



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Experimento de Franson (Correlaciones Cuánticas)

T E S I S

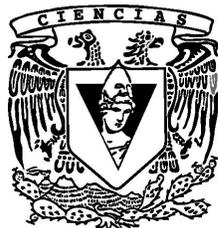
que para obtener el título de

Físico

presenta:

Luis Fernando Quezada Mata

Director de tesis: Dr. Víctor Manuel Velázquez Aguilar



2011



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno.
Apellido paterno: Quezada
Apellido materno: Mata
Nombre(s): Luis Fernando
Teléfono: 55-50-88-46
Universidad: Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad: Facultad de Ciencias
Carera: Física
Número de cuenta: 303312714
2. Datos de tutor.
Grado: Dr.
Nombre(s): Víctor Manuel
Apellido paterno: Velázquez
Apellido materno: Aguilar
3. Datos del sinodal 1.
Grado: Dr.
Nombre(s): Enrique
Apellido paterno: López
Apellido materno: Moreno
4. Datos del sinodal 2.
Grado: Dr.
Nombre(s): Alfred Barry
Apellido paterno: U'ren
Apellido materno: Cortés
5. Datos del sinodal 3.
Grado: Dr.
Nombre(s): Víctor Manuel
Apellido paterno: Velázquez
Apellido materno: Aguilar
6. Datos del sinodal 4.
Grado: Dr.
Nombre(s): Jorge Gustavo
Apellido paterno: Hirsch
Apellido materno: Ganievich
7. Datos del sinodal 5.
Grado: Dra.
Nombre(s): Enriqueta
Apellido paterno: Hernández
Apellido materno: Saldaña
8. Datos del trabajo escrito.
Título: Experimento de Franson (Correlaciones Cuánticas)
Número de páginas: 70
Año: 2011

Prefacio

Durante los últimos 100 años la mecánica cuántica ha soportado exitosamente rigurosas pruebas experimentales, sin embargo, debido a que a ésta solo le concierne la predicción precisa de resultados experimentales, no ofrece una explicación del mecanismo que produce dichos resultados. Esto ha dado cabida a varias interpretaciones acerca de lo que estos resultados dicen de la realidad física.

La más común de estas interpretaciones es la de Copenhague, la cual fue desarrollada alrededor de 1927 por Niels Bohr, Werner Heisenberg y otros colaboradores, y nombrada así por la ciudad en la que comúnmente se reunían. De acuerdo a esta interpretación, cuando un objeto no está siendo observado, lo único que tenemos para describirlo es una fórmula matemática (la función de onda) que nos da la probabilidad de encontrar al objeto después de hacer la observación. El problema crucial, es que esta interpretación no solo no nos dice nada sobre el comportamiento del objeto cuando éste no está siendo observado, sino que niega la existencia de una realidad objetiva en ausencia de su observación.

Este y otro tipo de resultados poco intuitivos de la teoría cuántica, no fueron del agrado de mucho científicos de la época, de entre los cuales uno era Albert Einstein, cuya crítica a ésta es conocida por frases como: “Me gustaría creer que la luna está ahí aún cuando no la estemos viendo”. Para estas personas, la mecánica cuántica era una teoría incompleta, debido a que no era capaz de identificar de manera precisa el estado de un objeto sino hasta su medición. Esta posición de pensamiento fue comúnmente referida como punto de vista realista.

En un esfuerzo por convencer a la comunidad científica de que el punto de vista realista era el único con validez, los físicos Albert Einstein, Nathan Rosen y Boris Podolsky (EPR) formularon un experimento pensado que mostraba como la mecánica cuántica se contradecía a si misma cuando se aceptaban como hipótesis el punto de vista realista y el principio de localidad, este último nos dice que los objetos solo son afectados por su entorno próximo. EPR argumentó que para resolver esta contradicción se necesitaba una teoría local que contuviera variables correspondientes a todos los elementos de realidad presentes en el sistema (los cuales la mecánica cuántica no podía identificar), a este tipo de teorías se les conoce como teorías locales de variables ocultas.

La discusión originada a partir de la paradoja planteada por EPR, sobre la realidad física de

los sistemas cuánticos, no tuvo ningún avance esencial hasta 1964, año en el que John Bell, un físico de la Organización Europea para la Investigación Nuclear (CERN), demostró de manera teórica que ninguna teoría local de variables ocultas es congruente con la mecánica cuántica. De esta demostración solo se podía concluir que la mecánica cuántica era una teoría incompleta o que alguna de las hipótesis de EPR era falsa. Desde luego, la publicación del teorema de Bell impulsó muchas pruebas experimentales, y en todas ellas hasta nuestros días, la mecánica cuántica ha sido triunfadora.

El presente trabajo aborda, reproduce y estudia uno de estos experimentos, conocido como el experimento de Franson, el cual fue propuesto por James D. Franson en 1989 como una forma de estudiar la no localidad de la naturaleza utilizando correlaciones temporales, y no de polarización como la mayoría de este tipo de experimentos. En éste, dos fotones se crean con una correlación temporal, y después son separados (de manera arbitraria), los resultados que se obtienen muestran de manera parcial, bajo el formalismo matemático dado por el teorema de Bell, que la correlación con la que son creados los fotones produce efectos que violan el principio de localidad.

Esta tesis documenta el esfuerzo realizado durante varias semanas en el laboratorio de óptica avanzada de la facultad de ciencias de la UNAM, lapso durante el cual se desarrolló un procedimiento metódico para la realización del experimento de Franson a través de la experiencia adquirida de varios errores cometidos durante su montaje, adquiriendo de esta forma un amplio valor pedagógico. Debido a esto, se espera que cualquier persona que lea este trabajo sea capaz de recrear el experimento de una manera sencilla obteniendo resultados claros, en particular las próximas generaciones de estudiantes interesados en los resultados poco intuitivos de la mecánica cuántica.

Índice

Capítulo 1: Cuantización del campo electromagnético	1
1.1 Cuantización del oscilador armónico.....	1
1.2 Cuantización del campo electromagnético.....	4
1.3 Fluctuaciones del vacío y energía de punto cero.....	7
Capítulo 2: Interferencia con un solo fotón	9
2.1 Indivisibilidad del fotón.....	9
2.2 Descripción mecánico-cuántica de un divisor de haz.....	10
2.3 Interferencia con un solo fotón.....	12
Capítulo 3: Conversión espontánea paramétrica descendente (SPDC)	15
3.1 SPDC tipo I.....	15
3.2 SPDC tipo II.....	18
3.3 Cristal BBO.....	20
Capítulo 4: Enredamiento Cuántico, paradoja EPR y teorema de Bell	22
4.1 Enredamiento Cuántico.....	22
4.2 Paradoja EPR.....	24
4.3 Teorema de Bell.....	25
4.3.1 Desigualdad de Bell (1964).....	26
4.3.2 Desigualdad CHSH (1969).....	27
4.3.3 Desigualdad CH74 (1974).....	28

Capítulo 5: Experimento de Franson	31
5.1 Introducción.....	31
5.2 Violación de los principios de localidad y realismo en el experimento de Franson	33
5.3 Realización experimental.....	37
5.3.1 Alineación de los colectores con los haces de fotones individuales.....	37
5.3.2 Alineación de un láser rojo con los haces de fotones individuales.....	39
5.3.3 Montaje y alineamiento de dos interferómetros de Michelson.....	40
5.3.4 Interferencia con luz blanca.....	42
5.3.5 Desplazamiento fino.....	43
5.3.6 Arreglos experimentales (mediciones).....	44
5.3.7 Resultados.....	47
Capítulo 6: Discusión de resultados y conclusiones	52
6.1 Discusión de resultados.....	52
6.2 ¿Realmente se viola el principio de localidad en el experimento de Franson?	53
6.3 Conclusiones.....	54
Apéndice I: Acoplamiento de fase	56
I.1 La ecuación de onda para un medio óptico no lineal.....	56
I.2 Ecuación de onda acoplada para la generación por suma de frecuencias.....	58
I.3 Condición de acoplamiento de fase.....	59
Apéndice II: Interferómetro de Michelson	61
Apéndice III: Fotodiodo de avalancha	65
Apéndice IV: Detalles del material utilizado	67
Referencias y Bibliografía	69

Capítulo 1:

Cuantización del campo electromagnético

En este capítulo se dará fundamento al concepto de fotón. La cuantización del campo electromagnético se basa en identificar a éste como un conjunto infinito de osciladores armónicos, donde cada oscilador es cuantizado usando el procedimiento canónico. El cuanto que se obtiene de dicho procedimiento será la partícula a la que nos referiremos en los capítulos siguiente como fotón. [16] [17] [18]

1.1 Cuantización del oscilador armónico

Consideremos un oscilador armónico con coordenada q , masa m , momento conjugado $p = m\dot{q}$ y frecuencia natural ω . El Hamiltoniano clásico de este oscilador es entonces:

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 q^2}{2} \quad (1.1)$$

La cuantización de este problema clásico puede hacerse simplemente identificando H , q y p como operadores que satisfacen la siguiente relación de conmutación:

$$[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar \quad (1.2)$$

Por lo que el Hamiltoniano cuántico queda como:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2 \hat{q}^2}{2} \quad (1.3)$$

Los operadores \hat{q} y \hat{p} son Hermitianos (i.e. $\hat{q} = \hat{q}^\dagger$), sin embargo es más conveniente expresar el Hamiltoniano en término de los operadores no Hermitianos definidos como:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}} (m\omega\hat{q} + i\hat{p}) \quad (1.4a)$$

$$\hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}} (m\omega\hat{q} - i\hat{p}) \quad (1.4b)$$

A estos operadores se le conoce como operadores de aniquilación y creación respectivamente. Los operadores de posición y momento \hat{q} y \hat{p} quedan entonces expresados como:

$$\hat{q} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (1.5a)$$

$$\hat{p} = i\sqrt{\frac{m\hbar\omega}{2}} (\hat{a}^\dagger - \hat{a}) \quad (1.5b)$$

Usando la relación (1.2) se obtiene que:

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1 \quad (1.6)$$

Y finalmente sustituyendo (1.5a) y (1.5b) en (1.3) y utilizando la relación (1.6) obtenemos el Hamiltoniano cuántico para el oscilador armónico:

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) \quad (1.7)$$

Los eigenestados del Hamiltoniano son estados de energía definida que satisfacen:

$$\hat{H} |n\rangle = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) |n\rangle = E_n |n\rangle \quad (1.8)$$

Donde E_n es la energía del estado $|n\rangle$. Es conveniente también definir el operador de número $\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$, entonces:

$$\begin{aligned} \hat{H} |n\rangle &= \hbar\omega \left(\hat{N} + \frac{1}{2} \right) |n\rangle = E_n |n\rangle \\ \implies \hat{N} |n\rangle &= \left(\frac{E_n}{\hbar\omega} - \frac{1}{2} \right) |n\rangle \end{aligned} \quad (1.9)$$

Es decir, $n = \frac{E_n}{\hbar\omega} - \frac{1}{2}$ son los eigenvalores del operador \hat{N} . Los estados $|n\rangle$ se conocen como estados de Fock o estados de número.

Si ahora multiplicamos (1.8) por \hat{a}^\dagger por la izquierda y utilizando la relación (1.6), podemos generar una nueva ecuación de eigenvalores para el estado $\hat{a}^\dagger |n\rangle$:

$$\hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \hat{a}^\dagger \right) |n\rangle = E_n \hat{a}^\dagger |n\rangle$$

$$\implies \hat{H}(\hat{a}^\dagger |n\rangle) = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) (\hat{a}^\dagger |n\rangle) = (E_n + \hbar\omega) (\hat{a}^\dagger |n\rangle) \quad (1.10)$$

Análogamente, si multiplicamos (1.8) por \hat{a} por la izquierda obtenemos:

$$\hat{H}(\hat{a} |n\rangle) = (E_n - \hbar\omega) (\hat{a} |n\rangle) \quad (1.11)$$

De (1.10) y (1.11) se hace evidente el porqué \hat{a}^\dagger y \hat{a} son llamados operadores de creación y aniquilación respectivamente, ya que \hat{a}^\dagger “crea” un cuanto de energía $\hbar\omega$ mientras que \hat{a} “aniquila” uno.

Como no podemos quitarle más energía al estado base $|0\rangle$, entonces:

$$\hat{a} |0\rangle = |0\rangle \quad (1.12)$$

Y utilizando la ecuación (1.6) y la definición de \hat{N} obtenemos:

$$\hat{N}(\hat{a} |n\rangle) = (n - 1) (\hat{a} |n\rangle) \quad (1.13a)$$

$$\hat{N}(\hat{a}^\dagger |n\rangle) = (n + 1) (\hat{a}^\dagger |n\rangle) \quad (1.13b)$$

Considerando la ecuación (1.13a) tenemos que:

$$\hat{a} |n\rangle = c_n |n - 1\rangle \quad (1.14)$$

Tomando el producto interior del estado $\hat{a} |n\rangle$ consigo mismo, y dado que los estados de Fock están ortonormalizados (i.e. $\langle n|n'\rangle = \delta_{nn'}$) obtenemos:

$$|c_n|^2 = \langle n - 1 | c_n^* c_n |n - 1\rangle = \langle n | \hat{a}^\dagger \hat{a} |n\rangle = \langle n | \hat{N} |n\rangle = n$$

$$\implies c_n = \sqrt{n} \quad (1.15)$$

Análogamente, considerando la ecuación (1.13b) tenemos que:

$$\hat{a}^\dagger |n\rangle = d_n |n + 1\rangle$$

$$\implies d_n = \sqrt{n+1} \quad (1.16)$$

Y por tanto la acción de los operadores \hat{a}^\dagger y \hat{a} sobre los estados de Fock es:

$$\hat{a}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle \quad (1.17a)$$

$$\hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle \quad (1.17b)$$

1.2 Cuantización del campo electromagnético

Las ecuaciones que rigen el comportamiento del campo electromagnético en la electrodinámica clásica son las ecuaciones de Maxwell, las cuales en un espacio sin fuentes son:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1.18a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.18b)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.18c)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.18d)$$

Donde ϵ_0 y μ_0 son respectivamente la permitividad y la permeabilidad del vacío.

Consideremos un campo eléctrico polarizado en la dirección x dentro de una cavidad vacía de longitud L con paredes planas perfectamente conductoras en $z = 0$ y $z = L$ (fig. 1.1).

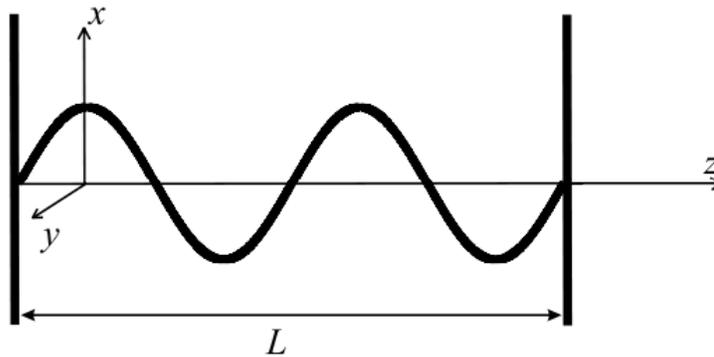


Fig. 1.1

La solución general de las ecuaciones de Maxwell sin fuentes para este campo es:

$$E_x(z, t) = \sum_j A_j q_j(t) \text{sen}(k_j z) \quad (1.19a)$$

$$B_y(z, t) = \sum_j \left(\frac{\mu_0 \epsilon_0}{k_j} \right) A_j p_j(t) \cos(k_j z) \quad (1.19b)$$

Donde debido a las condiciones de frontera dadas por las paredes de la cavidad ($E_x(0, t) = E_x(L, t) = 0$):

$$A_j = \left(\frac{2\omega_j^2}{V\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.20)$$

$q_j(t)$ es la amplitud del modo normal (con dimensiones de longitud), $p_j(t) = \dot{q}_j(t)$, $k_j = \frac{j\pi}{L}$, $\omega_j = \frac{j\pi}{L\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$ y V es el volumen efectivo de la cavidad.

El Hamiltoniano clásico del campo electromagnético está dado por:

$$H = \frac{1}{2} \int dV \left[\epsilon_0 \mathbf{E}^2 + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}^2 \right] = \frac{1}{2} \int dV \left[\epsilon_0 E_x^2 + \frac{1}{\mu_0} B_y^2 \right] \quad (1.21)$$

Y resolviendo la integral obtenemos:

$$H = \frac{1}{2} \sum_j (p_j^2 + \omega_j^2 q_j^2) \quad (1.22)$$

La ecuación (1.22) expresa el Hamiltoniano del campo como una suma de Hamiltonianos de osciladores armónicos independientes con masa unitaria (ecuación (1.1)). Por lo que el proceso de cuantización es ahora trivial y se reduce al ya realizado en la sección pasada, quedando entonces el Hamiltoniano cuántico del campo electromagnético como:

$$\hat{H} = \sum_j \hbar \omega_j \left(\hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j + \frac{1}{2} \right) \quad (1.23)$$

Donde los operadores \hat{a}_j y \hat{a}_j^\dagger satisfacen las relaciones de conmutación:

$$\left[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger \right] = \delta_{ij} \quad (1.24a)$$

$$\left[\hat{a}_i, \hat{a}_j \right] = 0 = \left[\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j^\dagger \right] \quad (1.24b)$$

Utilizando las ecuaciones (1.5a), (1.5b), (1.19a) y (1.19b) se obtienen las siguientes expresiones para los operadores de campo eléctrico y magnético:

$$\hat{E}_x(z, t) = \sum_j \mathcal{E}_j \left(\hat{a}_j + \hat{a}_j^\dagger \right) \text{sen}(k_j z) \quad (1.25a)$$

$$\hat{B}_y(z, t) = -i \sum_j \mathcal{B}_j (\hat{a}_j - \hat{a}_j^\dagger) \cos(k_j z) \quad (1.25b)$$

Donde:

$$\mathcal{E}_j = \left(\frac{\hbar \omega_j}{V \epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.26a)$$

$$\mathcal{B}_j = \left(\frac{\mu_0}{k_j} \right) \left(\frac{\epsilon_0 \hbar \omega_j^3}{V} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.26b)$$

Las expresiones obtenidas para los operadores de campo eléctrico y magnético dentro de la cavidad de la figura 1.1 pueden ser fácilmente generalizadas al caso en el que el campo está en espacio libre vacío, siendo este modelado por una cavidad cúbica de lado L y haciendo $L \rightarrow \infty$. Las expresiones para dicho campo son:

$$\hat{E}(\mathbf{r}, t) = i \sum_j \left(\frac{\hbar \omega_j}{2 \epsilon_0 V} \right)^{\frac{1}{2}} \mathbf{e}_j (\hat{a}_j e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \hat{a}_j^\dagger e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}) \quad (1.27a)$$

$$\hat{B}(\mathbf{r}, t) = i (\epsilon_0 \mu_0)^{\frac{1}{2}} \sum_j \left(\frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \times \mathbf{e}_j \right) \left(\frac{\hbar \omega_j}{2 \epsilon_0 V} \right)^{\frac{1}{2}} (\hat{a}_j e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \hat{a}_j^\dagger e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}) \quad (1.27b)$$

Donde \mathbf{e}_j es un vector unitario de polarización.

Es común escribir al operador de campo eléctrico separando las componentes de frecuencias positivas con las de frecuencias negativas, es decir:

$$\hat{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) + \hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \quad (1.28)$$

Donde:

$$\hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) = i \sum_j \left(\frac{\hbar \omega_j}{2 \epsilon_0 V} \right)^{\frac{1}{2}} \mathbf{e}_j (\hat{a}_j e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}) \quad (1.29a)$$

$$\hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) = \left[\hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) \right]^\dagger \quad (1.29b)$$

Hasta ahora no se ha hecho explícita la dependencia temporal de los operadores \hat{E} y \hat{B} , estando ésta en los operadores \hat{a} y \hat{a}^\dagger .

La ecuación de Heisenberg nos dice que para un operador \hat{O} que no depende explícitamente del tiempo:

$$\frac{d\hat{O}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{O}] \quad (1.30)$$

Aplicando esta relación a los operadores \hat{a} y \hat{a}^\dagger , y utilizando las ecuaciones (1.6) y (1.7) obtenemos:

$$\frac{d\hat{a}}{dt} = -i\omega\hat{a} \quad (1.31a)$$

$$\frac{d\hat{a}^\dagger}{dt} = i\omega\hat{a}^\dagger \quad (1.31b)$$

Por lo que la solución para los operadores \hat{a} y \hat{a}^\dagger es:

$$\hat{a}(t) = \hat{a}(0) e^{-i\omega t} \quad (1.32a)$$

$$\hat{a}^\dagger(t) = \hat{a}^\dagger(0) e^{i\omega t} \quad (1.32b)$$

Vimos ya que el operador de creación \hat{a}^\dagger “crea” un cuanto de energía $\hbar\omega$, mientras que el operador de aniquilación “aniquila” uno, y que el número de estos cuantos en un sistema está descrito por los eigenestados del Hamiltoniano $|n\rangle$, los estados de Fock. Al cuanto de energía $\hbar\omega$ del campo electromagnético le llamamos fotón.

1.3 Fluctuaciones del vacío y energía de punto cero

Consideremos un modo del campo eléctrico dentro de la cavidad de la figura 1.1 (ecuación (1.25a)). Los estados de Fock son estados de energía bien definida pero no son estados de campo eléctrico bien definido, ya que:

$$\langle n | \hat{E}_x(z, t) | n \rangle = \mathcal{E} \text{sen}(kz) (\langle n | \hat{a} | n \rangle + \langle n | \hat{a}^\dagger | n \rangle) = 0 \quad (1.33)$$

Es decir, el campo promedio es cero. Sin embargo el promedio del cuadrado del campo no se anula:

$$\langle n | \hat{E}_x^2(z, t) | n \rangle = \mathcal{E}^2 \text{sen}^2(kz) (\langle n | \hat{a}\hat{a} + \hat{a}^\dagger\hat{a}^\dagger + 2\hat{a}^\dagger\hat{a} + 1 | n \rangle) \quad (1.34)$$

Que utilizando las relaciones (1.17a) y (1.17b) nos da:

$$\langle n | \hat{E}_x^2(z, t) | n \rangle = 2\mathcal{E}^2 \text{sen}^2(kz) \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (1.35)$$

Por lo que la varianza del campo eléctrico es:

$$\left\langle \Delta \hat{E}_x(z, t)^2 \right\rangle_{|n\rangle} = \langle n | \hat{E}_x^2(z, t) | n \rangle - \left(\langle n | \hat{E}_x(z, t) | n \rangle \right)^2 = 2\mathcal{E}^2 \text{sen}^2(kz) \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (1.36)$$

Esto quiere decir que incluso cuando $n = 0$ el campo eléctrico tiene fluctuaciones, las llamadas fluctuaciones del vacío:

$$\left\langle \Delta \hat{E}_x(z, t)^2 \right\rangle_{|0\rangle} = \mathcal{E}^2 \text{sen}^2(kz) \quad (1.37)$$

Ahora calculemos los eigenvalores del Hamiltoniano de este campo, es decir la energía asociada a los estados de Fock (E_n en la ecuación (1.8)):

$$\langle n | \hat{H} | n \rangle = \hbar\omega \left(\langle n | \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} | n \rangle \right) = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (1.38)$$

Tan sencilla como luce esta ecuación, trae enormes consecuencias, pues nos dice que aún en el caso en el que $n = 0$ el sistema tiene energía $E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$, la llamada energía de punto cero.

Este valor para la energía del vacío es particularmente un gran problema en la teoría cuántica de campos, ya que el universo contiene una infinidad de modos de radiación, cada uno con una energía de punto cero $E_{0j} = \frac{\hbar\omega_j}{2}$, por lo que la energía de punto cero total del universo es:

$$E = \frac{\hbar}{2} \sum_j \omega_j \longrightarrow \infty \quad (1.39)$$

A pesar de lo poco intuitivo que esto pueda parecer, de hecho, las fluctuaciones y energía del vacío dan lugar a efectos observables y su consideración es de vital importancia en el siguiente capítulo.

Capítulo 2:

Interferencia con un solo fotón

A diferencia de lo que sucede clásicamente en un interferómetro, donde un haz coherente de luz es dividido en dos haces que recorren caminos distintos y luego la superposición de ambos sobre una pantalla produce un patrón con máximos y mínimos de intensidad; la interferencia con un solo fotón, dado que la energía de un fotón no puede dividirse, se basa en la ausencia (o inexistencia) de la información sobre el camino que éste recorrió en el interferómetro, dando lugar también a un patrón con máximos y mínimos en su probabilidad de detección. [16] [17] [18]

2.1 Indivisibilidad del fotón

En 1986, Philip Grangier, Gerard Roger y Allan Aspect, como parte de un experimento para verificar la interferencia con un solo fotón [15], realizaron también un experimento para probar la existencia de este (fig. 2.1).

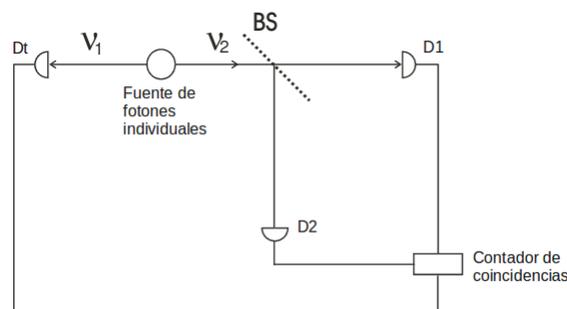


Fig. 2.1

En este experimento una fuente produce un par de fotones, uno de ellos (ν_1) es dirigido al detector Dt (testigo) mientras que el otro (ν_2) es enviado a un divisor de haz 50:50 con detectores $D1$ y $D2$ en sus respectivas salidas, finalmente los tres detectores se conectan a un contador de coincidencias (correlacionador temporal).

Grangier et al. encontraron una alta correlación temporal entre los detectores $D1$ y Dt al igual que entre $D2$ y Dt . Mas importante aún, encontraron una alta anticorrelación entre los

detectores $D1$ y $D2$, verificando de esta forma que al llegar al divisor de haz, el cuanto de energía (fotón) emitido por la fuente solo se reflejaba o transmitía pero no se podía dividir [21].

2.2 Descripción mecánico-cuántica de un divisor de haz

Clásicamente un divisor de haz (BS por sus siglas en inglés) es un dispositivo óptico que divide un haz de luz. Por ejemplo, considérese \mathcal{E}_1 la amplitud compleja de un campo clásico incidente sobre una de las caras de un divisor de haz, \mathcal{E}_2 y \mathcal{E}_3 las amplitudes de los campos reflejado y transmitido, respectivamente (fig. 2.1).

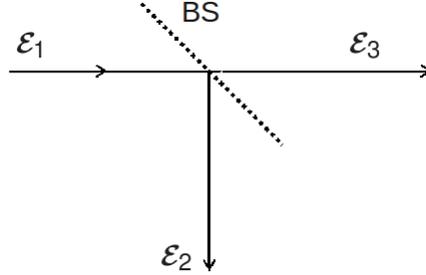


Fig. 2.2

Si r y t son la reflectancia y transmitancia (complejas), respectivamente, del divisor de haz, entonces:

$$\mathcal{E}_2 = r\mathcal{E}_1 \quad (2.1a)$$

$$\mathcal{E}_3 = t\mathcal{E}_1 \quad (2.1b)$$

Asumiendo que no hay pérdidas de energía en el divisor de haz, la intensidad del campo incidente debe ser igual a la suma de las intensidades de los campos reflejado y transmitido:

$$|\mathcal{E}_1|^2 = |\mathcal{E}_2|^2 + |\mathcal{E}_3|^2 \quad (2.2)$$

Lo que requiere que:

$$|r|^2 + |t|^2 = 1 \quad (2.3)$$

Intuitivamente se podría pensar que para tratar cuánticamente el divisor de haz bastaría con sustituir las amplitudes \mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 y \mathcal{E}_3 por operadores de aniquilación \hat{a}_1 , \hat{a}_2 y \hat{a}_3 , obteniendo relaciones análogas al caso clásico:

$$\hat{a}_2 = r\hat{a}_1 \quad (2.4a)$$

$$\hat{a}_3 = t\hat{a}_1 \quad (2.4b)$$

Sin embargo es sencillo ver que este procedimiento es incorrecto. Los operadores \hat{a}_1 , \hat{a}_2 y \hat{a}_3 deben cumplir las relaciones de conmutación dadas en las ecuaciones (1.24a) y (1.24b), pero haciendo el cálculo se obtiene:

$$[\hat{a}_2, \hat{a}_2^\dagger] = |r|^2 \neq 1 \quad (2.5a)$$

$$[\hat{a}_3, \hat{a}_3^\dagger] = |t|^2 \neq 1 \quad (2.5b)$$

$$[\hat{a}_2, \hat{a}_3^\dagger] = rt^* \neq 0 \quad (2.5c)$$

Por lo que las transformaciones dadas por (2.4a) y (2.4b) no proveen la descripción cuántica correcta del divisor de haz.

El problema radica en que en el caso clásico una de las caras del divisor de haz no es utilizada, es decir que no hay un campo clásico incidente. Sin embargo, en el caso cuántico un campo cuantizado en el estado vacío incide sobre esta cara, y como ya vimos en el capítulo anterior, el vacío tiene energía y fluctuaciones que llevan a efectos físicos no despreciables. Entonces, para poder dar una descripción cuántica correcta del divisor de haz debemos añadir un operador de aniquilación en la cara no utilizada de la fig. 2.2.

Para el nuevo análisis consideremos un caso un poco más general, un divisor de haz asimétrico con una reflectancia r y una transmitancia t de uno de los lados, y una reflectancia r' y una transmitancia t' del lado contrario (fig. 2.3).

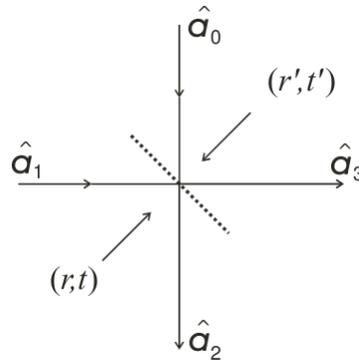


Fig. 2.3

Donde los operadores de aniquilación \hat{a}_0 , \hat{a}_1 , \hat{a}_2 y \hat{a}_3 son las amplitudes de los campos cuantizados. Entonces las transformaciones que relacionan a estos operadores debido al divisor de haz son:

$$\hat{a}_2 = r\hat{a}_1 + t'\hat{a}_0 \quad (2.6a)$$

$$\hat{a}_3 = t\hat{a}_1 + r'\hat{a}_0 \quad (2.6b)$$

Y utilizando las relaciones de conmutación para los operadores \hat{a}_0 , \hat{a}_1 , \hat{a}_2 , \hat{a}_3 y sus adjuntos (ecuaciones (1.24a) y (1.24b)) se obtienen las siguientes condiciones para las reflectancias y

transmitancias del divisor de haz:

$$|r| = |r'| \quad (2.7a)$$

$$|t| = |t'| \quad (2.7b)$$

$$|r|^2 + |t|^2 = 1 \quad (2.7c)$$

$$r^*t' + r't^* = 0 = r^*t + r't'^* \quad (2.7d)$$

$$r^*t + r't'^* = 0 \quad (2.7e)$$

Un divisor de haz común está hecho simplemente por una capa dieléctrica, por lo que los haces reflejado y transmitido diferirán por un fase de $\frac{\pi}{2}$, si además suponemos que el divisor de haz es 50 : 50 (i.e. $|r| = |t|$), entonces las transformaciones sobre los operadores de campo son:

$$\hat{a}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_0 + i\hat{a}_1) \quad (2.8a)$$

$$\hat{a}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_1 + i\hat{a}_0) \quad (2.8b)$$

Este tipo de divisor de haz será el que se considere en la siguiente sección.

2.3 Interferencia con un solo fotón

Considérese un interferómetro Mach-Zehnder (IMZ) con un desfase θ en uno de sus brazos. Para ver como surge la interferencia con un solo fotón en este IMZ introduciremos el estado $|0\rangle_0 |1\rangle_1$, es decir, el estado vacío en una de las dos entradas del IMZ (cuya consideración ya vimos es indispensable para una correcta descripción cuántica) y el estado con un solo fotón en la otra entrada (fig. 2.4).

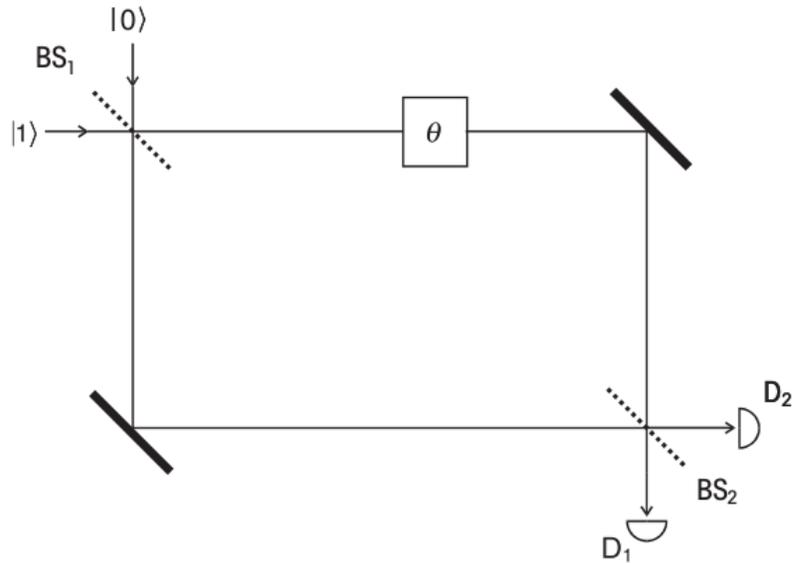


Fig. 2.4

El estado $|0\rangle_0 |1\rangle_1$ puede escribirse también como: $\hat{a}_1^\dagger |0\rangle_0 |0\rangle_1$, y asumiendo que el primer divisor de haz (BS1) transforma los operadores de campo según las ecuaciones (2.8a) y (2.8b), entonces:

$$\hat{a}_1^\dagger |0\rangle_0 |0\rangle_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\hat{a}_3^\dagger + i\hat{a}_2^\dagger \right) |0\rangle_2 |0\rangle_3 \quad (2.9)$$

Por lo que el estado después del BS1 es:

$$|0\rangle_0 |1\rangle_1 \xrightarrow{BS1} \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_2 |1\rangle_3 + i |1\rangle_2 |0\rangle_3) \quad (2.10)$$

Lo siguiente a considerar en el IMZ es el desfase θ en uno de los brazos, este puede representarse multiplicando por un factor $e^{i\theta}$ la componente $|0\rangle_2 |1\rangle_3$. Entonces el estado después del desfase es:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_2 |1\rangle_3 + i |1\rangle_2 |0\rangle_3) \xrightarrow{\theta} \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\theta} |0\rangle_2 |1\rangle_3 + i |1\rangle_2 |0\rangle_3) \quad (2.11)$$

Los espejos en el IMZ también contribuyen con una fase, sin embargo esta fase afecta a todo el estado, es decir es una fase global, por lo que podemos despreocuparla.

Por último, el estado pasa a través de un segundo divisor de haz (BS2), para el cual también se asumen las transformaciones dadas por las ecuaciones (2.8a) y (2.8b). Análogamente al desarrollo para el BS1, los estados $|0\rangle_2 |1\rangle_3$ y $|1\rangle_2 |0\rangle_3$ después del BS2 son:

$$|0\rangle_2 |1\rangle_3 \xrightarrow{BS2} \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle_4 |0\rangle_5 + i |0\rangle_4 |1\rangle_5) \quad (2.12a)$$

$$|1\rangle_2 |0\rangle_3 \xrightarrow{BS2} \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_4 |1\rangle_5 + i |1\rangle_4 |0\rangle_5) \quad (2.12b)$$

Donde los modos 4 y 5 son las salidas del IMZ hacia los detectores $D1$ y $D2$ respectivamente. Y entonces el estado final después de todo el IMZ es:

$$|0\rangle_0 |1\rangle_1 \xrightarrow{IMZ} \frac{1}{2} [(e^{i\theta} - 1) |1\rangle_4 |0\rangle_5 + i (e^{i\theta} + 1) |0\rangle_4 |1\rangle_5] \quad (2.13)$$

Para observar la interferencia basta con calcular la probabilidad de detectar al fotón en cualquiera de los detectores. Las probabilidades de detectar al fotón en $D1$ y $D2$ están dadas respectivamente por:

$$P_{D1} = \left| \frac{1}{2} (e^{i\theta} - 1) \right|^2 = \frac{1}{2} (1 - \cos\theta) \quad (2.14a)$$

$$P_{D2} = \left| \frac{1}{2}i (e^{i\theta} + 1) \right|^2 = \frac{1}{2} (1 + \cos\theta) \quad (2.14b)$$

De estas últimas expresiones es claro que cuando se varía la longitud de camino óptico (y por tanto θ) en uno de los brazos del IMZ, se observan oscilaciones en las probabilidades de detección, siendo éstas las franjas asociadas a la interferencia de un solo fotón.

Nótese que si ambos brazos en el IMZ son iguales (i.e. $\theta = 0$) la probabilidad de detectar al fotón en $D2$ alcanza un máximo $P_{D2} = 1$, lo cual es inconsistente si asumimos que el fotón viajó por alguno de los brazos del interferómetro, ya que de ser así al llegar al BS2 tendría una probabilidad del 50 % de ser detectado en $D1$. Sin embargo, al entrar el fotón al IMZ y pasar por el BS1 este no puede dividirse, es decir que tuvo que reflejarse o transmitirse, necesariamente viajando en alguno de los brazos del IMZ. Esta aparente paradoja pone en evidencia que la interferencia observada se debe a la ausencia (o inexistencia) de la información sobre el camino que el fotón recorrió en el IMZ.

Capítulo 3:

Conversión espontánea paramétrica descendente (SPDC)

La conversión espontánea paramétrica descendente (SPDC por sus siglas en inglés) es un proceso óptico mediante el cual, utilizando cristales con propiedades ópticas no lineales, es posible crear fotones individuales (estados de Fock) así como también pares de fotones enredados. Esto es de gran importancia para la óptica cuántica ya que permite el diseño de experimentos que verifiquen sus predicciones. [16] [17] [18][21] [22]

3.1 SPDC tipo I

La conversión espontánea paramétrica descendente ocurre cuando un fotón de bombeo (ω_b) interactúa con un medio no lineal y mediante una emisión espontánea se divide en dos fotones, un fotón señal (ω_s) y un fotón testigo (ω_t), sujetos a las condiciones de conservación de energía y momento, dadas respectivamente por:

$$\omega_s + \omega_t = \omega_b \quad (3.1a)$$

$$\vec{k}_s + \vec{k}_t = \vec{k}_b \quad (3.1b)$$

Que además cumplen:

$$|\vec{k}_j| = \frac{\omega_j}{c} n(\omega_j) \quad (3.2)$$

Las condiciones de acoplamiento de fase tipo I (Apéndice I) producen fotones señal y testigo con la misma polarización, siendo ésta ortogonal a la polarización del fotón de bombeo. El conjunto de pares de fotones señal y testigo forman conos concéntricos al haz de bombeo con ángulos definidos de acuerdo a las leyes de conservación de energía y momento (fig. 3.1a y 3.1b).

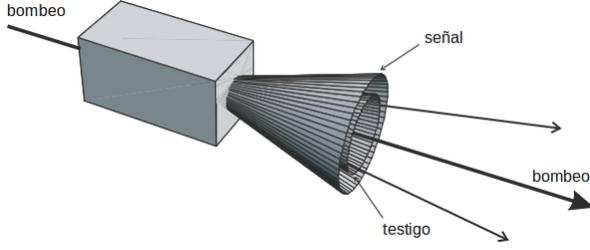


Fig. 3.1a

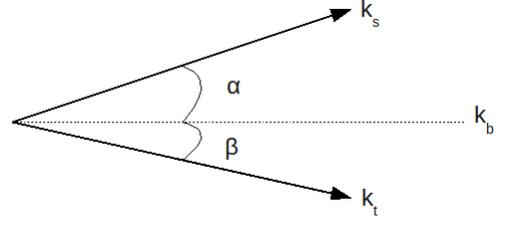


Fig. 3.1b

Para encontrar los ángulos de acoplamiento de fase α y β para un par de fotones señal y testigo (es decir, los ángulos de los conos formados por los pares de fotones) se hará uso de la aproximación

$$n_o(\omega_s) = n_o(\omega_t) = n_o\left(\frac{1}{2}\omega_b\right) \quad (3.3)$$

De la cual se obtiene que:

$$\omega_s = \omega_t = \frac{1}{2}\omega_b \quad (3.4)$$

Entonces, separando la ecuación (3.1b) en sus componentes cartesianas se obtiene:

$$k_{sx} + k_{tx} = k_{bx} \quad (3.5a)$$

$$k_{sy} + k_{ty} = k_{by} \quad (3.5b)$$

Y de la fig. 3.1b observamos que:

$$k_{sx} = \left| \vec{k}_s \right| \cos\alpha \quad (3.6a)$$

$$k_{sy} = \left| \vec{k}_s \right| \sen\alpha \quad (3.6b)$$

$$k_{tx} = \left| \vec{k}_t \right| \cos\beta \quad (3.6c)$$

$$k_{ty} = \left| \vec{k}_t \right| \sen\beta \quad (3.6d)$$

Sustituyendo estas expresiones en (3.5a) y (3.5b) se llega a:

$$\left| \vec{k}_s \right| \cos\alpha + \left| \vec{k}_t \right| \cos\beta = k_{bx} \quad (3.7a)$$

$$\left| \vec{k}_s \right| \sen\alpha + \left| \vec{k}_t \right| \sen\beta = k_{by} \quad (3.7b)$$

Pero $k_{by} = 0$ (i.e. $\left| \vec{k}_b \right| = k_{bx}$), entonces:

$$\frac{\omega_s}{c} n_o(\omega_s) \operatorname{sen} \alpha + \frac{\omega_t}{c} n_o(\omega_t) \operatorname{sen} \beta = 0 \quad (3.8a)$$

$$\frac{\omega_s}{c} n_o(\omega_s) \operatorname{cos} \alpha + \frac{\omega_t}{c} n_o(\omega_t) \operatorname{cos} \beta = \frac{\omega_b}{c} n_e(\omega_b, \theta) \quad (3.8b)$$

Donde $n_o(\omega_j)$ y $n_e(\omega_b, \theta)$ son respectivamente los índices de refracción ordinario y extraordinario del medio en cuestión, siendo este último dependiente del ángulo entre el eje óptico del medio y el haz de bombeo (θ). Es conveniente mencionar que, dado que la polarización del haz de bombeo es paralela al eje óptico del medio, éste está sujeto a un índice de refracción extraordinario, lo que implica también que los pares de fotones creados tengan una polarización ortogonal a la del haz de bombeo y ortogonal al eje óptico.

Haciendo uso de la aproximación realizada (ecuación (3.3)) y de la ecuación (3.4), la ecuación (3.8a) se transforma en:

$$\frac{\frac{1}{2}\omega_b}{c} n_o\left(\frac{1}{2}\omega_b\right) \operatorname{sen} \alpha + \frac{\frac{1}{2}\omega_b}{c} n_o\left(\frac{1}{2}\omega_b\right) \operatorname{sen} \beta = 0 \quad (3.9)$$

Que puede ser simplificada a:

$$\operatorname{sen} \alpha = -\operatorname{sen} \beta$$

$$\implies \alpha = -\beta \quad (3.10)$$

Sustituyendo esta relación en la ecuación (3.8b) se obtiene:

$$\frac{\frac{1}{2}\omega_b}{c} n_o\left(\frac{1}{2}\omega_b\right) \operatorname{cos} \alpha + \frac{\frac{1}{2}\omega_b}{c} n_o\left(\frac{1}{2}\omega_b\right) \operatorname{cos} \alpha = \frac{\omega_b}{c} n_e(\omega_b, \theta) \quad (3.11)$$

O de manera simplificada:

$$\frac{1}{n_e(\omega_b, \theta)} = \frac{\operatorname{sec} \alpha}{n_o\left(\frac{1}{2}\omega_b\right)} \quad (3.12)$$

Por otro lado, la dependencia del índice de refracción n al que está sujeto un haz de bombeo con θ (ángulo entre el eje óptico del medio y el haz de bombeo) está dada por [21]:

$$\frac{1}{n^2(\theta)} = \frac{\operatorname{sen}^2 \theta}{n_e^2} + \frac{\operatorname{cos}^2 \theta}{n_o^2} \quad (3.13)$$

En el caso que estamos considerando $n = n_e$, por lo que sustituyendo la ecuación (3.12) en la ecuación (3.13) llegamos a:

$$\frac{\text{sen}^2\theta}{n_e^2(\omega_b)} + \frac{\text{cos}^2\theta}{n_o^2(\omega_b)} = \frac{\text{sec}^2\alpha}{n_o^2(\frac{1}{2}\omega_b)} \quad (3.14)$$

Ecuación que puede ser resuelta para α dados los índices de refracción del medio y el ángulo θ .

Cuánticamente, el Hamiltoniano que describe la SPDC está dado por:

$$\hat{H} = \hbar\omega_a\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\omega_b\hat{b}^\dagger\hat{b} + i\hbar\chi^{(2)}\left(\hat{a}^2\hat{b}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{b}\right) \quad (3.15)$$

Donde los operadores \hat{a} , \hat{a}^\dagger y el subíndice a se refieren al modo de los fotones creados (señal y testigo), los operadores \hat{b} , \hat{b}^\dagger y el subíndice b se refieren al modo de los fotones de bombeo y $\chi^{(2)}$ es la susceptibilidad no lineal de segundo orden.

La parte más importante de este Hamiltoniano es la parte que contiene el factor $\chi^{(2)}$ (el Hamiltoniano de interacción) ya que nos dice que existe la posibilidad de que dos fotones de frecuencia $\frac{1}{2}\omega_b$ sean creados a partir de la aniquilación de un fotón de frecuencia ω_b .

El Hamiltoniano de interacción para la SPDC tipo I, en la que los fotones señal y testigo tienen la misma polarización y ésta es ortogonal a la polarización del haz de bombeo, es:

$$\hat{H}_I = \hbar\left(\eta\hat{a}_s^\dagger\hat{a}_t^\dagger + \eta^*\hat{a}_s\hat{a}_t\right) \quad (3.16)$$

Donde $\eta \propto \chi^{(2)}E_b$, con E_b la amplitud del campo clásico coherente de bombeo.

3.2 SPDC tipo II

Las condiciones de acoplamiento de fase tipo II (Apéndice I) producen fotones señal y testigo con polarizaciones ortogonales. Debido a los efectos de birrefringencia del medio los fotones generados son emitidos a lo largo de dos conos, uno asociado al índice de refracción ordinario y otro al extraordinario (fig. 3.2a).

Si se considera un par de fotones (señal y testigo) provenientes de la intersección de los conos, no será posible determinar (sin hacer la medición) de cual de los conos proviene cada fotón, es decir habrá una ambigüedad sobre cual de los fotones está horizontal o verticalmente polarizado. El Hamiltoniano de interacción que describe esto es:

$$\hat{H}_I = \hbar\eta\left(\hat{a}_{Vs}^\dagger\hat{a}_{Ht}^\dagger + \hat{a}_{Hs}^\dagger\hat{a}_{Vt}^\dagger\right) + \hbar\eta^*\left(\hat{a}_{Vs}\hat{a}_{Ht} + \hat{a}_{Hs}\hat{a}_{Vt}\right) \quad (3.17)$$

Donde los operadores \hat{a}_{Vs}^\dagger , \hat{a}_{Ht}^\dagger , \hat{a}_{Hs}^\dagger y \hat{a}_{Vt}^\dagger son los operadores de creación de fotones con

polarización horizontal y vertical para los modos señal y testigo.

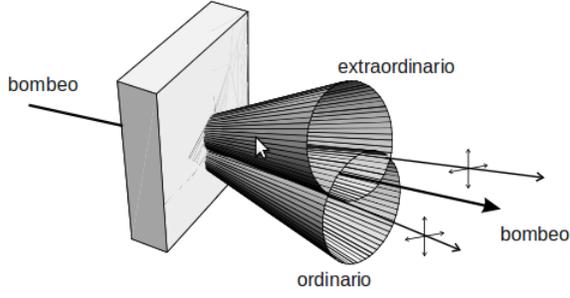


Fig. 3.2a

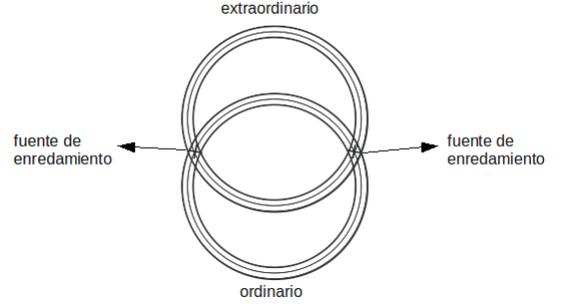


Fig. 3.2b

Suponiendo que el estado inicial de los modos señal y testigo es:

$$|\psi_0\rangle = |0\rangle_{Vs} |0\rangle_{Hs} |0\rangle_{Vt} |0\rangle_{Ht} \quad (3.18)$$

Su evolución temporal está dada por:

$$|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{it}{\hbar}\hat{H}_I} |\psi_0\rangle \quad (3.19)$$

Dado que \hat{H}_I no depende explícitamente del tiempo, es posible expandir la expresión anterior a segundo orden como:

$$|\psi(t)\rangle = \left[1 - \frac{it}{\hbar}\hat{H}_I + \frac{1}{2} \left(\frac{it}{\hbar}\hat{H}_I \right)^2 \right] |\psi_0\rangle \quad (3.20)$$

Que simplificado queda como:

$$|\psi(t)\rangle = \left(1 - \frac{\mu^2}{2} \right) |0\rangle_s |0\rangle_t - i\mu (|V\rangle_s |H\rangle_t + |H\rangle_s |V\rangle_t) \quad (3.21)$$

Donde $\mu = \eta t$, $|0\rangle = |0\rangle_V |0\rangle_H$, $|V\rangle = |1\rangle_V |0\rangle_H$ y $|H\rangle = |0\rangle_V |1\rangle_H$.

El estado en el segundo término, después de normalizarlo queda como:

$$|\psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|V\rangle_s |H\rangle_t + |H\rangle_s |V\rangle_t) \quad (3.22)$$

Este estado es uno de un conjunto de cuatro conocidos como los estados de Bell, que pueden deducirse de la misma forma si se consideran todas las posibles combinaciones de polarizaciones para un par de fotones provenientes de la intersección de los conos (fig. 3.2b). El conjunto completo de estados de Bell es:

$$|\psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_1 |V\rangle_2 \pm |V\rangle_1 |H\rangle_2) \quad (3.23a)$$

$$|\phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_1 |H\rangle_2 \pm |V\rangle_1 |V\rangle_2) \quad (3.23b)$$

Se dice que estos estados están maximalmente enredados, concepto que se tratará en el siguiente capítulo.

3.3 Cristal BBO

El cristal BBO (Beta Bario Borato, $\beta - BaB_2O_4$) se trata de un material con propiedades ópticas no lineales y una alta birrefringencia uniaxial negativa. Otras de sus características son: transparencia sobre un gran ancho de banda de frecuencias, desde infrarrojo hasta ultravioleta, amplia capacidad de acoplamiento de fase, un alto umbral de daño y baja susceptibilidad higroscópica. El corte del cristal, con respecto al eje óptico (variable que puede controlarse en la construcción del cristal), determina el ángulo θ que éste hace con el haz de bombeo (ecuación (3.13)), comúnmente este ángulo es de $\theta = 30^\circ$.

En general, los índices de refracción (n_o y n_e) a los que está sujeto un haz de luz en un material dependen de su longitud de onda. Las relaciones que muestran explícitamente esta dependencia están dadas de forma empírica por las llamadas ecuaciones de Sellmeier del material. Para el cristal BBO las ecuaciones son:

$$n_o^2(\lambda) = 2,3753 + \frac{0,01224}{\lambda^2 - 0,01667} - 0,01515\lambda^2 \quad (3.24a)$$

$$n_e^2(\lambda) = 2,7359 + \frac{0,01878}{\lambda^2 - 0,01822} - 0,01354\lambda^2 \quad (3.24b)$$

Sustituyendo para $\lambda = 405nm$ y $\lambda = 810nm$ (las longitudes de onda del haz de bombeo y de los fotones generados en el experimento) se obtienen los siguientes valores:

$$n_o(405nm) = 1,6919 \quad (3.25a)$$

$$n_e(405nm) = 1,5671 \quad (3.25b)$$

$$n_o(810nm) = 1,6603 \quad (3.25c)$$

$$n_e(810nm) = 1,5442 \quad (3.25d)$$

Utilizando los resultados anteriores y un ángulo de corte del cristal de $\theta = 30^\circ$, la ecuación (3.14) queda:

$$\frac{\text{sen}^2(30^\circ)}{(1,5671)^2} + \frac{\text{cos}^2(30^\circ)}{(1,6919)^2} = \frac{\text{sec}^2\alpha}{(1,6603)^2} \quad (3.26)$$

Y despejando α se obtiene un valor de:

$$\alpha = 3,065^\circ \quad (3.27)$$

Sin embargo, α es el ángulo al cual son emitidos los fotones dentro del cristal, para encontrar el ángulo α' al cual salen del cristal (al aire) se utilizará la ley de Snell:

$$n_o \text{sen} \alpha = n \text{sen} \alpha' \quad (3.28)$$

Donde sustituyendo los valores $n_o = 1,6603$, $\alpha = 3,065$ y el índice de refracción del aire $n = 1,000293$, se obtiene un valor para α' de:

$$\alpha' = 5,091^\circ \quad (3.29)$$

Capítulo 4:

Enredamiento Cuántico, paradoja EPR y teorema de Bell

En 1935 Albert Einstein, Boris Podolsky y Nathan Rosen (EPR) publicaron su famoso artículo “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?” [11], en este describían un experimento pensado que mostraba como los resultados derivados del enredamiento cuántico contradecían la intuición física que se tenía en aquella época, en particular los conceptos de localidad y realismo. EPR argumentó que para resolver esta “paradoja” se necesitaba una teoría local que contuviera variables correspondientes a todos los elementos de realidad presentes en el sistema, a este tipo de teorías se les conoce como teorías locales de variables ocultas (LHV por sus siglas en inglés). Sin embargo, en 1964 John Bell publicó un artículo [12] en el que demuestra, por medio de una desigualdad, que ninguna de estas teorías puede reproducir todas las predicciones de la mecánica cuántica.

4.1 Enredamiento Cuántico

La manifestación más sorprendente y menos intuitiva de la mecánica cuántica es el fenómeno conocido como enredamiento, el cual ocurre cuando dos sistemas interactúan de tal forma que una vez separados (arbitrariamente), ambos quedan descritos por un solo estado cuántico.

Formalmente, el espacio de Hilbert asociado a un sistema compuesto por los sistemas A y B es el producto tensorial de los espacios de Hilbert de dichos sistemas (\mathcal{H}_A y \mathcal{H}_B), es decir:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B \tag{4.1}$$

Si las bases de los espacios de Hilbert \mathcal{H}_A y \mathcal{H}_B son respectivamente:

$$\{|a\rangle\}_{a \in A} \tag{4.2a}$$

$$\{|b\rangle\}_{b \in B} \tag{4.2b}$$

La base mas natural para el espacio asociado al sistema compuesto \mathcal{H} está dada por el producto tensorial de los vectores base de \mathcal{H}_A y \mathcal{H}_B :

$$\{|a\rangle \otimes |b\rangle\}_{a \in A, b \in B} \quad (4.3)$$

Entonces un estado arbitrario del sistema compuesto puede escribirse como una superposición de elementos de esta base:

$$|\varphi\rangle = \sum_{\substack{a \in A \\ b \in B}} c_{ab} (|a\rangle \otimes |b\rangle) \quad (4.4)$$

Por definición, se dice que un estado $|\varphi\rangle \in \mathcal{H}$ está enredado si no existen $|\alpha\rangle \in \mathcal{H}_A$, $|\beta\rangle \in \mathcal{H}_B$ tales que $|\varphi\rangle = |\alpha\rangle \otimes |\beta\rangle$.

Por ejemplo, considérese el siguiente estado de Bell:

$$|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|01\rangle - |10\rangle) \quad (4.5)$$

Donde $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ es la base de los sistemas componentes (\mathcal{H}_A y \mathcal{H}_B en el desarrollo anterior) y se ha utilizado la notación $|\alpha\rangle \otimes |\beta\rangle = |\alpha\beta\rangle$. Supongamos que $|\psi^-\rangle$ no está enredado, es decir que existen $|X\rangle = \lambda|0\rangle + \mu|1\rangle$, $|Y\rangle = \delta|0\rangle + \varepsilon|1\rangle$, con $\lambda, \mu, \delta, \varepsilon \in \mathbb{C}$, tales que:

$$|\psi^-\rangle = |XY\rangle = \lambda\delta|00\rangle + \lambda\varepsilon|01\rangle + \mu\delta|10\rangle + \mu\varepsilon|11\rangle \quad (4.6)$$

Para que las ecuaciones (4.5) y (4.6) sean iguales se requiere:

$$\lambda\delta = 0 \quad (4.7a)$$

$$\mu\varepsilon = 0 \quad (4.7b)$$

$$\lambda\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (4.7c)$$

$$\mu\delta = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (4.7d)$$

Condiciones que no pueden cumplirse simultáneamente dado que las dos primeras implican que $\lambda = 0$ ó $\delta = 0$, $\mu = 0$ ó $\varepsilon = 0$, y las dos últimas implican que $\lambda, \delta, \mu, \varepsilon, \neq 0$, por tanto $|\psi^-\rangle$ está enredado.

4.2 Paradoja EPR

El artículo original publicado en 1935 por EPR describe un experimento en el que la teoría cuántica conlleva a una contradicción si se aceptan los siguientes, aparentemente naturales, principios:

- *Localidad*: Dados dos sistemas, el resultado de cualquier medición hecha sobre uno de ellos no puede influenciar el resultado de una medición hecha sobre el otro si éstas están causalmente desconectadas (i.e. $(\Delta x)^2 > c^2 (\Delta t)^2$, con Δx y Δt la separación espacial y temporal respectivamente).
- *Realismo*: Si es posible medir con una precisión arbitraria el atributo de un sistema sin perturbarlo, entonces se dice que el valor obtenido de dicha medición tiene una realidad física que es independiente de nuestra observación.

Para ilustrar la paradoja se utilizará un ejemplo simple dado por David Bohm. Considérese una fuente \mathcal{S} que emite un par de partículas de espín $\frac{1}{2}$ en el estado $|\psi^-\rangle$ (Donde $|0\rangle$ y $|1\rangle$ son los eigenestados del operador de Pauli $\hat{\sigma}_z$ correspondientes a los eigenvalores $+1$ y -1 respectivamente); una de las partículas es enviada a una observadora llamada Alice mientras que la otra es enviada a otro observador llamado Bob (fig. 4.1).

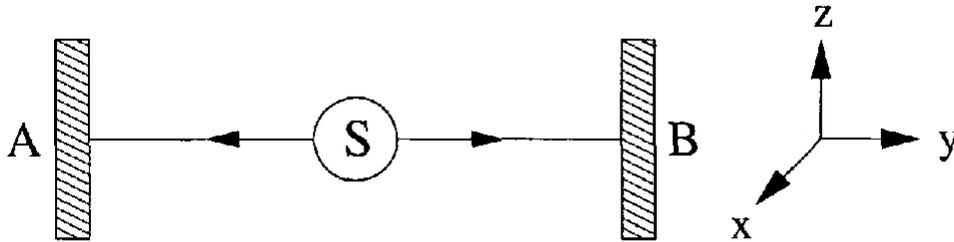


Fig. 4.1

Si Alice mide la componente en z del espín de su partícula y obtiene, por ejemplo, $\hat{\sigma}_z^{(A)} = +1$, entonces el estado $|\psi^-\rangle$, el cual describe al sistema compuesto por ambas partículas, colapsa al estado $|01\rangle$:

$$|\psi^-\rangle \xrightarrow{\hat{\sigma}_z^{(A)} = +1} |01\rangle \quad (4.8)$$

Es decir que si ahora Bob realiza la medición de la componente en z del espín de su partícula, obtendrá con una probabilidad unitaria el resultado $\hat{\sigma}_z^{(B)} = -1$, donde estamos suponiendo que las mediciones fueron hechas de forma que éstas están causalmente desconectadas. Esto por si solo no es una contradicción, sin embargo ésta surge al notar que el estado $|\psi^-\rangle$ también puede ser escrito como:

$$|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+-\rangle - |--\rangle) \quad (4.9)$$

Donde $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle)$ y $|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle)$ son los eigenestados del operador de Pauli $\hat{\sigma}_x$ con eigenvalores $+1$ y -1 respectivamente.

Si en lugar de la componente en z , Alice decide medir la componente en x del espín de su partícula y obtiene, por ejemplo, $\hat{\sigma}_x^{(A)} = +1$, entonces el estado $|\psi^-\rangle$ colapsa al estado $|+-\rangle$:

$$|\psi^-\rangle \xrightarrow{\hat{\sigma}_x^{(A)}=+1} |+-\rangle \quad (4.10)$$

Y Bob obtendría con probabilidad unitaria, de la misma medición sobre su partícula, el resultado $\hat{\sigma}_x^{(B)} = -1$, donde una vez más suponemos que las mediciones están causalmente desconectadas.

La paradoja está en el hecho de que, según el principio de localidad, la medición realizada por Alice, supóngase $\hat{\sigma}_x$, no puede influir en el resultado que Bob obtenga, pero puede determinarlo con una precisión arbitraria (ya que Alice puede medir con una precisión arbitraria su propia partícula), de igual forma, Bob puede realizar la medición de $\hat{\sigma}_z$ sobre su partícula con una precisión arbitraria, entonces, según el principio de realismo, tanto $\hat{\sigma}_x$ como $\hat{\sigma}_z$ tienen una realidad física independiente de la medición de Bob. Sin embargo la mecánica cuántica nos dice que no se le puede asignar simultáneamente realidad física a dos observables que no conmutan:

$$[\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_z] = -2i\hat{\sigma}_y \neq 0 \quad (4.11)$$

Por tanto la teoría cuántica conlleva a una contradicción si se aceptan los principios de localidad y realismo.

La conclusión que da EPR es que la mecánica cuántica es una teoría incompleta que actúa como una aproximación estadística de una teoría determinista más general debido a que no se conocen algunos parámetros del sistema (variables ocultas).

4.3 Teorema de Bell

La discusión originada a partir de la paradoja EPR sobre la realidad física de los sistemas cuánticos no tuvo ningún avance esencial hasta 1964, año en el que John Bell, un físico de la Organización Europea para la Investigación Nuclear (CERN), publicó su artículo “On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox”, en éste Bell deriva una desigualdad asumiendo la existencia de variables ocultas así como los principios de localidad y realismo, y demuestra que la mecánica cuántica viola (con parámetros específicos) dicha desigualdad, concluyendo entonces que ninguna

teoría local de variables ocultas (LHV) puede reproducir todas las predicciones de la mecánica cuántica.

4.3.1 Desigualdad de Bell (1964):

Para derivar la desigualdad de Bell se utilizará el ejemplo de la sección 4.2. Supóngase que el estado completo del sistema (partículas A y B) está caracterizado por una variable oculta λ (el número de variables ocultas es irrelevante para el desarrollo) y que los principios de localidad y realismo son válidos, entonces existen funciones $A(a, \lambda)$ y $B(b, \lambda)$ que nos dan el resultado de las mediciones hechas por Alice y Bob respectivamente, estas funciones solo pueden tomar valores de ± 1 :

$$A(a, \lambda) = \pm 1 \quad (4.12a)$$

$$B(b, \lambda) = \pm 1 \quad (4.12b)$$

Donde a y b son vectores unitarios que representan respectivamente la dirección en la que Alice y Bob miden el espín de su partícula.

Como ya se vio, si Alice y Bob miden el espín en la misma dirección ($a = b$), los resultados estarán anticorrelacionados para toda λ :

$$A(a, \lambda) = -B(b, \lambda) \quad (4.13)$$

Por otro lado, el promedio de la correlación entre las mediciones realizadas por Alice y Bob está dado por:

$$C(a, b) = \int \rho(\lambda) A(a, \lambda) B(b, \lambda) d\lambda \quad (4.14)$$

Donde $\rho(\lambda)$ es la densidad de probabilidad de la variable oculta, que como cualquier otra densidad de probabilidad es siempre positiva y satisface la condición de normalización. Asumiendo que hay anticorrelación, se puede escribir la ecuación (4.14) como:

$$C(a, b) = - \int \rho(\lambda) A(a, \lambda) A(b, \lambda) d\lambda \quad (4.15)$$

Si c es otro vector unitario:

$$C(a, b) - C(a, c) = - \int \rho(\lambda) [A(a, \lambda) A(b, \lambda) - A(a, \lambda) A(c, \lambda)] d\lambda \quad (4.16)$$

Y dado que $[A(b, \lambda)]^2 = 1$:

$$C(a, b) - C(a, c) = - \int \rho(\lambda) A(a, \lambda) A(b, \lambda) [1 - A(b, \lambda) A(c, \lambda)] d\lambda \quad (4.17)$$

Además, de la ecuación (4.12a) se infiere:

$$|A(a, \lambda) A(b, \lambda)| \leq 1 \quad (4.18a)$$

$$\rho(\lambda) [1 - A(b, \lambda) A(c, \lambda)] \geq 0 \quad (4.18b)$$

Por lo que se tiene que:

$$|C(a, b) - C(a, c)| \leq \int \rho(\lambda) [1 - A(b, \lambda) A(c, \lambda)] d\lambda \quad (4.19)$$

O de manera mas simple, utilizando la normalización de ρ :

$$|C(a, b) - C(a, c)| \leq 1 + C(b, c) \quad (4.20)$$

Siendo esta última ecuación la famosa desigualdad derivada por John Bell en 1964.

4.3.2 Desigualdad CHSH (1969):

En 1969, utilizando el recién publicado teorema de Bell, John Clauser, Michael Horne, Abner Shimony y Richard Holt (CHSH) generalizaron la desigualdad de Bell para poder utilizarla en experimentos realizables, a esta generalización se le conoce como desigualdad CHSH [13].

Para su derivación, al igual que en el caso anterior, se considerará el ejemplo de la sección 4.2 y se harán las mismas suposiciones. Partiendo de la ecuación (4.14) y dado b' otro vector unitario (Bob), entonces:

$$C(a, b) - C(a, b') = \int \rho(\lambda) [A(a, \lambda) B(b, \lambda) - A(a, \lambda) B(b', \lambda)] [1 - A(b, \lambda) A(c, \lambda)] d\lambda \quad (4.21)$$

Que si se considera otro vector unitario a' (Alice), se puede expandir como:

$$\begin{aligned} C(a, b) - C(a, b') &= \int \rho(\lambda) A(a, \lambda) B(b, \lambda) [1 \pm A(a', \lambda) B(b', \lambda)] d\lambda \\ &\quad - \int \rho(\lambda) A(a, \lambda) B(b', \lambda) [1 \pm A(a', \lambda) B(b, \lambda)] d\lambda \end{aligned} \quad (4.22)$$

Y utilizando las ecuaciones (4.18a) y (4.18b) para A y B , se obtiene:

$$|C(a, b) - C(a, b')| \leq \int \rho(\lambda) [1 \pm A(a', \lambda) B(b', \lambda)] d\lambda + \int \rho(\lambda) [1 \pm A(a', \lambda) B(b, \lambda)] d\lambda \quad (4.23)$$

Lo cual implica que:

$$|C(a, b) - C(a, b')| \leq -|C(a', b') + C(a', b)| + 2 \int \rho(\lambda) d\lambda \quad (4.24)$$

Y por tanto:

$$|C(a, b) - C(a, b')| + |C(a', b') + C(a', b)| \leq 2 \quad (4.25)$$

Siendo ésta la desigualdad CHSH.

4.3.3 Desigualdad CH74 (1974):

En 1974, Clauser y Horne publicaron otro artículo [14] inspirado por el teorema de Bell en el que dejan de tratar con correlaciones cuánticas y funciones de “salida” tomando valores de ± 1 , esta vez asumieron que la variable oculta λ determina, en conjunto con los parámetros de la medición, la probabilidad de detección, no el resultado en sí. La desigualdad CH74 es aún más general que la derivada en 1969 (CHSH) pues no involucra la suposición más problemática de esta última (muestreo justo ó “fair sampling”). Clauser y Horne se refieren a su teoría como una teoría objetiva local (OLT) en vez de una teoría LHV.

Su derivación es como sigue. Dados seis números $x_1, x_2, y_1, y_2, X, Y \in \mathbb{R}$ que cumplen la siguientes desigualdades:

$$0 \leq x_1 \leq X \quad (4.26a)$$

$$0 \leq x_2 \leq X \quad (4.26b)$$

$$0 \leq y_1 \leq Y \quad (4.26c)$$

$$0 \leq y_2 \leq Y \quad (4.26d)$$

Entonces el valor $U = x_1 y_1 - x_1 y_2 + x_2 y_1 + x_2 y_2 - Y x_2 - X y_1$ está restringido por la desigualdad:

$$-XY \leq U \leq 0 \quad (4.27)$$

Ahora bien, sean a y b dos parámetros ajustables en los aparatos de medición de Alice y Bob respectivamente (no necesariamente de espín), y denótense como $p_1(a, \lambda)$, $p_2(b, \lambda)$ a las probabilidades de detección en los aparatos de Alice y Bob respectivamente, y $p_{12}(a, b, \lambda)$ como la probabilidad de detección simultánea, donde λ es nuevamente una variable oculta. Además, sea $\rho(\lambda)$ la densidad de probabilidad de la variable oculta, entonces la probabilidad de detección en A , B y detección simultánea obtenidas a partir de resultados experimentales están dadas por:

$$p_1(a) = \int \rho(\lambda) p_1(a, \lambda) d\lambda \quad (4.28a)$$

$$p_2(b) = \int \rho(\lambda) p_2(b, \lambda) d\lambda \quad (4.28b)$$

$$p_{12}(a, b) = \int \rho(\lambda) p_{12}(a, b, \lambda) d\lambda \quad (4.28c)$$

Sean a, a' dos valores distintos del parámetro ajustable en el aparato A y b, b' dos valores distintos del parámetro ajustable en el aparato B , entonces las probabilidades dependientes de la variable oculta λ cumplen que:

$$0 \leq p_1(a, \lambda) \leq 1 \quad (4.29a)$$

$$0 \leq p_1(a', \lambda) \leq 1 \quad (4.29b)$$

$$0 \leq p_2(b, \lambda) \leq 1 \quad (4.29c)$$

$$0 \leq p_2(b', \lambda) \leq 1 \quad (4.29d)$$

Por lo que, utilizando la ecuación (4.27), se obtiene la siguiente desigualdad:

$$\begin{aligned} -1 \leq & p_1(a, \lambda) p_2(b, \lambda) - p_1(a, \lambda) p_2(b', \lambda) + p_1(a', \lambda) p_2(b, \lambda) \\ & + p_1(a', \lambda) p_2(b', \lambda) - p_1(a', \lambda) - p_2(b, \lambda) \leq 0 \end{aligned} \quad (4.30)$$

Clauser y Horne incluyen el principio de localidad en su teoría asumiendo que:

$$p_{12}(a, b, \lambda) = p_1(a, \lambda) p_2(b, \lambda) \quad (4.31)$$

Entonces, multiplicando por $\rho(\lambda)$ e integrando sobre λ se obtiene:

$$-1 \leq p_{12}(a, b) - p_{12}(a, b') + p_{12}(a', b) + p_{12}(a', b') - p_1(a') - p_2(b) \leq 0 \quad (4.32)$$

En el artículo original, Clauser y Horne se apoyan en un ejemplo que involucra la detección de fotones polarizados, en éste, asumen que la probabilidad (dependiente de λ) de detección de

un fotón que pasa a través de un polarizador es siempre menor o igual que la probabilidad de detección sin el polarizador, es decir:

$$0 \leq p_1(a, \lambda) \leq p_1(\phi, \lambda) \leq 1 \quad (4.33a)$$

$$0 \leq p_2(b, \lambda) \leq p_2(\phi, \lambda) \leq 1 \quad (4.33b)$$

Para toda λ y para cualquier valor de a y b , donde ϕ denota la ausencia del polarizador. A esta suposición se le conoce como suposición de no-mejoramiento ó “no-enhancement assumption”.

Entonces, haciendo un razonamiento similar al anterior, y utilizando la ecuación (4.27) se obtiene:

$$-p_{12}(\phi, \phi) \leq p_{12}(a, b) - p_{12}(a, b') + p_{12}(a', b) + p_{12}(a', b') - p_{12}(a', \phi) - p_{12}(\phi, b) \leq 0 \quad (4.34)$$

Esta última relación es la desigualdad CH74.

Capítulo 5:

Experimento de Franson

5.1 Introducción

En el capítulo 3 se mencionaron dos características importantes de los pares de fotones producidos por SPDC, la relación de las frecuencias $\omega_s + \omega_t = \omega_b$ y la simultaneidad en la emisión de los fotones. Sin embargo, el instante de la emisión no está determinado. El cristal no lineal es bombeado continuamente por una fuente coherente y la emisión de los fotones es espontánea, por lo que, al igual que en la emisión espontánea de un átomo excitado, el momento de la emisión no es predecible.

El científico americano James D. Franson fue inspirado por estas inusuales propiedades de los pares de fotones, comúnmente referidas como enredamiento en energía y tiempo, y en 1989 publicó un artículo [1] en el que describe un experimento cuyos resultados, predichos por la mecánica cuántica, él argumenta, son inconsistentes con cualquier teoría LHV.

El experimento consiste en producir un par de haces de fotones individuales (señal y testigo) por conversión espontánea paramétrica descendente y enviar cada uno de ellos a interferómetros distintos con detectores conectados a un contador de coincidencias en sus respectivas salidas. Los brazos de cada interferómetro deben estar desbalanceados, es decir que la diferencia de camino óptico de los interferómetros debe ser mayor a la longitud de coherencia de los fotones λ_c , para evitar la interferencia de un solo fotón. La mecánica cuántica predice que, si el desbalance es similar en cada interferómetro, habrá una modulación con una visibilidad del 100 % (patrón de interferencia) en las coincidencias registradas por los detectores.

Para ilustrar el experimento considérese la figura 5.1, donde θ y φ son las diferencias de fase entre los caminos ópticos L_1 , S_1 y L_2 , S_2 respectivamente y se está asumiendo que $L_1 \approx L_2$ y $S_1 \approx S_2$.

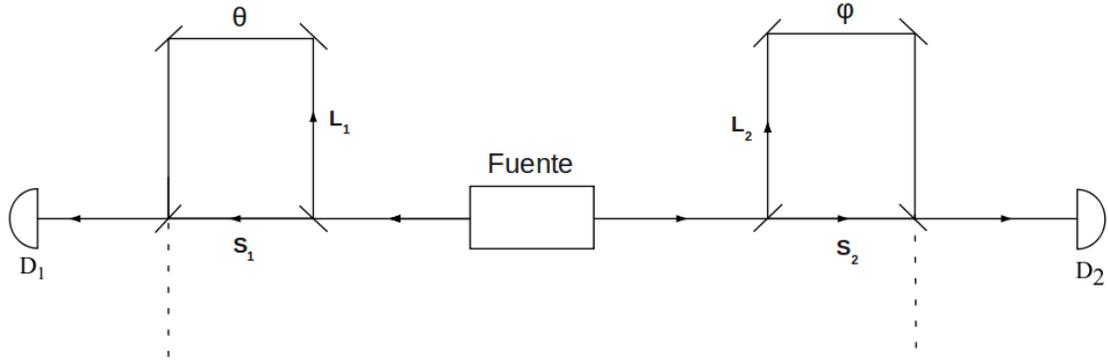


Fig. 5.1

Por cada par de fotones producidos por la fuente, el estado de Fock que describe al sistema en la entrada de los interferómetros es:

$$|\psi_0\rangle = |10\rangle \otimes |10\rangle = |1010\rangle \quad (5.1)$$

Análogamente al desarrollo en el capítulo 2, utilizando las ecuaciones (2.8a) y (2.8b) para cada divisor de haz, el estado que describe al par de fotones dentro de los interferómetros está dado por:

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|10\rangle + i|01\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|10\rangle + i|01\rangle) = \frac{1}{2} (|1010\rangle - |0101\rangle + i|0110\rangle + i|1001\rangle) \quad (5.2)$$

Los desfases θ y φ estarán en los términos correspondientes a alguno de los fotones viajando por el camino L_i , mientras que el término correspondiente a ambos fotones viajando por los caminos L tendrá un desfase igual a la suma de éstos, es decir que el estado del sistema tomando en cuenta las diferencias de fase en los interferómetros es:

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2} (|1010\rangle - e^{i(\theta+\varphi)} |0101\rangle + ie^{i\theta} |0110\rangle + ie^{i\varphi} |1001\rangle) \quad (5.3)$$

Utilizando nuevamente las ecuaciones (2.8a) y (2.8b), a la salida del interferómetro cada término de $|\psi_2\rangle$ se transforma como:

$$|1010\rangle \longrightarrow \frac{1}{2} (|1010\rangle - |0101\rangle + i|0110\rangle + i|1001\rangle) \quad (5.4a)$$

$$|0101\rangle \longrightarrow \frac{1}{2} (|0101\rangle - |1010\rangle + i|0110\rangle + i|1001\rangle) \quad (5.4b)$$

$$|0110\rangle \longrightarrow \frac{1}{2} (|0110\rangle - |1001\rangle + i|0101\rangle + i|1010\rangle) \quad (5.4c)$$

$$|1001\rangle \longrightarrow \frac{1}{2} (|1001\rangle - |0110\rangle + i|0101\rangle + i|1010\rangle) \quad (5.4d)$$

Por lo que, sustituyendo estas transformaciones en la ecuación (5.3) y agrupando términos, el estado del sistema completo a la salida de los interferómetros es:

$$\begin{aligned}
|\psi_3\rangle = & \frac{1}{4} [(1 + e^{i(\theta+\varphi)} - e^{i\theta} - e^{i\varphi}) |1010\rangle - (1 + e^{i(\theta+\varphi)} + e^{i\theta} + e^{i\varphi}) |0101\rangle] \\
& + \frac{i}{4} [(1 - e^{i(\theta+\varphi)} - e^{i\theta} + e^{i\varphi}) |1001\rangle + (1 - e^{i(\theta+\varphi)} + ie^{i\theta} - ie^{i\varphi}) |0110\rangle] \quad (5.5)
\end{aligned}$$

Es decir que la probabilidad de detectar un fotón en D_1 y D_2 (fig. 5.1) está dada por:

$$P_{12}(\theta, \varphi) = \frac{1}{16} |1 + e^{i(\theta+\varphi)} - e^{i\theta} - e^{i\varphi}|^2 \quad (5.6)$$

Donde el primer término de la suma representa la amplitud de probabilidad de que ambos fotones viajen a través de los caminos S_1 y S_2 , el segundo término que ambos fotones viajen a través de los caminos L_1 y L_2 , y el tercer y cuarto términos que uno de los fotones viaje por el camino S_i y el otro por el camino L_j . Si la separación temporal entre los fotones viajando por el camino L_i y los fotones viajando por el camino S_i es mayor al tiempo de resolución de la electrónica de coincidencias entre D_1 y D_2 , el tercer y cuarto término pueden ser cancelados de la ecuación (5.6), y la probabilidad de detección simultánea queda como:

$$P_{12}(\theta, \varphi) = \frac{1}{8} [1 + \cos(\theta + \varphi)] \quad (5.7)$$

La cual muestra una interferencia con una visibilidad del 100% (i.e. $P_{12} = 0$ para algún valor de θ y φ), esto quiere decir que los fotones se anticorrelacionan, cuando uno tome el camino L_i el otro tomará el camino S_j y viceversa. Si la electrónica no es lo suficientemente rápida para excluir los eventos $|L_i, S_j\rangle$ y $|S_i, L_j\rangle$, éstos serán detectados, pero al ser eventos distinguibles no ocasionarán ninguna modulación en P_{12} , reduciendo la visibilidad de la interferencia al 50%.

5.2 Violación de los principios de localidad y realismo en el experimento de Franson

En la realidad, dificultades experimentales tales como la alineación de los dispositivos, el tamaño finito del cristal no lineal, el ancho de banda del láser de bombeo, la eficiencia de los detectores, etc, reducen la visibilidad máxima de la interferencia debajo de su valor óptimo, por lo que un ajuste mas realista a verdaderos datos experimentales (normalizados) de la ecuación (5.7) está dado por:

$$P_{12}(\theta, \varphi) = \frac{1}{8} [1 + V_0 \cos(\theta + \varphi)] \quad (5.8)$$

Donde V_0 es la visibilidad de la interferencia, la cual, para datos experimentales, se define como:

$$V_0 = \frac{N_{MAX} - N_{MIN}}{N_{MAX} + N_{MIN}} \quad (5.9)$$

Siendo N_{MAX} y N_{MIN} el número máximo y mínimo de coincidencias detectadas (en un mismo intervalo de tiempo) respectivamente. Teóricamente la visibilidad está dada por una función del tipo:

$$V(\theta, \varphi) = V_0 \text{sinc}[A_0(\theta - \varphi)]$$

Donde A_0 es una constante que depende de la frecuencia de la luz utilizada y su ancho de banda. Es decir que para hallar la máxima visibilidad y poder aplicar la ecuación (5.9) en los datos experimentales, las fases deben ser similares, i.e. $\theta \approx \varphi$.

Retomemos ahora la desigualdad CH74 (ecuación (4.34)) y determinemos el valor de cada uno de sus términos para el experimento de Franson. El primer término, $P_{12}(\phi, \phi)$, correspondía a la probabilidad de detección sin el polarizador en ambos arreglos experimentales (Alice y Bob), quitar el polarizador en este experimento equivale a balancear ambos interferómetros (i.e. $\theta, \varphi = 0$), por lo que, según la ecuación (2.14b), todos los fotones llegarán a los detectores D_1 y D_2 , entonces, debido a la simultaneidad en la emisión de los fotones:

$$P_{12}(0, 0) = 1 \quad (5.10)$$

El sexto y séptimo términos, $P_{12}(a', \phi)$ y $P_{12}(\phi, b)$ respectivamente, corresponden a balancear uno de los interferómetros y dejar el otro con dos caminos L y S ($L - S \gg \lambda_c$ para que no haya interferencia de un solo fotón), de esta forma, en el interferómetro balanceado todos los fotones llegarán al detector D_i , mientras que en el otro interferómetro solo la mitad llegarán a D_j , de este 50% de fotones que llegan a D_j solo la mitad llegarán de manera simultánea con su pareja, entonces:

$$P_{12}(\theta', 0) = P_{12}(0, \varphi) = \frac{1}{4} \quad (5.11)$$

El resto de los términos pueden ser calculados con la ecuación (5.8), por lo que sustituyendo las expresiones anteriores en la desigualdad CH74 y simplificando, ésta puede ser reescrita como:

$$0 \leq V_0 [\cos(\theta + \varphi) - \cos(\theta + \varphi') + \cos(\theta' + \varphi) + \cos(\theta' + \varphi')] \leq 2 \quad (5.12)$$

El término dentro de los corchetes alcanza su máximo para ciertos valores de las fases, escogiendo $\theta = \frac{\pi}{4}$, $\theta' = -\frac{\pi}{4}$, $\varphi = 0$, $\varphi' = \frac{\pi}{2}$, la desigualdad queda como:

$$0 \leq V_0 \leq \frac{1}{\sqrt{2}} = 70,71 \% \quad (5.13)$$

Es decir que la desigualdad CH74 es violada con una visibilidad mayor al 70,71 %.

Como ya se mencionó, si la resolución en la medición de las coincidencias τ_c es mayor al tiempo de retraso entre los caminos de los interferómetros $\Delta T = \frac{L-S}{c}$, es decir que no se pueden excluir los eventos $|L_i, S_j\rangle$ y $|S_i, L_j\rangle$, la visibilidad de la interferencia se reduce al 50 %. Sin embargo, en 1991 Franson demostró también que visibilidades menores al 70,71 %, a pesar de no violar una desigualdad de Bell, violan una desigualdad que debe ser satisfecha por cualquier teoría clásica o semiclásica, esta desigualdad es:

$$|ab| \leq \left(\frac{|a|^2 + |b|^2}{2} \right) \quad (5.14)$$

Con $a, b \in \mathbb{C}$. La modulación en las coincidencias en un tratamiento clásico del experimento de Franson es proporcional a la cantidad [3]:

$$Q = \langle |E_1^*(t) E_2^*(t) E_2(t - \Delta T) E_1(t - \Delta T)| \rangle \quad (5.15)$$

Donde E_1 y E_2 se refieren a los campos eléctricos en las posiciones de los detectores D_1 y D_2 respectivamente y los corchetes denotan un promedio sobre un intervalo largo de tiempo. La desigualdad deseada se obtiene definiendo:

$$a = E_1^*(t) E_2(t - \Delta T) \quad (5.16a)$$

$$b = E_2^*(t) E_1(t - \Delta T) \quad (5.16b)$$

Por lo que sustituyendo las ecuaciones (5.16a) y (5.16b) en la ecuación (5.14), y utilizando la ecuación (5.15), se llega a:

$$Q \leq \frac{\langle E_1^*(t) E_2^*(t - \Delta T) E_2(t - \Delta T) E_1(t) \rangle}{2} + \frac{\langle E_2^*(t) E_1^*(t - \Delta T) E_1(t - \Delta T) E_2(t) \rangle}{2} \quad (5.17)$$

El significado físico de esta desigualdad puede ser ilustrado por la figura 5.2, donde $E_1(t)$ y

$E_2(t)$ corresponden a pulsos emitidos al mismo tiempo. Si E_1 es evaluado en el tiempo t y E_2 es evaluado en el tiempo $t \pm \Delta T$, entonces uno de los dos debe ser cero y por tanto su producto se anula, es decir que el lado derecho de la ecuación (5.17) es cero, lo que requiere que $Q = 0$.

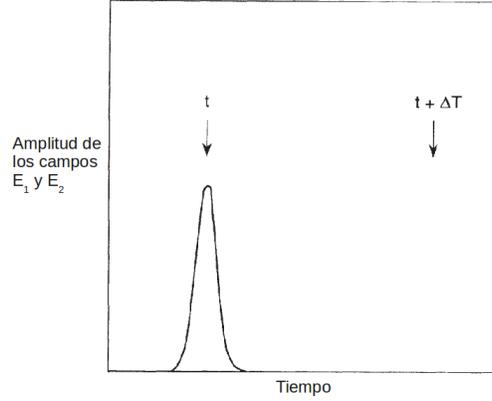


Fig. 5.2

En óptica cuántica el operador de intensidad esta dado por:

$$\hat{I}(t) = \hat{E}^{(-)}(t) \hat{E}^{(+)}(t) \quad (5.18)$$

Entonces, el equivalente mecánico cuántico de la ecuación (5.17) es:

$$\begin{aligned} \left| \left\langle \hat{E}_1^{(-)}(t) \hat{E}_2^{(-)}(t) \hat{E}_2^{(+)}(t - \Delta T) \hat{E}_1^{(+)}(t - \Delta T) \right\rangle \right| &\leq \frac{\left\langle \hat{E}_1^{(-)}(t) \hat{E}_2^{(-)}(t - \Delta T) \hat{E}_2^{(+)}(t - \Delta T) \hat{E}_1^{(+)}(t) \right\rangle}{2} \\ &+ \frac{\left\langle \hat{E}_2^{(-)}(t) \hat{E}_1^{(-)}(t - \Delta T) \hat{E}_1^{(+)}(t - \Delta T) \hat{E}_2^{(+)}(t) \right\rangle}{2} \end{aligned} \quad (5.19)$$

La condición para la coincidencia de los fotones en este experimento es:

$$\hat{E}_1^{(+)}(t) \hat{E}_2^{(+)}(t \pm \Delta T) = 0 \quad (5.20)$$

Mientras que la conservación de la energía en el proceso SPDC requiere que:

$$\hat{E}_1^{(+)}(t - \Delta T) \hat{E}_2^{(+)}(t - \Delta T) = e^{i(\omega_s + \omega_t)\Delta T} \hat{E}_1^{(+)}(t) \hat{E}_2^{(+)}(t) \quad (5.21)$$

Entonces, sustituyendo la ecuación (5.20) en el lado derecho de la ecuación (5.19), la ecuación (5.21) en el lado izquierdo y utilizando la definición del operador de intensidad, se obtiene:

$$\langle \hat{I}_1(t) \hat{I}_2(t) \rangle \leq 0 \quad (5.22)$$

El lado izquierdo de esta desigualdad es simplemente el producto de las intensidades individuales de cada haz y una cantidad positiva distinta de cero, por tanto la desigualdad se viola en óptica cuántica, es decir que incluso una visibilidad menor al 70,71 % es inconsistente de manera clásica o semiclásica.

5.3 Realización experimental

5.3.1 Alineación de los colectores con los haces de fotones individuales

Para producir los pares de fotones se utilizó un láser violeta (405nm) incidente sobre un cristal BBO tipo 1. El primer paso natural para iniciar el experimento es “encontrar” los dos haces de fotones individuales obtenidos por la intersección del cono con el plano óptico (plano paralelo a la mesa de trabajo), dado que estos no pueden verse a simple vista (cabe mencionar que esto no solo se debe a su longitud de onda de 810nm, sino que, aun cuando los fotones tuvieran una longitud de onda en el visible, el ojo humano no es capaz de detectar fotones de manera individual).

Se montó un colector de luz sobre uno de los extremos de un riel rígido mientras que el otro extremo se fijó debajo del cristal BBO, de esta forma al mover el colector, éste describía una circunferencia alrededor del cristal. Para asegurarse que la entrada del colector estuviera dirigida hacia el centro de la circunferencia, se alineó manualmente éste hacia el haz violeta, el cual ya incidía sobre el cristal, y después haciendo uso de los tornillos de ajuste fino del colector, se mejoró el alineamiento, de manera que a la salida de éste (a través de una fibra óptica) se pudiera observar la máxima intensidad de luz violeta (fig. 5.3).

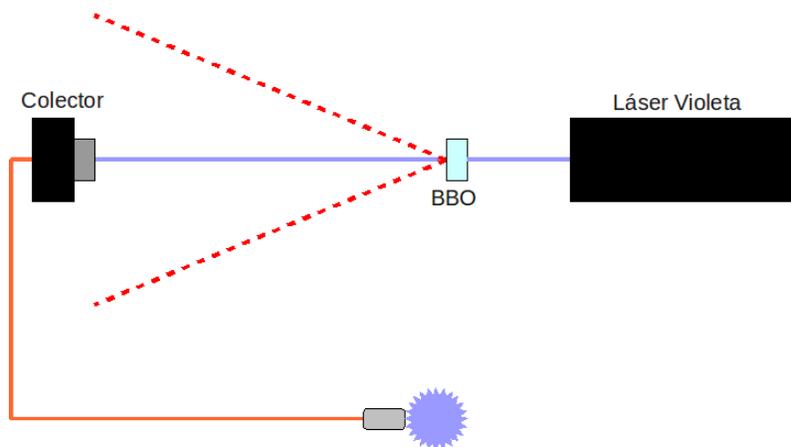
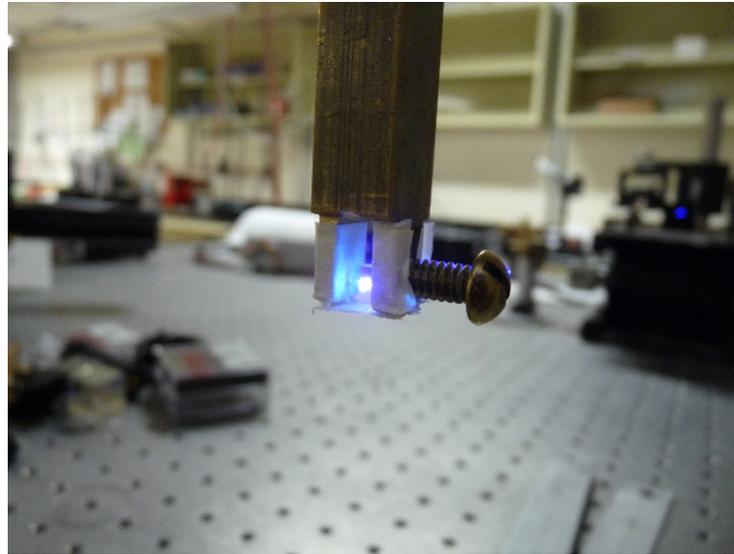


Fig. 5.3

Una vez que el colector de luz estuvo alineado hacia el cristal se procedió a encontrar uno de los dos haces de fotones individuales (haz testigo), para esto se conectó la fibra óptica (salida

del colector) a un fotodiodo de avalancha (APD) que a su vez estaba conectado a una tarjeta de coincidencias en una computadora, y se comenzó a desplazar manualmente el colector hasta que el software que controlaba la tarjeta de coincidencias marcara un incremento notable en el número de fotones detectados por segundo (fig. 5.4).



Haz violeta incidiendo sobre el cristal BBO

Dado que el ancho del haz de fotones es muy delgado (aproximadamente 1mm) y su perfil de intensidad se asemeja a una distribución Gaussiana [21], se utilizó un tornillo micrométrico para desplazar lentamente el colector sobre la circunferencia y detectar el máximo número de fotones por segundo, de esta forma se aseguró que el colector estuviera lo mejor alineado posible con el haz de fotones individuales. Un procedimiento análogo se realizó para alinear un segundo colector con el otro haz de fotones (haz señal).

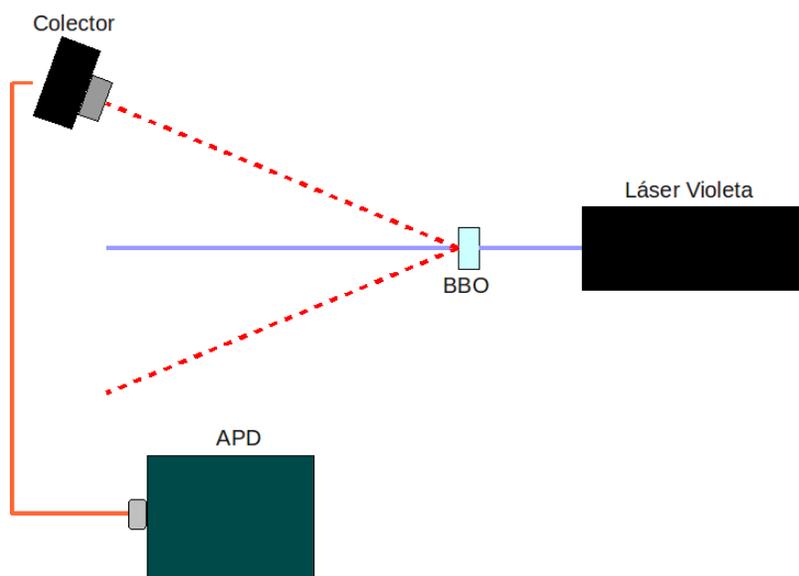


Fig. 5.4

5.3.2 Alineación de un láser rojo con los haces de fotones individuales

Como ya se mencionó, los haces de fotones no pueden verse a simple vista, por lo que manipularlos con una precisión de décimas de milímetro puede llegar a ser muy complicado sin una forma de conocer su trayectoria. Para solucionar este problema se alineó un láser rojo (se optó por el rojo debido que es la longitud de onda visible mas cercana a los 810nm, de esta forma se redujo cualquier efecto de dispersión) con la trayectoria del haz de fotones individuales (haz testigo). La alineación consistió en dirigir el láser a un sistema de dos espejos de manera que éstos lo redirigieran (de manera mas precisa) sobre la semirecta que pasa a través del cristal BBO y termina en el colector (fig. 5.5).

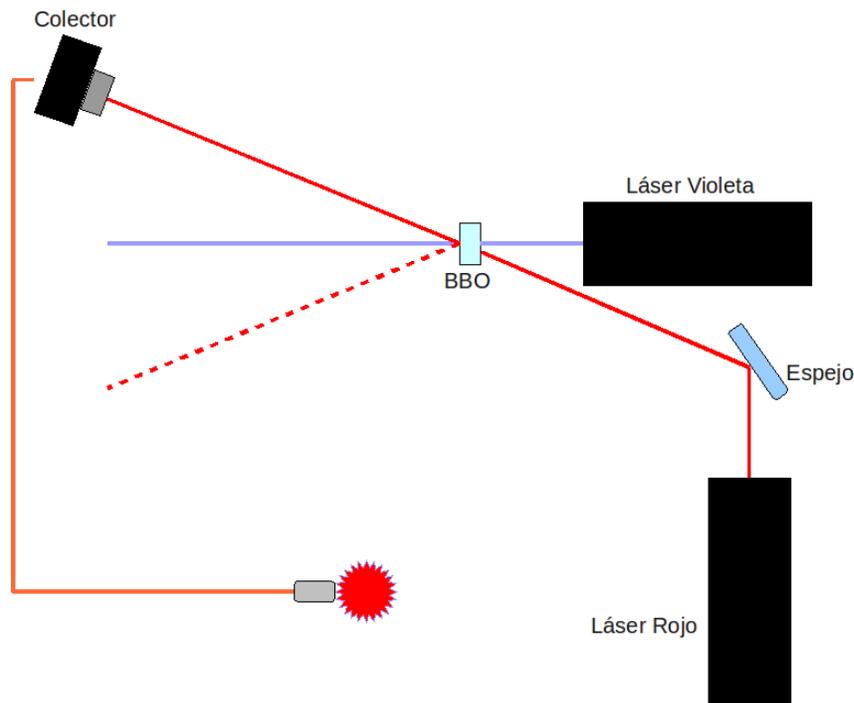
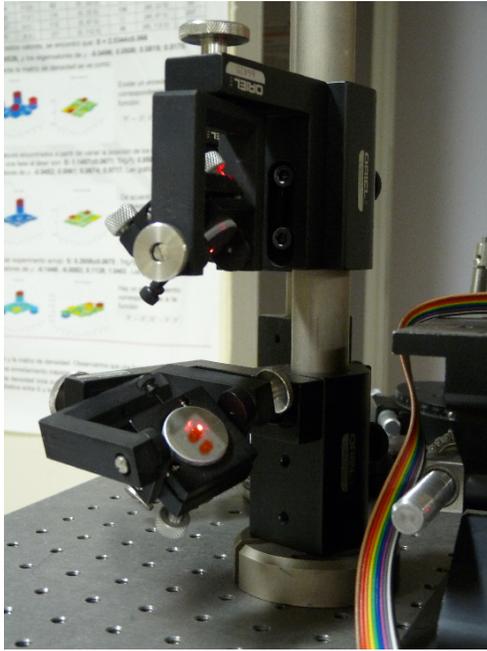
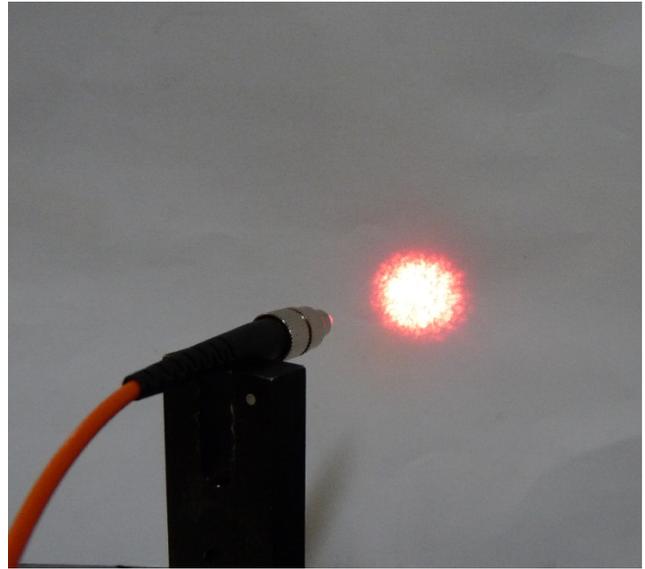


Fig. 5.5

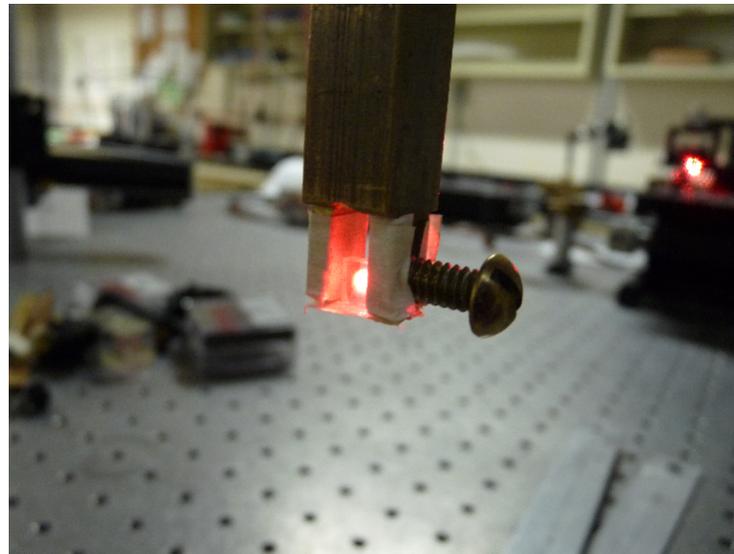
Similarmente a lo que se hizo para la alineación con el haz violeta, pero sin mover de ninguna manera el colector dado que éste ya estaba ajustado para detectar de manera óptima el haz de fotones, para asegurarse que el haz rojo estaba lo mejor alineado posible se hizo uso de los tornillos de ajuste fino de ambos espejos y se dirigió el haz rojo hacia la entrada del colector (asegurándose que también pasara por el centro del cristal BBO) hasta que a la salida de éste se pudiera observar la máxima intensidad de luz roja. Un procedimiento análogo se realizó para alinear el láser rojo con el otro haz de fotones (haz señal).



Sistema de dos espejos



Luz roja a la salida del colector



Haz rojo incidiendo sobre el cristal BBO

5.3.3 Montaje y alineamiento de dos interferómetros de Michelson

Una vez que se pudo conocer la trayectoria de los haces de fotones, se procedió a montar un interferómetro de Michelson sobre el haz testigo y otro sobre el haz señal con ayuda del láser rojo. Se comenzó por sustituir el colector por un divisor de haz en la misma posición, teniendo especial cuidado en que el haz rojo incidiera perpendicularmente sobre el centro de la cara de éste, después se colocó un espejo fijo en la salida reflejada del divisor de haz y un espejo desplazable (montado en un desplazador) en la salida transmitida, cuidando también que el láser incidiera de manera perpendicular sobre ambos espejos (fig. 5.6).

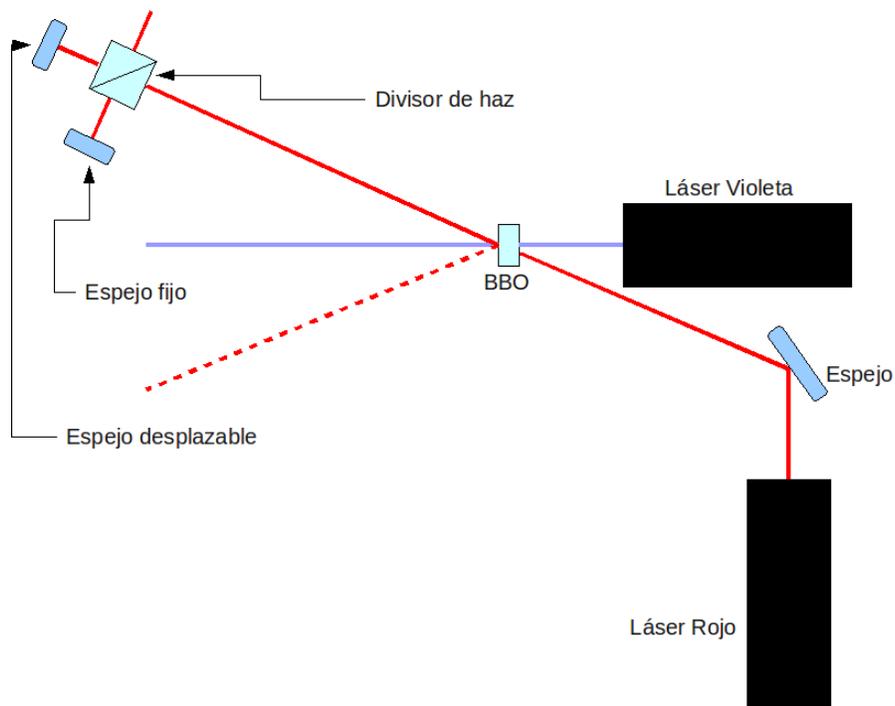


Fig. 5.6

Después, se colocó el colector de luz a la salida del interferómetro de manera que el haz rojo incidiera sobre su entrada, y utilizando los tornillos de ajuste fino del colector, se mejoró el alineamiento hasta que a la salida de éste se pudiera observar la máxima intensidad de luz roja. Para asegurarse que los espejos estuvieran lo mejor alineados posible, se cubrió uno de ellos y se ajustó el otro hasta observar la máxima intensidad de luz roja en la salida del colector, haciendo esto para ambos espejos se pudo asegurar que el haz de fotones incidiría de manera óptima sobre el colector (fig. 5.7a y 5.7b). Un procedimiento análogo se realizó para el montaje del interferómetro sobre el otro haz de fotones (haz señal).

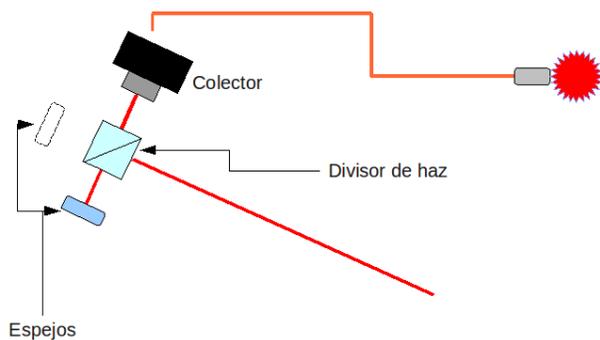


Fig. 5.7a

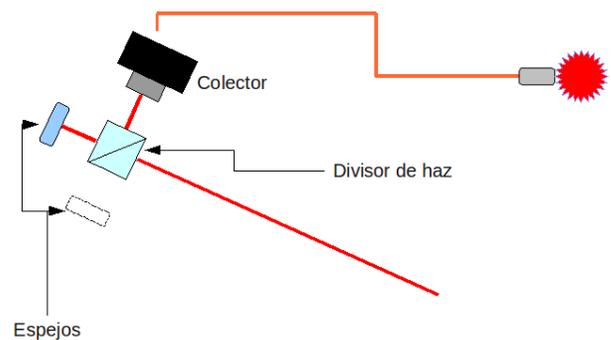
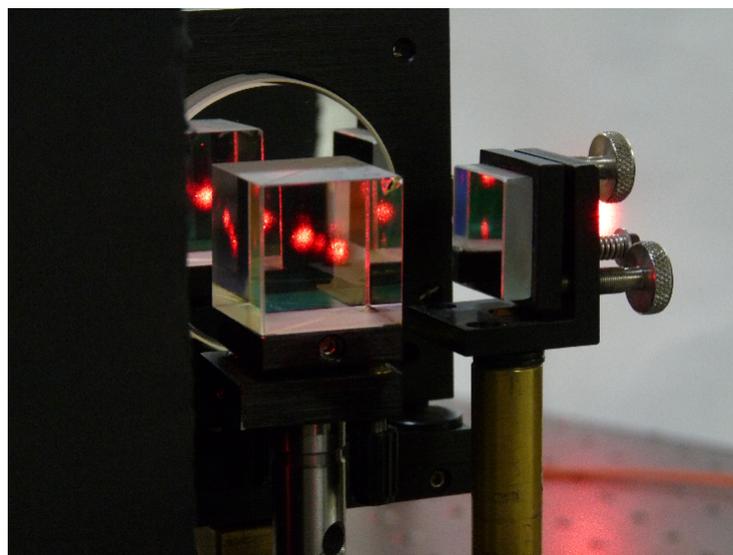


Fig. 5.7b



Interferómetro de Michelson alineado con el láser rojo

5.3.4 Interferencia con luz blanca

Ya que ambos interferómetros estuvieron alineados con el haz de fotones, se buscó reducir la diferencia de camino óptico ΔL lo mas cercana posible a cero en cada uno de los interferómetros. Para esto, se iluminó la entrada del interferómetro testigo con una lámpara fluorescente de luz blanca (debido a que al tener un ancho espectral muy amplio, por consiguiente tiene una longitud de coherencia muy corta) y se movió el espejo desplazable hasta observar la máxima visibilidad en el patrón de interferencia, es decir hasta que las franjas mas oscuras fueran visibles a simple vista (fig. 5.8).

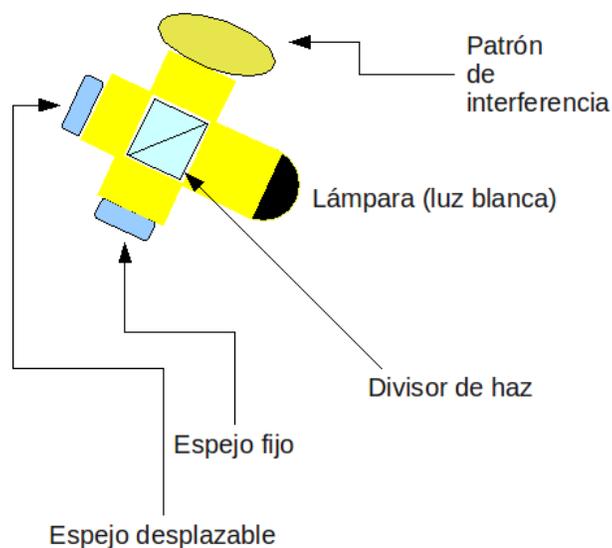


Fig. 5.8

Comúnmente el patrón de interferencia en su máxima visibilidad se observa como una serie de franjas oscuras en un fondo blanco (fig. 5.9a), sin embargo esto se debe a que los espejos

no están perfectamente alineados (recordemos que el alineamiento se realizó en base al ancho de la entrada del colector). Aprovechando que el patrón de interferencia de luz blanca puede observarse a simple vista, se ajustaron los espejos (utilizando los tornillos de ajuste fino) hasta que el patrón pudiera observarse como una serie de anillos concéntricos (fig. 5.9b), y que el centro de estos estuviera alineado con el centro de la cara del divisor de haz, de esta forma el interferómetro quedó óptimamente alineado (Apéndice II). Un procedimiento análogo se realizó para el interferómetro señal.

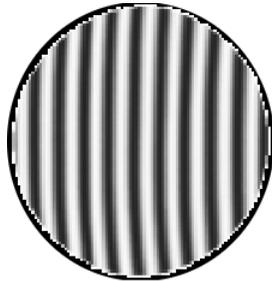


Fig. 5.9a

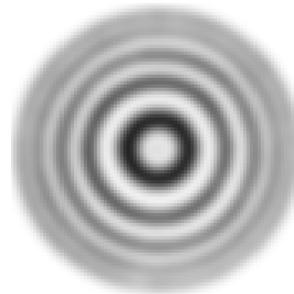


Fig. 5.9b

5.3.5 Desplazamiento fino

La resolución del tornillo que desplaza los espejos en ambos interferómetros es de $10\mu m$, sin embargo se requería que el desplazamiento del espejo en el interferómetro señal fuera del orden de $0,05\mu m$. Para solucionar este problema, se fijó una “palanca” en el tornillo original del desplazador de manera que al moverla, el tornillo girara, y por tanto el espejo se desplazara. Para mover la palanca se utilizó otro tornillo (de desplazamiento fino) con una resolución de $5\mu m$, de esta forma se logró que el desplazamiento del espejo fuera mas fino (fig. 5.10a).

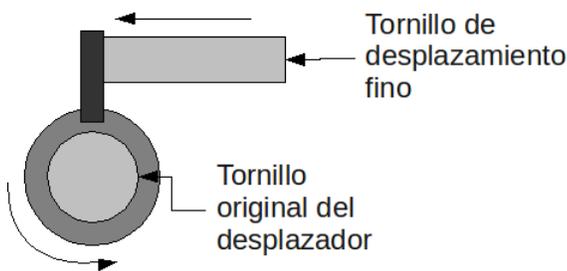


Fig. 5.10a

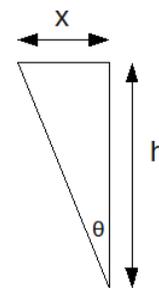


Fig. 5.10b

Para calcular el recorrido Y del espejo en función del recorrido X del tornillo de desplazamiento fino a través de la palanca, considérese la figura 5.10b, donde θ es el ángulo que gira el tornillo original del desplazador y h es una constante que representa la distancia entre el centro del tornillo original del desplazador y el tornillo de desplazamiento fino.

Es claro que la relación entre θ y Y es lineal, es decir que:

$$Y = \alpha\theta \quad (5.23)$$

Con α una constante, sin embargo la relación de θ con X está dada por:

$$X = h \tan\theta \quad (5.24)$$

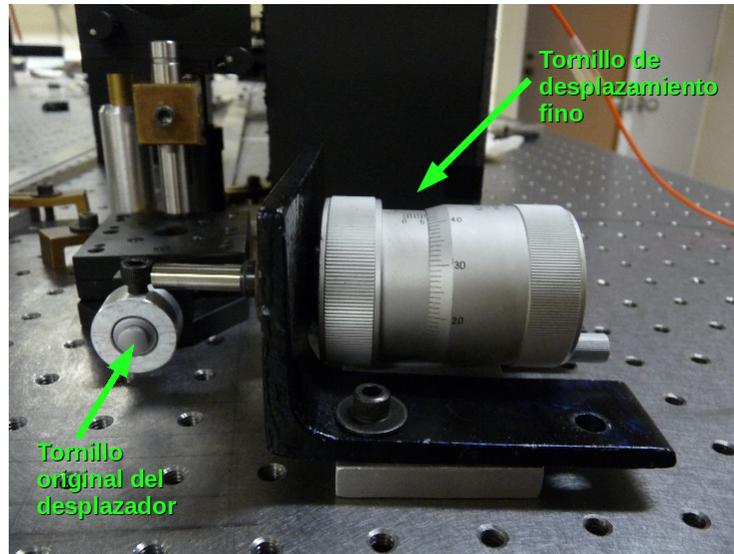
Suponiendo que θ será muy pequeño durante el experimento, se puede aproximar $\tan\theta \approx \theta$, entonces sustituyendo el valor de θ de la ecuación (5.24) en la ecuación (5.23) se obtiene:

$$Y = \beta X \quad (5.25)$$

Donde $\beta = \frac{\alpha}{h}$ es una constante cuyo valor fue obtenido de manera empírica y es:

$$\beta = 0,004 \pm 0,0008 \quad (5.26)$$

Es decir que la resolución para el desplazamiento del espejo con este montaje es de $0,02\mu m$.



Montaje para el desplazamiento fino

5.3.6 Arreglos experimentales (mediciones)

Una vez que ambos interferómetros estuvieron alineados con luz blanca y con una diferencia de camino óptico $\Delta L \approx 0\mu m$, se colocaron nuevamente los colectores de luz en las salidas de cada interferómetro (ajustándolos para observar la máxima intensidad de luz roja a su salida) y se conectó cada uno de ellos, por medio de fibras ópticas, a dos APD's que a su

vez estaban conectados a una tarjeta de coincidencias en una computadora, de esta manera el arreglo experimental estuvo completo (fig. 5.11).

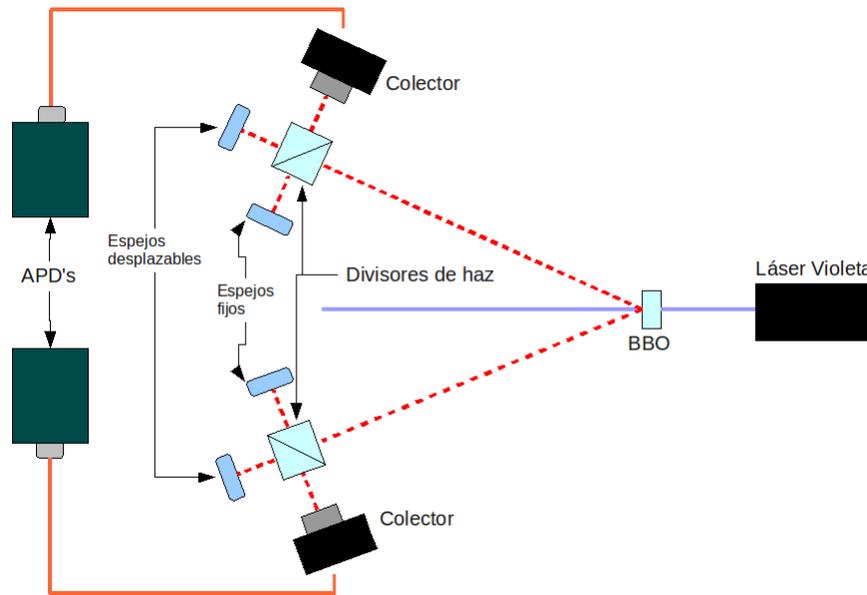
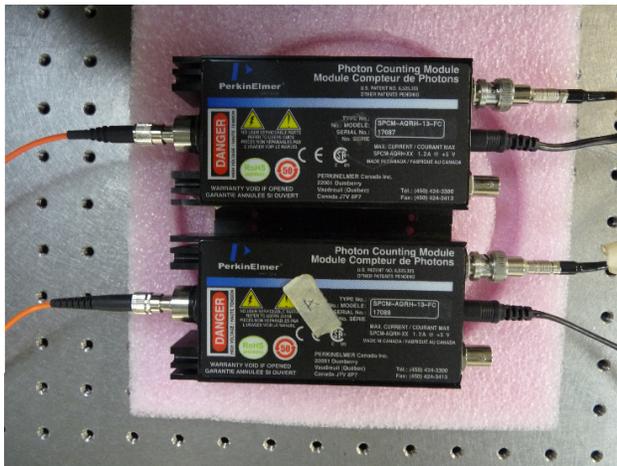
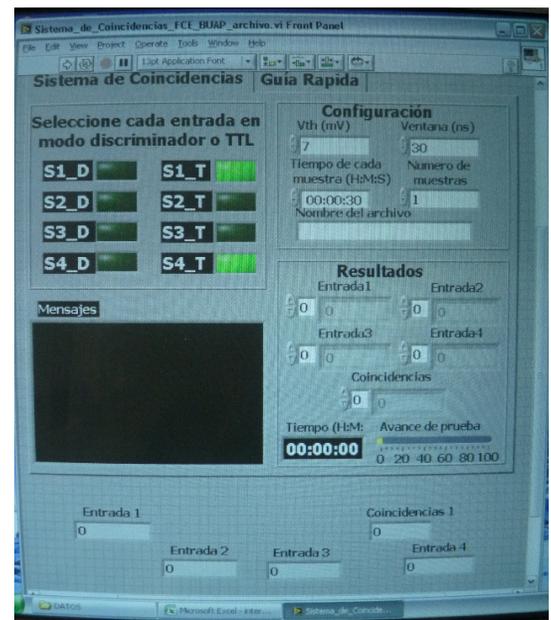


Fig. 5.11



Fotodiodos de Avalancha (APD's)



Software de la tarjeta de coincidencias

El 1° **arreglo** experimental utilizado para realizar mediciones consistió en buscar la interferencia de un solo fotón. Se comenzó por desplazar $100\mu m$ el espejo del interferómetro A (fig. 5.12), es decir hacer $\Delta L_A = 100\mu m$, de esta forma se evitó la interferencia de un solo fotón en este interferómetro (dado que la longitud de coherencia del haz de fotones individuales es de aproximadamente $30\mu m$ [21]) y éste se utilizó únicamente como un fotón testigo. Después, utilizando el tornillo de desplazamiento fino, se recorrió el espejo desplazable del interferómetro

B con pasos de $0,02\mu m$ alrededor de la zona $\Delta L_B \approx 0\mu m$, y utilizando el software de los tarjeta de coincidencias, se tomaron datos del comportamiento de éstas entre ambos detectores.

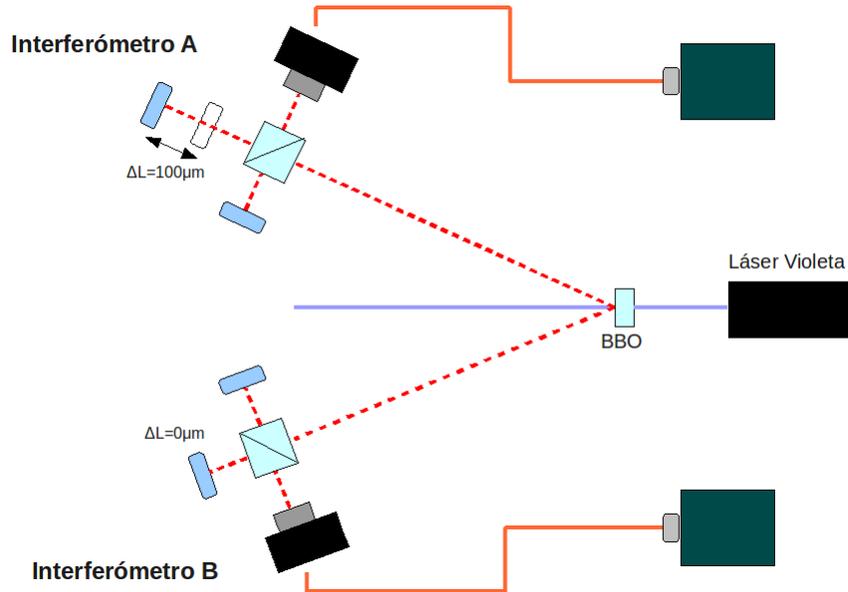


Fig. 5.12

El 2° arreglo experimental consistió en observar el comportamiento de las coincidencias entre los detectores cuando el espejo del interferómetro B era desplazado mas allá de la longitud de coherencia del haz de fotones, pero sin llegar a la diferencia de camino óptico en el interferómetro A, es decir $30\mu m < \Delta L_B < 100\mu m$, el valor elegido fue $\Delta L_B = 50\mu m$ (fig. 5.13). Análogamente al arreglo anterior, utilizando el tornillo de desplazamiento fino, se recorrió el espejo desplazable del interferómetro B con pasos de $0,02\mu m$ alrededor de la zona $\Delta L_B \approx 50\mu m$, y utilizando el software de los tarjeta de coincidencias, se tomaron datos del comportamiento de éstas entre ambos detectores.

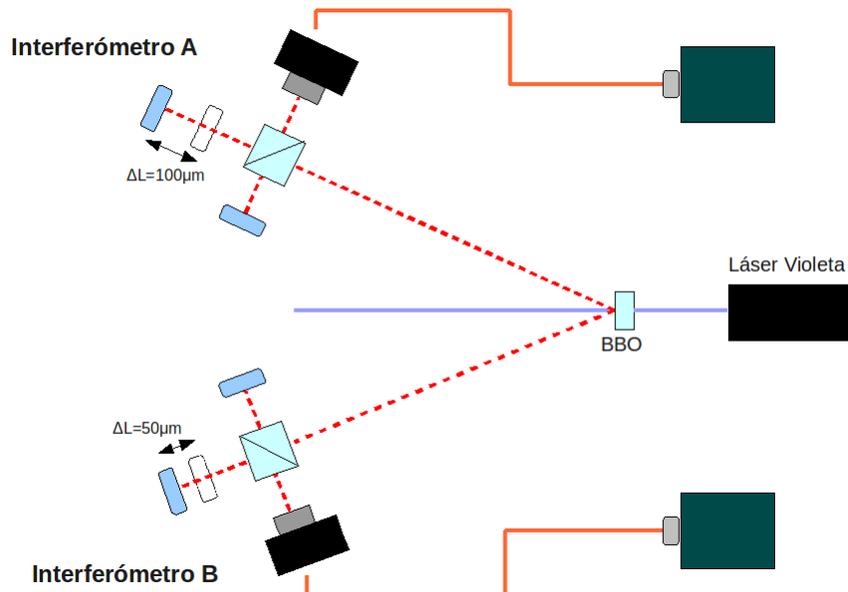


Fig. 5.13

El 3° arreglo experimental consistió en buscar el comportamiento de las coincidencias predicho por Franson. Para esto, se desplazó el espejo del interferómetro B hasta que la diferencia de camino óptico en éste fuera igual a la fijada en el interferómetro A, es decir $\Delta L_A = \Delta L_B = 100\mu m$ (fig. 5.14). Y una vez más, utilizando el tornillo de desplazamiento fino, se recorrió el espejo desplazable del interferómetro B con pasos de $0,02\mu m$ alrededor de la zona $\Delta L_B \approx 100\mu m$, y utilizando el software de los tarjeta de coincidencias, se tomaron datos del comportamiento de éstas entre ambos detectores.

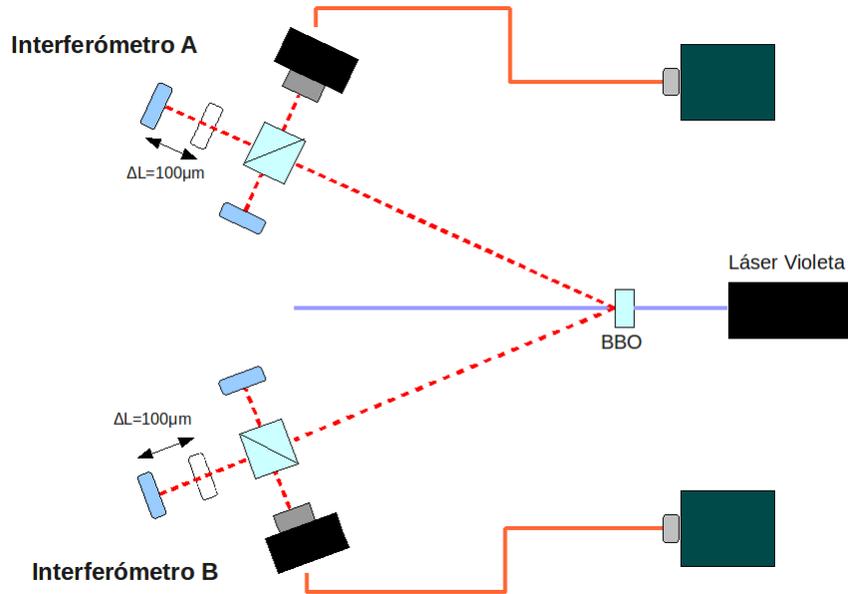


Fig. 5.14

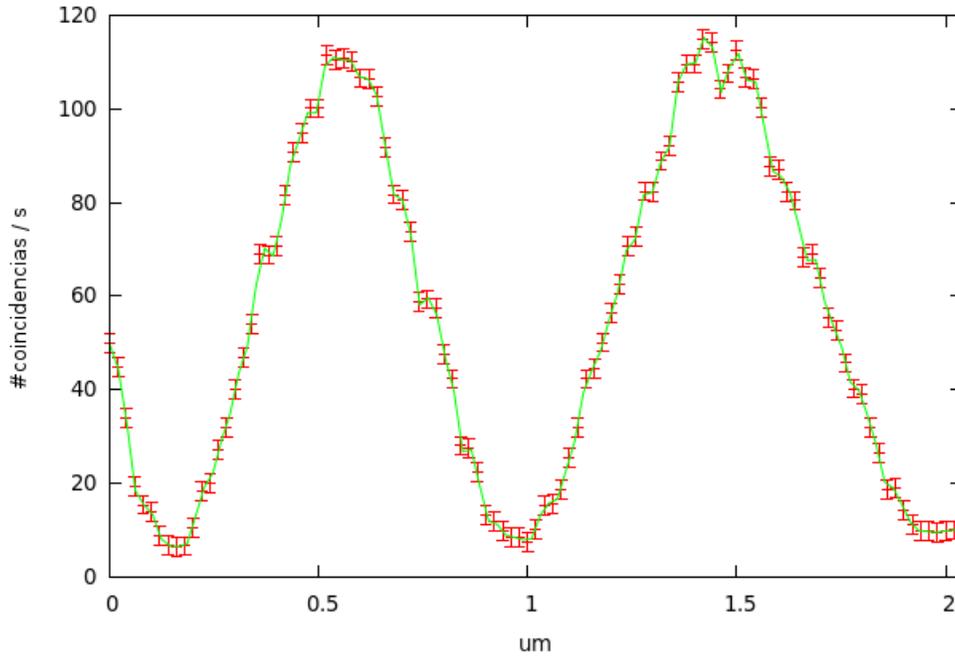
Los parámetros utilizados en el software de la tarjeta de coincidencias en los tres arreglos fueron iguales, a saber (tabla 5.1):

τ_c (Ventana de coincidencia)	$30ns$
# de muestras (cada $0,02\mu m$)	1
Tiempo de cada muestra	30s

Dado que la incertidumbre de los datos tomados se debía principalmente a la dispersión en el número de fotones por unidad de tiempo emitidos por el cristal y a la eficiencia de los fotodiodos de avalancha, es decir variables independientes del arreglo experimental, ésta se determinó posteriormente tomando la desviación estándar de una muestra de 100 mediciones de 30s utilizando el 2° arreglo (en el cual el número de coincidencias era estable).

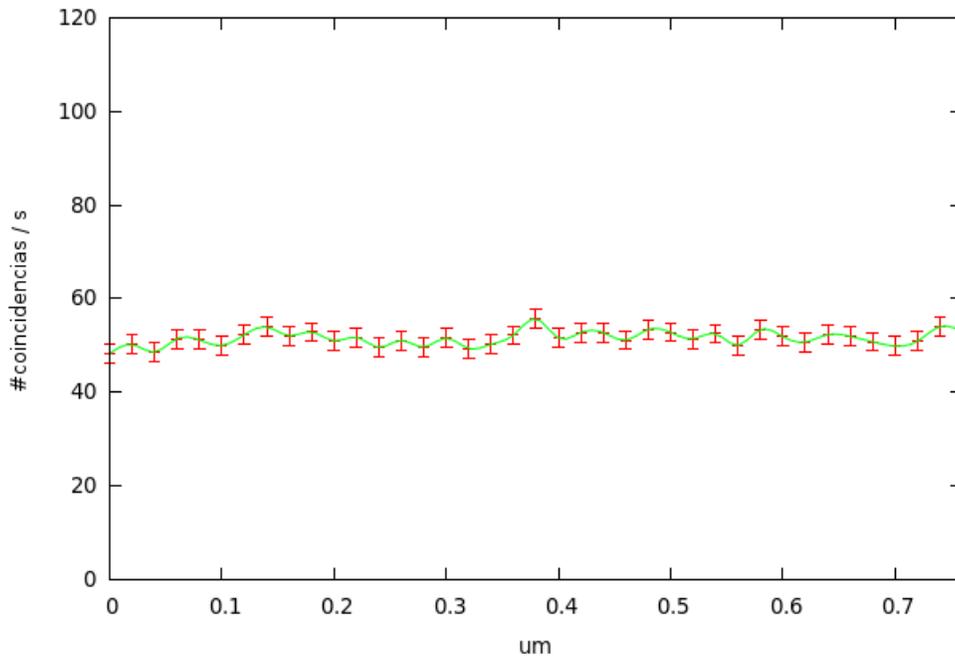
5.3.7 Resultados

En la gráfica 5.1 se muestran los datos obtenidos en el 1° arreglo experimental (interferencia de un solo fotón), es decir cuando se desplaza el espejo alrededor de $\Delta L_B \approx 0\mu m$. En ésta se observa claramente la modulación en el número de coincidencias por segundo, con una visibilidad dada por la ecuación (5.9) de $V = 0,89 \pm 0,062$.



Gráfica 5.1 Interferencia de un solo fotón ($\Delta L_B \approx 0\mu m$)

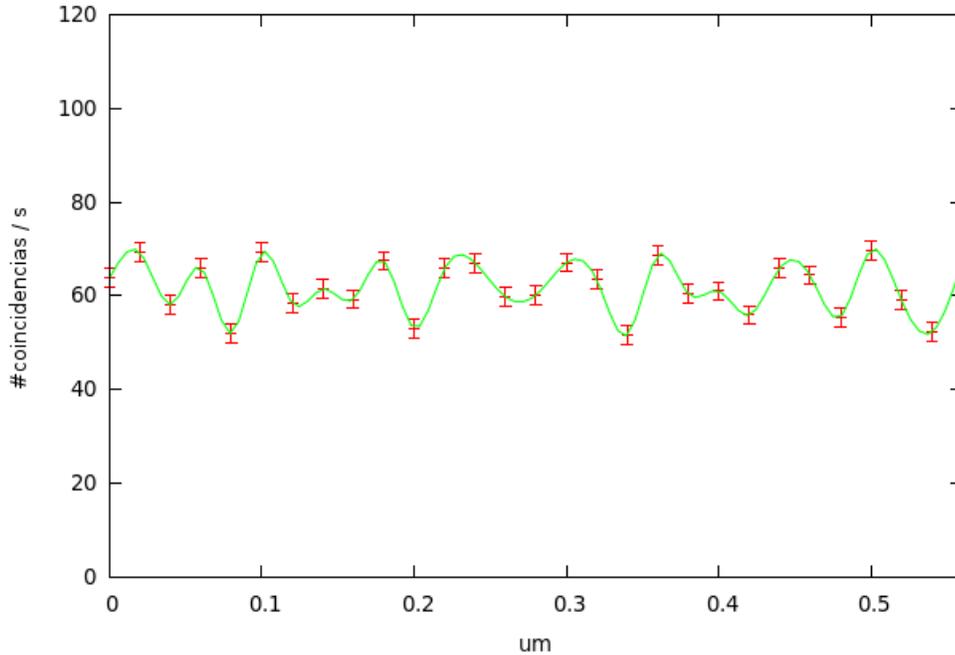
En la gráfica 5.2 se muestran los datos obtenidos en el 2° arreglo experimental, es decir cuando se desplaza el espejo alrededor de $\Delta L_B \approx 50\mu m$. En ésta se observa claramente un comportamiento prácticamente constante en el número de coincidencias por segundo, de esta forma se puede asegurar que la zona de interferencia de un solo fotón se ha dejado atrás.



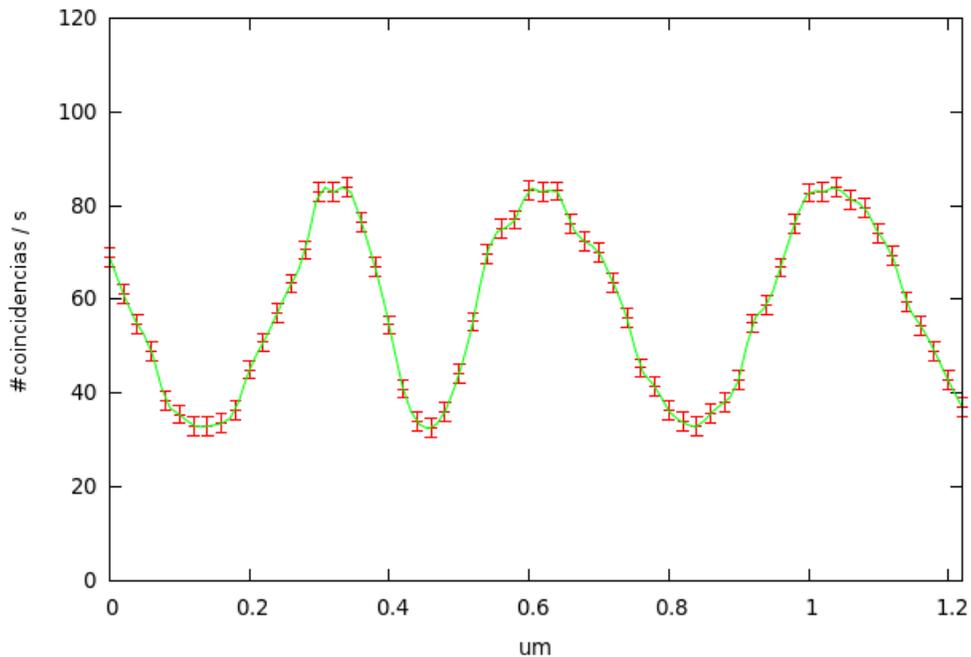
Gráfica 5.2 No hay modulación ($\Delta L_B \approx 50\mu m$)

En la gráfica 5.3 se muestran los primeros datos obtenidos en el 3° arreglo experimental, es decir cuando se desplaza el espejo alrededor de $\Delta L_B \approx \Delta L_A \approx 100\mu m$. Esta serie de datos fue

tomada sin ajustar los espejos para observar el patrón de la figura 5.9b en la interferencia con luz blanca, sino únicamente un patrón similar a la figura 5.9a. Es claro que no hay evidencia de una oscilación armónica, sin embargo las fluctuaciones observadas no corresponden a una simple dispersión estadística de los datos, ya que ésta es de menor magnitud (gráfica 5.2). Es posible que debido al mal alineamiento de los espejos, las franjas de interferencia fueran más delgadas que la resolución de nuestro montaje, además de tener una visibilidad muy pobre ($\approx 16\%$).

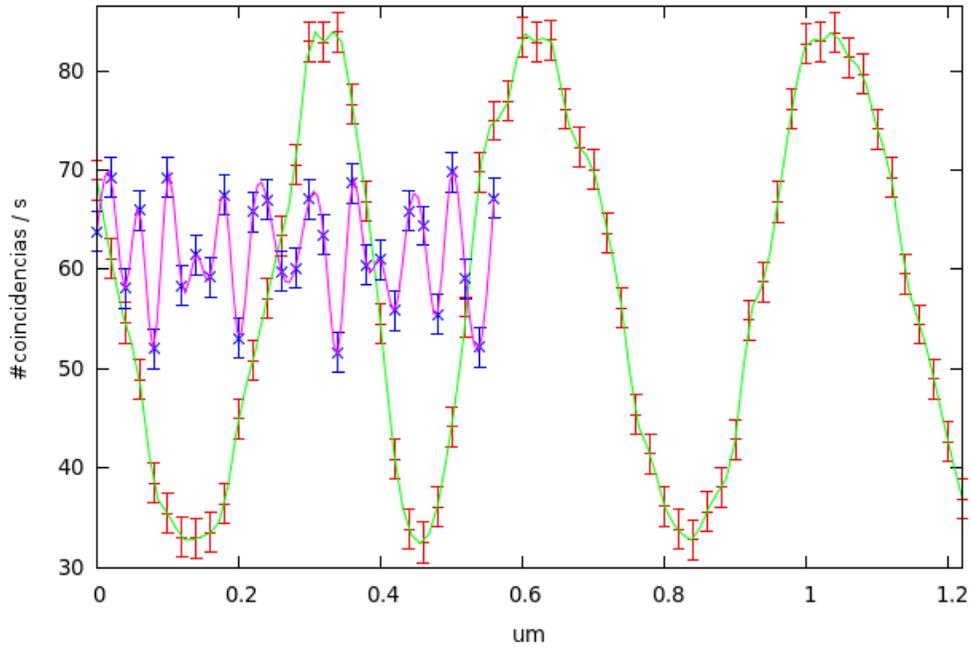


Gráfica 5.3 Primer intento para la interferencia de Franson ($\Delta L_B \approx 100\mu m$)

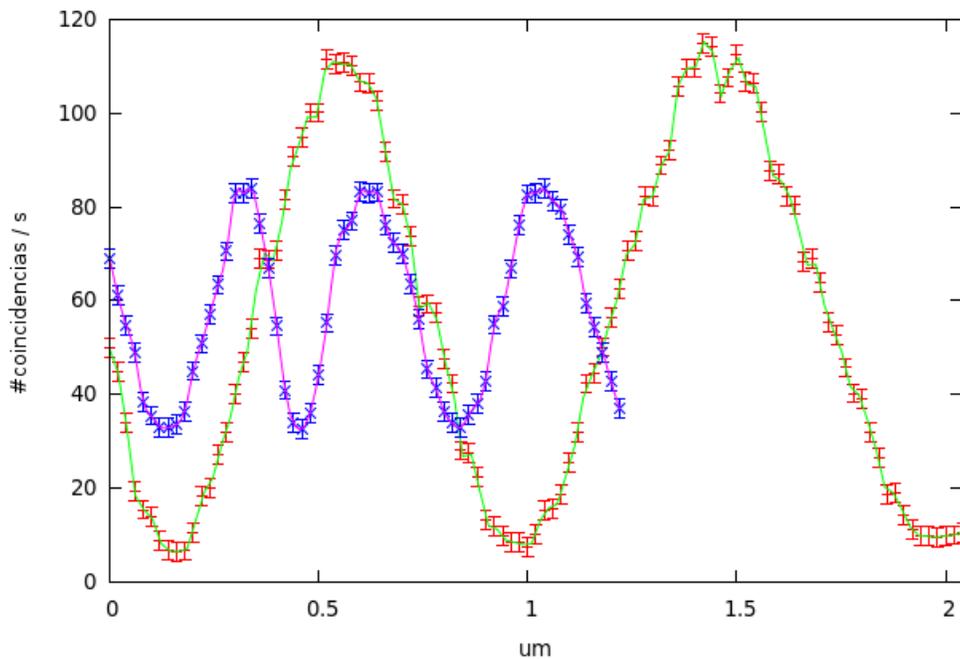


Gráfica 5.4 Segundo intento para la interferencia de Franson ($\Delta L_B \approx 100\mu m$)

En la gráfica 5.4 se muestran la segunda serie de datos obtenidos en el 3° arreglo experimental, esta vez realizando completo el procedimiento descrito para la interferencia con luz blanca, es decir hasta observar un patrón de interferencia similar a la figura 5.9b. En ésta, el comportamiento armónico se observa claramente con una visibilidad de $V = 0,43 \pm 0,049$.



Gráfica 5.5 Primer intento para la interferencia de Franson (azul y violeta)
Segundo intento para la interferencia de Franson (rojo y verde)



Gráfica 5.6 Segundo intento para la interferencia de Franson (azul y violeta)
Interferencia de un solo fotón (rojo y verde)

En la gráfica 5.5 se muestra una comparación entre las dos series de datos obtenidos en el 3° arreglo experimental (gráficas 5.3 y 5.4), en ésta se observa mas claramente que la amplitud de la modulación en el primer intento para la interferencia de Franson no era de ninguna forma despreciable, también se puede concluir que la visibilidad de la modulación (así como su comportamiento armónico) es muy sensible a pequeños desperfectos en el alineamiento de los interferómetros, dado que la única diferencia en el arreglo experimental para tomar ambas series de datos fue el perfeccionamiento en el ajuste de los espejos.

En la gráfica 5.6 se muestra una comparación entre la serie de datos obtenidos en el 1° arreglo experimental (gráfica 5.1) y la serie obtenida en el segundo intento del 3° arreglo (gráfica 5.4). En ésta se pueden observar las diferencias entre ambos patrones de interferencia, en particular el periodo de la modulación, el cual teóricamente debe ser la mitad para la interferencia de Franson, dado que el argumento de la oscilación $\theta + \varphi$ es proporcional a la suma de las longitudes de onda de cada haz de fotones, es decir la longitud de onda del haz de bombeo, mientras que el argumento de la oscilación en la interferencia de un solo fotón θ , solo es proporcional a la longitud del haz de fotones.

Capítulo 6:

Discusión de resultados y conclusiones

6.1 Discusión de resultados

Como se puede observar en la gráfica 5.4, la máxima visibilidad obtenida en la configuración para el experimento propuesto por Franson fue de $V = 0,43 \pm 0,049$, por lo que de acuerdo a la ecuación (5.13), no se consiguió una violación de una desigualdad de Bell. Este resultado era de esperarse dado que, como se explicó en el capítulo anterior, la ventana de coincidencia de la tarjeta utilizada ($\tau_c = 30ns$) era mucho mayor al tiempo de retraso entre los caminos de los interferómetros ($\Delta T \approx 3,3 \times 10^{-7}ns$).

Podría pensarse que, como el 50 % de los fotones detectados no están interfiriendo, es válido asumir que la visibilidad de la interferencia hubiera sido de $V' = 2V = 0,86 \pm 0,098 > 70,71\%$ si se contara con una mejor ventana de coincidencia, aunque claro, esto sería suponer correcta la descripción mecánico cuántica de manera anticipada. Sin embargo, como también se mencionó en el capítulo anterior, una visibilidad de $V = 0,43 \pm 0,049$ es inconsistente con la descripción clásica del experimento, por tanto logrando el cometido de mostrar la necesidad de la descripción cuántica.

Los resultados obtenidos en la gráfica 5.3 muestran la sensibilidad del patrón de interferencia ante el alineamiento del arreglo experimental. Como ya se mencionó, esos datos fueron tomados sin ajustar los espejos para observar el patrón correcto en la interferencia con luz blanca (figura 5.9b), de manera que las franjas eran más delgadas que la resolución del montaje; en este caso la abertura efectiva de los colectores de luz permitía la entrada a varias franjas simultáneamente, ocasionando la disminución en la visibilidad de la interferencia ($\approx 16\%$) además de ocultar el comportamiento armónico de ésta.

Es también necesario hacer hincapié en la visibilidad obtenida para la interferencia de un solo fotón (gráfica 5.1), la cual fue de $V = 0,89 \pm 0,062$, ya que como se verá a continuación, ésta proporciona un argumento a favor de las predicciones cuánticas (no locales) del experimento de Franson.

6.2 ¿Realmente se viola el principio de localidad en el experimento de Franson?

A pesar de los argumentos dados por Franson sobre la no localidad en su experimento (presentados en el capítulo anterior), en 1999 Sven Aerts, Paul Kwiat, Jan-Ake Larsson y Marek Zukowski publicaron un artículo [8] en el que presentan un modelo LHV que reproduce exitosamente los resultados de éste.

Aerts et al. argumentan que no es posible realizar una prueba sin ambigüedad de una desigualdad de Bell en el experimento de Franson debido a que se requiere de un proceso de post-selección, en el cual 50% los eventos son descartados cuando se calcula la función de correlación (ecuación (5.6)).

Un desarrollo resumido de su modelo es el siguiente. Supóngase que existe una variable oculta ξ con una distribución dada por:

$$\rho(\xi) = \begin{cases} \delta(\xi - 1) & \text{si } \tau_c < \Delta T \\ \delta(\xi - \varepsilon) + \delta(\xi - 1) & \text{si } \tau_c > \Delta T \end{cases} \quad (6.1)$$

Donde δ es la función delta de Dirac, τ_c es la ventana de coincidencia, ΔT es el retraso en los caminos de los interferómetros y suponemos que $\varepsilon \rightarrow 0$. Esta distribución simplemente obedece la prescripción de que una vez montado el experimento, hay suficiente tiempo para los interferómetros de que la información espacio temporal llegue al lugar donde los fotones correlacionados son creados. Supóngase también que existen funciones:

$$f_S(\xi) = 1 + \sqrt{2\xi} \cos(\theta) \quad (6.2a)$$

$$f_T(\xi) = 1 + \sqrt{2\xi} \cos(\varphi) \quad (6.2b)$$

Para los fotones señal y testigo respectivamente, donde θ y φ son los desfases en los interferómetros. El promedio de estas funciones sobre la distribución de la variable está conectado con la probabilidad de detección de coincidencias a la salida de los interferómetros, consecuentemente se puede definir la tasa de coincidencias como:

$$R_c \propto \int_0^1 d\xi [\rho(\xi) f_S(\xi) f_T(\xi)] \quad (6.3)$$

La cual tiene como limite superior [9]:

$$R_c \propto 1 + \frac{1}{2} \cos(\theta + \varphi) \quad (6.4)$$

Para $\tau_c > \Delta T$ (patrón de interferencia con 50% de visibilidad), y

$$R_c \propto 1 + \cos(\theta + \varphi) \quad (6.5)$$

Para $\tau_c < \Delta T$ (patrón de interferencia con 100 % de visibilidad). De esta forma se obtienen los mismos resultados que en el esquema cuántico. Sin embargo, dado que los interferómetros pueden estar arbitrariamente alejados de la fuente de fotones correlacionados, un cambio en el arreglo experimental no altera la distribución de la variable oculta, entonces, análogamente a la ecuación (6.3), la tasa de conteo en un solo detector (configuración para la interferencia de un solo fotón) está dada por:

$$N \propto \int_0^1 d\xi [\rho(\xi) f_i(\xi)] \quad (6.6)$$

La cual tiene como limite superior [9]:

$$N \propto 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\Theta) \quad (6.7)$$

Donde $i \in \{S, T\}$ y Θ es el desfase en el interferómetro respectivo. La ecuación muestra que la máxima visibilidad permitida por el modelo LHV para la interferencia de un solo fotón es:

$$V = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 70,71 \% \quad (6.8)$$

Por tanto, a pesar de que el modelo reproduce fielmente las predicciones cuánticas para el experimento de Francon, es aún fuertemente criticado debido a que no es capaz de rescatar la visibilidad del 100 % en la interferencia de un solo fotón.

6.3 Conclusiones

El procedimiento descrito en el capítulo anterior, para la realización del experimento de Francon, es el resultado del refinamiento de los métodos mencionados a través de la experiencia adquirida de varios errores cometidos durante su montaje, adquiriendo de esta forma, un amplio valor pedagógico. Debido a esto, se espera que cualquier persona sea capaz de recrear el experimento de una manera sencilla obteniendo resultados claros, en particular las próximas generaciones de estudiantes interesados en los resultados poco intuitivos de la mecánica cuántica.

Sobre los resultados obtenidos, estos muestran de manera parcial la superioridad de la descripción cuántica frente a las teorías realistas locales. Si bien no se consiguió una violación explícita de una desigualdad de Bell, incluso ahora no existe aún, ni se sabe si es posible que exista, una

teoría LHV capaz de reproducir simultáneamente las visibilidades obtenidas en la interferencia de un solo fotón y la interferencia de Franson, concluyendo entonces que el experimento puede todavía proveer argumentos en contra del realismo local.

Después de más de 50 años de experimentación cuidadosa y cada vez mas refinada, es muy grande el cuerpo de evidencia acumulada en favor de la mecánica cuántica y en contra de las teorías LHV. Aunque estrictamente hablando aún quedan algunas lagunas “loopholes”, la preocupación por intentar corregirlas está siendo sustituida por la posibilidad de generar, manipular, transportar y detectar estados enredados de dos o mas partículas. El interés se está desplazando gradualmente al desarrollo de nuevas tecnologías de comunicación y encriptación basadas en las propiedades no locales predichas por la mecánica cuántica.

Apéndice I:

Acoplamiento de fase

I.1 La ecuación de onda para un medio óptico no lineal

Para derivar la ecuación de onda para la propagación de la luz a través de un medio óptico no lineal [19] [20], considérense las ecuaciones de Maxwell en un espacio sin cargas ni corrientes libres:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (\text{I.1a})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{I.1b})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{I.1c})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{I.1d})$$

La no linealidad se refleja en la relación entre los campos \mathbf{E} y \mathbf{D} , la cual está dada por:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (\text{I.2})$$

Donde \mathbf{P} , el vector de polarización del medio, depende en general de manera no lineal con el campo eléctrico a través de tensores $\chi^{(k)}$ denominados susceptibilidades ópticas de orden k :

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \sum_k \chi^{(k)} \mathbf{E}^k \quad (\text{I.3})$$

Además se asumirá que el medio es no magnético, es decir que $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$. Entonces, tomando el rotacional de la ecuación (I.1c), intercambiando el orden de las derivadas espacial y temporal, utilizando las ecuaciones (I.1d) y (I.3) para reemplazar $\nabla \times \mathbf{B}$ por $\mu_0 \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ y haciendo uso de la identidad $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$, se obtiene la ecuación:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{I.4})$$

Donde se ha supuesto que la contribución del término $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E})$ es despreciable.

Es común separar al vector de polarización del medio y al vector de desplazamiento eléctrico en sus partes lineales y no lineales como:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^{(1)} + \mathbf{P}^{NL} \quad (\text{I.5a})$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^{(1)} + \mathbf{P}^{NL} \quad (\text{I.5b})$$

Si el medio es dispersivo, es decir que la velocidad de propagación de la onda electromagnética depende de su frecuencia, se debe considerar cada componente frecuencial de manera separada, por lo que es conveniente describir los campos como la suma de estas componentes:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_n \mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t) \quad (\text{I.6a})$$

$$\mathbf{P}^{NL}(\mathbf{r}, t) = \sum_n \mathbf{P}_n^{NL}(\mathbf{r}, t) \quad (\text{I.6b})$$

$$\mathbf{D}^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \sum_n \mathbf{D}_n^{(1)}(\mathbf{r}, t) \quad (\text{I.6c})$$

Con:

$$\mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) e^{-i\omega_n t} + c.c. \quad (\text{I.7a})$$

$$\mathbf{P}_n^{NL}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}_n^{NL}(\mathbf{r}) e^{-i\omega_n t} + c.c. \quad (\text{I.7b})$$

$$\mathbf{D}_n^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{D}_n^{(1)}(\mathbf{r}) e^{-i\omega_n t} + c.c. \quad (\text{I.7c})$$

Entonces, sustituyendo las ecuaciones (I.6a) hasta (I.7c) en (I.4), se obtiene una ecuación que es válida para cada componente frecuencial del campo:

$$\nabla^2 \mathbf{E}_n - \frac{\epsilon(\omega_n)}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}_n}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}_n^{NL}}{\partial t^2} \quad (\text{I.8})$$

Donde $\epsilon(\omega_n)$ es el tensor dieléctrico que relaciona a los vectores $\mathbf{D}_n^{(1)}$ y \mathbf{E}_n como:

$$\mathbf{D}_n^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \epsilon(\omega_n) \epsilon_0 \mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t) \quad (\text{I.9})$$

I.2 Ecuación de onda acoplada para la generación por suma de frecuencias

Ahora se estudiara como la ecuación de onda derivada en la sección anterior puede ser utilizada para describir interacciones ópticas no lineales específicas, en particular se usará como ejemplo la generación por suma de frecuencias (fig. I.1).

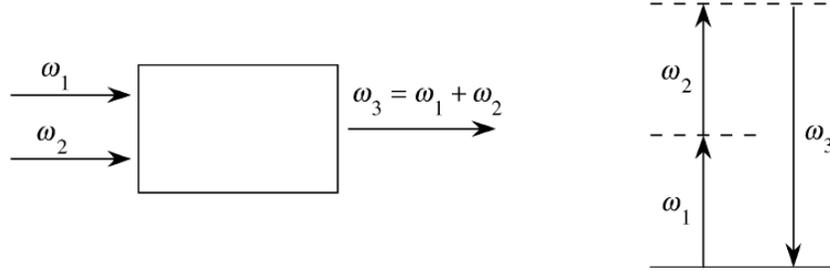


Fig. I.1

En la generación por suma de frecuencias, un campo eléctrico que consiste de dos componente frecuenciales ω_1 y ω_2 e incide sobre un medio óptico no lineal (de segundo orden, i.e. $\chi^{(2)} \neq 0$), produce una componente con una frecuencia igual a la suma de las frecuencias incidentes, es decir $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$.

La ecuación (I.8) es válida para toda componente frecuencial del campo eléctrico, en particular para la frecuencia $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$. En ausencia de un término no lineal, la solución de la ecuación para una onda plana con frecuencia ω_3 propagándose en la dirección $+z$ está dada por:

$$E_3(z, t) = A_3 e^{i(k_3 z - \omega_3 t)} + c.c. \quad (\text{I.10})$$

Es de esperarse que cuando el término no lineal es pequeño, la solución a la ecuación (I.8) sea de la misma forma que (I.10), excepto que A_3 se convierte en una función que varía lentamente con z , $A_3(z)$. Además se puede representar el término no lineal de la ecuación (I.8) como:

$$P_3(z, t) = p_3 e^{-i\omega_3 t} + c.c. \quad (\text{I.11})$$

Para una geometría fija (i.e. una dirección fija de propagación y polarización), es posible expresar a la amplitud de la polarización no lineal que da lugar a la generación por suma de frecuencias como [18]:

$$p_3 \propto E_1 E_2 \quad (\text{I.12})$$

Con E_1 y E_2 de la misma forma que E_3 , es decir ($j = 1, 2, 3$):

$$E_j(z, t) = A_j e^{i(k_j z - \omega_j t)} + c.c. \quad (\text{I.13})$$

Entonces, sustituyendo las ecuaciones (I.10) hasta (I.13) en la ecuación de onda (I.8) y considerando A_3 como función de z , se obtiene:

$$\frac{dA_3}{dz} \propto A_1 A_2 e^{i\Delta k z} \quad (\text{I.14})$$

Donde $\Delta k = k_1 + k_2 - k_3$ “mide” que tan bueno es el acoplamiento de los vectores de onda.

La ecuación (I.14) muestra la variación de la amplitud de la componente con frecuencia ω_3 como consecuencia de su acoplamiento con las amplitudes de las componentes con frecuencias ω_1 y ω_2 .

1.3 Condición de acoplamiento de fase

Asumiendo por simplicidad que A_1 y A_2 son constantes en la ecuación (I.14), para el caso especial en que:

$$\Delta k = 0 \quad (\text{I.15})$$

La amplitud A_3 se incrementa linealmente con z , y consecuentemente la intensidad se incrementa cuadráticamente con z . Cuando la condición (I.15) se satisface, los dipolos atómicos que constituyen el medio no lineal oscilan en una fase adecuada, de manera que el campo emitido por cada uno de ellos se suma coherentemente en la dirección de propagación. A (I.15) se le conoce como condición de acoplamiento de fase.

Continuando con el ejemplo anterior, a la salida del medio no lineal, si se considera que éste tiene una longitud L y utilizando la ecuación (I.14), la amplitud $A_3(L)$ está dada por:

$$A_3(L) \propto \int_0^L e^{i\Delta k z} dz = \left(\frac{e^{i\Delta k L} - 1}{i\Delta k L} \right) \quad (\text{I.16})$$

Por tanto la intensidad del campo será:

$$I_3 \propto |A_3|^2 \propto \left| \frac{e^{i\Delta k L} - 1}{i\Delta k L} \right|^2 \propto \text{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k L}{2} \right) \quad (\text{I.17})$$

Esta expresión predice un decremento drástico en la eficiencia del proceso de generación por suma de frecuencias cuando la condición de acoplamiento de fase no es satisfecha. En general, para otros procesos no lineales, la dependencia con la condición de acoplamiento de fase no

está dada por la ecuación (I.17), sin embargo, la eficiencia en cualquier otro proceso requiere igualmente que la condición (I.15) se mantenga.

En la práctica, la manera mas común de conseguir que se satisfaga la condición de acoplamiento de fase es con el uso de cristales que muestran birrefringencia (la dependencia del índice de refracción con la polarización de la onda electromagnética), para lograr esto, la onda de frecuencia mas alta $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ debe estar polarizada en la dirección en la que el índice de refracción es menor, mientras que para las ondas de frecuencia menor hay dos opciones. Se define el acoplamiento de fase tipo I al caso en el que las ondas de frecuencia menor (ω_1 y ω_2) tienen la misma polarización, y tipo II al caso en el que sus polarizaciones son ortogonales.

Apéndice II: Interferómetro de Michelson

El alineamiento de los espejos en el interferómetro de Michelson, cuando éste ya ha sido balanceado (la diferencia de camino óptico entre sus brazos es menor a la longitud de coherencia de la luz utilizada), determina la geometría del patrón de interferencia observado. La figura II.1 muestra la forma clásica de un interferómetro de Michelson:

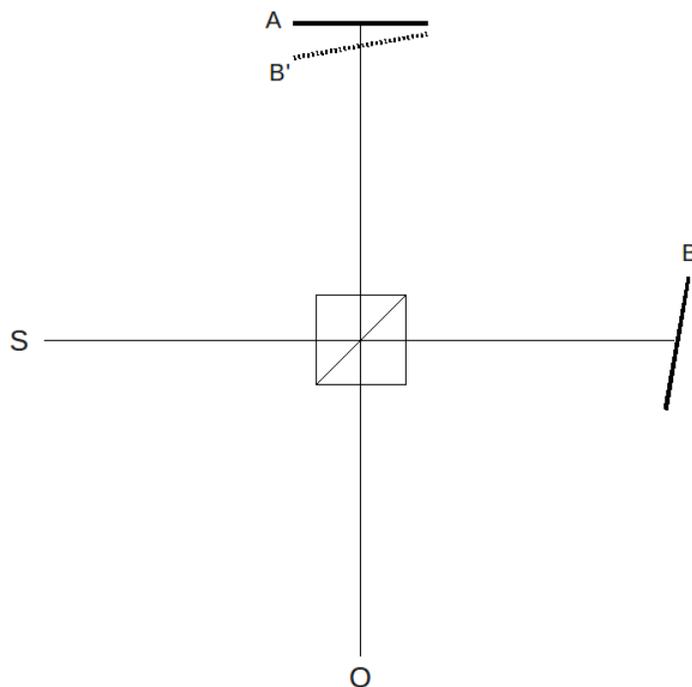


Fig. II.1

Donde S es la fuente de luz y A y B son espejos. Para un observador en el punto O el patrón de interferencia observado sería igual al producido por colocar las superficies A y B' (la imagen del espejo B a través del divisor de haz) sobre la misma trayectoria. La figura II.2 muestra más a detalle esta configuración:

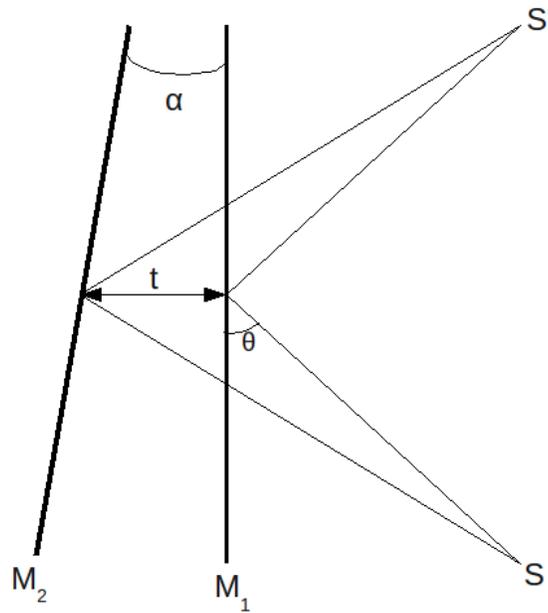


Fig. II.2

El haz de luz a considerar se origina en el punto \$S\$ y es reflejado por las superficies \$M_1\$ y \$M_2\$ hacia el punto \$S'\$, además se supondrá que el ángulo \$\alpha\$ entre las superficies es muy pequeño por lo que el ángulo de incidencia \$\theta\$ será similar en ambas. Entonces la diferencia de camino óptico \$\Delta\$ entre ambas trayectorias está dada por:

$$\Delta = 2t\cos\theta \quad (\text{II.1})$$

La figura II.3 muestra otra perspectiva del problema:

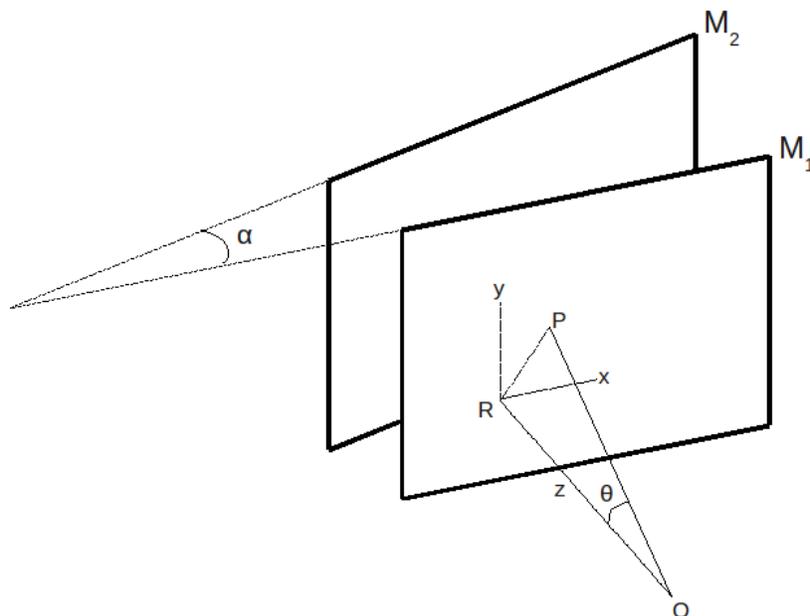


Fig. II.3

Aquí un observador se encuentra en el punto O , el punto R es la base de la perpendicular de O al plano M_1 y el rayo $\overline{OR} = z$. El rayo \overline{OP} es la hipotenusa del triángulo OPR y por tanto $\overline{OP} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, entonces:

$$\cos\theta = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (\text{II.2})$$

Si se define la distancia entre M_1 y M_2 en el punto R como t_0 , la distancia entre las superficies en un punto arbitrario $P(x, y)$ será:

$$t = t_0 + x \tan\alpha \quad (\text{II.3})$$

Para ondas estacionarias los modos normales ocurren en múltiplos de la longitud de onda, siguiendo la relación:

$$n\lambda_n = 2L \quad (\text{II.4})$$

Donde en este caso L es la diferencia de camino óptico antes mencionada, es decir Δ . Por tanto, sustituyendo las ecuaciones (II.2) y (II.3) en (II.1), y utilizando (II.4), se obtiene:

$$n\lambda_n = \frac{4(t_0 + x \tan\alpha)z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (\text{II.5})$$

Hay dos casos importantes a considerar que determinan la geometría del patrón de interferencia que se observa en O . El primer caso ocurre cuando el observador está muy lejos de M_1 y M_2 , por lo que se puede hacer la aproximación $z \gg x + y$, además como el ángulo α es pequeño, $\tan\alpha \approx \alpha$, entonces la ecuación (II.5) se escribe como:

$$x = \frac{n\lambda_n}{4\alpha} - \frac{t_0}{\alpha} \quad (\text{II.6})$$

La cual corresponde a franjas verticales como las de la figura 5.9a. Nótese que si el observador se encuentra muy cerca de M_1 y M_2 , no se puede hacer la suposición $z \gg x + y$, y por tanto la ecuación correspondería a una función hiperbólica, causando que las franjas se vean ligeramente dobladas.

El segundo caso ocurre cuando las superficies son paralelas, es decir $\alpha = 0$, entonces la ecuación (II.5) puede escribirse de la forma:

$$x^2 + y^2 = \left(\frac{16t_0^2}{n^2\lambda_n^2} - 1 \right) z^2 \quad (\text{II.7})$$

La cual corresponde a franjas circulares como las de la figura 5.9b.

Este segundo caso es en el que mejor alineados se encuentran los espejos en el interferómetro de Michelson (figura II.1), ya que si ambos son paralelos entre sí, entonces coincidirán los puntos donde los haces de luz reflejados por A y B inciden sobre el divisor de haz.

Apéndice III: Fotodiodo de avalancha

Los fotodiodos de avalancha (APD por sus siglas en inglés) son dispositivos electrónicos semiconductores que hacen uso del efecto fotoeléctrico para “transformar” luz en electricidad. A la entrada de estos se conecta una fibra óptica, mientras que su salida va dirigida a algún dispositivo que cuente o manipule impulsos eléctricos.

Su funcionamiento consiste en mantener una diferencia de voltaje grande (cerca del rompimiento dieléctrico) a través de una placa semiconductora (comúnmente silicio), entonces cuando los fotones entran al fotodiodo a través de la fibra óptica, si estos tienen una energía mayor a la banda prohibida (*bandgap* en inglés) del semiconductor, se crean pares electrón-hueco que son separados y acelerados a través de éste debido a la diferencia de voltaje (figura III.1). Las colisiones del electrón del par recién formado con otros electrones crean nuevos pares, produciendo de esta forma un rompimiento dieléctrico detectable. Un circuito en cada módulo de detección detiene el proceso antes de que el semiconductor se dañe, y permite que el voltaje sea restablecido rápidamente.

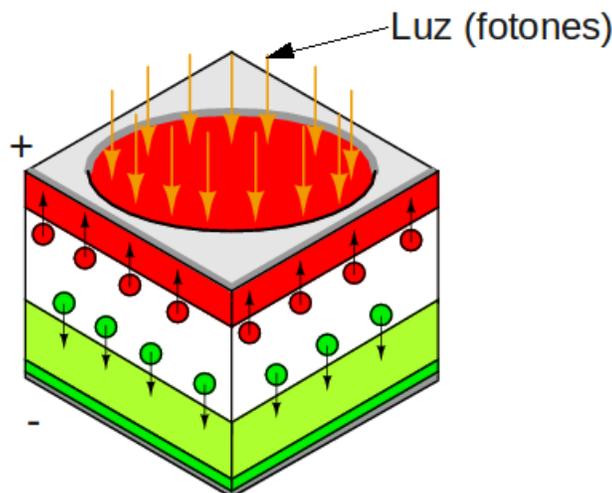


Fig. III.1

Dado que la velocidad inicial del par electrón-hueco, una vez cruzada la banda prohibida, depende de la energía que éste obtuvo del fotón, es claro que hay una dependencia entre la eficiencia de multiplicación y la longitud de onda de la luz que entra al fotodiodo. Para el APD utilizado en este trabajo, esta dependencia puede visualizarse en la siguiente gráfica obtenida del manual:

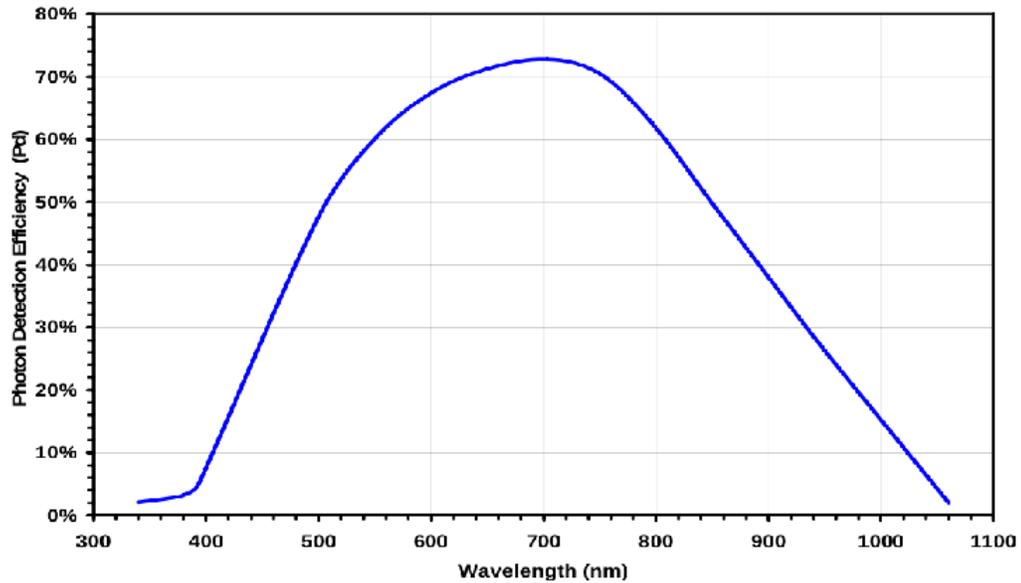


Fig. III.2

Por lo que la eficiencia de conteo en el experimento realizado, para fotones con una longitud de onda de 810nm , es de alrededor del 60%.

Apéndice IV:

Detalles del material utilizado

<i>Material</i>	<i>Marca / Modelo</i>	<i>Especificaciones / Comentarios</i>
Láser de diodo violeta	B&M Tek inc. Modelo BWB-405-20E/55872	$\lambda = 405nm$. Polarización horizontal. Potencia: $25mW$.
Mesa elevadora estable	NRS. Modelo 280	Para montar el láser violeta.
Láser rojo	Melles Griot	$\lambda = 633nm$. No polarizado. Potencia: $10mW$.
Soporte para monturas laterales	Newport. Modelo M-360-90	Para montar el láser rojo.
Cristal BBO	PHOTOP. Prisma BBO	$5 \times 5mm$ de área activa. $2mm$ de espesor. Para conversión de $405nm$ a $810nm$.
Cubos divisores de haz no polarizantes	Edmund Optics	Diseñados para el infrarrojo cercano. Transmitancia: $45\% \pm 5\%$. Reflectancia: $45\% \pm 5\%$. Absorción: $< 10\%$. Polarización: $< 6\%$.
Espejos Planos	Newport. Modelo MGM2	Alta reflectividad en el infrarrojo cercano. Cada espejo cuenta con una montura que permite el movimiento en dos dimensiones.
Monturas para lentes con cabeceo ajustable	Newport	Junto con los anillos metálicos para lentes acopladoras forman los colectores.
Anillos metálicos para lentes acopladoras	–	Junto con los anillos metálicos para lentes acopladoras forman los colectores.
Filtros Infrarrojos	Thin Film Imaging	Diámetro: $7mm$. Pico de transmisión: $812nm$. Utilizados en los colectores de luz para filtrar ruido espectral.

Fibra óptica	–	Fibra multimodo con conectores FC-FC
Fotodiodos de avalancha	Perkin Elmer. Modelo SPCM-AQRH13	–
Cables para conexiones	–	Para conectar los APD a la tarjeta de coincidencias.
Tarjeta de coincidencias	Tipo TAC	Ventana mínima de coincidencia: $30ns$. 4 canales en modo discriminador y 4 canales en modo TTL. Desarrollada por la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
Tornillos Micrométricos	Mitutoyo. Modelo 152-402	Máximo rango de medición: $25mm$. Resolución: $10\mu m$.
Plataformas desplazables	–	Para usarse con los tornillos micrométricos.
Postes	Newport	–
Monturas para postes	Newport. Modelos MVPH-2 y MVPH-3	–
Lámpara de luz blanca	–	–

Referencias y bibliografía

- [1] J.D. Franson. “*Bell Inequality for Position and Time*”. Phys. Rev. Lett., vol. 62 (19), 1989.
- [2] Z. Y. Ou, X. Y. Zou, L. J. Wang, L. Mandel. “*Observation of Nonlocal Interference in Separated Photon Channels*”. Phys. Rev. Lett., vol. 65 (3), 1990.
- [3] J.D. Franson. “*Violations of a Simple Inequality for Classical Fields*”. Phys. Rev. Lett., vol. 67 (3), 1991.
- [4] J. Brendel, E. Mohler, W. Martienssen. “*Experimental Test of Bell’s Inequality for Energy and Time*”. Europhys. Lett., vol. 20 (7), 1992.
- [5] Y. H. Shih, A. V. Sergienko, M. H. Rubin. “*Einstein-Podolsky-Rosen state for space-time variables in a two-photon interference experiment*”. Phys. Rev. A, vol. 47 (2), 1993.
- [6] P. G. Kwiat, A. M. Steinberg, R. Y. Chiao. “*High-visibility interference in a Bell-inequality experiment for energy and time*”. Phys. Rev. A, vol. 47 (4), 1993.
- [7] L. C. B. Ryff. “*Franson’s experiment using polarized photons*”. Phys. Rev. A, vol. 48 (2), 1993.
- [8] Sven Aerts, Paul Kwiat, Jan-Ake Larsson, Marek Zukowski. “*Two-photon Franson-type experiments and local realism*”. Phys. Rev. Lett., 83: 2872-2875, 1999.
- [9] João Marto. “*The Franson experiment revisited*”. Phys. Lett. A, 372: 6872-6874, 2008.
- [10] Jan-Åke Larsson. “*Energy-time entanglement, Elements of Reality, and Local Realism*”. arXiv:1103.6131v1 [quant-ph], 2011.
- [11] A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen. “*Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?*”. Phys. Rev., vol. 47, 1935.
- [12] J. S. Bell. “*On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox*”. Physics 1, 159-200, 1964.

- [13] John F. Clauser, Michael A. Horne, Abner Shimony, Richard A. Holt. “*Proposed Experiment To Test Local Hidden-Variable Theories*”. Phys. Rev. Lett., vol. 23 (15), 1969.
- [14] John F. Clauser, Michael A. Horne. “*Experimental consequences of objective local theories*”. Phys. Rev. D, vol. 10 (2), 1974.
- [15] Grangier P., G. Roger, A. Aspect. “*Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter: A new light on single-photon interference*”. Europhys. Lett., vol. 1 (4), 1986.
- [16] Christopher C. Gerry, Peter L. Knight. “*Introductory Quantum Optics*”. Cambridge University Press. 2005.
- [17] D. F. Walls, Gerard J. Milburn. “*Quantum Optics*”. Springer. Second Edition, 2007.
- [18] Marlan O. Scully, M. Suhail Zubairy. “*Quantum Optics*”. Cambridge University Press. 1997.
- [19] Robert W. Boyd. “*Nonlinear Optics*”. Academic Press. Third Edition, 2007.
- [20] Eugene Hecht. “*Optics*”. Addison Wesley. Fourth Edition, 2002.
- [21] Barrios Barocio Erick. “*Prueba Experimental de la Desigualdad de Bell*”. Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ciencias. 2008.
- [22] Armendáriz Peña Gustavo. “*Interferencia con Fotones Heraldos*”. Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ciencias. 2008.