Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Estudios Superiores Iztacala

UNAM IZTACALA

El uso de una estrategia para la solución de problemas matemáticos planteados lingüísticamente

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

L I C E N C I A D A E N P S I C O L O G Í A

P R E S E N T A

Blanca Erika Villegas Torres

Director: Mtro. **Luis Gonzaga Zarzosa Escobedo**

Dictaminadores: Lic**. Yasmín de Jesús Arriaga Abad**
Lic. **César Elizalde García**

fesiztacala unam

Los Reyes Iztacala, Edo de México, Octubre 2012

Agradecimientos

Ma… Gracias por el apoyo brindado, por enseñarme la fortaleza de la vida…

Pa… Hoy inicia otra etapa de mi vida, y eres parte de esa etapa, de este logro, de este camino de éxito, por el cual siempre me has llevado…

Abuela… gracias por todos esos años, siempre estarás en mi ser…

Mónica… Mi compañera de vida, por esas sonrisas y lágrimas que hemos compartido toda una vida…

A Ángel, Gustavo y Karina… Mi gran ejemplo a seguir, que a su corta edad me han enseñado las maravillas de vivir y ser su hermana mayor…

A Silvia Barrera, mi hada madrina que me acompaña todos los días con sus enseñanzas…

A Pedro Romero, el mejor amigo y consejero…

A mi querido Luis Zarzosa… por los dolores de cabeza y mis “chiqui avances” ¡Por fin hemos terminado! Gracias por compartir su conocimiento conmigo, por su paciencia…

Yas Arriaga… Una gran amiga, colega y ejemplo a seguir

César Elizalde… El mejor profesor, amigo, cómplice, asesor y psicólogo que he conocido…

A toda mi maravillosa y gran familia que me ha hecho feliz siempre

Wi… Hace algunos años inicié este camino con tu compañía, y hoy me alegra saber que lo terminé y que eres parte de esto, gracias por enseñarme a volar…

Omar gracias por tu apoyo y cariño en esta nueva etapa que comienza en mi vida, por todas las sonrisas y por el camino que hacemos día a día…

A todos mis amigos que me apoyaron y comprendieron en mis momentos difíciles

A la familia CUPRUM la empresa que me permitió terminar este proyecto y crecer profesionalmente gracias Noemí…

A la maravillosa UNAM, mi casa de estudios de la cual siempre estaré orgullosa y llevaré en el corazón…

A mi…

ÍNDICE

RESUMEN

Las matemáticas forman parte de la vida diaria y afectan el desempeño del individuo en todos los ámbitos en los cuales se desenvuelve. La resolución de problemas matemáticos, es una herramienta indispensable en la vida diaria, pues estas habilidades las ocupará el individuo toda su vida. Diversos estudios han mostrado que los alumnos tienen dificultades para resolver problemas matemáticos, planteados lingüísticamente, donde la información básica está presentada en el plano del lenguaje cotidiano, y estas dificultades se presentan en alumnos con y sin problemas de aprendizaje. Xin, Wiles y Lin (2008) propusieron enseñar a los alumnos a hacerlo a través de instrucciones específicas que sean aplicadas en diversas situaciones. El objetivo del presente estudio fue evaluar el efecto del uso de una estrategia instruccional sobre el desempeño de los alumnos de alto riesgo de fracaso escolar y con bajo rendimiento en tareas de solución de problemas de multiplicación planteados lingüísticamente, participaron 18 alumnos del tercer grado de primaria, a quienes se asignó a un grupo, de acuerdo con el turno en el cual estudiaban. Los resultados muestran que al final del periodo de intervención, los alumnos del grupo experimental mostraron un mejor desempeño, respecto sus compañeros del grupo control, quienes en la evaluación inicial tuvieron un mejor desempeño que los primeros.

Palabras clave: problemas matemáticos, bajo desempeño escolar, estrategias instruccionales.

CAPÍTULO 1. IMPORTANCIA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL CONTEXTO EDUCATIVO.

Las matemáticas se integran en todas las áreas de la vida diaria y afectan el desempeño del individuo en todos los ámbitos en los cuales se desenvuelve. La resolución de problemas matemáticos es una herramienta indispensable en la vida diaria, pues estas habilidades las ocupará el individuo toda su vida. En la actualidad, es un hecho comúnmente aceptado que las habilidades para realizar las operaciones matemáticas en sí mismas, no es lo fundamental sino la adquisición y la transferencia de habilidades para la resolución de problemas, lo cual constituye uno de los objetivos de la escolarización en general y en particular en el campo matemático (Aguilar y Navarro, 2000). Un ejemplo que ilustra el reconocimiento de esta tendencia predominante, es la afirmación del Consejo Nacional de Matemáticas en Estados Unidos el cual ha establecido en sus objetivos que "la resolución de problemas debe de ser el núcleo de las matemáticas escolares" (NTCM, 1989, pág. 1)

Los problemas matemáticos se presentan en diversos contextos de la vida, de diferentes formas que pueden ir desde -¿Cuánto es 25 pesos más 87 pesos? hasta ¿Cuánto debo de pagar por una blusa que cuesta 280 pesos y tiene el 30% de descuento?, ambos problemas implican operaciones matemáticas, sin embargo no siempre somos lo suficientemente hábiles para identificar qué operación matemática debemos emplear para resolver estas situaciones, ya que se acepta que una vez que aprendemos a sumar, multiplicar y dividir estamos listos para aprender a resolver problemas que implican este tipo de operaciones, lo cual no necesariamente es cierto. Ya que se parte del supuesto que el entrenar a los alumnos a resolver problemas que impliquen estas operaciones facilitará la transferencia de conocimientos a otro tipo de contextos, pero no siempre es así.

Pimm (1990) considera que el lenguaje matemático, es distinto al que empleamos cotidianamente en otras situaciones, ya que el primero está constituido por términos, signos, símbolos, procedimientos y habilidades especiales que los alumnos deben emplear en diversas situaciones.

El resolver operaciones matemáticas que únicamente requieran la aplicación de algoritmos, implica un nivel de desempeño diferente al de una situación real que se resuelva mediante un planteamiento lingüístico matemático, puesto que un problema matemático implica un nivel de dificultad más alto ya que el alumno debe detectar el tipo de problema, organizar la información dada en el problema, transformar la información a una ecuación matemática y solucionar la ecuación, y no siempre los alumnos son capaces de hacerlo de manera efectiva. Lo más importante de las matemáticas no es únicamente la solución de operaciones, sino el establecimiento de relaciones entre una situación dada y un conocimiento adquirido previamente en la solución de operaciones.

Tenemos entonces dos situaciones que implican desempeños diferentes: aquella que se resuelve recurriendo directamente al lenguaje y reglas de las matemáticas propiamente dichas, y otra que consiste en traducir un problema cotidiano que se plantea en el plano lingüístico, encontrando las operaciones matemáticas que corresponden para su adecuada solución.

Específicamente para poder resolver problemas matemáticos, diversos autores (Kamiii, 1988; Defior 1996) mencionan que es importante que los alumnos manejen y comprendan el sistema numérico decimal en cuanto a:

- *Lectura y escritura de cantidades*: en esta habilidad el alumno debe ser capaz de identificar los números, es decir saber si es un 20 o un 19.
- Agrupamientos: significa que el alumno debe poder agrupar los números (unidades) en decenas, centenas o millares dependiendo de la cifra que se quiera escribir.
- Valor posicional: hace referencia a que los alumnos deben entender el significado global de una cifra, es decir, entenderla como un todo, por ejemplo 753 no es un “siete, cinco, tres”, sino el número setecientos cincuenta y tres.

- Manejo del cero: el uso del cero en algunos alumnos tiene dificultades, ya que ellos creen que el cero no tiene un valor, y no son capaces de identificar que cuando está a la izquierda, es decir al inicio de una cifra éste no tiene valor, pero que cuando se encuentra en otro lugar tiene un valor diferente. En la cifra 108 el número se lee como “ciento ocho”, pero algunos alumnos leen “uno y ocho” e incluso “dieciocho”
- *Conocimiento y manejo de algoritmos*: implica que los alumnos sean capaces de transferir el conocimiento aprendido en las aulas a situaciones cotidianas, usar las reglas aprendidas para resolver diferentes tipos de problemas; sin embargo, los alumnos sólo memorizan lo enseñado por los maestros y no son capaces de resolver diferentes situaciones.

Godínez (2004) menciona que el lenguaje matemático se caracteriza por el uso de palabras con significados distintos al del lenguaje ordinario por ejemplo: “raíz”, “producto”, “función”, “rango”, etc. Así como el uso de símbolos exclusivos del ámbito matemático como + (más), - (menos), % (porcentaje), > (menor que), <, (mayor que) etc.

Diversos estudios han mostrado que los alumnos tienen dificultades para resolver problemas matemáticos donde la información básica está presentada en el plano del lenguaje cotidiano, y estas dificultades se presentan en alumnos con y sin problemas de aprendizaje (Carnine, Jones y Dixon, 1994; García y Jiménez 2000, Parmar, Cawley y Frazita, 1996).

Existen diferentes modalidades semánticas o diferentes formas de expresar estos problemas en el plano lingüístico y el estudiante no tiene las herramientas para poder transformar esta información al plano de las operaciones matemáticas. En este aspecto la enseñanza de las matemáticas tiende a ser ineficiente; pues suele ocurrir que cuando el estudiante se enfrenta a estas situaciones, sólo lo hace frente a problemas que siempre se le presentan del mismo modo, convirtiéndose entonces en ejercicios repetitivos que le dan pocas posibilidades de adaptación a problemas con otras variantes expresivas. Xin, Wiles y Lin (2008) reportan que cuando se le pide a un alumno solucionar problemas que no tengan la semántica igual a los enseñados previamente, tendrán dificultades para resolverlos de manera efectiva, definiendo así que para que la enseñanza se pueda considerar como práctica, debe enseñar de diferentes maneras a resolver los problemas, manipulando su complejidad.

A pesar del amplio reconocimiento de que lo importante en la enseñanza de las matemáticas es el que los alumnos aprendan a identificar las operaciones adecuadas para la solución de problemas, los datos encontrados en diversos estudios han mostrado que muchos estudiantes no dominan este aspecto, o al menos no de manera suficiente como para poder confiar en la generalización a nuevos problemas (Lester, Garafalo y Kroll 1989; Aízpun, Casals y Suárez, 1983; García, Jiménez y Flores, 2006; Berends y Van Lieshout, 2009).

Con respecto a los problemas matemáticos que más enfrentan los alumnos, éstos suelen categorizarse en dos clases: los problemas de estructura aditiva que incluyen operaciones de suma y resta, y los problemas de estructura mulitiplicativa que implican operaciones de multiplicación y división (Aguilar y Navarro 2000).

En varios estudios, (Kintsch y Greeno, 1985; Greeno, Riley & Gelaman 1984; Riley, Greeno y Heller, 1983) así como Vergnaud (1983, 1997), Carpenter y Moser (1982), Nesher (1988) y Fuson (1992) han mencionado que en problemas de estructura aditiva existen tres formas básicas que componen a los enunciados y a las relaciones numéricas establecidas entre éstos. Estas formas son:

1. Problemas de combinación: expresan una relación entre las medidas de dos o más conjuntos que se juntan para formar un conjunto compuesto. Por ejemplo: Selene tiene 45 libros de física y 65 de español, ¿Cuántos libros tiene en total?
2. Problemas de transformación o cambio: expresan una relación estado inicial-transformación-estado final, relacionándose temporalmente los tres momentos. Por ejemplo: Juan tenía 23 pesos y su abuelita le dio 15 pesos más ¿Cuánto dinero tiene Juan en total?

3. Problemas de comparación: expresan una relación de comparación, en las que se vinculan las medidas de dos conjuntos mediante la identificación de una diferencia. Por ejemplo: Gustavo tiene 8 años, Mónica tiene 12 años más que él. ¿Cuántos años tiene Mónica?

A pesar de que los tres ejemplos antes mencionados involucran una operación matemática de suma, el nivel de dificultad de los tres problemas no es la misma. (Riley y Greeno, 1988). Dichos problemas pueden volverse más difíciles si la estructura del enunciado es “inconsistente” con la operación que se necesita realizar, por ejemplo: Saúl tiene 27 canicas, él tiene 12 canicas menos que Pedro ¿Cuántas canicas tiene Pedro?, en este problema a pesar de que hay la palabra “menos” el problema implica una suma, y la mayoría de los alumnos de educación primaria lo resuelve con una resta, ya que los alumnos tienden a guiarse por palabras como “agregar, le dan, le quitan, más, o menos” para decidir qué operación realizar, (García, Jiménez, Flores, 2006). Hegeraty, Mayer y Monk, (1995) demostraron que los alumnos universitarios que no tienen éxito en la solución de problemas matemáticos, se debe a que basan su solución en los números y en palabras “clave” que seleccionan a partir del texto del problema. Para resolver este tipo de situaciones los alumnos tienen que integrar la información proporcionada, es decir, las canicas totales de Saúl, las canicas menos que tiene Saúl respecto a las de Pedro, para poder conocer el total de canicas de Pedro, pero los alumnos normalmente no establecen las relaciones necesarias para resolverlo correctamente.

En cuanto a las operaciones matemáticas de estructura multiplicativa, Xin, Wiles y Lin (2008) mencionan que los problemas con esta estructura pueden a su vez tener diferente complejidad, de acuerdo al tipo de información lingüística que hace referencia a la incógnita que hay que despejar. Y éstos pueden ser:

1) Producto desconocido: es la multiplicación en su forma más básica e implica una redacción común con ambos algoritmos y de solución directa. Por ejemplo: Humberto compró 10 pelotas, cada una le costó 9 pesos ¿Cuánto pagó Humberto por todas las pelotas?

2) Unidad de razón desconocida: se dan datos que están determinados por otras medidas, es decir, problemas en los cuales sólo se sabe un dato que a su vez incluye una medida implícita. por ejemplo: Diana hizo ejercicio durante 5 semanas ¿Cuántos días hizo ejercicio Diana?

3) Conjunto de referente desconocido: se resuelve la operación en base a información complementaria y necesaria de otra situación dada. Por ejemplo: Jaime tiene 15 años, su papá tiene el cuádruple de edad que él, ¿Cuántos años tiene el papá de Jaime?

4) Información innecesaria: incluyen información irrelevante para la solución del problema. Por ejemplo: Sonia tiene 24 peces, 10 rojos, 4 verdes, 5 azules, 3 amarillos y 2 blancos. Cada pez le costó 15 pesos ¿Cuánto pagó Sonia por todos sus peces?

Xin y Zhang (2009) mencionan que diversas pruebas realizadas a los alumnos de educación básica han demostrado la falta de habilidades por parte de los alumnos para resolver problemas escritos, los cuales se llevan a cabo mediante tareas de multiplicación y división, ya que el resolver problemas escritos requiere que el alumno pueda separar la información que está dada en el problema, y los alumnos no son capaces hacerlo, ya que cuando se enfrentan a situaciones completamente nuevas o donde la información no es tan clara como en los problemas de producto desconocido, la solución del problema se vuelve más difícil.

De acuerdo con la Secretaría de Educación Pública, (SEP, 2003) para resolver problemas los alumnos necesitan comprender la relación entre los datos que se plantea en el enunciado. Cuando se comprende dicha relación se está en posición de saber qué es lo que se está preguntando y si el problema tiene toda la información necesaria o si deben obtenerse más datos; entonces es posible tomar decisiones acerca del cálculo numérico necesario: qué operación debe efectuarse, cómo acomodar los datos del problema en esa operación y cómo debe interpretarse el resultado. Más que un contenido, reconocer la operación que permite resolver un problema es una estrategia didáctica. Puede ser de utilidad para que los alumnos reconozcan la importancia de establecer la relación entre los datos como primer paso en la resolución porque permite quitar el énfasis de la operatoria y ponerlo en la comprensión del problema; por ejemplo, presentando varias operaciones en las que se incluyen los datos del problema para que los alumnos elijan cuál de ellas es la indicada para resolverlo.

A pesar de la importancia de dicha tarea en la vida cotidiana y en el contexto educativo, en los libros de primaria oficiales no hay suficientes actividades que impliquen tareas de este tipo. En segundo grado de primaria, sólo hay una lección en la que se combinan situaciones aditivas y multiplicativas; en tercer grado no hay lecciones en donde se les pida a los alumnos que identifiquen, de entre varias, la operación que resuelve un problema. Todo esto puede implicar una futura complicación para la solución de problemas de estructura multiplicativa planteados en el plano lingüístico.

CAPÍTULO 2. EVALUACIONES AL COMPORTAMIENTO MATEMÁTICO

Algunas pruebas que se han usado para evaluar el comportamiento matemático en la población mexicana, son la prueba de PISA, la prueba EXCALE y la prueba ENLACE. Los resultados de estas pruebas son un referente obligado para hacer una estimación de la competencia académica de los escolares mexicanos en el ámbito de las matemáticas.

PISA.

2.1 Prueba PISA

El Programa de Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) es un programa de evaluación que se aplica a nivel internacional desde el año 2000. Esta prueba es realizada por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) y evalúa las competencias y habilidades que los jóvenes han adquirido dentro y fuera de la escuela; se aplica a estudiantes de 15 años cumplidos que se encuentran en la escuela. Para el caso de México, la prueba PISA 2006 se aplicó a alumnos donde casi 80% de los evaluados, fueron alumnos en su primer año de bachillerato. Esta prueba califica tres ámbitos: lectura, matemáticas y aptitud para las ciencias.

La puntuación obtenida puede ir de 200 hasta 800 puntos, y son agrupados en 6 niveles que nos dicen lo que los jóvenes son capaces de hacer. La media esperada para los estudiantes es de 500 puntos. La puntuación obtenida por los estudiantes en el ámbito matemático y de ciencias, puede ir en una escala del nivel cero hasta el nivel seis, donde el nivel cero implica que los alumnos no alcanzan el nivel básico suficiente y el seis abarca la identificación, explicación y aplicación de conocimientos aprendidos a situaciones novedosas.

La definición que hace la OCDE sobre competencia matemática, implica que los alumnos deben aprender los elementos fundamentales del discurso matemático y saber aplicarlos para resolver problemas en diversas situaciones en función de requerimientos sociales (OCDE, 2000).

Los resultados del ámbito matemático, se pueden ubicar en tres principales puntuaciones, en el nivel más alto de la escala, alrededor de los 750 puntos, los estudiantes son capaces de interpretar y formular problemas en términos matemáticos, son capaces de manejar información más compleja, así como de modificar algunos pasos en el procedimiento; lo cual implica que los estudiantes son capaces de identificar, aplicar conocimientos y herramientas relevantes para identificar maneras de resolver el problema, siendo capaces de generalizar el razonamiento y la argumentación para explicar los resultados.

Hacia los 570 puntos de la escala, los estudiantes son normalmente capaces de interpretar, vincular e integrar distintas representaciones de un problema o diferentes fragmentos de información, de manipular y de emplear un modelo dado, que a menudo involucra el uso del álgebra u otras representaciones simbólicas; seleccionan y aplican el conocimiento matemático necesario para resolver un problema que puede requerir de un número pequeño de pasos de procesamiento.

En el extremo bajo de la escala, alrededor de los 380 puntos, los estudiantes son normalmente capaces de complementar solamente un paso del procedimiento, que consiste en la reproducción de elementos matemáticos básicos o en la aplicación de habilidades simples de cálculo. Los estudiantes normalmente reconocen la información a partir del material diagramático o de texto que es familiar y directo en el cual se proporciona la formulación matemática, o está claramente aparente. Cualquier interpretación o razonamiento, implica generalmente el reconocimiento de un solo elemento familiar en el problema, y la solución requiere de la aplicación de procedimientos rutinarios en un solo paso de procesamiento.

Los resultados de la prueba PISA, mostraron que a nivel mundial México se encuentra en el lugar 48 de 57 en matemáticas. En promedio los estudiantes mexicanos obtuvieron una puntuación media de 410 lo cual implica que no alcanzan la media esperada, es decir, que los alumnos apenas cuentan con el mínimo de habilidades para desempeñarse efectivamente en la sociedad. Es decir, México se encuentra en la parte baja de la escala, ya que se acerca más a la puntuación de 380, lo cual implica que los alumnos no son capaces de resolver problemas matemáticos complejos, que incluyan elementos novedosos, y únicamente aplican procedimientos rutinarios de un solo paso. Únicamente en el ámbito matemático el 81% de los alumnos se localizan en un nivel que va de cero a dos.

2.2 Prueba EXCALE

En lo que respecta al Examen de Calidad y Logro Educativo (EXCALE) es una prueba que toma muestras representativas, con una metodología semejante a la de PISA, y es aplicada por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE). EXCALE busca identificar el dominio de los contenidos y habilidades previstos en el currículo oficial vigente. Los grados a evaluar son los terminales de cada nivel escolar: 3º de preescolar, 6º de primaria y 3º de secundaria. Adicionalmente, se añade 3º de primaria con el fin de evaluar segmentos de tres años escolares. Las asignaturas evaluadas dependen del grado que se evalúa; para primaria son, español, matemáticas, ciencias naturales y ciencias sociales.

Los resultados se interpretan en base a cuatro niveles de logro, que pueden ser: *por debajo del básico, básico, medio y avanzado*. En cuanto a los resultados de los niños de 3er grado de primaria en el área matemática, se encontró que sólo el 41% de los alumnos a quienes se les aplicó la prueba a nivel nacional, son capaces de resolver adecuadamente los problemas presentados en la prueba, y que el 90% de todos los alumnos se encuentran en nivel por debajo del básico hasta el básico.

2.3 Prueba ENLACE

A nivel nacional la Secretaria de Educación Pública (SEP) realiza un Examen Nacional de Logro Académico en los Centros Escolares (ENLACE), se aplica a todas las escuelas de educación básica del país para obtener información diagnóstica del nivel de logro académico que los alumnos han adquirido en temas y contenidos vinculados con los planes y programas de estudio vigentes. Esta prueba se realiza a partir de tercero de primaria hasta tercero de secundaria. Los temas evaluados son: español, matemáticas e historia. Los resultados, se interpretan en cuatro niveles de logro: *insuficiente, elemental, bueno y excelente.*

Los resultados del ámbito matemático de los estudiantes de educación básica del país, de acuerdo a los resultados de la prueba ENLACE 2011, muestra que a nivel nacional el 66.1% de los alumnos de educación básica se encuentra en un nivel insuficiente y elemental.

2.4. Evaluaciones al desempeño escolar: turno matutino vs. Turno vespertino.

En México se han tratado de igualar las oportunidades educativas de diferentes sectores sociales a través de la implementación de escuelas de doble turno, esto con el fin de mejorar el acceso que tienen los niños a la educación básica. Se podría suponer, de acuerdo a un principio de equidad, que no deberían existir diferencias entre turnos en cuanto a la calidad del servicio y el perfil del alumnado. Sin embargo, por razones variadas, el turno vespertino suele ser una opción poco preferida tanto por docentes como por la comunidad receptora del servicio educativo. Esta y otras condiciones ha venido conformando a dicho turno como un lugar marginal o de excepción, que por un lado es atendido por profesores que ya cubrieron un turno y ya no llegan con la misma energía; o también como un espacio de trabajo, que como no es el preferido, se asigna a quien no tiene méritos para merecer el turno de su preferencia. Algo parecido puede suceder con los alumnos: por ejemplo, a un niño emproblemado o deficiente, es más fácil encontrarle ubicación en la tarde; o bien un niño que ayuda en las labores productivas de la familia, normalmente lo hace en las mañanas, reservando la escuela para la tarde o noche. De ser ciertos estos señalamientos, el turno vespertino se convierte en un filtro que acaba, de *facto,* haciendo inequitativas las condiciones escolares de ambos turnos y convirtiendo las condiciones vespertinas en una condición de riesgo académico para los educandos.

Poco se sabe de las posibles diferencias en el desempeño entre turnos. Cárdenas (2011) analizó los resultados de las características socioeconómicas y de desempeño escolar de los alumnos de educación primaria de México. Para analizar la composición social empleó los datos proporcionados por el programa federal Oportunidades, de 5,628 planteles educativos de México, dicho programa, se encarga de identificar las familias más necesitadas de recursos económicos en el país. Los resultados obtenidos muestran que la mayor parte de los alumnos que estudian en la tarde tienen un menor ingreso económico respecto a sus compañeros que estudian en el turno matutino, pues de la población total beneficiada por el programa oportunidades, el 4% de los alumnos estudia en el turno vespertino. En cuanto al desempeño escolar de los alumnos, analizó el censo de las escuelas primarias conocido como el formato 911, que recolecta información proporcionada por los directores de las escuelas al inicio y término de cada ciclo escolar, y tiene los índices de aprobación, reprobación y deserción de los alumnos, así como la prueba ENLACE, utilizando una muestra de 9, 500 primarias a nivel nacional. Los resultados obtenidos muestran que los alumnos del turno vespertino tienen un mayor índice de deserción escolar con 0.33 desviaciones típicas más que los alumnos del turno matutino y dichas diferencias son estadísticamente significativas. Esto se corrobora con el dato de la tasa de deserción, que es más elevada en 3.23% para el turno vespertino. Por último se encontró que los alumnos del turno matutino tienen un mejor desempeño en las evaluaciones nacionales como ENLACE, pues se encontraron resultados estadísticamente significativos que muestran que dichos alumnos tienen un mayor desempeño en 3°, 4°, 5° y 6° grado de primaria, es decir, desde que se inician las evaluaciones hasta que terminan la mismas dentro de la educación básica.

Dichos hallazgos muestran que aunado a que los alumnos mexicanos no cumplen los estándares típicos en el área matemática, también existen diferencias entre los alumnos de diferentes turnos, convirtiendo al turno vespertino en un contexto escolar donde hay mayor riesgo de bajo desempeño.

CAPÍTULO 3. PROPUESTAS DE LA PSICOLOGÍA A LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Con la información proporcionada en los capítulos previos, se hace clara la necesidad de implementar actividades novedosas y empíricamente fundamentadas que faciliten a los alumnos resolver problemas matemáticos; de tal modo que hagan más probable mejorar los desempeños mostrados en las pruebas nacionales e internacionales, pero también que ayuden a cerrar la brecha entre condiciones escolares disparejas.

En el ámbito de la investigación psicológica y pedagógica, se han elaborado diferentes estrategias orientadas a mejorar la solución de problemas matemáticos, basadas en diferentes técnicas, algunas son: el uso de dibujos/imágenes que ilustren el contenido del problema, la solución de problema, a través de aprendizaje colaborativo, algunos modelos basados en la compresión de textos y el uso de diagramas que permitan la organización de la información para un mejor uso de ella.

3.1 Estrategias basadas en el uso de imágenes

Algunas veces los problemas matemáticos están acompañados de ilustraciones que "ejemplifican" la situación a resolver, pero no siempre esos dibujos suelen facilitar la solución de los problemas, ya que con cierta frecuencia suelen ser confusos y no necesariamente relacionados con el problema. El recurrir a imágenes que ilustren el problema, se basa en la idea que el uso de éstas puede vincularlo con contextos reales, y así promover la generalización de las habilidades aprendidas a la vida cotidiana (Blote, Van der Burg y Klein, 2001), sin embargo, Mc Neil, Uttal, Jarvin y Sternberg (2009) mencionan que las operaciones matemáticas acompañadas de contextos reales no necesariamente promueven un mejor desempeño en los niños, específicamente cuando el contexto real es demasiado parecido a las condiciones naturales, ya que la atención de los niños puede desviarse hacia cualidades visuales irrelevantes del problema, dejando de lado la operación aritmética a realizar. Blote y cols. (2001) mencionan que el uso de múltiples formas de representar un problema matemático a través de imágenes, puede generar un rápido y mayor aprendizaje, así como enfatizar los diferentes aspectos de un problema. Como puede verse, el asunto del uso de imágenes resulta aún polémico y no definitivo ya que todavía no están claras las condiciones bajo las cuales las imágenes pueden ser de ayuda.

Así por ejemplo, Berends y Van Lieshout (2009) examinaron el efecto de combinar información textual y visual (imágenes) sobre el desempeño de alumnos de primaria con y sin dificultades en la solución de tareas aritméticas. Aunado a esto se diseñaron cuatro tipos de problemas, que se diferenciaban por la información textual y visual que contenían. El primer tipo de problema al que llamaron: “escueto”, se caracterizaba por sólo tener información textual y la operación a realizar escrita en la parte inferior del problema. El segundo tipo de problema identificado como: “inútil”, tenía información textual, que era el problema sin la operación, pero con una información visual que era un dibujo relacionado temáticamente con el problema, pero que no proporcionaba información para la solución del problema. El tercer tipo de problema denominado: “útil” contenía ambos tipos de información, la visual y la textual; en el caso de la textual se hablaba de las dos cifras esenciales para resolver el problema, y el aspecto visual consistía en el dibujo de las acciones y los objetos reales que se mencionaban en el problema. El cuarto tipo de problema: “esencial” también contaba con ambos tipos de información, en cuanto a lo textual se hablaba sólo de una cifra en cuestión y la segunda cifra se sustituía por la palabra *algunos* (que equivalía a la incógnita a despejar), y lo visual era idéntico a lo del grupo tres, pero en este grupo el alumno debía de descifrar a través de la representación visual la otra cifra que estaba implícita en la ilustración. Los cuatro tipos de problemas fueron presentados de manera aleatoria a todos los niños. Los autores esperaban que al resolver los problemas de tipo *escueto* los alumnos tuvieran un mejor desempeño respecto a los demás tipos de problemas, ya que tenía la operación que se tenía que realizar; y que los alumnos con problemas de aprendizaje tendrían un desempeño pobre en cualquier situación, en comparación con los alumnos sin problemas de aprendizaje. Los resultados encontrados fueron que los alumnos con y sin problemas de aprendizaje, tuvieron un mejor desempeño en los problemas de tipo *escueto*. Y los alumnos sin problemas de aprendizaje tuvieron mejor desempeño en todos los tipos de problemas respecto a los alumnos que si tienen problemas de aprendizaje. Por otro lado, los resultados demostraron que el uso de ilustraciones como alternativa a la solución de problemas, puede afectar negativamente el rendimiento de los niños, ya que en los problemas con información visual *útil* y *esencial* los alumnos con y sin problemas de aprendizaje tuvieron un desempeño muy bajo. Los autores atribuyen estos resultados a que las imágenes pueden ser redundantes en sus contenidos, ya que ambos grupos de alumnos tuvieron un mejor desempeño en los problemas donde la imagen no era útil respecto a donde era útil y esencial. Los autores mencionan que sus resultados no necesariamente implican que el uso de imágenes no promueva un mejor desempeño, pero tal vez si un lento aprendizaje.

Esta clase de estudios muestran que la ayuda visual en sí misma, no necesariamente representa una ayuda para solucionar el problema matemático, pues esto depende de las características de la imagen que se presenta, pues algunas imágenes pueden desviar la atención de los niños del problema a la ilustración, o pueden llegar a ser redundantes e incluso confundir al alumno.

3.2 Estrategias basadas en el aprendizaje colaborativo

El aprendizaje colaborativo es el uso instruccional de pequeños grupos, con el objetivo que los estudiantes trabajen juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás. Los métodos de este tipo de aprendizaje suponen que los estudiantes trabajan juntos para aprender y son responsables tanto del aprendizaje de sus compañeros como del suyo. Las herramientas colaborativas deben enfatizar aspectos como el razonamiento, el autoaprendizaje y el aprendizaje en grupo. Esta forma de aprender describe una situación en la cual se espera que ocurran formas particulares de interacción, la cual se espera que conlleven mecanismos de aprendizaje. Unas de las características del aprendizaje colaborativo es la colaboración efectiva la cual supone que llegará a ser efectiva si hay una interdependencia genuina entre los estudiantes, hay necesidad de compartir información y entender conceptos, así mismo el definir roles complementarios con la finalidad de compartir el conocimiento en términos explícitos. De esta forma los estudiantes comprometidos en el proceso de aprendizaje tendrán las características de ser responsables y motivados por el aprendizaje, serán colaborativos y estratégicos (García, Jiménez y Flores, 2006).

Otra característica del aprendizaje colaborativo, es la de un profesor como diseñador instruccional el cual se encarga de definir las condiciones iniciales del trabajo, explicar los criterios de éxito y los conceptos, para así monitorear el aprendizaje de los alumnos los cuales trabajaran con los recursos que el profesor dará al salón de clases para brindar una diversidad de perspectivas.

El profesor como mediador cognitivo será el que no tendrá influencia sobre el aprendizaje del estudiante diciéndole cómo hacer o pensar, el profesor irá guiando al alumno para que utilicen una matriz para organizar su información, de esta forma el profesor podrá dar retroalimentación a los alumnos, al hacerlo no se les dirá si están bien o mal, si no les hará preguntas que les ayuden a verbalizar su razonamiento.

Por último está el profesor como instructor el cual es el más parecido a los modelos de educación tradicionales, el profesor enseñará a los estudiantes las habilidades de colaboración y a trabajar efectivamente, así mismo es conveniente que se enseñe habilidades de resolución de problemas.

Desde esta perspectiva el pensamiento estratégico implica un proceso de toma de decisiones sobre procedimientos y conocimientos que se necesitan para resolver un problema (Monereo, Castello, Clariana, Palma y Pérez, 1995; Aguilar y Navarro, 2000). Cuando el alumno piensa estratégicamente logra vincular lo que piensa y lo que hace, y sólo el propio alumno puede decir cuales estrategias funcionan y cuáles no, por lo cual no tiene sentido aplicar las estrategias donde el docente es quien elige las estrategias de aprendizaje, ya que el que los alumnos sólo sigan instrucciones no favorece una futura autonomía en la solución de problemas, por lo cual el maestro debe ser el puente que guie el conocimiento existente (zona de desarrollo real) y el conocimiento nuevo (zona de desarrollo potencial) Otra característica favorable en la enseñanza desde esta perspectiva es el diálogo, ya que se ha observado que el diálogo entre compañeros propicia que el alumno modifique su perspectiva del problema y avance a una solución cada vez más compleja. (Bermejo, Lago, Rodríguez y Pérez, 2000). Así pues, el aprendizaje colaborativo implica la participación de maestro-alumno y los diálogos entre compañeros, siendo el primero una guía para el aprendizaje del segundo con apoyos significativos de parte de los compañeros.

García, Jiménez y Flores (2006) evaluaron la eficacia de un programa de apoyo para alumnos con problemas de aprendizaje en la solución de problemas matemáticos. Participaron dos grupos de alumnos de 3° y 4° año de primaria que presentaban un bajo rendimiento en al ámbito matemático. Hubo tres fases. En la fase I se trabajó con el sistema decimal, y se les enseñó a los alumnos a identificar las equivalencias y relaciones entre unidades, decenas y centenas. Y los niños aprendieron a solucionar los algoritmos de adición y sustracción, usando las reglas de agrupamiento y desagrupamiento del sistema decimal. Esto con el fin de poder tener una intervención más efectiva.

En la fase II se comenzó a trabajar con la solución de problemas de suma y resta. Para ello se utilizaron ocho pasos en orden progresivo, para lograr la solución del problema y estos eran: 1) leer y expresar lo entendido del problema, 2) identificar la interrogante, 3) identificar la información numérica relevante, 4) representar gráficamente la información numérica relevante, 5) establecer la relación entre una solución no algorítmica y algorítmica, es decir, identificar la operación a realizar con ayuda del dibujo, 6) escribir y realizar el algoritmo, 7) comprobar la coherencia del resultado del algoritmo con el entendimiento de la interrogante, es decir, comparar el algoritmo con la representación gráfica, 8) redactar la respuesta relacionándola con la interrogante. En esta fase las actividades del maestro eran estimular el interés, favorecer la reflexión individual y proporcionar ayuda a los alumnos que tuvieran dificultades en la solución de los problemas. Las actividades del alumno eran discutir el problema con otro compañero, trabajar individualmente en la solución del problema y discutir con el grupo las soluciones encontradas.

En la fase III se hizo una evaluación para valorar los logros en la solución de problemas. Los autores encontraron que los alumnos lograron tener un mayor dominio en la solución de problemas, todos mejorando su desempeño, pero no todos los alumnos tuvieron la misma mejoría en la solución de problemas. Así mismo reportaron que la representación gráfica realizada por los niños de manera correcta, proporciona al alumno un apoyo para llegar a un entendimiento más avanzado, concluyendo que el aprendizaje colaborativo entre maestro-alumno es una buena estrategia para la solución de problemas ya que permite que el alumno genere un criterio propio, sugiriendo que el aprendizaje entre maestro-alumno-padres, puede generar un mejor progreso.

En la misma línea de argumentación, García, Velazguez-Rivera y Santiago-River elaboraron un programa de educación basado en el aprendizaje colaborativo y estrategias instruccionales para la solución de problemas matemáticos planteados lingüísticamente. El programa fue aplicado en alumnos universitarios en cursos de verano en Puerto Rico. Su método se basó en el uso de una tabla denominada KWH (Know-What- How) por sus siglas en inglés que hacen referencia a lo que se conoce en el problema (K), lo que se sabe del problema que podría ayudarnos a resolverlo (W y H). Los problemas empleados en este estudio requerían el uso de ecuaciones matemáticas. La tarea de los alumnos implicaba, por un lado, llenar la tabla KWH de manera individual respondiendo a las preguntas previamente elaboradas por los profesores, y por otro lado, discutir grupalmente acerca de dichas preguntas y el posible planteamiento de las tareas. Durante el procedimiento los profesores emplearon algunos estímulos relacionados con el problema con el fin de que éste tuviera un referente real con su vida cotidiana. Los investigadores reportan que dicho programa tuvo un gran impacto en los alumnos, ya que al final del periodo de intervención eran capaces de establecer las relaciones necesarias entre el problema y el uso de las reglas matemáticas. Atribuyéndole la eficacia del programa al hecho de la discusión entre alumnos acerca de los problemas y los posibles planteamientos.

A pesar de la eficacia de la estrategia, suele observarse que no todos los alumnos se involucran en el problema a resolver, y al haber un número grande estudiantes en el aula, se agudizan los problemas operativos y no se garantiza siempre el cambio conductual de manera individual en todos los participantes de un mismo grupo.

3.3 Estrategias basadas en la comprensión del texto.

Cuando se habla del proceso de solución de problemas, se alude a múltiples componentes implicados. Varios modelos han intentado explicar este proceso: el modelo de Riley, Greeno y Heller (1983); el modelo CHIPS de Briars y Larkin (1984); Verwaald, Van Lieshout y Van Street (1997). Dichos modelos pueden reducir el proceso de solución de problemas a dos etapas: una de comprensión o representación del problema, y una de solución. La representación del problema implica un proceso de traslado de la situación planteada a un plano mental, y una fase de integración en la cual la información de problema se transforma a una operación matemática coherente con la información otorgada y así la solución del problema.

De acuerdo con Riviere (1990) los errores cometidos por los alumnos en la solución de problemas se pueden deber a problemas relacionados con el procesamiento de la información, ya que se parte de la idea que existe un procesador central que coordina los pasos necesarios para la solución de problemas, y éstos incluyen la memoria a corto y largo plazo, por lo cual el fallo de alguna de las dos puede generar un error en la solución del problema. Dicho autor propone un modelo en el cual se le pide al alumno que ponga empeño en las tareas que debe realizar así como una disposición para aprender. En cuanto a las actividades de los profesores, éstos deben enseñar paso a paso la solución de los problemas, vincular la información de los contenidos, así como usar actividades repetitivas que puedan automatizar el procedimiento de solución de problemas.

Por otra parte, se han realizado investigaciones con estrategias similares a las de Riviere (op cit), como la realizada por Butler, Gangoso, Brincones y González (2001) quienes mencionan que el proceso de solución de problemas matemáticos implica siempre una representación interna por parte de la persona que tiene que solucionar los problemas y dicha representación es la que guía el proceso y determina si la solución es correcta o no. Ellos proponen que los alumnos deben seguir algunos pasos para solucionar los problemas satisfactoriamente. El primer paso consiste en la lectura del problema, seguido de una “dramatización“ del problema para poder tener un referente real del problema; posteriormente hacer el análisis cualitativo del problema, es decir, la representación de las variables abstractas del problema; y por último la generación del planteamiento matemático a resolver.

Con esta metodología evaluaron los procesos que realizan los alumnos para la solución de problemas matemáticos. Les daban cuestionarios con problemas y les pedían que: 1) leyeran el problema; 2) hicieran un dibujo que pudiera representar la situación planteada; 3) seleccionaran los datos que consideraran necesarios para la solución del problema; 4) emitieran una opinión acerca de la complejidad del problema y 5) resolvieran el problema. Después de su evaluación reportaron que los alumnos son capaces de realizar los primeros pasos del 1 al 3 correctamente, pero cuando tienen que juzgar la complejidad del problema juzgan el problema como “fácil de resolver” pero cuando tienen que solucionar el problema, no necesariamente hay una coincidencia entre lo que creen y lo que realizan, pues lo consideran fácil de resolver y no lo resuelven correctamente. Por lo cual sugieren que los expertos trabajen más en elaboración de currículos efectivos que permitan que los alumnos puedan establecer vínculos entre lo aprendido en clase y las situaciones cotidianas para que en un futuro se pueda introducir al alumno en contextos científicos sin tener problemas.

3.4 Estrategias basadas en instrucciones y uso de diagramas.

Willis y Fuson (1988) mencionan que el uso de diagramas e instrucciones facilitan el proceso de solución de problemas ya que con ayuda de éstos se pueden manejar fácilmente los elementos de las tareas. Esto ha sido demostrado en diversos estudios (Aguilar & Navarro, 1996; Pinteño, Alcalá, Mesa, Gamaza, Martínez, Navarro, Aguilar & Oliver 2003); tales autores coinciden al mencionar que la ayuda con representaciones gráficas o diagramas, facilitan las destrezas de los alumnos en la solución de problemas, ya que gracias a su uso, los alumnos pueden darle sentido a la información planteada.

Aguilar, Navarro, Pavón y Alcalde (2003) consideran que las claves de la eficacia de las estrategias instruccionales radica en que permiten identificar y separar las variables contenidas en los problemas matemáticos, así como organizar y transformar la información obtenida en una operación matemática.

Por otra parte, Xin, Wiles y Lin (2008) reportan que cuando se le pide a un niño solucionar problemas diferentes, que no tengan la semántica igual a los que les enseñaron, tendrán dificultades para resolverlos de manera efectiva, definiendo así que para que la enseñanza se pueda considerar como práctica, debe enseñar de diferentes maneras a resolver los problemas, manipulando la complejidad de los mismos. Fue por eso que propusieron el uso de un modelo instruccional a través del uso de un diagrama, el cual pretendía que los niños identificaran las variables de los problemas a partir de dicho diagrama; así los niños acomodaban dicha información en un Diagrama que constaba de tres figuras geométricas diferentes, y tres preguntas que facilitaban la organización de la información (una por cada figura geométrica). Así pues, los alumnos tenían que responder tres preguntas que les facilitaría plantear la operación matemática pertinente al tipo de problema. Los autores reportaron que el uso del diagrama simplifica y mejora el desempeño de los niños al momento de tener que solucionar los diferentes tipos de problemas. Para facilitar su uso recurren a un acrónimo denominado “DOTS” como recurso mnemotécnico, el cual quiere decir: ***D***etectar el tipo de problema, ***O***rganizar la información en el diagrama, ***T***ransformar el diagrama en una ecuación matemática, ***S***olucionar la ecuación. Dichos pasos permiten mejorar la solución de problemas matemáticos de estructura multiplicativa planteados lingüísticamente. Usando este modelo encontraron que los niños mejoran al tener que solucionar problemas aunque sean de diferente complejidad, ya que se enfocan en los datos de los problemas y no en el modo en que están redactados, y mejora la ejecución de los niños en las tareas matemáticas de este tipo.

Del mismo modo Xin y Zhang (2009) mencionan que diversas pruebas realizadas a los alumnos de educación básica, han demostrado la falta de habilidades por parte de los alumnos para resolver problemas planteados lingüísticamente, los cuales implican tareas de multiplicación y división, ya que para resolver este tipo de problemas, se requiere que el alumno pueda separar la información; por ello propusieron enseñar a los alumnos a hacerlo a través de instrucciones específicas que sean aplicadas en diversas situaciones basados en el modelo utilizando por Xin, Wiles y Lin (2008), pues este modelo enfatiza la representación de las relaciones matemáticas en ecuaciones para la solución, dejando de lado la memorización de reglas para su la solución. Encontraron que los niños logran estructurar mejor los planteamientos con la ayuda del diagrama enseñado y el modelo DOTS, aún más que cuando se pretende que se aprendan de memoria diferentes técnicas para solucionar problemas.

Ambos estudios apoyan el modelo antes mencionado para la solución de problemas, que se basa en el acomodo de la información del mismo problema en el diagrama, ya que permite al estudiante aprender a analizar el problema, sea cual sea la complejidad y deja de lado las soluciones mecánicas. Esta estrategia ha dado resultado en niños, tanto con problemas de aprendizaje, como en niños “normales”.

El uso de estrategias instruccionales muestra una mayor efectividad, ya que, con éstas se puede capacitar al alumno a resolver problemas de diferente complejidad utilizando preguntas claves que pueden dar cobertura a situaciones cambiantes y no le dan el peso a lo que realiza el profesor, la interacción con sus iguales o procesos cognitivos, sino que permiten darle una autonomía al alumno que pueda predecir un desempeño satisfactorio en situaciones futuras. Sin embargo, es importante explorar si dicha estrategia es efectiva en alumnos con bajo rendimiento escolar y con alto riesgo de deserción escolar.

CAPÍTULO 4. MÉTODO

El objetivo del presente estudio fue evaluar el efecto del uso de una estrategia instruccional sobre el desempeño de los alumnos de alto riesgo de fracaso escolar y con bajo rendimiento en tareas de solución de problemas de multiplicación planteados lingüísticamente.

Tipo de estudio, diseño y muestra

Se realizó un estudio de campo, comparativo, cuasiexperimental, transversal, bivariado de grupos independientes; con un diseño pretest postest y una muestra no probabilística intencional.

Participantes

Los participantes fueron 18 alumnos de un centro escolar ubicado en Tlalnepantla Estado de México, estudiantes del tercer grado de primaria (10 niñas y 8 niños), con un rango de edad de ocho a nueve años (EM = 8.22, DE = 0.42), quienes fueron asignados a uno de dos grupos (control y experimental) en función del turno al que pertenecían (matutino y vespertino respectivamente)

Escenario

Las sesiones con el grupo experimental se llevaron a cabo en el aula de clases dentro de su horario escolar. Dicha aula era de 30 mt^2 aproximadamente, con luz natural y ventilada; contaba con nueve bancas, un pizarrón blanco, un escritorio y una silla para el profesor.

Instrumentos

Se utilizó el cuestionario EVA de evaluación inicial-final, el cual consta de diez problemas de acuerdo a la taxonomía de Xin, Wiles y Lin (2008). Tres problemas eran de *producto desconocido*; dos de tipo *unidad de razón desconocida*; dos de *conjunto de referente desconocido*; y tres correspondientes a *información innecesaria*. Aunado a esto se les agregó cinco multiplicaciones. Ese instrumento tiene dos versiones, las cuales difieren de orden y sustantivos (ver anexos 1 y 2).

Procedimiento

Inicialmente se aplicó a los grupos una evaluación en habilidades matemáticas buscando aquellos niños con 50% o menos aciertos, pero se observó que todos estaban en esta condición. Originalmente el grupo de niños del turno matutino era de 25 niños y el vespertino de nueve; a fin de hacerlos equivalentes, se seleccionó a nueve del turno matutino que tuvieran un desempeño similar que sus contrapartes del vespertino, quedando entonces conformados los dos grupos por un número equivalente e igualados en cuanto desempeño en la prueba inicial y en cuanto a género.

Se asignó a los participantes en uno de dos grupos (experimental o control) de acuerdo al puntaje obtenido en la evaluación inicial.

Para el grupo experimental el proceso constó de tres fases, una evaluación inicial, una intervención y una evaluación final, mientras que para el grupo control sólo se realizó una evaluación inicial y una final, al mismo tiempo que se realizó la del grupo experimental.

La intervención se llevó a cabo en sesiones de una hora, de lunes a viernes durante aproximadamente cinco semanas. Éstas fueron tomadas en cuenta como “la clase de matemáticas”, es decir, que no será una instrucción adicional a la de sus clases regulares y durante sus clases normales no se trabajó algo más de la materia de matemáticas. Durante esta fase, se entrenaron todos los tipos de problemas. Se empezó con los problemas de *producto desconocido;* enseguida los de *referente desconocido*, posteriormente de los de *unidad de razón desconocida*; y por último los correspondientes a *información innecesaria*. El criterio para cambiar de tipo de problema, es que los alumnos obtengan al menos 4 de 5 problemas resueltos correctamente sin requerir ayuda.

En cada sesión se les entregó a los alumnos cinco problemas, dependiendo del tipo de problema con el que se esté trabajando. Los alumnos leerán el problema de manera individual y se apoyarán en el Diagrama propuesto por Xin et.al. (2008) como el que muestra la figura 1.

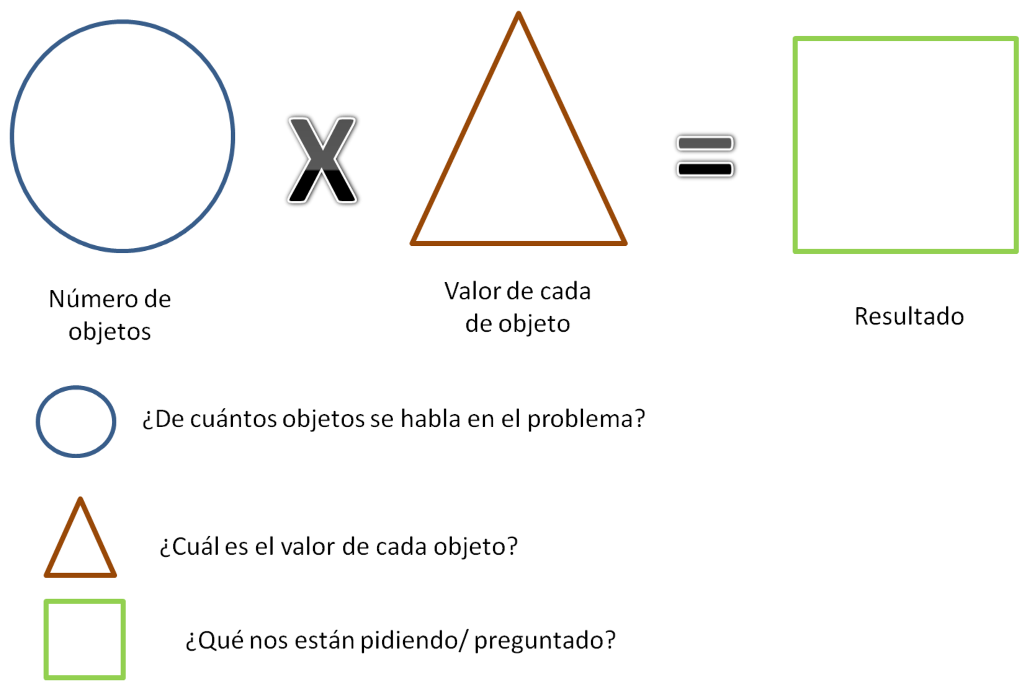

Figura 1. Diagrama propuesto por Xin et.al. (2008).

El diagrama era dibujado en el pizarrón, se les pedía que lo leyeran de manera individual y se les pedía que si tenían una duda para resolverlo, levantaran la mano. Cada que se abordaba un nuevo tipo de problema, éste era leído inicialmente en voz alta por un alumno y resuelto por todos en “equipo” en el pizarrón. Al término de esto los alumnos podían exponer sus dudas y eran aclaradas en el pizarrón; si seguían con dudas, se aclaraban de manera individual. Cuando los alumnos comenzaban a resolver los problemas, se supervisaba el proceso y se revisaba que la solución de los problemas estuviera correcta, para lo cual se debían cumplir tres criterios:

1) En el interior de la figura el alumno debía colocar los algoritmos adecuados para resolver la operación.
2) Debajo de cada figura se debía indicar qué objeto correspondía a cada cifra.

3) La operación debía estar resulta correctamente de acuerdo a los principios aritméticos (ver figura 2).

Ejemplo: *Sabina fue al mercado y compró tres kilos de calabaza, dos de jitomate y cuatro de papa. Cada kilo de calabaza costó doce pesos, el kilo de jitomate veinte pesos y el de papa quince pesos. ¿Cuánto pagó Sabina por los kilos de papa?*

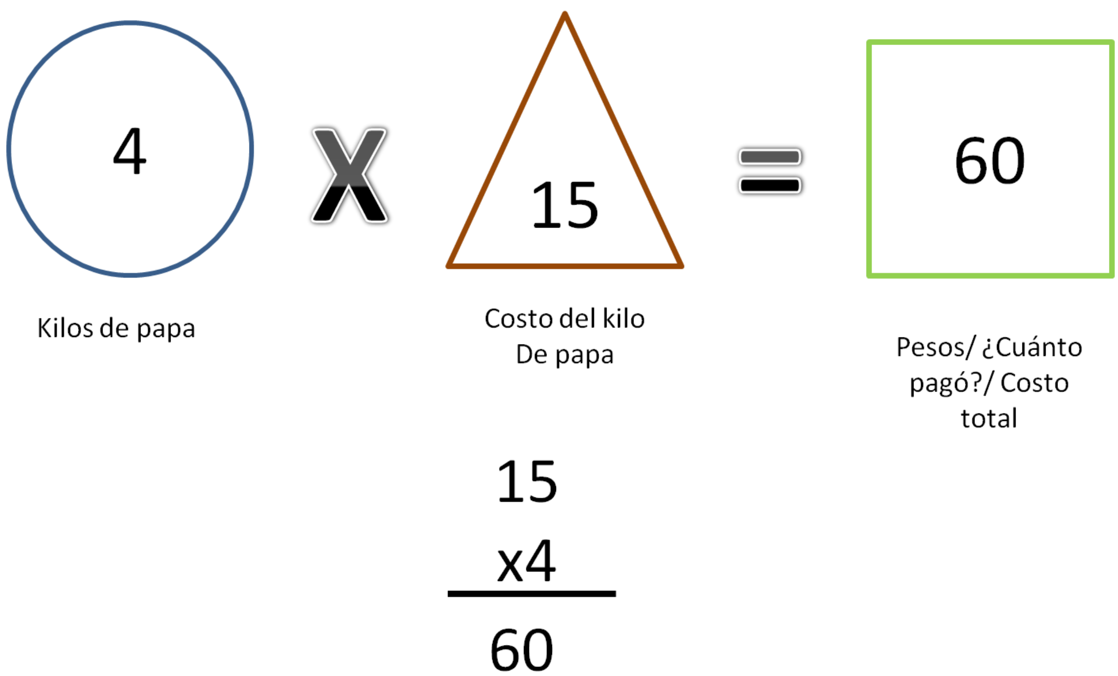

Figura. 2. Ejemplo de un problema resulto correctamente cumpliendo los tres criterios.

Si la solución del problema estaba mal en algún punto, se instigaba al alumno de manera individual para que leyera de nuevo el problema y checara las variables que estaban en el problema, hasta que lo resolviera de manera correcta. El mismo procedimiento se realizaba con cinco problemas cada sesión.

Cuando los alumnos resolvían al menos cuatro de los cinco problemas sin requerir ayuda o sin tener correcciones, la siguiente sesión se les aplicaba una evaluación parcial que constaba de cinco problemas y ellos tenían que resolverlos de manera individual notificándoles que no se les ayudaría. Cuando los alumnos terminaban de resolver los problemas, éstos eran calificados y se terminaba la sesión siempre que tuvieran resueltos correctamente al menos cuatro de los cinco problemas. En la siguiente sesión se comenzaba con el siguiente tipo de problema. Las evaluaciones parciales se realizaban para cerciorarse que los alumnos fueran capaces de resolver los problemas de manera individual. Cuando se terminó de abordar los cuatro tipos de problema y se cumplieron todos los criterios, se procedió a una evaluación final similar a la inicial la cual tenía aritméticamente las mismas operaciones aritméticas pero los problemas fueron cambiados de orden así como los sustantivos del problema.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS

Al finalizar el periodo de intervención se analizaron los resultados obtenidos comparando ambas evaluaciones por cada grupo. Se realizó una gráfica de frecuencias de respuestas correctas en ambas evaluaciones por participante y por grupo. Los resultados se muestran en la figura 3 y 4.

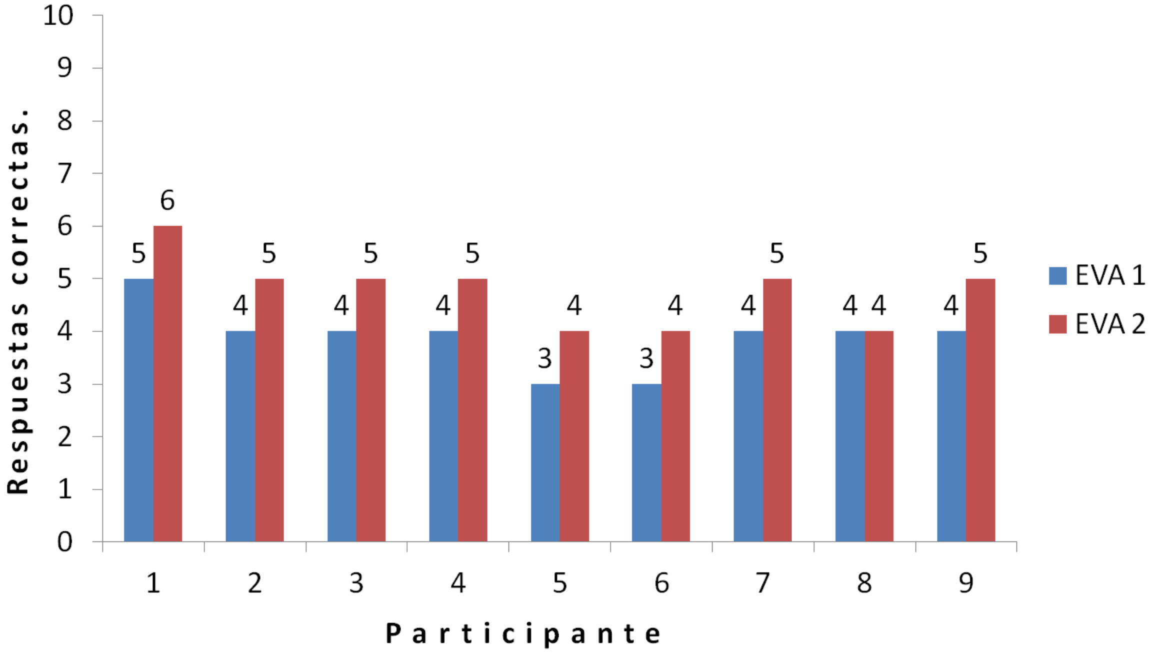

Figura 3. Respuestas correctas por participante en ambas evaluaciones del grupo control.

Los resultados obtenidos en el grupo control hacen evidente que las clases de matemáticas no fueron lo suficientemente efectivas para lograr un cambio, en la solución de problemas de estructura multiplicativa, ya que el progreso de los alumnos fue muy poco y los alumnos sólo incrementaron sus respuestas correctas en un acierto más en la evaluación final respecto a la evaluación inicial.

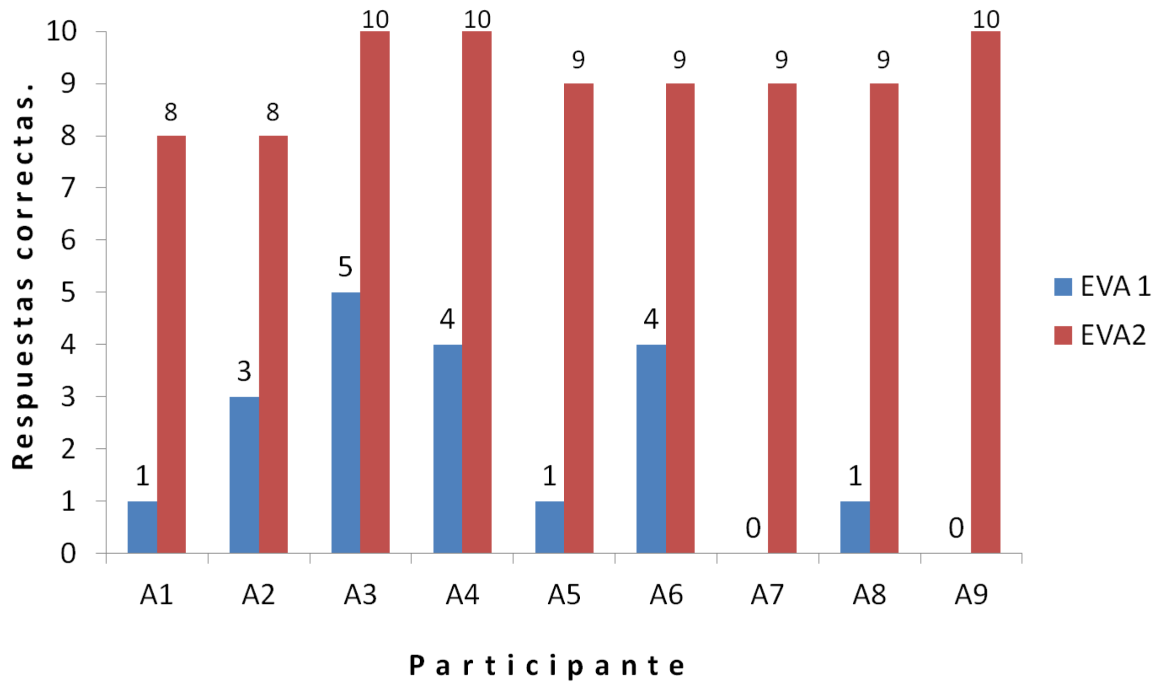

Figura 4. Respuestas correctas por participante en ambas evaluaciones del grupo experimental.

En cuanto al grupo experimental los resultados muestran que los alumnos de dicho grupo tuvieron una mejoría notable pues después de resolver en promedio 3 problemas, terminaron resolviendo de 8 a 10 problemas correctamente, lo cual hace evidente la eficacia de la estrategia utilizada en el presente estudio.

También los resultados obtenidos se analizaron con una prueba *t de student* para grupos relacionados y grupos independientes; se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. t de Student para grupos relacionados y para grupos independientes.

Variable	Media	DE	Valor *t*	Gl	Sig.
Turno Matutino			8.00	8	0.0001
Pre	3.89	0.60			
Post	4.78	0.66			
Turno Vespertino			11.22	8	0.0001
Pre	2.11	1.90			
Post	9.11	0.78			
Turno/ EVA1			2.67	9.58	0.02
Matutino	3.89	0.60			
Vespertino	2.11	1.90			
Turno /EVA2			12.65	16	0.0001
Matutino	4.78	0.66			
Vespertino	9.11	0.78			

Como se puede observar en la tabla 1, los alumnos del turno matutino resolvían en promedio 3.8 problemas con respecto a los alumnos del turno vespertino quienes apenas resolvían 2.1 problemas, dichas diferencias fueron significativas. Asimismo se puede ver que después del periodo de intervención ambos grupos mejoraron su desempeño. Los alumnos del turno matutino, quienes sólo tomaron clases habituales mostraron una mejoría en su desempeño resolviendo en promedio 4.7 problemas, y dichas diferencias respecto a la evaluación inicial son significativas. En lo que respecta a los alumnos del turno vespertino, se puede observar que al final de la intervención resolvían en promedio 9.1 problemas y estas diferencias fueron significativas respecto a la evaluación inicial, al igual que en el grupo control; sin embargo, a pesar que ambos grupos tuvieron diferencias significativas entre la evaluación inicial y la final, los resultados obtenidos en el grupo experimental muestran una mayor efectividad que los obtenidos por el grupo control, ya que el primero obtuvo una media más alta, duplicando la media obtenida por el segundo. Dichos datos muestran que la estrategia instruccional empleada tiene una mayor efectividad en la resolución de problemas de estructura multiplicativa planteados lingüísticamente, que las clases normales a las que asisten los alumnos.

Al puntaje total obtenido por los alumnos, se le sumó y restó dos desviaciones estándar para crear rangos en los cuales se pudieran categorizar los resultados obtenidos por los participantes en ambas evaluaciones. Los puntajes obtenidos se pueden observar en la tabla 2.

Tabla 2. Categorización del desempeño de los alumnos por turno en ambas evaluaciones.

Turno	Categoría	Porcentaje
Matutino Pre	Regular	22
	Bueno	78
Matutino Post	Regular	100
Vespertino Pre	Regular	67
	Bueno	33
Vespertino Post	Bueno	100

Los resultados obtenidos muestran que durante la evaluación inicial el 78% de los alumnos del turno matutino se encontraban en un nivel bueno, en las tareas de solución de problemas, mientras que el 67% de los alumnos del turno vespertino se encontraba en un nivel regular. Al finalizar el período de intervención se evaluó a ambos grupos, y como se puede observar en la evaluación final, el 100% de los alumnos terminaron con un desempeño regular en la solución de problemas de estructura multiplicativa, en contraste con el 100% de los alumnos del turno vespertino, quienes obtuvieron un desempeño bueno, lo cual muestra la efectividad de la estrategia empleada en el grupo experimental.

Asimismo se calculó el índice de cambio individual para ambos grupos, con el fin de evaluar los cambios obtenidos por participante después de la intervención. Dicho índice indica la proporción de participantes que mejoraron después de la intervención así como si el grado de cambio es de suficiente magnitud. El resultado obtenido del índice de cambio se compara contra una distribución z, cuyo valor más aceptado es 1.96, cuando el índice de cambio excede dicho valor, implica que es poco probable que los cambios obtenidos se deban a situaciones azarosas o variables extrañas. Los resultados se muestran en la tabla 3 y 4.

Tabla 3. Índice de cambio por participante del grupo control.

Participante	Índice de cambio
1	2.63
2	1.82
3	4.35
4	7.14
5	2.63
6	1.82
7	4.35
8	0.00
9	2.63

Los índices de cambio del grupo control van en valores que van de 0.00 a 7.14, lo cual implica que seis de los nueve participantes tuvieron un índice de cambio significativo, sin embargo, en lo que respecta a los tres participantes restantes se puede observar que no tuvieron cambios significativos e incluso uno de ellos no tuvo ningún cambio (A7). Dichos cambios son el resultado de las clases de matemáticas que tomaban los alumnos normalmente.

Tabla 4. Índice de cambio por participante del grupo experimental.

Participante	Índice de cambio
A1	12.73
A2	21.74
A3	35.71
A4	15.79
A5	14.55
A6	21.74
A7	64.29
A8	21.05
A9	18.18

Por otra parte, los resultados del grupo experimental muestran que los nueve participantes tuvieron un índice de cambio significativo, los valores de éste oscilaron entre 12.73 y 64.29, lo cual implica que dicho grupo mejoró mucho más ya que dichos índices mostraron un valor más alto respecto a los alumnos del grupo control. Adicional a esto, tales valores muestran que los cambios se dieron por el uso de la estrategia instruccional empleada, y no por variables extrañas o azarosas.

CAPÍTULO 6. DISCUSIÓN

El objetivo del presente estudio fue evaluar el efecto del uso de una estrategia instruccional sobre el desempeño de los alumnos de alto riesgo de fracaso escolar y con bajo rendimiento, en tareas de solución de problemas de multiplicación planteados lingüísticamente.

De acuerdo con los objetivos de la SEP, la resolución de problemas matemáticos se encuentra dentro del eje temático de: los números, relaciones y operaciones, en el tema general de números naturales. Dichas tareas se definen como situaciones cotidianas, las cuales implican el reconocimiento de la operación adecuada para resolver una determinada situación.

Para realizar tales tareas, el alumno debe tener claro cuáles son las funciones de cada operación y en qué situaciones deben emplearse. La importancia de la resolución de problemas radica en que, la vida cotidiana plantea situaciones a resolver que requieren usar las operaciones matemáticas; además que se considera como generadora de conocimientos matemáticos futuros, ya que el alumno trabajará con este tipo de situaciones durante toda su educación y desarrollo personal (SEP, 1994).

Sin embargo las evaluaciones realizadas al comportamiento matemático como la prueba PISA, EXCALE y ENLACE muestran que los alumnos mexicanos tienen déficits importantes en las habilidades necesarias para resolver problemas matemáticos planteados lingüísticamente.

En el presente estudio se evaluó el desempeño de los alumnos de diferentes turnos en la solución de problemas matemáticos. Y como se muestra en los resultados, se observó que antes de la intervención había diferencias significativas entre los niños del turno matutino y vespertino. Esto confirma, al igual que en el estudio de Cárdenas (2011), que la población escolar vespertina tiene peor desempeño académico y por lo tanto mayor riesgo de deserción escolar. Esta circunstancia resultaba conveniente para los objetivos del presente estudio, ya que se pretendía mostrar la posibilidad de revertir un pobre desempeño en matemáticas, tratando de igualarlo a la ejecución, de cuando menos los niños del turno matutino.

Ahora bien, si analizamos la efectividad de la estrategia implementada, encontramos que, al igual que Xin y Zhang (2009) al utilizar el diagrama propuesto por Xin y cols. (2008), los alumnos son capaces de plantear la operación que requiere el problema, así como resolverla de manera correcta. También se pudo observar que cuando se enseña a resolver un tipo de problema, al enseñar los demás tipos, los niños pueden plantear de manera más rápida y eficaz la operación que corresponde, requiriendo menos ayuda y menor número de sesiones para resolverlos por sí mismos. Un hallazgo muy importante del estudio fue que se mostró que el uso de estrategias instruccionales tiene un alto índice de efectividad no sólo en alumnos catalogados como “regulares” sino también en alumnos en situación de riesgo de deserción escolar como los alumnos del turno vespertino que participaron en esta investigación.

Como se mencionó con anterioridad, durante el periodo de intervención del estudio, las sesiones fueron tomadas en cuenta como si fueran las clases de matemáticas regulares, ya que el profesor del grupo consideraba que la implementación de la estrategia fortalecería las demás áreas de dicha materia. Durante todo el proceso se trató de involucrar al maestro con la finalidad de compartir con él la metodología empleada y darle una herramienta para situaciones futuras, sin embargo, no se tuvo éxito, ya que el profesor mostraba indiferencia, ante el procedimiento e incluso pedía que se abarcaran actividades de otras asignaturas. La falta de disposición por parte de los docentes hacia el uso de las estrategias que mejoren el desempeño de los alumnos, puede dificultar el proceso de la investigación ya que algunas veces los profesores presentan una resistencia al cambio o indiferencia como en este estudio. Por lo cual se sugiere que se trate de incorporar al profesor al proceso, ya que si se le da seguimiento a la estrategia ésta puede funcionar en otros tipos de situaciones que impliquen la solución de problemas como pueden ser problemas de sumas, restas, multiplicaciones, divisiones e incluso fracciones así como un fácil proceso de enseñanza-aprendizaje en el cual tanto el profesor como el alumno sean beneficiados.

Una de las posibles limitantes de este estudio puede ser el número de participantes con el cual se trabajó, ya que sólo se ha trabajado con grupos pequeños de máximo 9 participantes, y tal vez por la participación que requiere tanto de alumnos como del instructor, el incrementar el número de participantes durante las sesiones pueda disminuir la calidad de la atención que se le da al alumno, ya que es atención individual, así como la participación de los alumnos durante las sesiones teniendo como resultado un índice de cambio y una efectividad menor.

Por otro lado para complementar este estudio se sugiere que se realice el mismo procedimiento con otro tipo de operaciones como puede ser problemas de ecuaciones lineales, como este:

Si un padre tiene el triple de edad que su hijo; si la suma de sus edades da *cuarenta y cuatro*, ¿Cuál es la edad de cada uno?

Para resolver este tipo de problemas como los que se trabajaron en el presente estudio tendría que como primer paso, identificar la pregunta a resolver, en este problema es ¿Cuál es la edad de cada uno?, como segundo paso tenemos que saber cuáles son los datos con los cuales contamos, es decir, lo que sabemos, en este problema sabemos que la suma de ambas edades es de cuarenta y cuatro años. Como siguiente paso se debe dar una denominación a los elementos que se encuentran en el problema empleando el lenguaje matemático, en este caso se sabe que son dos edades, la del hijo, la cual será denominada como x y que la edad del padre es 3 veces más, lo cual se representa como $3x$, así pues los pasos empleados serían:

1. Identificar la pregunta del problema
2. Identificar las variables relacionadas con la pregunta a resolver
3. Denominar variables utilizando el lenguaje matemático

4. Plantear la ecuación

Utilizando el diagrama propuesto por Xin y cols. (2008) se representaría como se muestra en la figura 5.

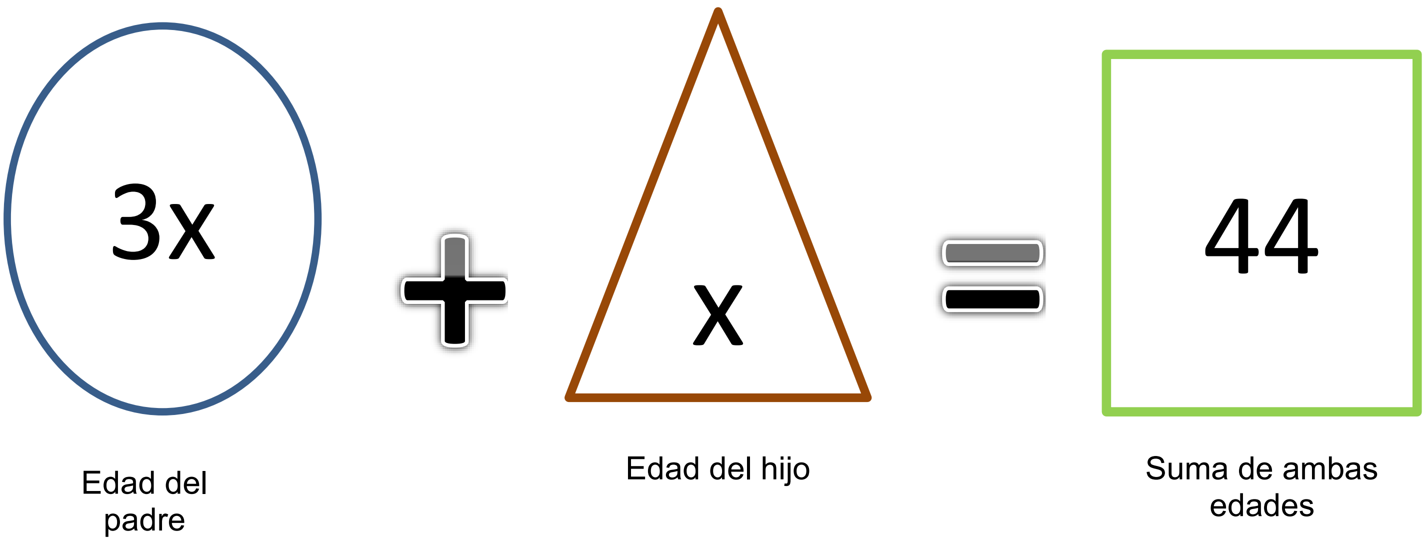

Fig. 5. Diagrama propuesto por Xin y cols. (2008) empleado en problemas de ecuaciones.

Es importante recordar que esta estrategia no sólo es eficaz cuando se intenta solucionar problemas de aprendizaje, sino que también puede utilizarse como un instrumento preventivo que permita a los alumnos organizar información de los problemas y así evitar problemas de aprendizaje en situaciones similares futuras, por lo cual se recomienda utilizar esta estrategia de solución de problemas en grados previos puesto que ésta funciona como una herramienta que le permite al alumno replantear el problema lingüístico en una operación concreta y al final solucionarla satisfactoriamente.

Anexos

Anexo 1. Cuestionario aplicado para la evaluación inicial.

Nombre:____

Fecha:
____

Instrucciones: Lee cuidadosamente los siguientes problemas y resuélvelos con la información dada.

1. Juanito corrió durante cinco semanas dos kilómetros diarios. ¿Cuántos días corrió en total?

2. Lulú viajó a Querétaro y dejó prendida la televisión durante cinco días. ¿Cuántas horas pasó la televisión encendida?

3. Doce niños están jugando un partido de tenis. Todos llevaron consigo seis pelotas. ¿Cuántas pelotas tienen en total?

4. La familia Sánchez está constituida por doce miembros. Cada miembro tiene dos toallas. ¿Cuántas toallas tiene en total la familia Sánchez?

5. Angela quiere comprar catorce cajitas de colores, cada caja cuesta ocho pesos. ¿Cuánto dinero tiene que pagar Angela por todas las cajas?

6. Carlos tiene cinco veces más la cantidad de canicas que tiene Jorge. Jorge tiene doce canicas. ¿Cuántas canicas tiene Carlos?

7. Eduardo es ocho veces mayor que Ángel. Si Ángel tiene nueve años. ¿Cuántos años tiene Eduardo?

8. Pedro y sus hermanos tenían hambre y ordenaron cuatro pizzas. Una de peperoni, una mexicana y dos hawaianas cada pizza está cortada en doce rebanadas. ¿Cuántas rebanadas de pizza hay en total?

9. La ciudad de México tiene veinte oficinas de correo distribuidas en dieciséis delegaciones. Cada oficina de correo tiene once empleados. ¿Cuántos empleados hay en todas las oficinas de correo?

10. Alfonso compró treinta galletas. Nueve de vainilla, dieciséis de chocolate, tres de anís y dos de fresa. Cada galleta cuesta cuatro pesos. ¿Cuánto pagó Alfonso por las galletas de chocolate?

Instrucciones: resuelve las siguientes operaciones matemáticas.

64 x 8

11 x 9

25 x 7

13 x 4

10 x 5

Anexo 2. Cuestionario aplicado para la evaluación final.

Nombre:____

Fecha:

____

Instrucciones: Lee cuidadosamente los siguientes problemas y resuélvelos con la información dada.

1) Doce niños están jugando en un partido de beisbol. Todos llevaron consigo seis pelotas. ¿Cuántas pelotas tienen en total?

2) Pedro y sus hermanos tenían hambre y ordenaron cuatro pasteles. Uno de fresa, uno de durazno y dos de mango. Cada pastel está cortado en doce partes. ¿Cuántas rebanadas de pastel tienen Pedro y sus hermanos en total?

3) Eric es ocho veces mayor que Gustavo. Si Gustavo tiene nueve años ¿Cuántos años tiene Eric?

4) Alfredo compró treinta paletas de hielo. Nueve de vainilla, dieciséis de chocolate, tres de guayaba y dos de arroz. Cada paleta cuesta tres pesos. ¿Cuánto pagó por las paletas de chocolate?

5) Octavio tiene cinco veces más la cantidad de luchadores que tiene Jaime. Jaime tiene doce luchadores. ¿Cuántos luchadores tiene Octavio?

6) Lucía viajó a Tlaxcala y dejó prendido el estéreo durante 5 días ¿Cuántas horas paso el estéreo encendido?

7) Javier corrió durante cinco semanas. ¿Cuántos días corrió en total?

8) La familia Pérez está constituida por doce miembros. Cada miembro tiene dos almohadas. ¿Cuántas almohadas tienen en total la familia Pérez?

9) La ciudad de México tiene nueve oficinas de postales, distribuidas en dieciséis delegaciones. Cada oficina postal tiene once empleados. ¿Cuántos empleados tienen en total las nueve oficinas postales?

10) Angélica quiere comprar catorce cajitas de crayolas, cada caja cuesta ocho pesos. ¿Cuánto tiene que pagar por todas las cajas de crayolas?

Instrucciones: Resuelve las siguientes operaciones matemáticas.

25 x 7

64 x 8

13 x 4

11 x 9

10 x 5

Anexo 3. Ejemplo de los problemas de producto desconocido.

Nombre: ____

1. Un carpintero hace setenta y cinco casitas de madera en un día. ¿Cuántas casitas de madera hará en ocho días?

2. Fermín vende tulipanes. Cada tulipán cuesta nueve pesos. Ayer vendió quince. ¿Cuánto dinero ganó el día de ayer Fermín?

3. Sandy compró seis cajas de huevo. Cada caja contiene quince huevos. ¿Cuántos huevos tiene en total Sandy?

4. Andrea fue al mercado y compró doce kilos de papá. Cada kilo cuesta ocho pesos. ¿Cuánto pagó en total?

5. Un edificio tiene veinte pisos. Cada piso tiene nueve ventanas. ¿Cuántas ventanas en total tiene todo el edificio?

Anexo 4. Ejemplo de los problemas de conjunto de referente desconocido

Nombre: ____

1. Andrés tiene el siete veces más la edad que tiene Roberto. Roberto tiene quince años. ¿Cuántos años tiene Andrés?

2. Salomé tiene el doce veces más el número de muñecas que tiene Karina. Karina tiene nueve muñecas. ¿Cuántas muñecas tiene Salomé?

3. En el turno matutino hay tres veces más el número de alumnos que hay en la tarde. En la tarde hay setenta y tres alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en el turno matutino?

4. Un camello toma dieciocho veces más agua que un ser humano. Un ser humano toma dos litros diarios. ¿Cuántos litros de agua toma un camello?

5. Julio tiene setenta y nueve veces más el número de canicas que Jorge. Jorge tiene ocho canicas. ¿Cuántas canicas tiene Julio?

Anexo 5. Ejemplo de los problemas de información innecesaria.

Nombre:____

1. Berenice y su familia fueron a comer taquitos. Su mamá se comió ocho tacos de suadero. Su papá se comió doce tacos de pastor. Su hermana se comió cinco tacos de longaniza y Berenice se comió siete tacos de lengua. Cada taco cuesta diez pesos. ¿Cuánto pagó Berenice por los tacos que ella se comió?

2. Camila vende dulces. Ayer vendió cinco bolsas de gomitas, veinticinco bolsas de Miguelito, catorce chicles y nueve mazapanes. Las gomitas cuestan ocho pesos, los Miguelito tres pesos, los chicles un peso y los mazapanes dos pesos. ¿Cuánto ganó Camila con la venta de los Miguelito?

3. Jerónimo compró tres camisas, dos pantalones y cinco pares de calcetines. Las camisas costaron cincuenta pesos, los pantalones noventa pesos y los calcetines diez pesos. ¿Cuánto pago por los pantalones?

4. Lisa fue a la librería y compró doce libros de química, ocho revistas de inglés y veinte mini libros de álgebra. Los libros de química costaron cien pesos, las revistas de ingles veintitrés pesos y las mini revistas once pesos. ¿Cuánto pagó Lisa por las revistas de inglés?

5. En una granja hay nueve bodegas, tres tienen gallos, cinco tienen gallinas y una tiene guajolotes. En la cada bodega de gallos caben veinte gallos. En cada bodega de gallinas caben *treinta y cuatro* gallinas. Y en la de guajolotes doce guajolotes. ¿Cuántas gallinas hay en todas las bodegas?

Anexo 6. Ejemplo de los problemas de unidad de razón desconocida.

Nombre:____

1. Vanessa corre cinco kilómetros diarios. ¿Cuántos metros corre al día?

2. La película de Kung Fu Panda Dura dos horas. ¿Cuántos minutos dura?

3. Durante cinco semanas ha estado lloviendo en Macondo. ¿Cuántos días ha llovido?

4. ¿Cuántas horas tiene siete días?

5. Si Blanca vive a cinco minutos de su trabajo ¿A cuantos segundos vive?

BIBLIOGRAFÍA

Aízpun, A., Casals M. y Suárez, J. (1983) Perspectivas del aprendizaje de las matemáticas en la escuela primaria. Pp. (187-237) en: Yagüe, J. Los aprendizajes instrumentales en la educación primaria. Madrid: Escuela Española.

Aguilar, V. y Navarro, G. (2000). Aplicación de una estrategia de de resolución de problemas matemáticos en alumnos. Revista de Psicología general y aplicada. 53, (1). pp. 63-83

Aguilar, M, Navarro, J., Pavón, J., y Alcalde, C. (2002). Pensamiento formal y resolución de problemas matemáticos. Psichothema, 14, 382-386

Berends, I. & Van Lieshout, E. (2009) The effect of illustrations in arithmetic problem-solving: Effects of increased cognitive load. Learning and Instruction, 19, 345-353.

Bermejo, V., Lago, M. y Rodríguez, P. (1998). Aprendizaje de la adición y la sustracción. Secuenciación de los problemas verbales según su dificultad. Revista de psicología general y aplicada. 51 (3-4) 533-552

Blote, A. W., Van der Burg, E., & Klein, A. S. (2001). Students' flexibility in solving two digit addition and subtraction problems: Instruction effects. Journal of Educational Psychology, 93, 627–638.

Briars, D. & Larkin, J.. (1984). An integrated model of skill in solving elementary word problems. Cognition and Instruction, 1, 245-296

Butler,L., Gangoso, Z., Brincones, I. y Gonzalez, M. (2001). La resolución de problemas en física y su representación: un estudio en la escuela media. Enseñanza de las ciencias. 19 (2), 285-295.

Cardenas, S. (2011) Escuelas de doble turno en México. Revista Mexicana de Investigación Educativa. 16 (50), 801-827.

Carpenter, T. & Moser, J. (1982) The development of adittion and substraction problems skills. En: Carpenter, T., Moser, J & Romberg, T. (ed.) Adition and substration: A cognitive perspective Hillsdale: Erlbaum.

Defior, S. (1996). Las dificultades de aprendizaje:un enfoque cognitivo. Lectura, escritura y matemáticas. España: Alijibe.

Fuson, K. (1992). Research on whole number addition and substraction. En: Growuws, D. (Ed.) Handbook of reseach on mathematics teaching and learning. New York: McMillan. pp. 224-275.

García, O., Jiménez, E. y Flores, R: (2006). Un programa de apoyo para facilitar el aprendizaje de la solución de problemas de suma y resta en alumnos de bajo rendimiento. Educación Matemática. 18, (2).

García, F., Velazguez-Rivera, L. & Santiago-River T. (2004) Problem solvers to rescue. Science and children. 41, (7), 35-39

Greeno, J., Riley, M. & Gelman, R. (1984): Conceptual competence and children's counting. Cognitive Psychology, 16, 94-143.

Godínez, J. (2004). Idiomas y lenguajes en la educación matemática. Boletín de la Academia General de Matemáticas. 3, (6).

Hegarty, M., Mayer, R. E. & Monk, C. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. Journal of Educational Psychology, 87, 18-32

Kamii, C. (1988). El niño reinventa la aritmética: implicaciones de la teoría de Piaget. Madrid: Visor.

Kintsch, W. y Grenno, J. (1985). Understanding and solving Word aritmethic problems. Psychological review. 92, 109-129.

Lester, F., Garofalo, J., & Kroll, D. (1989): Self-Confidence, Interest, Beliefs, and Metacognition: Key Influences on Problem Solving Behavior, En. Mc Leod, D; & Adams, V. (eds.) Affect and mathematical problem solving:A new perspective, pp. 75-88. New YorkCork, Springer-Verlag, pp. 75-88

McNeil, N. M., Uttal, D. H., Jarvin, L., & Sternberg, R. J. (2009). Should you show me the money? Concrete objects both hurt and help performance on mathematics problems. Learning and Instruction, 19, 171-184

Monereo, C., Castello, M., Clariana, M., Palma M. y Pérez, M. (1995). Estrategias de aprendizaje. Barcelona: Grao.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989) Curriculum and evaluation standars for school mathematics. Reston, VA: edición en castellano. Estándares curriculares y de evaluación para educación matemática. Sociedad Andaluza de educación matemática. Sevilla, 1991.

Nesher, P. (1988). Multiplicative school Word problems: theorical approache and empirical finding. En: VV.AA. Numbers concepts and operations in the middle grades. N.C.T.M. Reston: Erlbaum.

OCDE (2000) Muestra de reactivos empleados en la evaluación PISA 2000. Aptitudes para la lectura, matemáticas y ciencias. México: Santillana

Paredes, H. (2006) la comprensión del lenguaje matemático en la solución de sumas y restas. En: Vega, L., Macotela, S., Seda, I y Paredes, H. Alfabetización: retos y perspectivas. México: UNAM Facultad de Psicología. pp. 132-147.

Parmar, R., Cawley, J., & Frazita, R. R. (1996). Word problem-solving by students with mild disabilities and normally achieving students. Exceptional Children, 62(5), 415-430.

Pimm, D. (1990). El lenguaje matemático en el aula. España: Morata.

Pinteño, A., Alcalá, A., Mesa, P., Gamaza, V., Martínez, V., Navarro, J., Aguilar, M. & Oliver, P. (2003) Mejora del rendimiento en el área de matematicas a través de la solución de problemas con el alumnado de educación primaria en: Proyectos de investigación educativa. Sevilla: consejería de la educación y ciencia de la junta de Andalucía.

Riley, M, Greeno, J. & Heller, J. (1983). The development of children's problem solving ability in arithmetic. En: Ginsburgh, H. (Ed.) the development of mathematical thinking. New York. Academic Press.

Riley, M. S., & Greeno, J. G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. Cognition and Instruction, 5(1), 49- 101

Riviere, A. (1990) Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva. en: Marchesi, A., Croll, C. y Palacios, J. (compiladores) desarrollo psicológico y educación, III. Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar. Madrid: Alianza, pp. 155-182.

Secretaría de Educación Pública. (1994). Plan y Programas de estudio, Matemáticas Educación Primaria. México

Secretaría de Educación Pública. (2003). Matemáticas Tercer grado. México.

Verwaald, A., Van Lieshout, E. & Van Street, N. (1997) Strategies of children from special education in solving reference inconsistent word problems. Paper presented at EARLI, Athens August.

Verngaud, G. (1991). El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México: Trillas.

Willis, G. & Fuson, K. (1988) Teaching children to use Schematic drawings to solve addition and subtraction word problems. Journal of educational Psychology 80 (2) 192-201.

Xin, Y., Jitendra, A., Deatline, & Buchman, A. (2005). Effects of the mathematical word problem- solving instruction on middle school students with learning problems. The Journal of Special Education. 39, 3, 181-192

Xin, Y., Wiles, B. & Lin, Y. (2008). Teaching Conceptual Model-Based Word Problem Story Grammar to Enhance Mathematics Problem solving. *The Journal of Special Education. 42, 3,* 163-178

Xin, Y. & Zhang, D. (2009). Exploring a Conceptual Model-Based Approach to Teaching Situated Word Problems. The Journal Educational Research. 102 (6), 427-441.