

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

# POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

# "POSIBLES APLICACIONES DE LA PLASMÓNICA EN ÓPTICA CUÁNTICA"

# PROTOCOLO DE INVESTIGACION

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:

DANIEL CRUZ DELGADO

DIRECTOR: DR. Jorge Alejandro Reyes Esqueda MIEMBRO DE COMITÉ TUTORAL: DR. Luis Rodríguez Fernández MIEMBRO DE COMITÉ TUTORAL: DR. Jesús Garduño Mejía



posgrado en ciencias físicas u n a m

MÉXICO, D.F.

2012



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

#### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# POSIBLES APLICACIONES DE LA PLASMÓNICA EN ÓPTICA CUÁNTICA.

# 1. INTRODUCCIÓN

Recientemente el estudio y diseño de sistemas con estructura a escala nanométrica (nanomateriales) ha cobrado un gran auge. El interés en estos sistemas se debe a sus reducidas dimensiones y a su amplia gama de aplicaciones (físicas, médicas, ingenieriles, químicas, ambientales, biológicas, etc.). Particularmente las características ópticas de las nano-partículas (NPs) metálicas tienen mucho potencial en distintas áreas, comunicación, optoelectrónica, almacenamiento y procesamiento de datos, etc.

Las propiedades ópticas de las NPs metálicas se determinan fundamentalmente por sus resonancias de plasmón de superficie (SPR). Estas SPR dependen de la geometría y tamaño de las NPs, así como del medio de los alrededores. Para poder obtener propiedades ópticas específicas de las NPs metálicas se necesita tener control de los diversos parámetros. De los varios mecanismos para fabricación de NPs metálicas, uno que ha mostrado un gran control de los parámetros es la implantación iónica de metales en sustratos. Con este mecanismo se obtienen NPs con una cierta distribución espacial dentro de la matriz, y con una orientación preferencial. En la caracterización óptica clásica de estos compositos se han observado efectos ópticos no lineales de segundo y tercer orden. Aún está por explorarse los efectos con una fuente cuántica de luz.

Se desea explorar la posibilidad de usar los efectos ópticos no lineales de los compositos para la generación de fotones enredados. Se quiere averiguar si las eficiencias de conversión pueden igualar la de los cristales usados actualmente (BBO y PPLN). Para llevar a cabo el enredamiento de los fotones se recurriría a los procesos de conversión paramétrica descendente espontánea (SPDC) en el caso de segundo orden, o mezcla de cuatro ondas espontánea (SFWM) en el

caso de tercer orden. Primero se encontraran los parámetros de los compositos que maximicen la eficiencia de los procesos clásicos de generación de segundo y tercer armónico, para posteriormente probar los procesos cuánticos SPDC y SFWM.

También se desea explorar la interacción de los compositos con una fuente cuántica de luz. Se desea lograr el acoplamiento entre un fotón y un plasmón, para después indagar si puede darse algún proceso paramétrico, por ejemplo generación de dos fotones. Primero se encontrarían los parámetros necesarios para el acoplamiento y después se averiguarían las condiciones para algún proceso paramétrico.

# 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Sí bien se han hecho grandes avances en la caracterización y descripción de los compositos, todavía hay algunos posibles efectos de los compositos al interactuar con luz clásica que no se han explorado. Se desea indagar si sus propiedades como medios no lineales permiten generar parejas de fotones enredados. Además la interacción de los compositos con una fuente de luz cuántica es un tema aún por explorarse. Se desea saber si explotando las cualidades plasmónicas es posible observar algún proceso paramétrico.

## 2.1 Interacción con una fuente clásica.

La caracterización de los compositos ha revelado comportamiento no lineal de segundo y tercer orden. Se desea determinar si los compositos funcionan para la generación de fotones enredados.

En las siguientes secciones se desarrollará un poco los conceptos básicos de la teoría óptica no lineal para entender el proceso de generación de parejas de fotones.

#### 2.1.1 Óptica no lineal.

La acción de un campo electromagnético sobre un medio no magnético produce una respuesta, específicamente una polarización. Esta polarización del medio se puede escribir en términos de una expansión en serie en función de la intensidad del campo incidente:

$$P_{i} = \epsilon_{0} \Big[ \chi_{ij}^{(1)} E_{j} + \chi_{ijk}^{(2)} E_{j} E_{k} + \chi_{ijkl}^{(3)} E_{j} E_{k} E_{l} + \dots \Big]$$

donde  $\epsilon_0$  es la permitividad del vacío,  $\chi^{(n)}$  representa a la susceptibilidad de orden n y es un tensor de rango n-1. Se ha supuesto que la respuesta del medio es instantánea lo cual supone (a través de las relaciones de Kramers-Kroning) un medio sin pérdidas y no dispersivo. Las susceptibilidades dependen de la frecuencia de incidencia. Cuando el material presenta una respuesta donde aparece una susceptibilidad de segundo grado o mayor ( $\chi^{(n)}$ con n > 1) se dice que es un fenómeno no lineal.

Dependiendo del orden en la respuesta de la polarización es que se presentan distintos fenómenos. Las características estructurales de los materiales determinan cuales de las respuestas no lineales se presentan. La respuesta de segundo orden sucede en medios no centro-simétricos, i.e. medios que no muestran simetría de inversión; mientras que la respuesta de tercer orden sucede en ambos tipos de medio, centro-simétricos y no centro-simétricos.

La importancia de la polarización en los fenómenos de óptica no lineal viene del hecho de que una polarización que varía en el tiempo puede actuar como una nueva componente del campo EM. La ecuación de onda en un medio no lineal a veces toma la forma, en unidades gaussianas:

$$\nabla^2 \bar{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{P}^{NL}}{\partial t^2}$$

donde n es el índice de refracción lineal, y c es la velocidad de la luz en el vacío. Esta expresión se puede interpretar como una ecuación de onda inhomogénea, donde la segunda parcial respecto del tiempo de la polarización no lineal  $\bar{P}^{NL}$  induce el campo eléctrico  $\bar{E}$ . La ecuación expresa que cuando el

término  $\partial^2 \bar{P}^{NL} / \partial t^2$  es no nulo, las cargas están siendo aceleradas, y de acuerdo al teorema de Larmor para cargas EM aceleradas, éstas generan radiación EM.

La respuesta lineal está asociada con fenómenos como la refracción,  $Re{\chi^{(1)}}$ , y la absorción,  $Im{\chi^{(1)}}$ .



Figura 1. Fenómenos de orden lineal: refracción y absorción.

La respuesta no lineal de segundo orden está asociada con otro tipo de fenómenos, por ejemplo para el caso de susceptibilidad de segundo orden generación de segundo armónico o SHG por sus siglas en inglés, suma (diferencia) de frecuencias, oscilación paramétrica, etc.



Figura 2. Procesos no lineales de segundo orden: generación de segundo armónico (SHG), suma de frecuencias y oscilador paramétrico.

#### 2.1.1.1 Generación de segundo armónico (SHG) y rectificación óptica.

La SHG es el proceso más común de las respuestas no lineales de segundo orden. En este proceso un haz incide (haz de bombeo) sobre un material no lineal de segundo orden, en el material puede suceder que dos fotones del haz de bombeo se aniquilen para dar origen a un nuevo fotón con el doble de energía.

Considerando un haz incidente monocromático con un campo eléctrico escalar:

$$E(t) = Ae^{-i\omega t} + C.C.$$

que incide sobre un material con susceptibilidad no nula de segundo orden, la componente de polarización de segundo orden:

$$\epsilon_0 \chi^{(2)} E(t) E(t) = \epsilon_0 \chi^{(2)} [2AA^* + (A^2 e^{-i2\omega t} + C.C.)]$$

La contribución que no tiene dependencia en la frecuencia no participa en la generación de radiación EM (su segunda derivada es nula) pero participa en un

proceso llamado rectificación óptica, en el cual se crea un campo eléctrico estático en el interior del material. La contribución con el doble de la frecuencia es el responsable de generar radiación EM del doble de la frecuencia original (segundo armónico).

En el caso de respuesta lineal de tercer orden hay fenómenos como generación de tercer armónico o THG por sus siglas en inglés, modificación del índice de refracción, suma (diferencia) de frecuencias, etc.



Figura 3. Procesos no lineales de tercer orden: generación de tercer armónico (THG), suma de frecuencias y auto enfocamiento.

# 2.1.1.2 Generación de tercer armónico (THG) y modificación del índice de refracción.

La THG es el proceso más común de las respuestas no lineales de tercer orden. En este proceso un haz incide (haz de bombeo) sobre un material no lineal de tercer orden, en el material puede suceder que tres fotones del haz de bombeo se aniquilen para dar origen a un nuevo fotón con el triple de energía. Considerando nuevamente un haz incidente monocromático con un campo eléctrico escalar, que incide sobre un material con susceptibilidad no nula de tercer orden, la componente de polarización de tercer orden:

$$\epsilon_0 \chi^{(3)} E(t) E(t) E(t) = \epsilon_0 \chi^{(3)} \left[ A^3 e^{-i3\omega t} + 3A^2 A^* e^{-i\omega t} + C.C. \right]$$

La contribución con el triple de la frecuencia es el responsable de generar radiación EM del triple de la frecuencia original (tercer armónico). La contribución con dependencia igual a la frecuencia inicial es responsable de una contribución no lineal al índice de refracción del material. En este tipo de materiales el índice de refracción depende de la intensidad del haz:

$$n = n_0 + In_2$$

donde  $n_0$  es el índice de refracción usual, I es la intensidad del haz y:

$$n_2 = \frac{3}{4\epsilon_0 n_0^2 c} Re[\chi^{(3)}]$$

La conversión paramétrica descendente espontánea (SPDC) y la mezcla de cuatro ondas espontánea (SFWM) son un par más de fenómenos ópticos no lineales que serán brevemente descritos.

2.1.1.3 Conversión paramétrica descendente espontánea (SPDC) y mezcla de cuatro ondas espontánea (SFWM).

En el proceso de SPDC un haz de luz (haz de bombeo) incide sobre un material no lineal de segundo orden, ahí existe la posibilidad de que un fotón individual del bombeo (1) sea aniquilado y se creen dos fotones de menor energía, estos fotones se conocen como señal (s) y acompañante (i). Debido a la conservación de energía y momento, el par de fotones generados están íntimamente relacionados el uno con el otro, mejor dicho están enredados en sus parámetros:

$$\omega_1 = \omega_s + \omega_i$$



Figura 4. Esquema de SPDC.

El proceso de SFWM es muy similar al SPDC, sólo que en este caso se tienen dos haces de bombeo (1) y (2) incidiendo en un material no lineal de tercer orden, nuevamente los dos fotones de bombeo son aniquilados para dar origen a un par de fotones, señal (s) y acompañante (i), los cuales también están enredados:

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_s + \omega_i$$

$$\bar{k}_1 + \bar{k}_2 = \bar{k}_s + \bar{k}_s$$



Figura 5. Esquema de SFWM.

2.1.1.4 Enredamiento de los fotones en conversión paramétrica descendente espontánea (SPDC) y mezcla de cuatro ondas espontánea (SFWM).

La energía del sistema EM viene dada por el Hamiltoniano:

$$H = \frac{1}{2} \int_{V} dV (\overline{E} \cdot \overline{D} + \overline{B} \cdot \overline{H})$$

donde V es el volumen de interacción,  $\overline{E}$  es el campo eléctrico,  $\overline{D}$  es el campo de desplazamiento,  $\overline{B}$  es el campo magnético y  $\overline{H}$  es el campo auxiliar. Como es usual las relaciones entre los campos están dadas por:

$$\overline{D} = \epsilon_0 \overline{E} + \overline{P}$$
$$\overline{H} = \frac{1}{\mu_0} \overline{B} - \overline{M}$$

donde  $\overline{P}$  es la polarización,  $\overline{M}$  la magnetización,  $\epsilon_0$  es la permitividad del vacío y  $\mu_0$  es la permeabilidad del vacío.

Después de escribir las respectivas dependencias, considerar los campos involucrados (3 en el caso de SPDC y 4 en el caso de SFWM) y de hacer el desarrollo de todos los términos, las densidades de energía asociadas a los procesos de SPDC y de SFWM son:

$$w_{SPDC} = \frac{3}{8} \epsilon_0 \chi^{(2)} E_1^{(-)} E_s^{(+)} E_i^{(+)} + C.C.$$
$$w_{SFWM} = \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi^{(3)} E_1^{(-)} E_2^{(-)} E_s^{(+)} E_i^{(+)} + C.C.$$

respectivamente, donde  $E_1^{(-)}$  y  $E_2^{(-)}$  se refieren a los campos de bombeo,  $E_s^{(+)}$  es el campo señal,  $E_i^{(+)}$  es el campo acompañante y C.C. se refiere a complejo conjugado.

Los términos de interacción de los procesos SPDC y de SFWM son:

$$\widehat{W}_{SPDC} = \int_{V} dV \left( \frac{3}{8} \epsilon_{0} \chi^{(2)} E_{1}^{(-)} \widehat{E}_{s}^{(+)} \widehat{E}_{i}^{(+)} + H.C. \right)$$
$$\widehat{W}_{SFWM} = \int_{V} dV \left( \frac{3}{4} \epsilon_{0} \chi^{(3)} E_{1}^{(-)} E_{2}^{(-)} \widehat{E}_{s}^{(+)} \widehat{E}_{i}^{(+)} + H.C. \right)$$

respectivamente, donde se ha considerando a los campos de bombeo como campos clásicos y a los campos señal y acompañante como cuánticos. La forma explícita de los campos es:

$$E_{\mu}^{(+)} = A_{\mu} \int d\omega_{\mu} \alpha(\omega_{\mu}) exp\{ik_{\mu}(\omega_{\mu})z - \omega_{\mu}t\}$$

$$\hat{E}_{\nu}^{(+)} = i \int d\omega_{\mu} \sqrt{\frac{\hbar\omega_{\nu}}{\pi\epsilon_0 n^2(\omega_{\nu})V}} \hat{a}_{\nu}(\omega_{\nu}) exp\{ik_{\nu}(\omega_{\nu})z - \omega_{\nu}t\}$$

donde  $\mu = 1, 2$  y  $\nu = s, i, A$  es la amplitud,  $\alpha(\omega)$  es el perfil espectral y  $\hat{a}(\omega)$  es el operador de aniquilación.

Entonces, después de insertar las expresiones para los campos y hacer algo de álgebra, se encuentra la forma de los términos de interacción.

La evolución de un estado arbitrario  $|\psi(0)\rangle$  es:

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}(0,t)|\psi(0)\rangle = exp\left\{\frac{-it}{\hbar}\hat{H}\right\}|\psi(0)\rangle$$

donde  $\hat{U}(0,t)$  es el operador de evolución del sistema y  $\hat{H}$  es el Hamiltoniano del sistema. En la representación de interacción (interaction picture) el operador evolución a primer orden está dado por:

$$\widehat{U}(0,t) = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_0^t d\tau \widehat{W}(\tau)$$

donde  $\widehat{W}$  es el término de interacción del sistema.

Entonces si el estado inicial es  $|\psi(0)\rangle = |0\rangle_s |0\rangle_i$  el estado a un tiempo t arbitrario es:

$$|\psi(t)\rangle = \left[1 - \frac{i}{\hbar} \int_0^t d\tau \widehat{W}(\tau)\right] |0\rangle_s |0\rangle_i$$

Entonces el estado evolucionado para SPDC y SFWM es:

$$\begin{split} |\psi(t)\rangle_{SPDC} &= |0\rangle_{s}|0\rangle_{i} + \lambda \iint_{0}^{\infty} d\omega_{s} d\omega_{i} \alpha(\omega_{s} + \omega_{i})\phi(\omega_{s}, \omega_{i})\hat{a}^{\dagger}(\omega_{s})\hat{a}^{\dagger}(\omega_{i})|0\rangle_{s}|0\rangle_{i} \\ |\psi(t)\rangle_{SFWM} &= |0\rangle_{s}|0\rangle_{i} + \zeta \iint_{0}^{\infty} d\omega_{s} d\omega_{i} \ell(\omega_{s})\ell(\omega_{i})F(\omega_{s}, \omega_{i})\hat{a}^{\dagger}(\omega_{s})\hat{a}^{\dagger}(\omega_{i})|0\rangle_{s}|0\rangle_{i} \end{split}$$

respectivamente, donde  $\lambda$  contiene todas las constantes,  $\alpha(\omega_s + \omega_i)$  es la envolvente del bombeo,  $\phi(\omega_s, \omega_i)$  es la función de empatamiento de fases y al producto  $f(\omega_s, \omega_i) = \alpha(\omega_s + \omega_i)\phi(\omega_s, \omega_i)$  se le denomina la función espectral conjunta.  $\zeta$  también contiene todas las constantes,  $\ell(\omega_{\nu}) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_{\nu}}{2\epsilon_0 n^2(\omega_{\nu})V}}$  y  $F(\omega_s, \omega_i)$  tiene la dependencia de las envolventes de los bombeos y de la parte espacial y  $G(\omega_s, \omega_i) = \ell(\omega_s)\ell(\omega_i)F(\omega_s, \omega_i)$  es la función espectral conjunta.

Notamos en ambos casos que el estado evolucionado está enredado, i. e. no se puede escribir como un producto de la componente de señal por la componente de acompañante.

#### 2.2 Interacción con una fuente cuántica.

Se desea determinar las condiciones que permitan el acoplamiento de un fotón a un plasmón. Para posteriormente averiguar si se puede dar algún proceso paramétrico, como generación de dos fotones.

En las siguientes secciones se desarrollará un poco los conceptos básicos de la teoría de interacción de luz con NPs para entender los plasmones.

## 2.2.1 Dispersión, absorción y extinción.

Cuando una onda electromagnética (EM) incide sobre una partícula hay interacción entre los átomos que conforman el material de la partícula y la onda incidente, de tal manera que la onda puede ser dispersada o absorbida por los átomos. La dispersión sucede cuando la onda incidente causa un movimiento oscilatorio de las cargas ligadas que resulta en un proceso de re-emisión de la radiación. La absorción sucede cuando la onda incidente promueve una transición cuántica de los átomos y esta energía se transforma mediante colisiones atómicas en energía térmica. La atenuación debida a la suma de la dispersión y la absorción de una onda que atraviesa un medio material se le llama extinción EM.

La descripción básica del problema es el siguiente: La interacción de una onda EM de longitud de onda arbitraria con una partícula que es de un material homogéneo, isotrópico y no magnético con función dieléctrica  $\epsilon(\omega)$ . La partícula está inmersa en una matriz de material homogéneo, no absorbente y no magnético con constante dieléctrica  $\epsilon_h$ . Se desea conocer el campo EM en cualquier parte del sistema. Las herramientas para solucionar el problema son las ecuaciones de Maxwell y las condiciones de frontera. Los sistemas que se pueden solucionar de forma analítica son muy pocos, sin embargo siempre se puede recurrir a soluciones numéricas.



Figura 6. Esquema del problema de dispersión.

# 2.2.1.1 Sección eficaz.

La potencia de radiación que incide sobre una partícula es:

$$P_{incidente} = AI_{incidente}$$

donde *I*<sub>incidente</sub> es la intensidad que caracteriza el campo EM del haz incidente y *A* es el área de la sección transversal de la partícula. La potencia dispersada (absorbida) es proporcional a la intensidad de la radiación incidente:

$$P_{dispersión(absorción)} = C_{dispersión(absorción)} I_{incidente}$$

esta constante de proporcionalidad  $C_{dispersión(absorción)}$  es la sección transversal de dispersión (absorción) y tiene unidades de área. La potencia total que se pierde en el proceso es la potencia de extinción:

$$P_{extinción} = P_{dispersión} + P_{absorción}$$

y por consiguiente:

 $C_{extinción} = C_{dispersión} + C_{absorción}$ 

También se puede definir la eficiencia de dispersión (absorción) como la razón de la potencia de dispersión (absorción) entre la potencia incidente:

 $Q_{dispersión(absorción)} \equiv P_{dispersión(absorción)} / P_{incidente} = C_{dispersión(absorción)} / A$ 

y así la eficiencia de extinción:

$$Q_{extinción} = Q_{dispersión} + Q_{absorción}$$

La solución analítica para la dispersión y absorción de una partícula esférica fue desarrollada por Lorenz en 1890 e independientemente por Mie en 1908, y recibe el nombre de teoría de Mie o teoría de Lorenz-Mie. De acuerdo a esta teoría las eficiencias ópticas de una partícula esférica de radio *a* están dadas por [1]:

$$C_{dispersion} = \frac{P_{dispersion}}{I_{incidente}} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(|a_n|^2 + |b_n|^2)$$
$$C_{extincion} = \frac{P_{extincion}}{I_{incidente}} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)Re\{a_n+b_n\}$$

donde los coeficientes  $a_n$  y  $b_n$  se expresan como [1]:

$$a_n = \frac{m\psi_n(mx)\psi'_n(x) - \psi_n(x)\psi'_n(mx)}{m\psi_n(mx)\zeta'_n(x) - \zeta_n(x)\psi'_n(mx)}$$
$$b_n = \frac{\psi_n(mx)\psi'_n(x) - m\psi_n(x)\psi'_n(mx)}{\psi_n(mx)\zeta'_n(x) - m\zeta_n(x)\psi'_n(mx)}$$

donde  $\psi_n$  y  $\zeta_n$  son las funciones de Riccati-Bessel, la prima (') indica derivada respecto del argumento que está dentro del paréntesis, x es el parámetro de tamaño y m es la razón entre los índices de refracción del medio  $n_{medio}$  y de la esfera  $n_{esfera}$ :

$$x \equiv ka = \frac{2\pi a n_{medio}}{\lambda}$$

$$m = \frac{n_{esfera}}{n_{medio}}$$

Y como se ve de despejar la sección de absorción:

$$C_{absorción} = C_{extinción} - C_{dispersión}$$

Las expresiones para los coeficientes  $a_n$  y  $b_n$  son series infinitas, para fines prácticos estas series se pueden acotar según cierto límite numérico previamente determinado. En la siguiente figura 2 se puede apreciar el comportamiento para esferas de plata de distintos radios, inmersas en el vacío. De la misma figura 2 es posible apreciar que los efectos de absorción y de dispersión tienen importancia según el tamaño de la esfera, si las partículas son menores a 30 nm los efectos de dispersión son despreciables, mientras que si son mayores a 30 nm estos efectos comienzan a volverse importantes [1, 2].



Figura 7. Eficiencias de absorción y de dispersión para NPs esféricas de plata de diferentes radios. Imagen tomada de la referencia [1].

Otros efectos que también deben de ser considerados para la absorción en NPs se describen a continuación.

#### 2.2.1.2 Absorción por plasmones de superficie.

Ahora se considerará adicionalmente que la partícula es de un tamaño menor que la longitud de onda de la onda incidente. El campo eléctrico del haz incidente es considerado como un campo espacialmente uniforme que oscila a una frecuencia dada. Bajo este marco el fenómeno que origina la absorción está asociado a los modos normales de polarización de la partícula, los cuales están caracterizados por el campo de polarización. Cuando los efectos de retardo son despreciados los modos normales son clasificados en tres tipos: 1) modos transversales, cumplen  $\nabla \cdot \overline{P} = 0$  en todas partes y ocurren a una frecuencia característica  $\omega_T$ . 2) modos longitudinales, con  $\nabla \times \overline{P} = 0$  en todas partes y a una frecuencia característica  $\omega_L$ . Y 3) modos de superficie, tienen  $\nabla \cdot \overline{P} = \nabla \times$  $\overline{P} = 0$  dentro de la partícula pero  $\nabla \cdot \overline{P} \neq 0$  en la superficie; estos modos superficiales son ondas evanescentes que no necesariamente se encuentran en la superficie, como su nombre lo hace suponer, sino que tienen una carga de polarización  $\nabla \cdot \overline{P}$  sobre la superficie. Los modos de superficie son comúnmente llamados plasmones de superficie y las frecuencias a las cuales éstos son excitados se las nombra resonancias de plasmón de superficie (SPR).

En el espectro de absorción de las NPs aparecen las SPR características, a diferencia del material en bulto ahora hay estructura en el espectro de absorción donde antes sólo había una banda de absorción. La forma de la NP, el tamaño, la variación de la función dieléctrica y el medio en el que se encuentra inmersa determinan el número, posición y ancho de las SPR.

#### 2.2.1.3 Efectos de tamaño finito.

En partículas pequeñas el camino libre medio de los electrones se vuelve dependiente del tamaño debido a un aumento de la dispersión por la superficie de la partícula. La teoría de efectos de tamaño finito (ETF) está basada en el modelo de Drude [8] y da una explicación para la frecuencia de colisión  $\gamma$ dependiente del tamaño. La superficie de la partícula es considerada como un dispersor de los electrones de conducción, y suponiendo que los electrones son reflejados difusamente,  $\gamma$  puede ser descrita como:

$$\gamma = \gamma_{bulto} + \frac{v_F}{L}$$

donde  $\gamma_{bulto}$  es la constante de amortiguamiento del material en bulto ( $\gamma_{bulto} = 1/\tau$ ),  $v_F$  es la velocidad de Fermi y *L* es el camino libre medio de un electrón.

La función dieléctrica  $\epsilon_{bulto}(\omega)$  puede ser escrita como la suma de dos partes, una que corresponde a los electrones libres, transiciones intrabanda, y otra a electrones ligados, transiciones interbanda:

$$\epsilon_{exp}(\omega) = \epsilon_{inter}(\omega) + \epsilon_{intra}(\omega)$$

Las transiciones interbanda se refieren a transiciones electrónicas de bandas ocupadas (banda de valencia) a bandas vacías (banda de conducción) separadas por una brecha de energía.

Las transiciones intrabanda se refieren a transiciones electrónicas en el nivel de Fermi en bandas incompletas o cuando una banda llena se traslapa con una banda vacía. La contribución a la transición intrabanda debida a electrones libres se puede escribir basándose en el modelo de Drude como:

$$\epsilon_{intra}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i/\tau)}$$

Donde  $\omega_p$  es la frecuencia de plasma y  $1/\tau$  es la constante de amortiguamiento debida a la dispersión de los electrones. Para una gran cantidad de metales  $1/\tau$ es mucho menor que  $\omega_p$ , y la frecuencia de plasma se ubica usualmente en la región UV y visible. La contribución interbanda a la función dieléctrica de la plata se muestra en la siguiente figura 3:



Figura 8. Contribución interbanda a la función dieléctrica para la plata en bulto. Imagen tomada de la referencia [1].

Usando la corrección para la frecuencia de colisión en el caso de una esfera, donde se puede tomar L = r, la expresión para la función dieléctrica de partículas pequeñas es:

$$\epsilon(\omega, a) = \epsilon_{inter}(\omega) + \epsilon_{intra}^{NP}(\omega, r) = \epsilon_{inter}(\omega) + \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma_{bulto} + i\nu_F/r)}\right]$$

Los electrones ligados no participan en el desplazamiento de la nube electrónica, así que las SPR son independientes de las transiciones interbanda, sólo modifican los alrededores de la nube electrónica.

El modelo de Mie considera la geometría de partículas esféricas, este es un buen comienzo para obtener ideas generales sobre el comportamiento de un objeto dispersor con simetría esférica. Sin embargo la extinción para partículas con simetría no esférica resulta una riqueza de picos y valles que no aparecían previamente. Solamente algunas otras geometrías más, elipsoides y cilindros infinitos, tienen una solución analítica, mientras que para geometrías más complicadas se recurre a soluciones numéricas (aproximación de dipolo discreto, representación espectral, diferencias finitas, etc.).

#### 2.2.2 Efectos macroscópicos.

Cuando las NPs se encuentran dispersas espacialmente dentro de una matriz, orientadas de forma aleatoria hay un efecto de absorbancia promedio que contiene todas las SPR. Sólo cuando las NPs se encuentran todas orientadas en una dirección es posible distinguir entre las diferentes SPR con un haz incidente polarizado, en este caso se tiene una respuesta macroscópica no isotrópica. Para las NPs metálicas que tienen una forma esférica sólo hay una SPR asociada. Cuando estas NPs se encuentran dispersas dentro de una matriz se tiene un patrón de absorbancia característico independientemente de la polarización de la luz incidente.



Figura 9. Oscilación de la nube de electrones en una partícula esférica.

La absorbancia de las partículas esféricas no depende de la polarización del haz incidente, en la figura 5 se muestra el patrón de extinción característico [18].



Figura 10. Eficiencias de extinción teóricas de NPs metálicas esféricas, Au-verde, Ag-azul, Cu-rojo. Imagen tomada de la referencia [18].

En la siguiente figura 6 se muestra la absorbancia de las NPs esféricas metálicas en sustratos de sílice [4]:



Figura 11. Absorbancia de NPs metálicas de oro y plata en sustratos de sílice. Imagen tomada de la referencia [4].

Para las NPs metálicas que tienen forma de elipsoide de revolución (prolatos y oblatos) hay dos diferentes SPR, una asociada al eje mayor y la otra al eje menor. Las SPR difieren debido a que la geometría impone una dinámica diferente para cada modo. La separación entre las SPR depende del factor *eje mayor/eje menor*. Cuando las NPs se encuentran dispersas dentro de una matriz y todas tienen la misma orientación particular se puede diferenciar entre una u otra de las dos SPR mediante un haz incidente polarizado.



Figura 12. Excitación de los distintos ejes de las NPs elipsoidales.

En la figura 8 se muestra la absorbancia teórica [2] para compositos de elipsoides metálicos inmersos en una matriz dieléctrica, según la polarización del haz incidente:



Figura 13. Absorbancia teórica de los diferentes ejes de NPs metálicas, dependiendo de la polarización del haz incidente. Imagen tomada de la referencia [2].

En la figura 9 se ilustra la respuesta para compositos metálicos elipsoidales inmersos en sílice, la respuesta varía dependiendo de la polarización del haz incidente [4]:



Figura 14. Absorbancia de los diferentes ejes de NPs metálicas inmersas en sílice, dependiendo de la polarización del haz incidente. Imagen tomada de la referencia [4].

En el caso de que se trate de NPs con una geometría más complicada aparecen diferentes SPR para los distintos ejes.

La respuesta óptica de las nano-partículas metálicas puede ser controlada mediante la manipulación de los diversos parámetros (tamaño, forma y alrededores). Para poder manipular las características de las NPs de la forma más específica posible se debe de contar con un sistema de síntesis adecuado.

# 3. ANTECEDENTES

El estudio de los objetos a escala nanométrica es un campo con gran auge actualmente, sus posibles aplicaciones y su reducido tamaño los convierten en un tema de gran interés. Al respecto hay varios trabajos teóricos y experimentales para determinar sus propiedades y características. Particularmente existen varios trabajos de NPs metálicas inmersas en medios dieléctricos, que tratan sobre el control de los distintos parámetros de fabricación, como la concentración, geometría y alineación, [1, 13, 14, 15, 16, 18]; y también existen estudios de las propiedades ópticas de este tipo de compositos [4, 18-30]. Se ha determinado que las características ópticas dependen principalmente de las SPR de las NPs [1, 18]. Además se ha encontrado que los sistemas con NPs tienen una respuesta óptica no lineal [25-30].

# 3.1 NPs metálicas inmersas en sustratos por la técnica de implantación iónica.

A través de diversos trabajos se ha explorado la técnica de implantación iónica de metales en distintos tipos de matrices para obtener NPs metálicas inmersas en estas matrices. Además se ha desarrollado un gran control de los distintos parámetros: tamaño, forma y orientación de las NPs metálicas, así como la naturaleza de los alrededores [14, 15, 16]. La respuesta óptica de estos compositos ha sido ampliamente caracterizada y se ha encontrado que:

Los compositos tienen un espectro de extinción particular, que depende de la longitud de onda y de la polarización del haz incidente. Es posible distinguir entre las dos diferentes SPR asociadas con los dos ejes de las NPs elipsoidales (prolatos esféricos), cuando se usa un haz polarizado como medio de excitación [4, 18, 26].

La plata tiene una mejor definición de las diferentes resonancias de plasmón de superficie según la polarización del haz incidente, en comparación con otro tipo de metales [4, 28, 29].

Debido a que la absorbancia depende de la polarización hay un fenómeno de birrefringencia asociado [27].

Los compositos muestran una respuesta no lineal de segundo y tercer orden de en el régimen de excitación pulsado [4, 25-30].

La respuesta no lineal de segundo orden de los compositos se ha usado para la generación de segundo armónico [30].

# 4. PROPUESTA DE INVESTIGACIÓN

La razón de usar este tipo específico de compositos se debe al novedoso carácter de la plasmónica en fenómenos ópticos, y al avance técnico que existe en el control de los parámetros: tamaño, forma y orientación de las NPs metálicas, así como la naturaleza de los alrededores [13, 14, 15, 16]. También a la gran caracterización óptica clásica que existe sobre los mismos [4, 18, 25-29].

## 4.1 Interacción con una fuente clásica.

Se propone investigar las condiciones que maximicen la respuesta no lineal de los compositos, y entonces conocer la eficiencia de conversión del proceso. Después se compararía con las eficiencias de conversión de los cristales que se utilizan actualmente (BBO y PPLN). En caso de encontrarse una eficiencia comparable con la de los cristales, se tendría la ventaja de la reducida dimensión del composito. Para esto se investigarán los parámetros:

Cantidad y concentración de NPs dentro del sustrato.

Ángulo de orientación de las NPs dentro del composito.

Longitud de onda del haz incidente.

Polarización del haz incidente.

Adicionalmente es posible pensar en el acoplamiento a la capa de NPs, a fin de obtener una guía de onda, donde la longitud efectiva de interacción sea mayor y la pérdida de energía menor, así que la probabilidad de que ocurran los procesos aumente.

#### 4.2 Interacción con una fuente cuántica.

Se propone investigar las condiciones experimentales y teóricas que permitan el acoplamiento de un fotón individual a un plasmón individual. Además de averiguar las condiciones para conseguir algún proceso paramétrico [31], por ejemplo generación de dos fotones, de un fotón y un plasmón, o un par de plasmones a partir del plasmón original. Para esto se investigarán los parámetros:

Forma de la NP.

Longitud de onda de los fotones.

Polarización de los fotones.

Acoplamiento de fases.

#### 4.3 Preliminares.

La primera actividad que se planea llevar a cabo en las muestras es el fenómeno de segundo orden: SHG, en el modo de reflexión y en el modo de trasmisión. La polarización del haz de bombeo puede ser de tipo *p* o *s* y a la salida también se desea analizar las componentes de polarización con la cual emergen. Esto permitirá comparar con los resultados obtenidos en el trabajo de Israel Rocha Mendoza *et al.* [30] sobre la SHG en el modo de reflexión, además de explorar las características del proceso en el modo de transmisión. Así se podrá determinar cual es la configuración y los parámetros óptimos para trabajar: reflexión o transmisión, longitud de onda ideal, ángulo correcto, concentración, tamaño y alineación de las NPs, etc. Esta prueba también tiene el fin de obtener un valor para la susceptibilidad de segundo orden  $\chi^{(2)}$  de la muestra y más aún para calcular la eficiencia del proceso de SHG, con lo cual se puede tener idea de la eficiencia del proceso inverso SPDC.

Un reto importante serán las pérdidas por absorción que existe en estos materiales, para poder lidiar con este asunto se explorará un amplio rango de longitudes de onda para la excitación, particularmente los múltiplos de las SPR.

# 5. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

La parte experimental del proyecto está dividida en tres partes: la fabricación de los compositos, la caracterización y los experimentos propiamente del proyecto. La fabricación de los compositos es una parte en la cual no se tendrá participación directa, salvo para pedir parámetros específicos en la fabricación. En la parte de la caracterización se participará activamente en lo que se refiere a la óptica, mientras que en el RBS y microscopía nuevamente no se tendrá participación directa. Los experimentos del proyecto será la parte donde será directa la participación en todo momento.

## 5.1 Fabricación de los compositos.

Los materiales en los cuales se planea llevar a cabo el estudio son compositos, una matriz que en su interior contienen NPs metálicas de plata, las NPs se encuentran con cierta distribución espacial y todas orientadas a lo largo de un eje principal. La forma de obtener tales elementos es el siguiente:

Sustrato - Inicialmente se cuenta con una matriz de cuarzo sintético  $(SiO_2)$  de 2 cm de lado por 1 mm de espesor. Con un contenido de impurezas menores a 1 ppm (una parte por millón).

1° irradiación iónica -La matriz de sílice se irradia con iones de plata  $(Ag^{+2})$  en un rango de energías de 0.7 hasta 2 MeV, con una afluencia en el rango de  $10^{16} - 10^{17}$  iones/cm<sup>2</sup>. Así se determina la cantidad de metal y la profundidad a la cual queda inmerso. La irradiación se lleva a cabo en un acelerador tipo tándem de 3 MeV modelo NEC 9SDH-2 Pelletron. Los iones quedan distribuidos alrededor de una profundidad promedio de 1  $\mu m$  de la superficie formando una capa de cierto espesor, la forma de la distribución se puede conocer aproximadamente usando el programa SRIM [32]. De acuerdo a las pruebas de absorción óptica se observa que desde esta parte del proceso hay nucleación de los iones de la plata, i. e. formación de NPs.

Tratamiento térmico - Estas muestras se calientan durante una hora en una atmósfera reductora de 50% Nitrógeno y 50% Hidrógeno a 600°C. Esta parte del proceso tiene como fin la nucleación de los iones de plata en NPs esféricas y la restructuración de la matriz (eliminar los defectos producidos por el proceso de irradiación iónica). Las NPs forman una capa de cierto espesor, el cual es aproximadamente igual al de los iones de plata en la implantación. Las NPs se encuentran distribuidas espacialmente dentro de la capa y presentan una distribución de tamaños.

 $2^{a}$  irradiación iónica - Después la muestra se somete a una irradiación con iones de silicio (Si) en un rango de energías de 0.7 hasta 2 MeV con una inclinación  $\theta$  respecto de la normal a la superficie de la muestra, con una afluencia en el rango de  $10^{16} - 10^{17}$  iones/cm<sup>2</sup>. Esta segunda irradiación tiene el fin de deformar las NPs esféricas, y obtener NPs elipsoidales con una relación de tamaño definido y una orientación particular. Nuevamente, la irradiación se realiza en el acelerador Pelletron.

Con este proceso se logra tener los compositos de las características deseadas, tanto en las NPs (forma, tamaño, materiales) como en la matriz. En la siguiente figura 15 se muestra un esquema del proceso:



Figura 15. Esquema del proceso para producir los compositos.

## 5.2 Caracterización de los compositos.

Posteriormente para la caracterización de las muestras se puede recurrir a distintos tipos de pruebas. Por ejemplo pruebas ópticas, las cuales tienen varias ventajas: no ser destructivas durante el análisis, se efectúan en tiempo real, etc. También se recurre al uso de retrodispersión de Rutherford (RBS) para conocer la cantidad de metal dentro de la matriz, está técnica también es no destructiva. Adicionalmente se podría usar métodos de microscopía (HRTEM) para observar la dispersión de tamaños de las NPs y la distancia que hay entre ellas, está técnica por desgracia sí es destructiva.

Las pruebas ópticas y de RBS se realizan en cada uno de los pasos para tener un seguimiento exhaustivo de todo el proceso.

Extinción óptica - La prueba consiste en hacer incidir en la muestra luz de amplio espectro con una polarización particular y colectar a la salida la luz que atraviese. Esta prueba permite identificar los plasmones de superficie del composito incluyendo todas sus características.

RBS - Esta prueba permite conocer composición y distribución de componentes en función de la profundidad. Consiste en hacer incidir un haz de iones monoenergéticos de cierto elemento (usualmente partículas  $\alpha$ ) sobre una muestra y después registrar su energía. Analizando la energía y dirección de los iones dispersado se obtiene información de la naturaleza de la muestra. Microscopía (HRTEM) - En esta técnica un haz de electrones incide en una rebanada previamente preparada de la muestra y la atraviesa, revelando una imagen de la estructura. La técnica permite conocer a detalle las características del tamaño y forma de las partículas metálicas, la distancia entre ellas y su ubicación dentro del sustrato.



Figura 16. Micrografías de contraste Z. En la parte superior se trata de NPs esféricas de oro (izquierda) y plata (derecha) en matrices de sílice. En la parte inferior son NPs elipsoidales de oro (izquierda) y plata (derecha) en matrices de sílice. Imágenes tomadas de la referencia [33].

Estas pruebas permitirán conocer las características ópticas particulares de los compositos y serán determinantes para la posterior planeación de los experimentos donde se planteé el enredamiento de fotones o la interacción específica de fotones y plasmones.

#### 5.3 Experimentos del proyecto.

Después de contar con la caracterización de los compositos se procederá a tratar de implementarlos en la generación de fotones enredados y en la interacción con luz cuántica:

Generación de Segundo Armónico - En esta prueba se hace incidir luz láser de una longitud de onda sobre la muestra y después se colecta la luz en el modo de reflexión o transmisión, esperando encontrar luz con la mitad de longitud de onda (o con el doble de energía). En el experimento se desea controlar el ángulo de incidencia del haz de bombeo y la polarización del mismo haz de bombeo respecto del eje principal de las NPs. Así se podrá obtener un valor para la susceptibilidad de segundo orden  $\chi^{(2)}$  de la muestra y más aún para calcular la eficiencia del proceso.

Conversión paramétrica descendente espontánea (SPDC) o mezcla de cuatro ondas espontánea (SFWM) - En estás pruebas un haz de bombeo en el caso de SPDC, o dos haces de bombeo en el caso de SFWM, inciden en el composito con el fin de generar un par de fotones enredados. El fotón señal (*s*) y el fotón acompañante (*i*), cuyos parámetros estén íntimamente relacionados.

Acoplamiento entre fotones y plasmones - En esta prueba se desea iluminar a los compositos con una fuente de fotones individuales y hacer que un fotón individual se acople a un plasmón individual de una NP seleccionada. La fuente de fotones individuales puede ser un cristal (BBO o PPLN) que genere fotones enredados.

Enredamiento entre fotones, o entre fotón y plasmón, o entre plasmones - En esta prueba se desea explorar la posibilidad de que el plasmón excitado de origen a un par de fotones, a un fotón y un plasmón, o a un par de plasmones.

Acoplamiento con la capa de NPs - En está prueba se desea acoplar luz a la capa de NPs para explorar las capacidades del composito como una guía de onda.

# 6. REFERENCIAS

[1] Ana Lilia González Ronquillo, "Propiedades ópticas de nanopartículas metálicas", Tesis para obtener el grado de doctor en ciencias (física), IF, UNAM, (2007).

[2] C. Noguez, "Surface plasmon on metal nanoparticles: the influence of shape and physical environment", J. Phys. Chem. C, 111, 3806-3819 (2007).

[3] C. Noguez, "Optical properties of isolated and supported metal nanoparticle", Optical materials 27, 1204-1211 (2005).

[4] Roberto Carlos Fernández Hernández, "Espectroscopía no lineal en nanocompositos isotrópicos y anisotrópicos de Au y Ag", Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias (física), IF, UNAM, 2010.

[5] E. Hecht, A. Zajac, "Optics", 4a edición, Adison Wesley, 2002.

[6] R. W. Boyd, "Nonlinear Optics", 3a edición, Academic Press, 2008.

[7] L. Mandel, E. Wolf, "Optical Coherence and Quantum Optics", Cambridge University Press, 1a edición, 1995.

[8] C. Kittel, "Introduction to Solid State", 7a edición, John Wiley & Sons, Inc., 1996.

[9] S. A. Maier, "Plasmonics: Fundamental and Aplications", Springer, 2007.

[10] Juan Javier Sabines Chesterking, "Análisis de la estructura espacial transversal de parejas de fotones generadas por conversión paramétrica descendente de tipo II", Tesis para obtener el grado de físico, FC, UNAM, 2011.

[11] Karina Garay Palmett, "Propiedades de enlazamiento spectral de parejas de fotones generadas por mezclado de cuatro ondas espontáneo en fibra óptica", Tesis para obtener el grado de doctor en ciencias (física), CICESE, (2009).

[12] N. Zettili, "Quantum Mechanics Concepts and Aplications", Wiley, 2a edición, 2009.

[13] M. Maillard, S. Giorgio, and M.-P. Pileni, "Tuning the size of silver nanodisks with similar aspect ratios: synthesis and optical properties", J. Phys. Chem. B 107, 2466-2470 (2003).

[14] A. Oliver, J. C. Cheang-Wong, J. Roiz, L. Rodríguez-Fernández, J. M. Hernández, A. Crespo-Sosa, and E. Muñoz, "Metallic nanoparticle formation in

ion-implanted silica after thermal annealing in reducing or oxidizing atmospheres", Nuc. Inst. Meths. Phys. Res. B 191, 333-336 (2002).

[15] J. Roiz, A. Oliver, E. Muñoz, L. Rodríguez-Fernández, J. M. Hernández, J.
C. Cheang-Wong, "Modification of the optical properties of Ag-implanted silica by annealing in two different atmospheres", J. Appl. Phys. 95, 1783-1791 (2004).

[16] H. G. Silva-Pereyra, J. Arenas-Alatorre, L. Rodríguez-Fernández, A. Crespo-Sosa, J. C. Cheang-Wong, J. A. Reyes-Esqueda, and A. Oliver, "High stability of the crystalline configuration of Au nanoparticles embedded in silica under ion and electron irradiation", J. Nanopart. Res. 12:1787-1795 (2010).

[17] A. Oliver, J. A. Reyes-Esqueda, J. C. Cheang-Wong, C. E. Román-Velázquez,
A. Crespo-Sosa, L. Rodríguez-Fernández, J. A. Seman, and C. Noguez,
"Controlled anisotropic deformation of Ag nanoparticles by SI ion irradiation",
Phys. Rev. B 74, 245425 (2006).

[18] A. L. González, J. A. Reyes-Esqueda, and C. Noguez, "Optical properties of elongated noble metal nanoparticles", J. Phys. Chem. C, 112 (19), 7356-7362 (2008).

[19] V. Myroshnychenko, J. Rodríguez-Fernández, I. Pastoriza-Santos, A. M. Funston, C. Novo, P. Mulvaney, M. L. Liz-Marzán, and F. J. García de Abajo, "Modeling the optical response of gold nanoparticles", Chem. Soc. Rev., 37, 1792-1805 (2008).

[20] K. L. Kelly, E. Coronado, L. L. Zhao, and G. C. Schatz, "The optical properties of metal nanoparticles: the influence of size, shape and dielectric environment", J. Phys. Chem. B 107, 668-677 (2003).

[21] G. Bachelier, J. Butet, I. Russier-Antoine, C. Jonin, E. Benichou, and P.-F. Brevet, "Origin of optical second-harmonic generation in spherical gold nanoparticles: Local surface and nonlocal bulk contributions", Physical Review B 82, 235403 (2010).

[22] G. Bachelier, I. Russier-Antoine, E. Benichou, C. Jonin, and P.-F. Brevet, "Multipolar second-harmonic generation in noble metal nanoparticles", J. Opt. Soc. Am. B 25 (6), 955-960 (2008).

[23] H. E. Ruda, and A. Shik, "Nonlinear optical phenomena in nanowires", J. Appl. Phys. 101, 034312 (2007).

[24] M. Grzelczak, J. Pérez-Juste, F. J. García de Abajo, and M. L. Liz-Marzán, "Optical properties of platinum-coated gold nanorods", J. Phys. Chem. C 111, 6183-6188 (2007).

[25] C. Torres-Torres, J. A. Reyes-Esqueda, J. C. Cheang-Wong, A. Crespo-Sosa, L. Rodríguez-Fernández, and A. Oliver, "Optical third order nonlinearity by nanoseconds and picoseconds pulses in Cu nanoparticles in ion implanted silica", J. Appl. Phys. 104, 014306 (2008).

[26] J. A. Reyes-Esqueda, V. Rodríguez-Iglesias, H. G. Silva-Pereyra, C. Torres-Torres, A. L. Santiago-Ramírez, J. C. Cheang-Wong, A. Crespo-Sosa, L. Rodríguez-Fernández, and A. Oliver, "Anisotropic linear and nonlinear optical properties from anisotropy-controlled metallic nanocomposites", Optics Express 17 (15), 12849 (2009).

[27] J. A. Reyes-Esqueda, C. Torres-Torres, J. C. Cheang-Wong, A. Crespo-Sosa, L. Rodríguez-Fernández, C. Noguez, and A. Oliver, "Large optical birrefringence by anisotropic silver nanocomposites", Optics Express 16, 710 (2008).

[28] R. Rangel-Rojo, J. A. Reyes-Esqueda, C. Torres-Torres, A. Oliver, L. Rodríguez-Fernández, A. Crespo-Sosa, J. C. Cheang-Wong, J. McCarthy, H. T. Bookey, and A. K. Kar, Capítulo: "Linear and nonlinear optical properties of aligned elongated silver nanoparticles embedded in silica", En: "Silver Nanoparticles", In-Tech, 2011. ISBN: 978-953-307-028-5

[29] R. C. Fernández-Hernández, L. Tamayo-Rivera, I. Rocha-Mendoza, R. Rangel-Rojo, A. Oliver, and J. A. Reyes-Esqueda, Capítulo: "Anisotropic secondand third-order nonlinear optical response from anisotropy-controlled metallic nanocomposites", En: "Nonlinear optics", In-Tech, 2011. ISBN: 979-953-307-375-9

[30] I. Rocha-Mendoza, R. Rangel-Rojo, L. Rodríguez-Fernández, and A. Oliver, "Second-order nonlinear response of composites containing aligned elongated silver nanoparticles", Optics Express 19 (22), 21575 (2011).

[31] N. B. Grosse, J. Heckmann, and U. Woggon, "Nonlinear plasmon-photon interaction resolved by *k*-space spectroscopy", PRL 108, 136802 (2012).

[32] J. F. Ziegler, M. D. Ziegler, and J. P. Biersack, "SRIM - The stopping and range of ions in matter", Nuc. Ins. Meths. Phys. Res. B 268, 1818-1823 (2010).

[33] Vladimir Rodríguez Islas, "Caracterización y propiedades ópticas de nanocúmulos elongados de oro y plata embebidos en sílice", Tesis para obtener el grado de Doctor en Ciencia e Ingeniería de Materiales, IIM, UNAM, 2008.