



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

Facultad de Ingeniería

*Programa de creación de secuencias cuadripolares  
para la Tomografía de Resistividad Eléctrica  
(TRE) en 3D*

**TESIS**

que para obtener el título de

**INGENIERO GEOFÍSICO**

presenta:

**Abraham Rodríguez Aguilar**



**DIRECTOR: M. EN C. GERARDO CIFUENTES NAVA**

Ciudad Universitaria

México D. F. 2012



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## DEDICATORIA.

*A ti hermano:* que tu sola existencia es suficiente impulso en el camino de mi propia superación,

*a ti madre:* que con tu ejemplo me instruiste en hacerle frente a la vida, superar cualquier adversidad y a nunca darse por vencido,

*a ti Julia:* que siempre estas a mi lado para el consejo pertinente, tanto en la adversidad como en la fortuna,

*a ti Juan:* que me apoyaste en todo momento,

*a usted abuela:* que usted es la que forjó la fortaleza y superación de ésta familia,

*a ti:* agria y sublime compañera, complemento existencial...

***a todos ustedes que me han entregado parte de su vida para formar lo que fui, lo que soy y lo que seré: por ser parte de ustedes nunca dejaré de pertenecerles, sus pedazos de vida siempre recordarán mis orígenes y nos mostrarán el camino hacia la armonía del grado más alto de la perfección material y espiritual, juntos somos uno, y como uno seremos perennes.***

## **AGRADECIMIENTOS.**

A la Universidad Nacional Autónoma de México que no recelaste en develarme tus conocimientos y darme el apoyo necesario para el camino (aún no terminado) hacia la consumación de la evolución profesional y social: alma mater que en tu vientre se teje el futuro de México.

A mi tutor M. C. Gerardo Cifuentes Nava, quien con su don innato de compartir conocimientos me ha llevado a un viaje de experiencias profesionales y culturales ampliando así la perspectiva que tenía de la vida. Agradezco sobre todo el entusiasmo con el que me apoyó para terminar mi carrera.

A mis profesores y amigos M. C. Juan Esteban Hernández Quintero, Dr. René Chávez, Dr. Andrés Tejero y Alejandro Garcia por su apoyo y amistad que me brindaron en todo momento: por compartirme su amplia experiencia y conocimientos.

# Índice

## 1. INTRODUCCIÓN

## 2. TOMOGRAFÍA DE RESISTIVIDAD ELÉCTRICA 3D

### 2.1 MARCO TEÓRICO

2.1.1 ECUACIONES GENERALES

2.1.2 RESISTIVIDAD APARENTE

2.1.3 RECIPROCIDAD

### 2.2 MODALIDADES DEL MÉTODO

2.2.1 DIPOLO-DIPOLO

2.2.2 WENNER

2.2.3 WENNER-SCHLUMBERGER

2.2.4 ROLL-ALONG

## 3. METODOLOGÍA

### 3.1 CARACTERÍSTICAS DEL PROGRAMA

3.1.1 PARÁMETROS DE ENTRADA

3.1.2 ARCHIVOS DE SALIDA

3.1.3 LÍMITE

3.1.4 NIVEL MÁXIMO DE ABERTURA

3.1.5 LÍNEAS CONTINUAS

3.1.6 LÍNEAS NO CONTINUAS

3.1.6.1 LÍMITES

### 3.2 ARREGLOS DEL PROGRAMA

3.2.1 ARREGLO DIPOLO-DIPOLO

3.2.2 ARREGLO WENNER

3.2.3 ARREGLO WENNER-SCHLUMBERGER

3.2.4 ARREGLO EN L

3.2.5 ARREGLO ESQUINA

3.2.6 ARREGLO ECUATORIAL-DIAGONAL

3.2.7 ARREGLO ECUATORIAL

3.2.8 ARREGLO MÍNIMO ACOPLAMIENTO

3.2.9 ARREGLO ECUATORIAL-DIPOLAR

3.2.10 ROLL-ALONG

### 3.3 PROFUNDIDAD DE INVESTIGACIÓN Y PUNTOS DE ATRIBUCIÓN

- 3.3.1 LONGITUD TOTAL DEL TENDIDO ( $L$ )
- 3.3.2 COEFICIENTE DE LA PROFUNDIDAD DE INVESTIGACIÓN
- 3.3.3 ABERTURA  $a$
- 3.3.4 PUNTOS DE ATRIBUCIÓN

#### **4. CASO DE APLICACIÓN: REGIÓN DE HUICHAPAN**

- 4.1 RESUMEN
- 4.2 APLICACIÓN DEL PROGRAMA
  - 4.2.1 TENDIDO DE LÍNEAS PARALELAS
  - 4.2.1 TENDIDO CUADRADO

#### **5. RESULTADOS Y CONCLUSIONES**

#### **6. BIBLIOGRAFÍA**

#### **7. ANEXOS**

# Capítulo 1

## Introducción

La Geofísica de exploración somera a venido convirtiéndose cada vez en mayor grado en un estudio obligado y necesario en la implementación de normas en la construcción de obras civiles (en el caso de la Geotecnia), mapas de interés en diversos problemas ambientales o a la caracterización de sitios arqueológicos. La sociedad y las autoridades (no todas desafortunadamente) han reaccionado positivamente a éstos tipos de estudios y a los resultados que arrojan, de tal forma que poco a poco se ha incrementado su demanda en asuntos que requieren poner atención desde mi punto de vista, en tres problemas principales: una buena cobertura espacial de datos, la disminución de factores que puedan afectar a las mediciones (ruido), y las condiciones (limitantes) en las que se deban adquirir los datos cumpliendo los anteriores puntos.

La Tomografía de Resistividad Eléctrica 3D (TRE3D) es capaz de obtener un buen mapeo del subsuelo. Si bien es cierto que existen varias fuentes de ruido en los levantamientos, ciertamente son muy pocos los medios que imposibilitan la adquisición de datos, además, el “ruido” es una realidad con el que tendremos que lidiar en todo levantamiento geofísico y la TRE no será la excepción. En cuanto a las condiciones en las que se hacen las mediciones, me refiero a las limitantes que se tiene al configurar el levantamiento: ver que nada obstruya la continuidad de las líneas (una casa, por ejemplo), asegurarse que las líneas no pasen en zonas en donde se pueda maltratar o deteriorar estructuras de interés (una zona arqueológica), en fin, asegurarse una buena cobertura de información del subsuelo a pesar de que en la superficie inmediata de la zona de interés no se pueda o se deba pasar el tendido.

La TRE convencional está basado en los arreglos más comunes como lo pueden ser el *Dipolo-Dipolo*, el *Wenner* o bien el *Wenner-Schlumberger* entre otros. La literatura clásica de los métodos geoelectricos enseña que uno de los parámetros más importantes de los arreglos es el concepto del factor geométrico ( $k$ ), éste no es mas que la relación geométrica que existe en cada uno de los electrodos que forman el cuadripolo en función de los niveles a los que se profundiza y que incluso se tienen fórmulas específicas para su valor para  $n$  niveles en cada tipo de modalidad, de tal forma que se vuelve indispensable conocer la ecuación correspondiente según el arreglo que se utilice. Así, la mayoría de softwares comerciales tienen ya cargadas éstas secuencias, de tal forma que uno simplemente introduce el espaciamiento de electrodos, el número de niveles a los que se quiera llegar y escoger el

tipo de arreglo que se va a utilizar (*Wenner, Dipolo-Dipolo...*) dándonos como resultado un número de mediciones totales calculadas a partir de la ecuación predeterminada de cada una de ellas, sin embargo esto cambia drásticamente cuando se hace un levantamiento 3D: uno ya se ve limitado en la forma en que se configure el levantamiento, y en muchos de los casos el programa es incapaz de generar las secuencias cuadripolares obligando al usuario a definir él mismo las secuencias, que dependiendo de la complejidad en la configuración y del tipo de arreglo, le puede llevar horas finalizar.

Pero si analizamos con detenimiento éste problema nos daremos cuenta de que todo se resume a la forma en que se va posicionando el cuadripolo en cada medición, que a su vez depende solamente del número de niveles que se quieran muestrear y de la forma en que se va posicionando el electrodo con respecto a los demás del mismo cuadripolo. Si logramos verlo desde éste punto de vista, podemos decir que ahora el posicionamiento de los cuadripolos ya no depende del tipo de arreglo que se utilice, si no más bien en la forma en que se van moviendo. Ésto ahora nos da una amplia libertad para poder configurar el levantamiento en forma de hexágono, en forma de "L", en forma de herradura o hasta en formas más exóticas como un laberinto...claro, sin perder de vista las consecuencias que se producen al configurarlo de una u otra forma como la localización de los puntos de atribución, la sensibilidad del arreglo, la abertura máxima entre electrodos que se deba hacer, el n-ésimo nivel al que se quiera llegar, etc. Por lo tanto, será preciso en la teoría que sustenta la definición de *punto de atribución* así como la longitud total del tendido  $L$ .

Como antecedente, la existencia del archivo de formato *urf* (Universal Resistivity File) creado por la empresa Advanced Geosciences Inc (AGI) sustenta éste nuevo enfoque con la forma en que se deben introducir los datos de adquisición geoelectrica: simplemente pide las coordenadas de cada electrodo, el cudripolo en términos de número de electrodo (electrodo 1, 2, 3, etc.), el cociente voltaje entre corriente, el factor de calidad y la corriente de cada medición respectivamente.

## Objetivo

El objetivo de éste trabajo es facilitar la programación de secuencias cuadripolares así como calcular la profundidad de investigación y situar los puntos de atribución para una estudio de Tomografía de Resistividad Eléctrica 3D (TRE3D), sin embargo, éste programa también se puede utilizar para un trabajo 2D.

## Capítulo 2

# Tomografía de Resistividad Eléctrica 3D

A diferencia de los métodos potenciales de la Prospección Geofísica, en donde la fuente para las mediciones son de campo natural, la Prospección Eléctrica pertenece a los métodos en donde la fuente es de carácter artificial. No obstante, dentro de éste mismo método nos podemos encontrar técnicas que aprovechan por ejemplo, el campo de potencial natural debido a los electrolitos que existen en el subsuelo.

Los orígenes de ésta forma de prospección se pueden remontar hasta el siglo XVIII (con los trabajos de Gray y Wheeler sobre la resistividad de las rocas), hasta a principios del siglo pasado en donde los trabajos del francés Conrad Schlumberger dieron importantes avances en la teoría y en la aplicación del método, provocando así la asimilación de éstas técnicas en el campo de la exploración (sobre todo en Francia y Rusia). A pesar de la versatilidad de éste método en la localización de yacimientos minerales o incluso al mapeo de estructuras petrolíferas, en aquellos años se carecía de instrumentos lo bastante sensibles para detectar los cambios físicos asociados a una fuente natural o artificial, sin mencionar que la ausencia de ordenadores como los de hoy en día imposibilitaban ciertos cálculos matemáticos. Pese a ello, a través del tiempo se han ido publicando trabajos innovadores sobre la teoría y la práctica de la Prospección Eléctrica que poco a poco la enriquecen y la optimizan.

De acuerdo con Orellana (1982), los métodos más generales en la exploración eléctrica se pueden clasificar de la siguiente forma<sup>1</sup>:

---

<sup>1</sup>Tabla copiada del libro de Orellana

## A. MÉTODOS DE CAMPO NATURAL.

- A-1. Método del potencial espontáneo.
- A-2. Método de corrientes telúricas.
- A-3. Método magneto-telúrico (sondeos y calicatas).
- A-4. Método AFMAG.

## B. MÉTODOS DE CAMPO ARTIFICIAL.

### B-1. *Métodos de campo constante (corriente continua)*

- B-1-1. Método de las línea equipotenciales y del cuerpo cargado (mise-a-la masse).
- B-1-2. Sondeos eléctricos (simétricos, dipolares, etc.).
- B-1-3. Calicatas eléctricas (muchas modalidades).
- B-1-4. Medición magnética de resistividades.

### B-2. *Métodos de campo variable.*

- B-2-1. Sondeos de frecuencia.
- B-2-2. Sondeos por establecimiento de campo (transitorios).
- B-2-3. Calicatas electromagnéticas (métodos de inclinación de campo, Turam, Slingram, etc.).
- B-2-4. Método “Radio-Kip”.
- B-2-5. Método de radiografía hertziana.

### B-3. *Método de polarización inducida.*

Enfoquémonos en los *sondeos* y las *calicatas*. El dispositivo consiste en un conjunto de electrodos llamado cuadripolo, los encargados de idear el mecanismo fueron, de forma independiente, el francés Conrad Schlumberger y el americano Frank Wenner alrededor del año 1915 (Orellana, 1982). Las calicatas eléctricas (Orellana, 1982) consisten en tomar mediciones consecutivas con desplazamiento lateral de todo el cuadripolo hasta haber cubierto la longitud total del tendido ya predefinido, de esta forma obtendremos mediciones posicionadas a lo largo de una “capa” horizontal de una profundidad  $z$  subyacente al tendido, por lo tanto, esta forma de mover el cuadripolo es bastante versátil para encontrar cambios horizontales en el subsuelo.

Sin embargo, se puede observar que la metodología anterior nos limita la investigación a una profundidad mas o menos constante, si quisieramos obtener datos a mayor profundidad y con ello encontrar cambios verticales del subsuelo, es necesario abrir la distancia entre los electrodos para cada medición, esto nos da como resultado información posicionada a lo largo de una “columna” de profundidad creciente  $z$ , ésta técnica de exploración se llama sondeo eléctrico (Orellana, 1982).

Ambas técnicas funcionan con una misma metodología, la cual consiste en la inyección de corriente continua al subsuelo a través de un polo negativo y uno positivo llamados electro-

dos de corriente (A y B), así, podemos medir una diferencia de potencial a través de otros dos electrodos llamados electrodos de potencial (M y N), el material de dichos electrodos suelen ser de cobre, acero, fierro o alguna otra aleación que no se polarice; luego, a medida que se van tomando los datos vamos generando una malla de datos por debajo del tendido, a los puntos que la conforman se les llama *puntos de atribución*, por lo que al final tendremos una distribución de resistividades aparentes que se pueden representar en un mapa de contornos. Cuando a ésta distribución se le representa gráficamente en forma de un corte vertical, recibe el nombre de *corte geoelectrico* (Orellana, 1982).

Éstas formas de exploración se pueden aplicar en el mapeo de aguas subterráneas, en geotecnia, arqueología, delimitación de intrusión salina, localización de yacimientos minerales, delimitación de capas superficiales, localización de fracturas superficiales, estudios geotérmicos, zonas de relleno, entre otras.

La Tomografía de Resistividad Eléctrica (TRE) entonces, consiste en una combinación de sondeos y calicatas eléctricas, es decir, existe un “barrido” lateral a lo largo del tendido que genera datos a una profundidad mas o menos constante  $z$ , y de mediciones que van profundizando cada vez más conforme vayamos abriendo la distancia entre los electrodos. La TRE genera imágenes de cortes geoelectricos de alta resolución, principalmente por la densidad de datos involucrados en un levantamiento. Una de la formas de la TRE más utilizadas en la exploración es la TRE en 2D (TRE2D), ésta consiste en obtener datos en dos direcciones, una posicionada sobre la superficie y la otra dirección es la profundidad. Luego, existe una TRE en 3D (TRE3D) que mide simultáneamente 3 direcciones, dos de ellas estarán sobre el plano de la superficie y serán perpendiculares entre sí, mientras que la tercera dirección será la profundidad.

La diferencia de un estudio 2D y 3D, es principalmente la forma en que se posicionan los cuadripolos. Si por ejemplo tuviésemos una línea como tendido, al momento de pasar los cuadripolos con sus respectivas mediciones tendremos información exclusivamente en el plano en donde se encuentra la línea del tendido, es decir en el plano  $xz$  (si bien la corriente se desplaza en un medio 3D, por la configuración del tendido la información más relevante o representativa del subsuelo será la que se encuentre en los puntos de la figura 2.1a); por otro lado, si se dispusieran los cuadripolos de una forma no colineal la información que obtendríamos será de la región que se encuentra por debajo de nuestro tendido (figura 2.1b).

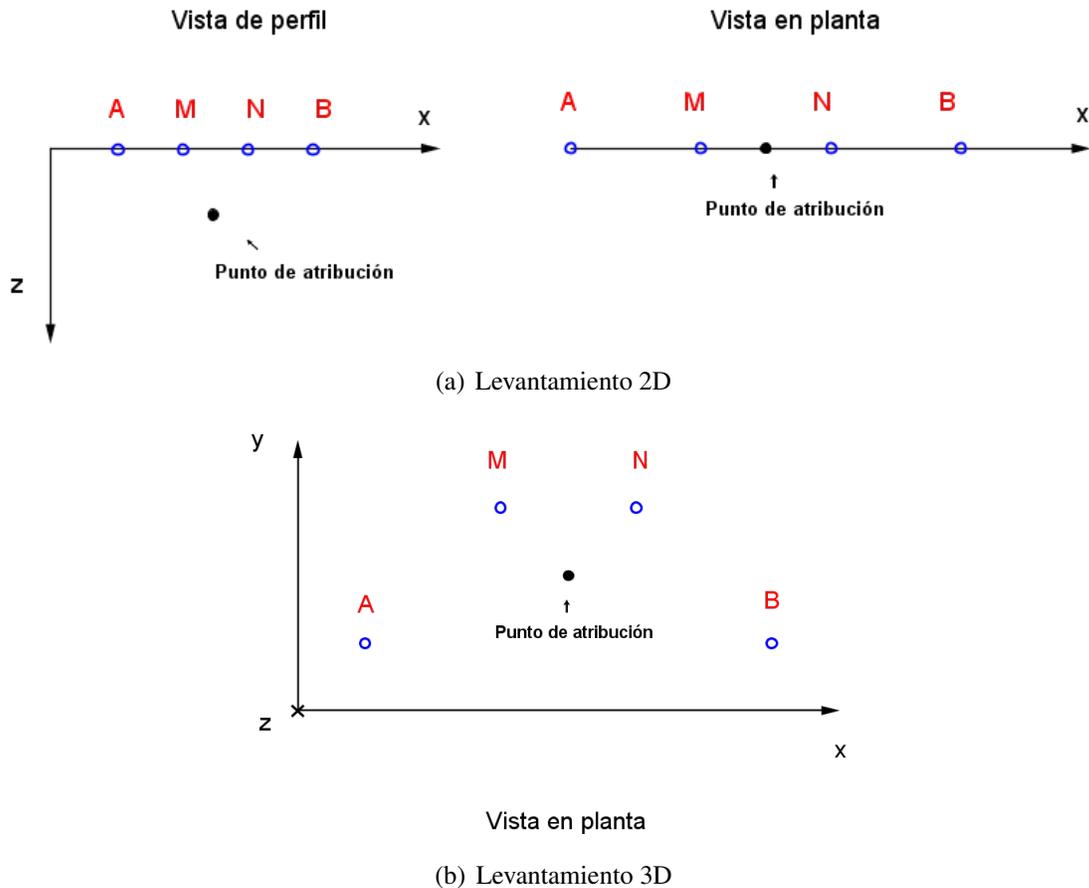


Figura 2.1: Diferencia de un levantamiento 2D y 3D

El detalle de estos tipos de estudios, sobre todo en una TRE3D, es que se necesita una cantidad considerable de mediciones, por lo que a mediados del siglo pasado era impensable sobre todo por que éstas se debían hacer manualmente, es decir que debían mover el cuadripolo de su posición para cada medición distinta. Sin embargo, en últimas fechas la tecnología ha permitido cada vez más el aprovechamiento de éstas técnicas a través de consolas con multicanales; se dispone el tendido con un conjunto de electrodos ya posicionados, se conectan a cables inteligentes (o multicanales), se programa la consola con una secuencia de mediciones y simplemente esperamos que acabe de medir. Ésto ha provocado una asimilación cada vez mayor para con los estudios en 3D, surgiendo a su vez todo tipo de arreglos no convencionales, que si bien todavía con un largo camino por recorrer en la parte teórica, muy efectivos en la resolución de problemas relacionados con las limitantes que tienen los tendidos en ciertas zonas de estudio, por ejemplo la arqueología.

Por otro lado, la inversión de los datos (dependiendo de la complejidad del estudio) se vuelve una importante limitante si no se tiene el ordenador adecuado para su procesamiento, afortunadamente hoy en día hasta existen computadoras personales que bastan para completar el estudio.

## 2.1. Marco Teórico

El objetivo principal de éste método es adquirir una distribución de resistividades aparentes del subsuelo, através de la inyección de corriente directa y de su correspondiente diferencia de potencial medida en una área determinada, luego, a partir de ésta adquisición se pueden inferir datos que sean representativos de la distribución real de resistividades en el subsuelo, por lo tanto, el parámetro físico que se obtiene de éste método es el de la resistividad. La distribución de resistividades así como su magnitud, van a estar en función de diversos factores físicos y geológicos; saturación de agua en los poros del subsuelo, existencia de fracturas, material consolidado, material no consolidado, propiedades físicas de los minerales, etc.

Por otro lado, en los circuitos eléctricos la corriente se desplaza por dispositivos físicos como cables, hilos, etc. Pero en la prospección geofísica el medio por el que se desplaza es de carácter tridimensional compuesto por tan variados tipos de materiales (rocas, minerales, etc) que caracterizar el comportamiento de la corriente inyectada requiere de un análisis más profundo y sobre todo de un respaldo teórico, por medio de ecuaciones específicas, que rijan de forma consistente dicha corriente.

### 2.1.1. Ecuaciones generales

Consideremos dos medios (ver figura 2.2<sup>2</sup>), una como un semi-espacio homogéneo e isótropo de resistividad  $\rho$  y la otra como un semi-espacio de  $\rho$  infinita que será la atmósfera, en donde la interfase de los dos medios será la superficie. Para poder generar un campo eléctrico en el primer medio es necesario una fuente (puede ser una batería de pilas), que a través de un cable provoque el desplazamiento de la corriente eléctrica. Esto se logra conectando un extremo del cable a un electrodo  $A$  y el otro extremo a un electrodo  $B$ , los electrodos son barras metálicas que deberán ir clavados parcialmente en el suelo. Puesto que el tamaño de los electrodos es relativamente pequeño, se puede considerar a cada uno de ellos como fuentes puntuales. De ésta forma, un flujo de la corriente eléctrica de magnitud  $I$  penetrará al semi-espacio por el electrodo  $A$  y saldrá de él por el electrodo  $B$ , garantizando así el cierre del circuito. Por último, consideremos una fuente estacionaria para éste dispositivo.

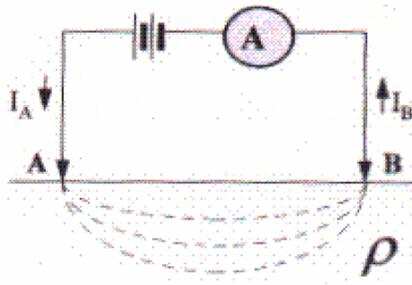


Figura 2.2: Circuito eléctrico que por medio de los electrodos  $A$  y  $B$  inyectan corriente eléctrica al subsuelo

<sup>2</sup>Imagen del libro de Orellana

Consideremos ahora las ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \times E = -\frac{\delta B}{\delta t} \quad (2.1a)$$

$$\nabla \times H = J + \frac{\delta D}{\delta t} \quad (2.1b)$$

recordando que la fuente es de carácter estacionario (es decir, que no hay variación con respecto al tiempo) tenemos

$$\nabla \times E = 0 \quad (2.2a)$$

$$\nabla \times H = J \quad (2.2b)$$

Del cálculo vectorial podemos deducir que el campo eléctrico  $E$  de la ecuación 2.1a es conservativo e irrotacional, teniendo como resultado que la fuente de  $E$  es un potencial escalar  $\varphi$ :

$$E = -\nabla \varphi \quad (2.3)$$

Ahora bien, la ley física fundamental que se utiliza para los métodos eléctricos es la ley de Ohm, caracterizando así el comportamiento de una corriente eléctrica que atraviesa el subsuelo por la siguiente ecuación diferencial:

$$J = \sigma E, \quad (2.4)$$

en donde  $\sigma$  es la conductividad del medio,  $J$  es la densidad de corriente y  $E$  es la intensidad del campo eléctrico. Esta relación indica que el vector  $J$  es proporcional al campo  $E$ , teniendo ambos la misma dirección y sentido en el mismo punto. Entonces, en un punto cualesquiera se cumplirá la ecuación de continuidad

$$\frac{\delta \rho}{\delta t} + \nabla \cdot J = 0 \quad \text{por no depender del tiempo} \implies \nabla \cdot J = 0 \quad (2.5)$$

en todos los puntos excepto en los electrodos.

Sustituyendo la ecuación 2.4 en 2.5 nos queda

$$\nabla \cdot (\sigma E) = 0 \quad (2.6)$$

desarrollándola

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\sigma E) &= \sigma \nabla \cdot E + E \cdot \nabla \sigma \\ &= -\sigma \nabla \cdot \nabla \varphi + E \cdot \nabla \sigma \\ &= -\sigma \nabla^2 \varphi + E \cdot \nabla \sigma \\ &= 0 \end{aligned}$$

Consideremos ahora un medio de conductividad uniforme, entonces el gradiente de la conductividad será 0 ( $\nabla \sigma = 0$ ), por lo tanto

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (2.7)$$

A ésta ecuación se le conoce como ecuación de Laplace, la cual se cumplirá para todo el semi-espacio de conductividad  $\sigma$ , pero que se invalidará para los electrodos y en discontinuidades que pudieran aparecer en el medio.

Veamos ahora el comportamiento de un electrodo como fuente puntual. Si trazamos un semicírculo alrededor del electrodo  $A$  sobre el semi-espacio inferior, notaremos que en cualquier punto de ella existirá la misma magnitud de la densidad de corriente  $J$  y su desplazamiento será de forma radial (figura 2.3). Si ahora integramos a lo largo de la superficie semi-esférica obtendremos el valor de  $I$  para un radio  $r$ , es decir

$$2\pi r^2 J = I$$

y sustituyendo en la ecuación 2.4 y despejando el campo  $E$ , nos queda

$$\begin{aligned} \sigma E &= \frac{1}{2\pi r^2} \\ \Downarrow \\ |E| &= \frac{I\rho}{2\pi r^2} \end{aligned} \quad (2.8)$$

De la anterior expresión podemos decir que la magnitud de un campo  $E$  es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia ( $r^2$ ) por la que se desplaza.

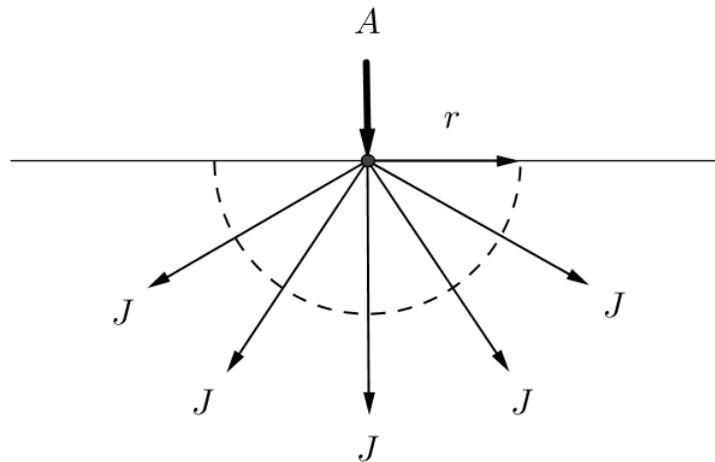


Figura 2.3: Desplazamiento radial de los vectores densidad de corriente  $J$  para una fuente puntual  $A$

Ahora bien, sean  $M$  y  $N$  dos electrodos ubicados en dos puntos cualesquiera, entonces la diferencia de potencial que hay entre ellos se puede deducir de la ecuación 2.3 obteniendo

$$\varphi_N^M = - \int_N^M E \cdot dl \quad (2.9)$$

Suponiendo ahora que las distancias  $r_1$  y  $r_2$  corresponden a las distancias que hay entre  $M$

y  $N$  al electrodo  $A$  respectivamente, tendremos

$$\begin{aligned}\varphi_N^M &= \frac{I\rho}{2\pi} - \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} \\ &= \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)\end{aligned}\quad (2.10)$$

De ésta forma hemos obtenido una expresión para calcular la diferencia de potencial entre dos puntos cualquiera, que en éste caso serán los electrodos  $M$  y  $N$ , debido a una fuente puntual.

Sin embargo, consideremos ahora la obtención de un potencial absoluto para el electrodo  $M$ . Para ello es necesario referenciarlo a un potencial 0, que por convención universal (Orellana, 1982), estará situada a una distancia infinita de la fuente por lo que necesitaremos calcular la integral de la ecuación 2.10 para  $r_2 \rightarrow \infty$ , así

$$\varphi_M = \frac{l\rho}{2\pi} \frac{I}{r_1} \quad (2.11)$$

Puesto que el potencial es una magnitud a la que se le pueden ir sumando otros potenciales debidas a otras fuentes, podemos ir sumandole las magnitudes de cada una de ellas, por otro lado recordando que el semi-espacio tiene una resistividad  $\rho$  constante obtenemos una ecuación para calcular la magnitud sumada de distintos potenciales; para una distancia  $r_i$  al punto de una fuente  $i$ , con una intensidad de corriente  $I_i$ .

$$\varphi_M = \frac{l\rho}{2\pi} \sum \frac{I_i}{r_i} \quad (2.12)$$

Ésta ecuación es válida exclusivamente para un medio homogéneo e isótropo.

Por otro lado, una forma más general de verlo sería sustituyendo la ecuación 2.4 en la ecuación 2.3 y despejando  $J$

$$J = -\sigma \nabla \phi \quad (2.13)$$

y recordando que la prospección eléctrica asume una fuente puntual en la inyección de la corriente, entonces tenemos para una fuente de corriente eléctrica ubicada en  $(x_s, y_s, z_s)$  que pasa por un elemento de volumen  $\nabla v$  la ecuación (Dey and Morrison 1979a)

$$\nabla J = \frac{I}{\nabla v} \delta(x - x_s) \delta(y - y_s) \delta(z - z_s) \quad (2.14)$$

en donde  $\delta$  es la función delta de Dirac. Ésta última ecuación se puede reescribir como

$$-\nabla \cdot \sigma(x, y, z) \nabla \phi(x, y, z) = \frac{I}{\nabla v} \delta(x - x_s) \delta(y - y_s) \delta(z - z_s) \quad (2.15)$$

De ésta forma obtenemos otra ecuación que representa la distribución del potencial eléctrico en el subsuelo debido a una fuente puntual. Con ésta expresión se puede generar un problema de modelado directo; para el caso de un modelado 1D se utiliza un filtro lineal (Koefoed

1979), y para el caso de un 2D y 3D se utilizan por lo general los métodos de diferencias finitas y del elemento finito.

En general, dependiendo del objetivo de estudio se puede analizar al subsuelo de tres formas distintas: como un modelo 1D, 2D y 3D, cuya clasificación va a depender de la geometría de los cuerpos que estén en el subsuelo (figura 2.4<sup>3</sup>).

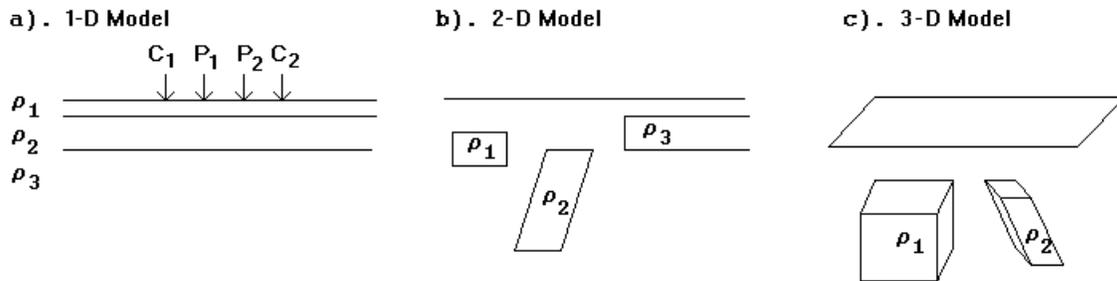


Figura 2.4: Distintas formas de interpretación en una prospección eléctrica

### 2.1.2. Resistividad aparente

Hasta ahora hemos visto la forma de calcular la diferencia de potencial y el potencial en cualquier punto de la superficie de un medio homogéneo e isótropo. En la práctica, los datos obtenidos en campo son valores de diferencia de potencial: éstos valores van a estar en función de las características conductoras del medio, específicamente, de los contrastes que exista entre uno u otro material del subsuelo. Pero el contraste encontrado debido a un material  $F$  y  $Q$  al inyectar una corriente  $I$  puede ser el mismo contraste que hay entre un material  $F_1$  y  $Q_1$  con la misma corriente  $I$ , por lo tanto una diferencia de potencial por sí misma no puede determinar la existencia específica de tal o cual material. Así, es necesario encontrar un parámetro físico que pueda ayudarnos a asociar las mediciones de campo con un determinado tipo de material.

Recordemos ahora la ecuación 2.10, y llamémosle  $\Delta V$ , es decir

$$\begin{aligned} \varphi_N^M &= \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ &\Downarrow \\ \Delta V &= \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

En un trabajo de campo, inyectamos una corriente conocida  $I$  para leer una diferencia de potencial  $\Delta V$  entre dos puntos cuyas distancias  $r_1$  y  $r_2$  a la fuente conocemos, por lo tanto la única variable que nos queda por determinar es la  $\rho$ . De ésta forma podemos obtener indirectamente de los datos de campo valores de resistividad  $\rho$ , que ahora sí podremos asociar

<sup>3</sup>Figura tomada del tutorial de Loke, 2010

a un determinado material y a la forma en que se presenta en el medio; por ejemplo un basalto fracturado, arenisca muy consolidada, etc. Entonces, procediendo a despejar la  $\rho$  nos queda:

$$\rho = \frac{\Delta V}{I} 2\pi \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)^{-1} \quad (2.17)$$

Dejemos por un momento de lado esta relación. Pensemos nuevamente en un subsuelo homogéneo de resistividad  $\rho$ , en donde a través del electrodo  $A$  se inyecta una corriente  $I$  que se desplaza por el subsuelo hasta cerrar el circuito en el electrodo  $B$ , mientras, el campo eléctrico generado es estudiado por los electrodos  $M$  y  $N$  a través de la diferencia de potencial que hay entre ellos, como se muestra en la siguiente figura<sup>4</sup>.

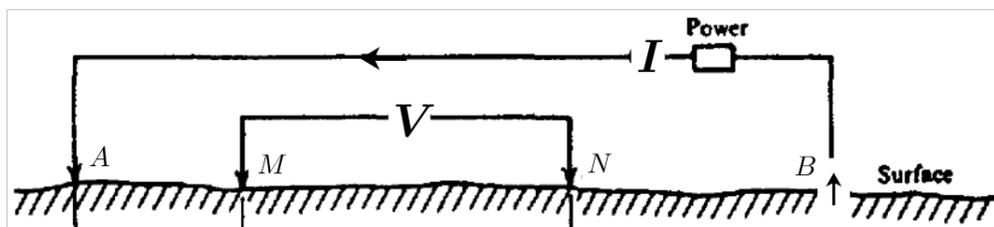


Figura 2.5: Configuración cuadrípolar de un levantamiento de prospección geoelectrónica

La ecuación 2.17 fue pensada para una fuente puntual, pero en este caso estamos suponiendo dos fuentes puntuales representados por los electrodos  $A$  y  $B$ , por lo tanto dos nuevas fracciones aparecen en la ecuación asociadas a la distancia que existe entre los electrodos de potencial y el electrodo  $B$ , así reescribiendo la ecuación 2.17

$$\rho = \frac{\Delta V}{I} 2\pi \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} \right)^{-1} \quad (2.18)$$

donde

$$r_1 = AM$$

$$r_2 = BM$$

$$r_3 = AN$$

$$r_4 = BN$$

como se muestra en la figura 2.5. Así tenemos un dispositivo cuadrípolar alineado  $A M N B$ .

Ahora bien, la ecuación 2.18 es válida siempre y cuando estemos en un medio homogéneo. Pero en la vida real no existe un medio de tales características, de hecho, el geofísico se enfrenta siempre a medios heterogéneos. Entonces sirve preguntarnos si ésta ecuación es válida para medios no homogéneos. Si hacemos las mediciones correspondientes en un medio heterogéneo y sustituimos las variables conocidas en la ecuación 2.18 la magnitud de la

<sup>4</sup>Imagen modificada del Telford

resistividad obtenida no será un valor real, por lo que a dicha magnitud se le nombra como *resistividad aparente* (Orellana, 1982), de tal forma que

$$\rho_a = \frac{\Delta V}{I} 2\pi \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} \right)^{-1} \quad (2.19)$$

La resistividad aparente es una magnitud medida en un medio heterogéneo asociada al valor de resistividad que obtendríamos si estuviésemos estudiando un medio homogéneo, por lo tanto no podemos atribuirle un valor promedio ni ponderado de las distintas resistividades existentes en el subsuelo, sin embargo, es un valor que depende de todas las resistividades de los cuerpos involucrados en la medición y de las distancias que existen entre los electrodos del cuadripolo  $A M N B$  (es decir  $r_1, r_2, r_3,$  y  $r_4$ ). Éste parámetro es el que más comúnmente se busca conocer en los métodos de prospección eléctrica, y sirve de base para el procesamiento de los datos y su posterior interpretación. Las unidades de la  $\rho_a$  están dadas en *ohmio-metro* [ $\Omega - m$ ].

Observemos que la resistividad aparente  $\rho_a$  será directamente proporcional a la diferencia de potencial  $\Delta V$ , inversamente proporcional a la corriente inyectada  $I$  multiplicado por un factor  $k$  que es

$$k = 2\pi \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} \right)^{-1} \quad (2.20)$$

de tal forma que reescribiendo la ecuación 2.19 nos queda

$$\rho_a = \frac{\Delta V}{I} k \quad (2.21)$$

De ésta forma sea  $k$  una variable que contendrá la información geométrica de cualquier arreglo cuadripolar llamada *factor geométrico*.

Ahora bien, el objetivo de todas las prospecciones de exploración geofísica es medir las *anomalías*: el subsuelo por sí mismo contiene perturbaciones de sus propiedades físicas a causa de fuentes naturales o de una fuente *teórica* conocida, dependiendo del objetivo de estudio, dichas fuentes pueden o no tener relación con lo que se está buscando, por lo que es necesario quitar las fuentes que no nos interesan para quedarnos con la fuente asociada al objetivo del estudio que precisamente es la que genere nuestra anomalía.

De forma análoga, los potenciales medidos en un medio heterogéneo se pueden comparar con los potenciales que obtendríamos para uno homogéneo (o bien los potenciales que *deberíamos* tener si el medio *fuese* homogéneo). Suponiendo una corriente inyectada  $I$ , y que la disposición geométrica de los electrodos involucrados fuesen iguales en ambos casos, sea  $\rho_a$  la resistividad obtenida en el caso de un subsuelo heterogéneo y sea  $\rho = 1$  en el otro caso.

Tomando entonces la ecuación 2.16 para cada medio obtenemos

$$\Delta V = \frac{I\rho_a}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\Delta V' = \frac{I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

donde  $\Delta V'$  es el potencial obtenido para el medio homogéneo. Ahora realicemos el cociente entre ambas ecuaciones y nos quedará

$$Anom = \frac{\Delta V}{\Delta V'} = \rho_a \quad (2.22)$$

$Anom$  vendría siendo la anomalía, y podemos observar que es exactamente igual a la resistividad aparente  $\rho_a$  (Orellana, 1982). Entonces, se concluye que la resistividad aparente representa la perturbación en el potencial medido debido a la heterogeneidad del subsuelo.

### 2.1.3. Reciprocidad

El *Principio de Reciprocidad* es un concepto que se utiliza en los circuitos eléctricos usuales, y se refiere a que en dos polos situados en los puntos  $a_1$  y  $a_2$  circula una corriente  $I$  generando de ésta forma una diferencia de potencial  $\Delta V$  medible en otros dos polos en los puntos  $b_1$  y  $b_2$ , si se intercambiara los polos que generan la corriente  $I$  a los puntos  $b_1$  y  $b_2$ , y los polos que miden la diferencia de potencial  $\Delta V$  a los puntos  $a_1$  y  $a_2$ , la diferencia de potencial  $\Delta V$  entre los puntos  $b_1$  y  $b_2$ , y  $a_1$  y  $a_2$  serán iguales siempre que se inyecte la misma corriente. Por otro lado si sólo se intercambia el polo  $a_1$  por  $a_2$ , ó el polo  $b_1$  por  $b_2$  la corriente para el primer caso se desplazará en dirección contraria pero con la misma magnitud; en el segundo caso el potencial será de la misma magnitud pero de signo contrario.

Éste principio puede aplicarse a la prospección geoelectrica. Recordando la ecuación 2.20

$$k = 2\pi \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} \right)^{-1}$$

vemos que si decidieramos intercambiar los lugares de los electrodos de corriente ( $A$  y  $B$ ) por los de potencial ( $M$  y  $N$ ) con una misma corriente inyectada  $I$ , el valor de la resistividad aparente medida será igual en ambos casos siempre que se respete la distancia  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ , y  $r_4$  entre ellos. Por otro lado si sólo se intercambiaran los electrodos de potencial  $M$  y  $N$  la diferencia de potencial sería exactamente la misma, de igual forma ocurre con la corriente inyectada si permutáramos los electrodos  $A$  y  $B$ . En la figura 2.6 se muestran los casos en donde se cumple éste principio.

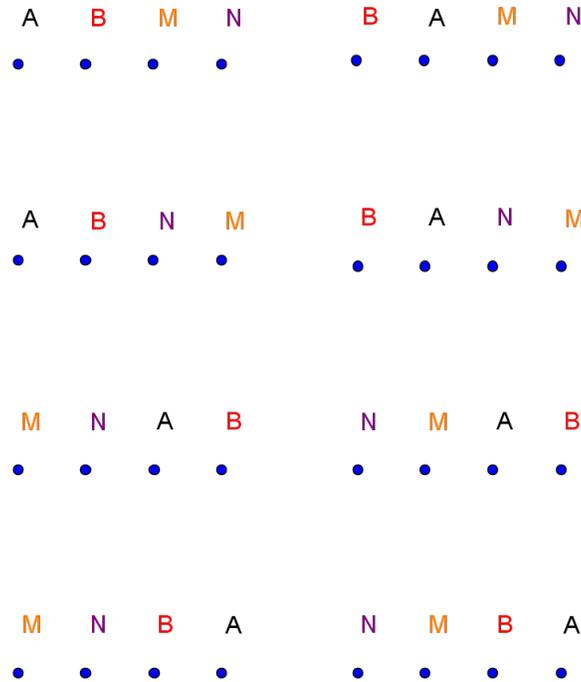


Figura 2.6: Principio de reciprocidad para un cuadrupolo

## 2.2. Modalidades del método

La profundidad alcanzada y la posición de los puntos de atribución van a estar en función de la forma en que se vayan moviendo los electrodos en cada medición, por lo que para cada una vamos a tener una geometría determinada de cada electrodo involucrado de tal forma que existen diversas formas de desplazar cada cuadrupolo a lo largo de un tendido, a éstas maneras de desplazar los electrodos se les llama *dispositivos* (Orellana, 1982), *configuraciones* (Orellana, 1982) ó *arreglos*. En el presente trabajo explicaré las generalidades de los arreglos *dipolo-dipolo*, *Wenner* y *Wenner-Schlumberger*.

Hay un concepto fundamental que tenemos que tener en mente: el *nivel*. Pensemos en un tendido de longitud  $L$  en donde la configuración a utilizar consta de cuatro electrodos que estarán alineados con distancias entre sí de  $d_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$  donde todas las distancias tienen la misma magnitud (cuadro verde de la figura 2.7a). Por otro lado como se mencionó con anterioridad, la profundidad alcanzada va a estar en función de la magnitud de abertura de los electrodos, así, posicionaremos cada punto de atribución de cada medición a una profundidad  $z$  para un primer *barrido* en el tendido mostrado en la figura 2.7a. Como un siguiente paso duplicaremos la distancia  $d_2$  dejando igual las distancias  $d_1$  y  $d_3$ , procedemos a efectuar el barrido correspondiente del tendido, y por último la triplicamos y desplazamos a lo largo del tendido  $L$ . Podemos observar que para cada distinta abertura  $d_2$  el punto de atribución va profundizando una distancia  $z$ ,  $z_1$  y  $z_2$  respectivamente. A cada desplazamiento vertical del punto de atribución lo llamaremos nivel  $n$ . Así, las mediciones del primer barrido pertenecerán al nivel 1, las del segundo barrido estarán en el nivel 2 y los del último estarán en el

nivel 3 (figura 2.7b), por lo que la distancia  $d_2$  estará multiplicada por  $n$  niveles.

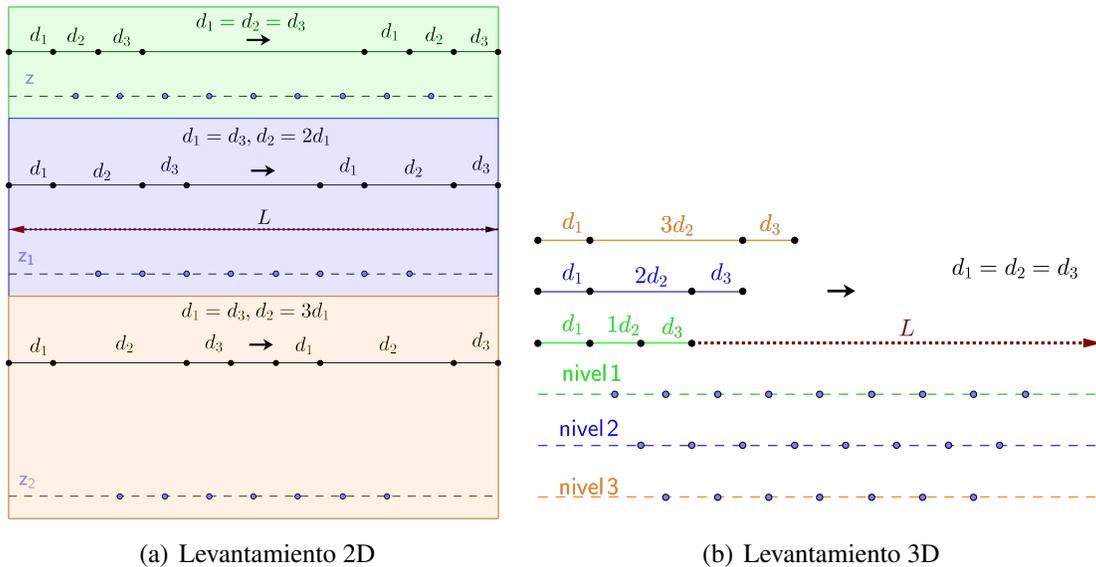


Figura 2.7: A medida que se incrementa la distancia  $d_2$ , los puntos de atribución se posicionan a distintos *niveles* de profundidad

### 2.2.1. Dipolo-dipolo

El dipolo-dipolo (DD) pertenece al conjunto de dispositivos *dipolares* (Orellana, 1982). Los electrodos van acomodados en la secuencia  $A \rightarrow B \rightarrow M \rightarrow N$ . La distancia que existe entre  $AB$  es  $a$ , para cada desplazamiento cuadripolar permanece constante y es igual a la distancia que hay entre los electrodos  $MN$ ; la distancia que hay entre  $BM$  será la distancia  $na$ ; el factor  $n$  es un número real (1,2,3..) que representa el nivel en el que se está haciendo la medición como se comentó anteriormente; entonces, los niveles que alcance ésta configuración van a estar en función de la distancia que hay entre los electrodos  $B$  y  $M$ . El punto de atribución se encuentra localizada por debajo del centro de dicha abertura. Así, para la primera medición la abertura de  $BM$  será  $1a$ , luego se desplaza lateralmente éste arreglo hasta la longitud total del tendido previamente definido siendo éstas lecturas correspondientes al primer nivel; para el segundo nivel se posiciona el arreglo en donde se hizo la primera medición pero ahora con una abertura  $2a$ , se barre lateralmente el arreglo hasta la longitud total del tendido; así para un tercer nivel..., etc (figura 2.8).

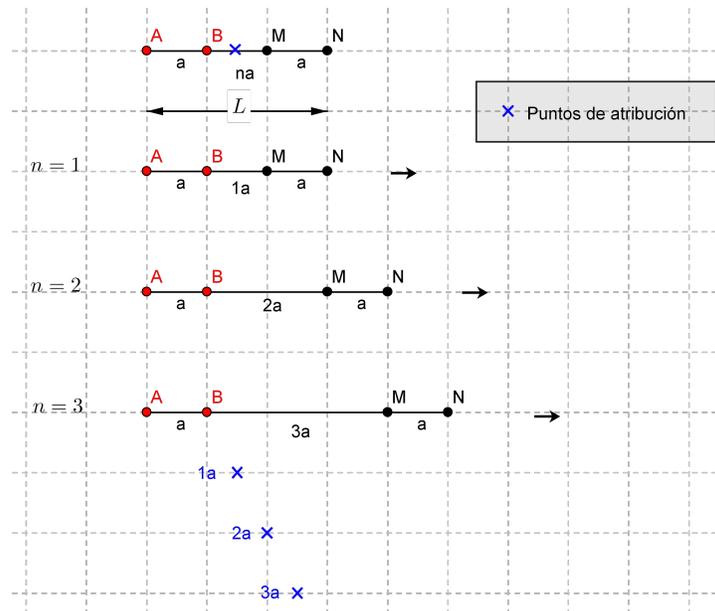


Figura 2.8: Arreglo dipolo-dipolo

En la figura 2.9 se muestra que tanto entre los electrodos de corriente como entre los de potencial se encuentra la mayor sensibilidad, dado éste comportamiento el arreglo será sensible a cambios horizontales de resistividad (Loke, 2010). Sin embargo conforme se vaya aumentando el número de niveles se tendrá una señal más baja, para poder solventar ésta deficiencia, lo más recomendable es que se abra la distancia de  $a$ .

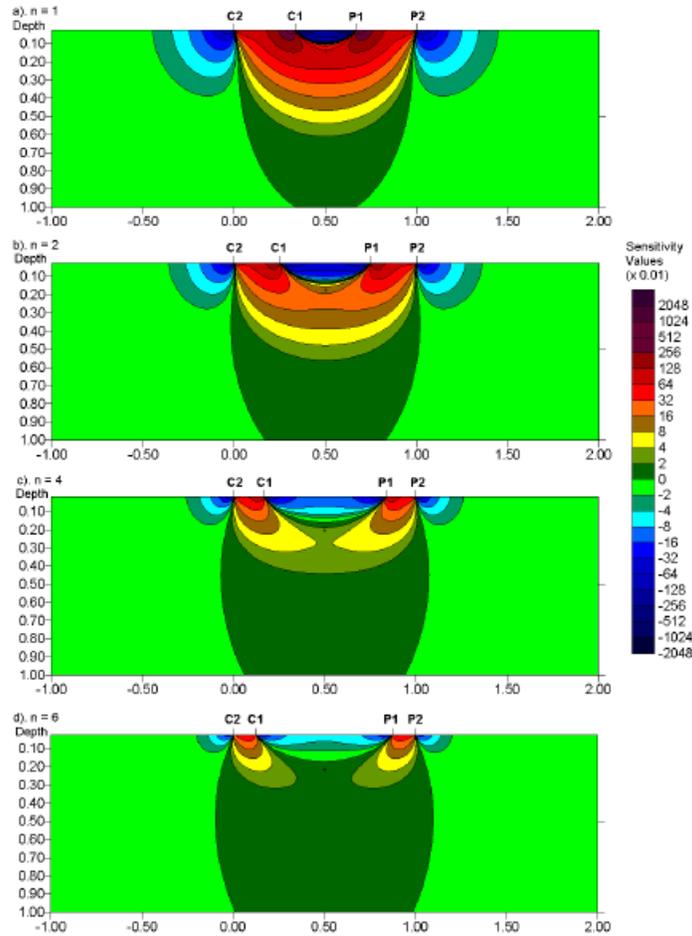


Figura 2.9: Mapa de sensibilidad del dipolo-dipolo (Loke, 2010). Nótese como a medida que se aumenta de nivel, la señal disminuye entre los electrodos de corriente y entre los de potencial

La profundidad de investigación según Loke (2010) está dada por la siguiente tabla

$n = 1$	.....	$0,139L$
$n = 2$	.....	$0,174L$
$n = 3$	.....	$0,192L$
$n = 4$	.....	$0,203L$
$n = 5$	.....	$0,211L$
$n = 6$	.....	$0,216L$
$n = 7$	.....	$0,220L$
$n = 8$	.....	$0,224L$

### 2.2.2. Wenner

En el arreglo Wenner (W) el orden de los electrodos es  $A \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow B$ , la distancia que hay entre  $AM$  es  $na$  al igual que la distancia entre  $NB$ , y  $BN$ . Según Orellana (1982) pertenecen al grupo de los dispositivos lineales. El punto de atribución se localiza por debajo

del punto medio de los electrodos  $MN$  y la longitud total  $L$  está dada por la distancia entre  $A$  y  $B$ .

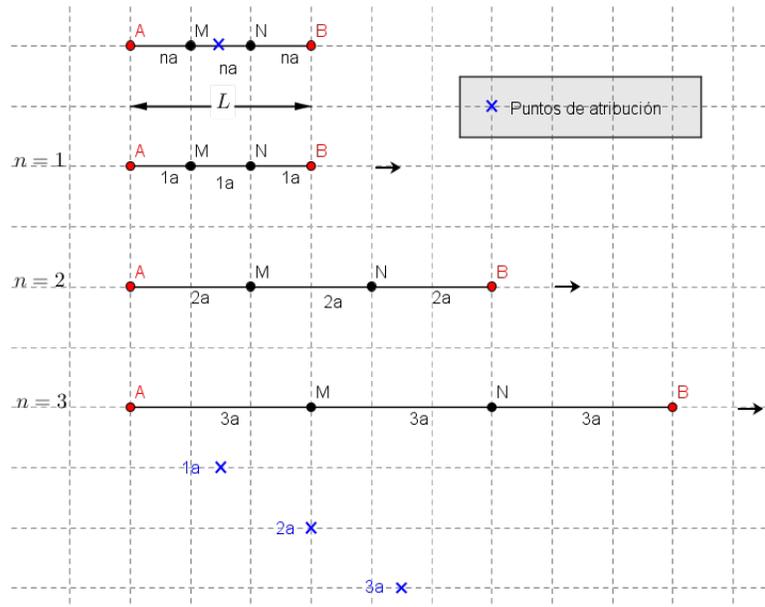


Figura 2.10: Arreglo Wenner para los primeros tres niveles,  $L$  es la longitud total del cuadrípolo

Éste arreglo se deriva de la modalidad del Wenner Alpha (Loke, 2010). Su mayor sensibilidad se encuentra entre los electrodos de potencial (figura 2.11), por ello es muy sensible a cambios de resistividad verticales en esa área pero poco sensible a cambios horizontales, disminuyendo aún más cada que se abre la distancia  $na$ . De acuerdo con Loke (2010) la profundidad de investigación es

Wenner .....  $0,173L$

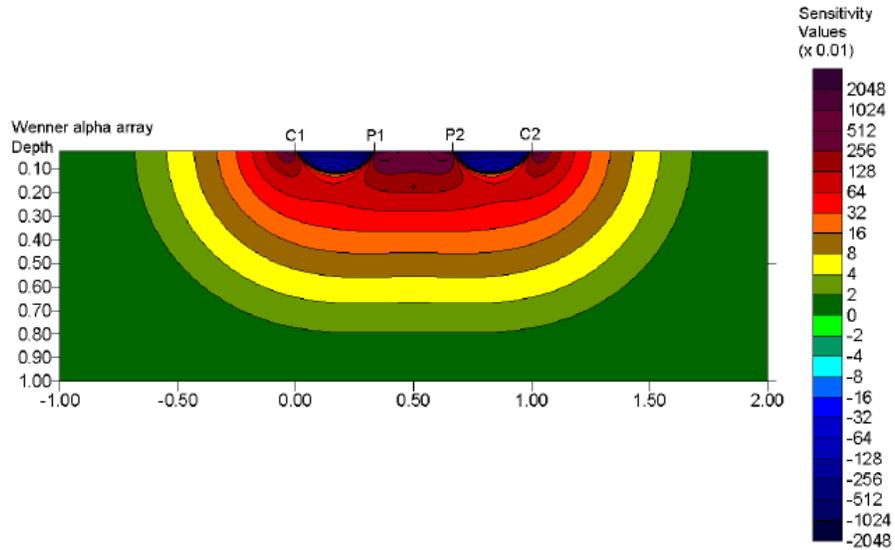


Figura 2.11: Mapa de sensibilidad para el arreglo Wenner tomado de Loke, 2010. Entre los electrodos de potencial está la mayor sensibilidad del arreglo

### 2.2.3. Wenner-Schlumberger

El arreglo Wenner-Schlumberger (WS) pertenece al mismo grupo de dispositivos que el Wenner, y tiene el mismo orden de electrodos, es decir  $A \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow B$ , pero ahora la distancia que hay entre  $AM$  es  $na$  y es igual a la distancia que hay entre los electrodos  $NB$ , por otro lado la distancia que hay entre  $MN$  es  $a$  permaneciendo ésta constante en cada medición y cambio de nivel que se haga. De igual forma que en el arreglo dipolo-dipolo, se va barriendo lateralmente hasta terminar la línea de estudio, luego se procede a incrementar el nivel  $n$  hasta desplazarse por toda línea. El punto de atribución está por debajo de la distancia media de  $MN$ .

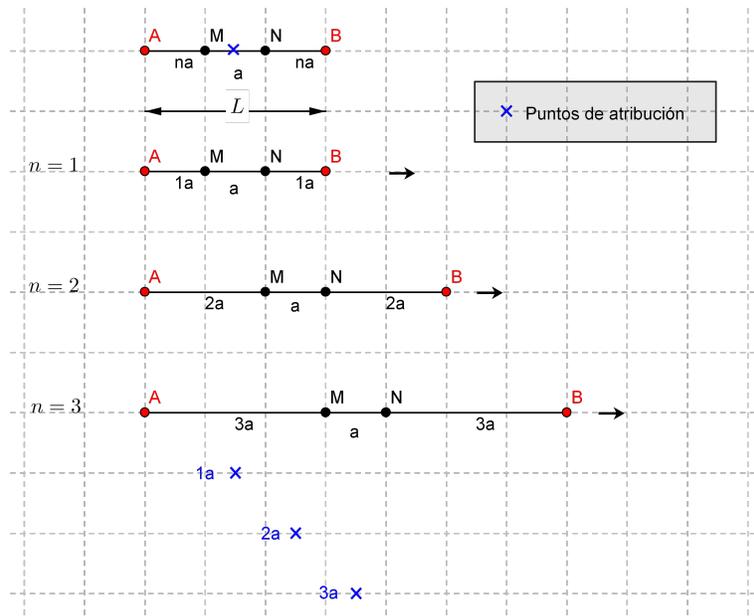


Figura 2.12: Arreglo Wenner-Schlumberger para los primeros tres niveles,  $L$  es la longitud total del cuadrípolo

Se observa en el mapa de resistividades (figura 2.13) que para los primeros niveles tiene una buena sensibilidad a cambios de resistividad vertical, mientras que para los demás dicha sensibilidad decrece pero se compensa con sensibilidad horizontal, entonces, para los primeros niveles será de buena resolución vertical, mientras que para niveles altos será de buena resolución horizontal (Loke, 2010).

Según Loke (2010) la profundidad de investigación para los primeros 10 niveles es:

$n = 1$	.....	$0,173L$
$n = 2$	.....	$0,186L$
$n = 3$	.....	$0,189L$
$n = 4$	.....	$0,190L$
$n = 5$	.....	$0,191L$
$n = 6$	.....	$0,191L$
$n = 7$	.....	$0,191L$
$n = 8$	.....	$0,191L$
$n = 9$	.....	$0,191L$
$n = 10$	.....	$0,191L$

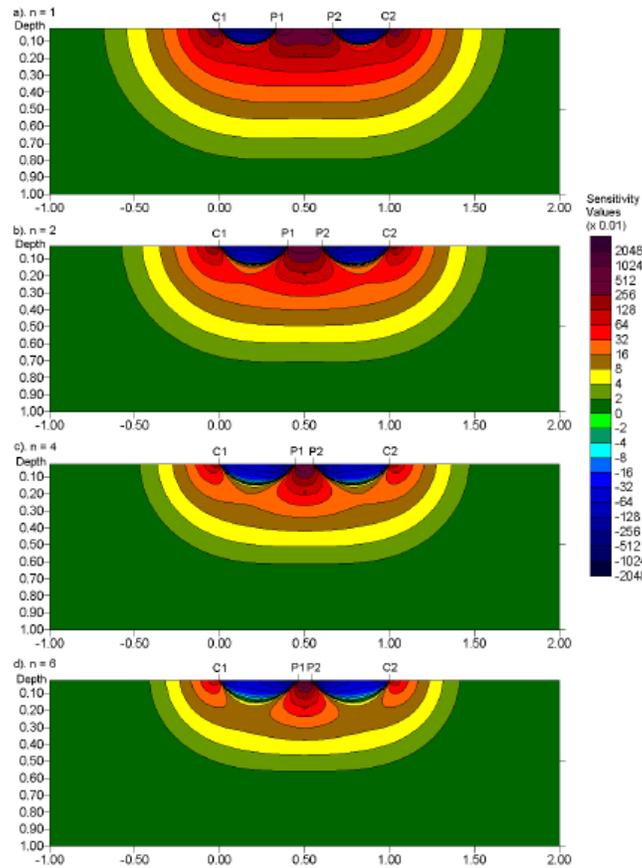


Figura 2.13: Mapa de sensibilidad del Wenner-Schlumberger (Loke, 2010).

#### 2.2.4. Roll-allong

De entre las variadas limitaciones que existen en la configuración de un tendido determinado, una de las más usuales es cuando el equipo con el que se mide controla al usuario en el número de canales que se puedan utilizar: pensemos en un equipo con capacidad de 24 canales, y con dos cables de 12 nodos cada uno espaciados a 5m. Si se desea hacer un tendido cuya longitud total sea de 175m con un espaciamento entre electrodos de 5m, es decir de 36 electrodos totales. Es evidente la limitante para dicho tendido, entonces, lo que se hace es primero el levantamiento con un tendido de 115m que es lo que permite el equipo, luego, se le aplica a éste un desplazamiento lateral (Loke, 2010) hasta cubrir la longitud que se había propuesto desde un principio. Es importante mencionar que dicho desplazamiento se debe de hacer sin repetir mediciones del primer levantamiento.

# Capítulo 3

## Metodología

### 3.1. Características del programa

Uno de los programas más versátiles en la creación de las secuencias en una tomografía es el Electre-Pro, de AGI. Con éste software se pueden calcular todas las combinaciones cuadripolares posibles en un arreglo exclusivamente en 2D, por otro lado si se desea hacer un trabajo en 3D es necesario generar un archivo txt con las coordenadas de cada uno de los electrodos a utilizar, luego, crear manualmente las secuencias de mediciones que se quieran programar en la consola. Éste paso naturalmente puede presentar un importante retraso en el estudio, que dependiendo del tipo de arreglo a utilizar, al geofísico le puede llevar más de una hora de finalizar, es por ello que éste trabajo está enfocado a optimizar y automatizar una parte de la configuración del arreglo en un estudio de TRE3D.

A continuación y a lo largo de éste capítulo se explicará de forma extensa la forma en que trabaja éste programa así como los conceptos claves que se toman en cuenta.

Los softwares más comunes para la programación de los arreglos siempre toman en cuenta las coordenadas x-y para calcular la configuración de cuadripolos, pero existe una forma más sencilla de resolver las secuencias: si le asignamos a los electrodos utilizados un valor  $e$  (ver figura 3.5), donde,

**Definición 3.1** *sea  $e$  un vector cuyos elementos son todos los números naturales (excluyendo al cero) que indica el número de electrodo en el que se puede posicionar cada polo  $A$ ,  $B$ ,  $M$  ó  $N$*

así, tendremos para cada electrodo un solo valor en lugar de lo complejo de trabajar con dos valores asignados a cada uno de ellos, que es lo que pasa cuando se trabaja en términos de las coordenadas de los electrodos. Ésto simplifica en grado sumo los cálculos de las secuencias cuadripolares. Para poder crear un algoritmo que resuelva las secuencias cuadripolares me basé en unos de los arreglos más comunes en la TRE, que son el dipolo-dipolo, Wenner y Wenner-Schumberger, sin embargo, el algoritmo es capaz de crear cualquier tipo de combinación cuadripolar.

Ahora bien, con el riesgo de sonar redundante, debemos tomar en cuenta de que estamos

trabajando con cuatro elementos en cada cuadripolo, que asociaré a  $A$ ,  $B$ ,  $M$ ,  $N$ , siendo los dos primeros electrodos de corriente y los restantes electrodos de potencial respectivamente. Ésto quiere decir que podemos hacer en un primer paso 24 combinaciones cuadripolares, sin embargo considerando la existencia de reciprocidad en los arreglos éste número se reduce a 3 combinaciones (figura 3.1), eso es en el caso del primer cuadripolo.

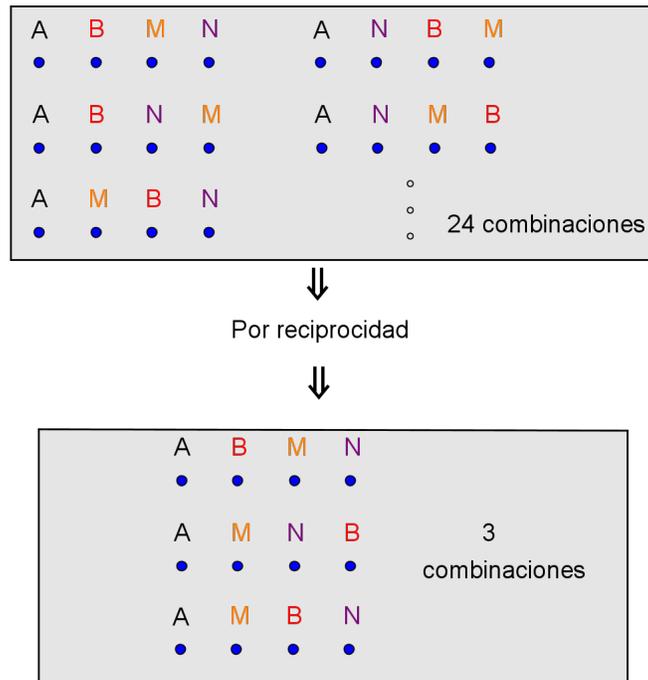


Figura 3.1: Combinaciones posibles para un cuadripolo por el principio de reciprocidad

Como se sabe, una lectura de ésta primera combinación se puede desplazar lateralmente hasta barrer toda la línea o líneas del tendido, de ésta forma iremos obteniendo lecturas de una calicata eléctrica, luego se pueden ir abriendo los electrodos de distintas formas simulando un SEV para llegar a distintas profundidades o varios niveles, entonces, como un segundo paso se pueden agregar nuevas posibilidades de combinaciones a las ya existentes (que son 3) como se muestra en la figura 3.2 llegando a distintos niveles y subniveles.

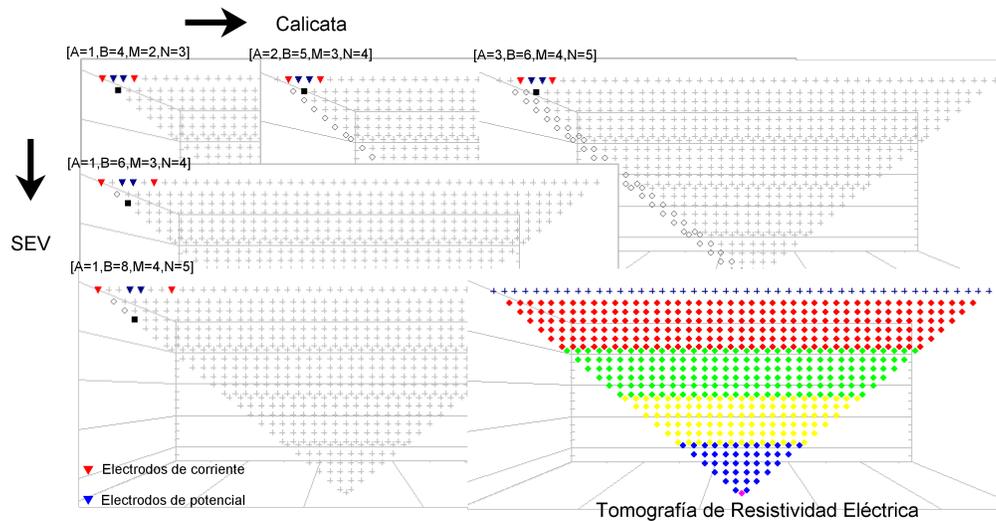


Figura 3.2: Ejemplo de una TRE tipo WS

Le llamo subnivel a las aberturas posibles que quedan después de las aberturas correspondientes de los niveles. Por ejemplo, en un dipolo-dipolo se le llama nivel a las mediciones que se encuentran en la abertura que existe entre el electrodo  $B$  y el electrodo  $M$ , entonces, el subnivel sería la abertura que existe entre los electrodos  $A$  y  $B$  que a su vez es igual a la abertura que existe entre  $M$  y  $N$ , en otras palabras, un subnivel va a depender de las veces en que se aumente la magnitud de  $a$ , pero solamente cuando dicha variable no es multiplicada por  $n$  que representa el número de niveles. Otro ejemplo sería en el caso de una modalidad Wenner-Schlumberger: el nivel está dado por el número de veces en que se abra la distancia entre los electrodos  $A$  y  $M$  (que es la misma distancia que hay entre los electrodos  $N$  y  $B$ ), y el subnivel es el número de veces en que se abra la distancia entre  $M$  y  $N$ . Un caso en el que no existe un subnivel es en el arreglo Wenner.

Entonces, para una primera distancia  $1a$  estaremos en el subnivel 1, para una segunda distancia  $2a$  caeremos en el subnivel 2... y así sucesivamente. En la TRE usual se suele explicar el concepto de nivel en términos del número de veces en que se abre una magnitud  $a$  entre tal o cual par de electrodos, para un subnivel es similar: es el número de veces en que se abre una magnitud  $a$  el par de electrodos que no dependan del valor del nivel  $n$ , de modo que

**Definición 3.2** *un subnivel  $s$  es el número de veces que se va abriendo la distancia  $a$ , siempre y cuando ésa distancia no defina un nivel  $n$  determinado*

La figura muestra esquemáticamente el concepto de subnivel.

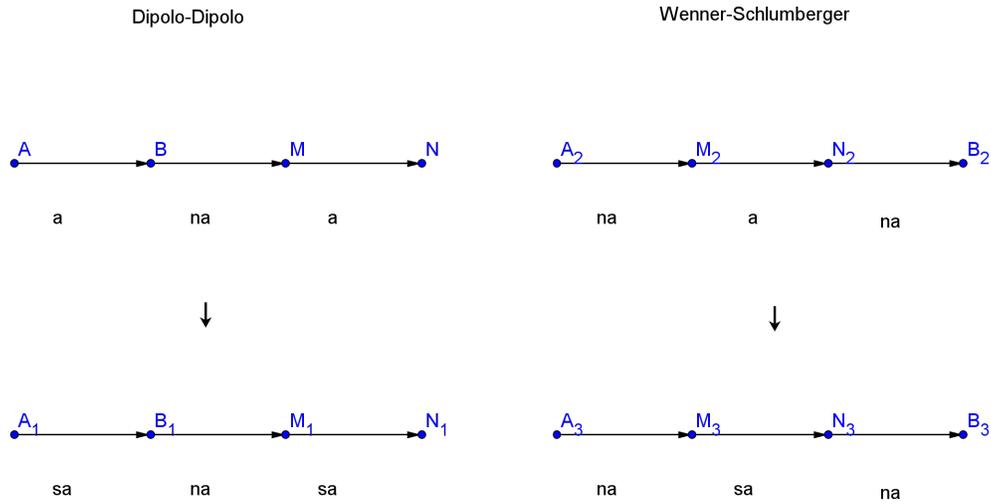


Figura 3.3: Nivel  $n$  y subnivel  $s$  para un dipolo-dipolo y Wenner-Schlumberger

He mencionado que es más sencillo trabajar conceptualmente con el número de electrodos de los que consta el tendido en lugar de sus coordenadas, y ésto se toma en cuenta a la hora de la creación del algoritmo de generación de las secuencias. Éste algoritmo no hubiera sido posible sin los nuevos equipos automatizados de adquisición de datos de TRE, ya que éstos te permiten posicionar una cierta cantidad de electrodos, los cuales van conectados a distintos nodos de cable inteligente y sólo basta definir previamente las secuencias para que el equipo haga la combinación de calicatas y SEV's. Así, podemos pensar en una línea de *et* electrodos posicionados con cualquier geometría, por ejemplo en forma de herradura, en forma de triángulo, en forma circular, etc.; de tal forma que a medida en que se van adquiriendo los datos, los electrodos  $A$ ,  $B$ ,  $M$  y  $N$  van posicionándose en los distintos lugares ya predefinidos como se muestra en la figura 3.4, entonces, podemos definir cuadripolos en términos del lugar en el que se posicionan en el electrodo 1, el electrodo 2, el electrodo 3, etc. Gracias a ésta perspectiva, podemos darnos cuenta de que la magnitud de las aberturas entre cada uno de los electrodos y las coordenadas de cada uno de ellos son irrelevantes para la creación de las secuencias cuadripolares.

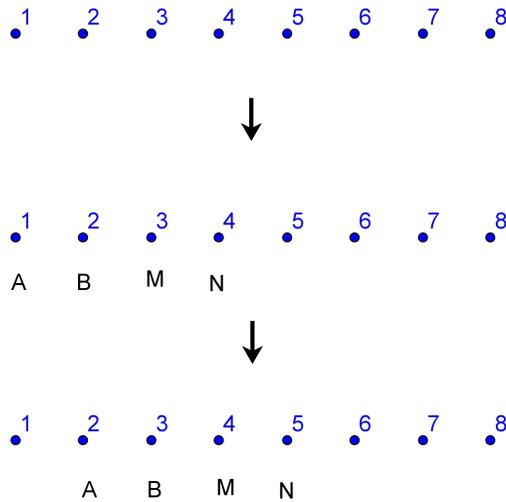


Figura 3.4: Tendido de 8 electrodos colineales. Nótese como puede variar la posición de los electrodos de un cuadrípulo en un mismo tendido

Analicemos por ejemplo un tendido en una sola dirección que contiene 12 electrodos ( $ef = 12$ ) en la modalidad dipolo-dipolo. Hagamos un paréntesis para observar que en ésta ocasión el primer electrodo del tendido coincidió con el número 1 ( $e_1 = 1$ ), pero habrá ocasiones que el tendido empiece en por ejemplo el electrodo 4 y acabe en el electrodo 15 (figura 3.5), así  $et$  seguirá valiendo 12, sin embargo su valor no coincide con el electrodo final por lo que

**Definición 3.3** Sea  $ef$  el parámetro que indica el último electrodo del tendido

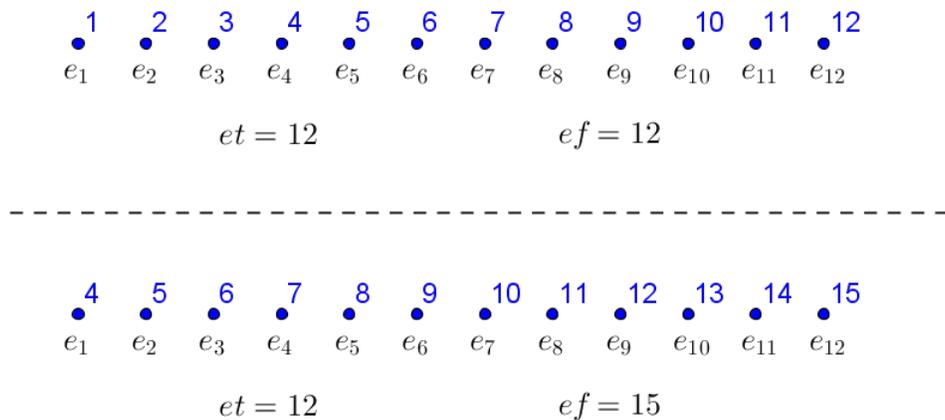


Figura 3.5: Valores que toma  $e$ ,  $ef$  y  $et$  para distintos tendidos. Los números azules son los valores que toma el vector  $e$

Dicho concepto será más conveniente que  $et$  para las operaciones siguientes.

Siguiendo con el ejemplo, vemos que  $et = ef$ . Para el cuadrípulo en donde  $A$  está posicionado en el electrodo 1, es decir  $A = 1$ ,  $B$  será igual a 2,  $M = 3$  y  $N = 4$ , si ahora

recorremos el cuádrupolo una posición igual a la unidad (y si lo hacemos para cada nuevo cuádrupolo), tendremos un segundo cuádrupolo con  $A = 2, B = 3, M = 4$  y  $N = 5$ , para un tercer cuádrupolo será  $A = 3, B = 4, M = 5$  y  $N = 6$ , y así sucesivamente hasta llegar al último cuádrupolo posible para éstas condiciones que es el noveno con valores  $A = 9, B = 10, M = 11$  y  $N = 12$ ; en adelante sea  $CP$  el número de cuádrupolos, de tal forma que el último cuádrupolo posible es  $CP = 9$ . Nótese que conociendo la posición de al menos uno de los polos (es decir  $A, B, M$  o  $N$ ) y sabiendo de antemano el tipo de arreglo utilizado, podemos deducir sin dificultad la posición de los polos restantes. Por comodidad he elegido la primera posición del polo introducido del primer cuádrupolo como el punto de referencia para calcular las posiciones respectivas de los demás polos, a ésta posición le llamaré  $ei$  (se mostrará una definición más detallada más adelante para éste parámetro). Así para éste ejemplo y considerando el límite  $e = ei, 2, 3, \dots, 8, 9$  son los valores que adopta ésta variable; nótese que si no considerásemos el límite los elementos de  $e$  serían  $e = 1, 2, \dots, 11, 12$ . Hasta el momento, sólo se necesita el primer valor de  $ei$  y el valor límite de  $e$  para poder calcular todos los  $CP$  posibles, el valor límite en éste caso será cuando  $e = 9$ , esto es natural puesto que si quisiéramos calcular un  $CP$  con  $e = 10$  tendríamos  $A = 10, B = 11, M = 12$  y  $N = 13$ , en donde el electrodo 13 no existe. Nótese entonces que el límite para éste caso es  $lim_{CP} = ef - 3 = 9$ .

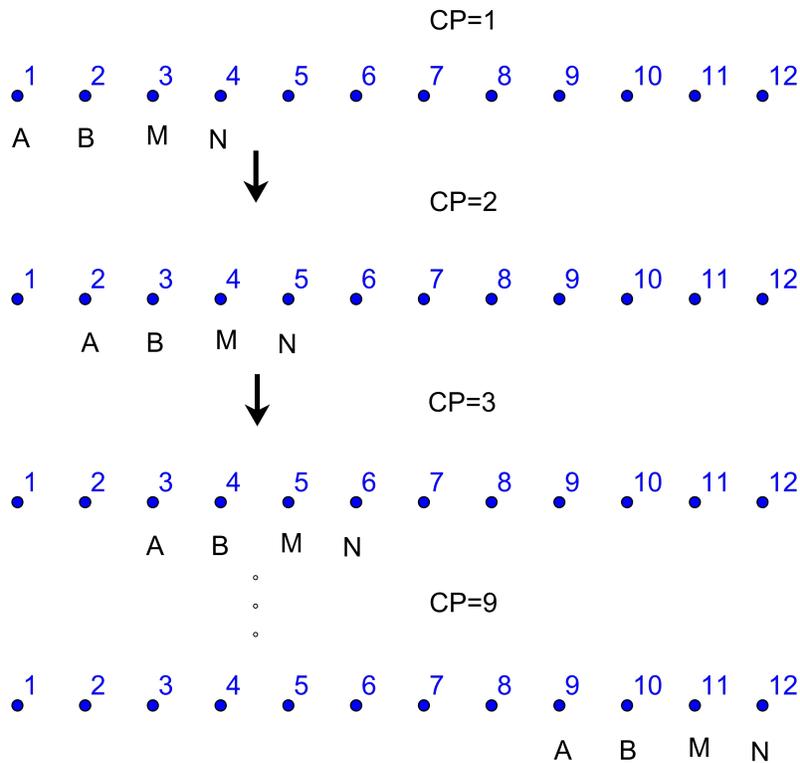


Figura 3.6: Número de cuádrupolos posibles para un arreglo dipolo-dipolo sobre un tendido de 12 electrodos

Centrémonos ahora en el comportamiento entre los polos de un cuádrupolo. Siguiendo con el ejemplo de dipolo-dipolo podemos observar de la figura 3.7 que el polo  $B$  se recorre un espacio con respecto a  $A$ ,  $M$  se recorre 2 y  $N$  se recorre 3 lugares, es decir:  $x_B = 1$ ,  $x_M = 2$  y  $x_N = 3$ , en donde

**Definición 3.4** *el parámetro  $x$  será un vector cuyos elementos pueden ser números enteros positivos, negativos o cero que dependerá de la relación que tengan los polos con respecto al polo introducido al programa en el lugar  $ei$*

Como en éste caso en el lugar  $ei$  se encuentra el polo  $A$  entonces  $x_A = 0$ , o bien de forma general:

$$\begin{aligned} x &= [x_A, x_B, x_M, x_N] \\ x_A &= \text{posición del electrodo } A - ei \\ x_B &= \text{posición del electrodo } B - ei \\ x_M &= \text{posición del electrodo } M - ei \\ x_N &= \text{posición del electrodo } N - ei \end{aligned} \tag{3.1}$$

Una vez conociendo los valores de cada  $x$ , éste se vuelve una constante a la hora en que vayamos barriendo el tendido e incluso conforme vayamos cambiando de subniveles y de niveles, de tal forma que las ecuaciones preliminares que describen la posición de cada uno de los polos serán:

$$\begin{aligned} A &= e + x_A \\ B &= e + x_B \\ M &= e + x_M \\ N &= e + x_N \end{aligned} \tag{3.2}$$

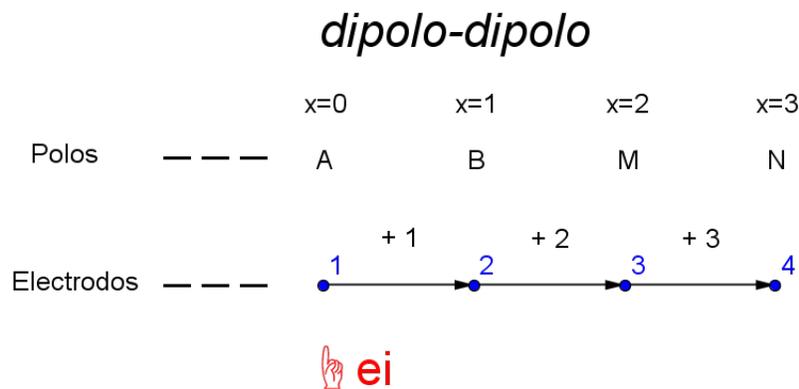


Figura 3.7: Posición relativa de los polos con respecto a  $ei$

De ahora en adelante

$$\begin{aligned} n &= \text{número de nivel} - 1 \\ s &= \text{número de subnivel} - 1 \end{aligned} \tag{3.3}$$

éste será el valor numérico del nivel y subnivel.

Veamos ahora que sucede cuando cambia el nivel  $n$ . Para  $n = 1$  y  $ei = 1$ , tenemos que

$A = 1, B = 2, M = 4, y N = 5$ . Recordando que cuando  $n = 0$  y  $e = ei = 1$  los polos son  $A = 1, B = 2, M = 3$  y  $N = 4$ , comparando sus valores podemos ver que  $A$  y  $B$  siguen en la misma posición, mientras que  $M$  y  $N$  se recorrieron una posición, es decir;

$$\begin{aligned} A_{(n=1,e=ei)} &= A_{(n=0,e=ei)} + 0 = 1, \\ B_{(n=1,e=ei)} &= B_{(n=0,e=ei)} + 0 = 2, \\ M_{(n=1,e=ei)} &= M_{(n=0,e=ei)} + 1 = 4 \text{ y} \\ N_{(n=1,e=ei)} &= N_{(n=0,e=ei)} + 1 = 5, \end{aligned}$$

ahora para  $n = 2$  y  $e = ei$  tenemos que

$$\begin{aligned} A_{(n=2,e=ei)} &= A_{(n=0,e=ei)} + 0 = 1, \\ B_{(n=2,e=ei)} &= B_{(n=0,e=ei)} + 0 = 2, \\ M_{(n=2,e=ei)} &= M_{(n=0,e=ei)} + 2 = 5, \\ N_{(n=2,e=ei)} &= N_{(n=0,e=ei)} + 2 = 6, \end{aligned}$$

observamos que a medida que se va aumentando de nivel, el valor que se suma a  $A_{(n=0,e=ei)}$  y  $B_{(n=0,e=ei)}$  es igual a 0, mientras que para  $M_{(n=0,e=ei)}$  y  $N_{(n=0,e=ei)}$  se va incrementando en una unidad, entonces el valor que se suma a  $A_{(n=0,e=ei)}$  y  $B_{(n=0,e=ei)}$  es  $c_A = c_B = 0$  y para  $M_{(n=0,e=ei)}$  y  $N_{(n=0,e=ei)}$  es  $c_M = c_N = 1$ , entonces para el  $n$ -ésimo nivel y  $e = ei$  (recordemos que en éste ejemplo  $ei = 1$ ) tenemos

$$\begin{aligned} A_{(n,e=ei)} &= A_{(n=0,e=ei)} + c_A n, \\ B_{(n,e=ei)} &= B_{(n=0,e=ei)} + c_B n, \\ M_{(n,e=ei)} &= M_{(n=0,e=ei)} + c_M n, \\ N_{(n,e=ei)} &= N_{(n=0,e=ei)} + c_N n, \end{aligned}$$

**Definición 3.5** Sea  $c$  un vector cuyos elementos son números reales y que representan el coeficiente que determina el desplazamiento de cada uno de los polos para cada nivel  $n$

Más adelante mostraré el caso en el que dicho coeficiente toma valores negativos. Éste valor para cada nivel se vuelve una constante que se puede ir sumando en las ecuaciones generales para determinar la posición de los polos.

De ésta forma reescribiendo las ecuaciones generales 3.2 tenemos

$$\begin{aligned} A &= e + x_A + c_A n; \\ B &= e + x_B + c_B n; \\ M &= e + x_M + c_M n; \\ N &= e + x_N + c_N n, \end{aligned} \tag{3.4}$$

Finalmente consideremos lo que sucede al ir cambiando de subnivel. Para  $e = ei, n = 0$  y  $s = 0$  se tiene que  $A = 1, B = 2, M = 3$  y  $N = 4$ , para  $e = ei, n = 0$  y  $s = 1$  tenemos  $A = 1, B = 3, M = 4$  y  $N = 6$ , o bien

$$\begin{aligned} A_{(n=0,e=ei,s=1)} &= A_{(n=0,e=ei,s=0)} + 0 = 1, \\ B_{(n=0,e=ei,s=1)} &= B_{(n=0,e=ei,s=0)} + 1 = 3, \\ M_{(n=0,e=ei,s=1)} &= M_{(n=0,e=ei,s=0)} + 1 = 4 \text{ y} \\ N_{(n=0,e=ei,s=1)} &= N_{(n=0,e=ei,s=0)} + 2 = 6, \end{aligned}$$

luego

$$\begin{aligned}
A_{(n=0,e=ei,s=2)} &= A_{(n=0,e=ei,s=0)} + 0 = 1, \\
B_{(n=0,e=ei,s=2)} &= B_{(n=0,e=ei,s=0)} + 2 = 4, \\
M_{(n=0,e=ei,s=2)} &= M_{(n=0,e=ei,s=0)} + 2 = 5 \text{ y} \\
N_{(n=0,e=ei,s=2)} &= N_{(n=0,e=ei,s=0)} + 4 = 8,
\end{aligned}$$

nótese que a medida que se va incrementando de subnivel, el polo  $A$  se incrementa 0 unidades,  $B$  y  $M$  se incrementan la unidad y  $N$  se incrementa dos unidades, por lo que  $d_A = 0$ ,  $d_B = d_M = 1$  y  $d_N = 2$ . De forma semejante a lo que ocurre en los niveles tendremos para  $e = ei$ ,  $n = 0$  y para cualquier subnivel:

$$\begin{aligned}
A_{(n=0,e=ei,s)} &= A_{(n=0,e=ei,s=0)} + d_A s, \\
B_{(n=0,e=ei,s)} &= B_{(n=0,e=ei,s=0)} + d_B s, \\
M_{(n=0,e=ei,s)} &= M_{(n=0,e=ei,s=0)} + d_M s \text{ y} \\
N_{(n=0,e=ei,s)} &= N_{(n=0,e=ei,s=0)} + d_N s,
\end{aligned}$$

**Definición 3.6** Sea el parámetro  $d$  un vector cuyos elementos son todos los números enteros, y que determina el desplazamiento de cada uno de los polos para cada subnivel  $s$

Similarmente a  $c$ , para cada subnivel  $s$  tomará un valor específico que multiplicándose lo será una constante que indica la posición de cada polo con respecto a  $ei$ .

De ésta forma ahora las ecuaciones generales quedan:

$$\begin{aligned}
A &= e + x_A + c_A n + d_A s \\
B &= e + x_B + c_B n + d_B s \\
M &= e + x_M + c_M n + d_M s \\
N &= e + x_N + c_N n + d_N s
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Así, hemos obtenido una ecuación general para determinar la posición de cada polo tomando en cuenta los barridos para cualquier relación entre polos inicial  $x$ , para  $n$  niveles,  $s$  subniveles y que van a estar localizados con respecto a cualquier posición  $ei$ . No obstante, para que sean válidas éstas ecuaciones es necesario tomar los valores de  $n$  y  $s$  como el nivel y subnivel analizados respectivamente y restarle una unidad, es decir, recordemos las ecuaciones 3.3. En los ejemplos siguientes se podrá observar la conveniencia de ésta acción.

### 3.1.1. Parámetros de entrada

Para conocer los valores de los dos coeficientes ( $c$  y  $d$ ) y de  $x$ , el programa va a pedirle al usuario que ingrese el  $CP$  en donde  $e = ei$ , para un nivel y subnivel igual a 1, o bien  $CP_{(n=0,s=0,e=ei)}$ . Por comodidad, supongamos que  $ei$  es igual a 1, es decir  $ei = 1$ , de ésta forma el primer cuadripolo será  $CP_{(n=0,s=0,e=ei=1)}$  luego, le pedirá que ingrese  $CP_{(n=0,s=0,e=2)}$ , después  $CP_{(n=1,s=0,e=1)}$  y por último  $CP_{(n=0,s=1,e=1)}$ . Pero en el caso de que  $ei$  no coincida con 1 la forma general de introducir los cuadripolos de entrada será

$$\begin{aligned}
1er \text{ cuadripolo de entrada} &\longrightarrow CP_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
2do \text{ cuadripolo de entrada} &\longrightarrow CP_{(n=0,s=0,e=ei+1)} \\
3er \text{ cuadripolo de entrada} &\longrightarrow CP_{(n=1,s=0,e=ei)} \\
4to \text{ cuadripolo de entrada} &\longrightarrow CP_{(n=0,s=1,e=ei)}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Por comodidad nombraré éstos cuadripolos como  $CP_1$ ,  $CP_2$ ,  $CP_n$  y  $CP_s$  respectivamente. Entonces

**Definición 3.7** Sean  $CP_1$  y  $CP_2$  los primeros dos cuadripolos del barrido, mientras que  $CP_n$  y  $CP_s$  son los polos para la primera medición de un nivel  $n$  y subnivel  $s$  respectivamente referenciados a  $ei$

también

**Definición 3.8** Sea  $ei$  la posición de referencia de los elementos de  $CP_1$ , que deberá ser el valor mínimo que toma el vector  $e$ , y que además corresponda al polo  $A$ ,  $B$ ,  $M$  ó  $N$  en el cual su posición en  $CP_1$  sea diferente de su posición en  $CP_2$ .

En la figura 3.8 se muestra un ejemplo de éstos parámetros.

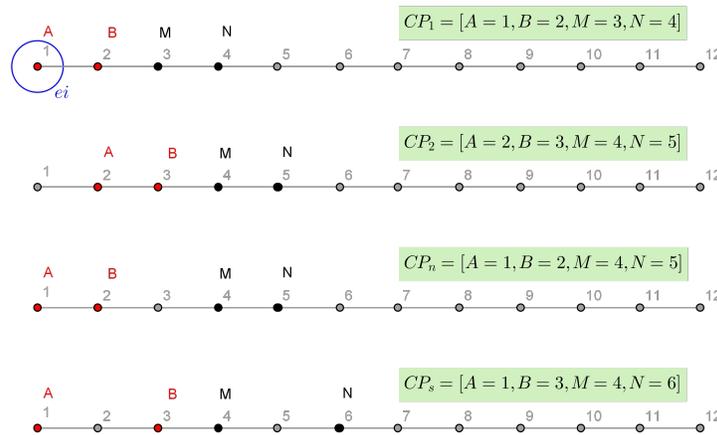


Figura 3.8: Valores correspondientes de  $CP_1$ ,  $CP_2$ ,  $CP_n$ ,  $CP_s$  y  $ei$  para un arreglo dipolo-dipolo. Nótese como el valor de  $ei$  se define exclusivamente en  $CP_1$ , sin embargo una vez definido será el punto de referencia de  $CP_n$  y  $CP_s$ : como  $ei = A_1 = 1$  entonces  $A_n = A_s = A_1$ . También véase que  $A_1 \neq A_2$

He mencionado que en ocasiones el primer valor de  $e$  ( $e_1$ ) no coincide con  $ei$ , por otro lado éste valor no necesariamente empieza en 1. Entonces,

**Definición 3.9** sea  $pe$  el valor del primer electrodo involucrado en el tendido, es decir  $pe = e_1$

La conveniencia de utilizar éste parámetro se podrá ver más claro en la descripción de los arreglos esquina, ecuatorial-diagonal y mínimo acoplamiento.

En general, la relación que exista entre los parámetros  $ei$  y  $pe$  nos ayudará a definir mejor el electrodo de referencia de los elementos de los cuadripolos posibles de cualquier tipo de arreglo.

Recopilando todos los parámetros antes descritos obtenemos la siguiente tabla

PARÁMETROS DE ENTRADA				
Introducción del arreglo manualmente		$CP_1$	primer cuadripolo	
		$CP_2$	segundo cuadripolo (siguiendo la secuencia del nivel 1)	
		$CP_n$	primer cuadripolo del nivel 2	
		$CP_s$	primer cuadripolo del subnivel 2	
Arreglos predefinidos	Líneas no continuas	Líneas continuas	$pe$	número del primer electrodo del arreglo
			$ei$	número del primer electrodo del barrido
			$ef$	número del electrodo final
			$numN$	número de niveles a los que se desea llegar
			$ed$	electrodos que se quieran desplazar
			$ef1$	electrodo final de la primera línea
			$ce$	electrodo en el que continúa las mediciones

Cuadro 3.1: La descripción de cada uno de los parámetros que se muestra en ésta tabla, es la forma en la que el programa pide al usuario la introducción de cada uno de ellos, por lo tanto, es importante tener en cuenta que existe una definición más detallada de éstos a lo largo de éste capítulo. Los parámetros  $numN$ ,  $ef1$ ,  $ed$  y  $ce$  se explicán a detalle más adelante

Todo éste procedimiento no es más que para que el programa vea y caracterice la forma en que se desplaza el cuadripolo para un electrodo de referencia  $ei$  con  $n = 0$  y  $s = 0$ , para un incremento de nivel y para un cambio de subnivel, respectivamente. Dado que las posiciones de los polos se deben introducir como un vector de 4 componentes, el valor de  $c$  será entonces  $c_{CP} = CP_n - CP_1$  y el valor de  $d$  será  $d_{CP} = CP_s - CP_1$ , por lo tanto:

$$\begin{aligned}
c &= CP_n - CP_1 \\
c &= [c_A, c_B, c_M, c_N] \\
c_A &= A_{(n=1,s=0,e=ei)} - A_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
c_B &= B_{(n=1,s=0,e=ei)} - B_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
c_M &= M_{(n=1,s=0,e=ei)} - M_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
c_N &= N_{(n=1,s=0,e=ei)} - N_{(n=0,s=0,e=ei)}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

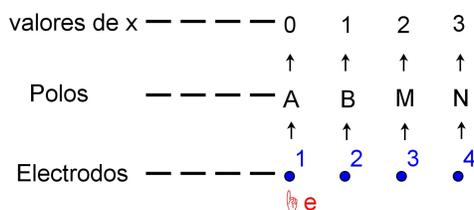
$$\begin{aligned}
d &= CP_s - CP_1 \\
d &= [d_A, d_B, d_M, d_N] \\
d_A &= A_{(n=0,s=1,e=ei)} - A_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
d_B &= B_{(n=0,s=1,e=ei)} - B_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
d_M &= M_{(n=0,s=1,e=ei)} - M_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
d_N &= N_{(n=0,s=1,e=ei)} - N_{(n=0,s=0,e=ei)}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Si las características del arreglo o el objetivo del estudio no permiten la existencia de un nivel o subnivel, lo que se tiene que hacer es que  $CP_n = CP_1$  ó  $CP_s = CP_1$  según sea el caso.

Para conocer ahora los valores de  $x_{CP}$ , el vector introducido  $CP_1$  entra en un ciclo para

localizar los valores de menor a mayor, es importante señalar que éstos valores conservan su lugar original, independientemente de cual sea el valor menor, mayor o los intermedios. Ésto se hace con el objetivo de localizar los valores de  $x_{CP}$ : al componerse el vector introducido de cuatro elementos, recordando el ejemplo que puse para explicar el significado de la variable  $x$ , y para un arreglo dipolo-dipolo, Wenner o Wenner-Schlumberger podemos llegar a la conclusión de que sólo hay 4 posibles valores para  $x_{CP}$ , que son 0, 1, 2, y 3; 0 será en el caso de que el polo analizado coincida con la posición  $ei$ , 1 es en el caso de que el polo analizado esté una posición por delante de  $ei$ , 2 estará dos posiciones adelante y 3 estará 3 posiciones adelante de  $ei$  (para arreglos 3D notaremos más adelante que los valores pueden ser mayor a 3). Sin embargo, no necesariamente se introducen los polos en ése orden, es por ello que se conserva la posición de cada polo introducido pero asociándole el valor correspondiente de  $x$ . También tómesese en cuenta que el orden descrito para cada valor de  $x_{CP}$  es independiente del arreglo con el que se quiera trabajar, es decir que ésta lógica funciona para cualquier tipo de arreglo.

### *dipolo-dipolo*



### *wenner*

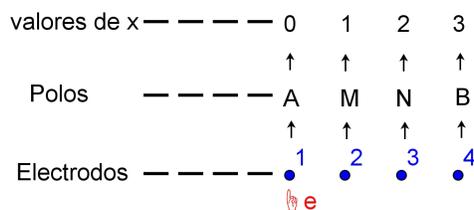


Figura 3.9: Valores del vector  $x$  para los arreglos dipolo-dipolo y Wenner (para el Wenner-Schlumberger es fácil notar que será igual al arreglo Wenner).

Ahora bien, como primer paso antes de correr el programa, es necesario crear un archivo `.txt` en donde vengan especificadas las coordenadas de todos los electrodos que se usarán en el tendido. El formato consiste de 4 columnas separadas por un espacio en blanco: en la primera irá el número de electrodo, en el segundo su coordenada  $x$ , luego  $y$  y por último  $z$ .

Al ejecutar el programa, éste despliega una serie de menús y ventanas en donde se podrá elegir el tipo de tendido (2D ó 3D) y si se desea generar las secuencias con los arreglos predefinidos que tiene ó bien introducir el arreglo de forma manual. De la tabla 3.1, vemos que no importa que tipo de tendido o de arreglo se quiera, siempre nos pedirá los parámetros

$pe$ ,  $ei$ ,  $ef$  y  $numN$ : para la introducción del arreglo manualmente se le pedirá  $ef1$ ,  $ce$  y los cuadripolos  $CP_1$ ,  $CP_2$ ,  $CP_n$  y  $CP_s$ ; si se elije alguno de los arreglos predefinidos sólo se pedirá  $ef1$  y  $ce$  (si fuera el caso); etc. El programa reconoce automáticamente si es un tendido de líneas continuas ó de líneas no continuas.

Así, la primera ventana que aparece será para elegir el archivo de coordenadas, luego, aparece un menú en donde podemos seleccionar un *Tendido 2D* ó un *Tendido 3D*. Si se elije un 2D, aparecerá otro menú que despliega los arreglos predefinidos con los que cuenta el programa que son *dipolo-dipolo*, *Wenner* y *Wenner-Schlumberger*, cualquiera de éstos que se elija el programa mostrará un menú más para elegir si el levantamiento será *con roll-along* ó *sin roll-along*: para el primer caso se deberá introducir  $ed$ , de otra forma simplemente se introduce  $pe$ ,  $ei$ ,  $ef$  y  $numN$ .

Si se opta por un tendido 3D, el menú desplegado consta de 9 opciones: *Arreglo en L con Dipolo-dipolo*, *Arreglo en L con Wenner*, *Arreglo en L con Wenner-Schlumberger*, *Ecuatorial*, *Arreglo de esquina*, *Arreglo ecuatorial-diagonal*, *Arreglo mínimo acoplamiento*, *Arreglo ecuatorial-dipolar* e *Introducir arreglo manualmente*.

Para los arreglos ecuatorial y mínimo acoplamiento se preguntará si existen electrodos inoperantes, en el caso afirmativo se pedirá el valor de  $ce$  y  $ef1$ , de otra forma sólo se introduce  $ef1$ . Si en cambio se opta por introducir el arreglo de forma manual, se deberán meter todos los parámetros según sea el caso. En la figura del anexo se muestra un diagrama de la forma de introducir los parámetros.

### 3.1.2. Archivos de salida

El programa arroja dos archivos de salida: una de “información” y otro que se puede cargar en el Electre Pro, ambos como *.txt*

El primero de ellos contiene 10 columnas: el número de cuadripolo, los valores de  $A$ ,  $B$ ,  $M$  y  $N$ , las coordenadas  $Pa(x_{Pa}, y_{Pa}, z_{PEI})$ , la longitud  $L'$ , la longitud  $L$  y la abertura  $a$ ; el segundo está dividido en dos bloques, siendo el primero de ellos las coordenadas de todos los electrodos del arreglo, seguido de la secuencia cuadripolar completa.

### 3.1.3. Límite

Ahora bien, una vez generados todos los  $CP$  dado un  $n$ ,  $s$  y una  $ei$  inicial para cada uno de los polos, es necesario conocer el último  $CP$  posible de un tendido determinado. Como vimos en los ejemplos anteriores basta conocer la posición de un sólo polo para deducir fácilmente la posición de los demás; todo se reduce a una suma acumulativa cuyo valor depende de una  $s$  y  $n$  dados, y de forma análoga el límite de cada conjunto de  $CP$  dado cualquier  $s$  y  $n$  ( $lim_{CP(n,s)}$ ) va a depender de los valores de  $x + cn + ds$  asociado a la magnitud de la  $x$  mayor.

Retomemos el ejemplo anterior con 12 electrodos ( $ef = 12$  y  $ei = 1$ ). Por comodidad se mostrarán los valores de los coeficientes y de  $x$  para cada conjunto de  $CP$  dados un  $n$  y  $s$

siguiendo con el arreglo dipolo-dipolo como ejemplo.

Pensando primero en un barrido sólo para el nivel 1 y de acuerdo a las ecuaciones 3.7 y 3.8 tenemos que

$$\begin{aligned}x_A &= 0, x_B = 1, x_M = 2 \text{ y } x_N = 3 \\c_A &= 0, c_B = 0, c_M = 0 \text{ y } c_N = 0 \\d_A &= 0, d_B = 0, d_M = 0 \text{ y } d_N = 0,\end{aligned}$$

de tal forma que sustituyendo en las ecuaciones 3.5

$$\begin{aligned}A_{(e=1)} &= e + x_A + c_A n + d_A s = 1 \\B_{(e=1)} &= e + x_B + c_B n + d_B s = 2 \\M_{(e=1)} &= e + x_M + c_M n + d_M s = 3 \\N_{(e=1)} &= e + x_N + c_N n + d_N s = 4,\end{aligned}$$

luego

$$\begin{aligned}A_{(e=2)} &= e + x_A + c_A n + d_A s = 2 \\B_{(e=2)} &= e + x_B + c_B n + d_B s = 3 \\M_{(e=2)} &= e + x_M + c_M n + d_M s = 4 \\N_{(e=2)} &= e + x_N + c_N n + d_N s = 5,\end{aligned}$$

así hasta  $e = 9$  que es el último valor posible de éste ejemplo,

$$\begin{aligned}A_{(e=9)} &= e + x_A + c_A n + d_A s = 9 \\B_{(e=9)} &= e + x_B + c_B n + d_B s = 10 \\M_{(e=9)} &= e + x_M + c_M n + d_M s = 11 \\N_{(e=9)} &= e + x_N + c_N n + d_N s = 12.\end{aligned}$$

Veamos ahora para la existencia de niveles mayores a uno:

$$\begin{aligned}x_A &= 0, x_B = 1, x_M = 2 \text{ y } x_N = 3 \\c_A &= 0, c_B = 0, c_M = 1 \text{ y } c_N = 1 \\d_A &= 0, d_B = 0, d_M = 0 \text{ y } d_N = 0,\end{aligned}$$

entonces

$$\begin{aligned}A_{(e=1)} &= e + x_A + c_A n + d_A s = 1 \\B_{(e=1)} &= e + x_B + c_B n + d_B s = 2 \\M_{(e=1)} &= e + x_M + c_M n + d_M s = 4 \\N_{(e=1)} &= e + x_N + c_N n + d_N s = 5,\end{aligned}$$

luego

$$\begin{aligned}A_{(e=2)} &= e + x_A + c_A n + d_A s = 2 \\B_{(e=2)} &= e + x_B + c_B n + d_B s = 3 \\M_{(e=2)} &= e + x_M + c_M n + d_M s = 5 \\N_{(e=2)} &= e + x_N + c_N n + d_N s = 6,\end{aligned}$$

como ahora estamos en el siguiente nivel, el valor límite de  $e$  en este caso será de 8 (nótese con esto que  $\lim_{CP} = ef - 4 = 8$ ):

$$\begin{aligned} A_{(e=8)} &= e + x_A + c_A n + d_A s = 8 \\ B_{(e=8)} &= e + x_B + c_B n + d_B s = 9 \\ M_{(e=8)} &= e + x_M + c_M n + d_M s = 11 \\ N_{(e=8)} &= e + x_N + c_N n + d_N s = 12. \end{aligned}$$

Veamos para un nivel 1 y subnivel 2:

$$\begin{aligned} x_A &= 0, x_B = 1, x_M = 2 \text{ y } x_N = 3 \\ c_A &= 0, c_B = 0, c_M = 0 \text{ y } c_N = 0 \\ d_A &= 0, d_B = 0, d_M = 1 \text{ y } d_N = 2, \end{aligned}$$

entonces

$$\begin{aligned} A_{(e=1)} &= e + x_A + c_A n + d_A s = 1 \\ B_{(e=1)} &= e + x_B + c_B n + d_B s = 3 \\ M_{(e=1)} &= e + x_M + c_M n + d_M s = 4 \\ N_{(e=1)} &= e + x_N + c_N n + d_N s = 6, \end{aligned}$$

luego

$$\begin{aligned} A_{(e=2)} &= e + x_A + c_A n + d_A s = 2 \\ B_{(e=2)} &= e + x_B + c_B n + d_B s = 4 \\ M_{(e=2)} &= e + x_M + c_M n + d_M s = 5 \\ N_{(e=2)} &= e + x_N + c_N n + d_N s = 7, \end{aligned}$$

siendo éste el subnivel 2, el valor límite de  $e$  será de 7 (nótese ahora que  $\lim_{CP} = ef - 5 = 7$ ):

$$\begin{aligned} A_{(e=7)} &= e + x_A + c_A n + d_A s = 7 \\ B_{(e=7)} &= e + x_B + c_B n + d_B s = 9 \\ M_{(e=7)} &= e + x_M + c_M n + d_M s = 10 \\ N_{(e=7)} &= e + x_N + c_N n + d_N s = 12. \end{aligned}$$

Resumiendo tenemos que para  $CP_{(n=0,s=0,e)}$  su límite es  $\lim_{CP_{(n=0,s=0,e)}} = ef - (3+0+0) = 9$  o bien en términos de  $x, n$  y  $s$

$$\lim_{CP_{(n=0,s=0,e)}} = ef - (x_N + c_N n + d_N s) = 9;$$

para  $CP_{(n=1,s=0,e)}$  su límite es  $\lim_{CP_{(n=1,s=0,e)}} = ef - (3 + 1 + 0) = 8$ , o bien

$$\lim_{CP_{(n=1,s=0,e)}} = ef - (x_N + c_N n + d_N s) = 8;$$

y por último para  $CP_{(n=0,s=1,e)}$  su límite es  $\lim_{CP_{(n=0,s=1,e)}} = ef - (3 + 0 + 2) = 7$ , o bien

$$\lim_{CP_{(n=0,s=1,e)}} = ef - (x_N + c_N n + d_N s) = 7.$$

De ésta forma, los valores de los cuadrípolos ingresados al programa pasan por un ciclo que va de 1 hasta el número de cuadrípolos posibles en el arreglo, entonces, el  $lim_{CP(n,s)}$  se calcula en cada iteración para una  $ei$  de referencia, para un nivel y para un subnivel determinado, es decir:

$$lim_{CP(n,s)} = ef - x_j - c_j n - d_j s \quad (3.9)$$

donde  $j$  es la posición del vector  $CP_{(n,s,e)}$  en donde se encuentra el electrodo más cercano a  $ef$ .

Se ha considerado el efecto de los niveles y de los subniveles para encontrar el límite de  $e$  en cualquier valor de  $s$  y  $n$ , y como se puede observar, éstos valores van a estar en función del polo que tenga asociada la  $x$  mayor. En el caso de ejemplo del dipolo-dipolo, la  $x$  mayor está asociado al valor de  $x_N$ , por lo tanto los coeficientes que se introducen en la ecuación para encontrar el límite serán  $c_N$  y  $d_N$ . Ésto por supuesto es válido incluso para combinaciones entre niveles y subniveles.

### 3.1.4. Nivel máximo de abertura

En la literatura geofísica podemos encontrar algunas recomendaciones para definir los niveles totales que se estarán midiendo en una configuración dada. Por lo general se recomienda abrir los electrodos hasta un nivel 6, puesto que más allá de éste valor los datos pueden resultar ruidosos o pueden traslaparse con la medición anterior (Loke, 2010).

Pensemos nuevamente en un arreglo dipolo-dipolo con un total de 24 electrodos ( $ef = 24$  y  $ei = 1$ ), generando los barridos para cada nivel hasta la abertura máxima que permite el tendido tenemos.

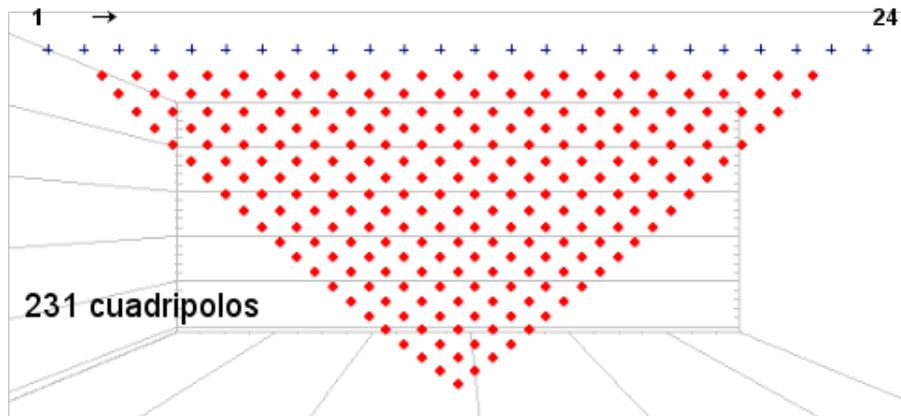


Figura 3.10: Nivel máximo para un arreglo Dipolo-dipolo de 24 electrodos

Los puntos de atribución parecieran no tener problemas, pero la teoría nos dice que, en general, a partir del nivel 6 los datos obtenidos contienen mayor cantidad de ruido. Una de las formas de resolver éste problema es simplemente abrir la distancia  $a$  de los electrodos  $A \leftrightarrow M$  y  $N \leftrightarrow B$  (Loke, 2010), es decir, pasar al subnivel número dos ( $s = 1$ ). Obsérvese

en la figura 3.11 que en la transición del subnivel 1 al 2, no se cambia la abertura que hay entre  $B \leftrightarrow M$ , solamente se abre la abertura que hay entre  $A \leftrightarrow B$ , y  $M \leftrightarrow N$ , luego, en las siguientes mediciones de éste subnivel se abre nuevamente la distancia que hay entre  $B \leftrightarrow M$  dejando fija la que hay entre  $A \leftrightarrow B$ , y  $M \leftrightarrow N$ .

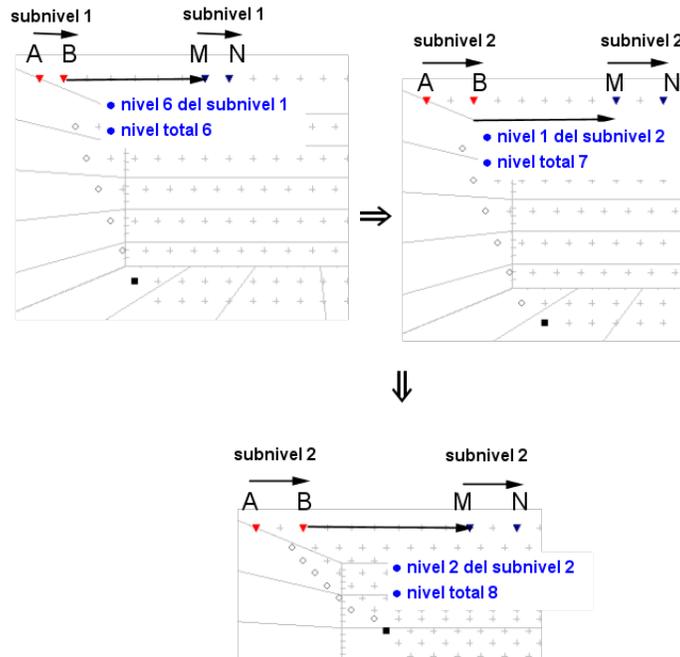


Figura 3.11: “Niveles” y “nivel total” del arreglo

Una vez en éste subnivel, si el tendido es lo suficientemente largo, se desplazan los electrodos nuevamente hasta llegar otra vez al nivel 6, luego se sigue al siguiente subnivel, y así sucesivamente hasta que termine el tendido. Para nuestro caso de ejemplo el subnivel máximo alcanzado es de 3.

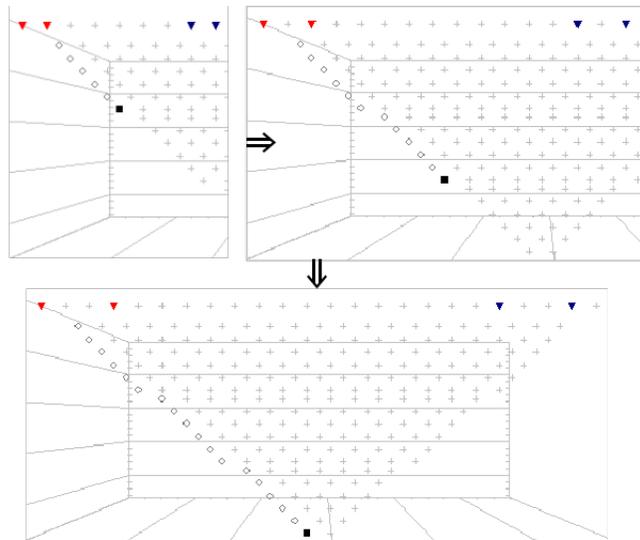


Figura 3.12: Nivel máximo de apertura para un arreglo dipolo-dipolo de 24 electrodos

Si comenzamos el contador de niveles totales cuando el nivel y subnivel es igual a 1 y le sumamos cada desplazamiento vertical de los puntos de atribución hasta el punto de atribución más profundo (o bien hasta la apertura máxima de electrodos), nótese entonces que el nivel total alcanzado es de 18: no se debe confundir el concepto de nivel que se expone en éste trabajo con el nivel total del tendido. El primero nos va a decir cada cuando hay que pasar al siguiente subnivel, por ejemplo, para el primer bloque de datos en color rojo hay 6 líneas, para el bloque verde hay también 6 líneas y para el amarillo también, éstas líneas nos indican entonces el número de niveles que hay para cada subnivel; por otro lado para contabilizar el nivel total del tendido, simplemente contamos el número de líneas totales que hay en el tendido, que son precisamente 18 (ver figura 3.13).

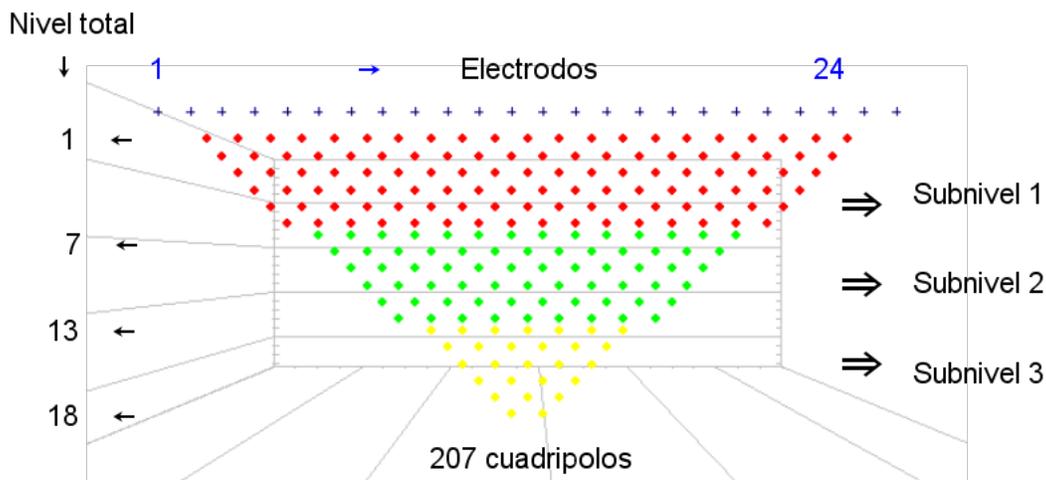


Figura 3.13: Nivel total

Es de ésta manera en el que el programa define el nivel máximo de apertura. Ahora bien,

para darle más libertad al usuario,

**Definición 3.10** sea  $numN$  el número de nivel  $n$  que controla cada cuando se pasa al siguiente subnivel  $s$

Una vez visto ampliamente las variables que toma en cuenta el programa y sus características, es necesario hablar un poco sobre las modalidades en la que es capaz de trabajar, entonces, de entre todas las posibles combinaciones cuadripolares he definido 2 grupos generales: líneas continuas y líneas no continuas, ambas se describen a continuación.

### 3.1.5. Líneas continuas

Le llamo líneas continuas al tendido en el que todos los polos del primer cuadripolo  $CP_1$  estén en las primeras cuatro posiciones del tendido independientemente de su forma, o bien, que el máximo valor del vector  $x$  sea menor o igual a 3. En otras palabras los elementos del  $CP_1$  deben ser:

$$\begin{aligned} A_{(n=0,s=0,e=1)} &= 1, 2, 3 \text{ ó } 4 \\ B_{(n=0,s=0,e=1)} &= 1, 2, 3 \text{ ó } 4 \\ M_{(n=0,s=0,e=1)} &= 1, 2, 3 \text{ ó } 4 \\ N_{(n=0,s=0,e=1)} &= 1, 2, 3 \text{ ó } 4. \end{aligned}$$

Por facilidad he supuesto que el primer electrodo del arreglo es igual a 1 ( $ei = 1$ ), sin embargo, habrá casos en el que el primer electrodo no coincida con la posición 1, esto es debido principalmente a la configuración de campo del arreglo y del equipo que se utilizará para la prospección. A pesar de ello éste razonamiento se cumple, como se muestra en la figura.

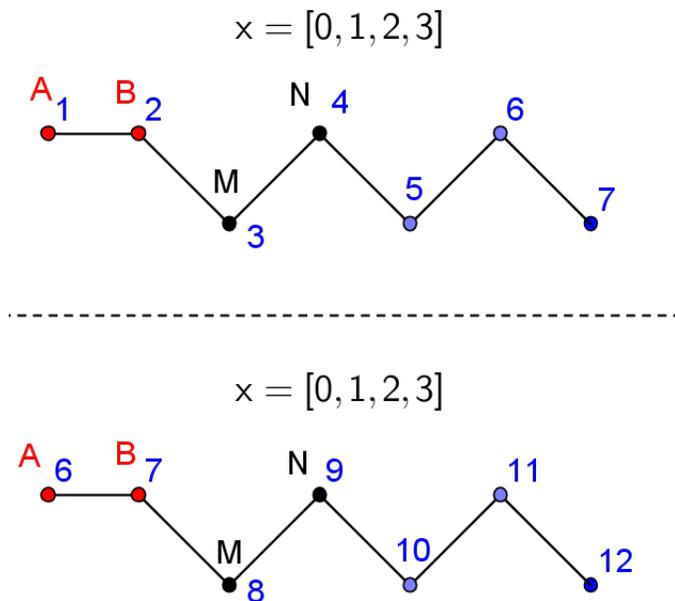


Figura 3.14: A pesar de que en la figura inferior el tendido no empieza en el electrodo 1 el primer cuadripolo contiene las primeras cuatro posiciones de éste, por lo que se cumple que el valor máximo de los elementos de  $x$  es menor a 3

Por otro lado, recordando que:

$$\begin{array}{ll}
 \begin{array}{l}
 c_{CP} \\
 c_A = A_{(n=1,s=0,e=ei)} - A_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
 c_B = B_{(n=1,s=0,e=ei)} - B_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
 c_M = M_{(n=1,s=0,e=ei)} - M_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
 c_N = N_{(n=1,s=0,e=ei)} - N_{(n=0,s=0,e=ei)}
 \end{array}
 &
 \begin{array}{l}
 d_{CP} \\
 d_A = A_{(n=0,s=1,e=ei)} - A_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
 d_B = B_{(n=0,s=1,e=ei)} - B_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
 d_M = M_{(n=0,s=1,e=ei)} - M_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
 d_N = N_{(n=0,s=1,e=ei)} - N_{(n=0,s=0,e=ei)},
 \end{array}
 \end{array}$$

es fácil notar que los elementos del cuadripolo correspondiente al nivel 2 y al subnivel 2 ( $CP_n$  y  $CP_s$  respectivamente) siempre serán igual o mayores a los elementos del cuadripolo del nivel y subnivel 1 ( $CP_1$ ), por lo tanto, los valores de los coeficientes  $c$  y  $d$  siempre estarán en el rango de 0 hasta el número de electrodos totales menos la unidad, es decir:

$$c = 0, 1, 2, \dots, et - 1 \text{ y } d = 0, 1, 2, \dots, et - 1$$

de tal forma que reescribiendo las ecuaciones 3.7 y 3.8

$$\begin{array}{ll}
 \begin{array}{l}
 c_{CP} \\
 c_A = A_{(n=1,s=0,e=ei)} - A_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
 c_B = B_{(n=1,s=0,e=ei)} - B_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
 c_M = M_{(n=1,s=0,e=ei)} - M_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
 c_N = N_{(n=1,s=0,e=ei)} - N_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
 c = 0, 1, 2, \dots, et - 1
 \end{array}
 &
 \begin{array}{l}
 d_{CP} \\
 d_A = A_{(n=0,s=1,e=ei)} - A_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
 d_B = B_{(n=0,s=1,e=ei)} - B_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
 d_M = M_{(n=0,s=1,e=ei)} - M_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
 d_N = N_{(n=0,s=1,e=ei)} - N_{(n=0,s=0,e=ei)} \\
 d = 0, 1, 2, \dots, et - 1
 \end{array}
 \end{array} \quad (3.10)$$

Ésto, repito, es siempre independiente de la forma que tenga un tendido.

### Ejemplo de algunos tendidos

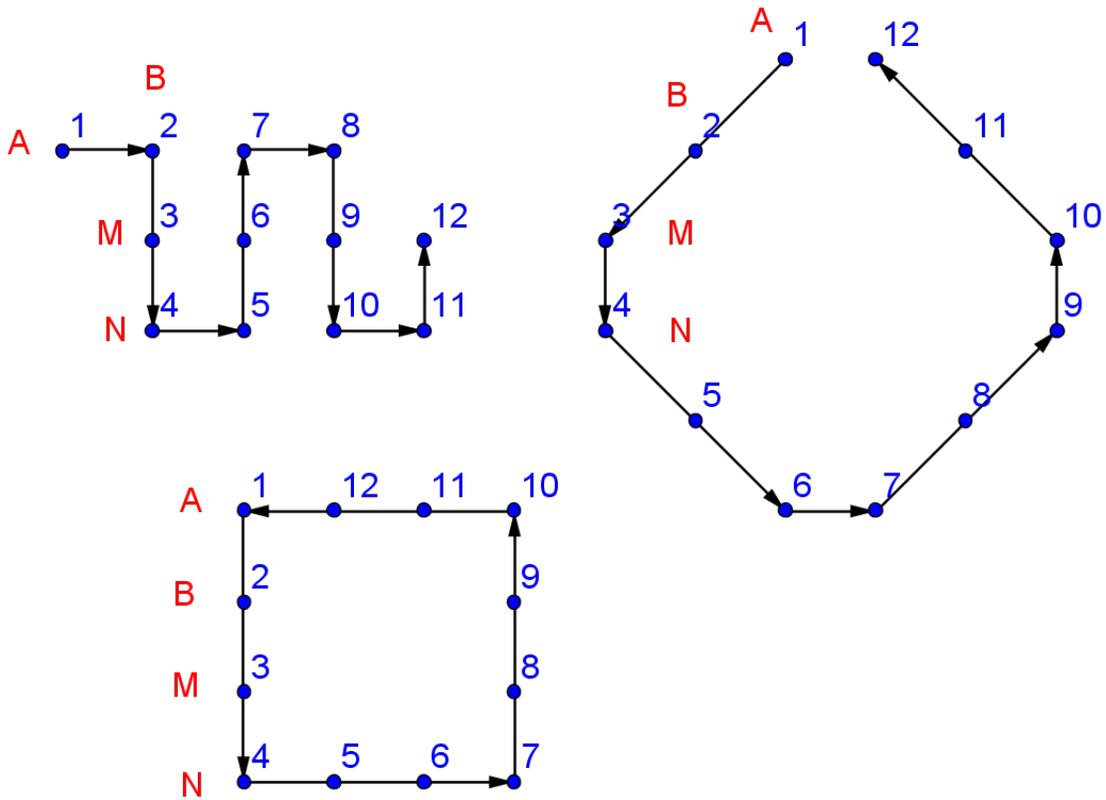


Figura 3.15: Diversos tendidos de líneas continuas. Nótese cómo no importa la forma del tendido para caracterizar los valores de  $x$

Por otro lado, necesitaremos reescribir las ecuaciones 3.5 como

$$\begin{aligned}
 A &= e + x_A + c_{An} + d_{As} - k_A \\
 B &= e + x_B + c_{Bn} + d_{Bs} - k_B \\
 M &= e + x_M + c_{Mn} + d_{Ms} - k_M \\
 N &= e + x_N + c_{Nn} + d_{Ns} - k_N
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

La variable  $k$  se define a detalle más adelante.

#### 3.1.6. Líneas no continuas

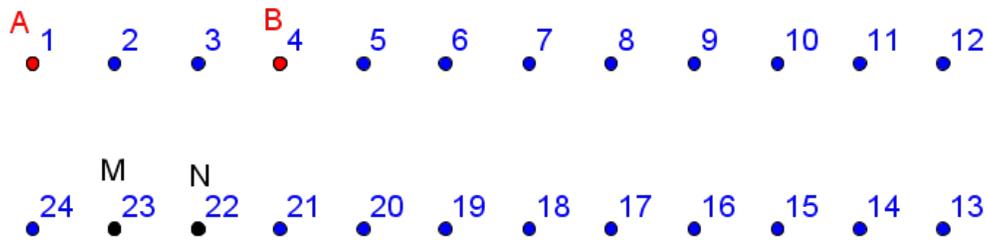
Las líneas no continuas son los tendidos en los que al menos uno de los polos del primer cuardipolo  $CP_1$  se localiza en una posición mayor a 4 en el caso de que  $ei$  coincidiera con el primer electrodo ( $ei = 1$ ), o bien, para el caso general se debe cumplir que al menos un valor de  $x$  sea mayor a 3, esto es:

$$\begin{aligned}
 x_A &> 3, \quad \text{ó} \\
 x_B &> 3, \quad \text{ó} \\
 x_M &> 3, \quad \text{ó} \\
 x_N &> 3
 \end{aligned}
 \tag{3.12}$$

Por otro lado los valores conocidos de  $x$  ( $x = 0, 1, 2, 3$ ) que se discutieron arriba, no necesariamente se cumplen, por lo que el rango de  $x$  aumenta hasta valores mayores a 3 e incluso toma valores negativos. No obstante esto en nada afecta al resultado de las ecuaciones generales, puesto que como mencioné anteriormente, basta simplemente encontrar el orden creciente ó decreciente (según sea el caso) de todos los polos con respecto al polo posicionado en  $ei$ . En la figura 3.16 se nota los valores que puede tomar  $x$ , tanto mayores a 3 como valores negativos. De ésta forma, los coeficientes pueden tomar valores negativos, ya

#### Arreglo ecuatorial con aberturas tipo Wenner-Schlumberger

$$e = 1 \Rightarrow x_A = 0 \quad x_B = 3 \quad x_M = 22 \quad x_N = 21$$



#### Arreglo mínimo acoplamiento

$$e = 2 \Rightarrow x_A = -1 \quad x_B = 22 \quad x_M = 0 \quad x_N = 1$$

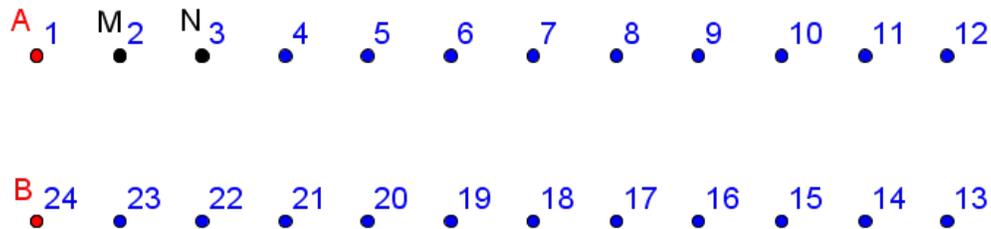


Figura 3.16: Valores que toma el vector  $x$  para el arreglo ecuatorial y mínimo acoplamiento

que los elementos del cuadripolo asociado al nivel o subnivel 2 necesariamente son menores al cuadripolo  $CP_{(n=1,s=1,e=1)}$  y de acuerdo a la definición del cálculo de los coeficientes tendremos como resultado valores negativos.

La pregunta que surge entonces es ¿en qué modalidades puede ocurrir esto?, pues bien, la figura anterior es un arreglo ecuatorial con una modalidad de apertura tipo wenner-schlumberger. Éste arreglo se explica mejor en el siguiente apartado, pero por lo mientras lo tomaremos para observar el comportamiento de los coeficientes. Entonces tomaremos pertinentemente un tendido que consiste de 24 electrodos en total ( $ef = 24$  y  $ei = 1$ ). Se debe tomar en cuenta también que de acuerdo a ésta modalidad, el nivel está definido como las veces en que se van abriendo la distancia entre  $AM$  y  $NB$ .

Recordando que:

$$\begin{array}{ll}
 c_{CP} & d_{CP} \\
 c_A = A_{(n=1,s=0,e=1)} - A_{(n=0,s=0,e=1)} & d_A = A_{(n=0,s=1,e=1)} - A_{(n=0,s=0,e=1)} \\
 c_B = B_{(n=1,s=0,e=1)} - B_{(n=0,s=0,e=1)} & d_B = B_{(n=0,s=1,e=1)} - B_{(n=0,s=0,e=1)} \\
 c_M = M_{(n=1,s=0,e=1)} - M_{(n=0,s=0,e=1)} & d_M = M_{(n=0,s=1,e=1)} - M_{(n=0,s=0,e=1)} \\
 c_N = N_{(n=1,s=0,e=1)} - N_{(n=0,s=0,e=1)} & d_N = N_{(n=0,s=1,e=1)} - N_{(n=0,s=0,e=1)},
 \end{array}$$

entonces para el primer cuádrupolo  $CP_1$  se tiene

$$\begin{aligned}
 A_{(e=1)} &= 1 \\
 B_{(e=1)} &= 4 \\
 M_{(e=1)} &= 23 \\
 N_{(e=1)} &= 22,
 \end{aligned}$$

y para un cuádrupolo de nivel y subnivel igual a 2 se tiene

$$\begin{array}{ll}
 CP_n & CP_s \\
 A = 1 & A = 1 \\
 B = 6 & B = 5 \\
 M = 22 & M = 23 \\
 N = 21 & N = 21.
 \end{array}$$

Ahora sustituyendo en las ecuaciones 3.7 y 3.8 nos queda que

$$\begin{aligned}
 x_A = 0, \quad x_B = 3, \quad x_M = 22 \quad \text{y} \quad x_N = 21 \\
 c_A = 0, \quad c_B = 2, \quad c_M = -1 \quad \text{y} \quad c_N = -1 \\
 d_A = 0, \quad d_B = 1, \quad d_M = 0 \quad \text{y} \quad d_N = -1
 \end{aligned}$$

Vemos entonces que algunos de los coeficientes nos arrojan valores negativos. Pero sustituimos los valores en la ecuación 3.5 de manera que:

$$\begin{aligned}
 A = e + x_A + c_A n + d_A s &\Rightarrow e + 0 + 0n + 0s &\Rightarrow A = e \\
 B = e + x_B + c_B n + d_B s &\Rightarrow e + 3 + 2n + 1s &\Rightarrow B = e + 3 + 2n + s \\
 M = e + x_M + c_M n + d_M s &\Rightarrow e + 22 - 1n + 0s &\Rightarrow M = e + 22 - n \\
 N = e + x_N + c_N n + d_N s &\Rightarrow e + 21 - 1n - 1s &\Rightarrow N = e + 21 - n - s
 \end{aligned}$$

Recapitulando tenemos las ecuaciones generales para un arreglo ecuatorial con una forma de abertura tipo werner-schlumberger:

$$\begin{aligned}
 A &= e \\
 B &= e + 3 + 2n + s \\
 M &= e + 22 - n \\
 N &= e + 21 - n - s
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Veamos por ejemplo de la figura 3.16 lo que sucede con el barrido ecuatorial que empieza en el electrodo 1 ( $e = 1$ ) y de nivel y subnivel igual a 1 apoyándonos en la ecuación 3.13.

Como se había dicho anteriormente para una  $e = 1$  tenemos un cuádrupolo

$$\begin{array}{ccc}
 A_{(e=1)} = 1 & & CP_{(n=0,s=0,e=2)} & & CP_{(n=0,s=0,e=3)} \\
 B_{(e=1)} = 4 & & A = 2 & & A = 3 \\
 M_{(e=1)} = 23 & \text{luego,} & B = 5 & & B = 6 \\
 N_{(e=1)} = 22 & & M = 24 & & M = 25 \\
 & & N = 23 & & N = 24.
 \end{array}$$

Es evidente que los valores de los electrodos  $M$  y  $N$  no siguen la secuencia esperada de un ecuatorial. Pero veamos que sucede si lo hacemos ahora para un nivel 2 siguiendo con un subnivel 1.

$$\begin{array}{ccc}
 CP_{(n=1,s=0,e=1)} & CP_{(n=1,s=0,e=2)} & CP_{(n=1,s=0,e=3)} \\
 A = 1 & A = 2 & A = 3 \\
 B = 6 & B = 7 & B = 8 \\
 M = 22 & M = 23 & M = 24 \\
 N = 21 & N = 22 & N = 23
 \end{array}$$

Ahora también con un subnivel 2:

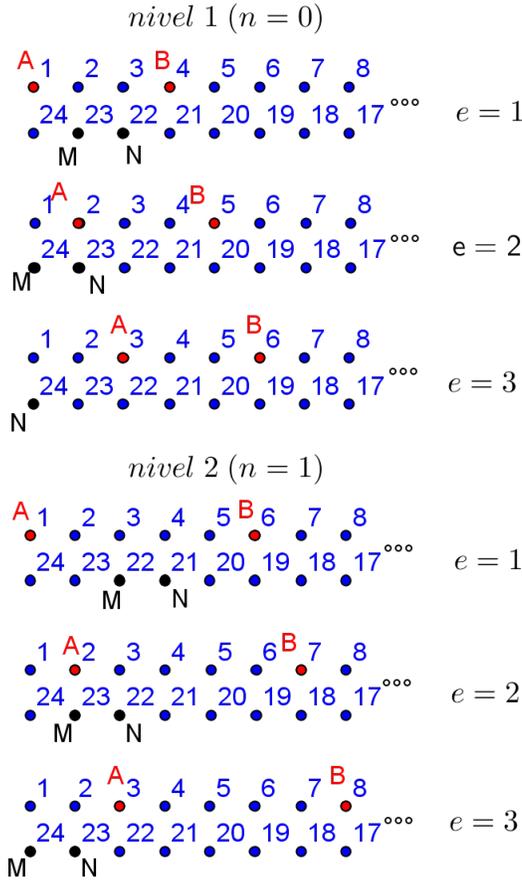
$$\begin{array}{ccc}
 CP_{(n=1,s=1,e=1)} & CP_{(n=1,s=1,e=2)} & CP_{(n=1,s=1,e=3)} \\
 A = 1 & A = 2 & A = 3 \\
 B = 7 & B = 8 & B = 9 \\
 M = 22 & M = 23 & M = 24 \\
 N = 20 & N = 21 & N = 22
 \end{array}$$

Los valores que toman los electrodos de corriente coinciden con la forma de desplazamiento de éste arreglo, no así en el caso de los de potencial excepto en donde  $e = 1$ . Obsérvese como en el caso de las líneas continuas los coeficientes  $c$  y  $d$  cumplen la función de desplazar positivamente (de forma creciente) los valores de los demás electrodos, sin embargo en el presente caso las características del tendido no sólo exigen que los electrodos de potencial no se desplacen positivamente si no que lo deben hacer de forma decreciente, por lo tanto es necesario una variable más para contrarrestar éste efecto.

Sea  $l$  una variable que se utiliza para cuando el tendido requiera que los valores de número de electrodo de los elementos del cuádrupolo vaya variando de forma decreciente. El desplazamiento de  $e$  para cada iteración es la unidad, por tanto se requiere restar una unidad para anular el desplazamiento y otra más para garantizar el movimiento decreciente, esto es  $l = 2$ .

Ahora bien, nótese de la figura 3.17 que para  $n = 1$  (nivel 2) y  $e = 2$  la posición de los electrodos de potencial están desplazados dos unidades del lugar en donde deberían estar; para  $e = 3$  están desplazados 4 unidades, es decir  $l = (2)(1)$  y  $l = (2)(2)$  respectivamente. Restemos los valores que vaya tomando  $e$  al primer valor que tomó: el primer valor de  $e$  fue

### Cálculo de cuadripolos sin el parámetro $l$



### Cuadrupolos del arreglo ecuatorial

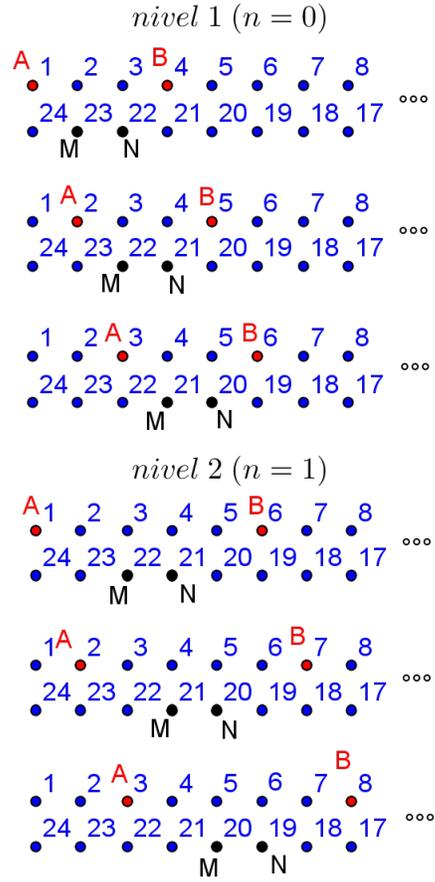


Figura 3.17: La primera columna son los valores del cuadrupolo usando las ecuaciones generales sin el parámetro  $l$ , nótese como los electrodos de potencial se desplazan en sentido contrario a como debe ser, incluso en el nivel 1 cuando  $e = 3$  el valor de  $M$  sale del rango del número de electrodo del tendido; la segunda columna es la forma en que se deben desplazar los electrodos en el arreglo ecuatorial.

1, el segundo valor es 2... hasta  $lim_{CP_{(n,s,e)}}$ , entonces

$$l_j = \begin{cases} 2(e_i - ei) & si \begin{cases} CP_{2_j} < CP_{1_j} \\ j = 1, 2, 3, 4 \end{cases} \\ i = (e_1 = ei), e_2, \dots, lim_{CP_{(n,s,e)}} & \\ 0 & otro caso \end{cases} \quad (3.14)$$

donde el subíndice  $i$  son los valores que va tomando  $e$  para cada iteración y  $j$  es la posición de los elementos del vector  $CP$ . Para el ejemplo en curso sabemos que los electrodos que van decreciendo son  $M$  y  $N$ , pero si por alguna razón algún usuario del programa define que los vayan decreciendo son  $A$  y  $B$ , o bien pensando en un caso más general en donde de principio el programa necesita ubicar los electrodos que se desplazan de forma decreciente,

la variable  $l$  es un vector de 4 componentes

$$l = [l_A, l_B, l_M, l_N]$$

por lo que el programa por medio de los parámetros  $CP_1$  y  $CP_2$ , localiza los electrodos “crecientes” y “decrecientes” asignándole a  $l$  el valor correspondiente según la ecuación 3.14. Entonces, para nuestro caso, agregando la ecuación 3.14 (y sabiendo que es un vector) al conjunto de ecuaciones 3.13, nos da

$$\begin{aligned} A &= e - l_A \\ B &= e + 3 + 2n + s - l_B \\ M &= e + 22 - n - l_M \\ N &= e + 21 - n - s - l_N \end{aligned} \quad (3.15)$$

Evaluando  $l$  (recordando que  $A$  y  $B$  son crecientes)

$$\begin{aligned} l_A \Big|_1^3 &\Rightarrow l_{A_1} = 0, & l_{A_2} &= 0, & l_{A_3} &= 0 \\ l_B \Big|_1^3 &\Rightarrow l_{B_1} = 0, & l_{B_2} &= 0, & l_{B_3} &= 0 \\ l_M \Big|_1^3 &\Rightarrow l_{M_1} = 2(1-1) = 0, & l_{M_2} &= 2(2-1) = 2, & l_{M_3} &= 2(3-1) = 4 \\ l_N \Big|_1^3 &\Rightarrow l_{N_1} = 2(1-1) = 0, & l_{N_2} &= 2(2-1) = 2, & l_{N_3} &= 2(3-1) = 4 \end{aligned}$$

y sustituyendo en 3.15

$CP_{(n=1,s=0,e=1,l=0)}$	$CP_{(n=1,s=0,e=2,l=2)}$	$CP_{(n=1,s=0,e=3,l=4)}$
$A = 1$	$A = 2$	$A = 3$
$B = 6$	$B = 7$	$B = 8$
$M = 22$	$M = 21$	$M = 20$
$N = 21$	$N = 20$	$N = 19$

Ahora sí, los valores de cada electrodo corresponden al comportamiento de un arreglo ecuatorial, no será necesaria la demostración para distintos subniveles. De ésta forma podemos reescribir las ecuaciones generales de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} A &= e + x_A + c_A n + d_{As} - l_A \\ B &= e + x_B + c_B n + d_{Bs} - l_B \\ M &= e + x_M + c_M n + d_{Ms} - l_M \\ N &= e + x_N + c_N n + d_{Ns} - l_N \end{aligned} \quad (3.16)$$

Analicemos lo que sucede para un arreglo en donde en el primer barrido sea necesario dejar fijos cierto número de electrodos. Utilicemos por ejemplo el arreglo mínimo acoplamiento (éste arreglo se explicará a detalle más adelante, por el momento sólo servirá como ejemplo): sea un tendido de dos líneas paralelas consistentes de 12 electrodos cada una, la primera de ellas contiene los electrodos de 1 a 12 y la otra va de 13 a 24 (figura 3.18); primero definamos los parámetros de entrada:

$CP_1$	$CP_2$	$CP_n$	$CP_s$
$A = 1$	$A = 1$	$A = 2$	$A = 1$
$B = 24$	$B = 24$	$B = 23$	$B = 24$
$M = 2$	$M = 3$	$M = 3$	$M = 2$
$N = 3$	$N = 4$	$N = 4$	$N = 3$

luego, de acuerdo a las ecuaciones 3.7, 3.8 y 3.14

$$\begin{array}{ccc}
 c_{CP} & d_{CP} & x_{CP} \\
 c_A = 1 & d_A = 0 & x_A = -1 \\
 c_B = -1 & d_B = 0 & x_B = 22 \\
 c_M = 1 & d_M = 0 & x_M = 0 \\
 c_N = 1 & d_N = 0 & x_N = 1
 \end{array}$$

sustituyendo en 3.16

$$\begin{array}{lcl}
 A & = & e - 1 + 1n + 0s + 0 = e - 1 + n \\
 B & = & e + 22 - 1n + 0s - l = e + 22 - n - l \\
 M & = & e + 0 + 1n + 0s - 0 = e + n \\
 N & = & e + 1 + 1n + 0s - 0 = e + 1 + n
 \end{array} \quad (3.17)$$

en un nivel y subnivel igual a 1, démos valores de 2, 3 y 4 para  $e$  y sustituyamos en 3.17, de tal forma que

$$\begin{array}{ccc}
 e = 2 & & e = 3 \\
 A = 2 - 1 + 0 = 1 & & A = 3 - 1 + 0 = 2 \\
 B = 2 + 22 - 2(2 - 2) = 24 & & B = 3 + 22 - 2(3 - 2) = 23 \\
 M = 2 + 0 = 2 & & M = 3 + 0 = 3 \\
 N = 2 + 1 + 0 = 3 & & N = 3 + 1 + 0 = 4
 \end{array} \quad (3.18)$$

$$\begin{array}{ccc}
 e = 4 & & \\
 A = 4 - 1 + 0 = 3 & & \\
 B = 4 + 22 - 2(4 - 2) = 22 & & \\
 M = 4 + 0 = 4 & & \\
 N = 4 + 1 + 0 = 5 & & 
 \end{array} \quad (3.19)$$

De acuerdo a la definición del arreglo de mínimo acoplamiento es necesario que para un primer barrido se dejen fijos los electrodos de corriente mientras que se desplazan los electrodos de potencial. Podemos ver que los valores obtenidos por medio de la ecuación 3.16 corresponden a los valores esperados de los electrodos de potencial no así en los de corriente, en donde éstos se siguen desplazando (figura 3.18) . Por lo tanto, sea  $k$  una variable que garantice dejar fijos, pensando en el caso más general, los electrodos que así lo requiera el tipo de arreglo introducido. De forma similar que  $l$ ,  $k$  será un vector de 4 elementos de tal forma que

$$k = [k_A, k_B, k_M, k_N]$$

Introduciendo los parámetros  $CP_1$  y  $CP_2$  el programa localizará (en el caso de existan) los electrodos que se deban dejar fijos, de tal suerte que dichas variables entran a la condición de que si alguno de los elementos de  $CP_1$  es igual a  $CP_2$  en la misma posición de dichos vectores la variable  $k$  será distinta de 0, en otro caso los elementos serán igual a 0, es decir:

$$k_{[A,B,M,N]} = \begin{cases} \mathbf{e}_i - \mathbf{e}_1 - l & \text{si} \begin{cases} A_{CP_1} = A_{CP_2} \text{ o} \\ B_{CP_1} = B_{CP_2} \text{ o} \\ M_{CP_1} = M_{CP_2} \text{ o} \\ N_{CP_1} = N_{CP_2} \end{cases} \\ \mathbf{0} & \text{otro caso} \end{cases} \quad (3.20)$$

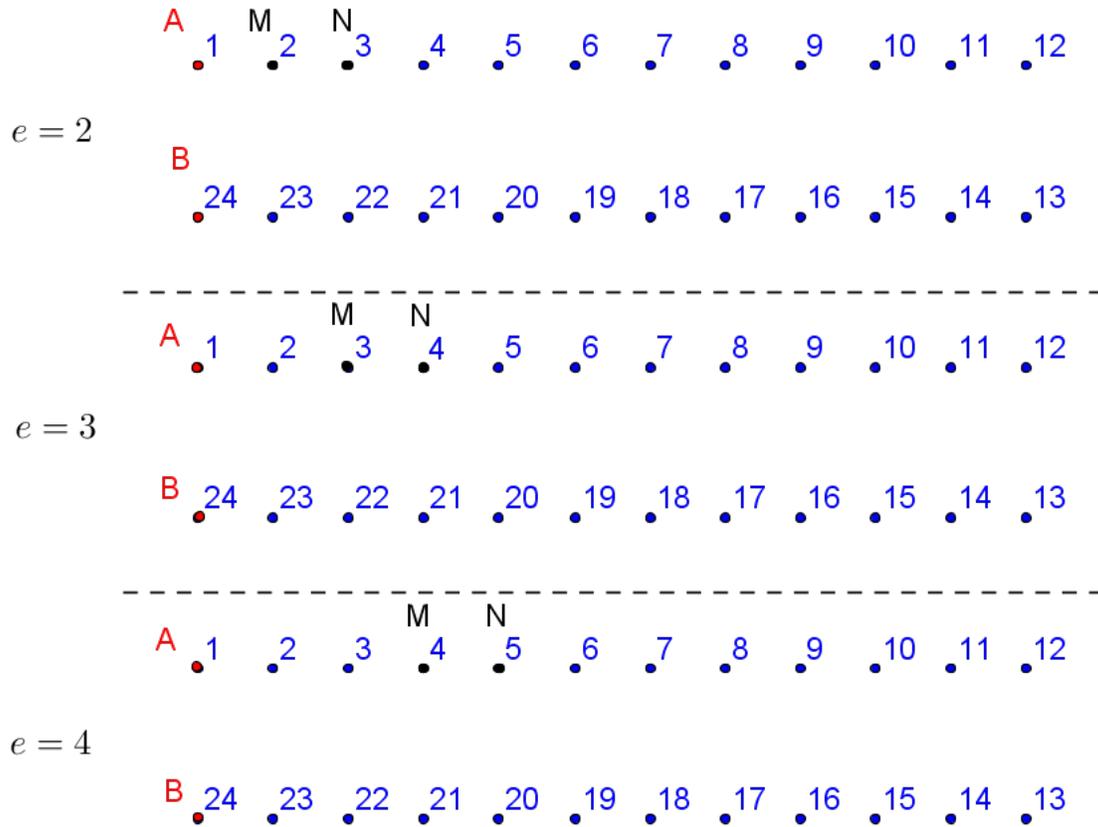


Figura 3.18: Primer barrido para el arreglo mínimo acoplamiento

Donde  $e_i$  son los valores que toma  $e$  a lo largo de la iteración,  $e_1$  es su primer valor (o bien  $e_1 = ei$ ) y  $l$  es la variable definida por la ecuación 3.14.

Sigamos con el ejemplo de mínimo acoplamiento. Definiendo los valores de  $k$  sabemos que los electrodos de corriente son los que van a estar fijos, por lo tanto para sus elementos  $k$  aplicaremos la primera parte de la ecuación 3.20 y para los electrodos de potencial serán 0. Recordando que  $l$  es diferente de 0 sólo en el caso de  $B$ , probemos con valores de  $e$  de 2, 3 y 4, de ésta forma

$e = 2$	$e = 3$	$e = 4$
$k_A = 2 - 2 = 0$	$k_A = 3 - 2 = 1$	$k_A = 4 - 2 = 2$
$k_B = 2 - 2 - 2(2 - 2) = 0$	$k_B = 3 - 2 - 2(3 - 2) = -1$	$k_B = 4 - 2 - 2(4 - 2) = -2$
$k_M = 0$	$k_M = 0$	$k_M = 0$
$k_N = 0$	$k_N = 0$	$k_N = 0$

Restando ahora los correspondientes valores a las ecuaciones 3.18 y 3.19

$e = 2$	$e = 3$
$A = 1 - 0 = 1$	$A = 2 - 1 = 1$
$B = 24 - 0 = 24$	$B = 23 - (-1) = 24$
$M = 2 - 0 = 2$	$M = 3 - 0 = 3$
$N = 3 - 0 = 3$	$N = 4 - 0 = 4$

$$\begin{aligned}
e &= 4 \\
A &= 3 - 2 = 1 \\
B &= 22 - (-2) = 24 \\
M &= 4 - 0 = 4 \\
N &= 5 - 0 = 5
\end{aligned}$$

Vemos que ahora sí los valores del número de electrodo corresponden al tipo de arreglo que se presenta (figura 3.18). De ésta forma, reescribiremos la ecuación 3.16 como

$$\begin{aligned}
A &= e + x_A + c_A n + d_A s - l_A - k_A \\
B &= e + x_B + c_B n + d_B s - l_B - k_B \\
M &= e + x_M + c_M n + d_M s - l_M - k_M \\
N &= e + x_N + c_N n + d_N s - l_N - k_N
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Éstas ecuaciones por tanto definirán las secuencias cuadripolares de cualquier tendido de líneas no continuas, sin embargo, será necesario encontrar los límites de  $e$ .

Es fácil intuir que para un arreglo de líneas continuas, también puede haber 1 o más electrodos fijos, de tal forma que la variable  $k$  formará parte de las ecuaciones generales que definen a éstos tipos de arreglos (véase la ecuación 3.11).

### Límites

Similar a un arreglo de mínimo acoplamiento, pensemos ahora en un arreglo ecuatorial consistente de 24 electrodos en donde la primera línea va del 1 al 12 y la segunda de 13 al 24. Pongamos especial atención en que podemos definir la existencia de **2** tendidos; uno que va del 1 al electrodo 12 y la otra que va del 13 al 24, de ésta forma llamémosle *línea 1* al que contiene los primeros electrodos, y *línea 2* al resto de ellos.

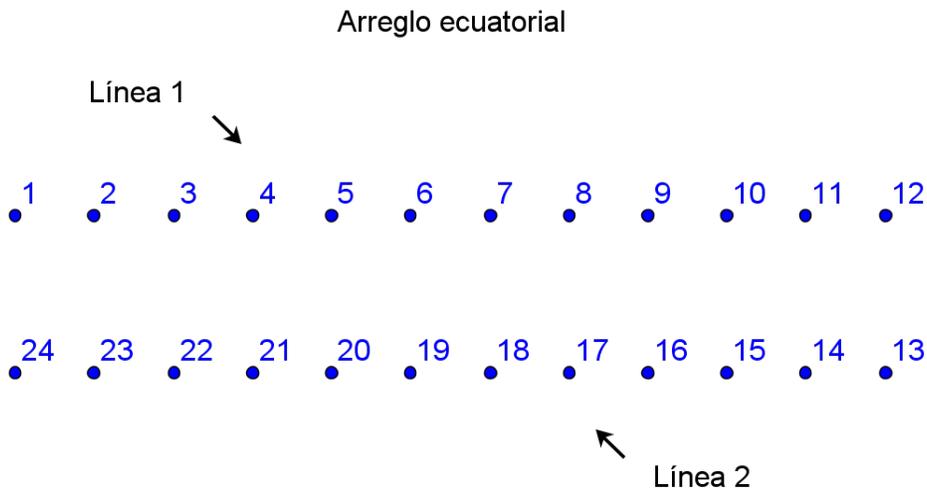


Figura 3.19: Esquematzación de que un sólo tendido se puede dividir en dos partes

Si a éstas partes las vemos como líneas independientes, forzosamente tendremos que encontrar dos límites ( $lim_{CP}$ ) en lugar de uno solo, el primero de ellos será el límite de la línea

que va de 1 a 12 ( $lim_{CP_{1-12}}$ ) y el segundo será de la línea restante ( $lim_{CP_{13-24}}$ ).

Ahora bien, de manera análoga a las líneas continuas, es necesario introducir en el programa la posición del último electrodo de la primera línea al que le llamaré  $ef1$ . Siguiendo la secuencia de mediciones de un arreglo ecuatorial en donde el cuadripolo se desplaza de forma lateral (figura 3.20), cuando  $e = 9$   $B$  será igual 12, pero si continuamos el desplazamiento a lo largo del tendido vemos que:  $N$  y  $B$  se traslapan provocando un error en la medición, puesto que un electrodo de corriente no puede ser simultáneamente uno de potencial y el cuadripolo ya no se comporta como un ecuatorial tipo Wenner-Schlumberger. Lo correcto sería que después de que  $e$  sea 9, “salte” su valor hasta 13 de tal forma que  $A = 13$ ,  $B = 16$ ,  $M = 11$  y  $N = 10$ . Por lo tanto, es evidente que  $ef1$  es 12 y que el  $lim_{CP_{1-12}}$  debe ser igual a 9. Sin embargo, hasta una  $e = 9$  los puntos de atribución caerán en un plano paralelo vertical situado aproximadamente a la mitad de las dos líneas, entonces, si continuamos el conteo en  $e = 13$  hasta barrer la segunda línea tendremos otro plano de puntos de atribución situada en una posición muy cercana al primer plano, por ello se considerará éstas últimas mediciones como repeticiones de las primeras, es decir, para éste caso el barrido consistirá en 9 cuadripolos.

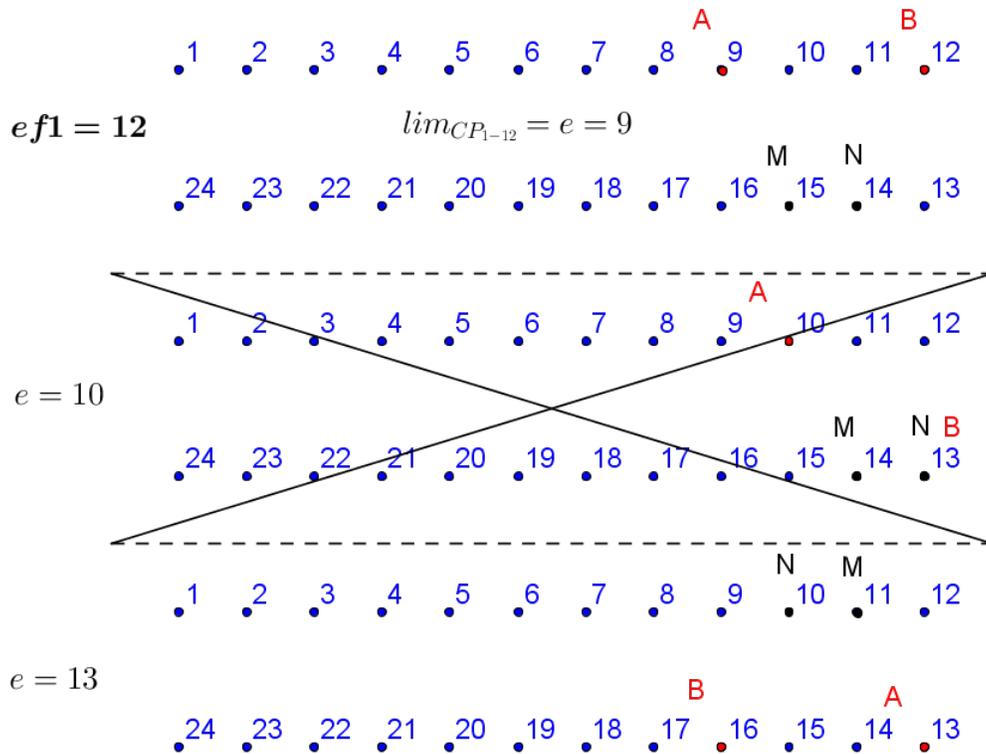


Figura 3.20: Valor  $ef1$  para el caso de un arreglo ecuatorial. Por otro lado  $e$  no debe tomar los valores de 10, 11 ni 12.

Pero veamos que sucede para un arreglo ecuatorial-diagonal (más adelante se explica con detalle las características de éste arreglo). Sea un tendido cuadrado cuyos vértices son el electrodo 1, 7, 13 y 19 con 24 electrodos totales. El primer cuadripolo es  $CP_1 = [24, 14, 2, 12]$ , el primer barrido consiste en que los electrodos de potencial se desplacen hacia el vértice cuyo

electrodo es 7. Por analogía con el tendido del arreglo ecuatorial y como primera impresión, podríamos decir que éste tendido se puede dividir en 4 líneas (figura 3.21); la primera que va de 1 a 7, de 8 a 13, de 14 a 19 y de 20 a 24, por lo que la pregunta obligada es ¿Cuál va a ser el valor de  $ef1$ ; 7, 13 o 19?, para responder a esto, analicemos primero el comportamiento del barrido. Para una  $e = 2$  tendremos el cuadripolo  $CP_1$ , luego

$e = 3$	$e = 4$	$e = 5$	$e = 6$
$A = 1$	$A = 1$	$A = 1$	$A = 1$
$B = 24$	$B = 24$	$B = 24$	$B = 24$
$M = 3$	$M = 4$	$M = 5$	$M = 6$
$N = 11$	$N = 10$	$N = 9$	$N = 8$

siguiendo la secuencia, para  $e = 7$  tendremos que  $M$  y  $N$  se traslapan en el electrodo 7, luego  $M = 8$  y  $N = 6$  y así se seguirán abriendo hasta  $N = 2$  y  $M = 12$ . Podemos darnos cuenta de que después de  $e = 6$  las siguientes mediciones no nos sirven; por un lado por que en una de ellas se traslapan, y en los otros casos las mediciones son repetitivas de acuerdo al principio de reciprocidad.

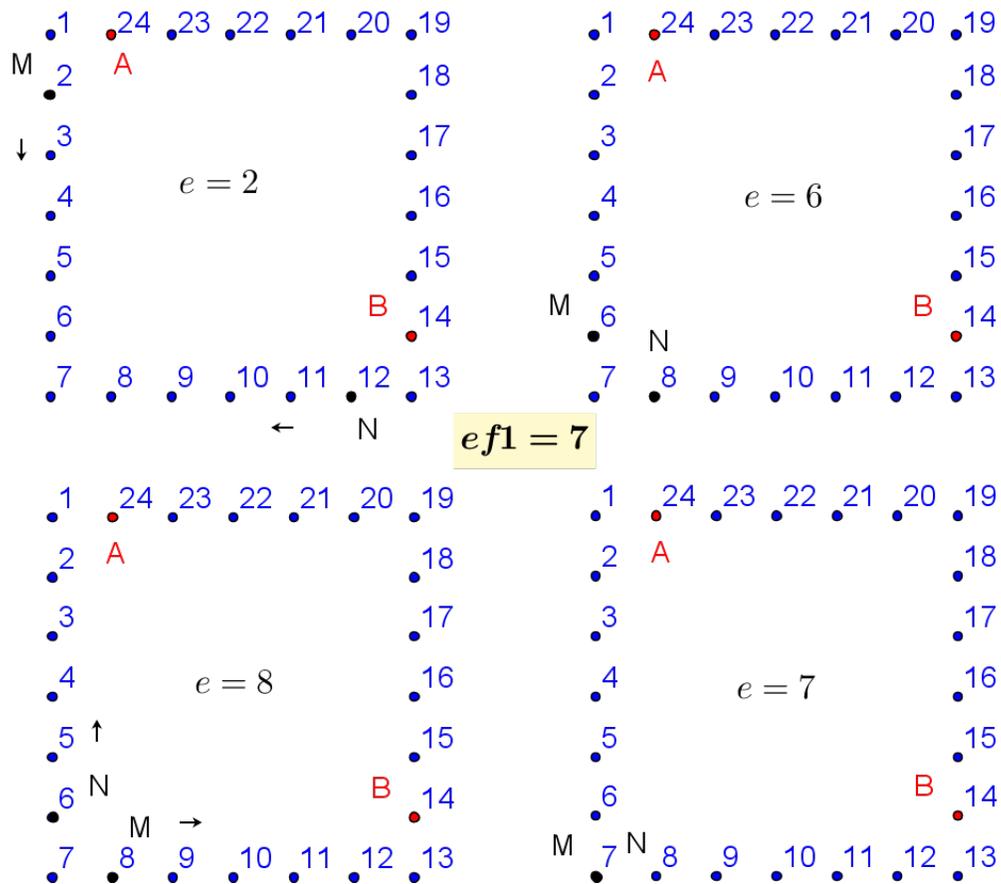


Figura 3.21: Valor de  $ef1$  en el caso del arreglo ecuatorial-diagonal. Cuando  $e = 7$  los electrodos de potencial se traslapan, luego, las demás mediciones se repiten por el principio de reciprocidad

Comparemos el valor de  $ef1$  de los dos ejemplos anteriores: en el primer caso, 1) tenemos que  $ef1$  delimita el barrido para cuando los puntos de atribución tengan un ligero traslape para con los puntos anteriores, 2) nótese como  $ef1 + 1$  es el electrodo en el que se traslapan  $N$  y  $B$ ; en el segundo caso, 1)  $ef1$  es el electrodo en el que se traslapan los electrodos de potencial, 2) las demás mediciones son repetitivas.

**Definición 3.11** Así definimos que  $ef1$  es el electrodo en donde, siguiendo la secuencia de un arreglo determinado, al menos uno de los elementos del cuadripolo que caiga en él o inmediatamente después de él de como resultado una medición repetida (de acuerdo al principio de reciprocidad) o que de como resultado de que al menos dos de sus elementos sean iguales.

Siguiendo la definición 3.11 es importante señalar que no es necesario que  $e$  sea igual a  $ef1$  para que la secuencia se interrumpa, por ejemplo para el caso del arreglo ecuatorial la secuencia se invalida para cuando  $e = 10$  por ser  $B = N$  (es decir que dos elementos de éste cuadripolo son iguales), dicho de otra forma, la secuencia se invalida en el cuadripolo inmediatamente después del cuadripolo en el que su elemento  $B$  ha sido igual a  $ef1$ ; para el segundo caso la secuencia se invalida para cuando  $e = ef1$ , pero ésto no es más que por las características del arreglo, por lo que no se puede generalizar a cualquiera.

Habiendo definido el parámetro  $ef1$  y por analogía del límite en el caso de las líneas continuas, es evidente que deberán ser dos los límites que definan la generación de secuencias de las líneas no continuas, así, sea  $lim_{CP(n,s)}$  el límite descrito en el apartado anterior y  $liml1_{CP(n,s)}$  el límite secundario para las líneas no continuas.

Al igual que  $lim_{CP(n,s)}$  está en función de  $ef$  y de los parámetros  $x$ ,  $c$  y  $d$  correspondientes al electrodo más cercano a  $ef$ , el  $lim_{CP(n,s)}$  estará en función de  $ef1$ , de  $x$ ,  $c$  y  $d$  correspondientes al electrodo más cercano a  $ef1$ . De ésta forma definamos la siguiente ecuación:

$$liml1_{(n,s)} = ef1 - x_j - c_j n - d_j s \quad (3.22)$$

donde  $j$  es la posición del vector  $CP_{(n,s,e)}$  en donde se encuentra el electrodo más cercano a  $ef1$ .

Por simetría en el arreglo ecuatorial-diagonal (figura 3.21) no se tocan los electrodos correspondientes a los vértices del tendido (1, 7, 13 y 19), sin embargo todos ellos están involucrados en el mismo tendido, por lo que el primer electrodo del tendido es 1 ( $pe = 1$ ) pero el primer electrodo del barrido es 2 ( $ei = 2$ ). Lo mismo sucede en el arreglo ecuatorial (figura 3.20), con la diferencia de que el electrodo 1 coincide con el elemento  $A$  del cuadripolo. Ahora bien, si calculamos el límite  $liml1$  para el arreglo ecuatorial diagonal para un nivel y subnivel 1, sabiendo de antemano los parámetros

$CP_1$	$CP_2$	$CP_n$	$CP_s$
$A = 24$	$A = 24$	$A = 23$	$A = 24$
$B = 14$	$B = 14$	$B = 15$	$B = 14$
$M = 2$	$M = 3$	$M = 2$	$M = 2$
$N = 12$	$N = 11$	$N = 12$	$N = 12$

y así de las ecuación 3.7 y 3.8

$$\begin{array}{rcc}
 & c & d & x \\
 c_A = -1 & d_A = 0 & x_A = 22 \\
 c_B = -1 & d_B = 0 & x_B = 12 \\
 c_M = 0 & d_M = 0 & x_M = 0 \\
 c_N = 0 & d_N = 0 & x_N = 10
 \end{array}$$

luego de 3.22

$$\begin{array}{l}
 j = 3 \rightarrow M \quad \quad \quad n = s = 0; \quad efl1 = 7 \\
 x_M = 0 \\
 c_M = 0 \quad \Rightarrow \quad liml1 = 7 - 0 - 0 - 0 = 7 \quad \Rightarrow \quad liml1 = 7 \\
 d_M = 0
 \end{array}$$

pero sabemos que si  $e = liml1$  los electrodos de potencial se traslpan. Nótese (figura 3.21) como el límite debería ser igual a 6, es decir, el límite está desplazado una unidad o bien la resta del primer electrodo del tendido menos el primer electrodo del barrido. Por tanto, sea

$$fnc = \begin{cases} 0 & \text{si } \begin{cases} ei = pe, \text{ ó} \\ \text{cualquier arreglo ecuatorial} \end{cases} \\ pe - ei & \text{otro caso} \end{cases} \quad (3.23)$$

De ésta forma  $fnc = 2 - 1 = 1$  y restádoselo al valor de  $liml1$  que encontramos para éste ejemplo tenemos que

$$liml1 = 6$$

por lo que cuando  $e = 6$  terminará el barrido. La razón por la que decidí darle valor de 0 a  $fnc$  en los casos de arreglos ecuatoriales es que necesariamente al menos un elemento de algún cuadripolo va tomar el valor de  $efl1$ , mientras que para cualquier otro tendido dadas las características del arreglo a utilizar, no necesariamente tenga que ser cierto esto. Sería redundante calcular el  $liml1$  para el arreglo ecuatorial para demostrar que  $liml1 = 9$  (figura 3.20).

Así, restándole la ecuación 3.23 a 3.22, se prodrá reescribir ésta última como

$$liml1_{(n,s)} = efl1 - x_j - c_j n - d_j s - fnc \quad (3.24)$$

## 3.2. Arreglos del programa

Para un tendido en 2D se puede elegir de entre un dipolo-dipolo, Wenner-Schlumberger y Wenner, y cada una de éstas modalidades se puede escoger la aplicación de un roll-along, mientras que para uno 3D están los arreglos esquina, ecuatorial-diagonal, en “L”, ecuatorial, ecuatorial-dipolar y mínimo acoplamiento. Para todos los ejemplos se utilizará una distancia entre los electrodos igual a una unidad longitudinal.

### 3.2.1. Arreglo dipolo-dipolo

Sea un tendido lineal de 12 electrodos donde  $CP_1 = [1, 2, 3, 4]$ . Los parámetros serán:

$$\begin{array}{ll}
 pe = 1 & CP_1 = [1, 2, 3, 4] \\
 ei = 1 & CP_2 = [2, 3, 4, 5] \\
 ef = 12 & CP_n = [1, 2, 4, 5] \\
 numN = 6 & CP_s = [1, 3, 4, 6]
 \end{array}$$

o de forma general

$$\begin{array}{ll}
 CP_1 = [ei, ei + 1, ei + 2, ei + 3] \\
 CP_2 = [ei + 1, ei + 2, ei + 3, ei + 4] \\
 CP_n = [ei, ei + 1, ei + 3, ei + 4] \\
 CP_s = [ei, ei + 2, ei + 3, ei + 5]
 \end{array} \tag{3.25}$$

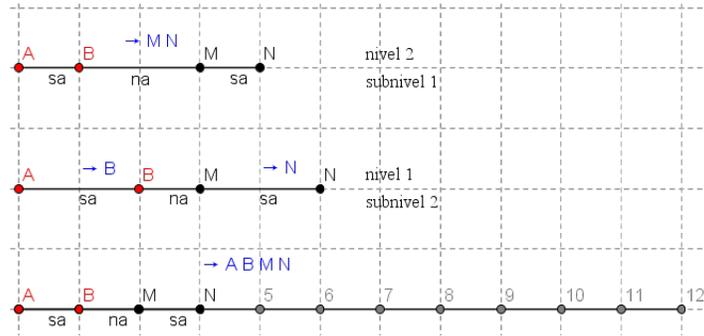


Figura 3.22: Desplazamiento cuadrupolar para el arreglo dipolo-dipolo

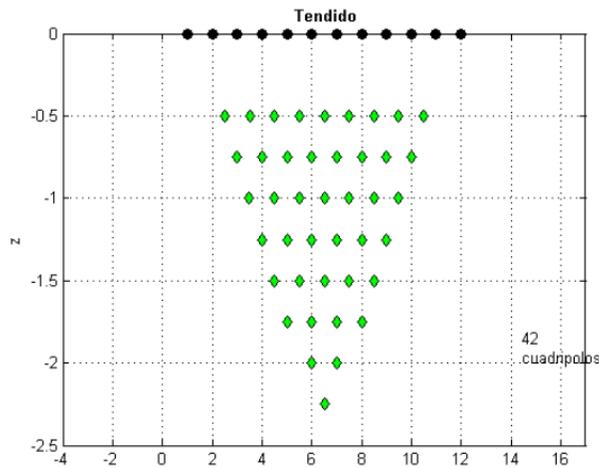


Figura 3.23: Puntos de atribución para el arreglo dipolo-dipolo

### 3.2.2. Arreglo Wenner

Sea un tendido lineal de 12 electrodos donde  $CP_1 = [1, 4, 2, 3]$ . Los parámetros serán:

$$\begin{array}{ll}
 pe = 1 & CP_1 = [1, 4, 2, 3] \\
 ei = 1 & CP_2 = [2, 5, 3, 4] \\
 ef = 12 & CP_n = [1, 7, 3, 5] \\
 numN = 6 & CP_s = [1, 4, 2, 3]
 \end{array}$$

o de forma general

$$\begin{array}{l}
 CP_1 = [ei, ei + 3, ei + 1, ei + 2] \\
 CP_2 = [ei + 1, ei + 4, ei + 2, ei + 3] \\
 CP_n = [ei, ei + 6, ei + 2, ei + 4] \\
 CP_s = CP_1
 \end{array} \tag{3.26}$$

Nótese como éste arreglo no tiene definido un subnivel.

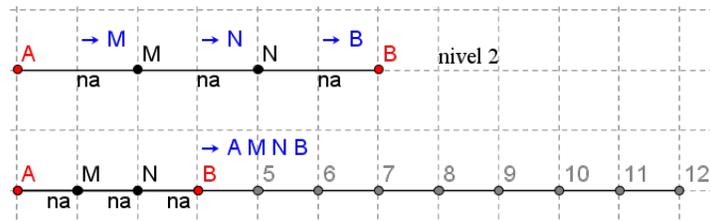


Figura 3.24: Desplazamiento cuadrupolar para el arreglo Wenner

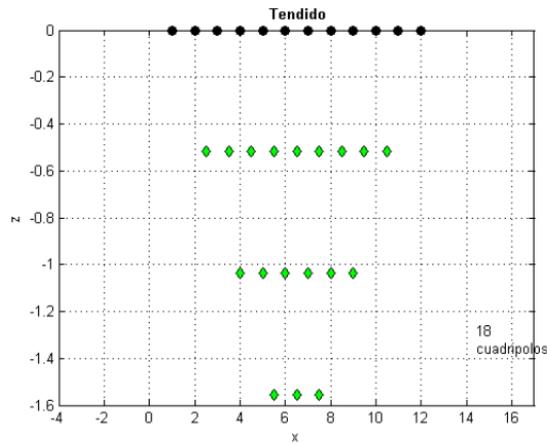


Figura 3.25: Puntos de atribución para el arreglo Wenner

### 3.2.3. Arreglo Wenner-Schlumberger

Sea un tendido lineal de 12 electrodos donde  $CP_1 = [1, 4, 2, 3]$ . Los parámetros serán:

$$\begin{array}{ll}
 pe = 1 & CP_1 = [1, 4, 2, 3] \\
 ei = 1 & CP_2 = [2, 5, 3, 4] \\
 ef = 12 & CP_n = [1, 6, 3, 4] \\
 numN = 6 & CP_s = [1, 5, 2, 4]
 \end{array}$$

o de forma general

$$\begin{array}{l}
 CP_1 = [ei, ei + 3, ei + 1, ei + 2] \\
 CP_2 = [ei + 1, ei + 4, ei + 2, ei + 3] \\
 CP_n = [ei, ei + 5, ei + 2, ei + 3] \\
 CP_s = [ei, ei + 4, ei + 1, ei + 3]
 \end{array} \tag{3.27}$$

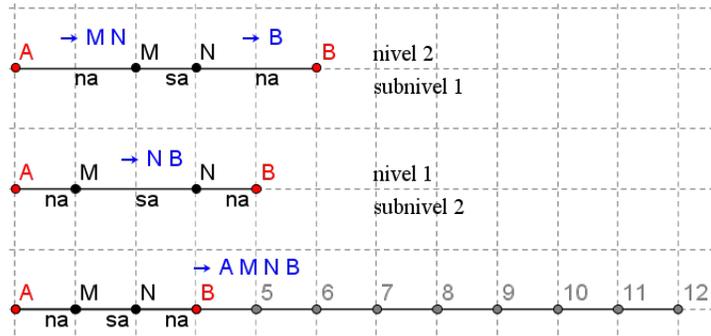


Figura 3.26: Desplazamiento cuadrupolar para el arreglo Wenner-Schlumberger

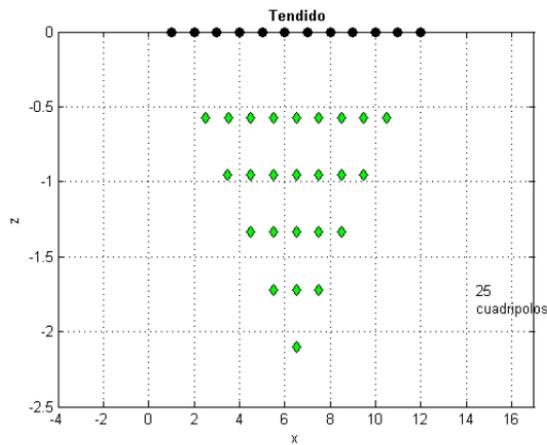


Figura 3.27: Puntos de atribución para el arreglo Wenner-Schlumberger

### 3.2.4. Arreglo en L

Para éste dispositivo se puede seleccionar la forma de desplazarse de las modalidades de dipolo-dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger. Pertenece al conjunto de líneas continuas, puesto que el máximo valor de  $x$  no excede a 3. Por lo demás, las secuencias generadas en éste arreglo es exactamente igual que un dipolo-dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger, lo único que variará será el posicionamiento del punto de atribución (véase la subsección *Puntos de atribución*) y la profundidad de investigación. Veamos un tendido de 23 electrodos.

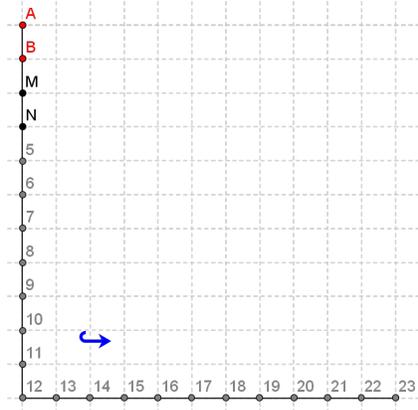


Figura 3.28: Desplazamiento cuadripolar para el arreglo L

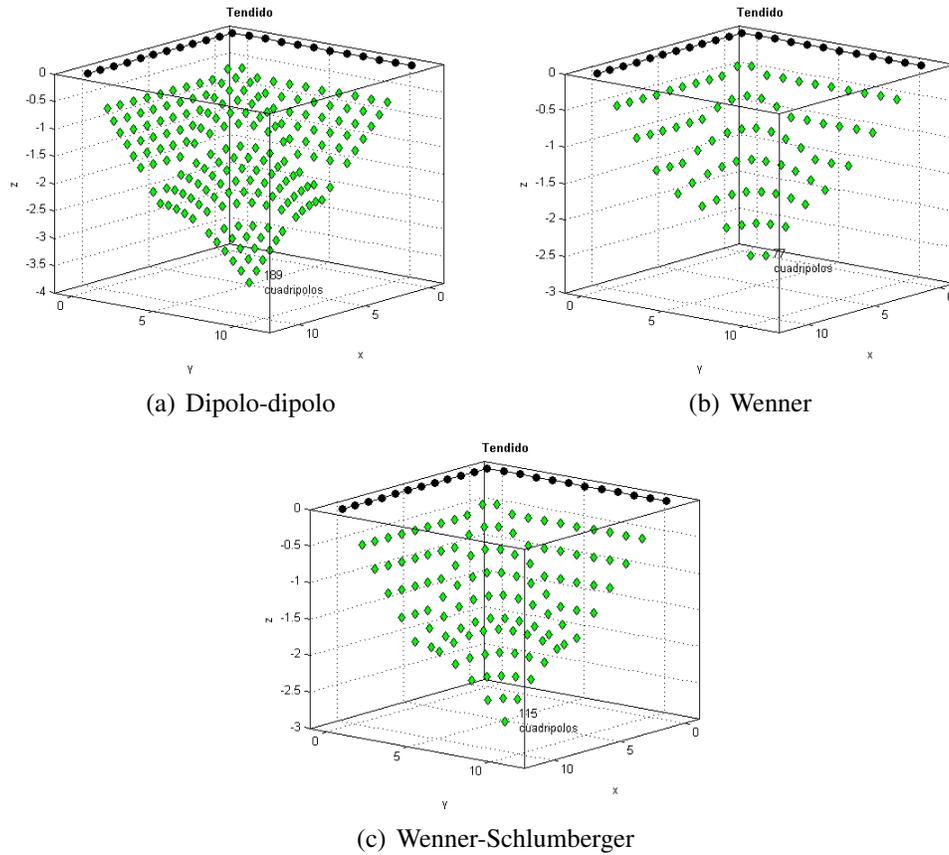


Figura 3.29: Puntos de atribución para las distintas formas del arreglo L

Ahora bien, supongamos que se quiere realizar una L con los lados  $l_1$  y  $l_4$  del tendido cuadrado del ejemplo de aplicación (figura 4.8), es evidente que el programa se truncaría al llegar al electrodo 46. Para que no suceda ésto, es necesario adicionar en el archivo de coordenadas los electrodos 47 al 58, cuyas coordenadas serán igual a los electrodos 3 al 14 respectivamente (figura 3.30a). Entonces, los parámetros de entrada serán:

$$\begin{aligned}
 pe &= 36 \\
 ei &= 36 \\
 ef &= 58 \\
 numN &= 6
 \end{aligned}$$

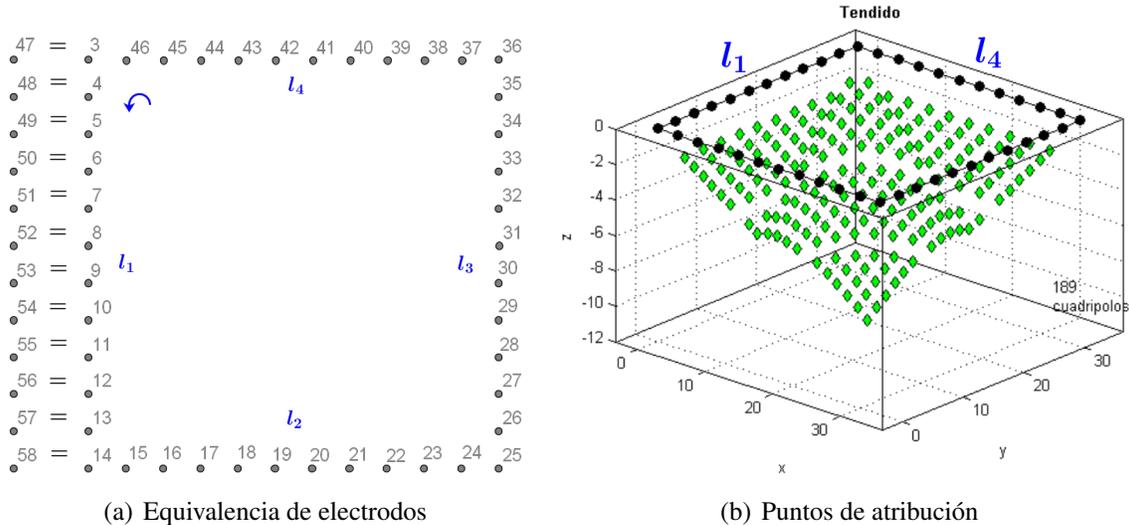


Figura 3.30: Integración de los electrodos 47 al 58 para obtener la L correspondiente. El arreglo utilizado es el dipolo-dipolo

Por otro lado, nótese que el procedimiento anterior es sólo para obtener una de las esquinas del tendido cuadrado mostrado. Si se desea calcular por ejemplo dos de las esquinas, será necesario introducir algunos parámetros adicionales.

Después de introducir los parámetros antes descritos, el programa le pedirá la posición en términos de número de electrodo de los vértices de las “L’s” que se quieran calcular: si se quiere calcular la primera L se introduce su respectivo vértice que es 14, si se quiere calcular también la siguiente se introduce 14 y 25; 14, 25 y 36 si se quieren 3 y 14, 25, 36 y 47 si se quieren todas las esquinas posibles: éstos valores se deben introducir separándolos con una coma. Es importante señalar que **si se planea calcular más de una L, forzosamente *ef* deberá ser igual al vértice localizado en la contraesquina del primer electrodo del tendido**, que para efectos del ejemplo en curso es el 25. Véase la figura 3.31.

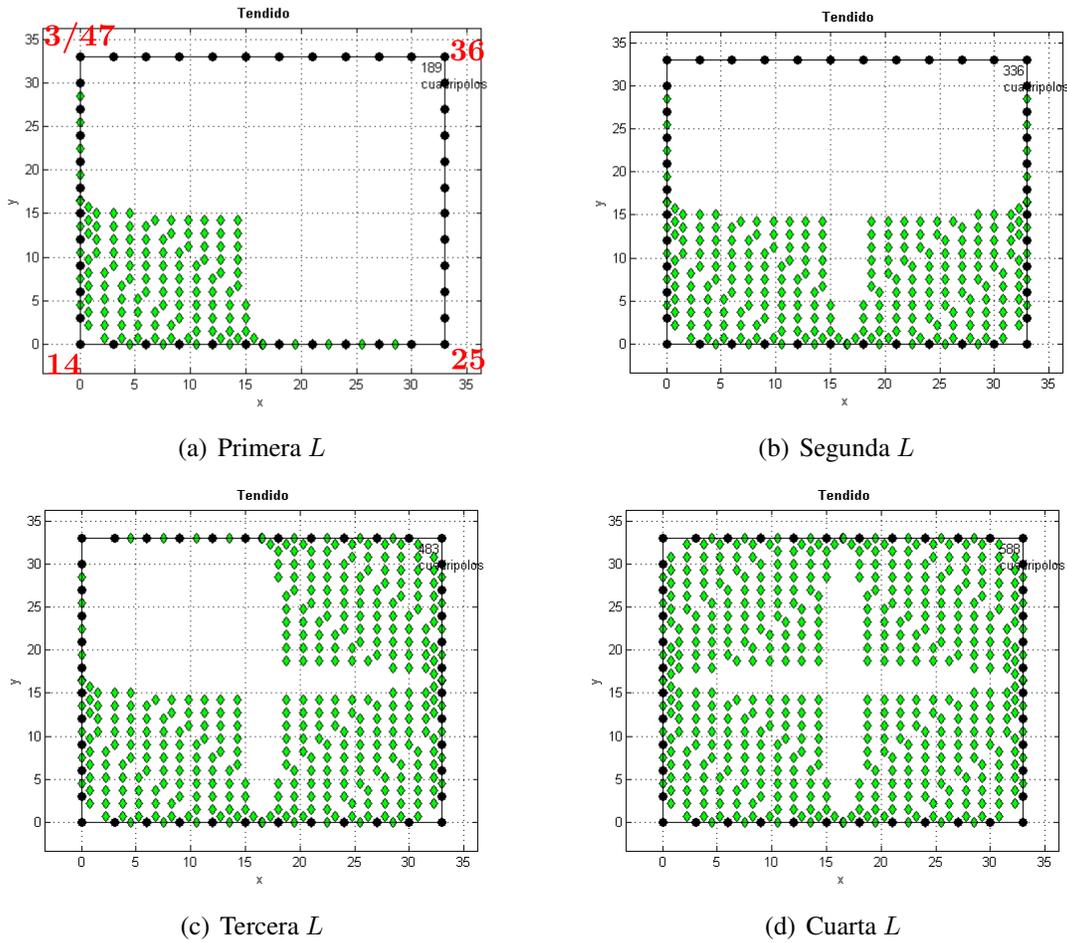


Figura 3.31: Vista en planta de distintas “L’s” para un arreglo tipo dipolo-dipolo. a) Se introduce [14]; b) se introduce [14, 25]; c) se introduce [14, 25, 36]; d) se introduce [14, 25, 36, 47]. Nótese cómo para calcular la última  $L$  la introducción de las coordenadas de los electrodos se debe hacer de acuerdo a los descrito en la figura 3.30

### 3.2.5. Arreglo Esquina

A partir de ahora, todas las modalidades que se describirán son pertenecientes al conjunto de líneas no continuas.

Sea un tendido de 25 electrodos en forma de “L” en donde  $ef = 25$ ,  $ef1 = 13$ ,  $A = 1$ ,  $B = 25$ ,  $M = 2$  y  $N = 24$ , es decir  $CP_1 = [1, 25, 2, 24]$ . Para el barrido del primer nivel, los electrodos de corriente permanecerán fijos mientras que los de potencial se desplazarán hacia  $ef1$ , o bien hacia el electrodo 13, dicho barrido acaba cuando los de potencial estén posicionados en el electrodo 12 y 14. Luego, en el siguiente nivel los electrodos de corriente se desplazarán una unidad en dirección a  $ef1$ , para comenzar nuevamente el barrido con los de potencial, y así sucesivamente hasta que el último cuadrupolo sea  $CP_{ultimo} = [11, 15, 12, 14]$ . De tal forma que los parámetros de entrada serán:

$$\begin{array}{ll}
pe = 1 & \\
ei = 2 & CP_1 = [1, 25, 2, 24] \\
ef = 25 & CP_2 = [1, 25, 3, 23] \\
ef1 = 13 & CP_n = [2, 24, 3, 23] \\
numN = 6 & CP_s = [1, 25, 2, 24]
\end{array}$$

o de forma general

$$\begin{array}{l}
CP_1 = [pe, ef, pe + 1, ef - 1] \\
CP_2 = [pe, ef, pe + 2, ef - 2] \\
CP_n = [pe + 1, ef - 1, pe + 2, ef - 2] \\
CP_s = CP_1
\end{array} \tag{3.28}$$

Nótese como  $CP_1 = CP_s$  por lo que no existen los subniveles para éste caso, también, para poder conservar la simetría en las mediciones el número de electrodos totales debe ser un número impar.

El resultado será la localización de los puntos de atribución en un plano vertical sobre la bisectriz de la "L". Conforme se va profundizando, irán aumentando el número de mediciones sobre un mismo plano horizontal alejándose de  $ef1$ .

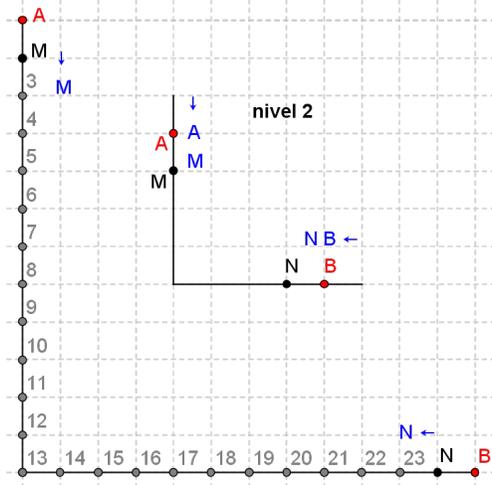


Figura 3.32: Desplazamiento cuadrupolar para el arreglo esquina

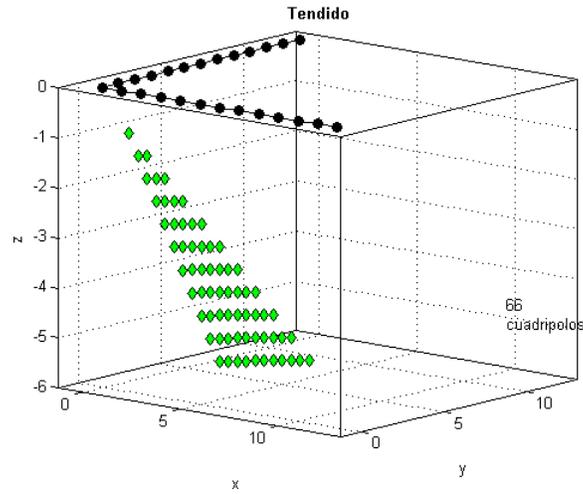


Figura 3.33: Puntos de atribución para el arreglo esquina

### 3.2.6. Arreglo Ecuatorial-diagonal

Sea un tendido de forma cuadrada consistente de 24 electrodos totales en donde el primer cuádrupolo es  $CP_1 = [24, 14, 2, 12]$ . El primer barrido consistirá en desplazar los electrodos de potencial hacia el electrodo 7 hasta que  $M = 6$  y  $N = 8$ , luego, en los siguientes niveles los electrodos de corriente se desplazarán hacia el electrodo 19 hasta que  $A = 20$  y  $B = 18$ , de ésta forma, el último cuádrupolo posible será  $CP_{ultimo} = [20, 18, 6, 8]$ . Los parámetros de entrada serán:

$$\begin{array}{ll}
 pe = 1 & \\
 ei = 2 & CP_1 = [24, 14, 2, 12] \\
 ef = 24 & CP_2 = [24, 14, 3, 11] \\
 ef1 = 7 & CP_n = [23, 15, 2, 12] \\
 numN = 6 & CP_s = [24, 14, 2, 12]
 \end{array}$$

o de forma general

$$\begin{array}{l}
 CP_1 = [ef, 2ef1 - pe + 1, ei, 2ef1 - pe - 1] \\
 CP_2 = [ef, 2ef1 - pe + 1, ei + 1, 2ef1 - pe - 2] \\
 CP_n = [ef - 1, 2ef1 - pe + 1, ei, 2ef1 - pe - 1] \\
 CP_s = CP_1
 \end{array} \tag{3.29}$$

Al igual que en el arreglo anterior ésta no tendrá subniveles, por otro lado, el número de electrodos totales debe ser un número par, para así obtener mediciones simétricas.

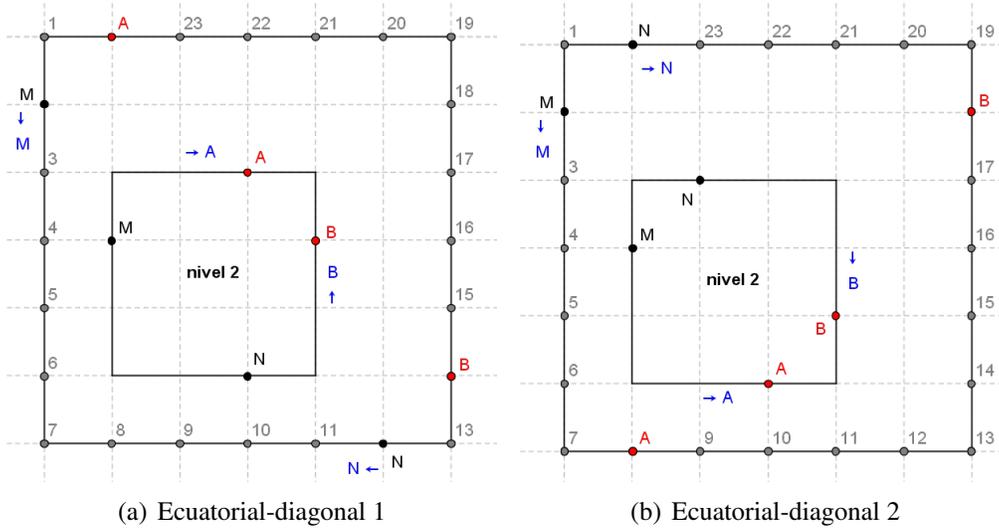


Figura 3.34: Desplazamiento cuadrupolar para el arreglo ecuatorial-diagonal

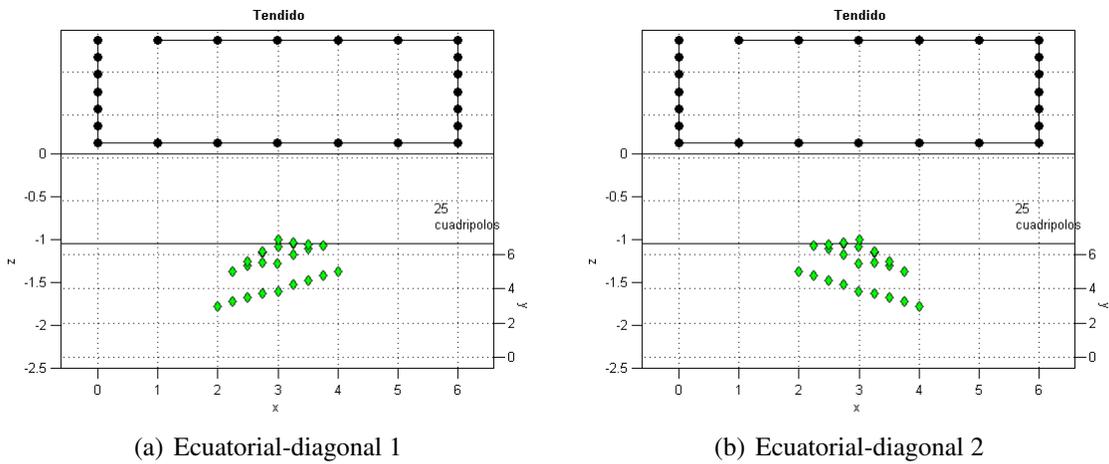


Figura 3.35: Puntos de atribución para el arreglo ecuatorial-diagonal

Ahora bien, nótese de la figura 3.34 que sólo hay dos formas distintas posibles de mediciones: la del ejemplo anterior; y una cuyos electrodos de corriente comienzan en 8 y 18 cerrándose hacia 13, mientras que los de potencial comienzan en 2 y 24 abriéndose hasta 7 (*ef1*) y 19 respectivamente (3.34b). Por lo tanto cuando elija éste tipo de arreglo, el programa le permitirá escoger de entre estos dos posibles bloques de mediciones llamándolos *Ecuatorial-diagonal 1* y *Ecuatorial-diagonal 2* respectivamente. Los parámetros que le pida el programa serán exactamente los mismos para ambos casos, la única variación será en la forma en que comienza el barrido: véase en el caso del ecuatorial-diagonal 2 cómo los de potencial comienzan con la abertura mínima que puede haber entre ellos, incrementándose la distancia en sus desplazamientos posteriores, mientras que en el caso de la figura 3.34a empiezan de forma inversa.

### 3.2.7. Arreglo Ecuatorial

Sea un tendido consistente en dos líneas paralelas de 12 electrodos cada una, y cuyo primer cuádrupolo será  $CP_1 = [1, 4, 23, 22]$ . El primer barrido consistirá en el desplazamiento de los cuatro electrodos hacia la izquierda, o bien los de corriente se moverán de forma creciente mientras que los de potencial lo harán de forma decreciente. Para los siguientes niveles  $B$  se desplazará dos unidades mientras que los de potencial lo harán una unidad; en éste caso el subnivel será el distanciamiento de una unidad entre  $M$  y  $N$ , de tal forma que:

$$\begin{array}{ll}
 pe = 1 & \\
 ei = 1 & CP_1 = [1, 4, 23, 22] \\
 ef = 24 & CP_2 = [2, 5, 22, 21] \\
 ef1 = 12 & CP_n = [1, 6, 22, 21] \\
 numN = 6 & CP_s = [1, 5, 23, 21]
 \end{array}$$

o de forma general

$$\begin{array}{ll}
 CP_1 = [ei, ei + 3, ef - 1, ef - 2] \\
 CP_2 = [ei + 1, ei + 4, ef - 2, ef - 3] \\
 CP_n = [ei, ei + 5, ef - 2, ef - 3] \\
 CP_s = [ei, ei + 4, ef - 1, ef - 3]
 \end{array} \quad (3.30)$$

El resultado será un conjunto de mediciones contenido en un plano vertical y paralelo a las líneas cuya densidad de información decrece a profundidad, de tal forma que se tiene un “triángulo” semejante a lo que obtendríamos en un levantamiento 2D.

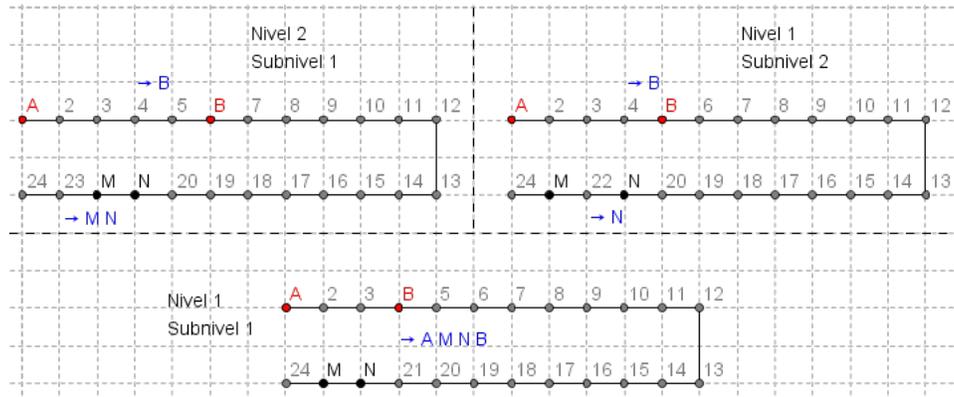


Figura 3.36: Desplazamiento cuádrupolar para el arreglo ecuatorial. Nótese como la forma de desplazarse de éste arreglo es igual a un Wenner-Schlumberger sin que los electrodos de corriente sean colineales con los de potencial

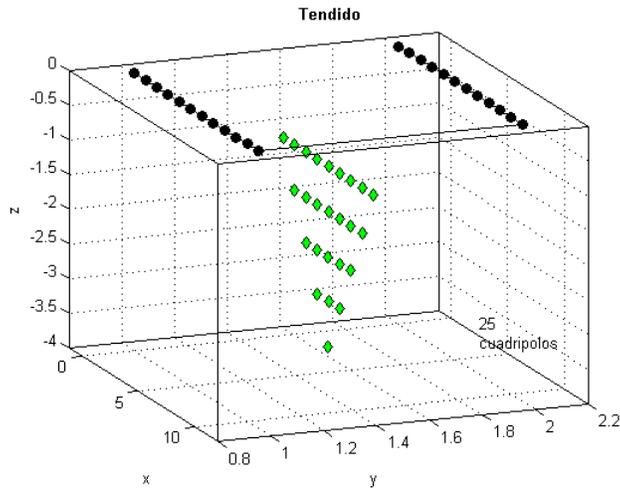


Figura 3.37: Puntos de atribución para el arreglo ecuatorial

Por otro lado, pensemos en un tendido de 4 líneas paralelas en donde cada una de ellas contendrá 12 electrodos, la primera irá del 1 al 12  $l_{1-12}$ , la segunda del 13 al 24  $l_{13-24}$ , la tercera del 25 al 36  $l_{25-36}$  y la última del 37 al 48  $l_{37-48}$  (figura 3.38). Si por ejemplo quisésemos aplicar un ecuatorial con la primera y tercera línea vemos que hay doce electrodos que no se utilizan en las mediciones, a dichos electrodos les llamaré *electrodos inoperantes*, de tal forma que tendremos los electrodos del 13 al 24 como electrodos inoperantes siendo el 25 el electrodo de la línea en donde continúan las mediciones. Así,

**Definición 3.12** sea  $ce$  un parámetro que define el primer electrodo, de menor a mayor, de la línea en donde continúan las mediciones de un tendido con al menos dos electrodos seguidos inoperantes, para cualquier arreglo en un tendido de 2 líneas paralelas.

Ahora bien, la definición de los electrodos de entrada  $CP_1$ ,  $CP_2$ ,  $CP_n$  y  $CP_s$  va a estar en función de dos casos: cuando los electrodos de potencial se desplazan de forma “decreciente” (figura 3.38b) y; cuando lo hacen de forma “creciente” (figura 3.38a). Para el primer caso basta sustituir en las ecuaciones 3.30  $ef$  por  $ce$  y en lugar de restarle los valores que se muestran se le deben sumar, de tal forma que sus parámetros de entrada serán:

$$\begin{array}{ll}
 pe = 1 & \\
 ei = 1 & \\
 ef = 36 & \\
 ef1 = 12 & \\
 ce = 25 & \\
 numN = 6 & \\
 CP_1 = [1, 4, 26, 27] & \\
 CP_2 = [2, 5, 27, 28] & \\
 CP_n = [1, 6, 27, 28] & \\
 CP_s = [1, 5, 26, 28] &
 \end{array}$$

o de forma general

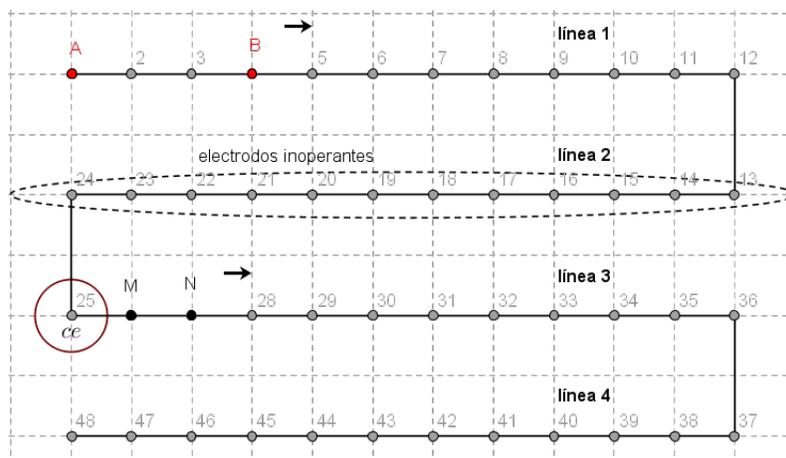
$$\begin{aligned}
 CP_1 &= [ei, ei + 3, ce + 1, ce + 2] \\
 CP_2 &= [ei + 1, ei + 4, ce + 2, ce + 3] \\
 CP_n &= [ei, ei + 5, ce + 2, ce + 3] \\
 CP_s &= [ei, ei + 4, ce + 1, ce + 3]
 \end{aligned}
 \tag{3.31}$$

en cuanto al segundo caso, pensemos en la combinación de la línea  $l_{1-12}$  con la línea  $l_{37-48}$ , de tal forma que

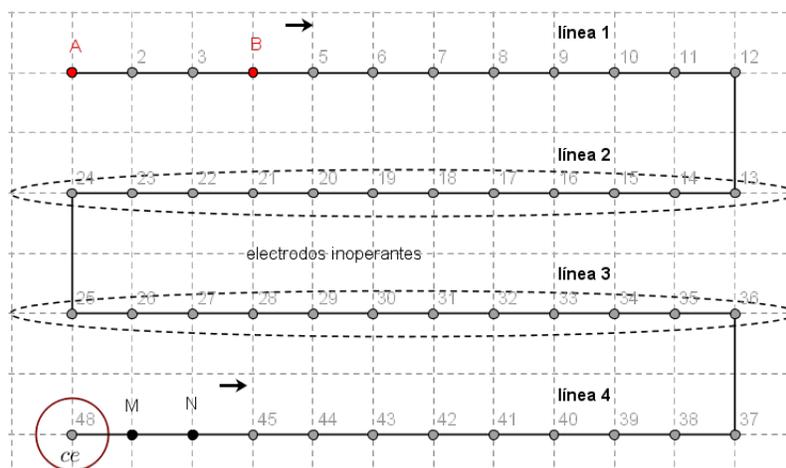
$$\begin{array}{ll}
 pe = 1 & \\
 ei = 1 & \\
 ef = 48 & \\
 ef1 = 12 & \\
 ce = 37 & \\
 numN = 6 & \\
 CP_1 = [1, 4, 47, 46] & \\
 CP_2 = [2, 5, 46, 45] & \\
 CP_n = [1, 6, 46, 45] & \\
 CP_s = [1, 5, 47, 45] &
 \end{array}$$

entonces, los  $CP$  de entrada serán exactamente igual a las ecuaciones 3.30.

Es importante mencionar que ésta condicionante sólo la creé para automatizar las secuencias de un arreglo ecuatorial y de mínimo acoplamiento.



(a) Movimiento creciente



(b) Movimiento decreciente

Figura 3.38: Dos tipos de movimiento para arreglos de líneas paralelas

### 3.2.8. Arreglo Mínimo acoplamiento

Sea un tendido de dos líneas paralelas de 12 electrodos cada una y un  $CP_1 = [1, 24, 2, 3]$ . Un primer barrido consistirá en el desplazamiento creciente de los electrodos de potencial, hasta que  $M = 11$  y  $N = 12$ ... continúa en  $M = 13$  y  $N = 14$  para finalizar en  $M = 22$  y  $N = 23$  mientras que los de corriente se quedan fijos. Para los siguientes niveles,  $A$  y  $B$  se desplazarán una posición hacia la derecha, o bien,  $A$  se desplazará una posición creciente y  $B$  lo hará de forma decreciente hasta que  $A = 11$  y  $B = 15$ , de tal forma que:

$$\begin{array}{ll}
 pe = 1 & \\
 ei = 2 & CP_1 = [1, 24, 2, 3] \\
 ef = 24 & CP_2 = [1, 24, 3, 4] \\
 ef1 = 12 & CP_n = [2, 23, 3, 4] \\
 numN = 6 & CP_s = [1, 24, 2, 3]
 \end{array}$$

o de forma general

$$\begin{aligned}
 CP_1 &= [pe, ef, ei, ei + 1] \\
 CP_2 &= [pe, ef, ei + 1, ei + 2] \\
 CP_n &= [pe + 1, ef - 1, ei + 1, ei + 2] \\
 CP_s &= CP_1
 \end{aligned}
 \tag{3.32}$$

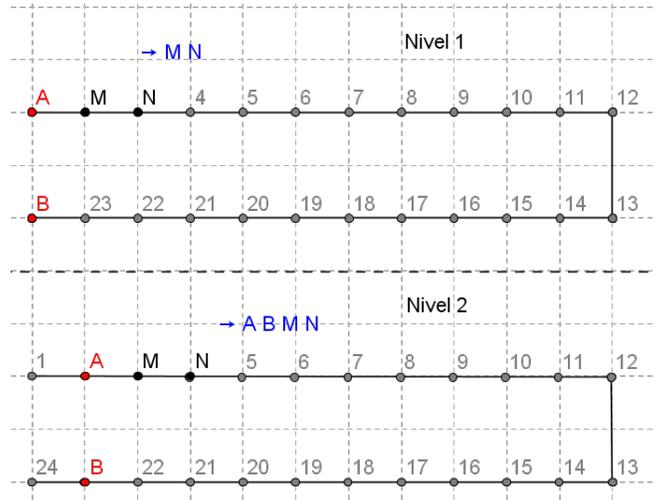


Figura 3.39: Para el primer barrido del nivel 1 los electrodos de corriente se quedan fijos; para el nivel dos se desplazan una posición

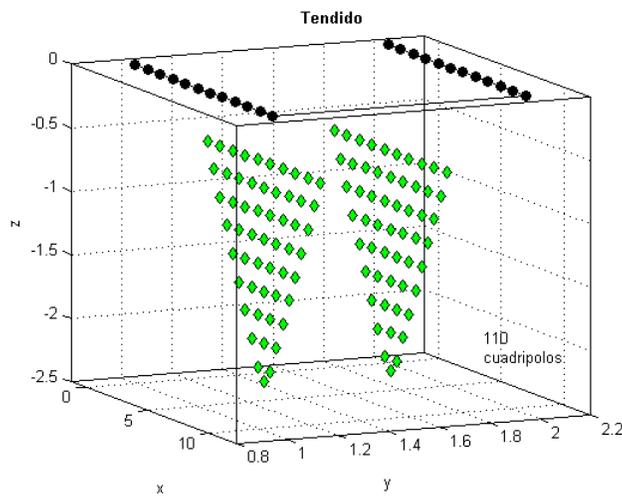


Figura 3.40: Puntos de atribución para el arreglo mínimo acoplamiento

Al igual que en el arreglo ecuatorial, se puede tener una línea de electrodos inoperantes de tal forma que la misma condicionante que se explicó en ése apartado se puede aplicar aquí, así los parámetros de entrada pueden ser también (según sea el caso)

$$\begin{array}{ll}
pe = 1 & \\
ei = 2 & CP_1 = [1, 25, 2, 3] \\
ef = 36 & CP_2 = [1, 25, 3, 4] \\
ef1 = 12 & CP_n = [2, 26, 3, 4] \\
ce = 25 & CP_s = [1, 25, 2, 3] \\
numN = 6 &
\end{array}$$

o de forma general

$$\begin{array}{l}
CP_1 = [pe, ce, ei, ei + 1] \\
CP_2 = [pe, ce, ei + 1, ei + 2] \\
CP_n = [pe + 1, ce + 1, ei + 1, ei + 2] \\
CP_s = CP_1
\end{array} \tag{3.33}$$

### 3.2.9. Arreglo Ecuatorial-dipolar

Sea un tendido de dos líneas paralelas de 12 electrodos cada una y un  $CP_1 = [1, 24, 2, 23]$ . Un primer barrido consistirá en el desplazamiento creciente y decreciente de  $M$  y  $N$  respectivamente, hasta que  $M = 12$  y  $N = 13$ , mientras que los de corriente se quedan fijos. Para los siguientes niveles,  $A$  y  $B$  se desplazarán una posición hacia la derecha, o bien,  $A$  se desplazará una posición creciente y  $B$  lo hará de forma decreciente hasta que  $A = 11$  y  $B = 14$ , de tal forma que:

$$\begin{array}{ll}
pe = 1 & \\
ei = 2 & CP_1 = [1, 24, 2, 23] \\
ef = 24 & CP_2 = [1, 24, 3, 22] \\
ef1 = 12 & CP_n = [2, 23, 3, 22] \\
numN = 6 & CP_s = [1, 24, 2, 23]
\end{array}$$

o de forma general

$$\begin{array}{l}
CP_1 = [pe, ef, ei, ef - 1] \\
CP_2 = [pe, ef, ei + 1, ef - 2] \\
CP_n = [pe + 1, ef - 1, ei + 1, ef - 2] \\
CP_s = CP_1
\end{array} \tag{3.34}$$

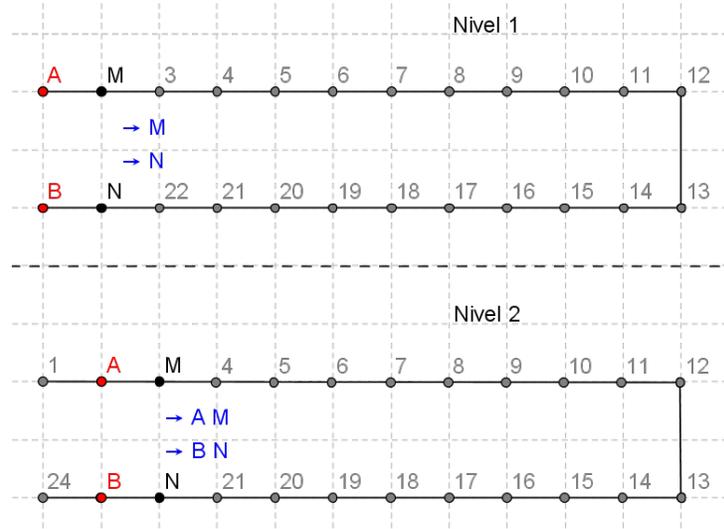


Figura 3.41: Para el primer barrido del nivel 1 los electrodos de corriente se quedan fijos; para el nivel dos se desplazan una posición

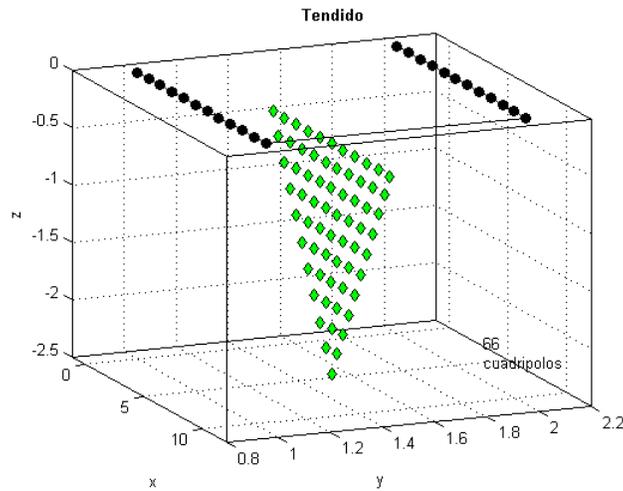


Figura 3.42: Puntos de atribución para el arreglo ecuatorial-dipolar

Al igual que en el arreglo ecuatorial y del mínimo acoplamiento, se puede tener una línea de electrodos inoperantes de tal forma que la misma condicionante que se explicó en esos apartados se puede aplicar aquí, así los parámetros de entrada pueden ser también (según sea el caso)

$$\begin{array}{ll}
pe = 1 & \\
ei = 2 & CP_1 = [1, 25, 2, 26] \\
ef = 36 & CP_2 = [1, 25, 3, 27] \\
ef1 = 12 & CP_n = [2, 26, 3, 27] \\
ce = 25 & CP_s = [1, 25, 2, 26] \\
numN = 6 &
\end{array}$$

o de forma general

$$\begin{array}{ll}
CP_1 = [pe, ce, ei, ce + 1] \\
CP_2 = [pe, ce, ei + 1, ce + 2] \\
CP_n = [pe + 1, ce + 1, ei + 1, ce + 2] \\
CP_s = CP_1
\end{array} \tag{3.35}$$

### 3.2.10. Roll-along

Como se comentó desde un principio, a pesar de que el programa está hecho para facilitar la generación de secuencias de un tendido 3D, su aplicación también es válido para un 2D, entre los cuales está el roll-along.

Sea un tendido lineal de 24 electrodos en donde se le aplica un arreglo dipolo-dipolo, con  $CP_1 = [1, 2, 3, 4]$ . Pensemos en que la consola utilizada permita un máximo de 16 canales, por lo tanto, es necesario desplazar los 16 electrodos 8 posiciones para lograr el tendido completo de 24 canales. Los parámetros son los mismos de un dipolo-dipolo usual, la única variación será un nuevo parámetro al que le llamaré *ed*,

**Definición 3.13** *ed* será el número de posiciones que queramos desplazar el tendido para un roll-along,

en nuestro caso entonces  $ed = 8$ , de tal manera que los parámetros de entrada serán:

$$\begin{array}{ll}
pe = 1 & CP_1 = [1, 2, 3, 4] \\
ei = 1 & CP_2 = [2, 3, 4, 5] \\
ef = 24 & CP_n = [1, 2, 4, 5] \\
ed = 8 & CP_s = [1, 3, 4, 6] \\
numN = 6 &
\end{array}$$

La forma general se definirá en función del tipo de arreglo a utilizar. Nótese como el electrodo final es igual al electrodo máximo que permite, para éste ejemplo en particular, la consola utilizada. No es necesario éste tipo de limitación para poder definir el electrodo máximo de cual o tal arreglo, mas bien va a depender del objetivo del trabajo de campo. Sin embargo, es importante señalar que el archivo de coordenadas de entrada debe contener a todos los electrodos involucrados, desde el primero hasta los que se van a utilizar en el roll-along: si tenemos un tendido de 12 electrodos totales y se quiere hacer un roll-along de 6, entonces se deben introducir las coordenadas de 18 electrodos; si tenemos ahora uno 23 y queremos un roll-along de 15, entonces serán 38 electrodos con sus respectivas coordenadas, etc.

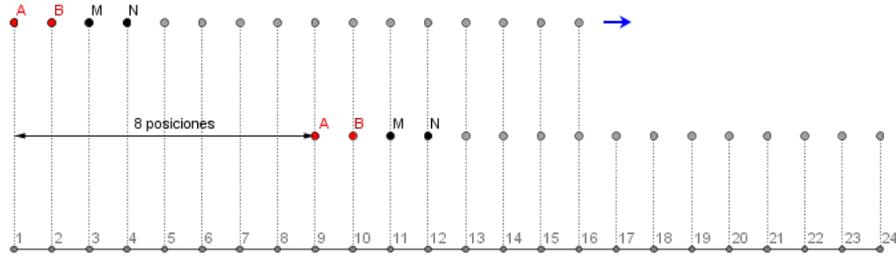


Figura 3.43: El primer bloque de mediciones se hacen con el la línea superior mientras que el segundo corresponde al roll-along

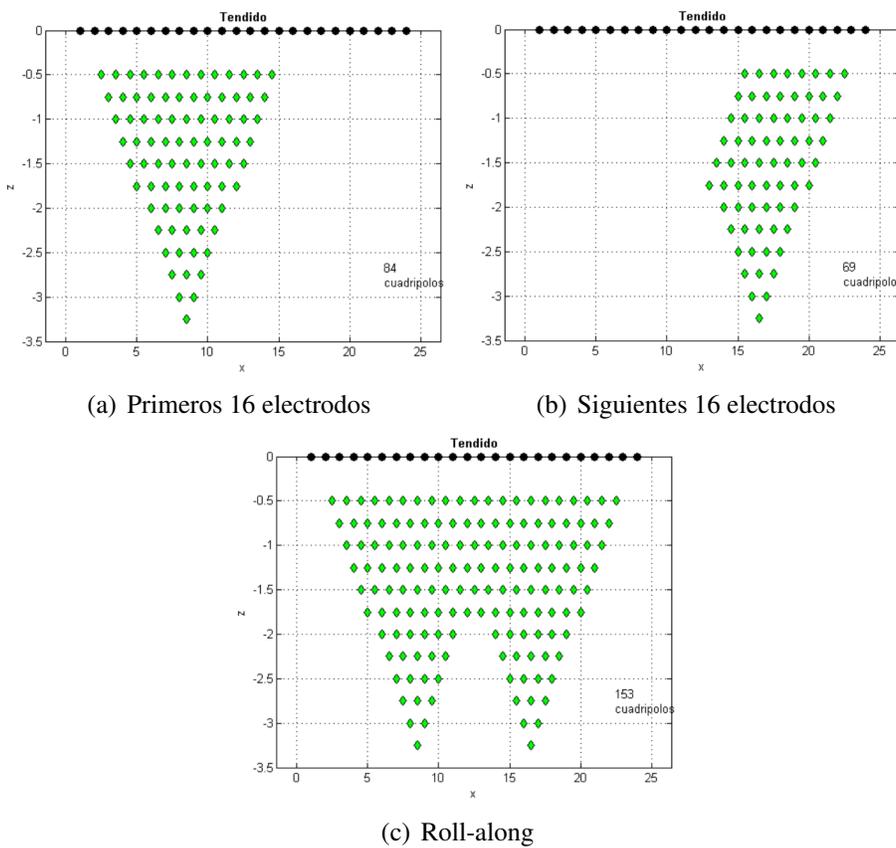


Figura 3.44: Puntos de atribución para un roll-along aplicado al arreglo dipolo-dipolo

### 3.3. Profundidad de investigación y puntos de atribución

A pesar de que el objetivo de éste trabajo no está enfocado en el desarrollo de la parte teórica de la profundidad de investigación ni del posicionamiento de los puntos de atribución en un estudio de Tomografía de Resistividad Eléctrica, es necesario adentrarse en éstos campos para darnos idea del comportamiento general de los distintos arreglos que podamos utilizar en el programa, por lo que el programa generará un gráfico en donde se puedan ver los puntos de atribución con su respectiva profundidad de investigación.

Los encargados, según Barker (1989) de introducir en la geofísica el concepto de *profundidad de investigación* fueron los hermanos Conrad y Marcel Schlumberger (1932). Pensemos en delgadas capas paralelas a la superficie apiladas a profundidad, cada una de ellas contribuirá a la señal medida en la superficie, por lo que la profundidad de investigación es la capa a una profundidad  $z$  en la cual está la contribución total de la señal (Evjen, 1938). Éste parámetro no va a depender de la magnitud de la corriente inyectada, ni de su distribución, ni de la forma en que se mida la diferencia de potencial, pero sí va a depender del conjunto cuadrupolar, es decir, depende tanto del posicionamiento de los electrodos de corriente como el de los de potencial, sin embargo es común que los valores teóricos de la profundidad de investigación sean en realidad siempre menores (Roy y Apparao 1971).

En un medio homogéneo y para distintas modalidades, de acuerdo con Roy y Apparao (1971) tenemos:

Dos electrodos .....	0,35L
Dipolo Ecuatorial o azimutal .....	0,25L
Dipolo Perpendicular .....	0,20L
Polar o radial .....	0,195L
Dipolo paralelo .....	0,18L
Schlumberger .....	0,125L
Wenner .....	0,11L

Cuadro 3.2: Profundidad de investigación de algunos arreglos

Como se observa en la tabla 3.2 son dos las variables que se necesitan conocer para el cálculo de éste parámetro: la longitud  $L$  y un coeficiente que lo multiplique.

### 3.3.1. Longitud total del tendido ( $L$ )

La longitud  $L$  es la distancia total del tendido: por ejemplo en un arreglo Wenner o Schlumberger será la distancia que existe entre los electrodos  $A$  y  $N$ , mientras que para los arreglos dipolares como el dipolo-dipolo  $L$  estará definido por la separación del punto medio de los electrodos  $AB$  con el punto medio de  $MN$  siempre y cuando la distancia entre los electrodos de potencial sea menor al 10 % de longitud  $L$ , o bien *distancia*  $MN < 0,1L$ . Si no se cumple ésta condición lo mejor es tomar como  $L$  la distancia máxima entre dos electrodos (Roy y Apparao, 1971). En la figura 3.45 se observa éste concepto.

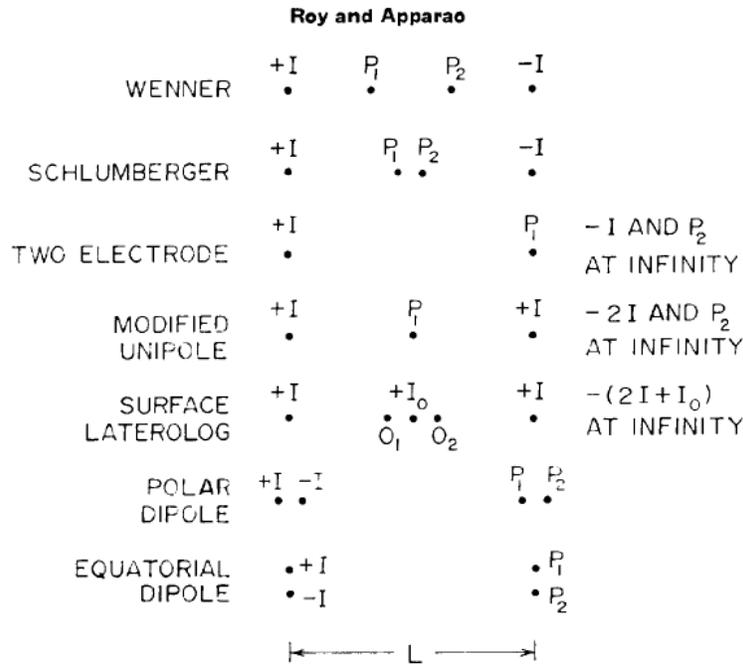


Figura 3.45: Distancia  $L$  para algunos arreglos (Roy y Apparao, 1971).  $+I, -I, P_1, P_2$  son  $A, B, M, N$  respectivamente

Para el caso de los tendidos en 2D, el programa calcula la distancia de los electrodos  $AB$  en el caso del arreglo Wenner y Wenner-Schlumberger, y la distancia de  $AN$  en el caso del dipolo-dipolo para asignarle el valor de  $L$ .

Para el caso de los arreglos en 3D, se considera a todos éstos como arreglos dipolares, y de acuerdo a la definición de la longitud total del tendido, se evalúa la distancia del punto medio de los electrodos de corriente (punto medio de  $AB$ ) con el punto medio de los electrodos de potencial (punto medio de  $MN$ ) y la distancia entre los electrodos de potencial  $MN$ , luego, los valores pasan por una condicionante en donde si  $MN < 0,1L$  la longitud total del tendido será el valor ya calculado; si no se cumple ésta condición, el programa calculará la distancia  $AB, AM, AN, BM, BN$  y  $MN$  siendo la distancia máxima de entre todos éstos cálculos la que corresponde a la magnitud de  $L$ .

Por otro lado, en cualquier arreglo dipolar se puede poner a  $L$  en términos de  $a$  y del nivel en el que estamos (Edwards, 1977), es decir

$$L' = a \cdot n_r \tag{3.36}$$

donde  $a$  es la abertura que hay entre los electrodos de corriente y entre los de potencial (figura 3.46), y  $n_r$  es el nivel en el que estemos. He llamado a ésta última  $n_r$  para no confundir con el concepto de la variable  $n$  que se utilizó para la generación de secuencias, en la siguiente sección se discutirá más a detalle.

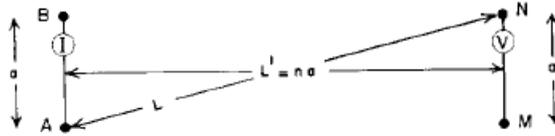


Figura 3.46: La variable  $L'$  en términos de  $a$  y del nivel (Edwards, 1977)

Para los arreglos en  $L$  a lo largo del barrido en una arista del tendido se comportarán como las configuraciones usuales de un Wenner, Wenner-Schlumberger y dipolo-dipolo 2D. Por ello, para el caso específico de los dos primeros arreglos (puesto que para el dipolo-dipolo sigue siendo válido el razonamiento del párrafo anterior) se toma la  $L$  de un tendido 2D, y justo cuando el cuadrípolo deje de ser colineal, se someterá al mismo análisis descrito anteriormente para luego retomar, si es que vuelve a ser colineal el cuadrípolo, la  $L$  de un 2D.

Ahora bien, la ecuación 3.36 se usará más adelante para el cálculo de la profundidad de investigación, por lo que es importante señalar lo siguiente: de la figura 3.46 vemos que solamente  $L'$  puede estar definido en términos de  $n_r$  y  $a$ , por otro lado, pareciera que la definición de Roy sobre la longitud total del tendido entra en conflicto con la definición que hace Edwards ya que  $L'$  está definida como la distancia entre los puntos medios de los electrodos de corriente y los de potencial, y siguiendo a Roy y Apparao, la longitud total del tendido no necesariamente corresponde con  $L'$ , cabe entonces preguntarnos ¿cuál distancia  $L$  ó  $L'$  usaremos para el cálculo de la profundidad?.

Una de las conclusiones a la que llega Edwards (1977) en su trabajo, es: *contrario a lo que se dice en la literatura, no parece haber una relación esencial entre la longitud del dipolo, las dimensiones de la anomalía y los resultados obtenidos, la cual básicamente se puede resumir en la longitud  $L'$ . Así, la longitud del dipolo puede ser definido en base a otras consideraciones...*<sup>1</sup>. De ésta forma, la definición de Roy y Apparao sobre la longitud total del tendido es válida para la ecuación 3.37, por lo que reescribiéndola tendremos

$$L = a \cdot n_r \quad (3.37)$$

Por otro lado, reescribiendo la  $L$  como la define Roy y Apparao (1971) nos queda la ecuación:

$$L = \begin{cases} \text{longitud máxima entre electrodos} & \text{si } a \leq 0,1L' \\ L' & \text{otro caso} \end{cases} \quad (3.38)$$

En todo caso, más adelante explicaré la conveniencia de tomar  $L$  y no  $L'$ .

### 3.3.2. Coeficiente de la profundidad de investigación

La *profundidad característica de investigación* (DIC por sus siglas en inglés) es una curva que representa la contribución total de cada volumen elemental debido a una señal generada en superficie. Para ello se sustituyen los puntos de los electrodos por puntos de carga

<sup>1</sup>Edwards, 1977, pp 1036

eléctricas localizadas en la superficie de un semiespacio dieléctrico (ésto es por que el comportamiento de una corriente de régimen estacionario y el de un régimen electrostático en un medio dieléctrico son muy similares) luego, recordando la definición de la profundidad de investigación, cada volúmen de capa infinitesimal paralela a la superficie se polarizará electrostáticamente generando varios dipolos, provocando una diferencia de potencial que se puede medir en superficie, entonces, la medición será la contribución total de las polarizaciones del volúmen de cada capa de profundidad  $z$ . La siguiente ecuación representa el valor de la curva DIC para un cuadrípulo de coordenadas  $A(0, 0, 0)$ ,  $M(d_1, 0, 0)$ ,  $N(d_1 + d_2, 0, 0)$  y  $B(d_1 + d_2 + d_3, 0, 0)$  (Roy y Apparao, 1971).

$$\int_{z=0}^{z=+\infty} DIC = \frac{\rho I}{2\pi} \left[ \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2 + d_3} - \frac{1}{d_1 + d_2} + \frac{1}{d_3} \right] \quad (3.39)$$

De ésta forma y para cada tipo de arreglo, se obtiene la ecuación de una diferencia de potencial en términos de  $z$  y de  $L$ . Evaluando dicha función para distintas profundidades y para una longitud  $L$  determinada obtendremos la curva DIC, en donde su valor máximo alcanzado será para la  $z$  perteneciente a la profundidad de investigación, y de hecho, puesto que lo que se mide es la contribución total de polarizaciones, para la medición que se hace desde la superficie (Roy y Apparao, 1971). Normalizando la ecuación resultará que el rango de variación de la profundidad será de 0 a 1, por lo que cada tipo de arreglo tendrá su propia curva y su correspondiente coeficiente que no es mas que la profundidad de investigación en términos de porcentaje, así, el cuadro 3.2 salió de la siguiente figura.

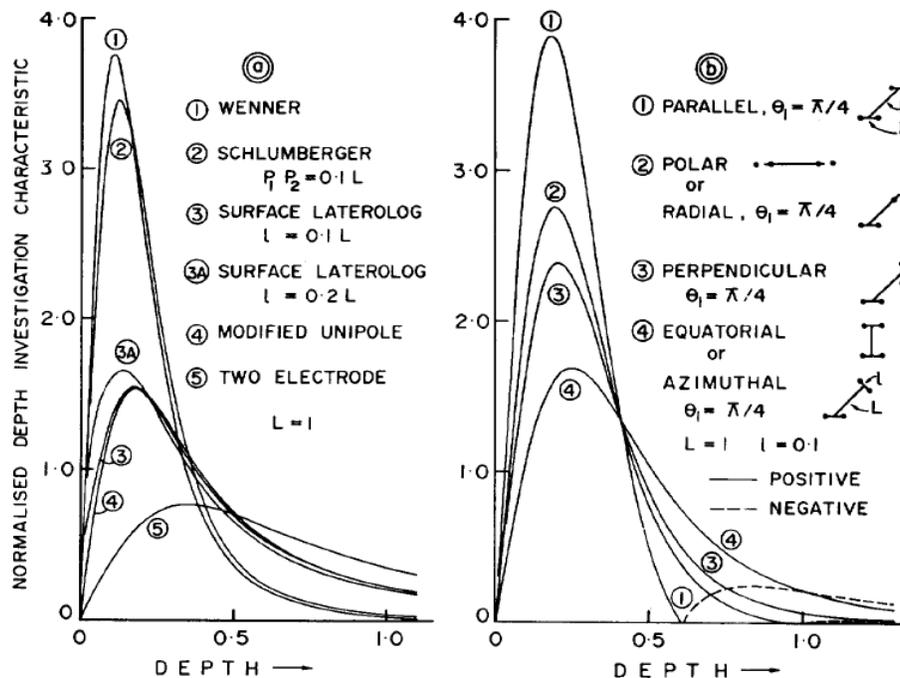


Figura 3.47: En la figura *a* algunos ejemplos de arreglos no dipolares; en *b* algunos arreglos dipolares. Cuando la DIC alcanza su punto máximo se obtiene el coeficiente para las modalidades mostradas (Roy y Apparao, 1971)

Sin embargo cada una de las curvas mostradas son válidas para un magnitud  $L$  en particular, si cambiásemos la relación que existe entre las distancias de los electrodos de corriente, los de potencial e incluso la distancia que hay entre cada par de electrodo, podría cambiar la magnitud de  $L$  o bien podría seguir siendo la misma (pensando por ejemplo en distintos niveles para el arreglo dipolo-dipolo). La conclusión de ésto es que para cada longitud distinta de un arreglo dipolar el coeficiente de la profundidad de investigación va a cambiar. En 1977 Edwards publicó un artículo en donde retomaba el trabajo hecho por Roy y Apparao (1971) para optimizar el valor del coeficiente que sea válido para el conjunto de valores de  $L$  asociados a una modalidad determinada, en otras palabras, un coeficiente que se pueda aplicar a distintas longitudes cuadrupolares de un arreglo dado. El resultado del trabajo de Edwards fue el concepto de *profundidad efectiva de investigación* (PEI), que se diferencia del trabajo de Roy y Apparao por el hecho de que Edwards toma el valor promedio de la curva DIC en lugar de su valor máximo (Edwards, 1977).

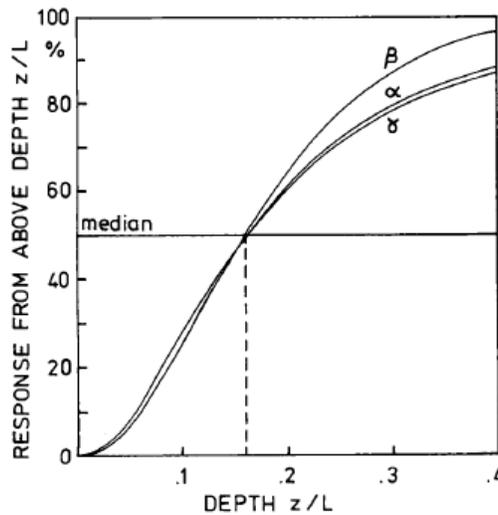


Figura 3.48: Coeficiente que se toma para la profundidad efectiva de investigación (Barker, 1989)

De ésta forma, la PEI la define Edwards como *la profundidad en la cual por arriba y por debajo de ella es la mitad de la señal total*, y que va a depender de la ecuación 3.40

$$\int_{z=0}^{z_{med}} DIC = \frac{1}{2} \quad (3.40)$$

Luego, de 3.40 Edwards deduce la siguiente ecuación:

$$n(n+1)(n+2) \left[ \frac{1}{\sqrt{n^2+u}} - \frac{2}{\sqrt{(n+1)^2+u}} + \frac{1}{\sqrt{(n+2)^2+u}} \right] = 1 \quad (3.41)$$

donde  $n = n_r$  y

$$u = 4 \left( \frac{z_{med}}{a} \right)^2 \quad (3.42)$$

Mencioné anteriormente que la  $n_r$  es distinta a la  $n$  que se utiliza en el programa. Su principal diferencia está en que  $n_r$  no es necesariamente un número entero, pero sí debe ser mayor a 0. Recordando la figura 3.32  $L$  en primer instancia será la distancia de los puntos medios de  $AB$  y  $MN$ , pero es evidente que la separación entre los de potencial no cumple con la condición  $MN \leq 0,1L$  por lo que  $L$  será la distancia  $AB$ . Por otro lado recordando la ecuación 3.37 podemos conocer el valor de  $n_r$ :

$$n_r = \frac{L}{a} \quad (3.43)$$

De la figura 3.46 podemos ver que  $a$  es la abertura entre los electrodos de potencial y entre los de corriente, pero en el caso del arreglo esquina, las aberturas de dichos electrodos no son iguales, lo que nos lleva a preguntarnos ¿qué abertura deberíamos tomar: los de corriente o los de potencial?

En la sección *Variable a* se discute la forma en que llegué a la ecuación 3.44, mientras, continuemos con el ejemplo.

$$a = \begin{cases} |MN| & \text{si } |MN| > |AB| \\ |AB| & \text{si } |AB| > |MN| \end{cases} \quad (3.44)$$

De ésta forma, démosle un espaciamiento entre electrodos de 1 metro al tendido de la figura 3.32 para calcular  $L$ ,  $a$  y por tanto  $n_r$ : la longitud total del tendido es 8.5, y la abertura de  $MN$  es 7.1 por lo tanto

$$n_r = \frac{8,5}{7,1} \longrightarrow n_r = 1,2$$

Así pues,  $n_r$  toma valores fraccionarios, mientras que  $L$  y  $a$  son magnitudes que no pueden ser valores negativos, y por ende la variable  $n_r$  siempre será mayor a 0.

Recordemos ahora la ecuación 3.41. Al no ser lineal, forzosamente se tiene que resolver por métodos numéricos. El doctor Tejero (2010) dedujo una solución general la cual es

$$u = \frac{2n_r^2(n_r + 1)^2(n_r + 2)^2}{(n_r + 1)^3(n_r + 2)^3 - 2n_r^3(n_r + 2)^3 + n_r^3(n_r + 1)^3} \quad (3.45)$$

luego, despejando  $z_{med}$  de 3.42 obtenemos

$$z_{PEI} = \frac{a\sqrt{u}}{2} \quad (3.46)$$

Es importante mencionar que, mientras la  $n$  utilizada en el programa para la creación de secuencias indica el número de veces que aumenta la abertura entre dos electrodos determinados, la  $n_r$  se refiere a una profundidad que está en función de la longitud  $L$  y la abertura  $a$ . Por supuesto, a medida que cambia  $n$  también sus valores se relacionan con un nivel a profundidad del arreglo, sin embargo, la utilidad que le doy se limita a ser una herramienta para calcular la posición de los elementos del cuadrípulo ( $A$ ,  $B$ ,  $M$  y  $N$ ) con respecto a  $ei$ .

Retomando el aporte de Edwards, Barker (1989) publicó un artículo en donde aplica la profundidad efectiva de investigación a tres arreglos: *Alpha*, *Beta* y *Gamma*, para generalizarlo a cualquier arreglo cuadripolar. Siguiendo con éstos tres arreglos, para notar mejor la variación de  $L$  en términos de distintas distancias entre los cuatro electrodos,  $b$  será la distancia entre los electrodos interiores del arreglo como se muestra en la figura 3.49.

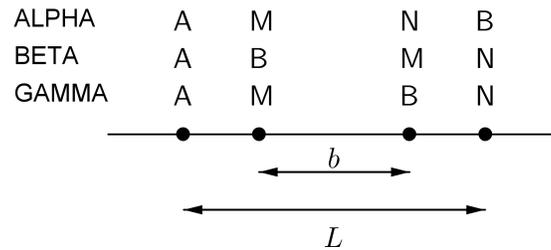


Figura 3.49: Arreglos utilizados en el trabajo de Barker (1989)

Así, para distintos valores del cociente  $b/L$  Barker grafica sus respectivas curvas DIC. En la figura 3.50 se muestra muy bien el hecho de para cada relación de abertura entre los electrodos involucrados no es posible tener un solo coeficiente para el arreglo que se está analizando.

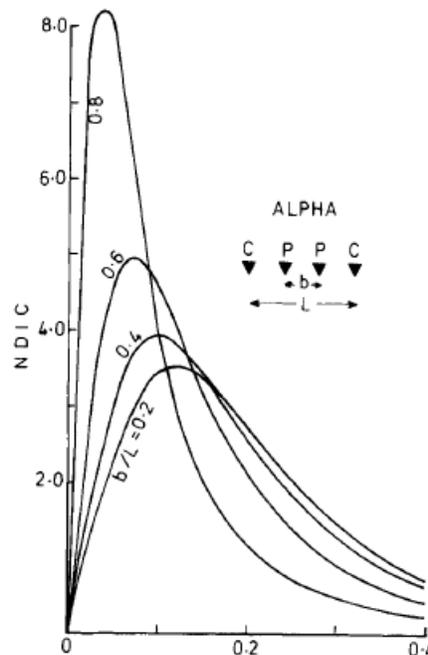


Figura 3.50: Para distintos valores de  $b$  se obtienen varios valores para el coeficiente de la profundidad de investigación (Barker, 1989)

Ésto se hace para los dos arreglos restantes, luego, generó una gráfica que contenía los tres arreglos, en donde el eje de las abscisas es la magnitud  $b/L$  y el eje  $y$  es el coeficiente. En dicha gráfica se forma un punto de intersección de las tres modalidades, la proyección de éste punto en el eje  $x$  es la relación  $b/L$  para la cual la magnitud del coeficiente se puede

aplicar a cualquiera de los tres arreglos. Por otro lado, de la figura 3.49 vemos que el arreglo alpha la disposición de los electrodos es similar a un arreglo Schlumberger, mientras que la disposición de beta lo es al arreglo dipolo-dipolo, de ésta forma en la figura 3.51a notamos un traslape de curvas para éstos arreglos.

Aplicando éste procedimiento para la profundidad de investigación y la profundidad efectiva de investigación, Barker generó un modelo de 3 capas con las distintas magnitudes  $b/L$  obtenidos. Comparando los resultados del modelo directo, observó que existía un ligero desplazamiento lateral del punto máximo de resistividad utilizando la profundidad de investigación, mientras que para la profundidad efectiva de investigación el máximo se ajustó muy bien (figura 3.51b).

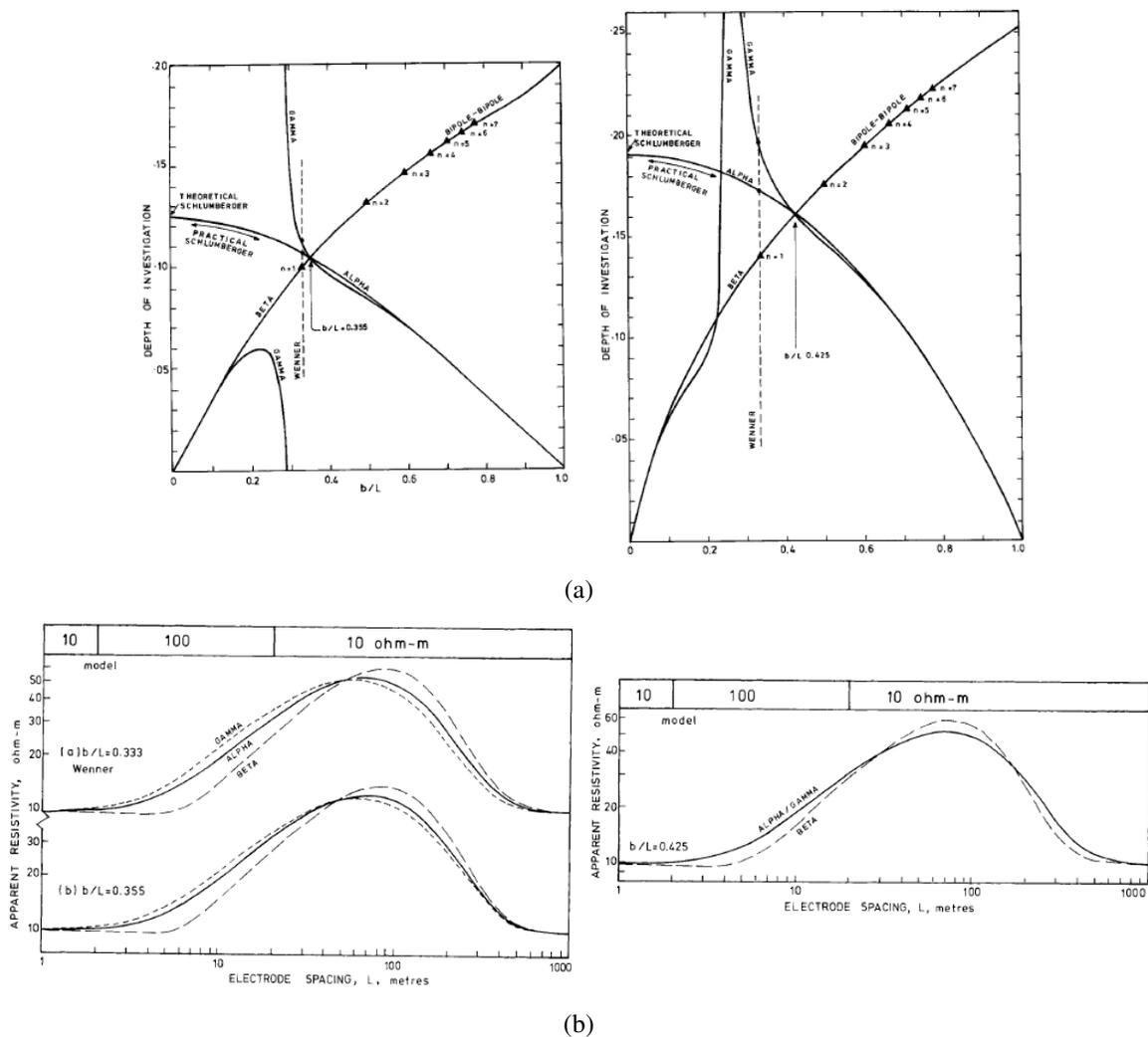


Figura 3.51: (a) La figura de la izquierda fue tomando el coeficiente asociado al máximo de la curva DIC con el punto de intersección en  $b/L = 0,355$ ; el de la derecha es el de la profundidad efectiva de investigación con el punto de intersección en  $b/L = 0,425$ . (b) a la izquierda el modelo para  $b/L = 0,355$  observándose un ligero desplazamiento lateral del máximo; a la derecha para  $b/L = 0,425$  (Barker, 1989)

Las conclusiones a las que llegó es que la profundidad efectiva de investigación es un valor más representativo de la profundidad asociada a la medición de un arreglo cuadripolar cualquiera en superficie, que tomar el coeficiente en donde la curva DIC tenga su máximo valor, por lo tanto, tomaré (tabla 3.3) los coeficientes que define Edwards para el caso ideal del Wenner y dipolo-dipolo, mientras que para el Wenner-Schlumberger tomaré el que define Loke (2010) que a final de cuentas se basa en la PEI definida por Edwards.

Dipolo-Dipolo .....	0,25L
Wenner-Schlumberger .....	0,191L
Wenner .....	0,173L

Cuadro 3.3: Profundidad efectiva de investigación

En general, podemos decir que prácticamente todos los arreglos 3D generados por el programa serán pertenecientes al grupo de las modalidades dipolares por lo que para todos ellos se utilizará las ecuaciones 3.44, 3.43, 3.45 y 3.46 y de ésta forma definir la tabla 3.4.

**Profundidad efectiva de investigación  $z_{PEI}$**

2D	Dipolo-Dipolo .....	0,25L
	Wenner-Schlumberger .....	0,191L
	Wenner .....	0,173L
3D	$a =  MN $ $n_r = \frac{L}{a}$ $u = \frac{2n_r^2(n_r + 1)^2(n_r + 2)^2}{(n_r + 1)^3(n_r + 2)^3 - 2n_r^3(n_r + 2)^3 + n_r^3(n_r + 1)^3}$ $z_{PEI} = \frac{a\sqrt{u}}{2}$	

Cuadro 3.4: Profundidad efectiva de investigación para los arreglos utilizados en el programa

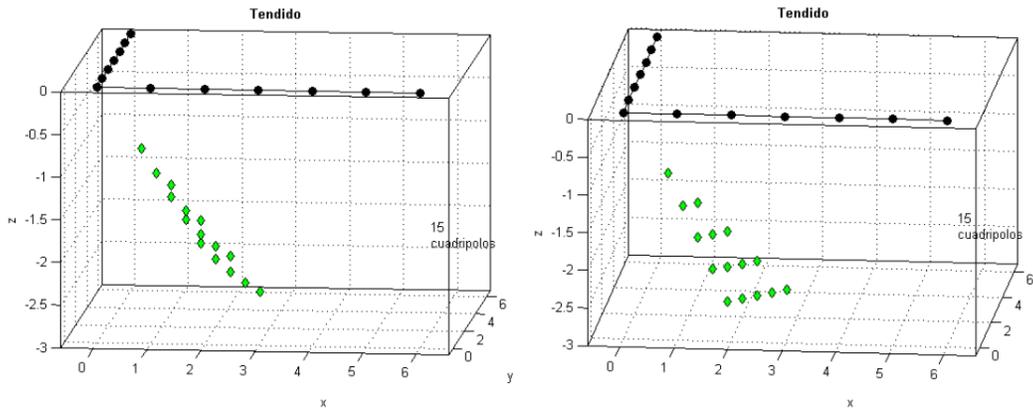
De ésta forma, para cada cuadripolo que se tenga, se calculan las ecuaciones de la tabla 3.4 y así obtener su correspondiente profundidad efectiva de investigación.

Ciertamente para el Wenner y Wenner-Schlumberger en su modalidad de L, tendrán tramos en donde los cuadripolos se comporten como un perfil 2D, y lo esperable sería que se utilizara sus correspondientes coeficientes, pero si se procede de ésta forma tendremos los puntos de atribución asociados al perfil 2D con profundidades mucho menores que los demás, por lo que la visualización del conjunto de mediciones no será consistente. Además, recordemos que el objetivo del trabajo no es definir la mejor profundidad efectiva de investigación para tal o cual arreglo, si no mas bien esquematizar de forma práctica el comportamiento de los puntos de atribución para un tipo de arreglo dado una vez generadas sus secuencias cuadripolares.

### 3.3.3. Abertura $a$

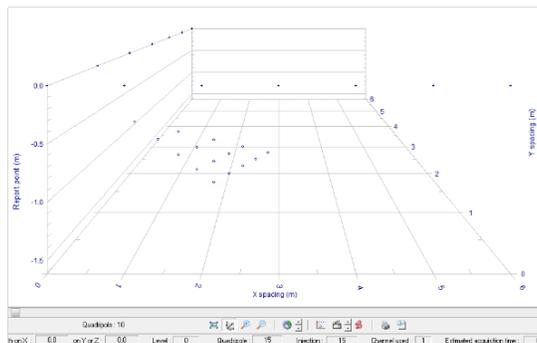
Recordando la figura 3.46, Edwards y Orellana (1982) a la hora de esquematizar la longitud total del tendido  $L$  de dispositivos cuadrupolares, toman en cuenta que la distancia entre los electrodos de corriente y entre los electrodos de potencial son una misma distancia  $a$ . Hemos visto que para los arreglos que toma en cuenta el programa, y en general para cualquier tipo de arreglo dipolar, ésto no necesariamente se cumple por lo que es necesario definir cuál será nuestra  $a$  que se utilizará en la ecuación 3.43.

Como primer paso hagamos un análisis comparativo entre el programa *SecuenciasCP.m* y el *ElectrePro* para el arreglo esquina con las características de la sección 2.5 de éste capítulo. Probemos primero definiendo a  $a$  como la abertura entre los electrodos de potencial, como primera impresión al ver la figura observamos que la localización de los puntos de atribución son muy distintos: para *SecuenciasCP.m* conforme se van desplazando los electrodos de potencial, la distancia entre éstos irá disminuyendo provocando puntos de atribución cada vez más superficiales; por otro lado, veamos lo que sucede cuando  $a = AB$ : ahora los puntos de atribución son similares ya que para un primer barrido la abertura  $AB$  permanece constante a la vez que es la longitud mayor del arreglo provocando puntos de atribución a una profundidad constante. Una primera conclusión entonces es que el *ElectrePro* utiliza la abertura entre los polos de corriente.



(a)  $a = MN$

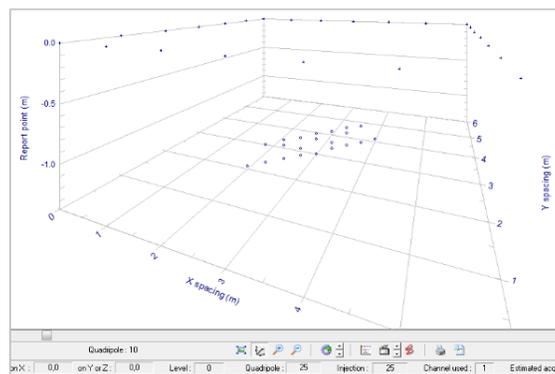
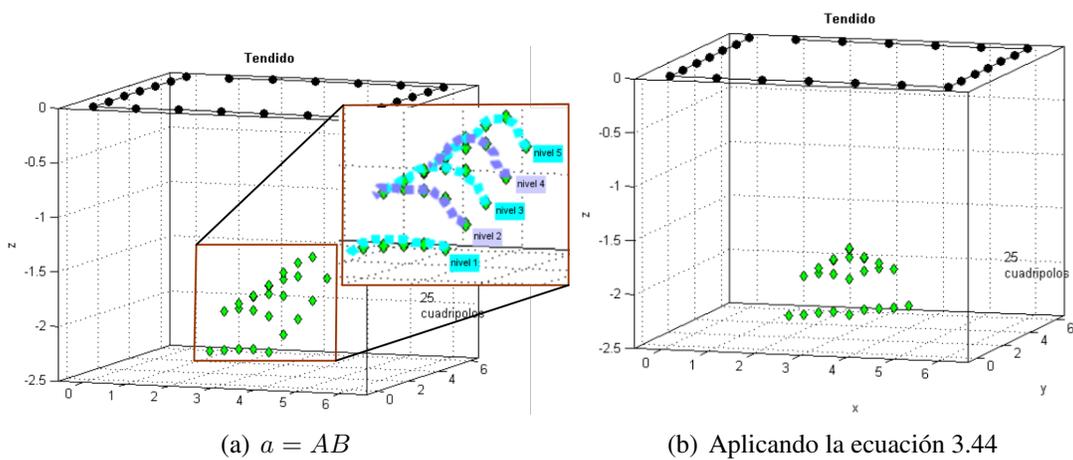
(b)  $a = AB$



(c) *ElectrePro*

Figura 3.52: Distintas aberturas  $a$  para el arreglo esquina

Analicemos ahora para un arreglo ecuatorial-diagonal de la sección 2.6 de éste capítulo con la conclusión mencionada anteriormente. Los gráficos generados por *SecuenciasCP.m* y *ElectrePro* son nuevamente distintas (figura 3.53a y 3.53c respectivamente) en primer lugar nótese que por cada nivel hay 5 mediciones, y a su vez hay 5 niveles por lo que los cuádrupolos totales serán 25. Para la primera medición, puesto que  $AB$ ,  $MN$  y por lo tanto  $a$  son iguales, la longitud máxima está dada por  $AN$  ó  $BM$ , así, será la medición con mayor profundidad, por otro lado para las siguientes la abertura  $AB$  predominará hasta el término del barrido en un nivel 1 provocando puntos de atribución a una profundidad constante, sin embargo cuando se cambia al nivel 2 en las siguientes mediciones no prevalece (ni “recupera”)  $AB$  como longitud máxima provocando una profundidad menor al primer nivel, no obstante por las características de  $L$  que, en las primeras cuatro mediciones disminuye para aumentar en la última del nivel 2 (es fácil de apreciar que  $L$  estará determinado por  $MN$  ó  $AN$ ). De ésta forma se tiene para cada nivel puntos de atribución “curvadas” en dirección de la superficie, mientras que combinado por la localización de los puntos de atribución, éstos se empiezan a traslapar (figura 3.53a). Una segunda conclusión es que el *ElectrePro* no utiliza de manera uniforme valores de  $a$  como  $AB$  ni  $MN$ .



(c) *ElectrePro*

Figura 3.53: Distintas aberturas  $a$  para el arreglo ecuatorial diagonal

Probemos ahora introduciendo una condicionante: tomar el valor de  $a$  como la magnitud mayor entre  $AB$  y  $MN$  (como se tiene definido en la ecuación 3.44). De la figura 3.53b y

3.53c se aprecia que los resultados entre los dos programas son semejantes, al menos en los puntos de atribución más profundos. Una tercera conclusión es que el ElectrePro toma éste criterio para el cálculo de la profundidad de los puntos de atribución.

A pesar de que el trabajo de Edwards sobre la profundidad efectiva de investigación salió hace más de 30 años, su teoría sigue siendo válida y utilizada hasta la fecha incluso por autores cuyos trabajos son referencia obligada en la prospección geoeléctrica (me refiero específicamente al tutorial de Loke), por lo tanto no es difícil imaginar que los que desarrollaron el ElectrePro se basen también en el trabajo de Edwards para calcular la profundidad de cada punto de atribución, de ésta forma es bastante válida la comparación que se hizo del programa *SecuenciasCP.m* y el ElectrePro. Por otro lado, no es mi intención deducir la forma en que trabaja el ElectrePro ni mucho menos dar por sentado que su forma de abordar éstas cuestiones es la correcta o la incorrecta, la comparación se hizo simplemente por que es difícil encontrar en la literatura geofísica un trabajo enfocado exclusivamente a la ubicación de los puntos de atribución (es decir sus coordenadas  $(x, y, z_{PEI})$ ), y éste programa (aunque comercial) efectivamente resulta ser parte del poco material que se encuentra sobre éste tópico.

Por otro lado, Edwards (1977) menciona que para grandes valores de  $nr$ , el coeficiente de la PEI de cualquier arreglo tiende a converger a un valor específico. De la figura 3.53c el ElectrePro parece truncar los puntos de atribución a una profundidad determinada, quizás sea que llegando a un nivel  $nr$  convierte su coeficiente en un valor constante... no se sabe, lo cierto es que *SecuenciasCP.m* sigue calculando los valores de  $nr$  sin ningún tipo de truncamiento, arrojando así ese “pico” que muestra la figura 3.53b.

Ahora bien, retomemos el ejemplo del ecuatorial-diagonal. Supongamos que invariablemente  $a$  sea igual a  $AB$ , para la primera medición del nivel 2  $MN$  es mayor a  $AB$ , pero por el principio de reciprocidad podemos intercambiar los electrodos de corriente por los de potencial, de ésta forma  $a$  seguirá siendo  $AB$  y a su vez será mayor a  $MN$ . Ésto se puede aplicar convenientemente cada vez que sea necesario para que de ésta forma la relación 3.44 sea válida. Una segunda consideración se deriva entonces de esto: ¿y si en lugar del valor mayor entre  $MN$  y  $AB$  se toma el valor menor?

Recordando que las líneas del flujo de corriente  $I$  se desplazan de forma radial por un subsuelo homogéneo e isotrópico, es de esperar que a una mayor distancia entre ellos la “curvatura” máxima de éstas líneas se localizará a una profundidad mayor. Por otro lado, es necesario que el geofísico idealice algunas características del medio para así poder analizarlo y llegar a una interpretación lo más cercano a la realidad (que la PEI se creó a partir de un medio homogéneo e isotrópico, por ejemplo). De ésta forma, es válido que el prospector siempre busque la medición asociada a la distancia máxima entre los electrodos de corriente para así aumentar el área de cobertura (traducido en mayor información del subsuelo) de la señal generada por éstos. Por lo tanto, por medio del principio de reciprocidad y de forma conceptual se tomará

$$a = \text{distancia máxima entre electrodos de corriente}$$

, como se refiere la ecuación 3.44.

### 3.3.4. Puntos de atribución

Tenemos ya las secuencias cuadripolares con su respectiva profundidad de los puntos de atribución ( $Pa$ ), sin embargo puesto que siempre estaremos trabajando en un medio 3D (el subsuelo) necesitamos las 3 coordenadas de cada punto de atribución  $Pa(x_{Pa}, y_{Pa}, z_{Pa})$ , naturalmente la coordenada en  $z$  es la PEI por lo que sólo nos resta conocer las otras dos.

Para el caso de los tendidos en 2D es bastante sencillo, puesto que el punto de atribución se encontrará siempre en el punto medio de  $L$ , lo divertido empieza cuando el tendido es en 3D. Anexo al programa descrito creé una función llamada “ $XcYc.m$ ” que calcula las coordenadas  $(x, y)$  del punto medio de dos puntos cualesquiera solucionando de ésta forma las coordenadas de los puntos de atribución para los tendidos 2D.

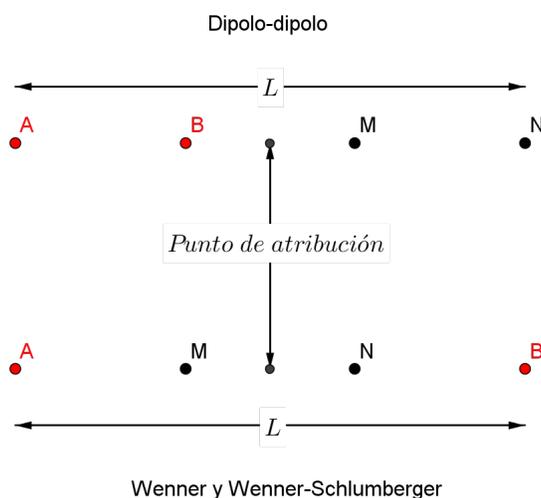


Figura 3.54: Punto de atribución para un arreglo 2D. Para un dipolo-dipolo será el punto medio entre  $AN$  ó  $BM$ ; para un Wenner y Wenner-Schlumberger será entre  $AB$  ó  $MN$ .

En el caso de un 3D y recordando que todos son arreglos dipolares, expondré dos formas distintas de calcular los  $Pa$ : la primera de ellas es siguiendo la premisa de Edwards (1977) en donde  $Pa$  se localiza en el punto medio de  $L$ , y que ésta a su vez es la distancia del punto medio de los electrodos de corriente entre el punto medio de los de potencial; la segunda forma es a través del centroide del polígono que forma el cuadripolo, si bien ésta manera carece de todo el fundamento teórico del primer método, en el capítulo 5 haré una breve discusión sobre ambos métodos. No obstante, el programa calculará los  $Pa$  de acuerdo a Edwards (1977).

#### Centroide

Siguiendo el mismo razonamiento que en un 2D: el punto de atribución se localiza justo en el centro del cuadripolo, sólo que en lugar de tener una sólo línea lo que tendremos será un polígono de 4 vértices ó, en una caso especial que se describirá más adelante, un polígono de tres vértices (un triángulo), para de ésta forma situar los  $Pa$  en el centroide del polígono.

El programa está creado para generar las secuencias de cualquier tipo de arreglo por extraño que éste sea, por lo tanto debemos suponer que el polígono formado por el cuadrípulo no necesariamente sea uno regular; pensemos primero en un polígono irregular (figura 3.55), luego, se puede descomponer dicho cuerpo en varias figuras geométricas conocidas que en total son 7 pequeños triángulos, después se calcula el área y las coordenadas del centro de cada uno de ellos y finalmente se utiliza la ecuación 3.47 y 3.48 para localizar los coordenadas del centroide.

$$x_{centroide} = \frac{a1x_1 + a2x_2 + a3x_3 + a4x_4 + a5x_5 + a6x_6 + a7x_7}{a1 + a2 + a3 + a4 + a5 + a6 + a7} \quad (3.47)$$

$$y_{centroide} = \frac{a1y_1 + a2y_2 + a3y_3 + a4y_4 + a5y_5 + a6y_6 + a7y_7}{a1 + a2 + a3 + a4 + a5 + a6 + a7} \quad (3.48)$$

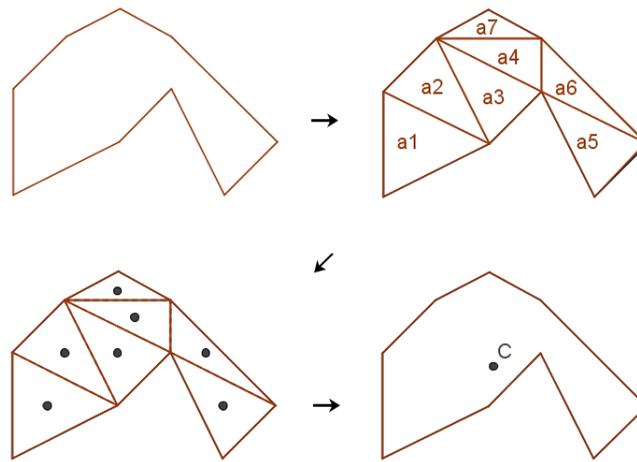


Figura 3.55: Centroide de un polígono irregular. Se divide el polígono en varias figuras geométricas conocidas, se clacula el centroide de cada una de ellas (puntos negros) para luego calcular el punto  $C$

Por lo tanto no importa la forma que tome el polígono siempre se puede determinar las coordenadas de su centroide. Considerando que el centroide que debemos localizar se compone de 4 vértices, sean  $V_1, V_2, V_3,$  y  $V_4$  los vértices del polígono  $ABNM$  (figura 3.56), trazando una línea que una el vértice  $V_1$  y  $V_3$  dividimos el polígono en dos y como resultado siempre tendremos dos triángulos. Por otro lado, sabiendo que el centroide de un triángulo se calcula como la intersección de las rectas que van desde el punto medio de una arista hasta el vértice opuesto a él, para nuestro caso y para el primer triángulo tendremos las rectas  $\overline{V_4C_{V_1V_3}}, \overline{V_1C_{V_3V_4}}$  y  $\overline{V_3C_{V_1V_4}}$  donde  $C$  representa el punto medio de la distancia correspondiente a la notación de los subíndices; de la misma forma para el segundo triángulo obtenemos  $\overline{V_2C_{V_1V_3}}, \overline{V_1C_{V_3V_2}}$  y  $\overline{V_3C_{V_1V_2}}$ . Reescribiendo la ecuación 3.47 y 3.48 y de la figura 3.56 obtenemos las coordenadas  $(x, y)$  del punto de atribución:

$$x_{Pa} = \frac{a_{T1}x_1 + a_{T2}x_2}{a_{T1} + a_{T2}} \quad (3.49)$$

$$y_{Pa} = \frac{a_{T1}y_1 + a_{T2}y_2}{a_{T1} + a_{T2}} \quad (3.50)$$

Puesto que las secuencias cuadripolares se calculan a través de un ciclo, para cada iteración también se calcula el centroide del cuadripolo respectivo, dándonos ahora sí la posición espacial del punto de atribución  $P_{a_{cp}}(x_{Pa}, y_{Pa}, z_{PEI})$ .

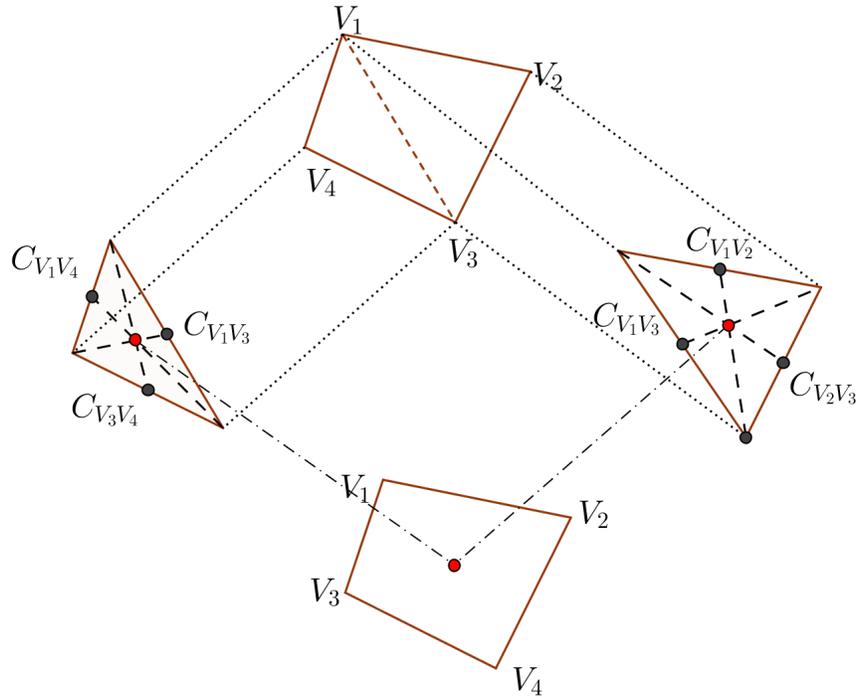


Figura 3.56: Obtención del centroide para un cuadripolo cualquiera: se divide en dos triángulos, se obtienen las coordenadas de sus centroides para tener finalmente  $(x_{Pa}, y_{Pa})$

Para el arreglo de mínimo acoplamiento, podemos observar de la figura 3.57 que tres de los electrodos coinciden en una misma recta dando como resultado que en lugar de tener un polígono de 4 vértices tenemos un triángulo, de ésta forma el programa simplemente tiene que calcular las coordenadas del centroide de un triángulo para obtener el punto de atribución de ésta modalidad.

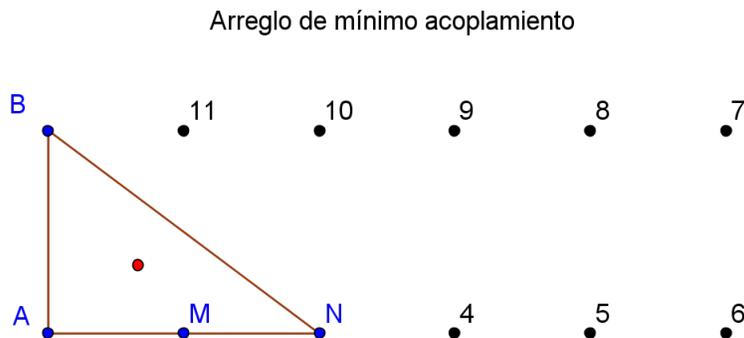


Figura 3.57: Caso particular en el que el cuadripolo forma un polígono de tres vértices, el punto rojo es el centroide del cuadripolo

### Punto medio de $L'$

Situar los  $Pa$  de ésta forma es mucho más sencillo. Simplemente llamo la función  $XcYc.m$  ya descrita, introduciéndole las coordenadas de  $A$  y  $B$ , luego la vuelvo a llamar introduciéndole  $M$  y  $N$  para que de ésta forma obtengamos las coordenadas del punto medio de  $AB$  y  $MN$ , o bien  $AcB(x_{AcB}, y_{AcB})$  y  $McN(x_{McN}, y_{McN})$  respectivamente. Después, no queda mas que calcular las coordenadas del punto medio de éstos puntos con la misma función, para obtener  $Pa(x_{Pa}, y_{Pa})$ . Véase la figura 3.58.

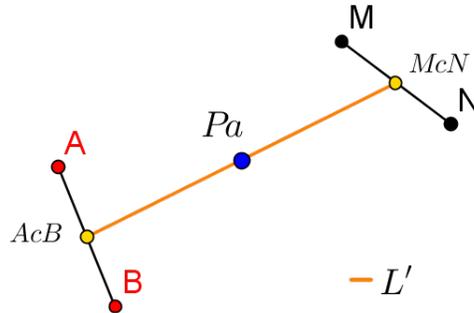


Figura 3.58: Punto de atribución para arreglos dipolares

Ahora bien, en la literatura geofísica encontramos que el punto de atribución será siempre el punto medio de la longitud  $L$ . Pero recordando que nuestra  $L$  está definida por la longitud máxima entre electrodos siempre y cuando no se cumpla la condición  $MN \leq 0,1L'$ , los puntos de atribución no se verán consistentes a la hora de graficarlos.

Probemos con el arreglo ecuatorial del tendido de 24 electrodos descrito en el ejemplo de la sección *Arreglo ecuatorial*. De la figura 3.59 observamos que todos los puntos de atribución están por debajo de la línea 1, quiere decir ésto que en ningún momento se cumple la primera relación de 3.38 por lo que  $L$  estará definido como la abertura entre  $A$  y  $B$ . Si tomáramos el punto medio de  $L$  para situar los puntos de atribución resultaría que éste tendido 3D da exactamente el mismo resultado que un tendido 2D con un arreglo Wenner-Schlumberger (ver figura 3.27), lo cual, de forma intuitiva, es totalmente falso. Veamos otro ejemplo.

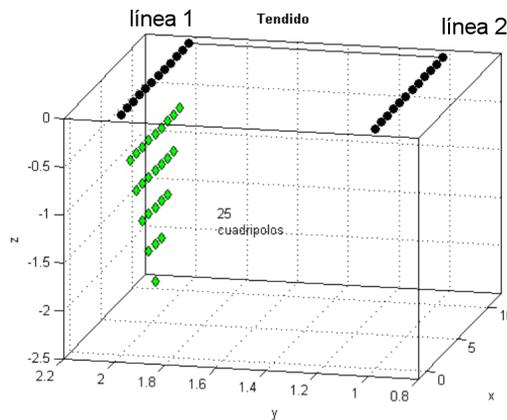


Figura 3.59: Utilizando el punto medio de  $L$  de acuerdo a la ecuación 3.38

Tomemos el mismo tendido pero ahora para un arreglo mínimo acomplamiento. Vemos de la figura 3.60 un plano vertical justo en el centro de las dos líneas y dos puntos aislados con coordenadas en (5.25,1.75) y (5.25,1.25) respectivamente. Ésto sucede por que para todos los cuadrípolos se no se cumple la primera relación de 3.38 excepto para los cuadrípolos  $CP_{10} = [1, 24, 11, 12]$  y  $CP_{11} = [1, 24, 13, 14]$  en donde

$$L' = 10,512 \rightarrow 0,1L' = 1,0512 > a = 1$$

para ambos casos. Por otro lado, recordando la figura 3.40, vemos que en éste caso los dos planos verticales de puntos de atribución están traslapados. Los puntos de atribución son puntos representativos de la información que se obtiene en éste tipo de prospección, entonces, de acuerdo a la figura , los cuadrípolos  $CP_1 = [1, 24, 2, 3]$  y  $CP_{20} = [1, 24, 22, 23]$  producen el mismo efecto, y así, cuando los electrodos de potencial estén en la línea 1, el efecto será el mismo para cuando estén en la línea 2 (exceptuando claro los cuadrípolos  $CP_{10}$  y  $CP_{11}$ ). Insisto, de forma intuitiva, esto no puede ser cierto, en primer lugar por que  $CP_1$  y  $CP_{20}$  por ejemplo, no son recíprocos por lo que el efecto medido a través de  $M$  y  $N$ , y  $M'$  y  $N'$  deberían ser distintos.

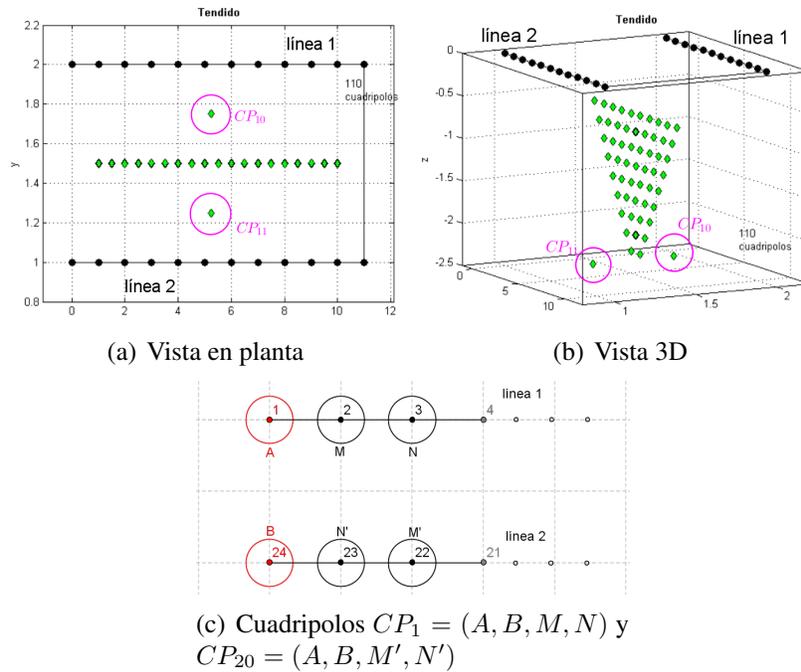


Figura 3.60: Utilizando el punto medio de  $L$  de acuerdo a la ecuación 3.38

De ésta forma podemos sacar dos conclusiones:

1. Si bien la longitud  $L$  definida en 3.38 funciona de forma adecuada para el cálculo de la PEI, cuando la utilizamos para posicionar a los puntos de atribución, nos topamos con inconsistencias conceptuales con la definición de puntos de atribución y reciprocidad,
2. es necesario por tanto una mejor definición sobre la posición de los puntos de atribución

Ahora bien, veamos lo que sucede cuando, sin tomar en cuenta la relación 3.38, posicionemos a los puntos de atribución en el punto medio de  $L'$ . Para el caso del arreglo ecuatorial los puntos de atribución aparecen sobre un plano vertical justo en medio de las dos líneas (figura 3.37), ya que  $L'$  es siempre la longitud perpendicular entre ellas.

En el caso del arreglo mínimo acoplamiento y recordando la figura 3.57, el punto medio de  $L'$  cuando  $M$  y  $N$  están sobre la línea 1, es distinto (pero simétrico) al punto medio de  $L'$  para cuando estén sobre la línea 2 arrojando los puntos de atribución que se muestran en la figura 3.40.

De ésta forma:

1. es conveniente utilizar  $L'$  para la ubicación de los puntos de atribución, pero no para el cálculo de la PEI,
2. es conveniente utilizar  $L$  para el cálculo de PEI, pero no para la ubicación de los puntos de atribución

En base a éstas dos últimas conclusiones, **la ubicación de los puntos de atribución se hará con  $L'$  independientemente de la ecuación 3.38, mientras que ésta misma relación se utilizará para el cálculo de la profundidad efectiva de investigación.**

# Capítulo 4

## Caso de aplicación: región de Huichapan

### 4.1. Resumen

La región es una zona arqueológica que se encuentra en Huichapan en el estado de Hidalgo. Floreció en esa región la cultura Xajay, o mejor conocidos como la cultura de las mesas, éste nombre se lo han ganado por la particularidad de que la región está compuesta por varias mesetas. En cada una de ellas se encuentran estructuras arqueológicas relacionadas a centros ceremoniales o bien al lugar en donde tenían a los principales dirigentes de los pueblos.

De las 5 mesetas principales, existe una en donde la estructura arqueológica es más grande y al que la tradición oral ha llamado Pañú. Es en ésta meseta en donde se aplicó un estudio de Tomografía de Resistividad Eléctrica 3D (TRE3D). Llegando a dicha zona arqueológica se notan dos estructuras principales casi al borde de la meseta, la que está más al Norte es la estructura más grande que está relacionada con el principal centro ceremonial de la región, y la otra servía como lugar en donde los dirigentes atendían los asuntos del pueblo.

El objetivo principal del estudio es encontrar zonas de relleno asociadas a distintas etapas de la cultura que se estableció en ese lugar. De acuerdo a los informes de los arqueólogos trabajando ahí, ésta cultura antigua solía dar la bienvenida a un nuevo periodo (representado por un nuevo dirigente, una cierta época del año, etc.) construyendo una nueva estructura sobre el viejo centro ceremonial, también era común que sepultaran ciertos elementos ornamentarios o ceremoniales (vasijas, comida, indumentaria, etc) en los cimientos de la nueva estructura, de manera que se pueden hallar éstos vestigios por medio de cambios de resistividad que están asociados a materiales de relleno, o bien simplemente de un contraste de materiales en la elaboración del viejo y nuevo centro ceremonial.

La estructura estudiada es un cuadrado de aproximadamente 33x33 metros, y de hecho, toda ésta área sobresale en superficie, por la importancia arqueológica del sitio y en aras de una buena conservación del sitio, un tendido común de TRE se vuelve imposible, ya que no se pueden clavar los electrodos sobre dicha estructura. Es entonces necesario una modalidad en la que podamos barrer toda la parte inferior de la pirámide sin perjudicarla en superficie, es decir, sólo se dispone del área en donde no “aflore” la pirámide.



Figura 4.1: Foto del tecpán

Para ello, el M.C. Gerardo Cifuentes Nava, el doctor René Chávez y el doctor Andrés Tejero, hicieron la configuración de dos tendidos TRE3D que consistieron de un cuadrado de 33x33 metros que rodea por completo a la pirámide con 44 electrodos totales con una abertura entre ellos de 3m (figura 4.8); y el otro, de 4 líneas paralelas que corren de Este a Oeste de 12 electrodos cada una dando como total 44 electrodos con 3m de espaciamiento entre ellos (figura 4.2). El equipo utilizado fue un SyscalPro de 48 canales. A pesar de que en principio se debe cuidar de no dañar la estructura, al proponer el tendido de la figura 4.2 la arqueóloga a cargo de la zona dio su consentimiento para su aplicación.

## 4.2. Aplicación del programa

### 4.2.1. Tendido líneas paralelas

Primero, como se ya se mencionó se puede dividir el tendido en 4 líneas paralelas de 33m cada una y con 12 electrodos, le llamaré  $L1$  a la línea que contiene a los primeros 12 electrodos,  $L2$  a la que contiene los siguientes doce, y así sucesivamente serán la  $L3$  y la  $L4$ . Podemos ver de la tabla 4.1 que se tiene 6 combinaciones posibles de un par de líneas paralelas, de tal forma que la combinación de  $L1$  con  $L2$ ,  $L2$  con  $L3$ ,  $L3$  con  $L4$ ,  $L1$  con  $L3$ ,  $L2$  con  $L4$  y  $L1$  con  $L4$  serán  $L12$ ,  $L23$ ,  $L34$ ,  $L13$ ,  $L24$  y  $L14$  respectivamente.

Entonces, para cada par de líneas se aplicó un arreglo ecuatorial y un arreglo ecuatorial-dipolar, en  $L12$ ,  $L23$  y  $L34$  se llevó a cabo el arreglo de mínimo acoplamiento, mientras que en  $L1$ ,  $L2$ ,  $L3$  y  $L4$  se utilizó el arreglo Wenner-Schlumberger.

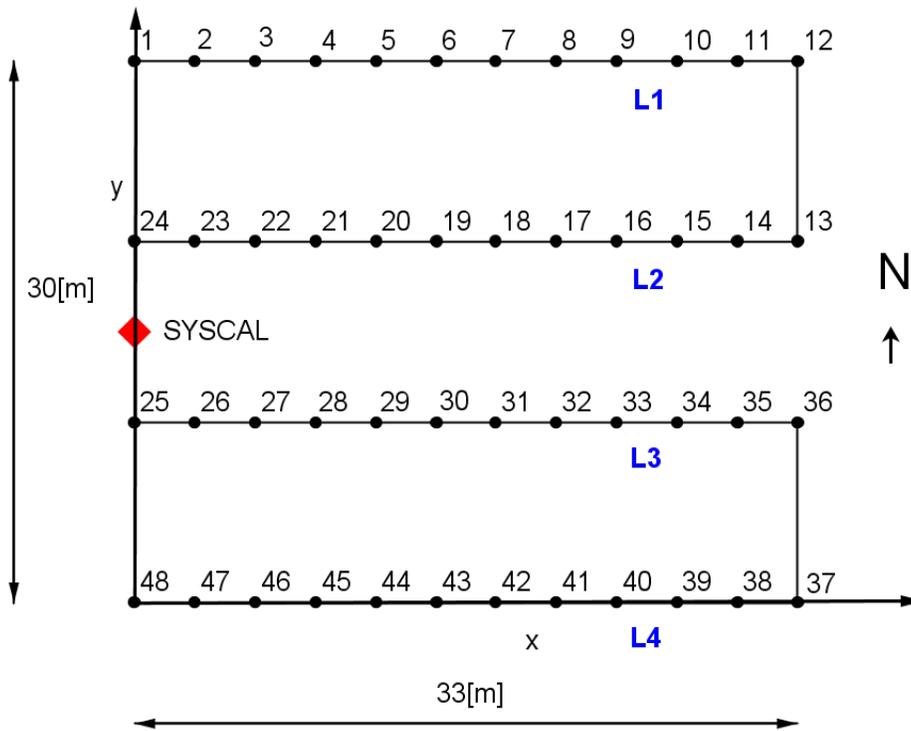
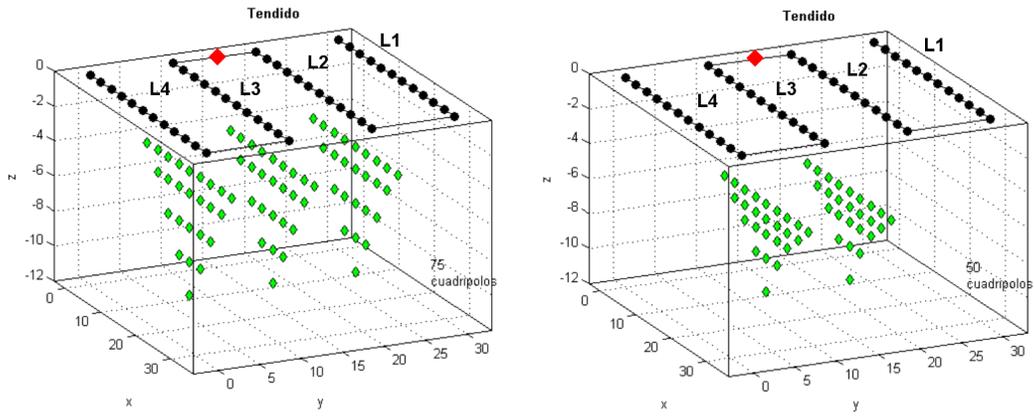


Figura 4.2: Tendido de líneas paralelas

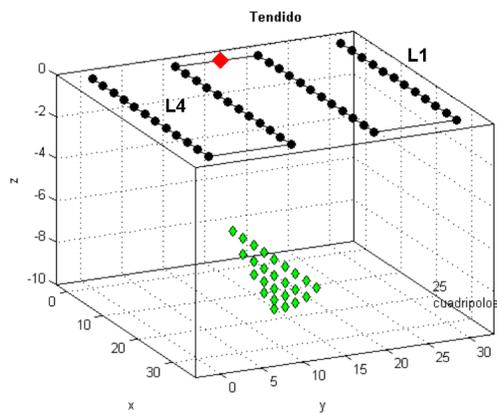
$L_{12}$	$L_{23}$	$L_{34}$
$pe = 1$	$pe = 13$	$pe = 25$
$ei = 1$	$ei = 13$	$ei = 25$
$ef = 24$	$ef = 36$	$ef = 48$
$ef1 = 12$	$ef1 = 24$	$ef1 = 36$
$numN = 6$	$numN = 6$	$numN = 6$
$L_{13}$	$L_{24}$	$L_{14}$
$pe = 1$	$pe = 13$	$pe = 1$
$ei = 1$	$ei = 13$	$ei = 1$
$ef = 36$	$ef = 48$	$ef = 48$
$ef1 = 12$	$ef1 = 24$	$ef1 = 12$
$ce = 25$	$ce = 37$	$ce = 37$
$numN = 6$	$numN = 6$	$numN = 6$

Cuadro 4.1: Parámetros de entrada para el arreglo ecuatorial



(a) Mediciones con  $L_{12}$ ,  $L_{23}$  y  $L_{34}$

(b) Mediciones con  $L_{13}$  y  $L_{24}$



(c) Mediciones con  $L_{14}$

Figura 4.3: Todas las combinaciones del arreglo ecuatorial

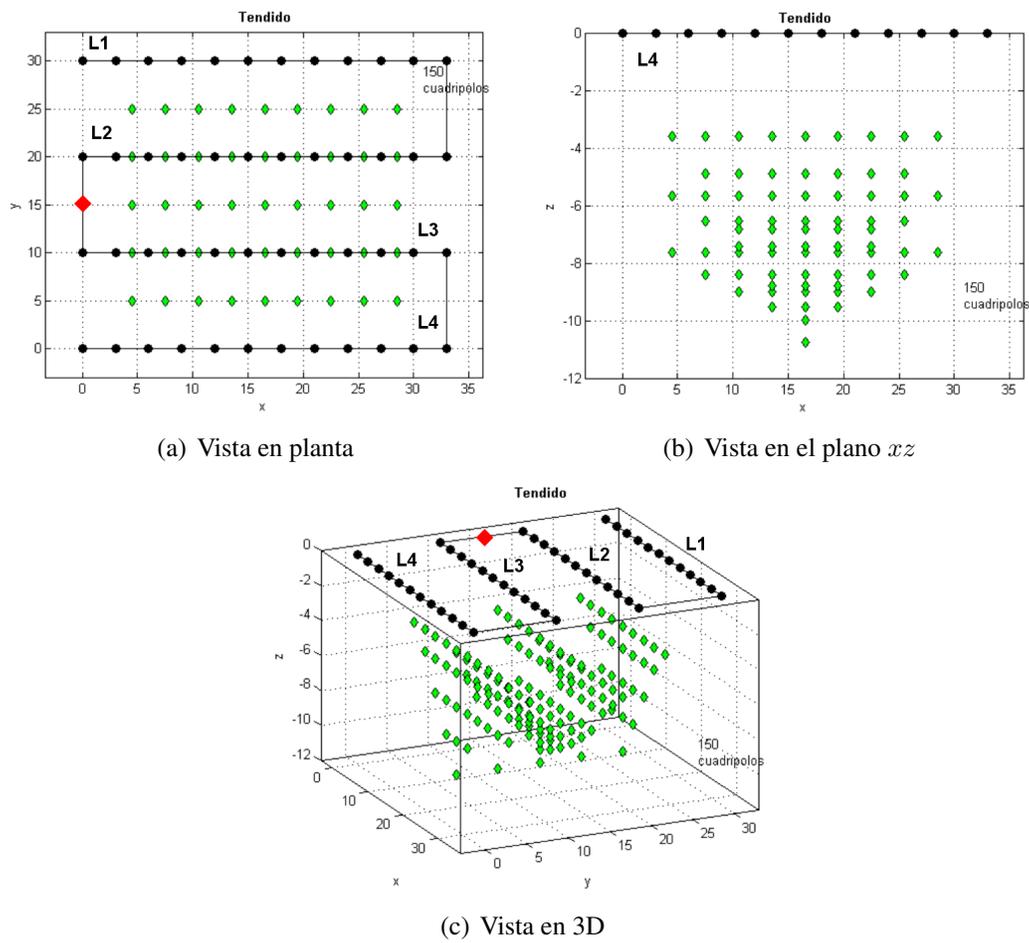


Figura 4.4: Puntos de atribución para las combinaciones del arreglo ecuatorial

$L12$	$L23$	$L34$
$pe = 1$	$pe = 13$	$pe = 25$
$ei = 2$	$ei = 14$	$ei = 26$
$ef = 24$	$ef = 36$	$ef = 48$
$ef1 = 12$	$ef1 = 24$	$ef1 = 36$

Cuadro 4.2: Parámetros de entrada para el arreglo ecuatorial-dipolar

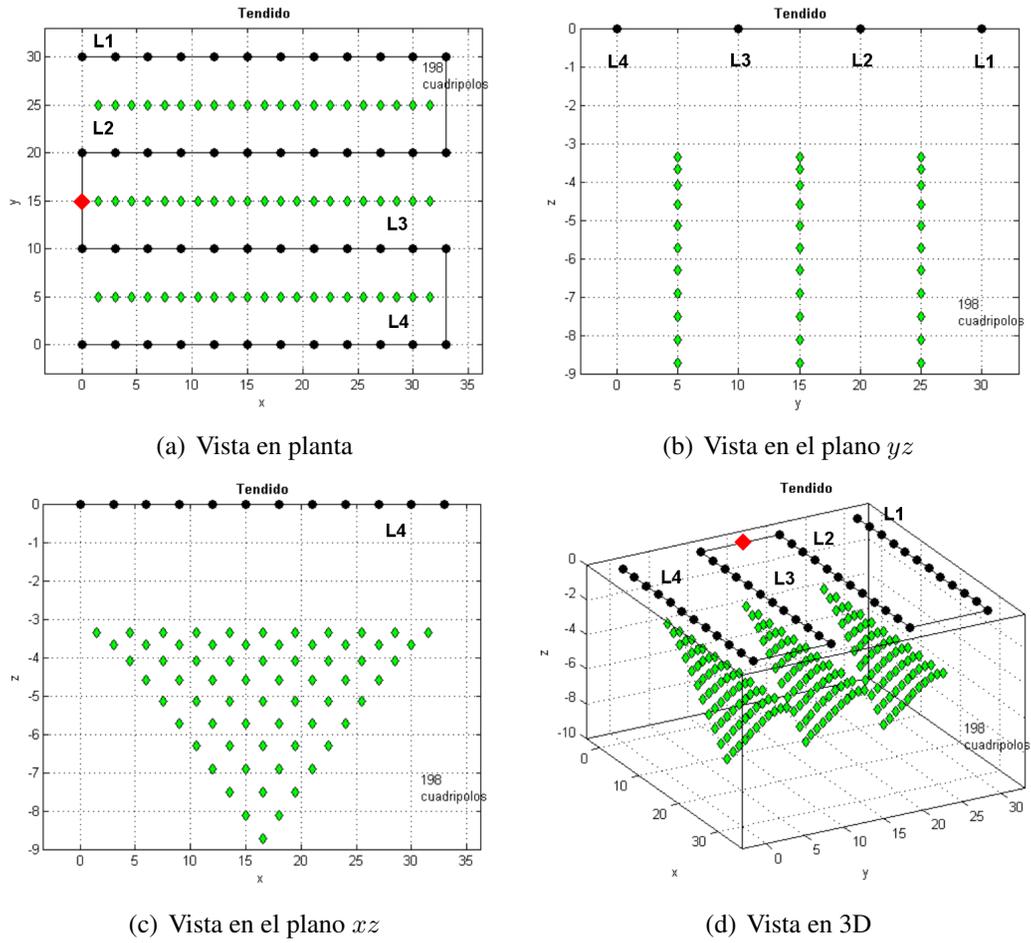
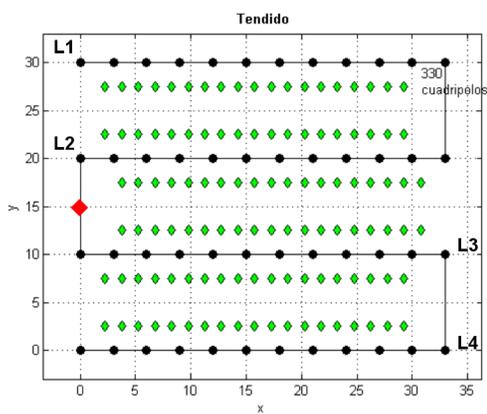


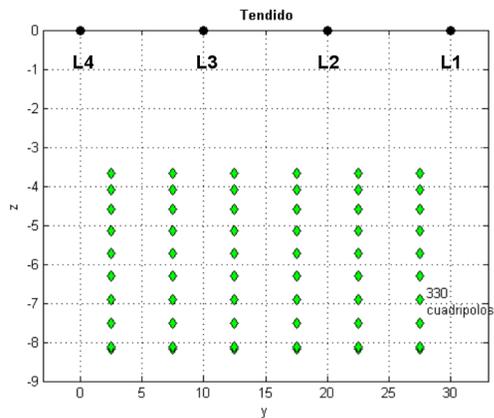
Figura 4.5: Puntos de atribución para las combinaciones del arreglo ecuatorial-dipolar

$L12$	$L23$	$L34$
$pe = 1$	$pe = 13$	$pe = 25$
$ei = 2$	$ei = 14$	$ei = 26$
$ef = 24$	$ef = 36$	$ef = 48$
$ef1 = 12$	$ef1 = 24$	$ef1 = 36$

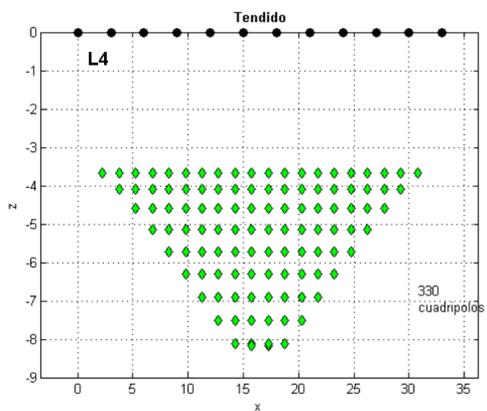
Cuadro 4.3: Parámetros de entrada para el arreglo mínimo acoplamiento



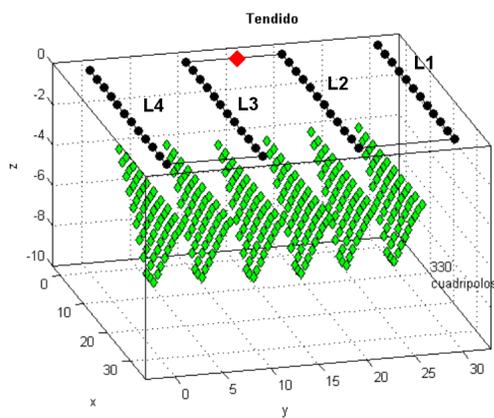
(a) Vista en planta



(b) Vista en el plano  $yz$

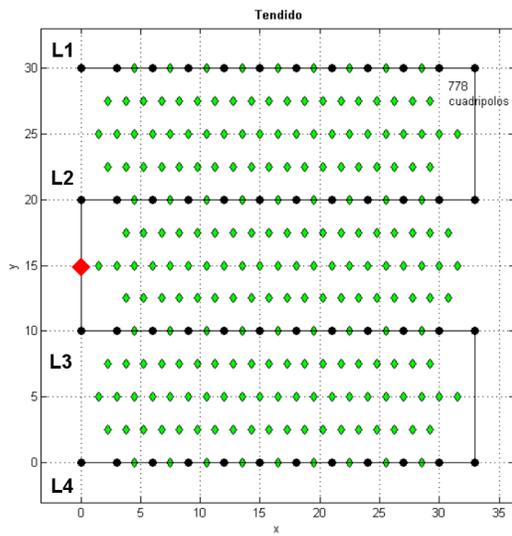


(c) Vista en el plano  $xz$

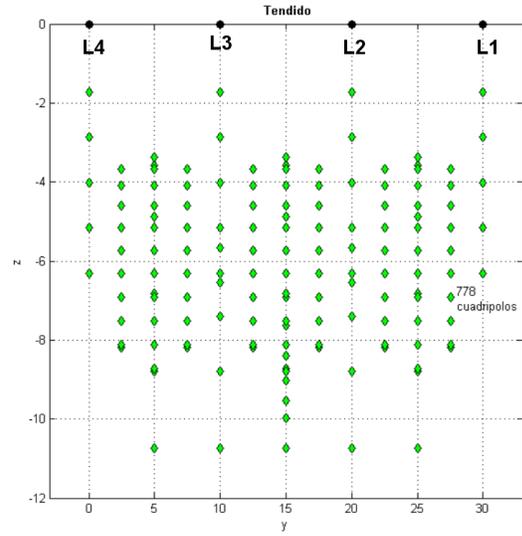


(d) Vista en 3D

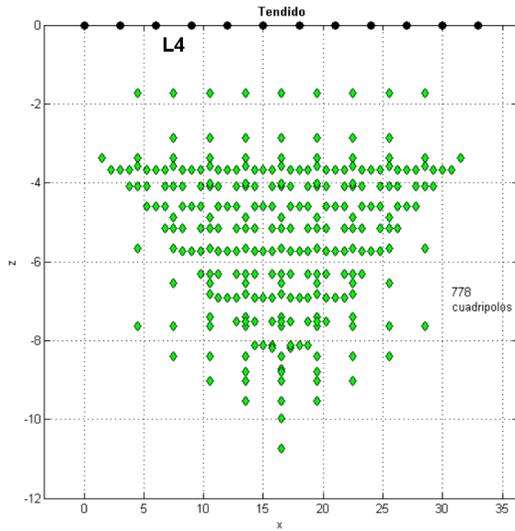
Figura 4.6: Puntos de atribución para las combinaciones del arreglo mínimo acoplamiento



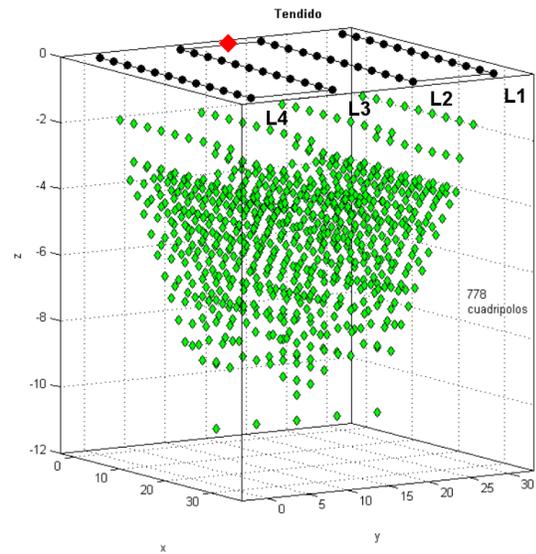
(a) Vista en planta



(b) Vista en el plano  $yz$



(c) Vista en el plano  $xz$



(d) Vista en 3D

Figura 4.7: Puntos de atribución para las combinaciones del arreglo mínimo acoplamiento, ecuatorial y ecuatorial-diagonal

### 4.2.2. Tendido cuadrado

Sea  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  y  $l_4$  los lados Oeste, Sur, Este y Norte del tendido respectivamente. Se aplicó un arreglo ecuatorial y un arreglo ecuatorial-dipolar utilizando  $l_1l_3$  y  $l_2l_4$  como las líneas paralelas. Por otro lado, se utilizó el arreglo ecuatorial-diagonal con sus respectivas dos formas posibles.

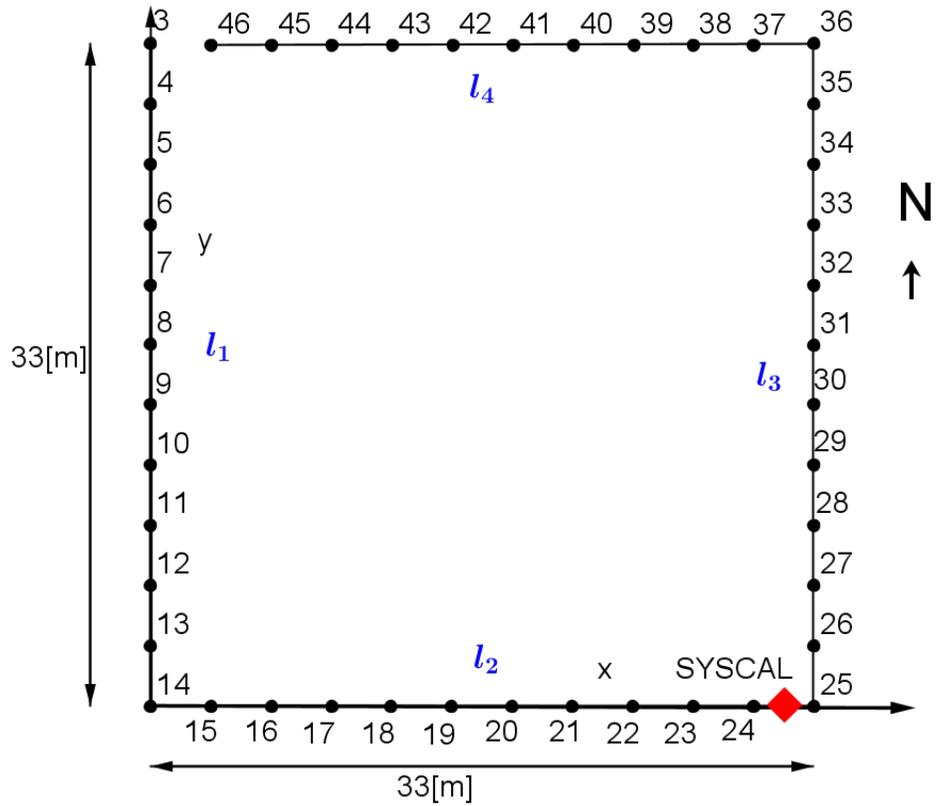


Figura 4.8: Tendido cuadrado

$l_1l_3$	$l_2l_4$
$pe = 3$	$pe = 14$
$ei = 3$	$ei = 14$
$ef = 36$	$ef = 47$
$ef1 = 14$	$ef1 = 25$
$numN = 6$	$numN = 6$

Cuadro 4.4: Parámetros de entrada para el arreglo ecuatorial. Similarmente a lo que se explicó en el arreglo L (figura 3.30), en éste caso se debió introducir un electrodo 47 cuyas coordenadas son iguales al electrodo 3

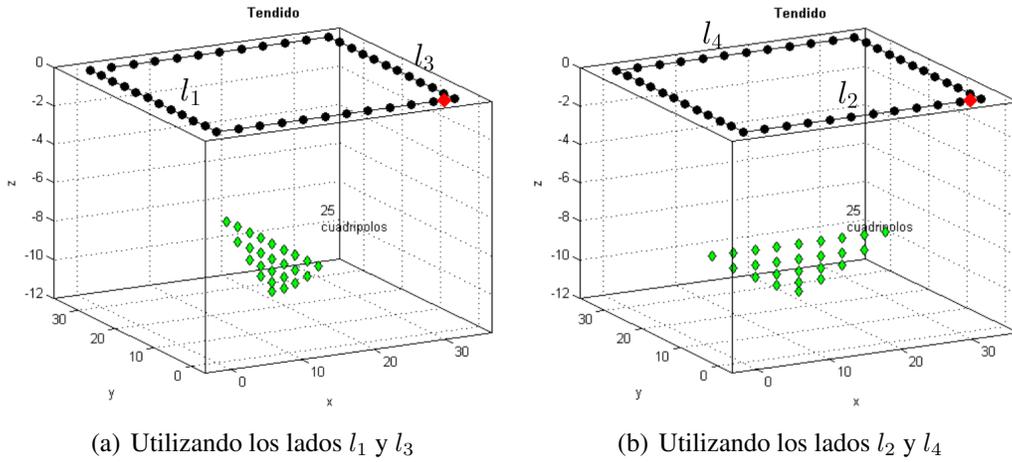


Figura 4.9: Puntos de atribución para las combinaciones del arreglo ecuatorial

$l_1l_3$	$l_2l_4$
$pe = 3$	$pe = 14$
$ei = 4$	$ei = 15$
$ef = 36$	$ef = 47$
$ef1 = 14$	$ef1 = 25$
$ce = 25$	$ce = 36$
$numN = 6$	$numN = 6$

Cuadro 4.5: Parámetros de entrada para el arreglo ecuatorial-dipolar

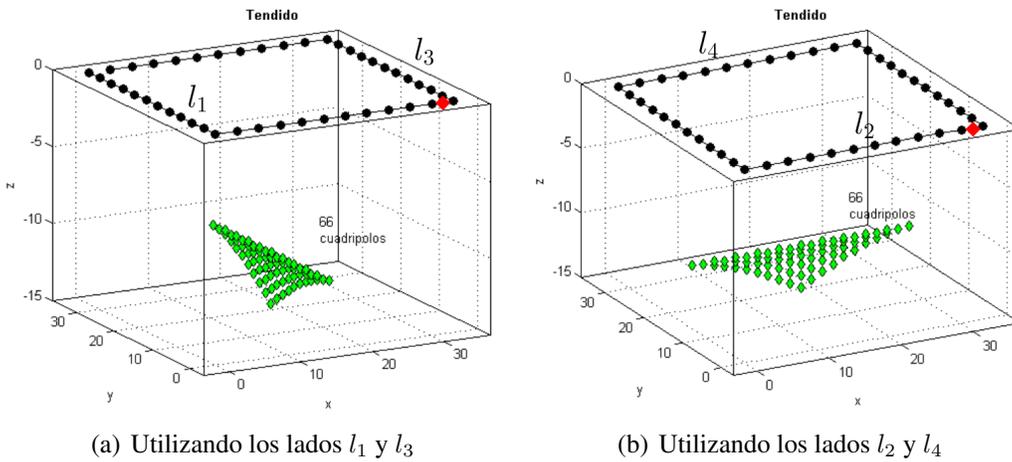


Figura 4.10: Puntos de atribución para las combinaciones del arreglo ecuatorial-dipolar

1	2
$pe = 3$	$pe = 3$
$ei = 4$	$ei = 4$
$ef = 46$	$ef = 46$
$ef1 = 14$	$ef1 = 14$
$numN = 6$	$numN = 6$

Cuadro 4.6: Parámetros de entrada para el arreglo ecuatorial-diagonal

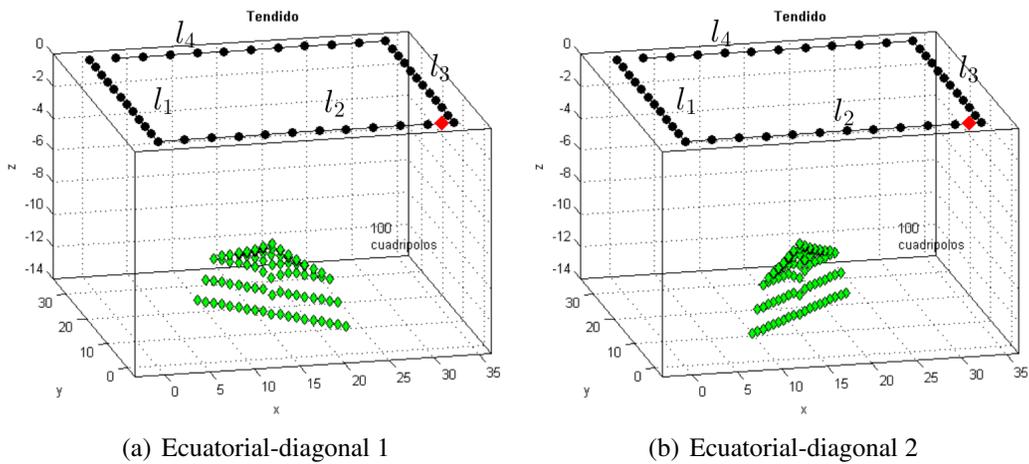
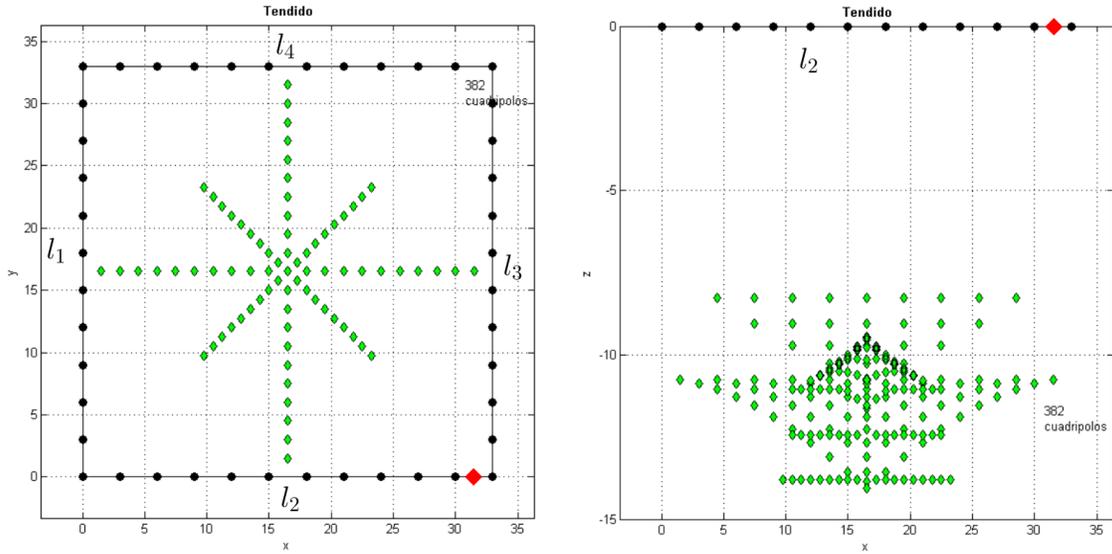
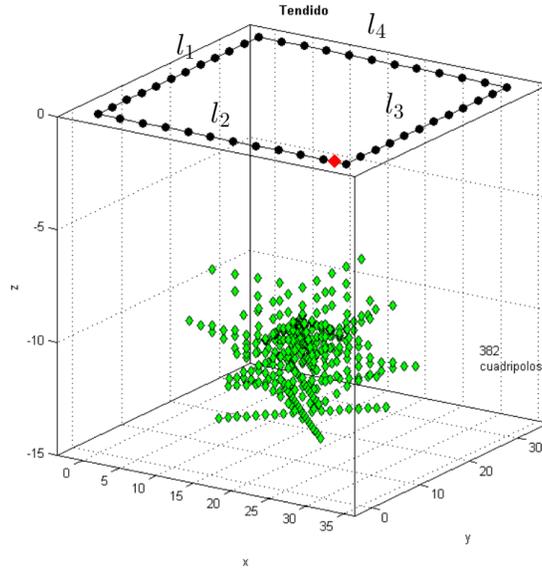


Figura 4.11: Puntos de atribución para las combinaciones del arreglo ecuatorial-diagonal



(a) Vista en planta

(b) Vista en el plano  $xz$  y  $yz$



(c) Vista en 3D

Figura 4.12: Puntos de atribución para las combinaciones del arreglo ecuatorial-diagonal, ecuatorial-dipolar y ecuatorial. Por simetría, la vista en el plano  $xz$  y el plano  $yz$  son similares.

# Capítulo 5

## Resultados y conclusiones

La intrusión en el campo de la prospección geoelectrica de los equipos con multicanales, ha significado una mayor libertad para el prospector en términos de probar diferentes tipos de arreglos convencionales o no convencionales, y en general para los levantamientos 3D. Sin embargo, es común que los softwares comerciales que vienen incluidos en éste tipo de equipos, tengan ya definidos y cargados distintos tipos de arreglos obligando al prospector a ajustarse a éstos.

El programa *SecuenciasCP.m* viene a adherirse a la optimización que ya de por sí generó éste tipo de equipo a la prospección geoelectrica, sin la limitante de ajustarse a un arreglo determinado. El programa básicamente busca en los parámetros de entrada una secuencia lógica del desplazamiento de los electrodos para luego reproducir y generar éstos desplazamientos dentro de un tendido predefinido por el usuario, por lo tanto, si se elije introducir el arreglo de forma manual se debe tener muy claro la forma en que trabaja el programa, y, lo más importante, tener una idea clara sobre la forma en que se quiera desplazar los electrodos. Por ello, he creado una pequeña lista de lo que el usuario debe siempre tomar en cuenta.

1. El primer cuadripolo de entrada  $CP_1$  siempre deberá estar posicionado de tal forma que contenga los valores mínimos de número de electrodo involucrado en el tendido.
2. El desplazamiento del polo posicionado en  $ei$  siempre es de forma “creciente” en términos de número de electrodo
3. Es muy importante definir de forma adecuada la variable  $ef1$
4. Las coordenadas introducidas de cada electrodo siempre deberán ser positivas
5. Un error en el archivo de coordenadas puede provocar la interrupción del programa
6. El número de electrodo deberá ser un número real positivo
7. El valor de la variable  $numN$  no puede ser fraccionario ni negativo
8. El programa no genera automáticamente todas las combinaciones posibles de determinado arreglo, por lo que es necesario reiniciarlo cada vez que se quiera generar las secuencias de otro arreglo.

Para volverlo más amigable, se han cargado al programa algunos de los arreglos que más se utilizan en el departamento de *Geomagnetismo y Exploración* del Instituto de Geofísica de la UNAM.

Como una forma de “medir” la versatilidad de éste trabajo, se puede hacer una lista comparativa con el Electre Pro de AGI.

<b><i>SecuenciasCP.m</i></b>	<b>Electre Pro</b>
Genera secuencias para tendidos 2D y 3D	A excepción de un arreglo en pozo, sólo funciona para tendidos 2D
A partir de unos pocos parámetros de entrada se generan las secuencias para un tendido 3D	Si se desea visualizar un tendido 3D, es necesario crearlos de forma manual
Las secuencias generadas se limitan a un arreglo de 4 electrodos	Se pueden crear algunas secuencias para un arreglo de tres y dos electrodos
No genera parámetros de entrada para la consola SyscalPro48 (corriente que se inyecta, voltaje máximo, etc.)	Sí genera éstos parámetros de entrada
Se fundamenta el cálculo de la profundidad de investigación y el posicionamiento de los puntos de atribución	No se sabe bajo qué criterios calcula la profundidad de investigación ni los puntos de atribución
Genera un gráfico de los puntos de atribución con el tendido en superficie	También lo hace
No se tiene ésta opción	El gráfico de salida, muestra una animación para ver los puntos de atribución con los electrodos involucrados

De ésta forma el programa es una buena herramienta para probar y “jugar” con arreglos no convencionales, sea en la búsqueda o innovación de nuevos tipos de arreglos, o bien simplemente forzado por las características del área de estudio, como es el caso del ejemplo de aplicación, sin mencionar el tiempo que el usuario puede ahorrarse en la generación de secuencias, que sin el programa puede llevarle desde un par de minutos hasta un par de horas dependiendo del tipo de arreglo. Por otro lado es interesante la inconsistencia que muestra la definición usual de la longitud total  $L$  y del posicionamiento del punto de atribución por lo que sirve de forma indirecta en el inicio de, si bien no nuevos si necesarios de actualizarse, campos de investigación como lo es la definición del punto de atribución y de la longitud total del tendido.

En la sección 3.3.4 se discutió de dos formas de calcular la posición del punto de atribución: el centroide y el punto medio de  $L$ . La conclusión de entonces, es que  $L'$  de forma intuitiva se ajusta bien para la localización de los puntos de atribución, sin embargo, pensemos en el caso del arreglo ecuatorial. De nuevo, recurramos a nuestro conocido tendido de dos líneas paralelas de 12 electrodos cada una.

Comparemos ahora el posicionamiento de los  $Pa$  como se definió (figura 5.2), contra el

centroide. En primer lugar debemos señalar que las secuencias generadas se limitan a que los electrodos de corriente estén sobre la línea 1, mientras que  $M$  y  $N$  están sobre la línea dos, pero, ¿qué impide que se intercambien éstos electrodos?, es decir que los de corriente corran sobre la línea dos y los de potencial sobre la línea 1. No confundamos el principio de reciprocidad con éste ejemplo: nótese que la disposición electródica de la figura 5.1a y 5.1b no son para nada recíprocos, sin embargo, de acuerdo a la definición de  $L'$ , el posicionamiento de los puntos de atribución es el mismo en ambos casos. Ésto se traduce en que el efecto de una corriente inyectada y medida como en la figura 5.1a, es exactamente igual en 5.1b, la pregunta entonces es, ¿si no son recíprocos, por qué deberían ser iguales? Una posible respuesta es que el  $Pa$  definido como la ubicación del punto medio de  $L'$  no es lo suficientemente representativo de las mediciones de un TRE3D, ó al menos en éste tipo de arreglo.

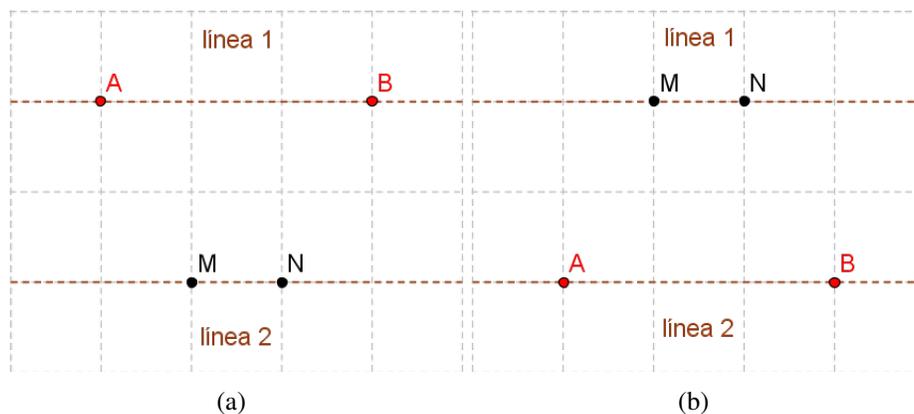


Figura 5.1: Comparación de la disposición electródica de un arreglo ecuatorial

Veamos ahora que pasa si utilizamos el centroide. En la figura 5.3 apreciamos que la ubicación de los  $Pa$  para cuando los de corriente están sobre la línea 1, y luego están en la línea 2 no son iguales. Ésto es por que, definiendo al centroide como la intersección de todos los hiperplanos<sup>1</sup> que dividen al polígono (en éste caso un polígono de 4 vertices) en dos partes de igual área con respecto a el hiperplano, notamos en a) que a medida que se incrementa la distancia  $AB$  el centroide se cargará del lado de “más” área, dando como resultado ésa pequeña curvatura en dirección de la línea 1 a medida que se va profundizando. Por el contrario la curvatura se inclina hacia la línea dos cuando los de corriente están sobre la línea dos, nótese además que obtenemos el doble de cuadripolos.

<sup>1</sup>El hiperplano en dos dimensiones es una recta

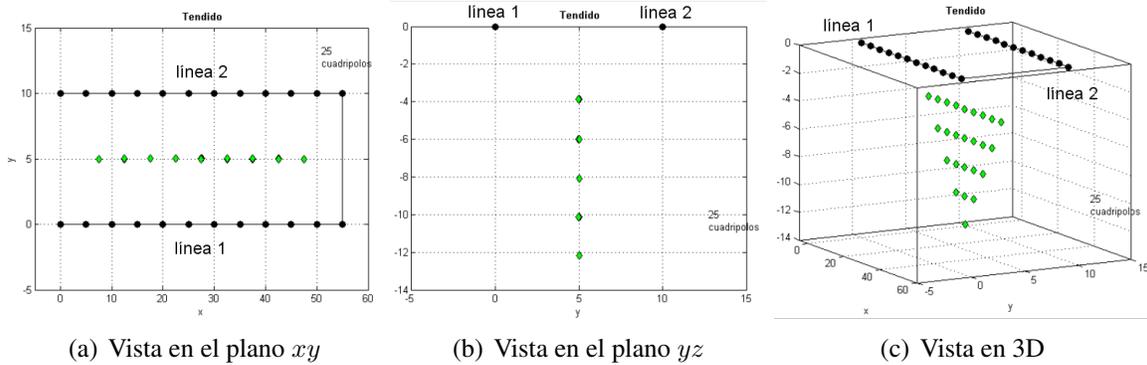


Figura 5.2: Arreglo ecuatorial usando el punto medio de  $L'$  para la ubicación de  $Pa$

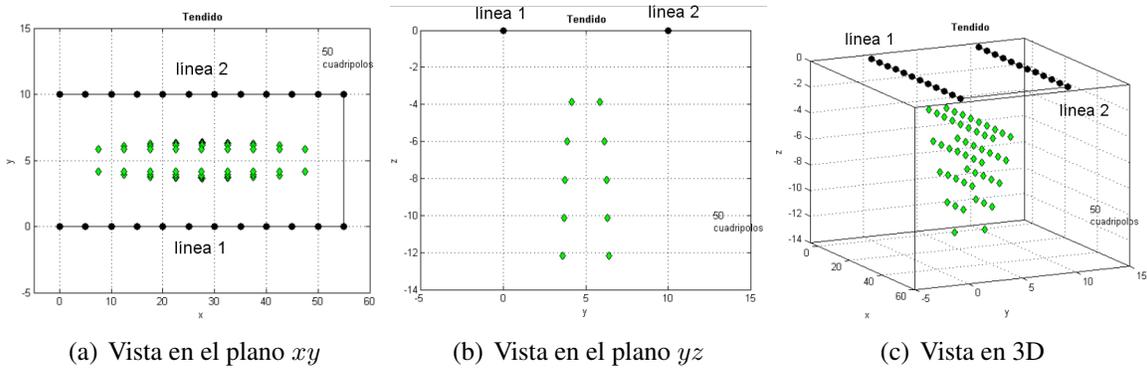


Figura 5.3: Arreglo ecuatorial usando el centroide para la ubicación de  $Pa$

De ésta forma, el centroide nos indica que una prospección geoelectrica a través de una disposición como 5.1a y 5.1b no tienen por que arrojar un mismo efecto en las mediciones. Así, de forma intuitiva, creo que el centroide es un concepto geométrico más representativo para la ubicación de los puntos de atribución en una TRE3D.

Como conclusión, la profundidad efectiva de investigación como la definió Edwards (1977), es la teoría vigente para el cálculo de la profundidad aproximada del estudio, sin embargo, no hay que olvidar que el modelo en el que se basó es el de un medio homogéneo, por lo que las profundidades calculadas a partir de la solución (Tejero, 2012) a la ecuación de Edwards por el programa *SecuenciasCP.m* no necesariamente son las “reales”, pero sí representativas. En base a ésto, *SecuenciasCP.m* le sirve al prospector para darse una idea de la distribución espacial de los puntos de atribución para enfocar las mediciones a zonas de interés dependiendo del objetivo de estudio.

# Bibliografía

- [1] Barker, R. D., 1989. Depth of investigation of collinear symmetrical four-electrode arrays, *Geophysics*, vol. 54, No. 8
- [2] Chávez Hernández, Guillermo, 2011. Modelación 3D de datos de tomografía de resistividad eléctrica (TRE) con arreglo tipo “L”. Tesis de Maestría, UNAM Posgrado
- [3] Claudia Arango-Galván, Brenda De la Torre-González, René E. Chávez-Segura, Andrés Tejero-Andrade, Gerardo Cifuentes-Nava and Esteban Hernández-Quintero, 2011, Structural pattern of subsidence in an urban area of the southeastern Mexico Basin inferred from electrical resistivity tomography, *Geofísica Internacional*, 50, 401-409
- [4] Constantino Rodríguez, Luciano Daniel, 2011. Método de Tomografía Eléctrica para determinar estructuras volcánicas, Tesis de licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM
- [5] Dahlin, Torleif; Bing, Zhou, april 2003. A numerical comparison of 2D resistivity imaging with ten electrode arrays, *Geophysical Prospecting*
- [6] Dey A. and Morrison H. F., 1979a. Resistivity modelling for arbitrary shaped two-dimensional structures. *Geophysical Prospecting* 27, 106-136
- [7] Dwain, k. Bulter, 2005, Near-Surface Geophysics, *Investigations in Geophysics* no. 13, SEG
- [8] Edwards, L. S., 1977. A modified pseudosection for resistivity and IP, *Geophysics*, vol. 42, No. 5
- [9] ELECTRE Pro software Help
- [10] Evjen, H. M., 1938. Depth factors and resolving power of electrical measurements, *Geophysics* 3, 78-95
- [11] Instruction Manual for EarthImager 2D, Version 2.2.8, AGI
- [12] Loke, M.H., 2010, Tutorial: 2-D and 3-D electrical imaging surveys, 113-121 p
- [13] Myeong-Jong Yi; Jung-Ho Kim; Yoonho Song; Seung-Hwan Chung. Application of three-dimensional resistivity imaging technique to the site investigations, [www.heritagegeophysics.com](http://www.heritagegeophysics.com)

- [14] Orellana, E., 1982, Prospección geoelectrica de corriente continua. Segunda edición, Paraninfo, Madrid
- [15] A. Roy and A. Apparao, 1971. Depth of investigation in direct current methods, Geophysics, vol. 36, No. 5
- [16] S. L. Kapil, Chief, 2008. Optimization of earthmat grounding resistance of a switchyard through resistivity imaging: a case study, XXXII NATIONAL SYSTEMS CONFERENCE. NSC 2008. December 17-19
- [17] Tejero, Andrés , 2012. Comunicación oral
- [18] Telford,W. M.; Geldart, L.P.; Sheriff, R. E., 2004. Applied Geophysics, capítulo 8, Cambridge University, 2da edición

# Capítulo 6

## Anexos

### 6.1. Código del programa

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% PROGRAMA DE SECUENCIAS CUADRIPOLES (SecuenciasCP.m) %%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
close all;clear;clc
%!!!!!! PARAMETROS DE ENTRADA !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
Fax_t=0;
Pay_t=0;
z_t=0;
c_roll_along=0;
salida1='a';
salida2='a';
%////// Cargar archivo de coordenadas //////////////////////////////////////
[arche,ruta]=uigetfile('*.txt','Elija el archivo de coordenadas');
convarche=strcat(ruta,arche);
coordenadas=dlmread(convarche,'');
%°°°°° Fin Carga archivo de coordenadas
for cont_arr=1:100000 %+++++Iteracion de repeticion
    sal_AGI=salida1;
    sal_inf=salida2;
%////// Eleccion del arreglo //////////////////////////////////////
nlineas=[1,60];
roll_along=c_roll_along;
pce=0;
if cont_arr==1 && c_roll_along==0
    dimension=menu('ELIJA','Tendido 2D','Tendido 3D');
    if dimension==1
        arreglo=menu('ELIJA','Dipolo-dipolo','Wenner','Wenner-Schlumberger');
        roll_along=menu('ELIJA','Con roll-along','Sin roll-along');
        if roll_along==1
            p0=('¿Cuántos electrodos desea desplazarse?');
            cuadro0='Roll-along';
            pe0=inputdlg(p0,cuadro0,nlineas);
            eroll=str2num(pe0{1});
        end
    else
        arreglo=menu('ELIJA','Arreglo en L con Dipolo-dipolo',...
            'Arreglo en L con Wenner','Arreglo en L con Wenner-Schlumberger',...
            'Ecuatorial','Arreglo de esquina',...
            'Arreglo ecuatorial-diagonal','Arreglo máximo acoplamiento',...
            'Arreglo ecuatorial-dipolar',...
            'Introducir arreglo manualmete');
    end
elseif cont_arr>1 && c_roll_along==1
    p0=('¿Cuántos electrodos desea desplazarse?');
    cuadro0='Roll-along';
    pe0=inputdlg(p0,cuadro0,nlineas);
    eroll=str2num(pe0{1});
else
    dimension=menu('ELIJA','Tendido 2D','Tendido 3D');
    if dimension==1
        arreglo=menu('ELIJA','Dipolo-dipolo','Wenner','Wenner-Schlumberger');
        roll_along=menu('ELIJA','Con roll-along','Sin roll-along');
        if roll_along==1
            p0=('¿Cuántos electrodos desea desplazarse?');
            cuadro0='Roll-along';
            pe0=inputdlg(p0,cuadro0,nlineas);
            eroll=str2num(pe0{1});
        end
    else
        arreglo=menu('ELIJA','Arreglo en L con Dipolo-dipolo',...
```

```

'Arreglo en L con Wenner','Arreglo en L con Wenner-Schlumberger',...
'Ecuatorial','Arreglo de esquina',...
'Arreglo ecuatorial-diagonal','Arreglo mAnimo acoplamiento',...
'Arreglo ecuatorial-dipolar',...
'Introducir arreglo manualmete');
end
end
%///// Fin eleccion deL arreglo
%///// Calculo de los cuadripolos de entrada //////////////////////////////////////
if roll_along==1 && cont_arr==1
p1=('Introduzca el numero del primer electrodo del arreglo',...
'Introduzca el numero del primer electrodo del barrido',...
'Introduzca el numero del electrodo final',...
'Introduzca el numero de niveles a los que quiera llegar');
dep1={'1','1','24','6'};
cuadro1='Parametros de entrada';
pe1=inputdlg(p1,cuadro1,nlineas,dep1);
pe=str2num(pe1{1,1});ei=str2num(pe1{2,1});
ef=str2num(pe1{3,1});n=str2num(pe1{4,1});
elseif roll_along=1
p1=('Introduzca el numero del primer electrodo del arreglo',...
'Introduzca el numero del primer electrodo del barrido',...
'Introduzca el numero del electrodo final',...
'Introduzca el numero de niveles a los que quiera llegar');
dep1={'1','1','24','6'};
cuadro1='Parametros de entrada';
pe1=inputdlg(p1,cuadro1,nlineas,dep1);
pe=str2num(pe1{1,1});ei=str2num(pe1{2,1});
ef=str2num(pe1{3,1});n=str2num(pe1{4,1});
end
if arreglo==1 % Dipolo-dipolo
cd1=[ei ei+1 ei+2 ei+3];cd2=[ei+1 ei+2 ei+3 ei+4];
cdn=[ei ei+1 ei+3 ei+4];cdsn=[ei ei+2 ei+3 ei+5];
elseif arreglo==2 % Wenner
cd1=[ei ei+3 ei+1 ei+2];cd2=[ei+1 ei+4 ei+2 ei+3];
cdn=[ei ei+6 ei+2 ei+4];cdsn=[ei ei+3 ei+1 ei+2];
elseif arreglo==3 % Wenner-Schlumberger
cd1=[ei ei+3 ei+1 ei+2];cd2=[ei+1 ei+4 ei+2 ei+3];
cdn=[ei ei+5 ei+2 ei+3];cdsn=[ei ei+4 ei+1 ei+3];
elseif arreglo==4 % Ecuatorial
pce=menu('¿Existen mas de 2 electrodos inoperantes seguidos?','si','no');
if pce==1
p3=('Introduzca el electrodo en el que continuan las mediciones');
cuadro2='Tendido de 2 lineas paralelas';
pe2=inputdlg(p3,cuadro2,nlineas);
ce=str2num(pe2{1});
p3=menu('¿Los electrodos de corriente se desplazan de forma creciente?','...
'si','no');
if p3==1
cd1=[ei ei+3 ce+1 ce+2];cd2=[ei+1 ei+4 ce+2 ce+3];
cdn=[ei ei+5 ce+2 ce+3];cdsn=[ei ei+4 ce+1 ce+3];
else
cd1=[ei ei+3 ef-1 ef-2];cd2=[ei+1 ei+4 ef-2 ef-3];
cdn=[ei ei+5 ef-2 ef-3];cdsn=[ei ei+4 ef-1 ef-3];
end
else
cd1=[ei ei+3 ef-1 ef-2];cd2=[ei+1 ei+4 ef-2 ef-3];
cdn=[ei ei+5 ef-2 ef-3];cdsn=[ei ei+4 ef-1 ef-3];
end
elseif arreglo==5 % Arreglo de Esquina
cd1=[pe ef pe+1 ef-1];cd2=[pe ef pe+2 ef-2];
cdn=[pe+1 ef-1 pe+2 ef-2];cdsn=cd1;
elseif arreglo==6 % Arreglo ecuatorial-diagonal
p3=('Introduzca el electrodo final de la primera linea');
cuadro3='Lineas no continuas';
pe2=inputdlg(p3,cuadro3,nlineas);
ef11=str2num(pe2{1});
p5=menu('Elija','Ecuatorial-diagonal 1','Ecuatorial-diagonal 2');
if p5==1
cd1=[ef ef11+(ef11-pe)+1 ei ef11+(ef11-pe)-1];
cd2=[cd1(1) cd1(2) cd1(3)+1 cd1(4)-1];
cdn=[ef-1 cd1(2)+1 cd1(3) cd1(4)];cdsn=cd1;
else
par1=ef11-pe;
cd1=[ef11+1 ef11+2*par1-1 ei ef];
cd2=[cd1(1) cd1(2) ei+1 cd1(4)-1];
cdn=[cd1(1)+1 cd1(2)-1 cd1(3) cd1(4)];cdsn=cd1;
end
elseif arreglo==7 % Arreglo minimo acoplamiento
pce=menu('¿Existen mas de 2 electrodos inoperantes seguidos?','...
'si','no');
if pce==1
p3=('Introduzca el electrodo en el que continuan las mediciones');
cuadro2='Tendido de 2 lineas paralelas';
pe2=inputdlg(p3,cuadro2,nlineas);
ce=str2num(pe2{1});
p3=menu('¿Los electrodos de corriente se desplazan de forma creciente?','...
'si','no');

```

```

        if p3==1
            cd1=[pe ce ei ei+1];cd2=[pe ce ei+1 ei+2];
            cdn=[pe+1 ce+1 cd2(3) cd2(4)];cdsn=cd1;
        else
            cd1=[pe ef ei ei+1];cd2=[pe ef ei+1 ei+2];
            cdn=[pe+1 ef-1 cd2(3) cd2(4)];cdsn=cd1;
        end
        else
            cd1=[pe ef ei ei+1];cd2=[pe ef ei+1 ei+2];
            cdn=[pe+1 ef-1 cd2(3) cd2(4)];cdsn=cd1;
        end
elseif arreglo==8 % Arreglo ecuatorial-dipolar
    pce=menu('¿Existen mas de 2 electrodos inoperantes seguidos?',...
            'si','no');
    if pce==1
        p3=('Introduzca el electrodo en el que continuan las mediciones');
        cuadro2='Tendido de 2 lineas paralelas';
        pe2=inputdlg(p3,cuadro2,nlineas);
        ce=str2num(pe2{1});
    p3=menu('¿Los electrodos de corriente se desplazan de forma creciente?',...
            'si','no');
    if p3==1
        cd1=[pe ce ei ce+1];cd2=[pe ce ei+1 ce+2];
        cdn=[pe+1 ce+1 cd2(3) cd2(4)];cdsn=cd1;
    else
        cd1=[pe ef ei ef-1];cd2=[pe ef ei+1 ef-2];
        cdn=[pe+1 ef-1 cd2(3) cd2(4)];cdsn=cd1;
    end
    else
        cd1=[pe ef ei ef-1];cd2=[pe ef ei+1 ef-2];
        cdn=[pe+1 ef-1 cd2(3) cd2(4)];cdsn=cd1;
    end
elseif arreglo==9 % Introducir el arreglo manualmente
    p2=('Introduzca el primer cuadripolo',...
        'Introduzca el segundo cuadripolo (siguiendo la secuencia del nivel 1)')...
        'Introduzca el primer cuadripolo del nivel 2',...
        'Introduzca el primer cuadripolo del subnivel 2');
    dep2={' [15,35,4,46]', ' [15,35,5,45]', ' [16,34,4,46]', ' [15,35,4,46]'};
    cuadro2='La introduccion de los cuadripolos es de la forma [A,B,M,N]';
    nlineas=[1,length(cuadro2)+12];
    pe2=inputdlg(p2,cuadro2,nlineas,dep2);
    cd1=str2num(pe2{1,1});cd2=str2num(pe2{2,1});
    cdn=str2num(pe2{3,1});cdsn=str2num(pe2{4,1});
    pce=menu('¿Existen mas de 2 electrodos inoperantes seguidos?','si','no');
    if pce==1
        p3=('Introduzca el electrodo en el que continuan las mediciones');
        cuadropem='Electrodos inoperantes';
        pe2=inputdlg(p3,cuadropem,nlineas);
        ce=str2num(pe2{1});
    end
end
if max(cd1)-min(cd1)>3 && arreglo~6
    p4=('Introduzca el electrodo final de la primera linea');
    cuadro3='Lineas no continuas';
    pe3=inputdlg(p4,cuadro3,nlineas);
    efl1=str2num(pe3{1});
elseif arreglo~6
    efl1=ef;
end
%///// Fin Calculo de los cuadripolos de entrada
%!!!!!!!!!!!! FIN PARAMETROS DE ENTRADA
%!!!!!!!!!!!! INICIO CALCULO DE VARIABLES !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
ii=[0 0 0 0];
% ::::: Ordenacion de los valores del 1er cuadripolo de menor a mayor:
%      x1, x2, x3, x4 respectivamente
for i=1:4
    if max(cd1)==cd1(i)
        x(i)=max(cd1)-ei;x4=i;
    elseif min(cd1)==cd1(i)
        x(i)=min(cd1)-ei;x1=i;
    else
        ii(i)=cd1(i);
    end
end
for i=1:4
    if max(ii)==ii(i)
        x(i)=max(ii)-ei;x3=i;
    elseif ii(i)~=0
        x(i)=ii(i)-ei;x2=i;
    end
end
end
% ::::: Variables
% ssn---Variable que determina si existe un subnivel
% ft---Factor de truncamiento para un barrido con n=sn=1
%      (1=se trunca, 0=no se trunca)
% efi---Electrodo del cuadripolo mas cercano a ef
% l---Factor para un barrido cuyos electrodos se desplazan de forma
%      decreciente
% aei---Factor para el limite del barrido en el caso de que el
%      electrodo inicial fuera distinto de uno

```

```

j=0;k=0;ssn=0;iii=0;
for i=1:4
    if cd1(i)==cd2(i) && cd1(i)==ef || cd2(i)==ef
        j=j+1;
    end
    if cd1(i)==cdsn(i)
        ssn=ssn+1;
    end
    if cd1(i)==cdn(i) && cdn(i)==cdsn(i)
        iii=iii+1;
    end
end
if iii==4
    ft=1;
else
    ft=0;
end
for i=1:4
    if cd1(i)~=cd2(i)
        efi(i)=j;
    else
        efi(i)=0;
    end
end
jj=0;jjj=0;
for i=1:4
    l(i)=0;
    jjj=2;
    if cd1(i)>efl1
        jjjj=jjjj+1;
    end
    if cd1(x2)>efl1 && cd1(x2)~=cd2(x2) && cd2(i)<cd1(i)
        l(x2)=jjj;
    end
    if cd1(x3)>efl1 && cd1(x3)~=cd2(x3) && cd2(i)<cd1(i)
        l(x3)=jjj;
    end
    if cd1(x4)>efl1 && cd1(x4)~=cd2(x4) && cd2(i)<cd1(i)
        l(x4)=jjj;
    end
end
if pe==ei || arreglo==4 || arreglo==7 || arreglo==8
    fnc=0;
else
    fnc=ei-pe;
end
%!!!!!!!!!!!! FIN CALCULO DE VARIABLES
%!!!!!!!!!!!! INICIO DE LA CREACION DE CUADRIPOLOS !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
% vvv---Numero de cuadripolos totales
% jj---Subniveles
% lim---limite del barrido
% liml1---limite del barrido de la primera linea
% A,B---electrodos de corriente
% M,N---electrodos de potencial
% c---vector coeficientes uno de nivel
% d---vector coeficientes de subnivel
% l---vector coeficiente dos de nivel (parametro que garantiza el
% desplazamiento del barrido para un nivel y subnivel igual a 1)
% x---vector inter-relacion de un cuadripolo en un barrido de "n" y "s"
% valores
% xx---vector inter-relacion de un cuadripolo en un barrido de "n" y "s"
% valores en lineas no continuas
% k1,k2,k3,k4---Constantes para garantizar, si los hay, electrodos fijos
% cn, cnn---Factor que controla el limite para el arreglo de minimo
% acoplamiento
c=cdn-cd1;d=cdsn-cd1;
vv=0;
j=1;jj=0;
k1=0;k2=0;k3=0;k4=0;liml1=99999;
for i=1:10000 % Contador de niveles
    if i==n*j+1 && ssn~=4
        j=j+1;jj=jj+1;
    end
end
% "*****" Arreglos de lineas no continuas "*****"
if max(cd1)-min(cd1)>3
    if cd1(x3)<=efl1 && cd1(x3)~=cd2(x3)
        if max(cd1)==ef
            c_lim=-c(x3)*(i-1-jj);d_lim=-d(x3)*(j-1);
        else
            c_lim=0;d_lim=0;
        end
    end
    lim=ef-x(x3)-c(x3)*(i-1-jj)-d(x3)*(j-1)-efi(x3)+c_lim+d_lim;
    liml1=efl1-x(x3)-c(x3)*(i-1-jj)-d(x3)*(j-1)-fnc;
    elseif cd1(x2)<=efl1 && cd1(x2)~=cd2(x2)
        if max(cd1)==ef
            c_lim=-c(x2)*(i-1-jj);d_lim=-d(x2)*(j-1);
        else
            c_lim=0;d_lim=0;
        end
    end
    lim=ef-x(x2)-c(x2)*(i-1-jj)-d(x2)*(j-1)-efi(x2)-c_lim-d_lim;
    liml1=efl1-x(x2)-c(x2)*(i-1-jj)-d(x2)*(j-1)-fnc;
    elseif cd1(x1)<=efl1 && cd1(x1)~=cd2(x1)

```

```

                if max(cd1)==ef
                    c_lim=-c(x1)*(i-1-jj);d_lim=-d(x1)*(j-1);
                else
                    c_lim=0;d_lim=0;
                end
lim=ef-x(x1)-c(x1)*(i-1-jj)-d(x1)*(j-1)-efi(x1)-c_lim-d_lim;
liml1=efl1-x(x1)-c(x1)*(i-1-jj)-d(x1)*(j-1)-fnc;
                end
            else
                lim=ef-x(x4)-c(x4)*(i-1-jj)-d(x4)*(j-1);
            end
            if jjjj>=2
                lim=liml1;
            end
            for k=ei:lim % Contador del barrido sobre el tendido
                if cd1(1)==cd2(1)
                    k1=k-ei-1(1)*(k-ei);
                end
                if cd1(2)==cd2(2)
                    k2=k-ei-1(2)*(k-ei);
                end
                if cd1(3)==cd2(3)
                    k3=k-ei-1(3)*(k-ei);
                end
                if cd1(4)==cd2(4)
                    k4=k-ei-1(4)*(k-ei);
                end
                if max(cd1)-min(cd1)>3
                    if pce==1
                        if max(cd1)==ef
                            liml1s=ce+c_lim+d_lim-1;
                        else
                            liml1s=ce-1;
                        end
                    else
                        liml1s=efl1+c_lim+d_lim;
                    end
                    if k<liml1+1 || k>liml1s
                        vv=vv+1;
                        A(vv)=k+x(1)+c(1)*(i-1-jj)+d(1)*(j-1)-(k1)-l(1)*(k-ei);
                        B(vv)=k+x(2)+c(2)*(i-1-jj)+d(2)*(j-1)-(k2)-l(2)*(k-ei);
                        M(vv)=k+x(3)+c(3)*(i-1-jj)+d(3)*(j-1)-(k3)-l(3)*(k-ei);
                        N(vv)=k+x(4)+c(4)*(i-1-jj)+d(4)*(j-1)-(k4)-l(4)*(k-ei);
                    end
                    % "*****" Arreglos de lineas continuas "*****"
                    else
                        vv=vv+1;
                        A(vv)=k+x(1)+c(1)*(i-1-jj)+d(1)*(j-1)-(k1);
                        B(vv)=k+x(2)+c(2)*(i-1-jj)+d(2)*(j-1)-(k2);
                        M(vv)=k+x(3)+c(3)*(i-1-jj)+d(3)*(j-1)-(k3);
                        N(vv)=k+x(4)+c(4)*(i-1-jj)+d(4)*(j-1)-(k4);
                    end
                    if ft==1 || lim<ei || liml1<ei || A(vv)==B(vv) || B(vv)==M(vv) || ...
                        M(vv)==N(vv) || B(vv)==N(vv)
                        break
                    end
                end
            end
            vv=0;
            vvvv=0;
            if cont_arr>1
                vunos=numCP;
            else
                vunos=0;
            end
            for i=1:vv
                if A(i)~=B(i)&&B(i)~=M(i)&&M(i)~=N(i)&&B(i)~=N(i)&&A(i)~=M(i)&&...
                    A(i)~=N(i)
                        vv=vv+1;
                        vunos=vunos+1;
                        A1(vv)=A(i);
                        B1(vv)=B(i);
                        M1(vv)=M(i);
                        N1(vv)=N(i);
                        unos(vv)=vunos;
                    end
                end
            end
            % "*****" Roll-along "*****"
            if roll_along==1
                if cont_arr>1
                    A1=zeros(numel(c_A1));
                    B1=zeros(numel(c_A1));
                    M1=zeros(numel(c_A1));
                    N1=zeros(numel(c_A1));
                    A1=c_A1;
                    B1=c_B1;
                    M1=c_M1;
                    N1=c_N1;
                end
                A4=A1;
                B4=B1;
                M4=M1;
                N4=N1;
            end

```

```

unos4=unos;
cdf_r=[unos4' A4' B4' M4' N4'];
vvv4=vvv;
for i=1:vvv
    A2(i)=A1(i)+eroll;
    B2(i)=B1(i)+eroll;
    M2(i)=M1(i)+eroll;
    N2(i)=N1(i)+eroll;
    if A1(i)<=eroll*cont_arr && B1(i)<=eroll*cont_arr && M1(i)...
        <=eroll*cont_arr && N1(i)<=eroll*cont_arr
            assa=0;
        else
            vvvvv=vvvvv+1;
            A3(vvvvv)=A2(i);
            B3(vvvvv)=B2(i);
            M3(vvvvv)=M2(i);
            N3(vvvvv)=N2(i);
            unos1(vvvvv)=vvvvv;
        end
    end
    A1=A3;
    B1=B3;
    M1=M3;
    N1=N3;
    unos=unos1;
    vvv=vvvvv;
    unosr=zeros(1,vvv);
    if cont_arr>1
        uu=numCP;
    else
        uu=unos4(vvv4);
    end
    for i=1:vvv
        uu=uu+1;
        unosr(i)=uu;
    end
end
cdf=[unos' A1' B1' M1' N1'];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Arreglo L %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if dimension==2 && arreglo==1 || arreglo==2 || arreglo==3 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
p11={'Introduzca el numero de electrodo de los vertices de cada esquina que
se quiera calcular',...
};
dep21={'[]'};
cuadro21='Separe con una coma un vertice de otro [V1,V2,...]';
nlineas11=[1,length(cuadro21)+20];
pe21=inputdlg(p11,cuadro21,nlineas11,dep21);
cd11=str2num(pe21{1,1});
dif=cd11-pe;
p1cdf=[A1' B1' M1' N1'];
if numel(cd11)>1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
p2cdf=[A1'+dif(1,1) B1'+dif(1,1) M1'+dif(1,1) N1'+dif(1,1)];
unos_1=unos;
vvv_1=vvv;
A1_1=A1;
B1_1=B1;
M1_1=M1;
N1_1=N1;
icont=0;
if arreglo==1
    cond=4;
else
    cond=2;
end
for i=1:numel(A1)
    if p2cdf(i,cond)>cd11(1,2)
        icont=icont+1;
        p3cdf(icont,1)=p2cdf(i,1);
        p3cdf(icont,2)=p2cdf(i,2);
        p3cdf(icont,3)=p2cdf(i,3);
        p3cdf(icont,4)=p2cdf(i,4);
    end
end
p4cdf=zeros(numel(p3cdf(:,1))*(numel(cd11)-1),4);
p5cdf=zeros(numel(p3cdf(:,1))*(numel(cd11)-1)-42,4);
icont1=0;
for i=1:numel(p4cdf(:,1))
    if i>numel(p3cdf(:,1)) && i<=numel(p3cdf(:,1))*2
        p4cdf(i,:)=p4cdf(i-numel(p3cdf(:,1)),:)+dif(1,1);
    elseif i>numel(p3cdf(:,1))*2 && p4cdf(i-numel(p3cdf(:,1)),1)+dif(1,1)<47
        p4cdf(i,:)=p4cdf(i-numel(p3cdf(:,1)),:)+dif(1,1);
    elseif i<=numel(p3cdf(:,1))
        p4cdf(i,:)=p3cdf(i,:);
    end
    if p4cdf(i,1)~=0
        icont1=icont1+1;
        p5cdf(icont1,:)=p4cdf(i,:);
    end
end
limal=numel(A1)+numel(p5cdf(:,1));
iicont=0;
unos=zeros(1,limal);

```





```

'Guarde el archivo de salida .txt de informacion','nombrame');
if sal_inf=0
    salida2=strcat(rutal,sal_inf);
    lxyz={'Numero del cuadripolo -----> columna 1';...
        'Electrodo A -----> columna 2';...
        'Electrodo B -----> columna 3';...
        'Electrodo M -----> columna 4';...
        'Electrodo N -----> columna 5';...
        'Coordenada x del punto de atribucion --> columna 6';...
        'Coordenada y del punto de atribucion --> columna 7';...
        'Profundidad efectiva de investigacion --> columna 8';...
        'Longitud L prima -----> columna 9';...
        'Longitud L -----> columna 10';...
        'Abertura a -----> columna 11'};
lxyz1=[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11];
dmlmwrite(salida2,lxyz,'');
dmlmwrite(salida2,'-', '-append','delimiter','\t');
dmlmwrite(salida2,lxyz1,'-append','delimiter','\t','precision','%8.0f');
dmlmwrite(salida2,'-', '-append','delimiter','\t');
dmlmwrite(salida2,cdABMNxyz,'-append','delimiter','\t','precision','%8.2f');
end
elseif roll_along~=1 && cont_arr>1
dmlmwrite(salida2,cdABMNxyz,'-append','delimiter','\t','precision','%8.2f');
end
if roll_along==1 && cont_arr==1
    [sal_inf,rutal]=uinputfile('*.txt',...
'Guarde el archivo de salida .txt de informacion','nombrame');
if sal_inf=0
    salida2=strcat(rutal,sal_inf);
    lxyz={'Numero del cuadripolo -----> columna 1';...
        'Electrodo A -----> columna 2';...
        'Electrodo B -----> columna 3';...
        'Electrodo M -----> columna 4';...
        'Electrodo N -----> columna 5';...
        'Coordenada x del punto de atribucion --> columna 6';...
        'Coordenada y del punto de atribucion --> columna 7';...
        'Profundidad efectiva de investigacion --> columna 8';...
        'Longitud L prima -----> columna 9';...
        'Longitud L -----> columna 10';...
        'Abertura a -----> columna 11'};
    lxyz1=[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11];
    dmlmwrite(salida2,lxyz,'');
    dmlmwrite(salida2,'-', '-append','delimiter','\t');
    dmlmwrite(salida2,lxyz1,'-append','delimiter','\t','precision','%8.0f');
    dmlmwrite(salida2,'-', '-append','delimiter','\t');
    dmlmwrite(salida2,cdABMNxyz_r,'-append','delimiter','\t',...
        'precision','%8.2f');
    dmlmwrite(salida2,cdABMNxyz,'-append','delimiter','\t',...
        'precision','%8.2f');
end
elseif roll_along==1 && cont_arr>1
dmlmwrite(salida2,cdABMNxyz,'-append','delimiter','\t','precision','%8.2f');
end
if cont_arr>1
    Pax_t=continuidad(3:numel(continuidad(:,1)),1)';
    Pay_t=continuidad(3:numel(continuidad(:,2)),2)';
    z_t=continuidad(3:numel(continuidad(:,3)),3)';
end
arreglos=menu('¿Desea calcular otro arreglo para el mismo tendido?',...
    'SI','NO');
if arreglos==2
    break
else
%///// Creacion archivos de continuidad //////////////////////////////////////
    c_p1=max(unos);
    if roll_along==1
        c_p1_al=dimension;
        c_p2=roll_along;
        c_p3=numel(A2);
        c_p4_al=arreglo;
        bloque2=[A2',B2',M2',N2'];
    else
        c_p1_al=0;
        c_p2=0;
        c_p3=0;
        c_p4_al=0;
    end
    bloque1=[c_p1_al,c_p2,c_p3,c_p4_al];
    bloque1_al=[pe,ei,ef,n];
    bloque1_a3=[c_p1,numel(coordenadas(:,1)),0,0];
    bloque3=[Pax',Pay',z',zeros(numel(Pax),1)];
    if cont_arr==1
        dmlmwrite('continuidad.txt',bloque1,'\t');
        dmlmwrite('continuidad.txt',bloque1_al,'-append','delimiter','\t');
    end
    dmlmwrite('continuidad.txt',bloque3,'-append','delimiter','\t');
    if roll_along==1
        dmlmwrite('continuidad1.txt',bloque1,'\t');
        dmlmwrite('continuidad1.txt',bloque2,'-append','delimiter','\t');
    end
end

```

```

end
dlmwrite('continuidad2.txt',bloquel_a3,'\t');
dlmwrite('continuidad2.txt',coordenadas,'-append','delimiter','\t');
dlmwrite('continuidad3.txt',{sal_AGI},'');
dlmwrite('continuidad4.txt',{sal_inf},'');
close_all;clear;clc
load 'continuidad.txt';
load 'continuidad2.txt';
fid=fopen('continuidad3.txt','r');
s1=textscan(fid,'%s');
salida1=char(s1{1});
fclose(fid);
fid=fopen('continuidad4.txt','r');
s2=textscan(fid,'%s');
salida2=char(s2{1});
fclose(fid);
numCP=continuidad2(1,1);
c_c=continuidad2(1,2);
coordenadas=continuidad2(2:c_c+1,:);
c_eroll=continuidad(1,2);
if c_eroll==1
    load 'continuidad1.txt';
    dimension=continuidad(1,1);
    c_limite=continuidad(1,3);
    arreglo=continuidad(1,4);
    c_A1=continuidad1(2:c_limite+1,1)';
    c_B1=continuidad1(2:c_limite+1,2)';
    c_M1=continuidad1(2:c_limite+1,3)';
    c_N1=continuidad1(2:c_limite+1,4)';
    c_roll_along=c_eroll;
    pe=continuidad(2,1);
    ei=continuidad(2,2);
    ef=continuidad(2,3);
    n=continuidad(2,4);
else
    c_roll_along=0;
end
end
%!!!!!!!!!!!! FIN DE LA CREACION DE ARCHIVOS ASCII
end %!!!!!!!!!!!!FIN Iteracion de repeticion
%!!!!!!!!!!!! CREACION DE GRAFICA !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
if roll_along==1
figure()
hold on
plot3(cx,cy,cz,'o-k','LineWidth',1.4,'MarkerFaceColor','k')
if cont_arr>1
    if cx(2)~=cx(1)
        dc=cx(2)-cx(1);
        Pax1=Pax-dc*((cont_arr-1)*eroll);
        Pay1=Pay;
    elseif cy(2)~=cy(1)
        dc=cy(2)-cy(1);
        Pax1=Pax-dc*((cont_arr-1)*eroll);
        Pay1=Pay;
    end
    plot3(Pax1,Pay1,z,'dk','MarkerFaceColor','g')
    vvvv={num2str(numel(Pax))};'cuadripolos';
else
    plot3(Pax,Pay,z,'dk','MarkerFaceColor','g')
end
if min(cx)==0 && max(cx)==0
axis([min(cx)-1 max(cx)+1 min(cy)-max(cy)*.1 max(cy)+max(cy)*.1])
elseif min(cy)==0 && max(cy)==0
axis([min(cx)-max(cx)*.1 max(cx)+max(cx)*.1 min(cy)-1 max(cy)+1])
else
axis([min(cx)-max(cx)*.1,max(cx)+max(cx)*.1,min(cy)-max(cy)*.1,...
max(cy)+max(cy)*.1])
end
title('\bf Tendido')
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('z')
if min(cx)==0 && max(cx)==0
text((max(cx)+.5),(max(cy)+max(cy)*.1)*0.85,min(z)*0.85,vvvv)
elseif min(cy)==0 && max(cy)==0
text((max(cx)+max(cx)*.1)*0.85,(max(cy)+.5),min(z)*0.85,vvvv)
else
text((max(cx)+max(cx)*.1)*0.85,(max(cy)+max(cy)*.1)*0.85,min(z)*0.85,vvvv)
end
camproj('orthographic')
box on
grid on
figure()
vvvv={num2str(max(unos4))};'cuadripolos';
hold on
plot3(cx,cy,cz,'o-k','LineWidth',1.4,'MarkerFaceColor','k')
if cont_arr>1
    if cx(2)~=cx(1)
        dc=cx(2)-cx(1);
        Paxr=Paxr-dc*((cont_arr-1)*eroll);
    elseif cy(2)~=cy(1)

```

```

        dc=cy(2)-cy(1);
        Payr=Payr-dc*((cont_arr-1)*eroll);
    end
    plot3(Paxr,Payr,zr,'dk','MarkerFaceColor','g')
    vvvv=(num2str(numel(A2)),'cuadripolos');
else
    plot3(Paxr,Payr,zr,'dk','MarkerFaceColor','g')
end
if min(cx)==0 && max(cx)==0
axis([min(cx)-1 max(cx)+1 min(cy)-max(cy)*.1 max(cy)+max(cy)*.1])
elseif min(cy)==0 && max(cy)==0
axis([min(cx)-max(cx)*.1 max(cx)+max(cx)*.1 min(cy)-1 max(cy)+1])
else
axis([min(cx)-max(cx)*.1,max(cx)+max(cx)*.1,min(cy)-max(cy)*.1,...
max(cy)+max(cy)*.1])
end
title('\bf Tendido')
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('z')
if min(cx)==0 && max(cx)==0
text((max(cx)+.5),(max(cy)+max(cy)*.1)*0.85,min(z)*0.85, vvvv)
elseif min(cy)==0 && max(cy)==0
text((max(cx)+max(cx)*.1)*0.85,(max(cy)+.5),min(z)*0.85, vvvv)
else
text((max(cx)+max(cx)*.1)*0.85,(max(cy)+max(cy)*.1)*0.85,min(z)*0.85, vvvv)
end
camproj('orthographic')
box on
grid on
end
figure()
hold on
plot3(cx,cy,cz,'o-k','LineWidth',1.4,'MarkerFaceColor','k')
if cont_arr>1
    plot3(Pax,Pay,z,'dk','MarkerFaceColor','g')
    plot3(Pax_t,Pay_t,z_t,'dk','MarkerFaceColor','g')
else
    plot3(Pax,Pay,z,'dk','MarkerFaceColor','g')
end
if roll_along==1
    plot3(Paxr,Payr,zr,'dk','MarkerFaceColor','g')
    vvvv=(num2str(max(unosr)),'cuadripolos');
end
if min(cx)==0 && max(cx)==0
axis([min(cx)-1 max(cx)+1 min(cy)-max(cy)*.1 max(cy)+max(cy)*.1])
elseif min(cy)==0 && max(cy)==0
axis([min(cx)-max(cx)*.1 max(cx)+max(cx)*.1 min(cy)-1 max(cy)+1])
else
axis([min(cx)-max(cx)*.1,max(cx)+max(cx)*.1,min(cy)-max(cy)*.1,...
max(cy)+max(cy)*.1])
end
title('\bf Tendido')
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('z')
if min(cx)==0 && max(cx)==0
text((max(cx)+.5),(max(cy)+max(cy)*.1)*0.85,min(z)*0.85, vvvv)
elseif min(cy)==0 && max(cy)==0
text((max(cx)+max(cx)*.1)*0.85,(max(cy)+.5),min(z)*0.85, vvvv)
else
text((max(cx)+max(cx)*.1)*0.85,(max(cy)+max(cy)*.1)*0.85,min(z)*0.85, vvvv)
end
camproj('orthographic')
box on
grid on
%!!!!!!! FIN CREACION DE GRAFICA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% PROGRAMA DE SECUENCIAS CUADRIPOLES (SecuenciasCP.m) %%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% FUNCION QUE CALCULA LAS COORDENADAS DEL PUNTO MEDIO ENTRE A Y B %%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [Xc,Yc]=XcYc(cxA,cyA,cxB,cyB)
cxA=cxA+0.001;
cyA=cyA+0.001;
cxB=cxB+0.001;
cyB=cyB+0.001;
MAB=((cxA-cxB)^2+(cyA-cyB)^2)^0.5;
MA=(cxA^2+cyA^2)^0.5;
MB=(cxB^2+cyB^2)^0.5;
an3=acos(cxA/MA);
an2=acos(cxB/MB);
an1=abs(an3-an2);
MAC=MAB/2;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Parametros de la recta OA
m_OA=cyA/cxA;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Parametros de la recta perpendicular a OA
b_OAp=cyA+cxA/m_OA;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Parametros de la recta OB
m_OB=cyB/cxB;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Coordenadas de la interseccion de la recta perpendicular a OA y
% de la recta OB (punto I)
cxI=b_OAp/(1/m_OA+m_OB);
cyI=m_OB*cxI;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Magnitud del punto I
MI=(cxI^2+cyI^2)^0.5;
if MB>MI
    an6=pi-asin(MB*sin(an1)/MAB);
elseif MI==MB
    an6=pi/2;
else
    an6=asin(MB*sin(an1)/MAB);
end
CMC=(MA^2+MAC^2-2*MA*MAC*cos(an6))^0.5;
an4=asin(MAC*sin(an6)/CMC);
if an3>an2
    an5=abs(an3-an4);
elseif an3==an2
    an5=an3;
else
    an5=an3+an4;
end
Xc=CMC*cos(an5)-0.001;
Yc=CMC*sin(an5)-0.001;
if Xc<0.0000001
    Xc=0;
end
if Yc<0.0000001
    Yc=0;
end
end

```

## 6.2. Diagrama de flujo

