



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**ESTUDIO ANALÍTICO DEL MÉCANISMO DE  
VIBRACIÓN INDUCIDO POR EL VIENTO EN LOS  
TIRANTES DE UN PUENTE**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

P R E S E N T A :

**RIGOBERTO FLORES MENDOZA**

TUTOR:

**DR. ADRIÁN POZOS ESTRADA  
DR. ROBERTO GÓMEZ MARTÍNEZ**



**INSTITUTO  
DE INGENIERÍA  
UNAM**

Agosto del 2011



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente:

Dr. Gómez Martínez Roberto

Secretario:

Dr. Escobar Sánchez José Alberto

Vocal:

Dr. Pozos Estrada Adrián

1<sup>er</sup>. Suplente:

Dr. Díaz López Orlando Javier

2<sup>do</sup>. Suplente:

M. I. Mendoza Escobedo Carlos Javier

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

**TUTORES DE TESIS:**

---

DR. ADRIÁN POZOS ESTRADA

---

DR. ROBERTO GÓMEZ MARTÍNEZ

## RESÚMEN

la construcción de puentes ha evolucionado con nueva información y tecnología de materiales, parte de esta evolución se debe a la construcción de puentes colgantes y atirantados. en el caso de los puentes atirantados, el efecto del viento pueden provocar inestabilidad en el tablero y grandes vibraciones en los cables. que en algunos casos, la vibración del cable inducida por el viento puede ser mitigada por algún dispositivo que puede atenuar las vibraciones. El principal objetivo de este trabajo es llevar un estudio parametrico de los cables del puente el baluarte, que se encuentra actualmente en construcción en el noreste de México. para el análisis parametrico se seleccionaron tres diferentes cables para observar su comportamiento ante los diferentes mecanismos de vibración entre los cuales están, la turbulencia atmosférica, desprendimiento de vórtices y la excitación parametrica. Por otra parte el uso de un amortiguamiento auxiliar para reducir la vibración es evaluada y los resultados de los análisis del comportamiento de los tirantes del puente son discutidos.

# CONTENIDO

<b>INTRODUCCIÓN</b>	1
<b>CAPÍTULO 1: PUENTES ATIRANTADOS</b>	3
1.1. Aspectos básicos de puentes atirantados	3
1.2. Configuración estructural de los puentes atirantados	8
1.3. Propiedades y geometría de los tirantes	11
1.3.1. Barras acopladas y no acopladas	12
1.3.2. Alambres paralelos	13
1.3.3. Tendones o cordones	14
1.3.4. Rollo compacto de alambre	15
1.3.5. Anclaje	16
<b>CAPÍTULO 2: ASPECTOS BÁSICOS DEL VIENTO ATMOSFÉRICO Y MECANISMO DE VIBRACIÓN INDUCIDOS POR EL VIENTO EN LOS TIRANTES DE UN PUENTE</b>	17
2.1 Caracterización del viento atmosférico	17
2.1.1. Viento geostrofico y viento gradiente	22
2.1.2. Factores que intervienen en la velocidad del viento	24
2.1.3. Factores de corrección de la velocidad del viento	25
2.1.4. Distribución de velocidad del viento con la altura	27
2.2 Mecanismos de vibración inducidos por el viento en los tirantes de un puente	28
2.2.1. Mecanismo de excitación inducidos por la turbulencia atmosférica y el desprendimiento de vórtices alternantes	29
2.2.2. Mecanismo de excitación inducido por lluvia y viento	34
2.2.3. Mecanismo de excitación inducido por galope de estela (wake galloping)	36
2.2.4. Mecanismo de excitación inducido por el galope en cables inclinados	37
2.2.5. Mecanismo de excitación inducido por la excitación aerodinámica en otros componentes de un puente	38

2.2.6. Mecanismo de excitación inducido por los golpes turbulentos del viento	38
<b>CAPÍTULO 3: DISPOSITIVOS PARA EL CONTROL DE VIBRACIONES EN TIRANTES</b>	<b>39</b>
3.1 Antecedentes	39
3.2 Dispositivos para el control de vibraciones	40
3.2.1. Configuración del cable	40
3.2.2. Conexión transversal de un cable secundario	41
3.2.3. Amortiguadores externos e internos	43
3.2.3.1. Amortiguadores de fricción	44
3.2.3.2. Amortiguadores visco-friccionantes	46
3.2.3.3. Amortiguadores viscosos	46
3.2.3.4. Masas sólidas resonantes	48
3.2.3.5. Amortiguador elastomérico interno	49
3.2.3.6. Amortiguador hidráulico interno	50
<b>CAPÍTULO 4: MODELACIÓN MATEMÁTICA, SIMULACIÓN DE ACCIONES Y DESCRIPCIÓN DE LOS ANÁLISIS</b>	<b>52</b>
4.1 Modelación matemática	52
4.2 Mecanismos de vibración	59
4.2.1 Simulación de las fuerzas inducidas por la turbulencia atmosférica	59
4.2.2 Simulación de fuerzas inducidas por el desprendimiento de vórtices alternantes	64
4.2.3 Excitación paramétrica	69
4.3 Descripción de los análisis	71
4.3.1 Análisis de tirantes con amortiguadores ante viento turbulento	73
4.3.2 Análisis de tirantes ante excitación paramétrica	74

<b>CAPÍTULO 5 ANÁLISIS Y RESULTADOS</b>	76
5.1 Análisis del tirante ante el viento atmosférico	76
5.1.1 Análisis de tirantes ante viento medio	76
5.1.2 Análisis de tirantes ante viento turbulento	76
5.1.3 Análisis de tirantes con amortiguadores viscosos ante viento turbulento	78
5.1.4 Desplazamiento máximo promedio de los tirantes sin y con amortiguadores viscosos ante viento turbulento	79
5.2 Análisis de tirantes sin y con amortiguador viscoso ante el desprendimiento de vórtices alternantes	74
5.3 Análisis de tirantes sin y con amortiguador friccionante ante la excitación paramétrica	83
<b>CONCLUSIONES</b>	87
<b>REFERENCIAS</b>	89
<b>APÉNDICE A</b>	92
<b>APÉNDICE B</b>	95
<b>APÉNDICE C</b>	98
<b>APÉNDICE D</b>	101

## INTRODUCCIÓN

Los puentes atirantados son una buena elección para cubrir claros medianos y grandes. A lo largo de la historia, se ha observado que en algunos casos los puentes atirantados así como los puentes colgantes han sufrido problemas en condiciones de servicio, debido a las grandes vibraciones que pueden sufrir los cables, afectando así a la estructura. La vibración es provocada principalmente por la acción del viento y en su defecto por la combinación de viento/lluvia moderada, cabe también destacar que no únicamente los fenómenos meteorológicos son los causantes de estas vibraciones sino que también las cargas vivas pueden ser partícipes de estas oscilaciones. Por lo anterior es importante tener en consideración los factores previamente mencionados en el estudio de los tirantes.

Se han observado varios factores que intervienen en la vibración de los cables, como por ejemplo: la velocidad y dirección del viento turbulento, la inclinación del cable, la presencia de lluvia, las propiedades dinámicas del cable o tirante y su amortiguamiento inherente. Así mismo, existe una serie de mecanismos que inducen la vibración en los tirantes, por ejemplo: movimientos causados por los golpes turbulentos del viento (*buffeting*), el desprendimiento de vórtices alternantes (*vortex shedding*), excitación paramétrica debida al movimiento de un apoyo del tirante, vibración inducida por el viento/lluvia, galope de estela, excitación aerodinámica del puente en general que involucran la vibración del cable o movimientos causados por la fluctuación del cable en tensión.

Los tirantes cuentan con un amortiguamiento inherente muy bajo<sup>1</sup> (menor al 2% del amortiguamiento crítico) (A.J.Persoon and K Noorlander, 1999), por lo cual no pueden disipar mucha energía, lo que los hace muy sensible a experimentar grandes amplitudes. El conocimiento de esta susceptibilidad de los tirantes ha conducido a incorporar algunas medidas para mitigar la vibración, entre éstas están: la de reducir la longitud libre de los cables, así como el uso de amortiguadores externos que aumenta la amortiguación de los tirantes, los cuales han dado buenos resultados para combatir los mecanismos de vibración inducidos por el viento. Para la vibración inducida por el mecanismo lluvia/viento, los efectos de vibración en los cables pueden ser mitigados modificando la superficie del cable exterior, formado por una hélice de doble espiral, con el fin de eliminar la formación del riachuelo de agua en la parte superior de cable. Esta formación de riachuelo puede incrementar considerablemente la vibración en los cables si no se utiliza una medida de mitigación (A.J.Persoon and K Noorlander, 1999).

De esta manera, resulta de interés realizar un estudio paramétrico en donde se incorporen los factores más importantes de los tirantes y los mecanismos que inducen vibración en éstos. Así como experimentar el uso de dispositivos para reducir la vibración de los tirantes.

El capítulo 1 de este trabajo presenta una breve reseña de los conceptos básicos de puentes atirantados, así como de las características de los tirantes.

Los mecanismos que inducen vibración en los tirantes se presentan en el capítulo 2. Al comienzo de este capítulo se presentan algunas definiciones de conceptos útiles en el estudio del efecto del viento sobre tirantes y estructuras en general, con particular énfasis en la turbulencia dentro de la capa límite atmosférica.

El capítulo 3 presenta una visión general del tipo de dispositivos que pueden emplearse para mitigar la vibración en los tirantes. Se muestran dispositivos adheridos a lo largo de los tirantes, como es el

---

<sup>1</sup> El amortiguamiento inherente depende del tipo de arreglo del tirante y de la longitud de éste. Por ejemplo, para tirantes de torones paralelos, el porcentaje de amortiguamiento está en el rango de 0.9 – 1.2%; mientras que para tirantes de alambres o torones paralelos con *grout*, el porcentaje de amortiguamiento está en el rango de 0.05 – 0.1%.



caso de las hélices, así como dispositivos colocados en los anclajes o dispositivos externos, como es el caso de los amortiguadores viscosos.

Las consideraciones hechas para elaborar el modelo matemático de los tirantes estudiados, así como la simulación de la fuerzas del viento se describen en el capítulo 4.

En el capítulo 5 se describen y discuten los análisis paramétricos realizados para determinar el comportamiento de los tirantes sin y con amortiguadores sujetos a fuerzas del viento turbulento, desprendimiento de vórtices alternantes y excitación paramétrica.

Finalmente, las conclusiones obtenidas de la elaboración del presente estudio se presentan en el capítulo 6.

## **OBJETIVO**

Identificar los mecanismos de vibración inducidos por el viento en los tirantes de un puente durante su vida útil, así como en la etapa constructiva.

Estudiar el comportamiento del sistema tirante-amortiguador cuando los tirantes son sujetos a fuerzas eólicas.

# Capítulo 1

## PUENTES ATIRANTADOS

### 1.1. Aspectos básicos de puentes atirantados

Uno de los primeros puentes clasificados como puente atirantado fue el puente de Cassagne, en Francia, diseñado por Giscard y construido en 1899 (figura 1.1). El puente tenía un sistema de tirantes con arreglo radial desde lo alto de las torres, con un claro central de 156m. Posteriormente, Le Cocq modificó el sistema de Giscard, transfiriendo las componentes horizontales de los cables atirantados a la rigidez de la viga, como fue el caso de los puentes “El Cueducto Tempul” construido en 1926 sobre el río Guadalete, en España, o el Puente Lezardrieux, en Francia, con una longitud de 111.9m construido en 1925 (figura 1.2).

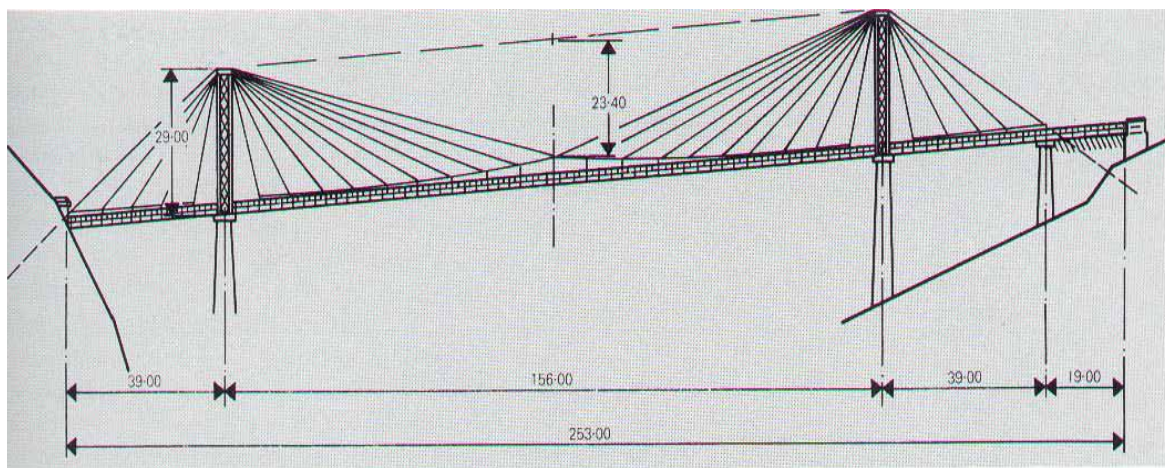


Figura 1.1 Diseño del Puente Cassagne (Francia)

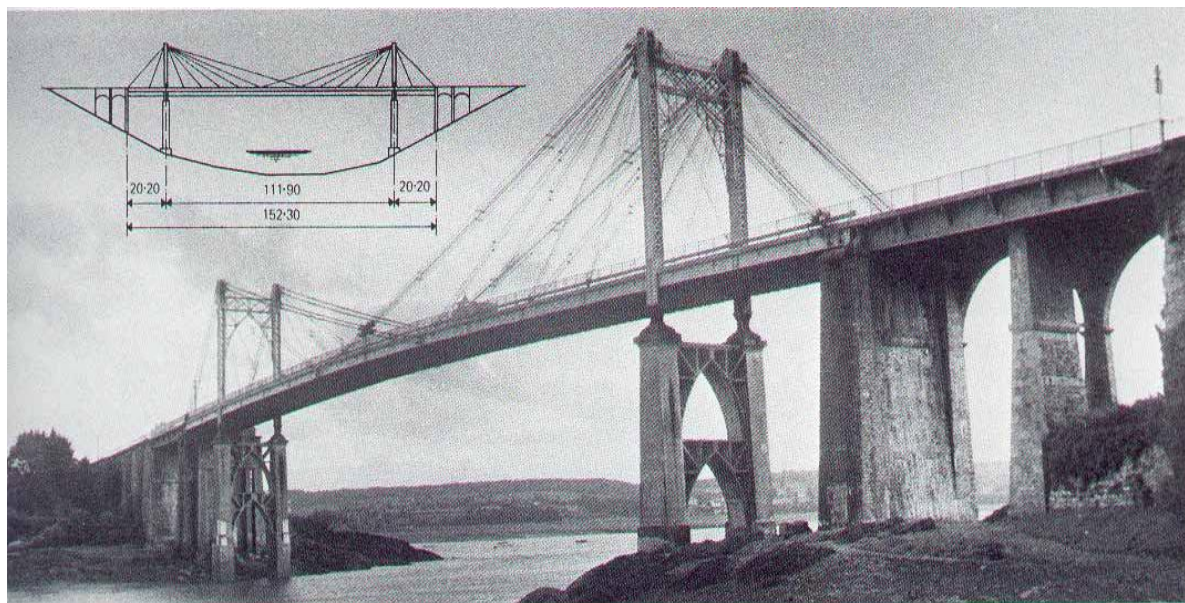
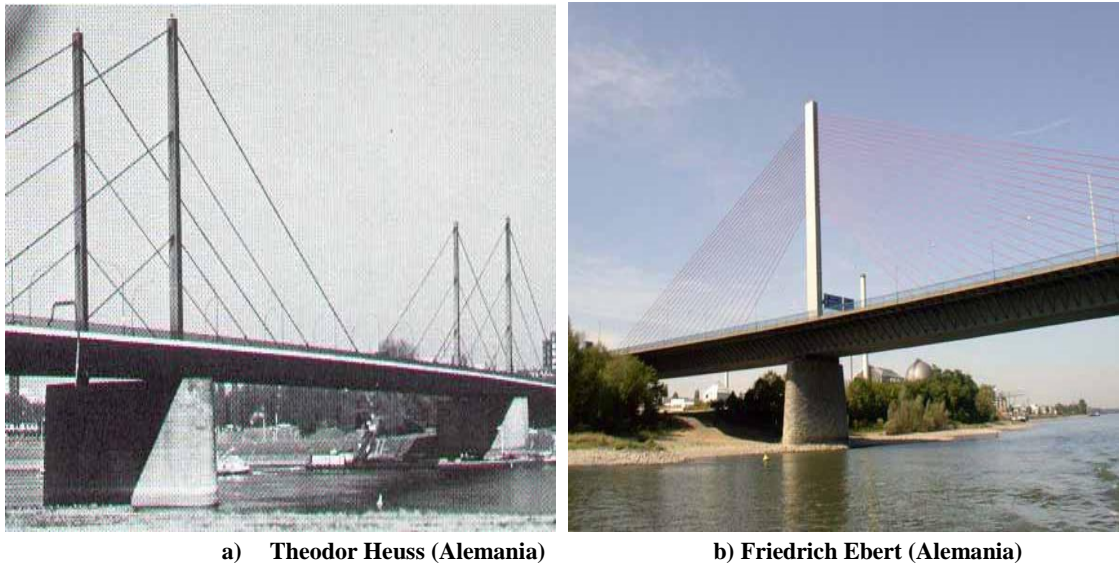


Figura 1.2 Puente Lezardrieux, (Francia)

A la mitad del siglo XX, una vez desarrollado el uso de cables para el sistema de atirantamiento, se diseñaron en Alemania y gran parte de Europa varios puentes que incorporaban aspectos revolucionarios permitiendo salvar grandes claros y alturas espectaculares, además daban a la estructura un aspecto estético y versatilidad arquitectónica, como los puentes Theodor Heuss y Fiedrich Ebert, construidos en Alemania (figura 1.3).



a) Theodor Heuss (Alemania)

b) Friedrich Ebert (Alemania)

Figura 1.3 Puentes Alemanes

Un ejemplo más reciente del uso del sistema atirantado para librar grandes claros se tiene en Japón con el puente Tataru, construido en 1999. El puente tiene una longitud total de 1480m, con un claro principal de 890m, como se muestra en el esquema de la figura 1.4a. El arreglo de los tirantes de este puente es de tipo abanico, con un ancho de calzada de 30.6m, y altura de los pilones de 220m. Una imagen del puente se muestra en la figura 1.4b.

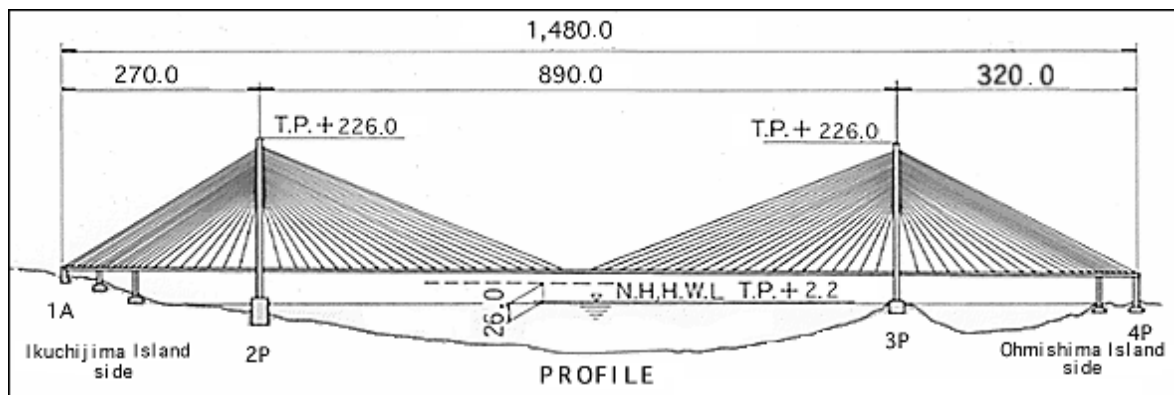


Figura 1.4a Puente de Tataru (Japón)



**Figura 1.4b Puente Tataro (Japón)**

Otros ejemplos notables de sistema atirantado se encuentran en Francia, por ejemplo, el puente de Normandie construido en 1994, el cual cuenta con una longitud total de 2143m, de los cuales 856m forman el claro principal. El puente tiene un ancho de calzada de 23.6m con altura de los pilones de 215m, y un arreglo de tirantes del tipo abanico, como se muestra en la figura 1.5.



**Figura 1.5 Puente Normandie (Francia)**

Otro puente Francés con el sistema atirantado es el Viaducto Millau, el cual sustenta el título del puente atirantado más alto del mundo con 343m sobre el cauce del río Tarn. El puente tiene una longitud total de 2460m, con claros interiores de 342m y exteriores de 204m. La calzada tiene un ancho de 32m, con altura de pilas entre los 70 – 246m, con un arreglo de tirantes del tipo abanico. Una imagen del Viaducto Millau se muestra en la figura 1.6.



**Figura 1.6 Viaducto Millau (Francia)**

En México se tiene una cantidad considerable de puentes atirantados, como los que se presentan en la tabla 1.1.

**Tabla 1.1 Puentes Atirantados en México**

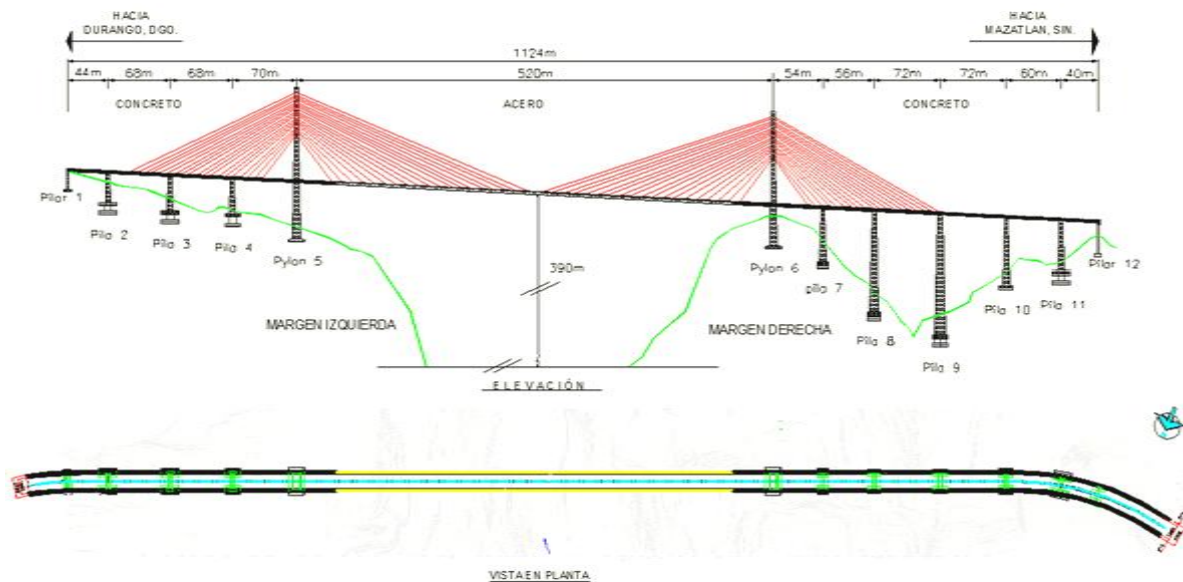
<b>Nombre del Puente</b>	<b>Estado</b>	<b>Longitud del Claro (m)</b>	<b>En servicio</b>
Tampico	Tamaulipas	360	1988
Mezcala	Guerrero	311	1993
Dovalí Jaime	Veracruz	288	1984
Quetzalapa	Guerrero	213	1993
Río Papaloapan	Veracruz	203	1995
Barranca El Zapote	Guerrero	176	1993
Barranca El Cañon	Guerrero	166	1993
Grijalva	Tabasco	116	2001
Viaducto de la unidad	Monterrey	252	2003
Enlace vial Toreo	Naucalpan Edo.Mexico	-	2002
4 puentes atirantados	Avenida Zaragoza D.F	-	2005

Como se observa en la tabla 1.1, los puentes Mezcala y Tampico superan los 300m de claro central. Actualmente en México, se encuentra en construcción el puente atirantado “El Baluarte”, localizado en la Sierra del Pacífico Mexicano, en los límites de los Estados de Durango y Sinaloa, en el kilómetro 157+400, en la carretera Durango- Mazatlán, en el tramo Santa Lucía-Río Baluarte. El puente tendrá una longitud total de 1124m, de los cuales 520m forman el claro central,

convirtiéndose así en el puente atirantado más largo de Norteamérica. La parte atirantada del puente estará soportado por 152 tirantes y librerá una barranca de 390m de profundidad. Algunas de las características principales del puente “El Baluarte” se presentan en la tabla 1.2, y en la figura 1.7 se muestra un esquema del puente.

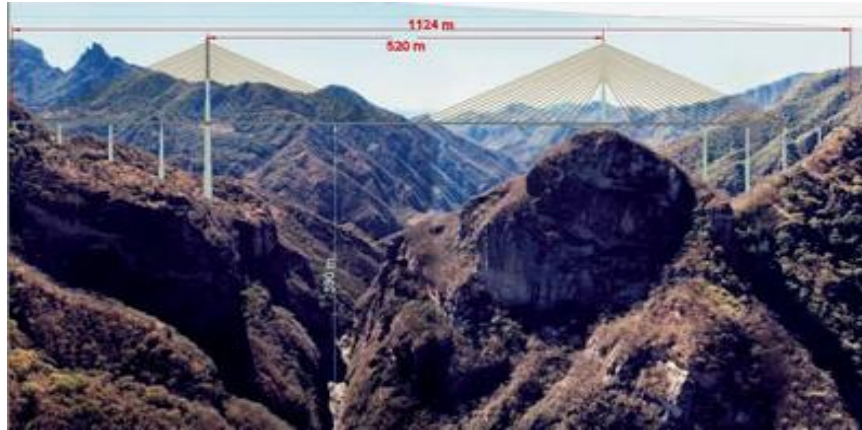
**Tabla 1.2 características principales del puente el Baluarte**

No.	Características	
1	Longitud total	1124m
2	Profundidad de la barranca	390m
3	Claro principal	520m
4	Ancho total	20m
5	Longitud de estructura de acero	432m
6	Longitud de estructura de concreto	692
7	Altura de pilones	101m
8	Número total de pilas	10
9	Máxima altura de pilas	148m
10	Dimensión máxima de zapata	18 x 30
11	Tipo de atirantamiento	Semi-arpa
12	Número de tirantes	152
13	Longitud máxima de tirantes	280m
14	Número de torones por tirante	20 a 47



**Figura 1.7 Esquema del puente “El Baluarte” (México)**

La siguiente figura muestra una vista artística del puente “El Baluarte”. Resulta interesante observar en la figura la topografía accidentada del sitio, la cual juega un papel primordial en el comportamiento del flujo del viento que se acerca al puente.

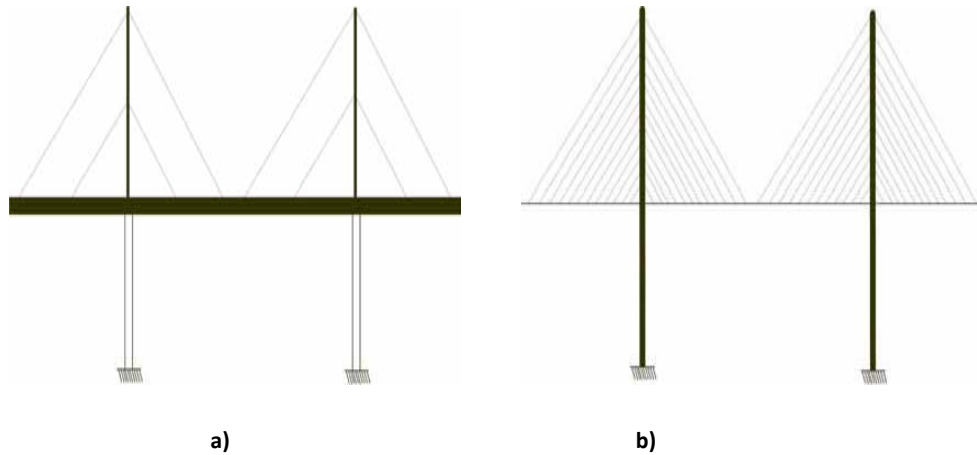


**Figura 1.8 Vista artística del puente “El Baluarte” (México)**

La estabilidad aerodinámica de los puentes atirantados, que depende de su configuración estructural, es de suma importancia para los diseñadores de este tipo de puentes, dicho aspecto sólo puede ser investigado con pruebas en túneles de viento o mediante aproximaciones analíticas con la ayuda de modelos matemáticos. La siguiente sección presenta algunas nociones de la configuración estructural de los puentes atirantados.

## **1.2 Configuración estructural de los puentes atirantados**

Su estructuración está formada básicamente por una serie de triángulos, miembros que se encuentran sujetos a fuerzas axiales (cables a tensión); mientras que la torre o pilones y la cubierta están sujetos a compresión. Por lo general, los miembros cargados axialmente son más eficientes que los miembros sujetos a fuerzas flexionantes. Lo anterior es un aspecto importante en cuanto a la economía de un puente atirantado. En general, los elementos resistentes de un puente atirantado están fuertemente relacionados, ya que entre ellos se reparten la carga de forma que, en un caso extremo, el tablero sea estructuralmente resistente para soportar la mayoría de la carga, con pilas de poca capacidad y pocos tirantes (figura 1.9a). Por otra parte, el tablero puede tener una mínima capacidad de carga, en tanto que la pila y un suficiente número de cables sean los que resisten la mayor carga (figura 1.9b).



**Figura 1.9 Elementos resistentes de un puente atirantado: a) tablero de alta capacidad estructural y sistema de atirantamiento de baja capacidad estructural; b) tablero de baja capacidad estructural y sistema de atirantamiento con alta capacidad estructural**

La elección del tipo de suspensión depende del ancho del tablero y de la rigidez necesaria para que soporte cargas torsionales. La mayoría de los puentes atirantados tienen sistema de suspensión lateral, como es el caso del puente río Papaloapan (figura 1.10); sin embargo, otros como el puente Dovalí Jaime cuentan con un sistema de suspensión central como se muestra en la figura 1.11. Algunos otros puentes, como el puente Riddes, en Suiza, manejan un sistema de suspensión triple, o en los tres planos.



**Figura 1.10 Puente río Papaloapan (puente con suspensión lateral)**

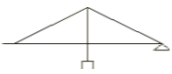




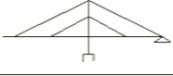
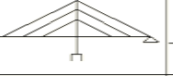
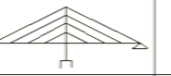

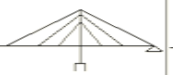
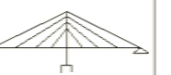
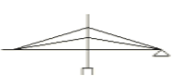





**Figura 1.11 Puente Dovalí Jaime (puente con suspensión central o uniaxial)**

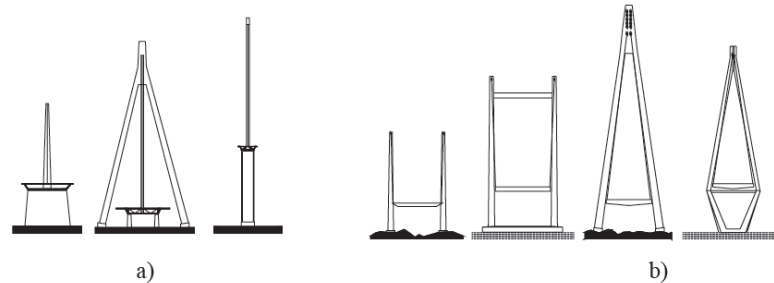
Así, podemos decir que los puentes que cuentan con un sistema de soporte central, necesitan un tablero compuesto por una viga de sección cajón para dar una mayor rigidez a la estructura y evitar problemas de torsión. En cuanto al sistema de soporte lateral, su comportamiento es más estable ante los efectos aerodinámicos, por lo que en este tipo de sistemas se pueden emplear vigas de secciones abiertas.

En la siguiente figura 1.12 se muestran los distintos de arreglos que puede tener un puente atirantado.

Simple	Doble	Triple	Múltiple	Combinado	
					Radial
					Arpa
					Abanico
					Estrella

**Figura 1.12 configuración en el sistema de cables**

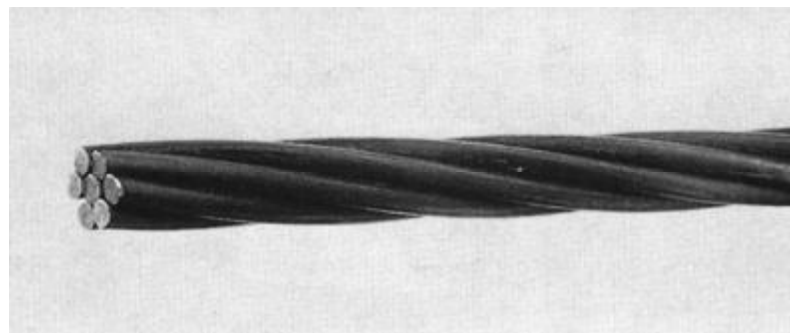
En el caso del pilón, este es un elemento en cantiléver capaz de soportar compresiones producto del arreglo individual de los cables. En relación a su esquema longitudinal, este puede ser del tipo flexible si únicamente cuenta con un elemento vertical, o del tipo rígido como un pilón en forma de “A” figura 1.13



**Figura 1.13** Para sistemas de cables: a) uniaxial b) lateral

### **1.3 Propiedades y geometría de los tirantes**

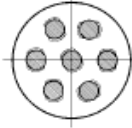
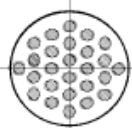
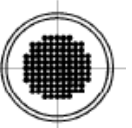
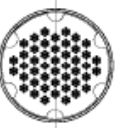






Un elemento fundamental que proporciona resistencia a este tipo de puentes son los tirantes, los cuales pueden estar formados por torones de acero como el que se muestra en la siguiente figura. Los tirantes deben tener la capacidad de controlar la tensión durante el proceso constructivo y mantenerlo durante su vida de servicio. La utilización de torones de acero galvanizado ha hecho posible la creación de tirantes conformados por torones paralelos de diámetro pequeño, que se anclan individualmente. Estos cables de peso reducido son mucho más fáciles de colocar y reemplazar que los antiguos cables colgantes, en los cuales el proceso de colocación era muy tedioso y prácticamente imposible de reemplazar.



**Figura 1.14** Torón de acero galvanizado

En la siguiente Tabla 1.3 se muestran diferentes configuraciones de aceros de alta resistencia utilizados en los puentes colgantes o atirantados, los aceros pueden ser acoplados y no acoplados, alambres paralelos, tendones, y rollos compactos de alambres.

**Tabla 1.3 principales tipos de cable utilizados en puentes atirantados**

Tipo de cable					
	Barras acopladas 7 $\varnothing$ 36 Acero 835/1030	Barras no acopladas 26 $\varnothing$ 16	Alambres paralelos 128 $\varnothing$ 15	Tendones 27 $\varnothing$ 15	Rollo compacto de alambres
					
Características	Barras	Barras	Alambres	Tendones	Alambres
	$\varnothing$ 26.5, 32.36 mm	$\varnothing$ 16 mm	$\varnothing$ 6, 7 mm	$\varnothing$ 0.5, 0.6, 0.7 in	$\varnothing$ 2.9 – 7 mm
Esfuerzo de cedencia (N/mm <sup>2</sup> )	835-1080	1350	1470	1570-1670	----
Esfuerzo ultimo $\beta_2$ (N/mm <sup>2</sup> )	1030-1230	1500	1670	1770-1870	1300
Fatiga $\Delta\sigma$ (N/mm <sup>2</sup> )	80	----	350	300-320	120-150
$\sigma_{max}/\beta_2$	0.60	----	0.45	0.5-0.45	0.45
Modulo elasticidad E(N/mm <sup>2</sup> )	210000	210000	205000	190000-200000	160000-165000
Carga de fatiga (KN)	7339	7624	7487	7634	7310

Cualquier tirante consta de dos anclajes, uno en cada extremo, normalmente uno fijo y otro móvil desde el que se pone en carga el tirante. En la salida del anclaje a la pila o al tablero se disponen dos neoprenos cuya función es la de reducir las oscilaciones que el viento o la sobrecarga introducen en dicho anclaje a través del movimiento del tirante. Este movimiento puede producir flexiones en el empotramiento entre el anclaje y el cable, que se deberán reducir convenientemente con estos neoprenos. Como elemento de seguridad se suele disponer una vaina de protección que puede ser metálica, evitando así posibles actos vandálicos que pongan en peligro la seguridad de los usuarios.

### 1.3.1 Barras acopladas y no acopladas

En cuanto a los tirantes de barras paralelas cabe destacar que dichas barras se encuentran en el interior de conductos metálicos que se mantienen en su posición gracias a espaciadores de polietileno. Las barras pueden deslizar en la dirección longitudinal al tirante, cosa que simplifica la puesta en tensión de cada una de las barras. La inyección de lechada de cemento llevada a cabo después de la puesta en tensión, asegura que el conducto cumple su función resistente frente a las sobrecargas

Como el transporte en bobinas sólo es posible para las barras de menor diámetro (16mm), el resto de elementos se entregan en barras de 15-20m de longitud. La continuidad de estas barras se consigue por medio de acopladores que reducen considerablemente la resistencia a la fatiga de los tirantes (ver figura 1.15).

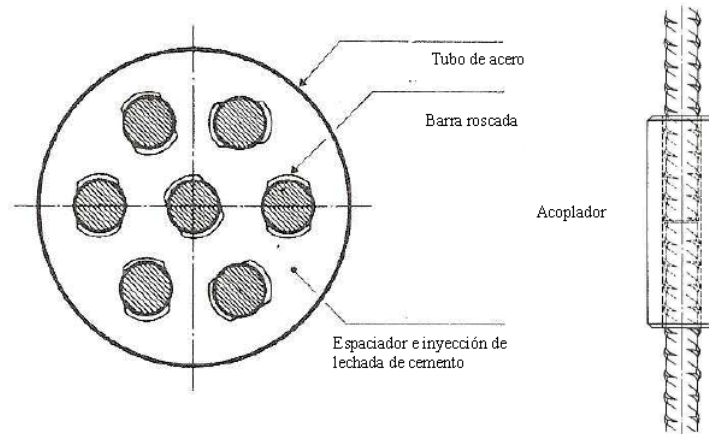


Figura 1.15 Barras acopladas y no acopladas

### 1.3.2 Alambres paralelos

La técnica de los tirantes formados por alambres paralelos fue desarrollada por J. Roebling, autor del puente de Brooklyn. Consistía en la utilización de un conjunto de alambres de pequeño diámetro y de acero liso que se ponían en tensión con un carro que se desplazaba por los elementos ya tensados anteriormente.

Actualmente, los elementos paralelos se utilizan en otros campos de actuación, en los puentes atirantados y en el concreto pretensado. Son cables de alta resistencia, de acero corrugado y se sitúan en conductos de metal o polietileno. Normalmente los conductos se inyectan con lechada de cemento para proteger a los cables de la corrosión. ( véase figura 1.16).

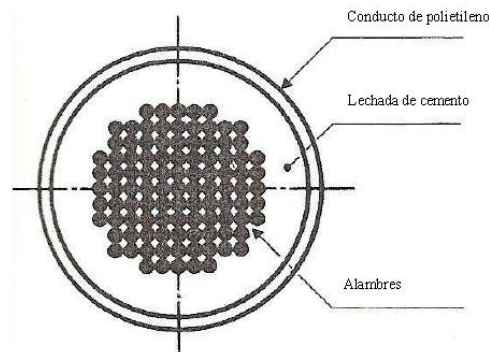


Figura 1.16 Alambres paralelos

### 1.3.3 Tendones o cordones

Salvo en las pocas ocasiones en las que se utilizan cables cerrados, los tirantes normalmente utilizados son los formados por cordones/torones. El tirante está formado por una serie de cordones de 0.5 o de 0.6" en un número que varía entre 18 y 90, con una carga de rotura de 24MN. Cada cordón consiste en un número determinado de alambres enrollados helicoidalmente respecto a un alambre principal ligeramente más grueso que el resto. La carga admisible máxima del acero es el 40 o 50% de la carga de rotura. La siguiente figura 1.17 muestra una serie de cordones.

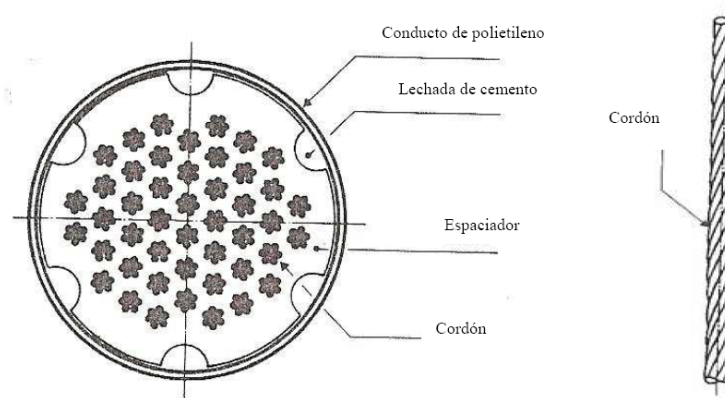


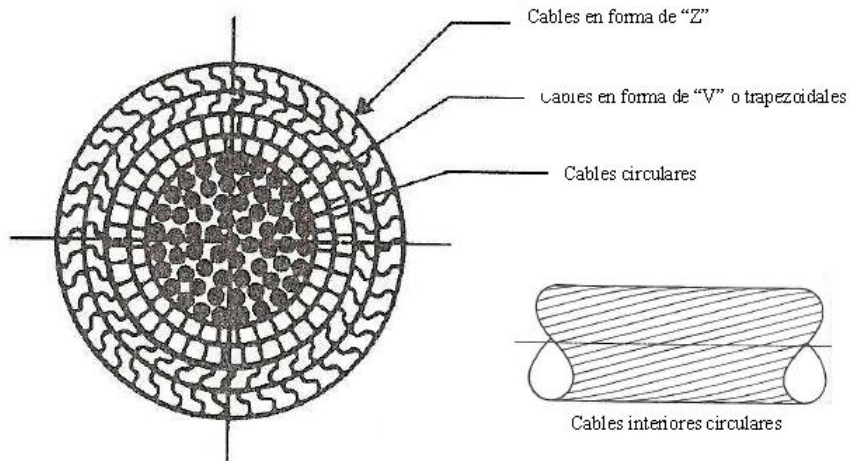
Figura 1.17 Tendones o cordones

Los cordones/torones se ponen en carga con un gato normal de pretensado y se anclan con cuñas a una placa de anclaje que descansa sobre una mazarota rellena de bolas de acero y resina epóxica. Los anclajes de este tipo más utilizados en la actualidad son el BL (Barras de Luna), VSL, Freyssinet, Dywidag y MK4.

Los elementos más usuales de protección contra la corrosión consisten en disponer una vaina exterior al tirante e inyectarla de lechada de cemento. Otra opción es utilizar cordones galvanizados y autoprottegidos con grasa o breña situados en el interior de una vaina inyectada con lechada. Pero esta última protección normalmente resulta excesiva.

### 1.3.4 Rollo compacto de alambre

Se compone de una serie de alambres circulares, otros en forma de "V" (o trapezoidales) y unos terceros en forma de "Z", enrollados en espiral. La forma de "Z" de las capas exteriores cierra herméticamente el interior, protegiéndolo contra la corrosión. En la figura 1.18 se presenta la disposición actual de este tipo de cables.



**Figura 1.18 Rollo compacto de alambre**

La protección de este tipo de tirantes contra la corrosión se completa con la galvanización de dos o más capas de los cordones exteriores en “Z”, con relleno de los huecos con pintura durante la ejecución y trenzado del cable, y con varias capas de pintura exterior una vez terminado.

Este tipo de tirantes tiene muchas ventajas, como son: simplicidad de puesta en obra, economía por la ausencia de vainas e inyección, gran flexibilidad, etc. Como inconveniente principal destaca su bajo módulo de elasticidad y su doble comportamiento no lineal. Este doble comportamiento tiene que ver con la forma del tirante al colgarlo de dos puntos (problema de la catenaria) y con el proceso de enrollado en espiral.

El anclaje de estos tirantes se realiza por medio de una mazarota donde se pueden extender los alambres abriéndose. Se rellena con una amalgama a base de zinc en caliente que produce una reducción significativa de la resistencia a fatiga del acero. Se dispone siempre de un anclaje fijo y otro móvil, que puede regular su situación por medio de una rosca y su correspondiente tuerca. Se fabrican hasta diámetros de 180mm.

### **1.3.5 Anclaje**

Otro aspecto importante es la seguridad de los cables y de los elementos de sujeción ante los factores ambientales como la corrosión, la cual puede afectar la capacidad de resistencia del cable. Para evitar lo anterior, la zona de anclaje es cubierta con resina epóxica, con arena silícica o con mortero, entre otras pastas. Para el resto de la zona libre del cable, éstos son engrasados y enductados con la finalidad de protegerlos contra las influencias ambientales, así como para reducir las cargas de viento en el cable. Igualmente, se puede proveer de una hélice exterior para suprimir vibraciones en el cable inducidas por la acción de la lluvia, el viento o ambos.

En general, los elementos de anclaje son diseños patentados cuyo fabricante establece los procedimientos de tensado, de tal forma que se controle la tensión final y el perfil del tablero.

Evidentemente, el diseño del sistema de anclaje (ver figura 1.19) depende del tipo de tirantes empleado.

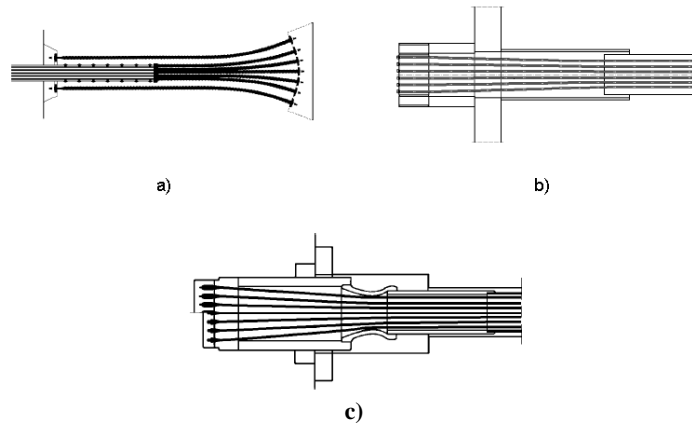


Figura 1.19 Diseño típicos para los sistemas de anclaje para: a) sistema de anclaje para barras, b) sistema de anclaje para alambres y c) sistema de anclaje para tendones

## CAPÍTULO 2

### ASPECTOS BÁSICOS DEL VIENTO ATMOSFÉRICO Y MECANISMOS DE VIBRACIÓN INDUCIDOS POR EL VIENTO EN LOS TIRANTES DE UN PUENTE

#### 2.1 Caracterización del viento atmosférico

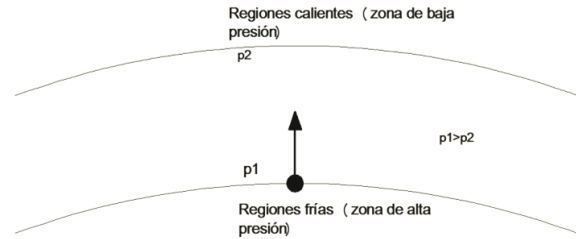
Los vientos son masas de aire en movimiento que se desplazan a través de la atmósfera terrestre a diferentes velocidades y pueden ser generados por la acción de una o varias fuerzas que se ejercen sobre las partículas de aire que se encuentran en la atmósfera. A continuación se definen estas fuerzas y algunos conceptos útiles para el estudio de estructuras dentro de la capa límite atmosférica.

**Fuerza del gradiente de presión.** Esta fuerza es la responsable de iniciar el movimiento de las grandes masas de aire debido al calentamiento no uniforme del planeta y en consecuencia de la atmósfera. El sol es la fuente primaria de energía para todos los movimientos que ocurren en la atmósfera terrestre, por lo que el calentamiento de la atmósfera se debe principalmente al calor radiado por la tierra. La atmósfera terrestre es en gran medida transparente a la radiación que llega directamente del sol. Así, la fuerza de presión sobre una masa fluída de volumen unitario es:

$$F_p = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.1)$$

donde  $\partial p$  es el cambio de presión y  $\partial x$  es cambio de distancia (isobaras). Los gradientes de presión son la causa del movimiento de los fluídos, de modo que en ausencia de otros efectos, como

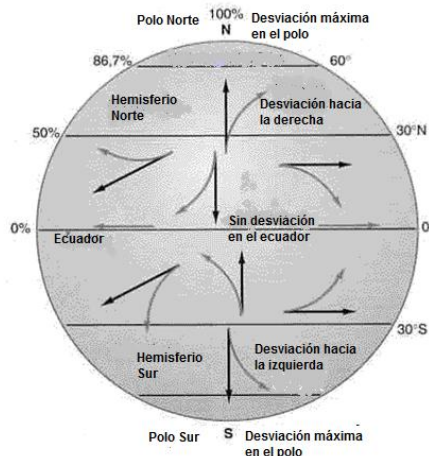
la fuerza de Coriolis<sup>2</sup>, el gradiente de presión se movería siguiendo una trayectoria perpendicular a las isobaras desde las zonas de alta a la de baja presión, tal y como se muestra en la Figura 2.1.



**Figura. 2.1** en ausencia de otras fuerzas una partícula se mueve en la dirección del máximo gradiente favorable de presión

Con base en lo anterior se puede establecer que a lo largo del Ecuador, cuando el sol está directamente arriba, el suelo está en un proceso de calentamiento, de modo que el aire que está sobre él se calienta. Pero, más al norte y al sur, a ambos lados, los rayos del sol calientan la superficie con menor intensidad y el aire es mucho más frío. De este modo, el aire caliente que hay en el Ecuador se eleva, siendo remplazado por el aire más frío y pesado que llega desde el norte y el sur. Este aire frío es calentado a su vez por el sol y forzado a subir también, por lo que una corriente de aire corre continuamente desde las zonas templadas, más frescas, hacia el Ecuador. Este proceso de calentamiento y desplazamiento de las masas de aire es cíclico y es lo que conocemos como viento.

**Fuerzas de Coriolis.** Cuando por el gradiente de presión el viento se ha puesto en movimiento, éste experimenta un desvío aparente en su trayectoria, es decir se mueve desde el Noreste y el Sureste, debido a la rotación de la tierra. La fuerza que se induce debido a la rotación de la tierra es llamada fuerza de Coriolis. La Figura 2.2 ejemplifica el efecto de la fuerza de Coriolis.



**Figura 2.2** Efectos por la fuerza de Coriolis

El globo terráqueo, al girar, lo hace envuelto en su atmósfera. Alrededor de la parte media de la tierra, es decir cerca del Ecuador, todo fluido sobre la superficie debe viajar con mucho mayor

<sup>2</sup> La definición de la fuerza de Coriolis se presenta más adelante.



rapidez que uno situado más cerca de los polos, ya que tiene que hacer un recorrido más largo en su viaje alrededor del eje terrestre. Ahora bien, los vientos que se mueven hacia el Ecuador nacen en regiones cercanas a los polos, donde no necesitan girar con gran rapidez para seguir el ritmo de la tierra. Por lo tanto, al avanzar hacia el Ecuador, penetra en zonas donde el suelo gira cada vez más rápido debajo de ellos. Los vientos no pueden adquirir suficiente velocidad para seguir la velocidad más alta de la superficie terrestre y, aunque continúan avanzando, llegan tan “retardados” que su trayectoria hacia el Ecuador toma una inclinación hacia el oeste, ya que la tierra gira hacia el Este debajo de ellos. En la figura 2.3 se muestra el esquema de las fuerzas de Coriolis  $F_C$  y la de presión  $F_p$  que actúan sobre una partícula fluida que se mueve en el hemisferio norte, en un campo de presiones con isobaras rectilíneas. La fuerza de Coriolis curva la trayectoria seguida por la partícula fluida hasta que esta fuerza equilibra a la debida al gradiente de presión, momento a partir del cual la partícula se desplaza con una velocidad constante  $U$  paralela a las isobaras.

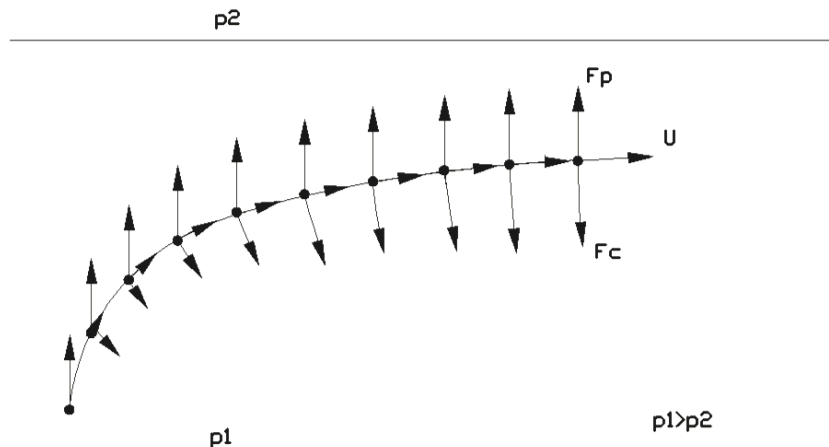


Figura 2.3 Esquema de las fuerzas de Coriolis ( $F_C$ ) y de presión ( $F_p$ )

Para tener en cuenta esta desviación en los ejes móviles, debida única y exclusivamente a la rotación del sistema de referencia ligado a un punto, es preciso introducir una fuerza aparente, la fuerza de Coriolis  $F_C^*$ , que es proporcional al producto vectorial del vector de velocidad angular de la tierra  $\Omega^*$ , y del vector de velocidad del aire  $U^*$ , de modo que la fuerza por unidad de volumen sobre una masa de aire de densidad  $\rho$  es:

$$F_C^* = -2 * \rho * \Omega^* \times U^* \quad (2.2)$$

donde el símbolo “x” indica producto vectorial. El módulo de la fuerza de Coriolis

$F_C = |F_C^*|$ , que actúa sobre una masa fluida por unidad de volumen está dado por:

$$F_C = 2 * \rho * \Omega * U * \sin \varphi \quad (2.3)$$

donde  $\varphi$  el ángulo formado por los vectores  $\Omega^*$  y  $U^*$ , cuyos módulos valen  $\Omega$  y  $U$ , respectivamente. Como la velocidad del aire  $U^*$  es, para efectos prácticos, tangente a la superficie de la tierra, y ésta es muy similar a una esfera, en la mayoría de las aplicaciones el ángulo  $\varphi$  se puede suponer simplemente igual a la latitud del lugar en consideración. De la ecuación anterior se refiere que la fuerza de Coriolis es máxima en los polos ( $\varphi = \pi/2$ ) y tiende a cero en el Ecuador ( $\varphi = 0$ ).

$$\varphi \equiv \text{latitud} \begin{cases} \varphi = \pi/2 & \text{en el polo norte} \\ \varphi = 0 & \text{en el Ecuador} \\ \varphi = -\pi/2 & \text{en el polo sur} \end{cases}$$

**Fuerza centrífuga.** En la Figura 2.4 se muestra el esquema de tres fuerzas que actúan sobre una partícula de aire que se mueve a una velocidad  $U$ , estas son:  $F_c$  (fuerza de Coriolis),  $F_p$  (fuerza de presión), y la fuerza centrífuga ( $F_t$ ). Esta última se presenta debido a la curvatura de las isobaras.

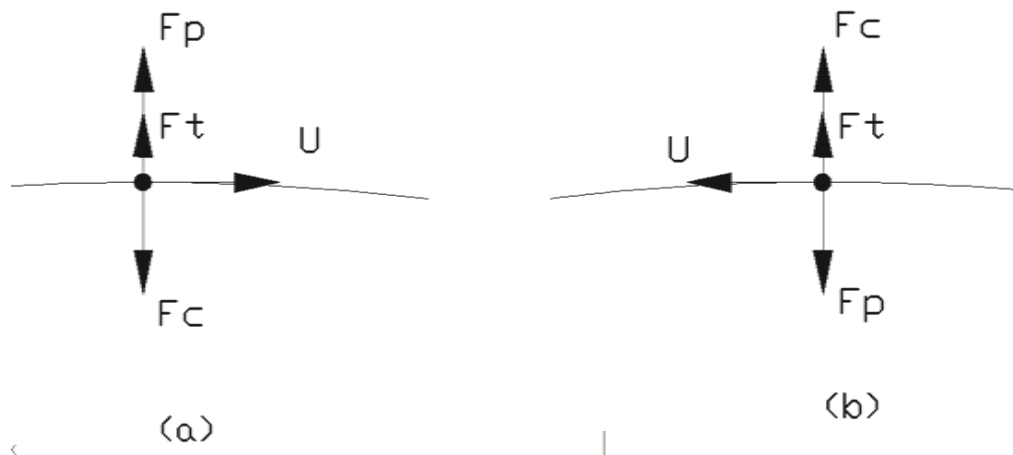


Figura 2.4 Esquema de las fuerzas de Coriolis  $F_c$ , de Presión  $F_p$  y de centrifuga  $F_t$ :

(a) anticiclón; (b) ciclón (borrasca)

Como se muestra en la figura, la circulación del aire en el interior de un anticiclón es inversa a la de una borrasca, esto es, en el hemisferio Norte la circulación es en el sentido de las manecillas del reloj y en el hemisferio sur en el sentido contrario a las manecillas del reloj.

La fuerza centrífuga por unidad de volumen sobre una masa de aire  $F_t$ , está dada por:

$$F_t = -\rho * \Omega \times (\Omega * r) \quad (2.4)$$

donde  $r$  es el vector que une el centro de la tierra con el punto considerado. Esta fuerza, de módulo:

$$F_t = \rho * \Omega^2 * r \quad (2.5)$$

es proporcional al cuadrado de la velocidad angular de la tierra,  $\Omega$  y a la distancia del eje de giro  $r$ , y su dirección es perpendicular al eje de giro de la tierra. Tal fuerza es máxima en el Ecuador, donde  $r$  es máximo y se opone al efecto de la gravedad terrestre. Su componente horizontal es siempre mucho menor que la fuerza de Coriolis, por lo que en la explicación del régimen general de los vientos se puede despreciar su contribución en la primera aproximación.

**Fuerza de fricción.** Cerca de la superficie terrestre, los vientos son afectados por la fricción que sucede entre la superficie y el aire que está en contacto con ella. La superficie de la tierra ejerce un cierto grado de impedimento para el desplazamiento del aire que sopla justo encima de ella, siendo así un obstáculo para su libre movimiento.

Esta fricción actúa cambiando la dirección o la intensidad al viento (ver figura 2.5), de tal forma que su efecto resulta menor a mayores alturas sobre el terreno, donde se encuentra más distante de la fuente que origina la fricción. Realmente la diferencia en las condiciones del terreno determina

directamente la cuantía de la fricción que se ejerce sobre el movimiento del aire. Así, el viento que pasa sobre una superficie oceánica en calma se desplaza suavemente sin mayor perturbación en su movimiento; por el contrario, las colinas y los bosques hacen que el viento vaya más despacio o con cambios en su dirección.

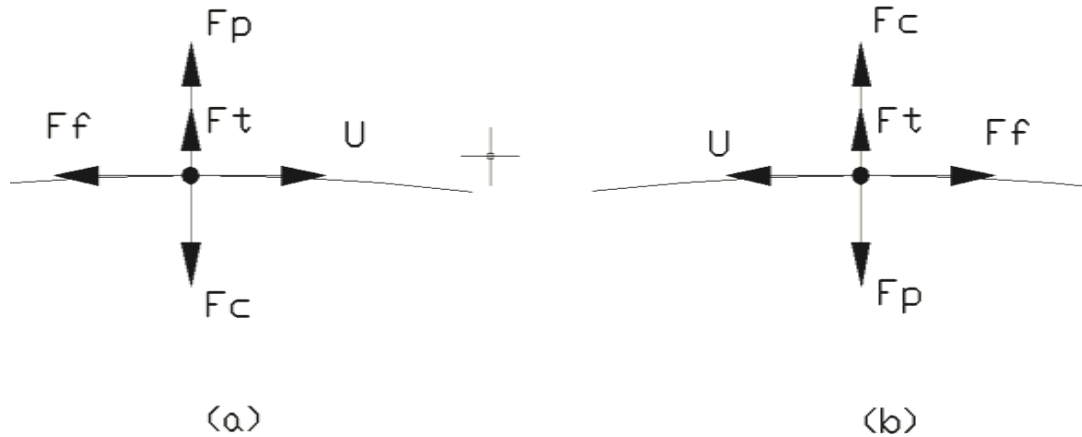


Figura 2.5 Esquema de las fuerzas de Coriolis  $F_C$ , de presión  $F_p$ , centrífuga  $F_T$  Y fricción  $F_f$  que se ejerce sobre una partícula fluida

### 2.1.1 Viento geostrófico y viento gradiente

Una masa de aire inicialmente quieta se moverá de una zona de presión alta hacia una de presión baja a causa de la fuerza del gradiente de presión. Sin embargo, cuando la masa de aire comienza a moverse, ésta se desvía a causa de la fuerza de Coriolis (a la derecha en el hemisferio Norte y a la izquierda en el hemisferio Sur). Cuando el viento gana velocidad, la desviación del aire aumenta hasta que la fuerza de Coriolis iguala la fuerza del gradiente de presión; en ese instante, el aire estará soplando en forma paralela a las isobaras<sup>3</sup>, cuando eso sucede, el viento se denomina geostrófico  $U_G$  (ver Figura 2.6).

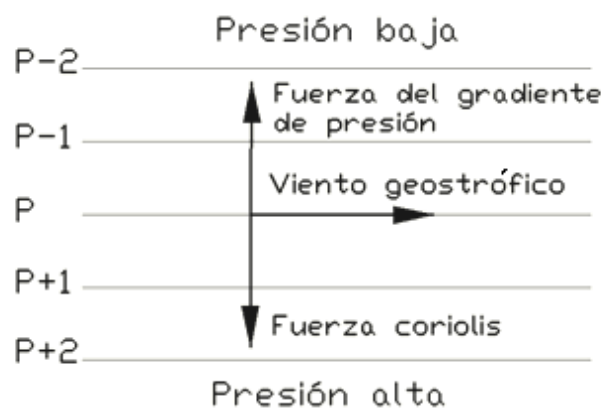


Figura 2.6 Balance de las fuerzas y viento geostrófico (hemisferio Norte)

El equilibrio de las fuerzas del gradiente de presión y de Coriolis se puede expresar como:

<sup>3</sup> En esta aproximación, se asume que las únicas fuerzas actuando sobre la partícula fluida son la fuerza de Coriolis y la fuerza debida al gradiente de presión.

$$|F_C| - |F_P| = 0 \quad (2.6)$$

o bien,

$$2 * \rho * \Omega * U_G * \sin \phi - \frac{dp}{dn} = 0 \quad (2.7)$$

De modo que el módulo del viento geostrófico es igual a:

$$U_G = \frac{1}{2 * \rho * \Omega * \sin \phi} * \frac{dp}{dn} \quad (2.8)$$

y su dirección será perpendicular a los vectores  $F_C$  y  $F_P$ , lo que implica que la trayectoria del viento geostrófico es tangente a las isobaras, como ya se había indicado.

En la atmósfera se aprecian algunos vientos no-geostróficos que soplan paralelos a las isobaras. Los vientos geostróficos se dan en lugares donde no hay fuerzas de fricción y las isobaras son rectas. Sin embargo, tales condiciones son difíciles de observar. Las isobaras casi siempre toman formas curvas y muy raramente están espaciadas de manera uniforme, lo que impide que los vientos sean puramente geostróficos; sin embargo, en estos casos puede presentarse en formas paralelas a las isobaras curvas y estarían en equilibrio sólo por las fuerzas del gradiente de presión y de Coriolis, con distinta velocidad a la del viento geostrófico. En esta última situación, cuando las isobaras son curvas, aparece una tercera fuerza, la fuerza centrífuga. Esta fuerza se manifiesta con una acción de empuje desde el centro de un círculo. La fuerza centrífuga altera el equilibrio de las dos fuerzas originales, del gradiente de presión y de Coriolis, y crea el llamado viento gradiente<sup>4</sup>.

En el caso del movimiento de una masa de aire en torno a un centro de baja presión, la fuerza centrífuga actúa en la misma dirección que la fuerza de Coriolis. Cuando la masa de aire se mueva al Norte, se desplaza ligeramente más lejos del centro y así disminuye la fuerza centrífuga. En consecuencia, la fuerza gradiente de presión llega a ser ligeramente más dominante y por lo tanto, la masa de aire retrocede al radio nominal. Esto permite que el viento gradiente sople en forma paralela a las isobaras.

Puesto que la fuerza de gradiente de presión no cambia, y todas las fuerzas deben equilibrarse, la fuerza de Coriolis llega a ser más débil. Esto ocasiona disminuciones en la velocidad general del viento, condición que establece la diferencia entre el viento gradiente y el viento geostrófico. En el caso de un sistema de baja presión o depresión, el viento gradiente sopla en forma paralela a las isobaras a menos velocidad que el geostrófico.

Este mismo análisis se aplica también a sistemas de alta presión, pero en este caso, cuando se inicia el movimiento de una masa de aire en un punto, el viento geostrófico soplará directamente hacia el Sur. Esta vez la fuerza centrífuga empujará en la misma dirección que la fuerza del gradiente de presión, hacia las bajas presiones, es decir, hacia afuera del círculo. De esta forma, cuando la masa de aire se encuentre levemente más lejos del centro, la fuerza centrífuga se reducirá, pero esta vez haciendo que la fuerza de Coriolis sea más dominante y como consecuencia la masa de aire retrocederá a su radio original otra vez con el resultado de un viento paralelo a las isobaras.

En ese movimiento, cuando la fuerza del gradiente de presión todavía no cambia, la fuerza de Coriolis se debe ajustar para equilibrar las fuerzas. Sin embargo, en este caso, llega a ser más fuerte, lo cual se traduce en aumentos de la velocidad general del viento. Esto significa que en un sistema de alta presión, el viento gradiente sopla paralelo a las isobaras más rápido que el geostrófico.

Si la fuerza centrífuga  $F_T$  actúa sobre la masa de aire, la ecuación (2.6) se puede reescribir de la siguiente manera:

<sup>4</sup> Es importante mencionar que los efectos de la fricción no son considerados en la definición de viento gradiente.

$$|F_C| - |F_P| \pm |F_T| = 0 \quad (2.9)$$

donde

$$|F_T| = \rho * U^2 / r \quad (2.10)$$

y  $r$  representa el radio de curvatura de la trayectoria en la situación de equilibrio, esto es cuando la velocidad de la masa de aire  $U$  es igual a la velocidad gradiente  $U_{gr}$ . Así, la expresión (2.9) puede reescribirse como:

$$2 * \rho * \Omega * U_{gr} * \sin \phi - \frac{dp}{dn} \pm \frac{1}{r} * \rho * U_{gr}^2 = 0 \quad (2.11)$$

En la expresión anterior, el signo de la fuerza centrífuga indica el tipo de movimiento, esto es, positivo si la masa de aire está en movimiento ciclónico (alrededor de un centro de baja presión) y negativo en el caso anticiclónico. Así, en la situación de equilibrio, la velocidad  $U$  para anticiclón y ciclón están dadas respectivamente por:

$$\text{(Anticiclón)} \quad U = \frac{|f|r}{2} - \sqrt{\frac{f^2 r^2}{4} - \frac{r}{\rho_a} \left| \frac{\partial p}{\partial r} \right|} \quad (2.12)$$

$$\text{(Ciclón)} \quad U = \frac{|f|r}{2} + \sqrt{\frac{f^2 r^2}{4} + \frac{r}{\rho_a} \left| \frac{\partial p}{\partial r} \right|} \quad (2.13)$$

### 2.1.2 Factores que intervienen en la velocidad del viento

El viento es un fenómeno difícil de predecir, por lo que resulta complicado conocer la máxima intensidad del viento a la que se verá expuesta una estructura durante su vida útil. Desde el punto de vista de la aerodinámica civil, no es necesario conocer en detalle la configuración general de los vientos en la superficie terrestre, pues el interés está centrado en el conocimiento de aspectos locales, generalmente referidos al lugar donde se ubica el objeto sobre el que se desean conocer las cargas producidas por el viento. Sin embargo, si conviene tener una idea, aunque sea muy rudimentaria, del comportamiento global de los vientos en la superficie de la tierra, ya que este nivel el viento encuentra varios obstáculos en su trayectoria, lo que introduce cambios en su dirección y velocidad, además de generar turbulencias. La magnitud de estos efectos depende del tamaño, la frecuencia y la disposición geométrica de tales obstáculos. Una superficie rugosa produce muchas turbulencias, mientras que en una superficie lisa no agrega ráfagas apreciables a las existentes en las capas inferiores de la atmosfera.

Otro factor que también es importante en la determinación de la velocidad de diseño del viento sobre la estructura es la topografía. Se ha observado que en sitios ubicados en las laderas de las montañas éste se acelera, particularmente si hay “encañonamiento” de las corrientes de viento. En tales sitios debe incrementarse la velocidad de diseño con un factor mayor a la unidad. Si por el contrario, el terreno se encuentra protegido y la velocidad del viento es menor que la normal, se puede utilizar un factor menor de la unidad. Con la finalidad de tomar en cuenta estos efectos, la siguiente sección resume algunos de los factores necesarios para corregir la magnitud de la velocidad de diseño.

### 2.1.3 Factores de corrección de la velocidad del viento

Las normas técnicas complementarias de viento (NTC-Viento) y el manual de la Comisión Federal de la Electricidad (CFE, 2008) contemplan factores para corregir el valor de la velocidad, denominados factor correctivo por topografía y rugosidad. Como se mencionó previamente, estos factores toman en cuenta el efecto topográfico local del sitio en donde se desplanta la estructura y a su vez la variación de la rugosidad de los alrededores del sitio. En este último caso, si en una

dirección de análisis de los efectos del viento existen diferentes rugosidades con longitud menor de 500 m, se deberá de considerar la que produzca los efectos más desfavorables. Las Tablas 2.1 y 2.2 resumen los factores de corrección por rugosidad y topografía de acuerdo a las normas técnicas complementarias (NTC-Viento), respectivamente.

**Tabla 2.1 Coeficiente de rugosidad del terreno,  $\alpha$  y  $\delta$**

	Tipo de terreno	$\alpha$	$\delta$ (m)
R1	Escasa o nulas obstrucciones al flujo de viento, como en campo abierto	0.099	245
R2	Terreno plano u ondulado con pocas obstrucciones	0.128	315
R3	Zona típica urbana y suburbana. El sitio está rodeado predominantemente por obstrucciones de mediana y baja altura o por áreas arboladas y no se cumple las condiciones del tipo R4	0.156	390
R4	Zona de gran densidad de edificios altos. Por lo menos la mitad de las edificaciones que se encuentran en un radio de 500 m alrededor de la estructura en estudio tiene altura superior a 20 m	0.170	455

En la Tabla 2.1, los parámetros  $\alpha$  y  $\delta$  representan respectivamente, el exponente que determina la forma de la variación de la velocidad del viento con la altura y la altura de gradiente, medida a partir del nivel del terreno de desplante, por encima de la cual la variación de la velocidad del viento no es importante y se puede suponer constante.

Los coeficientes  $\alpha$  y  $\delta$  están en función de la rugosidad del terreno.

**Tabla 2.2 Factor correctivo que toma en cuenta la topografía y la rugosidad**

	Tipo de topografía	Rugosidad de terrenos en alrededores		
		Terreno Tipo R2	Terreno Tipo R3	Terreno Tipo R4
T1	Base protegida de promontorios y faldas de serranías del lado de sotavento	0.80	0.70	0.66
T2	Valles cerrados	0.90	0.79	0.74
T3	Terreno prácticamente plano, campo abierto, ausencia de cambios topográficos importantes, con pendientes menores de 5% (normal)	1.00	0.88	0.82
T4	Terrenos inclinados con pendientes entre 5 y 10%	1.10	0.97	0.90
T5	Cimas o montañas, terrenos con pendientes de 10%, Cañadas o valles cerrados	1.20	1.06	0.98

De acuerdo con las NTC-Viento el factor de rugosidad con la altura,  $F_\alpha$ , el cual que define la variación de la velocidad del viento con la altura  $z$ , se puede obtener con las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} F_\alpha &= 1.0; \dots \text{si } z \leq 10m \\ F_\alpha &= (z/10)^\alpha; \dots \text{si } 10m < z < \delta \\ F_\alpha &= (\delta/10)^\alpha; \dots \text{si } z \geq \delta \end{aligned} \quad (2.14)$$

donde  $\delta$  y  $z$  están dados en metros.

En las normas mencionadas los efectos estáticos del viento sobre una estructura o componente de la misma se determinan con base en la velocidad de diseño, los que se obtendrían con la siguiente ecuación.

$$V_D = F_{TR} * F_\alpha * V_R \quad (2.15)$$

donde  $F_{TR}$  es el factor correctivo que toma en cuenta las condiciones locales relativas a la topografía y a la rugosidad del terreno en los alrededores del sitio de desplante;  $F_\alpha$  es el factor que toma en cuenta la variación de la velocidad con la altura; y  $V_R$  es la velocidad regional, según la zona que le corresponda al sitio en donde se construirá la estructura.

La velocidad regional, de acuerdo con las NTC-Viento, se obtiene de la velocidad máxima del viento que se presenta a una altura de 10m sobre el lugar de desplante de la estructura. En el manual de CFE (2008) también se establecen, las máximas velocidades medias probables asociadas a un cierto periodo de recurrencia en una zona o región determinada del país.

En los mapas de isotacas que se incluyen en el manual de la CFE (2008), dicha velocidad se refiere a condiciones homogéneas que corresponden a una altura de 10m sobre la superficie del suelo en terreno plano; es decir, no considera las características de rugosidad locales del terreno ni la topografía específica del sitio.

#### **2.1.4 Distribución de velocidad del viento con la altura**

La capa límite terrestre se encuentra aproximadamente a unos 350m de altura. La distribución y la altura de la capa límite terrestre dependerá de las características de rugosidad del terreno. Así, en una superficie lisa, como un campo abierto con vegetación baja, a alturas bajas el viento alcanzará velocidades altas; por otro lado, para terrenos de gran rugosidad, las velocidades altas se alcanzaran a grandes alturas. En la Figura 2.7 se muestra la variación de la velocidad del viento con la altura para distintas condiciones del terreno. Para las costas o campo abierto, la capa límite se localiza aproximadamente a 250m, para zona rural entre 350 y 400m, y 500m para las zonas urbanas, aproximadamente.

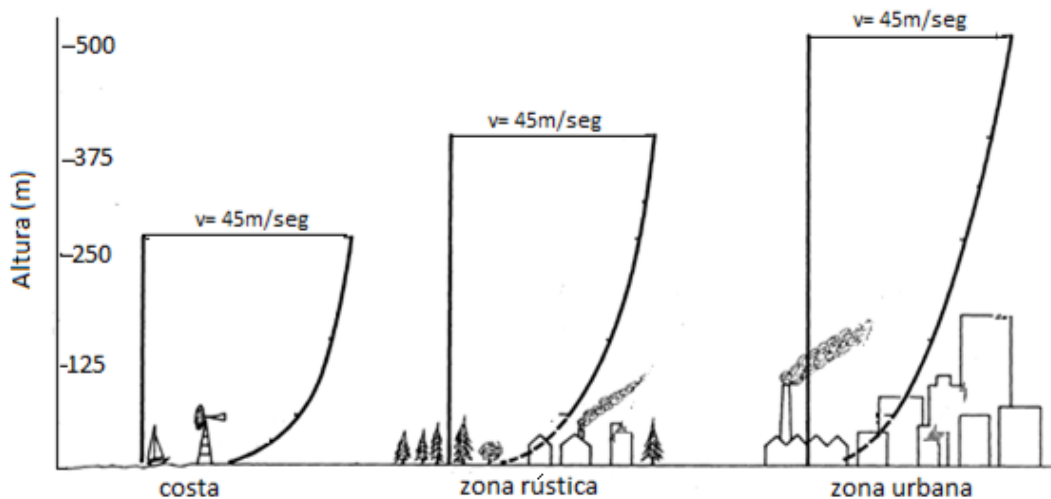


Figura 2.7 velocidad del viento a diferentes rugosidades del terreno

Desde la altura donde se presenta la capa límite hasta la superficie del terreno, la velocidad del viento disminuye rápidamente. Para determinar esta variación, desde el punto de vista de la aerodinámica civil, se han sugerido diversas leyes siendo la de variación potencial y la ley logarítmica las que tradicionalmente han recibido mayor aceptación. El modelo de variación potencial del perfil de velocidad en la capa límite terrestre se expresa como:

$$U_{(z)} = U_G * \left( \frac{z}{z_G} \right)^\alpha, \dots\dots\dots 0 < z < z_G \quad (2.16)$$

donde  $U_G$  es la velocidad del viento geos trófico,  $z_G$  es la altura donde se alcanza el viento geos trófico y  $\alpha$  es el coeficiente de rugosidad del terreno.

## 2.2 Mecanismos de vibración inducidos por el viento en los tirantes de un puente

Existen una serie de mecanismos que potencialmente pueden conducir a la vibración de los tirantes. Algunos son más críticos o probables que otros. La siguiente lista presenta los mecanismos que pueden inducir vibración en los tirantes de un puente:

- Turbulencia atmosférica
- Excitación de vórtices en un cable o grupos de cable
- Vibración inducida por lluvia y viento
- Galope inducido por una estela (*wake galloping*) en un grupo de cable
- Galope inducido por el viento en cables inclinados
- Excitación aerodinámica del puente que involucra los modos de vibrar del cable
- Movimiento causado por los golpes turbulentos del viento
- Movimiento causado por la fluctuación del cable a tensión



### 2.2.1 Mecanismos de excitación inducidos por la turbulencia atmosférica y el desprendimiento de vórtices alternantes

En Figura 2.8 se muestra el flujo de aire alrededor de una estructura de sección circular, el comportamiento de este flujo es similar al que se presentaría en los tirantes de un puente atirantado bajo ciertas condiciones de la velocidad del viento incidente. La perturbación que el tirante ocasiona al flujo se manifiesta normalmente sólo por desviaciones de las trayectorias de las partículas del fluido, dando lugar a presiones y succiones sobre el cable. Además, debido a la geometría de los tirantes, la perturbación implica la formación de ciertos mecanismos que pueden ocasionar grandes vibraciones sobre los cables.

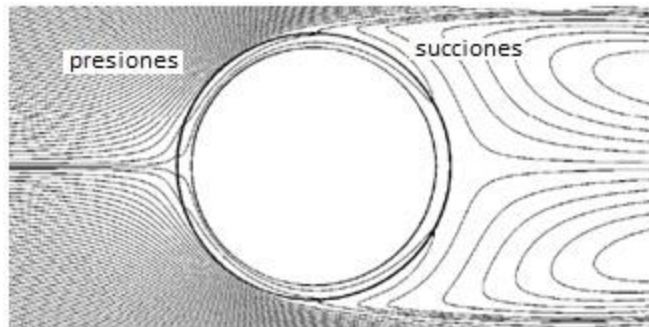


Figura 2.8 visualización del flujo alrededor de una sección circular

Los tirantes son elementos estructurales altamente flexibles, con frecuencias de vibrar relativamente bajas en su primer modo natural. Uno de los factores que impacta fuertemente la frecuencia de vibrar de un tirante es su longitud. Así, los tirantes de un puente pueden presentar una amplia gama de frecuencias debido a su configuración geométrica, por lo que estos elementos estructurales son sensibles a los efectos causados por algunos mecanismos de excitación, como es el caso del viento.

El flujo alrededor de un cilindro circular ha intrigado a investigadores por más de un siglo. A pesar de este tiempo, la comprensión completa del campo del flujo y las fuerzas inducidas es aún difícil de alcanzar. La compleja interacción de las fuerzas locales viscosas e inerciales y de la influencia de la corriente turbulenta u otros disturbios tienen un importante efecto en los patrones de flujo y la distribución de presión alrededor de un cilindro.

Zdravkovich (1997) caracterizó la distribución de flujo alrededor de un cilindro circular en cuatro regiones, como se muestra en la Figura 2.9. Las regiones son: (1) región de estancamiento, (2) región de capa límite del cuerpo, (3) región de disturbio rotacional de flujo, y (4) región de estela.

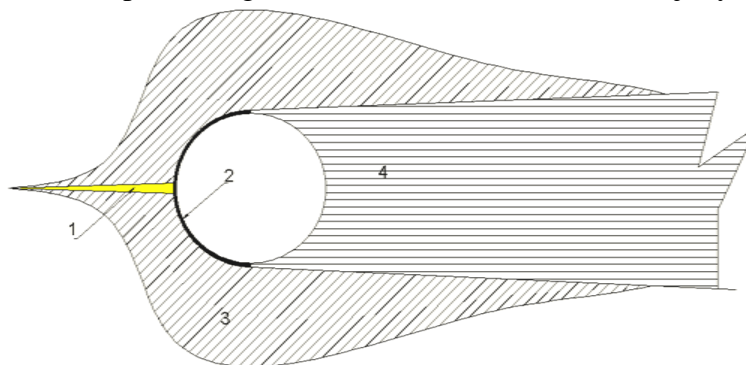
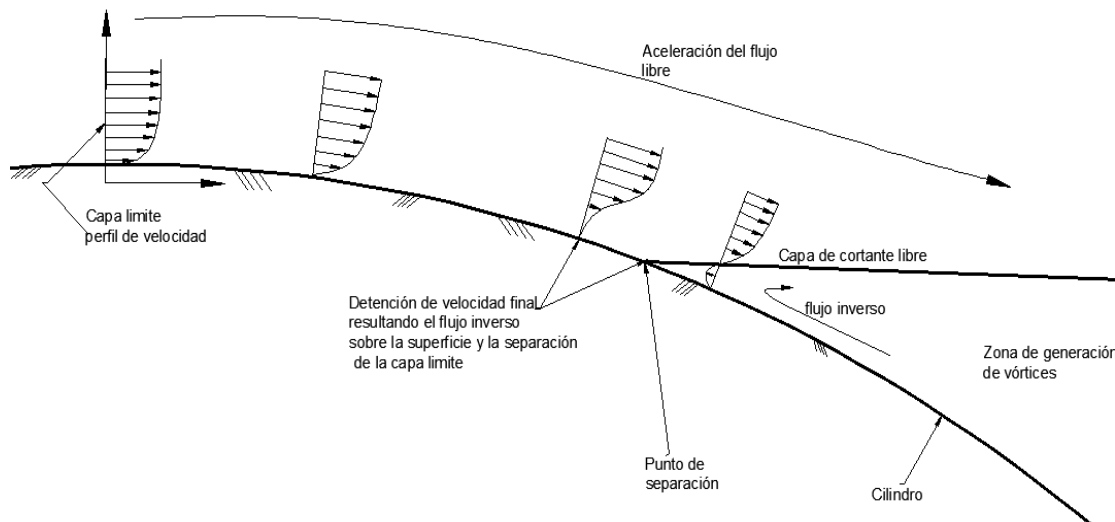


Figura 2.9 Perturbación del flujo en una sección circular

Para valores elevados del número de Reynolds<sup>5</sup>, se hacen importantes simplificaciones en la modelación de la corriente alrededor de los obstáculos, en este caso el cilindro. En particular se puede despreciar el efecto de los términos viscosos en las ecuaciones de movimiento (ecuaciones de Navier-Stokes) y analizar éste añadiendo ciertas hipótesis adicionales. Aunque la viscosidad sea despreciable en la mayor parte del campo fluido, existen siempre zonas en las que este efecto es dominante, tal como es la superficie cerca del cuerpo, en este caso del cable, en donde no existe deslizamiento del fluido sobre el sólido y la velocidad es nula.

La capa delgada se encuentra en la región 2 de acuerdo a la figura 2.9. El espesor de esta capa crece al aumentar la distancia del punto de estancamiento debido al equilibrio de las fuerzas viscosas e inerciales (Schlichting, 1979). Si el número de Reynolds es suficientemente alto, los gradientes de velocidad son grandes y en consecuencia, los efectos viscosos importantes.

La presión estática de la capa límite para un desplazamiento angular dado desde el punto de estancamiento es constante e igual a la presión estática impuesta por el flujo irrotacional de la tercer región (ver Figura 2.9). Sobre la parte frontal del cilindro esta presión decrece debido a que el fluido disturbado es acelerado y la capa límite permanece unida al cilindro. Cuando el fluido fuera de la tercera región comienza a desacelerarse, el gradiente de presión se convierte en positivo y se opone al movimiento de las partículas del fluido en la capa límite. Lo anterior causa el desvanecimiento del gradiente de velocidad en la capa límite en la superficie del cilindro como se muestra en la Figura 2.10 (Melbourne et al.,1997) y la capa límite se separa y es trasportada a la corriente principal. Estas capas límite separadas o capas de cortante libres, rodean la cuarta región del sotavento del flujo turbulento rotacional del cilindro o estela. La presión de la estela del cilindro es negativa y cuando se combina con la presión positiva en la parte frontal del cilindro, resulta una fuerza de arrastre además de la fuerza viscosa en la dirección del flujo.



<sup>5</sup> El número de Reynolds es un parámetro adimensional y está definido de la siguiente manera:

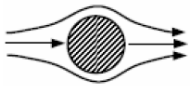





$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido,  $V$  es la velocidad del flujo,  $D$  el diámetro del cilindro. Este parámetro es clave en la descripción de fluidos alrededor de los objetos, como el viento alrededor de los cables.

**Figura 2.10 Perfiles de velocidad en las diferentes secciones de la capa limite**

Aguas abajo en el punto de separación, ocurre un cambio completo de flujo y comienza la formación de vórtices. Este vórtice continúa creciendo hasta que se vuelve inestable y se separa del cilindro y es transportado aguas abajo en estela. Justo antes de la separación de los vórtices a un costado del cilindro, el otro comienza a formarse al otro lado del cilindro. Este proceso es conocido como calles de Von Karman (1911).

La acción de desprendimiento de torbellinos (*vortex shedding*) altera instantáneamente la distribución de presión y da lugar a fluctuaciones de arrastre y fuerzas de sustentación. La siguiente figura 2.11 muestra la relación de la formación de los vórtices alternantes con el número de Reynolds.

	$Re < 5$		$150 \leq Re < 300$ $300 \leq Re < 3 \cdot 10^5$
	$5 \leq Re < 40$		$3 \cdot 10^5 \leq Re < 3 \cdot 5^6$
	$40 \leq Re < 150$		$3 \cdot 5^6 \leq Re$

**Figura 2.11 Flujos alrededor de un cilindro en función de los números de Reynolds**

Otro parámetro importante en el estudio del mecanismo de desprendimiento de vórtices alternantes, que proporciona más información que el número de Reynolds, es el número adimensional de Strouhal, el cual se define de la siguiente manera:

$$S = \frac{N_s * D}{V} \quad (2.17)$$

donde  $N_s$  es la frecuencia de desprendimiento de vórtices (torbellinos),  $D$  es el diámetro del cilindro y  $V$  la velocidad del viento. Este parámetro mide el flujo de vórtices, y tiene como fundamento el fenómeno natural de esparcimiento de vórtices. Cuando el fluido fluye sobre los tirantes, las capas límites del fluido en movimiento más lento se deslizan sobre la superficie del cuerpo y las capas límites del cuerpo no pueden seguir los contornos del mismo y se separan girando en sentidos contrario, generando una estela de vórtices conocidas como vórtices de Von Karman. Estos vórtices se producen alternadamente en dos hileras que se mueven corriente abajo, y paralelas entre sí a una velocidad y separación fija. De acuerdo con la ecuación 2.17, la frecuencia  $N_s$  del esparcimiento de vórtices es el número de vórtices producidos desde cada superficie del cuerpo por segundo. Si la frecuencia de desprendimiento de torbellinos coincide con la frecuencia natural de la estructura, puede ocurrir el efecto de resonancia y amplificar las vibraciones inducidas por este fenómeno. La siguiente figura 2.12 ilustra la relación de los parámetros considerados en la ecuación 2.17.

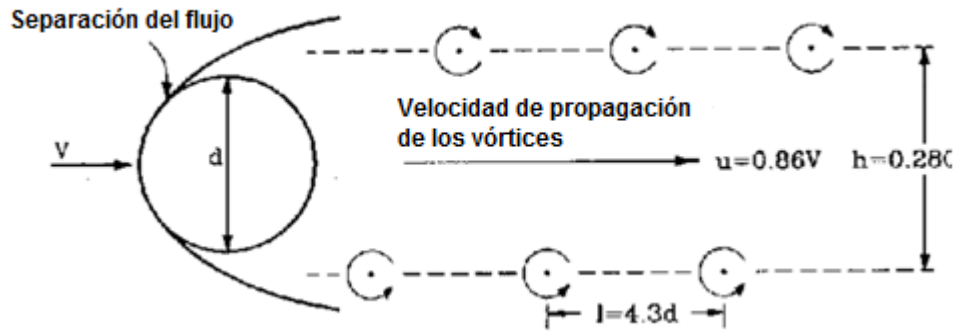


Figura 2.12 Vórtices de la calle de Von Karmán

La separación de los vórtices provoca grandes succiones en la parte posterior de los cuerpos expuestos al flujo, principalmente en secciones cilíndricas. Esto produce, a su vez, una fuerza adicional de arrastre en la dirección del movimiento del fluido. Por otra parte, los vórtices alternantes inducen sobre el cuerpo fuerzas transversales periódicas susceptibles de generar una amplificación excesiva en la respuesta dinámica.

La excitación de vórtices es un mecanismo clásico de vibración inducida por el viento. Se pueden tener importantes vibraciones a velocidades del viento relativamente bajas. La excitación de los vórtices de un cable aislado es causada por el desprendimiento de vórtices alternante en ambos lados del cable cuando el viento es aproximadamente perpendicular al eje del cable. La velocidad crítica del viento para que se produzca el desprendimiento de vórtices puede ser determinada mediante la siguiente expresión si se conoce el número de Strouhal ( $S$ ), la frecuencia de desprendimiento ( $N_s$ ) y el diámetro del tirante ( $D$ ):

$$V = \frac{N_s * D}{S} \quad (2.18)$$

La amplitud de las oscilaciones del cable es inversamente proporcional al número Scruton<sup>6</sup> ( $S_c$ ). El aumento de la masa y la amortiguación de los cables aumentan el número Scruton y por lo tanto reducen la amplitud de oscilación.

La vibración del cable puede fluctuar entre 0.0005 a 0.01m y el valor exacto es muy difícil de predecir. El extremo inferior de este rango es típico en tirantes muy largos sin ningún tipo de relleno

<sup>6</sup>El número de Scruton es un parámetro adimensional que relaciona la masa del cable por unidad de longitud ( $m$ ), el amortiguamiento crítico ( $\zeta$ ), la densidad del aire ( $\rho$ ) y el diámetro del cable ( $D$ ), y se define en la siguiente ecuación:

$$S_c = \frac{m * \zeta}{\rho * D^2} \quad 2.19$$

En esta relación se muestra que el aumento de la densidad de masa y amortiguamiento del cable aumenta el número Scruton. La mayoría de los tipos de oscilaciones inducidas por el viento tienden a ser mitigados por el aumento del número Scruton.

de lechada, mientras que el extremo superior de este rango es más típico en tirantes más cortos y tal vez algunos amortiguadores externos. Una estimación más realista para el factor de amortiguamiento de los tirantes, para puentes en servicio, está en el rango de 0.001 a 0.005.

Por ejemplo, un cable compuesto por torones de acero, cementado dentro de la tubería y con un coeficiente de amortiguamiento de 0.005, tiene un número de Scruton alrededor de 12 y una amplitud de oscilación de un 0.5 por ciento del diámetro del cable. Durante la construcción y antes de colocar la lechada el coeficiente de amortiguamiento en los tirantes puede ser bajo (por ejemplo igual a 0.001), y la amplitud puede posiblemente aumentar a alrededor del 4 por ciento del diámetro del cable valor relativamente pequeño comparado con oscilaciones inducidas por alguna inestabilidad.

### **2.2.2 Mecanismo de excitación inducido por lluvia y viento**

La combinación de lluvia y vientos moderados pueden causar vibraciones de gran amplitud en un tirante cuyas frecuencias naturales son bajas. Este fenómeno ha sido observado en los tirantes de muchos puentes colgantes y se ha investigado en detalle. Las vibraciones inducidas por lluvia y viento en los puentes atirantados fueron identificadas por Hikami y Shiraishi en Meiko-Nishi 1986. Desde entonces, las vibraciones se han observado en otros puentes atirantados, incluyendo el puente Fred Hartman en Texas, el puente Sidney Lanier en Georgia, el puente Cochrane en Alabama, el puente Memorial Talmadge en Georgia, el puente Faroe en Denmark, el puente Aratsu en Japón, el puente Tempohzan en Japón, el puente Erasmus en Holanda y el puente Nanpu y Yangpu en China. Estas vibraciones se producen normalmente cuando hay lluvia y vientos moderados (8-15 m/s) en un ángulo de 20° a 60° respecto al plano del cable, con el cable inclinado en la dirección del viento. Las frecuencias de vibración son bajas, por lo general menos de 3Hz, con amplitudes en el intervalo de 0.25-1.0m, lo que genera violentos movimientos de choque en los cables adyacentes. La siguiente figura muestra la formación de un riachuelo en el tirante de un puente.



**Figura 2.13 Formación de un riachuelo en el tirante de un puente**

Se observa como en la parte inferior y superior las gotas de agua corren por la superficie del tirante cambiando la forma efectiva del cable y en consecuencia la oscilación del mismo hecho que causa cambios cíclicos en las fuerzas aerodinámicas.

Algunas vibraciones inducidas por la lluvia y viento que se han observado en puentes atirantados, han ocurrido durante la fase de construcción, fase en la cual el amortiguamiento y la masa en el tirante pueden ser inferiores a sus valores en su configuración final, resultando en un número de Scruton bajo. Un ejemplo de un número de Scruton relativamente bajo fue el que se estimó en el puente Meiko-Nishi, con un valor del orden de 1.7.

La lechada que se inyecta en los cables añade masa y amortiguamiento, y a menudo se añade material visco-elástico en los extremos del cable para incrementar el amortiguamiento.

Dado que algunos puentes han sido construidos sin presentar problemas de vibración en los cables inducida por la lluvia y viento, parece probable que, en algunos casos, el nivel de amortiguamiento inherente es suficiente para evitar este fenómeno. Datos obtenidos por Saito et.al (1993) resultan útiles para identificar los límites de inestabilidad para las oscilaciones de lluvia y viento. Basado en sus resultados, parece que las oscilaciones inducidas por lluvia y viento pueden ser reducidas a un nivel inofensivo utilizando el siguiente criterio:

$$\frac{m^* \zeta}{\rho^* D^2} > 10 \quad (2.20)$$

Aunado a lo anterior, dado que las oscilaciones inducidas por la lluvia y viento dependen de los arroyos formados en la superficie del cable, es probable que esta inestabilidad, sea también sensible a la rugosidad de la superficie del cable. Así, varios investigadores han tratado de utilizar pequeñas protuberancias en la superficie del cable para resolver el problema. Flamand (1994) utilizó filetes helicoidales de 1.5mm en los largos cables del puente de Normandíe. La técnica demostró ser exitosa, con un mínimo incremento en el coeficiente de arrastre. El tratamiento de la superficie del cable es un tratamiento muy popular para los puentes atirantados, y ha sido implementada en los puentes de Leonard P. Zakim Bunker Hill (Massachusetts), puente Grant U.S (Ohio), puente Greenville (Kentucky) y el puente Cape Girardeau (Missouri).

### **2.2.3 Mecanismo de excitación inducido por el galope de estela (*wake galloping*)**

En la Figura 2.14 se muestra un esquema del efecto conocido como galope inducido por una estela (*wake galloping*), el cual es un movimiento elíptico causado por la variación en el arrastre y a través de la fuerza del viento en el cable. La estela puede verse en otros elementos tales como torres u otros cables. Esto ocurre a altas velocidades del viento y da lugar a oscilaciones de gran amplitud. Estas oscilaciones han causado fatiga en los tirantes exteriores de los puentes al final de los claros suspendidos y puentes en arco. Problemas de fatiga similares son una posibilidad teórica en los puentes atirantados, pero hasta la fecha ninguno ha sido documentado.

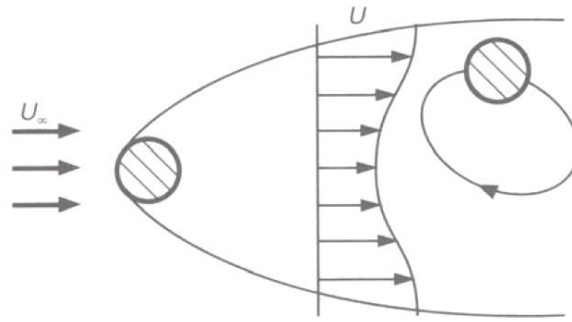


Figura 2.14 Galope inducido por una estela

El número de Scruton es un parámetro importante en el fenómeno de galope de estela. Una ecuación aproximada para determinar la velocidad crítica del viento,  $U_{CRIT}$  está dada por:

$$U_{CRIT} = C * f * D * \sqrt{S_C} \quad (2.21)$$

donde  $C$  es una constante,  $f$  es la frecuencia natural,  $D$  el diámetro del cable, y  $S_C$  es el número de Scruton. Para secciones circulares, la constante  $C$  tiene un valor promedio de 40. Para puentes atirantados, esta constante depende de la separación entre cables, y la siguiente gama de valores está basada en diferentes distancias de uso común:

$C = 25$  separación entre cables de  $2D$  a  $6D$

$C = 80$  normalmente a una separación de generalmente de  $10D$  o mas

Debido al nivel de incertidumbre asociada con la aplicación práctica, es recomendable que estos valores se apliquen de forma conservadora, al juicio del ingeniero.

La velocidad crítica del viento puede ser tan baja, como ocurre comúnmente durante la vida del puente. Por lo tanto, el galope de estela tiene gran potencial para causar problemas en la etapa de servicio. La expresión para determinar  $U_{CRIT}$  sugiere varias posibilidades para mitigar este fenómeno. Al aumentar el número de Scruton o la frecuencia natural, los cables serán estables hasta una velocidad mayor del viento. Sin embargo, el incremento de la frecuencia, es mucho más eficaz en el aumento de  $U_{CRIT}$ , como se observa en la ecuación 2.21. La frecuencia natural puede incrementarse mediante la instalación de espaciadores a lo largo de los cables, con la finalidad de acortar su longitud efectiva.

Cabe señalar que el galope de estela no es una preocupación en el diseño, ya que una separación adecuada de los cables puede mitigar los efectos. Para casos excepcionales, sin embargo, se recomienda tomar en cuenta la posibilidad de ocurrencia del galope de estela.

#### 2.2.4 Mecanismo de excitación inducido por el galope en cables inclinados

El galope en un cable inclinado sin lluvia es una posibilidad teórica. Los resultados de estudios experimentales indican que esto podría ser una preocupación para los puentes atirantados. Las formulaciones teóricas predicen que al galope puede ocurrir a altas velocidades de viento con amplitudes de vibraciones grandes.

Los cables de sección circular no galopan cuando éstos son alineados en la dirección normal del viento. Sin embargo, cuando la velocidad del viento tiene una componente que no es normal al eje del cable, se producen efectos de inestabilidad. Para cables inclinados el viento actúa en forma elíptica a través de la sección del cable. De 2.5 de elipticidad<sup>7</sup>, que corresponde a un ángulo de inclinación del cable de 25°, puede ocurrir en el exterior de los cables de los tramos largos de los puentes. Existe un potencial de inestabilidad galopante, si el nivel de amortiguamiento estructural de los cables es muy bajo.

Estos datos fueron para casos donde el ángulo entre el eje del cable y la dirección del viento eran de 30° a 60°. El criterio anterior es una condición difícil de satisfacer, particularmente para cables largos y con diámetros de 150mm a 200mm. Por otro lado, en las investigaciones experimentales de Saito et al. (1994), se consideraron bajos niveles de amortiguamiento, por lo que resulta importante investigar si el galope de un cable inclinado es posible para valores de amortiguamiento de 0.005 y más.

Con base en la información existente, el galope de cables inclinados sin lluvia, es una de las causas de mayor preocupación e incertidumbre en el estudio de las vibraciones inducidas por el viento.

### **2.2.5 Mecanismo de excitación inducido por la excitación aerodinámica de otros componentes de un puente**

A pesar de que los puentes atirantados están formados por varios elementos estructurales, (i.e., tablero, tirantes, pilas, pilones, etc.), los modos naturales de vibrar de este tipo de estructuras son tratados como un solo sistema. Muchos de estos modos involucran la vibración de tirantes junto con vibraciones de otros componentes importantes, como es el caso del tablero. Así, el tablero puede ser excitado por el desprendimiento de vórtices, que ocasionan oscilaciones muy pequeñas y de poca importancia para éste, pero que involucran movimientos importantes en uno o más cables con amplitudes de consideración. Pinto da Costa et al. (1996) mostró analíticamente que pequeñas amplitudes de oscilación en el anclaje de un puente pueden ocasionar grandes excitaciones en los cables, si la frecuencia de vibración es cercana a la frecuencia natural de los modos de los cables. El mecanismo anterior también es conocido como excitación paramétrica.

### **2.2.6 Mecanismo de excitación inducido por los golpes turbulentos del viento**

Las estructuras flexibles como los puentes de gran longitud y su sistema de cables son sometidos a movimiento fuertes causados por la acción de golpes al azar del viento turbulento. Los cables muy largos tendrán modos de vibrar bajos que son excitados por este efecto que se presenta incluso en estructuras muy aerodinámicas, por lo que éstas se moverán por la acción de vientos fuertes, debido a la flexibilidad que tienen este tipo de estructuras. El movimiento debido al golpe del viento turbulento no suelen ser un problema para los tirantes del puente. Sin embargo, puede ser erróneamente identificado como el comienzo de una inestabilidad aerodinámica. El movimiento por el golpeteo se incrementa gradualmente con la velocidad del viento, a diferencia de la forma repentina asociada a la inestabilidad.

---

<sup>7</sup> La elipticidad se define como la anchura máxima dividida por la anchura mínima; por ejemplo, un círculo tiene una elipticidad de 1.0.



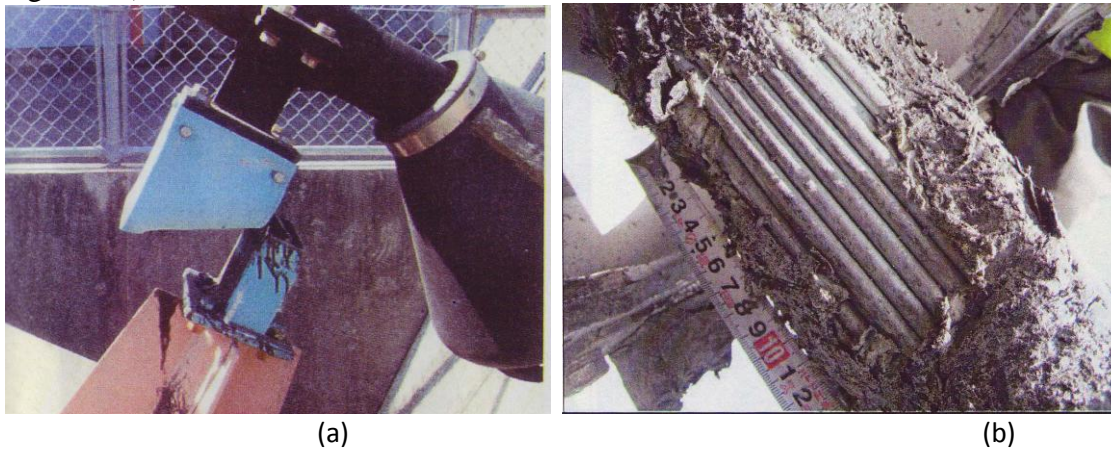
## Capítulo 3

### DISPOSITIVOS PARA EL CONTROL DE VIBRACIONES EN TIRANTES

#### 3.1 Antecedentes

Con la tecnología actual, es posible la construcción de puentes atirantados con claros cada vez más largos. Debido a la ligereza de este tipo de puentes y al bajo amortiguamiento inherente de los tirantes, la sensibilidad ante las perturbaciones externas, tales como remolinos, lluvia, viento y vibración inducida por los vehículos puede ser de consideración.

El primer reporte formal de una vibración inducida por la lluvia y viento fue el del puente Meiko-West en Japón (Hikami, 1988). Estas vibraciones fueron la causa del daño en los cables y en las conexiones del extremo del tablero y de la torre del puente, reduciendo la vida útil del cable (ver Figura 3.1).



**Figura 3.1 (a) Daños en el amortiguamiento ocasionado por las vibraciones del cable (b) Daños en el tirante causados por las vibraciones del cable**

Otros ejemplos de daños ocasionados por el viento o combinación de lluvia y viento en tirantes se presentó en el puente Yangpu de Shanghai en China, en donde los tirantes se golpearon entre sí, ocasionando daños a los tubos metálicos de los cables (Gu y Lu, 2001). Los cables estaban separados una distancia de 2m, lo que implica una amplitud de por lo menos 1m. En Estados Unidos también algunos puentes presentaron los mismos problemas bajo los mismos efectos del viento, como el puente Fred Hartman, Weirton-Steubenville, Burlington, Clark, East Huintington y Cochrane.

El empleo de sistemas de amortiguamiento auxiliar es a menudo despreciado por los grandes costos, el cual es estimado aproximadamente entre 2% a 10% del costo de una construcción (Wenjie, 2006). El amortiguamiento permite reducir los efectos de los mecanismos de excitación, principalmente en sus frecuencias naturales de vibrar de los tirantes, debido a que este tipo de estructuras poseen un amortiguamiento inherente con menor medida (0.1% de amortiguamiento).

Si un sistema se encuentra en una situación de vibraciones forzadas, su respuesta (la amplitud de la vibración estructural resultante) tiende a amplificarse en las cercanías de la resonancia, por lo tanto es conveniente emplear un porcentaje de amortiguamiento óptimo. La presencia de amortiguamiento siempre limitará la amplitud de la vibración.

Si la fuerza o fuerzas de excitación son de frecuencias conocidas, será posible evitar las resonancias cambiando la frecuencia natural del sistema estructural y alejándolas de aquella o aquellas. Sin embargo, en el caso de que el sistema tenga que operar en una determinada banda de velocidades, puede que no resulte posible evitar la resonancia en todo el rango de condiciones de operación. En tales casos, se proporciona amortiguamiento al sistema con el objetivo de controlar su respuesta dinámica, mediante la introducción de fluidos (aguas, aceites,...) que provean al sistema de un amortiguamiento adecuado.

El incremento del amortiguamiento inherente de los tirantes es una de las maneras más eficaces para reprimir su inestabilidad aerodinámica o desplazamiento inducido por el viento, y es suficiente para que no sea motivo de preocupación. Dado que el amortiguamiento de los tirantes tiende a ser naturalmente muy bajo, el incrementar éste mediante dispositivos auxiliares puede ofrecer mejoras en la estabilidad.

### **3.2 Dispositivos para el control de vibraciones**

Cuando la frecuencia de excitación coincide con una de las frecuencias naturales del sistema estructural, se presenta el fenómeno llamado resonancia. La característica más importante de la resonancia es que da lugar a grandes desplazamientos, al amplificar de manera importante las vibraciones del sistema. En los puentes atirantados, este mecanismo induce grandes desplazamientos, y en consecuencia es un fenómeno indeseable, ya que provoca la aparición de tensiones y deformaciones igualmente grandes que pueden ocasionar la ruptura o daño de algunos elementos de los tirantes. En consecuencia, las condiciones de resonancia deben de tratar de ser evitadas con el uso de algún dispositivo que ayude a reducir tal condición.

Con la finalidad de mitigar la vibración inducida por el viento en los tirantes, se han propuesto diversas soluciones prácticas. Las siguientes secciones resumen algunos de los dispositivos o técnicas para reducir la vibración inducida por el viento actuando en los tirantes.

#### **3.2.1 Configuración exterior del cable**

En el capítulo anterior se plantearon las posibles causas que incitan a los cables a vibrar. Para poder mitigar estos efectos se han desarrollado varias alternativas, como es el caso de la configuración exterior de los cables, que consiste en modificar la forma de éste, aumentando la rugosidad de la superficie, lo cual permite disminuir los efectos de vibración provocadas principalmente por la combinación de la lluvia y viento o la excitación inducida por vórtices alternantes.

Algunas configuraciones aerodinámicas para cables, tales como la rugosidad de la superficie, o protuberancia en la cubierta y filetes helicoidales, se muestran en la figura 3.2. La eficacia de estos medios está aún en debate (Flamand, 1994; Matsumoto, 1990), debido a que tales configuraciones podrían alentar la aparición y acumulación de hielo en zonas frías, lo que ocasionaría un cambio de sección transversal no uniforme a lo largo del tirante. En Japón el uso de la configuración exterior del cable es muy común para los problemas de inestabilidad provocada por la lluvia y viento, no se tiene claro si el uso de estos sistemas es eficiente para mitigar los efectos de galope de estela (Sena Kumarasena, Nicholas P 2007). El uso de los filetes helicoidales como tratamiento para la superficie del cable se está haciendo muy popular para los nuevos puentes colgantes. Algunos puentes con estos sistemas incluyen al puente Leonard P. Zakim Bunker Hill (Massachusetts), el puente EE.UU. Beca (Ohio), puente de Greenville (Mississippi), puente Maysville Aberdeen (Kentucky), Puente William Natcher (Kentucky) y el puente Cape Girardeau (Missouri).

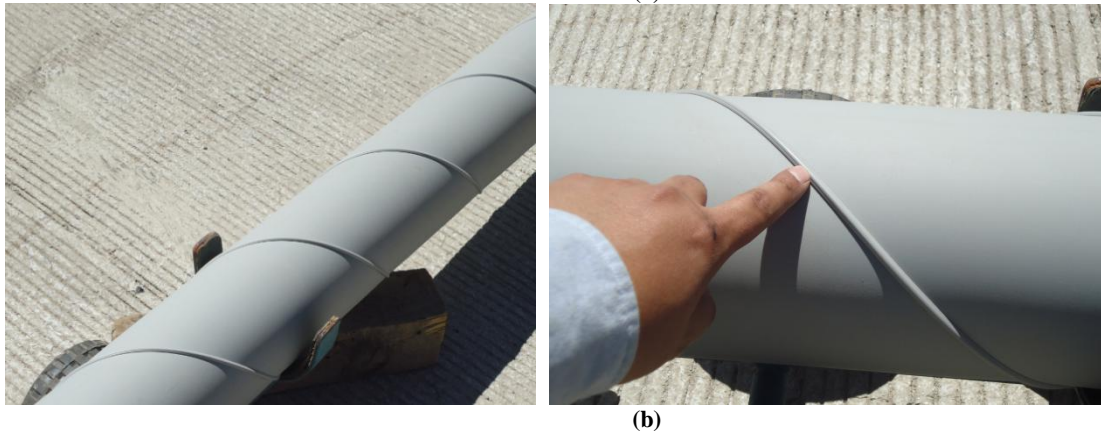
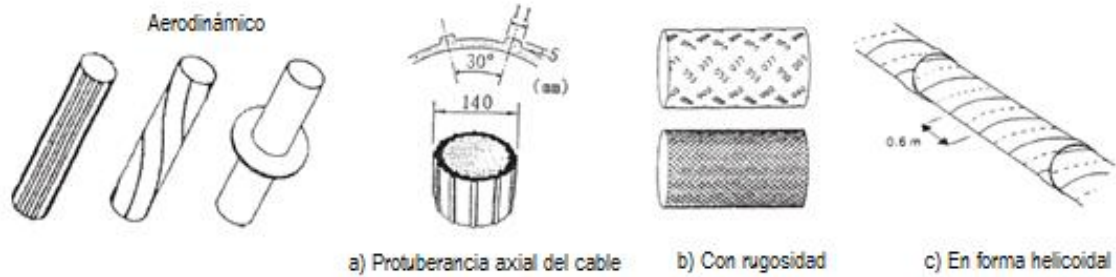


Figura 3.2 Medidas aerodinámicas para el control de vibraciones en los cables

### 3.2.2 Conexión transversal de un cable secundario

Se ha observado en varios puentes atirantados que la longitud del tirante puede ser un factor importante ante la vibración ocasionada por los efectos del viento. La frecuencia natural del tirante depende de su masa, tensión y la longitud. A menudo, la tensión y la masa no son cantidades fáciles de ajustar pero la longitud del tirante puede ser modificada eficazmente, mediante una conexión transversal de un cable secundario, como el que se muestra en la Figura 3.3.



Figura 3.3 Conexión transversal de un cable secundario

Un ejemplo notable del uso de este cable secundario es el puente Erasmus, ubicado en Rotterdam en Holanda y puesto en operación en 1996, (Persoon y Noorlander, 1999). Los tirantes de este puente comenzaron a vibrar bajo los efectos de lluvia y viento. Estas vibraciones produjeron

amplitudes aproximadamente de 2 a 3 veces el diámetro (0.2m) del tirante, con desplazamientos del orden de 0.5 a 0.7m, principalmente en su segundo modo. La cubierta del puente mostró vibraciones menores con amplitudes de alrededor de 25mm. Se tomaron precauciones montando cables de polietileno entre los tirantes y el tablero del puente, del cual las vibraciones podrían mitigarse rápidamente (ver Figura 3.4).

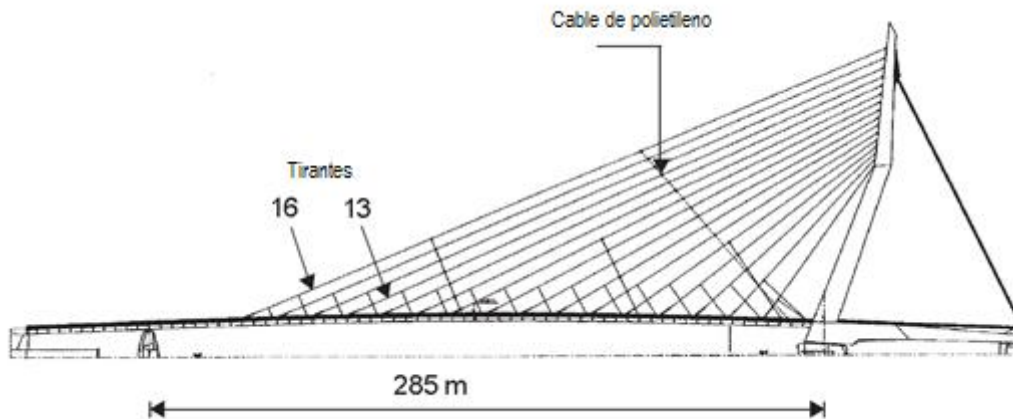


Figura 3.4 Puente

Erasmus (amortiguadores instalados inicialmente)

Tras un intenso debate entre expertos se hizo evidente que el puente Erasmus, al igual que muchos otros puentes en el mundo, fue objeto de fuertes vibraciones inducidas por el viento y lluvia. Obviamente, los tirantes forrados con una cubierta lisa de polietileno, hicieron que fuese más vulnerable a los mecanismos de excitación debido a la formación de arroyos de agua sobre su cubierta.

Los amortiguadores instalados originalmente en el puente Erasmus, principalmente destinados a reprimir la excitación de los vórtices, no fueron capaces de prevenir el comportamiento inestable de los tirantes. Después de varias pruebas se encontró una solución para evitar las vibraciones del cable en un futuro. Dicha solución constó de la instalación de nuevos amortiguadores hidráulicos entre los cables y la cubierta del puente. Al mismo tiempo, el equipo fue instalado para controlar el comportamiento del puente a largo plazo.

Existen otros puentes trabajando con este dispositivo, como el puente Dames Point (Florida), el puente de Greenville (Mississippi), el puente de Cape Girardeau (Missouri), el puente Leonard P. Zakim Bunker Hill (Massachusetts), el puente Maysville- Aberdeen (Kentucky) y el puente U.S. Grant (Ohio).

### 3.2.3 Amortiguadores externos e internos

Para suprimir los efectos de vibración en los tirantes de un puente atirantado, existen una gran variedad de amortiguadores, tanto externos como internos. Los amortiguadores externos más utilizados son dispositivos del tipo pasivo, entre los cuales encontramos: amortiguadores de aceite, amortiguadores de fricción, amortiguadores magnetoreológicos (MR), entre otros. Cada uno de estos amortiguadores puede ser empleado dependiendo de las circunstancias a que esté sometido el sistema de atirantamiento. En la siguiente figura 3.5 se muestran algunos ejemplos de amortiguadores.



Figura 3.5 Amortiguadores de aceite, amortiguadores de fricción y amortiguadores magnetoreológicos

En los siguientes párrafos se describen algunos amortiguadores empleados en los puentes atirantados para controlar la vibración de los tirantes inducida por algún mecanismo de excitación (Por ejemplo, viento turbulento, desprendimiento de vórtices, excitación paramétrica).

### 3.2.3.1 Amortiguadores de fricción

Existen varios tipos. Pueden ser de fricción (seca) y una combinación de amortiguamiento de fricción y viscoso. Cada uno de estos amortiguadores puede ser implementado adecuadamente en cada uno de los tirantes dependiendo de sus características, así como la vibración crítica de los tirantes.

Los amortiguadores de fricción, figura 3.6, se basan en los conceptos de disipación de energía a través del desplazamiento relativo entre dos elementos específicos. El amortiguador es activado durante la vibración transversal de los cables, de tal modo que la fuerza de fricción y la reacción del amortiguamiento actúan en contra del movimiento que son producidos por fricciones fuertes y suaves en donde el coeficiente de fricción entre fuertes y suaves es de 0.17 y 0.2, respectivamente.

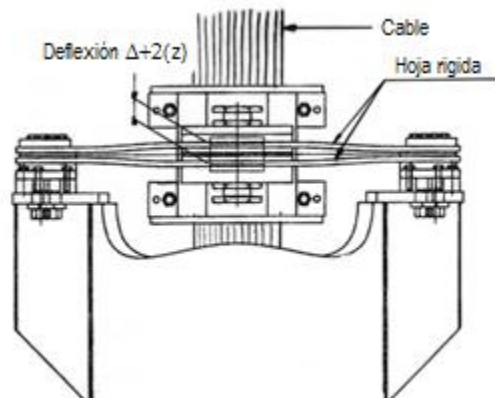


Figura 3.6 Esquema del amortiguadores de fricción

Los amortiguadores de fricción se colocan a una distancia  $\Delta L$  del anclaje cerca de  $0.015(L)$  a  $0.025(L)$ , donde  $L$  es la longitud del cable. Cerca del tablero permiten tener un mejor acceso al sistema de atirantamiento. Para un tablero de concreto el sistema de amortiguación se puede situar en el extremo del tubo guía del tablero y para el tablero de acero se colocará sobre el soporte de acero como se observa en la figura 3.7.

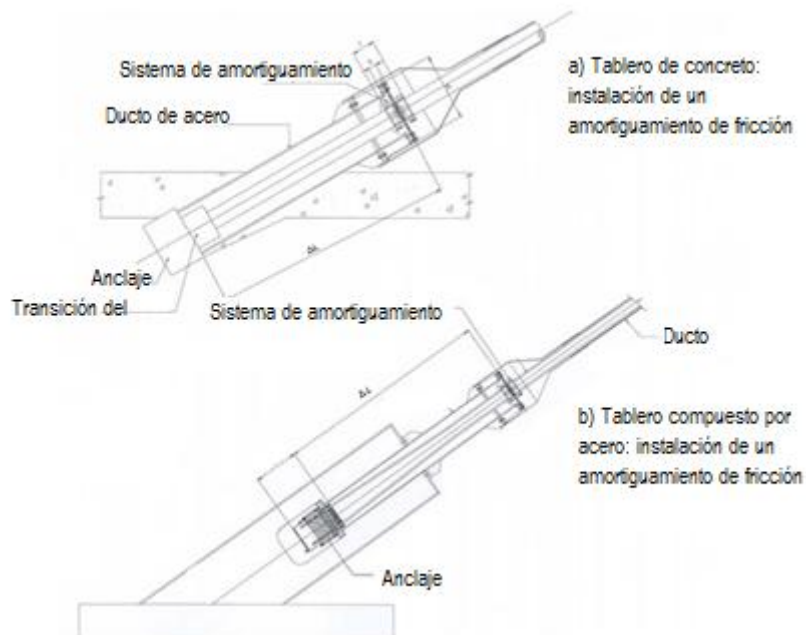


Figura 3.7 localización de los amortiguadores de fricción

### 3.2.3.2 Amortiguadores visco-friccionantes

Los amortiguadores con comportamiento visco-friccionante, figura 3.8, son empleados en puentes atirantados con cables de mediana longitud. Su comportamiento puede ser modelado con la combinación de un resorte que proporcione rigidez/fricción seca y un elemento viscoso. Este dispositivo controla la vibración, disipando la energía provocada por el movimiento del cable. Comúnmente, este amortiguador es fijado en la interface de la estructura y del tirante, usando un dispositivo de soporte y un collarín.



Figura 3.8 Amortiguadores visco-friccionantes

### 3.2.3.3 Amortiguadores viscosos

Los dispositivos con fluidos visco-elásticos (FV), tales como las siliconas o aceites han sido extensamente empleados en sistema de absorción de choque y vibraciones en la industria aeroespacial y militar, y se basan en la resistencia que opone el medio a fluir a través de una restricción. Estos dispositivos han sido adaptados para uso en construcciones civiles y pueden poseer una gran capacidad de disipación de energía.

Los amortiguadores viscosos consisten en el libre movimiento de placas en un material viscoso, que asegura la disipación de energía. Muchos puentes en Japón han utilizado amortiguadores viscosos, debido principalmente a su bajo costo en mantenimiento. Una desventaja importante de este dispositivo es que sus propiedades dependen fuertemente de la temperatura y de las frecuencias de vibrar de la estructura.

Para el diseñador de amortiguadores, el objetivo es proporcionar el coeficiente de amortiguamiento deseado para una temperatura y frecuencias deseadas. En los puentes atirantados es importante colocar el amortiguador en un soporte rígido y una conexión muy estrecha (sin movimientos) entre el amortiguador y el tirante. Generalmente estos amortiguadores se colocan en una distancia entre 1.5 – 3% de la longitud del cable, a partir del punto de unión entre el tirante y el tablero

El amortiguamiento viscoso está formado básicamente por un recipiente inferior que contiene un fluido viscoso de elevada viscosidad (masa viscosa) y un cuerpo superior inmerso en la masa, sin ningún contacto metálico con los compartimientos del recipiente inferior, como se muestra en la figura 3.9.

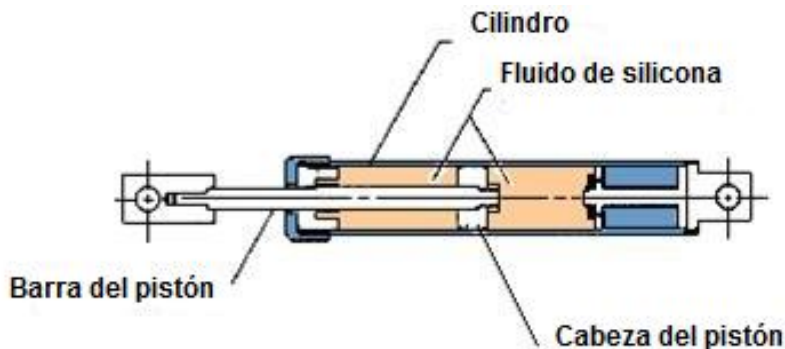
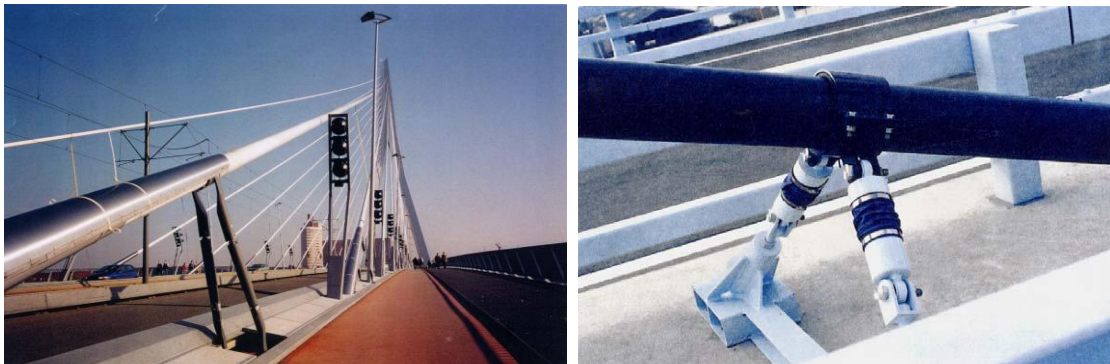


Figura 3.9 Esquema típico de un amortiguamiento viscoso

En la figura 3.10 se muestra el uso de algunos amortiguadores viscosos utilizados en los tirantes de un puente para controlar los mecanismos de vibración.



**Figura 3.10 Amortiguadores viscosos (el fluido empleado es aceite)**

Entre los amortiguamiento viscosos se encuentran también los amortiguadores Magnetoreologicos (MR) que se utilizan para suprimir los efectos de vibración en los tirantes de un puente. Los amortiguadores MR contienen partículas micrométricas polarisables dispersadas en un medio portador como el agua, aceite, o silicona. Cuando un campo magnético se aplica a los líquidos, se forma una cadena de partículas, lo que produce un cambio de un fluido líquido a un semi-sólido. Este cambio es sumamente rápido y reversible.

La primera aplicación de este tipo de amortiguadores para el control de vibración de los cables de un puente fue en el puente del lago Dongting, en China, para disipar energía antes de que se presentaran problemas destructivos provocados por el exceso de vibraciones. (Cai, Wu y Araujo, 2007). Estos amortiguadores mecánicos necesitan estar conectados al tablero, cerca del extremo inferior del cable, para una mejor facilidad en su instalación y operación. La ubicación de estos amortiguadores está entre 1/50 a 1/20 de longitud del tirante, a partir de la conexión entre el tirante y el tablero.

En la Figura 3.11a se muestra el puente Dongting con amortiguadores MR con una capacidad de 2.26 kN para suprimir las vibraciones inducidas por el viento y la inducida por la combinación de lluvia; en la Figura 3.11b se muestra el puente Shandog Binzhou con amortiguadores MR con capacidad de 8kN.

▷



**Figura 3.11 (a) Puente Lake Dongting con amortiguador MR; (b) Puente Binzhou con amortiguador MR**

#### **3.2.3.4 Masas sólidas resonantes**

Como una alternativa a los amortiguadores mecánicos convencionales para reducir las vibraciones de los cable, Tababai y Mehrabi (1999) recomendaron el uso de (amortiguadores de masa sintonizada) masas sólidas resonantes (MSR) por dos razones principales: en primer lugar, se observó en pruebas experimentales que eran más eficientes, y en segundo lugar que éstos pueden ser instalados en cualquier lugar a lo largo de los cables de modo que su capacidad de reducción puede ser aprovechado plenamente véase figura 3.12

Sin embargo, la efectividad de las MSR es muy sensible a la frecuencia de vibración, lo que implica que una MSR diseñada para una frecuencia de vibración específica no puede ser eficaz para otras frecuencias.





Figura 3.12 MSR instalada en un tirante

### 3.2.3.5 Amortiguador elastomérico interno

Es un dispositivo simple, en el que el amortiguador se sitúa alrededor del haz de torones dentro de un tubo metálico denominado tubo guía. Este se une rígidamente a la estructura a través de una conexión atornillada que permite una corrección de la excentricidad y facilita la tarea de inspección. Los amortiguadores elastoméricos internos tienen forma de anillo, la cual se diseña para maximizar el área de cortante cuando el tirante se mueve en cualquier dirección. La distorsión del elastómero con alto amortiguamiento disipa la energía de vibración. Este tipo de dispositivos es recomendable para tirantes de poca longitud.

Este tipo de amortiguador es estético y práctico, debido a que los amortiguadores se localizan dentro de un tubo guía que se encuentra unido al tubo encofrado para no ser visibles desde el exterior. Se pueden adaptar a cualquier tipo de tirantes, son fácilmente desmontables y sustituibles. En la Figura 3.13 se muestra el dispositivo más simple que conforman la gama de amortiguadores internos.

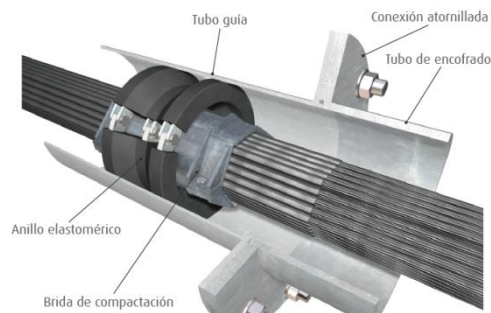
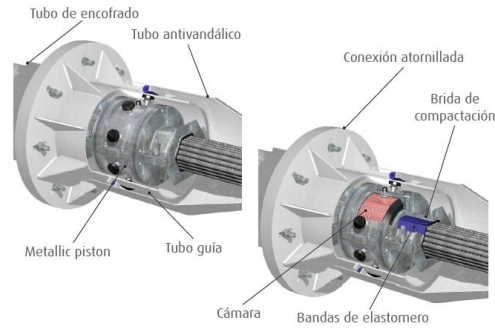


Figura 3.13 Amortiguador elastomérico interno

### 3.2.3.6 Amortiguador hidráulico interno

El amortiguador hidráulico (AH) interno es otro ejemplo más de los amortiguadores internos, se pueden emplear en estructuras nuevas o existentes. Este amortiguador funciona gracias a un flujo viscoso que absorbe la energía del tirante (Figura 3.14).



**Figura 3.14 Amortiguador hidráulico interno**

Dentro del sistema se encuentra un aceite de silicona con una viscosidad optimizada para alcanzar el amortiguamiento requerido, dependiendo de las características del tirante (longitud, masa, fuerza, temperatura, posición del amortiguador, etc.). El uso de este sistema es recomendable para tirantes medianos y cortos. En la figura 3.15 se muestra un esquema del comportamiento del amortiguador hidráulico interno.



**Figura 3.15 Sistema del amortiguador hidráulico interno**

La siguiente figura 3.16 muestra el puente Millau (Francia) y el puente Centenario (Panamá) con este sistema de amortiguamiento, utilizado para reducir las vibraciones provocadas por el viento en los tirantes.



**Figura 3.16 Amortiguadores: (a) Puente Millau; (b) Puente del Centenario**

En resumen, se puede mencionar que existen una gran cantidad de amortiguadores para reducir las vibraciones en los tirantes. A continuación se muestra una tabla con algunos puentes atirantados que resultaron afectados por los efectos de vibración excesiva, así como los dispositivos empleados para mitigarla.

**Tabla 3.1 Dispositivos empleados en puentes atirantados para mitigar la vibración**

Nombre del puente	Localización	Longitud máxima libre (m)	Observación	Amplitud de vibración (m)	Mitigación
Normandy	Le Havre, Francia	853.44	La vibración del cable ocurría a velocidades de 1-2 m/s	1.52	Instalación de amortiguador viscosos
Second	Bristol, United	457.2	Vibración del cable con	0.457-1.52	Instalación de un

Severn	Kingdom		o sin lluvia		cable transversal
Helgeland	Sandnessjoen, Norway	426.7	Vibración de los cables largos; dependiendo del movimiento de la cubierta	0.61	Instalación de un cable transversal
Meiko Nishi	Aichi, Japon	403.8	Vibraciones durante lluvia ligera y velocidades de viento bajas	0.548	Instalación de un cables transversal
Tjorn Bridge	Gothenburg, sweden	359.6	Vibración durante lluvia ligera		Instalación de amortiguador viscoso
Tenpozan	Osaka, Japón	350.5	Vibración durante lluvia y velocidades del viento de 10m/s	1.98	
Kohlbrandt	Hamburg, Alemania	326.1		1	Instalación de amortiguador viscoso
Brotonne	Rouen, Francia	320	Vibración del viento a 15m/s	0.61	Instalación de amortiguador viscoso
Yobuko	Saga, Japón	249.936	Vibración durante lluvia ligera	0.1524	Instalación de cable transversal
Aratsu	Kyushu Island, Japón	185.93	Vibración durante lluvia ligera	0.6096	Instalación de amortiguador viscoso
Wandre	Wandre, Belgium	167.64	Vibración durante lluvia ligera y viento a 10 m/s	0.48758	
Alzette	Luxembourg	129.54	Vibración durante llovizna y viento ligero		Amortiguamiento interno con neopreno
Weirto-Steubenville	West Virginia, United States	249.936	Vibración cuando los vientos son paralelo a la cubierta	0.61	Instalación de amortiguador viscoelástico en el extremo

## Capítulo 4

# MODELACIÓN MATEMÁTICA, MECANISMOS DE VIBRACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE LOS ANÁLISIS

## 4.1 Modelación matemática

Para la modelación matemática de los tirantes se consideró lo siguiente:

- El cable es perfectamente flexible y posee una rigidez a flexión despreciable, como consecuencia se puede asumir que en los apoyos de los tirantes se tiene un comportamiento similar al de una articulación.
- Las deflexiones transversales de los tirantes, no generan una tensión adicional al cable.
- El cable puede ser discretizado en elementos pequeños para modelar cables con curvatura.
- Las fuerzas debidas a turbulencia atmosférica o desprendimiento de vórtices alternantes pueden aplicarse en los nodos.

Los tirantes son estructuras que siempre estarán sujetas a tensión; así, al aplicar tensado al tirante, éste puede modificar su comportamiento ante las acciones dinámicas. La siguiente figura muestra la variación de la primera frecuencia de vibrar de un tirante, normalizada con respecto a la frecuencia de modos superiores, con respecto a la tensión del tirante. Se observa que al tensionar cada vez más el cable las frecuencias de vibrar del mismo aumentan. Esto puede ser un factor importante en cuanto a su comportamiento ante las acciones dinámicas.

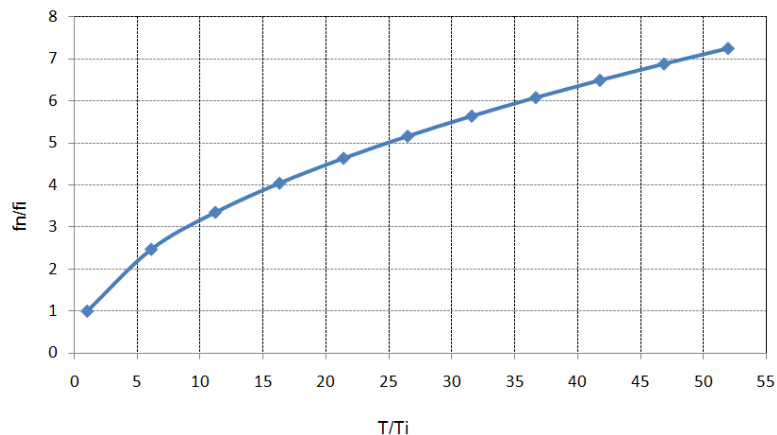


Figura 4.1 Variación de la frecuencia normalizada con la tensión

$f_1$  primera frecuencia de vibrar del cable  
 $f_n$  "n" frecuencias de vibrar del cable

$T_i$  tensión inicial del cable  
 $T$  variación de tensión en el cable

Las frecuencias modales considerando la tensión pueden obtenerse con la siguiente expresión, la cual contempla que las deflexiones son pequeñas o casi nulas.

$$f = \frac{n}{2L} c = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{m}} \quad (4.1)$$

donde  $n$  es el número del modo de vibrar,  $L$  es la longitud efectiva del tirante,  $T$  es la tensión del tirante (en toneladas), y  $m$  es la masa del tirante por unidad de longitud. La expresión anterior puede darse en términos de tensión como se muestra a continuación .

$$T = 4L^2 f^2 \frac{w}{g} \quad (4.2)$$

donde  $w$  es el peso del cable por unidad de longitud (t/m) y  $g$  es la aceleración de la gravedad (9.81m/s<sup>2</sup>).

Un aspecto importante en la modelación de los tirantes es la no linealidad geométrica, la cual está relacionada con las grandes deformaciones que este tipo de elementos pueden presentar. En la Figura 4.2 se muestra un esquema de tirantes sometidos a deformaciones después de su colocación. Es posible apreciar de la figura que las deformaciones introducen cambios en la longitud del tirante, lo que produce una rotación de cuerpo rígido e induce una curvatura en el mismo.

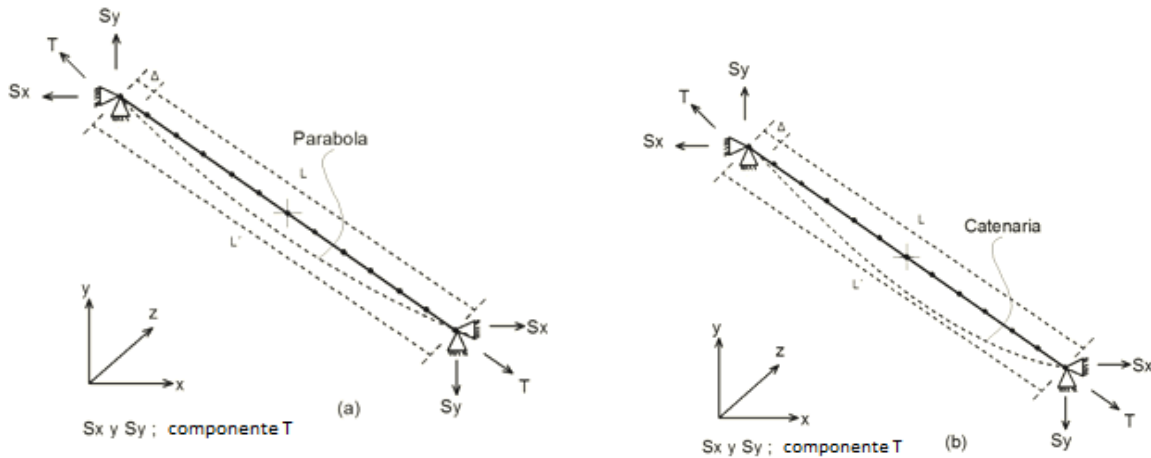


Figura 4.2 Tirante: (a) deformación parabólica; (b) catenaria

El cambio de longitud y la rotación de cuerpo rígido del tirante pueden incluirse en la matriz de rigidez elástica, en función de los desplazamientos en los extremos del elemento. Los términos que se adicionan a la matriz de rigidez elástica quedan definidos por la matriz de rigidez geométrica, la cual se escribe como:

$$[Kg] = \frac{T}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Así, la matriz de rigideces del tirante considerando la no linealidad geométrica está dada por:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{bmatrix} = \left\{ \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{T}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

la cual puede ser re-escrita en forma matricial como:

$$\{S\} = \{[K_e] + [K_g]\}\{v\} \quad (4.5)$$

donde  $\{S\}$  es el vector de fuerzas que actúan sobre el tirante,  $[K_e]$  representa la matriz de rigidez elástica,  $[K_g]$  es la matriz de rigidez geométrica y  $\{v\}$  es el vector de desplazamientos en la dirección “x” y “y” en cada extremo del cable. Es importante mencionar que la ecuación (4.4) es válida para un tirante horizontal, y que la matriz de rigideces de un tirante, considerando la rigidez geométrica, depende de su orientación. La deformación inicial de un tirante debido a su peso propio puede cuantificarse mediante el cálculo del factor lineal de curvatura, el cual está definido por:

$$\delta = \frac{s}{L} \quad (4.6a)$$

$$s = \frac{g}{32f^2} \quad (4.6b)$$

donde  $\delta$  es el factor lineal de curvatura,  $L$  es la longitud del cable,  $s$  es el valor de curvatura del cable,  $f$  es la frecuencia de vibración del cable y  $g$  es la aceleración de la gravedad. Así, debido a su peso propio, un tirante puede adoptar diversas configuraciones deformadas, como es el caso de una deformación de tipo catenaria o parabólica. En muchas ocasiones, puede emplearse la función de la parábola para definir la configuración inicial del tirante.

Con la finalidad de tomar en cuenta los efectos de la no linealidad geométrica en la modelación matemática de un tirante, se empleó el programa ANSYS (2007), el cual cuenta con una librería que contiene una gran variedad de elementos estructurales (entre muchos otros elementos no estructurales) y tipos de análisis. Para la elaboración de los modelos matemáticos de los tirantes se empleó el elemento BEAM4, el cual es un elemento uniaxial, que puede trabajar a tensión, compresión, torsión e incluye los efectos de grandes deflexiones, permitiendo así tomar en cuenta los efectos de la no linealidad geométrica del cable. La siguiente figura muestra un esquema del modelo matemático de un tirante tipo.

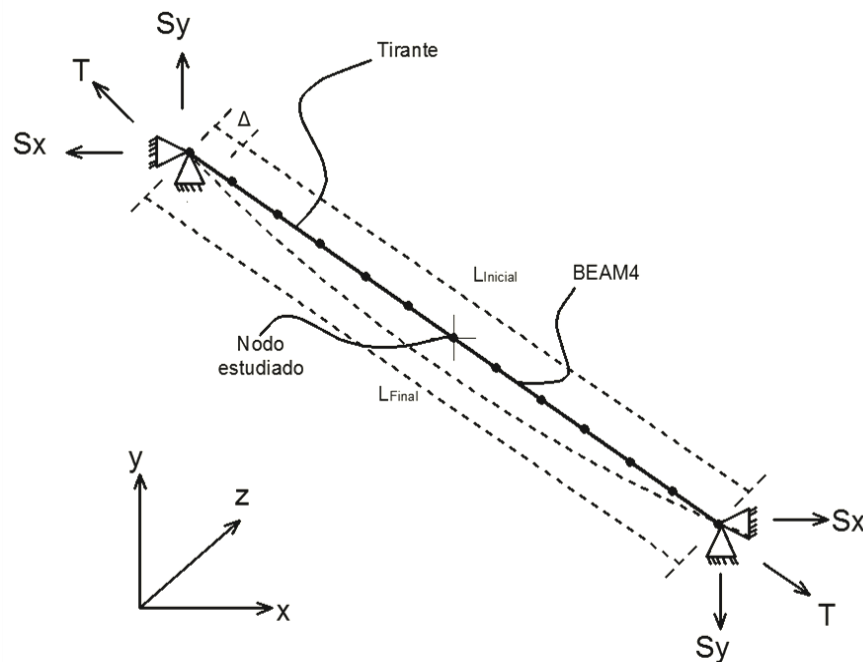


Figura 4.3 Esquema del modelo matemático de un tirante empleando el elemento BEAM4

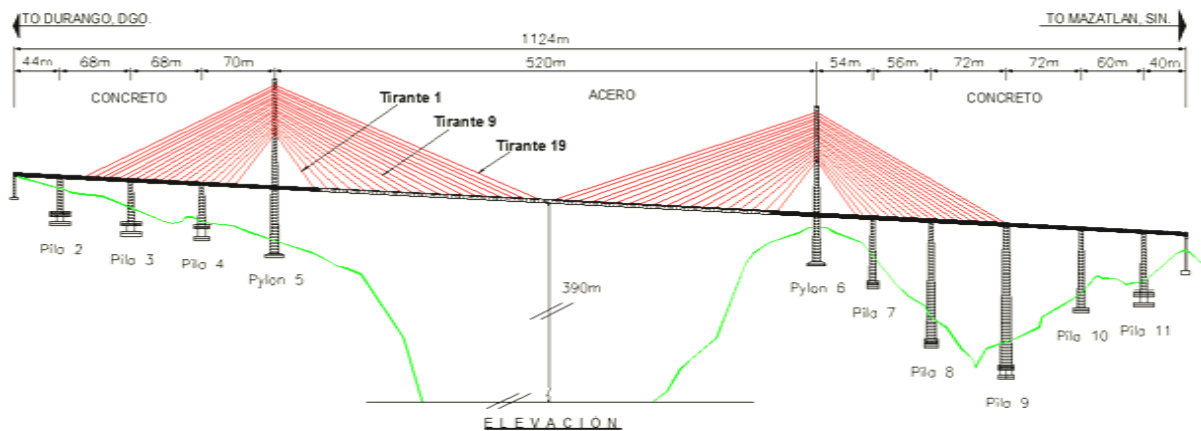
En la figura anterior, el tensado inicial en el elemento BEAM4 es expresado en términos de la diferencia de longitud del tirante ( $\Delta$ ).

Las dimensiones de los tirantes, así como sus propiedades mecánicas, fueron consideradas para caracterizar al modelo matemático.

Para los análisis se consideró pertinente modelar tres tirantes con geometría y longitud diferentes. Las propiedades de los tirantes se tomaron de los planos del proyecto ejecutivo del puente atirantado “El Baluarte”, el cual se encuentra en construcción. Un resumen de las propiedades de los tirantes se presenta en la Tabla 4.1, y en la Figura 4.4 se muestra la localización de los tirantes con respecto al puente.

**Tabla 4.1 propiedades de los tirantes**

Propiedad/Característica	Tirante 1	Tirante9	Tirante19
<b>Longitud (m)</b>	53.639	144.652	262.611
<b>Área total efectiva (mm<sup>2</sup>)</b>	2620.47	2950.34	4248.40
<b># de torones</b>	27	30	43
<b>Diámetro exterior (m)</b>	0.3293	0.3239	0.3680
<b>Masa total (kg)</b>	2502.03	6541.34	16333.72
<b>E material (N/mm<sup>2</sup>)</b>	194924.7	194924.7	194924.7
<b>Tensión (N)</b>	2284949.45	2229051.55	4303158.02
<b>Inclinación del cable (<math>\theta</math>)</b>	45.35	25.14	18.06



**Figura 4.4 Localización de los tirantes seleccionados**

La selección de los tirantes mostrados en la figura anterior se justifica, que tirantes con mayores longitudes son más sensibles a los efectos dinámicos.

Se realizó un análisis de convergencia para determinar el grado de discretización del elemento BEAM4 considerado en la modelación de los tirantes. Lo anterior con la finalidad de obtener mayor exactitud en los resultados requeridos durante los análisis. La siguiente tabla muestra un resumen del número de elementos empleados en la discretización y la variación de las primeras 2 frecuencias de vibrar.

**Tabla 4.2 frecuencias del tirante 19 dividida a diferentes segmentos**

Modos	12 elem	24 elem	48 elem	96 elem	192 elem	384 elem
	Frecuencias	Frecuencias	Frecuencias	Frecuencias	Frecuencias	Frecuencias
1	0.497	0.497	0.497	0.497	0.497	0.497
2	1.369	1.369	1.369	1.369	1.369	1.369

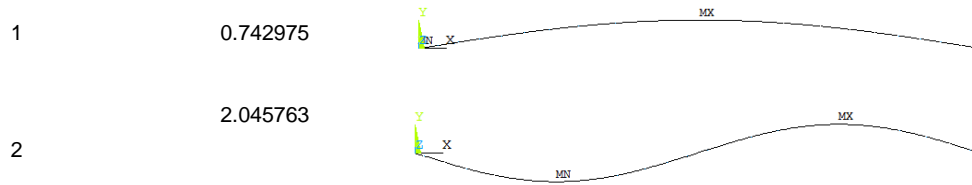
Se observa en la tabla 4.2 que al segmentar el tirante en 12, 24, 48, 96, 192 y 384 elementos, las frecuencias son prácticamente idénticas para los primeros dos modos de vibrar; sin embargo, se optó por discretizar el tirante en 100 elementos, lo anterior con la intención de facilitar la aplicación de las fuerzas turbulentas del viento.

La siguiente tabla resume las primeras dos formas modales de cada uno de los tirantes considerados.

**Tabla 4.3 Formas y frecuencias modales de los tirantes analizados**

<i>Tirante 1</i>		
Modos de vibrar	Frecuencia Natural (Hz)	Formas Modales
1	1.858	
2	5.118	
<i>Tirante 9</i>		

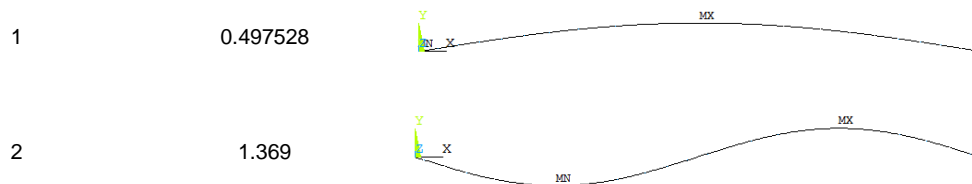




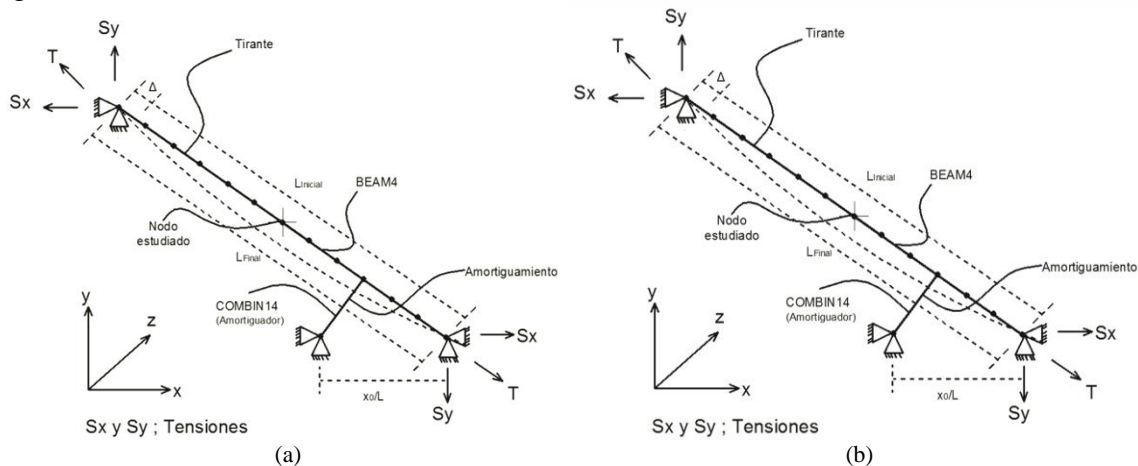

---

***Tirante 19***

---



Para la modelación de los tirantes con amortiguador, se emplearon los modelos matemáticos descritos anteriormente, y se utilizó el elemento COMBIN14, el cual puede replicar el comportamiento de un amortiguador viscoso lineal o no lineal. Aunado al amortiguador viscoso, también se consideró un amortiguamiento más: un amortiguador de fricción. El amortiguador viscoso se empleó para el estudio de la vibración de los tirantes inducida por la turbulencia atmosférica y el mecanismo de desprendimiento de vórtices alternantes. Y el amortiguador de fricción se empleó para el estudio de la vibración inducida por la excitación paramétrica. La siguiente figura 4.5 muestra un esquema del tirante con un amortiguador del tipo viscoso y un amortiguador de fricción.



**Figura 4.5 Modelo del tirante con amortiguador: (a) Amortiguador viscoso; (b) amortiguador de fricción**

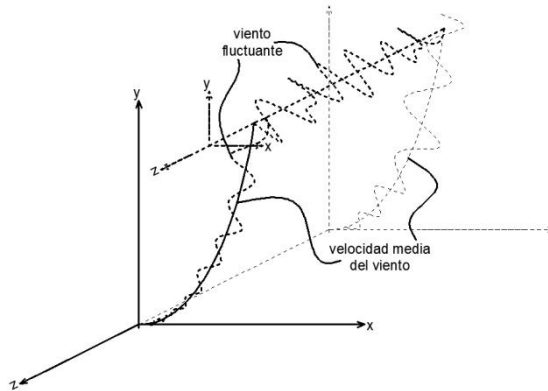
## 4.2 Mecanismos de vibración

### 4.2.1 Simulación de fuerzas inducidas por turbulencia atmosférica

Existen varios métodos para simular las velocidades o fuerzas del viento atmosférico. La simulación digital de una señal es un requisito previo para una correcta implementación del análisis de la respuesta estructural inducida por el viento, considerando la variación espacio-temporal. Para simular fenómenos aleatorios, como es el caso de la turbulencia atmosférica, es común utilizar

técnicas de Montecarlo, las cuales son procedimientos de cálculo numérico que emplean una secuencia de números aleatorios para reproducir una o más variables aleatorias, con función o funciones de densidad de probabilidad predefinidas.

En cuanto al viento atmosférico, éste es representado por un campo de velocidades medias que varía espacialmente. La velocidad media del viento puede ser descrita mediante expresiones empíricas o teóricas, como es el caso de la ley potencial o ley logarítmica. Un componente más del campo de velocidades es la velocidad turbulenta, la cual toma en cuenta las fluctuaciones de velocidad en el tiempo y espacio de manera aleatoria. Una representación del campo de velocidades se muestra en la Figura 4.6.



**Figura 4.6 Esquema de la velocidad media y fluctuante del viento**

Las fuerzas medias del viento atmosférico para cada uno de los tirantes considerados fueron estimadas con base en la siguiente expresión:

$$\bar{F}_D(y) = \frac{1}{2} \rho C_D A_e \bar{V}^2(y) \quad (4.7)$$

donde  $\bar{F}_D(y)$  es la fuerza de arrastre media del viento,  $\rho$  es la densidad del aire,  $C_D$  es un coeficiente de arrastre, considerado igual a 1.2,  $A_e$  es el área expuesta del tirante y  $\bar{V}(y)$  es la velocidad media del viento, la cual varía con la altura. Si la función potencial es empleada para caracterizar la velocidad media del viento, se puede utilizar la siguiente expresión (Davenport, 1960):

$$\bar{V}(y) = \bar{V}_{10} \left( \frac{y}{10} \right)^\alpha \quad (4.8)$$

En la ecuación anterior,  $\bar{V}_{10}$  representa la velocidad media del viento a una altura de 10m y  $\alpha$  es una potencia que depende de la rugosidad del terreno, como se muestra en la siguiente tabla.

***Tabla 4.4 Valores del exponente de Hellmann en función de la rugosidad del terreno***

Lugares llanos con hielo o hierba	$\alpha = 0.08 , 0.12$
Lugares llanos (mar, costa)	$\alpha = 0.14$
Terrenos poco accidentados	$\alpha = 0.013 , 0.16$
Zonas rústicas	$\alpha = 0.2$
Terrenos accidentados o bosques	$\alpha = 0.2 , 0.26$
Terrenos muy accidentados y ciudades	$\alpha = 0.25 , 0.4$

Las fuerzas medias del viento fueron estimadas empleando las ecuaciones (4.7) y (4.8). Debido a que la zona de construcción del puente es muy accidentada, se consideró conveniente emplear un valor de  $\alpha$  igual a 0.4. Para los análisis se consideraron diferentes valores de  $\bar{V}(y)$  y las fuerzas del viento fueron aplicadas en los nudos a lo largo del tirante, como se muestra en la siguiente figura. La línea horizontal punteada mostrada en la Figura 4.7 representa el tablero del puente. Todos los análisis realizados consideran la velocidad media del viento a la altura del tablero como valor de referencia.

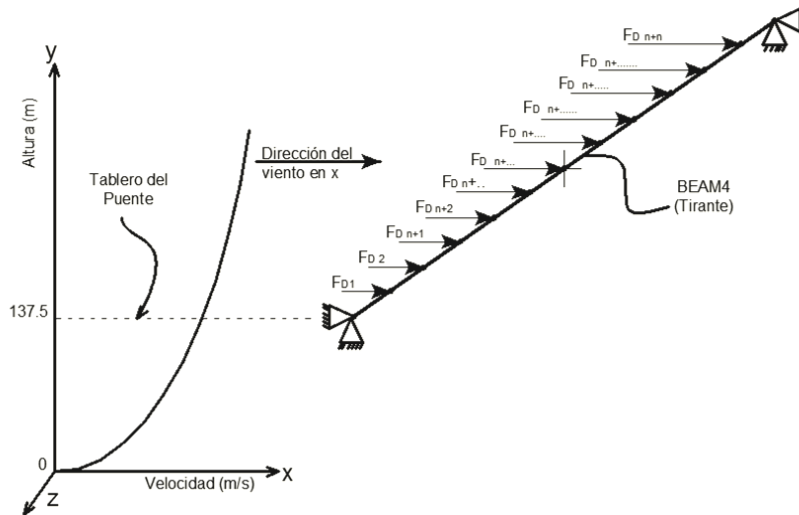


Figura 4.7 Esquema de las fuerzas del viento inducida sobre el tirante

El uso de algoritmos matemáticos útiles en técnicas de simulación se ha vuelto muy popular. En particular, en la simulación de fuerzas turbulentas del viento se han empleado métodos de simulación que utilizan la superposición de armónicos, los cuales son obtenidos con base en la función de densidad de potencia espectral (FDPE) de las fuerzas turbulentas (Pozos-Estrada, 2009). Aunado a este tipo de métodos, el uso de la descomposición de la matriz de densidad de potencia espectral de las velocidades turbulentas del viento (Di Paola, 1998) también se ha empleado para simular velocidades turbulentas y con base en éstas, obtener la fuerzas del viento turbulento.

La simulación de velocidades turbulentas del viento utilizando la combinación de ruido blanco y coeficientes del método Auto Regresivo de Media Móvil (ARMM) se ha utilizado para generar muestras de velocidades del viento con valor medio y varianza predefinidos (Samaras et al., 1985; Chay et al., 2006). En este trabajo, la metodología propuesta por Samaras (1985) y Chay et al. (2006) es adoptada para la simulación de fuerzas turbulentas del viento, debido a que los efectos espacio-temporales en los tirantes son de importancia.

El método ARMM consiste en combinar un vector de ruido blanco Gaussiano,  $\{\varepsilon_i\}$ , con los coeficientes de la media móvil,  $\{\alpha_k\}$ , y de la auto regresión,  $\{\beta_j\}$ , con la finalidad de generar una muestra de un proceso estocástico estacionario (Pourahmadi, 2001). En particular, si la velocidad del viento turbulento con media cero y varianza igual a uno es necesaria, la ecuación (4.9) muestra la relación para obtener una muestra de dicha variable con base en los coeficientes del método ARMM y con las condiciones estadísticas mencionadas previamente.

$$\{v_n(y, t)\} = \sum_{i=1}^p [\alpha_i] \{v_n(y, t - i\Delta t)\} + \sum_{i=0}^q [\beta_i] \{\varepsilon_i\} \quad (4.9)$$

donde  $\{v_n(y, t)\}$  es un vector de velocidades normalizadas del viento turbulento para cualquier instante en el tiempo  $t$  a diferentes alturas  $y$ . Los órdenes de la Auto Regresión y Media Móvil se definen por  $p$  y  $q$ , respectivamente. Mediante un pre-análisis de prueba y error, se consideró suficiente utilizar un orden de  $p$  y  $q$  igual a 5 y 5, respectivamente.

Para determinar los coeficientes  $\{\alpha_k\}$  y  $\{\beta_i\}$ , es necesario definir la FDPE del viento turbulento y la función de coherencia para modelar la correlación espacial de la velocidad del viento. La FDPE del viento turbulento describe el contenido de energía en la turbulencia. Así, las fluctuaciones de la turbulencia pueden concebirse como el resultado de la superposición instantánea de remolinos de dimensiones diferentes, con movimientos periódicos asociados a un número de onda, definido como:

$$K = 2\pi m / \bar{V} \quad (4.10)$$

donde  $\bar{V}$  es la velocidad media del viento. La FDPE del viento turbulento utilizada en este estudio es la propuesta por Kaimal (1972), la cual se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{nS(n)}{\sigma_v^2} = \frac{22y/\bar{V}(y)}{(1 + 33fy/\bar{V}(y))^{5/3}} \quad (4.11)$$

donde  $\sigma_v^2$  es la varianza del viento turbulento y  $f = nz/\bar{V}(y)$  es la coordenada de Monin. La varianza está dada por la siguiente ecuación:

$$\sigma^2 = (I_U \bar{V}(y))^2 \quad (4.12)$$

donde  $I_U$  es un coeficiente adimensional denominado intensidad de turbulencia.

La intensidad de turbulencia también puede ser expresada por la ley potencial (Zhou et al., 2002) dada por:

$$I(y) = c.(y/10)^{-d} \quad (4.13)$$

donde  $c$  y  $d$  son constantes que dependen del tipo del terreno. La ecuación (4.13) fue determinada con base en lo dispuesto por algunos códigos y normas internacionales, como se muestra en la Tabla 4.5.

**Tabla 4.5 Perfil de intensidad de turbulencia de acuerdo con códigos y normas**

Terreno	ASCE 7		AS1170.2	
	$c$	$d$	$c$	$d$
A	0.450	0.167	0.453	0.300
B	0.300	0.167	0.323	0.300
C	0.200	0.167	0.259	0.300
D	0.150	0.167	0.194	0.300

La expresión (4.13) junto con los coeficientes  $c$  y  $d$ , para terreno tipo A de la ASCE 7, fueron empleados para determinar la intensidad de turbulencia. Cabe mencionar que las normas ASCE 7 consideran un valor de promediación de la velocidad media del viento de 3 segundos, al igual que las normas mexicanas.

Aunada a la FDPE del viento turbulento, la coherencia cuantifica la correlación cruzada de componentes análogas de la turbulencia, en diferentes puntos del espacio. Esta función tiende a cero a medida que la distancia  $\Delta y$  entre los puntos y el número de onda  $n/\bar{V}$  aumenta. Este concepto fue introducido por Davenport (1968) quien propuso un modelo simple para expresar la coherencia de las componentes longitudinales de la turbulencia entre puntos alineados en direcciones perpendiculares. La función de coherencia propuesta por Davenport (1968) está dada por la siguiente expresión:

$$coh(y_i, y_j, f) = exp \left[ -\frac{f C_y |y_i - y_j|}{[\bar{V}(y_i) + \bar{V}(y_j)]/2} \right] \quad (4.14)$$

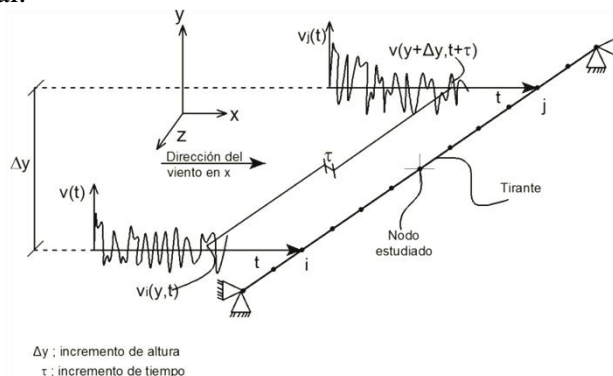
donde  $|y_i - y_j|$  es la diferencia de alturas entre un punto  $i$  y un punto  $j$ ,  $\bar{V}(y_i)$  y  $\bar{V}(y_j)$  es la velocidad media tomada en un punto  $i$  y un punto  $j$  y  $C_y$  es un coeficiente que toma en cuenta el decaimiento exponencial que describe el efecto de la separación en la altura  $y$ .

Las ecuaciones (4.11) a (4.14) fueron empleadas para determinar los coeficientes de auto-regresión y media móvil mediante su implementación numérica como se puede observar en el apéndice B, y las velocidades del viento turbulentas fueron estimadas con la ecuación (4.9). Una vez que las velocidades turbulentas del viento, considerando la variación espacio-temporal, fueron determinadas, las fuerzas turbulentas del viento se calcularon con la siguiente expresión:

$$F_D(y, t) = \rho C_D A_e \bar{V}(y) v(y, t) \quad (4.15)$$

Es importante señalar que  $v(y, t)$  es igual a  $v_n(y, t)$  (la velocidad normalizada del viento con media cero y varianza igual a uno), multiplicada por la varianza de  $v(y, t)$ , denotada por  $\sigma_v$ . Lo anterior permite escalar la fuerza turbulenta del viento.

La siguiente figura ejemplifica la aplicación de las fuerzas del viento turbulento considerando la variación espacio-temporal.



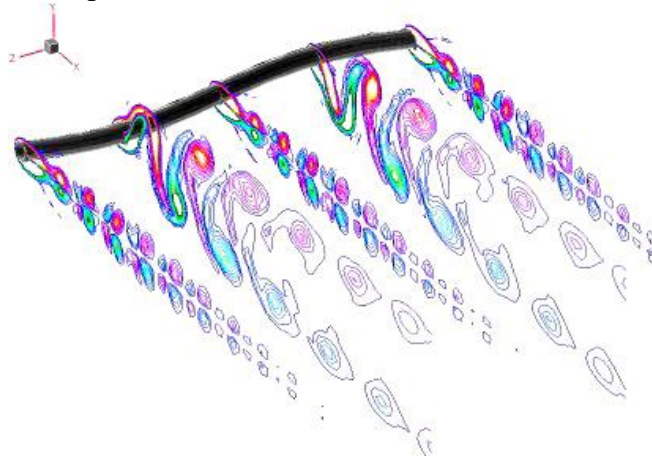
**Figura 4.8 Aplicación de las fuerzas turbulentas considerando la variación espacio-temporal**

#### 4.2.2 Simulación de fuerzas inducidas por el desprendimiento de vórtices alternantes

Para el diseño de estructuras o elementos estructurales esbeltos como son los cables, chimeneas, torres y tableros de los puentes, la respuesta transversal del viento (la dirección perpendicular al flujo longitudinal del viento) es a menudo el dominante y puede estar por encima de la respuesta longitudinal del viento turbulento. La respuesta dinámica del viento longitudinal puede ser prevista

con cierta exactitud usando el factor de ráfaga. El mecanismo de excitación transversal del viento, ha demostrado ser mucho más complejo de lo que se piensa y aunque ha habido avances significativos en el estudio de estos mecanismos, ningún método analítico generalizado es viable para calcular la respuesta transversal del viento con suficiente grado de confiabilidad. En muchos de los casos, es necesario realizar pruebas en los túneles de viento para conocer con exactitud los fenómenos aeroelásticos en la estructura, incluyendo el efecto del viento transversal, y así determinar su respuesta.

La fuente más común de excitación transversal del viento es la excitación por estela que está asociada con el desprendimiento de vórtices. El desprendimiento de vórtices tiene un periodo dominante, que está definido por el número de Strouhal. Así, la estructura estará sujeta a cargas de presiones periódicas como resultado de fuerzas transversales del viento sobre ésta. Esto da lugar a cargas fluctuantes perpendiculares a la dirección viento, lo que causa vibraciones laterales (ver Figura 4.9). La frecuencia de desprendimiento, en muchos casos es constante, depende de la forma y el tamaño de la estructura, la velocidad del flujo, y en menor grado, de la rugosidad de la superficie. Para una sección no circular dependerá también de la dirección del viento.



**Figura 4.9** Desprendimiento de vórtices en un tirante

Aunque el mecanismo de desprendimiento de vórtices y las características de las fuerzas de levantamiento han sido sujeto de mucho estudio, la información disponible no permite predecir con suficiente exactitud estas oscilaciones. El movimiento es a menudo visto como una oscilación forzada debido a la fuerza de levantamiento, la cual se puede escribir como:

$$F_L = \frac{1}{2} \rho D V^2 C_L \quad (4.16)$$

donde  $C_L$  coeficiente fluctuante de levantamiento.

Debido a que los vórtices se liberan alternadamente, de un lado a otro, la carga lateral varía armónicamente con la misma frecuencia cuando los vórtices son formados. La frecuencia  $f_s(y)$  causada por la carga lateral, es decir, por el desprendimiento de vórtices localizado en  $y$  es:

$$f_s(y) = St \frac{V(y)}{D(y)} \quad (4.17)$$

donde  $V(y)$  es la velocidad media del viento a la altura  $y$ ,  $D(y)$  el diámetro del cable y  $St$  es el número de Strouhal que está en función del número de Reynolds, la rugosidad de la superficie y del nivel de turbulencia. En la ecuación (4.17) observamos que la frecuencia de desprendimiento de vórtices aumenta conforme aumenta la velocidad del viento y si el diámetro es de mucho menor tamaño.

Es importante notar que para una sección cuadrada o rectangular, el número de Strouhal es casi independiente del número de Reynolds. En cambio, para una sección circular el número de Strouhal puede variar con los diferentes regímenes de flujo, caracterizados por el número de Reynolds. Las tres principales regiones son: la región subcrítica  $R < 3 \times 10^5$ , la región supercrítica  $3 \times 10^5 \leq R \leq 3 \times 10^6$  y la región transcítica  $R > 3 \times 10^6$ . El valor aproximado del número de Strouhal para el rango subcrítico es de 0.2 y para el rango transcítico es de 0.25.

Es importante señalar que  $f_s$  es la frecuencia de desprendimiento de torbellinos de un solo lado del obstáculo, por lo que la frecuencia de desprendimiento de todos los torbellinos desprendidos, contando los que se generan en uno y otro lado del obstáculo, será  $2f_s$ . Pueden ocurrir vibraciones importantes si la frecuencia dominante de desprendimiento de vórtices,  $f_s$ , es igual a la frecuencia de vibrar de la estructura,  $f_n$ , en particular con la primera, pues se puede presentar un fenómeno de resonancia que amplifica la respuesta de la estructura. Por lo tanto, la velocidad crítica para la aparición de vórtices,  $V_r$ , se define cuando  $f_s = f_n$ ,

$$V_m = V_r = \frac{f_n D}{St} \quad (4.18)$$

Se ha observado en estudios experimentales que en un punto de resonancia, la frecuencia de vibrar del cable puede controlar el fenómeno de desprendimiento de vórtices aún cuando se varíe la velocidad del flujo, este fenómeno es conocido como bloqueo (*lock-in*).

El efecto de bloqueo sobre el desprendimiento de vórtices es representado en la Figura 4.10, en donde se muestra que en la región de bloqueo la frecuencia de desprendimiento de vórtices permanece constante con la velocidad de flujo incidente.

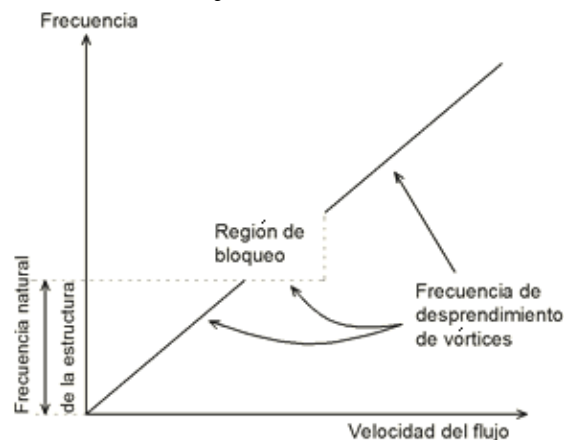
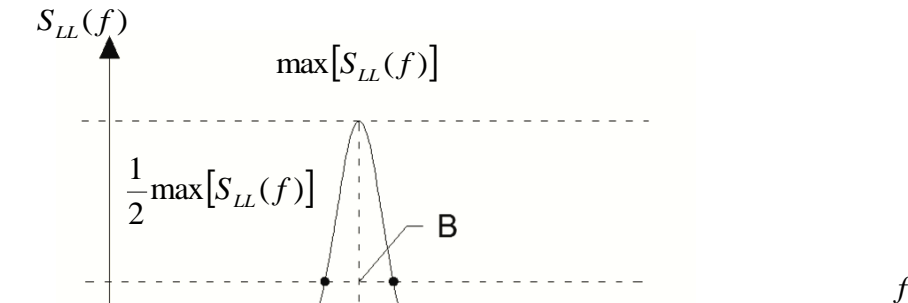


Figura 4.10 Esquema de la frecuencia de desprendimiento de vórtices con la velocidad del viento

En la figura 4.10 se distinguen tres tramos: inicialmente la frecuencia de desprendimiento aumenta linealmente con la velocidad de la corriente incidente. Cuando se alcanza la primera frecuencia de resonancia de la estructura,  $f_r$ , aparece una zona de bloqueo en la que la frecuencia de desprendimiento es constante, y sincronizada con la primera frecuencia natural de la estructura. Pasada por esta zona de bloqueo, la frecuencia de los torbellinos desprendidos vuelve a ser una característica aerodinámica en vez de estar gobernada por el comportamiento elástico de la estructura, de modo que la frecuencia vuelve a crecer otra vez linealmente con la velocidad de la corriente incidente.

En diversos estudios se ha encontrado que la respuesta máxima ocurre cuando la frecuencia de desprendimiento de vórtices coincide con los primeros modos de vibrar de la estructura; en el caso

de los tirantes de un puente, en donde las frecuencias son bajas, los tirantes son más susceptibles a ser excitados por los desprendimiento de vórtices generando grandes desplazamientos. En la siguiente Figura 4.11 se muestra el espectro de levantamiento que es provocado por este fenómeno (desprendimiento de vórtices) sobre una estructura de sección circular. El espectro es de banda estrecha, en la cual se observa el intervalo en que se concentra la energía sobre una frecuencia dominante  $f_s$ .



**Figura 4.11** Espectro de levantamiento inducido por el desprendimiento de vórtices (para el rango subcrítico y transcrito)

La expresión matemática que describe al espectro mostrado en la figura anterior fue propuesto por Vickery y Clark (1972) con base en investigación experimental, y está dada por:

$$\frac{f S_{LL}(f)}{\overline{W_{LV}^2}} = \frac{f}{\sqrt{\pi B f_s}} \exp \left\{ - \left( \frac{1 - f/f_s}{B} \right)^2 \right\} \quad (4.19)$$

donde  $\overline{W_{LV}^2}$  es la varianza de la fuerza de levantamiento, B es el ancho de banda que es una medida a dimensional de la banda de frecuencias (ver Figura 4.11) y se encuentra a la mitad del pico máximo del espectro de levantamiento. Si no hay turbulencia, el espectro contiene sólo contribuciones cerca de la frecuencia de desprendimiento de vórtices  $f_s$ .

Para medir a gran escala la carga del viento en una sección circular situada en la capa límite atmosférica se sugiere que el ancho de banda espectral sea aproximadamente de la siguiente forma:

$$B(z) = 0.1 + 2I_u(z) \quad (4.20)$$

donde  $I_u(z)$  es una intensidad de turbulencia longitudinal del viento, dada por Vickery (1995), la cual se expresa de la siguiente manera:

$$I_u = \frac{\sigma_U}{V(y)} \quad (4.21)$$

A pequeña escala, la turbulencia generada cerca de la estructura no tiene un efecto pronunciado sobre el ancho de banda espectral de la carga neta del viento, en donde la aproximación del ancho de banda espectral sería de 0.1. Mientras que para una escala de turbulencia mayor, el ancho de banda espectral es aproximadamente de 0.25.

El espectro descrito por la ec. (4.19) es caracterizado por tres parámetros: el coeficiente de sustentación debido al desprendimiento de vórtices, el número de Strouhal y el ancho de banda. Es importante mencionar que dicho espectro sólo representa el mecanismo de desprendimiento de vórtices.

Al igual que en el caso de la turbulencia atmosférica, es necesario conocer la función de coherencia para llevar a cabo la simulación. Una función de coherencia para el caso de desprendimiento de



vórtices es la propuesta por Vickery y Clark (1972), la cual fue obtenida con base en resultados experimentales. Esta función de coherencia se expresada de la siguiente manera:

$$Coh(y_1, y_2, f_s) = \cos\left(\frac{2r}{3l}\right) \exp\left\{-\left(\frac{r}{l}\right)^2\right\} \quad (4.22)$$

donde  $r = \frac{2|y_1 - y_2|}{[D(y_1) + D(y_2)]}$  que es una función a-dimensional que está en función de las alturas  $y_1$  y

$y_2$ , y  $l$  es la correlación longitudinal con un valor cercano a la unidad o tal vez mayor.

De forma similar que para el caso de turbulencia atmosférica, las expresiones (4.19) y (4.22) son empleadas en este trabajo para simular fuerzas inducidas por el desprendimiento de vórtices alternantes utilizando el método de auto-regresión y media móvil descrito en la sección anterior.

### 4.2.3 Excitación paramétrica

La excitación paramétrica es la inestabilidad dinámica de los cables debido a pequeños movimientos periódicos provocados por el tablero o el mástil. En este trabajo nos enfocaremos a determinar las amplitudes y mecanismo de oscilación a tensión, utilizando el programa ANSYS (programa de elementos finitos). En los puentes atirantados muy largos, es muy probable que este mecanismo de excitación paramétrica se presente debido a que los tirantes y el tablero contienen muchas frecuencias bajas. Esto implica que este mecanismo sea de vital importancia para el diseño de puentes atirantados con grandes claros.

Al ser excitados por el viento atmosférico, el tablero o el mástil podrían desplazarse varios centímetros, si dichas oscilaciones se encuentran en la vecindad de la segunda frecuencia del tirante, los movimientos del cable pueden ser inestables debido al efecto no lineal conocido como excitación paramétrica (ver Figura 4.12). En la figura se observan las frecuencias de vibrar del cable: una conocida como resonancia (primera frecuencia) y la otra conocida como excitación paramétrica (cerca de la segunda frecuencia). Los casos anteriores podrían causar daños en los tirantes debido a los grandes desplazamientos que se producen en ellos.

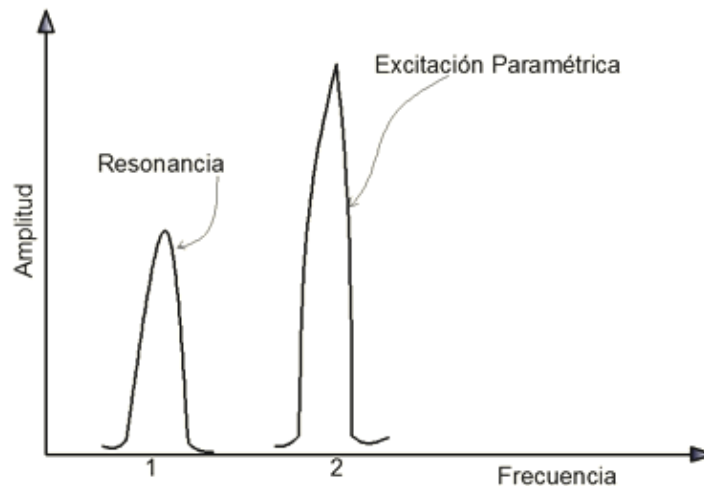


Figura 4.12 Esquema de la resonancia y la excitación paramétrica de un tirante al ser excitados por el tablero

La excitación paramétrica puede inducir grandes oscilaciones a tensión y grandes tensiones dinámicas.

El comportamiento de los tirantes es complejo. Sin embargo, existen dos mecanismos que potencialmente causan grandes oscilaciones en el cable, éstas son:

- Excitación directa de algunos de sus modos en el plano correspondiente.
- Excitación paramétrica, debido al movimiento axial en un extremo del tirante causando variación dinámica a tensión y la inestabilidad potencial de un modo.

Se han desarrollado numerosos estudios sobre la conexión del tirante con el tablero. Kovács ha señalado que el intervalo de inestabilidad surge cuando la frecuencia del tablero o el mástil está cerca de la segunda frecuencia de vibrar del cable. La condición de inestabilidad puede ser desarrollada partiendo de la ecuación diferencial de Mathieu (Lilien, J.L 1994) que regula el movimiento del tirante sometido a un movimiento periódico relativo en uno de sus anclajes, dicho movimiento puede ser resuelto por el método de separación de variables en la forma:

$$w(x, t) = \sum Y_i(t) W_i(x) \quad (4.23)$$

donde  $W_i(x)$  es la  $i$ -ésima forma modal y  $Y_i(t)$  corresponde a la amplitud del tirante en el tiempo. Al aplicar el método de Galerkin a la ec. (4.23) se obtiene un sistema diferencial de segundo orden con coeficientes periódicos para las amplitudes modales que toma en cuenta los efectos viscosos de amortiguamiento, como se presenta en la siguiente ecuación:

$$A\ddot{Y} + C\dot{Y} + [K + P(t)]Y = F(t) \quad (4.24)$$

donde

$$P(t) = \sum_s P_s \cos 2\nu_s t \quad (4.25)$$

El caso más simple de la excitación paramétrica es

$$P(t) = P \cos 2\nu t \quad (4.26)$$

donde  $P(t)$  es sólo una función armónica. Para el caso general, la ecuación (4.24) es una serie de acoplamiento de la ecuación de Mathieu.  $A$ ,  $C$  y  $K$  son reales, simétricos y positivos definido por la matriz de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente.  $P(t)$  contiene el mecanismo de excitación.

Si  $f_s$  es la frecuencia natural del cable (en el modo  $s$ ) la resonancia paramétrica simple puede ocurrir cerca de las siguientes frecuencias de excitación:

$$f_{exc} = 2\nu = 2\omega_s / k \quad (4.27)$$

Donde  $k$  y  $s$  son enteros y las frecuencias resonantes son:  $2\omega_1$ ,  $\omega_1$ ,  $(2/3)\omega_1$ ,  $(1/2)\omega_1$ ,  $(2/5)\omega_1$ , etc., considerando únicamente el primer modo. Es bastante sorprendente darse cuenta que para frecuencias cercanas a cero ( $k$  grandes), la inestabilidad todavía existe.

La frecuencia  $f$  del tirante puede obtenerse de acuerdo a la ecuación (4.1) cuando los tirantes están sujetos a tensión.

El amortiguamiento tiene un efecto en los límites de la zona de inestabilidad, es decir cuanto mayor amortiguamiento mayor es la excitación necesaria para causar inestabilidad.

La siguiente figura muestra un esquema para ejemplificar el efecto del caso más simple de la excitación paramétrica, el cual es estudiado en el presente estudio.

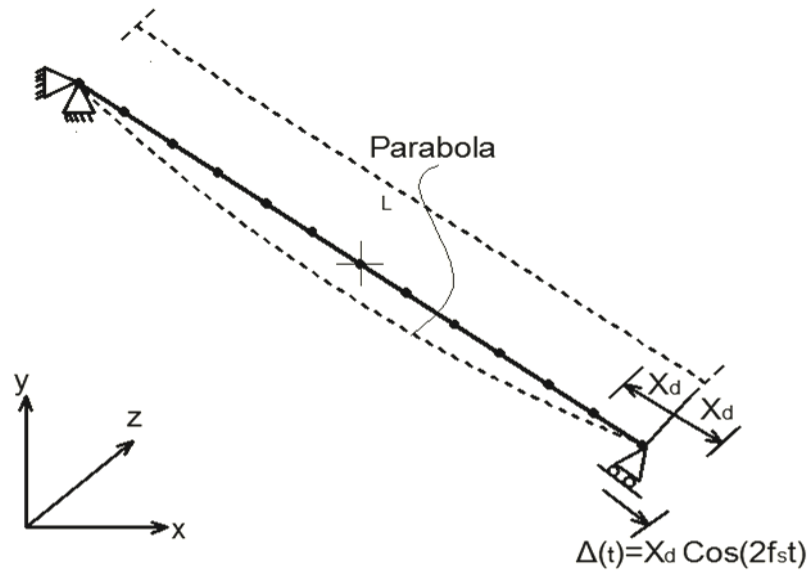


Figura 4.13 excitación paramétrica

### 4.3 Descripción de los análisis

Para llevar a cabo los análisis, las fuerzas del viento turbulento y las inducidas por el desprendimiento de vórtices se simularon en el programa MATLAB. Las historias en el tiempo simuladas se emplearon para realizar los análisis en el programa ANSYS. Se optó por este programa debido a su flexibilidad para realizar análisis paramétricos mediante su plataforma de programación APDL (Ansys Parametric Design Language). La siguiente figura muestra la interacción entre los programas de análisis empleados.

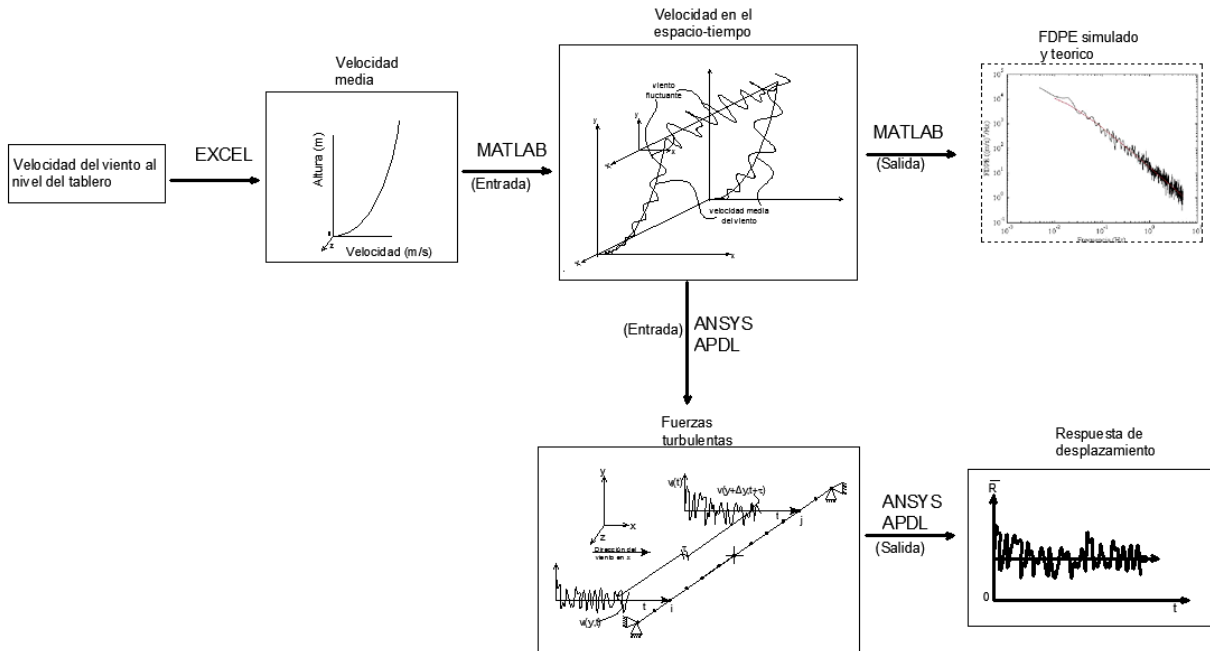


Figura 4.14 Interacción entre programas empleados

Cada uno de los modelos matemáticos fue sometido a las fuerzas o vibraciones simuladas. Para el caso de los tirantes analizados ante las fuerzas turbulentas del viento y fuerzas inducidas por el desprendimiento de vórtices alternantes, los resultados se obtuvieron en términos de desplazamientos. Para la estimación del desplazamiento máximo promedio, se adoptó la metodología propuesta por Davenport (1967), en la cual el desplazamiento máximo promedio es igual a:

$$\bar{R} = \bar{R} + g_p \sigma_d \quad (4.28)$$

donde  $\sigma_d$  es la desviación estándar obtenida directamente de las historias en el tiempo del desplazamiento en el nodo de interés y  $g_p$  es el factor pico, el cual puede ser expresado como:

$$g = \sqrt{2 \ln(f_0 T)} + \frac{0.577}{\sqrt{2 \ln(f_0 T)}} \quad (4.29)$$

donde  $f_0$  representa la frecuencia natural de vibrar del tirante, primer frecuencia en Hz, y  $T$  es la duración de la aplicación de la carga, en segundos. La siguiente figura ejemplifica la obtención del desplazamiento máximo promedio.

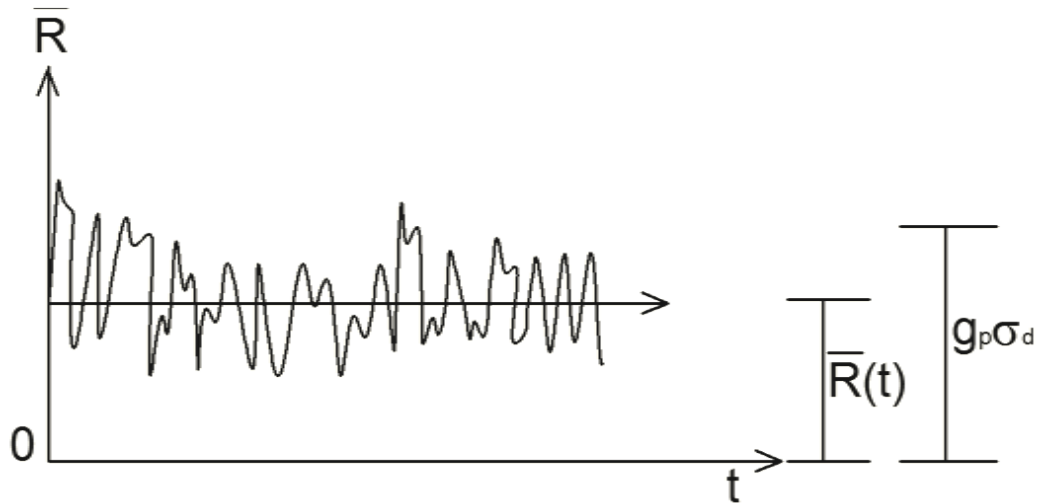


Figura 4.15 Esquema de desplazamiento medio producido por la fuerza media del viento  $\bar{R}$  y desplazamiento fluctuante producido por la turbulencia  $g_p \sigma_d$

### 4.3.1 Análisis de tirantes con amortiguadores ante viento turbulento

Los análisis realizados en la sección anterior fueron repetidos, pero esta vez se consideró el uso de un amortiguador viscoso para mitigar la respuesta de los tirantes. La siguiente figura muestra un esquema del tirante y la posición del amortiguador. La ubicación de los amortiguadores se realizó con base en lo especificado por Pacheco y Fujino (1998).

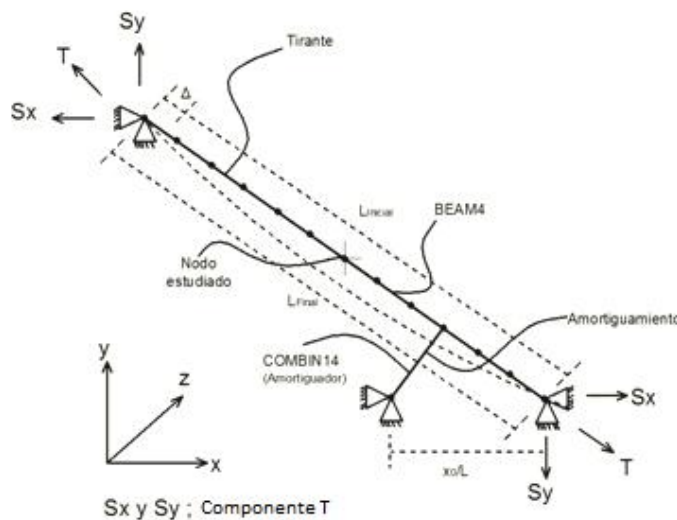


Figura 4.16 Modelo del tirante con amortiguador

Los valores óptimos de amortiguamiento viscoso también se determinaron con base en la formulación propuesta por Pacheco y Fujino (1998). La siguiente figura muestra la variación del coeficiente de amortiguamiento óptimo con respecto a la ubicación del amortiguador.

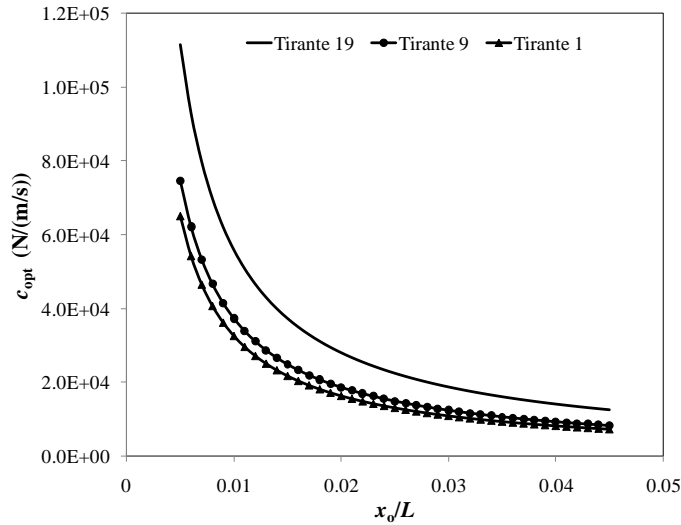


Figura 4.17 Selección del coeficiente de amortiguamiento óptimo en función del cociente  $x_0/L$

La figura anterior muestra que cuando el amortiguador es colocado a una distancia  $x_0$  con respecto a la conexión cable-tablero, el coeficiente de amortiguamiento óptimo  $c_{opt}$  disminuye. Los valores de  $x_0/L$  para el tirante 1, 9 y 19 fueron seleccionados igual a 0.04, respectivamente. El valor anterior está dentro del rango comúnmente empleado en la práctica.

### 4.3.2 Análisis de tirantes ante excitación paramétrica

Para los análisis de la de excitación paramétrica, se simuló un desplazamiento senoidal en un extremo del tirante, como se muestra en el esquema de la Figura 4.18. Los análisis anteriores se repitieron pero en esta ocasión se consideró un amortiguador de fricción en un extremo del tirante.

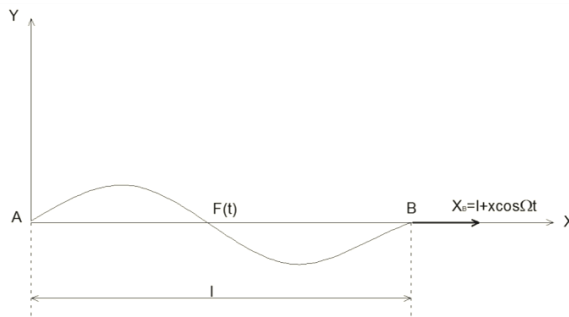


Figura 4.18 Esquema de la excitación paramétrica

Para el caso del tirante sin amortiguador de fricción, también se analizó el caso de resonancia (resonancia simple).

## 5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 5.1. Análisis de tirantes ante el viento atmosférico

#### 5.1.1. Análisis de tirantes ante viento medio

Para los análisis se consideró la modelación matemática y la simulación de las fuerzas del viento turbulento descritas en el capítulo anterior y de acuerdo al apéndice B. Los modelos de los tirantes fueron sometidos a fuerzas turbulentas del viento con una duración de 10 minutos (intervalo de promediación típico en ingeniería de viento). Las fuerzas fueron escaladas para determinar una respuesta de referencia para cada tirante, y poder medir la efectividad del uso de amortiguadores.

La siguiente figura muestra la variación del desplazamiento medio del tirante con respecto a la velocidad media para un nodo intermedio del cable. Se observa en la figura que el desplazamiento se incrementa de manera no lineal con respecto a la velocidad media del viento, lo que se explica al considerar que la respuesta estructural se relaciona con la velocidad media del viento elevada a una potencia mayor a 1. Es importante mencionar que la velocidad media del viento fue tomada al nivel de la altura del tablero.

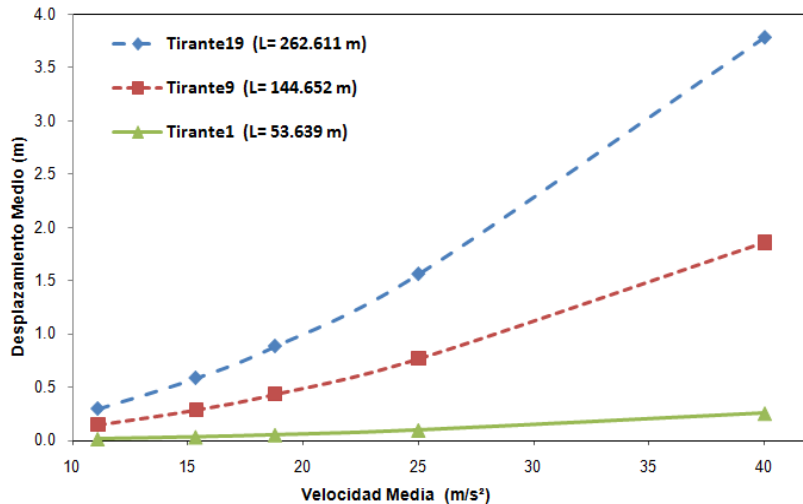
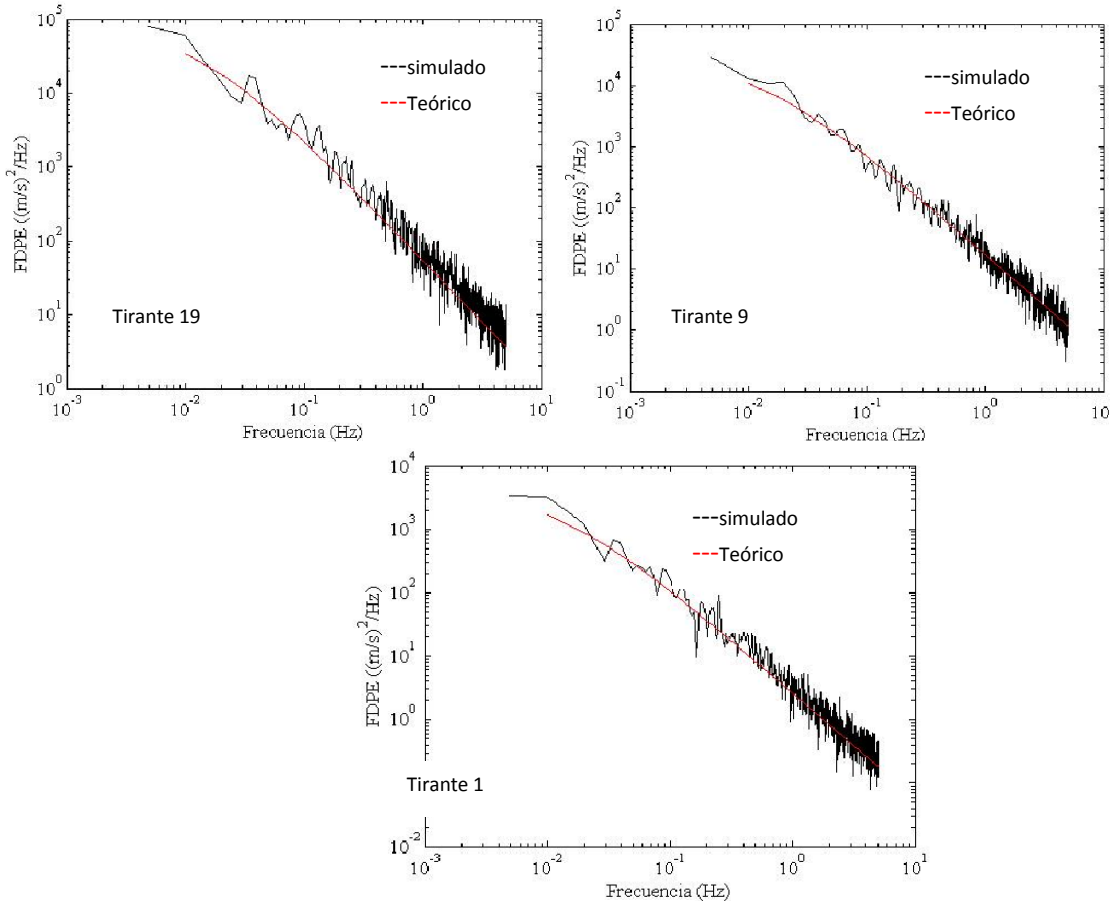


Figura 5.1 Variación del desplazamiento medio con la velocidad media

#### 5.1.2. Análisis de tirantes ante viento turbulento

Para los análisis dinámicos, las fuerzas del viento turbulento, simuladas con base en el método ARMA, fueron aplicadas a los tirantes. Una comparación de la función de densidad de potencia espectral **FDPE** de la velocidad turbulenta simulada y teórica aplicada a los tirantes 19, 9 y 1 para un nodo de interés se muestra en la siguiente figura.



**Figura 5.2 Comparación de la FDPE del registro simulado con el teórico**

Se observa de la figura que la FDPE de las velocidades turbulentas simuladas se ajusta de manera adecuada al espectro teórico.

Se obtuvieron las historias en el tiempo con duración de 10 minutos del desplazamiento del nodo de interés. Posteriormente, con base en la desviación estándar obtenida directamente de la historia en el tiempo del desplazamiento y con la respuesta media se determinó el coeficiente de variación (CV). Los resultados del análisis dinámico se presentan en la Figura 5.3 en términos del coeficiente de variación del desplazamiento. Éste se obtiene directamente de las historias en el tiempo del desplazamiento en el nodo de interés.



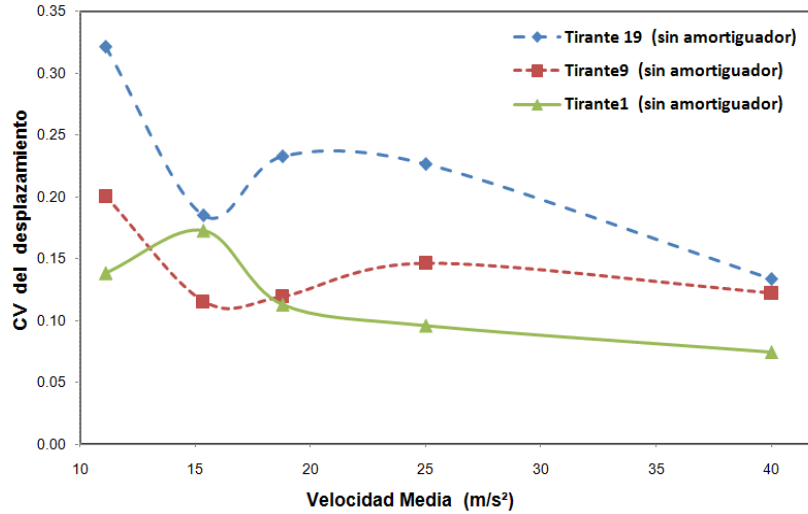


Figura 5.3 Variación del CV de desplazamiento con la velocidad media del viento

Se observa de la Figura 5.3 que el CV del desplazamiento varía de manera no lineal conforme la velocidad media del viento aumenta, con una tendencia a disminuir. Esta tendencia muestra que la variabilidad en la respuesta del tirante se reduce conforme aumenta la velocidad media del viento. Las observaciones anteriores son similares a las obtenidas por Cluni et al. (2008).

### 5.1.3 Análisis de tirantes con amortiguadores viscosos ante viento turbulento

Con la finalidad de verificar la efectividad del uso de amortiguadores viscosos para mitigar la respuesta inducida por el viento en los tirantes estudiados, en la Figura 5.4 se muestra una comparación de la historia en el tiempo de desplazamiento de un tirante sin y con amortiguador viscoso.

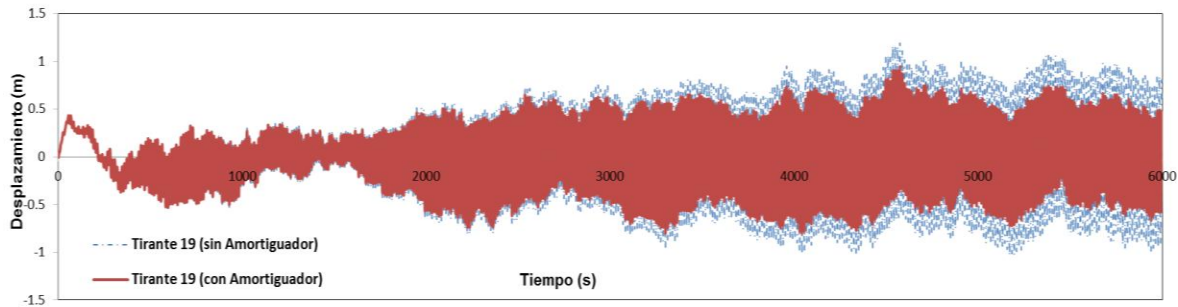


Figura 5.4 Respuesta del tirante sin amortiguador y un sistema tirante-amortiguador viscoso

La Figura 5.4 muestra que el amortiguador viscoso logra mitigar la respuesta del tirante seleccionado. La Figura 5.5 presenta los resultados del análisis del sistema tirante-amortiguador viscoso en función del CV de desplazamiento. Los resultados muestran que es posible reducir en los tirantes la vibración inducida por el viento, en términos del CV del desplazamiento, si se emplean amortiguadores viscosos con parámetros óptimos.

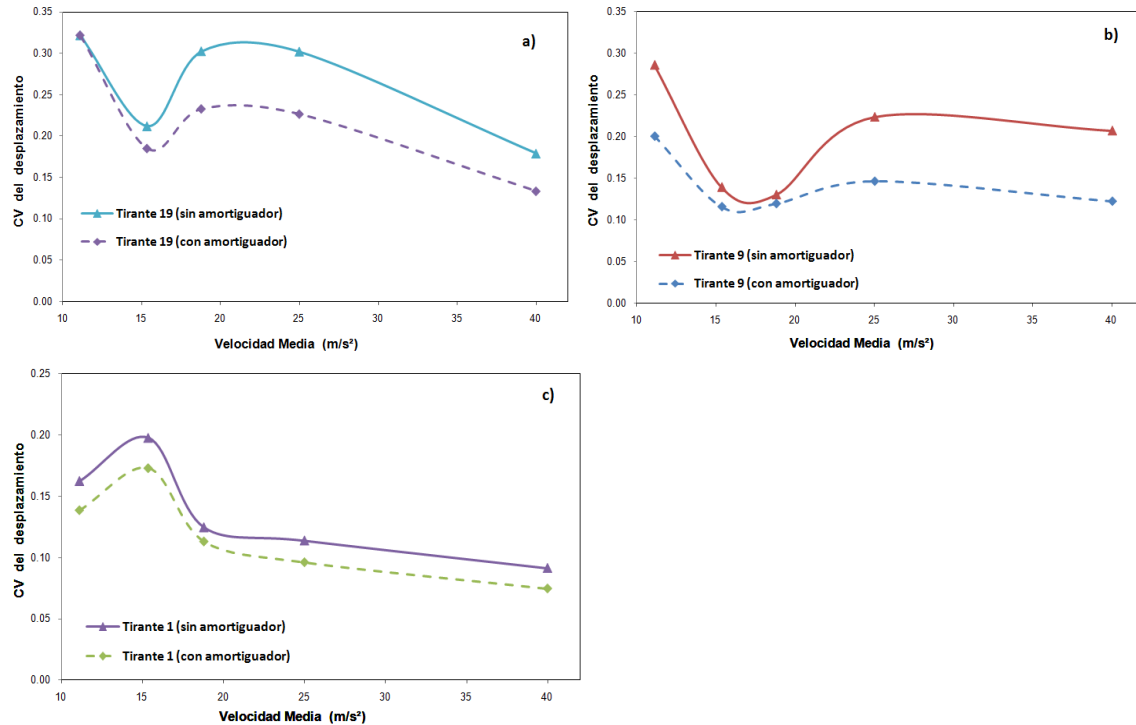
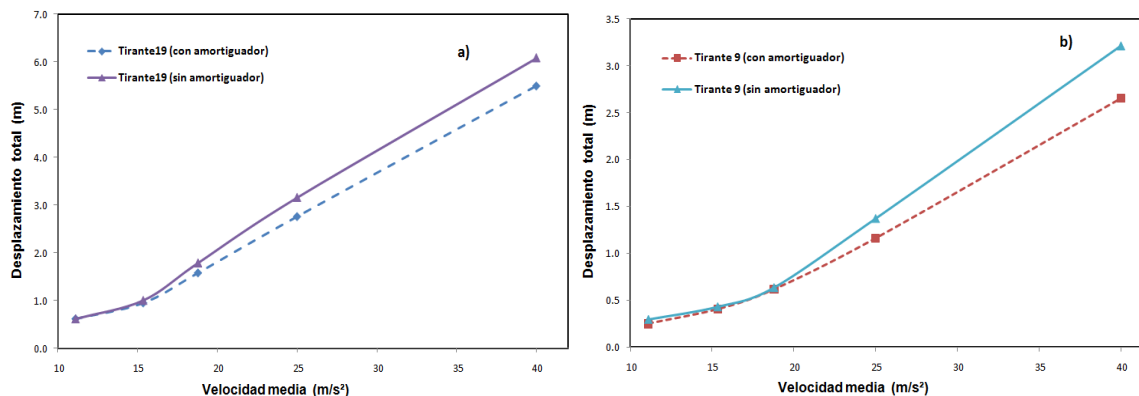


Figura 5.5 Variación del CV de desplazamiento con la velocidad media: (a) Tirante 19; (b) Tirante 9; y (c) Tirante 1 (En línea continua tirante sin amortiguador, en línea discontinua sistema tirante-amortiguador)

La tendencia a decrecer del CV del sistema tirante-amortiguador es similar a la obtenida para el tirante sin amortiguador. Es importante mencionar que un aumento excesivo del coeficiente de amortiguamiento del amortiguador, generaría un apoyo “virtualmente” rígido, no permitiendo disipar energía.

#### 5.1.4 Desplazamiento máximo promedio de los tirantes sin y con amortiguadores viscosos ante viento turbulento

El desplazamiento máximo promedio (ver sección 4.3) de los tirantes ante las acciones turbulentas del viento para un sistema sin amortiguador y con amortiguador viscoso se muestran en la Figura 5.6 para un nodo intermedio. El desplazamiento máximo promedio se obtuvo de la suma de desplazamientos medio y pico.



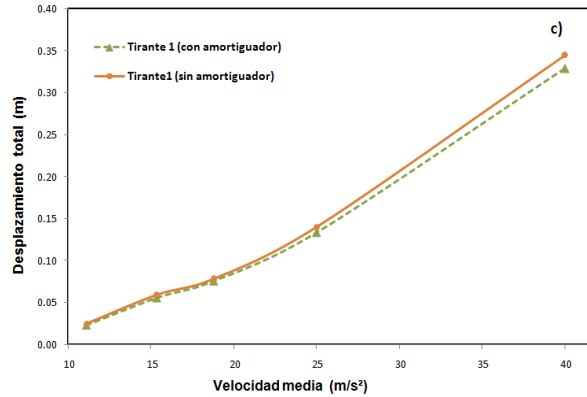


Figura 5.6 Desplazamiento máximo promedio para un sistema sin amortiguador y con amortiguador: (a) Tirante 19; (b) Tirante 9; y (c) Tirante 1

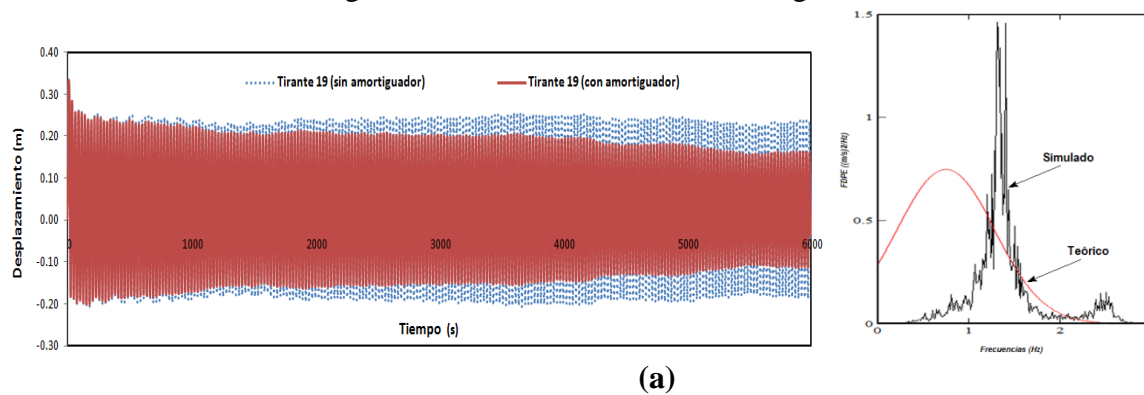
Se observa en la figura que el uso adecuado de amortiguadores puede reducir los efectos de desplazamientos, ante el viento turbulento.

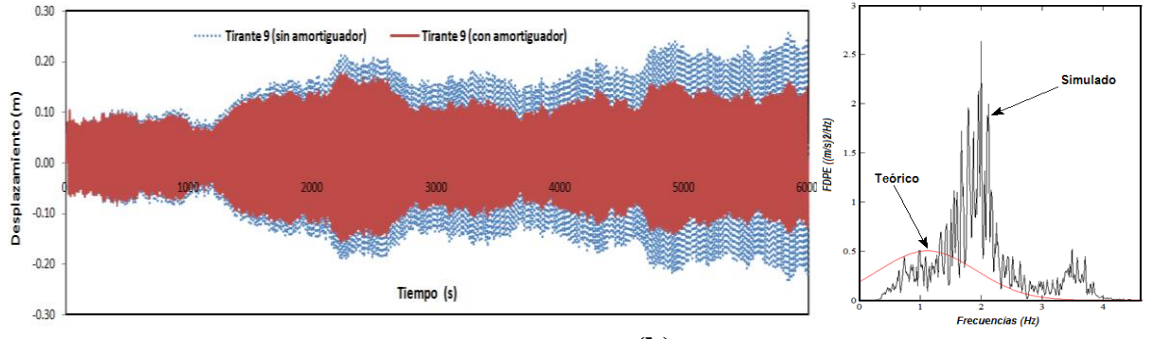
Con la intención de verificar los resultados obtenidos para un intervalo de promediación de 10 minutos, se efectuaron los mismos análisis, pero esta vez considerando un intervalo de promediación de 6 minutos, los resultados obtenidos se presentan en el Apéndice C.

## 5.2. Análisis de tirantes sin y con amortiguador viscoso ante el desprendimiento de vórtices alternantes

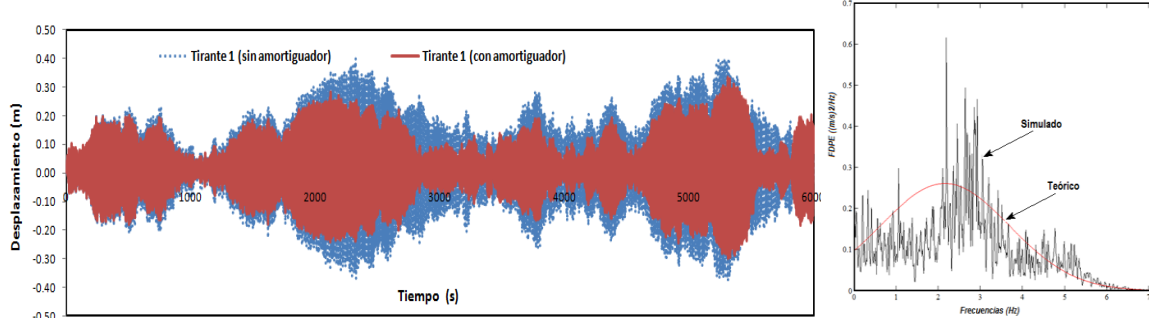
Para el análisis de desprendimiento de vórtices, se utilizó la misma técnica que se empleó para determinar las fuerzas turbulentas del viento, utilizando el método ARMA, pero en este caso se hicieron modificaciones al programa para incluir el espectro de desprendimiento de vórtices propuesto por Vickery y Clark (1972).

En la Figura 5.7 se muestran historias en el tiempo de desplazamiento de los tirantes 1, 9 y 19 inducidas por el desprendimiento de vórtices alternantes para el caso de tirantes sin y con amortiguadores viscosos. La duración considerada de las historias en el tiempo fue de 10 minutos y los valores óptimos de los amortiguadores se determinaron con base en la formulación propuesta por Pacheco y Fujino (1998). Con la intención de verificar la concentración de energía de las historias en el tiempo de desplazamientos, la función de densidad de potencia espectral (FDPE) de éstas para el caso de tirantes sin amortiguador se muestra también en la Figura 5.7.





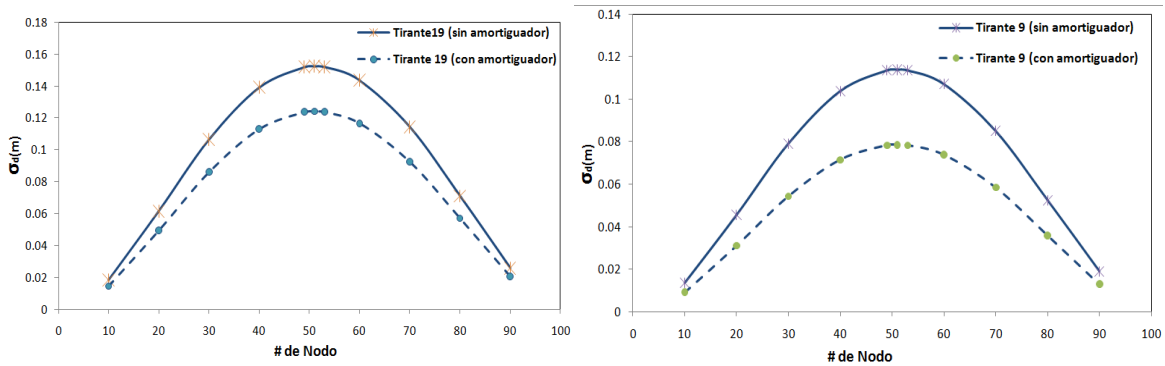
(b)



(c)

Figura 5.7 Respuesta de tirantes sujetos al desprendimiento de vórtices alternantes: a) Tirante 19; (b) Tirante 9; (c) Tirante 1. Se observa en la figura que el empleo de los amortiguadores viscosos reduce de forma efectiva la respuesta del tirante. También se observa de la figura que la FDPE se compara mejor para la respuesta del tirante 1.

Con la finalidad de observar con mayor claridad la reducción de la respuesta de los tirantes, la Figura 5.8 se muestran los resultados de los análisis dinámicos en términos de desviación estándar de desplazamiento  $\sigma_d$ , para el caso del tirante sin y con amortiguador viscoso.  $\sigma_d$  se obtuvo directamente de las historias en el tiempo de desplazamiento de nodos seleccionados de los tirantes.



(a)

(b)

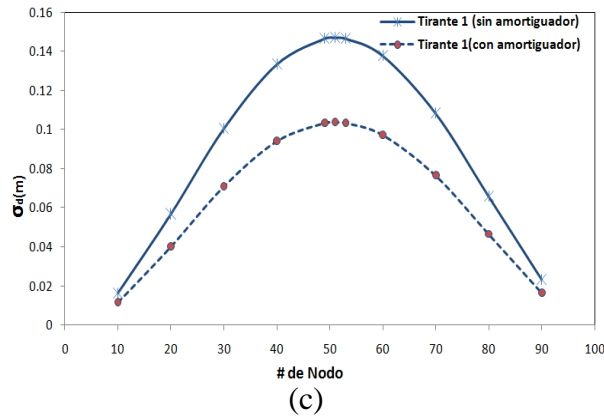


Figura 5.8 Respuesta del tirante sin y con amortiguador: (a) Tirante 19; (b) Tirante 9; y (c) Tirante 1

Se observa de la Figura 5.8 que hay una reducción de las vibraciones inducidas por el desprendimiento de vórtices en toda la longitud de los tirantes. Y en el apéndice D se muestra el comportamiento del flujo, que pasa alrededor de un cable en 2D de acuerdo al número de Reynolds.

### 5.3. Análisis de tirantes sin y con amortiguador friccionante ante excitación paramétrica

Como se mencionó en el capítulo anterior, la excitación paramétrica de un tirante puede ocurrir cuando la frecuencia de vibrar de éste coincide con dos veces la frecuencia de vibrar de alguno de los apoyos (anclajes) del tirante. La siguiente figura muestra la comparación de las historia en el tiempo de los desplazamientos (verticales) del tirante 19, cuando éste es sometido a un desplazamiento armónico en uno de sus extremos, con una frecuencia igual a una y dos veces la frecuencia del tirante.

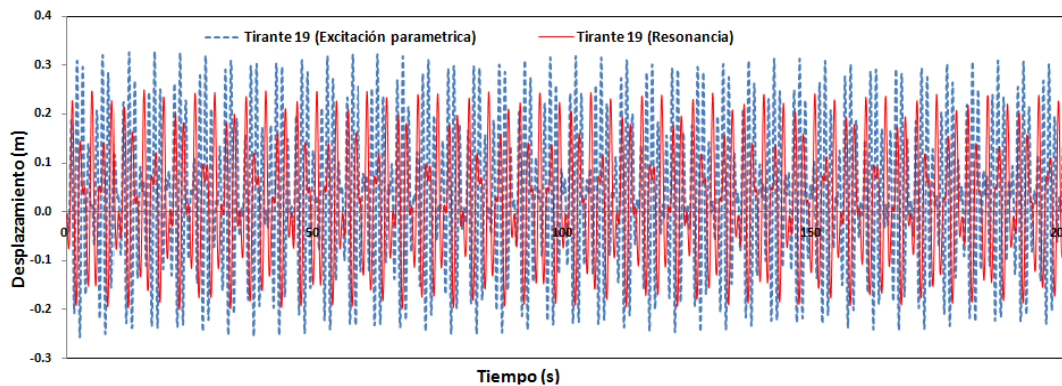
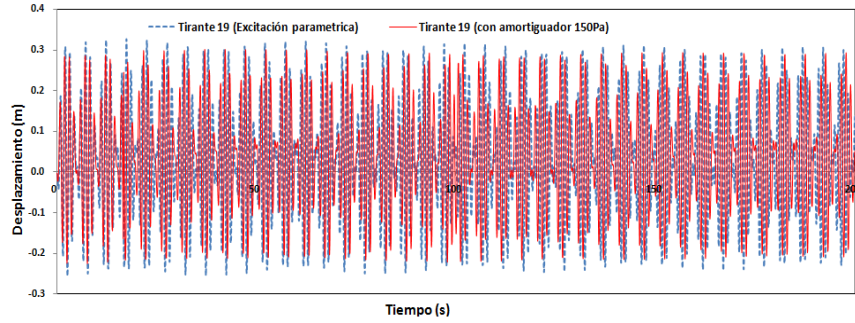


Figura 5.9 Excitación del cable 19 con los mecanismos de resonancia de excitación paramétrica

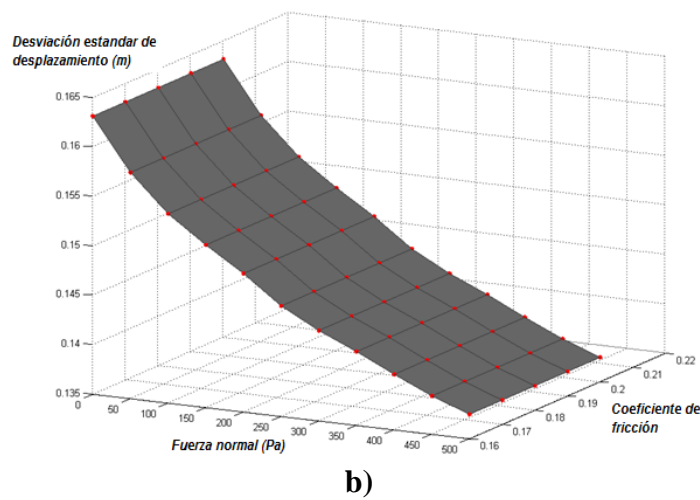
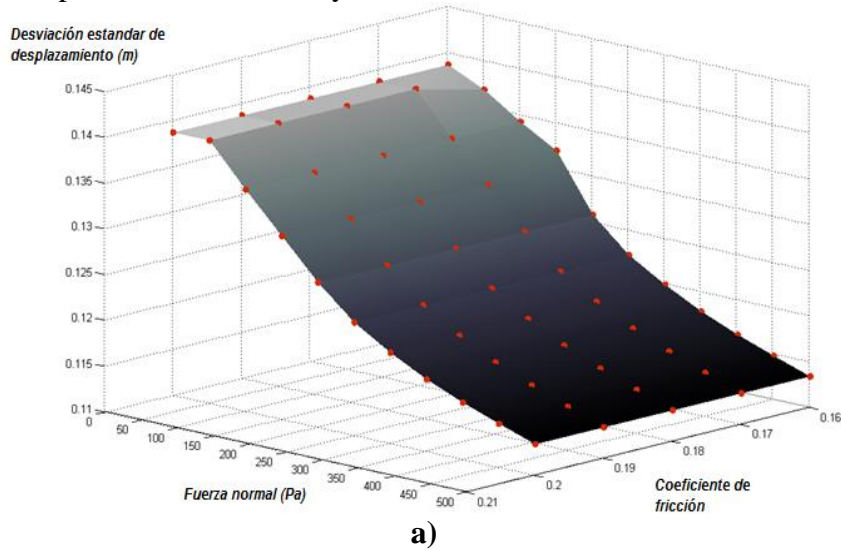
Se observa en la figura que para una excitación con una frecuencia igual a la primera frecuencia de vibrar del cable ( $f = f_1$ ), la respuesta es menor que para una excitación con una frecuencia igual a dos veces la frecuencia de vibrar del cable ( $f = 2f_1$ ).

En la siguiente figura se muestra la historia en el tiempo del desplazamiento del tirante 19 sin y con amortiguador de fricción. Es importante mencionar que el amortiguador de fricción suele ser útil para tirantes con longitudes grandes, como es el caso del tirante 19. Para los resultados mostrados en la figura, el amortiguador de fricción se colocó a una distancia de 5m con respecto al anclaje con el tablero, además se utilizó un coeficiente de fricción igual a 0.2, y una presión entre las superficies friccionantes de 150Pa.



**Figura 5.10** Excitación paramétrica del cable 19 -con y sin amortiguador friccionante

Se observa en la Figura 5.10 una pequeña reducción del desplazamiento del tirante ante excitación paramétrica, y que la reducción depende de la fuerza entre las superficies friccionantes y el coeficiente de fricción. En la Figura 5.11 se muestra un análisis paramétrico del tirante donde se observa la variación de la desviación estándar del desplazamiento de un nodo intermedio, la fuerza de normal entre las superficies de contacto y el coeficiente de fricción, el cual se varió de 0.16 a 0.2.



**Figura 5.11** Variación de la desviación estándar del desplazamiento de un nodo intermedio, la fuerza de normal entre las superficies de contacto y el coeficiente de fricción: a) Tirante 19, b) Tirante 9

De la Figura 5.11 se deduce que la respuesta, en términos de la desviación estándar del desplazamiento, es más sensible a la fuerza normal entre las superficies de contacto que al coeficiente de fricción. La variación de  $\sigma_d$  a lo largo del tirante con respecto a la fuerza normal entre las superficies de contacto, considerando un coeficiente de fricción de 0.2, se muestra en la Figura 5.12.

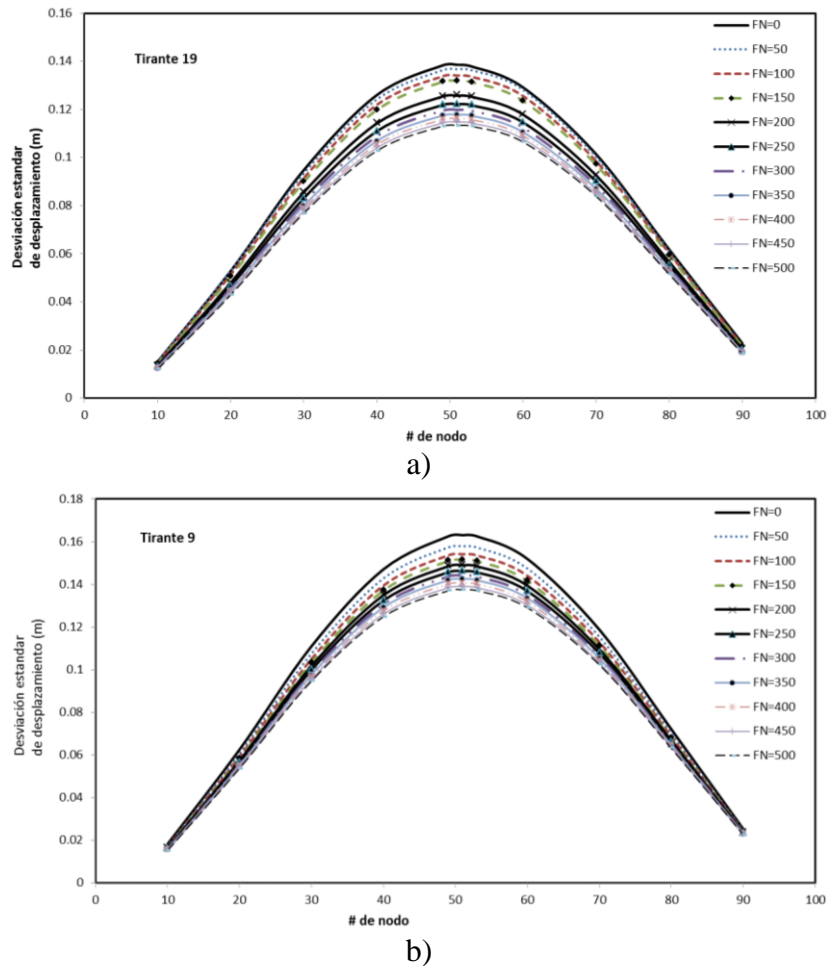
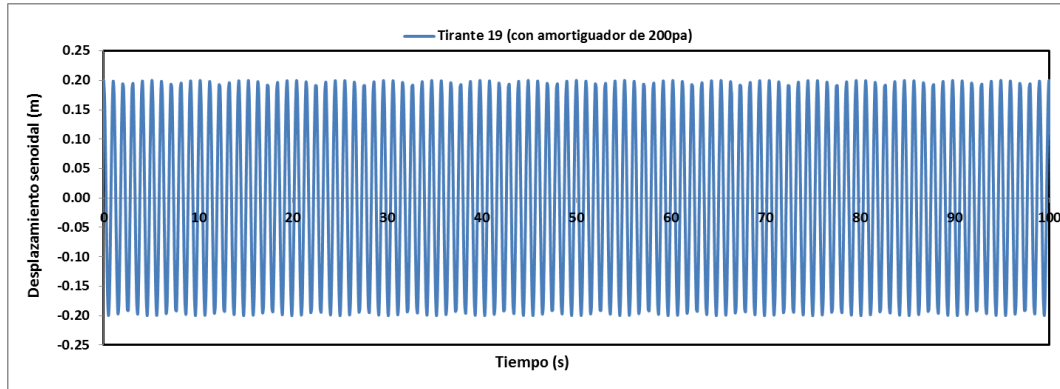


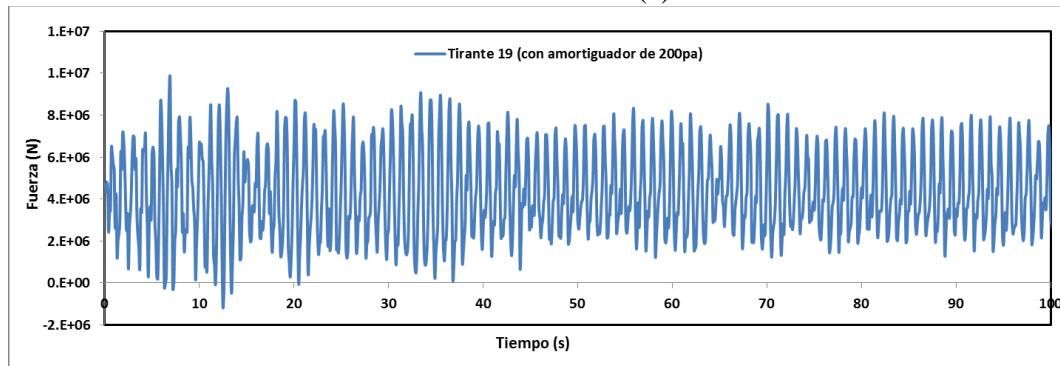
Figura 5.12 Variación de  $\sigma_d$  a lo largo del tirante con respecto a la fuerza normal en (Pa) a) Tirante 9, b) Tirante 19

La figura anterior muestra una reducción de la respuesta cuando aumenta la fuerza de contacto entre las superficies friccionantes.

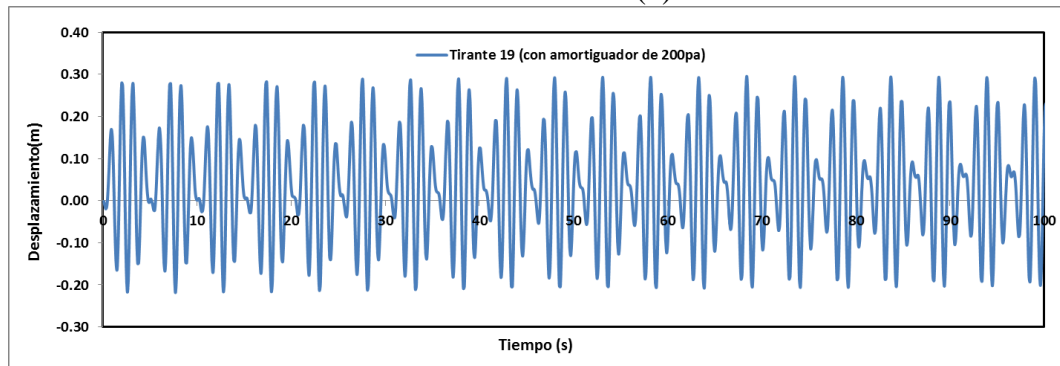
Un aspecto importante que ocasiona el efecto de la excitación paramétrica es el posible incremento en la tensión dinámica de los tirantes. Dicho efecto se puede observar en la siguiente figura, en donde el tirante es sometido a excitación paramétrica (Figura 5.13a); asimismo, la Figura 5.13b muestra el incremento que sufre la tensión dinámica del tirante cuando se emplea un amortiguador de fricción con una fuerza entre las superficies de contacto de 200Pa y en la figura 5.13c se muestra el desplazamiento que sufre el cable en el nodo de interés.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.13 a) excitación paramétrica en el extremo del cable, b) Tensiones dinámicas debido a la excitación, c) Desplazamiento del tirante ante la excitación paramétrica



## CONCLUSIONES

Los resultados del primer modelo matemático de tirantes sometidos a los efectos del viento turbulento mostraron que la respuesta inducida por el viento turbulento no está linealmente correlacionada con la velocidad media del viento, y que el uso de amortiguadores viscosos es óptimo para el primer modo de vibrar del tirante ( máxima respuesta de vibrar de un tirante). Se observa que existe una pequeña reducción ante este mecanismo de excitación por lo tanto puede ser una alternativa para reducir los efectos del viento si éstos son realmente necesarios.

Con respecto al desprendimiento de vórtices, el segundo modelo matemático se utilizó para estudiar el comportamiento del cable ante este tipo de excitación. Cuando los desprendimientos de vórtices coinciden con la frecuencia de vibrar del cable, se presentan los máximos desplazamientos los que al utilizar un amortiguamiento viscoso para disipar energía, se observa, como en el caso anterior, que los desplazamientos tienden a disminuir un poco. Al aplicar este mecanismo en los tirantes resulta difícil ponerlo en resonancia debido a que los desprendimientos de vórtices varían en el espacio y el tiempo y como a lo largo del tirante los desprendimientos de vórtices varían, se tienen diferentes frecuencias de desprendimiento de vórtices.

El mecanismo anterior resulta importante estudiarlo principalmente para este tipo de estructuras que son más susceptibles a estos tipos de fenómenos que consisten en golpear transversalmente a los tirantes, debido a los desprendimiento de vórtices, haciendo que la estructura vibre desplazándose varios centímetros. Sin embargo, en grandes estructuras como las chimeneas de concreto es uno de los mecanismo que más impacta a este tipo de estructuras.

Es importante mencionar que la sección transversal del tirante es muy pequeña por lo que requiere velocidades de viento relativamente bajas para que exista un desprendimiento de vórtices. En comparación con estructuras de mayor sección transversal, se requiere que existan grandes velocidades para que exista desprendimiento de vórtices. Se puede concluir que los tirantes del puente tienden a ser muy susceptibles a este mecanismo de vibración.

En lo que respecta a la excitación paramétrica, el uso de amortiguadores de fricción podría ayudar a reducir el contenido de energía de la respuesta, sin embargo, el efecto del amortiguador de fricción sólo disminuye la amplitud (amplitud de la vibración en uno de los anclajes del cable) y así evita la inestabilidad provocada por la excitación paramétrica.

Se observa que la excitación paramétrica provoca tensiones dinámicas muy grandes sobre los tirantes, por lo que estos deben de estar diseñados ante estos efectos que produce la excitación paramétrica.

Con base a lo anterior se puede concluir que la máxima respuesta de excitación paramétrica se da en el segundo modo de vibrar del tirante, y debido a que los tirantes tienen frecuencias muy bajas es muy probable que el tablero entre en resonancia debido a los efectos que produce el viento sobre el tablero, afectando a varios tirantes.

## Recomendaciones

Los mecanismos de vibración presentados en este trabajo, demuestran que el uso de los amortiguadores utilizados en nuestros análisis no redujeron en gran medida la vibración causada por estos mecanismos, sin embargo, se requieren estudios adicionales como pruebas en túnel de viento u otra que nos permita tener una mejor predicción en cuanto al comportamiento del cable y corroborar la necesidad de utilizar amortiguadores (de fricción o viscosos) en los cables.

## REFERENCIAS

1. ANSYS Inc. (2007), "**ANSYS v11**".
2. Chay M. T., Albermani F. and Wilson, R. (2006), "**Numerical and analytical simulation of downbursts for investigating dynamic response of structures in the time domain**". Engineering Structures, Vol. 28/2, pp. 240-254.
3. Cluni F, Gusella V, and Bartoli G. (2008), "**Wind tunnel scale model testing of suspended cables and numerical comparison**", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 96, 1134-1140.
4. Davenport A.G. (1968), "**The dependence of wind load upon meteorological parameters**", In proceedings of the International Research Seminar on Wind Effects on Buildings and Structures. University of Toronto Press, Toronto, pp. 19-82.
5. Di Paola M. (1998), "**Digital simulation of wind field velocity**", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 74-76, 91-109.
6. José Meseguer Ruiz "**Aereodinamica Civil cargas del viento en las edificaciones**", edi. Mc Graw Hill/Interamericana de España, S.A.U 2001

7. Kaimal J.K., y Finnigan, J.J. (1994), "**Atmospheric boundary layer flows**", New York: Oxford University Press. 289pp.
8. Pacheco B., Fujino Y., and Sulekh A. (1998), "**Estimation Curve for Modal Damping in Stay Cables with Viscous Damper**", ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 119, No. 6, pp. 1961-1979.
9. Pozos-Estrada A. (2009), "**Reliability of Wind-Sensitive Structures: A Serviceability Design Consideration**", Ph.D. Thesis, The University of Western Ontario, London, Ontario, Canada, 140 pp.
10. Pourahmadi M. (2001), "**Foundations of Time Series Analysis and Prediction Theory**", **Wiley Series in Probability and Statistics**", pp.409.
11. Samaras, E., Shonozuka, M. and Tsurui, A. (1985), "**ARMA representation of random processes**", Journal of Engineering Mechanics. ASCE, Vol. 111, No.3, pp.449-461.
12. Sena Kumarasena, Nicholas P. Peter Irwin, Peter Taylor. (August 2007), "**Wind-induced Vibration of Stay Cables**" U.S Department of transportation, Publication NO. FHWA-HRT-05-083, pp.269
13. John Holmes, (2007) "**Wind Loading Structures**" second Edition, edit. Taylor & Francis, London and New York, pp.433.
14. By Wenjie Wu (2006) "**Theoretical and experimental study on cable vibration reduction with a TMD-MR damper**" Louisiana State University and Agricultural and Mechanical College,
15. Persoon, A. J., and Noorlander, K. (1999). "**Full-scale measurements on the Erasmus Bridge after rain/wind induced cable vibrations.**" Proc. 10 th Inter. Conf. on Wind Eng. Copenhagen, June 21-24, 1019-1026
16. Shinosuka, M. (1972) "**Monte Carlo solution of structural dynamics**". PP.289, *Oxford University*, New York.
17. Kaimal J.K ,and Finningan, M. (1972) "**Atmospheric boundary layer flows**". Technical report No. 19, *Columbia University*, New York.
18. Li, Yousun, and Kareem, A. (1990), "**ARMA Representation of Wind Field**", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol.36, Part 1, pp.415-427.
19. Vickery, B. J., Clark, A. W. (1972). "**Lift or across-wind response of tapered stacks**". *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 98, No. ST1, pp.1 – 19

20. Hikami, Y. and Shiraishi, N. (1988) **Rain-wind induced vibrations of cables in cable-stayed bridges.** *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*, 29:409–18. Holmes, J.D. (1975) Prediction of the response of a cable-stayed bridge to turbulence
21. Flamand, O. (1994) **Rain-wind induced vibrations of cables. International Conference on Cable-Stayed and Suspension Bridges.** *Deauville, France*, 12–15 October
22. B. J., Clark, A. W. (1972). “**Lift or across-wind response of tapered stacks**”. *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 98, No. ST1, pp.1 – 19
23. Kwok, K. C. S. (1982). “**Cross-wind response of tall buildings**”. *Engineering Structures*, Vol. 4, pp.256 – 262.
24. Vickery, B.J, Fediw, A.A., and Isyumov,. (1995). **Performance of a tuned sloshing water damper.** *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 56, 237-247.
25. Saito, H., Matsumoto, M., Shirato, H., Kitizawa, H. and Nishizaki, T. (1993) **Response characteristics of rain-wind induced vibration of stay cables of cable-stayed bridges.** 1st European-African Regional Congress on Wind Engineering, Guernsey, 20–24 September.
26. Hikami, Y. and Shiraishi, N. (1988), **Rain-wind induced vibrations of cables in cable-stayed bridges.** *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*, 29:409–18.
27. Costa, J.A. Martins, J.A.C., Branco, F. & Lilien, J.L. 1996. **Oscillations of bridge stay cables induced by periodic motions of deck and/or towers.** *J Eng Mech*, ASCE. 122:613-622
28. Davenport, A, G . (1967). “**Gust loading factors**”. *J. Structures Div Am. Soc. Civ. Eng.*, 93(3), pp.11 – 34.
29. Mattei, M. and Ricciardelli, F. (2002) “**Mathematical model for design of mass dampers for wind excited structures**”. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 128(9), pp.979-98.
30. Takahashi, K. (1981) “**An approach to investigate the instability of the multiple degree-of-freedom parametric dynamic systems**”. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 78, pp. 519-529.
31. Takahashi, K. (1991) “**Dynamic stability of cables subjected to an axial periodic load**”. *Journal of Sound and Vibration*, Vol.144, pp.323-330.
32. Macdonald J.H.G, Dietz M.S, Neild S.A et al. (2010) “**Generalised modal stability of inclined cables subjected to support excitations**” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, pp. 4515-4533

33. Fujino, Y., Abe, M (1993) “Design formulas for tuned mass dampers based on a perturbation technique”. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, pp.833-854.
34. Lilien, J.L (1994) “Vibration amplitude caused by parametric excitation of cable stayed structures”. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 174(1), pp.69-90.

## APÉNDICE A

Código APDL del programa ANSYS para determinar la respuesta del tirante 1 ante el viento turbulento.

**/PREP7**

**/TITLE, ANALISIS DE VIBRACION CON BEAM4**

!\*\*\*\*\*

ET, 1, BEAM4 !Elemento

R,1,0.00262047,0.00098,0.00098,0.368,0.368,0,

RMORE,0.004473325803,0,0,0,0

!\*\*\*\*\*

**! Propiedades dEL Material**

MP, NUXY, 1, 0.3

MP, EX, 1,1.94924E+11 ! Módulo de Elasticidad

MP, DENS, 1,14404.27845 ! Densidad

!\*\*\*\*\*

!\*\*\*\*\***Coordenadas**\*\*\*\*\*

N,1,0,0,0

N,2,0.66286,-0.003491151048,0

N,3,1.32572,-0.006911773792,0

N,4,1.98858,-0.010261868232,0

N,5,2.65144,-0.013541434368,0

N,6,3.3143,-0.0167504722,0

N,7,3.97716,-0.019888981728,0

N,8,4.64002,-0.022956962952,0

N,99,64.9602800000001,-0.0069117737919997,0

N,100,65.62314,-0.00349115104799969,0

N,101,66.286,0,0

\*DO,I,1,100,1

E,I, I+1

\*ENDDO

D,1,ALL

D,101,ALL

FINISH

!\*\*\*\*\***Configuración de datos**\*\*\*\*\*

/config,nres,6500  
!/config,noeldd,1  
!/config,norstgm,1  
escala = 10000

!\*\*\*\*\***Leer archivos de fuerzas**\*\*\*\*\*

\*DIM, vector1,,6000  
\*VLEN,6000,1  
\*VREAD,vector1,Coordenada-1,txt  
(1f6.2)

\*DIM, vector2,,6000  
\*VLEN,6000,1  
\*VREAD,vector2,Coordenada-2,txt  
(1f6.2)

\*DIM, vector3,,6000  
\*VLEN,6000,1  
\*VREAD,vector3,Coordenada-3,txt  
(1f6.2)

\*DIM, vector49,,6000  
\*VLEN,6000,1  
\*VREAD,vector49,Coordenada-49,txt  
(1f6.2)

\*DIM, vector50,,6000  
\*VLEN,6000,1  
\*VREAD,vector50,Coordenada-50,txt  
(1f6.2)

\*DIM, vector51,,6000  
\*VLEN,6000,1  
\*VREAD,vector51,Coordenada-51,txt  
(1f6.2)

!\*\*\*\*\***Comienza solución**\*\*\*\*\*

/SOLU  
ANTYPE,TRANS  
TRNOPT,FULL  
!alphan,1.2654  
!betad,0.0038  
ACEL,0,9.81

```
nlgeom,on
autots,on          ! auto time stepping
nsubst,5
```

```
*DO,i,1,6000,1
NSUBST,5
```

```
F,1,Fy,escala*vector1(i)
F,3,Fy,escala*vector2(i)
F,5,Fy,escala*vector3(i)
F,7,Fy,escala*vector4(i)
F,9,Fy,escala*vector5(i)
F,11,Fy,escala*vector6(i)
F,13,Fy,escala*vector7(i)
F,15,Fy,escala*vector8(i)
F,17,Fy,escala*vector9(i)
F,19,Fy,escala*vector10(i)
F,91,Fy,escala*vector46(i)
F,93,Fy,escala*vector47(i)
F,95,Fy,escala*vector48(i)
F,97,Fy,escala*vector49(i)
F,99,Fy,escala*vector50(i)
F,101,Fy,escala*vector51(i)
```

```
KBC,1
TIME,0.1*i
DELTIM,0.01
SOLVE
```

```
*get,dis10y,node,10,u,y
*get,dis20y,node,20,u,y
*get,dis30y,node,30,u,y
*get,dis40y,node,40,u,y
*get,dis53y,node,53,u,y
*get,dis60y,node,60,u,y
*get,dis70y,node,70,u,y
*get,dis80y,node,80,u,y
*get,dis90y,node,90,u,y
!*****Resumen de datos*****
```

```
*cfopen,despla,txt,,append
*vwrite,dis10y,dis20y,dis30y,dis40y,dis49y,dis51y,dis53y,dis60y,dis70y,dis80y,dis90y
(1e12.5,3X,1e12.5,3X,1e12.5,3X,1e12.5,3X,1e12.5,3X,1e12.5,3X,1e12.5,3X,1e12.5,3X,1e12.5,3X,
1e12.5,3X,1e12.5,3X)
```

```
*CFCLOS
```

```
*ENDDO
```

FINISH

## APÉNDICE B

### Método Auto-Regresión de media móvil (ARMA)

A través de la función de densidad de potencia espectral vista en el capítulo 4 las fluctuaciones de turbulencia son simuladas por el método de auto-regresión y media móvil (ARMA) propuesto por Samaras et al., 1985. Existen métodos disponibles en la actualidad para simular el viento fluctuante. Sin embargo el método ARMA se utiliza extensamente debido a que es computarizado rápidamente y con menor uso de memoria. A continuación se describe el proceso.

La correlación del viento para diferentes puntos en el espacio pueden ser generadas por el ARMA que viene dada por:

$$K(t) = \sum_{i=1}^q A_i K(t - i\Delta t) + \sum_{i=0}^q B_i \psi(t - i\Delta t) \quad (B.1)$$

donde  $K(t) = \{k(x, y, z, t)\}$  es un vector de n-variente de  $k(x, y, z, t)$  en el tiempo t, n representa el número de puntos en el espacio es decir en la dirección (x,y,z) en donde se logra discretizarlo en el tiempo y en el espacio generando la velocidad fluctuante del viento;  $k(x, y, z, t)$  es un proceso estocástico estacionario Gaussiano con media cero y varianza unitaria;  $\Delta t$  es el intervalo de tiempo el cual la historia de tiempo es generada;  $[A]$  y  $[B]$  son n x n los coeficientes matriciales de auto-regresión y media móvil, respectivamente para el paso de tiempo i-e sima antes de t.  $\psi_i$  es la n-variable aleatoria discreta de ruido blanco Gaussiana para el paso i-e sima, q es el orden del método ARMA. En general la ecuación B.1 expresa, la velocidad del viento en un tiempo dado a través de combinaciones lineales de eventos previos de velocidades de viento, en donde la componente aleatoria  $\psi$  es añadida.

El primer paso para el proceso consiste en elegir el modelo para la correlación cruzada  $C_K(t)$ . Como el proceso es estacionario, la correlación cruzada es solo dependiente del tiempo. Por lo tanto, la dependencia espacial se excluye en el cálculo. Las correlaciones espaciales en el tiempo t pueden evaluarse a partir de un espectro de velocidad del viento ( por ejemplo, el espectro de Kaimal) y una función de coherencia adecuado ( como la función de la coherencia de Davenport).

Como  $K(t)$  tiene n componentes, la matriz de correlación cruzada se expresa como:

$$C_K(t) = \begin{bmatrix} P_{11}(t) & P_{12}(t) & \cdots & P_{1n}(t) \\ P_{21}(t) & P_{22}(t) & \cdots & P_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{n1}(t) & P_{n2}(t) & \cdots & P_{nn}(t) \end{bmatrix} \quad (B.2)$$

donde  $P_{ij}(t)$  es la correlación cruzada entre la i-ésima y j-ésima posición en el espacio en el tiempo.

Si la turbulencia se supone que es homogénea, entonces  $P_{ij}(t)$  puede ser aproximado por la siguiente ecuación.

$$P_{ij}(t) = \int_0^{\infty} \sqrt{S_i(f)S_j(f)} \cdot coh(y_i, x_i, y_j, z_j, f) \cdot \cos(2\pi ft) df \quad (B.3)$$

donde  $S_i(f)$  es la densidad de potencia espectral (FDEP) en la i-ésima posición y  $coh(y_i, x_i, y_j, z_j, f)$  es la coherencia entre la i-esima y j-ésima posición de frecuencia f. La matriz



de correlación cruzada para cada tiempo se combina para formar la matriz completa de correlación C para el proceso K(t):

$$C = \begin{bmatrix} C_K^T(0) & C_K^T(\Delta t) & C_K^T(2\Delta t) & \cdots & C_K^T((p-1)\Delta t) \\ C_K(\Delta t) & C_K(0) & C_K(\Delta t) & \cdots & C_K((p-2)\Delta t) \\ C_K(2\Delta t) & C_K(2\Delta t) & C_K(0) & \cdots & C_K((p-3)\Delta t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_K((p-1)\Delta t) & C_K((p-2)\Delta t) & C_K((p-3)\Delta t) & \cdots & C_K(0) \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

donde p denota el número de puntos en el tiempo. Sí el valor es suficientemente grande se toma p, el modelo permite una buena aproximación. Para calcular las matrices de coeficientes en K(t), se utiliza C y un grupo de matrices  $\hat{A}_i$ , las que son calculadas primero para  $i=1,2,\dots,p$ , utilizando:

$$\begin{bmatrix} \hat{A}_1 & \hat{A}_2 & \cdots & \hat{A}_p \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} C_K^T(2\Delta t) & C_K^T(2\Delta t) & \cdots & C_K^T(2\Delta t) \end{bmatrix} C^{-1} \quad (\text{B.5})$$

Después se obtiene la matriz  $\beta_0$ , que es triangular inferior, utilizando la descomposición de Cholesky a la solución de:

$$\beta_0 \beta_0^T = \sum_{i=0} \hat{A}_i C_K(i\Delta t) \quad (\text{B.6})$$

Las matrices de coeficientes de la ecuación B.1 se calculan a partir de:

$$\begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \cdots & \beta_q & \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\psi K}(-\Delta t) & \cdots & C_{\psi K}(-q\Delta t) & -C_K^T(\Delta t) & \cdots & -C_K^T(q\Delta t) \end{bmatrix} D^{-1} \quad (\text{B.7})$$

donde

$$D = \begin{bmatrix} I & \cdots & 0 & -C_{\psi K}^T(0) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & I & -C_{\psi K}^T((1-q)\Delta t) & \cdots & -C_{\psi K}^T(0) \\ -C_{\psi K}(0) & \cdots & -C_{\psi K}((1-q)\Delta t) & -C_K(0) & \cdots & -C_K^T((1-q)\Delta t) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & -C_{\psi K}(0) & -C_K((1-q)\Delta t) & \cdots & -C_K(0) \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

e I es la matriz de identidad de n x n

y

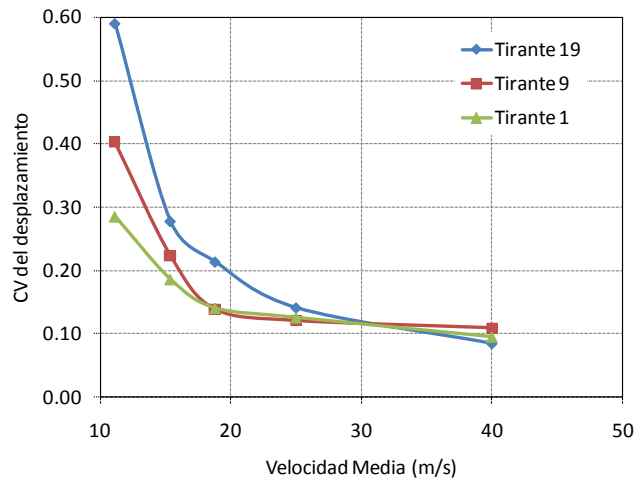
$$C_{\psi K}(0) = \beta_0 \quad (\text{B.9})$$

$$Y \quad C_{\psi K}(-k\Delta t) + \sum (\hat{A}_i C_{\psi K}((I-k)\Delta t)) = 0 \quad (\text{B.10})$$

Para  $k=1,2,\dots,q$ , se tiene que  $C_{\psi K} = 0$  para un intervalo de tiempo positivo

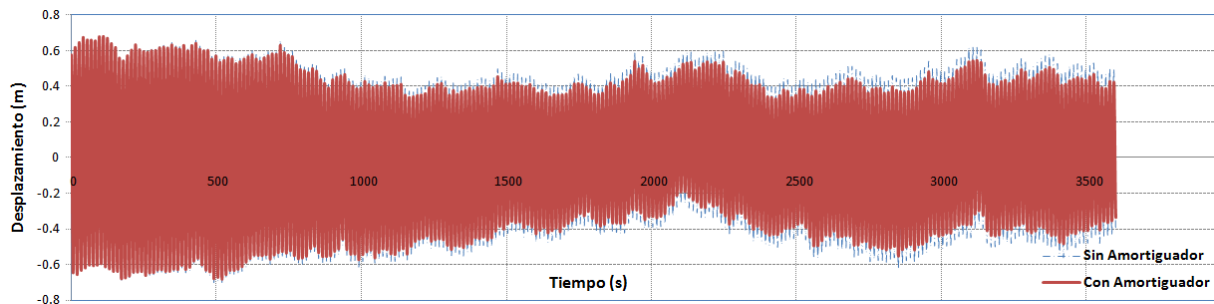
## APÉNDICE C

En la figura C.1 se muestra el desplazamiento en términos de CV, pero en este caso con una duración de 6 minutos y se observa el mismo comportamiento que en el caso anterior (duración de 10 minutos) que varía de manera no lineal conforme la velocidad media del viento aumenta.



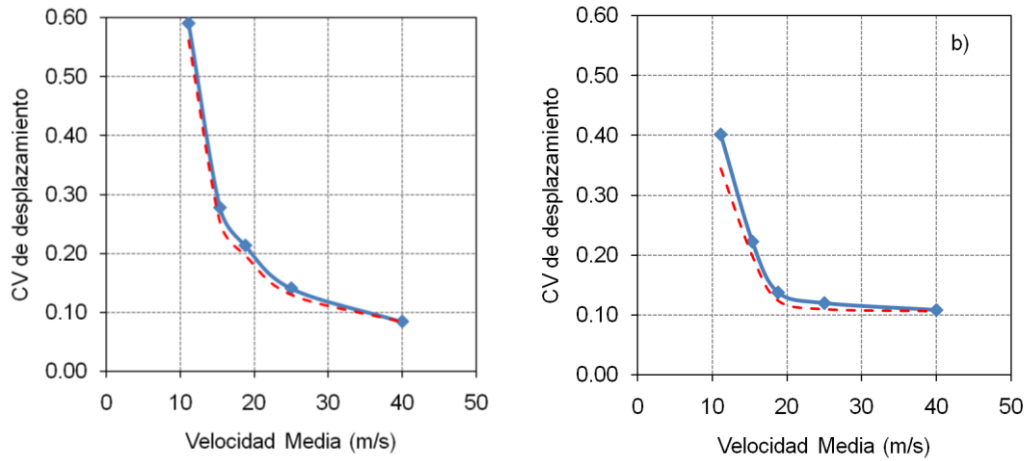
**Figura C.1 Variación del CV de desplazamiento con la velocidad media del viento**

En la siguiente figura C.2 se muestra la historia de desplazamientos del tirante 19 con respecto al tiempo para un sistema sin amortiguador y para un sistema tirante-amortiguador.



**Figura C.2 Desplazamiento para un sistema sin amortiguador y para un sistema tirante amortiguador**

En la siguiente figura C.3 y C.4 se muestra el análisis para un sistema tirante con amortiguador y para un sistema tirante sin amortiguador, en términos del CV del desplazamiento. Se observa el mismo comportamiento que en el caso anterior, tienden a reducir muy poco la vibración inducida por el viento.



**Figura C.3 Variación del CV de desplazamiento con la velocidad media: (a) Tirante 19; (b) Tirante 9 y (c) Tirante 1 (En línea continua tirante sin amortiguador, en línea discontinua sistema tirante-amortiguador)**

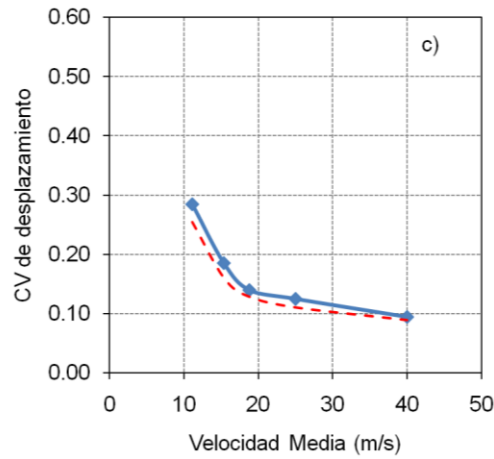


Figura C.4 Variación del CV de desplazamiento con la velocidad media: (a) Tirante 19; (b) Tirante 9 y (c) Tirante 1 (En línea continua tirante sin amortiguador, en línea discontinua sistema tirante-amortiguador)

Finalmente se muestra la respuesta total ante el viento turbulento con una duración de 6 minutos

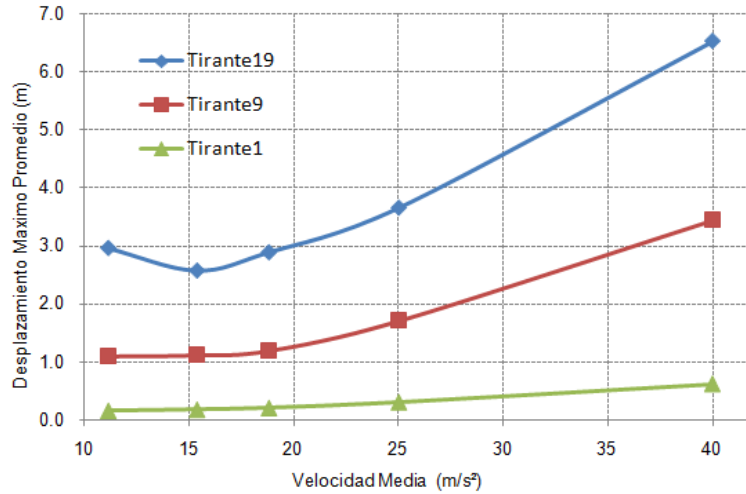
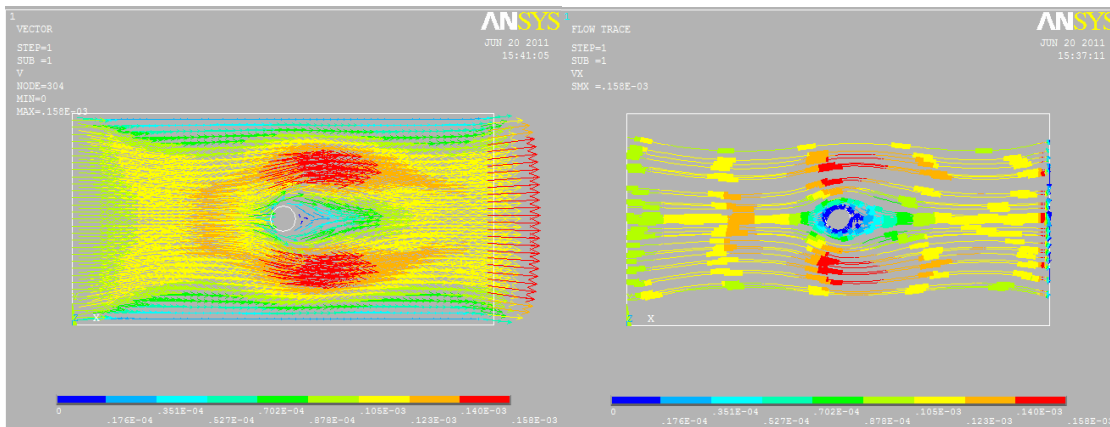


Figura C.5 Desplazamiento máximo promedio para un sistema sin amortiguamiento

## APÉNDICE D

A continuación se muestra la simulación del flujo del aire alrededor del cable en 2D hecha en el programa ANSYS en función del número del Reynolds . En la figura 5.4a se observa que para valores de Reynolds menores a 5 el fluido se desliza en todo el contorno de la superficie sin producir desprendimiento de vórtices.



Flujo del viento a través del tirante (D=0.368m, RE<5)

Figura 5.4 a

En la figura 5.4b se muestra la presencia de un par de vórtices sin desprenderse de la capa posterior del tirante.

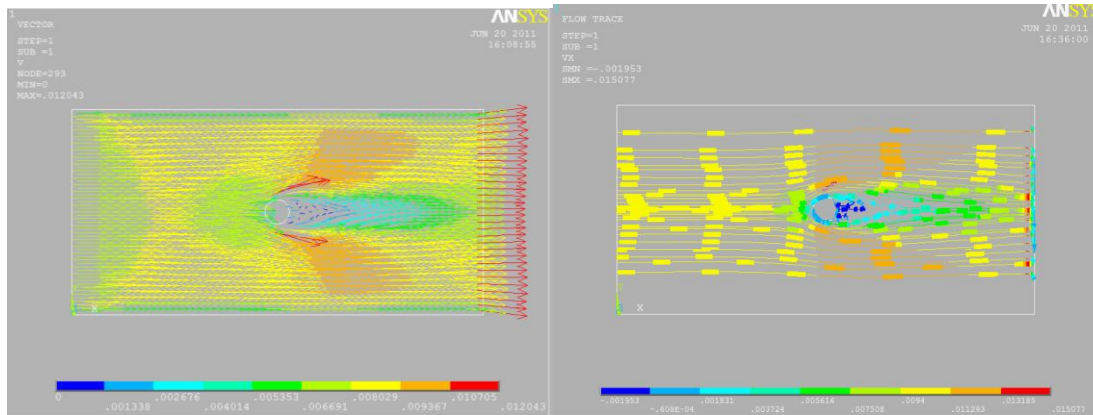


Figura 5.4 b Flujo del viento a través del tirante ( $D=0.368m$ ,  $5 < RE < 40$ )

En las siguientes figuras 5.4c y 5.4d se observa el desprendimiento de vórtices girando en sentido contrario hacia aguas abajo, provocando pequeños remolinos.

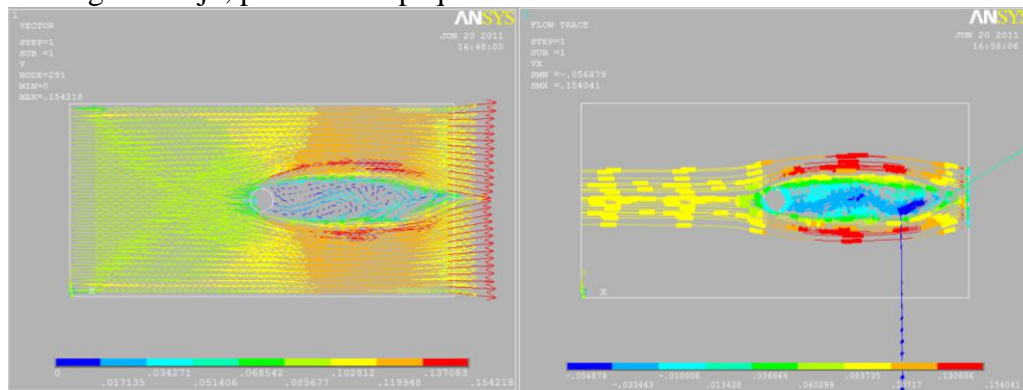


Figura 5.4c Flujo del viento a través del tirante ( $D=0.368m$ ,  $40 < RE < 150$ )

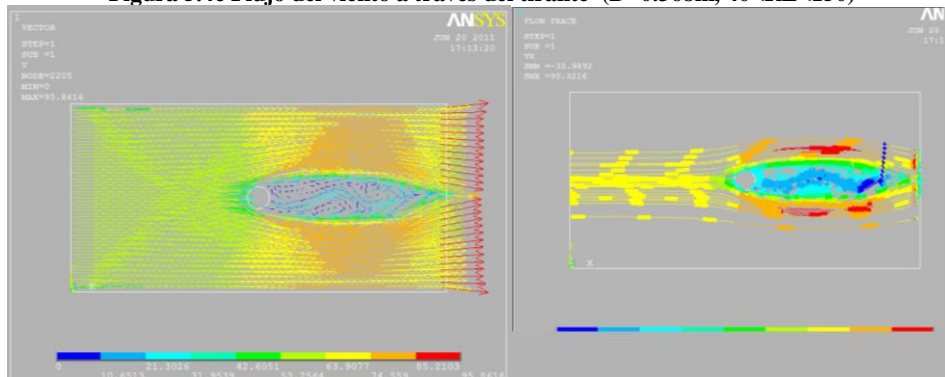


Figura 5.4d Flujo del viento a través del tirante ( $D=0.368m$ ,  $300 < RE < 3.1 \times 10^5$ )