1.238			343.861	1.238	42.75	-2.87	-2.87	100.000		41.083
01/01/2005 18:00	85.560	30.352	-1.080	44.056	0.159	344.056	1.239			344.056	1.239	42.94	27.47	27.47	100.000		44.056
01/01/2005 19:00	85.540	29.268	-1.080	44.278	0.159	344.278	1.239			344.278	1.239	-32.11	27.68	27.68	100.000		-319.571

Figura 5.6 Fracción de cálculo del antitránsito en la cuenca inferior de la C.H Peñitas.

Básicamente el proceso seguido para el cálculo, con base en la ecuación (5.5), fue el siguiente:

$$I_{j+1} = O_{j+1} + \frac{V_{j+2} - V_j}{2(1)} \cdot \frac{1,000\,000}{3600} \dots (5.8)$$

Los valores utilizados están referenciados con base en los colores de las celdas en la figura anterior. El factor adicionado corresponde a la transformación de hm^3 a m^3 , y de horas a segundos, para obtener las entradas totales en m^3/s .

El cálculo del antitránsito exhibe oscilaciones significativas en las entradas calculadas, para corregirlas se aplicaron promedios móviles a la serie de tiempo de volumen registrado, con diferentes lapsos de tiempo (Aldama y Aguilar, 1996), después de verificar los resultados, se concluyó que realizando un promedio móvil de los 5 últimos valores generados en tiempo real, los resultados mejoraban suficientemente, logrando así un registro más consistente con menor ruido en la señal (Figura 5.7).

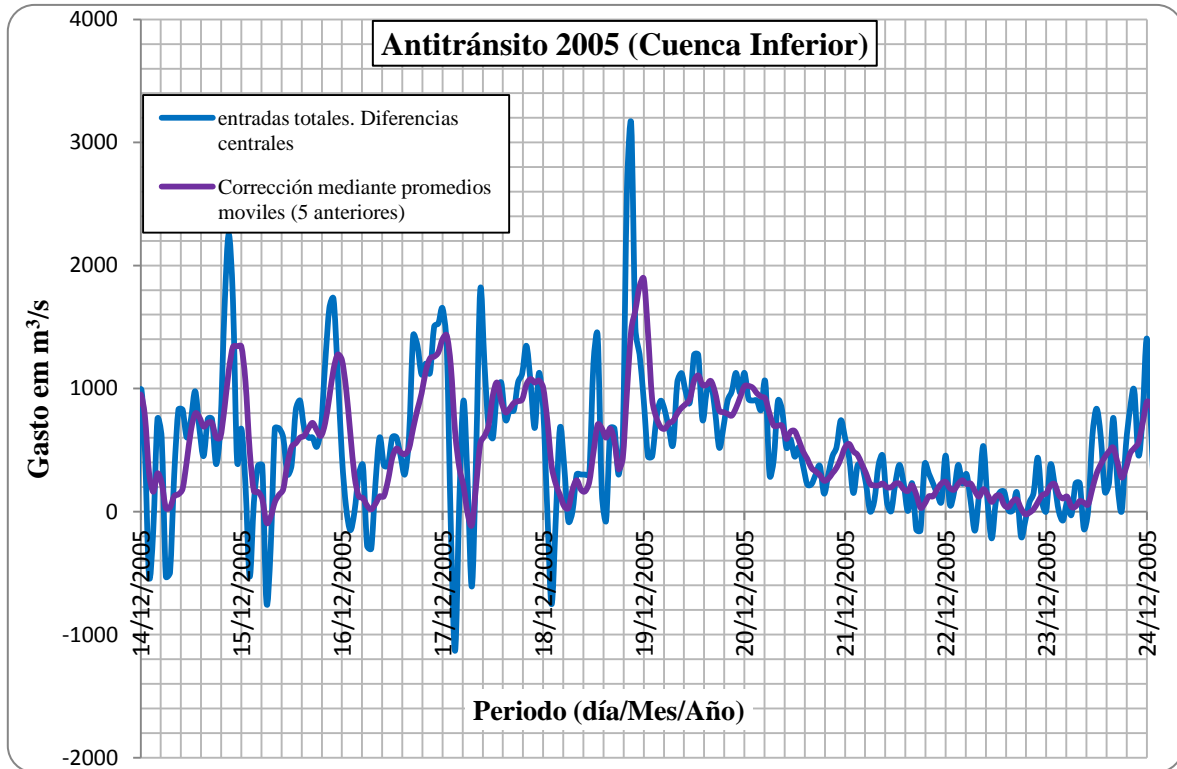


Figura 5.7 Fracción de resultados gráficos obtenidos con el antitránsito en la cuenca inferior y corrección con promedios móviles.

Es importante mencionar que al realizar el cálculo de los caudales mediante el antitránsito aun con las correcciones se presentan algunas oscilaciones negativas (gasto negativo).

Los resultados obtenidos de la aplicación del antitránsito, realizados con base en los regímenes de almacenamiento proporcionados por CFE, se presentan en el Anexo C digital.

5.4 Conformación del algoritmo del FGD utilizando como función de respuesta el hidrograma unitario instantáneo

5.4.1 Hidrograma unitario instantáneo aplicado a la C.H. Peñitas

En una primera elección de la función de respuesta utilizada, el cálculo de los caudales de entrada a la cuenca propia de la C.H. Peñitas se obtuvo mediante la aplicación del hidrograma unitario instantáneo (HUI) como función de respuesta. Para ejemplificar el proceso de cálculo supóngase que se tiene un hidrograma de precipitación efectiva como el mostrado en la Figura 5.8 a), el cual produce un hidrograma como el mostrado en la Figura 5.8 c), a través del hidrograma unitario instantáneo presentado en la Figura 5.8 b).

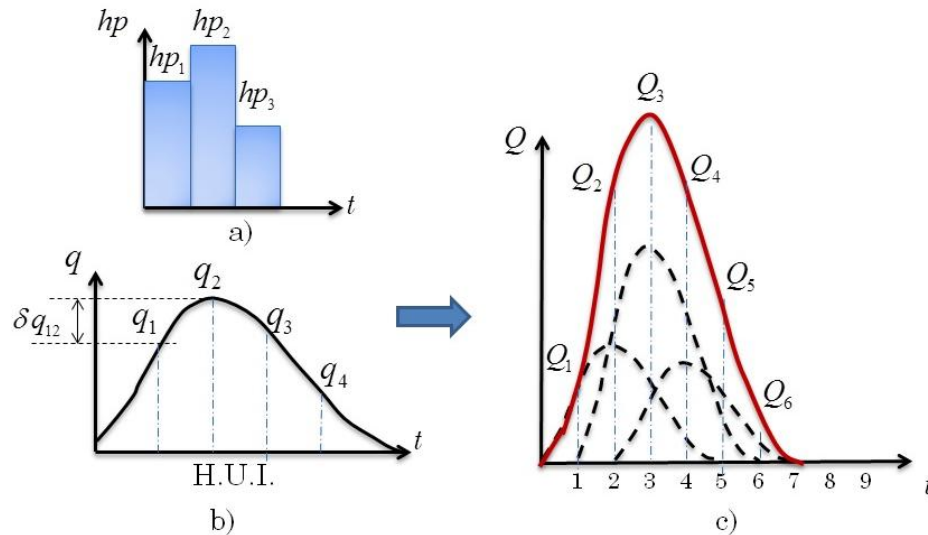


Figura 5.8 Hidrograma Unitario Instantáneo. Ejemplo.

Durante el pronóstico de una avenida las barras del hidrograma no son conocidas en su totalidad, pero se conoce la función de respuesta, es decir el HUI, cuyas ordenadas se pueden representar como un incremento entre el gasto en un instante y el siguiente ($\delta q_{ij} = q_j - q_i$), los gastos del hidrograma de escurrimiento directo estarán representados como:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= hp_1 q_1 \\
 Q_2 &= Q_1 + hp_1 \delta q_{12} + hp_2 q_1 \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

$$Q_6 = Q_5 + hp_1\delta q_{65} + hp_2\delta q_{54} + hp_3\delta q_{43} + hp_4\delta q_{32} + hp_5\delta q_{21} + \mathbf{hp}_6\mathbf{q}_1$$

Si se desea predecir cada uno de los caudales con base en lo registrado en $k - 1$, los valores resaltados en negritas en el sistema anterior representan un error en la predicción de los mismos, debido a que aún no se registra la precipitación correspondiente al tiempo k .

Con base en lo anterior, y de forma generalizada, los caudales se pueden representar como:

$$Q_t = H_{t-1}x_t + Q_{t-1} + \varepsilon_t \dots (5.9)$$

$$H_{t-1} = [hp_{t-1}, hp_{t-2}, \dots, hp_{t-n}] \quad ; \quad x_t = \begin{bmatrix} \delta q_{n-i-1, n-i} \\ \vdots \\ \delta q_{n-2, n-1} \\ \delta q_{n-1, n} \\ \delta q_{n, n+1} \end{bmatrix}$$

donde:

Q_t = Caudal registrado en el momento t .

x_t = Vector que contiene los incrementos entre ordenadas sucesivas del HUI.

H = Vector con las precipitaciones anteriores al tiempo analizado disponibles en el hietograma de precipitación efectiva.

n = Cantidad de barras consideradas en el hietograma de precipitación efectiva.

ε_t = Error al predecir el caudal, absorbido por la parte en la convolución en la que intervienen las precipitaciones que aún no son registradas.

5.4.2 Conformación del algoritmo del FKD considerando el HUI como función de respuesta

El pronóstico de caudales en la cuenca propia de la C.H. Peñitas mediante la aplicación del FKD considerando que la función de respuesta es el hidrograma unitario instantáneo abarca el periodo de análisis del 31 de octubre de 2005 a las 24:00 h al 13 de febrero de 2012 a las 24:00 h. El algoritmo fue programado en la plataforma de cómputo Matlab.

Pasos en el pronóstico:

1. Con base en lo desarrollado en el apartado 5.2 se obtienen las series de lluvia efectiva y de caudal calculado con el antitránsito en el periodo definido para la zona en estudio. Dichas series se corrigen para no tener huecos en el registro sabiendo de antemano que la corrección implica también un grado de error en el pronóstico.

El programa guarda 2 archivos: una serie con la lluvia efectiva en la cuenca y otra con el cálculo de los caudales de entrada mediante el antitránsito.

2. Aplicación del algoritmo del FKD.

Las variables a estimar mediante la aplicación del algoritmo del FKD con base en lo desarrollado en el apartado 5.4.1, serán los incrementos entre las ordenadas de la función de respuesta de la cuenca, en este caso representada por el HUI. El vector que contiene a estos incrementos en la nomenclatura del filtro es conocido como *estado*, denotado por x_k . Una vez definidos, los caudales de entrada al vaso de la C.H. Peñitas se obtienen mediante la convolución del estado con las precipitaciones como se muestra detalladamente más adelante.

Con base en la ecuación 5.9, desarrollada en el apartado 5.4.1, las ecuaciones tanto de estado como de medición que conforman el filtro de Kalman se representan como:

Ecuación de estado:

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_k + w_{k-1} \dots (5.10)$$

donde:

x_k Estado a estimar en el tiempo k (incrementos entre las ordenadas de la función de respuesta, HUI).

$A[n \times n] =$ Matriz identidad que relaciona el estado en el momento $k - 1$ con el que ocurre en k , sus dimensiones dependen de n (explicada con anterioridad).

x_{k-1}	Estado estimado en un paso anterior.
$B[n \times n] =$	Matriz que relaciona el control opcional de entrada con el estado. Definida como una matriz identidad con las mismas dimensiones que la matriz A .
$u_k [n \times 1] =$	Matriz que representa el control opcional de entradas, será considerado como un vector de ceros de dimensiones $n \times 1$ debido a que el sistema no contiene variables que se puedan controlar y que influyan en su respuesta.
w_{k-1}	Error en el proceso, absorbido por aquellas precipitaciones que aún no han sido registradas (ver apartado 5.4.1).

Ecuación de medición:

$$z_k = Hx_k + v_k \dots (5.11)$$

donde:

$$z_k = Q_k - Q_{k-1} \dots (5.12)$$

Q_k y Q_{k-1} Representan el caudal medido en el tiempo k y $k-1$, respectivamente.

$H[1 \times n] =$ Vector que contiene los valores a convolucionar con los incrementos entre las ordenadas de la función de respuesta, conformado en este caso por las mediciones de precipitación efectiva previas al momento k analizado ($H = [hp_{t-1}, hp_{t-2}, \dots, hp_{t-n}]$).

Una vez definidas las dos ecuaciones base del filtro (de acuerdo a lo desarrollado en el capítulo III), el filtro de Kalman parte de una estimación a priori del estado inicial \hat{x}_0 , así como de un valor inicial de la matriz de covarianza del error P_0 .

Debido a que no se conoce con exactitud el valor que tomará el estado inicial, su valor esperado se considera arbitrariamente como un vector nulo $[0]_{n \times 1}$ de dimensión n , donde n representa el número de barras del hietograma de precipitación efectiva anteriores al tiempo analizado consideradas en la convolución para obtener los caudales de entrada a la cuenca de estudio

$$\hat{x}_0 = [0]_{n \times 1} \dots (5.13)$$

mientras que la matriz de covarianza del error del estado inicial será:

$$P_0 = N \cdot I \dots (5.14)$$

donde N es un escalar lo suficientemente grande que refleja la incertidumbre de los valores supuestos para el estado inicial, en concordancia con Valdés *et al.*, 1980. I es la matriz identidad de dimensión $n \times n$.

Una vez definidas las condiciones iniciales, el filtro aplica con las ecuaciones de predicción (paso 1, Figura 3.2), responsables de proyectar hacia adelante en el tiempo el estado actual, así como también de realizar una nueva estimación de la matriz de covarianza, y obtener así, las estimaciones a priori para el próximo paso en el tiempo.

Para el caso específico del presente trabajo estas ecuaciones estarán conformadas por:

- *Ecuaciones de pronóstico del estado.*

Proyección del estado hacia adelante (pronóstico):

$$\hat{x}_k^- = \hat{x}_{k-1} \dots (5.15)$$

\hat{x}_k^-

Estado estimado a priori.

$\hat{x}_{k-1} =$ Estimación del estado en el tiempo $k - 1$. Esta variable se irá modificando con cada ciclo de pronóstico y actualización. Su valor inicial se supone, en este caso como un vector nulo.

Proyección de la matriz de covarianza del error hacia adelante (P_k^-):

$$P_k^- = P_{k-1} + S \dots (5.16)$$

$S[n \times n] =$ Matriz de covarianza de la perturbación del proceso. En este apartado es considerada de tres formas distintas (como una matriz de ceros, una matriz cuya diagonal principal depende de los errores en el estado pronosticada o bien como un valor muy pequeño cercano a cero) como se verá más adelante. Sus dimensiones serán de $n \times n$.

Con las ecuaciones anteriores se obtiene el pronóstico del estado es decir de los incrementos entre las ordenadas de la función de respuesta del sistema (HUI), así como de la matriz de covarianza del error.

Una vez obtenidos, el *pronóstico de los caudales de entrada al vaso de la C.H. Peñitas* (apartado 5.4.1) se calcula como sigue:

$$Q_{est1} = H \cdot \hat{x}_k^- + Q_{k-1} \dots (5.17)$$

donde:

$Q_{est1} =$ Pronóstico del caudal de entrada a la cuenca propia de la C.H. Peñitas.

$\hat{x}_k^- =$ Pronóstico del estado (incrementos entre las ordenadas del HUI).

$Q_{k-1} =$ Caudal registrado en el tiempo $k - 1$, tomado de la serie de gastos calculados con antitránsito.

El vector H corresponde al definido con anterioridad.

Una vez realizado el pronóstico de caudal (estimación a *priori*), se prosigue a la corrección o bien la actualización del pronóstico de los incrementos entre las ordenadas del HUI (ecuaciones de actualización, Figura 3.2), incorporando las mediciones “reales” de caudal tomadas en el instante analizado. Luego se corrige el pronóstico del caudal utilizando nuevamente la ecuación (5.17). Por lo anterior, este paso es el responsable de la retroalimentación, debido a que incorpora nueva información dentro de la estimación realizada, con lo que es posible obtener una nueva estimación mejorada del estado a posteriori.

Las ecuaciones en este paso estarán conformadas de la siguiente manera:

- *Actualización o corrección del pronóstico.*

Cálculo de la ganancia de Kalman (K_k) (paso 2, Figura 3.2).

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1} \dots (5.18)$$

Donde:

$P_k^- =$ Matriz de covarianza del error calculada con anterioridad en las ecuaciones de predicción.

$R =$ Matriz de covarianza de la perturbación o ruido en la medición. Para el caso del presente trabajo, estará representada por $R = \alpha \cdot Q_{k-1}$, donde α es una constante de proporcionalidad que representa un error constante igual a una fracción α del caudal medido en el tiempo anterior $k - 1$ (Valdés *et al.*, 1980).

Actualización del pronóstico con base en las mediciones actuales z_k (paso 3, Figura 3.2)

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-) \dots (5.19)$$

donde:

$\hat{x}_k =$ Actualización del *estado*, corregido considerando las nuevas mediciones en el sistema.

$K_k =$ Ganancia de Kalman que permite realizar la corrección en el nuevo pronóstico (ecuación 5.18).

$z_k =$ Diferencia entre el caudal “observado” en k con el observado en $k - 1$ ($Q_k - Q_{k-1}$, ecuación 5.12), tomados directamente del cálculo del antitránsito.

$\hat{x}_k^- =$ Primera estimación del *estado*, obtenido en la primera etapa de la aplicación del FKD.

El vector H ya fue definido con anterioridad.

Actualización de la matriz de covarianza.

$$P_k = (1 - K_k H)P_k^- \dots (5.20)$$

$P_k =$ Matriz de covarianza corregida, calculada con base en las nuevas mediciones del sistema.

$P_k^- =$ Matriz de covarianza estimada a priori en la primera etapa de predicción del FKD.

Una vez actualizado el pronóstico del *estado*, se corrige el pronóstico de los caudales de entrada al vaso de la C.H. Peñitas, para obtener una segunda estimación, de la siguiente manera:

$$Q_{est2} = H \cdot \hat{x}_k + Q_{k-1} \dots (5.21)$$

Donde \hat{x}_k son los incrementos corregidos o bien actualizados entre las ordenadas de la función de respuesta en la cuenca.

Es importante recordar que una vez realizadas las actualizaciones, el estado (\hat{x}_k) y la matriz de covarianza actualizadas (P_k) serán consideradas como iniciales en el siguiente pronóstico, aplicando nuevamente el algoritmo.

Las matrices de la covarianza del error en el proceso (S), y de la medición (R), utilizados en las ecuaciones de predicción y actualización del sistema se propusieron constantes, como en Hino, 1973 y Valdés *et al.*, 1980, aunque se probaron alternativas adicionales para el valor correspondiente a la matriz de covarianza del error en el proceso (S) como se verá más adelante.

Existen múltiples criterios para determinar el valor de la matriz de covarianza del error en el proceso: por ejemplo, Welch y Bishop mencionan que tanto la matriz (S) como la matriz (R) pueden ser consideradas como constantes en la aplicación del FKD, debido a la dificultad que representa conocer los errores en la medición y en la representación del estado de un proceso estocástico; Sunmin *et al.*, 2004, en su artículo *Embedding Kalman Filter into a Distributed Hydrological Model*, mencionan que debido a que cualquier sistema hidrológico es un sistema natural, el cual varía tanto en tiempo como en espacio, es imposible determinar un valor exacto para dichas variables, por lo cual no resta más que suponer su valor de la forma más razonable posible. En su artículo mencionan que la covarianza del error en la medición es considerada como una desviación de las mediciones realizadas del sistema con respecto a la normal, mientras que la matriz de covarianza del ruido en el sistema, puede suponerse como la desviación estándar de las diferencias entre los resultados obtenidos al simular el proceso con

el filtro y los datos observados del proceso; mientras que en Hino, 1973, se asumen valores arbitrarios tanto para la matriz R como para la matriz S .

Dentro de la rutina de aplicación del FKD, se obtuvieron también estadísticos que permiten medir cuantitativamente la precisión del pronóstico. Estos estadísticos son los siguientes:

- Coeficiente de Nash-Sutcliffe.

Este coeficiente se utiliza para evaluar el poder predictivo de los modelos hidrológicos. Se define como (Krause *et al.*, 2005):

$$E = 1 - \frac{\sum_{t=1}^T (O_t - P_t)^2}{\sum_{t=1}^T (O_t - \bar{O}_t)^2} \dots (5.22)$$

Donde O_t es el caudal observado en el tiempo t y P_t es el caudal pronosticado en el tiempo t . \bar{O}_t es el promedio de los caudales observados y T el tiempo total.

La eficiencia de Nash-Sutcliffe puede ir desde $-\infty$ a 1. Una eficiencia de 1 ($E = 1$) corresponde a una combinación perfecta del caudal modelado con el caudal observado. Una eficiencia de ($E = 0$) indica que las predicciones realizadas por el modelo son tan precisas como la media de los datos observados, mientras que una eficiencia menor a cero ($E < 0$) se produce cuando la media observada es un indicador mejor que el modelo, es decir, cuando la varianza residual (numerador en la expresión anterior), es mayor que la variación de los datos (denominador). Así, cuanto más cerca a 1 esté el coeficiente de Nash-Sutcliffe, más exacto será el modelo (*Ibid.*).

- Media y desviación estándar.

Se calculó la media y la desviación estándar tanto para la serie de caudales de entrada a la cuenca propia de la C.H. Peñitas (caudales “observados”) calculados con el antitránsito, como para los caudales pronosticados y actualizados, con el fin de evaluar qué tanto pueden ser preservados dichos estadísticos en las series generadas a corto plazo.

- Coeficientes de correlación.

Se calculó el coeficiente de correlación entre la serie de los caudales de entrada a la cuenca propia de la C.H. Peñitas calculados con el antitránsito y la serie de caudales pronosticados y actualizados.

5.4.3 Pronóstico de caudales en la cuenca de la C.H. Peñitas considerando el HUI como función de respuesta

A continuación se evalúa la aplicabilidad del FKD en el pronóstico de caudales a corto plazo en la cuenca propia de la C.H. Peñitas. La serie a pronosticar corresponde a los caudales de entrada al vaso calculados con el antitránsito para el periodo que va del 31 de octubre de 2005 a las 24 h al 13 de febrero de 2012 a las 24 h, el pronóstico se realiza aplicando la teoría del FKD como fue descrita en el apartado anterior.

Debido a la dificultad que representa la determinación del valor de la matriz de covarianza de la perturbación o ruido en el proceso S , se evaluaron tres diferentes formas de cálculo de dicha matriz. En cada una de ellas, se probaron diferentes valores de n , α y N , presentándose solamente los resultados obtenidos con la mejor combinación, utilizando un intervalo de pronóstico de 1 h con fines de evaluación.

Los resultados completos del análisis de dichas combinaciones se presentan en el Anexo E digital.

1) Aplicación del FKD usando $S = [0]_{n \times n}$

Para este caso en particular, la matriz S está conformada por una matriz nula de dimensiones $n \times n$. Los mejores resultados se obtuvieron considerando 3 h previas de precipitación efectiva en la matriz H .

En la parte superior de la Figura 5.9 se muestra la precipitación efectiva media calculada en la cuenca mientras que en la parte inferior se presentan los caudales horarios calculados con el antitránsito mismos que se pronosticarán mediante la aplicación del FKD. En la Figura 5.10 se presentan en color azul los caudales “observados” (calculados con el antitránsito) y en color rojo la serie completa de caudales que hubiera sido obtenida al aplicar el FKD realizando un pronóstico a corto plazo (intervalos de tiempo de 1 h de anticipación); en la Figura 5.11 se presentan los caudales “observados” y los caudales actualizados con el FKD observándose una pequeña mejoría en el pronóstico. La línea horizontal entre las 1.026×10^4 y 1.796×10^4 h indica ausencia de registros de caudal.

En la Figura 5.12 se presentan los gastos pronosticados contra los “observados”, la línea diagonal a 45° representa una coincidencia perfecta, pudiéndose notar que en algunos de los casos el caudal pronosticado es subestimado y en otros sobreestimado. La relación entre gastos observados contra actualizados resulta similar, con una pequeña mejoría, y se presenta en la Figura 5.13. Los errores entre el caudal “observado” y pronosticado así como actualizado a lo largo del tiempo de análisis se presentan en la Figura 5.14. Por otro lado, de la Figura 5.15 a la Figura 5.20 se presentan las diferencias entre las primeras, segundas y terceras ordenadas del HUI obtenidas del pronóstico, así como los valores de la ganancia de Kalman correspondientes a cada una de ellas. Se puede observar que convergen hacia un solo valor lo cual indica que al final del pronóstico en toda la serie de tiempo existe un solo HUI, las oscilaciones iniciales corresponden al proceso de adaptación del filtro debido a la variabilidad de los valores iniciales supuestos así como a las adaptaciones realizadas en el pronóstico al incorporar una nueva medición en el sistema, es importante notar que la ganancia de Kalman varía directamente con los cambios registrados en los pronósticos de los incrementos entre las ordenadas de la función de respuesta. En las Figuras 5.21, 5.22 y 5.23 se presentan algunas avenidas específicas dentro del lapso analizado para una comparación más detallada.

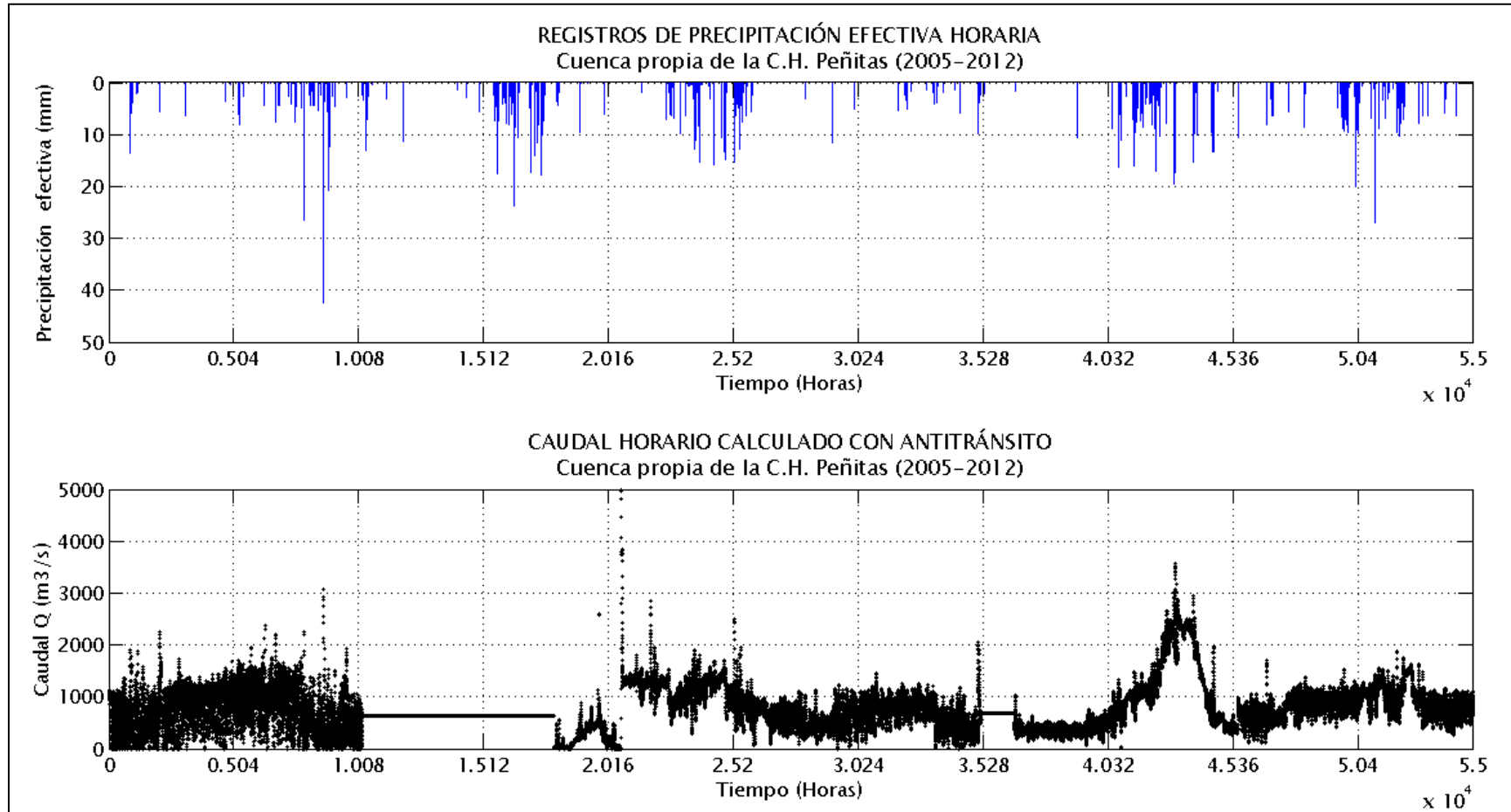


Figura 5.9 Registros de precipitación y caudal horarios, utilizados en el pronóstico de caudal para la cuenca propia de la C.H. Peñitas.

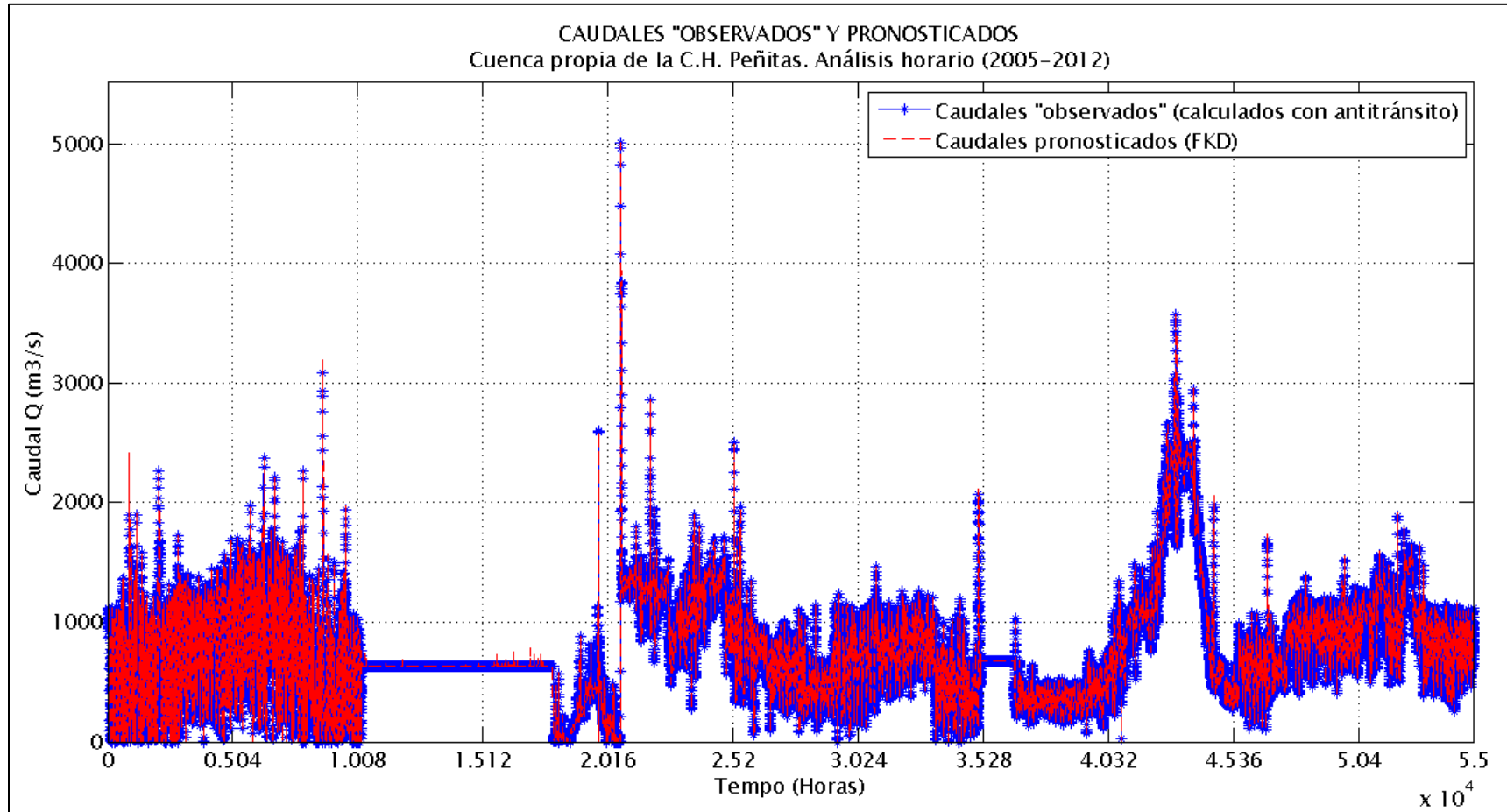


Figura 5.10 Caudales "observados" y pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas. Función de respuesta igual al hidrograma unitario instantáneo (HUI), $S = [0]$.

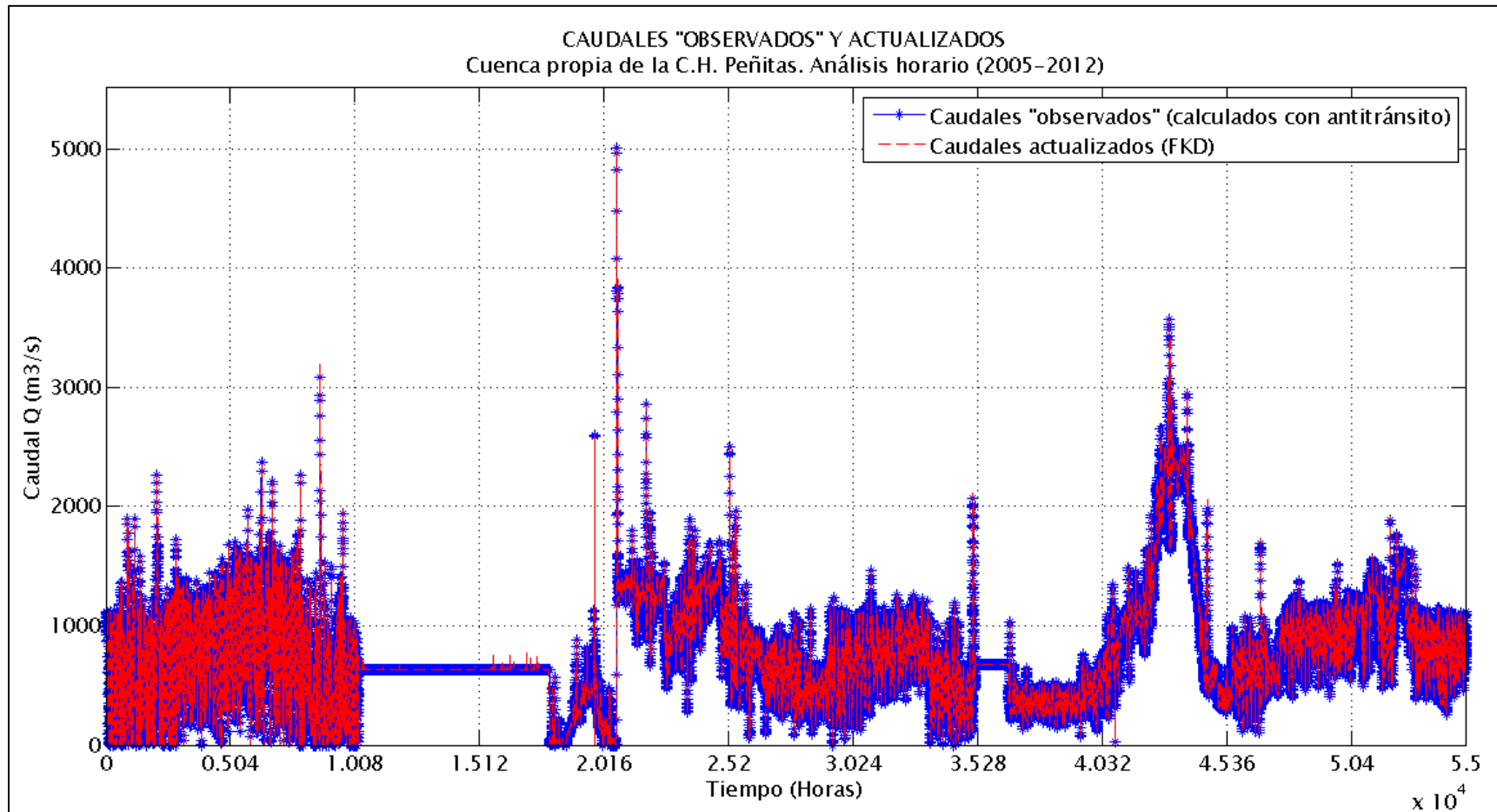


Figura 5.11 Caudales "observados" y actualizado en la cuenca propia de la C.H. Peñitas. Función de respuesta igual al hidrograma unitario instantáneo (HUI), $S = [0]$.

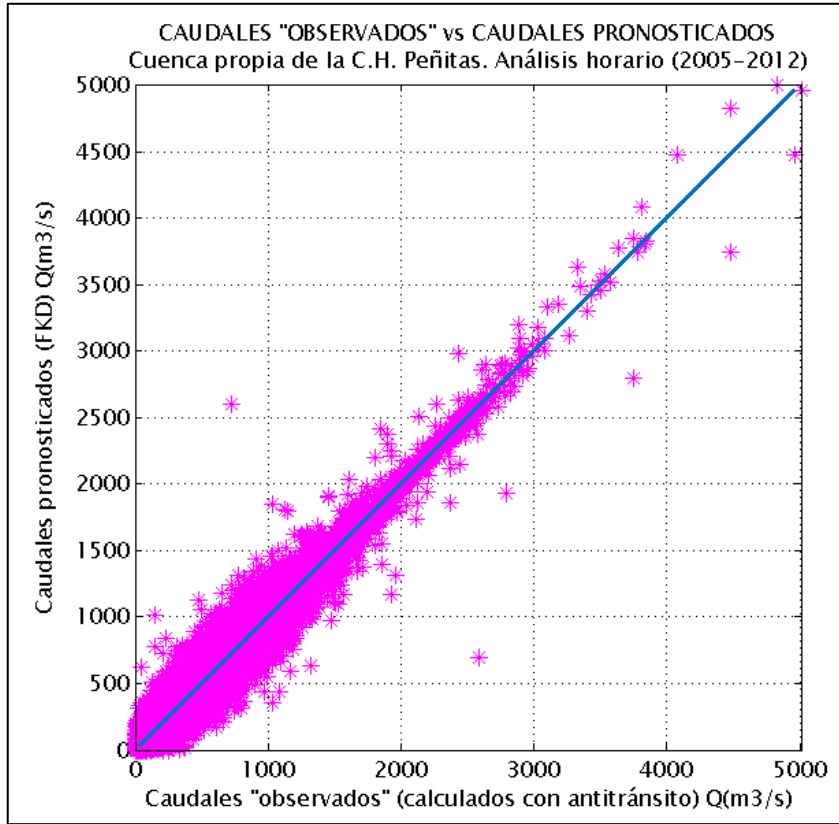


Figura 5.12 Caudales "observados" vs pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, función de respuesta igual al HUI, $S = [0]$.

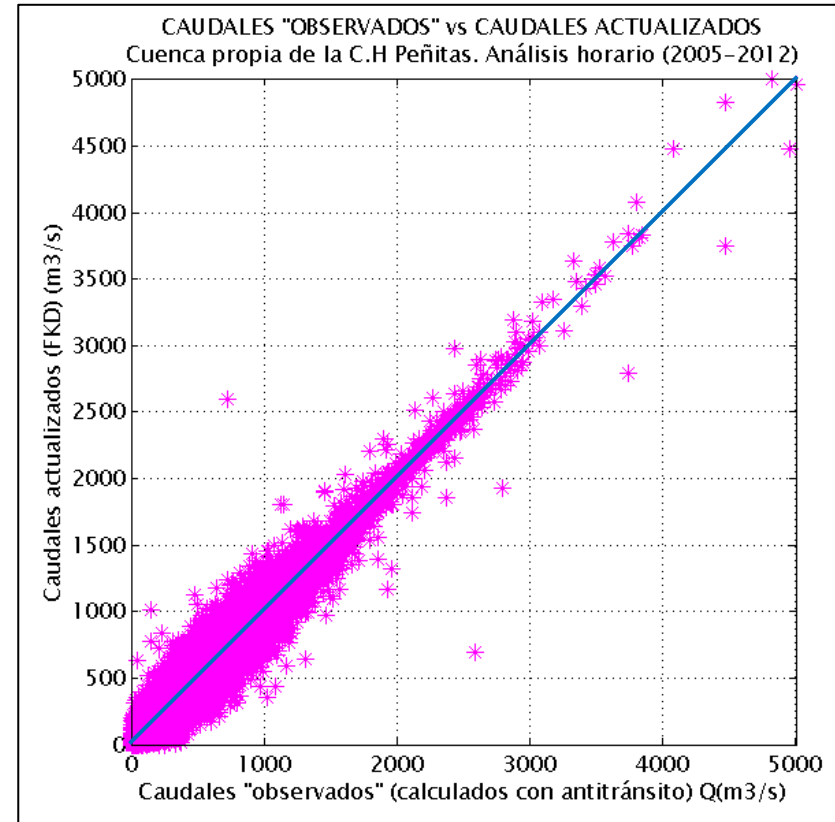


Figura 5.13 Caudales "observados" vs actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, función de respuesta igual al HUI, $S = [0]$.

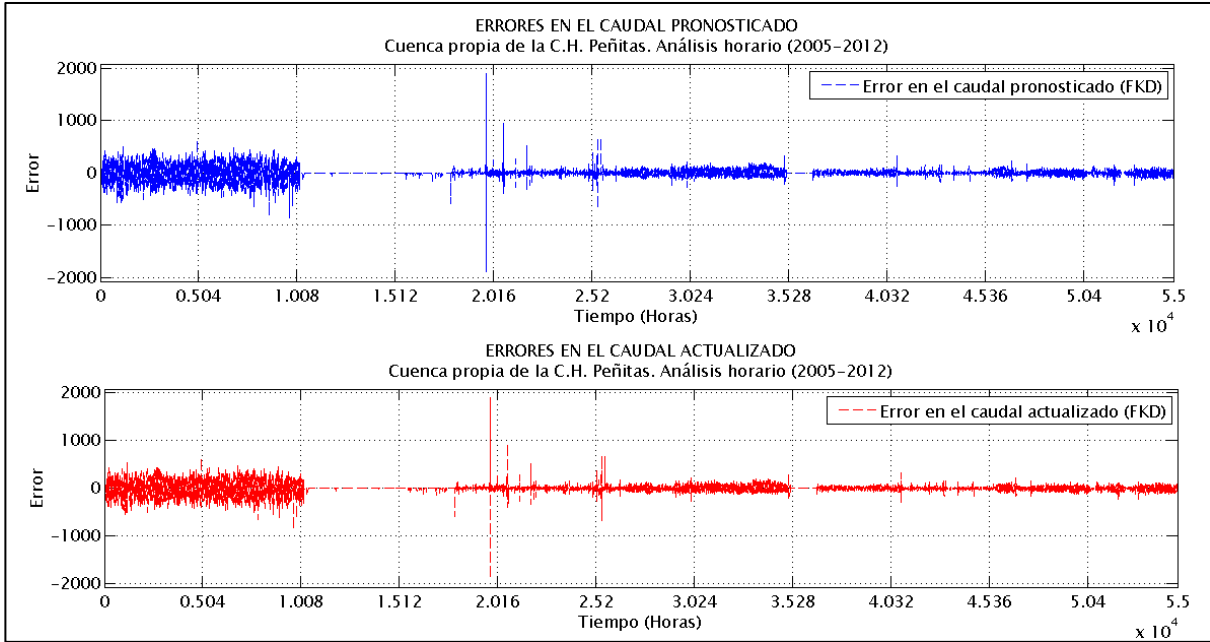


Figura 5.14 Errores en los caudales pronosticados y actualizados en la cuenca propia de la C.H Peñitas, con base en el HUI, considerando $S = [0]$.

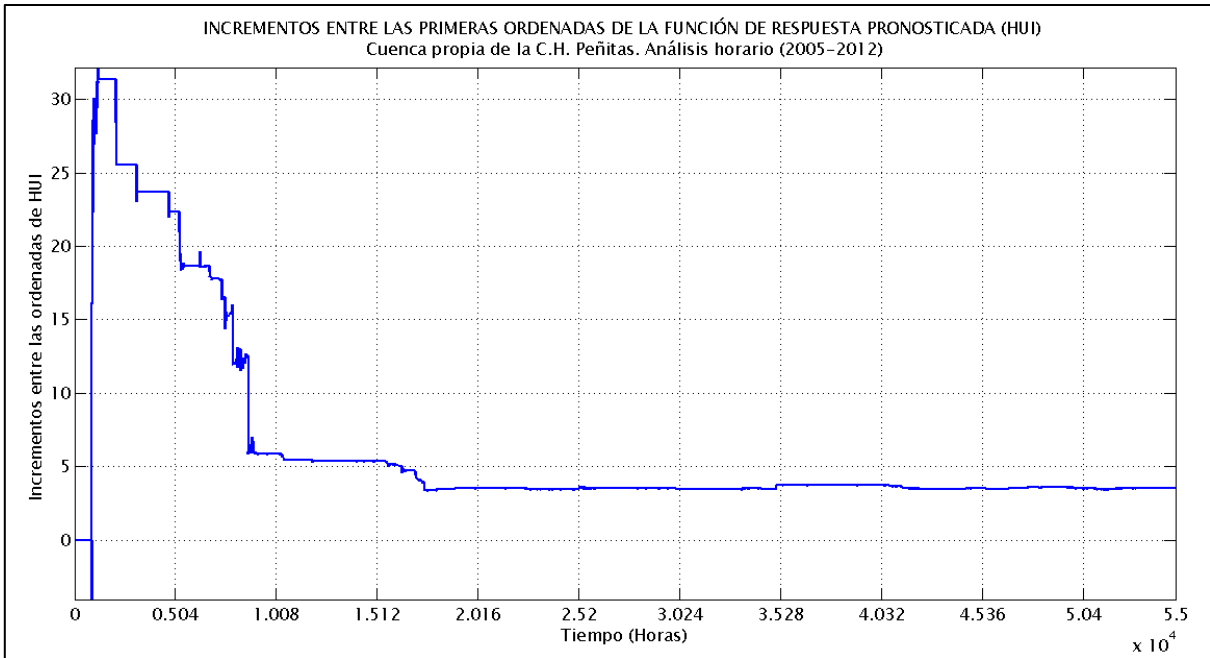


Figura 5. 15 Incrementos entre las primeras ordenadas de la función de respuesta pronosticada considerando $S = [0]$.

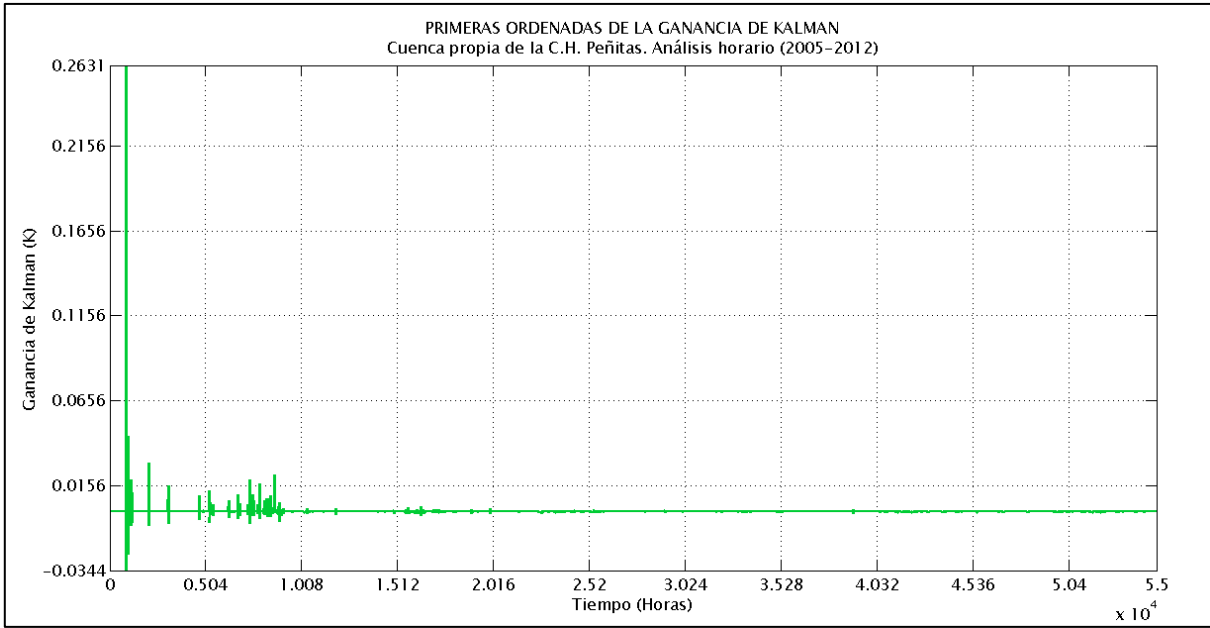


Figura 5.16 Primeras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando $S = [0]$.



Figura 5.17 Incrementos entre las segundas ordenadas de la función de respuesta pronosticada considerando $S = [0]$.

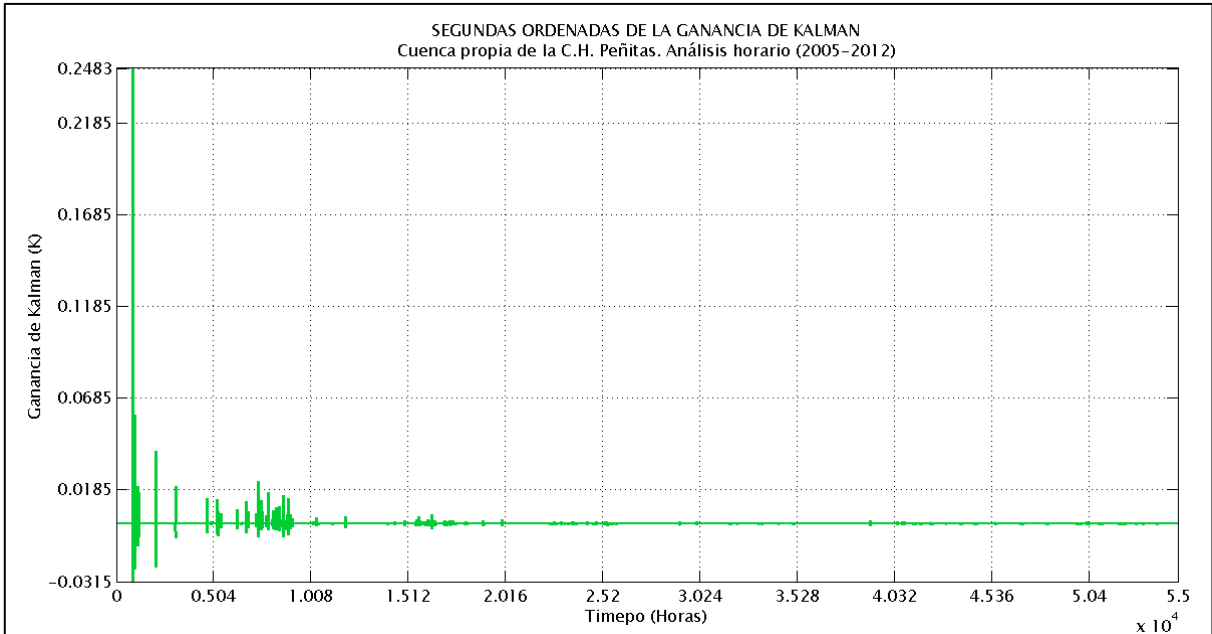


Figura 5.18 Segundas ordenadas de la ganancia de Kalman considerando $S = [0]$.

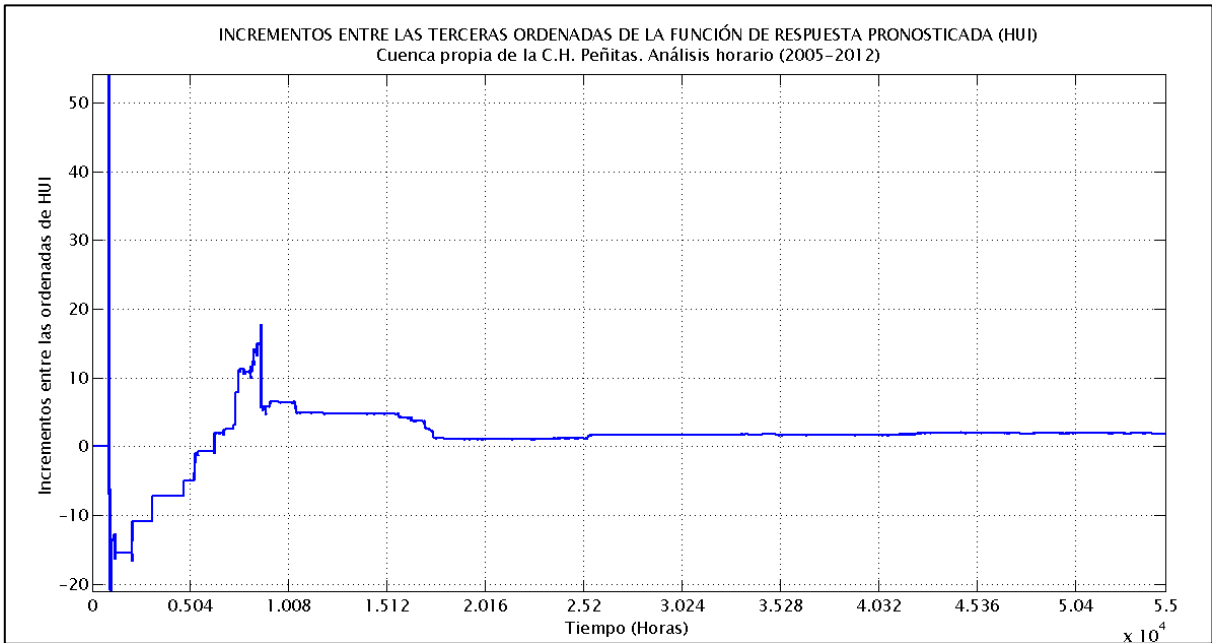


Figura 5.19 Incrementos entre las terceras ordenadas de la función de respuesta pronosticada considerando $S = [0]$.

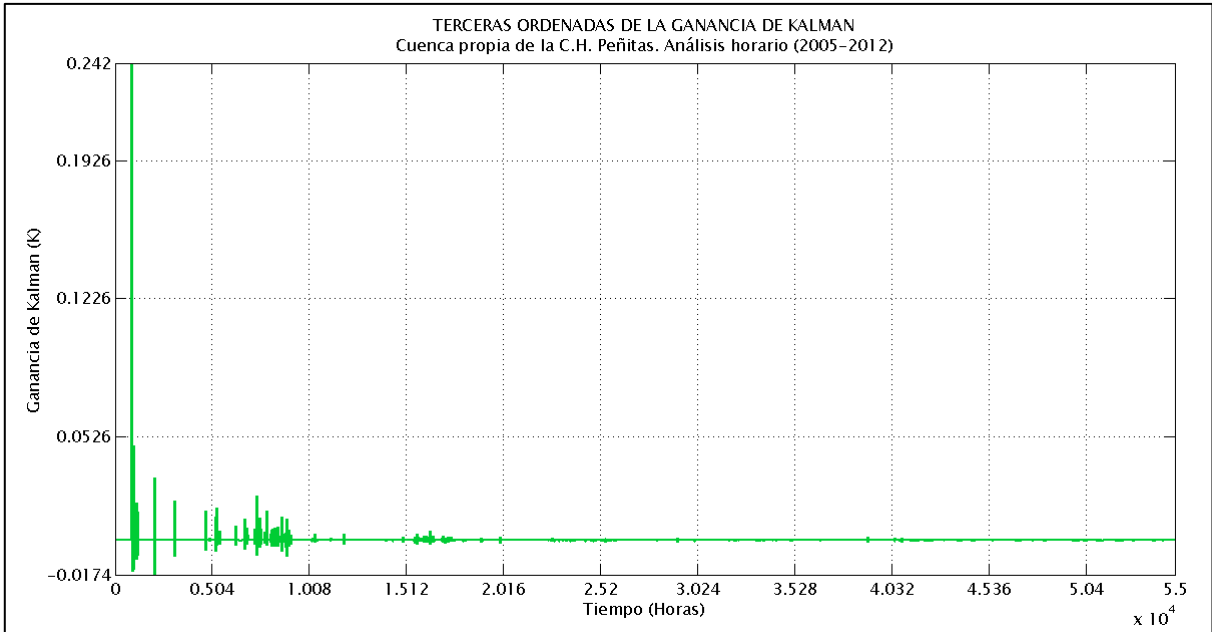


Figura 5.20 Terceras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando $S = [0]$.

- Avenida A del 23/11/2007 1:00 h al 28/11/2007 1:00 h.

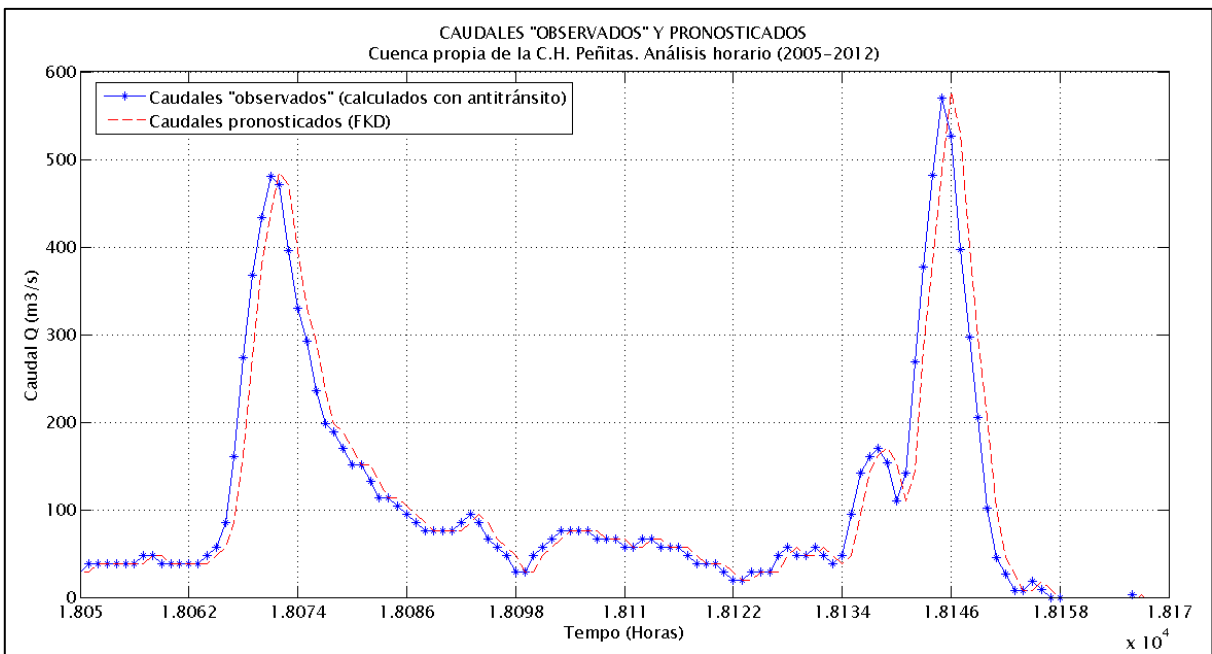


Figura 5.21 Caudal “observado” y pronosticado con FKD para la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando el HUI como función de respuesta y $S = [0]$.

- Avenida B del 25/09/2008 03:00 h al 26/09/2008 19:00 h.

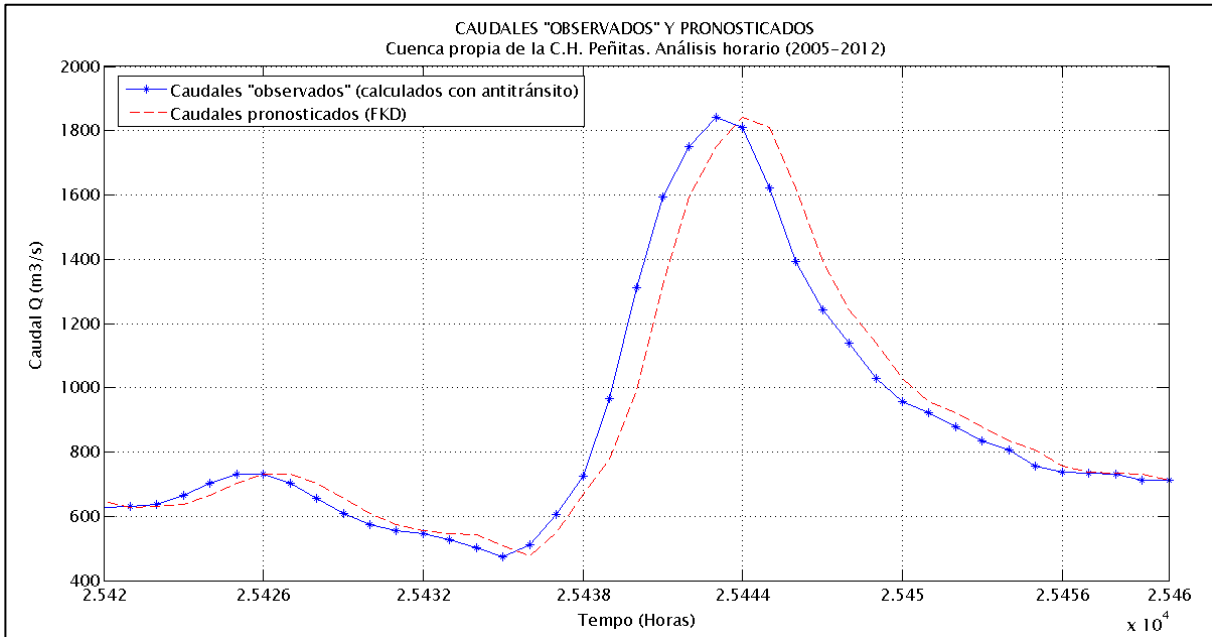


Figura 5.22 Caudal “observado” y pronosticado con FKD (Avenida B), aplicado a la cuenca propia de la C.H. peñitas considerando el HUI como función de respuesta y $S = [0]$.

- Avenida C del 31/10/2009 9:00 h al 03/11/2009 15:00 h.

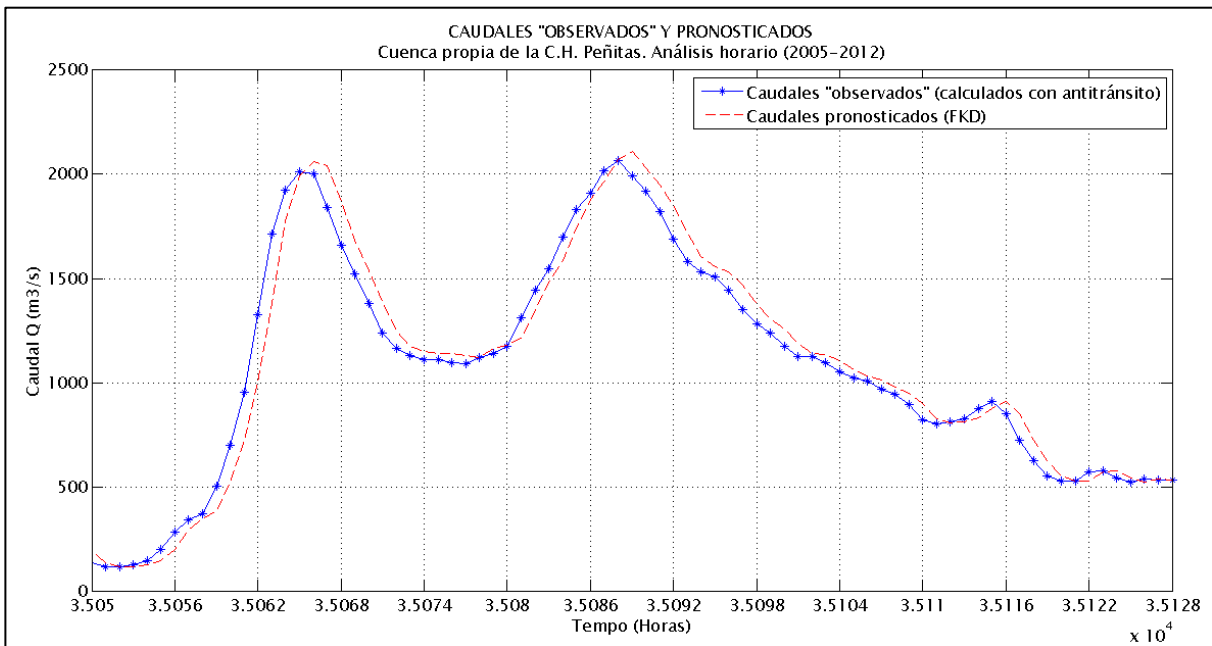


Figura 5.23 Caudal “observado” y pronosticado con FKD (Avenida C), aplicado a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando el HUI como función de respuesta y $S = [0]$.

En la Tabla 5 D se resumen los estadísticos utilizados para evaluar cuantitativamente la precisión del pronóstico considerando $\alpha = 0.3$ y $N = 1000$.

ESTADÍSTICOS APLICANDO FKD			
Concepto	Valor	Concepto	Valor
n (Hp previa)	3	Media (Q “observado”)	759.256
nQ (Q previos)	1	Media (Q pronosticado)	760.040
Nash-Sutcliffe (Q “observado” - Q pronosticado)	0.977353	Media (Q actualizado)	760.008
Nash-Sutcliffe (Q >1000 m ³ /s)	0.990569	Desv. Estándar (Q “observado”)	428.792
Nash-Sutcliffe (Q <1000 m ³ /s)	0.950412	Desv. Estándar (Q pronosticado)	429.584
Nash-Sutcliffe (Q “observado” - Q actualizado)	0.977534	Desv. Estándar (Q actualizado)	429.507
Nash-Sutcliffe (Q>1000 m ³ /s)	0.990794	Correlación (Q “observado”- Q pronosticado)	0.99727
Nash-Sutcliffe (Q<1000 m ³ /s)	0.950540	Correlación (Q “observado”- Q actualizado)	0.99729

Tabla 5 D. Resumen de estadísticos aplicando el FKD considerando la función de respuesta igual al HUI y

$$S = [0].$$

2) *Aplicación del FKD considerando $S \approx 0$*

Con el objeto de realizar un análisis de sensibilidad, se probaron valores diferentes de cero pero pequeños para las componentes de la diagonal principal de la matriz S , manteniendo la ecuación 3.3.

La respuesta fue evaluada considerando los valores de $\alpha = 0.3, N = 1000$ y $n = 3$ (iguales que en el análisis anterior). Los resultados se muestran en la Tabla 5 E. Se observa una mejoría marginal entre los resultados. Por lo anterior, no se recomienda usar esta opción.

Diagonal principal de S	Nash Sutcliffe (Q “observado” - Q pronosticado)	Nash Sutcliffe (Q “observado- Q pronosticado)		Nash Sutcliffe (Q “observado” - Q actualizado)	Nash Sutcliffe (Q “observado- Q actualizado)	
		Q > 1000 m ³ /s	Q < 1000 m ³ /s		Q > 1000 m ³ /s	Q < 1000 m ³ /s
0.1	0.977031	0.990331	0.949874	0.978011	0.991263	0.951108
0.001	0.977389	0.990547	0.950566	0.977709	0.990932	0.950811

Diagonal principal de S	Nash Sutcliffe (Q “observado” - Q pronosticado)	Nash Sutcliffe (Q “observado- Q pronosticado)		Nash Sutcliffe (Q “observado” - Q actualizado)	Nash Sutcliffe (Q “observado- Q actualizado)	
		Q > 1000 m³/s	Q < 1000 m³/s		Q > 1000 m³/s	Q < 1000 m³/s
0.0001	0.977412	0.990567	0.950596	0.977633	0.990844	0.950746
0.00001	0.977389	0.990562	0.950537	0.977581	0.990801	0.950668
0.0000001	0.977354	0.990569	0.950417	0.977535	0.990794	0.950541

Diagonal principal de S	Media			Desviación estándar			Correlación (Q “observado” - Q pronosticado)	Correlación (Q “observado” - Q actualizado)
	Q “observado”	Q pronosticado	Q actualizado	Q “observado”	Q pronosticado	Q actualizado		
0.1	759.256	760.157	760.039	428.792	430.279	429.911	0.99723	0.99735
0.001	759.256	760.064	760.011	428.792	430.006	429.885	0.99727	0.99731
0.0001	759.256	760.007	759.971	428.792	429.854	429.770	0.99727	0.99730
0.00001	759.256	760.006	759.973	428.792	429.737	429.660	0.99727	0.99729
0.0000001	759.256	760.038	760.005	428.792	429.588	429.511	0.99727	0.99729

Tabla 5 E. Resultados de la aplicación del FKD considerando $S \approx \mathbf{0}$ y la función de respuesta igual al HUI.

3) *Aplicación del FKD considerando $S = \text{Desv. est. } (X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}$*

Como última alternativa se obtuvo el valor de S considerando las diferencias entre los incrementos de las ordenadas de la función de respuesta pronosticada X_f y la actualizada X_u , como se describe en Kim *et al.*, 2004. La matriz S será entonces una matriz identidad de dimensiones $n \times n$ multiplicada por la desviación estándar de dichas diferencias acumuladas en un lapso anterior Δt .

Los mejores resultados se obtuvieron considerando 3 h previas de precipitación efectiva en la matriz H y un lapso acumulado de los errores en la función de respuesta de 16 pronósticos previos.

En la Figura 5.24 se muestran los caudales “observados” contra los pronosticados con el FKD, en este caso se observan algunas diferencias importantes que se mejoran de forma mínima en la Figura 5.25 donde se presentan los caudales “observados” y actualizados con el FKD.

En la Figura 5.26 y la Figura 5.27, donde se presentan los caudales “observados” *vs* pronosticados y “observados” *vs* actualizados, respectivamente, se manifiesta una mayor dispersión respecto a los casos anteriores, como puede notarse también en la magnitud de los errores mostrados en la Figura 5.28. Estas diferencias se aprecian también en las avenidas aisladas de las figuras 5.35, 5.36 y 5.37. Consecuentemente, los valores del coeficiente de Nash-Sutcliffe y los coeficientes de correlación son menores como se muestra en la Tabla 5 F. Mientras tanto, en las figuras de la 5.29 a la 5.34 se presentan gráficas para cada una de los incrementos entre las ordenadas del HUI junto con sus respectivas ordenadas de la ganancia de Kalman obtenida, pudiéndose notar que efectivamente los resultados tienden hacia un solo valor del HUI, sin embargo, en comparación con la primera opción evaluada ($S = [0]$) las oscilaciones presentadas son mucho mayores.

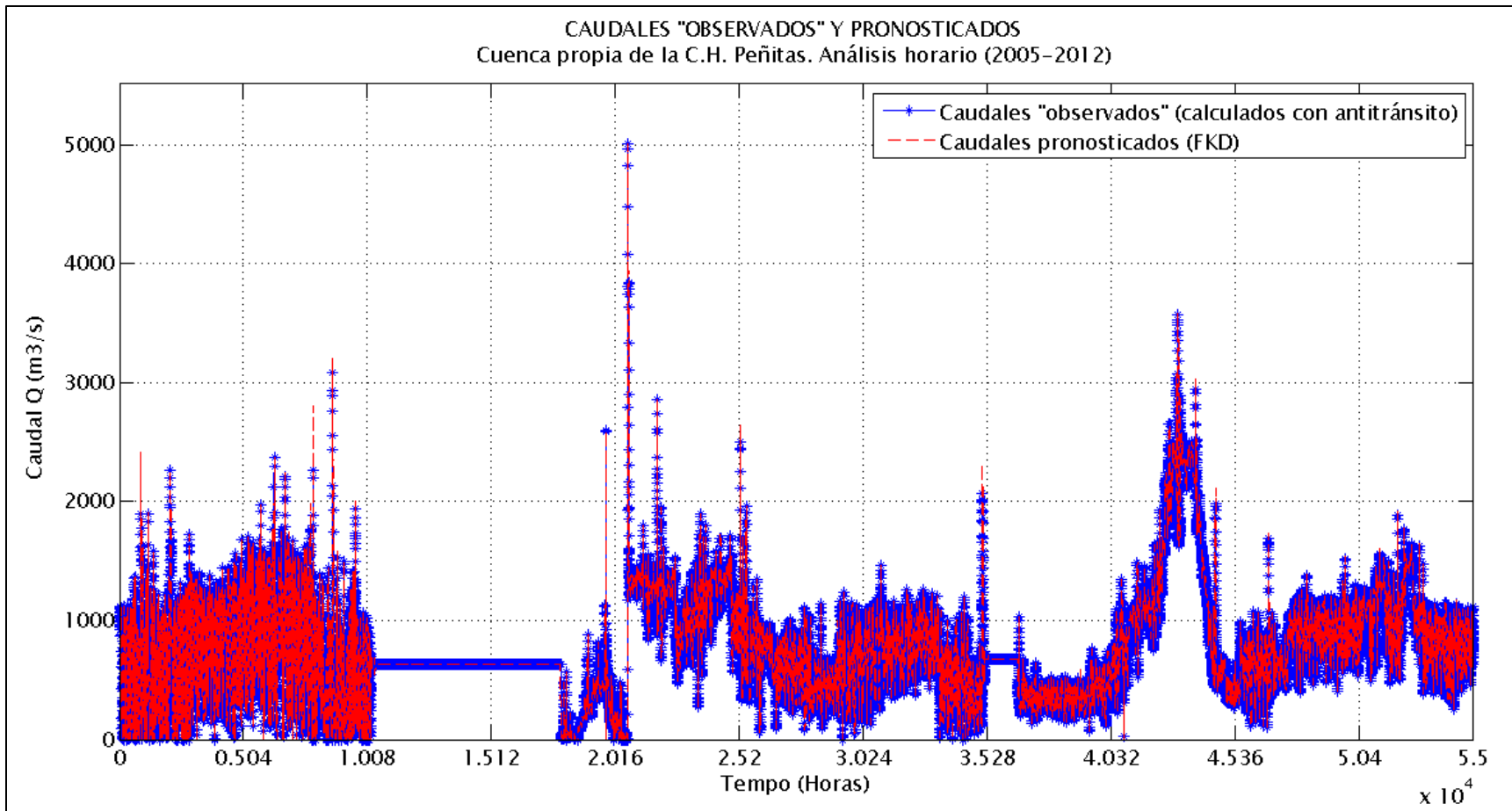


Figura 5.24 Caudales "observados" y pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, con base en HUI, considerando $S = Desv. est. (X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}$.

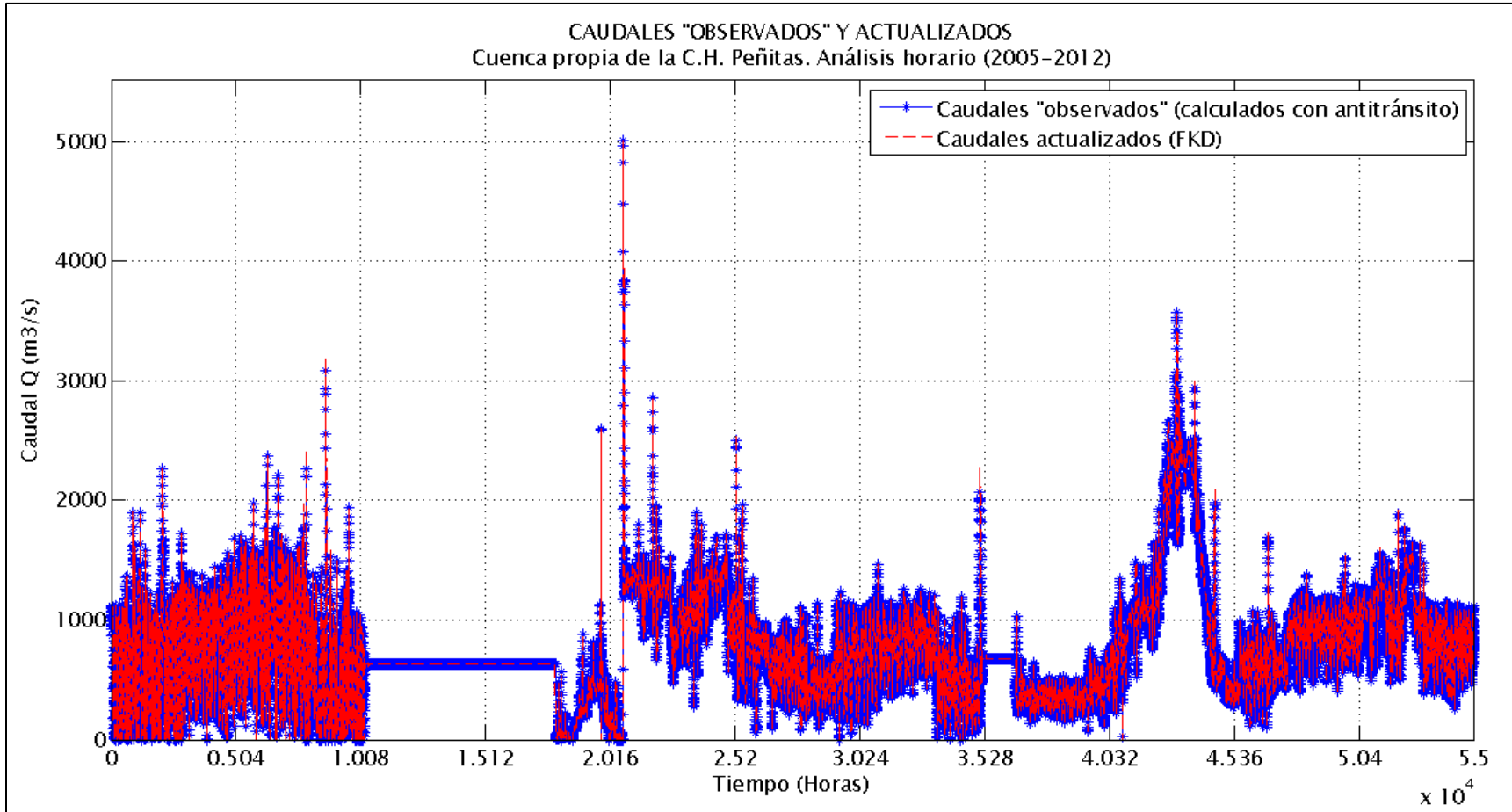


Figura 5.25 Caudales "observados" y actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, con base en el HUI, considerando $S = Desv. est. (X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}$.

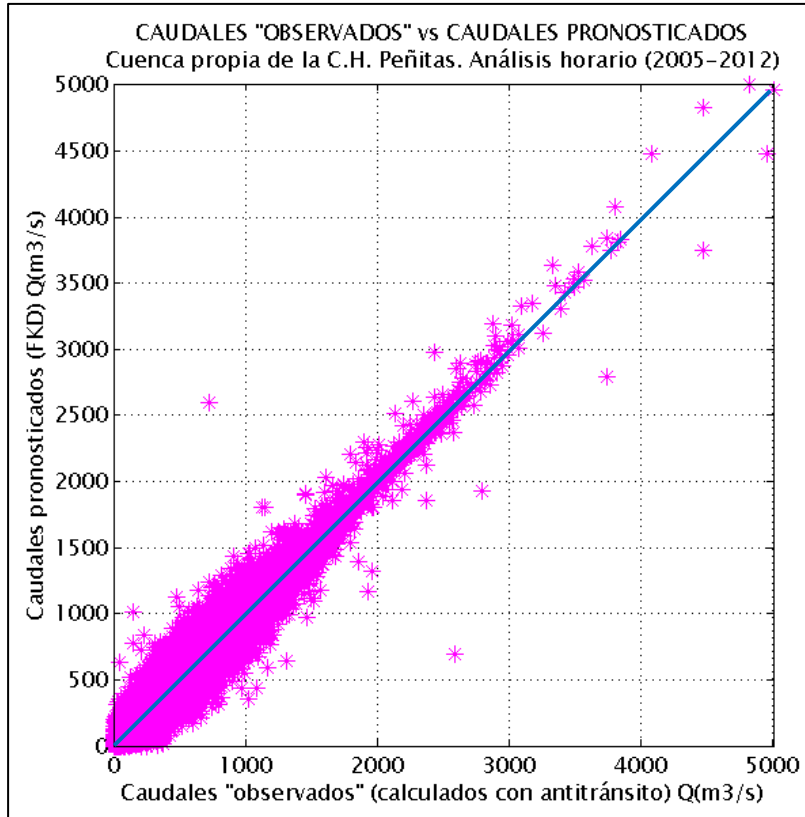


Figura 5.26 Caudales "observados" vs pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, función de respuesta igual al HUI, y $S = Desv. est. (X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}$.

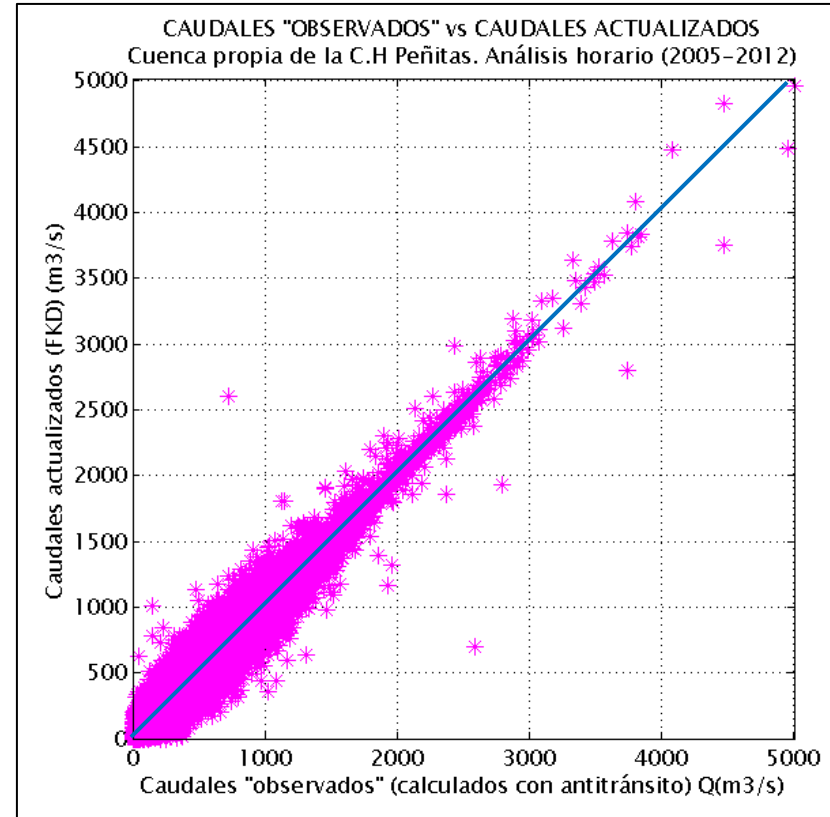


Figura 5.27 Caudales "observados" vs actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, función de respuesta igual al HUI, y $S = Desv. est. (X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}$.

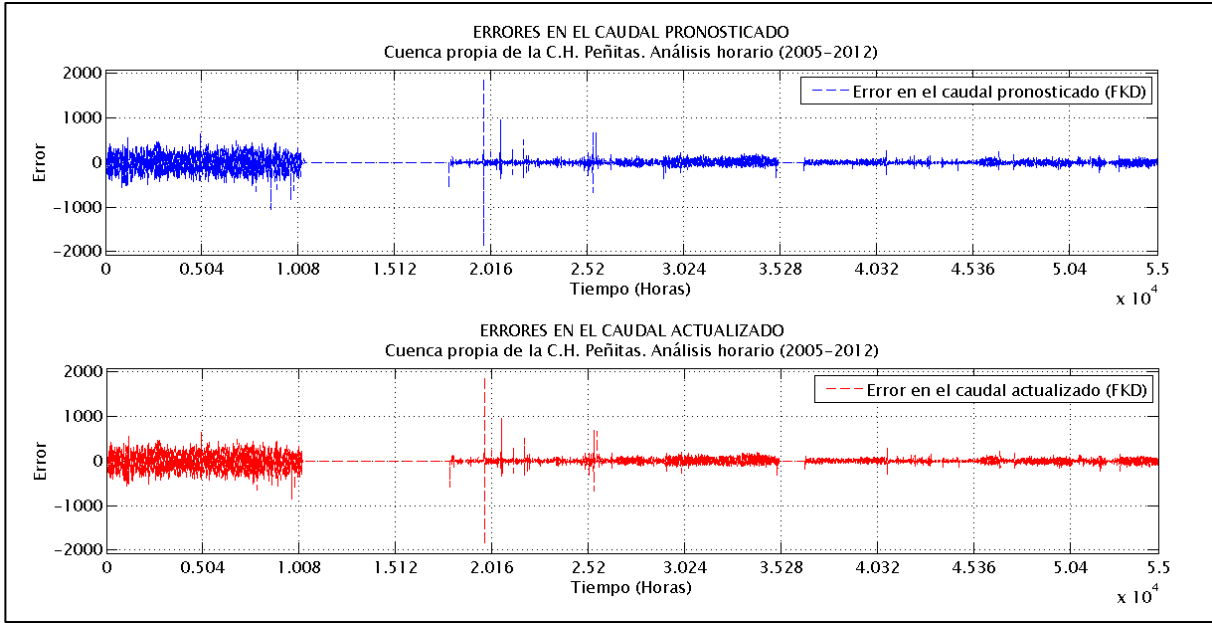


Figura 5.28 Errores en los caudales pronosticados y actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta igual al HUI y $S = Desv. est. (X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}$.

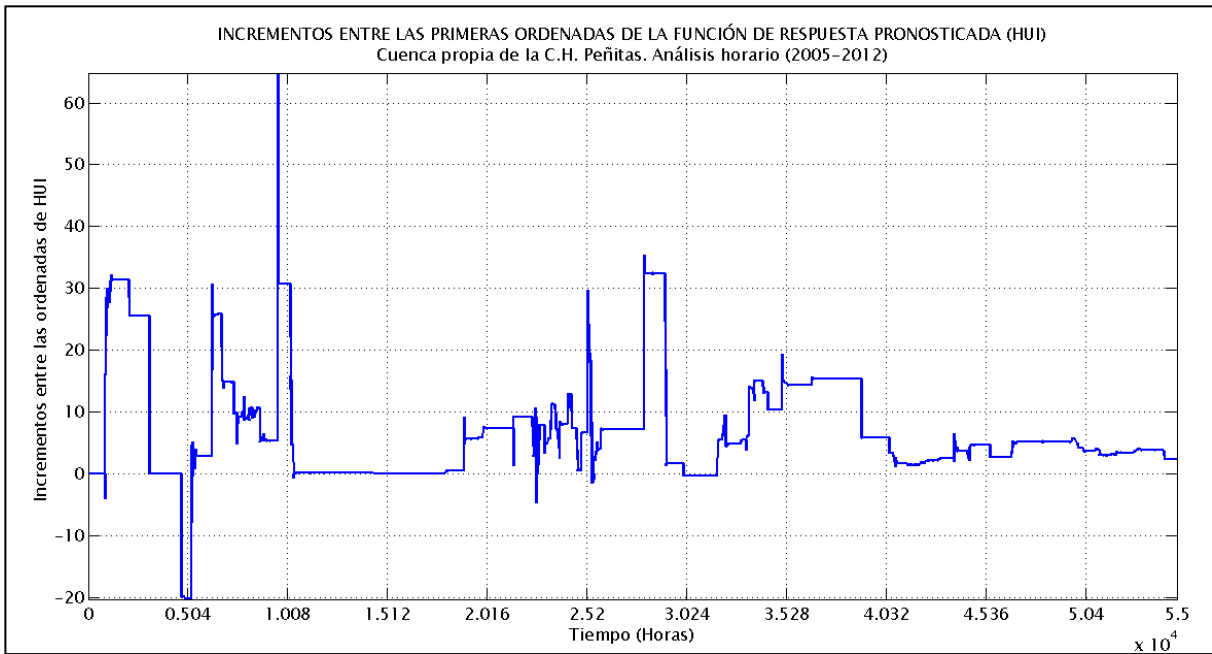


Figura 5.29 Incrementos entre las primeras ordenadas de la función de respuesta pronosticada (HUI) considerando $S = Desv. est. (X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}$.

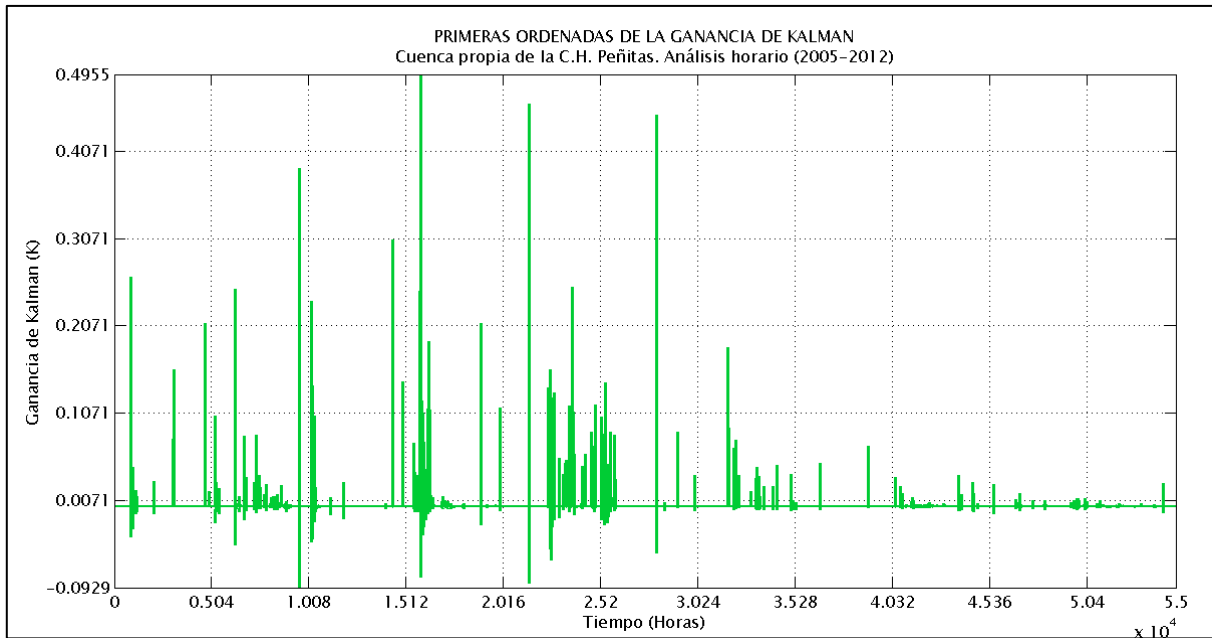


Figura 5.30 Primeras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando $S = \text{Desv. est.}(X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}$.

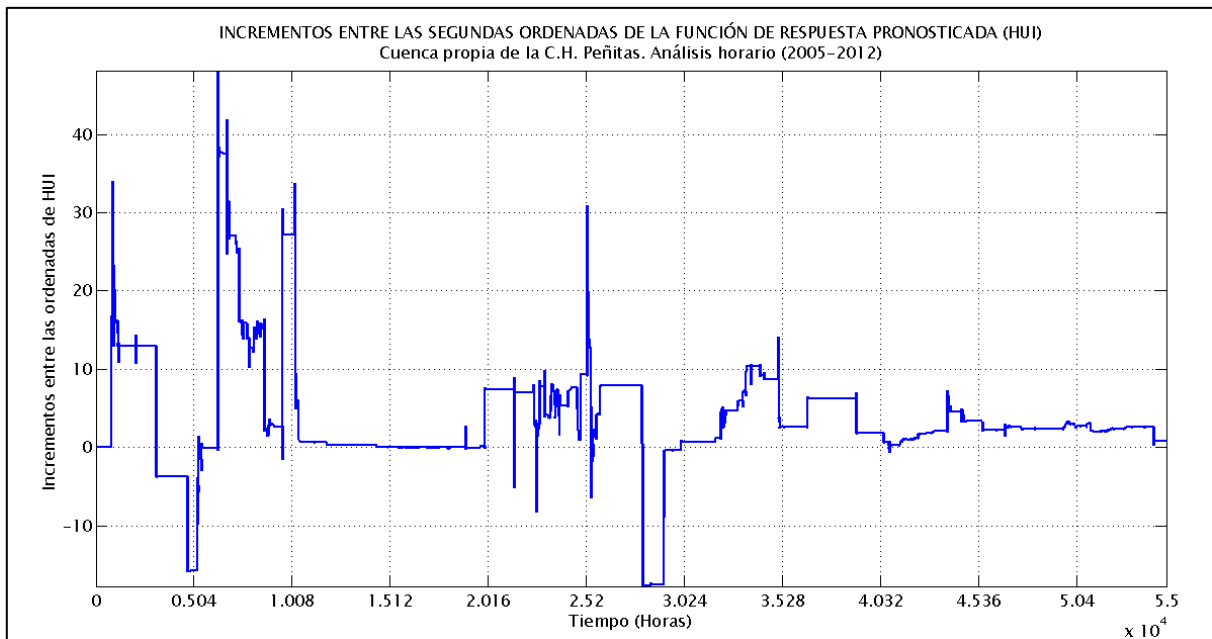


Figura 5.31 Incrementos entre las segundas ordenadas de la función de respuesta pronosticada (HUI) considerando $S = \text{Desv. est.}(X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}$.

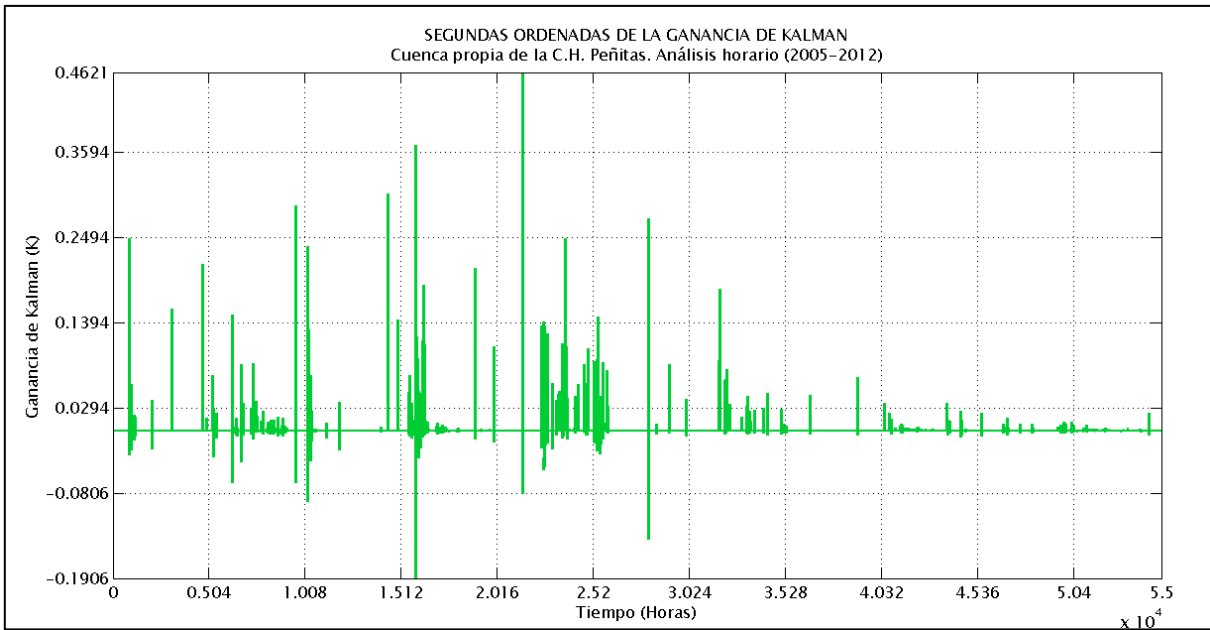


Figura 5.32 Segundas ordenadas de la ganancia de Kalman considerando $S = \text{Desv. est.}(X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}$.

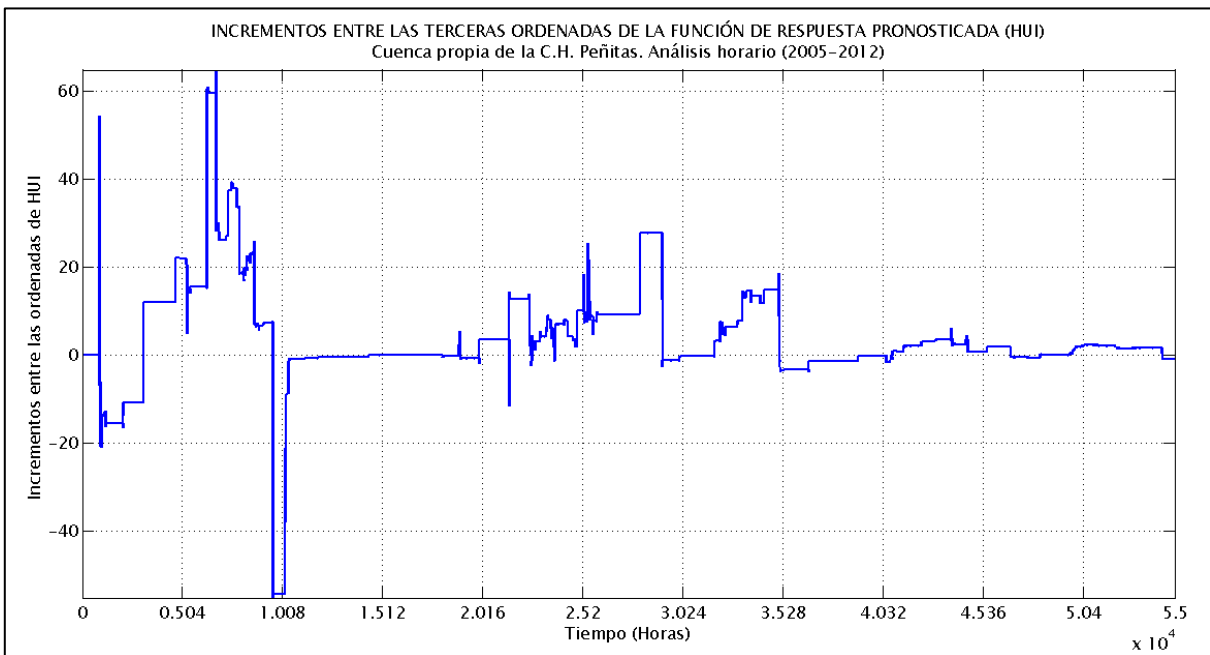


Figura 5.33 Incrementos entre las terceras ordenadas de la función de respuesta pronosticada (HUI) considerando $S = \text{Desv. est.}(X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}$.

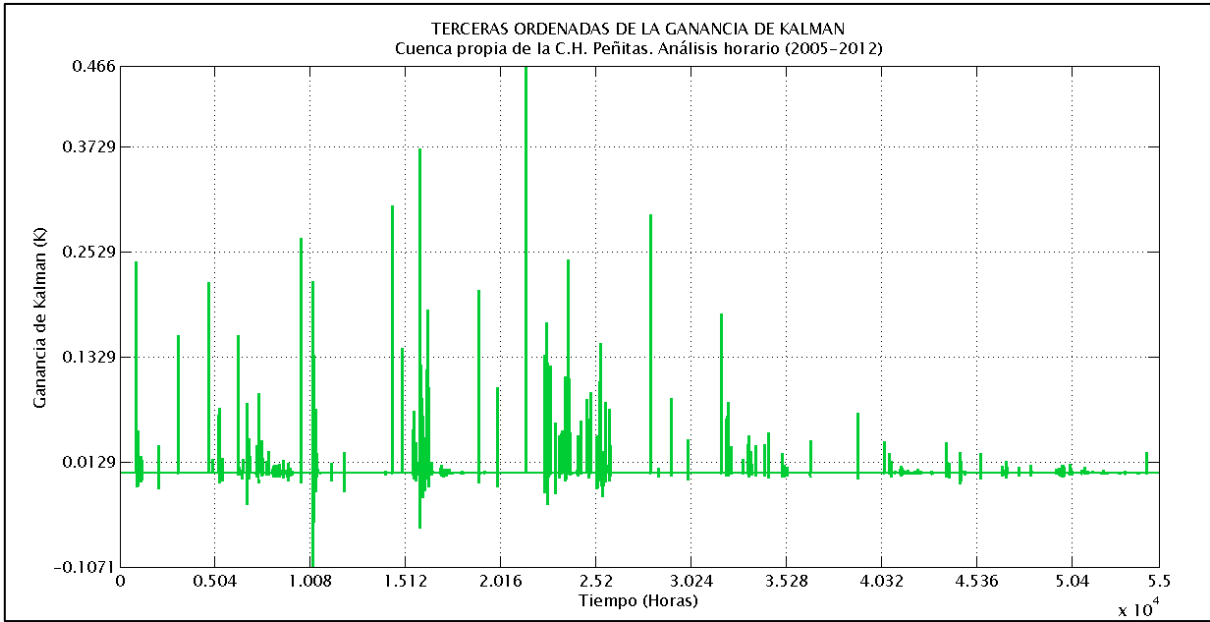


Figura 5.34 Terceras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando $S = Desv. est. (X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}$.

- Avenida A del 23/11/2007 1:00 h al 28/11/2007 1:00 h

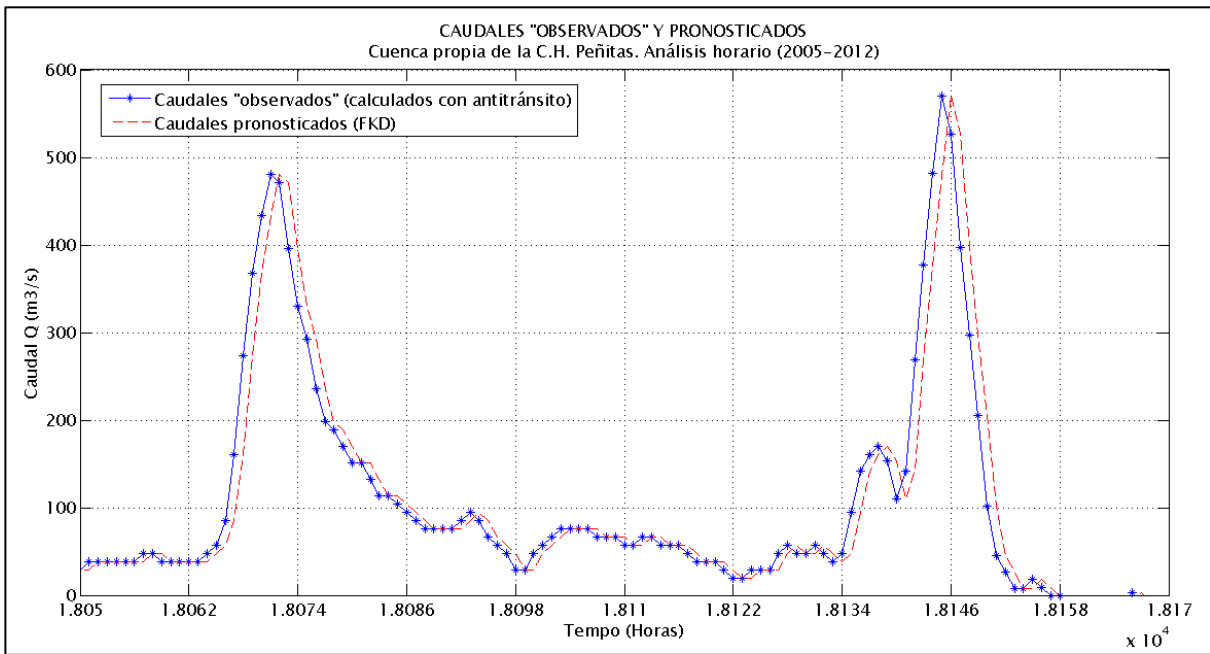


Figura 5.35 Caudal “observado” y pronosticado con FKD (Avenida A), aplicado a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta igual al HUI y $S = Desv. est. (X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}$.

- Avenida B del 25/09/2008 03:00 h al 26/09/2008 19:00 h

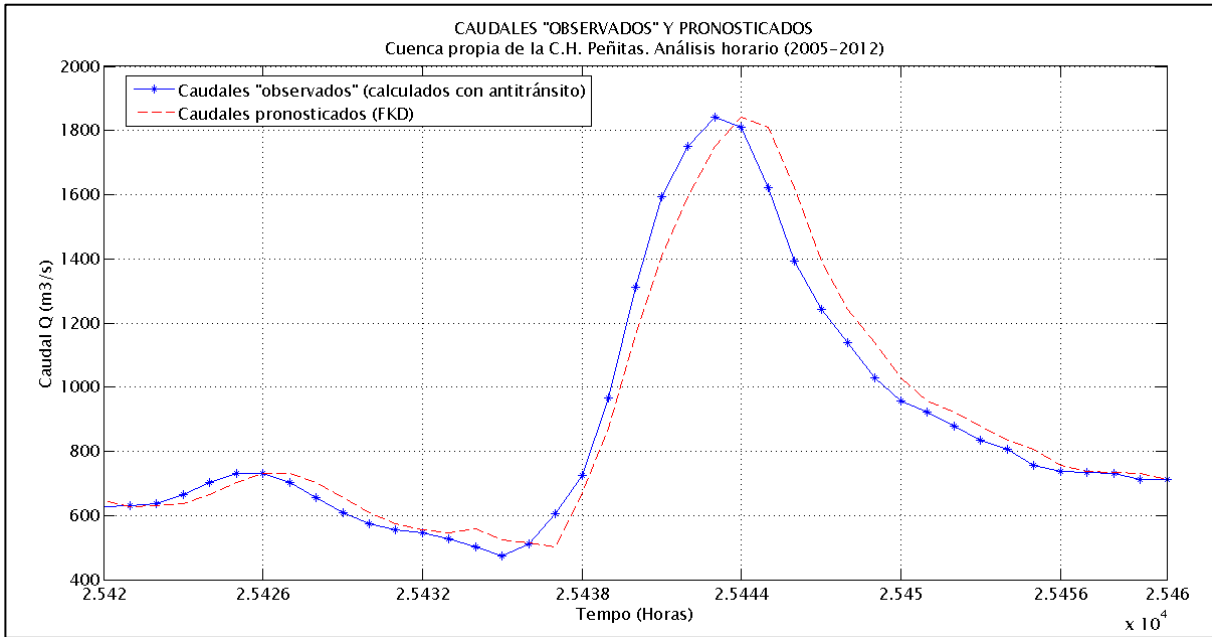


Figura 5.36 Caudal "observado" y pronosticado con FKD (Avenida B), aplicado a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta igual al HUI, y $S = \text{Desv. est. } (X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}$.

- Avenida C del 31/10/2009 9:00 h al 03/11/2009 15:00 h

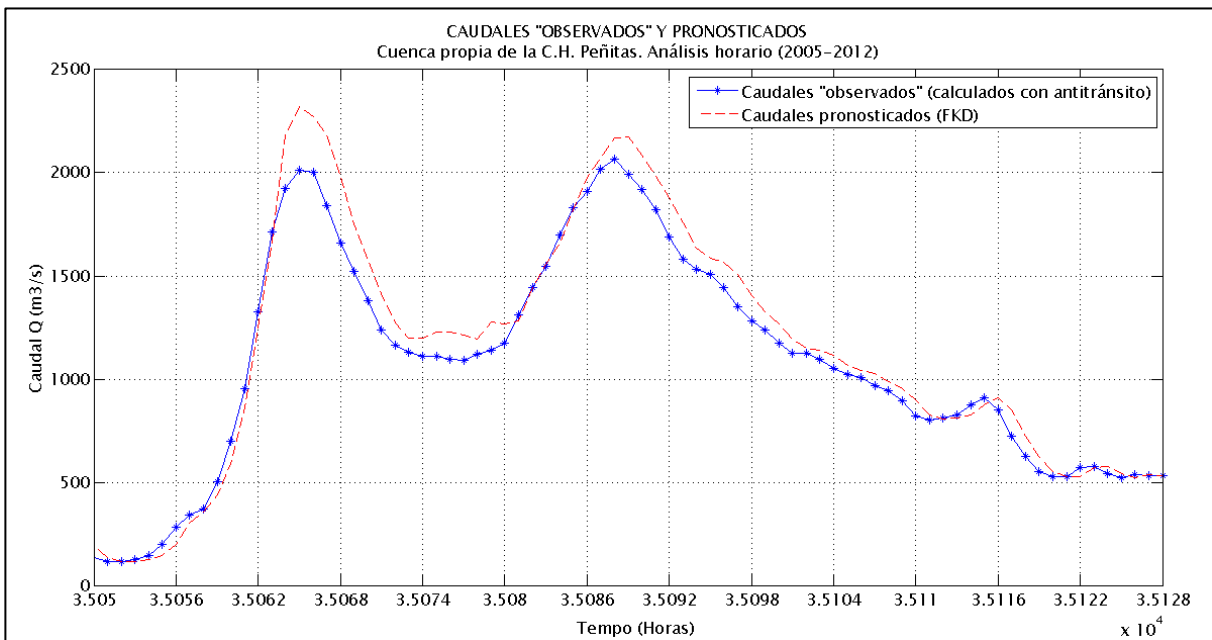


Figura 5.37 Caudal "observado" y pronosticado con FKD (Avenida C), aplicado a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta igual al HUI, y $S = \text{Desv. est. } (X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}$.

Al igual que en los dos casos anteriores, en el cálculo de los estadísticos utilizados para evaluar cuantitativamente la precisión del pronóstico con el FKD, se utilizaron $\alpha = 0.3$, $N = 1000$ y $n = 3$. Los valores obtenidos se muestran en la Tabla 5 F.

ESTADÍSTICOS APLICANDO FKD			
Concepto	Valor	Concepto	Valor
Δt	48=16 pronósticos	Media (Q pronosticado)	760.085
Nash-Sutcliffe (Q "observado" - Q pronosticado)	0.977298	Media (Q actualizado)	760.013
Nash-Sutcliffe (Q >1000 m ³ /s)	0.990425	Desv. Estándar (Q "observado")	428.792
Nash-Sutcliffe (Q <1000 m ³ /s)	0.950518	Desv. Estándar (Q pronosticado)	430.148
Nash-Sutcliffe (Q "observado" - Q actualizado)	0.977709	Desv. Estándar (Q actualizado)	429.946
Nash-Sutcliffe (Q>1000 m ³ /s)	0.990930	Correlación (Q "observado"- Q pronosticado)	0.99726
Nash-Sutcliffe (Q<1000 m ³ /s)	0.950816	Correlación (Q "observado"- Q actualizado)	0.99731
Media (Q "observado")	759.256		

Tabla 5 F. Resumen de estadísticos aplicando el FKD considerando la función de respuesta igual al HUI y

$$S = \text{Desv. est. } (X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n}.$$

Como alternativa adicional se consideró que la desviación estándar de los errores entre la función de respuesta pronosticada y actualizada se fuera acumulando con el tiempo. Los resultados obtenidos fueron inferiores a los dos casos anteriores, por lo que dicha alternativa se desechó por completo, en la siguiente tabla se presentan los estadísticos obtenidos considerando los mismos valores de α , N y n que en los arreglos anteriores.

ESTADÍSTICOS APLICANDO FKD			
Concepto	Valor	Concepto	Valor
Δt	Acumulado	Media (Q pronosticado)	760.350
Nash-Sutcliffe (Q "observado" - Q pronosticado)	0.969593	Media (Q actualizado)	759.956
Nash-Sutcliffe (Q >1000 m ³ /s)	0.980386	Desv. Estándar (Q "observado")	428.792

ESTADÍSTICOS APLICANDO FKD			
Concepto	Valor	Concepto	Valor
Nash-Sutcliffe (Q <1000 m3/s)	0.946061	Desv. Estándar (Q pronosticado)	432.240
Nash-Sutcliffe (Q "observado" - Q actualizado)	0.978341	Desv. Estándar (Q actualizado)	429.723
Nash-Sutcliffe (Q >1000 m3/s)	0.991592	Correlación (Q "observado"- Q pronosticado)	0.99634
Nash-Sutcliffe (Q <1000 m3/s)	0.951493	Correlación (Q "observado"- Q actualizado)	0.99739
Media (Q "observado")	759.256		

Tabla 5 G. Resumen de estadísticos aplicando el FKD considerando la función de respuesta igual al HUI y

$$S = \text{Desv. est. } (X_f - X_u) \cdot [I]_{n \times n} \text{ acumulado en el tiempo.}$$

- *Discusión de resultados*

Al evaluar las tres diferentes alternativas de cálculo de la matriz S , se observa que cuando la matriz S está conformada por ceros, los valores del coeficiente de Nash-Sutcliffe son muy aceptables (Nash-Sutcliffe=0.977353), lo que significa que el pronóstico se realiza con buena aproximación. Al usar la matriz S compuesta por números cercanos a cero, el valor del coeficiente de Nash-Sutcliffe (Nash-Sutcliffe=0.977412) mejora sólo marginalmente. Si dicha matriz se conforma multiplicando la matriz identidad por la desviación estándar de los errores entre los incrementos de las ordenadas de la función de respuesta pronosticada y actualizada acumulada un Δt , los resultados son menos satisfactorios (Nash-Sutcliffe=0.977298). Adicionalmente se observa también que con la primera forma de cálculo de la matriz S es posible llegar de forma más rápida a una sola tendencia de los incrementos de las ordenadas del HUI. Por lo tanto, la mejor alternativa de cálculo es cuando $S = [0]$, que en lo subsecuente será la que se utilizará.

Lo anterior se presenta gráficamente en la Figura 5.38 donde se aísla la avenida C con cada uno de los valores asignados a la matriz S , observando que el mejor resultado se obtiene con el valor de $S = [0]$.

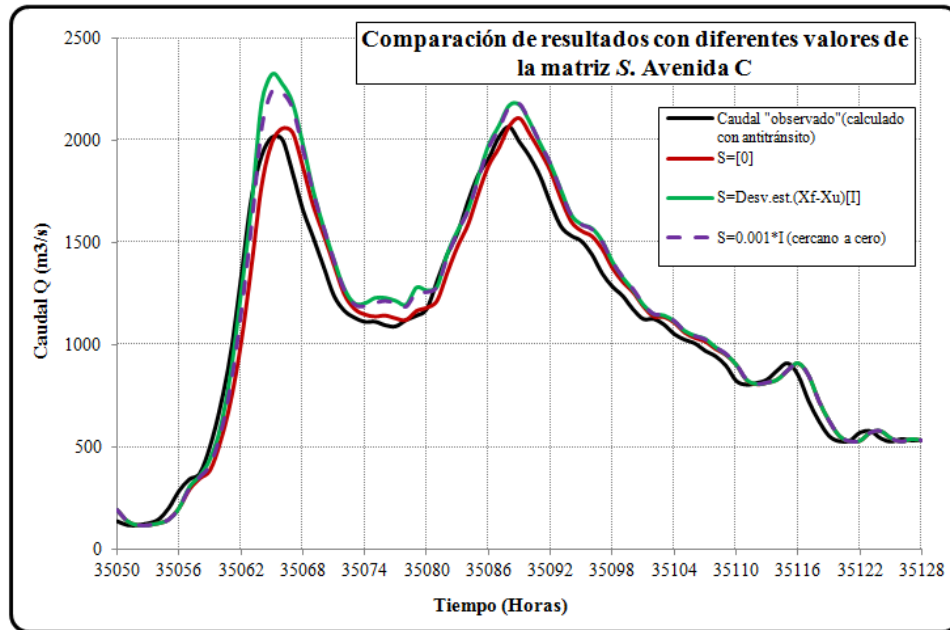


Figura 5.38 Comparación de resultados con los diferentes valores de la matriz S .

5.5 Conformación del algoritmo del FKD utilizando una función de respuesta modificada

Hasta aquí, el FKD se ha aplicado considerando que la función de respuesta predicha estaría representada por el hidrograma unitario instantáneo y se usó exclusivamente la precipitación efectiva en la convolución con la función de respuesta. En lo que sigue, se evalúa una segunda alternativa que incluye, además de la precipitación efectiva, los caudales medidos en un lapso anterior al tiempo analizado en el vector H .

El periodo de análisis considerado es el mismo que en el pronóstico anterior, es decir, del 31 de octubre de 2005 a las 24:00 h al 13 de febrero de 2012 a las 24:00 h.

A diferencia de la versión anterior en la cual el estado a estimar mediante la aplicación del FKD estaba representado por los incrementos entre las ordenadas de la función de respuesta (HUI), en este caso el estado es representado por una función de respuesta modificada, denominada de dicha manera debido a que se incluyen los gastos en la convolución con la misma por lo que no correspondería precisamente al hidrograma unitario instantáneo. De

manera que para esta versión modificada las ecuaciones tanto de estado como de medición se representan de la siguiente manera:

Ecuación de estado:

$$x_k = Ax_{k-1} + w_{k-1} \dots (5.23)$$

donde:

x_k Estado a estimar en el tiempo k (valores de la función de respuesta).

x_{k-1} Estado en un paso anterior.

Ecuación de medición:

$$z_k = Hx_k + v_k \dots (5.24)$$

donde:

$$z_k = Q_k$$

Q_k Caudal medido en el tiempo k tomado de la estación hidrométrica o del cálculo del antitránsito según sea el caso.

El resto de las variables incluidas en la aplicación del algoritmo del FKD y en las ecuaciones mencionadas previamente representan lo mismo que fue descrito en el apartado 5.4.2, salvo que en este caso las dimensiones de las matrices A, H, S etc. Son $n + nQ$ en lugar de n , donde n y nQ son los números de episodios de precipitación efectiva y de caudales, respectivamente, considerados en la convolución realizada con la función de respuesta.

Una vez obtenida la función de respuesta con la aplicación del FKD, el *pronóstico de los caudales de entrada al vaso de la C.H. Peñitas*, será realizado a través de la ecuación:

$$Q_{est1} = H \cdot \hat{x}_k^- \dots (5.25)$$

Donde \hat{x}_k^- es la función de respuesta pronosticada y $H_{1 \times n+nQ} = [Q_{t-1}, Q_{t-2}, \dots, Q_{t-nQ}, hp_{t-1}, hp_{t-2}, \dots, hp_{t-n}]$, será un vector que contiene los valores de caudal Q y precipitación efectiva hp utilizadas en la convolución con la función de respuesta pronosticada para obtener los caudales de entrada al vaso.

Una vez realizada la actualización del pronóstico de la función de respuesta en la cuenca (ecuaciones de actualización) siguiendo el proceso descrito en el apartado anterior, se actualiza el pronóstico de los caudales de entrada al vaso de la C.H. Peñitas de la siguiente manera:

$$Q_{est2} = H \cdot \hat{x}_k \dots (5.26)$$

Donde \hat{x}_k es la función de respuesta corregida o bien actualizada, mientras que el vector H corresponde a lo descrito con anterioridad.

5.5.1 Pronóstico de caudales en Sayula

Con el objeto de evaluar la aplicabilidad del FKD con la función de respuesta modificada y considerando a su vez los registros de una estación hidrométrica en lugar de los inferidos con antitránsito, se usaron los registros de caudal en la estación hidrométrica Sayula para la cuenca inferior (Figura 4.15) considerando un periodo de análisis del 01/01/2010 al 14/02/2012.

Los mejores resultados se obtuvieron considerando 48 h previas de lluvia efectiva y 1 h de medición previa de caudal, con un intervalo de pronóstico de 1 h. El análisis completo se presenta en el Anexo F digital.

En la parte superior de la Figura 5.39 se muestra la precipitación efectiva media calculada en la cuenca mientras que en la parte inferior se presentan los caudales horarios registrados en la estación hidrométrica Sayula, mismos que se pronosticarán mediante la aplicación del FKD. En la Figura 5.40 se presentan en color azul los caudales observados (registrados en la estación hidrométrica Sayula) y en color rojo la serie completa de caudales que hubiera sido obtenida al aplicar el FKD para su pronóstico; en la Figura 5.41 se presentan los caudales

observados y los caudales actualizados con el FGD observándose una pequeña mejoría en el pronóstico.

En la Figura 5.42 se presentan los gastos pronosticados contra los “observados”, la línea diagonal a 45° representa una coincidencia perfecta, pudiéndose notar que en algunos de los casos el caudal pronosticado es subestimado y en otros sobreestimado pero en general los resultados son muy satisfactorios. La relación entre gastos observados contra actualizados resulta similar, con una pequeña mejoría, y se presenta en la Figura 5.43. Los errores entre el caudal “observado” y pronosticado así como actualizado a lo largo del tiempo de análisis se presentan en la Figura 5.44. Así también, al igual que en el apartado anterior, en las Figuras 5.45 a 5.50 se presentan algunas de las ordenadas de la función de respuesta pronosticada, así como las correspondientes ordenadas de la ganancia de Kalman obtenida pudiéndose notar que al final del periodo de análisis ambas tienden hacia un mismo valor es decir un solo valor de la función de respuesta pronosticada. En las Figuras 5.51 a 5.54 se muestran algunas avenidas aisladas dentro del lapso analizado para un mejor análisis.

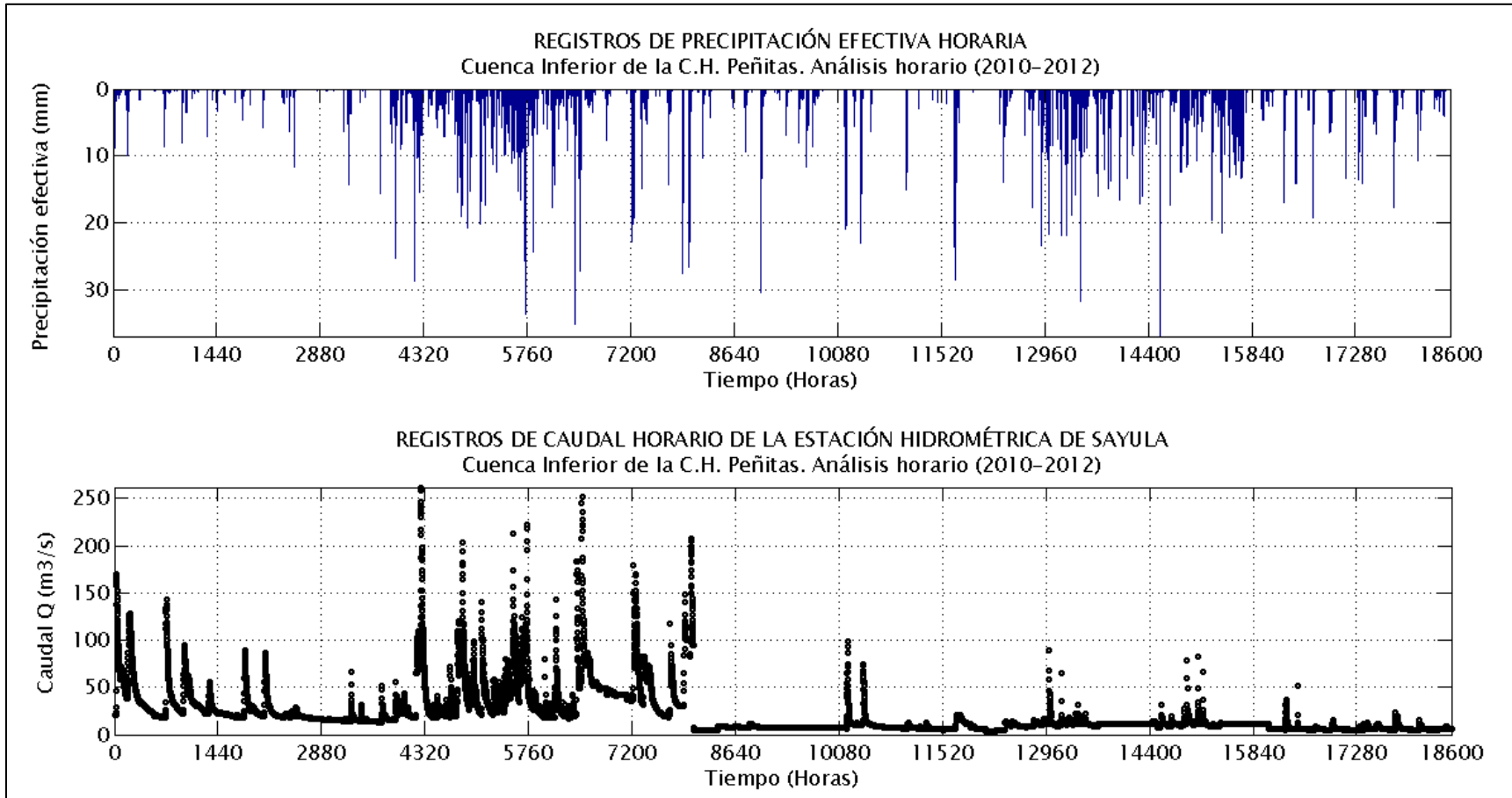


Figura 5.39 Registros de precipitación y caudal horarios, utilizados en el análisis de la cuenca inferior de la C.H. Peñitas.

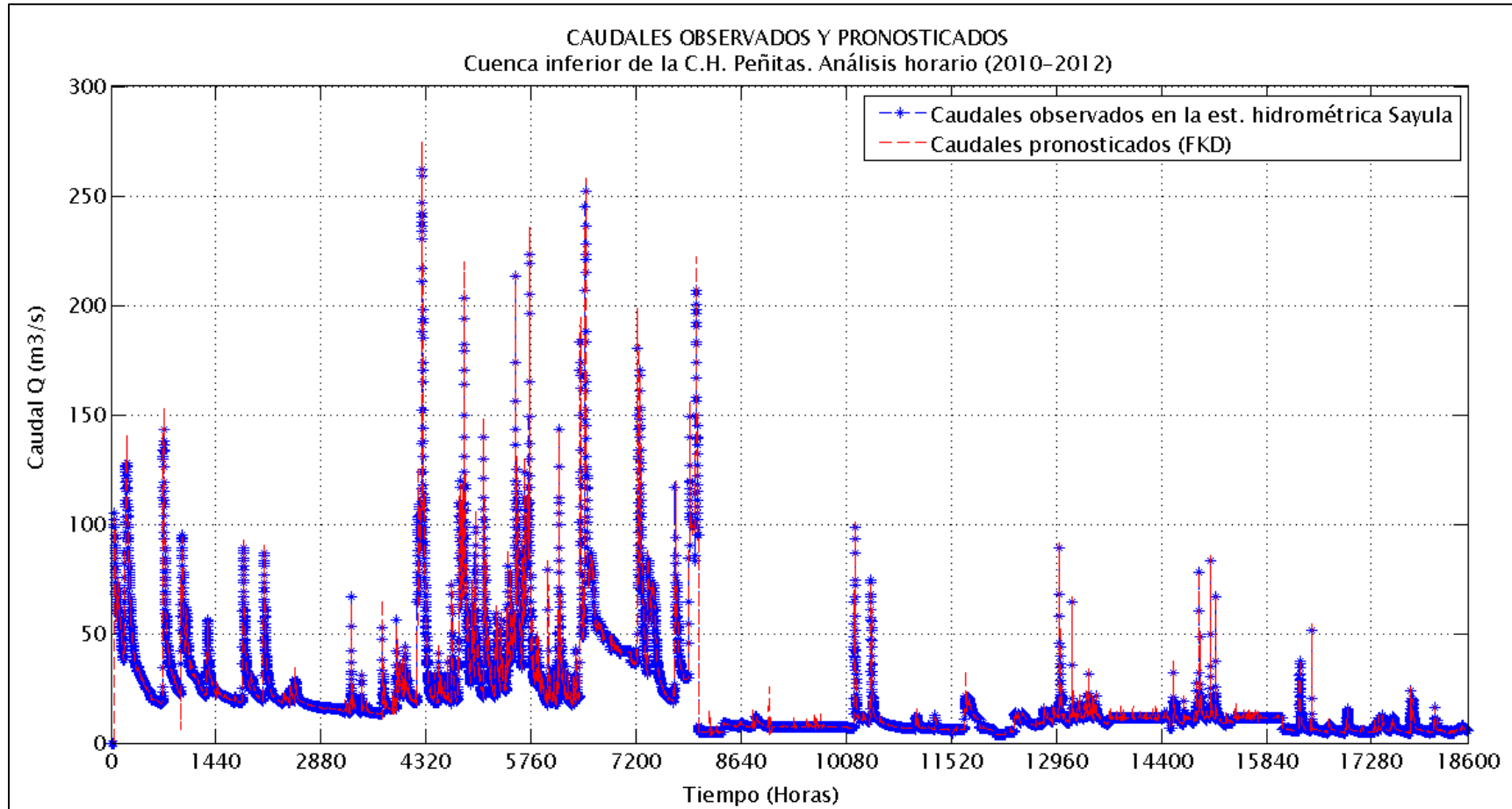


Figura 5.40 Caudales observados y pronosticados de la cuenca inferior de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

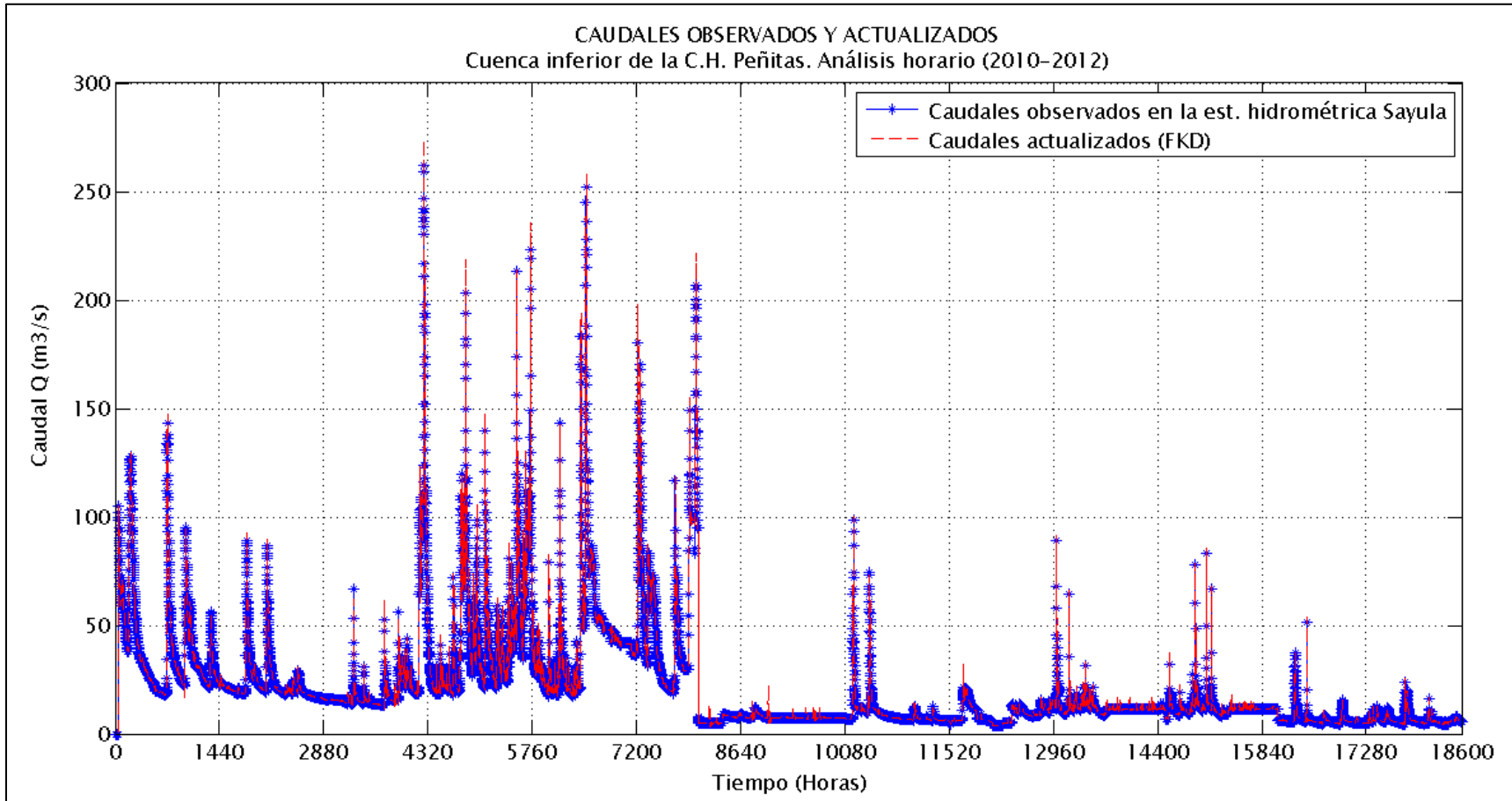


Figura 5.41 Caudales observados y actualizados de la cuenca inferior de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

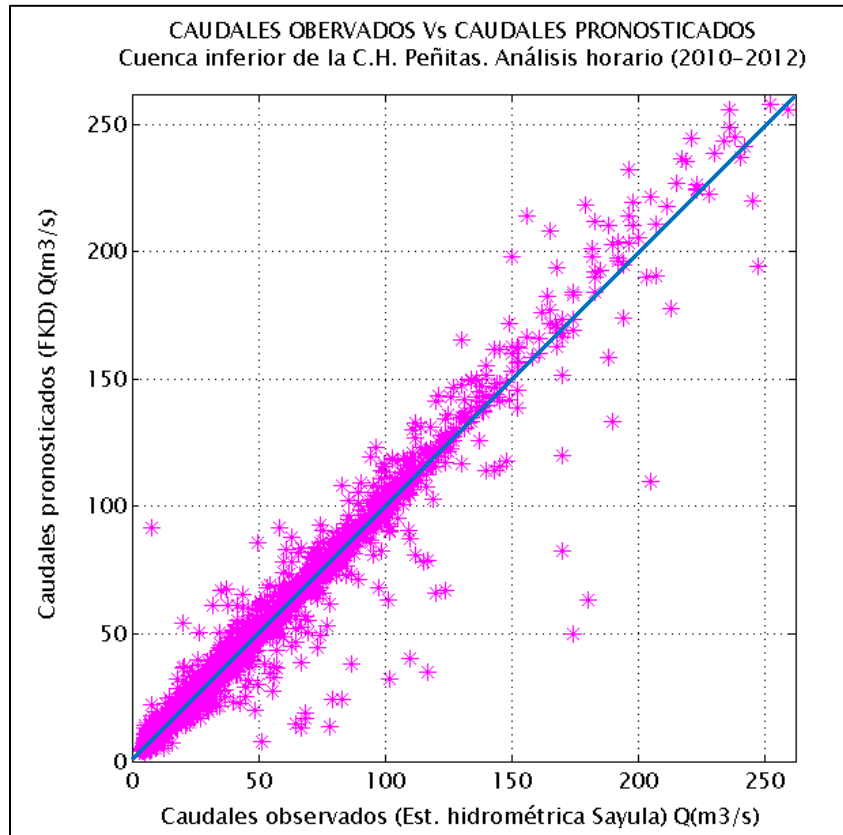


Figura 5.42 Caudales observados vs caudales pronosticados de la cuenca inferior de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

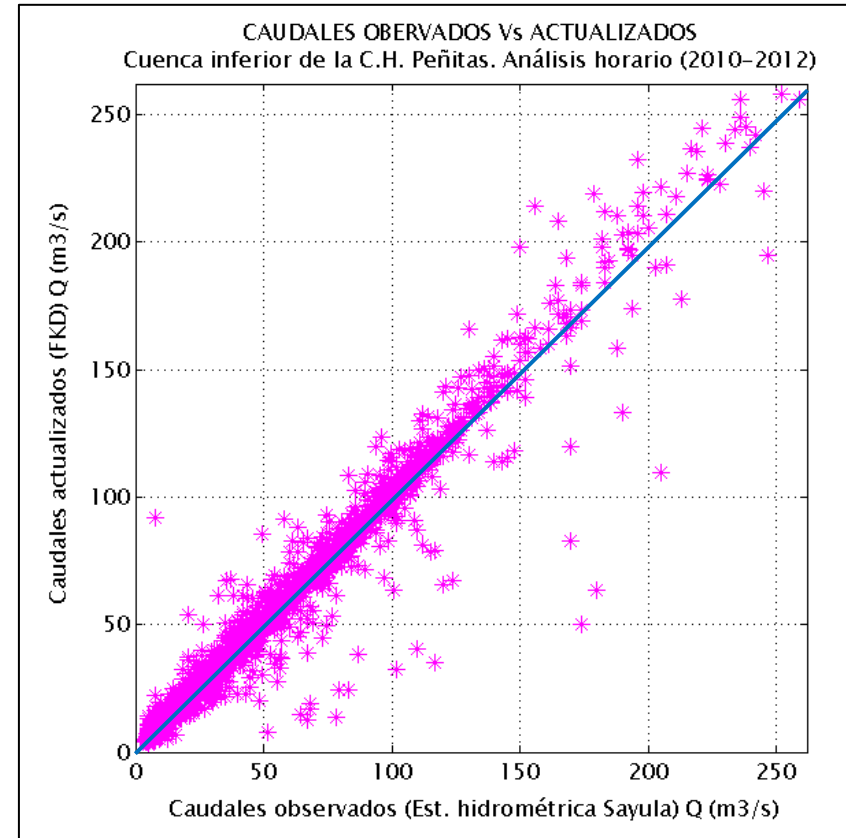


Figura 5.43 Caudales observados vs caudales actualizados de la cuenca inferior de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

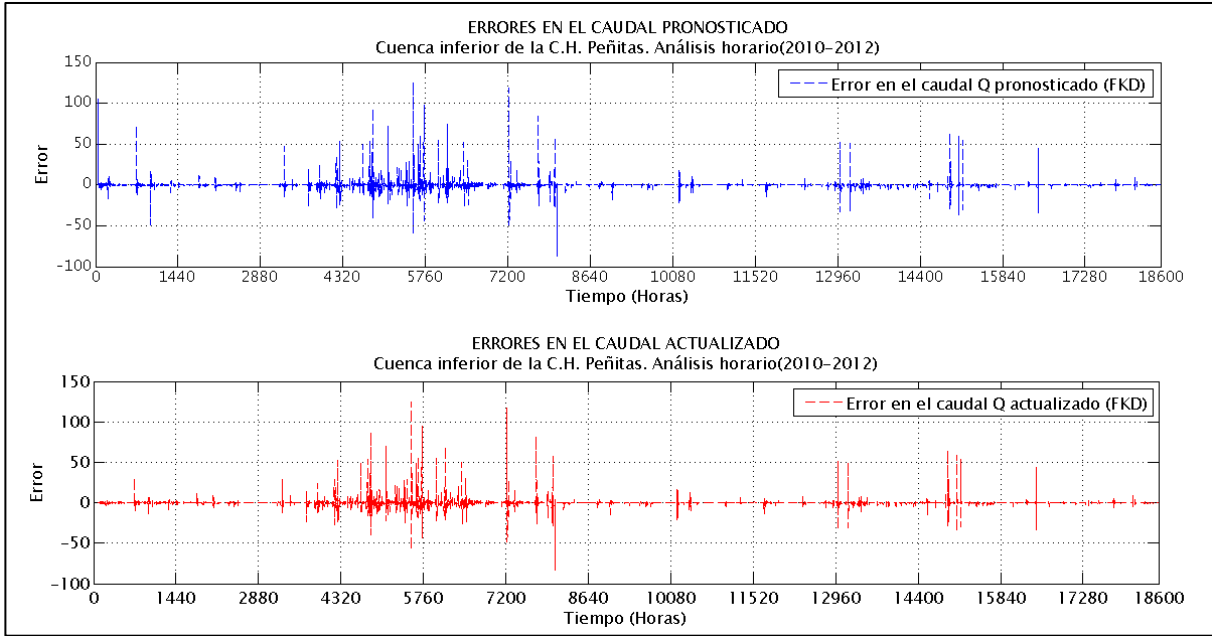


Figura 5.44 Errores en el pronóstico y actualización de caudales de la cuenca inferior de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

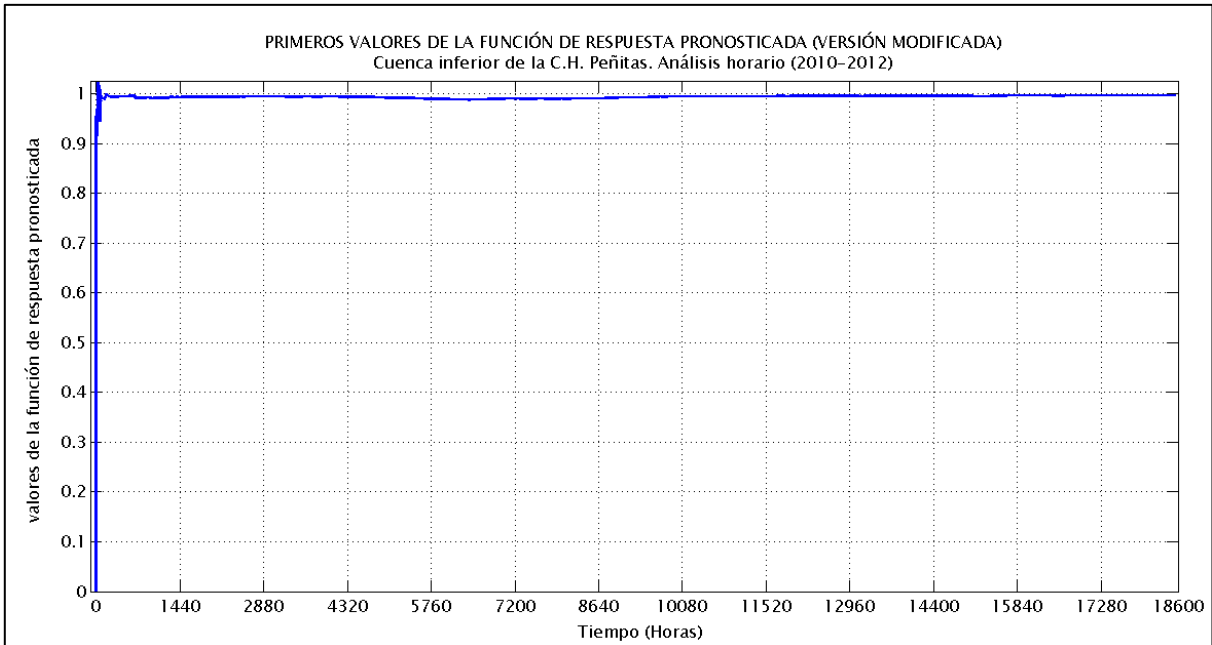


Figura 5.45 Primeros valores de la función de respuesta pronosticada (versión modificada).

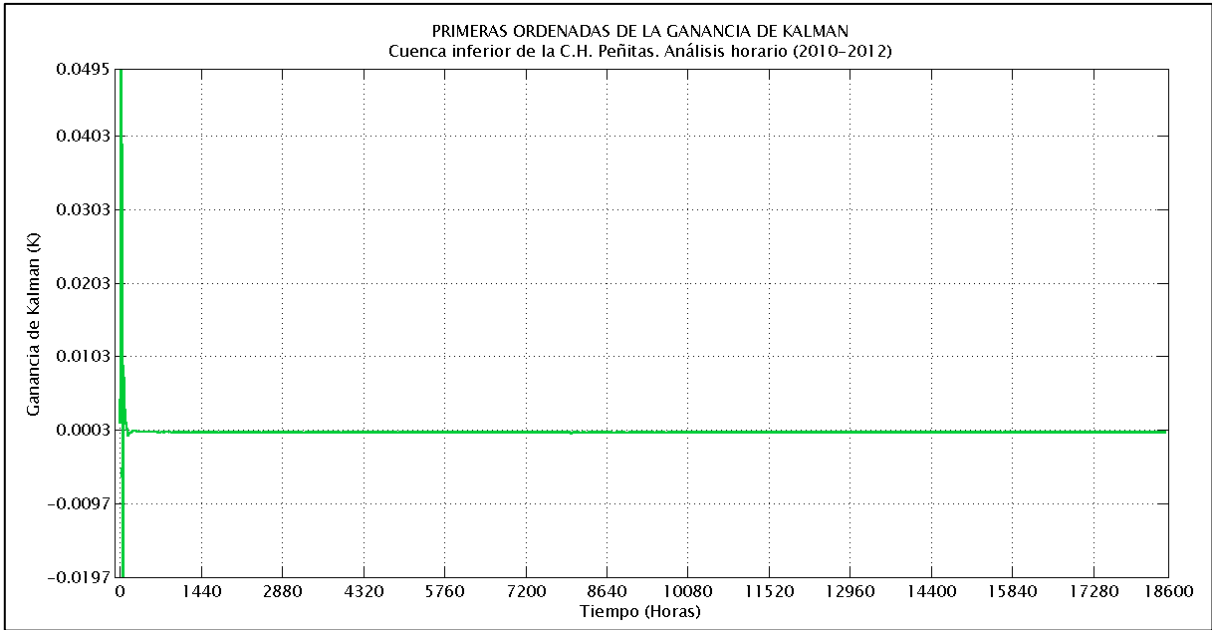


Figura 5.46 Primeras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando la función de respuesta modificada.

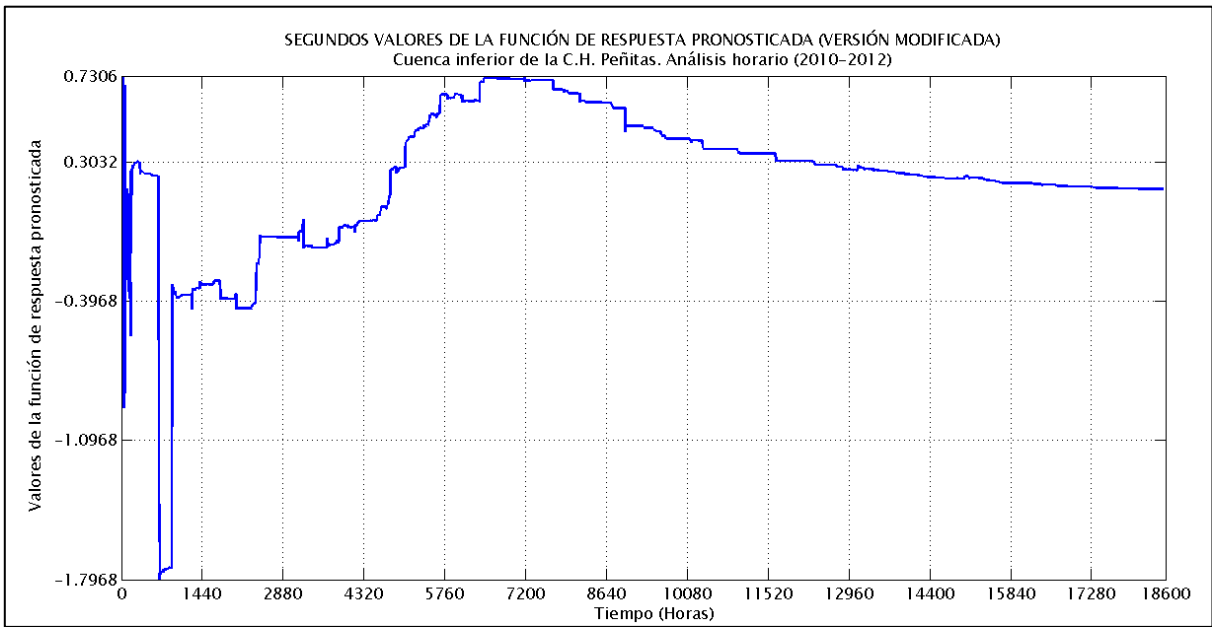


Figura 5.47 Segundos valores de la función de respuesta pronosticada (versión modificada).

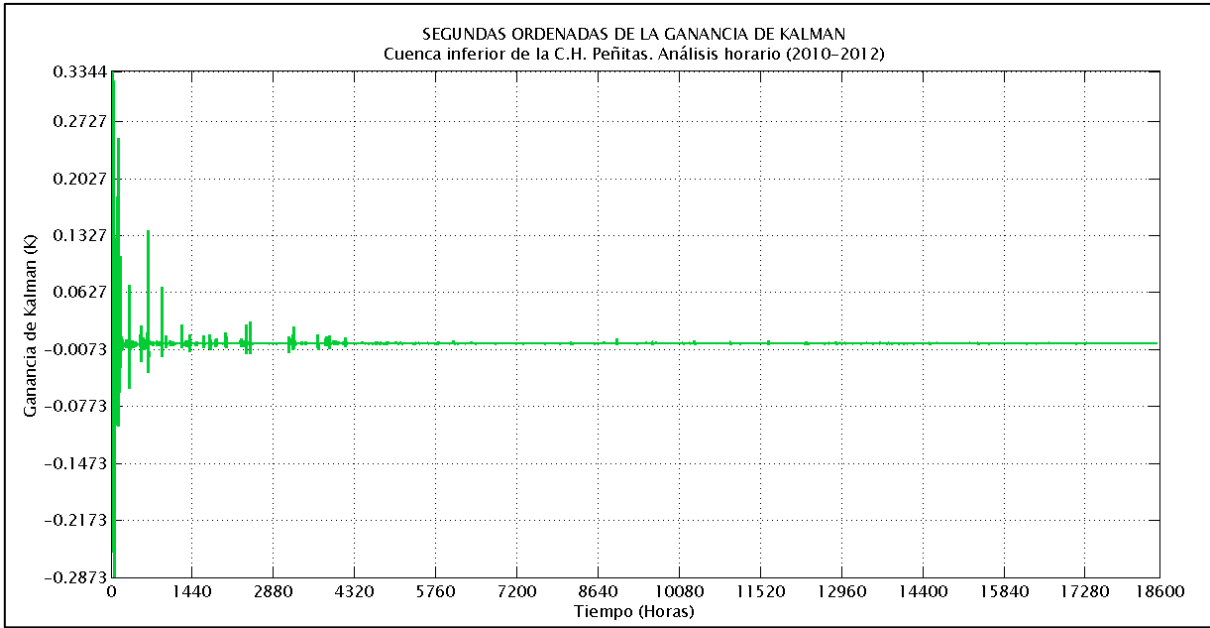


Figura 5.48 Segundas ordenadas de la ganancia de Kalman considerando la función de respuesta modificada.

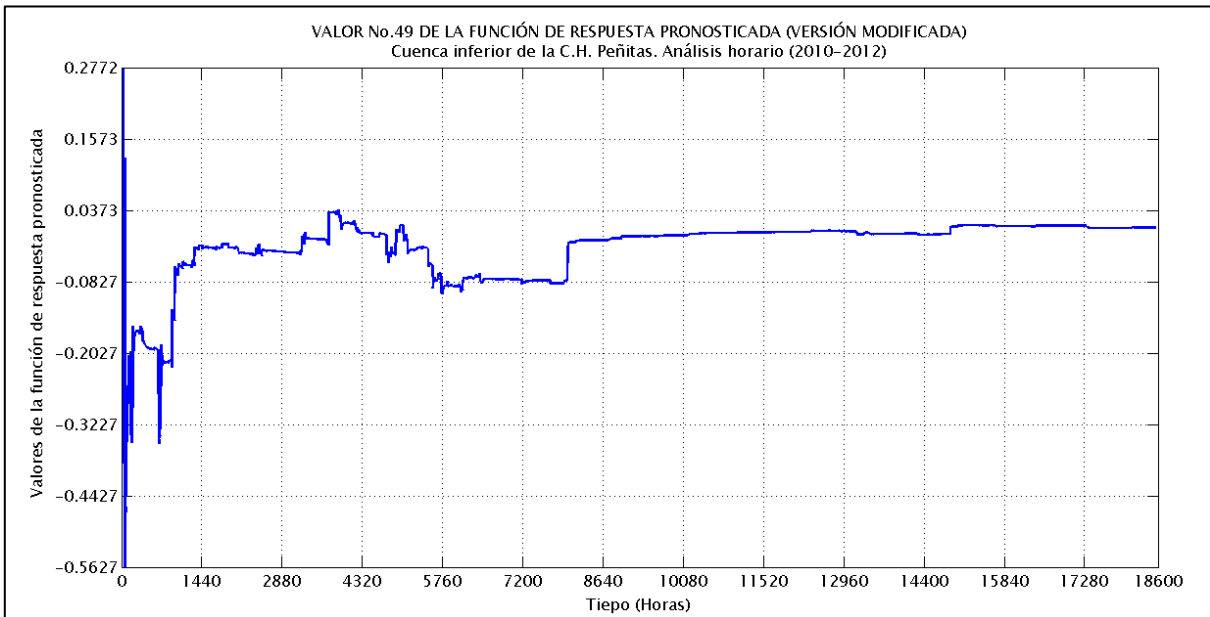


Figura 5.49 Valor No. 49 de la función de respuesta pronosticada (versión modificada).

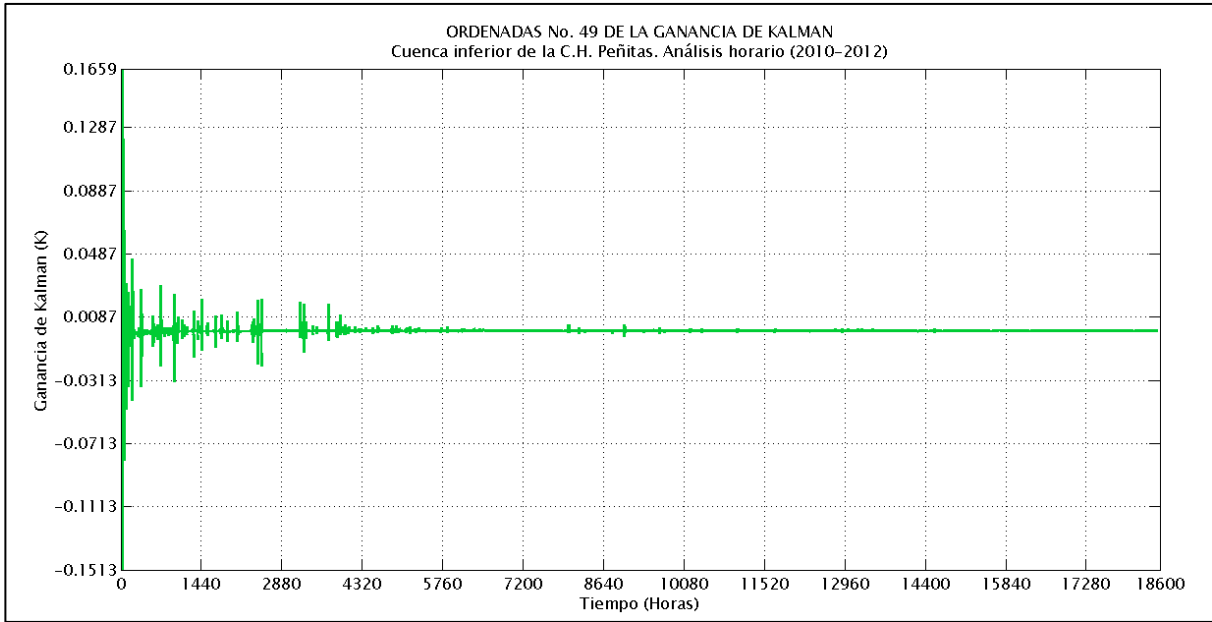


Figura 5.50 Ordenadas No. 49 de la ganancia de Kalman considerando la función de respuesta modificada.

- Avenida A del 24/06/2010 4:00 h al 30/06/2010 16:00 h

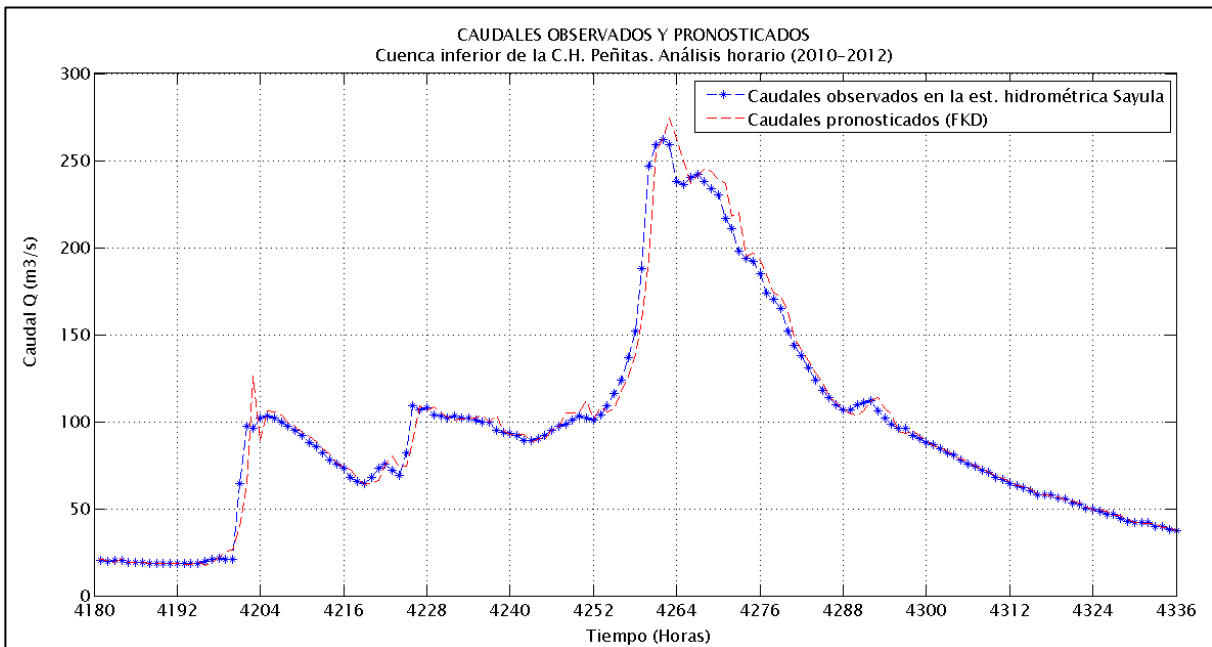


Figura 5.51 Caudal observado y pronosticado con FKD (Avenida A) para la cuenca inferior de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

- Avenida B, del 3/07/2010 8:00 h al 13/07/2010 8:00 h (Coincide con huracán Alex).

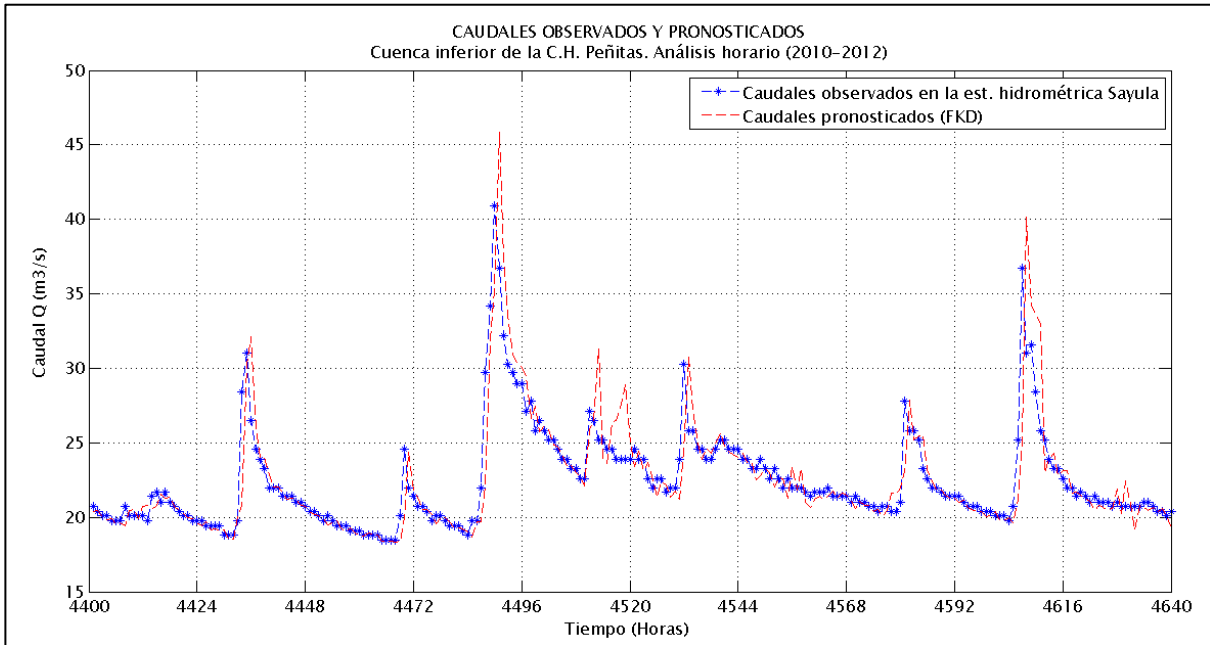


Figura 5.52 Caudal observado y pronosticado con FKD (Avenida B) para la cuenca inferior de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

- Avenida C, del 12/09/2010 14:00 al 16/09/2010 8:00 h, coincide con Huracán Karl.

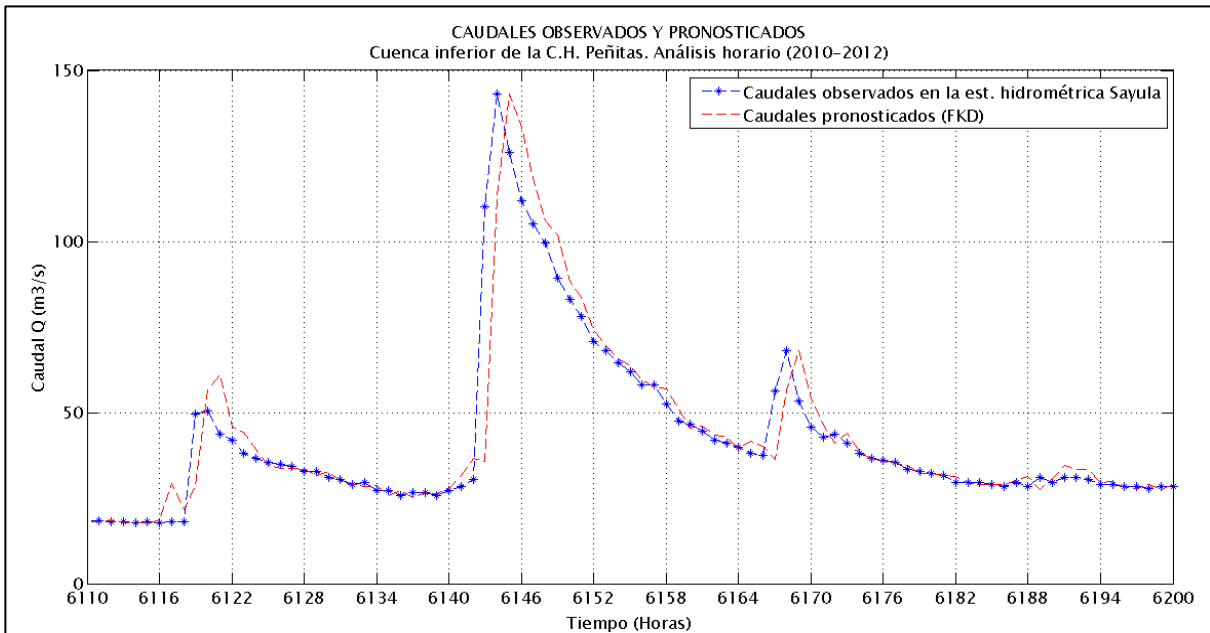


Figura 5.53 Caudal observado y pronosticado con FKD (Avenida C) para la cuenca inferior de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

- Avenida D del 25/09/2010 12:00 h al 2/10/2010 24:00 h.

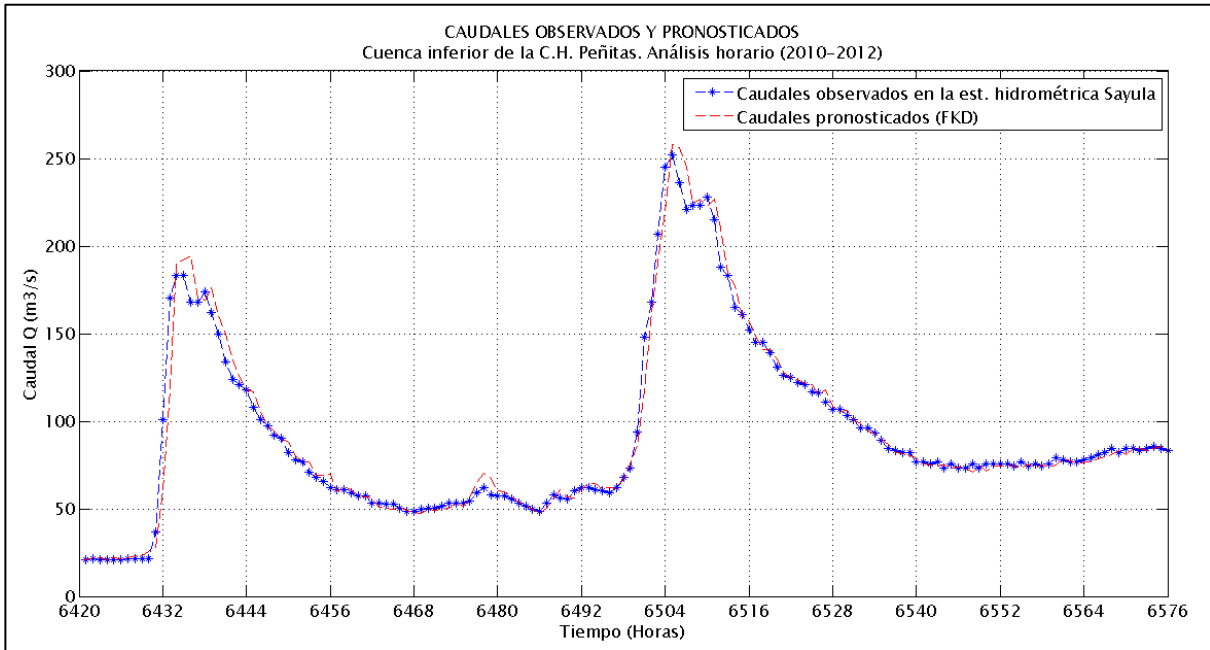


Figura 5.54 Caudal observado y pronosticado con FKD (Avenida D) para la cuenca inferior de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

En la Tabla 5 H se presentan los estadísticos (apartado 5.4.2) para esta alternativa de aplicación del FKD. Los valores de $\alpha = 0.3$ y $N = 1000$ son iguales a los utilizados en los análisis anteriores, así también el valor de la matriz S ($S = 0$) corresponde al mejor resultado obtenido de la evaluación de las alternativas de cálculo de S (apartado 5.4.3).

ESTADÍSTICOS APLICANDO EL FKD			
Concepto	Valor	Concepto	Valor
n (H_p previas)	48	Media (Q observado)	21.508
nQ (Q previos)	1	Media (Q pronosticado)	21.529
Nash-Sutcliffe (Q observado - Q pronosticado)	0.97750	Media (Q actualizado)	21.533
Nash-Sutcliffe (Q >100 m ³ /s)	0.97540	Desv. Estándar (Q observado)	24.367
Nash-Sutcliffe (Q <100 m ³ /s)	0.97750	Desv. Estándar (Q pronosticado)	24.614
Nash-Sutcliffe (Q observado - Q actualizado)	0.98080	Desv. Estándar (Q actualizado)	24.604
Nash-Sutcliffe (Q >100 m ³ /s)	0.97580	Correlación (Q observado- Q pronosticado)	0.99374

ESTADÍSTICOS APLICANDO EL FKD			
Concepto	Valor	Concepto	Valor
Nash-Sutcliffe (Q<100 m ³ /s)	0.98500	Correlación (Q observado- Q actualizado)	0.99467

Tabla 5 H. Resumen de estadísticos aplicando el FKD considerando la función de respuesta modificada.

- Serie original del caudal obtenido de la estación hidrométrica de Sayula.

Media	Desv. Estándar	Max	Min
23.7003	26.3585	262	4

- Serie original de la precipitación media en la cuenca.

Media	Desv. Estándar	Max	Min
1.8033	3.3759	36.8	0

- Serie corregida de la precipitación media en la cuenca.

Media	Desv. Estándar	Max	Min
1.8047	3.3806	36.8	0

- Serie original de la lluvia efectiva.

Media	Desv. Estándar	Max	Min
0.1724	1.2989	32.3840	0

- *Discusión de resultados.*

Los resultados obtenidos al aplicar el algoritmo del FKD a la cuenca inferior de la C.H. Peñitas considerando la función de respuesta modificada son muy aceptables. Se encontró que el intervalo de 48 h previas de precipitación efectiva y 1 h de caudal representa la mejor combinación en la predicción de los caudales de entrada a la C.H. Peñitas.

5.5.2 Pronóstico de caudales en la cuenca propia de la C.H. Peñitas

Se presentan ahora los resultados obtenidos de la aplicación del filtro de Kalman discreto utilizando la función de respuesta modificada, pero ahora para la cuenca propia de la C.H. Peñitas utilizando como medición los caudales calculados con el tránsito inverso en vasos para intervalos de pronóstico de 1 h y 24 h. El periodo de análisis fue de 31 de octubre de 2005 a las 24 h al 13 de febrero de 2012 a las 24 h.

5.5.2.1 Análisis horario

Los mejores resultados se logran conformando la matriz H por las mediciones de 12 h previas de precipitación y 2 h de caudal calculado con el antitránsito respecto a tiempo k analizado, así mismo los valores de α y N se conservan iguales a los utilizados en los análisis realizados con anterioridad.

El análisis completo se presenta en el Anexo G digital.

En la Figura 5.56 se presentan en color azul los caudales “observados” (calculados con el antitránsito) y en color rojo la serie completa de caudales que hubiera sido obtenida al aplicar el FKD para su pronóstico; en la Figura 5.57 se presentan los caudales “observados” y los caudales actualizados con el FKD observándose un pronóstico muy aceptable en los caudales.

En la Figura 5.58 se presentan los gastos pronosticados contra los “observados”, la línea diagonal a 45° representa una coincidencia perfecta, pudiéndose notar una coincidencia casi perfecta, a excepción del pronóstico en los caudales de menor magnitud. La relación entre

gastos “observados” contra actualizados resulta similar, con una pequeña mejoría, y se presenta en la Figura 5.59. Los errores entre el caudal “observado” y pronosticado así como actualizado a lo largo del tiempo de análisis se presentan en la Figura 5.60. En las Figuras 5.61 a 5.66 se presentan algunas ordenadas de la función de respuesta obtenida así como de la ganancia de Kalman reiterándose la tendencia hacia un solo valor de la función de respuesta pronosticada. El pronóstico realizado con la aplicación del filtro puede analizarse mejor en las avenidas aisladas mostradas en las Figuras 5.67, 5.68 y 5.69.

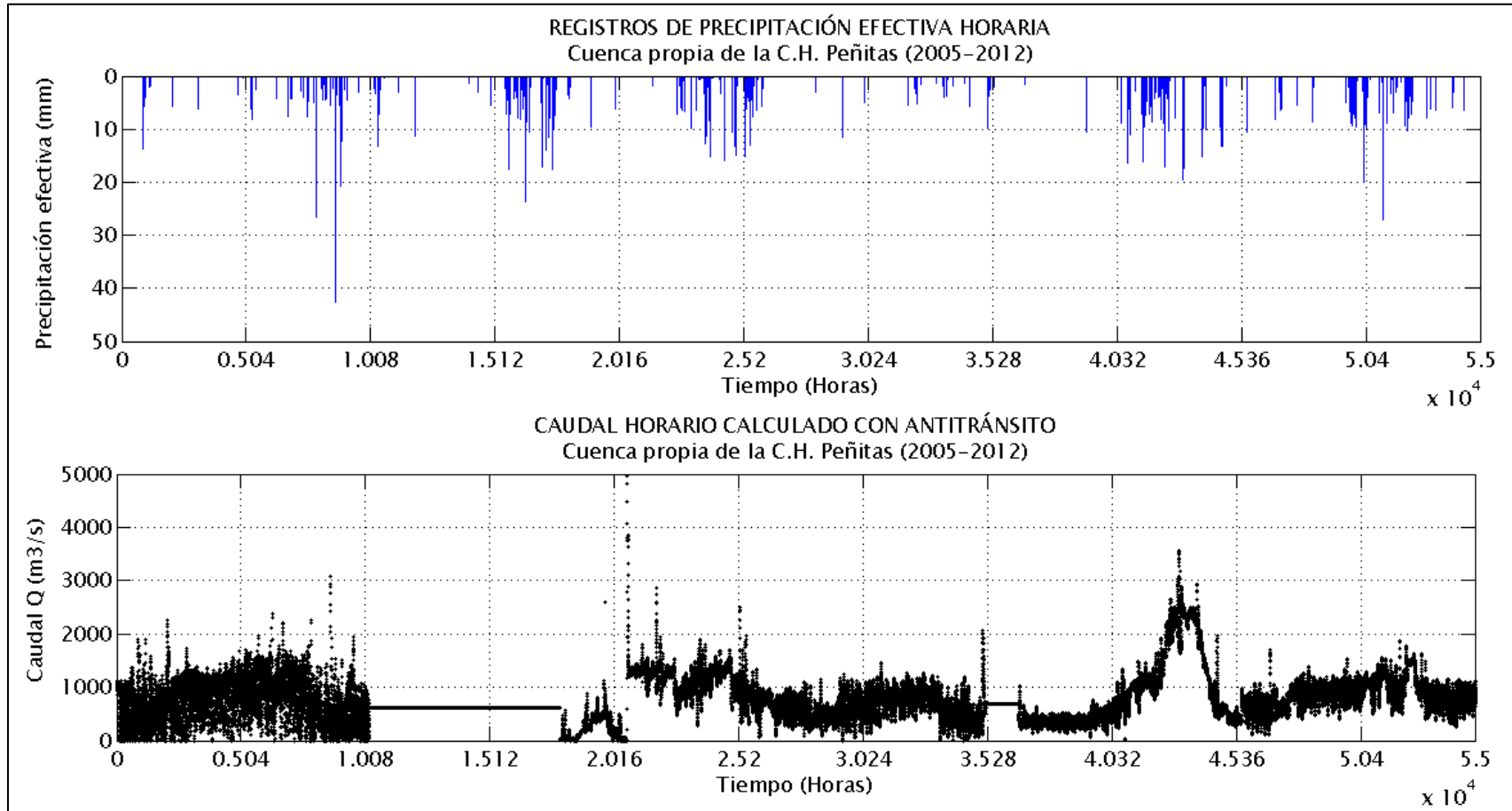


Figura 5.55 Registros de precipitación y caudal horarios (calculados con antitránsito), utilizados en el análisis de la cuenca propia de la C.H. Peñitas.

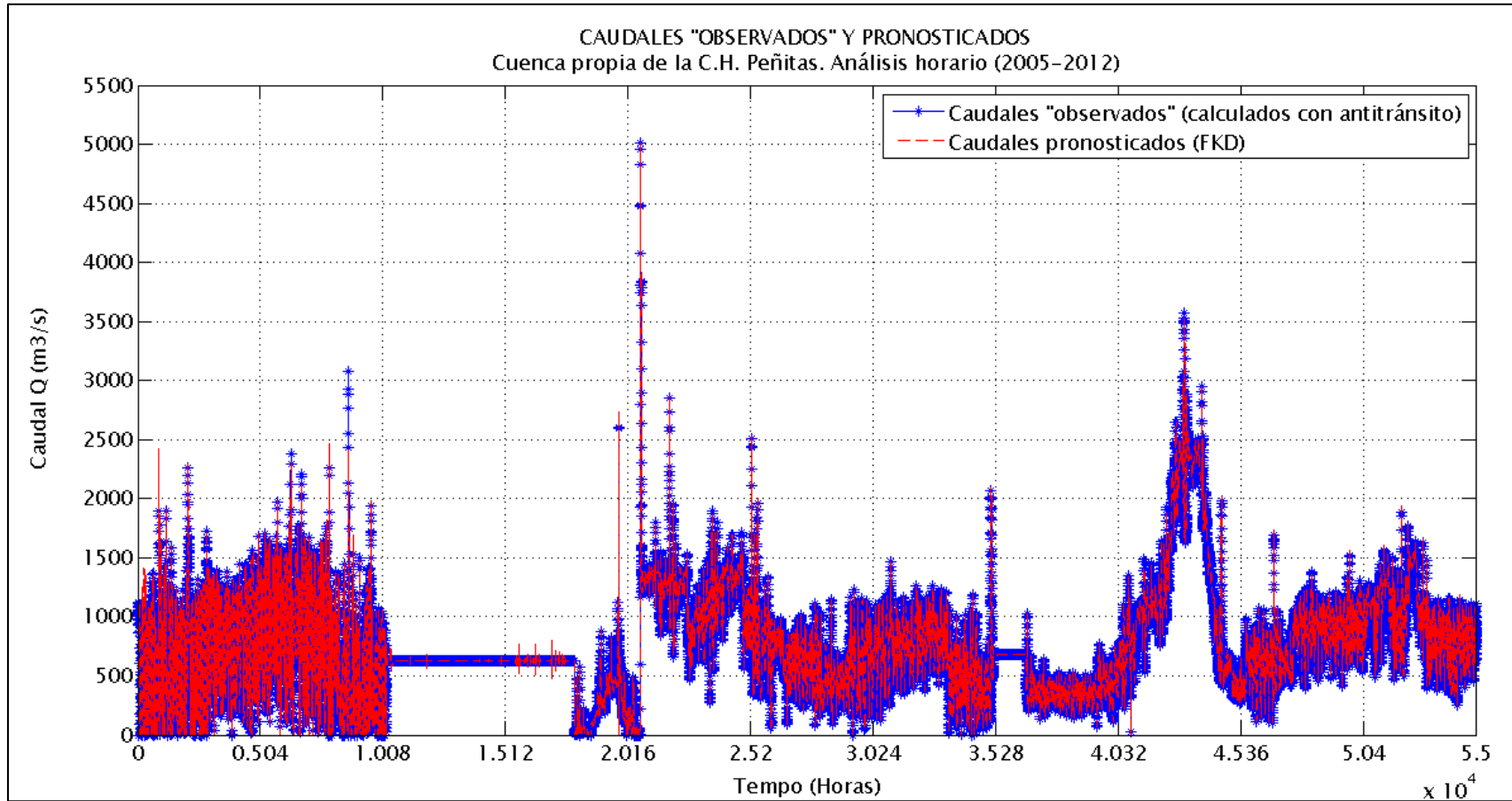


Figura 5.56 Caudales "observados" y pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

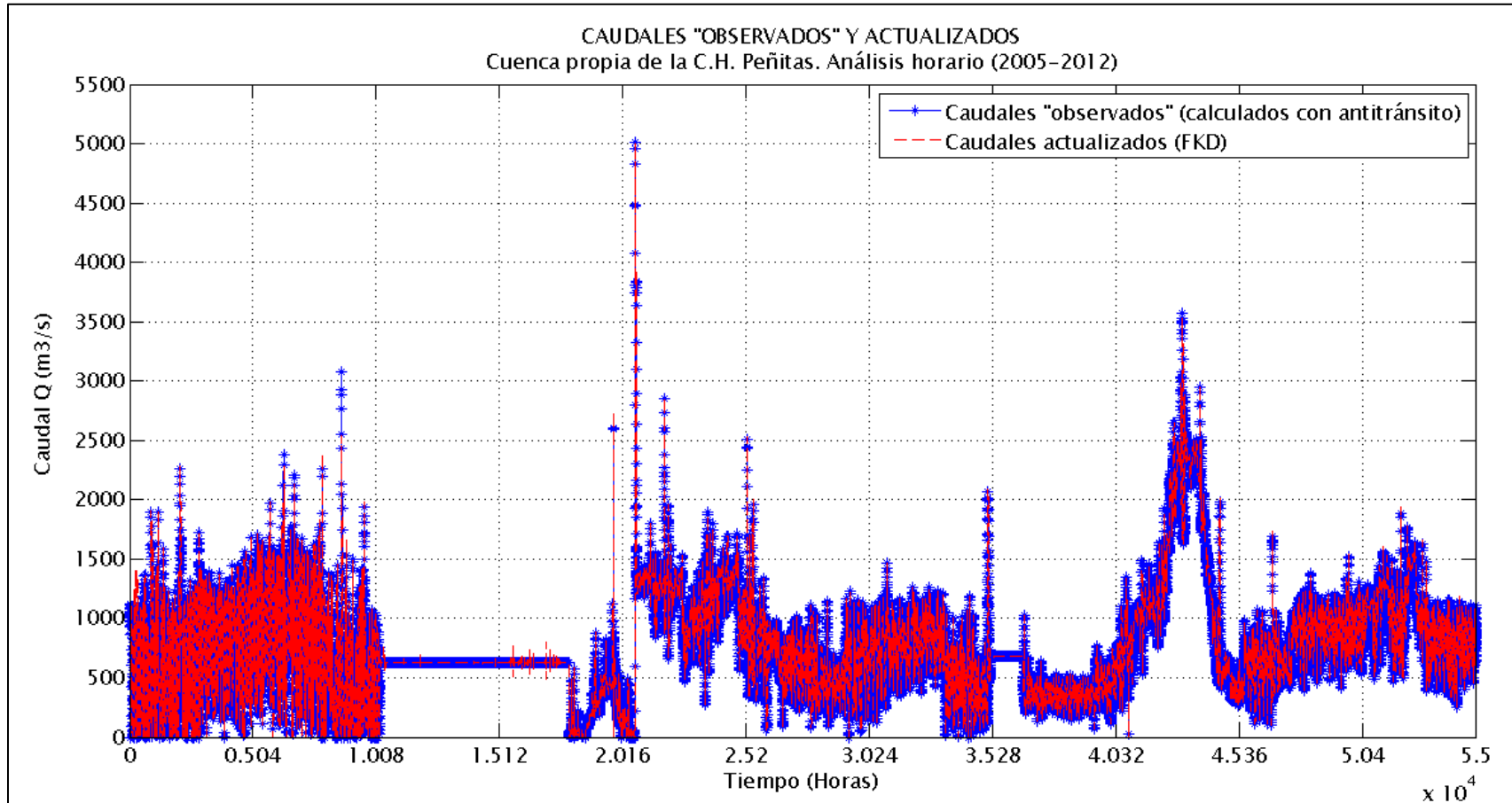


Figura 5.57 Caudales "observados" y actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

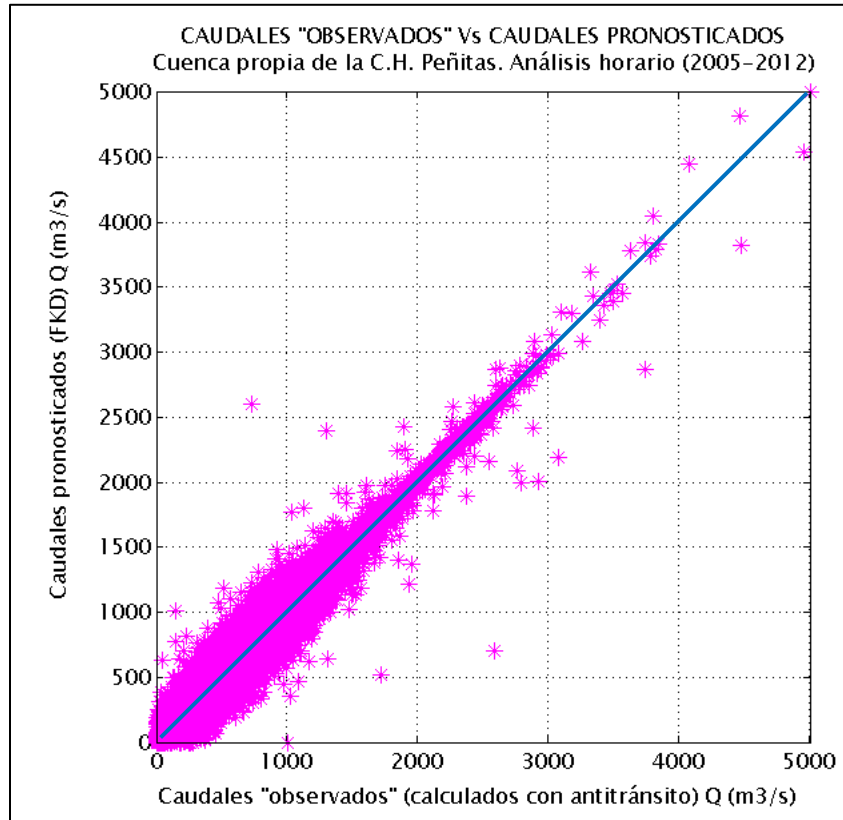


Figura 5.58 Caudales "observados" vs pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

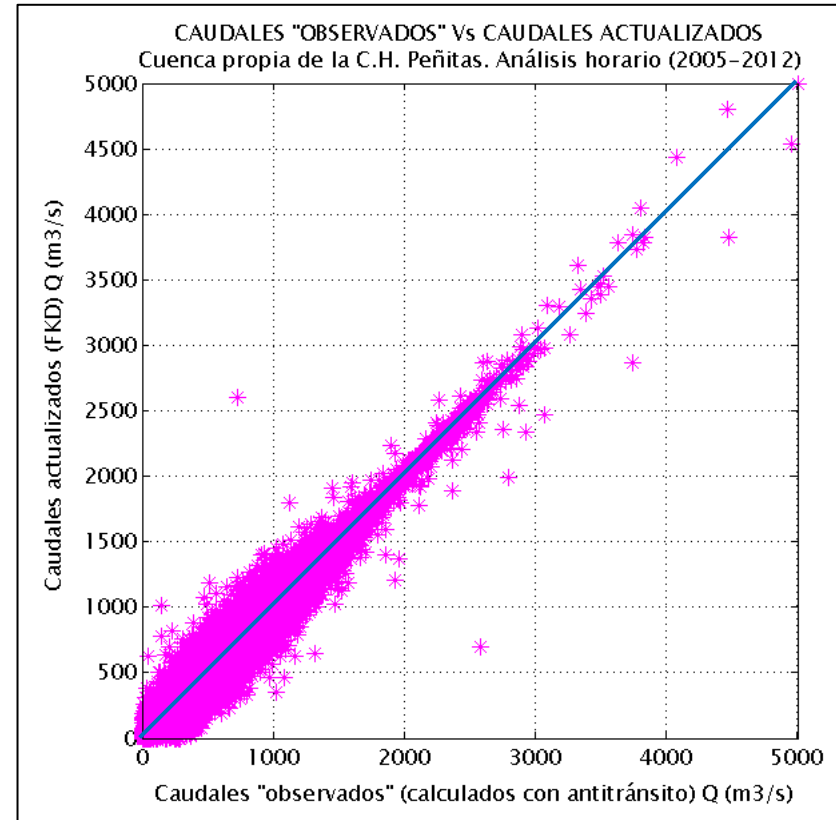


Figura 5.59 Caudales "observados" vs actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

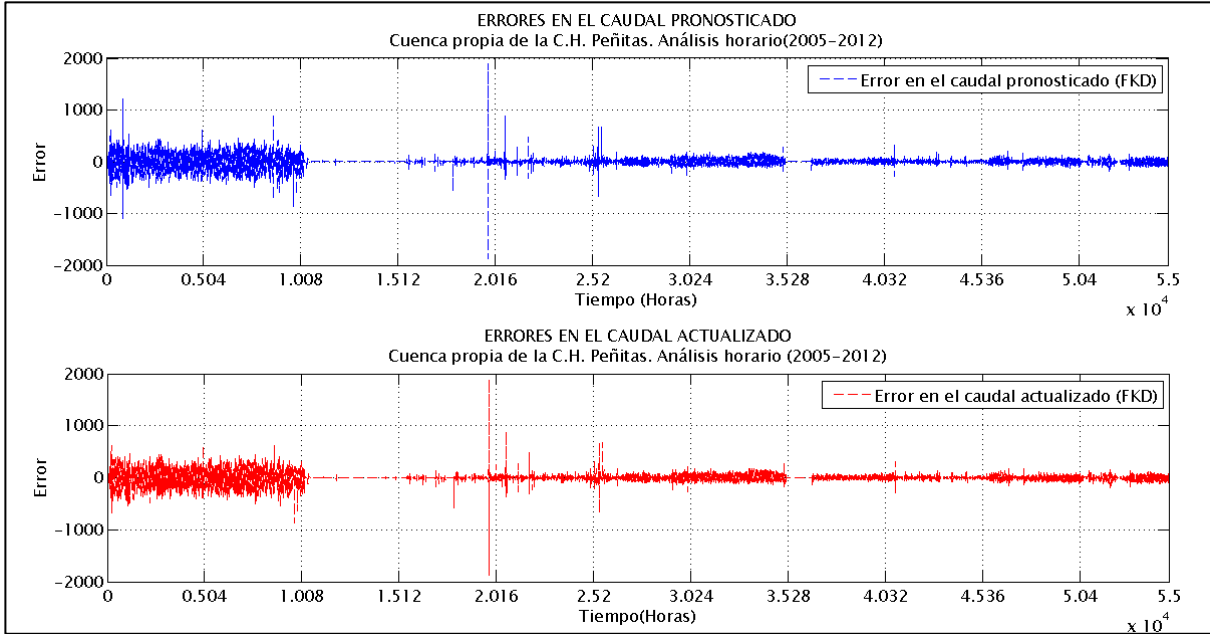


Figura 5.60 Errores en los caudales pronosticados y actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

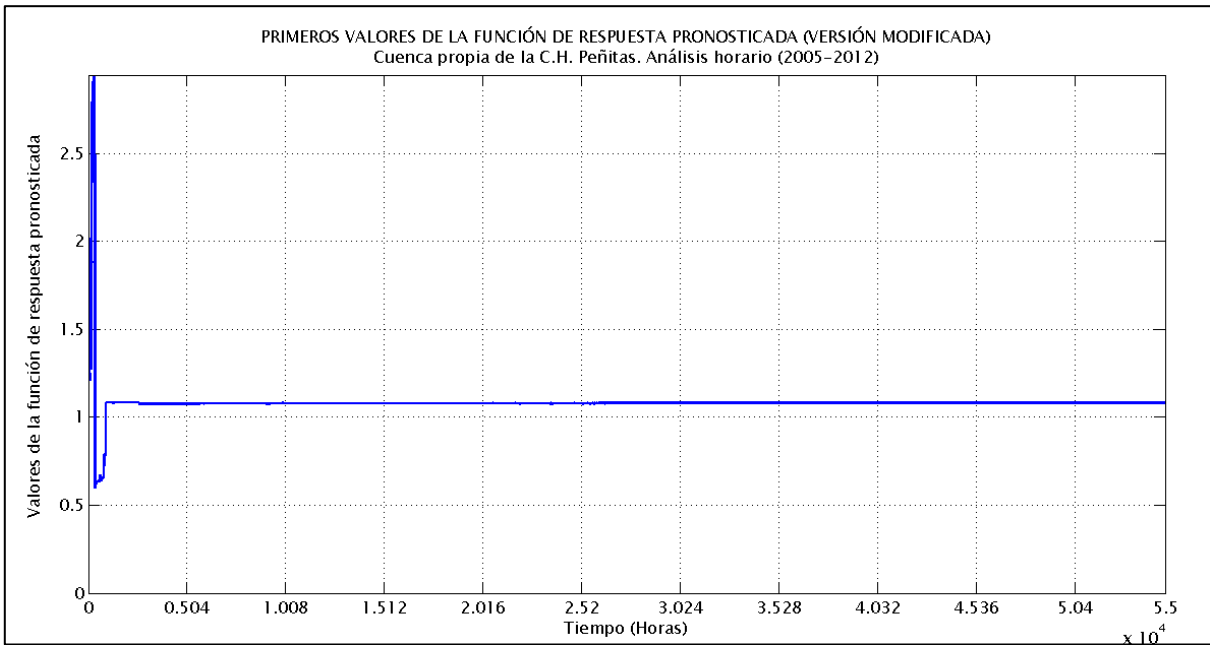


Figura 5.61 Primeros valores de la función de respuesta pronosticada (versión modificada).

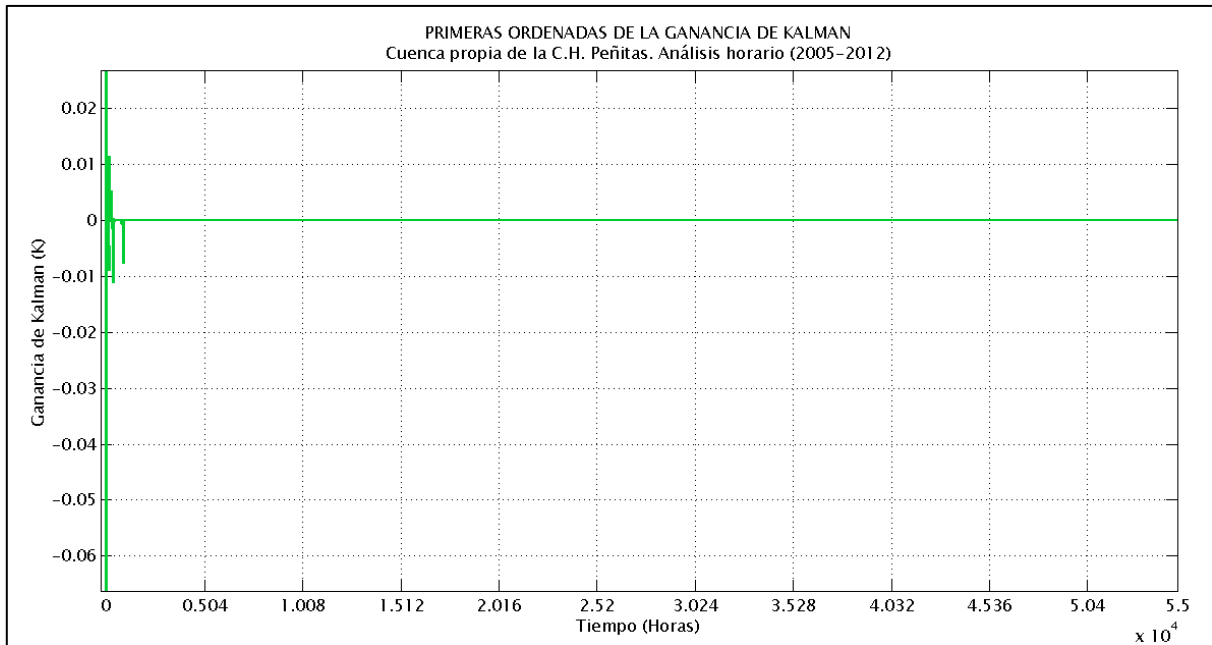


Figura 5.62 Primeras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando la función de respuesta modificada.

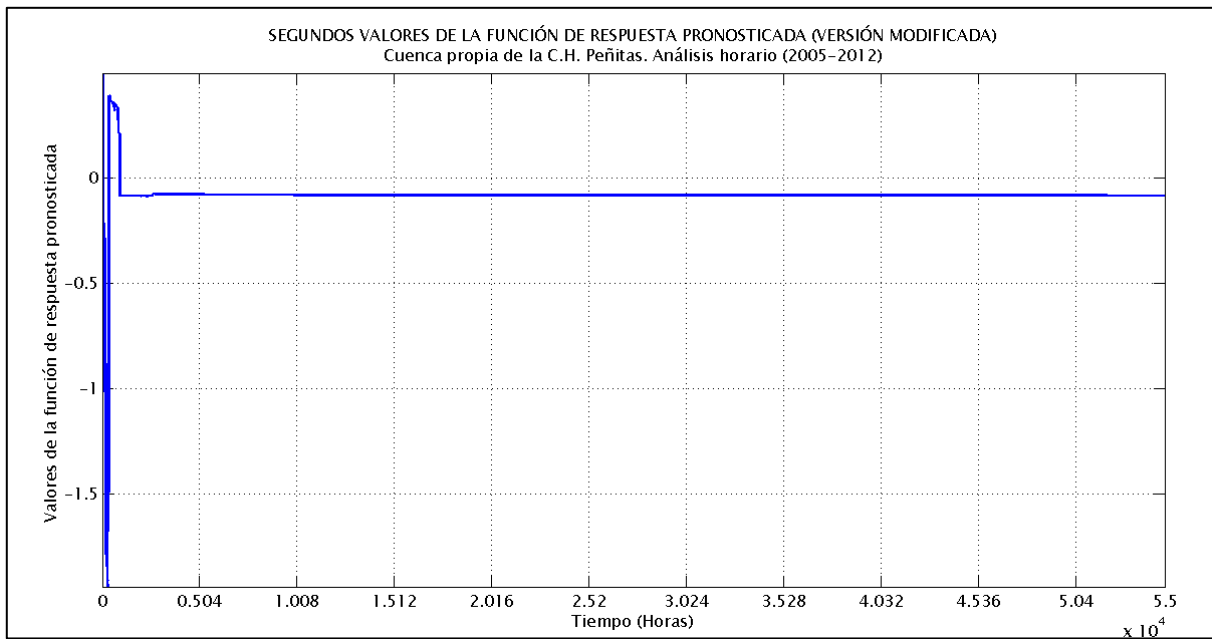


Figura 5.63 Segundos valores de la función de respuesta pronosticada (versión modificada).

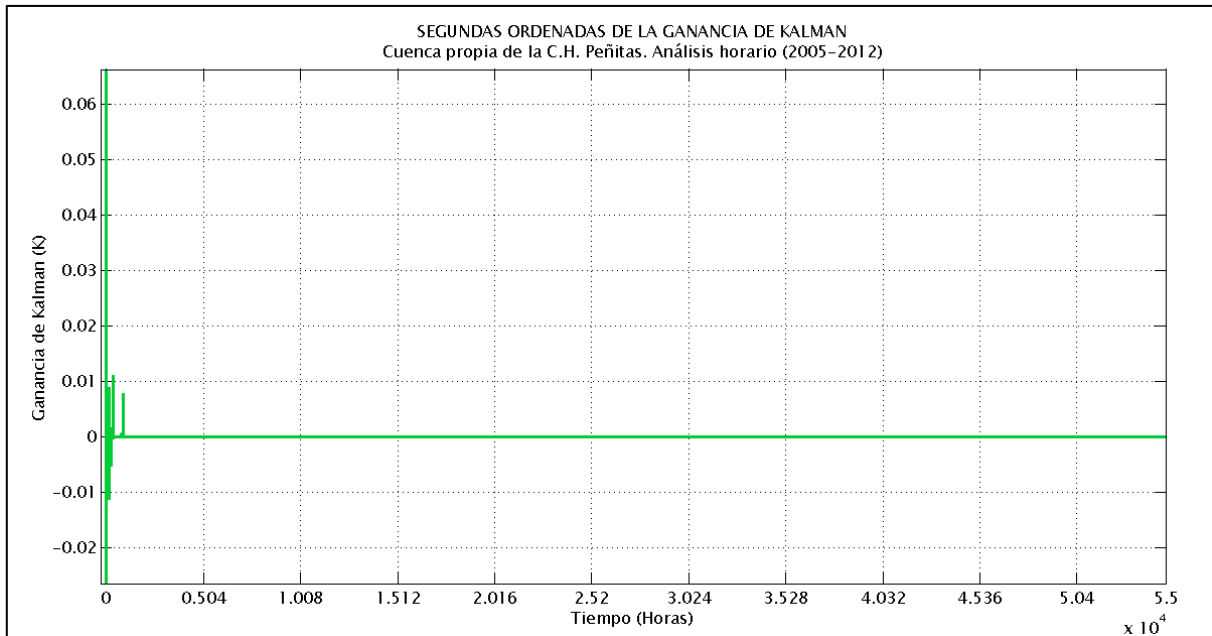


Figura 5.64 Segundas ordenadas de la ganancia de Kalman considerando la función de respuesta modificada.

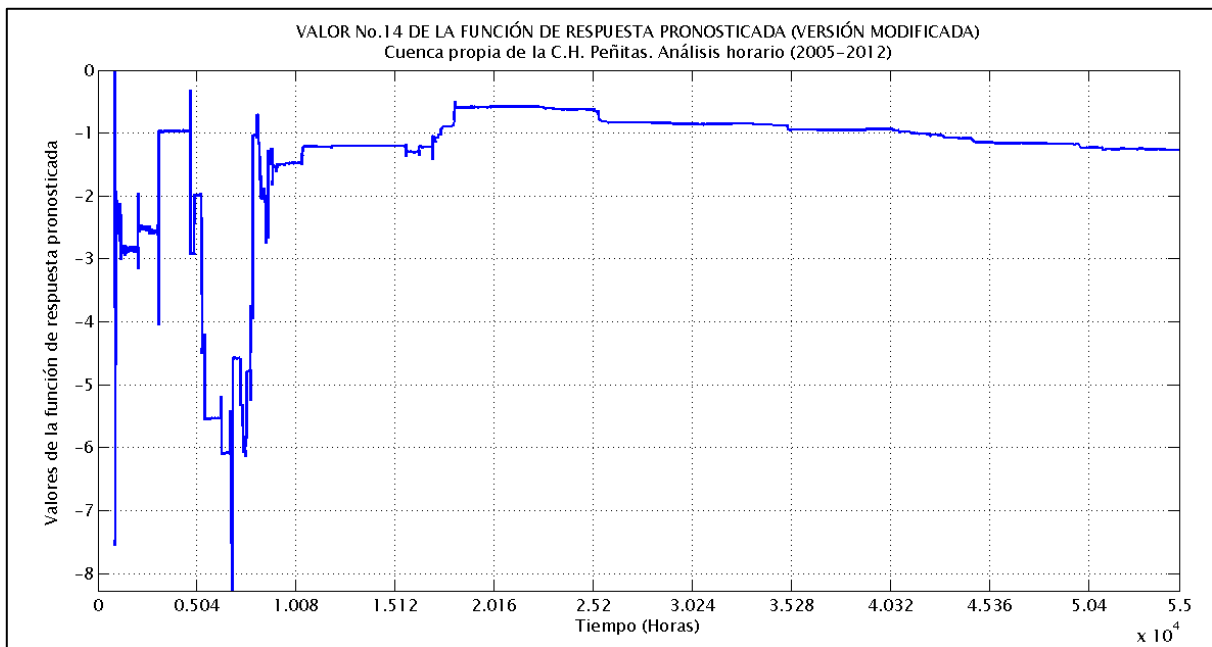


Figura 5.65 Valor No. 14 de la función de respuesta pronosticada (versión modificada).

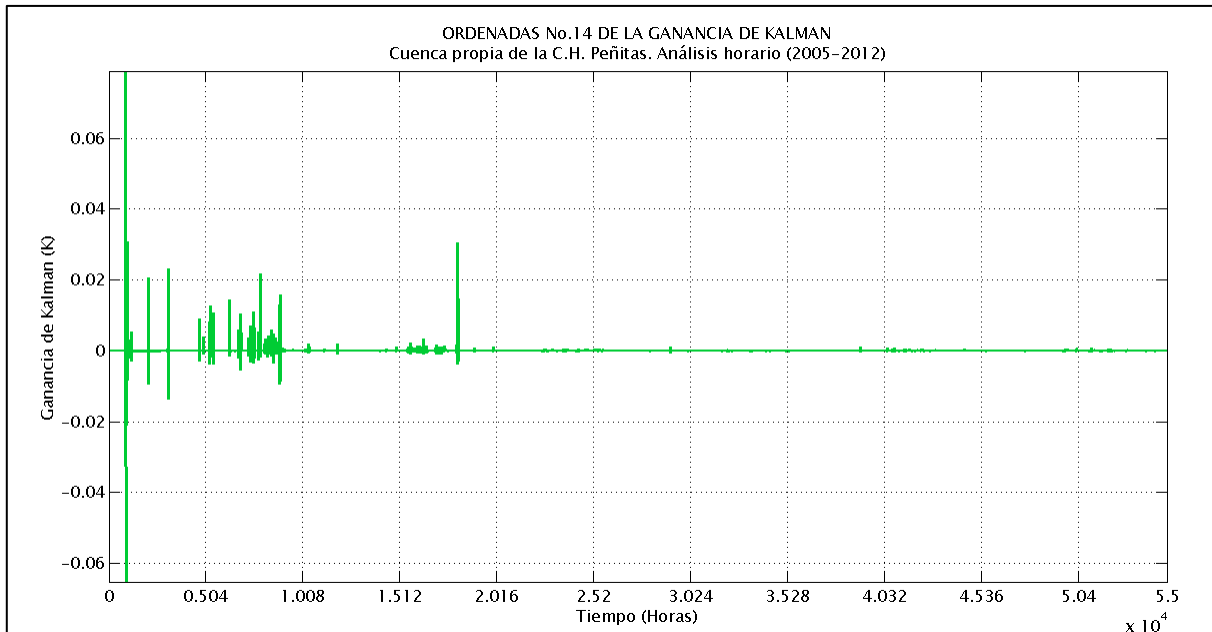


Figura 5.66 Ordenadas No. 14 de la ganancia de Kalman considerando la función de respuesta modificada.

- Avenida A del 23/11/2007 1:00 h al 28/11/2007 1:00 h

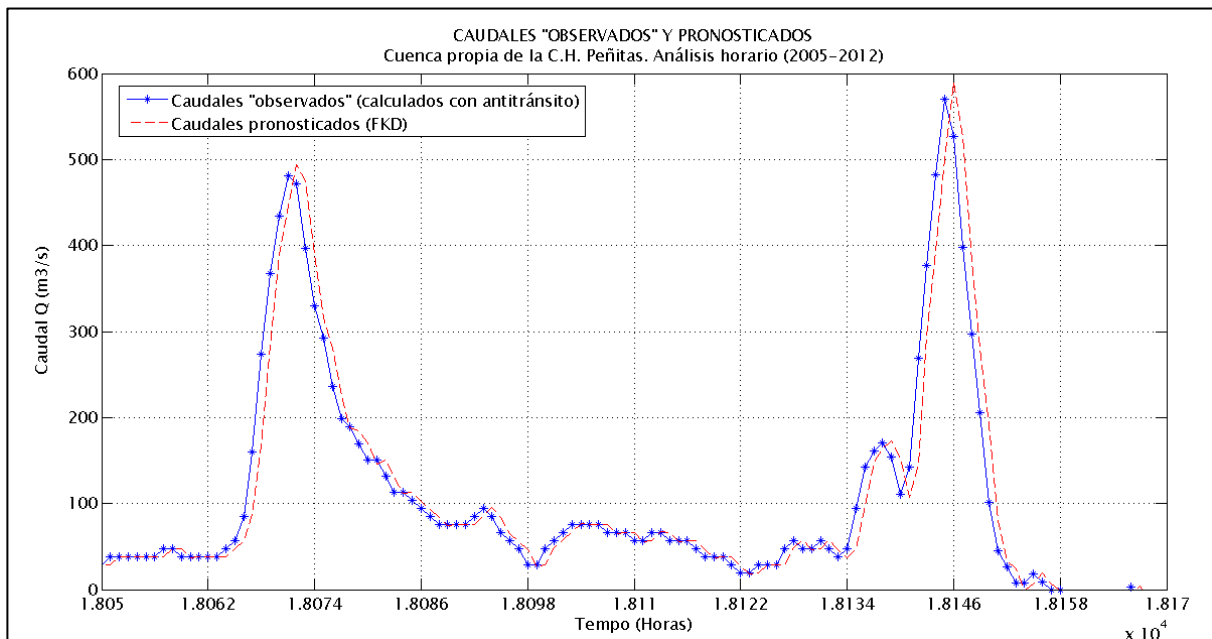


Figura 5.67 Caudal "observado" y pronosticado con FKD (Avenida A), aplicado a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

- Avenida B del 25/09/2008 03:00 h al 26/09/2008 19:00 h

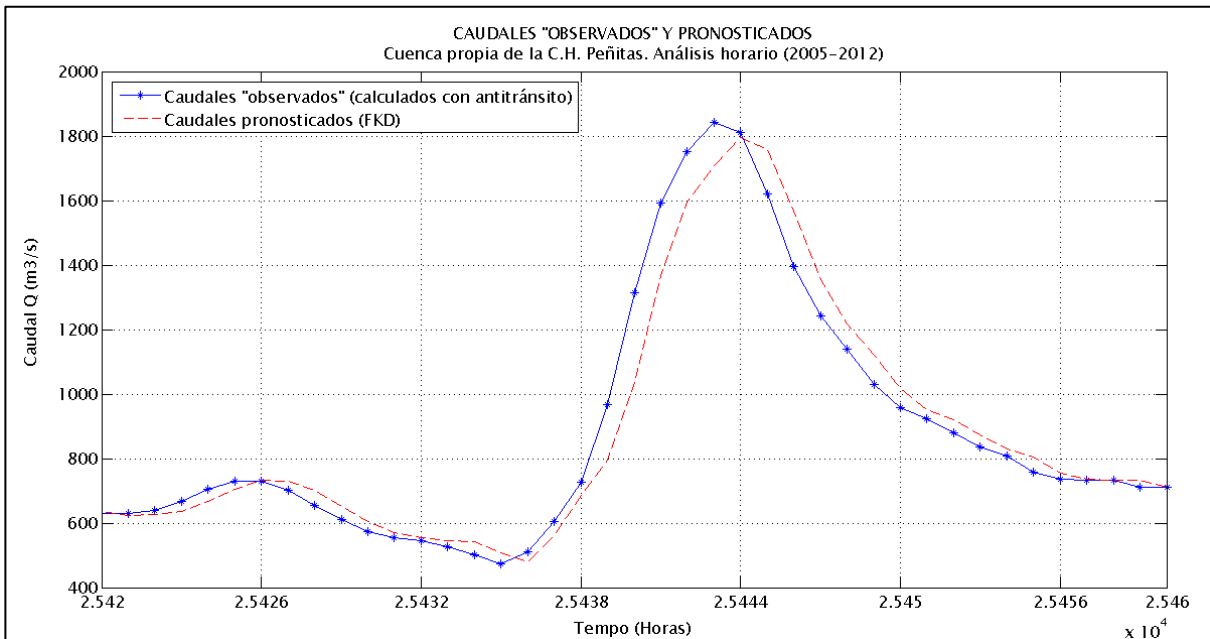


Figura 5.68 Caudal “observado” y pronosticado con FKD (Avenida B), aplicado a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

- Avenida C del 31/10/2009 09:00 h al 03/11/2009 15:00 h

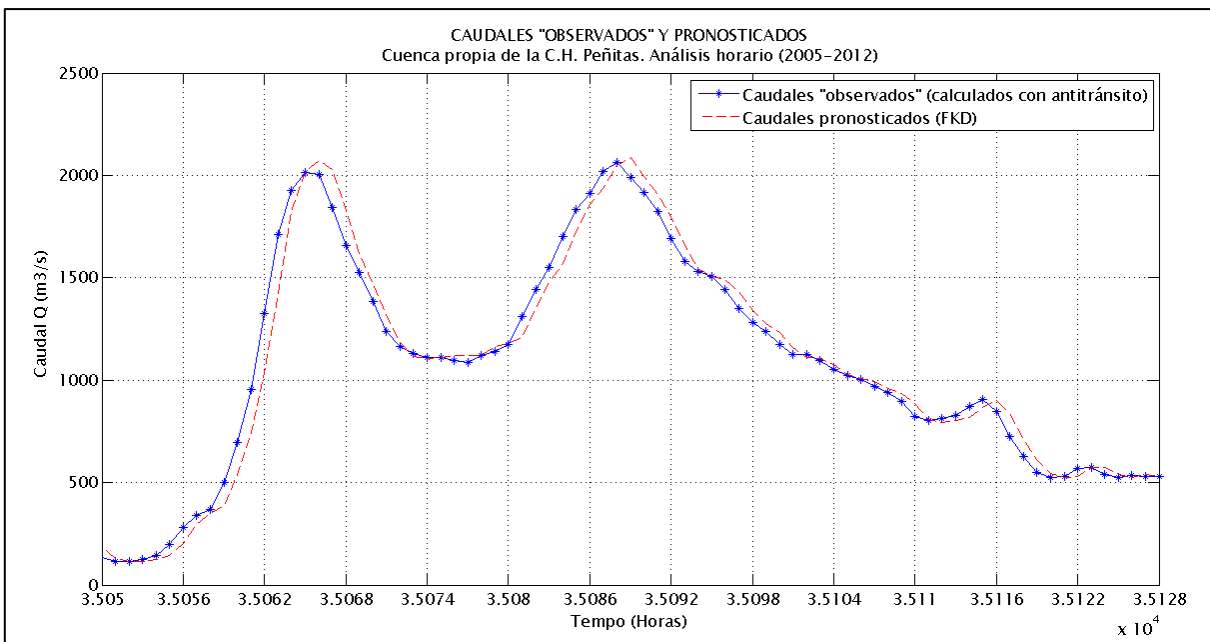


Figura 5.69 Caudal “observado” y pronosticado con FKD (Avenida C), aplicado a la cuenca propia de la C.H. Peñitas, considerando la función de respuesta modificada.

ESTADÍSTICOS APLICANDO EL FKD			
Concepto	Valor	Concepto	Valor
n (H_p previas)	12	Media (Q “observado”)	759.217
nQ (Q previos)	2	Media (Q pronosticado)	758.971
Nash-Sutcliffe (Q “observado” - Q pronosticado)	0.97805	Media (Q actualizado)	758.990
Nash-Sutcliffe (Q >1000 m ³ /s)	0.99062	Desv. Estándar (Q “observado”)	428.816
Nash-Sutcliffe (Q <1000 m ³ /s)	0.95261	Desv. Estándar (Q pronosticado)	429.612
Nash-Sutcliffe (Q “observado” - Q actualizado)	0.97887	Desv. Estándar (Q actualizado)	429.533
Nash-Sutcliffe (Q >1000 m ³ /s)	0.99172	Correlación (Q “observado”- Q pronosticado)	0.99735
Nash-Sutcliffe (Q <1000 m ³ /s)	0.95301	Correlación (Q “observado”- Q actualizado)	0.99745

Tabla 5 I. Resumen de estadísticos aplicando el FKD a la cuenca propia de la C.H. peñitas considerando la función de respuesta modificada.

- Serie original del caudal calculado con antitránsito.

Media	Desv. Estándar	Max	Min
784.9709	464.9	5,009	0

- Serie original de la precipitación media en la cuenca.

Media	Desv. Estándar	Max	Min
0.4151	1.50	46.8	0

- Serie corregida de la precipitación media en la cuenca.

Media	Desv. Estándar	Max	Min
0.4149	1.5051	46.8	0

- Serie original de la lluvia efectiva.

Media	Max	Min
0.0806	42.4794	0

5.5.2.2 Análisis diario

Adicionalmente se evaluó la aplicabilidad del filtro utilizando un pronóstico de 24 h, para esto se utilizó la función de respuesta modificada, así como los mismos valores de α y N utilizados en todos los análisis anteriores. El valor de la matriz S corresponde a la matriz nula.

Los mejores resultados de éste análisis se obtuvieron considerando 2 días previos de lluvia efectiva y 1 día de caudal medido dentro de la matriz H .

En las gráficas de resultados se observa una mayor dispersión en los pronósticos realizados observándose una variación superior con respecto a los análisis anteriores.

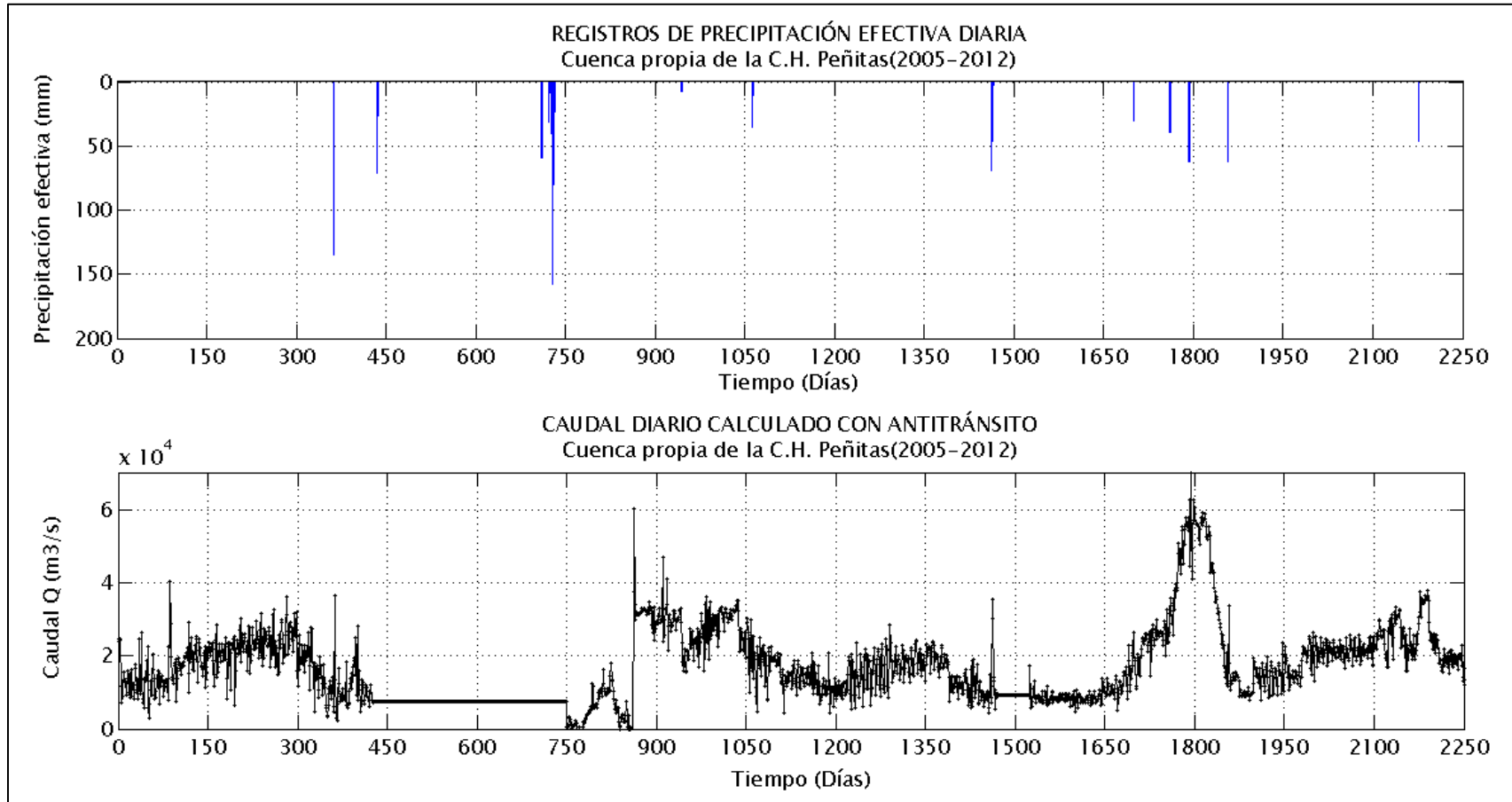


Figura 5.70 Registros de precipitación y caudal diario (obtenido del cálculo de antitránsito), utilizados en el análisis de la cuenca propia de la C.H. Peñitas.

Análisis diario.

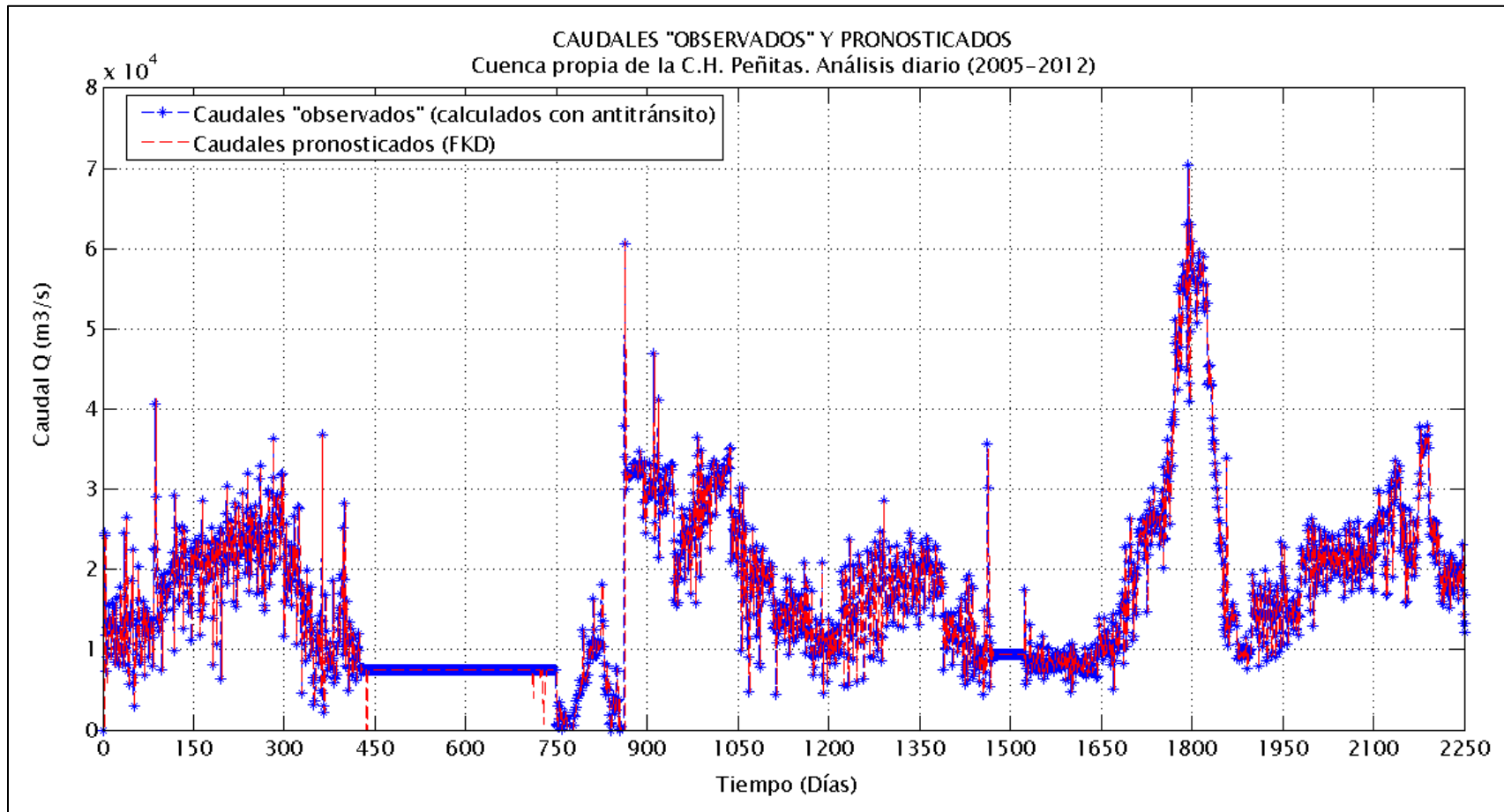


Figura 5.71 Caudales "observados" y pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas. Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.

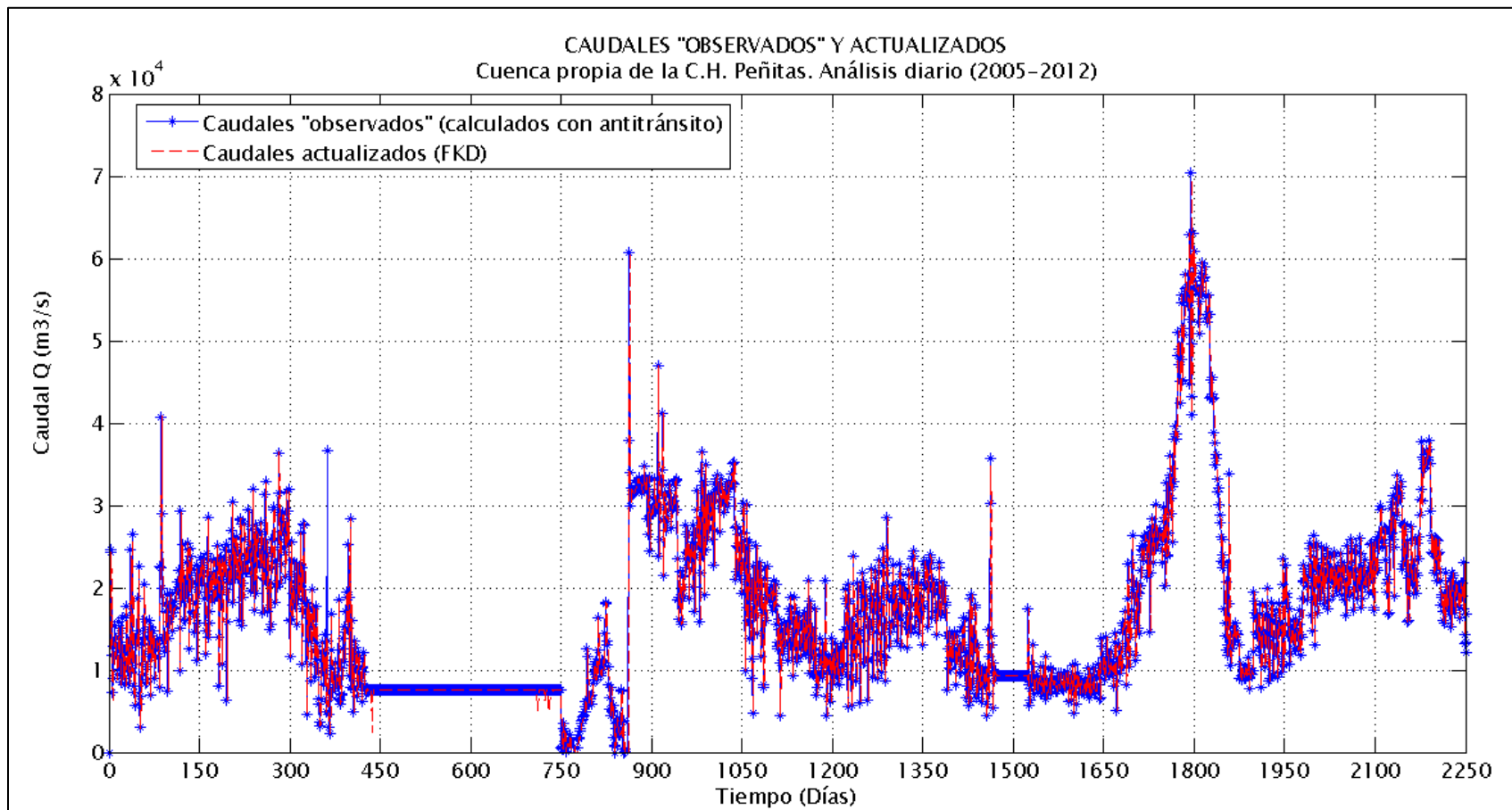


Figura 5.72 Caudales "observados" y actualizados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas. Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.

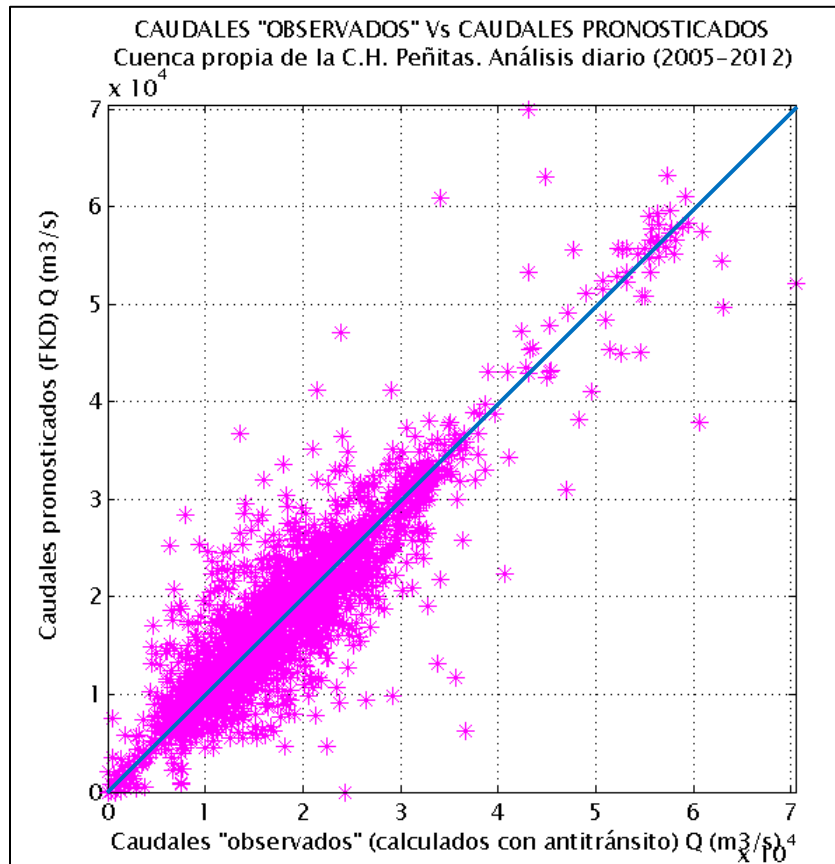


Figura 5.73 Caudales “observados” vs pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas. Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.

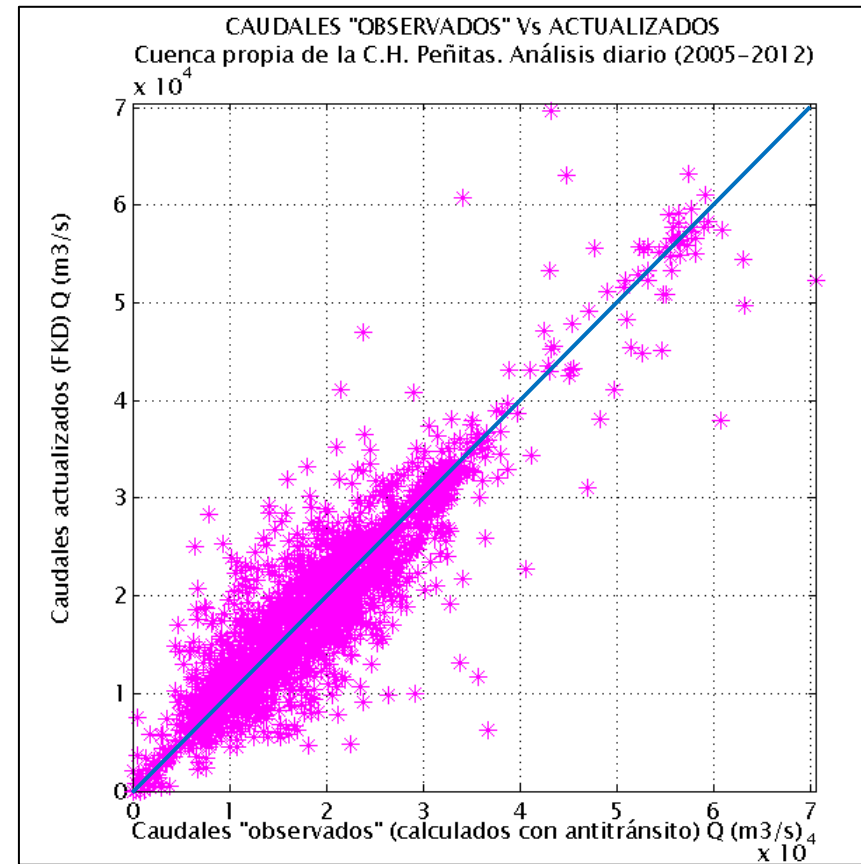


Figura 5.74 Caudales “observados” vs pronosticados en la cuenca propia de la C.H. Peñitas. Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.

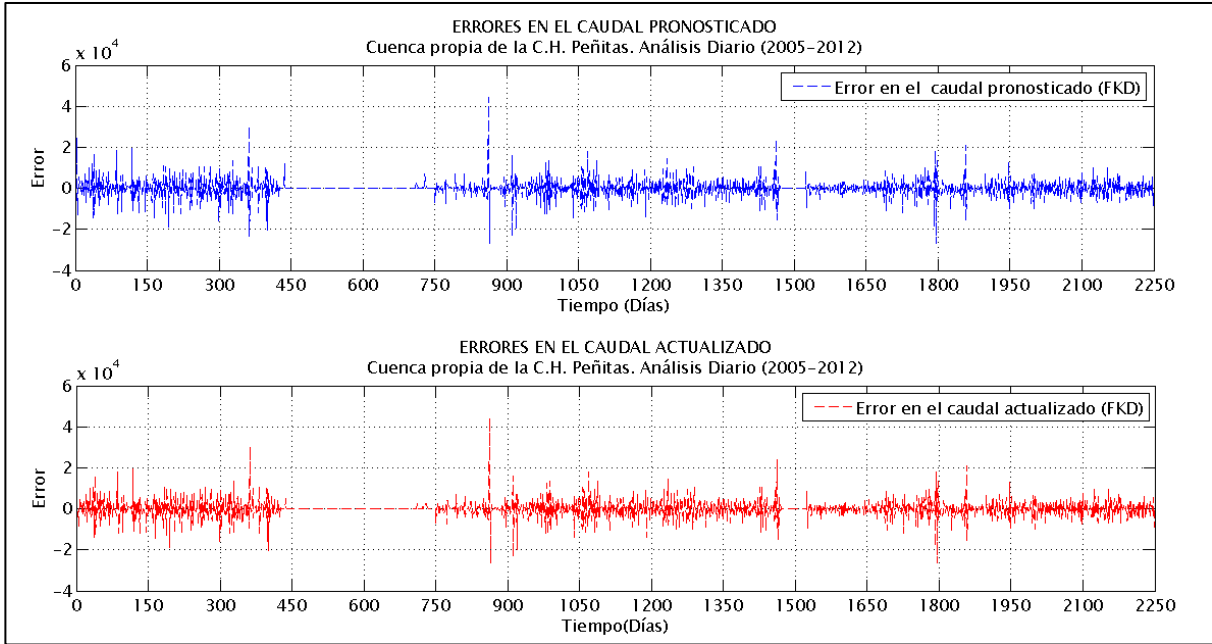


Figura 5.75 Errores en los caudales pronosticados y actualizados de la cuenca propia de la C.H. Peñitas. Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.

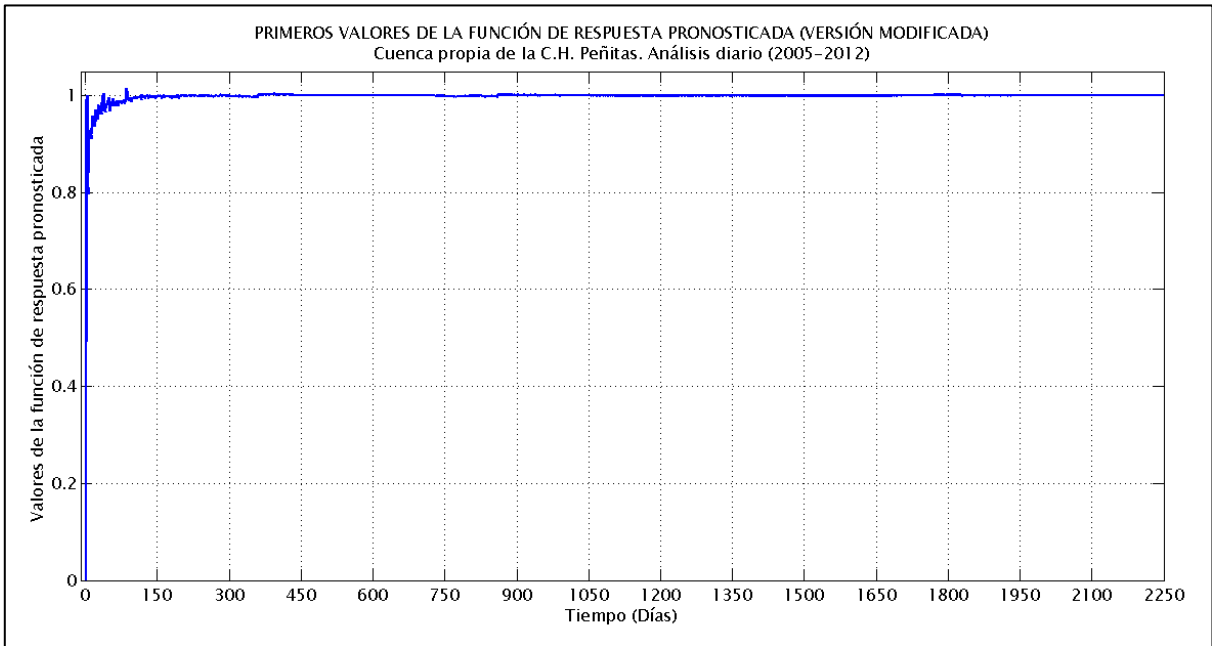


Figura 5.76 Primeros valores de la función de respuesta pronosticada (versión modificada). Análisis diario.

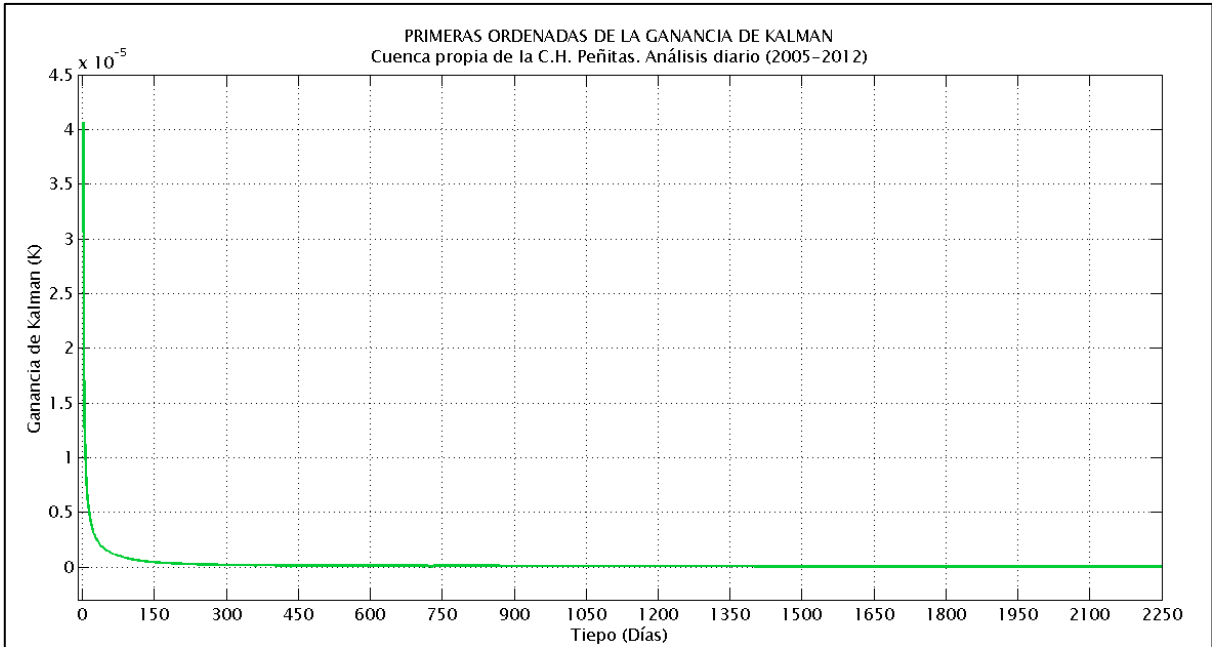


Figura 5.77 Primeras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando la versión modificada de la función de respuesta y un análisis diario.

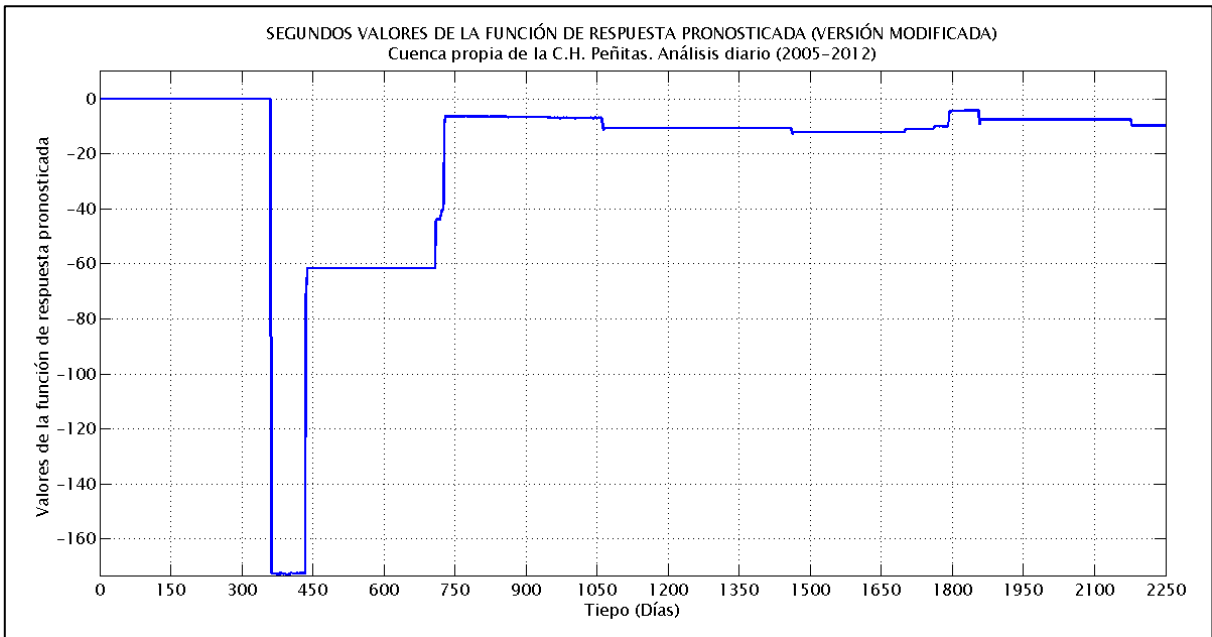


Figura 5.78 Segundos valores de la función de respuesta pronosticada (versión modificada). Análisis diario.

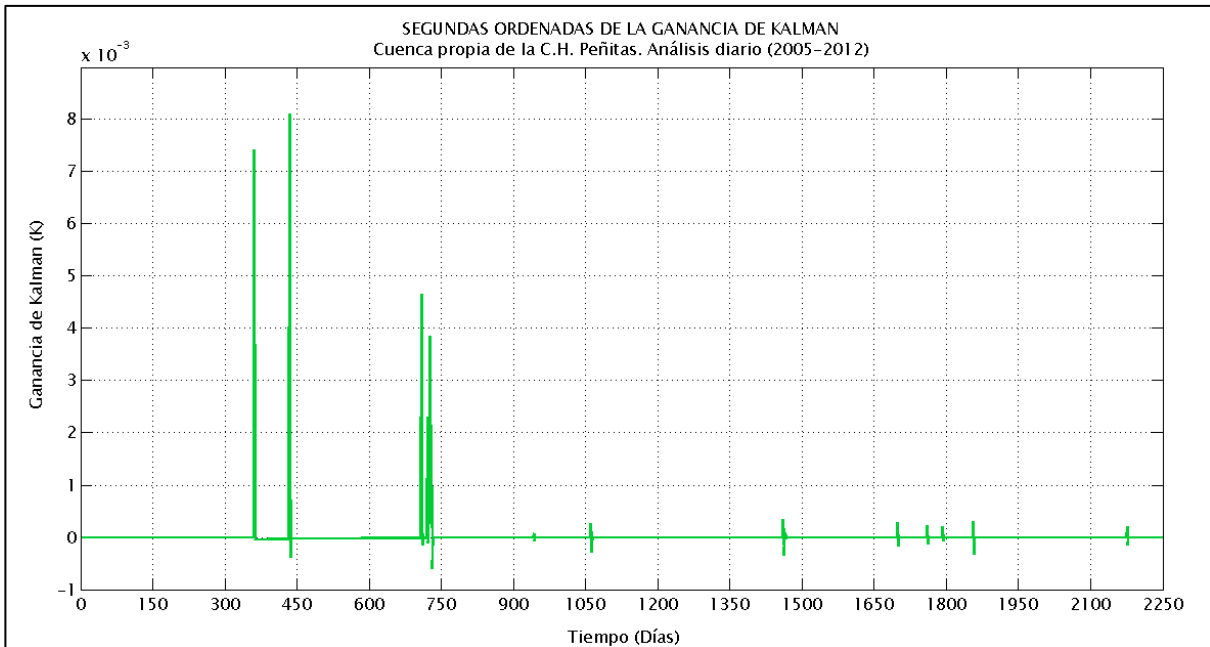


Figura 5.79 Segundas ordenadas de la ganancia de Kalman considerando la versión modificada de la función de respuesta y un análisis diario.

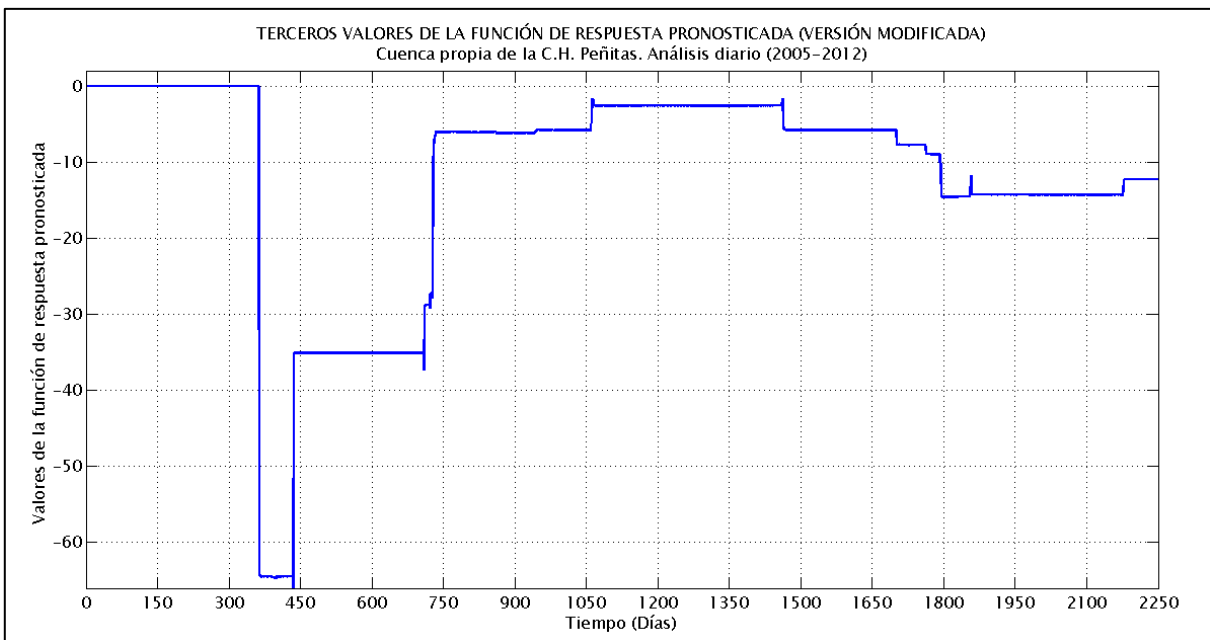


Figura 5.80 Terceros valores de la función de respuesta pronosticada (versión modificada). Análisis horario.

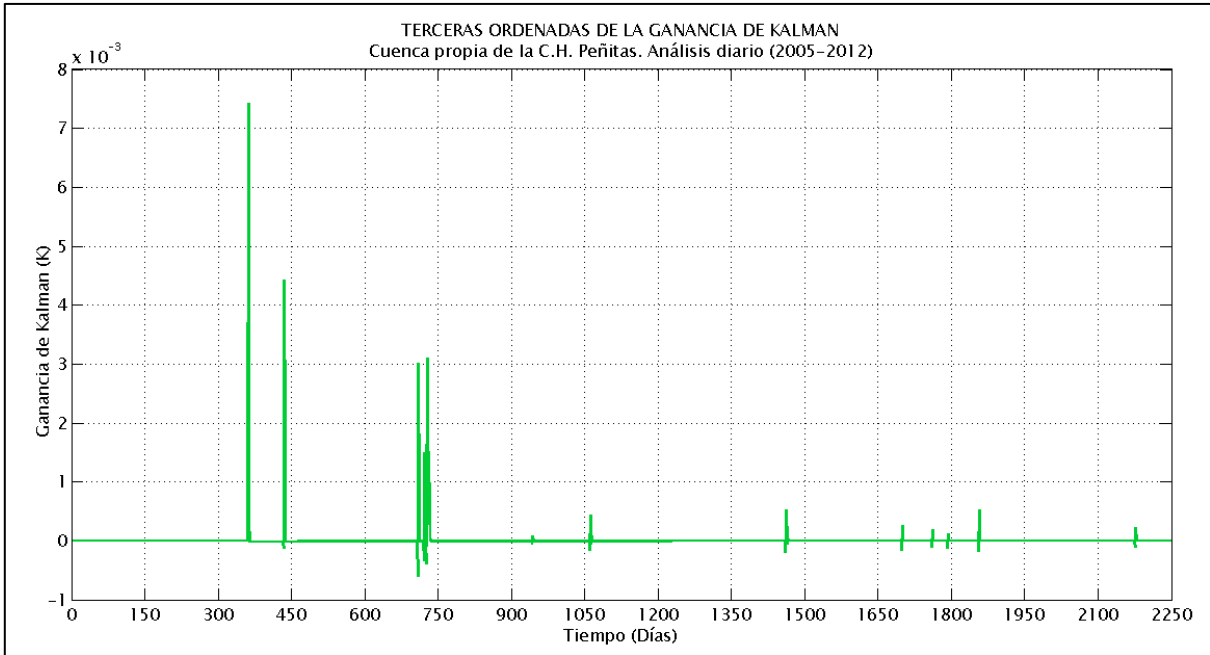


Figura 5.81 Terceras ordenadas de la ganancia de Kalman considerando la versión modificada de la función de respuesta y un análisis diario.

- Periodo A del 26/09/2006 al 15/12/2006

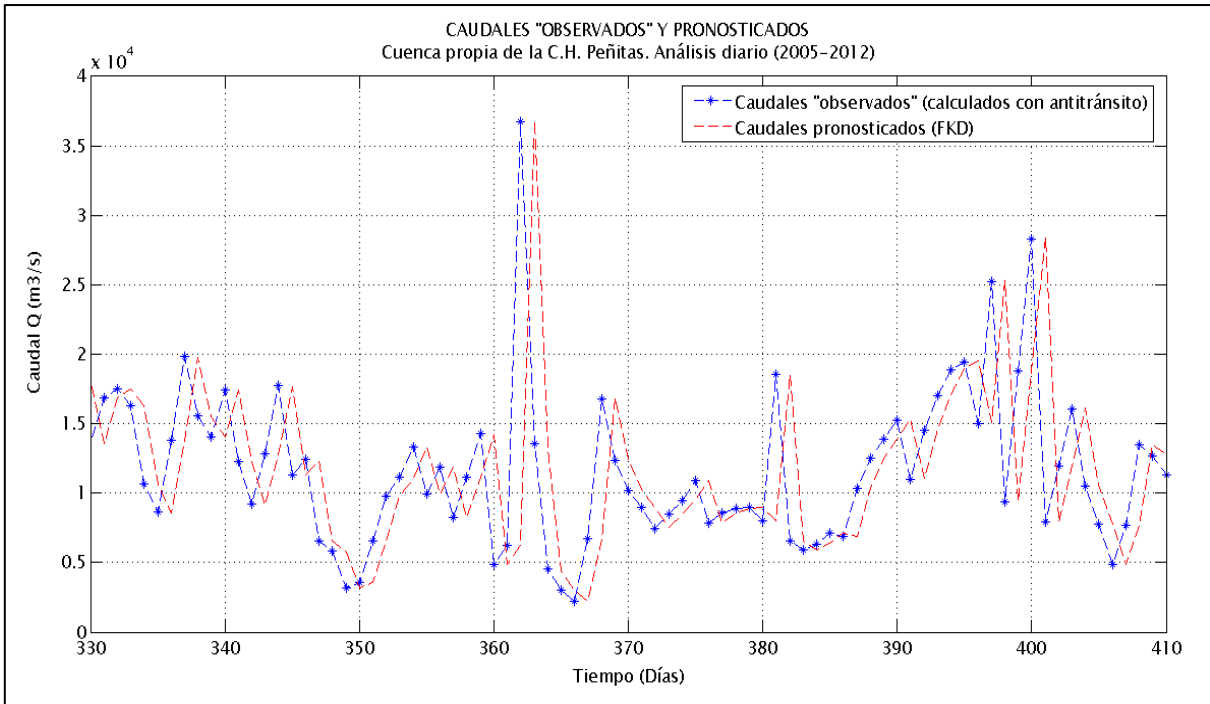


Figura 5.82 Caudal “observado” y pronosticado con FKD en la cuenca propia de la C.H. Peñitas (Periodo A). Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.

- Periodos B del 20/11/2007 al 9/3/2008.

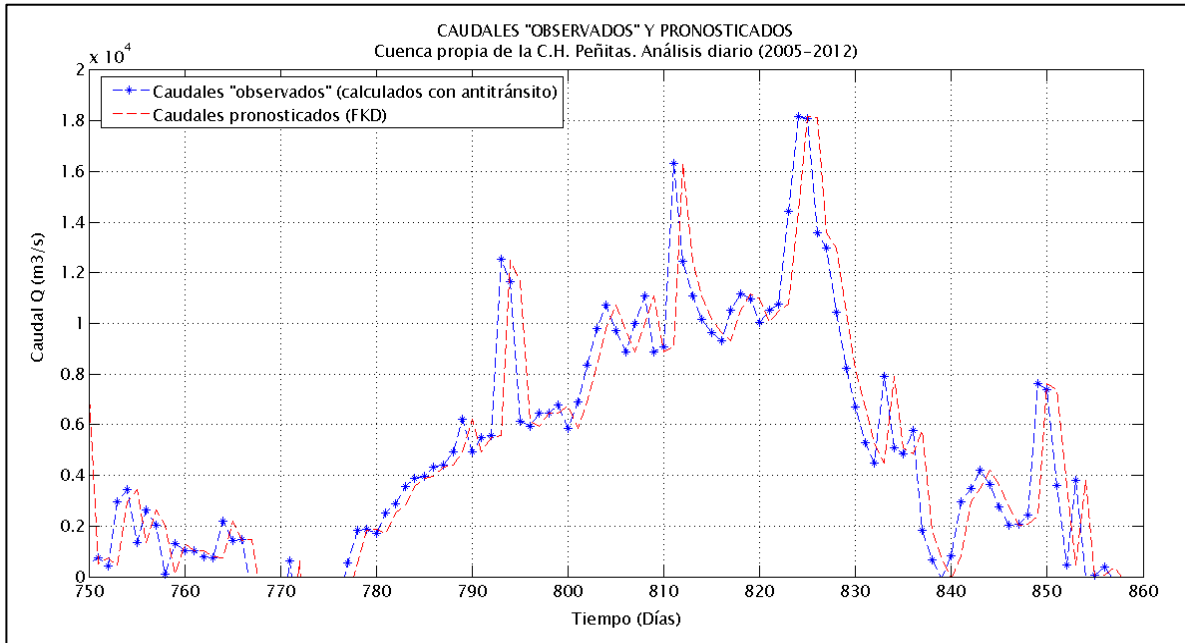


Figura 5.83 Caudal “observado” y pronosticado con FKD en la cuenca propia de la C.H. Peñitas (Periodo B). Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.

- Periodo del 27/06/2010 al 13/01/2011

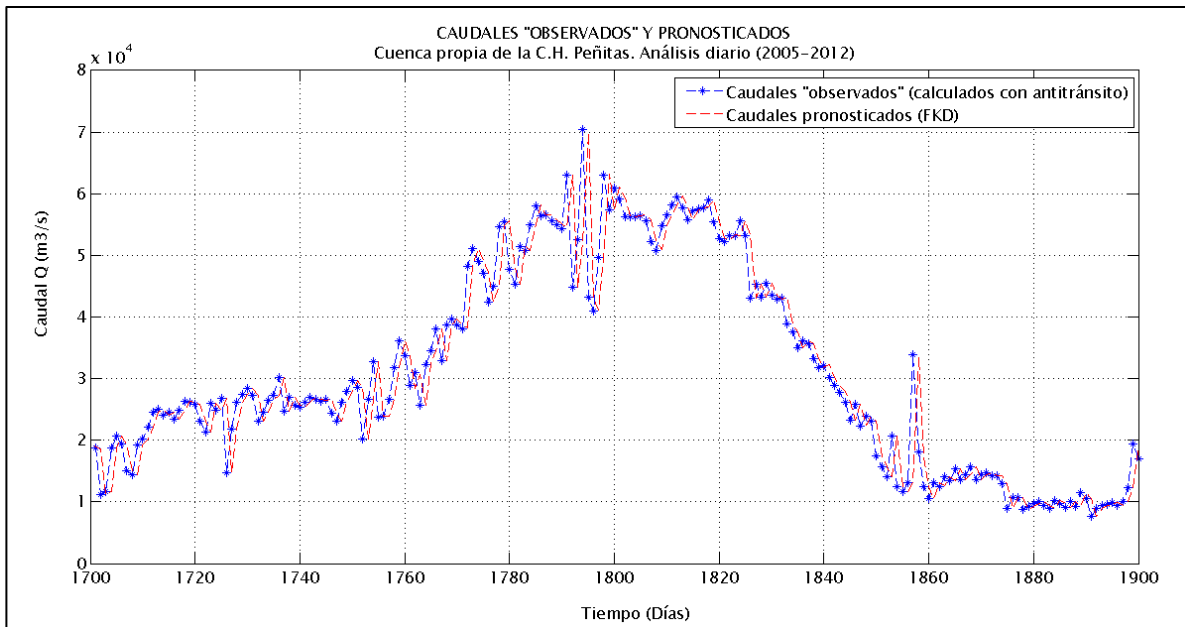


Figura 5.84 Caudal “observado” y pronosticado con FKD en la cuenca propia de la C.H. Peñitas (Periodo C). Análisis diario, considerando la función de respuesta modificada.

ESTADISTICOS APLICANDO EL FKD			
Concepto	Valor	Concepto	Valor
n (Hp previas)	2	Media (Q “observado”)	16972.131
nQ (Q previos)	1	Media (Q pronosticado)	16920.242
Nash-Sutcliffe (Q “observado” - Q pronosticado)	0.83352	Media (Q actualizado)	16921.994
Nash-Sutcliffe (Q >1000 m ³ /s)	0.82543	Desv. Estándar (Q “observado”)	10246.860
Nash-Sutcliffe (Q <1000 m ³ /s)	0.98292	Desv. Estándar (Q pronosticado)	10304.578
Nash-Sutcliffe (Q “observado” - Q actualizado)	0.84129	Desv. Estándar (Q actualizado)	10276.969
Nash-Sutcliffe (Q >2000 m ³ /s)	0.83364	Correlación (Q “observado”- Q pronosticado)	0.97776
Nash-Sutcliffe (Q <2000 m ³ /s)	0.98293	Correlación (Q “observado”- Q actualizado)	0.97879

Tabla 5 J. Resumen de estadísticos aplicando el FKD a la cuenca propia de la C.H. peñitas considerando la función de respuesta modificada y un pronóstico de 24 h.

- Serie original del caudal calculado con antitránsito.

Media	Desv. Estándar	Max	Min
18813.83	10272.80	70,467	0

- Serie original de la precipitación media en la cuenca.

Media	Desv. Estándar	Max	Min
9.7445	19.5357	296.10	0

- Serie original de la lluvia efectiva.

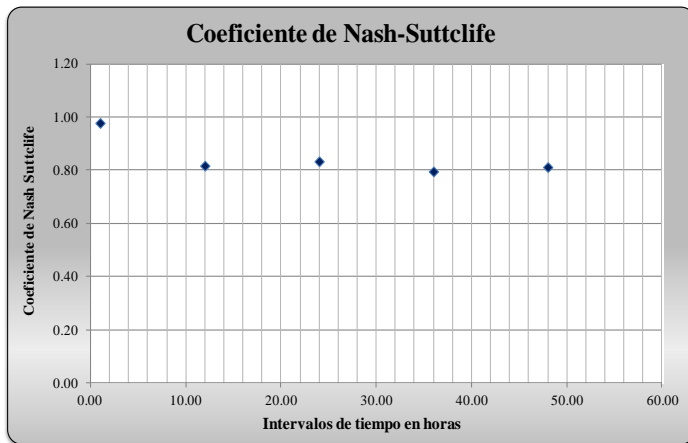
Media	Max	Min
0.5439	157.3710	0

- *Discusión de resultados.*

El pronóstico diario da un coeficiente de Nash-Sutcliffe un poco menor que el realizado con el pronóstico horario, sin embargo, el intervalo de pronóstico diario es en general de mayor utilidad que el horario, por lo que es aceptable un coeficiente de Nash-Sutcliffe menor (aunque aún muy alto) a cambio de un mayor intervalo de pronóstico.

5.5.2.3 Variación en el ΔT pronosticado

Como una medida cuantitativa de la efectividad de aplicación del FKD en la siguiente gráfica se presentan los resultados del coeficiente de Nash-Sutcliffe obtenidos al aplicar el algoritmo considerando distintos Δt en el pronóstico de caudal para la cuenca propia C.H. Peñitas, considerando la metodología descrita en el apartado 5.5.



Δt (h)	n	nQ	Nash-Sutcliffe
1	12	2	0.97805
12	4	2	0.81707
24	2	1	0.83352
36	2	2	0.79546
48	1	1	0.81188

Figura 5.85 Variación en el Δt de pronóstico.

Es importante señalar que al analizar los puntos críticos de las graficas de caudal “observado” vs caudal pronosticado para un Δt de análisis de 1 h y para la gráfica de caudal “observado” vs pronosticado con un Δt de análisis de 24 h, mostradas en la Figura 5.58 y Figura 5.73, respectivamente, la mayoría de ellos se deben a cambios abruptos (incremento o decremento instantáneo del caudal “observado”) en la señal o bien en algunos casos debido a la ausencia de datos, como se presenta en las siguientes tablas:

No.	Fecha	Caudal “observado” calculado con antitránsito	Caudal Pronosticado (FKD)	Hp	Q	Observaciones
849	06/12/2005 08:00	1,726.957	521.971	No registró JGS, Aza-Pac y Tzimbac	Completo	Falta información considerable de Hp.
851	06/12/2005 10:00	1,301.572	2,400.226	No registró JGS,Aza- Pac y Tzimbac	Completo	Falta información considerable de Hp.
8677	28/10/2006 12:00	2,929.038	2,008.324	No registró Zapata, JGS, Romulo C., Aza-Pac, Tzimbac y Malpaso	Completo	Falta información considerable de Hp.
19781	03/02/2008 04:00	2,590.442	699.488	Completo	Completo	Salto abrupto
19783	03/02/2008 06:00	730.115	2,601.702	Completo	Completo	Salto abrupto
20682	11/03/2008 17:00	3,748.344	2,867.304	Completo	Completo	Salto abrupto
20683	11/03/2008 18:00	4,482.661	3,825.578	No registró JGS, Aza-Pac y Tzimbac	Completo	Información incompleta de Hp.
20684	11/03/2008 19:00	4,962.546	4,542.669	No registró JGS, Aza-Pac y Tzimbac	Completo	Información incompleta de Hp.

Tabla 5 K. Análisis de puntos críticos, Δt horario, utilizando el FKD con función de respuesta modificada.

No.	Fecha	Caudal "observado" calculado con antitránsito	Caudal Pronosticado (FKD)	Hp	Q	Observaciones
3	03/11/2005	24292.3465	0.0000	No registró JGS, Aza-Pac y Tzimbac	Completo	El filtro aún no se adapta y una estación no registro
87	26/01/2006	40649.3150	22395.0256	No registró JGS, Aza Pac y Tzimbac	Completo	Información incompleta de Hp. Pico inmediato
195	14/05/2005	6397.7349	25249.4183	No registró JGS, Aza-Pac y Tzimbac	Completo	No registraron 3 estaciones, se presenta un cambio abrupto en la señal
363	29/10/2006	13543.5468	36784.3613	No registró Zapata, JGS, Aza-Pac, Tzimbac y Malpaso	Completo	Salto abrupto y falta de información de Hp.
401	06/12/2006	7944.5270	28459.3942	No registró Zapata, JGS, Aza-Pac y Tzimbac	Completo	Salto abrupto y falta de información de Hp.
864	13/03/2008	34056.1089	60923.5651	Completo	Completo	Salto abrupto
912	30/04/2008	23859.9012	47111.3511	Completo	Completo	Salto abrupto
1462	01/11/2009	35629.1450	11707.7439	No registró Sayula	Completo	Salto abrupto
1792	27/09/2010	44810.5144	63092.8789	No registró Peñitas	Completo	Cambio de señal abrupto y una estación sin registro
1794	29/09/2010	70467.0068	52080.3591	No registró Peñitas	Completo	Cambio de señal abrupto y una estación sin registro
1795	30/09/2010	43170.5222	69900.8440	No registró Peñitas	Completo	Cambio de señal abrupto y una estación sin registro
1798	03/10/2010	63094.9723	49724.4903	No registró Peñitas	Completo	Cambio de señal abrupto y una estación sin registro

Tabla 5 L. Análisis de puntos críticos, Δt diario, utilizando el FGD con función de respuesta modificada.

El análisis llevado a cabo en este capítulo proporciona resultados bastante satisfactorios, tanto al utilizar el HUI como función de respuesta de la cuenca como al utilizar su forma modificada.

Haciendo una síntesis de los mejores resultados obtenidos tenemos que:

Considerando como función de respuesta el Hidrograma Unitario Instantáneo (Apartado 5.4)

- Con $S = [0]$, el coeficiente de Nash-Sutcliffe para el caudal pronosticado ($NS_{\text{pronosticado}}$) fue de 0.977353.
- Con S como una matriz identidad cuya diagonal está conformada por una desviación estándar igual a 0.0001 (mínimo error en el proceso), se obtuvo un valor de $NS_{\text{pronosticado}} = 0.977412$.
- Con S como una matriz identidad cuya diagonal está compuesta por la desviación estándar de los errores entre la función de respuesta pronosticada y actualizada en un lapso de 16 pronósticos previos, se tiene un valor de $NS_{\text{pronosticado}} = 0.977298$.

Los resultados anteriores se alcanzaron considerando 3 h previas de precipitación y 1 h de caudal, con valores de $\alpha = 0.3$ y $N = 1000$.

Considerando la función de respuesta modificada (incluyendo caudal en la matriz H , Apartado 5.5)

- Tomando los registros de la estación hidrométrica Sayula, se tiene un $NS_{\text{pronosticado}} = 0.977465$, considerando 48 h previas de precipitación y 1 h de caudal.
- Tomando los registros de caudal calculados con el antitránsito, se tiene un valor de $NS_{\text{pronosticado}} = 0.978050$, con 12 h previas de precipitación y 2 h de caudal.

Siendo esta última la combinación que nos proporciona los mejores resultados, sin olvidar que el pronóstico con 24 h de anticipación da un valor de $NS_{\text{pronosticado}} = 0.83352$ con la ventaja adicional de contar con un mayor lapso de tiempo disponible para la toma de decisiones.

Es importante mencionar que para el análisis de la cuenca propia de la C.H. Peñitas utilizando la función de respuesta modificada y considerando una hora de registro de caudal previo dentro del vector H con un pronóstico de una hora, se tienen resultados bastante aceptables también, con un valor de $NS_{\text{pronosticado}}=0.977014$ lo que mantendría el patrón anterior de considerar una hora de caudal previo para el pronóstico de los caudales en la zona de estudio.

Con base en lo anterior se concluye que la aplicación del FKD en el pronóstico de caudales a corto plazo para la cuenca de la C.H. Peñitas es exitoso.

CAPÍTULO VI. CONCLUSIONES

Con la elaboración del presente trabajo se tienen las siguientes conclusiones:

- 1) La eficiencia de cualquier modelo de pronóstico depende directamente de la confiabilidad y cantidad de información disponible en el sitio de estudio.
- 2) El filtro de Kalman no es un modelo lluvia-escorrentamiento, sino un algoritmo matemático que permite realizar pronósticos del estado de un sistema lineal con entradas estocásticas.
- 3) En el presente trabajo se comprueba que el filtro puede ser aplicado exitosamente en el área de hidrología, en particular al pronóstico de caudales a corto plazo.
- 4) Existen otras versiones del filtro de Kalman, como el ensamblado o suavizado y el extendido. En trabajos posteriores se propone tratar estos modelos para su aplicación en hidrología.
- 5) La aplicación del filtro de Kalman al pronóstico de avenidas proporciona resultados sumamente aceptables que permiten tener un pronóstico con errores pequeños, debido a que este es corregido con cada nueva medición, de manera que podría ser considerado como una buena opción en el manejo y operación de grandes embalses.
- 6) El tiempo computacional invertido es mínimo, aunque depende directamente de la capacidad del ordenador.
- 7) La aplicación del filtro de Kalman discreto al caso particular de la C.H. Peñitas, proporciona buenos resultados en el pronóstico de los valores pequeños como en los picos de las avenidas.

- 8) Los pronósticos mejorarían considerablemente en la medida en que la cuenca esté más instrumentada. De ésta manera podría evitarse la estimación de las entradas al sistema haciendo uso de métodos indirectos como el antitránsito de avenidas, que aunque da muy buenas aproximaciones, tiene el defecto de presentar oscilaciones significativas en los registros generados.
- 9) La imposición arbitraria de las variables de entrada al algoritmo como lo son el estado inicial y la matriz de la covarianza del error inicial, provocan una variación mínima en los pronósticos, debido a que el filtro se autocorrije con el paso del tiempo hasta disminuir los errores iniciales.
- 10) En la mayoría de los puntos en los cuales el filtro presenta los errores más significativos entre el caudal pronosticado y el observado (calculado con antitránsito), se presenta un salto abrupto en la señal o bien la información de entrada no está completa (es decir, por ejemplo, cuando alguna estación no registra).
- 11) Los resultados obtenidos al considerar la función de respuesta de la cuenca como el hidrograma unitario instantáneo son aceptables, sin embargo, la modificación propuesta que incluye tanto los registros de caudal como de precipitación en la matriz H mejora considerablemente los pronósticos realizados debido a que equivale a otorgar un peso adicional al los gastos anteriores considerados al utilizar el HUI como función de respuesta lo que permite tener a su vez una mejor adaptación en el pronóstico.
- 12) Dentro de las diferentes alternativas utilizadas para definir el valor de la matriz S el mejor resultado se obtiene cuando ésta es nula.
- 13) Se propone para trabajos futuros considerar la correlación que existe entre las precipitaciones de la zona de estudio.

- 14) Es importante considerar la posible utilidad del FGD en otras áreas (hidráulica, hidrología, etc.), por lo que se propone seguir realizando estudios al respecto con el propósito de evaluar su aplicación.

REFERENCIAS

- Aguilar, G. E., Mendoza U. I., Lobato, S. R., Aparicio, J., Rivas A. I., (2009). *Modelo de pronóstico de avenidas para la C. H. Peñitas considerando la incorporación del vaso "Juan del Grijalva" con precipitación registrada a tiempo real y con pronóstico de precipitación del modelo MM5*. Informe final, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.
- Aldama A., Aguilar E., (1996). *Antitránsito de avenidas en vasos*, XVII Congreso Latinoamericano de hidráulica. Guayaquil – Ecuador.
- Aparicio, M. F. J. (1989). *Fundamentos de Hidrología de Superficie*. Limusa, México.
- Aparicio J., Martínez-Austria P., Güitrón Alberto, Ramírez A. I., (2009), *Floods in Tabasco, Mexico: a diagnosis and proposal for courses of action*, J. of Flood Risk Management. Vol. 2. Issue 2, Junio 2009, pp. 132-138.
- Aparicio, J. (2010). *The Juan del Grijalva Landslide*, en Birkle & Torres-Alvarado (eds.) Proceedings, 13th International Conference on Water Rock Interaction, Guanajuato, 16 al 20 de agosto, CRC Press, Londres, pp 3-7.
- Bidwell V.J, Griffiths G.A (1994). *Adaptive flood forecasting: an application to the Waimakariri River*. J. of Hydrology, Vol. 32 No.2, pp. 1-15.
- Briseño R. J. V, (2012). *Método para la calibración de modelos estocásticos de flujo y transporte en aguas subterráneas, para el diseño de redes de monitoreo de calidad del agua*. Tesis para obtener el grado de doctor en ingeniería. Ingeniería civil/ Hidráulica. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Burgers G., Van Leeuwen P., EVENSEN G., (1998). *Analysis Scheme in the Ensemble Kalman Filter*. Monthly Weather Review, Vol. 126, pp. 1719 – 1724.

- Campos, A. D., (1987). *Procesos del ciclo hidrológico*. Universidad de San Luis Potosí, México.
- Centro Nacional de Prevención de Desastres, CENAPRED, (2004). Fascículo de inundaciones. 1ª Reimpresión de la primera edición. Distrito Federal, México.
- Chow V. T., Maidment D. R, Mays L. W., (1994). *Hidrología Aplicada*. McGraw-HILL.
- Comisión Nacional del Agua, (2011). Estadísticas del Agua en México. Secretaria de Medio Ambiente y recursos Naturales, México.
- Comisión Nacional del Agua, (2012). Organismo de Cuenca. Frontera Sur. Dirección Técnica. Hidrometeorología. “Resumen Hidrométrico, Climatológico y de Presas”. <http://www.conagua.gob.mx/ocfs/Espaniol/TmpContenido.aspx?id=7ca50d35-bdde-4df2-9324-d4e0c287e609/Boletines/3/0/0/0/0>
- Comisión Nacional del Agua, (2012). Atlas del Agua en México 2012.
- Comisión Federal de Electricidad [1], (2011). Ponencia “Deslizamiento de Tierra y Roca que Obstruyó el Río Grijalva y su solución con Túneles” por el Dr. Humberto Marengo Mogollón. Tercer Seminario Internacional de Potamología.
- Comisión Federal de Electricidad [2]. Sitio de Monitoreo de Cuencas Hidrológicas de la Comisión Federal de Electricidad. Departamento de Hidrometeorología. <http://h06814.iae.org.mx/Cuencas/Default.aspx>
- Evensen G. (1994) *Sequential data assimilation with a nonlinear quasigeostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics*. Journal. Geofísica. Res., 99 (C5), 10 143–10 162.

- Fernández Q. I. (2002). *Aplicación del filtro de Kalman al análisis y predicción de entornos productivos empresariales*. II Conferencia de Ingeniería de Organización Vigo. Sevilla, España.
- Hino M. (1973). *On-line prediction of hydrology systems*. Proc. Fifteenth Conf. IAHR, Istanbul, Vol.4, pp 121-129.
- Kalman R. E., (1960). *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*, Trans. ASME, Series D., Journal of Basic Engineering, Vol. 82, pp. 35-45.
- Krause P., Boyle D. P., Båse F., (2005). *Comparison of different efficiency criteria for hydrological model assessment*. Advances in Geosciences, Vol. 5, pp. 89–97. European Geosciences Union.
- Mendoza Z.P.A (2010). *Pronóstico de caudales de crecida mediante un modelo hidrológico Distribuido y la asimilación de datos observados*. Universidad de Chile facultad de ciencias físicas y matemáticas departamento de ingeniería civil, Santiago de Chile.
- Moradkhani H., Sorooshian S., Gupta H. V., Houser P.R. (2004), *Dual state–parameter estimation of hydrological models using ensemble Kalman filter*. Elsevier, USA.
- Organización Meteorológica Mundial (2009). *Guía de prácticas hidrológicas. Adquisición y proceso de datos, análisis, predicción y otras aplicaciones*.
- Pawels R. N., Verhoest, E.C.N., De Lannoy J.M.G. (2007). *Optimization of a coupled hydrology-crop growth model through the assimilation of observed soil moisture and leaf index values using an ensemble Kalman filter*. Water resources research Vol.43, pp. 1-17.
- Ponce V. M. (1989). *Engineering Hydrology. Principles and Practices*.

- Presidencia de la República (2009). *Apertura de los Túneles de Conducción del Río Grijalva*.
Vides informativos.
<http://www.youtube.com/watch?v=Wdm0p8vso8U&feature=related>
<http://www.youtube.com/watch?v=WZARHO0odHA&feature=related>
- Rodríguez C. J. Alberto, Pérez M. G. B. (2009). “Apuntes de hidrología superficial”
- Rodríguez M. P., (2003). *Aplicación del filtro de kalman al seguimiento de objetos en secuencias de imágenes*. Universidad Rey Juan Carlos. Madrid, España.
- Sherman L.K. *Streamflow from rainfall by unit-graph method*. Eng. News Rec. Vol.108 pp. 501 – 505, abril 7, 1932.
- Simon D. (2001), “*Kalman Filtering*”, *Embedded Systems Programming*, vol. 14, no. 6, pp. 72-79.
- Solera R. Á. (2003). *El Filtro de Kalman*. Banco Central de Costa Rica División Económica Departamento de Investigaciones Económicas.
- Sunmin K., Yasuto T., y Kaoru T. (2004). *Embedding Kalman filter into a Distributed Hydrological Model*. Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, Japón.
- Tahir H. (1985). *Kalman filter estimation model in flood forecasting*. Water Resour. and Environ. Div. The Research Institute, University of Petroleum and Minerals, Dhahran, Saudi Arabia.
- Valdés J.B., Velázquez J.M., Rodríguez-Iturbe I. (1980), *Filtros de Kalman en hidrología: Predicciones de descargas fluviales para la operación óptima de embalses*. Universidad Simón Bolívar. Decanato Estudios de Postgrado, Postgrado en planeación e ingeniería de recursos hídricos.

Welch G. y Bishop G. (2001). *An Introduction to the Kalman Filter*. Department of Computer Science University of North Carolina at Chapel Hill. Course 8, University of North Carolina at Chapel Hill. Department of Computer Science Chapel Hill.

World Meteorological Organization (2012), Global Weather & Climate Extremes. Disponible en: <http://wmo.asu.edu/>

LISTADO DE ANEXOS DIGITALES

ANEXO A. Datos de precipitación para todas las estaciones, registros hidrométricos y de antitránsito.

ANEXO B. Registros de régimen de almacenamiento proporcionados por CFE.

ANEXO C. Determinación de caudal por medio de antitránsito.

ANEXO D. Cálculo de la precipitación efectiva y de las relaciones IPA vs φ .

ANEXO E. Tablas de análisis de resultados en la cuenca de la C.H Peñitas, considerando como función de respuesta el HUI.

ANEXO F. Tablas de análisis de resultados en la cuenca inferior (Río, Sayula).

ANEXO G. Tablas de análisis de resultados en la cuenca de la C.H Peñitas (completa).

ANEXO H. Códigos del algoritmo del FKD en Matlab.