



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIAS DEL MAR Y LIMNOLOGÍA

MODELACIÓN DE LA CIRCULACIÓN EN LA BAHÍA DE LA PAZ, B.C.S.

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS DEL MAR Y LIMNOLOGÍA

(OCEANOGRAFÍA FÍSICA)

PRESENTA:

FÍS. JORGE LUIS MARTÍNEZ MÉRIDA

TUTOR PRINCIPAL

DRA. MARÍA ADELA MONREAL GÓMEZ

(INSTITUTO DE CIENCIAS DEL MAR Y LIMNOLOGÍA)

COMITÉ TUTOR

DR. RAÚL AGUIRRE GÓMEZ (INSTITUTO DE GEOGRAFÍA)

DR. VÍCTOR MANUEL MENDOZA CASTRO (CENTRO DE CIENCIAS DE LA
ATMÓSFERA)

DR. JOSÉ NOEL CARBAJAL PÉREZ (IPICyT)

DR. PAULO SALLES ALFONSO DE ALMEIDA (INSTITUTO DE INGENIERÍA, SISAL)

MÉXICO, D. F. FEBRERO DE 2013



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

A la Dra. Adela Monreal Gómez por su aceptación y su asesoría que me abrieron la puerta a la oceanografía.

Al Dr. David Alberto Salas de León por sus oportunos comentarios sobre este trabajo.

A los Doctores Raúl Aguirre Gómez, Noel Carbajal Pérez, Víctor Manuel Mendoza Castro y Paulo Salles Alfonso de Almeida por su participación en el comité tutorial y por sus comentarios para la mejora de este trabajo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca otorgada para la realización de mis estudios de maestría.

A la tripulación del Buque Oceanográfico “El Puma” de la Universidad Nacional Autónoma de México, por su participación en las campañas oceanográficas DIPAL, en las que se recabaron los datos a partir de los cuales se impusieron las condiciones de frontera para parte de las simulaciones.

A la Dra. Gloria Vilaclara, coordinadora del Posgrado en Ciencias del Mar y Limnología así como a todo el personal del posgrado Diana, Gabriela Lupita y Chantal por todo el apoyo otorgado.

Al Biól. Jorge Castro por su invaluable ayuda con la construcción de las imágenes.

DEDICATORIA

A Laura González, el amor de mi vida.

A Elena Georgina, mi cosa redonda, los ojos de canica más lindos que me pudiesen mirar.

A Juana Mérida y Luis Ángel Martínez, mis padres, por la confianza que siempre me han brindado.

A Luis Ángel y Catalina para que continúen la aventura.

A Elena Resendiz por su amor a la cosa redonda.

A César Iván Elizalde, mi brother de toda la vida.

A Miguel Ángel Huicochea, que es feliz predicando en el desierto.

A Adela Monreal y David Salas, cuyo apoyo va más allá del deber.

A toda la “familia académica Monreal-Salas” que ha hecho muy divertida la epopeya oceanográfica.

ÍNDICE

RESUMEN

ABSTRACT

CAPÍTULO I

1. Introducción.....	1
1.1 Área de estudio.....	1
1.1.1 Patrones de viento.....	3
1.2 Vórtices.....	6

CAPÍTULO II

2. Métodos: Marco Teórico.....	14
2.1 Ecuaciones Hidrodinámicas.....	14
2.2 Modelo de Gravedad Reducida.....	20
2.2.1 Condiciones de frontera.....	22
2.3 Modelo numérico.....	23
2.3.1 Discretización espacial.....	24
2.3.2 Integración Temporal.....	32
2.3.3 Consistencia, Estabilidad y Convergencia.....	38
2.4 Mecanismos de forzamiento.....	40
2.4.1 Esfuerzo de viento.....	40
2.4.2 Flujo a través de las fronteras abiertas.....	41

CAPÍTULO III

3. Resultados y Discusión.....	42
3.1 Circulación producida por el esfuerzo de viento.....	42
3.1.1 Circulación producida por el esfuerzo de viento uniforme.....	42
3.1.2 Circulación producida por el rotacional del esfuerzo de viento...48	
3.1.2.1 Circulación inducida con viento de verano-otoño, con rotacional de viento negativo.....	49
3.1.2.2 Circulación inducida con viento de verano-otoño, con rotacional de viento positivo.....	50
3.1.2.3 Circulación inducida con viento de invierno-primavera, con rotacional de viento positivo.....	51
3.1.2.4 Circulación inducida con viento de invierno-primavera, con rotacional de viento negativo.....	52
3.1.2.5 Circulación inducida con viento de intensidad máxima al centro de la bahía.....	54
3.2 Circulación con flujo en fronteras abiertas.....	56
3.2.1 Circulación inducida por flujo de intercambio en fronteras abiertas.....	57
3.3 Circulación inducida con las combinaciones de mecanismos de forzamiento.....	62

3.3.1 Simulación de la circulación con flujo de intercambio y esfuerzo de viento uniforme de verano-otoño.....	62
3.3.2 Simulación de la circulación con flujo de intercambio y esfuerzo de viento uniforme de invierno-primavera.....	63
3.3.3 Simulación de la circulación con flujo de intercambio y rotacional del esfuerzo de viento.....	64
3.3.3.1 Circulación inducida por el flujo de intercambio y el rotacional positivo del viento de verano-otoño.....	64
3.3.3.2 Circulación inducida por el flujo de intercambio y el rotacional negativo del viento de verano-otoño.....	65
3.3.3.3 Circulación inducida por el flujo de intercambio y el rotacional positivo del viento de invierno-primavera.....	67
3.3.3.4 Circulación inducida por el flujo de intercambio y el rotacional negativo del viento de invierno-primavera.....	68
3.4 Discusión.....	70
CONCLUSIONES.....	72
REFERENCIAS.....	75

RESUMEN

La Bahía de La Paz localizada aproximadamente a 180 km de la boca del golfo de California es la cuenca más grande de éste. Tiene un régimen de vientos con marcada estacionalidad: vientos del sureste en verano y otoño y del noroeste en invierno y primavera. La circulación presenta un vórtice ciclónico de carácter semi-permanente próximo a la boca grande de la bahía. Con el fin de simular la circulación dentro de la bahía se aplicó un modelo numérico semi-implícito de gravedad reducida tomando en cuenta el viento uniforme y rotacional del viento así como flujos a través de las bocas como mecanismos de generación.

El modelo reproduce el vórtice ciclónico observado, con lo cual se concluye que éste es de carácter baroclínico, además los resultados muestran que el vórtice es sensible a las condiciones de frontera y que el principal mecanismo de generación es el flujo a través de las bocas.

ABSTRACT

The Bay of La Paz is the largest bay in the Gulf of California. It is located approximately at 180 km from its mouth. This basin has a seasonal pattern of wind regime: Southeasterly wind in summer and autumn, Northwesterly winds in winter and spring. A semi permanent cyclonic vortex has been observed near Boca Grande. A semi-implicit reduced gravity numerical model was applied to simulate the circulation using uniform wind, rotational wind and flows through the mouths as generation mechanisms.

The observed cyclonic was reproduced by the reduced gravity model, whereby is concluded that the vortex has a baroclinic character. Numerical simulations suggest that the circulation is sensitive to the boundary conditions and the main vortex generation mechanism is the flow through the mouths.

CAPÍTULO I

1 INTRODUCCIÓN

Las cuencas oceánicas en su circulación pueden presentar vórtices ya sea ciclónicos o anticiclónicos, de diferentes escalas. En la Bahía de la Paz, en diferentes épocas del año se ha observado un vórtice ciclónico, sin embargo la causa de éste no ha sido clara, por lo que en esta tesis se utilizará un modelo numérico de gravedad reducida, en diferencias finitas para simular la circulación oceánica en la Bahía, con el fin de estudiar el mecanismo de generación de dicho vórtice ciclónico.

1.1 Área de estudio

El Golfo de California en general se distingue por un enorme potencial pesquero. Entre los cuerpos de agua costeros del golfo se distingue la bahía de La Paz, la cual es la cuenca más grande y profunda del golfo de California. La bahía de la Paz se ubica al sureste de la península de Baja California, tan sólo a 180 km del extremo sur de ésta. Se localiza entre las latitudes 24.15° N y 24.97° N y las longitudes 110.35° W y 110.75° W. La bahía tiene una forma aproximadamente elíptica con el eje mayor que se alinea en dirección noroeste-sureste, paralelo al golfo de California. Este eje tiene una longitud de 80 km mientras que el eje menor mide 35 km. La bahía está separada del resto del golfo por las islas San José, Espíritu Santo y Roca partida, así como por una península estrecha que se extiende hacia el norte, que en conjunto definen los canales a través de los que se

da la comunicación entre la bahía y el golfo. La Boca Grande, ancha y profunda, está ubicada al noreste y definida entre Punta Mechudo y La Lobera, en la isla Roca Partida. La otra conexión con el golfo es al sureste a través del Canal de San Lorenzo, entre la isla Espíritu Santo y el Pulguero, mucho más estrecho y somero que la Boca Grande.

En el norte, frente a Punta Coyote se ubica la Cuenca Alfonso, que con sus 430 m es la parte más profunda de la bahía. La cuenca se separa del golfo por un umbral batimétrico a lo largo de la Boca Grande de 250 m, detrás del cual -ya fuera de la bahía- la profundidad aumenta bruscamente hasta más de 850 m.

La parte sur de la bahía es somera, donde el canal de San Lorenzo tiene una profundidad de aproximadamente 20 m. En la zona sur se encuentra un canal natural que conecta una laguna costera a la bahía: la Ensenada de La Paz, también conocida como Ensenada de Anpe o de Los Arípez (Garda, 1991). Esta laguna se separa de la bahía por una barra de arena conocida como El Mogote (Jiménez-Illescas, 1996).

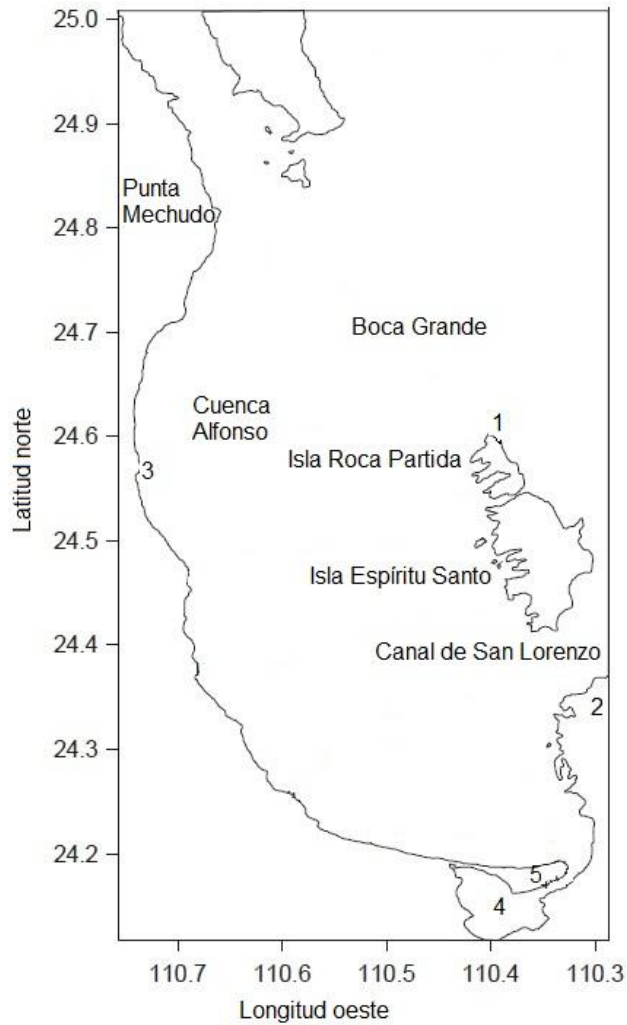


Figura 1.1. Toponimia de la bahía de La Paz. Los lugares referidos con números son:
1.-La Lobera, 2.-El pulguero, 3.-Punta Coyote, 4.-Ensenada de La Paz, 5.-El Mogote

1.1.1 Patrones de viento

El clima en la Bahía de La Paz es semidesértico con una de las menores coberturas nubosas de México. Únicamente hay nubes cuando se presentan frentes atmosféricos o tormentas tropicales (Monreal-Gómez et al., 2001). La evaporación alcanza valores de 300 mm/año, mientras que la precipitación ronda

los 180 mm/año; esto sumado a la casi nula descarga de ríos hace que haya un marcado aumento de la salinidad superficial en la bahía con respecto del resto del golfo de California. El máximo de la precipitación se presenta en septiembre (60 mm), seguido de agosto (43 mm) mientras que el resto del año el promedio de precipitación mensual no excede los 20 mm (Jiménez-Illescas, 1996).

Al igual que en el resto del golfo de California, el viento en la bahía de La Paz es determinado por el movimiento relativo tanto del Centro de Alta Presión del Pacífico como del Centro de Baja Presión del desierto de Sonora. Este movimiento produce un comportamiento estacional muy marcado del viento, conocido como el “Monzón Mexicano”, manifestando sus mayores efectos entre mayo y julio (Douglas, *et al.*, 1993).

Debido a la insolación se pueden distinguir dos estaciones: verano-otoño e invierno-primavera, en esta última, el viento predominante es del noroeste, con intensidades que van de los 8 a los 12 m/s. En la región los más intensos de estos vientos se conocen como “Coyas”. En verano-otoño el viento predominante es del sureste, mucho menos intenso (5 m/s), conocido coloquialmente como “Corumel” alternado y con periodos de calmas (Monreal-Gómez *et al.*, 2001).

El viento y el intercambio dinámico de agua entre el golfo y la bahía son los factores que determinan la estructura termohalina en ésta; pero a pesar de no ser el único factor y en algunas partes de la bahía el menos importante, el carácter monzónico del viento imprime un marcado comportamiento estacional en dicha estructura (Salinas-González *et al.*, 2003). Esto es relevante para la biología del

cuerpo de agua debido a que se ha reportado una relación inversa entre la estratificación de la columna de agua y la productividad primaria en la bahía de La Paz (Reyes-Salinas et al., 2003).

En verano-otoño la baja intensidad del viento del sureste no favorece la formación de una capa de mezcla profunda, presentándose en estas épocas una termoclina escarpada desde muy cerca de la superficie (15-20 m) hasta los 50 m de profundidad. En esta época del año se presenta la mayor insolación, lo que produce gran evaporación en el agua superficial y en consecuencia un aumento en la salinidad. Sin embargo, la elevada temperatura que alcanza mantiene la estabilidad gravitacional, observándose fuerte estratificación. El parámetro de estratificación es el más elevado en verano, promediando los 223 J/m^3 (Obeso-Nieblas et al., 2008).

En invierno la situación es diferente. La mayor intensidad del viento provoca la aparición de una conspicua y profunda capa de mezcla desde finales de agosto hasta el inicio de la primavera (Salinas-González et al., 2003). Además del proceso natural de mezcla que produce el viento, en invierno el viento del noroeste más intenso reduce la temperatura del agua superficial muy salada producida por la insolación de verano, induciendo corrientes de convección que también contribuyen a la formación y profundización de la capa superficial de mezcla, la cual llega a alcanzar los 50 m y en casos extraordinarios los 100 m. La estratificación es menor en esta época, con valor promedio de 95 J/m^3 en el parámetro de estratificación (Obeso-Nieblas et al., 2008).

La circulación del agua dentro de la bahía se rige por el viento y el intercambio de flujo con el golfo de California en el que se incluye también el efecto de las mareas; las cuales son mixtas con dominancia semidiurna (Morales-Pérez y Gutiérrez de Velasco, 1989) y producen corrientes que llegan a ser muy intensas (2 m/s) aunque los vientos del noroeste (7 m/s o más) producen corrientes que dominan a las de marea. Sin embargo tal vez la aportación más importante de las corrientes de marea a la bahía es que las producidas por el refluo son más intensas que las de flujo, desazolviendo los canales poco profundos (Jiménez-Illescas, 1996).

Las corrientes paralelas a la costa occidental de la bahía producidas por el viento, generan un giro ciclónico en el centro de la bahía, además de que teóricamente también se produciría un anticiclónico al sur (Jiménez-Illescas, 1996).

1.2 Vórtices

Los vórtices son el movimiento circular, o casi circular que presentan los fluidos geofísicos (océano y atmósfera).

En esta definición entran muchos de los procesos atmosféricos y oceánicos con los que convivimos y a los que estamos expuestos. En la atmósfera se pueden encontrar a los tornados, huracanes y los remolinos, conocidos en inglés como "*Dust Devils*". En el océano los vórtices engloban los remolinos, los anillos, denominación que se aplica casi exclusivamente a los vórtices que se separan de las corrientes intensas como la Corriente del Golfo (Olson, 1991). Los grandes

giros oceánicos que describen las corrientes en su circulación completa alrededor del globo los giros anticiclónicos; así como los “lentes salados del Mediterráneo” (*Meddies*), que son “discos delgados” de agua anómalamente caliente y salada cuyo origen es el mar mediterráneo; salen de éste a través del estrecho de Gibraltar y han sido encontrados en el atlántico norte (McDonald, 1999).

Los vórtices desempeñan un papel fundamental en el transporte de energía interna (calor), momento y propiedades bioquímicas del agua a través de distancias mucho mayores que su diámetro, que puede ser de unos cuantos hasta cientos de km (Cruz-Gómez et al., 2008), por lo cual el estudio de su formación y su movimiento es de gran importancia. Para comenzar con los mecanismos de formación de vórtices se puede mencionar la fuerza de Coriolis, que es el efecto que experimenta un cuerpo en movimiento en un sistema de referencia acelerado, como es uno asociado a la rotación del planeta tierra. Si un volumen de agua viaja a través del océano, la aceleración de Coriolis provocará la desviación del flujo a la derecha de su dirección de propagación en el hemisferio norte, y a la izquierda en el hemisferio sur. Dicha desviación puede generar un patrón circular de movimiento y llevar a un vórtice. Esto se conoce como ondas inerciales.

Continuando con las inestabilidades; éstas producen meandros en las corrientes y frentes, que al pronunciarse provocan que una porción de fluido se cierre en sí misma, retornando el resto a su curso original y dejando como resultado un anillo (Olson, 1991).

Los vórtices pueden ser generados por el viento de distintas maneras; una de ellas es que al soplar sobre la superficie del océano desplaza el líquido y se pueden formar vórtices superficiales en un efecto combinado del transporte de Ekman y el efecto de Coriolis, o al existir un gradiente en el campo de la velocidad del viento se induce vorticidad en la velocidad de la corriente impulsada por éste. También al desplazar el agua superficial y al no poder ésta empujar el líquido adyacente, se hunde y forma rizos verticales conocidos como celdas de Langmuir. Ambos efectos combinados pueden observarse en el golfo de Tehuantepec en la época de nortes principalmente (Lavín *et al.*, 1992). El viento puede provocar un descenso de la temperatura superficial en el océano haciéndola más densa y provocando su hundimiento lo cual forma vórtices por diferencias de densidad.

La topografía de una cuenca puede inducir vórtices de diferentes maneras; por ejemplo, cuando la corriente fluye a lo largo de la costa, al encontrarse con una punta o península, la fricción induce diferencias de velocidades en el flujo que curvan la trayectoria de éste y pueden finalizar en un vórtice como sucede en la costa este de la península de Yucatán, cerca de Cabo Catoche (Cochrane, 1968); o cuando la corriente encuentra un umbral como en el alto golfo de California o al pasar por un cañón profundo como el cañón de Campeche, en donde la formación de giros se debe a la conservación de la vorticidad potencial (Santiago, 2010). Los montes submarinos también pueden inducir vórtices, Ya que sobre ellos se observan remolinos estacionarios, los cuales pueden formar sistemas de circulación llamados Columnas de Taylor (Cruz-Gómez, et al. 2008)

La colisión de corrientes intensas con islas genera vórtices ciclónicos y anticiclónicos de manera alternada al lado contrario de la colisión, formando una trayectoria de Von Karman (Heywood, et al., 1996)

Entre las causas de generación de vórtices también cabe mencionar la forma en la que ingresa una corriente a una cuenca o bahía, ya que para flujos diferentes la circulación puede o no generar un vórtice, como ocurre con un giro de mesoescala detectado en la parte sur del golfo de California (Emilsson y Alatorre, 1997). El intercambio dinámico de flujo con el golfo también contribuye a la circulación dentro de la bahía. Se reportan evidencias de vorticidad anticiclónica por interacción con la topografía (Salinas-González et al., 2003), así como un vórtice ciclónico al norte de la bahía de 24 km de diámetro y 110 m de profundidad así como una velocidad acimutal de 28 cm/s, y de baja energía, cerca de 12 órdenes de magnitud menor que los anillos de la corriente del golfo (García-Mirafuentes, 2010). Este vórtice se ha detectado a finales de primavera (Monreal-Gómez et al., 2001), en verano (Sánchez Velasco et al., 2006; Obeso-Nieblas et al., 2008), otoño (Sánchez Velasco et al., 2006) e invierno (Jiménez-Illescas, 1996); lo que hace pensar que, debido a la estacionalidad del patrón de viento, éste no es la causa del giro sino algún otro mecanismo, como por ejemplo el flujo a través de la Boca Grande (García-Mirafuentes, 2010).

Además del mecanismo que los origina, otra característica relevante de los vórtices es su sentido de rotación. En el hemisferio norte si el remolino gira en el sentido contrario a las manecillas del reloj se denomina ciclónico, y cuenta con vorticidad relativa positiva, mientras que el giro en el sentido de las manecillas se

conoce como anticiclónico y cuenta con vorticidad relativa negativa. Esta denominación se invierte en el hemisferio sur. La importancia del sentido de rotación radica en que el vórtice ciclónico es divergente, esto es; al girar en el centro se provoca un ligero hundimiento de la superficie y el ascenso de agua subsuperficial para compensar el desplazamiento de la superficial. Si el vórtice es muy profundo puede producir el levantamiento de la termoclina y el surgimiento de agua de menor temperatura que la superficial. Por el contrario, el vórtice anticiclónico es convergente, en la superficie atrae agua de su alrededor hacia el centro del giro, lo que produce un levantamiento de la superficie y el hundimiento del agua hacia el centro, que de nuevo para giros muy profundos puede hundir la termoclina. Estas características hacen que los vórtices ciclónicos se conozcan como “giros fríos” mientras que los anticiclónicos sean “giros cálidos”.

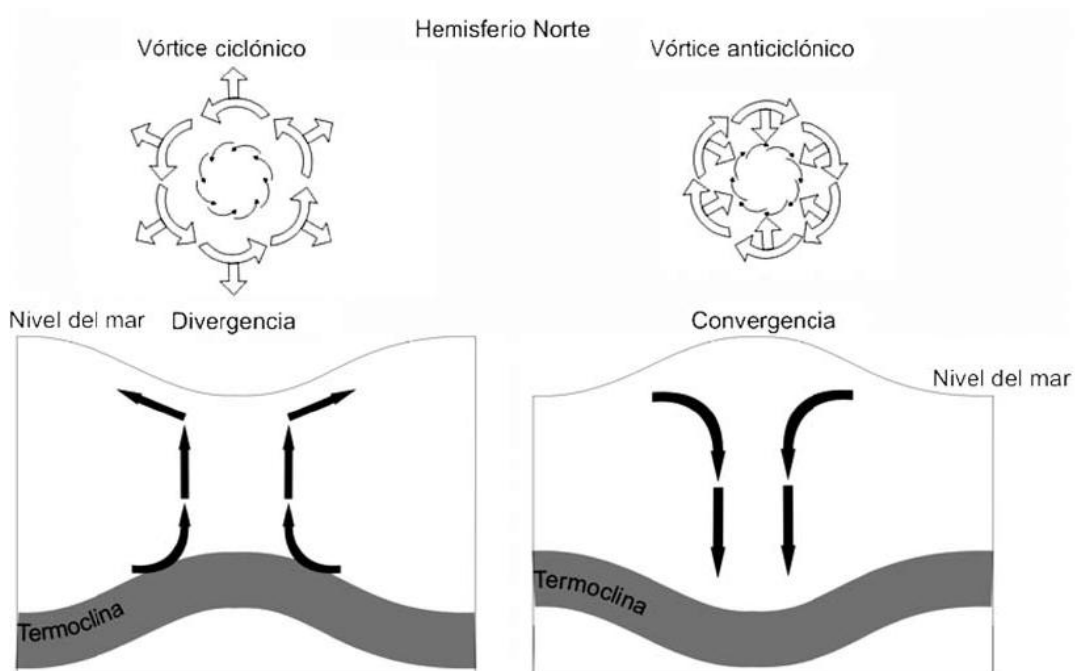


Figura 1.2. Vórtices ciclónicos y anticiclónicos. (Tomado de Cruz-Gómez, et al. 2008).

La capacidad que tienen los vórtices de mover agua verticalmente tiene efectos muy importantes en la bioquímica del océano ya que producen ascenso o descenso de la nutriclina (profundidad con máximo gradiente vertical de nutrientes), así como de contaminantes y de sedimentos. Además, la característica del centro de convergencia que tienen los giros anticiclónicos les da una estructura de bulbo que los convierte en un volumen aislado de agua y les permite “atrapar” materia (nutrientes, sales, contaminantes) y transportarlos a grandes distancias (Crawford, 2005), como ocurre en el golfo de Tehuantepec con el giro anticiclónico occidental que se produce con el paso de los “tehuanos” (Lavín *et al.*, 1992), o con otro gran vórtice anticiclónico que se desprende de la corriente de lazo en la parte noroccidental del Golfo de México, que colisionan con las costas de Tamaulipas (Monreal-Gómez, 1986).

El mecanismo que produce el movimiento de los vórtices se ve reflejado en el signo de la vorticidad, y su magnitud es una medida de su circulación. La variación latitudinal del efecto de Coriolis provoca que éste influya de forma diferente a la corriente conforme gira alrededor del centro del vórtice, este efecto diferenciado da como resultado una fuerza neta con dirección hacia el sur (McDonald 1999). En un vórtice anticiclónico, su carácter de “bulbo aislado” los hace sujetos de la influencia del efecto Coriolis como un todo, lo cual sumado al desplazamiento hacia el sur inducido por la fuerza resultante referida anteriormente, se produce una deriva suroccidental del vórtice. El efecto anterior sucede también en los giros ciclónicos, pero de ser el único mecanismo que

generara su movimiento se observaría en éstos una deriva oriental, lo cual no sucede. Debido al carácter divergente de los giros ciclónicos, no cuentan con fronteras bien definidas y no se comportan como “bulbos aislados” sino al contrario; la depresión que causan en la superficie libre provoca que haya un intercambio de agua con los alrededores. El agua al rodear el vórtice adquiere diferente vorticidad relativa, (positiva o negativa) según la dirección de la corriente, creándose circulaciones secundarias debido a la conservación de vorticidad potencial que advectan el vórtice hacia el oeste (McDonald 1999). Este último efecto compite con el que produce Coriolis, y se puede demostrar que siempre lo domina (Nof, 1981; Cushman-Roisin et al., 1990) por lo cual los vórtices por sí mismos siempre derivan hacia el oeste, sin considerar alguna influencia exterior; aunque de nuevo el signo de la vorticidad marca diferencias. Los vórtices anticiclónicos derivan hacia el suroeste, mientras que los ciclónicos, debido a la combinación de efectos que generan su movimiento derivan hacia el noroeste con velocidades un poco inferiores a las de los anticiclónicos (McDonald, 1999). De acuerdo con Adem (Adem, 1956) el movimiento de vórtice ciclónico hacia el noroeste depende de su dinámica interna: la componente hacia el oeste de su desplazamiento es proporcional a su radio y la componente hacia el norte es proporcional a su velocidad tangencial, pero en ambos casos su desplazamiento depende de la variación del parámetro de Coriolis. Las velocidades de deriva para ambos tipos de vórtices son del rango de un km por día (Nof, 2008).

Existen diferentes métodos para estudiar los vórtices, entre otros se encuentran los métodos observacionales, los cuales se basan en el análisis de los

parámetros hidrográficos Temperatura, Conductividad y Profundidad (datos de CTD), que en la mayoría de los casos se utilizan para calcular las corrientes geostróficas relativas a una cierta profundidad (Monreal-Gómez et al., 2001). Un segundo método es el experimental donde mediante mesas en rotación se producen los vórtices (Cruz-Gómez, 2010). Las corrientes geostróficas obtenidas mediante altimetría detectan con gran precisión los vórtices tanto ciclónicos como anticiclónicos (Aguirre-Gómez et al., 2003). Los modelos numéricos resuelven las ecuaciones hidrodinámicas mediante elementos finitos o diferencias finitas (Romming y Kowalik, 1980) y constituyen una importante herramienta muy utilizada en la simulación de de la circulación oceánica.

La motivación de este trabajo radica en conocer las causas de generación del vórtice ciclónico que se observa en la Bahía de la Paz, para lo cual se realizó la simulación de la circulación mediante un modelo numérico de gravedad reducida, en diferencias finitas.

CAPITULO II

2 MÉTODOS: MARCO TEÓRICO

La principal fuente de calor para el océano es el sol, su energía llega al planeta: atraviesa la atmósfera y después llega a la superficie de la tierra. La incidencia del calor es en forma diferencial de acuerdo a la latitud y a la inclinación del eje de rotación. Esas diferencias de temperatura producen diferencias de presión en la atmósfera generando el campo de vientos, los cuales a su vez producen movimiento del agua en el océano debido al arrastre. Así mismo el calentamiento diferencial del sol produce genera corrientes oceánicas termohalinas.

El calentamiento produce un perfil vertical de temperatura, tal que ésta disminuye con la profundidad y puede producir corrientes de convección.

2.1 ECUACIONES HIDRODINÁMICAS

El gradiente vertical de temperatura produce una estratificación de la columna de agua, provocada por la relación funcional entre la densidad del agua y la temperatura, donde la capa superficial, con mayor temperatura (T_1) y menor densidad (ρ_1) está separada de la capa profunda, de menor temperatura (T_2) y mayor densidad (ρ_2) por una región donde la densidad varía fuertemente, conocida como *picnoclina*. Las ecuaciones que describen la dinámica en un

modelo de dos capas como el descrito son la de conservación de momentum y la de conservación de masa, integradas verticalmente:

$$\frac{\partial \vec{V}_i}{\partial t} + (\nabla_H \cdot \vec{V}_i + \vec{V}_i \cdot \nabla_H) \vec{v}_i + \hat{k} \times f \vec{V}_i = -\frac{h_i}{\rho_i} \nabla_H P_i + \frac{\vec{\tau}_{S_i} - \vec{\tau}_{f_i}}{\rho_i} + A_H \nabla_H^2 \vec{V}_i \quad (2.1.1)$$

$$\frac{\partial h_i}{\partial t} + \nabla_H \cdot \vec{V}_i = 0 \quad (2.1.2)$$

Donde i indica la capa de la que se trate; 1 es la capa superficial y 2 es la de fondo, \hat{k} es el vector unitario en dirección vertical, $\vec{v} = (u, v)$ es la velocidad horizontal, $\vec{V} = (uh, vh)$ es el transporte horizontal, la densidad del agua y el espesor de la capa están representadas por ρ y h respectivamente, ∇_H es el operador gradiente horizontal. El coeficiente horizontal de viscosidad turbulenta es A_H , los esfuerzos en la superficie y en el fondo de cada capa están dados por $\vec{\tau}_s$ y $\vec{\tau}_f$, respectivamente. En la ecuación 2.1.1. el primer término representa el cambio local del transporte horizontal. El segundo y tercer término son los términos advectivos. El cuarto término es el término de Coriolis. Del lado derecho de la ecuación el primer término corresponde al gradiente de presión, el segundo representa los esfuerzos de superficie libre y en el fondo de cada capa y el último es el término de fricción (Viscosidad turbulenta).

En la ecuación de continuidad (2.1.2) el primer término corresponde al cambio local del espesor de la capa activa, y el segundo es la divergencia del transporte horizontal.

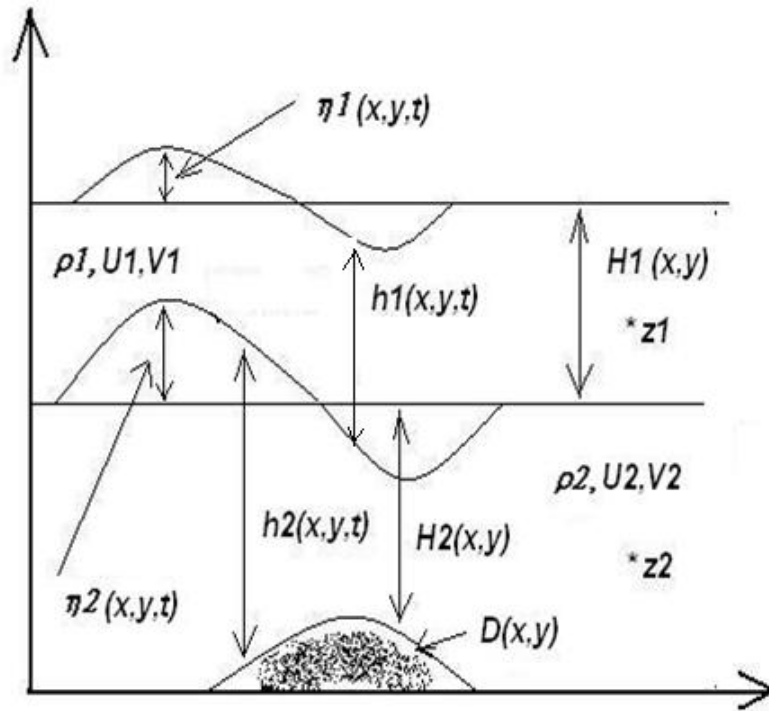


Figura 2.1. Esquema del modelo de dos capas.

Una manera de representar la estratificación del océano es utilizando un modelo de dos capas separadas por la pincolina (Fig. 2.1). Cada una de las capas tendrá una densidad $\rho = (x, y)$ y espesor inicial $H = (x, y)$. Las anomalías $\eta = (x, y, t)$ ya sea de la superficie libre o de la pincolina provocan variaciones locales en el espesor instantáneo de las capas $h = (x, y)$. En la figura 2.1, $D = (x, y)$ representa el nivel del fondo a partir del *datum* o nivel de referencia.

El cálculo de la presión al interior de cada una de las capas, en los puntos z_1 y z_2 respectivamente es el siguiente:

$$P_1 = P_a + \rho_1 g(h_1 + h_2 + D - z_1) \quad (2.1.3)$$

$$P_2 = P_a + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g(h_2 + D - z_2) \quad (2.1.4)$$

Donde P_a es la presión atmosférica, la cual se considera uniforme sobre el área de estudio. Al calcular el gradiente horizontal de la presión en cada uno de los puntos anteriores se obtiene:

$$\nabla_H P_1 = \rho_1 g \nabla_H (h_1 + h_2 + D) \quad (2.1.5)$$

$$\nabla_H P_2 = \rho_1 g \nabla_H h_1 + \rho_2 g \nabla_H (h_2 + D) \quad (2.1.6)$$

La ecuación de movimiento (2.1.1) requiere del gradiente horizontal de presión dividido entre la densidad, quedando como:

$$\frac{\nabla_H P_1}{\rho_1} = g \nabla_H (h_1 + h_2 + D) \quad (2.1.7)$$

$$\frac{\nabla_H P_2}{\rho_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} g \nabla_H (h_1) + g \nabla_H (h_2 + D) \quad (2.1.8)$$

La segunda ecuación se puede expresar como:

$$\frac{\nabla_H P_2}{\rho_2} = - \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \right) g \nabla_H (h_1) + g \nabla_H (h_1 + h_2 + D) \quad (2.1.9)$$

En la expresión anterior se encuentra la *gravedad reducida*, la cual se escribe como:

$$g' = \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \right) g \quad (2.1.10)$$

La gravedad reducida debida a la presencia de la pycnoclina es función de la diferencia entre las densidades de las dos capas en el océano. Debido a que el valor de la densidad del agua en el océano se encuentra entre 1000 y 1100 kg m⁻³, la diferencia entre las densidades de ambas capas no es muy grande comparada con la diferencia de densidades entre aire y la capa superficial del océano, por lo que el valor de la gravedad reducida es del orden de 10⁻² m s⁻². Como consecuencia se presentan anomalías de la pycnoclina del orden de decenas de metros.

Entonces, sustituyendo la expresión de la gravedad reducida y del gradiente de P_1 en la ecuación (2.1.9) se obtiene:

$$\frac{\nabla_H P_2}{\rho_2} = -g' \nabla_H h_1 + \frac{\nabla_H P_1}{\rho_1} \quad (2.1.11)$$

En la figura (2.1) se representa un esquema general del modelo de dos capas. Las anomalías de la superficie libre y de la piconclina se pueden expresar en términos de los espesores de las capas:

$$\eta_1 = (h_1 + h_2) - (H_1 + H_2) \quad (2.1.12)$$

$$\eta_2 = (h_2 - H_2) \quad (2.1.13)$$

Por lo cual los gradientes de presión también se pueden expresar en función de las anomalías como:

$$\frac{\nabla_H P_1}{\rho_1} = g \nabla_H \eta_1 \quad (2.1.14)$$

$$\frac{\nabla_H P_2}{\rho_2} = -g' \nabla_H (\eta_1 - \eta_2 + H_1) + g \nabla_H \eta_1 \quad (2.1.15)$$

La importancia de las ecuaciones anteriores es que relaciona los gradientes de presión con las anomalías en las dos capas lo cual nos dará pie para introducir el siguiente modelo.

2.2 MODELO DE GRAVEDAD REDUCIDA

Los modos baroclínicos o modos internos, corresponden al movimiento diferenciado que se da en las distintas capas del océano. En el caso más sencillo, en general el movimiento se presenta en la capa superior, y las oscilaciones de tipo baroclínico se presentan en la interfase entre las dos capas (Monreal-Gómez, 1986). El comportamiento del primer modo baroclínico se puede estudiar mediante el modelo de gravedad reducida, el cual se obtiene a partir del modelo de dos capas mediante las siguientes consideraciones:

- Superficie libre rígida ($\eta_1 = 0$)
- Capa inferior en reposo ($U_2 = 0, V_2 = 0$)
- Fondo infinito ($h_2 = \infty$) con lo que se ignora la fricción del agua con el fondo.

Aplicando la segunda de las suposiciones a la ecuación (2.1.1) se obtiene que:

$$\frac{\nabla_H P_2}{\rho_2} = 0 \quad (2.2.1)$$

y en conjunto las tres suposiciones tienen como consecuencia que:

$$\frac{\nabla_H P_1}{\rho_1} = -g' \nabla_H \eta_2 \quad (2.2.2)$$

es decir, el gradiente horizontal de la presión en la capa superficial es proporcional al gradiente de la anomalía de la picnoclina, y se relacionan a través de la *gravedad reducida*. Además, la ecuación de continuidad en la capa superficial relaciona la divergencia del transporte horizontal con el cambio local de la anomalía de la picnoclina, es decir:

$$\frac{\partial(-\eta_2)}{\partial t} + \nabla_H \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.2.3)$$

Por lo anterior el modelo de gravedad reducida, el transporte horizontal y el primer modo baroclínico se convierten de manera natural en las incógnitas de las ecuaciones de conservación de momentum y masa (Monreal-Gómez y Salas de León, 1990):

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\nabla_H \cdot \vec{V} + \vec{V} \cdot \nabla_H) \vec{v} + \hat{k} \times f \vec{V} = -hg' \nabla_H \eta + \frac{\bar{\tau}_s - \bar{\tau}_l}{\rho} + A_H \nabla_H^2 \vec{V} \quad (2.2.4)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla_H \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.2.5)$$

donde $\vec{v}(=u, v)$ es la velocidad horizontal de la capa superior, $\vec{V}(=uh, vh)$ es el transporte horizontal en la capa superior, el valor negativo de la anomalía de la picnoclina está representado por η . La densidad del agua y el espesor de la capa superior están representadas por ρ y h respectivamente, g' es la gravedad

reducida, los esfuerzos en la superficie libre y en la interface están dados por $\bar{\tau}_s$ y $\bar{\tau}_I$, respectivamente.

2.2.1. Condiciones de frontera

Cualquier zona que sea objeto de algún tipo de estudio o modelaje tiene que ser delimitada, aunque a veces sea de una forma arbitraria. Nuestra área de estudio es la bahía de La Paz, cuyos límites naturales son la línea de costa y las islas Espíritu Santo y Roca Partida, consideradas como fronteras cerradas. Existen las fronteras abiertas y para definir las regularmente se recurre a la propia línea de costa, cuya prolongación imaginaria, puede sugerir estas fronteras. Así es como se ha considerado la frontera abierta en el Canal de San Lorenzo como la línea que une la punta sur de la isla Espíritu Santo con El Pulguero, mientras que la frontera en la Boca Grande se considera entre La Lobera, en el norte de la isla Roca Partida, y Punta Mechudo (Jiménez-Illescas, 1996). El agua no puede atravesar las fronteras cerradas, por lo que la velocidad en la vecindad de éstas será únicamente tangencial, y la variación del transporte tangencial será igual a cero en la dirección normal a la frontera, por lo que se impone la condición llamada “libre deslizamiento”, que se expresa de la siguiente forma, para una costa meridional:

$$U = 0; \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.2.6)$$

Mientras que para una frontera zonal la condición se expresa como:

$$V = 0; \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \quad (2.2.7)$$

Las ecuaciones de movimiento consideran el término de viscosidad turbulenta, expresado como la segunda derivada del transporte horizontal, para evaluar este término en la frontera zonal la condición es:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0 \quad (2.2.8)$$

Mientras que en la frontera meridional se tiene:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0 \quad (2.2.9)$$

Adicionalmente, en el cálculo de los términos advectivos se involucra el valor de la anomalía de la piconclina η , no sólo en la celda actual (i,j) , sino también en la anterior y en la siguiente; por lo cual para las celdas que se ubican justo en las fronteras se considera que la anomalía tiene el mismo valor en ambos lados de la frontera abierta. Esta condición equivale a que el gradiente de la presión a través de la frontera sea igual a cero.

2.3 MODELO NUMÉRICO

En general, las ecuaciones diferenciales no lineales, como las descritas en el modelo de gravedad reducida, no admiten una solución analítica, por lo cual los problemas en los cuales se aplican se resuelven por aproximaciones numéricas.

El primer paso es substituir el dominio continuo de las funciones incluidas en las ecuaciones diferenciales, en funciones discretas que se resolverán en una malla de puntos llamados nodos. Las derivadas espaciales y temporales son aproximadas en diferencias finitas; con lo cual el esquema original de ecuaciones diferenciales continuas se transforma en un conjunto de ecuaciones algebraicas que al resolverlas dan una solución aproximada al problema original.

2.3.1. Discretización espacial

En la solución numérica de las ecuaciones que describen la dinámica del primer modo baroclínico mediante el modelo de gravedad reducida, se utiliza una malla descentrada tipo Arakawa-C (Fig. 2.2).

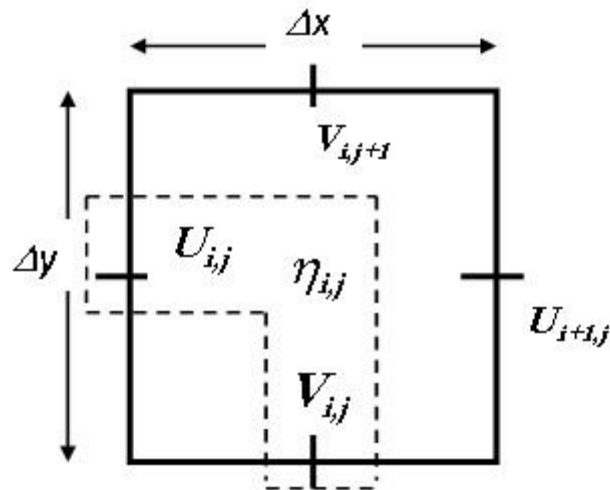


Figura 2.2. Celda i, j de una malla descentrada tipo Arakawa-C.

La malla es temporal y espacialmente uniforme, lo que significa que $\Delta x_i = \Delta x_{i+1}, \Delta y_j = \Delta y_{j+1}, \Delta t_n = \Delta t_{n+1}$ además $\Delta x = \Delta y$. Los ejes espaciales X, Y se han discretizado de tal forma que para cualesquiera i, j dados $x_i = i\Delta x, y_j = j\Delta y$ así como para los tiempos de integración $\Delta t_n = n\Delta t$.

El intervalo (O, L) representa el dominio de la función $u(x)$, cuya imagen es otro intervalo continuo $(u(O), u(L))$, por lo que sustituyendo el dominio continuo (O, L) por una malla de puntos (x_0, x_1, \dots, x_L) , al aplicar la función, su imagen también será la secuencia $(u(x_0), u(x_1), \dots, u(x_L))$. Si se conoce el valor $u(x_i) = u_i$ en un determinado punto x_i ; entonces se puede aproximar el valor de la función en el siguiente punto u_{i+1} mediante una serie de Taylor

$$u_{i+1} = u_i + \left(\frac{du}{dx} \right)_i \Delta x + O(\Delta x^2) \quad (2.3.1)$$

así como en el punto anterior (u_{j-1}) .

$$u_{i-1} = u_i - \left(\frac{du}{dx} \right)_i \Delta x + O(\Delta x^2) \quad (2.3.2)$$

por lo tanto, operando en el sentido inverso, partiendo de los valores u_i de la función discreta se aproximan las derivadas continuas por diferencias finitas como:

$$\frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} - O(\Delta x^2) = \left(\frac{du}{dx} \right)_i \quad (2.3.3)$$

$$\frac{u_{i-1} - u_i}{\Delta x} + O(\Delta x^2) = \left(\frac{du}{dx} \right)_i \quad (2.3.4)$$

La aproximación de la derivada mostrada en la ecuación (2.3.3) se conoce como *derivada adelantada* o *derivada de paso adelante*, mientras que la ecuación (2.3.4) es una *derivada atrasada* o *derivada de paso atrás*. Con un procedimiento similar se obtiene la diferencia *centrada* análoga a la segunda derivada, como:

$$\left(\frac{d^2u}{dx^2} \right)_i = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{\Delta x^2} + O(\Delta x^4) \quad (2.3.5)$$

Estas aproximaciones se utilizan para calcular el término local, el gradiente de presión y el término de viscosidad turbulenta horizontal, en la ecuación de conservación de momento, así como para el cálculo de los términos de la ecuación de continuidad.

En la aproximación de los términos no lineales $(\nabla_H \cdot \vec{V} + \vec{V} \cdot \nabla_H) \vec{v}$ en la ecuación de conservación de momento, o términos advectivos se utilizó el método *upstream*. Las componentes de estos términos no lineales serán, en la dirección x

$$u \frac{\partial U}{\partial x} + u \frac{\partial V}{\partial y} + U \frac{\partial u}{\partial x} + V \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial(Uu)}{\partial x} + \frac{\partial(Vu)}{\partial y} \quad (2.3.6)$$

y en la dirección y

$$v \frac{\partial U}{\partial x} + v \frac{\partial V}{\partial y} + U \frac{\partial v}{\partial x} + V \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial(Uv)}{\partial x} + \frac{\partial(Vv)}{\partial y} \quad (2.3.7)$$

Las cuales expresadas en función del transporte horizontal quedan:

$$\frac{\partial(Uu)}{\partial x} + \frac{\partial(Vu)}{\partial y} = \frac{1}{h} \left(\frac{\partial(UU)}{\partial x} + \frac{\partial(UV)}{\partial y} \right) \quad (2.3.8)$$

$$\frac{\partial(Uv)}{\partial x} + \frac{\partial(Vv)}{\partial y} = \frac{1}{h} \left(\frac{\partial(UV)}{\partial x} + \frac{\partial(VV)}{\partial y} \right) \quad (2.3.9)$$

Un cambio espacial implica conocer cómo cambia la variable (en este caso el transporte) alrededor del punto i, j . En el caso de la componente x , cómo varía entre i, j e $i+1, j$ así como entre $i-1, j$ e i, j ; es decir tanto hacia la derecha como hacia la izquierda de i, j , por lo que la derivada respecto de x del producto de transporte por velocidad, que es el primer término de la componente zonal, se expresa como:

$$\frac{\partial(Uu)}{\partial x} = \frac{(Uu)_D - (Uu)_I}{\Delta x} \quad (2.3.10)$$

para utilizar el método de upstream, en la ecuación (2.3.10) donde las

cantidades u_D y u_I se definen como

$$u_D = \frac{U_{i+1,j} + U_{i,j}}{2[H_{i,j} + \eta_{i,j}]} \quad (2.3.11)$$

$$u_I = \frac{U_{i-1,j} + U_{i,j}}{2[H_{i-1,j} + \eta_{i-1,j}]} \quad (2.3.12)$$

por lo tanto de acuerdo al método *upstream*

$$\begin{aligned} \frac{\partial(Uu)}{\partial x} &= \frac{(Uu)_D - (Uu)_I}{\Delta x} \\ &= \frac{1}{2\Delta x} (\{[u_D + |u_D|]U_{i,j} + [u_D - |u_D|]U_{i+1,j}\} - \{[u_I + |u_I|]U_{i-1,j} + [u_I - |u_I|]U_{i,j}\}) \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

La ecuación tomará una de las siguientes formas según sea el caso:

Si $u_D > 0$ y $u_I > 0$

$$\frac{\partial(Uu)}{\partial x} = \frac{(Uu)_D - (Uu)_I}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} (\{[u_D + |u_D|]U_{i,j}\} - \{[u_I + |u_I|]U_{i-1,j}\}) \quad (2.3.14)$$

Si $u_D < 0$ y $u_I < 0$

$$\frac{\partial(Uu)}{\partial x} = \frac{(Uu)_D - (Uu)_I}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} (\{[u_D - |u_D|]U_{i+1,j}\} - \{[u_I - |u_I|]U_{i,j}\}) \quad (2.3.15)$$

Si $u_D > 0$ y $u_I < 0$

$$\frac{\partial(Uu)}{\partial x} = \frac{(Uu)_D - (Uu)_I}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} (\{[u_D + |u_D|]U_{i,j}\} - \{[u_I - |u_I|]U_{i,j}\}) \quad (2.3.16)$$

Si $u_D < 0$ y $u_I > 0$

$$\frac{\partial(Uu)}{\partial x} = \frac{(Uu)_D - (Uu)_I}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} (\{[u_D - |u_D|]U_{i+1,j}\} - \{[u_I + |u_I|]U_{i-1,j}\}) \quad (2.3.17)$$

Para el segundo término de la componente zonal, que es el término no lineal cruzado xy

$$\frac{\partial(Uv)}{\partial y} = \frac{(Uv)_A - (Uv)_B}{\Delta y} \quad (2.3.18)$$

Definimos las cantidades

$$v_A = \frac{1}{2} \left[\frac{V_{i,j+1}}{H_{i,j+1/2} + \frac{1}{2}(\eta_{i,j+1} + \eta_{i,j})} + \frac{V_{i-1,j+1}}{H_{i-1,j+1/2} + \frac{1}{2}(\eta_{i-1,j+1} + \eta_{i-1,j})} \right] \quad (3.2.19)$$

$$v_B = \frac{1}{2} \left[\frac{V_{i,j}}{H_{i,j-1/2} + \frac{1}{2}(\eta_{i,j} + \eta_{i,j-1})} + \frac{V_{i-1,j}}{H_{i-1,j-1/2} + \frac{1}{2}(\eta_{i-1,j} + \eta_{i-1,j-1})} \right] \quad (3.2.20)$$

Entonces

$$\begin{aligned} \frac{\partial(Uv)}{\partial y} &= \frac{(Uv)_A - (Uv)_B}{\Delta y} \\ &= \frac{1}{2\Delta y} (\{[v_A + |v_A|]U_{i,j} + [v_A - |v_A|]U_{i,j+1}\} - \{[v_B + |v_B|]U_{i,j-1} + [v_B - |v_B|]U_{i,j}\}) \end{aligned} \quad (3.2.21)$$

Configurándose la ecuación del siguiente modo:

Si $v_A > 0$ y $v_B > 0$

$$\frac{\partial(Uv)}{\partial y} = \frac{(Uv)_A - (Uv)_B}{\Delta y} = \frac{1}{\Delta y} (\{[v_A + |v_A|]U_{i,j}\} - \{[v_B + |v_B|]U_{i,j-1}\}) \quad (3.2.22)$$

Si $v_A < 0$ y $v_B < 0$

$$\frac{\partial(Uv)}{\partial y} = \frac{(Uv)_A - (Uv)_B}{\Delta y} = \frac{1}{\Delta y} (\{v_A - |v_A|U_{i,j+1}\} - \{v_B - |v_B|U_{i,j}\}) \quad (3.2.23)$$

Si $v_A > 0$ y $v_B < 0$

$$\frac{\partial(Uv)}{\partial y} = \frac{(Uv)_A - (Uv)_B}{\Delta y} = \frac{1}{\Delta y} (\{v_A + |v_A|U_{i,j}\} - \{v_B - |v_B|U_{i,j}\}) \quad (3.2.24)$$

Si $v_A < 0$ y $v_B > 0$

$$\frac{\partial(Uv)}{\partial y} = \frac{(Uv)_A - (Uv)_B}{\Delta y} = \frac{1}{\Delta y} (\{v_A - |v_A|U_{i,j+1}\} - \{v_B + |v_B|U_{i,j-1}\}) \quad (3.2.25)$$

Para la componente meridional del término advectivo

$$\frac{\partial(Uv)}{\partial x} + \frac{\partial(Vv)}{\partial y} = \frac{1}{h} \left(\frac{\partial(UV)}{\partial x} + \frac{\partial(VV)}{\partial y} \right) \quad (3.2.26)$$

Igualmente se definen cantidades u_D , u_l , v_A , v_B ; de la siguiente forma:

$$u_D = \frac{1}{2} \left[\frac{U_{i+1,j}}{H_{i+1/2,j} + \frac{1}{2}(\eta_{i,j} + \eta_{i+1,j})} + \frac{U_{i+1,j-1}}{H_{i+1/2,j-1} + \frac{1}{2}(\eta_{i,j-1} + \eta_{i+1,j-1})} \right] \quad (3.2.27)$$

$$u_l = \frac{1}{2} \left[\frac{U_{i,j}}{H_{i-1/2,j} + \frac{1}{2}(\eta_{i-1,j} + \eta_{i,j})} + \frac{U_{i,j-1}}{H_{i-1/2,j-1} + \frac{1}{2}(\eta_{i-1,j-1} + \eta_{i,j-1})} \right] \quad (3.2.28)$$

$$v_A = \frac{V_{i,j+1} + V_{i,j}}{2[H_{i,j} + \eta_{i,j}]} \quad (3.2.29)$$

$$v_B = \frac{V_{i,j-1} + V_{i,j}}{2[H_{i,j-1} + \eta_{i,j-1}]} \quad (3.2.30)$$

El primer término toma la siguiente forma:

$$\frac{\partial(uV)}{\partial x} = \left(\frac{(uV)_D - (uV)_I}{\Delta x} \right) \quad (3.2.31)$$

La cual se calcula según sea el caso

Si $u_D > 0$ y $u_I > 0$

$$\frac{\partial(uV)}{\partial x} = \frac{(uV)_D - (uV)_I}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} (\{[u_D + |u_D|]V_{i,j}\} - \{[u_I + |u_I|]V_{i-1,j}\}) \quad (3.2.32)$$

Si $u_D < 0$ y $u_I < 0$

$$\frac{\partial(uV)}{\partial x} = \frac{(uV)_D - (uV)_I}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} (\{[u_D - |u_D|]V_{i+1,j}\} - \{[u_I - |u_I|]V_{i,j}\}) \quad (3.2.33)$$

Si $u_D > 0$ y $u_I < 0$

$$\frac{\partial(uV)}{\partial x} = \frac{(uV)_D - (uV)_I}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} (\{[u_D + |u_D|]V_{i,j}\} - \{[u_I - |u_I|]V_{i,j}\}) \quad (3.2.34)$$

Si $u_D < 0$ y $u_I > 0$

$$\frac{\partial(uV)}{\partial x} = \frac{(uV)_D - (uV)_I}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} (\{[u_D - |u_D|]V_{i+1,j}\} - \{[u_I + |u_I|]V_{i-1,j}\}) \quad (3.2.35)$$

El segundo término se conforma así:

Si $v_A > 0$ y $v_B > 0$

$$\frac{\partial(vV)}{\partial y} = \frac{(vV)_A - (vV)_B}{\Delta y} = \frac{1}{\Delta y} (\{v_A + |v_A|V_{i,j}\} - \{v_B + |v_B|V_{i,j-1}\}) \quad (3.2.36)$$

Si $v_A < 0$ y $v_B < 0$

$$\frac{\partial(vV)}{\partial y} = \frac{(vV)_A - (vV)_B}{\Delta y} = \frac{1}{\Delta y} (\{v_A - |v_A|V_{i,j+1}\} - \{v_B - |v_B|V_{i,j}\}) \quad (3.2.37)$$

Si $v_A > 0$ y $v_B < 0$

$$\frac{\partial(vV)}{\partial y} = \frac{(vV)_A - (vV)_B}{\Delta y} = \frac{1}{\Delta y} (\{v_A + |v_A|V_{i,j}\} - \{v_B - |v_B|V_{i,j}\}) \quad (3.2.38)$$

Si $v_A < 0$ y $v_B > 0$

$$\frac{\partial(vV)}{\partial y} = \frac{(vV)_A - (vV)_B}{\Delta y} = \frac{1}{\Delta y} (\{v_A - |v_A|V_{i,j+1}\} - \{v_B + |v_B|V_{i,j-1}\}) \quad (3.2.39)$$

Por último, para la discretización espacial es necesario calcular el término de Coriolis $\hat{k} \times f\vec{V}$ el cual se obtiene con un promedio de cuatro puntos.

2.3.2 Integración temporal

Para obtener la discretización completa de las ecuaciones del modelo de gravedad reducida es necesario convertir el intervalo continuo de tiempo en una malla discreta.

El paso temporal de integración Δt depende entre otras cosas de la resolución espacial de la malla. Su formulación depende principalmente del tipo de esquema utilizado ya sea explícito, implícito o semi-implícito. En un esquema explícito el cálculo del valor de una variable en un paso de tiempo determinado, se hace únicamente usando valores conocidos de las variables involucradas. Esto

significa que cualquier valor desconocido se calculará resolviendo sólo una ecuación algebraica. Mientras que mediante un esquema implícito el valor buscado en algún tiempo dado se puede calcular en términos de la misma variable en otros puntos de la malla espacial en el mismo paso de tiempo, lo cual se traduce en que el valor buscado en el citado paso temporal se calculará resolviendo un sistema de ecuaciones algebraicas simultáneas.

Cualquier esquema numérico debe cumplir con tres condiciones; que sea estable, consistente y convergente (Skiba, 2005). El esquema explícito en la práctica es más simple, sin embargo el paso temporal Δt que garantiza la estabilidad numérica, generalmente es reducido. El esquema implícito puede requerir mayor tiempo de cálculo, debido a la inversión de matrices, sin embargo, éste permite un mayor paso temporal que garantice la estabilidad, pudiendo ser de hasta un orden de magnitud mayor que en el caso del esquema explícito (Ramming y Kowalik, 1980); además el esquema implícito es muy superior en lo que respecta a la convergencia (Zuazua, 2007). No obstante un lapso o paso de integración muy grande puede repercutir en la exactitud de la solución, por lo cual frecuentemente se recurre al uso de un esquema mixto o semi-implícito (Leendertse, 1967). El esquema consiste en calcular alternadamente en cada paso de integración temporal una de las variables o componentes del transporte horizontal explícitamente y la otra implícitamente. La ventaja de este esquema es una mejor aproximación, sobre todo a segundo orden en espacio y tiempo, además de que garantiza mayor estabilidad (Hoskins y Simmons, 1975). Y si bien el paso temporal no es tan superior respecto del esquema explícito como lo sería

en un esquema implícito, al menos se puede obtener un lapso cinco o seis veces mayor (Kwizak y Robert, 1971; Robert, et *al.*, 1972).

En este estudio se utilizó un esquema semi-implícito, a dirección alternada, dividiendo el paso de tiempo en dos; este método se conoce como *salto de rana* (leapfrog) y consiste en dividir cada paso temporal $(n, n+1)$ introduciendo un paso intermedio $(n, n+1/2)$, en el cual una de las componentes del transporte horizontal V (o U) se calculará explícitamente, mientras que la otra componente U (o V) se calcula implícitamente, y en siguiente semi-paso será al contrario, es por esta razón que el esquema se llama a dirección alternada.

La anomalía de la piconclina (η) se calcula en cada paso con los valores de U y V correspondientes, de tal manera que estén centrados en tiempo.

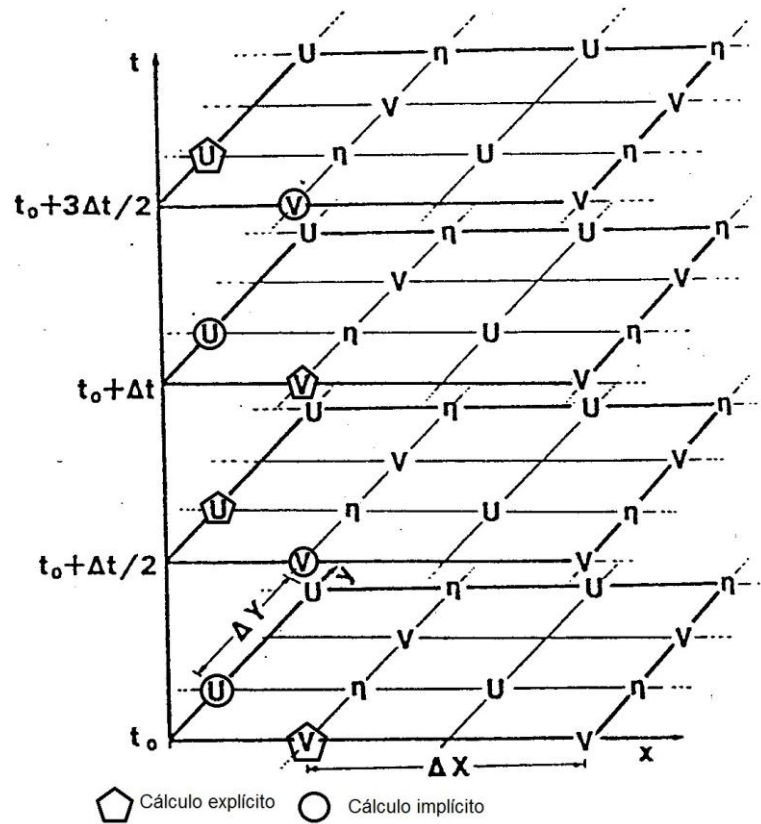


Figura 2.3. Malla espacio-temporal para el método Salto de rana. (Modificado de Monreal-Gómez, 1986).

Cálculo de V explícitamente

El cálculo de la componente (V) del transporte horizontal en y en forma explícita en el paso intermedio ($n, n+1/2$) se realiza mediante la siguiente ecuación (Monreal-Gómez, 1986):

$$\begin{aligned}
\frac{V_{i,j}^{n+1/2} - V_{i,j}^n}{\Delta t/2} &= \frac{1}{2\Delta x} \left\{ (u_D^n + |u_D^n|) \mathcal{V}_{i,j}^n + [(u_D^n - |u_D^n|) \mathcal{V}_{i+1,j}^n] - [(u_I^n + |u_I^n|) \mathcal{V}_{i-1,j}^n] - [(u_I^n - |u_I^n|) \mathcal{V}_{i,j}^n] \right\} \\
&- \frac{1}{2\Delta y} \left\{ (v_A^n + |v_A^n|) \mathcal{V}_{i,j}^n + [(v_A^n - |v_A^n|) \mathcal{V}_{i,j+1}^n] - [(v_B^n + |v_B^n|) \mathcal{V}_{i,j-1}^n] - [(v_B^n - |v_B^n|) \mathcal{V}_{i,j}^n] \right\} \\
&- \frac{g'}{\Delta y} \left(H_{i,j} + \frac{1}{2} (\eta_{i,j}^n + \eta_{i,j-1}^n) \right) (\eta_{i,j}^n - \eta_{i,j-1}^n) - (f_0 + \beta j \Delta y) \frac{1}{4} (U_{i,j}^n + U_{i+1,j}^n + U_{i,j-1}^n + U_{i+1,j-1}^n) \\
&+ \frac{A_x}{(\Delta x)^2} (V_{i-1,j}^n - 2V_{i,j}^n + V_{i+1,j}^n) + \frac{A_y}{(\Delta y)^2} (V_{i,j-1}^n - 2V_{i,j}^n + V_{i,j+1}^n) \\
&+ \frac{\tau_s^y}{\rho} \Big|_{i,j}^n - \left(\frac{D |V_C^n| V_{i,j}^{n+1/2}}{(H_{i,j} + \eta_c^n)^2} \right)
\end{aligned}$$

(3.2.40)

Cálculo de U implícitamente

El cálculo de la componente (U) del transporte horizontal en dirección x de forma implícita en el mismo paso intermedio ($n, n+1/2$) usa la ecuación siguiente (Monreal-Gómez, 1986):

$$\begin{aligned}
\frac{U_{i,j}^{n+1/2} - U_{i,j}^n}{\Delta t/2} = & \frac{1}{2\Delta x} \left\{ \left[\left(u_D^n + |u_D^n| \right) U_{i,j}^{n+1/2} \right] + \left[\left(u_D^n - |u_D^n| \right) U_{i+1,j}^{n+1/2} \right] - \left[\left(u_I^n + |u_I^n| \right) U_{i-1,j}^{n+1/2} \right] - \left[\left(u_I^n - |u_I^n| \right) U_{i,j}^{n+1/2} \right] \right. \\
& - \frac{1}{2\Delta y} \left\{ \left[\left(v_A^n + |v_A^n| \right) U_{i,j}^n \right] + \left[\left(v_A^n - |v_A^n| \right) U_{i,j+1}^n \right] - \left[\left(v_B^n + |v_B^n| \right) U_{i,j-1}^n \right] - \left[\left(v_B^n - |v_B^n| \right) U_{i,j}^n \right] \right\} \\
& - \frac{g'}{\Delta x} \left(H_{i,j} + \frac{1}{2} \left(\eta_{i-1,j}^n + \eta_{i,j}^n \right) \right) \left(\eta_{i,j}^{n+1/2} - \eta_{i-1,j}^{n+1/2} \right) + (f_0 + \beta j \Delta y) \frac{1}{4} \left(V_{i,j}^{n+1/2} + V_{i,j+1}^{n+1/2} + V_{i-1,j}^{n+1/2} + V_{i-1,j+1}^{n+1/2} \right) \\
& + \frac{A_x}{(\Delta x)^2} \left(U_{i-1,j}^{n+1/2} - 2U_{i,j}^{n+1/2} + U_{i+1,j}^{n+1/2} \right) + \frac{A_y}{(\Delta y)^2} \left(U_{i,j-1}^n - 2U_{i,j}^n + U_{i,j+1}^n \right) \\
& + \frac{\tau_s}{\rho} \Bigg|_{i,j}^x - \left(\frac{DV_C^n U_{i,j}^{n+1/2}}{\left(H_{i,j} + \eta_c^n \right)^2} \right)
\end{aligned} \tag{3.2.41}$$

La anomalía de la piconclina (η) en este semi-paso ($n, n+1/2$) es igual a

$$\eta_{i,j}^{n+1/2} = \eta_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left(U_{i+1,j}^{n+1/2} - U_{i,j}^{n+1/2} \right) - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left(V_{i,j+1}^n - V_{i,j}^n \right) \tag{3.2.42}$$

En el siguiente paso intermedio ($n+1/2, n+1$) el transporte en x , (U) se calcula explícitamente y el transporte en y (V) de forma implícita. Las ecuaciones son similares a las anteriores, así como la ecuación para la anomalía de la piconclina.

2.3.3 Consistencia, Estabilidad y Convergencia

La consistencia de un esquema numérico requiere de analizar el error de truncamiento; es decir se hace un desarrollo en series de Taylor de las ecuaciones en diferencias finitas. Este error se resta de las ecuaciones diferenciales continuas, dando como resultado el error de truncamiento. La consistencia del esquema se comprueba cuando el error de truncamiento tiende a cero, conforme los pasos de malla tanto espacial como temporal tienden a cero. Como ejemplo se tiene el error de truncamiento para la ecuación de continuidad:

$$E_{i,j}^n = \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \right|_{i,j} \frac{\Delta t}{2!} + O(\Delta t^2, \Delta x^2, \Delta y^2)$$

El cual tiende a cero cuando $\Delta t, \Delta x, \Delta y$ tienden a cero, por lo tanto existe consistencia.

La estabilidad del esquema, que es la seguridad de que los inevitables errores que se generan en el modelo, a lo largo de las iteraciones no se incrementen, se analiza mediante el vector solución (\bar{R}^n) del sistema de ecuaciones en el tiempo n de tal forma que

$$\bar{R}^{n+1} = \mathbf{B} \bar{R}^n$$

Donde \mathbf{B} es la matriz amplificación. El vector error de \bar{R} se define como

$$\delta\vec{R} = \vec{R} \exp(ix\theta_1) \exp(iy\theta_2) \exp(i\omega t)$$

El último factor del lado derecho de la ecuación se denomina *factor de estabilidad* (λ) y la condición de estabilidad es

$$\lambda = \exp(i\omega)$$

Para que el error no se propague a lo largo de la integración se requiere que $|\lambda| \leq 1$; λ es a su vez, el valor propio de la matriz amplificación. La desigualdad anterior implica que el problema de valores propios de la matriz de amplificación tiene una expresión que limite el paso de integración temporal. En este caso la estabilidad se cumple para:

$$\Delta t = \frac{(\Delta x)^2}{A_H}$$

El teorema de Lax (Skiba, 2005) establece que un esquema que es consistente y estable es convergente, por lo que este esquema semi-implícito de dirección alternada es convergente.

Otra característica importante es que el esquema conserve ciertas cantidades físicas. Un esquema semi implícito conserva cantidades como la masa o la salinidad (Casulli, 2002).

2.4 MECANISMOS DE FORZAMIENTO

Los mecanismos de forzamiento de la circulación son el campo de viento y el flujo a través de las fronteras abiertas.

2.4.1 Esfuerzo de viento

En las ecuaciones de movimiento, aparece el término del esfuerzo del viento ($\vec{\tau}_s$) el cual se impone en la superficie del océano. Este esfuerzo se parametriza a partir de la velocidad del viento, de la siguiente manera:

$$\vec{\tau}_s = \rho_a c_a |\vec{W}_{10}| \vec{W}_{10} \quad (4.1.1)$$

Siendo ρ_a la densidad del aire, \vec{W}_{10} la velocidad del viento a 10 m de altura y c_a el coeficiente de arrastre que toma los siguientes valores (Monreal-Gómez, 1986).

$$10^3 c_a = \left\{ \begin{array}{ll} 0.87 + 0.067W_{10} & \text{para } 2 < W_{10} < 8 \text{ m/s} \\ 1.20 + 0.025W_{10} & \text{para } 8 \leq W_{10} < 25 \text{ m/s} \\ 0.073W_{10} & \text{para } W_{10} \geq 25 \text{ m/s} \end{array} \right\}$$

Esta relación se aplica dependiendo de la intensidad de la velocidad del viento. En la bahía de La Paz, los vientos son estacionales (Monreal-Gómez, et al., 2001). En invierno-primavera soplan del noroeste con una intensidad de 8-12 m s^{-1} ; mientras que en verano-otoño éstos son del sureste, más débiles puesto que sólo alcanzan los 5 m s^{-1} . Entonces el coeficiente de arrastre en el modelo

tomará los dos primeros valores de la ecuación (4.1.2). Las simulaciones se realizan considerando los casos en que el viento sopla uniformemente sobre la bahía, y cuando se presenta rotacional del esfuerzo del viento, ya sea positivo o negativo. Para ambos casos se considera la estacionalidad del viento, ya sea del noroeste o del sureste. En este caso, por no contar con los vientos diarios el esfuerzo del viento se calculó con las velocidades estacionales promedio.

2.4.2 Flujo a través de las fronteras abiertas

En las fronteras abiertas se impusieron valores de flujo de dos tipos diferentes: una interpolación a partir de valores de velocidades geostróficas obtenidos en campo. Por otro lado se construyeron perfiles de transporte horizontal con formas variadas de entrada y salida, pero tales que el flujo neto de masa fuese cero. Se hicieron pruebas con al menos cinco conjuntos de estos perfiles y las combinaciones entre ellos, así como con la interpolación a partir de geostrofia. En todos casos se procuró mantener el flujo neto en la bahía igual a cero.

CAPÍTULO III

3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La simulación de la circulación en la bahía de La Paz se obtuvo utilizando dos mecanismos de forzamiento; en primer lugar el esfuerzo de viento y en segundo el flujo a través de boca grande; es decir el intercambio entre la bahía y el Golfo de California. Con el fin de analizar su efecto en la circulación se realizaron simulaciones aplicando por separado cada uno de estos mecanismos. Finalmente, se analizó el efecto conjunto a partir de simulaciones que consideraron ambos mecanismos.

3.1 Circulación con esfuerzo de viento

Se impuso el esfuerzo de viento como el mecanismo de forzamiento de la circulación considerando la Bahía de La Paz como un cuerpo de agua aislado, teniendo en cuenta dos casos: El esfuerzo de viento uniforme y con rotacional debido a diferencias de velocidad en la dirección zonal. Las mencionadas diferencias de velocidad que generan el rotacional, a su vez, se impusieron de dos formas: Primero con la máxima intensidad en un extremo de la bahía (este u oeste) y decayendo a cero en el otro, y segundo con la intensidad máxima en el centro de la bahía y decayendo a cero en los extremos oriental y occidental.

3.1.1 Circulación producida por el esfuerzo de viento uniforme

La estacionalidad del esfuerzo del viento en el Golfo de California es muy marcada; invierno-primavera (viento del noroeste) y verano-otoño (viento del sureste). En ambas épocas el viento sopla paralelo al eje del golfo. Durante invierno-primavera el viento es del noroeste con velocidades que van de 8 a 12 m/s. Para simular la circulación en esta época se impuso un viento del noroeste de 10 m/s, que es la intensidad promedio de los valores extremos; el cual es el doble de la intensidad del viento de verano-otoño. Esta diferencia en la intensidad del viento da como resultado un esfuerzo de viento de aproximadamente 4 veces mayor en invierno-primavera que en verano-otoño.

Como se mencionó en el capítulo de métodos el modelo parte del reposo, la capa superficial con un espesor de 50 m. Cuando el viento comienza a soplar, el agua se mueve en dirección paralela a éste, con un transporte horizontal de 0.9 m²/s para el verano-otoño y 3 m²/s para el invierno-primavera, que equivalen a velocidades de 1.8 cm/s en la primera época y 6 cm/s en la segunda. En ambos casos la circulación del agua al inicio es paralela a la dirección del viento (Fig. 1a), al encontrarse ésta con las fronteras sufre desviaciones, dando lugar a una serie de “rebotes” en los que la corriente en ciertas ocasiones sigue la dirección del viento y en otras se invierte (Figs. 1c y 1d). Al estabilizarse el modelo, la corriente sigue la dirección contraria al viento (Fig. 1d). Los valores del transporte horizontal y de la velocidad descienden sensiblemente con respecto a los valores obtenidos al inicio de la circulación; para el verano-otoño se registra transporte de

0.4 m²/s que representan 0.8 cm/s, mientras que en invierno-primavera el transporte alcanza 0.8 m²/s y la velocidad 1.6 cm/s.

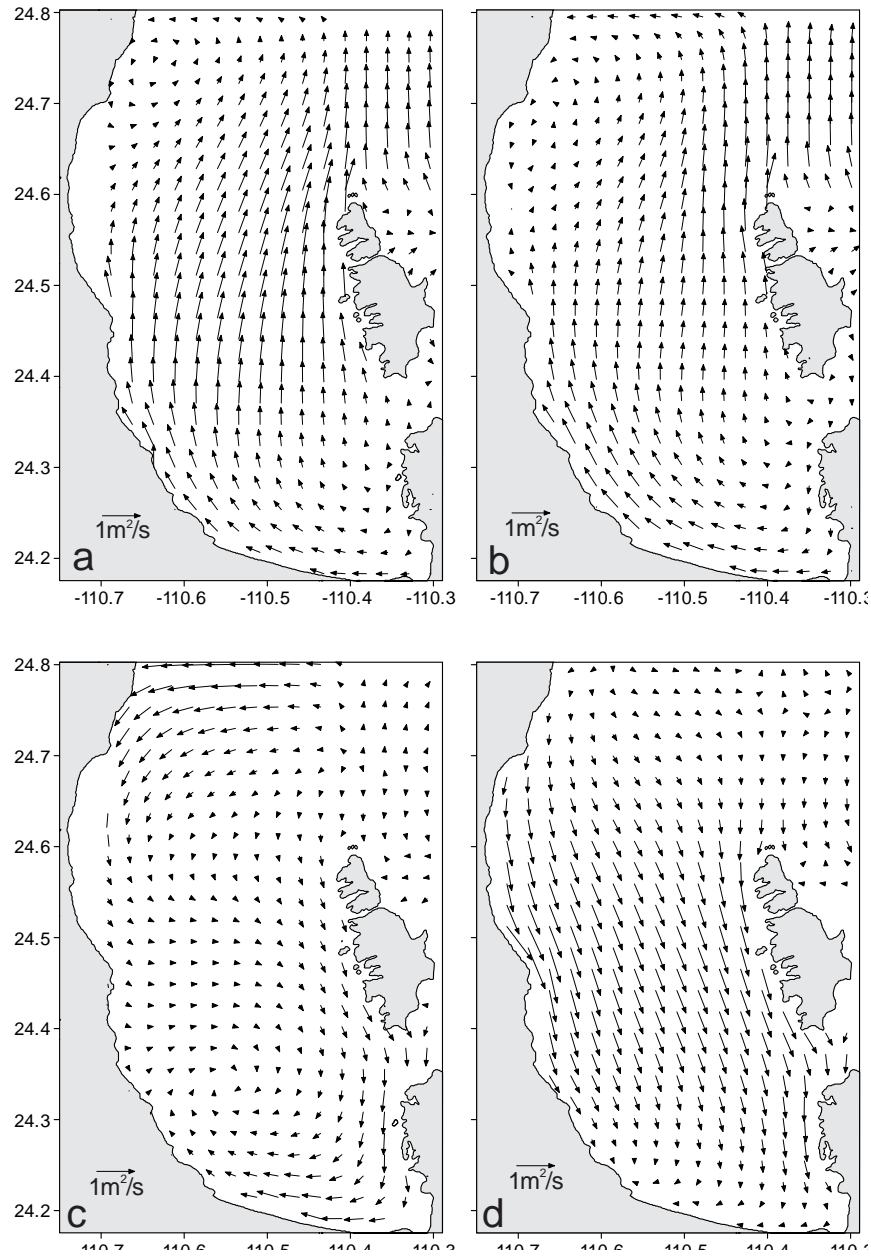


Figura 3.1. Desarrollo de la circulación inducida por un esfuerzo de viento uniforme del sureste, con intervalos de 8 h (a), 10 h (b), 17 h (c) y 24 h (d).

Cabe destacar que alrededor de 16 h después de que comienza a soplar el viento, se forma un giro en el sur de la bahía; el sentido de este giro es de acuerdo a la época de que se trate. Para el invierno-primavera se forma un giro de tipo ciclónico, con valores de transporte de $1.8 \text{ m}^2/\text{s}$ o sea 3.6 cm/s de velocidad acimutal máxima (Fig. 2a). En el caso del verano-otoño, también se produce un giro en el sur solo que de tipo anticiclónico, con $0.5 \text{ m}^2/\text{s}$ de transporte máximo y 1 cm/s de velocidad acimutal máxima (Fig. 2b). Estos giros descritos anteriormente son muy inestables teniendo periodos de vida muy cortos, del orden de horas. Los experimentos numéricos muestran que con un mayor valor del coeficiente de viscosidad turbulenta el giro es estacionario.

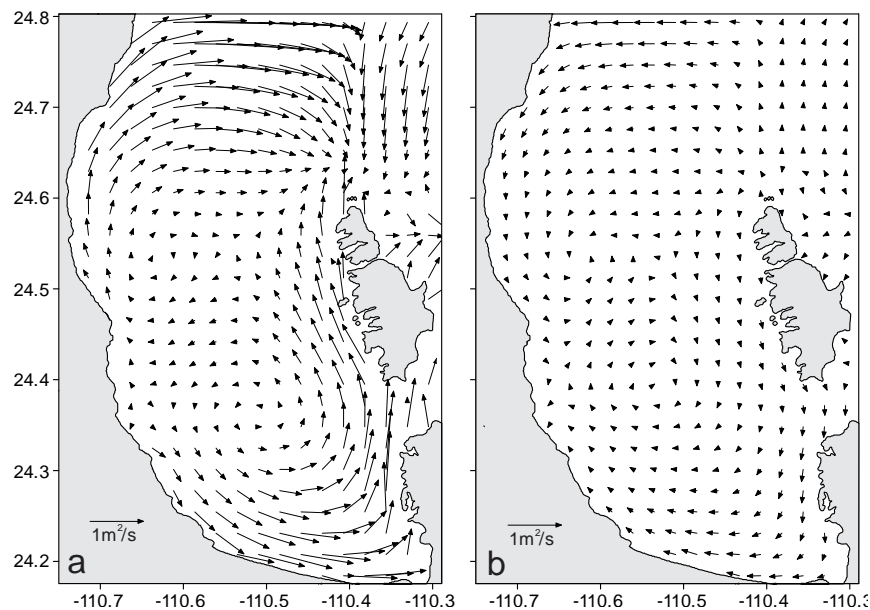


Figura 3.2. Circulación inducida por el viento del a) noroeste y del b) sureste.

El viento uniforme provoca una circulación que cuando se estabiliza es contraria a la dirección del viento (Figs. 3a y 4a), además de producir un desnivel

en la interfase entre las capas, que representa un mayor espesor de la capa de mezcla en la dirección del viento (Figs. 3b y 4b, valores positivos) y un menor espesor en la dirección contraria (Figs. 3b y 4b, valores negativos). En el verano-otoño el valor máximo de la piconclina es de 0.8 m (Fig. 3b), mientras que en el invierno-primavera llega a los 3.5 m (Fig. 4b). Se puede ver que las isobatas de la anomalía de la piconclina generada por el patrón de esfuerzo de viento uniforme son perpendiculares a la velocidad de la corriente en gran parte de la bahía, lo que significa que el flujo generado por el esfuerzo de viento uniforme no tiene las características de un flujo geostrófico (Pedloskly, 1987). En el caso de verano otoño (Fig. 3a) el viento induce en la bahía un transporte horizontal de $0.35 \text{ m}^2/\text{s}$ igual a una velocidad de 0.7 cm/s en la parte central, mientras que frente a las islas el transporte alcanza $0.45 \text{ m}^2/\text{s}$, lo que representa una velocidad de 0.9 cm/s . En invierno primavera (Fig. 4a) los valores del transporte son $0.7 \text{ m}^2/\text{s}$, velocidad de 1.4 cm/s en el centro de la bahía y $1.3 \text{ m}^2/\text{s}$ en las islas, o sea una velocidad de 2.6 cm/s .

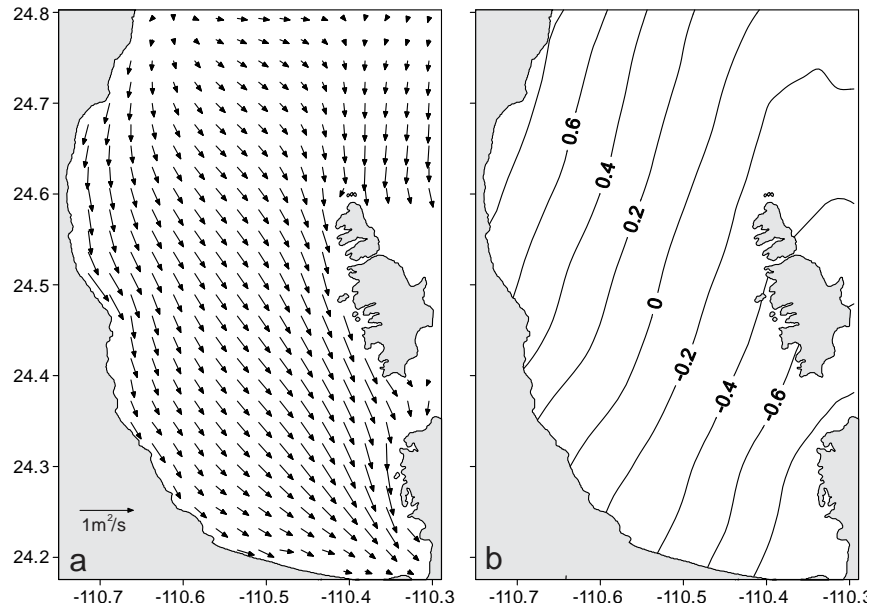


Figura 3.3. Circulación inducida por un viento uniforme del sureste en verano otoño.

a) Transporte horizontal, b) anomalía de la picnoclina.

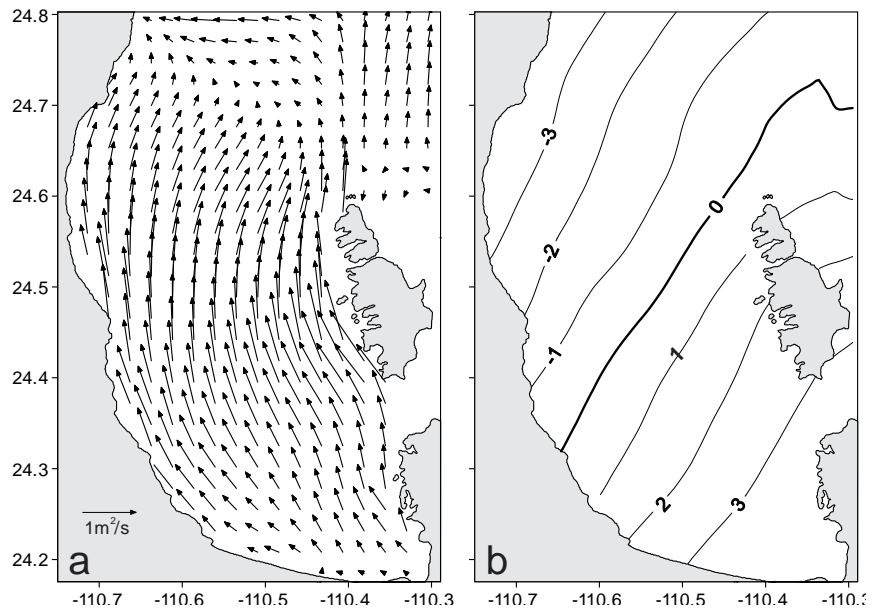


Figura 3.4. Circulación inducida por un viento uniforme del noroeste en invierno primavera.

a) Transporte horizontal, b) anomalía de la picnoclina.

3.1.2 Circulación producida por el rotacional del esfuerzo de viento

En las simulaciones anteriores se observa que el esfuerzo de viento uniforme no induce giros muy estables y de gran duración en la circulación de la bahía.

Debido a lo anterior y con el fin de simular giros más estables que representen los vórtices observados, se consideró un rotacional del esfuerzo de viento mediante una paulatina disminución en su intensidad en la dirección zonal, alternándose el sentido de dicha disminución, ya sea este u oeste. Lo anterior combinado con la dirección del campo de viento le da el signo al rotacional. Con viento del noroeste (invierno-primavera) si su intensidad disminuye hacia el oeste, el rotacional en el campo del viento es negativo.

Tabla 2.1 Patrón de viento utilizado en las simulaciones de la circulación.

Estación	Procedencia	Máxima intensidad	Signo del rotacional
Verano-otoño	Sureste	Este	Positivo
		Oeste	Negativo
Invierno-primavera	Noroeste	Este	Negativo
		Oeste	Positivo

Para cada época se tienen dos casos: un rotacional de viento positivo y otro negativo.

3.1.2.1 Circulación inducida con viento de verano-otoño, con rotacional de viento negativo

Debido a que en este caso la máxima intensidad del viento es hacia el oeste, se induce en el agua un giro anticiclónico que abarca toda la bahía (Fig. 5a), que genera transporte horizontal con valores máximos de $1.8 \text{ m}^2/\text{s}$, lo que se traduce en valores de velocidad acimutal máxima de 3.6 cm/s . Este viento crea un hundimiento en la piconclina, las isobatas de la anomalía de la piconclina tienen forma curvada, con valores hacia el noroeste de la bahía de 60 cm aproximadamente, mientras que en sureste, la piconclina se levanta 1 m (Fig. 5b).

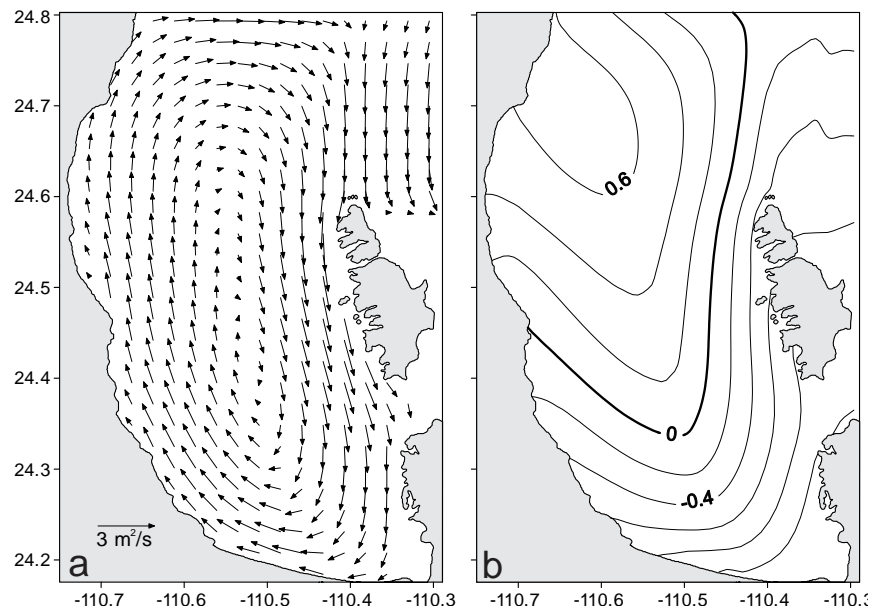


Figura 3.5. Circulación producida con un rotacional negativo del esfuerzo de viento de verano-otoño a) transporte horizontal, b) anomalía de la piconclina.

3.1.2.2 Circulación inducida con viento de verano-otoño, con rotacional de viento positivo

El viento del sureste, al tener la máxima intensidad hacia el este produce un rotacional positivo que induce un giro ciclónico en el agua de la bahía que abarca a ésta en toda su extensión (Fig. 6a). El transporte horizontal máximo que genera es de $2.6 \text{ m}^2/\text{s}$, que significa una velocidad máxima de 5.2 cm/s . En la capa de mezcla se alcanza a producir un domo que se eleva hasta aproximadamente 50 cm (Fig. 6b).

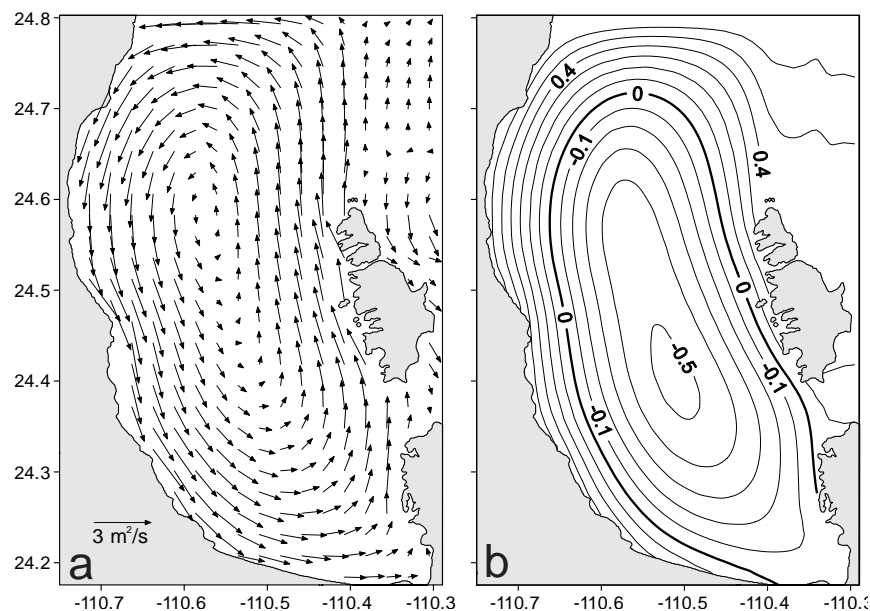


Figura 3.6. Circulación producida con un rotacional positivo del esfuerzo de viento de verano-otoño a) transporte horizontal, b) anomalía de la pycnoclina.

3.1.2.3 Circulación inducida con viento de invierno-primavera, con rotacional de viento positivo

El aumento paulatino de la intensidad del viento del noroeste en dirección occidental, es decir hacia la península, produce un rotacional positivo

$\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) > 0$; el cual también induce un giro ciclónico en el agua de la bahía que

la cubre por completo (Fig. 7a). Los valores de transporte horizontal son de $4.5 \text{ m}^2/\text{s}$ lo que significa velocidades acimutales máximas de 9 cm/s . La capa de mezcla presenta un levantamiento hacia el noroeste que alcanza los 2 m (Fig. 7b).

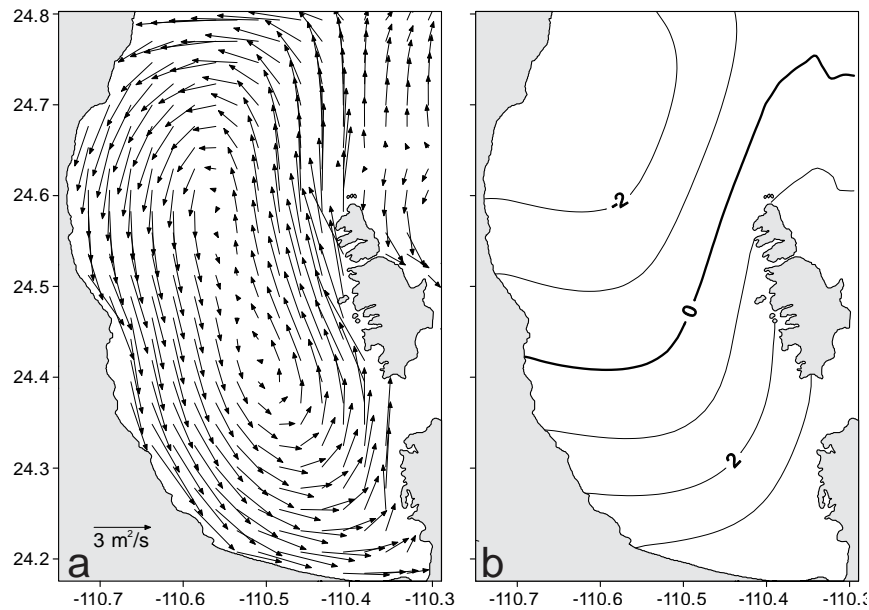


Figura 3.7. Circulación producida con un rotacional positivo del esfuerzo de viento de invierno-primavera a) transporte horizontal, b) anomalía de la picnoclina (m).

3.1.2.4 Circulación inducida con viento de invierno-primavera, con rotacional de viento negativo

Si la intensidad del viento del noroeste se incrementa paulatinamente hacia el este, es decir es mayor del lado de las islas que de la península, se produce un rotacional de viento negativo cuyo efecto en la corriente de la bahía es la inducción de un giro anticiclónico (Fig. 8a) con transporte horizontal máximo de $5.5 \text{ m}^2/\text{s}$ que representa velocidad acimutal máxima de 11 cm/s .

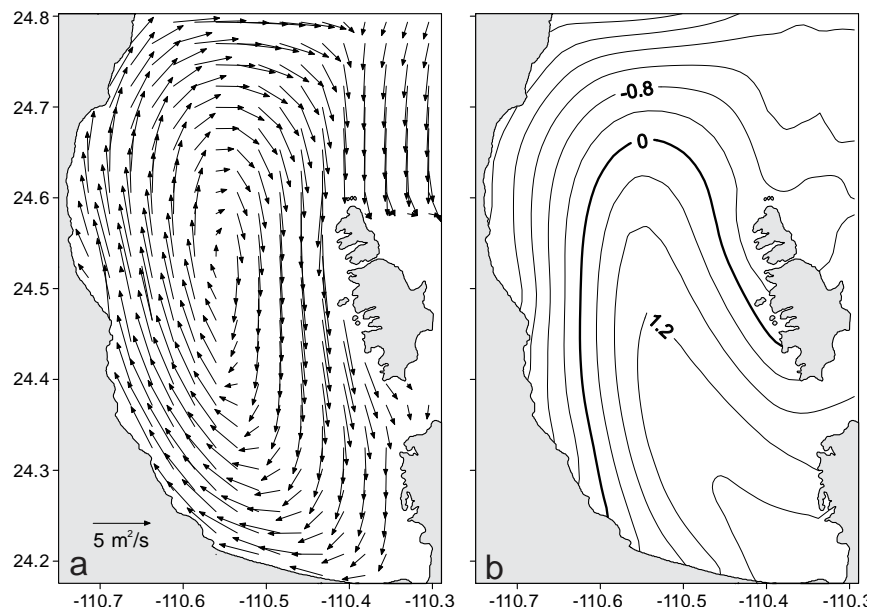


Figura 3.8. Circulación producida con un rotacional negativo del esfuerzo de viento de invierno-primavera a) transporte horizontal, b) anomalía de la pincolina (m).

Estos son los valores máximos de velocidad y transporte horizontal que se obtuvieron en los cuatro casos con rotacional de viento. Se reduce el espesor de

la capa de mezcla hacia el noroeste. El levantamiento de la picnoclina presenta isopicnas en una forma curva, con valores máximos de 1.6 m (Fig. 8b). Como en el caso del transporte, el rotacional negativo de viento en invierno-primavera provoca la máxima elevación de la picnoclina entre los casos analizados.

Se puede apreciar que el rotacional del viento según sea el sentido, induce un giro ciclónico o anticiclónico que cubre la bahía por completo y la circulación es paralela a las isopicnas, salvo en el caso del rotacional positivo de invierno-primavera. Debido a esto se puede decir que el rotacional de esfuerzo de viento induce una circulación geostrófica (o casi geostrófica) en la bahía (Pedlosky, 1987), lo cual indica que los cambios locales en el transporte, primer término del lado izquierdo la ecuación 2.1.1, así como los términos de fricción, último término del lado derecho son de menor importancia respecto del gradiente de presión horizontal, primero del lado derecho y el efecto de Coriolis, último término del lado izquierdo de la misma ecuación.

Es de destacar también que en el caso del rotacional del esfuerzo de viento, para cada una de las estaciones (invierno-primavera y verano-otoño) el transporte horizontal, la velocidad de circulación en la bahía, así como la modificación en el grosor de la capa de mezcla es mayor cuando la intensidad del viento es máxima en el lado de las islas, es decir al este de la bahía, situación que determina los casos de los rotacionales positivo de verano y negativo de invierno. Esta situación se debe a que de ese lado de la bahía el esfuerzo del viento se ejerce sobre mayor superficie de agua y puede imprimir más velocidad a la circulación.

3.1.2.5 Circulación inducida con viento de intensidad máxima al centro de la bahía

Si el viento que sopla sobre la bahía, tiene la máxima intensidad al centro de ésta y decrece paulatinamente hacia los extremos, se presenta un dipolo con un giro al noroeste de la bahía y otro al sureste, cuyo tipo depende de la época que consideremos.

En verano otoño el viento del sureste induce un dipolo con un giro anticiclónico en el sureste con $2.5 \text{ m}^2/\text{s}$ de transporte en su parte oriental, lo que representa una velocidad de 5 cm/s . En el noroeste se genera un giro ciclónico con transporte acimutal máximo de $4.5 \text{ m}^2/\text{s}$, o sea 9 cm/s en su parte occidental. Ambos giros se unen por medio de una corriente que transporta $3.5 \text{ m}^2/\text{s}$, es decir de 7 cm/s (Fig. 9a). El giro del sureste sumerge la picnoclina 20 cm , mientras que el del noroeste, más extenso, la eleva 40 cm (Fig. 9b).

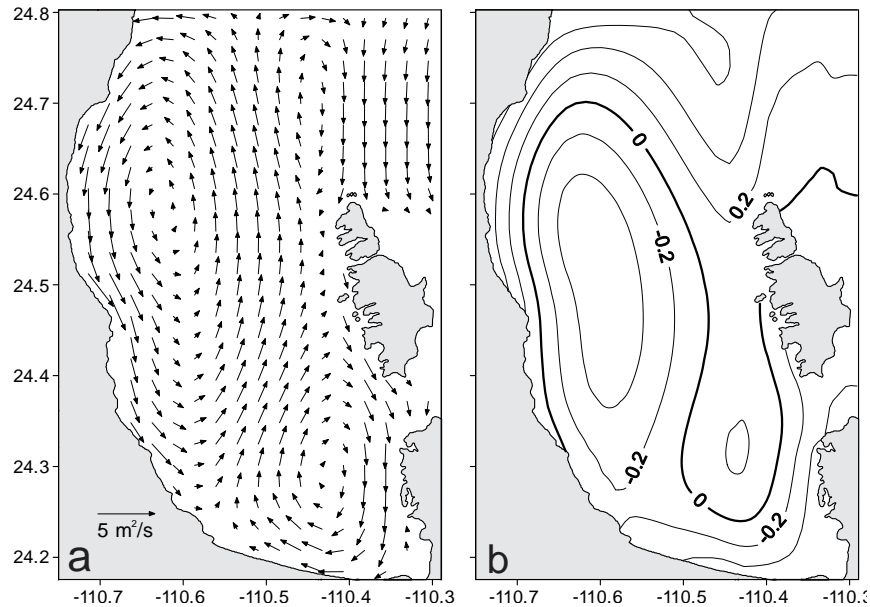


Figura 3.9. Circulación inducida por el viento de verano otoño con intensidad máxima al centro de la bahía. a) Transporte horizontal, b) anomalía de la picnoclina (m).

En invierno primavera el dipolo que se genera es con un giro ciclónico en el sureste de la bahía con 6 m²/s de transporte acimutal máximo en su parte oriental, que representa una velocidad de 12 cm/s, mientras que el noroeste se presenta un giro anticiclónico que al igual que el del sur presenta un transporte de 6 m²/s en su parte occidental. Ambos están unidos por una corriente de 4.5 m²/s igual a 9 cm/s (Fig. 10a). El dipolo que se produce en invierno primavera no alcanza a producir domos, pero si eleva la picnoclina 2.5 m en el norte y de la bahía (giro ciclónico) y la sumerge 3 m en el sureste (giro anticiclónico) (Fig.10b).

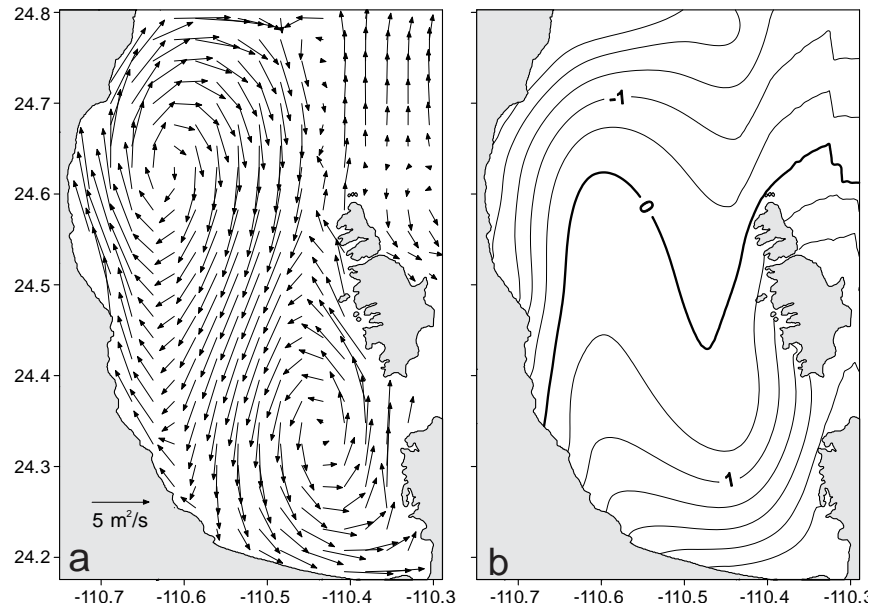


Figura 3.10. Circulación inducida por el viento de invierno primavera con intensidad máxima al centro de la bahía. a) Transporte horizontal, b) anomalía de la picnoclina (m).

3.2 Circulación con flujo en fronteras abiertas

El segundo mecanismo de forzamiento es el flujo a través de las fronteras abiertas; el cual es el intercambio de agua entre la bahía y el golfo de California. Los datos de transporte utilizados en los experimentos numéricos se obtuvieron a partir de las velocidades geostróficas calculadas de los datos obtenidos en la campaña oceanográfica DIPAL-I, a bordo del Buque Oceanográfico “EL PUMA” de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) en febrero de 2006. Estos valores de transporte horizontal se imponen en las fronteras abiertas de la bahía, como condiciones de frontera para los experimentos numéricos; las fronteras abiertas comprenden una zonal en la parte norte de la boca grande y una meridional, en la misma longitud del complejo insular que completa la Boca

Grande, además, una frontera meridional en el canal de San Lorenzo, el cual es considerado como frontera abierta en el sur de la bahía.

3.2.1 Circulación inducida por flujo de intercambio en fronteras abiertas

Mediante los experimentos numéricos con flujo a través de las fronteras abiertas se encontró que para la formación de un giro ya sea ciclónico o anticiclónico en la parte norte de la bahía, al este de la Boca Grande, es determinante la forma del perfil de velocidades del flujo a través de esta región. El perfil propuesto combina valores de flujo de entrada y salida de la bahía formando una parábola con concavidad al centro de la frontera zonal (Fig. 9a). Por lo que respecta a esta frontera la orientación de dicha concavidad determina el tipo de giro que se formará. Si la concavidad es hacia el interior de la bahía (sur), se formará un giro ciclónico, mientras que si es hacia afuera de la bahía (norte) el giro será anticiclónico. En cuanto a la frontera meridional, el perfil de velocidades presenta una importante intrusión de agua en el extremo norte de esta frontera (Fig. 9b), seguida de una salida de agua, con velocidades menores, por lo tanto intercambios muy pequeños de agua, incluyendo al somero canal de San Lorenzo.

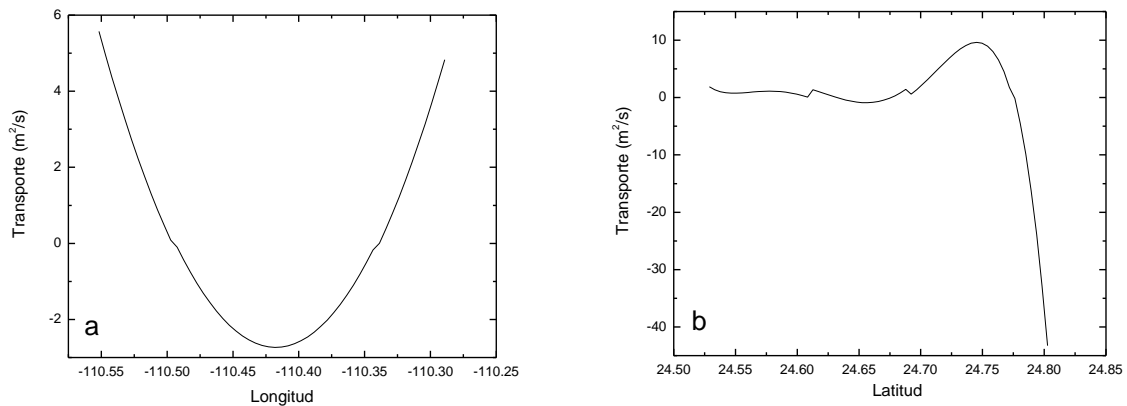


Figura 3.11. Perfiles de transporte horizontal a) zonal y b) meridional que producen el giro ciclónico en el norte de la bahía de La Paz.

Partiendo del reposo, al entrar el agua a través de la frontera zonal de Boca Grande se encuentra con la intrusión de agua proveniente de la frontera meridional, que la desvía hacia el oeste. Al mismo tiempo, inmediatamente al sur de esa corriente que ingresa a la bahía, hay una corriente en dirección este que sale de ésta e induce a la corriente proveniente del norte a desviarse hacia el oeste (Fig. 12a), comenzando a producirse un giro ciclónico en la parte noreste de la bahía, en la región de Boca Grande muy poco tiempo después del inicio del movimiento del agua (aproximadamente 8 h después) (Figs. 12b, 12c, 12d). El transporte en este momento alcanza valores máximos entre 16 y 22 m^2/s , es decir velocidades de 32 a 44 cm/s ; además de que el desarrollo de un domo en la anomalía de la pycnoclina ya es bastante claro (Fig. 13a). Dicho domo eleva a ésta última alrededor de 6 m (Fig. 13b).

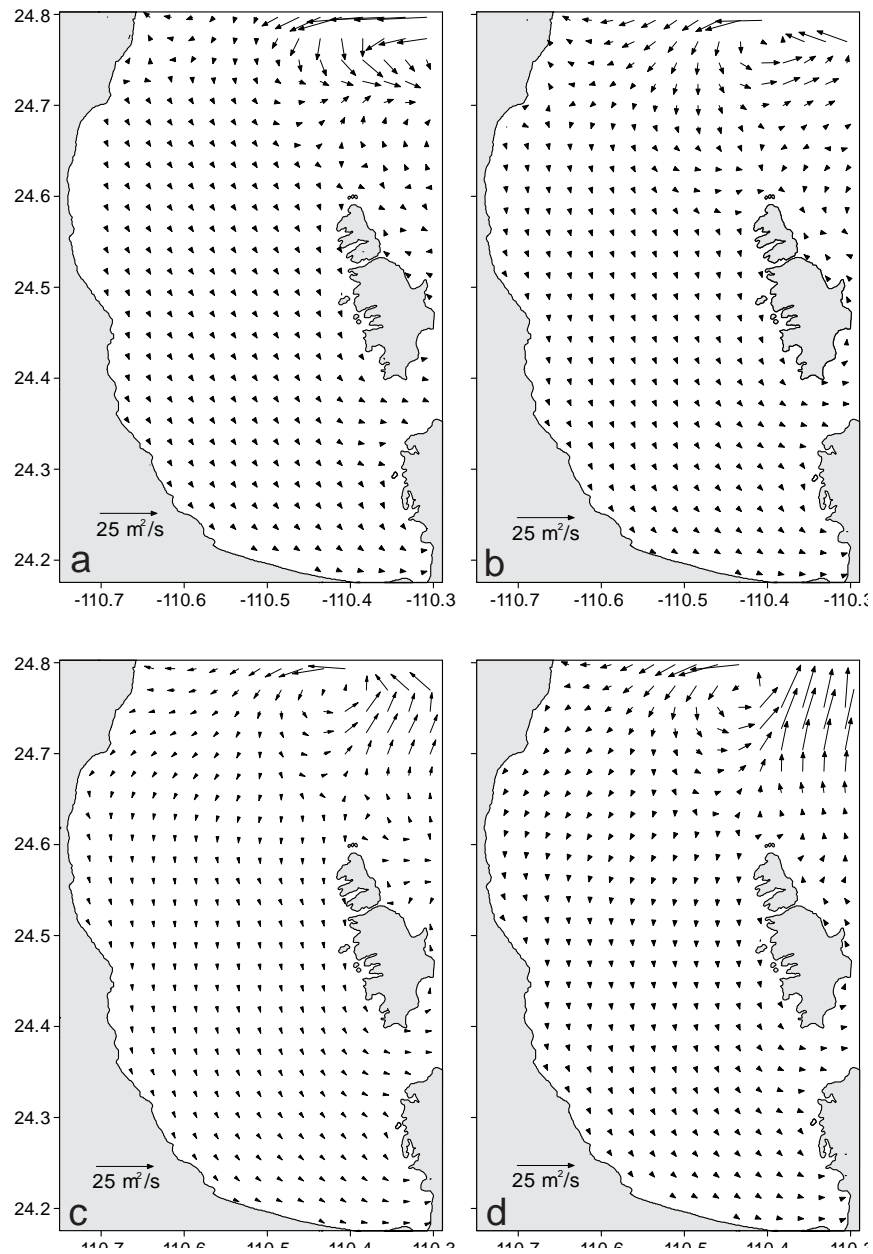


Figura 3.12. Desarrollo del giro inducido por el flujo de intercambio, con intervalos de 2 h

(a), 3.5 h (b), 5.2 h (c) y 7 h (d).

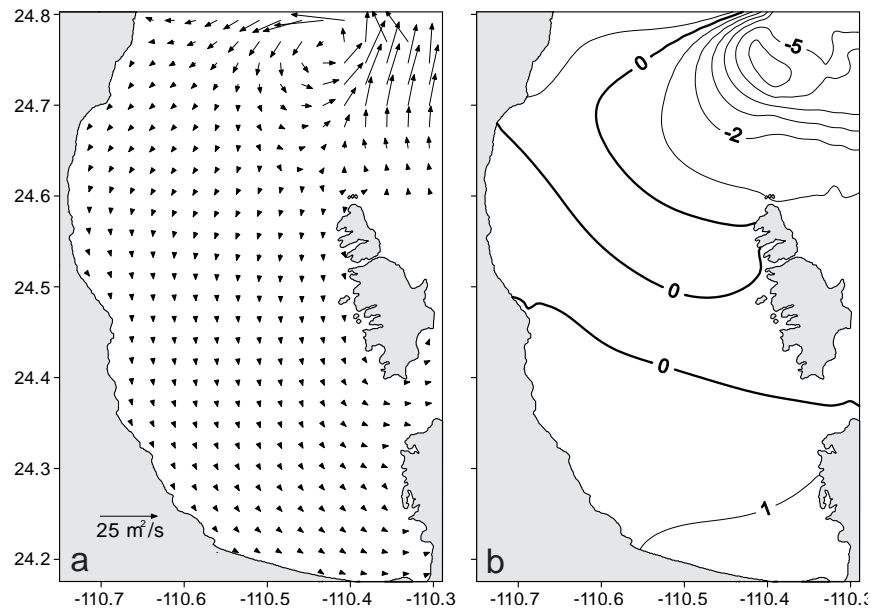


Figura 3.13. Giro ciclónico (a) y anomalía de la picnoclina (b) después de 7 h a partir del reposo.

Al estabilizarse el modelo, se produce un gran giro ciclónico en el norte de la bahía. El giro es de forma elíptica con una extensión zonal de 28 km, mientras que su extensión meridional es de 31 km aproximadamente (Fig. 14a). Los valores máximos de transporte horizontal que se presentan en el giro van desde los 32 m²/s en el oeste, 24 m²/s en el norte, 14 m²/s en el este y 4.5 m²/s en el sur, que en promedio dan un transporte máximo de 18.6 m²/s lo cual representa velocidad acimutal de poco más de 37 cm/s. Este giro produce una anomalía de la picnoclina de 9 m (Fig.14b). Además el giro genera una corriente de 1 m²/s aproximadamente (2 cm/s) que sale de la bahía a través del Canal de San Lorenzo (Fig. 15)

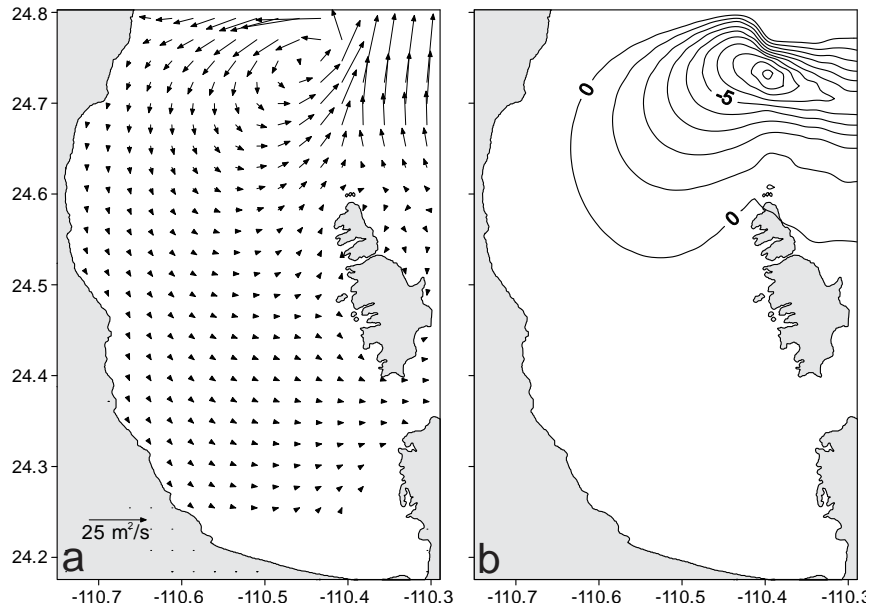


Figura 3.14. Circulación inducida por el flujo de intercambio. (a) Transporte, (b) anomalía de la pincolina (m). Se puede apreciar un giro ciclónico en la parte norte de la bahía, al este de Boca Grande.

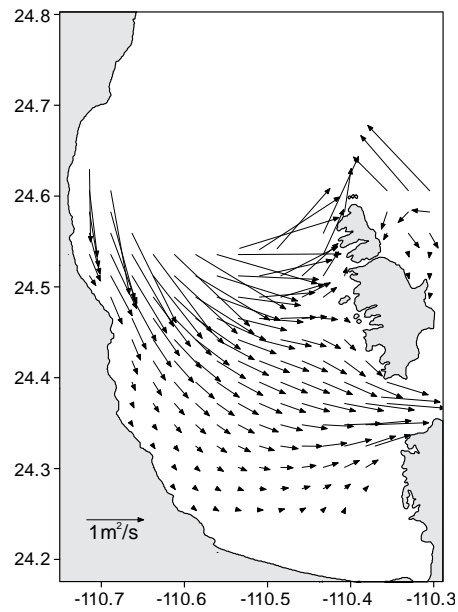


Figura 3.15. Corriente inducida por el giro ciclónico a través del Canal de San Lorenzo.

3.3 Circulación inducida con las combinaciones de mecanismos de forzamiento

En la sección anterior se analizó el efecto del viento y del flujo a través de las fronteras abiertas. En esta sección se presenta su efecto combinado debido a que, a pesar de haber periodos de calmas, en la realidad ambos mecanismos actúan de forma conjunta.

3.3.1 Simulación de la circulación con flujo de intercambio y esfuerzo de viento uniforme de verano-otoño

Cuando al forzamiento producido por el flujo de intercambio se le añade el forzamiento del viento uniforme de verano-otoño, el efecto de éste último es opacado por el primero, puesto que tanto la formación del giro ciclónico en el norte de la bahía, como la magnitud de la anomalía de la picnoclina permanecen prácticamente iguales al caso del flujo aislado (Figura 16a), mientras que el domo en la anomalía de la picnoclina presenta un valor de 8 m, menor al caso del flujo aislado (Figura 16b). La corriente a través del Canal de San Lorenzo no presenta cambios respecto del caso del flujo de intercambio.

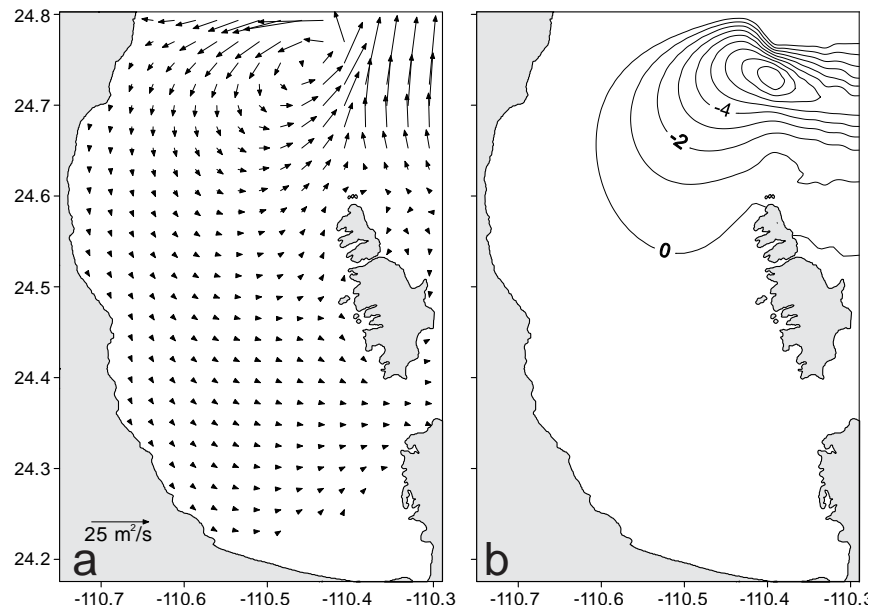


Figura 3.16. Circulación producida con dos mecanismos de forzamiento; el flujo de intercambio y el esfuerzo de viento uniforme de verano-otoño. a) Transporte horizontal, b) anomalía de la picnoclina (m).

3.3.2 Simulación de la circulación con flujo de intercambio y esfuerzo de viento uniforme de invierno-primavera

A pesar de que al igual que en el caso anterior, el efecto del viento uniforme de invierno-primavera no se manifiesta en la formación y las características (extensión, velocidad acimutal, etc.) del giro (Fig. 17a), puesto que éstas son muy similares a las que provoca el flujo por su cuenta, pero sí se registra un aumento en la anomalía de la picnoclina; alcanzando los 10 m (Fig. 17b). Tampoco en la corriente que sale a través del Canal de San Lorenzo se presentan cambios respecto de los casos anteriores.

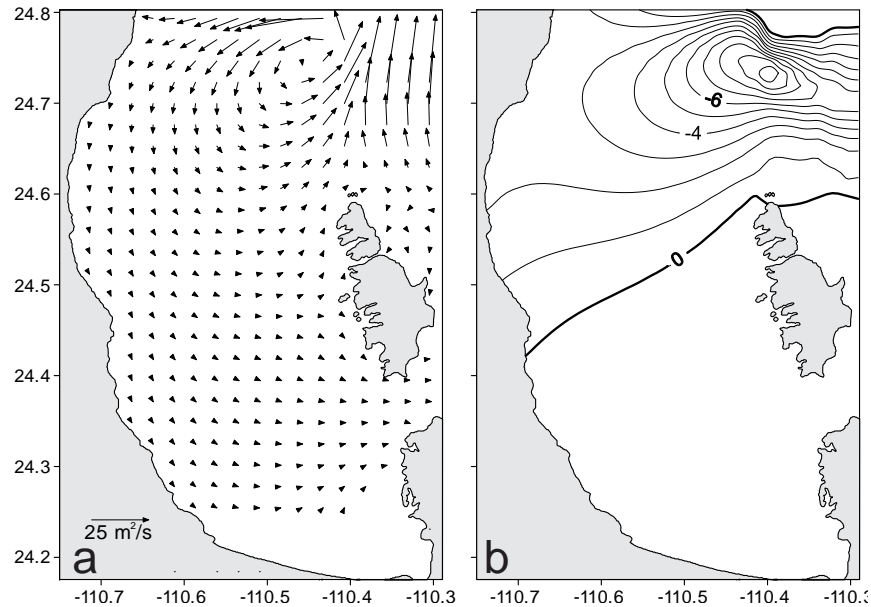


Figura 3.17. Circulación producida con dos mecanismos de forzamiento; el flujo de intercambio y el esfuerzo de viento uniforme de invierno-primavera a) transporte horizontal, b) anomalía de la pycnoclina (m).

3.3.3 Simulación de la circulación con flujo de intercambio y rotacional del esfuerzo de viento

A continuación se presentan los resultados de la simulación de la circulación al combinar el flujo de en las fronteras abiertas con cada uno de los casos del rotacional del esfuerzo de viento.

3.3.3.1 Circulación inducida por el flujo de intercambio y el rotacional positivo del viento de verano-otoño

Al simular la circulación con el flujo de intercambio en las fronteras abiertas y el rotacional positivo de esfuerzo de viento de verano-otoño se forma el giro

ciclónico en el noroeste de la bahía (Fig. 18a), con velocidad acimutal máxima de 37 cm/s y un domo en la anomalía de la picnoclina que apenas alcanza los 8.5 m. (Fig. 18b). El transporte en la corriente generada que sale por el Canal de San Lorenzo alcanza valores de $1.1 \text{ m}^2/\text{s}$, que significa una velocidad de 2.2 cm/s.

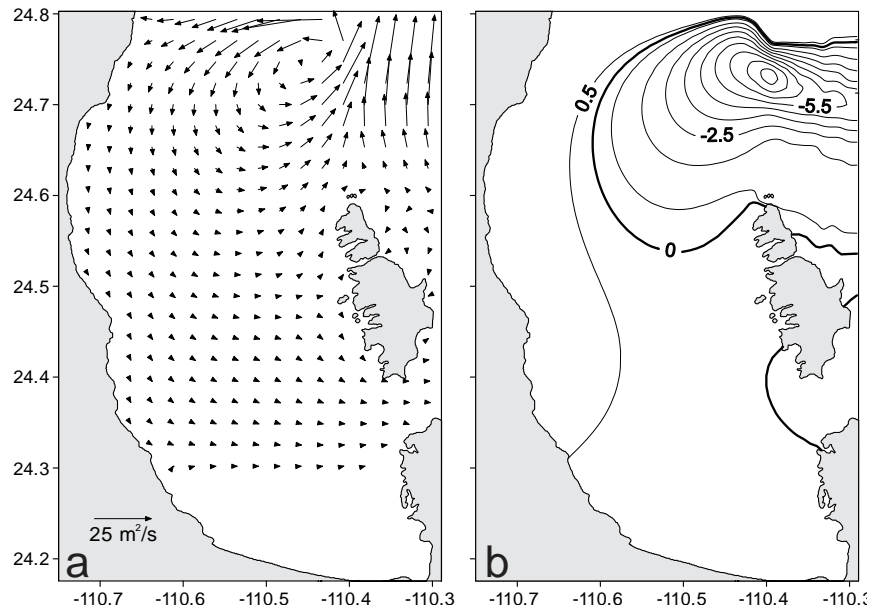


Figura 3.18. Circulación producida con dos mecanismos de forzamiento; el flujo de intercambio y el rotacional positivo del esfuerzo de viento de verano-otoño a) Transporte horizontal, b) anomalía de la picnoclina (m).

3.3.3.2 Circulación inducida por el flujo de intercambio y el rotacional negativo del viento de verano-otoño

En la simulación de la circulación, cuando el flujo de intercambio se combina con el rotacional negativo del viento, durante verano-otoño, el giro

ciclónico prácticamente no registra cambios en el patrón de circulación (Fig.19a), sin embargo la anomalía de la pinoquina registra un levantamiento de la pinoquina un poco menor que el producido por el flujo como único mecanismo de forzamiento, puesto que en este caso el domo que se desarrolla alcanza apenas los 9 m (Fig. 19b). A través del Canal de San Lorenzo sale una corriente generada por el giro ciclónico con transporte de $1 \text{ m}^2/\text{s}$, que se traduce en una velocidad de 2 cm/s .

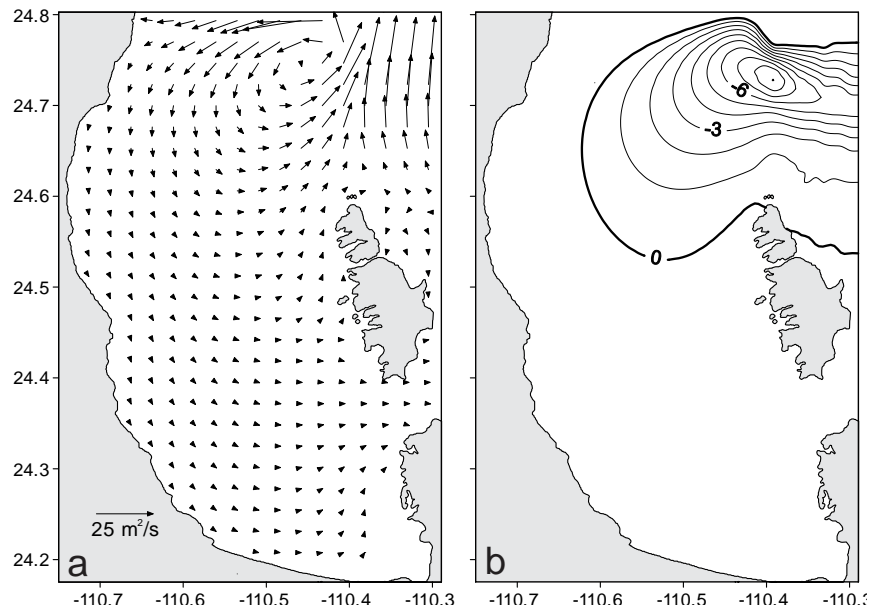


Figura 3.19. Circulación producida con dos mecanismos de forzamiento; el flujo de intercambio y el rotacional negativo del esfuerzo de viento de verano-otoño a) transporte horizontal, b) anomalía de la pinoquina (m).

3.3.3.3 Circulación inducida por el flujo de intercambio y el rotacional positivo del viento de invierno-primavera

Similarmente a los casos anteriores, la combinación del flujo de intercambio con el rotacional positivo del esfuerzo de viento de invierno-primavera no registra modificaciones en la circulación inducida por el flujo (Fig. 20a), sin embargo el domo de la anomalía de la picnoclina se eleva más, alcanzando los 10 m en un área similar a la que abarcan los 9 m del domo inducido por el flujo de intercambio (Fig. 20b). La corriente que sale por el Canal de San Lorenzo que induce esta circulación tiene un transporte de $1.2 \text{ m}^2/\text{s}$.

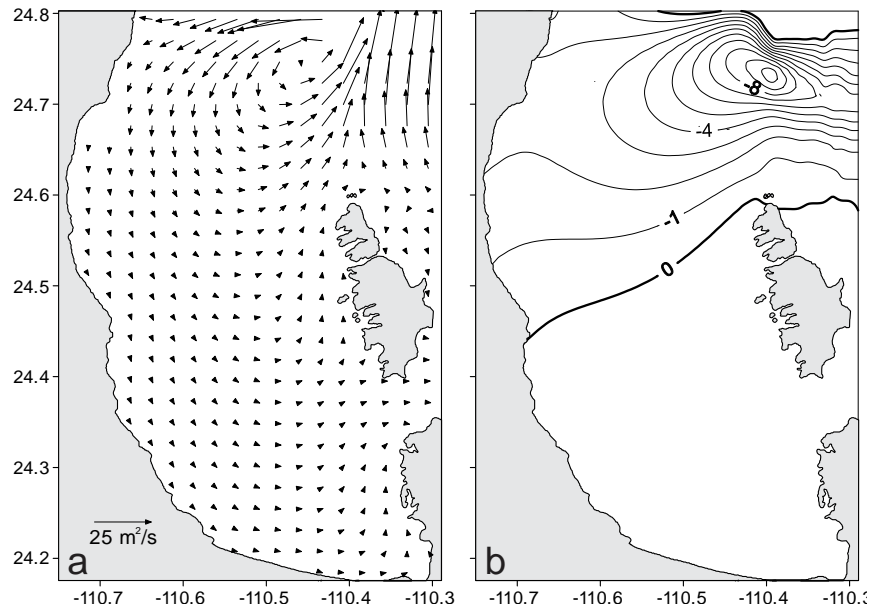


Figura 3.20. Circulación producida con dos mecanismos de forzamiento; el flujo de intercambio y el rotacional positivo del esfuerzo de viento de invierno-primavera a) transporte horizontal, b) anomalía de la picnoclina (m).

3.3.3.4 Circulación inducida por el flujo de intercambio y el rotacional negativo del viento de invierno-primavera

Al simular la circulación imponiendo un rotacional negativo del esfuerzo de viento de invierno-primavera se generan dos giros; el ciclónico del noroeste de la bahía con las características ya descritas anteriormente, y un nuevo giro anticiclónico en el sur de la bahía, con valores de transporte menor a los $2 \text{ m}^2/\text{s}$, lo cual se traduce en velocidades acimutales de máximo 4 cm/s (Fig. 21a y Fig. 22). Este nuevo giro sería un efecto propio de este patrón de viento; mientras que la anomalía de la picnoclina aumenta, alcanzando los 10 m (Fig. 21b) que se registran con esfuerzo de viento uniforme, también en el invierno.

El rotacional negativo de invierno-primavera es el único patrón de viento cuyos efectos no son del todo opacados por los del flujo de intercambio, lo cual se puede deber a que este patrón tiene las dos características que magnifican los efectos del viento: mayor intensidad del esfuerzo de viento en invierno-primavera, aproximadamente cuatro veces mayor que en verano-otoño, y que la máxima intensidad del viento se ubica en la parte oriental de la bahía, donde se observa que se maximizan los efectos del esfuerzo del viento .

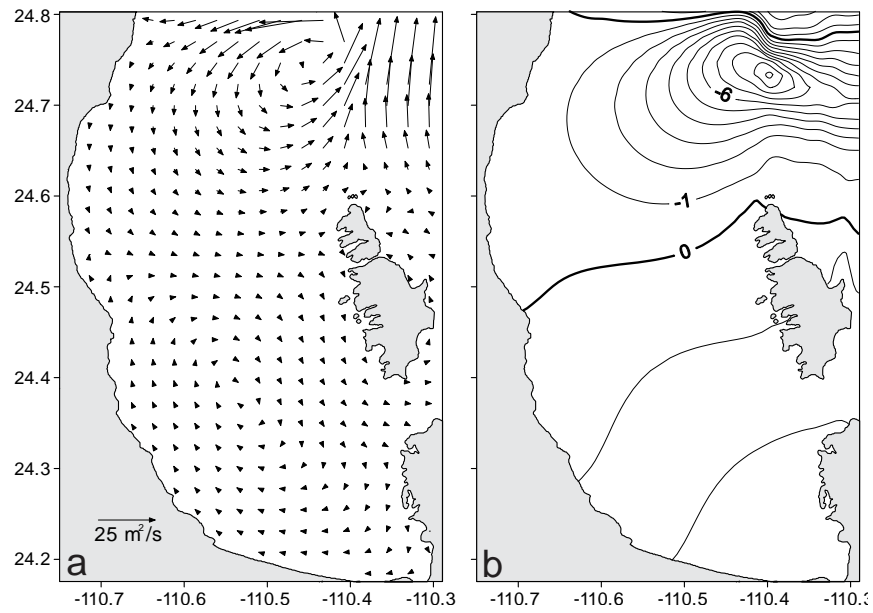


Figura 3.21. Circulación producida con dos mecanismos de forzamiento; el flujo de intercambio y el rotacional negativo del esfuerzo de viento de invierno-primavera a) transporte horizontal, b) anomalía de la pincolina (m).

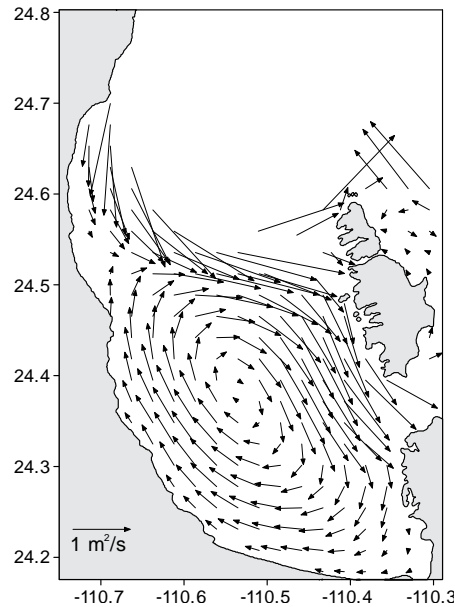


Figura 3.22. Giro anticiclónico producido por el flujo de intercambio y el rotacional negativo del esfuerzo de viento de invierno-primavera

3.4 DISCUSIÓN

En los experimentos numéricos se utilizan dos mecanismos de forzamiento de la circulación en la Bahía de La Paz; el esfuerzo de viento, tanto uniforme como con un rotacional y el flujo de intercambio con el golfo de California.

Al ejercer el viento un esfuerzo uniforme en toda la extensión de la bahía el agua la acumula a lo largo de toda la frontera de la bahía provocando un mayor espesor de la capa de mezcla. El agua no tiene una salida para compensar la diferencia de presión provocada por el acumulamiento inducido por el viento y al ser empujada contra la frontera, ésta provoca un cambio de dirección en la circulación. En algún momento de ese cambio de dirección se produce un giro inestable el sur de la bahía, ciclónico en invierno-primavera y anticiclónico en verano-otoño; producido también por la interacción con la frontera. Se aprecia que

en este caso se vuelven muy importantes los cambios locales en el transporte, provocados principalmente por la fricción con las fronteras, lo que da como resultado una circulación no geostrófica como se puede apreciar debido a que la circulación no es paralela a las isopícnas.

Cuando la intensidad del viento tiene una variación zonal, el esfuerzo de viento tiene un rotacional que produce giros ciclónicos o anticiclónicos que abarcan toda la bahía dependiendo de la combinación entre el signo de éste y la dirección del viento (noroeste o sureste). Esta variación produce un acumulamiento de agua, es decir una variación de la presión horizontal, únicamente en una “esquina” de la bahía, lo que le permite a ésta tener un escape para compensar este cambio en la presión horizontal provocado por el viento, por lo cual la circulación en estos vórtices es paralela a las isopícnas, es decir se presenta una circulación geostrófica (Pedlovsky, 1987).

Se puede ver que el esfuerzo del viento en unos casos no produce giros o son muy inestables mientras que en otros si se producen giros extensos y estables, que sí modifican la pícnoclina dándole forma cercana a la de un domo o una cuenca, según sea el tipo del giro, ciclónico o anticiclónico. Sin embargo su extensión y los valores de transporte horizontal que presentan los hace muy diferentes al giro ciclónico que se reporta en la literatura, además de que la estacionalidad del viento invierte la vorticidad relativa de los giros producidos, lo que tampoco se reporta (Jiménez-Illescas, 1996, Monreal-Gómez et al., 2001, Salinas-González et al., 2003, Sánchez Velasco et al., 2006, García-Mirafuentes, 2010). Los giros producidos únicamente por el esfuerzo de viento no reproducen

la anomalía de la pycnoclina observada, de alrededor de 10 m (García-Mirafuentes, 2010); por todo lo anterior se puede considerar que el viento no es el mecanismo de forzamiento que da origen al giro ubicado en el norte de la bahía, el cual es el tema de este trabajo. El otro mecanismo de forzamiento, el flujo de intercambio produce un giro de extensión y velocidad acimutal semejantes a las reportadas, al igual que la anomalía de la pycnoclina (Molina-Cruz et al., 2002, García-Mirafuentes, 2010). Al combinarse los dos mecanismos de forzamiento, los efectos del flujo de intercambio dominan a los efectos del esfuerzo de viento, debido a que el transporte máximo generado por este último es entre dos y tres veces inferior al generado por el viento. Únicamente el rotacional de viento negativo de invierno-primavera, evita que sus efectos sean completamente opacados por el flujo de intercambio. No obstante que el modelo de gravedad reducida, o como se le conoce “modelo de capa y media” no considera la forma del fondo, reproduce el vórtice ciclónico observado en la bahía, lo que puede significar que la fricción de fondo no juega un papel primordial en la generación del vórtice.

CONCLUSIONES

En la Bahía de La Paz se ha reportado la presencia de un vórtice ciclónico en la parte norte, en diferentes épocas del año. Debido a la importancia que tienen los procesos físicos en los otros aspectos oceánicos se hizo una simulación numérica usando un modelo de gravedad reducida de la circulación en la bahía para determinar las causas del vórtice. La simulación numérica de la circulación permitió reproducir el vórtice ciclónico geostrofico observado en la bahía de la Paz en diferentes épocas del año, y conocer los mecanismos de generación. A partir de lo cual se llegó a las siguientes conclusiones.

- **El giro es sensible a las condiciones de frontera.** En los experimentos se observó que sólo determinados perfiles de condiciones de frontera, inducían un giro en la bahía, ya fuera ciclónico o anticiclónico.
- **El giro simulado con el modelo es baroclínico.** Al utilizar un modelo de gravedad reducida que claramente impone diferencias en las velocidades en toda la columna se pudieron reproducir condiciones similares a las reportadas.
- **El esfuerzo de viento no influye en las características del giro al norte de la bahía.** Al actuar juntos ambos mecanismos de forzamiento en la bahía, el giro producido por el flujo de intercambio casi no se modifica en sus características por el efecto del viento, salvo por un aumento en la anomalía de la pycnoclina producido por el rotacional negativo de invierno-

primavera; por el contrario, los efectos de los patrones de viento sobre la circulación en la bahía se ven opacados por los del flujo de intercambio.

- **La circulación inducida por el rotacional del esfuerzo del viento y por el flujo de intercambio, por separado y en combinación es de tipo geostrófica.** Ya que los vectores del transporte horizontal son tangentes o paralelos a las isopichnas, la circulación es de tipo geostrófico; es decir el efecto del cambio local en el transporte, los términos advectivos y de fricción lateral no son significativos en la circulación, o en la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes en la bahía de La Paz, a pesar de que ésta es un cuerpo de agua costero.
- **La causa de la formación del giro ciclónico en el norte de la bahía de La Paz es el flujo de intercambio con el Golfo de California.** Se observa que el viento como único mecanismo de forzamiento no produce un giro con las características reportadas en la literatura o cercanas a ellas. Únicamente cuando el flujo de intercambio se toma como mecanismo de forzamiento, por separado o en combinación del viento, se reproducen las características citadas.

REFERENCIAS

- Adem, J., 1956. A Series Solution for the Barotropic Vorticity Equation and its Application in the Study of Atmospheric Vortices. *Tellus*. **VIII**(3):364-372.
- Aguirre-Gómez, R., O. Salmerón y R. Álvarez. 2003. ENSO's Effect on the Southwest Coast of Mexico: Comparative Analysis: 1996-1999. *Geofísica Internacional*. **42**(3):377-388.
- Carbajal, N., 1993. Modelling of the circulation in the Gulf of California. Tesis doctoral. Centro de investigación marina y climática de la Universidad de Hamburgo, Alemania. 186 pp.
- Casulli, V. y P. Zanolli, 2002. Semi-Implicit Numerical Modeling of Nonhydrostatic Free-Surface Flows for Environmental Problems. *Mathematical and Computer Modelling*, **36**:1131-1149
- Crawford, W. R. P. J., Brickleyb, T. D., Petersonc, A. C. Thomas. 2005. Impact of Haida Eddies on chlorophyll distribution in the Eastern Gulf of Alaska. *Deep-Sea Research II*, **52**: 975-989
- Cruz Gómez, R, M. A. Monreal-Gómez y S. Bulgakov, 2008. Efectos de los vórtices en sistemas acuáticos y su relación con la química, biología y geología. *Interciencia*. **33**(10):741-746.
- Cruz Gómez, R, 2010. Interacción de los giros de la Corriente Norte de Brasil con los estrechos de las Antillas. Tesis doctoral. UNAM, México. 113 pp.
- Cushman-Roisin B., 2011. *Introduction to geophysical fluid dynamics: physical and numerical aspects*. Academic Press. E.E.U.U. 828 pp.

- Cushman-Roisin B., E. Chassignet y B. Tang, 1990. Westward Motion of Mesoscale Eddies. *Journal of Physical Oceanography*, **20**:758-768.
- Del Monte-Luna, P., F. Arregín-Sánchez, L. Godínez-Orta y C. A. López-Ferreira, 2005. Batimetría actualizada de la bahía de La Paz, Baja California Sur, México. *Oceánides* **20**(1,2): 75-77.
- Douglas, M., R. Maddox, K. Howard y S. Reyes, 1993. The Mexican Monsoon. *Journal of Climate*, **6**:1665-1677.
- Emilsson, I. y M.A. Alatorre, 1997. Evidencias de un giro ciclónico de mesoescala en la parte sur del Golfo de California, en Lavín, M, 1997. (editor) *Contribuciones a la oceanografía física en México*. Unión Geofísica Mexicana. Monografía No. 3, pp 173-182.
- Garda-Domínguez, F., 1991. Distribución, abundancia, reproducción y fauna asociada de la almeja roñosa (*Chione Californiensis*). Tesis de maestría. CICIMAR-IPN, México. 70 pp.
- García-Mirafuentes, S., 2010. Análisis de las características del giro ciclónico de la bahía de La Paz. Tesis de Maestría. UNAM, México. 86 pp.
- Heywood, K., D. P. Stevens y G. R. Bigg, 1996. Eddy formation behind the tropical island of Aldabra. *Deep-Sea Research I* (43)4:555-578
- Hoskins, B. J. y A. J. Simmons, 1975. A multi-layer spectral model and the semi-implicit method. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* **101**:637-655.
- Jiménez-Illescas, Á., 1996. Análisis de procesos barotrópicos y baroclínicos en la bahía de La Paz, B.C.S. Tesis doctoral, UNAM. México. 212 pp.
- Knauss, J., 1996. *Introduction to physical Oceanography*. Prentice Hall. E.E.U.U. 309 pp.

- Kwizak, M. y A. J. Robert, 1971. A semi-implicit scheme for grid point atmospheric models of the primitive equations. *Monthly Weather Review*. (99)1:32-36.
- Lavín, M. F., J. M. Robles, M. L. Argote, E. D. Barton, R. Smith, J. Brown, M. Kosro, A. Trasviña, H. S. Vélez y J. García, 1992. Física del Golfo de Tehuantepec. *Ciencia y Desarrollo*, 18(103):97-108.
- Leendertse, J., 1967. Aspects of a computational model for long-period water wave propagation. *Memorandum de la fuerza aérea. E.E. U.U.* 165 pp.
- Makarov, V. y A. Jiménez-Illescas, 2003. Corrientes básicas barotrópicas en el golfo de California. *Ciencias Marinas*, 29(2):141-153.
- Marsden, J., 2004. *Cálculo Vectorial*. Pearson Education. México. 666 pp.
- Martínez-Flores, G., R. Cervantes y E. González, 2006. Caracterización de la temperatura superficial del mar y climatología de la bahía de La Paz, B.C.S., México. *Oceánides*, 21(1, 2):81-91.
- McDonald, N. Robb, 1999. The motion of geophysical vortices. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 357:3427-3444.
- Mellor, G., 1996. *Introduction to physical Oceanography*. AIP Press. E.E.U.U. 260 pp.
- Monreal-Gómez, M. A., 1986. Modelisation du mode barotrope et du premier mode barocline dans le Golfe du Mexique. Tesis doctoral. Universidad de Lieja, Bélgica. 171 pp.
- Monreal-Gómez, M. A., A. Molina-Cruz, D.A. Salas-de-Leon, 2001. Water masses and cyclonic circulation in Bay of La Paz, Gulf of California, during June 1998. *Journal Marine Systems*, 30:305-315.
- Monreal-Gómez, M. A., D.A. Salas-de-Leon, 1990. Simulación de la circulación en la Bahía de Campeche. *Geofísica Internacional* 29(2): 101-111.

- Morales-Pérez, R. A., G. Gutiérrez de Velasco, 1989, Mareas en el Golfo de California. *Geofísica Internacional* **28**(1): 25-46.
- Nof, D., 1981. On the β -Induced Movement of Isolated Baroclinic Eddies. *Journal of Physical Oceanography*. **11**:1662-1672.
- Nof, D., 2008. 'Explosive' meridional migration of cyclones and anticyclones. *Tellus*, **60A**:372-383.
- Obeso Nieblas, M., B. Shirasago, L. Sánchez-Velasco y J.H. Gabiño Rodríguez, 2004. Hydrographic variability in Bahía De La Paz, B.C.S, Mexico, during the 1997–1998 El Niño. *Deep-Sea Research II*, **51**: 689-710
- Obeso Nieblas, M., B. Shirasago-Germán, J.H. Gabiño-Rodríguez, E.L. Pérez-Lezama, H. Obeso-Huerta, y A.R. Jiménez-Illescas, 2008. Variabilidad hidrográfica en la bahía de La Paz, Golfo de California, México (1995-2005). *Revista de Biología Marina y Oceanografía*, **43**(3):555-567.
- Obeso Nieblas, M., J. H. Gabiño Rodríguez, Á. Jiménez-Illescas, y B. Shirasago Germán, 2002. Simulación numérica de la circulación por marea y viento del noreste y sur en la bahía de La Paz, BCS. *Oceánides*, **17** (1): 1-12.
- Obeso Nieblas, Maclovio, Bernardo Shirasago-Germán, J.H. Gabiño-Rodríguez, H. Obeso-Huerta, E.L. Pérez-Lezama y A.R. Jiménez-Illescas, 2007. Hidrografía en la Boca Norte de la bahía de La Paz, Baja California Sur, México. *Ciencias Marinas*, **33**(3): 281-291.
- Olson, D., 1991. Rings in the ocean. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, **19**: 283-311.

- Owen, A., 1984. Artificial diffusion in the numerical modeling of the advective transport of salinity. *Applied Mathematical Modelling*, **8**:116-120.
- Pedlosky, J., 1987. *Geophysical fluid dynamics*. Springer Verlag. E.E.U.U. 710 pp.
- Ramming, H.G. y Z. Kowalik, 1980. *Numerical modelling of marine hydrodynamics. Applications to dynamic physical process*. Elsevier Scientific publishing company. E.E.U.U.
- Reyes-Salinas, A., R. Cervantes, R. Morales y J.E. Valdés, 2003. Variabilidad estacional de la productividad primaria y su relación con la estratificación vertical en la bahía de La Paz, B.C.S. *Hidrobiológica*, **13**(2):103-110.
- Robert, A. J., 1972. An Implicit Time Integration Scheme for Baroclinic Models of the atmosphere. *Monthly Weather Review*. (**100**) 5:329-335.
- Saavedra-Rojas, N. 2003. Estructura hidrográfica, nutrientes y pigmentos fotosintéticos de la bahía de La Paz, Golfo de California, en febrero y noviembre de 2000. Tesis de maestría. UNAM. México. 79 pp.
- Salinas-González, F., O. Zaytev y V. Makarov, 2003. Formación de la estructura termohalina del agua en la bahía de La Paz de verano a otoño. *Ciencias Marinas*, **29**(1): 51-65.
- Salmon, R., 1998. *Lectures on Geophysical fluid dynamics*. Oxford University Press. E.E.U.U. 378 pp.
- Sánchez-Velasco, L., S. Jiménez-Rosenberg, B. Shirasago y M. Obeso Nieblas, 2004. Distribution and abundance of fish larvae in Bahia De La Paz, (Gulf of California) and their relation to hydrographic variability during summer (1997–1998). *Deep-Sea Research*, **51**:723-737.

Santiago Arce, T. 2010. Análisis de la vorticidad en el Cañón de Campeche, Golfo de México. Tesis de maestría, UNAM. 71 pp.

Skiba, Y., 2005. *Métodos y esquemas numéricos, un análisis computacional*. UNAM, México. 440 pp.

Smits, A. J., 2003. *Mecánica de fluidos. Una introducción física*. Alfaomega, México. 568 pp.

Zuazua, E., 2007. *Métodos Numéricos de resolución de ecuaciones en derivadas parciales*. Universidad Autónoma de Madrid, España. 479 pp.