

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

FOTOLUMINISCENCIA EN MULTICAPAS FOTÓNICAS DE SILICIO POROSO

TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: MAESTRO EN INGENIERÍA ENERGÍA - SOLAR FOTOVOLTAICA

P R E S E N T A: SALVADOR ESCOBAR GUERRERO

DIRECTOR DE TESIS:

DRA. MARÍA DEL ROCÍO NAVA LARA CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA

TEMIXCO, MORELOS. ENERO 2013

A mis papas: Odulia y Celso

A mis hermanos: Citlalli Ma. Eugenia David Isabel Victor

Agradecimientos

A mi tutora Ma. del Rocío Nava Lara por su asesoría, enseñanza y apoyo, pero más aun su amistad durante el desarrollo de esta tesis.

A la Dra. Ma. Beatriz de la Mora Mojica por su amistad, sugerencias y enseñanzas.

Al Dr. Jorge Alejandro Reyes Esqueda por sus sugerencias en la tesis y colaboración con las mediciones de la luminiscencia.

Al M. C. José Campos Álvarez por sus sugerencias y apoyo en las imágenes de FE-SEM.

Al Dr. Jesús Antonio del Río Portilla y la Dra. Julia Tagüeña Parga por sus enseñanzas y paciencia.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología y al proyecto PAPIIT IN109812 por las becas otorgadas.

A mi mama por su amor, cariño y educación que hizo posible que llegara hasta aquí. A mis hermanos por su amor y consejos que siempre están a un lado de mi.

A mis amigos y compañeros Jesica, Rene, Jazael, Eduardo, Ernesto, Alma, Gabi, Erika, José y en especial a Mexitli y todas las personas que intervienen en mi vida ayudándome a mejorar.

Resumen

El silicio poroso (p-Si) es un material nanoestructurado con una estructura tipo esponja formada por un esqueleto de silicio cristalino (c-Si) de espesor del orden de nanómetros. Este material se produce por medio del ataque electroquímico de una oblea de c-Si en presencia de un electrolito que contiene ácido fluorhídrico. Algunas de las principales propiedades del p-Si son: el índice de refracción que se puede variar en un amplio rango para construir estructuras fotónicas de multicapas; y su luminiscencia, que depende del tamaño de la nanoestructura y la terminación de enlaces de su área superficial. Por ello, el silicio poroso tiene un gran potencial tecnológico para fabricar estructuras fotónicas activas para aplicaciones en la optoelectrónica.

Esta tesis tiene como objetivo diseñar una estructura fotónica para confinar la emisión del p-Si en un plano transversal a los poros y así analizar la propagación de la emisión en la estructura porosa. El trabajo inicia desde la construcción de un sistema de control por computadora del ataque electroquímico con el que se produce el p-Si para crear estructuras fotónicas de calidad. Posteriormente se diseña una guía de onda plana con un revestimiento formado por dos espejos omnidirecionales y un núcleo activo de p-Si. Se analizaron las condiciones electroquímicas de producción del p-Si necesarias para generar una estructura fotónica activa que satisfaga los requerimientos del diseño. Se caracterizan las propiedades ópticas y de fotoluminiscencia a alta potencia de excitación. Se encuentra que la guía de onda conduce y selecciona diversos modos de resonancia de la emisión.

Abstract

The porous silicon (p-Si) is a nanostructured material with a sponge like structure formed by a skeleton of crystal silicon (c-Si) with a few nanometers thickness. This material is produced by etching a c-Si wafer with an electrolyte which has hydrofluoric acid. Some main properties of p-Si are: The index of refraction that can be changed within a wide range in order to build multilayer fotonic crystals; and a luminescent property, that depends of its nanostructure size and the bounds termination of its total surface. That's why the porous silicon have a great technological potential for manufacturing active fotonic structures in order to apply it on optoelectronics.

This thesis has the aim to design a fotonic structure looking for confine the porous silicon emission in a plane on a transversal section of the pores, and so analize the propagation of emission through the porous structure. This work begins from the construction of a computer controlled system driving the electrochemical attack, so it can be manufactured a high quality p-Si fotonic structure. After that, a plane waveguide is designed with a cladding composed by two omnidirectional mirrors and an active core of p-Si. The required Electrochemical conditions to produce the p-Si were analized for the purpose of manufacturing an active fotonic structure that complies the design requirements. Optical and photoluminescence properties of the p-Si are characterized at high power excitation. We found that the waveguide leads and selects to some specific resonant modes of the emission.

Índice general

	Intr	oducción	1			
1.	Silicio Poroso					
	1.1.	El silicio	5			
	1.2.	Formación del silicio poroso	8			
	1.3.	Mecanismo de disolución de silicio en ácido fluorhídrico	12			
	1.4.	.4. Porosidad				
	1.5.	Morfología	15			
	1.6.	Propiedades ópticas	16			
	1.7.	Luminiscencia	17			
	1.8.	Método de fabricación	20			
		1.8.1. Estructuras de multicapas	21			
2 .	Aspectos Teóricos 2					
	2.1.	Cristales fotónicos	23			
	2.2.	Propiedades ópticas	25			
		2.2.1. Reflexión y refracción de ondas planas	25			
		2.2.2. Ecuaciones de Fresnel	27			
		2.2.3. Propagación de la luz en una capa delgada	29			
		2.2.4. Método de la matriz de transferencia	32			
		2.2.5. Multicapas: índice de refracción complejo	36			
	2.3.	Espejos omnidireccionales	37			
	2.4.	Guía de onda plana	40			
3.	Fab	ricación controlada del silicio poroso	45			
	3.1.	Sistema de control de ataque electroquímico	45			
	3.2.	Producción de silicio poroso por ataque electroquímico	51			
	3.3.	Índice de refracción y fotoluminiscencia	54			

4.	Guía de Onda Activa	63	
	4.1. Diseño de espejos dieléctricos de una guía de onda	64	
	4.2. Espejos omnidireccionales de silicio poroso	65	
5.	Discusión de los resultados	81	
	Conclusiones	85	
	Bibliografía	87	
	Apéndice A	95	
	Apéndice B	97	
	Apéndice C	101	
Apéndice D			
	D.1 Definición de Irradiancia	103	
	D.2 Relación entre irradiancia y potencia	104	
	D.3 Relación entre irradiancia y fluencia	104	
	D.4 Relación entre fluencia y energía	105	

Introducción

El silicio (Si) es el segundo elemento más abundante en la corteza terrestre (27.7%) después del oxígeno. El Si se encuentra en la naturaleza como óxido de silicio en silicatos, arcillas, feldespato, mica, zeolitas, etc. De ahí que su nombre derivado del latín signifique pedernal. El Si se purifica mediante el calentamiento de arena de sílice con carbón a una temperatura aproximada de 2200 °C. De esta forma se obtiene como amorfo y mediante técnicas especiales se logra producir su forma cristalina. El surgimiento del transistor en 1948 marca el arranque de la industria electrónica donde el Si es el elemento básico, su forma cristalina impurificada tipo n y p permite la construcción de estos dispositivos. Hasta nuestros días el Si continúa siendo el principal constituyente en la electrónica de circuitos integrados, además de celdas solares. Los circuitos cada vez son más pequeños y rápidos, donde la nanotecnología es fundamental para mejorar e implementar nuevos componentes electrónicos.

Una limitante del silicio cristalino (c-Si) en bulto es que su luminiscencia es muy deficiente y sólo ocurre en el infrarrojo, impidiendo utilizarlo en dispositivos optoelectrónicos. En 1956 Uhlir descubre el silicio poroso (p-Si), un material nanoestructurado, y posteriormente en 1991 Canham encuentra que este material presenta luminiscencia [1, 2, 3]. Este hallazgo abrió un camino para desarrollar componentes optoelectrónicos fabricados con Si, con la posibilidad de integrarlos directamente en un chip de un circuito integrado. Las nanoestructuras de Si presentan luminiscencia en un amplio rango de energías y ésta se puede regular en función de las dimensiones de la nanoestructura [3, 4, 5, 6].

La nanoestructura del p-Si se compone de poros, comúnmente llenos de aire, y de un esqueleto de c-Si de espesor del orden de nanómetros. Este material se produce por medio del ataque electroquímico de una oblea de c-Si tipo p o n, en presencia de un electrolito que contiene ácido fluorhídrico. Las propiedades del p-Si son función de las condiciones de ataque electroquímico, tales como tipo de sustrato n o p, resistividad, orientación cristalográfica, concentración del electrolito, densidad de corriente aplicada, etc [7, 8]. Algunas de las principales propiedades del p-Si son: el índice de refracción que se puede variar en un amplio rango, de aproximadamente 1.2 a 2.7, lo hacen idóneo para construir estructuras fotónicas [9, 10, 11, 12, 13]; su luminiscencia, que depende del tamaño de la nanoestructura y la terminación de enlaces de su área superficial, ésta se puede presentar desde el infrarrojo hasta el uv cercano; y la electroluminiscencia en el visible (de 400 a 700 nm) [3, 14, 11, 14, 15]. Por ello, el p-Si tiene un gran potencial tecnológico para fabricar estructuras fotónicas activas para aplicaciones en la optoelectrónica. Además de su costo de producción bajo en comparación con las técnicas de litografía y epitaxial que se utilizan para los semiconductores de brecha electrónica directa [16].

Los cristales fotónicos son estructuras artificiales hechas de materiales dieléctricos con distinta constante dieléctrica. Los materiales pueden formar arreglos de una a tres dimensiones. Un cristal fotónico unidimensional consta de una serie de capas alternadas de materiales con diferente índice de refracción, en dos dimensiones puede ser un arreglo de columnas y en tres dimensiones como un cubo de Rubik. Mediante estructuras fotónicas es posible controlar la propagación de la luz en cierta dirección y rango de energía. En particular con una guía de onda de multicapas se puede confinar en un plano la luz emitida por el p-Si [17, 18].

La alta eficiencia en la luminiscencia y las propiedades ópticas del p-Si lo hacen un buen candidato para el desarrollo de componentes optoelectrónicos como diodos emisores de luz (LEDs por sus siglas en inglés) e incluso láseres [19]. Particularmente, en la literatura se han reportado algunos estudios sobre microcavidades láser de p-Si [20]. Una microcavidad láser consta de dos espejos con un defecto en la región central donde se ubica una capa activa. Es la cavidad la que determina la dirección, los modos resonantes y la frecuencia del haz láser. Sin embargo, se ha encontrado que de esta forma es difícil lograr la amplificación coherente en el p-Si debido a que se tiene una fuerte absorción de portadores de carga libres que reduce la ganancia neta disponible y hay una saturación significativa de la luminiscencia a potencias de excitación altas [21]. Parte del problema es que se requiere de un factor de calidad (Q) alto, $Q > 10^4$, y una fuerte emisión luminiscente. El factor de Q mide la razón de la potencia dentro de la cavidad y la potencia disipada. Un factor de calidad alto se logra con espejos de reflectancia alta del orden del 99 % que es difícil de satisfacer [22]. Alternativamente un láser aleatorio trabaja bajo los mismos principios que una microcavidad láser: un medio que amplifica la luz (i.e. con ganancia) y un mecanismo que atrapa la luz para hacer eficiente la amplificación [23, 24]. En este caso la cavidad resonante es reemplazada por una estructura altamente dispersante y aleatoria como polvos de semiconductores luminiscentes, microesferas o medios porosos en un tinte luminiscente [25, 26, 27, 28]. Desde este enfoque, el p-Si puede tener la posibilidad de presentar efecto láser aleatorio ya que consta de una estructura porosa activa, pero es necesario saber si la luminiscencia y la dispersión de la luz por el medio poroso son suficientes para generar dicho efecto [29, 30].

Como un primer estudio en esta dirección, en esta tesis nos propusimos como objetivo diseñar una estructura fotónica para confinar la emisión del p-Si en un plano transversal a los poros para analizar la propagación de la luminiscencia en la estructura porosa. El trabajo inicia desde la construcción de un sistema de control electrónico por computadora del ataque electroquímico con el que se produce el p-Si para crear estructuras fotónicas de calidad. Un control preciso de la magnitud de la densidad de la corriente eléctrica y el tiempo de aplicación de la misma es necesario para producir dichas estructuras. Posteriormente se analizaron las condiciones electroquímicas con las que se genera una estructura fotónica activa que satisfaga los requerimientos del diseño.

En el capítulo 1 se presenta el estado del arte del p-Si, así como algunas de sus propiedades: porosidad, morfología, funciones dieléctricas, luminiscencia; además del proceso de fabricación. El capítulo 2 resume algunos conceptos de óptica básica necesarios para comprender la teoría de la matriz de transferencia en la que se basan nuestros cálculos de transmitancia y reflectancia de las multicapas de p-Si. También se exponen brevemente las características de los espejos omnidireccionales y guías de onda planas, los cuales utilizaremos para entender los resultados mostrados en los siguiente capítulos. En el capítulo 3 se muestran los resultados de la producción y caracterización de las monocapas de p-Si, que se utilizan para realizar las guías de onda activas. En el capítulo 4 se muestra el análisis teórico, la elaboración y caracterización de las guías de onda. En el capítulo 5 se discuten los resultados obtenidos en la tesis. Posteriormente se dan las conclusiones de esta tesis. En los apéndices A y B se muestra el diagrama del circuito del Multiplexor de las fuentes de corriente desarrollado en esta tesis y un manual para el empleo del sistema de control por computadora del ataque electroquímico, respectivamente. En el apéndice C se explica el método aplicado para la obtención del índice de refracción complejo de monocapas del p-Si por medio del espectro de la reflectancia experimental. Finalmente, en el apéndice D se introducen los conceptos de irradiancia, potencia, fluencia y energía de un haz de un láser.

Capítulo 1

SILICIO POROSO

El silicio poroso (p-Si) fue descubierto en 1956 por Uhlir en los laboratorios Bell mientras se desarrollaban técnicas de electropulido de superficies de silicio cristalino (c-Si). Posteriormente Canham en 1990 encontró fotoluminiscencia del p-Si en el visible a temperatura ambiente, y explicó su origen como el resultado de efectos de confinamiento cuántico en su nanoestructura.

En este capítulo se presenta un resumen de las propiedades eléctricas y ópticas de interés del c-Si y del p-Si. Se expone en detalle el proceso de disolución del c-Si por ácido fluorhídrico, y se mencionan algunos modelos teóricos propuestos en la literatura sobre el proceso de anodización.

1.1. El silicio

El silicio (Si) es el segundo elemento más abundante en la corteza terrestre (27.7%) después del oxígeno. Éste se encuentra en la naturaleza en forma de óxido como en la arena, cuarzo, amatista, etc. o en forma de silicatos como en granito, feldespato, arcilla, etc. El Si tiene un número atómico 14, y punto de fusión de 1,687 °C. Éste puede presentarse con diferentes morfologías, tales como cristalino, policristalino, amorfo y p-Si [31].

El c-Si es el semiconductor más utilizado en la electrónica para la fabricación de circuitos integrados. Su estructura cristalina es cubica centrada en las caras (fcc) con una constante de red de 0.543 nm. A temperatura ambiente (300 K) su concentración de portadores de carga intrínseca es de $1.02 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ con una resistividad eléctrica de 2.3×10^5 - $3.2 \times 10^5 \Omega - cm$. La movilidad de los electrónes en el c-Si es de $1450 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ y de los huecos de $370 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ [31, 32].

El c-Si tiene un aspecto gris metálico con una brecha de energía indirecta de 1.124 eV, ver figura 1.1 [31, 33]. En un semiconductor de brecha de energía indirecta el máximo de la banda de valencia (borde de la banda de valencia) y el mínimo de la banda de conducción (borde de la banda de conducción) ocurren para un vector de onda diferente. Esto implica que en un proceso de absorción de un fotón, un par electrón-hueco estén separados por una energía $E_g = \hbar \omega_g$ y un vector de onda \tilde{k}_c , donde \hbar es la constante de Plank h entre 2π , y ω_g es la frecuencia angular que determina dicha brecha de energía (ver figura 1.2 *a*). Es decir, una transición directa producida por un fotón con energía igual a la brecha de energía mínima no satisface la conservación de vector de onda, porque el vector de onda del fotón es despreciable en los rangos de energía de interés, dicho de otra forma la conservación de momento no se mantiene. Pero si un fonón con vector de onda \tilde{K} y frecuencia Ω_g es creado en el proceso, entonces se tiene [34]:

$$\tilde{k}(\text{fot}\circ n) = \tilde{k}_c + \tilde{K} \cong 0$$

 $\hbar \omega = E_g + \hbar \Omega_g$

donde $\hbar\Omega_g$ es la energía del fonón generalmente menor que la brecha de energía. Entonces, los procesos de absorción y emisión de fotónes requieren de la asistencia de fonónes para conservar el momento. Esto significa que cuando un par electrón-hueco se recombina en el c-Si en bulto, la energía que es liberada es más probable que sea emitida en forma vibracional que luminosa, por ello el c-Si no es adecuado para la optoelectrónica y presenta muy baja eficiencia en la luminiscencia, cuya emisión se encuentra en el infrarrojo [34].

Por el contrario, en un proceso de absorción directo los bordes de las bandas de valencia y conducción se encuentran a un mismo vector de onda, y la energía necesaria para crear un par electrón-hueco en la absorción de un fotón es $E_g = \hbar \omega_g$, la cual es igual a la brecha de energía, esto es posible porque el vector de onda del fotón es muy pequeño [34] (ver figura 1.2 b). Esta característica la presentan los semiconductores de brecha de energía directa, como por ejemplo GaAs.

En un proceso de recombinación del par electrón-hueco, en el caso de una brecha de energía directa es más probable que sea radiativo, y se emita un fotón [10, 35, 34].

El índice de refracción del p-Si es complejo y es función de la longitud de onda $\tilde{n}(\lambda) = n_r(\lambda) - in_i(\lambda)$, donde $n_r(\lambda)$ es la parte real y $n_i(\lambda)$ es la parte imaginaria o coeficiente de extinción. En la figura 1.3 se muestra $n_r(\lambda)$ y $n_i(\lambda)$ en función de la energía de fotón [31]. Como se puede ver $n_r(\lambda)$ alcanza un máximo en 3.4 eV y $n_i(\lambda)$ a 4.3 eV aproximadamente.



Figura 1.1: Estructura de bandas del silicio. La línea solida indica el cálculo de pseudopotencial dependiente de la energía no local, los puntos representan el método orbital atómico localizado [33].



Figura 1.2: Procesos de absorción: inciso a indirecto e inciso b directo [34].



Figura 1.3: Índice de refracción complejo: inciso *a* parte real $n_r(\lambda)$ denotado por n e inciso *b* parte imaginaria (coeficiente de extinción) $n_i(\lambda)$ denotado por k, ambos contra energía de fotón ($\hbar\omega$) [31].

El éxito del c-Si en la electrónica se debe en gran parte a que se puede impurificar para modificar sus propiedades eléctricas. Existen dos tipos de silicio extrínseco, tipo p y n. Para producir Si tipo p se agrega al c-Si impurezas de los elementos del grupo III de la tabla periódica (B, Al, Ga, In). Mientras que en el Si tipo n las impurezas son de los elementos del grupo V (P, As, Sb) [31, 32].

1.2. Formación del silicio poroso

El silicio poroso (p-Si) es un material con propiedades ópticas distintas al silicio en bulto amorfo y al cristalino, que tiene una alta eficiencia en fotoluminiscencia, de hasta 10 %. El p-Si es un material nanoestructurado que se produce por ataque electroquímico de c-Si en presencia de un electrolito con ácido fluorhídrico. La estructura del p-Si se compone de poros comúnmente llenos de aire y un esqueleto delgado que prácticamente conserva la cristalinidad del sustrato de c-Si, a partir del cual se realizó. Su morfología puede variarse desde arreglos cilíndricos rectos hasta formar estructuras como esponja tridimensionales (como un coral). Las propiedades del p-Si dependen de las condiciones de anodización como son el dopado del sustrato de c-Si, la concentración del electrolito, la aplicación de iluminación, la temperatura, la densidad de corriente, etc.

El proceso de formación del p-Si es complejo ya que intervienen muchos

parámetros. Es por ello que el modelo del proceso del ataque electroquímico del c-Si aún sigue en disputa, así como el mecanismo de formación del p-Si. No obstante, existen varios modelos propuestos para explicar este proceso como el de Beale, el de difusión limitada, y el cuántico. Estos modelos se basan en la relación corriente-voltaje (I-V) del ataque electroquímico, que se puede ver en la figura 1.4. La curva 1.4 a corresponde a un electrodo (o sustrato) de c-Si tipo p, y la curva 1.4 b al c-Si tipo n. El diagrama 1.4 c corresponde al esquema del montaje de medición, se dice que cuando Va es positivo la polarización es anódica, por el contrario cuando Va tiene una magnitud negativa la polarización es catódica. De la figura 1.4 las curvas I-V muestran algunas similitudes del comportamiento de un diodo schottky correspondientes a la interfaz semiconductor-electrolito. En una polarización catódica no hay disolución de silicio y por lo tanto no se forma el p-Si sobre el sustrato, la única reacción de transferencia de carga importante que ocurre en la interfaz silicio-electrolito es la reducción del agua con la consecuente liberación de hidrógeno gaseoso. Por el contrario, en polarización anódica ocurre la disolución del silicio. El p-Si solo se forma en potenciales menores a los correspondientes del primer pico, en este pico se inicia el electropulido del c-Si, produciendo poros cada vez más grandes y disminuyendo el espesor del esqueleto. Hay notables diferencias en la reacción electroquímica dependiendo del tipo de dopaje del sustrato. En el caso del c-Si tipo n, como la polarización del diodo schottky es inversa (sin iluminación), la disolución ocurre hasta potenciales mas elevados y la curva I-V no presenta picos, por el contrario con iluminación el potencial necesario es menor. En varios reportes se ha indicado que durante el electropulido y la fabricación del p-Si se presentan fluctuaciones de corriente-potencial lo cual se atribuye a una formación de oxido anódico y consecuentemente a la generación de hidrógeno gaseoso. La generación de hidrógeno es disminuida conforme se pasa la transición y finalmente desaparece en el electropulido donde las fluctuaciones desaparecen también (segundo pico, ver figuras $1.4 a \ge 1.4 b$).

El modelo de Beale propone que los poros se inician en defectos superficiales del sustrato de c-Si. Y es hay donde se concentran las líneas del campo eléctrico y la carga, así también como en las puntas de los poros, aumentado la disolución local del c-Si. Este modelo toma en cuenta el comportamiento del diodo schottky creado por la unión semiconductor-electrolito. Durante el ataque electroquímico la zona de agotamiento en la unión evita un corto circuito a través del sustrato de c-Si, como se presenta en un dieléctrico. Esto es posible debido a que en esta zona el c-Si se comporta casi como intrínseco



Figura 1.4: Relación típica de corriente-voltaje para silicio tipo p y n, incisos a y b respectivamente. La línea solida indica la respuesta en obscuridad, y la línea punteada la respuesta con iluminación. En c se muestra el esquema del montaje de medición [8].

 $(10^5 \ \Omega - cm)$. Además, cuando se está formando el p-Si las regiones entre los poros están vacías de portadores de carga, debido a la superposición de las regiones de agotamiento en los poros. De esta manera, la corriente es direccionada a las puntas de los poros por la alta resistencia del esqueleto, ver figura 1.5. En observaciones de p-Si tipo p, Beal et al. notaron que la resistencia del esqueleto del p-Si es casi como la del c-Si intrínseco, debido a que el ataque se realiza preferentemente en los defectos del cristal y a las impurezas presentes [8].

El modelo de difusión limitada describe que el crecimiento de los poros es por medio de caminos aleatorios. Cuando se lleva a cabo el ataque electroquímico y un hueco se difunde hacia la superficie, este reacciona oxidando (rompe un enlace covalente) un átomo de Si en la interfaz. El camino aleatorio de difusión del hueco conduce preferentemente a irregularidades de la superficie y a las puntas de los poros, al igual que en el modelo de Beale. La longitud de difusión característica es función del dopado y el voltaje, entre otros, y ésta, controla la morfología de los poros. El modelo de difusión limitada no se restringe a diodos sino que se aplica también a fenómenos electroquímicos, como el electropulido. En este modelo, la región de agotamiento se genera por el consumo de los reactantes y su consecuente agotamiento en la interfaz silicio-electrolito. Sin embargo, la formación del p-Si puede ser controlada por la difusión de la corriente en el ánodo de c-Si [8].

El modelo cuántico da una interpretación cuántica a la formación de los poros. Este modelo se basa en que el p-Si hecho a partir de c-Si tipo p de alta resistividad (>1 $\Omega - cm$) tiene un esqueleto como nanoalambres de c-Si muy pequeño (<2 nm). En consecuencia, la brecha energética del c-Si (1.1 eV en bulto) de los nanoalambres del esqueleto del p-Si se ensancha (1.5 eV aproximadamente) debido a la disminución del tamaño del cristal, además de pasar de ser indirecta a casi directa. Esto produce la disminución de la movilidad de los portadores de carga. Y crea una zona de agotamiento parecida a la del modelo de Beale, dirigiendo la corriente a las puntas de los poros y produciendo ahí una concentración del campo eléctrico [8]. Cabe mencionar que el p-Si producido con un electrolito que contiene un polioxometalato y un agente oxidante como el H₂O₂ y con sustratos de baja resistividad también tiene un esqueleto como nanoalambres, como se verá más adelante.



Figura 1.5: Esquema que describe la formación del p-Si. Los círculos verdes son iones flúor, y los círculos amarillos huecos. Las flechas negras indican las lineas del campo eléctrico. Para los tres modelos, Beale, difusión y cuántico la carga se concentra en las puntas de los poros, y las paredes del poro son químicamente estables.

1.3. Mecanismo de disolución de silicio en ácido fluorhídrico

Se han propuesto diferentes modelos para explicar el mecanismo de disolución de Si en soluciones fluoradas por métodos electroquímicos. Generalmente se acepta el hecho de que se requieren huecos en el sustrato de c-Si, tanto para el proceso de electropulido como para la formación de poros.

El proceso de disolución divalente propuesto por Lehman es el modelo más aceptado. En él se considera que en soluciones que contienen HF, el Si es estable en el punto de circuito abierto, mientras que la disolución electroquímica ocurre en la zona de potenciales anódicos. Para densidades de corrientes por debajo de la corriente crítica (j_{sp} , ver figura 1.4 primer pico) se forma el p-Si y la interfaz electrolito-electrodo se cubre de enlaces Si-H. Las especies activas en el proceso de disolución son los compuestos fluorados HF, (HF)₂ y HF_2^- . Una disolución propuesta dentro de este régimen de potencial es la siguiente [36]:

$$Si + 4HF_2^- + h^+ \to SiF_6^{2-} + 2HF + H_2 + e^-$$
 (1.1)

La valencia de disolución se define como el número de portadores in-

tercambiados en la reacción electroquímica para la disolución de un átomo. En la disolución directa, el número de valencia de disolución n puede tener un valor entre 1 y 4. Sin embargo, en muchos casos ocurre con n = 2. La disolución directa consume HF y libera H₂.

Los primeros modelos del proceso de disolución electroquímica de Si en HF suponían que la superficie de silicio terminaba con enlaces de flúor. Sin embargo, estudios de espectros IR posteriores revelaron que toda la superficie estaba cubierta de enlaces Si-H. Debido a que el enlace Si-F tiene una energía de ligadura (6 eV) mayor que la del enlace Si-H (3.5 eV), el flúor no reemplaza al hidrógeno durante el proceso electroquímico, sino que remueve un átomo de silicio de la superficie inmediatamente. Este fenómeno ocurre debido a que los enlaces posteriores de Si se debilitan por efecto de la polarización inducida por el flúor, y son fácilmente atacados por H_2O o HF. Uno de los mecanismos de disolución más aceptados es el de disolución divalente, el cual se esquematiza en la Figura 1.6. Este mecanismo involucra dos requerimientos fundamentales: la evolución del hidrógeno gaseoso durante el anodizado y la inyección de huecos para la disolución. Otra ventaja del modelo es que explica la aparición de una capa de pasivación de hidrógeno contaminada con flúor inmediatamente después del proceso de anodizado. La secuencia propuesta por Lehmann y Gösele para la disolución divalente en base a la figura 1.6 es la siguiente [36]:

- (1) Un hueco es inyectado desde el Si masivo hacia la interfaz Si/electrolito, permitiendo el ataque nucleofílico de un átomo de Si. Las especies activas en el electrolito son el HF, y sus dímeros (HF)⁻₂ o HF⁻₂, los cuales se disocian cerca de la superficie en HF y F⁻, siendo este último inactivo en el proceso de disolución.
- (2) Cuando se produce un enlace Si-F, se produce un segundo ataque nucleofílico con la inyección de un electrón. Es importante notar que la iniciación del paso 2 proviene del resultado de la reacción que libera un electrón (ecuación 1.1) y no de un portador de carga en sí mismo.
- (3-4) Se desprende hidrógeno gaseoso, mientras que la naturaleza iónica de los enlaces Si-F polarizan los enlaces posteriores de Si suficientemente para que sean fácilmente anulados por HF o H₂O.
- (5) Los átomos remanentes de Si son hidrogenados nuevamente. La superficie retorna al estado neutral (inicial) hasta la inyección de un



Figura 1.6: Mecanismo de disolución de Si en HF [36]. Explicación en el texto.

nuevo hueco. El producto SiF_4 (gaseoso) reacciona con dos HF para producir SiF_6 y dos protones.

1.4. Porosidad

Uno de los principales parámetros que caracterizan al p-Si es obviamente la porosidad, que está determinada por las condiciones de anódización. La porosidad está definida como el porcentaje del volumen del material que es ocupado por los poros. La porosidad (P) del p-Si se puede determinar experimentalmente por diferencia de pesos y se calcula por:

$$P(\%) = \frac{m_1 - m_2}{m_1 - m_3},\tag{1.2}$$

donde m_1 es el peso del sustrato de c-Si antes de la anodización, m_2 es el peso justo después de la anodización, y m_3 es la masa del sustrato después de la disolución de toda la capa porosa en una solución acuosa molar de NaOH. La diferencia $m_1 - m_2$ es la masa de c-Si removida por el ataque electroquímico. Por otra parte, la diferencia $m_1 - m_3$ es la masa de c-Si que ocuparía el volumen de toda la capa de p-Si. La obtención de la porosidad mediante la medición de las masas requiere de la destrucción de la muestra [7].

La porosidad del p-Si puede variarse desde aproximadamente el 5 % al 95 %. Por esta razón se clasifica de la siguiente manera: baja porosidad de 0 % a 30 %, mediana porosidad de 30 % a 70 % y alta porosidad de 70 % a 95 %.

1.5. Morfología

La morfología del p-Si depende de las condiciones de anodización, tales como tipo de dopado de la oblea de c-Si n o p, resistividad eléctrica, aplicación de iluminación, temperatura, densidad de corriente y concentración de ácido fluorhídrico en el electrolito. Así como otros componentes que se añaden comúnmente al electrolito, como son agua, alcohol etílico y glicerina.

Los poros se clasifican en función de su tamaño como nanoporos (diámetro < 2nm), mesoporos (2 nm < diámetro < 50 nm) y macroporos (diámetro > 50 nm). En el caso del p-Si con base en la clasificación mencionada se tiene nano-pSi, meso-pSi y macro-pSi. Dependiendo de la porosidad y de la geometría del poro se tiene la siguiente área superficial: para macro-pSi de 10 a 100 m²/cm³, para meso-pSi de 100 a 300 m²/cm³, y para nano-pSi de 300 a 1000 m²/cm³. Existen poros cilíndricos rectos con una razón entre su diámetro y longitud muy grande (> 1000) y por otro lado estructuras porosas como un coral marino [7].

En la figura 1.7 se muestran imágenes de microscopía electrónica de barrido (SEM por sus siglas en ingles, *scanning electron microscopy*) de varias muestras de p-Si. En las figuras 1.7 a y b se muestra la vista superior y la sección transversal de meso-pSi, respectivamente. Las imágenes corresponden a muestras de p-Si con un diámetro de poro de 20 nm aproximadamente, los cuales se produjeron a partir de c-Si tipo p de resistividad eléctrica de 0.01



Figura 1.7: Imágenes de SEM de las vistas superficial y de corte transversal de muestras de p-Si, se muestran distintos tipos de morfología de p-Si [37].

 $\Omega - cm$ en un electrolito con una concentración de HF de 15 % en etanol. En las figuras 1.7 c y d se muestran imágenes de macro-pSi de 60 nm producidos en c-Si tipo n $(0.001 \ \Omega - cm)$ con un electrolito con 6 % de HF. En las figuras 1.7 e y f se muestran macro-pSi de 120 nm producidos con un sustrato de c-Si tipo n $(0.01 \ \Omega - cm)$ con 6 % HF. En las figuras 1.7 g y h se muestran macro-pSi de 1.5 μ m en un sustrato tipo p de 20 $\Omega - cm$ utilizando un electrolito de HF:Dimetilformamida [37]. Como se puede apreciar, la morfología del p-Si puede variarse desde una estructura tipo coral hasta un arreglo de macroporos dependiendo de las condiciones de ataque electroquímico.

1.6. Propiedades ópticas

El índice de refracción del p-Si depende de la porosidad y del grado de oxidación del p-Si. El área superficial del p-Si es muy grade y reactiva debido a que después del ataque electroquímico queda saturada principalmente con hidrógeno (Si_xH_x). Estas moléculas se rompen fácilmente, ya sea por iluminación o calentamiento al ponerse en contacto con el aire atmosférico, como consecuencia se produce una lenta oxidación del esqueleto para formar una capa de óxido de silicio que cubre toda su superficie. El grado de oxido en la superficie del p-Si afecta su índice de refracción, así como su luminiscencia. Debido a ello, se ha encontrado que después de largos períodos de almacenamiento las propiedades del p-Si aún varían. Para estabilizar las propiedades de este material el proceso de oxidación puede acelerarse por diversos métodos como químicos, electroquímicos y térmicos, como se verá en la siguiente sección. Además de estabilizar el p-Si, el proceso de oxidación del área superficial favorece la eficiencia de la luminiscencia. Dependiendo de la fracción de volumen presente de c-Si, aire, y Si_xO_x en la superficie se determina su índice de refracción.

Para determinar las funciones dieléctricas como la parte real e imaginaria del índice de refracción complejo del p-Si existen varios métodos, por ejemplo elipsometría, o modelos que obtienen estas constantes a partir de los espectros de reflectancia y transmitancia [13, 38]. Estos métodos toman en cuenta el p-Si como un medio efectivo, debido a que el esqueleto y los poros son de dimensiones de unos cuantos nanómetro (<50 nm, en el caso de nano-pSi y meso-pSi) y la longitud de onda del espectro visible es mucho mayor (400 - 700 nm). En este contexto el p-Si puede ser considerado como un medio isotrópico ópticamente con un índice de refracción complejo efectivo, con parte real n_r e imaginaria n_i , tomando en cuenta que para una longitud de onda dada $1 < n_r < n_{r\,c-Si} y \ 0 < n_i < n_{ic-Si}$, donde $n_{r\,c-Si} y \ n_{ic-Si}$ son la parte real e imaginaria del índice de refracción complejo del c-Si [13].

1.7. Luminiscencia

El p-Si en términos generales puede describirse como una estructura tipo esponja con un esqueleto cristalino de espesor del orden de nanómetros rodeado de aire. Este material puede emitir en un amplio rango de energías desde el IR hasta el UV cercano dependiendo de las condiciones electroquímicas en que se produce. Es claro que la energía de emisión de p-Si es mayor que la emitida por el sustrato de c-Si a partir del cual se produjo el primero. El esqueleto del p-Si conserva esencialmente la misma cristalinidad del sustrato de c-Si, pero debido a su nanoestructura se produce el confinamiento cuántico de los portadores de carga. El incremento en la energía de emisión del p-Si respecto al c-Si puede comprenderse en base a un modelo sencillo de un pozo de potencial de un nanocristal. Dentro de la aproximación de masa efectiva se estima que la brecha de energía está dada por [39]:

$$E_g = E_c + \frac{1}{2}\hbar\pi^2 \left[\frac{1}{\omega_x^2} + \frac{1}{\omega_y^2} + \frac{1}{\omega_z^2}\right] \left[\frac{1}{m_c^*} + \frac{1}{m_v^*}\right],$$
 (1.3)

Rango espectral	Longitud de onda del máxi-	Banda	PL	EL
	mo de la luminiscencia			
Azul- Verde	~470	Banda F	Si	No
IR cercano	1100 - 1500	Banda IR	Si	No
UV	~ 350	Banda UV	Si	No
Azul - Rojo	400 - 800	Banda S	Si	Si

Tabla 1.1: Bandas de emisión del p-Si. Donde PL indica presencia de fotoluminiscencia, y EL presencia de electroluminiscencia.

donde E_g es la brecha de energía del c-Si, m_v^* y m_c^* son las masas efectivas de la banda de valencia y en la banda de conducción respectivamente, ω_x^2 , ω_y^2 y ω_z^2 son las dimensiones del nanocristal en las direcciones x, y y z. Esto implica que la brecha de energía de la nanoestructura se ensanche conforme se reducen las dimensiones del sistema. Además de los efectos del confinamiento cuántico, los estados superficiales de su gran área superficial actúan como trampas para la recombinación de los pares electrón-hueco como ha podido verificarse experimentalmente.

Debido a los efecto de confinamiento cuántico y defectos superficiales del p-Si su emisión se divide en cuatro bandas, cada una con distinto origen según el fenómeno que la produce, las cuales se enlistan en la tabla 1.1.

La emisión de la fotoluminiscencia azul-verde de la banda F (del inglés fast, debido a su rápido tiempo de decaimiento en nanosegundos) fue reportada por primera vez por Harvey et al. Posteriormente Kovalev et al. demostraron fuerte luminiscencia de este tipo de p-Si oxidado por medio de una oxidación térmica rápida, que involucra el calentamiento transitorio en un ambiente de oxígeno con un control cuidadoso de la reacción superficial. Esta banda es observada solo en p-Si oxidado, lo cual indica que la luminiscencia proviene del óxido de silicio contaminado o defectuoso [4, 5, 6, 40].

La emisión en el infrarrojo (banda IR) a temperatura ambiente fue primero producida por Fauchet et al. en p-Si horneado en ultra alto vacío. El origen de este tipo de radiación es posiblemente debido a los enlaces libres, aunque una correlación directa no ha sido demostrada [41, 3].

La emisión ultravioleta (banda UV) fue reportada por primera vez por Jiang et al en p-Si oxidado bajo excitación de rayos x ligeros. Igual que la banda F, la banda UV es solo observable en p-Si oxidado y probablemente proviene también de fases de óxido defectuosos[42, 43, 44, 15].

Condición del p-Si	Terminación química
	de la superficie del es-
	queleto
In situ en HF durante y después de la formación.	Si $F_x H_y$
p-Si recién atacado electroquímicamente en un am-	Si H_x
biente no reactivo.	
Oxidación química o anódica.	Si $O_x H_y$
Envejecimiento en atmósfera de aire por meses o	Si $O_x H_y C_z$
años.	, i i i i i i i i i i i i i i i i i i i
Oxidado térmicamente rápido a altas temperat-	Si $O_x H_y$
uras.	

Tabla 1.2: Condiciones de la emisión de la banda S [3].

Finalmente la banda S, puede ser sintonizada en casi todo el espectro visible del rojo al azul. Esta banda tiene un gran valor tecnológico por presentar electroluminiscencia. La banda se presenta a partir de cierta porosidad, por ejemplo, una capa de p-Si con una porosidad de 30 % es imposible detectar luminiscencia. Las condiciones de la emisión de la banda S son varias, como se puede ver en la tabla 1.2 [3, 42].

La fotoluminiscencia del p-Si *in situ* en HF presenta un desplazamiento hacia el azul junto con una disminución en la intensidad. Un efecto similar se presenta con el envejecimiento del p-Si en aire a temperatura ambiente, pero en este caso con un aumento en la intensidad de la luminiscencia. Tales efectos son explicables si la posición de la banda y eficiencia son controlados por confinamiento de portadores de carga y un fenómeno de pasivación superficial.

La pasivación del p-Si por oxidación anódica produce un aumento en la luminiscencia en monocapas con porosidades medianas de 65 % aproximadamente. La oxidación térmica entre 400 y 700 °C típicamente conduce a una pérdida en la fotoluminiscencia. Por el contrario, la oxidación a altas temperaturas produce un aumento en la luminiscencia [3].

La fotoluminiscencia en la banda S hasta ahora se atribuye a efectos de superficie, pero también existe un aporte del tamaño de cristal, debido a que sólo se presenta arriba de cierta porosidad, como ya se mencionó. La resistividad eléctrica del sustrato de c-Si juega un papel fundamental en la nanoestructura y consecuentemente la luminiscencia del p-Si. Cuando se produce p-Si con sustratos con alta resistividad (bajo dopaje) $\rho > 1 \ \Omega - cm$ se produce una estructura parecida a la de un coral con espesores de las paredes menores a 5 nm, y se presenta luminiscencia en el visible. Por el contrario, cuando se utilizan sustratos con una resistividad en el rango de 10^{-1} a 10^{-4} $\Omega - cm$ (alto dopaje) la estructura es parecida, pero los espesores de las paredes son mayores de 10 nm, y sólo se observa luminiscencia en la región del infrarrojo.

Las propiedades luminiscentes del p-Si hacen de este material cadidato para hacer dispositivos optoelectrónicos. Particularmente cuando estas se combinan con las propiedades fotónicas, que veremos más adelante. Sin embargo, el p-Si que presenta luminiscencia en el visible se produce a partir de sustratos de c-Si muy resistivos ($\rho > 1\Omega - cm$), por otra parte, las estructuras de multicapas fotónicas de p-Si se elaboran con sustratos de baja resistividad eléctrica.

1.8. Método de fabricación

Como se ha mencionado, el p-Si se produce por ataque electroquímico de un sustrato de c-Si en una solución acuosa de HF. Un arreglo experimental para producir p-Si se muestra en la figura 1.8. La celda de teflón (1) contiene el electrolito (2), una malla (3) que puede ser de Pt o Au que funge como cátodo, un empaque anular (4) que sella el contacto entre la celda de teflón y el sustrato de c-Si (7). La muestra de p-Si (5) se hace a partir de la oblea de c-Si (7) que funge como ánodo. Previo al ataque electroquímico al sustrato de c-Si se le evapora una película metálica (6), como por ejemplo aluminio, para tener un buen contacto eléctrico. La corriente eléctrica suministrada para poder llevar a cabo el ataque electroquímico se aplica de una fuente de corriente continua (8) que es controlada por medio de una computadora (9). La computadora permite codificar la secuencia de elaboración de la estructura de multicapas, por medio del control de la magnitud y tiempo de aplicación de la corriente con una alta precisión, en consecuencia, también la porosidad y el espesor de las capas.

El electrolito regularmente está compuesto de ácido fluorhídrico, alcohol etílico y glicerina. El segundo componente permite una buena infiltración del electrolito en la estructura porosa. La glicerina aumenta la viscosidad del electrolito, lo cual ayuda a disminuir la rugosidad en las interfaces entre capas adyacentes de p-Si con distinta porosidad. La concentración de estos



Figura 1.8: Diagrama de la celda electroquímica.

componentes influyen directamente en la morfología y la porosidad [45]. La densidad de corriente es otro factor que modifica la porosidad, y su tiempo de aplicación permite determinar el espesor de la monocapa.

1.8.1. Estructuras de multicapas

El ataque electroquímico se concentra en las puntas de los poros, de tal modo que las paredes de los poros se vuelven químicamente estables. En consecuencia se pueden realizar estructuras de multicapas de p-Si con distintas porosidades al alternar la densidad de corriente aplicada durante el ataque electroquímico. De tal modo que con un control preciso del tiempo de aplicación y densidad de la corriente eléctrica se puede realizar una estructura de multicapas, con cierto espesor y porosidad de cada capa, alternando la densidad de corriente aplicada durante el ataque electroquímico. La formación de la multicapa se puede entender de la siguiente manera: en el inicio del ataque se aplica una corriente I_H durante un tiempo Δt_1 , produciendo una capa de p-Si de un espesor Δd_1 , con un índice de refracción n_1 . Después se aplica una corriente I_L durante un tiempo Δt_2 , la cual produce una segunda capa de espesor Δd_2 , con un índice de refracción n_2 . Así sucesivamente se vuelve a repetir el proceso produciendo la multicapa de p-Si, ver figura 1.9.



Figura 1.9: Diagrama de la formación de una multicapa de p-Si. Se realiza una multicapa de 3 periodos, cada uno con dos capas con espesores Δd_1 y Δd_2 , con un tiempo de ataque Δt_1 y Δt_2 , e índices de refracción n_1 y n_2 , respectivamente. Inciso *a* perfil de densidades de corriente e inciso *b* estructura de multicapas.

Mediante el perfil de densidades de corriente mostrado en la figura 1.9 a se puede crear una estructura de multicapas como la mostrada en la figura 1.9 b, la cual se encuentra sobre un sustrato de c-Si. Cabe mencionar que es posible desprender la multicapa de p-Si mediante la aplicación de una densidad de corriente que electropula el sustrato de c-Si al finalizar la muestra. Mediante este proceso se realizaron las estructuras de multicapas que se estudiaran más adelante. Capítulo 2

Aspectos Teóricos

2.1. Cristales fotónicos

La teoría fotónica fue propuesta en los años noventa simultáneamente e independientemente por Yablonovitch y Sajeev John para inhibir la emisión espontánea y para producir localización de la luz, respectivamente. Los elementos fundamentales en esta teoría son los cristales fotónicos propuestos como estructuras artificiales formadas de arreglos de materiales dieléctricos o metal-dieléctricos con distinta constante dieléctrica. Éstos son capaces de controlar la propagación de la radiación electromagnética en ciertas direcciones y en ciertas frecuencias. Los materiales pueden ordenarse en arreglos de una a tres dimensiones. Por ejemplo un cristal fotónico unidimensional consiste de una serie de capas alternadas de materiales con diferente índice de refracción, en dos dimensiones puede ser un arreglo de columnas y en tres dimensiones como un cubo de Rubik (ver figura 2.1). También existen cristales fotónicos naturales, por ejemplo los ópalos con colores esplendidos (verde, azul-verdoso, marron, etc.), las escamas de las alas de algunas mariposas, la cutícula de algunos escarabajos, las plumas de algunas aves como el pavo real y las escamas de ciertos peces [17].

Existe una analogía entre un cristal fotónico y un cristal electrónico. En un cristal electrónico la red hecha de átomos o moléculas consta de una celda



Figura 2.1: Tipos de cristales fotónicos. [17]

unitaria que se repite periódicamente en el espacio. Los átomos o moléculas representan un potencial periódico para los electrones que se propagan en el cristal como ondas. Los electrones que cumplen cierto criterio pueden propagarse sin ser dispersados por el potencial. La red cristalina también puede prohibir la propagación de los electrones de ciertas energías y en ciertas direcciones. Si el potencial de la red es lo suficiente intenso la brecha de energía puede extenderse en todas direcciones, es decir se forma una brecha completa de energía y los electrones con ese rango de energía no pueden propagarse. La naturaleza de los átomos que constituyen la red y la estructura de la celda definen las bandas electrónicas y consecuentemente las propiedades del cristal, va sea conductor como el cobre, aislante como el diamante o semiconductor como el silicio cristalino. En un cristal fotónico la red es reemplazada por materiales macroscópicos, donde el potencial es cambiado por una función dieléctrica periódica. Si hay suficiente contraste de índice de refracción entre los materiales que conforman el cristal fotónico y la absorción de la luz es mínima, la reflexión y refracción de la luz en las múltiples interfaces produce el mismo efecto en los fotones que el potencial periódico de los átomos produce en los electrones. Como resultado se crea una estructura de bandas de energía que permite la propagación de la luz separadas por una banda de energía prohibida, que refleja la luz. Dada la naturaleza ondulatoria de los electrones y los fotónes, el análisis teórico de los cristales fotónicos es similar a la teoría de bandas electrónicas de los sólidos cristalinos. En consecuencia se hace un análisis matemático similar en el espacio recíproco, zona de Brillouin, ondas de Bloch, brechas fotónicas (electrónicas), etc [17].

De acuerdo a la secuencia del arreglo de materiales, espesor de cada material y a su índice de refracción, un cristal fotónico se diseña para que refleje o transmita cierto rango de longitudes de onda. En esta tesis abordamos únicamente los cristales fotónicos unidimensionales, es decir, estructuras de multicapas que se pueden producir con silicio poroso. En el sentido estricto, una estructura de multicapas no puede formar una brecha fotónica ya que sólo prohíbe la propagación de la luz en una dirección, que se le denomina pseudobrecha. Nosotros le llamaremos brecha fotónica conscientes de que ocurre en una dirección. Aun cuando estas estructuras parecen relativamente simples, con ellas se pueden producir guías de onda, espejos, filtros, superficies antireflejantes, microcavidades, entre otros. Un ejemplo son los espejos de Bragg, los cuales son un arreglo de capas con distinto índice de refracción, donde cada capa cumple con la condición de que el camino óptico es igual a un cuarto de una longitud de onda específica ($\eta d = \lambda_0/4$). Si hay suficiente contraste de índice de refracción entre las capas, la luz de longitud de onda cercana a λ_0 es reflejada completamente. Otro tipo de espejos son los omnidireccionales que pueden reflejar cierto espectro de longitudes de onda a cualquier ángulo de incidencia. Estos espejos los emplearemos para hacer guías de onda, y con estas confinar la luz en un espacio entre dos espejos [46].

2.2. Propiedades ópticas

La propagación de la luz en los cristales fotónicos se estudia partiendo de las ecuaciones de Maxwell que básicamente llevan a resolver la ecuación de onda como un problema de valores propios. Dependiendo de la geometría, la solución puede ser muy compleja. Para un cristal fotónico unidimensional, que es una estructura de multicapas, se puede emplear una teoría clásica más sencilla que es la teoría de la matriz de transferencia. Para dar una breve explicación de esta teoría abordamos primero algunos conceptos básicos de óptica.

2.2.1. Reflexión y refracción de ondas planas

Una onda electromagnética plana tiene un campo eléctrico que oscilando en un plano, denominado plano de vibración. Consideremos que dicha onda incide sobre una interfaz plana entre dos medios isotrópicos, no absorbentes y homogéneos con distintos índices de refracción n_1 y n_2 . Supongamos que la onda incide desde el primer medio. En la interfaz ésta se dividirá en dos ondas: una refractada que se transmite y continúa propagándose en el segundo medio, y otra reflejada dentro del primer medio. La onda incidente se representa como $\mathbf{E_i} \exp[i(\omega t - \mathbf{k_i} \cdot \mathbf{r})]$, y las ondas reflejada y transmitida como $\mathbf{E_r} \exp[i(\omega t - \mathbf{k_r} \cdot \mathbf{r})]$ y $\mathbf{E_t} \exp[i(\omega t - \mathbf{k_t} \cdot \mathbf{r})]$, respectivamente, con amplitudes $\mathbf{E_i}, \mathbf{E_r} \ \mathbf{y} \ \mathbf{E_t}$, frecuencia ω , y vectores de propagación de onda $\mathbf{k_i}, \mathbf{k_r} \ \mathbf{k_t}$ (ver figura 2.2). Los argumentos de las ondas que implican las variaciones temporal y espacial en la interfaz x = 0 son iguales. Consecuentemente, satisfacen la ecuación:

$$(\mathbf{k}_{\mathbf{i}} \cdot \mathbf{r})_{x=0} = (\mathbf{k}_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r})_{x=0} = (\mathbf{k}_{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{r})_{x=0};$$
(2.1)

por lo tanto, los números de onda tienen las siguientes magnitudes:

$$|\mathbf{k}_{\mathbf{i}}| = |\mathbf{k}_{\mathbf{r}}| = \frac{\omega}{c} n_1, \qquad |\mathbf{k}_{\mathbf{t}}| = \frac{\omega}{c} n_2.$$
(2.2)



Figura 2.2: Reflexión y refracción de una onda plana en una interfaz entre dos medios dieléctrico isotrópicos, no absorbentes y homogéneos [18].

Las ecuaciones 2.1 y 2.2 describen las propiedades cinemáticas de la reflexión y refracción. De la primera ecuación deducimos que los vectores de propagación de la onda $\mathbf{k_i}$, $\mathbf{k_r}$ y $\mathbf{k_t}$ están en el mismo plano, el cual se llama "plano de incidencia" (ver figura 2.2). Además, las componentes tangenciales de los tres vectores de onda deben de ser las mismas. Si θ_i , θ_r y θ_t son los ángulos respecto a la normal de la interfaz de las ondas incidente, reflejada y transmitida, respectivamente, se debe cumplir que:

$$n_1 \sin \theta_i = n_1 \sin \theta_r = n_2 \sin \theta_t$$

Esto implica que $\theta_i = \theta_r$, y que:

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_i}{\operatorname{sen}\theta_t} = \frac{n_2}{n_1}.$$
(2.3)

Esta última ecuación se conoce como la Ley de Snell. Mediante las ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.3 se determina la dirección de propagación de las ondas reflejada y refractada a través de una interfaz entre dos medios con distinto índice de refracción, que se puede extender a una multicapa como se verá en las siguientes secciones. Pero primero, en la siguiente sección, se van a aplicar las condiciones de continuidad del campo eléctrico y magnético en una interfaz entre dos materiales.


Figura 2.3: Reflexión y refracción de una onda s [18].

2.2.2. Ecuaciones de Fresnel

Considérese una onda plana con polarización transversal eléctrica (TE) o también definida como s, donde la componente del campo eléctrico es perpendicular al plano de incidencia, ver la figura 2.3. El plano de incidencia se compone por el plano xz. El campo eléctrico en el medio 1 es la superposición de las ondas incidente y reflejada, y el campo eléctrico en el medio 2 corresponde a la onda refractada:

$$\mathbf{E} = \begin{cases} [\mathbf{E}_{\mathbf{i}} \exp(-\mathbf{k}_{\mathbf{i}} \cdot \mathbf{r}) + \mathbf{E}_{\mathbf{r}} \exp(-\mathbf{k}_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r})] \exp(i\omega t), & x < 0; \\ \mathbf{E}_{\mathbf{t}} \exp(-\mathbf{k}_{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{r}) \exp(i\omega t), & x > 0. \end{cases}$$
(2.4)

Los vectores de los campos magnéticos $\mathbf{H_i}$, $\mathbf{H_r}$ y $\mathbf{H_t}$ correspondientes a las ondas incidente, reflejada y refractada, respectivamente. Estos se pueden obtener mediante la siguiente ecuación:

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n \hat{\mathbf{k}} \mathbf{x} \mathbf{E}, \qquad (2.5)$$

donde **H** es el campo magnético, ϵ_0 es la permitividad del vacío, μ_0 es la permeabilidad del vacío, n el índice de refracción del medio, $\hat{\mathbf{k}}$ el vector de onda unitario y **E** el vector del campo eléctrico. Todos los vectores del campo eléctrico son perpendiculares al plano de incidencia, y los vectores del campo

magnético se escogieron para dar un flujo de energía positivo en la dirección de los vectores de onda. Debido a que debe haber continuidad en la interfaz x = 0, de las componentes E_y y H_z se obtiene:

$$E_{is} + E_{rs} = E_{ts},$$

$$\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left(E_{is} - E_{rs} \right) n_1 \cos \theta_i = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{ts} n_2 \cos \theta_t.$$
(2.6)

El coeficiente de reflexión se define como la razón entre el campo eléctrico reflejado y el incidente. De manera similar, el coeficiente de transmisión es la razón entre el campo eléctrico transmitido y el incidente. En particular para la polarización s los denotamos como:

$$r_s = \left(\frac{E_{rs}}{E_{is}}\right) \qquad y \qquad t_s = \left(\frac{E_{ts}}{E_{is}}\right).$$
 (2.7)

De las definiciones de r_s y t_s y las condiciones de frontera 2.6 obtenemos

$$r_s = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \qquad y \qquad t_s = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}.$$
 (2.8)

De manera similar se obtiene la amplitud del campo eléctrico reflejado y transmitido en función del campo eléctrico incidente para una onda transversal magnética (TM), también llamada p, en la cual la componente del campo magnético es perpendicular al plano de incidencia, como se puede ver en la figura 2.4. Al establecer las condiciones de continuidad de E_z y H_y obtenemos:

$$(E_{ip} - E_{rp})\cos\theta_i = E_{tp}\cos\theta_t,$$

$$\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (E_{ip} + E_{rp}) n_1 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{tp} n_2.$$
 (2.9)

Ahora los coeficientes de reflexión y transmisión están dados como:

$$r_p = \left(\frac{E_{rp}}{E_{ip}}\right) \qquad y \qquad t_p = \left(\frac{E_{tp}}{E_{ip}}\right).$$
 (2.10)



Figura 2.4: Reflexión y refracción de una onda p [18].

Finalmente, se encuentran las expresiones de r_p y t_p resolviendo las ecuaciones de continuidad 2.9:

$$r_p = \frac{n_1 \cos \theta_t - n_2 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i} \qquad y \qquad t_p = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i}, \tag{2.11}$$

que junto con 2.8 son las elementales ecuaciones de Fresnel. Estas ecuaciones permiten determinar las amplitudes del campo eléctrico de las ondas reflejada y refractada en función de la onda plana incidente, en una interfaz entre dos medios isotrópicos con distinto índice de refracción. Este análisis se va a realizar a una capa delgada dieléctrica isotrópica no absorbente en la siguiente sección, y más adelante, se realiza a un sistema de multicapas con distinto índice de refracción.

2.2.3. Propagación de la luz en una capa delgada

En esta sección se analizan las condiciones de continuidad del campo eléctrico y magnético de una onda electromagnética con polarización s que incide en una capa dieléctrica delgada de índice de refracción n_1 . Esta capa se encuentra inmersa entre dos medios seminfinitos transparentes de índices de refracción n_0 y n_s , ver figura 2.5 [47]. Supongamos que la onda con vector de campo eléctrico $\mathbf{E}_{i\mathbf{I}}$ incide desde el medio con índice de refracción n_0 en la interfaz I, el vector del campo eléctrico reflejado es $\mathbf{E}_{r\mathbf{I}}$, y el transmitido es



Figura 2.5: Corte transversal de una capa delgada dieléctrica isotropica, homogénea y no absorbente. Se muestran las componentes de los campos eléctrico y magnético de una onda plana TE incidiendo desde el medio con índice de refracción n_0 , así como las ondas que se generan en la propagación de esta a través del medio [47].

 $\mathbf{E_{tI}}$. Los respectivos vectores de los campos magnéticos son $\mathbf{H_{iI}}$, $\mathbf{H_{rI}}$ y $\mathbf{H_{tI}}$, con vectores de onda $\mathbf{k_{iI}}$, $\mathbf{k_{rI}}$ y $\mathbf{k_{tI}}$. El ángulo de la onda incidente es θ_{iI} y el ángulo de la onda refractada es θ_{tI} . El campo eléctrico en cada lado de las interfaces se compone de la suma de los campos eléctricos presentes, de igual manera se tiene para los campos magnéticos. Por otra parte para la interfaz II se tiene una analogía en los parámetros. La única onda que se propaga en el medio con índice de refracción n_s es $\mathbf{E_{tII}}$, la cual corresponde a la onda transmitida.

Haciendo el balance de continuidad del campo eléctrico en la interfaz I, y recordando que la componente tangencial E_y de este es continua, obtenemos:

$$E_I = E_{iI} + E_{rI} = E_{tI} + E'_{rII}, \qquad (2.12)$$

donde E'_{rII} es el campo eléctrico reflejado en la interfaz II que ha recorrido la capa dieléctrica delgada hasta la interfaz I.

Así también, haciendo el balance de continuidad para la componente tangencial del campo magnético H_z , tenemos:

$$H_{I} = \sqrt{\frac{\epsilon_{0}}{\mu_{0}}} \left(E_{iI} - E_{rI} \right) n_{0} \cos \theta_{iI}$$
$$= \sqrt{\frac{\epsilon_{0}}{\mu_{0}}} \left(E_{tI} - E_{rII}' \right) n_{1} \cos \theta_{iII}, \qquad (2.13)$$

donde se ha empleado la ecuación 2.5.

Por otra parte, del balance de continuidad del campo eléctrico y magnético, componentes E_y y H_z , en la interfaz II resulta:

$$E_{II} = E_{iII} + E_{rII} = E_{tII}$$
 (2.14)

у

$$H_{II} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left(E_{iII} - E_{rII} \right) n_1 \cos \theta_{iII}$$
$$= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left(E_{tII} \right) n_s \cos \theta_{tII}. \tag{2.15}$$

Una onda que atraviesa una vez la capa delgada presenta un desplazamiento de fase de $k_0(2n_1d\cos\theta_{iII})/2$, el cual denotaremos como k_0h , de tal modo que:

$$E_{iII} = E_{tI} e^{-ik_0 h},$$
 (2.16)

$$E_{rII} = E'_{rII} e^{+ik_0h}.$$
 (2.17)

Sustituyendo E_{iII} y E_{rII} en 2.14 y 2.15 obtenemos:

$$E_{II} = E_{tI}e^{-ik_0h} + E'_{rII}e^{+ik_0h}, (2.18)$$

$$H_{II} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left(E_{tI} e^{-ik_0 h} - E'_{rII} e^{+ik_0 h} \right) n_1 \cos \theta_{iII}.$$
 (2.19)

Resolviendo para E_{tI} y E'_{rII} , y sustituyendo en 2.12 y 2.13, resulta:

$$E_I = E_{II} \cos k_0 h + H_{II} (i \sin k_0 h) / \gamma_1, \qquad (2.20)$$

$$H_I = E_{II}\gamma_1 i \sin k_0 h + H_{II} \cos k_0 h; \qquad (2.21)$$

donde:

0

$$\gamma_1 \equiv \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_1 \cos \theta_{iII}. \tag{2.22}$$

Por otra parte, para una onda electromagnética TM, los cálculos hechos son similares, con la excepción de que γ_1 se define ahora como:

$$\gamma_1 \equiv \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_1 / \cos \theta_{iII}. \tag{2.23}$$

En notación matricial, las relaciones entre $E \ge H$ en las interfaces resultan:

$$\begin{bmatrix} E_I \\ H_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos k_0 h & (i \sin k_0 h) / \gamma_1 \\ \gamma_1 i \sin k_0 h & \cos k_0 h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{II} \\ H_{II} \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} E_I \\ H_I \end{bmatrix} = M_I \begin{bmatrix} E_{II} \\ H_{II} \end{bmatrix}, \qquad (2.24)$$

donde M_I es la matriz característica de la capa delgada, dada por:

$$M_I = \begin{bmatrix} \cos k_0 h & (i \sin k_0 h) / \gamma_1 \\ \gamma_1 i \sin k_0 h & \cos k_0 h \end{bmatrix}.$$
 (2.25)

El análisis anterior nos permitió encontrar una matriz característica (ecuación 2.25) de una capa delgada homogénea isotrópica no absorbente que relaciona las magnitudes de los campos eléctrico y magnético en las fronteras de la capa. En la siguiente sección este análisis se aplica a un sistema de capas dieléctricas con distinto índice de refracción.

2.2.4. Método de la matriz de transferencia

Consideremos ahora que se anexa una segunda capa dieléctrica con índice de refracción n_2 sobre un sustrato con índice de refracción n_s , en este caso hay tres interfaces, ver figura 2.6. La onda que incide en la interfaz III tiene



Figura 2.6: Diagrama de una multicapa, compuesta de dos capas dieléctricas con índices de refracción n_1 y n_2 , sobre un sustrato con índice de refracción n_s . La onda incide desde el medio con índice de refracción n_0

un vector de onda \mathbf{k}_{iIII} , la onda reflejada \mathbf{k}_{rIII} con un ángulo θ_{iIII} , y la refractada \mathbf{k}_{tIII} con un ángulo θ_{tIII} . Para una explicación más detallada de este método ver la referencia [47]. Repitiendo el mismo método de la sección anterior, la matriz de transferencia para la segunda capa es:

$$\begin{bmatrix} E_{II} \\ H_{II} \end{bmatrix} = M_{II} \begin{bmatrix} E_{III} \\ H_{III} \end{bmatrix}.$$

Sustituyendo la matriz columna del miembro izquierdo en 2.24, obtenemos:

$$\begin{bmatrix} E_I \\ H_I \end{bmatrix} = M_I M_{II} \begin{bmatrix} E_{III} \\ H_{III} \end{bmatrix}.$$

Para un arreglo de p capas, cada una con un índice de refracción n_p y un camino óptico h_p , la relación entre la primera y la última interfaz resulta:

$$\begin{bmatrix} E_I \\ H_I \end{bmatrix} = M_I M_{II} \dots M_p \begin{bmatrix} E_{p+1} \\ H_{p+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} E_I \\ H_I \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} E_{p+1} \\ H_{p+1} \end{bmatrix}, \qquad (2.26)$$

donde $M = M_I M_{II} \dots M_p$, es una matriz unimodular de 2 x 2. Retomando los términos de balance de continuidad en la frontera I, ecuaciones 2.12 y 2.13, y análogamente las condiciones para la ultima interfaz p+1, ecuaciones 2.14 y 2.15, obtenemos:

$$\begin{bmatrix} E_{iI} + E_{rI} \\ (E_{iI} - E_{rI})\gamma_0 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} E_{t(p+1)} \\ H_{t(p+1)}\gamma_s \end{bmatrix},$$

 ${\rm donde}$

$$\gamma_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_0 \cos \theta_{iI}, \qquad (2.27)$$

$$\gamma_s = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_s \cos \theta_{t(p+1)}. \tag{2.28}$$

Expandiendo la matriz se convierte en:

$$1 + r = m_{11}t + m_{12}\gamma_s t,$$

(1 - r) $\gamma_0 = m_{12}t + m_{22}\gamma_s t.$

Recordando que los coeficientes de reflexión y transmisión se definen como:

$$r = \frac{E_{rI}}{E_{iI}} \qquad y \qquad t = \frac{E_{t(p+1)}}{E_{iI}};$$

resolviendo para $r \ge t$ se tiene

$$r = \frac{\gamma_0 m_{11} + \gamma_0 \gamma_s m_{12} - m_{21} - \gamma_s m_{22}}{\gamma_0 m_{11} + \gamma_0 \gamma_s m_{12} + m_{21} + \gamma_s m_{22}},$$
(2.29)

$$t = \frac{2\gamma_0}{\gamma_0 m_{11} + \gamma_0 \gamma_s m_{12} + m_{21} + \gamma_s m_{22}}.$$
 (2.30)

En el caso de una onda electromagnética TM las ecuaciones de r y t son similares,

$$r = \frac{-\gamma_0 m_{11} - \gamma_0 \gamma_s m_{12} + m_{21} + \gamma_s m_{22}}{\gamma_0 m_{11} + \gamma_0 \gamma_s m_{12} + m_{21} + \gamma_s m_{22}},$$
(2.31)

$$t = \frac{\cos \theta_{iI}}{\cos \theta_{tII}} \frac{2\gamma_0}{\gamma_0 m_{11} + \gamma_0 \gamma_s m_{12} + m_{21} + \gamma_s m_{22}}.$$
 (2.32)

donde γ_0 y γ_s ahora están dadas por:

$$\gamma_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_0 / \cos \theta_{iI}, \qquad (2.33)$$

$$\gamma_s = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_s / \cos \theta_{t(p+1)}. \tag{2.34}$$

Finalmente para un haz de luz con un área transversal A, su potencia por unidad de área cruzando una superficie en el vacío cuya normal es paralela al vector Poynting **S** dado por:

$$\mathbf{S} = c^2 \epsilon_0 \mathbf{E} \mathbf{x} \mathbf{B},$$

el cual indica que la energía fluye en la dirección de propagación de la onda. Además, la densidad de flujo de radiación (W/m^2) o irradiancia es:

$$I = \langle S \rangle = \frac{c\epsilon_0}{2} E_0^2.$$

Supongamos que el haz de luz cruza una estructura dieléctrica como la mostrada en la figura 2.6. Definimos la reflectancia como la razón entre la potencia reflejada y la potencia incidente, además la transmitancia como la razón entre la potencia transmitida y la incidente, las cuales están dadas por:

$$R = r^2 \qquad y \qquad T = \frac{n_s \cos \theta_s}{n_0 \cos \theta_0} t^2, \tag{2.35}$$

donde el cociente n_s/n_0 se debe a la distinta velocidad de fase de la luz en cada medio. Y la razón $\cos \theta_s / \cos \theta_0$ es consecuencia de la diferencia en las áreas de las secciones transversales de los haces incidente y reflejado. El análisis anterior se conoce como el método de la matriz de transferencia, con el cual se determina la matriz del sistema de multicapas M (ecuación 2.26), con el que se determina la reflectancia y transmitancia de la multicapa cuando no hay absorción. En la siguiente sección se verá el caso cuando los materiales presentan absorción de la luz.

2.2.5. Multicapas: índice de refracción complejo

Hasta este momento hemos considerado medios dieléctricos sin absorción. Sin embargo, el método de la matriz de transferencia se puede extender para medios con índice de refracción complejo, $n = n_r - in_i$.

La radiación electromagnética al pasar por una interfaz entre dos medios con distintos índices de refracción (parte real), su componente reflejada y transmitida cumplen la ley de Snell, hago énfasis en que es solo la parte real del índice de refracción quien modifica la velocidad de fase en un medio. Por otro lado, la parte imaginaria del índice de refracción, produce una atenuación en la radiación electromagnética a lo largo de su dirección de propagación [48]. Tomando en cuenta estos puntos las ecuaciones 2.16 y 2.17 son modificadas para obtener:

$$E_{iII} = E_{tI} e^{-ik_0 h} e^{-\alpha}, (2.36)$$

$$E_{rII} = E'_{rII} e^{+ik_0 h} e^{\alpha}, (2.37)$$

donde α es igual a $k_0 n_{i1} d / \cos \theta_{iII}$, con $k_0 n_{i1}$ el coeficiente de atenuación y $d / \cos \theta_{iII}$ la distancia recorrida por la radiación electromagnética en la capa (ver figura 2.6). Se continúa con el mismo desarrollo ya explicado para obtener la matriz de transferencia, lo cual produce que las ecuaciones 2.20 y 2.21 se modifiquen, resulta entonces:

$$E_I = E_{II}U_1 + H_{II}V_1/\gamma_1, (2.38)$$

$$H_I = E_{II}\gamma_1 V_1 + H_{II}U_1, (2.39)$$

donde

$$U_1 = \cos k_0 h \cosh \alpha + i \operatorname{sen} k_0 h \operatorname{senh} \alpha,$$

$$V_1 = \cos k_0 h \operatorname{senh} \alpha + i \operatorname{sen} k_0 h \cosh \alpha.$$

En notación matricial:

$$\begin{bmatrix} E_I \\ H_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 & V_1/\gamma_1 \\ \gamma_1 V_1 & U_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{II} \\ H_{II} \end{bmatrix}$$

0

$$\begin{bmatrix} E_I \\ H_I \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} E_{II} \\ H_{II} \end{bmatrix}$$

donde la matriz de transferencia está dada por:

$$M = \begin{bmatrix} U_1 & V_1/\gamma_1\\ \gamma_1 V_1 & U_1 \end{bmatrix}, \qquad (2.40)$$

y γ_1 continúa teniendo la misma expresión dependiente de si se trata de una onda TE o una onda TM, ecuaciones 2.22 y 2.23 respectivamente.

La matriz M, ecuación 2.40 se aplica también a estructuras de multicapas dieléctricas con distinto índice de refracción, como se vio en la sección anterior. Por lo que, las expresiones de la reflexión r y la transmisión t continúan siendo las mismas. Para una onda TE son las ecuaciones 2.29 y 2.30, y para una onda TM ecuaciones 2.31 y 2.32, respectivamente. De igual forma, las variables γ_0 y γ_s siguen teniendo las mismas expresiones. En el caso de una onda TE se utilizan las ecuaciones 2.27 y 2.28, y en el caso de una onda TM las ecuaciones 2.33 y 2.34. Con este método de la matriz de transferencia modificado para medios con índice de refracción complejo, se calcula la reflectancia y transmitancia (ecuaciones 2.35) de estructuras de multicapas dieléctricas, como se verá en el capítulo "Guía de onda activa".

2.3. Espejos omnidireccionales

Un espejo dieléctrico o espejo de Bragg consiste de una estructura de capas múltiples (multicapas) de materiales dieléctricos de diferente índice de refracción $(n_{rH} y n_{rL})$ alternadas periódicamente. Cada capa H y L satisface la condición de un cuarto de longitud de onda de camino óptico, esto es $n_{rH}d_H = n_{rL}d_L = \lambda_0/4$, donde λ_0 es la longitud de onda central de la brecha fotónica, $d_H y d_L$ son los espesores de cada capa, ver figura 2.7. Las letras H y L indican un índice de refracción alto y bajo respectivamente. Definimos un período o celda $\Lambda = d_H + d_L$ compuesta por dos capas con distinto índice de refracción, y el número de celdas por N. Cuando el número de celdas tiende a infinito se crea una estructura de bandas unidimensional donde la luz es reflejada completamente en un rango de frecuencias, es decir no se puede propagar dentro de la estructura. A incidencia normal la primera banda fotónica, es una brecha fotónica definida por sus bordes, están dados por [18]:



Figura 2.7: Diagrama de la estructura fotónica de un espejo de Bragg. d_H y d_L son los espesores de las capas con índices de refracción alto, n_{rH} , y bajo, n_{rL} , $\Lambda = d_H + d_L$, y N es el número de celdas. [18].

$$\omega_{borde1,2} = \omega_0 \pm \frac{c}{n_H d_H} \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{n_H - n_L}{n_H + n_L} \right), \qquad (2.41)$$

donde c es la velocidad de la luz, $\omega_{borde1,2}$ es la frecuencia angular de los bordes de la brecha fotónica y ω_0 es la frecuencia angular central de la brecha fotónica, es decir $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$. Entonces la longitud de onda de los bordes de la brecha fotónica están dados por $\lambda_{borde1,2} = 2\pi c/\omega_{borde1,2}$

En incidencia normal ésta última relación es independiente de la polarización, TE y TM, pero a incidencia oblicua cambian los bordes de la brecha fotónica. Los espejos de Bragg reflejan fuertemente a frecuencias dentro de las bandas fotónicas, y dependen del ángulo de incidencia. Aún cuando la condición teórica implica un número infinito de capas para crear una brecha fotónica, en la práctica es posible obtener reflectancias muy altas con un número razonable de capas. Algunos usos de los espejos de Bragg son: recubrimientos para fibras ópticas, guías de onda y microcavidades.

Los espejos convencionales como los que tenemos en casa están hechos de películas delgadas de materiales metálicos, como aluminio o plata. Estos son capaces de reflejar la luz en un rango amplio de longitudes de onda que van desde el infrarrojo hasta el visible a cualquier ángulo de incidencia, a esta propiedad se le denomina reflexión omnidireccional (ODR, por sus siglas en ingles, *omnidirectional reflection*), pero tienen la desventaja de que la luz es parcialmente absorbida y debido a ello muchas veces observamos su



Figura 2.8: Reflexión omnidireccional (ODR) teórica de un espejo de Bragg. Las líneas solida y punteada representan los espectros de la reflectancia a incidencia normal y oblicua a 85° de una onda TM. Los parámetros de la estructura del espejo se muestran en la figura 4.1.

calentamiento, por ejemplo cuando se exponen a la radiación solar. Alternativamente, los espejos omnidireccionales dieléctricos tienen menor absorción y se pueden diseñar para reflejar la luz a cualquier ángulo e independientemente de la polarización. Estos espejos omnidireccionales tienen usos muy variados como en imágenes, colección de energía solar y en cavidades de láseres [49].

La habilidad de una estructura fotónica de reflejar la luz a cualquier ángulo está asociada a la existencia de una brecha fotónica completa, es decir está prohibida la propagación a lo largo de las tres direcciones ortogonales. Es claro que un cristal fotónico unidimensional, estructura de multicapas, no satisface el criterio de brecha fotónica completa y se requiere un criterio alternativo de omnidireccionalidad. Para establecer este criterio se parte de que a incidencia normal no hay diferencia entre los modos TE y TM. A incidencia oblicua, conforme se incrementa el ángulo se ensancha la brecha fotónica de la polarización TE, mientras que se estrecha para los modos TM. De este último modo además la brecha se recorre hacia frecuencias altas. De modo que el criterio para la existencia de omnidireccionalidad (ODR) se establece como el rango de longitudes de onda de traslape entre los espectros de reflectancia a incidencia normal y a incidencia oblicua a casi 90° del modo TM [49]. En la figura 2.8 se muestra la ODR (área gris) de un espejo de Bragg. Los parámetros de su estructura se dan al pie de la figura 4.1. El espectro de la reflectancia a incidencia normal se representa por la línea solida y el espectro a incidencia oblicua a 85° por la línea punteada.

En una estructura periódica la ODR es función del contraste de índices de refracción. Entre más grande sea el contraste más ancho es la ODR. Sin embargo, es difícil tener materiales con grandes contrastes de índices de refracción, esto limita el rango de longitudes de onda de la ODR. Alternativamente, se han usado heteroestructuras fotónicas, que están compuestas de varios cristales fotónicos con distinta periodicidad (constante de red). Donde el criterio para aumentar ODR es la simultánea adyacencia de las brechas fotónicas de los subcristales fotónicos para todos los ángulos de incidencia [50]. Otro tipo de estructuras fotónicas utilizadas para aumentar la ODR es por medio de estructuras moduladas. Estas son estructuras fotónicas que consisten de capas alternadas de dos materiales, uno con un bajo índice de refracción n_{rL} y otra con un alto índice de refracción n_{rH} , donde los espesores se varian en una progresión aritmética, geométrica, u otro tipo de expresión matemática [51].

La graduación de la estructura se puede definir como:

$$(d_H)_j = \frac{\lambda_0}{4n_{rH}} + (\Delta d_H)_j, \qquad (2.42)$$

$$(d_L)_j = \frac{\lambda_0}{4n_{rL}} + (\Delta d_L)_j, \qquad (2.43)$$

donde j indica la j-ésima celda (cada celda esta compuesta por dos capas una de índice de refracción alto y otra con índice de refracción bajo), λ_0 es la longitud de onda de referencia en el vacío o aire como medio de incidencia. $(d_H)_j$ y $(d_L)_j$ son los espesores de los medios con índices de refracción alto, n_{rH} , y bajo, n_{rL} , de la j-ésima celda (ver figura 2.9). Las expresiones para $(\Delta d_H)_j$ y $(\Delta d_L)_j$ cambian en base al tipo de progresión, ya sea aritmética, geométrica o de otro tipo. En el primer tipo de progresión $(\Delta d_{H,L})_j = (j-1)*$ $\delta d_{H,L}$, donde $\delta d_{H,L}$ son constantes. En el caso de una progresión geométrica $(\Delta d_{H,L})_j = \beta * \exp(\alpha * j)$, donde α y β son constantes [52].

2.4. Guía de onda plana

Las ondas electromagnéticas se propagan en el espacio libre en todas direcciones tal que pueden considerarse como ondas esféricas que viajan desde un punto central. La potencia de la onda disminuye proporcionalmente con el inverso del cuadrado de la distancia y por ello se generan enormes pérdidas



Figura 2.9: Diagrama de una estructura fotónica modulada. j es la j-ésima celda, $(d_H)_j$ y $(d_L)_j$ son los espesores de las capas con índices de refracción alto, n_{rH} , y bajo, n_{rL} , de la j-ésima celda, y N es el número de celdas.

conforme ésta viaja. Una guía de onda convencional es una estructura física que conduce ondas electromagnéticas mediante la reflexión interna total. La transmisión de señales por guías de onda reduce la disipación de energía. Las guías de onda son estructuras importantes que tienen aplicaciones en optoelectrónica y comunicación. La geometría de las guías de onda varía desde, cilíndricas, rectangulares, a formas características, donde la más simple es la rectangular [18].

En general una guía de onda óptica consiste de un núcleo donde se confina la onda y un revestimiento, con índices de refracción n_1 y n_0 respectivamente, ver figura 2.10. Al incidir un haz de luz desde el aire por la izquierda en el núcleo de la guía de onda a un ángulo θ , la luz es refractada y se propaga dentro del núcleo al ángulo ϕ_1 hasta una interfaz con el revestimiento, donde es nuevamente refractado a un ángulo ϕ_0 . Si se disminuye el ángulo θ , ϕ_1 también lo hace y aumenta ϕ_0 , hasta que a cierto ángulo θ cuando $\phi_0 = \pi/2$ la luz es reflejada totalmente en la interfaz núcleo-revestimiento. A este valor de θ se le denota ángulo de aceptación de la luz máximo θ_{max} y es conocido como la apertura numérica (NA por sus siglas en inglés numerical aperture) [53]. De acuerdo con la ley de Snell en la interfaz núcleo-revestimiento tenemos:

$$n_{1} \operatorname{sen} \phi_{1} = n_{0} \operatorname{sen} \phi_{0} = n_{0} \operatorname{sen} 90^{O},$$

$$\phi_{1} = \cos^{-1} \left(\frac{n_{0}}{n_{1}}\right).$$
(2.44)

Aire

Aire

Núcleo n1

Revestimiento n0

$$x = a$$

x = 0

x = -a

n0

x = -a

x = -a

n0

x = -a

x

Figura 2.10: Estructura básica y perfil de índices de refracción de una guía de onda óptica [53].

Ya que el índice de refracción del aire es 1 aproximadamente, para la interfaz aire-núcleo se tiene:

$$\operatorname{sen} \theta = n_1 \operatorname{sen} \phi_1. \tag{2.45}$$

Sustituyendo ϕ_1 de 2.44 en 2.45 y despejando θ se obtiene la condición para la reflexión total interna:

$$\theta \le \operatorname{sen}^{-1} \sqrt{n_1^2 - n_0^2} \equiv \theta_{max}$$

0

$$\theta_{max} \approx \sqrt{n_1^2 - n_0^2}.$$
 (2.46)

La diferencia relativa de los índices de refracción entre el núcleo y el revestimiento se define como:

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_0^2}{2n_1^2} \approx \frac{n_1 - n_0}{n_1}.$$

La apertura numérica (ecuación 2.46) se relaciona con la diferencia relativa de los índices de refracción por:

$$\theta_{max} \approx \sqrt{2\Delta}$$

Las guías de onda pueden componerse de estructuras de multicapas de materiales dieléctricos para formar el revestimiento, donde la luz es confinada por dos espejos dieléctricos, tales como espejos de Bragg o espejos omnidireccionales. El principio de confinamiento se basa en las propiedades de los cristales fotónicos, como es la brecha fotónica, o la reflexión omnidireccional (ODR), como se vio en la sección anterior. En este caso, el núcleo donde se confina la luz se compone de una capa con un índice de refracción menor que el de las capas de los espejos (ver figura 2.11). En particular, cuando se emplean espejos omnidireccionales para confinar la luz se amplia la brecha fotónica, es decir el rango de longitudes de onda de la luz que no se puede propagar, solo ser reflejada. Algunas de sus posibles aplicaciones son redes de interconexiones fotónicas compactas, y circuitos integrados fotónicos de alta densidad [46, 54, 55].

Las guías de onda que construimos en esta investigación están compuestas de espejos omnidireccionales como revestimiento y un núcleo activo. Los espejos omnidireccionales tienen una estructura modulada, formada con p-Si. El núcleo es de una capa luminiscente de p-Si con un espesor de un camino óptico de una longitud de onda del máximo de la luminiscencia de dicha capa (635 nm), ver figura 2.11. En este caso se define un ángulo de propagación máximo respecto a la normal de las capas de 50°. Estos aspectos se describen con detalle en el capítulo "Guía de onda activa".



Figura 2.11: Diagrama de una guía de onda plana con revestimiento compuesto de dos espejos omnidireccionales. La notación de los espejos omnidireccionales es la misma que en la figura 2.10, n_{rC} es el índice de refracción de la capa central y d_C su espesor.

Capítulo 3

FABRICACIÓN CONTROLADA DEL SILICIO POROSO

El primer paso en el desarrollo de una estructura fotónica de p-Si es establecer las condiciones de ataque electroquímico para producir el material con ciertas características. Posteriormente se determinan experimentalmente sus propiedades como el índice de refracción y la fotoluminiscencia. Un aspecto importante es que las condiciones de ataque electroquímico permitan que la estructura fotónica sea reproducible.

La densidad de corriente es uno de los parámetros que se puede variar durante el ataque electroquímico para controlar la secuencia de capas de diferente porosidad. Es importante contar con un control preciso de la magnitud y tiempo de aplicación de la corriente, con la finalidad de que la estructura fotónica de p-Si satisfaga las condiciones de camino óptico de cada capa con las que fue diseñada. Con este propósito, en esta tesis se desarrolló un multiplexor de fuentes de corriente controlado por computadora.

3.1. Sistema de control de ataque electroquímico

Este multiplexor de fuentes de corriente permite conmutar hasta 3 fuentes de corriente durante el ataque electroquímico. Éste permite seleccionar en una secuencia determinada las fuentes de corriente durante un tiempo específico. El control del multiplexor se realiza por medio de una computadora personal utilizando el software Gambas versión 2.22. En las figuras 3.1 a y b se muestra el Multiplexor de fuentes de corriente. Y el diagrama del circuito de este dispositivo se puede ver en el apéndice A.

Gambas es el acrónimo de Gambas Almost Means BASIC. Este tiene un lenguaje BASIC (por sus siglas en ingles, Código de instrucciones simbólicas



Figura 3.1: Inciso a vista frontal e inciso b vista posterior del multiplexor de fuentes de corriente.

con propósito general para principiantes) con extensiones de objetos libre parecido a Visual BasicTM que trabaja en el sistema operativo Linux. Un programa escrito en Gambas es un conjunto de archivos que se almacenan en un solo directorio. Cada uno describe una clase hablando en términos de programación de objetos. Los archivos de clase son inicialmente compilados y consecuentemente ejecutados por el interprete de Gambas. Desde este punto de vista es muy parecido a JavaTM [56]. Gambas está compuesto de los siguientes programas:

- Un compilador. Se encarga de transformar el código fuente y archivos que forman parte del proyecto hecho en gambas en un programa ejecutable.
- Un intérprete. Hace que los programas codificados en Gambas sean ejecutados por el sistema operativo.
- Un Archivador. Transforma la estructura del directorio del proyecto entero en un archivo ejecutable independiente.
- Componentes. Añaden funcionalidades al lenguaje que se refieren a librerías específicas.
- Un ambiente de desarrollo. Facilita la programación y el diseño de las interfaces gráficas de los programas.

En Gambas un proyecto contiene archivos de clases, formularios, módulos, y archivos de datos. Los cuales son almacenados en un directorio [56, 57]. Por medio de Gambas se escribe el programa *Multiplexor* que controla el multiplexor de fuentes de corriente. Este programa permite especificar los parámetros que determinan el tiempo y la magnitud de la corriente aplicada durante el ataque electroquímico necesarias para producir una multicapa de p-Si. El programa Multiplexor se compone de un formulario (Form) y una línea de código o clase (Class). El primero es la ventana principal que contiene todos los objetos como cuadros de texto, mensajes, botónes, menús, etc. (ver la figura 3.2). Esta ventana se muestra durante el ataque electroquímico. El botón **Conectar** en el recuadro **Puerto serie** permite conectar y desconectar la computadora personal con el Multiplexor. El botón Iniciar (se encuentra inhabilitado hasta que se establece la conexión con el multiplexor, como se verá mas adelante) en el recuadro **Proceso** inicia o detiene el ataque electroquímico en cualquier momento. El cuadro de texto Historial muestra el estado de la capa de p-Si en ataque. Finalmente, el cuadro de texto **Puerto** indica el puerto serie que se va a utilizar, este último no se debe de modificar.

Figura 3.2: Formulario o ventana principal del programa Multiplexor.

La clase del programa Multiplexor se puede dividir en dos secciones. En la primera sección se tienen los algoritmos que permiten establecer la conexión serial entre el Multiplexor y la computadora personal, es decir tiene el controlador del Multiplexor, además de controlar el formulario y codificar fácilmente la secuencia de la estructura de p-Si que se pretende construir. La segunda sección se dedica al usuario y en ella se establecen los parámetros de la estructura de capas de p-Si, tales como índice de refracción, espesor de las capas, camino óptico, etc. o ecuaciones de recurrencia para una heteroestructura, así como también la velocidad de ataque. Estos determinan el tiempo y la magnitud de la corriente aplicada en el ataque electroquímico. Cabe mencionar que esta sección se compone de varios procedimientos.

A continuación se muestran las líneas de comandos de un ejemplo del procedimiento **Proceso**:

```
PUBLIC SUB Proceso()
SELECT CASE APaso
  CASE 1 'Inicio Bucle 1
    seccion1_valores_iniciales() 'Se establecen los valores
   SELECT CASE BPaso
                                 'iniciales de las variables
     CASE 1
        CORRIENTE_TIEMPO(1, 1000, t1, p1, "Capa 1") 'Monocapa 1
     CASE 2
        CORRIENTE_TIEMPO(2, 1000, t2, p2, "Capa 2") 'Monocapa 2
      CASE 3
        CORRIENTE_TIEMPO(3, 1000, t3, p3, "Capa 3") 'Monocapa 3
       .
     CASE X
        CORRIENTE_TIEMPO(1, 1000, tx, px, "Capa x") 'Monocapa X
     DEFAULT
        seccion1() 'Modifica los parámetros
        Sig_ciclo(CNAPaso + 1) 'Continua con el siguiente ciclo
    END SELECT 'Fin bucle 1
  CASE 2 'Bucle 2
    Cuerpo de la estructura de capas, 2
  CASE Y 'Bucle Y
   Cuerpo de la estructura de capas, Y
 DEFAULT
   Fin_Proceso()
END SELECT
END
```

En el procedimiento anterior se establece la secuencia de las capas de la estructura de p-Si. La sintaxis del control de flujo de las declaraciones IF, CASE, Procedimientos y Variables que se necesitan para entender el programa se encuentran en las referencias [56, 57]. El procedimiento **Proceso** se compone de varios casos (**SELECT CASE**). El mas externo (**SELECT CASE APaso**) establece varios bucles (**CASE 1, CASE 2, CASE 3, ...,CASE Y**). Cada bucle compone una secuencia de capas de p-Si, las cuales se van realizando en orden ascendente. La variable **APaso** permite al programa seleccionar los bucles, ésta variable es restringida y no puede ser utilizada por el usuario. Una vez terminados los bucles se ejecuta el procedimiento Fin_Proceso(), el cual termina el programa y muestra el mensaje **"Proceso Finalizado"** en una ventana emergente.

Cada bucle se compone por un caso interno (SELECT CASE BPaso). Por ejemplo, el bucle 1 está compuesto por varios elementos (CASE 1, CASE 2, CASE 3, ..., CASE X), cada uno de ellos realiza una capa de p-Si. La variable **BPaso** permite al programa seleccionar la capa de p-Si que se va a realizar, esta variable es restringida. El procedimiento seccion1 valores iniciales permite establecer los valores iniciales de las variables, como los cálculos de los tiempos de ataque electroquímico de las capas de p-Si. Mediante una variable **NAPaso** (no mostrada) se establece el número de veces que se va a repetir el bucle. En cada elemento se encuentra el procedimiento CORRIENTE TIEMPO(Corriente, Inactivo, Activo, Ciclos, Identificador) que permite realizar una capa de p-Si. La variable de entrada **Corriente** determina el canal o terminal en la cual se encuentra conectada la fuente de corriente deseada (ver figura 3.1 a). La variable **Iden**tificador permite mostrar un mensaje cuando se está realizando la capa, ésta se muestra en el cuadro **Historial** del formulario. El tiempo total de ataque electroquímico se divide en varios intervalos de tiempo iguales (intervalo de tiempo activo). El intervalo de tiempo activo se establece en la variable Activo. Después de cada intervalo de tiempo activo se deja un intervalo de tiempo de descanso sin aplicar corriente (intervalo de tiempo inactivo) esto con la finalidad de que el electrolito fluya hasta la punta de los poros y renueve el electrolito ya agotado. Este tiempo se establece en la variable **Inactivo**. El número de periodos compuestos por un intervalo de tiempo activo y un intervalo de tiempo inactivo se establecen en la variable Ciclos. Al finalizar todas las capas se ejecutan los procedimientos seccion1() y Sig ciclo(CNAPaso + 1). El procedimiento seccion1() es opcional, permite modificar el tiempo de ataque electroquímico de las capas de p-Si del siguiente ciclo (**NAPaso** > 1). El procedimiento **Sig_ciclo**(**CNAPaso** + 1) permite continuar con el siguiente ciclo del bucle o termina el bucle. Mediante la variable **CNAPaso** se puede establecer el número de ciclo deseado a conveniencia del usuario.

Para compilar el programa Multiplexor, en la ventana principal del compilador Gambas se selecciona el botón **Complile all** . Para ejecutar el programa se da clic en el botón **Run**. Y aparecerá una ventana como la de la figura 3.2.

Antes de iniciar el ataque electroquímico se debe verificar que el Multiplexor este instalado correctamente y la celda electroquímica este preparada. Posteriormente se realizan los siguientes pasos:

- Seleccionar el botón Conectar en el recuadro Puerto serie para establece una conexión serial Multiplexor-Computadora personal.
- Seleccionar el botón **Iniciar** en el recuadro **Proceso** para iniciar el ataque electroquímico para producir una muestra de p-Si.

Cuando se está ejecutando el ataque electroquímico de la muestra de p-Si, en el cuadro de texto **Historial** aparece una línea de texto por cada período de una capa dada, como la siguiente:

CORRIENTE_TIEMPO(2,1000,2884,2) Bucle 1 Ciclo 2 Monocapa 6 Pulso 2 Monocapa b

La primera parte de la leyenda anterior indica el procedimiento **CORRIEN-TE_TIEMPO** con sus parámetros de entrada, en seguida se muestra el bucle, el ciclo del bucle, la monocapa del ciclo del bucle, el pulso de la monocapa, y la etiqueta asignada a la monocapa, que se encuentra en ataque electroquímico. Una vez finalizada la muestra de p-Si aparece un mensaje emergente con la leyenda "**Proceso Finalizado**", como se muestra en la figura 3.3.

Para cerrar el programa Multiplexor se realizan los siguientes pasos:

- Se oprime el botón **Reiniciar** en el recuadro **Proceso**.
- Se oprime el botón **Desconectar** en el recuadro **Puerto serie** o simplemente se da clic sobre el botón rojo con una cruz en la parte superior izquierda de la ventana.

En el apéndice B se muestra un ejemplo sencillo de una estructura de multicapas.



Figura 3.3: Ventana principal del Programa Multiplexor una vez finalizado el ataque electroquímico.

3.2. Producción de silicio poroso por ataque electroquímico

Las propiedades del p-Si dependen de diversos parámetros presentes en la reacción electroquímica como el tipo y resistividad eléctrica del sustrato de c-Si, composición del electrolito y densidad de corriente aplicada. El p-Si producido a partir de ataque electroquímico de c-Si tipo P de resistividad eléctrica baja (del orden de 10^{-2} a $10^{-3} \Omega - cm$) generalmente resulta adecuado para producir estructuras de multicapas. Este p-Si tiene una estructura tipo coral con un esqueleto de espesor de alrededor de 10 a 20 nm con una pobre luminiscencia y solo en el infrarrojo, similar al c-Si, pero tiene la ventaja de que el índice de refracción se puede variar en un amplio rango. El electrolito más comúnmente empleado para producir p-Si tiene como componente básico el ácido fluorhídrico (HF). Éste se encuentra regularmente en forma comercial en solución acuosa, con un porcentaje que puede variar del 40% al 48%, y se puede incrementar la proporción de agua de acuerdo a las necesidades. Dado que el c-Si es hidrofóbico se debe agregar etanol (o metanol) al electrolito para infiltrar los poros. También resulta conveniente agregar glicerina al electrolito para producir interfaces planas. Las proporciones de HF, etanol, glicerina y agua en el electrolito pueden variar en un amplio rango y con ello las propiedades del p-Si. Afortunadamente, en nuestro grupo de trabajo se han establecido previamente condiciones electroquímicas para producir estructuras de multicapas de calidad fotónica [58, 59, 11, 12, 14, 9, 60].

Por otro lado, el p-Si producido con sustratos de alta resistividad eléctrica tiene un esqueleto mucho más delgado, menor que 5 nm, que dan lugar a la lumniscencia en le visible. Pero las estructuras de multicapas hechas con este tipo de sustratos presentan pronunciadas deformaciones en las interfaces y es bajo el contraste de índices de refracción entre dos capas de distinta porosidad.

Para poder introducir capas activas en multicapas fotónicas producidas a partir de sustratos de baja resistividad, es necesario reducir el grosor del esqueleto del p-Si. La solución no es trivial ya que el ataque electroquímico se concentra principalmente en las puntas de los poros, las paredes son prácticamente químicamente estables. Recientemente en nuestro grupo de investigación se encontró que el ataque electroquímico asistido con peróxido de hidrógeno (H₂O₂) y polioxometalato (POMs) permite realizar estas estructuras fotónicas activas. Los polioxometalatos son óxidos moleculares electro activos que consisten de tres o más átomos de metales de transición ligados con átomos de oxígeno, con una formula general M_x donde M es usualmente M_x , W, V y algunas veces Na, y x puede ser 4, 5 o 7 [61, 62]. En particular, los polioxometalatos con estructura Keggin son cúmulos de óxidos metálicos nanométricos (1 nm) formados por un tetraedro central (tipo XO_4 , X = no metal, por ejemplo PO_4 y SiO_4) rodeado de 12 octaedros con enlaces metaloxígeno que comparten aristas (tipo MO_6 , M = metal, por ejemplo MoO_6 y WO_6). Estos POMs pueden ser balanceados por protones o por otros cationes para poder llevar a cabo procesos redox multielectrónicos reversibles, tanto electroquímicamente como fotoquímicamente.

Los POMs y el H_2O_2 en el electrolito favorece la formación de SiO₂ en las paredes de los poros del p-Si y subsecuentemente el HF disuelve dicho óxido para reducir el espesor de las paredes durante el ataque electroquímico. Éste proceso de producción de estructuras de multicapas activas de p-Si ha sido objeto de dos solicitudes de patente nacional [63, 64]. No obstante, en este trabajo se tuvieron que resolver algunos aspectos de la fabricación de las multicapas fotónicas activas, como tratar de encontrar una relación favorable de la concentración de POM y H_2O_2 para tener el contraste de índices de refracción entre capas necesario en una estructura fotónica y la intensidad de la luz emitida. Se encontró que la adición de los catalizadores en el electrolito modifica también la porosidad del p-Si y con ello se pierde contraste entre capas. Por este motivo se optó por producir la estructura fotónica de forma tradicional, es decir sin POM ni H_2O_2 , y formar las capas activas en posiciones controladas dentro de la estructura intercambiando la composición del electrolito. De esta forma fue posible sintonizar la luminiscencia con las bandas fotónicas de las estructuras de los espejos omnidireccionales de las guías de onda, como se verá más adelante.

Para desarrollar una estructura fotónica de multicapas con p-Si se requiere de al menos dos capas con índice de refracción distintos, las que denominaremos H y L para referirnos a capas con índices de refracción complejo alto $n_H = n_{rH} + n_{iH}$, y bajo $n_L = n_{rL} + n_{iL}$, además de velocidad de ataque, v_H y v_L , respectivamente. Por otra parte, requerimos de al menos una capa luminiscente de p-Si para incorporarla en una estructura fotónica activa, la cual denominaremos C, con índice de refracción complejo $n_C = n_{rC} + n_{iC}$ y velocidad de ataque v_C . Antes de construir una estructura de multicapas es necesario caracterizar las propiedades de cada capa. Para ello se elaboran por separado muestras de monocapas para cada condición de ataque, esto es densidad de corriente, composición del electrolito, etc. Estas monocapas fueron realizadas en sustratos de c-Si tipo P dopados con Boro, con una resistividad de $10^{-2} \Omega - cm$. Se seleccionó este sustrato porque permite realizar los tres tipos de monocapas, es decir tener un adecuado contraste de índices de refracción y luminiscencia del p-Si. El electrolito utilizado está compuesto por Alcohol etilico: Acido Fluorhidrico: Glicerina en una proporción 6:3:1. Para construir la capa C se agregó polioxometalato y H_2O_2 al electrolito. Las magnitudes de las corrientes de ataque electroquímico empleadas para producir las monocapas $H, L \neq C$ son: 8, 65 y 100 mA, respectivamente.

Con un microscopio electrónico de barrido de emisión de campo modelo Hitachi S-5500 (Field Emission Scanning Electron Microscope, FE-SEM) se tomaron imágenes de la sección transversal de las monocapas $H, L \ y \ C$, que se muestran en las figuras 3.4, 3.5 y 3.6, respectivamente. Nótese que en la monocapa H el esqueleto está muy ramificado y los poros son muy cerrados. En la monocapa L los poros son más abiertos, y el esqueleto forma columnas con ramificaciones. Por otra parte, la monocapa C tiene poros muy grandes (100 nm aproximadamente) y el espesor del esqueleto (5 nm aproximadamente) es muy delgado, este forma columnas rectas. Mediante estas imágenes se obtuvo el espesor d de las monocapas, y con el tiempo de ataque electroquímico se calculó la velocidad de ataque v de cada capa. Con este parámetro se determina el tiempo requerido para formar cada capa en una estructura fotónica. Cabe mencionar que la velocidad de ataque crece con la magnitud de la corriente aplicada en el ataque electroquímico.



Figura 3.4: Vista del corte transversal de la monocapa H, obtenida por FE-SEM.



Figura 3.5: Vista del corte transversal de la monocapa L, obtenida por SEM.

3.3. Índice de refracción y fotoluminiscencia

El índice de refracción del p-Si es función de la longitud de onda. Para determinarlo se empleó una técnica que permite obtener de manera simultánea la parte real e imaginaria. A partir del espectro de la reflectancia medido de la muestra de p-Si autosoportada se calcula su derivada, y con estas se resuelven las ecuaciones de la reflectancia y su derivada simultáneamente para n_r y n_i , este método se explica detalladamente en el Apéndice C.



Figura 3.6: Vista del corte transversal de la monocapa C, obtenida por SEM.

Para poder emplear esta técnica se produjeron monocapas de p-Si con las condiciones de ataque electroquímico de las capas H y L dados en la sección anterior. Estas muestras fueron desprendidas del sustrato y autosoportadas en un portaobjetos. A este último se le hizo un orificio de 5 mm de diámetro aproximadamente para centrar la monocapa de p-Si, de tal modo que queda sujetada por los extremos. De esta manera, el área de interés de la monocapa se encuentra en contacto sólo con aire.

Los espectros de reflectancia experimentales de las muestras H y L autosoportadas se presentan en las figuras 3.7 y 3.8, respectivamente, con líneas continuas. Estos espectros fueron tomados con un espectrofotómetro UV-3101PC UV-VIS-NIR de la marca Shimadzu a 5° respecto a la normal de la monocapa. La parte real del índice de refracción se muestra en la figura 3.9. Los círculos corresponden a n_{rH} , y los cuadros a n_{rL} . Mientras que la parte imaginaria se observa en la figura 3.10. Los círculos corresponden a n_{iH} , y los cuadros a n_{iL} . Como se puede ver en las figuras 3.9 y 3.10 los valores experimentales de ambas partes del índice de refracción complejo son función de la longitud de onda. Estos datos se ajustaron a una regresión exponencial decreciente para obtener $n_{rH}(\lambda)$, $n_{iH}(\lambda)$, $n_{rL}(\lambda)$ y $n_{iL}(\lambda)$, como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$n_{rH}(\lambda) = 1.722 \exp(-\lambda/277.083) + 1.841$$
(3.1)

$$n_{iH}(\lambda) = 0.033999 \exp(-\lambda/604.335) + 0.015879$$
(3.2)

$$n_{rL}(\lambda) = 61.567 \exp(-\lambda/94.527) + 1.35 \tag{3.3}$$

$$n_{iL}(\lambda) = 0.946954 \exp(-\lambda/142.788) + 0.004205 \tag{3.4}$$

Estos ajustes se graficaron junto con sus respectivos valores experimentales. Los ajustes de $n_{rH}(\lambda)$ y $n_{rL}(\lambda)$ presentan un buen coeficiente de regresión, $R_{rH}^2 = 0.97$ y $R_{rL}^2 = 0.91$, respectivamente. Por otra parte, los ajustes de $n_{iH}(\lambda)$ y $n_{iL}(\lambda)$ tienen un coeficiente de regresión $R_{iH}^2 = 0.44$ y $R_{iL}^2 = 0.92$, n_{iH} solamente da una aproximación del parámetro.

Mediante el método de la matriz de transferencia aplicado para medios con índice de refracción complejo se obtuvieron los espectros de la reflectancia teóricos de las monocapas H y L autosoportadas. El índice de refracción complejo parte real e imaginaria de la monocapa H están dados por las ecuaciones 3.1 y 3.2, respectivamente. Para la monocapa L están dados por las ecuaciones 3.3 y 3.4, respectivamente. Los espectros de la reflectancia teóricos se muestran en las figuras 3.7 y 3.8, líneas en guiones. Los espectros de la reflectancia teórico y experimental en ambos casos tienen una buena similitud en un rango de longitudes de onda entre 700 y 2500 nm, mientras que a longitudes de onda más cortas el espectro de la reflectancia teórico diverge, tomando otra forma respecto al experimental. En consecuencia la parte real del índice de refracción de las dos monocapas tienen validez en un rango de longitudes de onda entre 700 y 2500 nm aproximadamente, debido a que a longitudes de onda más corta diverge. Mientras, la parte imaginaria del índice de refracción en ambos casos tienen valores muy dispersos.

La monocapa C no se pudo autosoportar debido a que su porosidad es muy alta, lo que provoca que la muestra sea muy frágil para desprenderla del sustrato. Debido a ello, su espectro de reflectancia se obtuvo de la monocapa sobre el sustrato de c-Si, el cual se muestra en la figura 3.11. En este caso no se pudo aplicar el método de solución simultánea de la reflectancia y su derivada para n_r y n_i (Apéndice C). Alternativamente se calculó el índice de refracción por medio de la relación[65, 45]:

$$\eta = \frac{1}{2d\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)},\tag{3.5}$$

donde λ_1 y λ_2 son la longitud de onda de dos máximos (o dos mínimos) consecutivos en el espectro de reflectancia, y d es el espesor de la monocapa. Este modelo es muy simple, considera que el medio es isotrópico y que la parte imaginaria del índice de refracción es despreciable. El índice de refracción calculado se atribuye a la longitud de onda entre dos máximos o mínimos seleccionados, $(\lambda_1 + \lambda_2)/2$. A longitudes de onda larga, i.e. en el infrarrojo,



Figura 3.7: Espectro de reflectancia de la monocapa H autosoportada. Línea continua, espectro experimental. Línea en guiones, espectro teórico.

donde la absorción del p-Si es mínima y el índice de refracción es casi constante éste modelo da una buena aproximación, mientras que a longitudes de onda corta (aproximadamente menor que 1000 nm) el valor del índice de refracción es solo aproximado.

El índice de refracción calculado para varias longitudes de onda de la monocapa C se muestra en la figura 3.12. Los puntos representan los valores experimentales calculados mediante la ecuación 3.5, a los cuales se les realizó un ajuste exponencial decadente, línea continua. La ecuación de $n_{rC}(\lambda)$, la cual es función de λ , es:

$$n_{rC(\lambda)} = 31.759 \exp(-\lambda/90.837) + 1.121,$$
 (3.6)

con un coeficiente de regresión de $R_{rC}^2 = 0.89$.

Finalmente el espectro de la fotoluminiscencia de la monocapa C se muestra en la figura 3.13. Este espectro se obtuvo excitando la monocapa con un láser de Nd:YAG, del cual se utilizó su tercer armónico, 355 nm. El haz del láser es pulsado a 10 Hz con un tiempo de duración de pulso de 26 picosegundos, con un diámetro de spot de 4 mm, y una fluencia de 659 $\mu J/cm^2$. La fluencia es una medida del flujo de energía del haz del láser que incide



Figura 3.8: Espectro de reflectancia de la monocapa L autosoportada. Línea continua, espectro experimental. Línea en guiones, espectro teórico.

por unidad de área irradiada, ver apéndice C. La luminiscencia fue medida en la normal a la monocapa a una distancia de 1 cm. La emisión se detectó mediante un espectrómetro modelo USB2000 Fiber Optic Spectrometer de Ocean Optics Inc. Firt in PhotonicsTM, conectado a una fibra óptica para colectar la luz emitida. Como se puede observar en la figura 3.13, la muestra C emite en la región del espectro visible con un máximo en 635 nm. Es importante recordar que este parámetro es la energía que se pretende confinar por la guía de onda que se describe en el siguiente capítulo.



Figura 3.9: Parte real del índice de refracción de las monocapas H y L autosoportadas. Los puntos y cuadros representan los valores experimentales, las líneas en guiones y punteada los ajustes de los valores experimentales, de las monocapas H y L en ambos casos, respectivamente.



Figura 3.10: Parte imaginaria del índice de refracción de las monocapas H y L autosoportadas. Los puntos y cuadros representan los valores experimentales de las monocapas H y L, respectivamente. Las líneas en guiones y punteada indican los ajustes de los valores experimentales de dichas capas respectivamente.



Figura 3.11: Espectro de reflectancia de la monocapa C.



Figura 3.12: Parte real del índice de refracción de la monocapa C. Los puntos representan los valores experimentales calculados mediante la ecuación 3.5. La línea continua representa un ajuste exponencial decreciente de los valores experimentales.



Figura 3.13: Espectro de la luminiscencia de la monocapa C.
Capítulo 4

GUÍA DE ONDA ACTIVA

La luminiscencia en el visible y las propiedades ópticas del p-Si, hacen este material un buen candidato para el desarrollo de componentes optoelectrónicos como diodos emisores de luz (LEDs por sus siglas en ingles) e incluso láseres, además de ser compatible con la electrónica actual de Si. Unos de los principales problemas de la emisión del p-Si es su ancho espectro. Una forma de confinar la luz es por medio de una microcavidad óptica. Ésta se forma por dos espejos dieléctricos de $\lambda/4$ separados por un defecto de $\lambda/2$ que determina el modo de propagación. Una microcavidad láser se construve del mismo modo, sólo que en la región del defecto se posiciona una capa o un par de capas activas. Con este tipo de estructuras se pueden controlar las propiedades de emisión espontánea del p-Si y así estrechar el espectro de emisión. Sin embargo, se presentan problemas como fugas por modos guiados en la dirección paralela a las capas, además de una baja eficiencia en la luminiscencia a temperatura ambiente [20]. Por otra parte, las guías de onda fotónicas activas de multicapas presentan una alternativa. Estas guías de onda se componen de dos espejos omnidireccionales como revestimiento y una capa activa como núcleo. Los espejos omnidireccionales pueden presentar muy altas reflectancias con pocas perdidas en un rango de longitudes de onda en un amplio intervalo de ángulos de incidencia (reflexión omnidireccional). Mediante el control del espesor del núcleo se pueden seleccionar los modos de propagación [18], y en consecuencia estrechar el espectro de emisión. En este trabajo presentamos el diseño de una guía de onda fotónica de multicapas de p-Si, así mismo se presentan los resultados experimentales de la estructura de multicapas, propiedades ópticas y la amplificación de la luz.

4.1. Diseño de espejos dieléctricos de una guía de onda

El espejo dieléctrico más sencillo es un espejo de Bragg compuesto de una serie periódica de capas alternadas de dos materiales con distinto índice de refracción. Esta estructura forma una brecha donde la luz no se puede propagar dentro de la estructura, provocando que sea totalmente reflejada. A incidencia normal un espejo de Bragg tiene una brecha fotónica definida por la ecuación 2.41, que depende de la razón de los índices de refracción n_H/n_L y el número de celdas [47]. En la figura 4.1 a se muestran ejemplos de un espejo de Bragg con distinto número de celdas, N = 5 (línea continua), N = 10 (línea en guiones), N = 15 (línea punteada) y N = 20 (línea en guiones-punteada). En los cálculos hemos considerado que las capas tienen los índices de refracción $n_H = 2.6$ y $n_L = 1.7$, y espesores $d_H = 61$ nm y $d_L = 93$ nm, con la longitud de onda central $\lambda_0 = 635$ nm. Nótese como la brecha fotónica se define mejor conforme aumenta el número de celdas. Podemos notar que la brecha fotónica se define con 15 celdas para una reflectancia mayor del 98.5 %. Los bordes de la brecha fotónica son $\lambda_{borde1} = 560$ nm y $\lambda_{borde2} = 733 \text{ nm}.$

En las figuras 4.1 b y c se muestran varios espectros de la reflectancia del espejo de Bragg de 15 celdas a diferentes ángulos de incidencia para las ondas TE y TM, respectivamente. Para la onda TE la brecha fotónica del espejo de Bragg se ensancha al incrementar el ángulo de incidencia y se desplaza hacia longitudes de onda corta. En el caso de una onda TM la brecha fotónica se reduce y también se desplaza hacia longitudes de onda corta. En ambos casos los ángulos de incidencia de los espectros de la reflectancia son: normal (línea continua), 30° (línea en guiones), 60° (línea punteada) y 85° (línea en guiones-punteada). En general la ODR se define como la región de traslape de los espectros a incidencia normal y a incidencia oblicua alrededor de 90° de una onda TM. Experimentalmente es conveniente construir los espejos con el menor número de capas para reducir la absorción. Nosotros hemos definido la ODR como el rango de frecuencias donde los espectros de la reflectancia a incidencia normal y oblicua a 50° de la onda TM se traslapan. Estos espejos confinan un cono de luz de hasta 50°. Podemos ver que un espejo de Bragg puede tener bajo ciertas condiciones una ODR. En la figura 4.1 c se muestra la ODR del espejo de Bragg (área gris), inicia en 561 nm y finaliza en 657 nm con una reflectancia mayor al 99 %. Nótese que la ODR del espejo de Bragg no cubre todo el espectro de la luminiscencia del p-Si (ver el cuadro superior derecho de la figura 4.1 c).

4.2. Espejos omnidireccionales de silicio poroso

Otro tipo de espejos dieléctricos con los que podemos ampliar la brecha fotónica para reflejar el rango de frecuencias de la emisión del p-Si son los OM. Estos tienen la propiedad de ampliar la ODR mediante una estructura fotónica compuesta por varias secciones, es decir una heteroestructura, o por una estructura modulada, donde se varía el camino óptico de capa a capa. En nuestro caso utilizamos los espejos omnidireccionales con estructura modulada (EOM) de multicapas, donde el espesor de las capas varía con base en una progresión [49, 50, 51, 52].

En la primera aproximación del OM, el cual denominaremos EOM 1, la estructura está formada por capas de dos diferentes índices de refracción. Definimos una celda j formada por dos capas de distinto índice de refracción. Ambas capas de la celda j tienen un camino óptico de un cuarto de longitud de onda λ_j que varía de celda a celda, esto es:

$$(n_H d_H)_j = (n_L d_L)_j = \lambda_j / 4, \tag{4.1}$$

donde n_H y n_L son el índice de refracción de las capas H y L, y d_{Hj} y d_{Lj} sus espesores, respectivamente. Para construir la estructura que satisfaga esta condición de camino óptico se mantienen constantes los índices de refracción de las capas en toda la estructura, pero se varían los espesores d_{Hj} y d_{Lj} en cada celda.

El camino óptico de las capas de cada celda se determina a partir de una λ_1 que marca el inicio de la región de máxima reflectancia y λ_j se incrementa como:

$$\lambda_j = \lambda_1 \left(1 + \frac{j-1}{N-1} \right), \tag{4.2}$$

donde N es el número de celdas. Por ejemplo, construimos el espejo omnidireccional a partir de $\lambda_1 = 500$ nm y N = 15. Entonces tenemos para j = 2 $\rightarrow \lambda_2 = 536$ nm, para $j = 3 \rightarrow \lambda_3 = 571$ nm, ..., para $j = 15 \rightarrow \lambda_{15} = 1000$ nm. Si consideramos los índices de refracción $n_H = 2.6$ y $n_L = 1.7$, tenemos que los espesores de las capas para j = 1 son $d_{H1} = 48$ nm y $d_{L1} = 74$ nm,



Figura 4.1: Espectros de la reflectancia teóricos de un espejo de Bragg, con los siguientes parámetros: $n_H = 2.6$, $n_L = 1.7$, $d_H = 61nm$, $d_L = 93nm$, $\lambda_0 = 635nm$, $\lambda_{borde1} = 560nm$ y $\lambda_{borde2} = 733nm$. En el inciso *a* el número de celdas Λ varia, en *b* y *c* se muestran los espectros a incidencia oblicua a varios ángulos de una onda TE y TM, respectivamente y en *d* se muestra la región omnidireccional. En los incisos del *b* al *d* se estableció N = 15



Figura 4.2: Espectros de la reflectancia teóricos del EOM 1 para varios números de celdas, N = 10 (línea continua), N = 15 (línea en guiones), N = 20 (línea punteada) y N = 25 (línea en guiones-punteada).

para $j = 2 \text{ son } d_{H2} = 52 \text{ nm y } d_{L2} = 79 \text{ nm}, \dots, \text{ y para } j = 15 \text{ son } d_{H15} = 96 \text{ nm y } d_{L15} = 147 \text{ nm}.$

En la figura 4.2 se muestran los espectros de la reflectancia teóricos a incidencia normal del EOM 1 con distintos números de celdas, para N = 10 (línea continua), N = 15 (línea en guiones), N = 20 (línea punteada) y N = 25 (línea en guiones-punteada). En estos cálculos se utilizó el método de la matriz de transferencia y se consideró el índice de refracción complejo de las capas de p-Si de acuerdo a los datos experimentales mostrados en el capítulo 3. Se puede observar que conforme el número de celdas aumenta la brecha fotónica del EOM 1 se ensancha, la cual está determinada por la longitud de onda de la primera celda, 500 nm (j = 1), y la última celda, 1000 nm (j = 15), aproximadamente. Las oscilaciones que se observan en la región de máxima reflectancia pueden reducirse incrementando el número de bicapas. Sin embargo, se seleccionó el EOM 1 de sólo 15 celdas porque dentro de su brecha fotónica se alcanza una reflectancia mayor al 80 %, y se evita una fuerte absorción de la luz cuando se excite ópticamente el núcleo de la guía de onda, como se verá más adelante.

La región omnidireccional teórica del EOM 1 de 15 celdas se muestra



Figura 4.3: Espectros de la reflectancia teóricos del EOM 1 con N = 15, para incidencia normal (línea continua) y 50° de una onda TM (línea punteada). La región omnidireccional se define por la región gris para una reflectancia mayor que 80 % y un ángulo máximo de 50°.

en la figura 4.3, representada por la región gris para una reflectancia mayor del 77%. Ésta región se compone por la superposición de los espectros a incidencia normal (línea continua) y a incidencia oblicua a 50° de la onda TM (línea punteada). La omnidireccionalidad inicia en 572 nm y termina en 768 nm, con un ancho de 196 nm. Cabe resaltar que el espectro de emisión del p-Si que producimos está en el rango de frecuencia de 550 a 700 nm (ver recuadro de la figura 4.3). Concluimos que teóricamente el espejo puede reflejar un cono de 50° de la emisión del p-Si. Esto indica que toda la luz emitida en un ángulo menor a 50° se va a confinar en el núcleo, y va a ser guiada hasta salir por una frontera de este.

A partir del análisis teórico se construyó con p-Si el EOM 1. Éste se produjo por ataque electroquímico de un sustrato de c-Si dopado con boro con una resistividad entre $10^{-3} \Omega - cm$ y orientación (100). El electrolito se compone de una solución de Alcohol Etilico:Ácido Fluorhídrico:Glicerina en una proporción en volumen de 6:3:1. Las velocidades de ataque de las capas son $v_H = 6.4$ nm/s y $v_L = 28.5$ nm/s, y las magnitudes de las corrientes $i_H = 8$ mA e $i_L = 65$ mA. La imagen del FE-SEM del corte transversal del EOM 1 se muestra en la figura 4.4. Esta imagen se obtuvo con un microscopio electrónico de barrido de emisión de campo modelo Hitachi S-5500 (Field Emission Scanning Electron Microscope, FE-SEM). Se pueden distinguir perfectamente las capas del EOM 1. Las zonas obscuras corresponden a las capas tipo L de baja porosidad, y las zonas claras a las capas tipo H de alta porosidad. Los espectros de la reflectancia teórico y experimental del EOM 1 se muestra en la figura 4.5. La línea continua representa el espectro teórico y la línea en guiones el espectro experimental. El espectro experimental se midió con un espectrofotómetro UV-3101PC UV-VIS-NIR de la marca Shimadzu a un ángulo de 5°. Cabe mencionar que el equipo no permite modificar el ángulo de muestreo, por lo que no fue posible obtener mediciones a otros ángulos. Nótese que el espectro experimental se encuentra un poco desfasado respecto al teórico a longitudes de onda corta, además el espectro experimental es un poco más ancho que el teórico. Esto se debe principalmente a que la magnitud de los índices de refracción complejos a longitudes de onda corta divergen.



Figura 4.4: Corte transversal del EOM 1, obtenido mediante un FE-SEM.

Ahora se utilizará el EOM 1 para confinar la luz en la región central de una guía de onda plana. En general una guía de onda plana activa (GOA) se compone de un núcleo y un revestimiento. El núcleo es el medio activo donde se emite y propaga la luz, mientras que el revestimiento es un medio que permite confinar la luz en el núcleo. La guía de onda activa 1 tiene un revestimiento compuesto por dos EOMs 1 simétricos respecto al núcleo. Los EOMs 1 se encuentran orientados de tal modo que deben reflejar y confinar



Figura 4.5: Espectro de reflectancia teórico y experimental del EOM 1. Teórico línea continua, experimental línea en guiones.

la luz en el núcleo. El núcleo esta hecho de una capa luminiscente de p-Si, cuyas condiciones de ataque electroquímico como concentración del electrolito, tipo y resistividad del sustrato, y densidad de corriente están dadas por la monocapa C (ver capítulo 3). Su espectro de la luminiscencia se muestra en la figura 3.13, con un máximo en $\lambda_c = 635$ nm. El índice de refracción del núcleo es $n_{rC}(\lambda_c)$ a 635 nm es igual a 1.2 aproximadamente. Su espesor es $d_c = \lambda_c / n_{rC}(\lambda_c) = 635/1.2 = 529$ nm aproximadamente. La guía de onda activa se realizó en un solo sustrato de c-Si, es decir tanto los espejos como el núcleo son parte del mismo sustrato. La vista del corte transversal de la GOA 1 obtenida por FE-SEM se muestra en la figura 4.6. Se inicia con el ataque electroquímico para formar el EOM 1 superior, con las condiciones de ataque electroquímico dadas anteriormente. Se continúa con el ataque electroquímico para crear el núcleo. Para ello se cambiaron las condiciones de ataque electroquímico, tales como electrolito y densidad de corriente, las cuales están dadas por las condiciones de ataque de la monocapa C como se vio en el capítulo anterior. Finalmente se vuelven a cambiar las condiciones de ataque electroquímico, electrolito y densidad de corriente para poder realizar el EOM 1 inferior. En cada cambio de electrolito se dejó un tiempo de 5 minutos para permitir que el nuevo electrolito se difundiera homogéneamente



Figura 4.6: Corte transversal de la GOA 1, obtenida por FE-SEM.

dentro de la estructura porosa. En la figura 4.6 el núcleo es la franja central de la estructura, la más obscura y porosa, y los espejos están en los extremos. El sustrato de c-Si se encuentra en la parte inferior.

Se obtuvo el espectro de reflectancia teórico de la GOA 1 con el método de la matriz de transferencia aplicado para medios con índice de refracción complejo. En la figura 4.7 se muestran los espectros teórico (línea continua) y experimental (línea en guiones). Los espectros tienen similitud aunque no coinciden las posiciones de cada pico. Esto se debe a que la caracterización del índice de refracción complejo de las monocapas de p-Si no es muy exacta, en especial la parte imaginaria. Además como las interfaces entre las capas tienen cierta rugosidad hay dispersión de luz [66].

La caracterización de la luminiscencia del núcleo de la GOA 1 se realizó para varias intensidades de la excitación óptica. Las muestras se excitan con un láser de Nd:YAG, del cual se utilizó su tercer armónico, 355 nm. El haz del láser es pulsado a 10 Hz con un tiempo de duración de pulso de 26 picosegundos, un diámetro de spot de 4 mm, y una fluencia variable. La fluencia es una medida del flujo de energía del haz del láser que incide por unidad de área irradiada, ver apéndice C. Se realizó un corte a la GOA 1, y se excitó incidiendo el haz del láser con un ángulo de 45° respecto a la normal de las capas, en el extremo de la muestra donde se hizo el corte. El diagrama del montaje se muestra en la figura 4.8 a y el montaje físico en la figura 4.8 b. Mediante un diafragma se establece el diámetro del haz del láser, y con una fibra óptica se colecta la emisión de la muestra.



Figura 4.7: Espectros de la reflectancia teórico y experimental de la GOA 1. Teórico línea continua, experimental línea en guiones.

En la figura 4.9 se muestran los espectros de la luminiscencia de la GOA 1 para varias fluencias, o intensidades de excitación. Es obvio que la intensidad de la luminiscencia crezca con la fluencia. Se puede observar que el espectro para una fluencia dada está compuesto de varios picos con distintas intensidades, los más intensos se encuentran alrededor del máximo de la luminiscencia (635 nm), ver inserción en la esquina superior. Cabe mencionar que la longitud de onda para cada pico del espectro de la luminiscencia prácticamente no varia con la fluencia. En la figura 4.10 a se graficó la longitud de onda de los máximos de la luminiscencia contra la fluencia para los picos en 644 (puntos), 665 (cuadros) y 685 nm (rombos). Por otra parte, se graficó en la figura 4.10 b la intensidad de la luminiscencia de estos picos contra la fluencia, las curvas indican que el p-Si se satura.

Como alternativa al experimento anterior y con el objetivo de que la brecha fotónica de los espejos omnidireccionales cubra el espectro de la luminiscencia del p-Si con una mayor reflectancia, se diseñó otro espejo omnidireccional con estructura modulada (EOM 2). La brecha fotónica de este espejo está desplazada ligeramente hacia longitudes de onda mayores. En este espejo, el espesor de las capas dados por la ecuación 4.1 cambian debido a que la ecuación de correlación λ_i se modifica:



Figura 4.8: Montaje para la caracterización de la luminiscencia de las guías de onda activas. Inciso a Diagrama, inciso b Montaje físico.



Figura 4.9: Espectros de la luminiscencia de la GOA 1 para varias fluencias.



Figura 4.10: Inciso a Fluencia contra longitud de onda de los máximos de la luminiscencia e inciso b fluencia contra los máximos de la luminiscencia para los picos en 644, 665 y 685 nm del espectro de la luminiscencia de la GOA 1.

$$\lambda_j = \lambda' \left(\frac{4}{3} + \frac{8(j-1)}{3(N-1)} \right),$$
(4.3)

donde $\lambda' = 380$. De esta forma para N = 15, las longitudes de onda de las celdas son para la primera $\lambda_1 = 506$, para la segunda $\lambda_2 = 579$ y para la última $\lambda_{15} = 1520$.

Como primer paso del diseño se seleccionó el número de capas del EOM 2. Para esto se obtuvieron varios espectros de la reflectancia, con diferente número de celdas, ver figura 4.11. El número de celdas de los EOMs 2 son: 10 (línea continua), 15 (línea en guiones), 20 (línea punteada), 25 (línea en guiones-punteada). Podemos observar que se va definiendo mejor la brecha fotónica del EOM 2 conforme crece el número de celdas, la cual inicia en 579 nm (j = 1) y termina en 1520 nm (j = 15), aproximadamente. En este caso se seleccionó el EOM 2 de 15 capas, debido a que dentro de su brecha fotónica se alcanza una reflectancia mayor al 80 %.

En la figura 4.12 se muestran los espectros de la reflectancia teóricos del EOM 2 con 15 capas. El espectro de la reflectancia a incidencia normal se encuentra representado por la línea continua mientras que el de incidencia a 50° de una onda TM se expresa mediante una línea punteada. La ODR se representa por la región gris, la cual va de una longitud de 607 a 1000



Figura 4.11: Espectros de la reflectancia teóricos de varios EOMs 2 para varios números de celdas, N = 10 (línea continua), N = 15 (línea en guiones), N = 20 (línea punteada) y N = 25 (línea en guiones-punteada).

nm con una reflectancia mayor a 80 %. La reflectancia se consideró como el promedio en las oscilaciones del espectro, esto debido a que en una muestra real las oscilaciones se atenúan, como consecuencia de la absorción y rugosidad de las interfaces de las capas de p-Si. Podemos observar que la región omnidireccional se amplió con respecto al EOM 1 y se encuentra desplazada a longitudes de onda larga, permitiendo así el confinamiento de la emisión del p-Si (ver cuadro superior derecho en la figura 4.12) a ángulos de incidencia incluso mayores a 50°.

De igual manera que en el caso anterior se elaboró el EOM 2 para comparar los espectros de reflectancia teóricos y experimentales. El EOM 2 se realizó en un sustrato de c-Si tipo p con una resistividad de $10^{-2} \Omega - cm$ y orientación (100). El ataque electroquímico se realiza con un electrolito compuesto por Alcohol etílico:HF:Glicerina en una proporción 6:3:1. La velocidad de ataque de las capas son $v_H = 6.4$ nm/s y $v_L = 28.5$ nm/s, con índices de refracción $n_H = 2.6$ y $n_L = 1.7$. Las magnitudes de las corrientes de ataque son $i_H = 8$ mA y $i_L = 65$ mA. La vista del corte transversal del EOM 2 se muestra en la figura 4.13. Se pueden observar las capas bien definidas. En la parte inferior está el sustrato de c-Si.



Figura 4.12: Región omnidireccional teórica del EOM2. Incidencia normal (línea continua), incidencia a 50° de una onda TE (línea en guiones), incidencia a 50° de una onda TM (línea punteada)

En la figura 4.14 podemos observar los espectros de la reflectancia teórico y experimental del EOM 2. El espectro teórico está representado por la línea continua, y el espectro experimental por la línea en guiones. Los dos espectros teórico y experimental muestran una mejor similitud que en el caso del espejo EOM 1, aunque se encuentran un poco desfasados. Además el espectro experimental se ensancha hacia longitudes de onda larga, produciendo que aparezca un pico de transmitancia en 650 nm.

Este segundo espejo omnidireccional se emplea para construir otra guía de onda, la cual denominaremos GOA 2. La estructura de la GOA 2 es análoga a la de la GOA 1. Los espejos EOMs del revestimiento tienen el mismo orden, pero su estructura es como la del EOM 2; y el núcleo es idéntico, así como el índice de refracción, espesor y luminiscencia. El corte transversal de la GOA 2 se muestra en la figura 4.15. En la imagen podemos identificar perfectamente los dos EOMs 2 y el núcleo.

Los espectros de la reflectancia teóricos y experimentales de la GOA 2 se muestran en la figura 4.16. Los espectros tienen similitud aunque no coinciden exactamente punto a punto. Esto se debe principalmente a que los índices de refracción complejos de las capas divergen a longitudes de onda corta, y



Figura 4.13: Vista del corte transversal del EOM2 obtenida por un FE-SEM

existe dispersión debido a la rugosidad de las interfaces entre las capas de p-Si.

Finalmente, los espectros de la luminiscencia de la GOA 2 se muestran en la figura 4.17. En este caso se ha logrado tener un mayor confinamiento de la emisión en el máximo de la luminiscencia, ver espectro de la luminiscencia en el cuadro superior derecho de la figura 4.17, ya que hay un pico más definido he intenso en 635 nm. Se pueden observar otros picos en el espectro de la luminiscencia en 540, 580, 675 y 780 nm, pero es claro que existe una preferencia en el máximo de la luminiscencia. Analizando el desarrollo de los picos de la luminiscencia podemos decir que la longitud de onda no varía con forme aumenta la fluencia, ver figura 4.18 a. Por otra parte, los máximos de la luminiscencia en los picos crecen linealmente, con un ligero encorvamiento a fluencias grandes. Esto último indica que no se ha saturado la muestra, ver figura 4.18 b.



Figura 4.14: Espectros de la reflectancia teórico y experimental del EOM2



Figura 4.15: Vista del corte transversal de la GOA 2, obtenida por un FESEM.



Figura 4.16: Espectros de la reflectancia teórico y experimental de la GOA 2.



Figura 4.17: Vista del corte transversal de la GOA 2, obtenida por un FE-SEM.



Figura 4.18: Inciso a fluencia contra longitud de onda de los máximos de la luminiscencia e inciso b fluencia contra los máximos de la luminiscencia para los picos en 540, 580, 635, 675 y 780 nm del espectro de la luminiscencia de la GOA 2.

Capítulo 5

DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

El primer paso para poder construir las estructuras de multicapas de p-Si fue desarrollar un multiplexor que permite controlar la corriente de ataque. Este permite conmutar hasta tres fuentes de corriente durante el ataque electroquímico, con un control preciso del tiempo de aplicación. El multiplexor es manipulado por medio de una computadora y con un lenguaje de programación libre (GAMBAS 2.22) el usuario codifica fácilmente la secuencia de la estructura de p-Si que desea fabricar. El algoritmo (programa Multiplexor) empleado facilita la codificación de la secuencia de ataque electroquímico de la muestra, y una amigable manipulación del multiplexor. Todas las estructuras de multicapas de p-Si de esta tesis fueron realizadas utilizando este dispositivo. Cabe mencionar que el dispositivo permite la reproducibilidad de las muestras. El índice de refracción del p-Si junto con la velocidad de ataque electroquímico son los principales parámetros que se requieren para producir estructuras fotónicas de multicapas, y así establecer las condiciones de camino óptico en cada capa de acuerdo al diseño. Las estructuras fotónicas activas de p-Si de multicapas se construveron con base en dos capas de diferente índice de refracción donde se inserta una tercer capa luminiscente.

Se caracterizaron tres monocapas de p-Si, de las cuales se obtuvieron sus condiciones de ataque electroquímico, y funciones dieléctricas, y en una tercera se midió su fotoluminiscencia. El sustrato de c-Si y la composición del electrolito se seleccionaron con base en resultados previos de nuestro grupo de investigación. Sin embargo, fue necesario probar diferentes densidades de corriente y concentración de catalizadores para obtener buen contraste de índices de refracción, intensidad de la fotoluminiscencia y estabilidad mecánica en las muestras. La velocidad de ataque electroquímico se determinó a partir del tiempo que se aplica la corriente eléctrica para producir una capa de un espesor dado. El espesor se determinó a partir de imágenes de FE-SEM del corte transversal de la muestras. El índice de refracción del p-Si se obtuvo a partir del espectro de la reflectancia de las monocapas autosoportadas, es decir desprendidas del sustrato, para evitar la interferencia de éste en la medición. La metodología aplicada para calcular el índice de refracción consiste en resolver simultáneamente la ecuación de la reflectancia y su derivada para n_r y n_i , a cada longitud de onda en el rango de medición. La parte real del índice de refracción que se obtuvo de las monocapas autosoportadas Hy L se muestra en la figura 3.9. Como se puede apreciar, se tiene una buena concordancia entre los espectros experimentales y teóricos a longitudes de onda entre 700 y 2000 nm, mientras que a longitudes de onda menores hay diferencia. La mayor discrepancia se tiene en la parte imaginaria del índice de refracción, justo en la región de mayor absorción del p-Si, ver figura 3.10. Por otra parte, los datos del índice de refracción de la monocapa C (luminiscente) se calcularon con el método de máximos y mínimos con la ecuación 3.5. Estos datos son validos para longitudes de onda mayores que 1000 nm donde efectivamente el coeficiente de absorción del p-Si es bajo. Esta última muestra se mantiene en el sustrato de c-Si ya que es extremadamente porosa para ser desprendida, en la figura 3.13 se muestra el espectro de la fotoluminiscencia de esta muestra de p-Si. Como se puede apreciar, ésta presenta un aspecto de emisión con una forma gausiana con un máximo en 635 nm.

Una vez caracterizado el p-Si de tres diferentes capas se diseñaron y produjeron dos guías de onda de multicapas activas. Éstas se componen de un revestimiento hecho por dos OMs y un núcleo activo. Los OMs de las guías de onda se diseñan para que reflejen el rango de longitudes de onda de la fotoluminiscencia del p-Si y poder guiar la emisión dentro de un cono de aproximadamente 50°. La diferencia entre estas guías de onda es el rango de omnidireccionalidad de sus respectivos OMs.

En la primera guía de onda activa, nombrada GOA 1, el revestimiento está compuesto de dos espejos omnidireccionales con estructura modulada, denominados EOM 1. Los espejos EOMs 1 tienen un total de 15 celdas, donde cada celda actúa como un espejo para una longitud de onda dada por la ecuación 4.1. El espesor total de esta guía de onda es de 6.5 μ m aproximadamente. La región omnidireccional teórica refleja hasta un ángulo de 50° en el rango de longitudes de onda de 572 nm a 768 nm, con una reflectancia mayor del 77%, ver figura 4.3. Los espectros de la reflectancia teórico y experimental del EOM 1 se muestran en la figura 4.5. El espectro experimental se encuentra ligeramente desfasado respecto al espectro teórico hacia longitudes de onda corta. Además el primero se ensancha hacia longitudes de onda corta. Esto se debe a que la caracterización del índice de refracción complejo de las capas de p-Si no se pudo hacer con la precisión deseada en longitudes de onda corta, además la luz es dispersada por la rugosidad de las interfaces entre las capas.

El núcleo de la GOA 1 tiene un espesor de 529 nm y es luminiscente a temperatura ambiente. Los espectros de la reflectancia teórico y experimental de la GOA 1 se muestran en la figura 4.7. Estos tienen una similitud en cuanto al rango de longitudes de onda, pero no respecto a la magnitud de la reflectancia debido al error en la determinación de la parte imaginaria del índice de refracción. Como se puede apreciar, el arreglo de los dos espejos omnidireccionales con un núcleo activo en el centro se comporta como una microcavidad óptica con múltiples modos. Por otra parte, los espectros de la luminiscencia de esta guía de onda se muestran en la figura 4.9 para distintas intensidades de excitación. Las muestras son excitadas con un láser pulsado de 355 nm. El espectro de la luminiscencia para una fluencia dada está compuesto por varios picos. Entre estos destacan tres picos en la región central porque su intensidad aumenta de manera más pronunciada que el resto. La longitud de onda central de los tres picos son 644, 665 y 685 nm. Estos picos están al rededor del máximo de la luminiscencia de la capa activa, 635 nm. La intensidad de la fotoluminiscencia se incrementa con la fluencia, pero la longitud de onda central de estos es constante. Los máximos de la luminiscencia indican que la muestra llega a la saturación, ver figuras $4.10 a \ge 4.10$ b. La presencia de los picos en el espectro de la luminiscencia se deben a los modos de resonancia en la estructura de la guía de onda que forma una microcavidad.

Para aumentar el rango de omnidireccionalidad se diseñó un segundo espejo, que denominamos EOM 2, y con éste una segunda guía de onda, representada por GOA 2. El EOM 2 tiene también 15 celdas, pero de diferente camino óptico. La región omnidireccional teórica es de 607 a 1000 nm con una reflectancia mayor del 80 %. Ésta refleja la luz hasta un ángulo de 50°, ver figura 4.12. Los espectros de la reflectancia teórico y experimental del EOM 1 se muestran en la figura 4.14. Al igual que el primer espejo omnidireccional, los espectros teórico y experimental se encuentran ligeramente desfasados. También el espectro experimental se ensancha hacia longitudes de onda corta. Con este segundo espejo omnidireccional se construyó la GOA 2. El espesor de la GOA 2 producida con p-Si es de 8 μ m. Los espectros de la reflectancia teórico y experimental de la GOA 2 se muestra en la figura 4.16. Estos tienen buena concordancia en el rango de longitudes de onda, pero es de menor magnitud la reflectancia experimental, igual que en el caso anterior. Los espectros de la luminiscencia de la GOA 2 se muestran en la figura 4.9. En estos espectros destacan también tres picos que incrementan su intensidad de manera significativa en las longitudes de onda 580, 635 y 675 nm. Los máximos de la luminiscencia contra la fluencia (ver figura 4.18 b) indican que las muestras no se han saturado, sin embargo si se continúa aumentando la fluencia la muestra se degrada.

Se ha conseguido tener un mayor confinamiento de la emisión del núcleo con la segunda guía de onda, nótese la escala de la fotoluminiscencia de cada guía. Aun cuando esta segunda guía es más gruesa que la primera y debe disminuir la intensidad de la luz ultravioleta que excita el núcleo, la fotoluminiscencia es de mayor intensidad debido al mayor rango de omnidireccionalidad. La posición de los máximos de la fotoluminiscencia varía de una guía a otra debido a que los modos de resonancia son diferentes, véase los espectros de reflectancia.

Como sugerencias de trabajos futuros se debe considerar tener una caracterización del índice de refracción del p-Si mejorando la técnica, esto es, tomar en cuenta los espectros de la reflectancia y transmitancia de las monocapas de p-Si, y minimizar así el error, además de considerar otros métodos como elipsometría para corroborar los datos. En cuanto a las guías de onda de multicapas activas, se debe considerar buscar una mayor eficiencia de la luminiscencia, modificando las condiciones de ataque electroquímico. Durante este trabajo estuvimos conscientes de la importancia de la oxidación del área superficial del p-Si, y su efecto en la fotoluminiscencia. No obstante no fue posible controlar adecuadamente la oxidación del p-Si por métodos térmicos o químicos. También es necesario analizar el campo eléctrico localizado en la estructura, y así establecer el campo en el núcleo. Otros aspectos que se deben considerar son la dispersión producida por las interfaces de las capas, y la dispersión de Rayleigh en la estructura de p-Si.

Conclusiones

En esta tesis se realizaron las siguientes actividades:

- Se desarrolló un multiplexor de fuentes de corriente que permite conmutar hasta 3 fuentes de corriente durante el ataque electroquímico. Éste dispone de un software, el cual permite al usuario codificar fácilmente la secuencia de ataque de la estructura, así como una sencilla manipulación.
- Se encontraron las condiciones de ataque electroquímico para producir tres tipos de capas de p-Si, que permiten tener: un aceptable contraste de índices de refracción, estructuras fotónicas activas, y estabilidad mecánica.
- Se utilizó un método para la obtención de las funciones dieléctricas de las monocapas de p-Si. Éste permite obtener una precisión aceptable de la parte real del índice de refracción complejo en un rango de 700 a 2000 nm, pero la magnitud en la parte imaginaria del índice de refracción es solo aproximada.
- Se elaboraron dos guías de onda activas de multicapas de p-Si. Éstas están constituidas por un revestimiento de dos espejos omnidireccionales y un núcleo de una capa luminiscente del mismo material. La diferencia entre las dos guías de onda radica en los espejos omnidireccionales. En la segunda guía de onda los espejos tienen una reflexión omnidireccional más amplia que la primera. Se midió la emisión del núcleo en ambas estructuras, y con base en esto, se observó un mayor confinamiento de la emisión de la segunda guía de onda. Los modos que se propagan en las estructuras se deben a resonancias de la guía de onda que se comporta como una microcavidad que se crean debido a la simetría de los OM respecto al núcleo.

- En ambas guías de onda se observa un incremento de la emisión conforme aumenta la fluencia. No obstante en ningún caso esta emisión llega a ser coherente.
- Las guías de onda construidas presentan una buena calidad fotónica como puede apreciarse en los espectros de la reflectancia teóricos y experimentales. Sin embargo, consideramos que hay una fuerte absorción de luz ultravioleta en los espejos que limita la cantidad de luz que llega al núcleo para excitarlo. Aun cuando los EOMs de p-Si no presentan fotoluminiscencia, estos absorben la luz del UV. La absorción del p-Si en el UV es una propiedad del material que difícilmente puede reducirse, no obstante se podrían explorar otras alternativas, como incrementar la eficiencia de la emisión del núcleo mediante la oxidación térmica.

Bibliografía

- Canham et al. Electroluminiscent device comprising porous silicon, 2002. Patent No.: US 6,380,550 B1.
- [2] L. T. Canham. Silicon quantum wire array fabrication by electrochemical and chemical dissolution of wafers. Applied Physics Letters, 57(10):1046-1048, 1990.
- [3] A.G. Cullis, L. T. Canham, and P. D. J. Calcott. The structural and luminescence properties of porous silicon. *Journal of Applied Physics*, 82(3):909-965, 1997.
- [4] Weimin Zhou, H. Shen, J. F. Harvey, R. A. Lux, M. Dutta, F. Lu, C. H. Perry, R. Tsu, N. M. Kalkhoran, and F. Namavar. High pressure optical investigation of porous silicon. *Applied Physics Letters*, 61(12):1435– 1437, 1992.
- [5] D. I. Kovalev, I. D. Yaroshetzkii, V. PetrovaKoch T. Muschik, and F. Koch. Fast and slow visible luminescence bands of oxidized porous si. *Applied Physics Letters*, 64(2):214-216, 1994.
- [6] L. T. Canham, A. Loni, P. D. J. Calcott, A. J. Simons, C. Reeves, M. R. Houlton, J. P. Newey, K. J. Nash, and T. I. Cox. On the origin of blue luminescence arising from atmospheric impregnation of oxidized porous silicon. *thin solid films*, 276:112–115, 1996.
- [7] G. Korotcenkov and B. K. Cho. Silicon porosification: State of the art. Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences, 35(3):153-260, 2010.
- [8] R. L. Smith and S. D. Collins. Porous silicon formation mechanisms. Journal of Applied Physics, 71(8), 1992.

- [9] R. Nava, M. B. de la Mora, J. Tagüeña-Martínez, and J. A. del Río. Refractive index contrast in porous silicon multilayers. *Physica Status Solidi C*, 7:1721 – 1724, 2009.
- [10] J. P. Proot, C. Delerue, and G. Allan. Electronic structure and optical properties of silicon crystallites: Application to porous silicon. *Applied Physics Letters*, 16(61):1948–1950, 1992.
- [11] R. Nava, V. Agrawal, J. A. del Río, and C. Wang. Light transmission in quasiperiodic multilayers of porous silicon. *Journal of non-crystalline* solids, 329:140 - 143, 2003.
- [12] J. E. Lugo, B. de la Mora, R. Doti, R. Nava, J. Tagüeña, A. del Rio, and J. Faubert. Multiband negative refraction in one-dimensional photonic crystals. *Optics Express*, 17:3042 – 3051, 2009.
- [13] E. V. Astrova and V. A. Tolmachev. Effective refractive index and composition of oxidized porous silicon films. *Materials Science and En*gineering B: Solid-State Materials for Advanced Technoloy, 69:142–148, 2000.
- [14] R. Nava. Assisted electrochemical etching of photonic luminescent multilayers of porous silicon. JOURNAL OF PHYSICS D: APPLIED PHYSICS, 43:1 – 4, 2010.
- [15] I. Coulthard, D. T. jiang, and T. K. Sham. Vuv induced luminescence from porous silicon. Journal of Electron Spectroscopy and Related Phenomena, 79:233-236, 1996.
- [16] J. S. Foresi, P.R. Villeneuve, J. Ferrera, E. R. Thoen, G. Steinmeyer, S. Fan, J. D. Joannopoulos, L. C. Kimerling, Henry I. Smith, and E. P. Ippen. Photonic-bandgap microcavities in optical wavegudes. *letters to nature*, 390:143 – 145, 1997.
- [17] John D. Joannopoulos, Steven G. Johnson, Joshua N. Winn, and Robert D. Meade. *Photonic Crystals, Molding the Flow of Light*. Princeton university press, second edition, 2008.
- [18] Pochi Yeh. Optical Waves in Layered Media. WILEY, first edition, 1988.

- [19] Michael F. Tompsett and Raphael Tsu. Light emitting diode with electro-chemically etched porous silicon. (5324965), Junio 1994.
- [20] L. Pavesi. Porous silicon dielectric multilayers and microcavities. *Rivista del Nuovo Cimento*, 20(10), 1997.
- [21] Nicola Daldosso and Lorenzo Pavesi. Nanosilicon photonics. Laser and Photon, 3(6):508-534, 2009.
- [22] Alexey V. Kavokin, Jeremy J. Baumberg, Guillaume Malpuech, and Fabrice P. Laussy. *Microcavities*. OXFORD UNIVERSITY PRESS, first edition, 2007.
- [23] Diederik Wiersma. The smallest random laser. *Nature*, 406:132–133, 2000.
- [24] Diederik S. Wiersma. The physics and application of random lasers. Nature physics, 4:359–367, 2008.
- [25] C. Torres Torres, H. Sobral M. Trejo Valdez, P. Santiago Jacinto, and J. A. Reyes Esqueda. Stimulated emission and optical third-order nonlinearity in li-doped zno nanorods. *The Journal of Physical Chemistry*, 113(31):13515-13521, 2009.
- [26] Narendra B. Dahotre and Sandip P. Harimkar. Laser Fabrication and Machining of Materials. Springer, first edition, 2008.
- [27] H. Cao, Y. G. Zhao, S. T. Ho, E. W. Seelig, Q. H. Wang, and R. P. H. Chang. Random laser action in semiconductor powder. *Physical Review Letters*, 82(11):2278–2281, 1999.
- [28] H. Cao, J. Y. Xu, D. Z. Zhang, S. H. Chang, S. T. Ho, E. W. Seelig, X. Liu, and R. P. H. Chang. Spatial confinement of laser light in active random media. *Physical Review Letters*, 84(24):5584–5587, 2000.
- [29] Zhou Fang, Qiu Yu Chen, and Ce Zhou Zhao. A review of recent progress in lasers on silicon. Optics and Laser Technology, 46:103–110, 2013.
- [30] L. Pavesi, L. Dal negro, C. Mazzoleni, G. Franzo, and F. Priolo. Optical gain in silicon nanocrystals. *Nature*, 408:440, 2000.

- [31] Outfried Madelung. Semiconductors: Data Handbook. Springer, third edition, 2001.
- [32] S. M. Sze. Physics of Semiconductor Devices. John Wiley and Sons, second edition, 1981.
- [33] K. S. Sieh and P. V. Smith. A localized orbital description of si using non-local potentials. *Physica Status Solidi*, 129:259–269, 1985.
- [34] Charles Kittel. Introduction to Solid State Physics. John Wiley and Sons, seventh edition, 1996.
- [35] Orazio Svelto. Principles of Lasers. Springer, fourth edition, 1998.
- [36] Volker Lehmann. Electrochemistry of Silicon: Instrumentation, Science, Materials and Applications. Wiley-VCHVerlag GmbH, D-69469, Weinheim, first edition, 2002.
- [37] Huimin Ouyang, Marie Archer, and Philippe M. Fauchet. Porous silicon electrical and optical biosensors. Springer Series in Optical Sciences, 133:49-72, 2007.
- [38] J. E. Lugo, J. A. del Rio, and J. Tagüeña-Martínez. Influence of surface coverage on the effective optical properties of porous silicon modeled as a si-wire array. *Journal of Applied Physics*, 81(4):1923–1928, 1997.
- [39] Karunakar K. Nanda and Surendra N. Sahu. One-dimensional quantum confinement in electrodeposited pbs nanocrystalline semiconductors. Advanced Materials, 13(4):280–283, 2001.
- [40] L. Tsybeskov, Ju. V. Vandyshev, and P. M. Fauchet. Blue emission in porous silicon: Oxygen-related photoluminescence. *Physics review B*, 49(11):7821-7824, 1994.
- [41] P. M. Fauchet, E. Ettedgui, A. Raisanen, L. J. Brillson, F. Seiferth, S. K. Kurinec, Y. Gao, C. Peng, and L. Tsybeskov. Can oxidation and other treatments help us understand the nature of light-emitting porous silicon? *Materials Research Society*, 298:271–276, 1993.
- [42] Hiroyuki Mizuno, Hideki Koyama, and Noboyoshi Koshida. Oxide free blue photoluminescence from photochemically etched porous silicon. Applied Physics Letters, 69(25):3779–3781, 1996.

- [43] Qianwang Chen, Guien Zhou, Jingsheng Zhu, Chengao Fan, X. G. Li, and Yuheng Zhang. Ultraviolet light emission from porous silicon hydrothermally prepared. *Physics letters A*, 224:133–136, 1996.
- [44] G. G. Qin, J. Lin, J. Q. Duan, and G. Q. Yao. A comparative study of ultraviolet emission with peak wavelengths around 350 nm from oxidized porous silicon and that from sio2 powder. *Applied physics letters*, 69(12):1689-1691, 1996.
- [45] María del Rocío Nava Lara. Propiedades ópticas de multicapas cuasiperiodicas de silicio poroso. PhD thesis, Instituto de Investigaciones en Materiales, Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F., 2004.
- [46] E. Xifré-Pérez, L. F. Marsal, J. Ferré-Borrull, and J. Pallarès. Porous silicon omnidirectional mirrors and distributed bragg reflectors for planar waveguide applications. *Journal of Applied Physics*, 102:063111-1-063111-5, 2007.
- [47] Eugene Hecht. Optics. Addison-weslwey, second edition, 1987.
- [48] G.S.Lándsberg. Óptica, segundo tomo. Mir Moscú, quinta edition, 1984.
- [49] Yoel Fink, Joshua N. Winn, Shanhui Fan, Chiping Chen, Jurgen Michel, John D. Joannopoulo, and Edwin L. Thomas. A dielectric omnidirectional reflector. *science*, 282:1679–1682, 1998.
- [50] Peng Han and H. Wang. Criterion of omnidirectional reflection in a onedimensional photonic heterostructure. J. Opt. Soc. Am. B, 22(7):1571– 1575, 2005.
- [51] Peng Han and Hezhou Wang. Extension of omnidirectional reflection range in one-dimensional photonic crystals with a staggered structure. J Opt. Soc. Am. B, 20(9):1996-2001, 2003.
- [52] A. Mouldi and M. Kanzari. Design of an omnidirectional mirror using one dimensional photonic crystal with graded geometric layers thicknesses. *Optik*, 123:125–131, 2012.
- [53] Katsunari Okamoto. Fundamentals of Optical Waveguides. Second edition.

- [54] E. Xifré-Pérez, L. F. Marsal, J. Ferré-Borrull, and J. Pallarès. Confinement in a planar waveguide with porous silicon omnidirectional mirrors as confining walls. *Journal of Luminiscence*, 121:301 – 303, 2006.
- [55] Jae-Soong I, Yeonsang Park, and Heonsu Jeon. Optimal design for onedimensional photonic crystal waveguide. *Journal of lightwave technology*, 22(2):509–513, 2004.
- [56] John W Rittinghouse. A Beginner's guide to GAMBAS. OpenContent, first edition, 2005. http://distro.ibiblio.org/vectorlinux/Uelsk8s/GAMBAS/gambasbeginner-guide.pdf.
- [57] Daniel Campos and José Luis Redrejo. GAMBAS Programación visual con software libre. EDIT LIN, first edition, 2005.
- [58] M. B. de la Mora, J. A. del Río, R. Nava, J. Tagüeña-Martínez, J. A. Reyes-Esqueda, A. Kavokin, J. Faubert, and J. E. Lugo. Anomalous patterned scattering spectra of one-dimensional porous silicon photonic crystals. *Optics Express*, 18:22808 – 22816, 2010.
- [59] R. Nava, J. Tagüeña-Martínez, J. A. del Río, and G. G. Naumis. Perfect light transmission in fibonacci arrays of dielectric multilayers. *Journal* of physics: condensed matter, 21:1–7, 2009.
- [60] M. Toledo Solano, Yuri G. Rubo, J. A. del Río, and M. C. Arenas. Rayleigh scattering in multilayered structures of porous silicon. *Physica Status Solidi C*, pages 3544–3547, 2005.
- [61] M. T. Pope and A. Müller. Polyoxometalates: from platonic solids to anti-retroviral activity. *Kluwer Academic Publisher*, 1994.
- [62] T. Yamase and M. T. Pope. plyoxometalate chemistry for nanocomposite design. *Kluwer Academic Publisher*, 2003.
- [63] Nava R. and J. A. del Río. solicitud de patente MX/a/2010/002875, 2010.
- [64] Nava R., J. Tagüeña-Martínez, and J. A. del Río. solicitud de patente MX/a/2011/003980, 2011.

- [65] O. S. Heavens. Optical Properties of Thin Solid Films. Dover Publications, INC, first edition, 1991.
- [66] Miller Toledo Solano. Dispersión de Rayleight en multicapas de silicio poroso. PhD thesis, Posgrado en Ciencias Físicas, Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F., 2004.

Apéndice A

El diagrama del circuito del multiplexor de fuentes de corriente se muestra en la figura 5.1. Este circuito tiene un puerto serial de comunicación para establecer la conexión con la computadora personal. Esta basado en un control por un microcontrolador PIC16F877 de MicrochipTM. Actualmente las computadoras ya no disponen de un puerto serie, por lo que se utilizó una interfaz USB - Serial para poder establecer la conexión. El circuito se alimenta con una fuente de voltaje de 8 a 18 Vcc, y una corriente máxima de 500 mA.

La conmutación de las fuentes de corriente se realiza por medio de relevadores, y mediante leds se indica el canal o terminal activa. Las características de las terminales son: corriente máxima 1 A, y voltaje máximo 24 V.



Figura 5.1: Diagrama del circuito del multiplexor de fuentes de corriente.

Apéndice B

En este apéndice se presenta un ejemplo de como establecer la secuencia de código de las capas para elaborar una multicapa de p-Si en el programa Multiplexor. Esta estructura de multicapas es un espejo dieléctrico compuesto por dos subespejos de Bragg, ver la figura B.1. Los subespejos están hechos de dos capas de p-Si alternadas con distinto índice de refracción, y por lo tanto distinta porosidad. Las capas están agrupadas en celdas o períodos, cada período se compone de dos capas de distinto índice de refracción, n_a y n_b , y espesores d_a y d_b respectivamente. El camino óptico de las capas de un periodo es $n_a d_a = n_b d_b = \lambda_0/4$. Ambos subespejos se componen de tres periodos. Para el subespejo 1 $\lambda_0 = 635$ nm, y el subespejo 2 $\lambda_0 = 1000$ nm. Los índices de refracción tienen las magnitudes $n_a = 2.5$ y $n_b = 1.5$, y las correspondientes velocidades de ataque electroquímico de las capas son $v_a = 6.4$ nm/s y $v_b = 28.9$ nm/s, respectivamente.



Figura B.1: Diagrama de la estructura de multicapas del espejo dieléctrico.

El programa del espejo se ubica en la sección del usuario del programa Multiplexor en el compilador Gambas 2.22, el algoritmo es:

```
'Declaración de variables
PUBLIC a1 AS Boolean
PUBLIC ta AS Float
PUBLIC tb AS Float
PUBLIC na AS Float
PUBLIC nb AS Float
PUBLIC pa AS Integer
PUBLIC pb AS Integer
PUBLIC COi AS Float
PUBLIC va AS Float
PUBLIC vb AS Float
PUBLIC L1 AS Float
PUBLIC L2 AS Float
PUBLIC SUB seccion1_valores_iniciales()
IF a1 = FALSE THEN 'Condición para leer solo una vez los
 a1 = TRUE
                   'parámetros.
 NAPaso = 2 'Ciclos del bucle.
  va = 6.4 'velocidad de ataque de la capa a [nm/s].
  vb = 28.9 'velocidad de ataque de la capa b [nm/s].
  L1 = 635 'Longitud de onda central de la brecha fotónica
           'del primer subespejo [nm].
 L2 = 1000 'Longitud de onda central de la brecha fotónica
            'del segundo subespejo [nm].
  COi = L1 / 4.0 'Camino óptico del primer subespejo [nm]
  na = 2 'Índice de refracción de la monocapa a.
 nb = 1.5 'Índice de refracción de la monocapa b.
  ta = 1000.0 * COi / (na * va) 'Tiempo de ataque electroquímico
                                'de la monocapa a [ms].
  tb = 1000.0 * COi / (nb * vb) 'Tiempo de ataque electroquímico
                                'de la monocapa b [ms].
  t_aux = Intervalot(ta) 'Calcula el intervalo de tiempo activo,
                         'y el numero de periodos para realizar
                         'la monocapa a.
  ta = Round(t_aux[0], 0) 'Intervalo de tiempo activo [ms] de la
                          'monocapa a.
 pa = t_aux[1] 'Numero de periodos para realizar la monocapa a.
  t_aux = Intervalot(tb) 'Calcula el intervalo de tiempo activo,
                         'y el numero de periodos para realizar
                         'la monocapa b.
```
```
tb = Round(t_aux[0], 0) 'Intervalo de tiempo activo [ms] de la
                          'monocapa b.
 pb = t_aux[1] 'Numero de periodos para realizar la monocapa b.
ENDIF
END
PUBLIC SUB seccion1()
  COi = L2 / 4.0
  ta = 1000.0 * CDi / (na * va) 'Tiempo de ataque electroquímico
                                'de la monocapa a [ms].
 tb = 1000.0 * COi / (nb * vb) 'Tiempo de ataque electroquímico
                                'de la monocapa b [ms].
  t_aux = Intervalot(ta) 'Calcula el intervalo de tiempo activo,
                         'y el numero de periodos para realizar
                         'la monocapa a.
  ta = Round(t_aux[0], 0) 'Intervalo de tiempo activo [ms] de la
                           'monocapa a.
 pa = t_aux[1] 'Numero de periodos para realizar la monocapa a.
  t_aux = Intervalot(tb) 'Calcula el intervalo de tiempo activo,
                         'y el numero de periodos para realizar
                         'la monocapa b.
  tb = Round(t_aux[0], 0) 'Intervalo de tiempo activo [ms] de la
                           'monocapa b.
 pb = t_aux[1] 'Numero de periodos para realizar la monocapa b.
END
PUBLIC SUB Proceso()
SELECT CASE APaso
  CASE 1
    seccion1_valores_iniciales()
    SELECT CASE BPaso
      CASE 1
        CORRIENTE_TIEMPO(1, 1000, ta, pa, "Monocapa a")
      CASE 2
        CORRIENTE_TIEMPO(2, 1000, tb, pb, "Monocapa b")
      CASE 3
        CORRIENTE_TIEMPO(1, 1000, ta, pa, "Monocapa a")
      CASE 4
        CORRIENTE_TIEMPO(2, 1000, tb, pb, "Monocapa b")
      CASE 5
        CORRIENTE_TIEMPO(1, 1000, ta, pa, "Monocapa a")
      CASE 6
        CORRIENTE_TIEMPO(2, 1000, tb, pb, "Monocapa b")
      DEFAULT
        seccion1()
```

```
Sig_ciclo(CNAPaso + 1) 'Sintaxis normal
END SELECT
DEFAULT
Fin_Proceso()
END SELECT
END
```

El programa se compone de un bucle, es decir de un caso externo correspondiente a **SELECT CASE APaso**, el cual se ejecuta dos veces (**NApaso** = 2), de tal manera que en cada ciclo se realiza un subespejo. En el inicio del programa se declaran las variables que se van a utilizar. Posteriormente en el procedimiento **seccion1_valores_iniciales()** se establecen los parámetros para realizar el espejo, tales como velocidades de ataque, índices de refracción, y en este caso cálculos de los intervalos de tiempos activos y periodos de las capas del subespejo 1. Donde el tiempo de ataque electroquímico de una capa con un camino óptico de un cuarto de la longitud de onda está dado por $t = \lambda/(4 * n * v)$, del cual n es el índice de refracción y v la velocidad de ataque electroquímico [47]. Este procedimiento se va a ejecutar cuando se realice el primer ciclo del bucle, y en consecuencia se elabora el primer subespejo (ver figura B.1). Mediante la función **Intervalot(t)** se obtiene el intervalo de tiempo activo (**ta** y **tb**) y el número de periodos (**pa** y **pb**) para realizar una monocapa con tiempo de ataque electroquímico t.

En el procedimiento **seccion1()** se calcula el tiempo de ataque electroquímico de las capas del subespejo 2, y por lo tanto, también los intervalos de tiempo activo y el número de periodos de las capas del subespejo 2. Este procedimiento se ejecuta en el segundo ciclo del bucle, y en este momento se realiza el segundo subespejo (ver figura B.1).

Los casos internos correspondientes a **SELECT CASE BPaso** del bucle uno externo son 6, corresponden a las 6 capas de cada subespejo. Ya que cada subespejo se compone de tres periodos de dos capas. En el procedimiento **CORIENTE TIEMPO** se establece el canal de la fuente de corriente (1 o 2), el intervalo de tiempo inactivo (1000 ms), el intervalo de tiempo activo (ta o tb), el número de periodos (pa o pb), y la leyenda que identifica la capa en cuestión (Monocapa a o Monocapa b).

Apéndice C

En este apéndice se describe un método para encontrar el índice de refracción complejo de una película delgada homogénea e isotropica, cuyo espesor es del orden de algunas longitudes de onda de la luz. Este método esta basado en el método de Malé el cual se encuentra en la referencia [65]. La diferencia entre el método de Malé y el presentado en esta tesis es que el primero es gráfico mientras el segundo es numérico.

Este método determina la parte real n_r y la parte imaginaria n_i del índice de refracción a partir de la reflectancia experimental de la monocapa de p-Si, y su derivada experimental. Esta última se puede obtener derivando los valores del espectro de la reflectancia experimental con un software como QtiPlot $^{\odot}$.

El método involucra un proceso de cómputo muy robusto como se verá a continuación. Se resuelve simultáneamente las ecuaciones de \mathbf{R} y \mathbf{R}' para n_r y n_i , a una longitud de onda dada. Los valores de frontera de \mathbf{R} y \mathbf{R}' se establecen por los medidos experimentales de la monocapa de p-Si en cuestión. La \mathbf{R} está definida por la ecuación 2.35, donde la matriz de transferencia está determinada para una capa con índice de refracción complejo, $n = n_r + n_i$, ver ecuación 2.40. La ecuación de \mathbf{R}' se puede encontrar derivando \mathbf{R} mediante un software como Wolfram Mathematical ^(B), así como la solución del sistema de ecuaciones. Este proceso se realiza cada cierto intervalo de longitud de onda adecuado.

Este método proporciona varias soluciones de n_r y n_i para una longitud de onda dada, un ejemplo se muestra en la figura 5.2. Estas soluciones se obtuvieron de la monocapa H de p-Si autosoportada para longitudes de onda entre 1052 y 2304 nm. Puede observarse que para cada longitud de onda las soluciones de n_r y n_i se repiten con cierta periodicidad respecto a n_r . Para seleccionar la solución adecuada primero se obtiene una aproximación del índice de refracción parte real n_r mediante la ecuación 3.5, para longitudes de onda larga donde la absorción es mínima, de esta manera el valor inicial de n_r es 1.9. Las soluciones adecuadas del índice de refracción complejo de la monocapa autosoportada H se encerraron en la elipse sombreada de la figura 5.2, y se pueden ver graficadas en las figuras 3.9 y 3.10 para n_{rH} y n_{iH} respectivamente, representados por puntos.



nrH contra niH para varias longitudes de onda de la monocapa H autosoportada

Figura 5.2: Soluciones obtenidas de n_r y n_i para varias longitudes de onda de la Monocapa H autosoportada.

Apéndice D

Los pulsos en fentosegundos son ampliamente utilizados en óptica no lineal debido a que éstos concentran la energía del pulso en un tiempo muy corto, lo cual permite alcanzar potencias pico muy altas. La irradiancia nos indica la distribución tanto espacial como temporal de la energía en el pulso.

Los pulsos cortos son generalmente referidos por su energía y su duración; sin embargo, muchos de los fenómenos ópticos no lineales son función de la irradiancia pico o de la fluencia del pulso más que de la energía incidente. En este apéndice mostramos la relación que existe entre estos diferentes términos definidos utilizando el sistema MKSA.

D.1 Definición de Irradiancia

La irradiancia I de un campo electromagnético se define como el promedio temporal del vector de Pointing, como se vio en la sección Multicapas: Método de la matriz de transferencia, y se expresa como:

$$I = \frac{\epsilon_0 c}{2} |E_{0(r,t)}|^2 \tag{6.1}$$

Si consideramos un pulso con una distribución gausiana tanto espacial como temporal en la envolvente del campo:

$$E_0(r,t) = E_0 e^{-r^2/\omega^2} e^{-t^2/\tau^2}$$
(6.2)

donde ω y τ son el radio y la duración (HW1/eM) de la envolvente del campo, podemos expresar su irradiancia como $I(r,t) = \frac{\epsilon_0 c}{2} E_0^2 e^{-2r^2/\omega^2} e^{-2t^2/\tau^2}$, donde además podemos redefinir: $I_0 = \frac{\epsilon_0 c}{2} E_0^2$ como la amplitud de la irradiancia en el eje, $r_0 = \omega/\sqrt{2}$ como el radio (HW1/eM) en la distribución espacial de

irradiancia y $t_0 = \tau/\sqrt{2}$ como la duración (HW1/eM) del pulso también en irradiancia. Entonces podemos reescribir la distribución de irradiancia como:

$$I(r,t) = I_0 e^{-r^2/r_0^2} e^{-t^2/t_0^2}$$
(6.3)

La energía total del pulso está dada por la integración tanto espacial como temporal de la distribución de la irradiancia sobre la excitación total del pulso,

$$\varepsilon = \int_{\infty}^{-\infty} \int_{\infty}^{-\infty} I(r,t) dA dt$$
(6.4)

La integración de la irradiancia sobre la sección transversal del haz da origen a lo que se conoce como potencia del pulso, mientras que la integración temporal de la irradiancia se conoce como fluencia del pulso.

D.2 Relación entre irradiancia y potencia

La potencia del pulso P(t) se define como el flujo de la energía por unidad de tiempo. Para obtener potencia del pulso integramos la expresión 6.3 sobre el área iluminada:

$$P(t) = \int_0^\infty I_0 e^{-t^2/t_0^2} e^{-r^2/r_0^2} dA,$$
(6.5)

donde el diferencial de área para una distribución de irradiancia con geometría radial está dado por $dA = 2\pi r dr$, entonces:

$$P(t) = 2\pi I_0 e^{-t^2/t_0^2} \int_0^\infty e^{-r^2/r_0^2} r dr$$
(6.6)

por lo tanto, la potencia del pulso es:

$$P(t) = r_0^2 \pi I_0 e^{-t^2/t_0^2} \tag{6.7}$$

D.3 Relación entre irradiancia y fluencia

La fluencia del pulso F(r) representa el flujo de energía por unidad de área irradiada. Para determinar la fluencia del pulso integramos la expresión 6.3 respecto al tiempo:

$$F(r) = I_0 e^{-r^2/r_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2/t_0^2} dt,$$
(6.8)

esta expresión es de la forma $\int_{-\infty}^{\infty} e^{x^2} dx$, la cual puede ser resuelta considerando su similitud con la función de densidad de probabilidad gausiana, dado el hecho de que en una función de probabilidad $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2\sigma^2} dt = 1,$$
(6.9)

redefinimos entonces $t_0^2 = 2\sigma^2$ en la ecuación 6.8 para obtener:

$$F(r) = t_0 \sqrt{\pi} I_0 e^{-r^2/r_0^2}.$$
(6.10)

D.4 Relación entre fluencia y energía

Para encontrar la energía de un pulso gausiano debemos integrar la fluencia sobre toda el área iluminada:

$$\varepsilon = \int_0^\infty F dA, \tag{6.11}$$

donde el diferencial de área para una distribución de irradiancia con geometría radial está dado por $dA = 2\pi r dr$; por lo tanto, la energía total del pulso con una distribución espacial gausiana se obtiene con:

$$\varepsilon = \int_0^\infty t_0 \sqrt{\pi} I_0 e^{-r^2/r_0^2} (2\pi r) dr,$$

$$\varepsilon = I_0 \sqrt{\pi^3} t_0 r_0^2.$$
(6.12)

La relación entre la irradiancia y la energía (ecuación 6.12) permite calcular el valor de la irradiancia pico del pulso I_0 a partir de la energía por pulso ε medida, utilizando:

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\pi^3 t_0 r_0}} \tag{6.13}$$

La energía del pulso se obtiene fácilmente con cualquier medidor de energía; sin embargo, para pulsos cortos a una alta repetición la energía por pulso se puede obtener a partir de la potencia promedio P_{prom} medida utilizando un detector lento y un medidor de potencia convencional. Si conocemos la potencia promedio del láser pulsado, podemos determinar su energía por pulso dividiendo la potencia promedio entre la frecuencia de repetición de los pulsos $\varepsilon = P_{prom}/f_{rep}$. Un láser con una potencia promedio de 300 mW y una frecuencia de repetición de 94 MHz tiene una energía por pulso de 3.2 nJ, con el cual se puede obtener una irradiancia pico de 1 GW/cm², usando por ejemplo, $t_0 = 48$ fs (HW1/eM) y $r_0 = 33 \ \mu m$ (HW1/eM).