



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA

**MODELO ANULAR DE FLUJO EN LA VECINDAD
DEL POZO CON FLUIDOS NEWTONIANOS
PARA YACIMIENTOS DE ALTO
FRACTURAMIENTO**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERIA
INGENIERÍA PETROLERA Y GAS NATURAL

PRESENTA:
CARLOS DEOLARTE GUERRERO

TUTOR:
DR. ERICK EMANUEL LUNA ROJERO
2012



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO

Presidente: Dr. Fernando Samaniego Verduzco

Secretario: Dr. Rubén Nicolás López

Vocal: Dr. Erick Emanuel Luna Rojero

1^{er} Suplente: Dr. Daniel García Gavito

2^{do} Suplente M. I. Joaquín Mendiola Sánchez

Lugar donde se realizó la tesis:

Ciudad Universitaria, México, D.F.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Erick Emanuel Luna Rojero

FIRMA

AGRADECIMIENTOS

A Dios por permitirme terminar otra etapa en mi vida.

A mí hijo Carlos A. Deolarte Perera por la fuerza que me ha dado para continuar en la vida

A mí madre Sahara Guerrero Ponce y hermanos, por el apoyo, atención y cariño que me brinda a cada paso de mi vida.

A Haydalit por creer en mí y en mis sueños.

A Pilar por cuidar de mi hijo otorgándome la tranquilidad para enfocarme en este logro.

Al Dr. Erick Emanuel Luna Rojero por compartirme sus conocimientos, que me llevaron al buen desempeño del presente trabajo de investigación, mi más sincero reconocimiento y gratitud por su apoyo.

A Pemex Exploración y Producción a través de sus representantes en especial a: Ing. Ing. Miguel Angel Lozada Aguilar, Ing. Marcos Torres Fuentes, Ing. Rafael Zepeda Garduño, Ing. José Luis Cabrera Toledo, Ing. Ismael Díaz Hernandez e Ing. Marcela Amalia González Vázquez.

A mis compañeros de trabajo en la Coordinación de Enlace Operativo y Diseño de Proyectos por el apoyo que me brindaron durante la elaboración del presente trabajo.

A la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), en especial a todos mis profesores y compañeros del Posgrado de Ingeniería.

CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN	xii
SUMMARY	xiii
INTRODUCCIÓN	xiv
CAPÍTULO I. COMPORTAMIENTO DE FLUJO	
1.1 Trabajos de inyección	1
1.2 Penetración de fluidos inyectados	2
CAPÍTULO II. MODELO GEOMÉTRICO	
2.1 Asignación y adaptación de la geometría de flujo	6
CAPÍTULO III. MODELO MATEMÁTICO	
3.1 Zonas de flujo	10
3.2 Solución general para el flujo en la zona anular ascendente	14
3.2.1 Solución en cada zona anular, flujo ascendente	19
3.3 Solución general para el flujo en la zona anular descendente	20
3.3.1 Solución en cada zona anular, flujo descendente	23
3.4 Solución general para el flujo radial (área de invasión)	24
3.4.1 Solución en cada zona radial	25
3.5 Solución para la zona de equilibrio	27
3.6 Solución para el gasto del fluido “Q”	31
3.7 Enlace del modelo de flujo	32

CAPÍTULO IV. CONDICIÓN INICIAL Y PROGRAMACIÓN

4.1	Conceptualización de la “Condición Inicial”	36
4.1.1	Presión de yacimiento	37
4.1.2	Obtención de la invasión anular en la Fractura 4	38
4.1.3	Obtención de la invasión anular en la Fractura 3	40
4.1.4	Obtención de la invasión anular en la Fractura 2	43
4.1.5	Obtención de la invasión anular en la Fractura 1	45
4.1.6	Obtención de la invasión en el Espacio Anular	47
4.1.7	Consumación de la “Condición Inicial”	49
4.2	Estructuración del programa	50

CAPÍTULO V. RESULTADOS DEL PROGRAMA

5.1	Consideraciones generales	54
5.2	Escenario I, intervalo inyector equidistante al CGA y CAA	56
5.2.1	Caso I.A, Espacio Anular con las mejores características de flujo	57
5.2.2	Caso I.B, Fractura 1 con las mejores características de flujo	61
5.2.3	Caso I.C, Fractura 2 con las mejores características de flujo	65
5.2.4	Caso I.D, Fractura 3 con las mejores características de flujo	68
5.2.5	Caso I.E, Fractura 4 con las mejores características de flujo	71
5.3	Escenario II, intervalo inyector cercano al CGA	74
5.3.1	Caso II.A, Espacio Anular con las mejores características de flujo	75
5.3.2	Caso II.B, Fractura 1 con las mejores características de flujo	77
5.3.3	Caso II.C, Fractura 2 con las mejores características de flujo	79
5.3.4	Caso II.D, Fractura 3 con las mejores características de flujo	81
5.3.5	Caso II.E, Fractura 4 con las mejores características de flujo	83
5.4	Análisis de resultados	85

CAPÍTULO VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 Conclusiones	88
6.2 Recomendaciones	89
ANEXO A. FORMATO DE DESCRIPCIÓN INTEGRADA DE NÚCLEOS	90
ANEXO B. REGISTRO DE POROSIDAD Y GR.	93
ANEXO C. ATRIBUTOS SISMICOS	94
BIBLIOGRAFÍA	95

FIGURAS

No. de Fig.	Descripción	Pág.
Figura 1	Registro espectral, pozo A sección superior.	3
Figura 2	Registro espectral, pozo A sección inferior.	4
Figura 3	Registro espectral, pozo B.	5
Figura 4	Vista de planta del modelo geométrico anular.	7
Figura 5	Corte longitudinal y radial del modelo geométrico anular.	8
Figura 6	Modelo geométrico indicando las longitudes radiales que interviene en el modelo para el espacio anular, fracturas e invasión del fluido inyector.	9
Figura 7	División en zonas de flujo del modelo geométrico.	11
Figura 8	Distribución de gasto de fluido en las zonas de flujo.	12
Figura 9	Presiones anulares, radiales y de yacimiento involucradas en el modelo de flujo.	13
Figura 10	Representación de los fluidos y parámetros que participan en el espacio anular con flujo ascendente.	19
Figura 11	Representación de los fluidos y parámetros que participan en el espacio anular con flujo descendente.	23
Figura 12	Representación de los fluidos, presiones y posición vertical en la “Fractura 4”.	40
Figura 13	Representación de los fluidos, presiones y posición vertical en la “Fractura 3”.	42
Figura 14	Representación de los fluidos, presiones y posición vertical en la “Fractura 2”.	44
Figura 15	Representación de los fluidos, presiones y posición vertical en la “Fractura 1”.	46
Figura 16	Representación de los fluidos, presiones y posición vertical en el “Espacio Anular”.	48
Figura 17	Representación de la posición vertical de los fluidos en la “Condición Inicial”.	50
Figura 18	Secuencia de cálculo del programa Inyección Fracturas.	51
Figura 19	Secciones de permeabilidad de la zona radial.	55

No. de Fig.	Descripción	Pág.
Figura 20	Representación de la longitud del radio de cada uno de los parámetros del modelo, Caso I.A.	57
Figura 21	Representación del espesor del Espacio Anular y Fracturas, Caso I.A.	58
Figura 22	Representación del área de flujo transversal del Espacio Anular y Fracturas, Caso I.A.	58
Figura 23	Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso I.A.	59
Figura 24	Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso I.A.	60
Figura 25	Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso I.A.	61
Figura 26	Representación de la longitud del radio de cada uno de los parámetros del modelo, Caso I.B.	62
Figura 27	Representación del espesor del Espacio Anular y Fracturas, Caso I.B.	62
Figura 28	Representación del área de flujo del Espacio Anular y Fracturas, Caso I.B.	63
Figura 29	Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso I.B.	64
Figura 30	Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso I.B.	64
Figura 31	Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso I.B.	65
Figura 32	Representación de la longitud del radio de cada uno de los parámetros del modelo, Caso I.C.	65
Figura 33	Representación del espesor del Espacio Anular y Fracturas, Caso I.C.	66
Figura 34	Representación del área de flujo del Espacio Anular y Fracturas, Caso I.C.	66
Figura 35	Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso I.C.	67
Figura 36	Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso I.C.	67
Figura 37	Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso I.C.	68
Figura 38	Representación de la longitud del radio de cada uno de los parámetros del modelo, Caso I.D.	68
Figura 39	Representación del espesor del Espacio Anular y Fracturas, Caso I.D.	69
Figura 40	Representación del área de flujo del Espacio Anular y Fracturas, Caso I.D.	69
Figura 41	Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso I.D.	70
Figura 42	Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso I.D.	70

No. de Fig.	Descripción	Pág.
Figura 43	Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso I.D.	71
Figura 44	Representación de la longitud del radio de cada uno de los parámetros del modelo, Caso I.E.	71
Figura 45	Representación del espesor del Espacio Anular y Fracturas, Caso I.E.	72
Figura 46	Representación del área de flujo del Espacio Anular y Fracturas, Caso I.E.	72
Figura 47	Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso I.E.	73
Figura 48	Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso I.E.	73
Figura 49	Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso I.E.	74
Figura 50	Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso II.A.	75
Figura 51	Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso II.A.	76
Figura 52	Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso II.A.	76
Figura 53	Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso II.B.	77
Figura 54	Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso II.B.	78
Figura 55	Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso II.B.	78
Figura 56	Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso II.C.	79
Figura 57	Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso II.C.	80
Figura 58	Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso II.C.	80
Figura 59	Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso II.D.	81
Figura 60	Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso II.D.	82
Figura 61	Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso II.D.	82
Figura 62	Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso II.E.	83
Figura 63	Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso II.E.	84
Figura 64	Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso II.E.	84
Figura 65	Tendencias de presión y velocidad máximas, Escenario I y II.	86
Figura 66	Diferencias de presiones y velocidades máximas entre los Escenario I y II.	87

TABLAS

No. de Fig.	Descripción	Pág.
Tabla 1	Parámetros y constantes para las ecuaciones de equilibrio.	37
Tabla 2	Posición vertical y presiones en la zona que contiene el agua inyectada “Fractura 4”.	38
Tabla 3	Posición vertical y presiones en la zona de aceite ascendente “Fractura 4”.	39
Tabla 4	Posición vertical y presiones en la zona de aceite descendente “Fractura 4”.	39
Tabla 5	Posición vertical y presiones en la zona que contiene el agua inyectada “Fractura 3”.	41
Tabla 6	Posición vertical y presiones en la zona de aceite ascendente “Fractura 3”.	42
Tabla 7	Posición vertical y presiones en la zona que contiene el agua inyectada “Fractura 2”.	43
Tabla 8	Posición vertical y presiones en la zona de aceite ascendente “Fractura 2”.	44
Tabla 9	Posición vertical y presiones en la zona que contiene el agua inyectada “Fractura 1”.	45
Tabla 10	Posición vertical y presiones en la zona de aceite ascendente “Fractura 1”.	46
Tabla 11	Posición vertical y presiones en la zona que contiene el agua inyectada “Espacio Anular”.	47
Tabla 12	Posición vertical y presiones en la zona de aceite ascendente “Espacio Anular”.	48
Tabla 13	Longitud de fractura saturada con aceite Zona Ascendente.	49
Tabla 14	Longitud de fractura saturada con aceite Zona Descendente.	49
Tabla 15	Estructura del programa de computó “Inyección Fracturas” (modelo de flujo).	51
Tabla 16	Datos involucrados en el programa.	54
Tabla 17	Valores de los radios involucrados en el programa.	56
Tabla 18	Escenario I, zonas saturadas de aceite, ascendente y descendente dentro del Espacio Anular y Fracturas.	56
Tabla 19	Valores de los radios involucrados en el modelo, Caso I.A.	59

No. de Fig.	Descripción	Pág.
Tabla 20	Valores de los radios involucrados en el modelo, Caso I.B.	63
Tabla 21	Valores de los radios involucrados en el modelo, Caso I.C.	66
Tabla 22	Valores de los radios involucrados en el modelo, Caso I.D.	69
Tabla 23	Valores de los radios involucrados en el modelo, Caso I.E.	72
Tabla 24	Escenario II, zonas saturadas de aceite, ascendente y descendente dentro del Espacio Anular y Fracturas.	74
Tabla 25	Curvas de tendencia de presión y velocidad máxima, Escenario I.	85
Tabla 26	Curvas de tendencia de presión y velocidad máxima, Escenario II.	85
Tabla 27	Curvas de tendencia de presión y velocidad máxima, Escenario I.	86
Tabla 28	Curvas de tendencia de presión y velocidad máxima, Escenario II.	87

RESUMEN

En trabajos de inyección como estimulaciones y diversos tipos de cementaciones en pozos, que utilizan trazadores radiactivos, se ha observado mediante registros de pozos que gran parte de la penetración alcanzada dentro del yacimiento es en dirección ascendente, esto a pesar de que los fluidos inyectados son de una densidad mayor a los presentes en el yacimiento.

Con el fin de entender dicho proceso, se propone un modelo para describir el comportamiento de flujo durante la inyección de un fluido newtoniano en un pozo ubicado en un yacimiento fracturado.

El modelo se idealiza en la vecindad de un pozo, ubicado dentro de un yacimiento petrolero de roca carbonatada, con presencia de un alto fracturamiento y en consecuencia altas permeabilidades tanto horizontales como verticales. Las características de la formación productora y de los fluidos contenidos en ella, generan una sensible comunicación de presión, que junto con la extracción de hidrocarburos, modifica continuamente el comportamiento de flujo de los fluidos del pozo al yacimiento.

Para generar y solucionar el modelo se utilizan métodos analíticos, diferencias finitas y procesos iterativos, junto con un balance entre condiciones ideales, parámetros reales de yacimiento, de los fluidos y las condiciones operativas presentes en los trabajos de inyección.

Los resultados coinciden con la preferencia de penetración ascendente presente en los registros de pozo. De acuerdo al modelo, las principales condiciones que provocan este comportamiento son:

- La distancia al contacto gas–aceite a la zona de inyección.
- El incremento del área de flujo en las zonas anulares.
- Altos gastos de inyección.

Este estudio consigue obtener mayor entendimiento en el comportamiento de flujo, beneficiando el diseño de trabajos de inyección y en consecuencia un aumento en su efectividad.

SUMMARY

In stimulation works and various types of well cementing using radioactive tracers, it is possible to observe by well logs that an important part of the penetration achieved inside the reservoir is in the upward direction, despite the injected fluid have bigger density that the reservoir ones.

In order to understand this phenomenon a model is being proposed to describe the flow behavior during the grouting of a Newtonian fluid in a well located in a fractured oil reservoir.

The model represents the neighborhood of a well located into a carbonate rock oil reservoir with high levels of fracturing and consequently high levels of horizontal and vertical permeabilities. The producing formation characteristics and the fluids contained in it generate a sensitive pressure communication that along with the hydrocarbon extraction continuously modifies the flow behavior of well fluids to the reservoir.

The following options are used to generate and solve the model, such as analytical methods, finite differences and iterative processes, with a balance between ideal conditions, real fluid reservoir parameters and the operating conditions present in the grouting work.

The results are consistent with the preference of upward penetration found in the well logs. According to the model, the main conditions that cause this behavior are:

- The contact distance gas-oil to the grouting zone.
- The increment of the flow area in the annular zones.
- High pumping jacks.

This analysis aims to obtain a better understanding on the flow behavior, benefiting the design of grouting works and consequently an increase to its effectiveness.

INTRODUCCIÓN

Durante los trabajos de mantenimiento a pozos, se utilizan una gran diversidad de intervenciones las cuales tienen como objetivos, la incorporación de producción de hidrocarburos, mejorar las condiciones de producción de hidrocarburos en el sistema pozo-yacimiento, habilitar o incrementar la inyección de fluidos para mantenimiento de presión o recuperación mejorada de hidrocarburos, entre otros.

Una gran parte de las intervenciones a pozos involucran trabajos de inyección de fluidos que reaccionen con la formación, con los fluidos contenidos en el yacimiento o que obturan zonas con aportación de fluidos no deseados del yacimiento como por ejemplo el agua de formación.

En los últimos años el Activo de Producción Cantarell el cual administra el yacimiento más grande de México junto con otros yacimientos en su mayoría de roca carbonatada y fracturados ubicados en el Golfo de México, ha intensificado los trabajos de estimulación matricial, control de agua y control de gas. Este incremento es consecuencia de la necesidad de mantener la producción de hidrocarburos, la cual día a día incrementa su complejidad debido a la baja presión en su yacimiento Akal derivada de la extracción de hidrocarburos y a las propiedades geológicas y petrofísicas que presenta un yacimiento con alto fracturamiento, por ello es necesario un mayor análisis en cada una de estas intervenciones.

El uso de trazadores radioactivos durante los trabajos inyección es una herramienta que proporcionando información cualitativa de la dirección, ubicación y penetración alcanzada por estos fluidos, este tipo de herramienta ha permitido observar una invasión ascendente de los fluidos inyectados que es más significativa al no tener una efectiva cementación en la tubería de revestimiento (TR) de explotación.

Este trabajo se dirige a demostrar por medio de un modelo geométrico y matemático el comportamiento de flujo ascendente que se observa en los registros de trazadores o espectrales, proponiendo una nueva geometría que se basa en anillos que representan el espacio anular (EA) entre la TR-agujero y fracturas, que están conectadas por medio de un disco representando una zona radial, posteriormente se crea una solución matemática la cual se basa en las ecuaciones de **Navier-Stokes (1850)** y la solución por medio de **Hagen-Poiseuille (1940)**, de esta manera se busca reproducir el tránsito de los fluidos durante su inyección partiendo desde la cara del intervalo inyector hasta alcanzar una penetración en el yacimiento.

El primer capítulo señala las intervenciones de inyección y presenta los registros espectrales tomados después de trabajos de inyección. El segundo capítulo presenta el modelo geométrico y una representación gráfica de un momento en el que el fluido se encuentra dentro del yacimiento. El tercer capítulo plantea las ecuaciones y describe la secuencia para su solución finalmente determinando las ecuaciones que se involucran en el modelo matemático. El cuarto capítulo presenta la estrategia de programación y como se determina la condición inicial. El quinto capítulo muestra los resultados obtenidos al correr el programa en dos escenarios con cinco casos para cada uno. Finalmente el sexto capítulo presenta las conclusiones de este trabajo.

CAPÍTULO I

COMPORTAMIENTO DE FLUJO

Este capítulo describe las *intervenciones* utilizadas para el mantenimiento de pozos que tienen como objetivo incrementar la aportación de hidrocarburos o eliminar fluidos no deseados a partir de productos químicos acidificados o sellantes. Una forma de evaluación de estas intervenciones es a través de registros espectrales para confirmar su colocación en la vecindad del pozo mediante la incorporación de trazadores radiactivos a los productos bombeados.

Al observar los registros se determina que el flujo tomó una dirección radial y en gran parte ascendente, ésta última pasando a través de fracturas de gran espesor y/o de un espacio anular con una cementación nula o deficiente.

1.1 Trabajos de Inyección

Para la explotación de los yacimientos es necesario que los pozos presenten las mejores condiciones de flujo a través de un adecuado mantenimiento, éste comprende una gran variedad de trabajos llamados *intervenciones*, las cuáles en términos generales modifican las condiciones mecánicas del pozo y/o el área del yacimiento a drenar, alcanzándose objetivos mediante la inyección de fluidos, dirigidos a realizar estimulaciones [1], cementaciones y/o controlar la invasión de agua o gas [2].

A continuación se mencionan los principales objetivos de estas intervenciones:

- ✓ Estimulaciones:
 - Restituir ó aumentar el área de flujo en la roca.
 - Disminuir la caída de presión evitando la canalización de fluidos no deseados de formación.

- ✓ Cementación de tubería de revestimiento (TR ó liners) de explotación:
 - Proporcionar hermeticidad al pozo.
 - Sustentar la tubería con el agujero.

- Evitar la comunicación de fluidos no deseados por el espacio anular.

- ✓ Control de invasión de agua o gas:
 - Disminuir o sellar canales con flujo preferente al agua o gas.
 - Cambiar las propiedades de mojabilidad de la roca para disminuir la preferencia al flujo de agua.

Estas intervenciones tienen dos objetivos en común; la dirección y longitud de penetración que alcance cada uno de los fluidos utilizados, lo que define sensiblemente sus resultados.

Lo antes descrito va ligado a las características petrofísicas de la formación, la presión del yacimiento y la distancia a los contactos gas – aceite (CGA) y agua – aceite (CAA).

1.2 Penetración de Fluidos Inyectados

Para determinar parte de la penetración alcanzada por un fluido inyectado dentro del yacimiento, se utilizan registros de pozos, en este trabajo en particular, se mostrarán los que detectan imágenes espectrales. El espectro de rayos gamma se genera por material radiactivo incorporado al fluido inyectado (trazador radiactivo). Una vez inyectado él o los fluidos junto con uno o varios tipos de trazadores, se procede con la toma de un registro de pozo, permitiendo así determinar cualitativamente las zonas donde actuó o se ubicó el fluido inyectado.

A continuación se muestran dos ejemplos de estos registros espectrales realizados en la Región Marina Noreste, PEMEX (interpretado por la compañía “O Jeito”, año 2009) realizados en un yacimiento depresionado y de carbonatos fracturados. El primero fue tomado en el *pozo A* donde se realizó una intervención de estimulación por etapas en el intervalo 2830 - 2845 mD (2706 - 2719 mV), que consistió de las siguientes etapas:

- 3 3 m³ de HCl al 15 % líquido bombeado a través de tubería flexible (diámetro 1 ½”) con isótopos radiactivos de Iridio (rojo).
- 4 20 m³ HCl al 15 % gelificado con una calidad de espuma de 65-70 %, bombeado a través del aparejo de producción con isótopos radiactivos de Antimonio (azul).
- 5 15 m³ HCl al 15 % líquido con una calidad de espuma de 75-78 %, bombeado a través del aparejo de producción con isótopos radiactivos de Escandio (amarillo).

La formación estimulada es Jurásico Superior Kimmeridgiano, con una litología de 80 % dolomía, 10 % caliza y 10 % arcilla, una porosidad del 15 % y una saturación de agua del 20 %, el aceite en esta zona presenta una densidad de 20.8 °API.

El CAA se encuentra a 2996 mD (2850 mV) y el CGA a 2772 mD (2655 mV).

Las siguientes figuras muestran el Registro Espectral seccionado en dos partes para una mayor apreciación:

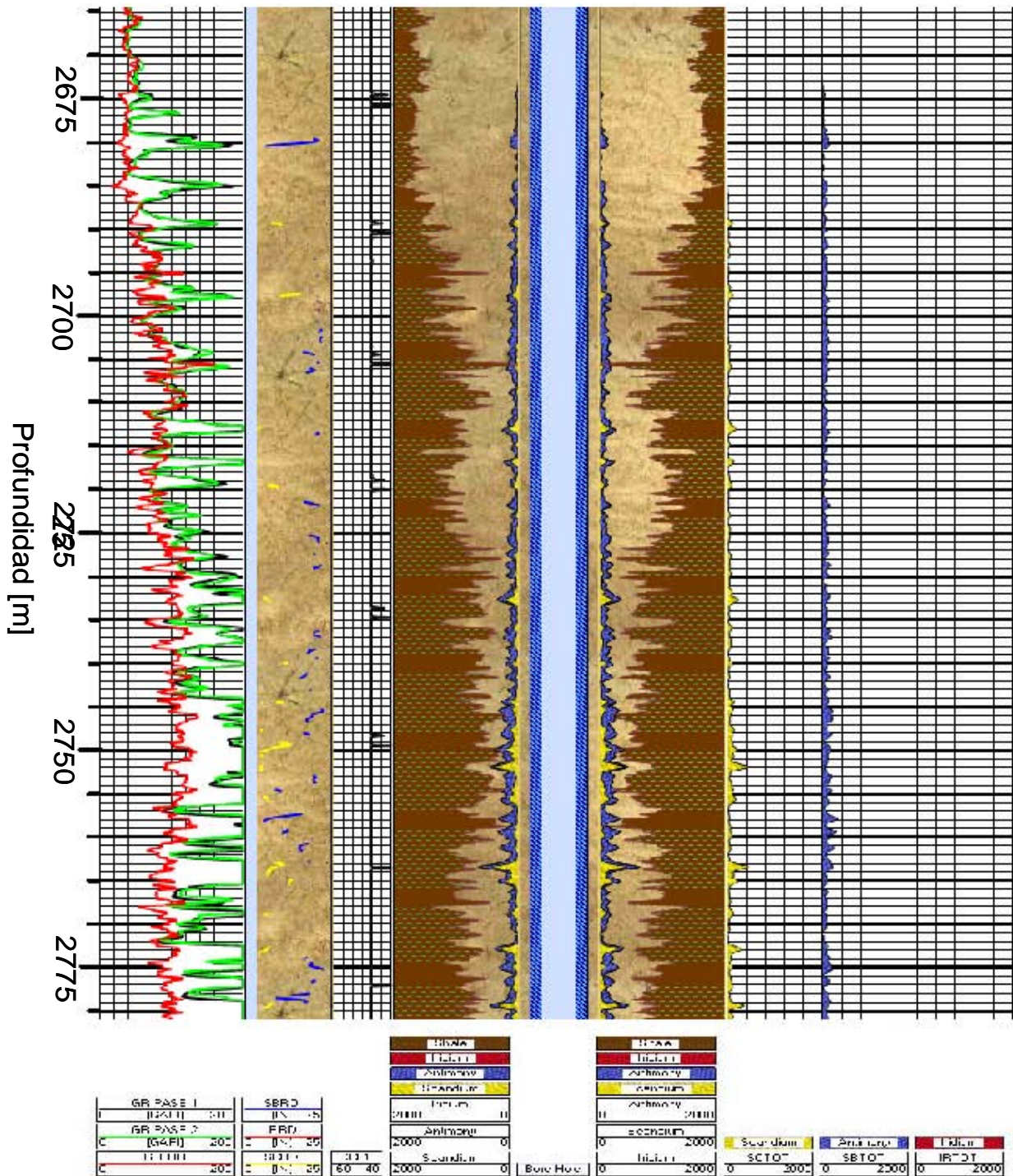


Figura 1. Registro espectral, *pozo A* sección superior.

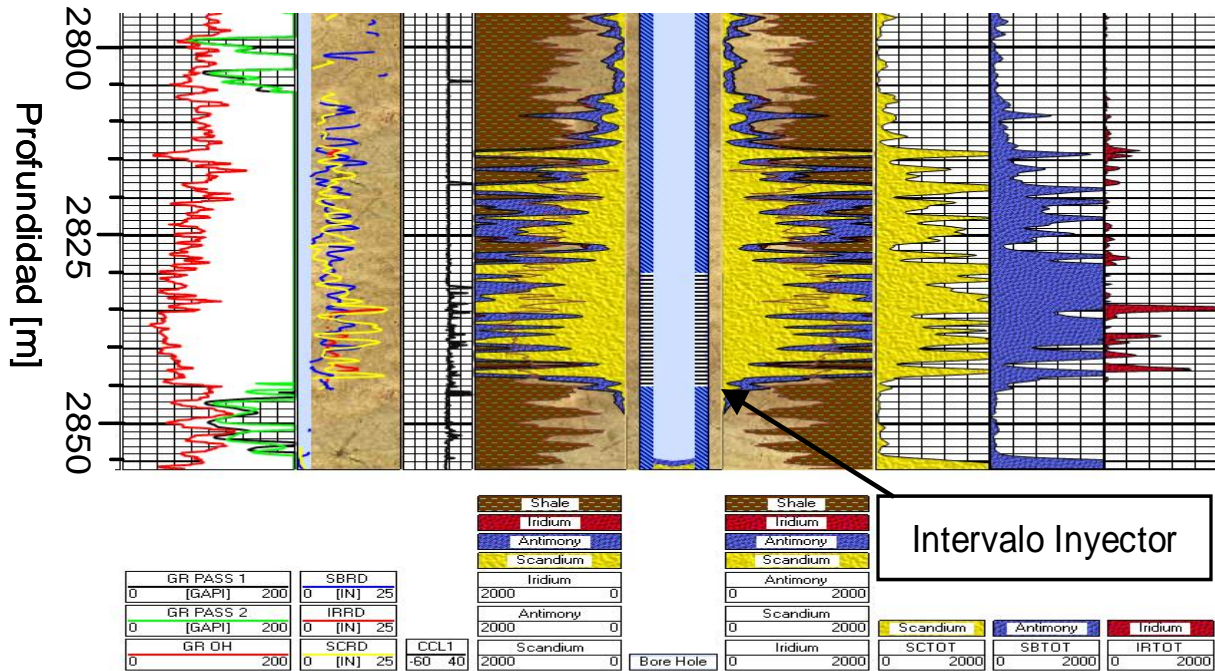


Figura2. Registro espectral, pozo A sección inferior.

Se puede identificar un flujo en la dirección ascendente que existe en las tres etapas. La etapa “A”, resultó en una invasión vertical de 25 mts (tomando como referencia la cima del intervalo inyector). Con respecto a las etapas “B y C” ambas alcanzaron una invasión vertical importante de 156 y 143 mts utilizando similares volúmenes de ácido.

El segundo registro espectral se tomó en el *pozo B* donde se realizó una intervención de control de agua en el intervalo 3185-3210 m, que consistió de:

- 3.1. Bombeó 3.975 m³ de cemento ultra fino base diesel a través de tubería flexible (diámetro 1 3/4”), con isótopos radiactivos de Escandio (Amarillo).

La formación donde se aplicó el tratamiento de control de agua es Cretácico Inferior, con una litología de 90 % dolomía, 5 % caliza y 5 % arcilla, una porosidad del 3 %, permeabilidad 3000 md y una saturación de agua del 13 %, el aceite en esta zona presenta una densidad de 21.4 °API.

El CAA se encuentra a 3261 mD (2600 mV) y el CGA a 3152 mD (2524 mV).

A continuación se muestra el Registro Espectral:

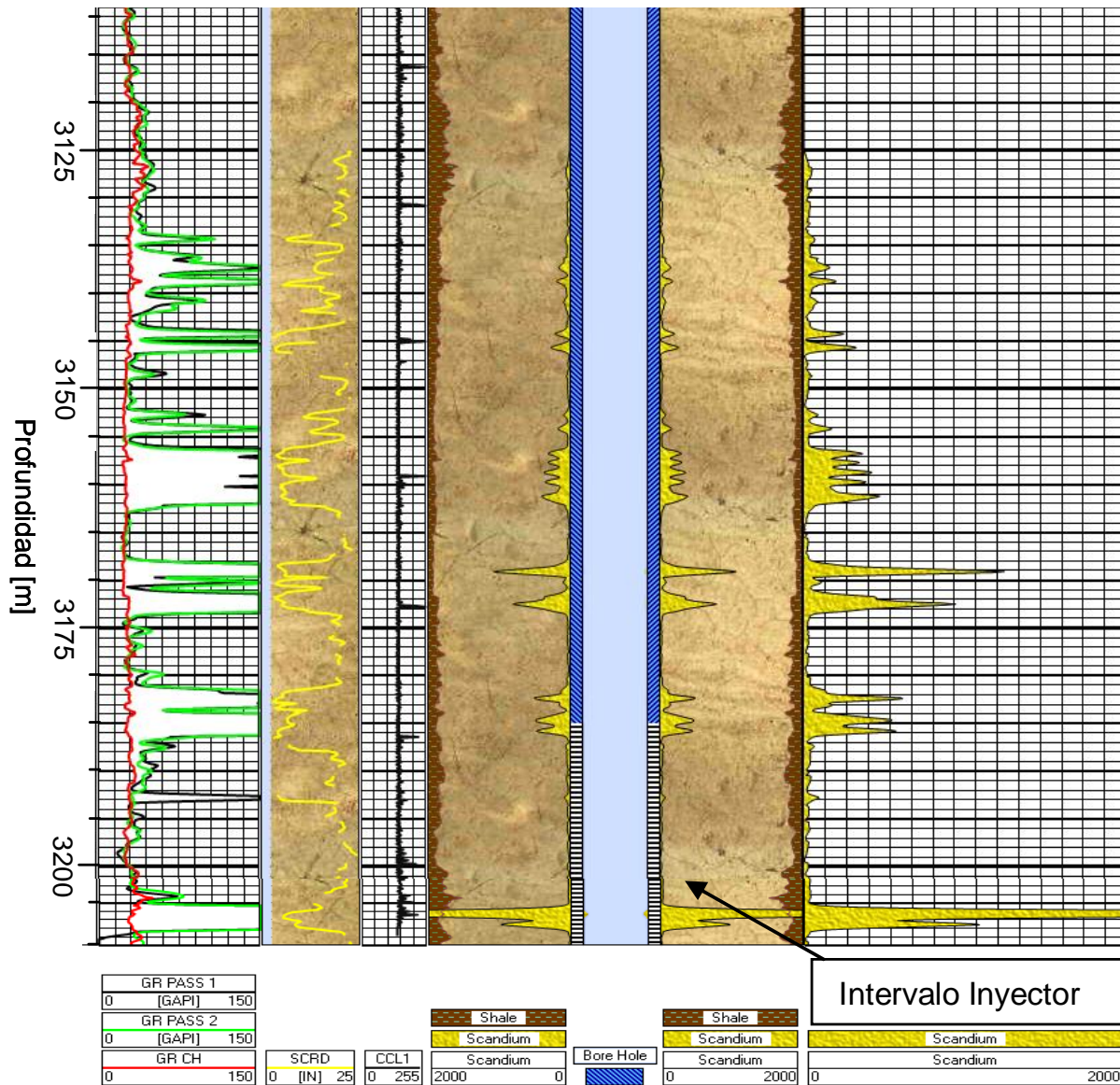


Figura 3. Registro espectral, *pozo B*.

Se puede observar que el tratamiento fue admitido a través de todo el intervalo con buena penetración (ver segunda pista de izquierda a derecha *distancia relativa*), sin embargo, también el cemento trazado alcanzó aproximadamente 60 m por arriba del intervalo inyector.

Los dos casos anteriores son parte de muchos otros que confirman la existencia de un flujo ascendente, es éste el comportamiento que se modelará y reproducirá en el presente trabajo. Es importante mencionar, la falta de registro por debajo del intervalo inyector el cual no se realizó por no tener espacio para bajar la herramienta, pero normalmente se esperaría detectar en esta zona fluido trazado.

CAPITULO II

MODELO GEOMÉTRICO

Este capítulo presenta el modelo geométrico seleccionado que consiste de una serie de espacios anulares conectados al pozo por medio de una zona radial, involucrando los fluidos del yacimiento fracturado y su ubicación durante un trabajo de inyección de un fluido a un tiempo t_i . Lo anterior basado en las características geológicas de los yacimientos fracturados del Activo de Producción Cantarell.

2.1 Asignación y adaptación de la geometría de flujo

En el Golfo de México, existe la presencia de yacimientos carbonatados de gran tamaño, por ejemplo el Campo Cantarell presenta una producción de fluidos bastante grande, derivada de un intenso fracturamiento en sus yacimientos.

El bloque Akal es un claro ejemplo de un yacimiento con intenso fracturamiento, conteniendo valores de permeabilidad de matriz y fractura, en los sentidos vertical y horizontal, que están en el orden de dos a tres Darcy determinados por medio de pruebas de presión. Esta permeabilidad intensa produce una comunicación efectiva entre sus fluidos.

Las fracturas tienen influencia decisiva en la permeabilidad del sistema (Miranda-Martínez *et al.*, 2006). Como evidencia de las características de estos yacimientos se puede consultar el Anexo "A", en el cual se aprecia un núcleo del Activo de Producción Cantarell en uno de sus yacimientos carbonatados denominado Kutz, donde se observa que el fracturamiento presenta una gran intensidad, así mismo el Anexo "B" tiene un ejemplo de un intervalo productor de hidrocarburos del yacimiento Akal, también carbonatado y perteneciente al Campo Cantarell que a través de diversos registros determina parámetros de porosidad, saturación de agua, permeabilidad de matriz y una interpretación de presencia de fracturas. Para complementar las características de estos yacimientos el Anexo "C" muestra los atributos sísmicos apreciando cualitativamente las fracturas (color gris) que rodean a un intervalo productor (color rojo).

Con lo anterior se presenta el reto de generar un modelo geométrico capaz de asimilar cualitativamente el área de flujo existente en la vecindad del pozo, capaz de adaptarse a las variaciones de área que impone la misma perforación del agujero del pozo, considerando la permeabilidad de matriz y la presencia de “grandes” fracturas.

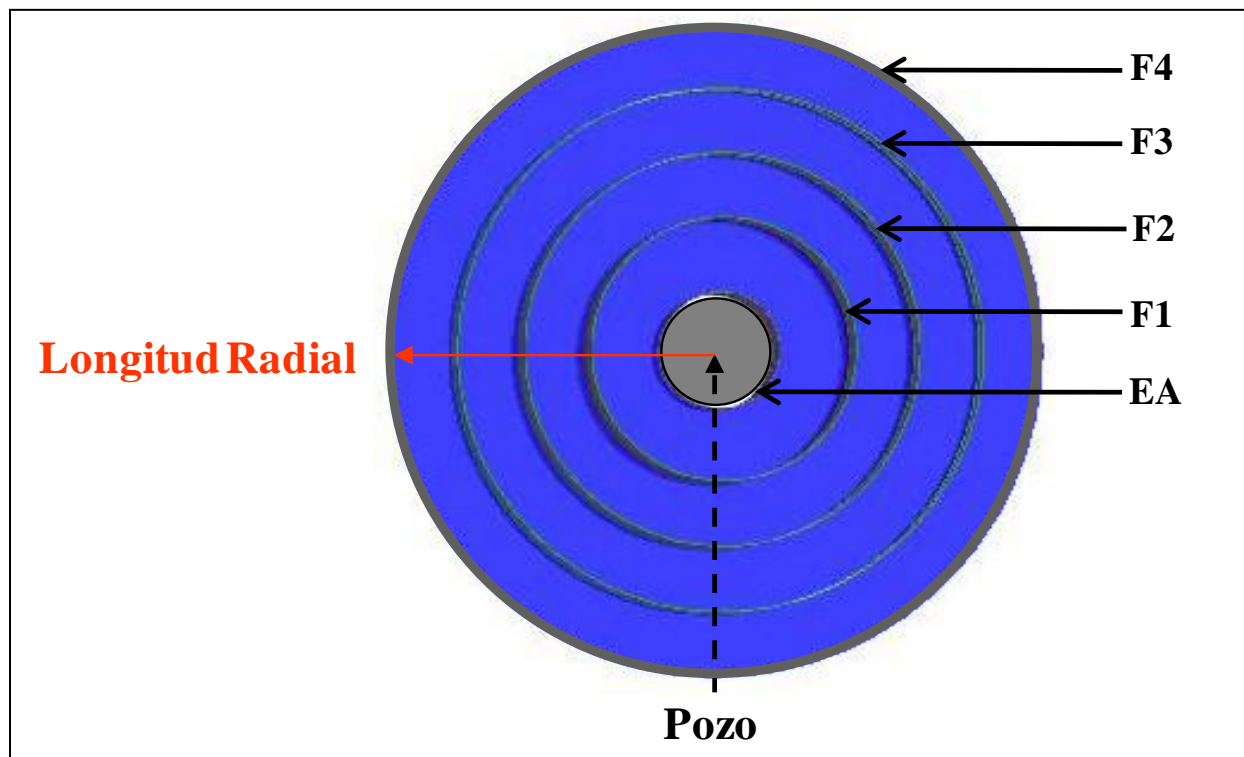


Figura 4. Vista de planta del modelo geométrico anular.

El modelo geométrico propuesto está ubicado en el yacimiento, como se observa en la figura 4, en primer instancia se ubica al pozo en color gris, representando el diámetro del liner o tubería de revestimiento de explotación que contiene el intervalo inyector/productor, alrededor de su perímetro se encuentra la primer geometría anular que representa el Espacio Anular (EA) existente entre la tubería y la formación, que es el diámetro de la barrena. Sucesivamente se observan cuatro anillos más, representando cuatro fracturas que rodean al pozo, todas ellas comunicadas por un disco (en color azul) que representa una área radial perpendicular al eje axial del pozo, que junto con las fracturas albergan los fluidos inyectados a la formación en las direcciones radial, vertical ascendente y vertical descendente.

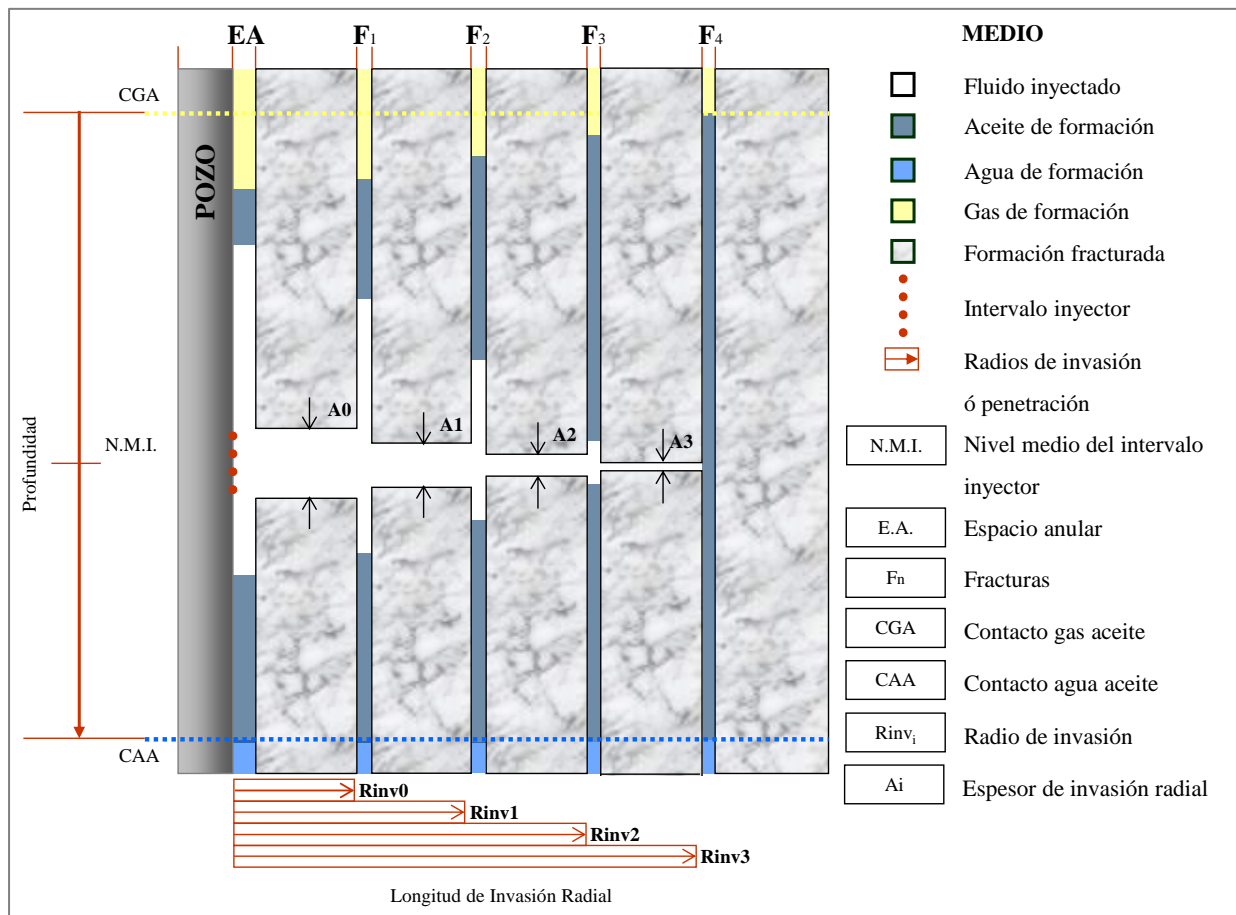


Figura 5. Corte longitudinal y radial del modelo geométrico anular.

Como se señaló en el capítulo I, el análisis se basa en trabajos de inyección a la formación, por ello la figura 5, representa la inyección de un fluido a la formación productora ó yacimiento, en ella se detalla el modelo geométrico propuesto. Primeramente representado el pozo, en específico el liner o tubería de revestimiento de explotación que incluye el intervalo inyector, ubicado en la zona impregnada de aceite, es aquí donde se inyecta el fluido que invade la zona radial (disco), parte del Espacio Anular y Fracturas (anillos). También se muestra la ubicación de los contactos Agua-Aceite (CAA) y contacto Gas-Aceite (CGA) justo en el momento que el fluido inyectado alcanzó la última fractura, que en este caso se hace coincidir con la máxima penetración radial que alcanza el fluido. Por otro lado, se puede distinguir la disminución de la zona radial a medida que el fluido invade la formación, asemejando cualitativamente lo que sucedió con los fluidos que contienen los trazadores radiactivos, señalados en el capítulo anterior.

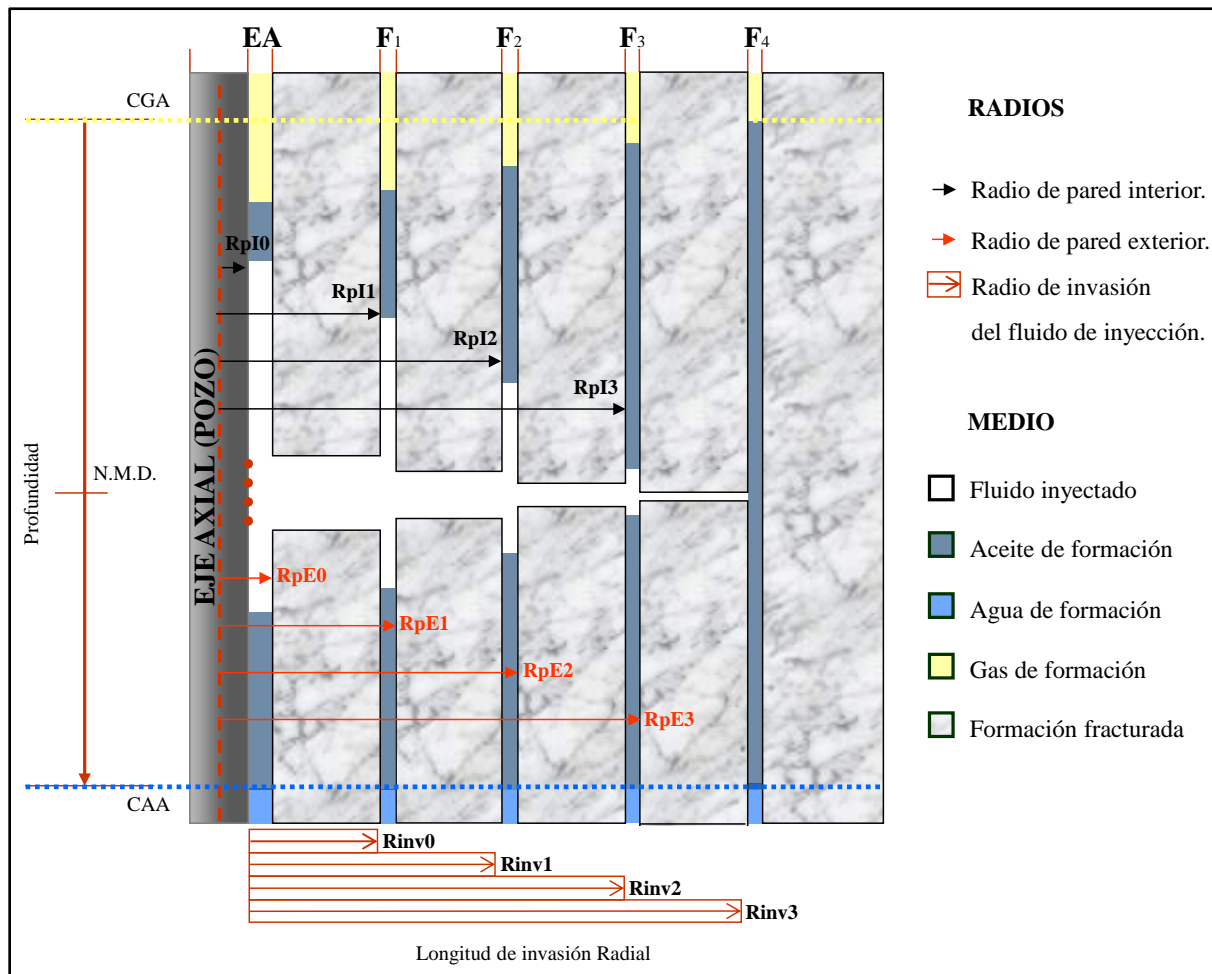


Figura 6. Modelo geométrico indicando las longitudes radiales que intervienen en el modelo para el espacio anular, fracturas e invasión del fluido inyector.

La figura 6, muestra la ubicación del Espacio Anular y Fracturas en el modelo, asignada por medio del radio de la pared interior (RpI) y el radio de su pared exterior de cada una de las zonas anulares partiendo del eje axial del pozo y al mismo tiempo son límite para el cambio de espesor de la zona radial. Nótese que la escala está distorsionada para dar claridad a la figura.

El modelo geométrico propuesto da la flexibilidad de ajustar las zonas de flujo y permite unir o dar continuidad al flujo dentro del espacio anular, matriz y fracturas, con simplicidad dando la pauta para lograr generar un modelo matemático que se generará en el siguiente capítulo e introducirá la dinámica de fluidos que se pretende demostrar.

CAPÍTULO III

MODELO MATEMÁTICO

Este capítulo describe el modelo matemático utilizado para explicar el comportamiento de un fluido inyectado en un medio fracturado. Se parte de las ecuaciones básicas de mecánica de fluidos en medios libres. Estas ecuaciones diferenciales parciales se resuelven por zonas y junto a las condiciones de continuidad de presión y flujo, se genera un sistema algebraico de ecuaciones que se resuelve de manera simultánea.

Como una primera aproximación se considera que todos los fluidos involucrados son newtonianos y que la zona de gas y de agua juegan un papel pasivo, de tal forma que su estado no se modifica por lo que ocurra en el pozo.

3.1 Zonas de flujo

Para lograr generar una solución matemática al modelo geométrico planteado en el capítulo anterior, se dividió su geometría en una sección superior y otra inferior tomando como plano de referencia el nivel medio del disparado o del intervalo inyector (N.M.D.), con esto se diferencian zonas anulares y zonas radiales tanto ascendentes y descendentes.

En la figura 7, se muestra la división de la sección superior e inferior así como una subdivisión de tres zonas por cada una de ellas que a continuación se describen:

- ✓ **Zona anular ascendente**, contempla las áreas anulares que inician desde la cima de la zona radial o disco ($A_i/2$) con longitud vertical y dirección positiva. Considera las secciones del espacio anular y las fracturas 1, 2 y 3. De esta zona, se obtendrá la máxima altura que alcanza el fluido inyectado en el Espacio Anular y en las Fracturas.
- ✓ **Zona anular descendente**, contempla las áreas anulares que van desde la base del disco ($-A_i/2$) con longitud vertical y dirección negativa. Considera las secciones del espacio anular y las fracturas 1, 2 y 3. De esta zona, se obtendrá la máxima profundidad que alcanza el fluido inyectado en el Espacio Anular y en las Fracturas.

- ✓ **Zona radial ascendente**, contempla el espesor ($A_i, 0$), lo que es igual a la mitad del intervalo inyector, por simplicidad en esta punto se plantea la siguiente consideración “el espesor prevalece al inicio de la inyección, disminuyendo a la mitad cada vez que alcanza una fractura y así sucesivamente hasta que el fluido inyectado alcanza la última fractura que en este caso es la Fractura 4, donde solo en este punto el espesor debe tender a cero.
- ✓ **Zona radial descendente**, contempla el espesor ($-A_i, 0$), lo que es igual a la mitad del intervalo inyector, al igual que en el punto anterior se plantea la siguiente consideración “el espesor prevalece al inicio de la inyección, disminuyendo a la mitad cada vez que alcanza una fractura y así sucesivamente hasta que el fluido inyectado alcanza la última fractura que en este caso es la Fractura 4, donde solo en este punto el espesor debe tender a cero.
- ✓ **Zona de equilibrio ascendente**, esta zona **sólo** se considera en la fractura más alejada del intervalo inyector (Fractura 4) contemplando su área anular que va desde el nivel medio del intervalo inyector (N.M.D.) con longitud vertical y dirección positiva. Esta zona, no percibe ninguna afectación dinámica del fluido inyectado.
- ✓ **Zona de equilibrio descendente**, esta zona **sólo** se considera en la fractura más alejada del intervalo inyector (Fractura 4) contemplando su área anular que va desde el nivel medio del intervalo inyector (N.M.D.) con longitud vertical y dirección positiva. Esta zona, no percibe ninguna afectación dinámica del fluido inyectado.

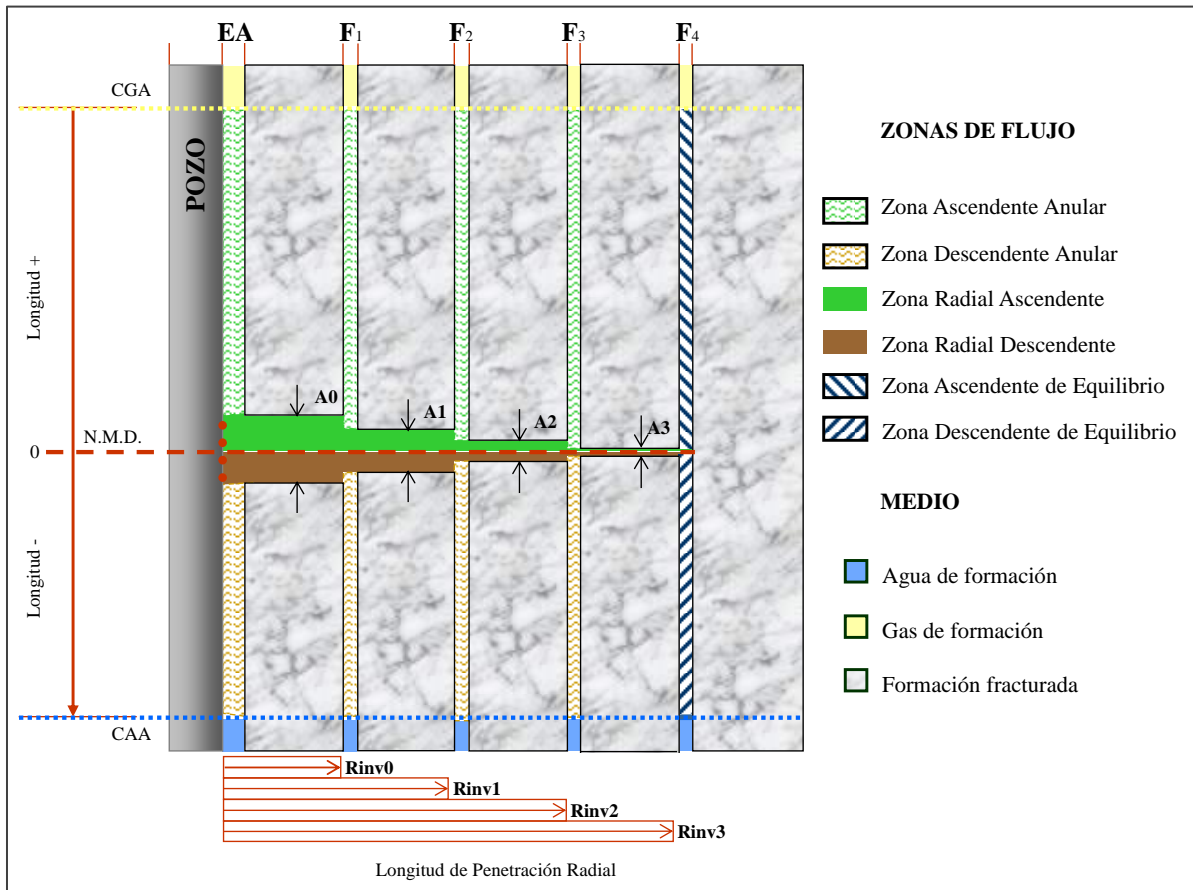


Figura 7. División en zonas de flujo del modelo geométrico.

Una vez que hemos identificado cada una de estas zonas, nombraremos el gasto de fluido que se presentara en ellas.

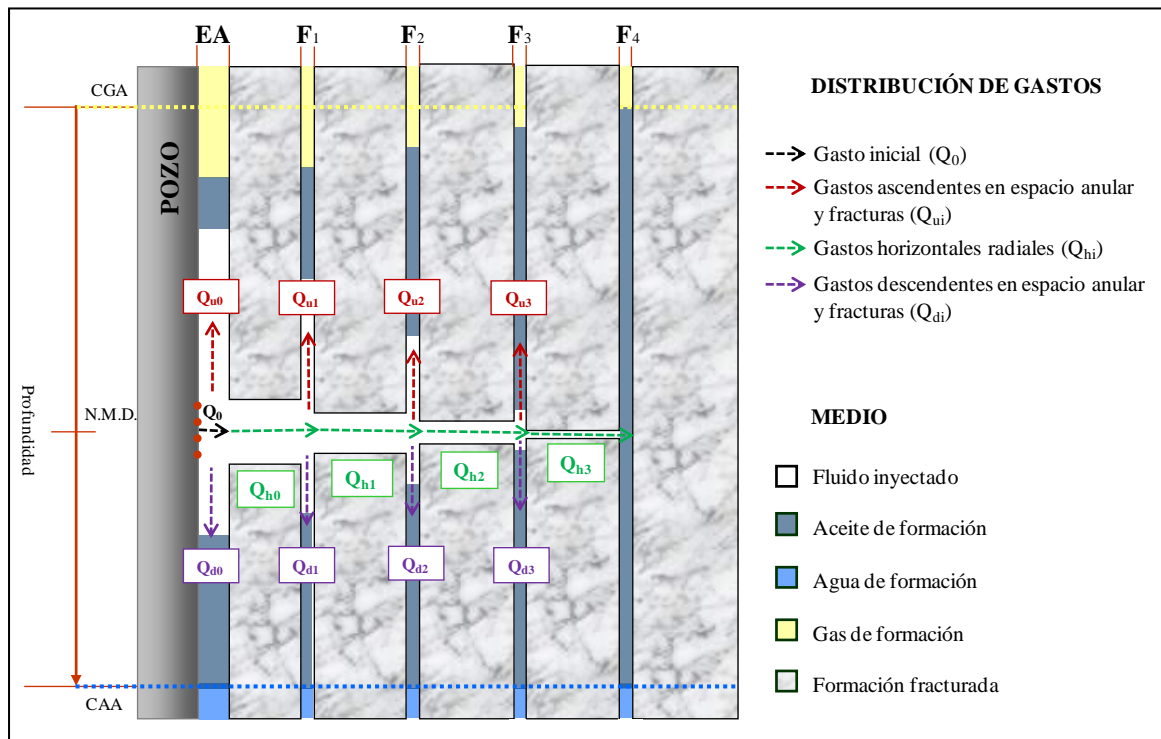


Figura 8. Distribución de gasto de fluido en las zonas de flujo.

Como se puede ver en la figura 8, se han establecido trece gastos de fluido, que a continuación se describen:

- ✓ **Gasto total de inyección denominado “ Q_0 ”**, es el gasto de inyección que entra en la formación o yacimiento, a través del intervalo inyector y es el mismo que se bombearía en superficie, esta es una convención que evita el estudio del comportamiento del gasto en el pozo el cual no está integrado o considerado en este trabajo.
- ✓ **Gasto ascendente en el Espacio Anular y fracturas “ Q_{ui} ”**, es el gasto que toma la dirección ascendente (dirección positiva). Al considerarse en fracturas más alejadas del intervalo inyector su magnitud es menor.
- ✓ **Gasto descendente en el Espacio Anular y fracturas “ Q_{di} ”**, es el gasto que toma la dirección descendente (dirección negativa). Al considerarse en fracturas más alejadas del intervalo inyector su magnitud es menor.
- ✓ **Gasto horizontal o radial “ Q_{hi} ”**, es el gasto que toma la dirección radial, su primer valor inicia en la pared exterior del Espacio Anular, y equivale en un inicio a “ $Q_{hi}=Q_0-Q_{ui}-Q_{di}$ ”, posteriormente y a medida que llega a la pared exterior de cada fractura su magnitud disminuye y equivale a “ $Q_{hi+1}=Q_{hi}-Q_{ui}-Q_{di}$ ”.

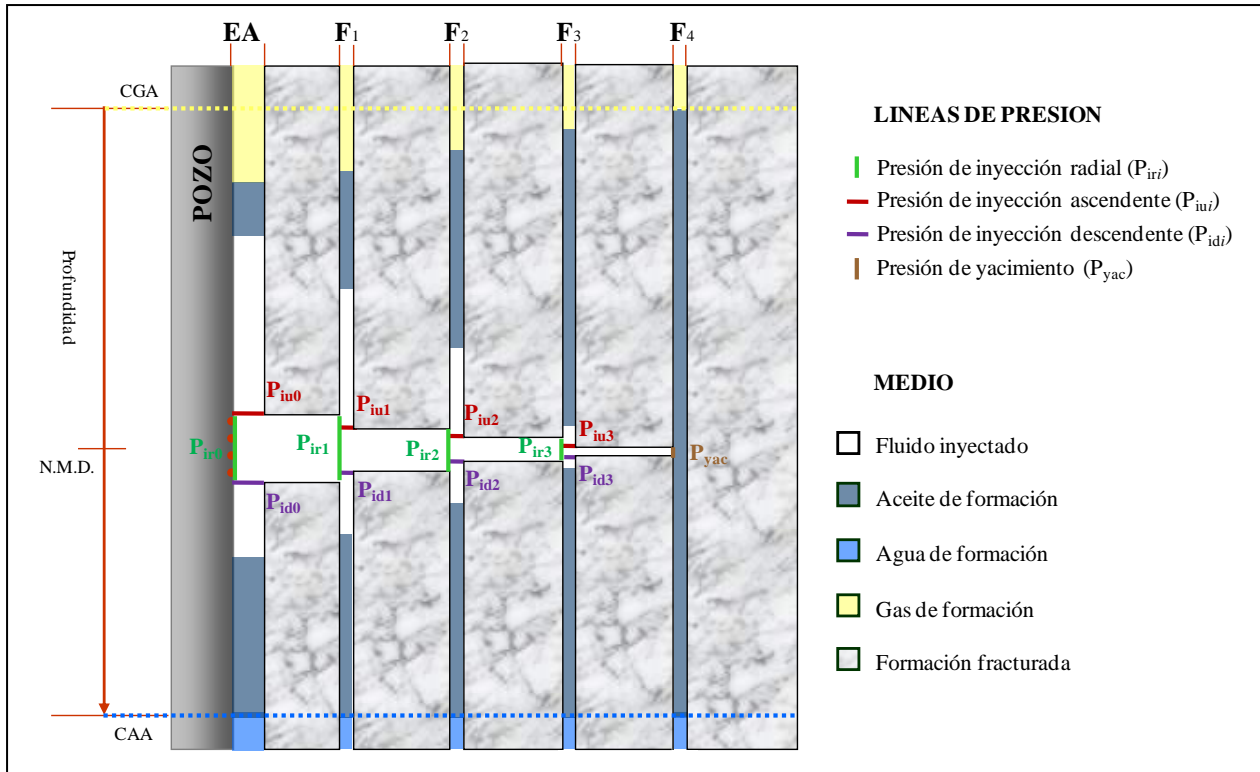


Figura 9. Presiones anulares, radiales y de yacimiento involucradas en el modelo de flujo.

Por último, se determinan las secciones de continuidad de presión, la figura 9 presenta cada una de ellas, a continuación se describen:

- ✓ **Presión de inyección radial “ P_{iri} ”**, es la presión que permite que los fluidos entren a la formación, viaja por la zona radial llegando al Espacio Anular y a cada fractura, manifestando durante su trayecto una caída de presión que depende de las propiedades del medio donde viaja el fluido, las propiedades reológicas del fluido y la gravedad.
- ✓ **Presión de inyección ascendente “ P_{iui} ”**, parte de la frontera de presión de la zona radial en dirección ascendente y sentido positivo, es contrarrestada por el medio, las propiedades del fluido, la presión hidrostática que genera el fluido al entrar a la zona anular y la presión de empuje del casquete de gas, dicha presión a medida que llega a fracturas más alejadas, disminuye su magnitud.
- ✓ **Presión de inyección descendente “ P_{idi} ”**, parte de la frontera de presión de la zona radial en dirección descendente y sentido negativo, es contrarrestada por el medio, las propiedades del fluido, la presión hidrostática que genera el fluido al entrar a la zona anular y la presión de empuje del acuífero, dicha presión a medida que llega a fracturas más alejadas, disminuye su magnitud.
- ✓ **Presión de yacimiento “ P_{yac} ”**, es la presión que está en el punto más alejado del intervalo inyector o bien en el punto donde el yacimiento en términos de presión no es afectada, es la presión que tiene al sistema en equilibrio entre los CAA, CGA y las propiedades de los fluidos.

3.2 Solución general para el flujo en la zona anular ascendente

Para obtener la solución general en la zona ascendente anular se utilizan las ecuaciones de movimiento en coordenadas cilíndricas de **Navier-Stokes (1850)** y posteriormente se obtiene su solución a través de la aproximación de **Hagen-Poiseuille (1840)**. A continuación se presenta su desarrollo:

a. Consideraciones del fluido, flujo y medio:

- a.1. Fluido newtoniano.
- a.2. Densidad y viscosidad constantes.
- a.3. No hay deslizamiento.
- a.4. Se desprecian las fronteras superior e inferior.
- a.5. Isotérmico.
- a.6. Estacionario.
- a.7. Flujo laminar.

b. Utilizando las ecuaciones de Navier-Stokes y de Continuidad en coordenadas cilíndricas (r, θ, z):

Componente r

$$\rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \rho g_r + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r u_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \right]; \quad (3.1)$$

Componente θ

$$\rho \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{u_\theta u_r}{r^2} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \rho g_\theta + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r u_\theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} \right]; \quad (3.2)$$

Componente z

$$\rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right]; \quad (3.3)$$

Continuidad

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0. \quad (3.4)$$

Donde u_r , u_θ , y u_z son los componentes de la velocidad, ρ es la densidad del fluido, g_r , g_θ , y g_z son los componentes de la aceleración gravitacional, r es la distancia radial, t es el tiempo, μ es la viscosidad de los fluidos y P es la presión del fluido.

c. Deduciendo los factores que tienden a cero, o bien despreciándolos.

c.1. Aplicando “simetría” en las velocidades:

$$\frac{\partial(u_r, u_\theta, u_z)}{\partial \theta} = 0; \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial(u_r, u_\theta, u_z)}{\partial z} = 0. \quad (3.6)$$

c.2. Despreciando los efectos de la gravedad:

$$\rho g_r = 0; \quad (3.7)$$

$$\rho g_\theta = 0. \quad (3.8)$$

c.3. Debido a que no existen presiones en r y en θ :

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0; \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = 0. \quad (3.10)$$

d. Obteniendo información de la ecuación 3.4 por medio de:

d.1. Simetrías (ecuaciones 3.5 y 3.6).

d.2. Despreciando la gravedad (ecuaciones 3.7 y 3.8).

d.3. Despreciando la presión (ecuaciones 3.9 y 3.10).

d.4. Estacionario.

Se tiene que:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0; \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0; \quad (3.12)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_\theta)}{\partial \theta} = 0. \quad (3.13)$$

Quedando por lo tanto:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (pru_r)}{\partial r} = 0. \quad (3.14)$$

Deduciendo el valor de u_r de la ecuación anterior:

$$ru_r = C_1. \quad (3.15)$$

Donde C_1 es la contante de integración y su valor se obtiene evaluando a r en R , donde la velocidad es igual a cero por estar junto a la pared del cilindro, entonces si $r = R$ se tiene:

$$u_r = 0.$$

Sustituye u_r en la ecuación 3.15 se tiene:

$$C_1 = 0. \quad (3.16)$$

Como no se puede deducir u_θ de la misma manera y de ninguna otra, de acuerdo al problema podemos suponer que:

$$u_\theta = 0. \quad (3.17)$$

- e. Simplificando las ecuaciones de Navier-Stokes del inciso B y aplicando la información de los incisos A , C y D , quedando:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right] = 0. \quad (3.18)$$

Simplificando, cambiando de derivadas parciales a ordinarias e integrando:

$$\left(\frac{dP}{dz} - \rho g_z \right) \frac{1}{\mu} \left(\frac{r^2}{4} + C_1 (\ln(r)) + C_2 \right) = u_z. \quad (3.19)$$

Aplicando condiciones de frontera en la ecuación 3.19, para encontrar C_1 y C_2 :

$$u_z(r = KR) = 0;$$

$$\frac{(KR)^2}{4} + C_1 (\ln(KR)) + C_2 = 0. \quad (3.20)$$

Donde K es un factor de proporcionalidad adimensional su valor puede ser desde 0 a 1, es cual resulta de la razón de un radio interior entre un radio exterior y C_2 es una contante de integración.

$$u_z(r = R) = 0;$$

$$\frac{(R)^2}{4} + C_1(\text{Ln}(R)) + C_2 = 0. \quad (3.21)$$

Restando la ecuación 3.20 y 3.21, se obtiene C_1 :

$$C_1 = \left(\frac{1-K^2}{4} \right) \left[\frac{R^2}{\text{Ln}(K)} \right]. \quad (3.22)$$

Despejando de la ecuación 3.21 a C_2 y además sustituyendo la ecuación 3.22 se tiene:

$$C_2 = \frac{R^2}{4} \left[(K^2 - 1) \left(\frac{\text{Ln}(R)}{\text{Ln}(K)} \right) - 1 \right]. \quad (3.23)$$

Por lo tanto sustituyendo C_1 y C_2 en la ecuación 3.19 y simplificando para obtener la velocidad en u_z :

$$u_z = - \left(\frac{dP}{dz} - \rho g_z \right) \frac{R^2}{4\mu} \left\{ 1 - \frac{r^2}{R^2} + (1-K^2) \left(\frac{\text{Ln}\left(\frac{r}{R}\right)}{\text{Ln}\left(\frac{1}{K}\right)} \right) \right\}. \quad (3.24)$$

- f. Calculando el gasto ascendente que se simboliza por “ Q_u ”, el cual se define por la siguiente ecuación:

$$Q_u = 2\pi \int_{KR}^R u_z r dr. \quad (3.25)$$

Sustituyendo en la ecuación anterior la ecuación 3.24, integrando y simplificando, se tiene:

$$\frac{d\hat{P}}{dz} = - \frac{8\mu Q_u}{\pi R^4} \left\{ \frac{1}{1-K^4 + \frac{1}{\text{Ln}(K)} [1-2K^2 + K^4]} \right\}. \quad (3.26)$$

Resolviendo la ecuación anterior:

$$- \frac{8\mu Q_u}{\pi R^4} \left\{ \frac{1}{1-K^4 + \frac{1}{\text{Ln}(K)} [1-2K^2 + K^4]} \right\} = \alpha; \quad (3.27)$$

$$\frac{d\hat{P}}{dz} = \alpha. \quad (3.28)$$

Integrando:

$$\hat{P} = \alpha z + C_1. \quad (3.29)$$

Aplicando condiciones de frontera para encontrando C_1 y considerando longitudes ascendentes como positivas:

$$\hat{P}(z=0) = \alpha(0) + C_1 = \hat{P}_0;$$

$$C_1 = \hat{P}_0;$$

$$\hat{P}(z=L) = \alpha(L) + C_1 = \hat{P}_L;$$

$$\alpha L + C_1 = \hat{P}_L.$$

Sustituyendo el valor de C_1 en la ecuación anterior:

$$\alpha L + \hat{P}_0 = \hat{P}_L;$$

$$\alpha = \frac{\Delta \hat{P}}{L}.$$

Sustituyendo el valor de “ α ” en la ecuación 3.27:

$$\hat{P}_0 = \frac{8\mu Q_u}{\pi R^4} \left\{ \frac{L}{1 - K^4 + \frac{1}{\ln(K)} [1 - 2K^2 + K^4]} \right\} + \hat{P}_L. \quad (3.30)$$

Considerando la siguiente expresión:

$$\hat{P} = p + \rho g z. \quad (3.31)$$

Evaluando $z=0$ y $z=L_u$ en la ecuación anterior:

$$\hat{P}|_{z=0} = \hat{P}_0 = P_{0u} + \rho g(0) = P_{0u} \rightarrow \hat{P}_0 = P_{0u}; \quad (3.32)$$

$$\hat{P}|_{z=L_u} = \hat{P}_L = P_{Lu} + \rho g(L_u) = P_{Lu} + \rho g L_u \rightarrow \hat{P}_L = P_{Lu} + \rho g L_u. \quad (3.33)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.32 y 3.33 en la ecuación 3.30 se obtiene la “**solución general para el flujo en la zona anular ascendente**”:

$$P_{0u} = \frac{8\mu Q_u}{\pi R^4} \frac{L_u}{\left[1 - K^4 + \frac{1}{\ln(K)} (1 - 2K^2 + K^4) \right]} + \rho g L_u + P_{Lu}. \quad (3.34)$$

Donde P_{0u} es la presión al entrar el fluido inyectado a zona anular ascendente y P_{Lu} es la presión en el contacto aceite-fluido inyectado y L_u la longitud que alcanza el fluido dentro de la zona anular ascendente.

Considerando:

- Dirección de flujo en dirección opuesta a la presión hidrostática.
- Longitudes ascendentes positivas.
- Gasto del fluido positivo.

3.2.1 Solución en cada zona anular, flujo ascendente

Las soluciones generales se particularizan para cada área de flujo anular, a continuación se obtendrá la ecuación que gobierna el flujo ascendente en la zona del espacio anular, el cual es el espacio entre el agujero y la tubería, apoyándonos en la Figura 3.2 se pueden describir los siguientes parámetros:

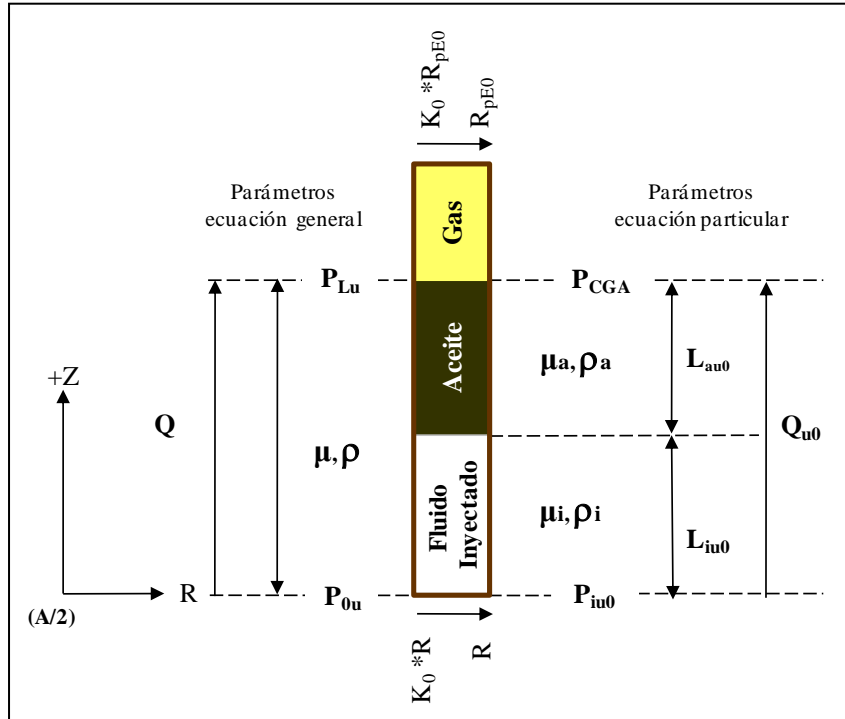


Figura 10. Representación de los fluidos y parámetros que participan en el espacio anular con flujo ascendente

Renombrando y detallando los parámetros de la ecuación 3.34 para obtener la solución particular en la zona ascendente del espacio anular:

$$\mu L_u = \mu_i L_{iu0} + \mu_a (L_{au0} - L_{iu0});$$

$$\rho g L_u = \rho_i g L_{iu0} + \rho_a g (L_{au0} - L_{iu0});$$

$$P_{Lu} = P_{CGA};$$

$$P_{0u} = P_{iu0};$$

$$Q = Q_{u0};$$

$$R = R_{pE0}.$$

$$K = K_0.$$

Por lo tanto, la solución particular para el flujo ascendente en el espacio anular se escribe como:

$$P_{iu0} = \frac{8Q_{u0} [\mu_i L_{iu0} + \mu_a (L_{au0} - L_{iu0})]}{\pi R_{pe0}^4 \left[1 - K_0^4 + \frac{1}{\ln(K_0)} (1 - 2K_0^2 + K_0^4) \right]} + \rho_i g L_{iu0} + \rho_a g (L_{au0} - L_{iu0}) + P_{CGA}. \quad (3.35)$$

Donde μ_i y μ_a son las viscosidades del fluido de inyección y del aceite del yacimiento, P_{iu0} es la presión de inyección en $A/2$, P_{CGA} es la presión del contacto gas-aceite, Q_{u0} es el gasto del fluido inyectado que entra al espacio anular ascendente, r_{pe0} es el radio de la pared exterior del espacio anular, L_{iu0} es la longitud que alcanza el fluido inyectado en el espacio anular ascendente, L_{au0} es la longitud impregnada de aceite en el espacio anular ascendente (después de haber sido desplazado por el fluido de inyección), ρ_i es la densidad del fluido de inyección y K_0 es un factor de proporcionalidad del radio que al multiplicarlo por r_{pe0} proporciona el radio interior del espacio anular su valor es menor o igual a 1.

De la misma manera se obtiene las ecuaciones para el flujo ascendente en:

- La zona de la fractura 1

$$P_{iu1} = \frac{8Q_{u1} [\mu_i L_{iu1} + \mu_a (L_{au1} - L_{iu1})]}{\pi R_{pe1}^4 \left[1 - K_1^4 + \frac{1}{\ln(K_1)} (1 - 2K_1^2 + K_1^4) \right]} + \rho_i g L_{iu1} + \rho_a g (L_{au1} - L_{iu1}) + P_{CGA}; \quad (3.36)$$

- La zona de la fractura 2

$$P_{iu2} = \frac{8Q_{u2} [\mu_i L_{iu2} + \mu_a (L_{au2} - L_{iu2})]}{\pi R_{pe2}^4 \left[1 - K_2^4 + \frac{1}{\ln(K_2)} (1 - 2K_2^2 + K_2^4) \right]} + \rho_i g L_{iu2} + \rho_a g (L_{au2} - L_{iu2}) + P_{CGA}; \quad (3.37)$$

- La zona de la fractura 3

$$P_{iu3} = \frac{8Q_{u3} [\mu_i L_{iu3} + \mu_a (L_{au3} - L_{iu3})]}{\pi R_{pe3}^4 \left[1 - K_3^4 + \frac{1}{\ln(K_3)} (1 - 2K_3^2 + K_3^4) \right]} + \rho_i g L_{iu3} + \rho_a g (L_{au3} - L_{iu3}) + P_{CGA}. \quad (3.38)$$

3.3 Solución general para el flujo en la zona anular descendente

Se presenta el desarrollo para obtener la solución matemática en la zona descendente anular, el cual es semejante al ascendente anular, por tal motivo se partirá de la ecuación 3.25 en donde se incluye la primer diferencia la cual considera un gasto negativo denominado gasto descendente representado por “ Q_d ” obteniéndose de esta forma la ecuación:

$$\frac{d\hat{P}}{dz} = \frac{8\mu Q_d}{\pi R^4} \left\{ \frac{1}{1 - K^4 + \frac{1}{\ln(K)} [1 - 2K^2 + K^4]} \right\}. \quad (3.39)$$

Resolviendo la ecuación anterior:

$$\frac{8\mu Q_d}{\pi R^4} \left\{ \frac{1}{1 - K^4 + \frac{1}{\ln(K)} [1 - 2K^2 + K^4]} \right\} = \alpha; \quad (3.40)$$

$$\frac{d\hat{P}}{dz} = \alpha. \quad (3.41)$$

Integrando:

$$\hat{P} = \alpha z + C_1. \quad (3.42)$$

Aplicando las condiciones de frontera para encontrar C_1 y considerando las longitudes descendentes como negativas:

$$\hat{P}(z = 0) = \alpha(0) + C_1 = \hat{P}_0;$$

$$C_1 = \hat{P}_0;$$

$$\hat{P}(z = -L) = \alpha(-L) + C_1 = \hat{P}_L;$$

$$-\alpha L + C_1 = \hat{P}_L.$$

Sustituyendo el valor de C_1 en la ecuación anterior:

$$-\alpha L + \hat{P}_0 = \hat{P}_L;$$

$$\alpha = -\frac{\Delta\hat{P}}{L}.$$

Sustituyendo el valor de “ α ” en la ecuación 3.40:

$$\hat{P}_0 = \frac{8\mu Q_d}{\pi R^4} \left\{ \frac{L}{1 - K^4 + \frac{1}{\ln(K)} [1 - 2K^2 + K^4]} \right\} + \hat{P}_L. \quad (3.43)$$

Considerando la siguiente expresión:

$$\hat{P} = p + \rho g z. \quad (3.44)$$

Evaluando $z=0$ y $z=-L$ en la ecuación anterior:

$$\hat{P}|_{z=0} = \hat{P}_0 = P_{0d} + \rho g(0) = P_{0d} \rightarrow \hat{P}_0 = P_{0d}; \quad (3.45)$$

$$\hat{P}\Big|_{z=L_d} = \hat{P}_L = P_{L_d} + \rho g(-L_d) = P_{L_d} - \rho g L_d \rightarrow \hat{P}_L = P_{L_d} - \rho g L_d. \quad (3.46)$$

Por lo tanto la ecuación 3.43 concluye en la “**solución general para el flujo en la zona anular descendente**”:

$$P_{0d} = \frac{8\mu Q_d}{\pi R^4} \left[\frac{L_d}{1 - K^4 + \frac{1}{\ln(K)}(1 - 2K^2 + K^4)} \right] - \rho g L_d + P_{L_d}. \quad (3.47)$$

Donde la P_{0d} es la presión al entrar el fluido inyectado a zona anular descendente y P_{L_d} es la presión en el contacto aceite-fluido inyectado y L_d la longitud que alcanza el fluido dentro de la zona anular descendente.

Considerando:

- Dirección de flujo en la misma dirección a la presión hidrostática.
- Longitudes descendentes negativas.
- Gasto del fluido con magnitud negativa.

3.3.1 Solución en cada zona anular, flujo descendente

La ecuación que gobierna el flujo descendente en la zona del espacio anular, el cual es el espacio entre el agujero y la tubería, basándose en la figura 3.5, se pueden escribir los siguientes parámetros:

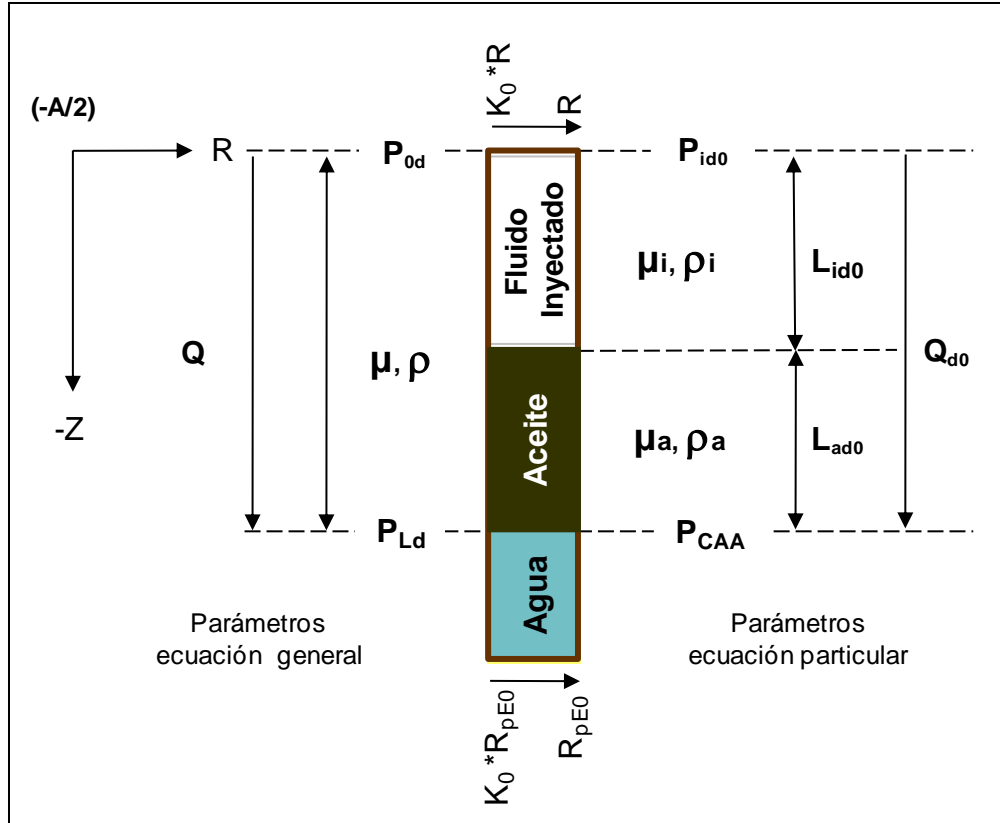


Figura 11. Representación de los fluidos y parámetros que participan en el espacio anular con flujo descendente

Detallando y renombrando los parámetros de la ecuación 3.47 para obtener la solución particular en la zona descendente del espacio anular:

$$\mu L_d = \mu_i L_{id0} + \mu_a (L_{ad0} - L_{id0}); \quad \rho g L_d = \rho_i g L_{id0} + \rho_a g (L_{ad0} - L_{id0});$$

$$P_{Ld} = P_{CAA}; \quad P_{0d} = P_{id0}.$$

$$Q = Q_{d0}.$$

Por lo tanto, la solución particular para el flujo ascendente en el espacio anular se escribe como:

$$P_{id0} = \frac{8Q_{d0} [\mu_i L_{id0} + \mu_a (L_{ad0} - L_{id0})]}{\pi R_{pE0}^4 \left[1 - K_0^4 + \frac{1}{\ln(K_0)} (1 - 2K_0^2 + K_0^4) \right]} + \rho_i g L_{id0} + \rho_a g (L_{ad0} - L_{id0}) + P_{CAA}. \quad (3.48)$$

Donde P_{id0} es la presión de inyección en $-A/2$, P_{CAA} es la presión del contacto agua-aceite, Q_{d0} es el gasto del fluido inyectado que entra al espacio anular descendente, L_{id0} es la longitud que alcanza el fluido inyectado en el espacio anular descendente y L_{ad0} es la longitud impregnada de aceite en el espacio anular descendente (después de haber sido desplazado por el fluido de inyección).

De la misma manera se obtienen las ecuaciones para el flujo descendente en:

- La zona de la fractura 1

$$P_{id1} = \frac{8Q_{d1}[\mu_i L_{id1} + \mu_a(L_{ad1} - L_{id1})]}{\pi R_{pE1}^4 \left[1 - K_1^4 + \frac{1}{\ln(K_1)}(1 - 2K_1^2 + K_1^4) \right]} + \rho_i g L_{id1} + \rho_a g(L_{ad1} - L_{id1}) + P_{CAA}; \quad (3.49)$$

- La zona de la fractura 2

$$P_{id2} = \frac{8Q_{d2}[\mu_i L_{id2} + \mu_a(L_{ad2} - L_{id2})]}{\pi R_{pE2}^4 \left[1 - K_2^4 + \frac{1}{\ln(K_2)}(1 - 2K_2^2 + K_2^4) \right]} + \rho_i g L_{id2} + \rho_a g(L_{ad2} - L_{id2}) + P_{CAA}; \quad (3.50)$$

- La zona de la fractura 3

$$P_{id3} = \frac{8Q_{d3}[\mu_i L_{id3} + \mu_a(L_{ad3} - L_{id3})]}{\pi R_{pE3}^4 \left[1 - K_3^4 + \frac{1}{\ln(K_3)}(1 - 2K_3^2 + K_3^4) \right]} + \rho_i g L_{id3} + \rho_a g(L_{ad3} - L_{id3}) + P_{CAA}. \quad (3.51)$$

3.4 Solución general para el flujo radial (área de invasión)

En la zona radial se utilizó la ecuación de **Darcy (1850)** en coordenadas radiales donde el disco contempla un espesor inicial igual a la longitud del intervalo de disparo y representa la zona de penetración radial, misma que disminuye entre mayor sea su invasión.

De acuerdo a Darcy e integrando se obtiene:

$$-\frac{Q_h \mu}{2\pi k a} = r \frac{\partial P}{\partial r}; \quad (3.52)$$

$$P = -\frac{Q_h \mu}{2\pi k A} \ln\left(\frac{r}{r_i}\right) - c(z); \quad (3.53)$$

$$-\rho g = \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (3.54)$$

Sustituyendo la ecuación 3.53 en 3.54, simplificando e integrando:

$$c(z) = \rho g z + c'. \quad (3.55)$$

Sustituyendo la ecuación 3.55 en 3.53:

$$P = -\frac{Q_h \mu}{2\pi k A} \ln\left(\frac{r}{r_i}\right) - \rho g z - c'. \quad (3.56)$$

Determinando el valor de c' :

Si $z=0$ y $r=r_i$ entonces la ecuación 3.56 se escribe como:

$$P = -\frac{Q_h \mu}{2\pi k A} \ln\left(\frac{r_i}{r_i}\right) - \rho g(0) - c';$$

$$P = -c'.$$

Siendo la presión de inyección:

$$P_i = -c'. \quad (3.57)$$

Sustituyendo el valor de $-c'$ en la ecuación 3.56, se obtiene la **“solución general en la zona de penetración radial”**:

$$P = -\frac{Q_h \mu}{2\pi k A} \ln\left(\frac{r}{r_i}\right) - \rho g z + P_i. \quad (3.58)$$

Donde r y r_i son los radios exterior e interior de la zona del disco en consideración, Q_h es el gasto del fluido en la zona radial o también nombrado gasto horizontal, k es la permeabilidad, A es el espesor, z es la posición vertical dentro del disco de invasión y P es la presión en el radio exterior.

3.4.1 Solución en cada zona radial

Para enlazar la ecuación del flujo radial con el flujo vertical ascendente o descendente en el espacio anular o en las fracturas, se utiliza un punto de presión en común, que se ubica en la frontera entre la geometría de disco y anular, esto es en “ $A/2$ ” en el caso ascendente y “ $-A/2$ ” en el caso descendente (figura 3.3), por lo tanto de la ecuación 3.58 se escribe para el espacio anular en las dos fronteras:

$$P_{iu0} = -\frac{Q_0 \mu_i}{2\pi k_0 A_0} \ln\left(\frac{R_{pE0}}{R_{pI0}}\right) - \rho_i g\left(\frac{A_0}{2}\right) + P_{ir0}; \quad (3.59)$$

$$P_{id0} = -\frac{Q_0 \mu_i}{2\pi k_0 A_0} \ln\left(\frac{R_{pE0}}{R_{pI0}}\right) + \rho_i g\left(\frac{A_0}{2}\right) + P_{ir0}. \quad (3.60)$$

Donde P_{iu0} y P_{id0} son las presiones en la frontera entre la zona radial y la zona anular correspondiente al espacio anular, P_{ir0} es la presión que tiene el fluido al entrar a la matriz de la formación o presión de inyección radial, todas ellas referidas a la posición “ $A_0/2$ ” y “ $-A_0/2$ ”, ρ_i es la densidad del fluido inyectado, μ_i es la viscosidad del fluido inyectado, A_0 es el espesor de disco correspondiente al espacio anular, R_{pE0} y R_{pI0} son el radio de la pared exterior e interior del espacio anular medidos desde el eje axial del pozo (figura 2.3).

De la misma manera se escriben las ecuaciones para:

- Fractura 1 en las fronteras “ $A_1/2$ ” y “ $-A_1/2$ ”

$$P_{iu1} = -\frac{Q_{h0}\mu_i}{2\pi k_1 A_1} \ln\left(\frac{R_{pE1}}{R_{pI1}}\right) - \rho_i g \left(\frac{A_1}{2}\right) + P_{ir1}; \quad (3.61)$$

$$P_{id1} = -\frac{Q_{h0}\mu_i}{2\pi k_1 A_1} \ln\left(\frac{R_{pE1}}{R_{pI1}}\right) + \rho_i g \left(\frac{A_1}{2}\right) + P_{ir1}; \quad (3.62)$$

- Fractura 2 en las fronteras “ $A_2/2$ ” y “ $-A_2/2$ ”

$$P_{iu2} = -\frac{Q_{h1}\mu_i}{2\pi k_2 A_2} \ln\left(\frac{R_{pE2}}{R_{pI2}}\right) - \rho_i g \left(\frac{A_2}{2}\right) + P_{ir2}; \quad (3.63)$$

$$P_{id2} = -\frac{Q_{h1}\mu_i}{2\pi k_2 A_2} \ln\left(\frac{R_{pE2}}{R_{pI2}}\right) + \rho_i g \left(\frac{A_2}{2}\right) + P_{ir2}; \quad (3.64)$$

- Fractura 3 en las fronteras “ $A_3/2$ ” y “ $-A_3/2$ ”

$$P_{iu3} = -\frac{Q_{h2}\mu_i}{2\pi k_3 A_3} \ln\left(\frac{R_{pE3}}{R_{pI3}}\right) - \rho_i g \left(\frac{A_3}{2}\right) + P_{ir3}; \quad (3.65)$$

$$P_{id3} = -\frac{Q_{h2}\mu_i}{2\pi k_3 A_3} \ln\left(\frac{R_{pE3}}{R_{pI3}}\right) + \rho_i g \left(\frac{A_3}{2}\right) + P_{ir3}. \quad (3.66)$$

La ecuación que da continuidad en el sistema de presiones se genera utilizando de nueva cuenta la ecuación 3.58, la cual va desde una presión de inyección radial mayor a otra menor y en el punto donde “ $A=0$ ”, por lo tanto se tiene:

$$P_{ir1} = -\frac{Q_{h0}\mu_i}{2\pi k_0 A_0} \ln\left(\frac{R_{inv0}}{R_{pE0}}\right) - \frac{Q_0\mu_i}{2\pi k_0 A_0} \ln\left(\frac{R_{pE0}}{R_{pI0}}\right) + P_{ir0}. \quad (3.67)$$

Donde R_{inv0} es el radio de invasión, abarcando desde la cara de los disparos del pozo hasta el inicio de la fractura uno o R_{pI1} , en la zona radial.

De la misma manera se escriben las ecuaciones para cada zona radial entre fracturas:

- De la Fractura 1 a 2.

$$P_{ir2} = -\frac{Q_{h1}\mu_i}{2\pi k_1 A_1} \ln\left(\frac{R_{inv1}}{R_{pE1}}\right) - \frac{Q_{h0}\mu_i}{2\pi k_1 A_1} \ln\left(\frac{R_{pE1}}{R_{pI1}}\right) + P_{ir1}; \quad (3.68)$$

- De la Fractura 2 a 3.

$$P_{ir3} = -\frac{Q_{h2}\mu_i}{2\pi k_2 A_2} \ln\left(\frac{R_{inv2}}{R_{pE2}}\right) - \frac{Q_{h1}\mu_i}{2\pi k_2 A_2} \ln\left(\frac{R_{pE2}}{R_{pI2}}\right) + P_{ir2}; \quad (3.69)$$

- De la fractura 3 a 4.

$$P_{yac} = -\frac{Q_{h3}\mu_i}{2\pi k_3 A_3} \ln\left(\frac{R_{inv3}}{R_{pE3}}\right) - \frac{Q_{h2}\mu_i}{2\pi k_3 A_3} \ln\left(\frac{R_{pE3}}{R_{pI3}}\right) + P_{ir3}. \quad (3.70)$$

Donde P_{yac} es la presión de yacimiento.

3.5 Solución para la zona de equilibrio

La solución de en la zona de equilibrio se basó en la relación de la presión hidrostática propiciada por los fluidos considerados en el medio junto con la presión generada por los empujes del casquete de gas y de un acuífero activo.

Esta solución proporciona la presión a nivel medio de los disparos (*N.M.D.*) o la presión de yacimiento P_{yac} , ubicada en el punto en la zona radial donde el fluido inyectado ya no tiene movimiento.

La ecuación general es:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho(z)g. \quad (3.71)$$

Por lo que:

$$\rho(z) = \begin{cases} \rho_g \Rightarrow z > L_{tou} \\ \rho_o \Rightarrow \frac{A}{2} < z \leq L_{tou} \\ \rho_i \Rightarrow -\frac{A}{2} \leq z \leq \frac{A}{2} \\ \rho_o \Rightarrow -L_{tod} \leq z < -\frac{A}{2} \\ \rho_w \Rightarrow z < -L_{tod} \end{cases}$$

Donde ρ_g es la densidad del gas, ρ_o es la densidad de aceite, ρ_{iny} es la densidad del fluido de inyección, ρ_w es la densidad del gas, A es el espesor de la zona invadida por el fluido inyectado, L_{tou} es la longitud impregnada de aceite dentro de la fractura en la zona ascendente y L_{tod} es la longitud impregnada de aceite dentro de la fractura en zona descendente.

Entonces se reescribe las ecuaciones en relacionando con los fluidos contenidos en el yacimiento se obtiene:

$$P_g = -\rho_g gz + C_g \Rightarrow z > L_{tou}; \quad (3.72)$$

$$P_{ou} = -\rho_o gz + C_{ou} \Rightarrow \frac{A}{2} < z \leq L_{tou}; \quad (3.73)$$

$$P_i = -\rho_i gz + C_{id} \Rightarrow -\frac{A}{2} \leq z \leq \frac{A}{2}; \quad (3.74)$$

$$P_{od} = -\rho_o gz + C_{od} \Rightarrow -L_{tod} \leq z < -\frac{A}{2}; \quad (3.75)$$

$$P_w = -\rho_w gz + C_w \Rightarrow z < -L_{tod}. \quad (3.76)$$

Donde las presiones en la fractura están representadas por P_g que es la presión en la zona impregnada de gas, P_{ou} es la presión en la zona ascendente impregnada de aceite, P_i es la presión en la zona impregnada del fluido de inyección, P_{od} es la presión en la zona descendente impregnada de aceite y P_w es la presión en la zona impregnada de agua de formación.

Para la longitud saturada con gas se utiliza la ecuación 3.72:

Condiciones de frontera:

$$P_g(L_{tou}) = P_{cga}.$$

Se tiene:

$$P_g = -\rho_g g(L_{tou}) + C_g = P_{cga};$$

$$C_g = P_{cga} + \rho_g gL_{tou}.$$

Por lo tanto la ecuación 3.72 se puede escribir:

$$P_g = -\rho_g gz + P_{cga} + \rho_g gL_{tou};$$

$$P_g = \rho_g g(L_{tou} - z) + P_{cga}. \quad (3.77)$$

Para la longitud saturada con gas se utiliza la ecuación 3.76:

Condiciones de frontera:

$$P_w(-L_{tod}) = P_{cwa}.$$

Se tiene:

$$P_w = -\rho_w gz + C_w;$$

$$P_w = -\rho_w g(-L_{tod}) + C_w = P_{cwa};$$

$$C_w = P_{cwa} - \rho_w gL_{tod}.$$

Por lo tanto la ecuación 3.76 se puede escribir:

$$P_w = -\rho_w gz + C_w;$$

$$P_w = -\rho_w gz + P_{cwa} - \rho_w gL_{tod};$$

$$P_w = -\rho_w g(L_{tod} + z) + P_{cwa}. \quad (3.78)$$

Para la longitud saturada con aceite en la parte descendente se utiliza la ecuación 3.75:

Condiciones de frontera:

$$P_{od}(-L_{tod}) = P_w.$$

Utilizando la ecuación 3.78, se tiene:

$$P_{od} = -\rho_o gz + C_{od};$$

$$P_{od} = -\rho_o g(-L_{tod}) + C_{od} = P_w;$$

$$-\rho_o g(-L_{tod}) + C_{od} = -\rho_w g(L_{tod} - L_{tod}) + P_{cwa};$$

$$C_{od} = -\rho_o gL_{tod} + P_{cwa}.$$

Por lo tanto la ecuación 3.75 se puede escribir:

$$P_{od} = -\rho_o gz + C_{od};$$

$$P_{od} = -\rho_o g(z + L_{tod}) + P_{cwa}. \quad (3.79)$$

Para la longitud saturada con el fluido inyectado se utiliza la ecuación 3.74:

Condiciones de frontera:

$$P_i\left(-\frac{A}{2}\right) = P_{od}.$$

Utilizando la ecuación 3.79, se tiene:

$$P_i = -\rho_i g z + C_{id};$$

$$-\rho_i g\left(-\frac{A}{2}\right) + C_{id} = P_{od};$$

$$-\rho_i g\left(-\frac{A}{2}\right) + C_{id} = -\rho_o g\left[\left(-\frac{A}{2}\right) + L_{tod}\right] + P_{cwa};$$

$$C_{id} = -\frac{A}{2}\rho_i g - \rho_o g\left(-\frac{A}{2} + L_{tod}\right) + P_{cwa}.$$

Por lo tanto la ecuación 3.74 se puede escribir:

$$P_i = -\rho_i g z + C_{id};$$

$$P_i = -\rho_i g z - \frac{A}{2}\rho_i g - \rho_o g\left(-\frac{A}{2} + L_{tod}\right) + P_{cwa};$$

$$P_i = -\rho_i g\left(z + \frac{A}{2}\right) - \rho_o g\left(-\frac{A}{2} + L_{tod}\right) + P_{cwa}. \quad (3.80)$$

Para la longitud saturada con el fluido inyectado se utiliza la ecuación 3.73:

Condiciones de frontera:

$$P_{ou}\left(\frac{A}{2}\right) = P_i.$$

Utilizando la ecuación 3.80, se tiene:

$$P_{ou} = -\rho_o g z + C_{ou};$$

$$-\rho_o g\left(\frac{A}{2}\right) + C_{ou} = -\rho_i g\left[\left(\frac{A}{2}\right) + \frac{A}{2}\right] - \rho_o g\left(-\frac{A}{2} + L_{tod}\right) + P_{cwa};$$

$$C_{ou} = -\rho_o g(-A + L_{tod}) - A\rho_i g + P_{cwa}.$$

Por lo tanto la ecuación 3.73 se puede escribir:

$$P_{ou} = -\rho_o g z + C_{ou};$$

$$P_{ou} = -\rho_o g z - \rho_o g(-A + L_{tod}) - A\rho_i g + P_{cwa};$$

$$P_{ou} = -\rho_o g(-A + L_{tod} + z) - A\rho_i g + P_{cwa}. \quad (3.81)$$

Donde P_{cwa} es la presión del contacto agua – aceite y P_{cga} es la presión del contacto gas – aceite.

Finalmente para obtener “ L_{tou} ”, igualando las ecuaciones 3.77 y 3.81 en $z=L_{tou}$:

$$\begin{aligned}\rho_g g(L_{tou} - z) + P_{cga} &= -\rho_o g(-A + L_{tod} + z) - A\rho_i g + P_{cwa}; \\ -\rho_g g(L_{tou} - L_{tou}) - P_{cga} &= \rho_o g(-A + L_{tod} + L_{tou}) + A\rho_i g - P_{cwa}; \\ L_{tou} &= \frac{-Ag(\rho_i - \rho_o) + P_{cwa} - P_{cga}}{\rho_o g} - L_{tod}.\end{aligned}\quad (3.82)$$

3.6 Solución para el gasto del fluido “Q”

Otro parámetro importante es el gasto del fluido inyectado y cómo éste se reparte en cada una de las zonas anulares y radiales, para ello se usará la siguiente ecuación general:

$$Q_0 = Q_u + Q_d + Q_h. \quad (3.83)$$

Donde Q_0 es el gasto inicial de inyección que entra por la zona del intervalo inyector, Q_u es el gasto ascendente, Q_d es el gasto descendente y Q_h es el gasto en horizontal o gasto radial.

De la misma manera se escriben las ecuaciones para la distribución del gasto de líquidos en las zonas radiales y anulares ascendentes y descendentes en:

- Espacio anular.

$$Q_0 = Q_{u0} + Q_{d0} + Q_{h0}; \quad (3.84)$$

- Fractura 1.

$$Q_{h0} = Q_{u1} + Q_{d1} + Q_{h1}; \quad (3.85)$$

- Fractura 2.

$$Q_{h1} = Q_{u2} + Q_{d2} + Q_{h2}; \quad (3.86)$$

- Fractura 3.

$$Q_{h2} = Q_{u3} + Q_{d3} + Q_{h3}. \quad (3.87)$$

3.7 Enlace del Modelo de flujo

Finalmente, se unen todas las soluciones particulares generadas y se obtiene el conjunto de ecuaciones que conforman el modelo matemático. En primera instancia se agrupan las ecuaciones que involucran.

- **Espacio Anular:**

Solución para calcular la presión en la zona anular ascendente.

$$P_{iu0} = \frac{8Q_{u0} [\mu_i L_{iu0} + \mu_a (L_{au0} - L_{iu0})]}{\pi R_{pE0}^4 \left[1 - K_0^4 + \frac{1}{Ln(K_0)} (1 - 2K_0^2 + K_0^4) \right]} + \rho_i g L_{iu0} + \rho_a g (L_{au0} - L_{iu0}) + P_{CGA};$$

Solución para calcular la presión en la zona anular descendente.

$$P_{id0} = \frac{8Q_{d0} [\mu_i L_{id0} + \mu_a (L_{ad0} - L_{id0})]}{\pi R_{pE0}^4 \left[1 - K_0^4 + \frac{1}{Ln(K_0)} (1 - 2K_0^2 + K_0^4) \right]} + \rho_i g L_{id0} + \rho_a g (L_{ad0} - L_{id0}) + P_{CAA};$$

Solución para determinar la presión en la zona radial ascendente.

$$P_{iu0} = -\frac{Q_0 \mu_i}{2\pi k_0 A_0} \ln \left(\frac{R_{pE0}}{R_{pI0}} \right) - \rho_i g \left(\frac{A_0}{2} \right) + P_{ir0};$$

Solución para determinar la presión en la zona radial descendente.

$$P_{id0} = -\frac{Q_0 \mu_i}{2\pi k_0 A_0} \ln \left(\frac{R_{pE0}}{R_{pI0}} \right) + \rho_i g \left(\frac{A_0}{2} \right) + P_{ir0};$$

Solución para determinar la presión en la zona radial en el plano de referencia

$$P_{ir1} = -\frac{Q_{h0} \mu_i}{2\pi k_0 A_0} \ln \left(\frac{R_{inv0}}{R_{pE0}} \right) - \frac{Q_0 \mu_i}{2\pi k_0 A_0} \ln \left(\frac{R_{pE0}}{R_{pI0}} \right) + P_{ir0};$$

Solución para determinar los gastos de los fluidos para cada una de las zonas involucradas.

$$Q_0 = Q_{u0} + Q_{d0} + Q_{h0}.$$

- **Fractura 1:**

Solución para calcular la presión en la zona anular ascendente.

$$P_{iu1} = \frac{8Q_{u1}[\mu_i L_{iu1} + \mu_a (L_{au1} - L_{iu1})]}{\pi R_{pE1}^4 \left[1 - K_1^4 + \frac{1}{\ln(K_1)} (1 - 2K_1^2 + K_1^4) \right]} + \rho_i g L_{iu1} + \rho_a g (L_{au1} - L_{iu1}) + P_{CGA};$$

Solución para calcular la presión en la zona anular descendente.

$$P_{id1} = \frac{8Q_{d1}[\mu_i L_{id1} + \mu_a (L_{ad1} - L_{id1})]}{\pi R_{pE1}^4 \left[1 - K_1^4 + \frac{1}{\ln(K_1)} (1 - 2K_1^2 + K_1^4) \right]} + \rho_i g L_{id1} + \rho_a g (L_{ad1} - L_{id1}) + P_{CAA};$$

Solución para determinar la presión en la zona radial ascendente.

$$P_{iu1} = -\frac{Q_{h0}\mu_i}{2\pi k_1 A_1} \ln\left(\frac{R_{pE1}}{R_{pI1}}\right) - \rho_i g \left(\frac{A_1}{2}\right) + P_{ir1};$$

Solución para determinar la presión en la zona radial descendente.

$$P_{id1} = -\frac{Q_{h0}\mu_i}{2\pi k_1 A_1} \ln\left(\frac{R_{pE1}}{R_{pI1}}\right) + \rho_i g \left(\frac{A_1}{2}\right) + P_{ir1};$$

Solución para determinar la presión en la zona radial en el plano de referencia

$$P_{ir2} = -\frac{Q_{h1}\mu_i}{2\pi k_1 A_1} \ln\left(\frac{R_{inv1}}{R_{pE1}}\right) - \frac{Q_{h0}\mu_i}{2\pi k_1 A_1} \ln\left(\frac{R_{pE1}}{R_{pI1}}\right) + P_{ir1};$$

Solución para determinar los gastos de los fluidos para cada una de las zonas involucradas.

$$Q_{h0} = Q_{u1} + Q_{d1} + Q_{h1}.$$

- **Fractura 2:**

Solución para calcular la presión en la zona anular ascendente.

$$P_{iu2} = \frac{8Q_{u2}[\mu_i L_{iu2} + \mu_a (L_{au2} - L_{iu2})]}{\pi R_{pE2}^4 \left[1 - K_2^4 + \frac{1}{\ln(K_2)} (1 - 2K_2^2 + K_2^4) \right]} + \rho_i g L_{iu2} + \rho_a g (L_{au2} - L_{iu2}) + P_{CGA};$$

Solución para calcular la presión en la zona anular descendente.

$$P_{id2} = \frac{8Q_{d2}[\mu_i L_{id2} + \mu_a(L_{ad2} - L_{id2})]}{\pi R_{pE2}^4 \left[1 - K_2^4 + \frac{1}{\ln(K_2)}(1 - 2K_2^2 + K_2^4) \right]} + \rho_i g L_{id2} + \rho_a g(L_{ad2} - L_{id2}) + P_{CAA};$$

Solución para determinar la presión en la zona radial ascendente.

$$P_{iu2} = -\frac{Q_{h1}\mu_i}{2\pi k_2 A_2} \ln\left(\frac{R_{pE2}}{R_{pI2}}\right) - \rho_i g\left(\frac{A_2}{2}\right) + P_{ir2};$$

Solución para determinar la presión en la zona radial descendente.

$$P_{id2} = -\frac{Q_{h1}\mu_i}{2\pi k_2 A_2} \ln\left(\frac{R_{pE2}}{R_{pI2}}\right) + \rho_i g\left(\frac{A_2}{2}\right) + P_{ir2};$$

Solución para determinar la presión en la zona radial en el plano de referencia

$$P_{ir3} = -\frac{Q_{h2}\mu_i}{2\pi k_2 A_2} \ln\left(\frac{R_{inv2}}{R_{pE2}}\right) - \frac{Q_{h2}\mu_i}{2\pi k_2 A_2} \ln\left(\frac{R_{pE2}}{R_{pI2}}\right) + P_{ir2};$$

Solución para determinar los gastos de los fluidos para cada una de las zonas involucradas.

$$Q_{h1} = Q_{u2} + Q_{d2} + Q_{h2}.$$

- **Fractura 3:**

Solución para calcular la presión en la zona anular ascendente.

$$P_{iu3} = \frac{8Q_{u3}[\mu_i L_{iu3} + \mu_a(L_{au3} - L_{iu3})]}{\pi R_{pE3}^4 \left[1 - K_3^4 + \frac{1}{\ln(K_3)}(1 - 2K_3^2 + K_3^4) \right]} + \rho_i g L_{iu3} + \rho_a g(L_{au3} - L_{iu3}) + P_{CGA};$$

Solución para calcular la presión en la zona anular descendente.

$$P_{id3} = \frac{8Q_{d3}[\mu_i L_{id3} + \mu_a(L_{ad3} - L_{id3})]}{\pi R_{pE3}^4 \left[1 - K_3^4 + \frac{1}{\ln(K_3)}(1 - 2K_3^2 + K_3^4) \right]} + \rho_i g L_{id3} + \rho_a g(L_{ad3} - L_{id3}) + P_{CAA};$$

Solución para determinar la presión en la zona radial ascendente.

$$P_{iu3} = -\frac{Q_{h2}\mu_i}{2\pi k_3 A_3} \ln\left(\frac{R_{pE3}}{R_{pI3}}\right) - \rho_i g\left(\frac{A_3}{2}\right) + P_{ir3};$$

Solución para determinar la presión en la zona radial descendente.

$$P_{id3} = -\frac{Q_{h2}\mu_i}{2\pi k_3 A_3} \ln\left(\frac{R_{pE3}}{R_{pI3}}\right) + \rho_i g\left(\frac{A_3}{2}\right) + P_{ir3};$$

Solución para determinar la presión en la zona radial en el plano de referencia.

$$P_{yac} = -\frac{Q_{h3}\mu_i}{2\pi k_3 A_3} \ln\left(\frac{R_{inv3}}{R_{pE3}}\right) - \frac{Q_{h3}\mu_i}{2\pi k_3 A_3} \ln\left(\frac{R_{pE3}}{R_{pI3}}\right) + P_{ir3};$$

Solución para determinar los gastos de los fluidos para cada una de las zonas involucradas.

$$Q_{h2} = Q_{u3} + Q_{d3} + Q_{h3}.$$

Es de destacar que al usar las ecuaciones en el plano de referencia requieren obtenerse por medios directos, por ejemplo, a través de sensores de presión ubicados en los contactos agua-aceite, gas-aceite y a nivel medio del intervalo (esta ultima como referencia), todos ellos en condiciones estáticas o sin perturbación alguna de flujo. .

El siguiente capítulo explicará cómo es la secuencia de cálculo y cómo se determinará el equilibrio que existe en el yacimiento, en otras palabras, el espesor de aceite que existe en función de los datos reales de presión al determinar la “Condición Inicial del Modelo Matemático”.

CAPITULO IV

CONDICIÓN INICIAL Y PROGRAMACIÓN

En este capítulo se presenta la manera de obtener las longitudes impregnadas de aceite dentro del espacio anular y las fracturas, considerando que se inyectó agua a la formación, invadiendo la zona radial y una longitud pequeña de cada zona anular. Con estas longitudes se obtiene la “condición inicial”. Además se muestra la estrategia de programación del modelo matemático.

4.1 Conceptualización de la “Condición Inicial”

Para obtener la Condición Inicial utilizaremos las ecuaciones de equilibrio desarrolladas en el capítulo anterior, con ellas se reproducirá la presión del yacimiento en cada una de las fracturas a nivel medio del intervalo inyector.

Es de señalar que la Condición Inicial parte en el momento de tener la zona radial invadida con el fluido de inyección.

A continuación se escriben las ecuaciones y sus dominios, que proporcionarán los parámetros para generar la Condición Inicial, previamente desarrolladas en el capítulo III:

	Ecuaciones	Dominio
Ec-4.1	$P_g = \rho_g g(L_{tou} - z) + P_{cga};$	$\rho(z) = \begin{cases} \rho_g \Rightarrow z > L_{tou} \\ \rho_o \Rightarrow \frac{A}{2} < z \leq L_{tou} \\ \rho_i \Rightarrow -\frac{A}{2} \leq z \leq \frac{A}{2} \\ \rho_o \Rightarrow -L_{tod} \leq z < -\frac{A}{2} \\ \rho_w \Rightarrow z < -L_{tod} \end{cases}$
Ec-4.2	$P_{ou} = -\rho_o g(-A + L_{tod} + z) - A\rho_i g + P_{cwa};$	
Ec-4.3	$P_i = -\rho_i g\left(z + \frac{A}{2}\right) - \rho_o g\left(-\frac{A}{2} + L_{tod}\right) + P_{cwa};$	
Ec-4.4	$P_{od} = -\rho_o g(z + L_{tod}) + P_{cwa};$	
Ec-4.5	$P_w = -\rho_w g(L_{tod} + z) + P_{cwa};$	
Ec-4.6	$L_{tou} = \frac{-Ag(\rho_i - \rho_o) + P_{cwa} - P_{cga}}{\rho_o g} - L_{tod}.$	

Una vez identificadas las ecuaciones se propone una serie de valores para cada parámetro involucrado, la mayor parte de ellos son reales tomados de intervenciones realizadas en el Campo Cantarell junto con datos ideales (fluidos newtonianos), éstos se muestran a en la siguiente tabla:

Tabla 1. Parámetros y constantes para las ecuaciones de equilibrio.

Parámetro	Valor	Unidades de Cálculo	Valor	Unidades de Campo
P_{cwa}	10787315	Pa	110	Kg/cm ²
P_{cga}	7845320	Pa	80	Kg/cm ²
ρ_g	62.48	Kg/m ³	0.06248	gr/cm ³
ρ_i	1500	Kg/m ³	1.50	gr/cm ³
ρ_o	920	Kg/m ³	0.92	gr/cm ³
ρ_w	1000	Kg/m ³	1.00	gr/cm ³
g	9.81	m/seg ²	-	-
A_0	10	M	-	-
A_1	5	M	-	-
A_2	2.5	M	-	-
A_3	1.25	M	-	-
A_4	0.0002	M	-	-
L_{tod}	163	M	-	-

4.1.1 Presión de yacimiento

El objetivo es obtener la presión a nivel medio del intervalo disparado pero a la altura de la Fractura 4, esta presión se considera como la presión de yacimiento. Contemplando que los CGA y CAA están equidistantes, se puede calcular la " P_{yac} " con la ecuación 4.4, que en este caso es la más simple, entonces se tiene que:

A nivel medio del intervalo disparado $z = 0$.

$$P_{od} = -\rho_o g(z + L_{tod}) + P_{cwa};$$

$$P_{od} = -920g(163) + 10787315;$$

$$P_{od} = 9316207.4Pa = 95kg/cm^2 = P_{yac}.$$

4.1.2 Obtención de la invasión anular en la Fractura 4

Se considera una inyección de agua que invade toda la zona radial, se supone que en la Fractura 4 se presenta una A_4 de 0.0002 m, debido a esta situación por un momento la presión hidrostática en el punto $-A_4/2$ es ligeramente mayor que antes de la invasión, restándole fuerza al empuje del acuífero y provocando que el gas desplace una porción de aceite debido al empuje del casquete, no se tomará en cuenta a donde va el aceite desplazado, sólo se llega al punto que debido a la entrada de agua en la Fractura 4, la columna de aceite se ha reducido.

En base a lo anterior se determina la longitud impregnada de aceite en la Fractura 4 en ese momento, tanto para la zona ascendente " L_{au4} ", como en la zona descendente " L_{ad4} ".

Primero se calcula la presión de $A_4/2$ a $-A_4/2$, con la ecuación 4.3, dando como resultado la siguiente tabla:

Tabla 2. Posición vertical y presiones en la zona que contiene el agua inyectada "Fractura 4".

Agua de Inyección			
Zn	Presión		
[m]	[kg/cm2]	[Pa]	[psi]
0.0001	94.9989	9316205.36	1351.17
0.00001	94.9989	9316206.68	1351.17
0.000001	94.9989	9316206.82	1351.17
0.0000001	94.9989	9316206.83	1351.17
0	94.9989	9316206.831	1351.17
-0.00000001	94.9989	9316206.83	1351.17
-0.0000001	94.9989	9316206.83	1351.17
-0.000001	94.9989	9316206.85	1351.17
-0.00001	94.9989	9316206.98	1351.17
-0.0001	94.9989	9316208.30	1351.17

Como se observa en la tabla anterior, a medida que hay un acercamiento a $-A_4/2$ la presión es ligeramente mayor, cumpliendo con lo antes descrito.

Ahora se determina la presión de $A_4/2$ hasta donde se obtiene la presión del CGA, utilizando la ecuación 4.2:

Tabla 3. Posición vertical y presiones en la zona de aceite ascendente “Fractura 4”.

Aceite Zona Ascendente			
Zn	Presión		
[m]	[kg/cm2]	[Pa]	[psi]
162.97548	80.0000	7845320.00	1137.84
143.97548	81.7486	8016798.80	1162.71
124.97548	83.4972	8188277.60	1187.58
105.97548	85.2458	8359756.40	1212.45
86.97548	86.9944	8531235.20	1237.32
67.97548	88.7430	8702714.00	1262.19
48.97548	90.4916	8874192.80	1287.06
29.97548	92.2402	9045671.60	1311.93
10.97548	93.9888	9217150.40	1336.80
0.10010	94.9897	9315302.84	1351.04

Se observa en la tabla 3, que la presión del contacto gas – aceite, se ubico en una longitud menor a 163 m, por lo tanto este es el valor de “ L_{au4} ” que es igual a 162.97548 m.

Determinando la presión de $-A_4/2$, utilizando la ecuación 4.2:

Tabla 4. Posición vertical y presiones en la zona de aceite descendente “Fractura 4”.

Aceite Zona Descendente			
Zn	Presión		
[m]	[kg/cm2]	[Pa]	[psi]
-0.01200	95.0000	9316315.70	1351.18
-19.01200	96.7486	9487794.50	1376.06
-38.01200	98.4972	9659273.30	1400.93
-57.01200	100.2458	9830752.10	1425.80
-76.01200	101.9944	10002230.90	1450.67
-95.01200	103.7430	10173709.70	1475.54
-114.01200	105.4916	10345188.50	1500.41
-133.01200	107.2402	10516667.30	1525.28
-152.01200	108.9888	10688146.10	1550.15
-163.00000	110.0000	10787315.00	1564.53

En los valores de la Tabla 4, se observa que la presión de Yacimiento coincide con la profundidad de -0.012 m, este valor se resta a “ L_{tod} ”, entonces se obtiene el valor de “ L_{ad4} ” por lo tanto se tiene:

$$L_{ad4} = L_{tod} - (-0.012);$$

$$L_{ad4} = -163 - (-0.012) = |-162.988| = 162.988m.$$

Lo anterior debido a que la fórmula se generó en función del CAA manteniendo fija su profundidad.

Con los parámetros generados y utilizando el resto de las formulas se genera la figura 12, que presenta la continuidad de presión en la Fractura 4, distinguiendo la posición de los contactos y el espesor de aceite.

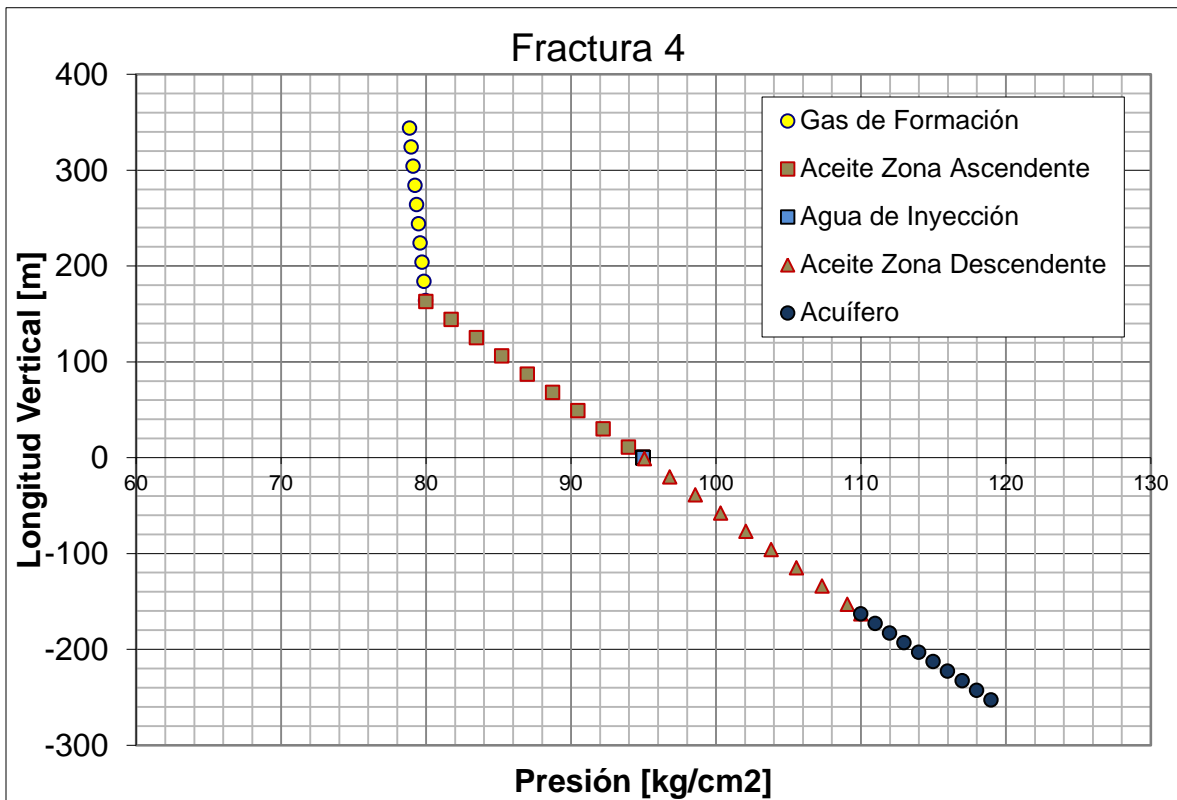


Figura 12. Representación de los fluidos, presiones y posición vertical en la “Fractura 4”.

4.1.3 Obtención de la invasión anular en la Fractura 3

De igual forma se considera una inyección de agua que invade toda la zona radial, se considera que en la Fractura 3 se presenta una A_3 de 1.25 m, debido a esta situación por un momento la presión hidrostática en el punto $-A_3/2$ es mayor que antes de la invasión, restándole fuerza al empuje del acuífero y provocando que el gas desplace una porción de aceite debido al empuje del casquete, no se tomará en cuenta a donde va el aceite desplazado, sólo se llega al punto que debido a la entrada de agua en la Fractura 3, la columna de aceite se ha reducido.

En base a lo anterior, se determina la longitud impregnada de aceite en la Fractura 3 en ese momento, tanto para la zona ascendente “ L_{au3} ” como en la zona descendente “ L_{ad3} ”.

Se calcula la presión de $A_3/2$ a $-A_3/2$, con la ecuación 4.3, dando como resultado la siguiente tabla:

Tabla 5. Posición vertical y presiones en la zona que contiene el agua inyectada “Fractura 3”.

Agua de Inyección			
Zn	Presión		
[m]	[kg/cm2]	[Pa]	[psi]
0.6250	94.8688	9303454.40	1349.32
0.4750	94.8913	9305661.65	1349.64
0.3250	94.9138	9307868.90	1349.96
0.1750	94.9364	9310076.15	1350.28
0.0000	94.9626	9312651.275	1350.65
-0.1300	94.9821	9314564.23	1350.93
-0.2420	94.9989	9316212.31	1351.17
-0.2490	95.0000	9316315.31	1351.18
-0.5200	95.0406	9320303.08	1351.76
-0.6250	95.0564	9321848.15	1351.99

Adicionalmente, en la misma tabla 5, se tiene que la presión del yacimiento coincide con la profundidad de -0.2490 m, este valor se resta a " L_{tod} ", obteniendo el valor de " L_{ad3} " entonces:

$$L_{ad3} = L_{tod} - (-0.2490);$$

$$L_{ad3} = -163 - (-0.2490) = |-162.751| = 162.751m.$$

Lo anterior debido a que las fórmulas están generadas en función del CAA manteniendo fija su profundidad.

Determinando la presión de $A_3/2$ hasta obtener la presión del CGA, utilizando la ecuación 4.2:

Tabla 6. Posición vertical y presiones en la zona de aceite ascendente "Fractura 3".

Aceite Zona Ascendente			
Zn	Presión		
[m]	[kg/cm2]	[Pa]	[psi]
162.18756	80.0000	7845320.00	1137.84
143.18756	81.7486	8016798.80	1162.71
124.18756	83.4972	8188277.60	1187.58
105.18756	85.2458	8359756.40	1212.45
86.18756	86.9944	8531235.20	1237.32
67.18756	88.7430	8702714.00	1262.19
48.18756	90.4916	8874192.80	1287.06
29.18756	92.2402	9045671.60	1311.93
10.18756	93.9888	9217150.40	1336.80
1.62500	94.7768	9294429.20	1348.01

En la tabla 6, se observa que la presión del contacto se ubicó en una longitud menor a 163 m, por lo tanto este es el valor de "L_{au3}" que es igual a 162.18756 m.

Con los parámetros que se obtuvieron y utilizando el resto de las formulas se genera la figura 13, que presenta la continuidad de presión en la Fractura 3, distinguiéndose la posición de los contactos y el espesor de aceite.

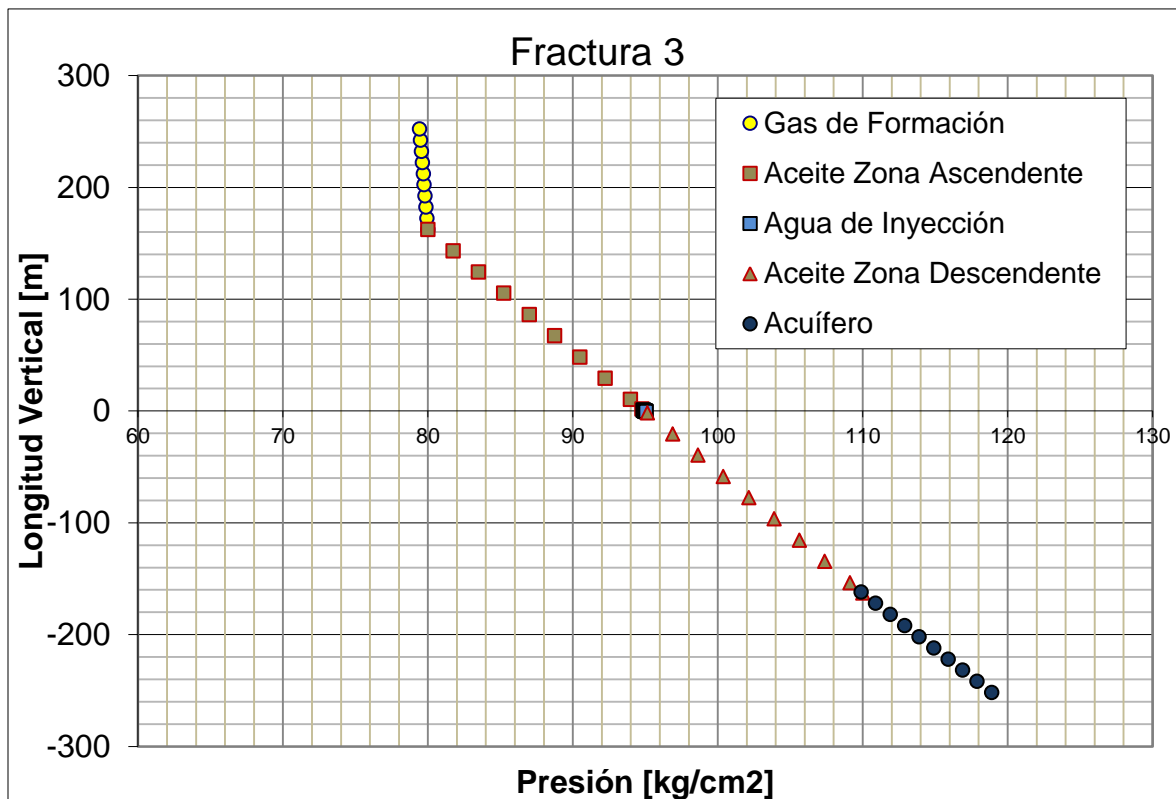


Figura 13. Representación de los fluidos, presiones y posición vertical en la "Fractura 3".

4.1.4 Obtención de la invasión anular en la Fractura 2

De igual forma se considera una inyección de agua que invade toda la zona radial, se supone que en la Fractura 2, se presenta una A_2 de 2.5 m, debido a esta situación por un momento la presión hidrostática en el punto $-A_2/2$ es mayor que antes de la invasión, restándole fuerza al empuje del acuífero y provocando que el gas desplace una porción de aceite debido al empuje del casquete, no se tomará en cuenta a donde va el aceite desplazado, sólo se llega al punto que debido a la entrada de agua en la Fractura 2, la columna de aceite se ha reducido.

En base a lo anterior se determina la longitud impregnada de aceite en la Fractura 2 en ese momento, tanto para la zona ascendente " L_{au2} " como en la zona descendente " L_{ad2} ".

Calculando la presión de $A_2/2$ a $-A_2/2$, con la ecuación 4.3, dando como resultado la siguiente tabla:

Tabla 7. Posición vertical y presiones en la zona que contiene el agua inyectada "Fractura 2".

Agua de Inyección			
Zn	Presión		
[m]	[kg/cm2]	[Pa]	[psi]
1.2500	94.7388	9290701.40	1347.47
0.7500	94.8138	9298058.90	1348.54
0.2500	94.8888	9305416.40	1349.60
0.1000	94.9113	9307623.65	1349.92
0.0000	94.9264	9309095.150	1350.14
-0.3000	94.9714	9313509.65	1350.78
-0.4838	94.9989	9316214.27	1351.17
-0.4910	95.0000	9316320.22	1351.19
-1.2000	95.1064	9326753.15	1352.70
-1.2500	95.1139	9327488.90	1352.81

Adicionalmente en la misma tabla 15, se puede observar que la presión del yacimiento coincide con la profundidad de -0.4910 m, este valor lo restaremos a " L_{tod} ", entonces obtenemos el valor de " L_{ad2} " se tiene:

$$L_{ad2} = L_{tod} - (-0.4910);$$

$$L_{ad2} = -163 - (-0.4910) = |-162.509| = 162.509m.$$

Lo anterior debido a que las fórmulas se generaron en función del CAA manteniendo fija su profundidad.

Determinando la presión de $A_2/2$ hasta donde se obtenga la presión del CGA, utilizando la ecuación 4.2:

Tabla 8. Posición vertical y presiones en la zona de aceite ascendente "Fractura 2".

Aceite Zona Ascendente			
Zn	Presión		
[m]	[kg/cm2]	[Pa]	[psi]
161.39951	80.0000	7845320.00	1137.84
142.39951	81.7486	8016798.80	1162.71
123.39951	83.4972	8188277.60	1187.58
104.39951	85.2458	8359756.40	1212.45
85.39951	86.9944	8531235.20	1237.32
66.39951	88.7430	8702714.00	1262.19
47.39951	90.4916	8874192.80	1287.06
28.39951	92.2402	9045671.60	1311.93
9.39951	93.9888	9217150.40	1336.80
2.25000	94.6468	9281676.20	1346.16

En la tabla 8 se observa que la presión del contacto se ubicó en una longitud menor a 163 m, por lo tanto este es el valor de "L_{au2}" que es igual a 161.39951 m.

Con los parámetros que se obtuvieron y utilizando el resto de las fórmulas se genera la figura 14, que presenta la continuidad de presión en la Fractura 2, distinguiendo la posición de los contactos y el espesor de aceite.

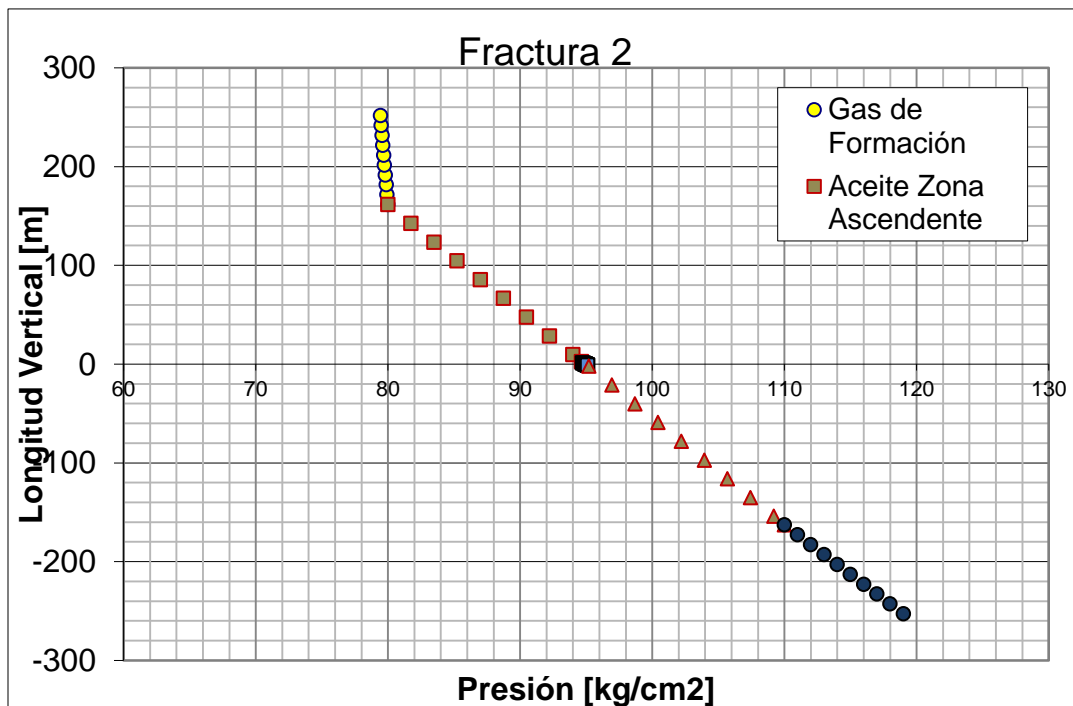


Figura 14. Representación de los fluidos, presiones y posición vertical en la "Fractura 2".

4.1.5 Obtención de la invasión anular en la Fractura 1

De igual forma se considera una inyección de agua que invade toda la zona radial, se supone que en la Fractura 1 se presenta una A_1 de 5 m, debido a esta situación por un momento la presión hidrostática en el punto $-A_1/2$ es mayor que antes de la invasión, restándole fuerza al empuje del acuífero y provocando que el gas desplace una porción de aceite debido al empuje del casquete, no se tomará en cuenta a donde va el aceite desplazado, sólo se llega al punto que debido a la entrada de agua en la Fractura 1, la columna de aceite se ha reducido.

En base a lo anterior se determina la longitud impregnada de aceite en la Fractura 1 en ese momento, tanto para la zona ascendente " L_{au1} " como en la zona descendente " L_{ad1} ".

Calculando la presión de $A_1/2$ a $-A_1/2$, con la ecuación 4.3, dando como resultado la siguiente tabla:

**Tabla 9. Posición vertical y presiones en la zona que contiene el agua inyectada
"Fractura 1".**

Agua de Inyección			
Zn	Presión		
[m]	[kg/cm2]	[Pa]	[psi]
2.5000	94.4787	9265195.40	1343.77
2.0000	94.5537	9272552.90	1344.84
1.5000	94.6288	9279910.40	1345.90
1.0000	94.7038	9287267.90	1346.97
0.0000	94.8538	9301982.900	1349.11
-0.5000	94.9289	9309340.40	1350.17
-0.9740	95.0000	9316315.31	1351.18
-1.1000	95.0189	9318169.40	1351.45
-2.0000	95.1539	9331412.90	1353.37
-2.5000	95.2290	9338770.40	1354.44

En la tabla 9, se puede observar que la presión del Yacimiento coincide con la profundidad de -0.9740 m, este valor lo restaremos a " L_{tod} ", entonces obtenemos el valor de " L_{ad1} " se tiene:

$$L_{ad1} = L_{tod} - (-0.9740);$$

$$L_{ad1} = -163 - (-0.9740) = |-162.026| = 162.026m.$$

Lo anterior debido a que las fórmulas se generan en función del CAA manteniendo fija su profundidad.

Determinando la presión de $A_1/2$ hasta obtener la presión del CGA, utilizando la ecuación 4.2:

Tabla 10. Posición vertical y presiones en la zona de aceite ascendente “Fractura 1”.

Aceite Zona Ascendente			
Zn [m]	Presión		
	[kg/cm2]	[Pa]	[psi]
159.82343	80.0000	7845320.00	1137.84
140.82343	81.7486	8016798.80	1162.71
121.82343	83.4972	8188277.60	1187.58
102.82343	85.2458	8359756.40	1212.45
83.82343	86.9944	8531235.20	1237.32
64.82343	88.7430	8702714.00	1262.19
45.82343	90.4916	8874192.80	1287.06
26.82343	92.2402	9045671.60	1311.93
7.82343	93.9888	9217150.40	1336.80
3.50000	94.3867	9256170.20	1342.46

Se observa en la tabla 10, que la presión del contacto se ubicó en una longitud menor a 163 m, por lo tanto este es el valor de “ L_{au1} ” que es igual a 159.82343 m.

Con los parámetros que se obtuvieron y utilizando el resto de las fórmulas se genera la figura 15, que presenta la continuidad de presión en la Fractura 1, distinguiendo la posición de los contactos y el espesor de aceite.

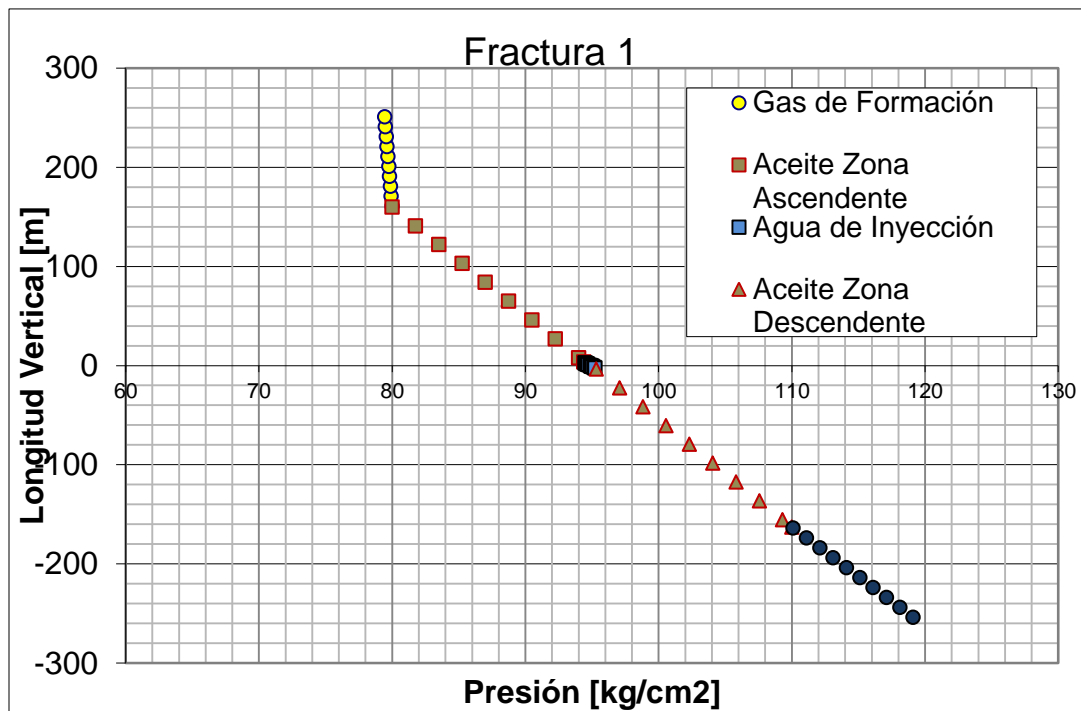


Figura 15. Representación de los fluidos, presiones y posición vertical en la “Fractura 1”.

4.1.6 Obtención de la invasión en el Espacio Anular

Manteniendo la consideración de una inyección de agua que invade toda la zona radial y que en la Fractura 1 se presenta una A_0 de 10 m, debido a esta situación por un momento la presión hidrostática en el punto $-A_0/2$ es mayor que antes de la invasión, restándole fuerza al empuje del acuífero y provocando que el gas desplace una porción de aceite debido al empuje del casquete, no se tomará en cuenta a donde va el aceite desplazado, solo se llega al punto que debido a la entrada de agua en el Espacio Anular, la columna de aceite se ha reducido.

En base a lo anterior se determina la longitud impregnada de aceite en el Espacio Anular en ese momento, tanto para la zona ascendente " L_{au0} " como en la zona descendente " L_{ad0} ".

Calculando la presión de $A_0/2$ a $-A_0/2$, con la ecuación 4.3, dando como resultado la siguiente tabla:

Tabla 11. Posición vertical y presiones en la zona que contiene el agua inyectada "Espacio Anular".

Agua de Inyección			
Zn	Presión		
[m]	[kg/cm2]	[Pa]	[psi]
5.0000	93.9585	9214183.40	1336.37
4.0000	94.1086	9228898.40	1338.51
3.0000	94.2586	9243613.40	1340.64
2.0000	94.4087	9258328.40	1342.77
0.0000	94.7088	9287758.400	1347.04
-1.0000	94.8588	9302473.40	1349.18
-1.9410	95.0000	9316320.22	1351.19
-3.0000	95.1589	9331903.40	1353.45
-4.0000	95.3090	9346618.40	1355.58
-5.0000	95.4590	9361333.40	1357.71

Adicionalmente en la misma tabla 25, se puede observar que la presión del Yacimiento coincide con la profundidad de -1.9410 m, este valor lo restaremos a " L_{tod} ", obteniendo el valor de " L_{ad0} " se tiene:

$$L_{ad0} = L_{tod} - (-1.9410);$$

$$L_{ad0} = -163 - (-1.9410) = |-161.059| = 161.059m.$$

Lo anterior debido a que las fórmulas están en función del CAA manteniendo fija su profundidad.

Ahora se determina la presión de $A_0/2$ hasta donde se obtiene la presión del CGA, utilizando la ecuación 4.2:

Tabla 12. Posición vertical y presiones en la zona de aceite ascendente “Espacio Anular”.

Aceite Zona Ascendente			
Zn	Presión		
[m]	[kg/cm2]	[Pa]	[psi]
156.67125	80.0000	7845320.00	1137.84
138.17125	81.7026	8012286.20	1162.06
119.67125	83.4052	8179252.40	1186.27
101.17125	85.1077	8346218.60	1210.49
82.67125	86.8103	8513184.80	1234.70
64.17125	88.5129	8680151.00	1258.92
45.67125	90.2155	8847117.20	1283.13
27.17125	91.9181	9014083.40	1307.35
8.67125	93.6207	9181049.60	1331.57
6.00000	93.8665	9205158.20	1335.06

En la tabla 12, la presión del contacto se ubicó en una longitud menor a 163 m, por lo tanto este es el valor de “ L_{au0} ” que es igual a 156.67125 m.

Con los parámetros obtenidos y utilizando el resto de las fórmulas se genera la figura 16, que nos presenta la continuidad de presión en la Fractura 1, distinguiendo fácilmente la posición de los contactos y el espesor de aceite.

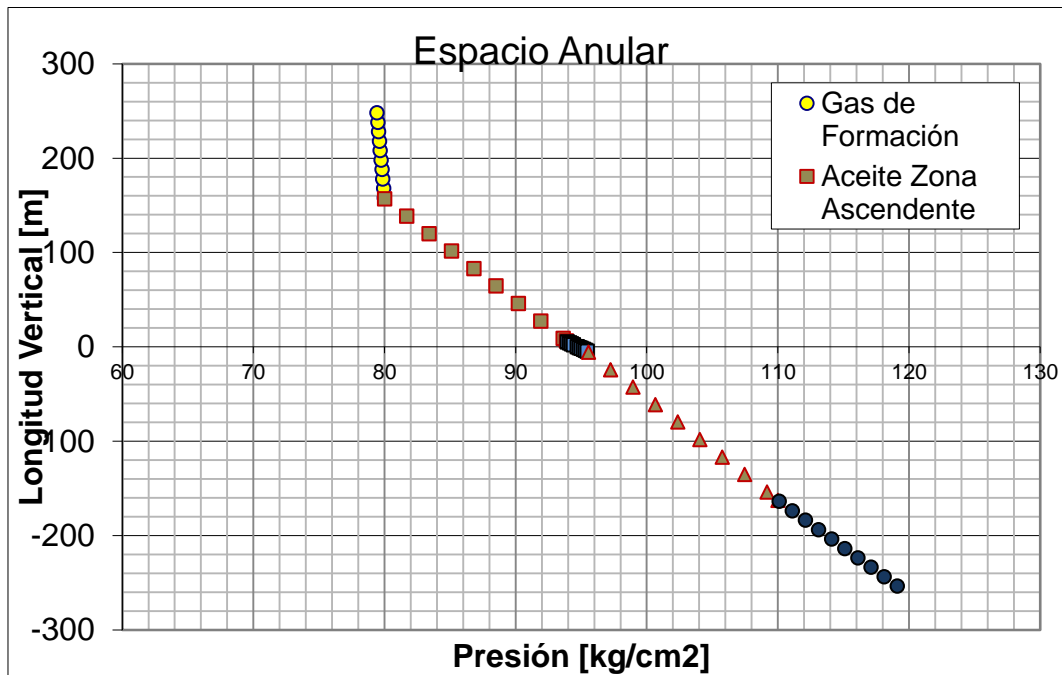


Figura 16. Representación de los fluidos, presiones y posición vertical en el “Espacio Anular”.

4.1.7 Consumación de la “Condición Inicial”

Con los datos previamente calculados se obtuvieron dentro de las Fracturas y el Espacio Anular, las longitudes impregnadas de aceite, bajo los siguientes criterios:

- i. Tomando como referencia la posición de la presión del contacto gas – aceite en el Espacio Anular y las fracturas, dentro de Zona de Aceite Ascendente se obtuvieron todos los valores de “ L_{au} ” que a continuación se muestran en la tabla 13:

Presión de referencia 80.00 kg/cm^2

Tabla 13. Longitud de fractura saturada con aceite Zona Ascendente.

	L_{au}
	[m]
Espacio Anular	156.67125
Fractura 1	159.82343
Fractura 2	161.39951
Fractura 3	162.18756
Fractura 4	162.97548

- ii. Tomando como referencia la posición de la presión del yacimiento a nivel medio de los disparos, dentro del Espacio Anular y las fracturas, se obtienen los valores de “ L_{ad} ”, que se muestran en la tabla 14:

Presión de referencia 95 kg/cm^2 (Presión de yacimiento P_{yac})

Tabla 14. Longitud de fractura saturada con aceite Zona Descendente.

	L_{od}
	[m]
Espacio Anular	161.059
Fractura 1	162.026
Fractura 2	162.509
Fractura 3	162.751
Fractura 4	162.988

Finalmente, se propuso un valor de 0.1 m , el cual representa la invasión del fluido inyectado en el Espacio Anular y Fracturas (L_{iun} , L_{idn}), justo un momento después de presentarse la invasión radial, concluyendo así el cálculo de la “Condición Inicial”.

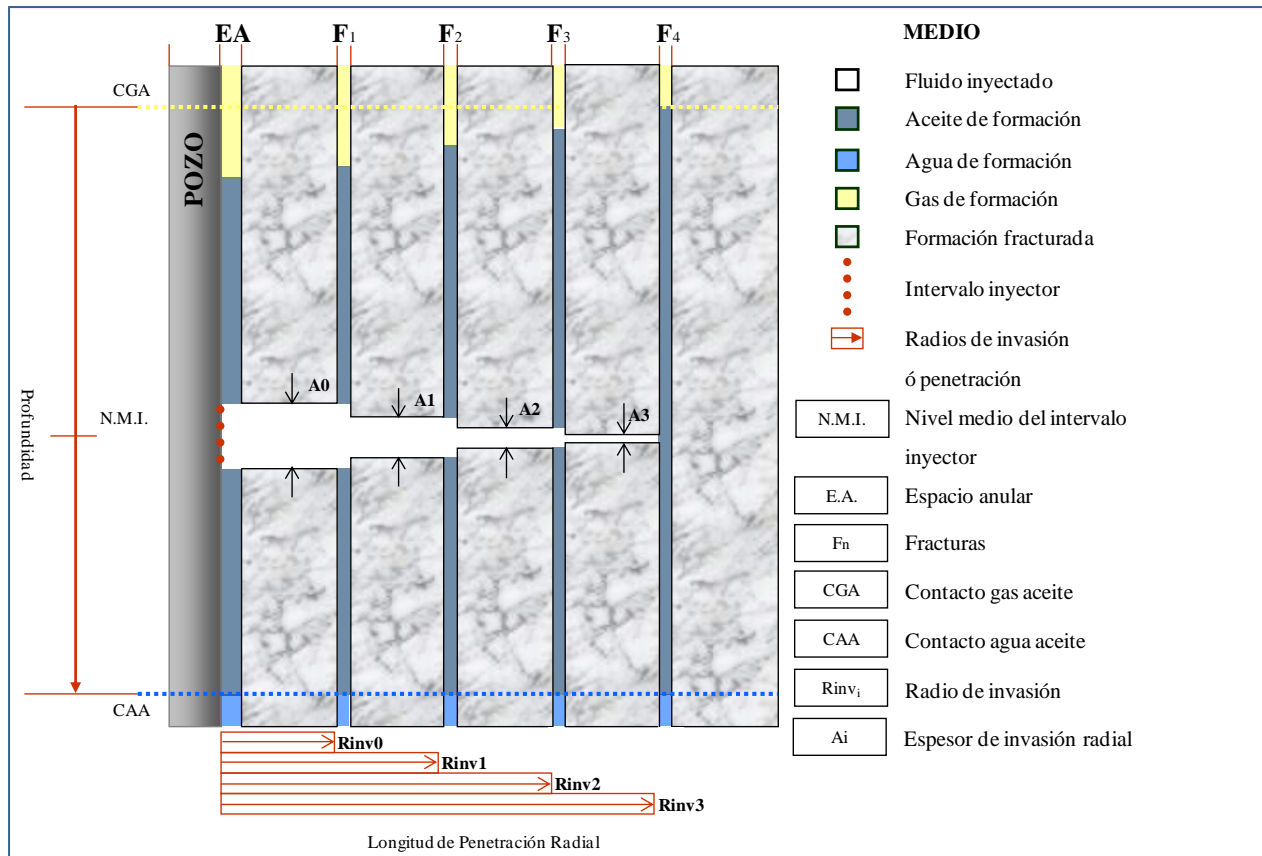


Figura 17. Representación de la posición vertical de los fluidos en la "Condición Inicial".

4.2 Estructuración del programa

Para la programación se utilizaron tres paquetes de computo; Microsoft Visual Studio 2008, Fortran 95 y Tecplot 360, 2006, los dos primeros para su solución numérica y el último para la presentación de los resultados de forma gráfica. El diagrama de flujo del método numérico se muestra en la figura 12.

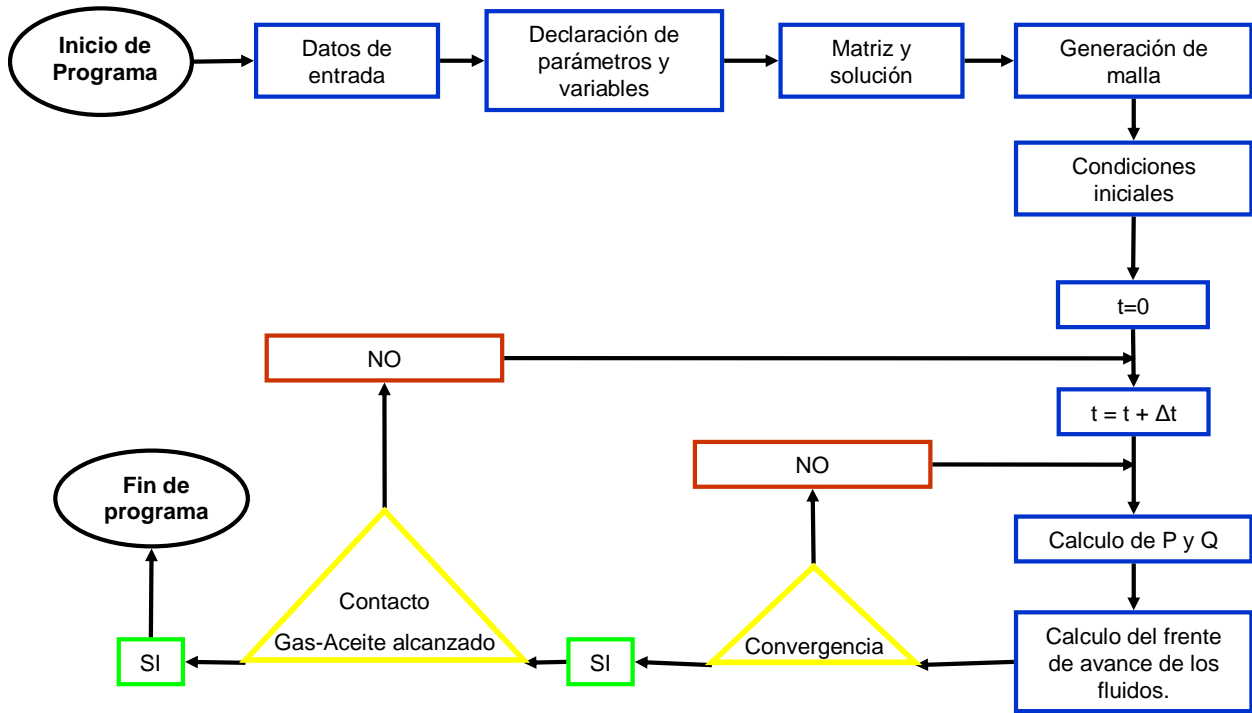


Figura 18. Secuencia de cálculo del programa Inyección Fracturas.

El programa del modelo “Inyección Fracturas” se estructuró en cuatro grupos; datos de entrada, módulo, subrutinas y datos de salida.

Tabla 15. Estructura del programa de computó “Inyección Fracturas” (modelo de flujo).

Datos de Entrada
1. InputInyeccionFracturas.dat
Modulo
2. VarInyeccionFracturas
Subrutinas
3. CoefMatrizInyeccionFracturas
4. Lapack95
5. DGESV
6. GridInyeccionFracturas
7. InitialInyeccionFracturas

8. InputInyeccionFracturas 9. LUPMatrizInyeccionFracturas 10.MainInyeccionFracturas 11.QPInyeccionFracturas 12.OutTecplotInyeccionFracturas 13. OutInyeccionFracturas
Datos de Salida
14.L.dat 15.name.txt 16.OutTec_'name'.plt

A continuación se describen los componentes mostrados en cada grupo de la tabla 15:

1. InputInyeccionFracturas.dat. En este archivo se introducen los valores de los siguientes parámetros:
 - Tiempo máximo de cálculo.
 - Viscosidades.
 - Densidades.
 - Permeabilidades.
 - Espesor de la penetración radial.
 - Radio interior y exterior del espacio anular y fracturas.
 - Radio de penetración o invasión.
 - Presión en el contacto agua – aceite.
 - Presión en el contacto gas – aceite.
 - Gasto de inyección.
 - Constante de gravedad.
 - Frecuencia de iteraciones.
2. VarInyeccionFracturas. En este módulo se declaran todos los parámetros y variables involucrados en el modelo.
3. CoefMatrizInyeccionFracturas. Contiene las operaciones que realiza el programa para obtener los coeficientes de la matriz del modelo.
4. lapack95. Subrutina de apoyo para solucionar la matriz del modelo, librería de Álgebra lineal numérica LAPACK (**Anderson, Bay et al., 1992**).

5. DGEVS. También es una subrutina de apoyo para solucionar la matriz del modelo, biblioteca de programas de álgebra lineal numérica LAPACK. Esta rutina realiza en primer lugar una descomposición LU con pivoteo parcial de la matriz de coeficientes, y posteriormente resuelve el sistema utilizando los factores triangulares obtenidos.
6. GridInyeccionFracturas. Genera la malla en el tiempo.
7. InitialInyeccionFracturas. Contiene las condiciones iniciales en términos de columna de fluidos en las zonas anulares.
8. InputInyeccionFracturas. Lee todos los valores colocados en el archivo de entrada "InputInyeccionFracturas.dat", entre otros.
9. LUPMatrizInyeccionFracturas. Determina las longitudes de fluidos contenidos en las zonas anulares a los diferentes tiempos.
10. MainInyeccionFracturas. Maneja la secuencia de las subrutinas.
11. QPInyeccionFracturas. Maneja los resultados de gasto y presión a diferentes tiempos.
12. OutTecplotInyeccionFracturas. Genera los archivos de salida con el formato adecuado para ser incorporados a la paquetería Tecplot 360 y ser utilizados para la generación de gráficos 2D y 3D.
13. OutInyeccionFracturas. Genera el archivo que contiene los datos tabulados de gastos y presiones calculados a diferentes tiempos.
14. L.dat. Archivo que contiene los datos tabulados de gastos y presiones calculados a diferentes tiempos.
15. name.txt. Contiene los nombres generados para los archivos de salida de Tecplot.
16. OutTec_'name'.plt. Archivos finales que contienen los resultados del modelo bajo un formato apto para su uso en la paquetería Tecplot 360.

Finalmente al establecer la Condición Inicial y el esquema de programación se generaran en el capítulo siguiente los gráficos de invasión ascendente, descendente y radial, acompañados de la presión, gasto y con este último la velocidad que presenta el fluido inyectado, dentro del Modelo Geométrico y Matemático planteado.

CAPITULO V

RESULTADOS DEL PROGRAMA

En este capítulo se describen las consideraciones generales del programa *Inyección Fracturas*, posteriormente se plantean dos escenarios en la vecindad del pozo, diferenciados por la posición del intervalo inyector con respecto a los contactos gas – aceite (CGA) y agua – aceite (CAA), dentro de cada escenario se tienen diferentes casos que involucran la variación del espesor del *Espacio Anular* y las *Fracturas*.

Para cada escenario se utilizaron datos de campo obtenidos de diversas operaciones de inyección, posteriormente se visualizará el comportamiento de la presión, gasto y velocidad de los fluidos inyectados a través de gráficos 2D.

Los escenarios se eligieron de acuerdo a las operaciones, características de pozo y formación que se presentan con frecuencia en el campo Cantarell, esto es cementaciones deficientes en los liner de explotación derivado de la baja presión del yacimiento, alto fracturamiento de la roca productora y la posición de los contactos CAA y CGA.

5.1 Consideraciones generales

Los datos en común que tendrá cada escenario propuesto dentro del programa *Inyección Fracturas* están en la tabla siguiente:

Tabla 16. Datos involucrados en el programa.

Parámetro	Valor	Unidades [MKS]	Valor	Unidades [campo]
μ_i	0.06	Pa.s	60	cp
μ_a	0.0005	Pa.s	0.5	cp
Q_0	0.01324896	m ³ /seg	5	bpm

Parámetro	Valor	Unidades [MKS]	Valor	Unidades [campo]
k_0, k_1, k_2, k_3	2.96077×10^{-12}	m^2	3000	mD
P_{CAA}	10787315	Pa	110	Kg/cm^2
P_{CGA}	7845320	Pa	80	Kg/cm^2
ρ_i	1500	Kg/m^3	1.50	gr/cm^3
ρ_a	920	Kg/m^3	0.92	gr/cm^3
ρ_w	1000	Kg/m^3	1.00	gr/cm^3
g	9.81	m/seg^2	-	-
A_0	10	m	-	-
A_1	5	m	-	-
A_2	2.5	m	-	-
A_3	1.25	m	-	-
A_4	0.0002	m	-	-

Se considera que la permeabilidad en la zona radial será la misma para todas las secciones (ver figura 19).

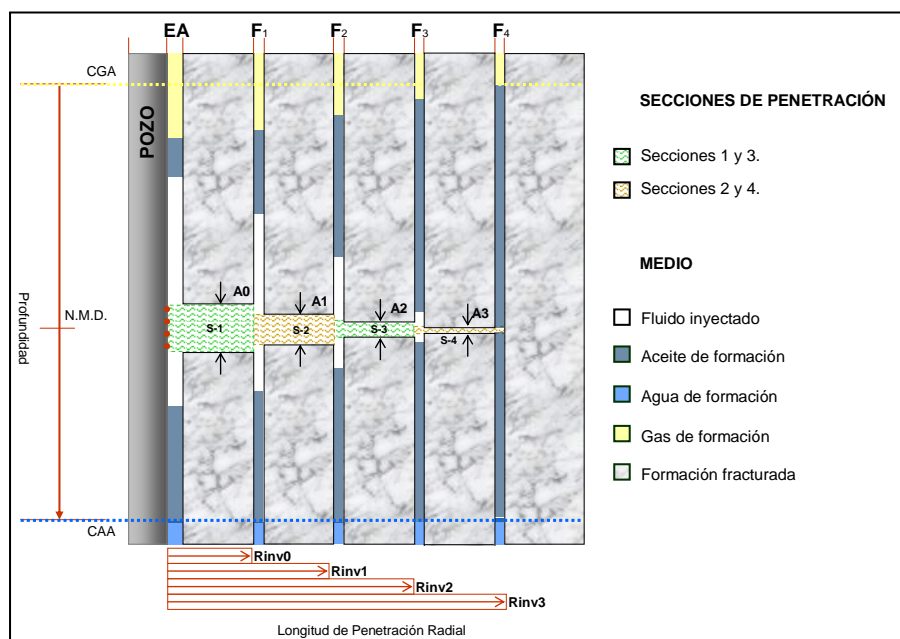


Figura 19. Secciones de permeabilidad de la zona radial.

En la tabla siguiente tabla, se presentan los radios que alimentaran la geometría que considerará el programa:

Tabla 17. Valores de los radios involucrados en el programa.

Parámetro	Valor	Unidades [MKS]	Parámetro	Valor	Unidades [MKS]
R_{p10}	0.06985	M	R_{inv0}	0.19368	M
R_{p11}	0.19368	M	R_{inv1}	0.27242	M
R_{p12}	0.27242	M	R_{inv2}	0.35116	M
R_{p13}	0.35116	M	R_{inv3}	0.42990	M

En todos los escenarios se simulará la inyección de 95.39 m^3 de un fluido newtoniano (agua) con un tiempo máximo de 2 hrs de bombeo, este tiempo puede disminuir en el momento que el fluido inyectado viaje por el *Espacio Anular* o *Fracturas* y alcance la profundidad del CGA.

Con referencia a la zona del pozo y su vecindad dentro del yacimiento fracturado, se maneja una tubería de revestimiento de explotación con un diámetro exterior de 5.5 pg, dentro de un agujero de 6.5 pg y un intervalo inyector de 10 m de longitud.

5.2 Escenario I, intervalo inyector equidistante al CGA y CAA

En este primer escenario se utilizó la *Condición Inicial* generada en el Capítulo IV, donde el intervalo inyector se encuentra equidistante a los CGA y CAA, esto es a 163 m de cualesquiera de ellos, tomando como referencia el nivel medio del intervalo inyector.

Un parámetro relevante es el calculado al nivel medio de los disparos en la *fractura 4*, donde el valor de la presión en este punto del yacimiento es de 95 kg/cm^2 (9316206.831 Pa), considerada como la presión de la frontera. A partir de esto se obtuvieron los valores iniciales de longitud saturada de aceite dentro del *Espacio Anular* y *Fracturas*, mostrados en la tabla 18.

Tabla 18. Escenario I, zonas saturadas de aceite, ascendente y descendente dentro del *Espacio Anular* y *Fracturas*.

	L_{au}	L_{ad}
	[m]	[m]
Espacio Anular	156.6713	161.059
Fractura 1	159.8234	162.026
Fractura 2	161.3995	162.509
Fractura 3	162.1876	162.988

5.2.1 Caso I.A, Espacio Anular con las mejores características de flujo

Se propone una situación común en pozos perforados en yacimientos con alto fracturamiento y depresionados, en donde una cementación deficiente entre la tubería de revestimiento de explotación y la formación productora, provoca un área de flujo que impacta de manera importante en los objetivos planteados al inyectar un fluido en el yacimiento.

Las siguientes figuras apoyan a dimensionar la geometría que utilizará el programa en sus parámetros radiales del *Espacio Anular(EA)* y las *Fracturas* así como su espesor y área de flujo transversal.



Figura 20. Representación de la longitud del radio de cada uno de los parámetros del modelo, Caso I.A.

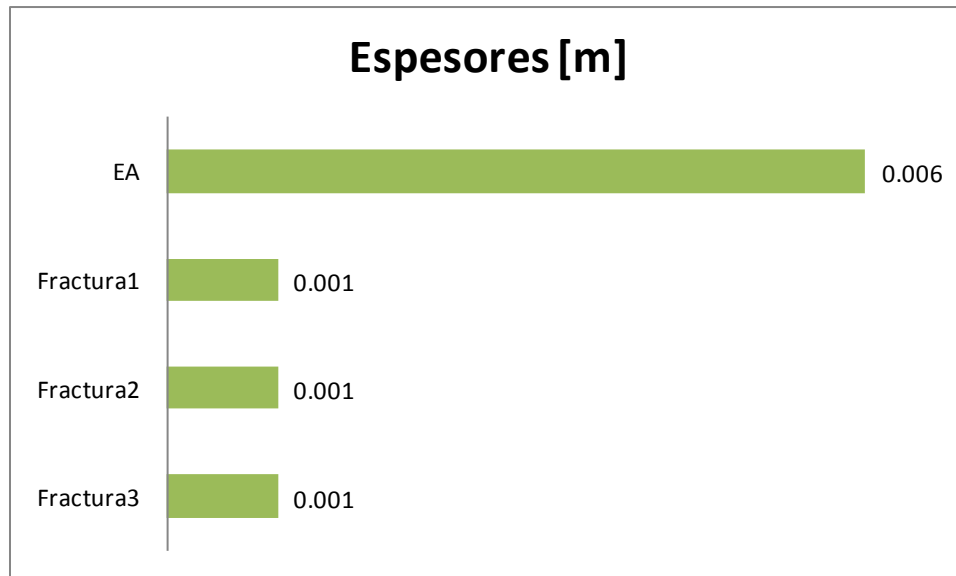


Figura 21. Representación del espesor del *Espacio Anular* y *Fracturas*, Caso I.A.

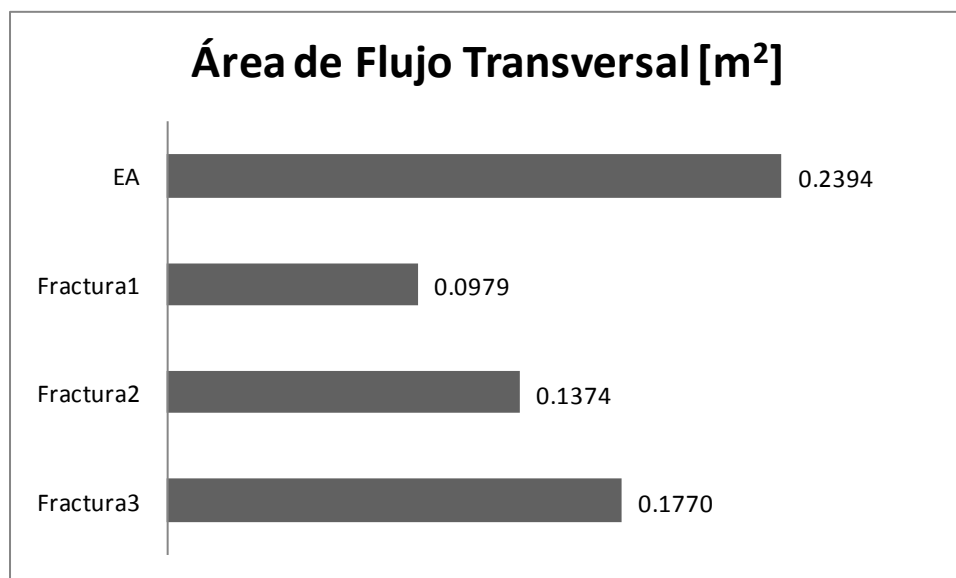


Figura 22. Representación del área de flujo transversal del *Espacio Anular* y *Fracturas*, Caso I.A.

La siguiente tabla, muestra en resumen los datos a modificar en el programa:

Tabla 19. Valores de los radios involucrados en el modelo, Caso I.A.

Parámetro	Valor	Unidades [MKS]
R_{pE0}	0.08255	m
R_{pE1}	0.19571	m
R_{pE2}	0.27445	m
R_{pE3}	0.35319	m

A continuación se presentan las graficas obtenidas al realizar la simulación de inyección:

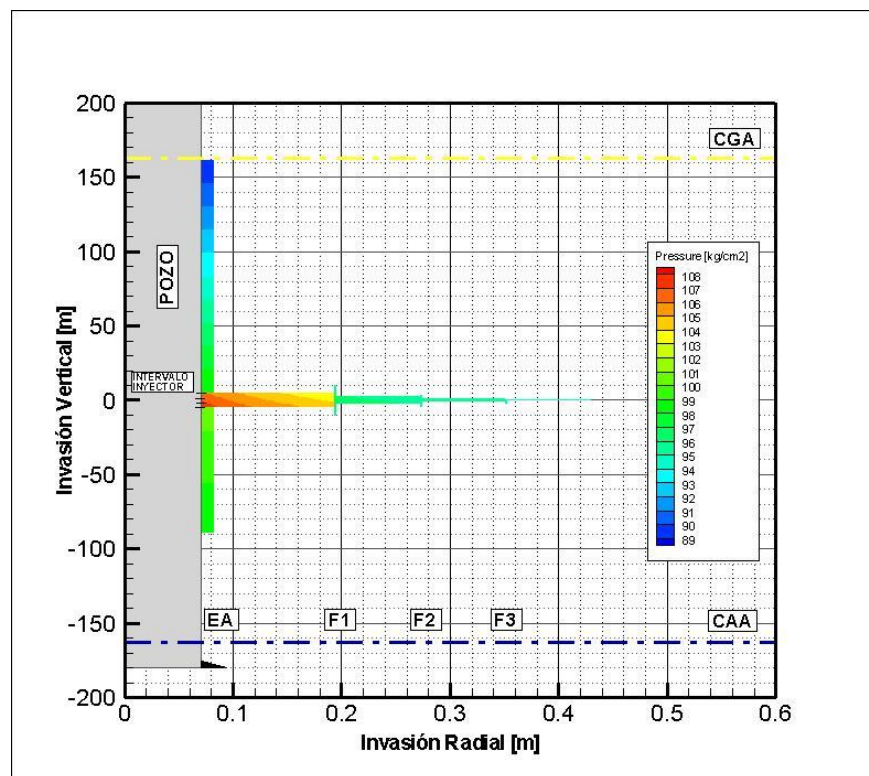


Figura 23. Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso I.A.

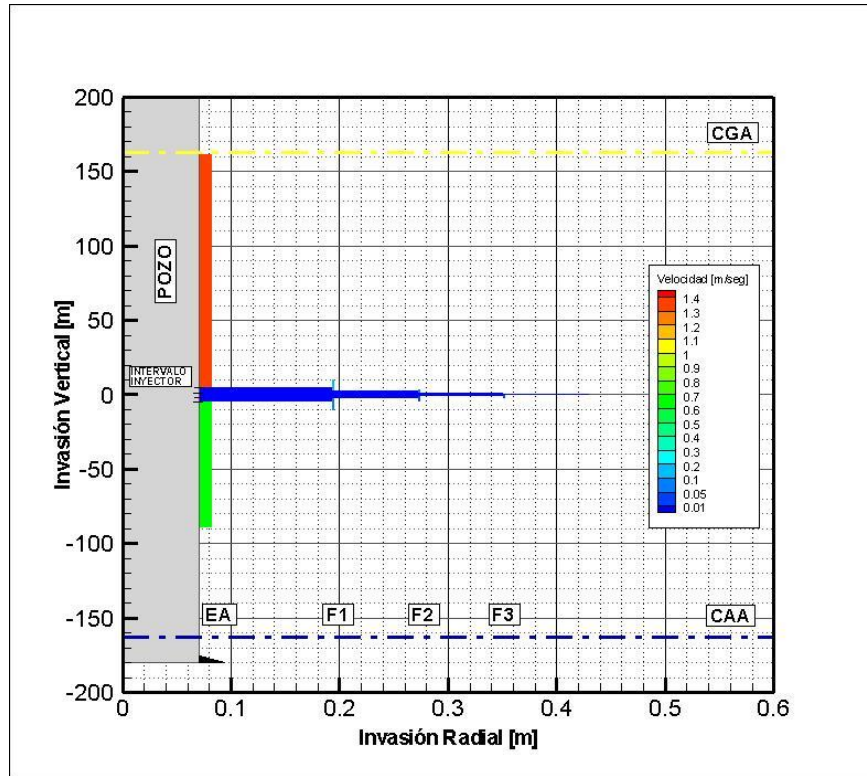


Figura 24. Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso I.A.

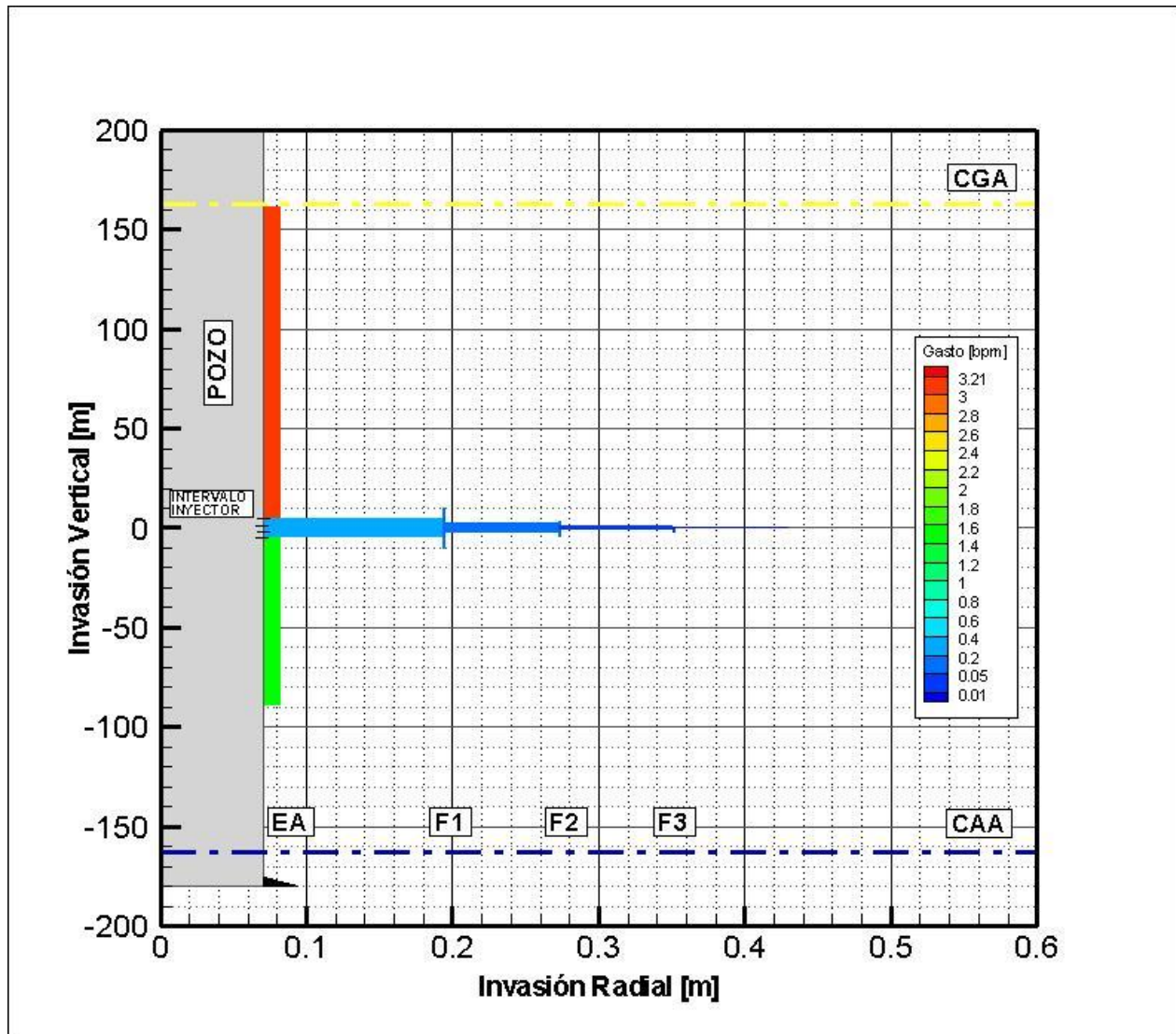


Figura 25. Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso I.A.

5.2.2 Caso I.B, Fractura 1 con las mejores características de flujo

Ahora se propone un *Espacio Anular* perfectamente cementado y al mismo tiempo un incremento en el espesor y área de flujo transversal de la *fractura 1*.

Las siguientes figuras apoyan a dimensionar la geometría que utilizará el programa en sus parámetros radiales del *Espacio Anular(EA)* y las *Fracturas* así como su espesor y área de flujo transversal.

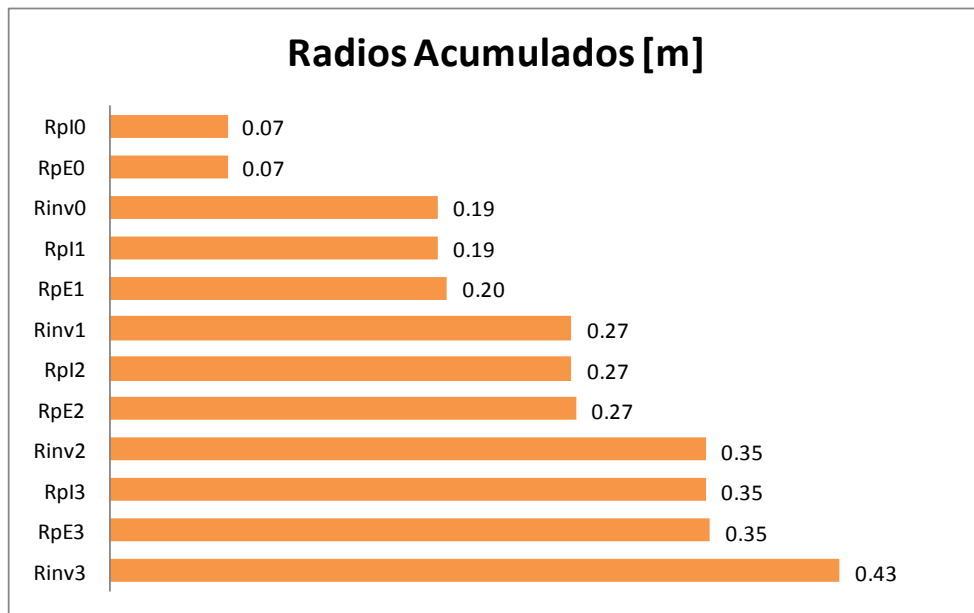


Figura 26. Representación de la longitud del radio de cada uno de los parámetros del modelo, Caso I.B.

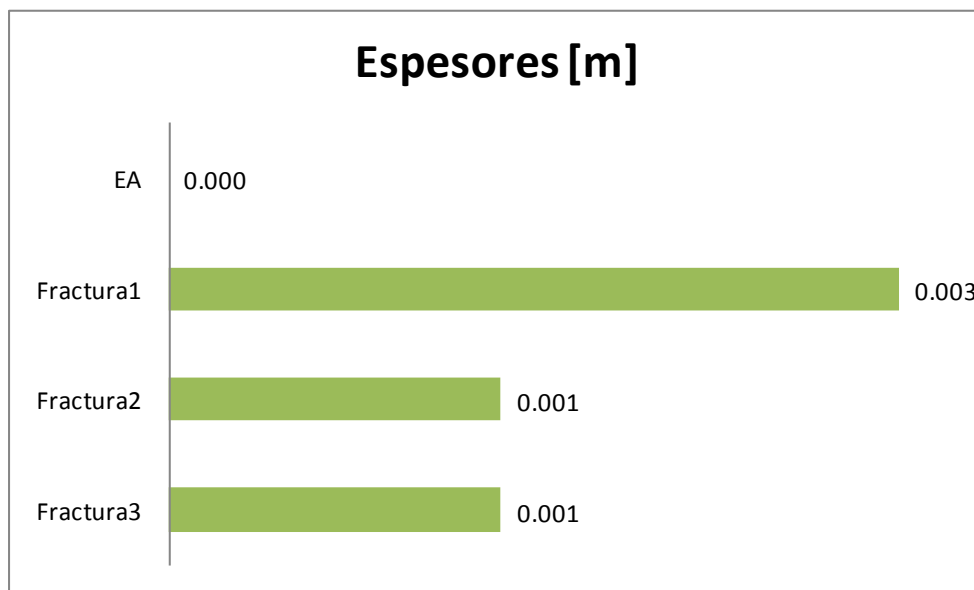


Figura 27. Representación del espesor del *Espacio Anular* y *Fracturas*, Caso I.B.

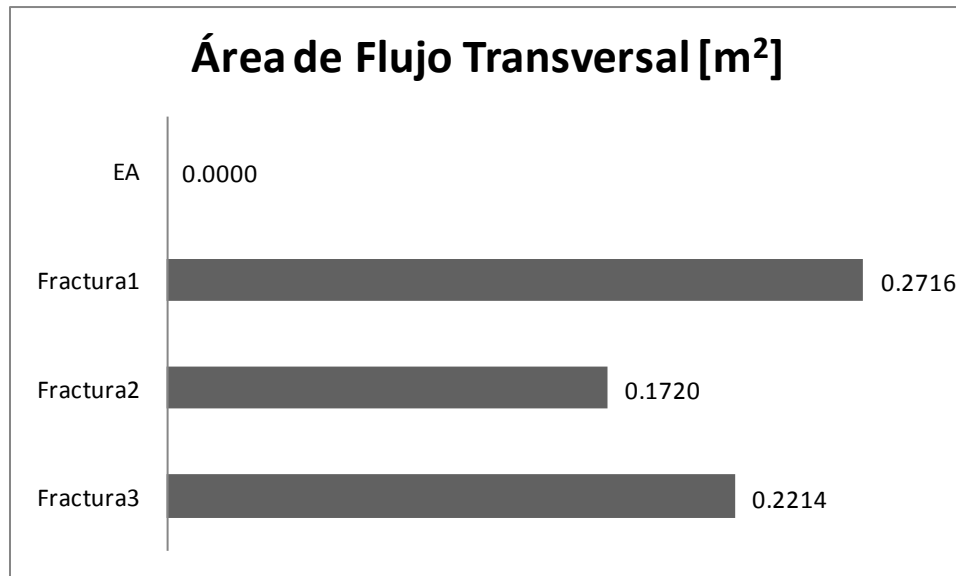


Figura 28. Representación del área de flujo del *Espacio Anular* y *Fracturas*, Caso I.B.

La siguiente tabla, muestra en resumen los datos a modificar en el programa:

Tabla 20. Valores de los radios involucrados en el modelo, Caso I.B.

Parámetro	Valor	Unidades [MKS]
R_{pE0}	0.06998	m
R_{pE1}	0.19926	m
R_{pE2}	0.27496	m
R_{pE3}	0.35370	m

A continuación se presentan las graficas obtenidas al realizar la simulación de inyección:

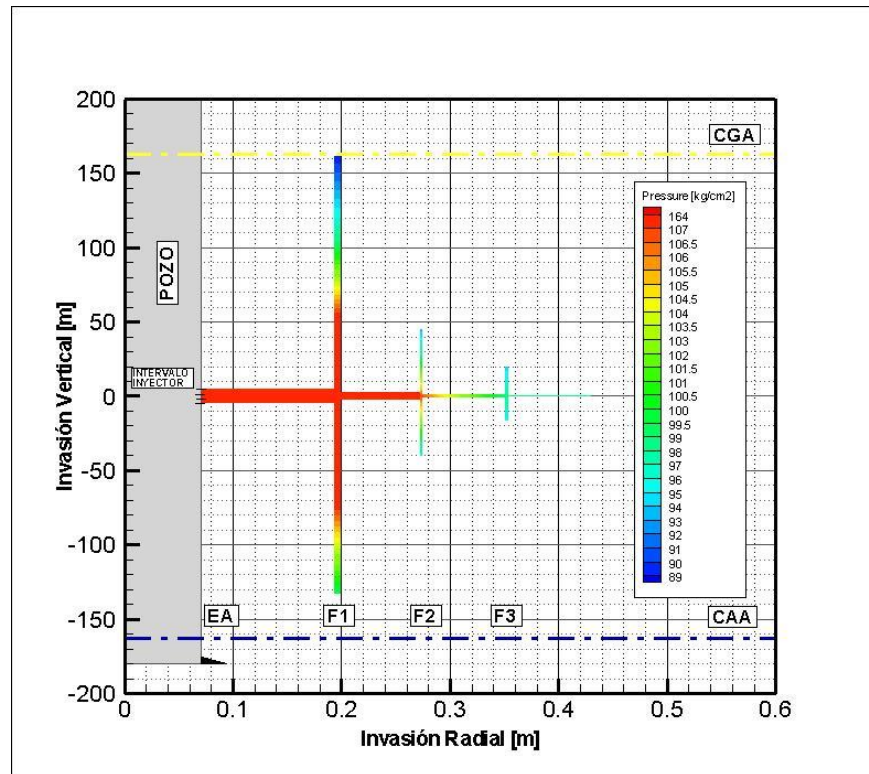


Figura 29. Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso I.B.

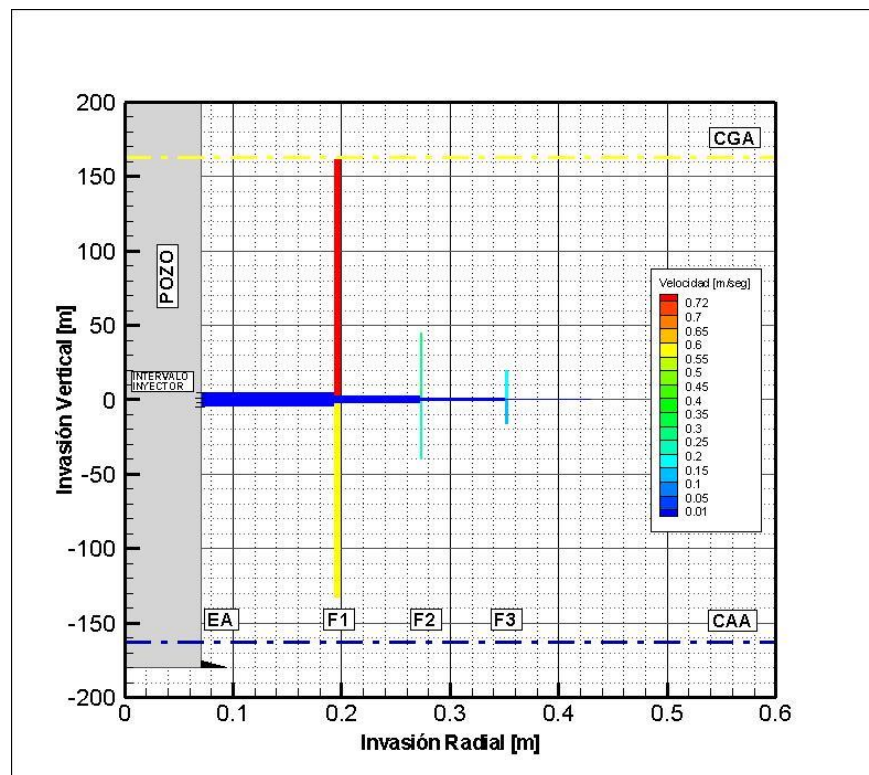


Figura 30. Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso I.B.

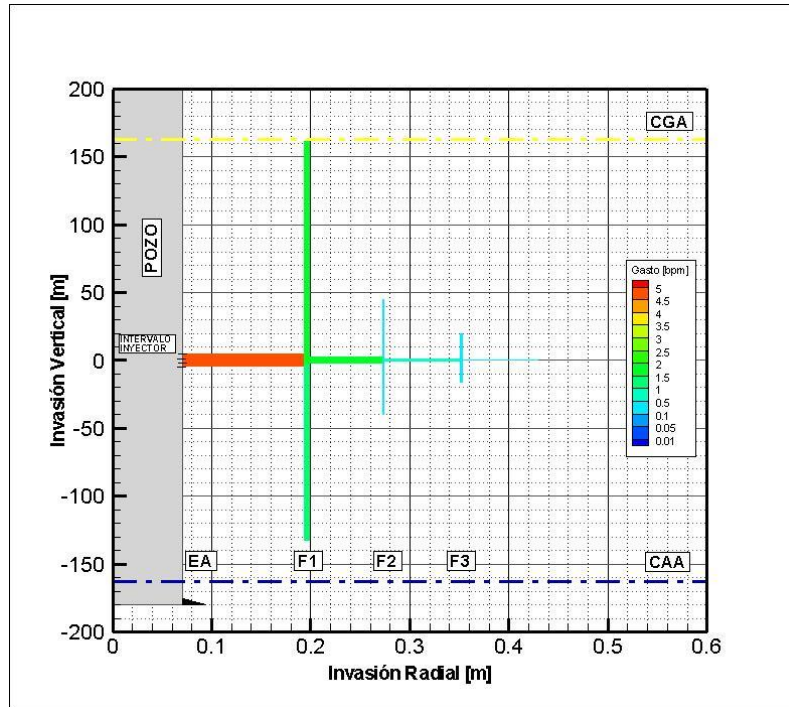


Figura 31. Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso I.B.

5.2.3 Caso I.C, Fractura 2 con las mejores características de flujo

Ahora se propone que la *Fractura 2* tenga el mayor espesor que las fracturas restantes y el *Espacio Anular* cementado.

Las siguientes figuras ayudan a dimensionar la geometría que utilizará el programa con sus parámetros radiales del *Espacio Anular*(EA) y las *Fracturas* así como su espesor y área de flujo transversal.

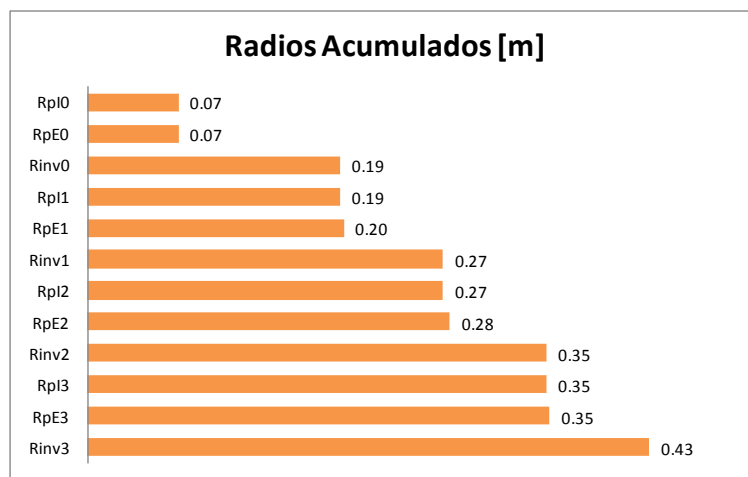


Figura 32. Representación de la longitud del radio de cada uno de los parámetros del modelo, Caso I.C.

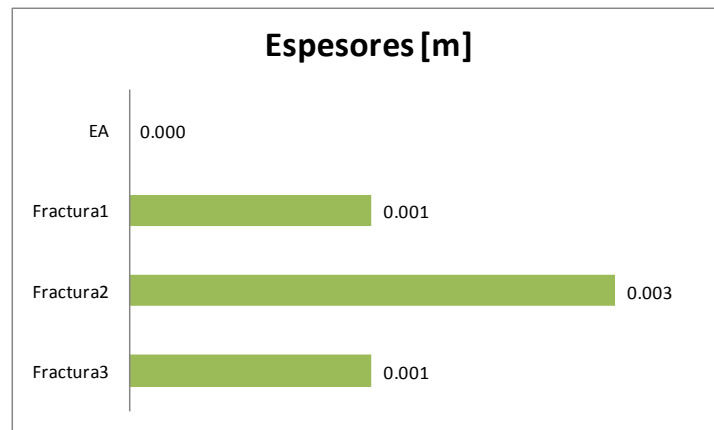


Figura 33. Representación del espesor del *Espacio Anular y Fracturas*, Caso I.C.

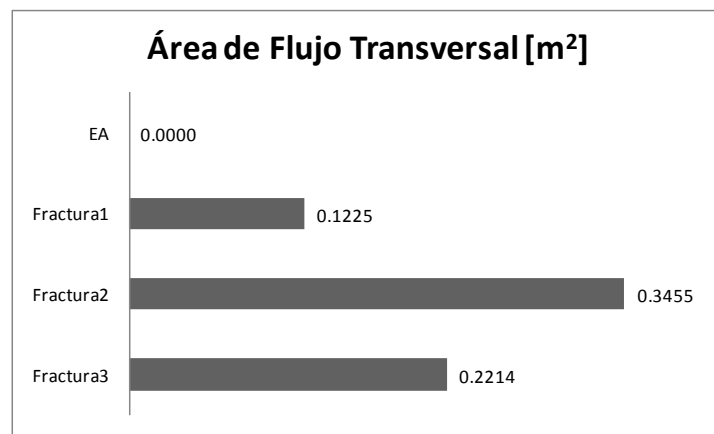


Figura 34. Representación del área de flujo del *Espacio Anular y Fracturas*, Caso I.C.

La siguiente tabla muestra en resumen los datos a modificar en el programa:

Tabla 21. Valores de los radios involucrados en el modelo, Caso I.C.

Parámetro	Valor	Unidades [MKS]
R_{pE0}	0.06998	m
R_{pE1}	0.19622	m
R_{pE2}	0.27750	m
R_{pE3}	0.35370	m

A continuación se presentan las graficas obtenidas al realizar la simulación de inyección:

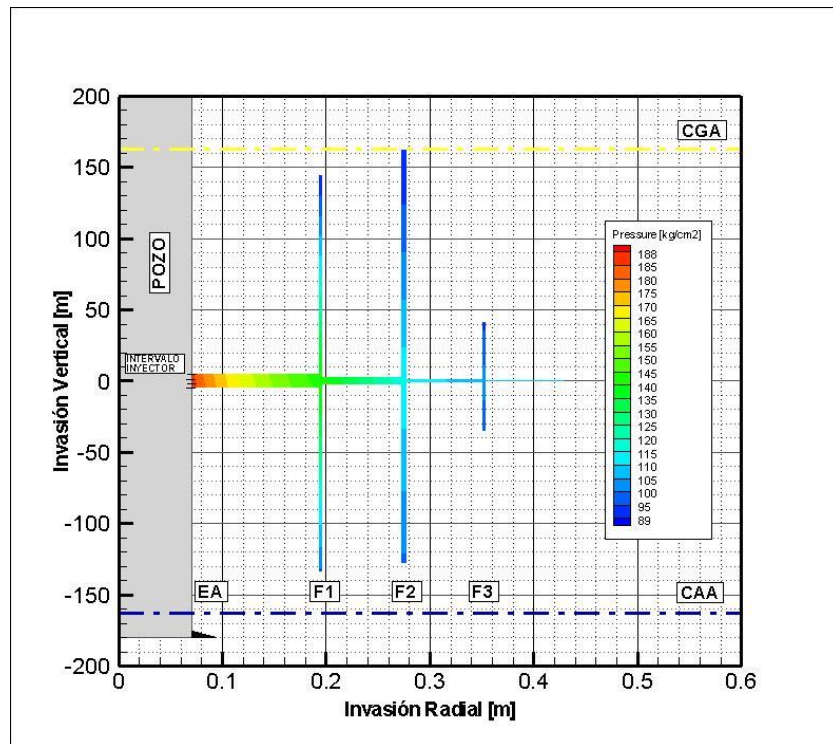


Figura 35. Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso I.C.

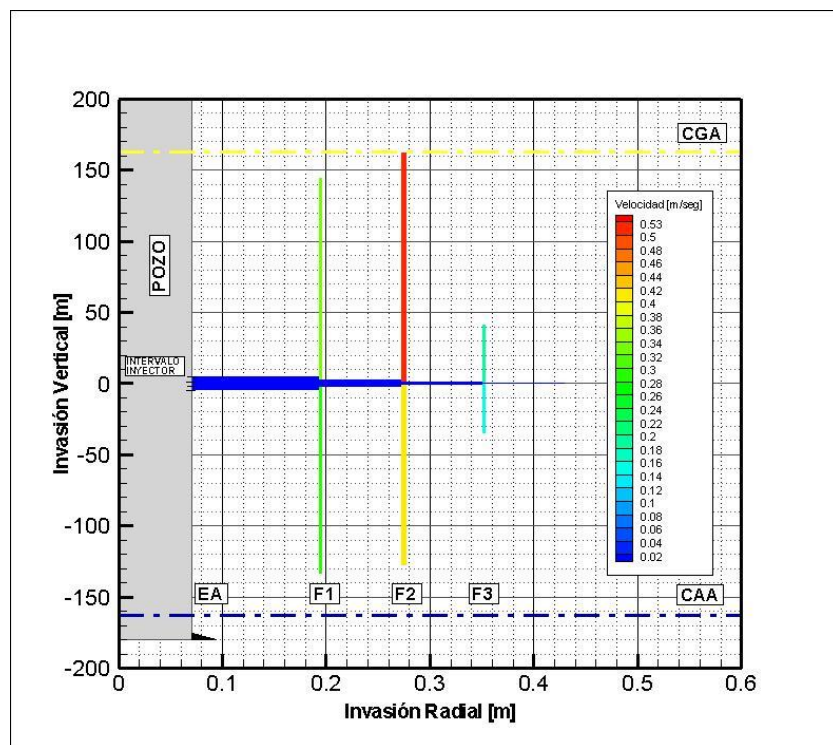


Figura 36. Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso I.C.

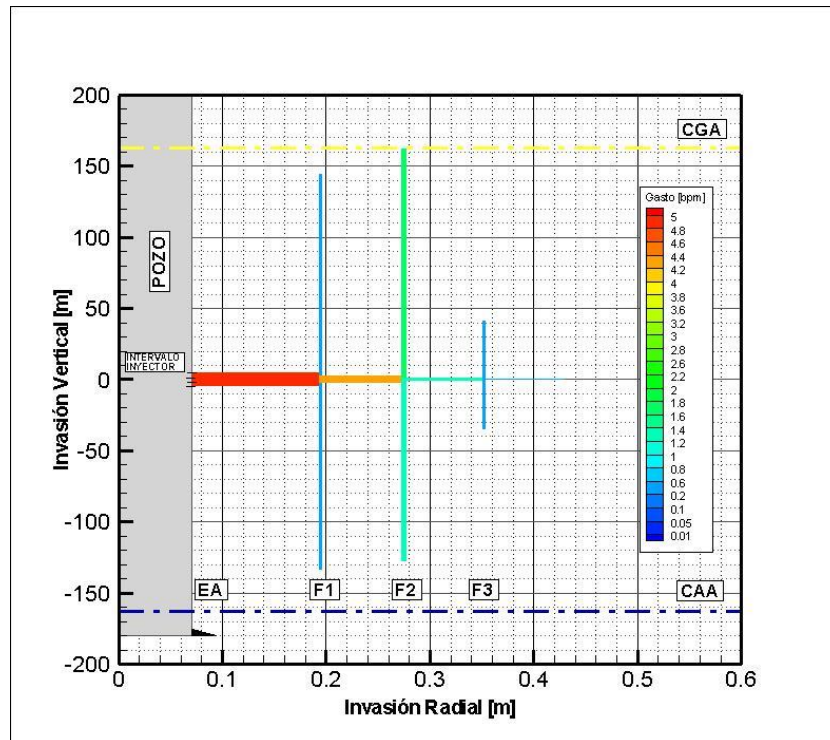


Figura 37. Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso I.C.

5.2.4 Caso I.D, Fractura 3 con las mejores características de flujo

Se propone a la *Fractura 3* con mayor espesor que las fracturas restantes, la mayor área de flujo transversal y mantiene el espacio anular cementado.

Las siguientes figuras presentan la separación entre el EA y las *Fracturas* así como su espesor y área de flujo transversal.

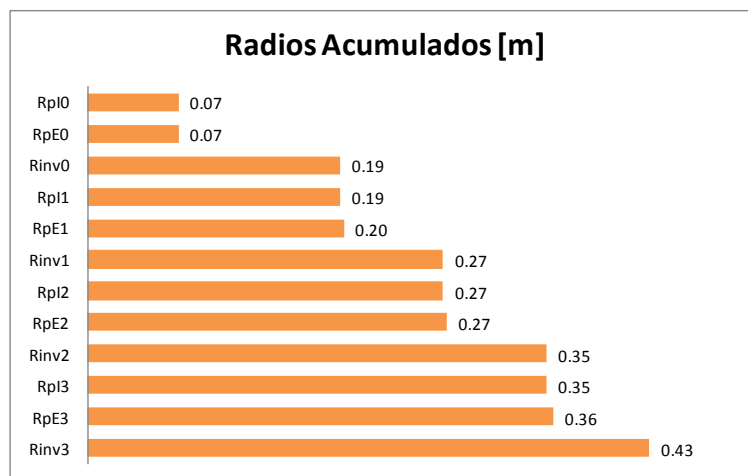


Figura 38. Representación de la longitud del radio de cada uno de los parámetros del modelo, Caso I.D.

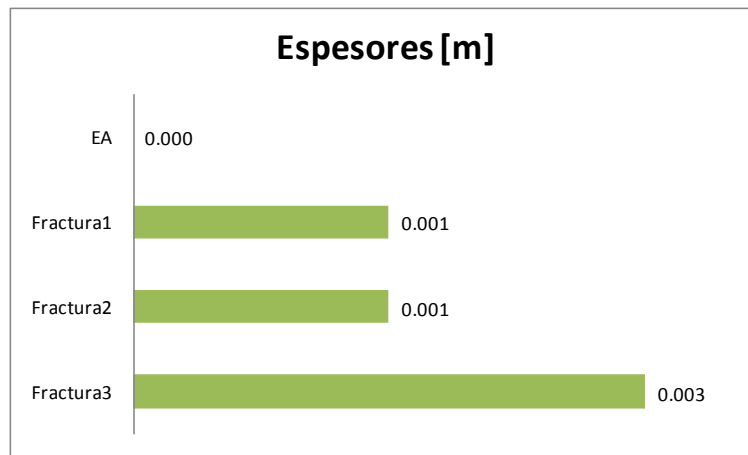


Figura 39. Representación del espesor del *Espacio Anular* y *Fracturas*, Caso I.D.

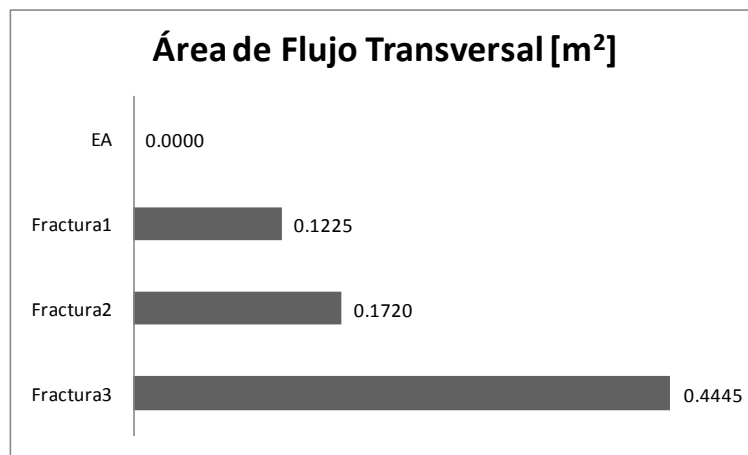


Figura 40. Representación del área de flujo del *Espacio Anular* y *Fracturas*, Caso I.D.

La siguiente tabla, muestra en resumen los datos a modificar en el programa:

Tabla 22. Valores de los radios involucrados en el modelo, Caso I.D.

Parámetro	Valor	Unidades [MKS]
R_{pE0}	0.06998	m
R_{pE1}	0.19622	m
R_{pE2}	0.27496	m
R_{pE3}	0.35624	m

A continuación se presentan las graficas obtenidas al realizar la simulación de inyección:

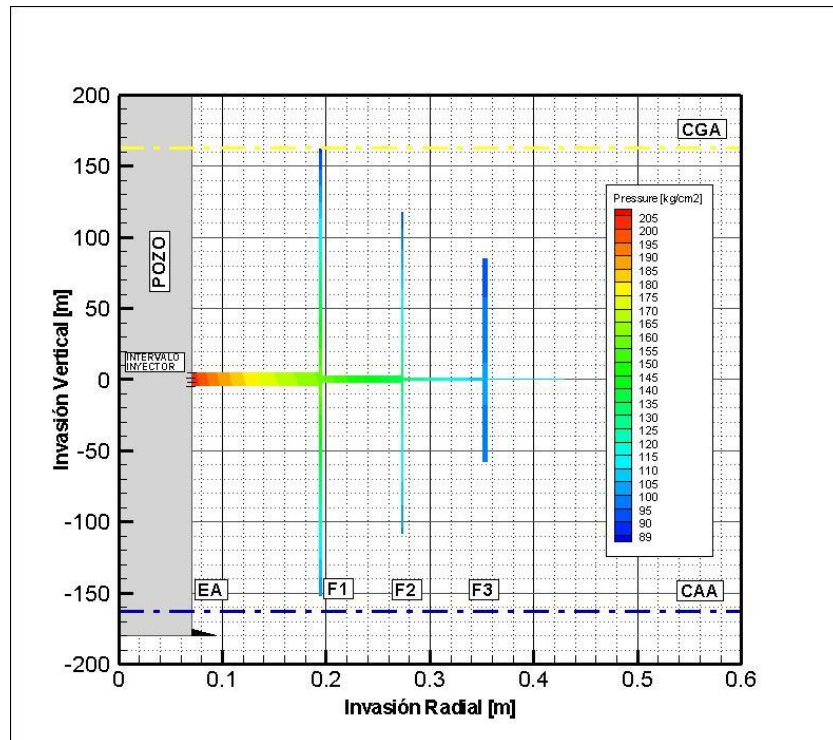


Figura 41. Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso I.D.

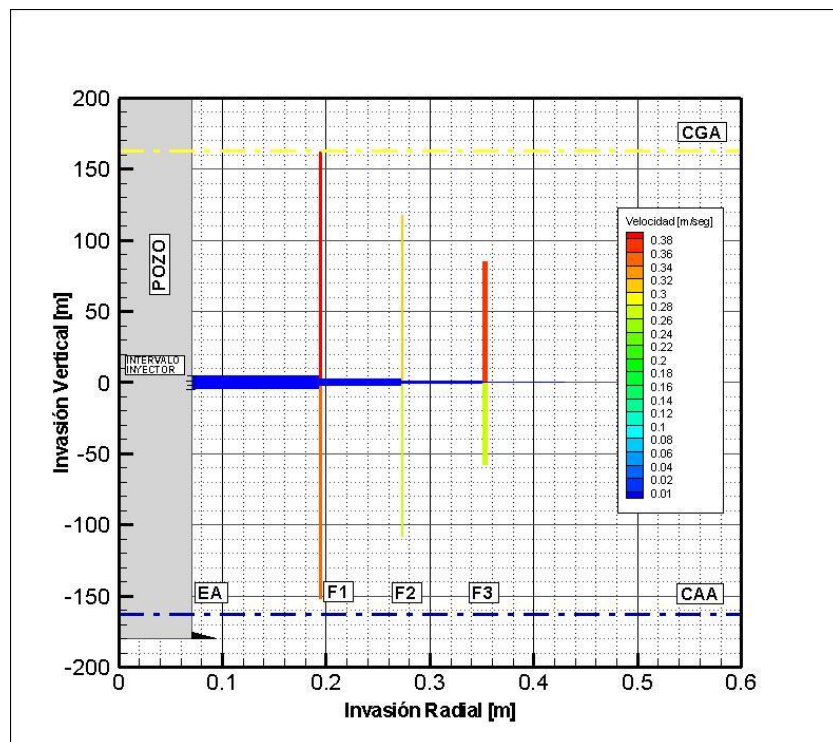


Figura 42. Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso I.D.

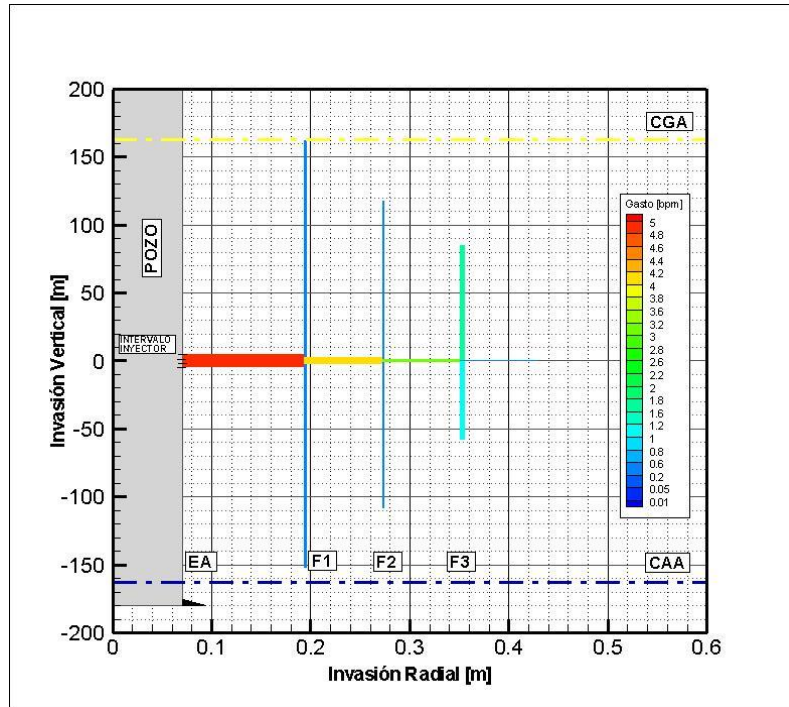


Figura 43. Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso I.D.

5.2.5 Caso I.E, Se mantiene en todas las fracturas con el mismo espesor.

Se propone un *Espacio Anular* cementado y las *Fracturas* con el mismo espesor.

Considerar que se presenta un incremento en el área de flujo a medida que la fractura está más alejada del intervalo inyector.

Las siguientes figuras presentan la separación entre el EA y las *Fracturas* así como su espesor y área de flujo transversal.

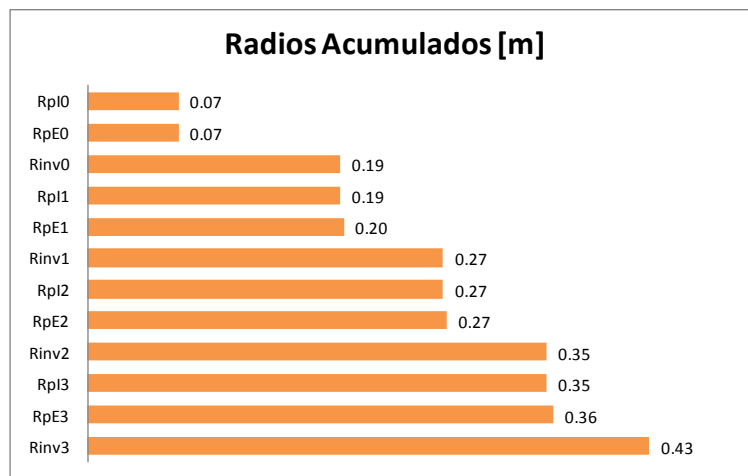


Figura 44. Representación de la longitud del radio de cada uno de los parámetros del modelo, Caso I.E.

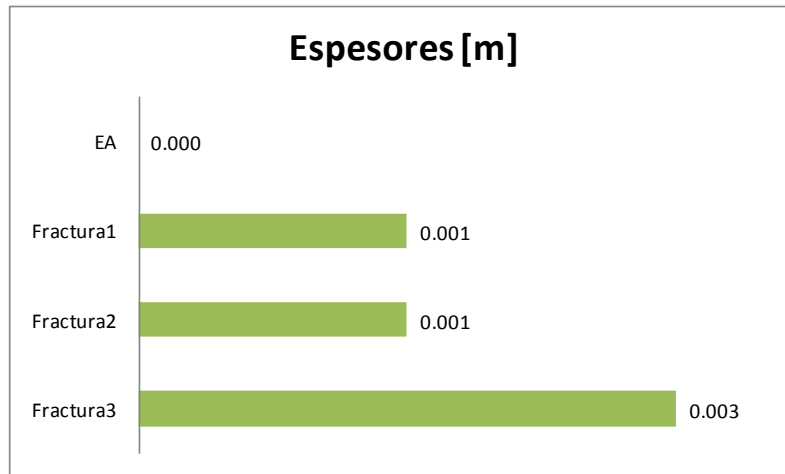


Figura 45. Representación del espesor del *Espacio Anular* y *Fracturas*, Caso I.E.

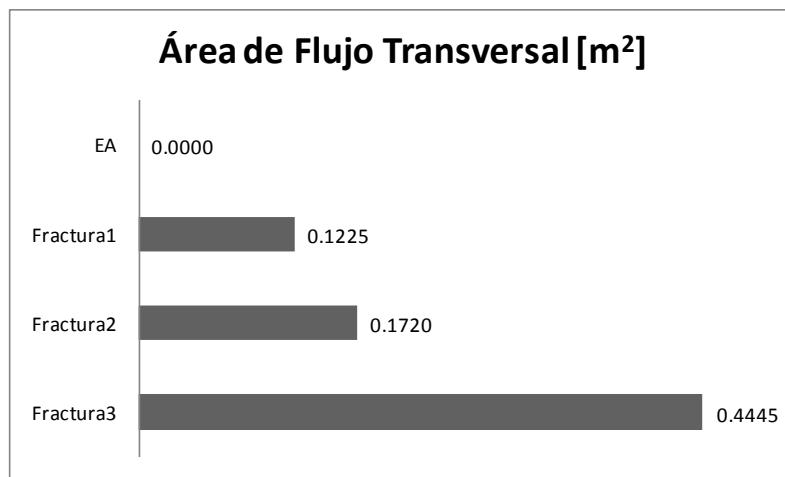


Figura 46. Representación del área de flujo del *Espacio Anular* y *Fracturas*, Caso I.E.

La siguiente tabla, muestra en resumen los datos a modificar en el programa:

Tabla 23. Valores de los radios involucrados en el modelo, Caso I.E.

Parámetro	Valor	Unidades [MKS]
R_{pE0}	0.06998	m
R_{pE1}	0.19571	m
R_{pE2}	0.27445	m
R_{pE3}	0.35319	m

A continuación se presentan las graficas obtenidas al realizar la simulación de inyección:

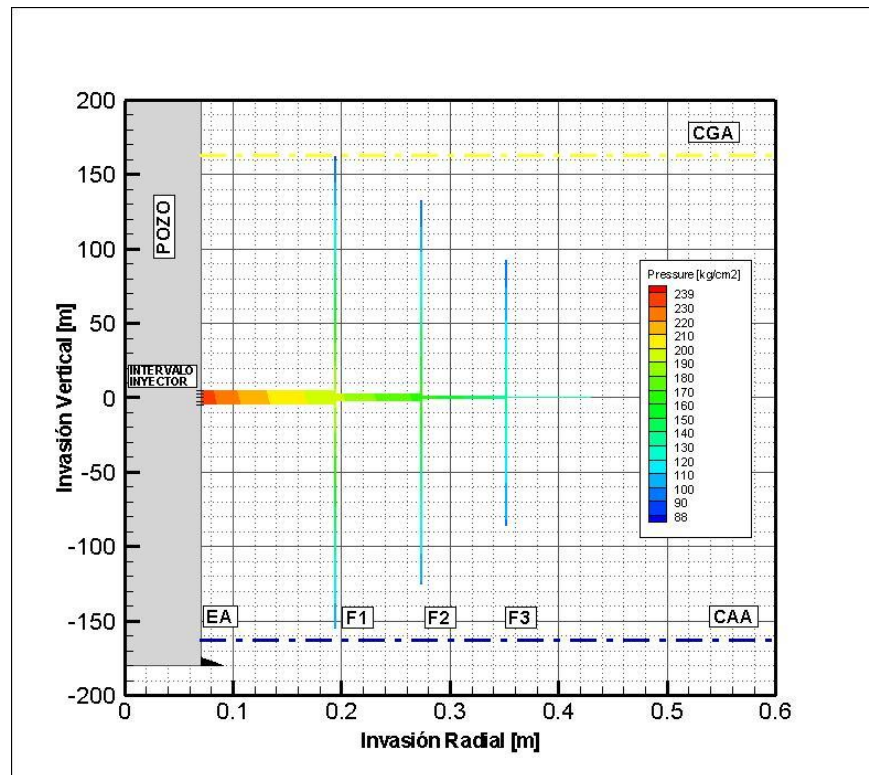


Figura 47. Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso I.E.

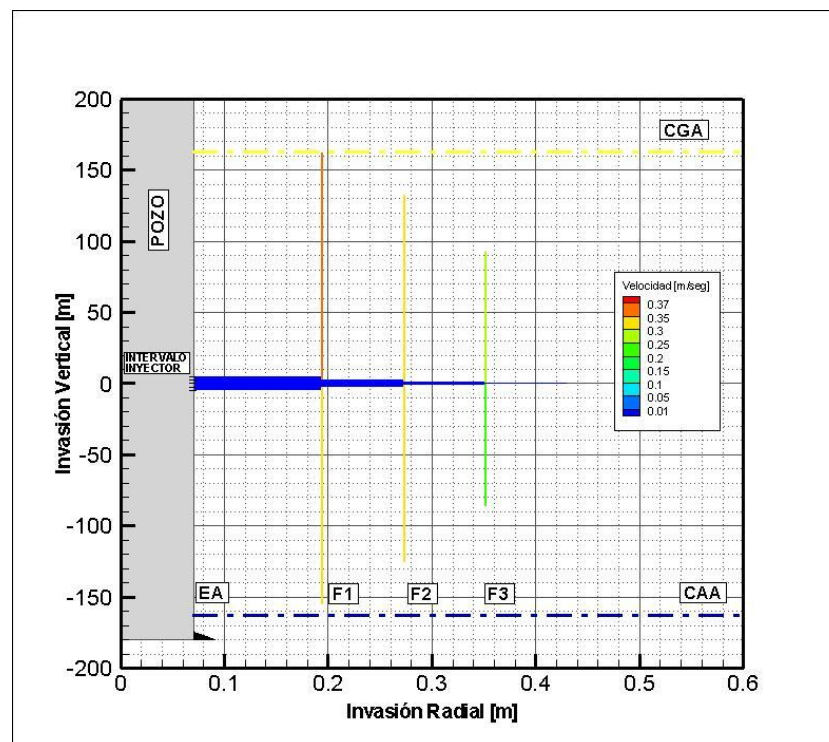


Figura 48. Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso I.E.

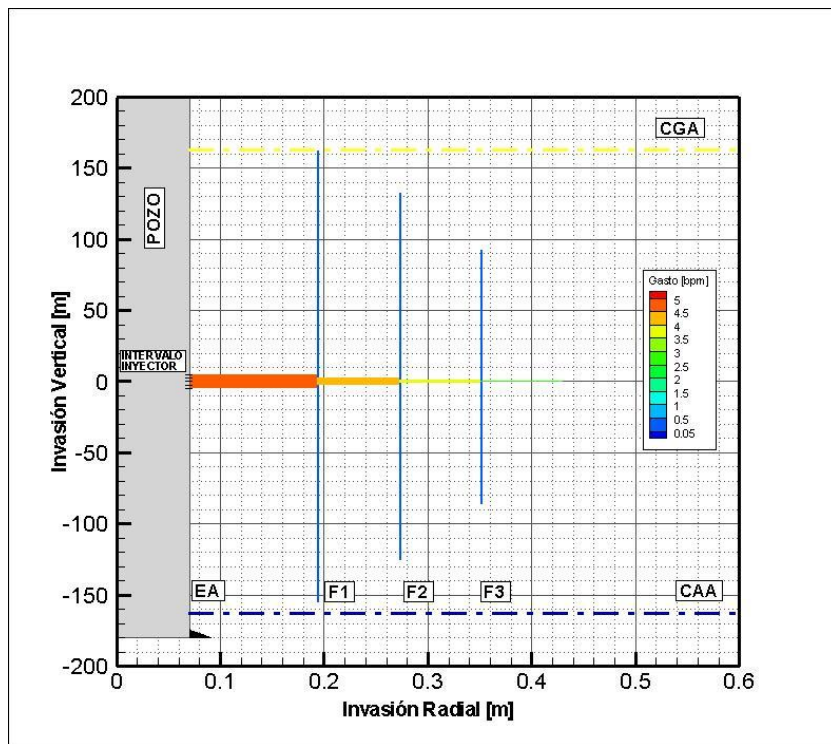


Figura 49. Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso I.E.

5.3 Escenario II, intervalo inyector cercano al CGA

El segundo escenario considera otra *Condición Inicial*, la cual se genera de la misma forma que la del Escenario I, donde su diferencia radica en la posición del intervalo inyector el cual se encuentra más cerca del contacto CGA que al CAA, esto es a 63 y 263 m respectivamente.

Al realizar el cambio de profundidad del intervalo inyector es necesario obtener el valor de presión en la frontera el cual se calcula en el nivel medio del intervalo inyector trasladado en la *fractura 4*, siendo para este escenario de 85.8 kg/cm². A partir de esto se obtuvieron valores iniciales de longitud saturada de aceite dentro del *Espacio Anular y Fracturas*, mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 24. Escenario II, zonas saturadas de aceite, ascendente y descendente dentro del *Espacio Anular y Fracturas*.

	<i>Lau</i>	<i>Lad</i>
	[m]	[m]
Espacio Anular	56.6713	261.0570
Fractura 1	59.8234	262.0235
Fractura 2	61.3995	262.5070
Fractura 3	62.1876	262.7485

Las características de radio, espesor y área de flujo transversal utilizadas en cada Caso del Escenario II son las mismas que del Escenario I, por esto solo se mostrara el resultado del programa para cada uno de ellos.

5.3.1 Caso II.A, Espacio Anular con las mejores características de flujo

Se propone una situación común en pozos perforados en yacimientos con alto fracturamiento y depresionados, en donde una cementación deficiente entre la tubería de revestimiento de explotación y la formación productora, provoca un área de flujo que impacta de manera importante los objetivos planteados al inyectar un fluido en el yacimiento.

A continuación se presentan las graficas obtenidas al realizar la simulación de inyección:

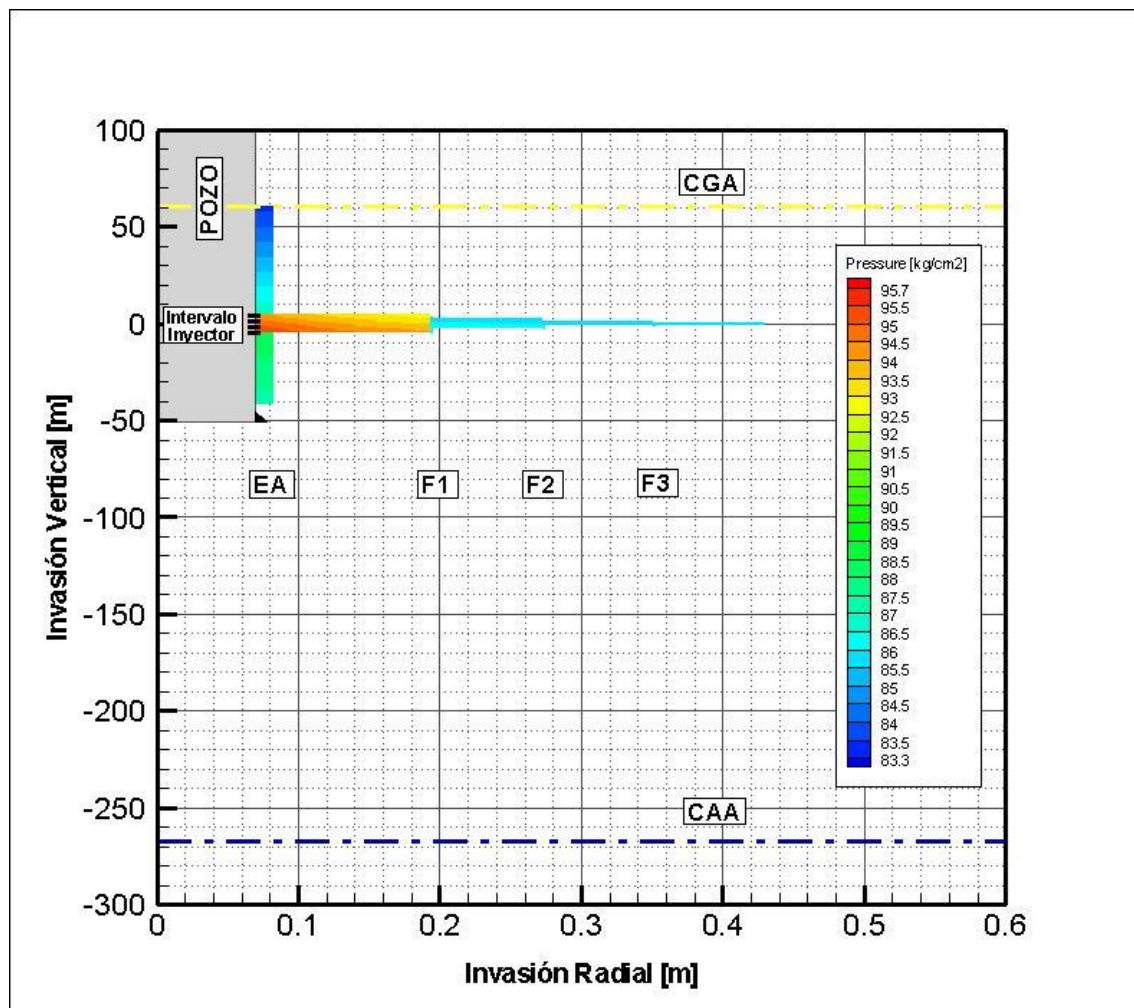


Figura 50. Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso II.A.

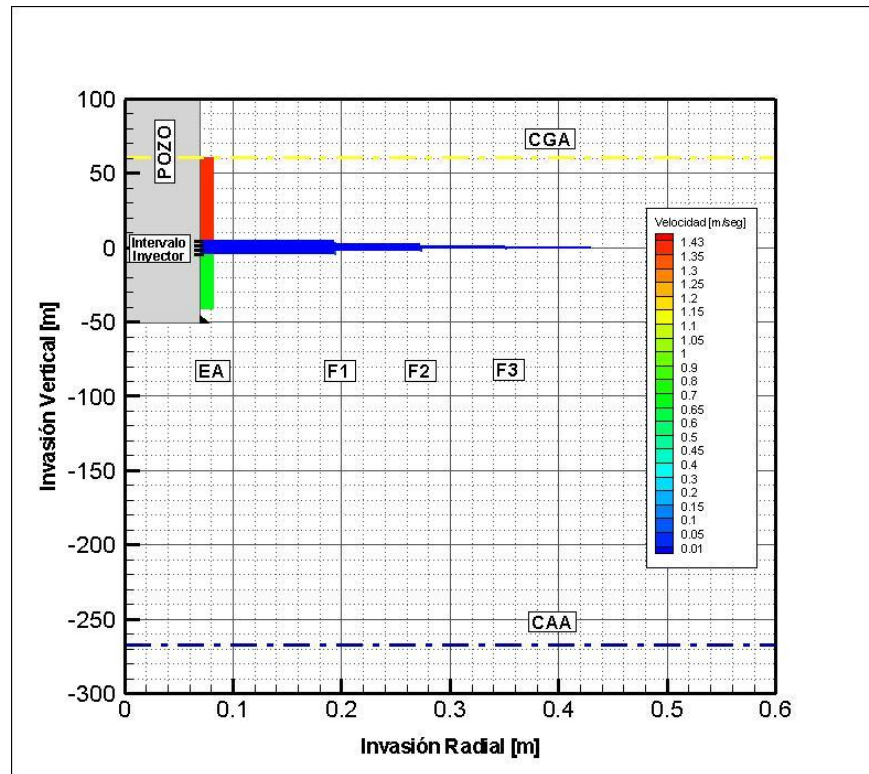


Figura 51. Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso II.A.

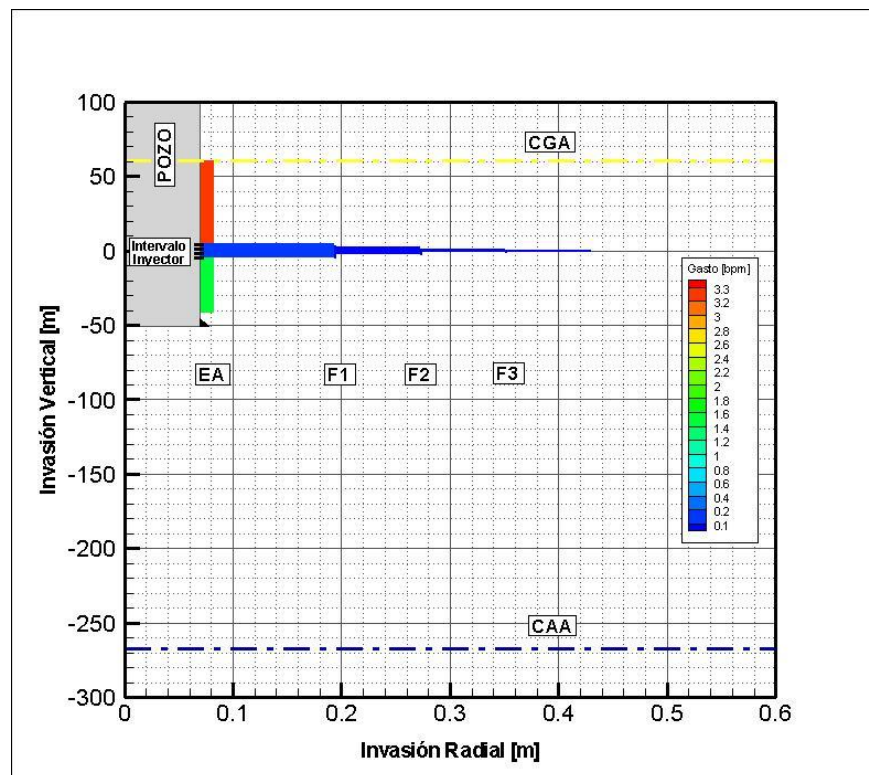


Figura 52. Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso II.A.

5.3.2. Caso II.B, Fractura 1 con las mejores características de flujo.

Ahora se propone un *Espacio Anular* perfectamente cementado y al mismo tiempo un incremento en el espesor y área de flujo transversal de la *fractura 1*.

A continuación se presentan las graficas obtenidas al realizar la simulación de inyección:

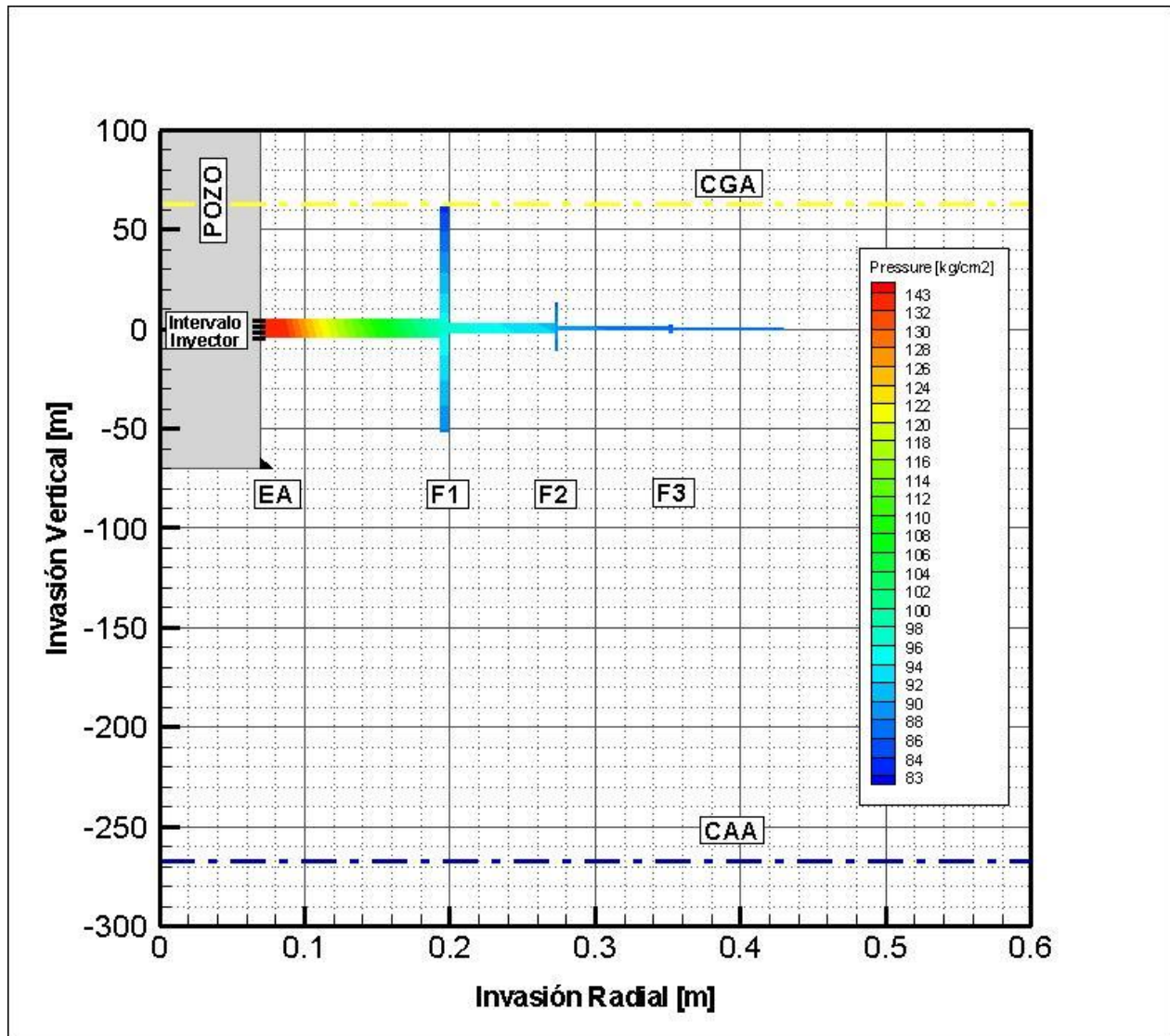


Figura 53. Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso II.B.

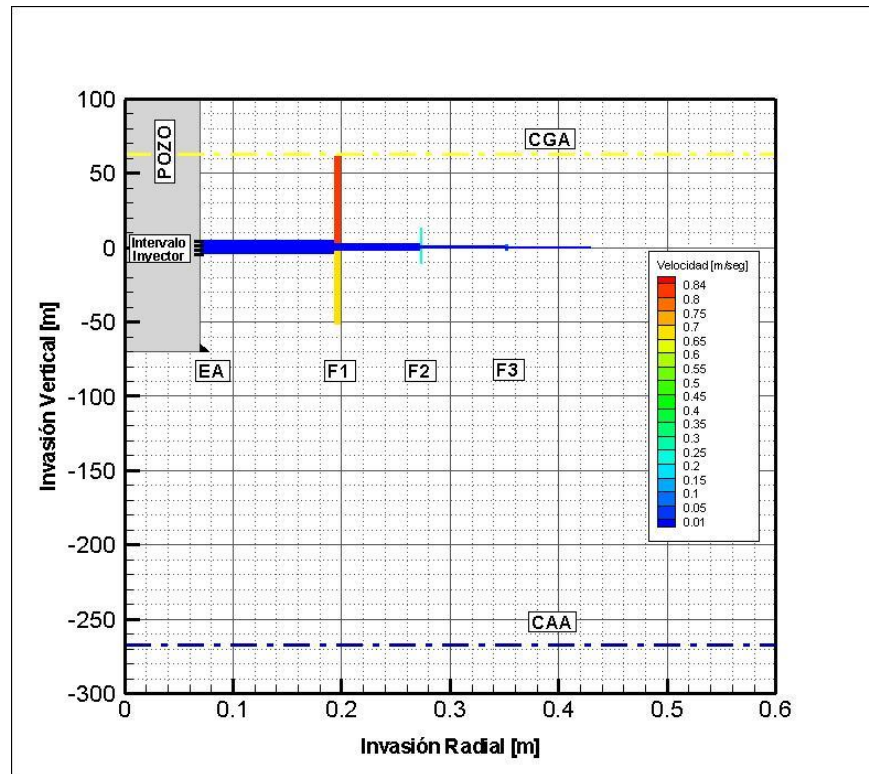


Figura 54. Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso II.B.

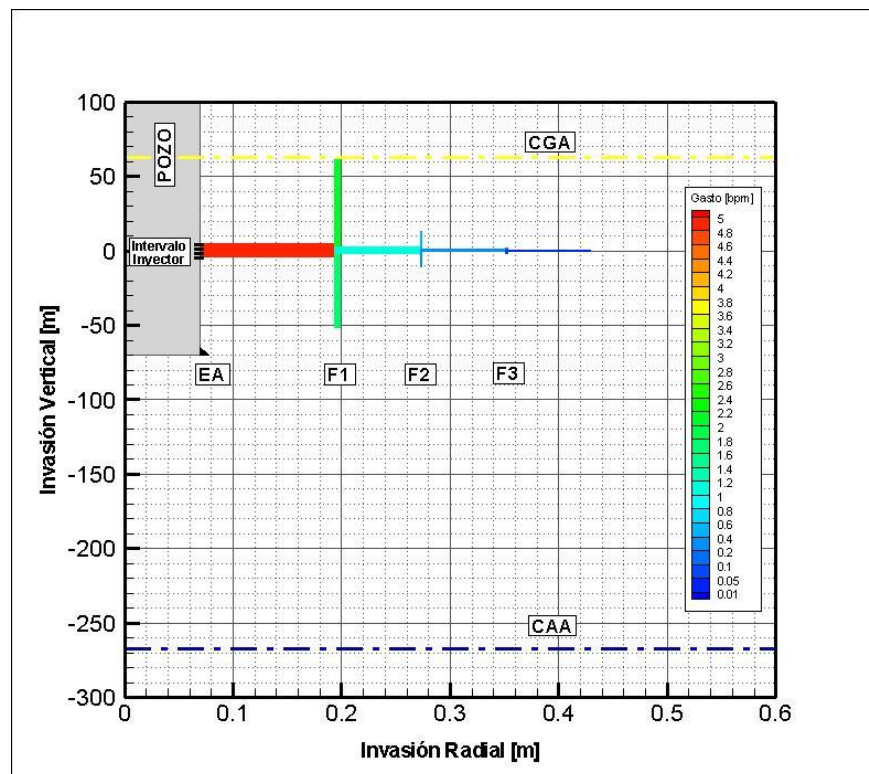


Figura 55. Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso II.B.

5.3.3. Caso II.C, Fractura 2 con las mejores características de flujo.

Ahora se propone que la *Fractura 2* tenga mayor espesor que las fracturas restantes y el *Espacio Anular* cementado.

A continuación se presentan las graficas obtenidas al realizar la simulación de inyección:

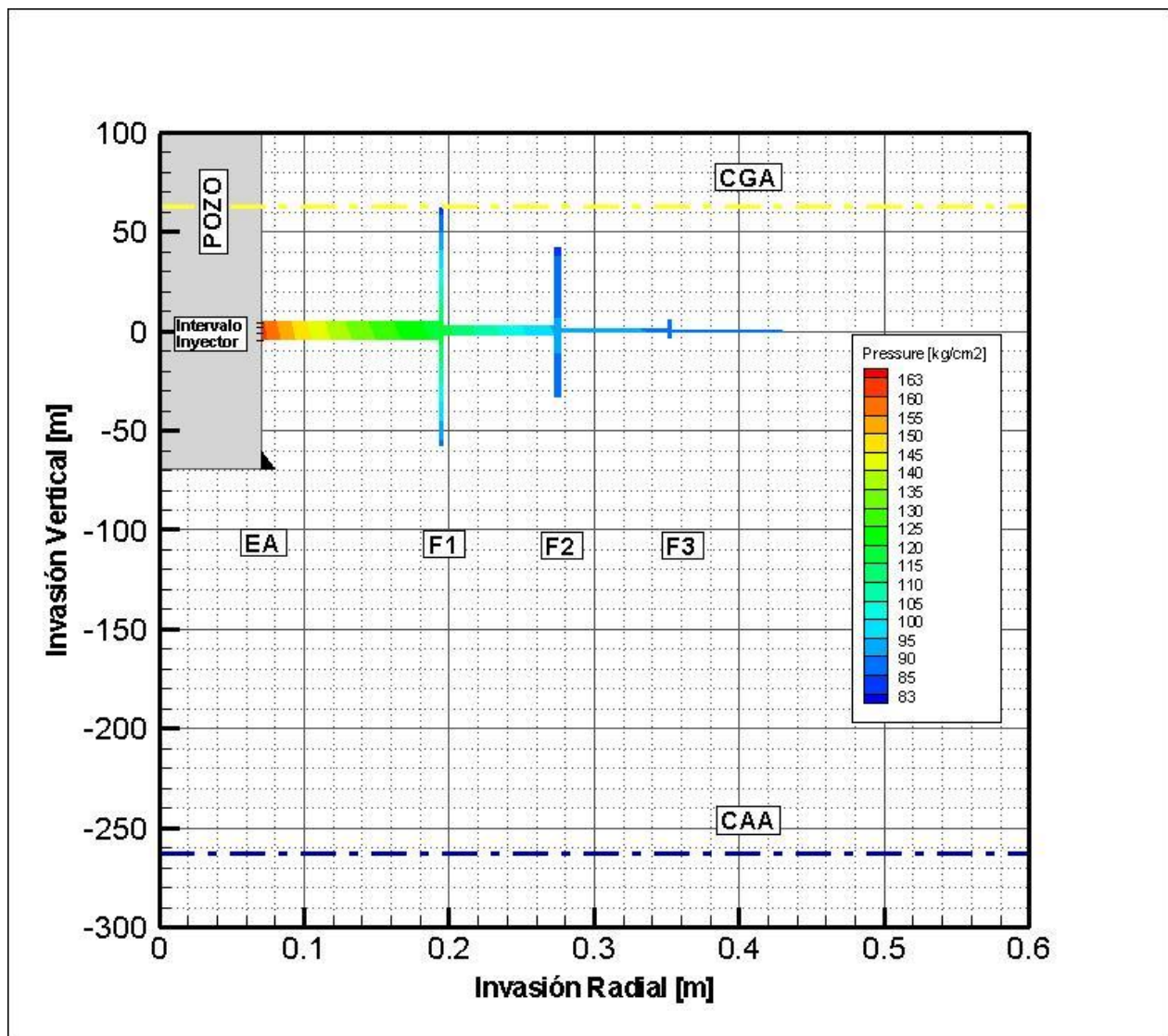


Figura 56. Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso II.C.

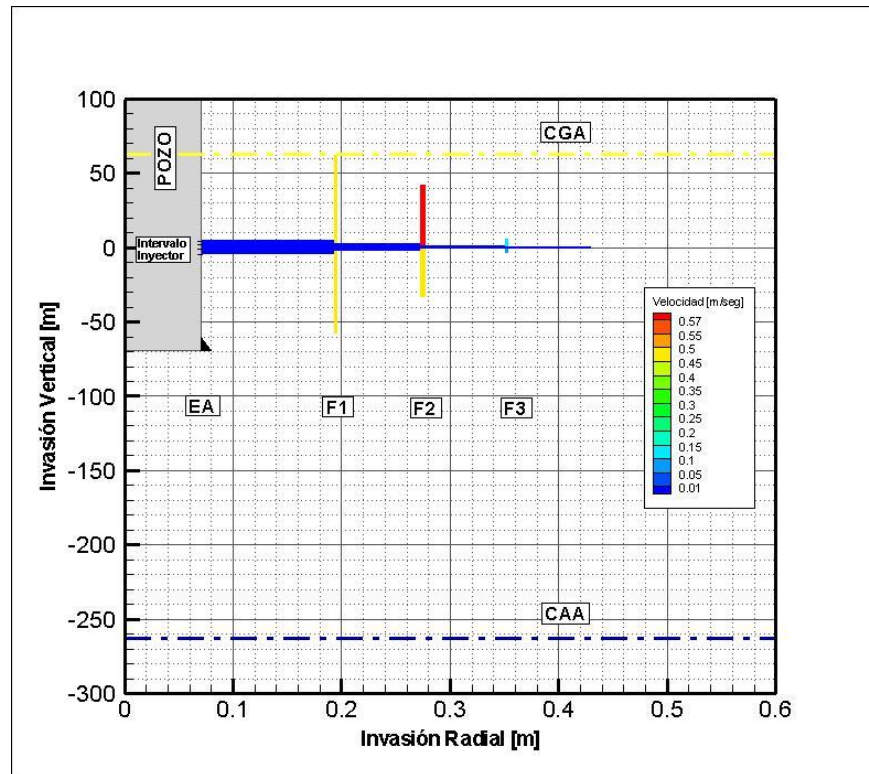


Figura 57. Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso II.C.

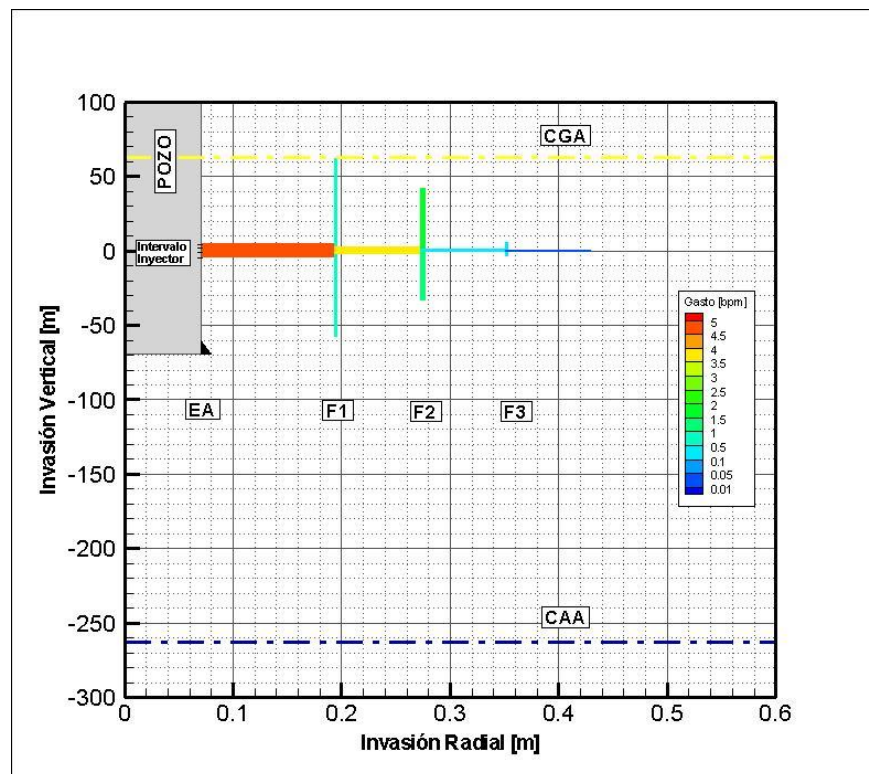


Figura 58. Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso II.C.

5.3.4. Caso II.D, Fractura 3 con las mejores características de flujo.

Se propone a la *Fractura 3* con mayor espesor que las fracturas restantes, la mayor área de flujo transversal y mantiene el espacio anular cementado.

A continuación se presentan las graficas obtenidas al realizar la simulación de inyección:

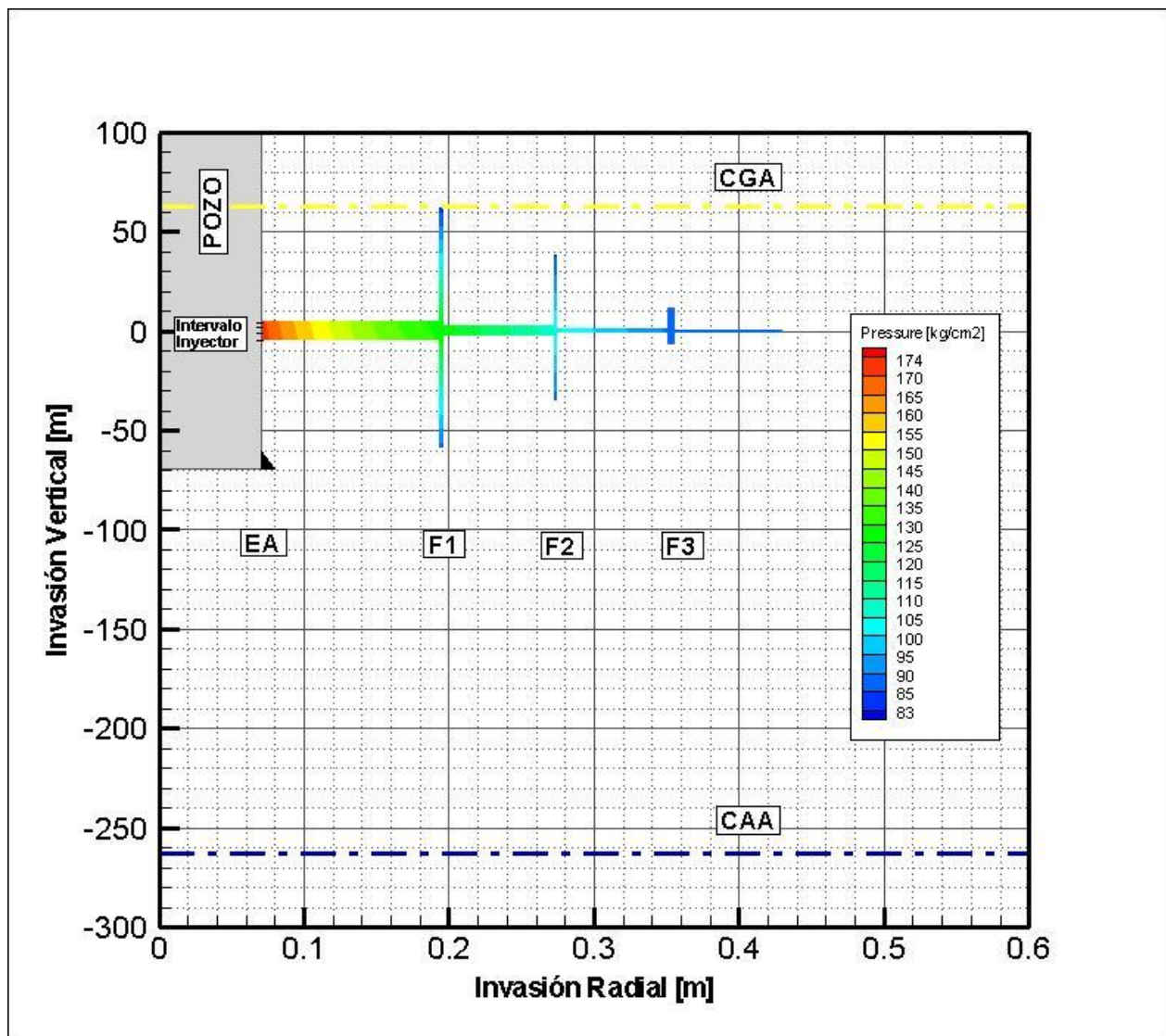


Figura 59. Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso II.D.

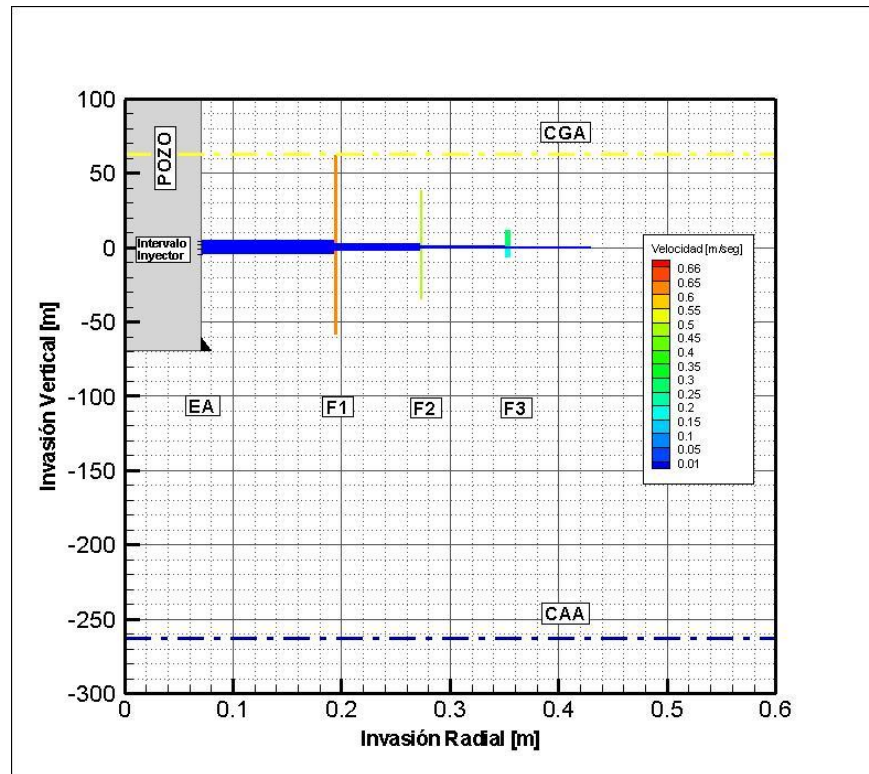


Figura 60. Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso II.D.

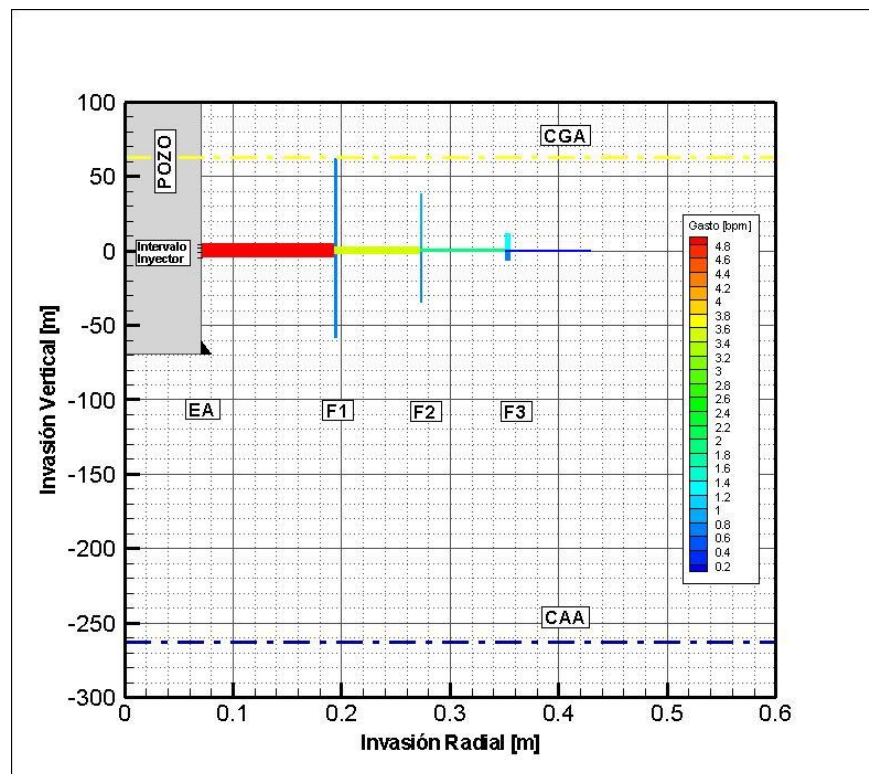


Figura 61. Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso II.D.

5.3.5. Caso II.E, Se mantiene en todas las fracturas el mismo espesor.

Se propone un *Espacio Anular* cementado y las *Fracturas* con el mismo espesor.

Considerar que se presenta un incremento en el área de flujo a medida que la fractura está más alejada del intervalo inyector.

A continuación se presentan las graficas obtenidas al realizar la simulación de inyección:

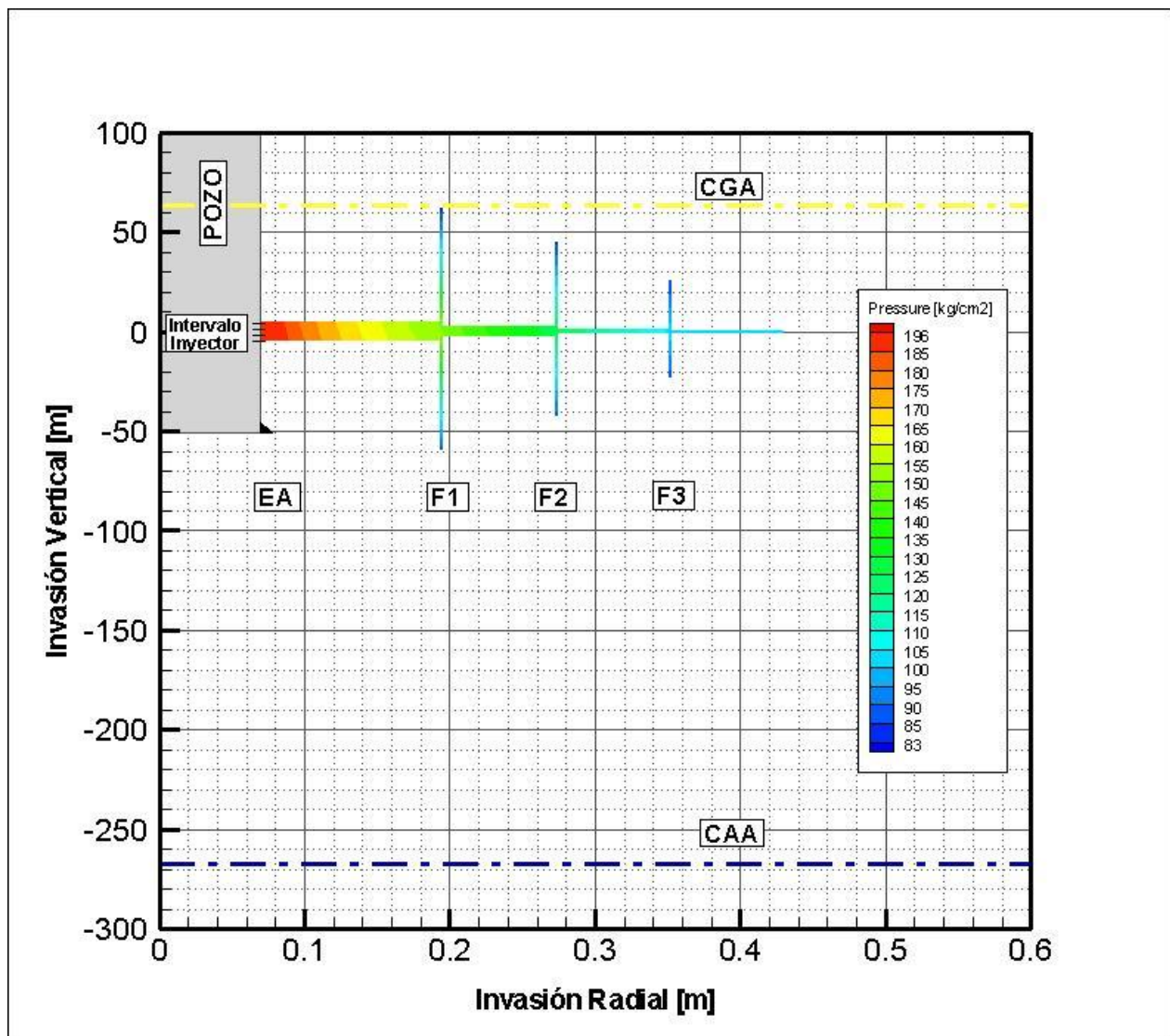


Figura 62. Invasión y comportamiento de la presión del fluido inyectado, Caso II.E.

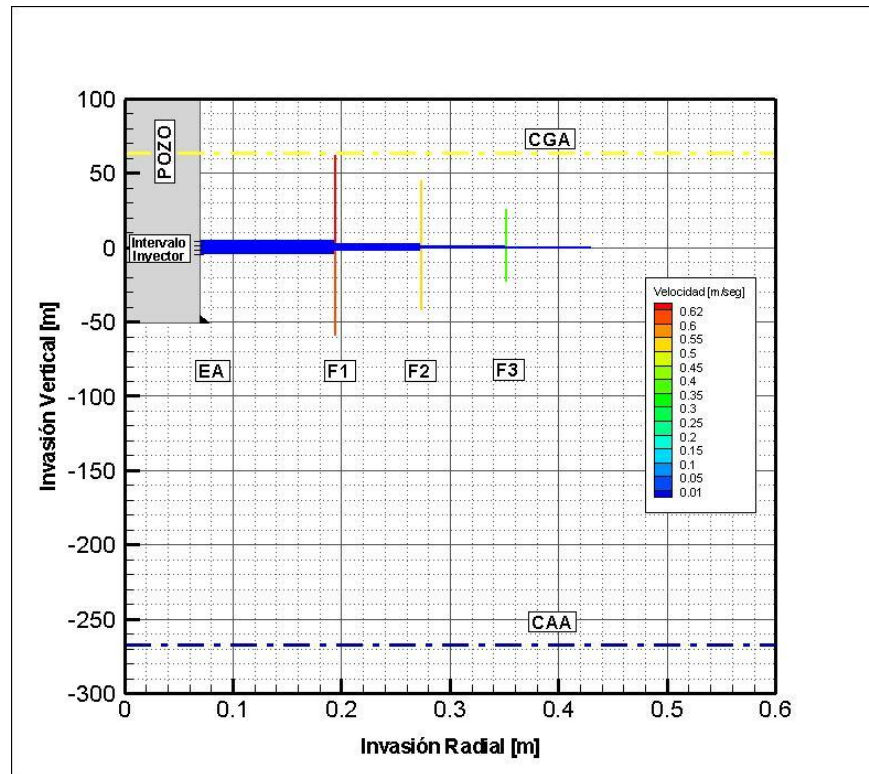


Figura 63. Invasión y comportamiento de la velocidad del fluido inyectado, Caso II.E.

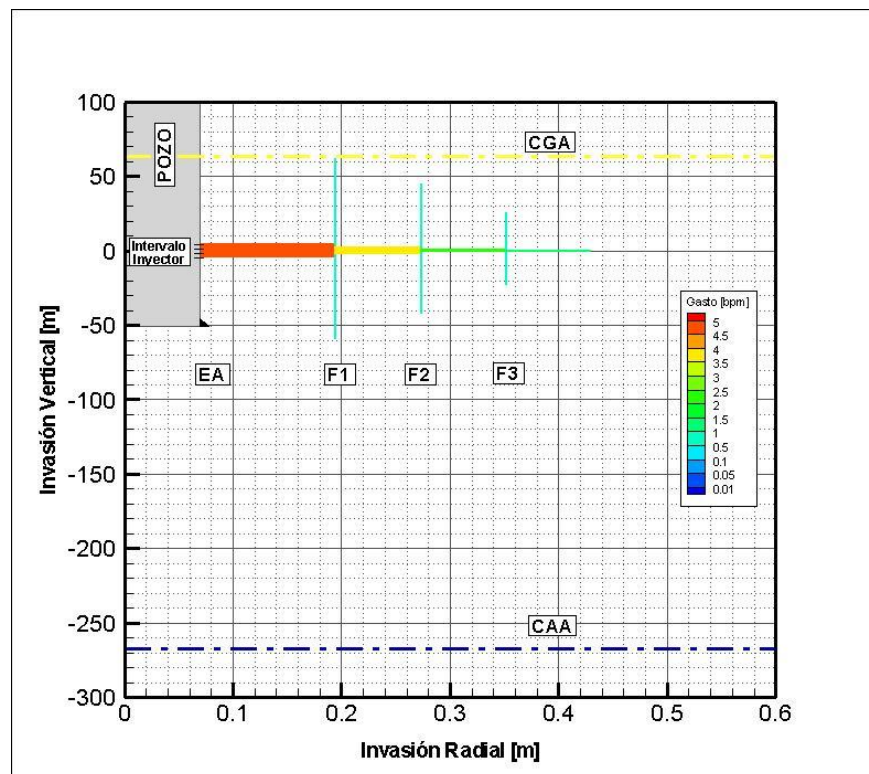


Figura 64. Invasión y comportamiento del gasto del fluido inyectado, Caso II.E.

5.4 Análisis de resultados

De acuerdo a las graficas de presión, velocidad y gasto previamente mostradas, en todos los escenarios se presentó una mayor penetración vertical y gasto en dirección ascendente del fluido inyectado, siendo crítica al no tener el espacio anular cementado o con la presencia de una fractura de mayor espesor.

Adicionalmente, el comportamiento de la presión de inyección aumenta en cuanto se cierra el espacio anular y también cuando una fractura con mayor espesor se ubica en un punto más lejano del intervalo inyector o como es en el último *Caso* de cada *Escenario*, donde no existen fracturas de gran espesor. Con base en lo anterior se genera una mayor penetración y distribución radial del fluido inyectado que contribuye a la disminución de la velocidad aunque está, también se ve sensiblemente afectada por la proximidad al contacto gas-aceite.

Para apreciar de manera más sencilla lo citado con respecto a la presión y la velocidad, se generaron las siguientes tablas y figuras, tomando en cuenta los dos *Escenarios* y comparando cada uno de sus *Casos* en los parámetros de presión y velocidad máxima que se presenta en la zona radial y/o en todas las fracturas.

Tabla 25. Curvas de tendencia de presión y velocidad máxima, *Escenario I*.

	P_{máx} [kg/cm²]	V_{máx} [m/s]
Caso I.A.	108	1.40
Caso I.B.	164	0.72
Caso I.C.	188	0.53
Caso I.D.	205	0.38
Caso I.E.	239	0.37

Tabla 26. Curvas de tendencia de presión y velocidad máxima, *Escenario II*.

	P_{máx} [kg/cm²]	V_{máx} [m/s]
Caso II.A.	96	1.43
Caso II.B.	143	0.84
Caso II.C.	163	0.57
Caso II.D.	174	0.66
Caso II.E.	196	0.62

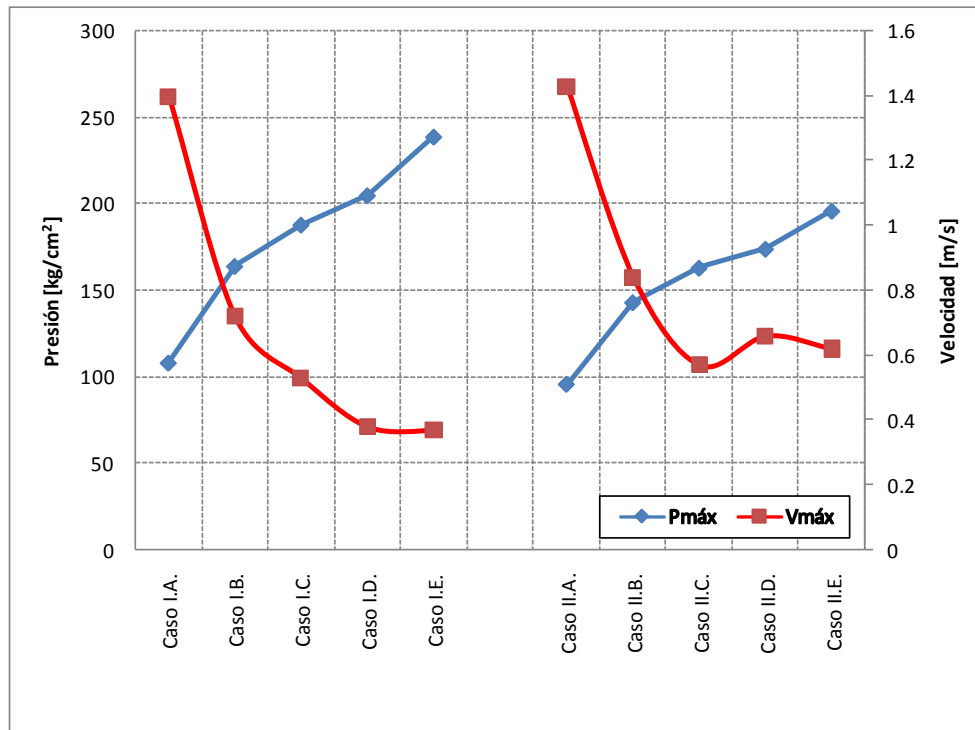


Figura 65. Tendencias de presión y velocidad máximas, *Escenario I y II.*

Otra forma de analizar lo que sucede con las presiones y las velocidades en cada *Escenario* es a partir de sacar la diferencia entre ellos como se muestra a continuación:

Tabla 27. Curvas de tendencia de presión y velocidad máxima, *Escenario I.*

	Pmáx [kg/cm ²]
$\Delta P(\text{Caso I.A-Caso II.A})$	12.3
$\Delta P(\text{Caso I.B-Caso II.B})$	21
$\Delta P(\text{Caso I.A-Caso II.A})$	25
$\Delta P(\text{Caso I.A-Caso II.A})$	31
$\Delta P(\text{Caso I.A-Caso II.A})$	43

Tabla 28. Curvas de tendencia de presión y velocidad máxima, *Escenario II*.

	V_{máx} [m/s]
$\Delta V(\text{Caso II.A-Caso I.A})$	0.03
$\Delta V(\text{Caso II.B-Caso I.B})$	0.12
$\Delta V(\text{Caso II.A-Caso I.A})$	0.04
$\Delta V(\text{Caso II.A-Caso I.A})$	0.28
$\Delta V(\text{Caso II.A-Caso I.A})$	0.25

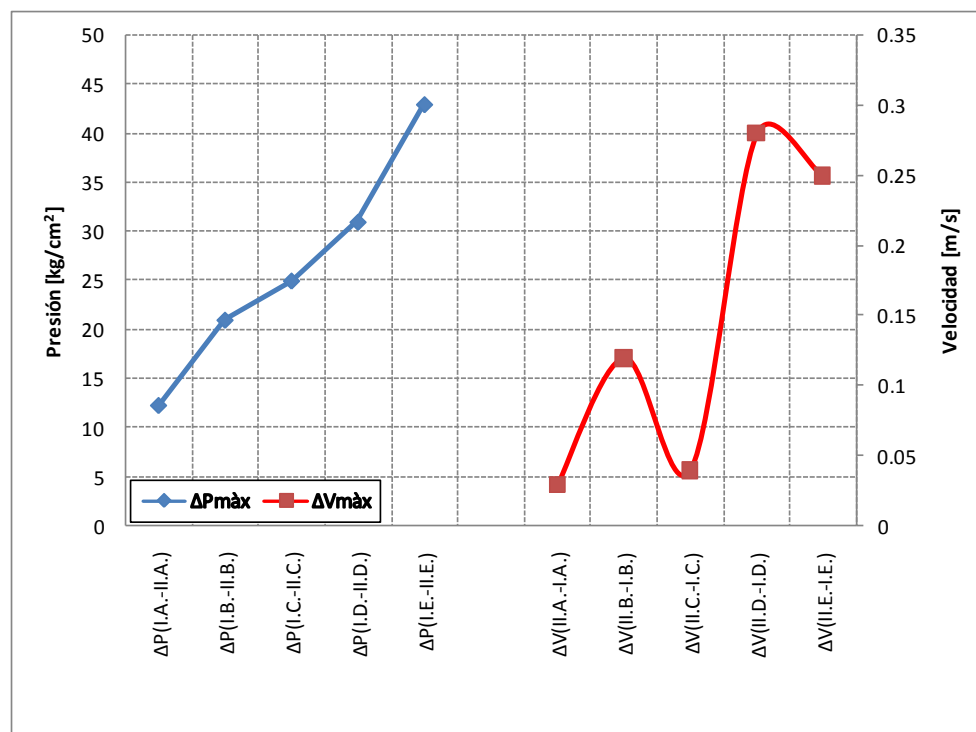


Figura 66. Diferencias de presiones y velocidades máximas entre los *Escenario I* y *II*.

Tanto en las figuras 65 y 66, se observa como la presión incrementando a medida que las fracturas de mayor espesor se alejan del intervalo inyector y/o al cerrar el espacio anular, además se aprecia una mayor presión en el Escenario I, debido a que se encuentra más alejado del contacto gas – aceite. Con respecto a la velocidad se observa una mayor velocidad en el Escenario II, esto propiciado por la cercanía al contacto gas – aceite.

CAPITULO VI

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1. Conclusiones

- Se desarrolló un modelo geométrico y otro matemático con base a las características de yacimientos fracturados, combinando flujo radial y flujo anular, para fluidos newtonianos utilizando parámetros reales de campo y presiones de los contactos gas-aceite y agua-aceite.
- Se demostró matemáticamente el fenómeno de flujo vertical ascendente que se presenta durante trabajos de inyección de fluidos como son estimulaciones y diversas operaciones de cementación.
- El modelo matemático logra generar una solución exacta.
- Los resultados del modelo logran reproducir cualitativamente el efecto de invasión ascendente.
- Se observa que bajo ciertas condiciones durante la inyección del fluido al yacimiento existe una preferencia de flujo ascendente acompañado de una mayor penetración y gasto.
- A medida que el intervalo inyector se acerca al CGA, los fluidos que se inyecten adquirirán una mayor velocidad dentro de las fracturas o espacios anulares.
- Un Espacio Anular no cementado combinado con estimulaciones constituye un serio peligro de canalizar fluidos no deseados.
- Una alta presión de inyección provoca que los fluidos alcancen una mayor penetración.
- Una gran parte del gasto del fluido inyectado se direcciona hacia las fracturas de mayor espesor y/o al espacio anular si este no está cementado.
- La invasión radial de los fluidos es significativa, siempre y cuando no existan fracturas o Espacios Anulares de gran espesor.
- La penetración radial es nula con la presencia de fracturas de gran espesor y/o Espacios Anulares no cementados.
- El modelo posee la flexibilidad de manejar una gran cantidad de parámetros y ejecutar una diversidad importante de escenarios.
- El análisis y estudio de este modelo es una herramienta que facilita la comprensión del comportamiento de flujo en medios fracturados.

6.2. Recomendaciones

- Durante los trabajos de inyección como por ejemplo las estimulaciones, se demuestra que al presentarse una deficiente cementación en el *Espacio Anular* y una relativa cercanía a los CGA y CAA, se corre el peligro de canalizar el agua o gas, al igual si se presentan fracturas de amplio espesor.
- En yacimientos maduros, con problemas de canalización de agua y gas se recomienda antes de alguna estimulación, cementar el Espacio Anular.
- Para controlar la penetración o sobre desplazamiento de fluidos sellantes como el cemento u otros productos, se recomienda realizar desplazamientos con nitrógeno, obteniendo un control en su colocación al disminuir su presión de inyección.
- Obtener núcleos de roca de las zonas fracturas proporciona una información valiosa para definir los espesores de fractura y utilizarlas en el modelo.
- Se recomienda sellar las fracturas de gran espesor que estén en la vecindad del pozo, con ello se evita canalización de fluidos no deseados y se logra incrementar la vida productiva del pozo.
- El modelo generado en esta tesis es una aproximación simple de la complejidad de un yacimiento, aun así es útil para entender los procesos durante un trabajo de inyección. Es recomendable agregar complejidad a este tipo de modelos para acercarse más a la realidad, como por ejemplo; la incorporación de un mayor número de fracturas incluyendo su inclinación. Otra alternativa es implementar las ecuaciones para inyectar gases, fluidos no newtonianos y diferentes regímenes de flujo.

Anexo A



PROYECTOS DE EXPLORACION

FORMATO DE DESCRIPCIÓN INTEGRADA DE NÚCLEOS

NÚCLEO: 4

INTERVALO: 3140-3149 m

RECUPERACIÓN: 1.04 m. (12 %)

TIPO DE LODO: Baja Densidad de 0.90 X 160 grs/cc

II.-DESCRIPCIÓN LITOLÓGICA: Brecha sedimentaria dolomitizada color gris, constituida por exoclastos angulosos a subangulosos de 0.3 a 6 cm de tamaño de mudstone blanco y dolomía gris, empaquetados en una matriz de constitución dolomítica gris claro a crema. La matriz dolomítica ocupa del 60 al 70 % del total de roca y los exoclastos lo restante.

III.- FAUNA: No se observa por intensa dolomitización.

E D A D: BTP-KS por correlación estratigráfica y asociación litológica.

IV.- AMBIENTE: Probable Pie de Talud Carbonatado.

V.- RASGOS DIAGENÉTICOS: Compactación, Presión-Solución, Fracturamiento, Disolución y Cementación.

VI.- POROSIDAD: Vúgulos y Fracturas de \pm 10-12 %

VII.-CARACTERÍSTICAS DEL SISTEMA POROSO: Está caracterizado por la existencia de vúgulos con formas irregulamente alargadas y en menor proporción semicirculares, que se distribuyen en casi todo el núcleo, tienen un tamaño que varía de 3 a 26 mm, ocasionalmente presentan intercrecimientos de pequeños cristales de dolomita, están bien intercomunicados por dos sistemas de fracturas que en ocasiones se les observa rasgos de disolución. También se observan abundantes líneas de estilolitas con formas aserradas que se distribuyen en casi todo el núcleo.

VIII.-FRACTURAS: Se distinguen al menos dos sistemas; uno que es muy intenso, pero con fracturas muy pequeñas y otro que es escaso pero con fracturas grandes, el primero presenta un fracturamiento con trayectorias de orientaciones no definidas que se intersecan unas con otras, sus longitudes son cortas de apenas 2 a 7 cm, sus paredes son lisas, con aperturas de 200 a 300 micras, sin relleno. El segundo grupo muestra fracturas con una frecuencia muy baja, pero de mayores dimensiones que el grupo anterior, su longitud va de 3 a 21 cm, orientadas en formas casi vertical con respecto al corte del núcleo (80 a 90 °), sus trayectorias son casi rectas, tiene paredes rugosas y lisas con una apertura de 1 a 4 mm, sin relleno y con rasgos de disolución

IX.-ESTILOLITAS: Son muy abundantes, se distribuyen en casi todo el núcleo, sus formas son muy aserradas orientadas en forma casi horizontal con respecto al corte del núcleo, tienen una longitud que varía de 5 a 12 cm, sus trayectorias son irregulares y están rellenas de material arcilloso insoluble.

X.-PRESENCIA DE HIDROCARBUROS: Presenta buena impregnación de aceite pesado en vúgulos interconectados por fracturas y exudación en algunos vúgulos, principalmente en la parte baja del núcleo.

XI.- : DESCRIBIÓ: Ing. Martín González Castillo
Biol. Ma del Rocío Noriega Nieto

DELIMITACION DE CAMPOS Y CARACTERIZACION DE YACIMIENTOS

FRAGMENTO 3, CAJA 2**FRAGMENTO 3, NUCLEO 4**

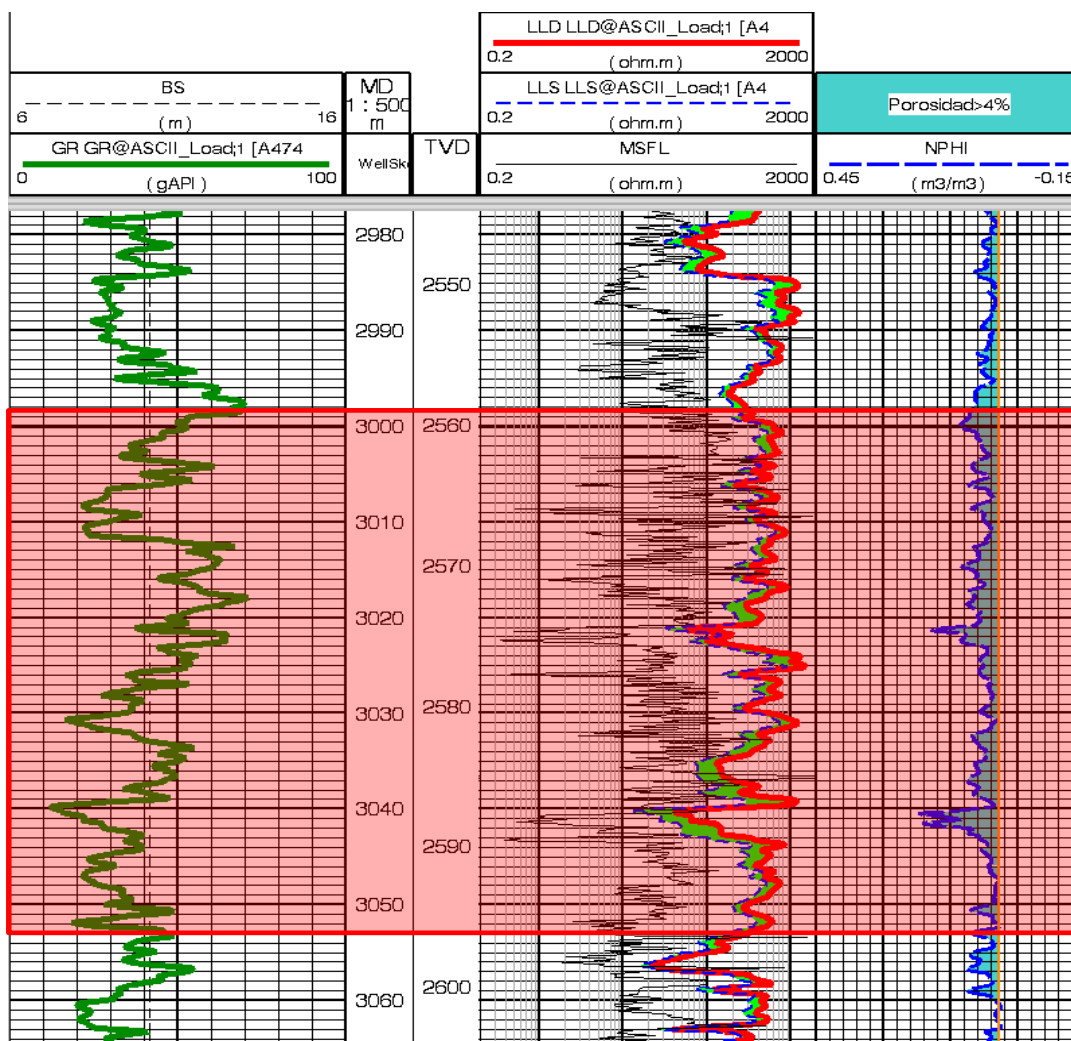
Brecha sedimentaria dolomitizada color gris, constituida por exoclastos angulosos a subangulosos de 0.3 a 6 cm de tamaño de mudstone blanco y dolomía gris, empaquetados en una matriz de constitución dolomítica gris claro a crema. Se observa una fractura de 4 mm de apertura que muestra claros rasgos de disolución, así como algunos vórgulos de formas semicirculares, que son interconectados por diminutas fracturas que no se alcanzan a apreciar en esta imagen.

**FRAGMENTO 1, NUCLEO 4**

Brecha sedimentaria dolomitizada color gris, constituida por exoclastos angulosos a subangulosos de 0.3 a 6 cm de tamaño de mudstone blanco y dolomía gris, empaquetados en una matriz de constitución dolomítica gris claro a crema. Se observa una gran cantidad de pequeñas fracturas que sirven de vía de intercomunicación a pequeños vórgulos que muestran exudación de aceite pesado.

Anexo B

Registro realizado en un pozo del campo Cantarell , en específico del bloque Akal (carbonatos) en la formación Cretácico Inferio.



Intervalo Productor 2297-3050 md (2559-2596 mv)

Porosidad neutrón (Φ) = 7%

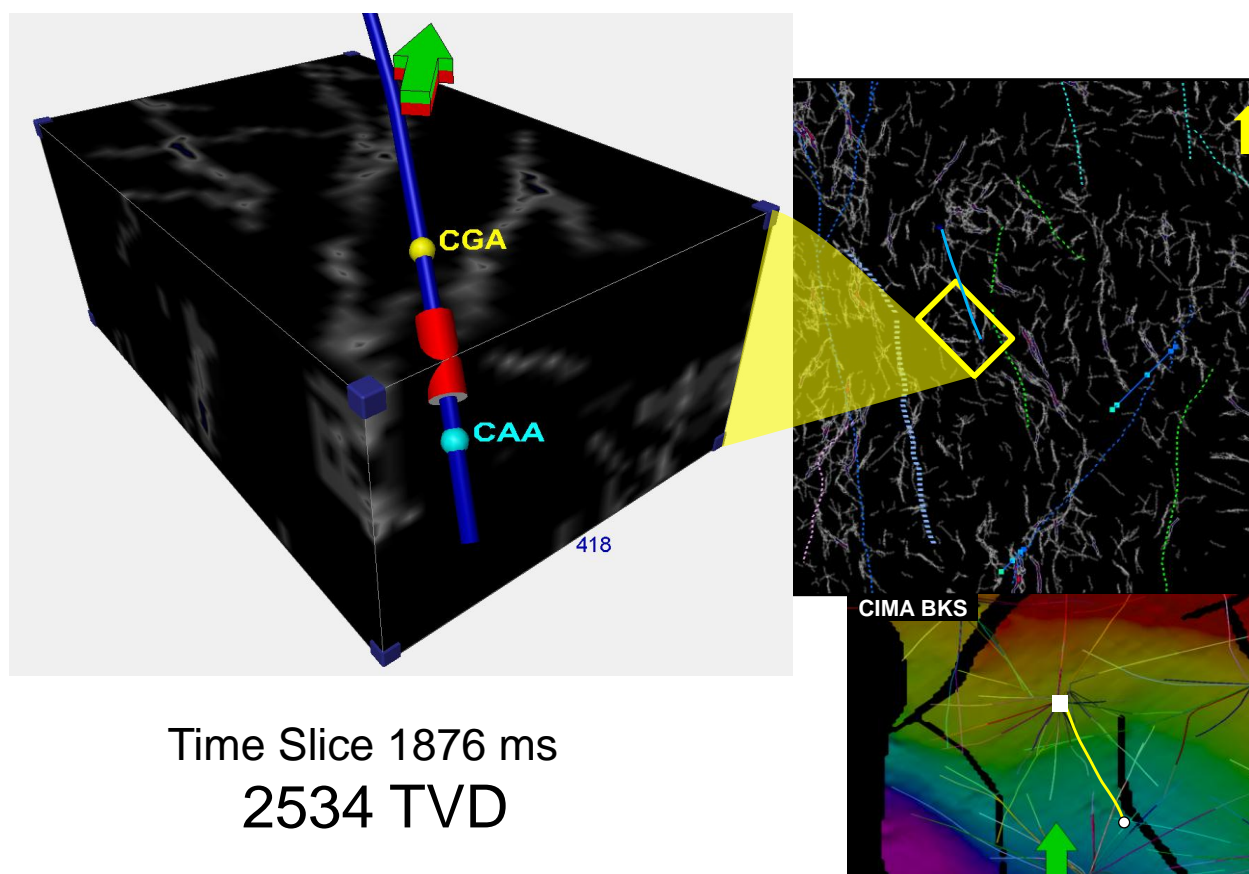
Saturación de agua (S_w) = 20 %

Permeabilidad de matriz = 1840 md

Presencia de fractura a 3040 md, derivado de una caída en la resistividad y una porosidad alta en una roca libre de arcilla.

Anexo C

Atributo Sísmico



Time Slice 1876 ms
2534 TVD

En el cubo sísmico se puede apreciar en color gris las fracturas que rodean al intervalo productor que está representado en color rojo, también se ubica el contacto agua – aceite (CAA) y el contacto gas – aceite (CGA).

En planta se muestra donde la zona donde se toma el cubo sísmico y la ubicación del pozo en el plano del bloque Akal del Campo Cantarell.

BIBLIOGRAFÍA

1. Bird, R.B., Stewart, W.E. y Lightfoot, E.N. 2006. *Fenómenos de Transporte*, segunda edición. México: Limusa-Wiley.
2. Miranda-Martínez, M.E., Oleschko, K., Parrot, J.-F., et al. 2006. Porosidad de los Yacimientos Naturalmente Fracturados: Una Clasificación Fractal. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas* **23** (2): 199-214. [http://satori.geociencias.unam.mx/23-2/\(6\)Miranda.pdf](http://satori.geociencias.unam.mx/23-2/(6)Miranda.pdf) (descargado 7 de agosto de 2012)
3. PEMEX. Exploración y Producción, Subdirección de la Unidad de Perforación y Mantenimiento de Pozos. 2005. Procedimiento para Diseñar Estimulaciones Matriciales en Pozos Petroleros.
4. PEMEX. Exploración y Producción, Subdirección de la Unidad de Perforación y Mantenimiento de Pozos. 2005. Procedimiento para el Diseño de la Cementación de Tuberías de Revestimiento.
5. Streeter, V.L., Wylie, E.B. y Bedford, K.W. 2000. *Mecánica de Fluidos*, novena edición. Santafé de Bogotá: McGraw-Hill.