



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

---

FACULTAD DE CIENCIAS

DINÁMICA DE DISCOS  
PLANETARIOS EN  
CÚMULOS ESTELARES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE:

F Í S I C O

P R E S E N T A:

SANTIAGO TORRES RODRÍGUEZ



DIRECTOR DE TESIS:

DRA. BÁRBARA SELÉN PICHARDO SILVA



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

---

*¡A mis Queridos Padres!*

Mis mayores agradecimientos son para mis padres Álvaro y Guadalupe, que desde que me dieron la vida, han dedicado esta a ver por mi futuro. Me han formado con los más grandes valores y sobre todo me han dado todo su cariño y confianza. En este trabajo se ve reflejado todo el esfuerzo que han hecho mis padres porque nunca me faltara nada y para darme una educación de calidad. *¡Gracias mis Queridos Padres!*

A mis hermanos Álvaro y Alberto, les agradezco el ejemplo que me han dado, las vivencias y discusiones que día a día fortalece y enriquecen mi vida, haciendo de mi una mejor persona en el ámbito personal y académico. Sus consejos siempre los llevo presentes.

A mi abuelita Ana, que siempre ha sido una segunda madre para mi y que me ha dado todo su cariño. Siempre será una parte fundamental de mi vida.

A Nadir, Gabriel, Adrián, Andrea, Paco, Edén y Kichis, les agradezco todas las aventuras y experiencias de vida que he tenido a su lado y que seguiré teniendo.

A mi familia Torres y Rodríguez, les agradezco todo el apoyo y cariño que siempre han mostrado hacia mi, así como el estar siempre en los momentos buenos y malos.

Mi mayor agradecimiento académico es para mi asesora la Dra. Bárbara Pichardo que me ha apoyado desde el primer día que comencé a trabajar con ella y que lo sigue haciendo hasta ahora. Sus consejos, experiencias, enseñanzas, y vivencias han hecho que mi formación diera un giro de 360 grados, y el resultado de esa gran experiencia de trabajar junto a ella, se ven reflejados en este trabajo; pero más allá de este documento ha hecho de mi un mejor ser humano y un mejor estudiante. *¡Gracias Bárbara por todo el apoyo y confianza que siempre me has brindado!*

A mis amigos con quienes compartí una experiencia inolvidable en la Facultad de Ciencias, les agradezco todos esos momentos que pasamos y a mis amigos de vida que siempre han estado ahí para apoyarme y vivir día a día conmigo les agradezco que siempre esten en las buenas y malas.

---

## AGRADECIMIENTOS ACADEMICOS E INSTITUCIONALES

A Juan Jiménez Torres, que desde mi llegada al Instituto de Astronomía me brindó su apoyo incondicional, siendo un buen amigo y un excelente profesor.

A mis sinodales Dr. Edmundo Moreno, Dr. Octavio Valenzuela, Dr. Frederic Masset y el Dr. Erick Nagel les agradezco los comentarios y enseñanzas que me brindaron.

A la Facultad de Ciencias y a todos los profesores que a lo largo de mi carrera me brindaron sus apoyo y sus enseñanzas.

Al Instituto de Astronomía que me abrió las puertas para que trabajara en sus instalaciones, proporcionandome las herramientas y material necesario para la elaboración de este trabajo.

Al proyecto PAPIIT no. IN110711 por otorgarme una beca para la finalización de este trabajo.

Finalmente agradezco profundamente a mi querida Universidad Nacional Autónoma de México, por la educación Gratuita, Laica y de Calidad que me brindó.

§ αητιασ⊙



# Índice general

<b>1. Resumen</b>	<b>1</b>
<b>I Conceptos Introdutorios</b>	<b>5</b>
<b>2. Introducción General</b>	<b>7</b>
2.1. Estrellas de muy baja masa . . . . .	8
2.1.1. Enanas Cafés . . . . .	8
2.1.2. Enanas Rojas . . . . .	10
2.2. Cúmulos Estelares . . . . .	11
2.2.1. Cúmulos Abiertos . . . . .	14
2.2.2. Cúmulos Globulares . . . . .	16
<b>3. Fundamentos Físicos y Metodología</b>	<b>19</b>
3.1. Campo Central . . . . .	20
3.1.1. Leyes de Kepler . . . . .	24
3.1.2. Aproximación de Impulso . . . . .	28
3.1.3. Velocidad Circular y de Escape . . . . .	30
3.2. Problema de 3 Cuerpos Restringido . . . . .	31
3.3. Código de los Encuentros Estelares . . . . .	36
3.3.1. Parámetros . . . . .	39
<b>II Dinámica de Discos Planetarios en Estrellas de Muy Baja</b>	

<b>Masa en Cúmulos Estelares</b>	<b>41</b>
<b>4. Simulaciones en Cúmulos Abiertos</b>	<b>43</b>
4.1. Dinámica de Discos Planetarios en Enanas Cafés en Cúmulos Abiertos	45
4.2. Dinámica de Discos Planetarios en Enanas Rojas en Cúmulos Abiertos	49
4.3. Discusión de Resultados . . . . .	53
<b>5. Simulaciones en Cúmulos Globulares</b>	<b>55</b>
5.1. Dinámica de Discos Planetarios en Enanas Cafés en Cúmulos Globulares	57
5.2. Dinámica de Discos Planetarios en Enanas Rojas en Cúmulos Globulares	61
5.3. Discusión de Resultados . . . . .	65
<b>6. Simulaciones en el Límite de la Aproximación de Impulso</b>	<b>67</b>
6.1. Límite de la Aproximación de Impulso . . . . .	68
6.2. Código de la Aproximación de Impulso . . . . .	71
6.3. Simulaciones en el Límite de la Aproximación de Impulso . . . . .	73
6.3.1. Simulaciones de Discos Planetarios en Enanas Cafés . . . . .	75
6.3.2. Simulaciones de Discos Planetarios en Enanas Rojas . . . . .	78
6.3.3. Discusión de Resultados . . . . .	81
<b>III Astrobiología</b>	<b>83</b>
<b>7. Impacto de la Dinámica de Discos Planetarios en Astrobiología</b>	<b>85</b>
7.1. Motivación Para el Estudio de la Astrobiología . . . . .	86
7.2. Aplicación a la Astrobiología . . . . .	89
7.2.1. Enanas Cafés . . . . .	89
7.2.2. Enanas Rojas . . . . .	91
7.2.3. Conclusiones . . . . .	94
<b>8. Conclusiones Generales</b>	<b>95</b>
8.1. Trabajo a Futuro . . . . .	98

<b>IV</b>	<b>Apéndice</b>	<b>99</b>
	A. Método Bulirsch-Stoer	101
	Bibliografía	105



# Capítulo 1

## Resumen

La mayor parte de las estrellas nacen en cúmulos estelares (Carpenter 2000; Lada y Lada 2003); éstos son ambientes donde la densidad estelar es del orden de  $1M_{\odot}/pc^3$  a  $10^6 M_{\odot}/pc^3$ .

Los discos planetarios alrededor de estrellas en estos ambientes se ven afectados por interacciones gravitacionales a lo largo de su trayectoria en estas regiones, provocando truncamientos de los discos en la evolución espacial de las estrellas y con ello complicando el desarrollo de planetas. Las estrellas más abundantes en la Galaxia ( $\sim 75\%$ ) son las llamadas estrellas de “muy baja masa”, esto debido a que las estrellas pequeñas  $\sim [0.013 - 0.6] M_{\odot}$ , queman lentamente su combustible y duran más tiempo en secuencia principal. Con el desarrollo de la tecnología se han podido detectar cientos de planetas en otras estrellas. Un número significativo de éstos sistemas, alrededor de estrellas de muy baja masa.

El objetivo de este trabajo es estudiar la dinámica de discos en estrellas de muy baja masa en cúmulos estelares. Para este propósito calculamos los parámetros orbitales del disco (excentricidad, inclinación, pericentro y apocentro) después de la interacción del sistema con una estrella pasajera. Para lograr este objetivo hemos construido dos códigos que simulan interacciones gravitacionales entre dos estrellas y un disco planetario de partículas prueba.

El primer código: el código de los encuentros estelares (CEE, Pichardo 2006) simula encuentros estelares entre un sistema planetario caracterizado por un disco frío de partículas prueba en un potencial Kepleriano y una estrella pasajera que pasa en órbita hiperbólica. Este código se puede adaptar a cualquier región de la Galaxia ya que los parámetros que lo ajustan (masa de la estrella central y de la pasajera, velocidad relativa, distancia de máximo acercamiento entre estrellas, etc.) se pueden calcular aproximadamente, prácticamente en cualquier ambiente de la Galaxia.

El segundo código: el código de la aproximación de impulso (CAI), programado para esta tesis, simula encuentros estelares bajo el límite de la aproximación de impulso, esto es, cuando el cambio de velocidad de la estrella central producido por el encuentro es del orden de la velocidad de las partículas en el disco. Este código a diferencia del anterior es considerablemente menos caro computacionalmente, ya que se resuelven las ecuaciones de forma analítica. Ejemplos de regiones donde esta aproximación es válida son, el cinturón de Kuiper, la nube de Oort, discos en estrellas dentro del cúmulo estelar en el centro de la Galaxia, entre otros, donde se cumple aproximadamente la restricción de velocidades. Al igual que con el primer código se obtienen los parámetros orbitales necesarios.

Con los resultados de las simulaciones seremos capaces de obtener condiciones para que discos en estrellas de muy baja masa sobrevivan en estos ambientes Galácticos y puedan desarrollar discos planetarios estables.

---

## Estructura de la Tesis

La tesis está estructurada en cuatro partes:

1. **Conceptos Introductorios:** este bloque se compone de dos capítulos. El primero es la Introducción General donde se discuten aspectos generales de las estrellas de muy baja masa, propiedades y características de los cúmulos estelares y una breve descripción de los discos planetarios. El segundo capítulo incluye los fundamentos físicos y la metodología empleados en la tesis, donde desarrollamos la teoría de campo central, las leyes de Kepler, la aproximación de impulso y el problema de tres cuerpos restringido y se describen los códigos de los encuentros estelares.
2. **Simulaciones en Cúmulos Estelares:** este bloque está constituido por tres capítulos. En los primeros dos mostramos los resultados de las simulaciones calculadas por el CEE; en estas simulaciones mostramos la dinámica de discos en estrellas de muy baja masa al ser sometidas a encuentros gravitacionales con estrellas pertenecientes al cúmulo estelar. En el último capítulo de esta sección se muestran los resultados de las simulaciones realizadas por el CAI, y hacia el final del capítulo se hace una comparación entre los resultados de los dos códigos.
3. **Aplicación a Astrobiología:** en este bloque, se describe brevemente el objeto de estudio de la astrobiología; hacia el final del capítulo damos a los resultados obtenidos en los capítulos anteriores un enfoque astrobiológico, es decir, damos las condiciones necesarias para que un disco alrededor de una estrella de muy baja masa pueda sobrevivir en ambientes densos como los cúmulos estelares, y con ello pueda desarrollar planetas (y posibilidades de habitabilidad).
4. **Apéndice:** En este bloque se describe el integrador de paso adaptivo Bulirsch-Stoer, utilizados por el CEE y el CAI.



# Parte I

## Conceptos Introdutorios



# Capítulo 2

## Introducción General

Uno de los factores preponderantes en la dinámica de los discos planetarios son las interacciones gravitacionales. Estas interacciones son diferentes en los diversos ambientes de la Galaxia (Jiménez-Torres et al. 2011), desde cúmulos estelares (abiertos y globulares), donde la densidad estelar es alta, hasta el ambiente solar actual.

En este trabajo analizaremos los efectos sobre discos planetarios causados por encuentros estelares con discos en estrellas de muy baja masa (enanas cafés y rojas) inmersas en estos ambientes.

La mayoría de las estrellas se forman en cúmulos estelares (Carpenter 2000; Lada y Lada 2003) y a lo largo de su evolución, sufren interacciones gravitacionales en su entorno. Entre éstas, las estrellas poco masivas son las más abundantes y las que duran más tiempo en secuencia principal, esto es, son estrellas que proporcionan luz de forma más estable por periodos casi tan largos como la edad del Universo. Por ésto, el estudio dinámico de estas estrellas es de gran interés ya que nos abre un camino hacia la comprensión de la formación y evolución estelar en estos ambientes y al entendimiento de la formación de planetas alrededor de estas estrellas y las posibilidades de origen y evolución de la vida.

## 2.1. Estrellas de muy baja masa

De esta forma, las Estrellas llamadas de *muy baja masa* componen la mayoría de las estrellas de la Galaxia ( $\sim 75\%$  en número). Su poca masa, les permite quemar muy lentamente su combustible y por consiguiente, durar más. Aunque estas estrellas son bastante menos luminosas que el Sol, permiten una investigación estadística de la estructura, evolución y dinámica de la Vía Láctea, dado que representan la mayor parte de la masa visible. En este tipo de estrellas, orbitan la mayor parte de los planetas de nuestra Galaxia.

En la Fig. 2.1 se presenta el diagrama HR que muestra la evolución estelar considerando su clasificación espectral y su magnitud absoluta; este diagrama nos proporciona información acerca de algunas propiedades físicas de la estrella, por ejemplo, las estrellas que se encuentran en la cima de la secuencia principal (gigantes azules) son las más luminosas y con temperaturas altas, mientras que las estrellas en la parte inferior de la secuencia principal corresponden a las estrellas enanas rojas y cafés (tipo espectral M y L), estas estrellas tienen masas menores y temperaturas y magnitudes bajas.

En este estudio nos enfocaremos en las estrellas más abundantes de los cúmulos estelares: enanas cafés y rojas.

### 2.1.1. Enanas Cafés

El término enanas cafés o marrón (*brown dwarf*) fue introducido en 1975 por Jill Tarter, él trataba de describir los objetos subestelares (enanas cafés y planetas extrasolares gigantes); 20 años más tarde la investigación en estos objetos comenzó a cobrar importancia al detectar la primera enana café (Gliese 229B) que curiosamente, coincidió con el descubrimiento del primer planeta extrasolar de Mayor y Queloz en 1995.

Las enanas cafés (EC) son estrellas de muy baja masa, esto es  $[0.013 - 0.075]M_{\odot}$ , lo que les impide mantener reacciones termonucleares continuas de fusión de hidrógeno en su núcleo, en su lugar queman deuterio y las más grandes ( $\sim 0.070M_{\odot}$ ) litio. Debido a su poca masa, esas estrellas tienen una vida larga. La quema de deuterio sucede en la juventud de la estrella y éstas siguen brillando debido al calor residual de las reacciones y la lenta contracción de su masa.

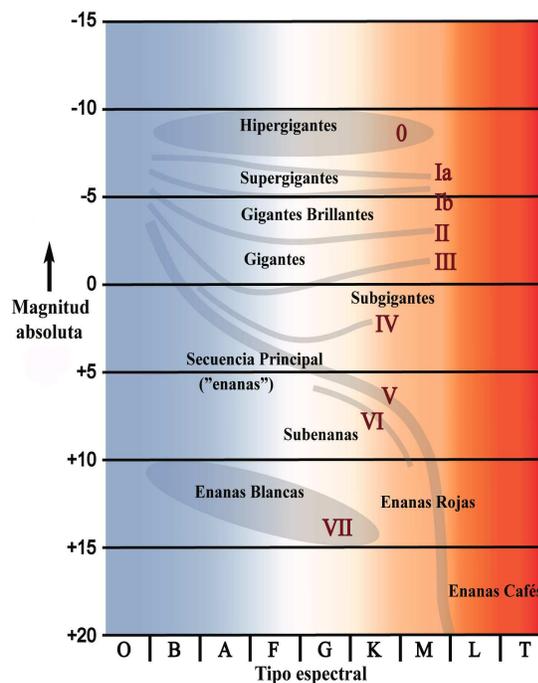


FIGURA 2.1: Diagrama H-R que muestra la evolución estelar y relación de las estrellas entre su magnitud absoluta y tipo espectral. La diagonal que va de la región superior izquierda (caliente y brillante) a la región inferior derecha (fría y menos brillante) se denomina secuencia principal. En este grupo se encuentran las estrellas que extraen su energía de las reacciones termonucleares de fusión del hidrógeno en helio. En la esquina inferior izquierda se encuentran las enanas blancas, y por encima de la secuencia principal se encuentran las gigantes rojas y las supergigantes.

Las enanas cafés se consideran estrellas fallidas ya que contienen propiedades estelares, pero su masa es comparable a los planetas gigantes. El interés sobre estas estrellas para nuestra investigación radica en el hecho de que se han descubierto varias docenas en cúmulos abiertos: 103 candidatas en las Pléyades por ejemplo, con edades entre 100-130 millones de años, 17 confirmadas (Bouvier et al. 1998, Basri et al. 1996), otro ejemplo, IC 2391 con 24 candidatas y varios cúmulos más (de La Fuente Marcos, R. 1997), este tipo de estrellas además posee discos protoplanetarios (Luhman et al. 2005, de La Fuente Marcos, R. 1997) cuya baja masa y metalicidad tipo solar (Chauvin et al. 2004, Bennett et al. 2008), las convierte en objetos de interés dinámico y astrobiológico.

Como se mencionó anteriormente, los cúmulos contienen poblaciones significativas de objetos subestelares, aunque la densidad de enanas cafés en estos ambientes es baja

(p.ej. en el Trapecio e IC 348 la población es aproximadamente 20-25 % de la población total -Lada y Lada 2003-), se ha podido determinar que estas estrellas producen un exceso de emisión en el cercano y medio infrarrojo, similar a lo emitido por las estrellas con discos circunestelares (Luhman et al. 2005, Lada y Lada 2003), deduciendo con esto que más del 65 % de las EC en el cúmulo poseen discos.

En este trabajo estudiamos el efecto sobre discos planetarios de las interacciones gravitacionales entre los miembros del cúmulo y la viabilidad del desarrollo de planetas y probabilidades de habitabilidad en estos ambientes.

### 2.1.2. Enanas Rojas

Las enanas rojas (ER) son estrellas de secuencia principal (SP), su clasificación espectral es de tipo M; estas estrellas constituyen aproximadamente el 70 % de las estrellas de la vecindad solar (Heath et al. 1999). El intervalo aproximado de masas para las ER, está comprendido entre  $[0.08 - 0.60]M_{\odot}$  (Heath et al. 1999, Adams et al. 2004, Laughlin et al. 2004), mientras que su temperatura efectiva oscila entre  $[2000 - 3800]K$  y su luminosidad se encuentra entre  $[5 \times 10^{-4} - 0.2]L_{\odot}$  (Reid y Hawley 2005). Algunas de las características físicas de estas estrellas se ilustran en la tabla 2.1.

Tipo Espectral	M0	M2	M5	M8
Masa [ $M_{\odot}$ ]	0.47	0.39	0.21	0.10
Radio [ $R_{\odot}$ ]	0.63	0.50	0.32	0.13
Luminosidad [ $L_{\odot}$ ]	0.063	0.032	0.008	0.0008

TABLA 2.1: Características físicas generales de las estrellas tipo M (Heath et al. 1999)

Una de las propiedades interesantes de las ER, es que siguen siendo convectivas a edades  $\sim 5.74$  mil millones años (Adams et al. 2004), por lo que la estrella tiene acceso a casi todo su combustible nuclear por casi la totalidad de su vida. Convierten hidrógeno en helio de una manera muy semejante a como lo hace el Sol. La baja gravedad que presentan estas estrellas hace que el proceso de fusión sea muy lento, dejándolas en la secuencia principal mucho más tiempo que cualquier otra estrella.

El estudio de las enanas rojas se ha incrementado en los últimos años debido a su interés astrobiológico ya que la mayoría de estas estrellas evolucionan en cúmulos donde las metalicidades son en algunos casos muy similares a las solares, además, al ser estrellas de larga duración, éstas tienen tiempo suficiente para la evolución de sus discos y con ello la de planetas. Actualmente se conocen muchos estudios que intentan calcular las posibilidades de que estrellas tipo M contengan planetas habitables (Scalo et al. 2007, Tarter et al. 2007, Kennedy et al. 2007, Odert et al. 2008, Heath et al. 1999, entre otros). En este trabajo nos interesa estudiar la dinámica de estas estrellas en particular y la probabilidad de la existencia de discos dinámicamente estables en los cúmulos estelares que las contienen.

## 2.2. Cúmulos Estelares

Los cúmulos estelares (CE) se encuentran distribuidos en toda la Galaxia. Los miembros de un cúmulo son aproximadamente de la misma edad y esto hace que estos ambientes sean laboratorios para el estudio de la evolución estelar. Las estrellas en los cúmulos están ligadas por la atracción gravitatoria mutua y debido a la densidad estelar relativamente alta, se dan eventos dinámicos muy interesantes, tales como colisiones estelares y evolución de sistemas binarios, además nos ayudan a la comprensión de distancias extragalácticas, mediciones de edades y evolución de galaxias, entre otras cosas.

Los cúmulos estelares se clasifican en dos clases, los cúmulos abiertos que son jóvenes (pocos miles de millones de años), éstos se encuentran en el disco de la Galaxia, poseen masa baja ( $\sim 10^{2-4} M_{\odot}$ ) y baja densidad; y los cúmulos globulares que son parte del halo y bulbo Galácticos y poseen masas altas ( $\sim 10^{4-6} M_{\odot}$ ), estos cúmulos son muy densos y poseen edades similares a las del Universo. Los radios típicos de los cúmulos se encuentran en un intervalo de entre 2-4 pc con densidades centrales de  $\sim 10^{1-6} M_{\odot} \text{pc}^{-3}$  Gieles (2006). En la tabla 2.2 se muestran algunas propiedades entre los cúmulos estelares.

La formación estelar sucede dentro de nubes de gas denso y polvo conocidas como nubes moleculares (Shu et al. 1987). De esta forma, la mayoría de las estrellas se forman en cúmulos estelares (Carpenter 2000; Lada y Lada 2003) y a lo largo de su evolución,

éstas se enfrentan a interacciones gravitacionales frecuentes en su entorno. Estas interacciones afectan la trayectoria de la estrella y perturban su disco protoplanetario (de la Fuente Marcos, R. 1997, Laughlin y Adams 1998, Hurley y Shara 2002, Pfahl y Muterspaugh 2006, Spurzem, R. 2006). Para entender qué tan determinantes son estos encuentros en la evolución de los discos estelares se debe conocer entre otras cosas, qué tan frecuentes son las interacciones entre las estrellas en estos cúmulos.

	Cúmulos Globulares	Cúmulos Abiertos
Número de cúmulos:		
catalogados	157	1200
Población total aproximada	200	$10^5$
Tamaño típico (pc):		
Radio del Núcleo	1.0	–
Radio de marea	35	–
Diámetro aparente	–	4
Masa ( $M_{\odot}$ ):		
Mínima	$10^4$	10
Máxima	$10^6$	$10^4$
Edad (años):		
mínima	$8 \times 10^9$	$5 \times 10^6$
máxima	$16 \times 10^9$	$9 \times 10^9$
Metalicidad ([Fe/H]):		
intervalo	-2.3 a +0.2	-0.7 a 0.3

TABLA 2.2: Propiedades de los cúmulos estelares Janes, K. (2001).

Se puede aproximar la escala de tiempo para que una estrella interaccione con otro miembro del cúmulo a un  $r_{min}$  (Binney y Tremaine 2007); esta expresión está dada por

$$\tau_{enc} = 3.3 \times 10^7 \text{ años} \left( \frac{100 \text{ pc}^{-3}}{n} \right) \left( \frac{v_{\infty}}{1 \text{ km/s}} \right) \left( \frac{10^3 \text{ UA}}{r_{min}} \right) \left( \frac{M_{\odot}}{m_t} \right), \quad (2.1)$$

donde  $n$  es la densidad estelar por número en el cúmulo,  $v_{\infty}$  es la velocidad promedio en infinito de los objetos en el cúmulo,  $r_{min}$  es la distancia de máximo acercamiento y  $m_t$  es la masa total de los objetos en el encuentro.

Para un cúmulo en equilibrio virial, el cuadrado de la dispersión de velocidades es igual a  $Gm_{cl}/2r_h$  Aarseth (2003), donde  $m_{cl}$  es la masa total del cúmulo y  $r_h$  es el radio que contiene la mitad de la masa. La ecuación 2.1 se puede escribir en unidades más apropiadas para un cúmulo estelar de la siguiente forma, supongamos que  $n_h=3N/(8\pi r_h^3)$  y  $v_\infty=(\frac{Gm_{cl}}{r_h})^{1/2}$  (Binney y Tremaine 2007), con  $N$  número de estrellas en el cúmulo. La ecuación 2.1 se escribe de la forma:

$$\tau_{enc} = 5 \times 10^7 \text{ años} \left(\frac{m_*}{1M_\odot}\right) \left(\frac{r_h}{1pc}\right)^{5/2} \left(\frac{100M_\odot}{m_{cl}}\right) \left(\frac{10^3}{r_{min}}\right) \left(\frac{M_\odot}{m_t}\right), \quad (2.2)$$

donde  $m_*$  es la masa promedio de las estrellas. Con la expresión anterior podemos estimar la tasa de encuentros en los cúmulos estelares, a distintos parámetros de impacto y para distintas masas.

El tiempo de vida de un cúmulo depende del número de estrellas, el tamaño del cúmulo y de su posición en la Galaxia. Alrededor del 10 % de las estrellas se forman en grandes cúmulos donde  $N > 100$  (Adams et al. 2006; Lamers y Gieles 2006) los cuales viven alrededor de  $10^8$  años. Una fracción sustancial de las estrellas que se formaron en estos cúmulos sufren encuentros con otras estrellas. El 90 % de las estrellas se formaron en cúmulos abiertos que tienen tiempos de vida mucho más cortos, del orden de unos pocos millones de años debido a que son más pequeños y se dispersan cuando se remueve el gas de la formación estelar (Adams y Myers 2001; Allen et al. 2007). La escala de tiempo de encuentros por estrella por millón de años es más pequeña que el tiempo de vida del cúmulo, por lo tanto una fracción significativa de estrellas en tales cúmulos habrán sufrido al menos un encuentro antes de que el cúmulo se haya dispersado.

Hay que destacar que la ecuación 2.2 es una aproximación que nos proporciona una idea de la tasa de encuentros, y depende de la masa del objeto y de las propiedades del cúmulo, esto es, si son globulares o abiertos.

Una aproximación de la tasa de encuentros para cúmulos abiertos, considerando  $m_* = 1M_\odot$ ,  $r_h = 1pc$ ,  $m_t = 1M_\odot$ ,  $m_{cl} = 800M_\odot$  y  $r_{min} = 300UA$  (Binney y Tremaine 2007), sería de  $\tau_{enc} \sim 2.08 \times 10^7$  años; si el tiempo de vida del cúmulo es entre  $10^6$  y  $10^8$  años, tendríamos 0.04 encuentros por estrellas por mega año. Para cúmulos globulares, tendríamos que si tomamos  $m_* = 0.5M_\odot$ ,  $r_h = 1.5pc$ ,  $m_t = 1M_\odot$ ,  $m_{cl} = 10000M_\odot$

y  $r_{min}=300\text{UA}$  (Binney y Tremaine 2007), obtenemos un  $\tau_{enc} \sim 2.29 \times 10^6$  años; considerando que el tiempo de vida del cúmulo es  $\sim 10^9$  años, tendríamos  $\sim 0.4$  encuentros por estrella por mega año.

Finalmente en las figuras 2.2 y 2.3 se muestran ejemplos de un cúmulo abierto (M11) y de un cúmulo globular (M13), donde se puede observar una clara diferencia física en la densidad estelar y tamaño de los cúmulos.

### 2.2.1. Cúmulos Abiertos

Los cúmulos abiertos (CA) son grupos de estrellas que se formaron en la misma nube molecular, las estrellas más brillantes de estos cúmulos suelen ser jóvenes, masivas y muy calientes. El más pequeño de los cúmulos abiertos contienen menos de una docena de estrellas, por lo que la masa mínima de un cúmulo abierto es de aproximadamente  $10 M_{\odot}$ . En el otro extremo, algunos de los cúmulos abiertos más masivos son los antiguos, tales como NGC 6791, con más de 10 000 miembros, con masas típicas cerca de una masa solar. Los cúmulos estelares jóvenes más poblados contienen miles de estrellas, pero como sus estrellas más masivas son mucho más masivas que el Sol, la masa total de algunos de estos cúmulos supera los  $10^4 M_{\odot}$ .

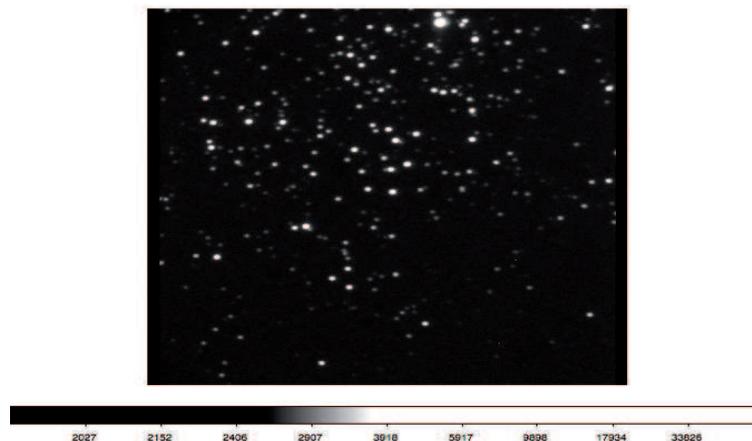


FIGURA 2.2: Cúmulo Abierto M11, fotografiado con el telescopio 1.5m OAN Torres (2010).

Los tamaños de los CA se basan en la medición del diámetro angular, esto es, el tamaño aparente del cúmulo medido de fotografía directa con un sondeo apropiado del

cielo. Aún cuando la distancia al cúmulo es bien conocida, el diámetro angular no da una dimensión lineal bien definida para el cúmulo. En un cálculo aproximado el CA típico oscila entre 4 y 5 pc de diámetro, pocos cúmulos son más del doble de este tamaño, y algunos son sólo uno o dos parsecs de diámetro, pero la mayoría caen más cerca de este valor. El radio del núcleo de los CA es probablemente alrededor de 1 pc, es decir, casi lo mismo que los radios base típicos de los cúmulos globulares. Es importante destacar que no existe una correlación fuerte del tamaño del cúmulo con la edad, puesto que entre otras pruebas se han encontrado cúmulos de los más antiguos muy grandes pero comparables a cúmulos jóvenes, tampoco existe una relación entre el tamaño del cúmulo y su ubicación en el disco galáctico, ni hay correlación entre el tamaño del cúmulo y su ubicación galáctica o con el número de miembros.

Los cúmulos abiertos, incluidas las asociaciones, grupos en movimiento y los grupos integrados, pertenecen a la población del disco de la Galaxia (estrellas de población I). Los cúmulos abiertos más conocidos se encuentran a un par de kpc del Sol. Suponiendo una distribución perpendicular al plano galáctico de la forma  $N \propto e^{-z/z_0}$ , con  $z_0$  la longitud de escala. Para los cúmulos con edades menores a 700 millones de años es cerca de 55 pc, mientras que los cúmulos mayores tienen una altura de escala de 350 pc. Existe una correlación clara entre  $[\text{Fe}/\text{H}]$  y el radio galactocéntrico, con las estrellas más pobres en metales situadas en el exterior del disco galáctico. Los cúmulos abiertos no muestran una tendencia sistemática de la metalicidad con la edad, en cada edad, hay un amplio margen en la composición, pero en promedio las más antiguas son de aproximadamente la misma composición que los más jóvenes.

Los cúmulos abiertos son vulnerables a efectos destructivos de marea de la Galaxia y encuentros con nubes interestelares; se han hecho estudios acerca de estas interacciones obteniendo un tiempo de vida para estos cúmulos de entre  $10^8$  y  $10^9$  años (Spitzer 1958, Spitzer y Harm 1958, Wielen 1977, Terlevich 1987). Estas escalas de tiempo dependen tanto de la masa del cúmulo, como del radio, lo que provoca que la interacción dinámica entre las estrellas jóvenes (durante la vida del cúmulo) pueda afectar la estabilidad y movimiento orbital de los sistemas planetarios que se encuentren alrededor de sus estrellas. Los encuentros estelares interesantes son los cercanos, ya que pueden perturbar considerablemente la estructura dinámica de los sistemas planetarios, produciendo

órbitas muy excéntricas, altas inclinaciones y con ello disminuir la probabilidad de que los planetas en estos sistemas sean habitables e incluso, produciendo la posibilidad de que sean expulsados de su disco de origen y que vaguen como planetas errantes en el cúmulo (Zapatero-Osorio et al. 2000).

Algunos de estos cúmulos son de gran interés astrobiológico porque poseen similitudes en cuanto a las metalicidades, edades y masas estelares, con respecto al Sol, por ejemplo, M 67 con un enrojecimiento  $E(B-V)$  de  $0.5 \pm 0.01$ , metalicidad  $[Fe/H] = 0.05 \pm 0.03$ , o las Pléyades con 120 millones de años y una metalicidad  $[Fe/H] = 0$  (Moraux et al. 2005). Las poblaciones estelares de estos cúmulos varían dependiendo de la edad y las masas (M67 por ejemplo, tiene una masa promedio  $1.14 M_{\odot}$ ).

### 2.2.2. Cúmulos Globulares

Un cúmulo globular (CG) es una agrupación de estrellas viejas (con una edad  $\tau$  mayor de 10 Ga) que se encuentra en la región del bulbo y el halo estelar de la Galaxia. La determinación precisa de la edad absoluta de los cúmulos más antiguos sigue siendo un problema cosmológico difícil de alcanzar, sin embargo en trabajos como Walker (1992) y Chaboyer (1995) se llega a una conclusión similar: la edad absoluta de los cúmulos globulares más viejos se encuentra en el intervalo de 11 a 21 Ga.

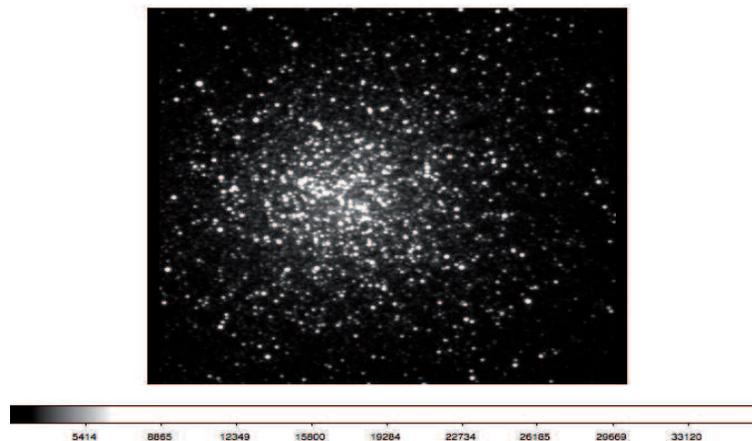


FIGURA 2.3: Cúmulo Globular M13, fotografiado con el telescopio 1.5m OAN Torres (2010).

En nuestra Galaxia, las propiedades de los cúmulos globulares varían enormemente de uno a otro, por ejemplo, en magnitud absoluta y la masa total, que van desde  $M_{abs} = -10.1$  y  $M_{tot} = 5 \times 10^6 M_{\odot}$  hasta  $M_{abs} = -1.7$  y  $M_{tot} \simeq 10^3 M_{\odot}$ .

La diferencia más importante entre los cúmulos abiertos y los globulares es su función de luminosidad  $\Phi(M)$  (que se define como la densidad numérica por  $pc^3$  de estrellas con magnitud absoluta  $M$  en el intervalo  $M$  y  $M + \Delta M$ , Karttunen (1987)). Los cúmulos globulares tienen una función de luminosidad gaussiana mientras que los cúmulos abiertos tienen una función de luminosidad monótona creciente hacia luminosidades débiles (Fig. 2.4).

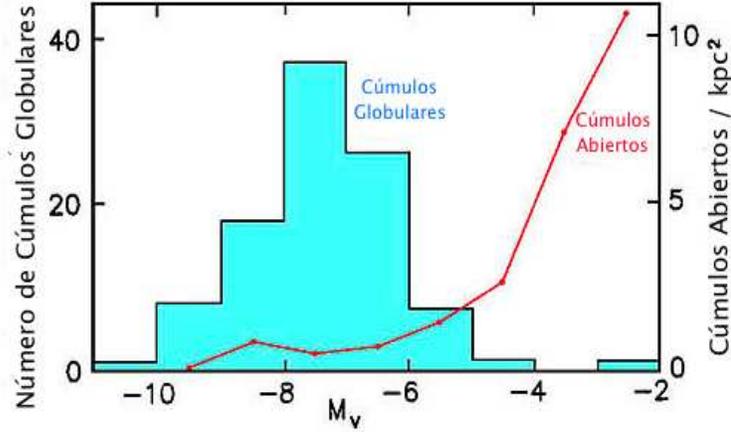


FIGURA 2.4: Función de Luminosidad para cúmulos globulares y abiertos (Sidney van den Bergh y Lafontaine 1984).

Debido a que los cúmulos son muy viejos, la mayoría de las estrellas alrededor de  $0.8 M_{\odot}$  ya han evolucionado de la secuencia principal. Por lo tanto, un gran número de gigantes rojas son fácilmente visibles en la mayoría de imágenes de los CG. Durante las primeras etapas de la evolución de un cúmulo globular, la mayoría del gas y el polvo ha desaparecido. El gas que queda es generalmente demasiado caliente para lograr formación estelar, así, los CG son de edad avanzada, y las estrellas que los forman son de población II. Su densidad central oscila en el intervalo de  $10^{-1}$  a  $10^6 M_{\odot}/pc^3$ , y en promedio de  $10^4 M_{\odot}/pc^3$  Benacquista (2006).

Los CG, son considerados un laboratorio astrofísico para la exploración de muchos aspectos de la dinámica estelar, en particular la evolución de los sistemas estelares derivados de los efectos del problema de los dos cuerpos. Numerosos estudios (tanto observacionales como numéricos) sugieren que los cúmulos estelares podrían partir de estructuras irregulares y por lo tanto fuera de equilibrio virial. Estos estudios conciernen a cúmulos de baja masa, pero no es claro si son compartidas por los cúmulos globulares como las agrupaciones más masivas.

El halo estelar está compuesto de cúmulos globulares y estrellas de campo (estrellas que no son miembros de cúmulos). Las estrellas de campo a menudo se les refiere como estrellas de alta velocidad ya que sus componentes de velocidad difieren significativamente de las de las estrellas de la vecindad solar. La mayoría de los cúmulos globulares y las estrellas de alta velocidad pueden alcanzar posiciones lejanas sobre y debajo del plano galáctico.

Los cúmulos globulares, poseen dos distribuciones espaciales, delineadas por la metalicidad. Los más viejos (pobres en metales) cuyos miembros tienen  $[\text{Fe}/\text{H}] < -0.8$  pertenecen a un halo esférico extendido, mientras que los cúmulos más jóvenes con  $[\text{Fe}/\text{H}] > -0.8$  forman una distribución mucho más aplanada y pueden estar asociados con el disco delgado Zinn (1985).

La Galaxia contiene al menos 150 cúmulos globulares con distancias al centro galáctico que van de 500 pc a 120 kpc. Aunque 144 de los cúmulos globulares se encuentran dentro de un radio de 42 kpc del centro galáctico, 6 cúmulos globulares se han encontrado entre 69 y 123 kpc del centro Galáctico.

Mediante el método de detección de planetas por microlentes gravitacionales aplicado al cúmulo globular M22 (NGC 6656) se descubrieron seis candidatos a planetas errantes (Sahu et al. 2001). El descubrimiento de planetas errantes en cúmulos globulares apoya la idea de que los discos planetarios pueden ser destruidos por interacciones gravitacionales debidas a encuentros estelares. Esto hace el presente trabajo relevante ya que nos puede ayudar a entender bajo qué condiciones los sistemas planetarios podrían sobrevivir, o desintegrarse dando lugar a los planetas errantes o en el caso más dramático desaparecer por una interacción violenta.



# Capítulo 3

## Fundamentos Físicos y Metodología

Para tratar de resolver el problema de un encuentro estelar de forma analítica, a primera aproximación, podemos utilizar la aproximación de impulso (válida cuando las velocidades de las partículas que conforman el disco planetario son mucho mayores que la velocidad relativa entre la estrella anfitriona y la estrella pasajera).

El problema que deseamos resolver está descrito por la interacción gravitacional entre dos cuerpos masivos y uno de masa despreciable comparada con estos dos, esto es conocido como el problema de tres cuerpos restringido. En nuestro sistema interaccionan específicamente dos cuerpos masivos (uno de masa  $m_1$ , que corresponde a una estrella central y otro de masa  $m_2$  correspondiente a una estrella pasajera) mientras que el tercer cuerpo es de masa despreciable  $m_3$  (donde  $m_3$  corresponde al disco planetario ligado a la estrella de masa  $m_1$  y que está conformado por partículas no autogravitantes o partículas prueba). Es importante destacar que este problema sólo se resuelve numéricamente dado que las órbitas de las masas principales no son circulares.

Hacia el final del capítulo proporcionamos una descripción del código de los encuentros estelares usado para resolver el sistema antes mencionado y planteamos los parámetros utilizados por el código para simular este encuentro.

### 3.1. Campo Central

En el siguiente desarrollo (Goldstein 2002, Yépez 2007), por medio del formalismo de Lagrange se estudiará el problema del campo central analizando el movimiento de dos partículas que interactúan por fuerzas conservativas las cuales dependen sólo de las distancias entre ellas con  $r = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$ , para ello utilizaremos los teoremas de conservación para el momento lineal, angular y la energía.

Al interactuar dos partículas en un campo central, éstas satisfacen la tercera ley de Newton ( $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$ ) y la fuerza está dirigida a lo largo de la línea que las une. Para describir esto podemos escribir una función escalar para el potencial (donde la única fuerza entre las partículas es debida a los gradientes del potencial),  $V = V(r)$ , con  $r = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$  la distancia entre las dos partículas. De aquí, el Lagrangiano se puede ver como

$$\mathcal{L}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dot{\mathbf{r}}_1, \dot{\mathbf{r}}_2, t) = T - V(r). \quad (3.1)$$

Donde generaremos seis grados de libertad (tres componentes del vector posición del centro de masa, más tres componentes del vector diferencia) con lo que obtenemos:

$$\mathcal{L} = T(\dot{\mathbf{R}}, \dot{r}) - V(r, \dot{r}, \dots), \quad (3.2)$$

donde  $\mathbf{R}$  y  $r$  están definidos como:

$$\mathbf{R} = \frac{m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2}{m_1 + m_2}, \quad (3.3)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1. \quad (3.4)$$

Para resolver estas seis ecuaciones diferenciales de segundo orden, utilizaremos las integrales de movimiento. Las tres componentes del momento lineal del centro de masa (CM), la conservación del momento angular y la energía mecánica total. Quedando entonces la energía cinética como (Goldstein 2002, Yépez 2007),

$$\mathbf{T} = \frac{m_1}{2} \dot{\mathbf{r}}_1^2 + \frac{m_2}{2} \dot{\mathbf{r}}_2^2 = \frac{M}{2} \dot{\mathbf{R}}^2 + \frac{\mu}{2} \dot{\mathbf{r}}^2, \quad (3.5)$$

donde,

$$M = m_1 + m_2, \quad (3.6)$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (3.7)$$

son la masa total ( $M$ ) y la masa reducida ( $\mu$ ). Para seguir con nuestro análisis cambiaremos el origen al CM, con lo que podemos escribir la energía cinética relativa (segundo término de la ecuación (3.5)) como

$$T' = \frac{m_1}{2}(\dot{\mathbf{r}}'_1)^2 + \frac{m_2}{2}(\dot{\mathbf{r}}'_2)^2, \quad (3.8)$$

donde  $\dot{\mathbf{r}}'_1$  y  $\dot{\mathbf{r}}'_2$  son las velocidades de las partículas medidas desde el CM y están dadas por

$$\dot{\mathbf{r}}'_1 = -\frac{m_2}{m_1 + m_2}\dot{\mathbf{r}} \quad \text{y} \quad \dot{\mathbf{r}}'_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\dot{\mathbf{r}}. \quad (3.9)$$

Una vez hecho este cambio debemos reescribir el Lagrangiano como (Goldstein 2002, Yépez 2007),

$$\mathcal{L}(\mathbf{R}, \dot{\mathbf{R}}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t) = \frac{M}{2}\dot{\mathbf{R}}^2 + \frac{\mu}{2}\dot{\mathbf{r}}^2 - V(r). \quad (3.10)$$

Dado que  $\mathbf{R}=(X,Y,Z)$  son coordenadas ignorables del CM, las partículas estarán en reposo o se moverán uniformemente, permitiendonos con ello prescindir del primer término del Lagrangiano y por tanto al aplicar las ecuaciones de Euler-Lagrange obtenemos,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{R}} = 0 \quad (3.11)$$

$$\dot{\mathbf{P}} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{R}}} = 0 \quad (3.12)$$

Al integrar la ecuación (3.12) nos proporciona la trayectoria el CM:

$$X_i(t) = X_{i,0} + V_{xi,0}t \quad (3.13)$$

Obteniendo así que el momento lineal del CM es una constante de movimiento que nos da la libertad de resolver o ignorar tres grados de libertad (X,Y,Z),

$$\mathbf{P} = M\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = cte \quad \text{con} \quad \mathbf{p}_1 = m_1\dot{\mathbf{r}}_1, \quad \text{y} \quad \mathbf{p}_2 = m_2\dot{\mathbf{r}}_2. \quad (3.14)$$

Con lo que finalmente tenemos la dinámica de una partícula ficticia (ecuación 3.15) de masa  $\mu$  cuyo vector de posición  $\mathbf{r}$  (posición relativa de las partículas), que, mediante la solución de la ecuación (3.9) nos dará las posiciones de las partículas  $\mathbf{r}'_1$  y  $\mathbf{r}'_2$  medidas desde el CM (Goldstein 2002, Yépez 2007),

$$\mathcal{L}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t) = \frac{\mu}{2}\dot{\mathbf{r}}^2 - V(r). \quad (3.15)$$

En el campo central la torca es nula debido a que la dirección de la fuerza está alineada con el vector de posición relativo y con ello el momento angular relativo es constante, esto es:

$$\mathbf{N} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = 0, \quad \text{y} \quad \ell = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = cte = \ell\hat{\mathbf{u}}_\ell. \quad (3.16)$$

Con lo anterior podemos ver que  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{p}$  son  $\perp$  a  $\hat{\mathbf{u}}_\ell = (\ell/|\ell|)$  por lo que  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{v}$  están en el plano  $\perp\hat{\mathbf{u}}_\ell$  (i.e. el movimiento se efectúa en un plano constante) y dada la dirección del momento angular éste elimina un grado de libertad más (el ángulo zenital), dejándonos solo dos grados de libertad (las coordenadas de la partícula de masa  $\mu$  en el plano).

Por simplicidad, para resolver estas ecuaciones consideraremos estos dos grados de libertad como coordenadas polares en el plano,  $r$  y  $\theta$  (Goldstein 2002, Yépez 2007). Dado este cambio de coordenadas debemos reescribir el Lagrangiano como

$$\mathcal{L}(r, \theta, \dot{r}, \dot{\theta}, t) = \frac{\mu}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) - V(r). \quad (3.17)$$

Dado que  $(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta}) = 0$ , tenemos que  $\theta$  es una variable ignorable, lo que nos conduce a que la magnitud del momento angular es constante permitiéndonos con ello eliminar otro grado de libertad, esto es,

$$\dot{\mathbf{P}}_{\theta} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} \quad y \quad \mathbf{P}_{\theta} = \mu r^2 \dot{\theta} = cte = \ell, \quad (3.18)$$

con  $\dot{\theta} = \frac{\ell}{\mu r^2}$ , se puede escribir  $\theta$  en términos de  $r$ . Para el último grado de libertad debemos recurrir al Lagrangiano  $\mathcal{L}(r, \dot{r}, t)$ , por lo que aplicando las ecuaciones de movimiento de Lagrange a la ecuación (3.17), se obtiene,

$$\frac{d}{dt}(\mu \dot{r}) - \mu r \dot{\theta}^2 + \frac{\partial V}{\partial r} = 0. \quad (3.19)$$

Sustituyendo  $\dot{\theta} = \frac{\ell}{\mu r^2}$ , llegaremos a la expresión para  $F(r)$  (la magnitud de la fuerza aplicada) y aparecerá un término para la fuerza centrífuga la cual nos restringe al grado de libertad  $r$  debido a que sólo observamos el movimiento en la coordenada relativa,

$$\frac{d}{dt}(\mu \dot{r}) - \frac{\ell^2}{\mu r^3} + \frac{\partial V}{\partial r} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mu \ddot{r} - \frac{\ell^2}{\mu r^3} = F(r). \quad (3.20)$$

Finalmente para resolver esta última ecuación usaremos otra integral de movimiento, la energía; esto porque las fuerzas son conservativas (Goldstein 2002, Yépez 2007). Por tanto la función de Hamilton se reduce a la energía ya que  $E_c$  es una función cuadrática homogénea de las velocidades y derivables de un potencial escalar, entonces,

$$\mathcal{H} = E = \frac{\mu}{2}(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) + V(r). \quad (3.21)$$

la expresión anterior la podemos ver como

$$E = \frac{\mu}{2} \dot{r}^2 + \frac{\ell^2}{2\mu r^2} + V(r) = \frac{\mu}{2} \dot{r}^2 + V_{ef}(r). \quad (3.22)$$

La expresión anterior nos indica la conservación de la energía (Goldstein 2002, Yépez 2007); considerando el último término como el potencial efectivo ( $V_{ef}(r) = \ell^2/2\mu r^2 + V(r)$ ) que es el potencial debido a la fuerza aplicada y al potencial centrífugo. Despejando  $\dot{r}$  de la ecuación (3.22) obtenemos,

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2}{\mu} \left( E - V(r) - \frac{\ell^2}{2\mu r^2} \right)}, \quad (3.23)$$

e integrando llegamos a:

$$t = \int_{r_0}^r \frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{\mu}(E - V(r) - \frac{\ell^2}{2\mu r^2})}}, \quad (3.24)$$

Tomando en cuenta  $r(t=0)=r_0$ . La solución a la ecuación 3.24 (Goldstein 2002, Yépez 2007), es una cuadratura que nos da  $t$  en función de  $r$  y las constantes de integración  $E, \ell, r_0$ , esta ecuación puede ser expresada analíticamente en términos de funciones conocidas o resolverse numéricamente, por lo que el problema con esto queda resuelto. Ahora si quisiéramos obtener  $r = r(t)$  invertimos la ecuación (3.24) y al sustituir en la ecuación  $\dot{\theta} = \frac{\ell}{\mu r^2}$ , podemos calcular  $\theta(t)$  por medio de la integración

$$\theta(t) - \theta_0 = \int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \ell \int_0^t \frac{dt}{\mu r^2(t)}. \quad (3.25)$$

Recapitulando, el problema de campo central tiene seis grados de libertad, los cuales se van eliminando debido a que se cumplen varios teoremas de conservación (momento lineal total, la magnitud y dirección del momento angular y la energía mecánica total) pudiendo llegar con esto a dos cuadraturas (ecuación 3.24 y 3.25) que resuelven el problema (Goldstein 2002, Yépez 2007).

### 3.1.1. Leyes de Kepler

Johannes Kepler (1571-1630), publicó en 1609 sus dos primeras leyes sobre el movimiento de los astros, basándose en el análisis de las observaciones de Tycho Brahe, diez años más tarde publicó su tercera ley; posteriormente Isaac Newton dio una justificación matemática a estas leyes mediante sus ecuaciones de movimiento, la gravitación y el desarrollo del cálculo diferencial e integral. En esta subsección derivaremos estas leyes (Goldstein 2002, Yépez 2007), utilizando como herramienta el análisis del campo central mencionado.

### Primera Ley de Kepler (Ley de las Orbitas)

El movimiento planetario en la antigüedad se intentaba describir como una solución temporal, Kepler cambió radicalmente este concepto estudiando la órbita  $r=r(\theta)$  en lugar de la trayectoria  $r(t)$ .

Considerando las ecuaciones  $\dot{\theta} = \frac{\ell}{\mu r^2}$  y 3.23 (Goldstein 2002, Yépez 2007); de la primera expresión podemos obtener  $dt$ , sustituyendola en la segunda ecuación,

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{\mu r^2}{\ell} \sqrt{\frac{2}{\mu} \left( E - V(r) - \frac{\ell^2}{2\mu r^2} \right)}. \quad (3.26)$$

Para obtener la ecuación de la órbita para el campo central con  $V(r)$  y con ello obtener  $\theta = \theta(r)$  y  $r = r(\theta)$  (Goldstein 2002, Yépez 2007), integramos la ecuación anterior considerando el cambio de variable  $u = 1/r$ ,

$$\theta - \theta_0 = - \int_{u_0}^u \frac{du}{\sqrt{\frac{2\mu E}{\ell^2} + \frac{2\mu}{\ell^2} V(u) - u^2}} \quad (3.27)$$

Ahora considerando un potencial gravitacional en el sistema  $Sol(m_1) - Planeta(m_2)$  y haciendo el cambio de variable  $\alpha = Gm_1m_2$ , sustituimos el potencial ( $\mathbf{V} = -\frac{\alpha}{r} = -\alpha u$ ) en la ecuación (3.27), obteniendo con ello

$$\theta - \theta_0 = - \int_{u_0}^u \frac{du}{\sqrt{\frac{2\mu E}{\ell^2} - \frac{2\mu\alpha}{\ell^2} u - u^2}}. \quad (3.28)$$

Dado que queremos  $r=r(\theta)$  tenemos que desarrollar la ecuación anterior que resulta ser una función trigonométrica inversa:

$$\theta - \theta_0 = \cos^{-1} \left( \frac{\frac{\ell^2 u}{\mu\alpha} - 1}{\sqrt{1 + \frac{2E\ell^2}{\mu\alpha^2}}} \right). \quad (3.29)$$

Si tomamos ahora  $\frac{1}{u} = r$  se obtiene

$$r = r(\theta) = \frac{\frac{\ell^2}{\mu\alpha}}{\left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2E\ell^2}{\mu\alpha^2}} \cos(\theta - \theta_0) \right)}, \quad (3.30)$$

que comparando la ecuación (3.30) con la ecuación de una cónica en coordenadas polares y con foco en el origen (ecuación 3.31), se puede ver que tienen la misma estructura,

$$r = \frac{r_0}{1 + e \cos(\theta - \theta_0)}. \quad (3.31)$$

La ecuación (3.31) corresponde a la primera ley de Kepler (Goldstein 2002, Yépez 2007): *los planetas se mueven en un plano con órbitas elípticas alrededor del Sol, con el Sol en uno de sus focos*. Donde la excentricidad esta dada por

$$e = \sqrt{1 + \frac{2E\ell^2}{\mu\alpha^2}}. \quad (3.32)$$

Los valores de la energía y momento angular determinan la excentricidad y tipo de órbita, a cada valor de la energía se le asocia un tipo de cónica (3.33). Se tiene una órbita abierta para  $E \geq 0$  y cerrada para  $0 > E \geq E_{min}$ .

$$\begin{aligned} e > 1 &\Rightarrow E > 0 && \text{hipérbola} \\ e = 1 &\Rightarrow E = 0 && \text{parábola} \\ e < 1 &\Rightarrow E < 0 && \text{elipse} \\ e = 0 &\Rightarrow E = -\frac{\mu\alpha^2}{2\ell^2} && \text{círculo} \end{aligned} \quad (3.33)$$

### Segunda Ley de Kepler (Ley de las Áreas)

Para demostrar la segunda ley de Kepler nos ayudaremos del desarrollo para el campo central (Goldstein 2002, Yépez 2007), específicamente a la ecuación (3.18), que, desarrollando queda

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}r^2\dot{\theta}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}r^2\dot{\theta} = \frac{\ell}{2\mu} = cte, \quad (3.34)$$

donde tenemos que el área barrida por el radio vector  $\mathbf{r}$  es

$$dA = \frac{1}{2}r \cdot r d\theta \quad \Rightarrow \quad \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}r^2\dot{\theta} = \frac{\ell}{2\mu} = cte. \quad (3.35)$$

La ecuación anterior está fundamentada en la conservación de la magnitud del momento angular, para todos los problemas de campo central  $\mathbf{V}(\mathbf{r})$ , donde el radio vector *barre áreas iguales en tiempos iguales*, enunciado que corresponde a la segunda ley de Kepler (Goldstein 2002, Yépez 2007).

### Tercera Ley de Kepler (Ley de los Periodos)

Tomando la ecuación 3.30 (Goldstein 2002, Yépez 2007), si colocamos el eje polar en el eje de la elipse para  $\theta_0 = 0$ , tal que se cumple  $r_1 = r(\theta = 0)$  y  $r_2 = r(\theta = \pi)$ , el semieje mayor de la elipse será la semisuma de la menor y mayor distancia al foco, esto es,  $2a = r_1 + r_2$  con lo que obtenemos,

$$2a = r_1 + r_2 = \frac{r_0}{1+e} + \frac{r_0}{1-e}, \quad (3.36)$$

dado que se conoce el valor para  $r_0$  y  $e$  ( $r_0 = \frac{\ell^2}{\mu\alpha}$  y  $e = \sqrt{1 + \frac{2E\ell^2}{\mu\alpha^2}}$ ) al sustituirlos obtenemos el semieje mayor  $a = -\frac{\alpha}{2E}$  y vemos también que  $b = a\sqrt{1-e^2} = \sqrt{\frac{a\ell^2}{\mu\alpha}}$ , lo que nos dice que hay una estrecha relación entre los semiejes y la excentricidad. Debido a que se conserva el momento cinético, la velocidad areolar (o de barrido) resulta constante (segunda ley de Kepler) y está dada por

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}r^2\dot{\theta} = \frac{\ell}{2\mu}. \quad (3.37)$$

Por medio de la ecuación anterior, podemos obtener el área,  $A$ , de la órbita para el período,  $\tau$ , de un planeta al integrarla,

$$A = \int_0^\tau dA = \int_0^\tau \frac{\ell}{2\mu} dt = \frac{\ell\tau}{2\mu}, \quad (3.38)$$

donde obtenemos que el área de la elipse es  $A = \pi ab$  y por lo tanto podemos escribir el periodo como,

$$\tau = \frac{2\mu}{\ell} \pi a \sqrt{\frac{a\ell^2}{\mu a}} = 2\pi a^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{\mu}{\alpha}}. \quad (3.39)$$

La última expresión satisface el enunciado de la tercera ley de Kepler (Goldstein 2002, Yépez 2007): *el cuadrado de los períodos de los planetas es proporcional al cubo de los semiejes mayores*; dado que el período depende de la masa del planeta, considerando que  $\mu$  es la masa reducida y  $\alpha = G(m_1 m_2)$  podemos reestructurar la ecuación (3.39) de la siguiente forma

$$\tau = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{G(m_1 m_2)}} \approx \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{G(m_1)}}. \quad (3.40)$$

La ecuación (3.40) corresponde a la conocida tercera ley de Kepler considerando que la masa  $m_1$  (correspondiente al Sol) es mucho mayor que  $m_2$  (correspondiente a cualquier planeta). Mediante la ley de gravitación de Newton se reprodujeron las leyes de Kepler, y con ello se describió el movimiento de los objetos celestes en un campo gravitacional.

### 3.1.2. Aproximación de Impulso

Una de las consecuencias de la segunda ley de Kepler, es la conservación del momento angular, esto se ve reflejado en las partículas regidas por un potencial gravitacional, mantienen sus órbitas estables. Al momento de una interacción gravitacional con una estrella pasajera, ésto fácilmente deja de ser válido y estas partículas sufren un cambio en sus posiciones y momentos; en esta sección describimos la aproximación de impulso (que más adelante nos ayudará para calcular el cambio de las velocidades en la estrella central). Es importante aclarar que en el momento de la interacción estas partículas sufren cambios en sus órbitas y por lo tanto en sus excentricidades e inclinaciones, sin embargo, una vez que la estrella pasajera deja de perturbar al sistema, estas partículas llegan a un equilibrio distinto (con órbitas perturbadas).

Para describir la aproximación de impulso, tenemos que describir la dinámica de una partícula valiéndonos de las ecuaciones de movimiento de Newton. De la segunda ley de Newton ( $\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ ), se obtiene la fuerza que siente una partícula de masa  $m$ , considerando que el cuerpo no sufre modificaciones en su masa (masa constante), de esta forma el cambio en el momento lineal con el paso del tiempo, se debe al cambio

de velocidad, esto es, a una aceleración o una fuerza. Si ahora queremos describir la cantidad de movimiento que tiene dicho cuerpo de masa  $m$ , tenemos que recurrir al momento lineal ( $\mathbf{P} = m \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ ); dependiendo de su masa y/o su velocidad tendremos un mayor o menor momento. Con estas definiciones la segunda ley de Newton se puede ver como

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt}. \quad (3.41)$$

Otro factor importante a considerar es el intervalo de tiempo en el que se aplica una fuerza a una partícula, este intervalo de tiempo nos dará la información de la fuerza (si el cuerpo es sometido a ésta un tiempo largo, el cambio en el momento de la partícula será mayor y para un tiempo corto el cambio en el momento será menor), matemáticamente podemos verlo, si despejamos  $d\mathbf{P}$  de la ecuación anterior, obteniendo con ello:

$$d\mathbf{P} = \mathbf{F}dt, \quad (3.42)$$

Esta ecuación es importante porque nos da la información del cambio del momento de las partículas inducidas al momento de la interacción con la estrella pasajera. Al integrar la ecuación (3.42), obtendremos el cambio en el momento ( $\Delta\mathbf{P}$ ) de las partículas,

$$\Delta\mathbf{P} = \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}dt. \quad (3.43)$$

La expresión anterior nos proporciona una definición importante: *el impulso* ( $\mathbf{I}$ ); se define como el impulso de la fuerza  $\mathbf{F}$  dado un intervalo de tiempo  $dt$  (matemáticamente esto sería el área bajo la curva que genera un diagrama  $\mathbf{F}$  vs  $t$ ). Por tanto el impulso es una magnitud vectorial y está definido como

$$\mathbf{I} = \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}dt = \Delta\mathbf{P}. \quad (3.44)$$

Uno de los problemas con la relación anterior es que la variación de la fuerza en el tiempo puede volverse complicada, este hecho nos lleva a introducir una fuerza promedio

que varía en el tiempo ( $\mathbf{F}_p$ ), la cual es una fuerza constante que proporciona el mismo impulso a la partícula que la fuerza  $\mathbf{F}$ , actuando en el intervalo  $\Delta t$ . Por lo tanto,  $\mathbf{F}_p$ , está dada por

$$\mathbf{F}_p = \frac{\int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F} dt}{\int_{t_i}^{t_f} dt} = \frac{\int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F} dt}{\Delta t}. \quad (3.45)$$

Esta fuerza promedio nos conduce a la llamada *aproximación de impulso*. Esta aproximación supone que una fuerza dada que actúa sobre la partícula, lo hace en un tiempo muy corto y su magnitud es mucho mayor que cualquier otra fuerza,

$$\mathbf{I} = \mathbf{F}_m \Delta t = \Delta \mathbf{P}. \quad (3.46)$$

### 3.1.3. Velocidad Circular y de Escape

La fuerza centrípeta ejercida sobre una partícula de masa  $m$  en una órbita de radio  $r$ , con velocidad  $v_c$ ,

$$\mathbf{F}_c = \frac{mv_c^2}{r}. \quad (3.47)$$

Dado que la partícula se encuentra bajo una fuerza gravitacional ejercida por la estrella central,

$$\mathbf{F}_g = -\frac{GMm}{r^2}. \quad (3.48)$$

Para obtener la velocidad circular debemos igualar estas dos fuerzas; obteniendo con ello:

$$v_c = \sqrt{\frac{GM}{r}}. \quad (3.49)$$

Si hacemos un análisis del Hamiltoniano del sistema, podemos llegar a las ecuaciones (3.33), las cuales nos proporcionan la información y tipo de órbita dependiendo de su

energía. Para deducir la velocidad de escape debemos considerar el Hamiltoniano del sistema e igualarlo a cero, esto para considerar la conservación de la energía cinética y potencial con lo que aseguramos que la velocidad de escape de la partícula dependerá de la masa central, de la constante G y del radio de su orbita,

$$\mathcal{H} = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r} = 0, \quad (3.50)$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}. \quad (3.51)$$

esta última expresión es la velocidad de escape de la partícula de masa m.

## 3.2. Problema de 3 Cuerpos Restringido

Al inicio del capítulo mostramos las ecuaciones de movimiento para un problema de dos cuerpos en un campo central. En esta sección describiremos el problema de tres cuerpos restringido circular (Tokoro 2002, Murray y Dermott 1999), el cual sugiere la interacción gravitacional entre tres cuerpos considerando que uno de ellos tiene un efecto despreciable respecto a los otros dos. A pesar de que las órbitas de los planetas nos son circulares el desarrollo del problema de tres cuerpos restringido nos da una aproximación razonable para ciertos sistemas y nos ayuda a la comprensión cualitativa de dichas interacciones que nos servirá de referencia cuando se traten problemas más complicados como el que describiremos en este trabajo, donde interacciona gravitacionalmente una estrella pasajera (con órbita hiperbólica) con un sistema compuesto de una estrella central de masa comparable a la pasajera, que contiene un disco de partículas de prueba.

Consideremos el movimiento de una pequeña partícula de masa despreciable ( $m_3$ ), moviéndose bajo la influencia gravitacional de dos masas  $m_1$  y  $m_2$ , suponiendo que las dos masas se mueven en órbitas circulares con un centro de masa común. El sistema se encuentra en coordenadas cartesianas (x,y,z) y se le anexa un sistema de referencia cuyas coordenadas son (a,b,c) como se muestra en la Fig. 3.1; en dicho sistema la coordenada c es perpendicular al plano a-b a lo largo del vector de momento angular, mientras que

el eje  $a$  pasa por la línea que une a las masas mayores a  $t=0$ . Una vez definidos los ejes y el sistema coordenado podemos ver que las coordenadas de las dos masas estarán dadas por  $(a_1, b_1, c_1)$  y  $(a_2, b_2, c_2)$ . La velocidad angular y una constante de separación se fija alrededor de su centro de masa.

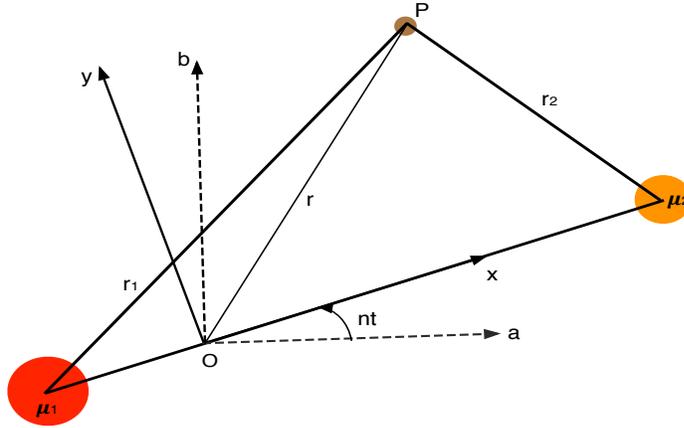


FIGURA 3.1: Geometría del problema de tres cuerpos restringido.

Se define  $\mu = G(m_1 + m_2) = 1$ , considerando que  $m_1 > m_2$  y por tanto

$$\bar{\mu} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (3.52)$$

dado este sistema de unidades las dos masas son

$$\begin{aligned} \mu_1 &= Gm_1, \Rightarrow \\ Gm_1 &= \frac{1}{m_1 m_2} m_1, \\ &= \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} - \frac{m_2}{m_1 + m_2}, \\ &= 1 - \frac{m_2}{m_1 + m_2}, \\ \mu_1 &= Gm_1 = 1 - \bar{\mu}, \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$\begin{aligned}
\mu_2 &= Gm_2, \\
&= \frac{1}{m_1 + m_2} m_2, \\
\mu_2 &= Gm_2 = \bar{\mu}.
\end{aligned} \tag{3.54}$$

Donde  $\mu < 1/2$ . El sistema de coordenadas en el sistema inercial (a,b,c) y la ecuación de movimiento de la partícula está dado por

$$\begin{aligned}
m\ddot{\mathbf{r}} &= \sum F, \\
&= \frac{Gmm_1}{r_1^2} \vec{\mu} + \frac{Gmm_2}{r_2^2} \vec{\mu},
\end{aligned} \tag{3.55}$$

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{\mu_1}{r_1^3} \langle a_1 - a, b_1 - b, c_1 - c \rangle + \frac{\mu_2}{r_2^3} \langle a_2 - a, b_2 - b, c_2 - c \rangle, \tag{3.56}$$

$$\langle \ddot{a}, \ddot{b}, \ddot{c} \rangle = \frac{\mu_1}{r_1^3} \langle a_1 - a, b_1 - b, c_1 - c \rangle + \frac{\mu_2}{r_2^3} \langle a_2 - a, b_2 - b, c_2 - c \rangle. \tag{3.57}$$

Con el desarrollo anterior podemos obtener las ecuaciones de movimiento para  $\ddot{a}$ ,  $\ddot{b}$  y  $\ddot{c}$  de la siguiente forma,

$$\begin{aligned}
\ddot{a} &= \mu_1 \frac{a_1 - a}{r_1^3} + \mu_2 \frac{a_2 - a}{r_2^3}, \\
\ddot{b} &= \mu_1 \frac{b_1 - b}{r_1^3} + \mu_2 \frac{b_2 - b}{r_2^3}, \\
\ddot{c} &= \mu_1 \frac{c_1 - c}{r_1^3} + \mu_2 \frac{c_2 - c}{r_2^3}.
\end{aligned} \tag{3.58}$$

En la Fig.3.1 podemos ver la geometría del encuentro entre los objetos de este problema y con ello dar una expresión para  $r_{1,2}^2$ ,

$$\begin{aligned}
r_1^2 &= (a_1 - a)^2 + (b_1 - b)^2 + (c_1 - c)^2, \\
r_2^2 &= (a_2 - a)^2 + (b_2 - b)^2 + (c_2 - c)^2.
\end{aligned} \tag{3.59}$$

Es necesario destacar que estas ecuaciones sólo son válidas para el problema general de tres cuerpos, ya que no requiere ningún argumento sobre las dos masas. Si consideramos que las dos masas se mueven en órbitas circulares, con la distancia entre ellas fija y se mueven alrededor de un centro de masa común con velocidad angular fija, debemos tomar el movimiento de la partícula en el marco de referencia a-b rotado uniformemente un ángulo  $n$  en dirección positiva, y donde  $(x,y,z)$  son las coordenadas de la partícula respecto al sistema que rota. Con estas consideraciones reescribimos las ecuaciones anteriores como

$$\begin{aligned} r_1^2 &= (x + \mu_2)^2 + (y)^2 + (z)^2, \\ r_2^2 &= (x - \mu_2)^2 + (y)^2 + (z)^2. \end{aligned} \quad (3.60)$$

Las coordenadas  $(x,y,z)$  se pueden relacionar con  $(a,b,c)$  por medio de la siguiente matriz de rotación, obteniendo con ello las posiciones de las partículas en dicho sistema de referencia

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos nt & -\operatorname{sen} nt & 0 \\ \operatorname{sen} nt & \cos nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \quad (3.61)$$

donde  $n=1$ . Si ahora queremos encontrar las ecuaciones de las aceleraciones debemos derivar la ecuación anterior para obtener sus velocidades y posteriormente con la segunda derivada obtener sus aceleraciones,

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{c} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos nt & -\operatorname{sen} nt & 0 \\ \operatorname{sen} nt & \cos nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -n \operatorname{sen} nt & -n \cos nt & 0 \\ n \cos nt & n \operatorname{sen} nt & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}, \\
 &= \begin{pmatrix} \dot{x} \cos nt - \dot{y} \operatorname{sen} nt - xn \operatorname{sen} nt - yn \cos nt \\ \dot{y} \operatorname{sen} nt + \dot{x} \cos nt + xn \cos nt - yn \operatorname{sen} nt \\ \dot{z} \end{pmatrix}, \tag{3.62}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{c} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos nt & -\operatorname{sen} nt & 0 \\ \operatorname{sen} nt & \cos nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} - ny \\ \dot{y} + nx \\ \dot{z} \end{pmatrix} \quad \therefore \\
 \begin{pmatrix} \ddot{a} \\ \ddot{b} \\ \ddot{c} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos nt & -\operatorname{sen} nt & 0 \\ \operatorname{sen} nt & \cos nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} - 2n\dot{y} - n^2x \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} - n^2y \\ \ddot{z} \end{pmatrix}. \tag{3.63}
 \end{aligned}$$

En la matriz anterior el término  $n\dot{x}$  y  $n\dot{y}$  es llamado aceleración de Coriolis y  $n^2x$  y  $n^2y$  corresponde a la aceleración centrífuga. Si ahora sustituimos las posiciones a,b,c con sus respectivas aceleraciones en las ecuaciones (3.58) obtendremos un conjunto de aceleraciones que se podrán escribir como el gradiente escalar de la función U,

$$\begin{aligned}
 (\ddot{x} - 2n\dot{y} - n^2x)\cos nt - (\ddot{y} - 2n\dot{x} - n^2y)\operatorname{sen} nt &= \\
 \left[ \mu \frac{x_1 - x}{r_1^3 + \mu_2} \frac{x_2 - x}{r_2^3} \right] \cos nt + \left[ \frac{\mu_1}{r_1^3} + \mu_2 r_2^3 \right] y \operatorname{sen} nt, \tag{3.64}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\ddot{x} - 2n\dot{y} - n^2x)\operatorname{sen} nt - (\ddot{y} - 2n\dot{x} - n^2y)\cos nt &= \\
 \left[ \mu \frac{x_1 - x}{r_1^3 + \mu_2} \frac{x_2 - x}{r_2^3} \right] \operatorname{sen} nt + \left[ \frac{\mu_1}{r_1^3} + \mu_2 r_2^3 \right] y \cos nt, \tag{3.65}
 \end{aligned}$$

$$\ddot{z} = - \left[ \frac{\mu_1}{r_1^3} + \frac{\mu_2}{r_2^3} \right] z. \tag{3.66}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{x} - 2n\dot{y} &= \frac{\partial U}{\partial x}, \\
\ddot{y} - 2n\dot{x} &= \frac{\partial U}{\partial y}, \\
\ddot{z} &= \frac{\partial U}{\partial z}.
\end{aligned}
\tag{3.67}$$

donde  $U = U(x, y, z)$  está dado por:

$$U = \frac{n^2}{2}(x^2 + y^2) + \frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2}.
\tag{3.68}$$

En la última expresión el término  $x^2 + y^2$  es el potencial centrífugo y el término  $1/r_1$  y  $1/r_2$  es el potencial gravitacional. Con el desarrollo anterior obtuvimos las ecuaciones de movimiento para el problema de los tres cuerpos restringido tomando en cuenta que el desarrollo anterior se tomó con condiciones simples que permiten reducir y resolver el problema más fácilmente y es claro que con condiciones distintas las ecuaciones se vuelven más complicadas y es necesario recurrir a herramientas numéricas para resolver el problema.

### 3.3. Código de los Encuentros Estelares

El código de encuentros estelares (CEE) empleado para este trabajo Pichardo (2006), está construido en fortran, es 3D y usa un integrador Bulirsh-Stoer (que nos da un error relativo máximo antes del encuentro en las integrales de energía y de momento angular de  $10^{-13}$  y  $10^{-14}$  respectivamente, en simulaciones de un millón de años).

Este reproduce un disco frío de escombros (esto es, planetas, asteroides y cometas) en forma de un sistema de partículas de prueba las cuales se encuentran en un principio sometidas a una fuerza gravitacional proveniente de la estrella central. Este sistema se somete a la presencia de una fuerza más que perturba el sistema Sol-disco, proveniente de una estrella “pasajera”, convirtiéndose en un problema de tres cuerpos restringido, ya que el tercer cuerpo (disco de partículas de prueba) no ejerce una perturbación sobre los otros dos.

Se corren diferentes fases para cada órbita. La distribución radial de las órbitas va como  $a \propto n^{-\frac{3}{2}}$ , donde  $a$  es el semieje mayor de la órbita de la partícula, y  $n$  es el número de órbita. Las trayectorias estelares son hiperbólicas; con lo anterior se resuelven las ecuaciones de movimiento en el sistema de referencia de la estrella central. El código calcula las características orbitales principales, tales como la excentricidad, semiejes mayores y menores, pericentros, apocentros e inclinaciones orbitales de las partículas prueba después de la interacción con la estrella pasajera dejando toda la información dinámica de la perturbación.

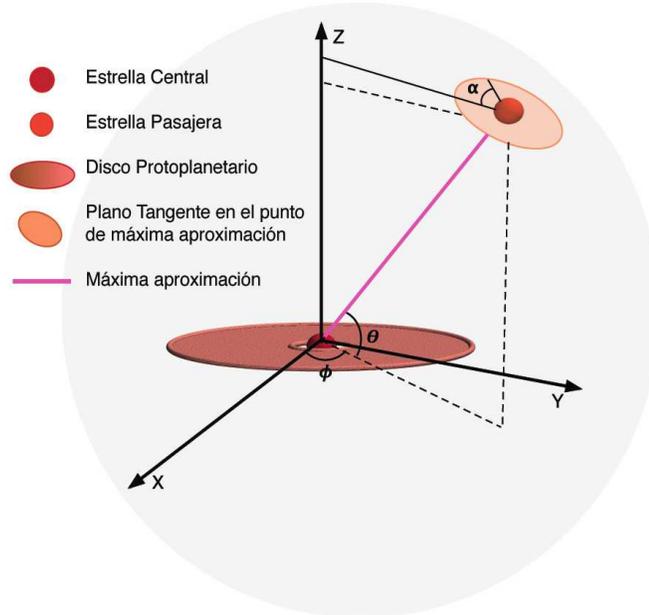


FIGURA 3.2: Geometría de los encuentros estelares. El ángulo acimutal con respecto al disco  $\phi$  está en el intervalo de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , el ángulo polar  $\theta$  con respecto al disco, se encuentra en el intervalo de  $-90^\circ$  a  $90^\circ$ , y el ángulo  $\alpha$  se encuentra entre el plano de la órbita de la estrella pasajera y el eje de simetría del disco planetario, este toma valores de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  (Jiménez-Torres et al. 2011).

La geometría de los encuentros estelares se presenta esquemáticamente en la figura 3.2. Los parámetros dinámicos involucrados durante un encuentro estelar (discutidos a detalle en la siguiente subsección) son la distancia de máximo acercamiento de la estrella perturbadora con la estrella central del sistema planetario, la velocidad y masa de la estrella pasajera, así como la dirección de entrada de la estrella perturbadora (prógrada o retrógrada). Para estos encuentros hemos considerado tres ángulos: El ángulo acimutal con respecto al disco, que hemos llamado  $\phi$  y está en el intervalo de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , el ángulo polar  $\theta$  con respecto al disco, que se encuentra en el intervalo de  $-90^\circ$  a  $90^\circ$ , y el ángulo  $\alpha$  que es el ángulo entre el plano de la órbita de la estrella pasajera y el eje de simetría del disco planetario que esta en el intervalo de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  (Jiménez-Torres et al. 2011).

Es importante resaltar, que el problema planteado en este trabajo sugiere una solución completamente numérica, debido a que las herramientas analíticas no logran proporcionar una solución completa o exacta.

La aproximación de impulso nos proporciona una solución a este problema sólo si consideramos que las velocidades de los cuerpos del disco planetario son mucho menores que las velocidades de las estrellas, caso que sólo ocurre en el cúmulo estelar del centro de la Galaxia. Para fines de este trabajo en el que estudiaremos estos encuentros en cúmulos abiertos y globulares las velocidades de los encuentros son alrededor de  $4\text{km/s}$  y los discos abarcan distancias  $\sim 70UA$ ; mientras que los cuerpos en un disco planetario tienen velocidades del orden de  $50\text{km/s}$  ( $\sim$  órbita de Mercurio) para regiones internas y  $\sim 3\text{ km/s}$  para regiones externas ( $\sim$  órbita de Saturno, Jiménez-Torres et al. 2011), por lo que esta aproximación deja de ser válida para ambientes como los cúmulos estelares.

Por otra parte si quisiéramos describir el problema como de 3 cuerpos restringido, sólo hay un caso que pudiera ser compatible, este es el circular pero dado que las órbitas de las estrellas son hiperbólicas es otra vez inválido. Es por esto que para dar solución a los encuentros estelares es necesario recurrir a un código numérico.

### 3.3.1. Parámetros

Para poder reproducir de manera más precisa los encuentros estelares por medio del código antes mencionado, es necesario, dar una serie de parámetros que se ajusten al ambiente en el que se trabajará. Para fines de este trabajo necesitamos las siguientes propiedades:

1.-**Masa de la estrella central:** dado que nuestro interés es en estrellas de muy baja masa, haremos simulaciones numéricas con un intervalo de masas de  $[0.013 - 0.075]M_{\odot}$  para las enanas cafés y un intervalo de  $[0.08 - 0.60]M_{\odot}$  para las enanas rojas.

2.-**Masa de la estrella perturbadora:** la masa de la estrella perturbadora depende de la masa promedio del cúmulo estelar que se estudia, es decir, si es abierto o globular.

3.-**Dispersión de velocidades:** la dispersión de velocidades típica en cúmulos estelares está entre 1-3km/s para cúmulos abiertos y entre 5-15km/s para cúmulos globulares.

4.- **Tiempo de interacción:** esto es el tiempo de interacción de la estrella pasajera con el sistema planetario que en el código esta fija en un lapso de 10000 años, suficiente para representar la interacción y darle tiempo para estabilizarse al sistema.

5.- **Disco:** el radio del disco planetario alrededor de la estrella central depende del tipo de estrella que se este analizando, por lo que para estrellas enanas cafés será más pequeño comparado con el disco de las estrellas enanas rojas.

6.- **Ángulos de interacción:** éstos definen la geometría del encuentro estelar. Por simplicidad tomaremos a el ángulo acimutal con respecto al disco como  $\phi=0$  (por simetría), al ángulo polar con respecto al disco como  $\theta=45$  y al ángulo entre el plano de la órbita de la estrella pasajera y el eje de simetría del disco planetario como  $\alpha=45$ .

7.-**Distancia de máxima aproximación:** este parámetro define la distancia a la cual será el encuentro entre la estrella pasajera y el sistema planetario (estrella central y disco de partículas). Se realizaron una serie de simulaciones con las siguientes distancias de máxima aproximación: 1000, 500, 300, 200 y 100 UA.



## Parte II

# Dinámica de Discos Planetarios en Estrellas de Muy Baja Masa en Cúmulos Estelares



# Capítulo 4

## Simulaciones en Cúmulos Abiertos

Los encuentros estelares distantes generalmente no perturban a las órbitas compactas y circulares de los sistemas planetarios, sin embargo, los encuentros estelares cercanos pueden perturbar de manera considerable la estructura dinámica de los sistemas planetarios produciendo órbitas muy excéntricas, lo cual provocaría que planetas con estas características serían más propensos a ser separados de sus estrellas centrales, dando origen a planetas errantes en cúmulos estelares jóvenes.

En este capítulo se muestran los resultados de las simulaciones realizadas con el código de los encuentros estelares para estrellas de muy baja masa (enanas cafés y rojas) en cúmulos abiertos. Para este propósito utilizamos una serie de parámetros que se describen a continuación:

1. **Masa de la estrella central:** para estrellas enanas cafés el intervalo de masa es  $[0.013 - 0.075]M_{\odot}$ , para estas simulaciones tomaremos el límite superior, es decir,  $0.075M_{\odot}$ , ésto dado que son más abundantes en cúmulos estelares. Para el caso de enanas rojas, el intervalo de masa es  $[0.08 - 0.6]M_{\odot}$ , por otro lado se sabe que la masa promedio de estrellas en cúmulos abiertos es de  $0.5M_{\odot}$  (Mints et al. 2007), que corresponden a enanas rojas por lo que tomaremos esta masa para las simulaciones.
2. **Masa de la estrella perturbadora:** dado que las estrellas más abundantes en cúmulos abiertos son enanas rojas con una masa promedio de  $0.5M_{\odot}$ , tomaremos esta masa para los encuentros con enanas cafés y rojas.

3. **Dispersión de Velocidades:** la dispersión de velocidad típica de los cúmulos abiertos está entre 1-3km/s. Para estas simulaciones tomamos 3 km/s, velocidad típica en estos ambientes (Mints et al. 2007).
4. **Tiempo de interacción:** se calcula la interacción de la estrella perturbadora con el disco planetario hasta un lapso máximo 10,000años, centrando a 5000 años el instante de interacción.
5. **Disco:** dado que las estrellas enanas son poco masivas, sus discos planetarios tienen radios pequeños  $\sim 20-80$  UA (Bate et al. 2003). Para las estrellas enanas cafés se tomó un intervalo del disco [0.1 - 60] UA, mientras que para las enanas rojas se trabajó con [0.5 - 70] UA. Para estas simulaciones el disco estuvo conformado por 2500 partículas prueba.
6. **Ángulos de interacción:** se tomaron  $\phi=0$ ,  $\theta=45$  y  $\alpha=45$  por la simetría del encuentro.
7. **Distancia de máxima aproximación:** Se realizaron experimentos para: 1000, 500, 300, 200 y 100 UA.

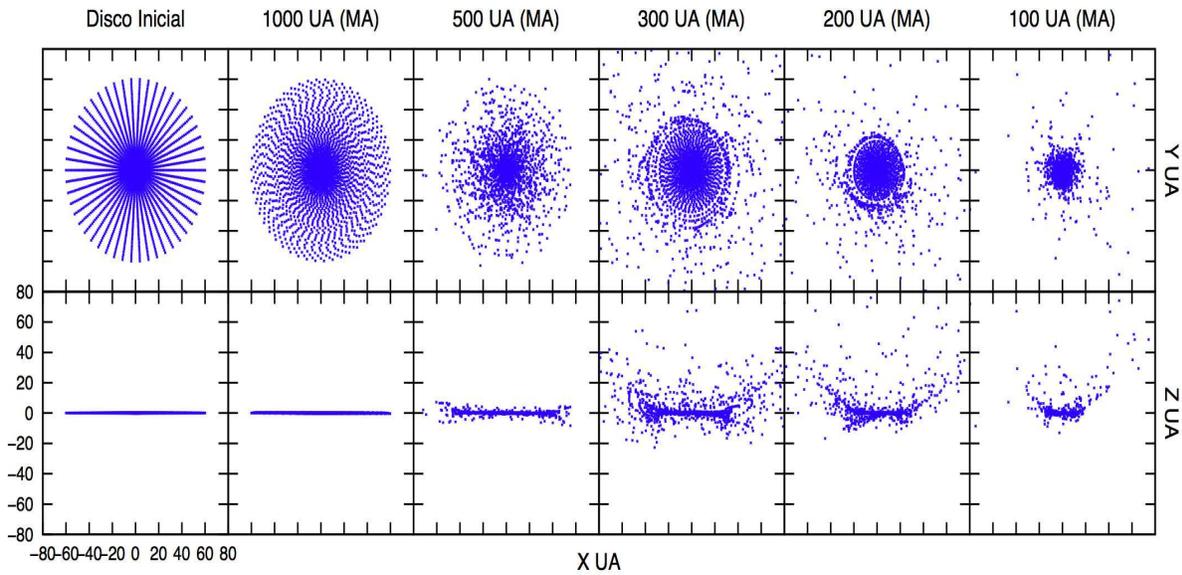
En este trabajo se tomaron los parámetros dinámicos de los cúmulos con valores promedio, lo cual implica que las simulaciones cambiaran su resultado si se usan valores reales proveniente de las observaciones para un cúmulo en específico.

## 4.1. Dinámica de Discos Planetarios en Enanas Cafés en Cúmulos Abiertos

Para las simulaciones con enanas cafés se utilizó la masa de la estrella central de  $0.075M_{\odot}$  la cual corresponde a una estrella enana café, el disco planetario se tomó de 0.1 a 60 UA, esto debido a que la estrella central posee muy poca masa provocando con esto que las dimensiones del disco se reduzcan, los demás parámetros se dejaron tal y como se describen al comienzo de este capítulo.

Utilizando la ecuación 2.2, se puede hacer un calculo aproximado para la tasa de encuentros estelares para un encuentro entre una enana café y una enana roja, considerando los parámetros mencionados en el capítulo 2, sección 2.2, para  $r_{min}=1000$  UA obtenemos una tasa de  $1.08 \times 10^7$  años lo que nos dice que la estrella tendría 0.09 encuentros por mega año. Para un  $r_{min}=500$  UA se tendrían una tasa de  $2.17 \times 10^7$  años, es decir, 0.04 encuentros por mega año y  $\sim 4$  encuentros en toda la vida del cúmulo. Para un encuentro a 300 UA la tasa de encuentros estelares sería de 0.02 encuentros por mega año lo que nos lleva a  $\sim 2.7$  encuentros a lo largo de la vida del cúmulo. Para un  $r_{min}=200$  UA obtenemos una tasa de 0.01 estrellas por mega año y un total de encuentros de  $\sim 1.8$ . Finalmente a 100 UA la tasa de encuentros es muy baja por mega año, siendo de solo  $9.2 \times 10^{-3}$  encuentros por mega año y  $\sim 0.9$  encuentro a lo largo de la vida del cúmulo. Cabe destacar que estos cálculos son aproximados ya que para un valor más concreto se deben utilizar los valores específicos del cúmulo que se desea analizar.

En la Fig. 4.1 podemos observar qué tan drástico puede ser el cambio en un sistema planetario cuando éste interacciona con estrellas de la vecindad estelar. Dejándonos ver qué tan vulnerables pueden ser los discos planetarios al tener encuentros a distancias muy cercanas con estrellas de masa similar a la del sistema planetario en cuestión. Las partículas más afectadas en estas interacciones son las de la periferia del disco las cuales a partir de encuentros a 300 UA salen expulsadas de su sistema planetario obteniendo órbitas con excentricidades muy altas y grandes inclinaciones en el mejor de los casos.



Orbitas antes y después del encuentro

FIGURA 4.1: Disco planetario antes (columna 1) y después (columnas 2-5) de la interacción con la estrella pasajera para una distancia de máxima aproximación (MA), esto es,  $r_p = 1000, 500, 300, 200$  y  $100$  UA.

Para un parámetro de  $1000$  UA, podemos ver en las figuras 4.1 y 4.2 que la perturbación de la estrella pasajera es despreciable, ya que no hay un cambio en las excentricidades o inclinaciones de las partículas prueba dejando al disco planetario sin cambios.

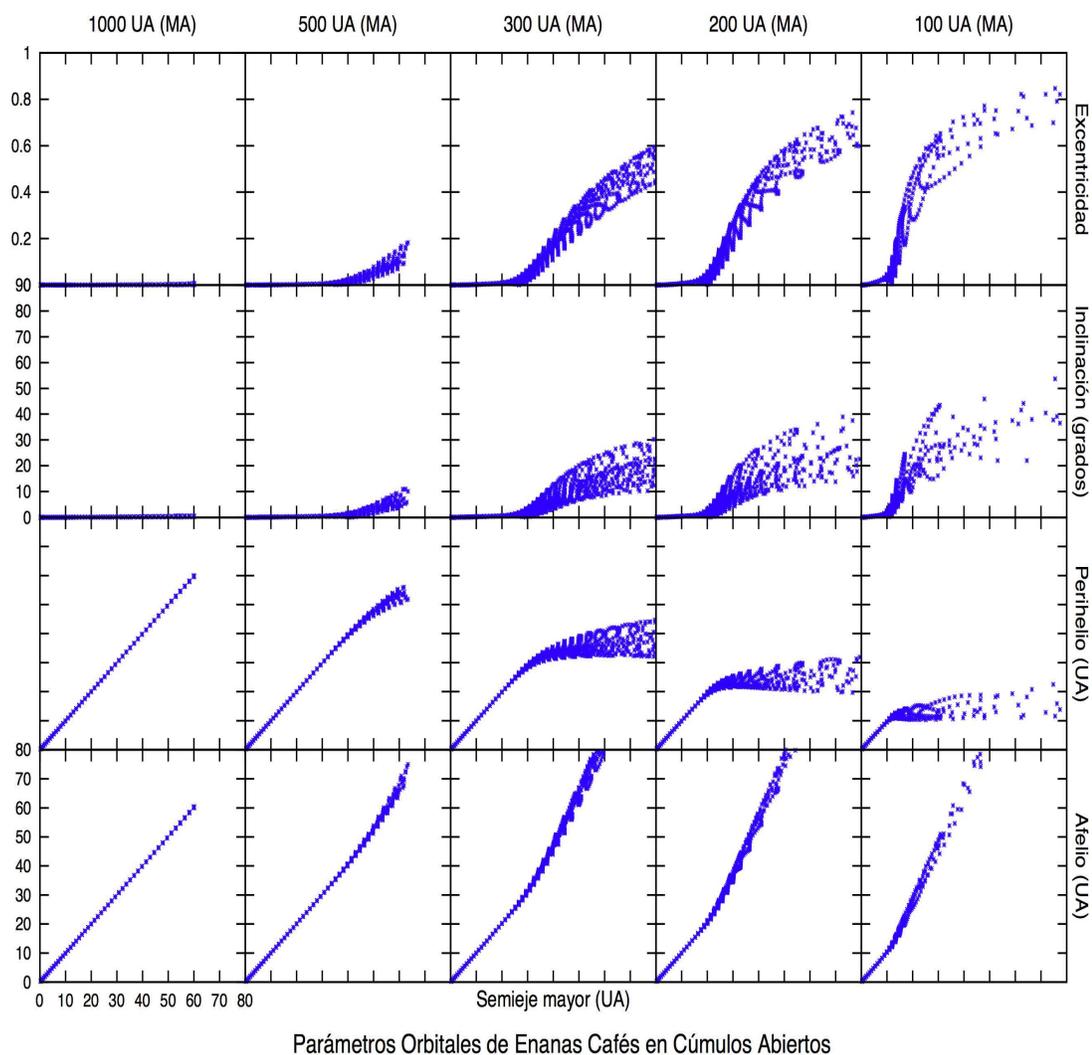


FIGURA 4.2: Parámetros orbitales resultantes después de la interacción. Las columnas nos muestran las distancias de máxima aproximación (MA), esto es,  $r_p = 1000, 500, 300, 200,$  y  $100$  UA. Mientras que los renglones nos muestran los resultados para la excentricidad, inclinación, perihelio y afelio de las partículas después de la perturbación.

Cuando la estrella pasajera interactúa con el disco planetario a  $500$  UA, se puede ver que existe una pequeña perturbación a las partículas del disco, especialmente las que se encuentran entre  $50$  y  $60$  UA ya que alcanzan excentricidades de hasta  $0.2$ . Pero la perturbación sigue siendo prácticamente despreciable.

La perturbación de una estrella de masa de  $0.5M_{\odot}$  que pasa a 300 UA del disco de una estrella de  $0.075M_{\odot}$ , afecta a las partículas que se encuentran en el intervalo de 30-60 UA, obteniendo excentricidades de hasta 0.7 e inclinaciones de 35 grados, como se puede apreciar en las figuras 4.1 y 4.2. Por otro lado las partículas que se encontraban en la periferia del disco son eyectadas a más de 100 UA, lo cual nos dice que si una estrella enana roja perturba el disco de una enana café a 300 UA las partículas en la periferia podrían formar un cinturón de Kuiper para dicho sistema mientras que las partículas que se encuentren en el intervalo de 0.1 a 25 UA, no sufren cambio en los parámetros orbitales.

Los resultados obtenidos para 300 UA, muestran que a esa distancia hay una perturbación considerable en el disco planetario, por lo que para parámetros más pequeños la perturbación se vuelve considerable. Para una distancia de máximo acercamiento de 200 UA, podemos observar en las gráficas anteriores que las partículas sufren cambios severos en sus parámetros orbitales llegando a tener excentricidades de alrededor de 0.8, similares o incluso mayores que las de los objetos tipo Sedna del Cinturón de Kuiper. Esta perturbación eyecta partículas fuera del sistema con inclinaciones cerca de los 50 grados y apoastros mayores a 100 UA.

Las condiciones iniciales para este disco planetario van de 0.1 a 60 UA. Por las características de esta interacción, se espera que la perturbación por una estrella pasajera con una masa mucho mayor que la de la estrella central, cause resultados catastróficos en el disco planetario. Lo que se observa en las figuras anteriores es que, efectivamente, la perturbación es tan grande que muchas partículas se pierden, o son eyectadas fuera del disco planetario a distancias mucho mayores de 100 UA; otras tantas alcanzan excentricidades cerca de 1 e inclinaciones de casi 60 grados. Sin embargo, en un radio de hasta 10 UA, las partículas no sufren cambios significativos en su órbita y se mantienen relativamente estables, lo que resulta interesante dado que las regiones donde se localizan los exoplanetas encontrados actualmente, no van mas allá de 5 UA, ésto significa que aún con una interacción a 100 UA en enanas café inmersas en cúmulos abiertos, éstas podrían albergar un disco planetario que pudiera dar origen a planetas estables.

## 4.2. Dinámica de Discos Planetarios en Enanas Rojas en Cúmulos Abiertos

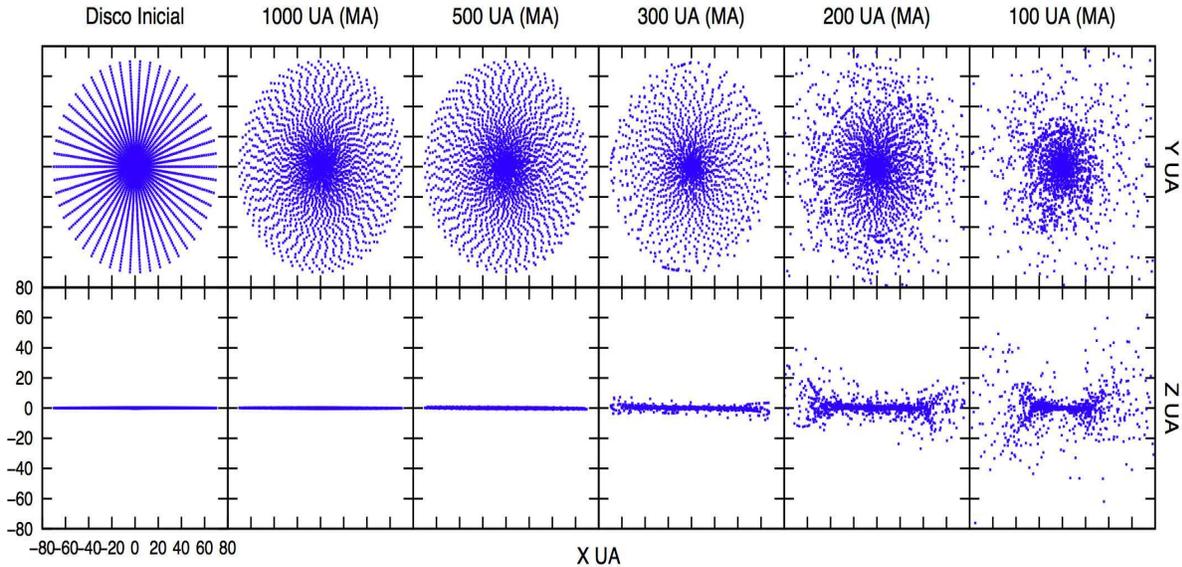
Para las simulaciones con enanas rojas en cúmulos abiertos se cambiaron algunos de los parámetros que utilizamos para las anteriores simulaciones, como el tamaño del disco, que para este caso se tomo de 0.5 a 70 AU y la masa de la estrella central, la cual corresponde a una enana roja ( $0.5M_{\odot}$ ).

Valiendonos de la ecuación 2.2, un calculo aproximado para la tasa de encuentros estelares para un encuentro de enanas rojas con  $r_{min}=1000$  UA y considerando los parámetros mencionados en el capítulo 2, sección 2.2, obtenemos una tasa de  $6.25 \times 10^6$  años lo que nos dice que la estrella tendría 0.1 encuentros por mega año. Para un  $r_{min}=500$  UA se tendrían una tasa de  $1.25 \times 10^7$  años, es decir, 0.08 encuentros por mega año y  $\sim 8$  encuentros en toda la vida del cúmulo. Para un encuentro a 300 UA la tasa de encuentros estelares sería de 0.04 encuentros por mega año lo que no lleva a  $\sim 4$  encuentros a lo largo de la vida del cúmulo. Para un  $r_{min}=200$  UA obtenemos una tasa de 0.03 estrellas por mega año y un total de encuentros de  $\sim 3$ . Finalmente para 100 UA la tasa de encuentros es muy baja por mega año siendo de solo 0.01 encuentros por mega año y  $\sim 1$  encuentro a lo largo de la vida del cúmulo. Cabe destacar que estos cálculos son aproximados ya que para un valor más concreto se deben utilizar los valores específicos del cúmulo que se desea analizar.

En la Fig. 4.3 se muestran las orbitas de las partículas prueba del sistema planetario, comenzando en la columna uno con el disco inicial de partículas, es decir, sin perturbación, mientras que de la columna dos a la cinco se muestra el disco perturbado a cinco distancias de máxima aproximación mencionadas anteriormente, pudiendo también observar la proyección el disco en el plano X contra Y y X contra Z. En la Fig. 4.3 se muestra el cambio de los parámetros orbitales como resultado de las interacciones con una enana roja para distintos acercamientos.

Se puede apreciar en la Fig. 4.3 que la perturbación al disco de enanas rojas (ER) con estrellas de igual o menor masa, no afecta mucho la dinámica de sus partículas puesto que los cambios en éstas comienzan a partir de interacciones a 200 UA como máximo acercamiento; que a diferencia de las enanas cafés comienzan entre 500 y 300

UA. Lo que nos dice que las ER tiene mayor resistencia ante perturbaciones de este tipo.



Orbitas antes y después del encuentro para Enanas Rojas en Cúmulos Abiertos

FIGURA 4.3: Disco planetario antes (columna 1) y después de la interacción con la estrella pasajera (columnas 2-5) para una distancia de máxima aproximación (MA), esto es,  $r_p = 1000, 500, 300, 200$  y  $100$  UA.

Los parámetros orbitales (excentricidad, inclinación, pericentro y apocentro) no sufren grandes cambios hasta una aproximación de  $200$  UA donde las partículas alcanzan altas inclinaciones y excentricidades. Pero aun con estos cambios a este parámetro de interacción la mayor parte del sistema permanece sin grandes cambios en sus órbitas (de  $0.5$  a  $40$  UA) y no es sino hasta una interacción máxima de  $100$  UA que la mayor parte de las partículas prueba tienen modificaciones significativas en sus órbitas..

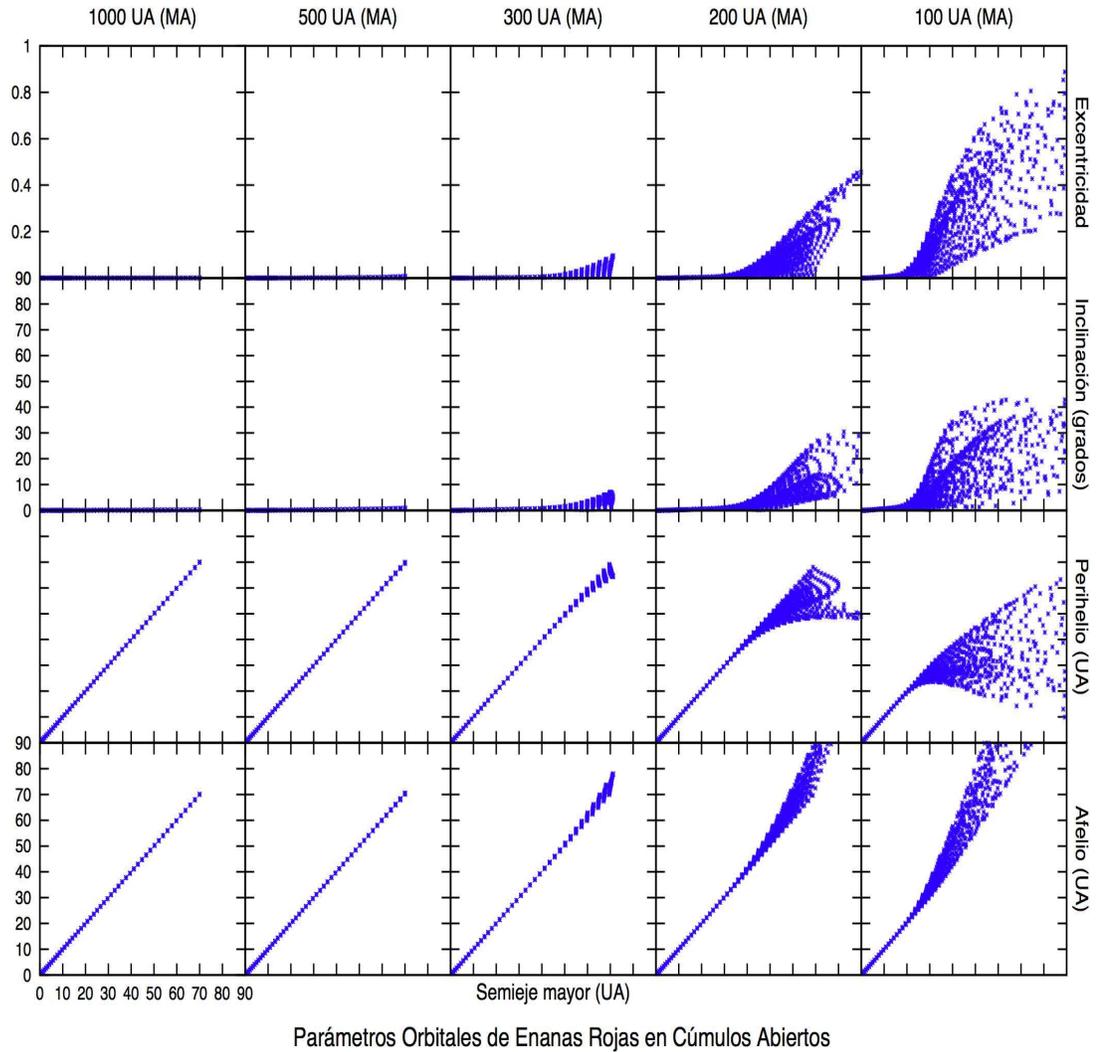


FIGURA 4.4: Parámetros orbitales resultantes después de la interacción. Las columnas nos muestran las distancias de máxima aproximación (MA) con  $r_p = 1000, 500, 300, 200,$  y  $100$  UA. Mientras que los renglones nos muestran los resultados para la excentricidad, inclinación, perihelio y afelio de las partículas después de la perturbación.

Para una interacción entre enanas rojas de masas iguales ( $0.5M_{\odot}$ ) a  $1000$  UA la perturbación sobre el disco es nula. Las partículas prueban prácticamente no sufrir cambios en los parámetros orbitales.

De las figuras 4.3 y 4.4 se puede ver que los resultados son muy similares para 500 UA y 1000 UA, esto es, el sistema planetario resiste la interacción con una estrella pasajera a 500 UA sin afectar los parámetros orbitales de sus partículas.

Para una distancia de máximo acercamiento de 300 UA, las figuras anteriores muestran que el efecto de la estrella pasajera sigue siendo despreciable. Claramente la interacción a esta distancia afecta sólo ligeramente a las partículas que se encuentran entre 65 y 70 UA. Este es un resultado interesante dado que, si a una distancia de 300 UA no existe una perturbación significativa sobre el sistema planetario, esto implica que en general para este tipo de estrellas en cúmulos abiertos la interacción gravitacional entre estrellas vecinas no es determinante en la dinámica y evolución del disco de planetesimales al momento de la formación de planetas puesto que en un cúmulo abierto las estrellas se encuentran muy distantes entre sí y la tasa de encuentros estelares a lo largo de la vida del cúmulo es pequeña para distancias menores de 300 UA ( $\sim 1 - 4$ ).

Cuando la estrella pasajera se aproxima a 200 UA del disco planetario comienza haber un cambio significativo en los parámetros orbitales. En particular, las partículas que están en el borde del disco llegan a alcanzar excentricidades de hasta 0.5, inclinaciones de 40 grados y son eyectadas hasta 100 UA. Entre 0.5 y 20 UA, las partículas no sufren cambio alguno.

Como vimos en las simulaciones anteriores, para interacciones gravitacionales entre enanas rojas, los efectos comienzan a ser considerables a partir de 200 UA y llegan a ser severos a 100 UA, donde las partículas alcanzan excentricidades de casi 1 e inclinaciones de hasta 50 grados para las partículas del borde del disco. Este efecto se extiende desde 20 UA hasta el final del disco a 100 UA, distancia a la cual muchas partículas son incluso eyectadas fuera del sistema.

El efecto de interacciones gravitacionales entre enanas rojas en cúmulos abiertos puede entonces considerarse ligero, esto, debido a que las estrellas están muy distantes entre sí ya que la tasa de encuentros a distancias muy cercanas es aproximadamente de 3 encuentros a lo largo de la vida del cúmulo. Estos ambientes Galácticos permitirían, en principio, la evolución de discos planetarios.

### 4.3. Discusión de Resultados

En las simulaciones anteriores pudimos ver el efecto causado en los discos planetarios por enanas rojas debido a interacciones gravitacionales con las estrellas más abundantes en los cúmulos abiertos las enanas cafés y rojas. Este efecto sólo causó resultados considerables a aproximaciones de la estrella pasajera muy cercanas.

Para enanas cafés un resultado significativo en la dinámica de sus partículas sólo se vería reflejado a interacciones del orden de 300 UA, que haciendo un calculo aproximado con valores promedio del cúmulo obtendríamos alrededor de 2 encuentros a lo largo de la vida del cúmulo; esto es razonable ya que las densidades son muy bajas y la distancia de las estrellas en su periferia muy distante. En el caso de las enanas rojas el resultado es similar pero al tener más masa y distintas propiedades estelares que las enanas cafés, su resistencia a estas interacciones es mayor, teniendo cambios en sus parámetros orbitales a partir de 200 UA distancia a la cual se obtendrían alrededor de 3 encuentros a lo largo de la vida del cúmulo.

Estos resultados nos proporcionan información muy valiosa para el estudio de la astrobiología y la evolución estelar, puesto que la mayor parte de planetas encontrados en otras estrellas proviene de estrellas de muy baja masa y ambientes como los cúmulos abiertos que tienen propiedades similares al ambiente solar. Con lo que el desarrollo de sistemas planetarios en estos lugares favorece a estas estrellas.



# Capítulo 5

## Simulaciones en Cúmulos Globulares

El descubrimiento de planetas alrededor del pulsar PSR 1257+12 sugirió que los sistemas planetarios pueden ser detectados alrededor de pulsares encontrados en cúmulos globulares. Los periodos de vida de estos sistemas se ven afectados por las perturbaciones ocasionadas por los pasajes estelares, estos tiempos de vida son comparables o inferiores a los tiempos de vida de los pulsares. A pesar de que los cúmulos globulares poseen baja metalicidad se han encontrado sistemas planetarios alrededor de pulsares (Beer et al. 2004) y la formación de planetas en estos ambientes se debe principalmente a la interacción gravitacional con una estrella pasajera.

En este capítulo mostraremos los resultados de las simulaciones realizadas con el código de los encuentros estelares para estrellas de muy baja masa (enanas rojas y cafés) en cúmulos globulares. Para ello hemos considerado los siguientes parámetros:

1. **Masa de la estrella central:** Para estrellas enanas cafés el intervalo de masas es  $[0.013 - 0.075]M_{\odot}$ , para estas simulaciones tomaremos el límite superior, es decir,  $0.075M_{\odot}$ , esto porque son más abundantes en cúmulos estelares. Para el caso de enanas rojas el intervalo de masas es  $[0.08 - 0.6]M_{\odot}$ . Dada la abundancia de enanas rojas en la galaxia, se conoce que la masa típica de estas estrellas es  $0.5M_{\odot}$  (Mints et al. 2007) por lo que tomaremos esta masa para las simulaciones.
2. **Masa de la estrella perturbadora:** Se trabajó con una masa de  $0.5M_{\odot}$  para los encuentros con enanas cafés y rojas.

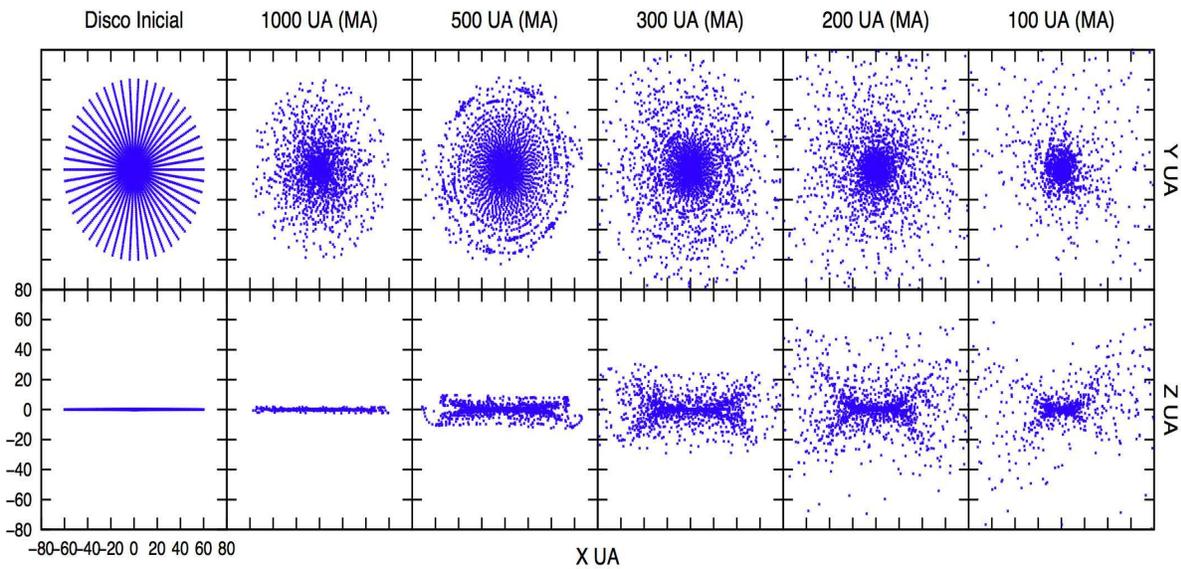
3. **Dispersión de velocidades:** La velocidad de dispersión típica en los cúmulos globulares oscila entre 5 - 10km/s. Para estas simulaciones tomamos 8km/s ya que esta velocidad es más común en estos ambientes (Mints et al. 2007).
4. **Tiempo de interacción:** El código está estructurado para que la interacción de la estrella perturbadora con el disco planetario sea en un lapso de 10,000años.
5. **Disco:** Dado que las estrellas enanas poseen poca masa, sus discos planetarios tienen radios pequeños  $\sim 20 - 80$  UA dependiendo la masa (Bate et al. 2003). Para las estrellas enanas cafés se tomó un intervalo del disco [0.1 - 60] UA, mientras que para las enanas rojas se trabajó con [0.5 - 70] UA. El disco estuvo formado por 2500 partículas prueba.
6. **Ángulos de interacción:** Se tomó  $\phi = 0$ ,  $\theta = 45$  y  $\alpha = 45$ .
7. **Distancia de máxima aproximación:** Se realizaron experimentos para: 1000, 500, 300, 200 y 100 UA.

## 5.1. Dinámica de Discos Planetarios en Enanas Cafés en Cúmulos Globulares

Para estas simulaciones se utilizaron prácticamente los mismos parámetros que para las simulaciones de enanas cafés en cúmulos abiertos, con la diferencia de que en este caso, la dispersión de velocidades es mucho mayor para ambientes como los cúmulos globulares ( $\sim 8km/s$ ), lo que genera cambios significativos en las simulaciones.

Utilizando la ecuación 2.2 y los parámetros mencionados en la sección 2.2, se puede hacer un cálculo aproximado para la tasa de encuentros estelares para un encuentro de enanas cafés, para  $r_{min}=1000$  UA obtenemos una tasa de  $1.1 \times 10^6$  años lo que nos dice que la estrella tendría 0.9 encuentros por mega año. Para un  $r_{min}=500$  UA se tendrían una tasa de  $2.3 \times 10^6$  años, es decir, 0.4 encuentros por mega año y  $\sim 418$  encuentros en toda la vida del cúmulo. Para un encuentro a 300 UA la tasa de encuentros estelares sería de  $3.9 \times 10^6$  encuentros por mega año lo que no lleva a  $\sim 250$  encuentros a lo largo de la vida del cúmulo. Para un  $r_{min}=200$  UA obtenemos una tasa de  $5.9 \times 10^6$  encuentros por mega año y un total de encuentros de  $\sim 160$  para lo largo de la vida del cúmulo. Finalmente a 100 UA la tasa de encuentros es muy baja por mega año siendo de solo  $1.19 \times 10^7$  encuentros por mega año y  $\sim 84$  encuentros a lo largo de la vida del cúmulo. Cabe destacar que estos cálculos son aproximados ya que para un valor más concreto se deben utilizar los valores específicos del cúmulo que se desea analizar. A diferencia de los cúmulos abiertos, la tasa de encuentros incrementa debido a que la densidad y el número de estrellas también lo hace.

Las figuras 5.1 y 5.2 representadas por mosaicos, muestran la dinámica de las partículas prueba para enanas cafés en cúmulos globulares después de la interacción con una estrella enana roja de  $0.5M_{\odot}$ , dejándonos ver el cambio en sus excentricidades, inclinaciones, perihelios, afelios y órbitas. Los cúmulos globulares son ambientes donde la densidad estelar es muy alta. A pesar de esto podemos observar que una pequeña estrella de una masa aproximada de  $0.075M_{\odot}$ , puede evolucionar su disco planetario interior aún teniendo interacciones con estrellas vecinas a 100 UA, lo que provocaría un cambio fuerte en su evolución, aunque no determinante.



Orbitas antes y después del encuentro para Enanas Cafés en Cúmulos Globulares

FIGURA 5.1: Disco planetario antes (columna 1) y después (columnas 2-5) de la interacción con la estrella pasajera para una distancia de máxima aproximación (MA) de 1000, 500, 300, 200 y 100 UA.

Para una distancia de máximo acercamiento de 1000 UA, la perturbación al sistema planetario es casi nula. Sólo las partículas que se encuentran en el borde del disco sufren una pequeña alteración en sus parámetros orbitales, dejando intacto a todo el sistema planetario. A esta distancia sólo existiría un cambio significativo para las partículas que durante la formación del sistema planetario migraran o se formaran más allá de 100 UA, las cuales no consideramos para esta simulación pues suponemos un disco inicial de 70 UA.

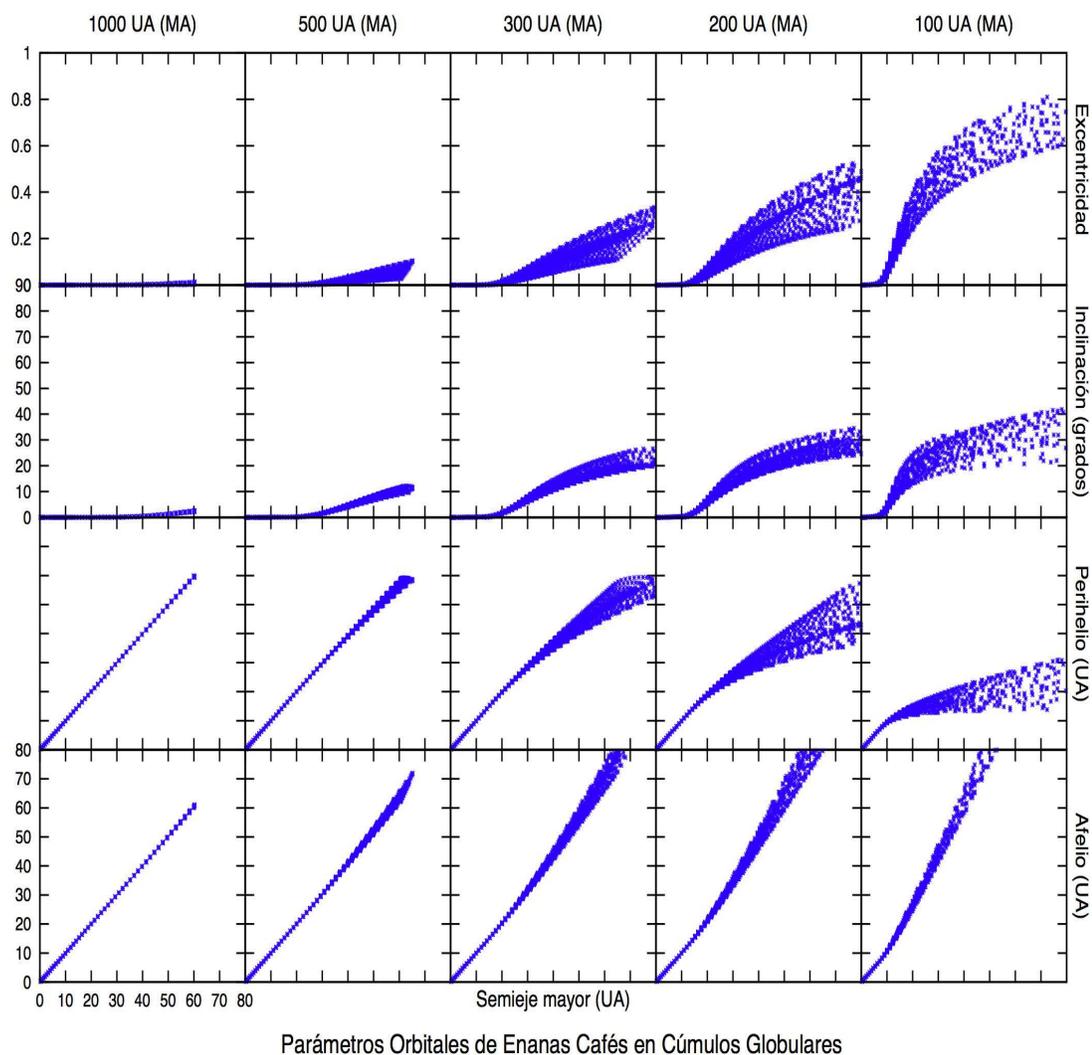


FIGURA 5.2: Parámetros orbitales resultantes después de la interacción. Las columnas nos muestran las distancias de máxima aproximación (MA) de 1000, 500, 300, 200, y 100 UA. Mientras que los renglones nos muestran los resultados para la excentricidad, inclinación, perihelio y afelio de las partículas después de la perturbación.

A partir de una interacción a 500 UA, el disco comienza a calentarse dinámicamente, es decir, las partículas que componen el disco comienzan a tener cambios en sus órbitas ensanchando radial y perpendicular al plano el disco inicial. Los resultados arrojados por esta simulación, nos muestran que la perturbación causa efectos a las partículas

en conjunto, pero a diferencia del caso de los cúmulos abiertos, las partículas no salen eyectadas con tanta violencia. En este caso particular las partículas entre 40 y 60 UA sufren aproximadamente los mismos cambios orbitales obteniendo hasta 20 grados en inclinación y cerca de 0.2 en excentricidad.

Cuando la estrella pasajera pasa a 300 UA del sistema planetario, ésta causa un efecto considerable en el sistema. Las partículas salen eyectadas a grandes distancias del disco, cerca de las 100 UA siendo casi 40 UA más que el límite original del disco y obteniendo excentricidades de hasta 0.4 e inclinaciones de 30 grados. Esta interacción provocaría que la evolución del sistema planetario en cuestión tuviera fuertes cambios, dependiendo del estado de evolución del este sistema (considerando en todos los casos la ausencia de gas en el disco) las partículas de la periferia podrían dar lugar a la formación de cuerpos cometarios.

Como se puede apreciar en el panel correspondiente a la columna cinco (200 UA) en la Fig. 5.1, esta interacción es muy violenta, el disco dispersa las partículas en todas direcciones enviándolas más allá de 100 UA, lo cual provoca una lluvia de cuerpos cometarios hacia las partículas del disco interior y la formación de cinturones de núcleos cometarios y la población hacia el exterior de nubes dispersas de cometas (tipo cinturón de Kuiper disperso o incluso, nube de Oort interna), en ciertas regiones del sistema planetario. Los parámetros orbitales de las partículas prueba cambiarían a partir de 15 UA, modificándose todas las partículas a partir de esta distancia.

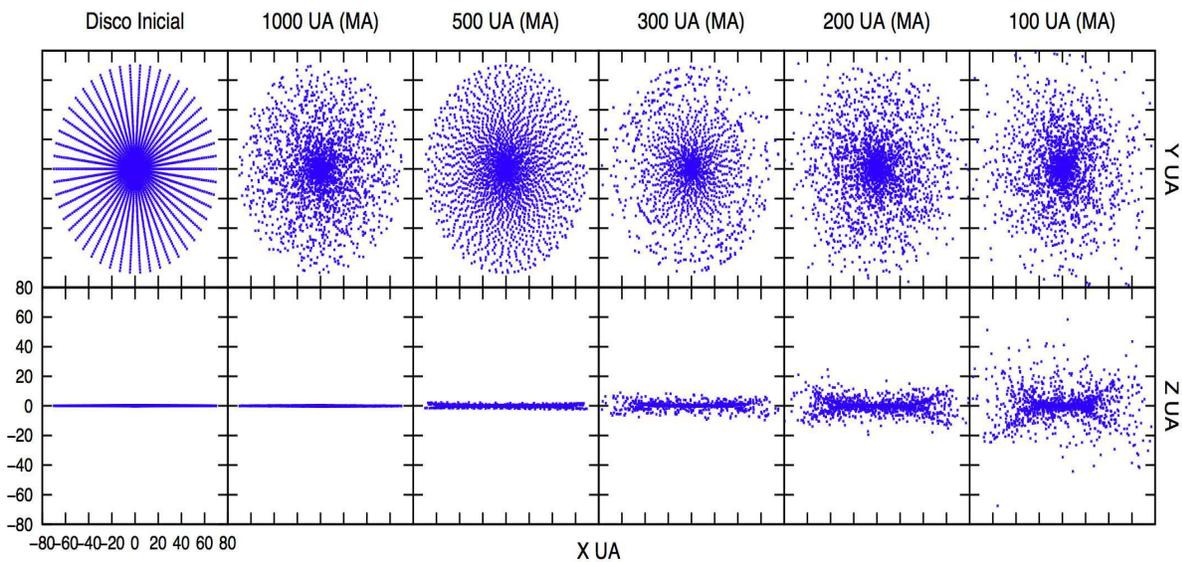
Para una interacción a 100 UA la mayor parte de las partículas es expulsada por la interacción, pero las partículas que se encuentran entre las primeras 10 UA del disco permanecen sin cambios significativos en las órbitas, lo que significaría que muchos de los planetas encontrados hoy en día resistirían a interacciones violentas en ambientes tan densos como los cúmulos globulares, siempre puntualizando que estas simulaciones proveen resultados con parámetros promedio, es decir, se consideró la masa de la estrella perturbadora como el promedio de las más abundantes en dichos ambientes, así como la dispersión de velocidades de la estrella pasajera con el mismo criterio.

Es claro que existen muchas posibilidades de encuentros estelares en estos ambientes, pero estas simulaciones nos dan una buena aproximación a la dinámica de los discos planetarios en estrellas de muy baja masa bajo un encuentro con estrellas de casi el doble de su tamaño.

## 5.2. Dinámica de Discos Planetarios en Enanas Rojas en Cúmulos Globulares

Valiendonos de la ecuación 2.2, un calculo aproximado para la tasa de encuentros estelares para un encuentro de enanas rojas con  $r_{min}=1000$  UA y considerando los parámetros mencionados en el capítulo 2, sección 2.2, obtenemos una tasa de 688918 años lo que nos dice que la estrella tendría 1.45 encuentros por mega año. Para un  $r_{min}=500$  UA se tendrían una tasa de  $1.3 \times 10^6$  años, es decir, 0.7 encuentros por mega año y  $\sim 769$  encuentros en toda la vida del cúmulo. Para un encuentro a 300 UA la tasa de encuentros estelares sería de 0.43 encuentros por mega año lo que no lleva a  $\sim 436$  encuentros a lo largo de la vida del cúmulo. Para un  $r_{min}=200$  UA obtenemos una tasa de 0.29 encuentros por mega año y un total de encuentros de  $\sim 294$  en la vida del cúmulo. Finalmente para 100 UA la tasa de encuentros por mega año es 0.14 y  $\sim 147$  encuentro a lo largo de la vida del cúmulo. Cabe destacar que estos cálculos son aproximados ya que para un valor más concreto se deben utilizar los valores específicos del cúmulo que se desea analizar.

En la Fig. 5.3 podemos ver cuál es el resultado de la interacción entre dos enanas rojas con una dispersión de velocidades de 8km/s. El disco planetario regido por la estrella central, tiene gran resistencia a estas interacciones, dado que las partículas comienzan a tener cambios importantes en las órbitas a partir de 200 UA.



Orbitas antes y después del encuentro para Enanas Rojas en Cúmulos Abiertos

FIGURA 5.3: Disco planetario antes (columna 1) y después (columnas 2-5) de la interacción con la estrella pasajera para una distancia de máxima aproximación (MA) de 1000, 500, 300, 200 y 100 UA.

Estas interacciones causarían efectos considerables en las órbitas de los objetos del disco planetario si se dieran hacia el centro del cúmulo donde la densidad de estrellas, dispersión de velocidades y tasa de encuentros es mayor, lo que aumentaría la probabilidad de encuentros cercanos en más de una ocasión.

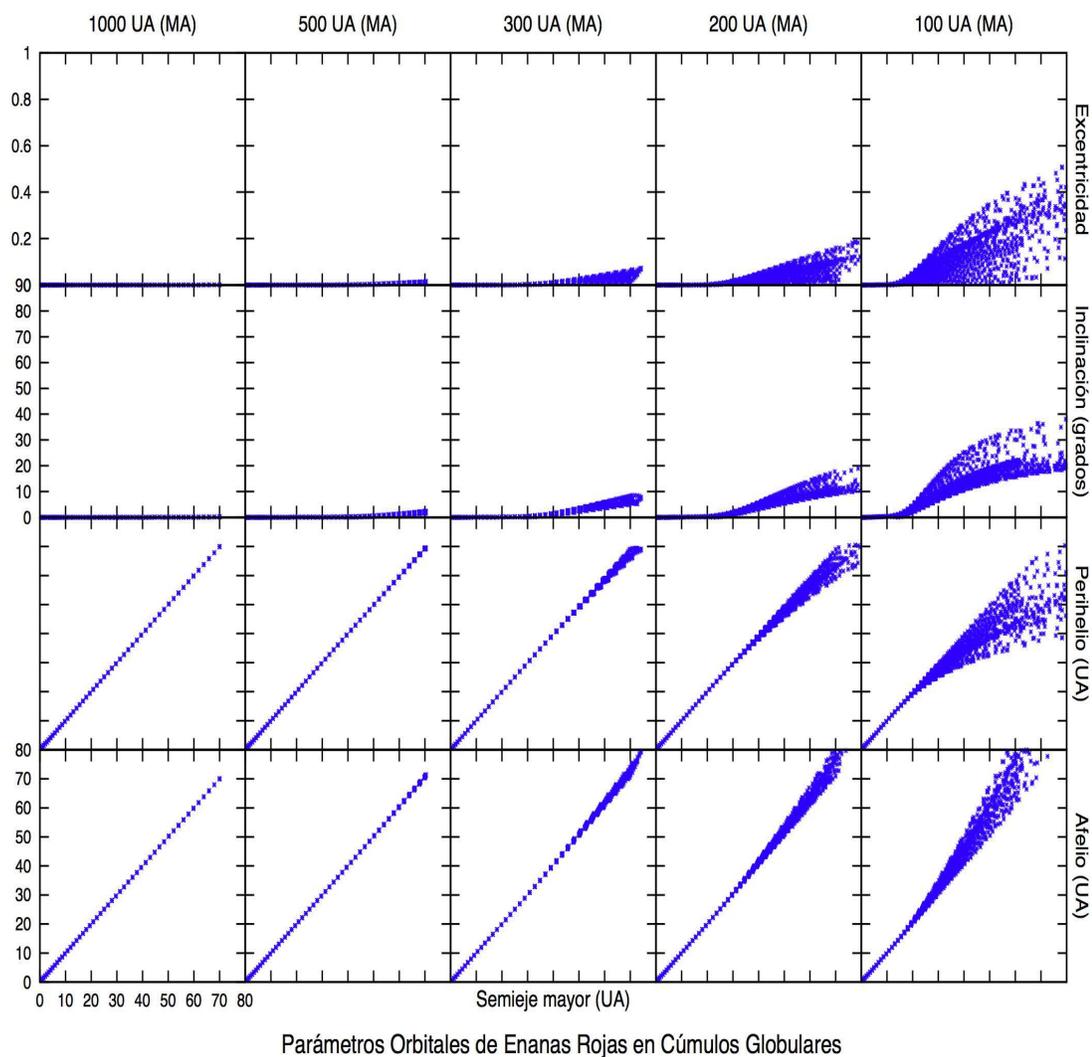


FIGURA 5.4: Parámetros orbitales resultantes después de la interacción. Las columnas nos muestran las distancias de máxima aproximación (MA) de 1000, 500, 300, 200, y 100 UA. Mientras que los renglones nos muestran los resultados para la excentricidad, inclinación, perihelio y afelio de las partículas después de la perturbación.

Una estrella enana roja pasajera de masa similar a la estrella central no causaría efecto alguno si pasara a una distancia de 1000 UA. El efecto en el disco planetario es nulo y las partículas que lo componen no sufren cambio alguno en su órbita. Interacciones como estas sólo afectarían a partículas o cuerpos cometarios que se encontraran

a distancias similares a la de la interacción y posiblemente provocaría un incremento en meteoritos hacia el disco interior.

El efecto de la interacción continúa siendo despreciable a distancias de aproximación de 500 UA. Si extrapolamos esto a nuestro sistema solar, cualquier interacción a esa distancia causaría cambios en el cinturón de Kuiper disperso provocando un incremento en la lluvia de cuerpos cometarios en todas direcciones del sistema solar. Sin embargo para estas condiciones el efecto es mínimo y las partículas de la periferia (que en principio son las más afectadas) no sufren alteraciones significativas en las órbitas.

Como se muestra en la Fig. 5.3 en el panel correspondiente a 300 UA, comienza a existir un calentamiento del disco que aunque es muy pequeño marca una diferencia con los resultados obtenidos para este tipo de estrellas en cúmulos abiertos, donde para la misma distancia de interacción el efecto es casi nulo. Sin embargo en los cúmulos globulares donde la dispersión de velocidades y la densidad es mayor, las partículas en la periferia llegan a alcanzar inclinaciones de hasta 10 grados.

Se esperaría que si a 200 UA pasara una estrella enana roja, el sistema planetario en cuestión sufriría considerables cambios en los parámetros orbitales, pero las simulaciones nos muestran que si bien es cierto que existe perturbación, ésta es mínima comparado con el resultado de las simulaciones realizadas para este trabajo. Las partículas más afectadas obtienen inclinaciones de hasta 20 grados.

A partir de 100 UA (aproximadamente la periferia del cinturón de Kuiper en nuestro sistema solar) el disco planetario sufre cambios drásticos en sus elementos orbitales. En este caso se llegan a obtener valores como muchos de los planetas menores del sistema solar; llegando a alcanzar excentricidades de hasta 0.6 y eyectando a las partículas más allá de 100 UA. Contribuyendo a la población de la nube de Oort o cinturón de Kuiper para el sistema planetario, dependiendo del estado de evolución del disco al momento de la interacción.

### 5.3. Discusión de Resultados

Los cúmulos globulares son ambientes con una densidad estelar muy alta y la mayor parte de sus estrellas son viejas (sección 2.2.2). En estos ambientes la probabilidad de interacciones gravitacionales crece de afuera hacia dentro, lo cual provocaría que sistemas planetarios que se encuentran en la región central del cúmulo trunquen su evolución debido a las constantes interacciones con estrellas miembros del cúmulo. Por otro lado algunos cúmulos globulares son ambientes que poseen características estelares en algunas regiones, similares al ambiente solar, como las metalicidades entre otras.

Se han encontrado numerosos planetas extrasolares en estos ambientes, lo cual nos sugiere que en ciertas regiones del cúmulo las interacciones gravitacionales afectan poco a sus estrellas. En estas simulaciones encontramos que para una estrella enana café sólo a partir de 300 UA como distancia de máximo acercamiento, una enana roja causaría efectos interesantes en la dinámica de las partículas de la periferia afectando a casi la mitad del disco en radio. Esto implica que a partir de estas distancias se modificará la dinámica del disco pero no se truncaría la evolución.

Por otro lado las enanas rojas al tener mayor masa e interactuar con estrellas similares, aumentan la resistencia, esto es, sólo a partir de 200 UA comienza a existir un cambio importante en sus parámetros orbitales. Las enanas rojas hoy en día son objeto de estudio de muchas ramas en la astrofísica y recientemente en astrobiología, dado que son estrellas que permanecen mucho tiempo en la secuencia principal debido a su poca masa entre otras propiedades y son las más abundantes en la vecindad solar y otros ambientes de la Galaxia (Heath et al. 1999). Los resultados obtenidos en este trabajo nos revelan que este tipo de estrellas pueden sobrevivir en ambientes tan densos como los cúmulos globulares y con esto dar origen a planetas, que dada la composición de estos ambientes podrían ser candidatos a planetas habitables.



## Capítulo 6

# Simulaciones en el Límite de la Aproximación de Impulso

Aunque la aproximación de impulso (AI), simple y computacionalmente accesible, podría parecer suficiente para describir los encuentros estelares, sucede ser inválida en casi todos las regiones Galácticas excepto tal vez en el cúmulo estelar del centro de la Galaxia (Jiménez-Torres 2011), donde las velocidades de las estrellas son muy superiores a la velocidad típica de rotación de los cuerpos en el sistema planetario, incluso a radios muy pequeños. En el resto de las regiones Galácticas las velocidades de los encuentros son menores a  $10\text{km/s}$ , mientras que las velocidades de los cuerpos en un disco planetario van desde  $50\text{ km/s}$  para la parte interna del disco (radio de Mercurio), hasta  $3\text{ km/s}$  a  $100\text{ UA}$  (región externa del cinturón de Kuiper). Es decir, la aproximación de impulso es aproximadamente válida para la región externa de los discos en el mejor de los casos. Para velocidades de la estrella pasajera menores que  $10\text{ km/s}$  (cúmulos estelares) esta aproximación se rompe básicamente en todo el disco de  $100\text{ UA}$ .

En la sección 3.1.2 describimos brevemente la aproximación de impulso, partiendo de las ecuaciones de movimiento de Newton, se obtiene una expresión para el cambio en el momento (ecuación 3.46) que sufre una partícula, inducido por otro cuerpo. En este capítulo describiremos a detalle esta aproximación, desarrollando este concepto aplicado a un sistema de partículas que forman un disco planetario sometido a un potencial estelar central, perturbado adicionalmente por una estrella pasajera. Para ello implementé un código numérico (Torres y Pichardo 2011), aplicando el concepto de

“tiempo de relajación” (Binney y Tremaine 2007). Este código resuelve los parámetros orbitales de un sistema de partículas de prueba que se ven afectadas por la interacción con una estrella pasajera, dejándonos ver el cambio de velocidad que sufren las partículas del disco después de la interacción. Con esto se analiza el cambio de las órbitas en su excentricidad, inclinación, perihelio y afelio.

Hacia el final del capítulo se muestran los resultados de las simulaciones hechas con el código mencionado. Con estos resultados podremos comparar las simulaciones tomando el límite de la aproximación de impulso y las simulaciones incluyendo el efecto de una estrella pasajera en órbita hiperbólica.

## 6.1. Límite de la Aproximación de Impulso

El tiempo de relajación se define como el tiempo que le toma a un sistema de partículas sufrir cambios en la velocidad del orden de la velocidad de las partículas  $\delta v \sim v$  (Binney y Tremaine 2007). Para llegar a la expresión que nos da el cambio de velocidad de este sistema, consideremos un Galaxia modelada por un conjunto de  $N$  estrellas o partículas idénticas de masa  $m$  enfocándonos en el movimiento de una estrella a través del sistema. Buscamos una estimación del orden de magnitud de la diferencia entre la verdadera velocidad de una estrella después de cruzar el sistema y la velocidad que habría tenido si en lugar de estrellas individuales, la masa de las otras estrellas estuviera distribuida en un potencial suavizado de la suma total de las partículas.

Supongamos que una estrella ( $M_H$ ) pasa a una distancia “ $b$ ” de otra ( $M_F$ ) como se muestra en la Fig. 6.1. Suponemos que  $\mathbf{F}_{\parallel} = 0$  entonces la estrella  $M_H$  mantiene una velocidad constante en la dirección paralela a la velocidad  $\vec{v}$ , esto nos dice que  $M_H$  sigue en línea recta aunque sufra un cambio de velocidad debido a una  $\mathbf{F}_{\perp}$  que la inducirá a acercarse a la estrella  $M_F$ , pero manteniendo su trayectoria en línea recta. El cambio de velocidad  $\delta\vec{v}$  por el cual la estrella pasajera es deflectada dependerá de las masas y velocidades de las estrellas así como del parámetro  $b$  (Binney y Tremaine 1987).

Al planteamiento antes mencionado se le conoce como aproximación de línea recta (Binney y Tremaine 1987) y funciona bien cuando las densidades son bajas provocando que las estrellas no sean deflectadas en hipérbolas muy cerradas.

Para nuestro propósito obtendremos una estimación de  $\delta\vec{v}$  para encuentros en los cuales  $\frac{|\delta\vec{v}|}{v} \ll 1$ . Para este desarrollo fijamos  $M_F$  durante el encuentro (válido para parámetros de impacto grandes, velocidades altas y masas bajas). En este caso podemos calcular la componente  $\delta v_{\perp}$  de  $\delta\vec{v}$  (donde  $\delta v_{\perp}$  es la componente de la velocidad para la fuerza  $\mathbf{F}_{\perp}$  que provoca la interacción con  $M_H$ ) que es  $\perp$  a  $\vec{v}$ , considerando que  $M_H$  pasa al perturbador ( $M_F$ ) siguiendo una trayectoria en línea recta. Para obtener  $\delta v_{\perp}$  integramos  $\mathbf{F}_{\perp}$  a lo largo de la trayectoria. Para ello ubiquemos el origen del tiempo en el instante de máxima aproximación de las dos estrellas (Fig. 6.1).

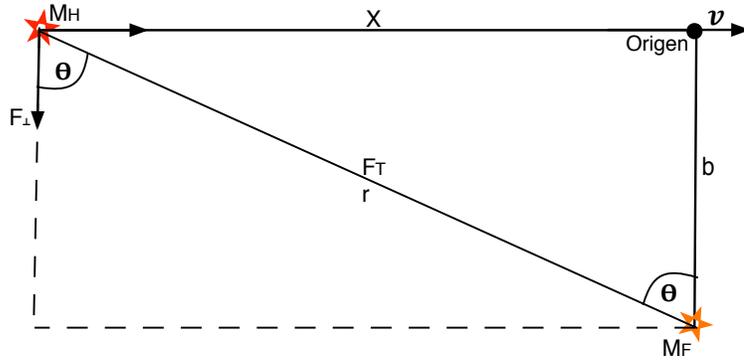


FIGURA 6.1: Geometría de la Aproximación de Impulso

La proyección de  $F_T \Rightarrow F_T = \frac{Gm^2}{r^2}$  si  $F_{\perp} = F_T \cos \theta$  (donde  $m$  es la masa de cada una de las  $N$  estrellas individuales) igualando las dos expresiones obtenemos:

$$\begin{aligned}
 F_{\perp} &= F_T \cos \theta = \frac{Gm^2}{r^2} \\
 &= \frac{Gm^2}{r^2} \cos \theta, \Rightarrow \\
 F_{\perp} &= \frac{Gm^2}{b^2 + x^2} \cos \theta \\
 &= \frac{Gm^2}{b^2 + x^2} \frac{b}{\sqrt{b^2 + x^2}} \\
 &= \frac{Gm^2 b}{(b^2 + x^2)^{3/2}}.
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

Dado que estamos suponiendo trayectorias rectas podemos considerar que  $x \approx vt$ , sustituyendo en la ecuación anterior tenemos,

$$\begin{aligned} F_{\perp} &= \frac{Gm^2b}{(b^2 + vt^2)^{3/2}}, \Rightarrow \\ &\approx \frac{Gm^2b}{b^3 [1 + (vt/b)^2]^{3/2}} \\ &\approx \frac{Gm^2}{b^2} [1 + (vt/b)^2]^{-3/2}. \end{aligned} \quad (6.2)$$

Considerando la segunda ley de Newton  $\vec{F}_{\perp} = m\dot{\vec{v}}_{\perp}$ , y sustituyendo en la ecuación (6.2) tenemos,

$$\begin{aligned} m\dot{\vec{v}}_{\perp} &\approx \frac{Gm^2}{b^2} [1 + (vt/b)^2]^{-3/2}, \\ \frac{dv_{\perp}}{dt} &= \frac{Gm}{b^2} [1 + (vt/b)^2]^{-3/2}, \end{aligned} \quad (6.3)$$

integrando ahora respecto al tiempo en el intervalo  $[-\infty, \infty]$ , y dado que a  $t=0$  es el momento de máxima aproximación de las estrellas,

$$\delta v_{\perp} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Gm}{b^2} [1 + (vt/b)^2]^{-3/2} dt, \quad (6.4)$$

para resolver esta integral hacemos un cambio de variable  $s = vt/b \Rightarrow ds = vdt/b \Rightarrow dt = bds/v$  por lo tanto,

$$\begin{aligned} \delta v_{\perp} &\approx \frac{Gm}{b} \int_{-\infty}^{\infty} (1 + (s)^2)^{-3/2} \frac{ds}{v} \\ &\approx \frac{Gm}{bv} \int_{-\infty}^{\infty} (1 + (s)^2)^{-3/2} ds \\ &\approx \frac{Gm}{bv} \left[ \frac{x}{|x|} \right]_{-\infty}^{\infty} \\ &\approx \frac{Gm}{bv} (1 - (-1)). \end{aligned} \quad (6.5)$$

Finalmente obtenemos la expresión para el cambio en la velocidad,

$$\delta v_{\perp} \approx \frac{2Gm}{bv}. \quad (6.6)$$

Físicamente la ecuación anterior dice que  $|\delta v_{\perp}|$  es aproximadamente igual a la fuerza en el punto de máxima aproximación  $\frac{Gm}{b^2}$ , veces la duración de esta fuerza,  $\frac{b}{v}$ , salvo por un factor de 2, esto es,

$$\begin{aligned} |\delta v_{\perp}| &\approx \frac{Gm}{b^2} \frac{b}{v} \Rightarrow \\ |\delta v_{\perp}| &\approx \frac{Gm}{bv}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

La ecuación anterior corresponde al impulso que una estrella pasajera (para fines del desarrollo anterior:  $M_F$ ) le imprime a la estrella de interés ( $M_H$ ) con parámetro de impacto  $b$ . Esta ecuación se utiliza cuando se requiere conocer el cambio de velocidad de la estrella central en el punto de máxima aproximación (para conocer el cambio a lo largo de la trayectoria se utiliza la ecuación 6.6).

Para el desarrollo anterior supusimos el encuentro entre dos estrellas dejando fija la estrella perturbadora y con movimiento en línea recta a la estrella central. Para este trabajo extrapolamos el resultado obtenido anteriormente para el cambio de velocidad y lo aplicamos a un sistema de partículas de prueba que forma el disco planetario de una estrella  $M_H$ , con esto podremos analizar el efecto que causa sobre el disco dicha estrella pasajera, sólo que ahora el cambio de velocidad lo veremos reflejado en cada partícula que compone el disco, proporcionándonos con ello la información orbital de estas partículas bajo una interacción en el límite de la aproximación de impulso.

## 6.2. Código de la Aproximación de Impulso

En la sección 3.1.2, se describe el código para encuentros estelares (CEE) hiperbólicos. Para los propósitos de este trabajo se implementó un nuevo código (Torres y Pichardo 2011) que simula encuentros estelares en el límite de la aproximación de impulso. Y se aplica a ambientes como la nube de Oort, el cinturón de Kuiper y el cúmulo

estelar del centro de la Galaxia donde las velocidades de las estrellas son del orden de las velocidades de las partículas en los discos (de planetas, asteroides, cometas).

La aplicación de la aproximación de impulso (CAI) facilita enormemente los cálculos. El CAI, tiene una estructura similar al CEE, es decir está construido en fortran, es 3D, y el integrador utilizado es el conocido como Bulirsh-Stoer.

Modela un disco de escombros (planetas, asteroides, cometas) en la forma de un sistema de partículas de prueba que se encuentran bajo la influencia de un potencial estelar que las mantiene unidas a la estrella central. Cada órbita de estas partículas prueba se corren en distintas fases llevando un muestreo orbital como  $a \propto n^{-3/2}$  (con  $a$  semieje mayor y  $n$  el número de órbita).

Para considerar el encuentro estelar se tomó entonces la aproximación de impulso descrita en la sección anterior (ecuación 6.7), la cual nos proporciona el cambio en la velocidad que sufren las partículas prueba del disco atadas a una estrella central al interactuar con una estrella pasajera, que para fines de este desarrollo permanece estática durante el encuentro (Fig. 6.1). En el CAI este cambio de velocidad tridimensional se le suma a la velocidad inicial de cada partícula que compone el disco, con la finalidad de analizar el impulso generado por la estrella pasajera al interactuar gravitacionalmente con la estrella central y las partículas que componen el disco. Este impulso se ve reflejado en el cambio de velocidad que experimentan dicho sistema después de la interacción.

El código resuelve las ecuaciones de movimiento en el sistema de referencia de la estrella central y calcula las características orbitales principales (excentricidad, perihelios, afelios e inclinaciones) de las partículas que conforman el disco. Con esto obtenemos la información dinámica suficiente para describir el encuentro estelar y analizar el efecto causado sobre el disco de partículas.

## 6.3. Simulaciones en el Límite de la Aproximación de Impulso

En esta sección se muestran las simulaciones realizadas para los discos planetarios en estrellas de muy baja masa (enanas café y rojas) bajo el régimen de la aproximación de impulso (AI). Como se ha mencionado a lo largo de este capítulo se implementó un código numérico basado en el límite de la AI. El objetivo de esta sección es analizar los resultados usando este método analítico para la solución de las ecuaciones de movimiento del sistema planetario, obteniendo los parámetros orbitales del sistema después de la interacción y con ello compararlos con los resultados de las simulaciones del código de los encuentros estelares que supone una trayectoria hiperbólica para la estrella pasajera y no en línea recta como en el caso del CAI.

Para estas simulaciones consideramos los siguientes parámetros:

1. **Masa de la estrella central:** para estrellas enanas café el intervalo de masa es  $[0.013 - 0.075]M_{\odot}$ , para estas simulaciones tomaremos el límite superior, es decir,  $0.075M_{\odot}$ , ésto dado que son mas abundantes en cúmulos estelares. Para el caso de enanas rojas, el intervalo de masa es  $[0.08 - 0.6]M_{\odot}$ , por otro lado se sabe que la masa promedio de estrellas en cúmulos abiertos es de  $0.5M_{\odot}$  (Mints et al. 2007), que corresponden a enanas rojas por lo que tomaremos esta masa para las simulaciones.
2. **Masa de la estrella perturbadora:** las estrellas más abundantes en cúmulos estelares son las enanas rojas, consideramos una masa promedio de  $0.5M_{\odot}$  para estas estrellas,.
3. **Disco:** como las estrellas enanas son poco masivas, sus discos planetarios tienen radios pequeños  $\sim 20-80$  UA dependiendo de la masa de ésta (Bate et al. 2002). Para las estrellas enanas café se tomó un intervalo del disco  $[0.1 - 60]$  UA, mientras que para las enanas rojas se trabajó con  $[0.5 - 70]$  UA.
4. **Distancia de máxima aproximación:** se realizaron experimentos para: 1000, 500, 300, 200 y 100 UA.

La interacción gravitacional entre dos objetos, es un tema muy estudiado y del cual se tienen soluciones analíticas. Al extrapolar este problema para describir encuentros estelares parecería suficiente describirlo por desarrollos como la aproximación de impulso que simplifican el problema arrojando resultados muy precisos y que en muchos casos funciona correctamente; sin embargo este tipo de desarrollos dejan de ser válidos cuando el sistema que se describe es más complejo, por lo que se tiene que recurrir a herramientas numéricas para la solución de estos problemas.

En las siguientes subsecciones se muestran los resultados de las simulaciones realizadas con el método de la aproximación de impulso, para el cual ignoramos los efectos de los cúmulos estelares (abiertos y globulares) puesto que en estos ambientes esta aproximación deja de ser válida ya que las velocidades de los encuentros son menores a 10km/s mientras que las velocidades de los cuerpos en un disco planetario van desde 50km/s para la parte interna del disco y hasta 3km/s para la región externa a unos 100 UA de la estrella central en cuestión.

Para estas simulaciones nos enfocamos al análisis de la interacción gravitacional entre estrellas de muy baja masa (enanas café y rojas) tal y como definimos para las simulaciones del CEE, pero en este caso se supondrá la interacción de la estrella pasajera en línea recta y sin efectos del cúmulo estelar. Con esto nos podremos dar una idea de la diferencia de simular interacciones gravitacionales entre estrellas suponiendo órbitas hiperbólicas y demás propiedades del ambiente donde se da el encuentro y realizando la interacción gravitacional con el perturbador en línea recta.

La ecuación 6.7 nos proporciona el cambio de velocidad que siente la estrella central debido a la estrella pasajera. Ahora se requiere el efecto causado en el sistema planetario (estrella central y partículas del disco) por lo que se necesita agregar un término adicional a la ecuación 6.7, correspondiente a un efecto de marea. Este efecto depende de la distancia de las partículas al centro de la estrella central y la distancia de máximo acercamiento entre la estrella pasajera y el sistema planetario. Dado que las partículas giran alrededor de la estrella central en órbitas circulares, se necesita integrar todo el sistema de tal manera que podamos describir a la partícula cuando se encuentra en distintas etapas del disco, para ello consideramos el siguiente desarrollo:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{b + a \operatorname{sen}\theta} d\theta, \\
 = & \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{1}{b + a \operatorname{sen}\theta} + \frac{1}{b - a \operatorname{sen}\theta} d\theta, \\
 = & \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{2b}{b^2 + a^2 \operatorname{sen}^2\theta} d\theta, \\
 = & \frac{1}{\pi b} \int_0^\pi \left( 1 + \frac{a^2 \operatorname{sen}^2\theta}{b^2} \right) d\theta, \\
 \approx & \frac{1}{\pi b} \left( \pi + \frac{\pi a^2}{2b^2} \right), \\
 = & \frac{1}{b} \left( 1 + \frac{a^2}{2b^2} \right). \tag{6.8}
 \end{aligned}$$

Con lo que finalmente obtenemos que el  $\delta v_\perp$  toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 \delta v_\perp &= \frac{Gm}{bv} \frac{1}{b} \left( 1 + \frac{a^2}{2b^2} \right), \\
 \delta v_\perp &= \frac{Gma^2}{2b^3v}. \tag{6.9}
 \end{aligned}$$

Donde  $a$  es la distancia de las partículas al centro del sistema y  $b$  la distancia de máximo acercamiento de la estrella pasajera hacia el sistema planetario. La ecuación anterior nos describe el impulso originado por la estrella pasajera sobre el sistema planetario en cuestión (estrella central y partículas del disco) y obtenemos la dependencia en la distancia al cubo del perturbador, asegurando con esto, que esta presente la fuerza de marea durante el encuentro.

### 6.3.1. Simulaciones de Discos Planetarios en Enanas Cafés

Dado que el límite de la aproximación de impulso deja de ser válido en ambientes como los cúmulos abiertos y globulares para las simulaciones realizadas con el CAI, se trabajo con una masa de la estrella central de  $0.075M_\odot$ ,  $0.5M_\odot$  para la estrella pasajera y el disco planetario se tomo de 0.1 a 60 UA.

En la Fig. 6.2 se muestra el resultado de las simulaciones para la interacción gravitacional entre una enana café de  $0.075M_\odot$  y una enana roja de  $0.5M_\odot$ . Esta interacción se ve reflejada en el cambio de velocidad que sufre la estrella central y las partículas

que conforman al disco planetario (ecuación 6.9) mostrando con esto el cambio en los elementos orbitales (excentricidad, inclinación, perihelio y afelio) de las partículas del disco.

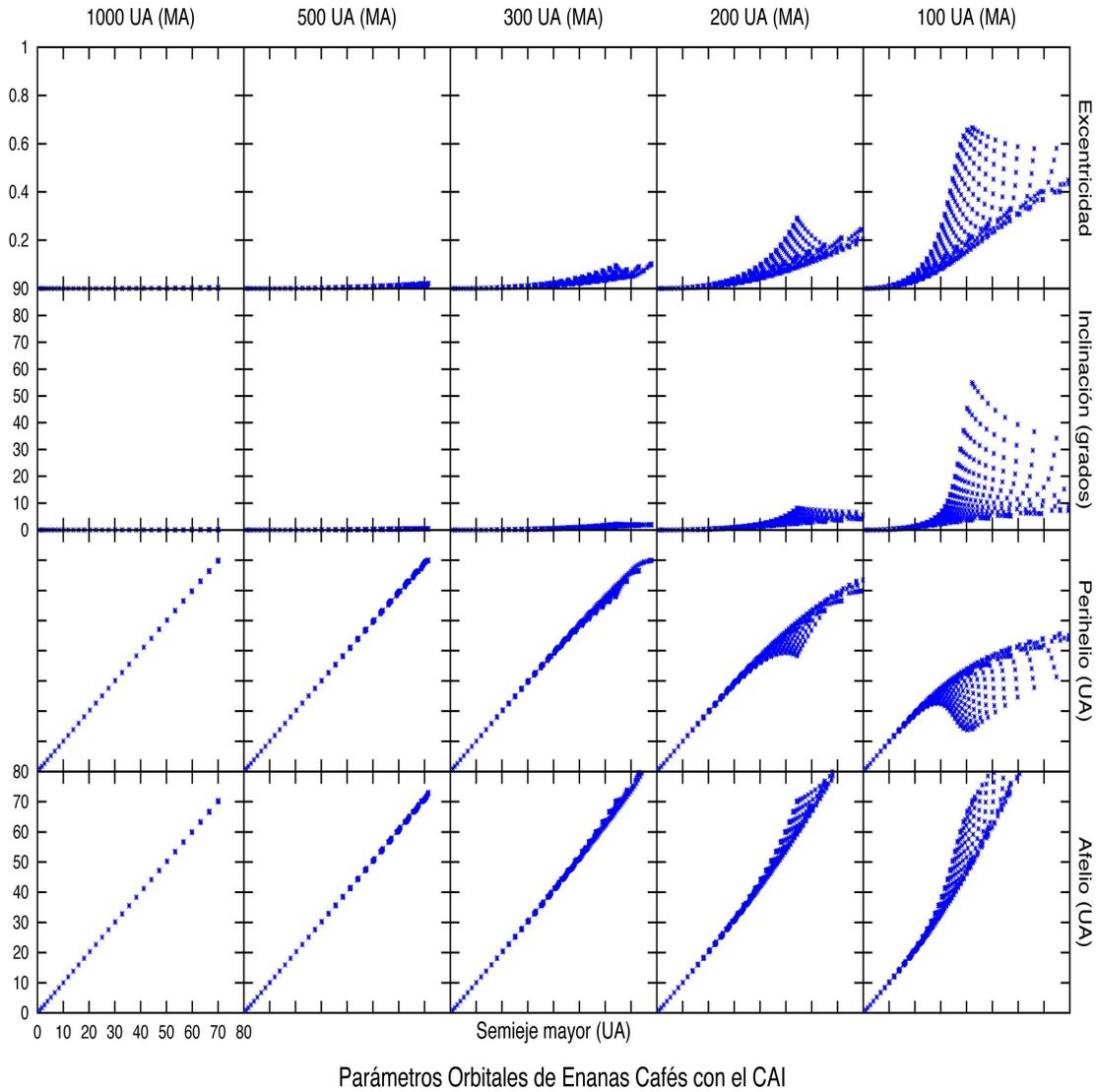


FIGURA 6.2: Parámetros orbitales resultantes de las simulaciones realizadas con el código de la aproximación de impulso (CAI) después de la interacción. Las columna nos muestran las distancias de máxima aproximación (MA), esto es,  $r_p = 1000, 500, 300, 200,$  y  $100$  UA. Mientras que los renglones nos muestran los resultados para la excentricidad, inclinación, perihelio y afelio de las partículas después de la perturbación.

Para una interacción a 1000 y 500 UA el sistema no sufre cambio alguno en sus elementos orbitales. En comparación con el CEE ambos códigos muestran que a 1000 UA el efecto gravitacional inducido por la estrella pasajera es despreciable ya que sus elementos orbitales (figuras 4.2, 5.2 y 6.2) permanecen sin modificaciones. En el caso de la interacción a 500 UA el resultado en ambos códigos difiere, puesto que en el CAI el comportamiento del disco es similar para distancias de 1000 UA no siendo así en el CEE que aunque el efecto es mínimo, las partículas en el disco alcanzan excentricidades de hasta 0.2 en cúmulos abiertos (Fig. 4.2) y hasta 0.1 en cúmulos globulares (Fig. 5.2).

En las simulaciones realizadas por el CEE (figuras 4.2 y 5.2) para las enanas café muestran que a partir de 300 UA los cambios son considerables en todos sus elementos orbitales, lo cual no sucede en el caso del CAI, que aunque las partículas cambian sus elementos orbitales alcanzando excentricidades de hasta 0.1 es mínimo el efecto comparado con los resultados mostrados por el CEE. Es importante resaltar que para ambos códigos las simulaciones nos muestran que a partir de una distancia de máximo acercamiento de 300 UA el sistema comienza a sufrir cambios en sus excentricidades, inclinaciones, perihelios y afelios.

Para una aproximación de 200 UA podemos observar que el sistema comienza a ser perturbado en su periferia, donde las partículas más externas alcanzan excentricidades de  $\sim 0.4$  e inclinaciones de  $\sim 10$  grados. Esto no ocurre en el CEE ya que a una aproximación de 200 UA el sistema es muy perturbado por la estrella pasajera alcanzando inclinaciones de 40 grados y excentricidades de hasta 0.8 para cúmulos abiertos (Fig. 4.2) y alrededor de 30 grados en inclinación y 0.5 en excentricidad para cúmulos globulares (Fig. 5.2). Sin embargo la aproximación de impulso nos proporciona una buena idea del comportamiento de las partículas a interacciones cercanas.

Finalmente para 100 UA el efecto de la estrella pasajera es muy fuerte y las partículas en el disco alcanzan hasta 0.7 en excentricidad y hasta 60 grados en inclinación. Para este parámetro se obtuvieron resultados similares para ambos códigos, ya que para el CEE se obtuvieron excentricidades de hasta 0.8 e inclinaciones de hasta 40 grados. En ambos códigos las partículas son eyectadas más allá de 100 UA.

Para el caso de la interacción entre una estrella pasajera enana roja de masa  $0.5M_{\odot}$  con una central enana café de masa  $0.075M_{\odot}$  el código de la aproximación de impulso

muestra resultados similares con el código de los encuentros estelares, puesto que para distancias grandes (1000 y 500 UA) ambos códigos muestran una tendencia similar al no existir perturbación importante en el disco. Para distancias de máxima aproximación pequeñas (300, 200 y 100 UA), el resultado de las simulaciones muestran diferencias para distancias de 300 y 200 UA, siendo menor el efecto en el disco para las simulaciones con el CAI y mayor para las simulaciones con el CEE. En general las simulaciones con el código de la aproximación de impulso nos proporciona una buena aproximación de la evolución del sistema planetario ya que los resultados nos muestran ciertas consistencias con el CEE considerando que en el CAI existen diversos factores característico del ambiente, como la geometría del encuentro, la velocidad dispersión de los cúmulos estelares, etc., que no son tomados en cuenta por el CAI.

### 6.3.2. Simulaciones de Discos Planetarios en Enanas Rojas

De igual manera que en las subsección anterior, para las simulaciones realizadas por el CAI, no se consideraron aspectos del ambiente donde se da la interacción, dado que la aproximación de impulso limita este hecho para casi todos los ambientes de la Galaxia. Para esta subsección, se cambio la masa de la estrella pasajera a  $0.5M_{\odot}$  típica de una enana roja y por tanto el tamaño del disco de modifíco al intervalo de 0.5 - 70 UA.

En estas simulaciones se consideró la interacción gravitacional entre dos enanas rojas de igual masa bajo el límite de la aproximación de impulso (figura 6.1 y ecuación 6.9). En las simulaciones realizadas con CEE, pudimos observar que este tipo de estrellas tiene discos más estables ante interacciones con estrellas de su misma masa en los cúmulos; los cambios significativos en las órbitas de las partículas se mostraban a partir de distancias de máximo acercamiento de 200 UA. Lo que nos sugeriría que este tipo de estrellas con estos parámetros de interacción podrían desarrollar un disco planetario en ese ambiente.

Para el caso en que los parámetros del cúmulo no son válidos y la trayectoria de la estrella pasajera es en línea recta, se pensaría que los resultados cambiarían drásticamente, sin embargo podemos ver en la Fig. 6.3 que siguen una tendencia similar a las simulaciones del CEE (figuras 4.4 y 5.4). Lo que nos sugiere que el CAI nos muestra una buena aproximación de los efectos que sufre el sistema planetario ante perturbaciones

de una estrella pasajera de igual masa.

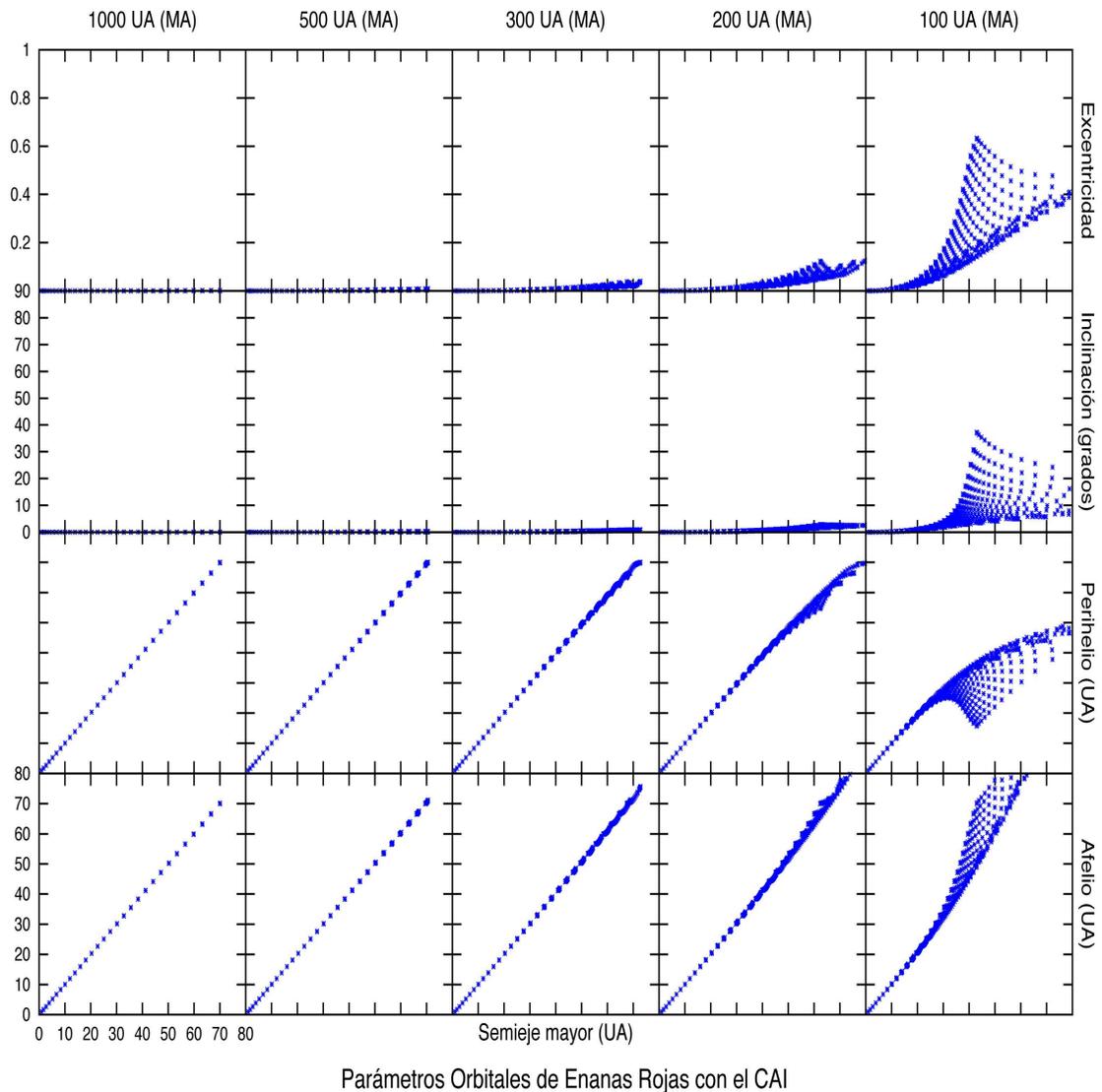


FIGURA 6.3: Parámetros orbitales resultantes de las simulaciones realizadas con el código de la aproximación de impulso (CAI) después de la interacción. Las columnas nos muestran las distancias de máxima aproximación (MA), esto es,  $r_p = 1000, 500, 300, 200,$  y  $100$  UA. Mientras que los renglones nos muestran los resultados para la excentricidad, inclinación, perihelio y afelio de las partículas después de la perturbación.

Para un acercamiento de 1000 y 500 UA, el sistema planetario no sufre ninguna modificación en sus parámetros orbitales, efecto que también podemos observar con el CEE (figuras 4.4 y 5.4). Por lo que a distancias grandes ambos códigos se comportan de manera similar.

El efecto de la perturbación comienza a notarse a partir de 300 UA, donde se comienza a percibir un pequeño calentamiento dinámico en la periferia del disco (Fig. 6.3), tal y como se observa en los resultados del CEE (figuras 4.4 y 5.4).

En las simulaciones realizadas con el CEE para enanas rojas, a una distancia de máxima aproximación de 200 UA los parámetros orbitales comenzaban a modificarse considerablemente; a esta distancia se alcanzaban excentricidades de 0.2 para cúmulos globulares y hasta 0.4 para cúmulos abiertos. Para el CAI, se alcanzan excentricidades alrededor de 0.2, como en el caso de las simulaciones con el CEE en cúmulos globulares, sin embargo estos resultados difieren en los otros elementos orbitales (inclinación, perihelio y afelio) ya que con el CAI el efecto es despreciable en estos, no siendo así, para los resultados del CEE.

Finalmente para interacciones a 100 UA, los resultados muestran un gran cambio en los parámetros orbitales de las partículas del disco, ya que estas alcanzan hasta 0.6 en excentricidad y hasta 40 grados en inclinación (situación similar en las simulaciones del CEE). Es importante destacar que en ambos códigos la parte interna del disco planetario (0.5 a 20 UA) no sufre cambios significativos en sus elementos orbitales.

En resumen, las simulaciones realizadas con el CAI en el caso de encuentros entre enanas rojas y cafés, nos proporciona una buena aproximación de las interacciones gravitacionales entre estas, tomando en cuenta que el problema se simplifica considerablemente con la aproximación de impulso.

### 6.3.3. Discusión de Resultados

La aproximación de impulso nos proporciona una solución analítica y computacionalmente accesible al problema de los encuentros estelares con las características de una serie de regiones de la Galaxia. Para este trabajo se realizaron simulaciones para encuentros estelares de muy baja masa obteniendo resultados que nos dan una buena aproximación del cambio en los parámetros orbitales durante estos encuentros.

Una diferencia notable entre los resultados de ambos códigos (CEE y CAI), radica en que los elementos orbitales inclinación, perihelio, y afelio permanecen sin grandes cambios para el CAI, mientras que en el CEE es notable la evolución de éstos conforme la estrella pasajera se acerca, sin embargo ambos códigos muestran similitudes en los resultados obtenidos. Considerando que la aproximación de impulso es una solución analítica y que no contempla diversos factores del medio donde se suscita el encuentro, podemos considerar como buena esta aproximación ya que proporciona una idea clara de la evolución y reacción de un sistema planetario ante interacciones cercanas entre estrellas.

Es importante resaltar que en ambos códigos el sistema planetario en su región interna (alrededor de 20 UA) sobrevive al encuentro, dando que con ello pie a la evolución de planetas en esta región así como la posible formación de cinturones de asteroides tipo Kuiper debido a la eyección de las partículas mas allá de 100 UA que en ambos códigos sucede. Si bien estos resultados muestran la perturbación del sistema a un solo encuentro, nos proveen información valiosa sobre la evolución dinámica de la estrella y las partículas que conforman el disco.

En general el método de la aproximación de impulso es válida y útil para regiones en donde las velocidades de las estrellas son muy superiores a la velocidad típica de rotación de los cuerpos en el sistema planetario, incluso a radios muy pequeños (como el cúmulo estelar del centro de la Galaxia), no obstante provee una buena aproximación a encuentros estelares entre estrellas de muy baja masa.



Parte III

Astrobiología



# Capítulo 7

## Impacto de la Dinámica de Discos Planetarios en Astrobiología

La astrobiología es una ciencia que surge de la necesidad de investigar el origen, presencia e influencia de la vida en el Universo. Es una rama del conocimiento relativamente reciente, su punto de partida se puede situar en 1998, cuando la NASA creó el *NASA Astrobiology Institute* (NAI).

La astrobiología es el resultado del trabajo conjunto de muchas ciencias (astronomía, astrofísica, biología, química, geología, informática, antropología y filosofía, entre otras) que directa o indirectamente dedican su estudio a la comprensión de la evolución, adaptación y creación de la vida en la Tierra y el Universo. Existen diversas posturas en denominar a la astrobiología como una ciencia dada su condición interdisciplinar la hace para muchos simplemente una rama del conocimiento unificada por muchas ciencias. A pesar de que no esté consolidada esta rama del conocimiento existen muchos centros e institutos de investigación alrededor del mundo dedicados al estudio de la vida en el Universo.

En este capítulo se pretende dar un enfoque astrobiológico a los resultados de las simulaciones realizadas con el código de los encuentros estelares para las enanas café y rojas en cúmulos estelares. Considerando el impacto de las investigaciones acerca de las estrellas de muy baja masa en cúmulos estelares que hoy en día se realizan con enfoque astrobiológico. Dicho enfoque se verá reflejado en las condiciones dinámicas

para que una estrella de muy baja masa con un disco planetario en evolución sometido a ambientes donde la densidad estelar es muy alta (como los cúmulos estelares) pueda evolucionar.

En la primera sección se describirá brevemente el impacto y relevancia del estudio de las estrellas de muy baja masa y cúmulos estelares para el estudio de planetas y planetas habitables en otras estrellas. Finalmente se analizarán los datos de las simulaciones con la finalidad de exponer las condiciones en las cuales una estrella de muy baja masa en cúmulos estelares pueda evolucionar su disco y con ello se de la posibilidad de desarrollar planetas habitables.

## 7.1. Motivación Para el Estudio de la Astrobiología

Los cúmulos estelares jóvenes son de interés astrobiológico porque poseen similitudes en cuanto a metalicidades, edades y masas estelares con respecto al Sol (p.ej M67) dejándonos abierta la posibilidad de que algún planeta pueda evolucionar en un disco planetario que dé origen a planetas candidatos a albergar vida. La mayoría de las estrellas se forman en cúmulos estelares (Carpenter 2000; Lada y Lada 2003) y a lo largo de su vida éstas se enfrentan a interacciones gravitacionales en su entorno.

Los cúmulos estelares jóvenes (o cúmulos abiertos) son vulnerables a efectos destructivos de marea obteniendo con esto un tiempo de vida de  $\sim 10^8$  años (Sptizer 1958, Spitzer y Harm 1958, Wielen 1977, Terlevich 1987). Lo que provoca que la interacción dinámica entre estas estrellas (durante la vida del cúmulo) pueda afectar la estabilidad y movimiento orbital de los sistemas planetarios en formación. Las propiedades orbitales de los planetas son de gran relevancia para la habitabilidad, ya que al existir una perturbación por una estrella pasajera modificará severamente sus parámetros orbitales (Zapatero-Osorio et al. 2000). Un planeta habitable no debe tener una excentricidad orbital mayor de 0.4 (Williams y Pollard 2002).

Las estrellas de muy baja masa son las más abundantes y las que duran más tiempo en secuencia principal, eso porque son estrellas que proporcionan luz de forma estable por periodos casi tan largos como la edad del Universo haciendo más probable en principio el crecimiento y evolución de la vida. Las enanas rojas constituyen el 75 % de

las estrellas en la Galaxia (Tarter et al. 2007) y estudios recientes abren la posibilidad de que estrellas tipo M puedan desarrollar planetas que a su vez alberguen vida (Tarter et al. 2007, Heath et al. 1999).

Dado que las estrellas de muy baja masa son las más abundantes de la Galaxia, y se han encontrado una gran cantidad de planetas orbitando este tipo de estrellas, constituyen un opción potencial para mundos habitables. Existen muchas motivaciones físicas para sustentar esta idea, dadas sus propiedades estelares como luminosidad, temperatura, masa, posibilidades de detectar planetas con masas entre 5 y 10 masas terrestres, alta actividad cromosférica, zona de habitabilidad entre 0.02 y 0.2 UA, bioseñales (*biosignatures*) entre otros (Scalo et al. 2007, Segura 2011).

La zona habitable estelar (figuras 7.1 y 7.2) se define como la zona alrededor de una estrella en la que un planeta logra mantener agua líquida en algún momento de su evolución y/o pueda ser habitable durante un periodo de tiempo (zona habitable continua). Los límites de la zona habitable varían según las propiedades de la estrella, como lo define (Kasting et al. 1993). El límite interno está determinado por : la pérdida de agua por desbocamiento y el efecto invernadero húmedo. El límite externo depende del tamaño del planeta y supone que el CO<sub>2</sub> y el H<sub>2</sub>O son los únicos gases de invernadero. En general la distancia a la que un planeta con atmósfera recibe una cantidad de energía semejante a la de la tierra es :

$$d = \left( \frac{L/L}{S_{eff}} \right)^{0,5}, \quad (7.1)$$

con  $S_{eff}=S/S_o$ , con  $S_o$  el flujo integrado en longitud de onda(1360 Wm<sup>-2</sup>).

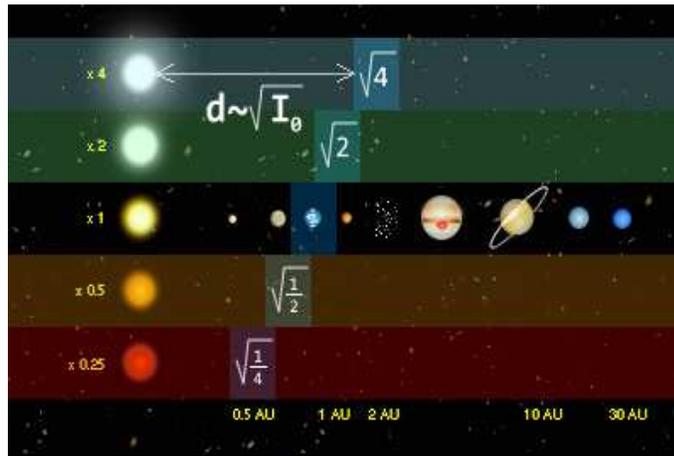


FIGURA 7.1: Zona de habitabilidad estelar para distintas estrellas con luminosidad distinta a la del Sol. (<http://acuario.unicauca.edu.co>).

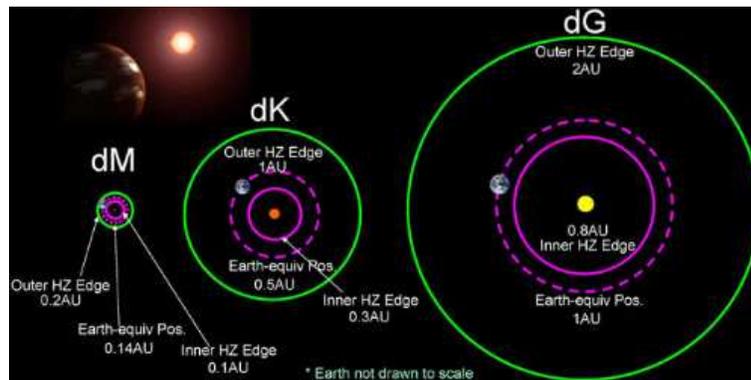


FIGURA 7.2: Comparación entre las zonas de habitabilidad de estrellas tipo M, K y G (<http://acuario.unicauca.edu.co>).

Existen algunas consideraciones para la evolución de planetas habitables alrededor de estrellas de muy baja masa, tales como que la zona de habitabilidad está muy cerca de la estrella, lo que provocaría que el planeta adquiriera una rotación sincrónica con la estrella en menos de mil millones de años, esto conduciría a severos cambios en su atmósfera pero se ha demostrado que basta 100mbar de CO<sub>2</sub> para mantener una atmósfera estable Segura (2011).

En la actualidad se pueden encontrar diversos trabajos con temas relacionados a

la química, geología y biología de las estrellas de muy baja masa (Kaltengger et al. 2011, Trater et al. 2007, entre otros) que explican los procesos atmosféricos, químicos, geológicos y biológicos de un posible planeta habitable. Estos estudios se basan en los datos recabados de los exoplanetas detectados hoy en día que rebasan la cifra de 760 planetas (<http://exoplanet.eu> 2012).

Una de las motivaciones principales de este trabajo es investigar dinámicamente bajo qué condiciones se pueden formar planetas en estrellas de muy baja masa en regiones como los cúmulos estelares, que como se mencionó anteriormente, poseen propiedades similares al ambiente solar que hacen propicia la evolución de la vida. Para lograr este objetivo se realizaron las simulaciones mostradas en los Capítulos 4 y 5 con parámetros adecuados a estrellas de muy baja masa en las cuales se han detectado planetas. Con ésto se analizó el efecto sobre un disco planetario en formación al tener encuentros cercanos con estrellas de su vecindad.

## 7.2. Aplicación a la Astrobiología

Se realizaron simulaciones numéricas con estrellas de muy baja masa en ambientes como los cúmulos estelares con la finalidad de analizar el efecto dinámico causado en las partículas de los discos planetarios al someterlos a encuentros estelares. Este efecto dinámico puede ser determinante en la evolución de un sistema planetario al desarrollo de la vida, dado que partículas con excentricidades muy altas estarían la mayor parte del tiempo fuera de su zona habitable. Los resultados más relevantes que se obtuvieron para cada tipo de ambiente se discuten en las siguientes subsecciones.

### 7.2.1. Enanas Cafés

Para el estudio de las enanas cafés se analizó la dinámica de sus partículas sometidas a encuentros con enanas rojas de 0.5 masas solares, para parámetros de máximo acercamiento de 1000, 500, 300, 200 y 100 UA en cúmulos abiertos y globulares.

Para los cúmulos abiertos el efecto causado en las partículas comienza a ser notable a partir de 300 UA (Fig. 7.3), donde se alcanzan altas excentricidades de hasta 0.6 e inclinaciones de 30 grados. Si bien es cierto que la probabilidad de que ocurra el

encuentro a esta distancia es baja, aun si se diera tal interacción las partículas del disco que se encuentran entre 0.1 y 30 UA permanecerían sin grandes modificaciones en sus órbitas, con lo cual éstas podrían permanecer estables hasta formar planetas. En lo que respecta a las partículas externas del disco, las cuales son eyectadas a más de 100 UA y poseen grandes inclinaciones, semi ejes mayores y excentricidades, darían pie a la formación de cinturones de núcleos cometarios como el conocido en nuestro sistema solar (cinturón de Kuiper).

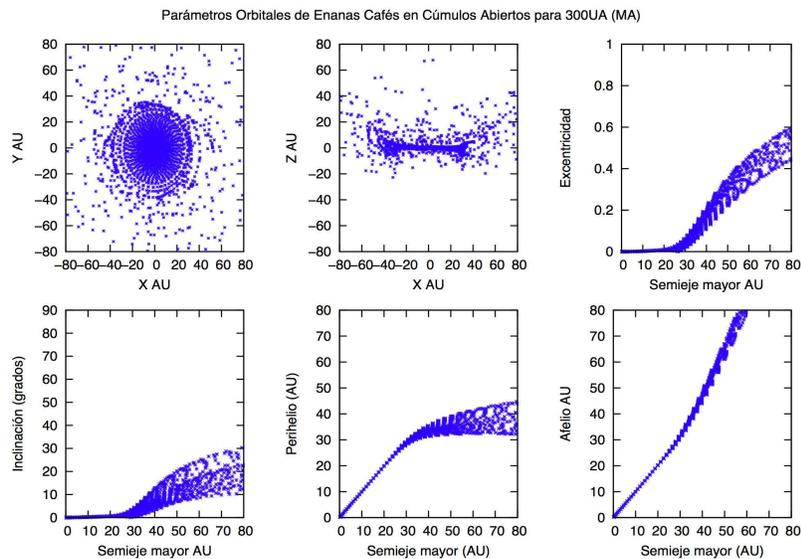


FIGURA 7.3: Parámetros orbitales para las enanas café en cúmulos abiertos con una distancia de máxima aproximación (MA) de 300 UA. Se muestran las órbitas en el plano X contra Y y X contra Z, así como las excentricidades, inclinaciones, perihelios y afelios de las partículas después del encuentro.

Para los cúmulos globulares se observa el mismo efecto que en el caso anterior, con la diferencia de que a 300 UA el efecto es menor que el visto en los cúmulos abiertos (Fig. 7.4). Un planeta habitable no debe tener una excentricidad mayor de 0.4 (Williams y Pollard 2002), lo cual para este caso es el límite de excentricidades alcanzadas durante el encuentro para las partículas en la región externa del disco. Este resultado implica que el sistema planetario puede resistir una interacción a estas distancias con lo cual no se

truncaría la evolución de sus planetas, que, como se ha encontrado en las observaciones, estos evolucionan muy cerca de la estrella. El mayor efecto que causaría este tipo de interacciones sería la formación de cuerpos comentarios como los planetas menores que se conocen en el sistema solar, y que poseen altas excentricidades e inclinaciones.

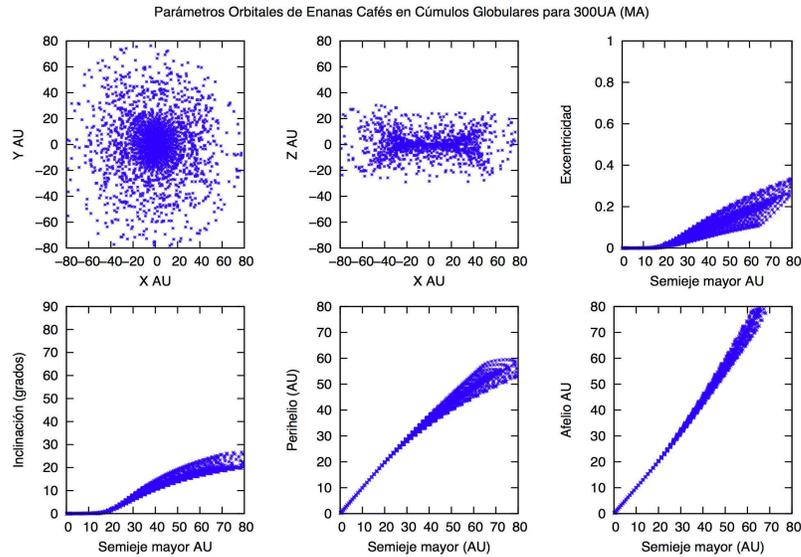


FIGURA 7.4: Parámetros orbitales para las enanas cafés en cúmulos globulares con una distancia de máxima aproximación (MA) de 300 UA. Se muestran las órbitas en el plano X contra Y y X contra Z, así como las excentricidades, inclinaciones, perihelios y afelios de las partículas después del encuentro..

### 7.2.2. Enanas Rojas

Para el estudio de las enanas rojas en cúmulos estelares se consideraron los mismos parámetros que para las simulaciones con enanas cafés con la diferencia que la masa de la estrella central es de 0.5 masas solares y por ende el disco planetario es mayor.

Para discos planetarios en estrellas enana rojas en cúmulos abiertos el efecto de la interacción comienza a ser notable a partir de un acercamiento de 200 UA, (100 UA menor que en el caso de las enanas cafés) como podemos ver en la Fig. 7.5. Aunque los parámetros orbitales comienzan a cambiar, este efecto no truncaría el desarrollo del disco

dato que la máxima excentricidad alcanzada por las partículas en la periferia es de 0.4 y no es sino hasta una interacción de 100 UA (lo cual es poco probable) que se alcanzan valores muy altos en todos los parámetros. Una gran parte de los planetas encontrados es en estrellas tipo M (enanas rojas) y los resultados de nuestras simulaciones sugieren que este tipo de estrellas aún en ambientes densos pueden evolucionar a pesar de enfrentarse a encuentros con estrellas de su vecindad estelar.

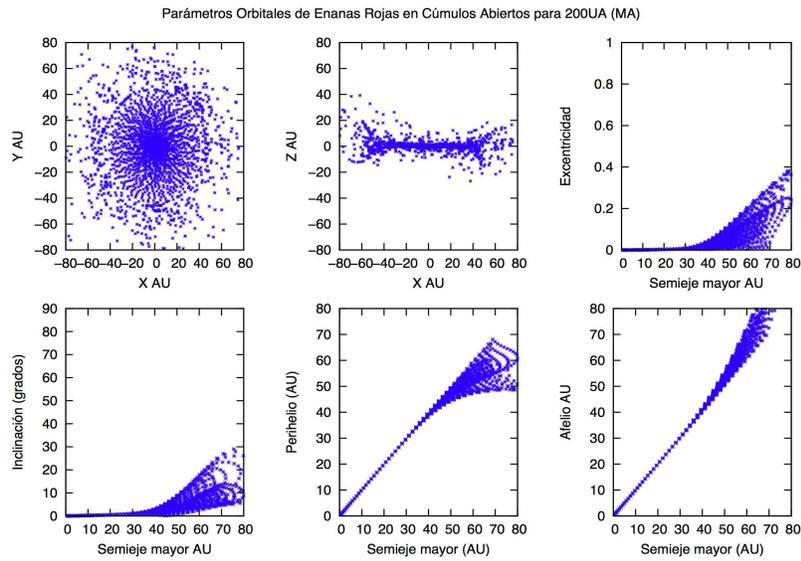


FIGURA 7.5: Parámetros orbitales para las enanas rojas en cúmulos abiertos con una distancia de máxima aproximación (MA) de 300 UA. Se muestran las órbitas en el plano X contra Y y X contra Z, así como las excentricidades, inclinaciones, perihelios y afelios de las partículas después del encuentro.

Para enanas rojas en cúmulos globulares (Fig. 7.6) el efecto es despreciable para distancias de máximo acercamiento de 200 UA. A partir de 100 UA este efecto comienza a ser importante. Si ocurriera tal encuentro a esta distancia de aproximación el efecto no sería determinante en el disco planetario dado que la máxima excentricidad alcanzada por las partículas eyectadas que inicialmente estaban en la periferia es de 0.6; para las partículas que se encuentran entre 0.5 y 50 UA llegan a alcanzar hasta 0.4, límite para el cual un planeta puede aun ser habitable (Williams y Pollard 2002).

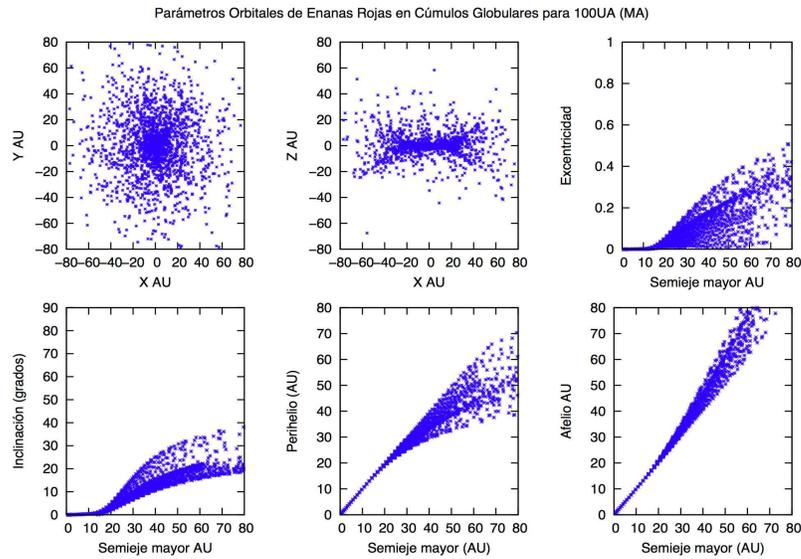


FIGURA 7.6: Parámetros orbitales para las enanas rojas en cúmulos globulares con una distancia de máxima aproximación (MA) de 300 UA. Se muestran las órbitas en el plano X contra Y y X contra Z, así como las excentricidades, inclinaciones, perihelios y afelios de las partículas después del encuentro.

### 7.2.3. Conclusiones

En conclusión para discos planetarios en estrellas enanas café en cúmulos estelares una interacción a 300 UA comienza a tener efecto sobre la dinámica de las partículas del disco, pero no llega a truncar la evolución de éste. A pesar de que estos ambientes son lugares con densidad estelar muy altas las interacciones varían dependiendo del cúmulo (menores en cúmulos abiertos y mayores en globulares), a menos que la estrella central se encontrara o se acercara al centro del cúmulo estelar donde la tasa de encuentros aumentaría y con ello los resultados cambiarían notablemente. Para las enanas rojas es aún menor la distancia a la cual comenzarían a existir cambios en el disco planetario siendo ésta de 200 UA.

En general los discos planetarios en estrellas de muy baja masa en cúmulos estelares pueden resistir interacciones en ambientes densos como los cúmulos estelares. Cabe destacar que para los parámetros utilizados en estas simulaciones se consideraron promedios en la masa de la estrella perturbadora y central, dispersión de velocidades promedio así como discos de medida estándar para dichas estrellas y que los resultados pueden cambiar ligeramente dependiendo de las características del encuentro. Estos parámetros representan promedios de las condiciones de estos ambientes. Los resultados con los parámetros realizados nos proporcionan una idea general de la dinámica de los discos planetarios en cúmulos estelares para estrellas de muy baja masa.



# Capítulo 8

## Conclusiones Generales

El objetivo de este trabajo fue estudiar la dinámica de discos planetarios en estrellas de muy baja masa en cúmulos estelares. Para este propósito calculamos los parámetros orbitales de las partículas que componen el disco planetario (excentricidad, inclinación, perihelio y afelio) después de la interacción del sistema con una estrella pasajera. Estas simulaciones se realizaron con el código de los encuentros estelares (CEE) y el código de la aproximación de impulso (CAI).

En el Capítulo 4 pudimos ver el efecto causado en los discos por enanas rojas en cúmulos abiertos al interactuar con las estrellas más abundantes en estos ambientes (las enanas café y rojas). Esta interacción produce efectos considerables a aproximaciones de la estrella pasajera muy cercanas. Para las enanas café la dinámica de las partículas es afectada en interacciones de máximo acercamiento de 300 UA, la cual es poco probable en cúmulos abiertos ya que la tasa de encuentros a esta distancia es alrededor 3 en toda la vida del cúmulo, esto debido a la gran distancia de separación de las estrellas. Para las interacciones gravitacionales entre enanas rojas se puede considerar ligero el efecto, ya que la dinámica de las partículas comienza a tener cambios a distancias muy cercanas (100 y 200 UA). Por lo que estos ambientes Galácticos permitirían, en principio, la evolución de discos planetarios.

Para las simulaciones en cúmulos globulares (capítulo 5) encontramos que para un disco de una enana café, sólo a partir de 300 UA como distancia de máximo acercamiento, una enana roja causaría efectos interesantes en la dinámica de sus partículas

de la periferia afectando a casi la mitad del disco en radio. Esto implicaría que a partir de esas distancias se modifica la evolución del disco pero no se trunca su evolución. Los discos en enanas rojas tienen mayor resistencia a estas interacciones, dado que su masa es mayor, y la estrella perturbadora posee la misma masa, los parámetros orbitales de su disco planetario solo son sensibles a partir de 200 UA donde comienza a existir un cambio importante en estos parámetros. Las enanas rojas son objeto de estudio de muchas ramas en la astrofísica y recientemente en astrobiología, debido a que son estrellas que permanecen mucho tiempo en la secuencia principal dada su baja masa entre otras propiedades, además de ser las más abundantes en la Galaxia (Heath et al. 1998). Los resultados obtenidos en este trabajo nos revelan que discos planetarios en este tipo de estrellas pueden sobrevivir en ambientes tan densos como los cúmulos globulares y dada la composición química de estos ambientes podrían ser candidatos a planetas habitables.

Es claro que existen muchas posibilidades de encuentros estelares en los cúmulos estelares, las simulaciones que presentamos en este trabajo nos dan una buena aproximación de la dinámica de los discos en estrellas de muy baja masa bajo interacciones con estrellas del casi el doble de su tamaño. En general discos en estrellas de muy baja masa en cúmulos estelares pueden resistir interacciones en ambientes tan densos como estos. Cabe destacar que para los parámetros utilizados en estas simulaciones se consideraron promedios en la masa de la estrella perturbadora y central, dispersión de velocidades en promedio así como discos de medida estándar para dichas estrellas y que los resultados pueden cambiar dependiendo de las características del encuentro. Estos parámetros se consideraron de esta forma puesto que son promedios de las condiciones de estos ambientes. Los resultados con los parámetros realizados nos proporcionan una idea general de la dinámica de los discos planetarios en cúmulos estelares para estrellas de muy baja masa.

El problema de un encuentro estelar se puede resolver de forma analítica a primera aproximación utilizando la aproximación de impulso, sin embargo ésta sólo es válida cuando las velocidades de las partículas son mucho mayores que la velocidad relativa entre la estrella central y la pasajera. Para las simulaciones realizadas con el CAI (Capítulo 6), es importante destacar que nos proporcionaron una buena aproximación a los

---

resultados del encuentro estelar, considerando que se omitieron parámetros relevantes de los encuentros en los cúmulos estelares. En general el método de la aproximación de impulso es válido y muy útil para regiones galácticas en donde las velocidades de las estrellas son muy superiores a la velocidad típica de rotación de los cuerpos en el sistema planetario, incluso a radios muy pequeños (como el cúmulo estelar del centro de la Galaxia).

Los resultados de las simulaciones realizadas por el CEE nos proporcionan información muy valiosa para el estudio de la astrobiología y la evolución estelar, esto debido a que la mayor parte de los planetas encontrados en otras estrellas proviene de estrellas de muy baja masa y ambientes como los cúmulos abiertos, tienen propiedades similares al ambiente solar actual. Con lo que el desarrollo de sistemas planetarios en estos lugares favorece a estas estrellas ya que es poco probable que sufran interacciones catastróficas. Pudimos encontrar que para discos en estrellas enanas café en cúmulos estelares la distancia mínima de acercamiento de la estrella pasajera es de 300 UA, distancia a la cual comienza a cambiar considerablemente la dinámica de sus partículas. Para discos en estrellas enanas rojas el parámetro es 200 UA. En todas las simulaciones los discos planetarios incluso a distancias muy cercanas (100 UA) sobreviven en su parte interna, lo que implicaría que los planetas que se encuentren a distancias muy cercanas a su estrella no sufrirían cambios en sus órbitas dejando abierto con esto la posibilidad del desarrollo de la vida.

Finalmente un resultado muy interesante de las simulaciones recae en la formación de cinturones de núcleos cometarios (tipo Kuiper) y posibles nubes de Oort en la periferia de los disco planetarios. Ya que en todas las simulaciones pudimos encontrar una tendencia en la que las partículas ubicadas en el borde externo del disco planetario al interactuar con la estrella pasajera salen eyectadas en órbitas muy excéntricas (en muchos casos las excentricidades fueron cercanas a 0.9) y a distancias más allá de 100 UA (considerando que los discos planetarios se modelaron de 60 UA para las enanas café y 70 para las enanas rojas). Lo cual se asemeja a los planetas menores en el borde externo del cinturón de Kuiper y a los parámetros orbitales que poseen los objetos de la nube de Oort interna.

En este trabajo sólo se consideró un encuentro estelar, y como condición inicial del disco se omitió la presencia de gas. Es claro que las simulaciones cambiarán sus resultados si se incluyen varios encuentros estelares y la presencia de gas en el disco.

## 8.1. Trabajo a Futuro

Con la finalidad de dar continuidad al presente escrito, se desarrollarán los siguientes proyectos:

- Construcción de un código para múltiples encuentros estelares.
- Análisis del efecto de gas en los discos protoplanetarios para interacciones gravitacionales.
- Formación del cinturón de Kuiper y nube de Oort como resultado de interacciones gravitacionales.
- Dinámica de la nube de Oort bajo la influencia del potencial de la Vía Láctea.



Parte IV

Apéndice



# Apéndice A

## Método Bulirsch-Stoer

Para la solución de las ecuaciones de movimiento de las partículas sometidas a un potencial que incluye a la estrella central del sistema planetario, la estrella pasajera o perturbadora y la interacción de estas dos recurrimos al integrador *Bulirsch-Stoer* (BS).

El integrador BS es uno de los mejores métodos conocido para la obtención de alta precisión en la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias con esfuerzos computacionales mínimos. El método de BS consiste en tres partes (Press et al. 1992, Bulirsch y Stoer 1980):

- La primera parte Acercamiento diferido al límite de Richardson: Considera la respuesta final de un cálculo numérico como una función analítica de un parámetro ajustable como el tamaño de paso  $h$ . Para probar esta función analítica se puede ejecutar los cálculos con distintos valores de  $h$  (ninguno de ellos es necesariamente lo suficientemente pequeño como para producir la precisión deseada). Cuando se conoce la función se le puede ajustar una forma analítica para poder evaluar la función en el punto  $h = 0$ .
- La segunda parte se refiere al tipo de ajuste de la función utilizada. Esta parte se basa en la fuerza de extrapolación de las funciones racionales en las aplicaciones tipo Richardson. Consiste en el aumento del limitado intervalo de convergencia de las series de potencias. Las funciones racionales pueden ajustarse a funciones

analíticas aún después de varios términos en las potencias de  $h$  de magnitud comparable.

- La tercera parte, consiste en el uso de método cuya función de error sea estrictamente par, permitiendo que la función racional o aproximación polinomial esté en términos de la variable  $h^2$  en lugar de sólo  $h$ .

Para este trabajo se utilizaron los códigos CEE y CAI para resolver las ecuaciones de movimiento de las partículas sometidas a un potencial, utilizando para ello el método Bulirsch-Stoer para la integración de órbita por medio de tres rutinas principales: BSSTEP (*stepper*), MMID (método de punto medio modificado) y ODEINT (*driver*).

Estas rutinas funcionan de la siguiente manera: la rutina BSSTEP se encarga de incrementar el valor en el tiempo una cantidad  $H$  evaluando las variables iniciales  $y_i$  al tiempo  $t + H$ , subdividiendo el intervalo  $H$  en dos subintervalos de longitud  $h = H/2$  y evaluando las  $y_i$  en los extremos de esos dos subintervalos; uno de éstos le da un nuevo valor a la función al tiempo  $t + h$ . Entonces el intervalo  $H$  se vuelve a subdividir en más intervalos que a su vez se evalúan de nuevo; este proceso utiliza la rutina MMID.

La secuencia del número de subdivisiones en este caso particular es  $n = 2, 4, 6, \dots, n_j = 2j$ . Para cada  $n$  sucesiva intentada, se realiza una extrapolación polinomial para  $H/n = 0$  o  $n = \infty$  y se devuelven los valores extrapolados de la función y las estimaciones del error. Cuando el error no es adecuado, se toma un valor más alto en  $n$ ; si el error es adecuado se irá a un siguiente paso más grande de  $H$  y se comenzará nuevamente con el  $n$  más pequeño. Cuando el intervalo  $H$  se subdividió en 12 subintervalos y la extrapolación aun no es satisfactoria, la rutina BSSTE reduce el tamaño de  $H$  y deja de incrementar el número de subintervalos lo que significa que el paso de tiempo variable. Para las regiones donde la función no varía mucho, los pasos de tiempo  $H$ , son grandes por lo que se requiere un número pequeño de subdivisiones para obtener la convergencia adecuada. Por otro lado para las regiones donde la función es altamente variable, el tamaño y paso  $H$  se hace pequeño y la secuencia de subdivisiones crece. La extrapolación polinomial después de cada  $n$  intentada, funciona cuando BSSTEP llama a la rutina PZEXTR (Press et al. 1992).

---

Por último para la ejecución de BSSTEP se utiliza un *driver* o "manejador", el cual funciona como interfase con el usuario. Esto se logra gracias a la subrutina ODEINT, que comienza y termina la integración guardando los resultados intermedios, es decir, devuelve una lista de valores ente  $t = 0$  y  $t_f$  para variables involucradas en el problema. Dado que el paso temporal no es fijo, ODEINT requiere un paso temporal mínimo tal que si éste es más largo que el mínimo en BSSTEP, los valores de las variables se guardarán evitando con esto tener valores salvados en lugares donde la función cambia rápidamente y el paso temporal es pequeño.



# Bibliografía

- [1] Adams F., Myers P., 2001, ApJ, 553, 744
- [2] Adams, T., Davies, M. B., Jameson, R. F., Scally, A., 2002, MNRAS, 333, 547
- [3] Adams C., Laughlin G., and Graves G., 2004, RevMexAA 22, 46–49
- [4] Adams F., Prozkow E., Fatuzzo M., Myers P., 2006, ApJ, 641, 504
- [5] Adams, F. C., 2010, ARA & A, 48, 47
- [6] Allen, R., Bernstein, G., Malhotra, R., 2001, AJ, 549, 124-144
- [7] Allen, C., Santillán, A., 1991, RMxAA, 22, 256-263
- [8] Armandroff, T. E., 1989, A J, 97, 375
- [9] Armitage, P. J., 2011, ARA & A, 49, 195
- [10] Babusiaux C., Gilmore G., 2005, MNRAS, 358, 1309
- [11] Baraffe, I., Chabrier, G., Allard, F., Hauschildt, P. H., 1997, A & A, 327, 1054
- [12] Barrado, Navascués, D., Stauffer, J. R., Briceño, C., et al., 2001, ApJS, 134, 103
- [13] Barrado, Navascués., 2003, RevMexAA 16, 261,262
- [14] Bate, M. R., Bonnell, I. A., Bromm, V., 2003, MNRAS, 339, 577
- [15] Basri, G., Marcy, G. W., y Graham, J. R. 1996, ApJ, 458, 600
- [16] Beer, M. E., King, A. R., Pringle, J. E., 2004, MNRAS, 355, 1244
- [17] Benacquista, M. J. 2006, Living Reviews in Relativity, 9, 2
- [18] Bennett, D. P., Bond, I. A., Udalski, A., et al. 2008, ApJ, 684, 663
- [19] Bica, E., Bonatto, C., Barbuy, B., Ortolani, S., 2006, A & A, 450, 105
- [20] Billings L., et al. 2006, Astrobiology, vol.6 n.5
- [21] Bonnell, I. A., Clarke, C. J., Bate, M. R., et al., 2003, MNRAS, 343, L53
- [22] Bouvier, J., Stauffer, J. R., Martin, E. L., et al. 1998, A & A, 336, 490
- [23] Burrows, A., Hubbard, W. B., Lunine, J. I., Liebert, J., 2001, Reviews of Modern Physics, 73, 719
- [24] Carpenter J., 2000, ApJ, 538, L151
- [25] Carretta, E., Bragaglia, A., Gratton, R. G., et al. 2010, A & A, 516, A55
- [26] Chabrier, G., Baraffe, I., 2000, ARA & A, 38, 337
- [27] Chaboyer, B. 1995, ApJL, 444, L9
- [28] Chauvin, G., Lagrange, A.-M., Dumas, C., et al. 2004, A & A, 425, L29
- [29] Chyba F., Hand K., 2005 A&A 43:2.1,2.44
- [30] Cudworth, K. M., 1990, A J, 99, 1863
- [31] D Antoni L., 2005, Acta Bioquímica Clínica Latinoamericana
- [32] Duncan M., Quinn T., Tremaine S., 1988, ApJ, 328, L69-L73
- [33] Durda, D., Stern, S., 2000, Icarus, 45, 220-229
- [34] Eckart A., Genzel R., 1996, Nature, 383, 412

- [35] Eckart A., Genzel R., 1997, MNRAS, 284, 576
- [36] de La Fuente Marcos, R. 1997, A & A, 322, 764
- [37] Heath, M. J., Doyle, L. R., Joshi, M. M., Haberle, R. M. 1999, Origins of Life and Evolution of the Biosphere, 29, 405
- [38] Hurley, J. R., & Shara, M. M. 2002, ApJ, 565, 1251
- [39] Janes, K. 2001, The Starry Universe; The Cecilia Payne-Gaposchkin Century, 147
- [40] Jewitt, D., Luu, J., 1993, Nature, 362, 730-732
- [41] Jewitt, D., Luu, J., Trujillo, C., 1998, AJ, 115, 2125-35
- [42] Jiménez-Torres J., Pichardo B., Lake G., y Throop H., 2011, MNRAS1272-1284
- [43] Jiménez-Torres J., and Pichardo B., 2008, RevMexAA 121-122
- [44] Kaltenegger, L., Segura, A., & Mohanty, S. 2011, ApJ, 733, 35
- [45] Kasting J., Whitmire D., Reynolds R., 1993, Icarus, 101, 108-128
- [46] Kennedy, G. M., Kenyon, S. J., & Bromley, B. C. 2007, Ap & SS, 311, 9
- [47] Kenyon, S., Bromley, B., 2004, Nature, vol.432
- [48] King I., 1962, AJ, 67:471
- [49] Kobayashi H., Ida S., 2001, Icarus, 153, 2, 416-429
- [50] Kuiper G., 1951, PNAS, 37, 1K
- [51] Kroupa, P., Tout, C. A., Gilmore, G., 1993, MNRAS, 262, 545
- [52] Lada C., Lada E., 2003, ARA&A, 41, 57
- [53] Lamers H., Gieles M., 2006, A&A, 455, L17
- [54] Laughlin, G., Bodenheimer, P., 1993, ApJ, 403, 303
- [55] Laughlin, G., Adams, F., 1998, ApJ, 508, L171
- [56] Laughlin, G., Bodenheimer, P., Adams, F. C., 2004, ApJL, 612, L73
- [57] Levison H., Duncan M., 1997, Icarus, 127, 1, 13-32
- [58] Levison H., Morbidelli A., 2003, Nature, 426, 419-421
- [59] Levison H., Morbidelli A., Luke D., 2004, AJ, 128, 2553L
- [60] Luhman, K. L., Lada, C. J., Hartmann, L., et al. 2005, ApJL, 631, L69
- [61] Malhotra, R., 1995, AJ, 110, 420-429
- [62] Meylan, G., Heggie, D. C., 1997, , 8, 1
- [63] Michael, S., Durisen, R. H., 2010, arXiv:1005.3744
- [64] Mints, A. A., Glaschke, P., & Spurzem, R. 2007, MNRAS, 379, 86
- [65] Moraux, E., Hodgkin, S., Aigrain, S., et al. 2005, Protoplasts and Planets V, 8056
- [66] Mostefaoui S., Lugmair G., Hoppe P., 2005, ApJ, 625, 271
- [67] Lada, C. J., Lada, E. A., 2003, ARA & A, 41, 57
- [68] Odert, P., Leitzinger, M., Hanslmeier, A., et al., 2008, Central European Astrophysical Bulletin, 32, 149
- [69] Paresce, F., De Marchi, G., 2000, ApJ, 534, 870
- [70] Pfahl, E., & Muterspaugh, M. 2006, ApJ, 652, 1694
- [71] Reid, I. N., & Hawley, S. L. 2005, New Light on Dark Stars Red Dwarfs, Low-Mass Stars, Brown Stars, by I.N. Reid and S.L. Hawley. Springer-Praxis books in astrophysics and astronomy. Praxis Publishing Ltd, 2005. ISBN 3-540-25124-3,
- [72] Romanowsky, A. J., Kochanek, C. S., 2001, ApJ, 553, 722
- [73] Sahu, K. C., Casertano, S., Livio, M., et al. 2001, , 411, 1022
- [74] Scalo J., et al., 2007, Astrobiology v.7 n.1
- [75] Shu F., Adams F., Lizano S., 1987, ARA&, 25, 23-81
- [76] Sigurdsson S., 1992, 399, L95-L97
- [77] Smith K., Bonnel I., 2001, MNRAS, 322, L1

- [78] Soker, N., Hershenhorn, A., 2007, MNRAS, 381, 334
- [79] Soker, N., Rappaport, S., Fregeau, J., 2001, ApJL, 563, L87
- [80] Spitzer, L., Jr. 1958, ApJ, 127, 17
- [81] Spitzer, L., Jr., & Harm, R. 1958, ApJ, 127, 544
- [82] Spurzem, R. 2006, KITP Program: Physics of Galactic Nuclei
- [83] Stevenson, D. J., 1991, ARA & A, 29, 163
- [84] Tokoro S., 2002
- [85] Tarter, J. C., Backus, P. R., Mancinelli, R. L., et al. 2007, Astrobiology, 7, 30
- [86] Terlevich E., 1987, MNRAS, 224:193
- [87] Trujillo C., Brown M., Margot J., Bertoldi F., 2002, DPS, 34, 849
- [88] Trujillo, C., Luu, J., Bosh, A., Elliot, J., 2001, AJ, 122, 2740-2748
- [89] Vesperini, E., 2010, Royal Society of London Philosophical Transactions Series A, 368, 829
- [90] Walker, A. R. 1992, ApJL, 390, L81
- [91] Wielen, R. 1977, A & A, 60, 263
- [92] Williams, J. P., Cieza, L. A., 2011, ARA & A, 49, 67
- [93] Williams, D. M., & Pollard, D. 2002, International Journal of Astrobiology, 1, 61
- [94] Zapatero-Osorio M., Bejar V., Martín E., Rebolo R., Barrado Y Navascus D., Bailer-Jones C., Mundt R., 2000, Science, 290, 5489, 103-107
- [95] Zinn, R. 1985, ApJ, 293, 424
- LIBROS
- [96] Allen L., Megeath S., Gutermuth R., Myers P., Wolk S., Adams F., Muzerolle J., Young E., Pipher J., 2007, *Protostars and Planets V The Structure and Evolution of Young Stellar Clusters*, Reipurth B., Jewitt D., Keil K., pp 361-376
- [97] Aarseth S., 2003, *Gravitational N-Body Simulations. pp.430. Cambridge University Press*
- [98] Alvin Huey., 2009 *Globular Clusters*, faintsfuzzies
- [99] Binney J., Tremaine S., 1987, *Galactic Dynamics*, Princeton University Press
- [100] Binney, J., Tremaine, S., 2007, *Galactic Dynamics*, Princeton University Press
- [101] Carrol, B., Ostlie, D., 2007, *An Introduction to Modern Astrophysics*, Addison Wesley
- [102] Chen L., Hou J., 2004, *Open Clusters and The Galactic Metallicity Distribution*, Shanghai Astronomical Observatory, CAS, Shanghai 200030, China Gaia 2004 Proceedings
- [103] de Pater I., Lassauer J., 2001, *Planetary Sciences*, Cambridge University Press
- [104] Garguad M., Barbier B., Martin H., Reisee J., 2005, *Lectures in Astrobiology I*, Springer
- [105] Garguad M., Barbier B., Martin H., Reisee J., 2006, *Lectures in Astrobiology II*, Springer
- [106] Goldstein H., Poole Ch., Safko J., 2002, *Classical Mechanics*, Addison Wesley
- [107] Karttunen H., Kröger., Oja H., Poutanen M., Donner K., 1993, *Fundamental Astronomy*, Springer Second Enlarged Edition
- [108] Makuch and Guinan., 2010, *Life Around a Red Dwarf (dM) Star with Special Emphasis on Gliese 581*, Astrobiology Science Conference 2010
- [109] Matthew J. Benacquist Living., 2006, *Reviews in Relativity: Relativistic Binaries in Globular Clusters*, ISSN 1433-8351
- [110] Morbidelli, A., Levison, H., Gomes, R., 2007, *The Solar System Beyond Neptune*, University of Arizona Press, Tucson, 592 pp., p.275-292
- [111] Moro-Martín, A., Wyatt, M., Malhotra, R., Trilling, D., 2007, *The Solar System Beyond Neptune*, University of Arizona Press, Tucson, 592 pp., p.465-480

- [112] Murray and Dermott., 1999, *Solar System Dynamics*  
Cambridge University Press
- [113] Nature Publishing Group 2001, *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics*, Brunel Road, Houndmills, Basingstoke, Hampshire, RG21 6XS, UK Registered No. 785998 and Institute of Physics Publishing 2001 Dirac House, Temple Back, Bristol, BS1 6BE, UK
- [114] Ng Y. K. 1998, IAU Symp.184, *La región central de la Galaxia y galaxias*, ed Y. Sofue, 27
- [115] Press W., Teukolsky S., Vetterling W., Flannery B., 1992, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press
- [116] Safronov V., 1987, *Evolution of the Small Bodies in the Solar System*
- [117] Segura A., 2011, *Notas del curso de Astrobiología*  
Facultad de Ciencias, UNAM
- [118] Schneider J., 2008, *The Extrasolar Planets Encyclopedia*
- [119] Stoer J., Bulisch R., 1991, *Introduction to Numerical Analysis* Springer-Verlag
- [120] Yépez E., Yépez M., 2007, *Mecánica Analítica* La prensa de Ciencias  
TESIS
- [121] Hervé Bouy., 2000, *Fundamental Properties of Very Low-mass Star and Brown Dwarf Binaries*, PhD Thesis
- [122] Juan J. Jiménez Torres., 2009, *Dinámica de Sistemas Planetarios en Diferentes Ambientes Galácticos*, Tesis de Maestría
- [123] Mark Gieles., 2006, *Star Clusters*, PhD Thesis