



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Experimento cuántico de Young

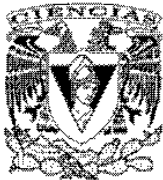
T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
FÍSICO

PRESENTA:
RAÚL CAUDILLO VIURQUEZ

DIRECTOR DE TESIS:
DR. VÍCTOR MANUEL VELÁZQUEZ AGUILAR

2013



Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno

Caudillo
Viurquez
Raúl
82 84 16 23
Universidad Nacional Autónoma de
México
Facultad de Ciencias
Física
303167332

2. Datos del tutor

Dr.
Víctor Manuel
Velázquez
Aguilar

3. Datos del sinodal 1

Dra.
Rocío
Jauregui
Renaud

4. Datos del sinodal 2

Dr.
Naser
Qureshi

5. Datos del sinodal 3

Dra.
Marcela Dolores
Grether
González

6. Datos del sinodal 4

Dr.
Erick Leonardo
Patiño
Jaidar

7. Datos del trabajo escrito

Experimento cuántico de Young
68p
2013

Agradecimientos

Con este trabajo termino un largo y difícil camino que empezó hace ya mucho cuando todavía era un niño. A lo largo de los años he conocido mucha gente, amigos valiosos y sabios maestros que me transmitieron conocimiento y experiencias y que me han hecho crecer profesional y personalmente. No puedo únicamente agradecer a quienes me acompañaron mientras estuve en la Facultad de Ciencias porque hay algunos que me acompañan desde mucho antes.

Así que quiero empezar por agradecer a los sinodales, quienes aceptaron ser parte de este trabajo y lo hicieron mejorar tanto como a mí con sus valiosos consejos.

Al grupo de óptica y a los compañeros del laboratorio por la oportunidad de trabajar junto a ellos, en especial al Dr. Victor Velázquez por su enorme ayuda, por toda la física y la pasión experimental que compartió conmigo para realizar este trabajo, pero sobre todo por su confianza y la no poca paciencia que me tuvo.

A mis amigos, aquellos que han estado conmigo dentro y fuera de la escuela, que me han mostrado lo magnífica que puede ser la vida y que el tiempo junto a alguien es el mejor de los regalos. Aquellos que me han enseñado que una verdadera amistad es más grande que las distancias, que el trabajo en equipo y la confianza pueden más que los problemas. Gracias a ellos que me motivaron, ayudaron y acompañaron siempre; en especial gracias a Ichi, Luci, Vero, Jessica y Bere con quienes sufrí y amé la ciencia; y a Lolita y Jessica Liliana que han estado conmigo desde antes.

Por último quiero dedicar este trabajo a mi familia. A Dámaris, que ha estado conmigo desde el inicio de este trabajo, siempre apoyandome; a mi tía Mago y sobre todo a mis hermanos y a mis papás, las personas que más quiero y que desde siempre me han apoyado, a ellos que con no pocos sacrificios me han ayudado a salir adelante, que me han enseñado lo más importante sobre la vida, por el amor y la confianza que compartimos. A ellos les dedico este trabajo, que ha venido a cumplir un sueño y una promesa.

Índice general

0.1. Resumen	VII
0.2. Motivación	VII
0.3. Objetivo	VIII
1. Algo de Historia	1
1.1. Los inicios	1
1.2. El electromagnetismo y las ondas electromagnéticas	4
1.3. Los corpúsculos de luz	6
2. Ondas	9
2.1. El comportamiento ondulatorio de la luz	9
2.2. Superposición	12
3. Cuantización del campo electromagnético	13
3.1. La primera cuantización	13
3.2. El oscilador armónico cuántico	15
3.3. Cuantización del campo Electromagnético	16
3.4. Estados Coherentes	21
4. Óptica no lineal	25
4.1. Efectos de segundo orden	25
4.2. Conversión Paramétrica Descendente	27

5. Interferencia de Young	31
5.1. Interferencia de ondas	31
5.2. Interferencia cuántica de probabilidad	33
5.3. Interferencia cuántica de Young	35
5.4. Función de Correlación	38
6. Desarrollo Experimental	41
6.1. Elementos principales	41
6.1.1. Fuentes de luz	41
6.1.2. Sistema de detección	45
6.1.3. Otros elementos	47
6.2. Montaje experimental	49
6.2.1. Alineaciones iniciales	49
6.2.2. Naturaleza de la luz	52
6.2.3. Experimento de Young	53
7. Resultados	55
7.1. Calibraciones iniciales	55
7.2. Estadística de la luz	58
7.3. Experimento cuántico de Young	59
8. Conclusiones	63
Referencias	67

0.1. Resumen

Se realizó el experimento de interferencia de Young con parejas de fotones individuales de 810nm generados por *conversión paramétrica descendente espontánea* (SPDC por sus siglas en inglés) en un cristal no lineal de β -Borato de Bario tipo I (BBO-I) a partir de un haz de bombeo de 405nm. Los fotones generados simultáneamente en cada pareja son llamados señal y testigo; se midió la función de correlación cuántica de segundo orden $g^{(2)}$ para estos fotones en coincidencia y de manera individual obediendo valores corespondientes a un modelo cuántico y clásico respectivamente; luego, el fotón señal se hizo pasar a través de una doble rendija y se detectó en coincidencia con el fotón testigo y de manera individual (sin coincidencia con testigo). En ambos casos se observó el patrón de interferencia de Young.

0.2. Motivación

Este experimento se realizó en el Laboratorio de Óptica Avanzada de la Facultad de Ciencias de la UNAM, como parte del catálogo de opciones para la docencia en programas de licenciatura y posgrado. Todo el trabajo hecho tuvo la intención de verificar la posibilidad y calidad en la realización de este experimento en el laboratorio.

Este trabajo gira alrededor del fenómeno al que Feynmann llamó “el único problema de la mecánica cuántica”, el de la interferencia; y a uno de los problemas que más ha costado a los físicos tanto teórica como filosóficamente y que aun tenemos que aceptar a falta de una mejor y más completa descripción, la dualidad onda-partícula: *La luz (o la materia) se comporta como onda o como partícula según el experimento que se realiza o la propiedad que se estudia.*

Por eso en este experimento se toman ambas caras de la luz, por un lado

se hace la interferencia de ondas cuando se detectan únicamente los fotones “señal” y por el otro, se hace interferencia de partículas cuando estos fotones se detectan en coincidencia con su testigo. Esto se basa en los resultados obtenidos en la medición de la $g^{(2)}$.

0.3. Objetivo

El objetivo de este trabajo es mostrar mediante el Experimento de Young de la *doble rendija* la interferencia de luz clásica y de luz cuántica, ambos límites se obtienen dependiendo de la forma como son detectados los fotones y están caracterizados por un valor de la función de correlación cuántica de segundo orden $g^{(2)}$.

Capítulo 1

Algo de Historia

En este capítulo se hará una revisión histórica del desarrollo de las teorías para describir la naturaleza de la luz, desde los primeros intentos de Huygens y Newton, cada uno con un modelo por separado; hasta los principios del siglo XX donde ambas teorías, ondulatoria y corpuscular, se completaron mutuamente en la *dualidad onda-partícula*.

1.1. Los inicios

Con los grandes avances en las ciencias establecidos por Galileo y la formulación de las Leyes de Kepler se adelantó muchísimo en la solución de los problemas que hasta entonces ocupaban la mente de pensadores. Con estos firmes cimientos Isaac Newton estableció y publicó sus *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* en 1687; una nueva teoría y formulación matemática de la mecánica que resultó muy fructífera, con sus leyes se resolvieron casi todos los problemas que se presentaban, desde el simple movimiento de los cuerpos sobre la Tierra hasta el milenario problema del movimiento de los planetas. Con tales logros, por mucho tiempo, en cualquier incursión por explicar la naturaleza de fenómenos se usó ésta poderosa herramienta. Al

tener una manera eficaz de conocer el movimiento de las cosas, casi todas las teorías incluían un modelo de partícula con “masa”, de ahí que en fenómenos térmicos se consideró el flujo de una sustancia, el calórico; en electricidad se concibieron flujos o cantidades de carga vitrea y resinosa; y en óptica, Newton formuló una teoría sobre la naturaleza corpuscular de la luz publicada en su texto *Opticks* en 1704.

Hasta este momento se sabía, por la experiencia, que las fuentes de luz producían sombras bien definidas, se conocía bien el fenómeno de la refracción de la luz y la Ley de Snell y los fenómenos de reflexión, sin embargo, no había una explicación del por qué de esas observaciones debido a que no se conocía la naturaleza de la luz. Fue así como Newton en su trabajo de 1704, atendía dichos fenómenos de óptica. Dentro de éste trabajo introdujo también sus estudios de la composición de luz blanca en el que utilizando un prisma triangular y un rayo de la luz del sol, descubrió que la luz que percibimos como blanca es en realidad la suma de todos los colores y que cuando todos esos colores son de nuevo unidos por otro prisma se obtiene luz blanca; además, que una vez separados esos colores no se pueden separar otra vez.

Utilizando su visión mecanicista para explicar todos estos fenómenos Newton planteó que la luz está compuesta por partículas con masa moviéndose todas a $300,000\text{km/s}$. Al tratarse de corpúsculos era fácil explicar el fenómeno de propagación rectilínea de los rayos de luz y el de reflexión en espejos planos o curvos de manera semejante a explicar el desplazamiento de una pelota la cual después rebota en una pared. Por otro lado, la refracción requería un poco más de esfuerzo, sin embargo, con las recientes Leyes de Newton sobre las fuerzas y las interacción, era sencillo si se consideraba que los corpúsculos de luz tenían masa de manera que en el aire (o cualquier medio) eran atraídos igualmente en todas direcciones manteniendo su propagación rectilínea pero en una interface, los corpúsculos interaccionaban de

distinta manera con cada material por los que su trayectoria se curvaba. La luz blanca tenía colores que se desviaban en diferente ángulo unos respecto de otros, para esto Newton supuso que cada color era un flujo de partículas de distinta masa, las azules de mayor masa porque se desviaban más que las rojas de menor masa; sin embargo, esto ya requería de muchos flujos distintos, uno para cada color. Newton también estudió lo que sucedía cuando una lente convexa está en contacto con una superficie plana de cristal, los *anillos de Newton*, un claro fenómeno de interferencia; pero él no estaba de acuerdo en eso de manera que inventó una complicada explicación para este fenómeno.

Por otro lado, Christian Huygens postuló que la luz era un fenómeno ondulatorio, parecido a las ondas que aparecen al arrojar una piedra al agua. Para explicar los fenómenos conocidos de la luz, propone que, al igual que una onda circular en el agua muy lejos del origen, se tiene un frente de onda plano donde cada punto de ese frente es también fuente de una nueva onda de manera que la envolvente de todas éstas es una recta y mantiene la forma plana. Para poder hablar de ondas luminosas, Huygens tuvo que proponer la existencia de una sustancia tenue y onnipresente que llenaba todo el Universo, el Éter Cósmico.

Con estas ideas y las experiencias conocidas de las ondas en el agua, fueron fácilmente explicados y entendidos los problemas de transmisión rectilínea y reflexión; la solución de la refracción fué quizá la mejor solución de la teoría de Huygens. Supongamos que un frente de onda plano en un medio incide en otro de manera oblicua, entonces la parte del frente de onda que incide primero originará una onda esférica en el nuevo medio, al avanzar, otro punto que incide generará otra onda esférica y así sucesivamente, así, la envolvente de todas las ondas esféricas dentro del nuevo medio será una recta y se tendrá un frente plano. Otro fenómeno que se explica bastante bien con la teoría de Huygens es, irónicamente, el de los anillos de Newton que se deben a la

interferencia entre ondas.

Hubo un problema que se conocía, el de un extraño cristal de Islandia que dividía un rayo incidente en cierta dirección en dos haces luminosos, el problema de la birrefringencia y polarización de la luz. Huygens imaginó que los frentes de onda dentro del cristal se producían de dos maneras distintas, uno esférico que se propagaba con igual velocidad en todas direcciones y otro elíptico que se movía más rápido en la dirección del eje del cristal; sin embargo, no pudo explicar por qué pasaba eso debido a que él pensaba que las ondas luminosas eran longitudinales de igual manera que las ondas de sonido en el aire.

Fué hasta tiempo después gracias a los trabajos de Étienne-Louis Malus (1809 y 1810), que se pudo explicar el fenómeno de la polarización al considerar que la luz no era una onda longitudinal sino una onda transversal (que oscila perpendicularmente a la dirección de propagación). Esta solución trajo consigo una enorme contradicción; las ondas transversales se conocían en materiales muy rígidos como los metales y otros sólidos de manera que el éter cósmico que lo llenaba todo debía ser tan rígido como un metal pero a la vez tan tenue para dejar pasar los planetas y estrellas sin detenerlos.

1.2. El electromagnetismo y las ondas electromagnéticas

Ciertamente el problema de la polarización fue un gran peso que inclinó la balanza hacia el lado del modelo de ondas pero un experimento contundente que acabó por darle aceptación general, y que es el punto central de esta tesis, es el que en 1801 Thomas Young realizó sobre la interferencia (y difracción) de la luz. Él tomó una fuente cuya luz hizo pasar primero por un agujero y luego a través de dos pequeños agujeros, delante de estos observó en una

1.2. EL ELECTROMAGNETISMO Y LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS⁵

pantalla un patrón de interferencia, un fenómeno exclusivo de las ondas. Los trabajos de Young dieron final a una batalla por conocer la naturaleza de la luz y empezar a pensar sobre la naturaleza de esas ondas.

Desde la época de los griegos se conocía la electricidad y el magnetismo y durante siglos, inclusive hasta principios del siglo XIX todavía se trataban como fenómenos separados, fue hasta 1820 cuando se descubrió la relación entre ambos fenómenos, Hans Christian Oersted observó que una aguja magnética respondía a una corriente eléctrica. Después de eso se avanzó muy rápido (en relación al tiempo desde que se conocían los fenómenos) en el estudio del nuevo electromagnetismo; André-Marie Ampère estudió las fuerzas entre distintas corrientes eléctricas y en 1827 formuló una teoría de electromagnetismo, Georg Simon Ohm se dedicó a las leyes de circuitos eléctricos.

Michael Faraday descubrió la inducción electromagnética en 1831, hasta entonces todos los experimentos consideraban condiciones equivocadas, fué Faraday el primero que pensó en un fenómeno dinámico y no estático, observó que en un circuito cerrado aparecía una corriente eléctrica cuando un imán se iba aproximando o alejando pero que desaparecía cuando el imán estaba en quieto sin importar que fuera cerca o lejos del circuito; en la óptica descubrió el “Efecto Faraday” en que hay un cambio del estado de polarización por un campo magnético al atravesar un medio material, ese era la primera interacción conocida entre la luz y el magnetismo; además introdujo en la física un concepto primordial, el *campo*.

Teniendo lo anterior, James Clerk Maxwell en 1865 publicó el trabajo *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*; con este trabajo que modificaba la ley de Ampère y teniendo las leyes de Gauss y Faraday se sintetizaron las expresiones matemáticas que describen al *Campo Electromagnético* y que unificaban la óptica con el electromagnetismo. Considerando su teoría Maxwell predijo algo muy importante, que del mismo modo que un campo eléctrico genera uno magnético sin que haya imanes, un campo magnético

puede generar un campo eléctrico sin que existan partículas cargadas. De este modo si en un punto se genera un campo eléctrico variable, este avanzará al tiempo que produce un campo magnético, el cual a su vez hará lo correspondiente y así se irán uniendo unos a otros campos eléctricos y magnéticos oscilando mientras se desplazan a una velocidad de $300,000\text{km/s}$. Estas “ondas electromagnéticas” fueron descubiertas experimentalmente en 1888 por Henrich Hertz quién probó que ellas cumplían todas las condiciones de las ondas igual que la luz: reflexión, refracción, interferencia y difracción. De esta manera se concluyó que estas ondas y la luz eran del mismo tipo pero con diferencia en la longitud de onda, la cual debería ser muy pequeña para la luz. Así quedó por fin resuelto el problema de de la naturaleza ondulatoria de la luz.

1.3. Los corpúsculos de luz

A finales del siglo XIX los físicos creían (al igual que Newton en su tiempo) que la física estaba cerca de su fin y que solo eran necesarias más y mejores mediciones pero faltaban tres problemas por resolver: la naturaleza del éter, la radiación de cuerpo negro y el efecto fotoeléctrico. En el primero, si la luz eran ondas transversales, faltaba encontrar las propiedades de su medio de transmisión, el éter. El experimento que se propuso lograrlo fue el de Michelson-Morley realizado en 1887; ellos construyeron un interferómetro con el que podían medir diferencias de camino óptico entre un haz de luz y otro que viaja perpendicularmente al primero. Queriendo ver la variación de las franjas de interferencia de la luz (causadas por su diferencia de velocidad entre dos medios) que se generarían por el movimiento de la Tierra respecto al éter observaron que no había diferencia alguna. Tiempo después Albert Einstein echó fuera de las teorías físicas la existencia del éter y en su lugar propuso en 1905 su Teoría Especial de la Relatividad postulando que las

ondas electromagnéticas se movían con una velocidad c , la máxima velocidad permitida en la naturaleza en el espacio vacío.

Mientras que la radiación de cuerpo negro y el efecto fotoeléctrico compartían la esencia de su solución, el problema en los dos casos se refería a la interacción de la radiación con la materia. Por medios termodinámicos se conocía el tratamiento al problema de la radiación de cuerpo negro y se habían llegado a resultados importantes como la las leyes de Stefan-Boltzmann, la de Wien, y la de Rayleigh-Jeans; estas últimas para cada zona del espectro (altas y bajas frecuencias). El avance o mejor dicho, el “salto” crucial lo dio Max Plank, quien en 1900 encontró la distribución que describía dicha radiación, para hallarla, tomó la interacción de emisión y absorción de la radiación como un problema cuántico, donde los átomos (consideraros como osciladores) en equilibrio termodinámico con la radiación, únicamente podían interactuar con ella de modo discreto absorbiendo o emitiendo paquetes finitos de energía; de esta manera, la energía del campo electromagnético no se podía intercambiar de manera continua con pasos tan pequeño como se deseara, sino que estaba formado por elementos unitarios de algo. Así, se llegó a la expresión correcta para la descripción de la radiación de cuerpo negro.

Tomando como base lo anterior, en 1905 Einstein pudo explicar el efecto fotoeléctrico. De la manera clásica, una onda puede acumular energía, así, luego de mucho tiempo, las olas del mar pueden erosionar una costa, pero aquí no importaba cuanto tiempo ni que tan intensa fuese la luz con que se iluminaba un metal, los electrones (y la corriente eléctrica) no se presentarían nunca a menos que aumentara la frecuencia por encima de un umbral, cuando eso sucedía aparecía una corriente eléctrica cuya magnitud era proporcional a la intensidad y cuya energía cinética lo era con la frecuencia de la luz con que se iluminaba. Einstein explicó que los electrones eran arrancados del metal cuando un fotón (nombrado así por Paul Ulrich Villard) de energía $h\nu$ correcta chocaba con él, si la energía era menor no salía y si era mayor,

usaba la necesaria para liberarse del metal y el sobrante se convertía en energía cinética (observada por el potencial de frenado de los electrones). De manera similar se pudo describir el Efecto Compton (Arthur Compton, 1923) donde los fotones son dispersados por electrones a la vez que cedían energía dependiendo únicamente de la dirección de la dispersión, este fenómeno se puede explicar únicamente con interacción de dos partículas y no es posible hacerlo usando el modelo ondulatorio de la luz.

De esta manera resurgió el modelo corpuscular de la luz. Tiempo después Louis De Broglie (1924) propuso una longitud de onda asociada a la materia y Erwin Schrödinger (1926) desarrolló una ecuación de onda también para la materia. Ahora tanto la luz como la materia se pueden considerar como ondas o como partículas dependiendo la forma de observación.

Capítulo 2

Ondas

En el presente capítulo se expondrá el comportamiento ondulatorio de la luz y un principio fundamental de las ondas, el *principio de superposición*

2.1. El comportamiento ondulatorio de la luz

Una condición importante que cumplen todas las ondas es la “ecuación de onda” que está dada por

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

Las ecuaciones de Maxwell para el campo electromagnético en el vacío tienen soluciones no nulas, es decir, que el campo existe aunque no haya cargas presentes.

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.2a)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.2b)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.2c)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.2d)$$

Si tomamos la ecuación 2.2c y le sacamos el rotacional tenemos

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\nabla \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

Y recordando la identidad vectorial $\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$ y que las derivadas temporales y espaciales conmutan por ser de variables distintas tenemos que

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{B} \quad (2.4)$$

Dado que $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ y sustituyendo $\nabla \times \vec{B}$ de la ec. 2.2d tenemos

$$-\nabla^2 \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.5)$$

Que acomodando y usando el hecho que $\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$ resulta

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

Que es la ecuación de onda 2.1, de manera análoga partiendo de la ec. 2.2d y con el mismo procedimiento se obtiene para el campo magnético

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (2.7)$$

De esta manera se muestra que el campo electromagnético (o luz) cumple la condición esencial del movimiento ondulatorio.

Para una onda plana podemos escribir los campo eléctrico y magnético como

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad (2.8)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad (2.9)$$

Donde el \vec{k} es el vector de onda, que da la dirección de propagación. Si estas soluciones, que cumplen la ecuación de onda, son substituidas en las ecuaciones

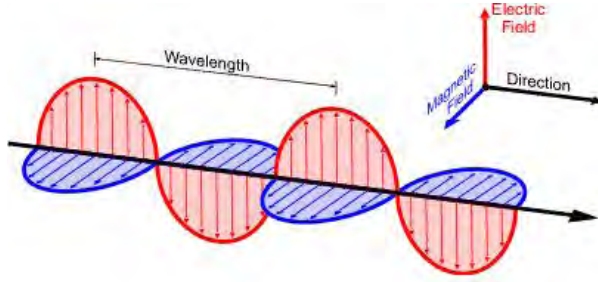


Figura 2.1: Onda electromagnética

de Maxwell, se obtiene

$$\nabla \times \vec{E} = -\vec{k} \times \vec{E}_0 \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\omega}{c} \vec{B}_0 \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad (2.11)$$

Entonces

$$\vec{k} \times \vec{E}_0 = -\frac{\omega}{c} \vec{B}_0 \quad (2.12)$$

Esto quiere decir que los campos eléctrico y magnético están en fase y que son perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación de manera que se tiene una onda transversal.

La luz es una onda electromagnética que transporta energía, el flujo de ella está dado por el *Vector de Poynting*

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (2.13)$$

Entonces

$$\vec{S} = c^2 \epsilon_0 \vec{E}_0 \times \vec{B}_0 \cos^2(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad (2.14)$$

Y se define la *Irradiancia* como el promedio temporal de la magnitud del vector de Poynting. Recordando que $\langle \cos^2 \theta \rangle = \frac{1}{2}$.

$$I \equiv \langle \vec{S} \rangle = \frac{c^2 \epsilon_0}{2} |\vec{E}_0 \times \vec{B}_0| = \frac{c \epsilon_0}{2} E_0^2 \quad (2.15)$$

2.2. Superposición

Dado que la ecuación de onda es lineal, si dos funciones ψ_1 y ψ_2 son soluciones de ella, entonces la función $\psi = \psi_1 + \psi_2$ también lo es. Esto nos lleva a hablar de suma o superposición de ondas. En general, si tenemos muchas funciones u ondas que cumplen la ecuación 2.1 podemos expresar la suma de todas ellas como una sola función que también es solución, esto es llamado *Principio de Superposición*

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_{i=1}^n C_i \psi_i(\vec{r}, t) \quad (2.16)$$

Donde las ψ_i son soluciones a la ecuación de onda y los C_i son coeficientes. Por ejemplo, cuando encendemos una lámpara de mercurio vemos una luz blanca pero en realidad es la superposición de varias luces de distinto color.

Si tomamos dos ondas planas

$$\vec{E}_{(1)} = \vec{E}_1 \exp i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_1) \quad (2.17a)$$

$$\vec{E}_{(2)} = \vec{E}_2 \exp i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_2) \quad (2.17b)$$

Y si la diferencia de fase $\phi_1 - \phi_2$ es constante en el tiempo, las ondas de ambas fuentes son mutuamente coherentes. Así, la irradiancia (2.15) para la superposición de esas dos ondas resulta

$$\begin{aligned} I &= |\vec{E}|^2 = \vec{E} \cdot \vec{E}^* \\ &= (\vec{E}_{(1)} + \vec{E}_{(2)}) \cdot (\vec{E}_{(1)}^* + \vec{E}_{(2)}^*) \\ &= |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos \theta \\ &= I_1 + I_2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos \theta \end{aligned} \quad (2.18)$$

Donde $\theta = \vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \phi_1 - \phi_2$ y el término $2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos \theta = I_{12}$ es llamado **término de interferencia**. Si las fases ϕ_1 y ϕ_2 no son coherentes, es decir, $\phi_1 - \phi_2$ no es constante, sino que varían aleatoriamente con el tiempo entonces el valor promedio de $\cos \theta$ es cero y el término de interferencia se anula.

Capítulo 3

Cuantización del campo electromagnético

En el capítulo anterior se mostró el comportamiento ondulatorio de la luz, en el presente se expondrá ahora su comportamiento corpuscular. Empezando con la primera cuantización que se hizo a la radiación electromagnética al estudiar la radiación de cuerpo negro, el modelo del oscilador armónico cuántico, la cuantización del campo electromagnético y se finalizará con los estados coherentes, un estado cuantizado cuyo comportamiento es semejante a las ondas electromagnéticas descritas en el capítulo anterior.

3.1. La primera cuantización

En cuanto a los corpúsculos, clásicamente una partícula no puede interferir con otra al no poder ocupar el mismo espacio, mucho más impensable es decir que una partícula interfiere consigo misma. Joseph John Thompson en 1897 mostró que los electrones eran partículas y siempre se los trató así; fue hasta 1929 y los experimentos que por separado realizaron George Paget Thompson y Clinton Joseph Davisson que se observó la difracción (fenómeno

14CAPÍTULO 3. CUANTIZACIÓN DEL CAMPO ELECTROMAGNÉTICO

ondulatorio) de los electrones y hasta Schrödinger que se tuvo una teoría ondulatoria para las partículas. Entonces las partículas fueron también ondas.

En lo correspondiente a la luz, desde que se estudió mas rigurosamente por Newton y Huygens, hubo el choque por decidir que era; los experimentos donde se observaron las propiedades de onda hicieron que esta teoría tuviera mayor atención y se culminó con las ecuaciones de Maxwell comprobadas por Hertz. La cara corpuscular de la luz salió cuando no hubo otra opción para la explicación de algunos fenómenos, el primero de ellos fue la radiación de cuerpo negro.

Mediante métodos termodinámicos se estudió la radiación de cavidad pero las soluciones que se habían encontrado como las leyes de Wien y Rayleigh-Jeans sólo daban una solución parcial al fenómeno. Max Planck dió un paso difícil pero esencial, consideró que cada modo de la radiación (que es luz) interaccionaba con las paredes de la cavidad como si los átomos fuesen osciladores armónicos, propuso que la radiación era absorbida o emitida solo en “paquetes” enteros e indivisibles, así llegó a la solución para la distribución de energía para todas las frecuencias dada por

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (3.1)$$

Esta fue la primera aparición de los cuantos de la radiación electromagnética donde a cada uno de ellos le corresponde una energía proporcional a su frecuencia, $E = h\nu$. Después los cuantos de energía volvieron a aparecer en descripciones de fenómenos como el efecto fotoeléctrico en el que sin importar lo intenso de la luz, los electrones no eran arrancados de un metal hasta no pasar un umbral de frecuencia, superado ese umbral, los paquetes de energía de la luz liberaban a los electrones y los dotaban de energía cinética justo igual al exedente, esto es

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W \quad (3.2)$$

Donde W es la energía necesaria para arrancar los electrones y $h\nu$ la energía de la luz incidente. Más adelante en el efecto Compton se observó también un comportamiento corpuscular de la luz cuando estos “paquetes” colisionaban con electrones.

3.2. El oscilador armónico cuántico

La idea de este oscilador surgió cuando Planck asoció uno de ellos a cada modo de la radiación en una cavidad. El Hamiltoniano de este sistema (para osciladores de masa unitaria) es $H = \frac{p^2}{2} + \frac{1}{2}\omega^2 q^2$ donde q es la coordenada y p el momento canónicos y ω su frecuencia angular. En mecánica cuántica, la posición y el momento se vuelven operadores de manera que el hamiltoniano cuántico es

$$\hat{H} = \frac{1}{2}(\hat{p}^2 + \omega^2 \hat{q}^2) \quad (3.3)$$

Donde los operadores cumplen la regla de conmutación

$$[\hat{q}, \hat{p}] = \hat{q}\hat{p} - \hat{p}\hat{q} = i\hbar \quad (3.4)$$

Dada la forma del Hamiltoniano del oscilador se definen los operadores \hat{a} y \hat{a}^\dagger de la siguiente manera

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega}}(\omega\hat{q} + i\hat{p}) \quad (3.5)$$

$$\hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega}}(\omega\hat{q} - i\hat{p}) \quad (3.6)$$

Por su definición los operadores \hat{a}, \hat{a}^\dagger siguen la regla de conmutación

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1 \quad (3.7)$$

De esta manera los operadores de posición y momento quedan escritos como

$$\hat{q} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (3.8)$$

$$\hat{p} = -i\sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}}(\hat{a} - \hat{a}^\dagger) \quad (3.9)$$

Y al sustituir en (3.3) y factorizar, el Hamiltoniano queda como

$$\hat{H} = \hbar\omega(\hat{a}\hat{a}^\dagger + \frac{1}{2}) = \hbar\omega(\hat{n} + \frac{1}{2}) \quad (3.10)$$

Donde $\hat{n} \equiv \hat{a}^\dagger\hat{a}$ es el operador de número cuyo eigenvalor es n , el número de fotones o cuantos de energía y que además establece los niveles de energía del operador Hamiltoniano. Estos estados de energía son los eigenestados del oscilador y son llamados *estados de Fock* o estados de número, que en la notación de Dirac se escriben $|n\rangle$. Los estados de Fock son ortonormales y forman una base completa, esto es

$$\langle n|m\rangle = \delta_{nm} \quad \sum_n |n\rangle\langle n| = \mathbf{1} \quad (3.11)$$

La ecuación de valores propios del Hamiltoniano 3.10 queda como

$$\hat{H}|n\rangle = \mathcal{E}_n|n\rangle, \quad \mathcal{E}_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2}) \quad (3.12)$$

Además, los operadores \hat{a}, \hat{a}^\dagger actúan sobre los estados de Fock de la siguiente manera

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad (3.13)$$

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad \hat{a}|0\rangle = 0 \quad (3.14)$$

Por lo que \hat{a}^\dagger y \hat{a} son llamados operadores de creación y aniquilación respectivamente.

3.3. Cuantización del campo Electromagnético

Las ecuaciones de Maxwell (2.2a - 2.2d) expresan al campo electromagnético en el vacío y sin presencia de cargas. En términos del potencial vectorial $\vec{A}(\vec{r}, t)$ que cumple con la ecuación de onda 2.1

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0 \quad (3.15)$$

y bajo la norma de Coulomb

$$\nabla \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) = 0 \quad (3.16)$$

Los campos eléctrico y magnético estan dados por

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (3.17)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \nabla \times \vec{A}(\vec{r}, t) \quad (3.18)$$

Supongamos que en el espacio hay una cavidad de paredes perfectamente reflejantes de longitud L (en principio se puede hacer $L \rightarrow \infty$) de manera que se puedan establecer condiciones de frontera periódicas para ondas planas de la forma $e^{ikx} = e^{ik(x+L)}$ y en donde existen varios modos k de radiación EM. Entonces en cada dirección (x, y, z) se tiene para las ondas planas

$$k_i = \left(\frac{2\pi}{L}\right)m_i, \quad m_i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad i = x, y, z \quad (3.19)$$

De forma que el vector de onda está dado por

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{L}(m_x, m_y, m_z) \quad (3.20)$$

Donde su magnitud está dada por la frecuencia correspondiente ω_k de la forma $k = \frac{\omega_k}{c}$ y los enteros m_i 's dan el modo normal al campo.

Expresando al potencial vectorial como una superposición de ondas planas en la forma

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{k}, s} \vec{e}_{\vec{k}, s} [A_{\vec{k}, s}(t)e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} + A_{\vec{k}, s}^*(t)e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}}] \quad (3.21)$$

Donde $A_{\vec{k}, s}$ es la amplitud compleja, $\vec{e}_{\vec{k}, s}$ es el vector de polarización, la suma en \vec{k} es sobre los enteros m_i 's y la suma en s sobre los estados de polarización. Dado que las ondas electromagnéticas son transversales, se cumplen las siguientes condiciones entre los vectores de polarización y el vector de onda

$$\vec{e}_{\vec{k}, s} \cdot \vec{e}_{\vec{k}, s'} = \delta_{ss'}, \quad \vec{k} \cdot \vec{e}_{\vec{k}, s} = 0, \quad \vec{e}_{\vec{k}, 1} \times \vec{e}_{\vec{k}, 2} = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|} = \vec{\kappa} \quad (3.22)$$

18CAPÍTULO 3. CUANTIZACIÓN DEL CAMPO ELECTROMAGNÉTICO

De las ecuaciones 3.15 y 3.16 se tiene para la amplitud compleja, tomando $\omega_k = ck$ que

$$\frac{d^2 A_{\vec{k},s}}{dt^2} + \omega_k^2 A_{\vec{k},s} = 0 \quad (3.23)$$

Que tiene como solución

$$A_{\vec{k},s}(t) = A_{\vec{k},s} e^{-i\omega_k t}, \quad A_{\vec{k},s} \equiv A_{\vec{k},s}(0) \quad (3.24)$$

Con estos términos y con las ecuaciones 3.17 y 3.18 obtenemos que en términos del potencial vectorial desarrollado con ondas planas los campos eléctrico y magnético se escriben como

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = i \sum_{\vec{k},s} \omega_k \vec{e}_{\vec{k},s} \left[A_{\vec{k},s} e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega_k t)} - A_{\vec{k},s}^* e^{-i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega_k t)} \right] \quad (3.25)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \frac{i}{c} \sum_{\vec{k},s} \omega_k (\vec{k} \times \hat{e}_{\vec{k},s}) \left[A_{\vec{k},s} e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega_k t)} - A_{\vec{k},s}^* e^{-i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega_k t)} \right] \quad (3.26)$$

Cuando se obtiene la energía del campo electromagnético dada por

$$H = \frac{1}{2} \int_V \left(\epsilon_0 \vec{E} \cdot \vec{E} + \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \cdot \vec{B} \right) \quad (3.27)$$

Dadas las condiciones de periodicidad de la caja cúbica, las integrales de las exponenciales espaciales son cero excepto cuando $k_x = 0$ donde vale L ; así $\int_V \exp(\pm i(\vec{k} - \vec{k}') \cdot \vec{r}) dV = \delta_{kk'} V$; con esto las contribuciones a la energía de cada uno de los campos son ¹

$$H_E = \epsilon_0 V \sum_{\vec{k},s} \omega_k^2 A_{\vec{k},s}(t) A_{\vec{k},s}^*(t) - R \quad (3.28)$$

$$H_B = \epsilon_0 V \sum_{\vec{k},s} \omega_k^2 A_{\vec{k},s}(t) A_{\vec{k},s}^*(t) + R \quad (3.29)$$

¹Para obtener la parte de \vec{B} es necesario usar la identidad vectorial $(A \times B) \cdot (C \times D) = (A \cdot C)(B \cdot D) - (A \cdot D)(B \cdot C)$ aplicado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} (\vec{k} \times \vec{e}_{\vec{k},s}) \cdot (\vec{k} \times \vec{e}_{\vec{k},s'}) &= \delta_{ss'} \\ (\vec{k} \times \vec{e}_{\vec{k},s}) \cdot (-\vec{k} \times \vec{e}_{-\vec{k},s'}) &= -\vec{e}_{\vec{k},s} \cdot \vec{e}_{-\vec{k},s'} \end{aligned}$$

Donde

$$R = \frac{1}{2}\varepsilon_0 V \sum_{\vec{k}ss'} \omega_k^2 (\vec{e}_{\vec{k},s} \cdot \hat{e}_{\vec{k},s'}) [A_{\vec{k}s}(t)A_{-\vec{k}s}(t) + A_{\vec{k}s}^*(t)A_{-\vec{k}s}^*(t)] \quad (3.30)$$

Sumando cada una de las contribuciones para obtener toda la energía y usando la definición de la amplitud compleja (eq. 3.24)

$$H = 2\varepsilon_0 V \sum_{\vec{k}s} \omega_k^2 A_{\vec{k}s} A_{\vec{k}s}^* \quad (3.31)$$

Escribiendo esa energía de forma similar a la del oscilador armónico, introduciendo las variables canónicas $p_{\vec{k}s}$, $q_{\vec{k}s}$ para cada uno de los modos se pueden escribir a la amplitud compleja como

$$A_{\vec{k}s} = \frac{1}{2\omega_k \sqrt{\varepsilon_0 V}} [\omega_k q_{\vec{k}s} + i p_{\vec{k}s}] \quad A_{\vec{k}s}^\dagger = (A_{\vec{k}s})^* \quad (3.32)$$

Donde $q_{\vec{k}s}$ y $p_{\vec{k}s}$ son las cuadraturas del campo. Así la energía se puede escribir igual que en 3.10 por lo que es posible cambiar la posición y momento a operadores cumpliendo los conmutadores $[\hat{q}_{\vec{k}s}, \hat{q}_{\vec{k}'s'}] = [\hat{p}_{\vec{k}s}, \hat{p}_{\vec{k}'s'}] = 0$ y $[\hat{q}_{\vec{k}s}, \hat{p}_{\vec{k}'s'}] = i\hbar \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta_{ss'}$ y hacer una cuantización para cada modo de la radiación (donde cada modo k tiene dos de polarización s) definiendo los operadores de creación y aniquilación que cumplen conmutadores semejantes a los anteriores como

$$\hat{a}_{\vec{k}s} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_k}} (\omega \hat{q}_{\vec{k}s} + i \hat{p}_{\vec{k}s}) \quad (3.33)$$

$$\hat{a}_{\vec{k}s}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_k}} (\omega \hat{q}_{\vec{k}s} - i \hat{p}_{\vec{k}s}) \quad (3.34)$$

De esta manera la energía del campo electromagnético queda para cada modo dada igual que en 3.3 por lo que la energía total es

$$\hat{H} = \sum_{\vec{k}s} \hbar\omega_k \left(\hat{a}_{\vec{k}s}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}s} + \frac{1}{2} \right) = \sum_{\vec{k}s} \hbar\omega_k \left(\hat{n}_{\vec{k}s} + \frac{1}{2} \right) \quad (3.35)$$

20 *CAPÍTULO 3. CUANTIZACIÓN DEL CAMPO ELECTROMAGNÉTICO*

Pudiendo reescribir los subíndices $\vec{k}s$ como j dado que cada uno de esos modos depende de la terna de enteros 3.20 y las polarizaciones pero son independientes uno de otro; así, la energía está dada por

$$\hat{H} = \sum_j \hbar\omega_j \left(\hat{n}_j + \frac{1}{2} \right) \quad (3.36)$$

Donde se ha tomado $\hat{a}_j \equiv \hat{a}_{\vec{k}_j s_j}$, $\hat{a}_j^\dagger \equiv \hat{a}_{\vec{k}_j s_j}^\dagger$, $\hat{n}_j \equiv \hat{n}_{\vec{k}_j s_j}$ y los eigenestados del campo multimodal estan dados por el producto del eigenestado de cada uno de los modos

$$|n_1\rangle|n_2\rangle|n_3\rangle\dots \equiv |n_1, n_2, \dots\rangle = |n_j\rangle \quad (3.37)$$

Además de que

$$|0\rangle = |0_1, 0_2, \dots\rangle \quad (3.38)$$

Y los operadores de creación y aniquilación de cada modo actúan igual que en 3.14 y 3.13 pero solamente sobre el eigenestado correspondiente al modo del campo sobre el que actúan los operadores. La ecuación de valores propios es igual que 3.12 para cada modo, así

$$\hat{H}|n_j\rangle = \mathcal{E}|n_j\rangle \quad \mathcal{E} = \sum_j \hbar\omega_j \left(n_j + \frac{1}{2} \right) \quad (3.39)$$

De la misma manera que se cambió la posición y el momento por operadores, teniendo cuantizado el campo se puede pasar la amplitud compleja a un operador como

$$\hat{A}_{\vec{k}s} = \left(\frac{\hbar}{2\omega_k \epsilon_0 V} \right)^{\frac{1}{2}} \hat{a}_{\vec{k}s} \quad (3.40)$$

Y así obtener los operadores de potencial vectorial, campo eléctrico y campo

magnético como

$$\hat{A}(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{k}_s} \left(\frac{\hbar}{2\omega_k \varepsilon_0 V} \right)^{\frac{1}{2}} \vec{e}_{\vec{k}_s} \left[\hat{a}_{\vec{k}_s} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_k t)} + \hat{a}_{\vec{k}_s}^\dagger e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_k t)} \right] \quad (3.41)$$

$$\hat{E}(\vec{r}, t) = i \sum_{\vec{k}_s} \left(\frac{\hbar \omega_k}{2\varepsilon_0 V} \right)^{\frac{1}{2}} \vec{e}_{\vec{k}_s} \left[\hat{a}_{\vec{k}_s} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_k t)} + \hat{a}_{\vec{k}_s}^\dagger e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_k t)} \right] \quad (3.42)$$

$$\hat{B}(\vec{r}, t) = \frac{i}{c} \sum_{\vec{k}_s} (\vec{k} \times \vec{e}_{\vec{k}_s}) \left(\frac{\hbar \omega_k}{2\varepsilon_0 V} \right)^{\frac{1}{2}} \vec{e}_{\vec{k}_s} \left[\hat{a}_{\vec{k}_s} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_k t)} + \hat{a}_{\vec{k}_s}^\dagger e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_k t)} \right] \quad (3.43)$$

Si de igual forma que la amplitud compleja (ec. 3.24) escribimos al operador de aniquilación, esto es, $\hat{a}_{\vec{k}_s}(t) = \hat{a}_{\vec{k}_s}(0)e^{-i\omega_k t}$, entonces el campo eléctrico por ejemplo, lo podemos poner como

$$\hat{E}(\vec{r}, t) = i \sum_{\vec{k}_s} \left(\frac{\hbar \omega_k}{2\varepsilon_0 V} \right)^{\frac{1}{2}} \vec{e}_{\vec{k}_s} \left[\hat{a}_{\vec{k}_s}(t) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r})} + \hat{a}_{\vec{k}_s}^\dagger(t) e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r})} \right] \quad (3.44)$$

Al que podemos reescribir como

$$\hat{E}(\vec{r}, t) = \hat{E}^{(+)}(\vec{r}, t) + \hat{E}^{(-)}(\vec{r}, t) \quad (3.45)$$

Donde

$$\hat{E}^{(+)}(\vec{r}, t) = i \sum_{\vec{k}_s} \left(\frac{\hbar \omega_k}{2\varepsilon_0 V} \right)^{\frac{1}{2}} \vec{e}_{\vec{k}_s} \hat{a}_{\vec{k}_s} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_k t)} \quad \hat{E}^{(-)}(\vec{r}, t) = \left[\hat{E}^{(+)}(\vec{r}, t) \right]^\dagger \quad (3.46)$$

Donde el campo eléctrico es la suma de una parte de frecuencias positivas que oscila como $e^{-i\omega t}$ para $\omega > 0$ y una parte de frecuencias negativas. De manera equivalente se pueden partir el campo magnético y el potencial vectorial.

3.4. Estados Coherentes

Hay estados de radiación cuánticos especiales, uno de ellos son los estados coherentes (este tipo de estados es el generado por los láseres). Los estados

22CAPÍTULO 3. CUANTIZACIÓN DEL CAMPO ELECTROMAGNÉTICO

coherentes se definen como

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (3.47)$$

Donde $\alpha \in \mathbb{C}$. Además estos estados están normalizados

$$\begin{aligned} \langle\alpha|\alpha\rangle &= \left(e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_n \frac{\alpha^{*n}}{\sqrt{n!}} \langle n| \right) \left(e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_m \frac{\alpha^m}{\sqrt{m!}} |m\rangle \right) \\ &= e^{-|\alpha|^2} \sum_n \frac{(\alpha^* \alpha)^n}{n!} = e^{-|\alpha|^2} e^{|\alpha|^2} = 1 \end{aligned} \quad (3.48)$$

Donde se usó que $\langle n|m\rangle = \delta_{nm}$; pero no son ortogonales pues

$$|\langle\alpha|\beta\rangle|^2 = e^{-|\alpha-\beta|^2} \quad (3.49)$$

Otra característica importante de los estados coherentes es que son un eigenestado del operador de aniquilación con eigenvalor α

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle \quad \langle\alpha|\hat{a}^\dagger = \alpha^*\langle\alpha| \quad (3.50)$$

Así el valor esperado del operador de número $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ es

$$\langle\alpha|\hat{n}|\alpha\rangle = \alpha^* \alpha = |\alpha|^2 \quad (3.51)$$

Tomando el campo eléctrico cuantizado (3.44) de uno de los modos

$$\hat{E} = i \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}} \left[\hat{a} e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} - \hat{a}^\dagger e^{-i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \right] \quad (3.52)$$

Entonces su valor esperado en un estado coherente es

$$\langle\alpha|\hat{E}|\alpha\rangle = -2 \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}} |\alpha| \sin(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \theta) \quad (3.53)$$

Este resultado es muy importante porque significa que a pesar de ser un estado cuantizado de fotones, el campo eléctrico tiene un comportamiento ondulatorio parecido al de las ondas electromagnéticas, de manera que un

estado coherente se encuentra en la división entre los límites cuántico y clásico de la luz. Así, la probabilidad de hallar n fotones en el estado $|\alpha\rangle$ está dado por

$$P(n) = |\langle n|\alpha\rangle|^2 = \frac{e^{-\bar{n}} \bar{n}^n}{n!} \quad (3.54)$$

Donde se ha usado que el número promedio de fotones $\bar{n} = |\alpha|^2$. Esta distribución es una distribución clásica de probabilidad, es una *Distribución de Poisson*

24 *CAPÍTULO 3. CUANTIZACIÓN DEL CAMPO ELECTROMAGNÉTICO*

Capítulo 4

Óptica no lineal

En el presente capítulo se expondrán los efectos de segundo orden de la interacción del campo electromagnético con la materia para dar lugar a fenómenos ópticos interesantes, uno de ellos, la conversión paramétrica descendente espontánea, en donde se generan fotones individuales a partir de una haz de bombeo incidente en un medio material. En el estudio de la conversión paramétrica se revisa primero la aproximación paramétrica y luego se estudia la interacción tipo I donde los fotones generados tienen igual polarización entre sí.

4.1. Efectos de segundo orden

Cuando la luz incide sobre algún material existen interacciones entre la radiación y la materia, frente a un campo eléctrico la respuesta del medio es la *Polarización* que se puede escribir como

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \quad (4.1)$$

Donde χ se llama susceptibilidad eléctrica del medio. Si esta susceptibilidad o la intensidad del campo eléctrico son pequeñas suele haber únicamente

respuestas lineales pero cuando alguna de estas características crecen pueden aparecer ordenes de interacción mayor y la polarización se puede escribir como

$$P = \varepsilon_0 \chi^{(1)} E + \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2 + \varepsilon_0 \chi^{(3)} E^3 + \dots \quad (4.2)$$

Donde el primer término de la derecha corresponde a la polarización lineal y el resto a la no lineal, en particular observando los fenómenos de segundo orden ($P^{(2)} = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2$), podemos escribir las componentes de la polarización en términos de los ejes del medio cristalino como

$$P_i^{(2)} = \varepsilon_0 \sum_{j,k} \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k \quad (4.3)$$

Donde se ha escrito al tensor de susceptibilidad no lineal de segundo orden y los subíndices i, j, k corresponden a los ejes cartesianos definidos coincidentes con los ejes del cristal. Escribiendo la representación tensorial con el coeficiente optico no lineal d_{ij} , las componentes de la polarización son calculadas como

$$\begin{pmatrix} P_x^{(2)} \\ P_y^{(2)} \\ P_z^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x E_x \\ E_y E_y \\ E_z E_z \\ 2E_y E_z \\ 2E_z E_x \\ 2E_x E_y \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

En la ecuación anterior se puede hacer la identificación de los términos como $d_{11} = \varepsilon_0 \chi_{xxx}^{(2)}$; $d_{14} = \varepsilon_0 \chi_{xyz}^{(2)}$, etc. En particular para el cristal BBO (β -Borato de Bario) se tienen $d_{22} = -d_{21} = -d_{16}$, $d_{31} = d_{32}$, $d_{24} = d_{15}$ y d_{33} y todo lo demás es cero.

4.2. Conversión Paramétrica Descendente

Algunos ejemplos de fenómenos ópticos no lineales de 2do. orden son la suma de frecuencias, la amplificación paramétrica, la generación del 2do. armónico y el que nos interesa particularmente, la *Conversión Paramétrica Descendente Espontánea* (SPDC por sus siglas en inglés).

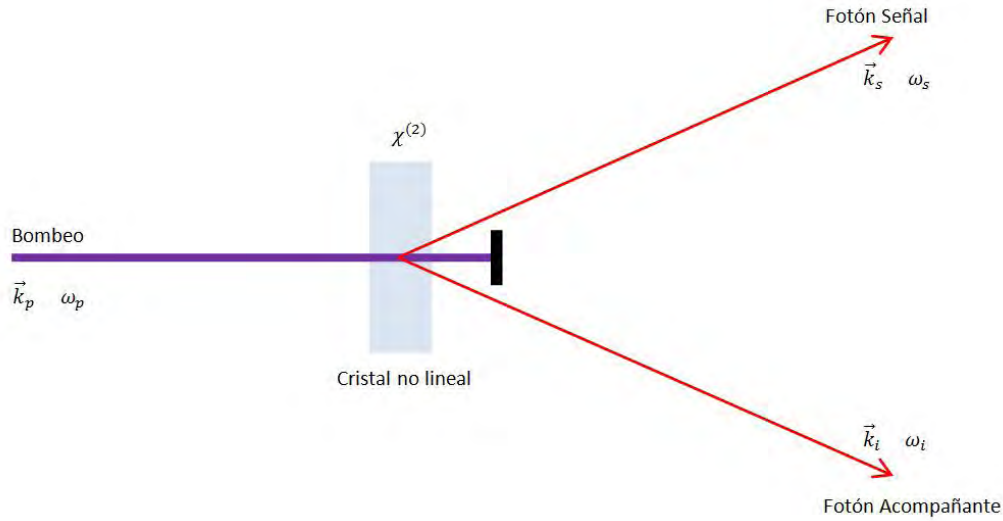


Figura 4.1: Conversión paramétrica descendente espontánea

La SPDC es un fenómeno que consiste en la llegada de luz de una frecuencia (p, bombeo) a un material óptico no lineal y en la salida de 2 frecuencias menores a la incidente (s, señal; i, acompañante ó testigo). Éste es un fenómeno cuántico donde un sólo fotón se transforma en dos fotones correlacionados por medio de una interacción con la materia. Lo anterior no significa que un fotón se puede dividir arbitrariamente pues en realidad aquel que incide es absorbido por el material y luego la energía es emitida en dos nuevos fotones idénticos de luz de manera simultánea. Como inicialmente los modos señal y testigo son el vacío, el proceso se llama espontáneo. El caso degenerado es cuando $\omega = \omega_s = \omega_i = \omega_p/2$. La interacción está dada por el

hamiltoniano

$$\hat{H} = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\omega_p\hat{b}^\dagger\hat{b} + i\hbar\chi^{(2)}(\hat{a}^2\hat{b}^\dagger - \hat{a}^{\dagger 2}\hat{b}) \quad (4.5)$$

Donde b y a son los modos de bombeo y señal respectivamente. La aproximación paramétrica dice que el campo de bombeo es un fuerte estado coherente clásico $|\beta e^{-i\omega_p t}\rangle$ que no queda empobrecido de fotones en una escala temporal relevante, entonces aproximando los operadores \hat{b} y \hat{b}^\dagger como $\beta e^{-i\omega_p t}$ y $\beta^* e^{i\omega_p t}$ y si además ponemos $\eta = \beta\chi^{(2)}$, el hamiltoniano se convierte en

$$\hat{H}^{AP} = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + i\hbar(\eta^*\hat{a}^2 e^{i\omega_p t} - \eta\hat{a}^{\dagger 2} e^{i\omega_p t}) \quad (4.6)$$

Transformando este hamiltoniano al cuadro de interacción

$$\hat{H}^I = i\hbar[\eta^*\hat{a}^2 e^{i(\omega_p-2\omega)t} - \eta\hat{a}^{\dagger 2} e^{i(\omega_p-2\omega)t}] \quad (4.7)$$

Y como $\omega = \omega_p/2$

$$\hat{H}^I = i\hbar[\eta^*\hat{a}^2 - \eta\hat{a}^{\dagger 2}] \quad (4.8)$$

Como este proceso cumple con la conservación de energía se tiene que

$$\hbar\omega_p = \hbar\omega_s + \hbar\omega_i \quad (4.9)$$

Además, dentro del cristal

$$\hbar\vec{k}_p \approx \hbar\vec{k}_s + \hbar\vec{k}_i \quad (4.10)$$

con $\vec{k}_p, \vec{k}_s, \vec{k}_i$ los vectores de onda de cada uno de los fotones; el signo \approx es resultado de una incertidumbre dada por el recíproco de la longitud del medio no lineal. Las ecuaciones 4.9 y 4.10 son las condiciones de “empatamiento de fase” y significa que los fotones creados por SPDC son de menor energía que el fotón inicial y que la suma vectorial de sus momentos es igual al momento inicial de modo que los fotones creados aparecen antipodales en conos concéntricos al haz de bombeo.

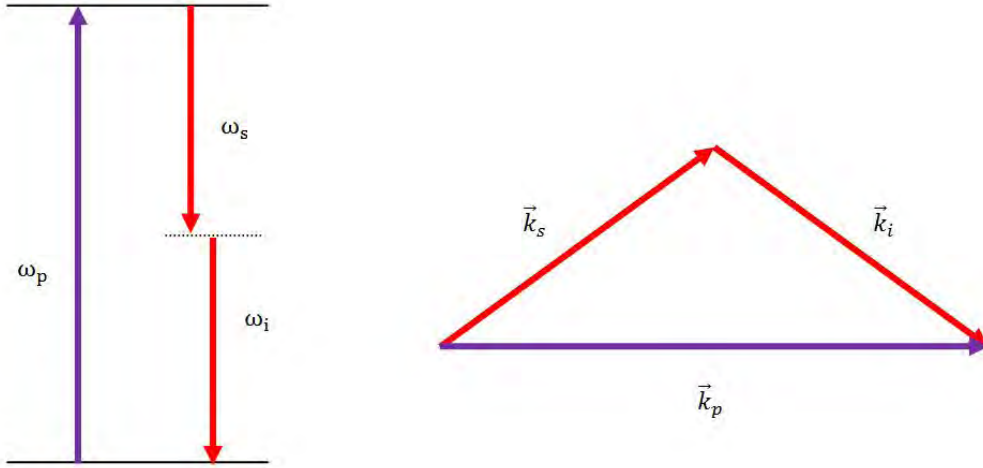


Figura 4.2: Condición paramétrica

Para la SPDC tipo I, en la que los fotones creados tienen la misma polarización que es perpendicular al del fotón de bombeo, se tiene un hamiltoniano de interacción dado por

$$\hat{H}_I = \hbar\eta\hat{a}_s^\dagger\hat{a}_i^\dagger + H.C \quad (4.11)$$

Donde se ha hecho uso de la aproximación paramétrica antes mencionada y H.C. representa al Hermitiano conjugado. Así, en términos del operador de evolución temporal $\hat{U}(t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t\right)$ podemos escribir al estado final (o de salida del cristal no lineal) como

$$|\Psi(t)\rangle = \hat{U}(t)|\Psi(0)\rangle \quad (4.12)$$

Donde $|\Psi(0)\rangle = |0\rangle_s|0\rangle_i|\alpha\rangle_p$ es el estado de entrada al cristal (adelante se quitará $|\alpha\rangle_p$ ya que la aproximación paramétrica contempla un fuerte campo coherente). Haciendo una expansión de la exponencial del operador \hat{U} lo podemos escribir como $\hat{U} \approx 1 - \frac{i\hat{H}t}{\hbar}$. De manera que el estado final, en una

aproximación a primer orden viene dado por

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &\approx \left(1 - \frac{it\hat{H}}{\hbar}\right)|\Psi(0)\rangle \\ &= (1 - it\eta\hat{a}_s^\dagger\hat{a}_i^\dagger)|\Psi(0)\rangle \end{aligned} \quad (4.13)$$

Que al final resulta

$$|\Psi(t)\rangle = |0\rangle_s|0\rangle_i - i\mu|1\rangle_s|1\rangle_i \quad (4.14)$$

Que es un vector normalizado y donde $\mu = \eta t$.

Capítulo 5

Interferencia de Young

En este capítulo se estudiará el fenómeno de interferencia cuando se tienen dos posibles caminos (experimento de Young) para ondas clásicas y objetos cuánticos. Además se estudia la interferencia de Young en el caso en que se tiene un campo cuantizado, es decir, para fotones individuales.

5.1. Interferencia de ondas

Considerando la superposición de ondas al final del capítulo 2 y reescribiendo la irradiancia de cada una de las dos ondas superpuestas como

$$I_1 = \langle \vec{E}_1^2 \rangle = \frac{E_1^2}{2} \quad (5.1a)$$

$$I_2 = \langle \vec{E}_2^2 \rangle = \frac{E_2^2}{2} \quad (5.1b)$$

$$I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \theta \quad (5.1c)$$

Donde $\langle \rangle$ es el promedio temporal. Así la irradiancia total estará dada por

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \theta \quad (5.2)$$

De manera que puede ser mayor, menor o igual que $I_1 + I_2$ dependiendo del valor de θ . Si $0 < \cos \theta \leq 1$ se dice que hay *interferencia constructiva*

obteniendo el máximo valor cuando $\cos \theta = 1$, esto es, $\theta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$ y se tiene

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (5.3)$$

Cuando $\cos \theta = 0$ las ondas están fuera de fase y no interfieren y la irradiancia es simplemente la suma de la correspondiente a cada onda

$$I = I_1 + I_2 \quad (5.4)$$

Si al contrario $-1 \leq \cos \theta < 0$, existe *interferencia destructiva* con el mínimo valor cuando $\cos \theta = -1$; $\theta = \pm\pi, \pm 3\pi, \dots$ y se obtiene

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (5.5)$$

Si además las ondas incidentes tienen igual amplitud, esto es, $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$, entonces $I_1 = I_2 = I_0$ y la irradiancia total queda como

$$I = 2I_0(1 + \cos \theta) = 4I_0 \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (5.6)$$

De esta forma la interferencia constructiva total tiene una irradiancia $I_{max} = 4I_0$ y la interferencia destructiva total $I_{min} = 0$

Uno de los experimentos más representativos de este fenómeno es precisamente el de Thomas Young (fig. 5.1), en este, se tienen dos fuentes que están en fase (por estar equidistantes a una fuente de ondas común), cada una de las ondas provenientes de S_1 y S_2 se superponen hasta que llegan a donde son observadas.

Tomando la aproximación de que $x \gg y, d$; podemos tomar a las ondas como planas de la forma $e^{i(kr - \omega t)}$, entonces la diferencia de fase en P_0 de las ondas que salen de S_1 y S_2 es $k(r_2 - r_1)$ o equivalentemente

$$\delta = d \sin \theta = d \frac{y}{x} \quad (5.7)$$

Dado que la interferencia es máxima cuando el desfase es múltiplo de 2π y mínima cuando es múltiplo de π , podemos encontrar las *zonas brillantes* de

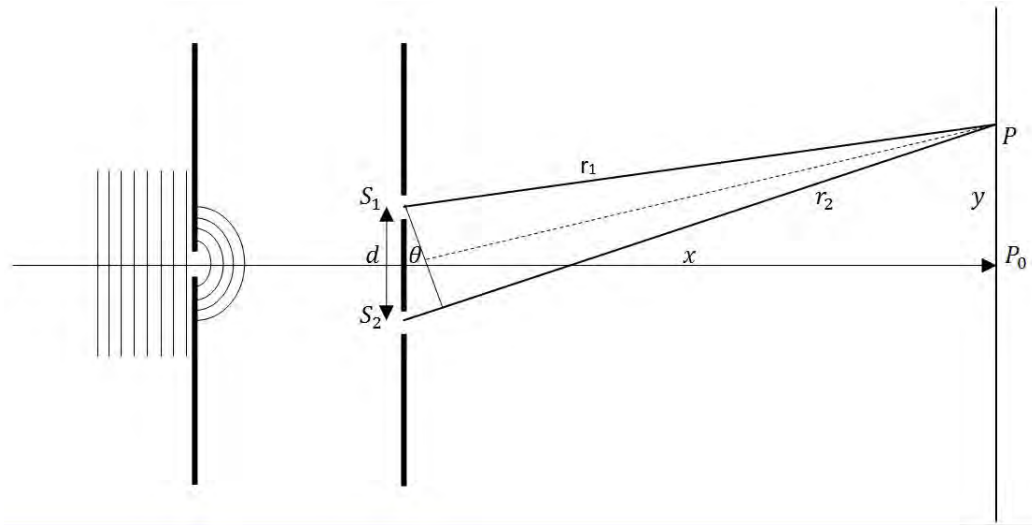


Figura 5.1: Experimento de Young

interferencia constructiva máxima en

$$y_{max} = \frac{x}{d} m \lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (5.8)$$

Y las *zonas oscuras* de mínima irradiancia en

$$y_{min} = \frac{x}{d} \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (5.9)$$

5.2. Interferencia cuántica de probabilidad

Otro lado de la interferencia es el que se da en partículas, la razón de esto es la representación ondulatoria de la ecuación de Schrödinger para las partículas. Cuando se consolidó la dualidad onda partícula en la naturaleza de la luz y la materia, De Broglie asoció una longitud de onda para la materia dada por $\lambda = \frac{h}{p}$ y luego Schrödinger desarrolló una ecuación de onda para la materia que siempre fue considerada corpuscular

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{\hat{p}^2}{2m} \psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r}) \psi(\vec{r}, t) \equiv \hat{H} \psi(\vec{r}, t) \quad (5.10)$$

Esta ecuación nos da la dinámica del problema, donde los operadores Hamiltoniano \hat{H} representa la energía y \hat{p} el momento, que en la representación de coordenadas es $\hat{p} = i\hbar\nabla$. A esta ecuación, hay relacionadas soluciones o eigenfunciones $\psi(\vec{r}, t)$ que cada caso dependen del potencial $V(\vec{r})$ y que son los estados cuánticos en que se puede encontrar la partícula estudiada.

Estos estados cuánticos también cumplen el principio de superposición 2.16

$$\Psi = \sum_n c_n \psi_n \quad (5.11)$$

Donde Ψ es un estado cuántico normalizado (integrado en todo el espacio da 1), las ψ_n 's son las eigenfunciones del operador \hat{H} y los coeficientes c_n son las amplitudes de probabilidad de encontrar a la partícula en el estado correspondiente, es decir, que $|c_j|^2$ da la *probabilidad total* de que la partícula se encuentre en el estado ψ_j . Además $|c_j|^2 = c_j^* c_j$ y como la probabilidad total debe ser 1, es decir, que cuando se tienen todos los estado posibles para una partícula, ésta debe estar en alguno de ellos entonces

$$\sum_n |c_n|^2 = 1 \quad (5.12)$$

Así, cuando se tiene una partícula con varios opciones posibles, cada uno de estos tiene una probabilidad de existir; cuando la partícula pasa a través de una doble rendija tiene ahora dos caminos o dos estados cuánticos en los cuales estar ψ_1, ψ_2 correspondientes a cada uno de los dos posibles caminos en la doble rendija, cada uno asociado a su propia amplitud de probabilidad c_1 y c_2 como en la figura 5.2.

Si se tapa una de las rendijas, 5.3, la partícula tiene un sólo camino que seguir y su estado cuántico colapsa en éste de manera que en una pantalla colocada en x_p se localizará en la posición correspondiente a la rendija abierta, es decir, la probabilidad total de hallar a la partícula en el estado ψ_1 es 1. Pero si se desconoce el camino seguido, entonces la probabilidad total es el

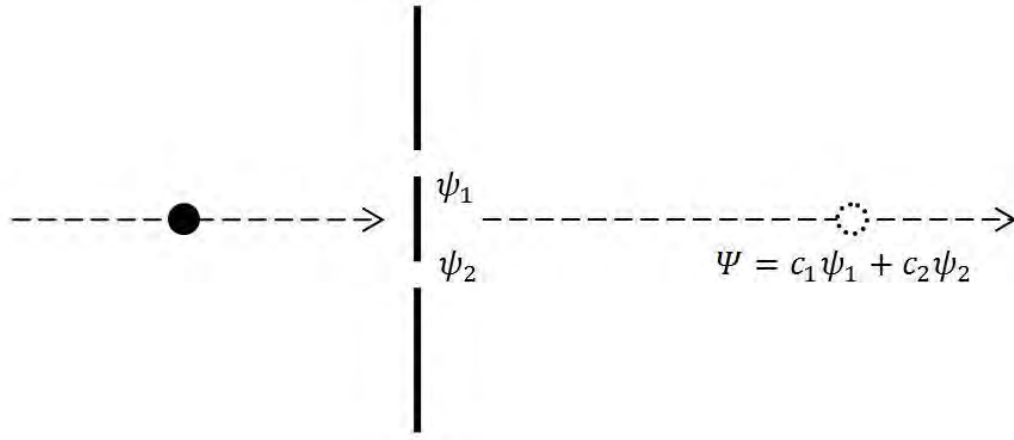


Figura 5.2: Interferencia de estados cuánticos

cuadrado de la suma de las amplitudes asociadas cada rendija

$$P = |c_1 + c_2|^2 = |c_1|^2 + |c_2|^2 + c_1^*c_2 \cos \delta \quad (5.13)$$

Y el tercer término de la ec. 5.13 es el término de interferencia. Si se reescribe las probabilidades de manera análoga a las irradiancias de las ondas tenemos

$$P = P_1 + P_2 + 2\sqrt{P_1P_2} \cos \delta \quad (5.14)$$

Con δ una fase asociada a las probabilidades, así, si además las probabilidades de que la partícula tome alguno de los caminos son iguales, se vuelve a encontrar la ecuación 5.6 pero ahora lo que interfiere no son ondas clásicas sino la probabilidad de que una partícula tome alguno de los dos caminos posibles.

5.3. Interferencia cuántica de Young

Suponiendo de nuevo que la distancia de la doble rendija a los detectores es mucho mayor que el tamaño de las rendijas, las ondas provenientes de estas

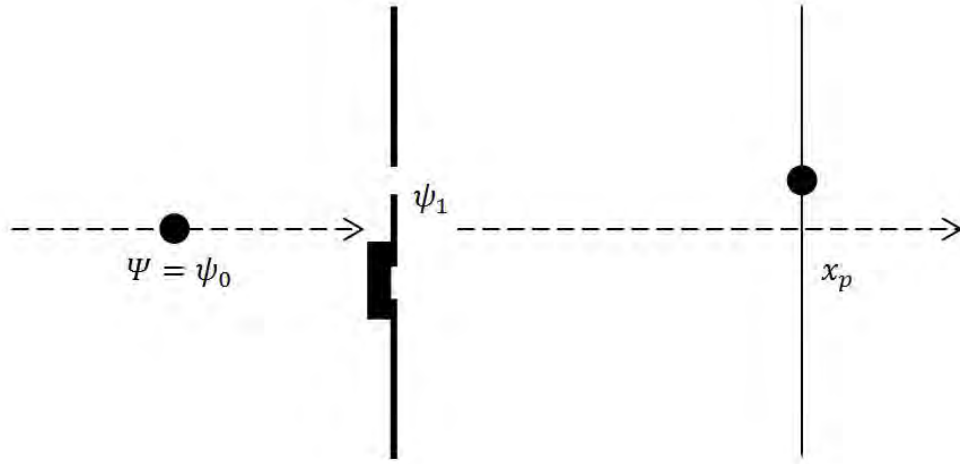


Figura 5.3: Al tener un sólo camino el estado cuántico colapsa y la partícula se torna clásica

pueden ser consideradas como si proviniesen de una fuente puntual, así, la parte de frecuencias positivas del campo eléctrico (3.46) de la superposición de los campos de cada rendija se puede escribir como

$$\hat{E}^{(+)}(\vec{r}, t) = f(r) [\hat{a}_1 e^{ikr_1} + \hat{a}_2 e^{ikr_2}] e^{-i\omega t} \quad (5.15)$$

Se ha usado la parte de frecuencias positivas porque es la que representa la absorción de los fotones en los detectores, donde

$$f(r) = i \left[\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0(4\pi R)} \right]^{1/2} \frac{1}{r} \quad (5.16)$$

con R el radio del volumen de normalización, r_i la distancia de las rendijas a la pantalla y $r = |\vec{r}|$ que dadas las suposiciones, $r = r_1 \approx r_2$. Los operadores \hat{a}_1 y \hat{a}_2 están asociados con los modos radiales de los fotones provenientes de

las rendijas 1 y 2 respectivamente. Así, la intensidad está dada por

$$\begin{aligned} I(\vec{r}, t) &= Tr(\hat{\rho}\hat{E}^{(-)}(\vec{r}, t)\hat{E}^{(+)}(\vec{r}, t)) \\ &= |f(r)|^2 \left[Tr(\hat{\rho}\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_1) + Tr(\hat{\rho}\hat{a}_2^\dagger\hat{a}_2) + 2|Tr(\hat{\rho}\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_2)| \cos \Phi \right] \end{aligned} \quad (5.17)$$

Donde

$$Tr(\hat{\rho}\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_2) = |Tr(\hat{\rho}\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_2)|e^{i\psi} \quad \Phi = k(r_1 - r_2) + \psi \quad (5.18)$$

Y la máxima visibilidad de interferencia ocurre cuando $\Phi = 2\pi m$ y decae como $\frac{1}{r^2}$ al alejarse de la franja central.

Si consideramos que el campo eléctrico incidente en la doble rendija como un modo de onda plana y tomamos su operador \hat{a} correspondiente de manera que al poner los detectores frente a las rendijas, los fotones incidentes tendrán la misma posibilidad de pasar por una u otra y sería como tener dos haces. Eso se puede escribir como

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_1 + \hat{a}_2), \quad \text{con} \quad \left[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger \right] = \delta_{ij} \quad (5.19)$$

Sin embargo, como ésta no es una transformación unitaria es necesario introducir otro modo “ficticio” dado por

$$\hat{b} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_1 - \hat{a}_2) \quad (5.20)$$

Dado que los fotones incidentes están en el modo a , si el estado inicial tiene n fotones se puede escribir como $|n\rangle_a|0\rangle_b$ y se relacionan con los modos de cada rendija como

$$\begin{aligned} |n\rangle_a|0\rangle_b &= \frac{1}{\sqrt{n!}}\hat{a}^{\dagger n}|0\rangle_a|0\rangle_b \\ &= \frac{1}{\sqrt{n!}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n\left(\hat{a}_1^\dagger + \hat{a}_2^\dagger\right)^n|0\rangle_1|0\rangle_2 \end{aligned} \quad (5.21)$$

Donde el producto de los modos del vacío de a_1 y a_2 está dado por $|0\rangle_1|0\rangle_2$ o de manera compacta por $|0, 0\rangle$. Para el caso de un sólo fotón

$$|1\rangle_a|0\rangle_b = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1, 0\rangle + |0, 1\rangle) \quad (5.22)$$

Y la intensidad del patrón de interferencia de Young está dado por

$$\begin{aligned}
 I(\vec{r}, t) &= |f(\vec{r})|^2 \left[\frac{1}{2} \langle 1, 0 | \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 | 0, 1 \rangle \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \langle 1, 0 | \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 | 0, 1 \rangle + \langle 1, 0 | \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 | 0, 1 \rangle \cos \Phi \right] \\
 &= |f(\vec{r})|^2 [1 + \cos \Phi]
 \end{aligned} \tag{5.23}$$

En general, para un estado de n fotones tenemos

$$I(\vec{r}, t) = n |f(\vec{r})|^2 [1 + \cos \Phi] \tag{5.24}$$

Y para un estado coherente

$$I(\vec{r}, t) = |\alpha|^2 |f(\vec{r})|^2 [1 + \cos \Phi] \tag{5.25}$$

5.4. Función de Correlación

Considerando el experimento de la figura 5.4 para estudiar la distribución espectral de alguna fuente de luz, se define la tasa de coincidencias en el tiempo como

$$C(t, t + \tau) = \langle I(t)I(t + \tau) \rangle \tag{5.26}$$

Donde se toma el promedio temporal de las intensidades instantaneas (clásicas) $I(t), I(t + \tau)$ en los detectores. Tomando campos estacionarios, la probabilidad de hallar una coincidencia en un tiempo de retraso τ es la función de coherencia clásica de segundo orden dada por

$$\begin{aligned}
 \gamma^{(2)}(\tau) &= \frac{\langle I(t)I(t + \tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2} \\
 &= \frac{\langle E^*(t)E^*(t + \tau)E(t + \tau)E(t) \rangle}{\langle E^*(t)E(t) \rangle^2}
 \end{aligned} \tag{5.27}$$

Si observamos esta función con un tiempo de retraso cero, tenemos

$$\gamma^{(2)}(0) = \frac{\langle I(t)^2 \rangle}{\langle I(t) \rangle^2} \tag{5.28}$$

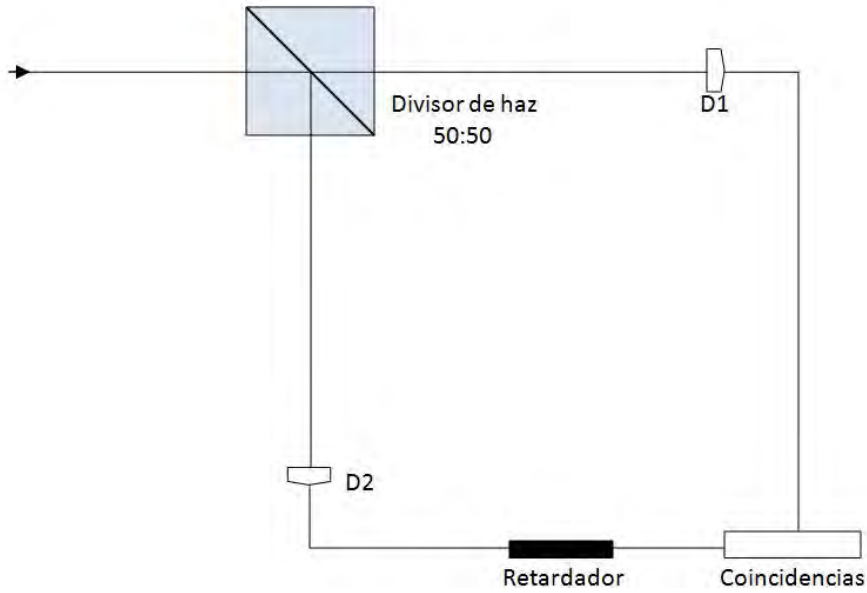


Figura 5.4: Experimento de Hanbury Brown y Twiss

Que usando la desigualdad de Cauchy para N mediciones se tiene que $\langle I(t)^2 \rangle \geq \langle I(t) \rangle^2$ o bien

$$1 \leq \gamma^{(2)}(0) \leq \infty \quad (5.29)$$

Y para tiempos de retraso distintos de cero se tiene que

$$\gamma^{(2)}(\tau) \leq \gamma^{(2)}(0) \quad (5.30)$$

Y estas dos condiciones marcan los límites de un campo clásico. De forma análoga, la *función de coherencia cuántica de segundo orden* que representa la probabilidad de encontrar un fotón al tiempo t y otro al tiempo $t + \tau$ se puede escribir como

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{E}^{(-)}(t) \hat{E}^{(-)}(t + \tau) \hat{E}^{(+)}(t + \tau) \hat{E}^{(+)}(t) \rangle}{\langle \hat{E}^{(-)}(t) \hat{E}^{(+)}(t) \rangle \langle \hat{E}^{(-)}(t + \tau) \hat{E}^{(+)}(t + \tau) \rangle} \quad (5.31)$$

Que para un campo monomodal $\hat{E}^{(+)}(x) = iK\hat{a}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$ se reduce a una expresión independiente de τ dada por

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \frac{\langle(\Delta\hat{n})^2\rangle - \langle\hat{n}\rangle^2}{\langle\hat{n}\rangle^2} \quad (5.32)$$

Para un estado coherente $|\alpha\rangle$ la función de coherencia es

$$g^{(2)}(\tau) = 1 \quad (5.33)$$

Lo que quiere decir que los fotones se encuentran aleatoriamente y la probabilidad de hallar un fotón un tiempo τ después de otro es independiente del tiempo, en este caso, se tiene una distribución espectral de *Poisson*. Para un campo térmico monomodal y multimodal se tiene respectivamente

$$g^{(2)}(\tau) = 2 \quad 1 \leq g^{(2)}(\tau) \leq 2 \quad (5.34)$$

Que representa una alta probabilidad de hallar un fotón después de otro, en este caso se dice que los fotones se encuentran agrupados o que tienen “bunching”. Para un tiempo de retraso cero (en un campo monomodal) $g^{(2)}(0) = 2$ y

$$g^{(2)}(\tau) \leq g^{(2)}(0) \quad (5.35)$$

Que es una desigualdad característica del amontonamiento de fotones, en este caso la fuente tiene una distribución *super-Poissoniana*. Existe otra posibilidad, que $g^{(2)}(\tau) > g^{(2)}(0)$; en este caso los fotones están bien espaciados en el tiempo y la probabilidad de hallar uno un tiempo τ después de otro es muy pequeña. En este caso se tienen estados no-clásicos o cuánticos en la base de Fock que violan la desigualdad de Cauchy y

$$g^{(2)}(\tau) = g^{(2)}(0) = \begin{cases} 0 & n = 0, 1 \\ 1 - \frac{1}{n} & n \geq 2 \end{cases} \quad (5.36)$$

Este tipo de estados no-clásicos presentan “anti-bunching” y una distribución *sub-Poissoniana*. En todos los casos anteriores cuando $\tau \rightarrow \infty$, hay tantos fotones en la ventana de coincidencias que es imposible distinguir su distribución y $g^{(2)}(\tau) \rightarrow 1$

Capítulo 6

Desarrollo Experimental

En este capítulo se describirá el equipo más relevante utilizado, la forma de en como son preparados y alneados y los experimentos que se realizaron para mostrar la interferencia de luz cuántica y clásica.

6.1. Elementos principales

En esta sección se describirán y darán las características más importantes de los materiales y elementos ópticos principales de los experimentos, como las fuentes de luz y el sistema de detección.

6.1.1. Fuentes de luz

Se usaron tres fuentes de luz principales para los experimentos, uno de ellos, el láser violeta es la fuente de luz primaria, el cristal BBO-I es la fuente de luz infrarroja de fotones individuales por SPDC. Además se usó un láser rojo de He-Ne como auxiliar en la alineación de los elementos ópticos.

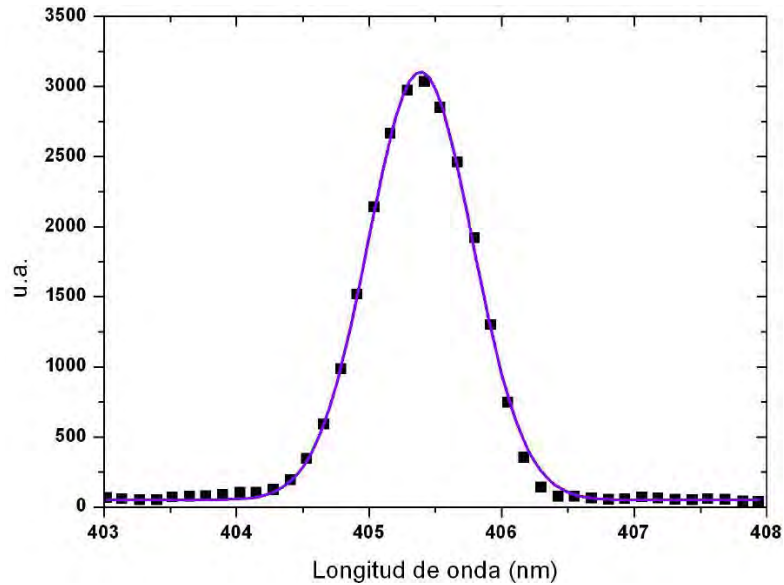


Figura 6.1: Distribución del ancho de banda de luz producida en el láser, el haz está centrado en 405.38nm

Láser violeta

La fuente principal de luz para el experimento fue un diodo láser violeta *CrystaLaser CL-2000* de 125mW, con polarización vertical y un espectro de frecuencias centrado en 405.38nm con un ancho de banda de 0.78nm, fig 6.1. El spot del láser es un círculo de $(2.50 \pm 0.025)mm$ a $(67.5 \pm 0.05)cm$ de la salida del haz.

Cristal BBO-I

El cristal de beta borato de bario ($\beta - BaB_2O_4$) ó BBO-I es un cristal uniaxial negativo ($n_o > n_e$) no lineal de alta eficiencia (comparado con el KDP) para procesos ópticos no lineales. Algunas características importantes son: amplio rango de emparejamiento de fases para longitudes de onda de 409.6nm a 3500nm; ventana de transmisión de 190nm a 3500nm; tempe-

ratura del ancho de banda de $\sim 55^\circ C$; umbral de daño de $10GW/cm^2$. El cristal usado tiene dimensiones de (5x5x2)mm; a lo largo de esos 2mm y el área iluminada por el láser se lleva a cabo el proceso de Conversión Paramétrica Descendente Espontanea(SPDC) del tipo I, en el que dadas las condiciones de empatamiento de fases, se tienen fotones convertidos en un cono, uno antipodal al otro y ambos con polarización perpendicular al haz de bombeo (horizontal, dado que el láser presenta polarización vertical) como en la figura 6.2.

Tabla 6.1: Propiedades físicas del cristal BBO-I

Estructura cristalina	Trigonal, grupo espacial R3c
Parámetros de red [$Å$]	$a = b = 12.532c = 12.717$; $Z = 6$
Punto de fusión [$^\circ C$]	1095 ± 5
Punto de transición [$^\circ C$]	926 ± 5
Densidad [$\frac{g}{cm^3}$]	3.85
Calor específico [$\frac{cal}{^\circ C}$]	0.49
Suceptibilidad higroscópica	alta
Conductividad térmica [$\frac{W}{mK}$]	$1.2(\perp c)1.6(//c)$

Tabla 6.2: Propiedades ópticas del cristal BBO-I

Coefficientes termo-ópticos [$\frac{10^{-6}}{^\circ C}$]	$dn_o/dT = 16.6$ $dn_e/dT = 9.3$
Coefficiente de absorción [$\frac{\%}{cm}$]	< 0.1 a $1964nm$; < 1 a $532nm$
Susceptibilidades ópticas no lineales no nulas	$d_{11} = 5.8xd_{36}(KDP)$ $d_{31} = 0.05d_{11}$ $d_{22} = < 0.05d_{11}$ $d_{eff}(I) = d_{31} \sin \theta + (d_{11} \cos \phi - d_{22} \sin 3\phi) \cos \theta$

Tabla 6.3: Coeficientes de la ecuación de Smeller

Indice	A	B	C	D
n_0	2.7359	0.01878	0.01822	0.01354
n_e	2.3753	0.01224	0.01667	0.01516

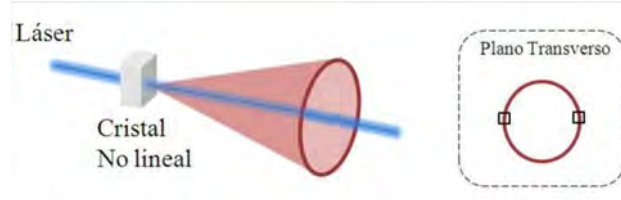


Figura 6.2: Conos coaxiales de la SPDC tipo I

La ecuación de Smeller está dada por

$$n_i^2 = A_i + \frac{B_i}{\lambda^2 - C_i^2} - D_i \lambda^2 \quad (6.1)$$

Donde la longitud de onda está en μm . Para la longitud de onda de bombeo (p-pump) $\lambda_p = 405.38 nm$ tenemos $n_o(\lambda_p) = 1.69181$, $n_e(\lambda_p) = 1.56707$ y para los fotones convertidos señal (s-signal) y testigo (i-idler) ambos con longitud de onda $\lambda_{s,i} = 810 nm$ se tiene $n_o(\lambda_{s,i}) = 1.66026$, $n_e(\lambda_{s,i}) = 1.54418$.

El proceso de conversión paramétrica descendente se desarrolla a lo largo del ancho del cristal dando como resultado un cono por cada plano del cristal, así al final todos los fotones de SPDC están en un ancho dado por la suma de los anchos de cada cono.

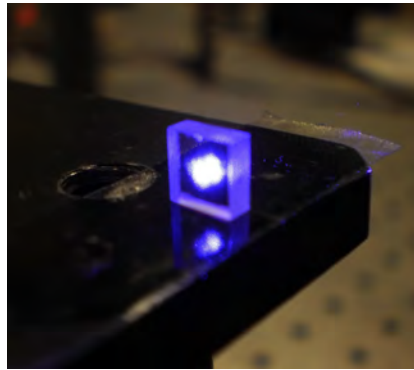


Figura 6.3: Imagen del cristal BBO-I

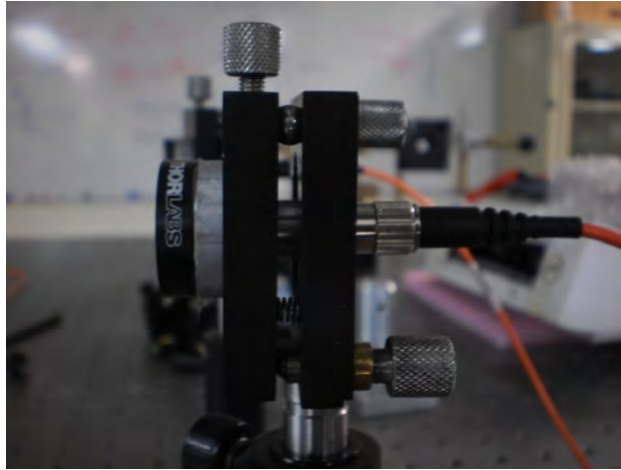


Figura 6.4: Sistema colector de luz

6.1.2. Sistema de detección

Este sistema está centrado en la detección de los fotones de $810nm$ producidos por SPDC en el cristal no lineal BBO-I y consta de tres partes: los elementos colectores, el detector y el procesador de datos.

Sistema colector

El sistema colector es el encargado de recoger todos los fotones del experimento y llevarlos al detector. Este sistema consta de un filtro ThorLabs para $(810 \pm 10)nm$, lentes acopladoras ThorLabs mod. F220FC-B, $f = 11mm$ colocadas sobre monturas para lentes con cabeceo ajustable Newport y fibra óptica multimodal ThorLabs GIF625 con conectores FC-FC, $62.5/125\mu m$. Con este sistema, los fotones convertidos son colectados recogidos y llevados al sistema de detección.



Figura 6.5: Modulo contador y APD

Detectores

Los detectores usados fueron modulos de conteo de fotones individuales (SPCM en ingles) Perkin Elmer SPCM-AQRH-13-FC que funcionan mediante un fotodiodo de avalancha (APD) de silicio con área circular efectiva con diámetro de $180\mu m$ que detecta fotones en un rango de $(400 - 1060)nm$ y que mantiene estable la temperatura de operación termoelectricamente a $25^{\circ}C$. Tiene una fuente de alimentación de $5V$ y disminuye el conteo cuando la luz es muy inetensa, después el APD es dañado.

El SPCM detecta fotones individuales con resolución en ps y cuando eso sucede envía un pulso TTL de $2.5V$ con ancho de $15ns$ por el conector BNC; el tiempo muerto entre picos es de $32ns$ y tiene (en el manual) un conteo muerto de 250 cuentas por segundo. La gráfica de la eficiencia cuántica del detector APD se muestra en la fig. 6.6 y para $810nm$ es cerca de 60% .

Procesador de datos

Las señales emitidas por el SPCM son recibidas en una tarjeta de coincidencias desarrollada en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla y es

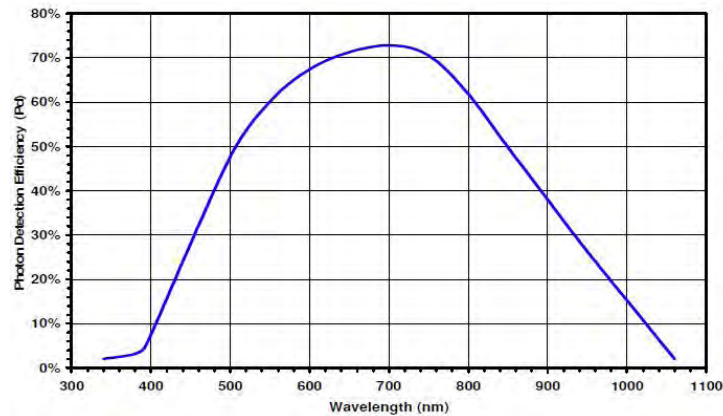


Figura 6.6: Eficiencia del APD

controlada mediante un programa en Labview en el que se especifica la ventana de medición y la duración de la prueba. Esta tarjeta cuenta con cuatro entradas para recibir las señales TTL y hacer coincidencias entre dos o mas canales, además muestra las cuentas individuales de cada detector.

6.1.3. Otros elementos

Hay otros elementos importantes clave para cada uno de los experimentos, la naturaleza de la luz y la interferencia de ella, además de material adicional.

Elementos clave

Es importante mencionar los elementos fundamentales para cada experimento. Para estudiar la naturaleza de la luz se usó además de las fuentes y el sistema completo de detección un cubo divisor de haz 50 : 50 para infrarrojo. Para el experimento de Young se usó una rejilla de dos rendijas de $0.08mm$ de ancho y $0.250mm$ de separación.

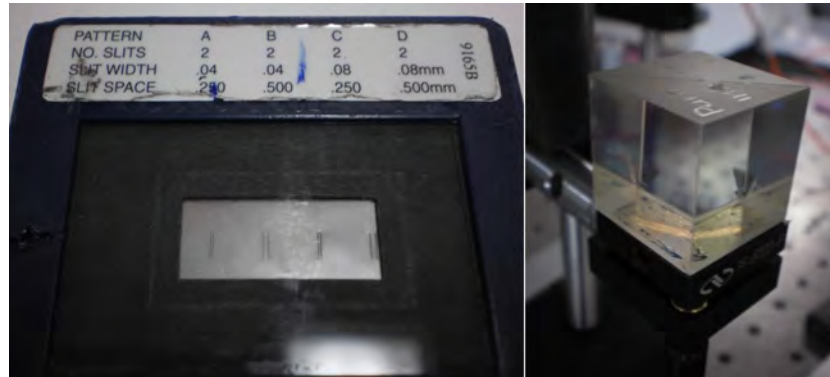


Figura 6.7: Doble rendija y divisor de haz

Material adicional

Entre los materiales extra que se usaron se encuentran principalmente monturas de los elementos principales como

- Rieles de posición. Aluminio $1m$ de largo y $2.5cm$ de ancho.
- Base magnética Newport MB-2
- Soportes de cabeceo variable Newport y Melles Griot
- Base Newport M-P100-P
- Poste Newport M-VPH-2 con base Newport M-B-2
- Nueces Newport CA-1
- Base con tornillo milimétrico Melles Griot
- entre otros...

6.2. Montaje experimental

En esta sección se describirá el montaje y alineamiento de los materiales mencionados en la sección anterior, también se describirá el procedimiento para la realización de los experimentos de estadística de la luz y de interferencia de la doble rendija de Young.

6.2.1. Alineaciones iniciales

Para ambos experimentos es fundamental mantener una buena alineación de los elementos. El proceso de alineado empezó con el posicionamiento horizontal del láser de forma que el haz quedó en un plano paralelo a la mesa de trabajo. Luego, el cristal se puso a $(67.5 \pm 0.05)cm$ delante del láser de manera que el ancho del cristal fuera paralelo a éste y la cara de $5 \times 5mm$ estuviese perpendicular, así, los conos coaxiales de las parejas de fotones producidos por SPDC tendrán su eje en el haz del láser. El cristal además se montó de manera que su eje fuera perpendicular a la dirección de polarización de la luz violeta (la cual es vertical). Con esa configuración del cristal, se pudo trabajar con las parejas de fotones que están en el plano paralelo a la mesa por donde pasa el láser, fig. 6.8.

Gracias a que los conos de fotones infrarrojos están centrados en el láser, se puede trabajar con las parejas que salen uno a cada lado del haz violeta en el mismo plano que éste y así, los colectores se pueden alinear usando el láser de $405nm$. Justo debajo del cristal se colocan los extremos de los rieles de aluminio y se fijan de manera que los otros extremos se muevan en un círculo alrededor del punto bajo el cristal, de esta manera, los colectores son puestos en los extremos de los rieles a $(96.5 \pm 0.05)cm$ del cristal y son alineados con el láser violeta; se ponen sin filtro frente al haz violeta de manera que la lente quede perpendicular a él y éste salga por el extremo de la fibra óptica, una técnica usual es aprovechar los anillos de interferencia generados por la lente

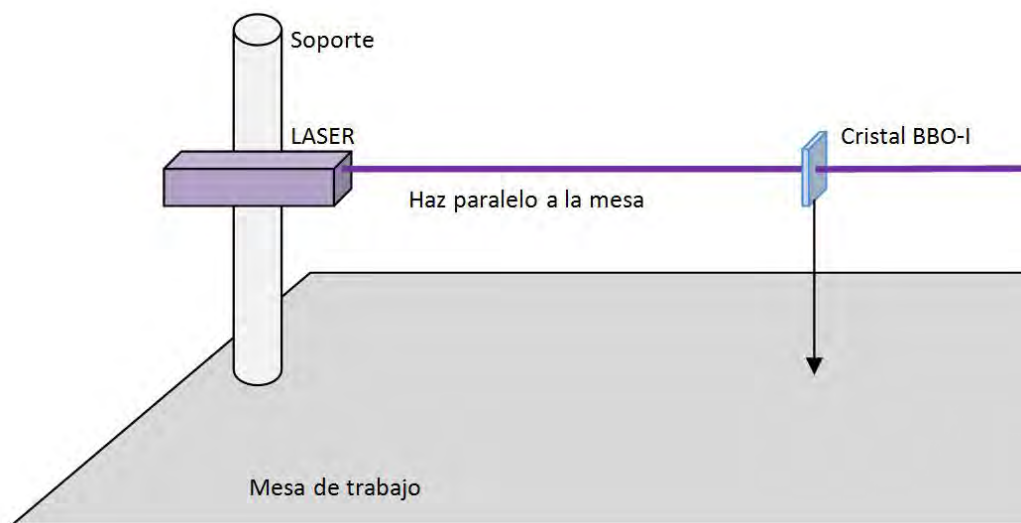


Figura 6.8: Alineación del láser con el haz paralelo a la mesa y del cristal BBO-I

colectora que se reflejan de ella de manera que todos tengan su centro en el haz del láser (fig 6.9). Como los colectores están fijos en los rieles y estos están anclados bajo el cristal, aunque se desplacen lateralmente a cada lado del láser, siempre permanecerán perpendiculares a la dirección de propagación de los fotones infrarrojos, fig. 6.10.

Después de eso, se colocaron los filtros para infrarrojo en los colectores y la fibra óptica se conectó a los APD's que **NO** deben ser encendidos hasta no tener encendidas fuentes de luz que los puedan dañar. Una vez apagadas todas las luces se encendió el sistema de detección y sin pasar por laser violeta, se hizo un barrido espacial de los colectores a cada lado del haz (manteniendo la constricción de los rieles), para encontrar los fotones de los conos provenientes del cristal BBO-I.

Cuando se hubieron hallado los máximos de cuentas individuales en cada detector, se buscó la posición que maximizara las cuentas de coincidencias,

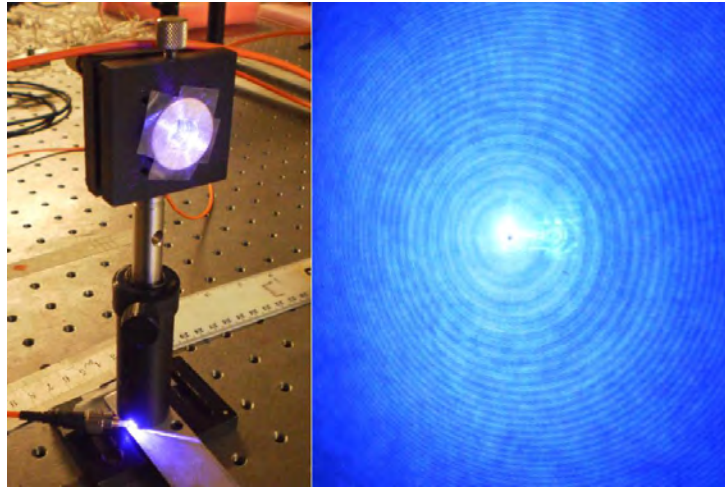


Figura 6.9: Cuando los colectores están de frente al láser, la luz sale por la fibra óptica y los anillos de interferencia reflejados por la lente colectora están centrados en el camino del haz. Gracias a la contricción de los rieles, también lo estarán en el caso de los fotones infrarrojos

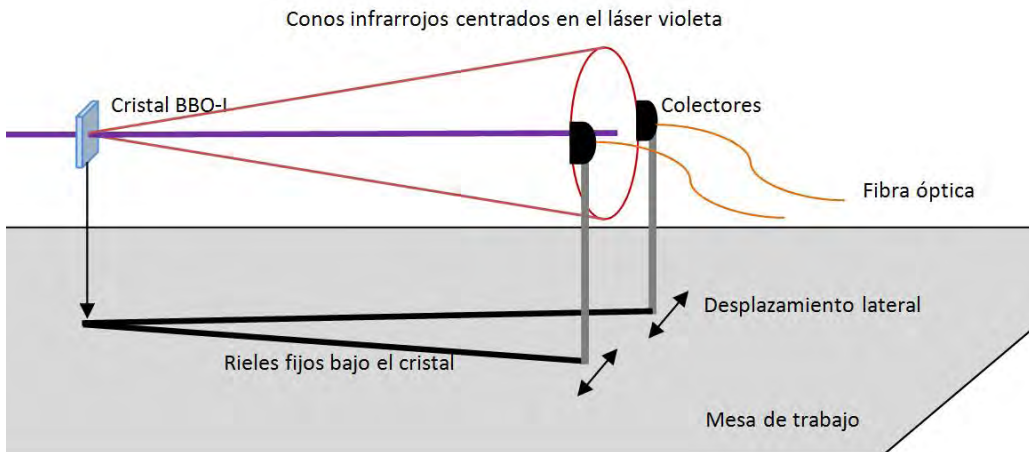


Figura 6.10: Los colectores son alineados usando el laser violeta y desplazados hasta el cono de fotones infrarrojos, gracias a la constricción de los rieles siempre están de frente a la dirección de propagación de los fotones

para ello se movieron ligeramente los colectores y se ajustaron los tornillos de la montura de cabeceo móvil hasta la mejor posición para dicho propósito. Ubicadas las posiciones de los colectores, se introdujeron dos pinholes de $400\mu m$ (alineados a la altura del láser violeta) en el camino de los fotones señal de manera que las cuentas de coincidencias disminuyeran lo menos posible. Con los pinholes en su lugar, y mediante juegos de espejos se hizo pasar el láser rojo por ellos y por el cristal de manera que siguiera el camino de los fotones infrarrojos desde el cristal hasta los colectores y ayudase en la alineación del resto del material.

6.2.2. Naturaleza de la luz

Para cumplir el objetivo de observar la interferencia en los límites clásico y cuántico, primero fue necesario estudiar la naturaleza de la luz y entonces poder aplicar dichos calificativos, para eso se midió la función de correlación cuántica de segundo orden $g^{(2)}(\tau)$. El montaje experimental de ésta prueba fue colocado en el camino del fotón señal; para eso, usando el láser rojo visible se alineó el divisor de haz 50:50 a $(15.0 \pm 0.05)cm$ del colector y se añadió un tercer colector de luz a la misma distancia del divisor de haz como en la figura (6.11). Con dicho montaje se midió la $g^{(2)}$ tomada en la forma

$$g_{2D}^{(2)}(\tau) = \frac{C_{tr}}{N_t N_r} \left(\frac{T}{\tau} \right) \quad (6.2)$$

$$g_{3D}^{(2)}(\tau) = \frac{C_{itr}}{C_{it} C_{ir}} N_i \quad (6.3)$$

Donde los subíndices $2D$ y $3D$ representan pruebas con dos y tres detectores; y t , r e i representan los fotones transmitidos, reflejados (en el divisor de haz) y testigo respectivamente. Las cantidades C se refiere a cuentas en coincidencia, N a cuentas individuales, T al tiempo de duración de la prueba y τ la ventana de tiempo, que es el intervalo en que un detector espera la llegada de un segundo fotón después de haber registrado uno en el otro

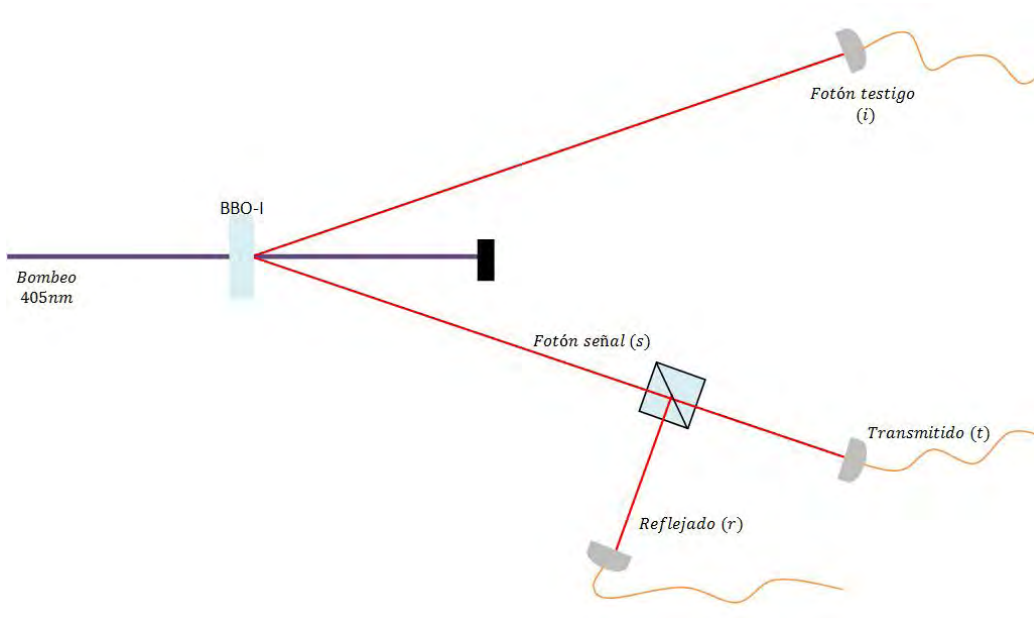


Figura 6.11: Estadística de la luz

detector y así marcar entre ambos una coincidencia o en su defecto, una cuenta individual. En nuestro caso $T = 1.00s$ y $\tau = (7.39 \pm 0.03)ns$.

6.2.3. Experimento de Young

Hecho lo anterior, se desconectó el tercer detector y se quitó el divisor de haz. En la posición del máximo de cuentas, en el colector de fotones señal se puso sobre el filtro de 810nm una mica obscura con una rendija sencilla de $100\mu m$ para colimar las mediciones del patrón de interferencia. En lugar del divisor de haz se montó una rejilla de doble rendija (ver sección anterior, fig. 6.7) a $(57.0 \pm 0.05)cm$ frente los colectores de luz y se alineó usando primero el láser rojo y luego más finamente los detectores y los fotones de SPDC para hallar en la posición del máximo de coincidencias el máximo del patrón de interferencia.

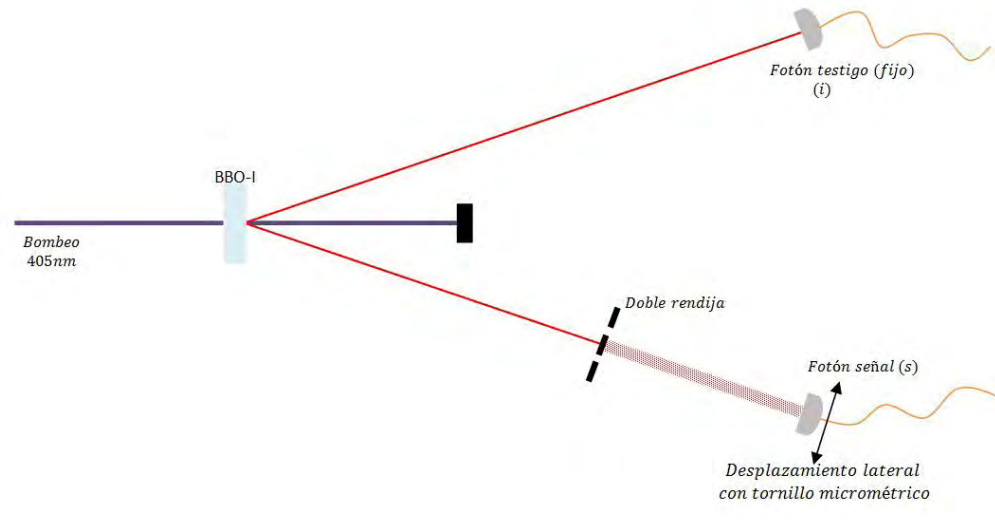


Figura 6.12: Experimento cuántico de Young

En la base del colector de fotones señal se montó un tornillo micrométrico con paso mínimo de $10\mu m$ para desplazar el colector y barrer todo el patrón de interferencia de manera controlada. Se hicieron mediciones en cada posición cada $(100 \pm 5)\mu m$ de cuentas individuales de los fotones señal y en coincidencias con sus fotones testigo (recordar que por el proceso de conversión paramétrica se genera un par de fotones correlacionados y cuasi-instantáneos, viajando al parejo uno a cada lado del cono). Los resultados que mostraremos son el promedio de 20 repeticiones del barrido completo del patrón de interferencia. Se hicieron pruebas de $2s$ y ventana de $30ns$. El colector de fotones testigo se mantuvo fijo en la posición del máximo de cuentas.

Capítulo 7

Resultados

En este capítulo se presentan los principales resultados de las alineaciones y los experimentos realizados para estudiar la estadística de la luz y la interferencia de la doble rendija de Young.

7.1. Calibraciones iniciales

Es importante tener una correcta alineación de todos los elementos empezando con el láser, la posición del cristal BBO-I nos permite tener conos de fotones individuales centrados en el haz láser; de la misma forma, si los colectores están bien colocados podemos maximizar el número de fotones para el experimento; conocer las posiciones donde hay mayor número de cuentas de fotones y de coincidencias garantiza tener mejor calidad y visibilidad en cada una de las mediciones y en los patrones de interferencia. Se presentan a continuación las curvas de la distribución espacial de los fotones infrarrojos de un corte transversal de los conos generados en el cristal BBO-I y de la distribución de coincidencias, en donde se ha desplazado el colector de los fotones señal.

Algunos datos importantes son las cuentas promedio de ruido, las cuentas

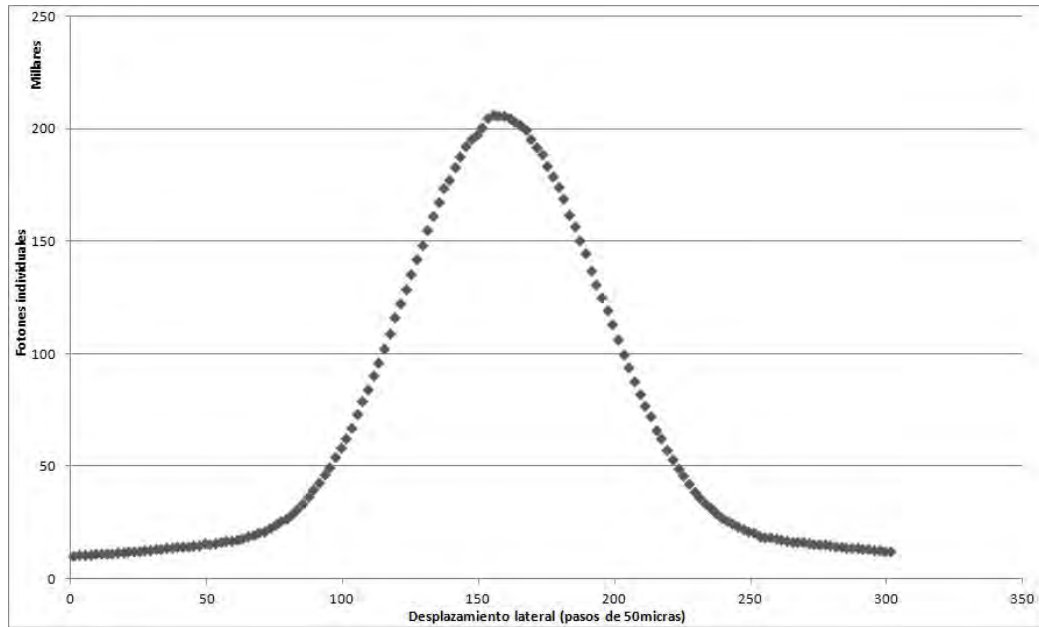


Figura 7.1: Cuentas de individuales del fotón señal

mueras de los APD's son 543.78 ± 16.601 , cuando los detectores son conectados a los colectores y se tiene además encendido el láser, son cercanas a 1955.58 ± 62.371 cuando los colectores se encuentran lejos del centro de los conos infrarrojos. Las cuentas de ruido en coincidencias son alrededor de 2.81 ± 1.820 .

En la figura 7.1 se observa la gráfica de la distribución espacial de los fotones. Una vez que los colectores son alineados con el láser violeta, como se explico en el capítulo anterior, son desplazados lateralmente a cada lado del haz láser usando un tornillo micrométrico. La presente gráfica es el corte transversal del ancho del cono de fotones del lado de los fotones que se utilizaron como señal (es indiferente cual lado del cono es tomado como señal o testigo, siempre y cuando se mantenga la convención elegida); el cero se encuentra del lado más cercano al láser pero lo suficientemente lejos de este para que su brillo no dañe los detectores y se aleja de éste conforme aumen-

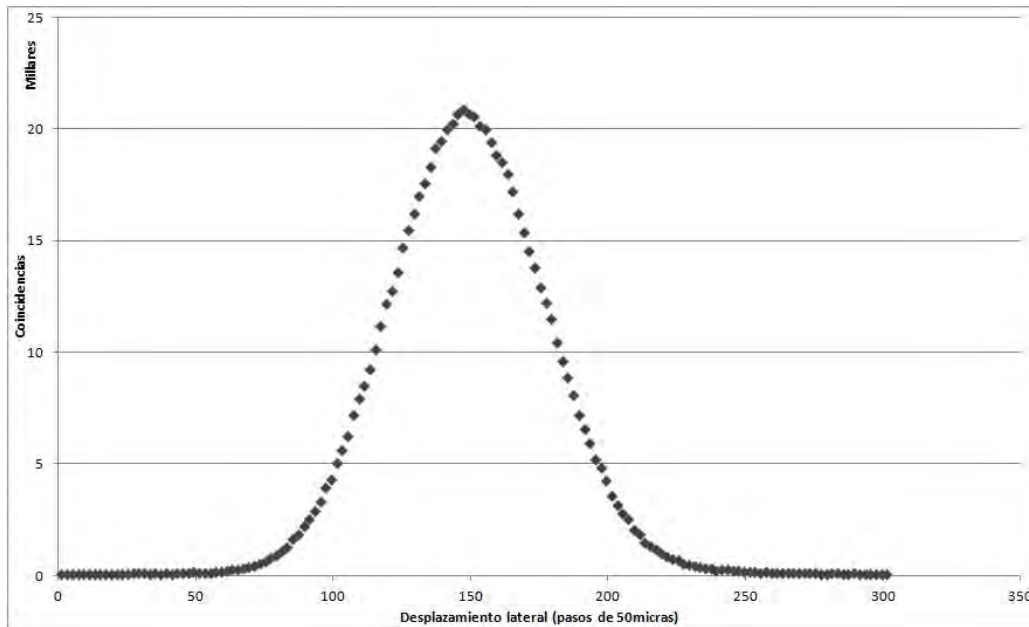


Figura 7.2: Coincidencias del fotón señal con su testigo

ta el desplazamiento lateral hasta pasar por el centro del cono donde está el máximo de cuentas y disminuir hasta el límite del ruido. La curva de la distribución espacial de los fotones testigo es semejante a la presentada en la figura 7.1 de los fotones señal, ambos con su centro a 8.8cm del haz láser, es decir, tomando en cuenta la distancia de los colectores al cristal, el cono de fotones infrarrojos tiene un ángulo de 5.22° respecto al haz violeta.

En la figura 7.2 se presenta la gráfica de coincidencias entre los fotones señal y testigo. Una vez que se hubo ubicado el máximo de las cuentas individuales de ambos lados del cono, el colector del lado correspondiente a los fotones testigo se colocó en la posición del máximo de cuentas y se hizo un nuevo desplazamiento del colector de fotones señal pero ahora midiendo el número de coincidencias entre ambos. En ésta gráfica el lado cercano al origen es también el lado cercano al láser. La distribución de la figura 7.2 fué encontrada después de varios recorridos del colector luego de mejorar las

cuentas del máximo usando el sistema de cabeceo móvil de las monturas.

Estas gráficas (figs. 7.1 y 7.2) nos dan la posición de los colectores para mejorar el alineamiento de los elementos necesarios para cada uno de los siguientes experimentos tales como los pinholes para la alineación del láser auxiliar rojo, el divisor de haz y la doble rendija.

7.2. Estadística de la luz

Se hicieron 100 mediciones de cada una de las cantidades requeridas para calcular el valor de la $g^{(2)}$, usando los promedios y las desviaciones estandar como incertidumbre se obtuvo lo siguiente

- $N_i = 183912.82 \pm 401.746$
- $N_t = 38835.30 \pm 252.486$
- $N_r = 33642.98 \pm 204.512$
- $C_{tr} = 10.04 \pm 3.131$
- $C_{it} = 4077.48 \pm 64.696$
- $C_{ir} = 2742.82 \pm 51.276$
- $C_{itr} = 1.24 \pm 1.131$
- $T = 1.0s$
- $\tau = 7.39 \pm 0.03ns$

$$g_{2D}^{(2)}(\tau) = \frac{C_{tr}}{N_t N_r} \frac{T}{\tau} = 1.051 \pm 0.307 \quad (7.1)$$

$$g_{3D}^{(2)} = \frac{C_{itr}}{C_{it} C_{ir}} N_i = 0.02 \pm 0.018 \quad (7.2)$$

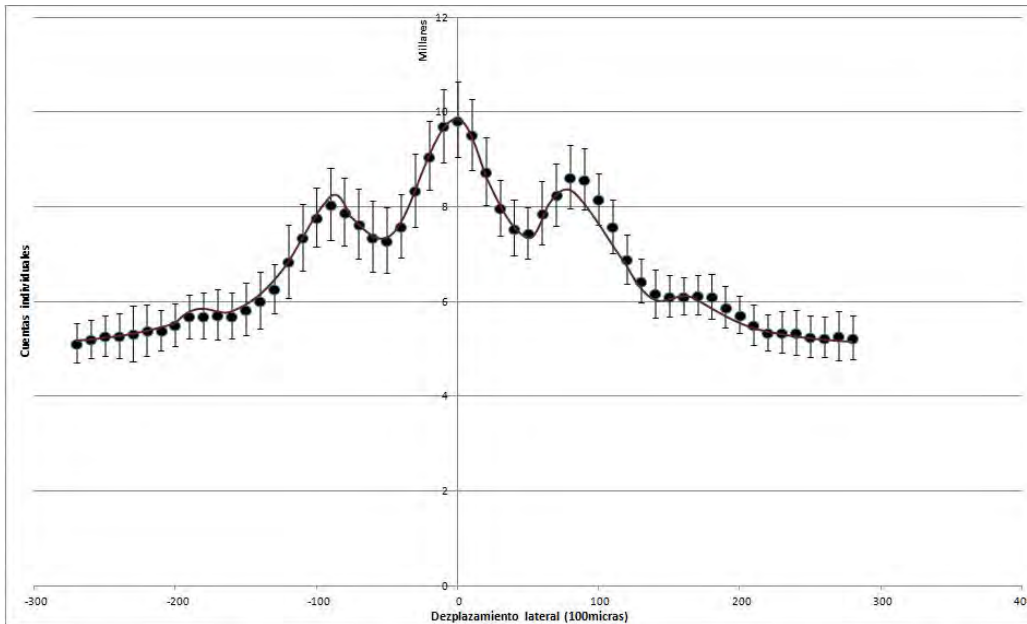


Figura 7.3: Patrón de interferencia de cuentas individuales

7.3. Experimento cuántico de Young

En la figura 7.3 se muestra el patrón de interferencia del experimento de Young únicamente usando los fotones señal; en esta gráfica se aprecia claramente el máximo central de orden $m = 0$ y los máximos de orden $m = \pm 1$. Usando los resultados de la sección anterior para la función de correlación cuántica $g^{(2)}(\tau)$, este patrón de interferencia corresponde a un modelo de estadística Poissoniana clásica cuyo comportamiento es semejante a los estados coherentes y por tanto a ondas clásicas, es decir, el patrón de interferencia de la figura 7.3 corresponde a un patrón de interferencia de ondas clásicas. En esta gráfica se presenta el promedio de 20 mediciones donde las incertidumbres asociadas a cada punto son $\pm 100 \mu m$ horizontales correspondientes al ancho de la rendija sencilla puesta sobre el colector para colimar las mediciones mientras que la incertidumbre vertical es la desviación estandar de

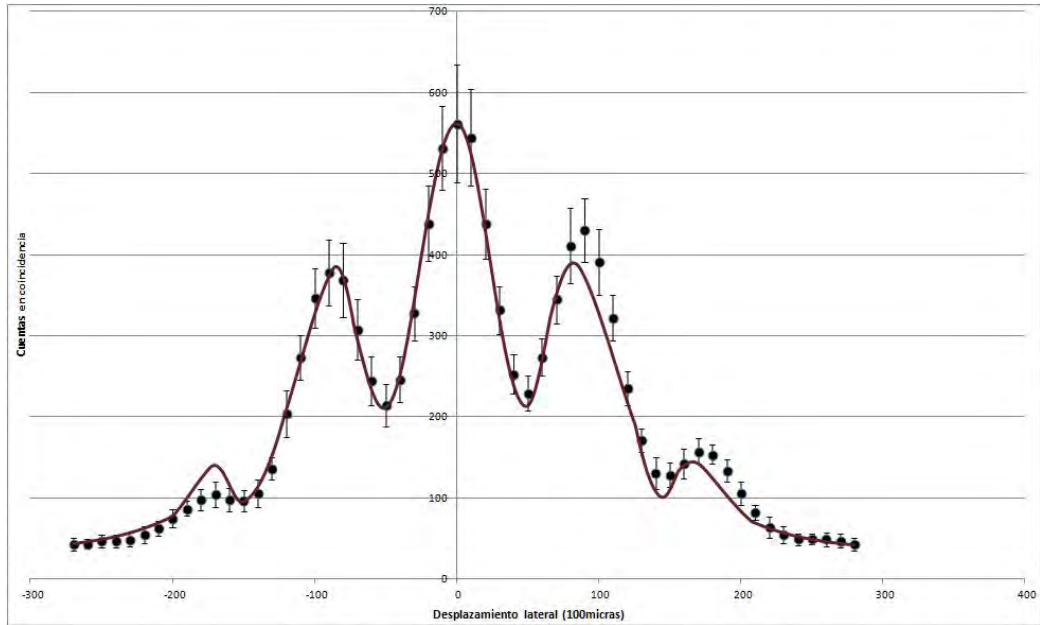


Figura 7.4: Patrón de interferencia de coincidencias

las mediciones, es importante notar que éstas últimas son casi las mismas a lo largo de todo el patrón de interferencia.

La gráfica de la figura 7.4 muestra el patrón de interferencia cuando se usó la correlación entre los fotones señal y los testigo midiendo coincidencias ente ambos; en este caso es posible observar de forma clara el máximo central de orden $m = 0$ y los máximos de orden $m = \pm 1$ y $m = \pm 2$. Al tener mediciones de coincidencias y usando los resultados arrojados por $g^{(2)}(\tau)$ para este caso, el patrón de interferencia de la figura 7.4 muestra la interferencia cuántica de fotones individuales. Las incertidumbres asociadas a estos datos son como en el caso anterior, la horizontal se asocia con el tamaño de la rendija colimadora y la vertical a la desviación estandar de las mediciones respecto al promedio que se ha graficado; es importante observar que en este caso las incertidumbres no son semejantes a lo largo de todo el patrón de interferencia como en el caso de las cuentas individuales, esta diferencia se relaciona con el hecho que

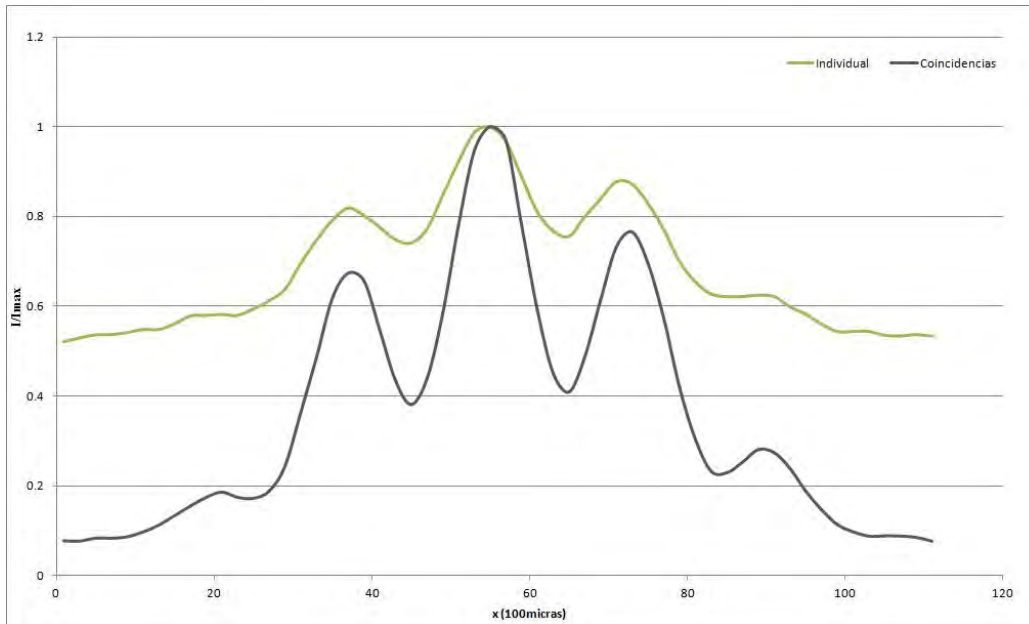


Figura 7.5: Superposición de patrones de interferencia de cuentas individuales de fotones señal y en coincidencia con los testigo

el ruido en coincidencias es pequeño lejos del máximo de mediciones; pero puede deberse también a la diferencia entre la naturaleza observada de la luz en cada caso. En las figuras 7.3 y 7.4 las posiciones negativas son las que se encuentran más alejadas del láser violeta.

En la figura 7.5 se presentan ambos patrones de interferencia, para cuentas individuales y en coincidencia, donde se ha graficado I/I_{max} vs posición. En esta figura es posible observar que ambos patrones de interferencia tienen los máximos y mínimos en los mismos lugares ya que estos sitios son determinados por la longitud de onda o la energía de los fotones, de forma que el patrón de interferencia es semejante en los dos casos. También es posible observar la diferencia de visibilidad entre ambos patrones de interferencia, en el caso de cuentas individuales es pequeña, cercana al 30 %, mientras que la visibilidad de la gráfica de coincidencias es del 60 %.

Capítulo 8

Conclusiones

Encontramos que al analizar los valores obtenidos de la función de correlación cuántica de segundo orden $g^2(\tau)$ se puede comprobar que en el experimento de no-coincidencias, el valor de la $g^{(2)}$ se acerca mucho a la estadística de una fuente coherente y a una distribución Poissoniana. En este régimen cuando $g^{(2)} \geq 1$, la luz es descrita por un modelo en que el campo electromagnético es representado por ondas clásicas, de esta manera, el experimento de Young realizado y el patrón de interferencia hallado corresponden a una *interferencia clásica de ondas*.

El valor de la $g^{(2)}$ cuando se toma en cuenta la coincidencia de los fotones señal con los fotones testigo es muy cercana a cero, muestra que la estadística es sub-Poissoniana y se presenta anti-bunching de fotones, este caso es totalmente contrario al anterior y refiere a una naturaleza cuántica de la luz donde el campo electromagnético requiere ser representado por fotones individuales que llegan a una doble rendija. Luego de estas rendijas las amplitudes de probabilidad de la función $\Psi(\vec{r}, t)$ que representa al estado cuántico interfieren hasta hasta que el fotón entrega su energía en el detector. El patrón de interferencia se forma por la acumulación de las imágenes de cada uno de estos fotones de acuerdo con las probabilidades para cada

zona de la pantalla. Esto es, en este caso el experimento de Young muestra *interfrenica cuántica de partículas* donde el caracter ondulatorio clásico de la luz adquiere un aspecto probabilístico, en mecánica cuántica esto se debe al hecho de que no existen trayectorias definidas.

En comparación, ambos niveles (clásico y cuántico) presentan el fenómeno de interferencia y las gráficas están centradas en el mismo lugar y con la misma distribución y estructura lo que se asocia al hecho que la longitud de onda o frecuencia de la onda, corresponde a la energía cuantizada del fotón individual. La diferencia está en la visibilidad, en el caso cuántico o de coincidencias es cercana al 60 % y en el clásico o de cuentas individuales es menor (fig. 7.5); esto se relaciona con el hecho que el brillo es mayor en el caso de fotones individuales (cerca a 180mil fotones por segundo, fig. 7.1) que en las cuentas en coincidencia (18mil por segundo, 7.2). Otra diferencia importante se puede observar en la incertidumbre de los datos, en ambos casos la incertidumbre en x se relaciona con el ancho de la rendija que colima la medición puesta sobre el filtro del colector mientras que el error en y representa la desviación estandar, en el caso de las cuentas individuales, las barras de error son prácticamente constantes a lo largo de todo el patrón de interferencia; en la gráfica de las cuentas de coincidencia, las barras de error son mayores cerca del máximo y mas pequeñas a la orilla. Esto es una marca de diferencia entre ambos experimentos pues al tener ondas, la incertidumbre de la medición es uniforme en cada posición pero con partículas el error crece cuando se tienen más elementos individuales, además, muy lejos del centro las variaciones por el ruido en coincidencias son muy pequeñas.

Parece contradictorio que en el caso de no-coincidencias, aunque se tengan más cuentas (≈ 10000) que en el caso de coincidencias (≈ 600) la visibilidad es mucho menor en el primero, esto nos habla de una diferencia de coherencia de las dos estadísticas de fotones; esto es $L_i < L_c$, donde los subíndices son individual (i) y coincidencia (c).

La forma del patrón de interferencia es tal que se pueden ajustar dos envolventes, una superior y otra inferior, ambas de forma gaussiana que nos pueden dar información sobre el contenido espectral de la luz que interfiere, dado que si las longitudes de coherencia $L_i < L_c$, entonces el contenido espectral $\Delta\omega_i < \Delta\omega_c$. Actualmente se está trabajando en este estudio.

Es importante marcar el hecho que generalmete un fenómeno se presenta clásicamente o cuánticamente, o que hay fenómenos de origen cuántico con efectos macroscópicos. Hemos observado que el fenómeno de interferencia se presenta en ambos niveles de representación de la naturaleza de la luz y que sus efectos se presentan de acuerdo a la forma de observación pero con resultados semejantes.

Referencias

1. S. P. Walborn, M. O. Terra Cunha, S. Pádua y C. H. Monken. Double-slit quantum eraser, Phys. Rev. A, **65**, 033818.
2. R. Hanbury Brown y R. Q. Twiss. Correlations between photons in two coherent beams of light, Nature, 1956.
3. Gamov, George. Biografía de la física, Alianza Editorial, España, 1980.
4. Einstein A. e Infeld L. The evolution of physics, Cambridge, USA, 1961.
5. Einstein, Albert. Cien años de relatividad, Nivola, España, 2003.
6. Halliday, Resnick y Walker. Fundamentals of Physics, John Wiley, 5ed, Tomos 2 y 4, USA, 1997.
7. Goldstein, H. Classical Mechanics, Addison-Wesley, USA, 1959.
8. Jenkins, F. Fundamentals of Optics, McGraw-Hill, USA, 1965.
9. Hetch, E. Optics, Addison-Wesley, USA, 1990.
10. Fowles, G. Introduction to Modern Optics, Dover, USA, 1975.
11. Jackson, J. Classical Electrodynamics, John-Wiley, USA, 1993.
12. Landau y Lifshitz. Teoría Clásica de los Campos, Reverté, España, 1987.

13. Feynmann, R. Lectures on Physics, Addison-Wesley, USA, 1965.
14. Gasiorowics, S. Quantum Physics, John Wiley, USA, 2003.
15. Bowman, G. Essential Quantum Mechanics, Oxford, USA, 2008.
16. Walls, D. y Milbrun, G. Quantum Optics, Springer, Alemania, 2008.
17. Shih, Y. An Introduction to Quantum Optics, CRC Press, USA, 2011.
18. Powers, P. Fundamentals of Nonlinear Optics, CRC PRes, USA, 2011.
19. Fox, Mark. Quantum Optics, Oxford, USA, 2006.
20. Gerry C., Knight P. Introductory Quantum Optics, Cambridge, 2005.
21. Tesis de Maestría de Lorenzo Manuel Procopio Peña; CINVESTAV, 2009
22. <http://grad.physics.sunysb.edu/~amarch/>
23. <http://www.didaktik.physik.uni-erlangen.de/quantumlab/english/index>.
24. <http://www.cristal-laser.com>
25. <http://www.castech.com>
26. <http://www.perkinelmer.com>