



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL**

**CONTROL DE UN SISTEMA DE PROPULSIÓN  
HÍBRIDO DIÉSEL-ELÉCTRICO**

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

P R E S E N T A:

**José Luis Mendoza Soto**

COMITÉ TUTORAL

**Dr. Luis Agustín Álvarez-Icaza Longoria (Tutor principal) - Instituto de Ingeniería**

**Dr. Gerardo René Espinosa Pérez - Facultad de Ingeniería**

**Dr. Francisco Solorio Ordaz - Facultad de Ingeniería**

MÉXICO, D.F. ENERO 2013



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Gerardo René Espinosa Pérez

Secretario: Dr. Francisco Solorio Ordaz

Vocal: Dr. Luis Agustín Álvarez-Icaza Longoria

1<sup>er</sup>. Suplente: Dr. Yu Tang Xu

2<sup>do</sup>. Suplente: Dr. Paul Rolando Maya Ortiz

La tesis se realizó en:

**Instituto de Ingeniería-UNAM.**

TUTOR DE TESIS:

---

**Vo. Bo. Dr. Luis Agustín Álvarez-Icaza Longoria**



# Agradecimientos

- Doy gracias a mis papás, que siempre me han apoyado incondicionalmente, me siento orgulloso de ser su hijo, los quiero mucho.
- A cada uno de mis hermanos, Elvia, Guillermo, Raúl, Salvador y Verónica por ser una familia tan unida y por hacerme sentir tan feliz con ustedes, son el mejor apoyo.
- A todos mis sobrinitos, Carla, Carlos, Diego, Guillermo, Iván, Josué y Leonardo, son unos traviesos, los quiero mucho, son la alegría de la familia.
- A ti Isabel me da gusto escucharte, con tu alegría me levantas el ánimo cada día.
- A todos mis amigos, por los buenos momentos y el apoyo brindado.
- Al Dr. Luis Alvarez-Icaza, por su gran apoyo y motivación para la culminación de mis estudios y para la elaboración de esta tesis, he aprendido mucho de usted, es una gran persona.
- A mis maestros, al Dr. Gerardo Espinoza, Dr. Francisco Solorio, Dr. Paul Maya y Dr. Yu Tang por su gran apoyo y motivación para la culminación de mi doctorado y para la elaboración de esta tesis. Gracias por los consejos.
- A la UNAM, porque me ha dado la oportunidad de estudiar y desarrollarme profesionalmente, intentaré poner en alto su nombre a donde vaya.
- Al CONACYT porque me ha brindado el apoyo necesario para poder realizar mis estudios de posgrado.



# Índice general

Índice de figuras	III
Índice de cuadros	V
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Estado del Arte . . . . .	3
1.1.1. Estrategias de reparto de potencia . . . . .	3
1.1.2. Estrategias de Control de Motores Diésel . . . . .	6
1.2. Ciclos de Manejo . . . . .	6
1.3. Control Predictivo basado en Modelo . . . . .	7
1.3.1. Control Predictivo Generalizado . . . . .	8
1.3.2. Relaciones en lazo cerrado . . . . .	11
1.4. Objetivo . . . . .	15
1.5. Formulación del problema . . . . .	16
1.6. Alcances y contribuciones de la tesis . . . . .	17
1.7. Organización de la tesis . . . . .	18
<b>2. Modelo del vehículo híbrido</b>	<b>21</b>
2.1. Motor de combustión interna diésel . . . . .	21
2.1.1. Dinámica de la velocidad del motor de combustión interna . . . . .	21
2.1.2. Sistema de alimentación de aire del motor de combustión interna . . . . .	24
2.1.3. Modelo Motor-Turbocompresor . . . . .	26
2.2. Modelo del motor de inducción . . . . .	27
2.2.1. Modelo del sistema de baterías . . . . .	29
2.2.2. Acoplamiento mecánico . . . . .	29
2.2.3. Dinámica longitudinal del vehículo . . . . .	30
<b>3. Control del tren de propulsión híbrido</b>	<b>31</b>
3.1. Reparto de potencia por medio de CPG . . . . .	31
3.2. Control del motor de combustión interna turbocargado . . . . .	38
3.2.1. Linealización exacta . . . . .	38
3.2.2. Formulación del controlador para el MCI por Linealización . . . . .	39
3.2.3. Cálculo de las señales de referencia para el MCI . . . . .	44

3.3. Control del motor de inducción . . . . .	48
3.4. CPG bajo esquema de Ganancias Programadas . . . . .	49
3.5. CPG aplicado al sistema con linealización exacta . . . . .	51
3.6. CPG con indentificación de parámetros . . . . .	54
<b>4. Resultados de simulación</b>	<b>59</b>
4.1. Reparto de potencia utilizando CPG . . . . .	59
4.2. Control del Motor de combustión interna . . . . .	63
4.3. Control del motor eléctrico de inducción . . . . .	67
4.4. Control de velocidad del MCI utilizando Ganancias Programadas . . . . .	70
4.5. Reparto de potencia con estimación de parámetros . . . . .	73
<b>5. Conclusiones</b>	<b>77</b>
5.1. Trabajo futuro . . . . .	78
<b>A. Derivación de Control Predictivo Generalizado Multivariable</b>	<b>81</b>
A.1. Solución recursiva de la ecuación Diofantina . . . . .	83
<b>B. Restricciones en CPG</b>	<b>89</b>
<b>C. Parámetros</b>	<b>91</b>

# Índice de figuras

1.1. Esquema de un motor diésel turbocargado . . . . .	3
1.2. Configuración híbrido paralelo . . . . .	5
1.3. Ciclos de manejo para autobuses de la Ciudad de México . . . . .	7
1.4. Esquema básico de CPM . . . . .	9
1.5. Estructura clásica de realimentación . . . . .	11
2.1. Sistema de engranes planetario . . . . .	30
3.1. Arquitectura de control predictivo para el reparto de potencia . . . . .	32
3.2. Control del motor diésel por linealización exacta . . . . .	40
4.1. Seguimiento de potencia sobre el ciclo de manejo MX3. . . . .	60
4.2. Distribución de potencia entre el MCI y el ME a lo largo del ciclo de manejo MX3 utilizando CPG. . . . .	61
4.3. Velocidad angular en el sistema de engranes planetario utilizando la estrategia CPG. . . . .	62
4.4. Par en el sistema de engranes planetario utilizando la estrategia CPG . . . . .	62
4.5. Estado de carga de las baterías y flujo de combustible para los ciclos MX1, MX2 y MX3 utilizando la estrategia CPG. . . . .	63
4.6. Seguimiento de velocidad del MCI turbocargado en el ciclo de manejo MX1 utilizando el control por linealización entrada-estado. . . . .	64
4.7. Seguimiento de presión en el múltiple de admisión a lo largo del ciclo de manejo MX1 utilizando el control por linealización entrada-estado. . . . .	65
4.8. Seguimiento de presión en el múltiple de escape a lo largo del ciclo de manejo MX1 utilizando el control por linealización entrada-estado. . . . .	65
4.9. Seguimiento de la potencia del compresor del MCI a lo largo del ciclo de manejo MX1 utilizando el control por linealización entrada-estado. . . . .	66
4.10. Señales de control del motor turbocargado a lo largo del ciclo de manejo MX1 utilizando el control por linealización entrada-estado. . . . .	66
4.11. Relación aire-combustible a lo largo del ciclo de manejo MX1 utilizando el control por linealización entrada-estado. . . . .	67
4.12. Par de carga aplicado al MCI turbocargado a lo largo del ciclo de manejo MX1 utilizando el control por linealización entrada-estado. . . . .	67

4.13. Seguimiento de velocidad en un segmento del ciclo de manejo MX1 utilizando linealización entrada-salida. . . . .	68
4.14. Voltajes de estator del ME en un segmento del ciclo de manejo MX1 utilizando linealización entrada-salida. . . . .	68
4.15. Corrientes de estator del ME en un segmento del ciclo de manejo MX1 utilizando linealización entrada-salida. . . . .	69
4.16. Flujo de estator y par eléctrico del ME en un segmento del ciclo de manejo MX1 utilizando linealización entrada-salida. . . . .	69
4.17. Seguimiento de velocidad del MCI por medio de ganancias programadas . . .	70
4.18. Puntos de operación para la linealización aproximada en el esquema de ganancias programadas . . . . .	71
4.19. Variación de los polos en lazo cerrado en el esquema de ganancias programadas	71
4.20. Variación de los polos en lazo cerrado con la ley CPG $l$ aplicada en la frontera de conmutación del controlador en el esquema de ganancias programadas . . .	72
4.21. Variación de los polos en lazo cerrado con la ley CPG $l + 1$ aplicada en la frontera de conmutación del controlador en el esquema de ganancias programadas . . . . .	72
4.22. Parámetros estimados en un segmento del ciclo de manejo MX1. . . . .	73
4.23. Seguimiento de potencia con parámetros estimados en un segmento del ciclo de manejo MX1. . . . .	74
4.24. Reparto de potencia con parámetros estimados en un segmento del ciclo de manejo MX1. . . . .	74
4.25. Estado de carga de las baterías y masa de combustible en un segmento del ciclo de manejo MX1. . . . .	75

# Índice de cuadros

B.1. Restricciones . . . . .	90
C.1. Parámetros . . . . .	91



# Nomenclatura

$\alpha$	Ángulo de inclinación del camino.
$\eta_{bat}$	Eficiencia de carga o descarga de las baterías.
$\eta_c$	Eficiencia isoentrópica del compresor.
$\eta_i$	Eficiencia del motor de combustión interna o motor diésel.
$\eta_m$	Eficiencia mecánica del turbocompresor.
$\eta_t$	Eficiencia isoentrópica de la turbina.
$\eta_v$	Eficiencia volumétrica del motor de combustión interna.
$\gamma$	Relación de calor específico del aire.
$\omega_c$	Velocidad angular del portaplanetas.
$\omega_{em}$	Velocidad angular de la máquina eléctrica.
$\omega_{ice}$	Velocidad angular del motor diésel.
$\omega_r$	Velocidad angular del engrane anular.
$\omega_s$	Velocidad angular del engrane solar.
$\psi_r$	Flujo de rotor.
$\rho$	Densidad del aire.
$\tau$	Constante de tiempo del turbocompresor.

## VIII

$\tau_c$	Par del portaplanetas.
$\tau_{em}$	Par de carga de la máquina eléctrica.
$\tau_{ice}$	Par de carga del motor diésel.
$\tau_r$	Par del engrane anular.
$\tau_s$	Par del engrane solar.
$A_{FR}$	Relación aire combustible.
$A_f$	Área frontal del vehículo.
$C_D$	Coficiente de arrastre aerodinámico.
$c_p$	Calor específico a presión constante.
$F_a$	Fuerza de fricción aerodinámica.
$F_g$	Fuerza de gravedad.
$F_{rod}$	Fuerza de fricción por rodamiento.
$f_r$	Coficiente de resistencia al rodamiento.
$F_t$	Fuerza efectiva de tracción.
$I_{bat}$	Corriente a través de las baterías.
$i_r, i_s$	Corrientes de rotor y estator.
$J_{em}$	Constante de inercia de la máquina eléctrica.
$J_{ice}$	Constante de inercia del motor diésel.
$L_r, L_s$	Autoinductancias de rotor y estator.
$M$	Inductancia mutua.
$m$	Masa del vehículo.

$n$	Número de cilindros del motor diésel
$n_p$	Número de pares de polos del motor eléctrico.
$p_1, p_2$	Presión en el múltiple de admisión y de escape.
$P_{bat}$	Potencia de las baterías.
$P_c$	Potencia del compresor.
$P_{dem}$	Potencia demandada por el conductor.
$P_{hev}$	Potencia desarrollada por el vehículo híbrido.
$P_{ice}$	Potencia del motor diésel.
$p_{th}$	Valor calorífico neto del diésel.
$Q_{nom}$	Capacidad nominal de las baterías.
$r$	Constante universal de los gases.
$r_G$	Relación básica del sistema de engranes planetario.
$R_r, R_s$	Resistencias de rotor y estator.
$S_{oC}$	Estado de carga de las baterías.
$T_1, T_2$	Temperatura en el múltiple de admisión y de escape.
$T_a$	Temperatura ambiente.
$u_1$	Flujo del combustible.
$u_2$	Flujo de recirculación de gases de escape.
$u_3$	Flujo de gas a través de la turbina.
$u_r, u_s$	Voltajes de rotor y estator.
$v(t)$	Velocidad traslacional del vehículo híbrido.

x

$V_1, V_2$  Volumen del múltiple de admisión y de escape.

$V_{cy}$  Volumen de cilindro.

$V_d$  Volumen de desplazamiento.

$v_{oc}$  Voltaje de circuito abierto en las terminales de la baterías.

$V_w$  Componente de velocidad del viento en dirección del movimiento del vehículo.

$W_c$  Flujo de aire a través del compresor.

## Resumen

Se presenta una estrategia de control binivel para el reparto de potencia en un vehículo híbrido diésel-eléctrico que aprovecha la regulación de la relación aire combustible para obtener un modelo simplificado del vehículo. Esta simplificación permite que el algoritmo de reparto de potencia tenga una carga computacional baja y pueda ser implementable en tiempo real optimizando la división de potencia sobre horizontes de tiempo significativos. El controlador propuesto se divide en dos niveles. En el primer nivel, se desarrolla la estrategia de partición de potencia entre un motor de combustión interna diésel y un motor eléctrico que se resuelve por medio de control predictivo generalizado. En el segundo nivel se utilizan las señales generadas en el primer nivel para generar referencias de velocidad y par de carga para los motores del vehículo. Se utilizan modelos no lineales de un motor diésel y un turbocompresor para aprovechar la estructura que resulta y diseñar un controlador por medio de linealización exacta. Para el acoplamiento de los dos motores se utiliza un sistema de engranes planetario. La estrategia propuesta fue probada por medio de simulación y muestra un buen rendimiento sobre un ciclo de manejo diseñado para autobuses de la Ciudad de México.



## **Abstract**

A bilevel power split strategy for a diesel-electric hybrid vehicle is presented taking into account air-fuel ratio regulation to obtain a simplified model of the vehicle. This simplification allows the proposed strategy to have a low computational load and to be implementable in real time, optimizing the power distribution over significant time horizons. The proposed controller is divided in two levels. At the first level, the strategy develops the power partition between diesel internal combustion engine and an electric motor that is solved by means of generalized predictive control (GPC). At the second level, the signals generated by the first level are used to generate reference speed and load torque signals for the vehicle engines. Nonlinear models for a diesel engine and a turbocharger are used to take advantage of the resulting structure and to design a controller by means of exact linearization. For coupling of the two engines a planetary gear system was used. The strategy proposal was tested by simulation and shows good performance on a driving cycle designed for buses in Mexico City.

# Capítulo 1

## Introducción

El diseño de vehículos de bajo consumo de combustible con emisiones contaminantes mínimas es uno de los principales objetivos de los fabricantes de vehículos debido a la contribución de los motores de combustión interna al cambio climático y al precio cada vez más alto del petróleo. Por ello, se imponen nuevas normas ambientales alrededor del mundo que obligan a las empresas productoras de vehículos a elevar la eficiencia del consumo de combustible en sus vehículos y reducir sus emisiones contaminantes. Los vehículos híbridos eléctricos (VHE) son una opción para enfrentar este problema porque tienen un motor de combustión interna que opera en rangos de eficiencia mayor que en los vehículos convencionales, junto con motores eléctricos que tienen una eficiencia elevada. La combinación de ambos tipos de motores permite satisfacer la potencia demandada por el conductor. El diseño de una estrategia que permita distribuir la potencia disponible desde los dos motores para la tracción del vehículo, tomando en cuenta la potencia demandada por el conductor, el estado de carga en las baterías, los límites de la capacidad de potencia de los motores y la energía recuperada durante el frenado del vehículo es muy importante. Además, se puede incrementar la eficiencia de un vehículo híbrido incluyendo un motor de combustión interna basado en tecnología diésel.

En motores diésel, la ignición por compresión significa una ventaja sobre los motores a gasolina con ignición por chispa en cuanto a consumo de combustible. Además, los motores diésel tienen bajas emisiones de gases de escape regulados en las normas ambientales. La tec-

nología de motores diésel ha tenido enormes avances en el área de materiales, equipamiento de inyección y tratamiento de los gases de escape. Un problema particular de estos motores son los altos niveles de óxidos de nitrógeno ( $NO_x$ ) emitidos en los gases de escape. Una manera de reducir la formación de  $NO_x$  durante la combustión es recircular los gases de escape a través una válvula de recirculación de gases hacia el múltiple de entrada. La presencia de gases inertes de escape en el cilindro reduce los picos de temperatura de combustión y reduce la formación de  $NO_x$ . La fracción de gases de escape recirculados  $F_{GER}$  dentro del múltiple de entrada debe ser programada dependiendo de la condición de operación, debido a que un alto nivel de  $F_{GER}$  reduce la cantidad de aire fresco y este alto nivel de  $F_{GER}$  no puede ser mantenida en demandas altas de par.

Para mejorar la densidad de potencia, un motor diésel puede equiparse con un turbocargador que consiste en una turbina y un compresor acoplados en la misma flecha. Una porción de la energía del gas de escape se transfiere por medio de la turbina hacia el compresor para incrementar la presión en el múltiple de entrada. El diseño de un turbocargador convencional tiene que mantener un equilibrio entre la respuesta transitoria rápida en bajas velocidades del motor y una potencia alta de salida del motor sin pasar los límites de velocidad de la turbina en altas velocidades del motor. Este equilibrio puede lograrse empleando un turbocompresor de geometría variable (TGV) que controla la cantidad de gas de escape que fluye a través de la turbina y la potencia que la turbina transmite por medio de un actuador que ajusta el ángulo de las aspas colocadas a la entrada de la turbina y así restringir el flujo de gas de escape que entra a la turbina. Los sistemas TGV permiten la aplicación del sistema de recirculación de gases de escape con el fin de cumplir con los estándares de emisiones contaminantes. Esto es debido a que los sistemas TGV tienen el potencial para proporcionar un control preciso de la diferencia de presiones en el motor, así como una respuesta muy rápida durante los transitorios del motor. Para motores diésel equipados con actuadores  $F_{GER}$  y TGV, el objetivo de diseño es proporcionar la cantidad de aire y fracción de  $F_{GER}$  apropiadas para una condición de operación dada (la velocidad del motor y el flujo de combustible demandado por el conductor). Además, el sistema tiene que proporcionar incrementos rápidos de aire de entrada cuando el conductor lo requiera para permitir aumentos rápidos del flujo de combustible y por consiguiente del par del motor. Un

esquema del motor diésel con un turbocargador y recirculación de gases de escape  $F_{GER}$  se muestra en la Fig. 1.1. La naturaleza multivariable, no lineal del sistema y un doble objetivo

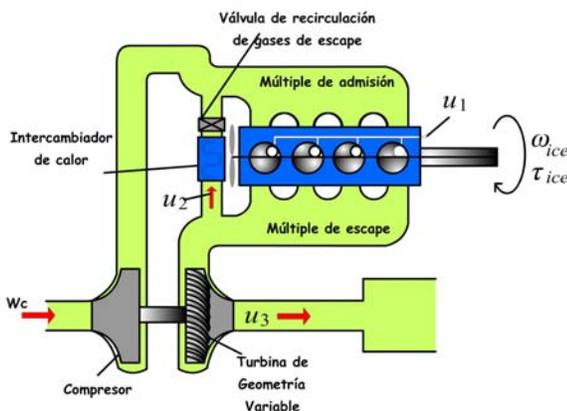


Figura 1.1: Esquema de un motor diésel turbocargado

de control hacen del diseño del control un problema complicado. Una buena solución debe proporcionar un controlador que no use muchos recursos de una unidad de control equipada en el vehículo híbrido y que sea fácil de implementar.

## 1.1. Estado del Arte

### 1.1.1. Estrategias de reparto de potencia

En la literatura existen diversas estrategias de reparto de potencia para vehículos híbridos. La mayoría están basadas en conjuntos de reglas heurísticas, como las presentadas en (Bowles et al., 2000) y (Luk and Rosario, 2006), o en sistemas basados en lógica difusa, como en (Hellgren and Jonasson, 2004). Estas estrategias son fáciles de implementar aunque no satisfacen ningún criterio de optimización.

En la literatura hay también estrategias basadas en teoría de optimización. Algunas de estas estrategias usan métodos de optimización global, como programación dinámica (Lin et al., 2003) y (Kleimaier and Schroder, 2004). Otros algoritmos, como (Wenzhong and Chris, 2007), minimizan una función de costo que depende del consumo de combustible a lo largo de un ciclo de manejo. Estos métodos tienen la desventaja de tener carga computacional

alta, haciendo imposible aplicarlas en tiempo real. Además la solución óptima puede variar mucho cuando las condiciones de manejo varían.

Una combinación de las estrategias anteriores consiste en usar los resultados de un proceso de optimización fuera de línea para establecer reglas como en (Zhu et al., 2006), o entrenar redes neuronales como en (Mohebbi and Farrokhi, 2007) con el propósito de obtener estrategias de reparto que puedan implementarse en tiempo real. Estas estrategias combinadas son mejores aproximaciones al comportamiento de las estrategias óptimas que aquellas basadas únicamente en reglas heurísticas.

En (Fang and Qin, 2006) y (Ripaccioli et al., 2009) se utiliza la teoría de sistemas híbridos con el fin de diseñar una estrategia de reparto de potencia óptima, donde se usa programación entera mixta para resolver el problema de optimización, aunque esta estrategia también tiene carga computacional alta.

Hay estrategias que usan control predictivo basado en modelos (CPM), como las presentadas en (Kim et al., 2009) y (Borhan et al., 2009), donde se obtiene una solución subóptima sobre un horizonte de tiempo finito. En ambos casos, se requiere una referencia predefinida para minimizar la función de costo, la que en la realidad no está disponible. En (Yan et al., 2012) se aplica CPM para determinar el encendido y apagado de un motor diésel y obtener una partición de par en un modelo simplificado de un VHE.

En (Ambuhl et al., 2010) se diseña una estrategia de reparto de potencia donde se consideran varias funciones de costo dependiendo del modo de operación del vehículo. Para resolver de manera explícita el problema de optimización se utiliza el principio del máximo de Pontryagin. Debido a que se requiere resolver cada función de costo y elegir entre cada una de las funciones cada vez que el vehículo cambia de modo de operación el esfuerzo computacional se incrementa.

Otro enfoque interesante es el que se basa en la idea de convertir la energía eléctrica almacenada en un equivalente de combustible. Con esta equivalencia se establece una función de costo para minimizar el consumo de combustible. El problema se vuelve más fácil de resolver y requiere menos esfuerzo computacional (Hofman et al., 2007), (Kim et al., 2011) y (Sinoquet et al., 2011). El principal problema de estas estrategias es que la relación propuesta entre la energía eléctrica y el combustible no toma en cuenta la eficiencia del motor de

combustión interna.

Hay enfoques de control como los presentados en (van Keulen et al., 2010), (Kermani et al., 2011) y (Kelouwani et al., 2012) que usan la información disponible sobre el camino, como los límites de velocidad en los segmentos de ruta determinados, el estado de los semáforos, la información geográfica o de flujo vehicular proveniente de bases de datos para determinar una estrategia de reparto de potencia sobre el trayecto de conducción del vehículo evitando el uso de ciclos de manejo y asumiendo que la información del camino está disponible.

En este trabajo se propone una estrategia de reparto de potencia para un vehículo híbrido diésel-eléctrico. La estrategia propuesta se aplica a una configuración de vehículo híbrido paralelo (ver Fig. 1.2), porque es una de las configuraciones más eficientes para VHE's, donde una máquina eléctrica y un motor de combustión interna pueden combinar su potencia para satisfacer la demanda del conductor. Se utiliza un sistema de engranes planetario para acoplar la máquina eléctrica y el motor diésel con el eje acoplado a las llantas, lo que permite el flujo de potencia flexible entre estos tres componentes.

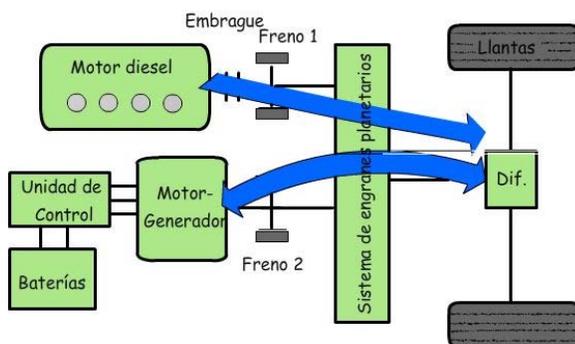


Figura 1.2: Configuración híbrido paralelo

La estrategia presentada en este trabajo está basada en el algoritmo de control predictivo generalizado (CPG), se utiliza un modelo simplificado de un vehículo híbrido para reducir la carga computacional en tiempo real. El algoritmo CPG obtiene una distribución óptima de potencia entre una máquina de inducción y un motor de combustión interna diésel sobre un horizonte de predicción que satisface la potencia demandada por el conductor representada a través de un ciclo manejo. La estrategia propuesta mantiene el estado de

carga de las baterías dentro de una banda de estado de carga deseado. Al final se presentan los resultados en simulación para mostrar el rendimiento del controlador propuesto probado sobre tres ciclos de manejo diferentes.

### 1.1.2. Estrategias de Control de Motores Diésel

El esquema de control presentado en esta tesis utiliza un motor de combustión interna diésel, por lo que es necesario realizar el control del mismo. Varios controladores para el sistema de aire y el control de la velocidad del motor diésel han sido propuestos por separado y con uso de diferentes técnicas. En (Jankovic et al., 2000) se emplea linealización entrada-salida y se propone una función de Lyapunov para el diseño del control no lineal. En (Nieuwstadt et al., 2000) se presentan controladores PI descentralizados y se realiza estimación de los estados. En (Larsen et al., 2000) se usa una metodología de pasivación por medio de un par entrada-salida para estabilizar la dinámica cero del sistema de aire del motor diésel y diseñar un controlador. La técnica de control por modos deslizantes también se aplica para controlar el sistema de alimentación de aire como es presentado en (Upadhyay et al., 2002). En (Song and Grigoriadis, 2003) se utiliza control basado en parámetros lineales variantes (LPV) y control óptimo para diseñar un controlador utilizando desigualdades matriciales lineales (LMI's). En (Ayadi and Houcine, 2004), se linealiza el modelo de un turbocompresor alrededor de diferentes puntos de operación con el objetivo de usar las propiedades resultantes para el diseño del control lineal. Estrategias de control predictivo se utilizan en (Ortner and del Re, 2007) con el fin de optimizar el sistema de aire del motor diésel. En (Plianos et al., 2007) se diseña un controlador basado en linealización por realimentación no lineal del vector de estado que presenta un buen desempeño en el turbocargador. En cuanto al control de velocidad del motor diésel en (Outbib et al., 2002) ha sido presentada una estrategia donde se aprovecha la estructura no lineal del modelo para diseñar un controlador no lineal de velocidad.

## 1.2. Ciclos de Manejo

Un ciclo de manejo es un perfil de velocidades trazado en un plano velocidad contra tiempo que representa una forma típica de conducir en una ciudad o carretera, tomando

en cuenta la tecnología del vehículo, las características del tráfico y de las carreteras, las características climáticas y geográficas y también características de los mismos conductores. Estos ciclos de manejo tienen gran importancia para planear adecuadamente el desarrollo de alguna ciudad, en el desarrollo de tecnología para los nuevos automóviles, en la validación de modelos que predicen el comportamiento de los vehículos en la vía pública y en los inventarios de emisiones contaminantes en las grandes urbes, los cuales a su vez, permiten establecer estrategias para controlar el equilibrio ecológico de un lugar, ciudad o región. En la Fig. 1.3 se muestran tres ciclos de manejo que representan el manejo de un autobús en la Ciudad de México en condiciones de baja velocidad (exceso de tránsito), media velocidad (tránsito moderado) y alta velocidad (carril confinado). La información correspondiente a estos ciclos de manejo fue tomada de (SMADF, 2007).

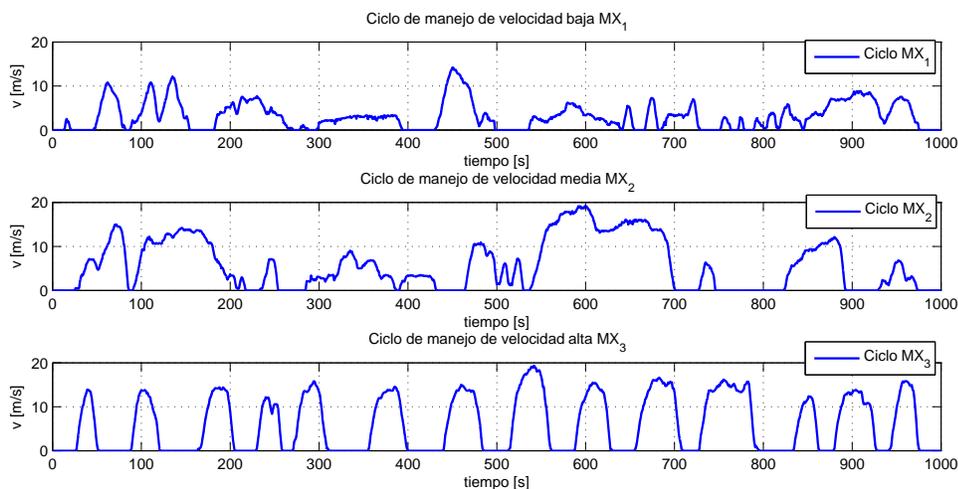


Figura 1.3: Ciclos de manejo para autobuses de la Ciudad de México

### 1.3. Control Predictivo basado en Modelo

La técnica de Control Predictivo basado en Modelo (CPM) busca estimar las señales de error antes de que ocurran para poder aplicar acciones de control de manera anticipada. La analogía clásica para describir la estrategia CPM es el manejo de un automóvil donde el controlador es el conductor. En este sistema de control el conductor puede ver la trayectoria

que debe seguir antes de tener que realizar la acción de control, donde la información de la trayectoria que puede observar corresponde solo a un tramo del camino en un instante de tiempo o dicho de otra forma, a un horizonte móvil. Además, el conductor puede hacer una estimación de cuál es el comportamiento que tiene su automóvil y puede realizar las acciones de control en cada instante al tiempo que va obteniendo nueva información del camino para determinar nuevas acciones de control.

La metodología de todos los controladores pertenecientes a la familia de CPM está caracterizada por la siguiente estrategia, representada en la Fig 1.4.

1. Las salidas futuras para un determinado horizonte  $N$  llamado horizonte de predicción, se calculan en cada instante  $t$  usando el modelo del proceso. Las salidas predichas  $y(t+k|t)$  para  $k=1\dots N$ , dependen de los valores conocidos hasta el instante  $t$  (entradas y salidas pasadas) y de las señales de control futuras  $u(t+k|t)$ ,  $k=0\dots N-1$ .

2. El conjunto de señales de control futuras se calcula por medio de la optimización de un criterio determinado con el fin de mantener el proceso tan cercano como sea posible a la trayectoria de referencia  $w(t+k)$ . El criterio usualmente toma la forma de una función cuadrática de los errores entre la predicción de la señal de salida y la predicción de la trayectoria de referencia, además, el esfuerzo de control se incluye en la función objetivo. Una solución explícita puede obtenerse si el criterio es cuadrático, el modelo es lineal y no hay restricciones, de otro modo es necesario emplear un método de optimización iterativo.

3. La señal de control  $u(t|t)$  se envía al proceso mientras las otras señales de control futuras son desechadas, debido a que en el siguiente instante de muestreo  $y(t+1)$  ya es conocido y el paso 1 se repite con este nuevo valor y todas las secuencias se actualizan. Entonces  $u(t+1|t+1)$  se calcula (que en un principio será diferente de  $u(t+1|t)$  debido a la nueva información que está disponible) usando el concepto de horizonte móvil.

### 1.3.1. Control Predictivo Generalizado

El enfoque de control utilizado para desarrollar el reparto de potencia en este trabajo está basado en la técnica de Control Predictivo Generalizado (CPG). Este método permite realizar un proceso de optimización con restricciones para sistemas multivariables con base en predicciones de las variables de salida en horizontes de tiempo, actualizando en cada

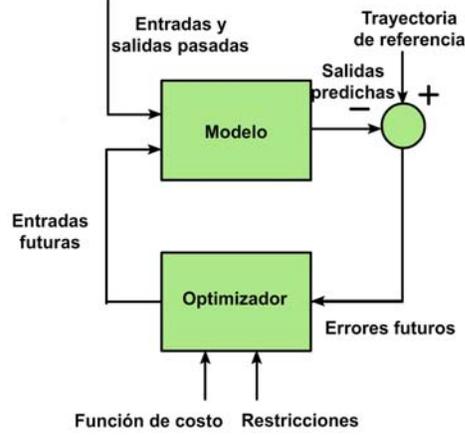


Figura 1.4: Esquema básico de CPM

instante de muestreo la predicción de las variables de salida y obtener así una señal de control que considera la predicción de señales de error. A continuación se presenta una breve descripción del CPG (para una descripción más detallada del proceso de obtención del control CPG vea el anexo A). Un modelo CARIMA (Controlled Autoregressive and Integrated Moving Average) con  $n$  entradas y  $m$  salidas (Camacho and Bordons, 2004) se puede representar como

$$\mathbf{A}(z^{-1})y(t) = \mathbf{B}(z^{-1})u(t-1) + \frac{1}{\Delta}\mathbf{C}(z^{-1})e(t) \quad (1.1)$$

donde  $\mathbf{A}(z^{-1})$  y  $\mathbf{C}(z^{-1})$  son matrices polinomiales de orden  $n \times n$  y  $\mathbf{B}(z^{-1})$  es una matriz de orden  $n \times m$ . El operador  $\Delta$  se define como  $\Delta = 1 - z^{-1}$ . Las variables  $y(t)$ ,  $u(t)$  y  $e(t)$  son los vectores de salida, de entrada y de ruido de orden  $n \times 1$ ,  $m \times 1$  y  $n \times 1$  respectivamente, en el instante  $t$ . El ruido se asume como blanco de media cero. Se considera la siguiente función de costo cuadrática con horizonte finito

$$J(N_1, N_2, N_3) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \|\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)\|_R^2 + \sum_{j=1}^{N_3} \|\Delta u(t+j-1)\|_Q^2 \quad (1.2)$$

donde  $\hat{y}(t+j|t)$  es una predicción de la salida  $j$  pasos adelante en el instante  $t+j$ , que es el valor esperado del vector de salida en el instante  $t$  si las entradas y salidas pasadas y la secuencia de referencia futura son conocidas.  $N_1$  y  $N_2$  son los horizontes mínimo y máximo

de predicción y  $w(t+j)$  es el vector de referencia deseado para el vector de salida.  $R$  y  $Q$  son matrices de peso positivas definidas. Si  $C(z^{-1}) = I_{n \times n}$ , la predicción de salida puede ser generada al resolver la ecuación Diofantina

$$I_{n \times n} = \mathbf{E}_j(z^{-1}) \tilde{\mathbf{A}}(z^{-1}) + z^{-j} \mathbf{F}_j(z^{-1}) \quad (1.3)$$

para obtener las predicciones

$$y(t+j) = \mathbf{F}_j(z^{-1}) y(t) + \mathbf{E}_j(z^{-1}) \mathbf{B}(z^{-1}) \Delta u(t+j-1) \quad (1.4)$$

Si se define la matriz polinomial

$$\mathbf{E}_j(z^{-1}) \mathbf{B}(z^{-1}) = \mathbf{G}_j(z^{-1}) + z^{-j} \mathbf{G}_{jp}(z^{-1})$$

con  $\deg(\mathbf{G}_j(z^{-1})) < j$ , la predicción de la salida puede escribirse como

$$\hat{y}(t+j|t) = \mathbf{G}_j(z^{-1}) \Delta u(t+j-1) + \mathbf{f}_j \quad (1.5)$$

con  $\mathbf{f}_j = \mathbf{G}_{jp}(z^{-1}) \Delta u(t-1) + \mathbf{F}_j(z^{-1}) y(t)$ . En forma matricial

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (1.6)$$

La ecuación (1.2) puede escribirse como

$$\mathbf{J} = (\mathbf{y} - \mathbf{w})^T \bar{R} (\mathbf{y} - \mathbf{w}) + \mathbf{u}^T \bar{Q} \mathbf{u} \quad (1.7)$$

donde  $\bar{R} = \text{diag}(R, \dots, R)$  y  $\bar{Q} = \text{diag}(Q, \dots, Q)$ . Si no hay restricciones el control óptimo puede escribirse

$$\mathbf{u} = (\mathbf{G}^T \bar{R} \mathbf{G} + \bar{Q})^{-1} \mathbf{G}^T \bar{R} (\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (1.8)$$

Debido a la estrategia de control móvil solo es necesario  $\Delta u(t)$  en el instante  $t$ , y solo se toman las primeras  $m$  filas de la matriz  $(\mathbf{G}^T \bar{R} \mathbf{G} + \bar{Q})^{-1} \mathbf{G}^T \bar{R}$ . Si se consideran restricciones,

estas pueden ser expresadas como sigue

$$\begin{aligned} \mathbf{H}\mathbf{u} &\leq \mathbf{b} \\ \mathbf{H}_{eq}\mathbf{u} &= \mathbf{b}_{eq} \end{aligned} \quad (1.9)$$

y utilizar un algoritmo de programación cuadrática para calcular el control óptimo.

En el caso del CPG se puede alcanzar la forma descrita por (1.9) por medio de las equivalencias presentadas en el cuadro B.1, del Apéndice B.

### 1.3.2. Relaciones en lazo cerrado

Las relaciones en lazo cerrado pueden obtenerse para el CPG sin restricciones. El sistema en lazo cerrado puede ponerse en la estructura de asignación de polos clásica de la Fig. 1.5. La ley de control puede establecerse como:

$$R_m(z^{-1}) \Delta u(t) = T(z^{-1}) w(t) - S(z^{-1}) y(t) \quad (1.10)$$

con  $R_m$ ,  $S$  y  $T$  polinomios en términos del operador  $z^{-1}$ . Esta ley de control se puede

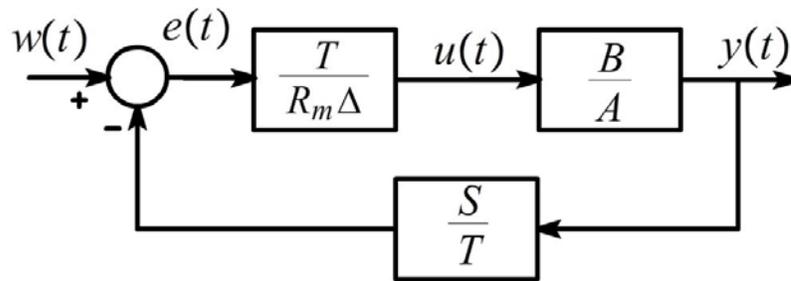


Figura 1.5: Estructura clásica de realimentación

considerar como una composición de un término de prealimentación ( $T/R_m$ ) y un término de realimentación ( $S/R_m$ ). En este caso es posible obtener una función de transferencia en lazo cerrado y derivar algunas propiedades tales como estabilidad y robustez. Primero el esquema de control general de CPG de la figura debe ser reordenado para tomar la forma

de la ecuación (1.10). La ley de control

$$u = -H^{-1}b = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - f) \quad (1.11)$$

proporciona la secuencia de control futura  $u$ . Como se utiliza una estrategia de control móvil, solo se usa el primer elemento de la secuencia  $\Delta u(t|t)$  para enviar al proceso por lo que la acción de control está dada por:

$$\Delta u(t) = K(w - f) = \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i [w(t+i) - f(t+i)] \quad (1.12)$$

siendo  $K = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T$ . El caso general en el que el polinomio  $C(z^{-1})$  no es igual a la matriz identidad será considerado para obtener la respuesta libre. En muchos casos este polinomio no está identificado, puesto que la identificación no es fácil debido a sus características variantes en el tiempo y la dificultad del modelo CARIMA para describir perturbaciones determinísticas generales. En esos casos se le sustituye por el llamado polinomio  $T$  que puede ser considerado como un un prefiltro. Entonces el modelo de la planta es:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-1) + T(z^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad (1.13)$$

La ecuación Diofantina que debe ser resuelta ahora incluye el polinomio  $T$ :

$$T(z^{-1}) = E_j(z^{-1})\Delta A(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}) \quad (1.14)$$

Usando esta ecuación y el modelo de la planta, el valor de la salida futura está dado por:

$$y(t+j) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(t+j-1) + E_j(z^{-1})e(t+j) + \frac{F_j(z^{-1})}{A(z^{-1})\Delta}e(t) \quad (1.15)$$

reemplazando  $e(t)$  del modelo de la planta y usando (1.14):

$$y(t+j) = \frac{F_j}{T}y(t) + \frac{E_j B}{T}\Delta u(t+j-1) + E_j e(t+j)$$

La mejor predicción se obtiene reemplazando  $e(t+j)$  por su valor esperado (cero).

$$\bar{y}(t+j|t) = \frac{F_j}{T}y(t) + \frac{E_j B}{T}\Delta u(t+j-1) \quad (1.16)$$

La expresión (1.16) es una función de valores conocidos y acciones de control futuro. Las acciones de control pueden separarse en las pasadas (aquellas tomadas antes del instante  $t$ ) las futuras (las cuales deben ser calculadas por el controlador) usando la ecuación Diofantina:

$$E_j(z^{-1})B(z^{-1}) = H_j(z^{-1})T(z^{-1}) + z^{-j}I_j(z^{-1}) \quad (1.17)$$

que conduce a la ecuación de predicción:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+j|t) &= H_j\Delta u(t+j) + \frac{I_j}{T}\Delta u(t-1) + \frac{F_j}{T}y(t) \\ &= H_j\Delta u(t+j) + I_j\Delta u^f(t-1) + F_jy^f(t) \end{aligned}$$

Usando las variables filtradas  $y^f(t) = \frac{y(t)}{T}$  y  $u^f(t-1) = \frac{\Delta u(t-1)}{T}$  esta ecuación proporciona una predicción a lo largo del horizonte similar a cuando  $T(z^{-1}) = 1$ , donde los coeficientes de  $H_j$  son los elementos de la matriz  $G$  e  $I_j$  son las filas del vector  $G_p$ . Ahora la respuesta libre del sistema (que es necesaria para el cálculo de la ley de control) está dada por:

$$f = I(z^{-1})\Delta u^f(t-1) + F(z^{-1})y^f(t) = I(z^{-1})\frac{\Delta u(t-1)}{T(z^{-1})} + F(z^{-1})\frac{y(t)}{T(z^{-1})} \quad (1.18)$$

Una vez que la respuesta libre ha sido obtenida cuando se considera el polinomio  $T$  se puede incluir en la expresión de la ley de control dada por (1.12):

$$\begin{aligned} \Delta u(t) &= K(w - f) = \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i [w(t+i) - f(t+i)] = \\ &= \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i w(t+i) - \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i \frac{I_i(z^{-1})}{T(z^{-1})} \Delta u(t-1) - \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i \frac{F_i(z^{-1})}{T(z^{-1})} y(t) \end{aligned} \quad (1.19)$$

Omitiendo el término  $z^{-1}$  y reordenando la última ecuación:

$$\left[ T + z^{-1} \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i I_i \right] \Delta u(t) = T \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i w(t) - \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i F_i y(t) \quad (1.20)$$

donde se ha considerado que la trayectoria de referencia futura se mantiene constante a lo largo del horizonte o su evolución es desconocida y por lo tanto  $w(t+i)$  se toma como  $w(t)$ .

En el otro caso, el primer término del lado derecho debería ser expresado como  $T \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i z^i w(t)$  y por lo tanto las relaciones siguientes podrían cambiar ligeramente. Los polinomios  $R_m$  y  $S$  se pueden obtener comparando la última ecuación con (1.10) y están dados por:

$$R_m(z^{-1}) = \frac{T(z^{-1}) + z^{-1} \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i I_i}{\sum_{i=N_1}^{N_2} k_i}; \quad S(z^{-1}) = \frac{\sum_{i=N_1}^{N_2} k_i F_i}{\sum_{i=N_1}^{N_2} k_i}; \quad (1.21)$$

La ecuación característica en lazo cerrado viene de la inclusión de la acción de control dada por (1.10) en el modelo de la planta expresado como:

$$A\Delta y(t) = B\Delta u(t-1) + Te(t)$$

Por lo que si la acción de control:

$$\Delta u(t) = \frac{T}{R_m} w(t) - \frac{S}{R_m} y(t) \quad (1.22)$$

se reemplaza en el modelo de la planta se obtiene la expresión siguiente:

$$A\Delta y(t) = Bz^{-1} \left( \frac{T}{R_m} w(t) - \frac{S}{R_m} y(t) \right) + Te(t)$$

Extrayendo  $y(t)$  de la ecuación anterior se obtiene la relación en lazo cerrado que da la salida como una función de la referencia y la perturbación.

$$y(t) = \frac{BTz^{-1}}{R_m A\Delta + BSz^{-1}}w(t) + \frac{TR_m}{R_m A\Delta + BSz^{-1}}e(t) \quad (1.23)$$

por lo que la ecuación característica de lazo cerrado está dada por

$$R_m A\Delta + BSz^{-1} = 0 \quad (1.24)$$

Con algunas manipulaciones y usando (1.17) el polinomio característico puede descomponerse como:

$$R_m A\Delta + BSz^{-1} = \frac{1}{\sum_{i=N_1}^{N_2}} \left( T\tilde{A} + T \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i z^{i-1} (B - \tilde{A}H_i) \right) = TP_c \quad (1.25)$$

## 1.4. Objetivo

El objetivo del trabajo desarrollado en esta tesis es el diseño de una estrategia de reparto de potencia para vehículos híbridos diésel-eléctricos que cumpla con:

1. Baja carga computacional.
2. Desarrollo basado en teoría de control óptimo.
3. Capacidad de optimizar la partición de potencia en un horizonte de tiempo significativo.
4. Satisfacer las restricciones impuestas.
5. Tomar en cuenta la dinámica de los subsistemas principales del vehículo híbrido.

## 1.5. Formulación del problema

En esta tesis se trata con el problema de control de potencia de un vehículo híbrido diésel-eléctrico. La principal dificultad es encontrar la proporción adecuada de potencia que cada subsistema debe generar de tal forma que se obtenga el mejor rendimiento posible para el vehículo híbrido como se ha visto en la revisión de la literatura y que aún es tema de amplia discusión.

Las estrategias basadas en reglas heurísticas son sencillas y con bajo coste computacional pero no consideran ningún criterio de optimalidad, por lo que es posible mejorarlas utilizando técnicas de control óptimo.

El esfuerzo computacional de los algoritmos globales de optimización es grande y además se incrementa cuando el proceso a optimizar se sujeta a restricciones. El proceso de optimización debe realizarse rápidamente para que el algoritmo pueda ser aplicado en tiempo real. Aunque las supercomputadoras pueden realizar el proceso de optimización en tiempos cortos, el costo de montar un dispositivo como este en un vehículo comercial no resulta viable.

Otro de los problemas es que en un proceso de optimización global no se conoce en realidad toda la trayectoria y las condiciones bajo las que operará un vehículo en particular. En la realidad la solución del proceso de optimización variará de acuerdo a las condiciones de operación y debe poder ser obtenido en línea, lo que dificulta algunos esquemas de optimización local en los que se realiza optimización instantánea sin considerar el comportamiento posible de las condiciones de manejo.

El reparto de potencia en vehículos híbridos, además de ser un problema de optimización es un problema de seguimiento con trayectorias que varían de forma repentina y que debe de compensar el controlador propuesto.

Otra de las dificultades que se presentan al diseñar la estrategia de reparto de potencia es que los subsistemas son altamente no lineales, por lo que es necesario utilizar técnicas de control no lineal multivariable, con modelos dinámicos para evitar el uso de mapas estáticos entrada-salida y tener una mejor representación para el vehículo híbrido.

En este trabajo se asume que se conocen las condiciones de manejo al menos durante

la duración de un horizonte de tiempo. Además, se hace la suposición de que es posible medir las variables de estado que intervienen en los diferentes subsistemas. También se considera la posibilidad de obtener una representación más simple de los modelos dinámicos de los subsistemas del VHE para reducir la carga computacional del controlador de reparto de. Entonces es posible utilizar la estrategia de CPG descrita anteriormente en conjunto con programación cuadrática y linealización exacta para resolver el problema de partición de potencia.

## 1.6. Alcances y contribuciones de la tesis

En este trabajo se diseñaron controladores que fueron programados y validados por medio de simulaciones en Matlab. No se presentan resultados experimentales debido a la dificultad de conseguir un banco de pruebas de manera inmediata.

Se presenta un controlador original para el reparto de flujo de potencia de vehículos híbridos diésel eléctricos utilizando la estrategia CPG, que cumple con las especificaciones que resuelven el problema planteado. Además se propone un controlador para un motor de combustión interna diésel. El modelo no lineal del motor es obtenido a partir de dos modelos diferentes tomados de la literatura.

Además, se presentan diferentes esquemas de control basados en CPG, para el control de los dos motores del vehículo híbrido.

Con el trabajo realizado en esta tesis se han escrito tres artículos presentados en congresos internacionales, tres artículos presentados en congresos nacionales y un artículo sometido a una revista indizada. Dichos artículos se listan a continuación:

- “Control de un motor diésel” Artículo presentado en el congreso anual de la Asociación de México de Control Automático 2010, Puerto Vallarta, México.
- “Control de velocidad de un motor diésel con turbocompresor de geometría variable”. Artículo presentado en el congreso anual de la Asociación de México de Control Automático 2011, Saltillo, México.
- “Generalized predictive control of a turbocharged diesel engine”. Artículo presentado

en el congreso anual de la ACC 2012 (American Control Conference) de la IEEE, Montreal, Canadá.

- “Power flow split strategy for hybrid vehicles based on Generalized Predictive Control”. Artículo presentado en el congreso anual MSC 2012 (Multi-Conference on Systems and Control) de la IEEE Dubrovnik, Croacia.
- “Estrategia de reparto de potencia para un vehículo híbrido”. Artículo presentado en el congreso anual de la Asociación de México de Control Automático 2012, Ciudad del Carmen, Campeche, México.
- “Adaptive generalized predictive control for a hybrid diesel electric vehicle”. Artículo presentado en el congreso anual DSCC 2012 (Dynamic Systems and Control Conference) de la ASME, Ft. Lauderdale, Florida, E. U.
- “Bilevel Power Control Strategy for a Hybrid Diesel Vehicle based on GPC”. Artículo enviado a la revista de la ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. 2012

En un futuro será posible la validación experimental en un banco de pruebas que está en desarrollo por parte de alumnos del Posgrado en Ingeniería.

## 1.7. Organización de la tesis

Esta tesis se compone de cinco capítulos que se describen a continuación.

En el primer Capítulo se presenta la introducción de este trabajo, se describe la problemática que se intenta resolver en el área de control de vehículos híbridos y el objetivo de la tesis. También se presenta una revisión con los esquemas de control principales que se han propuesto como solución al problema de reparto de potencia en vehículos híbridos y del control de motores de combustión interna de tecnología diésel. Además, se describe de manera general el método de Control Predictivo Generalizado que permite la solución al problema que se aborda.

En el Capítulo dos se presenta la descripción del modelo utilizado para el vehículo híbrido. Se muestra el modelo para cada uno de los subsistemas que componen el vehículo

como el motor de combustión interna diésel, al cual se le agrega el modelo de un turbocompresor de geometría variable con sistema de recirculación de gases de escape, el motor eléctrico de inducción, el modelo de las baterías, el sistema de engranes planetarios y la dinámica traslacional del vehículo.

En el tercer Capítulo se desarrollan los controladores propuestos. Se propone un controlador de dos niveles para el vehículo. En el primer nivel se realiza un proceso de optimización sobre el modelo simplificado del vehículo donde se aplica el algoritmo CPG para obtener la distribución de la potencia que debe suministrar cada uno de los motores. En el segundo nivel se aprovecha la distribución de potencia para generar las referencias para el control del motor diésel y el motor de inducción. Se presenta el desarrollo de un nuevo controlador para el motor de combustión interna basado en linealización exacta. Además se describen otros esquemas de control con los que se realizaron algunas simulaciones como ganancias programadas y la combinación de linealización exacta con CPG.

El cuarto Capítulo presenta los resultados de la programación de los controladores propuestos. Las gráficas muestran un buen desempeño de los algoritmos propuestos y son probados por medio de Matlab sobre diferentes ciclos de manejo.

En el Capítulo cinco se presentan las conclusiones de este trabajo y el trabajo futuro.



## Capítulo 2

# Modelo del vehículo híbrido

En este Capítulo se presenta el modelo del vehículo híbrido (VHE). Dicho modelo está formado por un motor de combustión interna diésel (MCI) con turbocompresor de geometría variable (TGV) y recirculación de gases de escape (EGR), un motor eléctrico de inducción (ME), un sistema de baterías, un sistema de engranes planetarios y la dinámica longitudinal del vehículo.

### 2.1. Motor de combustión interna diésel

El modelo del motor de combustión interna se encuentra en la literatura dividido en dos partes. Una parte se utiliza para el control de la velocidad angular y la otra parte para el control del sistema de alimentación de aire al MCI. A continuación se presentan las dinámicas de velocidad y la del TGV con EGR.

#### 2.1.1. Dinámica de la velocidad del motor de combustión interna

En (Outbib et al., 2002), se presenta la dinámica para la velocidad  $\omega_{ice}$  de un (MCI) diésel en términos de la potencia mecánica:

$$\dot{\omega}_{ice} = \frac{1}{J_{ice}\omega_{ice}} (P_{ice} - P_b) \quad (2.1)$$

donde  $P_{ice}$  es la potencia generada por el MCI y  $P_b$  es la potencia de freno total. La potencia generada se puede escribir en términos de la eficiencia de conversión de la energía del combustible diésel a energía mecánica,  $\eta_i$ , como

$$P_{ice} = \eta_i p_{th} u_1 \quad (2.2)$$

donde  $p_{th}$  es el valor calorífico neto del combustible diésel y  $u_1$  es el flujo de combustible. La eficiencia  $\eta_i$  se puede modelar en forma polinomial como se propone en (Younes, 1993) con:

$$\eta_i = a + b A_{FR} + c A_{FR}^2 \quad (2.3)$$

con  $a > 0$ ,  $b > 0$  y  $c < 0$ , donde  $A_{FR}$  es la relación aire-combustible definida como:

$$A_{FR} = \frac{\dot{m}_{ao}}{u_1} \quad (2.4)$$

donde  $\dot{m}_{ao}$  es el flujo de aire que sale del múltiple de admisión y entra en la cámara de combustión. La Ec. (2.1) se puede escribir como:

$$\dot{\omega}_{ice} = \frac{1}{J_{ice} \omega_{ice}} \left( p_{th} \left( a + b \frac{\dot{m}_{ao}}{u_1} + c \left( \frac{\dot{m}_{ao}}{u_1} \right)^2 \right) u_1 - P_b \right) \quad (2.5)$$

En (Outbib et al., 2002) la expresión de  $\dot{m}_{ao}$  se considera una función de  $\omega_{ice}$  y de la presión  $p_1$  en el múltiple de admisión:

$$\dot{m}_{ao} = \frac{n V_d \omega_{ice} p_1}{4 \pi r T_1} \quad (2.6)$$

donde  $V_d$  es el volumen de desplazamiento del cilindro que puede calcularse como  $V_d = V_{cy} \eta_v$  donde  $\eta_v$  es la eficiencia volumétrica,  $V_{cy}$  es el volumen del cilindro,  $n$  es el número de cilindros,  $r$  es la constante de gases ideales y  $V_1$  y  $T_1$  son el volumen y la temperatura en el múltiple de admisión, respectivamente. Entonces la Ec. (2.1) se expresa como:

$$\dot{\omega}_{ice} = k_1 \frac{u_1}{\omega_{ice}} + k_2 \frac{p_1^2 \omega_{ice}}{u_1} + k_3 p_1 - k_4 \tau_{ice} \quad (2.7)$$

cuyos parámetros se presentan más abajo. Para obtener la dinámica de la presión en el múltiple de admisión se realiza un balance de masa:

$$\frac{dm_a}{dt} = \dot{m}_{ai} - \dot{m}_{ao} \quad (2.8)$$

donde  $m_a$  es la masa de aire en el múltiple de admisión y  $\dot{m}_{ai}$  es el flujo de aire que entra en el múltiple de admisión desde el compresor. Utilizando la ley de gases ideales se tiene:

$$m_a = \frac{p_1 V_1}{r T_1} \quad (2.9)$$

Sustituyendo (2.9) en (2.8) se obtiene:

$$\frac{V_1}{r T_1} \frac{dp_1}{dt} = \dot{m}_{ai} - \dot{m}_{ao} \quad (2.10)$$

Sustituyendo la ecuación (2.6) en (2.10) se obtiene la dinámica de la presión en el múltiple de admisión:

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{r T_1}{V_1} \dot{m}_{ai} - \frac{n V_d \omega_{ice}}{4 \pi V_1} p_1 \quad (2.11)$$

Entonces se obtiene un sistema de segundo orden que representa la dinámica de la velocidad angular y la presión en el múltiple de admisión del MCI y en donde  $\tau_{ice}$  es el par de carga aplicado al MCI:

$$\dot{\omega}_{ice} = k_1 \frac{u_1}{\omega_{ice}} + k_2 \frac{p_1^2 \omega_{ice}}{u_1} + k_3 p_1 - k_4 \tau_{ice} \quad (2.12)$$

$$\dot{p}_1 = k_5 \dot{m}_{ai} - k_5 k_e \omega_{ice} p_1 \quad (2.13)$$

En (Outbib et al., 2002)  $\dot{m}_{ai}$  es una entrada externa que se mantiene constante para usar solo el flujo de combustible como variable de control. Los parámetros del sistema (2.13) se agrupan como sigue:

$$k_1 = \frac{p_{th} a}{J_{ice}}; \quad k_2 = \frac{p_{th} c V_{cy}^2 n^2 \eta_v^2}{16 J_{ice} r^2 T_1^2 \pi^2}; \quad k_3 = \frac{p_{th} b V_{cy} n \eta_v}{4 J_{ice} r T_1 \pi}; \quad (2.14)$$

$$k_4 = \frac{1}{J_{ice}}; \quad k_5 = \frac{r T_1}{V_1}; \quad k_e = \frac{n V_d}{T_1 4 \pi r};$$

### 2.1.2. Sistema de alimentación de aire del motor de combustión interna

En (Jankovic et al., 2000) se presenta un modelo simplificado de tercer orden que se usa para controlar el sistema de alimentación de aire al MCI utilizando un turbocompresor de geometría variable con recirculación de gases de escape. Cuando existe recirculación de gases de escape, la ecuación dinámica para el múltiple de admisión se puede obtener haciendo otra vez un balance de masa para el múltiple de admisión considerando esta vez el flujo de gases que se recirculan desde el múltiple de escape:

$$\frac{V_1}{rT_1} \frac{dp_1}{dt} = \dot{m}_{ai1} - \dot{m}_{ao} \quad (2.15)$$

donde  $\dot{m}_{ai1}$  y  $\dot{m}_{ao1}$  representan el flujo de aire que entra y sale del múltiple de admisión, respectivamente. El flujo que entra en el múltiple de admisión es  $\dot{m}_{ai1} = W_c + u_2$ , donde  $W_c$  es el flujo de aire inyectado por el compresor y  $u_2$  es el flujo de gases recirculados desde el múltiple de escape. Utilizando  $\dot{m}_{ai1}$  y la Ec. (2.6) en la Ec. (2.15) se obtiene la ecuación dinámica que describe el comportamiento de la presión en el múltiple de admisión:

$$\dot{p}_1 = k_5 (W_c + u_2 - k_e \omega_{ice} p_1) \quad (2.16)$$

Para obtener la ecuación de la presión en el múltiple de escape se realiza otro balance de masa:

$$\frac{V_2}{rT_2} \frac{dp_2}{dt} = \dot{m}_{ai2} - \dot{m}_{ao2} \quad (2.17)$$

donde  $\dot{m}_{ai2}$  y  $\dot{m}_{ao2}$  representan el flujo de aire que entra y sale del múltiple de escape, respectivamente. El flujo  $\dot{m}_{ai2}$  debe ser el mismo que entra en la cámara de combustión y está dado por:

$$\dot{m}_{ai2} = k_e \omega_{ice} p_1 + \dot{m}_f \quad (2.18)$$

$\dot{m}_f$  es el flujo de combustible inyectado en la cámara de combustión. El flujo de gases que sale del múltiple de escape  $\dot{m}_{ao2}$  es :

$$\dot{m}_{ao2} = u_2 + u_3 \quad (2.19)$$

donde  $u_2$  es el flujo de gases de escape recirculados hacia el múltiple de admisión y  $u_3$  es el flujo de gases que pasan a través de la turbina y salen del motor. Sustituyendo (2.18) y (2.19) en (2.17) se obtiene:

$$\frac{V_2}{rT_2} \frac{dp_2}{dt} = k_e \omega_{ice} p_1 + \dot{m}_f - u_2 - u_3 \quad (2.20)$$

ó

$$\dot{p}_2 = k_6 (k_e \omega_{ice} p_1 + \dot{m}_f - u_2 - u_3) \quad (2.21)$$

La dinámica del compresor se modela por medio de un retraso de primer orden con constante de tiempo  $\tau$  como:

$$\dot{P}_c = \frac{1}{\tau} (-P_c + \eta_m P_t) \quad (2.22)$$

donde  $P_c$  es la potencia desarrollada por el compresor y  $P_t$  es la potencia proporcionada por la turbina. La potencia  $P_t$  puede calcularse con la relación de presiones a través de la turbina como:

$$P_t = k_t \left( 1 - \left( \frac{p_a}{p_2} \right)^\mu \right) u_3 \quad (2.23)$$

con

$$\mu = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0,285 \quad (2.24)$$

donde  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  es la relación de calores específicos (1,4 para el aire). De forma similar, la potencia del compresor puede calcularse como:

$$P_c = \frac{1}{k_c} \left( \left( \frac{p_1}{p_a} \right)^\mu - 1 \right) W_c \quad (2.25)$$

donde  $p_a$  es la presión atmosférica que por simplicidad se toma como 1 [bar]. De la Ec. (2.25) se obtiene una expresión para el flujo a través del compresor:

$$W_c = k_c \frac{P_c}{p_1^\mu - 1} \quad (2.26)$$

El modelo del turbocompresor es:

$$\begin{aligned}\dot{p}_1 &= k_5 (W_c + u_2 - k_e \omega_{ice} p_1) \\ \dot{p}_2 &= k_6 (k_e \omega_{ice} p_1 + \dot{m}_f - u_2 - u_3) \\ \dot{P}_c &= \frac{1}{\tau} \left( -P_c + \eta_m k_t \left( 1 - p_2^{-\mu} \right) u_3 \right)\end{aligned}\quad (2.27)$$

$$W_c = k_c \frac{P_c}{p_1^\mu - 1} \quad (2.28)$$

Las variables de control son  $u_2$  y  $u_3$  y representan el flujo de gases de escape recirculados hacia el múltiple de admisión y el flujo de gas a través de la turbina respectivamente.  $\dot{m}_f$  es el flujo de combustible que se considera constante en los artículos en que se realiza control del Turbocompresor. El resto de los parámetros se agrupa como sigue:

$$k_6 = \frac{r T_2}{V_2}; \quad k_c = \frac{\eta_c}{T_a c_p}; \quad k_t = \eta_t c_p T_2; \quad (2.29)$$

### 2.1.3. Modelo Motor-Turbocompresor

La combinación de los sistemas (2.7) y (2.27)-(2.28) proporciona un modelo de cuarto orden donde es necesario tomar en cuenta los factores de conversión de unidades de presión correspondientes en  $k_2$  y  $k_3$  pues la presión del modelo del turbocompresor tiene unidades bar, mientras que la presión en la dinámica de velocidad tiene unidades de Pascal. El modelo de cuarto orden para el MCI que resulta es:

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_{ice} &= k_1 \frac{u_1}{\omega_{ice}} + k_2 \frac{p_1^2 \omega_{ice}}{u_1} + k_3 p_1 - k_4 \tau_{ice} \\ \dot{p}_1 &= k_5 (W_c + u_2 - k_e \omega_{ice} p_1) \\ \dot{p}_2 &= k_6 (k_e \omega_{ice} p_1 + u_1 - u_2 - u_3) \\ \dot{P}_c &= \frac{1}{\tau} \left( -P_c + \eta_m k_t \left( 1 - p_2^{-\mu} \right) u_3 \right)\end{aligned}\quad (2.30)$$

$$W_c = k_c \frac{P_c}{p_1^\mu - 1} \quad (2.31)$$

## 2.2. Modelo del motor de inducción

El modelo presentado a continuación fue tomado de (Marino et al., 1992). Las ecuaciones para el motor de inducción expresadas en el marco de referencia  $ab$  fijado al estator obtenidas por medio de una transformación de Park de tres a dos fases para obtener un modelo en variables de estado son:

$$\begin{aligned}
 R_s i_{sa} + \frac{d\psi_{sa}}{dt} &= u_{sa} \\
 R_s i_{sb} + \frac{d\psi_{sb}}{dt} &= u_{sb} \\
 R_r i_{ra} + \frac{d\psi_{ra}}{dt} + n_p \omega_{em} \psi_{rb} &= 0 \\
 R_r i_{rb} + \frac{d\psi_{rb}}{dt} - n_p \omega_{em} \psi_{ra} &= 0
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

donde  $\psi_{ra}$  and  $\psi_{rb}$  son los flujos de rotor,  $i_{sa}$  y  $i_{sb}$  son la corrientes de rotor,  $\omega_{em}$  es la velocidad angular del motor eléctrico (ME). Las variables de control son los voltajes de estator  $u_{em} = [u_{sa}, u_{sb}]^T$ .  $L_r$ ,  $L_s$  y  $M$  son las autoinductancias de rotor, estator y mutua, respectivamente;  $n_p$  es el número de pares de polos.  $R_r$  y  $R_s$  son las resistencias de rotor y estator. Las ecuaciones para el flujo son:

$$\begin{aligned}
 \psi_{sa} &= L_s i_{sa} + M i_{ra} \\
 \psi_{sb} &= L_s i_{sb} + M i_{rb} \\
 \psi_{ra} &= L_r i_{ra} + M i_{sa} \\
 \psi_{rb} &= L_r i_{rb} + M i_{sb}
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

donde  $L_r$  y  $L_s$  son las autoinductancias de rotor y estator y  $M$  es la inductancia mutua. Sustituyendo (2.33) en (2.32) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 R_s i_{sa} + \frac{M}{L_r} \frac{d\psi_{ra}}{dt} + \left( L_s - \frac{M^2}{L_r} \right) \frac{di_{sa}}{dt} &= u_{sa} \\
 R_s i_{sb} + \frac{M}{L_r} \frac{d\psi_{rb}}{dt} + \left( L_s - \frac{M^2}{L_r} \right) \frac{di_{sb}}{dt} &= u_{sb}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{R_r}{L_r}\psi_{ra} - \frac{R_r}{L_r}Mi_{sa} + \frac{d\psi_{ra}}{dt} + n_p\omega_m\psi_{rb} &= 0 \\ \frac{R_r}{L_r}\psi_{rb} - \frac{R_r}{L_r}Mi_{sb} + \frac{d\psi_{rb}}{dt} + n_p\omega_m\psi_{ra} &= 0 \end{aligned} \quad (2.34)$$

El par producido por la máquina de inducción se expresa en términos de los flujos de rotor y de las corrientes de estator como:

$$\tau_{meg} = \frac{n_p M}{L_r} (\psi_{ra} i_{sb} - \psi_{rb} i_{sa}) \quad (2.35)$$

Por lo que la dinámica de la velocidad del ME es:

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{n_p M}{J_{em} L_r} (\psi_{ra} i_{sb} - \psi_{rb} i_{sa}) - \frac{\tau_{em}}{J_{em}} \quad (2.36)$$

donde  $J_{em}$  y  $\tau_{em}$  son la constante de inercia y el par de carga del ME. El modelo del motor de inducción puede representarse en como:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{em} &= \rho_1 (\psi_{ra} i_{sb} - \psi_{rb} i_{sa}) - \frac{\tau_{em}}{J_{em}} \\ \dot{\psi}_{ra} &= -\rho_2 \psi_{ra} - n_p \omega_{em} \psi_{rb} + \rho_2 M i_{sa} \\ \dot{\psi}_{rb} &= n_p \omega_{em} \psi_{ra} - \rho_2 \psi_{rb} + \rho_2 M i_{sb} \\ \dot{i}_{sa} &= \rho_3 \psi_{ra} + \rho_4 \omega_{em} \psi_{rb} - \rho_5 i_{sa} + \rho_6 u_{sa} \\ \dot{i}_{sb} &= \rho_3 \psi_{rb} - \rho_4 \omega_{em} \psi_{ra} - \rho_5 i_{sb} + \rho_6 u_{sb} \end{aligned} \quad (2.37)$$

con:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \frac{n_p M}{J_{em} L_r}; & \rho_2 &= \frac{R_r}{L_r}; & \rho_3 &= \frac{M R_r}{\sigma L_s L_r^2}; \\ \rho_4 &= \frac{n_p M}{\sigma L_s L_r}; & \rho_5 &= \frac{M^2 R_r + L_r^2 R_s}{\sigma L_s L_r^2}; & \rho_6 &= \frac{1}{\sigma L_s}; \\ \sigma &= 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}; \end{aligned}$$

### 2.2.1. Modelo del sistema de baterías

Para representar el estado de carga de las baterías se utiliza un modelo de inventario dado por:

$$S_{oC}(t) = S_{oC}(0) - \eta_{bat} \int_0^t \frac{I_{bat}(\tau)}{Q_{nom}} d\tau \quad (2.38)$$

donde  $S_{oC}(t)$  es el estado de carga de las baterías,  $\eta_{bat}$  es la eficiencia de carga o descarga de las baterías,  $Q_{nom}$  es la capacidad nominal de las baterías e  $I_{bat}(t)$  es la corriente que fluye a través de las baterías, además:

$$(I_{bat} > 0) \Rightarrow (\eta_{bat} = \eta_{dis}); \text{ baterías en descarga}$$

$$(I_{bat} < 0) \Rightarrow (\eta_{bat} = \eta_{ch}); \text{ baterías en recarga}$$

### 2.2.2. Acoplamiento mecánico

Se considera que el VHE es impulsado por medio de un motor diésel y una máquina eléctrica que están acoplados a las llantas mediante un sistema de engranes planetarios (ver Fig. 2.1). El comportamiento de este sistema está definido de acuerdo con:

$$\omega_c = \frac{i_G}{1 + i_G} \omega_s + \frac{1}{1 + i_G} \omega_r \quad (2.39)$$

$$\tau_c = \tau_s + \tau_r \quad (2.40)$$

$$\tau_s = \tau_c \frac{i_G}{1 + i_G}; \quad \tau_r = \tau_c \frac{1}{(1 + i_G)} \quad (2.41)$$

donde  $\omega_c$ ,  $\omega_s$ ,  $\omega_r$ ,  $\tau_c$ ,  $\tau_s$  y  $\tau_r$  son las velocidades y pares del portaplanetas, del engrane solar y del engrane anular respectivamente. Las llantas del VHE están acopladas al portaplanetas, el motor de combustión interna y la máquina eléctrica están conectados a los engranes solar y anular, respectivamente.  $r_G$  es la relación de engranes básica del sistema de engranes planetarios.

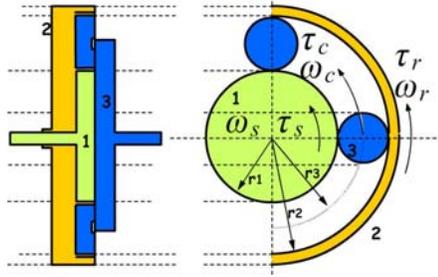


Figura 2.1: Sistema de engranes planetario

### 2.2.3. Dinámica longitudinal del vehículo

Para obtener la potencia demandada por el conductor se utiliza la Ec. (2.42) tomada de (Guzzella and Sciarreta, 2005):

$$m \frac{d}{dt} v(t) = F_t(t) - (F_a(t) + F_{rod}(t) + F_g(t) + F_d(t)) \quad (2.42)$$

donde  $F_a(t)$  es la fuerza de fricción aerodinámica,  $F_{rod}(t)$  es la fuerza de fricción por rodamiento,  $F_g(t)$  es la fuerza de gravedad,  $F_d(t)$  es la fuerza debida a otros efectos no especificados y  $F_t(t)$  es la fuerza de tracción efectiva que debe ser suministrada por el vehículo híbrido para impulsar el sistema. Las fuerzas anteriores se pueden obtener como:

$$\begin{aligned} F_a(t) &= \frac{1}{2} \rho A_f C_D (v(t) - V_w)^2 \\ F_{rod}(t) &= P f_r \cos(\alpha) \\ F_g(t) &= mg \sin(\alpha) \end{aligned} \quad (2.43)$$

donde  $f_r$  es el coeficiente de resistencia aerodinámica,  $P = mg$  es la carga normal que actúa en el centro de la llanta,  $A_f$  es el área frontal del vehículo,  $C_D$  es el coeficiente de arrastre aerodinámico,  $V_w$  es la componente de velocidad del viento en la dirección de movimiento del vehículo,  $\rho$  es la densidad del aire y  $g$  es la constante de gravedad.

La potencia demandada por el conductor  $P_{ref}$  se calcula como  $P_{ref} = F_t(t) v(t)$ . En este trabajo  $v(t)$  se obtiene de ciclos de manejo que representan las condiciones de manejo para baja, media y alta velocidad diseñados para autobuses de la Ciudad de México.

## Capítulo 3

# Control del tren de propulsión híbrido

El control propuesto para el vehículo híbrido se divide en dos niveles. En el primer nivel se obtiene una simplificación del modelo de MCI para realizar un proceso de partición de la potencia que debe ser suministrada por el MCI y por el ME utilizando CPG restringido. En esta estrategia de reparto de potencia se hace la suposición de que la eficiencia  $\eta_i$  es constante, lo cual no es así pues como se ha visto en la sección de modelado  $\eta_i$  cambia cuando cambia la relación aire combustible  $A_{FR}$ . En el segundo nivel de control se aprovecha el sistema turbocompresor para obtener un controlador que regula  $A_{FR}$  de tal manera que se pueda mantener constante y así cumplir con la condición de  $\eta_i$  supuesta en el primer nivel de control. El controlador del MCI se diseña aprovechando la estructura que resulta del modelo de cuarto orden del motor con turbocompresor con la linealización exacta. Para el control del motor de inducción se utiliza un controlador tomado de la literatura basado en linealización entrada salida. También se muestran algunos esquemas de control que se utilizaron durante el desarrollo de este trabajo como combinaciones de CPG con ganancias programadas, estimación de parámetros y linealización exacta.

### 3.1. Reparto de potencia por medio de CPG

En el primer nivel del control propuesto (ver Fig. 3.1) se obtiene una partición de potencia a través del algoritmo de CPG sobre un horizonte de predicción utilizando modelos simplificados. Se utiliza una función de costo cuadrática en donde se minimiza la diferen-

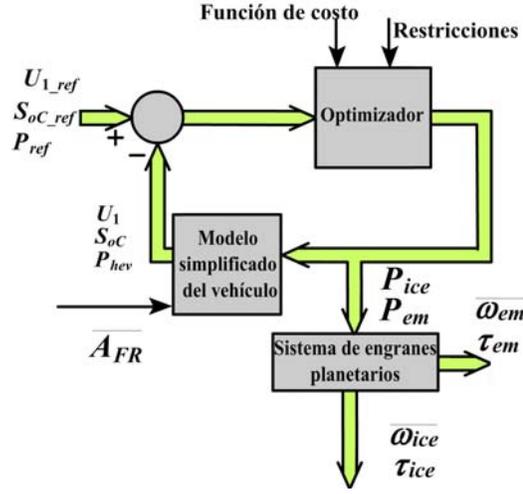


Figura 3.1: Arquitectura de control predictivo para el reparto de potencia

cia entre la potencia proporcionada por el vehículo y la potencia demandada mientras se satisfacen las restricciones impuestas en el estado de carga de las baterías y los límites de potencia de los motores. La potencia  $P_{ice}$  desarrollada por el motor de combustión puede calcularse como:

$$P_{ice} = u_1 p_{th} \eta_i \quad (3.1)$$

donde  $u_1$  es el flujo de combustible,  $p_{th}$  es el valor calorífico neto del diésel y  $\eta_i$  es la eficiencia de conversión de energía calorífica a energía mecánica. El sistema de engranes planetarios debe satisfacer:

$$P_{hev} = P_{ice} + P_{em} \quad (3.2)$$

$$P_{em} = P_{bat} \quad (3.3)$$

donde  $P_{hev}$  es la potencia total entregada por la máquina de inducción y el motor diésel. La Ec. (2.38) se puede expresar como una función de  $P_{bat}$  como:

$$S_{oC}(t) = S_{oC}(0) - \frac{\eta_{bat}}{v_{oc} Q_{nom}} \int_0^t P_{bat}(\tau) d\tau \quad (3.4)$$

donde  $v_{oc}$  es el voltaje en circuito abierto en las terminales de la batería. Las Eqs. (3.1), (3.2), (3.3) y (3.4) se pueden representar en forma discreta como:

$$m_f(z^{-1}) = \frac{1}{\eta_i p_{th}} \frac{1}{1 - z^{-1}} P_{ice}(z^{-1}) \quad (3.5)$$

$$S_{oC}(z^{-1}) = -\frac{\eta_{bat}}{Q_{nom} v_{oc}} \frac{1}{1 - z^{-1}} P_{bat}(z^{-1}) \quad (3.6)$$

$$P_{hev}(z^{-1}) = P_{ice} + P_{bat} \quad (3.7)$$

donde las variables de entrada son  $P_{ice}$  y  $P_{bat}$ .

Se propone la función de costo siguiente:

$$\min_{P_{ice}, P_{bat}} J = \sum_{k=1}^{Np} R \left\| \begin{array}{c} m_f - m_{fref} \\ S_{oC} - S_{oCref} \\ P_{hev} - P_{dem} \end{array} \right\|^2 + \sum_{k=1}^{Nu} Q \left\| \begin{array}{c} P_{ice} \\ P_{bat} \end{array} \right\|^2 \quad (3.8)$$

Esta función de costo minimiza el consumo de combustible por medio de la diferencia  $m_f - m_{fref}$ . Se propone controlar la desviación del estado de carga alrededor de una referencia de estado de carga  $S_{oC} - S_{oCref}$ . También se minimiza la diferencia entre la potencia demandada y la potencia total entregada por vehículo  $P_{hev} - P_{dem}$ .

La función de costo (3.8) está sujeta a las restricciones siguientes:

$$P_{bat\_mín} < P_{bat} < P_{bat\_máx} \quad (3.9)$$

$$S_{oC\_mín} < S_{oC} < S_{oC\_máx} \quad (3.10)$$

La restricción (3.9) limita la potencia que puede entregar o recibir el sistema de baterías, la restricción (3.10) mantiene el estado de carga de las baterías dentro de un rango de operación que evita el daño del sistema de baterías. Se agrega una restricción para  $P_{ice}$ :

$$0 < P_{ice} \leq P_{ice\_H} \quad (3.11)$$

donde:

$$P_{ice\_H} = \begin{cases} P_{ice\_m\acute{a}x} & \text{si } P_{dem} > 0 \\ 0 & \text{si } P_{dem} \leq 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

debido a que la potencia en el motor diésel solo puede ir en una dirección y no puede ser negativa, además, cuando el vehículo está frenando, la máquina eléctrica debe operar. Cuando el vehículo está siendo impulsado por los motores se permite que las restricciones superiores para el motor diésel sean sus límites máximos de potencia. Las matrices de peso  $R$  y  $Q$  se pueden ajustar de manera que se obtenga un buen rendimiento del reparto de potencia, dando prioridad a reducir la operación del motor diésel. Para resolver el problema de optimización planteado se usa CPG y programación cuadrática.

A continuación se muestra un ejemplo de la ley de control propuesta. En este ejemplo se toma  $N_p = 4$  y  $N_u = 2$  para mostrar de manera clara la forma de obtener el controlador basado en CPG, aunque en la estrategia propuesta  $N_p$  debe tener una magnitud mayor para optimizar el reparto de potencia en un horizonte de predicción de tamaño significativo.

Redefiniendo:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & Y_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} m_f & SoC & P_{total} \end{bmatrix}^T$$

$$U = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} P_{ice} & P_{bat} \end{bmatrix}^T$$

y sabiendo que el vector de referencia es:

$$W_{ref} = \begin{bmatrix} m_{f\text{ m}\acute{i}n} & SoC_{ref} & P_{ref} \end{bmatrix}^T$$

A partir del sistema (3.5)-(3.7) se obtienen las matrices del sistema siguientes

$$A(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 - z^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 - z^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix} B_{11} & 0 \\ 0 & B_{22} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

con

$$B_{11} = 1,55 \times 10^{-8} + 1,55 \times 10^{-8} z^{-1}$$

$$B_{22} = -1,111 \times 10^{-8} - 1,111 \times 10^{-8} z^{-1}$$

La solución de la ecuación Diofantina (1.3) conduce a las siguientes matrices

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad E_3 = \begin{bmatrix} E_{311} & 0 & 0 \\ 0 & E_{322} & 0 \\ 0 & 0 & E_{333} \end{bmatrix}$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} E_{211} & 0 & 0 \\ 0 & E_{222} & 0 \\ 0 & 0 & E_{233} \end{bmatrix} \quad E_4 = \begin{bmatrix} E_{411} & 0 & 0 \\ 0 & E_{422} & 0 \\ 0 & 0 & E_{433} \end{bmatrix}$$

con:

$$E_{211} = 1 + 2z^{-1}$$

$$E_{222} = 1 + 2z^{-1}$$

$$E_{233} = 1 + z^{-1}$$

$$E_{311} = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2}$$

$$E_{322} = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2}$$

$$E_{333} = 1 + z^{-1} + z^{-2}$$

$$E_{411} = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3}$$

$$E_{422} = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3}$$

$$E_{433} = 1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}$$

y

$$F_1 = \begin{bmatrix} 2 - 1z^{-1} \\ 2 - 1z^{-1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad F_2 = \begin{bmatrix} 3 - 2z^{-1} \\ 3 - 2z^{-1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} 4 - 3z^{-1} \\ 4 - 3z^{-1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad F_4 = \begin{bmatrix} 5 - 4z^{-1} \\ 5 - 4z^{-1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

De donde se obtiene la matriz  $G$ :

$$G = \begin{bmatrix} G_1 & 0 \\ G_2 & G_1 \\ G_3 & G_2 \\ G_4 & G_3 \end{bmatrix}$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} 1.55 \times 10^{-8} & 0 \\ 0 & -1.111 \times 10^{-8} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad G_3 = \begin{bmatrix} 7.75 \times 10^{-8} & 0 \\ 0 & -5.555 \times 10^{-8} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} 4.65 \times 10^{-8} & 0 \\ 0 & -3.333 \times 10^{-8} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad G_4 = \begin{bmatrix} 1.085 \times 10^{-7} & 0 \\ 0 & -7.777 \times 10^{-8} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

y los términos de la respuesta libre  $f$  dados por:

$$\begin{bmatrix} 2Y_1 - Y_{11} + 1.55 \times 10^{-8}U_{11} - 1.55 \times 10^{-8}U_{12} \\ 2Y_2 - Y_{21} - 1.111 \times 10^{-8}U_{21} + 1.111 \times 10^{-8}U_{22} \\ Y_3 \\ 3Y_1 - 2Y_{11} + 3.1 \times 10^{-8}U_{11} - 3.1 \times 10^{-8}U_{12} \\ 3Y_2 - 2Y_{21} - 2.222 \times 10^{-8}U_{21} + 2.222 \times 10^{-8}U_{22} \\ Y_3 \\ 4Y_1 - 3Y_{11} + 4.65 \times 10^{-8}U_{11} - 4.65 \times 10^{-8}U_{12} \\ 4Y_2 - 3Y_{21} - 3.333 \times 10^{-8}U_{21} + 3.333 \times 10^{-8}U_{22} \\ Y_3 \\ 5Y_1 - 4Y_{11} + 6.2 \times 10^{-8}U_{11} - 6.2 \times 10^{-8}U_{12} \\ 5Y_2 - 4Y_{21} - 4.444 \times 10^{-8}U_{21} + 4.444 \times 10^{-8}U_{22} \\ Y_3 \end{bmatrix}$$

Entonces se puede formular el problema de programación cuadrática siguiente

$$\min_u J = \frac{1}{2}u^T H u + b^T u$$

sujeto a:

$$R_s u \leq c \quad (3.13)$$

donde

$$H = 2(G^T \bar{R}G + \bar{Q}) \quad (3.14)$$

$$b = 2(f - W_{ref})^T \bar{R}G \quad (3.15)$$

y

$$R_s = \begin{bmatrix} -G_{12 \times 4} \\ G_{12 \times 4} \\ -I_{4 \times 4} \\ I_{4 \times 4} \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} (f - \underline{Y})_{12 \times 1} \\ (\bar{Y} - f)_{12 \times 1} \\ - \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} \\ I_{2 \times 2} \end{bmatrix} \underline{U}_{2 \times 1} \\ \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} \\ I_{2 \times 2} \end{bmatrix} \bar{U}_{2 \times 1} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

donde  $\underline{Y}$  y  $\underline{U}$  son los límites inferiores para la salida y la entrada,  $\bar{Y}$  y  $\bar{U}$  son los límites superiores para las señales de salida y entrada y  $W_{ref}$  es el vector de referencia.

## 3.2. Control del motor de combustión interna turbocargado

### 3.2.1. Linealización exacta

La linealización exacta requiere el vector de estado  $x$  y un vector  $p$  con el fin de transformar un sistema no lineal MIMO con  $(x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, p \in \mathbb{R}^q)$  de la forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, p) + G(x, p)u(t) \\ 0 &= f(x_e, p) \quad \forall p \in \mathbb{R}^q \end{aligned} \quad (3.17)$$

en un sistema lineal controlable  $(z \in \mathbb{R}^n, v = \mathbb{R}^m)$

$$\dot{z} = Az + Bv \quad (3.18)$$

por medio de una ley de control por realimentación no lineal

$$u = \alpha(x, p) + \beta(x, p)v, \quad \alpha(x_e, p) = 0 \quad (3.19)$$

donde  $\beta(x, p)$  es una matriz no singular de orden  $m \times m$ ,  $\forall p \in \mathbb{R}^q$  y donde se considera un cambio de coordenadas:

$$z = \phi(x, p), \quad \phi(x_e, p) = 0, \quad \forall p \in \mathbb{R}^q \quad (3.20)$$

por lo que es posible aplicar técnicas de control lineal en el sistema en las nuevas coordenadas.

### 3.2.2. Fomulación del controlador para el MCI por Linealización

Para diseñar un controlador para el motor diesel utilizando linealización exacta se aumenta el orden del sistema (2.30) con el fin de obtener tres pares entrada-salida con grado relativo dos. Esto se logra definiendo nuevas variables de estado  $\dot{u}_1 = w_1$  y  $\dot{u}_3 = w_3$ , (ver Fig. 3.2) lo que resulta en el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{ice} &= k_1 \frac{u_1}{\omega_{ice}} + k_2 \frac{p_1^2 \omega_{ice}}{u_1} + k_3 p_1 - k_4 \tau_{ice} \\ \dot{u}_1 &= w_1 \\ \dot{p}_1 &= k_5 (W_c + u_2 - k_e \omega_{ice} p_1) \\ \dot{p}_2 &= k_6 (k_e \omega_{ice} p_1 + u_1 - u_2 - u_3) \\ \dot{P}_c &= \frac{1}{\tau} \left( -P_c + \eta_m k_t \left( 1 - p_2^{-\mu} \right) u_3 \right) \\ \dot{u}_3 &= w_3 \end{aligned} \quad (3.21)$$

El sistema (3.21) se puede representar como:

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x)w_1 + g_2(x)u_2 + g_3(x)w_3 \quad (3.22)$$

La derivada de Lie para la salida  $\phi(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  a lo largo de un campo vectorial  $f(x) =$

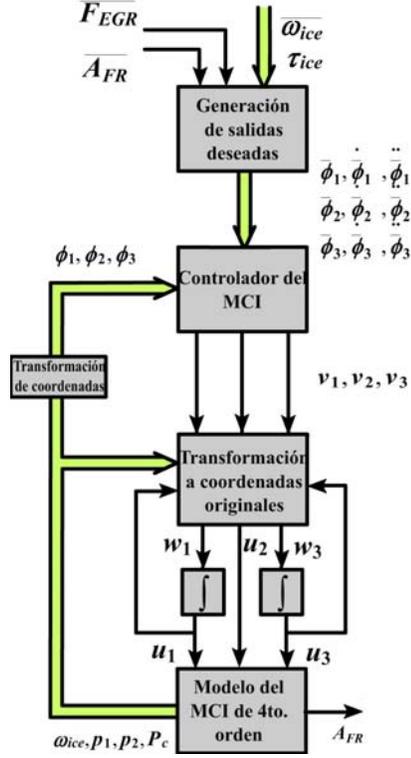


Figura 3.2: Control del motor diésel por linealización exacta

$(f_1(x), \dots, f_n(x))$  es:

$$L_f \phi = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi}{\partial x_i} f_i(x) \quad (3.23)$$

La derivada de Lie puede definirse de manera iterativa como  $L_f^i \phi = L_f(L_f^{(i-1)} \phi)$ . Para obtener los tres pares entrada-salida se proponen las salidas como sigue:

$$\phi_1(x) = \omega_{ice} \quad (3.24)$$

$$\phi_2(x) = p_1 + \frac{k_5}{k_6} p_2 \quad (3.25)$$

$$\phi_3(x) = P_c \quad (3.26)$$

y se propone la siguiente transformación de coordenadas

$$z_1 = \phi_1(x) = \omega_{ice} \quad (3.27)$$

$$z_2 = L_f \phi_1(x) = k_1 \frac{u_1}{\omega_{ice}} + k_2 \frac{p_1^2 \omega_{ice}}{u_1} + k_3 p_1 - k_4 \tau_m \quad (3.28)$$

$$z_3 = \phi_2(x) = p_1 + \frac{k_5}{k_6} p_2 \quad (3.29)$$

$$z_4 = L_f \phi_2(x) = k_5 k_c \frac{P_c}{p_1^\mu - 1} + k_5 u_1 - k_5 u_3 \quad (3.30)$$

$$z_5 = \phi_3(x) = P_c \quad (3.31)$$

$$z_6 = L_f \phi_3(x) = \frac{1}{\tau} \left( -P_c + \eta_m k_t \left( 1 - p_2^{-\mu} \right) u_3 \right) \quad (3.32)$$

la cual es una transformación válida para:

$$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^6 : \omega_{ice} > 0, p_1 > 1, p_2 > 1, P_c > 0\} \quad (3.33)$$

La dinámica del sistema en las nuevas coordenadas y con parámetros nominales es

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad (3.34)$$

$$\dot{z}_2 = L_f^2 \phi_1 + L_{g1} L_f \phi_1 w_1 + L_{g2} L_f \phi_1 u_2 + L_{g3} L_f \phi_1 w_3 \quad (3.35)$$

$$\dot{z}_3 = z_4 \quad (3.36)$$

$$\dot{z}_4 = L_f^2 \phi_2 + L_{g1} L_f \phi_2 w_1 + L_{g2} L_f \phi_2 u_2 + L_{g3} L_f \phi_2 w_3 \quad (3.37)$$

$$\dot{z}_5 = z_6 \quad (3.38)$$

$$\dot{z}_6 = L_f^2 \phi_3 + L_{g1} L_f \phi_3 w_1 + L_{g2} L_f \phi_3 u_2 + L_{g3} L_f \phi_3 w_3 \quad (3.39)$$

que se puede expresar como

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_3 \\ \ddot{z}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^2 \phi_1 \\ L_f^2 \phi_2 \\ L_f^2 \phi_3 \end{bmatrix} + \delta(x) \begin{bmatrix} w_1 \\ u_2 \\ w_3 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

donde la matriz  $\delta(x)$  está dada por

$$\delta(x) = \begin{bmatrix} L_{g1}L_f\phi_1 & L_{g2}L_f\phi_1 & L_{g3}L_f\phi_1 \\ L_{g1}L_f\phi_2 & L_{g2}L_f\phi_2 & L_{g3}L_f\phi_2 \\ L_{g1}L_f\phi_3 & L_{g2}L_f\phi_3 & L_{g3}L_f\phi_3 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

con

$$\begin{aligned} L_{g1}L_f\phi_1 &= \frac{k_1u_1^2 - \omega_{ice}^2\alpha_2p_1^2}{\omega_{ice}u_1^2} \\ L_{g2}L_f\phi_1 &= \frac{k_5k_3u_1 + 2k_5k_2\omega_{ice}p_1}{u_1} \\ L_{g3}L_f\phi_1 &= 0 \\ L_{g1}L_f\phi_2 &= k_5 \\ L_{g2}L_f\phi_2 &= -p_1^{\mu-1} \frac{P_c\mu k_5^2 k_c}{(p_1^\mu - 1)^2} \\ \\ L_{g3}L_f\phi_2 &= -k_5 \\ L_{g1}L_f\phi_3 &= 0 \\ L_{g2}L_f\phi_3 &= -\frac{\mu k_t k_6 \eta_m}{\tau p_2^{\mu+1}} u_3 \\ L_{g3}L_f\phi_3 &= -\frac{\eta_m k_t}{\tau} \left( \frac{1}{p_2^\mu} - 1 \right) \end{aligned} \quad (3.42)$$

y:

$$\begin{aligned}
L_f^2 \phi_1 &= \left( \frac{k_5 k_3 u_1 + 2k_5 \alpha_2 \omega_{ice} p_1}{u_1} \right) \left( \frac{k_c P_c}{p_1^\mu - 1} - k_e \omega_{ice} p_1 \right) + \\
&\quad \left( \frac{k_2 p_1^2}{u_1} - \frac{k_1 u_1}{\omega_{ice}^2} \right) \left( \frac{k_1 u_1}{\omega_{ice}} + \frac{k_2 p_1^2 \omega_{ice}}{u_1} + k_3 p_1 - k_4 \tau_{ice} \right) \\
L_f^2 \phi_2 &= -p_1^{\mu-1} P_c \frac{\mu k_5^2 k_c}{(p_1^\mu - 1)^2} \left( k_c \frac{P_c}{p_1^\mu - 1} - k_e \omega_{ice} p_1 \right) \\
&\quad + \frac{k_5 k_c}{\tau (p_1^\mu - 1)} \left( -P_c + \eta_m k_t (1 - p_2^{-\mu}) u_3 \right) \\
L_f^2 \phi_3 &= \frac{\mu k_t k_6 \eta_m}{\tau p_2^{\mu+1}} u_3 (k_e \omega_{ice} p_1 + u_1 - u_3) \\
&\quad - \frac{1}{\tau^2} \left( -P_c + \eta_m k_t (1 - p_2^{-\mu}) u_3 \right)
\end{aligned} \tag{3.43}$$

Entonces el sistema se puede representar como:

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \delta^{-1}(x) \left[ \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} L_f^2 \phi_1 \\ L_f^2 \phi_2 \\ L_f^2 \phi_3 \end{pmatrix} \right] \tag{3.44}$$

donde el nuevo vector de entradas es  $\mathbf{v} = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T$  y el sistema que resulta es:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= z_2; \quad \dot{z}_2 = v_1 \\
\dot{z}_3 &= z_4; \quad \dot{z}_4 = v_2 \\
\dot{z}_5 &= z_6; \quad \dot{z}_6 = v_3
\end{aligned} \tag{3.45}$$

las señales de control para el nuevo sistema (3.45) pueden diseñarse como:

$$\begin{aligned}
v_1 &= k_{11} (\phi_1 - \bar{\phi}_1) + k_{12} \left( \dot{\phi}_1 - \dot{\bar{\phi}}_1 \right) + \ddot{\bar{\phi}}_1 \\
v_2 &= k_{21} (\phi_2 - \bar{\phi}_2) + k_{22} \left( \dot{\phi}_2 - \dot{\bar{\phi}}_2 \right) + \ddot{\bar{\phi}}_2 \\
v_3 &= k_{31} (\phi_3 - \bar{\phi}_3) + k_{32} \left( \dot{\phi}_3 - \dot{\bar{\phi}}_3 \right) + \ddot{\bar{\phi}}_3
\end{aligned} \tag{3.46}$$

con constantes  $k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22}, k_{31}, k_{32}$ , diseñadas para hacer que la dinámica de error sea asintóticamente estable en  $\phi_i - \bar{\phi}_i = 0$ ,  $i = 1, 2, 3$  y donde  $\bar{\phi}_i$  representa la referencia de las salidas.

### 3.2.3. Cálculo de las señales de referencia para el MCI

Una vez conocida la distribución de  $\omega_{ice}$  y de  $\tau_{ice}$  obtenida en el proceso de partición de potencia se requiere controlar  $A_{FR}$  y  $\omega_{ice}$ . Es necesario calcular referencias  $\bar{p}_1$ ,  $\bar{p}_2$  y  $\bar{P}_c$  para obtener el comportamiento deseado de  $\overline{A_{FR}}$  y de la fracción de gases de escape recirculados  $\overline{F_{egr}}$ . Para generar estas referencias se utilizan los puntos de equilibrio del motor con turbocompresor. Dado el sistema (2.30), al igualar a cero las derivadas temporales se obtiene:

$$0 = k_1 \frac{\bar{u}_1}{\bar{\omega}_{ice}} + k_2 \frac{\bar{p}_1^2 \bar{\omega}_{ice}}{\bar{u}_1} + k_3 \bar{p}_1 - k_4 \tau_{ice} \quad (3.47)$$

$$0 = k_5 (\overline{W}_c + \bar{u}_2 - k_e \bar{\omega}_{ice} \bar{p}_1) \quad (3.48)$$

$$0 = k_6 (k_e \bar{\omega}_{ice} \bar{p}_1 + \bar{u}_1 - \bar{u}_2 - \bar{u}_3) \quad (3.49)$$

$$0 = \frac{1}{\tau} \left( -\bar{P}_c + \eta_m k_t \left( 1 - \bar{p}_2^{-\mu} \right) \bar{u}_3 \right) \quad (3.50)$$

$$\overline{W}_c = k_c \frac{\bar{P}_c}{\bar{p}_1^\mu - 1} \quad (3.51)$$

de (3.48) se tiene:

$$\begin{aligned} \overline{W}_c + \bar{u}_2 - k_e \bar{\omega}_{ice} \bar{p}_1 &= 0 \\ \bar{p}_1 &= \frac{\overline{W}_c + \bar{u}_2}{k_e \bar{\omega}_{ice}} \end{aligned} \quad (3.52)$$

a partir de (3.50):

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{\tau} \left( -\bar{P}_c + \eta_m k_t \left( 1 - \bar{p}_2^{-\mu} \right) \bar{u}_3 \right) \\ \bar{P}_c &= \eta_m k_t \left( 1 - \bar{p}_2^{-\mu} \right) \bar{u}_3 \\ \bar{p}_2^{-\mu} &= 1 - \frac{\bar{P}_c}{\eta_m k_t \bar{u}_3} \end{aligned} \quad (3.53)$$

se sabe que:

$$\bar{W}_c = k_c \frac{\bar{P}_c}{\bar{p}_1^\mu - 1} \quad (3.54)$$

entonces:

$$\bar{P}_c = \frac{\bar{W}_c (\bar{p}_1^\mu - 1)}{k_c} \quad (3.55)$$

sustituyendo (3.55) en (3.53):

$$\bar{p}_2 = \left( 1 - \frac{\bar{W}_c (\bar{p}_1^\mu - 1)}{k_c \eta_m k_t \bar{u}_3} \right)^{-\frac{1}{\mu}} \quad (3.56)$$

sustituyendo (3.52) en (3.56)

$$\bar{p}_2 = \left( 1 - \frac{\bar{W}_c}{k_c \eta_m k_t \bar{u}_3} \left( \left( \frac{\bar{W}_c + \bar{u}_2}{k_e \bar{\omega}_{ice}} \right)^\mu - 1 \right) \right)^{-\frac{1}{\mu}} \quad (3.57)$$

de (3.52) en (3.47)

$$\begin{aligned} 0 &= k_1 \frac{\bar{u}_1}{\bar{\omega}_{ice}} + k_2 \frac{\left( \frac{\bar{W}_c + \bar{u}_2}{k_e \bar{\omega}_{ice}} \right)^2 \bar{\omega}_{ice}}{\bar{u}_1} + k_3 \frac{\bar{W}_c + \bar{u}_2}{k_e \bar{\omega}_{ice}} - k_4 \tau_{ice} \\ 0 &= k_1 \frac{\bar{u}_1}{\bar{\omega}_{ice}} + k_2 \frac{(\bar{W}_c + \bar{u}_2)^2}{k_e^2 \bar{\omega}_{ice} \bar{u}_1} + k_3 \frac{\bar{W}_c + \bar{u}_2}{k_e \bar{\omega}_{ice}} - k_4 \tau_{ice} \end{aligned} \quad (3.58)$$

despejando  $\bar{\omega}_{ice}$

$$\bar{\omega}_{ice} = \frac{1}{k_4 \tau_{ice}} \left[ k_1 \bar{u}_1 + k_2 \frac{(\bar{W}_c + \bar{u}_2)^2}{k_e^2 \bar{u}_1} + k_3 \frac{\bar{W}_c + \bar{u}_2}{k_e} \right] \quad (3.59)$$

sustituyendo (3.59) en (3.57)

$$\bar{p}_2 = \left( 1 - \frac{\bar{W}_c}{k_c \eta_m k_t \bar{u}_3} \left( \left( \frac{(\bar{W}_c + \bar{u}_2) (k_4 \tau_{ice} k_e \bar{u}_1)}{(k_e \bar{u}_1) (k_1 \bar{u}_1 k_e + k_3 (\bar{W}_c + \bar{u}_2)) + k_2 (\bar{W}_c + \bar{u}_2)^2} \right)^\mu - 1 \right) \right)^{-\frac{1}{\mu}} \quad (3.60)$$

sustituyendo (3.60) en (3.50) se llega a:

$$\bar{P}_c = \frac{\bar{W}_c}{k_c} \left( \left( \frac{(\bar{W}_c + \bar{u}_2) (k_4 \tau_{ice} k_e \bar{u}_1)}{(k_e \bar{u}_1) (k_1 \bar{u}_1 k_e + k_3 (\bar{W}_c + \bar{u}_2)) + k_2 (\bar{W}_c + \bar{u}_2)^2} \right)^\mu - 1 \right)$$

Sustituyendo (3.59) en (3.52):

$$\bar{p}_1 = \frac{(\bar{W}_c + \bar{u}_2) (\alpha_4 \tau_{ice} k_e \bar{u}_1)}{(k_e \bar{u}_1) (k_e k_1 \bar{u}_1 + k_3 (\bar{W}_c + \bar{u}_2)) + (\bar{W}_c + \bar{u}_2)^2} \quad (3.61)$$

Los puntos de operación resultan:

$$\bar{\omega}_{ice} = \frac{k_1 \bar{u}_1}{k_4 \bar{\tau}_{ice}} + \frac{k_2 (\bar{W}_c + \bar{u}_2)^2}{k_4 \tau_{ice} k_e^2 \bar{u}_1} + \frac{k_3 \bar{W}_c + \bar{u}_2}{k_4 \tau_{ice} k_e} \quad (3.62)$$

$$\bar{p}_1 = \frac{(\bar{W}_c + \bar{u}_2) (k_4 \tau_{ice} k_e \bar{u}_1)}{k_e^2 k_1 \bar{u}_1^2 + k_e \bar{u}_1 k_3 (\bar{W}_c + \bar{u}_2) + (\bar{W}_c + \bar{u}_2)^2} \quad (3.63)$$

$$\bar{p}_2 = \left( 1 - \frac{\bar{W}_c}{k_c \eta_m k_t \bar{u}_3} \left( \left( \frac{(\bar{W}_c + \bar{u}_2) (k_4 \tau_{ice} k_e \bar{u}_1)}{(k_e \bar{u}_1) (k_1 \bar{u}_1 k_e + k_3 (\bar{W}_c + \bar{u}_2)) + k_2 (\bar{W}_c + \bar{u}_2)^2} \right)^\mu - 1 \right) \right)^{-\frac{1}{\mu}} \quad (3.64)$$

$$\bar{P}_c = \frac{\bar{W}_c}{k_c} \left( \left( \frac{(\bar{W}_c + \bar{u}_2) (k_4 \tau_{ice} k_e \bar{u}_1)}{k_1 \bar{u}_1^2 k_e^2 + k_3 k_e \bar{u}_1 (\bar{W}_c + \bar{u}_2) + k_2 (\bar{W}_c + \bar{u}_2)^2} \right)^\mu - 1 \right) \quad (3.65)$$

Para obtener el flujo  $\bar{W}_c$  de aire deseado, dada una relación aire combustible deseada  $\bar{A}_{FR}$  y una fracción deseada de gases recirculados al múltiple de admisión  $\bar{F}_{egr}$ , en (Jankovic et al., 2000) se utiliza la expresión dada por

$$\begin{aligned} \bar{W}_c = & \frac{\bar{u}_1}{2} (\bar{A}_{FR} (1 - \bar{F}_{egr}) + 15,6 \bar{F}_{egr} - 1) \\ & + ((\bar{A}_{FR} (1 - \bar{F}_{egr}) + 15,6 \bar{F}_{egr} - 1)^2 + 4 (1 - \bar{F}_{egr}) \bar{A}_{FR})^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3.66)$$

que se obtiene a partir de la ecuación dinámica que define el comportamiento en estado permanente de  $\bar{F}_{egr}$ . El flujo deseado de gases de escape recirculados al múltiple de admisión  $\bar{u}_2$  está dado en términos de la fracción  $\bar{F}_{egr}$  como:

$$\bar{u}_2 = \frac{\bar{F}_{egr}}{1 - \bar{F}_{egr}} \bar{W}_c \quad (3.67)$$

el flujo deseado de gases a través de la turbina es:

$$\bar{u}_3 = \bar{W}_c + \bar{u}_1 \quad (3.68)$$

haciendo:

$$\frac{\overline{F}_{egr}}{1 - \overline{F}_{egr}} = FE$$

entonces:

$$\bar{u}_2 = (FE) \overline{W}_c \quad (3.69)$$

además si:

$$W_E = \frac{1}{2}(\overline{A}_{FR} (1 - \overline{F}_{egr}) + 15,6\overline{F}_{egr} - 1) + ((\overline{A}_{FR} (1 - \overline{F}_{egr}) + 15,6\overline{F}_{egr} - 1)^2 + 4(1 - \overline{F}_{egr}) \overline{A}_{FR})^{\frac{1}{2}}$$

entonces:

$$\overline{W}_c = \bar{u}_1 W_E \quad (3.70)$$

sustituyendo (3.69) en (3.62):

$$\bar{\omega}_{ice} = \frac{k_1}{k_4} \frac{\bar{u}_1}{\tau_{ice}} + \frac{k_2}{k_4} \frac{((1 + FE) \overline{W}_c)^2}{\tau_{ice} k_e^2 \bar{u}_1} + \frac{k_3}{k_4} \frac{(1 + FE) \overline{W}_c}{\tau_{ice} k_e} \quad (3.71)$$

después sustituyendo (3.70) en (3.71) se obtiene:

$$\bar{\omega}_{ice} = \frac{k_1}{k_4} \frac{\bar{u}_1}{\tau_{ice}} + \frac{k_2}{k_4} \frac{((1 + FE) \bar{u}_1 W_E)^2}{\tau_{ice} k_e^2 \bar{u}_1} + \frac{k_3}{k_4} \frac{(1 + FE) \bar{u}_1 W_E}{\tau_{ice} k_e} \quad (3.72)$$

de donde es posible despejar el valor del flujo de combustible deseado dada una velocidad y par de carga pedidos al motor de combustión interna y con requerimientos pedidos como relación aire combustible deseada y fracción de gases de escape recirculados:

$$\bar{u}_1 = \bar{\omega}_{ice} \left( \frac{k_1}{k_4} \frac{1}{\tau_{ice}} + \frac{k_2}{k_4} \frac{((1 + FE) W_E)^2}{\tau_{ice} k_e^2} + \frac{k_3}{k_4} \frac{(1 + FE) W_E}{\tau_{ice} k_e} \right)^{-1} \quad (3.73)$$

La Ec. (3.73) se utiliza para obtener el flujo de combustible deseado en función de  $\bar{\omega}_{ice}$  y  $\tau_{ice}$  en el MCI calculados a partir de la estrategia de reparto de potencia. A su vez estos valores se usan para determinar los valores de las referencias de  $\bar{p}_1$ ,  $\bar{p}_2$ , y  $\bar{P}_c$  dados por los puntos de equilibrio (3.62)-(3.65).

### 3.3. Control del motor de inducción

El control de la máquina de inducción usado en este trabajo fue desarrollado en (Marino et al., 1992) por medio de linealización entrada-salida. El sistema (2.37) tiene la estructura

$$\dot{x} = f(x) + u_{sa}g_a + u_{sb}g_b \quad (3.74)$$

y las salidas se eligen como:

$$\phi_4(x) = \omega_{em} \quad (3.75)$$

$$\phi_5(x) = \psi_{sa}^2 + \psi_{sb}^2 \quad (3.76)$$

$$\phi_6(x) = \arctan\left(\frac{\psi_{sb}}{\psi_{sa}}\right) \quad (3.77)$$

La linealización entrada-salida es válida para  $\Omega_{em} = (x \in \mathfrak{R}^5 : \psi_a^2 + \psi_b^2 \neq 0)$ , y está dada por:

$$\begin{pmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \end{pmatrix} = D^{-1}(x) \left[ \begin{pmatrix} -L_f^2 \phi_4 \\ -L_f^2 \phi_5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_a \\ v_b \end{pmatrix} \right] \quad (3.78)$$

donde

$$D(x) = \begin{bmatrix} L_{g_a} L_f \phi_4 & L_{g_b} L_f \phi_4 \\ L_{g_a} L_f \phi_5 & L_{g_b} L_f \phi_5 \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

con  $v = (v_a, v_b)^T$  como nuevo vector de entrada. Las señales de control se obtienen del mismo modo que en el control del motor diésel como:

$$v_a = k_{41} (\phi_4 - \bar{\phi}_4) + k_{42} \left( \dot{\phi}_4 - \dot{\bar{\phi}}_4 \right) + \ddot{\bar{\phi}}_4 \quad (3.80)$$

$$v_b = k_{51} (\phi_5 - \bar{\phi}_5) + k_{52} \left( \dot{\phi}_5 - \dot{\bar{\phi}}_5 \right) + \ddot{\bar{\phi}}_5 \quad (3.81)$$

donde  $\bar{\phi}_4 = \omega_{em}$  se obtiene del primer nivel de control y  $\bar{\phi}_5$  es tomado de los parámetros nominales de la máquina de inducción. El resto de la dinámica del motor de inducción estable y el sistema (2.37) es linealizable entrada-salida.

### 3.4. CPG bajo esquema de Ganancias Programadas

Dado el modelo (2.12)-(2.13) se puede obtener el modelo linealizado alrededor de los puntos de operación  $(\omega_{iceE}, p_{1E}, u_{1E})_i$  como:

$$\dot{x} = A_i x + B_i u + T \tau_{ice} \quad (3.82)$$

donde

$$A_i = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\omega_{iceE}^2 u_1} (k_1 u_1^2 - \omega_{iceE}^2 k_2 p_{1E}^2) & \frac{1}{u_1} (k_3 u_1 + 2\omega_{iceE} k_2 p_{1E}) \\ -k_5 p_{1E} k_e & -\omega_{iceE} k_5 k_e \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_{iceE} u_1} (k_1 u_1^2 - \omega_{iceE}^2 k) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

$$T = \begin{bmatrix} -k_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

donde se particionó el espacio de estado en  $i$  intervalos dependiendo de la velocidad de operación dada por el ciclo de manejo. Para elegir los puntos de operación se procede como sigue. Se toma como referencia un ciclo de manejo, a través de la relación de engranes se relaciona la velocidad longitudinal del vehículo con la velocidad angular del MCI. Utilizando las ecuaciones de operación en un punto de equilibrio

$$0 = k_1 \frac{u_1}{\omega_{iceE}} + k_2 \frac{p_{1E}^2 \omega_{iceE}}{u_1} + k_3 p_{1E} - k_4 \tau_{ice} \quad (3.86)$$

$$0 = k_5 \dot{m}_{ai} - k_5 k_e \omega_{iceE} p_{1E} \quad (3.87)$$

se puede obtener una relación de velocidad  $\omega_{iceE}$  con flujo de combustible  $u_1$ :

$$\omega_{iceE} = \left( \frac{k_1 u_1}{k_4 \tau_{ice}} + \frac{k_2 (k_5 \dot{m}_{ai})^2}{k_4 \tau_{ice} (k_5 k_e)^2 u_{1E}} + \frac{k_3 k_5 \dot{m}_{ai}}{k_4 k_5 k_e \tau_{ice}} \right) \quad (3.88)$$

Entonces es posible obtener el valor de  $u_{1E}$  y de  $p_{1E}$  en diferentes velocidades. El proceso se repitió de tal forma que se obtuvieron 15 puntos de operación para todo el rango de

velocidad del ciclo de manejo para linealizar el modelo (2.12)-(2.13) alrededor de estos puntos. Se eligieron sólo 15 puntos debido que se observó de manera heurística que con esta cantidad de puntos era suficiente para obtener un comportamiento aceptable del seguimiento de velocidad del MCI. Entonces se define una función de transferencia para cada intervalo de operación determinado por la velocidad del ciclo de manejo. Para cada función de transferencia se define un controlador basado en CPG utilizando el método ya descrito y conmutando en función de  $\omega_{ice}$  a lo largo del ciclo de manejo utilizado. En el esquema de control propuesto se puede visualizar la propiedad de estabilidad a partir del sistema en lazo cerrado. Se definen las fronteras  $x_i \in X$  con  $i = 1, 2, \dots, 16$  de la partición del espacio de estado  $X \in \mathbb{R}^2$ . En cada partición se tomaron puntos de linealización  $x_l = (\omega_{icel}, p_{1l}, u_{1l})$ , con  $l = 1, 2, \dots, i - 1$  y  $x_i < x_l < x_{i+1}$ . Los polinomios  $A_i$ ,  $B_i$  y  $C_i$  son parte del modelo calculado por linealización en los puntos  $x_i$ , los polinomios  $S_{l,l+1}$  y  $R_{l,l+1}$  son calculados a partir de la acción de control  $\Delta u_{1l,l+1}(t)$  obtenida para los puntos de linealización  $x_{l,l+1}$ . En los puntos  $x_i$  se asume un traslape de las regiones de atracción correspondientes a la operación de los sistemas en lazo cerrado obtenidos a partir de la linealización en los puntos  $x_{l,l+1}$  por lo que la transición de una partición a otra se realiza sin pérdida de estabilidad. Lo anterior se puede comprobar mostrando que el sistema en lazo cerrado con la acción de control  $\Delta u_{1l,l+1}(t)$  aplicada en el modelo obtenido por linealización en  $x_i$  es asintóticamente estable. La acción de control calculada con CPG como  $\Delta u_{1l,l+1} = \left( G_{l,l+1}^T \bar{R} G_{l,l+1} + \bar{Q} \right)^{-1} G_{l,l+1}^T \bar{R} (W - f_{l,l+1})$  para cada punto  $x_l$  y  $x_{l+1}$  puede escribirse como:

$$\Delta u_{1l,l+1}(t) = \frac{C}{R_{l,l+1}} w(t) - \frac{S_{l,l+1}}{R_{l,l+1}} y(t) \quad (3.89)$$

Que al ser reemplazada en la ecuación del modelo CARIMA obtenido a partir de la linealización en los puntos  $x_i$ :

$$A_i(z^{-1})y(t) = B_i(z^{-1})u(t-1) + C_i(z^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad (3.90)$$

conduce a la expresión en lazo cerrado:

$$y(t) = \frac{B_i C_i z^{-1}}{R_{l,l+1} A_i \Delta + B_i S_{l,l+1} z^{-1}} w(t) + \frac{C_i R_{l,l+1}}{R_{l,l+1} A_i \Delta + B_i S_{l,l+1} z^{-1}} e(t) \quad (3.91)$$

donde los polinomios  $R_{l,l+1}$ ,  $S_{l,l+1}$  se calculan por medio del proceso presentado en el Capítulo 1 como:

$$R_{l,l+1}(z^{-1}) = \frac{C_{l,l+1}(z^{-1}) + z^{-1} \sum_{n=N_1}^{N_2} (k_{l,l+1})_n (G_{pl,l+1})_n}{\sum_{n=N_1}^{N_2} k_n} \quad (3.92)$$

$$S_{l,l+1}(z^{-1}) = \frac{\sum_{n=N_1}^{N_2} (k_{l,l+1})_n (F_{l,l+1})_n}{\sum_{n=N_1}^{N_2} (k_{l,l+1})_n} \quad (3.93)$$

y donde el polinomio característico es:

$$R_{l,l+1} A_i \Delta + B_i S_{l,l+1} z^{-1} = 0 \quad (3.94)$$

para comprobar entonces el traslape de regiones de atracción basta comprobar que  $|z| < 1$  en la ecuación (3.94), lo cual se realiza de manera computacional.

### 3.5. CPG aplicado al sistema con linealización exacta

Los esquemas de control de motor-turbocompresor y el motor eléctrico de inducción presentados en las secciones anteriores se probaron bajo un esquema de CPG, con lo que se agregó un criterio de optimalidad y el manejo de restricciones a las ventajas de dichos controladores. Este esquema se simuló tanto para el ME como para el MCI, pero solo se presenta un ejemplo de desarrollo del control para el MCI ya que el proceso de diseño es igual en ambos casos.

El sistema (3.45) puede ser discretizado con un tiempo de muestreo de 0,001 [s], por

medio del método de Tustin con lo que se obtiene

$$\begin{bmatrix} Z_1(z^{-1}) \\ Z_2(z^{-1}) \\ Z_3(z^{-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_T & 0 & 0 \\ 0 & G_T & 0 \\ 0 & 0 & G_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(z^{-1}) \\ V_2(z^{-1}) \\ V_3(z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

$$G_T(z^{-1}) = \frac{2,5 \times 10^{-7} + 5 \times 10^{-7} z^{-1} + 2,5 \times 10^{-7} z^{-2}}{1 - 2z^{-1} + z^{-2}} \quad (3.96)$$

La función de costo se convierte entonces en

$$J = \sum_{j=1}^{N_p} \left\| \hat{\mathbf{Z}}(t+j|t) - \mathbf{Z}_{ref}(t+j) \right\|_R^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \left\| \Delta \mathbf{V}(t+j-1) \right\|_Q^2 \quad (3.97)$$

donde  $\hat{\mathbf{Z}} = [\hat{Z}_1 \ \hat{Z}_2 \ \hat{Z}_3]^T$ ,  $\mathbf{Z}_{ref} = [\bar{\phi}_1 \ \bar{\phi}_2 \ \bar{\phi}_3]^T$  y  $\Delta \mathbf{V} = [\Delta V_1 \ \Delta V_2 \ \Delta V_3]^T$  son vectores de salidas, referencias y entradas en el nuevo sistema de coordenadas, respectivamente. Se utiliza un horizonte de predicción  $N_p = 9$  y un horizonte de control  $N_u = 3$ . Las matrices de peso  $R$  y  $Q$  se ajustan de manera heurística de forma que se obtenga un buen comportamiento. La ecuación matricial Diofantina (1.3) se resuelve para obtener las matrices siguientes

$$E_{i_1} = e_{i_1} I_{3 \times 3}, \quad \text{con } i_1 = 1, \dots, N_p \quad (3.98)$$

$$F_{i_2} = \begin{bmatrix} f_{i_2} & f_{i_2} & f_{i_2} \end{bmatrix}^T, \quad \text{con } i_2 = 1, \dots, N_p \quad (3.99)$$

donde  $I_{3 \times 3}$  es una matriz identidad de orden 3

$$e_{i_3}(z^{-1}) = e_{i_3-1}(z^{-1}) + q_{i_3} z^{-(i_3-1)}, \quad (3.100)$$

$$\text{con } e_0 = 1, \text{ para } i_3 = 1, \dots, N_p,$$

$$q_{1, \dots, N_p} = 0, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45$$

y

$$\begin{aligned}
f_1(z^{-1}) &= 3 - 3z^{-1} + z^{-2} \\
f_2(z^{-1}) &= 6 - 8z^{-1} + 3z^{-2} \\
f_3(z^{-1}) &= 10 - 15z^{-1} + 6z^{-2} \\
f_4(z^{-1}) &= 15 - 24z^{-1} + 10z^{-2} \\
f_5(z^{-1}) &= 21 - 35z^{-1} + 15z^{-2} \\
f_6(z^{-1}) &= 28 - 48z^{-1} + 21z^{-2} \\
f_7(z^{-1}) &= 36 - 63z^{-1} + 28z^{-2} \\
f_8(z^{-1}) &= 45 - 80z^{-1} + 36z^{-2} \\
f_9(z^{-1}) &= 55 - 99z^{-1} + 45z^{-2}
\end{aligned} \tag{3.101}$$

La matriz  $G$  calculada se puede asociar a la respuesta forzada del sistema (3.45)

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & 0 \\ g_2 & g_1 & 0 \\ \vdots & \vdots & g_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N_p} & g_{N_p-1} & g_{N_p} \end{bmatrix}, \text{ con } \begin{aligned} g_1 &= 2,5 \times 10^{-7} I_{3 \times 3} \\ g_2 &= 1,25 \times 10^{-6} I_{3 \times 3} \\ g_3 &= 3,25 \times 10^{-6} I_{3 \times 3} \\ g_4 &= 6,25 \times 10^{-6} I_{3 \times 3} \\ g_5 &= 1,03 \times 10^{-5} I_{3 \times 3} \\ g_6 &= 1,53 \times 10^{-5} I_{3 \times 3} \\ g_7 &= 2,13 \times 10^{-5} I_{3 \times 3} \\ g_8 &= 2,83 \times 10^{-5} I_{3 \times 3} \\ g_9 &= 3,63 \times 10^{-5} I_{3 \times 3} \end{aligned} \tag{3.102}$$

Con la matriz (3.102) y el vector (3.101), se obtiene la ley de control (1.8), que minimiza la

función de costo (3.97)

$$\begin{aligned}
V_1 = & 28,319W_1 + 134,79W_{11} + 329,33W_{12} + 595,49W_{13} + 928,49W_{14} + 1328,3W_{15} + \\
& 1794,9W_{16} + 2328,4W_{17} + 2928,7W_{18} - 0,21859V_{11} + 0,13957V_{12} + 0,079015V_{13} \\
& - 4,0029 \times 10^5 Z_1 + 7,0595 \times 10^5 Z_{12} - 3,1606 \times 10^5 Z_{13}
\end{aligned} \tag{3.103}$$

$$\begin{aligned}
V_2 = & 0,17464W_2 + 0,87293W_{21} + 2,2688W_{22} + 4,3616W_{23} + 7,1511W_{24} + 10,637W_{25} \\
& + 14,82W_{26} + 19,7W_{27} + 25,276W_{28} - 1,8356 \times 10^{-3}V_{21} + 1,1725 \times 10^{-3}V_{22} \\
& + 6,6307 \times 10^{-4}V_{23} - 3352,1Z_2 + -5919,1Z_{22} - 2652,3Z_{23}
\end{aligned} \tag{3.104}$$

$$\begin{aligned}
V_3 = & 49,597W_3 + 229,22W_{31} + 537,69W_{32} + 929,77W_{33} + 1392,2W_{34} + 1925,1W_{35} \\
& + 2528,3W_{36} + 3201,9W_{37} + 3945,9W_{38} - 0,30285V_{31} + 0,1933V_{32} + 0,10955V_{33} \\
& - 5,5611 \times 10^5 Z_3 + 9,7957 \times 10^5 Z_{32} - 4,382 \times 10^5 Z_{33}
\end{aligned} \tag{3.105}$$

En las Ecs. (3.103)-(3.105) el primer subíndice representa el número de señal y el segundo subíndice representa el retraso en el caso de las señales de control y de salida, y en el caso de las señales de referencia representa el adelanto de la señal.

### 3.6. CPG con indentificación de parámetros

Para aplicar el método de estimación por mínimos cuadrados (*LS*) (Ioannou and Fidan, 2006), es posible utilizar un modelo con la estructura:

$$z(k) = \theta^{*T} \phi(k) \tag{3.106}$$

donde el modelo de estimación del error está dado por

$$\hat{z}(k) = \theta^T(k-1) \phi(k) \tag{3.107}$$

$$\varepsilon(k) = \frac{z(k) - \hat{z}(k)}{m^2(k)} = \frac{z(k) - \theta^T(k-1) \phi(k)}{m^2(k)} \tag{3.108}$$

donde  $m(k) > 0$  es una señal de normalización,  $\theta^* \in \mathbb{R}^n$  es un vector de parámetros desconocidos y  $z \in \mathbb{R}$ ,  $\phi \in \mathbb{R}^n$  son señales disponibles para medición. Considerando la siguiente función de costo

$$J_N(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \frac{(z(k) - \theta^T \phi(k))^2}{m^2(k)} + \frac{1}{2} (\theta - \theta_0)^T P_0^{-1} (\theta - \theta_0) \quad (3.109)$$

donde  $\theta_0 = \theta(0)$ . La minimización de la Eq. (3.109) conduce al siguiente algoritmo de mínimos cuadrados (*LS*):

$$P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1) \phi(k) \phi^T(k) P(k-1)}{m^2(k) + \phi^T(k) P(k-1) \phi(k)} \quad (3.110)$$

$$\theta(k) = \theta(k-1) + P(k) \phi(k) \varepsilon(k), \quad \theta(0) = \theta_0 \quad (3.111)$$

Las Ecs. (2.2) y (2.38) se pueden expresar como

$$P_{ice} = p_{th} \eta_i \dot{m}_f \quad (3.112)$$

$$S_{oC} = S_{oC}(0) - \frac{\eta_{bat}}{v_{oc} Q} \int_0^t P_{bat}(\tau) d\tau \quad (3.113)$$

de las Ecs. (3.112) y (3.113):

$$\dot{m}_f = \frac{1}{p_{th} \eta_i} P_{ice} \quad (3.114)$$

$$\dot{S}_{oC} = -\frac{\eta_{bat}}{v_{oc} Q} P_{bat} \quad (3.115)$$

donde  $m_f$  y  $S_{oC}$  son las variables de salida y  $P_{ice}$  y  $P_{bat}$  son las variables de entrada. Discretizando las Ecs. (3.114) y (3.115) por medio del método bilineal de Tustin

$$m_f = m_f z^{-1} + \frac{T}{2p_{th} \eta_i} z^{-1} P_{ice} + \frac{T}{2p_{th} \eta_i} P_{ice} \quad (3.116)$$

$$S_{oC} = S_{oC} z^{-1} - T \frac{\eta_{bat}}{2v_{oc} Q} z^{-1} P_{bat}(z^{-1}) - T \frac{\eta_{bat}}{2v_{oc} Q} P_{bat}(z^{-1}) \quad (3.117)$$

donde  $T$  es el tiempo de muestreo. Entonces las Ecs. (3.116) y (3.117) pueden escribirse como

$$m_f(t) = m_f(t-1) + \frac{T}{2p_{th}\eta_i} P_{ice}(t-1) + \frac{T}{2p_{th}\eta_i} P_{ice}(t) \quad (3.118)$$

$$S_{oC}(t) = S_{oC}(t-1) - T \frac{\eta_{bat}}{2v_{oc}Q} P_{bat}(t-1) - T \frac{\eta_{bat}}{2v_{oc}Q} P_{bat}(t) \quad (3.119)$$

y los modelos de estimación están dados por

$$\hat{z}_1(k) = \hat{m}_f(t) = \theta_1^{*T} \phi_1 \quad (3.120)$$

$$\hat{z}_2(k) = \hat{S}_{oC}(t) = \theta_2^{*T} \phi_2 \quad (3.121)$$

donde

$$\theta_1^{*T} = \begin{bmatrix} -b_1 & a_{11} & a_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{T}{2p_{th}\eta_i} & \frac{T}{2p_{th}\eta_i} \end{bmatrix}$$

$$\theta_2^{*T} = \begin{bmatrix} -b_2 & a_{21} & a_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -T \frac{\eta_{bat}}{2v_{oc}Q} & -T \frac{\eta_{bat}}{2v_{oc}Q} \end{bmatrix} \quad (3.122)$$

$$\phi_1^T = \begin{bmatrix} m_f(t-1) & P_{ice}(t) & P_{ice}(t-1) \end{bmatrix}$$

$$\phi_2^T = \begin{bmatrix} S_{oC}(t-1) & P_{bat}(t) & P_{bat}(t-1) \end{bmatrix} \quad (3.123)$$

Tomando  $z_1 = m_f$  y  $z_2 = S_{oC}$ , se aplica el método *LS*. Debido a la variación de la eficiencia de la batería se define

$$\Delta\eta_{bat} = \begin{cases} 0 & \text{if } P_T > 0 \\ 0,2 & \text{if } P_T \leq 0 \end{cases} \quad (3.124)$$

donde se asume que se conoce el rango de variación de  $\eta_{bat}$ . La ecuación en diferencias que resulta para el estado de carga es

$$S_{oC} = S_{oC} z^{-1} - \frac{T\eta_{bat} + T\Delta\eta_{bat}}{2v_{oc}Q} z^{-1} P_b(z) - \frac{T\eta_{bat} + T\Delta\eta_{bat}}{2v_{oc}Q} P_{bat}(z) \quad (3.125)$$

de donde resulta

$$\hat{z}_2(k) = (\theta_1^* + \Delta\theta_1^*) \phi_1 \quad (3.126)$$

donde  $\Delta\theta_1^* = \left[ 0 \quad -\frac{T\Delta\eta_b}{2v_{oc}\bar{Q}} \quad -\frac{T\Delta\eta_b}{2v_{oc}\bar{Q}} \right]^T$ . El algoritmo *LS* se utiliza para estimar la Ec. (3.122). El resultado de esta estimación se alimenta entonces al predictor del CPG para calcular la predicción de la salida y realizar el proceso de control. De nuevo considerando la relación de potencias que ya se definió en la sección de partición de potencia

$$P_T = P_{ice} + P_{bat} \quad (3.127)$$

Se define la siguiente función de costo.

$$\min_{P_{ice}, P_{bat}} J = \sum_{k=1}^{Np} \bar{R} \left\| \begin{array}{c} m_f - m_{fref} \\ S_{oC} - S_{oCref} \\ P_T - P_{ref} \end{array} \right\|^2 + \sum_{k=1}^{Nu} \bar{Q} \left\| \begin{array}{c} P_{ice} \\ P_{bat} \end{array} \right\|^2 \quad (3.128)$$

En donde el modelo dinámico discreto es de la forma mostrada en (1.1) con:

$$A(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 + b_1 z^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 + b_2 z^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.129)$$

$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix} a_{11} + a_{12} z^{-1} & 0 \\ 0 & a_{21} + a_{22} z^{-1} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.130)$$

y en donde se aplica el algoritmo CPG, donde los parámetros de (3.129) y (3.130) son los parámetros estimados. Una vez reconstruido el modelo se puede realizar el proceso descrito de optimización con restricciones CPG.

A continuación se presentan algunas de las principales características del esquema de control propuesto.

Ventajas:

- Se obtiene el reparto óptimo de la potencia que debe suministrar el MCI y el ME.
- El modelo simplificado y el tiempo de muestreo utilizados en la sección de reparto de

potencia producen una carga computacional que hace posible la implementación en tiempo real de la estrategia propuesta.

- Se realiza el reparto de potencia sobre un horizonte de tiempo suficientemente grande, con lo cual el resultado del reparto de potencia entre los motores se aproxima mejor a un reparto óptimo global.
- Se consigue minimizar el consumo de combustible de manera sencilla penalizando la operación del MCI mientras que se garantiza la operación del sistema de baterías dentro de un rango de operación seguro.
- Es posible reducir emisiones de  $NO_x$  por medio del control de recirculación de gases de escape.

Desventajas:

- Para aplicar la técnica de CPG es necesaria una estructura lineal del modelo dinámico.
- En el control de los motores se requiere la derivada de variables de estado.
- Para obtener un modelo del VHE para aplicar CPG se considera una  $A_{FR}$  constante, por lo cual es necesario agregar un controlador que mantenga constante dicha relación, lo cual aumenta la carga computacional.
- Para mantener la estabilidad y la validez de la transformación en la ley de control del MCI es necesario que las variables se mantengan dentro de un conjunto que se definió en el proceso de linealización. Esto se logra imponiendo restricciones sobre dichas variables al calcular en la ley la ley de control del vehículo.

## Capítulo 4

# Resultados de simulación

En este Capítulo se presentan los resultados obtenidos por medio de simulación para los diferentes controladores desarrollados. Los controladores presentados son diseños originales a excepción del controlador utilizado para el motor de inducción, el cual fue tomado de la literatura como se indicó en el Capítulo 3.

### 4.1. Reparto de potencia utilizando CPG

En la estrategia binivel propuesta el primer nivel se encarga de realizar el proceso de reparto óptimo de potencia entre el MCI y el ME. La estrategia de reparto de potencia descrita en el Capítulo 3 fue probada sobre tres diferentes ciclos de manejo diseñados para autobuses urbanos de la Ciudad de México tomados de (SMADF, 2007) donde se utilizó un tiempo de muestreo de  $0,4[s]$ , un horizonte de predicción de  $N_p = 30$  y un horizonte de control  $N_u = 15$ . El tiempo de muestreo y el horizonte de predicción utilizados permiten optimizar el reparto de potencia en intervalos estimados de predicción de  $12[s]$  con lo que se toman en cuenta segmentos significativos del ciclo de manejo, comparados con los usados en otras estrategias que optimizan de manera instantánea. El tiempo de muestreo utilizado junto con el modelo simplificado permiten que el tiempo de simulación sea corto comparado con los algoritmos de optimización global. Las matrices de peso  $R$  y  $Q$  de la función de costo fueron sintonizadas de manera heurística como  $R = \text{diag}(1, 1, 29000)$  y  $Q = \text{diag}(25, 16)$  teniendo en cuenta que se da prioridad a la minimización del uso del MCI.

En la Fig. 4.1 se muestra el resultado obtenido de la estrategia propuesta para el seguimiento de potencia (arriba) y el error de seguimiento (abajo) a lo largo del ciclo de manejo de alta velocidad MX3. Se muestra en línea discontinua la potencia que demanda el conductor del vehículo y que debe ser suministrada por el vehículo. La potencia demandada fue calculada con la Ec. (2.42). La línea continua representa la potencia suministrada por el vehículo y es una de las salidas del modelo simplificado del VHE. La potencia positiva representa la suma de la potencia entregada por el MCI y el ME y la potencia negativa representa la potencia obtenida mediante frenado y regresada al sistema de baterías por medio del ME en modo generador. Se observa un buen seguimiento de la potencia demandada con pequeños picos compensados de manera rápida por el controlador que se producen por los cambios repentinos en la velocidad y el par de carga que actúan sobre el vehículo. Se

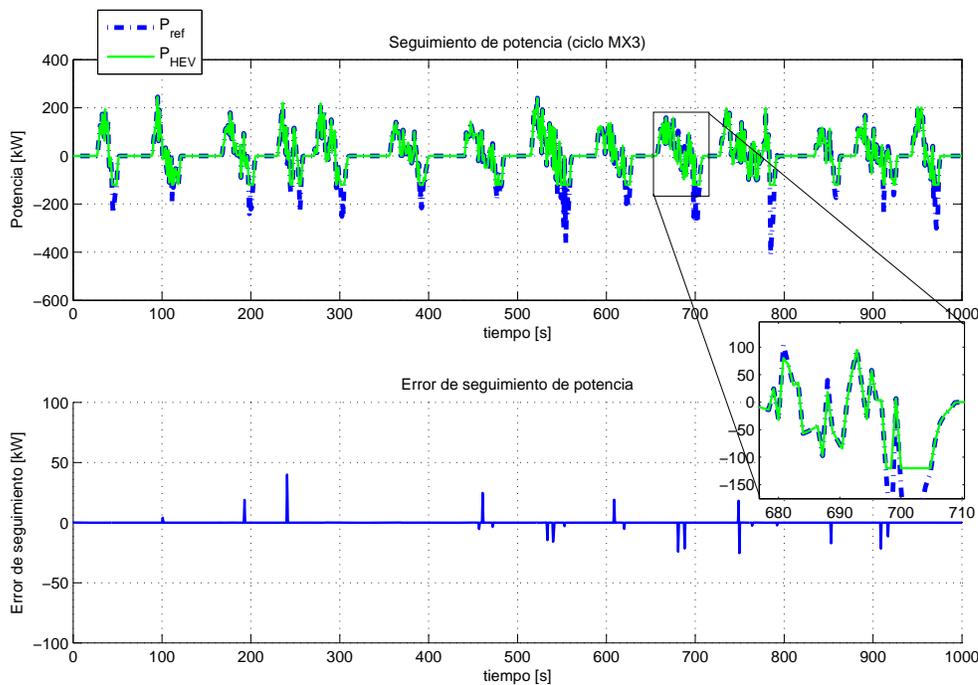


Figura 4.1: Seguimiento de potencia sobre el ciclo de manejo MX3.

puede apreciar una parte plana en la sección inferior de la gráfica de seguimiento de potencia que es debida a la restricción impuesta sobre la potencia que puede obtener el ME operando como generador. El resto de la potencia proveniente del frenado debe ser disipada por medio

de otro sistema como los frenos mecánicos. La Fig. 4.2 muestra la distribución de la potencia del VHE entre el MCI y el ME. En esta figura se observan las restricciones impuestas en el MCI y en el ME, donde la restricción impuesta en el MCI permite que el MCI solo se puede usar para suministrar potencia mientras que las restricciones del ME permiten recuperar energía y suministrarla al vehículo. En la Fig. 4.3 y 4.4 se presenta el reparto de velocidad

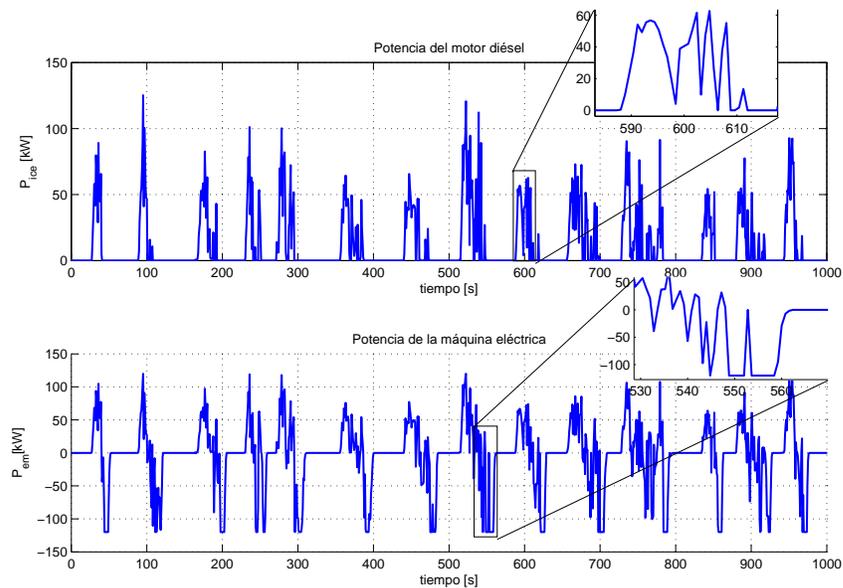


Figura 4.2: Distribución de potencia entre el MCI y el ME a lo largo del ciclo de manejo MX3 utilizando CPG.

angular y par que se requiere tener en el sistema de engranes planetarios. Los valores de par y velocidad mostrados se obtienen por medio de las relaciones cinemáticas presentadas en el Capítulo 2 y servirán como referencias y pares de carga para el control de los motores del segundo nivel. La Fig. 4.5 muestra el estado de carga de las baterías y el consumo de combustible a lo largo de los ciclos de manejo de baja (MX1), media (MX2) y alta (MX3) velocidad. En esta figura se pueden observar que las restricciones impuestas sobre el estado de carga se respetan durante todo el ciclo de manejo correspondiente. Además, el estado de carga se mantiene alrededor del valor de 0,65 que se utilizó como referencia. Con esta gráfica se muestra que la estrategia propuesta funciona independientemente del ciclo de manejo utilizado.

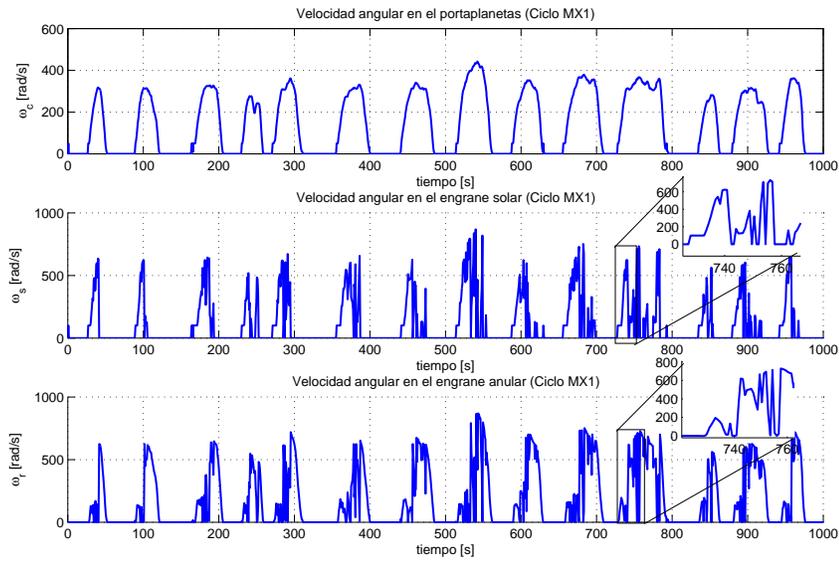


Figura 4.3: Velocidad angular en el sistema de engranes planetario utilizando la estrategia CPG.

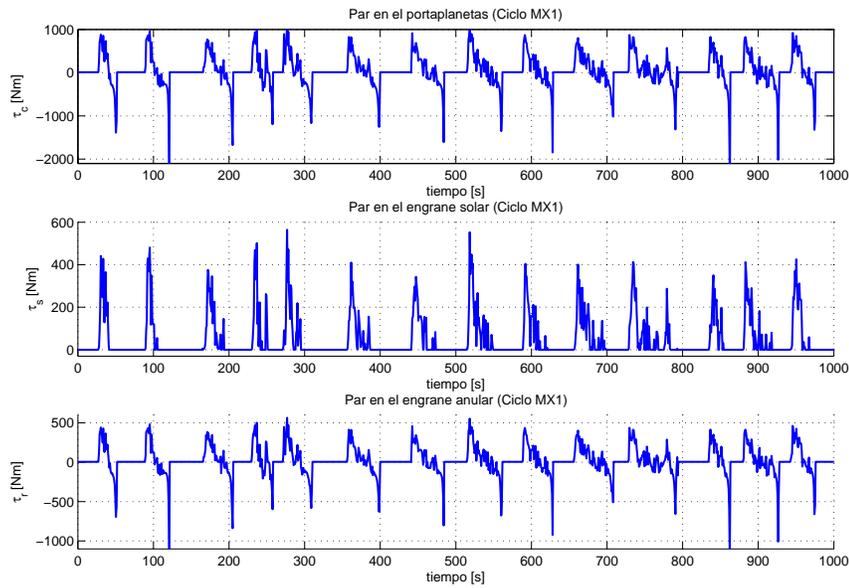


Figura 4.4: Par en el sistema de engranes planetario utilizando la estrategia CPG

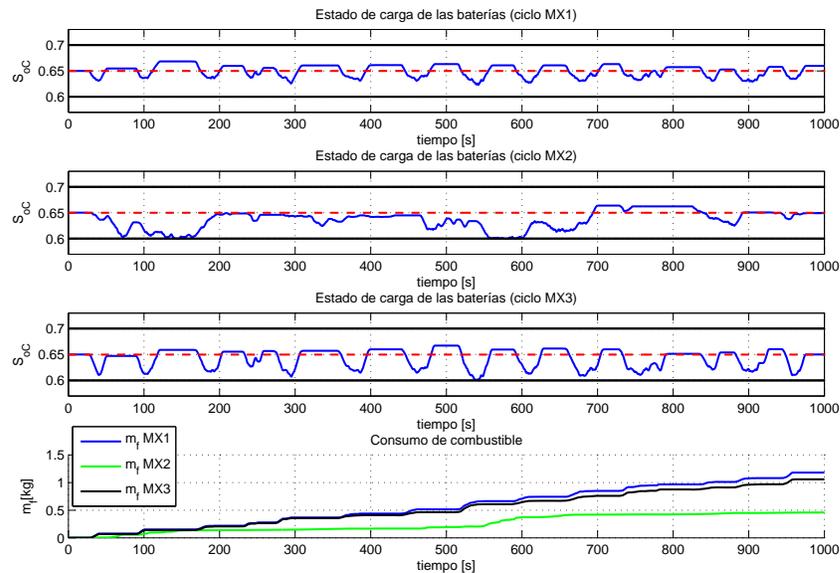


Figura 4.5: Estado de carga de las baterías y flujo de combustible para los ciclos MX1, MX2 y MX3 utilizando la estrategia CPG.

## 4.2. Control del Motor de combustión interna

En el control del MCI se utilizó la velocidad generada en el primer nivel, una fracción de gases de escape recirculados deseada  $\overline{F}_{egr} = 10\%$  y una relación aire combustible deseada  $\overline{A}_{FR} = 40$ , a partir de estos valores se obtuvieron las referencias restantes como se describió en el Capítulo 3. El período de muestreo utilizado en la simulación de este controlador fue de  $0,1[ms]$ . Aunque no se requiere un muestreo tan rápido para el MCI se utilizó de esta forma para realizar la simulación del controlador del ME de manera conjunta, ya que la dinámica del ME si requiere un tiempo de muestreo pequeño. Para generar las señales de referencia de los motores se interpolaron las señales del primer nivel. El controlador propuesto con modelo del MCI con turbocompresor tiene un buen desempeño como muestran las figuras siguientes. En la Fig. 4.6 se muestra que el seguimiento de velocidad del MCI es muy bueno donde el error de seguimiento de velocidad es muy pequeño. Se consideró una velocidad mínima de operación para representar el régimen de ralentí, que son las secciones que corresponde a un desacoplamiento del MCI del sistema de engranes planetarios. Las Figs. 4.7-4.9 muestran

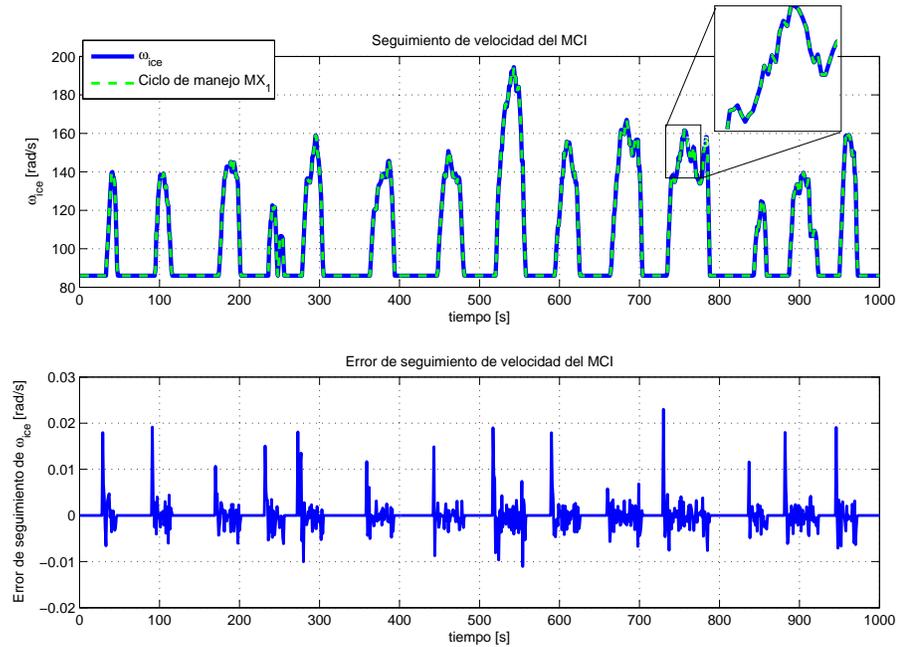


Figura 4.6: Seguimiento de velocidad del MCI turbocargado en el ciclo de manejo MX1 utilizando el control por linealización entrada-estado.

el comportamiento de los estados de presión en los múltiples de admisión y de escape y la potencia del compresor que son controlados para seguir los valores de referencia que diseñados de forma que se cumplan las especificaciones pedidas. En las gráficas mostradas se observa que los cambios repentinos de las señales de referencia y el par de carga provocan algunos picos en la señal de error que son compensados por el controlador.

En la Fig. 4.10 se presentan las señales de control del MCI con el turbocompresor, obtenidas a través del controlador por linealización exacta presentado en la sección 3.2.

La Fig. 4.11 muestra la relación aire-combustible obtenida. Se observa que la  $A_{FR}$  obtenida es menor que el valor de referencia debido a que existe un flujo de gases de escape recirculados, pero permanece cerca del valor deseado. Para obtener el valor deseado de  $A_{FR}$  se requiere que no exista recirculación de gases de escape, pero debido al exceso de aire en la combustión se generan altas emisiones de  $NO_x$ , por lo cual es necesario mantener un equilibrio en cuanto al nivel de gases recirculados y la relación aire-combustible deseada. El

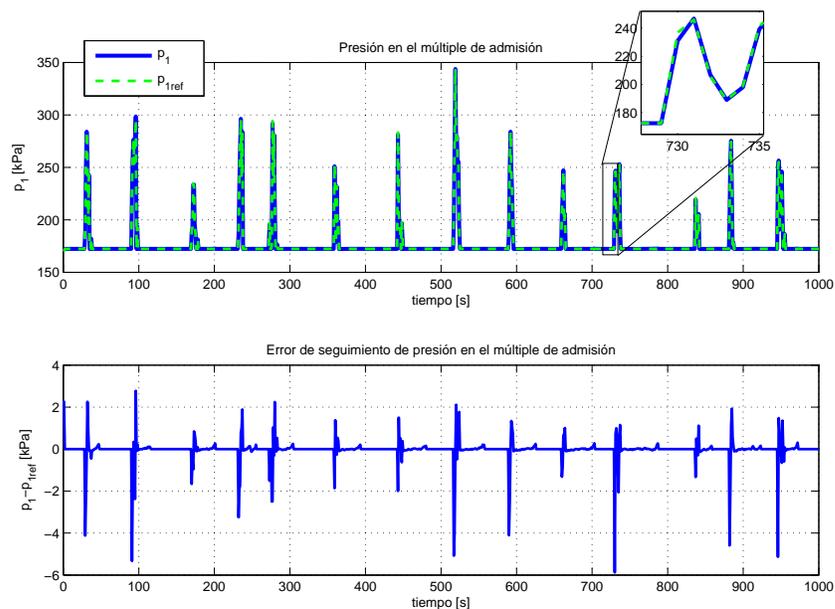


Figura 4.7: Seguimiento de presión en el múltiple de admisión a lo largo del ciclo de manejo MX1 utilizando el control por linealización entrada-estado.

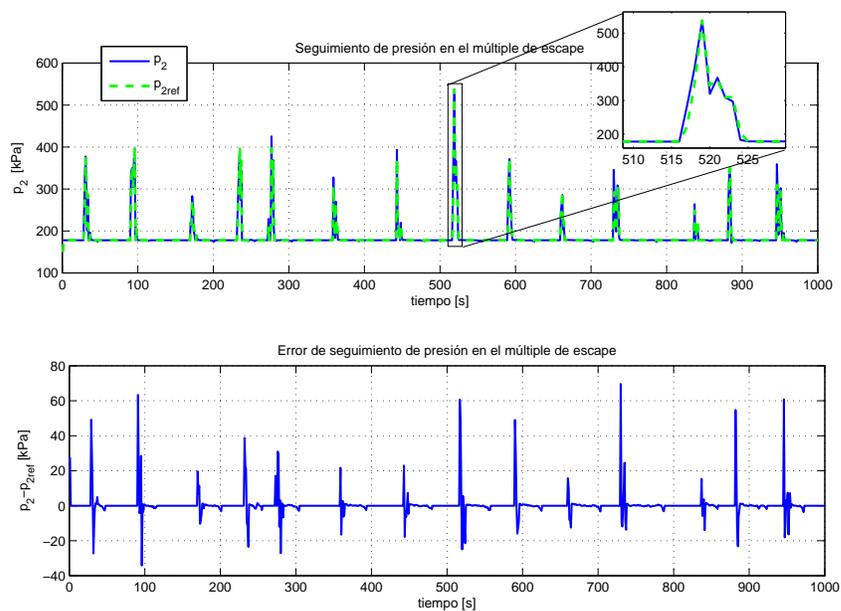


Figura 4.8: Seguimiento de presión en el múltiple de escape a lo largo del ciclo de manejo MX1 utilizando el control por linealización entrada-estado.

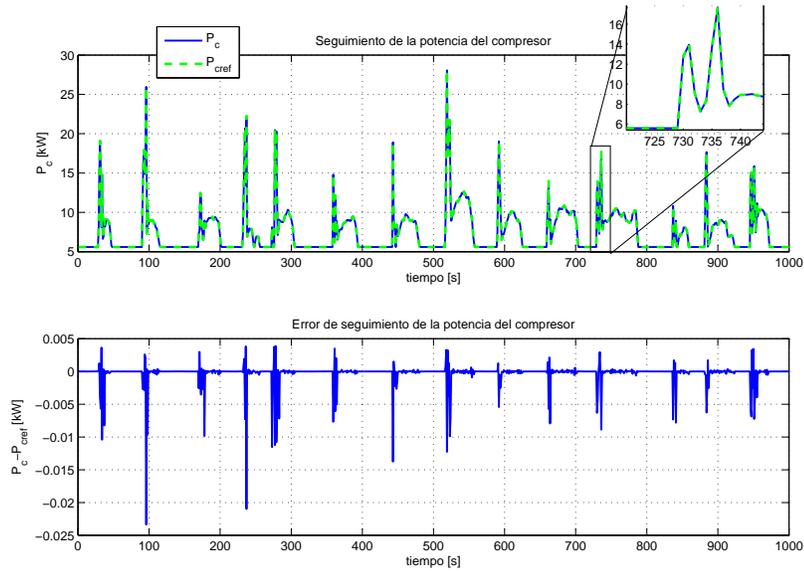


Figura 4.9: Seguimiento de la potencia del compresor del MCI a lo largo del ciclo de manejo MX1 utilizando el control por linealización entrada-estado.

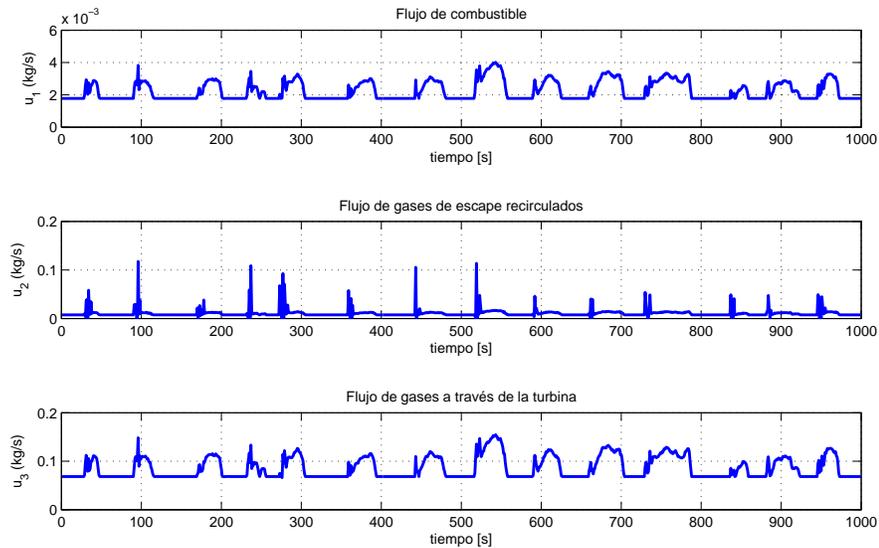


Figura 4.10: Señales de control del motor turbocargado a lo largo del ciclo de manejo MX1 utilizando el control por linealización entrada-estado.

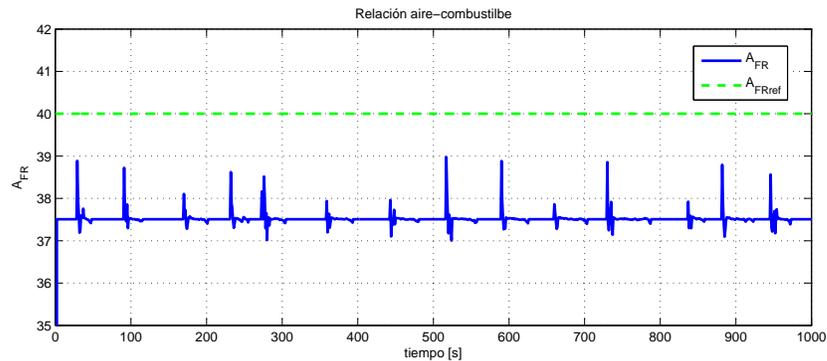


Figura 4.11: Relación aire-combustible a lo largo del ciclo de manejo MX1 utilizando el control por linealización entrada-estado.

par aplicado al MCI se muestra en la Fig. 4.12

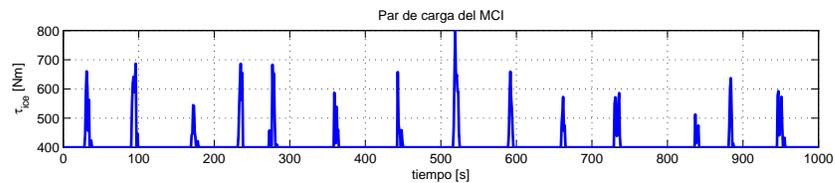


Figura 4.12: Par de carga aplicado al MCI turbocargado a lo largo del ciclo de manejo MX1 utilizando el control por linealización entrada-estado.

### 4.3. Control del motor eléctrico de inducción

Las referencias para controlar el motor de inducción fueron generadas en el primer nivel de control. Solo se tomó un segmento del ciclo de manejo para observar con un poco más de detalle las señales obtenidas. El periodo de muestreo utilizado fue de  $0,1[ms]$ . En la Fig. 4.13 se muestra el seguimiento de velocidad del ME. En la Fig. 4.14 se muestra el comportamiento de las señales de control que son los voltajes de estator.

La Fig. 4.15 muestra el comportamiento de las corrientes de estator. Hay que mencionar que los valores obtenidos son bastante grandes y se debe a que no se encontró un conjunto de parámetros para un motor de inducción suficientemente grande como el que se pretendía para esta aplicación. La Fig. 4.16 muestra el flujo de rotor y el par que genera el motor para compensar el par de carga aplicado.

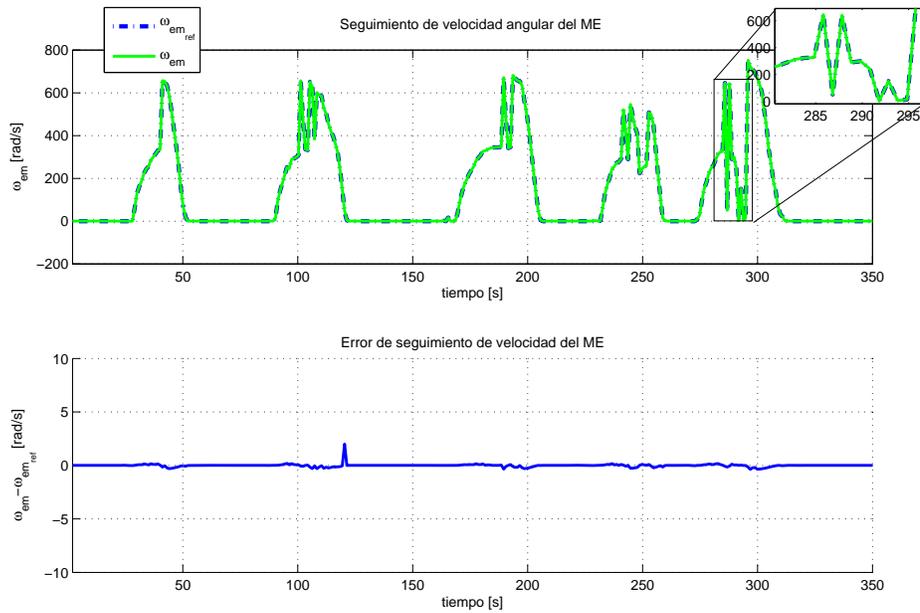


Figura 4.13: Seguimiento de velocidad en un segmento del ciclo de manejo MX1 utilizando linealización entrada-salida.

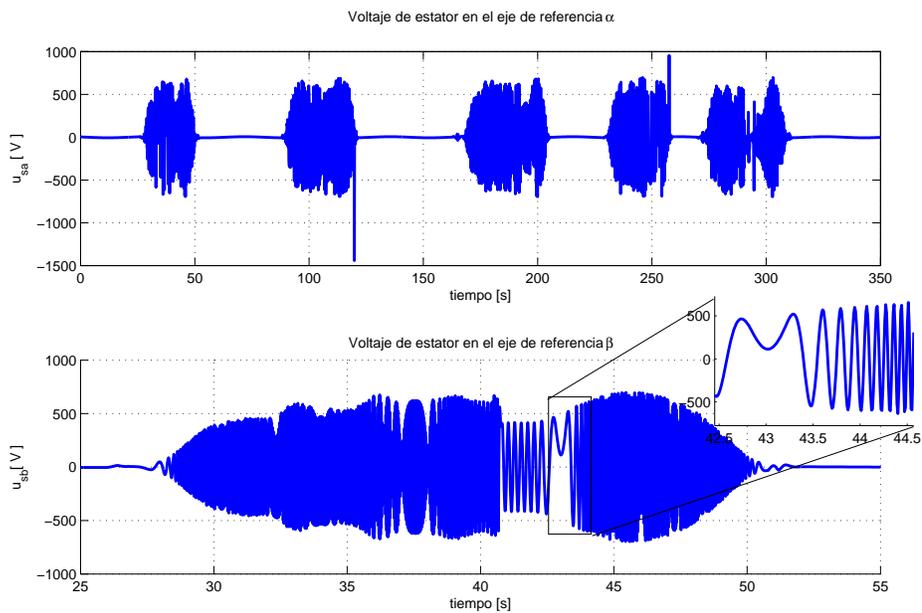


Figura 4.14: Voltajes de estator del ME en un segmento del ciclo de manejo MX1 utilizando linealización entrada-salida.

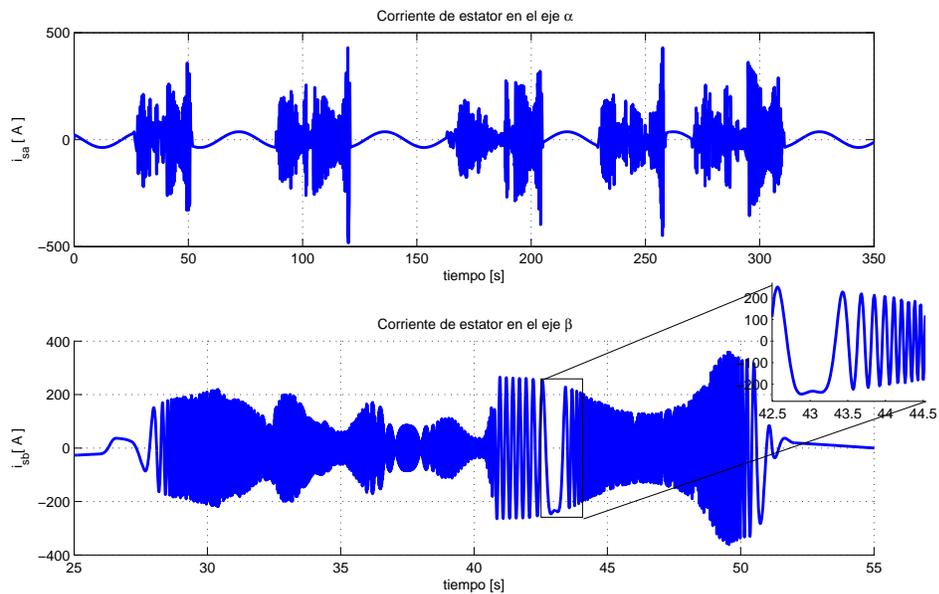


Figura 4.15: Corrientes de estator del ME en un segmento del ciclo de manejo MX1 utilizando linealización entrada-salida.

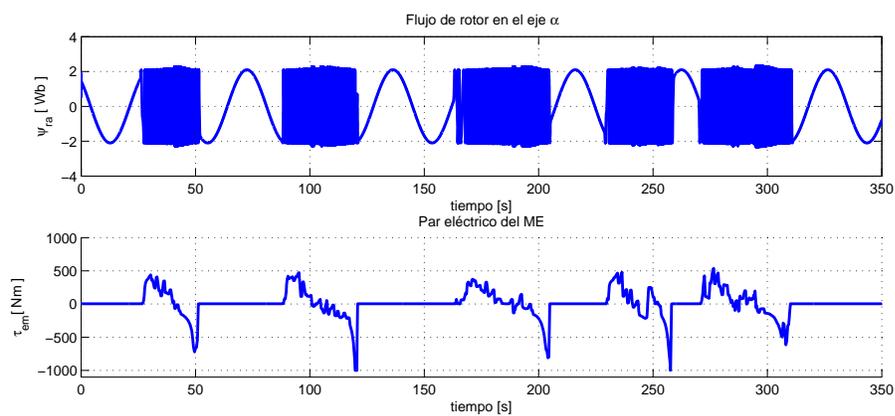


Figura 4.16: Flujo de estator y par eléctrico del ME en un segmento del ciclo de manejo MX1 utilizando linealización entrada-salida.

#### 4.4. Control de velocidad del MCI utilizando Ganancias Programadas

Uno de los primeros esquemas de control para hacer seguimiento de velocidad del MCI durante el desarrollo de este trabajo fue la combinación de ganancias programadas con CPG. En este esquema de control se siguió con el planteamiento propuesto en (Outbib et al., 2002) en donde solo se realiza el control de la velocidad manteniendo constante el flujo de aire que entra al múltiple de admisión. En la Fig. 4.17 se muestra el seguimiento de velocidad sobre el ciclo de manejo MX1 y el error de seguimiento mostrando un buen comportamiento. La

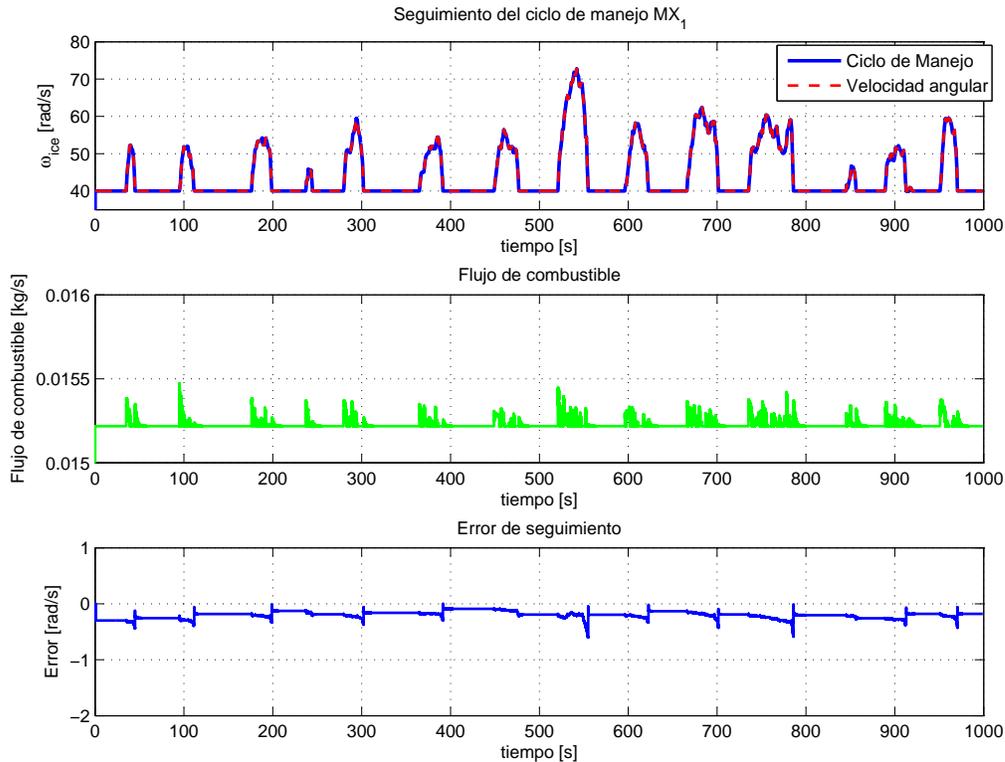


Figura 4.17: Seguimiento de velocidad del MCI por medio de ganancias programadas

Fig. 4.18 presenta los puntos de operación utilizados para la linealización del sistema (2.12)-(2.13). Para mostrar la estabilidad del sistema al conmutar el controlador para cada región de operación se decidió mostrar el comportamiento del sistema en lazo cerrado aplicando

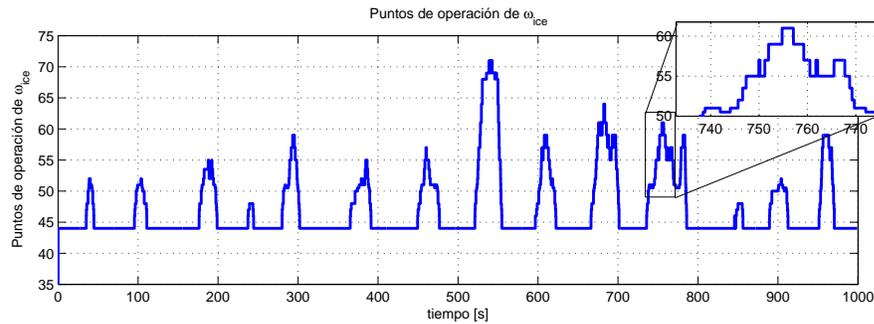


Figura 4.18: Puntos de operación para la linealización aproximada en el esquema de ganancias programadas

el controlador CPG. En los puntos en los que se produce la conmutación del controlador se verificó el comportamiento de los polos en lazo cerrado por izquierda y por derecha comprobando que son menores a 1 en magnitud y por lo tanto el sistema es estable al conmutar de controlador. En la Fig. (4.20) se muestra la variación de los polos en lazo cerrado del sistema (2.12)-(2.13) con el controlador diseñado por CPG para cada punto de operación. En las Figs. (4.20)-(4.21) se muestra el comportamiento de los polos en lazo cerrado al aplicar la ley de control de dos regiones de operación contiguas sobre el sistema linealizado en el punto frontera en el que se conmuta de controlador. En estas figuras se observa que el sistema es estable con cualquiera de los dos controladores sobre el sistema linealizado en la frontera de la región de operación y por lo tanto la conmutación de controladores se realiza sin pérdida de estabilidad.

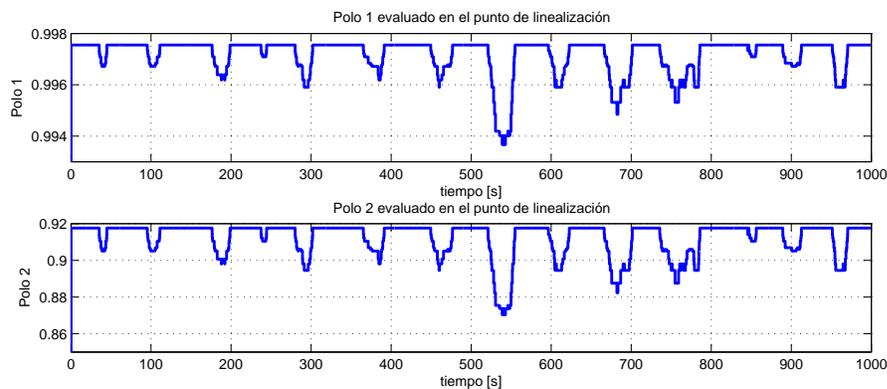


Figura 4.19: Variación de los polos en lazo cerrado en el esquema de ganancias programadas

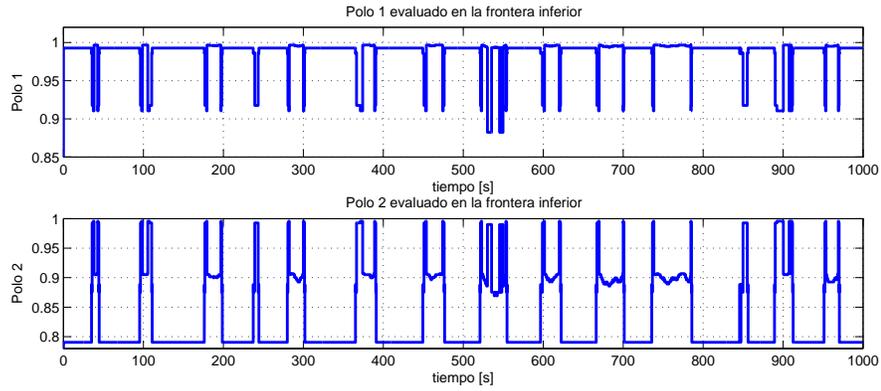


Figura 4.20: Variación de los polos en lazo cerrado con la ley CPG  $l$  aplicada en la frontera de conmutación del controlador en el esquema de ganancias programadas

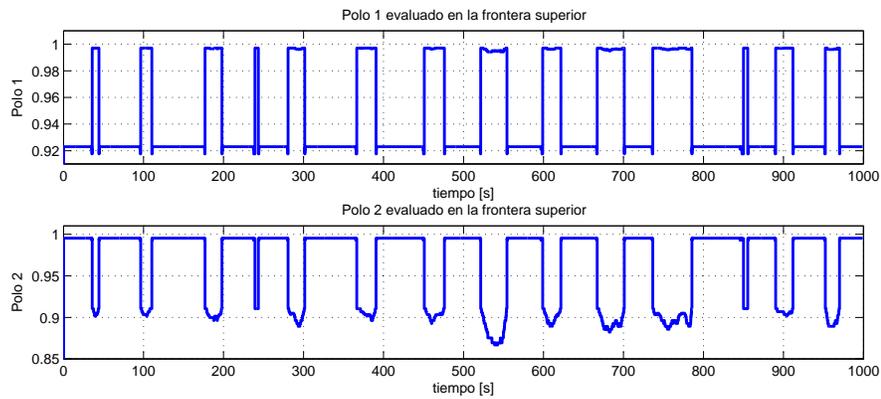


Figura 4.21: Variación de los polos en lazo cerrado con la ley CPG  $l + 1$  aplicada en la frontera de conmutación del controlador en el esquema de ganancias programadas

## 4.5. Reparto de potencia con estimación de parámetros

Otro de los esquemas probados en este trabajo fue el control CPG con estimación de parámetros de un sistema simplificado. Esta configuración se describe en la sección 3.6. En la Fig. 4.22 se muestra la estimación de parámetros del sistema (3.116)-(3.117). Se observa que no llegan a su valor de referencia sino hasta que empieza a variar la señal de velocidad del ciclo de manejo, esto por la condición de excitación persistente.

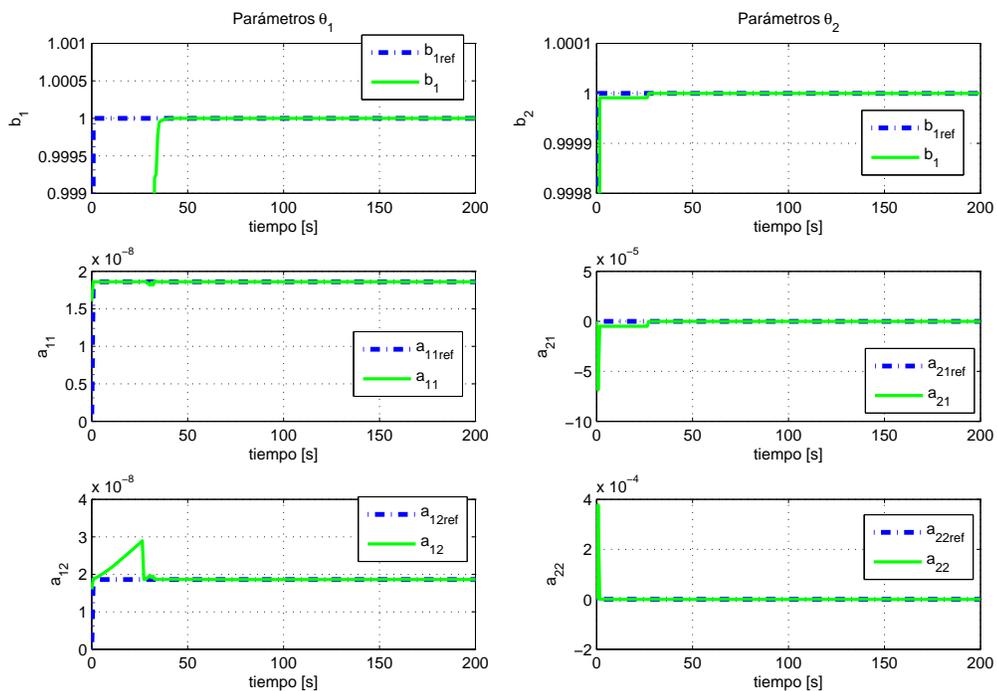


Figura 4.22: Parámetros estimados en un segmento del ciclo de manejo MX1.

La Fig. 4.23 presenta el seguimiento de potencia para el VHE utilizando la estimación de parámetros al mismo tiempo que se calcula la ley de control CPG. El comportamiento sigue siendo satisfactorio.

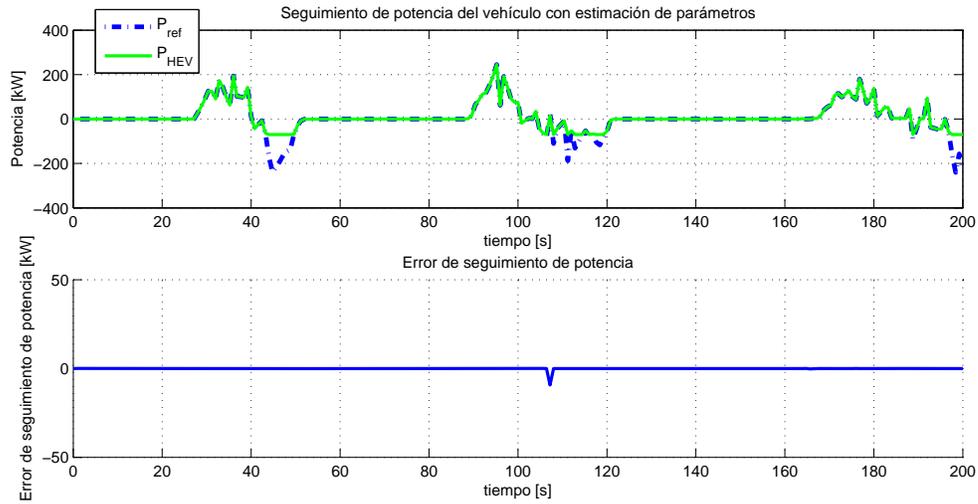


Figura 4.23: Seguimiento de potencia con parámetros estimados en un segmento del ciclo de manejo MX1.

En las Figs. (4.24)-(4.25) se muestra la distribución de potencia entre el MCI y el ME, el estado de carga de las baterías y el consumo de combustible para el mismo esquema con estimación de parámetros presentado, mostrando que no se viola ninguna restricción.

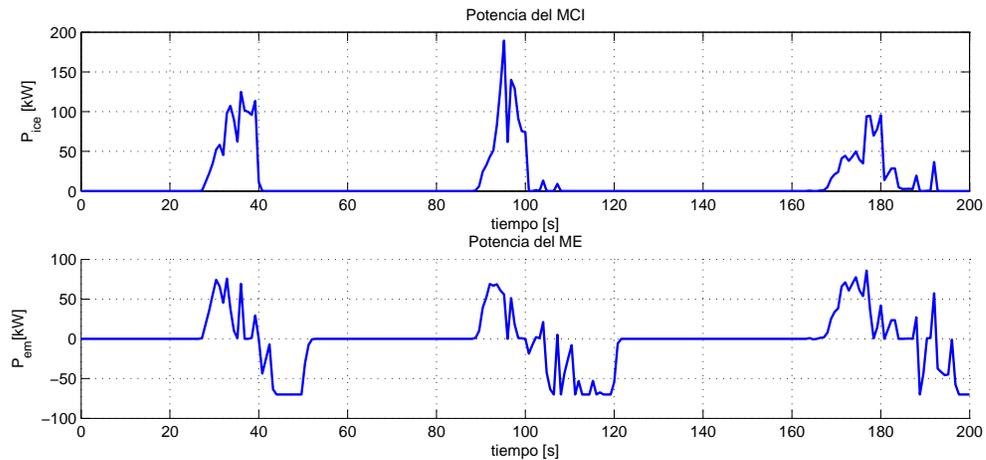


Figura 4.24: Reparto de potencia con parámetros estimados en un segmento del ciclo de manejo MX1.

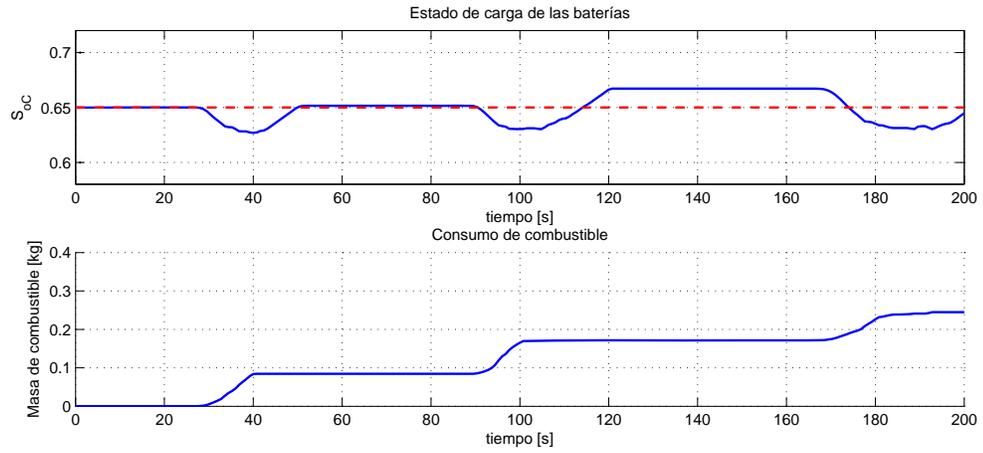


Figura 4.25: Estado de carga de las baterías y masa de combustible en un segmento del ciclo de manejo MX1.



## Capítulo 5

# Conclusiones

En este trabajo se presentó una nueva estrategia binivel para el control de un vehículo híbrido diésel eléctrico. El primer nivel de control está basado en la técnica de Control Predictivo Generalizado para determinar la partición óptima de potencia entre un motor de combustión interna con turbocompresor y un motor eléctrico de inducción acoplados por medio de un sistema de engranes planetarios.

El controlador propuesto determina la partición óptima de potencia sobre un horizonte de tiempo significativo, con lo que es posible obtener un reparto de potencia más cercano al reparto óptimo global a diferencia de cuando se realiza un proceso de optimización instantánea. El controlador de reparto de potencia muestra un buen rendimiento en términos del consumo de combustible y el error de seguimiento de la potencia demandada a lo largo de un ciclo de manejo, mientras cumple con todas las restricciones impuestas en el estado de carga de las baterías y de potencia disponible. Además, la carga computacional es baja, por lo que el controlador propuesto puede ser implementado en tiempo real.

En el controlador de reparto de potencia se asumió que la relación aire combustible se mantiene constante, para cumplir con esto se desarrolló el segundo nivel de control en el que se controla la relación aire combustible.

En el segundo nivel de control, se utiliza el reparto de potencia obtenido en el primer nivel para determinar las señales de referencia que deben alcanzar cada uno de los motores del vehículo, así como el par de carga que debe ser proporcionado por cada motor. Para

el control en este nivel se desarrolló un nuevo controlador para el motor de combustión interna utilizando linealización exacta sobre un modelo compuesto por el MCI y un turbocompresor de geometría variable. Para desarrollar este control se acoplaron los modelos de un turbocompresor de geometría variable con recirculación de gases de escape y un modelo que describe la dinámica de velocidad angular de un MCI diésel, con lo que se consiguió una estructura que facilitó la aplicación de linealización entrada estado.

El motor eléctrico fue controlado por medio de una ley de control disponible en la literatura, aunque se simuló también el esquema de control de linealización exacta con CPG.

La prueba de los controladores propuestos se realizó por medio de simulaciones, en las que se utilizó un ciclo de manejo para autobuses urbanos donde se obtuvieron resultados que muestran un buen rendimiento de los controles mencionados.

Los controladores propuestos realizan de manera satisfactoria el reparto de potencia entre cada uno de los motores, controlan la velocidad de cada motor, la fracción de gases de escape recirculados y la relación aire-combustible aún en presencia de cambios repentinos en el par de carga aplicado.

Se mostró también el uso de otros enfoques de control en combinación con el CPG como linealización exacta, ganancias programadas y estimación de parámetros que también tienen un muy buen rendimiento.

## 5.1. Trabajo futuro

Como trabajo futuro queda pendiente:

- La validación experimental de las estrategias de control propuestas.
- Estudio de estrategias de reparto óptimo de potencia tomando modelos no lineales de los subsistemas del VHE.
- Realizar análisis de estabilidad para el esquema de control predictivo aplicado al control del vehículo.
- Hacer estudios para determinar cuál debe ser el ajuste de la proporción correcta de gases de escape recirculados a lo largo de todo un ciclo de manejo.

- Realizar un estudio de dimensionamiento de motores basado en los resultados obtenidos por medio de la estrategia de reparto de potencia propuesta.
- Proponer un esquema con horizontes de predicción variables para reducir aún más la carga computacional del algoritmo.



## Apéndice A

# Derivación de Control Predictivo Generalizado Multivariable

El CPG (Camacho and Bordons, 2004) es una técnica de control predictivo que usa un modelo de tipo CARIMA (Controlled Autoregressive and Integrated Moving Average) con  $n$  entradas y  $m$  salidas se puede representar como:

$$\mathbf{A}(z^{-1})y(t) = \mathbf{B}(z^{-1})u(t-1) + \frac{1}{\Delta}\mathbf{C}(z^{-1})e(t) \quad (\text{A.1})$$

donde  $\mathbf{A}(z^{-1})$  y  $\mathbf{C}(z^{-1})$  son matrices polinomiales mónicas de  $n \times n$  y  $\mathbf{B}(z^{-1})$  es una matriz de  $n \times m$  definidas como:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(z^{-1}) &= I_{n \times n} + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + \dots + A_{n_a} z^{-n_a} \\ \mathbf{B}(z^{-1}) &= B_0 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + \dots + B_{n_b} z^{-n_b} \\ \mathbf{C}(z^{-1}) &= I_{n \times n} + C_1 z^{-1} + C_2 z^{-2} + \dots + C_{n_c} z^{-n_c} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

El operador  $\Delta$  se define como  $\Delta = 1 - z^{-1}$ . Las variables  $y(t)$ ,  $u(t)$  y  $e(t)$  son el vector de salida de dimensión  $n \times 1$ , el vector de entrada de  $m \times 1$  y el vector de ruido de orden  $n \times 1$  obtenidos en el instante  $t$ . El ruido se asume como ruido blanco de media cero. Considerando

el siguiente criterio cuadrático con horizonte finito:

$$J(N_1, N_2, N_3) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \|\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)\|_R^2 + \sum_{j=1}^{N_3} \|\Delta u(t+j-1)\|_Q^2 \quad (\text{A.3})$$

donde  $\hat{y}(t+j|t)$  es la predicción óptima  $j$  pasos adelante de la salida del sistema, calculada en el tiempo  $t$ , es decir el valor esperado del vector de salida en el tiempo  $t$  si los vectores de la entrada, la salida pasada y la secuencia de controles futuros son conocidos.  $N_1$  y  $N_2$  son los horizontes mínimo y máximo de predicción y  $w(t+j)$  es un vector secuencia de referencia para el vector de salida.  $R$  y  $Q$  son matrices de peso positivas definidas.

Los polinomios para el ruido de color  $\mathbf{C}(z^{-1})$  son muy difíciles de estimar con suficiente precisión en la práctica, especialmente en el caso multivariable. Considerando el caso de ruido blanco la matriz  $\mathbf{C}(z^{-1}) = I_{n \times n}$ . La predicción óptima para la salida puede ser generada considerando la ecuación Diofantina como sigue:

$$I_{n \times n} = \mathbf{E}_j(z^{-1}) \tilde{\mathbf{A}}(z^{-1}) + z^{-j} \mathbf{F}_j(z^{-1}) \quad (\text{A.4})$$

donde  $\tilde{\mathbf{A}}(z^{-1}) = \tilde{\mathbf{A}}(z^{-1}) \Delta$ ,  $\mathbf{E}_j(z^{-1})$  y  $\mathbf{F}_j(z^{-1})$  son matrices polinomiales de orden  $j-1$  y  $n_a$  respectivamente. Si (A.1) se multiplica por  $\Delta \mathbf{E}_j(z^{-1}) z^{-j}$ :

$$\mathbf{E}_j(z^{-1}) \tilde{\mathbf{A}}(z^{-1}) y(t+j) = \mathbf{E}_j(z^{-1}) \mathbf{B}(z^{-1}) \Delta u(t+j-1) + \mathbf{E}_j(z^{-1}) e(t+j) \quad (\text{A.5})$$

y usando (A.4) se obtiene:

$$y(t+j) = \mathbf{F}_j(z^{-1}) y(t) + \mathbf{E}_j(z^{-1}) \mathbf{B}(z^{-1}) \Delta u(t+j-1) + \mathbf{E}_j(z^{-1}) e(t+j) \quad (\text{A.6})$$

Hay que notar que debido a que el grado de  $\mathbf{E}_j(z^{-1})$  es  $(j-1)$ , los términos de ruido de la ecuación (A.6) están en el futuro. Tomando el operador esperanza y considerando que  $E[e(t)] = 0$  el valor esperado para  $y(t+j)$  está dado por:

$$\hat{y}(t+j|t) = E[y(t+j)] = \mathbf{F}_j(z^{-1}) y(t) + \mathbf{E}_j(z^{-1}) \mathbf{B}(z^{-1}) \Delta u(t+j-1) \quad (\text{A.7})$$

Hay que notar que la predicción puede extenderse fácilmente al caso de ruido de media diferente de cero agregando un vector  $\mathbf{E}_j(z^{-1}) E[e(t)]$  a la predicción  $\hat{y}(t+j|t)$ .

## A.1. Solución recursiva de la ecuación Diofantina

Suponga que se ha obtenido una solución  $(\mathbf{E}_j(z^{-1}), \mathbf{F}_j(z^{-1}))$  de la ecuación Diofantina:

$$I_{n \times n} = \mathbf{E}_j(z^{-1}) \tilde{\mathbf{A}}(z^{-1}) + z^{-j} \mathbf{F}_j(z^{-1}) \quad (\text{A.8})$$

con

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}(z^{-1}) &= \mathbf{A}(z^{-1}) \Delta = I_{n \times n} + \tilde{A}_1 z^{-1} + \tilde{A}_2 z^{-2} + \dots + \tilde{A}_{n_a} z^{-n_a} \\ + \tilde{A}_{n_a+1} z^{-(n_a+1)} &= I_{n \times n} + (A_1 - I_{n \times n}) z^{-1} + (A_2 - A_1) z^{-2} + \dots \\ &\quad + (A_{n_a} - A_{n_a-1}) z^{-n_a} - A_{n_a} z^{-(n_a+1)} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_j(z^{-1}) &= E_{j,0} + E_{j,1} z^{-1} + E_{j,2} z^{-2} + \dots + E_{j,j-1} z^{j-1} \\ \mathbf{F}_j(z^{-1}) &= F_{j,0} + F_{j,1} z^{-1} + F_{j,2} z^{-2} + \dots + F_{j,n_a} z^{-n_a} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Ahora considerando la ecuación Diofantina asociada a la predicción de  $\hat{y}(t+j-1|t)$

$$I_{n \times n} = \mathbf{E}_{j+1}(z^{-1}) \tilde{\mathbf{A}}(z^{-1}) + z^{-(j+1)} \mathbf{F}_{j+1}(z^{-1}) \quad (\text{A.11})$$

Restando (A.8) de (A.11) :

$$0_{n \times n} = (\mathbf{E}_{j+1}(z^{-1}) - \mathbf{E}_j(z^{-1})) \tilde{\mathbf{A}}(z^{-1}) + z^{-j} (z^{-1} \mathbf{F}_{j+1}(z^{-1}) - \mathbf{F}_j(z^{-1})) \quad (\text{A.12})$$

La matriz  $(\mathbf{E}_{j+1}(z^{-1}) - \mathbf{E}_j(z^{-1}))$  es de grado  $j$ . Haciendo:

$$(\mathbf{E}_{j+1}(z^{-1}) - \mathbf{E}_j(z^{-1})) = \tilde{\mathbf{R}}(z^{-1}) + R_j z^{-j} \quad (\text{A.13})$$

Donde  $\mathbf{R}(z^{-1})$  es una matriz polinomial de grado menor o igual a  $j - 1$  y  $R_j$  una matriz real de  $n \times n$ . Sustituyendo (A.13) en la Ec. (A.12):

$$\mathbf{0}_{n \times n} = \tilde{\mathbf{R}}(z^{-1}) \tilde{\mathbf{A}}(z^{-1}) + z^{-j} \left( R_j \tilde{\mathbf{A}}(z^{-1}) + z^{-1} F_{j+1}(z^{-1}) - F_j(z^{-1}) \right) \quad (\text{A.14})$$

Como  $\tilde{\mathbf{A}}(z^{-1})$  es mónica, es fácil ver que  $\tilde{\mathbf{R}}(z^{-1}) = \mathbf{0}_{n \times n}$ . Por lo que  $E_{j+1}(z^{-1})$  se calcula recursivamente con:

$$\mathbf{E}_{j+1}(z^{-1}) = \mathbf{E}_j(z^{-1}) + R_j z^{-j} \quad (\text{A.15})$$

La expresión siguiente se obtiene fácilmente a partir de (A.14):

$$R_j = F_{j,0} \quad (\text{A.16})$$

$$F_{j+1,i} = F_{j,i+1} - R_j \tilde{A}_{i+1} \quad \text{para } i = 0 \dots gr(\mathbf{F}_{j+1}) \quad (\text{A.17})$$

Puede verificarse que las condiciones iniciales están dadas por:

$$\mathbf{E}_1 = I \quad (\text{A.18})$$

$$\mathbf{F}_1 = z \left( I - \tilde{\mathbf{A}} \right) \quad (\text{A.19})$$

Haciendo la matriz polinomial:

$$\mathbf{E}_j(z^{-1}) \mathbf{B}(z^{-1}) = \mathbf{G}_j(z^{-1}) + z^{-j} \mathbf{G}_{jp}(z^{-1})$$

con  $gr(\mathbf{G}_j(z^{-1})) < j$ , la ecuación de predicción puede escribirse como:

$$\hat{y}(t+j|t) = \mathbf{G}_j(z^{-1}) \Delta u(t+j-1) + \mathbf{G}_{jp}(z^{-1}) \Delta u(t-1) + \mathbf{F}_j(z^{-1}) y(t) \quad (\text{A.20})$$

Hay que notar que los últimos dos términos de la ecuación (A.20) dependen de valores pasados de las variables de la entrada y la salida y corresponden a la respuesta libre del proceso considerado si las señales de control se mantienen constantes, mientras que el primer término sólo depende de los valores futuros de la señal de control y puede ser interpretado

como la respuesta forzada. La Ec. (A.20) puede reescribirse como:

$$\hat{y}(t+j|t) = \mathbf{G}_j(z^{-1}) \Delta u(t+j-1) + \mathbf{f}_j \quad (\text{A.21})$$

con  $\mathbf{f}_j = \mathbf{G}_{jp}(z^{-1}) \Delta u(t-1) + \mathbf{F}_j(z^{-1}) y(t)$ .

Considerando un conjunto de  $N$  predicciones:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+1|t) &= \mathbf{G}_1(z^{-1}) \Delta u(t) + \mathbf{f}_1 \\ \hat{y}(t+2|t) &= \mathbf{G}_2(z^{-1}) \Delta u(t+1) + \mathbf{f}_2 \\ &\vdots \\ \hat{y}(t+N|t) &= \mathbf{G}_N(z^{-1}) \Delta u(t+N-1) + \mathbf{f}_N \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

y debido a la recursividad de la matriz polinomial  $\mathbf{E}_j$ , las expresiones (A.22) pueden escribirse como:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(t+1|t) \\ \hat{y}(t+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+j|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+N|t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_1 & G_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ G_{j-1} & G_{j-1} & \cdots & G_0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ G_{N-1} & G_{N-2} & \cdots & \cdots & \cdots & G_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+j-1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_j \\ \vdots \\ f_N \end{bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

Donde  $\mathbf{G}_j(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{j-1} G_i z^{-i}$ . Las predicciones pueden expresarse en forma condensada como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (\text{A.24})$$

Hay que notar que si todas las condiciones iniciales son cero, la respuesta libre  $f$  es también cero. Si un escalón unitario se aplica a la primera entrada en el tiempo  $t$  entonces:

$$\Delta u(t) = [1, 0, \dots, 0]^T, \Delta u(t+1) = 0, \dots, \Delta u(t+N-1) = 0 \quad (\text{A.25})$$

La secuencia de salida esperada  $\left[\hat{y}(t+1)^T, \hat{y}(t+2)^T, \dots, \hat{y}(t+N)^T\right]^T$  es igual a la primera columna de la matriz  $G$  o las primeras columnas de las matrices  $G_0, G_1, \dots, G_{N-1}$ . Por lo que, la primera columna de la matriz  $G$  puede calcularse como la respuesta escalón de la planta cuando una entrada escalón unitario se aplica a la primera señal de control. La columna  $i$  se puede obtener de manera similar aplicando un escalón unitario a la  $i$ -ésima entrada. En general, la matriz  $G_k$  se puede obtener como:

$$(G_k)_{i,j} = y_{i,j}(t+k+1) \quad (\text{A.26})$$

donde  $(G_k)_{i,j}$  es el elemento  $(i, j)$  de la matriz  $G_k$  y  $y_{i,j}(t+k+1)$  es la  $i$ -ésima salida del sistema cuando una entrada escalón unitario ha sido aplicada a la entrada  $j$  en el tiempo  $t$ . El término de respuesta libre puede calcularse iterativamente mediante:

$$\mathbf{f}_{j+1} = z \left( I - \tilde{\mathbf{A}}(z^{-1}) \right) \mathbf{f}_j + \mathbf{B}(z^{-1}) \Delta u(t+j) \quad (\text{A.27})$$

con  $f_0 = y(t)$  y  $\Delta u(t+j) = 0$  para  $j \geq 0$ . Hay que notar que si la matriz  $\tilde{\mathbf{A}}(z^{-1})$  es diagonal, las matrices  $\mathbf{E}_j(z^{-1})$  y  $\mathbf{F}_j(z^{-1})$  también son matrices diagonales y el problema se reduce a la recursión de  $n$  ecuaciones Diofantinas escalares que son más simples de programar y requieren menos cálculos. El cálculo de  $\mathbf{G}_j(z^{-1})$  y  $\mathbf{f}_j$  también se simplifica bastante. Si la señal de control se mantiene constante después de los primeros  $N_3$  movimientos de control el conjunto de predicciones que afectan la función de costo (A.3)  $\mathbf{y}_{N_{12}} = \left[\hat{y}(t+N_1|t)^T \dots \hat{y}(t+N_2|t)^T\right]$  puede expresarse como:

$$\mathbf{y}_{N_{12}} = \mathbf{G}_{N_{123}} \mathbf{u}_{N_3} + \mathbf{f}_{N_{12}} \quad (\text{A.28})$$

donde  $\mathbf{u}_{N_3} = \left[\Delta u(t)^T \dots \Delta u(t+N_3-1)^T\right]^T$ ,  $\mathbf{f}_{N_{12}} = \left[\mathbf{f}_{N_1}^T \dots \mathbf{f}_{N_2}^T\right]^T$  y  $\mathbf{G}_{N_{123}}$  es la siguiente submatriz de  $\mathbf{G}$

$$\mathbf{G}_{N_{123}} = \begin{bmatrix} G_{N_1-1} & G_{N_1-2} & \dots & G_{N_1-N_3} \\ G_{N_1} & G_{N_1-1} & \dots & G_{N_1+1-N_3} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ G_{N_2-1} & G_{N_2-2} & \dots & G_{N_2-N_3} \end{bmatrix} \quad (\text{A.29})$$

con  $G_i = 0$  para  $i < 0$ . La ecuación (A.3) se puede reescribir como:

$$J = (\mathbf{G}_{N_{123}} \mathbf{u}_{N_3} + \mathbf{f}_{N_{12}} - w)^T \bar{R} (\mathbf{G}_{N_{123}} \mathbf{u}_{N_3} + \mathbf{f}_{N_{12}} - w) + \mathbf{u}_{N_3}^T \bar{Q} \mathbf{u}_{N_3} \quad (\text{A.30})$$

donde  $\bar{R} = \text{diag}(R, \dots, R)$  y  $\bar{Q} = \text{diag}(Q, \dots, Q)$ . Si no hay restricciones, el óptimo puede expresarse como:

$$\mathbf{u} = (\mathbf{G}_{N_{123}}^T \bar{R} \mathbf{G}_{N_{123}} + \bar{Q})^{-1} \mathbf{G}_{N_{123}}^T \bar{R} (\mathbf{w} - \mathbf{f}_{N_{12}}) \quad (\text{A.31})$$

Debido a la estrategia de control móvil, solamente es necesario  $\Delta u(t)$  en el instante  $t$ . Por lo que solo es necesario calcular las primeras  $m$  filas de  $(\mathbf{G}_{N_{123}}^T \bar{R} \mathbf{G}_{N_{123}} + \bar{Q})^{-1} \mathbf{G}_{N_{123}}^T \bar{R}$ , es decir  $K$ . Entonces la ley de control puede expresarse como  $\Delta u(t) = K(\mathbf{w} - \mathbf{f})$ . Por lo que se obtiene una matriz de ganancias lineal que multiplica la predicción de los errores entre las referencias y la respuestas libres predichas de la planta.



## Apéndice B

# Restricciones en CPG

Cuadro B.1: Restricciones

Variable	Restricción
Amplitud de la señal de control $u$ $u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max}$	$\Gamma u_{\min} \leq \Upsilon \Delta u + u(t-1) \Gamma \leq \Gamma u_{\max}$
Incremento en la señal de control $\Delta u$ $\Delta u_{\min} \leq u - u(t-1) \leq \Delta u_{\max}$	$\Gamma \Delta u_{\min} \leq \Delta u \leq \Gamma \Delta u_{\max}$
Amplitud de la señal de salida $y$ $y_{\min} \leq y(t) \leq y_{\max}$	$\Gamma y_{\min} \leq G \Delta u \leq \Gamma y_{\max}$
Envolvente de la salida $y_{\min}(t) \leq y(t) \leq y_{\max}(t)$	$G \Delta u \leq y_{\max} - f$ $y_{\max} = [y_{\max}(t+1) \dots y_{\max}(t+N)]$ $G \Delta u \leq y_{\min} - f$ $y_{\min} = [y_{\min}(t+1) \dots y_{\min}(t+N)]$
Sobrepaso de la salida $y(t+j) \leq \gamma w(t); j = N_{o1} \dots N_{o2}$	$G \Delta u \geq \Gamma w(t) - f$
Comportamiento monótono de la salida $y(t+j) \leq y(t+j+1)$ si $y(t) < w(t)$ $y(t+j) \geq y(t+j+1)$ si $y(t) > w(t)$	$G \Delta u + f \leq [(0^T/G)] \Delta u + [y(t)/f']$ $G'$ y $f'$ son el resultado de eliminar las últimas dos filas de $G$ y $f$
Respuesta inversa $y(t+j) \leq y(t)$ si $y(t) > w(t)$ $y(t+j) \geq y(t)$ si $y(t) < w(t)$	$G \Delta u \geq \Gamma y(t) - f$
Estado final $y(t+N+1) \dots y(t+N+m) = w$	$y_m = [y(t+N+1) \dots y(t+N+m)]^T :$ $y_m = G_m \Delta u + f_m, G_m \Delta u = w_m - f_m$
Integral de la salida $T_m \sum_{t+1}^{t+N_i} y(t) = I$	$\Gamma^T \begin{bmatrix} y(t+1) \\ \vdots \\ y(t+N_i) \end{bmatrix} = G_i \Delta u + f_i \geq I$

## Apéndice C

### Parámetros

Cuadro C.1: Parámetros

Parámetro	Valor	Unidades	Parámetro	Valor	Unidades
$\alpha$	0	[1]	$L_r$	0.06	[H]
$\eta_{ch}$	0.6	[1]	$L_s$	0.06	[H]
$\eta_{dis}$	0.8	[1]	$M$	0.057	[H]
$\eta_c$	0.8	[1]	$m$	12000	[kg]
$\eta_i$	0.3	[1]	$n$	8	[1]
$\eta_m$	0.8	[1]	$n_p$	1	[1]
$\eta_t$	0.8	[1]	$p_{th}$	43	[MJ]
$\eta_v$	0.8	[1]	$Q_{nom}$	10	[Ah]
$\rho$	1.202	[kg/m <sup>3</sup> ]	$r$	286.9	[Nm/kgK]
$\tau$	0.5	[s]	$R_r$	0.17	[ $\Omega$ ]
$\eta_v$	0.3	[1]	$R_s$	0.17	[ $\Omega$ ]
$A_f$	5	[m <sup>2</sup> ]	$T_a$	300	[K]
$C_D$	0.3	[1]	$T_1$	300	[K]
$c_p$	1012	[J/kgK]	$T_2$	1000	[K]
$f_r$	0.017	[1]	$V_{cy}$	0.004	[m <sup>3</sup> ]
$J_{em}$	0.0586	[kgm <sup>2</sup> ]	$V_d$	0.009	[m <sup>3</sup> ]
$J_{ice}$	4750	[kgm <sup>2</sup> ]	$V_w$	-36	[m/s]



# Referencias

- Ambuhl, D., Sundstrom, O., Sciarreta, A., and Guzzella, L. (2010). Explicit optimal control policy and its practical application for hybrid electric powertrains. *Control Engineering Practice*, 18:1429–1439.
- Ayadi, Mounir. Langlois, N. and Houcine, C. (2004). Polynomial control of nonlinear turbocharged diesel engine model. In *Proceedings of the IEEE Conference on Industrial Technology (ICIT)*, pages 1384–1389, Hammamet, Tunisia.
- Borhan, A., Vahidi, A., Phillips, A., Kuang, M., and Kolmanovsky, I. (2009). Predictive energy management of a power-split hybrid electric vehicle. In *Proceedings of the 2009 American Control Conference*, pages 3970–3976, St. Louis, MO, USA.
- Bowles, P., Peng, H., and Bang, X. (2000). Energy management in a parallel hybrid electric vehicle with a continuously variable transmission. In *Proceedings of the American Control Conference*, pages 55–59, Chicago, Illinois.
- Camacho, E. F. and Bordons, C. (2004). *Model Predictive Control*. Springer-Verlag, Great Britain.
- Fang, L. and Qin, S. (2006). Optimal control of parallel hybrid electric vehicles based on theory of switched system. *Asian Journal of Control*, 8:274–280.
- Guzzella, L. and Sciarreta, A. (2005). *Vehicle Propulsion Systems, Introduction to Modeling and Optimization*. Springer, New York.
- Hellgren, J. and Jonasson, K. (2004). Comparison of two algorithms for energy management of hybrid powertrains. In *Proceedings of the 4th Nordic Workshop on Power and Industrial Electronics*, pages 1–8, Trondheim, Norway.

- Hofman, T., Steinbuch, M., van Druten, R., and Serrarens, A. (2007). Rule-based energy management strategies for hybrid vehicles. *Int. J. Electric and Hybrid Vehicles*, 1:71–94.
- Ioannou, P. and Fidan, B. (2006). *Adaptive Control Tutorial*. Society for Industrial and Applied Mathematics, USA.
- Jankovic, M., Jankovic, M., and Kolmanovsky (2000). Constructive Lyapunov control design for turbocharged diesel engines. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8(2):288–299.
- Kelouwani, S., Henao, N., Agbossou, K., Dubé, Y., and Boulon, L. (2012). Two-layer energy management architecture for a fuel cell HEV using road trip information. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 65(1):103–113.
- Kermani, S., Trigui, R., Delprat, S., Jeanneret, B., and Guerra, T. M. (2011). PHIL implementation of energy management optimization for a parallel HEV on a predefined route. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 60(3):782–792.
- Kim, N., Cha, S., and Peng, H. (2011). Optimal control of hybrid electric vehicles based on Pontryagin’s minimum principle. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 19(5):1279–1287.
- Kim, T. S., Manzie, C., and Sharma, R. (2009). Model predictive control of velocity and torque split in a parallel hybrid vehicle. In *Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics*, pages 2014–2019, USA.
- Kleimaier, D. and Schroder (2004). Hybrid cars, optimization and control. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, pages 1084–1089.
- Larsen, M., Jankovic, M., and Kokotovic, P. V. (2000). Indirect passivation design for a diesel engine model. In *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Control Applications*, pages 25–27, Anchorage, Alaska USA.
- Lin, C. C., Kang, J. M., Grizzle, J., and Peng, H. (2003). Energy management strategy for a parallel hybrid electric truck. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*,

11:839–849.

- Luk, P. and Rosario, L. (2006). Power and energy management of a dual-energy source electric vehicle - policy implementation issues. In *Proceedings of the International Power Electronics and Motion Control Conference*, pages 1–6, Shanghai, China.
- Marino, R., Peresada, S., and Valigi, P. (1992). Adaptive input-output linearizing control of induction motors. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(2):208–221.
- Mohebbi, M. and Farrokhi, M. (2007). Adaptive neuro control of parallel hybrid electric vehicles. *Int. J. Electric and Hybrid Vehicles*, 1:3–19.
- Nieuwstadt, M., Kolmanovsky, I., Stefanopoulou, and A. Jankovic, M. (2000). EGR-VGT control schemes: experimental comparison for a high-speed diesel engine. *IEEE Control Systems Magazine*, 20(3):63–79.
- Ortner, P. and del Re, L. (2007). Predictive control of a diesel engine air path. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 15(3):449–456.
- Outbib, R., Dovifaaz, X., Rachid, A., and Ouladsine, M. (2002). Speed control of a diesel engine: A nonlinear approach. In *Proceedings of the 2002 American Control Conference*, pages 3293–3294, Anchorage, Alaska USA.
- Plianos, A., Achir, A., Stobart, R., Langlois, N., and Chafouk, H. (2007). Dynamic feedback linearization based control synthesis of the turbocharged diesel engine. In *Proceedings of the 2007 American Control Conference*, pages 4407–4412, New York, USA.
- Ripaccioli, G., Bemporad, A., Assadian, F., Dextreit, C., Cairano, S. D., and Kolmanovsky, I. (2009). Hybrid modeling, identification, and predictive control: An application to hybrid electric vehicle energy management. *Lecture Notes in Computer Science*, 5469:321–335.
- Sinoquet, D., Rousseau, G., and Milhau, Y. (2011). Design optimization and optimal control for hybrid vehicles. *Optimization and Engineering*, 12:199–213.
- SMADF (2007). Ciclo de manejo para autobuses de la ciudad de México. <http://www.sma.df.gob.mx>.

- Song, Q. and Grigoriadis, K. M. (2003). Diesel engine speed regulation using linear parameter varying control. In *IEEE Proceedings of the American Control Conference*, pages 779–784, Denver, Colorado.
- Upadhyay, D., Utkin, V. I., and Giorgio, R. (2002). Multivariable control design for intake flow regulation of a diesel engine using sliding mode. In *Proceedings of the 15th Triennial World Congress IFAC*, pages 1389–1394, Barcelona, Spain.
- van Keulen, T., de Jager, B., Serrarens, A., and Steinbuch, M. (2010). Optimal energy management in hybrid electric trucks using route information. *Oil and Gas Science and Technology-Revue De l Institut Francais Du Petrole*, 65(1):103–113.
- Wenzhong, G. and Chris, M. (2007). Hybrid vehicle design using global optimisation algorithms. *Int. J. Electric and Hybrid Vehicles, Vol. 1, No. 1, 2007*, 1:57–70.
- Yan, F., Wang, J., and Huang, K. (2012). Hybrid electric vehicle model predictive control torque-split strategy incorporating engine transient characteristics. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 61(6):2458–2467.
- Younes, R. (1993). *Elaboration d un modèle de connaissance du moteur Diesel avec turbo-compresseur géométrie variable en vue de l’optimisation de ses émissions*. PhD thesis, Thèse de l’Ecole Centrale de Lyon, Lyon.
- Zhu, Y., Chen, Y., Wu, Z., and Wang, A. (2006). Optimisation design of an energy management strategy for hybrid vehicles. *Int. J. Alternative Propulsion*, 1:47–62.