



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES**

**METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS Y OPTIMIZACIÓN DE
MATERIALES CELULARES Y ESTRUCTURAS METÁLICAS**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE MATERIALES

P R E S E N T A

ING. CARLOS ARTURO REYES RUIZ

**Tutores: Dr. Armando Ortiz Prado
M. en C. Edgar Isaac Ramírez Díaz**

México, D. F.

2012

Agradecimientos

- A la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) y al Instituto de Investigaciones en Materiales (IIM) por hacer posible el desarrollo de este proyecto profesional.
- Al grupo de trabajo de la Unidad de Investigación y Asistencia Técnica en Materiales (UDIATEM) por su confianza y amistad.
- Al Dr. Armando Ortiz Prado por su cordial apoyo y consejo en el desarrollo de este trabajo.
- Al M. en C. Edgar Isaac Ramírez Díaz por su gran interés y asesoría en la realización de esta tesis.
- Al departamento de Biomateriales del IIM encabezado por la Dra. María Cristina Piña Barba por su contribución al presente trabajo.
- Gracias al apoyo otorgado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), que hizo posible la realización de este proyecto.

Índice

Introducción

1. Marco teórico

1.1 Sólidos celulares

1.1.1 Estructura de los sólidos celulares

1.1.2 Modelos mecánicos

1.2 Estructuras metálicas

1.3 Ecuaciones constitutivas

1.2.1 Elasticidad

1.2.2 Teoría de vigas

1.4 Modelos de materiales celulares a través de elemento finito

1.5 Modelos de materiales estructurales a través de elemento finito

2. Metodología de pre-procesamiento de materiales estructurales

2.1 Identificación de la geometría

2.2 Definición de las propiedades

2.3 Asignación de propiedades

2.4 Determinación del tipo de análisis y acotación de variables de salida

2.5 Definición de las condiciones de frontera

2.6 Mallado

3. Casos de estudio

3.1 Caso A. Espuma de titanio

3.1.1 Introducción

3.1.2 Desarrollo del modelo computacional

3.1.3 Obtención y análisis de resultados

3.1.4 Efecto de la variación del diámetro en las propiedades mecánicas

3.2 Caso B. Estructura de acero

3.2.1 Desarrollo del modelo computacional

3.2.2 Condiciones de análisis

3.2.3 Optimización y evaluación

4. Conclusiones

4.1 Conclusiones. Caso A

4.2 Conclusiones. Caso B

4.3 Conclusiones generales

5. Referencias

Nomenclatura

ρ^*	Densidad del material celular
ρ^s	Densidad del sólido
ρ_{rel}	Densidad relativa
E^*	Módulo de elasticidad del material celular
E_s	Módulo de elasticidad del sólido
P, F	Carga
σ_1	Esfuerzo en la dirección x_1
δ	Deformación
I	Momento de inercia de la sección transversal
l, h, t, L, W	Dimensiones geométricas
θ	Ángulo
σ_{el}^*	Esfuerzo de colapso
P_{crit}	Carga crítica
n	Factor de rigidez de los nodos
C_1, C_2, C_3	Constantes de proporcionalidad
C'_1, C'_3	Constantes de proporcionalidad propuestas
G^*	Módulo de rigidez a corte del material celular
σ_{pl}^*	Esfuerzo de falla plástica o de Plateau
M_p	Momento para inicial la deformación plástica
σ_{ys}	Esfuerzo de cedencia del sólido
T_{ij}	Tensor de esfuerzo
C_{ijklm}	Tensor de constantes elásticas
ϵ_{km}	Tensor de deformación
ν	Coefficiente de Poisson
λ	Constante de Lamé
E	Módulo de elasticidad
$\mu = G$	Módulo de rigidez a corte
σ_y	Esfuerzo de cedencia
$\sigma_{m\acute{a}x}$	Esfuerzo máximo
$\delta_{m\acute{a}x}$	Deformación máxima
ρ	densidad
U_i	Desplazamiento en un eje coordenado i
UR_i	Rotación en un eje coordenado i
N_t	Relación de tiempo requerido para solución
t_n	Tiempo de solución con n elementos entre vértices
K_t	Rigidez a la torsión
K_b	Rigidez a la flexión
v_A, v_B	Desplazamientos verticales
α_t, α_b	Ángulos de torsión y flexión

Introducción

En el presente trabajo, como parte de las líneas de investigación desarrolladas en la Unidad de Investigación a Asistencia Técnica en Materiales (UDIATEM) de la Facultad de Ingeniería, se genera una metodología práctica que permita el estudio, análisis, caracterización y, eventualmente, optimización de materiales celulares y estructuras metálicas entre otros.

Como se verá, muchos de estos materiales pueden ser sometidos a simulaciones realizando simplificaciones que permiten un mejor aprovechamiento de los recursos computacionales, así como la reducción en el tiempo de generación de dicho modelo. Con el avance y mejoras en las capacidades de las paqueterías de elemento finito y el consecuente modelado de diversos sistemas, ya sean sólidos celulares de tamaño micro o macro, el papel en la caracterización, análisis y optimización de los mismos crece en importancia. Es por ello que conocer las posibilidades con que pueden ser explotadas estas paqueterías y, al mismo tiempo estando al tanto de las limitaciones de las mismas, pueden ser aprovechadas de una manera efectiva para brindar una solución lo más exacta, pronta y económica a diversos problemas.

Debido a que las técnicas aplicadas en este trabajo no son restrictivas respecto al orden de magnitud de la geometría bajo análisis, se tiene un campo de aplicación basto, pudiendo ser utilizada para modelar el comportamiento del hueso trabecular lo mismo que para analizar el comportamiento de la estructura de un edificio. Así, las aplicaciones de este método están abiertas para todos los fenómenos que puedan ser representados de una forma adecuada con los elementos que aquí se presentan.

En un principio se busca introducir al lector en los conceptos generales bajo los cuales se rige esta propuesta, presentando a grandes rasgos su campo de aplicación, distando mucho de quedar restringido éste por lo aquí presentado. Así mismo se presenta un breve desarrollo de las simplificaciones matemáticas consideradas para el tipo de análisis desarrollado.

Posteriormente, derivada de la revisión de diversos trabajos dirigidos en este sentido y del trabajo en proyectos que pueden ser incluidos en esta teoría, se presenta una metodología que provee elementos que permitan desarrollar de una manera sencilla y rápida un determinado modelo, y reducir la cantidad de recursos para el análisis, así como el tiempo necesario para la obtención de resultados.

Partiendo de la diversidad de problemas que pueden ser resueltos a través de la metodología aquí presentada, y teniendo la posibilidad de hacer coincidir uno de los modelos con una aplicación en la cual se trabaja actualmente en la UDIATEM, la obtención de las geometrías, la determinación de las condiciones de frontera, y todos los requerimientos particulares para los modelos, se aplica la metodología propuesta a dos casos de estudio.

En el primero se modela el comportamiento de un material celular a base de titanio diseñado para su aplicación en prótesis de hueso. Este caso de estudio en particular tiene requerimientos contenidos únicamente en la parte elástica del comportamiento mecánico; sin embargo, el análisis es llevado al comportamiento plástico con la finalidad de verificar la segunda etapa del comportamiento de este tipo de materiales, es decir, la deformación de Plateau.

El segundo concierne al análisis de la estructura completa de un autobús de pasajeros sometida a distintas solicitaciones, propias de las condiciones de trabajo del sistema bajo estudio. Posteriormente se propone una optimización de dicha estructura, basada en los resultados obtenidos previamente, y de acuerdo con las necesidades particulares del problema.

Capítulo 1. Marco Teórico

1.1 Sólidos celulares

Un sólido celular es aquel que está formado por una red interconectada de placas y soportes sólidos, los cuales forman las aristas y caras de las celdas [1].

En la naturaleza existe una gran diversidad de materiales celulares, ejemplos de materiales naturales con estructuras de tipo panal de abeja y prismáticos son la madera y el corcho, mientras que aquellos con estructuras poliédricas incluyen los tallos de las plantas y el hueso trabecular. Estos también aparecen en los centros de estructuras naturales tipo sándwich; en hojas largas y estrechas, el iris, y en el hueso en forma de carcasa, como en el cráneo [2].

Las estructuras tubulares naturales usualmente presentan un centro del tipo panal de abeja o tipo espuma soportando una capa exterior más densa, incrementando la resistencia de la cubierta ante la flexión o torsión [2].

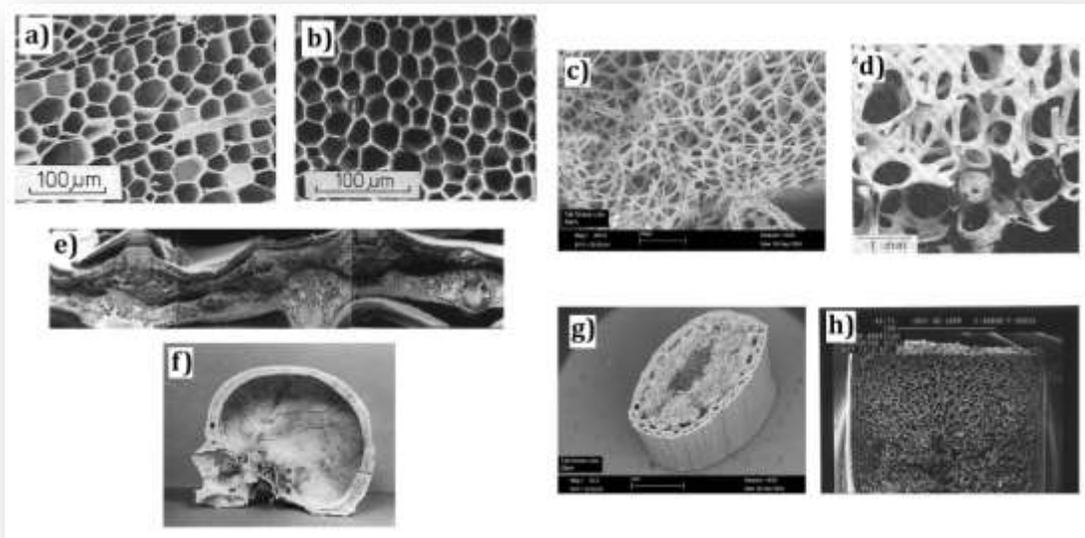


Figura 1.1 Ejemplo de sólidos celulares en la naturaleza. (a) madera balsa, (b) corcho, (c) interior del tallo de una planta, (d) hueso trabecular (e) hoja de iris, (f) cráneo, (g) tallo de una planta (h) aguja de puercoespín. [1]

Los materiales celulares en general presentan propiedades mecánicas envidiables tales como buena relación rigidez-peso específico, alta capacidad para absorber energía, resistencia a la compresión, proveen aislamiento térmico así como también acústico, tienen un alto grado de deformación y presentan alta durabilidad al ser sometidos a cargas dinámicas y fatiga [1-20]. Dependiendo del tipo de estructura el material puede permitir el paso de fluidos con la intención de transportar los nutrientes requeridos [3]. Incluso algunos pueden crecer orgánicamente, añadiendo elementos o cambiando la forma de los mismos, dependiendo de sus necesidades [2,3].

Dadas las propiedades de los sólidos celulares, actualmente se destinan diversos esfuerzos al diseño de materiales con estructura celular con una amplia gama de aplicaciones, tanto en el campo de los biomateriales [3,5,8] como en la rama aeronáutica y automotriz [4,6,16]. En los biomateriales se trabaja en el campo de los sólidos celulares con la intención de reemplazar y/o regenerar tejido en el cuerpo. Por ejemplo, las espumas de titanio son consideradas como material sustituto para el hueso trabecular mientras que andamios porosos son utilizados como tejidos ingenieriles para imitar el cuerpo de la matriz extracelular, permitiendo la conjunción, migración, proliferación y funcionamiento de las células [2,3,4,6,16,21,22].

Las características microestructurales de los sólidos celulares que afectan la respuesta mecánica son principalmente estudiadas en espumas y estructuras del tipo panal de abeja. Los panales de abeja, son definidos como estructuras celulares de dos dimensiones, mientras que las espumas, con sus estructuras poliédricas, se consideran como sólidos tridimensionales [2].

1.1.1 Estructura de los sólidos celulares

Las propiedades de los sólidos celulares dependen directamente de la forma y de la estructura de las celdas. El objetivo principal es caracterizar el tamaño, la forma y la topología, es decir, la conectividad de las paredes de las celdas y de los espacios porosos [7,9,24].

La característica estructural más importante de un sólido celular es la densidad relativa, que se define como la densidad del material celular dividida por la del sólido del cual están hechas la paredes y/o las aristas de la celda [1].

$$\rho_{rel} = \frac{\rho^*}{\rho^s} \quad (1.1)$$

Existen espumas de ultra baja densidad que pueden llegar a tener una densidad relativa de 0.001. Espumas poliméricas son utilizadas para amortiguar, empaquetar y aislar, teniendo densidades relativas que se encuentran entre 0.05 y 0.2; el corcho tiene aproximadamente 0.14; muchas maderas blandas se encuentran entre 0.15 y 0.4. Conforme la densidad

relativa aumenta, el espesor de las paredes de las celdas aumentan y los espacios porosos se reducen [2].

Existe una importante distinción topológica. La primera es entre las celdas en dos dimensiones y las celdas tridimensionales, en las cuales las paredes tienen orientaciones aleatorias en el espacio (como una espuma). La distinción es útil: el modelado de propiedades en dos dimensiones es mucho más simple que en un espacio tridimensional; sin embargo gran parte del análisis puede extenderse usando argumentos de aproximación, como es el caso de la compleja geometría de las espumas [2].

En tres dimensiones es posible hacer también la distinción entre celdas abiertas y cerradas, siendo las celdas abiertas aquellas que presentan material únicamente en las aristas (Figura 1.2 b) mientras que las de celdas cerradas contienen material también en las caras (Figura 1.2 c). Detalles topológicos, tales como por ejemplo la conectividad de las aristas y las caras, tienen un profundo e importante efecto en las propiedades de los sólidos celulares [7,9].

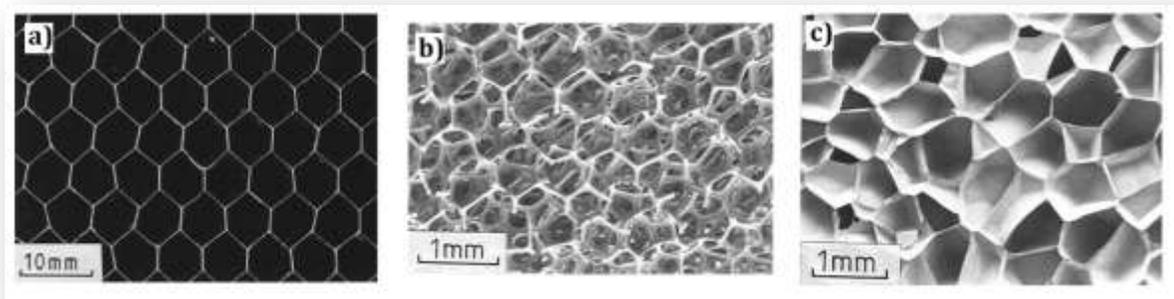


Figura 1.2 Ejemplo de sólidos celulares ingenieriles: (a) Estructura tipo panal de abeja de aluminio, (b) espuma de poliuretano(celda abierta), (c) espuma de poliestireno (celda cerrada) [2].

La transición entre un material celular y un material poroso, definiendo el segundo como aquel material que contiene sólo unos poros aislados, varía ligeramente dependiendo del autor, coincidiendo alrededor de una densidad relativa mayor a 0.3, es decir, que para ser considerado como material celular éste debe tener una porosidad mayor al 70% [2,24,27].

En primera instancia podría suponerse que el tamaño de la celda también es un parámetro importante; en ocasiones lo es, sin embargo la mayoría de las propiedades mecánicas y térmicas dependen débilmente de este factor. La forma de la celda en cambio es un parámetro de mayor importancia, cuando las celdas son equiaxiales las propiedades son isotrópicas, pero cuando las celdas son alargadas o aplanadas, las propiedades dependen de la dirección [2,3,7,9,24].

La curva esfuerzo-deformación de un sólido celular a compresión se caracteriza por tener tres comportamientos: lineal elástico, el cual corresponde a la deformación de las aristas o las caras de la celda; esfuerzo de “Plateau”, correspondiente al colapso progresivo de la celda por deformación plástica o fractura frágil, dependiendo de la naturaleza del sólido del cual está formado dicho material; y densificación, en la cual se presenta el colapso de las celdas a través del material con la subsecuente carga de aristas y caras unas contra otras (Figura 1.3 a) y b)) [2,13,15,17,25,27]. Muchos materiales con densidades relativas bajas (10-20%) pueden sufrir grandes deformaciones (70-80%) antes de que la densificación se presente [1]. En tensión, la respuesta lineal elástica es la misma que en compresión, cuando menos para pequeñas deformaciones. Conforme la deformación se incrementa, las celdas se orientan con la dirección de la carga, incrementando la resistencia del material hasta que se presenta la falla (figura 1.3 c) y d)) [2].

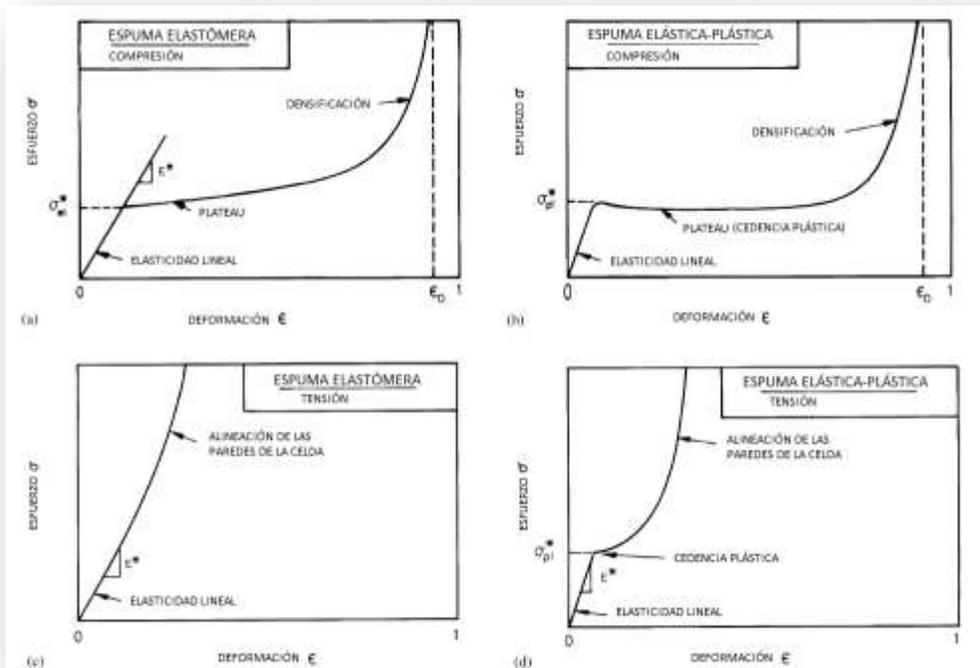


Figura 1.3 Curvas esfuerzo deformación para: (a) espuma elastómera bajo compresión, (b) espuma elasto-plástica bajo compresión, (c) espuma elastómera sujeta a tensión, (d) espuma elasto-plástica sujeta a tensión [2].

La respuesta mecánica de los sólidos celulares ha sido modelada a través de la representación de la estructura celular de diferentes maneras. Modelos iniciales desarrollaron análisis estructurales de una celda unitaria tal como un hexágono (en dos dimensiones), a un dodecaedro (poliedro de 12 caras) o a un tetracaidecaedro (poliedro de 14 caras) [1,27].

La geometría de una celda unitaria hace manejable el análisis pero no brinda una representación exacta del material. Una aproximación más simple es utilizar el análisis dimensional para modelar los mecanismos de deformación y falla observados en materiales celulares sin especificar la geometría de la celda. Esta aproximación supone que la geometría de la celda es similar en espumas de diferentes densidades relativas. Esto da la dependencia de las propiedades respecto a la densidad relativa y las propiedades del sólido, pero requiere experimentos para determinar la constante relacionada a la geometría de la celda. Una tercera aproximación es el uso del análisis por elementos finitos para estructuras regulares o irregulares. Este método permite el estudio de efectos locales, tales como imperfecciones, y puede ser utilizado también en conjunto con técnicas de imagen tales como micro-tomografía de rayos X para modelar la geometría exacta de una muestra en particular [4,9,12,23,24,27].

1.1.2 Modelos mecánicos

Los modelos mecánicos presentados a continuación corresponden a los planteados por J. L. Gibson [2].

Sólidos celulares bidimensionales con carga en el plano

Cuando se aplica una carga uniaxial en el plano de las celdas hexagonales, las paredes de las celdas comienzan a flexionarse inicialmente. El módulo de elasticidad del material celular E^* puede ser relacionado con la densidad relativa ρ^*/ρ_s , el módulo del sólido celular E_s , y la geometría de la celda usando mecánica estructural. El esfuerzo σ_1 actuando en la dirección x_1 induce una carga P al final de la pared inclinada de la celda (ver Figura 1.4)

$$P = \sigma_1(h + l \sin \theta)b$$

Donde b es el espesor de la pared. Entonces la pared se deforma

$$\delta = \frac{Pl^3 \sin \theta}{12E_s I}$$

I es el momento de inercia de la sección transversal de la pared y E_s es el módulo de elasticidad del material, la deformación en la dirección x_1 es entonces

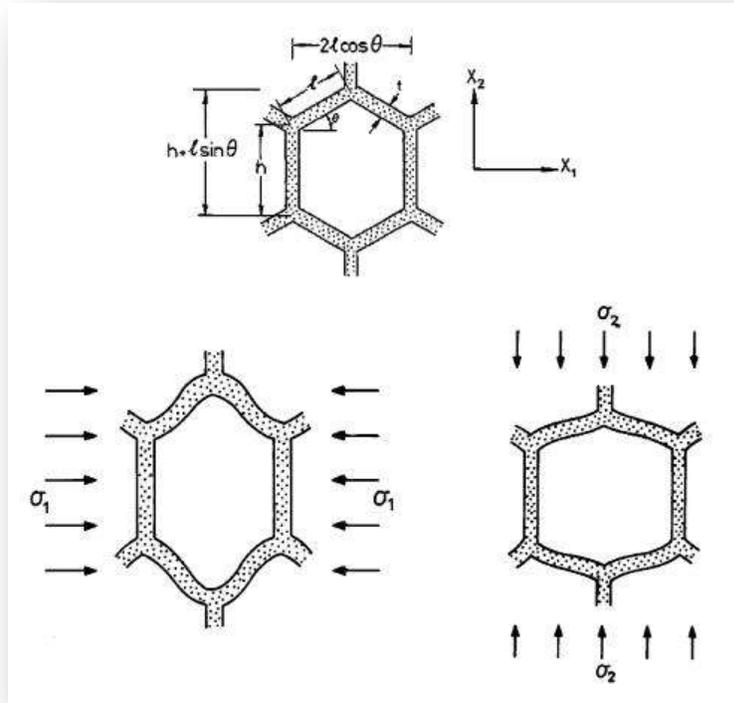


Figura 1.4 Parámetros de la celda hexagonal y direcciones de deformación. [2]

$$\varepsilon_1 = \frac{\delta \sin \theta}{l \cos \theta} = \frac{\sigma_1 (h + l \sin \theta) b l^3 \sin \theta}{12 E_s l \cos \theta}$$

Y el módulo de elasticidad paralelo al eje x_1 es

$$\frac{E_1^*}{E_s} = \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\cos \theta}{(h + l \sin \theta) \sin^2 \theta} \quad (1.2)$$

El módulo de elasticidad para una carga en la dirección x_2 así como el módulo cortante para una carga en el plano $x_1 - x_2$ puede calcularse de una forma similar. Todos ellos dependen del módulo de elasticidad del material que conforma las paredes. El coeficiente de Poisson se calcula tomando el negativo de la deformación normal y el paralelo a la aplicación de la carga.

A una determinada carga las paredes de la celda colapsarán por flexión, deformación plástica o falla frágil, dependiendo de las propiedades del material. El esfuerzo de colapso por flexión está relacionado con la carga P_{crit} para la columna vertical

$$\sigma_{el}^* = \frac{P_{crit}}{2lb \cos \theta}$$

Donde

$$P_{crit} = \frac{n^2 \pi^2 E_s l}{h^2}$$

Y n es un factor que describe la rigidez rotacional de los nodos, entonces

$$\frac{\sigma_{el}^*}{E_s} = \frac{n^2 \pi^2 t^3}{24 l h^2 \cos \theta} \quad (1.3)$$

Para $h/l = 1$, $n = 0.686$ y para $h/l = 2$, $n = 0.806$

El esfuerzo de colapso por deformación plástica puede ser obtenido del momento plástico en el cual se comienzan a formar bisagras en las paredes mientras que la fractura frágil puede ser calculada con el módulo de ruptura requerido para fracturar las paredes. El colapso de la celda progresa a lo largo del material bajo una carga elevada y grandes deformaciones. Una vez que ésta ha colapsado y las paredes de la celda se presionan unas contra otras, el esfuerzo se incrementa significativamente.

Sólidos celulares bidimensionales con carga perpendicular al plano

Para cargas aplicadas a lo largo del eje del prisma, perpendicular al plano que contiene la forma hexagonal, las paredes de un material del tipo panal de abeja se comprimen axialmente, entonces el módulo de elasticidad simplemente cambia con la fracción de volumen del sólido o con la densidad relativa

$$\frac{E_1^*}{E_s} = \frac{\rho^*}{\rho_s} \quad (1.4)$$

Si se evita la flexión, la resistencia a la cedencia y a la fractura frágil debida a estas cargas aplicadas en la dirección x_3 también varía directamente con la densidad relativa.

Materiales celulares tridimensionales

Los argumentos dimensionales suponen que las celdas en espumas de diferentes densidades relativas son geoméricamente similares. Así, pese a que se presenta una geometría cúbica, los resultados coinciden para cualquier geometría que pudiera tener una espuma, siempre y cuando conserven los mismos modos de deformación o falla.

En el régimen elástico, bajo esfuerzo uniaxial, la espumas de celda abierta (ver Figura 1.5) se deforman iniciando con la flexión de los elementos que conforman las aristas. El módulo de elasticidad E^* puede ser calculado de la siguiente forma. Bajo la aplicación de la carga transversal F , la flexión δ de un elemento (con longitud l y sección transversal con área proporcional a t^2) está dada por

$$\delta \propto \frac{Fl^3}{E_s t^4}$$

El esfuerzo actuando en la celda es proporcional a F/l^2 y la deformación es proporcional a δ/l

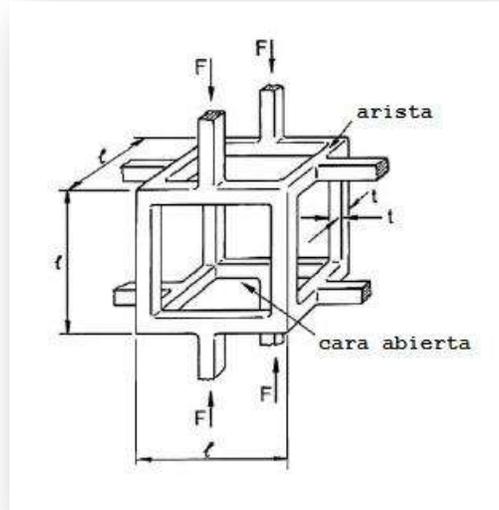


Figura 1.5 Análisis para una espuma de celda abierta [2].

Dado

$$\frac{E^*}{E_s} \propto \left(\frac{t}{l}\right)^4$$

La densidad relativa de cualquier espuma de celdas abiertas es proporcional al cuadrado de la relación del espesor del elemento con su longitud t/l , entonces

$$\frac{E^*}{E_s} = C_1 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^2 \quad (1.5)$$

El análisis da la dependencia del módulo de elasticidad como un sólido con la densidad relativa y combina todas las constantes de proporcionalidad relacionadas con la geometría de la celda en una sola constante C_1 .

Tal como en los materiales tipo panal de abeja, el coeficiente de Poisson para la espumas depende de la geometría de la celda y no de la densidad relativa.

Así como el módulo de elasticidad, el módulo cortante está relacionado con la rigidez a la flexión de las aristas de la celda, y depende del cuadrado de la densidad relativa. Para espumas isotrópicas con coeficientes de Poisson de 1/3 el módulo cortante es

$$\frac{G^*}{E_s} = \frac{3}{8} \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 \quad (1.6)$$

El esfuerzo de falla elástica es

$$\sigma_{el}^* \propto \frac{P_{crit}}{l^2} \propto \frac{E_s t^4}{l^4}$$

O

$$\sigma_{el}^* = C_2 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 \quad (1.7)$$

El esfuerzo de falla plástica σ_{pl}^* se determina con el momento M_p , que es el momento necesario para iniciar la deformación plástica en los vértices

$$M \propto Fl \propto \sigma_{pl}^* l^3$$

$$M_p \propto \sigma_{ys} t^3$$

Dado

$$\frac{\sigma_{pl}^*}{\sigma_{ys}} \propto \left(\frac{t}{l} \right)^3 = C_3 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^{3/2} \quad (1.8)$$

Donde σ_{ys} es el esfuerzo a la cedencia del material.

Dependiendo de las características del problema y del material considerado se han desarrollado diferentes ecuaciones que permiten el modelado de estos materiales. Sin embargo la implementación de las paqueterías de elemento finito permite un análisis más amplio, tomando en cuenta las ecuaciones y simplificaciones presentadas previamente, pero absorbiendo toda la carga del cálculo matemático inherente a la consideración de un enorme número de celdas con sus respectivos elementos, el cual sin la ayuda de las herramientas disponibles resultaría completamente impráctico.

1.2 Estructuras metálicas

El propósito principal de una estructura metálica es formar un esqueleto, el cual tiene la función de brindar soporte y mantener todo como un conjunto. Las características principales de las estructuras metálicas son, que sea segura, útil y durable, así mismo, las consideraciones obvias tales como la resistencia y la estabilidad [64,67].

El acero es un material común para la construcción de estructuras de diversos tipos. La elección del acero obedece a las ventajas que brinda: tiene excelentes propiedades mecánicas, bajo costo y además es uno de los materiales de construcción más amigables con el ambiente ya que es 100% reciclable [67].

Para estructuras de acero, la principal preocupación de los diseñadores se fija en el límite de cedencia del material, el cual al ser alcanzado pone en duda la utilidad de la estructura y por ende su vida útil. La reducción del desempeño estructural debido a la corrosión muchas veces no es específicamente considerada por los diseñadores, en lugar de ello se considera la aplicación de capas protectoras como pintura u otro tipo de revestimientos. En aquellas estructuras donde es más probable que la corrosión afecte el desempeño de una estructura, como estructuras en el mar, el uso de ánodos de sacrificio o protección catódica es común [64].

Las cargas a las cuales se encuentra sometida una estructura deben ser determinadas de la mejor manera con la intención de establecer una condición de trabajo crítica a la cual puede ser sometida [64]. El diseño se puede realizar mediante un análisis elástico o plástico. En el análisis plástico las relaciones ancho/espesor y la esbeltez de los elementos sujetos a compresión debe limitarse a valores que impidan el pandeo local y permitan la rotación adecuada de los elementos [65].

Dado que toda estructura debe contar con las características adecuadas que permitan asegurar la estabilidad de la misma bajo las diferentes condiciones de trabajo, tal que les proporcione rigidez y resistencia suficientes, el análisis de éstas es indispensable. Pueden considerarse alguno de los dos tipos básicos, en cualquiera de los casos se debe llegar al análisis, diseño, fabricación y montaje.

Las estructuras tipo 1, comúnmente asignada a marcos rígidos o estructuras continuas, se caracterizan porque los miembros que la componen están unidos entre sí por medio de conexiones rígidas, capaces de reducir al mínimo las rotaciones relativas entre los extremos de las elementos que concurren en cada nodo; de este modo el análisis debe basarse en la suposición de que los ángulos originales entre los extremos son muy pequeños al deformarse la estructura.

Las estructuras de tipo 2 son las que están formadas por miembros unidos entre sí por medio de conexiones que permiten rotaciones relativas, y que son capaces de transmitir la totalidad de las fuerzas normales.

Las estructuras del tipo 1 pueden analizarse y diseñarse utilizando métodos elásticos o plásticos. En las estructuras tipo 1 analizadas elásticamente se admite la redistribución de momentos obtenidos del análisis, satisfaciendo las condiciones de equilibrio de fuerzas y momentos en vigas y nodos [66].

Las estructuras de acero de pared delgada están usualmente construidas con miembros de sección abierta, con baja resistencia a la torsión, lo cual implica que el análisis estructural es una tarea compleja. En general el análisis de este tipo de estructuras debe ser efectuada con elementos “shell” o sólidos, lo cual implica una gran necesidad de recursos computacionales. Sin embargo, el diseño de edificios industriales favorece el uso de análisis con elementos viga para el comportamiento general de la estructura. Aún así, dado que los efectos de la torsión son transmitidos a las uniones, éstos deben ser considerados [67].

Uno de los factores que deben ser considerados más a fondo en el análisis de estructuras metálicas son las uniones entre los elementos, ya que en ellos se suelen presentar las principales fallas, ya sea por defectos en la soldadura o por corrosión en las uniones atornilladas y/o soldadas [64,67]. Existe mucha información relacionada con la fatiga en las uniones soldadas de estructuras de acero. El comportamiento de la fatiga es dominado principalmente por la geometría de la unión [64].

Tomando en cuenta ese tipo de detalles en los que se debe prestar atención, el modelado general de una estructura considerando elementos que simplifiquen el análisis resulta posible y con buenos resultados.

1.3 Ecuaciones constitutivas

A continuación se presentan un breve desarrollo que pretenden mostrar la naturaleza matemática que conforma los modelos de elemento finito planteados posteriormente, es decir, elasticidad y teoría de vigas, presentadas en [50] y [51] principalmente.

1.2.1 Elasticidad

Para la elasticidad de un sólido continuo se parte de la ecuación

$$T_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (1.9)$$

Donde T_{ij} es el tensor de esfuerzos, C es el tensor de constantes elásticas (tensor de 4° rango con 91 constantes linealmente independientes), y ϵ_{kl} es la deformación. Dado que

$$T_{ij} = T_{ji} \quad ; \quad \epsilon_{kl} = \epsilon_{lk}$$

$$C_{ijkl} = C_{jikl} \quad (1.10)$$

$$C_{ijmk} = C_{ijkl} \quad (1.11)$$

Por lo tanto el número de constantes se reduce a 36. Y dado que $C_{ijkl} = C_{klij}$ se tiene que sin importar el grado de anisotropía del material, se tendrán únicamente 21 constantes linealmente independientes.

Al considerar un sólido elástico lineal, homogéneo e isotrópico se tiene

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jm} + \delta_{im} \delta_{jk}) + \beta (\delta_{ik} \delta_{jm} - \delta_{im} \delta_{jk})$$

Pero por (1.10) $\beta = 0$, por lo que

$$t_{ij} = (\lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu \delta_{ik} \delta_{jm} + \mu \delta_{im} \delta_{jk}) \epsilon_{kl} \quad (1.12)$$

De donde por superposición se puede reducir a dos constantes

$$T_{ij} = \lambda \delta_{ij} \epsilon_{kk} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (1.13)$$

Considerando $i = j$

$$t_{ii} = 3\lambda \epsilon_{kk} + 2\mu \epsilon_{ii} = (3\lambda + 2\mu) \epsilon_{ii}$$

Entonces

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2\mu} \left(t_{ij} + \frac{\lambda}{3\lambda + 2\mu} \delta_{ij} t_{kk} \right) \quad (1.14)$$

Por otro lado, al considerar el cambio dimensional en un ensayo de tracción se puede definir el coeficiente ν como

$$\nu = \left(-\frac{\epsilon_T}{\epsilon_L} \right)$$

Siendo ϵ_T y ϵ_L la deformación transversal y longitudinal respectivamente para obtener

$$\lambda = \frac{2\mu\nu}{1 + 2\nu}$$

Que es la constante de Lamé y carece de significado físico, así se pueden expresar las ecuaciones para esfuerzo y deformación de la forma

$$T_{ij} = 2G \left(\epsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \epsilon_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (1.15a)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{E} \left(t_{ij} (1 + \nu) - \nu t_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (1.15b)$$

Con constantes que tienen significado físico y están definidas de siguiente manera

$$E = 2\mu(1 + \nu) ; \mu = G$$

Donde E es el módulo de elasticidad del material, ν el coeficiente de Poisson y G el módulo de rigidez a corte del material.

Para equilibrio se tiene (Ecuación de Cauchy)

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_i = 0 \quad (1.16)$$

Para desplazamientos se tiene

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.17)$$

Las ecuaciones (1.15), (1.16) y (1.17) son necesarias para el planteamiento de la teoría de vigas.

1.2.2 Teoría de vigas

La geometría de una viga presenta típicamente dos de sus dimensiones, las de la sección transversal, mucho más pequeñas que la longitud de la misma. El material está entonces confinado a los alrededores de una línea, el eje principal de la viga. La teoría de vigas es un modelo estructural aproximado basado en la teoría de la elasticidad. La viga es referenciada con un sistema coordenado en el cual x_1 es el eje principal de la viga mientras que x_2 y x_3 son las direcciones de la sección transversal, como se presenta en la Figura 1.6.

El modelo se formula en términos de variables generalizadas definidas como:

Esfuerzos generalizados- fuerzas internas ejercidas a lo largo de la sección transversal.

Deformaciones generalizadas- deformaciones relativas a las fuerzas internas actuando a través de la sección transversal.

Desplazamientos generalizados- desplazamientos de cuerpo rígido y rotaciones de la sección transversal.

Estas cantidades se encuentran distribuidas a lo largo del eje de la viga, el cual es el dominio de un modelo unidimensional. Del mismo modo que para la generación de un modelo exacto los tres grupos de ecuaciones, equilibrio (1.16), deformación-desplazamiento (1.17) y esfuerzo-deformación (1.15) pueden ser establecidas en este modelo. Mientras que la teoría general de vigas (Timoshenko) incluye todas las deformaciones relativas a las fuerzas internas y momentos, la teoría simplificada (Euler-Bernoulli) no considera fuerzas cortantes [51].

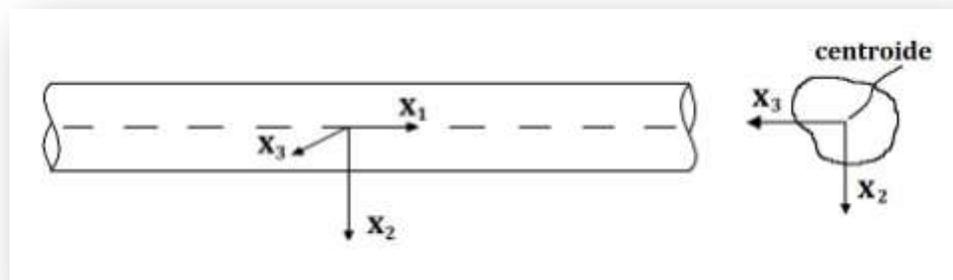


Figura 1.6 Dibujo de una viga con sección transversal arbitraria [51].

1.4 Modelos de materiales celulares desarrollados mediante elemento finito

Dependiendo de la clasificación para un material celular en particular se buscan diversas formas de obtener mejores resultados en el estudio y predicción de su comportamiento a través de esta herramienta tecnológica. Sin importar si se trata de un sólido celular con estructura periódica o irregular, natural o de diseño, todos ellos contienen irregularidades que los afectan [15,26]. Considerando o no la presencia de los mismos, se han generado diferentes modelos con los elementos disponibles para su estudio.

Para los sólidos celulares de celda abierta, comúnmente se consideran elementos viga (“beam” o “wire”), algunos modelos analíticos que consideran una sola celda utilizan también vigas para la construcción de la celda representativa. Para los modelos que se construyen con elementos viga, se utilizan elementos en los que se aplica la teoría de vigas de Timoshenko con la intención de incluir los efectos de flexión, así como deformación axial y cortante [3,4,10,27,37-40].

La Figura 1.7 a) pertenece a un estudio realizado sobre el efecto que tiene la orientación en el arreglo estructural periódico de un material celular, en ellos las secciones transversales de las vigas se consideran circulares con un radio constante; cada una de las vigas es dividida en 4 elementos. Al realizar ensayos de compresión a las diferentes configuraciones presentadas se remarca la importancia que tiene la orientación de la carga; aquellos arreglos con elementos en la misma dirección que la carga pueden presentar una mejor resistencia, sin embargo, al variar ligeramente la dirección de la carga las propiedades disminuyen considerablemente. Este inconveniente se ve superado al contar con una estructura cuyos elementos se encuentren en diferentes direcciones, así sin importar la dirección de la carga las propiedades no se ven afectadas significativamente [3].

En la Figura 1.7 b) se muestra el tipo de elementos considerados para materiales en 2D con geometrías distintas sometidas a una prueba de compresión, el número de elementos entre vértices va de 3 a 5 y dichos arreglos son sometidos en la simulación a un ensayo de compresión uniaxial. Además de la evaluación de las propiedades para las distintas geometrías, se analiza la respuesta éstas al eliminar elementos aleatoriamente, sometidas a las mismas condiciones de simulación [10].

El tipo de estructuras en 2D evaluadas a diferentes velocidades de compresión, así como distintos grados de distorsión de dichas configuraciones es presentado en la Figura 1.7 c), la velocidad de compresión va desde magnitudes cuasiestáticas hasta velocidades en las que se requiere la inclusión de las fuerzas de cuerpo. El número de elementos entre vértices es 6. Dado que la dirección de la carga no es modificada, no se logra percibir el efecto de la distorsión bajo diferentes orientaciones, sin embargo si se relaciona el aumento en la

distorsión con el aumento en la densidad relativa del material y en consecuencia una mejora en el esfuerzo de Plateau [4].

Para el modelado de una espuma de níquel considerando una celda unitaria de comportamiento anisotrópico propuesta por Gibson y Ashby [2], se presenta la Figura 1.7 d), si bien este es un caso específico, en el trabajo se propone la aplicación de esta técnica para diferentes materiales celulares de celda abierta. Se resalta la despreciable diferencia de utilizar elementos con secciones transversales circulares o cuadradas y se varían los parámetros geométricos, espesor y longitud de las vigas, con los cuales se pueden obtener mejores resultados al comparar una simulación con el material real [27].

Para los 4 casos anteriores se considera la teoría de vigas generalizada, que corresponde a aquellos elementos conocidos como vigas de Timoshenko. Si bien este tipo de representación permite una generación menor de elementos, lo cual se traduce en una menor cantidad de recursos computacionales necesarios para el desarrollo del análisis, se debe tener en cuenta que tiene limitantes y no todos los materiales pueden ser modelados adecuadamente a través de ésta.

En el caso de los sólidos celulares de celda cerrada la dirección general de los estudios previos, tiende en el sentido de modelarlos con elementos “shell” (o carcaza), ya sea generando un modelo de una muestra en particular, lo cual requiere diversas herramientas adicionales, o empleando una celda unitaria equivalente. El uso de estos elementos se ajustan de mejor forma que los elementos viga para los materiales con este tipo de estructura [11,23,25,35]. El número de elementos se incrementa, generando un aumento en el tiempo de cómputo requerido para el análisis.

En la Figura 1.8 a) y b) se presenta el diseño de celdas unitarias para el análisis de la deformación, y para evaluar la geometría asimétrica respectivamente, de espumas de aluminio comerciales. Para ambos casos se pueden definir condiciones de contacto que permiten simular la etapa de densificación bajo un ensayo de compresión.

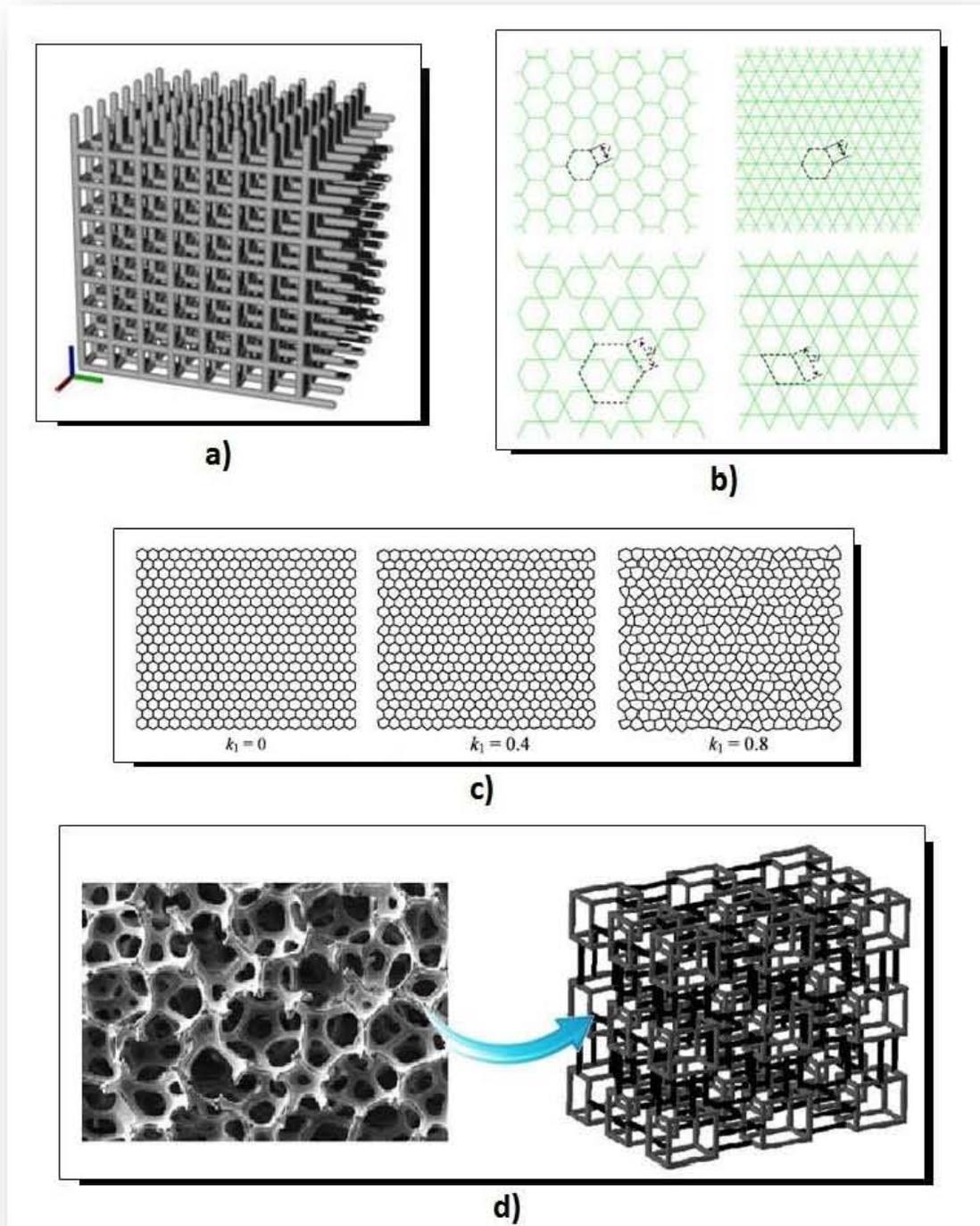


Figura 1.7 Representación de algunos modelos utilizados para el análisis de sólidos celulares de celda abierta considerando elementos viga: a) celda CS repetida periódicamente [3], b) y c) modelos 2D utilizados para la evaluación de diferentes geometrías [10,4], y d) repetición de una celda unitaria con comportamiento anisotrópico [27].

Mientras que para el modelo presentado en la Figura 1.8 b) se realizan ensayos de compresión a velocidades que permiten realizar un análisis cuasiestático, en 1.8 a), dado el incremento considerable de elementos, se propone el uso de factores de escala y velocidad dentro de una evaluación dinámica con la intención de disminuir los tiempos de cómputo. Pese a ser consideradas como buenas evaluaciones, ambas presentan defectos: 1.8 a) no predice la deformación localizada que se presenta en las evaluaciones experimentales mientras que para 1.8 b) las propiedades obtenidas a través del modelo resultan superiores a las obtenidas experimentalmente [23,25].

La representación geométrica presentada en la Figura 1.8 c) corresponde al modelo obtenido a través de diversas técnicas que tiene como objeto obtener las propiedades de una espuma de acero inoxidable, considerando elementos “shell”, donde la muestra modelada es sometida a una compresión uniaxial de 10% [11]. Si bien la técnica utilizada para obtener la geometría resulta efectiva requiere de una gran cantidad de recursos computacionales así como tiempo, posterior a ello, el mallado de geometrías irregulares no resulta trivial, por lo que el costo del modelo aumenta de forma considerable.

El uso de la tomografía de rayos X permite la obtención de geometrías reales de muestras particulares. Esta técnica puede ser utilizada tanto para materiales de celda cerrada como de celda abierta, sin importar la complejidad de la estructura, ésta puede ser reproducida digitalmente; sin embargo, éste proceso requiere de equipo costoso. Por otro lado es posible representarlos mediante geometrías sencillas y periódicas, dejando a un lado la necesidad de equipos no siempre disponibles.

En la Figura 1.9 a) se presenta la geometría obtenida mediante tomografía de rayos X; ésta, al ser mallada con elementos “brick” (ladrillo), pierde la definición obtenida con dicha técnica pese a tratarse de un mallado de alta resolución, esta alta resolución aumenta el número de elementos considerablemente, lo cual se traduce en un aumento en el tiempo de solución del problema.

En la Figura 1.9 b) se observa distinto refinamiento en el mallado considerando elementos tetragonales, la simulación de una misma condición lleva desde una hora hasta 170 horas de cómputo, dependiendo del refinamiento del mallado, encontrándose para éste último tiempo la convergencia de los resultados. Los valores obtenidos de la simulación para el módulo de elasticidad resultan mayores que los experimentales pero se presenta el caso contrario para el esfuerzo de cedencia [24,12]. Si bien la geometría obtenida resulta ser la presentada realmente, el mallado de ésta disminuye el detalle con el que puede evaluarse un determinado material. También se consideran celdas unitarias y son analizadas como geometrías sólidas, tal como se ilustra en la Figura 1.9 c), para calcular la energía de absorción de un material celular variando la densidad relativa en función de parámetros geométricos [13]. De nueva cuenta el mallado jugará un papel importante en la obtención de resultados.

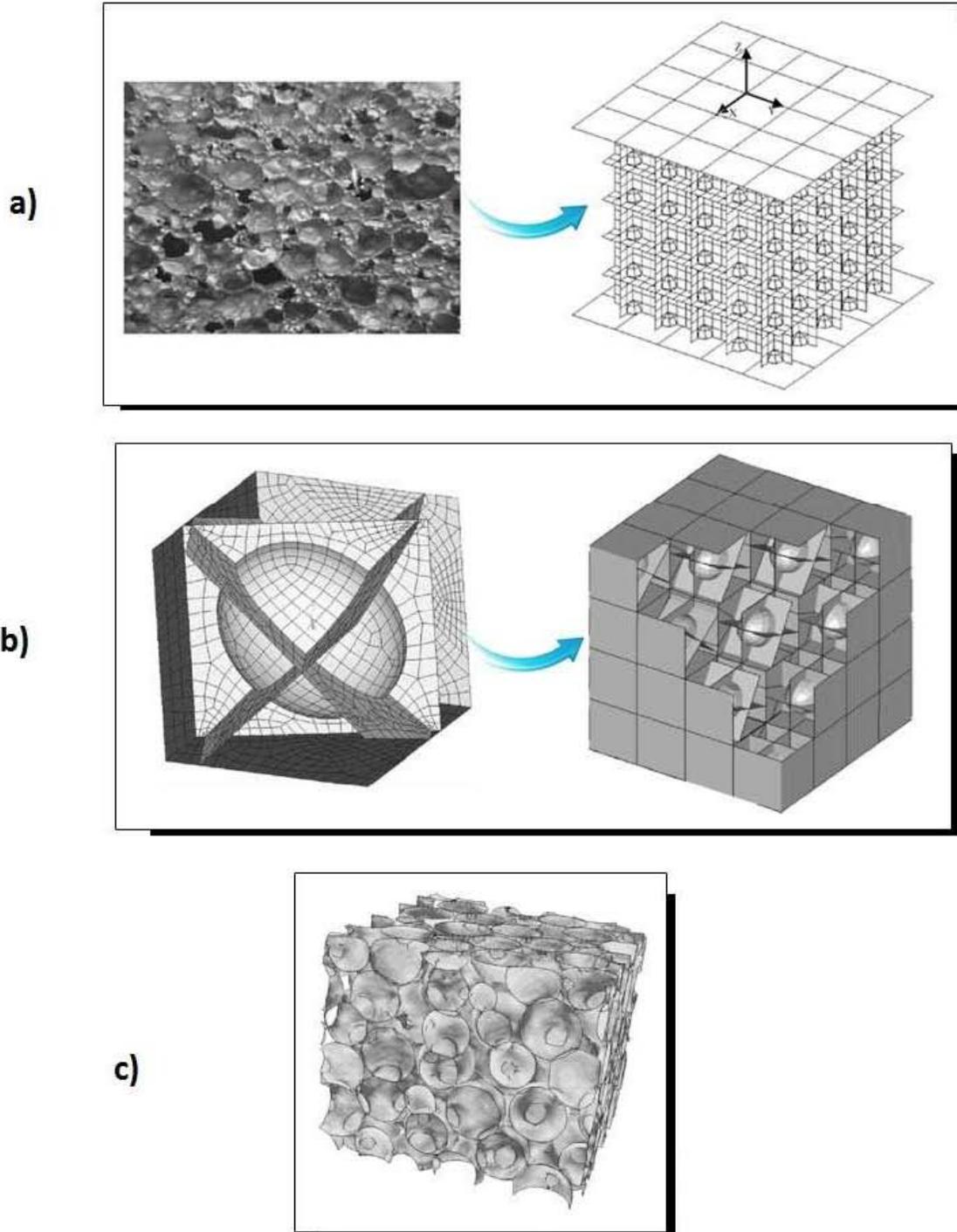


Figura 1.8 Representación de algunos modelos utilizados para el análisis de sólidos celulares de celda cerrada considerando elementos “shell”: a) repetición periódica de celda unitaria[23], b) repetición periódica de celda unitaria con diferentes orientaciones de la misma [25] y c) muestra particular irregular evaluada con elementos “shell” [11].

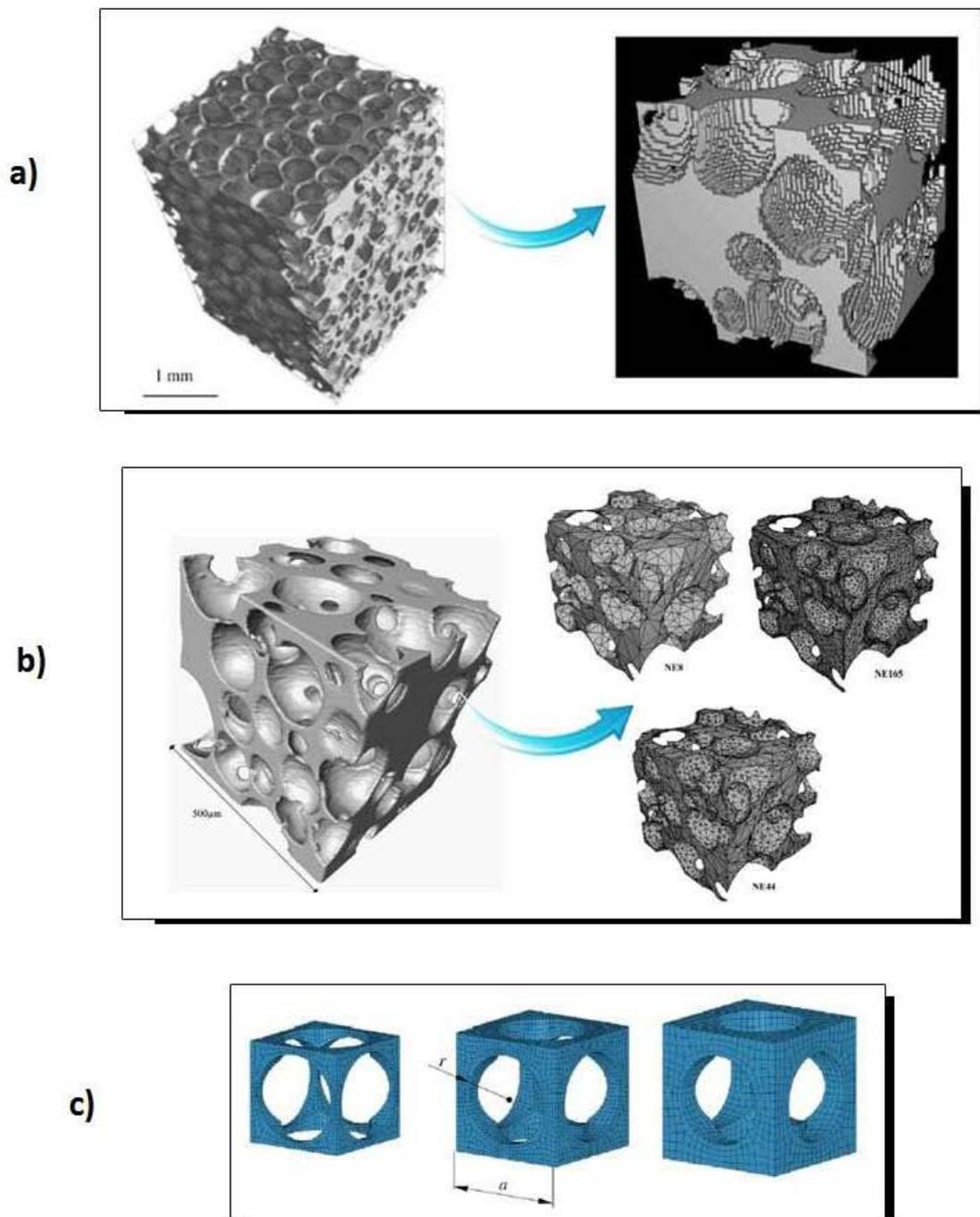


Figura 1.9 Representación de algunos modelos utilizados para el análisis de sólidos celulares con el uso de geometrías del tipo sólido: a) y b) mallado de una muestra particular de esponja de aluminio y poliuretano respectivamente [24,12], y c) celdas unitarias sólidas [27].

1.5 Modelos de materiales estructurales desarrollados mediante elemento finito

La evaluación de diferentes tipos de estructuras requiere de distintos tipos de técnicas. El diseño, análisis y optimización de las mismas se busca, entonces, sea aplicado de una forma rápida y precisa. Es por ello que se dedican distintos esfuerzos para obtener modelos que pese a ser sencillos permitan generar ideas adecuadas del comportamiento de este tipo de materiales.

Uno de los esfuerzos planteados se presenta en la Figura 1.10, en el se desarrollan comparaciones de distintos modelos considerando por un lado elementos “shell” y, por el otro, elementos viga; Para el segundo tipo de elementos se realizan modificaciones a la teoría general de vigas con la finalidad de incluir condiciones adecuadas para secciones abiertas. Con una diferencia máxima porcentual para la torsión rotacional obtenida, que es de 2.7%, los resultados de torsión absoluta resultan prácticamente los mismos. De forma similar, para la comparación entre modelos para evaluar el pandeo, se obtiene una máxima diferencia de 3.2%. Por lo que se concluye entonces que el uso de estas modificaciones a la teoría general de vigas hace posible empatar la exactitud de los resultados obtenidos con elementos “shell”, con aquellos obtenidos con elementos viga de sección abierta, lo cual reduce considerablemente los costos computacionales [67].

En la Figura 1.11 se muestra un estudio en el cual se propone la sustitución de algunos elementos que pueden ser considerados como elementos viga al realizar un par de análisis en un vehículo comercial: los postes A y B de ambos lados del vehículo, así como algunos elementos del techo. Dichos elementos son inicialmente de una geometría irregular compuesta por una lámina. Se propone entonces una sección transversal que sustituya a estos elementos. Los valores comparados son la rigidez a la torsión y rigidez a la flexión, ambos evaluados bajo un análisis estático; en un análisis dinámico se evalúan las frecuencias naturales obtenidas para las dos diferentes condiciones.

Las diferencias porcentuales obtenidas para la rigidez a la torsión y a la flexión son, 10.15% y 0.45% respectivamente; entre las frecuencias obtenidas la máxima diferencia es de 6.7%. Posterior a la aplicación de factores de corrección (adición de términos a ecuación de una viga), las diferencias porcentuales quedan 0.46% y 0.22% para la rigidez a la torsión y flexión, respectivamente. Finalmente, la máxima diferencia entre las frecuencias es de -0.68% [68].

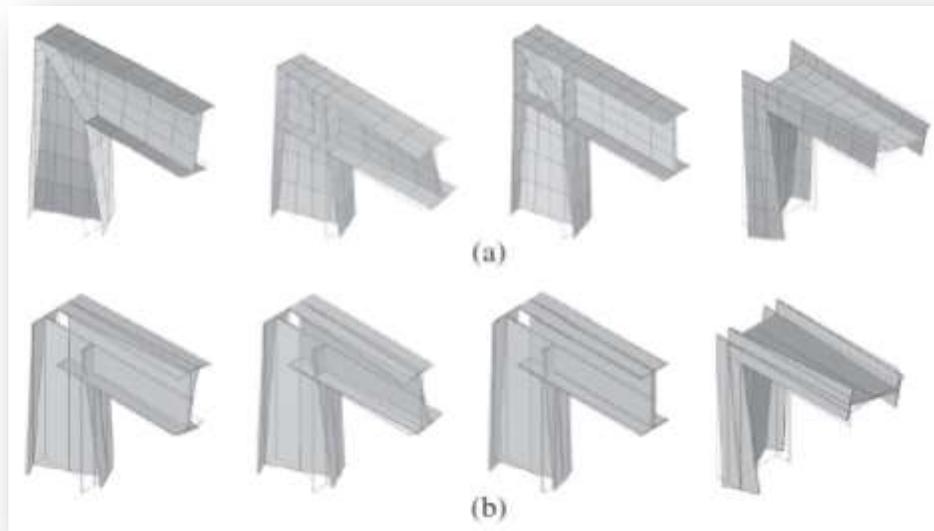


Figura 1.10 Geometrías deformadas para diferentes configuraciones de unión: a) simulada con elementos “shell” y b) simulada con elementos viga [67].



Figura 1.11 a) Modelo original del cuerpo del automóvil, b) modelo con 10 elementos “shell” sustituidos con elementos viga [68].

La BBS (“beam string structure”) es una estructura ligera que tiene la capacidad de cubrir una gran área; es usada en estadios, salones públicos y hangares para aviones, principalmente en Japón y China. Con la intención de optimizar la estructura presentada en la Figura 1.12, se realizan pruebas variando principalmente las secciones transversales de los elementos que la componen. Se reportan errores porcentuales promedio de 8% al comparar los valores reales con los obtenidos a través de modelos compuestos por elementos viga [69]

En el sentido de la optimización de estructuras se tienen trabajos en los que se expone la falta de cohesión entre paqueterías de análisis y de diseño, considerándolas aisladas una de otra y proponiendo una paquetería que vincule la sencillez en el manejo del diseño tomando en cuenta desde luego el valor del análisis estructural. Así, al intentar conjugar dichas características se diseñó un programa capaz de hacer coexistir de una forma adecuada tanto al diseño como al análisis, la formulación del análisis se basa en la teoría general de vigas y se presentan algunos ejemplos en dos dimensiones, uno de ellos presentado en la Figura 1.13. Como ventajas se resalta la posibilidad de realizar rápidas modificaciones a una estructura dada y con ello obtener una geometría adecuada al problema, sin embargo al ganar esa facilidad en el modelado la profundidad en el análisis se disminuye pudiendo tener solamente estructuras en dos dimensiones [70].

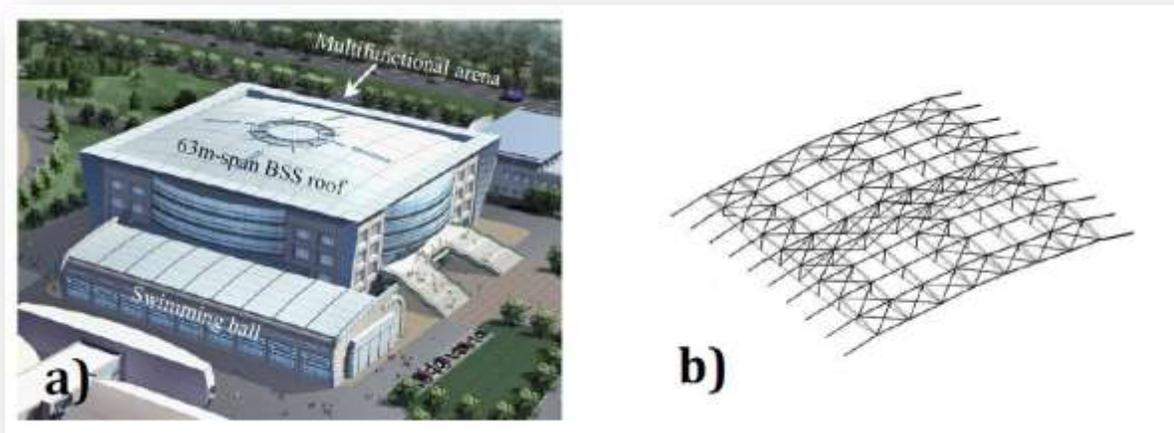


Figura 1.12 a) Proyecto de una arena multifuncional, b) modelo con elementos viga del techo BBS [69].

Capítulo 2. Metodología de pre-procesamiento de materiales estructurales

El desarrollo de un conjunto ordenado de pasos para la evaluación, diseño y análisis de materiales estructurales permite el óptimo tratamiento a un problema de esta índole, lo que se traduce en una eficiente obtención de resultados. De acuerdo con la revisión del estado del arte se propone una metodología que tiene como fin la generación eficaz de modelos de este tipo de materiales, y/o sistemas.

1. Identificación de la geometría

El primer problema a abordar al modelar materiales celulares o estructurales es su geometría ya que, pese a trabajar con materiales ingenieriles de estructuras periódicas, se tienen variaciones inherentes a los procesos de fabricación de los mismos. Para estructuras metálicas se puede usualmente hacer uso de los planos, en caso de estar disponibles, o se puede recurrir a la obtención de las geometrías a través de la medición directa. Para los materiales celulares se presentan diferentes posibilidades para la determinación de la geometría.

En el caso de las espumas generadas a través de elementos espumantes se presenta una irregularidad considerable en el material: regiones con una mayor concentración de poros, diferentes espesores de pared así como heterogeneidad en los mismos, tamaños y geometrías de poros no regulares ni con orientación preferencial; para aquellos que son obtenidos a través de procesos de sinterizado se puede controlar de una mejor manera el tamaño, distribución y forma de los poros, sin embargo aún se pueden presentar irregularidades en las paredes de los mismos.

Para las estructuras naturales, pese a encontrarse arreglos ordenados geoméricamente, no resultan perfectos, por lo que se tienen diversos defectos que afectan el comportamiento mecánico de dichos materiales; así mismo en la naturaleza se encuentran materiales celulares con un arreglo complejo. En el caso de estructuras se presentan usualmente geometrías regulares pero no necesariamente periódicas.

Sin importar el detalle con el que se pueda simular una muestra en particular de un material dado, siempre se tendrá una diferencia con el comportamiento real del material. Incluso con modelos que consideran el detalle de la estructura, el comportamiento puede variar respecto al real dado que las propiedades resultan ser las asociadas a la muestra particular modelada. Es en este punto donde se debe evaluar la relación costo-beneficio de un proceso de análisis, diseño, optimización, y/o evaluación mediante paquetería de elemento finito de un material dado. Esta relación no queda limitada a las capacidades del equipo computacional disponible, sino a las características de producción del material o estructura estudiados. Dado que, tanto para los materiales celulares como para las estructuras metálicas, se tienen costos asociados a procesos de producción complejos así como cantidad de material, resulta de suma importancia realizar un estudio de las propiedades esperadas dependiendo de las solicitudes particulares a las cuales será sometido ya que el proceso de prueba-error con prototipos físicos resulta impráctico.

En la rama de los materiales celulares se pueden encontrar aquellos en los que resulta sencillo determinar el tipo de elementos con los cuales modelar su comportamiento, en algunos otros no resulta trivial y es precisamente en estos en los que se debe hacer una elección que se adecue a las necesidades particulares del problema.

Para los elementos de celda abierta resulta práctico el uso de elementos viga para una primera aproximación. Para la generación en tres dimensiones de este tipo de materiales se puede generar una celda unitaria y ser repetida periódicamente para simular la estructura del material [3]; por otro lado, si el material no es regular se puede reproducir a través de la técnica de celdas de Voronoi [4,38-40,47].

En el caso de los materiales de celda cerrada y aleatoriedad en la distribución y forma de la misma se pueden representar con el diseño de una celda unitaria de repetición periódica (ya sea con elementos viga, “shell”, o una combinación de ellos) con la que se busque simular el comportamiento del material [27], o con la aplicación de técnicas para la digitalización de una muestra particular utilizando elementos “shell” [11]; para aquellos que presentan una regularidad en la estructura pueden ser aproximados con celdas compuestas por elementos “shell” repetidas en las diferentes direcciones.

Si bien en el caso de las estructuras metálicas puede resultar más sencilla la identificación geométrica, pese a tener arreglos regulares, al no ser éstos periódicos la representación puede resultar más lenta debido a las características particulares de las mismas.

2. Definición de las propiedades

Una vez obtenidas las geometrías es necesario definir las propiedades del material del que estarán compuestos los elementos del material estructural. En algunos casos, particularmente para materiales celulares, dependiendo de la idealización del modelo existen autores que asignan $0.75E_s$, donde E_s es el módulo de elasticidad del material de los elementos [11]; esto con la intención de considerar los defectos asociados a los mismos, tales como poros o irregularidades en la sección transversal. La mayoría, sin embargo, tanto para materiales celulares como para estructuras metálicas asignan los valores sin agregar algún tipo de corrección al módulo de elasticidad, esfuerzo de cedencia, coeficiente de Poisson, así como esfuerzo y deformación máximos [3,4,9,12,13,23,25,36-38,67-69].

3. Asignación de propiedades

Una de las ventajas del uso de elementos “shell” y viga para el modelado radica en la sencillez con que se pueden modificar la orientación y/o geometría y/o espesor de las secciones transversales de los elementos, esta posibilidad, en caso de modelar con la intención de determinar dichos parámetros en función de las solicitaciones particulares del problema resulta de gran utilidad ya que se elimina la necesidad de generar reiterativamente la estructura general para obtener un resultado óptimo.

Particularmente, para aquellos materiales que presentan orden geométrico considerable y cuya representación se desarrollará a través de la repetición consecutiva de una celda unitaria, la acción repetitiva de ensamble y unión de varias de estas piezas se traduce en una rápida generación de la geometría estructurada del material.

4. Determinación del tipo de análisis y acotación de variables de salida

Dependiendo de la aplicación a la cual está destinada el material bajo estudio se define el tipo de pruebas a las que será sometido el modelo, por ejemplo dada la capacidad de los materiales celulares para absorber energía, éste puede ser evaluado con la intención de observar su comportamiento bajo diferentes rapidezces de deformación [4,8,14], para este tipo de pruebas no basta con un análisis cuasiestático y es necesaria la consideración de condiciones dinámicas; por otro lado, cuando la aplicación del material se centra en la resistencia, una evaluación cuasiestática resulta conveniente. Así mismo, se tiene también la posibilidad de realizar análisis de perturbación lineal que permiten obtener información importante dependiendo del modelo en particular bajo estudio.

Es importante definir el tipo de resultados que se desea obtener del análisis realizado, sin importar el tipo de paquetería que se utilice para resolver el problema, la adecuada elección de las variables de salida permiten que el tamaño de los documentos de salida no crezcan de manera desmedida.

Para aquellos modelos en los que sea posible, es necesario especificar la existencia de contacto entre los elementos durante el proceso de simulado, por ejemplo si se desea someter el material a una prueba de compresión y se espera corroborar el comportamiento de la muestra con el obtenido de forma experimental y comparar los tres comportamientos previstos para esta prueba (región elástica, deformación de Plateau y densificación) es necesario especificar esta interacción entre los elementos, ya que de otra forma sólo se observarían los primeros dos [23,40]. Tomando en cuenta el rango de trabajo útil de las estructuras metálicas estas condiciones de contacto no suelen ser requeridas.

5. Definición de las condiciones de frontera

Una vez definidos los diferentes parámetros relacionados con el comportamiento del material se requiere establecer las condiciones de frontera del sistema, las cuales dan una solución particular para el sistema, de tal forma que la elección de las mismas resulta relevante.

En general, la evaluación de materiales celulares consiste en ensayos de compresión uniaxial, en los que la dirección de la carga está bien definida; sin embargo para aquellos en los que la dirección de la carga puede variar se realiza una prueba de compresión angulada, la cual brinda información sobre el comportamiento del material sometido a esfuerzos cortantes [25]. Para los ensayos de compresión se utilizan rapidezces de deformación que van de los 10^{-4} [s^{-1}] hasta cercanas a 10^3 [s^{-1}], que se encuentran dentro del rango para ser consideradas deformaciones cuasiestáticas [7,14,18,20-22,26,38,], al utilizar rapidezces mayores ya no se puede hacer la evaluación bajo la consideración anterior [14,23]. Usualmente para simular este ensayo a los elementos inferiores se les asigna una limitación de desplazamiento vertical mientras que a los elementos superiores se les puede asignar la velocidad antes mencionada o se puede incluir un elemento analíticamente rígido con la intención de simular el cabezal de una máquina de ensayos, a la cual se le asigna la velocidad definida.

Para las estructuras metálicas, dado que usualmente se tiene la representación completa (no sólo una porción como para materiales celulares) las evaluaciones a las que es sometido buscan simular las condiciones reales de trabajo de la misma. Esto implica la determinación particular de las condiciones de frontera, dependiendo del problema estudiado.

6. Mallado

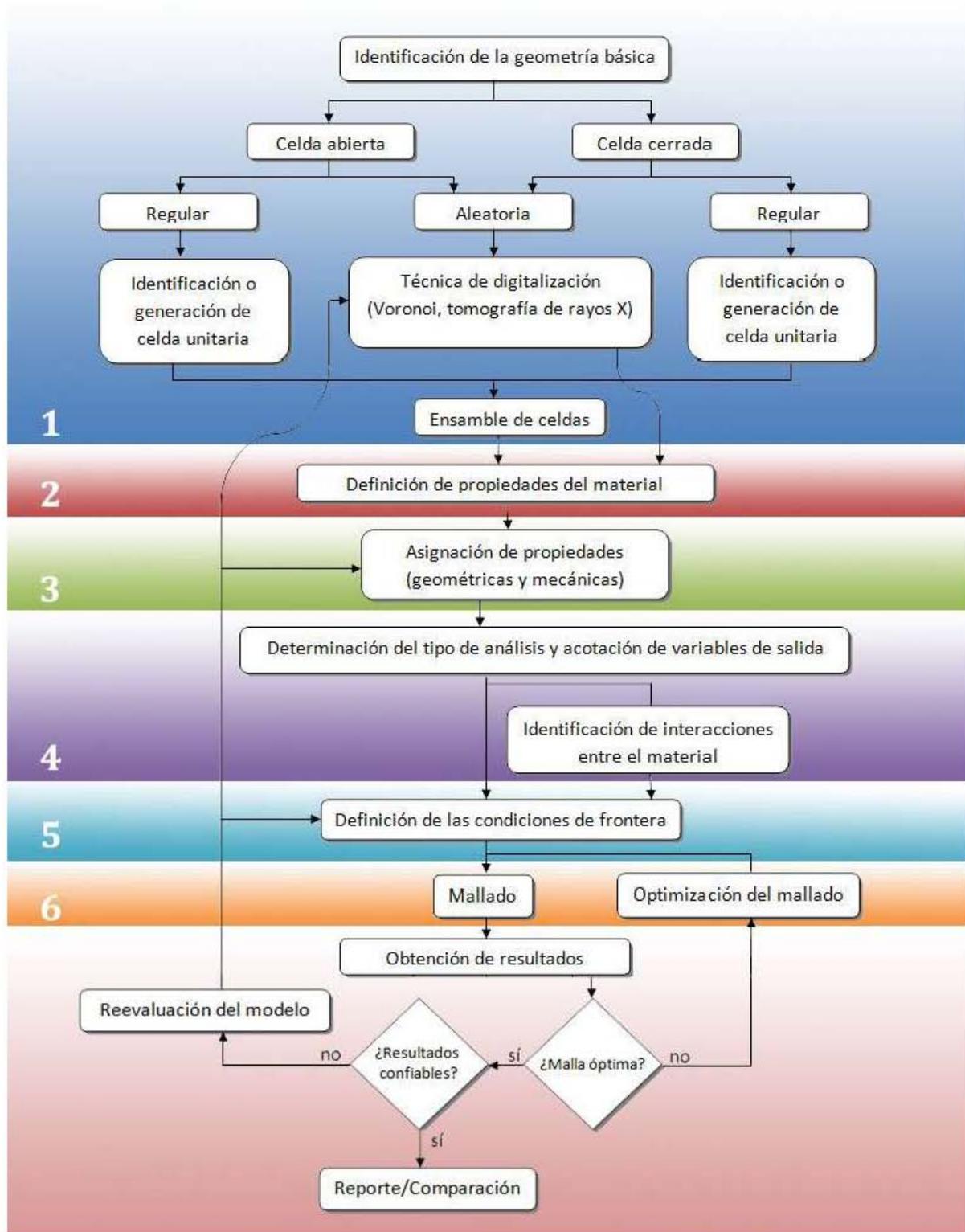
El mallado de la geometría generada en pasos anteriores es un factor cuya importancia debe ser considerada desde la selección del tipo de elementos a utilizar, dependiendo del tipo seleccionado será la cantidad de nodos que se generarán al mallar y por tanto la cantidad de recursos computacionales necesarios para obtener una solución.

El mallado del modelo es de suma importancia ya que de éste depende en gran parte la exactitud de los resultados obtenidos, si bien algunos autores coinciden en que el número de elementos adecuado para la convergencia de los resultados se encuentra entre 4 y 10 [3,4,24,37]. Dado que cada modelo contiene particularidades resulta conveniente hacer una evaluación con valores cercanos a los mencionados con la intención de obtener resultados exactos en el menor tiempo posible.

Conforme la complejidad de las geometrías aumenta, es decir, de elementos “wire”, “shell” y sólido, la complejidad en el mallado aumenta, de esta forma pese a tener geometrías reales de muestras particulares de un material dado se puede reducir considerablemente la exactitud de los resultados al mallar la misma con un tipo de elementos y refinamiento inadecuados. En caso de obtener resultados satisfactorios se puede recurrir a la modificación del mallado para así determinar la variación en los resultados obtenidos. En caso de encontrar incongruencias o errores en los valores entregados por la solución se recurre a la reevaluación del modelo.

El Diagrama 2.1 muestra en un esquema el conjunto de pasos descritos anteriormente que permiten la generación de un modelo.

Diagrama 2.1 Esquema de metodología de pre-procesamiento de materiales estructurales.



Capítulo 3. Casos de estudio

En el presente capítulo se desarrollan dos casos de estudio de distinta índole con los cuales tienen la función de ejemplificar los alcances y utilidad de la teoría que los componen así como la aplicación de la metodología presentada anteriormente.

El primer caso se dedica a un sólido celular elaborado con una aleación de titanio. A través de un método novedoso se busca aprovechar las propiedades mecánicas de dicha aleación con la intención de optimizar su aplicación como material para implantes óseos. Las dimensiones del material pueden alcanzar algunos centímetros pero para llevar a cabo la caracterización del mismo no se requiere más que algunos milímetros. La geometría regular de este caso permite que la obtención de un modelo general no sea tan compleja, sin embargo, dada la irregularidad en los elementos que lo componen hacen que la asignación de propiedades geométricas a estos elementos no sea trivial.

En el segundo caso se presenta el análisis a la estructura de un autobús de pasajeros compuesta de perfiles comerciales de acero. Con el análisis se identificarán elementos o regiones que permitan su modificación para obtener una disminución en el peso manteniendo la rigidez y resistencia de la estructura. La longitud de la estructura es mayor a los diez metros, sin embargo la técnica aplicada a su análisis es la misma que para el primer caso. Dada la geometría particular de esta estructura, la composición de este modelo resulta mucho más compleja que la primera, principalmente en el tiempo requerido para la construcción de la geometría.

La principal diferencia entre los casos de estudio es el orden de magnitud: mientras que el primer caso se mantiene dentro de una par de milímetros, el segundo consiste en varios metros. Tanto el campo de aplicación de estos como las condiciones particulares bajo las cuales son evaluados son distintas, pero la teoría y metodología bajo la cual son simplificados y analizados es compartida.

Ambos casos son analizados en la paquetería comercial de elemento finito Abaqus 6.11®.

3.1 Caso A. Espuma de titanio.

El objetivo de este primer caso es la caracterización mecánica de un sólido celular, obtención del módulo de elasticidad y esfuerzo de cedencia; para ello se emplea la metodología presentada para realizar las simplificaciones que permitan una rápida obtención del modelo. Dado que se cuenta con los valores experimentales de rigidez y resistencia se realiza una variación de parámetros en el modelo que permitan empatar ambos valores teniendo como prioridad el módulo de elasticidad, tomando en cuenta el rango de trabajo del material.

Los parámetros considerados fueron el diámetro de la sección transversal y el número de elementos en el mallado de las vigas que conforman el material. Así, sin perder de vista el adecuado aprovechamiento de los recursos computacionales, se definieron aquellos que entregaban los menores errores porcentuales para las propiedades mecánicas del material. Después, el modelo definido se analizó con el fin de identificar la información adicional que puede ser aprovechada; así, se presentan la distribución de esfuerzos en deformación elástica y plástica, así como el comportamiento de los desplazamientos del material, para condiciones de frontera que simulan una prueba de compresión.

Posteriormente, se obtienen las propiedades mecánicas de los modelos mecánicos presentados en la sección 1.1.2, considerando las constantes para ellos propuestas. Estos resultados se comparan con los valores experimentales. Dadas las diferencias encontradas se obtienen y proponen un par de constantes que permitan al modelo mecánico entregar mejores resultados.

Finalmente se realiza un análisis del efecto de la variación del diámetro de la sección transversal. Una primera parte tiene la intención de observar el rango de valores que puede adquirir la rigidez del material al variar este parámetro para así, en caso de ser necesario, optimizar esta propiedad de acuerdo a los requerimientos que la aplicación demande. La segunda parte busca evaluar el comportamiento de las constantes antes propuestas para el modelo analítico, tanto en rigidez como en resistencia, para un umbral de densidades relativas mayor.

3.1.1 Introducción

Dadas las excelentes características de biocompatibilidad, propiedades mecánicas, resistencia a la corrosión, así como propiedades de oseointegración, la aleación Ti-6Al-4V resulta una de las más populares para ser usada en la fabricación de implantes médicos [52,53,57,61,62]; sin embargo la implementación de dicha aleación como una pieza sólida aún genera problemas de sujeción a largo plazo debido a la diferencia de rigidez entre el implante y el tejido óseo [52]. El desarrollo de nuevos procesos de conformado permite la generación de piezas complejas con las cuales se pueden explotar plenamente las propiedades de un material determinado.

El material modelado en este caso de estudio se presenta en la Figura 3.2. Este material se elabora a través de un proceso llamado fusión por haz de electrones (EBM por sus siglas en inglés) mostrado en la Figura 3.1. Esta técnica permite la generación de arreglos periódicos

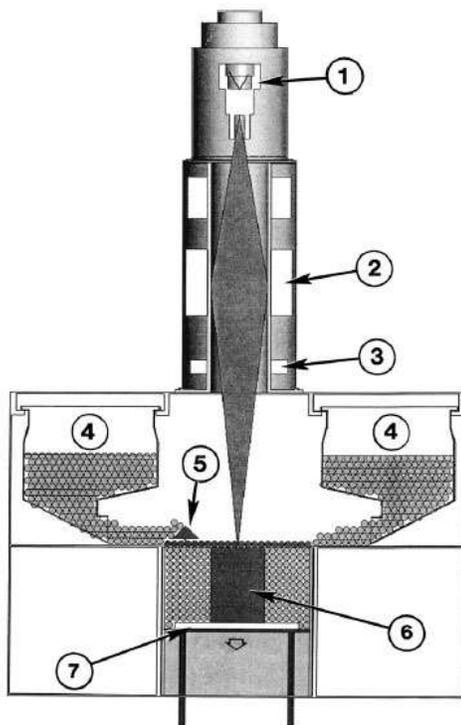


Figura 3.1 Esquema del sistema EBM. Generación del rayo de electrones (1); lentes de enfoque (2); bobinas de deflexión (3); contenedores de material (4); rastrillo (5); pieza (6); mesa deslizante (7) [52].

o aleatorios diseñados en computadora, lo cual brinda una amplia posibilidad en el desarrollo de éste y otro tipo de materiales. El sistema EBM tiene el principio de funcionamiento de un microscopio electrónico de barrido (SEM), en éste se genera un haz de electrones (1), el cual es enfocado (2) y dirigido (3) a través del uso de bobinas, a una región determinada fundiendo el material en forma de polvo provisto por los contenedores (4), éste es distribuido por el rastrillo (5) cada vez que una capa ha sido completada. Al ocurrir esto, la mesa (7) se mueve hacia abajo generando la pieza (6). El proceso se lleva a cabo en vacío [52-60].

El material se puede identificar fácilmente como una estructura periódica, tal como se observa en la figura 3.2 b), sin embargo la geometría de la misma no resulta sencilla ya que la superficie de las barras que lo componen es irregular. Para la identificación de la geometría se requirió de la observación con estereoscopios y microscopios ópticos.

La primer técnica resultó útil en la determinación de la geometría y una primera aproximación a las dimensiones; como se muestra en la Figura 3.2 c) y d) vista a contra luz se identifica parcialmente el arreglo presente en el material de dos vistas a 90 grados respectivamente, así, con la longitud y diámetro de la muestra se pueden aproximar las dimensiones de la celda unitaria considerando el orden geométrico presente en el diseño.

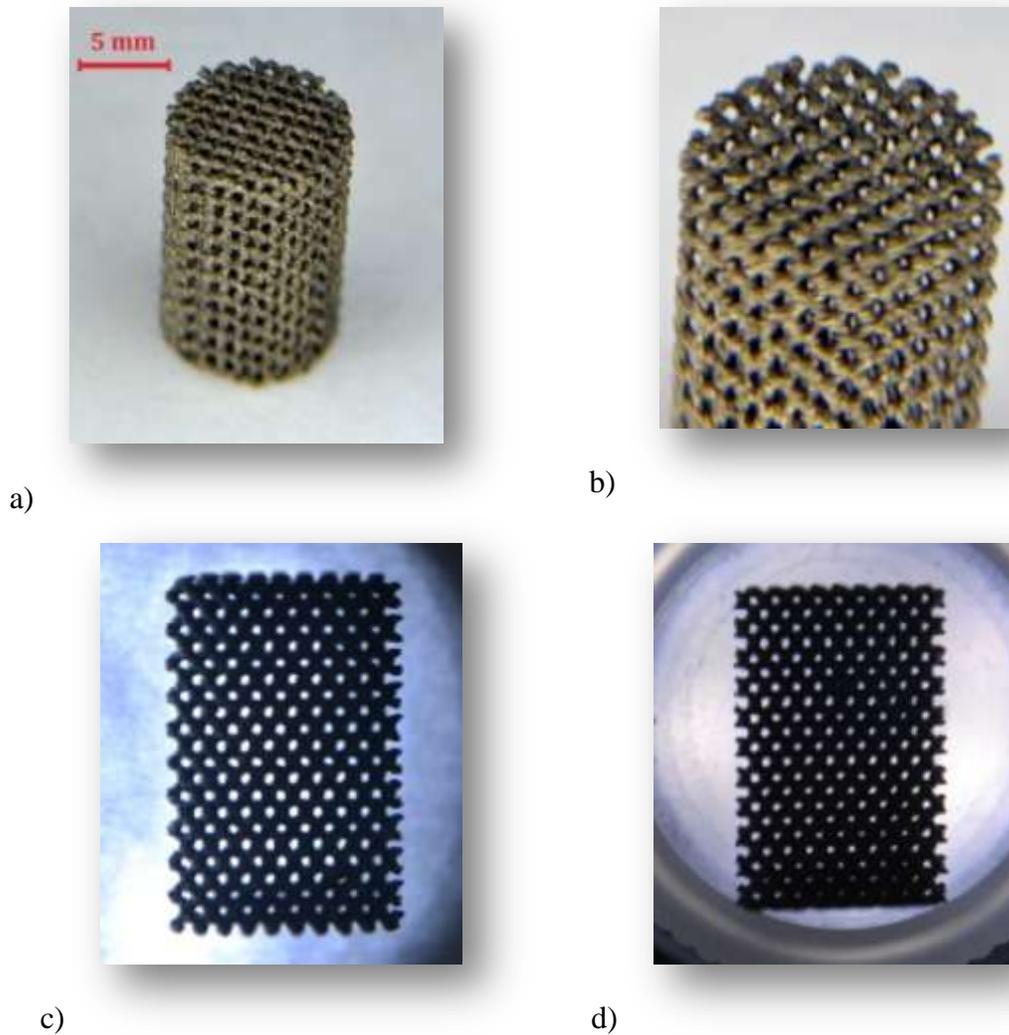


Figura 3.2 a) Probeta de esponja Ti-6Al-4V y b) acercamiento. c) y d) Vista lateral a contra luz con 90° de diferencia.

El uso de esta segunda técnica permitió realizar mediciones más precisas una vez determinada la geometría. Con el uso de la paquetería para microscopía óptica AxioVision, se corroboran las dimensiones planteadas con el uso de diferentes lentes. La Figura 3.3 muestra la periodicidad del material; la medición de la distancia entre los elementos cortados transversalmente resultó en un promedio de 0.995 mm en ambas direcciones, lo cual coincide con el cálculo realizado de 1mm con el método anterior. Con esta misma figura, se determinó una medida promedio para el espesor o diámetro de las secciones transversales, resultando en 0.5033 mm.

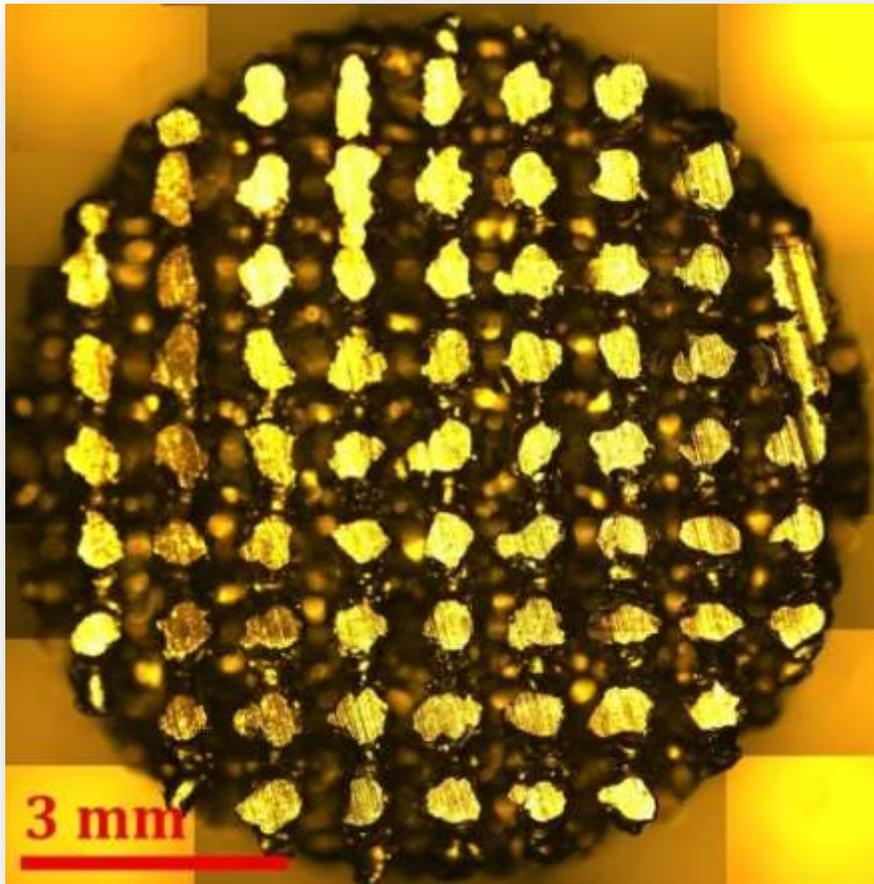


Figura 3.3 Vista de la cara circular del material en la que se realizó un corte.

De forma similar con el uso de AxioVision se obtuvo la distancia promedio entre los vértices de los elementos de un costado de la muestra para determinar la altura de la celda unitaria. La Figura 3.4, compuesta por 8 imágenes permitió definir con mayor precisión dicha distancia, aproximada inicialmente en 1.5 mm, resultando en 1.44 mm.

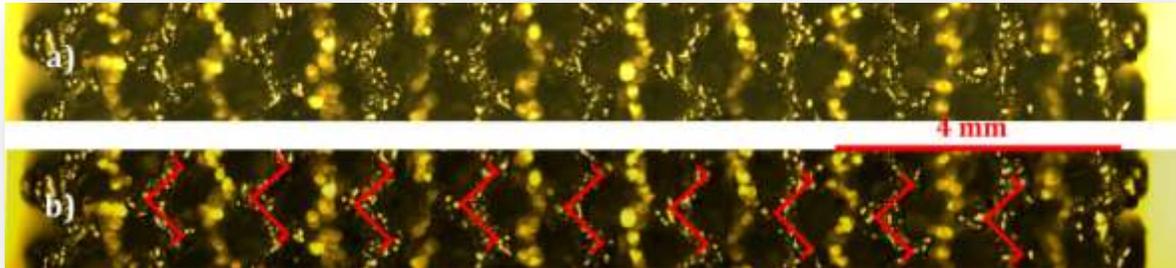


Figura 3.4 Vista longitudinal de un costado de la muestra a) del microscopio y b) con la superposición de la geometría identificada.

3.1.2 Desarrollo del modelo computacional

Identificación de la geometría

De acuerdo con las observaciones y mediciones realizadas anteriormente, para el caso de estudio particular se propone la celda unitaria con la geometría y dimensiones mostradas en la Figura 3.5.

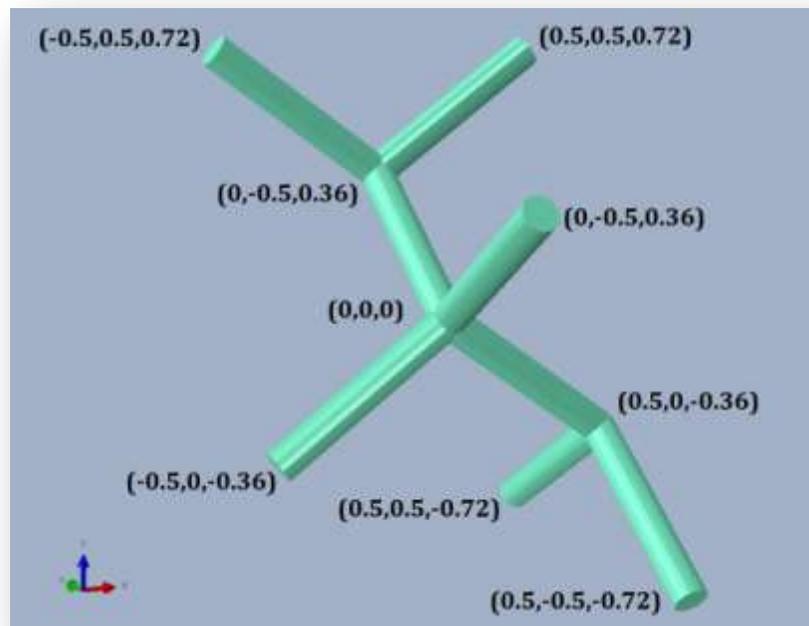


Figura 3.5 Propuesta de celda unitaria para el material bajo estudio. Las coordenadas presentadas se encuentran en mm, la magnitud de sección transversal obedece únicamente a aspectos de visualización.

Ensamble y unión de las celdas

Con la celda disponible se puede armar el material al repetir ésta en las tres direcciones coordenadas como se ilustra en la Figura 3.6.

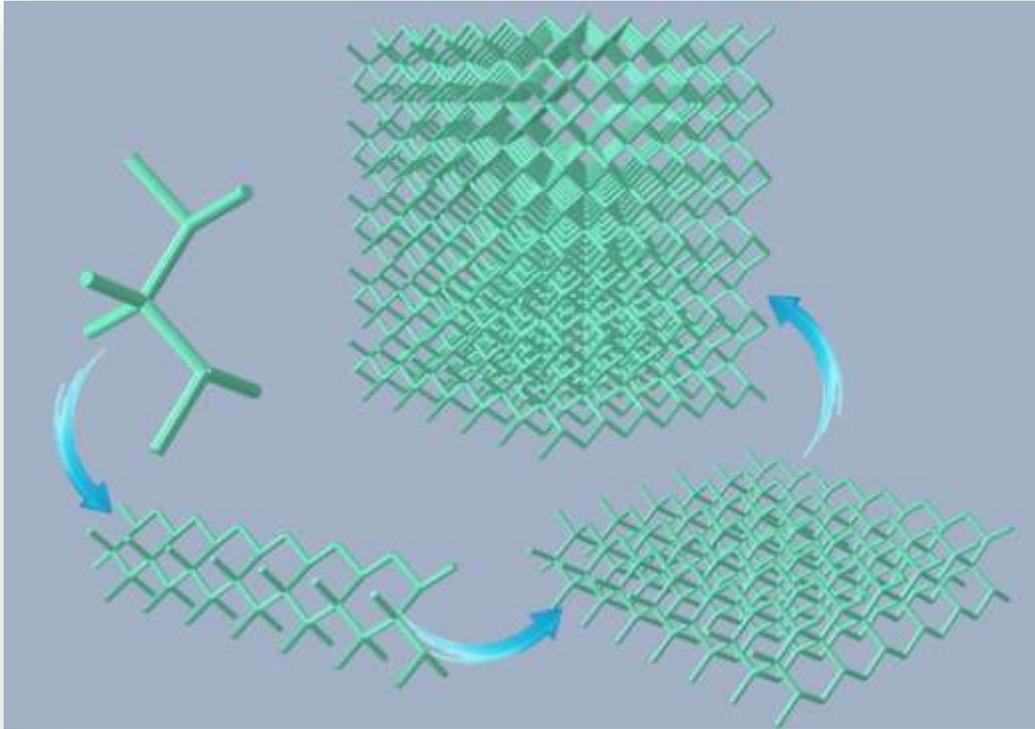


Figura 3.6 Generación de la probeta partiendo de la celda unitaria. Dicha probeta incluye más de cien celdas unitarias. El diámetro de los elementos es representativo.

Definición de las propiedades

El material asignado a los elementos viga corresponde a la aleación TiAl6V4, cuyas propiedades se muestran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1 Propiedades mecánicas de la aleación Ti6Al4V [52,56].

E [GPa]	G [GPa]	ν [1]	σ_y [MPa]	$\sigma_{m\acute{a}x}$ [MPa]	$\delta_{m\acute{a}x}$ [%]	ρ [kg/m ³]
114	42	0.342	950	1150	15	4430

De acuerdo con las mediciones hechas previamente, inicialmente se asignó una sección transversal circular constante a cada uno de los elementos con un radio de 0.25 mm. Dada la idealización de una sección transversal circular constante, se supone la obtención de propiedades superiores a las que puede presentar el material, el cual presenta irregularidad tanto en la sección transversal como en los acabados superficiales de las mismas. Por ello se generan secciones transversales adicionales que permitan la adecuada correlación con los datos experimentales.

Determinación del tipo de análisis y acotación de variables de salida

De acuerdo con la aplicación particular del material celular bajo estudio se realiza una prueba de compresión virtual, tomando en cuenta que la velocidad de desplazamiento del cabezal utilizada en la prueba experimental de compresión fue de aproximadamente $0.5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ y, de acuerdo con Zheng [4], al ser menor a 10^{-3} s^{-1} el análisis se puede simular sin considerar los efectos de la masa, es decir, con un análisis estático.

Las variables de salida requeridas son esfuerzo, desplazamiento, energía interna, fuerzas y momentos de reacción.

El tipo de elementos utilizados no permite obtener en un ensayo de compresión la tercera parte del comportamiento de materiales celulares sometidos a esta prueba, la densificación, ya que al definir a los elementos como líneas no se pueden asociar superficies que entren en contacto. De acuerdo con el rango de trabajo en la cual se aplica el material estudiado esto no resulta ser una limitante.

Definición de las condiciones de frontera

Para simular la prueba de compresión se tienen dos posibilidades, se puede limitar el desplazamiento de los nodos de la base de la probeta, mientras que a los nodos de la parte superior se les asigna un desplazamiento negativo de acuerdo con el sistema de referencia seleccionado, ambos en dirección vertical; por otro lado se pueden generar superficies analíticamente rígidas que simulen tanto el cabezal como el plato de la máquina de pruebas. Las condiciones de frontera se definen de la siguiente forma: los nodos inferiores son empotrados, es decir, se restringe cualquier movimiento, y a los nodos superiores se les asigna un desplazamiento negativo en el eje vertical mientras que los grados de libertad restantes son nulos. Al utilizar elementos analíticamente rígidos se debe definir condiciones de contacto entre éstos los y los nodos, tanto de la parte superior como inferior.

El uso de elementos analíticamente rígidos permite una extracción de resultados mucho más eficiente en comparación con la asignación de condiciones de frontera a nodos individualmente por lo que es ésta la opción implementada.

La placa inferior, (2) en la Figura 3.7, es restringida en seis grados de libertad ($U_1 = U_2 = U_3 = UR_1 = UR_2 = UR_3 = 0$), mientras que a la placa superior (1) le es asignado un desplazamiento vertical que representa el 11% deformación de la muestra ($U_3 = -11\%$; $U_1 = U_2 = UR_1 = UR_2 = UR_3 = 0$), valor promedio para el cual se presenta la falla en las muestras experimentales, mientras que el resto de los grados de libertad queda restringido. Adicionalmente se define el contacto entre las placas y el material, (1)-(3) y (3)-(2), al asignar un coeficiente de fricción entre el acero y la aleación de titanio de 0.2.

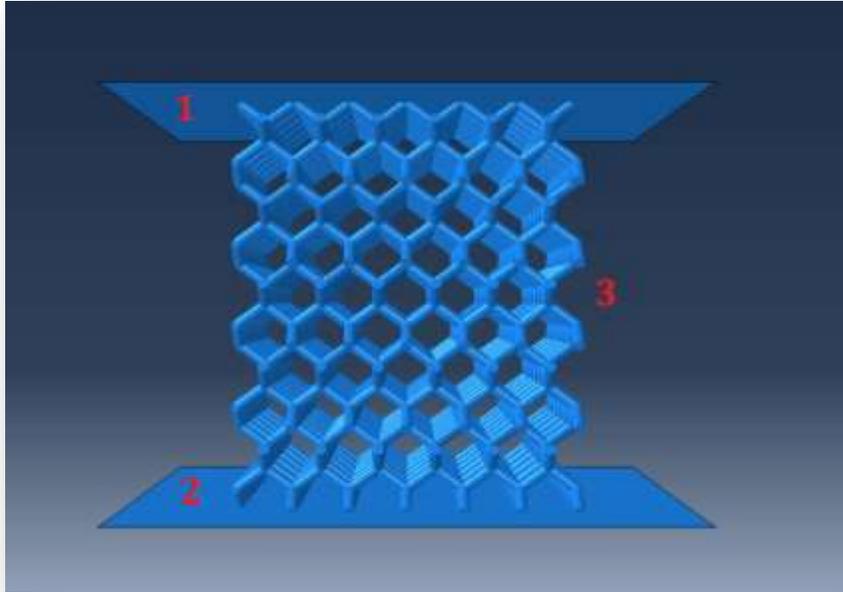


Figura 3.7 Esquema del modelo del material y elementos para simular una prueba de compresión. Placas analíticamente rígidas (1) y (2), la primera con desplazamiento vertical y la segunda con 6 grados de libertad igual a cero. Probeta de material celular generada (3).

Mallado

El tipo de elementos utilizados en el mallado fueron elementos viga con configuración cuadrática denominada B32, los cuales toman en cuenta los esfuerzos cortantes, coincidentes con la teoría general de vigas (Timoshenko) [51]. Se consideró inicialmente la segmentación de cada viga en 3 elementos, en el siguiente punto se presenta la evaluación de convergencia de resultados.

3.1.3 Obtención y análisis de resultados

De acuerdo con lo planteado anteriormente se obtienen los resultados mostrados en la Tabla 3.2. En ella se pueden observar las evaluaciones realizadas al considerar cuatro diámetros diferentes, 0.40, 0.41, 0.42 y 0.50 mm, todos ellos evaluados con 1, 3, 5, 7 y 9 elementos entre cada vértice. Se presentan el módulo de elasticidad y el esfuerzo de cedencia, así como el error relativo tomando como valores experimentales $E = 3010 \text{ MPa} \pm 8\%$ y $\sigma_y = 77.7 \text{ MPa} \pm 8\%$ [44], respectivamente. De igual forma se puede ver la relación de variación del tiempo de cómputo requerido para la solución del problema $N_t = t_n/t_1$, considerando a t_1 como el menor tiempo posible, es decir, el tiempo obtenido con un solo elemento entre vértices, y siendo t_n el tiempo requerido para n elementos entre vértices. La última columna presenta el porcentaje de error asociado al número de elementos entre vértices, para este caso se toma como referencia la evaluación hecha con el mayor número de elementos: nueve elementos entre vértices.

Tabla 3.2 Resultados de evaluaciones realizadas al material celular con 4 diámetros distintos y diferentes números de elementos entre vértices.

Nombre	Diámetro [mm]	No. Elem.	E [Mpa]	σ_y [MPa]	%e E	%e σ_y	N_t	% e conv.
4002A1	0.4	1	3204	78.08	6.45	0.49	1	2.94
4002A3	0.4	3	3164.9	63.47	5.15	18.32	7.42	1.69
4002A5	0.4	5	3114.7	64.26	3.48	17.29	16.96	0.07
4002A7	0.4	7	3113	62.35	3.42	19.76	26.89	0.02
4002A9	0.4	9	3112.4	63.23	3.40	18.63	34.27	0
4102A1	0.41	1	3440.8	82.32	14.31	5.94	1	1.35
4102A3	0.41	3	3398.2	67.12	12.90	13.62	5.26	0.10
4102A5	0.41	5	3395.5	64.90	12.81	16.48	7.66	0.02
4102A7	0.41	7	3395	64.20	12.79	17.37	11.97	0.00
4102A9	0.41	9	3394.9	65.94	12.79	15.13	16.52	0
4202A1	0.42	1	3682	84.70	22.33	9.01	1	2.92
4202A3	0.42	3	3637	69.66	20.83	10.34	5.39	1.66
4202A5	0.42	5	3634.2	69.87	20.74	10.08	9.16	1.58
4202A7	0.42	7	3578.3	72.13	18.88	7.17	15.54	0.02
4202A9	0.42	9	3577.5	71.86	18.85	7.51	24.55	0
5002A1	0.5	1	5904.9	140.24	96.18	80.48	1	2.66
5002A3	0.5	3	5838.9	116.28	93.98	49.66	4.88	1.51
5002A5	0.5	5	5757.3	118.15	91.27	52.06	10.18	0.09
5002A7	0.5	7	5754	118.75	91.16	52.83	15.35	0.03
5002A9	0.5	9	5752	118.55	91.10	52.57	23.46	0

En la Figura 3.8 y 3.9 se muestra el comportamiento de la convergencia de resultados al aumentar el número de elementos y del tiempo requerido para la solución del problema respectivamente. En la primera se encuentra la convergencia para tres casos (0.40, 0.41 y 0.50 mm) con 5 elementos, sin embargo se presenta una excepción para el caso restante (0.42 mm), el cual alcanza la convergencia con 7 elementos. Si bien el tiempo para 5 y 7 elementos promedia 8 y 15 veces el tiempo requerido considerando un solo elemento respectivamente. Dado que no se tiene convergencia con 5 elementos, para 0.42 mm, el número de elementos determinado para discretizar cada viga es 7.

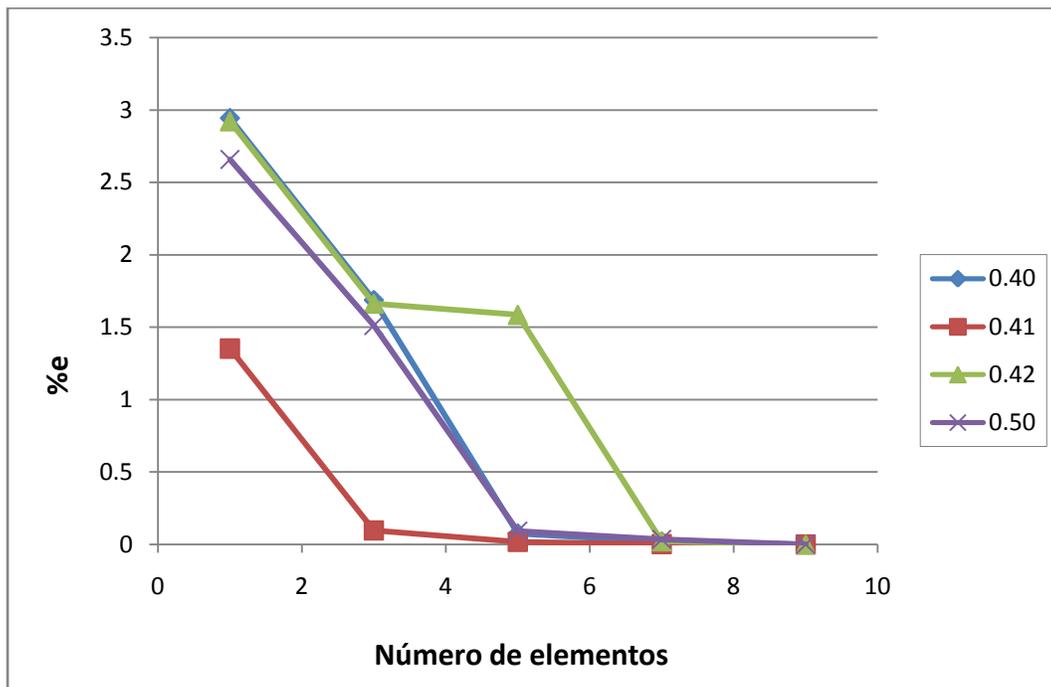


Figura 3.8 Convergencia de resultados en porcentaje de error contra número de elementos, considerando como referencia el máximo número de elementos evaluados: nueve, para cuatro valores de diámetro distintos (0.40, 0.41, 0.42 y 0.5 mm).

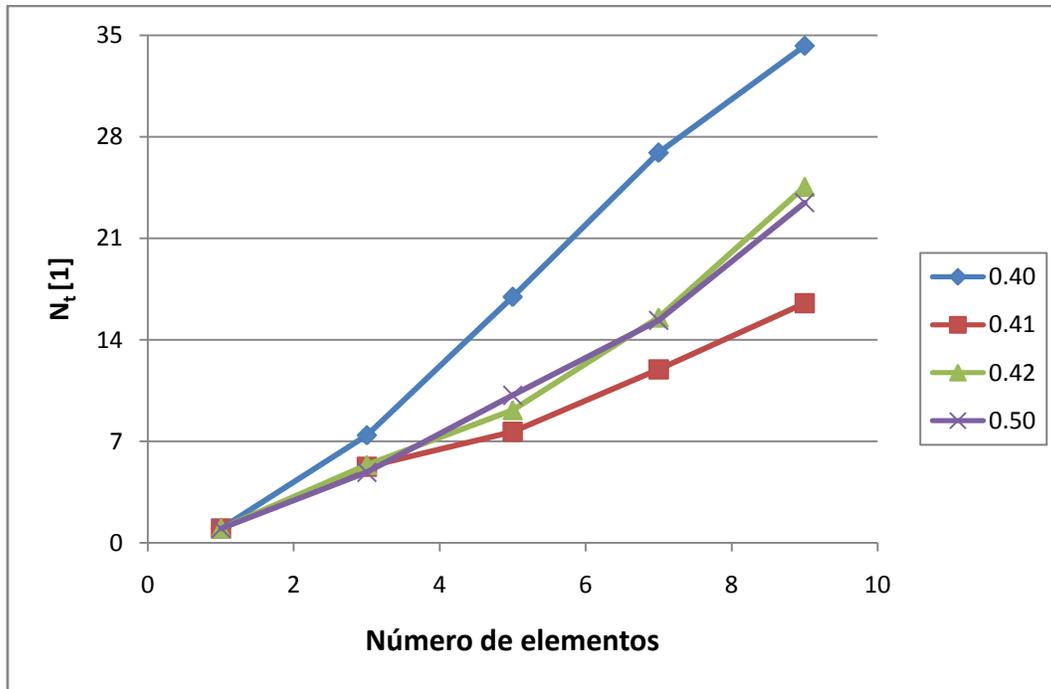


Figura 3.9 Tiempo procesamiento en función del número de elementos, tomando como referencia un solo elemento entre vértices (t_1), para cuatro valores de diámetro distintos (0.40, 0.41, 0.42 y 0.5 mm).

Al extraer los resultados obtenidos de las soluciones para los casos en los que se discretizó cada viga en 7 elementos se tiene lo presentado en la Tabla 3.3. Tal como se esperaba, la idealización de una sección transversal constante con un diámetro de 0.50 mm presenta propiedades muy superiores a las experimentales, superándolas en 91.16% y 52.83% para el módulo de elasticidad y el esfuerzo de cedencia, respectivamente. Al considerar un diámetro de 0.40 se obtiene el menor porcentaje de error para el módulo de elasticidad. Al considerar que la aplicación del material caracterizado está restringida al rango elástico sería ésta dimensión la adecuada para realizar el modelado de este material.

La sección transversal con diámetro de 0.41 mm permite observar el pronunciado efecto de ésta en el módulo de elasticidad: basta un aumento de 0.01 mm para aumentar 8% el error porcentual mientras que con 0.02 mm el error aumenta a 18.88%.

Tabla 3.3 Módulo de elasticidad y esfuerzo de cedencia utilizando 7 elementos entre vértices.

Nombre	E [MPa]	σ_y [MPa]	%e E	%e σ_y
4002A7	3113	62.35	3.42	19.76
4102A7	3395	64.20	12.79	17.37
4202A7	3578	72.13	18.88	7.17
5002A7	5754	118.75	91.16	52.83

La Figura 3.10 muestra el comportamiento del material con una deformación aproximada de 1.77%, próximo a abandonar el rango de deformación elástica. Los esfuerzos se comienzan a concentrar principalmente en los vértices de las celdas, sin embargo se puede observar que en la base de aquellos elementos que comparten orientación (0,1,1) se presentan los mayores niveles. Así al ir incrementado la deformación se sugiere que la falla del material puede comenzar en estas zonas.

De lado izquierdo se pueden identificar algunos elementos que no participan en el soporte de la carga, estos elementos al no estar conectados no participan en la distribución de la misma. Si bien estos podrían ser removidos del modelo sin convertirse en una tarea ardua se permite la permanencia de los mismos ya que en la probeta (Figura 3.3 c y d) se pueden identificar elementos similares en los costados de ésta.

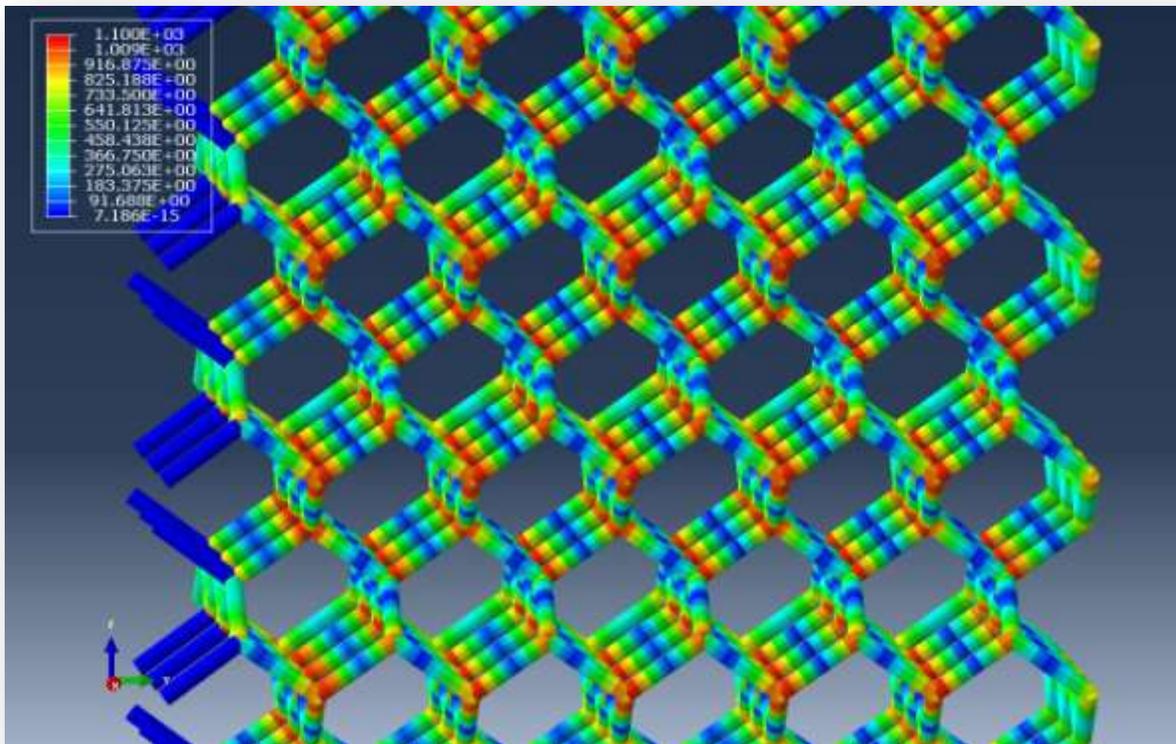


Figura 3.10 Distribución de esfuerzos de Von Mises (MPa) del material al ser sometido a una compresión vertical con una deformación aproximada de 1.77%. El diámetro de los elementos viga se encuentra escalado para mejorar la visualización.

Al alcanzar la máxima deformación planteada para el ensayo (11%) se tiene la distribución de esfuerzos mostrado en la Figura 3.11, ya completamente dentro del rango plástico son los vértices aquellos puntos en los que se encuentran las mayores sollicitaciones. En general los puntos medios entre dos vértices presentan los valores menores, sin embargo esto se intensifica en la parte inferior derecha de la imagen, debido a la asimetría existente en dos caras de la probeta, fácilmente identificable en la Figura 3.10, donde se observan elementos que no contribuyen a soportar la carga.

También se puede observar que aquellos elementos que se encuentran en la periferia, es decir, en las caras de la probeta presentan un esfuerzo menor en la parte media entre dos vértices pero no se tienen valores tan bajos como los presentes en elementos centrales.

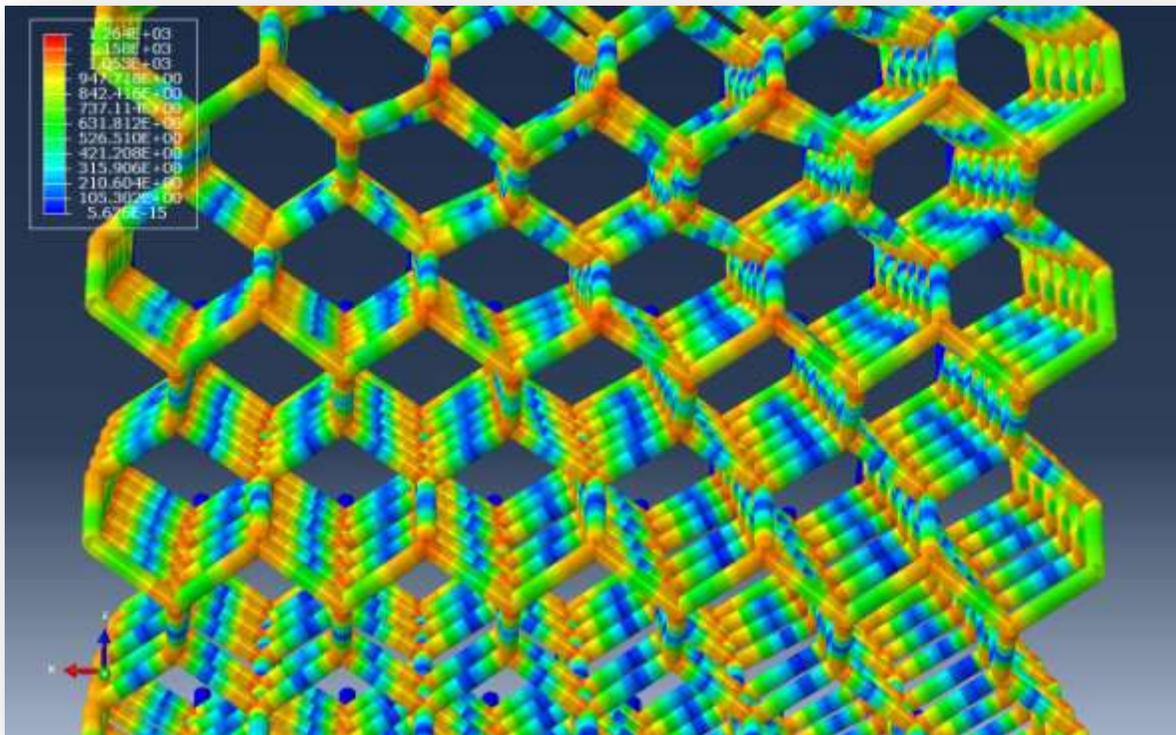


Figura 3.11 Distribución de esfuerzos de Von Mises (MPa) del material al ser sometido a una compresión vertical con una deformación aproximada de 11%.

Respecto a la forma de deformación (ver Figura 3.12) se observa desplazamiento en la componente vertical, es decir, en el eje z. El color negro corresponde a los mayores desplazamientos mientras que el gris a aquellos que presentan los menores desplazamientos en la dirección de este eje. Se puede observar el comportamiento en forma de “V”, este corresponde con materiales de tipo panal de abeja, es decir, a materiales con forma hexagonal sometido a compresión cuasiestática, se supone será en alguna de las diagonales que componen esta “V”, la dirección en la que se presentará la falla [4].

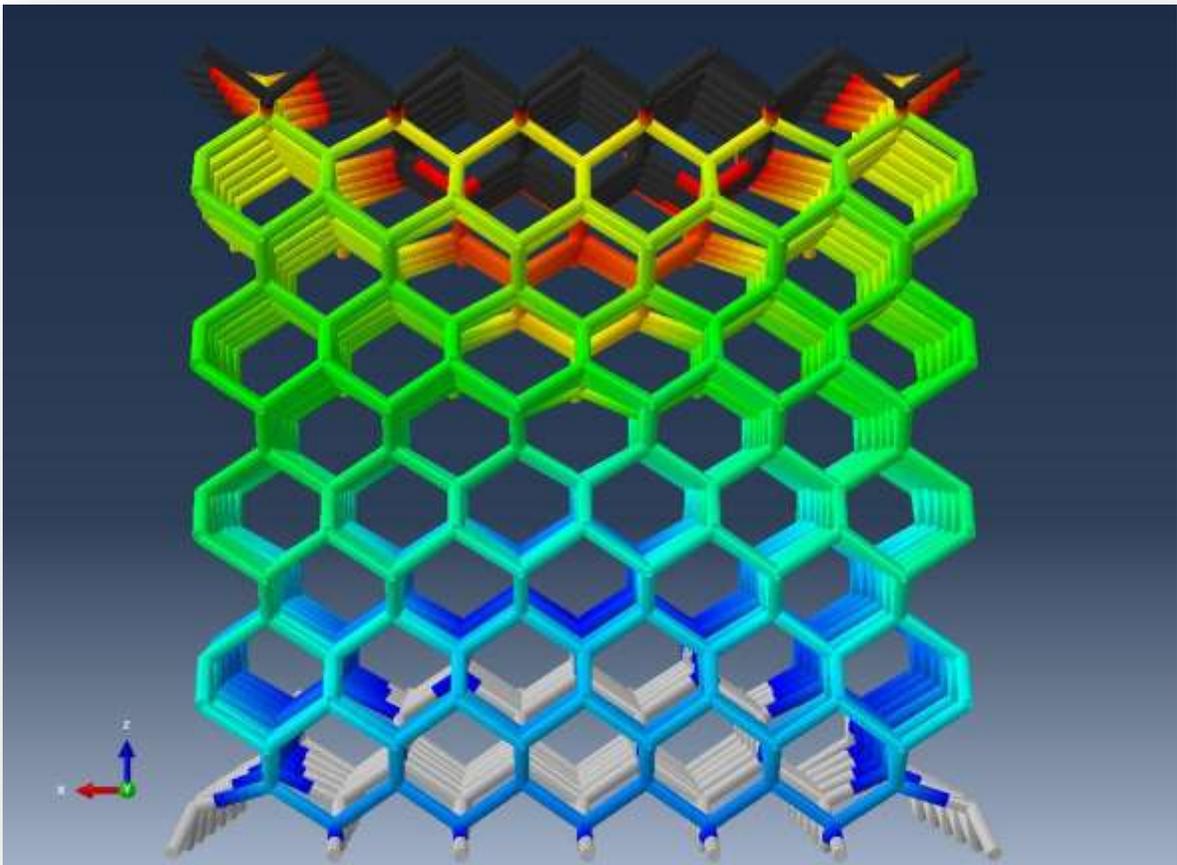


Figura 3.12 Magnitud de desplazamientos (mm) en dirección del eje Z del material al ser sometido a una compresión vertical con una deformación aproximada de 11%. El diámetro de los elementos viga se encuentra escalado para mejorar la visualización.

La Figura 3.13 conjunta los comportamientos esfuerzo-deformación para los tres diámetros con los menores porcentajes de error tanto para el módulo de elasticidad como esfuerzo de cedencia, todos ellos son comparados con el comportamiento de referencia promedio. Al superponer las diferentes curvas esfuerzo deformación obtenidas se puede generar una mejor idea respecto a las diferencias obtenidas en los modelos evaluados. La curva correspondiente para 0.40 mm es la que presenta el menor error (3.42%) en la región elástica, sin embargo, el error en el esfuerzo de cedencia reportado resulta 2.39% mayor que el reportado para un diámetro de 0.41 mm . Dependerá de las necesidades particulares la selección de una u otra magnitud para el modelo, sin embargo se debe tener en cuenta la precisión con que se puede producir realmente el material, entonces esta variación en diámetros refleja en realidad la influencia de factores, como en este caso el espesor o diámetro de los elementos, en las propiedades finales del mismo.

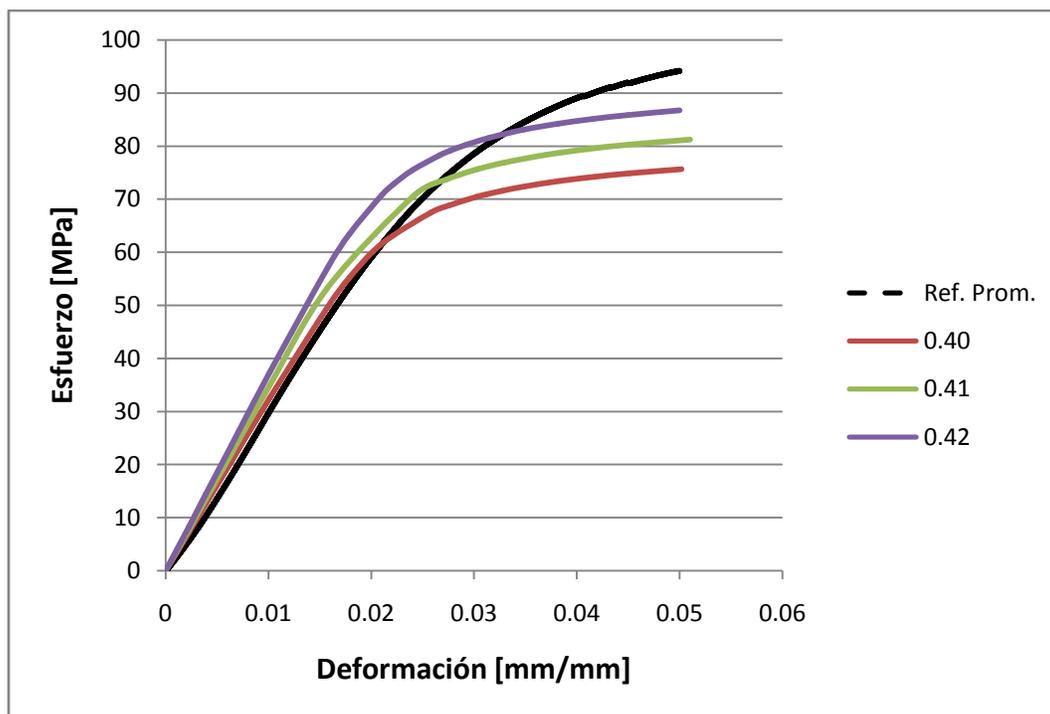


Figura 3.13 Curvas esfuerzo-deformación para el comportamiento promedio de referencia y 3 diámetros distintos (0.40, 0.41 y 0.42 mm).

De acuerdo con las ecuaciones (1.5) y (1.8) propuestas para un modelo micromecánico compuesto de una celda unitaria para espumas de celda abierta, y considerando las constantes $C_1 = 0.8$ y $C_3 = 0.3$ [2], se obtienen los módulos de elasticidad (E^*) y esfuerzos de cedencia (σ_{pl}^*) en función de densidad relativa (ρ_{rel}) para todos los casos en la Tabla 3.4. E^* presenta porcentajes de error mayores al 200% respecto al módulo de elasticidad obtenido con la solución de los diferentes modelos (E). σ_{pl}^* presenta errores porcentuales menores a 8% para los σ_y modelados, pero este error crece a 28.8% en comparación con el experimental.

Tabla 3.4 Propiedades mecánicas (E^ y σ_{pl}^*) calculadas de acuerdo al modelo para un material celular tridimensional de celda abierta propuesto por Gibson [2] y valores de C'_1 y C'_3 en función de los resultados particulares.*

Nombre	ρ_{rel}	E^* [MPa]	σ_{pl}^* [MPa]	E [MPa]	σ_{pl} [MPa]	%e E	%e σ_y
Referencia	0.335	10235	55.35	3110	77.7	229	28.8
4002A7	0.372	12621	64.67	3113	62.35	305	3.7
4102A7	0.3893	13822	69.13	3395	64.20	307	7.7
4202A7	0.406	15033	73.69	3578	72.13	320	2.2
5002A7	0.5618	28784	120.03	5754	118.75	400	1.1

Tomando en cuenta estos errores, se pueden aplicar las ecuaciones antes mencionadas para calcular las constantes (C'_1 y C'_3) y se obtiene un valor promedio que resulta válido para el arreglo celular aquí presentado. Los valores promedio son 0.19 y 0.29 para C'_1 y C'_3 respectivamente, el primero presenta una diferencia considerable con respecto al reportado en Gibson et al. [2]; el segundo presenta una diferencia mínima (0.01) respecto al reportado.

3.1.4 Efecto de la variación del diámetro en las propiedades mecánicas

Al realizar una variación en el diámetro de las vigas que conforman el material celular, conservando la geometría del mismo, se pretende visualizar la capacidad que se tiene de modificar las propiedades dependiendo de las necesidades particulares del problema, pudiendo ser necesario en determinado momento aumentar o disminuir el módulo de elasticidad del material celular.

La Tabla 3.5 presenta los valores obtenidos para cinco diferentes diámetros evaluados, desde 0.3 mm hasta 0.5 mm cada 0.05 mm. E y σ_{pl} son los valores obtenidos de la solución del modelo para el módulo de elasticidad y esfuerzo de cedencia respectivamente; E' y σ'_{pl} son los valores obtenidos de las ecuaciones (1.5) y (1.8) en función de $C'_1 = 0.19$ y $C'_3 = 0.29$ calculados con los datos obtenidos de la caracterización mecánica del material mediante el modelo obtenido.

Tabla 3.5 Módulos de elasticidad para diferentes diámetros, E y σ_{pl} de la solución del modelo, E' y σ'_{pl} calculadas con las constantes C'_1 y C'_3 para este material.

Nombre	ρ_{rel}	E [MPa]	E' [MPa]	σ_{pl} [MPa]	σ'_{pl} [MPa]
3002A7	0.24	1242	1121	20.87	32.41
3502A7	0.326	2018	2021	34.03	50.44
4002A7	0.372	3113	2997	62.35	67.77
4502A7	0.5318	4334	5179	67.55	102.14
5002A7	0.5618	5754	6836	118.75	125.78

La diferencia entre los módulos de elasticidad simulado y calculado promedio es de 5% para densidades relativas menores a 0.4, sin embargo para densidades relativas mayores la diferencia entre ellos crece hasta alcanzar el 16%. Tal como muestra la Figura 3.14, el comportamiento sugerido en la ecuación (1.5) resulta acertado para densidades relativas menores a 0.4 con la constante de proporcionalidad adecuada al tipo de material. Es importante recordar que los diferentes coeficientes del modelo analítico están planteados para densidades relativas menores a 0.4, lo cual puede explicar los errores para densidades mayores.

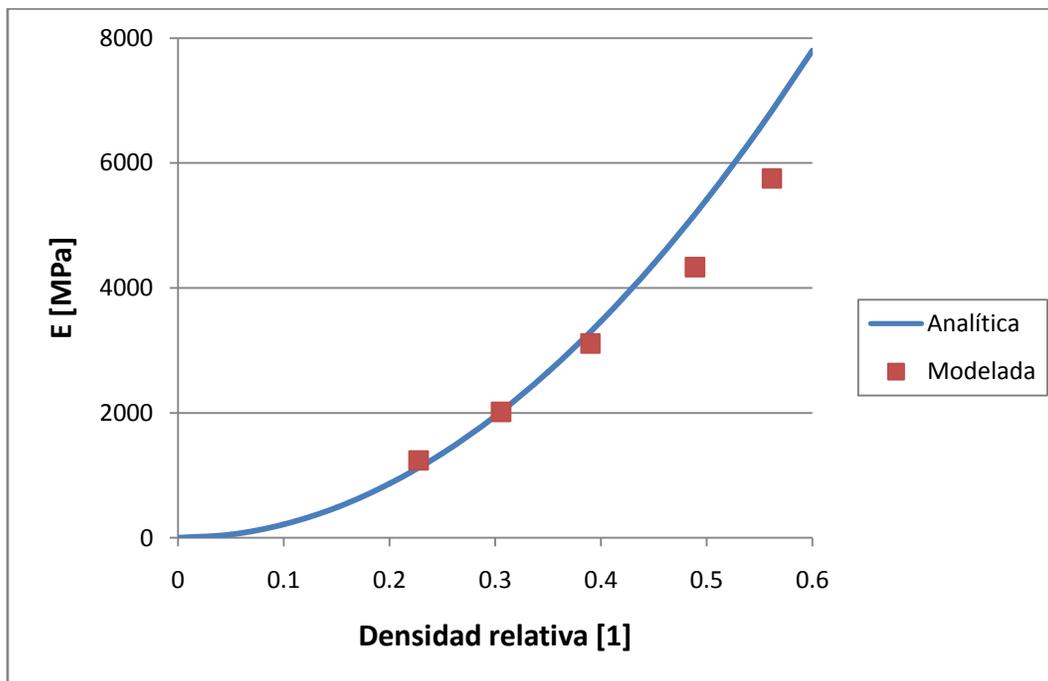


Figura 3.14 Comparación del comportamiento de E en función de la densidad relativa calculado analíticamente con $C'_1 = 0.19$ y solución obtenida del modelo.

En el caso de la comparación para los esfuerzos de cedencia tanto modelado como obtenido analíticamente, no se tiene un comportamiento bien definido. El comportamiento de los esfuerzos obtenidos del modelo se asemeja a los valores analíticos, pero no se obtiene la plena coincidencia para algún umbral de densidad relativa. En general, los valores de cedencia modelados resultan menores que los obtenidos analíticamente. El valor de C'_3 , que permaneció prácticamente sin cambio respecto al reportado, entrega errores relativos de entre 5 y 35%.

La diferencia cuantitativa en los resultados puede tener su principal contribución, para el caso de los resultados modelados, en el método de obtención de dicho valor: si bien el método del corrimiento al 0.2% es preciso, tiene un error asociado. Por parte del modelo analítico se tienen características propias del mismo para la predicción del comportamiento del material. Éstas en conjunto pueden acentuar el error encontrado.

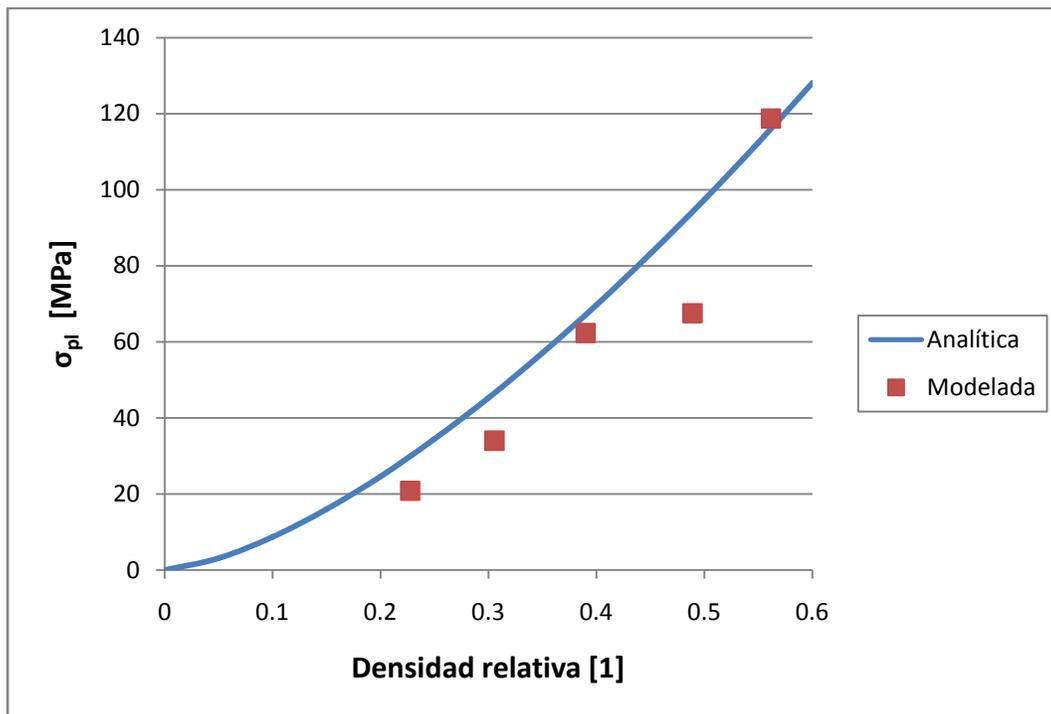


Figura 3.15 Comparación del comportamiento de σ_{pl} en función de la densidad relativa calculado analíticamente con $C'_3 = 0.29$ y solución obtenida del modelo.

3.2 Caso 2. Estructura metálica.

Este caso tiene como objetivo el análisis y la optimización de una estructura metálica de un autobús de pasajeros. El modelo, que forma parte de una línea de trabajo perteneciente a la UDIATEM en colaboración con una empresa que se dedica a la manufactura de este tipo de automotores, es obtuvo aplicando la metodología presentada en este trabajo.

Las condiciones de frontera a las cuales es sometida la estructura para su análisis, torsión, flexión y respuesta en frecuencia, corresponden a pruebas utilizadas en el ramo automotriz. Las primeras dos buscan evaluar la rigidez a través de la obtención de constantes de rigidez a la torsión y a la flexión de la estructura. Dado que no se cuenta con valores de comparación para estas constantes se consideran los primeros como valores de referencia para ser comparados con aquellos obtenidos posterior a la optimización propuesta.

El análisis de respuesta en frecuencia tiene como objetivo principal evitar el fallo por caer en alguna condición de resonancia. La vibración libre identifica las frecuencias naturales del sistema así como la forma de la misma; la vibración forzada entrega los mismos valores pero sujeto el sistema a una carga cíclica; como ejemplo práctico se considera únicamente la carga producida por el motor en su rango de trabajo. El análisis en conjunto de estas dos permite la identificación de algún problema que se pudiera presentar debido a la vibración.

El análisis dinámico busca proponer una serie de evaluaciones con las cuales simular el trabajo de la estructura bajo condiciones reales de trabajo tales como aceleración, frenado, curvado y condición de manejo. Este análisis incluye la presencia de las suspensiones de los tres ejes del autobús, lo cual permite una mejor evaluación de las condiciones dinámicas antes mencionadas.

Una vez realizado el análisis de la estructura que actualmente se manufactura y sale al mercado nacional e internacional, a través de las condiciones antes mencionadas, se identifican elementos o regiones que requieren refuerzo y se explotan aquellos que permiten una reducción en el peso de la estructura. Con ello se implementan una serie de modificaciones que representan una propuesta de optimización de la estructura, dicha propuesta se evalúa bajo las mismas condiciones de trabajo para su posterior comparación con la estructura inicial.

3.2.1 Desarrollo del modelo computacional

La información disponible sobre la estructura a estudiar, pese a estar en forma digital, no resultaba suficiente para realizar el modelo como alambre. A partir del modelo en sólido se obtuvieron planos para determinar la posición espacial de todos los puntos necesarios que permitieran que las líneas o alambres asociados a cada elemento tubular pasara por el centro del mismo y que además se interceptara con el resto de los elementos. En la Figura 3.16 se observa el modelo en sólido de la estructura en la cual se superponen líneas a los elementos tubulares, a partir de las cuales se determinaron los puntos para el subsecuente dibujo en alambre de la estructura.

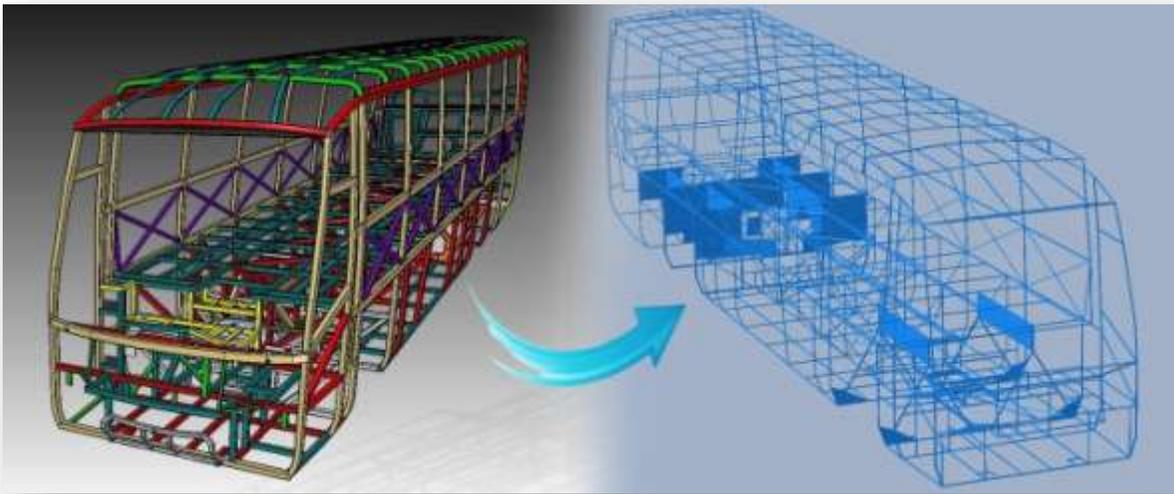


Figura 3.16 Conversión del modelo en sólido a modelo en alambre.

Una vez obtenidos todos los puntos se procedió a dibujarlos en Abaqus®. El dibujo de la estructura se llevó a cabo de forma seccionada, esta decisión obedece a la intención de poder manejar de una manera más eficiente las geometrías y simplificar el proceso de asignación de secciones transversales así como las direcciones de las mismas.

La fragmentación de la estructura general simplificó el manejo de las geometrías y asignación de perfiles, sin embargo esto generó la necesidad de unir las fracciones generadas. Para ello se tienen dos posibilidades: la primera involucra la fusión de las diferentes secciones en una sola pieza, este paso conserva la información de las secciones transversales asignadas pero no así la dirección de las mismas, entonces la dirección de los elementos debe ser definida posteriormente; la segunda implica unir a través de conectores las diferentes fracciones, en este proceso se selecciona de forma manual los pares de puntos que unirán las diferentes partes, las secciones transversales y la dirección de las mismas se conservan.

Dadas las características propias del modelo se optó por fusionar las diferentes partes y asignar posteriormente las direcciones; la elección de esta opción resultó aunque algunos puntos tuvieron que ser conectados de forma individual debido a la falta de una plena intersección entre ellos.

Si bien el manejo de estructuras como la que aquí se presenta se puede atacar de diferentes formas es importante el conocimiento de las existentes ya que, tal como sucedió en este caso, una puede no resultar suficiente. Así, al trabajar con este tipo de estructuras, pese a buscar un manejo eficiente de la geometría no se está exento de realizar manipulación de la misma bajo un entorno saturado de elementos que dificulta la identificación entre ellos, lo cual se puede traducir en la incorrecta asignación de sección transversal a distintos elementos.

La integración de los elementos “shell” con los elementos “wire” se realizó a través de conectores definidos como soldadura, la previa fusión de los elementos “wire” así como la asignación de propiedades volvería la opción de fusionarlos impráctica.

Finalmente, dado que para los análisis de torsión, flexión y respuesta en frecuencia no se requiere de la presencia de los elementos de la suspensión como mecanismos móviles la estructura que fue sometida a los primeros análisis se presenta en la Figura 3.17.

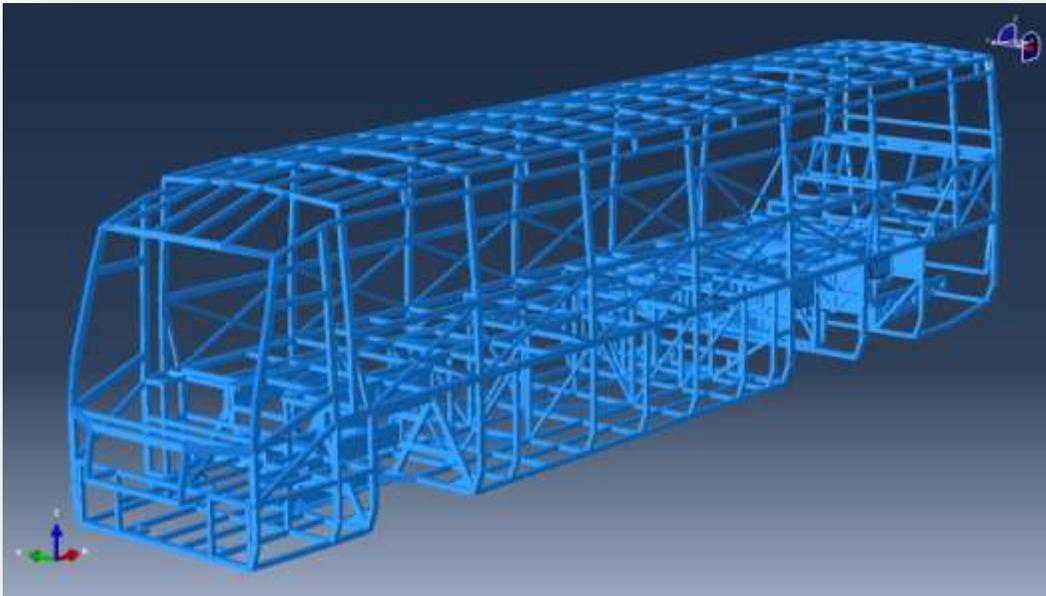


Figura 3.17 Visualización de la estructura en alambre con los perfiles individuales asignados.

3.2.2 Condiciones de análisis

Las condiciones bajo las cuales se analiza el autobús vienen de la información disponible respecto a la evaluación de este tipo de estructuras.

La primera y segunda condiciones desarrolladas tienen la intención de obtener la rigidez a la torsión y a la flexión de la estructura a través de un análisis cuasiestático. Para la rigidez a la torsión se aplican dos cargas de la misma magnitud (50 kN) y dirección, pero de sentido contrario en los soportes de las cámaras de aire delanteras ($F_3^{td} = -F_3^{ti}$); los puntos de apoyo de las cámaras de aire traseras son empotrados ($U_1 = U_2 = U_3 = UR_1 = UR_2 = UR_3 = 0$). Para la rigidez a la flexión las cargas tienen el mismo sentido, magnitud (10 kN) y dirección ($F_3^{fd} = F_3^{fi}$); los nodos de empotramiento ($U_1 = U_2 = U_3 = UR_1 = UR_2 = UR_3 = 0$) son los mismos que para la rigidez a la torsión.

Las ecuaciones (3.1) y (3.2) representan los valores de rigidez a la torsión y a la flexión respectivamente

$$K_t = \frac{M}{\alpha_t} \quad (3.1)$$

$$K_b = \frac{2FL}{\alpha_b} \quad (3.2)$$

Donde

$$\alpha_t = \tan^{-1} \left(\frac{v_A - v_B}{W} \right)$$

$$\alpha_b = \tan^{-1} \left(\frac{v_A + v_B}{2L} \right)$$

L y W representan el ancho y largo del autobús considerando los puntos de aplicación de las cargas y empotramientos respectivamente. v_A y v_B son los desplazamientos verticales de los puntos de aplicación de las cargas, α_t y α_b son los ángulos de torsión y flexión.

El tercer análisis busca identificar las frecuencias naturales y forzadas del sistema con el fin de evitar la existencia de alguna condición de resonancia dentro de las frecuencias de trabajo del sistema.

Finalmente, con la intención de simular e incluir los mecanismos móviles que representan la suspensión del autobús, se proponen un par de condiciones de trabajo para el análisis y evaluación de la estructura.

Torsión

Para este análisis se aplican fuerzas de sentido contrario pero de igual magnitud en los soportes de los muelles delanteros mientras en dos de los cuatro muelles del eje motriz se limita el movimiento y rotación en todas las direcciones, es decir, se empotran. Dado que se carece de información respecto a la magnitud de las fuerzas que debe ser aplicada, tanto para torsión como para flexión, se determinaron de tal forma que permitiesen observar los efectos de su aplicación sin que el esfuerzo máximo rebasara los 250 MPa en ningún elemento de la estructura, suponiendo un esfuerzo de cedencia (σ_y) de 300 MPa , valor promedio para un acero estructural.

En la Figura 3.18 se puede observar la dirección en la cual se desplazan los nodos al aplicar las condiciones antes mencionadas, en la miniatura dentro de la misma se observa la magnitud de estos. Los desplazamientos de mayor magnitud, tal como se esperaba se encuentran en los elementos externos y más alejados de los puntos de sujeción. Nótese que se grafica la resultante de los desplazamientos.

Para los elementos en rojo se tienen desplazamientos de 4.8 cm aproximadamente desde su posición original. No es de esperarse que en estas regiones se presenten esfuerzos elevados ya que su desplazamiento obedece a la deformación de los elementos entre los cuales se aplican las condiciones de frontera, es decir, entre el eje motriz y el eje delantero.

La parte posterior, coloreada en azul principalmente, no aporta mucha información al quedar aislada por la condición de empotramiento. Se puede observar una ligera contribución de los elementos superiores para la distribución de los desplazamientos alcanzando magnitudes de 1.2 cm .

En las imágenes reportadas en estas condiciones (torsión y flexión) se aplica un factor de escala de deformación (12) con la intención de generar una idea clara de la deformación de la estructura bajo las distintas sollicitaciones.

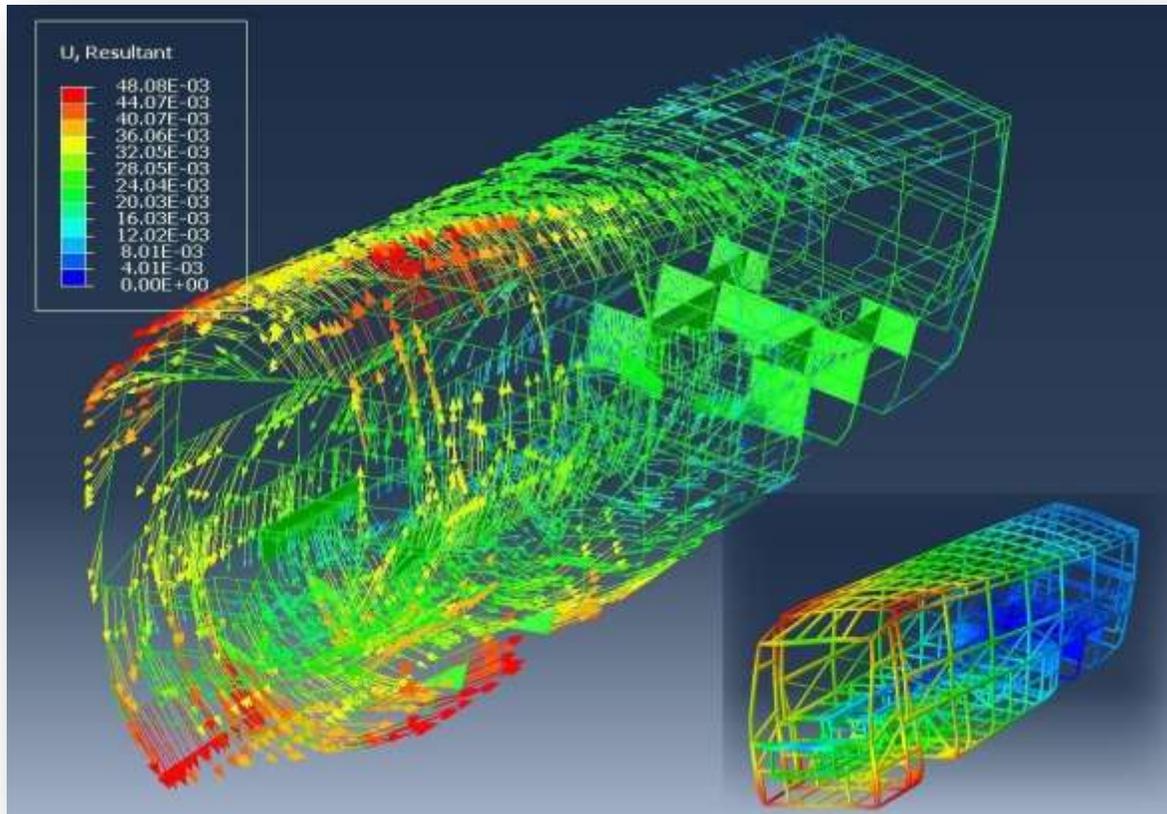


Figura 3.18 Dirección y magnitud (m) de la resultante de los desplazamientos para un ensayo de torsión. Escala de deformación igual a 12.

La distribución de esfuerzos para un ensayo de torsión, aplicando desplazamientos en el frente de la estructura, se presenta en la Figura 3.19. En ella se puede identificar la presencia de los esfuerzos más elevados en los elementos exteriores de la estructura, principalmente en las uniones. Intentando relacionarlo con un perfil tubular utilizado para la transmisión de un par, resulta acertado que los mayores esfuerzos se presenten en las paredes exteriores de autobús.

Si bien los elementos de la parte central de la estructura contribuyen al soporte de los esfuerzos generados, son principalmente las laterales las que presentan los esfuerzos más elevados.

Los elementos inferiores de las paredes laterales alcanzan esfuerzos de aproximadamente 150 MPa localizados en las uniones con otros elementos. Este valor es superado por un par de uniones de los elementos superiores, alcanzando los 170 MPa en algunos casos. Sin embargo el máximo valor registrado (200 MPa) se encuentra para un par de elementos ubicados en la parte superior, uniendo las paredes con el techo.

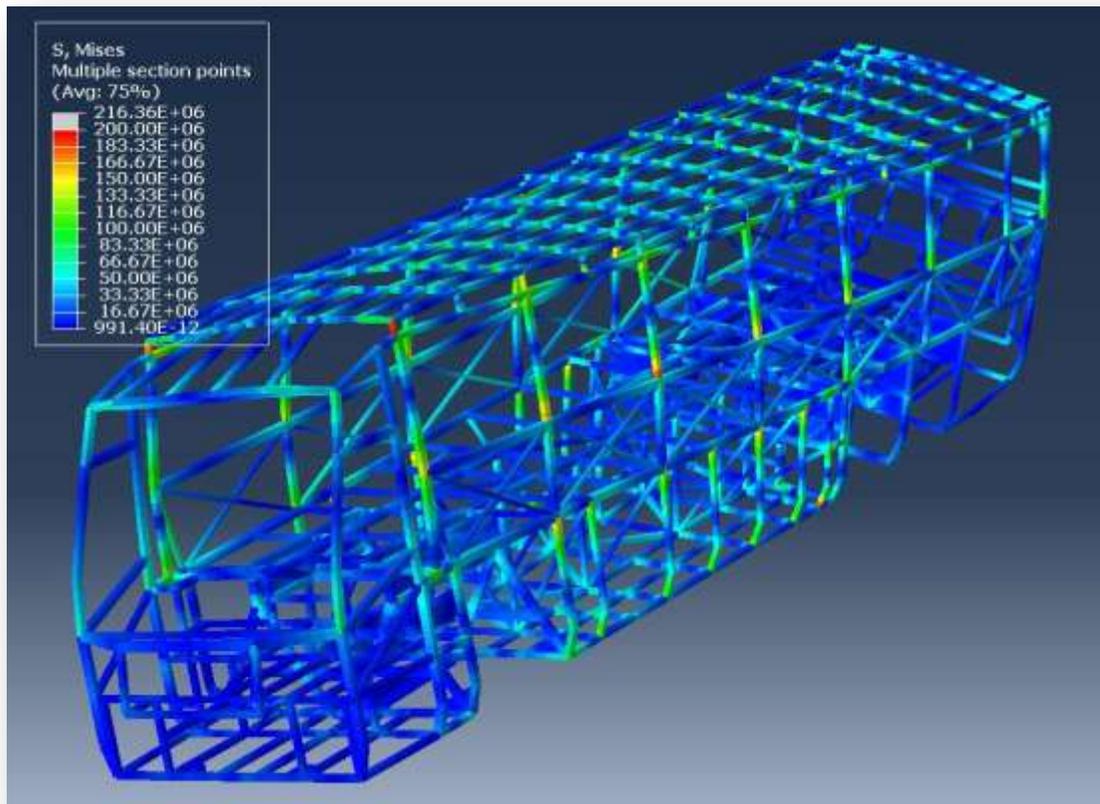


Figura 3.19 Distribución de esfuerzos de Von Mises (Pa) para la estructura sometida a torsión. Escala de deformación igual a 12.

Flexión

En este análisis se aplican dos cargas de la misma magnitud y sentido en los soportes de los muelles delanteros; los soportes de los muelles de los ejes motriz y auxiliar se encuentran empotrados.

De nuevo el objetivo de este análisis es tanto observar el comportamiento de los elementos en la distribución de esfuerzos ante una sollicitación dada, como obtener un análisis de referencia con el cual comparar las propuestas posteriores.

En la Figura 3.20 se observa como los desplazamientos se concentran en los elementos más lejanos a la aplicación de la condición de empotramiento, en este caso, los elementos que conforman el frente de la estructura. La magnitud de los desplazamientos de aquellos elementos cercanos a donde se aplican las cargas tienen una magnitud aproximada de 2.6 mm , con esto se pudo calcular la rigidez a la flexión de la estructura. Los máximos desplazamientos tienen una magnitud de 3.5 cm .

La distribución de esfuerzos (Figura 3.21) presenta su valor máximo, 176 MPa , en un elemento en el cual se aplica el empotramiento. Los elementos laterales de la estructura, cercanos a los ejes traseros y algunos elementos pertenecientes a los soportes de las suspensiones de dichos ejes son los que presentan el mayor trabajo, en general, promedian esfuerzos de aproximadamente 130 MPa .

En los elementos sobre los cuales se aplica la carga puntual no aparece concentración alguna de esfuerzos ya que en esta región está limitado el movimiento de los elementos únicamente por los elementos adyacentes.

De las dos evaluaciones anteriores se obtienen los valores de rigidez presentados en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6 Valores de rigidez a la torsión y a la flexión obtenidos para la estructura original o de referencia.

	Torsión	Flexión
Rigidez $\times 10^6$ [Nm/rad]	2.466	28.229

Cabe mencionar que en el modelo obtenido no se presentan elementos de refuerzo tales como cartabones, por lo que la rigidez de la estructura se presume superior a la obtenida en estas soluciones. Así mismo, dada la falta de información referente a valores de rigidez para autobuses, en el presente trabajo se consideran estos como valores de referencia para ser comparados con cualquier modificación hecha a la estructura.

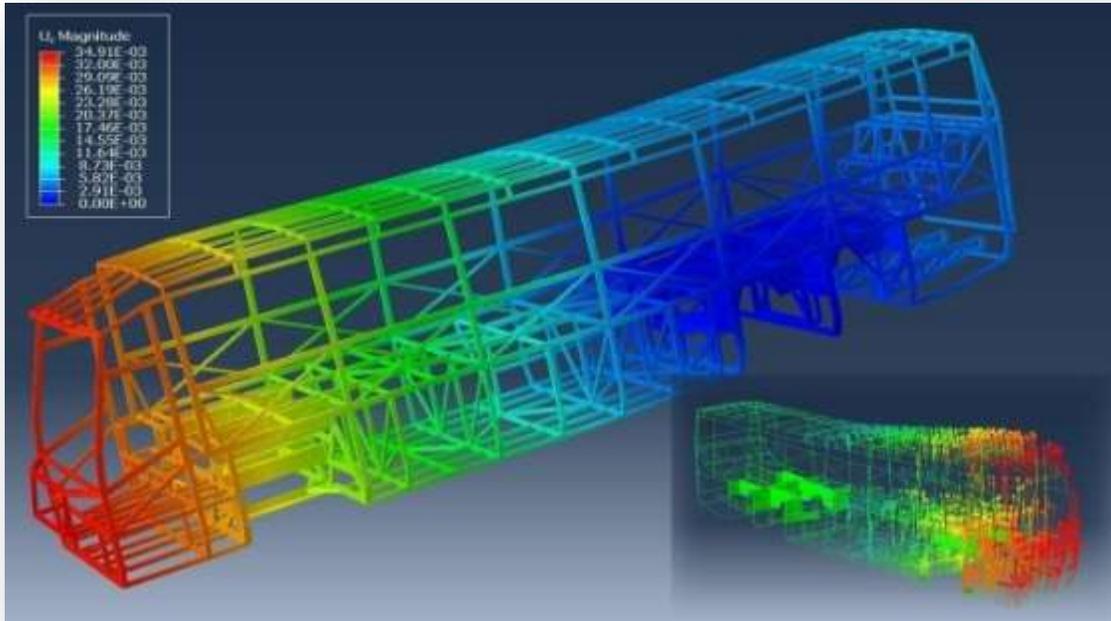


Figura 3.20 Magnitud y resultante de los de desplazamientos para un ensayo de flexión. Escala de deformación igual a 12.

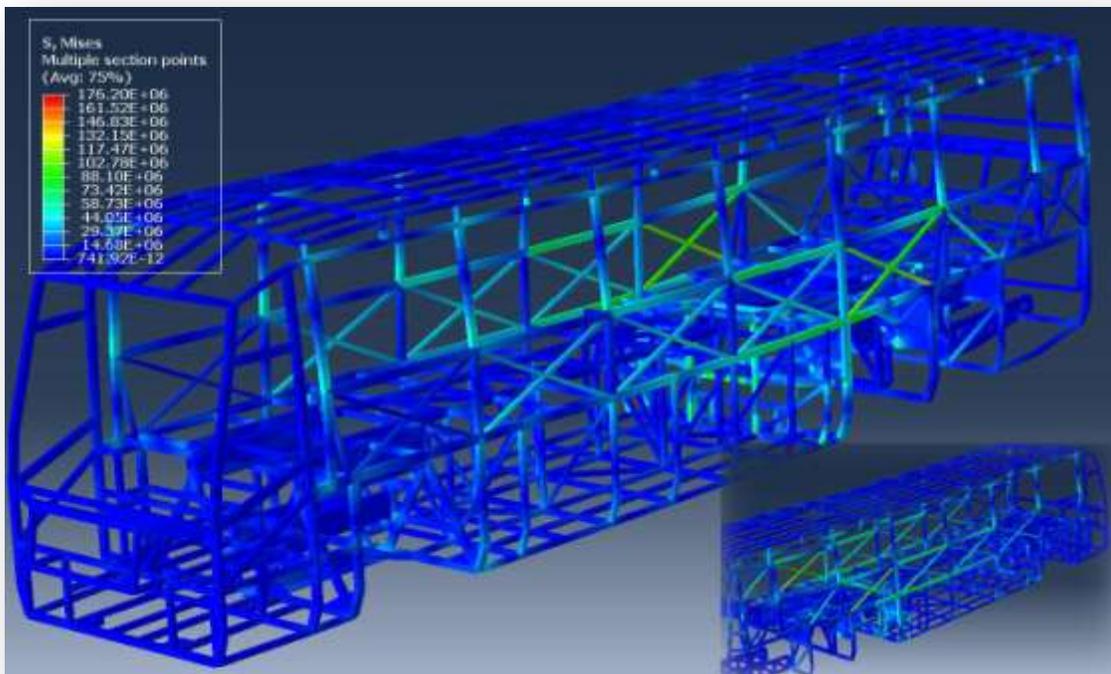


Figura 3.21 Distribución de esfuerzos de Von Mises (Pa) para la estructura sometida a flexión. Escala de deformación igual a 12.

Análisis de respuesta en frecuencia

La inclusión de este análisis en el tipo de estructuras como la que se presenta es muy importante ya que al ser sometida a una carga oscilatoria generada por el motor se debe cuidar que la misma no entre en resonancia. Este análisis ofrece información sobre la comodidad de un autobús y, con esto, se pueden buscar eliminar vibraciones o ruidos generados por cargas armónicas.

Vibración libre

A través de este análisis se obtienen los modos de vibración libre del sistema, es decir, las frecuencias naturales del mismo. Al no poner ningún tipo de condición de frontera la paquetería resuelve la ecuación mecánica del sistema en su forma matricial, entregando como resultado los modos de vibración del sistema en el espacio.

El único parámetro a definir es la frecuencia máxima a la cual se desea se realice el análisis. Dado que la frecuencia que se considerará para el paso siguiente, cuando se obtengan los modos de vibración forzada, está determinada por el rango de trabajo de un motor Diesel de cuatro tiempos el límite superior es 70 Hz ; este valor corresponde a 2100 rpm , considerando un motor de 4 cilindros en línea que realiza dos expansiones por revolución.

En la Figura 3.22 se presentan distintos modos obtenidos del análisis de vibración libre. La cantidad de modos obtenidos es mayor a 100, cada uno de ellos puede involucrar la vibración de una región completa, de apenas un par de elementos o de la estructura en general. La Figura 3.22 f), por ejemplo, representa la vibración de un par de elementos mientras que 3.22 g) indica la vibración de varias regiones bajo una misma frecuencia.

Las Figuras 3.22 b) y c) muestran dos distintas formas de vibración para el techo del autobús; 3.22 e) incluye también las paredes del mismo junto con el techo, mientras que 3.22 h) muestra una concentración de deformaciones en la parte trasera superior de la estructura.

Por sí solos estos resultados no entregan información útil para el análisis de la estructura, para ello es necesario obtener resultados de vibración forzada, presentados a continuación.

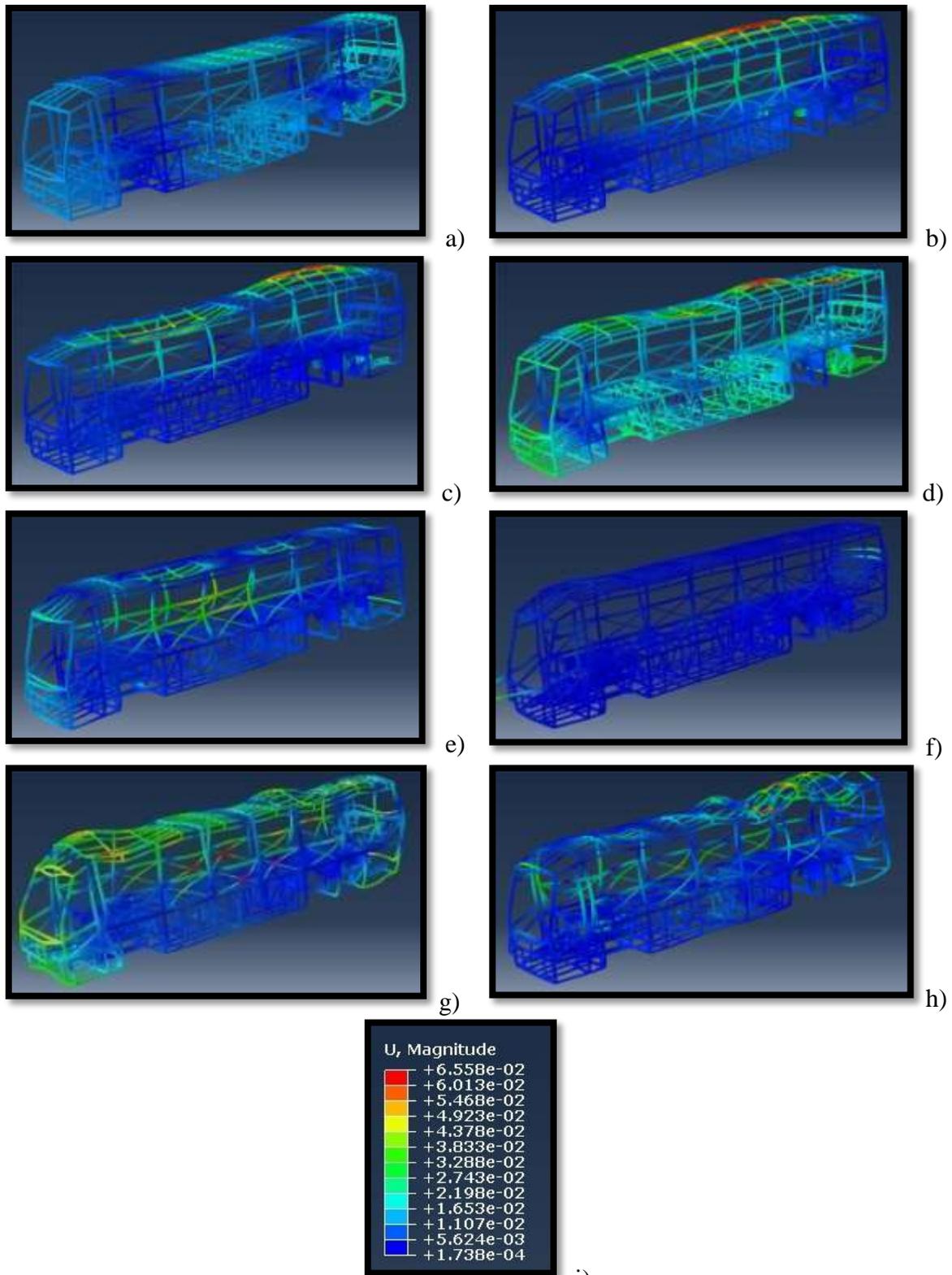


Figura 3.22 Comportamiento de algunos modos de vibración libre a) 14.6 [Hz], b) 23.16 [Hz], c) 24.43 [Hz], d) 32.85 [Hz], e) 42.58 [Hz], f) 55.83 [Hz], g) 63.4 [Hz] y h) 68.36 [Hz]; i) escala de desplazamientos (m).

Vibración forzada

El análisis en frecuencia de vibración forzada es el que define el límite superior de Hz mencionado previamente para vibración libre, en este caso, las rpm máximas del motor. Adicional a ello se deben colocar algunas condiciones de frontera, para simular las condiciones de trabajo del sistema.

Para el caso bajo estudio se colocaron condiciones que impiden el desplazamiento en las tres direcciones coordenadas pero permiten la rotación de los elementos ($U_1 = U_2 = U_3 = 0$) en los muelles de los 3 ejes; se colocaron fuerzas unitarias en los diferentes elementos que brindan soporte al motor con la intención de simular la aplicación de la fuerza transmitida a la estructura por las explosiones en cada cilindro dentro del motor.

Como resultado se obtiene una serie de comportamientos del sistema bajo la acción de la carga generada por el funcionamiento del motor, dentro de un rango de frecuencias.

Con los modos de vibración forzada y vibración libre se obtiene información valiosa para el análisis de respuesta en frecuencia de la estructura. Este proceso involucra la selección de uno o varios nodos, dicha selección se realiza por sitios de interés, funcionalidad o por experiencia.

De acuerdo a las imágenes presentadas en la Figura 3.23, las velocidades de deformación de mayor magnitud se presentan principalmente en la parte trasera del autobús, tanto en el techo como en los soportes del motor. Es de estos segundos elementos de donde se selecciona un nodo para determinar las frecuencias a las cuales se pueden presentar grandes amplitudes de oscilación. Los valores tanto de velocidad como de deformación no pueden ser considerados como reales ya que la fuerza aplicada no tiene la magnitud real. La información de interés es la velocidad y forma de deformación a una frecuencia dada.

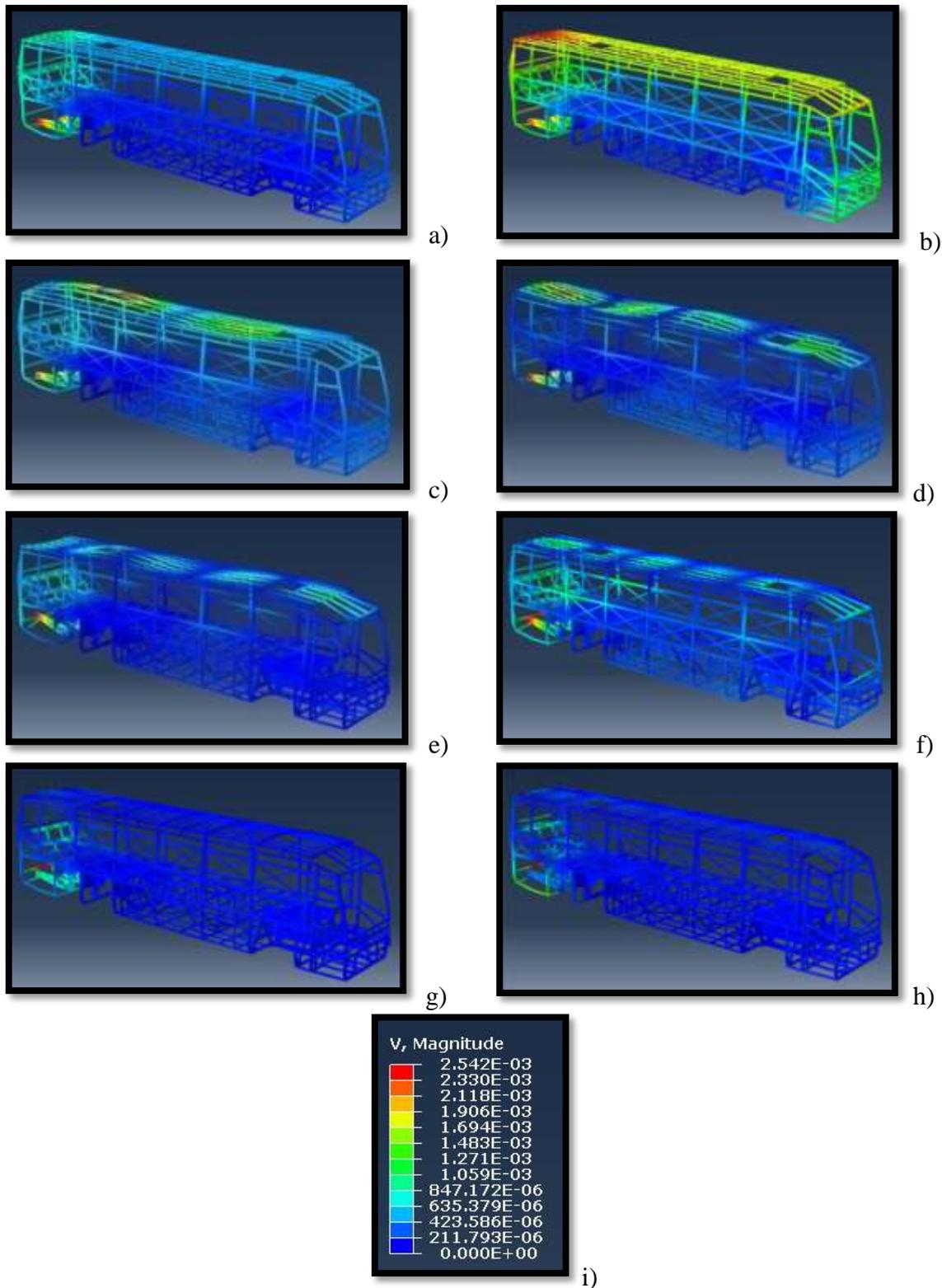


Figura 3.23 Comportamiento de algunos modos de vibración forzada a) 7.05 [Hz], b) 14.91 [Hz], c) 23.46 [Hz], d) 29.04 [Hz], e) 33.29 [Hz], f) 41.8 [Hz], g) 53.85 [Hz] y h) 69.39 [Hz]; i) escala de velocidad (m/s). La deformación tiene un factor de escala de 50000.

Al graficar la velocidad del elemento seleccionado contra el rango de frecuencias determinado se obtiene el resultado presentado en la Figura 3.24. El rango de análisis va de 0 a 75 Hz. Las 700 rpm representan el autobús estacionado con el motor encendido, en los alrededores de esta frecuencia se presenta un aumento en la velocidad del elemento por lo que conviene revisar los modos tanto en frecuencia libre como forzada, si los modos de deformación coinciden para una frecuencia dada se puede presentar una condición de resonancia; para 1100 rpm, las velocidades van decreciendo pero de igual forma conviene cotejar los comportamientos en ambos modos de vibración; para el rango de operación en camino, ya sea dentro de los límites de máxima eficiencia del motor o no, el comportamiento no indicaría la necesidad de revisar los modos de forma detallada.

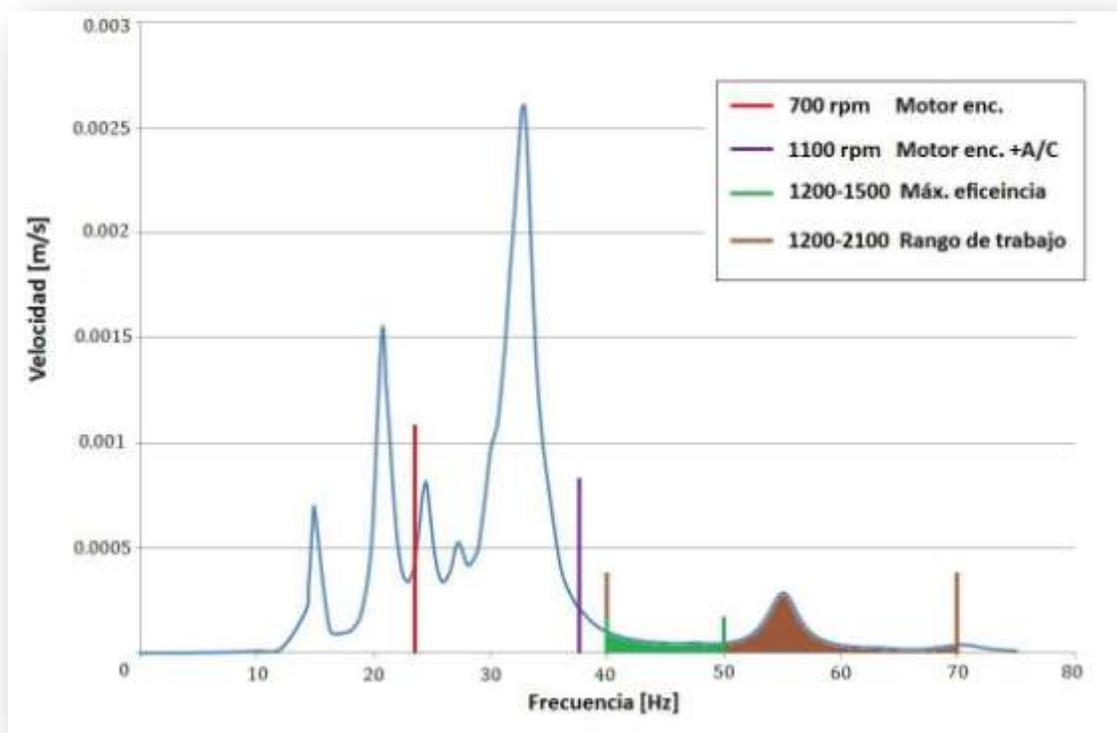


Figura 3.24 Velocidad de un elemento cercano a los soportes del motor, producida por el funcionamiento del motor, en el rango de frecuencias de operación del mismo.

Al prescindir de un límite en la magnitud de la velocidad se toma como referencia el comportamiento obtenido para esta estructura ya que si bien no se considera óptima, se sabe que funciona sin presentar problemas de resonancia. A partir de esto se debe procurar que las posibles modificaciones produzcan una mejora o en su defecto, lo mantenga sin cambio.

En las comparaciones mostradas en vibración libre y forzada para cada una de las frecuencias cercanas a las 700 *rpm* del motor encendido se observa que los modos de vibración no resultan coincidentes, tanto para 3.25 a) como para 3.25 b) las grandes amplitudes en vibración libre se concentran en las placas del eje motriz mientras que en forzada se concentran en el elemento transversal trasero; para 3.25 c) es en el techo donde se concentran las grandes amplitudes para vibración libre, esto no ocurre en vibración forzada siendo de nuevo el elemento transversal trasero el que se deforma.

Los modos de vibración mostrados en la Figura 3.26 a) no coinciden para libre y forzada; para 3.26 b) el techo y los soportes del motor se deforman en forma similar, lo cual indica que de estar trabajando el motor a esta frecuencia se puede presentar una vibración excesiva en estas regiones o bien resonancia, esto indica una necesidad de brindar una rigidez mayor a la región de interés, sin embargo de antemano se sabe esta condición se tiene, ya que lleva el material que forma el techo y algunos cartabones; en 3.26 c) de nuevo los modos de vibración no parecen coincidir plenamente, sin embargo se mantiene la presencia de forma de deformación en la parte posterior de la estructura.

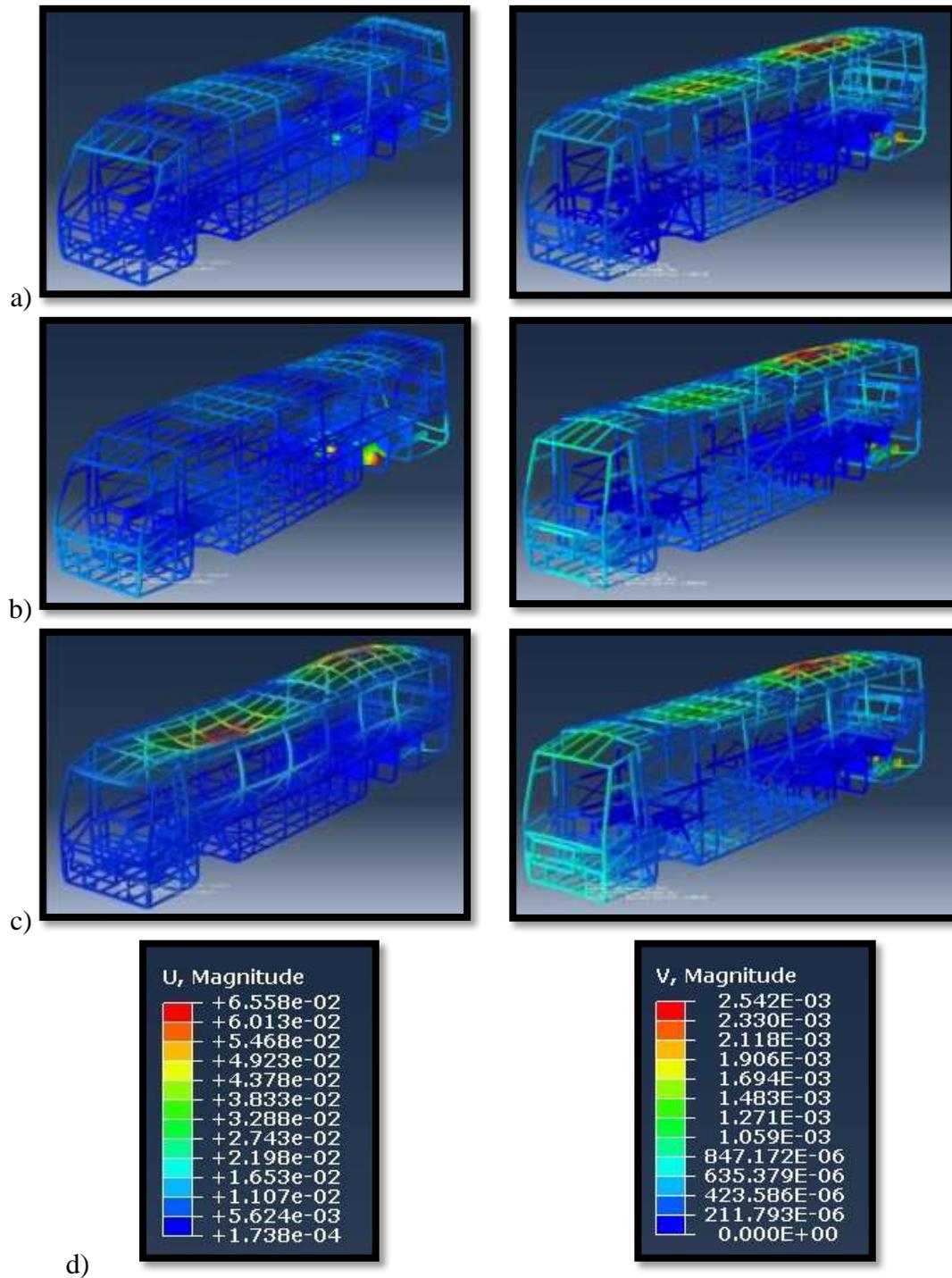


Figura 3.25 Pares de modos de vibración libre (izquierda) y forzada (derecha) para las frecuencias cercanas a 23.33 [Hz]. a) 23.4 [Hz], b) 24.2 [Hz] y c) 24.4 [Hz]; d) escalas de desplazamiento (m) y velocidad (m/s), respectivamente.

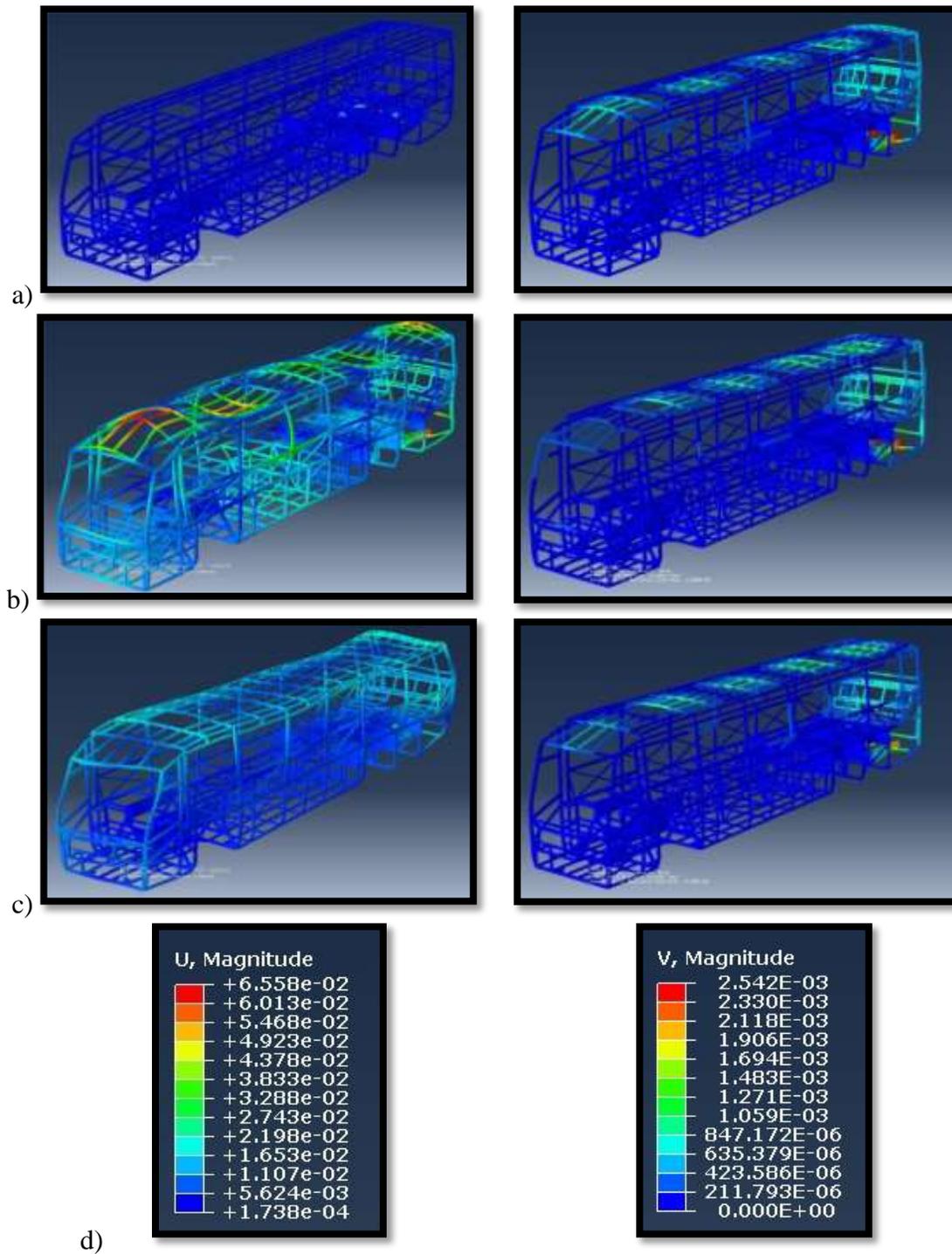


Figura 3.26 Parejas de modos de vibración libre (izquierda) y forzada (derecha) para las frecuencias cercanas a 36.66 [Hz]. a) 33.6 [Hz], b) 34.5 [Hz] y c) 35.5 [Hz]; d) escalas de desplazamiento (m) y velocidad (m/s), respectivamente.

Análisis Dinámico

En este análisis se busca obtener el comportamiento de la estructura sometida a condiciones que simulen aquellas que se presentan en la vida útil de la misma. Con la adición, como parte importante, de los mecanismos móviles que representan cada una de las suspensiones de los tres ejes de autobús. Se considera que el modelo tiene los elementos necesarios como para poder realizar una evaluación dinámica de éste.

El motor, la transmisión y el equipo de aire acondicionado son representados como masas concentradas de 1343 *kg*, 526 *kg* y 250 *kg*, respectivamente.

Posterior al cálculo del peso registrado por la estructura, suspensiones, motor, transmisión y equipo de aire acondicionado, se colocó una masa concentrada en el centro de gravedad del autobús calculado previamente con un valor de 14271 *kg*, con lo cual se representa el autobús a su máxima capacidad.

Con todos los elementos juntos, el modelo fue sometido a las condiciones que a continuación se presentan.

Carga estática, aceleración y frenado

La distribución de esfuerzos para carga, aceleración y frenado resultan tan similares que resultaría repetitivo la inclusión de imágenes para cada uno de estos casos, es por ello que la Figura 3.27 resulta suficiente para estas pruebas.

Bajo estas condiciones el máximo esfuerzo se encuentra en uno de los elementos que brindan soporte al motor, reportando en una unión los 237 *MPa*.

Al reducir el límite máximo gráfico a 100 *MPa* en la Figura 3.27, se puede observar el trabajo de otros elementos que muestran esfuerzos de una magnitud menor a 70 *MPa*, principalmente en los costados sobre los ejes motriz y auxiliar y, ligeramente, en el costado inferior del eje delantero. Tanto la condición de frenado como aceleración no muestran cambios significativos en el trabajo de los elementos estructurales.

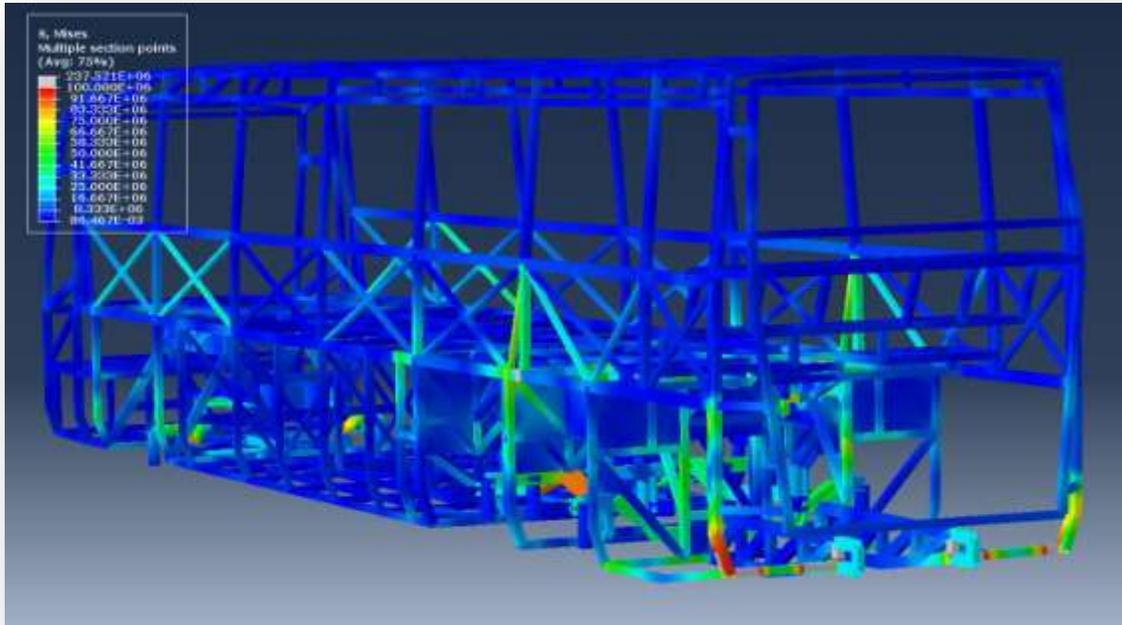


Figura 3.27 Distribución de esfuerzos de Von Mises (Pa) para la estructura sometida a carga máxima con un límite superior de visualización de 100MPa.

Para aceleración y frenado se visualiza (Figura 3.28) la dirección de los desplazamientos para cada una de las condiciones. Se observa como para una aceleración de la misma magnitud aplicada en el centro de gravedad, pero en sentidos contrarios se tiene una suspensión delantera más suave, mientras que los ejes traseros en conjunto resultan más rígidos, tanto en aceleración (3.28 a) como en frenado (3.28 b); los mayores desplazamientos se presentan por el recorrido de la suspensión delantera. Dado que el centro de gravedad se encuentra más cerca de los ejes traseros que del delantero la transferencia de carga en aceleración es menor hacia estos ejes; entonces los desplazamientos de los elementos traseros es menor que en el caso de frenado, donde la transferencia de peso hacia el eje delantero es mayor y por ende la recuperación de los ejes traseros es más visible. Estas aceleraciones no generan dentro del cuerpo estructural deformaciones que induzcan algún cambio en la distribución de esfuerzos dentro de la misma.

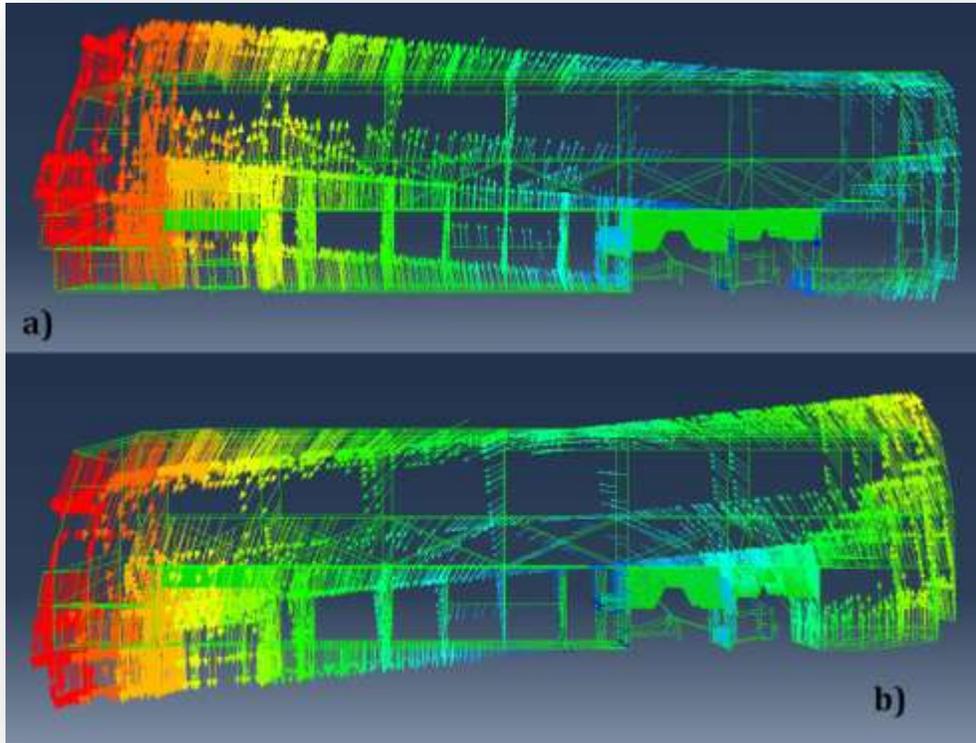


Figura 3.28 Dirección de la resultante de los desplazamientos para a) aceleración y b) frenado.

Curveo

Debido a la falta de información respecto a los valores para velocidad y radio estándar para simular una condición de curveo y tomando en cuenta la experiencia de los ingenieros que laboran en la empresa con la que se desarrolló este proyecto, se propone una velocidad de 40 km/h y un radio de 14 m . Dichos valores permiten obtener analíticamente la transferencia de carga de un costado a otro; al aplicar esta condición se observa el trabajo de distintos elementos, principalmente en aquellos que brindan conexión con las suspensiones.

El funcionamiento de las suspensiones puede ser visto en la Figura 3.29, las flechas indicativas de la dirección en que se desplazan los elementos permiten observar el comportamiento de la estructura bajo la condición dada; tanto en la imagen grande como en la miniatura se puede identificar una coloración similar longitudinalmente, lo cual indica que la rotación se da de una maneja homogénea. El centro de rotación del autobús se puede suponer en el costado derecho, en la región inferior, donde coincidente con el color azul marino se presentan los menores desplazamientos.

Al realizar un análisis de desplazamientos relativos entre 4 puntos seleccionados para compararlos con sus homólogos en el ensayo de torsión se encontró que, lejos de los 38 mm de diferencia para el ensayo de torsión, el desplazamiento es menor a 0.4 mm , con ello se supone que la torsión a la que se puede encontrar sometida la estructura al tomar una curva como la descrita es de una magnitud aproximadamente 10 veces menor que la presentada en el análisis de torsión y que por lo tanto la estructura tiene la capacidad de soportar condiciones mucho más severas que las consideradas para esta evaluación.

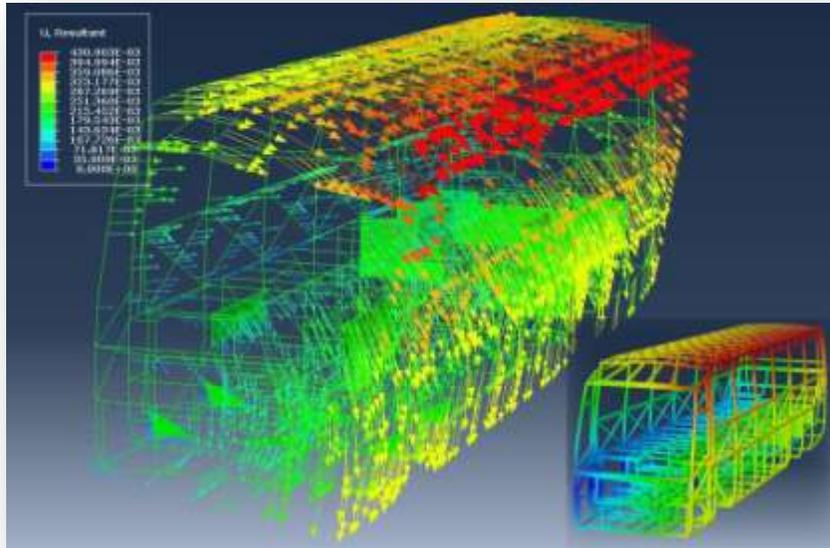


Figura 3.29 Dirección y magnitud de la resultante de los desplazamientos (m) para la simulación de un autobús en una curva de 14 m de radio, con el autobús circulando a una velocidad de 40 km/h.

Es en la parte trasera del autobús donde se encuentran los mayores esfuerzos. La Figura 3.30 muestra como algunos elementos en los que se sujetan la suspensión alcanzan esfuerzos elevados, incluso superiores al límite presentado de 200 MPa . Los primeros 3 círculos señalan elementos en lo que se conectan los brazos inferiores de la suspensión motriz (1) y los brazos superiores e inferiores del eje auxiliar (2) y (3). La concentración de esfuerzos en estos puntos puede deberse a la conexión presente y por tanto no puede suponerse completamente como real, se debe recordar que la conexión entre estos elementos es puntual y por tanto la aplicación de la carga a estos elementos es considerada de la misma forma. Para los elementos estructurales (4) y (5) no se puede considerar que los esfuerzos sean altos como un resultado de la aplicación de una carga concentrada, sin embargo todos ellos brindan la oportunidad de buscar una mejora para la estructura.

Para la región de carga del eje trasero se tiene una distribución de esfuerzos presentada en la Figura 3.31, en esta el límite de visualización máximo se fijó en 100 MPa . Para ninguno de los elementos que soportan la suspensión delantera se encuentran magnitudes mayores a los 75 MPa , este valor se alcanza en la región donde es soportado el brazo superior izquierdo.

En elementos que pertenecen a los mecanismos móviles que representan las suspensiones de los diferentes ejes se encuentran valores de esfuerzos superiores a los límites de visualización seleccionados; al tratarse de suspensiones comerciales, el análisis de los mismos no es incluido en este trabajo.

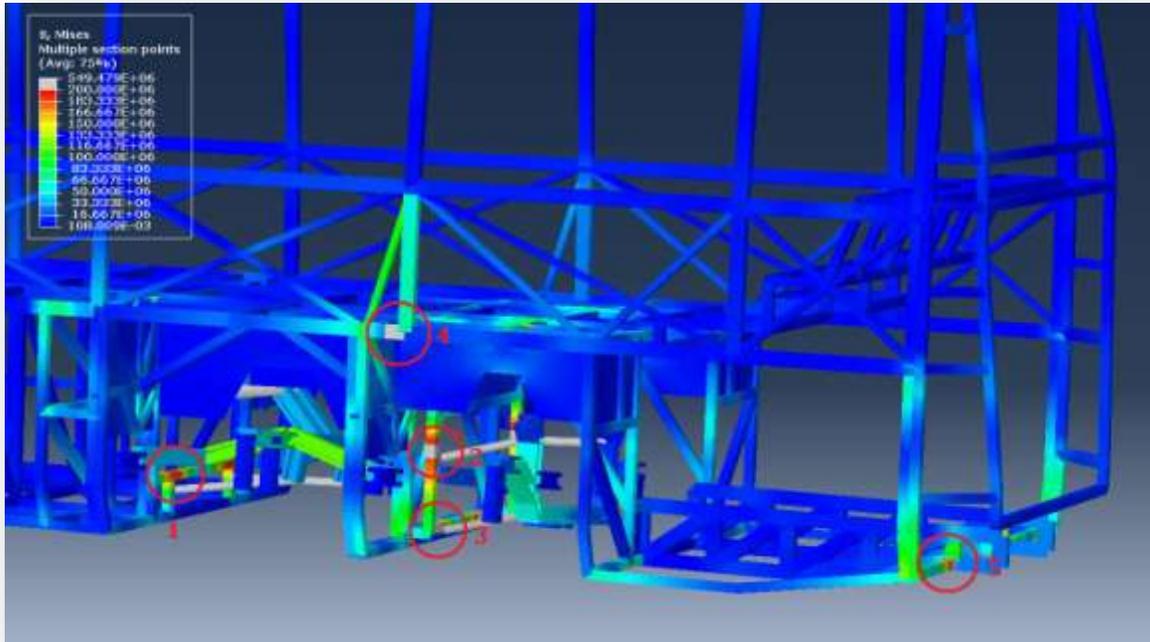


Figura 3.30 Distribución de esfuerzos de Von Mises (Pa) en la parte posterior para el autobús tomando una curva de 14 m de radio a 40 km/h.

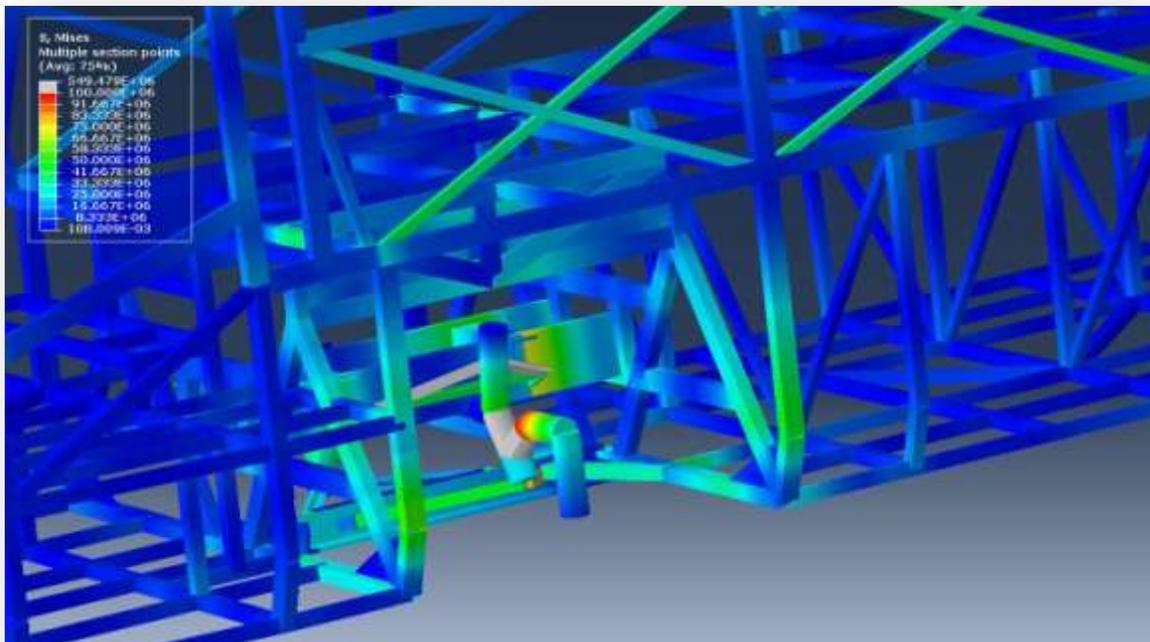


Figura 3.31 Distribución de esfuerzos de Von Mises (Pa) en la parte delantera para el autobús tomando una curva de 14 m de radio a 40 km/h.

Condición de manejo

En este análisis se simula el paso de un autobús sobre un tope propuesto de forma senoidal de 1 m de ancho y 20 cm de alto a una velocidad de 20 km/h. La Figura 3.32 contiene el desplazamiento vertical de tres nodos que pertenecen a la estructura y se encuentran a la altura de cada uno de los ejes; también se incluye el desplazamiento del centro de gravedad. A un tiempo de 1.8 s se encuentra un desplazamiento máximo negativo; es en este momento en el que se encuentra la distribución de esfuerzos presentada en la Figura 3.33.

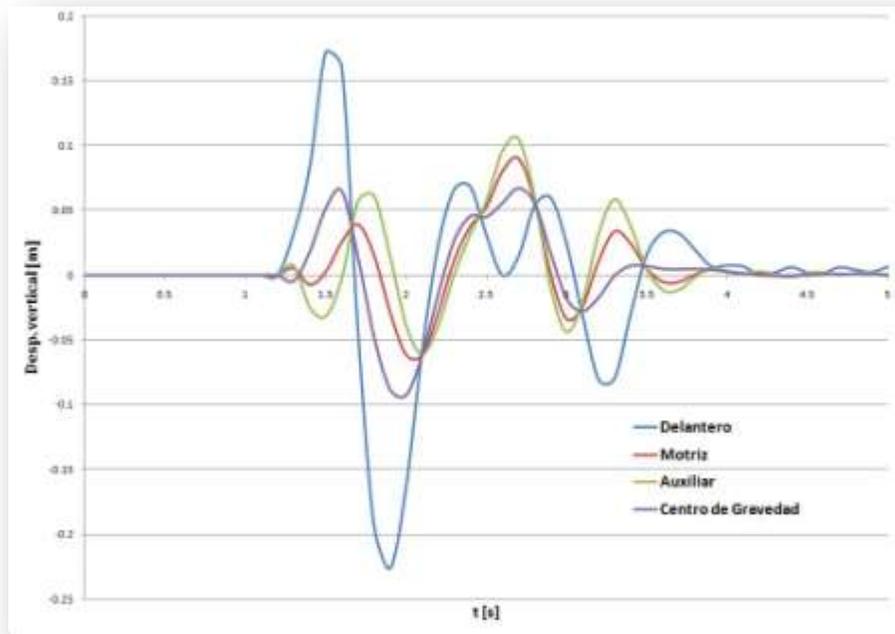


Figura 3.32 Desplazamientos verticales para elementos estructurales cercanos a uno de los ejes del autobús así como para el centro de gravedad del autobús a su máxima capacidad.

Para la región cercana alrededor del eje delantero se muestran el momento de máximas solicitaciones, en ella los elementos de sujeción se observa no superan los 100 MPa, en general la distribución se encuentra por debajo de este valor. Sin embargo aparece un elemento que alcanza los 150 MPa ubicado en el costado izquierdo; esta condición se alcanza cuando el eje delantero termina de pasar sobre el tope y se inicia la recuperación de la posición neutra.

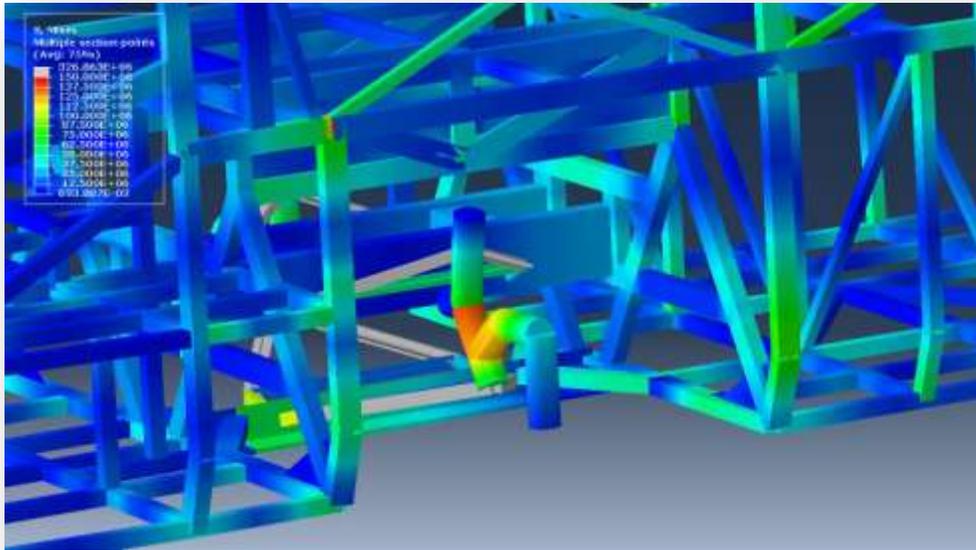


Figura 3.33 Distribución de esfuerzos de Von Mises (Pa) en la parte delantera para el autobús cuyo eje delantero termina de pasar por un tope.

Si bien los elementos cercanos al eje motriz no presentan elevados esfuerzos, durante el paso del mismo por el tope se generan esfuerzos elevados (150 MPa) en los aquellos que brindan soporte al motor (figura 3.29). Para esta condición los elementos de conexión entre la estructura y la suspensión no presentan concentración de esfuerzos.

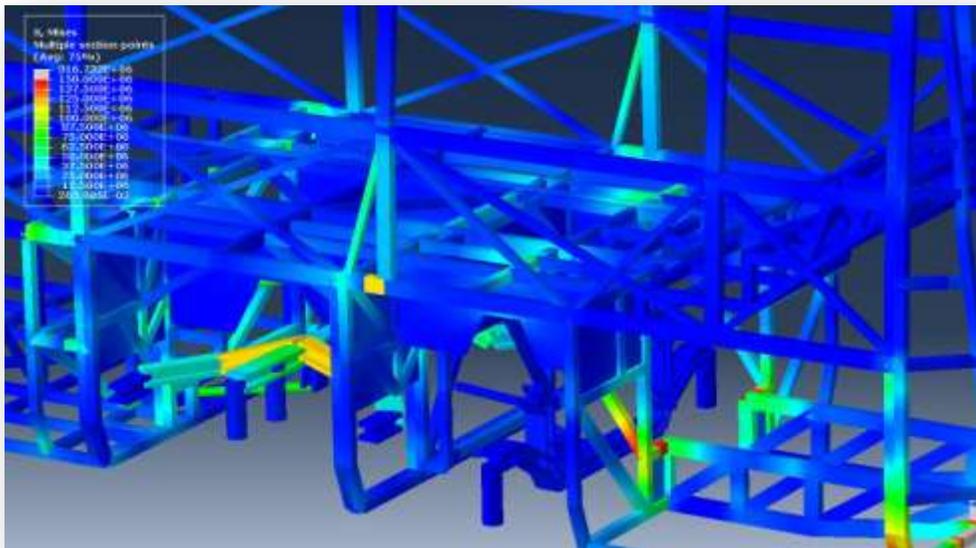


Figura 3.29 Distribución de esfuerzos de Von Mises (Pa) en la parte trasera para el autobús cuyo eje motriz se encuentra pasando sobre un tope.

El paso del eje auxiliar por el tope sí genera esfuerzos en elementos estructurales que alcanzan los 150 MPa , estos son en los que se apoyan los muelles de dicho eje (Figura 3.35).

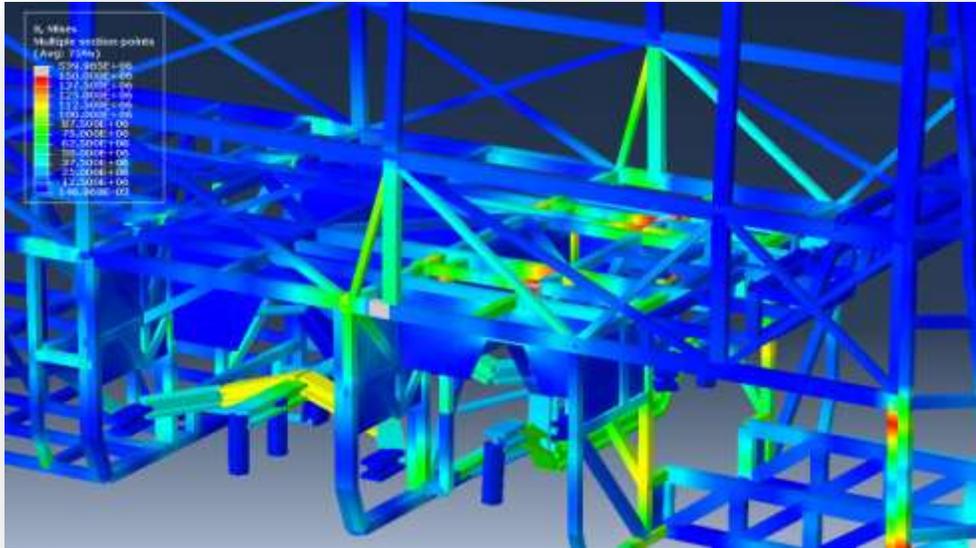


Figura 3.35 Distribución de esfuerzos de Von Mises (Pa) en la parte trasera para el autobús cuyo eje auxiliar se encuentra pasando por un tope.

3.2.3 Optimización y evaluación

De acuerdo a las necesidades particulares del problema, la optimización de la estructura tiene como objetivo principal la reducción de masa, conservando la resistencia general y aumentándola en aquellos lugares que así lo requieran. Para ello se varió el espesor de los elementos estructurales, incrementándolo o disminuyéndolo dependiendo de las necesidades; además se eliminaron y agregaron piezas considerando los resultados del análisis inicial.

La modificación que aportó la principal reducción en la masa fue la disminución de espesores, conservando las medidas de calibres comerciales, en diferentes conjuntos de elementos de la estructura que así lo permitieron; la adición de distintas piezas con la intención de evitar concentración de esfuerzos en diferentes regiones, principalmente en las que brindan soporte a los ejes motriz y auxiliar, así como motor y transmisión, representan un aumento en la cantidad de material cuyo efecto fue eliminado con la disminución de espesores.

Posterior a la evaluación de diferentes combinaciones de las modificaciones antes mencionadas se presenta la opción que conjunta los mejores resultados para satisfacer las necesidades del problema. La masa de la estructura pasó de 3451 Kg a 3183 Kg , lo que representa una disminución de 7.76% . A continuación se presentan los resultados de dicha optimización para las mismas condiciones que la estructura inicial, así como la comparación entre ellos.

La distribución de esfuerzos obtenida para las condiciones de frontera con la cuales se obtienen las constantes de rigidez a la torsión y a la flexión no muestran una diferencia cualitativa de importancia respecto a la mostrada en las Figuras 3.19 y 3.21. El efecto de las modificaciones realizadas se pueden observar en la Tabla 3.7, donde se presentan las constantes de rigidez para la estructura inicial o de referencia y la optimizada. Estos valores representan una disminución del 6.2% y 3% para las constantes de rigidez a la torsión y a la flexión respectivamente. Si bien la reducción de estos valores representa un detrimento en la rigidez general de la estructura, se consideró posible permitir este efecto ya que las condiciones posteriores no muestran cambios importantes en la respuesta de la estructura, además de con ello se obtuvo la disminución de masa antes mencionada.

Tabla 3.7 Valores de rigidez a la torsión y a la flexión de la estructura original (de referencia) y la optimizada.

Rigidez $\times 10^{-6}$ [Nm/rad]	Torsión	Flexión
Referencia	2.466	28.22
Optimizada	2.311	27.38

Al retomar la región de interés considerada para el análisis de respuesta en frecuencia se obtiene la Figura 3.36; en ella se muestra el efecto de las modificaciones de optimización bajo el efecto de una carga cíclica. Los elementos de refuerzo integrados en la estructura optimizada aumentan la velocidad para los dos picos que aparecen antes de los 22 Hz. Desde los 20 a los 35 Hz aproximadamente, la magnitud de la velocidad es menor para la estructura optimizada, a partir de ahí se presenta un corrimiento en el comportamiento y en general con una velocidad mayor que para la estructura inicial.

El efecto de las modificaciones realizadas, que fue la adición de algunas placas para aumentar la rigidez en la región, deja ver que el aumento en la rigidez no necesariamente resulta en una mejora directamente, si bien el máximo valor de velocidad se encuentra para la estructura inicial, en algunos puntos la velocidad es mayor para la optimizada. Esto señala la complejidad para alcanzar los resultados deseados.

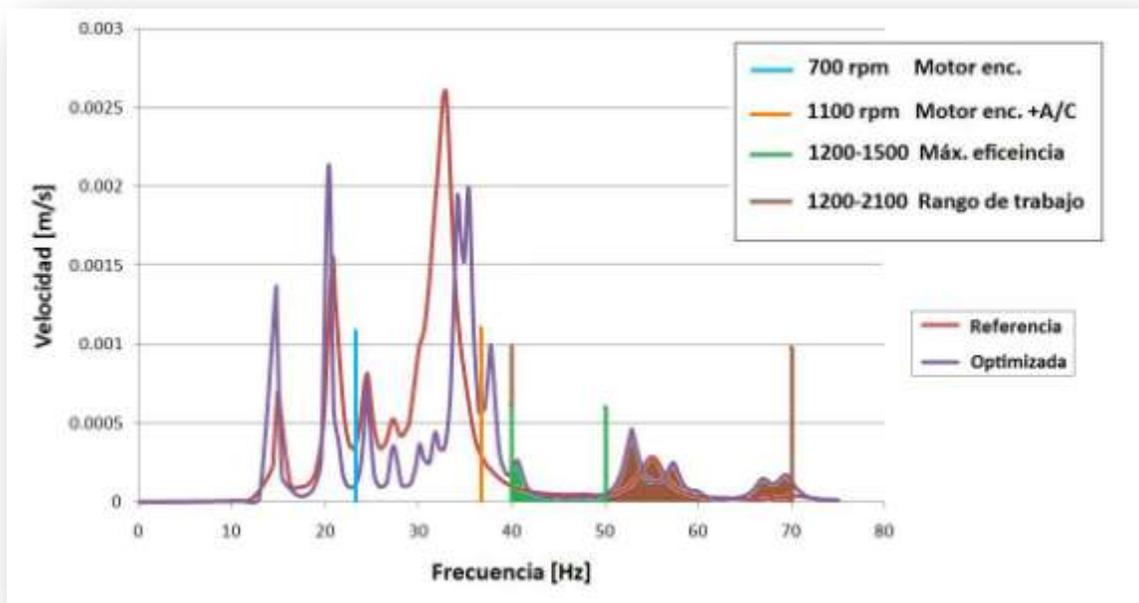


Figura 3.36 Velocidad de un elemento cercano a los soportes del motor, producida por el funcionamiento del motor, en el rango de frecuencias de operación del mismo, para la estructura de referencia y la optimizada.

La Figura 3.37 muestra una comparación de la distribución de esfuerzos para la estructura de referencia y la optimizada, considerando la misma escala de colores para los niveles de esfuerzos, con un límite superior de 100 MPa. La principal diferencia se observa en la disminución de concentración de esfuerzos para los elementos horizontales de la parte posterior, los cuales fueron reforzados. Debido a los requerimientos de diseño, la inclusión de nuevos elementos no resulta sencilla al tomar en cuenta posibles problemas de interferencia.

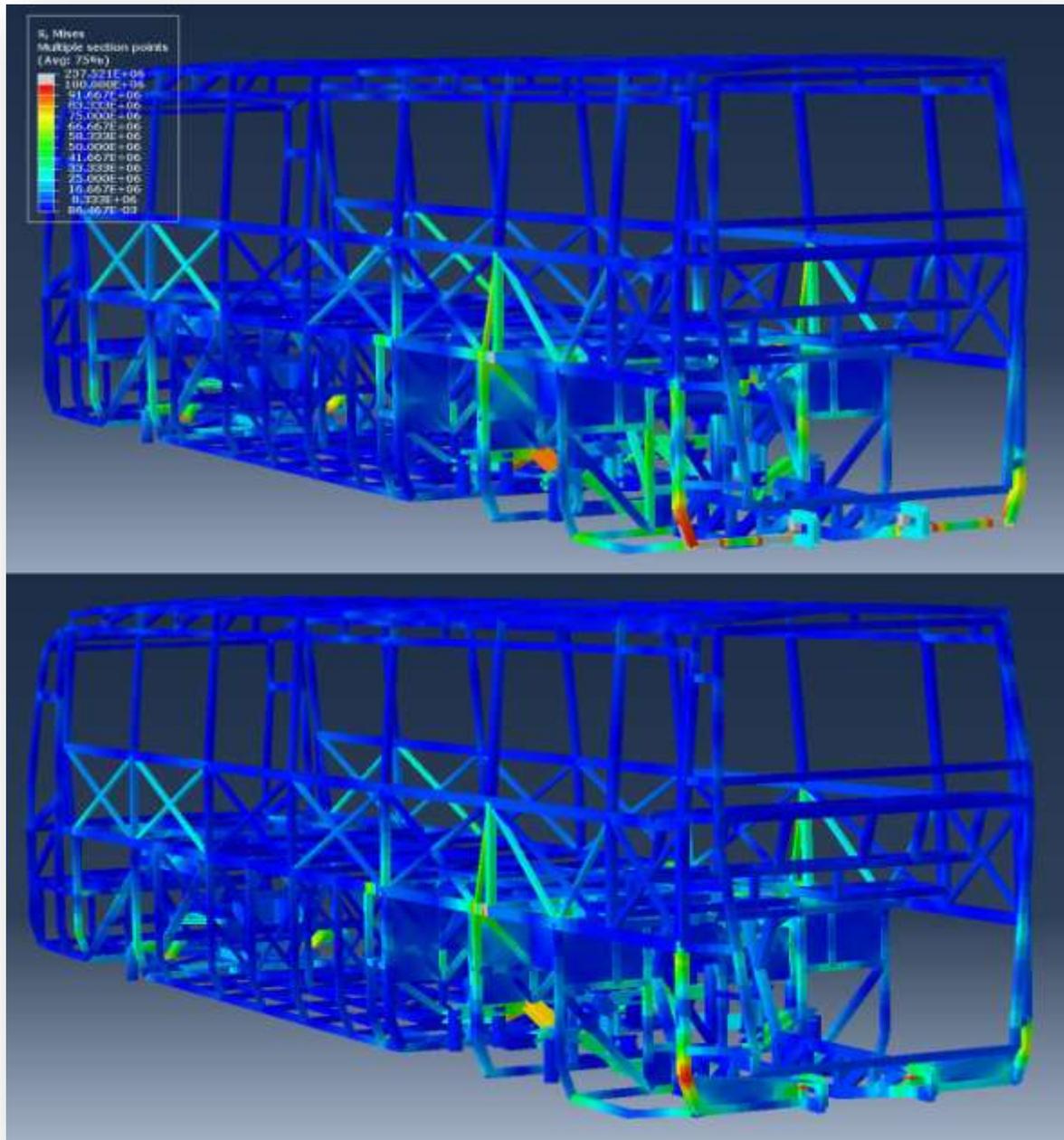


Figura 3.37 Distribución de esfuerzos de Von Mises (Pa) para la estructura de referencia (arriba) y la optimizada (abajo) sometidas a carga máxima con un límite superior de visualización de 100MPa.

Las modificaciones realizadas a la estructura de referencia disminuyeron en un 50% el nivel de esfuerzos para las cinco regiones marcadas en la Figura 3.38. La adición de algunos elementos con la intención de permitir la distribución de carga concentrada en las regiones 1, 2 y 3 hacia los elementos adyacentes tuvo un efecto notable al llevar el nivel de esfuerzos de Von Mises de aproximadamente 200 MPa a menos de 100 MPa en estas tres zonas.

El punto 4 señala un elemento que permaneció sin modificación; sin embargo la presencia de esfuerzos mayores a 200 MPa disminuyó, correspondiendo el valor en gris de la región 4' a 210 MPa , ligeramente mayor al límite superior en la escala definido para esta figura. La disminución en el nivel de esfuerzos sin haber realizado un cambio directo en el elemento se puede explicar por la adición de elementos en zonas cercanas los cuales pueden ayudar a amortiguar o redirigir parte de las deformaciones sin que estén lleguen directamente a dicho elemento.

La pieza añadida en el punto 5 lleva el nivel de esfuerzos de Von Mises valores mayores a 200 MPa hasta valores inferiores a 60 MPa . Si bien en esta disminución se puede señalar la posibilidad de reducir las dimensiones del elemento de refuerzo, en una condición previa éste resultó justo suficiente, por lo que esta opción es descartada.

La distribución de esfuerzos, correspondiente al análisis de esta región bajo la condición de curvado para el eje delantero no muestra diferencias gráficas apreciables respecto a la Figura 3.31. Las modificaciones realizadas en la región no permiten observar una diferencia y esta condición en particular no permite apreciar efecto alguno en los elementos cercanos.

El comportamiento dinámico derivado de la optimización de la estructura permanece sin cambio al reportado en la Figura 3.32, la reducción de masa, factor que pudiera generar un efecto perceptible en éste, no es de una magnitud que permita observar una modificación.

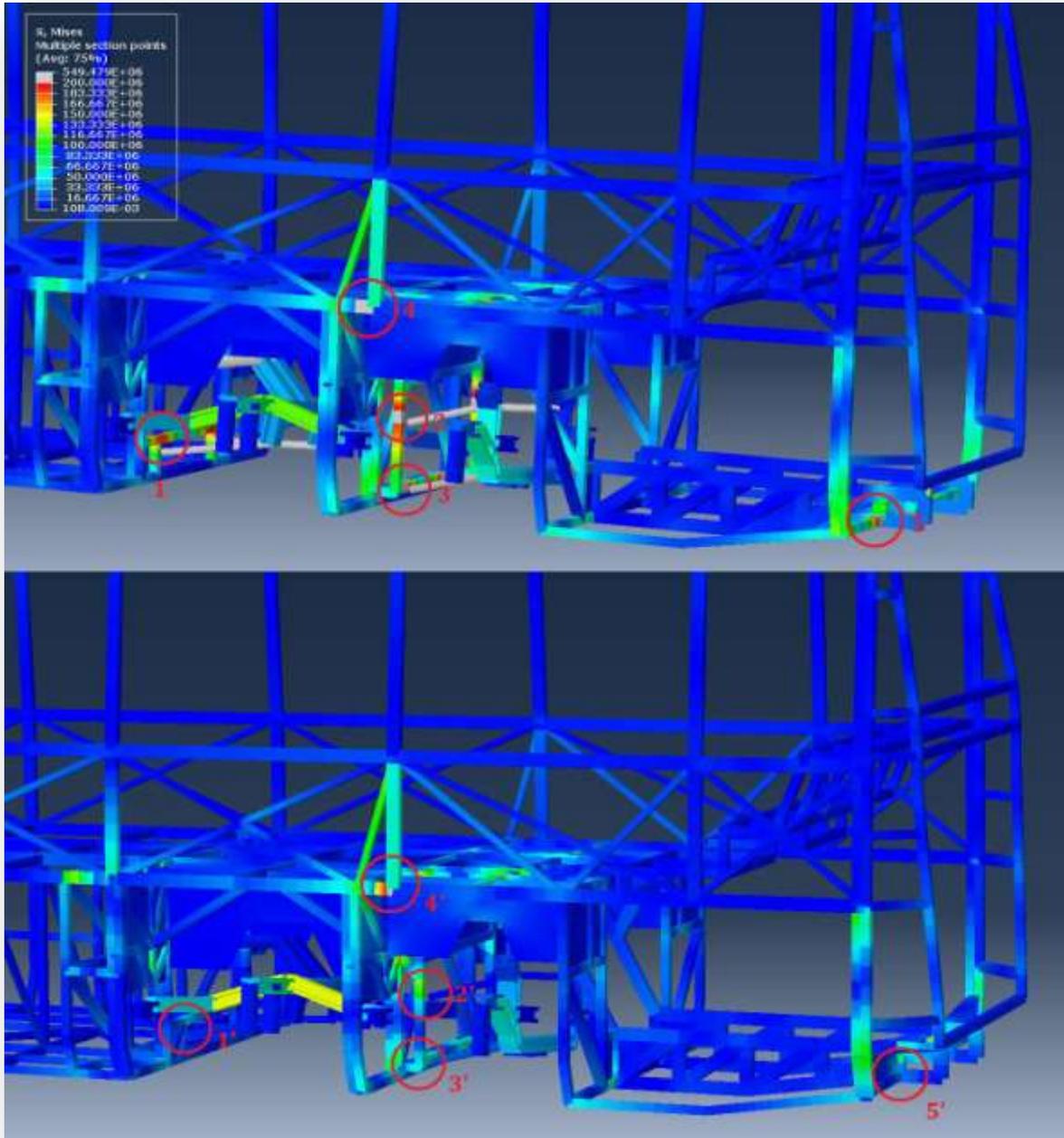


Figura 3.38 Distribución de esfuerzos de Von Mises (Pa) en la parte posterior de la estructura original (arriba) y la optimizada (abajo) al simular una condición de curvoo.

Conclusiones

Conclusiones. Caso A

Se aplicó la metodología presentada a una espuma de titanio de manera eficiente y sencilla para obtener un modelo que permitió el análisis del material a través de la obtención de algunas características mecánicas; las nuevas herramientas disponibles para la elaboración de este tipo de espumas permiten la creación de geometrías complejas y en consecuencia, brindan la oportunidad de tener una mayor libertad en el diseño y/o modificación de estos materiales.

La simplificación de los elementos que componen el material hizo que las modificaciones de los parámetros fueran fáciles y rápidas. El cambio de la sección transversal y el mallado en conjunto permitieron obtener un error porcentual para el módulo de elasticidad y esfuerzo de cedencia de 3% y 19%, respectivamente.

El número de elementos entre vértices para llegar a la convergencia de resultados se encontró para la mayoría de los casos entre 5 y 7, corroborando lo que se encuentra en el marco teórico; para el caso particular se determinó como la mejor opción un mallado que usara 7 elementos entre vértices dado que no se alcanzó la convergencia en todos los casos considerando 5 elementos.

Si bien la determinación del diámetro asignado a la sección transversal de los miembros del modelo se realizó a partir de mediciones realizadas sobre una muestra del material, el valor obtenido entregó propiedades superiores a las experimentales. Es por ello que esta magnitud requirió de un ajuste, debido a las variaciones de la sección transversal en los miembros del material y la idealización de una sección constante en el modelo.

La información obtenida del modelo no está limitada a la obtención de propiedades mecánicas, la solución del modelo permite identificar tanto la forma de deformación en conjunto de los elementos como regiones donde se pudiese presentar la falla del material.

La evaluación de materiales celulares de arreglo regular con un mínimo de 100 celdas unitarias resulta en una muestra modelo que permite ver adecuadamente el comportamiento del material sujeto a diversas sollicitaciones, sin incrementar de manera excesiva la cantidad de elementos en el modelo, lo cual se traduce en la optimización de los recursos computacionales.

Las diferencias entre el modelo que mejor se adecua al comportamiento del material y el promedio experimental se puede entender debido a la irregularidad tanto superficial como en la sección transversal de los miembros de la estructura. El método de obtención del material entrega una superficie irregular en los miembros que lo componen, lo cual se traduce en una sección transversal no homogénea y en consecuencia la rigidez del material resultó superior para el promedio medido.

El coeficiente C_1 propuesto para la predicción del comportamiento de este tipo de materiales de una forma analítica en función de la densidad relativa predijo adecuadamente las propiedades mecánicas del material. Sin embargo, con la corrección a este factor, el comportamiento propuesto para módulo de elasticidad en función de la densidad relativa resulta acertado para densidades relativas menores a 0.4, encontrándose para este caso errores porcentuales menores a 9%; para densidades relativas mayores éste error es mayor a 18%.

El coeficiente C_3 propuesto para la predicción del comportamiento del esfuerzo de cedencia en función de la densidad relativa entregó valores coincidentes con los del material, el comportamiento predicho por el modelo analítico muestra una tendencia correcta hasta la máxima densidad relativa considerada, 0.6; la exactitud en la predicción analítica del esfuerzo de cedencia entrega errores porcentuales de entre 5 y 50%, dicha variación se presume tiene origen en el método de obtención de este valor.

Al modificar el diámetro de la sección transversal asociada a los elementos viga del material de 0.3 mm a 0.5 mm se obtuvo una variación del módulo de elasticidad de 1242 MPa a 5754 MPa . Estos valores indican la posibilidad de optimizar el material a partir de la variación del diámetro de los elementos, es decir, obtener un módulo de elasticidad adecuado a las necesidades específicas requeridas, según la región de hueso que se quiere sustituir.

Conclusiones. Caso B

Se aplicó la metodología presentada a un problema con dimensiones de distinto orden de magnitud, pero que puede ser abordado considerando la teoría de vigas. Se obtuvo un modelo del cual se puede lograr una solución aprovechando los recursos computacionales disponibles.

La generación de la geometría de la estructura requirió mucho más tiempo ya que, pese a ser una estructura definida, la identificación de los puntos en el espacio requiere de un avance cuidadoso con la intención de evitar posibles errores al presentarse secciones no conectadas.

Una vez obtenido el modelo se realizaron diferentes tipos de análisis a la estructura a partir de la modificación de las condiciones de frontera. La generación de las diferentes evaluaciones se llevó a cabo de una forma sencilla y eficiente ya que las características propias del modelo así lo permitieron. Se generó la información suficiente para poder realizar un análisis estructural completo.

El análisis estático permitió la obtención de dos parámetros fundamentales en este tipo de estructuras, la rigidez a la torsión y la rigidez a la flexión. Mediante el análisis de perturbación lineal se identificaron los modos de frecuencia del sistema, brindando las bases para un análisis de respuesta en frecuencia considerando una carga cíclica asociada al funcionamiento del motor; adicionalmente permitió detectar errores de conexión entre los elementos estructurales. El análisis dinámico permitió profundizar en las capacidades de la paquetería de elemento finito y la utilidad de las mismas al incluir mecanismos móviles al análisis de estructuras metálicas; sin la consideración de elementos simplificados la solución de este problema requeriría de una mayor cantidad de recursos computacionales.

El proceso de optimización, que involucró variación de secciones transversales y adición de nuevos elementos, se realizó de una forma sencilla y fluida, lo que permitió realizar diferentes combinaciones hasta encontrar la estructura final presentada.

Con las modificaciones realizadas el peso neto de la estructura del autobús se redujo en un 7.76%; este porcentaje es mayor que la disminución en las constantes de rigidez de la misma. Dado que la estructura de referencia es una estructura que se encuentra actualmente en circulación, la reducción en las constantes de rigidez no indica que se ponga en riesgo el adecuado funcionamiento de ésta y sí representa una ventaja la reducción de peso en el ahorro de combustible.

La adición de nuevos y pequeños elementos viga generó una reducción de más del 50% en los elementos de sujeción de las suspensiones motriz y auxiliar, donde se encontraban algunas concentraciones de esfuerzos. En el caso de la región de soporte del motor se mejoró la distribución de la misma con la adición de elementos planos, principalmente debido a requerimientos de diseño.

El uso de la metodología aquí presentada permitió el adecuado desarrollo del modelo, análisis y optimización de la estructura de un autobús de pasajeros.

Conclusiones generales

A partir de la revisión del estado del arte del se presentó una metodología que eficiente el modelado, análisis, diseño, caracterización y optimización de materiales celulares y estructuras metálicas. Esta metodología fue aplicada a dos casos de distinta naturaleza, en ambos casos se obtuvieron resultados satisfactorios al utilizar la misma teoría para la simplificación de su modelado.

La diferencia principal encontrada para el pre-procesamiento fue la generación de la geometría estructural, mientras que para el primer caso se pudo realizar a través de la identificación de la celda unitaria y su consecutiva reproducción en todas las direcciones, para el segundo caso resultó más lento al involucrar una geometría particular bien definida.

Otras diferencias fueron la aplicación de diferentes análisis, mientras que para el primero sólo se realiza un análisis cuasiestático, al segundo, adicionalmente se le aplican análisis de perturbación lineal y análisis dinámicos. La aplicación y explotación de los mismos no resulta exclusivo del caso, dependiendo de las necesidades del problema serán utilizados el tipo de análisis con las condiciones de frontera particulares.

El orden de magnitud es un factor que carece de importancia al aplicar esta metodología dadas las características adimensionales de la paquetería, lo que permite que la metodología pueda ser aplicada a un sin número de fenómenos.

El modelado de problemas distintos permite visualizar las capacidades disponibles con las que se cuenta al realizar la simplificación del mismo, tal como en el caso B, el análisis de perturbación lineal puede ser aplicado a materiales celulares para obtener el módulo de elasticidad a partir de la frecuencia natural del material. Esto indica la posibilidad de obtener una cantidad mayor de información al explotar las diferentes opciones disponibles para predecir o analizar el comportamiento de determinado sistema.

Las diferencias que pueden ser encontradas al comparar el comportamiento experimental con el comportamiento aproximado con el modelo generado tienen diferentes orígenes. Inicialmente la teoría de vigas generalizada tiene un error asociado en las consideraciones para el desarrollo de sus ecuaciones; la idealización de un elemento de sección transversal constante y homogénea, así como las propiedades mecánicas asociadas a éste, pueden diferir ligeramente de las características reales; así mismo las limitaciones en la aplicación de condiciones de frontera tienen la capacidad de propagar un error que se busca minimizar pero no es posible eliminar.

Pese a la existencia de errores debidos a la pérdida de información asociada a la simplificación del modelo, este método permite la adquisición de información con la cual se puede predecir el comportamiento de un material o estructura metálica. Esta información

resulta de vital importancia ya que permite el ahorro tanto de materia prima como de gastos derivados de producción al reducir o eliminar, el proceso de prueba y error.

La aplicación de la metodología para el modelado de materiales celulares y estructuras metálicas permitió optimizar los recursos computacionales disponibles, efectuar una variedad de análisis y realizar modificaciones de una manera sencilla para alcanzar los objetivos particulares planteados en cada caso.

Las soluciones aproximadas generadas a través del uso de este tipo de modelos se pueden mejorar al dedicar una mayor atención a los fenómenos que se desarrollan en los vértices y/o uniones, fenómeno al que se le han dedicado muchas teorías. Este tema permite efectuar y evaluar ajustes ya sea geométricos directamente al modelo o a las ecuaciones a través de las cuales se les da solución al problema.

Referencias

1. Lorna J. Gibson, Michael F. A. (1998). *Cellular solids: structures & properties*. Cambridge University Press.
2. Lorna J. Gibson (2005). *Biomechanics of cellular solids*. Journal of biomechanics, 38, 377-399.
3. Mathias H. Luxner, Alexander Woez, Juergen Stampfl, Peter Fratzl, Heinz E. Pettemann (2008). *A finite element study on the effects of disorder in cellular structures*. Acta Biomaterialia, 5, 381-390.
4. Zhijun Zheng, Jilin Yu, Jianrong Li (2005). *Dynamic crushing of 2D cellular structures: A finite element study*. International journal of impact engineering, 32, 650-664.
5. J. T. Shang, Chu Xuming, He Deping (2008). *Preparation of three-dimensional shaped aluminium foam by two-step foaming*. Material science and engineering B, 151, 157-162.
6. J. Zare, H. Danesh Manesh (2011). *A novel method for producing of steel tubes with Al foam core*. Material and Design, 32, 1325-1330.
7. Mohamed Shehata Aly (2010). *Effect of pore on the tensile behavior of open-cell Ti foams: Experimental results*. Materials letters, 64, 935-937.
8. F. Gagliardi, L. Filice, D. Umbrello, R. Shivpuri (2007). *Forging of metallic foams to reproduce biomechanical components*. Materials science and engineering A, 480, 510-516.
9. D. P. Kou, J. R. Li, J. L. Yu, H. F. Cheng (2008). *Mechanical behavior of open-cell metallic foams with dual size cellular structure*. Scripta materialia, 59, 483-486.
10. X. James Ren, Vadim V. Silberschmidt (2007). *Numerical modeling of low-density cellular materials*. Computational materials science, 43, 65-74.
11. O. Caty, E. Marie, S. Youssef, R. Bouchet (2008). *Modeling the properties of closed-cell cellular materials from tomography images using finite shell elements*. Acta materialia, 56, 5524-5534.
12. S. Youssef, E. Marie, R. Gaertner (2004). *Finite element modeling of the actual structure of cellular materials determined by X-Ray tomography*. Acta materialia, 53, 719-730.
13. Matej Vesekjak, Andreas Ochsner, Zoran Ren (2008). *Characterization of open-cell cellular material structures with pore fillers*. Materials letters, 62, 3250-3253.

14. Uttam Kumar Chakravarty (2010). *An investigation on the dynamic response of polymeric, metallic and biomaterial foams*. Composite structures, 92, 2339-2344.
15. P. R. Onck (2001). *Application of a continuum constitutive model to metallic foam DEN-specimens in compression*. International journal of mechanical sciences, 43, 2947-2959.
16. O. Kesler, L. K. Crews, L. J. Gibson (2003). *Creep of sandwich beams with metallic foam cores*. Materials science and engineering A, 326, 228-234.
17. Abd-Elmouneim Belhadj, Sid-Sli Kaoua, Mohammed Azzaz, Jean Dominique Bartout, Yves Bienvenu (2008). *Elaboration and characterization of metallic foams based on tin-lead*. Materials science and engineering A, 494, 425-428.
18. Nihan Tuncer, Gursoy Arslan, Eric Marie, Luc Salvo (2011). *Influence of cell aspect ratio architecture and compressive strength of titanium foams*. Materials science and engineering A, 528, 7368-7374.
19. Z. Esen, S. Bor (2006). *Processing of titanium foams using magnesium spacer particles*. Scripta materialia, 56, 341-344.
20. M. Sharma, G. K. Gupta, O. P. Modi, B. K. Prasad, Anil K. Gupta (2011). *Titanium foam through powder metallurgy route using acicular urea particles as space holder*. Materials letters, 65, 3199-3201.
21. J. Y. Xiong, Y. C. Wang, P. D. Hodgson, C. E. Wen (2007). *Titanium-nickel shape memory alloy foams for bone tissue engineering*. Journal of mechanical behavior of biomedical materials, 1, 269-273.
22. M. Barrabés, P. Sevilla, J. A. Planell, F. J. Gil (2007). *Mechanical properties of nickel-titanium foams for reconstructive orthopedics*. Materials science & engineering C, 28, 23-27.
23. S. A. Meguid, S. S. Chenon, N. El-Abbasi (2002). *FE modeling of deformation localization in metallic foams*. Finite element in analysis and design, 38, 631-643.
24. E. Marie, A. Fazekas, Luc Salvo, R. Dendievel, S. Youssef, P. Cloetens, J. M. Letang (2003). *X-Ray tomography applied to the characterization of cellular materials. Related finite element modeling problems*. Composite science and technology, 63, 2431-2443.
25. A. Czekanski, M. S. Attia, S. A. Meguid, M. A. Elbestawi (2005). *On the use of a new cell to model geometric asymmetry of metallic foams*. Finite elements in analysis and design, 41, 1327-1340.
26. Hong-Wei Song, Qi-Jian He, Ji-Lia Xie, A. Tabota (2008). *Fracture mechanisms and size effect of brittle metallic foams: In situ compression tests inside SEM*. Composites science and technology, 68, 2441-2450.
27. Sid-Ali Kaoua, Djaffar Dahmound, Abd-Elmouneim Belhadj, Mohammed Azzaz (2008). *Finite element simulation of mechanical behavior of nickel-based metallic foam structures*. Journal of alloys and compounds, 47, 147-152.

28. Mohd Ayub Sulong, Andreas Ochsner (2011). *Prediction of the elastic properties of syntactic perforated hollow spheres structures*. Computational materials science, 53, 60-66.
29. O. Kesler, L. J. Gibson (2002). *Size effect in metallic foam core sandwich beams*. Materials science and engineering A, 326, 228-234.
30. Zhenlun Song, Satoshi Kishimoto (2006). *The cell effect of closed cellular material fabricated by the pulse current hot isostatic pressing on the compressive behavior*. Scripta materialia, 54, 1531-1535.
31. S. Kishimoto, N. Shinya (2000). *Development of metallic closed cellular materials containing polymers*. Materials and design, 21, 575-578.
32. S. Kishimoto, N. Shinya (2006). *Compressive behavior of micro-metallic closed cellular materials fabricated by spark-plasma sintering*. Materials science and engineering A, 483-484, 679-682.
33. P. Sevilla, C. Aparicio, J. A. Planell, F. J. Gil (2007). *Comparison of the mechanical properties between tantalum and nickel-titanium foams implant materials for bone ingrowth applications*. Journal of alloys and compounds, 439, 67-73.
34. C. C. Yang, H. Nakae (2000). *Foaming characteristics control during production of aluminum alloy foam*. Journal of alloys and compounds, 313, 188-191.
35. Levent Aktay, Aladtair F. Johnson. Bernd-H. Kroplin (2007). *Numerical modeling of honeycomb core crush behavior*. Engineering fracture mechanics, 75, 2616-2630.
36. N. J. Mills (2006). *The high strain mechanical response of the wet Kevlar model for open-cell foams*. International journal of solids and structures, 44, 51-65.
37. A. Ajdari, H. Nayeb-Hashemi, P. Canavan, G. Warner (2007). *Effect of the defects on elastic-plastic behavior of cellular materials*. Materials science & engineering A, 487, 558-567.
38. G. W. Ma, Z. Q. Ye, z. S. Shao (2008). *Modeling loading rate effect on crushing stress of metallic cellular materials*. International journal of impact engineering, 36, 775-782.
39. H. X. Zhu, J. R. Hobdell, A. H. Windle (2000). *Effect of cell irregularity on the elastic properties of open cell foams*. Acta materialia, 48, 4893-4900.
40. Y. D. Liu, J. L. Yu, Z. J. Zheng, J. R. Li (2009). *A numerical study on the rate sensitivity of cellular metals*. International journal of solids and structures, 46, 3988-3998.
41. O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor. The finite element method for solids and structural mechanics. Elsevier 6th ed.
42. R. J. Astley (1992). *Finite elements in solids and structures*. Chapman & Hall.
43. M. Asghar Bhatti (2005). *Fundamental finite element analysis and applications*. Wiley.

44. C. I. Loperena (2012). *Biocompatibilidad de espumas de Ti6Al4V*. Tesis Maestría (en desarrollo). UNAM
45. Niemi, E. (1993). *Aspects of good design practice for fatigue-loaded welded components*. Mechanical engineering publications. London.
46. A. Shukla, G. Ravinchandran, D. S. Rajapakse (2009). *Dynamic failure of materials and structures*. Springer.
47. H. R. López Cervantes (2010). *Simulación numérica de ensayos de compresión para determinar las propiedades mecánicas de materiales celulares*. Tesis Maestría. UNAM
48. E. I. Ramírez Díaz (2007). *Desarrollo de un modelo micromecánico para la predicción de las propiedades de hueso mediante paquetería de elemento finito*. Tesis Maestría. UNAM.
49. O. Ruiz Cervantes (2010). *Efecto de la resistencia mecánica del hueso esponjoso al variar la densidad y la arquitectura trabecular*. Tesis Maestría. UNAM.
50. Mase G. Thomas, Smelser Ronald E., Mase George E. (2010). *Continuum mechanics for engineers 3th. Ed.* CRC Press.
51. Prtela A., Chafari A. (2002). *Finite elements using Maple. A symbolic programming approach*. Springer.
52. Jayanthi Parthasarathy, Binil Starly, Shivakumar Raman, Andy Chistensen (2010). *Mechanical evaluation of porous titanium (Ti6Al4V) structure with electron beam melting (EBM)*. Journal of the mechanical behavior of biomedical materials, 3, 249-259.
53. L. E. Murr, E. V. Esquivel, S. A. Quinones, S. M. Gaytan, M. I. Lopez, E. Y. Martinez, F. Medina, D. H. Hernandez, E. Martinez, J. L. Martinez S. W. Stafford, D. K. Brown, T. Hoppe, W. Meyers, U. Lindhe, R. B. Wicker (2009). *Microstructures and mechanical properties of electron beam-rapid manufactured Ti-6Al-4V biomedical prototypes compared to wrought Ti-6Al-4V*. Materials characterization, 60, 96-105.
54. L. E. Murr, S. M. Gaytan, D. A. Ramirez, E. Martinez, J. Hernandez, K. N. Amato, P. W. Shindo, F. Medina, R. B. Wicker (2012). *Metal fabrication by additive manufacturing using laser and electron beam melting technologies*. Journal of material science technologies, 28 (1), 1-14.
55. A. Mazzoli, M. Germani, R. Raffaelli (2009). *Direct fabrication through electron beam melting technology of custom cranial implants designed in a PHANToM-based haptic environment*. Materials and design, 30, 3186-3192.
56. D. A. Ramirez, L. E. Murr, S. J. Li, Y. X. Tian, J. L. Martinez, B. I. Machado, S. M. Gaytan, F. Medina, R. B. Wicker (2011). *Open-cellular copper structures fabricated by additive manufacturing using electron beam melting*. Materials science and engineering A, 528, 5379-5386.

57. Mari Koike, Kelly Martinez, Lilly Guo, Gilbert Chahine, Radovan Kovacevic, Toru Okabe (2011). *Evaluation of titanium alloy fabricated using electron beam melting system for dental applications*. Journal of materials processing technology, 211, 1400-1408.
58. O. Cansizoglu, O. Harrysson, D. Cormier, H. West, T. Mahale (2008). *Properties of Ti-6Al-4V non-stochastic lattice structures fabricated via electron beam melting*. Materials science and engineering A, 492, 468-474.
59. L. E. Murr, K. N. Amato, S. J. Li, Y. X. Tian, X. Y. Cheng, S. M. Gaytan, E. Martinez, P. W. Shindo, F. Medina, R. B. Wicker (2011). *Microstructure and mechanical properties of open-cellular biomaterials prototypes for total knee replacement implants fabricated by electron beam melting*. Journal of mechanical behavior of medical materials, 4, 1396-1411.
60. L. E. Murr, S. A. Quinones, S. M. Gaytan, M. I. Lopez, A. Rodela, E. Y. Martinez, D. H. Hernandez, E. Martinez, F. Medina, R. B. Wicker (2008). *Microstructure and mechanical behavior of Ti-6Al-4V produced by rapid-layer manufacturing, for biomedical applications*. Journal of mechanical behavior of biomedical materials, 2, 20-32.
61. X. Li, C. Wang, W. Zhang, Y. Li (2009). *Fabrication and characterization of porous Ti6Al4V parts for biomedical applications using electron beam melting process*. Materials letters, 63, 403-405.
62. L. E. Murr, S. M. Gaytan, F. Medina, E. Martinez, J. L. Martinez, D. H. Hernandez, B. I. Machado, D. A. Ramirez, R. B. Wicker (2010). *Characterization of Ti-6Al-4V open cellular foams fabricated by additive manufacturing using electron beam melting*. Materials science and engineering A, 527, 1861-1868.
63. S. J. Li, L. E. Murr, X. Y. Cheng, Z. B. Zhang, Y. L. Hao, R. Yang, F. Medina, R. B. Wicker (2012). *Compression fatigue behavior of Ti-6Al-4V mesh arrays fabricated by electron beam melting*. Acta materialia, 60, 793-802.
64. Euro Inox and The Steel Construction Institute (2003). *Design manual for structural stainless steel*.
65. Instituto chileno del acero (2000). *Manual de diseño para estructuras de acero Tomo I*.
66. Gobierno de la ciudad de México. *Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras metálicas*.
67. C. Basaglia, D. Camotim, N. silvestre (2012). *Torsión warping transmission at thin-walled frame joints: kinematics, modelling and structural response*. Journal of constructional steel research, 69, 39-53.
68. D. Mundo, R. Hadjit, s. dondeers, M. Brughmans, P. Mas, W. Desmet (2009). *Simplified modelling of joints and beam-like structures for BIW optimization in a concept phase of the vehicle design process*. Finite elements in analysis and design, 45, 456-462.

69. Weichen Xue, Sheng Liu (2009). *Design optimization and experimental study on beam string structures*. Journal of constructional steel research, 65, 70-80.
70. R. Clune, J. J. Connor, J. A. Ochsendorf, D. Kelliher (2012). *An object-oriented for extensile structural design software*. Computers and structures, doi:10.1016/j.compstruc.2012.02.002.
71. Lip H. The (2001). *Cubic beam elements in practical analysis and design of steel frames*. Engineering structures, 23, 1243-1255.
72. H. Kim, O. M. Querin, G. P. Steven (2002). *On the development of structural optimization and its relevance in engineering design*. Design studies, 23, 85-102.
73. N. O. Lagaros, M. Fragiadakis, M. Papadrakakis, Y. Tsompanakis (2006). *Structural optimization: A tool for evaluating seismic design procedures*. Engineering structures, 28, 1623-1633.
74. Steffen Marburg, Hans-Jürgen Hardtke (2001). *Shape optimization of a vehicle hat-shelf improving acoustic properties for different load cases by maximizing first eigenfrequency*. Computers and structures, 79, 1943-1957.
75. Min Liu (2011). *Progressive collapse design of seismic steel frames using structural optimization*. Journal of constructional steel research, 67, 322-332.
76. Simulia Abaqus 6.11 (2011). *Abaqus Analysis User's Manual*.