



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

## PROGRAMA DE POSGRADO EN INGENIERÍA FACULTAD DE INGENIERÍA

### MODELACIÓN DE UN SISTEMA DE INVENTARIOS MULTIPRODUCTO CON DESCUENTOS INCREMENTALES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRA EN INGENIERÍA  
(SISTEMAS-INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES)

P R E S E N T A

**ING. MIRNA YADIRA CARRILLO ESTRADA**

DIRECTOR DE TESIS:  
DR. JUAN MANUEL ESTRADA MEDINA





Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **JURADO ASIGNADO**

Presidente: Dra. Idalia Flores De La Mota

Secretario: Dr. Ricardo Aceves García

Vocal: Dr. Juan Manuel Estrada Medina

1<sup>er</sup>. Suplente: M.I. Francisca Irene Soler Anguiano

2<sup>do</sup>. Suplente: Dra. Esther Segura Pérez

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Ciudad Universitaria, México, Distrito Federal

**TUTOR DE TESIS:**  
DR. JUAN MANUEL ESTRADA MEDINA

---

**FIRMA**

# Agradecimientos

A Dios primeramente por dejarme llegar tan lejos y acompañarme en mi camino...

A mis padres por ser el pilar de mi vida, gracias a ellos eh aprendido lo que sé, por dejarme volar y enseñarme que lo único que nos detiene es el miedo de hacer las cosas...

A Antonio, amor gracias por ayudarme a ser una mejor persona día a día, por ayudarme a luchar por mis sueños, por ser mi apoyo y motivación...

A mi hermana por acompañarme es esta travesía llamada vida y ser la motivación para tener siempre la cara en alto...

A mi tutor el Dr. Juan Manuel Estrada por el apoyo incondicional y comprensión...

A la Dra. Idalia Flores por su apoyo y aportaciones para la tesis...

A M.I. Francis Soler, por la contribuciones hechas para mejora de mi trabajo...

A Dra. Esther Segura por formar parte del equipo de sinodales para alcanzar este objetivo...

Al Dr. Ricardo Aceves le agradezco por la oportunidad que me dio de trabajar con él, por todas las oportaciones que ha hecho en mi vida labora, muchas gracias...

A la UNAM por abrirme la puertas de esta gloriosa institución...

# Dedicatoria

*A mi hermosa mamá, por todos sus consejos, su apoyo incondicional y por estar conmigo a cada momento a pesar de la distancia, gracias por motivarme a emprender mi sueño y mostrarme que nunca es tarde para lograr lo que uno se propone.*

*A mi adorado papá, por todos los regañones, ahora comprendo que si no hubiesen existido no estaría donde estoy ahora. Gracias por apoyarme y demostrarme que se puede llegar tan lejos como me lo proponga.*

*A mi amor Antonio, gracias por ser el motor de mi vida, por ayudarme a encontrar mi camino, por enseñarme lecciones valiosas, por tu paciencia y amor, pero sobre todo por compartir este camino a mi lado, sé que lograremos cosas maravillosas juntos.*

*A mi hermana Ale, chaparrita si se puede, gracias por todo tu cariño y por estar a mi lado y enseñarme tantas cosas, lucha siempre por tus sueños y anhelos.*

*A mi cuñado Raúl, gracias por apoyar a mi familia de la cual ya eres parte y por hacer tan feliz a mi hermana.*

*A mi tía Luci, por su apoyo en esta aventura, por abrirme las puertas de su casa y ofrecerme su cariño y soporte incondicional.*

*A mis abuelitas Carlota y Belem, ya que sin ellas no sería posible mi existencia gracias por esforzarse y demostrar que en cualquier condición se puede salir adelante.*

*A mis tías y tíos Patricia, Tina, Tere, Blanca, Xóchitl, Rosi, María, Adán, Pancho, Daniel, Luis, por apoyarme en este tiempo y por estar al pendiente de mis padres.*

*A mis primos y sobrinos, espero que algún día todos los sacrificios que hacemos, rindan los frutos esperados.*

## CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	1
I. Contexto del estudio y descripción de la problemática.....	3
I.1 Objetivo general.....	4
I.2 Objetivos específicos.....	4
I.3 Justificación.....	4
II. Conceptos relevantes.....	5
I.4 La importancia de un sistema de inventario.....	8
I.4.1 Control de inventarios.....	10
I.4.2 Tipos de inventarios.....	11
I.4.3 Determinación del punto de reorden.....	12
I.4.4 Modelos de políticas de inventarios.....	13
I.4.5 Cadena de suministro.....	13
I.4.6 Supuestos en modelos de inventario.....	15
I.4.7 Modelos Determinísticos.....	16
I.4.8 Modelos probabilísticos de inventario.....	18
I.4.9 Modelos con demanda probabilística.....	18
II. Modelo para determinar la cantidad de órdenes en sistemas de inventarios multiproducto sujeto a diversas restricciones y descuentos incrementales.....	24
II.1 Función Objetivo del modelo.....	25
II.2 Descripción del modelo.....	25
II.3 El modelo.....	27
III. Metodología.....	30
III.1 Recolección de datos.....	30
III.2 Agrupamiento de datos.....	31
III.3 División de Inventario ABC.....	33
III.4 Descripción de los productos de tipo A.....	35
III.5 Obtención de precios para los productos.....	37
IV. Aplicación del modelo y resultados.....	41
IV.1 Modelo matemático con datos reales.....	41
IV.2 Validación.....	44

Conclusiones y Recomendaciones .....	46
Referencias.....	48
Anexo I Agrupamiento de datos.....	50
Anexo II División de inventario ABC.....	53
Anexo III Modelo matemático.....	58
Anexo IV Ejemplo de implementación del modelo.....	64

## TABLAS

Tabla IV.1 Manejo de datos de producción en Excel .....	30
Tabla IV.2 Datos de producción enero agrupados por número de orden .....	32
Tabla IV.3 Productos realizados en 2010 para determinar productos tipo A.....	33
Tabla IV.4 Productos tipo A en el inventario.....	35
Tabla IV.5 Materias primas para cada producto parte 1 .....	36
Tabla IV.6 Materias primas para cada producto parte 2 .....	37
Tabla IV.7 Precios para los 10 productos necesarios para la manufactura de productos .....	40
Tabla V.1 Meses y días aproximados entre orden y orden .....	42
Tabla V.2 Resultados de la aplicación del modelo matemático.....	43
Tabla V.3 Precios totales para el 2012 .....	44
Tabla V.4 Precios del 2010 .....	44

## FIGURAS

Figura II.1 Sistema total de Inventarios.....	6
Figura II.2 Sistema de distribución de una cadena de suministro .....	14
Figura II.3 Ejemplo de intervalos con demanda variable .....	18
Figura II.4 Campana de niveles de servicio .....	19
Figura II.5 Representación gráfica.....	21
Figura II.6 Representación gráfica.....	21
Figura III.1 Aproximación por intervalos del número de órdenes en el intervalo de descuento .....	26
Figura IV.1 Porcentaje total de acuerdo a lo producido en el 2010.....	35
Figura IV.2 Vista del BOM.....	36
Figura IV.3 Vista del software Oracle .....	38
Figura IV.4 Vista de tabla de costos en MRP .....	38
Figura IV.5 Vista de Plan de producción del MRP .....	39

# INTRODUCCIÓN

Actualmente la mayoría de las empresas manejan inventarios multiproductos debido a la gran variedad de productos manufacturados. Es decir, en el mercado no es común encontrar una empresa que sólo fabrique un tipo de producto, a causa de la competitividad entre las organizaciones. Por ello, resulta importante conocer un inventario de carácter multiproducto, y un modelo que permita manejar este tipo de inventario. En efecto, es muy importante generar ahorros en las organizaciones, esto se ve como el reflejo del buen funcionamiento y control que se tiene de sus productos. En este contexto, la empresa para la que se hizo la investigación maneja un inventario multiproducto. Así, la finalidad del presente trabajo fue proponer una política de inventarios que no genere altos costos.

Una empresa o negocio no vende sus productos a la misma tasa en que son producidos y/o llegan al almacén. Consecuentemente la empresa o industria enfrenta las siguientes cuestiones claves:

- ✚ ¿Cuánto producir y o pedir productos para satisfacer la demanda?
- ✚ ¿Cuándo o en qué momento debe hacerse una orden de pedido para no llegar a una situación de desabasto?

Estas preguntas son relevantes ya que de no atenderle se incurre en costos considerables para la empresa, la herramienta fundamental que se utiliza para abordar este tipo de problemas es la teoría del control de inventarios, cuyo concepto se aborda en un capítulo del presente trabajo.

El inventario se emplea en las empresas de manufactura, servicios, y distribución, debido a que es un factor básico en la medición del desempeño de la rentabilidad de una empresa y sirve para controlar los siguientes elementos: el costo de mantener inventarios, el costo por escasez, y el costo por abastecer.

Así, la necesidad más apremiante en las empresas es controlar el inventario, planear el pedido de productos, más aún en la mayoría de las empresas que manejan múltiples productos. La demanda es el factor que determina la planeación de los productos y en algunos casos se puede suponer que tiene un carácter determinista, sin embargo en la mayoría de los casos, se comporta de manera estocástica, que como sabemos puede asignársele o modelarse mediante alguna función de distribución.

En este contexto, la presente tesis abordó la problemática de una empresa denominada Adomex la cual deseaba controlar y mejorar su sistema de inventarios, por ejemplo, establecer las cantidades y fechas en las que se deben de realizar los pedidos de las materias primas para cumplir con sus requerimientos de producción, la empresa es de tipo multiproducto.

Para desarrollar la investigación se diseñaron un conjunto de actividades las cuales se describen en cada uno de los capítulos que comprende el presente documento, el cual se divide de la siguiente manera: capítulo primero define los antecedentes de la empresa, principalmente se formulan los objetivos del trabajo, el capítulo dos, presenta una revisión sobre los métodos existentes para resolver problemas con demanda determinística asimismo examinar la teoría del inventario para multiproductos. En el capítulo tercero se revisa lo relacionado con la aplicación de un modelo matemático, el cual se adecua y se alimenta con datos reales proporcionados por la empresa Adomex. El último capítulo es la utilización del modelo matemático y la obtención de los resultados, así como la validación del modelo comparando datos del 2010 y 2012. Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones.

# CAPÍTULO I

## CONTEXTO DEL ESTUDIO Y DESCRIPCIÓN DE LA PROBLEMÁTICA

La empresa Adomex en la que se llevó a cabo la investigación, se dedica a la manufactura de diversos productos: sábanas, batas, dentales, curitas, automotriz, filtros, abrasivos y bolsas para aspiradoras. Considerando esta diversidad en la fabricación de productos, es claro que está involucrado un inventario tipo *multiproducto*.

La empresa no cuenta con un sistema de inventarios eficiente para determinar los diferentes materiales que deben ordenarse y que son parte medular para la producción de artículos, así una parte importante del estudio fue analizar el tipo de actividades que realiza la empresa con el propósito de identificar los problemas relevantes y por tanto, mejorar sus procesos.

Por ejemplo, en los últimos meses en que se efectuó la investigación se han presentado problemas en el reabastecimiento de materia prima, ocasionando paros en las líneas de producción, retrasos en las entregas de producto final, lo que ocasionaba un incremento en los costos. Gran parte de los costos en que incurre la empresa son debido al pago extra efectuado para cumplir con la solicitud de entregas inmediatas y/o urgentes. Otro tipo de pagos son las horas extras ocasionadas por la producción para cumplir con las órdenes pendientes.

Una de las principales razones por las que aún no se cuenta con un sistema de inventarios eficiente, es que el área en la que se enfocó la investigación llevaba poco tiempo en la empresa, es decir se carecería de un control de inventario adecuado.

Estos son algunos de los problemas que se presentaban en ese momento en la empresa mencionada. En este contexto, la cuestión central que abordó la presente tesis fue: ¿Cuándo y cuánto solicitar las órdenes de materiales necesarios que minimicen costos, mejoren el reabastecimiento, reduzca localizaciones en almacenes y sobre todo, mejore el servicio al cliente?

## I.1 OBJETIVO GENERAL

Proponer una política de inventarios a la empresa que ayude a determinar las cantidades óptimas de productos a ordenar usando un modelo de inventario multiproducto con descuentos incrementales que minimice los costos totales y de almacenamiento en la empresa **Adomex**.

## I.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✚ Precisar cuándo se deben efectuar los pedidos de los materiales para evitar falta de materiales
- ✚ Determinar las cantidades de materiales que se deben pedir para cumplir con las demandas de los clientes
- ✚ Definir los productos en inventario usando la técnica ABC

## I.3 JUSTIFICACIÓN

Como ya se mencionó la empresa carece de un sistema de inventarios que le ayude a tomar una decisión sobre las cantidades que se requiere para la producción diaria, es decir, actualmente no se tiene conocimiento de cuándo y en qué cantidades se deben hacer los pedidos de materiales que mantenga un nivel de inventarios óptimo y minimice los costos. Debido a ello se tienen costos altos, escasez de productos, retrasos en el área de producción y quejas de clientes.

# CAPÍTULO II

## CONCEPTOS RELEVANTES

En este apartado se explican los conceptos, herramientas y técnicas que comprenden la teoría de inventarios y los métodos de pronósticos de las demandas.

***Inventario:*** consiste en la existencia de productos físicos que se conservan en un lugar durante un tiempo determinado en una planta manufacturera, por ejemplo la materia prima, la mercancía en proceso y los artículos terminados. Un problema fundamental que enfrenta una empresa, es contar con un sistema de inventarios eficiente y atender dos cuestiones principales: ¿Cuánto pedir? y ¿Cuándo solicitarlo? (Adam Everett E Jr., 1991).

***Inventario multiproducto:*** se refiere al inventario en el cual se tienen materiales para producir dos o más productos en la empresa. Para fines de este estudio tomaremos esta definición aplicable a inventario multiproducto.

***Pronóstico de la demanda:*** es una predicción de lo que sucederá con las ventas existentes de los productos de una empresa. Lo ideal es determinar el pronóstico de la demanda con un enfoque multifuncional. Se debe considerar las entradas de ventas y mercadeo, finanzas y producción (Chase, 2000).

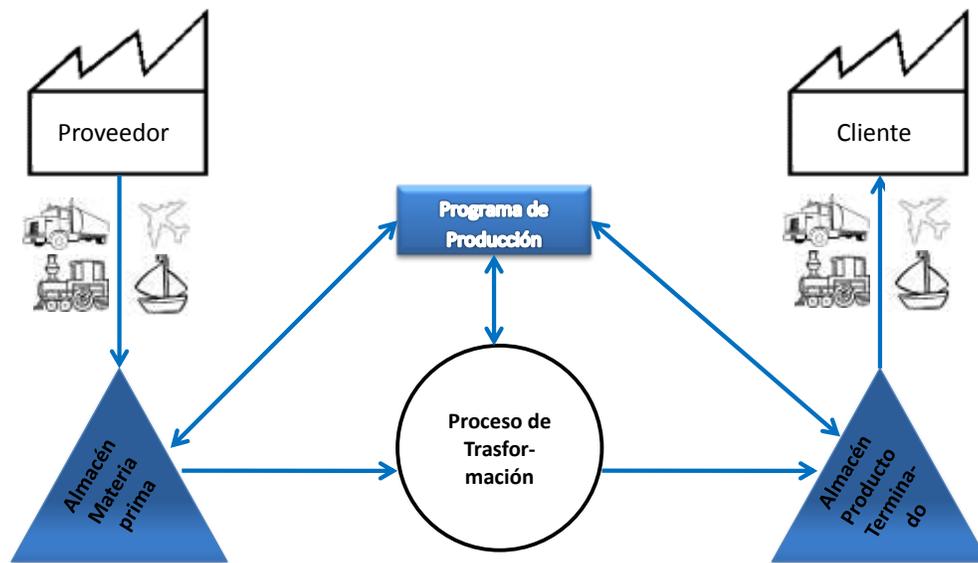
Existen diferentes técnicas de pronósticos estas dependen de un conjunto de condiciones, por ejemplo, algunas empresas usan sistemas sofisticados para determinar los pronósticos en periodos de tiempo determinados. Rara vez son perfectas, también son caras y consumen tiempo en su preparación y monitoreo. Sin embargo, los negocios no pueden darse el lujo de evitar el proceso del pronóstico y esperar hasta que se presente el suceso para tomar las decisiones. En estas circunstancias, la planeación efectiva depende del pronóstico de la demanda para los productos de la compañía (Render Barry, 1996).

El sistema de inventarios en una empresa manufacturera es el encargado de equilibrar la línea de producción, esto debido a que las maquinas operan a diferentes tiempos y volúmenes, una forma de compensar este desequilibrio es creando inventarios temporales o seguridad. Por otro lado, los inventarios de materias primas, productos semi-terminados y productos terminados absorben la

holgura cuando fluctúan las ventas o los volúmenes de producción, lo que nos da otra razón para tener un control de inventario eficaz. Estos tienden a proporcionar un flujo constante de producción, facilitando su programación. La siguiente figura II.1 muestra de manera esquemática las partes principales del sistema de inventario.

Los modelos de inventarios pueden ser de tipo estocástico o determinístico. El diseño de sistema de inventarios toma en cuenta las características más relevantes del mundo real, es decir, aquellas variables cuya presencia tiene efectos significativos sobre el objeto fijado. Desde este punto de vista el sistema presenta una simplificación o abstracción de una realidad. Por otra parte, la operación del sistema se facilita con el empleo de modelos, que en forma directa o indirecta dan elección más conveniente, según los supuestos que han llevado a su formulación.

**Figura II.1 Sistema total de Inventarios**



Fuente elaboración propia

Existen otros tipos de modelos: empíricos y matemáticos (Robbin Stephen P., 1999)]. Los modelos empíricos son utilizados por las empresas para administrar sus inventarios cuando no se encuentra un objetivo claramente cuantificado que trate de optimizar.

Por otro lado los modelos matemáticos son una representación de algún aspecto de la realidad que les interesa comprender y estudiar. Se caracteriza por estar formulando en términos simbólicos y expresiones matemáticas. Dentro de los modelos matemáticos se distinguen dos tipos: los modelos de optimización y los modelos de simulación.

Un modelo de simulación divide el sistema representado en módulos básicos o elementales que después se enlazan entre si vía relaciones lógicas bien definidas. Por lo tanto, las operaciones de cálculos pasaran de un módulo a otro hasta que se obtenga un resultado de salida. Es posible

obtener la o las estrategias que logran el nivel más alto de eficiencia del objetivo. En general, los resultados que arroje el modelo serán validados en la medida que sea una representación adecuada del fenómeno que está modelando (Robbin Stephen P., 1999).

Los modelos de optimación se clasifican en determinísticos y aleatorios o estocásticos.

Los modelos determinísticos tienen un conjunto de variables, cuyo comportamiento o valor en el futuro se supone cierto, es decir, no sujetos a variación.

En cambio los modelos estocásticos, se caracterizan por que una o más variables pueden tener diferentes valores futuros, y cada uno de ellos tiene una cierta probabilidad de ocurrencia (Robbin Stephen P., 1999).

Otro aspecto que también es importante tomar en cuenta son los parámetros económicos que influirán en el modelo de inventarios estos se explican a continuación, las definiciones se toman de Axsäter (2006):

- a) **Costo fijo.** Es el costo asociado a la colocación de un pedido o con la preparación inicial de una instalación de producción. El costo fijo usualmente se supone independiente de la cantidad ordenada o producida.
- b) **Precios de compra o costo de producción.** Este parámetro es de especial interés ya que pueden obtenerse descuentos por mayoreo o rebajas en precio, o cuando grandes corridas de producción pueden dar como resultado una disminución en el costo de la misma. En estas condiciones la cantidad ordenada debe ajustarse para aprovechar estos cambios en el precio.
- c) **Precio de venta.** En algunas situaciones de inventario la demanda puede ser afectada por la cantidad almacenada. En tales casos el modelo de decisión está basado en un criterio de maximización de beneficios el cual comprende el ingreso de venta de la mercancía. El precio de venta unitario puede ser constante o variable dependiendo, por ejemplo, de si se permite un descuento o no en la cantidad.
- d) **Costo de mantenimiento del inventario.** Esto representa el costo por tener el inventario en el almacén. Incluye el interés sobre capital invertido, costos de almacenamiento, costos de manejo, costos de depreciación, etc. Los costos por llevar el inventario usualmente se supone que varían directamente con el nivel de inventario, así como con el tiempo que el artículo se tiene en almacén.
- e) **Demanda.** El modelo de demanda de una mercancía puede ser determinista o estocástica. En el caso del determinista se supone que se conocen con certeza las cantidades necesarias sobre períodos subsecuentes. Esto puede expresarse según períodos iguales en términos de demandas constantes conocidas, o en función de demandas variables conocidas. Los dos casos se denominan demandas estática y dinámica, respectivamente.
- f) **Demanda estocástica.** Ocurre cuando los requisitos durante un cierto período no se conocen con certeza en esta situación, puede describirse por una distribución de probabilidad. En este caso, se dice que la distribución de probabilidad es estacionaria o no

estacionaria en el tiempo. (Estos términos son equivalentes a demandas estática y dinámica en el caso determinista).

- g) **Ciclo para ordenar.** Consiste en la medida de tiempo de la situación de inventario. Un ciclo de órdenes o pedidos puede identificarse por el período entre dos órdenes sucesivas.
- h) **Demoras en la entrega.** Cuando se coloca un pedido, puede entregarse inmediatamente o puede requerir algún tiempo antes de que la entrega se efectúe. El tiempo entre la colocación de un pedido y su surtido se conoce como demora en la entrega. En general, las holguras de entrega pueden ser deterministas o probabilista.
- i) **Reabasto del almacén.** Aunque un sistema de inventario puede operar con demora en las entregas, el abastecimiento real del almacén puede ser instantáneo o uniforme. El instantáneo ocurre cuando el almacén compra de fuentes externas. El uniforme puede ocurrir cuando el producto se fabrica localmente dentro de la organización. En general, un sistema puede operar con demora positiva en la entrega y también con reaprovisionamiento de almacén.
- j) **Horizonte de Tiempo.** El horizonte define el período sobre el cual el nivel de inventarios estará controlado. Este horizonte puede ser finito o infinito, dependiendo de la naturaleza o la demanda.
- k) **Abastecimiento múltiple.** Un sistema de inventario puede tener varios puntos de almacenamiento (en lugar de uno). En algunos casos estos puntos de almacenamiento están organizados de tal manera que un punto actúa como una fuente de abastecimiento para algunos otros puntos. Este tipo de operación puede repetirse a diferentes niveles de tal manera que un punto de demanda pueda llegar a ser un nuevo punto de abastecimiento. La situación usualmente se denomina sistema de abastecimiento múltiple.
- l) **Número de artículos.** Un sistema de inventarios puede comprender más de un artículo (mercancías). Este caso es de interés, principalmente si existe una clase de interacción entre los diferentes artículos.

## II.1 LA IMPORTANCIA DE UN SISTEMA DE INVENTARIO

El paradigma tradicional de inventarios fue consecuencia de suposiciones sobre el funcionamiento de la empresa. Por ejemplo, algunos de los más importantes son (Jaber, 2009):

- ✚ La empresa maximiza sus beneficios, tomando las decisiones basándose en los costos justificados.
- ✚ Las economías de escala, que aplicaron el principio de independencia en las decisiones de inventario teniendo en cuenta únicamente el volumen.
- ✚ La estructura organizacional convencional, a su vez apoya el principio de independencia colocando la coordinación con otras áreas funcionales solo en niveles altos de jerarquía.

El paradigma tradicional desempeñó un papel clave en la investigación sobre los inventarios en varias décadas, y en especial el supuesto de que el inventario se puede administrar de forma independiente de otras funciones. Actualmente la implementación de nuevas herramientas, para la mejora de procesos y operaciones de la empresa, tales como la planeación del requerimiento de

materiales (MRP, por sus siglas en inglés Material Requirements Planning), los sistemas justo a tiempo (JIT, por sus siglas en inglés Just in time), la gestión de la cadena de suministro (SCM, por sus siglas en inglés Supply Chain Management), han ayudado a que el paradigma evolucione.

La idea principal es que el paradigma tradicional de inventario debe ser enriquecido para adaptarse a la nueva situación, es decir debe reflejar los cambios en el entorno empresarial y económico. La esencia del cambio es modificarla percepción de los inventarios de pasivo a un papel activo en la estrategia de la empresa.

Para esto las decisiones estratégicas deben estar enfocadas en los inventarios, políticas de inventario y debe influir en la metas de la empresa, y tienen importancia estratégica en tres dimensiones interrelacionadas: la creación de valor, flexibilidad y control.

Se puede resumir en:

- ✚ Los inventarios son una parte integrada de la cadena de valor en las relaciones estrechas con otras funciones de la empresa.
- ✚ Los inventarios sirven como herramientas estratégicas para lograr la satisfacción del cliente y los beneficios al mismo tiempo.
- ✚ Las medidas de desempeño se basan en la contribución de los inventarios a encontrar mejores soluciones a las necesidades de los clientes que los competidores son capaces de hacerlo.

Cuando se cuenta con un sistema de inventarios eficiente la empresa puede realizar sus tareas de producción y de compra economizando recursos, y también atender a sus clientes con más rapidez, y así optimiza algunas actividades importantes de la empresa. Sin embargo, mantener un sistema de inventarios involucra los siguientes tipos de costos: mantenimiento, inversión de capital, costos de oportunidad originados por la inexistencia (falta de producto), por mencionar algunos.

Dos preguntas relevantes en esa discusión son: ¿El inventario debe incrementarse hasta donde el resultado de ahorro sea mayor que el costo total por mantener un inventario adicional?, ¿La eficiencia del proceso de un sistema de inventarios es el resultado de la buena coordinación entre las diferentes áreas de la empresa, teniendo como premisas sus objetivos generales?

Otro elemento importante a considerar, es si el sistema se comporta de manera estocástica o determinística, particularmente la demanda. Por ejemplo si tiene carácter determinístico la demanda de los productos es conocida, es decir, se puede saber con anticipación. Para calcular el nivel de inventario, sus costos, la tasa de producción y el tiempo para mantenerlo actualizado se utilizan una serie de procedimientos y fórmulas.

En resumen, las principales características del modelo antes mencionados son:

- ✚ Se conoce la tasa de demanda de las unidades.
- ✚ La cantidad ordenada para mantener el inventario.

- ✚ Se sabe cuánto cuesta mantener cada unidad de producto almacenado
- ✚ Cuantos productos debe tener el inventario

Sin embargo existen inconvenientes en este enfoque, ya que en algún momento pueden presentarse faltantes, en consecuencia, la demanda no se satisface.

Si el sistema tiene un comportamiento estocástico, significa que la demanda de los productos no se puede predecir con exactitud, es decir, está involucrada la incertidumbre sobre cuál será el estado futuro por ejemplo, la demanda de un producto.

### II.1.1 CONTROL DE INVENTARIOS

La eficiencia del control de inventarios puede afectar la flexibilidad de operación de la empresa, a causa de que no se cuenta con el material necesario para llevar a cabo la producción, la cual genera retrasos, y sobre todo, costos adicionales. Para clarificar mas este punto, suponga que dos empresas esencialmente idénticas con la misma cantidad de inventario, pero con grandes diferencias en los grados de flexibilidad de sus operaciones, pueden tener inventarios desbalanceados, debido básicamente a controles ineficientes. Por ejemplo, en un determinado momento se puede tener abundancia de alguna materia y déficit de otra.

Finalmente, estas deficiencias tienen efectos negativos en la utilidad y en los niveles de servicio de la empresa, lo que ocasiona que los clientes busquen otros proveedores que cumplan sus órdenes de productos. En otras palabras, la falta de un control de inventarios para un nivel dado de flexibilidad afecta el monto de las inversiones que requieren, es decir, a menor eficiencia en el sistema de control de inventarios, mayor la necesidad de inversión. Consecuentemente, las altas inversiones en inventarios tendrán un impacto adverso en la utilidad de la empresa.

Expuesta la importancia de un sistema de control de inventarios cabe mencionar algunas cuestiones que son fundamentales para tener un manejo eficiente de inventarios (Heizer, 2007):

- ✚ Minimizar
  - ✓ Inversión en el inventario.
  - ✓ Costos de almacenamiento.
  - ✓ Perdidas por daños, obsolescencia o por artículos percederos.
- ✚ Mantener:
  - ✓ Inventario suficiente para que la producción no carezca de materias primas, partes y suministros.
  - ✓ Un transporte eficiente de los inventarios, incluyendo las funciones de despacho y recibo.
  - ✓ Un sistema eficiente de información del inventario.
- ✚ Proporcionar informes sobre el valor del inventario a contabilidad.
- ✚ Realizar compras de manera que se pueden lograr adquisiciones económicas y eficientes.
- ✚ Hacer pronósticos sobre futuras necesidades de inventario.

Se podría resumir que el objetivo primordial del control de inventario es tener la cantidad apropiada de materia prima, productos semi-terminados y terminados en la cantidad adecuada, tiempo oportuno y con el menor costo posible. Los costos que impactan son: de compra, adquisición y costo por no tener inventario. Por eso, es de suma importancia conocer la cantidad adecuada de materiales y productos necesarios para mantener los costos bajos.

Por estas razones, en la actualidad las empresas están realizando un gran número de proyectos, que buscan determinar las cantidades necesarias a comprar de los diferentes materiales para no tener escasez, o saber el número de piezas que se tienen que producir, así como obtener las cantidades mínimas y máximas para evitar retrasos en producción, altos costos, por mencionar algunos problemas.

### *II.1.2 TIPOS DE INVENTARIOS*

Es importante también conocer un poco más en detalle el tipo de inventario que se puede manejar en una empresa. A continuación se mencionaran algunos de ellos. Las definiciones son tomadas de Lieberman (2002).

- a) **Inventario perpetuo:** es el que se lleva en continuo acuerdo con las exigencias en el almacén. Por medio de un registro detallado que puede servir también como auxiliar, son útiles para preparar los estados financieros mensuales, trimestrales o provisionales.
- b) **Inventarios intermitentes:** este inventario se puede efectuar varias veces al año. Se recurre a él, por razones diversas no se pueden introducir en la contabilidad del inventario contable permanente al que se trata de cumplir en parte.
- c) **Inventario final:** este inventario se realiza al termino del ejercicio económico, generalmente al finalizar el periodo y puede ser utilizado para determinar un nueva situación patrimonial en ese sentido, después de efectuadas las operaciones mercantiles de dichos periodos.
- d) **Inventario mixto:** es de una clase de mercancías cuyas partidas no se identifican o no pueden identificarse con un lote en particular.
- e) **Inventarios de productos terminados:** este tipo de inventario es para todas las mercancías que un fabricante produce para vender a su cliente.
- f) **Inventario en tránsito:** es utilizado con el fin de sostener las operaciones para abastecer los conductos que ligan a las compañías con sus proveedores y sus clientes, respectivamente. Existe porque un material debe moverse de un lugar a otro, mientras el inventario se encuentra en camino, no puede tener una función útil para las plantas y los clientes, existen exclusivamente por el tiempo de transporte.
- g) **Inventario de materia prima:** en él se representan existencias de los insumos básicos de los materiales que habrá de incorporarse al proceso de fabricación de una compañía.
- h) **Inventarios en procesos:** son existencias que se tienen a medida que se añade mano de obra, otros materiales y de más costos indirectos a la materia prima bruta, la que se llegara a conformar ya sea un sub.-ensamble o componente de un producto terminado; mientras no concluya su proceso de fabricación, han de ser inventarios en procesos.

- i) **Inventario máximo:** debido al enfoque de control de masas empleados, existe el riesgo que el control de inventario pueda llegar demasiado alto para algunos artículos. Por lo tanto se establece un control de inventario máximo. Se mide en meses de demanda pronosticada.
- j) **Inventario mínimo:** es la cantidad mínima del inventario a ser mantenida en el almacén.
- k) **Inventario disponible:** es a aquel que se encuentra disponible para la producción o venta.
- l) **Inventario en línea:** es aquel que aguarda a ser procesado en la línea de producción.
- m) **Inventario en cuarentena:** es aquel que debe de cumplir con un periodo de almacenamiento antes de disponer del mismo, es aplicado a bienes de consumo, generalmente comestible u otros.
- n) **Inventario de previsión:** se tienen con el fin de cubrir una necesidad futura permanente definida. Se diferencia con el respecto a los de seguridad, en que los de previsión se tienen a la luz de una necesidad que se conoce con certeza razonable y por lo tanto, involucra un menor riesgo.
- o) **Inventario de seguridad:** son aquellos que existen en un lugar dado de la empresa como resultado de incertidumbre en la demanda u oferta de unidades en dicho lugar. Los inventarios de seguridad concernientes a materias primas, protegen contra la incertidumbre de la actuación de proveedores debido a factores con el tiempo de espera, huelgas, vacaciones o unidades que al ser de la mala calidad no podrán ser aceptadas. Se utilizan para prevenir faltantes debido a fluctuaciones inciertas de la demanda.
- p) **Inventario de anticipación:** son los que se establecen con anticipación a los periodos de mayor demanda, a programas de producción comercial o a un periodo de cierre de la planta. Básicamente los inventarios de anticipación almacenan horas-trabajos y horas-máquinas para futuras necesidades y limitan los cambios en la tasas de producción.

### *II.1.3 DETERMINACIÓN DEL PUNTO DE REORDEN*

Como transcurre cierto tiempo antes de recibirse el inventario ordenado, es importante hacer el pedido antes de que se agote el presente inventario, por ello se debe considerar el número de días necesarios para que el proveedor reciba y procese la solicitud, así como el tiempo en que los artículos estarán en tránsito.

Aquí están implicados dos conceptos importantes: el “lead time” y el punto de reorden (reorder time). El primero se refiere al tiempo transcurrido entre el pedido y la recepción de los productos. El segundo se refiere a que el inventario alcanza o llega a cierto nivel (Azadivar Farhad, 2008). Es decir el punto de reorden es un aviso al departamento encargado de colocar los pedidos, indicando que las existencias de determinado material o artículo han llegado a cierto nivel y que debe hacerse un nuevo pedido, por lo general cuando el inventario está en el nivel mínimo. Existen muchas formas de marcar el punto de reorden, puede ser un simple papel, una requisición a mano o por computadora, el cual advierte que debe hacerse un nuevo pedido. Una herramienta para este control de inventario, es utilizar la requisición, su definición se da enseguida.

La requisición ayuda a ahorrar trabajo administrativo, ya que se fijan puntos de control (por ejemplo los kanbans) y aprobación para que por medio de este se realicen nuevos pedidos de compras y que no lleguen a faltar materiales o artículos de los inventarios en las empresas (Azadivar Farhad, 2008).

Existen dos sistemas básicos que se usan la requisición de materiales para reponer las existencias, éstos son:

1. **Órdenes o pedidos fijos.** Aquí el objetivo es poner la orden cuando la cantidad en existencia es justamente suficiente para cubrir la demanda máxima que puede haber durante el tiempo que pasa en llegar el nuevo pedido al almacén.
2. **Resurtidos periódicos.** Este sistema es muy popular, en la mayoría de los casos cuando se tiene establecido el control de inventarios perpetuo. La idea principal de este sistema es conocer las existencias.

#### *II.1.4 MODELOS DE POLÍTICAS DE INVENTARIOS*

La metodología de estimación de políticas ayuda a responder el siguiente tipo de preguntas: ¿Cuándo debe revisarse el inventario?, ¿Cuándo ordenar? y ¿Cuánto ordenar?, tratándose de productos con demanda independiente o dependiente, estas preguntas puede variar significativamente debido a dos aspectos (Azadivar Farhad, 2008):

- ✚ El tipo de producto (terminado, semi-terminado o materia prima) y
- ✚ El ambiente de producción.

Tomando en cuenta que en el almacén se pueden guardar estos tipos de productos (terminado, semi-terminado o materia prima), es importante identificar adecuadamente las áreas que se destinarán para cada tipo de producto para poder determinar la política de inventario.

Respecto al ambiente de producción, se refiere a la elaboración de procedimientos (métodos de producción) que aseguren la generación de un producto final acorde con la especificación de requisitos de lo que se está analizando. También es importante definir los aspectos más relevantes para hacer una buena coordinación tomando en cuenta tres categorías:

1. Planeación de producción y abastecimiento.
2. Planeación de producción y distribución.
3. Planeación y distribución de los inventarios.

Todo esto se puede lograr a través de la cadena de suministro.

#### *II.1.5 CADENA DE SUMINISTRO*

Una cadena de suministro es una red de instalaciones y medios de distribución que tiene por función la obtención de materiales, transformación de dichos materiales en productos intermedios y productos terminados y distribución de estos productos terminados a los consumidores.

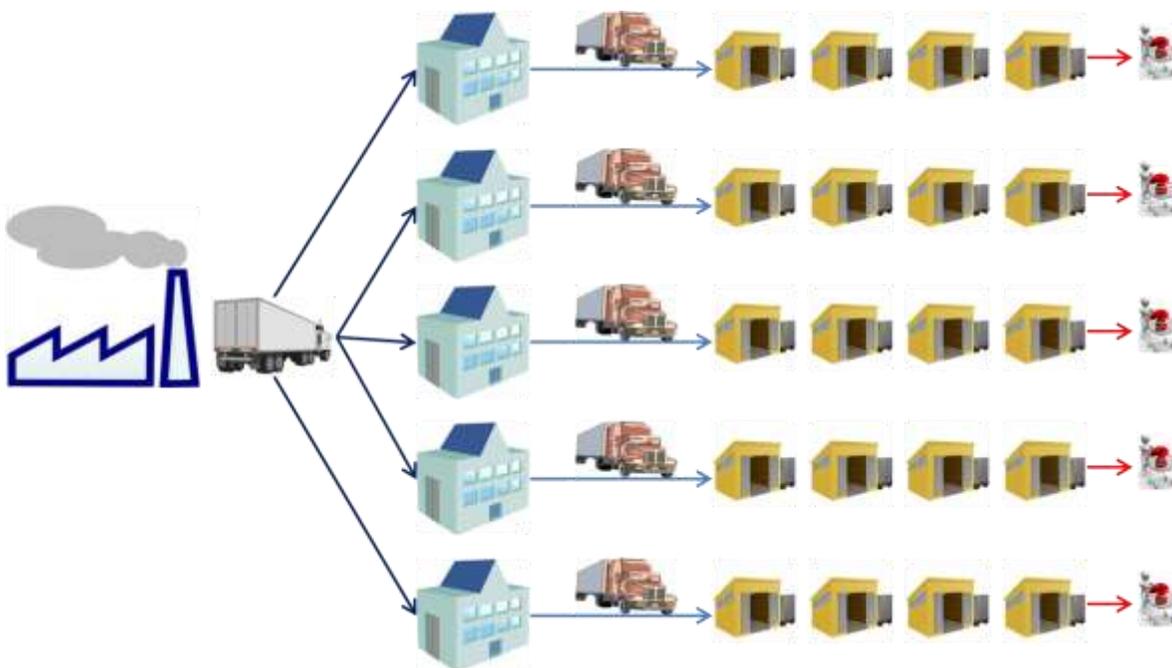
Una cadena de suministro consta de tres partes: el suministro, la fabricación y la distribución. La parte del suministro se concentra en cómo, dónde y cuándo se consiguen y suministran las materias primas para fabricación.

La fabricación convierte estas materias primas en productos terminados y la distribución asegura que dichos productos finales lleguen al consumidor a través de una red de distribuidores, almacenes y comercios minoristas. La cadena comienza con los proveedores de tus proveedores y termina con los clientes de tus clientes.

### II.1.5.1 SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN EN LA CADENA DE SUMINISTRO

Supongamos que la empresa tiene un sistema de distribución (figura II.2); es decir, su producto pasa primero por una pequeña bodega en la planta, después por una de varias bodegas regionales y finalmente es entregado a las bodegas de las tiendas que hacen la venta al consumidor final. Este caso es similar al de muchas empresas que fabrican productos que van al consumidor final por ejemplo, los productos para el aseo personal, los productos de uso casero, la ropa, y una gran cantidad de alimentos, etc.

Figura II.2 Sistema de distribución de una cadena de suministro



Fuente elaboración propia

Basados en lo anterior, cuando se detecta que el producto ya no está en la planta si no que se ya se posiciono en el mercado, nos falta hacernos algunas otras preguntas como (Chase, 2000):

- a) ¿Está el producto en el mercado porque así lo quiere la empresa o hay fallas en la cadena de suministro?

- b) ¿Tenemos fallas en el sistema de distribución? Es decir: no se tiene el producto que el consumidor final quiere en la tienda en el momento que lo quiere.
- c) ¿Acaso tenemos problemas en el mercado porque a menudo existen faltantes de materias primas para poder producir a tiempo?
- d) ¿Estamos dejando que nuestros clientes finales se cambien de marca por las fallas anteriores?

Examinando estas interrogantes nos pueden llevar a darnos cuenta que el problema no es el mercado sino el sistema de distribución o inclusive la cadena de suministro. Se debe analizar con más profundidad el problema de distribución o toda la cadena de suministro. La distribución implica solamente de la planta al mercado final y la cadena de suministro implica desde los proveedores (o antes) hasta el consumidor final. Los objetivos básicos de un sistema de distribución de clase mundial deberían ser los siguientes (Chase, 2000):

- a) Dar un mejor servicio al mercado (nuestros clientes directos).
- b) Tener menos inventario en el sistema (desde la planta hasta los clientes).
- c) Siempre tener lo que el mercado final quiere, en la tienda que lo quiere y en el momento que lo quiere.
- d) No perder ninguna venta al mercado final.

Los anteriores objetivos parecen contradictorios, al menos en lo que se refiere a dar mejor servicio con menor inventario. Esta aseveración nos indica la presencia de un conflicto no resuelto, es decir no existe un balance entre ambas partes, no se da el servicio perfecto por que se requiere mucho inventario y tener mucho inventario no es lo adecuado para nuestra empresa; entonces se necesita balancear el inventario y el servicio.

Una técnica que ayudaría a mejorar la cadena de suministros y controlar la política de inventarios sería la implementación de técnicas de control como los sistemas de planificación de requerimientos de materiales (MRP, Material Requirements Planning) y el sistema justo a tiempo (JIT, Just in Time), llevado a la práctica a través de la extensión del listado de materiales (por sus siglas en ingles Bill of Materials (BOM) comúnmente utilizado en los sistemas de manufactura discreta.

#### *II.1.6 SUPUESTOS EN MODELOS DE INVENTARIO*

En términos generales, los principales supuestos para desarrollar modelos de inventario se presentan a continuación (Azadivar Farhad, 2008):

- ✚ **Órdenes repetitivas:** la decisión de ordenar es repetitiva en el sentido que es repetida en forma regular. Por ejemplo, si el inventario de un artículo es muy pequeño se efectúa una orden, luego que el inventario vuelve a bajar se vuelve a emitir una orden, etc. Esta hipótesis no es adecuada en el caso de productos estacionales, por ejemplo, las chamarras (ropa de invierno). En tal caso, se emitirán algunas órdenes durante otoño y verano, pero no se volverá a ordenar hasta el año siguiente.

- ✚ **Demanda constante:** se asume que la demanda es conocida y ocurre a tasa constante. Por lo tanto, si la demanda anual es  $D$ , la demanda diaria será de  $d = D/365$ , suponiendo que se vende todos los días del año.
- ✚ **Tiempo de llegada constante (Lead time):** por tiempo de llegada (lead time  $L$ ) entenderemos el tiempo transcurrido entre la emisión de una orden y la llegada de los artículos solicitados.
- ✚ **Órdenes continuas:** se supone que se puede efectuar una orden en cualquier instante. En estos casos se habla de modelos de inventario con revisión continua. Si la revisión del inventario se hace a intervalos regulares se habla de modelos con revisión periódica. Tal es el caso de situaciones en la que solo se puede efectuar órdenes cada cierto periodo de tiempo.

Si bien la suposición de demanda y tiempo de llegada son constantes pueden estar alejadas de la realidad y ser restrictivas, sin embargo, existen muchas situaciones en las que estas hipótesis permiten obtener buenas aproximaciones con respecto a la situación de interés.

### II.1.7 MODELOS DETERMINÍSTICOS

El estudio se realizó usando un modelo de inventarios determinista ya que se adecua al comportamiento del sistema de producción.

#### II.1.7.1 MODELO DEL LOTE ECONÓMICO (EOQ)

Para formular el modelo de lote económico (EOQ, Economic Order Quantity) se introducen los siguientes supuestos (Azadivar Farhad, 2008):

1. La demanda es determinística y ocurre a tasa constante.
2. Si una orden de cualquier tamaño  $Q$  es efectuada, se incurre en un costo por ordenar  $C_o$ .
3. El tiempo de llegada para cada orden es nulo.
4. No se acepta mantener órdenes pendientes.
5. El costo por mantener una unidad en inventario durante el año es  $C_h$ .
6. Sea  $D$  el número de unidades demandada durante un año.
7. El costo  $C_o$  es adicional al costo  $C_p \times Q$  por comprar o producir  $Q$  unidades.

Nótese que el costo  $C_o$  por comprar o producir cada unidad es independiente del tamaño de la orden, lo que excluye la posibilidad de descuento según el tamaño de la orden.

El supuesto 3 impone la condición que la orden llega inmediatamente una vez que es emitida. Luego se verá que esta condición puede ser relajada.

Como se asume que las órdenes llegan instantáneamente, no se efectuará ninguna orden a menos que el nivel de inventario  $I$  sea nulo para no incurrir en un costo por inventario innecesario. El objetivo es evitar quedarse sin material. Supondremos que la cantidad  $Q$  ordenada cada vez que se efectúa una orden (cuando  $I = 0$ ) es constante.

Para determinar el valor óptimo  $Q^*$  que minimiza los costos totales de inventario  $CT(Q)$ , se construye la siguiente expresión:

$CT(Q) = \text{costo por ordenar} + \text{costo de compra} + \text{costo de mantención de inventario}$

Si se ordenan  $Q$  unidades cada vez y la demanda anual es  $D$ , entonces el número de órdenes por año es:

$$\frac{\text{Costo de ordenar}}{\text{año}} = \left( \frac{\text{costo de ordenar}}{\text{orden}} \right) \left( \frac{\text{órdenes}}{\text{año}} \right) = C_o \frac{D}{Q}$$

Para cualquier valor de  $Q$ , el costo unitario de compra es  $C_p$ . Debido a que la demanda anual  $D$  es independiente del tamaño de la orden, el costo anual de compra resulta:

$$\frac{\text{Costo de compra}}{\text{año}} = \left( \frac{\text{costo de compra}}{\text{unidad}} \right) \left( \frac{\text{unidades compradas}}{\text{año}} \right) = C_p D$$

Para calcular el costo por mantener unidades en inventario, supondremos que el nivel de inventario  $I(t)$  no es constante y varía en el tiempo. Si durante un intervalo de tiempo  $T$  el nivel medio de inventario es  $\bar{I}$ , el costo de almacenaje del periodo será:

$$\text{Costo por mantener el inventario durante el periodo } T = C_h \bar{I} T$$

Para aclarar las relaciones anteriores, considere el siguiente ejemplo. Sharp, Inc., una empresa que comercializa las agujas hipodérmicas indoloras en los hospitales, desea reducir sus costos de inventario mediante la determinación del número de agujas hipodérmicas que debe obtener en cada orden. La demanda anual es de 1000 unidades; el costo de preparación o por ordenar es \$10 u.m.; y el costo por manejo por unidad al año es \$ 0.50 u.m. Calcular el número óptimo de unidades ( $Q^*$ ), el número de órdenes ( $N$ ), el tiempo transcurrido ( $T$ ), y el costo total anual del inventario. Utilizar un año laboral de 250 días.

Usando los datos del problema:

$$D=1000 \quad S=10 \quad H=0.50$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{2(1000)(10)}{0.50}} = 200$$

$$N = \frac{D}{Q^*} = \frac{1000}{200} = 5$$

$$D=1000 \quad S=10 \quad H=0.50 \quad Q=200$$

$$T = \frac{\text{Número de días laborables}}{N} = \frac{250}{5} = 50$$

$$TC = \frac{D}{Q} S + \frac{Q}{2} H = \frac{1000}{200} (\$10) + \frac{200}{2} (\$0.5) = \$100 \text{ u. m.}$$

Así de acuerdo a estos resultados, se deben pedir 200 unidades, emitir 5 órdenes al año para cubrir las necesidades en periodos de 50 días entre una orden y otra, finalmente se incurrirá en un costo total de \$100 u.m.

### II.1.8 MODELOS PROBABILÍSTICOS DE INVENTARIO

En los modelos estocásticos de inventario la demanda se describe mediante una distribución de probabilidades. Los modelos se clasifican, en un sentido amplio, en situaciones de revisión continua y periódica. Los de revisión periódica incluyen tanto casos de un solo periodo como de varios periodos. Las soluciones propuestas van desde el uso de una versión probabilística de la cantidad económica de pedido determinista (CEP o EOQ, economic order quantity) hasta casos más complejos que se resuelven con programación dinámica. La naturaleza probabilística de la demanda conduce a modelos complejos que ha menudo no son fáciles de resolverlos a la práctica. Sin embargo, en las publicaciones se han reportado buenas implementaciones de inventario probabilístico (Hamdy, 2004).

### II.1.9 MODELOS CON DEMANDA PROBABILÍSTICA

De manera simplificada en los modelos de inventario se asume lo siguiente:

Demanda conocida y estable

Tiempo de espera constante

En la realidad por supuesto esto no es así, ya que pueden ocurrir situaciones como lo muestra la figura II.3.

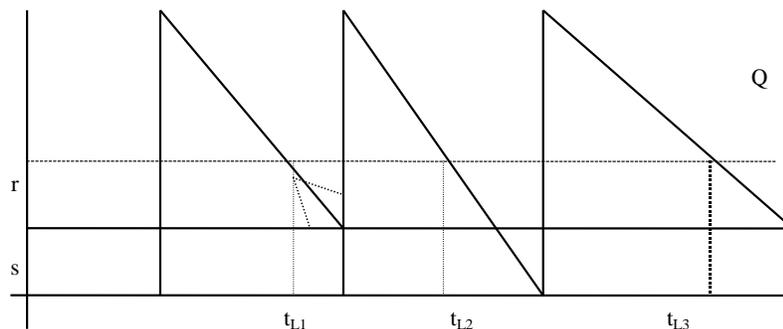


Figura II.3 Ejemplo de intervalos con demanda variable

En este caso:

- Existe una demanda variable
- Existe un tiempo de espera variable

Por lo tanto, la solución de este tipo problema ofrece dificultades considerables, sin embargo pueden abordarse usando un procedimiento de prueba y error, es decir, se asume un valor de

demanda constante y se calcula un punto de reorden, y usando este valor se vuelve a calcular un nuevo Q para otra demanda y nuevamente otro r, y así sucesivamente, hasta los valores de Q y r.

### II.1.9.1 MODELO SIMPLE

En este modelo se asume que  $t_L =$  constante y conocido, pero no la demanda la cual varía. En este modelo se desea encontrar la posibilidad de inexistencia de materiales, para así poder determinar un inventario de seguridad que garantice un nivel de protección para dar servicio a los clientes cuando se desconoce la demanda. Es importante tomar en cuenta que el cliente evalúa a la empresa a través del nivel de servicio, el cual se define a continuación.

- + **Nivel de servicio:** es el porcentaje de demanda que el cliente satisface con material proveniente del inventario, por ejemplo, un nivel de 100% representa la satisfacción de todos los requerimientos de cliente con material existente en “bodega”, es decir, no falto ningún producto de su pedido.

Por ejemplo la figura II.4 muestra el ejemplo de un nivel de servicio, la empresa para alcanzar un 100% de nivel debe de permanecer dentro del área sombreada, es decir siempre contar con materiales existentes y solo en ocasiones utilizar el inventario de seguridad o no tener existencia de sus materiales.

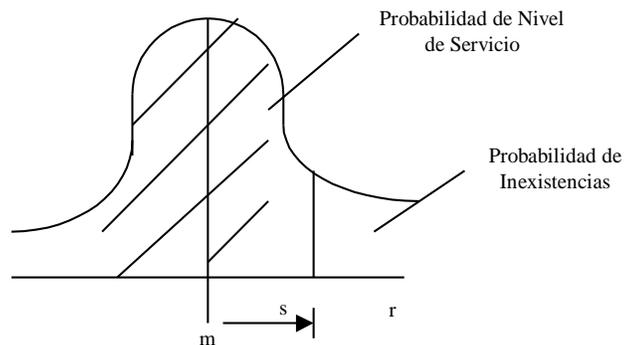


Figura II.4 Campana de niveles de servicio

Para ello es importante determinar el inventario de seguridad que se adecue a las necesidades de la empresa, este se denomina cálculo de inventario de seguridad para la política de revisión continua. Donde las variables:

- m = consumo efectuado durante el tiempo de espera.
- Z = factor de seguridad.
- s = inventario de seguridad.
- $\sigma_{tL}$  = desviación estándar de la demanda durante el tiempo de espera.
- $d_L$  = demanda diaria promedio.
- $\sigma_{diario}$  = desviación estándar diaria de la demanda.

$t_L$  = tiempo de espera.  
 $R$  = punto de reorden  
 $i$  = porcentaje de costo por manejo

$$r = m + s = d_L \times t_L + Z^* \sigma_{tL}$$

$$\text{donde } \sigma_{tL}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \dots + \sigma_n^2$$

$$\text{si } \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \dots \sigma_n = \sigma$$

Por lo tanto

$$\sigma_{tL}^2 = t_L \times \sigma^2$$

$$\sigma_{tL} = \sqrt{t_L \times \sigma^2}$$

El siguiente ejemplo sirve como panorama de la utilización de la fórmula anterior.

En una empresa la demanda diaria de un producto se encuentra distribuida normalmente con una media  $d=50$  (unidades/día), una desviación de  $\sigma_{\text{diario}}=5$  (unidades/día). El abastecimiento tiene un tiempo de espera de 6 días. El costo para emitir la orden es de \$8 u.m., el costo unitario de cada producto es de \$1.2 u.m. y los costos por manejo son del 20% del precio unitario. Se desea dar un nivel de servicio de 95%. ¿Cuál sería la política óptima? Considere 365 días al año.

$$D = d \times 365 = 50 \times 365 = 18250 \quad S = \$8 \text{ u.m.} \quad i = 0,2 \% \quad C = \$1,2 \text{ u.m.}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 * D * S}{i * C}} = \sqrt{\frac{2 * 50 * 365 * 8}{0,2 * 1,2}} = 1103 \text{ unidades}$$

Con base en la distribución normal con un 95%, obtenemos que el área bajo la curva es 0,5 + 0,45. Con este último valor se busca en la tabla de Z y  $u = 0$ . El valor de Z es 1,645.

Luego:

$$r = (d * t_L) + (z * \sigma_{tL})$$

$$r = (50 * 6) + 1,645 * \sigma_{tL}$$

Se conoce  $\sigma_{\text{diario}} = 5$  (unidades/día), tenemos que:

$$\sigma_{tL}^2 = t_L * \sigma_{\text{diario}}^2 = 6 * (5)^2 = 150$$

$$\sigma_{tL} = 12,2 \text{ (unidades) por el período de 6 días.}$$

$$r^* = 300 + 1,645 * 12,2 = 300 + 20 = 320 \text{ (unidades)}$$

Resultados:

-  La política es ordenar lotes de 1103 unidades
-  El punto de orden es de 320 unidades.
-  El Inv. Seguridad = 20 unidades.

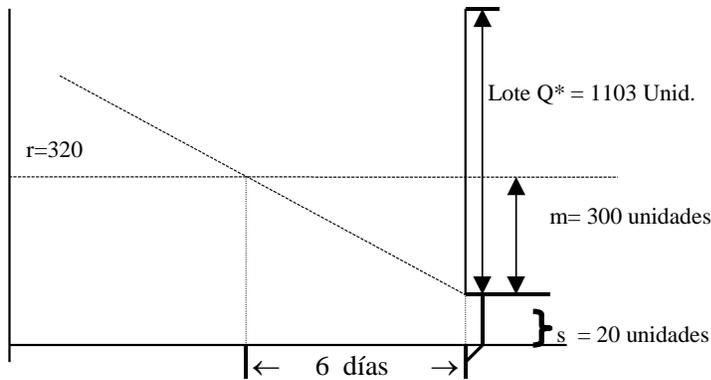


Figura II.5 Representación gráfica

### II.1.9.2 CALCULO DE INVENTARIO DE SEGURIDAD EN POLÍTICA DE REVISIÓN PERIÓDICA

A diferencia del modelo EOQ el presente modelo tiene un funcionamiento diferente debido a que:

- ✚ No existe un punto de reorden sino un objetivo de inventario
- ✚ No existe una cantidad económica del pedido, sino que la cantidad varía de acuerdo a la demanda.
- ✚ La longitud del intervalo tiempo (T) de compra es fijo y no la cantidad.

Estas características se ilustran en la figura II.6.

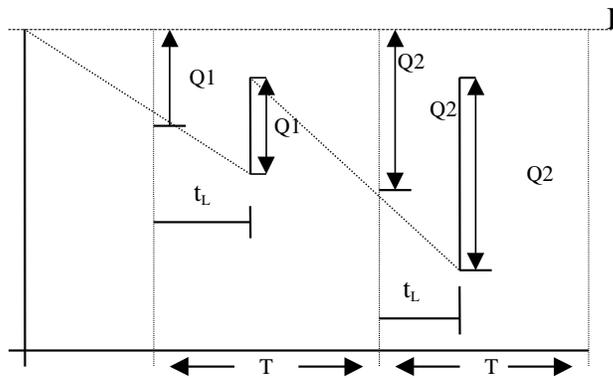


Figura II.6 Representación gráfica

Sustituyendo  $T = \frac{Q}{D}$  en la fórmula de EOQ, tenemos que:

$$T * Q = Q = \sqrt{\frac{2 * D * D}{i * C}} \quad T = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{2DS}{iC}}$$

Esta expresión proporciona un intervalo de revisión T aproximadamente óptimo. El nivel de inventario objetivo I, puede determinarse de acuerdo a un nivel de servicio especificado. Así el inventario objetivo se fija lo suficientemente alto para cubrir la demanda durante el tiempo de entrega más añadiendo el período de revisión. Este tiempo es el que condiciona el nivel máximo. Se

requiere este tiempo previsión, debido a que el material en almacén no será reabastecido sino hasta el siguiente período de revisión agregando el tiempo que tomará esa segunda entrega.

Donde, el tiempo total  $t_{LT} = T + t_L$

$$I = m' + s'$$

Desde:

- P = nivel de inventario objetivo
- $m'$  = demanda promedio durante el tiempo de  $T + t_L$
- $s'$  = Inventario de seguridad
- $s'$  =  $z * \sigma_{tL}$
- $\sigma_{tL+t}$  = La desviación estándar durante  $T + t_L$
- Z = Factor de seguridad

Para clarificar la formulación anterior se muestra el siguiente ejemplo. Sea una demanda (d)

- D = 200 (cajas/día)
- $t_L$  = 4 (días)
- $\sigma_{\text{diario}}$  = 150 (cajas/día)
- s = 20
- i = 20%
- c = 10(\$/caja)

Suponga que el almacén abre 5 días a la semana, 50 semanas, 250 días al año.

Con política de revisión permanente:

$$Q = \sqrt{\frac{2 * 200 * 250 * 200}{10 * 0.2}} = \sqrt{10^6} = 1000 \text{ cajas}$$

$$m = 200 \times 4 = 800 \text{ (unidades)}$$

$$\sigma_{tL}^2 = t_{L+t} * \sigma^2_{\text{diario}}$$

$$\sigma_{tL}^2 = 4 \times (150)^2 = 90.000$$

$$\sigma_{tL} = 300 \text{ (cajas/durante } t_L)$$

Nivel de servicio 95%  $\rightarrow Z = 1,645$

Inventario de Seguridad:

$$s = z * \sigma_{tL} = 495 \text{ (unidades)}$$

Punto de rReorden:

$$r = (d * t_{LT}) + (z * \sigma_{tL}) = 200 \times 4 + 1,65 \times 300 = 800 + 495 = 1295 \text{ (unidades)}$$

Para la política Revisión Periódica, tenemos que

$$T = Q = 1000 = 5 \text{ (días)}$$

$$D = 200$$

$$I = m' + s'$$

$$I = m' + Z \sigma_{tL+T}$$

$$m' = d * t_{L+T} = 200 \times 9 = 1800 \text{ (unidades)} = 9 * 150_2 = 202.500$$

$$\sigma_{tL+T}^2 = (t_L + T) * \sigma_d^2 = 202,500$$

$$\sigma_{tL+T} = 450 \text{ (unidades)}$$

Inventario de seguridad  $s'$ :

$$s' = 1.65 * 450 = 742 \text{ (unidades)}$$

Por lo tanto:

$$I = m' + s' = 1800 + 742 = 2542 \text{ (unidades)}$$

De acuerdo a revisión periódica se debe ordenar para lograr un nivel objetivo de  $I = 2542$  unidades y hacer revisión cada 5 días.

Si comparamos los inventarios de seguridad para cada una de las políticas, tenemos:

Política de Revisión Continúa:  $s = 495$  (unidades)

Política de Revisión Periódica:  $s' = 742$  (unidades)

La diferencia es debido a que en el sistema de revisión periódica el inventario de seguridad sirve para cubrir un período de tiempo  $(T + t_L)$ , mientras que en el sistema de revisión permanente el inventario de seguridad cubre un período  $t_L$

# CAPÍTULO III

## MODELO PARA DETERMINAR LA CANTIDAD DE ÓRDENES EN SISTEMAS DE INVENTARIOS MULTIPRODUCTO SUJETO A DIVERSAS RESTRICCIONES Y DESCUENTOS INCREMENTALES

Considerando las necesidades actuales de la empresa el modelo que se adecua a estos requerimientos es el que se presenta a continuación.

En los modelos de sistemas de inventarios multiproductos, existe un modelo propuesto por Güder (1994), el cual permite determinar cantidades óptimas de orden, tomando en cuenta una sola restricción de recursos, el modelo evalúa cada combinación factible del nivel de precios para cada artículo. Sin embargo, Cengiz Haksever & John Moussourakis (2006) señalan que debido a la naturaleza combinatoria el método de Güder es impráctico para una gran cantidad de productos; por ello los autores citados, proponen una mejora al modelo de Güder. El cual fue el utilizado en el presente estudio.

El modelo trabaja con los siguientes supuestos:

1. Se adopta un sistema de inventario para múltiples productos, con demanda conocida, independiente, constante y con reabastecimiento instantáneo.
2. El tiempo de espera entre órdenes debe ser constante y no se permite escasez.
3. El costo por ordenar cada producto es fijo e independiente del tamaño de orden.
4. El costo por mantener el inventario para cada producto, es un porcentaje del precio de compra, por unidad, por año.
5. Existe un solo proveedor para cada producto y ofrece descuentos incrementales por cantidad.

Algunas definiciones que son importantes para entender el modelo son:

-  Descuento único: un sólo costo para cualquier cantidad a ordenar.
-  Descuento incremental: descuentos por intervalos de cantidades.

- 🚦 Múltiples productos: en un sistema de inventarios es cuando se fabrican diferentes tipos de productos.

### III.1 FUNCIÓN OBJETIVO DEL MODELO

El objetivo es minimizar el costo anual por mantener, ordenar y abastecer el inventario, sujeto a restricciones lineales múltiples, tales como un límite en la inversión de inventario, espacio en el almacén, volumen, peso y un límite superior en el número de órdenes.

### III.2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

El modelo depende de la relación entre el número de órdenes y la cantidad a ordenar, que permite manejar múltiples restricciones y ofertas en el precio, a través de un modelo lineal.

La función para el número de órdenes del producto  $j$  está dada por,

$$N_j = f(X_j) = D_j / X_j$$

Donde:

$N_j$  Representa el número de órdenes que se realizaran para el producto  $j$ ,

$D_j$  Demanda anual del producto  $j$ ,

$X_j$  Cantidad a Ordenar del producto  $j$ .

La función es convexa (ver la figura III.1) la cual es aproximada mediante una serie de funciones lineales por tramos. La función es continua para toda  $1 \leq X_j \leq D_j$ , este intervalo tiene  $e_j$  sub-intervalos correspondiente a los intervalos de descuentos. El error de estimación,  $E_{hij}$ , para cualquier producto  $j$ , está dado por:

$$E_{hij} = L_{hij} - N_j = a_{hij} - b_{hij}X_{hij} - (D_j/X_{hij})$$

Donde:

$E_{hij}$  es el error de estimación del intervalo de descuento  $h$  del subintervalo  $i$  para el producto  $j$

$L_{hij}$  número de órdenes si se está en el subintervalo  $i$  del descuento  $h$  para el producto  $j$

$a_{hij}$  intersección en  $y$  de la línea que pasa a través de los puntos del extremo del subintervalo  $i$  del intervalo de descuento  $h$

$b_{hij}$  la pendiente de la línea que pasa a través de los puntos del extremo del subintervalo  $i$  del intervalo de descuento  $h$

$X_{hij}$  cantidad a pedir del producto  $j$  en el subintervalo  $i$  del intervalo de descuento  $h$

El error máximo se puede reducir a cualquier número finito mediante el incremento de los segmentos lineales. Una vez que el decisor elige el máximo error tolerable (TE) esto con base en su experiencia, el rango posible ( $X_j$ ) del tamaño de orden está dividida en tantos intervalos como sean necesarios, de modo que ningún segmento lineal sobrestime a  $N$  por más de TE. Se continúa el procedimiento de dividir un intervalo en el punto ( $X_{io}$ ) donde el error  $E_{hij}$  es máximo y por lo tanto se reduce la sobreestimación.

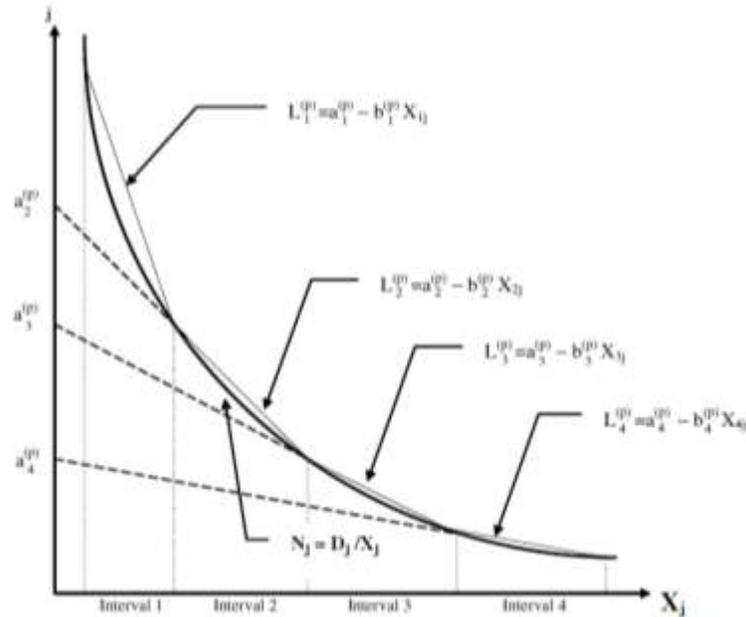


Figura III.1 Aproximación por intervalos del número de órdenes en el intervalo de descuento

Los proveedores ofrecen a menudo sus productos a precios bajos para que las empresas compren en grandes cantidades. Esto representa intervalos, de las cantidades a ordenar y se asigna un precio para cada intervalo, el cual es progresivamente más bajo en intervalos que contienen grandes cantidades. Esto se puede expresar de la siguiente manera:

$$P_j = \begin{cases} P_{1j} & \text{para } S_{1j} \leq X_j \leq U_{1j} \\ P_{2j} & \text{para } S_{2j} \leq X_j \leq U_{2j} \\ \vdots & \vdots \\ P_{ejj} & \text{para } S_{ejj} \leq X_j \end{cases}$$

donde

$P_j$  es el precio a pagar por el producto  $j$ ,

$P_{hj}$  es el precio que se pagará si la cantidad  $X_j$  de la orden cae en el intervalo de descuento  $h$ ,

$S_{hj}$  y  $U_{hj}$  son las cantidades que definen intervalos del descuento.

### III.3 EL MODELO

El modelo se presenta de la siguiente manera <sup>[5]</sup>:

$$\text{Min } TC(N_j, PO_j, AP_j) = \sum_{j=1}^K [CO_j N_j + \frac{1}{2} I(PO_j) + (AP_j) D_j] \quad (1)$$

Sujeto a:

$$L_{hij} = a_{hij} Y_{hij} - b_{hij} X_{hij} \quad \forall i=1,2,\dots,e_{hj}, h=1,2,\dots,e_j, j=1,2,\dots,k \quad (2)$$

$$Y_{hj} = \sum_{i=1}^{e_{hj}} Y_{hij} \quad \forall i=1,2,\dots,e_{hj}, h=1,2,\dots,e_j, j=1,2,\dots,k \quad (3)$$

$$\sum_{h=1}^{e_j} Y_{hj} = 1 \quad \forall i=1,2,\dots,e_{hj}, h=1,2,\dots,e_j, j=1,2,\dots,k \quad (4)$$

$$N_j = \sum_{h=1}^{e_j} \sum_{i=1}^{e_{hj}} L_{hij} \quad \forall i=1,2,\dots,e_{hj}, h=1,2,\dots,e_j, j=1,2,\dots,k \quad (5)$$

$$X_{hij} \geq n_{hij} Y_{hij} \quad \forall i=1,2,\dots,e_{hj}, h=1,2,\dots,e_j, j=1,2,\dots,k \quad (6)$$

$$X_{hij} \leq m_{hij} Y_{hij} \quad \forall i=1,2,\dots,e_{hj}, h=1,2,\dots,e_j, j=1,2,\dots,k \quad (7)$$

$$X_j = \sum_{h=1}^{e_j} \sum_{i=1}^{e_{hj}} X_{hij} \quad \forall i=1,2,\dots,e_{hj}, h=1,2,\dots,e_j, j=1,2,\dots,k \quad (8)$$

$$PO_j = \sum_{h=1}^{e_j} g_{hj} Y_{hj} + \sum_{h=1}^{e_j} \sum_{i=1}^{e_{hj}} P_{hj} X_{hij} \quad \forall i=1,2,\dots,e_{hj}, h=1,2,\dots,e_j, j=1,2,\dots,k \quad (9)$$

$$AP_j = \frac{1}{D_j} \sum_{h=1}^{e_j} \sum_{i=1}^{e_{hj}} g_{hj} L_{hij} + \sum_{h=1}^{e_j} P_{hj} Y_{hj} \quad \forall i=1,2,\dots,e_{hj}, h=1,2,\dots,e_j, j=1,2,\dots,k \quad (10)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{j=1}^k PO_j \leq MZ_1 + B_1 Z_2 \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^k w_{rj} \leq MZ_1 + B_r Z_2 \quad \forall r=2,3,\dots,v \quad (12)$$

$$Z_1 + Z_2 = 1 \quad (13)$$

$$T_j \geq \frac{1}{D_{min}} \quad (14)$$

$$T_j \leq RZ_1 + S_j Z_2 \quad (15)$$

$$T_j D_j - X_j = 0 \quad (16)$$

$$T_j - T_{j+1} \geq 1 - Z_1 - MZ_2 \quad \forall j=1,2,\dots,k-1 \quad (17)$$

$$T_j - T_{j+1} \leq 1 - Z_1 + MZ_2 \quad \forall j=1,2,\dots,k-1 \quad (18)$$

$$T_j, X_{hij}, X_j, L_{hij} \geq 0 \quad \forall h, i, j$$

$$Y_{hij}, Y_{hj} = 0, 1$$

$$Z_1, Z_2 = 0, 1$$

Donde los parámetros y las variables de decisión son:

- TC costo total anual del inventario
- k número de productos
- CO<sub>j</sub> costo de ordenar el producto j, j=1,2,..., k
- X<sub>j</sub> cantidad a ordenar del producto j

$PO_j$  cantidad a pagar por el tamaño de la orden  $X_j$  del producto  $j$   
 $I$  el porcentaje promedio del precio como costo de mantenimiento  
 $AP_j$  precio promedio por unidad que se tiene que pagar por el producto  $j$   
 $P_{hj}$  precio que se paga por las unidades que están en el intervalo de descuento  $h$ ,  $h=1,2,\dots,e_j$   
 $e_j$  número de intervalos de descuento en el precio disponibles para el producto  $j$   
 $e_{hj}$  número de subintervalos en los cuales la curva del número de órdenes ( $N_j$ ) se ha dividido para el descuento  $h$ -ésimo intervalo.  
 $D_j$  demanda anual del producto  $j$   
 $w_{rj}$  Cantidad del recurso  $r$  consumido por una unidad del producto  $j$   
 $v$  número de recursos limitados  
 $B_r$  disponibilidad del recurso  $r$   
 $L_{hij}$  número de órdenes si el tamaño de orden está en el subintervalo  $i$  del intervalo de descuento  $h$  para el producto  $j$   
 $a_{hij}$  intersección en  $y$  de la línea que pasa a través de los puntos del extremo del subintervalo  $i$  del intervalo de descuento  $h$   
 $b_{hij}$  la pendiente de la línea que pasa a través de los puntos del extremo del subintervalo  $i$  del intervalo de descuento  $h$   
 $n_{hj}, m_{hj}$  límite superior e inferior respectivamente del intervalo de descuento  $h$   
 $n_{hij}, m_{hij}$  límite superior e inferior respectivamente del subintervalo  $i$  del intervalo de descuento  $h$   
 $X_{hij}$  cantidad a pedir del producto  $j$  en el subintervalo  $i$ , del intervalo de descuento  $h$   
 $N_j$  número de órdenes que se realizaran para el producto  $j$   
 $T_j$  tiempo de ciclo para el producto  $j$  (tiempo de producción)  
 $Y_{hj}$  variables auxiliares para el producto  $j$ :  $Y_{hj} = 1$ , si  $X_j \in [n_{hj}, m_{hj}]$ ;  $Y_{hj} = 0$ , si no  
 $Y_{hij}$  variables auxiliares para el producto  $j$ :  $Y_{hij} = 1$ , si  $X_j \in [n_{hij}, m_{hij}]$ ;  $Y_{hij} = 0$ , si no  
 $S_j$  múltiplo de la demanda anual que se permite ser satisfecha por una sola orden del producto  $j$  y es constante  
 $R$  es la longitud de ciclo máximo permitido cuando se paga el precio más alto por producto  
 $M$  es una constante positiva muy grande  
 $g_{hj}$  una constante de entrada del modelo  
 $B_1$  presupuesto disponible para la inversión del inventario total

$Z_1, Z_2$  variable auxiliar que determina si el reabastecimiento de los materiales es de ciclo común para todos los productos,  $Z_1=1$  y  $Z_2=0$ , o bien si el reabastecimiento es independiente para cada producto  $Z_1=0$  y  $Z_2=1$ .

A continuación se hace una explicación del modelo y sus elementos principales, la función objetivo y las restricciones, la formulación matemática del modelo es:

- ✚ Función objetivo (1): es la suma de las funciones objetivo para todos los productos y tiene tres componentes: costo anual por ordenar, mantener y comprar.
- ✚ Restricción (2): representa el segmento de línea que aproxima la curva del número de órdenes, para el intervalo con el descuento  $h$ -ésimo, para el producto  $j$ -ésimo.
- ✚ Restricciones (3,4): juntas aseguran que solamente una ecuación del segmento de la línea sea diferente de cero, en la solución óptima ésta será la línea que aproxima el subintervalo seleccionado del intervalo óptimo de descuento.
- ✚ Restricción (5): determinan el número de órdenes para cada producto.
- ✚ Restricciones (6,7): determinan la cantidad de la orden ( $X_{hij}$ ) para cada subintervalo de cada intervalo de descuento para cada producto, debido a la variable binaria  $Y_{hij}$  solamente uno de estas órdenes será diferente de cero para cada producto.
- ✚ Restricción (8): determina la cantidad  $X_j$  de la orden como la suma de las  $X_{hij}$ , sólo una es diferente de cero, es decir, siempre habrá una orden.
- ✚ Restricción (9): determinan la cantidad total a pagar para cada orden del producto  $J$ .
- ✚ Restricción (10): determina el precio promedio para cada producto.
- ✚ Restricción (11): asegura que cualquier conjunto solución seleccionado, no exceda el presupuesto de la inversión total en el inventario.
- ✚ Restricción (12): asegura que los límites de los recursos no sean excedidos,
- ✚  $Z_1$  y  $Z_2$  son variables binarias que ayudan a determinar si el reabastecimiento de los materiales es de ciclo común para todos los productos,  $Z_1=1$  y  $Z_2=0$ , o bien si el reabastecimiento es independiente para cada producto  $Z_1=0$  y  $Z_2=1$ .
- ✚ Restricciones (11,12): serán redundantes si se elige un ciclo común.
- ✚ Restricción (13): garantiza que solamente uno de estas dos soluciones será tomada (ciclo común-ciclo independiente).
- ✚ Restricciones (14,15,16): determinan la duración de la orden y su tamaño.
- ✚ Restricciones (17,18) aseguran que si se elige un ciclo común, los tiempos de ciclo para todos los productos sean iguales. En otro caso estas restricciones serían redundantes.

# CAPÍTULO IV

## METODOLOGÍA

### IV.1 RECOLECCIÓN DE DATOS

Una vez ya descrito el modelo que se aplicó haciendo los ajustes necesarios para determinar las cantidades óptimas a pedir, el siguiente paso fue la recolección de los datos para alimentar el modelo. La empresa Adomex maneja una base de datos de producción en el software Excel de Microsoft office, la cual se presenta de la figura siguiente.

Tabla IV.1 Manejo de datos de producción en Excel

Liquid Line 2010																
Date	Order #	Product Number	Filter Media ID	TOTAL BMF Qty USED - Lyds	TOTAL BMF Qty SCRAP - Lyds	2 Media con sello debil	3 Material para set up	6 Sobrantes	7 Uniones	11 Material Dañado	Output Qty - EA Good Cartridges	Total labor hours	Machine Hours	Run Time	Lhr-lhr/rate	Actual vs Target Qty/lhr RATES 2010
01/03/08	106011	70-0708-1348-3	41-9102-0019-9	740	17			17			52	12.5	8	88.9%	4.16	250.60%
01/04/08	106011	70-0708-1348-3	41-9102-0019-9	1836	0						129	27	9	100.0%	4.78	287.82%
01/07/08	105140	70-0702-3126-4	41-9102-0020-7	3309	35		35				94	24	8	88.9%	3.92	235.94%
01/04/10	239248	70-0702-3126-4	41-9102-0020-7	3429	0						98	54	9	100.0%	1.81	#REF!
01/04/10	239248	70-0702-3126-4	41-9102-0020-7	2868	0						82	32	7.5	93.8%	2.56	#REF!
01/05/10	240175	70-0708-1349-1	41-9102-0020-7	1212	0						90	30	5	100.0%	3.00	#REF!

A continuación se describe cada una de las columnas para calificar la información dada en la tabla:

1. Date: aquí es donde se pone la fecha en la que empezó a fabricar la orden en el área de producción.
2. Order#: el número de orden es decir, (esta es para control de órdenes a nivel planta, no corresponde solo al área sino a toda la empresa )
3. Product Number: el número de producto que se va a producir.
4. Filter Media ID: el tipo de material en este caso *media* que se utilizará para rellenar el cartucho.
5. TOTAL BMF Qty USED – Lyds: la cantidad de *media* que se utilizó para hacer la cantidad total de cartuchos.
6. TOTAL BMF Qty SCRAP – Lyds: la cantidad de *media* que se desperdició o se echó a perder en el proceso.
7. Media con sello débil: es uno de los defectos más comunes en el proceso de producción, es cuando se hace la prueba de calidad y la media se rompe.

8. Material para set up: todo el material que se utiliza hasta que el proceso está en buenas condiciones para empezar la producción.
9. Sobrantes: en general es el material (media) u otros que quedan.
10. Uniones: es cuando en los rollos de media se presentan uniones de material para completar las medidas necesarias.
11. Material Dañado: todo aquel material que haya salido defectuoso o se haya dañado en el proceso de producción.
12. Output Qty - EA Good Cartridges: son el número de cartuchos en buen estado que salen de la orden en el turno correspondiente.
13. Total labor hours. Total de horas trabajadas por turno.
14. Machine Hours: las horas que las máquinas realmente estuvieron funcionando.
15. Run Time: es el tiempo en porcentaje que fue eficiente el uso de las máquinas.
16. Lhr-lhr/rate: Cantidad de horas hombre para cumplir con la orden realizada.
17. Actual vs Target Qty/lhr RATES 2010: Porcentaje de cumplimiento de la cantidad de cartuchos que salieron contra la que debería de salir.

La base de datos contiene toda la información relacionada con la producción del 2010, desde enero hasta diciembre, tiene 735 datos correspondientes a las órdenes que se realizaron en el periodo anteriormente mencionado. Cabe mencionar que los datos se agrupan por meses para tener un mejor control de la producción por meses.

Para fines de este estudio se decidió utilizar esta base de datos, ya que representa lo que realmente se fabricó durante el 2010. Dentro de la organización se cuenta también con una base de datos donde se muestran las órdenes programadas para la producción de la semana, pero solo pocas personas tienen acceso a esta información, por lo tanto, no se pudo acceder a ella, pero de igual manera se considera que es mejor tener los datos reales de producción y no solo las posibles órdenes a realizar, ya que esta base de datos de programación de órdenes varía debido a la cancelación o retraso de pedidos.

Analizando el tipo de información que tiene la base de datos se fue importante identificar cuáles son las columnas necesarias para el desarrollo del estudio considerando las siguientes: la columna 1 correspondiente a la fecha, 2 número de orden, 3 el número de producto, 4 tipo de media, 5 total de media utilizada, 14 cartuchos hechos. Ya que la información restante no fue relevante para la realización del trabajo.

## IV.2 AGRUPAMIENTO DE DATOS

Con los datos seleccionados se trabajó con cada uno de los meses para ordenar los datos, es decir, como se manejan las órdenes por día y por turno, existen órdenes que se llevaban a cabo en tres días en dos turnos. Así lo primero fue hacer la sumatoria de productos totales para cada orden para saber en qué cantidades totales se pide cada producto.

En la tabla IV.2 se observa que se agruparon los datos por número de orden esto indica la cantidad de cartuchos que se pidieron para cada producto. Además se agregó otra columna que mostrara el total de órdenes producidas por mes. Por ejemplo para el mes de enero se observa que en total se realizaron 29 órdenes de producción, algunas de ellas repiten el número de producto, pero cada una de las órdenes es para clientes diferentes.

**Tabla IV.2 Datos de producción enero agrupados por número de orden**

	<b>Fecha</b>	<b>Orden #</b>	<b>Número de producto</b>	<b>Media del filtro</b>	<b>Cantidad total de BMF usado</b>	<b>Cartuchos buenos</b>
<b>1</b>	01/07/08	105140	70-0702-3126-4	41-9102-0020-7	3309	94
<b>2</b>	01/03/08	106011	70-0708-1348-3	41-9102-0019-9	2576	181
<b>3</b>	01/04/10	239248	70-0702-3126-4	41-9102-0020-7	6287	180
<b>4</b>	01/05/10	240175	70-0708-1349-1	41-9102-0020-7	1212	90
<b>5</b>	01/05/10	240176	70-0708-1348-3	41-9102-0019-9	788	60
<b>6</b>	01/05/10	240177	70-0702-3125-6	41-9102-0019-9	6885	210
<b>7</b>	01/05/10	240304	70-0702-3124-9	41-9102-0018-1	5729	180
<b>8</b>	01/06/10	240557	70-0702-3127-2	41-9102-0021-5	4568	120
<b>9</b>	01/08/10	240567	70-0706-2357-7	41-9600-0026-7	3178	270
<b>10</b>	01/07/10	240770	70-0702-2611-6	41-9102-0018-1	658	30
<b>11</b>	01/07/10	241089	70-0708-1552-0	41-9600-0271-9	5196	210
<b>12</b>	01/11/10	241431	70-0702-3126-4	41-9102-0020-7	6306	180
<b>13</b>	01/12/10	241432	70-0702-3127-2	41-9102-0021-5	6287	180
<b>14</b>	01/13/10	242110	70-0708-1552-0	41-9600-0271-9	5155	210
<b>15</b>	01/14/10	242225	70-0702-3126-4	41-9102-0020-7	6319	180
<b>16</b>	01/15/10	242227	70-0708-1621-3	41-9102-0020-7	823	30
<b>17</b>	01/18/10	242807	70-0202-3968-0	41-9102-0021-5	1579	120
<b>18</b>	01/19/10	243061	70-0202-3968-0	41-9102-0021-5	7492	540
<b>19</b>	01/20/10	243176	70-0708-1352-5	41-9600-0026-7	1490	210
<b>20</b>	01/21/10	243184	70-0706-2357-7	41-9600-0026-7	3064	179
<b>21</b>	01/27/10	243526	70-0708-1552-0	41-9600-0271-9	4140	210
<b>22</b>	01/21/10	243527	70-0702-3125-6	41-9102-0019-9	9318	275
<b>23</b>	01/22/10	243817	70-0708-1351-7	41-9600-0025-9	1614	240
<b>24</b>	01/25/10	243869	70-0706-2356-9	41-9600-0025-9	3600	210
<b>25</b>	01/26/10	243879	70-0706-2358-5	41-9600-0027-5	3575	210
<b>26</b>	01/26/10	243890	70-0708-1353-3	41-9600-0027-5	204	30
<b>27</b>	01/26/10	243915	70-0708-1623-9	41-9600-0025-9	682	58
<b>28</b>	01/27/10	243917	70-0708-1352-5	41-9600-0026-7	951	70
<b>29</b>	01/28/10	244610	70-0702-3127-2	41-9102-0021-5	5383	150

Fue importante manejar este proceso con la mayor atención y cuidado posible ya que un tratamiento inadecuado de los datos no correspondería con la realidad, es el caso de tener más órdenes de las que realmente se produjeron o más cartuchos. Por ello fue importante durante el proceso de agrupamiento de datos estar cotejando la información resultante con la original, para comprobar que los resultados sean los mismos y no alterar la información. Se realizó este mismo proceso para cada uno de los meses.

El siguiente paso fue agrupar los datos por número de producto, para determinar el número de órdenes totales producidas en el mes y la cantidad de cartuchos realizados.

Una vez que se reúnen todos los datos en una sola tabla se sumaran las órdenes, cantidad de media utilizada y el total de cartucho producidos, para cada número de parte por mes, para obtener la tabla matriz de datos.

Con base en la matriz de datos, se logró la división de productos A, B y C, que se determinaron para este estudio haciendo la sumatoria total de todo el año para cada uno de los productos. En el año se realizaron 308 órdenes para 43 productos con un total de 43764 cartuchos.

### IV.3 DIVISIÓN DE INVENTARIO ABC

Una vez obtenidos los datos totales para cada producto se definió la clasificación de los productos en A, B y C de acuerdo a los resultados estadísticos. Se calcularon las frecuencias (relativa y acumulada), desviación estándar y media de los productos se obtuvo la tabla IV.3.

**Tabla IV.3 Productos realizados en 2010 para determinar productos tipo A**

Producto	Piezas hechas	Frecuencia relativa	Frecuencia acumulada	Z
70-0708-1887-0	2	0.00456997	0.00456997	-0.654976479
70-0708-1619-7	19	0.04341468	0.04798464	-0.644014718
70-0202-2614-0	20	0.04569966	0.09368431	-0.643369908
70-0202-5939-9	25	0.05712458	0.15080888	-0.640145861
70-0702-3127-4	27	0.06169454	0.21250343	-0.638856242
70-0708-1841-7	30	0.06854949	0.28105292	-0.636921813
70-0702-2614-0	30	0.06854949	0.34960241	-0.636921813
70-0202-5941-5	30	0.06854949	0.41815191	-0.636921813
70-0702-2612-4	34	0.07768943	0.49584133	-0.634342576
70-0708-1450-7	43	0.09825427	0.5940956	-0.62853929
70-0202-5940-7	44	0.10053926	0.69463486	-0.627894481
70-0708-1622-1	56	0.12795905	0.82259391	-0.620156767
70-0702-2613-2	66	0.15080888	0.9734028	-0.613708672
70-0708-1784-9	74	0.16908875	1.14249155	-0.608550196
70-0708-1351-3	90	0.20564848	1.34814002	-0.598233244
70-0708-1349-9	100	0.22849831	1.57663833	-0.59178515
70-0708-1621-3	109	0.24906316	1.82570149	-0.585981864
70-0708-1624-7	119	0.27191299	2.09761448	-0.579533769
70-0708-1618-9	134	0.30618773	2.40380221	-0.569861627
70-0708-1623-9	174	0.39758706	2.80138927	-0.544069248
70-0708-3126-4	240	0.54839594	3.34978521	-0.501511822
70-0708-1347-5	256	0.58495567	3.93474088	-0.49119487
70-0702-2611-6	264	0.60323554	4.53797642	-0.486036394
70-7023-2124-9	300	0.68549493	5.22347135	-0.462823253
70-0708-1350-9	342	0.78146422	6.00493556	-0.435741255
70-0708-1620-5	352	0.80431405	6.80924961	-0.42929316
70-0708-1451-5	405	0.92541815	7.73466776	-0.395118257

(Continúa)

Tabla IV.3 Productos realizados en 2010 para determinar productos tipo A (continuación)

Producto	Piezas hechas	Frecuencia relativa	Frecuencia acumulada	Z
41-7502-0076-2	520	1.18819121	8.92285897	-0.320965167
70-0708-1353-3	587	1.34128507	10.264144	-0.277762931
70-0708-1348-3	795	1.81656156	12.0807056	-0.143642559
70-0708-1352-5	1123	2.56603601	14.6467416	0.067854951
70-0706-2358-5	1391	3.17841148	17.8251531	0.240663893
70-0708-1351-7	1433	3.27438077	21.0995339	0.267745891
70-0706-2356-9	1607	3.67196783	24.7715017	0.379942741
70-0708-1774-0	1630	3.72452244	28.4960241	0.394773359
70-0706-2357-7	1890	4.31861804	32.8146422	0.562423825
70-0702-3127-2	2990	6.83209944	39.6467416	1.271714256
70-0702-3124-9	3380	7.72324285	47.3699845	1.523189954
70-0708-1552-0	3453	7.89004661	55.2600311	1.570261047
70-0708-1349-1	3607	8.24193401	63.5019651	1.669561707
70-0202-3968-0	4483	10.2435792	73.7455443	2.234414814
70-0702-3126-4	5273	12.0487158	85.7942601	2.743814306
70-0702-3125-6	6217	14.2057399	100	3.352514458

Para definir los productos A, se planteó la siguiente hipótesis:

$$H_0: Z \geq 1 \text{ los datos pertenecen a los productos A}$$

$$H_1: Z \leq 1 \text{ los datos pertenecen a los otros productos}$$

El valor de la media resultó:

$$\bar{x} = \frac{2 + 19 + 20 + 25 + \dots + 3607 + 4483 + 5273 + 6217}{43} = 1017.76744$$

La desviación estándar:

$$\sigma = 1569.19962$$

Finalmente, las Z se calcularon usando la siguiente expresión para cada uno de los productos:

$$Z = \frac{n - \bar{x}}{\sigma}$$

Por lo tanto, en la tabla IV.4 vemos que solo los últimos 7 productos son lo que entrarían en la clasificación de los A.

Tabla IV.4 Productos tipo A en el inventario

Producto	Piezas hechas	Z
70-0702-3127-2	2990	1.271714256
70-0702-3124-9	3380	1.523189954
70-0708-1552-0	3453	1.570261047
70-0708-1349-1	3607	1.669561707
70-0202-3968-0	4483	2.234414814
70-0702-3126-4	5273	2.743814306
70-0702-3125-6	6217	3.352514458

Con los datos restantes se siguió el mismo procedimiento, resultando 7 productos en la categoría A, 6 en la B y 30 en la C. Una representación gráfica de esta clasificación se muestra en el siguiente esquema:

### Porcentajes para cada clasificación de productos

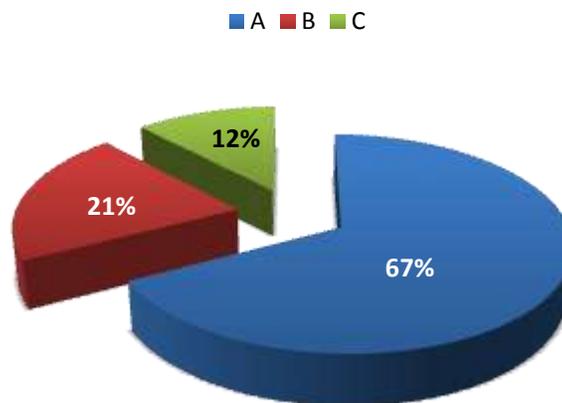


Figura IV.1 Porcentaje total de acuerdo a lo producido en el 2010

#### IV.4 DESCRIPCIÓN DE LOS PRODUCTOS DE TIPO A

Los productos que son de tipo A en el inventario de la empresa corresponden a:

- ✚ 70-0702-3127-2
- ✚ 70-0702-3124-9
- ✚ 70-0708-1552-0
- ✚ 70-0708-1349-1
- ✚ 70-0202-3968-0
- ✚ 70-0702-3126-4
- ✚ 70-0702-3125-6

De acuerdo a esta información, se efectuó la búsqueda de cada uno de estos productos en los BOM (por sus siglas en inglés Bills of materials) conocida como hoja de descripción de materias primas para el producto. En esta se pueden encontrar cada uno de los materiales que componen el producto y las cantidades necesarias de cada uno de estos para poder llevar a cabo la producción, lo cual se puede ver en la figura IV.2.

Para cada uno de los 7 productos se buscó la hoja de descripción de productos para saber cuáles eran los materiales que tienen en común para producción de los cartuchos, obteniendo las siguientes tablas tabla IV.5 y tabla IV.6.



Figura IV.2 Vista del BOM

Tabla IV.5 Materias primas para cada producto parte 1

Producto				Demanda	Core	Wrapp	Malla	Tapa Arriba 1	Tapa Arriba 2	
70-0708-1552-0	742B	40"	1 Micron	4,500	4,500	4,500	4,500	4,500		
70-0702-3125-6	744B	40"	5 Micrones	6,400	6,400	6,400	6,400	6,400		
70-0702-3126-4	745B	40"	10 Micrones	5,800	5,800	5,800	5,800	5,800		
70-0702-3127-2	746B	40"	15 Micrones	3,100	3,100	3,100	3,100	3,100		
70-0202-3968-0	744BK	30"	5 Micrones	4,900	4,900	4,900	4,900		4,900	
70-0708-1349-1	742BK	30"	1 Micron	3,000	3,000	3,000	3,000		3,000	
70-0702-3124-9	743B	40"	2 Micrones	3,400	3,400	3,400	3,400		3,400	
<b>Total de material a utilizar</b>						31,100	31,100	31,100	19,800	11,300

Tabla IV.6 Materias primas para cada producto parte 2

Producto				Demanda	Tapa Abajo	Oring 1	Oring 2	Anillo 1	Anillo 2
70-0708-1552-0	742B	40"	1 Micron	4,500	4,500	4,500		4,500	
70-0702-3125-6	744B	40"	5 Micrones	6,400	6,400	6,400		6,400	
70-0702-3126-4	745B	40"	10 Micrones	5,800	5,800	5,800		5,800	
70-0702-3127-2	746B	40"	15 Micrones	3,100	3,100	3,100		3,100	
70-0202-3968-0	744BK	30"	5 Micrones	4,900	4,900		4,900		4,900
70-0708-1349-1	742BK	30"	1 Micron	3,000	3,000		3,000		3,000
70-0702-3124-9	743B	40"	2 Micrones	3,400	3,400		3,400		3,400

En la columna de producto se observa el número de parte con el que se maneja el producto en la empresa, después el nombre que se le da, la medida estándar y el tipo de media que se utiliza, la demanda anual que se espera para el 2012 Las siguientes columnas pertenecen a los materiales utilizados para la manufactura de los productos

#### IV.5 OBTENCIÓN DE PRECIOS PARA LOS PRODUCTOS

La empresa posee dos sistemas de almacenamiento de información: la producción e inventarios. El primero Oracle un sistema de gestión de base de datos objeto-relacional (ORDBMS por sus siglas en inglés Object-Relational Data Base Management System). Este sistema muestra datos de las órdenes de producción hechas por los clientes a la empresa, así como el estatus de cada uno de los materiales que se manejan en la empresa. La figura IV.3 muestra gráficamente un ejemplo del sistema. Esta base de datos fue diseñada para que las organizaciones puedan controlar y gestionar grandes volúmenes de contenidos no estructurados con el objetivo de reducir los costos y los riesgos asociados a la pérdida de información.

Un segundo sistema interno se utiliza para el control de inventarios llamado MRP o sistemas de Planificación de Requerimientos de Materiales (por sus siglas en inglés Material Requirements Planning) integran las actividades de producción y compras. Programan las adquisiciones a proveedores en función de producción programada.

La figura IV.4 muestra vista de la pantalla del sistema MRP, contiene la información del producto que se va a realizar, esto se ve en la primera parte de la pantalla. El Item No es el nombre que tiene el material que se utilizará, después se presenta una breve descripción del producto, las unidades, las cantidades, el costo por unidad y finalmente el costo total de las unidades a utilizar. En la segunda parte de la pantalla se muestra Code el cual es un código de manejo interno (en la empresa) es la clave con la que se conoce el producto, la descripción del proceso, las unidades manejadas, las cantidades disponibles, la cantidad a utilizar, el costo del material a utilizar, el costo unitario y los sub códigos.

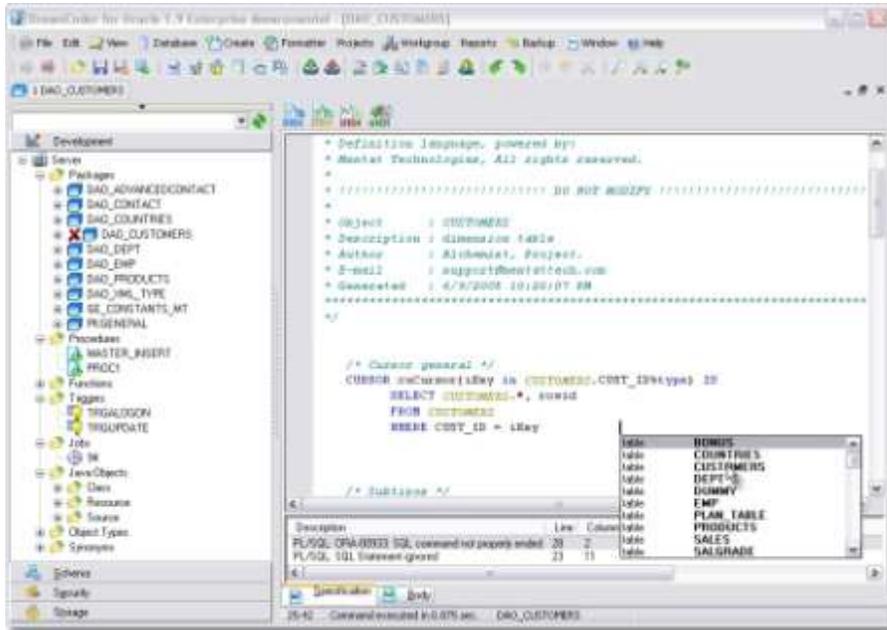


Figura IV.3 Vista del software Oracle

Maintain Revenue Table

Revenue No.: 200100

Item No.: 200100 Warehouse No.: 01

Item No.	Description	U/M	Quantity	Purch. Cost	Amount
C1-F3	AAF3	Un.	1000	12,00 \$	12 000,00 \$
C2-25P	Connective TRYV	Un.	1500	0,75 \$	1 125,00 \$
C.ACGC	CG Adapter card	Un.	500	35,00 \$	17 500,00 \$
<b>Total:</b>					<b>30 625,00 \$</b>

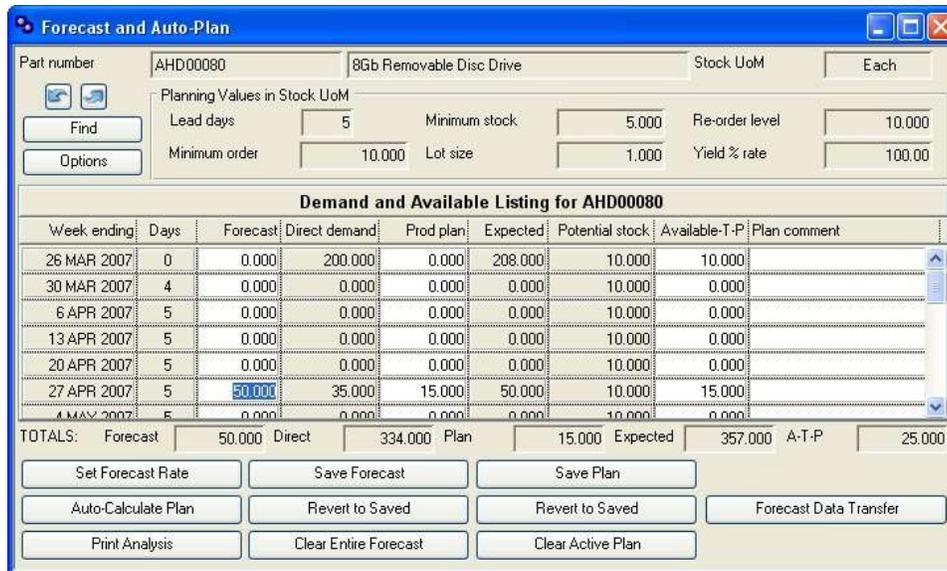
Code	Description	U/M	Quantity	Rate	Amount	G/L Code	G/L Subcode
PRE-M8324	Preparation	Un.	500	5,00 \$	2 500,00 \$	5500	1
ASS-PRC1	Assembling - Phase 1	Un.	500	20,00 \$	10 000,00 \$	5003	2
DIV-PRC	Miscellaneous	Un.	1000	2,00 \$	2 000,00 \$	5001	2
ASS-PRC2	Assembling - Phase 2	Un.	500	28,00 \$	14 000,00 \$	5003	2
EMB-PRC	Packaging	Un.	500	4,00 \$	2 000,00 \$	5002	2
<b>Total:</b>					<b>30 500,00 \$</b>		

Max Qty per Batch: 500 Ext. Cost: 61 125,00 \$

Produced Qty per Rev.: 500 Un. Unit Price: 122,25 \$

Figura IV.4 Vista de tabla de costos en MRP

En la figura IV.5 se observa cómo se maneja una parte del plan de producción, muestra el part number (número de parte) este se le asigna a cada uno de los productos que se manejan, Stock UoM es la cantidades por las que se maneja por ejemplo each(por pieza). Lead days son los días disponibles para el producto. Minimum stock son las cantidades mínimas que se pueden tener de ese número de parte o producto. Re-order level es el nivel de reorden. Minimum order son las cantidades mínimas por las que se piden los productos. Lot size el máximo de productos que se pueden manejar por un solo lote. Yield % rate es el aprovechamiento general de máquinas y materiales para ese producto.



**Figura IV.5 Vista de Plan de producción del MRP**

Las columnas muestran Week ending es la fecha en que se terminó de fabricar el producto. Days los días de producción del producto. Forecast es la cantidad de piezas a se van a realizar o realizadas para ese número de parte. Direct demanda muestra lo que el cliente está pidiendo. Prod plan es lo que se pretende realizar en un solo día de producción. Expected son la cantidad de piezas totales para terminar la orden, Potential stock son las piezas disponibles como inventario de seguridad. Available T-P son las piezas totales disponibles. Plan comment aquí van los comentarios en caso de tener desechos, retrasos o falta de materiales.

Como se mencionó estos dos sistemas son lo que mantienen la información actualizada de los productos a producir y de los materiales disponibles en el inventario, además en estos se encuentra la información de los proveedores de los materiales y de los costos manejados para cada uno de ellos.

Para fines de esta investigación fue necesario realizar una tabla en la cual se pudiera tener de manera puntual cada uno de los costos de los productos, así como los intervalos de descuento para cada uno de ellos. Con la ayuda de los dos sistemas mencionados anteriormente se realizó una tabla en Excel la cual mostrará los datos necesarios para poder desarrollar el modelo matemático para definir las cantidades de las órdenes y materiales necesarios.

Toda la información necesaria para el desarrollo del modelo matemático la podemos localizar en la tabla IV.7, esta tabla contiene los intervalos de descuento manejados para cada una de las 10 materias primas necesarias para cubrir los 7 productos que se manejan en el inventario A.

<b>Precios Por pieza</b>																
<b>intervalo</b>	<b>Anillo 1</b>			<b>Tapa Arriba 2</b>			<b>Tapa Arriba</b>			<b>Core</b>			<b>Anillo 2</b>			<b>intervalo</b>
	<b>1</b>			<b>2</b>			<b>3</b>			<b>4</b>			<b>5</b>			
	<b># piezas</b>	<b>Precio</b>		<b># piezas</b>	<b>Precio</b>		<b># piezas</b>	<b>Precio</b>		<b># piezas</b>	<b>Precio</b>		<b># piezas</b>	<b>Precio</b>		
<b>1</b>	1	10,000	1.37	1	5,180	1.98	1	5,180	1.35	1	2,500	0.91	1	10,000	1.59	1
<b>2</b>	10,001	20,000	1.34	5,181	10,360	1.88	5,181	10,360	1.32	2,501	5,000	0.89	10,001	20,000	1.55	2
<b>3</b>				10,361	15,000	1.79	10,361	15,540	1.29	5,001	8,000	0.86	20,001	30,000	1.52	3
<b>4</b>							15,541	20,720	1.25	8,001	12,000	0.83	30,001	40,000	1.47	4
<b>Precio de mantener (I)</b>		0.11		0.05			0.15			0.19			0.11			
<b>Costo de poner la orden (COj)</b>		203		188			188			150			203			
<b>Tiempo de ciclo (Tj)</b>		54.54		33.96			32.72			25.71			51.42			
<b>Demanda (Dj)</b>		19800		11300			19800			11300			31100			
<b>Demanda D min</b>		3300		1900			3300			1900			5200			
<b>Consumo por unidad (Wrj)</b>		1		1			1			1			1			
<b>intervalo</b>	<b>Oring 1</b>			<b>Oring 2</b>			<b>Malla</b>			<b>Wrapp</b>			<b>Tapa Abajo</b>			<b>intervalo</b>
	<b>6</b>			<b>7</b>			<b>8</b>			<b>9</b>			<b>10</b>			
	<b># piezas</b>	<b>Precio</b>		<b># piezas</b>	<b>Precio</b>		<b># piezas</b>	<b>Precio</b>		<b># piezas</b>	<b>Precio</b>		<b># piezas</b>	<b>Precio</b>		
<b>1</b>	1	3,000	1.15	1	5,000	1.99	1	5,000	1.42	1	5,000	0.31	1	5,650	1.18	1
<b>2</b>	3,001	6,001	1.12	5,001	10,000	1.95	5,001	10,000	1.39	5,001	10,000	0.29	5,651	11,300	1.15	2
<b>3</b>	6,002	9,000	1.09	10,001	15,000	1.89	10,001	20,000	1.34	10,001	20,000	0.26	11,301	16,950	1.12	3
<b>4</b>	9,001	12,000	1.06	15,001	20,000	1.85	20,001	30,000	1.32	20,001	30,000	0.24	16,951	22,600	1.08	4
<b>5</b>				20,001	25,000	1.81	30,001	40,000	1.29	30,001	40,000	0.22	22,601	28,250	1.05	5
<b>6</b>													28,251	33,900	1.01	6
<b>Precio de mantener (I)</b>		0.05		0.05			0.19			0.09			0.15			
<b>Costo de poner la orden (COj)</b>		43		43			155			175			188			
<b>Tiempo de ciclo (Tj)</b>		12.55		27.27			86.76			24.32			30.41			
<b>Demanda (Dj)</b>		19800		22600			31100			31100			31100			
<b>Demanda D min</b>		3300		3800			5200			5200			5200			
<b>Consumo por unidad (Wrj)</b>		1		2			1			1			1			

Tabla IV.7 Precios para los 10 productos necesarios para la manufactura de productos

# CAPÍTULO V

## APLICACIÓN DEL MODELO Y RESULTADOS

En el presente capítulo se explica cómo se aplicaron los datos del apartado anterior para el modelo matemático expuesto en el capítulo III.

### V.1 MODELO MATEMÁTICO CON DATOS REALES

Una vez obtenidos los datos mostrados en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se usaron como datos de entrada para el modelo se obtuvieron un total de 230 restricciones, de las cuales 44 variables son enteras. Para su resolución se empleó el software computacional LINGO 12.0.

#### **Función objetivo:**

$$\text{Minimizar}=(203*N1+(1/2*0.11*PO1)+19800*AP1)+(188*N2+(1/2*0.05*PO2)+11300*AP2)+(188*N3+(1/2*0.15*PO3)+19800*AP3)+(150*N4+(1/2*0.19*PO4)+11300*AP4)+(203*N5+(1/2*0.11*PO5)+31000*AP5)+(43*N6+(1/2*0.05*PO6)+19800*AP6)+(43*N7+(1/2*0.05*PO7)+22600*AP7)+(155*N8+(1/2*0.19*PO8)+31100*AP8)+(175*N9+(1/2*0.09*PO9)+31100*AP9)+(188*N0+(1/2*0.15*PO1)+31100*AP0);$$

#### **Sujeto a:**

$$\begin{aligned}L211 &= 10000*Y211 - (-0.0000030)*X211; \\L221 &= 20000*Y211 - 0.0000670*X221; \\Y21 &= Y211 + Y221; \\Y21 &= 1; \\N1 &= L211 + L221; \\X211 &\geq 1*Y211; \\X211 &\leq 10000*Y211; \\X1 &= X211 + X221; \\PO1 &= (300)*Y21 + (1.37*X211 + 1.34*X221); \\AP1 &= (1/19800*(300*L211)) + (1.37 + 1.34)*Y21; \\1/2*PO1 &\leq 1000000*Z1 + (0.11*AP1(X1)/2)*Z2; \\1*X1 &\leq 1000000*Z1 + (1/2*PO1)*Z2; \\Z1 + Z2 &= 1; \\54.54*T1 &\geq (1/3300); \end{aligned}$$

$54.54 * T1 \leq 1650 * Z1 + 3300 * Z2;$   
 $54.54 * T1 * 19800 - X1 = 0;$   
 $54.54 * T1 - 33.96 * T2 - 32.72 * T3 - 25.71 * T4 - 51.42 * T5 - 12.55 * T6 - 27.27 * T7 - 86.76 * T8 - 24.32 * T9 - 30.41 * T0 \geq 1 - Z1 - 1000000 * Z2;$

Para ver el modelo completo dirigirse al anexo 3.

## RESULTADOS OBTENIDOS

Una vez corrido el modelo matemático se obtuvieron los resultados mostrados en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..**

El TC (costo total anual del inventario) \$2,916,318.

En la primer columna de la tabla V.2 se tiene el número del producto al que pertenece J, la segunda columna corresponde al número de órdenes anuales por hacerse para cumplir con la demanda, la tercera columna indica la cantidad de productos a pedir en cada una de las órdenes para el producto J, la cuarta columna pertenece al precio o costo total a pagar por cada una de las órdenes que se harán del producto J, la quinta columna es el precio a pagar por cada una de las piezas de la orden, la sexta columna denota el intervalo de descuento en el que se pedirán los productos J, la séptima columna es la demanda anual del producto J, la octava es el precio que unitario que se paga por cada pieza, la novena columna muestra el precio de mantener una unidad de producto en el almacén, la decima columna nos muestra el precio que tiene poner la orden con el proveedor del producto J.

A manera de ejemplo, se puede observar en dicha tabla, para el producto 1 se colocarán 3 órdenes en todo el año, cada una de 6,600 con un costo de \$10,178.88. Para este caso, el intervalo en el que se compraran las órdenes serán en el 1ro, al efectuar estas tres órdenes se cumplirá con la demanda establecida para el producto, que es un total de 19,800 piezas, y así sucesivamente con cada uno de los producto que se utilizan para la producción.

La empresa considera 360 días laborales, por lo tanto, las órdenes se harán en el siguiente orden:

**Tabla V.1 Meses y días aproximados entre orden y orden**

Numero de órdenes	Meses	Días
2	6	180
3	4	120
5	2.4	72
6	2	60

Por ejemplo, para el producto de tres órdenes estas se pedirán cada 4 meses o 120 días. Estas fechas se calendarizaran para conocer el día exacto en que se pedirá el producto.

J	$N_j$	$X_j$	$PO_j$	$AP_j$	$X_{hij}$	$D_j$	$P_{hj}$	I	$C_{oj}$
Producto	Número de órdenes para el producto j	Cantidad a ordenar del producto j	Cantidad a pagar por el tamaño de la orden	Precio promedio por unidad a pagar del producto j	Intervalo de descuento	Demanda	Precio del intervalo	Precio de mantener	costo de ordenar el producto j
1	3	6,600	\$10,178.8896	\$1.542256	1	19,800	\$1.37	\$0.11	\$203
2	5	2,260	\$5,494.17074	\$2.431049	1	11,300	\$1.98	\$0.05	\$188
3	5	3,960	\$18,162.5994	\$4.586515	1	19,800	\$1.35	\$0.15	\$188
4	2	5,650	\$14,921.8478	\$2.641035	2	11,300	\$0.89	\$0.19	\$150
5	3	10,367	\$14,901.8138	\$1.437474	2	31,100	\$1.55	\$0.11	\$203
6	3	6,600	\$9,393.9978	\$1.423333	4	19,800	\$1.09	\$0.05	\$43
7	6	3,767	\$7,434.56757	\$1.973779	1	22,600	\$1.99	\$0.05	\$43
8	5	6,220	\$8,133.12272	\$1.307576	2	31,100	\$1.39	\$0.19	\$155
9	3	10,367	\$7,668.39957	\$0.739717	4	31,100	\$0.29	\$0.09	\$175
10	5	6,220	\$8,702.37712	\$1.399096	2	31,100	\$1.15	\$0.15	\$188

Tabla V.2 Resultados de la aplicación del modelo matemático

## V.2 VALIDACIÓN

Para validar el modelo se utilizó una comparación entre el número de órdenes puestas en el 2010 contra el número de órdenes que se colocaran en el 2012. Las tablas siguientes presentan el resultado:

**Tabla V.3 Precios totales para el 2012**

Producto	Órdenes	Cantidad a pagar por el tamaño de la orden	Demanda	Precio por producto	Precio de mantener	costo de ordenar el producto j
1	3	\$ 10,178.8896	19,800	\$ 1.5423	\$ 0.11	\$ 203
2	5	\$ 5,494.1707	11,300	\$ 2.4310	\$ 0.05	\$ 188
3	5	\$ 18,162.5994	19,800	\$ 4.5865	\$ 0.15	\$ 188
4	2	\$ 14,921.8478	11,300	\$ 2.6410	\$ 0.19	\$ 150
5	3	\$ 14,901.8138	31,100	\$ 1.4375	\$ 0.11	\$ 203
6	3	\$ 9,393.9978	19,800	\$ 1.4233	\$ 0.05	\$ 43
7	6	\$ 7,434.5676	22,600	\$ 1.9738	\$ 0.05	\$ 43
8	5	\$ 8,133.1227	31,100	\$ 1.3076	\$ 0.19	\$ 155
9	3	\$ 7,668.3996	31,100	\$ 0.7397	\$ 0.09	\$ 175
10	5	\$ 8,702.3771	31,100	\$ 1.3991	\$ 0.15	\$ 188
<b>Total</b>	40	\$ 104,991.7861	229,000	\$ 19.4818	\$ 1.14	\$ 1,536

**Tabla V.4 Precios del 2010**

Producto J	Órdenes	Cantidad se pagó por la orden	Demanda	Precio unitario del producto	Precio de mantener	costo de ordenar el producto j
1	6	\$ 13,580.9175	17,820	\$ 1.35	\$ 0.108	\$ 199
2	6	\$ 7,522.6418	10,735	\$ 1.95	\$ 0.049	\$ 184
3	6	\$ 16,848.4794	18,810	\$ 1.33	\$ 0.147	\$ 184
4	6	\$ 13,336.7192	10,735	\$ 0.90	\$ 0.186	\$ 147
5	6	\$ 16,039.3227	29,545	\$ 1.57	\$ 0.108	\$ 199
6	6	\$ 9,367.3156	18,810	\$ 1.13	\$ 0.049	\$ 42
7	6	\$ 8,677.8581	21,470	\$ 1.96	\$ 0.049	\$ 42
8	6	\$ 8,354.0223	29,545	\$ 1.40	\$ 0.186	\$ 152
9	6	\$ 8,437.6232	29,545	\$ 0.31	\$ 0.088	\$ 172
10	6	\$ 9,284.0320	29,545	\$ 1.16	\$ 0.147	\$ 184
<b>Total</b>	60	\$ 111,448.9318	216,560	\$ 13.0513	\$ 1.12	\$ 1,505

Considerando los datos de las dos tablas se observan las siguientes mejoras; en el 2010 para todos los productos se colocaron 6 órdenes cada una de ellas en periodos bimestrales, con un total de 60 órdenes para cumplir con la demanda de los productos. Mientras que en el 2012 solo se efectuaran 40 órdenes para cumplir con la demanda, por tanto, se tiene una mejora del 33.33% disminuyendo 20 órdenes.

Con respecto a las cantidades que se pagaron en el 2010 la suma total fue de \$111,448.9318 cada vez que se pide una orden para cada producto, en cambio para el año 2012 será \$104,991.7861, es decir, no obstante, que los precios aumentaron en el 2012 se tiene un ahorro promedio de \$6457.1457, obteniendo un ahorro de 5.79%. Al disminuir el número total de órdenes se produjo dicho ahorro, una vez comparándolo con el 3% de ahorro que se tenía planeado inicialmente se cumplió con la meta de la empresa.

# CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La investigación realizada tuvo como objetivo principal proponer a la empresa Adomex una política de inventarios para decidir la cantidad óptima de producto a ordenar usando un modelo matemático. Considerando este objetivo y las necesidades de la empresa se seleccionó un modelo propuesto por Cengiz Haksever y John Moussourakis que permite determinar la cantidad de órdenes en sistemas de inventarios multiproducto sujeto a diversas restricciones y descuentos incrementales.

Debido a que la empresa maneja una gran variedad de productos, fue necesario conocer como está compuesto su inventario, además de que el proyecto de política de inventario se utilizó la técnica de ABC para clasificarlos. Se obtuvieron los siguiente resultados: del total de los 43 productos que se manejan en la empresa sólo 7 son del tipo A estos corresponden a la mayor cantidad total de piezas y a los que se producen con mayor frecuencia, al tipo B, corresponden 6 que son lo que se manufacturan regularmente y finalmente los tipo C son 30 productos, estos últimos pertenecen a pedidos especiales y a productos muestra, entre otros.

Una vez realizada la clasificación se determinó la cantidad de materiales a pedir en cada una de las órdenes y cada cuánto tiempo se deben de efectuar los pedidos para evitar escasez. Estas órdenes se llevan a cabo para cada uno de los 7 productos que se manejan en el inventario tipo A. Los periodos en los cuales se hacen los pedidos son: el más frecuente es cada 60 días y el de mayor tiempo es de 180 días. La cantidad mínima de material a pedir es 2,260 piezas y la máxima es de 10,367 piezas por orden.

Para conseguir las metas del estudio, fue necesario hacer una búsqueda de la información relevante para alimentar el modelo, por ejemplo: los costos, las órdenes de producción y los proveedores que maneja la empresa. Esta fue una de las etapas más arduas debido a la renuencia de la organización para otorgar la información necesaria. Otro problema, fue esperar una cantidad considerable de tiempo para que las bases de datos fuesen dadas. Cabe mencionar que por cuestiones de seguridad, la empresa, solicitó que no se proporcionará el nombre real.

Durante este proceso, es pertinente señalar que una vez que se tuvo la información se procedió a la limpieza de los datos. Esta fase fue larga y tediosa, debido al mal estado de la información. Esta parte del estudio fue de suma importancia, ya que si no se hace un adecuado y correcto uso de la información o datos, los resultados pueden ser dudosos y no ajustarse a la situación real. Por ejemplo, al momento que se hace la limpieza de los datos en cada uno de los pasos se debe corroborar la consistencia entre la base de datos nueva y la obtenida, es decir, que la información no muestre contradicciones.

Una parte fundamental del modelo matemático fue interpretar las 18 restricciones, ya que las empresas manejan de diferente manera su información y esto hace, que algunos datos sean

malinterpretados. Debido al número de restricciones involucradas en el modelo en combinación con los productos se obtuvo un modelo con 230 restricciones.

Cabe destacar que en el presente trabajo, se utilizó Excel para la división de los productos y Lingo 12.0 para la solución del modelo. Estos dos últimos softwares son fáciles de utilizar, y por su parte lingo no requiere de conocimientos de programación, solo de modelación matemática. En contraste, los autores mencionados para resolver este modelo emplearon lenguajes de programación Express Solver Engine, además desarrollaron un código en SplitV4 de Visual Basic para Excel y finalmente Multi-Product Multi-Constraint Incremental Discount Problem Generator. Como puede advertirse es sumamente complicado.

En efecto, se advierte que para la resolución del problema formulado en el estudio no fue necesario emplear lenguajes de programación muy sofisticados como los mencionados anteriormente, sino un software muy sencillo y accesible.

# REFERENCIAS

1. Adam Everett E Jr., et. al. Administración de la Producción y las Operaciones, cuarta edición Prentice Hall Hispanoamericana, S.A., México, 1991.
2. Aghezzaf, E.-H. Production Planning and Warehouse Management in Supply Networks with Inter-Facility Mold Transfers. *European Journal of Operational Research*, Vol. 182 (3):1122-1139, 2007.
3. Albornoz, V., Contesse, L. Modelos de Optimización Robusta para un Problema de Planeación Agregada de la Producción bajo Incertidumbre en las Demandas. *Investigación Operativa*, Vol. 7(3): 1-15, 1999.
4. Azadivar Farhad, Atul Rangarajan, *Operations Research and Management Science Handbook, Inventory Control*, Capitulo 10. 2008.
5. Cengiz Haksever & John Moussourakis, "Determining order quantities in multi-product inventory systems subject to multiple constraints and incremental discounts ", *European journal of operational research*, pp 16, 2006.
6. Chase, R., Aquilano, N., Jacobs, R. Administración de producción y operaciones - Manufactura y servicios. Irwin/McGraw-Hill, 8va Ed. Pags. 4-19, 548-569, 2000.
7. Domínguez-Machuca, J., Álvarez, Ma. J., García S., Domínguez-Machuca, M. y Ruíz, A. (1995a): Dirección de Operaciones "Aspectos Estratégicos en la Producción y los Servicios. McGraw-Hill, Págs. 63-90, 141-146, 1995.
8. Elizondo Cortés Mayra, "Un sistema para el diseño de inventarios: el caso de una microempresa distribuidora de instrumentos para la medición de fluidos", Tesis Unam, 2000.
9. Frederick S. Hillier and Gerald J. Liberman, "Investigación de operaciones", Editorial Mc Graw Hill, 7ma edición, pp.935-1004, 2002.
10. Gazmuri, P., Arrate, I. Modeling and Visualization for a Production Planning Decision Support System. *International Transactions in Operational Research*, Vol. 2(3): 249-258, 1995.
11. Gomes da Silva, C.; Figueira, J.; Lisboa, J.; Barman, S. An interactive decision support system for an aggregate production planning model based on multiple criteria mixed integer linear programming. *Omega*, Vol. 34(2): 167-177, 2006.
12. Hax, A., Candea, D. *Production and Inventory Management*. Prentice- Hall. Págs. 69-101. 1984.
13. Heizer, J., Render, B. Dirección de la producción y operaciones: Decisiones estratégicas. Pearson Educación, 8va Ed., Págs. 3-24, 36-61. 2007.

14. Heizer, J., Render, B. Dirección de la producción y operaciones: Decisiones estratégicas. Pearson Educación, 8va Ed., Págs. 109-134. 2008.
15. Jaber, M. Y. Inventory Management Non-Classical views, CRC Press, Págs. 1-43, 2009.
16. Jolayemi, J.; Olorunniwo, F. A Deterministic Model for Planning Production Quantities in a Multi-Plant, Multi-Warehouse Environment with Extensible Capacities. International Journal of Production Economics, Vol. 87(2): 99-113, 2004.
17. Nájera Prieto, Rodolfo Israel, "Diseño de una política de inventario y predicción de la demanda dentro de una PyME dedicada a la manufactura de muebles metálicos", tesis Unam, 2010.
18. Nam, S., Logendran, R. Aggregate Production Planning - A Survey of Models and Methodologies. European Journal of Operational Research, Vol. 61(3): 255-272, 1992.
19. Noori Hamid et., al., Administración de Operaciones y Producción: Calidad total y Respuesta Sensible Rápida. Mc Graw Hill, México, 1998
20. Pochet, Y., Wolsey, L.A. Production Planning by Mixed Integer Programming. Springer, 2006.
21. Render Barry, et. Al., Principios de Administración de Operaciones, Prentice Hall Hispanoamericana; México, 1996.
22. Richard J. Tersine, Principles of Inventory and Materials Management, p 2-3, 1999, Ed. North-Holland.
23. Robbin Stephen P., Coulter Mary. Administración, sexta edición, Prentice Hall, 1999
24. Schroeder Roger G. Administración de Operaciones. Toma de decisiones en la función de Operaciones, tercera edición, Mc Graw Hill, México, 1993.
25. Sven Axsäter, "Inventory control", Editorial Springer, 2da Edición, pp1-77, 2006.
26. Taha Hamdy, Investigación de operaciones, 7ma edición, pp 559-578, 2004
27. Victor E. Molima Aznar, "Administracion de almacenes y control de inventarios", Ediciones Fiscales Isef, pp 153, 1995.
28. Timpe, C.; Kallrath, J. Optimal Planning in Large Multi-Site Production Networks. European Journal of Operational Research, Vol. 126(2): 422-435, 2000.
29. Vercellis, C. Multi-Plant Production Planning in Capacitated Self-Configuring Two-Stage Serial Systems. European Journal of Operational Research, Vol. 119(2): 451-460, 1999.

## ANEXO 1 AGRUPAMIENTO DE DATOS

Como se menciona en el capítulo IV primeramente se seleccionaron los datos con los que se desarrollaría la investigación para ordenar los datos, las órdenes se hacen en por día y por turno, hay órdenes que se llevaban a cabo en tres días en 2 turnos. Primeramente se realizó la sumatoria de productos para cada orden con el fin de saber qué cantidades totales se piden en cada producto. Como podemos ver en tabla 1.1, el número de orden 106011 se realizó en dos días diferentes, por lo tanto, se sumaron el total de cartuchos realizados en los dos días para determinar de qué tamaño fue la orden de producción, lo mismo sucedió con el total de la media utilizada, y así de manera semejante, para cada una de las órdenes producidas en diferentes fechas.

Tabla 1.1 Datos de producción de enero

Fecha	Orden #	Número de producto	Media del filtro	Cantidad total de BMF usado	Cartuchos buenos
01/03/08	106011	70-0708-1348-3	41-9102-0019-9	740	52
01/04/08	106011	70-0708-1348-3	41-9102-0019-9	1836	129
01/07/08	105140	70-0702-3126-4	41-9102-0020-7	3309	94
01/04/10	239248	70-0702-3126-4	41-9102-0020-7	3429	98
01/04/10	239248	70-0702-3126-4	41-9102-0020-7	2868	82
01/05/10	240175	70-0708-1349-1	41-9102-0020-7	1212	90
01/05/10	240176	70-0708-1348-3	41-9102-0019-9	788	60
01/05/10	240177	70-0702-3125-6	41-9102-0019-9	139	7
01/05/10	240177	70-0702-3125-6	41-9102-0019-9	2652	83
01/05/10	240304	70-0702-3124-9	41-9102-0018-1	606	19

En la tabla 1.2 se observa que se agruparon los datos por número de orden esto indica la cantidad de cartuchos que se pidieron para cada producto. Además se agregó otra columna que mostrara el total de órdenes producidas por mes. En el mes de enero se realizaron 29 órdenes de producción, algunas de ellas repiten el número de producto, pero cada una de las órdenes es para clientes diferentes.

Tabla 1.2 Datos de producción enero agrupados por número de orden

	Fecha	Orden #	Número de producto	Media del filtro	Cantidad total de BMF usado	Cartuchos buenos
1	01/07/08	105140	70-0702-3126-4	41-9102-0020-7	3309	94
2	01/03/08	106011	70-0708-1348-3	41-9102-0019-9	2576	181
3	01/04/10	239248	70-0702-3126-4	41-9102-0020-7	6287	180
4	01/05/10	240175	70-0708-1349-1	41-9102-0020-7	1212	90
5	01/05/10	240176	70-0708-1348-3	41-9102-0019-9	788	60
6	01/05/10	240177	70-0702-3125-6	41-9102-0019-9	6885	210
7	01/05/10	240304	70-0702-3124-9	41-9102-0018-1	5729	180
8	01/06/10	240557	70-0702-3127-2	41-9102-0021-5	4568	120
9	01/08/10	240567	70-0706-2357-7	41-9600-0026-7	3178	270

(Continúa)

Tabla 1.2 Datos de producción enero agrupados por número de orden (continuación)

Fecha	Orden #	Número de producto	Media del filtro	Cantidad total de BMF usado	Cartuchos buenos	
10	01/07/10	240770	70-0702-2611-6	41-9102-0018-1	658	30
11	01/07/10	241089	70-0708-1552-0	41-9600-0271-9	5196	210
12	01/11/10	241431	70-0702-3126-4	41-9102-0020-7	6306	180
13	01/12/10	241432	70-0702-3127-2	41-9102-0021-5	6287	180
14	01/13/10	242110	70-0708-1552-0	41-9600-0271-9	5155	210
15	01/14/10	242225	70-0702-3126-4	41-9102-0020-7	6319	180
16	01/15/10	242227	70-0708-1621-3	41-9102-0020-7	823	30
17	01/18/10	242807	70-0202-3968-0	41-9102-0021-5	1579	120
18	01/19/10	243061	70-0202-3968-0	41-9102-0021-5	7492	540
19	01/20/10	243176	70-0708-1352-5	41-9600-0026-7	1490	210
20	01/21/10	243184	70-0706-2357-7	41-9600-0026-7	3064	179
21	01/27/10	243526	70-0708-1552-0	41-9600-0271-9	4140	210
22	01/21/10	243527	70-0702-3125-6	41-9102-0019-9	9318	275
23	01/22/10	243817	70-0708-1351-7	41-9600-0025-9	1614	240
24	01/25/10	243869	70-0706-2356-9	41-9600-0025-9	3600	210
25	01/26/10	243879	70-0706-2358-5	41-9600-0027-5	3575	210
26	01/26/10	243890	70-0708-1353-3	41-9600-0027-5	204	30
27	01/26/10	243915	70-0708-1623-9	41-9600-0025-9	682	58
28	01/27/10	243917	70-0708-1352-5	41-9600-0026-7	951	70
29	01/28/10	244610	70-0702-3127-2	41-9102-0021-5	5383	150

El siguiente paso fue agrupar los datos por número de producto, para determinar el número de órdenes totales producidas en el mes y la cantidad de cartuchos realizados (tabla 1.3).

Tabla 1.3 Agrupamiento de productos por mes por sumar

Fecha	Número de producto	Media del filtro	Cantidad total de BMF usado	Cartuchos buenos	Enero	
					Órdenes	Total
08/26/10	7-0708-1349-9	41-9102-0020-7	1408	100		
01/18/10	70-0202-3968-0	41-9102-0021-5	1579	120		120
01/19/10	70-0202-3968-0	41-9102-0021-5	7492	540		540
02/18/10	70-0202-3968-0	41-9102-0021-5	30699	2330		
05/31/10	70-0202-3968-0	41-9102-0021-5	14	2		
09/01/10	70-0202-3968-0	41-9102-0021-5	52	4		

Una vez que se juntan todos los datos en una sola tabla se sumaran las órdenes cantidad de media utilizada y el total de cartucho producidos para cada número de parte por mes, para obtener la tabla matriz de datos.

Con base en la matriz de datos, se logró la división de productos A, B y C, que se determinaron para este estudio haciendo la sumatoria total de todo el año para cada uno de los productos. En el año se realizaron 308 órdenes para 43 productos con un total de 43764 cartuchos (tabla 1.4).

Tabla 1.4 Agrupamiento por mes de producto suma total

Fecha	Número de producto	Media del filtro	Cantidad total de BMF usado	Cartuchos buenos	Febrero		Noviembre		Abril	
					Órdenes	Total	Órdenes	Total	Órdenes	Total
01/05/10	70-0702-3125-6	41-9102-0019-9	6885	2046	3	658	4	1089	1	299
01/07/10	70-0702-3126-4	41-9102-0020-7	3309	809			2	346	2	463
01/18/10	70-0202-3968-0	41-9102-0021-5	1579	2330	1	2330				
01/05/10	70-0708-1349-1	41-9102-0020-7	1212	3083			3	1988	1	1095
01/07/10	70-0708-1552-0	41-9600-0271-9	5196	1305	1	240	2	285	2	780
01/05/10	70-0702-3124-9	41-9102-0018-1	5729	1471	2	562	3	531	2	378

## ANEXO 2 DIVISIÓN DE INVENTARIO ABC

Para la definición de los productos Una vez conseguidos los datos totales para cada producto se definió la clasificación de los productos en A, B y C de acuerdo a los resultados estadísticos. Se calcularon las frecuencias (relativa y acumulada), desviación estándar y media de los productos se obtuvo la tabla 2.1.

Tabla 2.1 Productos realizados en 2010 para determinar productos tipo A

Producto	Piezas hechas	Frecuencia relativa	Frecuencia acumulada	Z
70-0708-1887-0	2	0.00456997	0.00456997	-0.654976479
70-0708-1619-7	19	0.04341468	0.04798464	-0.644014718
70-0202-2614-0	20	0.04569966	0.09368431	-0.643369908
70-0202-5939-9	25	0.05712458	0.15080888	-0.640145861
70-0702-3127-4	27	0.06169454	0.21250343	-0.638856242
70-0708-1841-7	30	0.06854949	0.28105292	-0.636921813
70-0702-2614-0	30	0.06854949	0.34960241	-0.636921813
70-0202-5941-5	30	0.06854949	0.41815191	-0.636921813
70-0702-2612-4	34	0.07768943	0.49584133	-0.634342576
70-0708-1450-7	43	0.09825427	0.5940956	-0.62853929
70-0202-5940-7	44	0.10053926	0.69463486	-0.627894481
70-0708-1622-1	56	0.12795905	0.82259391	-0.620156767
70-0702-2613-2	66	0.15080888	0.9734028	-0.613708672
70-0708-1784-9	74	0.16908875	1.14249155	-0.608550196
70-0708-1351-3	90	0.20564848	1.34814002	-0.598233244
70-0708-1349-9	100	0.22849831	1.57663833	-0.59178515
70-0708-1621-3	109	0.24906316	1.82570149	-0.585981864
70-0708-1624-7	119	0.27191299	2.09761448	-0.579533769
70-0708-1618-9	134	0.30618773	2.40380221	-0.569861627
70-0708-1623-9	174	0.39758706	2.80138927	-0.544069248
70-0708-3126-4	240	0.54839594	3.34978521	-0.501511822
70-0708-1347-5	256	0.58495567	3.93474088	-0.49119487
70-0702-2611-6	264	0.60323554	4.53797642	-0.486036394
70-7023-2124-9	300	0.68549493	5.22347135	-0.462823253
70-0708-1350-9	342	0.78146422	6.00493556	-0.435741255
70-0708-1620-5	352	0.80431405	6.80924961	-0.42929316
70-0708-1451-5	405	0.92541815	7.73466776	-0.395118257
41-7502-0076-2	520	1.18819121	8.92285897	-0.320965167
70-0708-1353-3	587	1.34128507	10.264144	-0.277762931
70-0708-1348-3	795	1.81656156	12.0807056	-0.143642559
70-0708-1352-5	1123	2.56603601	14.6467416	0.067854951
70-0706-2358-5	1391	3.17841148	17.8251531	0.240663893
70-0708-1351-7	1433	3.27438077	21.0995339	0.267745891
70-0706-2356-9	1607	3.67196783	24.7715017	0.379942741
70-0708-1774-0	1630	3.72452244	28.4960241	0.394773359
70-0706-2357-7	1890	4.31861804	32.8146422	0.562423825
70-0702-3127-2	2990	6.83209944	39.6467416	1.271714256
70-0702-3124-9	3380	7.72324285	47.3699845	1.523189954

(continúa)

Tabla 2.1 Productos realizados en 2010 para determinar productos tipo A (continuación)

Producto	Piezas hechas	Frecuencia relativa	Frecuencia acumulada	Z
70-0708-1552-0	3453	7.89004661	55.2600311	1.570261047
70-0708-1349-1	3607	8.24193401	63.5019651	1.669561707
70-0202-3968-0	4483	10.2435792	73.7455443	2.234414814
70-0702-3126-4	5273	12.0487158	85.7942601	2.743814306
70-0702-3125-6	6217	14.2057399	100	3.352514458

Para definir los productos A, se planteó la siguiente hipótesis:

$$H_0: Z \geq 1 \text{ los datos pertenecen a los productos A}$$

$$H_1: Z \leq 1 \text{ los datos pertenecen a los otros productos}$$

El valor de la media resultó:

$$\bar{x} = \frac{2 + 19 + 20 + 25 + \dots + 3607 + 4483 + 5273 + 6217}{43} = 1017.76744$$

La desviación estándar:

$$\sigma = 1569.19962$$

Finalmente, las Z se calcularon usando la siguiente expresión para cada uno de los productos:

$$Z = \frac{n - \bar{x}}{\sigma}$$

Por lo tanto, en la tabla 2.2 vemos que solo los últimos 7 productos son lo que entrarían en la clasificación de los A siendo estos los mostrados en la siguiente tabla:

Tabla 2.2 Productos tipo A en el inventario

Producto	Piezas hechas	Z
70-0702-3127-2	2990	1.271714256
70-0702-3124-9	3380	1.523189954
70-0708-1552-0	3453	1.570261047
70-0708-1349-1	3607	1.669561707
70-0202-3968-0	4483	2.234414814
70-0702-3126-4	5273	2.743814306
70-0702-3125-6	6217	3.352514458

Con los datos restantes se siguió el mismo procedimiento. Para poder definir los productos B, se planteó la siguiente hipótesis:

$H_0: Z \geq 1$  los datos pertenecen a los productos B

$H_1: Z \leq 1$  los datos pertenecen a los productos C

La media resultado:

$$\bar{x} = \frac{2 + 19 + 20 + 25 + \dots + 1433 + 1607 + 1630 + 1890}{36} = 398.91667$$

La desviación estándar:

$$\sigma = 537.01662$$

Finalmente (tabla 2.3), las Z se calcularon usando la misma expresión para cada uno de los productos:

$$Z = \frac{n - \bar{x}}{\sigma}$$

**Tabla 2.3 Productos realizados en 2010 para determinar productos tipo B**

Producto	Piezas hechas	Frecuencia relativa	Frecuencia acumulada	Z
70-0708-1887-0	2	0.01392661	0.01392661	-0.739114301
70-0708-1619-7	19	0.13230276	0.14622937	-0.707457926
70-0202-2614-0	20	0.13926607	0.28549544	-0.705595786
70-0202-5939-9	25	0.17408258	0.45957802	-0.696285087
70-0702-3127-4	27	0.18800919	0.64758722	-0.692560808
70-0708-1841-7	30	0.2088991	0.85648632	-0.686974388
70-0702-2614-0	30	0.2088991	1.06538542	-0.686974388
70-0202-5941-5	30	0.2088991	1.27428452	-0.686974388
70-0702-2612-4	34	0.23675232	1.51103684	-0.679525829
70-0708-1450-7	43	0.29942205	1.81045888	-0.662766572
70-0202-5940-7	44	0.30638535	2.11684423	-0.660904432
70-0708-1622-1	56	0.38994499	2.50678922	-0.638558755
70-0702-2613-2	66	0.45957802	2.96636724	-0.619937358
70-0708-1784-9	74	0.51528445	3.4816517	-0.60504024
70-0708-1351-3	90	0.62669731	4.108349	-0.575246004
70-0708-1349-9	100	0.69633034	4.80467934	-0.556624606
70-0708-1621-3	109	0.75900007	5.56367941	-0.539865348
70-0708-1624-7	119	0.8286331	6.39231251	-0.521243951
70-0708-1618-9	134	0.93308265	7.32539517	-0.493311855
70-0708-1623-9	174	1.21161479	8.53700996	-0.418826265
70-0708-3126-4	240	1.67119281	10.2082028	-0.295925042
70-0708-1347-5	256	1.78260567	11.9908084	-0.266130806
70-0702-2611-6	264	1.8383121	13.8291205	-0.251233688
70-7023-2124-9	300	2.08899102	15.9181116	-0.184196657
70-0708-1350-9	342	2.38144976	18.2995613	-0.105986787
70-0708-1620-5	352	2.45108279	20.7506441	-0.08736539
70-0708-1451-5	405	2.82013787	23.570782	0.011328017

(Continúa)

**Tabla 2.3 Productos realizados en 2010 para determinar productos tipo B**

41-7502-0076-2	520	3.62091776	27.1916997	0.225474088
70-0708-1353-3	587	4.08745909	31.2791588	0.350237451
70-0708-1348-3	795	5.5358262	36.814985	0.737562518
70-0708-1352-5	1123	7.81978971	44.6347747	1.348344355
70-0706-2358-5	1391	9.68595502	54.3207298	1.847397808
70-0708-1351-7	1433	9.97841376	64.2991435	1.925607677
70-0706-2356-9	1607	11.1900285	75.4891721	2.249619993
70-0708-1774-0	1630	11.3501845	86.8393566	2.292449207
70-0706-2357-7	1890	13.1606434	100	2.776605541

Así los productos B se presentan en la tabla 2.4.

**Tabla 2.4 Productos tipo B en el inventario**

Producto	Piezas hechas	Z
70-0708-1352-5	1123	1.348344355
70-0706-2358-5	1391	1.847397808
70-0708-1351-7	1433	1.925607677
70-0706-2356-9	1607	2.249619993
70-0708-1774-0	1630	2.292449207
70-0706-2357-7	1890	2.776605541

Finalmente, se obtuvieron los productos C se pueden observar en la Tabla 2.5.

**Tabla 2.5 Productos tipo C en el inventario**

Producto	Piezas hechas	Z
70-0708-1887-0	2	-0.739114301
70-0708-1619-7	19	-0.707457926
70-0202-2614-0	20	-0.705595786
70-0202-5939-9	25	-0.696285087
70-0702-3127-4	27	-0.692560808
70-0708-1841-7	30	-0.686974388
70-0702-2614-0	30	-0.686974388
70-0202-5941-5	30	-0.686974388
70-0702-2612-4	34	-0.679525829
70-0708-1450-7	43	-0.662766572
70-0202-5940-7	44	-0.660904432
70-0708-1622-1	56	-0.638558755
70-0702-2613-2	66	-0.619937358
70-0708-1784-9	74	-0.60504024
70-0708-1351-3	90	-0.575246004
70-0708-1349-9	100	-0.556624606
70-0708-1621-3	109	-0.539865348

(continúa)

**Tabla 2.5 Productos tipo C en el inventario (continuación)**

<b>Producto</b>	<b>Piezas hechas</b>	<b>Z</b>
70-0708-1624-7	119	-0.521243951
70-0708-1618-9	134	-0.493311855
70-0708-1623-9	174	-0.418826265
70-0708-3126-4	240	-0.295925042
70-0708-1347-5	256	-0.266130806
70-0702-2611-6	264	-0.251233688
70-7023-2124-9	300	-0.184196657
70-0708-1350-9	342	-0.105986787
70-0708-1620-5	352	-0.08736539
70-0708-1451-5	405	0.011328017
41-7502-0076-2	520	0.225474088
70-0708-1353-3	587	0.350237451
70-0708-1348-3	795	0.737562518

## ANEXO 3 MODELO MATEMÁTICO

### Función objetivo:

Minimizar= $(203*N1+(1/2*0.11*PO1)+19800*AP1)+(188*N2+(1/2*0.05*PO2)+11300*AP2)+(188*N3+(1/2*0.15*PO3)+19800*AP3)+(150*N4+(1/2*0.19*PO4)+11300*AP4)+(203*N5+(1/2*0.11*PO5)+31000*AP5)+(43*N6+(1/2*0.05*PO6)+19800*AP6)+(43*N7+(1/2*0.05*PO7)+22600*AP7)+(155*N8+(1/2*0.19*PO8)+31100*AP8)+(175*N9+(1/2*0.09*PO9)+31100*AP9)+(188*N0+(1/2*0.15*PO1)+31100*AP0)$ ;

### Sujeto a:

$L211=10000*Y211-(-0.0000030)*X211$ ;  
 $L221=20000*Y211-0.0000670*X221$ ;

$L312=5180*Y312-(-0.0000193)*X312$ ;  
 $L322=10360*Y322-(-0.0000194)*X322$ ;  
 $L332=15000*Y322-0.0001193*X332$ ;

$L413=5180*Y413-(-0.0000058)*X413$ ;  
 $L423=10360*Y423-(-0.0000065)*X423$ ;  
 $L433=15540*Y433-(-0.0000270)*X433$ ;  
 $L443=20720*Y443-0.0000603*X443$ ;

$L414=2500*Y414-(-0.0000080)*X414$ ;  
 $L424=5000*Y424-(-0.0000100)*X424$ ;  
 $L434=8000*Y434-(-0.0000075)*X434$ ;  
 $L444=12000*Y444-0.0000692*X444$ ;

$L415=10000*Y415-(-0.0000040)*X415$ ;  
 $L425=20000*Y425-(-0.0000030)*X425$ ;  
 $L435=30000*Y435-(-0.0000050)*X435$ ;  
 $L445=40000*Y445-0.0000368*X445$ ;

$L416=3000*Y416-(-0.0000099)*X416$ ;  
 $L426=6000*Y426-(-0.0000100)*X426$ ;  
 $L436=9000*Y436-(-0.0000100)*X436$ ;  
 $L446=12000*Y446-0.0000833*X446$ ;

$L517=5000*Y517-(-0.0000080)*X517$ ;  
 $L527=10000*Y527-(-0.0000120)*X527$ ;  
 $L537=15000*Y537-(-0.0000080)*X537$ ;  
 $L547=20000*Y547-(-0.0000080)*X547$ ;  
 $L557=25000*Y557-0.0000724*X557$ ;

$L518=5000*Y518-(-0.0000060)*X518$ ;  
 $L528=10000*Y528-(-0.0000050)*X528$ ;

L538=15000\*Y538-(-0.0000020)\*X538;  
L548=20000\*Y548-(-0.0000030)\*X548;  
L558=25000\*Y558-0.0000323\*X558;

L519=5000\*Y519-(-0.0000040)\*X519;  
L529=10000\*Y529-(-0.0000030)\*X529;  
L539=20000\*Y539-(-0.0000020)\*X539;  
L549=30000\*Y549-(-0.0000020)\*X549;  
L559=40000\*Y559-0.0000055\*X559;

L610=6000\*Y610-(-0.0000053)\*X610;  
L620=10000\*Y620-(-0.0000053)\*X620;  
L630=20000\*Y630-(-0.0000071)\*X630;  
L640=30000\*Y640-(-0.0000053)\*X640;  
L650=40000\*Y650-(-0.0000071)\*X650;  
L660=40000\*Y660-0.0000298\*X660;

Y21=Y211+Y221;  
Y32=Y312+Y322+Y332;  
Y43=Y413+Y423+Y433+Y443;  
Y44=Y414+Y424+Y434+Y444;  
Y45=Y415+Y425+Y435+Y445;  
Y46=Y416+Y426+Y436+Y446;  
Y57=Y517+Y527+Y537+Y547+Y557;  
Y58=Y518+Y528+Y538+Y548+Y558;  
Y59=Y519+Y529+Y539+Y549+Y559;  
Y60=Y610+Y620+Y630+Y640+Y650+Y660;

Y21=1;  
Y32=1;  
Y43=1;  
Y44=1;  
Y45=1;  
Y46=1;  
Y57=1;  
Y58=1;  
Y59=1;  
Y60=1;

N1=L211+L221;  
N2=L312+L322+L332;  
N3=L413+L423+L433+L443;  
N4=L414+L424+L434+L444;  
N5=L415+L425+L435+L445;  
N6=L416+L426+L436+L446;  
N7=L517+L527+L537+L547+L557;  
N8=L518+L528+L538+L548+L558;  
N9=L519+L529+L539+L549+L559;

$N0=L610+L620+L630+L640+L650+L660;$

$X211 \geq 1 * Y211;$   
 $X221 \geq 10000 * Y221;$   
 $X312 \geq 1 * Y312;$   
 $X322 \geq 5181 * Y322;$   
 $X332 \geq 10361 * Y332;$   
 $X413 \geq 1 * Y413;$   
 $X423 \geq 5181 * Y423;$   
 $X433 \geq 10361 * Y433;$   
 $X443 \geq 15541 * Y443;$   
 $X414 \geq 1 * Y414;$   
 $X424 \geq 2501 * Y424;$   
 $X434 \geq 5001 * Y434;$   
 $X444 \geq 8001 * Y444;$   
 $X415 \geq 1 * Y415;$   
 $X425 \geq 10001 * Y425;$   
 $X435 \geq 20001 * Y435;$   
 $X445 \geq 30001 * Y445;$   
 $X416 \geq 1 * Y416;$   
 $X426 \geq 3001 * Y426;$   
 $X436 \geq 60001 * Y436;$   
 $X446 \geq 9001 * Y446;$   
 $X517 \geq 1 * Y517;$   
 $X527 \geq 5001 * Y527;$   
 $X537 \geq 10001 * Y537;$   
 $X547 \geq 15001 * Y547;$   
 $X557 \geq 20001 * Y557;$   
 $X518 \geq 1 * Y518;$   
 $X528 \geq 5001 * Y528;$   
 $X538 \geq 10001 * Y538;$   
 $X548 \geq 20001 * Y548;$   
 $X558 \geq 30001 * Y558;$   
 $X519 \geq 1 * Y519;$   
 $X529 \geq 5001 * Y529;$   
 $X539 \geq 10001 * Y539;$   
 $X549 \geq 20001 * Y549;$   
 $X559 \geq 30001 * Y559;$   
 $X610 \geq 1 * Y610;$   
 $X620 \geq 5651 * Y620;$   
 $X630 \geq 11301 * Y630;$   
 $X640 \geq 16951 * Y640;$   
 $X650 \geq 22601 * Y650;$   
 $X660 \geq 8251 * Y660;$

$X211 \leq 10000 * Y211;$   
 $X221 \leq 20000 * Y221;$   
 $X312 \leq 5180 * Y312;$

X322<=10360\*Y322;  
X332<=15000\*Y332;  
X413<=5180\*Y413;  
X423<=10360\*Y423;  
X433<=15000\*Y433;  
X443<=20180\*Y443;  
X414<=5180\*Y414;  
X424<=7680\*Y424;  
X434<=15000\*Y434;  
X444<=13180\*Y444;  
X415<=10000\*Y415;  
X425<=20000\*Y425;  
X435<=30000\*Y435;  
X445<=40000\*Y445;  
X416<=10000\*Y416;  
X426<=20000\*Y426;  
X436<=30000\*Y436;  
X446<=40000\*Y446;  
X517<=5000\*Y517;  
X527<=10000\*Y527;  
X537<=15000\*Y537;  
X547<=20000\*Y547;  
X557<=25000\*Y557;  
X518<=5000\*Y518;  
X528<=10000\*Y528;  
X538<=15000\*Y538;  
X548<=25000\*Y548;  
X558<=35000\*Y558;  
X519<=5000\*Y519;  
X529<=10000\*Y529;  
X539<=20000\*Y539;  
X549<=30000\*Y549;  
X559<=40000\*Y559;  
X610<=5650\*Y610;  
X620<=11300\*Y620;  
X630<=16950\*Y630;  
X640<=22600\*Y640;  
X650<=28250\*Y650;  
X660<=33900\*Y660;

X1=X211+X221;  
X2=X312+X322+X332;  
X3=X413+X423+X433+X443;  
X4=X414+X424+X434+X444;  
X5=X415+X425+X435+X445;  
X6=X416+X426+X436+X446;  
X7=X517+X527+X537+X547+X557;  
X8=X518+X528+X538+X548+X558;

X9=X519+X529+X539+X549+X559;  
X0=X610+X620+X630+X640+X650+X660;

PO1=(300)\*Y21+(1.37\*X211+1.34\*X221);  
PO2=(518+932.4)\*Y32+(1.98\*X312+1.88\*X322+1.79\*X332);  
PO3=(155.4+310.8+600)\*Y43+(1.35\*X413+1.32\*X423+1.29\*X433+1.25\*X443);  
PO4=(103.6+230.4+450)\*Y44+(0.91\*X414+0.89\*X424+0.86\*X434+0.83\*X444);  
PO5=(400+600+1500)\*Y45+(1.59\*X415+1.55\*X425+1.52\*X435+1.47\*X445);  
PO6=(300+600+900)\*Y46+(1.15\*X416+1.12\*X426+1.09\*X436+1.06\*X446);  
PO7=(200+600+600+800)\*Y57+(1.99\*X517+1.95\*X527+1.89\*X537+1.85\*X547+1.81\*X557);  
PO8=(150+500+300+750)\*Y58+(1.42\*X518+1.39\*X528+1.34\*X538+1.32\*X548+1.29\*X558);  
PO9=(100+300+400+600)\*Y59+(0.31\*X519+0.29\*X529+0.26\*X539+0.24\*X549+0.22\*X559);  
PO0=(169.5+339+678+678+1130)\*Y60+(1.18\*X610+1.15\*X620+1.12\*X630+1.08\*X640+1.05\*X650+1.01\*X660);

AP1=(1/19800\*(300\*L211))+(1.37+1.34)\*Y21;  
AP2=(1/11300\*(518\*L312+932.4\*L322))+(1.98+1.88+1.79)\*Y32;  
AP3=(1/19800\*(155.4\*L413+310.8\*L423+600\*L433))+(1.35+1.32+1.29+1.25)\*Y43;  
AP4=(1/11300\*(103.6\*L414+230.4\*L424+450\*L434))+(0.91+0.89+0.86+0.83)\*Y44;  
AP5=(1/31100\*(400\*L415+600\*L425+1500\*L435))+(1.59+1.55+1.52+1.47)\*Y45;  
AP6=(1/19800\*(300\*L416+600\*L426+900\*L436))+(1.15+1.12+1.09+1.06)\*Y46;  
AP7=(1/22600\*(200\*L517+600\*L527+600\*L537+800\*L547))+(1.99+1.95+1.89+1.85+1.81)\*Y57;  
AP8=(1/31100\*(150\*L518+500\*L528+300\*L538+750\*L548))+(1.42+1.39+1.34+1.32+1.29)\*Y58;  
AP9=(1/31100\*(100\*L519+300\*L529+400\*L539+600\*L549))+(0.31+0.29+0.26+0.24+0.22)\*Y59;  
AP0=(1/31100\*(169.5\*L610+339\*L620+678\*L630+678\*L640+1130\*L650))+(1.18+1.15+1.12+1.08+1.05+1.01)\*Y60;

$\frac{1}{2} * PO1 \leq 1000000 * Z1 + (0.11 * AP1(X1)/2) * Z2$ ;  
 $\frac{1}{2} * PO2 \leq 1000000 * Z1 + (0.05 * AP2(X2)/2) * Z2$ ;  
 $\frac{1}{2} * PO3 \leq 1000000 * Z1 + (0.15 * AP3(X3)/2) * Z2$ ;  
 $\frac{1}{2} * PO4 \leq 1000000 * Z1 + (0.19 * AP4(X4)/2) * Z2$ ;  
 $\frac{1}{2} * PO5 \leq 1000000 * Z1 + (0.11 * AP5(X5)/2) * Z2$ ;  
 $\frac{1}{2} * PO6 \leq 1000000 * Z1 + (0.05 * AP6(X6)/2) * Z2$ ;  
 $\frac{1}{2} * PO7 \leq 1000000 * Z1 + (0.05 * AP7(X7)/2) * Z2$ ;  
 $\frac{1}{2} * PO8 \leq 1000000 * Z1 + (0.19 * AP8(X8)/2) * Z2$ ;  
 $\frac{1}{2} * PO9 \leq 1000000 * Z1 + (0.09 * AP9(X9)/2) * Z2$ ;  
 $\frac{1}{2} * PO0 \leq 1000000 * Z1 + (0.15 * AP0(X0)/2) * Z2$ ;

$1 * X1 \leq 1000000 * Z1 + (1/2 * PO1) * Z2$ ;  
 $1 * X2 \leq 1000000 * Z1 + (1/2 * PO2) * Z2$ ;  
 $1 * X3 \leq 1000000 * Z1 + (1/2 * PO3) * Z2$ ;  
 $1 * X4 \leq 1000000 * Z1 + (1/2 * PO4) * Z2$ ;  
 $1 * X5 \leq 1000000 * Z1 + 1/2 * PO5 * Z2$ ;  
 $1 * X6 \leq 1000000 * Z1 + (1/2 * PO6) * Z2$ ;  
 $2 * X7 \leq 1000000 * Z1 + (1/2 * PO7) * Z2$ ;  
 $1 * X8 \leq 1000000 * Z1 + (1/2 * PO8) * Z2$ ;  
 $1 * X9 \leq 1000000 * Z1 + (1/2 * PO9) * Z2$ ;  
 $1 * X0 \leq 1000000 * Z1 + (1/2 * PO0) * Z2$ ;

$$Z1+Z2=1;$$

$$54.54*T1>=(1/3300);$$

$$33.96*T2>=(1/1900);$$

$$32.72*T3>=(1/3300);$$

$$25.71*T4>=(1/1900);$$

$$51.42*T5>=(1/5200);$$

$$12.55*T6>=(1/3300);$$

$$27.27*T7>=(1/3800);$$

$$86.76*T8>=(1/5200);$$

$$24.32*T9>=(1/5200);$$

$$30.41*T0>=(1/5200);$$

$$54.54*T1<=1650*Z1+3300*Z2;$$

$$33.96*T2<=950*Z1+1900*Z2;$$

$$32.72*T3<=1650*Z1+3300*Z2;$$

$$25.71*T4<=950*Z1+1900*Z2;$$

$$51.42*T5<=2600*Z1+5200*Z2;$$

$$12.55*T6<=1650*Z1+3300*Z2;$$

$$27.27*T7<=1900*Z1+3800*Z2;$$

$$86.76*T8<=2600*Z1+5200*Z2;$$

$$24.32*T9<=2600*Z1+5200*Z2;$$

$$30.41*T0<=2600*Z1+5200*Z2;$$

$$54.54*T1*19800-X1=0;$$

$$33.96*T2*11300-X2=0;$$

$$32.72*T3*19800-X3=0;$$

$$25.71*T4*11300-X4=0;$$

$$51.42*T5*31100-X5=0;$$

$$12.55*T6*19800-X6=0;$$

$$27.27*T7*22600-X7=0;$$

$$86.76*T8*31100-X8=0;$$

$$24.32*T9*31100-X9=0;$$

$$30.41*T0*31100-X0=0;$$

$$54.54*T1-33.96*T2-32.72*T3-25.71*T4-51.42*T5-12.55*T6-27.27*T7-86.76*T8-24.32*T9-30.41*T0>=1-Z1-1000000*Z2;$$

$$54.54*T1-33.96*T2-32.72*T3-25.71*T4-51.42*T5-12.55*T6-27.27*T7-86.76*T8-24.32*T9-30.41*T0<=1-Z1-1000000*Z2;$$

## ANEXO 4 EJEMPLO DE IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO

Con el propósito de entender el modelo, a continuación se presenta un ejemplo considerando dos productos diferentes. Las siguientes tablas muestran los valores asignados a las restricciones del modelo.

Tabla 4.1 Valores para el producto 1

Producto 1	intervalo	# piezas	Precios Por pieza										Precio total	
			Core	Wrapp	Tapa 1	Tapa 2	Anillo 1	Anillo 2	Oring 1	Oring 2	Malla	Qty Yards		Media
	1	0-100	0.91	0.31	1.18	1.35	1.37	1.59	1.15	1.99	1.42	0-10000	5.45	16.72
	2	101-250	0.8918	0.3038	1.1564	1.323	1.3426	1.5582	1.127	1.9502	1.3916	10001-20000	5.341	16.3856
	3	251-450	0.8645	0.2945	1.121	1.2825	1.3015	1.5105	1.0925	1.8905	1.349	20001-40000	5.1775	15.884
	4	451-700	0.8463	0.2883	1.0974	1.2555	1.2741	1.4787	1.0695	1.8507	1.3206	40001-60000	5.0685	15.5496
	5	701-1000	0.8281	0.2821	1.0738	1.2285	1.2467	1.4469	1.0465	1.8109	1.2922	60001-80000	4.9595	15.2152
	6	1001-1500	0.8099	0.2759	1.0502	1.2015	1.2193	1.4151	1.0235	1.7711	1.2638	80001-100000	4.8505	14.8808
	Precio de mantener		0.19	0.09	0.15	0.15	0.11	0.11	0.5	0.5	0.19		0.41	
	Consumo por unidad ( $W_{ij}$ )		1	1	1	1	1	1	1	1	1		75	
													Precio promedio	15.77253
													Demanda	1000
													Dmin	800
													$T_j$	4.1
													$S_j$	83

Tabla 4.2 Valores para el producto 2

Producto 2	intervalo	# piezas	Precios Por pieza										Precio total	
			Core	Wrapp	Tapa 1	Tapa 2	Anillo 1	Anillo 2	Oring 1	Malla	Qty Yards	Media		
	1	0-100	0.91	0.31	1.18	1.35	1.37	1.59	1.15	1.42	0-10000	5.45	14.73	
	2	101-250	0.8918	0.3038	1.1564	1.323	1.3426	1.5582	1.127	1.3916	10001-20000	5.341	14.4354	
	3	251-450	0.8645	0.2945	1.121	1.2825	1.3015	1.5105	1.0925	1.349	20001-40000	5.1775	13.9935	
	4	451-700	0.8463	0.2883	1.0974	1.2555	1.2741	1.4787	1.0695	1.3206	40001-60000	5.0685	13.6989	
	5	701-1000	0.8281	0.2821	1.0738	1.2285	1.2467	1.4469	1.0465	1.2922	60001-80000	4.9595	13.4043	
	6	1001-1500	0.8099	0.2759	1.0502	1.2015	1.2193	1.4151	1.0235	1.2638	80001-100000	4.8505	13.1097	
	Precio de mantener		0.19	0.09	0.15	0.15	0.11	0.5	0.5	0.19		0.41		
	Consumo por unidad ( $W_{ij}$ )		1	1	1	1	1	1	1	1		75		
													Precio promedio	13.8953
													Demanda	728
													Dmin	600
													$T_j$	3.4
													$S_j$	61

A través de los datos observados en las tablas anteriores, se utilizó el software Lingo 12 obteniéndose el siguiente modelo:

Función objetivo:

Minimizar  $120*N1+(1/2*0.20*PO1)+1000*AP1+105*N2+(1/2*.15*PO2)+728*AP2;$

Sujeto a:

$L111=100*Y111-0.00012*X111$

$Y11=Y111+Y211+Y311+Y411+Y511;$

$Y11=1;$

$N1=L111+L211+L311+L411+L511;$

$X111 \geq 1*Y111;$

$L522=80000*Y522-0.00000545*X522;$

$Y22=Y122+Y222+Y322+Y422+Y522;$

$Y22=1;$

$N2=L122+L222+L322+L422+L522;$

$X522 \geq 60001*Y522;$

$$\begin{aligned}
&X_{111} \leq 100 * Y_{111}; & X_{522} \leq 80000 * Y_{522}; \\
&X_1 = X_{111} + X_{211} + X_{311} + X_{411} + X_{511}; & X_2 = X_{122} + X_{222} + X_{322} + X_{422} + X_{522}; \\
&PO_1 = 80 * Y_{111} + .91 * X_{111} + .89 * X_{211} + .86 * X_{311} + .84 * X_{411} + 0.82 * X_{511}; \\
&PO_2 = 50 * Y_{222} + 5.45 * X_{211} + 5.34 * X_{222} + 5.17 * X_{322} + 5.06 * X_{422} + 4.95 * X_{522}; \\
&AP_1 = ((1/1000 * 80 * (L_{111} + L_{211} + L_{311} + L_{411} + L_{511})) + (0.91 * X_{111} + 0.89 * X_{211} + 0.86 * X_{311} + 0.84 * X_{411} + 0.82 * X_{511})); \\
&AP_2 = ((1/728 * 50 * (L_{122} + L_{222} + L_{322} + L_{422} + L_{522})) + (5.45 * X_{211} + 5.34 * X_{222} + 5.17 * X_{322} + 5.06 * X_{422} + 4.95 * X_{522})); \\
&1/2 * PO_1 \leq 10000 * Z_1 + (.20 * AP_1) * (X_1/2); & 1/2 * PO_2 \leq 10000 * Z_1 + (.15 * AP_2) * (X_2/2); \\
&1 * X_1 \leq 10000 * Z_1 + (1/2 * PO_1) * Z_2; & 0.55 * X_1 \leq 10000 * Z_1 + (1/2 * PO_2) * Z_2; \\
&Z_1 + Z_2 = 1; \\
&T_1 \geq (1/800); & T_2 \geq (1/600);
\end{aligned}$$

Analizando los resultados obtenidos tenemos que

La función objetivo nos da 1,571,529

**Tabla 4.3 Resultados obtenidos**

	<b>Producto 1</b>	<b>Producto 2</b>
<b>Número de órdenes <math>N_j</math></b>	10	1000
<b>Cantidad a pagar por orden <math>PO_i</math></b>	8151.667	50
<b>Precio promedio por unidad <math>AP_1</math></b>	9.5116	686.8132

Los datos mostrados en la tabla nos muestran que para el producto 1 el número de órdenes que se deben de hacer para tener inventario siempre disponible son 10 órdenes al año las cuales tendrán un costo total de \$8151 por todas las piezas necesarias para la producción anual.

Para el producto 2 nos dice que se deben de hacer 1000 pedidos lo cual es ilógico sería hacer en promedio 3 órdenes diarias lo cual es incongruente, el planteamiento hecho para este producto hay que modificarlo existe la posibilidad de que se haya dado un dato incorrecto y esto es lo que está mermando los resultados obtenidos.