



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Probabilidad de Incumplimiento en una
cartera de créditos comerciales: Impacto
ante la modificación de la metodología
para su cálculo.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Actuario

PRESENTA:

Jorge Arturo Villanueva Delabra

DIRECTOR DE TESIS:

M. en F. Gabriel Alejandro Malpica Mora



2013

Datos de Jurado

1. Datos del alumno

Villanueva

Delabra

Jorge Arturo

55 79 76 33

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Actuaría

300175514

2. Datos del tutor

M en F

Gabriel Alejandro

Malpica

Mora

3. Datos del sinodal 1

M en C

Christian Gabriel

Miranda

Ruíz

4. Datos del sinodal 2

Act

Alberto

Cadena

Martínez

5. Datos del sinodal 3

Act

Angélica

Vargas

Serrano

6. Datos del sinodal 4

Act

María del Rosario

Espinosa

Tufiño

7. Datos del trabajo escrito

Probabilidad de Incumplimiento en una cartera de créditos comerciales:

Impacto ante la modificación de la metodología para su cálculo

140 p.

2013

Agradecimientos

A mis padres, quienes día con día me han enseñando que las cosas grandes de la vida se consiguen trabajando duro. Su lucha por ser mejores es un ejemplo que me llena de orgullo.

A mis herman@s, que siempre se mantienen cerca en los momentos más importantes con un buen consejo que aportar.

A ustedes familia Villanueva Delabra, gracias por creer en mí y apoyarme fraternalmente en todas las decisiones que he tomado.

Al M. en F. Gabriel A. Malpica Mora, por todo su apoyo en este proceso. Agradezco sobremanera toda la confianza que ha depositado en mí.

A mis sinodales M. en C. Christian Gabriel Miranda Ruíz, Act. Alberto Cadena Martínez, Act. Angélica Vargas Serrano, Act. María del Rosario Espinosa Tufiño de quienes recibí grandes consejos y aportaciones, muchas gracias por todo su tiempo.

A los amigos, colegas y todas esas personas importantes que me brindaron su ayuda, siempre incondicional, para realizar este proyecto con éxito.

A mi Alma Máter, la Universidad Nacional Autónoma de México, a la Facultad de Ciencias y a sus excelentes profesores que han hecho de mi experiencia académica una vivencia única, irrepetible e incomparable.

Resumen

La presencia de los créditos en el mercado nacional e internacional, se ha consolidado y ha recobrado importancia, a partir de que estos instrumentos se han convertido en auxiliares para la promoción del desarrollo económico. De ahí que las instituciones financieras encargadas de otorgar préstamos se vean obligadas a llevar una correcta administración de sus carteras de crédito, debido a que una falla en el sistema crediticio puede causar estragos, e incluso, crisis en una economía.

La responsabilidad que se adquiere al administrar los créditos es enorme, la complejidad de esta tarea depende en gran medida del comportamiento de los acreditados, de si tienen la capacidad de cumplir con las obligaciones pactadas con la institución bancaria que les otorgó el préstamo o no. Es por ello que existen diversas mediciones, que intentan minimizar el riesgo de no pago.

La administración de riesgo de crédito tiene como objetivo principal mejorar la calidad, diversificación y composición del portafolio de crédito para optimizar la relación riesgo rendimiento, su análisis se basa fundamentalmente en diversas métricas obtenidas a partir de la probabilidad de incumplimiento, que permiten a las instituciones bancarias tomar mejores decisiones para implementar una estrategia oportuna, que les diga cómo actuar con su cartera de créditos comerciales.

Por tal motivo, el perfeccionamiento de la metodología para determinar la probabilidad de incumplimiento se hace indispensable para una mejor evaluación de los candidatos receptores de crédito, así como para una planeación más integral respecto a la estrategia de otorgamiento y cobro de tales préstamos.

La presente investigación se enfocará en primera instancia a conocer la regulación existente referente al riesgo de crédito y posteriormente se analizará qué es una probabilidad de incumplimiento, y cómo ésta es determinada en una cartera de créditos comerciales. Con estos datos y a través del conocimiento de las diferentes métricas necesarias para realizar un análisis exhaustivo del comportamiento de la cartera, se procederá a analizar los resultados arrojados con la metodología interna que actualmente utiliza una institución bancaria de reconocido prestigio además de considerar los resultados obtenidos al aplicar la metodología expuesta en la legislación local. Así, antes de dar una propuesta para obtener una nueva probabilidad de incumplimiento, se cuenta con dos metodologías que permiten conocer el nivel de reservas necesario para hacer frente a pérdidas esperadas dentro de una cartera de créditos específica.

De manera complementaria, se generará una metodología alternativa, utilizando la Teoría de Credit Scoring, para determinar dicha probabilidad de incumplimiento por parte de cada uno de los acreditados con nueva información. Para esta segunda parte, se optará por utilizar información que sea accesible para todas las instituciones bancarias que otorgan crédito en México, a fin de homologar las probabilidades que un mismo acreditado pueda tener en distintas instituciones bancarias.

La aplicación de esta nueva metodología pretende obtener un análisis de la cartera más

cercano a la realidad, con la finalidad de evitar en la medida de lo posible desajustes económicos innecesarios, que generalmente surgen debido a la asimetría de la información generada por algunas instituciones bancarias otorgantes de crédito. Una vez obtenida la probabilidad de incumplimiento con la nueva metodología, se procederá a realizar los cálculos necesarios para conocer el estado de la cartera bajo las nuevas condiciones implementadas, así como a comparar los resultados obtenidos bajo las tres metodologías mencionadas.

Índice general

Resumen	II
1. El Crédito	2
1.1. Introducción	2
1.2. Evolución de los Acuerdos de Basilea	6
1.2.1. Basilea I	7
1.2.2. Basilea II	8
1.2.3. Basilea III	11
1.2.4. Proceso de Administración de Riesgo de Crédito	11
1.2.5. Marco Regulatorio en México	12
2. Medición del Riesgo de Crédito	30
2.1. Introducción	30
2.2. Exposure at Default	30
2.3. Probabilidad de Incumplimiento	31
2.4. Construcción de Matrices de Transición	41
2.5. Correlación en Basilea II	43
2.6. Probabilidad de Prepago	45
2.7. Loss Given Default	46
2.8. Flujo de Dinero	50
2.8.1. Probabilidad Condicional	51
2.8.2. Análisis de Supervivencia	51
2.8.3. Modelo General de Flujos	52
2.9. Valuación de la cartera	53
2.9.1. Amortización Tradicional	53
2.9.2. Bullet (Bono cupón cero)	54
2.10. Distribución de Pérdidas	55
2.10.1. Pérdida Esperada	60
2.10.2. Pérdida No Esperada	60
2.11. Activos Ponderados por Riesgo y Capital	61

3. Modelo CreditRisk+	63
3.1. Introducción	63
3.2. Conteo de eventos raros	65
3.3. Distribución de Pérdidas generada con el modelo CreditRisk+	68
3.3.1. Riesgo de concentración y análisis sectorial	71
4. Probabilidad de Incumplimiento: Metodología alternativa	73
4.1. Introducción	73
4.2. Data Mining	73
4.3. Manejo de la Base de Datos	74
4.3.1. Tipos de Datos	74
4.3.2. Matriz de datos y análisis descriptivo	75
4.3.3. Construcción de variables	76
4.3.4. Escalamiento de las variables.	86
4.4. Análisis de Componentes Principales.	87
4.5. Análisis de Conglomerados.	91
4.5.1. Distancias y similitudes	91
4.6. Análisis de Discriminate	96
4.7. Regresión Logística	100
4.7.1. Medidas de confiabilidad	103
5. Implementación e Impacto: Metodología alternativa	110
5.1. Introducción	110
5.2. Transición en la Probabilidad de Incumplimiento	110
5.3. Análisis de la cartera de créditos	112
5.3.1. Aplicación de técnicas de medición del riesgo de crédito	113
6. Conclusiones y comentarios adicionales	124
6.1. Conclusiones	124
Lista de figuras	128
Lista de tablas	129
Apéndice A	130
Bibliografía	140

Capítulo 1

El Crédito

1.1. Introducción

La palabra crédito proviene del latín *creditum* que significa: transferencia de bienes que se hace en un momento dado de una persona a otra, para ser devueltos a futuro, en un plazo señalado y generalmente por el pago de una cantidad por el uso de los mismos¹.

La presencia de créditos es indispensable para el desarrollo económico debido a que permite que el ahorro de los individuos sea invertido en actividades productivas en lugar de mantenerlo perdiendo valor adquisitivo. Adicionalmente, otra característica de los créditos es que se pueden llevar a cabo sin necesidad de utilizar dinero y en su lugar pueden utilizarse letras de cambio, órdenes de pago, cheques, pagarés y bonos. Así, el crédito sienta sus bases sobre el buen funcionamiento de las instituciones encargadas de otorgarlo, en particular de instituciones bancarias.

De lo anterior se desprende la importancia de mencionar las características principales de los bancos; según Freixas², las instituciones bancarias son aquellas instituciones cuyas operaciones habituales consisten en conceder préstamos y recibir depósitos del público. Por su parte Merton (1977) estipula que la función de una institución bancaria es prestar dinero a las empresas y a los individuos y así servir como repositorio libre de riesgo de fondos liquidables al corto plazo por parte de las empresas e individuos, con este mecanismo los bancos pueden ofrecer créditos disponiendo de los ahorros recibidos por sus clientes.

Es lógico pensar entonces que cada uno de los créditos que otorga el banco es una fuente de riesgos, que debe ser medida, con la finalidad de asegurar la recuperación de fondos prestados en tiempo y forma; evitando exponer el ahorro que los depositantes le han confiado.

Los sistemas de cobranza tienen un papel fundamental en la recuperación de préstamos, sin embargo, un sistema de cobranza agresivo generaría que los acreditados nunca más regresaran al banco a solicitar un crédito. Por el contrario, un sistema de cobranza débil aumentaría la fidelidad de los acreditados, pero en consecuencia la institución bancaria tendría graves problemas de recuperación de fondos. En este sentido, se debe optar por una alternativa que conduzca a la sana reproducción del ciclo de crédito. Por lo que, la reestructuración del crédito debe darse, únicamente, una vez que se hayan analizado los riesgos, incluyendo la imposibilidad de pago, pues sólo de esta forma pueden ser modificadas las condiciones iniciales de crédito, flexibilizando los convenios entre el acreditado y el banco, con la finalidad de evitar las caídas en default y disminuir las pérdidas ocasionadas por las no recuperaciones.

¹Diccionario jurídico mexicano, México UNAM, Instituto de Investigaciones Jurídicas, p 772.

²Freixas, Xavier & Rochet, JC (1997). The Microeconomics of Banking. MIT Press

La mayor parte de los activos de un banco, ya sea que pertenezca a la banca de desarrollo o a la banca comercial, se encuentran en una o varias carteras de crédito. Esta situación provoca que el otorgamiento de créditos sea una de las principales actividades bancarias, por este motivo es importante analizar el proceso crediticio en todo su conjunto y tratar de considerar todos los escenarios adversos posibles que pudiesen generar pérdidas inesperadas de una magnitud tal que impidieran al banco seguir operando.

A continuación se presenta un esquema del ciclo bancario donde todo fluye de acuerdo a los compromisos adquiridos por cada una de las partes.

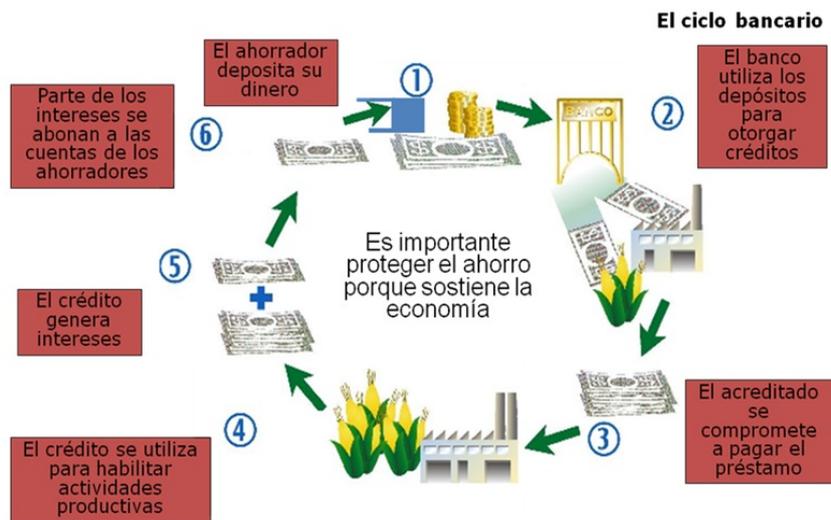


Figura 1.1: Ciclo Bancario.

El dinero depositado por los ahorradores en la institución bancaria, generalmente, es retirado en el corto plazo; mientras que el dinero otorgado en préstamos es amortizado en períodos de largo plazo, situación que implica un análisis riguroso de los flujos de dinero para determinar las tasas activas y pasivas que se aplicarán a cada una de las partes, con la finalidad de optimizar las ganancias derivadas de este proceso de crédito.

Haciendo un análisis de rentabilidad aplicado a los clientes de un banco, podemos observar que la tasa de interés aplicable a un crédito se verá afectada por: el fondeo que pudiese existir, los ajustes realizados por el capital, así como por las pérdidas que puedan llevarse a cabo. Lo anterior nos da un margen financiero de maniobra, sin embargo, a éste se le agregan las afectaciones correspondientes por comisiones y honorarios, sólo así podemos obtener el margen final que permita la cobertura de los costos operativos.

Los nuevos productos financieros colocados en el mercado, han optado por estrategias comerciales que involucran bajas tasas de interés, con el fin de colocar una mayor cantidad de créditos, no obstante, esta medida tiene como consecuencia inicial la obtención de un margen neto negativo que paulatinamente va aumentando hasta llegar a un margen adecuado, tal como se muestra en el siguiente gráfico:

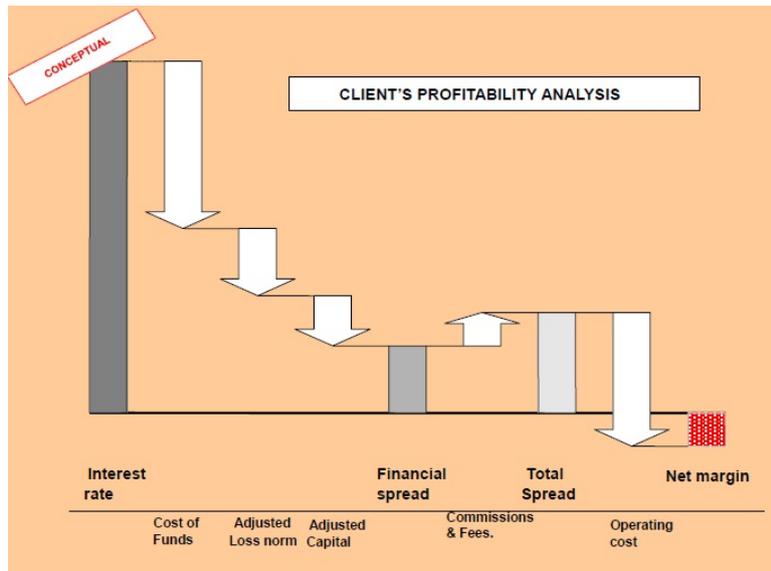


Figura 1.2: Asignación de Tasas de Interés a los Créditos.

Retomando la importancia del ciclo bancario en lo que al proceso del crédito se refiere, es necesario mencionar los efectos negativos que se tendrían si este ciclo se rompiera. En primer lugar, si los acreditados cayeran en incumplimiento, las instituciones bancarias estarían imposibilitadas para hacer frente a sus obligaciones con los ahorradores; dada esta situación los ahorradores se verían defraudados y la falta de confianza generada podría inducir un pánico bancario que afectase a otras instituciones, llegando inclusive a afectar la economía nacional e internacional. Por estas y otras razones la medición de riesgos ha recobrado importancia, impulsando la figura de depósitos en garantía, para que el ahorro de los depositantes esté disponible aún cuando el nivel de incumplimiento de los acreditados sea extremadamente alto.

En México, la institución encargada de manejar estos depósitos en garantía es el Instituto de Protección al Ahorro Bancario (IPAB), quien busca ofrecer certeza sobre la integridad de los depósitos que se realizan en las diferentes instituciones de banca múltiple existentes en el país, manteniendo la seguridad del Sistema Bancario Nacional y así poder otorgarle protección en el Sistema de Pagos Nacional.



Figura 1.3: Ciclo Bancario bajo escenario de Incumplimiento.

Antes de profundizar en las mediciones y el riesgo, es de suma importancia señalar los principales tipos de crédito que son ofrecidos por la banca en el mercado, con el objetivo de tener un panorama general que nos permita vislumbrar los posibles riesgos y la magnitud de los mismos, por lo que a continuación se enuncian los créditos más comunes y de mayor recurrencia:

Créditos a personas físicas:

- **Créditos al consumo.-** Son los créditos directos, incluyendo los de liquidez que no cuentan con garantía de inmuebles, denominados en moneda nacional, extranjera, en UDIS³, o en VSM⁴. Dentro de este tipo de créditos se contabilizan los intereses derivados de operaciones con tarjeta de crédito, créditos personales y de créditos para la adquisición de bienes de consumo duradero, conocidos por sus siglas como ABCD, entre los que se encuentran, los créditos automotrices y las operaciones de arrendamiento financiero celebradas con personas físicas; incluyendo aquellos créditos otorgados para tales efectos a los ex-empleados de las instituciones.
- **Crédito Hipotecario de Vivienda.-** Créditos directos denominados en moneda nacional, extranjera, en UDIs, o en VSM, así como los intereses que generen, otorgados a personas físicas y destinados a la adquisición, construcción, remodelación o mejoramiento de la vivienda, sin propósito de especulación comercial. Aquí se incluyen los créditos de liquidez garantizados por la vivienda del acreditado, así como los otorgados a los ex-empleados de una institución para los mismos fines.
- **Créditos prendarios.-** Recursos líquidos respaldados por una garantía.

Créditos a personas morales:

- **Créditos Comerciales.-** Créditos directos o contingentes, incluyendo créditos puente denominados en moneda nacional, extranjera, en UDIs, o en VSM, así como los intereses que generen, otorgados a personas morales o personas físicas con actividad empresarial y destinados a su giro comercial o financiero; incluyendo los otorgados a entidades financieras. Así como, las operaciones de factoraje y arrendamiento financiero que sean celebradas con personas físicas o morales; igual que los créditos otorgados a fiduciarios que actúen al amparo de fideicomisos y los esquemas de crédito conocidos como *estructurados*. También, quedan comprendidos los créditos concedidos a entidades federativas, municipios y sus organismos descentralizados, cuando sean objeto de calificación de conformidad con las disposiciones aplicables.

En particular nos enfocaremos en el estudio de una cartera de créditos comerciales, sin embargo, es pertinente señalar que en todos los casos mencionados, existe un riesgo latente al que están expuestos todo tipo de créditos, pero antes de dar a conocer los riesgos a los que se expone una cartera de créditos, es importante conocer cuál es el funcionamiento de un crédito individual.

En primer lugar, definamos al crédito como un préstamo de dinero que un Banco (acreditante) otorga a alguno de sus clientes (acreditado), con el compromiso de que en el futuro, el cliente devolverá dicho préstamo en forma gradual y con un interés adicional que compensa al banco por el servicio otorgado. Las condiciones bajo las cuales se establecen los derechos

³Las UDIS (unidades de inversión), son unidades de valor que se basan en el incremento de los precios y son usadas para solventar las obligaciones de créditos hipotecarios o cualquier acto mercantil. Se crearon en 1995 con el fin de proteger a los bancos y se enfocaron principalmente en los créditos hipotecarios.

⁴Las siglas VSM denotan número de veces el salario mínimo.

y obligaciones de cada uno de los participantes se establecen en un *contrato de apertura de crédito*, de esta forma quedan asentados el plazo de la operación, la tasa de interés, garantías, colaterales y la forma en que el préstamo será pagado. De aquí en adelante tomaremos el papel del acreditante a fin de comprender todo el proceso de administración del riesgo de crédito inmerso en una cartera de créditos comerciales.

Es necesario introducir el concepto de amortización para comprender cuál será el monto al cual se encuentra expuesto el banco en el periodo de estudio. Así, amortizar se define como el proceso financiero en el cuál se extingue, gradualmente, una deuda por medio de pagos periódicos, que pueden ser iguales o diferentes de acuerdo a un esquema de pagos previamente pactado. Las amortizaciones tienen como base el monto o la línea autorizada del crédito y de ahí se desprenden cada uno de los pagos que se realizarán en el futuro. Considerando que se han realizado todos los pagos requeridos hasta el periodo de estudio (capital e intereses), el nivel de deuda actual es inferior al que se presentó en el momento en el que se originó el crédito, esta situación se presenta debido al esquema de amortizaciones adoptado por el acreditado y el banco.

A continuación se presenta un ejemplo de una tabla de amortizaciones de un crédito por \$942,000.00 que se pagarán en cinco anualidades vencidas iguales con una tasa de interés del 23% efectiva anual. Las anualidades se calcularán de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$X = 942,000.00 / (A_{5,23\%})$$

donde $A_{5,23\%} = [(1 - v^5) / i] = 2,8034$

De esta forma el valor de cada anualidad será $X = \$336,011.80$ y la tabla de amortización correspondiente es la siguiente:

Período (año)	Saldo insoluto al principio del período	Pago	Intereses contenidos en el pago	Capital contenidos en el pago	Saldo insoluto al final del período
1er. Año	942,000.00	336,011.80	216,660.00	119,351.80	822,648.20
2do. Año	822,448.20	336,011.80	189,209.09	146,802.70	675,845.49
3er. Año	675,845.49	336,011.80	155,444.46	180,567.34	495,278.15
4to. Año	495,278.15	336,011.80	113,913.97	222,097.83	273,180.32
5to. Año	273,180.32	336,011.80	62,831.47	273,180.33	-
				942,000.00	

Figura 1.4: Tabla de Amortización.

Por supuesto la manera en que se realizarán los pagos variará dependiendo de las condiciones aceptadas en el contrato, pudiendo estos variar entre pagos determinados, diferidos, crecientes y decrecientes, con tasa de interés fija o variable dependiendo del periodo, así como la combinación de los mismos. En lo subsecuente supondremos que las condiciones de cada uno de los créditos de la cartera fueron consideradas para obtener el saldo total al que se encuentra expuesto un banco.

1.2. Evolución de los Acuerdos de Basilea

Alrededor del mundo han existido diferentes normas y legislaciones referentes a la medición y administración de riesgos financieros, sin embargo derivado de un largo proceso de globalización es preciso homogeneizar la regulación bancaria en materia de riesgo apeguándose a las

buenas prácticas de gestión de riesgos de la industria bancaria a nivel mundial, de esta forma se pretende encontrar convergencia entre la medición de los riesgos que definen los organismos supervisores y las mediciones que realizan las propias entidades de crédito en cada país. Los Acuerdos de Basilea fueron creados apegados a esta filosofía, por tal motivo antes de conocer la legislación local, es importante conocer el origen de dichos acuerdos y la evolución de los mismos.

Durante el año de 1974 se presentó una fuerte crisis financiera generada por el cierre de Bankhaus Herstatt en Colonia, Alemania ocasionado por las grandes pérdidas calculadas en *US\$200* millones derivadas de una mala administración de operaciones en moneda extranjera mismas que no pudieron liquidarse ni compensarse en su totalidad debido a que el Chase Manhattan de Nueva York, banco corresponsal de Bankhaus Herstatt en Estados Unidos, se rehusara a cumplir con órdenes de pago y cheques contra la cuenta del banco alemán por un monto cercano a 620 millones de dólares. Esta situación ocasionó que el sistema de pagos de Estados Unidos y el sistema financiero internacional estuvieran a punto de colapsar, fue entonces cuando se reunieron los gobernadores de los Bancos Centrales del G-10, en septiembre del mismo año, emitiendo un comunicado en el que se dio a conocer el total respaldo a la liquidez del sistema de pagos internacionales, con la finalidad de evitar que en el futuro se presentaran escenarios similares al ocurrido con el Bankhaus Herstatt. Con lo anterior, se sientan las bases para la creación de un comité permanente encargado de dictar las reglas para mejorar las prácticas de regulación y supervisión de los mercados bancarios internacionales. Dicho comité establecería su sede en Basilea, Suiza en las oficinas del Banco de Pagos Internacionales.⁵

1.2.1. Basilea I

Con la implementación de los comités permanentes de supervisores se buscaba desarrollar principios y reglas que determinaran los niveles de capital adecuados para cada tipo de institución bancaria, así como para implementar la calidad en la supervisión bancaria alrededor del mundo a través de reportes para cada uno de los gobernadores de los Bancos Centrales de los países miembros del Comité, todo esto con el objetivo de que cada Institución Bancaria hiciera frente al riesgo que asumía en cada una de las operaciones crediticias que realizaba, es decir, el capital regulatorio sería absorbido por los accionistas de cada una de las Instituciones Bancarias.

Los primeros miembros del Comité provenían del grupo de los G-10 y de España, posteriormente se formaría por miembros de 30 países distintos; con el objetivo primordial de emitir recomendaciones para mejorar las prácticas dentro de las Instituciones Bancarias de cada país, sin interferir con sus leyes locales. Las condiciones de este primer grupo de trabajo quedaron plasmadas en el Primer Acuerdo de Basilea, conocido también como Basilea I, emitido en 1988, que buscaba generar un ambiente de seguridad y solidez dentro de la industria bancaria.

Hoy en día el Comité no posee ninguna autoridad sobre la supervisión internacional, y de hecho, sus recomendaciones no son de carácter obligatorio, no obstante, que con el paso de los años las regulaciones locales se han ido ajustando a las recomendaciones formuladas por dicha comisión.

En la década de los 90's, la mayoría de los bancos adoptan políticas acordes a las recomendaciones de Basilea I⁶, enfocadas al capital requerido en el rubro de Riesgo de Crédito,

⁵GA Walker, INTERNATIONAL BANKING REGULATION. LAW, POLICY AND PRACTICE, Kluwer Law, 2001.

⁶Exposure at Default. Models for Counterparty Credit Risk under Basel frameworks, AALTO University, School of Science and Technology, p 3.

incrementándolo de 6 % al 8 %. No obstante, se dejó de lado el capital necesario para hacer frente a grandes fluctuaciones cambiarias, los cambios en las tasas de interés y los cambios bruscos en la macroeconomía; la razón principal por la que se excluyó este capital fue que la variación de los riesgos en cada país miembro del Comité, era diversa.

Basilea I, se conformó básicamente por cuatro pilares:

- Pilar 1: The Constituents of Capital.- Define los criterios para determinar los elementos que son elegibles para constituir el capital regulatorio.
- Pilar 2: Risk Weighting.- Implementa un sistema para ponderar los activos de un banco de acuerdo al nivel de riesgo que dichos activos posean. Los niveles de riesgo estaban definidos por 5 categorías, las primeras cuatro ponderaban los activos al 0 %, 20 %, 50 % y 100 %; mientras que la quinta categoría permitía al Banco Central decidir el porcentaje de ponderación.
- Pilar 3: Target Standard Ratio.- Establece que el capital mínimo requerido para cada banco es del 8 % del total de sus activos ponderados por riesgo; con este nivel de capital requerido se protegía al banco del riesgo de crédito al que estaba expuesto.
- Pilar 4: Transitional and Implementing Agreements.-Determina los mecanismos necesarios para que los acuerdos sean implementados y estipula un periodo de 4 años para adaptar dicho acuerdo.

El documento emitido fue ampliamente criticado, ya que en sólo 26 páginas no fue posible detallar cada uno de los ponderadores de riesgo necesarios para ser aplicados en una cartera de créditos compleja, de tal forma que en 1999, se inician los trabajos para mejorar el primer acuerdo. Sin embargo, la importancia de Basilea I radica en que se sientan las bases para definir el término *Risk Weighted Assets* mejor conocido como *RWA*, con este concepto se busca convertir el valor nominal del monto de la exposición de un acreditado hacia un monto de exposición en riesgo. Adicionalmente se definen los *Credit Conversion Factors - CCFs* que funcionan para aplicar el concepto de *RWA* sobre aquellas exposiciones que se encuentren fuera de balance como las cartas de crédito, líneas de crédito revolventes, etc.

Durante 1996 los Acuerdos fueron ampliados a fin de considerar el Riesgo de Mercado dentro del requerimiento de capital y hasta el 2003 se publicaron documentos consultivos, análisis de impactos y diversas publicaciones adicionales que se ajustaban a los cambios en las condiciones de mercado prevalecientes en ese momento.

1.2.2. Basilea II

Para 2004 se contaba con una extensa investigación, misma que fue concluida en 2006 en lo que coloquialmente conocemos como Basilea II, el resultado final fue un documento de 347 páginas. En el nuevo acuerdo se consideraron nuevos riesgos tales como Riesgo de Mercado, Riesgo Operativo (incluye riesgo legal y tecnológico) y Riesgo de Tasas de Interés que no fueron tomados en cuenta en Basilea I. Este documento define cada tipo de riesgo de la siguiente manera⁷:

⁷Gaceta de Basilea II. Introducción a Basilea II, HSBC México, Dirección de Análisis y Medición de Riesgo, p 2.

- **Riesgo de Crédito:** Riesgo de que un cliente o contraparte no quiera o no pueda cumplir con un compromiso crediticio que ha celebrado con uno o varios miembros del Grupo. Esta asociado con la pérdida potencial por la falta de pago de un acreditado o contraparte. También está asociado a las pérdidas que experimenta un portafolio de préstamos, instrumentos financieros y derivados de crédito debido a la disminución en el precio del dicho portafolio al final de un horizonte temporal con respecto al valor inicial, ambos evaluados a precios de mercado.
- **Riesgo Operacional:** Está asociado a la posibilidad de error humano, fallas tecnológicas, fraudes y desastres naturales.
- **Riesgo de mercado:** Está asociado a las fluctuaciones en el precio de los activos tales como acciones y bonos en derivados, en préstamo o en la posición global de la institución financiera en activos con riesgo.

En este nuevo acuerdo se amplía la gama de posibles valores para ponderar los activos de un banco de acuerdo al nivel de riesgo al que corresponda cada activo. El concepto fundamental que soporta a los *RWA* 's es que diferentes tipos de exposiciones al riesgo les corresponden diferentes ponderadores de riesgo. De esta forma, si se cuenta con un riesgo promedio o estándar se debe aplicar un peso del 100 %, cuando se tienen exposiciones con un riesgo bajo, tales como préstamos a los gobiernos pertenecientes a la OECD, se les aplica un ponderador del 0 % mientras que a los préstamos entre bancos se les considera más riesgosos que a los anteriormente mencionados, por lo cuál se les aplica un ponderador del 20 %.

En este nuevo acuerdo se eliminó la posibilidad de los bancos de transferir sus activos a subsidiarias para ocultar el riesgo presente, asimismo se buscó incentivar a los bancos para que desarrollaran una metodología interna que permitiera el cálculo del capital requerido, con el fin de calibrar los modelos con información real; el premio para las instituciones consistía en reducir el porcentaje de capital requerido de 8 % al 6 %.

Al igual que en el Basilea I, en este nuevo acuerdo se definieron dos componentes del capital dentro de una institución bancaria. El primero de ellos, denominado *Capital Básico*, hace referencia al nivel de capital que debe ser absorbido por la misma institución. Cuando se presenta una bancarrota, los accionistas son los primeros en absorber las pérdidas y los últimos en recibir alguna ganancia, de esta manera, el capital contable es el punto de referencia para determinar las demás capas del capital regulatorio relacionado con el Riesgo de Crédito:

- **Tier 1:** Está conformado por el Capital Contable así como por las reservas declaradas y acciones preferentes perpetuas no acumulativas.
- **Tier 2:** Lo conforman los siguientes niveles:
 - ° Nivel Superior: La deuda subordinada perpetua y las reservas no declaradas.
 - ° Nivel Inferior: Deuda subordinada a plazo.
- **Tier 3:** Este nivel está conformado por instrumentos de deuda subordinada con vencimiento a más de dos años.

Cabe mencionar que cada institución bancaria es capaz de realizar sus propias métricas de capital regulatorio, bajo distintas metodologías, sin embargo, dichos cálculos no son considerados oficiales y serán conocidos como *Capital Económico*. Por otra parte es importante mencionar que en este segundo acuerdo se establecieron tres pilares cuya función se describe a continuación:

- Pilar 1: Requerimientos Mínimos de Capital.- Se proponen las reglas para determinar los niveles mínimos de capital de tres tipos de riesgo diferentes: Riesgo de Crédito, de Mercado y Operativo.
- Pilar 2: Supervisión Bancaria.- Busca que las regulaciones locales promuevan la estabilidad a través de la supervisión de cada uno de los bancos y la revisión de sus niveles de capital para absorber posibles pérdidas, con dichas acciones se busca eliminar el riesgo estratégico y reputacional.
- Pilar 3: Disciplina del Mercado.- Busca establecer una guía de la información que cada uno de los Bancos debe publicar para dar mayor transparencia al sistema bancario en su conjunto.

Es un hecho que los distintos riesgos a los que se encuentra expuesta una institución bancaria se encuentran entrelazados, por ejemplo, los efectos de un error operativo pueden afectar los niveles de capital necesario para el rubro de riesgo de mercado. Sin embargo, a pesar de esta estrecha relación entre riesgos es necesario analizar a cada uno de ellos por separado antes de intentar ver los efectos conjuntos dentro de una Institución Bancaria. En lo sucesivo nos enfocaremos a estudiar el Riesgo de Crédito y a la Administración del mismo.

Como se ha mencionado anteriormente, desde sus orígenes, los Acuerdos de Basilea se han preocupado por analizar el Riesgo de Crédito y sus implicaciones económicas, en particular es de gran importancia calcular los niveles de capital necesarios para que una Institución Bancaria (otorgante de créditos) pueda seguir operando aunque sus acreditados dejen de hacer frente a sus obligaciones debido a un evento adverso inesperado. Para ello se definió el término *Risk Weighted Assets* mejor conocido como *RWA*, cuyo objetivo es convertir el valor nominal del monto de la exposición de un acreditado a un monto de exposición de riesgo.

Para ejemplificar lo expuesto anteriormente supondremos que el banco A otorgó un préstamo por \$100 millones, el cuál ha sido catalogado como un *riesgo promedio*, entonces se le aplica un ponderador de riesgo del 100%. El capital contable del banco A asciende a \$10 millones, por lo tanto el nivel de capital con el que el banco A cuenta si ocurre un evento inesperado es el 10% porque:

$$\begin{aligned} \text{RWA} &= 100\% * \$100 \text{ millones} = \$100 \text{ millones} \\ \text{Capital Contable} &= \$10 \text{ millones} \\ \text{Capital Ratio} &= \$10 \text{ millones} / \$100 \text{ millones} = 10\% \end{aligned}$$

Si el crédito otorgado por el banco A fuese más riesgoso que en el caso anterior y se le aplicara un ponderador de riesgo del 120% se tendría entonces que:

$$\begin{aligned} \text{RWA} &= 120\% * \$100 \text{ millones} = \$120 \text{ millones} \\ \text{Capital Contable} &= \$10 \text{ millones} \\ \text{Capital Ratio} &= \$10 \text{ millones} / \$120 \text{ millones} = 8.33\% \end{aligned}$$

La regulación considera que un nivel adecuado de capitalización está ubicado en el 8%, por lo tanto en el segundo ejemplo se cuenta con el capital suficiente, sin embargo éste se encuentra muy cercano al límite inferior permitido.

1.2.3. Basilea III

Durante 2010 se emitió el documento coloquialmente llamado Basilea III, en este nuevo acuerdo el propósito principal es el de incrementar las reservas de capital bajo el rubro de riesgo de contraparte (componente del riesgo de crédito), mismo que se presenta en aquellas operaciones que manejan derivados de crédito tales como CDO's e instrumentos similares.

Debido a que el tema que dio origen al Basilea III se aleja del propósito de esta investigación, se ha optado por no dar más detalles de este documento.

1.2.4. Proceso de Administración de Riesgo de Crédito

La Administración de Riesgos puede definirse como el proceso de identificación y gestión global de los riesgos clave de las diferentes áreas de negocio con el objeto de mitigar la exposición total de una institución financiera, dicho proceso debe tener como finalidad la identificación de los recursos de los riesgos y la manera en que se debe responder ante ellos.⁸ Particularmente, el objetivo de la Administración del Riesgo de Crédito es maximizar la tasa de rendimiento dentro de los límites aceptables para ello es necesario analizar a la cartera entera y adicionalmente realizar un análisis transaccional que permita identificar los riesgos a los que se encuentra expuesta una institución financiera que otorga créditos. Es importante hacer notar que el Riesgo de Crédito no es un componente independiente del resto de los riesgos financieros (mercado, liquidez, operacional, etc.), como es de esperarse los riesgos se relacionan entre sí, sin embargo es necesario identificar a cada uno de ellos por separado para posteriormente realizar un análisis completo de los riesgos.

De acuerdo a los Principios para la Administración del Riesgo de Crédito emitidos por el Comité de Basilea en 1999⁹ las prácticas específicas de administración de riesgo de crédito a las que tiene que apegarse cualquier institución que otorgue crédito, son las siguientes:

1. Establecer un entorno apropiado para el Riesgo de Crédito (Estrategia).
2. Operar bajo un proceso sano para otorgar crédito (Aprobación y renovación de créditos).
3. Mantener un proceso adecuado para administrar, medir y monitorear crédito (*).
4. Garantizar controles adecuados del Riesgo de Crédito (Sistemas de revisión independientes).

Profundizando en el proceso de Administración del Riesgo de Crédito, se enuncian los principios principales referentes al proceso de administración, medición y monitoreo de los créditos:

Principio 1: Los bancos deberán tener un sistema para la administración continua de sus distintas carteras con riesgo de crédito.

Principio 2: Los bancos deberán tener un sistema para monitorear la condición de créditos individuales, incluyendo la determinación de la conformidad de las provisiones y reservas.

Principio 3: Los bancos deberán tener un sistema para monitorear la composición y calidad general de la cartera de crédito.

⁸http://www.fca.unam.mx/capitulos/unidad7_tf.pdf

⁹Principios para la Administración del Riesgo de Crédito. Comisión de Basilea de Supervisión de Bancos. Basilea. Julio, 1999, p 4.

Principio 4: Los bancos deberán tomar en consideración los cambios futuros posibles en las condiciones económicas al evaluar los créditos individuales y las carteras de crédito, y deberían evaluar sus exposiciones al riesgo de crédito bajo condiciones de presión.

Adicionalmente deberán aplicarse las prácticas sanas referentes a la evaluación de la calidad de los activos, la conformidad de las provisiones y reservas y la misma divulgación del riesgo de crédito.

1.2.5. Marco Regulatorio en México

La operación bancaria en México durante la década de los 80's se encontraba ampliamente regulada, sin embargo la política económica se vio modificada a partir de 1989, al iniciarse un proceso de desregulación que buscaba la incorporación a la *Banca Universal*. Situación que desembocó en la privatización de la banca en 1991, además del otorgamiento de concesiones a nuevos bancos, este nuevo panorama permitió que con la llegada del Tratado de Libre comercio en 1994, la presencia de bancos extranjeros en el país tuviera un marco legal favorable. Este proceso de privatización mencionado, se llevó a cabo en tan sólo 18 meses, ello implicó que las carteras de créditos fueran modificadas para seguir la estrategia más adecuada para cada banco, atendiendo la administración de sus balances y las operaciones interbancarias. Aunado a lo anterior, a finales de 1998, se eliminaron las trabas para la entrada de capital extranjero accionario, de hecho éste podía ser ya del 100 %.

Al abrirse la gama de instituciones bancarias también se abrieron las opciones de productos con los que se operaba, en particular se iniciaron operaciones con productos financieros derivados. Con esta expansión de servicios financieros en todo el país también se aceleró el proceso de otorgamiento de créditos llegando a tasas de crecimiento reales del 29.1 % entre 1992 y 1994, a su vez se refinanció el principal de algunos contratos y se capitalizaron los intereses devengados. Asimismo, se incrementaron las posiciones altamente riesgosas que no estaban soportadas por requerimientos de capital que protegieran a los bancos de grandes pérdidas; esta situación se empató con la devaluación del peso frente al dólar en 1994, la cual alcanzó niveles del 100 %, y con el alza en las tasas de interés a inicios de 1995, resultando de ello un desequilibrio cambiario y crediticio entre bancos y empresas. La cartera vencida de los bancos era tan elevada, que incluso superaba su capital contable, por lo que la declaración de quiebra técnica no se hizo esperar, seguida de manera casi inmediata por la quiebra plena ¹⁰.

Todos los acontecimientos mencionados con anterioridad, dejaron en claro que las instituciones bancarias en México, no estaban preparadas para hacer frente a condiciones adversas. La operación de la banca se hacía cada vez más costosa, debido a la sobretasa pagada por sus pasivos en moneda extranjera, que llegó incluso a los 1000 pb. Finalmente se llegó a la conclusión de que las instituciones bancarias carecían de solvencia para seguir operando; y la solución a este conflicto fue traspasar las pérdidas al erario público para limpiar los balances bancarios y de esta forma evitar los altos requerimientos de capital. Fue entonces que entre 1994 y 1997, el gobierno federal llevó a cabo el rescate bancario, a través del Fondo Bancario de Protección al Ahorro (Fobaproa), que tenía como premisa garantizar el ahorro bancario frente a posibles pérdidas de los bancos, sin embargo, al rebasarse esa pérdida, el fondo fue capitalizado a través de deuda contingente del gobierno federal, y en 1998 el Congreso aprueba que la deuda se convierta en pública. Los activos del Fobaproa, se conformaron principalmente por carteras de créditos improductivas, que fueron creciendo debido a la capitalización de los intereses y a que no se contaba con las garantías reales suficientes que respaldaran su valor de mercado. Después de este acontecimiento en el país, quedó claro que la regulación y la supervisión finan-

¹⁰<http://www.redcelsofurtado.edu.mx/archivosPDF/correa5.pdf>

cieras son de suma importancia para evitar que instituciones insolventes contagien a otras que se encuentran sanas, evitando así la quiebra generalizada del sistema bancario provocada por el efecto dominó.

Después de este suceso se buscó evitar la concentración de poder en el sistema financiero mexicano, así como garantizar el sistema de pagos, para ello se optó por la regulación y supervisión de las instituciones de intermediación financiera, dictaminándose que la solvencia de dichas instituciones sería responsabilidad de las autoridades y de las propias entidades financieras. A este modelo de regulación y supervisión se le conoce como *Regulación Prudencial* y ha sido adoptado por el Banco de México, la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV), la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF) y la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro (CONSAR) para mantener la estabilidad de las instituciones financieras. Ello incluye, una sugerencia para que las instituciones financieras:

- Describan cada uno de sus principales riesgos, así como sus métodos de cálculo y administración.
- Presenten la estructura organizacional a cargo del control y la administración de riesgos.
- Proporcionen información sobre: la calidad crediticia de la contraparte, la disponibilidad de garantías, la descripción de los modelos para estimar la exposición potencial de crédito, la concentración de crédito, el riesgo de fondeo y la volatilidad.

En general, el marco de una regulación prudencial se conforma de los siguientes componentes¹¹:

- Requerimientos de autorización de las instituciones financieras, en función de la experiencia y calidad moral de los administradores, del nivel de capitalización disponible y de los recursos operativos necesarios para realizar operaciones.
- Normas de capitalización, definición de estándares mínimos de conducta, reportes periódicos que informen al mercado sobre la evolución financiera de las entidades y una supervisión mediante visitas de inspección.
- Seguro de depósito a los ahorradores que sustituyen la expectativa de apoyos incondicionales a las instituciones, lo que a su vez reduce la posibilidad de que las instituciones financieras tomen posiciones de riesgo excesivas.

Con fundamento en los puntos anteriores se emite durante el 2005 la Circular Única de Bancos que dicta la metodología bajo la cuál cada una de las instituciones financieras en México debe calcular los niveles de reserva preventiva y capital necesarios para una cartera de créditos (comerciales o de consumo) conforme a las características de cada cartera en particular, para ello es indispensable conocer el proceso de originación del crédito así como la evaluación de cada uno de los acreditados aceptados para otorgarles un crédito.

De acuerdo al artículo 5, las instituciones financieras deben contemplar al menos las siguientes etapas dentro de las funciones del ejercicio del crédito:

- Originación del crédito
Promoción

¹¹Valor en Riesgo y otras aproximaciones, Valuación, Análisis y Riesgo,S.C., Algorithmics México, p 49.

Evaluación

Aprobación

Instrumentación

- Administración del crédito

Seguimiento

Control

Recuperación administrativa

Recuperación judicial, de créditos con problemas

En lo que se refiere a la originación del crédito, el artículo 15 de la Circular Única de Bancos menciona que las instituciones bancarias deben establecer diferentes métodos de evaluación para aprobar y otorgar los distintos tipos de crédito, es decir, sugiere que debe realizarse un análisis detallado de cada uno de los aspirantes a obtener un crédito. Se menciona cuales son las variables cualitativas y cuantitativas necesarias para establecer una evaluación de cada acreditado, destacando las siguientes:

- Los estados financieros y, en su caso sus dictámenes, la relación de bienes patrimoniales y en general, la información y documentación presentada por el posible acreditado.

Las instituciones únicamente deberán considerar los dictámenes de auditoría externa a los estados financieros, cuando se trate de personas obligadas a dictaminar sus estados financieros para efectos fiscales, en los términos del Artículo 52 del Código Fiscal de la Federación de conformidad con lo dispuesto por el Artículo 32-A del propio Código.

- La fuente primaria de recuperación del crédito.
- La exposición al riesgo por la totalidad de las operaciones de crédito a cargo del posible deudor, así como su experiencia de pago, revisando para tal efecto información cuya antigüedad no sea mayor a un año obtenida a través de una consulta realizada a alguna sociedad de información crediticia. Adicionalmente, para evaluar la exposición al riesgo de crédito de los instrumentos financieros derivados, se deberá contemplar la volatilidad implícita en el valor de los instrumentos derivados, esto, con el propósito de determinar hasta qué nivel de pérdida máxima posible puede asumir dicha contraparte, y relacionar esta contingencia con el monto total de la línea de crédito.
- La solvencia del solicitante de crédito. En el caso de créditos directos o contingentes otorgados al amparo de programas de crédito, que las instituciones de banca de desarrollo operen con la banca múltiple o intermediarios financieros no bancarios, dichas instituciones deberán establecer los términos y condiciones que seguirán las citadas entidades financieras a fin de evaluar la solvencia crediticia de los probables acreditados.
- La relación entre el ingreso del posible deudor y el pago de la obligación; y la relación entre dicho pago y el monto del crédito.
- La posible existencia de riesgos comunes, de conformidad con lo dispuesto en el Capítulo III del Título Segundo de la Circular Única de Bancos.

En todos los casos se analizan las garantías reales de cada crédito pasando por revisiones de estado físico, situación jurídica y el estado de los seguros del bien del que se trate.

El artículo 16 hace referencia al proceso de aprobación de los créditos, misma que será responsabilidad del Consejo, el cual podrá delegar dicha función en los comités y, en su caso, en los funcionarios de la institución que al efecto determine. En el manual de crédito se deberán contener las facultades que se otorguen a los citados comités y funcionarios en materia de aprobación de créditos, así como, en su caso, la estructura y funcionamiento de los comités.

Por otra parte, en lo referente a la administración del crédito, el artículo 22 menciona que las instituciones deberán dar seguimiento permanente a cada uno de los créditos de su cartera, allegándose de toda aquella información relevante que indique la situación de los créditos en cuestión, de las garantías, en su caso, cuidando que conserven la proporción mínima que se hubiere establecido y de los garantes, como si se tratara de cualquier otro acreditado. Mientras que el artículo 26, determina las funciones del área encargada de realizar la administración del riesgo crediticio, mismas que se mencionan a continuación:

- Dar seguimiento a la calidad y tendencias principales de riesgo y rentabilidad de la cartera.
- Establecer lineamientos y criterios para aplicar la metodología de calificación de la cartera crediticia con apego a las disposiciones aplicables, así como verificar que dicha calificación se lleve a cabo con la periodicidad que marque la regulación aplicable.
- Verificar que los criterios de asignación de tasas de interés aplicables a las operaciones de crédito, de acuerdo al riesgo inherente a las mismas, estén en línea con lo dispuesto en el manual de crédito.
- Establecer los lineamientos para determinar, en la etapa de evaluación, el grado de riesgo de cada crédito.

Se establece que el área responsable de la administración del riesgo crediticio deberá informar, cuando menos mensualmente, al comité de riesgos y a la dirección general los resultados de sus análisis y proyecciones, así como el monto de las reservas preventivas que corresponda constituir.

La Circular Única de Bancos establece procedimientos específicos para contrarrestar el riesgo de concentración dentro de las operaciones activas de la cartera de créditos, en particular en el artículo 54 se menciona que una institución bancaria podrá otorgar financiamientos a una misma persona o grupo de personas que por representar riesgo común se consideren como una sola sólo si ajusta el límite máximo de financiamiento a lo dispuesto en el cuadro siguiente:

Nivel de Capitalización	Límite máximo de Financiamiento
Más de 8 % y hasta 9 %	12 %
Más de 9 % y hasta 10 %	15 %
Más de 10 % y hasta 12 %	25 %
Más de 12 % y hasta 15 %	30 %
Más de 15 %	40 %

Cuadro 1.1: Límite máximo de financiamiento.

Cabe mencionar que dichos límites máximos de financiamiento se calculan sobre el capital básico de la institución a tratar. Existen algunos casos especiales en los que está permitido sobrepasar dichos límites máximos de financiamiento, sin embargo, en ningún caso podrá excederse

el 100 % del capital básico de la institución, asimismo la suma de los financiamientos otorgados a los 3 mayores deudores, no podrá exceder del 100 % del capital básico de la institución.

En lo referente a la etapa de Administración de Riesgos, el artículo 66 establece que la clasificación de los riesgos a los cuáles se encuentran expuestas las instituciones bancarias es la siguiente:



Figura 1.5: Clasificación de Riesgos.

A continuación se definen brevemente cada uno de los tipos de riesgo mencionados con anterioridad:

- Riesgos cuantificables.- Son riesgos que pueden ser medibles, por lo tanto, es posible conformar bases estadísticas que permitan medir sus pérdidas potenciales. Dentro de este tipo de riesgos se encuentran los siguientes:
 - Riesgos discrecionales.- Son aquéllos resultantes de la toma de una posición de riesgo, tales como el Riesgo de Crédito, Riesgo de Liquidez y Riesgo de Mercado.
 - Riesgos no discrecionales.- Son aquéllos resultantes de la operación del negocio, pero que no son producto de la toma de una posición de riesgo, tales como el riesgo operacional, que se define como la pérdida potencial por fallas o deficiencias en los controles internos, por errores en el procesamiento y almacenamiento de las operaciones o en la transmisión de información, así como por resoluciones administrativas y judiciales adversas, fraudes o robos, y comprende, entre otros, al riesgo tecnológico y al riesgo legal.
- Riesgos no cuantificables.- Son aquéllos derivados de eventos imprevistos para los cuales no se puede conformar una base estadística que permita medir las pérdidas potenciales.

Se hace incapié en las definiciones de los Riesgos Discrecionales:

- Riesgo de crédito.- Se define como la pérdida potencial por la falta de pago de un acreditado o contraparte en las operaciones que efectúan las instituciones, incluyendo las garantías reales o personales que les otorguen, así como cualquier otro mecanismo de mitigación utilizado por las instituciones.

- Riesgo de liquidez.- Se define como la pérdida potencial por la imposibilidad o dificultad de renovar pasivos o de contratar otros en condiciones normales para la institución, por la venta anticipada o forzosa de activos a descuentos inusuales para hacer frente a sus obligaciones, o bien, por el hecho de que una posición no pueda ser oportunamente enajenada, adquirida o cubierta mediante el establecimiento de una posición contraria equivalente.
- Riesgo de mercado.- Se define como la pérdida potencial por cambios en los factores de riesgo que inciden sobre la valuación o sobre los resultados esperados de las operaciones activas, pasivas o causantes de pasivo contingente, tales como tasas de interés, tipos de cambio e índices de precios, entre otros.

Por su parte, los riesgos no discrecionales se definen como:

- Riesgo tecnológico.- Se define como la pérdida potencial por daños, interrupción, alteración o fallas derivadas del uso o dependencia en el hardware, software, sistemas, aplicaciones, redes y cualquier otro canal de distribución de información en la prestación de servicios bancarios con los clientes de la institución.
- Riesgo legal.- Se define como la pérdida potencial por el incumplimiento de las disposiciones legales y administrativas aplicables, la emisión de resoluciones administrativas y judiciales desfavorables y la aplicación de sanciones, en relación con las operaciones que las instituciones llevan a cabo.

En la tercera sección de la Circular Única de Bancos se establecen los lineamientos para analizar la Cartera Crediticia Comercial y en el artículo 114 se hace referencia a la calidad crediticia del deudor. En dicho artículo se establece que las instituciones evaluarán la calidad crediticia de cada uno de sus deudores considerando las siguientes variables:

- Riesgo país
- Riesgo financiero
- Riesgo industria
- Experiencia de pago

La calificación acumulada será aquella que refleje un mayor grado de riesgo entre la calificación de los riesgos país y financiero. Para calcular la calificación acumulada incluyendo el riesgo industria, será necesario ajustarse a la siguiente tabla:

Calificación Riesgo Industria	Calificación Acumulada (Fracción II)	Nueva Calificación Acumulada
A-1 o A-2	A-1	A-1
	A-2	A-2
	B-1	A-2
	B-2	B-1
	B-3	B-3
	C-1	C-1
	C-2	C-2
	D	D
	E	E

Figura 1.6: Calificación acumulada.

Finalmente se utilizará la matriz de equivalencias que se presenta en el anexo 23 a fin de considerar la experiencia de pago dentro de los factores que afectan a la calificación de un acreditado. De esta forma se obtendrá la calificación aplicable a la calidad crediticia del deudor.

Adicionalmente, se deberá considerar un reporte del historial crediticio del deudor proporcionado por una sociedad de información crediticia, emitido con una antigüedad no mayor a un año.

Para cada acreditado se obtendrá una calificación que se acumulará progresivamente siguiendo el orden antes mencionado, es decir, al ir avanzando en las variables que determinan la calificación final total, se mantendrá la calificación más riesgosa obtenida al avanzar por las variables antes descritas. Esta calificación será asignada como calificación inicial a cada uno de los créditos que dicho acreditado obtenga con la institución bancaria que lo califica. De acuerdo al artículo 120 los créditos pueden dividirse en dos grupos conforme a los criterios siguientes:

- Créditos totalmente cubiertos en relación con el valor de las garantías.
- Créditos con porción expuesta en relación con el valor de las garantías.

Así cada crédito cuenta con dos calificaciones adicionales, una para la parte cubierta del crédito y una más para la parte expuesta. La parte cubierta de un crédito se define a través del valor de las garantías y colaterales que respaldan dicha deuda, por lo tanto la calificación de la parte cubierta del crédito será obtenida en función al tipo de garantía con la que se cuente o a través de la calidad crediticia de aquellas entidades que otorguen los colaterales. Por otra parte, el artículo 117 determina que sin importar el tipo de crédito del que se trate, la parte expuesta mantendrá la calificación inicial del crédito, siempre que éste sea A1, A2, B1, B2, B3 ó C1, ó bien, deberá ubicarse en el nivel de riesgo E, si la calificación inicial del crédito es C2, D ó E.

Un tema importante es entonces el referente a las garantías admisibles y la determinación de su valor. Cada una de las instituciones otorgantes de crédito debe realizar un análisis de las garantías personales para así poder asignar una calificación de la parte cubierta para aquellos créditos que cuenten con un porcentaje de cobertura de garantías mayor al 0%; de hecho, de acuerdo al artículo 119 dicho análisis deberá sujetarse a las siguientes disposiciones:

- Se deberá evaluar la calidad crediticia del avalista o fiador, conforme a lo señalado en los Artículos 114 y 115 de las presentes disposiciones.

- Se tomará en cuenta la cobertura de la garantía, la forma en que dicha garantía se estructuró y su facilidad de ejecución, considerando cuando corresponda, otras obligaciones directas y contingentes a cargo del avalista o fiador.
- La garantía podrá ser considerada, siempre y cuando se cumplan las siguientes condiciones:
 - Que la calificación acumulada del avalista o fiador sea A-1, A-2 ó B-1, B-2, ó B-3 y la inicial asignada a cada crédito tenga grado de riesgo mayor o igual al del garante.
 - Que el avalista o fiador sea persona moral.
 - Que se excluyan las garantías otorgadas recíprocamente entre las personas que a su vez garanticen el pago del crédito de que se trate.
 - Que el ajuste en la calificación inicial de la porción cubierta de cada crédito sea como máximo de un grado de riesgo, excepto cuando se trate de garantías otorgadas por instituciones o entidades financieras, sociedades controladoras de la entidad acreditada, fideicomisos especiales y/o públicos, en cuyo caso deberán apegarse a lo estipulado en el inciso d) fracción III de este mismo artículo.

En todo caso, las garantías personales deberán estar debidamente otorgadas en la forma y términos establecidos en las disposiciones legales aplicables.

En lo referente al valor de las garantías y haciendo referencia al artículo 120 podemos mencionar que el valor de éstas se determinará tomando en cuenta lo siguiente:

- El valor razonable al que aluden los Criterios Contables, tratándose de garantías constituidas con valores gubernamentales.
- El equivalente al 85 % del valor razonable al que aluden los Criterios Contables, tratándose de garantías constituidas con valores de deuda no gubernamental, listados en bolsa o en mercados reconocidos conforme a las disposiciones aplicables.
- El equivalente al 70 % del valor razonable al que aluden los Criterios Contables, tratándose de garantías constituidas con acciones de media o alta bursatilidad listadas en bolsa o en mercados reconocidos conforme a las disposiciones aplicables.
- El equivalente al 50 % del valor razonable al que aluden los Criterios Contables, tratándose de garantías constituidas con acciones de nula, mínima o baja bursatilidad listadas en bolsa o en mercados reconocidos conforme a las disposiciones aplicables.
- El equivalente al 50 % del valor del último avalúo del bien, si la garantía es distinta de valores gubernamentales o valores listados en bolsa o en mercados reconocidos conforme a las disposiciones aplicables.
- El valor de realización cuando la garantía esté representada por efectivo o que exista un medio de pago con liquidez inmediata.

De esta forma, si las garantías cubren la totalidad del saldo, sólo se contará con calificación de la parte cubierta, registrándose *Sin Calificación* en la calificación de la parte expuesta. Cuando el valor de la garantía sea cero, entonces la calificación de la parte cubierta será *Sin Calificación* y la de la parte expuesta será igual a la Calificación del Deudor.

El anexo 20 titulado Lineamientos para evaluar la calidad crediticia del deudor de caretra comercial, establece a detalle cuáles son las variables a considerar para obtener la calificación de cada uno de los acreditados.

A continuación se mencionan los aspectos más importantes:

RIESGO PAÍS.

Como se mencionó anteriormente, se inicia el análisis con el Riesgo País, para evaluarlo deberán tomarse como referencia las calificaciones base asignadas al país por agencias calificadoras de reconocido prestigio internacional de acuerdo a la tabla mostrada en la figura 1.7. Las calificaciones de las agencias no podrán tener una antigüedad mayor a 24 meses, de lo contrario se considerará al país como no calificado asignándosele una calificación D.

AGENCIAS CALIFICADORAS (Calificaciones equivalentes)			GRADOS DE RIESGO
FITCH	MOODY' S	S & P	
AAA	Aaa	AAA	A1
AA+	Aa1	AA+	
AA	Aa2	AA	
AA-	Aa3	AA-	A2
A+	A1	A+	B1
A	A2	A	
A-	A3	A-	
BBB+	Baa1	BBB+	B2
BBB	Baa2	BBB	B3
BBB-	Baa3	BBB-	
BB+	Ba1	BB+	
BB	Ba2	BB	C1
BB-	Ba3	BB-	
B+	B1	B+	
B	B2	B	C2
B-	B3	B-	
CCC	Caa	CCC	
CC	Ca	CC	D
C	C	C	
D/E		D	

Figura 1.7: Riesgo País: Calificación asignable.

RIESGO FINANCIERO.

El análisis de este rubro se dividirá en dos factores de evaluación: factores cuantitativos y factores cualitativos.

Análisis Cuantitativo:

El objetivo de este aspecto consiste en poder identificar la estabilidad y qué tan predecible es la fuente primaria de reembolso del préstamo a través de una evaluación exhaustiva de las razones financieras clave (liquidez, flujo de efectivo, apalancamiento, rentabilidad y eficiencia), los márgenes de utilidad y las razones de desempeño. Asimismo, se busca evaluar la calidad y oportunidad de la información referente a este aspecto.

Factores a evaluar en el Análisis Cuantitativo:

Flujo de Efectivo:

Analizar detalladamente el efectivo después de operaciones y su consistencia con las condiciones generales del negocio y la industria a la que pertenece el deudor. Dentro de este análisis, se deberán evaluar las tendencias y estado actual de razones clave como:

1. Efectivo después de Operaciones / Total de Financiamiento Externo.
2. Efectivo después de Operaciones / Pasivo Circulante.
3. Efectivo después de Operaciones / Pasivo Total.

Determinar, una vez realizado el análisis del flujo de efectivo, la fuente de pago en la que se basa el deudor para cumplir con el pago de intereses y amortización de la deuda, algunas posibles fuentes de pago son:

1. Efectivo proveniente de las operaciones del deudor.
2. Efectivo proveniente de capital adicional que se aporte a la empresa.
3. Efectivo producto de la venta de activos.
4. Efectivo producto de préstamos adicionales.
5. Efectivo proveniente de la liquidación de la empresa.

Liquidez:

Analizar los indicadores y tendencias clave de la liquidez, así como un comparativo con el promedio de la industria:

1. Razón Circulante o Razón de Liquidez General: Activos Circulantes / Pasivos de Corto Plazo.
2. Razón de Liquidez Inmediata: Activos Circulantes menos Inventarios / Pasivos de Corto Plazo.
3. Razón de Capital de Trabajo: Activos Circulantes – Pasivos Circulantes.

Apalancamiento:

Analizar detalladamente las tendencias de las razones financieras clave del apalancamiento del deudor, así como un comparativo con la industria, a través de las razones siguientes:

1. Pasivo Total / Activo Total
2. Pasivo Total / Capital Contable
3. Deuda Financiera / Pasivo Total

Rentabilidad y Eficiencia:

En lo que respecta al análisis de rentabilidad se busca identificar el flujo de utilidades principales del deudor. Este análisis deberá realizarse para los dos años anteriores, debiendo calcularse las siguientes razones financieras de rendimiento clave, así como sus tendencias y un análisis comparativo con el promedio de la industria o principales competidores:

1. Utilidad Neta / Activo Total (ROA).
2. Utilidad Neta / Capital Contable (ROE).
3. Utilidad Neta / Ventas Netas.
4. Utilidad Operativa / Intereses Pagados.

También debe identificarse el flujo de ingresos del deudor, la base de gastos del deudor, así como sus ingresos y sus gastos.

Por su parte, el análisis de eficiencia debe considerar las siguientes razones financieras:

1. Rotación de Inventarios
2. Rotación de Cuentas por Cobrar
3. Rotación de Cuentas por Pagar

Calidad y oportunidad de la información:

Analizar si la información cubre los niveles de calidad necesarios así como la facilidad y rapidez con la que se accede a ella para realizar el análisis cuantitativo del riesgo financiero.

La calificación global para este rubro debe ajustarse a los descrito en la siguiente tabla:

GRADO DE RIESGO	DESCRIPCIÓN
A-1	<p>Los elementos cuantitativos del deudor son considerados sólidos. Los impactos positivos en las variables generadoras de flujo son evidentes o esperados. Los flujos de efectivo operativos fácilmente sirven las obligaciones de deuda por un amplio margen.</p> <p>Niveles significativos de efectivo disponible para enfrentar necesidades tanto de corto plazo como de largo plazo con tendencia positiva. El flujo proyectado muestra efectivo ampliamente suficiente para cubrir las necesidades de deuda. Son deudores con un sólido acceso a los mercados de capitales. La rentabilidad es sólida y relevante, mediante un crecimiento estable de los ingresos y utilidades primarias del negocio.</p>
A-2	<p>Los elementos cuantitativos del deudor son considerados sobresalientes y cumplen con los criterios mínimos de suscripción de la Institución. El flujo de efectivo operativo es adecuado, no hay evidencia o existen expectativas de impactos positivos o negativos en las variables primarias generadoras del flujo de efectivo. El flujo proyectado presenta niveles adecuados de efectivo para cubrir las necesidades de deuda. Las razones de liquidez son sólidas. Sus razones de apalancamiento se sitúan muy por debajo del promedio de la industria. La rentabilidad es sólida con tendencia creciente.</p>
B-1	<p>Los elementos cuantitativos del deudor son buenos. Las debilidades en algún elemento son más que compensadas por fortalezas en otros factores, por lo que el riesgo se considera aceptable. Presenta flujo de efectivo operativo en punto de equilibrio constante. La capacidad para cumplir con sus obligaciones de corto plazo es holgada. Presenta liquidez positiva con tendencia constante. Presenta un grado de apalancamiento adecuado, situado por debajo del promedio de la industria. La rentabilidad es sólida con tendencia estable.</p>
B-2	<p>Los elementos cuantitativos del deudor son satisfactorios con debilidades compensadas en la mayoría de los casos por fortalezas de otros elementos. Perspectivas de largo plazo con tendencias estables, debilidades cuantitativas susceptibles de ser corregidas. Presenta flujo de efectivo operativo en punto de equilibrio. El negocio acude de manera inusual a fuentes secundarias de generación de efectivo para enfrentar requerimientos operativos. Presenta liquidez con tendencia constante, la cual cubre obligaciones contractuales. Presenta un grado de apalancamiento situado en el promedio de la industria. La rentabilidad es adecuada con tendencias mixtas.</p>
B-3	<p>Los elementos cuantitativos del deudor son adecuados con ciertas debilidades. Perspectiva de largo plazo con tendencia estable / decreciente. Presenta flujo de efectivo operativo en punto de equilibrio, susceptible de tender a la baja. El negocio acude con cierta periodicidad a fuentes secundarias de generación de efectivo para enfrentar requerimientos operativos y déficit esporádicos. Presenta liquidez adecuada, la cual cubre obligaciones contractuales y déficits esporádicos. Presenta un grado de apalancamiento situado por encima del promedio de la industria. Las obligaciones de deuda representan un porcentaje significativo de la utilidad operativa. La rentabilidad es adecuada con tendencia decreciente.</p>
C-1	<p>Los elementos cuantitativos del deudor son considerados débiles. Problemas en flujo de efectivo, liquidez, apalancamiento y/o rentabilidad claramente identificados que ponen en riesgo la habilidad del deudor para cumplir con sus obligaciones mediante sus fuentes primarias de reembolso. El negocio requiere de un apoyo constante de fuentes secundarias de generación de efectivo para evitar caer en incumplimiento. La futura viabilidad del negocio del deudor está en duda, a menos que ocurran cambios tanto en sus actividades de negocios como en las condiciones de mercado. Sin embargo, permanece una expectativa razonable de mejoría en un período de tiempo bien definido. El deterioro de los elementos cuantitativos es entonces considerado como temporal. La información referente a este aspecto tiene una antigüedad superior a 18 meses o se encuentra incompleta.</p>
C-2	<p>Los elementos cuantitativos del deudor son considerados pobres. Debilidades claramente identificadas en el flujo de efectivo, liquidez, apalancamiento y/o rentabilidad, que ponen en riesgo la capacidad del deudor para enfrentar sus obligaciones de deuda. Se requiere de una necesaria y clara dependencia de fuentes secundarias de reembolso para prevenir un incumplimiento. La viabilidad del negocio es dudosa y se espera se inicien los procedimientos de quiebra o suspensión de pagos. El deterioro en los elementos cuantitativos es entonces considerado permanente. La información referente a este aspecto tiene una antigüedad superior a dos años o se encuentra incompleta.</p>
D	<p>Los elementos cuantitativos del deudor son considerados insatisfactorios. Existen significativas debilidades ya identificadas en el flujo de efectivo, liquidez, apalancamiento, y/o rentabilidad. La viabilidad de la empresa como negocio en marcha es dudosa o el negocio ya dejó de operar. El deudor ya cayó en incumplimiento de pago o está en proceso de dejar de pagar. La información referente a este aspecto tiene una antigüedad superior a tres años o se encuentra incompleta.</p>
E	<p>Los elementos cuantitativos del deudor no existen. El deudor dejó de pagar y no tiene ninguna capacidad de afrontar sus obligaciones contractuales de deuda. El negocio ya no es viable o tiene un valor tan pequeño que el continuar manteniendo el préstamo como un activo bancario ya no es justificable. La información referente a este aspecto tiene una antigüedad superior a cuatro años o es inexistente.</p>

Figura 1.8: Factores Cuantitativos del Riesgo Financiero: Calificación asignable.

Análisis Cualitativo:

El objetivo consiste en identificar la capacidad de la administración para conducir un negocio rentable, con controles apropiados y un adecuado apoyo por parte de los accionistas.

Factores a evaluar en el Análisis Cualitativo:

Competencia de la Administración:

La competencia de la administración se determinará en primera instancia mediante un historial exitoso, en términos de la rentabilidad y manejo prudente de la operación de los negocios.

Para la evaluación de esta área, las instituciones deberán prestar atención a la capacidad de la administración para desarrollar y cumplir con sus expectativas presupuestales, para establecer controles internos adecuados, así como para adaptarse a cambios externos e internos.

Estructura Organizacional:

Se determina si la estructura favorece o no a la operación exitosa de dicha empresa. Para el caso de firmas corporativas, las instituciones podrán referirse al código de mejores prácticas corporativas emitido por el comité de mejores prácticas corporativas.

En las estructuras que tiene una compañía controladora deberá hacerse una evaluación del nivel de interacción de la empresa con las afiliadas/subsidiarias. Esto es importante para evaluar si el deudor puede operar por sí mismo o si depende de una afiliada/subsidiaria para competir exitosamente en el mercado. Si se determina que el deudor se basa en gran medida en el apoyo de una afiliada/subsidiaria, es importante que las operaciones crediticias reflejen una estructuración de forma tal que se muestre esa dependencia.

La evaluación de la estructura organizacional de una empresa deberá permitir a las instituciones tener un alto grado de confianza sobre si la estructura le facilita al deudor la operación de sus negocios. Si la estructura es vista como disuasiva, es decir, que limita el éxito de las actividades de negocios, entonces este factor deberá considerarse como negativo al momento de asignar una calificación respecto al riesgo financiero.

Composición de la tenencia accionaria:

Las instituciones deberán evaluar la composición de la tenencia accionaria con el fin de conocer la propensión al riesgo de la empresa en la toma de decisiones.

Al evaluar la representación de los accionistas, las instituciones deberán determinar si la capacidad de la empresa se ve fortalecida o debilitada por las decisiones tomadas.

La calidad cualitativa se verá reflejada en una calificación de acuerdo a la tabla mostrada en la figura 1.9

GRADO DE RIESGO	DESCRIPCIÓN
A-1	Los elementos cualitativos del deudor se consideran sólidos. La administración tiene una amplia experiencia en administrar la empresa de una manera rentable, segura y sólida. La estructura organizacional está alineada con los objetivos del negocio y el entorno de control interno es sólido. Los accionistas respaldan a los directivos y tienen fuertes expectativas de que continuarán obteniendo sólidos resultados financieros.
A-2	Los elementos cualitativos del deudor son considerados sobresalientes y cumplen con los criterios mínimos de suscripción de riesgos. La administración ha demostrado una capacidad muy satisfactoria para operar el negocio de una manera rentable y eficiente. La estructura organizacional está bien diseñada para los objetivos del negocio. Los accionistas apoyan las iniciativas de los directivos.
B-1	Los elementos cualitativos del deudor son buenos. Las debilidades en algún elemento son más que compensadas por fortalezas en otros factores, por lo que el riesgo se considera aceptable. Las perspectivas de largo plazo son crecientes y constantes. La administración ha demostrado resultados operativos rentables. El equipo administrativo ha llevado a cabo algunos cambios y se ha embarcado en nuevas iniciativas que han sido acertados. La estructura organizacional se encuentra completamente adecuada con respecto a los actuales objetivos del negocio. Se observan varios cambios organizacionales que han beneficiado la capacidad del deudor para operar y entregar sus productos de forma coordinada y eficiente. Los accionistas básicamente respaldan las iniciativas de los directivos.
B-2	Los elementos cualitativos del deudor son satisfactorios con debilidades compensadas en la mayoría de los casos por fortalezas de otros elementos. Las perspectivas de largo plazo son constantes. La administración ha demostrado resultados operativos positivos. El equipo administrativo ha llevado a cabo algunos cambios y se ha embarcado en nuevas iniciativas que han sido aceptables. La estructura organizacional se encuentra consistente con respecto a los actuales objetivos del negocio. Se observan varios cambios organizacionales que han mantenido la capacidad del deudor para operar y entregar sus productos de forma coordinada y eficiente. Esporádicamente los accionistas hacen cuestionamientos a alguna iniciativa de la administración.
B-3	Los elementos cualitativos del deudor son adecuados con ciertas debilidades. Las perspectivas de largo plazo presentan tendencias estables / decrecientes. Los resultados operativos alcanzados por la administración han sido adecuados. El equipo administrativo ha llevado a cabo cambios y se ha embarcado en nuevas iniciativas que han fructificado en algunos casos. La estructura organizacional se encuentra de alguna manera inconsistente con respecto a los actuales objetivos del negocio. Se observan varios cambios organizacionales que han tenido ciertos impactos en la capacidad del deudor para operar y entregar sus productos de forma coordinada y eficiente. Los accionistas cuestionan algunas iniciativas, estrategias y la forma de implementarlas en la administración. No se ha evidenciado una abierta oposición de los accionistas.
C-1	Los elementos cualitativos del deudor son considerados débiles. Problemas de competencia de la administración, estructura organizacional o composición de los accionistas claramente identificados que ponen en riesgo la capacidad del deudor para generar suficiente y sostenido flujo de efectivo para afrontar sus obligaciones de deuda. La viabilidad futura del negocio del deudor está en duda al menos que ocurran cambios en la administración y dirección. Sin embargo, permanece una expectativa razonable de mejoría en un período de tiempo bien definido. El deterioro en los elementos cualitativos es, por lo tanto, considerado como temporal.
C-2	Los elementos cualitativos del deudor son considerados pobres. Las debilidades claramente identificadas en la calidad de la administración, estructura organizacional y/o composición de los accionistas ponen en alto riesgo la capacidad del deudor para generar un flujo de efectivo sostenible para enfrentar sus obligaciones de deuda. Los problemas en la dirección de la administración han resultado en la dependencia, por parte del deudor, de fuentes secundarias de reembolso para evitar caer en incumplimientos. La viabilidad del negocio está en duda si no suceden significativas reestructuras en la administración y en la dirección del negocio. El deterioro en los elementos cualitativos es, por lo tanto, considerado como permanente.
D	Los elementos cualitativos del deudor tienen las características descritas en C-2.
E	Los elementos cualitativos del deudor tienen las características descritas en C-2.

Figura 1.9: Factores Cualitativos del Riesgo Financiero: Calificación asignable.

RIESGO INDUSTRIA

El objetivo de este aspecto es evaluar los principales factores que tienen un impacto en la industria primaria económica en la que participa el deudor, que finalmente influirá en la capacidad financiera y fortaleza del deudor. Con el fin de proceder a un ajuste por riesgo industria dentro de la calificación del deudor, la evaluación de este aspecto deberá soportarse con un análisis sectorial realizado por una entidad externa al calificador respectivo, debiendo realizarse conforme a las políticas de la institución de que se trate.

Factores a evaluar:

Tipo de industria o industrias en que participa el deudor

Se analiza el ambiente predominante de la industria en la que se desarrolla el acreditado. Este análisis se deberá centrarse en las características estructurales de la industria.

Prospectos para el crecimiento, estabilidad y/o declinación de la industria:

Se analiza la tendencia que sigue la industria en el momento en que se realiza la asignación de una calificación para este rubro.

Cambios en la tecnología, regulación y/o a la inestabilidad laboral y/o cambios fiscales

Se evalúa el nivel de susceptibilidad de la industria ante posibles cambios en la tecnología, la regulación y/o inestabilidad laboral, así como los cambios fiscales.

Factores de mercado

Analizar diversos factores del ambiente competitivo, identificando a los competidores clave, la participación en el mercado, la forma en que se asignan los precios y las condiciones en el mercado, las barreras de entrada y de salida, y la dependencia de proveedores y/o vendedores para la producción de los bienes.

Desempeño de la industria

Calcular las razones financieras promedio que son claves para visualizar el desempeño de la industria, incluyendo el análisis de las utilidades respecto a los principales competidores, así como el apalancamiento, los requerimientos de capital, la liquidez, el flujo de efectivo, los gastos y el costo de los bienes vendidos. Asimismo, deberán evaluarse las tendencias y la volatilidad de cada una de estas razones financieras clave.

Cambios en condiciones macroeconómicas

Determinar el impacto potencial que tendrán en la industria, los cambios en las condiciones macroeconómicas (movimientos en las tasas de interés, la inflación, el tipo de cambio, tratados comerciales, etc.)

Cambios políticos y/o sociales

Determinar el impacto potencial en la industria ante cambios de carácter político y las condiciones sociales prevaletentes.

Calidad y oportunidad de la información

Analizar si la información cubre los niveles de calidad necesarios así como la facilidad y rapidez con la que se accede a ella para realizar el análisis del riesgo industria.

Al evaluar estos factores se determinará una calificación para este rubro de acuerdo a la tabla mostrada en la figura 1.10

GRADO DE RIESGO	DESCRIPCIÓN
A-1	La evaluación de la industria es sólida. Las características de la industria reflejan crecimiento y desempeño estables, sus indicadores financieros clave son crecientes y con poca sensibilidad o claros beneficios ante los cambios en la tecnología; así como, riesgo mínimo ante modificaciones en las regulaciones y leyes fiscales, en el empleo, en la macroeconomía y en la política.
A-2	La evaluación de la industria es sobresaliente. Las características de la industria no reflejan algún impedimento para el crecimiento. Los indicadores financieros clave permanecen satisfactorios y reflejan tendencias positivas y estables. Los impactos tecnológicos permanecen insignificantes para el bienestar de la industria y los cambios en la regulación y leyes fiscales, la plantilla laboral se considera estable. La industria es más susceptible a cambios en la política macroeconómica y cambios políticos, pero el entorno actual es satisfactorio.
B-1	La evaluación de la industria es buena. Las características de la industria reflejan estabilidad en crecimiento y en los indicadores financieros clave, los márgenes de utilidad y la competitividad. La industria es considerada poco susceptible a cambios en la tecnología, la regulación, leyes fiscales y situación laboral. La situación tiene sólo impactos limitados en la condición de la industria. Cambios en la política macroeconómica tendrán impacto mínimo en el bienestar de la industria. Potenciales cambios políticos también causarán cierto cambio en la volatilidad de largo plazo de la industria.
B-2	La evaluación de la industria es satisfactoria. Las características de la industria reflejan tendencias mixtas en crecimiento y en los indicadores financieros clave, los márgenes de utilidad y la competitividad. La industria es considerada con cierto grado de sensibilidad a los cambios en la tecnología y en la regulación y leyes fiscales. La situación laboral es considerada poco sensible. Cambios en la política macroeconómica tendrán algún impacto indirecto en el bienestar de la industria. Potenciales cambios políticos también causarán cierto impacto indirecto en la volatilidad de largo plazo de la industria.
B-3	La evaluación de la industria es adecuada, con ciertas debilidades identificadas en crecimiento y en los indicadores financieros clave, los márgenes de utilidad y la competitividad. La industria es considerada sensible a cambios en la tecnología y en la regulación y leyes fiscales. La situación laboral es considerada sensible. Cambios en la política macroeconómica tendrán un impacto directo en el bienestar de la industria. Potenciales cambios políticos también causarán impacto directo en la volatilidad de la industria. Sin embargo, las debilidades de la industria se pueden corregir sin mayores problemas en un corto plazo.
C-1	La evaluación de la industria es inadecuada. Las características de la industria reflejan debilidades significativas en crecimiento y los indicadores financieros clave, márgenes de utilidad y la competitividad. La industria enfrenta severos trastornos por los cambios tecnológicos, regulatorios, macroeconómicos, laborales, políticos y leyes fiscales. La volatilidad de largo plazo de la industria se considera dependiente del desarrollo de condiciones favorables para las características previamente identificadas. Expectativas razonables de mejoramiento en un periodo de tiempo justo y definido. El deterioro en los elementos de la industria es por lo tanto considerado como temporal.
C-2	La evaluación de la industria es insatisfactoria. Las características reflejan debilidades importantes en las perspectivas de crecimiento y en los indicadores financieros clave, los márgenes de utilidad y la competitividad. Se registran inestabilidades extremas en la industria basadas en cambios tecnológicos, regulaciones, fiscales y laborales. El ambiente competitivo es intensivo entre múltiples competidores peleando por una limitada demanda o características monopolísticas con barreras de entrada al mercado extremadamente altas. La viabilidad de largo plazo de la industria depende de cambios estructurales en proceso. Existe una significativa incertidumbre respecto a las perspectivas de mejoras en un período razonable de tiempo. Los elementos de deterioro en la industria son, por lo tanto, considerados como permanentes. La información referente a este aspecto tiene una antigüedad superior a dos años o se encuentra incompleta.
D	La evaluación de la industria comparte las mismas características que en C-2, e incluye confirmaciones adicionales de que las debilidades de la industria son consideradas permanentes. La información referente a este aspecto tiene una antigüedad superior a tres años o se encuentra incompleta.
E	La situación económica de la industria hace poco probable que se cubran las obligaciones de deuda de los participantes de dicha industria. La información referente a este aspecto tiene una antigüedad superior a cuatro años o es inexistente.

Figura 1.10: Riesgo Industria: Calificación asignable.

EXPERIENCIA DE PAGO

El objetivo de este aspecto es evaluar el desempeño de pago del deudor en los últimos doce meses. Esta evaluación deberá basarse en todos los adeudos que sean relevantes para la empresa acreditada, considerando como tales, aquellos cuyo valor represente al menos el 95 % de los pasivos reportados a las sociedades de información crediticia.

Factores a evaluar:

Historial de pagos

Calidad y oportunidad de la información

Analizar si la información cubre los niveles de calidad necesarios así como la facilidad y rapidez con la que se accede a ella para realizar el análisis relativo a la experiencia de pago.

Estos factores se verán reflejados en la calidad de cada acreditado de acuerdo a la siguiente tabla:

GRADO DE RIESGO	DESCRIPCIÓN
A-1	El desempeño de pago del deudor es considerado sólido, por lo que se presentan cuentas vigentes con la Institución y otros acreedores.
A-2	El desempeño de pago del deudor es sobresaliente. Se presenta una cuenta con incumplimientos entre 1 y 14 días. Las cuentas del deudor con la Institución se consideran vigentes y al corriente.
B-1	El desempeño de pago del deudor es bueno. Se presenta una cuenta con incumplimientos entre 15 y 29 días. En el desempeño de pago en los últimos doce meses sólo se han reconocido algunos pagos tardíos que fueron cubiertos inmediatamente por el deudor. Las cuentas del deudor se consideran vigentes y al corriente, ya que los retrasos han sido ocasionales.
B-2	El desempeño de pago del deudor es satisfactorio. Se presenta una cuenta con incumplimientos entre 30 y 44 días.
B-3	El desempeño de pago del deudor es adecuado, sin embargo, habitualmente es tardío. Se presenta una cuenta con incumplimientos entre 45 y 59 días.
C-1	El desempeño de pago del deudor es débil. Se presenta una cuenta con incumplimientos entre 60 y 89 días. La información referente a este aspecto tiene una antigüedad superior a un año o se encuentra incompleta.
C-2	El desempeño de pago del deudor es considerado como insatisfactorio. Se presenta un crédito vencido en términos de la normatividad contable aplicable. El crédito se encuentra vencido con un plazo de entre 90 y 179 días (para el caso de créditos con pago único al vencimiento, se tienen días vencidos por 30-179 días). La información referente a este aspecto tiene una antigüedad superior a dos años o se encuentra incompleta.
D	Esta definición es la misma que para C-2, sólo que el crédito se considera como una cuenta vencida entre 180 y 365 días. La información referente a este aspecto tiene una antigüedad superior a tres años o se encuentra incompleta.
E	Esta definición es la misma que para C-2, sólo que el crédito se considera como una cuenta vencida por más de 365 días. La información referente a este aspecto es inexistente.

Figura 1.11: Experiencia de Pago: Calificación asignable.

METODOLOGÍAS INTERNAS

La Circular Única de Bancos en su anexo 26 establece los requisitos para autorizar metodologías de calificación internas, definiciones, criterios y requisitos que deberán conservarse a fin de obtener autorización para calificar cartera crediticia comercial utilizando una metodología que se base en probabilidades de incumplimiento. La metodología propuesta por la institución bancaria deberá ser consistente con aquéllas utilizadas en las diversas funciones de la institución, como la aprobación de crédito, la administración de riesgos, la asignación de capital económico, entre otras.

Los factores mínimos que deberán considerarse para obtener la calificación deudor son:

1. Las condiciones que inciden en el entorno del deudor.

2. Las condiciones financieras que inciden sobre la capacidad de pago del deudor incorporando un análisis exhaustivo de la liquidez, el apalancamiento, la rentabilidad y primordialmente el flujo de efectivo generado para el pago del servicio de la deuda.
3. La experiencia de pago del deudor en el cumplimiento de sus obligaciones crediticias con la institución y demás acreedores.
4. Un período de un año como horizonte de tiempo para la estimación de las probabilidades de incumplimiento. Se podrán utilizar períodos distintos en la estimación, dependiendo de la naturaleza y circunstancias de cada operación, lo cual en su caso, deberá quedar documentado.
5. La calidad, oportunidad y actualidad de la información presentada por el deudor y mantenida en el expediente respectivo por parte de la institución.

En el presente trabajo, uno de los principales objetivos es buscar la adopción de un modelo con criterios técnicos sólidos que minimicen los elementos subjetivos de evaluación; este modelo deberá contar con al menos ocho niveles de riesgo para estratificar los créditos cumplidos, así como con una categoría más para los créditos que presenten incumplimiento, también deberá integrar definiciones específicas para las calificaciones, procesos y criterios que permitan asignar grados de riesgos incorporados al sistema de calificación. El modelo propuesto se sustentará con una descripción teórica documental, así como con bases matemáticas y empíricas que faciliten la asignación de grados de riesgo.

Una vez aprobada la metodología propuesta deberá realizarse un seguimiento de los resultados obtenidos así como un estimado de la volatilidad asociada a las probabilidades de incumplimiento. Dicha volatilidad deberá reflejar el grado de incertidumbre en la predicción de los resultados.

Conforme a lo estipulado en el segundo Acuerdo de Basilea se permite elegir a las instituciones bancarias entre dos metodologías para calcular sus requerimientos de capital por riesgo de crédito:

1. Método Estándar (BIS)
2. Método Basado en Calificaciones Internas (IRB)

Método Estándar (BIS)

Se sirve de evaluaciones externas del crédito y con base en éstas se establece el nivel de capital mínimo requerido por la institución bancaria.

Método Basado en Calificaciones Internas (IRB)

Bajo este método las instituciones bancarias pueden utilizar sus propias estimaciones de los componentes del riesgo: probabilidad de incumplimiento (PD); pérdida en caso de incumplimiento (LGD); exposición al riesgo de crédito (EAD); y ajuste por plazo de maduración (M). Este método permite su aplicación en dos variantes:

1. Método IRB Básico.- En este método las instituciones bancarias proporcionan únicamente sus propias estimaciones de la PD, y utilizan las estimaciones del supervisor o del BIS para LGD, EAD y M.
2. Método IRB Avanzado.- Bajo este método las instituciones bancarias proporcionan sus propias estimaciones de PD, LGD, EAD y M.

Capítulo 2

Medición del Riesgo de Crédito

2.1. Introducción

A lo largo de este capítulo se mencionarán los conceptos fundamentales para realizar una correcta medición del riesgo de crédito de una cartera comercial, dichos conceptos irán acompañados de los sustentos matemáticos que los avalan a fin de profundizar en su entendimiento y así evitar caer en inconsistencias en los resultados obtenidos una vez que se haya procesado toda la información de la que dispondremos.

2.2. Exposure at Default

Nos referiremos al EAD como el monto de dinero al cuál se encuentra expuesta una institución bancaria una vez que se ha otorgado un crédito, debe entenderse como la suma del principal más los intereses que devenga la operación de cada uno de los créditos que componen nuestra cartera en un tiempo t . En general el EAD está conformado por dos partes, *outstandings* (saldos pendientes por pagar) y *commitments* (compromisos de la institución bancaria).

La primera parte debe entenderse como la porción de la exposición que realmente ha sido utilizada por el acreditado. En el momento en que éste caiga en incumplimiento, el banco estará expuesto al monto total de los *outstandings*. A su vez, los *commitments* se dividen en dos porciones más, la que se ha sido utilizada y la que está pendiente de ser utilizada por el acreditado un instante antes de que se caiga en incumplimiento, a ésta última porción la conoceremos como *unused commitments*. Sólo el monto utilizado de los *commitments* contribuirá a la pérdida del crédito. Podemos decir entonces que el monto total de los *commitments* será la exposición que el banco está obligado a prestarle a un acreditado en el caso en que éste utilice la totalidad de su préstamo ya que un acreditado tiene el derecho más no la obligación de utilizar la totalidad del monto autorizado en su crédito. Se define entonces al EAD como:

$$\text{EAD} = x + \alpha * y$$

donde

$$x = \text{Outstandings}, y = \text{Unused Commitments}$$

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

El parámetro α define la porción de *unused commitments* que se espera que sea utilizada antes del incumplimiento. Siendo más precisos el factor α es la esperanza de la variable aleatoria

que determina la utilización del remanente entre el monto autorizado y lo que realmente se ha dispuesto. La importancia de este factor radica en la asimetría de la información, es decir, dado un estado de la economía, un acreditado x tendrá una ventaja en información que el banco conocerá con un retraso de tiempo t , de esta forma el acreditado puede decidir si utilizará una parte del remanente en su línea autorizada antes de decidir caer en incumplimiento. De ahí la necesidad de utilizar un modelo estocástico para determinar el monto expuesto de un acreditado en un tiempo t .

En la práctica, a fin de realizar cuadros contables se ha optado por simplemente considerar al monto expuesto como la suma de capital e intereses (vigentes y vencidos), esto permite manejar con transparencia las cifras que se verán reflejadas en los estados financieros de la institución bancaria.

2.3. Probabilidad de Incumplimiento

El concepto fundamental por excelencia para realizar mediciones relativas al riesgo de crédito es la *Probabilidad de Incumplimiento de los deudores*. Este concepto es la piedra angular en la medición de riesgo de crédito individual y por ende de toda una cartera. Sin embargo, para determinar que un cliente cae en incumplimiento, previamente se le debe catalogar como cliente moroso.

Se define *morosidad* como el evento en el que el acreditado deja de pagar capital e intereses hasta por 90 días, cuando se sobrepasa este límite de tiempo se dice que el acreditado ha caído en incumplimiento; de esta forma definimos la probabilidad de default o de incumplimiento como el evento en el que el acreditado incurre en más de tres mensualidades atrasadas (más de 90 días).

La definición antes mencionada tiene su origen en la siguiente razón financiera:

$$Debt\ to\ Income = Deuda\ Mensual / Ingresos\ Mensuales$$

Usualmente este indicador toma un valor por arriba del 30 %, de esta forma cuando un acreditado cumpla más de 3 mensualidades atrasadas tendrá una deuda que superará sus ingresos haciendo que la probabilidad de incumplimiento aumente considerablemente.

La probabilidad de default permite cuantificar el posible incumplimiento de las obligaciones de la contraparte en un periodo de tiempo determinado. Para una empresa la probabilidad de incumplimiento puede estimarse a partir de los precios de los bonos que emite al comparar un bono libre de riesgo de las mismas características que el bono corporativo. El punto realmente importante radica en que un bono corporativo ofrece un rendimiento mayor que un bono libre de riesgo debido a que existe la posibilidad de que se lleve a cabo un incumplimiento, de esta forma la sobretasa con respecto al bono libre de riesgo indica la compensación que exige el mercado por asumir el riesgo potencial al incumplimiento. Se tiene entonces que:

$Q(T)$:= Probabilidad de incumplimiento del bono corporativo en el periodo $(0, T)$
 $y(T)$:= Rendimiento de un bono corporativo cupón cero con vencimiento en T años.
 $y^*(T)$:= Rendimiento de un bono cupón cero con tasa libre de riesgo y vencimiento en T años.

Entonces, la pérdida esperada debida al incumplimiento se obtendrá en función al diferencial entre el Valor Presente de cada uno de los bonos:

$$100e^{-y^*(T)T} - 100e^{-y(T)T} = 100(e^{-y^*(T)T} - e^{-y(T)T})$$

Supongamos que en caso de incumplimiento el bono valdrá cero ya que la tasa de recuperación también será cero, si no se incumple se tendrán 100 al final del periodo T con probabilidad $(1-Q(T))$. Al traer a valor presente los pagos esperados con una tasa libre de riesgo se obtiene el valor presente a la tasa libre de riesgo del pago esperado del bono corporativo, mismo que se expresa de la siguiente forma:

$$[0 \times Q(T) + 100 \times (1 - Q(T))]e^{-y^*(T)T} = 100 \times (1 - Q(T))e^{-y^*(T)T}$$

Al igualar este valor presente con el precio del bono hoy se tiene que:

$$100e^{-y^*(T)T} = 100(1 - Q(T))e^{-y^*(T)T}$$

Y despejando $Q(T)$ se tiene que:

$$Q(T) = 1 - e^{-(y(T)-y^*(T))T}$$

Que nos indica cuál es la probabilidad de que el corporativo incumpla con el pago del bono que emitió.

La metodología utilizada para asignar esta probabilidad a un acreditado puede variar, sin embargo tiene sus orígenes en el Modelo de Valuación de activos corporativos propuesto por Robert Merton en 1974. Bajo este modelo se dice que una empresa está en bancarrota cuando el valor de sus pasivos excede al valor de sus activos y por ende caerá en incumplimiento. Dicho de otra forma, la probabilidad de default de una empresa en particular está en función del valor de sus activos y pasivos.

El Modelo de Merton hace dos supuestos básicos que dan por terminado un crédito:

- La empresa liquida el monto pactado dentro del plazo original.
- La empresa se declara insolvente y transfiere sus activos al acreedor.

En la siguiente figura se puede observar como el valor de los activos de una empresa se deteriora conforme avanza el tiempo hasta el momento en que llega a ser inferior al valor de sus pasivos, los cuáles se suponen fijos durante el periodo de análisis.

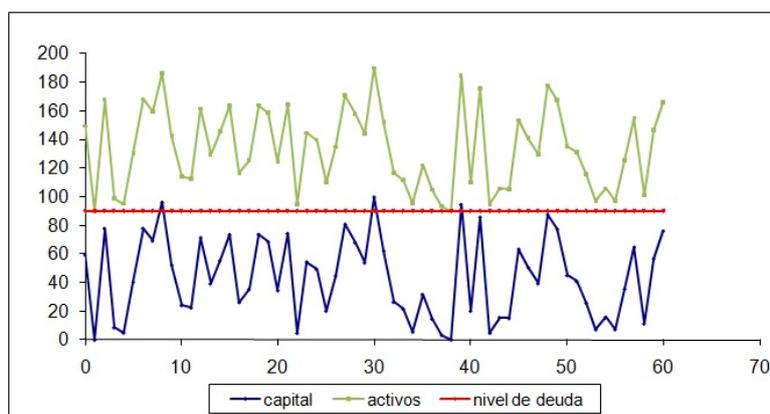


Figura 2.1: Evolución del Capital de una empresa (relación entre activos y pasivos).

Si a través del tiempo, pudiéramos conocer la función de distribución de probabilidad del valor de los activos de una empresa considerando el umbral de pasivos que generarían incumplimiento, seríamos capaces de generar un sistema de calificaciones que reflejara la probabilidad de incumplimiento de los deudores; a este proceso se le denomina *calibración de probabilidades de default o calificaciones ratings*.¹

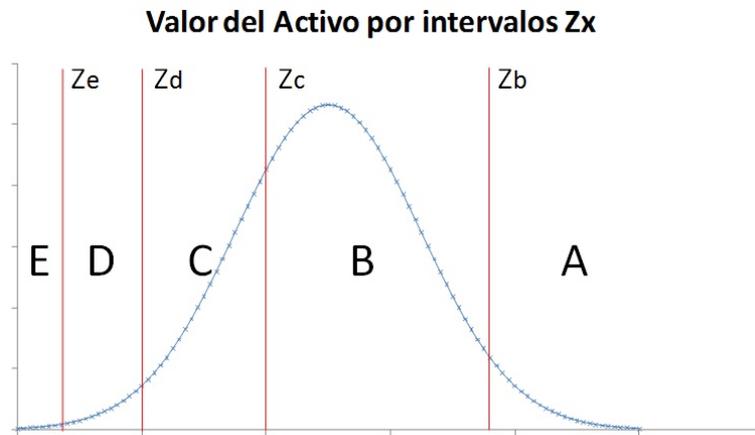


Figura 2.2: Valor del Activo por intervalos Zx.

CreditMetricsTM utiliza un sistema en el cuál se especifican diferentes intervalos del valor de los activos de una empresa, con base en ellos se obtienen las diferentes calificaciones que representen a los diferentes niveles de calidad de los acreditados. De esta manera queda completamente claro que si el valor de los activos cae por debajo de cierto nivel, el acreditado caerá en incumplimiento. El siguiente paso radica en obtener un mapeo entre las calificaciones asignadas y los diferentes intervalos de probabilidades de incumplimiento que pudieran llegar a obtenerse, una vez hecho este mapeo se tiene lista una correspondencia entre la calidad de un acreditado y su probabilidad de incumplimiento.

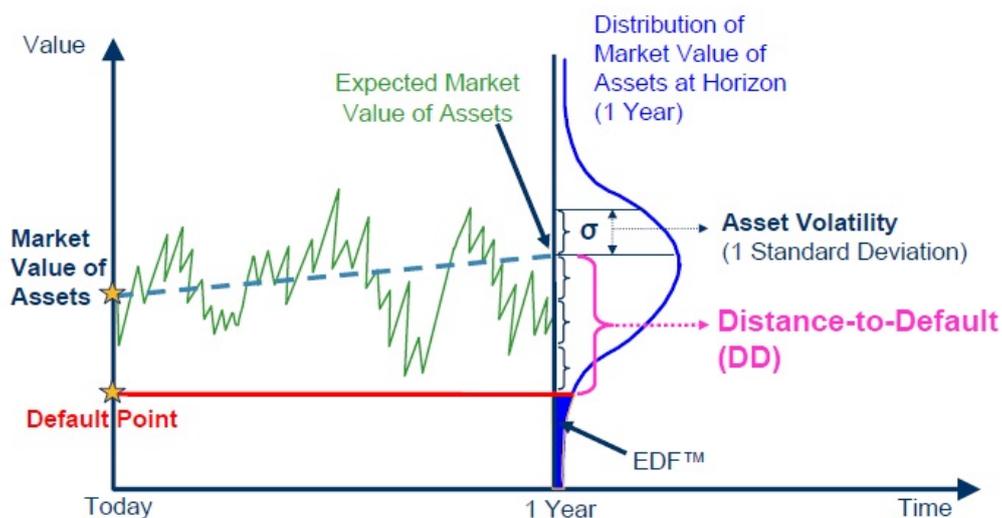


Figura 2.3: Relación entre activos, pasivos y probabilidad de incumplimiento.

¹An Introduction to Credit Risk Modeling, Bluhm, Christian et al, Chapman & Hall/CRC Financial Mathematics Series, p 772.

En la figura anterior se observa la distribución del valor de los activos de un acreditado y las calificaciones que se asignan dependiendo del umbral de los pasivos y el nivel de los activos conforme transcurre el tiempo, también podemos observar que si un deudor se encuentra calificado en C, la probabilidad de caer en incumplimiento es mucho mayor que la de llegar a obtener una calificación A, justo aquí podemos aplicar el concepto de probabilidad de transición de un nivel de calidad a otro en un periodo de tiempo determinado,

Hasta ahora hemos revisado intuitivamente la relación entre las posibles calificaciones de un acreditado y su probabilidad de caer en default, sin embargo, es necesario precisar la manera en la que se lleva a cabo la asignación de una probabilidad de default a una calificación en particular. Una vez que se hayan definido puntualmente las probabilidades de default presentes en una cartera se describirá la manera en que se construyen las matrices de transición de dichas probabilidades con base en datos históricos para conocer cuál podría ser el comportamiento futuro de la cartera analizada.

Como se mencionó anteriormente, definimos como *calibración* al proceso de asignar una probabilidad de default a una calificación, el resultado de este proceso es un mapeo entre el conjunto de las probabilidades de transición y el conjunto de las calificaciones. El mapeo puede expresarse como sigue:

$$\begin{aligned} \text{Rating}(R) &\rightarrow PD(R) \\ \text{ejemplo:} \\ AAA, AA, \dots, E &\rightarrow [0, 1] \end{aligned}$$

tal que para toda R le sea asignada una probabilidad de default $PD(R)$

En enero 2000, la compañía Moody's Investors Service publicó un estudio en el que se presentan las frecuencias históricas de incumplimiento de diversos bonos en diversos años², en particular nos enfocaremos al periodo comprendido entre 1983 y el año 2000. Es importante mencionar que la escala de calificaciones de Moody's es generada por una partición más fina que la presentada por CreditMetricsTM en 1997, esta situación provoca que la calificación Aaa sea calibrada con una probabilidad de default de 2 puntos base, tal que en promedio caiga en default 2 veces en 10,000 años. Esto nos haría pensar que los bonos calificados como Aaa están libres de riesgo, sin embargo, esto no es del todo cierto, por lo que tendrá que buscarse una alternativa para asignar una probabilidad de default pequeña y positiva, para ello se llevará a cabo el proceso de calibración.

Este proceso consiste de tres pasos:

1. Se denotará por $h_i(R)$ a la frecuencia histórica de incumplimientos de la calificación R en el año i , donde i va de 1983 hasta 2000, de esta forma según la tabla anexa $h_{1993}(Ba3) = 0,75\%$. Podemos entonces obtener la media y la desviación estándar muestrales de las frecuencias históricas antes descritas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} m(R) &= \left(\frac{1}{18} \sum_{i=1983}^{2000} h_i(R) \right) \\ &\text{y} \\ s(R) &= \sqrt{\frac{1}{17} \sum_{i=1983}^{2000} (h_i(R) - m(R))^2} \end{aligned}$$

²Historical Default Rates of Corporate Bonds Issuers, 1920-1999.

Como una primera aproximación, $m(R)$ nos da una idea de cuál será la probabilidad de incumplimiento que se le asignará a la calificación R , sin embargo, es necesario considerar la desviación estándar $s(R)$ para generar el efecto de volatilidad implícita en los errores que pudieran haberse presentado al realizar las mediciones que alimentan la tabla anexa. Para muchos casos la $m(R)$ y la $s(R)$ no pueden obtenerse debido a la presencia de ceros que impiden proseguir con los cálculos, no obstante, las calificaciones asociadas no pueden tener una probabilidad de incumplimiento de cero absoluto, es por ello que se decidió incorporar la leyenda *not observed* en dichos casos.

2. En este paso se grafican los valores de $m(R)$ en un sistema de coordenadas donde las abscisas están dadas por la gama de calificaciones $R = \{Aaa, Aa1, Aa2, \dots, B3\}$ representadas por los número $1, 2, \dots, 16$, podemos entonces observar que dichas frecuencias crecen exponencialmente conforme calidad crediticia disminuye.

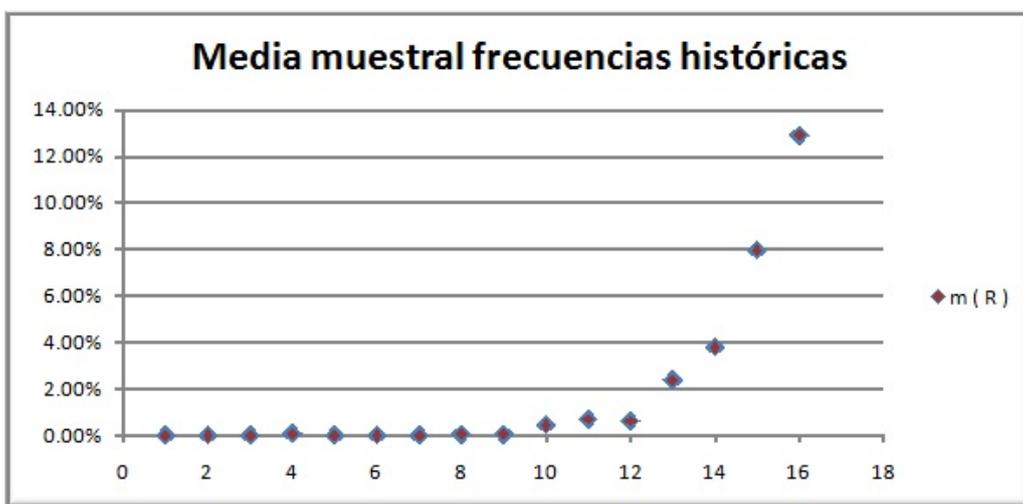


Figura 2.4: Medias muestrales sin ajustar.

Realizando un cambio de escala a *logarítmica* y usando teoría de regresión podremos ajustar las medias de las frecuencias de incumplimiento con la siguiente función exponencial:

$$PD(x) = 0.00003e^{0.5075x}$$

donde $x = 1, \dots, 16$

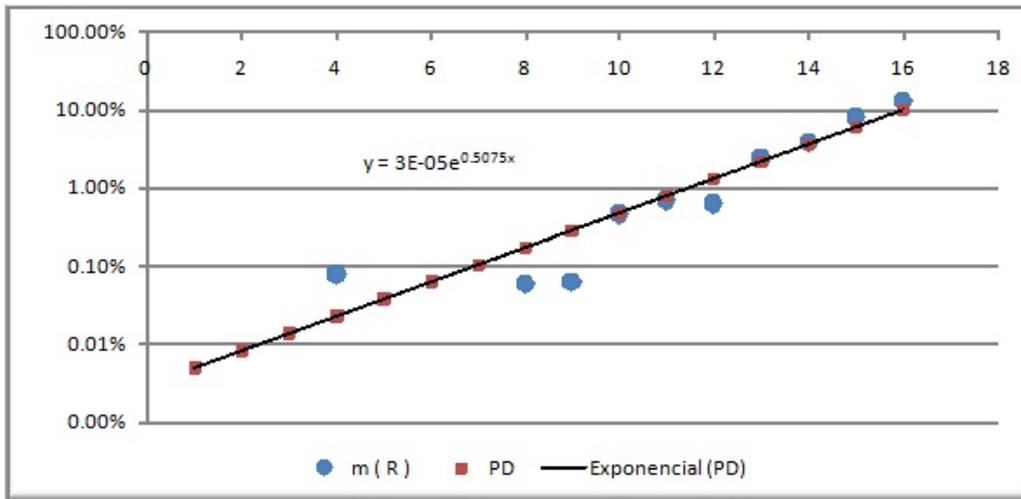


Figura 2.5: Ajuste exponencial para probabilidad de incumplimiento.

- Utilizando la función que estima las probabilidades de default podemos asignar una probabilidad para cada una de las calificaciones haciendo así que inclusive aquellas calificaciones que no tenían medias ni desviaciones estándar observadas tengan una probabilidad de incumplimiento positiva asignada.

Análogamente, podemos hacer referencia al artículo³ utilizado por el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea⁴ para la determinación del capital requerido por el concepto de riesgo de crédito en el rubro de Calificaciones Internas (IRB). En el mismo documento también se hace referencia al nivel de los activos y al nivel de las obligaciones de un acreditado en particular a fin de conocer su probabilidad de incumplimiento. Para analizar este comportamiento nos remitiremos a la figura 2.1 en la cuál se consideran las mismas condiciones mencionadas anteriormente para que un acreditado caiga en incumplimiento, en este caso Vasicek adicionalmente considera las siguientes variables:

Sean

T :=Maturity

B :=Nivel de deuda o de obligaciones por pagar.

A_i :=Valor de los Activos del acreditado i

Entonces el comportamiento de los activos de un acreditado puede expresarse de la siguiente forma:

$$dA_i = \mu_i A_i dt + \sigma_i A_i dx_i$$

donde:

μ_i = media del valor de los activos del acreditado i

σ_i = desviación estándar del valor de los activos del acreditado i

De esta forma, el valor de los activos del acreditado i en el tiempo T , pueden expresarse como:

³O.A. Vasicek. The Distribution of Loan Portfolio Value. Risk, December 2002

⁴Basel Committee on Banking Supervisión Internacional. Converge of capital Measurement and Capital Standards. June, 2006

$$\log A_i(T) = \log A_i + \mu_i T - \frac{1}{2} \sigma_i^2 T + \sigma_i \sqrt{T} X_i$$

Como puede observarse, la expresión anterior esta compuesta por una parte determinísta y otra parte estocástica representada por la variable X_i que sigue una distribución Normal Estándar y que será objeto de nuestro interés ya que implícitamente esta variable contiene el efecto del estado de la economía, lo que nos permite generar escenarios de tensión al considerar que las condiciones económicas son adversas para nuestros acreditados.

De acuerdo al artículo presentado por Vasicek, podemos decir que la probabilidad de incumplimiento del i -ésimo acreditado es:

$$p_i = \mathbb{P}[A_i(T) < B_i] = \mathbb{P}[X_i < c_i] = \phi(c_i)$$

donde:

$$c_i = \frac{\log B_i - \log A_i - \mu_i T + \frac{1}{2} \sigma_i^2 T}{\sigma_i \sqrt{T}}$$

y $\phi(\cdot)$ es la función de distribución acumulada de una normal.

En particular la variable X_i es representada por la siguiente ecuación:

$$X_i = Y \sqrt{\rho_i} + Z_i \sqrt{1 - \rho_i}$$

donde:

ρ_i = Correlación del acreditado i con el estado de la economía a lo largo del ciclo económico.

Y = Estado de la economía (variable aleatoria).

$\sqrt{\rho_i} Y$ = Riesgo sistémico del acreditado i .

Z_i = Variable aleatoria relacionada con el riesgo ideosincrático del acreditado i .

$\sqrt{1 - \rho_i} Z_i$ = Riesgo específico del acreditado i .

Y las variables Y, Z_1, Z_2, \dots, Z_n se distribuyen Normal Estándar y son mutuamente independientes.

Si se obtiene la varianza de X_i ésta puede descomponerse de la siguiente manera:

$$\mathbb{V}(X_i) = \mathbb{V}(Y \sqrt{\rho_i}) + \mathbb{V}(Z_i \sqrt{1 - \rho_i}) = \rho_i + (1 - \rho_i)$$

Al primer término ρ lo llamaremos *coeficiente de determinación* de acuerdo a la teoría de regresión lineal estándar, este coeficiente cuantifica el riesgo sistemático del acreditado de acuerdo a la volatilidad presente en el valor de los activos presente debido a la presencia del factor sistemático Y . Por otra parte, el riesgo residual es cuantificado por la expresión $(1 - \rho)$ y hace referencia al riesgo ideosincrático del acreditado.

Adicionalmente se definen las variables aleatorias L_i sobre el evento de caer o no en incumplimiento, dichas variables siguen una distribución *Bernoulli* y pueden ser expresadas de la siguiente manera:

$$L_i = \begin{cases} 1 & \text{evento de incumplimiento} \\ 0 & \text{evento de no incumplimiento} \end{cases}$$

O alternativamente puede expresarse como la función indicadora $1_{(X_i < c_i)}$, es decir:

$$L_i = \begin{cases} 1 & \text{si } X_i < c_i \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Esta última expresión se vincula con la expresión utilizada por Vasicek para determinar el valor de la probabilidad de incumplimiento del acreditado i expresada por p_i . Como se comentó anteriormente, el acreditado i cae en incumplimiento sí y sólo sí el proceso X_i referente al valor de sus activos cae por debajo de la barrera crítica c_i a la cuál conoceremos con el nombre de *punto de incumplimiento*.

Podemos entonces definir a la variable L como el porcentaje de incumplimiento en toda la cartera y expresarla como:

$$L = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i$$

Por otra parte, si consideramos que la probabilidad de incumplimiento p_i es uniforme para todos los acreditados de una cartera homogénea, entonces se tiene que:

$$p_i = PD = \mathbb{P}[L_i = 1] = \mathbb{P}[X_i < c_i] = \phi(c_i) \\ \text{para toda } i \in \{1, \dots, n\}$$

Donde la última igualdad se obtiene a partir del hecho de que X_i sigue una distribución normal estándar y dado que se tiene una probabilidad de incumplimiento uniforme (PD) entonces la barrera c_i también puede considerarse uniforme, o bien, como una constante c , que tendrá la posibilidad de erigirse como una barrera que aplica para todos los acreditados que conforman a cartera, de esta forma se tiene que:

$$c_i = c = \phi^{-1}(PD)$$

Ahora se puede analizar la probabilidad de incumplimiento de un acreditado o de toda una cartera considerando el efecto del estado de la economía bajo un escenario de stress específico mediante la siguiente expresión:

$$p(Y) = \mathbb{P}(L = 1|Y = y) = \mathbb{P}[(\sqrt{\rho}Y + \sqrt{1-\rho}Z_i) < \phi^{-1}(PD)|Y = y]$$

O alternativamente,

$$p(Y) = \mathbb{P}(L = 1|Y = y) = \phi\left(\frac{\phi^{-1}(PD) - y\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}}\right)$$

donde:

PD = Probabilidad Anual de Incumplimiento como media de largo plazo, la cuál toma en cuenta condiciones económicas desfavorables y cubre un ciclo no inferior a cinco años.

$\phi(\cdot)$ = Función Normal Estándar Acumulativa.

$\phi^{-1}(\cdot)$ = Función Normal Estándar Acumulativa Inversa.

y = Valor del Estado de la Economía.

En particular podemos expresar el valor del Estado de la Economía de la siguiente forma:

$$y = \begin{cases} 0 & \text{se relaciona con la media de largo plazo del estado de la economía} \\ < 0 & \text{se relaciona con un deterioro del estado de la economía} \\ > 0 & \text{se relaciona con una mejora del estado de la economía} \end{cases}$$

De esta forma, podemos analizar la probabilidad de incumplimiento para múltiples simulaciones de la variable aleatoria Y bajo condiciones constantes para ρ y p_i . La figura 2.6 muestra el efecto que tiene el estado de la economía sobre la probabilidad de incumplimiento con $p_i = 3\%$ y $\rho = 20\%$, como se puede observar, una economía en mal estado puede incrementar la probabilidad de incumplimiento desde el orden del 3% hasta niveles del 65% lo cuál impacta directamente sobre el riesgo que una institución financiera asume a la hora de otorgar un crédito. Métricas como ésta son consideradas frecuentemente para la obtención de indicadores de riesgo sobre la cartera de crédito a evaluar.

Siendo aún más específicos podemos decir que si $y = -1$ se tiene un deterioro de una desviación estándar con respecto a la media de largo plazo del estado de la economía. En contraparte, si $y = 1$ se tiene una mejora de una desviación estándar con respecto a la media de largo plazo del estado de la economía.

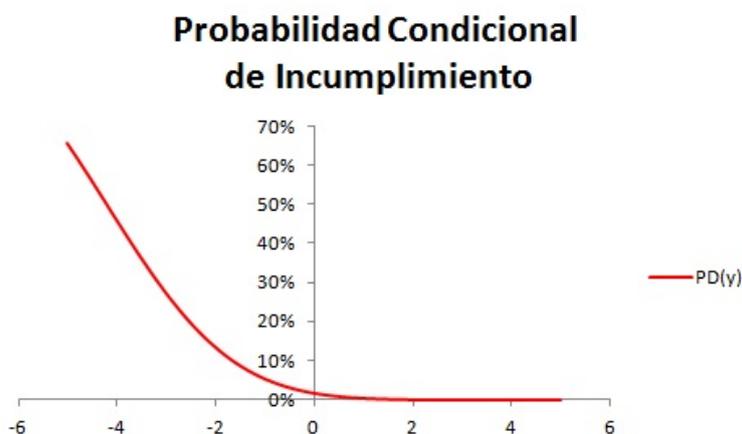


Figura 2.6: Impacto del estado de la economía sobre la PD.

Ampliando nuestro análisis, podemos considerar las realizaciones de cada una de las variables que influyen en el modelo de probabilidad condicional de incumplimiento con probabilidad

de incumplimiento del 6%. Gráficamente podemos observar la probabilidad de incumplimiento condicionada para un portafolio con las siguientes características:

$$PD = 0.16$$

$$\rho \in [0.03, 0.35]$$

$$y \in [-3, 3]$$

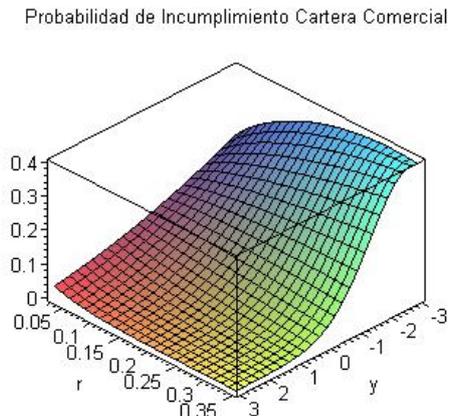


Figura 2.7: Probabilidad de Incumplimiento.

Como es de esperarse, si el estado de la economía se deteriora entonces la probabilidad de incumplimiento aumentará conforme la correlación sea mayor ya que los acreditados interactúan entre sí en una economía debilitada. Por otro lado, si el estado de la economía mejora entonces la probabilidad de incumplimiento disminuirá conforme la correlación sea mayor debido a que una economía fuerte es generada por entidades que también lo son y que generalmente solicitan créditos. Esto no es una regla, sin embargo la experiencia nos muestra que los incumplimientos pueden presentarse en cualquier momento pero se acentúan cuando se está en medio de una recesión tal como lo muestra la siguiente figura:



Figura 2.8: Incumplimientos Banca Múltiple. Fuente CNBV.

Retomando el término $p(Y)$, al cual alternativamente podemos entenderlo como una *PD estresada*, se tiene que las variables L_i son independientes e idénticamente distribuidas con una varianza finita con lo cuál se tiene que:

$$\mathbb{P}(L \leq x) = \mathbb{P}(p(Y) \leq x)$$

Es decir, se desea observar la probabilidad de que el porcentaje de incumplimiento de toda la cartera L sea menor que el umbral x misma que es equivalente a medir la probabilidad de que la *PD estresada* sea menor que el mismo umbral x . Esta expresión puede reescribirse como:

$$\mathbb{P}(p(Y) \leq x) = \mathbb{P}(p(Y) \geq p^{-1}(x)) = \mathbb{N}(-p^{-1}(x))$$

La función de distribución acumulada de las pérdidas en un portafolio con un número grande de préstamos se puede expresar de la siguiente forma:

$$\mathbb{P}(L \leq x) = \mathbb{N}\left(\frac{\sqrt{1-\rho}\mathbb{N}^{-1}(x)-\mathbb{N}^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}}\right)$$

Esta expresión es válida para portafolios que contengan un número alto de créditos donde cada uno de ellos aporte el mismo nivel de riesgo a la cartera, es decir, se busca que ninguno o algunos de los créditos sean mucho más grandes que el resto, así no existirá un nivel de concentración alto dentro del portafolio. La expresión anterior es válida inclusive para portafolios compuestos por créditos con diferentes pesos para cada uno donde la pérdida total de un portafolio de n créditos se expresa de la siguiente forma:

$$L = \sum_{i=1}^n w_i L_i$$

donde los pesos de cada crédito se expresan por:
 w_1, w_2, \dots, w_n con $\sum w_i = 1$ y $\sum_{i=1}^n w_i^2 \rightarrow 0$.

2.4. Construcción de Matrices de Transición

Después de analizar los métodos para obtener la probabilidad de incumplimiento para cada uno de los acreditados y asignarle una categoría de riesgo, es natural preguntarse cuál es la probabilidad de que un acreditado migre de su categoría de riesgo actual a una categoría diferente o incluso cuál es la probabilidad de que se mantenga en dicha categoría a lo largo de un horizonte de tiempo T , donde T regularmente es un año pero bien podría considerarse un trimestre o un mes. Para responder a esta pregunta es útil construir una *matriz de transición* de acuerdo a la siguiente metodología:

Se consideran N créditos distintos y sus calificaciones en diferentes periodos a partir de los cuáles se construyen las siguientes variables:

Identificador Acreditado	Calificación Periodo 1	Calificación Periodo 2	
1	A	A	→ $X_{AA1}=1$, $X_{A21}=0$ en otro caso
2	B	A	→ $X_{BA2}=1$, $X_{B22}=0$ en otro caso
3	C	D	→ $X_{CD3}=1$, $X_{C23}=0$ en otro caso
⋮	⋮	⋮	⋮
10	B	C	→ $X_{BC10}=1$, $X_{B210}=0$ en otro caso
⋮	⋮	⋮	⋮
N	D	E	→ $X_{DEN}=1$, $X_{D2N}=0$ en otro caso

Figura 2.9: Indicadores de transición.

Se define la variable N_j como el número de créditos vigentes calificados como j en el segundo periodo, de esta forma se tiene que:

$$\sum_j N_A = N$$

En particular N_A está formado por los créditos que iniciaron con calificación en A y que transcurrido un periodo seguían calificados en A y también por aquellos créditos que migraron de otra calificación a A , así puede definirse a la variable N_A como:

$$N_A = S_{AA} + \sum_{i=B}^E S_{iA} = \sum_{i=A}^E S_{iA}$$

donde S_{iA} representa la suma de los créditos que empezaron calificados en i y terminaron en A , así se tiene que:

$$\begin{aligned} S_{AA} &= X_{AA1} + X_{AA2} + \dots + X_{AANA} \\ S_{AB} &= X_{AB1} + X_{AB2} + \dots + X_{ABNB} \\ S_{AC} &= X_{AC1} + X_{AC2} + \dots + X_{ACNC} \\ S_{AD} &= X_{AD1} + X_{AD2} + \dots + X_{ADND} \\ S_{AE} &= X_{AE1} + X_{AE2} + \dots + X_{AENE} \end{aligned}$$

De forma análoga se construyen las variables S_{YZ} con $Y \in \{B, C, D, E\}$ y $Z \in \{A, B, C, D, E\}$

Utilizando dichas variables se construye la matriz de transición bruta del periodo T de la siguiente forma:

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} \left[\begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \\ S_{AA} & S_{AB} & S_{AC} & S_{AD} & S_{AE} \\ S_{BA} & S_{BB} & S_{BC} & S_{BD} & S_{BE} \\ S_{CA} & S_{CB} & S_{CC} & S_{CD} & S_{CE} \\ S_{DA} & S_{DB} & S_{DC} & S_{DD} & S_{DE} \\ S_{EA} & S_{EB} & S_{EC} & S_{ED} & S_{EE} \end{array} \right] \begin{matrix} \longrightarrow N_A \\ \longrightarrow N_B \\ \longrightarrow N_C \\ \longrightarrow N_D \\ \longrightarrow N_E \end{matrix} \end{array}$$

Figura 2.10: Matriz de Transición Bruta.

Si se define la variable P_{ij} que expresa la probabilidad de migración de un crédito para pasar de una calificación i a una calificación j a lo largo del periodo T , puede obtenerse la matriz de probabilidades de transición, así se tiene que:

$$P_{ij} = \frac{S_{ij}}{N_j}$$

Utilizando la metodología anteriormente expuesta así como la escala de calificaciones avalada por la CNBV podemos construir una matriz de transición de acuerdo al algoritmo antes mencionado obteniendo el siguiente resultado:

	A1	A2	B1	B2	B3	C1	C2	D	E
A1	94.1%	6.8%	0.0%	6.7%	2.3%	0.0%	5.3%	2.9%	5.0%
A2	0.5%	88.6%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
B1	0.0%	2.3%	100.00%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
B2	0.9%	0.0%	0.0%	91.1%	1.2%	5.3%	0.0%	0.0%	0.0%
B3	1.2%	2.3%	0.0%	1.1%	90.7%	0.0%	7.0%	5.7%	0.0%
C1	0.7%	0.0%	0.0%	0.0%	1.2%	89.5%	1.8%	0.0%	0.0%
C2	1.4%	0.0%	0.0%	1.1%	3.5%	5.3%	84.2%	2.9%	0.0%
D	0.5%	0.0%	0.0%	0.0%	1.2%	0.0%	1.8%	88.6%	0.0%
E	0.7%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	95.0%

Figura 2.11: Matriz de Transición de calificaciones CNBV.

2.5. Correlación en Basilea II

La implementación de la correlación en el capital regulatorio tiene sus orígenes en los modelos de portafolio CreditMetrics y KMV. En dichos modelos la correlación cuantifica la dependencia lineal entre los acreditados de un portafolio. Básicamente se aplican dos tipos de correlación: Asset Correlation, que cuantifica la dependencia en el proceso de valuación de activos entre los acreditados de una cartera; y Default Correlation, como una medida de dependencia entre eventos de incumplimiento binarios.

De las correlaciones descritas con anterioridad, la más usada y la que tiene mayor impacto es la Asset Correlation, debido a que esta variable sirve como parámetro para realizar el cálculo del RWA y por ende del capital regulatorio. En el primer acuerdo de Basilea se estableció un 8% de RWA como capital regulatorio, mientras en el segundo acuerdo se establece que este capital se determinará en función de: Asset Correlation, LGD, su exposición y la insolvencia crediticia de cada uno de los acreditados de un portafolio; este último punto se ve reflejado en la calificación crediticia emitida por una agencia calificadoras.

La variable correlación usada en el modelo, tiene sus orígenes en el paper de Robert Merton referente a la aproximación de valuación de activos que fue publicado en 1974. Dicho modelo considera sólo un factor: el *estado de la economía* que engloba a todos los riesgos macroeconómicos y sistemáticos. Por su parte el riesgo idiosincrático es totalmente diversificado, a tal grado que deja de considerarse, este hecho tiene sus bases en el supuesto de que cada bucket de calificaciones o una categoría de PD's contiene un número infinito de acreditados, debido a este supuesto se dice que el modelo de valuación de activos de un factor es *infinitamente granular*. El parámetro de correlación $\rho(PD)$ crea una liga entre el incumplimiento de la contraparte con el ambiente macroeconómico en un sólo factor. De esta forma con ρ_1 se tiene que la correlación

de la variable aleatoria del asset value de cualquier acreditado con el factor macroeconómico es de $\sqrt{\rho_1}$ dado que cualquier otro acreditado tiene la misma correlación ρ_1 ⁵.

En muchos casos realizar el análisis de los activos de cada uno de los acreditados, tal como propone Merton, es complicado, de ahí que *The Basel Handbook* de KPMG proponga un método alternativo cuyas bases se encuentran en el valor de los activos o en un proceso de ability-to-pay (capacidad de pago) que compara el nivel de riqueza con el nivel de pasivos, por lo que la única herramienta necesaria es un historial de las tasas de incumplimiento para una categoría de acreditados determinada; lo que hace que este método propuesto sea fácil de implementar para cualquier institución bancaria.

Una de las grandes críticas a Basilea II es que no se da ningún incentivo para que las instituciones bancarias optimicen el perfil de riesgo del portafolio de tal forma que se invierta en diferentes *sectores de riesgo*, esta situación se presenta debido al supuesto de que en Basilea II es aplicable para carteras infinitamente granulares.

Dentro del acuerdo de Basilea II se consideró necesario expresar la correlación de los acreditados a lo largo del ciclo económico⁶ con el estado de la economía, a través de la probabilidad de incumplimiento como se muestra a continuación:

$$\rho(PD) = 0.12 \times \frac{1 - e^{-50 \times PD}}{1 - e^{-50}} + 0.24 \times \left(1 - \frac{1 - e^{-50 \times PD}}{1 - e^{-50}}\right)$$

La expresión anterior es una interpolación logarítmica que depende de la variable PD y que oscila entre valores de 12% y 24%. De esta forma, al considerar que $PD = 0$ se obtiene una correlación del 24% mientras que con una $PD = 1$ la variable ρ toma valores de 12%. A continuación se muestra gráficamente dicha interpolación:

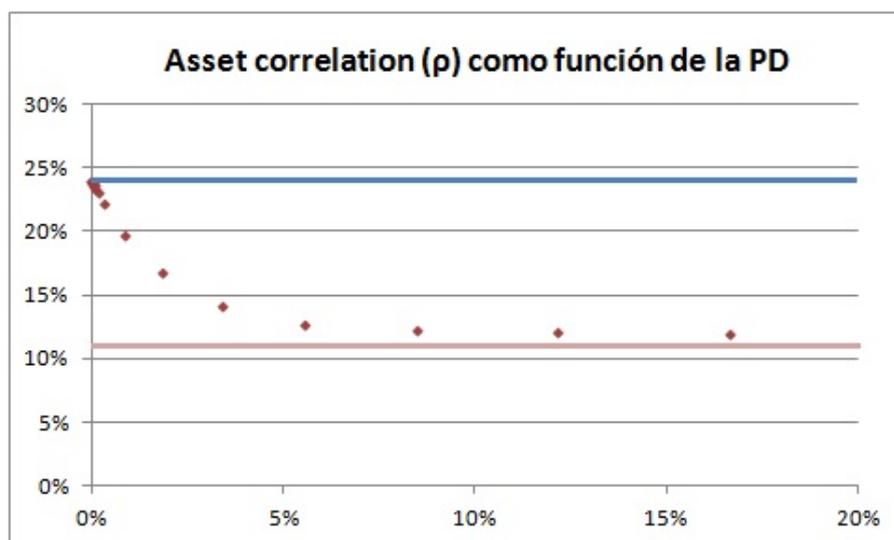


Figura 2.12: Correlación en Basilea II.

⁵Para analizar a detalle la fórmula de la correlación de activos a través de las volatilidades presentes en las tasas de incumplimiento ver Bluhm, Overbeck and Wagner 2003, capítulo 2.

⁶Los ciclos de negocios son un tipo de fluctuación en la actividad económica agregada de las naciones cuya actividad está organizada principalmente en empresas lucrativas: un ciclo consiste en expansiones que tienen lugar en muchas actividades económicas a la vez, seguidas por recesiones, contracciones y recuperaciones, igualmente generales que confluyen en la fase de expansión del ciclo siguiente; la secuencia de cambios es recurrente pero no periódica. En cuanto a la duración de los ciclos de negocios, ésta puede variar de poco más de un año hasta diez o doce años. Cabe señalar que no son divisibles en ciclos más cortos de carácter similar con amplitudes parecidas. A.F. Burns y W.C. Mitchell (1946)

El principal elemento a analizar será el diferencial de las tasas de interés del crédito vigente y del nuevo crédito. La figura 2.13 nos permite analizar el efecto del diferencial de tasas en tres periodos con condiciones distintas:

Primer periodo: Las tasas de interés de los créditos nuevos van disminuyendo respecto a las tasas de créditos anteriores, por este motivo siempre resultará benéfico realizar el prepago del crédito a una tasa de interés menor. Si todos los acreditados tomaran la decisión de realizar el prepago de sus créditos hasta encontrar la tasa más baja, se observaría que al final del primer periodo, todos los créditos serían prepagados con una tasa i_0 .

Segundo periodo: En este nuevo periodo no deberían llevarse a cabo prepagos, ya que al considerar que todos los créditos se encuentran pactados a una tasa i_0 se observa que todas las tasas provenientes del segundo periodo son mayores. Al finalizar este periodo, la tasa de interés se encuentra ubicada en el nivel i_1 .

Tercer periodo: En este periodo se observa que la tasa de interés va decreciendo, realizar prepagos no es benéfico para todos los acreditados. Aquellos créditos pactados a una tasa de interés i_0 y hasta el nivel A (en verde en la figura 2.13), no cuentan con los incentivos necesarios para realizar un prepago. Sin embargo, aquellos créditos que fueron contratados durante el segundo periodo con una tasa de interés más alta a la proporcionada por el nivel A , realizarán prepagos al finalizar el tercer periodo.

2.7. Loss Given Default

La pérdida dado el incumplimiento, mejor conocida como Loss Given Default (LGD) se define como el porcentaje que efectivamente pierde el banco cuando se lleva a cabo el incumplimiento de uno de sus créditos, una vez descontado el valor de las garantías.

Podemos decir entonces que:

$$LGD = 1 - R$$

donde $R = \text{Recuperación}$

Para determinar la tasa de recuperación R se deben tomar en cuenta varios factores que incluyen la calidad y tipo del colateral, así como el nivel de *seniority* que tiene el banco al momento de reclamar las garantías. Podemos considerar, entonces, que el LGD es una variable aleatoria que describe la *severidad* de una pérdida dadas las condiciones anteriormente mencionadas.

Análogamente podemos expresar al LGD como la razón entre el valor presente de todos los pagos hechos sobre el instrumento de deuda que cae en incumplimiento, a partir del momento en que se omite el pago y el face value (adicionado de los intereses devengados), es decir:

$$LGD = 1 - \sum_{t=1}^T \frac{(FR_t - AC_t)/EAD}{(1+r)^t}$$

donde

$FR_t =$ Valor nominal de la Recuperaciones en el tiempo t

$AC_t =$ Costo asociado con el proceso de la Recuperación en el tiempo t

$EAD =$ Exposure at Default

$r =$ Tasa de descuento

En un inicio los LGD's utilizados eran completamente determinísticos, sin embargo como hemos analizado, podríamos tratar al LGD más bien como una variable.

Podemos hacer una analogía entre un préstamo crediticio y la emisión de un bono. Cuando el acreditado o el emisor de un bono incumple, el banco o los tenedores de dicho bono sufrirán una pérdida que será incierta y que dependerá de la calidad crediticia del acreditado o del emisor del bono según sea el caso.

En la práctica se tienen dos alternativas para estimar la LGD:

- Estimar las recuperaciones R , con base a la experiencia, tratando como valores fijos al LGD. De esta forma se sigue una tendencia determinística que será aplicable en modelos como CreditRisk.
- Estimar la LGD con base en la distribución *Beta* (α, β) ⁸. De esta forma la LGD puede ser acotada entre dos puntos tomando una gran variedad de formas.

Los parámetros α y β son expresados de la siguiente manera:

$$\hat{\alpha} = \left(\mu_{LGD}^2 * \frac{1 - \mu_{LGD}}{\sigma_{LGD}^2} \right) - \mu_{LGD}$$
$$\hat{\beta} = \alpha * \left(\frac{1}{\mu_{LGD}} - 1 \right)$$

La media y la desviación estándar del LGD se verán afectados por la naturaleza de cada transacción realizada, sin embargo también puede utilizarse información histórica de las tasas de recuperación.

Con base en el acuerdo de Basilea II se asignan diferentes niveles de LGD de acuerdo al tipo de crédito del que se trate. A continuación se presenta una tabla resumen de dichos valores de LGD:

⁸<http://www.riskworx.com/resources/LGD%20Distributions.pdf>

Tipo de Crédito	LGD
Créditos garantizados con bienes raíces residenciales ^{1/} .	35%
Créditos preferentes frente a empresas, soberanos y bancos que no estén garantizados mediante colateral reconocido.	45%
Créditos subordinados frente a empresas, soberanos y bancos.	75%
Créditos garantizados con bienes raíces comerciales ^{2/} .	100%
Posición de Minoristas ^{3/}	Los bancos ofrecerán la estimación de la LGD
Posiciones Accionarias	90%
Derechos de Cobro Adquiridos ^{4/}	45-100%

^{1/} LGD correspondiente al método estándar de Basilea II.

^{2/} El Comité reconoce que para mercados bien desarrollados, las hipotecas sobre inmuebles de oficinas, inmuebles comerciales multifuncionales o inmuebles comerciales con varios inquilinos podrían eventualmente ser reconocidas como colateral en la cartera de posiciones frente a empresas, por lo que la LGD podría fluctuar entre el 35% y el 45%.

^{3/} Se consideran como posiciones minoristas aquellas cuya exposición agregada máxima frente a una misma contraparte no excede 1 millón de euros.

^{4/} Son aquellos derechos y/o títulos que reciban en pago de créditos o como adjudicación.

Figura 2.14: Loss Given Default por tipo de crédito.

En las siguientes gráficas se muestra de función de densidad de LGD, considerando en el primer caso una media de 36 % y una desviación de 19 %. Para el segundo caso la media es de 59 % y una desviación estándar de 11 %.

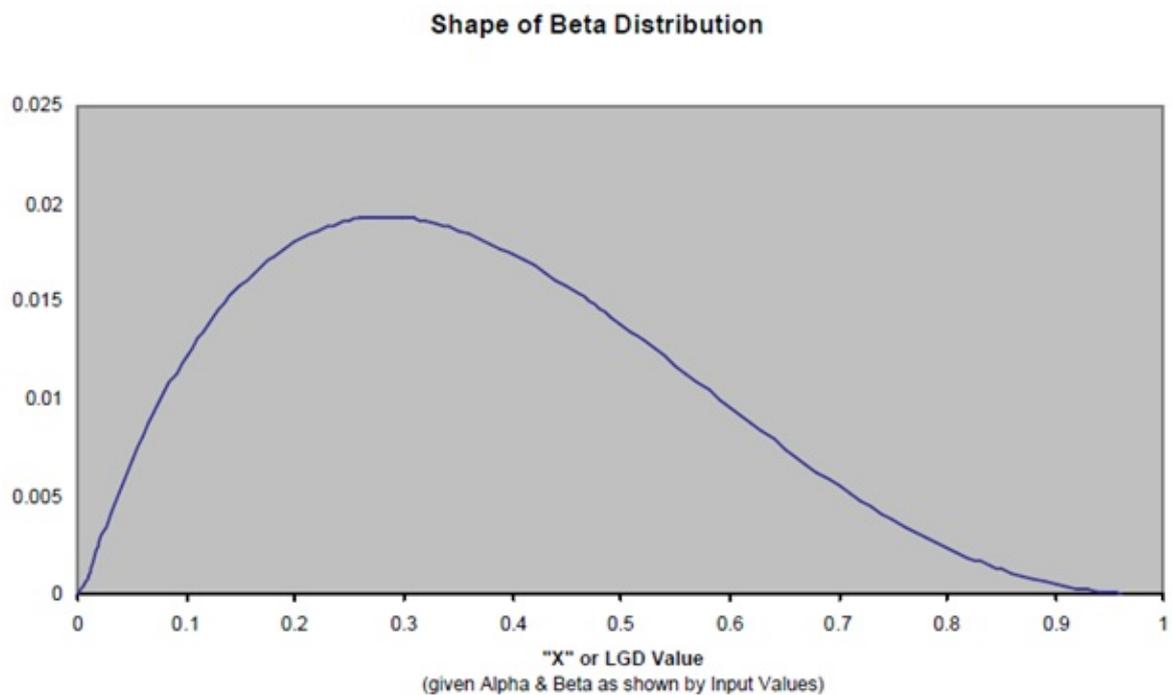


Figura 2.15: Curva de una distribución Beta Caso 1.

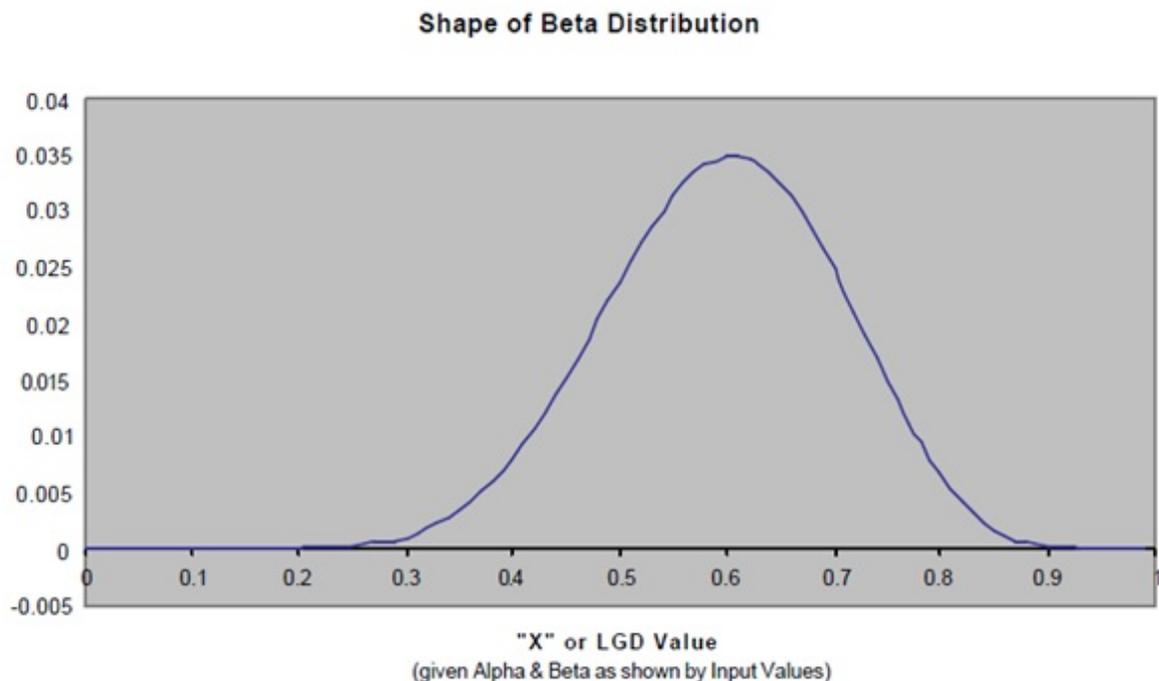


Figura 2.16: Curva de una distribución Beta Caso 2.

La distribución beta es flexible para los fines que se desea perseguir al modelar el LGD, en particular esta función puede utilizarse para modelar cantidades que se definirán en el intervalo $[0,1]$. Dependiendo de los parámetros elegidos, la función de densidad de probabilidad puede ser unimodal, en forma de U, en forma de J o bien uniforme. Un hecho importante para mencionar es la existencia de una correlación positiva entre el LGD y el PD, no considerar este hecho

podría subestimar el resultado obtenido al calcular el capital económico o el valor en riesgo de una cartera crediticia. Esta situación ha sido analizada en el Segundo Acuerdo de Basilea y recibe el nombre de *downturn LGD*.

2.8. Flujo de Dinero

Con esta información podemos calcular la cantidad de dinero que el banco espera recibir después de k periodos después de la originación de cada crédito. Para ello es necesario contemplar el subconjunto de posibilidades del acreditado.

Si se realiza un análisis por periodo, el acreditado tiene las siguientes posibilidades⁹:

- Pagar la mensualidad programada (pago regular)
- Pagar la mensualidad y liquidar el saldo insoluto al final (prepago)
- Dejar de pagar (incumplimiento)

Se puede concluir entonces que las formas de terminar con la vida de un crédito son ocasionadas por el incumplimiento o bien por la realización de un prepago.

En la siguiente figura se puede visualizar la dinámica que sigue un crédito utilizando análisis de supervivencia:

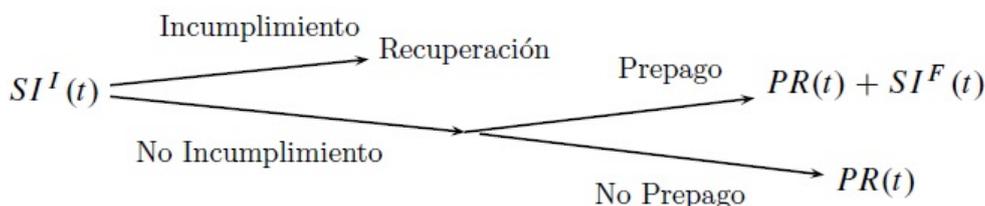


Figura 2.17: Dinámica de un Crédito.

Denotaremos con $t = (t_0, t_1, \dots, t_n)$ a los periodos de pago donde t_0 es el periodo de originación del crédito y t_n es el periodo en que vence, el pago regular del periodo se denotará con $PR(t)$, el saldo insoluto al inicio del periodo con $SI^I(t)$ y el saldo insoluto final con $SI^F(t)$.

De esta forma, se puede obtener el flujo de dinero que se espera recibir en el primer periodo después de que se origina el crédito. El flujo puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[Flujo(t_1)] &= EAD(t_1) * (1 - LGD(t_1)) * \mathbb{P}(\tau^D \leq t_1) \\ &+ [PR(t_1) + SI^F(t) * \mathbb{P}(\tau^P \leq t_1)] * (1 - \mathbb{P}(\tau^D \leq t_1)) \end{aligned}$$

donde τ^D y τ^P son las fechas de incumplimiento y de prepago respectivamente.

⁹Reynoso Vendrell, Un estudio sobre el impacto de la recesión en las carteras hipotecarias de México. Fundamentos Teóricos, VorticeR Structured Finance, México 2010, p 7-15.

2.8.1. Probabilidad Condicional

Hasta ahora se ha analizado el flujo esperado para el primer periodo t_1 , sin embargo es necesario profundizar en el análisis para periodos posteriores, motivo por el cuál necesitamos introducir la teoría relativa a la probabilidad condicional.

La existencia de un crédito en el periodo t_2 esta condicionada al no incumplimiento y no prepago durante el primer periodo, lo mismo sucede en el periodo t_3 con las mismas condiciones aplicadas en t_1 pero ahora en t_2 y así sucesivamente. De ahí que la existencia de un crédito en el periodo t_n esté condicionada a la supervivencia del mismo hasta el periodo t_{n-1} . La probabilidad condicional de incumplimiento y de prepago en el periodo k está dada por:

$$\alpha^D(t_k) = \mathbb{P}(t_{k-1} < \tau^D \leq t_k | \tau^D > t_{k-1});$$

$$\alpha^P(t_k) = \mathbb{P}(t_{k-1} < \tau^P \leq t_k | \tau^P > t_{k-1});$$

donde

$$k = 1, \dots, n \text{ con } n \in \mathbb{Z}$$

y

τ^D, τ^P representan las fechas de incumplimiento y de prepago respectivamente.

Lo anterior nos muestra que t_0, t_1, \dots, t_n son variables discretas, mientras que τ^D, τ^P son variables aleatorias continuas. Un supuesto importante de mencionar es que se considerará que los eventos de incumplimiento y prepago son independientes, de esta forma se tiene que el tiempo de supervivencia de un crédito se medirá a través del evento que suceda primero, el incumplimiento o el prepago. Entonces la probabilidad condicional de que el crédito muera en el periodo k es:

$$\alpha(t_k) = \mathbb{P}(t_{k-1} < \tau \leq t_k | \tau^D > t_{k-1});$$

donde

$$k = 1, \dots, n \text{ y } \tau = \min(\tau^D, \tau^P).$$

Debido al supuesto de independencia entre las probabilidades de incumplimiento y prepago, se tiene que:

$$\alpha(t_k) \approx \alpha^D(t_k) + \alpha^P(t_k)$$

2.8.2. Análisis de Supervivencia

Un crédito puede estudiarse empleando herramientas de análisis de supervivencia, diremos entonces que la probabilidad de que un crédito sobreviva es simplemente la probabilidad de que éste se encuentre con vida hasta cierto periodo t_k , y lo denotaremos de la siguiente manera:

$$S(t_k) = \mathbb{P}(\tau > t_k)$$

$$\text{para } \tau = \min(\tau^P, \tau^D)$$

Como se mencionó anteriormente, un crédito tiene dos formas de ser terminado, la primera es por el incumplimiento y la segunda se refiere al prepago, ambas alternativas pueden llevarse a

cabo en cada uno de los periodos de análisis. Las probabilidades marginales de supervivencia, es decir, la probabilidad de que por un lado se sobreviva al incumplimiento y por otro se sobreviva al prepago son obtenidas acumulando en cada periodo las probabilidades condicionales del evento en cuestión:

$$S^D(t_k) = \prod_{i=1}^k (1 - \alpha^D(t_i))$$

$$S^P(t_k) = \prod_{i=1}^k (1 - \alpha^P(t_i))$$

donde S^D y S^P son las probabilidades marginales de supervivencia al incumplimiento y prepago respectivamente.

A partir de dichas probabilidades y siguiendo el supuesto de independenciam entre los eventos de incumplimiento y prepago, se tiene que la probabilidad conjunta de supervivencia se calcula como el producto de las probabilidades marginales antes descritas:

$$S(t_k) = S^D(t_k) * S^P(t_k)$$

2.8.3. Modelo General de Flujos

Considerando la dinámica temporal de un crédito y a través de las probabilidades marginales de incumplimiento y prepago, se puede modelar el flujo esperado en el periodo t_k para cada uno de los créditos que componen a la cartera comercial. Se tiene entonces que:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[Flujo(t_k) | \tau^D > t_{k-1}, \tau^P > t_{k-1}] = \\ EAD(t_k) * (1 - LGD(t_k)) * (1 - \alpha^P(t_k)) * \alpha^D(t_k) \\ + (PR(t_k) + SI^F(t_k) * \alpha^P(t_k)) * (1 - \alpha^D(t_k)) \end{aligned}$$

donde $k = 1, \dots, n$

A partir de la expresión anterior y utilizando la probabilidad de supervivencia conjunta, podemos obtener la esperanza no condicional:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[Flujo(t_k)] = \\ S^D(t_{k-1}) * S^P(t_k) * \left(EAD(t_k) * (1 - LGD(t_k) * \alpha^D(t_k)) \right) \\ + S^D(t_k) * S^P(t_{k-1}) * \left(PR(t_k) + SI^F(t_k) * \alpha^P(t_k) \right) \end{aligned}$$

donde $k = 1, \dots, n$

El análisis descrito es aplicable para cada uno de los créditos en el periodo k , si consideramos que la cartera está conformada por j créditos, donde $j = 1, \dots, N$, podremos obtener la cantidad de dinero que se espera recibir por toda la cartera en el periodo k la cuál estará dada por:

$$\mathbb{E}[FlujoTotal(t_k)] = \sum_{j=1}^N \mathbb{E}[Flujo(t_k, j)]$$

donde $\mathbb{E}[Flujo(t_k, j)]$ representa la cantidad de dinero que se espera recibir por el j – *ésimo* crédito en el periodo t_k

2.9. Valuación de la cartera

El modelo descrito en la sección anterior es aplicable siempre y cuando exista una metodología aprobada para la obtención de las probabilidades de prepago en créditos comerciales. En general existe una tendencia a prepagar créditos hipotecarios en una cartera de créditos al consumo, sin embargo, es difícil encontrar demasiados casos en los que los créditos comerciales sean prepagados, esto debido a que los montos de dinero que se manejan son elevados; en su lugar existe la posibilidad de reestructurarlos, con la finalidad de que una vez que las condiciones iniciales de crédito sean alteradas se pueda cumplir cabalmente con las nuevas condiciones pactadas. De tal forma que deben encontrarse metodologías alternativas que permitan conocer el valor de la cartera en un periodo determinado.

A continuación se mencionan dos metodologías implementadas en la banca comercial que cumplen con tal fin y que no utilizan la probabilidad de prepago como parámetro. La primera de ellas será conocida como *Risk Free Present Value* (RFPV) y tiene sus bases en el cálculo del valor presente de cada uno de los créditos considerando las tasas de interés y de fondeo propias de cada crédito así como la fecha de vencimiento y el esquema de amortización de cada operación.

La segunda alternativa utiliza el análisis de supervivencia para considerar el evento de caer en incumplimiento durante la vida de cada uno de los créditos a analizar, para ello es necesario considerar los riesgos inherentes a través de la probabilidad de incumplimiento en cada caso. A esta segunda alternativa de valuación se le conoce con el nombre de *Risk Adjusted Present Value* (RAPV).

Como se mencionó anteriormente, el esquema de amortización de cada uno de los créditos debe ser considerado, ya que dicho esquema modificará las expresiones que deben aplicarse para obtener los valores de RFPV y RAPV referentes a cada crédito en particular. Para fines prácticos se considera que los créditos pueden amortizarse de dos formas:

1. Amortización Tradicional: Se realizan pagos de capital e intereses con una misma periodicidad establecida previamente.
2. Bullet (Bono cupón cero): Se realizan pagos de capital e intereses al final del periodo.

A continuación se presenta el análisis para cada una de las alternativas de amortización.

2.9.1. Amortización Tradicional

Los parámetros utilizados en el modelo de valuación para los créditos con este esquema de amortización son:

r = Tasa de fondeo efectiva mensual

i = Tasa de interés efectiva mensual

T = Tenor remanente
 p = Pago ajustado mensual
 PD = Probabilidad de Incumplimiento por periodo
 $Q(t)$ = Probabilidad de sobrevivencia hasta el periodo t ¹⁰
 $S(t)$ = Saldo de la cuenta en el periodo t
 LGD = Loss Given Default

Risk Free Present Value

El valor presente sin considerar la probabilidad de incumplimiento en cada uno de los créditos queda expresado de la siguiente manera:

$$RFPV = \sum_{t=1}^T \frac{p}{(1+r)^t}$$

Risk Adjustment Present Value

En esta valuación se considera la probabilidad de incumplimiento inherente en cada uno de los créditos y se cuantifica durante cada uno de los periodos en los que se debe realizar un pago. Dividir el análisis en dos casos puede ayudar a la comprensión de la valuación total:

$$RAPV1 = \sum_{t=1}^T \frac{p \cdot Q(t)}{(1+r)^t}$$

En la expresión anterior se considera que los pagos quedan exentos de incumplir desde el periodo 1 hasta el T , por otra parte se tiene que:

$$RAPV2 = \sum_{t=1}^T \frac{Q(t-1) \cdot PD \cdot S(t) \cdot (1-LGD)}{(1+r)^t}$$

En esta segunda expresión se contabiliza el monto recuperado del saldo de la cuenta en el periodo i después de aplicar la tasa severidad LGD y considerando que no se incumplió en el periodo inmediato anterior.

Entonces puede presentarse el caso de no incumplir a lo largo de toda la duración del crédito o por otra parte, incumplir en alguno de los periodos referentes a la vigencia del crédito. La expresión de valuación de cada crédito considerando la ocurrencia de cualquiera de los dos eventos es simplemente la suma de los factores $RAPV1$ y $RAPV2$, por lo tanto se tiene que:

$$RAPV_{total} = RAPV1 + RAPV2$$

2.9.2. Bullet (Bono cupón cero)

Los parámetros utilizados en el modelo de valuación para los créditos con este esquema de amortización son similares a los presentados en el esquema anterior, simplemente se modifica el pago a realizar, ya que en este caso dicho pago se realiza hasta que finaliza el crédito. Los parámetros utilizados son:

¹⁰Nota: Se tiene que $Q(t) = (1 - PD)^t$

r = Tasa de fondeo efectiva mensual
 i = Tasa de interés efectiva mensual
 T = Tenor remanente
 P = Pago al horizonte
 PD = Probabilidad de Incumplimiento por periodo
 $Q(t)$ = Probabilidad de sobrevivencia hasta el periodo t ¹¹
 $S(t)$ = Saldo de la cuenta en el periodo t
 LGD = Loss Given Default

Risk Free Present Value

El valor presente sin considerar la probabilidad de incumplimiento en cada uno de los créditos queda expresado de la siguiente manera:

$$RFPV = P(1 + r)^{-T}$$

Risk Adjustment Present Value

En esta valuación se considera la probabilidad de incumplimiento inherente en cada uno de los créditos y se cuantifica al final del plazo en el que se debe realizar el pago. Dividir el análisis en dos casos puede ayudar a la comprensión de la valuación total:

$$RAPV1 = \frac{P \cdot Q(t)}{(1+r)^T}$$

En la expresión anterior se considera que no se incumple el pago en el tiempo T , por otra parte se tiene que:

$$RAPV2 = \frac{Q(T-1) \cdot PD \cdot S \cdot (1-LGD)}{(1+r)^T}$$

En esta segunda expresión se contabiliza el monto recuperado del saldo total de la cuenta después de aplicar la tasa severidad LGD y considerando que se incumplió en el pago.

Finalmente se tiene que:

$$RAPV_{total} = RAPV1 + RAPV2$$

2.10. Distribución de Pérdidas

Obtener la distribución de las posibles pérdidas inherentes a una cartera de créditos comerciales es de vital importancia para el estudio del riesgo de crédito ya que nos permitirá calcular los niveles de capital necesarios para hacer frente a eventos no previstos, o bien, para conocer la pérdida esperada y así crear la reserva necesaria para que la institución bancaria en estudio pueda hacer frente a sus obligaciones dado que se llevó a cabo un evento de incumplimiento por alguno o varios de sus acreditados. Es de suponer que la forma de la distribución dependerá de la composición de la cartera, es decir, depende de los montos de cada uno de los acreditados

¹¹Nota: Se tiene que $Q(t) = (1 - PD)^t$

así como de su calidad crediticia y nivel de cobertura de la deuda (garantías y colaterales), otro factor fundamental a considerar en la obtención de la distribución de pérdidas es la correlación existente entre los acreditados ante el hecho de caer en incumplimiento con la institución bancaria.

A continuación se describe la importancia del factor de correlación ρ para la determinación de la probabilidad de incumplimiento condicional y la probabilidad conjunta de incumplimiento por parte de los acreditados A y B , para ello es necesario implementar la siguiente notación básica:

- Consideraremos entonces que los acreditados A y B serán analizados a lo largo del horizonte de tiempo T , denotaremos entonces a la probabilidad de incumplimiento del acreditado i como P_i donde $i \in \{A, B\}$.
- La probabilidad conjunta de incumplimiento de A y B , es decir, que tanto A como B incumplen antes del tiempo T es expresada por P_{AB}
- La probabilidad de que A incumpla antes del tiempo T dado que B ha incumplido antes de T se expresa por $P_{A|B}$
- La probabilidad de que B incumpla antes del tiempo T dado que A ha incumplido antes de T se expresa por $P_{B|A}$
- El coeficiente de correlación lineal ρ_{AB} entre los eventos de incumplimiento 1_A y 1_B donde:

$$1_A = \begin{cases} 1 & \text{si A incumple antes de T} \\ 0 & \text{si A no incumple antes de T} \end{cases}$$

Considerando el *Teorema de Bayes*, tenemos que:

$$P_{A|B} = \frac{P_{AB}}{P_B}, \quad P_{B|A} = \frac{P_{AB}}{P_A}$$

Y recordando que:

$$\rho_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y}, \quad \text{donde:}$$

$$\sigma_{XY} = E(XY) - E(X)E(Y)$$

Se tiene que:

$$\rho_{AB} = \frac{P_{AB} - P_A P_B}{\sqrt{P_A(1-P_A)P_B(1-P_B)}}$$

La probabilidad conjunta de incumplimiento entre estos dos acreditados es entonces:

$$P_{AB} = P_A P_B + \rho_{AB} \sqrt{P_A(1-P_A)P_B(1-P_B)}$$

Mientras que la probabilidad condicional de incumplimiento se expresa como:

$$P_{A|B} = P_A + \rho_{AB} \sqrt{\frac{P_A}{P_B}(1 - P_A)(1 - P_B)}$$

De esta forma es claro que la presencia de correlación incrementa tanto a la probabilidad conjunta de incumplimiento como a la probabilidad condicional, de ahí la importancia de considerarla para no subestimar dichas probabilidades y por ende las reservas y el capital necesario para toda la cartera de créditos en su conjunto.

Siguiendo con el ejemplo de los acreditados A y B se tienen cuatro eventos de incumplimiento conjunto, ni A ni B incumplen, sólo alguno de los dos incumple o incumplen ambos. Cuando nuestro análisis se expande de 2 a N acreditados, se tendrán 2^N posibles eventos de incumplimiento conjunto, con lo cuál resulta prácticamente imposible calcular las probabilidades anteriormente descritas cuando N es un número significativamente grande.

A continuación realizaremos algunos supuestos que coloquen a nuestra cartera de créditos comerciales en un caso extremo que simplifique nuestro análisis. El supuesto más importante será el de *independencia* bajo una cartera totalmente *homogénea*. Hagamos entonces los siguientes supuestos:

- Los incumplimientos y los eventos de supervivencia se llevarán a cabo hasta el final del periodo T
- Nuestra cartera esta compuesta por N exposiciones con N acreditados
- Todas las exposiciones tienen el mismo tamaño EAD y tienen las mismas tasa de recuperación R
- Cada uno de los incumplimientos presentes en la cartera se presentan de forma independiente unos con otros
- Cada uno de los N acreditados tiene la misma probabilidad de incumplir p , donde el incumplimiento se lleva a cabo antes del tiempo T

De acuerdo a estos supuestos, podemos obtener la pérdida que se genera debido a los incumplimientos en la cartera de créditos, a través de la siguiente expresión:

$$Loss(X) = X * (1 - R) * EAD$$

donde $X \in \{0, 1, \dots, N\}$ representa el número de incumplimientos que ocurren hasta el tiempo T

La distribución de pérdidas estará afectada entonces por el comportamiento de la variable X , es decir, dependerá de la distribución del número de incumplimientos que se presenten en la cartera. De esta forma, la probabilidad de que ocurran $X = n$ incumplimientos hasta el tiempo T , con $n \leq N$ es:

$$\mathbb{P}[X = n] = \binom{N}{n} p^n (1 - p)^{N-n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1 - p)^{N-n}$$

Mientras que la probabilidad de que ocurran hasta n incumplimientos es:

$$\mathbb{P}[X \leq n] = \sum_{m=0}^n \binom{N}{m} p^m (1-p)^{N-m}$$

Como es de suponer, la pérdida de cada uno de los créditos analizados individualmente sigue una distribución *Bernoulli* con parámetro p . Analizando la cartera completa definimos al vector de variables aleatorias $L = (L_1, L_2, \dots, L_m)$ como el vector de pérdidas de la cartera, donde se tiene que:

$$L_i \sim B(1, p_i), \text{ i.e., } L_i = \begin{cases} 0 & \text{con probabilidad } p_i \\ 1 & \text{con probabilidad } 1 - p_i \end{cases}$$

De esta forma, la pérdida del portafolio se define como:

$$L = \sum_{i=1}^m L_i$$

donde

$$\mathbb{E}[L] = \sum_{i=1}^m p_i \text{ y } \mathbb{V}[L] = \sum_{i=1}^m p_i(1 - p_i)$$

A continuación se presenta la primera aproximación de la distribución de pérdidas en una cartera de créditos comerciales conformada por 3792 acreditados bajo los supuestos anteriormente citados. En particular se considera una PD única de 1.87 % así como un LGD determinista del 35 % también aplicable en toda la cartera y un $EAD = \$55\text{MM MXN}$ ya que el monto total de la cartera es de $EAD = \$210,556\text{ MM MXN}$

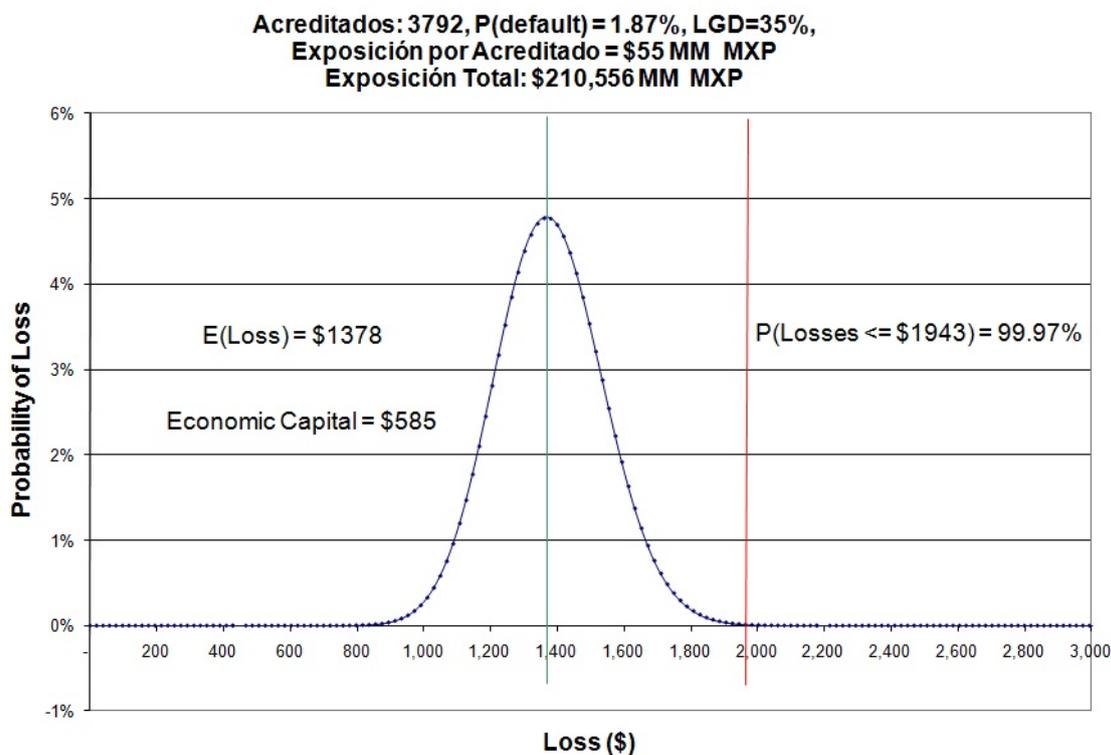


Figura 2.18: Distribución de las pérdidas de una cartera de créditos comerciales.

Si mantenemos constantes cada uno de los factores que afectan a este modelo, excepto la probabilidad de incumplimiento, podremos observar el impacto que esta variable tiene en la distribución de pérdidas. Como es de esperarse, al incrementarse la probabilidad de incumplimiento p se tiene que la *pérdida esperada*¹² será mayor. A continuación podemos ver gráficamente el impacto generado por el efecto del cambio de probabilidades de incumplimiento bajo la misma cartera.

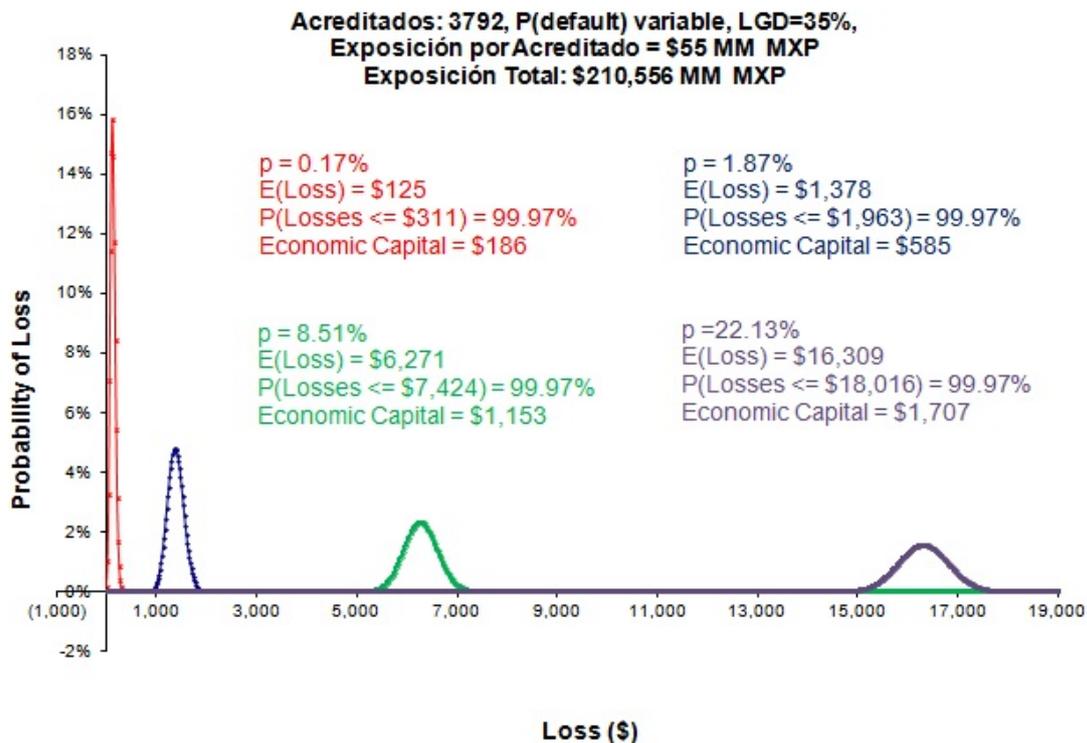


Figura 2.19: Impacto de la Probabilidad de Default sobre la misma cartera de créditos comerciales.

Hasta ahora hemos hecho varios supuestos que se alejan de la realidad, por ejemplo, se considera que cada uno de los créditos que componen a la cartera mantienen las mismas condiciones. Esta situación en realidad es casi imposible de realizar ya que las condiciones y necesidades de cada uno de los acreditados es diferente. De acuerdo a la figura 2.19 si la cartera estuviese conformada por créditos con la misma probabilidad de incumplimiento $p = 0.17\%$, implicaría que nuestros acreditados tendrían una baja probabilidad de incumplir con sus obligaciones y entonces la pérdida esperada de la cartera sería de apenas 0.06% respecto al monto total de la cartera, esta situación nos obligaría a aplicar tasas de interés muy bajas, ya que si las tasas fuesen altas, dichos acreditados buscarían otras alternativas de financiamiento con instituciones bancarias distintas.

Por otro lado, si nuestros acreditados tuviesen una mala calidad crediticia podríamos negociar aplicarles tasas muy altas a cambio de correr el riesgo de otorgarles un préstamo, sin embargo, en el caso en el que todos los acreditados (con una mala calidad crediticia) incumplieran al mismo tiempo, dicha decisión podría poner en riesgo el nivel de capitalización necesario para que nuestra institución siguiera operando de una forma sana.

¹²La pérdida esperada es equivalente al monto de pérdidas acumulado hasta el 50% de la distribución de pérdidas.

Debido a estos posibles escenarios, es necesario buscar estrategias que optimicen la aceptación de buenos y malos acreditados a fin de aplicarles las tasas de interés adecuadas y generar así la mayor cantidad de utilidad financiera posible. A pesar de ser un tema realmente importante en el riesgo que corre la cartera, dicho análisis quedará fuera del alcance de esta investigación.

2.10.1. Pérdida Esperada

La principal preocupación de una institución bancaria será tratar de medir la porción de la exposición de la deuda que se perderá en caso de que el creditado caiga en incumplimiento, para ello es necesario determinar algunos parámetros que ya han sido mencionados con anterioridad, de esta forma la pérdida ocasionada por cualquier acreditado estará definida por la siguiente *variable de pérdida* \mathbb{L} :

$$\mathbb{L} = EAD * LGD * L$$

donde

$$L = 1_D = \begin{cases} 0 & \text{si existe incumplimiento en } D \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$D :=$ periodo de tiempo determinado (usualmente de 1 año)

Al otorgar créditos, es bastante común que se presenten pérdidas de capital y de intereses, sin embargo el nivel de dichas pérdidas varían a lo largo del tiempo dependiendo del número de eventos de incumplimiento que se presenten así como de la severidad de cada uno de ellos. Se tiene entonces que a partir de la variable de pérdida \mathbb{L} , se define a la *pérdida esperada* por el incumplimiento del crédito i como:

$$\mathbb{E}(X) = \sum_x x * f(x) = 0 * LGD_i * (1 - PD_i) + EAD_i * LGD_i * PD_i$$

entonces:

$$EL_i = EAD_i * LGD_i * PD_i$$

De esta forma la *pérdida esperada* (EL) está determinada por la media de la distribución de pérdidas y servirá para que el banco resguarde una porción de su capital contra pérdidas esperadas. A lo largo de esta investigación consideraremos que el EAD es una cantidad determinista y que la *severidad* de la pérdida en caso de incumplimiento es una variable aleatoria con esperanza LGD.

2.10.2. Pérdida No Esperada

Al analizar la distribución de las pérdidas en una cartera de créditos durante un periodo de tiempo T podemos obtener su pérdida esperada, misma que puede considerarse como el nivel de reservas anual mínimo con el que una institución bancaria debe contar para seguir operando, sin

embargo es recomendable que el tamaño de las reservas cubra este monto, además de incorporar algunas desviaciones de la pérdida esperada, con la finalidad de incorporar el concepto de (en cursivas) pérdida no esperada, para hacer frente a aquellos eventos no esperados que pudiesen afectar la capitalización de una institución bancaria.

Se define entonces a la *pérdida no esperada* como una medida de la magnitud de la desviación existente entre las pérdidas efectivamente ocurridas y la pérdida esperada. Por lo tanto, la pérdida no esperada de un crédito se expresa de la siguiente manera:

$$UL = \sqrt{\mathbb{V}(L_i)} = \sqrt{\mathbb{V}[EAD * SEV * L]}$$

O bien, se tiene que:

$$UL = EAD * \sqrt{\mathbb{V}[SEV] * PD + LGD^2 * PD(1 - PD)}$$

2.11. Activos Ponderados por Riesgo y Capital

En el Acuerdo de Capital de Basilea II se establece que es necesario convertir el valor nominal del monto de la exposición de un acreditado hacia un monto de exposición en riesgo intrínseco en cada una de las exposiciones que conforman un portafolio de créditos. A partir de esta idea surge la definición de los Activos Ponderados por Riesgos o Risk-Weighted Assets (*RWA*), mismos que se definen como función de la Probabilidad de Incumplimiento, Loss Given Default, Exposure at Default y Maturity.

La expresión que determina al *RWA* es la siguiente:

$$RWA = 12.5 * EAD * \text{Default Risk Capital}(PD, LGD) * \text{Maturity Adjustment}(PD, M)$$

Se define al Default Risk Capital en términos del VaR de una cartera infinitamente granular, de esta forma la expresión representa las pérdidas potenciales al 99,97% menos la pérdida esperada calculándose de la siguiente manera:

$$\text{Default Risk Capital} = LGD * \mathbb{N}\left[\frac{\mathbb{N}^{-1}(PD)}{\sqrt{1-\rho}} + \frac{\sqrt{\rho}\mathbb{N}^{-1}(0,999)}{\sqrt{1-\rho}}\right] - PD * LGD$$

El cálculo debe multiplicarse por un factor adicional para tomar en consideración el efecto de la duración de cada crédito para ajustar las pérdidas potenciales debido a los posibles cambios en las tasas de interés y/o en las calificaciones crediticias, dicho factor es conocido como Maturity Adjustment (vencimiento efectivo) y se expresa de la siguiente forma:

$$\text{Maturity Adjustment} = \frac{[1+(M-2,5)*(0,11852-0,05478*\ln(PD))^2]}{[1-1,5*(0,1182-0,05478*\ln(PD))^2]}$$

En la siguiente figura se muestran gráficamente los conceptos mencionados anteriormente:

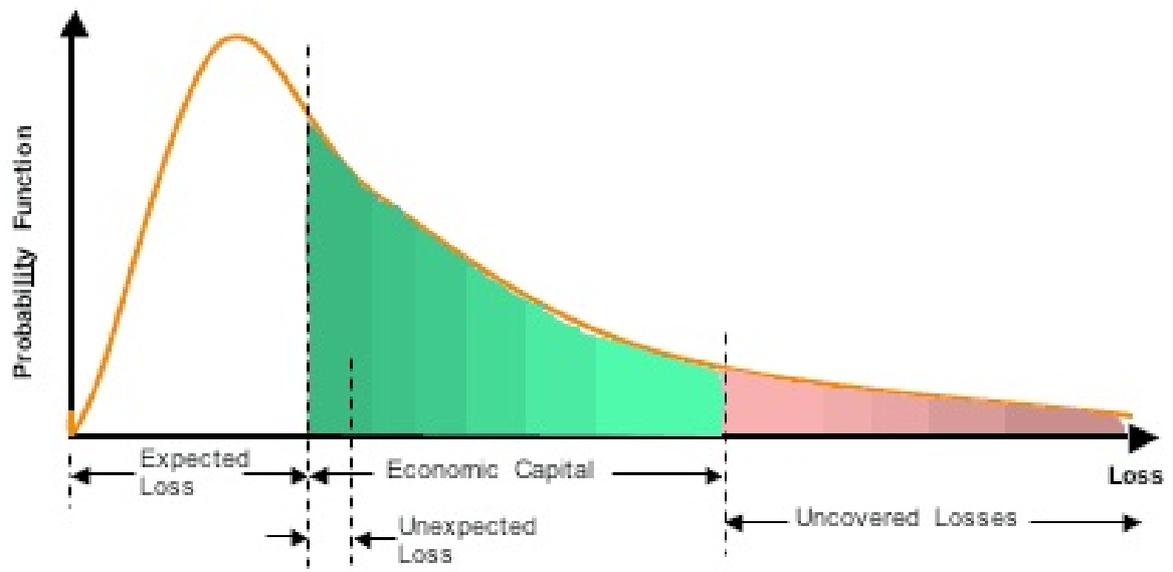


Figura 2.20: Distribución de Pérdidas esquemática.

Capítulo 3

Modelo CreditRisk+

3.1. Introducción

En este capítulo se realizará un análisis detallado de la concentración presente en una cartera de créditos comerciales a través del tipo de industria de cada uno de los acreditados, su impacto podrá verse reflejado en algunas de las métricas estudiadas en el capítulo anterior. La herramienta que se utilizará para dicho análisis es CreditRisk+. Esta herramienta tiene soporte sobre un modelo estadístico de riesgos de incumplimiento (credit default risk) que no hace supuestos sobre la causa del incumplimiento, de esta forma el modelo sigue un comportamiento análogo a lo presentado en el *market risk management* donde tampoco se estudian las causas de los movimientos de los precios de mercado. Las variables aleatorias que se incorporan al modelo se refieren a las tasas de incumplimiento de cada uno de los acreditados de la cartera, mismas que se consideran continuas y a las que se les incorpora el efecto de la volatilidad para hacer presente el efecto de incertidumbre.

Para facilitar el modelo, se incluye un análisis sectorial de la cartera, de esta forma se evita incorporar variables como el estado de la economía y las correlaciones existentes entre los incumplimientos de los créditos, pudiendo realizar un análisis del comportamiento y tendencia de la cartera en cada uno de los sectores de interés, mismos que pueden ser tipos de créditos, zona geográfica, industria o bien a nivel acreditado.

El análisis realizado se enfocará la segmentación de la cartera en 8 industrias y en los niveles de concentración de capital provenientes de la estructura de la cartera.

Al final podrá observarse como el modelo permite calcular la distribución de pérdidas que rige a un portafolio de exposiciones crediticias y con ello se pueden obtener las aproximaciones de pérdida esperada y del capital económico del portafolio total, así como de cada uno de sus sectores.

De acuerdo a los conceptos de probabilidad de incumplimiento expuestos anteriormente y en congruencia con el documento emitido por Credit Suisse First Boston (CSB) donde se expone la metodología utilizada por este modelo, las tasas de incumplimiento pueden manejarse como variables continuas o discretas obteniendo resultados similares.

La manera en que deben manejarse, varía en cada caso de acuerdo a la siguiente tabla:

Tratamiento de las probabilidades de incumplimiento	Requerimientos
Variable Continua	Probabilidades de Incumplimiento
	Volatilidad de las probabilidades de
Variable Discreta	Calificaciones de Crédito
	Matriz de transición de calificaciones

Figura 3.1: Tratamiento de la Probabilidad de Incumplimiento.

En particular CreditRisk+ da un tratamiento de variables aleatorias continuas a las tasas o probabilidades de incumplimiento.

El componente más importante del modelo CreditRisk+ tiene que ver con la obtención de la distribución de las pérdidas en una cartera determinada; modelarla correctamente permite conocer el tamaño de las pérdidas a un nivel de confianza determinado para medir su impacto (pérdida esperada, stress 1 in 10, capital económico, etc. . .). Adicionalmente es importante tener en consideración aquellos resultados obtenidos bajo escenarios extremos o cercanos a los límites de concentración aceptables, esto con el fin de visualizar los efectos de no llevar a cabo una buena estrategia de crecimiento en el negocio o bien, los efectos generados a partir de variaciones importantes en los factores de riesgo.

Los datos requeridos para correr el modelo son los siguientes:

Exposición del acreditado.- Conformado por el saldo de la deuda que tiene al día de hoy con el banco el acreditado. Aunque algunos consideran que deberían tomarse en cuenta también aquellos intereses que se devengarán en el futuro, sin embargo, al realizar esta consideración se podrían modificar los estados financieros del banco, por lo tanto, es importante tomar en cuenta las exposiciones registradas contablemente en el balance del banco.

Loss Given Default.- Porcentaje que efectivamente pierde el banco cuando se lleva a cabo el incumplimiento de un crédito.

Probabilidades de Incumplimiento.- Representa la probabilidad de que el evento de incumplimiento efectivamente ocurra para un acreditado en particular. Pueden utilizarse calificaciones crediticias que llevan implícita la opinión que se tiene del acreditado debido a su información financiera y la capacidad con la que cuenta para cumplir con sus obligaciones financieras. Como es de esperarse, cada año dichas calificaciones se modificarán debido a la nueva información financiera con la que se cuenta.

Desviación Estándar de las Probabilidades de Incumplimiento.- Como se mencionó anteriormente, existen variaciones en las tasas de incumplimiento, mismas que al acumularse históricamente, nos proporcionan información como su media y su desviación estándar.

Adicionalmente, es importante considerar la industria a la que pertenecen los acreditados dentro de una cartera ya que año con año, las diferentes industrias se ven afectadas por el estado de la economía de una manera diferente y su impacto dependerá de que tan sensibles sean los ingresos del acreditado a los diferentes factores que afectan al estado de la economía (tasa de crecimiento de la economía, tasas de interés, etc.). Es entonces necesario encontrar una manera

sencilla que modele la correlación entre los acreditados de una misma industria o de toda la cartera en su conjunto. Una alternativa sería la creación de matrices de correlación entre los n acreditados, sin embargo, esta tarea sería difícil de procesar, es por ello que CreditRisk+ utiliza como variables de entrada a las volatilidades de las probabilidades de incumplimiento, de tal forma que en ambos casos se obtengan distribuciones de pérdidas de colas pesadas.

3.2. Conteo de eventos raros

Dentro del contexto del análisis de riesgo de crédito, un tema fundamental para realizar una correcta medición y aproximación de las posibles pérdidas en una cartera de créditos comerciales tiene que ver con el clásico problema del conteo analizado desde el punto de vista de la teoría de la probabilidad. En particular nos interesará cuantificar el número de incumplimientos de los n acreditados en un periodo de tiempo T donde la realización de cada incumplimiento podrá llevarse a cabo en un tiempo aleatorio t_i .

El término referente a *tiempos aleatorios* es utilizado en el Proceso de Poisson, mismo que tiene sus fundamentos en la *Ley de los Eventos Raros* y en la demostración realizada por Siméon Denis Poisson¹ en la que se estudia la probabilidad de obtener k éxitos en n ensayos Bernoulli con probabilidad p del orden $(1/n)$ donde $n \in \mathbb{N}$. Es claro que si n es lo suficientemente grande, entonces p será tan pequeño que los eventos que se están modelando tendrán una frecuencia cercana a cero y por ende dichos eventos se catalogarán como *eventos raros*.

De acuerdo a la función de densidad de probabilidad de la distribución Binomial se puede expresar la probabilidad de obtener k éxitos en n ensayos con probabilidad de ocurrencia p , de la siguiente forma:

$$\mathbb{P}[S_n = k] = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} p^k (1-p)^{n-k}$$

Alternativamente, puede expresarse como:

$$\frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} p^k (1-p)^{n-k} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!} p^k (1-p)^{n-k}$$

para $1 \leq k \leq n$

Se puede notar que en la expresión anterior se tienen dos términos que al mantener el valor de p fijo tienen comportamientos contrarios, es decir, el primero de ellos tiende a infinito en la medida en que n también lo hace, por otra parte el segundo término tiende a cero cuando n tiende a infinito. Esta situación complica los métodos de aproximación numérica que pudieran ocuparse, ya que debe tenerse especial cuidado en no despreciar el término que tiende a cero.

Una expresión asintótica fue desarrollada por Poisson considerando que $p \approx \frac{\lambda}{n}$, de esta forma si n es grande p será pequeña y sustituyendo el valor de p se tiene que:

$$\mathbb{P}[S_n = k] \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

La expresión anterior se cumple ya que:

¹Fernández Fernández, Begoña. La ley de los eventos raros, legado de Siméon Denis Poisson. Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, UNAM.

$$\frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{n^k} \approx 1, \quad \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-k} \approx 1 \quad \text{y} \quad \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n \approx e^{-\lambda}$$

De esta forma, la expresión final que se obtiene es la función de densidad de probabilidad de una distribución Poisson con parámetro $\lambda > 0$ misma que puede utilizarse para contar el número de eventos raros que ocurren en un intervalo de tiempo determinado, por ejemplo $[0, t]$. Se construye entonces una familia de variables aleatorias $N = \{N_t, t \geq 0\}$ donde N_t representa el número de eventos que ocurren en el intervalo $[0, t]$, formalmente se tiene la siguiente definición:

Una familia $\{N_t, t \geq 0\}$ con valores $\mathbb{N} \cup \{0\}$ se dice que es un Proceso Poisson con intensidad $\lambda > 0$ si satisface las siguientes propiedades:

1. $N_0 = 0$ o alternativamente, $\mathbb{P}[N_0 = 0] = 1$
2. Si $\forall 0 \leq s < t$, entonces $N_s \leq N_t$ y se dice que se tienen *incrementos estacionarios de Poisson* ya que $N_s - N_t$ tiene distribución de Poisson con parámetro $\lambda \cdot (t - s)$
3. Para toda $n > 0$ y $0 < t_1 < t_2 \dots < t_n$, las variables aleatorias

$$N_{t_1}, N_{t_2} - N_{t_1}, \dots, N_{t_n} - N_{t_{n-1}}$$

son independientes, en tal caso se dice que se tienen *incrementos independientes*.

En particular $N(t)$ tiene distribución de Poisson de parámetro λt . También es importante considerar que la distribución del incremento $N(t) - N(s)$ y la variable aleatoria $N(t - s)$ es exactamente la misma.

Podemos decir entonces que:

$N(t) - N(s)$ cuantifica el número de incumplimientos en un intervalo de tiempo de longitud $t - s$, donde $s < t$ y λ representa el número promedio de fallas por unidad de tiempo. La sucesión de variables aleatorias $\{N(t) \text{ con } t \geq 0\}$ tiene trayectorias no decrecientes, continuas por la derecha y con límite por la izquierda.

La probabilidad de no fallas se expresa como:

$$\mathbb{P}[N(t + s) - N(s) = 0] = \mathbb{P}[N(t) = 0] = e^{-\lambda t}$$

Mientras que la probabilidad de que ocurra al menos una falla queda expresado como:

$$\mathbb{P}[N(t) \geq 1] = 1 - \mathbb{P}[N(t) = 0] = 1 - e^{-\lambda t}$$

Gráficamente podemos observar simulaciones de un Proceso de Poisson en las siguientes figuras:

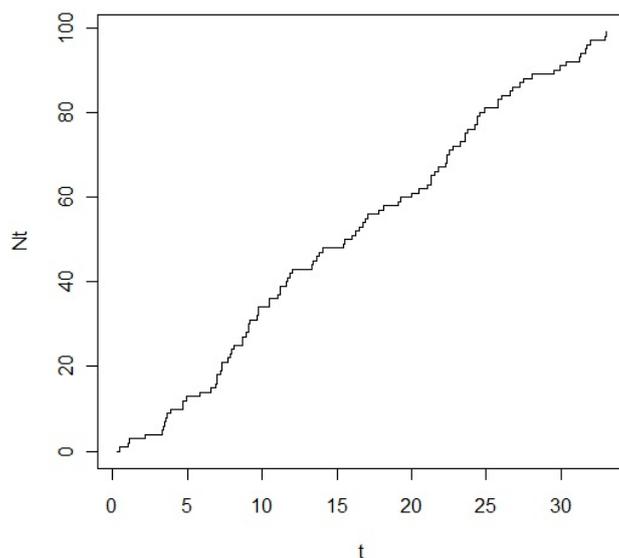


Figura 3.2: Simulación de un Proceso de Poisson con $\lambda = 100$.

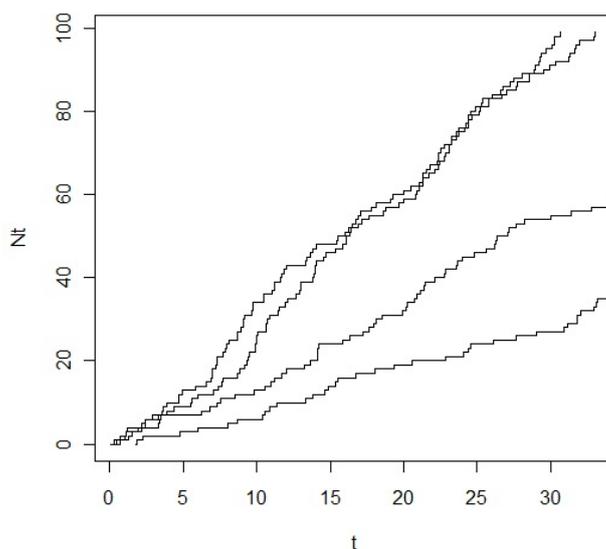


Figura 3.3: Simulación de 4 Procesos de Poisson con λ variable.

Puede establecerse una manera de contabilizar los tiempos en los que se realiza un salto en el Proceso de Poisson anteriormente descrito, al hacerlo estamos encontrando una forma de medir los tiempos en los que podría ocurrir un incumplimiento en alguno de los créditos de la cartera.

Se definen las variables W_t y T_t de tal forma que:

1. $W_0 = 0$
2. $W_n = \inf\{t \geq 0 \mid N_t = n\}$ para $n \geq 1$, es decir, el tiempo en el que ocurre el n -ésimo salto.
3. Los tiempos entre saltos se expresan entonces como: $T_n = W_n - W_{n-1}$

Sin embargo, para fines de la obtención de métricas de riesgo de crédito, será más importante obtener la distribución de pérdidas asociadas a un portafolio de créditos específico.

3.3. Distribución de Pérdidas generada con el modelo CreditRisk+

Para la obtención de la distribución de pérdidas no basta con sólo considerar el número de incumplimientos en un intervalo de tiempo determinado, evidentemente la distribución de pérdidas cambiará con respecto a la distribución del número de incumplimientos debido al efecto de la exposición que presenta cada uno de los acreditados, esto generará una distribución que en general no se comporta como una distribución Poisson. CreditRisk+ permite obtener dicha distribución de manera indirecta a través de la *función generadora de probabilidad* referente al número de incumplimientos que se presentan en una cartera de créditos misma que se define como:

$$F(s) = \sum_{n=0}^{\infty} I_n * s^n$$

donde: $I_n = \mathbb{P}(n \text{ incumplimientos})$

Considerando a uno sólo de los acreditados se tienen dos escenarios posibles: el acreditado cumple o incumple con las condiciones estipuladas en el contrato del crédito adquirido, por ello la función generadora de probabilidades se expresa de la siguiente manera:

$$F_i(s) = (1 - p_i)s^0 + p_i s^1 = 1 + p_i(s - 1)$$

Bajo el supuesto de que los eventos de incumplimiento son independientes y tomando en cuenta a todos los acreditados que forman parte de la cartera se tiene que la función generadora de probabilidades del número de incumplimientos de toda la cartera es la siguiente:

$$F(s) = \prod_{i=1}^N F_i(s) = \prod_{i=1}^N 1 + p_i(s - 1)$$

Al obtener el logaritmo natural en ambos lados de la expresión se tiene que:

$$\ln F(s) = \sum_{i=1}^N \ln[1 + p_i(s - 1)]$$

En general, puede considerarse que las probabilidades de incumplimiento son pequeñas, por tal motivo se puede cumplir que:

$$\ln[1 + p_i(s - 1)] \approx p_i(s - 1)$$

Por lo cuál, retomando la expresión de $F(s)$ y considerando la suposición anterior se puede expresar que:

$$F(s) = e^{\sum_{i=1}^N p_i(s-1)} = e^{\mu(s-1)}$$

donde: $\mu = \sum_{i=1}^N p_i$

La expresión anterior es la función generadora de probabilidades de la distribución de Poisson con parámetro μ ya que al aplicar la expansión de la función mediante la serie de Taylor se tiene que:

$$F(s) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{n!} \frac{d^n(e^{\mu(s-1)})}{ds^n} s^n = \sum_{i=1}^N \frac{1}{n!} \mu^n e^{-\mu} s^n$$

Por lo tanto, el número de incumplimientos sigue una distribución Poisson, es decir:

$$\mathbb{P}(\text{número de incumplimientos} = n) = \frac{1}{n!} \mu^n e^{-\mu}$$

donde μ es el número esperado de incumplimientos por *unidad de tiempo*, mismo que generalmente es de un año debido a la temporalidad de la información con la que se construye la probabilidad de incumplimiento.

El modelo aplicado en CreditRisk+ utiliza un sistema de agrupaciones por bandas para los niveles esperados de pérdidas; debido a que ciertos créditos pueden tener niveles de pérdidas semejantes (independientemente de la probabilidad de incumplimiento asignado a cada crédito), éstos se agrupan en bandas de niveles de exposición iguales a fin de reducir y facilitar los cálculos requeridos.

Con base en lo anterior, se crea un conjunto de L_i 's conocidas como *niveles de exposición estándar* y que se definen en términos de una *unidad fija de pérdida L* mediante la siguiente identidad:

$$L_i = Lv_i$$

con

$$v_i = \text{Redondeo} \left(\frac{\lambda_i D_i}{L} \right)$$

donde $\lambda_i D_i$ representa el monto de la pérdida esperada del deudor i expresado como una fracción del monto de la deuda D_i de dicho acreditado, aquí se considera implícitamente el concepto del *LGD* expuesto anteriormente.

Puede observarse que la variable v_i toma valores en \mathbb{N} y podrá tomar valores tan grandes como la variable L lo permita, de tal forma que el *nivel de exposición estándar* L_i está definido por v_i veces la *unidad fija de pérdida L*. De esta forma, una vez que se divide la cartera en n bandas de exposición a pérdidas pueden definirse los términos siguientes:

$$\begin{aligned} v_j &= \text{Exposición a pérdidas común a todos los deudores en la banda } j \\ \epsilon_j &= \text{Pérdida esperada en la banda } j \text{ medida como un múltiplo de } L \\ \mu_j &= \text{Número esperado de incumplimientos en la banda } j \end{aligned}$$

Cabe mencionar que el número de incumplimientos en una banda en particular depende del comportamiento de cada uno de los créditos pertenecientes a la banda analizada, donde cada crédito puede cumplir o incumplir con sus obligaciones, por lo que:

$$\mu_j = \sum_{\{i|v_i=v_j\}} p_i$$

Mientras tanto, la pérdida esperada asociada a cada banda puede expresarse como $\epsilon_j = \mu_j v_j$ y análogamente la correspondiente a cada deudor es $\epsilon_i = p_i v_i$ por lo que:

$$\mu_j = \frac{\epsilon_j}{v_j} = \sum_{\{i|v_i=v_j\}} \frac{\epsilon_i}{v_j} = \frac{1}{v_j} \sum_{\{i|v_i=v_j\}} \epsilon_i$$

Así, el número esperado de incumplimientos en toda la cartera se compone de la suma del número esperado de incumplimientos en cada banda, es decir:

$$\mu = \sum_{j=1}^m \mu_j = \sum_{j=1}^m \frac{\epsilon_j}{v_j}$$

La distribución de pérdidas obtenida bajo la metodología propuesta por CreditRisk+ no tiene una fórmula explícita, sin embargo gracias a la segmentación por bandas puede obtenerse una expresión cerrada sencilla para la *función generadora de probabilidades* donde:

$$G(s) = \sum_n \mathbb{P}(\text{Pérdidas Acumuladas} = n * L) s^n$$

De esta forma, G_j representa la *función generadora de probabilidades* de la banda j que se construye a partir de la probabilidad de que se pierdan nv_j unidades en la banda j o dicho de otra forma, la probabilidad de que n deudores de dicha banda incumplan, es decir:

$$\mathbb{P}(\text{número de incumplimientos en la banda } j = n) = \frac{1}{n!} \mu_j^n e^{-\mu_j}$$

Por lo tanto:

$$G_j(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \mu_j^n e^{-\mu_j} s^{nv_j} = e^{-\mu_j} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (\mu_j s^{v_j})^n = e^{\mu_j(s^{v_j}-1)}$$

Al suponer independencia entre los eventos de incumplimiento, se tiene que las pérdidas asociadas a cada banda también serán independientes, entonces:

$$G(s) = \prod_j G_j(s) = \prod_{j=1}^m e^{\mu_j(s^{v_j}-1)} = e^{\sum_{j=1}^m \mu_j(s^{v_j}-1)}$$

Para finalmente conocer la distribución de las pérdidas de la cartera de créditos total se hace uso de la expansión en serie de Taylor de la probabilidad de que se pierdan n unidades L en toda la cartera, para ello se hace uso del siguiente polinomio auxiliar:

$$P(s) = \frac{1}{\mu} \sum_{j=1}^m \mu_j s^{v_j} = \frac{\sum_{j=1}^m \frac{\epsilon_j}{v_j} s^{v_j}}{\sum_{j=1}^m \frac{\epsilon_j}{v_j}}$$

La expresión de la *función generadora de probabilidades* de las pérdidas asociadas a la cartera total estará en términos de $P(s)$:

$$G(s) = e^{\sum_{j=1}^m \mu_j(s^{v_j}-1)} = e^{\mu[P(s)-1]} = F[P(s)]$$

Puede observarse que se cuenta con dos fuentes de incertidumbre, por una parte el número de incumplimientos que como se ha visto anteriormente se rigen bajo una distribución Poisson y por otra parte el nivel aleatorio de pérdida presente en cada uno de los incumplimientos que llegasen a presentarse.

Finalmente, será necesario considerar la expresión para obtener la probabilidad de pérdida de nL unidades a través de la expansión en serie de Taylor para $G(s)$:

$$P_n(L) = \frac{1}{n!} \frac{d^n G(s)}{ds^n} \Big|_{s=0}$$

Una fórmula recursiva que permita reproducir dichas probabilidades se desarrolla en el manual de CreditRisk+, misma que se presenta a continuación:

$$P_n(L) = \sum_{\{j|v_j \leq n\}} \frac{\epsilon_j}{n} P_{n-v_j} \text{ con } n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{donde } P_0(L) = e^{-\mu} \text{ y } \mu = \sum_{j=1}^m \mu_j$$

A continuación se presentan algunas distribuciones de pérdidas de diferentes carteras, obtenidas a través de la metodología de CreditRisk+ bajo diversas condiciones:

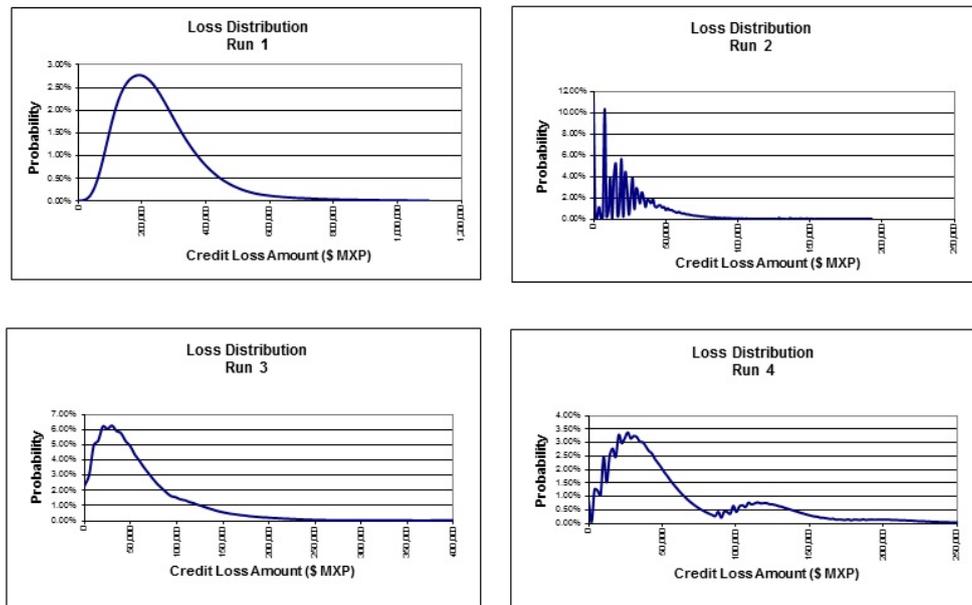


Figura 3.4: Distribuciones de pérdidas obtenidas con CreditRisk+.

3.3.1. Riesgo de concentración y análisis sectorial

El modelo CreditRisk+ permite analizar diversos escenarios a los que se encuentra expuesta (al menos teóricamente) una cartera de créditos. En la figura anterior también se muestra una distribución obtenida considerando volatilidad nula o riesgo específico de cada uno de los acreditados, es decir, se considera que el efecto de incumplimiento de un acreditado en particular no afecta al resto de los acreditados. Las imágenes restantes son distribuciones de las pérdidas generadas por los clientes agrupados de acuerdo al tipo de

industria al que pertenecen y considerando el efecto de incumplimiento de un acreditado sobre el resto de los miembros del grupo.

En particular, las métricas de riesgo que son de gran interés y que pueden obtenerse a través del modelo expuesto son la pérdida esperada y sobretodo el capital económico requerido para cubrir las pérdidas no esperadas ocasionadas por el incumplimiento en los créditos que componen el portafolio analizado. Realizar mediciones del capital económico bajo diversos escenarios es fundamental para llevar a cabo una correcta administración del riesgo de crédito ya que se toman en cuenta los efectos de la diversificación o concentración por actividad económica o zona geográfica de cada uno de los créditos. Es importante considerar que aunque se tengan millones de acreditados, esto no impide que la cartera se encuentre concentrada, ya que podría darse el caso de que un número grande de exposiciones se encuentren afectados por el mismo factor de riesgo.

Existen dos tipos de factores de riesgo que afectan a cada uno de los acreditados, por una parte se presentan los *factores sistemáticos* que se refieren a características propias de cada acreditado pero que pueden ser compartidas con un grupo grande de acreditados, por el ejemplo la ciudad en la que se encuentra el domicilio de la empresa. Por otra parte, existen *factores específicos* que se refieren a características propias de cada acreditado y que en general se relacionan con su nivel de riqueza, por ejemplo su nivel de ventas o el número de proveedores con los que cuenta. Una forma de contrarrestar el efecto de los *factores específicos* es generar una diversificación grande en la cartera de créditos.

Existen muchas alternativas para realizar un correcto análisis de concentración, la primera de ellas es conocida como *Name Concentration* y se refiere al nivel de exposición que tiene cada crédito; se mide el nivel de capital económico presente bajo condiciones normales, es decir, cada crédito tiene una exposición particular y posteriormente se realiza el mismo ejercicio pero considerando que cada crédito tiene la misma exposición que cualquier otro de la cartera, la diferencia entre los niveles de capital económico obtenidos bajo las condiciones antes descritas muestra la aportación de capital económico ocasionada por las exposiciones particulares de cada acreditado.

Una alternativa más radica en el *análisis sectorial* que consiste en medir los niveles de capital económico considerando la cartera completa y posteriormente dividir dicha cartera en n sectores para posteriormente obtener el capital económico de cada sector, bajo esta idea, puede considerarse que existe una cartera por cada uno de los sectores elegidos, en tal caso se presenta una alta concentración por sector ya que todos los miembros de la cartera i pertenecen al sector i donde $i \in n$. Al comparar la suma de capitales de cada sector con el capital económico inicial se mide el efecto de diversificar la cartera por sectores.

Adicionalmente, pueden realizarse ejercicios similares al considerar la calidad crediticia y observar los efectos de tener una cartera completamente sana con probabilidades de incumplimiento bajas, en contraparte deberían analizarse los efectos de tener una cartera en muy malas condiciones y finalmente compararla con la cartera bajo las condiciones en la que se encuentra en el momento de realizar dicho análisis.

Los conceptos analizados hasta ahora serán aplicados en los capítulos subsecuentes utilizando la probabilidad de incumplimiento bajo la metodología alternativa y serán comparados contra los resultados obtenidos al utilizar la probabilidad de incumplimiento inicial, de esta forma se cuantificará el impacto ocasionado por la implementación de la nueva probabilidad de incumplimiento dentro del análisis de riesgo de la cartera.

Capítulo 4

Probabilidad de Incumplimiento: Metodología alternativa

4.1. Introducción

Una parte fundamental dentro del estudio de riesgo de crédito se relaciona con el conocimiento que una institución bancaria tiene de sus acreditados, para ello se vale de diversas técnicas que facilitan el reconocimiento de patrones y comportamientos sobre clientes que realizan sus pagos en tiempo y aquellos que son propensos a caer en incumplimiento. El estudio de los acreditados a través del tiempo permitirá conocer el comportamiento tanto de los acreditados que incumplen con los pagos de un crédito como de aquellos que se mantienen pagando adecuadamente sus deudas. De esta forma se cuenta con fundamentos para obtener una probabilidad de incumplimiento que esté en función de información que es accesible para todas las instituciones bancarias que otorgan crédito en México, a fin de homologar las probabilidades que un mismo acreditado pueda tener en distintas instituciones bancarias.

Una de las técnicas más eficientes y sobre la que recaerá gran parte de nuestro estudio en este capítulo es el *Credit Scoring* con cuyo análisis se desarrollará una metodología alternativa para calcular una probabilidad de incumplimiento. La aplicación de esta nueva metodología pretende obtener un análisis de la cartera más cercano a la realidad, con la finalidad de evitar, en la medida de lo posible, desajustes económicos innecesarios, que generalmente surgen debido a la asimetría de la información generada por algunas instituciones bancarias otorgantes de crédito. Una vez obtenida la probabilidad de incumplimiento con la nueva metodología, se procederá a realizar los cálculos necesarios para conocer el estado de la cartera bajo las nuevas condiciones implementadas.

4.2. Data Mining

Para poder aplicar las técnicas que el credit scoring sugiere, es necesario contar con datos coherentes con la realidad a fin de obtener un buen modelo, para ello es necesario considerar al minado de datos o data mining como una herramienta fundamental. Entendemos por data mining al análisis exploratorio de datos que nos permita encontrar patrones y relaciones entre dichos datos, el propósito principal es encontrar información que nos ayude a resolver problemas específicos dentro del negocio. En particular, para los bancos es importante analizar los datos de sus clientes para poder modelar su propia solvencia.

Las técnicas básicas del data mining son resúmenes de datos, reducción de variables, clustering, predicción y explicación.

Como parte del análisis central de esta investigación, se utilizará una base de datos de cerca de 1500 acreditados. En cada registro se cuenta con información referente a la voluntad de pago, comportamiento crediticio previo así como razones financieras de cada empresa o corporativo. Se propone entonces utilizar estas variables para encontrar una probabilidad de incumplimiento que sea explicada a través de dichas variables.

4.3. Manejo de la Base de Datos

Para poder realizar un análisis estadístico adecuado necesitamos tener una base de datos adecuada para poder manejarla de una manera efectiva, es por ello que se requiere de:

- a) Organizar las observaciones
- b) Analizar o modelar las observaciones o datos
- c) Interpretar los resultados

De inicio deben determinarse el objetivo del problema y los recursos disponibles. Una vez hecho eso, los datos deben prepararse para su análisis, ésta es una tarea laboriosa y tardada que puede ocupar hasta el 50% del tiempo del análisis. Los pasos a seguir son los siguientes:

- Codificar
- Revisar rangos válidos
- Recodificar
- Formatos y etiquetas
- Limpieza de la base
- Detección de casos atípicos
- Reducción de dimensionalidad
- Estandarización
- Posible submuestreo
- Posible partición
- Software de comunicación del equipo-usuario

4.3.1. Tipos de Datos

Normalmente los datos aparecerán en una tabla donde aparecen los valores de p variables observadas sobre n elementos, donde las variables pueden ser cuantitativas o cualitativas. Siendo más específicos podemos proponer la siguiente composición de variables:

- a) Variables Continuas.- Son las que pueden tomar todos los valores en cierto rango observado o definido. Frecuentemente un conjunto de variables continuas o una transformación de ellas puede ser aproximado por una distribución normal multivariada.

- b) Datos agrupados.- Frecuentemente, cuando las mediciones son hechas con un nivel muy limitado de precisión o porque son registrados de forma agrupada, estas observaciones pueden ser codificadas con porcentajes ordinales discretos, e.g. ingreso: alto, medio, bajo. Estos datos pueden pensarse como continuos u ordinales.
- c) Variables binarias.- Un caso especial de los datos agrupados es cuando las observaciones toman únicamente 2 valores y éstas generalmente se codifican como cero y uno. Por ejemplo la presencia y ausencia de una característica. Cuando todas las variables de interés son binarias, existen modelos y métodos específicos para ser usados, por ejemplo modelos loglineales.
- d) Subdivisiones.- Frecuentemente las observaciones están constituidas en una división de grupos que no guardan orden, por lo que una forma de tratar a esas variables es constituir variables binarias.
- e) Variables Faltantes.- Existen subconjuntos de observaciones que por su naturaleza no presentan registro en algunas variables. Por ejemplo, el número de hijos de un cura.
- f) Missing Values.- Cuando algunos registros aparecen en blanco indica que el registro está vacío ya sea porque la observación no fue realizada o porque el registro sale del rango permitido y es eliminado. Existen varios métodos de imputación de valores faltantes, en ocasiones la observación se elimina del análisis y en otras se sustituye por la media, por el registro más parecido, o bien, se obtiene a través de una regresión, etc. . .
- g) Datos que representan rangos.- Algunos métodos no paramétricos de agrupamiento son usados para observaciones que representan rangos.
- h) Variables concomitantes.- Las variables concomitantes son variables que han sido registradas; y de las cuáles se sospecha que reflejan, en un análisis exploratorio, un efecto en la variable de interés. Éstas pueden utilizarse como variables auxiliares.
- i) Representaciones gráficas.- Se utilizan para visualizar los datos en todo su volumen. Pueden ser gráficas multidimensionales, gráficas que usan variables derivadas ó índices resumen como en el caso de componentes principales.

4.3.2. Matriz de datos y análisis descriptivo

Un elemento importante para el desarrollo de nuestro análisis será la *Matriz de datos* también conocida como matriz de observaciones muestrales. De aquí en adelante supondremos que hemos observado p variables numéricas en un conjunto de n elementos. Cada una de estas p variables se denomina una variable escalar o univariante y el conjunto de las p variables forman una variable vectorial o multivariante. Dicha matriz será denotada como sigue:

$$\mathbb{X} = x_{i,j}$$

donde $i = 1, \dots, n$ representa el individuo

donde $j = 1, \dots, p$ representa la variable

o bien, podemos verla en forma desarrollada de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & \dots & X_{1p} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & \dots & X_{2p} \\ & \vdots & & & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & X_{n3} & \dots & X_{np} \end{pmatrix}$$

Una vez que se cuente con una base de datos bien estructurada se puede optar por aplicar diferentes técnicas que nos permitan identificar patrones y tendencias que se presenten en dicha base, en función de los valores que se tomen de las variables a estudiar.

4.3.3. Construcción de variables

En nuestro caso, disponemos de las siguientes variables para analizar:

Variable	Descripción
Estatus	Estatus del acreditado en el banco (vigente-vencido)
Calidad Crediticia	Calidad crediticia de cada cliente de acuerdo a la metodología interna del banco.
PD	Probabilidad de incumplimiento de cada cliente de acuerdo a la metodología interna del banco.
Industria	Tipo de industria en la que se desempeña el acreditado.
NUM_CRED_BANCOS_12 *	Número de créditos abiertos con Instituciones Bancarias en los últimos 12 meses.
DIAS_MORA_BANCOS_12 *	Días de mora promedio con Instituciones Bancarias en los últimos 12 meses
MESES_ULT_CTA_BANCO *	Número de meses desde la última cuenta abierta con Instituciones Bancarias.
MTO_MAX_MMMXP_12 *	Monto máximo otorgado en los últimos 12 meses.
NUM_CRED_NOBANCOS_12 *	Número de Créditos Abiertos con Instituciones Financieras No Bancarias en los últimos 12 meses.
MESES_BURO *	Antigüedad en el Buró de Crédito.
INST_REPOR_12 *	Número de instituciones reportadas en los últimos 12 meses.
Razon_1	Activo Circulante/Pasivo Circulante
Razon_2	Activo Circulante/Pasivo
Razon_3	Pasivo/Activo
Razon_4	Pasivo_Total/Capital Contable
Razon_5	Ventas/Pasivo
Razon_6	Ventas/Activos Totales
Razon_7	EBIT/Gastos X Intereses
Razon_8	Pasivos/(Pasivos + Cap. Contable)

* Nota: Variables referentes al comportamiento crediticio de cada cliente.

Figura 4.1: Posibles variables a incluir en el modelo.

A continuación se definen las variables mostradas en la figura 4.1, cada una de estas variables pueden formar parte del modelo propuesto o de alguna manera son utilizadas dentro es ésta investigación:

ESTATUS

Este campo hace referencia a la clasificación que realiza una institución bancaria sobre cada uno de sus acreditados, de tal forma que éste es considerado vigente si se mantiene al corriente en sus pagos o acumula menos de 90 días de mora en dichos pagos, en contraparte, un acreditado es clasificado como vencido si supera el umbral de 90 días de mora.

En particular nuestra base de datos contiene 89% de los registros catalogados como vigentes y 11% catalogados como vencidos.

CALIDAD CREDITICIA Y PD

Las variables de Calidad Crediticia y el término PD fueron obtenidos bajo una metodología implementada por una institución bancaria de reconocido prestigio a la cuál no se

tiene acceso, el objetivo entonces será crear una probabilidad de incumplimiento alternativa para cada uno de los acreditados, en función a las variables conocidas, para ello será necesario iniciar con el análisis de cada una de ellas y posteriormente analizar el comportamiento de todas las variables en su conjunto.

INDUSTRIA

Este campo toma el valor de alguna de las categorías mostradas en la figura 4.2 haciendo referencia a la industria a la que pertenece cada uno de los acreditados de acuerdo a la actividad económica que desempeña.

Industria	Descripción
1	Agricultura, Ganadería, Silvicultura, Pesca y Caza.
2	Industria Extractiva, Eléctrica y Captación y Suministro de Agua Potable.
3	Instituciones Financieras.
4	Gobierno.
5	Construcción.
6	Comercio.
7	Transporte y Telecomunicaciones.
8	Servicios

Figura 4.2: Clasificación de industrias por actividad económica.

NUM_CRED_BANCOS_12

Este campo hace referencia al número de créditos abiertos con instituciones bancarias en los últimos 12 meses.

La forma de calcularlo es la siguiente:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{12} CRED_BK12_num_cred(i)(j)$$

donde:

$$\begin{aligned} i &= \text{La Institución Bancaria} \\ j &= \text{Mes de la observación} \end{aligned}$$

DIAS_MORA_BANCOS_12

Este campo hace referencia al número de días de mora promedio con instituciones bancarias en los últimos 12 meses.

La forma de calcularlo es la siguiente:

$$DIAS_MORA_BANCOS_12 = A/B$$

donde:

$$A = \left\{ \begin{array}{l} BK_12_numaccts_prompt * 0 \\ +BK_12_numaccts_prompt_1 - 29DPD * 30 \\ +BK_12_numaccts_prompt_30 - 59DPD * 60 \\ +BK_12_numaccts_prompt_60 - 89DPD * 90 \\ +BK_12_numaccts_prompt_90 - 119DPD * 120 \\ +BK_12_numaccts_prompt_120 - 149DPD * 150 \\ +BK_12_numaccts_prompt_150 - 179DPD * 180 \\ +BK_12_numaccts_prompt_180DPD * 360 \end{array} \right\}$$

y

$$B = \left\{ \begin{array}{l} BK_12_numaccts_prompt \\ +BK_12_numaccts_prompt_1 - 29DPD \\ +BK_12_numaccts_prompt_30 - 59DPD \\ +BK_12_numaccts_prompt_60 - 89DPD \\ +BK_12_numaccts_prompt_90 - 119DPD \\ +BK_12_numaccts_prompt_120 - 149DPD \\ +BK_12_numaccts_prompt_150 - 179DPD \\ +BK_12_numaccts_prompt_180DPD \end{array} \right\}$$

MESES_ULT_CTA_BANCO

Este campo hace referencia al número de meses desde la última cuenta abierta con instituciones bancarias.

La forma de calcularlo es la siguiente:

$$\min\{CTA_BK_num_cred(i)(j)\}$$

donde:

$$\begin{array}{l} i = \text{La institución bancaria} \\ j = \text{Meses transcurridos desde la última cuenta abierta} \end{array}$$

MTO_MAX_MMMXP_12

Este campo hace referencia al monto máximo otorgado en los últimos 12 meses.

La forma de calcularlo es la siguiente:

$$\max\{MTO_BK_mto_cred(i)(j)\}$$

donde:

$$\begin{array}{l} i = \text{La institución bancaria} \\ j = \text{Monto máximo otorgado en los últimos 12 meses} \end{array}$$

NUM_CRED_NOBANCOS_12

Este campo hace referencia al número de créditos abiertos con instituciones financieras no bancarias en los últimos 12 meses.

La forma de calcularlo es la siguiente:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{12} CRED_NBK12_num_cred(i)(j)$$

donde:

i = La institución no bancaria
 j = Mes de la observación

MESES_BURO

Este campo hace referencia al tiempo transcurrido en meses desde el momento en que la información crediticia de una persona moral o física es capturada en los registros del Buró de Crédito.

INST_REPOR_12

Este campo hace referencia al número de instituciones reportadas en los últimos 12 meses. La forma de calcularlo es la siguiente:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^{12} I_NBK12_num_inst(i) \\ & + \sum_{k=1}^m \sum_{r=1}^{12} I_NBK12_num_inst(j) \\ & + \sum_{k=1}^l \sum_{r=1}^{12} I_NBK12_num_inst(k) \end{aligned}$$

donde:

i = La institución bancaria
 j = La institución no bancaria
 k = La institución comercial
 r = Mes de la observación

Las razones financieras han sido definidas en la figura 4.1, por lo tanto nos enfocaremos a describir su significado:

RAZON_1

Muestra la capacidad de pago a corto plazo de la empresa, representa un índice de liquidez.

RAZON_2

Hace referencia a la proporción de deuda total con los activos circulantes.

RAZON_3

Indica la proporción de activos financiados por la recursos externos, determina la importancia de acreedores en la empresa y representa una razón de endeudamiento.

RAZON_4

Mide la proporción entre la deuda y el patrimonio de la empresa, representa una razón de apalancamiento.

RAZON_5

Indica el número de veces al año en que los créditos han generado ventas.

RAZON_6

Indica la eficiencia con la que una empresa emplea la totalidad de los activos en la generación de sus ventas, representa la rotación de activos totales dentro de una empresa.

RAZON_7

Indica el número de veces que el EBIT cubre los gastos generados por interés, mide la capacidad de la empresa para cubrir los pagos de intereses por deudas contraídas.

RAZON_8

Mide la proporción entre los pasivos de una empresa y la suma de éstos y el capital contable, se dice que si esta razón supera $2/3$ partes, la empresa se encuentra en problemas para seguir operando.

A continuación se presenta un análisis univariado de cada uno de los campos de interés que conforman a la base de datos. Se inicia este análisis presentando los histogramas para cada una de las p variables pertenecientes a la matriz de datos \mathbb{X} :

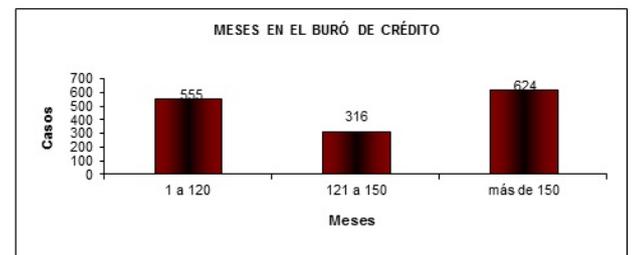
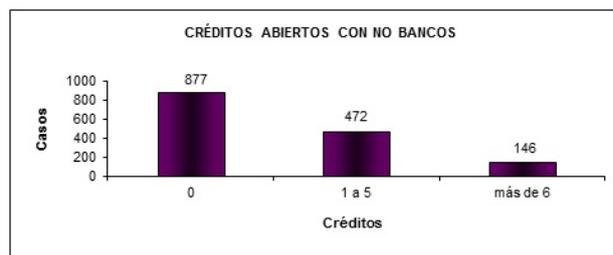
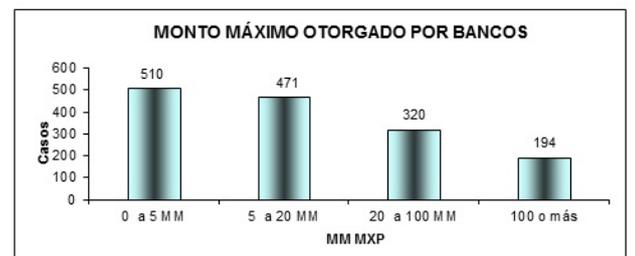
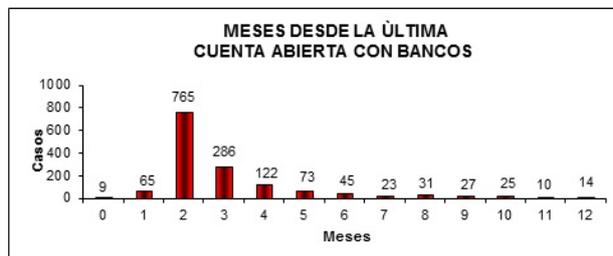
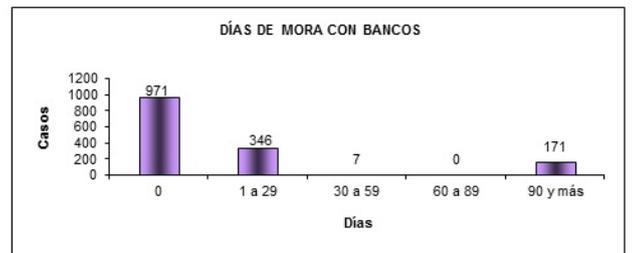
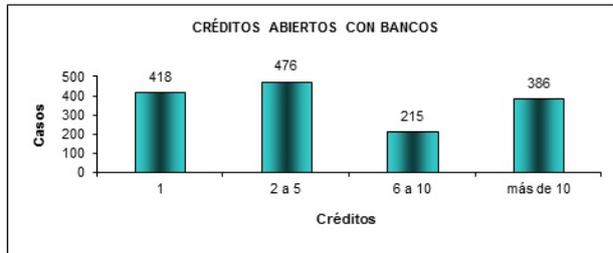
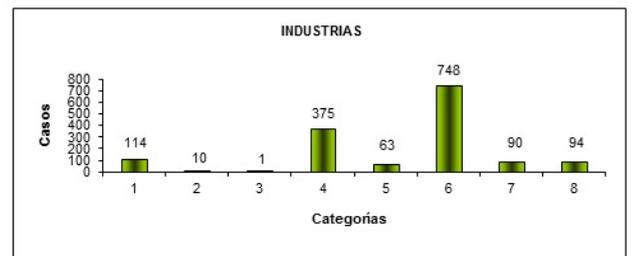
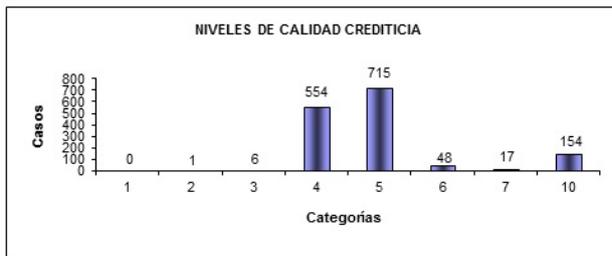


Figura 4.3: Histogramas Comportamiento Crediticio.

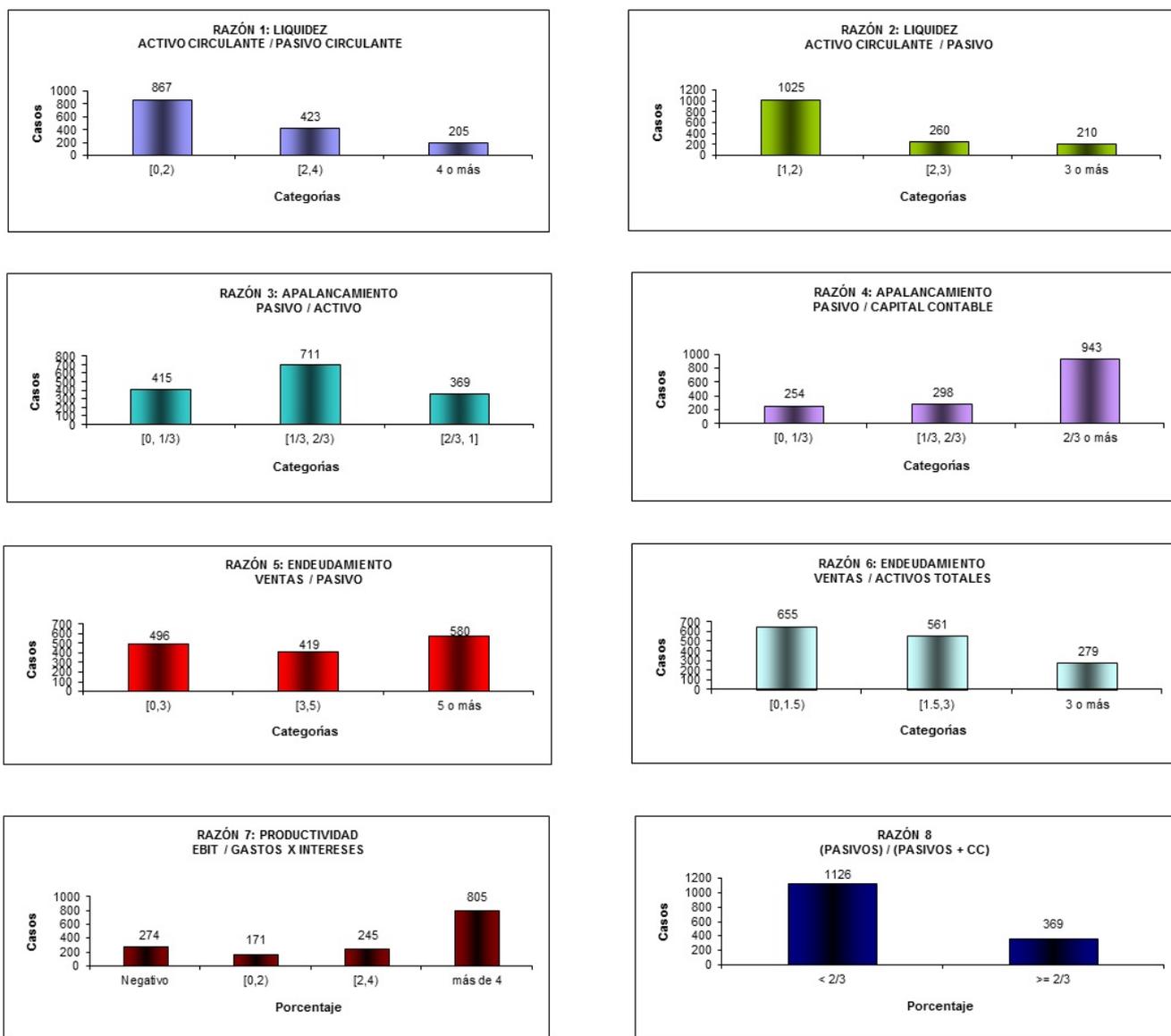


Figura 4.4: Histogramas Razones Financieras.

Tomando como base la calidad crediticia de cada uno de los acreditados, se pueden obtener los valores promedios de cada una de las variables mencionadas con anterioridad y posteriormente analizar el comportamiento de los acreditados pertenecientes a cada una de las categorías del campo calidad crediticia.

La siguiente tabla muestra de manera resumida el comportamiento de cada una de las variables agrupadas en cada una de las categorías que conforman el campo de Calidad Crediticia:

CALIDAD	Núm. Creditos con Bancos	Días de Mora	Meses última cuenta bancaria	Monto maximo	Núm. Creditos con No Bancos
Sobresaliente	1.00	-	3.00	23.00	2.00
Buena	6.00	4.58	2.50	65.50	10.33
Satisfactoria	554.00	0.98	3.38	37.00	2.89
Adecuada	715.00	0.87	3.09	24.72	1.60
Debil	48.00	0.76	2.79	26.23	1.27
Pobre	17.00	96.16	3.12	30.29	5.94
Mala	154.00	96.02	3.04	134.66	5.95

CALIDAD	Meses en Buro de Crédito	Instituciones reportadas	Liquidez 1	Liquidez 2	Apalancamiento 1
Sobresaliente	95.00	8.00	3.49	3.18	0.24
Buena	139.50	4.17	11.32	3.60	0.17
Satisfactoria	129.28	6.60	3.79	2.39	0.44
Adecuada	124.88	6.96	179,942.19	122,438.63	0.45
Debil	102.31	6.85	8.14	1.68	0.48
Pobre	107.88	8.00	1.51	1.36	0.89
Mala	113.49	5.97	1.48	2.09	0.88

CALIDAD	Apalancamiento 2	Endeudamiento 1	Endeudamiento 2	Productividad	Pasivos
Sobresaliente	0.31	8.96	2.12	42,793,001.00	0.24
Buena	0.22	5.91	1.11	52,198,252.43	0.17
Satisfactoria	1.20	7.45	2.55	5,216,351.22	0.44
Adecuada	1.35	160,965.49	2.14	196,659.09	0.45
Debil	1.44	3.32	1.44	51,406.73	0.48
Pobre	3.14	0.15	0.13	9.91	0.75
Mala	4.13	0.12	0.22	289,902.00	0.77

Figura 4.5: Comportamiento por Calidad Crediticia.

Una manera abreviada de presentar el comportamiento de dichas variables se muestra a continuación en la figura 4.6.

CARAS DE CHERNOFF

Variable	Atributo
NUM_CRED_BANCOS_12	Altura de la cara
DIAS_MORA_BANCOS_12	Longitud de la nariz
MESES_ULT_CTA_BANCO	Ancho de la parte inferior de la cara
MTO_MAX_MMMXP_12	Curvatura de la boca
NUM_CRED_NOBANCOS_12	Anchura de boca
MESES_BURO	Altura de la boca
INST_REPOR_12	Distancia entre los ojos (.5-.9)
Razon_1 (Liquidez 1)	Ancho de la mitad superior de la cara
Razon_2 (Liquidez 2)	Angulo de ojos/cejas
Razon_3 (Apalancamiento 1)	Altura de las cejas
Razon_4 (Apalancamiento 2)	Posición de los ojos
Razon_5 (Endeudamiento 1)	Altura de los ojos
Razon_6 (Endeudamiento 2)	Forma de los ojos
Razon_7 (Productividad)	Tamaño de los ojos
Razon_8 (Pasivos)	Anchura de las cejas

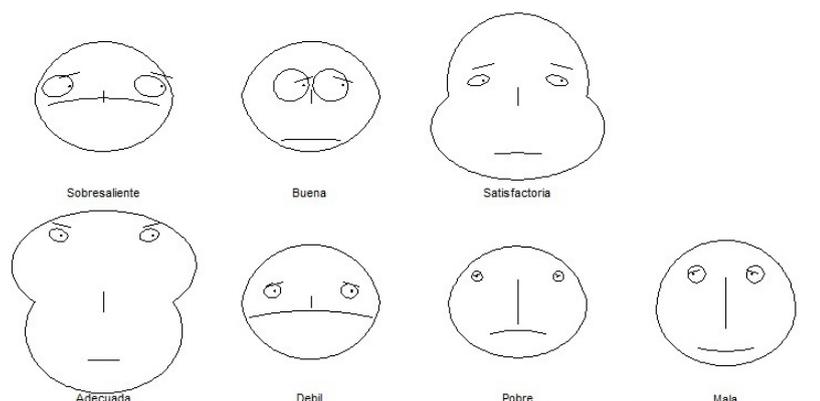


Figura 4.6: Análisis univariado utilizando Caras de Chernoff.

Las caras de Chernoff fueron desarrolladas por Herman Chernoff, su objetivo es representar datos multivariados a través de la forma de un rostro humano. Las partes individuales, tales como ojos, oídos, boca y nariz representan los valores de las variables por su forma,

tamaño, ubicación y orientación. La idea detrás de usar estos rostros se basa en que los seres humanos pueden reconocer fácilmente la cara y notar pequeños cambios sin dificultad, de esta forma es mucho más sencillo encontrar diferencias entre diferentes calidades crediticias que al analizar la información presente en la figura 4.5. Las caras de Chernoff se encargan de manejar cada variable de manera diferente, debido a que las características de los rostros varían en importancia percibida.

También podemos analizar el comportamiento de nuestros datos a través de un diagrama de estrellas:

STARPLOT: CALIDAD CREDITICIA

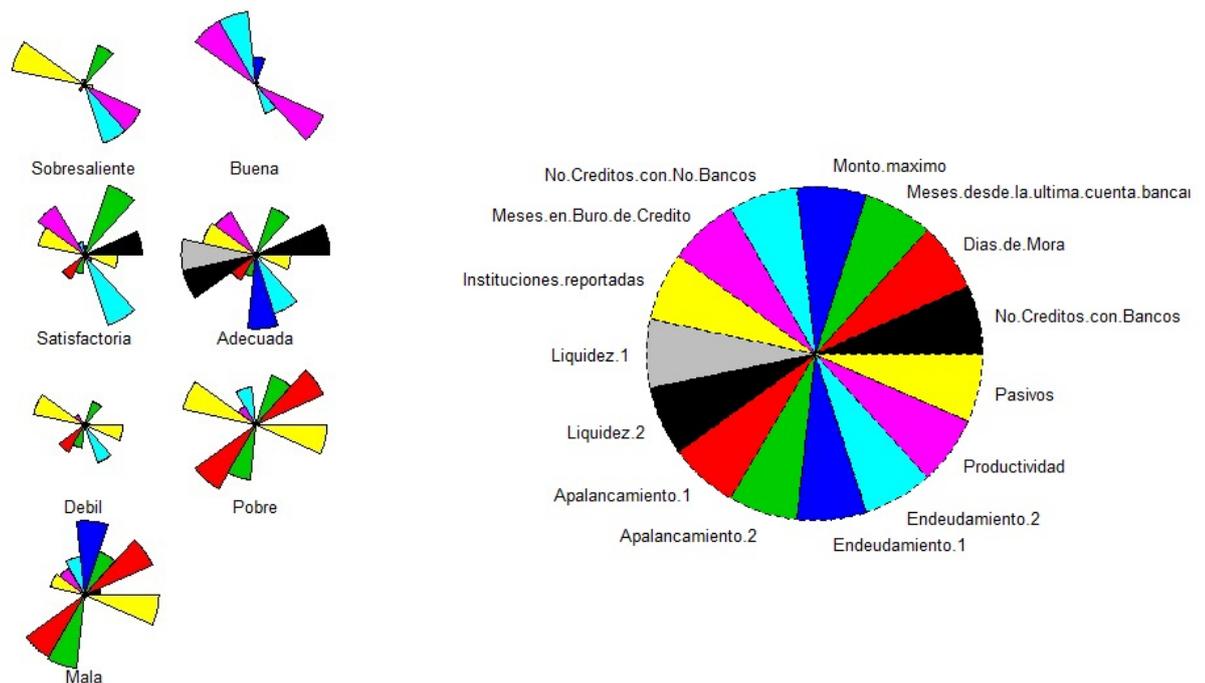


Figura 4.7: Diagrama de estrellas.

En este diagrama cada observación categoría del campo Calidad Crediticia se representa mediante una estrella en donde cada variable medida será un rayo o eje de la estrella. La longitud de este rayo dependerá del valor de la variable.

Hasta ahora el análisis descriptivo que se ha presentado es complementemente univariado, ya que se ha descrito el comportamiento de cada una de las variables de manera independiente. Debido al tamaño de nuestra matriz de información $\mathbb{X}_{(1495 \times 15)}$, nos interesará utilizar variables que aporten información valiosa para nuestro estudio, por lo cuál un factor importante a considerar será la ausencia de correlación (relación lineal entre dos variables estadísticas) y la colinealidad (una variable es combinación lineal de otra), para ello utilizaremos la siguiente gráfica:

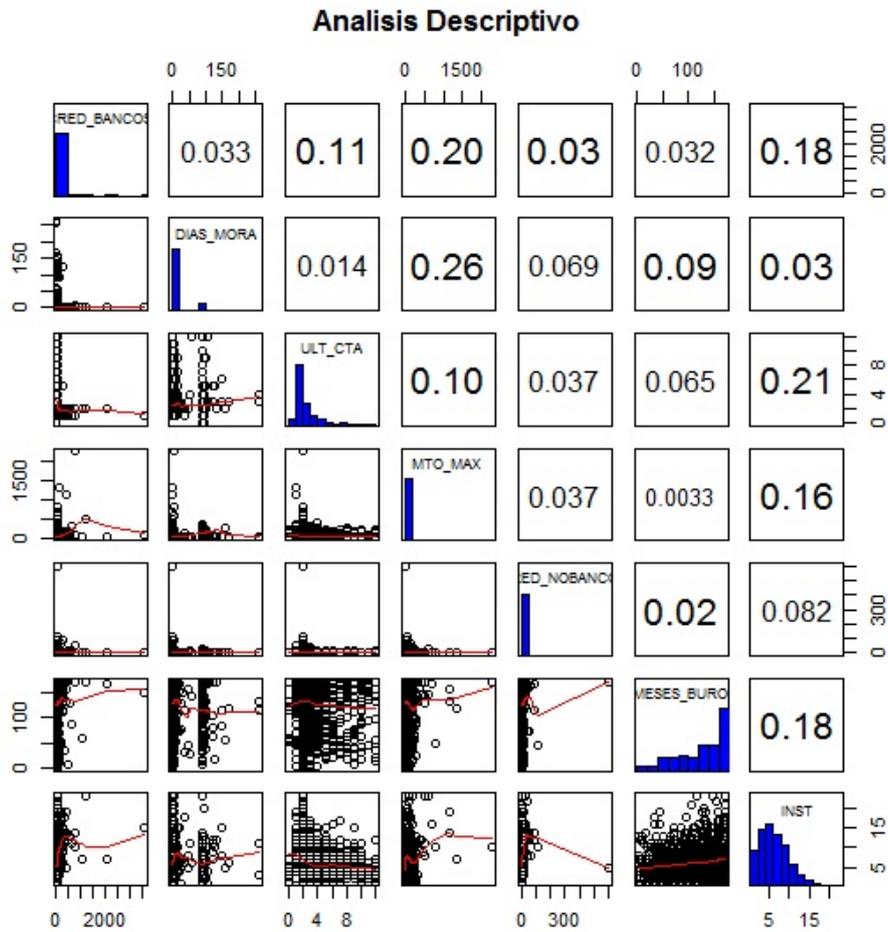


Figura 4.8: Análisis Descriptivo: Comportamiento crediticio.

La figura 4.8 muestra una matriz en la que se puede analizar la relación por pares de las variables de comportamiento crediticio de cada cliente. En la parte superior se visualiza el coeficiente de correlación de Pearson para cada par de variables, en la diagonal una aproximación al histograma de cada variable y finalmente en la parte inferior se muestran diversas regresiones lineales simples obtenidas de igual forma para cada par de variables.

Como puede observarse, en ningún caso existe una variable que pueda ser explicada satisfactoriamente por otra y al mismo tiempo en ningún caso se presenta un coeficiente de correlación alto, con lo cuál concluimos que cada una de las variables de comportamiento pertenecientes a la matriz \mathbb{X} aportarán información distinta al modelo propuesto y además ninguna variable se encuentra relacionada directamente con alguna otra.

Por otra parte, al realizar el mismo análisis para las variables financieras, se tienen los siguientes resultados:

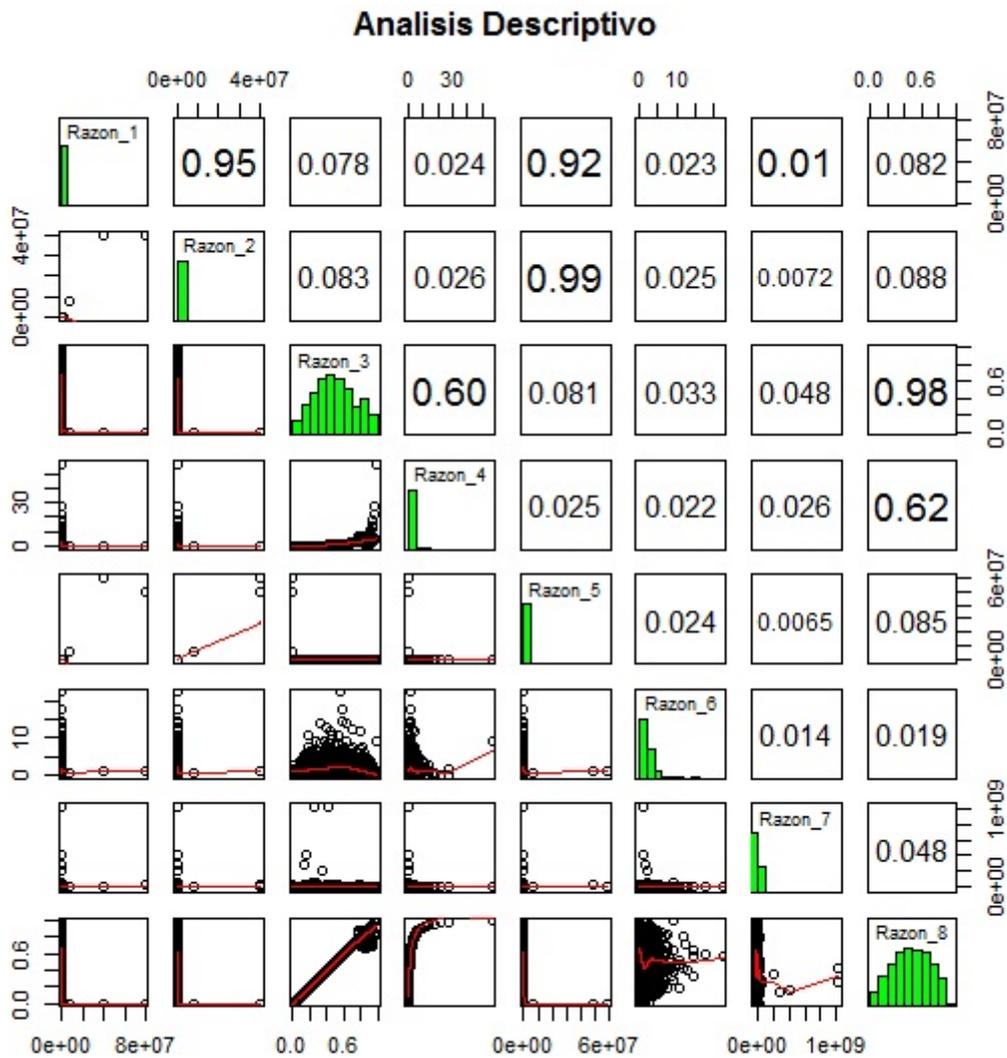


Figura 4.9: Análisis Descriptivo: Razones Financieras.

En este caso puede observarse una alta correlación entre algunas variables, sin embargo este no es motivo suficiente para extraer dichas variables de nuestro análisis, ya que a pesar de que algunas de las variables fueron construidas con componentes financieros en común, dichas variables pueden interpretarse de distintas maneras de tal forma que aporten información financiera relevante e independiente.

4.3.4. Escalamiento de las variables.

Es muy común que las variables que se nos presenten sean de diferente tipo y que se encuentren en diferentes escalas, entonces la varianza de una variable no podrá compararse con la de otra ya que las unidades serán más grandes en una variable que en otra.

La forma más usada de escalamiento de variables es la estandarización, la cuál radica en que si originalmente se tienen p variables x_1, x_2, \dots, x_p entonces se realiza una transformación de la cuál obtendremos p nuevas variables de la siguiente forma:

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{(Var(x_i))^{\frac{1}{2}}}$$

$$i = 1, \dots, p$$

Con estas nuevas variables podremos realizar un análisis que presente mayor homogeneidad entre las variables utilizadas..

4.4. Análisis de Componentes Principales.

El objetivo principal del análisis de componentes principales es el de reducir la dimensionalidad dentro del estudio de datos multivariantes. Como es de esperarse perderemos un poco de información, sin embargo nuestro análisis se llevará a cabo de una manera más sencilla utilizando menos recursos informáticamente hablando.

Entonces, con la ayuda de componentes principales, dadas n observaciones de p variables cada una, se desea representar adecuadamente esta información con un número menor de variables construidas como combinaciones lineales de las originales. Esta técnica se le atribuye a Hotelling (1933), aunque Karl Pearson es considerado uno de los predecesores del análisis de componentes principales al desarrollar ajuste de puntos en un espacio multidimensional a una línea o a un plano. Es importante mencionar que no se busca realizar inferencia, sino más bien explicar el comportamiento de la población obteniendo la mayor información posible con el número mínimo de hipótesis.

Si transformamos un conjunto de variables x_1, x_2, \dots, x_p en un nuevo conjunto y_1, y_2, \dots, y_p de tal forma que estas nuevas variables no estén correlacionadas linealmente, es decir, $Cov(y_i, y_j) = 0$ para $i \neq j$ se deben cumplir las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} y_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1p}x_p \\ y_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2p}x_p \\ &\vdots \\ y_p &= a_{p1}x_1 + a_{p2}x_2 + \dots + a_{pp}x_p \end{aligned}$$

Retomando la condición de no correlación y considerando sin pérdida de generalidad que $\mathbb{E}(y_i) = 0 \forall i$ tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} Cov(y_i, y_j) &= \mathbb{E}(y_i y_j) = \mathbb{E}\left(\sum_{k=1}^p a_{ik} x_k \sum_{m=1}^p a_{jm} x_m\right) \\ Cov(y_i, y_j) &= \sum_{k,m=1}^p a_{ik} a_{jm} \mathbb{E}(x_k x_m) \\ Cov(y_i, y_j) &= \sum_{k,m=1}^p a_{ik} a_{jm} Cov(x_k, x_m) = 0 \end{aligned}$$

Se tienen varias soluciones para satisfacer las condiciones de independencia que queremos. Para tener una solución única los vectores a_s deben ser ortonormales, entonces se debe cumplir que:

$$\sum_{i=1}^p a_{ij}a_{ik} = \begin{cases} 0 & \text{si } j \neq i \\ 1 & \text{si } j = i \end{cases}$$

En particular se tiene que:

$$\sum_{i=1}^p a_{ij}^2 = 1$$

Si reescribimos estas ecuaciones en notación matricial, tenemos lo siguiente:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{pmatrix} = a'X$$

De todas las combinaciones lineales posibles y_1 tiene la varianza más grande, y_2 tendrá la segunda varianza más grande y así sucesivamente. La idea de construir y_1, y_2, \dots, y_p es que los primeros k componentes puedan describir la mayor parte de la variabilidad de las variables originales x_1, x_2, \dots, x_p .

Anteriormente se comentó que el método no hace supuestos distribucionales sobre las variables originales, por lo tanto no implica hacer inferencia alguna, sin embargo si nos importa maximizar la forma cuadrática $a'Xa$ sujeto a la restricción $a'Ia = 1$. Por tanto, el problema es planteado de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Max } Var(y_1) &= a_1'Var(x)a_1 = a_1'Va_1 \\ &\text{sujeto a:} \\ &a_1'Ia_1 = 1 \end{aligned}$$

Entonces obtenemos que:

$$\begin{aligned} \text{Max } a_1'Va_1 - \lambda(a_1'Ia_1 - 1) &= a_1'(V - \lambda I)a_1 - \lambda \\ &\text{o bien} \\ \text{Max } \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^p a_{1j}V_{ji}a_{1i} - \lambda \sum_{i=1}^p a_{1i}^2 - \lambda &= f(a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1p}) \end{aligned}$$

donde:

$$V = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} & \dots & V_{1p} \\ V_{21} & V_{22} & \dots & V_{2p} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ V_{p1} & V_{p2} & \dots & V_{pp} \end{pmatrix}$$

$$V_{ij} = V_{ji}$$

Siguiendo con el análisis obtendremos que:

$$Var(y_i) = Var(a_i' V a_i) = \lambda_i$$

Tomaremos $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_3$

Y de esta manera decimos que el i – *ésimo* componente principal explica $\frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^p \lambda_i} * 100 \%$ de la variabilidad contenida en los datos.

A continuación se presentan los resultados obtenidos después de aplicar la técnica de componentes principales sobre los datos pertenecientes a la base de datos, a partir de la cual se obtendrá la información necesaria para calcular las probabilidades de incumplimiento de los clientes del banco bajo una nueva metodología.

Las variables consideradas para este análisis son las siguientes:

Variable	Descripción
NUM_CRED_BANCOS_12 *	Número de créditos abiertos con Instituciones Bancarias en los últimos 12 meses.
DIAS_MORA_BANCOS_12 *	Días de mora promedio con Instituciones Bancarias en los últimos 12 meses
MESES_ULT_CTA_BANCO *	Número de meses desde la última cuenta abierta con Instituciones Bancarias.
MTO_MAX_MMMXP_12 *	Monto máximo otorgado en los últimos 12 meses.
NUM_CRED_NOBANCOS_12 *	Número de Créditos Abiertos con Instituciones Financieras No Bancarias en los últimos 12 meses.
MESES_BURO *	Antigüedad en el Buró de Crédito.
INST_REPOR_12 *	Número de instituciones reportadas en los últimos 12 meses.
Razon_1	Activo Circulante/Pasivo Circulante
Razon_2	Activo Circulante/Pasivo
Razon_3	Pasivo/Activo
Razon_4	Pasivo_Total/Capital Contable
Razon_5	Ventas/Pasivo
Razon_6	Ventas/Activos Totales
Razon_7	EBIT/Gastos X Intereses
Razon_8	Pasivos/(Pasivos + Cap. Contable)

* Nota: Variables referentes al comportamiento crediticio de cada cliente.

Figura 4.10: Variables utilizadas para el análisis de Componentes Principales.

Como puede observarse, las variables presentadas son sólo algunas de las presentadas en la figura 4.1. A partir de ellas se aplica la técnica de componentes principales a fin de obtener un número reducido de combinaciones lineales de las 15 variables utilizadas que expliquen mejor la variabilidad de los datos, de tal forma que ésta se reduzca. Cabe mencionar que las variables han sido estandarizadas, de esta manera todos los valores de cada uno de los campos considerados en el análisis se regirán bajo la misma escala permitiendo así que sean comparables y que posteriormente sean utilizadas en combinaciones lineales que expliquen la variabilidad del universo seleccionado. El análisis de los resultados obtenidos se presenta en la figura 4.11

Análisis de Componentes Principales			
Componente Número	Eigenvalor	Porcentaje de Varianza	Porcentaje Acumulado
1	3.15621	21.041	21.041
2	2.76011	18.401	39.442
3	1.55747	10.383	49.825
4	1.24832	8.322	58.147
5	1.07739	7.183	65.33
6	0.973458	6.49	71.82
7	0.923687	6.158	77.978
8	0.851325	5.676	83.653
9	0.739251	4.928	88.581
10	0.684033	4.56	93.142
11	0.543342	3.622	96.764
12	0.385318	2.569	99.333
13	0.0913577	0.609	99.942
14	0.00680298	0.045	99.987
15	0.00192978	0.013	100

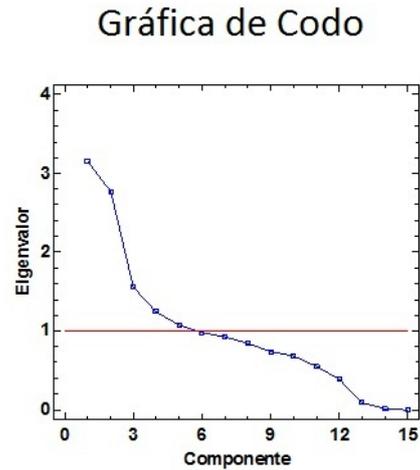


Figura 4.11: Análisis de Componentes Principales.

Al considerar cinco componentes principales tenemos que se acumula el 65,33% de la variabilidad total de los datos seleccionados para aplicar la técnica. Adicionalmente, se puede observar que los valores propios o eigenvalores de los primeros cinco componentes, superan el valor de 1.0; motivo por el cual son considerados como componentes válidos para nuestro análisis.

El siguiente paso será obtener los pesos por componente para cada una de las variables, a fin de obtener una valor específico para cada cliente y utilizar los componentes obtenidos como nuevas variables dentro del análisis de conglomerados que revisará más adelante. Los resultados de dichos pesos se presentan a continuación:

Tabla de Pesos de los Componentes					
Variables	Componente	Componente	Componente	Componente	Componente
	1	2	3	4	5
CRED_BANCOS	0.0516383	0.0388975	0.451526	-0.0834779	0.423895
DIAS_MORA	0.288016	0.270226	-0.100339	0.422276	-0.0145183
ULT_CTA	-0.0700344	-0.0745218	-0.365627	0.130199	0.248506
MTO_MAX	0.169057	0.151137	0.313026	0.304533	0.220832
CRED_NOBANCOS	0.0488167	0.0402731	0.12827	0.089899	-0.346713
MESES_BURO	-0.0313771	-0.0474444	0.334851	-0.0561047	-0.499233
INST	0.115821	0.0396833	0.508518	-0.256061	-0.196169
Razon_1	-0.356467	0.441309	0.00642468	-0.0338742	-0.00188996
Razon_2	-0.367371	0.45243	0.00852097	-0.0333573	-0.00915478
Razon_3	0.432069	0.328097	-0.0865296	-0.149354	-0.0298649
Razon_4	0.316928	0.27485	-0.160451	-0.166721	0.059394
Razon_5	-0.363022	0.4484	0.00934425	-0.0345075	-0.0113277
Razon_6	-0.0570609	-0.0953564	-0.159112	-0.722639	0.141382
Razon_7	-0.015026	-0.00690571	0.318932	-0.00886694	0.525606
Razon_8	0.423897	0.314296	-0.0821663	-0.228883	-0.0277413

Figura 4.12: Tabla de Pesos para cada componente.

En la siguiente sección, se utilizarán los resultados obtenidos de los primeros cinco componentes, aplicados sobre la teoría de análisis de conglomerados.

4.5. Análisis de Conglomerados.

El *análisis de conglomerados* (*clusters*), tiene como objetivo realizar agrupamientos de elementos similares entre ellos, creando así grupos homogéneos que sirven para realizar un análisis más sencillo de los datos. Generalmente se agrupan observaciones, sin embargo, las técnicas usadas en este tipo de análisis también nos permiten agrupar variables.

Durante el presente capítulo se agruparan las observaciones que se suponen heterogéneas y se dividirán en un número específico de grupos, G , que deberán cubrir con las siguientes condiciones:

- a) Cada observación debe pertenecer a uno y sólo uno de los grupos formados
- b) Toda observación debe quedar clasificada
- c) Cada grupo formado debe ser homogéneo

Para realizar esta tarea se pueden elegir dos alternativas: la primera de ellas es usando métodos jerárquicos, y la segunda considerando los métodos de optimización (no jerárquicos). Por un lado, se tiene que los métodos de partición utilizan directamente a la matriz de datos, sin embargo los algoritmos jerárquicos utilizan una matriz de distancias o similitudes entre los elementos de la muestra generando así una jerarquía basada en dichas distancias y en diversas medidas de cercanía (*single link*, *complete link*, *average link*).

4.5.1. Distancias y similaridades

Existen diferentes distancias utilizadas en individuos o subgrupos, entre las cuáles se encuentran: la euclidiana, el coseno entre dos puntos, Manhattan o city-block, la distribución de Minkowski, la distribución de Canberra, entre otras.

Si todas las variables son continuas, la distancia que usaremos entre las variables estandarizadas univariadamente será la *euclidiana* que toma sus entradas desde la matriz de observaciones:

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2p} \\ & \vdots & & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \dots & x_{np} \end{pmatrix}$$

Entonces la distancia euclidiana será de la forma:

$$d_{ij}^2 = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p (x_{ik} - x_{jk})^2$$

Al estandarizar las variables y usar la distancia euclidiana estamos dando un peso similar a cada una de ellas con independencia de su variabilidad original, lo cual tal vez no sea aconsejable.

De acuerdo a la colección de datos con la que se dispone para realizar el análisis de probabilidades de incumplimiento en una cartera de créditos comerciales, se puede considerar que no se presentan variables binarias que puedan explicar dicha probabilidad, sin embargo, en caso de que éstas existiesen se presentarían algunos problemas al aplicar la técnica propuesta en esta sección.

El problema de utilizar la distancia euclidina, Manhattan o Camberra cuando se tienen variables binarias es que al evaluar $(x_{ik} - x_{jk})$ sólo puede tomar los valores cero (si el atributo está o no está en ambos elementos al mismo tiempo) y uno (si el atributo está en un elemento y en el otro no). Lo que sucede con variables continuas estandarizadas es que al evaluar en $\frac{(x_{ik} - x_{jk})}{s_1}$ el resultado obtenido puede ser mayor que uno y así las variables continuas pesarán más que las binarias. La solución a este problema es usar un coeficiente de similitud que se define como una función s_{jih} para la variable $j = 1, \dots, p$ entre dos elementos de la muestra (i, h) , dicha función es no negativa, simétrica y cumple con las siguientes condiciones:

- a) $s_{jii} = 1$
- b) $0 < s_{jih} < 1$
- c) $s_{jih} = s_{jhi}$

Gower propone usar un coeficiente general que es de la forma:

$$s_{ih} = \frac{\sum_{k=1}^p w_{jih} * s_{jih}}{\sum_{k=1}^p w_{jih}}$$

donde w_{jih} es una variable dicotómica y toma como valor uno, sólo si la comparación entre dos observaciones mediante la variable j tiene sentido; y cero en caso contrario. En general podemos leer a este coeficiente como:

s_{jih} = Similitud entre el individuo i y el individuo h con base en la variable j

Si no hay casos faltantes, podemos generar una matriz $S = s_{ih}$ semipositiva definida y por otro lado tomar a la matriz $D = d_{ih}$ como matriz de distancias donde $d_{ih} = (1 - s_{ih})^{1/2}$:

$$\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & \dots & d_{1p} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & \dots & d_{2p} \\ & \vdots & & & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & d_{n3} & \dots & d_{np} \end{pmatrix}$$

Supongamos que nuestro *universo* de acreditados está conformado por n individuos o acreditados, cada uno con características específicas o atributos (valores que toma en cada una de las variables). Es de nuestro interés generar agrupamientos de dichos individuos de acuerdo a la similitud entre dichas características, podremos generar el número de grupos que deseemos de acuerdo a los casos de estudio que necesitemos. Vamos a suponer que nos interesara tener tres agrupamientos, cada uno con características distintas, para ello es necesario hacer un *cutree* con $k = 3$ sobre un árbol jerárquico llamado *dendograma*.

El *dendograma* es una representación gráfica (en forma de árbol) que muestra el resultado de agrupar las observaciones bajo el criterio de las distancias mencionadas anteriormente. Se sustenta en el hecho de que si consideramos tres grupos, A,B,C, se verifica que:

$$d(A, C) \leq \max\{d(A, B), d(B, C)\}$$

A la medida de distancia que cumple con esta propiedad se le denomina *ultramétrica* y es más fuerte que la propiedad triangular ya que siempre se están utilizando distancias. A grandes rasgos, el dendograma es la representación gráfica de una ultramétrica y se construye siguiendo los siguientes pasos:

- a) En la parte inferior del gráfico se localizan las n observaciones iniciales, que pueden observarse como n agrupamientos diferentes.
- b) Las uniones entre observaciones se indican mediante tres líneas rectas, dos de ellas dirigidas a las observaciones que se unen, y que son perpendiculares al eje de los elementos, y una más paralela a este eje, que se sitúa al nivel en que se unen.
- c) El proceso se repite hasta que todos los elementos estén conectados.

Una representación como la del dendograma es muy útil cuando los puntos tienen una estructura jerárquica clara, en tal caso podemos cortar el dendograma en un nivel de distancia dado (con *cutree*), y con ello limitaremos el número de agrupamientos siendo n el número máximo de agrupamientos posibles, donde n es el número total de observaciones en la muestra.

A continuación describiremos las diferentes distancias que se pueden utilizar así como los resultados obtenidos con cada una de ellas:

Distancia	Expresión
Euclidiana	$d_{ij}^2 = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p (x_{ik} - x_{jk})^2$
Manhattan	$d_{ij} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p (x_{ik} - x_{jk}) $
Minkowski	$d_{ij}^r = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p (x_{ik} - x_{jk}) ^r$
Camberra	$d_{ij}^2 = \sum_{k=1}^p \frac{ (x_{ik} - x_{jk}) }{ x_{ik} + x_{jk} }$

Cuadro 4.1: Distancias entre observaciones.

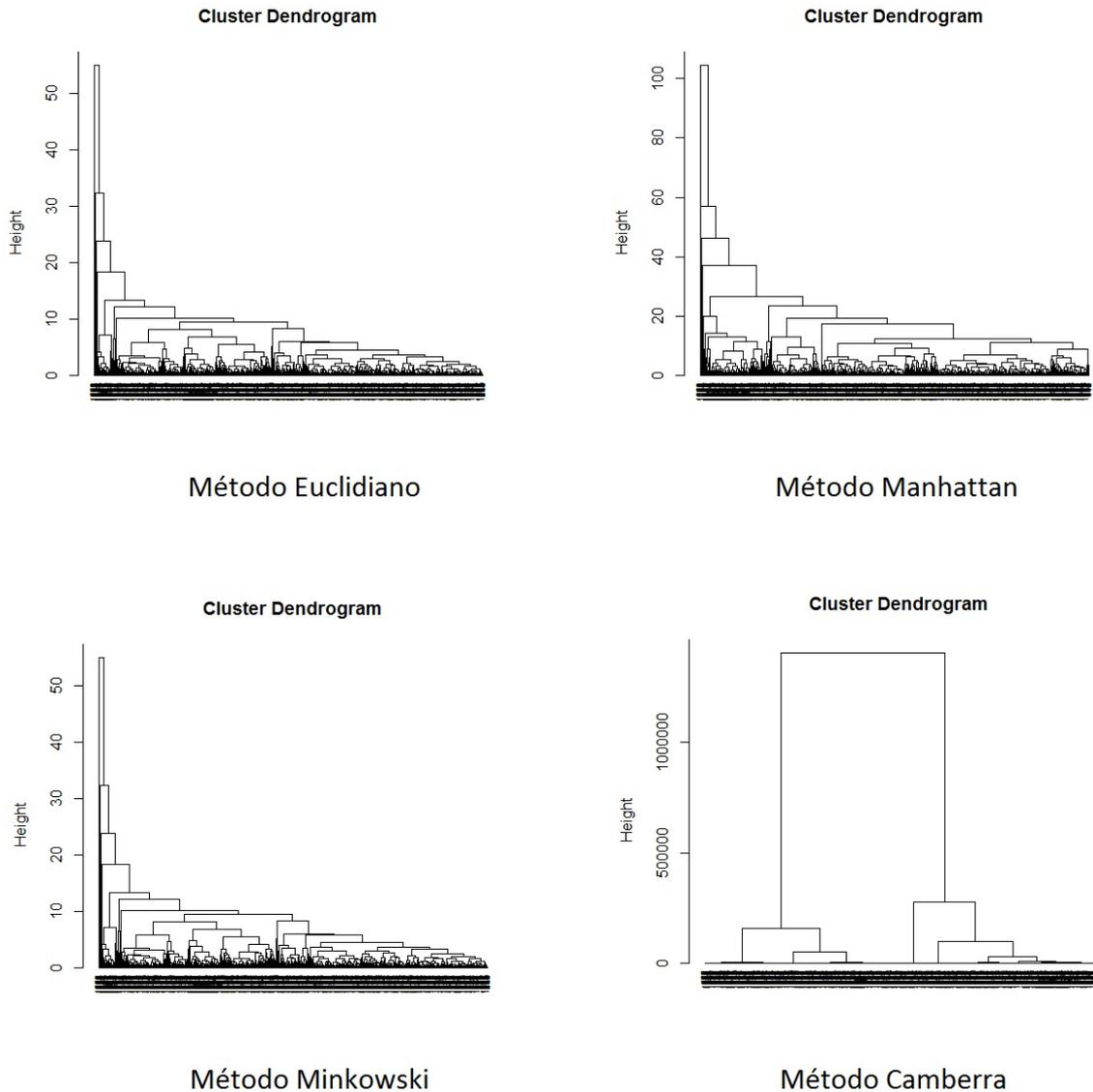


Figura 4.13: Dendogramas.

Con la figura 4.13 podemos darnos cuenta que ciertas distancias son muy parecidas entre ellas y por ende sus dendogramas también, sin embargo se puede observar que con los datos utilizados, la distancia Camberra divide claramente a los clientes en agrupaciones más fáciles de analizar, por dicho motivo se ha elegido utilizar a la distancia Camberra para proseguir con el análisis.

Una vez elegida la distancia que se utilizará y por ende el dendograma que se generará, podemos realizar el *análisis de conglomerados* con la distancia elegida así como con el número de grupos que son de nuestro interés, con lo cuál se obtiene la siguiente salida:

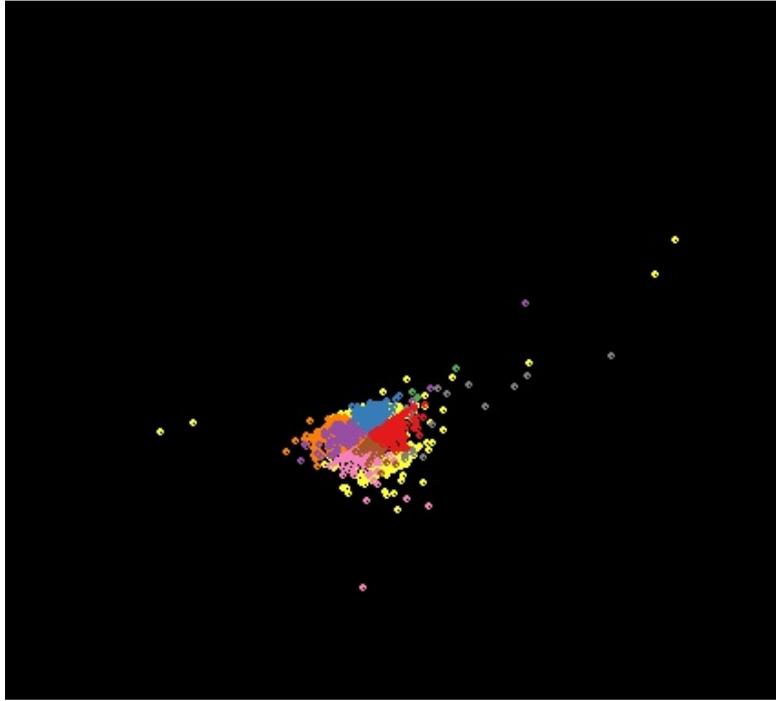


Figura 4.14: Análisis de conglomerados con la distancia Camberra.

Cada uno de los puntos mostrados en la figura 4.14 representa a un acreditado con características particulares, bajo esta metodología se ha elegido crear 10 grupos de individuos con características similares dentro de sus grupos de permanencia, a través de la distancia Camberra definida previamente.

De esta forma los individuos marcados en color verde poseen atributos similares entre sí y a su vez se comportan de una manera muy diferente a los miembros del grupo marcado en color amarillo. Se hace énfasis en analizar el comportamiento de estos dos grupos en particular, ya que poseen atributos que difieren radicalmente. Antes de detallar sus características, se muestra su posicionamiento espacial en la siguiente figura:

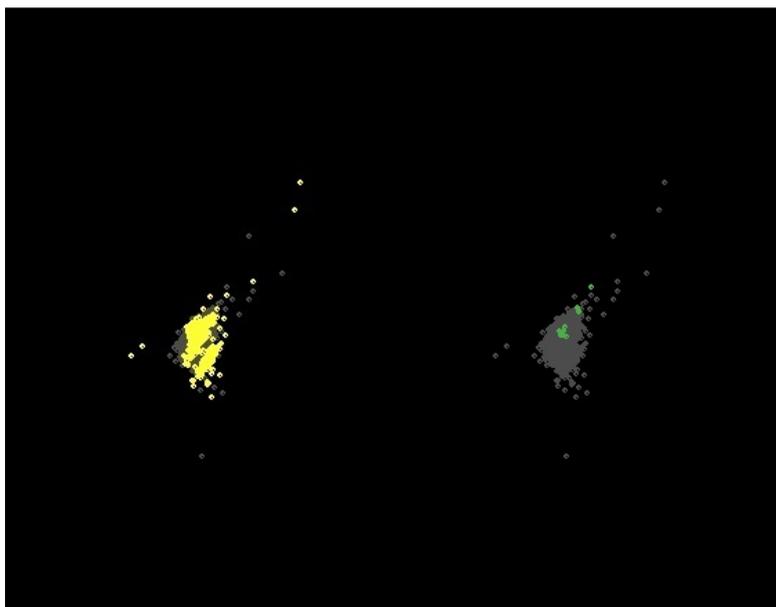


Figura 4.15: Comparativo espacial de conglomerados extremos.

A continuación se presentan los valores que toman algunos de los atributos de ambos conglomerados, en el conglomerado amarillo se han concentrado aquellos clientes que tienen problemas para cumplir con sus obligaciones pactadas con el banco, es de esperarse entonces que su comportamiento crediticio en todo el sistema financiero sea similar al presentado dentro del banco pero además se concluye que la salud financiera de dichos clientes es mala. En contraparte, los clientes que conforman el conglomerado verde tienen un comportamiento adecuado en todo el sistema financiero, en particular son catalogados como vigentes considerando los créditos abiertos con el banco, adicionalmente se puede concluir que su salud financiera es estable.

Conglomerado Amarillo		Conglomerado Verde	
Variable	Atributo	Variable	Atributo
ESTATUS	Vencidos	ESTATUS	Vigentes
NUM_CRED_BANCOS_12	Algunos créditos (9 en promedio)	NUM_CRED_BANCOS_12	Muchos créditos (25 en promedio)
DIAS_MORA_BANCOS_12	Más de 90 días	DIAS_MORA_BANCOS_12	Menos de 1 día en promedio
MTO_MAX_MMMXP_12	Montos altos	MTO_MAX_MMMXP_12	Montos ligeramente altos
NUM_CRED_NOBANCOS_12	Muchos créditos (8 en promedio)	NUM_CRED_NOBANCOS_12	Muchos más créditos (14 en promedio)
MESES_BURO	Acumula 105 días en promedio	MESES_BURO	Acumula 129 días en promedio
INST_REPOR_12	Pocas (5 en promedio)	INST_REPOR_12	Muchas (9 en promedio)
Razon_1 (Liquidez 1)	Mala	Razon_1 (Liquidez 1)	Aceptable
Razon_3 (Apalancamiento 1)	Mala	Razon_3 (Apalancamiento 1)	Aceptable
Razon_5 (Endeudamiento 1)	Mala	Razon_5 (Endeudamiento 1)	Aceptable
Razon_6 (Endeudamiento 2)	Mala	Razon_6 (Endeudamiento 2)	Aceptable
Razon_7 (Productividad)	Mala	Razon_7 (Productividad)	Buena
Razon_8 (Pasivos)	Mala	Razon_8 (Pasivos)	Buena

Figura 4.16: Comparativo analítico de conglomerados extremos.

El comportamiento de los grupos restantes puede analizarse detalladamente, en general dichos conglomerados se conforman por clientes catalogados vigentes, sin embargo su salud financiera así como su comportamiento crediticio son variables, motivo por el cuál será necesario aplicar una técnica más adecuada que nos permita discriminar si un cliente es bueno o malo, así como cuantificar el costo de los errores de clasificación que pudieran presentarse. Dicho análisis será expuesto en la siguiente sección.

4.6. Análisis de Discriminate

A diferencia del *análisis de conglomerados* en el cuál teníamos que construir un número de grupos útil para nuestro análisis de los datos, en este caso sabemos de antemano cuál es el número de grupos que tendremos que estudiar para realizar una buena clasificación dentro de nuestra población inicial.

Entonces podemos decir que dada la existencia de g grupos y una muestra de observaciones en cada uno de ellos, los objetivos de la clasificación supervisada serán:

- a) Discriminar.- Dadas las muestras de g grupos, definir cuáles son las características o atributos que distinguen a los elementos de cada uno de los grupos.
- b) Clasificar.- Dadas las muestras de g grupos, elegir el grupo al que pertenecerá una observación futura o externa.

En particular será de nuestro interés analizar si los elementos de nuestra base se encuentran registrados como vigentes o vencidos de acuerdo a su comportamiento crediticio dentro del banco. De esta forma se tiene que $g = 2$, es decir, tenemos dos grupos o poblaciones π_1 y π_2 y en cada uno de ellos existen n_1 y n_2 observaciones tales que $n = n_1 + n_2$ donde n es el número de observaciones que tenemos en la población total, entonces se tiene que:

$X = (x_{i1}, \dots, x_{ip}) :=$ Vector de valores observados en el i -ésimo sujeto, $i = 1, \dots, n$

Si $X_i \in \pi_1$ supondremos que tiene asociada una función de densidad $f_1(x_i)$. Por otro lado, si $x_i \in \pi_2$ supondremos que tiene asociada una función de densidad $f_2(x_i)$.

Una buena regla de clasificación puede ser definida por una partición del espacio muestral P -dimensional en 2 regiones disjuntas y asignar a una observación de acuerdo a la región en la que cae. Sin embargo en la práctica no se generan regiones disjuntas, lo que trae como consecuencia que las funciones de densidad se acomoden de tal forma que se sitúen una encima de otra en alguna región, esto trae como consecuencia que se generen errores de clasificación. En la figura 4.17 podemos observar que al clasificar una observación en la región 1 (color azul), ésta en realidad puede pertenecer a la región 2 (color marrón) y viceversa.

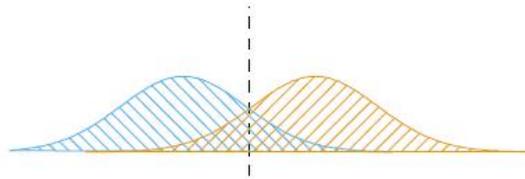


Figura 4.17: Funciones de densidad asociadas.

Será importante considerar el costo causado por estos errores, mismo que se define de la siguiente manera:

$$\text{Costo} = q_1 * C(2|1) * P(2|1) + q_2 * C(1|2) * P(1|2)$$

donde

$$P(x_i \in \pi_j) = q_j \text{ con } j=1,2$$

$$C(j|k) = \text{Costo de asignar } x_i \text{ a } \pi_j \text{ dado que } x_i \in \pi_k$$

$$P(j|k) = P(\text{asignar } x_i \text{ a } \pi_j | x_i \in \pi_k) = \int_{R_1} f_2(x) dx$$

Entonces podemos decir que:

$$P(j|j) \text{ es una decisión correcta}$$

$$P(j|k) \text{ es una decisión incorrecta}$$

Queremos minimizar el costo esperado, por lo cuál necesitamos una regla de clasificación óptima que genere la región R_1 con base en el conjunto de x_i 's que satisfagan:

$$\frac{f_1(x)}{f_2(x)} > \frac{q_2 * C(1|2)}{q_1 * C(2|1)}$$

Dicha regla puede ser expresada como sigue:

Asigna x_i a π_1 si $\frac{f_1(x)}{f_2(x)} > k$ para algún valor de k .

Hasta ahora no nos hemos preguntado qué distribución tendrán las funciones f_i 's. Generalmente se tratará de la Densidad Normal Multivariada, es decir, $f_i(X) = N(\mu, \sigma_i)$ donde

$$X = (X_1, \dots, X_p)$$

$$\mu = (\mu_1, \dots, \mu_p)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2p} \\ & \vdots & & & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \sigma_{p3} & \dots & \sigma_p^2 \end{pmatrix}$$

Retomando $\frac{f_1(x)}{f_2(x)} > k$ y recordando que:

$$f(X) = f(X_1, \dots, X_p) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} |\Sigma_i|^{\frac{1}{2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(X - \mu)^T \Sigma_i^{-1} (X - \mu)\right\}$$

Tenemos entonces que al sacar logaritmo de $\frac{f_1(x)}{f_2(x)} > k$ obtendremos la siguiente expresión:

$$\frac{1}{2} \log\left(\frac{|\Sigma_2|}{|\Sigma_1|}\right) - \frac{1}{2} [X^T (\Sigma_1^{-1} - \Sigma_2^{-1}) X - 2X^T (\Sigma_1^{-1} \mu_1 - \Sigma_2^{-1} \mu_2) + (\mu_1^T \Sigma_1^{-1} \mu_1 - \mu_2^T \Sigma_2^{-1} \mu_2)] > \log(k)$$

Esta ecuación tiene términos cuadráticos y lineales en las X 's, además de productos cruzados, lo cuál nos lleva a definirla como *Discriminante Cuadrático*.

Si suponemos que $\Sigma_1 = \Sigma_2$, entonces los términos cuadráticos no aparecerán, lo cuál dará lugar a una nueva deficiencia, el *Discriminante Lineal* que es de la forma:

$$(\mu_1 - \mu_2)^T \Sigma^{-1} [X - \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2)] > \log(k)$$

Para estimar las funciones discriminantes, se estimarán los parámetros de $f_i(x)$ vía máxima verosimilitud. De esta forma finalmente podremos definir el grupo de pertenencia para una observación x . Las funciones de densidad obtenidas se muestran en la figura 4.18

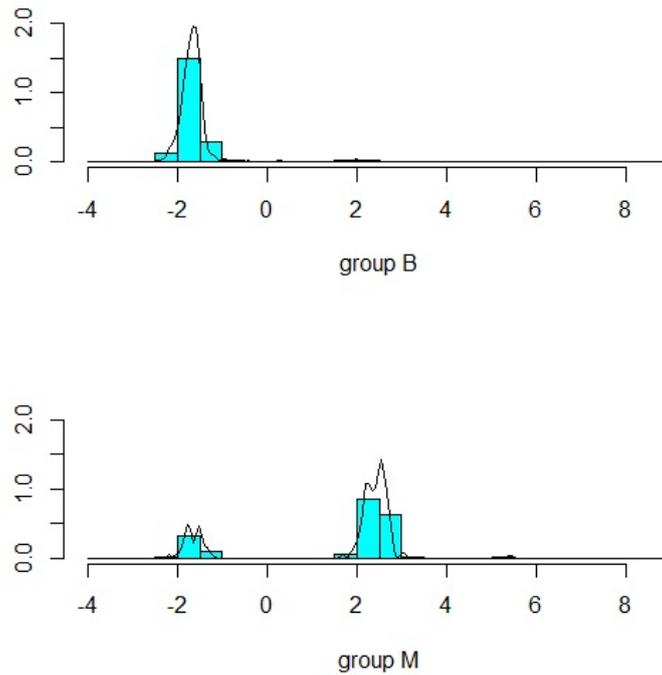


Figura 4.18: Funciones de densidad de las poblaciones B y M.

Como puede observarse la población M presenta un comportamiento bimodal, motivo por el cuál podemos concluir que la distribución obtenida no se comporta como una distribución normal, dicho comportamiento se encuentra presente en los acreditados que han sido discriminados como malos debido a que una parte de los acreditados registrados como vencidos, tienen un comportamiento muy parecido al de aquellos acreditados registrados como vigentes. De esta manera al sobreponer ambas funciones de densidad sobre el mismo plano se resalta el hecho de que en la práctica no se presentan regiones disjuntas, tal y como se muestra en la figura 4.17.

Una vez conocidas las funciones de densidad podemos realizar un pronóstico ignorando el grupo al que pertenece cada acreditado desde un inicio, es decir, se ignora si un acreditado se encuentra registrado como vigente o como vencido en nuestra base original. Posteriormente se realizará un ejercicio de predicción sobre cada acreditado de tal forma que sea clasificado dentro del grupo π_1 , que incluye a los acreditados *buenos* o *vigentes*, o en su defecto, en el grupo π_2 que a su vez incluye a los acreditados *malos* o *vencidos*, gráficamente podemos ver el resultado de la predicción en la figura 4.19

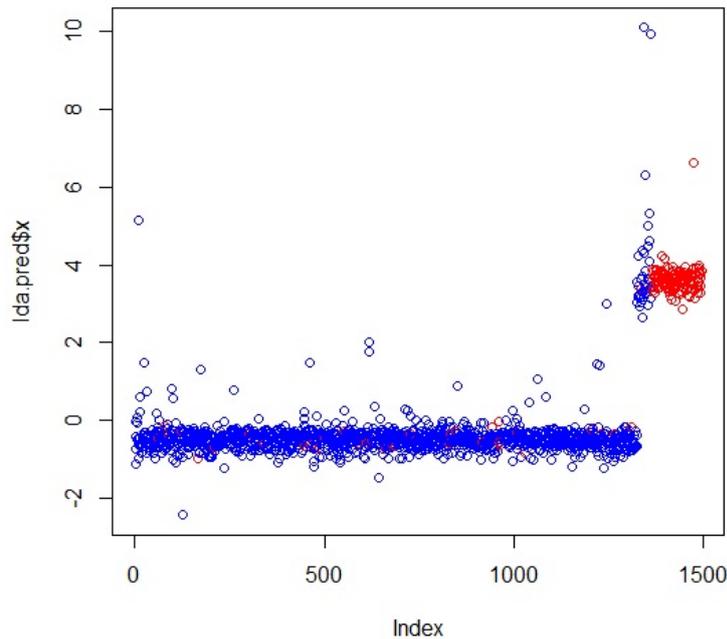


Figura 4.19: Clasificación de acreditados vigentes y vencidos.

La siguiente tabla muestra el número de elementos clasificados ya sea como buenos o malos, así como las tasas de error y no error según sea el caso:

Clase	Buenos (vigentes)	Malos (vencidos)
B	1,283 (96.90 %)	41 (3.10 %)
M	38 (22.22 %)	133 (77.78 %)

Cuadro 4.2: Clasificación.

4.7. Regresión Logística

Este modelo pertenece a la familia de modelos lineales generalizados (Generalized Linear Models) y tiene aplicaciones en diversos campos. En particular será utilizado en credit scoring para modelar la probabilidad de que un individuo realice los pagos referentes a un crédito contraído con una institución bancaria o en su defecto que deje de realizar los pagos. Como puede observarse, se tiene una variable binaria (o dicotómica) que responde a la pregunta referente a si un acreditado realiza los pagos de su deuda a tiempo o no lo hace, en este caso las respuestas admisibles son si o no. Esta variable es conocida como variable de respuesta y puede ser descrita por un conjunto de variables explicativas (o predictivas) que muestren los atributos de cada individuo. Es de esperarse que bajo un conjunto de variables explicativas se obtenga un modelo en particular y al considerar otro conjunto de dichas variables se obtenga un nuevo modelo, el objetivo será entonces seleccionar el modelo que ajuste mejor el comportamiento de los datos que se poseen pero además el de mayor parsimonia a fin de llevarlo a la práctica con la menor cantidad de complicaciones posibles.

Si analizamos el problema como una regresión lineal simple, el primer concepto de interés será la *esperanza condicional* entendida como *el valor esperado de Y dado el valor de x* y que se expresa como $E(Y|x)$ donde:

$$E(Y|x) = \beta_0 + \beta_1 x$$

donde

$$-\infty \leq E(Y|x) \leq \infty$$

Para variables de respuesta con datos dicotómicos¹ se tiene que:

$$0 \leq E(Y|x) \leq 1$$

Para reducir la notación se tiene que $\pi(x) = E(Y|X = x)$. A partir de esta expresión se obtiene la forma específica para un modelo de regresión logística:

$$\pi(x) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_p x_p)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_p x_p)}$$

$$\pi(x) = \frac{\exp(\beta' X)}{1 + \exp(\beta' X)}$$

A esta función se le conoce como función logística y fue introducida en 1944 por J. Berkson.

En consecuencia, el complemento de $\pi(x)$ se expresa como:

$$1 - \pi(x) = \frac{1}{1 + \exp(\beta' X)}$$

Por otro lado, se tiene que:

$$\frac{\pi(x)}{1 - \pi(x)} = \exp(\beta' X)$$

Que también es una función logística y es conocida como *odds ratio*. Si le aplicamos la función logaritmo, estaremos realizando una transformación que se conoce como *logit* que será nuestra función liga, con lo cuál se tiene que:

$$\text{logit}(\pi(x)) = \log\left(\frac{\pi(x)}{1 - \pi(x)}\right) = \beta' X$$

La transformación *logit* tiene las mismas propiedades que un modelo de regresión lineal, tiene un componente sistémico, $\beta' X$, que es lineal en los parámetros y es continua dependiendo de los valores de X donde $X = (x_1, \dots, x_p)$ son variables explicativas (no aleatorias) y mixtas (discretas y/o continuas), por ejemplo:

¹Del griego *dichótomos*, dividido en mitades o cortado en dos partes.

$$\beta'X = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1x \\ \beta_0 + \beta_1x^2 \\ \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_1x_2 + \beta_4x_1^2 + \beta_5x_2^2 \end{cases}$$

Ahora supongamos que tenemos n observaciones independientes idénticamente distribuidas. Sea $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$ con $i = 1, \dots, n$, entonces para una configuración específica de $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$ ocurren n_i observaciones en las cuáles se observan Y_i éxito o valores de 1 en la variable respuesta.

En un modelo de regresión lineal se asume que la variable de salida del modelo se expresa como

$$Y = E(Y|x) + \epsilon$$

donde ϵ expresa la desviación presente entre una observación y la media condicional y es conocido como *error*. Para el caso particular de una variable de salida dicotómica se tiene que:

$$Y = \pi(x) + \epsilon$$

Aquí, ϵ puede tomar dos posibles valores dependiendo del valor que haya tomado la variable Y . Si $Y = 1$ entonces $\epsilon = 1 - \pi(x)$ con probabilidad $\pi(x)$, si $Y = 0$ entonces $\epsilon = -\pi(x)$ con probabilidad $1 - \pi(x)$. De esta forma, ϵ sigue una distribución con media 0 y varianza $\pi(x)[1 - \pi(x)]$, así la variable de salida tiene una distribución condicional binomial con una probabilidad determinada por la media condicional $\pi(x)$.

Supongamos que se tienen N configuraciones distintas, entonces se tiene que

$$n_1 + \dots + n_N = n$$

donde

$$N = n_1 + n_2$$

De esta manera Y_1, Y_2, \dots, Y_N forman un conjunto de N variables binomiales, es decir, $Y_i \sim Bin(n_i, \pi(x_i))$, de tal forma que n_1 individuos cumplen con sus obligaciones mientras que los n_2 individuos restantes incumplen.

Con esta información podremos obtener los estimadores máximo verosímiles para cada uno de los parámetros del modelo propuesto, para ello será necesario mencionar que la variable $\pi(x)$ proporciona la probabilidad condicional de que la variable Y tome el valor de 1 dado x y se representa como $P(Y = 1|x)$, por lo tanto $1 - \pi(x)$ proporciona $P(Y = 0|x)$. Para cada registro se puede armar el siguiente par de variables (x_i, y_i) compuesto por la variable de respuesta dicotómica y las variables predictoras, con ellas se construye la siguiente expresión:

$$\pi(x)^{y_i} [1 - \pi(x)]^{1-y_i}$$

Asumiendo que existe independencia entre cada una de las observaciones, se tiene que:

$$\mathbb{P}(Y_1 = y_1, \dots, Y_N = y_N) = \prod_{i=1}^n \pi(x)^{y_i} [1 - \pi(x)]^{1-y_i}$$

donde

$$l(\beta) = \prod_{i=1}^n \pi(x)^{y_i} [1 - \pi(x)]^{1-y_i}$$

Se busca entonces encontrar el valor de β que maximice la función $l(\beta)$, para ello se define la *log-verosimilitud* como:

$$L(\beta) = \ln[l(\beta)] = \sum_{i=1}^n [y_i \ln[\pi(x)] + (1 - y_i) \ln[1 - \pi(x)]]$$

A partir de estos cálculos tendremos que encontrar solución numérica a un sistema de p ecuaciones con n incógnitas para finalmente encontrar los estimadores máximo verosímiles de $(\beta_1, \dots, \beta_p)$ y así obtener $\hat{P}(Y = 1|X = x)$, es decir, la probabilidad estimada de que un individuo cumpla con sus obligaciones dados los atributos de dicho individuo.

4.7.1. Medidas de confiabilidad

Una vez que se ha realizado un ajuste de un modelo de regresión logística a un conjunto de datos determinado, es necesario cuantificar el nivel de dicho ajuste a través de diferentes mediciones estadísticas, a continuación se presentan las más importantes y que son necesarias para considerar a un modelo como válido:

Prueba de Wald

La prueba de Wald se aplica al comparar el estimador máximo verosimilitud de cada parámetro y la estimación de su error estándar tal y como se expresa a continuación:

$$W = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{SE}(\hat{\beta}_i)}$$

Dicha razón, bajo la hipótesis de que $\beta_i = 0$, sigue una distribución normal estándar, o bien, el cuadrado de dicha razón sigue una distribución χ_1^2 . Esta distribución del estadístico de Wald sirve para aceptar o rechazar la hipótesis nula establecida sobre el j -ésimo parámetro,

$$H_0 = \beta_j = 0$$

$$H_A = \beta_j \neq 0$$

Devianza Residual

Se define como el negativo de dos veces la función de verosimilitud maximizada y se expresa como:

$$D = -2 \sum_{i:y_1=1}^n \log(\hat{p}_i) + \sum_{i:y_1=0}^n \log(1 - \hat{p}_i)$$

donde \hat{p} es el valor estimado de $\pi(x)$. D es equivalente a la prueba de razón de verosimilitud para probar la validez del modelo logístico. El estadístico D se distribuye como una χ^2 con $n - p - 1$ grados de libertad, donde p es el número de variables predictoras. Si D es mayor que una χ^2 con $n - p - 1$ grados de libertad para un nivel de significancia dado, entonces el modelo logístico no es confiable.

Pseudo- R^2

Se han definido versiones similares al R^2 de la regresión lineal, el definido por McFadden es el siguiente:

$$Pseudo - R^2 = 1 - \frac{DevianzaResidual}{DevianzaNula}$$

donde la Devianza Nula es la Devianza considerando solamente el intercepto y que se distribuye como una χ^2 con $n - 1$ grados de libertad, para hallar su valor se hace una regresión logística considerando que h es solo una variable predictora cuyos valores son todos unos. Se considera que un valor de $Pseudo - R^2$ mayor que 0.3 es aceptable.

Criterio de Información de Akaike (AIC)

Se define como:

$$AIC = D + 2(P + 1)$$

donde p es el número de variables predictoras, al comparar dos modelos, se tiene que el mejor modelo es aquel con el valor de AIC más pequeño.

Prueba de Bondad de Ajuste de Hosmer-Lemeshow

En esta prueba los valores ajustados son agrupados en g grupos. La prueba que se realiza es del tipo χ^2 y se define por:

$$C = \sum_{i=1}^g \frac{(O_i - n_i \bar{p}_i)^2}{n_i \bar{p}_i (1 - \bar{p}_i)}$$

donde g es el número de grupos de los valores ajustados, n_i es el número de observaciones en el i -ésimo grupo. O_i es la suma de las Y's en el i -ésimo grupo y \bar{p}_i es el promedio de las proporciones estimadas \hat{p}_i del evento que está siendo considerado en el i -ésimo grupo.

Si C es mayor que χ^2 con $g - 2$ grados de libertad entonces se concluye que el modelo logístico no es adecuado.

Aplicación del modelo

En esta sección se utilizarán los datos que se han venido analizando a lo largo de este capítulo a fin de aplicar la teoría referente a los modelos de regresión logística, posteriormente se analizarán las medidas de bondad de ajuste para elegir el mejor modelo que nos permita encontrar las probabilidades de incumplimiento bajo una metodología plenamente identificada y que sea acorde la realidad.

El primer paso será tomar todas las variables que representen el comportamiento crediticio de cada acreditado así como las razones financieras que resuman su estado financiero, dichas variables serán consideradas para generar un primer modelo que nos servirá de base para elegir el modelo adecuado.

Los resultados obtenidos después correr el primer modelo que considera todas las variables son los siguientes:

Variable	Estimate	Std. Error	z value	Pr (> z)	Signif.
(Intercept)	-3.267612	0.178301	-18.326	< 2e-16	***
NUM_CRED_BANCOS_12	-2.463823	0.605276	-4.071	4.69E-05	***
DIAS_MORA_BANCOS_12	1.120018	0.174818	6.407	1.49E-10	***
MESES_ULT_CTA_BANCO	-0.283683	0.13233	-2.144	0.03205	*
MTO_MAX_MMMXP_12	0.704858	0.124392	5.666	1.46E-08	***
NUM_CRED_NOBANCOS_12	0.006138	0.122479	0.05	0.96003	
MESES_BURO	0.131682	0.130142	1.012	0.31162	
INST_REPOR_12	-0.4804	0.137588	-3.492	0.00048	***
Razon_1 (Liquidez 1)	0.285312	2.794226	0.102	0.91867	
Razon_2 (Liquidez 2)	-1.240107	5.148238	-0.241	0.80965	
Razon_3 (Apalancamiento 1)	-0.011402	0.589531	-0.019	0.98457	
Razon_4 (Apalancamiento 2)	0.116265	0.102008	1.14	0.25438	
Razon_5 (Endeudamiento 1)	1.349512	5.55375	0.243	0.80801	
Razon_6 (Endeudamiento 2)	-0.27738	0.20755	-1.336	0.1814	
Razon_7 (Productividad)	0.11443	0.093369	1.226	0.22036	
Razon_8 (Pasivos)	0.178403	0.561992	0.317	0.7509	

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

Null deviance: 1063.18 on 1494 degrees of freedom

Residual deviance: 524.05 on 1479 degrees of freedom

AIC: 556.05

Figura 4.20: Resultados modelo completo.

Los resultados obtenidos tras el ajuste del modelo considerando todas las variables no son del todo satisfactorios ya que existen variables que no son estadísticamente significativas como las razones financieras. Se propone entonces analizar modelos alternos en donde se incluyan variables que aporten información valiosa.

Se propone entonces el siguiente modelo alternativo:

Variable	Estimate	Std. Error	z value	Pr (> z)	Signif.
(Intercept)	-3.20629	0.16596	-19.320	< 2e-16	***
NUM_CRED_BANCOS_12	-2.45408	0.59417	-4.130	3.62E-05	***
DIAS_MORA_BANCOS_12	1.29552	0.08493	15.254	< 2e-16	***
MESES_ULT_CTA_BANCO	-0.30934	0.12673	-2.441	0.0146460	*
MTO_MAX_MMMXP_12	0.72995	0.12344	5.913	3.35E-09	***
INST_REPOR_12	-0.48176	0.13346	-3.610	0.000306	***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

Null deviance: 1063.18 on 1494 degrees of freedom

Residual deviance: 542.24 on 1489 degrees of freedom

AIC: 554.24

Figura 4.21: Resultados modelo alternativo.

Las variables que han sido consideradas para este modelo son todas significativas, adicionalmente podemos ver que la $Devianza_{Residual}$ toma un valor de 542.24 mientras que $Devianza_{Nula}$ vale 1063.18, con ello se tiene una $Pseudo - R^2$ de 0.4899, misma que supera el valor de 0.3 con el que el modelo es aceptable. Al aplicar la prueba de bondad de ajuste de Hosmer-Lemeshow obtenemos un valor de $C = 9.0305$ mismo que al ser comparado con una χ^2 con 8 grados de libertad al 5% (15.5073) se concluye que el modelo logístico es adecuado. Finalmente, al comparar los valores de AIC arrojados por ambos modelos, podemos ver que el modelo alternativo ajusta mejor ya que el nuevo valor es más pequeño.

Prueba de clasificación

Se hará uso del modelo de regresión logística obtenido previamente para realizar un proceso de clasificación dentro del universo de los acreditados del banco y así diferenciar a los clientes buenos (vigentes) de los malos (vencidos). Para tal fin, debe considerarse un punto de corte que permita discriminar a cada uno de los acreditados, dicho punto de corte podría ser $p > 0.5$, sin embargo hacer esa suposición podría aplicarse sólo en el caso en que el número de clientes buenos sea similar al número de clientes malos dentro de nuestra población de estudio. En general, hablando de carteras de créditos, usualmente no se presentan muchos casos en donde el porcentaje de clientes vencidos sea similar al de los vigentes, ya que en tal caso dicha cartera no sería rentable.

Una forma de encontrar el punto de corte adecuado es empleando uno de los test estadísticos más útiles para valorar la eficiencia en el diagnóstico de un método analítico como la regresión logística: la curva ROC (Receiver Operating Characteristic curve).

Curvas ROC

Las curvas ROC fueron desarrolladas en los años cincuentas como herramientas para el estudio de detección e interpretación de señales de radar, el objetivo de los operadores de radar era distinguir las verdaderas señales del ruido de fondo. Actualmente son utilizadas como una herramienta fundamental en la evaluación y comparación de pruebas diagnósticas a través de la exactitud de dichas pruebas, donde la exactitud puede definirse en función a su *sensibilidad* y *especificidad* diagnósticas.

La sensibilidad de una prueba diagnóstica es la probabilidad de obtener un resultado positivo cuando en el diagnóstico aplicado a un individuo, éste debiera ser positivo, la sensibilidad mide entonces la capacidad para detectar la presencia un atributo cuando éste está realmente presente en el individuo estudiado.

Por su parte, la especificidad de una prueba indica la probabilidad de obtener un resultado negativo cuando el individuo no posee el atributo estudiado.

Al comparar los resultados de la prueba a evaluar existen cuatro posibilidades que pueden resumirse en una tabla de contingencia de 2 X 2:

Resultado	Verdaderos (reales)	Falsos (reales)
Resultado Positivo	Verdadero Positivo (VP)	Falso Positivo (FP)
Resultado Negativo	Verdadero Negativo (VN)	Falso Negativo (FN)

Cuadro 4.3: Prueba estudiada.

Puede escribirse entonces que:

$$Sensibilidad = \frac{VP}{VP + FN},$$

$$Especificidad = \frac{VN}{VN + FP}$$

y

$$1 - Especificidad = \frac{FP}{VN + FP}$$

De esta forma, la prueba diagnóstica ideal debería tener una sensibilidad y una especificidad próximas al 100 %, de tal forma que pruebas cuya sensibilidad y especificidad sean inferiores al 80 % deben rechazarse.

Se puede decir entonces que las curvas ROC son gráficos en los que se observan todos los pares sensibilidad/especificidad resultantes de la variación continua de los puntos de corte en todo el rango de resultados observados. En el eje de las ordenadas se sitúa la sensibilidad o fracción de verdaderos positivos mientras que en el eje de las abscisas se sitúa la fracción de falsos positivos o $1 - especificidad$. Cada punto en la curva representa un par (S/1-E) correspondiente a un nivel de decisión determinado, así una curva con discriminación perfecta, sin solapamiento de resultados en las dos poblaciones, tendrá una curva ROC que pase por la esquina superior izquierda, es decir, que tome valores para la sensibilidad y para la especificidad. En contraparte, una prueba sin discriminación da lugar a una línea diagonal de 45° desde la esquina inferior izquierda hasta la superior derecha, cabe mencionar que la mayoría de las curvas ROC caerán entre los extremos mencionados.

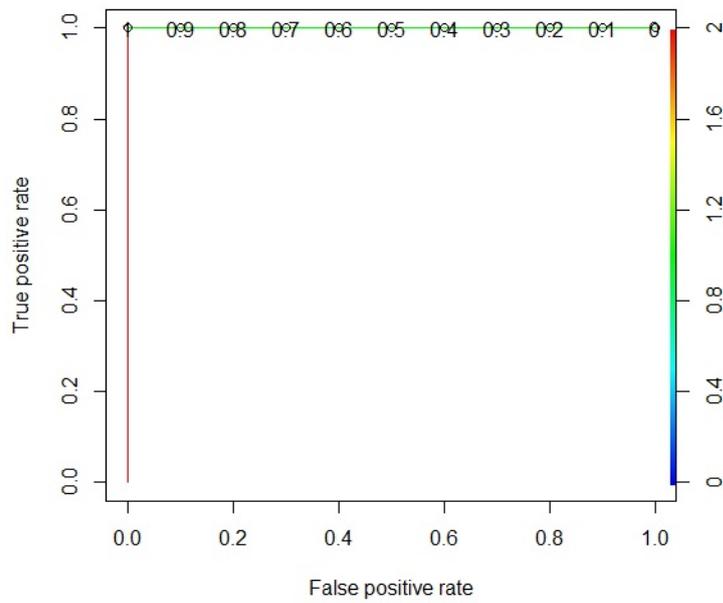


Figura 4.22: Curva ROC discriminación perfecta.

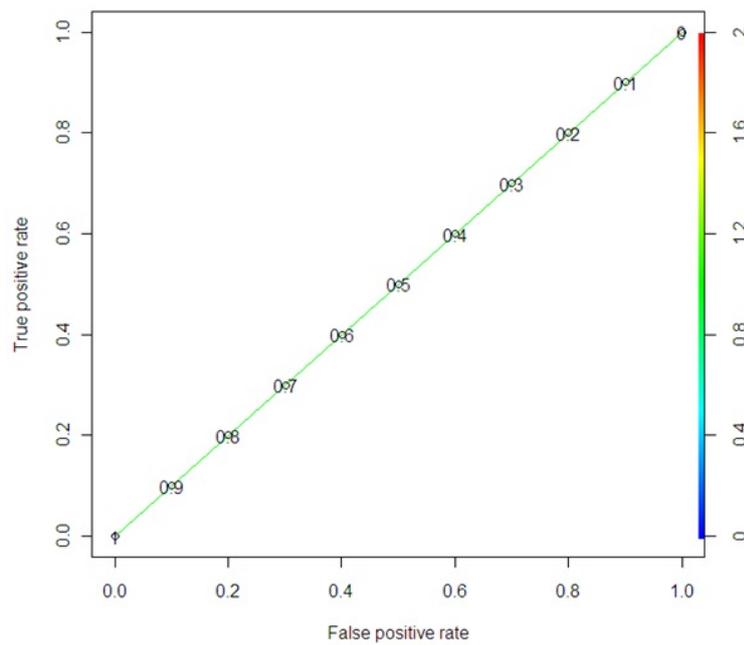


Figura 4.23: Curva ROC sin aportación de información.

El área bajo la curva (ABC) ROC es una medida global de la exactitud de una prueba diagnóstica y se define como la probabilidad de clasificar correctamente a un par de individuos, uno con el atributo estudiado y otro sin él. Ambos seleccionados al azar dentro de la población, mediante los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica. Valores del (ABC) ROC entre 0.5 y 0.7 indican baja exactitud, entre 0.7 y 0.9 pueden ser útiles para algunos propósitos y un valor mayor a 0.9 indica una exactitud alta.

La curva ROC obtenida de nuestro ajuste es la siguiente:

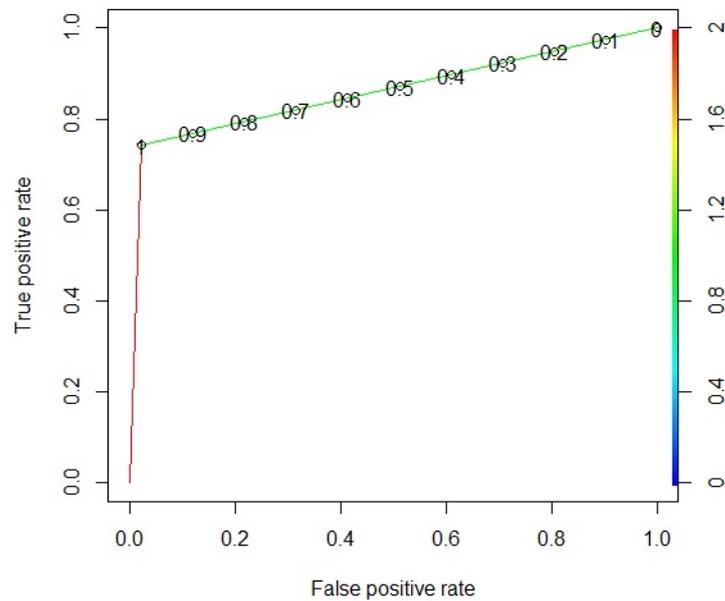


Figura 4.24: Curva ROC: Modelo Final.

El área bajo la curva de la figura 4.24 es 0.8596381, misma que da claras muestras de que el modelo propuesto realiza una correcta clasificación de los acreditados en lo referente a su estatus.

Podemos concluir entonces que el modelo propuesto reúne las características estadísticas necesarias para ser considerado como un modelo que ajusta correctamente a los datos propuestos.

Capítulo 5

Implementación e Impacto: Metodología alternativa

5.1. Introducción

En el capítulo anterior se analizó estadísticamente la obtención de una nueva probabilidad de incumplimiento asignable a cada acreditado de un portafolio determinado, en este capítulo se aplicarán las diferentes herramientas y técnicas estudiadas en el capítulo 2 que permiten alinearse a las prácticas emitidas y recomendadas por el Comité de Basilea, de esta forma podrá ejemplificarse parte del proceso de Administración de Riesgo de Crédito en sus fases de medición y monitoreo.

Es necesario comentar que una correcta obtención de la probabilidad de incumplimiento tendrá especial importancia, ya que al seguir una metodología incorrecta para obtener dicha probabilidad, se trae como consecuencia realizar cálculos erróneos en los indicadores que habrán de utilizarse durante todo un año, con lo cuál se estaría llevando a la práctica una mala administración de riesgo de crédito desde el inicio de su medición. Por otra parte, un cambio en la metodología para obtener la probabilidad de incumplimiento genera un impacto que debe cuantificarse, de esta forma habrá que comparar 2 escenarios, uno en el que la obtención de las PD's se realice bajo el método tradicional y otro en el que se aplique el cambio de la metodología, las mediciones deberán realizarse bajo las mismas condiciones modificando únicamente la probabilidad de incumplimiento asignada a cada acreditado, así pueden compararse los resultados obtenidos.

5.2. Transición en la Probabilidad de Incumplimiento

El primer punto de interés para cuantificar el impacto sobre diferentes métricas de riesgo provocado por el cambio de metodología para la obtención de la probabilidad de incumplimiento de cada acreditado, tiene que ver con la transición entre las probabilidades de incumplimiento calculadas bajo la metodología previa y bajo la metodología actual de cada uno de los acreditados, para ello será útil analizar la distribución de dichas probabilidades y posteriormente mostrar de una manera sencilla los cambios que se presentan al actualizar la metodología.

La figura 5.1 muestra en azul el comportamiento de la probabilidad de incumplimiento de la cartera de créditos comerciales que se rige bajo una metodología a la cuál no se

tiene acceso. Por otra parte, en rojo se muestra la distribución de la nueva probabilidad modelada bajo una nueva metodología totalmente conocida y que fue expuesta a diversas pruebas estadísticas. En ambos casos, las probabilidades se han catalogado en 16 tipos de calidades crediticias diferentes, mismas que se presentan en la figura 5.2.

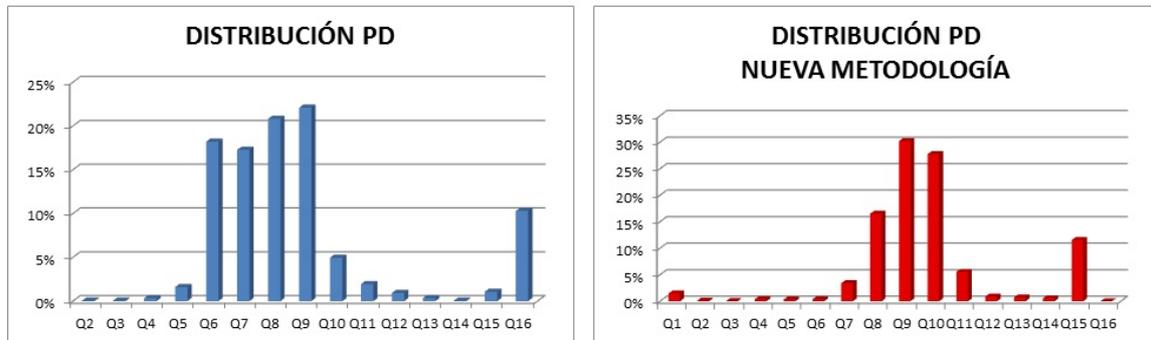


Figura 5.1: Histogramas de Probabilidades de Incumplimiento.

Categoría	Rango de PD
Q1	[0,0.0004)
Q2	[0.0004,0.0005)
Q3	[0.0005,0.0007)
Q4	[0.0007,0.0011)
Q5	[0.0011,0.0017)
Q6	[0.0017,0.0034)
Q7	[0.0034,0.0089)
Q8	[0.0089,0.0187)
Q9	[0.0187,0.0339)
Q10	[0.0339,0.0557)
Q11	[0.0557,0.0851)
Q12	[0.0851,0.1216)
Q13	[0.1216,0.1664)
Q14	[0.1664,0.2213)
Q15	[0.2213,1)
Q16	1

Figura 5.2: Categorías de Probabilidades de Incumplimiento.

Como puede observarse, existe un desplazamiento en la media de la primera distribución respecto a la segunda distribución. En el primer caso las categorías Q6, Q7, Q8 y Q9 acumulan el 78 % de espectro total mientras que bajo la nueva metodología las categorías Q8, Q9 y Q10 acumulan el 74 %. Otro cambio a considerar bajo la nueva metodología es la no existencia de acreditados con PD = 100 %.

Hasta ahora los histogramas presentados dan una idea de la variación existente entre ambos cómputos, sin embargo es necesario analizar la transición para cada una de las categorías, este ejercicio puede analizarse gráficamente a través de la siguiente figura:

TRANSICIÓN DE PD's CAMBIO DE METODOLOGÍA

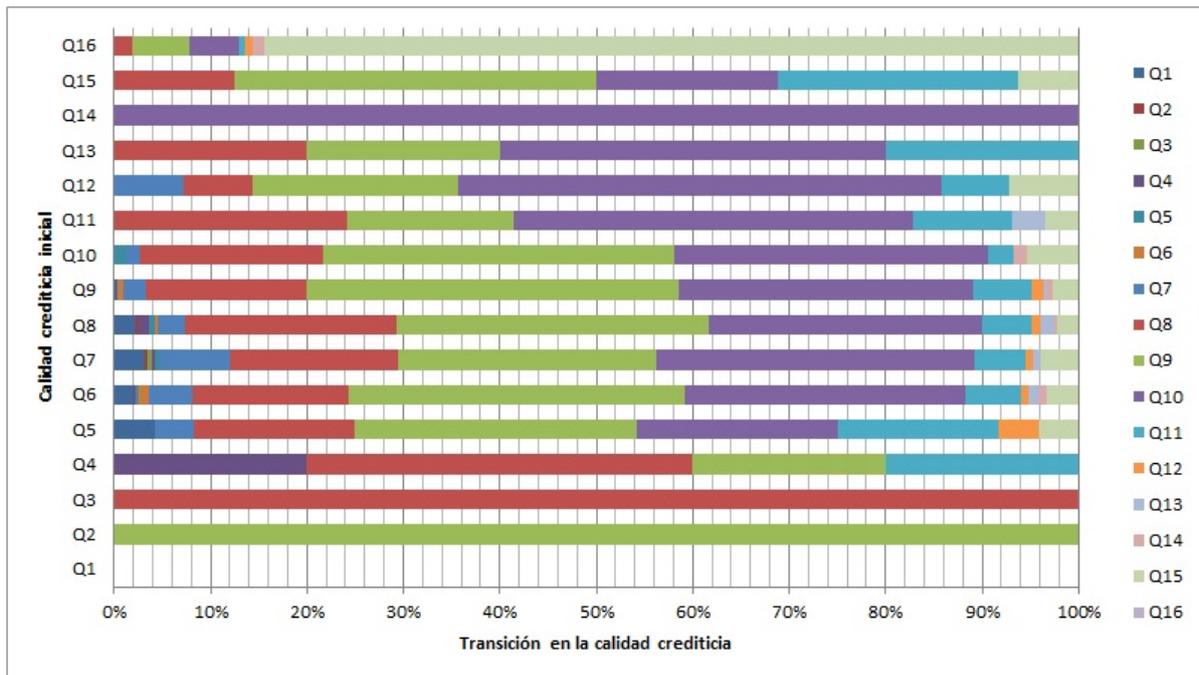


Figura 5.3: Transición PD.

Se reafirma el hecho de que las categorías $Q8$, $Q9$ y $Q10$ son predominantes ya que en la mayoría de los casos, otras categorías han migrado hacia estas zonas. La tabla 5.1 muestra que las tasas de migración y de permanencia para todas las categorías en su conjunto.

Q	%
Aumento	44.42 %
Disminución	46.39 %
Sin Cambio	9.19 %
Total	100.00 %

Cuadro 5.1: Clasificación.

5.3. Análisis de la cartera de créditos

El siguiente paso será cuantificar el impacto generado a partir del cambio de metodología para el cálculo de la probabilidad de incumplimiento de cada acreditado, la forma más adecuada de hacerlo es utilizando la teoría expuesta en el capítulo 2 referente a la medición del riesgo de crédito, así como haciendo uso del modelo CreditRisk+ para analizar la concentración de la cartera bajo los dos escenarios.

Para la obtención de las nuevas probabilidades de incumplimiento, se utilizó una base de datos que contenía información sobre el comportamiento crediticio y financiero de cada acreditado, a partir de ahora será necesario realizar un análisis sobre la cartera de créditos

con información al cierre de una fecha en particular, para ello ocuparemos una nueva base con nuevas variables ahora referentes a los créditos que la componen. Es importante mencionar que un acreditado puede tener abiertos uno o más créditos, motivo por el cual el número de registros de esta nueva base será mayor al de la base de acreditados. La base de datos de los créditos está compuesta por los siguientes campos:

Variable	Descripción
INDEX	Identificador del crédito
SEGMENTO	Tipo de banca al que pertenece cada crédito: Corporativa / Empresarial
Responsabilidad Total	Saldo pendiente por pagar
Garantía	Monto de la garantía otorgada
DESC_AVAL	Descripción del tipo de aval
Cob_Garantía	Porcentaje de cobertura de la garantía sobre la Responsabilidad Total
MTO_CUB	Monto de la Responsabilidad Total cubierto por la garantía
MTO_EXP	Monto de la Responsabilidad Total no cubierto por la garantía
SITUACION_CREDITO	Indica si el crédito se encuentra vigente o vencido
PD	Probabilidad de Incumplimiento bajo la metodología previa
PD_NM	Probabilidad de Incumplimiento bajo la nueva metodología
LGD	Loss Given Default
TENOR_Maturity	Tiempo remanente que debe transcurrir para que un crédito sea pagado
TASA_FONDEO	Tasa de fondeo del crédito
TASA_CONTR	Tasa contractual del crédito
PERIODICIDAD	Periodicidad en pagos de Capital e Intereses bajo Amortización Tradicional
ESQUEMA	Esquema de amortización: Tradicional / Bullet
Industria	Tipo de industria a la que pertenece cada crédito
División	División geográfica a la que pertenece el crédito
Calificacion_Deudor	Calificación del acreditado obtenida bajo criterios de la CNBV
Calificacion_Cub	Calificación del crédito para su parte cubierta bajo criterios de la CNBV
Calificacion_Exp	Calificación del crédito para su parte expuesta bajo criterios de la CNBV
Rva_Cub	Nivel de reservas de la parte cubierta del crédito bajo criterios de la CNBV
Rva_Exp	Nivel de reservas de la parte expuesta del crédito bajo criterios de la CNBV
Intereses_Vencidos	Intereses vencidos del crédito
Rva_Total	Nivel de reservas totales del crédito bajo criterios de la CNBV

Figura 5.4: Variables de créditos.

A partir de dicha información se realizarán diferentes cálculos que permitirán construir las métricas que serán de interés para llevar a cabo una buena medición del riesgo de crédito inherente a la cartera analizada.

5.3.1. Aplicación de técnicas de medición del riesgo de crédito

Durante el capítulo 1 se describen las variables que deben considerarse para la obtención de las reservas preventivas para una cartera de créditos comerciales bajo el marco regulatorio que define la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV), como puede observarse, dichas variables forman parte de la base de datos de créditos, por lo tanto es posible obtener el nivel de reservas que será solicitado por la CNBV en el caso de que el banco propietario de dicha cartera no disponga de una metodología propia en la que se determine la probabilidad de incumplimiento de cada acreditado.

Como puede observarse en la figura 5.4 se dispone de la Responsabilidad Total asignada a cada uno de los créditos, ésta se refiere al saldo pendiente por cubrir (capital e intereses vigentes y vencidos). Asimismo se presenta el monto de la garantía y la descripción del aval que generarán un porcentaje de cobertura del crédito en cuestión y que generará el monto realmente cubierto de cada crédito; la parte descubierta será conocida como parte expuesta. Es

importante mencionar que los intereses vencidos no serán considerados dentro de los montos cubiertos y/o expuestos, sin embargo serán reservados al 100 % al final del proceso de creación de reservas.

Como se mencionó en el capítulo 1, existen calificaciones asignables tanto a la parte cubierta como a la expuesta de cada crédito, asimismo existe una calificación global para cada deudor, al considerarlas se generará un nivel de reservas específico. A continuación se muestran algunos ejemplos en los que se obtiene la reserva de 5 créditos distintos con condiciones específicas para cada uno de ellos:

Cifras en MXP	Crédito 1	Crédito 2	Crédito 3	Crédito 4	Crédito 5
Responsabilidad Total	\$ 209,275,891	\$ 16,603,151	\$ 40,362,444	\$ 3,032,521	\$ 139,999,040
Garantía	\$ -	\$ 20,921,400	\$ 17,291,633	\$ -	\$ -
Descripción del Aval	SIN AVAL	SIN AVAL	SIN AVAL	SIN AVAL	MORTGAGE
Cobertura de Garantía	0%	126%	46%	0%	100%
Monto Cubierto	\$ -	\$ 16,603,151	\$ 17,291,633	\$ -	\$ 139,999,040
Monto Expuesto	\$ 209,275,891	\$ -	\$ 23,070,811	\$ 3,032,521	\$ -
Calificación Deudor	A1	A1	B2	C2	A1
Calificación Cubierta	SC	A1	B1	SC	A1
Calificación Expuesta	A1	SC	B2	E	SC
Reserva Cubierta	\$ -	\$ 83,016	\$ 140,140	\$ -	\$ 699,995
Reserva Expuesta	\$ 1,046,379	\$ -	\$ 2,304,774	\$ 3,032,521	\$ -
Intereses Vencidos	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Reserva Total	\$ 1,046,379	\$ 83,016	\$ 2,444,914	\$ 3,032,521	\$ 699,995

Figura 5.5: Obtención de Reserva bajo la metodología CNBV.

Al realizar el ejercicio anterior sobre cada uno de los créditos se puede obtener la reserva de la cartera total, los resultados obtenidos son los siguientes:

Cifras en MM MXP

Número de registros	Responsabilidad Total	% Reserva Preventiva CNBV
1786	30,791	3.26%

Figura 5.6: Reserva metodología CNBV.

Por otra parte, se cuenta con la probabilidad de incumplimiento calculada para cada acreditado, pero de la cuál se desconoce la metodología aplicada y los datos que alimentaron a dicha metodología, por lo tanto es fácil concluir que al proponerla como metodología IRB será rechazada por la CNBV debido a que carece de sustento estadístico. Adicionalmente, en el capítulo anterior se generó una nueva metodología para la obtención de probabilidades de incumplimiento a partir de variables específicas discutidas previamente. Será necesario comparar las métricas de riesgo obtenidas bajo la metodología propuesta por la CNBV y los dos enfoques expuestos a fin de medir el impacto que conllevaría elegir una u otra alternativa si fuese posible hacerlo:

Cifras en MM MXP

MODELO INICIAL

Número de registros	Responsabilidad Total	Expected Loss	% Expected Loss	Reserva Preventiva CNBV	% Reserva Preventiva CNBV
1786	30,791	236	0.77%	1,005	3.26%

MODELO PROPUESTO

Número de registros	Responsabilidad Total	Expected Loss	% Expected Loss	Reserva Preventiva CNBV	% Reserva Preventiva CNBV
1786	30,791	664	2.16%	1,005	3.26%

Figura 5.7: Comparación de reservas.

Como se puede observar, en ambos casos es preferible implementar una metodología propia ya que los porcentajes de reserva disminuyen considerablemente al ser comparados con la metodología de la CNBV. En el primer caso se exponen las métricas obtenidas al utilizar la probabilidad de incumplimiento del modelo inicial, mismo que como se ha mencionado, es desconocido y por ende no puede ser considerado como una opción real de implementación. Por su parte, las métricas obtenidas a partir del modelo propuesto y que ha sido desarrollado en su totalidad a lo largo de esta investigación arrojan resultados mayores a los del primer caso, sin embargo aún así la reserva es menor que la reserva que debe reportarse ante la CNBV en el caso en el que no se cuente con una metodología interna.

En este punto es importante enfatizar una de las principales ventajas que el modelo propuesto tiene sobre la metodología de la CNBV y que es referente al tipo de información con la cuál se han construido las probabilidades de incumplimiento. De acuerdo a lo mencionado en el capítulo 4, las variables utilizadas en el modelo provienen de una institución secundaria a la que todas las instituciones que otorgan crédito pueden tener acceso, en contraparte, la metodología

de la CNBV permite que los analistas de crédito emitan su opinión en diversas componentes de la calificación de deudor, lo que genera que una empresa o corporativo obtenga una calificación en una institución bancaria que maneje ciertos criterios y a su vez obtenga otra calificación en una institución diferente, lo que genera un escenario de incertidumbre al ignorar cuál de las instituciones es la que está calificando correctamente al acreditado en estudio. Dicha situación puede visualizarse en la siguiente figura al considerar que la escala de calificaciones va del 0 al 5, donde 5 representa la mejor calificación que un acreditado puede obtener.

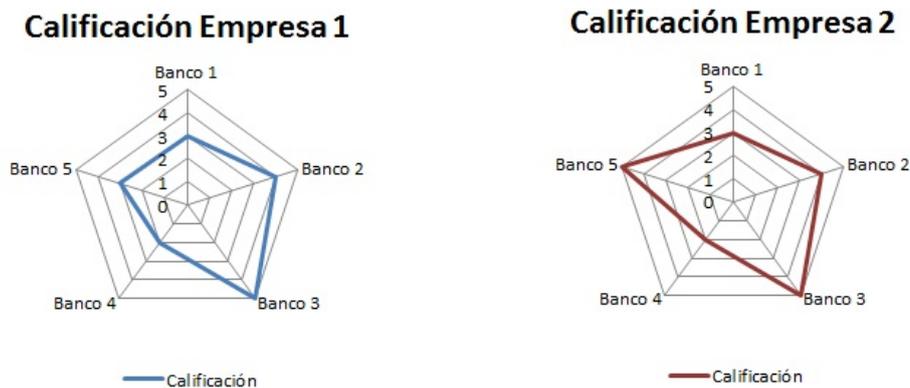


Figura 5.8: Calificaciones de Deudor bajo la metodología CNBV.

Al considerar la metodología propuesta, todos los bancos deben emitir la misma probabilidad de incumplimiento para un acreditado en particular, de esta forma los criterios subjetivos de los analistas quedan eliminados y se permite que sean los datos históricos de cada deudor los que generen una medición del riesgo acorde con la realidad histórica de cada deudor. De esta forma se permite que el comportamiento crediticio analizado a lo largo del último año sea el elemento decisivo para la asignación de una probabilidad de incumplimiento.

Siguiendo con la comparación de metodologías, a continuación se presentan las principales métricas de riesgo mencionadas en el capítulo 2 que permiten cuantificar el impacto generado al aplicar alguna de las propuestas estudiadas:

Cifras en MM MXP

MODELO INICIAL

Stress 1 in 10	Capital Económico	Risk Free Present Value	% RFPV	Risk Adjusted Present Value	% RAPV
669	6,633	35,768	116%	34,781	113%

MODELO PROPUESTO

Stress 1 in 10	Capital Económico	Risk Free Present Value	% RFPV	Risk Adjusted Present Value	% RAPV
1,916	9,228	35,768	116%	33,023	107%

Figura 5.9: Comparación métricas de riesgo.

En esta parte del análisis se ha dejado de lado al metodología propuesta por la CNBV y simplemente serán tomadas en cuenta las metodologías alternas que pueden ser consideradas como posibles metodologías IRB.

Se inicia con una comparación entre los niveles de Stress 1 in 10 y Capital Económico obtenidos a partir de las mismas variables para cada crédito, modificando únicamente la probabilidad de incumplimiento. Es importante recordar que la diferencia entre las dos métricas mencionadas radica fundamentalmente en el percentil elegido para llevar a cabo la medición, por una parte el Stress 1 in 10¹ maneja un percentil del 90 % mientras que el Capital Económico considera un percentil del 99.97 %.

Las fórmulas del Default Risk Capital en cada caso son las siguientes:

Para el Stress 1 in 10 se tiene que:

$$\text{Default Risk Capital} = LGD * \mathbb{N}\left[\frac{\mathbb{N}^{-1}(PD)}{\sqrt{1-\rho}} + \frac{\sqrt{\rho}\mathbb{N}^{-1}(0,9)}{\sqrt{1-\rho}}\right] - PD * LGD$$

Por su parte, el capital económico considera:

$$\text{Default Risk Capital} = LGD * \mathbb{N}\left[\frac{\mathbb{N}^{-1}(PD)}{\sqrt{1-\rho}} + \frac{\sqrt{\rho}\mathbb{N}^{-1}(0,9997)}{\sqrt{1-\rho}}\right] - PD * LGD$$

Como puede observarse en la figura 5.9 elegir una nueva serie de probabilidades de incumplimiento tiene un costo alto respecto al modelo inicial, desafortunadamente no se cuenta con un punto de referencia oficial como en el caso de las reservas ya que no se dispone del nivel de capital generado a partir de la metodología de la CNBV.

Por otra parte, es necesario realizar una revisión de las condiciones en las que se encuentra la cartera de créditos, de tal forma que se permita conocer su valor tanto en condiciones sanas como en condiciones de riesgo, para ello se utilizará la metodología de valuación de cartera que también se expuso en el capítulo 4, donde de acuerdo al análisis realizado se sabe que la manera de llevar a cabo la valuación de cada crédito dependerá, entre otros factores, del esquema de amortización.

El concepto referente al *Risk Free Present Value* puede asociarse al valor de la cartera sin que se consideren los riesgos implícitos a ella, por su parte el *Risk Adjusted Present Value* considera dichos riesgos y lleva a cabo una valuación sobre la misma cartera. Se espera que en ambos casos el valor obtenido sea superior a la *Responsabilidad Total* que el acreditado tiene con la institución, de esta forma la cartera será rentable ya que a pesar de los escenarios adversos se obtiene un monto mayor a la cantidad que ha sido prestada.

Al analizar los resultados de la figura 5.9 puede observarse que en el *modelo inicial* el RFPV tiene un valor del 16 % por encima del saldo total de los préstamos al considerar que los pagos se realizarán conforme a lo acordado, en contraparte, sólo se llegará al 13 % en el caso en que se consideren los riesgos implícitos a cada crédito.

Para el caso del *modelo propuesto* las condiciones al considerar los riesgos son más estrictas ya que la probabilidad de incumplimiento se ha modificado, así el RAPV asociado a la cartera sólo alcanza un 7 % superior al monto que fue prestado. En ambos casos los resultados son favorables, ya que a pesar de que la cartera está compuesta por algunos créditos que tienen una alta probabilidad de incumplimiento, los resultados siguen mostrando una ganancia respecto al

¹La asignación de un percentil del 90 % facilita la interpretación de ésta métrica ya que puede suponerse que solamente deja de tomarse en cuenta 1 caso de las 10 posibles pérdidas extremas que pudiesen generarse; es claro entonces que al incrementar el percentil a 99.97 % sólo dejan de considerarse 3 casos de un universo de 10,000.

nivel de deuda que tienen todos los acreditados en su conjunto con la institución bancaria que se los ha otorgado.

Si bien es cierto que la nueva metodología es más rígida al realizar diferentes mediciones de riesgo, también es cierto que se encuentra totalmente fundamentada, acorde con la realidad y evita utilizar cajas negras en la obtención de probabilidades, de tal forma que no se impide realizar alguna auditoría por parte de la autoridad en materia de cumplimiento. Por tal motivo, se considera que el *modelo propuesto* implica una buena alternativa para implementar una metodología propia.

Medición de concentración

Para la medición de los niveles de concentración en la cartera total de créditos considerando la probabilidad de incumplimiento del *modelo inicial*, se utilizará el modelo CreditRisk+ analizado en el capítulo 3. La cartera será expuesta a diferentes condiciones y en cada una de ellas se obtendrán diferentes distribuciones de pérdidas, a partir de ellas se obtendrán los niveles de pérdidas acumulados hasta un percentil específico y con ellos se construirán diferentes métricas referentes a la concentración de la cartera. Posteriormente se realizará el mismo ejercicio considerando la probabilidad de incumplimiento del *modelo propuesto* y los resultados de las métricas obtenidas bajo ambos modelos serán comparados.

Para la generación de escenarios se considerarán los siguientes atributos:

- Presencia o ausencia de riesgo específico.
- Concentración o diversificación de industrias.
- Desviación estándar de las probabilidades de incumplimiento.
- Concentración o diversificación de exposición.

A diferencia de otros modelos de análisis de riesgo crediticio en una cartera, CreditRisk+ no utiliza una matriz de correlación entre los créditos que componen la cartera, alternatively una manera sencilla de modelar dicha correlación es a través de las volatilidades de las probabilidades de incumplimiento. Una correlación entre créditos nula implica entonces una volatilidad de las probabilidades de incumplimiento igual a cero, CreditRisk+ permite activar una opción para *usar a la industria 1 para Riesgo Específico*, de esta forma se agrupa a todos los créditos dentro de una misma industria pero se considera que no existe una correlación entre ellos, es decir, el incumplimiento de un crédito no afecta a los créditos restantes entonces se considerará el *Riesgo Específico* de cada crédito. Es importante reiterar el hecho de que un acreditado puede tener uno o más créditos dentro de la cartera, sin embargo para fines prácticos se considerará que cada crédito lleva implícito una probabilidad de incumplimiento y riesgos propios, mismos que pueden ser iguales a los de un crédito distinto.

De acuerdo a lo anterior, pueden existir diferentes escenarios que generen la misma distribución de pérdidas, por ejemplo pueden presentarse los siguientes casos:

Escenario	Riesgo Específico	Volatilidad Cero	Concentración por Industria
Escenario 1	x	x	x
Escenario 2	x	x	
Escenario 3		x	x
Escenario 4		x	
Escenario 5	x		x

Figura 5.10: Presencia de atributos por escenario.

En dichos escenarios se está modelando el mismo comportamiento de los créditos de la cartera donde cada uno de ellos posee factores de riesgo específicos que no afectan a los demás y a partir de los cuáles puede obtenerse una distribución de pérdidas, su importancia radica en la obtención del nivel de reservas que debe considerarse al utilizar un modelo interno aprobado por la CNBV ya que el montos de dichas reservas se obtiene a través del cálculo de la *Pérdida Esperada* para una distribución de pérdidas en particular.

A continuación se presenta la distribución obtenida bajo los escenarios mostrados en la figura 5.10 y donde se representa gráficamente que la reserva para el *modelo inicial* es de \$236 millones, como puede observarse, esta cantidad corresponde al nivel de pérdidas acumuladas en la distribución obtenida hasta el 50% mientras que el nivel de pérdidas hasta el 95% es de \$393 millones.

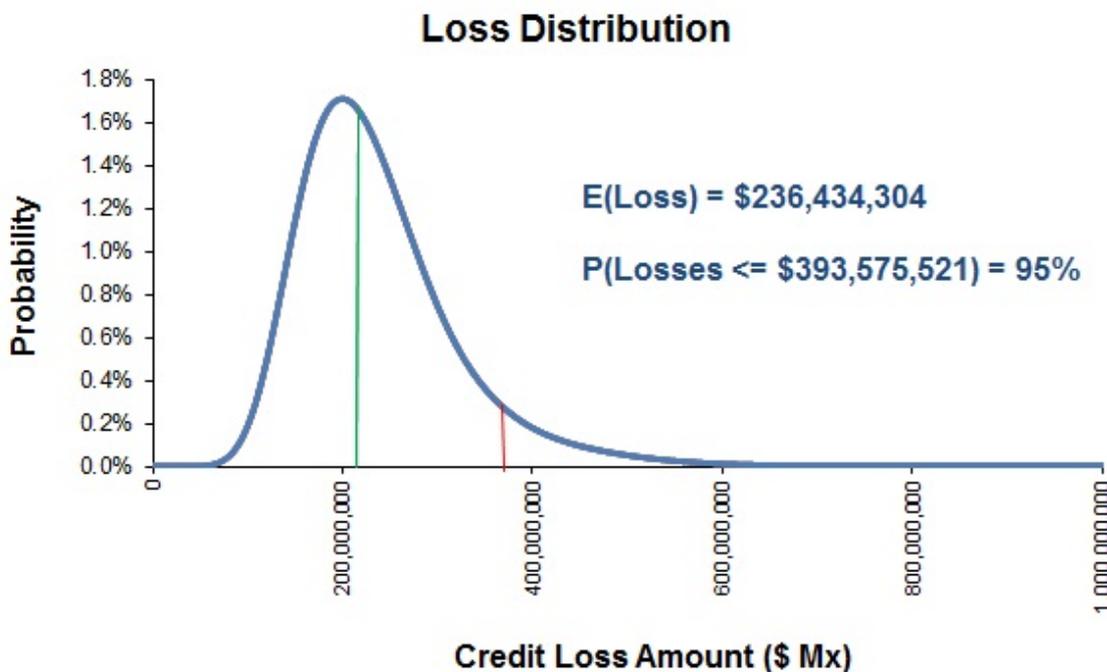


Figura 5.11: Distribución de Pérdidas del modelo inicial bajo los escenarios 1 al 5.

Por su parte, la distribución obtenida bajo las mismas condiciones antes mencionadas pero aplicada sobre el *modelo propuesto* presenta un aumento en la pérdida esperada y en las

pérdidas acumuladas bajo los mismos percentiles, ésta situación puede analizarse en la siguiente figura:

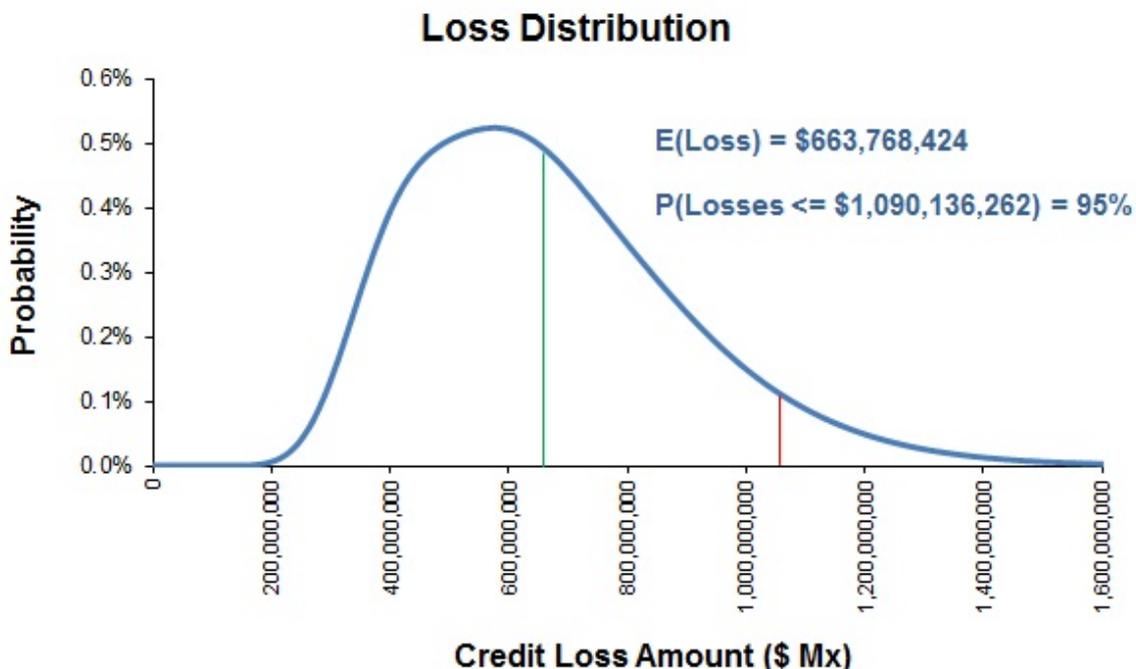


Figura 5.12: Distribución de Pérdidas del modelo propuesto bajo los escenarios 1 al 5.

Al analizar las distribuciones de estos modelos pueden observarse gráficamente los resultados de la figura 5.7 donde se analiza el nivel de reservas bajo un modelo interno.

Un hecho importante que debe analizarse se presenta al cambiar los escenarios en la cartera de créditos para obtener nuevas distribuciones de pérdidas, el nivel de reservas se mantendrá ya que las condiciones en las distribuciones cambiarán únicamente en las colas, haciéndolas más pesadas a medida que la concentración aumente. Para ejemplificar esta situación, se deben considerar las condiciones que dieron origen a las distribuciones anteriormente mostradas, mismas que serán identificadas como caso 1 para cada modelo. También se considerarán dos escenarios más: el primero de ellos se genera al considerar que existe un *riesgo específico* compartido por todos los créditos de una misma industria, mientras que su relación con otros créditos de industrias distintas a la suya es completamente nula, identificaremos estas condiciones como caso 2. El caso 3 deja de considerar el *riesgo específico* y considera que los créditos se reparten entre las 8 industrias posibles, así existe una relación entre los créditos que pertenecen a una misma industria, pero además existe relación entre créditos de que no comparten la industria. Los resultados obtenidos para el *modelo inicial* son los siguientes:

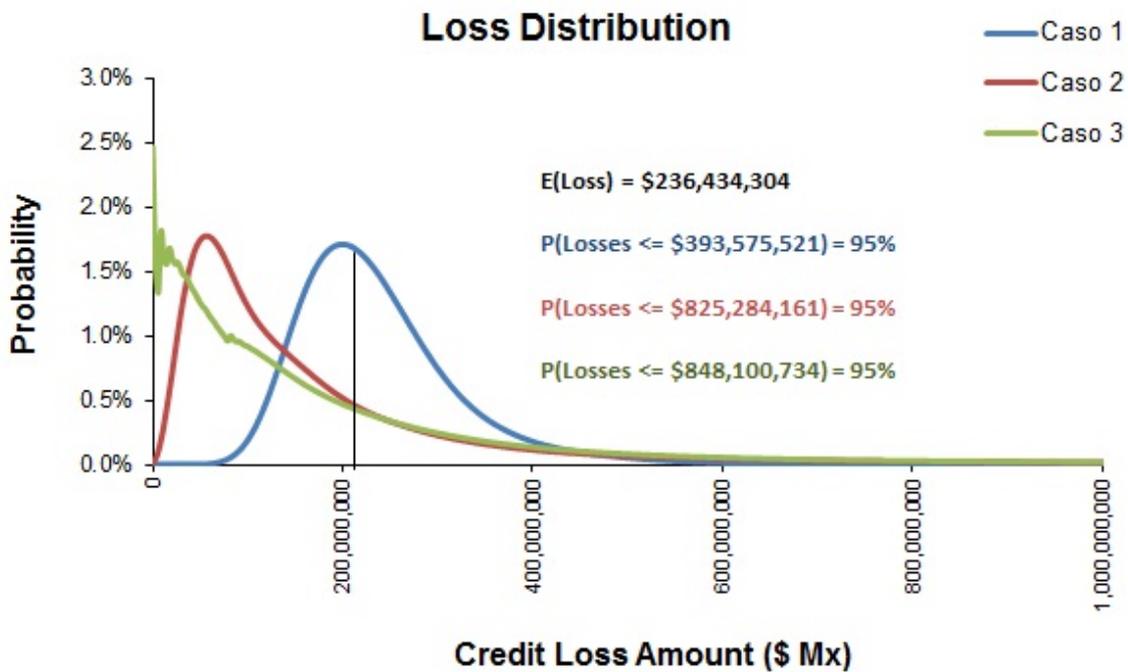


Figura 5.13: Distribución de Pérdidas del modelo inicial bajos los casos 1 al 3.

Puede observarse que la cola de la distribución fue aumentado en cada uno de los casos expuestos ya que en el primer caso el comportamiento de las pérdidas acumuladas hasta el 95% se ve afectado únicamente por el riesgo específico de cada uno de los créditos sin que éstos interactúen entre sí, en el segundo caso se considera el riesgo inherente a la industria a la que pertenece cada crédito, finalmente el tercer caso considera que el comportamiento de cada crédito se ve afectado por el resto a pesar de pertenecer a industrias diferentes.

Este ejercicio también ha sido reproducido utilizando la nueva probabilidad de incumplimiento obtenida bajo el *modelo propuesto* arrojando los siguientes resultados:

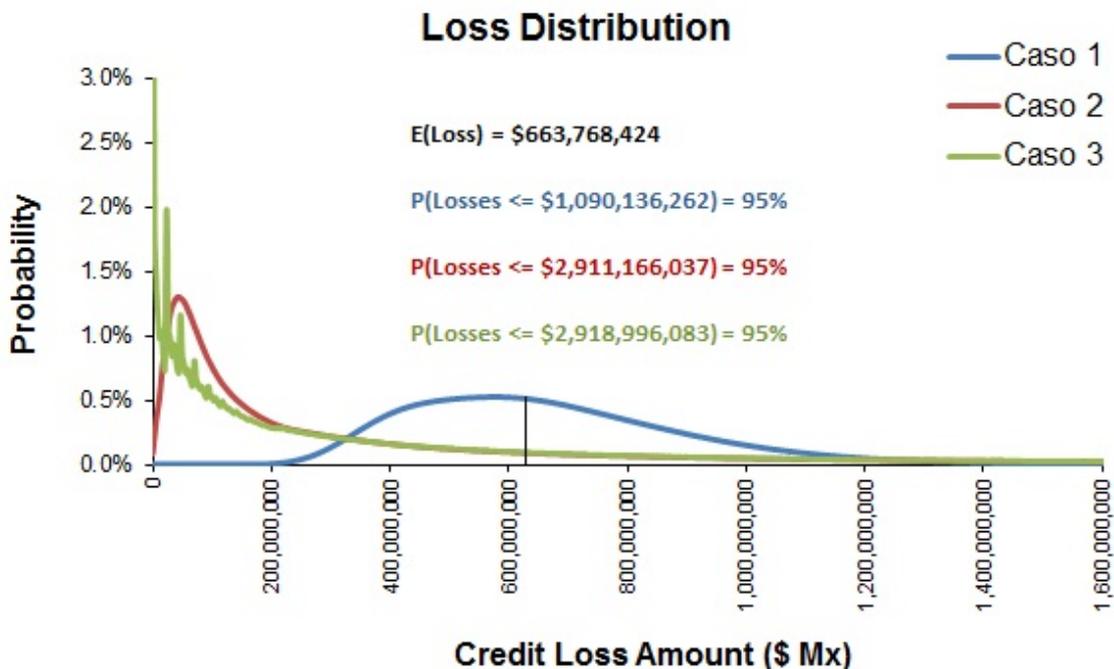


Figura 5.14: Distribución de Pérdidas del modelo propuesto bajo los casos 1 al 3.

Como se mencionó anteriormente, el nivel de reservas así como las pérdidas acumuladas aumentan considerablemente cuando se utiliza el modelo propuesto, sin embargo ésta es la única de las dos opciones presentadas que ha sido construida desde cero mientras que la opción inicial solamente nos permite observar las probabilidades estimadas. Ésta situación hace que el modelo propuesto pueda ser discutido y analizado a mayor detalle, por dicho motivo se ha optado por seguir con el análisis de concentración en la cartera de créditos comerciales utilizando las probabilidades de incumplimiento obtenidas con el *modelo propuesto*.

Intuitivamente se puede pensar que una cartera compuesta por créditos que pertenecen a una misma industria y que comparten riesgos es más riesgosa que una cartera compuesta por créditos de diversas industrias y que no se relacionan entre sí, ésta última situación no puede presentarse en la realidad pero sirve para medir el impacto de conformar una cartera altamente concentrada contra una cartera que podría llegar a ser infinitamente granular, es decir, con un número infinito de créditos que no se relacionan entre sí.

Analizar la conveniencia de tener una cartera diversificada lleva al problema de cuantificar la concentración de créditos sobre un atributo particular de los créditos que la conforman, puede analizarse la concentración por industrias e inclusive por niveles de exposición de los créditos. Al considerar ciertos atributos se realizan mediciones sobre la cartera en las condiciones en las que se encuentra y se realiza una medición de los niveles de pérdidas a un percentil determinado como se ha visto anteriormente, posteriormente se construye una cartera diversificada respecto al atributo elegido para finalmente comparar los resultados obtenidos al considerar ambas carteras.

A continuación se realiza el análisis de concentración considerando que los créditos interactúan entre sí, es decir, no se considera *Riesgo Específico*, también se hace el supuesto de que el saldo total de la cartera es repartido equitativamente entre los créditos que se encuentran dentro de una categoría de probabilidad de incumplimiento como la mostrada en la figura 5.2, de esta forma ninguno de los créditos pesa más que otro dentro de su categoría, a esta situación se le identifica como *No Name Concentration*. El siguiente paso radica en considerar una cartera por cada una de las industrias a las que pertenecen los créditos, de esta forma se tendrán 8

carteras diferentes que deberán ser evaluadas de la misma forma en que se evaluó a la cartera total.

Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

Cifras en MXP

Industria	Exposición	Expected Loss	% EL	Cumulative Loss (95%)	Cumulative Loss (95%)
Todas	30,791,298,231	663,768,424	2.16%	2,883,997,294	9.4%

Industria	Exposición	Expected Loss	% EL	Cumulative Loss (95%)	Cumulative Loss (95%)
Servicios.	2,116,694,116	38,167,588	1.80%	215,074,413	10.2%
T & T	1,406,108,350	19,082,386	1.36%	102,096,536	7.3%
Comercio.	12,610,245,342	306,036,874	2.43%	1,773,272,327	14.1%
Construcción.	3,159,398,744	69,500,125	2.20%	411,726,169	13.0%
Gobierno.	9,534,207,861	178,357,455	1.87%	1,009,107,292	10.6%
FI	740,222	4,599	0.62%	96,464	13.0%
Industrias.	235,586,261	16,605,812	7.05%	64,276,830	27.3%
AGSPyC.	1,728,317,334	36,013,584	2.08%	208,932,679	12.1%
Total	30,791,298,231	663,768,424	2.16%	3,784,582,710	12.3%

Figura 5.15: Análisis de concentración.

Como puede observarse, las pérdidas acumuladas al 95 % son mayores cuando se consideran 8 carteras distintas y posteriormente se suman dichas pérdidas que cuando se cuenta con una sola cartera que contiene créditos provenientes de todas las industrias interactuando entre sí, esta situación obedece a la propiedad de *subaditividad* presente en las mediciones del *VaR* y que se expresa como:

$$\text{VaR}(A + B) \leq \text{VaR}(A) + \text{VaR}(B)$$

Puede considerarse a cada una de las carteras analizadas como un banco independiente. En el primer caso se tiene al Banco A cuya cartera de créditos está compuesta por créditos de diferentes industrias, por otra parte existen 8 bancos distintos donde cada uno posee una cartera de créditos que pertenecen a una industria en particular y cuyas características son exactamente iguales a sus correspondientes créditos de la cartera del Banco A. Por alguna razón los 8 bancos deciden fusionarse, sin embargo deciden administrar sus carteras independientemente lo cuál les costará cerca de \$900 millones que se componen de la diferencia entre las pérdidas acumuladas del Banco A que administra una sola cartera y la suma de las pérdidas acumuladas de cada una de las 8 carteras.

Puede concluirse entonces que el riesgo de pérdidas potenciales implícito en una cartera compuesta por créditos de diferentes industrias es menor que el presente cuando se consideran los 8 bancos que administran sus carteras independientemente bajo las condiciones antes mencionadas.

Capítulo 6

Conclusiones y comentarios adicionales

En éste último capítulo se mostrarán las conclusiones y comentarios obtenidos después de generar una metodología propia para el cálculo de probabilidades de incumplimiento desde cero, se comentarán las dificultades técnicas para llevar a cabo dicha metodología y se comentarán los resultados obtenidos una vez que se implementa.

6.1. Conclusiones

A lo largo de los capítulos expuestos, se ha hecho hincapié en la importancia que tienen los créditos de tal forma que una falla grave en el sistema crediticio puede generar pérdidas millonarias que pueden causar estragos no sólo entre los prestamistas y prestatarios inherentes a dicho sistema, sino que pueden llegar a dañar el correcto funcionamiento de una economía, por ese motivo fue necesario estudiar los conceptos matemáticos más importantes que permiten cuantificar el riesgo al que se encuentra expuesta una cartera de créditos de una institución financiera en particular.

Al analizar las opciones que las regulaciones, tanto mundial como nacional, proporciona a un banco para crear las reservas crediticias que soporten las pérdidas esperadas de una cartera así como el nivel de capital que cubra las pérdidas no esperadas de la misma, se puede concluir que al utilizar una metodología propia como la llamada IRB estipulada por los acuerdos de Basilea permite a los bancos generar reservas considerablemente menores que si se utiliza la metodología propuesta por la CNBV.

Las ventajas de utilizar una metodología propia para calcular una probabilidad de incumplimiento de un acreditado no sólo benefician a las instituciones financieras en sí, sino que en caso de compartirse con otras instituciones permitirían generar homogeneidad en las calificaciones otorgadas para una misma empresa por parte de diferentes prestamistas. Una ventaja adicional radica en el hecho de tener pleno conocimiento de la generación de la metodología propuesta desde el inicio hasta el final, ya que el análisis inició solamente después de ser otorgados los créditos bajo características específicas para cada uno, es decir, los esquemas de amortización, los montos y garantías fueron diferentes en cada caso. De esta forma puede concluirse que la metodología es robusta a pesar de tener dificultades para su obtención.

Uno de los objetivos primordiales de la metodología propuesta era obtener una probabilidad a partir de datos que no se vieran afectados por criterios subjetivos, de esta forma se evitó considerar variables que permitieran que un ejecutivo de crédito emitiera su opinión respecto a su cliente, por ellos se optó por utilizar variables provenientes del Buró de Crédito así como variables financieras capturadas por empleados de la institución bancaria dueña de la

cartera. Las dificultades al generar la metodología propuesta se hicieron visibles debido a la falta de calidad en parte de la información obtenida, en específico se obtuvieron valores incongruentes en las razones financieras que estaban siendo consideradas, esto ocurrió debido a que ésta información fue capturada por analistas con poca experiencia aunado a que los datos no fueron auditados, en contraparte, las variables provencientes del Buró de Crédito fueron variables cuidadosamente creadas y auditadas lo que finalmente permitió crear las probabilidades deseadas.

Después de obtener las probabilidades bajo un esquema estadístico, fue necesario hacer uso de la Teoría del Riesgo para aplicar los resultados obtenidos, de esta forma pudo cuantificarse el impacto ocasionado al considerar la metodología propuesta como una metodología válida para la autoridad. Para robustecer el modelo propuesto, sería útil considerar variables financieras debidamente auditadas, de tal forma que la salud financiera de cada empresa se viera reflejada en la probabilidad de incumplimiento asignada, sin embargo esto impediría que el modelo pudiese ser aplicado para PyMES ya que la obtención de sus estados financieros no es sencilla o simplemente el acreditado no estaría obligado a presentar dicha información. El modelo propuesto, al utilizar únicamente variables de Buró de Crédito, permite que el comportamiento de un cliente durante el último año sea el que asigne una probabilidad acorde con su comportamiento crediticio.

Índice de figuras

1.1. Ciclo Bancario.	3
1.2. Asignación de Tasas de Interés a los Créditos.	4
1.3. Ciclo Bancario bajo escenario de Incumplimiento.	4
1.4. Tabla de Amortización.	6
1.5. Clasificación de Riesgos.	16
1.6. Calificación acumulada.	18
1.7. Riesgo País: Calificación asignable.	20
1.8. Factores Cuantitativos del Riesgo Financiero: Calificación asignable.	23
1.9. Factores Cualitativos del Riesgo Financiero: Calificación asignable.	25
1.10. Riesgo Industria: Calificación asignable.	27
1.11. Experiencia de Pago: Calificación asignable.	28
2.1. Evolución del Capital de una empresa (relación entre activos y pasivos).	32
2.2. Valor del Activo por intervalos Z_x	33
2.3. Relación entre activos, pasivos y probabilidad de incumplimiento.	33
2.4. Medias muestrales sin ajustar.	35
2.5. Ajuste exponencial para probabilidad de incumplimiento.	36
2.6. Impacto del estado de la economía sobre la PD.	39
2.7. Probabilidad de Incumplimiento.	40
2.8. Incumplimientos Banca Múltiple. Fuente CNBV.	40
2.9. Indicadores de transición.	42
2.10. Matriz de Transición Bruta.	42
2.11. Matriz de Transición de calificaciones CNBV.	43
2.12. Correlación en Basilea II.	44
2.13. Comportamiento de la Tasa de Interés en el tiempo.	45
2.14. Loss Given Default por tipo de crédito.	48
2.15. Curva de una distribución Beta Caso 1.	49
2.16. Curva de una distribución Beta Caso 2.	49
2.17. Dinámica de un Crédito.	50

2.18. Distribución de las pérdidas de una cartera de créditos comerciales.	58
2.19. Impacto de la Probabilidad de Default sobre la misma cartera de créditos comerciales.	59
2.20. Distribución de Pérdidas esquemática.	62
3.1. Tratamiento de la Probabilidad de Incumplimiento.	64
3.2. Simulación de un Proceso de Poisson con $\lambda = 100$	67
3.3. Simulación de 4 Procesos de Poisson con λ variable.	67
3.4. Distribuciones de pérdidas obtenidas con CreditRisk+.	71
4.1. Posibles variables a incluir en el modelo.	76
4.2. Clasificación de industrias por actividad económica.	77
4.3. Histogramas Comportamiento Crediticio.	81
4.4. Histogramas Razones Financieras.	82
4.5. Comportamiento por Calidad Crediticia.	83
4.6. Análisis univariado utilizando Caras de Chernoff.	83
4.7. Diagrama de estrellas.	84
4.8. Análisis Descriptivo: Comportamiento crediticio.	85
4.9. Análisis Descriptivo: Razones Financieras.	86
4.10. Variables utilizadas para el análisis de Componentes Principales.	89
4.11. Análisis de Componentes Principales.	90
4.12. Tabla de Pesos para cada componente.	90
4.13. Dendogramas.	94
4.14. Análisis de conglomerados con la distancia Camberra.	95
4.15. Comparativo espacial de conglomerados extremos.	95
4.16. Comparativo analítico de conglomerados extremos.	96
4.17. Funciones de densidad asociadas.	97
4.18. Funciones de densidad de las poblaciones B y M.	99
4.19. Clasificación de acreditados vigentes y vencidos.	100
4.20. Resultados modelo completo.	105
4.21. Resultados modelo alternativo.	106
4.22. Curva ROC discriminación perfecta.	108
4.23. Curva ROC sin aportación de información.	108
4.24. Curva ROC: Modelo Final.	109
5.1. Histogramas de Probabilidades de Incumplimiento.	111
5.2. Categorías de Probabilidades de Incumplimiento.	111
5.3. Transición PD.	112

5.4. Variables de créditos.	113
5.5. Obtención de Reserva bajo la metodología CNBV.	114
5.6. Reserva metodología CNBV.	115
5.7. Comparación de reservas.	115
5.8. Calificaciones de Deudor bajo la metodología CNBV.	116
5.9. Comparación métricas de riesgo.	116
5.10. Presencia de atributos por escenario.	119
5.11. Distribución de Pérdidas del modelo inicial bajo los escenarios 1 al 5.	119
5.12. Distribución de Pérdidas del modelo propuesto bajo los escenarios 1 al 5.	120
5.13. Distribución de Pérdidas del modelo inicial bajos los casos 1 al 3.	121
5.14. Distribución de Pérdidas del modelo propuesto bajo los casos 1 al 3.	122
5.15. Análisis de concentración.	123

Índice de cuadros

1.1. Límite máximo de financiamiento.	15
4.1. Distancias entre observaciones.	93
4.2. Clasificación.	100
4.3. Prueba estudiada.	107
5.1. Clasificación.	112

Apéndice A

Códigos de programación en R

Simulación de un proceso Poisson:

```
s<-runif(57,0,16)
s
y<-sort(s)
y

z<-rep(0,56)
for(i in 1:56)
{
z[i]<-(y[i+1]-y[i])
print (z[i])
}
z

poisson <-function (tao,T)
{
  Nt <- seq(0,T-1,1)
  t <- cumsum(tao)
  plot(t, Nt, type="s")
}

poisson(z,56)
```

Caras de Chernoff y Diagrama de Estrellas:

```
library(TeachingDemos)

CARAS
caras.in <- read.csv('caras.csv')
```

```

caras.in[1:7,]

dim(caras.in)

faces(caras.in[,2:16],fill=TRUE, nrow=2, ncol=4)

cara <- c(3,6,5,8,9,7,11,4,12,16,15,10,13,14,18)
faces2(caras.in[,2:16], which = cara, labels =
c("Sobresaliente","Buena","Satisfactoria","Adecuada","Debil","Pobre","Mala"),
scale = c("columns","all", "center", "none"))

```

The features are:

- 1 Width of center
- 2 Top vs. Bottom width (height of split)
- 3 Height of Face
- 4 Width of top half of face
- 5 Width of bottom half of face
- 6 Length of Nose
- 7 Height of Mouth
- 8 Curvature of Mouth
- 9 Width of Mouth
- 10 Height of Eyes
- 11 Distance between Eyes (.5-.9)
- 12 Angle of Eyes/Eyebrows
- 13 Circle/Ellipse of Eyes
- 14 Size of Eyes
- 15 Position Left/Right of Eyeballs/Eyebrows
- 16 Height of Eyebrows
- 17 Angle of Eyebrows
- 18 Width of Eyebrows

ESTRELLAS

```

estrellas <- read.csv('estrellass.csv')

stars(estrellas[,2:16], labels=
c("Sobresaliente","Buena","Satisfactoria","Adecuada","Debil","Pobre","Mala"),
nrow=3, key.loc=c(20,-1), scale=T,main="Star plot: Calidad Crediticia")

stars(estrellas[,2:16], labels=
c("Sobresaliente","Buena","Satisfactoria","Adecuada","Debil","Pobre","Mala"),
nrow=4,main="Star plot: Calidad Crediticia", draw.segment=TRUE, full=TRUE)

stars(estrellas[, 2:16], locations = c(0,0), radius = FALSE,
      key.loc=c(0,0), lty = 2, draw.segment=TRUE)

stars(estrellas[, 2:16], locations = c(0,0), radius = FALSE,
      key.loc=c(0,0), lty = 2)

```

Análisis Descriptivo:

```
datos<-read.csv("BaseM1_1.csv")
```

```
dim(datos)
```

```
summary(datos)
```

Matriz de correlaciones con histogramas

```
data(datos)
panel.hist <- function(x, ...)
{
  usr <- par("usr"); on.exit(par(usr))
  #para definir region de graficiacion
  par(usr = c(usr[1:2], 0, 1.5) )
  #para obtener una lista que guarde las
  #marcas de clase y conteos en cada una:
  h <- hist(x, plot = FALSE)
  breaks <- h$breaks;
  nB <- length(breaks)
  y <- h$counts; y <- y/max(y)
  rect(breaks[-nB], 0, breaks[-1], y, col="cyan", ...)
  #para dibujar los histogramas
}
pairs(datos[5:11], panel=panel.smooth, cex = 1.5,
pch = 19, bg="light blue",
diag.panel=panel.hist, cex.labels = 1, font.labels=1)
par(oma=c(1,1,1,1),new=T,font=2,cex=0.5)
mtext(outer=T,"Matriz de dispersion con
Histograma",side=3)
```

Matriz de correlaciones con valores del estadístico

```
data(datos)
panel.cor <- function(x, y, digits=2, prefix="", cex.cor)
{
  usr <- par("usr"); on.exit(par(usr))
  par(usr = c(0, 1, 0, 1))
  r <- abs(cor(x, y))
  txt <- format(c(r, 0.123456789), digits=digits)[1]
  txt <- paste(prefix, txt, sep="")
  if(missing(cex.cor))
  cex <- 0.8/strwidth(txt)
  text(0.5, 0.5, txt, cex = cex)
```

```

}
pairs(datos[5:11], lower.panel=panel.smooth,
upper.panel=panel.cor)
par(oma=c(1,1,1,1),new=T,font=2,cex=0.5)
mtext(outer=T,"Matriz de dispersion con correlaciones",side=3)

```

Matriz de correlaciones con valores del estadístico e histogramas
 PARTE 1: VARIABLES DE BURÓ

```

data(datos)
panel.cor <- function(x, y, digits=2, prefix="", cex.cor)
{
usr <- par("usr"); on.exit(par(usr))
par(usr = c(0, 1, 0, 1))
r <- abs(cor(x, y))
txt <- format(c(r, 0.123456789), digits=digits)[1]
txt <- paste(prefix, txt, sep="")
if(missing(cex.cor))
cex <- 0.8/strwidth(txt)
text(0.5, 0.5, txt, cex = cex)
}
panel.hist <- function(x, ...)
{
usr <- par("usr"); on.exit(par(usr))
par(usr = c(usr[1:2], 0, 1.5) )
h <- hist(x, plot = FALSE)
breaks <- h$breaks;
nB <- length(breaks)
y <- h$counts; y <- y/max(y)
rect(breaks[-nB], 0, breaks[-1], y, col="blue", ...)
}
pairs(datos[6:12], lower.panel=panel.smooth,
diag.panel=panel.hist, upper.panel=panel.cor)
par(oma=c(1,1,1,1),new=T,font=2,cex=0.5)
mtext(outer=T,"Análisis Descriptivo",side=3)

```

PARTE 2
 VARIABLES RAZONES FINANCIERAS

```

data(datos)
panel.cor <- function(x, y, digits=2, prefix="", cex.cor)
{
usr <- par("usr"); on.exit(par(usr))
par(usr = c(0, 1, 0, 1))
r <- abs(cor(x, y))
txt <- format(c(r, 0.123456789), digits=digits)[1]
txt <- paste(prefix, txt, sep="")
if(missing(cex.cor))

```

```

cex <- 0.8/strwidth(txt)
text(0.5, 0.5, txt, cex = cex)
}
panel.hist <- function(x, ...)
{
usr <- par("usr"); on.exit(par(usr))
par(usr = c(usr[1:2], 0, 1.5) )
h <- hist(x, plot = FALSE)
breaks <- h$breaks;
nB <- length(breaks)
y <- h$counts; y <- y/max(y)
rect(breaks[-nB], 0, breaks[-1], y, col="green", ...)
}
pairs(datos[13:20], lower.panel=panel.smooth,
diag.panel=panel.hist, upper.panel=panel.cor)
par(oma=c(1,1,1,1),new=T,font=2,cex=0.5)
mtext(outer=T,"Análisis Descriptivo",side=3)

```

Análisis de conglomerados:

```

library(rggobi)

datosCP<-read.csv('Base_EstandarizadaM1_1.csv')

gb<-ggobi(datosCP)[1]

datosCP.dist=dist(datosCP[,23:27])
datosCP.dist=dist(datosCP[,23:27], method="euclidean")
datosCP.dist=dist(datosCP[,23:27], method="maximum")
datosCP.dist=dist(datosCP[,23:27], method="canberra")
datosCP.dist=dist(datosCP[,23:27], method="manhattan")
datosCP.dist=dist(datosCP[,23:27], method="binary")
datosCP.dist=dist(datosCP[,23:27], method="minkowski")

datosCP.cluster<-hclust(datosCP.dist)
plot(datosCP.cluster,cex=0.6,hang=-1)

clust.vec=cutree(datosCP.cluster,k=21)
#recorta el arbol

glyph_color(gb)[clust.vec==1]<-3
glyph_color(gb)[clust.vec==2]<-2
glyph_color(gb)[clust.vec==3]<-4
glyph_color(gb)[clust.vec==4]<-5
glyph_color(gb)[clust.vec==5]<-6
glyph_color(gb)[clust.vec==6]<-7

```

```

glyph_color(gb)[clust.vec==7]<-8
glyph_color(gb)[clust.vec==8]<-9
glyph_color(gb)[clust.vec==9]<-10
glyph_color(gb)[clust.vec==10]<-11
glyph_color(gb)[clust.vec==11]<-12
glyph_color(gb)[clust.vec==12]<-13
glyph_color(gb)[clust.vec==13]<-14
glyph_color(gb)[clust.vec==14]<-15
glyph_color(gb)[clust.vec==15]<-16
glyph_color(gb)[clust.vec==16]<-17
glyph_color(gb)[clust.vec==17]<-18
glyph_color(gb)[clust.vec==18]<-19
glyph_color(gb)[clust.vec==19]<-20
glyph_color(gb)[clust.vec==20]<-21
glyph_color(gb)[clust.vec==21]<-22

```

Análisis de discriminantes:

```

library('rggobi')
library('MASS')
library('klaR')

datos<-read.csv("Base_EstandarizadaM1_1.csv")

datos[1,]

n=length(datos[,1])
clase=rep("M",n)
color=rep('red',n)

for(j in 1:n)
{
if(datos[j,4]==0)
{
clase[j]="M"
color[j]='red'
}
if(datos[j,4]==1)
{
clase[j]="B"
color[j]='blue'
}
}

datos.numericos=datos[,cbind(4,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16)]
pairs(datos.numericos[,1:12],col=color)

```

```

datos.numericos=datos[,cbind(4,13,14,15,16,17,18,19,20)]
pairs(datos.numericos[,1:9],col=color)

datos.numericos=datos[,cbind(6,7,8,9,12)]

#Modelo completo
datos.numericos=datos[,cbind(6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20)]

#se sacan los PC con la matriz de correlacion
#se obtienen 8 PC's
PCA=princomp(datos.numericos,cor=T)
summary(PCA)
plot(PCA$scores[,1:2],col=color)
plot(PCA$scores[,2:3],col=color)
plot(PCA$scores[,7:8],col=color)

gb<-ggobi(datos)[1]

partimat(PCA$scores[,1:4],grouping=as.factor(clase),method="lda")

z <- lda(PCA$scores[,1:4], clase)
z
lda.pred <- predict(z)
plot(lda.pred$x,col=color)
#a q grupo te lo manda
lda.pred$class

tab <- table(clase,lda.pred$class)
round(tab/rowSums(tab),4)

z <- lda(datos.numericos[,1:5], clase) # Ajuste del lda
z

plot(z, dimen=1, type="both")
plot(z)
lda.pred <- predict(z)
plot(lda.pred$x,col=color)

lda.pred$x
lda.pred$class
tab <- table(clase,lda.pred$class)
tab
round(tab/rowSums(tab),4)

```

Regresión logística, medidas de confiabilidad y curvas ROC:

```
library('MASS')
library('klaR')
library('ROCR')
require(MKmisc)

datos.completos<-read.csv("Base_EstandarizadaM1_1.csv")

datos.completos<-read.csv("BaseM1_1.csv")

datos.completos[1,]
datos.completos[,1]

summary(datos.completos)
sapply(datos.completos, sd)

xtabs(~VIG + INDUSTRIA, data = datos.completos)

datos=datos.completos[,cbind(6,7,9,10,13,14,15,17,18,19,20)]
datos=datos.completos[,cbind(6:20)]
datos=datos.completos[,cbind(6,7,8,9,12)]

n=length(datos[,1])
clase=rep("M",n)
color=rep('red',n)

for(j in 1:n)
{
if(datos.completos[j,4]==0) #Status: Vencidos
{
clase[j]="M"
color[j]='red'
}
if(datos.completos[j,4]==1) #Status: Vigentes
{
clase[j]="B"
color[j]='blue'
}
}
```

```

datos=data.frame(cbind(clase,datos[,cbind(1:11)]))
datos=data.frame(cbind(clase,datos[,cbind(1:15)]))
datos=data.frame(cbind(clase,datos[,cbind(1:5)]))

z <- glm(clase ~ ., data=datos, family=binomial(link="logit") )
summary(z)

with(z, null.deviance - deviance)

with(z, df.null - df.residual)

with(z, pchisq(null.deviance - deviance, df.null - df.residual,lower.tail = FALSE))

logLik(z)

confint(z)

confint.default(z)
library(aod)
wald.test(b=coef(z), Sigma=vcov(z), Terms=1:6)

exp(coef(z))

exp(cbind(OR = coef(z), confint(z)))

drop1(z,test="Chisq")

prediccion <- predict(z,type="response")
prediccion <- round(prediccion,0)

tab <- table(clase,prediccion)
tab/rowSums(tab)

pred <- prediction(prediccion, clase)
perf <- performance(pred, "tpr", "fpr")
plot(perf, colorize=T)
plot(perf,print.cutoffs.at=seq(0,1,by=0.1), colorize=T)

perf <- performance(pred, "tpr", "fpr")
plot(perf, avg='threshold', spread.estimate='stddev', colorize=T)

perf <- performance(pred, "acc")

```

```
plot(perf, avg= "vertical",spread.estimate="boxplot", show.spread.at= seq(0.1, 0.9, by=0.1))  
perf <- performance(pred, "cal", window.size=50)  
plot(perf)
```

Bibliografía

- [1] Baesens, Bart. Credit Risk Modeling for Basel II using SAS. Instructor based training. Estados Unidos de América. SAS Institute Inc., 2007
- [2] Bluhm, Christian et al. An Introduction to Credit Risk Modeling. Estados Unidos de América. Chapman Hall / CRC Financial Mathematics Series, 2003
- [3] Díez-Canedo, Javier. Una nueva visión del riesgo de crédito. México. Limusa, 2a edición. 2009
- [4] Fernández Fernández, Begoña. La ley de los eventos raros, legado de Siméon Denis Poisson. México.
- [5] Freixas, Xavier & Rochet, JC (1997) The Microeconomics of Banking. MIT Press
- [6] Hand, D., Mannila, H. & Smyth, P. (2001) Principles of Data Mining. MIT Press.
- [7] Hastie, T., Tibshirani, R. & Friedman, J. (2001) The Elements of Statistical Learning; Data mining, inference, and prediction. Springer-Verlag.
- [8] Ong, Michael. The Basel Handbook. A Guide for Financial Practitioners. México. KPMG, 2007
- [9] Peña, Daniel. Análisis de datos multivariantes. Madrid. McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U., 2002
- [10] Principios para la Administración del Riesgo de Crédito. Comisión de Basilea de Supervisión de Bancos. Basilea. Julio, 1999
- [11] Reynoso Vendrell, Un estudio sobre el impacto de la recesión en las carteras hipotecarias de México. Fundamentos Teóricos, VorticeR Structured Finance, México 2010
- [12] Sánchez Cerón, Carlos. Valor en Riesgo y otras aproximaciones. México. Valuación, Análisis y Riesgo, S.C. - Algorithmics México, 1a edición. 2001
- [13] Thomas, Lyn, et al. Credit Scoring and its Applications. SIAM (2002)
- [14] Wood, S.N. (2006) Generalized Additive Models. An introduction with R. Chapman & Hall.
- [15] www.stat.uni-muenchen.de
- [16] <http://www.riskworx.com/resources/LGD%20Distributions.pdf>