

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**NECESIDADES DE APRENDIZAJE QUE CONVIENE  
RESOLVER PARA ESTUDIAR FÍSICA MODERNA**

**REPORTE DE  
INVESTIGACIÓN**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**FÍSICA**

**P R E S E N T A:**

**ELISA ISETH CEPEDA PÉREZ**



**TUTOR:  
Dr. JORGE RAFAEL BAROJAS WEBER**

**2010**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Cepeda Pérez Elisa Iseth

FECHA: 25/02/2010

FIRMA: Elisa Cepeda

1. Datos del alumno

Cepeda

Pérez

Elisa Iseth

28 37 11 13

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Física

099070135

2. Datos del tutor

Dr.

Jorge Rafael

Barojas

Weber

3. Datos del sinodal 1

Dr.

Luis

Estrada

Martínez

4. Datos del sinodal 2

Dr.

Mauricio

Fortes

Besprosvani

5. Datos del sinodal 3

Dr.

Alberto

Güijosa

Hidalgo

6. Datos del sinodal 4

M. en C.

Mirna

Villavicencio

Torres

7. Datos del reporte de investigación

Necesidades de Aprendizaje que Conviene Resolver para Estudiar Física Moderna

85 p.

2010

## **Agradecimientos**

Agradezco a mis padres y hermanas por todo su amor y apoyo a lo largo de mis estudios.

A los compañeros que trabajaron a mi lado durante la carrera. A Analí Henestrosa y María Antonieta Cortés que con su ayuda hicieron posible este trabajo. Al Dr. Jorge R. Barojas Weber por su ayuda y comprensión. A mis profesores durante la licenciatura. A la Facultad de Ciencias de la UNAM por brindarme los medios necesarios para aprender.

## **Dedicatoria**

Dedico este trabajo a Elfego Ruiz Gutiérrez.

# Índice general

Índice general	v
<b>1. La enseñanza de la Mecánica Cuántica</b>	<b>3</b>
1.1. El profesor y el estudiante	3
1.1.1. Perfil del estudiante según el actual plan de estudios	3
1.1.2. Perfil del profesor	3
1.2. Los Cursos	4
1.2.1. El Curso de Introducción a la Física Cuántica	4
1.2.2. Curso de Mecánica Cuántica	5
1.3. Los Libros de Texto	6
1.3.1. <i>Apuntes del curso de Mecánica Cuántica de Marcos Moshinsky</i> , Elaborados por: Elpidio Chacón, editados por: Gastón García Calderón y Rafael Pérez Pascual	7
1.3.2. <i>Quantum Mechanics: A Modern Development</i> , Leslie E. Ballentine.	8
1.3.3. <i>Concepts of Modern Physics</i> , Arthur Beiser.	9
1.3.4. <i>The Feynman Lectures on Physics, Volume III</i> , Richard Feynmann, Robert Leighton y Matthew Sands.	10
1.3.5. <i>Quantum Mechanics</i> , Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu, Franck Laloë.	11
1.4. Opiniones de Profesores e Investigadores	11
1.5. Los Creadores de la Mecánica Cuántica	13
<b>2. Estrategias Educativas y Desarrollo de Competencias en Mecánica Cuántica</b>	<b>19</b>
2.1. Dificultades con el Aprendizaje de la Física	19
2.2. Conocimientos Previos y Estrategias de Enseñanza para Aprender Mecánica Cuántica	22
2.3. Diferencias Entre el Aprendizaje de la Mecánica Cuántica y la Física Clásica	25
2.4. Aprender Física según una Educación por Contenidos o por Competencias	28
2.5. El Proyecto Tuning y la Enseñanza de la Física en la Facultad de Ciencias	30
2.6. Análisis del Temario de Mecánica Cuántica desde la perspectiva de las Competencias	37
<b>3. Propuestas, Comentarios y Conclusiones</b>	<b>43</b>
3.1. Propuestas al curso de MC	43
3.2. Propuestas a los Laboratorios	44
3.3. Conclusiones	45

---

<b>A. Apéndices</b>	<b>49</b>
A.1. Temarios oficiales . . . . .	49
A.2. Aproximación a la ecuación de Schrödinger a partir de la hipótesis de de Broglie . .	54
A.3. Ejemplo de Tarea: Oscilador Armónico. . . . .	55
A.4. Reducción de la mecánica cuántica a la clásica . . . . .	57
A.5. Uso de animaciones para presentar visualmente algunos aspectos de la MC . . . . .	63
<b>Bibliografía</b>	<b>73</b>

# Resumen

El tema de la docencia a nivel universitario ha despertado mucho interés en los últimos años. El trabajo de investigación para la innovación docente se ha realizado pensando principalmente en cómo lograr que los estudiantes realmente aprendan aquello que el profesor quiere enseñar, crear métodos para que el estudiante esté motivado durante su aprendizaje, mostrar al profesor formas efectivas para enseñar y finalmente, proponer cómo evaluar dicho aprendizaje para poder mejorar la práctica docente.

El aprendizaje de la Mecánica Cuántica (MC) es un proceso largo y requiere de diferentes estrategias, tanto de enseñanza por parte del profesor como de aprendizaje por parte del alumno.

Existen ciertas carencias y fallas en torno a la forma en la que se imparte actualmente el curso de MC en la Facultad de Ciencias de la UNAM. Debemos solucionarlas con el objetivo de mejorar en calidad a los egresados.

Las carencias y fallas son detectables por medio de un análisis de las prácticas docentes de la Facultad y podemos solucionarlas, tanto utilizando los resultados ya conocidos de la investigación en educación universitaria, como por medio del desarrollo sistemático de nuevas estrategias que se apeguen a las necesidades de aprendizaje de cada generación.

El trabajo está dividido en 3 capítulos:

El primer capítulo corresponde a un recuento de la situación actual de la enseñanza en la Facultad de Ciencias y se concreta en relación con dos cursos, de acuerdo con su temario oficial: Introducción a la Mecánica Cuántica y Mecánica Cuántica, también se presenta el análisis de algunos libros de texto populares utilizados por los estudiantes; este análisis trata principalmente de capítulos o aspectos en los que los libros presentan un enfoque especialmente indicado o contraindicado para el aprendizaje.

Para poder contextualizar e identificar las dificultades que se presentan durante el proceso de enseñanza-aprendizaje se presentan los resultados de entrevistas realizadas a seis investigadores del Instituto de Física y del de Ciencias Nucleares que han impartido el curso de MC en la Facultad. También se presenta la reseña de la investigación realizada en torno a las dificultades que tuvieron los creadores de la MC en su momento, según lo expresaron en distintos documentos.

El segundo capítulo está dedicado a un breve análisis sobre el proceso de aprendizaje, considerando el modelo por competencias como posible estrategia educativa para la MC.

En el tercer capítulo se plantean las sugerencias y comentarios que surgieron durante el trabajo de investigación y se presentan las conclusiones del trabajo.

El trabajo incluye cinco apéndices; el primero contiene los temarios de los cursos de Introducción a la Física Cuántica y el de Mecánica Cuántica, como se presentan en el temario oficial; el segundo es una forma de derivar la ecuación de Schrödinger que se propone para presentarse en el curso de licenciatura; el tercero es una tarea en la que los alumnos son guiados a resolver el oscilador



armónico, en el cuarto se muestra la reducción de la mecánica cuántica a la clásica por medio de las ecuaciones de Hamilton-Jacobi y el último contiene algunos pensamientos en torno a las ventajas de presentar algunos conceptos mediante simulaciones computacionales durante el curso de MC.

## Antecedentes resumidos

El presente trabajo pretende caracterizar el proceso de aprendizaje acerca de la estructura de la materia, la energía y sus interacciones, que se ha ido resolviendo a lo largo del desarrollo de las ramas de la física moderna, en particular de la Mecánica Cuántica a nivel licenciatura en la Facultad de Ciencias.

Para ello se analizarán los contenidos temáticos que se enseñan actualmente en la licenciatura en Mecánica Cuántica y se propondrá un estudio de distintas estrategias de aprendizaje para el desarrollo de un curso de Mecánica Cuántica. Tales estrategias tienen como fin definir qué se quiere que aprenda el alumno, cómo se habrá de precisar lo aprendido y finalmente, con qué contenidos y apoyos habrá de lograrlo.

Este trabajo está basado en mi experiencia como estudiante, haciendo énfasis en los puntos que a mi criterio podrían mejorar el aprendizaje de la MC. Señalo los puntos en los que encuentro incongruencia entre la forma en la que se enseña la física y lo que se pretende que los estudiantes aprendan. Utilizo argumentos de corrientes pedagógicas constructivistas y también puntos de vista de investigadores de la UNAM que han impartido clase por varios años; además, se revisaron diferentes artículos sobre la enseñanza de la MC, así como libros que presentan la opinión de los creadores de la MC.



# Capítulo 1

## La enseñanza de la Mecánica Cuántica

Este capítulo tiene por objetivo proporcionar de forma general el panorama en el que se desenvuelven los cursos de MC en la Facultad de Ciencias: se describen los contenidos de los cursos de Introducción a la Física Cuántica y de MC, se muestra el perfil tanto del profesor como del estudiante, se proporciona el análisis general de algunos libros de texto con ideas útiles para el profesor o el estudiante, se presentan las opiniones de diversos profesores que han impartido el curso en la Facultad y se incluyen algunos comentarios de los creadores de la MC en relación con las dificultades a las que se enfrentaron.

### 1.1. El profesor y el estudiante

#### 1.1.1. Perfil del estudiante según el actual plan de estudios

A la Facultad de Ciencias ingresan estudiantes de diferentes preparatorias del país. Los aspirantes deben haber cursado el área de las ciencias Físico-Matemáticas y de las ingenierías en el bachillerato, o el conjunto de materias relacionadas en el Colegio de Ciencias y Humanidades o en otros sistemas de educación media superior. Los estudiantes deben tener curiosidad por los fenómenos naturales y los desarrollos tecnológicos, así como habilidad en las matemáticas. En los últimos años se han realizado cambios que permiten asegurar lo anterior. El cambiar de carrera poco tiempo después de haber ingresado ya no está permitido, por lo que los alumnos que ingresan son aquellos que están seguros de estudiar física. Cuando yo ingresé a la Facultad en el año 2000 no era así, solía ocurrir que algunos de los alumnos que por algún motivo no podían tener un lugar en la carrera de su elección, obtenían un lugar dentro de la Facultad para estudiar física. Por lo tanto, era probable que abandonaran sus estudios.

#### 1.1.2. Perfil del profesor

En México, una fracción considerable de los egresados de las carreras de física del País se dedican en forma parcial o total a la enseñanza; sin embargo, en general, nunca recibieron el entrenamiento pedagógico necesario.

En su mayoría los profesores de la Facultad de Ciencias son investigadores con grado de Doctor, algunos cursaron sus estudios totalmente en el extranjero, otros en México y también hay quienes

cursaron parte en México y parte fuera del país. Esto nos da la oportunidad de contar con varios puntos de vista y experiencias.

Algunos investigadores conocen la teoría de la MC con tanta profundidad y familiaridad que no perciben las dificultades de los estudiantes cuando se enfrentan por primera vez a su aprendizaje. Esto ocasiona que cuando dan el curso en realidad éste no corresponde a las necesidades del alumno y terminan por hacer en el pizarrón un resumen de su propio conocimiento, o concientes de su falta de entrenamiento pedagógico, recurren a copiar un libro de texto.

Existen también profesores e investigadores que tras varios años de impartir cursos en la Facultad han desarrollado estrategias docentes efectivas, producto del análisis de sus cursos y de observar a los estudiantes. Salvo por algunas entrevistas personales ocasionales, se tiene poca información sistematizada acerca de qué piensan los estudiantes acerca de cuestiones tales como: la forma de enseñar, el nivel y enfoque en la presentación de los contenidos, los procedimientos y criterios de evaluación, lo que realmente aprendieron y para qué les ha servido o qué les ha hecho falta.

Sin embargo, algunos profesores han desarrollado estrategias tales como las siguientes: establecer en cada clase contacto con sus alumnos y fomentar la participación de los mismos a través de cuestionamientos basados en lo tratado en clases anteriores; platicar con sus estudiantes acerca de cómo han sentido el curso; realizar ejercicios en clase que están diseñados para que el estudiante pase al pizarrón a resolverlos y pueda darse cuenta de sus dudas; diseñar las tareas de manera que le sirvan al estudiante para construir los conceptos propios de su materia.

Existen en el actual plan de estudios dos cursos principales en los que se introduce y familiariza al estudiante con los conceptos formales básicos de la física cuántica. El primero de ellos es el curso de Introducción a la Física Cuántica, que pertenece al quinto semestre y el curso de MC corresponde al séptimo semestre. Aunque ambos tratan temas de cierta forma introductorios, si se considera la totalidad de la MC, tienen enfoques muy diferentes.

## 1.2. Los Cursos

Actualmente el plan de estudios de la licenciatura en física está organizado en nueve semestres, contemplando al final un periodo de un semestre para cursar el Seminario de Titulación para alumnos que deseen éste como requisito de titulación; cuenta con un total de 35 asignaturas obligatorias y de 6 a 9 asignaturas optativas para estar en posibilidad de aprobar los 60 créditos optativos. Estos pueden cursarse a partir del quinto semestre, eligiéndose dentro del grupo de optativas contenidas en el plan de estudios. [1]

### 1.2.1. El Curso de Introducción a la Física Cuántica

El curso de Introducción a la Física Cuántica (IFC) tiene por objetivo familiarizar al estudiante con las ideas y conceptos más básicos de la Física Cuántica. El curso sigue un desarrollo histórico y tiene un enfoque básicamente fenomenológico; el temario (Apéndice A.1) abarca desde las primeras evidencias del átomo (Dalton) hasta temas de estado sólido y física nuclear, pasando por física atómica y molecular.

Los estudiantes regulares, es decir los que han seguido el plan de estudios de forma normal, en el momento en que se inscriben esta asignatura cuentan, en principio, con suficientes herramientas de física y matemáticas. En la parte física los alumnos tienen los conocimientos que se imparten

en los cursos de Mecánica Vectorial, Fenómenos Colectivos, Electromagnetismo I y Óptica. En la parte matemática ya han cursado los 4 cursos de Cálculo, Álgebra Lineal, Geometría Analítica y un curso básico de Ecuaciones Diferenciales. También en el primer semestre los estudiantes toman un primer curso de computación.

En la Facultad de Ciencias generalmente los contenidos de los cursos, si bien están establecidos en el temario oficial, dependen también de lo que el profesor considera importante para los alumnos. Por lo que se podría decir que no todos los cursos tocan los mismos temas, ni tienen el mismo enfoque. Aunque el hecho de que exista diversidad en la forma de dar los cursos podría proporcionar cierta riqueza de conocimientos a los alumnos, también ocasiona un problema y es el hecho de que no todos los estudiantes terminan con los mismos conocimientos.

El temario del curso es muy extenso y toca temas que en semestres posteriores se vuelven a tocar pero con mayor detenimiento y que además no contribuyen directamente a que el estudiante pueda comprender las materias de los semestres inmediatos, como es el caso de física nuclear y estado sólido. Sin embargo, el temario omite relatividad, un tema que puede ser importante para poder comprender por ejemplo la hipótesis de de Broglie, debido al nivel de conocimientos que tienen los estudiantes en ese momento.

Las clases de IFC se imparten de la forma tradicional: el profesor habla frente al grupo y los recursos didácticos comúnmente utilizados son el gis y el pizarrón. Esta forma de impartir la clase puede funcionar bien siempre y cuando el profesor esté al pendiente de las dudas o inquietudes de los alumnos y fomente la participación. Sin embargo, debemos recordar que la MC es difícil de aprender por que es difícil de visualizar, posteriormente se vuelve matemáticamente complicada y muy abstracta.

### 1.2.2. Curso de Mecánica Cuántica

En el séptimo semestre de la licenciatura los estudiantes cursan Mecánica Cuántica (MC). El objetivo de este curso es dar una preparación a los alumnos en torno a la parte representativa, matemática y estructural de la MC, que les permitirá tener cierta formación formal de la MC y en dado caso, estar capacitados para realizar estudios de postgrado.

El curso, según lo aprobado en el actual plan de estudios, comienza con la ecuación de Schrödinger, estados estacionarios, ecuación de continuidad, eigenfunciones y eigenvalores. Después se cubre la parte de postulados y esquema matemáticos, estados de una partícula en una dimensión, un poco de movimiento en tres dimensiones, momento angular y espín, partículas idénticas y los métodos aproximados. Si al final del semestre el profesor cuenta con tiempo, se recomienda dar un poco de ecuaciones relativistas y la aplicación de las estadísticas de partículas idénticas en física atómica, nuclear, estado sólido, óptica, etc. (Apéndice A.1)

Los estudiantes que han seguido el plan de estudios cuentan con los conocimientos del curso de IFC, óptica, mecánica analítica y termodinámica, en la parte de física. Como herramientas matemáticas cuentan ahora con el curso de variable compleja y matemáticas avanzadas de la física, en donde los alumnos adquieren algunas de las herramientas matemáticas necesarias para formalizar el estudio de las siguientes asignaturas.

Al igual que en el curso de IFC, la clase sigue un esquema tradicional, el profesor dando el tema frente a los alumnos y utilizando como apoyo didáctico el pizarrón de clase. Al igual que en el caso anterior, para un curso a nivel licenciatura esta situación de clase puede ser muy efectiva, siempre y cuando el profesor esté al tanto de lo que los alumnos saben, aprenden o ignoran y fomente

momentos para que los estudiantes expresen sus dudas. Con frecuencia ocurre que un estudiante no se da cuenta de que no ha comprendido un tema hasta que se encuentra con un reto que debe resolver solo. Sería bueno que los profesores buscaran momentos en la clase para que los alumnos también pasen al pizarrón, pero se debe ser muy cuidadoso en que haya un ambiente de confianza para que el estudiante no se sienta ridiculizado.

Los libros de texto recomendados varían de un profesor a otro, los más utilizados por los estudiantes son el libro de Feynmann *The Feynman lectures on physics vol.III, Elementary quantum mechanics*, el de D.S Saxon *Quantum Mechanics*, el libro *Quantum Physics* de S. Gasiorowicz y el libro *Introducción a la Mecánica Cuántica* de Luis de la Peña, entre otros.

Profesores e investigadores que imparten el curso, tienen diferentes formas de interpretar la MC y también dan prioridad a diferentes cosas. Por ejemplo, existen quienes ven como prioritario el que el estudiante sepa calcular bien las cosas y resolver problemas. Hay otras opiniones que consideran prioritario que el estudiante entienda lo mejor posible los significados de la MC. Esto da como resultado cursos muy distintos. También de acuerdo con estas creencias, los profesores modifican el temario. Esto es bueno pues existe diversidad y se puede fomentar en el estudiante el gusto por investigar diferentes formas de ver la MC, pero puede llegar a ser malo si no hay un consenso general sobre cuales son los puntos más importantes que debe saber un alumno al final del curso, con el objetivo de no crear lagunas, ni que los profesores de cursos posteriores no sepan qué dar por conocido y qué deberán enseñar a partir de cero.

Estos son puntos de divergencia en la forma de impartir el curso, pero algo que ha llamado mi atención como estudiante y que está presente en la mayoría de los cursos, fue el hecho de que muchos de los temas son mostrados por medio de ejercicios y ejemplos, en lugar de estar sustentados por una teoría que sea más evidente para el estudiante. Como es el caso del curso de mecánica analítica, en donde se muestran al estudiante de manera clara los fundamentos de la teoría y al mismo tiempo se realizan los ejercicios.

### 1.3. Los Libros de Texto

Los libros de texto ocupan un lugar importante en el proceso de aprendizaje. Para que un libro de MC sea realmente de apoyo es necesario que el contenido esté organizado de manera que el estudiante pueda llevar un seguimiento de lo que ha aprendido; para ello es importante, en particular en el caso de los libros de texto para MC, que el estudiante pueda hilar lógicamente su contenido y que comprenda su significado.

En general, en los cursos de MC se recomiendan libros con los que la mayoría se encuentra ya familiarizada. Tal es el caso de los libros de texto mencionados en la sección anterior. La mayoría de estos libros no tienen un enfoque moderno de la MC y son apropiados en secciones únicamente a niveles introductorios.

A continuación mostraré un breve análisis de los libros de texto que a mí en particular me sirvieron como apoyo durante el curso de MC, me referiré exclusivamente a las secciones o capítulos que contienen enfoques diferentes de otros libros y que pueden ser útiles en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Algunos de estos libros no son los que tradicionalmente se utilizan.

### 1.3.1. *Apuntes del curso de Mecánica Cuántica de Marcos Moshinsky, Elaborados por: Elpidio Chacón, editados por: Gastón García Calderón y Rafael Pérez Pascual*

Este libro contiene los apuntes del curso de MC para licenciatura. Las personas encargadas de la elaboración de este libro se preocupan mucho por dejar claro este punto. Uno de los editores es Rafael Pérez Pascual, él tiene la característica de escribir en forma muy clara, y este libro no es la excepción. Sin embargo, el libro presenta algunos errores menores en los subíndices, signos y letras de las fórmulas.

Es importante mencionar que no fue planeado como libro de texto, pero a mí me fue muy útil por los motivos que a continuación mencionaré.

Después de la clase, este libro puede servir de apoyo para que los procedimientos y detalles del álgebra queden claros. Es en este punto en que es especialmente claro y útil para los estudiantes; contempla varios ejemplos en cada tema, pero no pierde de vista la teoría, es decir, sigue siendo un libro de teoría cuántica.

En cuanto al orden de los temas, le falta estructura; bruscamente cambia de temas varias veces. Por ejemplo, en el capítulo 7 se ve momento angular y en el capítulo 11 la continuación de la teoría de momento angular. Mientras tanto, en los capítulos del 7 al 11 se ve cuerpo rígido, cuerda vibrante, teoría de perturbaciones y potenciales centrales.

Tiene un capítulo introductorio muy bueno, acerca del origen de la MC. Habla de las hipótesis y los problemas que enfrentaron los físicos de aquella época, en particular respecto del problema de la radiación del cuerpo negro y a través de un ejemplo en donde calcula la acción en diferentes sistemas, lleva al estudiante a darse cuenta de la magnitud de la constante de Planck ( $h$ ) y de por qué no observamos fenómenos cuánticos a simple vista.

Contiene un capítulo de relatividad especial que usa para fundamentar y asociar las hipótesis de Planck y de Broglie. Este capítulo es un poco extenso para los fines que busca. Finaliza el capítulo con el tema de las ondas electromagnéticas y de su origen a partir de Maxwell, para dar pie al siguiente capítulo en donde realiza el análisis del límite clásico. Este capítulo está pedagógicamente bien estructurado y contribuye mucho al entendimiento de la MC. El problema es que para entenderlo completamente, uno debe conocer bien la formulación de Hamilton-Jacobi y algo de la eikonal (óptica geométrica, aproximación de onda corta), lo que no es muy común para los estudiantes que entran en séptimo semestre. En las notas del curso de mecánica clásica de Rafael Pérez Pascual se trata este mismo punto de forma muy clara y mejor estructurada. (Ver apéndice A.4)

Cuando trata la ecuación de Schrödinger, va directamente a resolver problemas como el de potenciales cuadrados y tiene unas notas muy interesantes sobre los fenómenos de transmisión y reflexión.

En el capítulo 5 trata la interpretación probabilística de la función de onda. Se va directo a la ecuación de continuidad, sin antes ver su significado y resultado. Falta también profundizar en el significado de probabilidad. Este capítulo no está muy completo.

En el capítulo 6 describe el formalismo de la MC, pero no expresa claramente los postulados; lo hace por medio de las integrales y los operadores.

En general, el libro utiliza coordenadas cartesianas en todos sus desarrollos; el tema de momento angular está definido únicamente en cartesianas, lo cual limita la interpretación del momento angular fuera de estas coordenadas.



En el capítulo 9 cuantiza los problemas del cuerpo rígido y de la cuerda vibrante y da algunas bases de teoría cuántica de campos; esto es bueno pues conecta al estudiante con el siguiente nivel de conocimiento en MC.

Como se trata de una recopilación de apuntes el libro no incluye problemas o ejercicios dirigidos al lector, tampoco contiene secciones con ejemplos.

### 1.3.2. *Quantum Mechanics: A Modern Development.* Leslie E. Ballentine.

Este texto está dirigido al posgrado; sin embargo, propone ciertos formalismos y marcos teóricos que aclaran muchos conceptos que el estudiante tarda en madurar, para ello señala diferencias sutiles entre la formulación tradicional y la moderna de la MC. En mi opinión el que el profesor de licenciatura se tome un tiempo para estudiar este libro puede contribuir a aclarar varios conceptos importantes de manera que luego pueda explicarlos con más soltura. No debe entenderse por esto que el profesor simplemente reproduzca durante un curso de licenciatura los temas del libro, tal como vienen presentados para un curso de posgrado.

Hay muchos tratados especializados en varios aspectos de la formulación de la MC, pero por lo general no se integran al material pedagógico estándar. El autor de este libro se preocupa por quitar esta dicotomía. Uno de los cambios pedagógicos que propone es eliminar el capítulo de los métodos aproximados a cambio de tratar el concepto de estado cuántico, el cual es un tema que se toca en la licenciatura de manera poco satisfactoria. A partir de un análisis de su práctica docente el autor comenta que esta presentación de la MC es más natural.

En varios lugares a lo largo del libro, el autor agrega comentarios de naturaleza crítica o presenta comparativas históricas. Esto ayuda al estudiante a comparar las ideas de los fundadores de la teoría; en ocasiones el autor señala las razones por las que decidió dejar la forma tradicional en que se presentan los conceptos.

El libro presenta una introducción que incluye algunos fenómenos particulares de la MC; específicamente, el fenómeno de coherencia desde el punto de vista de la estabilidad de fase requerida para la difracción de las partículas. Incluye también la observación de que el fenómeno de coherencia cuántico está generalizado más allá de las analogías de los comportamientos ondulatorios (spin).

En el capítulo en donde establece los requerimientos matemáticos propone una muy clara y completa definición de vector, de espacio métrico y, en particular, del espacio de Hilbert y del espacio de Hilbert "equipado"; es decir, el espacio que incluye en el formalismo a los vectores de norma infinita. En particular, construye el espacio vectorial de las funciones y distingue algunas de sus propiedades que le llevan a introducir la notación de Dirac, en donde hace clara la diferencia entre el "bra" y el "ket".

Da una breve introducción a la teoría de probabilidades haciendo varias distinciones entre la formulación antigua y la moderna de esta teoría; en especial, remarca el hecho de por qué la formulación moderna es más adecuada para el estudio de la MC.

Presenta varios puntos de vista de los postulados, contrastándolos y analizándolos en varias ocasiones con una aproximación filosófica. El autor hace una crítica a la presentación tradicional de los postulados, señalando varias sutilezas sobre el concepto de estado, como la diferencia entre el estado puro y un estado cualquiera.

El libro tiene un capítulo en el que trata directamente de las transformaciones de Galileo y la hipótesis de que las leyes de la física son invariantes ante estas transformaciones; después

construye la ecuación de movimiento, es decir, la ecuación de Schrödinger; muestra de donde viene dicha ecuación y no se plantea como un punto de partida como en varios libros de texto.

En el resto del libro trata temas de mayor complejidad que no son tan relevantes para un curso de licenciatura. Cada capítulo contiene al final una serie de problemas: la mayoría de ellos requiere de un conocimiento conceptual más profundo y de habilidad en el manejo de la herramienta matemática, más allá de lo requerido para un estudiante de licenciatura.

Este libro se recomienda ampliamente para dar estructura y plantear los conceptos en un curso de MC, es decir, puede ser un buen recurso para el docente más que para el alumno. El libro puede proveer de ideas al profesor sobre cómo plantear los conceptos y formalismos en clase. En el caso de los estudiantes de licenciatura, se recomienda este libro como un complemento, mas no como un libro de primera aproximación a la teoría. Presenta ejemplos únicamente en ciertos temas.

### 1.3.3. *Concepts of Modern Physics*, Arthur Beiser.

El libro se recomienda para el curso de Introducción a la Física Cuántica; es un libro muy sencillo y contiene muchas imágenes que le ayudan a los estudiantes a tener un acercamiento visual en cada tema. La principal preocupación del autor fue que este el libro sirviera como una primera aproximación a la física moderna; trata de hacerlo lo más intuitivo posible, para que los estudiantes hicieran la transición de clásica a moderna de forma gradual.

Al final de cada tema, el libro contiene apéndices que sirven como ayuda para que el estudiante pueda profundizar más. Cabe mencionar que los apéndices están escritos en forma muy clara y es muy recomendable que los estudiantes tomen un tiempo para estudiarlos.

En varios temas el autor incluye comentarios interesantes sobre cuestiones de frontera o aplicaciones, con el objetivo de atraer la atención del estudiante.

Comienza con un capítulo de relatividad, al final del cual hay un apéndice sobre transformaciones de Lorentz. Después trata con mucho detenimiento cada uno de los experimentos que dieron origen a la MC, incluyendo en la parte superior de las páginas algunas notas históricas. El objetivo de presentar estos temas al principio es ofrecer un marco de referencia para entender la física del átomo y del núcleo, que permita al estudiante comprender el tipo de problemas que pretende resolver la MC.

Antes de presentar la ecuación de Schrödinger, el libro prepara al estudiante con dos capítulos, uno primero de propiedades ondulatorias de las partículas y el segundo trata de la estructura atómica.

Una de las fallas del libro es la forma en la que presenta el tema del espín, define espín como un "momento angular asociado al electrón". El experimento de Stern-Gerlach sólo es mencionado brevemente.

El capítulo 9 es una introducción a la física estadística en la que presenta varios temas importantes a un nivel apropiado para el estudiante de licenciatura, como la estadística cuántica de Bose-Einstein, Fermi-Dirac, Rayleigh- Jeans y Planck.

Los ejercicios contenidos en este libro son especialmente útiles en un nivel introductorio. Incluye problemas que implican un razonamiento teórico y de igual manera contiene problemas que motivan al estudiante a realizar cálculos matemáticos. Este libro contiene ejemplos ilustrativos en casi todas las secciones.

#### 1.3.4. *The Feynman Lectures on Physics, Volume III*, Richard Feynmann, Robert Leighton y Matthew Sands.

The Feynman Lectures on Physics son una serie de tres libros, basados en los cursos que impartió Richard Feynman en Caltech en los años sesenta, escritos con ayuda de sus colegas Robert Leighton y Matthew Sands.

El curso que se impartió constaba de tres partes: 2 veces por semana los alumnos tenían una clase de teoría, 2 veces se dividían en grupos de 15 a 20 estudiantes para discutir y resolver problemas con ayuda de un profesor y una vez por semana había una sesión de laboratorio relacionada con los temas cubiertos durante esa semana. Los libros presentan únicamente la parte de teoría del curso. En general los 3 tomos de la serie The Feynmann Lectures on Physics son útiles como un complemento para el estudiante cuando quiere aprender sobre un tema desde un punto de vista alternativo.

Entre los objetivos principales de este curso estaban, en primer lugar, mantener a los estudiantes motivados y poder observar que al final tuvieran mayores conocimientos. Además, se pretendía integrar en cada clase algunas sugerencias de aplicaciones de las ideas y conceptos presentados en la teoría, incluso saliéndose un poco de la línea del tema, para que los estudiantes pudieran vislumbrar un poco la variedad de trabajos que se podían hacer.

Feynmann comenta que es importante indicar a los estudiantes qué es la educación y aquello que deben aprender, con el objetivo de que al final tengan suficientes conocimientos útiles. También habla de la importancia de utilizar los conocimientos previos como un medio de aprendizaje.

El volumen III de esta serie de libros es el que toca temas relacionados con mecánica cuántica. Y es sobre el cual se ha realizado el análisis.

Feynman señala que toma mucho tiempo aprender la MC y generar intuición en este campo, que es una teoría que debe aprenderse varias veces y que sólo hasta etapas avanzadas de posgrado se puede obtener una visión más completa. Por lo tanto, en este libro prefirieron realizar un intento para mostrar la MC matemáticamente simple, y dejando los formalismos más complejos para una etapa posterior. (Inclusive Feynmann hace un comentario en el prefacio en donde sugiere que la MC no debe ser enseñada del todo en cursos de licenciatura).

Para los autores este libro es un intento por tratar los temas de MC en su forma más sencilla y presentarlos en una manera que no había sido considerada antes, por lo que hacen la aclaración de que pudiera considerarse como un experimento. En su opinión, el libro no puede considerarse completo pues como se formó a partir de la recopilación de clases en un curso, el contenido quedó a merced del tiempo que tenían para presentar los temas. Para completarlo, Feynmann comenta que habría que incluir el tema de bandas de energía y la dependencia espacial de las amplitudes.

En general, el tercer libro es fácil de leer, sobre todo los primeros capítulos del libro son muy claros y explican con mucho detalle temas en los que generalmente los estudiantes se confunden. Este libro no contiene problemas o ejercicios, los cuales se han publicado en cuadernos aparte.

Mencionaré los capítulos que a mi criterio contienen un enfoque que facilita el aprendizaje. El libro comienza con una discusión sobre el comportamiento cuántico, mencionando los principales experimentos con electrones y los primeros principios de la MC.

Los capítulos 2 y 3 están enfocados a las ideas de amplitud de probabilidad, interferencia de amplitudes, la notación abstracta de estado y la superposición y resolución de estados. En el libro la notación de Dirac se utiliza desde el capítulo 3.

En los capítulos 5 y 6 hay una explicación muy detallada y especialmente fácil de entender

sobre el espín, utilizando el experimento de Stern-Gerlach; guía al estudiante hasta que de una forma muy gradual comienza a utilizar la notación de Dirac para el espín.

En el capítulo 8 introduce la matriz Hamiltoniana, también en una forma muy gradual y sencilla, haciendo énfasis en situaciones reales en las que se puede utilizar, lo cual es muy bueno pues deja una idea clara de su significado. También da una buena base para poder seguir con los siguientes capítulos.

En algunos de los capítulos siguientes, la información ya no se presenta de manera tan gradual y esto hace que el estudiante pierda el seguimiento de los temas, pues profundiza considerando conceptos que no han sido presentados previamente. Otra cosa que debe considerarse es que a partir del capítulo 10 no hay una secuencia muy ordenada en la presentación de los temas: en el capítulo 11 explica las matrices de Pauli, los capítulos 13 y 14 son más bien de estado sólido, donde presenta una aplicación de la MC; el capítulo 18 está dedicado al momento angular y en el 19 aparece la ecuación de Schrödinger por primera vez.

Cuando le preguntaron a Feynman si la forma de enseñanza que había seguido había resultado positiva, él contestó que no. Dijo que cuando observaba a la mayoría de los estudiantes en la forma en la que resolvían los problemas o los exámenes podía darse cuenta de que había una falla. También agregó que si tuviera que volver a impartir el curso definitivamente lo haría en otro orden.

### 1.3.5. *Quantum Mechanics*, Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu, Franck Lalöe.

A nivel de licenciatura este es un libro de consulta, una vez que ya se tiene cierto conocimiento del tema; no es recomendado como un libro de primera vez para aprender un tema. Es un libro muy completo y formal, pero no es muy didáctico, en el sentido de que no contiene explicaciones sencillas en donde pueda verse físicamente qué ocurre; es más bien técnico. Por ejemplo, si a un estudiante se le presentó un cierto tema en clase y tiempo después necesita retomar ese mismo tema para alguna tarea, puede recurrir a este libro para revisarlo.

Es un libro muy ordenado en la forma de plantear las cosas; sin embargo, en ocasiones aparecen citas y referencias a otras partes del libro que en la práctica son difíciles de encontrar. Otra dificultad es que para poder seguir la lectura, el estudiante necesita familiarizarse con la nomenclatura que se utiliza en algunas de estas citas.

El libro está conformado por capítulos y sus complementos. El contenido de los complementos está diseñado para profundizar en los temas o brindar discusiones más detalladas y profundas de los mismos. En general los complementos están más bien dirigidos a estudiantes de posgrado. Sin embargo, como parte de estos complementos, al final de cada capítulo se presentan series de ejercicios, los cuales son adecuados a nivel licenciatura y algunos de ellos están pensados para que el estudiante reflexione en el significado físico de los cálculos que ha realizado. Contiene ejemplos ilustrativos en cada sección, algunos de ellos son complicados para un estudiante de licenciatura.

## 1.4. Opiniones de Profesores e Investigadores

Como parte de la investigación realizada para este trabajo, pregunté a seis investigadores del Instituto de Física y de Ciencias Nucleares sus inquietudes y opiniones sobre los cursos que han impartido en la Facultad de Ciencias respecto de IFC o de MC. Los investigadores entrevistados

fueron: Fernando Magaña, Luis de la Peña, Rafael Pérez Pascual, Ramón Peralta y Fabi, Jorge Hirsh y Alberto Güijosa, los cuales han impartido cursos de MC, algunos de ellos tanto en el viejo como en el nuevo plan de estudios o cursos de posgrado y licenciatura sobre temas en MC. Mencionaré aquellas opiniones e inquietudes en las que varios de ellos concuerdan. Los comentarios de los investigadores que fueron personales o que no aplicaban para el presente trabajo no serán discutidos.

En general, los investigadores que imparten estos cursos en la licenciatura están de acuerdo en que se fomenta poco la excelencia en la educación y que es urgente implementar un sistema de evaluación de la educación en física, con el objetivo de poder investigar cuáles son los modelos educativos más eficientes para los estudiantes de la Facultad. Este sistema de evaluación podría servir también para motivar a los profesores a informarse acerca de cómo preparar y dar sus clases, tomando en cuenta las experiencias de aquellos profesores que tienen éxito en este sentido.

La mayoría considera que no es bueno comenzar con los formalismos matemáticos en un curso de licenciatura, como lo hacen algunos textos que abordan la MC con un enfoque moderno, argumentando que esto podría confundir más a los estudiantes y hacerlos sentir la MC todavía más lejana y abstracta. En general optan por comenzar con los postulados y reproduciendo el planteamiento del problema de radiación de cuerpo negro. También consideran útil introducir un repaso de probabilidad antes de comenzar con la ecuación de Schrödinger. La parte de los formalismos matemáticos debe tocarse con cierto detenimiento al final del curso.

Para muchos profesores experimentados, el impartir un curso de MC requiere mucha preparación, tanto antes como durante el curso y lo consideran un reto debido a la complejidad y abstracción de los temas. Esta preparación consiste básicamente en desarrollar un mecanismo que permita tratar gradualmente cada uno de los temas de manera que el estudiante pueda ir uniendo las ideas, pero también están conscientes de que deben tocar muchos temas en un solo semestre.

Los investigadores opinan que no hay un único libro de texto que sea útil para llevar el curso de MC, sino que generalmente recurren a varios libros para tratar diferentes temas. Esto ocurre en muchos otros cursos y es un aspecto que enriquece al estudiante. También han encontrado incongruencias en el orden propuesto de los temas y con frecuencia ellos los acomodan de acuerdo a su criterio y de la familiaridad que tienen de cada tema. Y comentan que a su parecer muchas veces los mismos autores de libros para licenciatura no saben qué es lo que quieren mostrar al estudiante, únicamente repiten la presentación de los temas en la misma forma que se ha hecho siempre.

También comentan que cuando comienzan un curso prefieren dar por hecho que el alumno no sabe nada. Desde el punto de las corrientes pedagógicas modernas esto no es muy adecuado, ya que para que el alumno pueda consolidar su conocimiento, éste debe estar bien cimentado en lo que aprendió en cursos anteriores.

Algunos profesores que han tenido oportunidad de dar el curso de IFC comentan que han optado por modificar el temario reduciendo el número de temas para profundizar en los significados físicos y poder contestar a las múltiples preguntas que surgen en los estudiantes con respecto a los puntos poco intuitivos de la MC; además, incluyen una introducción de relatividad. También existen algunos que han cubierto todos los temas e inclusive han alargado el temario. Esto depende de el tiempo que dedican a la planeación del curso previa al inicio del semestre. Si tienen claridad en cómo se impartirá cada clase es más probable cubrir todo el temario.

La mayoría de los investigadores entrevistados no hicieron referencia a la efectividad del método expositivo utilizado actualmente; tampoco mencionaron la posibilidad de utilizar simulaciones

computacionales. Sin embargo, la mayoría está de acuerdo en la urgencia de implementar un sistema de evaluación docente para la carrera de física.

## 1.5. Los Creadores de la Mecánica Cuántica

Esta parte del trabajo está dedicada a realizar un recuento esencialmente cronológico de algunas experiencias y opiniones de los creadores de la Mecánica Cuántica. Estas consideraciones son importantes pues nos permiten tener una idea de las dificultades conceptuales que experimentaron los autores de la MC y de cómo las superaron; a partir de ello podemos observar las similitudes o diferencias que se dan en el actual proceso de aprendizaje de la MC.

Con el postulado de que la velocidad de la luz es constante, la prueba de la existencia de partículas subatómicas y la introducción de la constante de Planck, entre otros factores importantes, la física clásica dio origen a la llamada física moderna, al iniciarse el siglo XX.

Planck tuvo varios intentos fallidos cuando intentaba explicar teóricamente el espectro de la radiación del cuerpo negro; él mismo comentó cómo las observaciones experimentales de la distribución de la energía de la radiación como función de la temperatura y la longitud de onda, eran diferentes de las esperadas teóricamente, utilizando argumentos de física clásica.

Casi desesperado por no poder resolver el problema, Planck formuló una hipótesis sobre la existencia de paquetes discretos de energía a los cuales nombró cuantos, lo que daría origen al estudio de la mecánica cuántica.

Boltzmann criticó duramente a Planck mientras éste intentaba buscar una solución al problema, señalando que el aumento o disminución de la entropía tenía poco que ver con las leyes de la electrodinámica ó las de la mecánica.

En su autobiografía, Planck escribió: *“Desde el mismo día de la formulación de la ley de radiación, me propuse dotarla de un significado físico real, lo que me condujo a considerar la relación entre entropía y probabilidad y, por lo tanto, al planteamiento de Boltzmann”*.

En una conferencia llamada: *“Radiación calorífica. Teoría estadística”*[2].

Planck comentó las limitaciones que veía en su derivación:

*“Incluso si la fórmula de radiación derivada aquí se ha mostrado válida con respecto a todas las pruebas precedentes, la teoría todavía requeriría de una extensión con respecto a un cierto punto; ya que en ella el significado físico de la constante universal  $h$  permanece sin explicar. Todos los intentos previos de obtener una fórmula de radiación en base a las leyes conocidas de la teoría del electrón... han conducido a la conclusión de que  $h$  es infinitamente pequeña, de manera que, por lo tanto, la fórmula de radiación de Rayleigh posee una validez general. Sin embargo, en mi opinión no hay duda de que esta fórmula pierde su validez para ondas cortas, y que los esfuerzos que se ha tomado Jeans para situar la culpa de la contradicción entre teoría y experimento en este último no tienen fundamento.”*[3]

Planck concluye diciendo que todas las teorías sobre el electrón conocidas en ese tiempo estaban esencialmente incompletas y que exigían una modificación. Agregaba que no era necesario desarrollar formas revolucionarias sobre la manera de cuantizar el campo electromagnético, sino que lo único realmente importante era buscar el significado del cuanto electromagnético.

Por más de una década, Planck pensó que su ley de radiación era conciliable con las teorías de la mecánica y electrodinámica clásicas. Hasta 1908 reconoció que se trataba de algo más allá del entendimiento clásico.

La relación de Einstein con la mecánica cuántica es compleja, a pesar de que fue el primero en aplicar el concepto cuántico de Planck en su artículo de 1905 sobre el efecto fotoeléctrico. Einstein se oponía filosóficamente a la naturaleza probabilística de la mecánica cuántica. En su artículo "*Sobre un punto de vista heurístico relativo a la producción y transformación de la luz*" propone que la radiación consiste de cuantos discretos de luz, los que ahora llamamos fotones, pero enfatiza que el concepto de cuantos es provisional.

Para Einstein los conceptos indeterministas que trabajaba la escuela de Copenhague eran totalmente inaceptables. Para la escuela Danesa, dichos conceptos eran básicos, mientras que sus oponentes los consideraban defectos producto de lo fragmentado que se encontraba el nuevo conocimiento. Por esta razón Einstein consideraban la mecánica cuántica como una teoría incompleta.

A pesar de todas las virtudes que mostraba la nueva teoría, es decir, su capacidad para explicar fenómenos que resultaban muy problemáticos desde el punto de vista de la física clásica, Einstein no podía evitar preguntarse: ¿Por qué la teoría ondulatoria de la luz ha tenido tanto éxito hasta ahora? , o ¿Cómo se puede incorporar al esquema cuántico la explicación de fenómenos del tipo de la interferencia o difracción?

En el mismo artículo Einstein utilizó la ley de radiación de Wien en lugar de la de Planck sabiendo que no era totalmente correcta. Al parecer Einstein tenía un problema con la estadística que Planck había utilizado. Argumentaba que le parecía "chocante" aplicar la ecuación de Boltzmann como Planck sugería, introduciendo una probabilidad sin dar una definición física de ella. Al respecto Einstein dijo:

*"Estas características de los procesos elementales parecen construir inevitablemente el desarrollo de un tratamiento cuántico adecuado de la radiación. Las debilidades de esta teoría recaen en el hecho de que, por una parte, no se obtiene una conexión más cercana con los conceptos de onda y, por la otra parte, deja lugar al 'chance' (Zufall) del tiempo y la dirección de los procesos elementales" [2].*

Einstein pensaba que la teoría clásica actuaba como una descripción de un promedio, válida para dimensiones macroscópicas, mientras que la nueva formulación, todavía por desarrollar y que contendría a los cuantos, sería más profunda.

Por otra parte, una de las contribuciones más importantes de Bohr fue la idea de cuantizar el llamado átomo de Bohr-Sommerfeld. El punto clave de su modelo es que los electrones pueden moverse únicamente en órbitas cuyas variables de acción toman valores múltiplos de la constante de Planck. Posteriormente, extrapolaciones del modelo de Bohr a otros elementos dieron origen a una analogía entre el comportamiento de los electrones en un átomo y las vibraciones acústicas.

Bohr se encontraba en desacuerdo con las ideas de Thomson sobre la estructura del átomo, lo cual lo llevó a abandonar la Universidad de Cambridge y continuar en la Universidad de Manchester, en donde se hizo alumno de Rutherford. En 1912, refiriéndose al modelo atómico de Rutherford, Bohr escribió:

*"En semejante átomo no puede existir una configuración de equilibrio con movimiento de electrones... Consideraremos, por tanto, en primer lugar las condiciones de estabilidad de un anillo de  $n$  electrones girando alrededor de un punto de carga positiva de magnitud  $n \cdot e$ . Mediante un análisis análogo al utilizado por Sir. Thompson en su teoría sobre la constitución del átomo se puede demostrar muy fácilmente que un anillo como el considerado aquí no es estable en el sentido mecánico habitual... y, por consiguiente, la cuestión de la estabilidad se debe de tratar desde un punto de vista diferente... En la investigación que sigue introduciremos y haremos uso, por lo*

tanto, de una hipótesis a partir de la cual se pueden determinar las cantidades en cuestión. Esta hipótesis es: que para todo anillo estable existirá un cociente definido entre la energía cinética del electrón en el anillo y el tiempo de rotación. Se ha escogido esta hipótesis, sobre la que no se hará ningún intento de fundamentación mecánica, ya que parece imposible, como la única que parece ofrecer una posibilidad de explicación de todo el conjunto de resultados experimentales existentes, y que aparenta confirmar las ideas sobre el mecanismo de la radiación propuestas por Planck y Einstein"[3].

La contribución más importante de Paul Ehrenfest en el período de 1912 a 1933 es la teoría de los invariantes adiabáticos, un concepto derivado de la mecánica clásica que por una parte, sirve para refinar algunos de los conceptos del modelo del átomo de Bohr (a pesar de que Ehrenfest inicialmente no aceptaba las ideas de éste último) y que, por otro lado, hace un vínculo entre la mecánica atómica y la mecánica estadística.

Ehrenfest hizo contribuciones fundamentales a la teoría cuántica, como las transiciones de fase y el reconocido teorema que porta su nombre.

$$\frac{d}{dt}\langle p \rangle = \langle F(q) \rangle.$$

El teorema de Ehrenfest se deduce de la ecuación de Schrödinger y a simple vista es muy similar a la ley de Newton. Debido a ello es útil para aclarar las diferencias entre la física cuántica y la clásica. Es importante enfatizar que difiere de la ley de Newton, puesto que  $\langle F(q) \rangle \neq F(\langle q \rangle)$ . Es decir, un sistema bajo el análisis clásico predice que el movimiento será de cierta forma pero que el mismo sistema bajo el análisis cuántico diferirá del anterior. Dichas diferencias ayudan a tener una noción sobre el comportamiento cuántico.

Paul Ehrenfest era un científico reconocido por su claridad al enseñar. En sus clases, una vez establecida la base teórica se enfocaba en modelos simples y ejemplos que ilustraban y aclaraban muchos conceptos sutiles, evitando en ocasiones el rigor matemático. Sus grupos eran pequeños y los estudiantes podían tener una interacción muy cercana con él. Así mismo, hacía un gran esfuerzo por conocer a cada uno de los estudiantes del Instituto de Física Teórica. A pesar de que pocos alumnos eran aceptados, Ehrenfest pasaba largos ratos en discusiones con ellos día con día. Según Einstein: "Él no sólo era el mejor profesor en nuestra profesión que he llegado a conocer, también estaba apasionadamente preocupado con el desarrollo y el destino de la humanidad, especialmente en sus estudiantes. El hacer empatía con otros, ganar su amistad y confianza, el ayudar a cualquiera en un conflicto tanto interno como externo, el encontrar talentos jóvenes, todo esto era su virtud, casi más que su inmersión en los problemas científicos."[3]

Muchos de los estudiantes de Paul Ehrenfest se convirtieron en físicos notables, ganadores del premio Nobel. Tal fue el caso de Hendrik Casimir, Abraham Goudsmit y George Eugene Uhlenbeck los que descubrieron el espín electrónico, también están Hendrik Kramers y Ralph Kronig entre otros.

La creación de la mecánica cuántica en el periodo de los años veinte a los treinta fomentó una revolución científica única. En lugar de la física determinística clásica se tomaron conceptos de probabilidad y estadística, los cuales se expresan en formas matemáticas complicadas.

En 1923, tras los resultados de Einstein acerca de que la luz está compuesta por fotones cuyo comportamiento puede ser tanto de onda como de partícula, Louis de Broglie propuso que esta dualidad se puede observar en otros fenómenos.



En febrero de 1924, en una carta que escribió a Bohr, Wolfgang Pauli comenta la indecisión que se vivía en la Universidad de Gotinga. En su carta escribe cómo, a su parecer, los físicos atómicos de Alemania se dividían en dos clases (excepto Heisenberg quien según comenta “*él tenía más sentido*”): La primera clase hacía cálculos para un cierto problema con valores semienteros de los números cuánticos, y si sus resultados no concordaban con el experimento calculaban entonces con números cuánticos enteros. Los otros hacían cálculos primero con números cuánticos enteros y si los resultados experimentales no concordaban entonces calculaban con mitades. Señala que en ambos casos, de sus teorías no se podían deducir a priori argumentos que señalaran para qué números cuánticos y para qué tipos de átomos se deberían hacer los cálculos con valores semienteros o enteros de números cuánticos. Pauli afirma no aceptar ese tipo de física y al final escribe que en su opinión Heisenberg da en el blanco al manifestarse incrédulo en hablar de órbitas definidas. [2]

Bohr pensaba que para entender la mecánica cuántica tenemos que renunciar primero a la idea clásica de causalidad y renovar radicalmente nuestra actitud y acercamiento a la realidad física. Agrega que “*aquellos que no se impactan al encontrarse con las teorías de la mecánica cuántica es por que no la han entendido.*”

En un principio Schrödinger no se sentía atraído por la teoría sobre mecánica matricial propuesta por Heisenberg. Al respecto Schrödinger manifestó: “*Estaba totalmente conciente de que existía una relación muy cercana con los trabajos de Heisenberg. Naturalmente yo sabía de su teoría, pero como sus métodos de álgebra trascendental me parecían muy complicados y existía mucha dificultad para visualizar sus ideas, me sentía disuadido, por no decir repelido.*” [4]

Utilizando la teoría de la relatividad especial de Einstein y la relación entre la frecuencia y energía del fotón, de Broglie, desarrolló una relación similar para electrones, asociándoles una onda. Su teoría fue aceptada en 1927 con el espectro de emisión del átomo de Hidrógeno. Se propuso que el electrón haría interferencia consigo mismo de modo que sólo en órbitas específicas la “reso

nancia es constructiva” y por lo tanto le da estabilidad al electrón. Como resultado de esta idea se cuantizan los niveles de energía y se obtiene una mejor explicación que con la cuantización de las variables de acción de la teoría de Bohr-Sommerfeld.

Con la ideas de Bohr en mente Schrödinger postuló la existencia de una onda estacionaria para cada electrón la cual varía con su posición en el átomo. Como Einstein consideraba las ideas de de Broglie, Schrödinger comenzó a considerarlas, entonces reemplazó los electrones por ondas de de Broglie. Su artículo publicado en 1926 marcó el inicio de la llamada mecánica ondulatoria.[4]

Inicialmente la teoría ondulatoria de Schrödinger fue recibida con escepticismo y hostilidad por los teóricos cuánticos de Gotinga y Copenhagen. El paso fundamental en el proceso de aceptación de la teoría fue dado en 1926 gracias a las teorías que desarrollaron paralelamente Paul Dirac y Pascual Jordan, las que condujeron a un formalismo más unificado de la teoría cuántica.[4]

Tiempo después, en 1927 Heisenberg dio a conocer el principio de incertidumbre, explicando que entre más nos adentramos en el mundo subatómico, nuestra visión es más borrosa, pues hay límites después de los cuales estamos incapacitados para medir.

Según Heisenberg: “*La historia de la física no es solamente una sucesión de observaciones y descubrimientos experimentales, seguidos por su descripción matemática; es una historia también de conceptos. Únicamente con conceptos correctos, podemos realmente conocer lo observado. Al entrar a un campo nuevo necesitamos nuevos conceptos. Al principio no son claros y los vamos reemplazando por nuevos y mejores hasta lograr encontrar aquellos que sean claros y estén bien definidos.*”[5]

Schrödinger no conocía el significado de las soluciones a su ecuación y hay evidencia de ello. La primera ecuación de Schrödinger era totalmente relativista y, de acuerdo con las ideas de de Broglie, debía ser compatible con la fórmula de Sommerfeld para la estructura fina. Sin embargo, cuando Schrödinger logró resolver la ecuación se encontró con que no reproducía correctamente el espectro. Por lo tanto Schrödinger publicó únicamente su fórmula no-relativista.

Max Born fue el primero en plantear la hipótesis de que el cuadrado del valor absoluto de la amplitud de la onda-partícula en un punto es una medida de la probabilidad de la presencia de la partícula. Born consideró inapropiado llamar función de onda a la solución de la ecuación de Schrödinger, ya que para él ésta era una onda de probabilidad.

En 1945 Pauli obtuvo el premio Nobel por el principio de exclusión. En su lectura Nobel, Pauli comenta que, según el razonamiento lógico, su trabajo sobre el principio de incertidumbre en mecánica cuántica estaba inconcluso. Él señala que únicamente podría escribir una conclusión si se estableciera una teoría que explicara la estructura atómica de la electricidad [4].

Muchos científicos del siglo XX estaban igualmente confundidos con las llamadas "paradojas". El hecho de que se involucrara una teoría de probabilidad lo hacía todo más confuso para ellos, incluso hubo un gran debate en torno a si debían aplicarlo o no a la escala macroscópica.

En uno de sus trabajos, Born comenta que: "... el origen de la dificultad de explicar la teoría cuántica recae en el hecho (o principio filosófico) que estamos obligados a usar palabras del lenguaje común cuando queremos describir un fenómeno, no por lógica o análisis matemático, sino por un retrato que se apega a la imaginación. El lenguaje común ha crecido con la experiencia diaria y nunca puede sobrepasar estos límites. La física clásica se ha restringido al uso de conceptos de éste tipo; se han desarrollado dos maneras de representar los movimientos visibles para analizarlos: partículas en movimiento y ondas. No conocemos otra manera de dar una descripción pictórica del movimiento, lo aplicamos aún en la región de los procesos atómicos en donde la física clásica se inválida"[3].

Los conceptos de estos años son comúnmente conocidos como la interpretación de Copenhague de la mecánica cuántica. Dicha interpretación se le atribuye principalmente a Heisenberg y Bohr, quien lideraba el Instituto de Física Teórica de Copenhague. En esencia la interpretación de Copenhague representa la admisión por parte de la comunidad científica en física, del hecho de que un entendimiento completo de la realidad se encuentra más allá del pensamiento racional y que la validez de un pensamiento no corresponde a que tan cercano es con la realidad última, sino que tanto concuerda con los experimentos.

La interpretación de Copenhague afirma que la función de probabilidad no describe un cierto evento, sino un continuo de eventos posibles hasta el momento en que una medición interfiere con el sistema y un solo evento es captado.

Durante este periodo la transmisión de la MC era básicamente de investigador a estudiante, generalmente mientras el mismo investigador estaba abordando algún tema en particular. Por lo anterior, los estudiantes aprendían la MC de una forma muy directa.

La interpretación de Copenhague tenía partidarios y opositores. Al estudiante le llegaba la versión o interpretación que el investigador sostenía.

En 1935 Einstein publicó junto con sus colegas Boris Podolsky y Nathan Rosen, un artículo titulado "¿Puede la descripción de la mecánica cuántica para la realidad física considerarse completa?". En el artículo, los autores sostenían que los conceptos físicos deben corresponder con la realidad física. El argumento era: "Si podemos, sin perturbar de ninguna manera el sistema, predecir con certeza el valor de una cantidad física, entonces, existe un elemento de la realidad física

*que corresponde a dicha cantidad.”[4]*

Einstein, Podolsky y Rosen (EPR) argumentaban que los criterios de la realidad y la mecánica cuántica eran contradictorios y la única alternativa era aceptar que la descripción de la realidad que daba la mecánica cuántica estaba incompleta. Criticaban dos conceptos cruciales: la no localidad de la mecánica cuántica (es decir, la posibilidad de acción a distancia) y el problema de la medición. En la Física clásica, medir un sistema es poner de manifiesto propiedades que se encontraban presentes en el mismo, es decir, que es una operación determinista. En Mecánica cuántica, constituye un error asumir esto último. El sistema va a cambiar de forma incontrolable durante el proceso de medición, y solamente podemos calcular las probabilidades de obtener un resultado u otro. En el artículo Einstein y sus colaboradores dejan la pregunta abierta sobre si una descripción completa de la realidad existe. Pero comentan que ellos creen que desarrollar una teoría de este tipo es posible [4].

Bohr estaba consternado por los argumentos de EPR y comenzó inmediatamente a trabajar en un argumento contrario. Cinco meses después Bohr tuvo listo su argumento que consistía básicamente en cuestionar los criterios para la realidad física propuestos por Einstein, Podolsky y Rosen. Bohr encontró dichos criterios inválidos pues en éstos se presuponía tanto el objeto como el sistema de medición podían ser analizados como partes separadas, lo cual no estaba de acuerdo con la postura de Copenhage según la cual ambos constituían un solo sistema. Durante la década de los treinta, el argumento EPR no despertó mucho interés, la mayoría de los físicos no estaban interesados en lidiar con cuestiones filosóficas. Fue hasta los años sesenta cuando adquirió popularidad. Sin embargo, Schrödinger sí encontró el tema muy interesante e inclusive propuso un argumento distinto al EPR en el que se cuestionaba la completitud de la mecánica cuántica y que es conocido como el gato de Schrödinger. Bohr no respondió al argumento de Schrödinger pues lo consideró muy evidentemente equivocado. Hasta el año 1964, este debate perteneció al dominio de la filosofía de la ciencia y se conoce como paradoja EPR, aunque en realidad, es más una crítica que una paradoja. En ese momento, John Bell propuso una forma matemática para poder verificar la paradoja EPR. Bell logró deducir unas desigualdades asumiendo que el proceso de medición en Mecánica cuántica obedece a leyes deterministas, y asumiendo también localidad, es decir, teniendo en cuenta las críticas de EPR. Si Einstein tenía razón, las desigualdades de Bell son ciertas y la teoría cuántica es incompleta. Si la teoría cuántica es completa, estas desigualdades serán violadas. Desde 1976 en adelante, se han llevado a cabo numerosos experimentos y absolutamente todos ellos han arrojado como resultado una violación de las desigualdades de Bell. Esto implica un triunfo para la teoría cuántica.

Conforme la MC fue adquiriendo validez y aceptación, el enseñarla y aprenderla se convirtió en una necesidad para todos los físicos. Fue entonces cuando nacieron los cursos de MC ya unificados, por así decir. Así como el campo de la física cuántica se ha ido expandiendo, también los cursos se fueron expandiendo y consolidando, hasta uniformarse de cierta manera y coincidir en temas clave en todo el mundo, como la presentación de la hipótesis de Planck y la ecuación de Schrödinger, los cuales darán a los estudiantes una base para el entendimiento conceptual que posteriormente pueda servir para profundizar en las diferentes ramas de la MC.

## Capítulo 2

# Estrategias Educativas y Desarrollo de Competencias en Mecánica Cuántica

En esta sección del trabajo se presentan algunas ideas acerca del aprendizaje que es importante considerar para poder elaborar estrategias de enseñanza efectivas. La forma de enseñar mecánica cuántica requiere de nuevas estrategias docentes, con el objetivo de plantear el por qué se describen algunas de las diferencias conceptuales entre la mecánica cuántica y la clásica. Se dan algunos comentarios sobre el uso de conocimientos previos como herramientas para aprender MC, y se muestran las dificultades conceptuales que comúnmente se les presentan a los estudiantes. Como parte de las estrategias de enseñanza se muestra un panorama general sobre la educación por competencias. El proyecto Tuning es una propuesta para rediseñar, desarrollar, implementar, evaluar y promover la excelencia en los planes de estudio de educación superior. Una forma de lograr dicho objetivo es presentar competencias generales y específicas. En esta sección se muestran las competencias planteadas para la carrera de física, y en particular se discute el grado en que se desarrollan éstas en los cursos de MC.

### 2.1. Dificultades con el Aprendizaje de la Física

El aprendizaje se concibe como un proceso, las actividades de aprendizaje son una conjunción de objetivos, contenidos, procedimientos, técnicas y recursos didácticos.[6]

En el caso de la enseñanza de la física, es muy importante que el profesor tenga claros los siguientes puntos con el propósito de ser preciso y poder transmitir de forma clara conceptos complicados, que en ocasiones, y en particular en la física cuántica o en relatividad, son muy abstractos.

- Determinar con antelación los aprendizajes que se pretenden desarrollar a través de un plan de estudios en general y de un programa en particular.
- Tener claridad en cuanto a cómo ir de una idea a otra más compleja y cómo utilizar los conocimientos previos del estudiante para ayudarlo a construir su conocimiento.
- Inculcar en sus alumnos diversos modos de aprendizaje: lectura, observación, experimentación, análisis y discusión, fomentando éstos en su clase.

- Favorecer la transparencia de la información respecto de diferentes tipos de situaciones que los estudiantes deberán enfrentar en la práctica profesional.
- La forma de enseñanza debe ser apropiada al nivel de madurez de conocimientos, experiencias previas y a las características generales del grupo.
- Fomentar en los alumnos actitudes para seguir aprendiendo, que sientan seguridad y confianza en la clase. (La confianza muchas veces es lo que anima al estudiante a seguir intentando y no desertar).

Es recomendable que las actividades de aprendizaje se organicen de acuerdo a tres momentos, que permitirán al estudiante establecer una relación con el aprendizaje:

1. Una primera aproximación al objeto de conocimiento.
2. Un análisis del objeto para identificar sus elementos, pautas e interrelaciones.
3. La reconstrucción del objeto de conocimiento producto de procesos de investigación, observación, descripción, inducción, experimentación, comparación, análisis, síntesis y generalización.

Estos tres momentos metódicos aplicados a la organización de situaciones de aprendizaje son denominados de apertura, desarrollo y culminación.

Estos tres momentos se pueden aplicar tanto al desarrollo de un objeto de estudio, que corresponde a la totalidad del curso, o a cada una de las sesiones del curso, lo cual corresponde a la planeación de clase. Como ejemplo los aplicaré al desarrollo de la totalidad de un curso de Mecánica Cuántica.

Las actividades de apertura están encaminadas básicamente a proporcionar una percepción global del fenómeno a estudiar, en nuestro caso podría ser el curso de Introducción a la Física Cuántica, lo que implica seleccionar situaciones que permitan al estudiante vincular experiencias anteriores con la primera situación nueva de aprendizaje. [6] Esta síntesis inicial, que es muy general, representa una primera aproximación al objeto de conocimiento: el curso mismo de Mecánica Cuántica.

Las actividades de desarrollo se orientan a la búsqueda de información en torno al tema planteado desde distintos puntos de vista. Es en este momento en el que es pertinente presentar la ecuación de Schrödinger y la hipótesis de de Broglie desde diferentes ángulos. Es conveniente tener una base de relatividad para poder realizar esto de manera más sencilla.

También, es en este momento en el que los estudiantes deben utilizar los conocimientos que tienen del curso de mecánica analítica que obtuvieron un semestre antes. Deben trabajar con la información haciendo un análisis amplio y profundo para arribar a síntesis parciales a través de la comparación, confrontación y generalización de la información. Estos procesos son los que permiten la elaboración del conocimiento.

Las actividades de culminación están encaminadas a reconstruir el fenómeno en una nueva síntesis. Es importante señalar que esta síntesis no es el final sino que a su vez se convertirá en síntesis inicial de nuevos aprendizajes.

En la mayoría de las ocasiones, es fundamental que el profesor que imparte un curso cuente con ganas de dar el curso, tiempo para preparar su clase y un buen nivel de conocimientos del tema. Si alguna de estas tres características falta, muy probablemente el aprendizaje de los alumnos se vea truncado o afectado.

Otro factor que puede causar algunas de las dificultades es que no todos los estudiantes regulares tienen los mismos conocimientos; no hay un acuerdo establecido sobre lo que debe saber cada

estudiante al final de los cursos. Por lo tanto, en ocasiones ocurre que lo que es claro para unos, para otros no lo es.

En ocasiones muchas de las dificultades pueden resolverse eficazmente si el profesor dedica un tiempo razonable a la planeación de su clase. Planear la clase con anticipación es importante pues le permite al profesor aprovechar al máximo el tiempo de la clase, ser claro en la presentación de los temas y pensar anticipadamente en las dificultades que puedan experimentar los alumnos debidas a los temas que presentará.

Como parte de la planeación de clase el profesor debe dedicar un tiempo a identificar las características específicas del grupo, por ejemplo, cuál es el nivel de conocimientos que tienen, y de acuerdo a esto pensar en la forma más clara de presentar el tema. Si se planea una clase pero ésta no está de acuerdo con el nivel de conocimientos del grupo, lo más probable es que el grupo no logre aprender aquello que el profesor pretende. En la Facultad, algunos de los investigadores que imparten clase tienden a concebir de forma muy trivial el tema que deben presentar y debido a esto imparten las clases a un nivel inapropiado para el estudiante de licenciatura.

Por otra parte, solicitar a los estudiantes que evalúen el desempeño docente del profesor es una herramienta que ayuda a generar y modificar estrategias de enseñanza. La evaluación puede realizarse de forma oral o mediante un cuestionario escrito. Por ejemplo, en la evaluación se puede preguntar a los alumnos en qué forma creen que podría mejorar el curso, cómo se podría mejorar la tarea o cuáles creen que son las estrategias utilizadas por el profesor que les permiten asimilar mejor los conocimientos.

Es recomendable realizar dicha evaluación al principio del semestre, para que el profesor tenga una idea de cómo continuar el curso, y también hacerlo al final del semestre para comparar si ha habido algún cambio.[7] Recientemente se ha implementado un sistema oficial de evaluación docente para la carrera de física. Sin embargo, la participación de los estudiantes es reducida.

La única forma de evaluación que se aplica es dirigida a los alumnos y consiste básicamente de dos partes. La primera, y a la que generalmente se le asigna más importancia, es a través de exámenes escritos. Estos exámenes son elaborados por el profesor que imparte el curso y generalmente se aplican de 4 a 5 exámenes durante el semestre. La segunda corresponde al desempeño que haya tenido el estudiante en las tareas asignadas durante el curso.

Es importante mencionar que si bien existe un registro en cuanto al número de estudiantes que inscriben un curso y el número de estudiantes aprobados, no se lleva ningún control específico en cuanto a la calidad de los conocimientos de dichos estudiantes ni respecto a las fallas del sistema de enseñanza que tienen por resultado un cierto número de estudiantes no aprobados.

Cabe señalar que con un sistema que únicamente califica a los alumnos desde el punto de vista unilateral del profesor que imparte un curso no se puede elaborar una investigación profunda en torno a la calidad de la enseñanza.[7]

Los problemas más urgentes que existen en la enseñanza de la física a nivel superior consisten en elevar en la jerarquía de la profesión académica tanto a los profesores como a la enseñanza, mientras se enriquecen la tradición e investigación en la misma. El concebir que el trabajo de investigación en una universidad y la enseñanza no tienen relación afecta gravemente el avance científico en la totalidad. [7]

Generalmente se considera que un estudiante ha aprobado un curso considerando únicamente su capacidad para resolver problemas. Pero, ¿podemos decir que realmente le hemos dejado un verdadero disfrute por la ciencia, un sentido de maravillarse y la necesidad de investigar? La resolución de problemas, tipo tareas, no es exactamente de lo que trata la física.

Existe un conflicto para el profesor de física entre el deseo de explicar y el de informar. Generalmente no hay lugar para las dudas del estudiante. Los profesores se encuentran entre dos objetivos: 1) Presentar al estudiante una base sólida en torno a los fundamentos de la MC, 2) Transmitir la emoción sobre la física moderna. Pero no debemos considerar a los cursos de licenciatura como una preparación para la “verdadera física” que vendrá en el posgrado. Los cursos de licenciatura deben mostrarle al estudiante de lo que realmente trata la física en la medida de lo posible. La mayoría de los cursos a nivel universitario se han estructurado basándose en costumbres y no tanto en un diseño producto de investigación educativa [7].

Con respecto a la educación Feynman comenta en su libro *The Feynman Lectures on Physics*: “Yo pienso, de cualquier forma, que no existe una solución al problema de la enseñanza más que el darse cuenta de que la mejor forma de enseñar es una en la que existe una relación individual entre un buen maestro y el alumno, una situación en la que el alumno discute ideas, piensa sobre las cosas, y habla sobre las cosas. Es imposible aprender mucho con sólo sentarse en una clase, o simplemente haciendo problemas que se han asignado. Pero en nuestro tiempo moderno tenemos tantos estudiantes a quienes enseñar que debemos encontrar un sustituto a este ideal. Quizás mis textos puedan hacer alguna contribución. Tal vez en algún lugar pequeño donde se trate a los estudiantes de forma individual, les den inspiración o ideas. Tal vez puedan encontrar maneras nuevas de presentar los temas o nuevas ideas de cómo plantearse los” [8].

## 2.2. Conocimientos Previos y Estrategias de Enseñanza para Aprender Mecánica Cuántica

Una de las maneras más efectivas para mejorar y generar estrategias de enseñanza es observar la forma en que aprenden y estudian los alumnos.

Cada alumno, a lo largo de su paso por la universidad, ha ido creando un compendio de conocimientos que lleva consigo a cada clase. Cada uno de estos conocimientos es útil en algún campo determinado. En ocasiones el estudiante aplica un conocimiento previo en un campo equivocado y esto provoca confusiones e ideas erróneas respecto del nuevo conocimiento. Esto es común en el proceso de aprendizaje de la MC [9].

Los investigadores en enseñanza de la física se han preocupado por años en estudiar cuáles son los conocimientos previos y estructuras cognitivas que los estudiantes traen consigo al curso de mecánica cuántica [10]. Conocer y considerar estas estructuras y conocimientos puede ser de mucha ayuda para el profesor.

Para aprender MC es importante que los estudiantes ingresen al primer curso con conocimientos de las ondas y partículas. Las ideas sobre ondas sirven para explicar cómo los sistemas cuánticos se comportan. Las ideas sobre partículas nos sirven para comprender cómo los sistemas cuánticos interactúan con los aparatos de medición. Tal vez en un principio los estudiantes no comprendan cómo relacionar correctamente estos conocimientos con la MC, por esto es importante que desde el principio del curso el profesor discuta estas ideas. Aunque debemos considerar que inclusive los profesores pueden tener dificultades con la dualidad onda-partícula.

Se ha observado que los estudiantes utilizan diferentes recursos, fuera de la física, para comprender la MC. Algunos estudiantes se refieren al colapso de la función de onda como cuando uno decide qué pedir en el menú de un restaurante [10].

Feynman en el tomo 3 de la serie de libros *The Feynman Lectures on Physics*, explica que

la función de onda “huele” todos los posibles caminos. Utiliza la idea de un perro, olfateando el camino que ha seguido un animal, para ayudar a los estudiantes a comprender el comportamiento cuántico [8].

Aunque utilizar estos recursos puede ser de beneficio para comprender en un principio la MC, también representa un peligro, si se apegan demasiado a éstos, ya que algún recurso puede ser aplicable a una situación particular, pero si se cambian un poco las condiciones tal vez dicho recurso sea perjudicial para la correcta comprensión del concepto.

La mejor forma de elegir los recursos que los estudiantes pueden utilizar para comprender un punto determinado de la MC en clase es a través de un análisis de la práctica docente. Observar qué ocurre cuando se utilizan ciertos ejemplos, metáforas o analogías y anotar si confundieron a los estudiantes o contribuyeron a un mejor entendimiento [6].

En general, no son particularmente efectivos los métodos de enseñanza en física basados en un modelo en el que el profesor se coloca frente al pizarrón y habla durante toda la clase sin hacer pausas, mientras que los estudiantes escuchan y toman notas. [10]

Si consideramos el aprendizaje como una acción de acercamiento al conocimiento, entonces es evidente el que los estudiantes deben participar activamente durante la clase.

El profesor debe procurar que los estudiantes participen, ya sea por medio de preguntas directas o dejando espacios para el diálogo y discusión de las ideas. En la mayoría de los cursos de física en la Facultad de Ciencias, lo que ocurre es que los alumnos permanecen pasivos y hay pocos momentos de reflexión y diálogo entre profesor y estudiantes.

Para que los estudiantes se sientan motivados a participar es fundamental que en el salón se promueva una atmósfera de tranquilidad y confianza. Una de las formas de generar dicha confianza es utilizando los conocimientos previos. En general es más fácil animarse a comentar sobre temas que ya conocemos. En muchos libros de texto de MC ya vienen desarrollados algunos de los temas de manera bastante clara. Una idea puede ser el que el profesor les comente por adelantado el tema que se tratará durante la siguiente clase y los estudiantes lo lean en algún libro sugerido, o mejor aún si los estudiantes pueden acceder a las notas del profesor antes de la clase. El profesor puede comenzar la clase con algunas preguntas o invitando a los alumnos a platicar sobre lo que leyeron y partir de ahí para el desarrollo del tema en clase.

Una recomendación importante que debe hacerse a los estudiantes casi desde el principio de sus estudios de licenciatura, es el reunirse con algunos compañeros y formar un grupo de estudio. Los grupos de estudio fomentan las discusiones alumno-alumno, las cuales ayudan a los estudiantes a plantearse nuevas preguntas y fomentan el compañerismo[7].

En ocasiones ocurre que cuando los estudiantes buscan una mejor comprensión del tema o mayores conocimientos, se aíslan, trabajan solos, por ejemplo en las tareas. En el trabajo profesional en física la mayoría de los proyectos se trabajan en equipo. Es importante motivar a los estudiantes a interactuar entre ellos.

Otro fenómeno negativo que ocurre es que en ocasiones en los grupos de estudio, mientras uno o dos trabajan y discuten, hay un tercero que no aporta y se limita a copiar las tareas y conclusiones de sus compañeros. Por lo tanto, las actividades asignadas a dichos grupos deben ser planeadas de manera que esto no ocurra y el profesor debe propiciar momentos de acercamiento para conocer mejor a sus estudiantes.

La mayoría de las tareas y exámenes en los cursos de MC están basadas en problemas que deben resolverse matemáticamente. Es importante incluir algunas preguntas conceptuales para que los estudiantes piensen más profundamente sobre la MC, permitiendo que puedan generar y discutir



sus ideas y conclusiones.

El uso adecuado de las herramientas computacionales en el campo de la educación se visualiza como uno de los elementos clave para adecuar la misma a los cambios de nuestro tiempo. Actualmente existen simulaciones computacionales interactivas que ayudan a los estudiantes a crear modelos mentales correctos y poco a poco generar una correcta intuición para comprender la MC. [11]

En una primera etapa del aprendizaje es muy útil desarrollar la capacidad de visualizar, especialmente si se trata de conceptos abstractos y referidos a cantidades microscópicas, como es el caso de la MC. Los sistemas de enseñanza que integran herramientas computacionales ofrecen ciertas ventajas:

- Convierten al usuario en procesador activo y constructor de su conocimiento.
- Rompen con una concepción del estudiante pasivo, que considera que la totalidad del conocimiento se encuentra depositada en el profesor.
- Se crean entornos más ricos donde los alumnos pueden comprender e interactuar con la información en la forma más adecuada a sus intereses.
- Se asume que el aprendizaje es más un proceso asociativo que memorístico[12].

Las simulaciones son de mucha ayuda en esta primera etapa pues permiten al estudiante concentrarse en los conceptos físicos y no tanto en los cálculos. La mayor parte de estos programas de simulación computacional ha sido creada a partir del trabajo de campo, es decir, ir a universidades a entrevistar a los estudiantes y notar las dificultades que manifiestan, después crear una simulación, volver a entrevistar a los alumnos y mejorar la simulación hasta que la mayoría (el 96%) de los estudiantes puedan dar una explicación física correcta de los experimentos. Como referencia, un ejemplo de estas simulaciones son las que se realizan en The Physics Education Technology (<http://phet.colorado.edu>), en la Universidad de Colorado en colaboración de la University of British Columbia en Vancouver, Canadá.

Los experimentos o simulaciones más importantes que los estudiantes deben tener muy claros al final del curso de Introducción a la Física Cuántica son aquellos que les brindarán información acerca del comportamiento cuántico. Un buen entendimiento de los experimentos y efectos básicos de la MC tiene como resultado que el estudiante pueda después comprender y utilizar ideas así como los principios más complejos de MC. Como ejemplo puedo mencionar el experimento de la doble rendija, el efecto fotoeléctrico, el efecto Compton, el experimento de Frank-Hertz, los experimentos que tratan el principio de incertidumbre y la dispersión de Rutherford, entre otros.

El físico español Ángel Franco García de la Universidad del País Vasco ha creado "*El Curso Interactivo de Física en Internet*" (<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cuantica/FisicaModerna.htm>), un curso de Física general que trata desde conceptos simples como el movimiento rectilíneo hasta otros más complejos como las bandas de energía de los sólidos. La interactividad se logra mediante los 545 applets insertados en sus páginas webs que son simulaciones de sistemas físicos, prácticas de laboratorio, experiencias de gran relevancia histórica, problemas interactivos, problemas-juego, etc. Contiene una sección que trata sobre mecánica cuántica. Está dividido en dos bloques, en el primero se pueden encontrar animaciones de los experimentos que dieron origen a la mecánica cuántica junto con pequeño antecedente teórico. El segundo bloque trata sobre la ecuación de

Schrödinger. Los diferentes temas de estudio que se presentan durante el curso de mecánica cuántica como: Escalón de potencial, Modelo de núcleo radioactivo, Desintegración radioactiva, Caja de potencial, Pozo de potencial, Potencial periódico, El oscilador armónico cuántico, entre otros, se muestran por medio de animaciones. Algunas de ellas permiten que el estudiante modifique algunos parámetros para facilitar el aprendizaje.

En el apéndice A.5 se muestran algunas imágenes de simulaciones realizadas para este trabajo.

### 2.3. Diferencias Entre el Aprendizaje de la Mecánica Cuántica y la Física Clásica

Numerosos estudios sobre la educación en mecánica cuántica han mostrado que los métodos tradicionales de enseñanza tienden a causar una mezcla y confusión de conocimientos en los estudiantes [10].

Las estructuras cognitivas generadas por métodos de enseñanza tradicional se caracterizan por una forma clásica de percibir la mecánica cuántica (MC). Es decir, los estudiantes continúan visualizando y atribuyendo, errónea e inconscientemente, propiedades clásicas a objetos cuánticos. Esto se ha observado incluso en alumnos con estudios avanzados, por ejemplo a nivel de maestría y aún de doctorado.

Intuitivamente, el alumno asimila los nuevos conceptos de MC bajo las categorías y formas de pensar de la física clásica, pues tiene éstas últimas fuertemente enraizadas.

En los cursos de física clásica los alumnos trabajan regularmente considerando partículas puntuales, basta que los alumnos cuenten con el momento y la posición para determinar el estado de la partícula. Si queremos conocer el estado de la partícula para todo tiempo, necesitamos determinar las ecuaciones de movimiento, las cuales en el caso clásico son el lagrangeano, el hamiltoniano y la ley de Newton.

Para la mecánica cuántica, las partículas deben ser descritas de otra manera, tenemos una distribución de la partícula en posiciones y momentos. La ecuación de movimiento es la ecuación de Schrödinger, el estado de una partícula está representado por un vector en el espacio de Hilbert. Lo anterior nos da una idea general del esfuerzo conceptual que debe hacer el estudiante para comprender Mecánica Cuántica.

Una característica que poseen las diferentes ramas en que se divide la física clásica, es que obedecen el principio de separabilidad.

El principio de separabilidad nos dice que si tenemos un conjunto de subsistemas  $s_1, s_2, \dots, s_n$ , separados espacial y/o temporalmente, los cuales son las partes de un sistema más grande S, entonces los estados de S están determinados por las interacciones físicas de los subsistemas, la superposición de las interacciones físicas que se presentan por separado en cada uno de los subsistemas, incluyendo sus relaciones espacio-temporales.

En contraste con la física clásica, la MC viola el principio de separabilidad. La no-separabilidad que presentan los sistemas cuánticos revela el carácter holístico de los sistemas cuánticos. La mecánica cuántica es hasta ahora la primera teoría consistente, matemáticamente formulada y empíricamente confirmada, que tiene como base el que el "todo" no corresponde directamente a la suma de las partes [10].

La condición de no-separabilidad de la MC, es en principio, una de las dificultades para el entendimiento de la MC, debido a que se encuentra en oposición con las experiencias y la lógica

de las estudiantes.

Por otro lado, en la aproximación experimental de la MC, también encontramos diferencias con la física clásica (FC). En la FC, los valores medidos en un experimento corresponden a cantidades que el objeto posee intrínsecamente. Estas cantidades no cambian durante el proceso de medición; es decir, en este sentido los objetos de medición son estables. Por lo anterior, se puede decir que el objeto se determina como "*realmente es*".

Es por lo anterior, y con el objetivo de evitar la mezcla errónea de conocimientos, que el enfoque en el caso de los cursos de mecánica cuántica debe guiar a los estudiantes a que reconstruyan el conocimiento a través de una aproximación en espiral y sumamente gradual, en lugar de las estrategias de construcción de conocimiento más bien de tipo lineal que son útiles en el caso del aprendizaje de la física clásica.

Estudios recientes [7] que tratan la corriente pedagógica constructivista en la enseñanza de la física señalan que cuando el objeto de estudio corresponde a la física clásica, es efectivo el modelo constructivista que le pide al estudiante que construya su conocimiento a partir de sus propias experiencias o de hacer analogías del nuevo objeto con lo que ya conoce, debido a que el estudiante puede encontrar una base ya estructurada sobre la cual comenzar dicha construcción.

En el caso de la MC el estudiante no tiene dicha base. El proceso constructivista para la MC toma demasiado tiempo pues debemos esperar a que el estudiante construya de cero la base en la cual sostendrá todo el conocimiento de la física cuántica. La duración de los cursos de MC es de 6 meses a un año. En este periodo de tiempo se ha demostrado que se puede obtener una buena comprensión de la MC, siempre y cuando se le muestre primero al estudiante una base funcional sobre la cual sostener la nueva teoría. Es por esto que decimos que el estudiante reconstruye para si mismo la MC.

El aprendizaje en espiral es un modelo pedagógico basado en la presentación de un tema varias veces. En cada presentación el profesor retoma los conocimientos que los alumnos adquirieron anteriormente y los conecta con un nuevo nivel de profundidad.

Aunque como adultos aprendamos esencialmente por asociación de conceptos, hay casos como el estudio de la Mecánica Cuántica en que la asociación directa con lo conocido dificulta el aprendizaje de nuevos materiales de aprendizaje. En estos casos parece necesario que la estrategia didáctica conduzca a los estudiantes a tomar como base los nuevos conceptos.

Considerando lo anterior, resulta evidente que las dificultades de aprendizaje que más frecuentemente se presentan a los alumnos durante el curso de mecánica cuántica son diferentes a las que surgen en la física clásica. En particular, para cada una de las asignaturas de la licenciatura en física se puede hacer un listado de las dificultades de aprendizaje que presenta cada curso. Éstas se pueden dividir en dos tipos: aquellas que son intrínsecas del proceso de aprendizaje, es decir las que se presentan independientemente del tema u objeto de estudio, y aquellas que son propias del tema u objeto de estudio.

Algunos de los cuestionamientos y dudas conceptuales que ocurren frecuentemente tienen que ver con los siguientes temas:

- El estudiante suele estar familiarizado con el concepto de espacio fase, pero para el estudio de la MC debe trabajar en el espacio de Hilbert; dicho espacio tiene características no solamente diferentes al espacio fase, sino muy complicadas conceptualmente. El profesor debe dedicar tiempo en aclarar lo más posible qué es el espacio de Hilbert y si hay una relación con el espacio fase, qué pasa con la no localidad, la indistinguibilidad de las partículas y el hecho

## 2.3 Diferencias Entre el Aprendizaje de la Mecánica Cuántica y la Física Clásica 27

de que no hay trayectorias ni velocidades en el sentido en que se manejan en la física clásica.

- Qué significa la ecuación de Schrödinger y cuál es su relación con la hamiltoniana de un sistema mecánico.
- Qué significa la solución de la ecuación de Schrödinger.
- Por qué se necesitan operadores para obtener información sobre el estado del sistema.
- Qué es el operador de momento (lineal o angular o ambos), teniendo en cuenta que no hay trayectorias. Qué representa el operador hamiltoniano y por qué la hamiltoniana se representa mediante un operador.
- Cómo se debe interpretar el estado de un sistema cuántico.
- En el curso de mecánica analítica se les presenta a los estudiantes una base teórica a partir de la cual se resuelven problemas. En el curso de MC se resuelven problemas pero no queda clara la base teórica, entonces el estudiante se pregunta por qué es una mecánica. ¿Es la mecánica cuántica una teoría para resolver el átomo de hidrógeno y el oscilador armónico o existe algo más?
- Especificar la importancia del uso de la variable compleja y el significado de la parte imaginaria de un número para la MC.
- Existen dudas en cuánto a qué es el espín y si hay forma de explicar su origen. Generalmente se utilizan definiciones de libro de texto que tienen poco o ningún sentido para el estudiante. Aunque es un tema complicado, creo que valdría la pena decirles a los estudiantes que no es algo mágico e inherentemente inexplicable. Si consideramos a las partículas como perturbaciones en un campo, podemos pensar que el espín es una cantidad conservada que surge a partir de una simetría del espacio-tiempo. No se pretende que en el curso de licenciatura se profundice ello, simplemente dejar al estudiante con una idea más correcta.
- Cuando en mecánica clásica se habla de momento angular se hace referencia a un sistema giratorio. En MC introducen el concepto de momento angular, definiéndolo prácticamente en la misma forma, pero no siempre hacen referencia a algo que gire, lo cual resulta muy confuso.
- Otra pregunta común es cómo debemos lidiar e interpretar la dualidad onda partícula.
- En general muchos estudiantes no tienen claro cuáles son los postulados de la MC, no se comprende el por qué de dichos postulados y sus implicaciones.

Al analizar algunas de las dificultades anteriores queda clara la importancia de que los estudiantes cuenten con cierta base de relatividad para que el profesor pueda resolver las dudas y que los estudiantes comprendan qué es lo que la MC propone y de dónde vienen algunas de sus características.

## 2.4. Aprender Física según una Educación por Contenidos o por Competencias

En la Facultad de Ciencias algunos profesores imparten clase copiando literalmente el libro de texto en el pizarrón, pues consideran que de ésta forma aseguran un seguimiento ordenado de los temas. Sin embargo, ésta no es una forma eficaz de presentar un tema ni representa una planeación de clase. Cada grupo es diferente en cuanto a dudas y dificultades, y más específicamente, cada alumno es diferente.

Es importante que durante la planeación de la clase el profesor considere como punto central las habilidades a desarrollar en los alumnos. El objetivo principal de una clase de física no es simplemente presentar un tema, en el sentido de reportar lo que se conoce ante los alumnos mientras estos toman nota, sino procurar que los alumnos desarrollen una serie de habilidades en torno a un tema.

El acercamiento directo del profesor con cada uno de los estudiantes le permite conocer las dificultades que experimenta el grupo en general y cada alumno en particular. Es importante que el profesor dedique algunos minutos por semana a platicar con cada estudiante. El profesor puede, por ejemplo, pedir a sus estudiantes que le entreguen cada tarea personalmente en un momento posterior a la clase y aprovechar este momento para platicar con los alumnos.

Cuando el grupo es numeroso (más de 20 alumnos), es probable que el profesor encuentre dificultades para realizar lo anterior, es este caso es fundamental que el profesor se preocupe por motivar la participación en clase ya que de esta manera podrá establecer contacto con el grupo. Otra herramienta que puede ser útil es proporcionar el correo electrónico a los estudiantes para que éstos pregunten sobre los temas con los que hayan encontrado dificultad.

Cuando las dificultades de aprendizaje no se resuelven, el estudiante pierde la capacidad de conectarse e interiorizar aquello que pretende aprender. Las dificultades que no son atendidas se acumulan hasta un punto en que el estudiante pierde la motivación y abandona el curso por completo. Es importante por esto llevar un seguimiento continuo del aprendizaje en cada alumno.

La más evidente dificultad que encuentran los alumnos es que no pueden observar directamente o relacionar fácilmente con algo ya conocido el estudio de la física cuántica.

Para el proceso de aprendizaje es necesario que en una primera etapa el alumno pueda observar y relacionar el objeto con algo ya conocido. Después de haber establecido esta relación, el estudiante puede visualizar el objeto sin necesidad de una observación directa. En el momento de la visualización se realiza un análisis y caracterización del nuevo objeto. La abstracción ocurre cuando el alumno es capaz de utilizar el objeto sin necesidad de recurrir de nuevo al análisis[13].

La pregunta sería cómo completar el proceso de aprendizaje de la MC, cuando partimos de un objeto no observable y conceptualmente totalmente nuevo para los estudiantes.

El profesor debe considerar que para los estudiantes la comprensión de los conceptos e ideas de la MC es lenta y demandante en cuanto a la creación de nuevos modelos mentales, por lo que tal vez no sea suficiente presentar por una sola ocasión las definiciones o explicar los conceptos que tienden a causar confusión

Como alternativa a la enseñanza por contenidos, tal como se ha descrito con anterioridad, se propone el desarrollo de competencias. La educación basada en competencias tiene por objetivo abrir perspectivas más dinámicas, integrales y críticas dentro del salón de clase. Se pretende propiciar que los alumnos desarrollen los conocimientos, destrezas y aptitudes necesarias para ejercer

una profesión y que puedan resolver problemas de forma autónoma. La UNESCO define las competencias (1996) como: “*Una competencia es el conjunto de habilidades cognitivas, psicológicas, sensoriales y motoras que permiten llevar a cabo adecuadamente un desempeño, una función, una actividad o una tarea*” [13].

El concepto de competencia, tal y como se entiende en educación, resulta de las nuevas teorías acerca de la cognición y básicamente significa “saber de ejecución”. Así las competencias se acercan a la idea de aprendizaje total, en la que se lleva a cabo el reconocimiento de aquello que se construye, así como de los procesos a través de los cuales se ha realizado tal construcción.

La evaluación en un modelo por competencias tiene el fin de determinar si es competente o todavía no para manejar los diferentes aprendizajes, se desarrolla a través de procesos por medio de los cuales se recogen evidencias sobre el desempeño de un alumno.

Centrar los resultados en el desempeño implica modificar no sólo los modelos curriculares sino también las prácticas docentes, donde deben cambiar la enseñanza y la evaluación que tradicionalmente se habían centrado en la información que el alumno almacenaba.

Desde hace varios años, algunas Instituciones de Educación Superior se han involucrado en un proceso de reforma e innovación curricular para establecer una relación más efectiva para capacitar al estudiante para que satisfaga las necesidades de la sociedad. No sólo han tenido que modificar sus planes y programas de estudios, sino que han visto la necesidad de transitar a otro modelo educativo centrado en el aprendizaje, cómo es el de competencias, ya que se visualiza éste como el que mejor responde a las demandas de una sociedad en continuo movimiento. [14]

El estudiante construye el aprendizaje a través de la interacción con la información, asumiendo una actitud crítica, creativa y reflexiva que le permite ir aplicando lo que aprende; por lo que se le considera auto gestor de su propio aprendizaje. El docente por su parte es el responsable de propiciar los ambientes de aprendizaje que promueven actitudes abiertas, de disposición, que los lleva al desarrollo de habilidades para que los estudiantes:

- **Aprendan a aprender:** regular sus procesos de aprendizaje, darse cuenta de lo que aprenden y cómo lo hacen, contar con elementos y criterios para seleccionar la información pertinente y congruente con los problemas que pretenden solucionar.
- **Aprendan a hacer:** desarrollar habilidades en una integración con el todo, que les permita aplicar lo que saben, ya sea en beneficio de su entorno social, de su desarrollo personal o del avance científico-tecnológico.

En los últimos años se ha presentado la discusión, tanto en contextos internacionales como nacionales, en torno a las capacidades que los egresados deben poseer al terminar sus estudios. De igual manera se han discutido las diversas perspectivas teórico-metodológicas bajo las cuales se plantea lograr una vinculación exitosa entre la formación de los profesionales y las demandas de los contextos ocupacionales.

La educación tradicional se basa casi exclusivamente en el uso y manejo de la palabra, el copiar, transcribir, resumir información. Actualmente, desde una perspectiva de competencias el profesor tiene que asumir un nuevo rol que enfatiza cada vez más su carácter de acompañante de un proceso de estudio, estimulando el desarrollo individual de los alumnos.

Es en función de lo anterior que cada asignatura de la licenciatura en física debe favorecer competencias específicas relativas al tema de estudio. El profesor debe realizar la planeación de clase teniendo en mente tanto las competencias de la carrera como aquellas que son específicas

del curso que imparte, concretamente el caso de la MC que nos interesa. Para abordar este tema veamos primero una propuesta de desarrollo de competencias para la formación profesional del físico según el Proyecto Tuning y luego como se expresaría en el aprendizaje de la MC.

## 2.5. El Proyecto Tuning y la Enseñanza de la Física en la Facultad de Ciencias

El proyecto Tuning es una propuesta para rediseñar, desarrollar, implementar, evaluar y promover la excelencia en los planes de estudio de educación superior[15]. Tiene su origen en el año 2000 en Europa y surgió ligado a las estrategias de mejora y unión en el sistema educativo europeo. Su objetivo es encontrar puntos de referencia, unión y convergencia en los planes de estudio de diferentes áreas.

Como consecuencia del proyecto muchas universidades europeas comenzaron un proceso de análisis y reforma en sus planes de estudios, buscando compatibilidad en los programas, estructuras y formas de enseñanza de diferentes áreas.

El proyecto Alfa Tuning América Latina [16] busca perfeccionar las estructuras educativas en nuestro continente. Su meta es identificar e intercambiar información, mejorar la colaboración entre las instituciones de educación superior para incrementar la calidad, efectividad y transparencia. Es un proyecto independiente, impulsado y coordinado por universidades de distintos países, tanto latinoamericanos como europeos. Algunos de sus objetivos son:

- Desarrollar perfiles profesionales en términos de competencias genéricas y relativas a cada área de estudios, incluyendo destrezas, conocimientos y contenido en las cuatro áreas temáticas que incluye el proyecto.
- Crear redes para presentar ejemplos de prácticas eficaces, estimular la innovación y la calidad mediante la reflexión y el intercambio mutuo.
- Elaborar un diagnóstico general de la educación superior en América Latina en las áreas previstas en el proyecto en cuanto a: duración de las titulaciones, sistema de créditos, tipo de créditos, métodos de enseñanza y aprendizaje.

El proyecto tiene 4 líneas de trabajo:

1. Competencias (genéricas y específicas)
2. Enfoques de enseñanza, aprendizaje y evaluación
3. Créditos académicos
4. Calidad de los programas

Las competencias genéricas son aquellas que se deben desarrollar en cualquier área de aprendizaje. Las competencias específicas son aquellas que son propias de un área. Se conocen también como destrezas y competencias relacionadas con las disciplinas académicas y son las que confieren identidad y consistencia a cualquier programa.

Con respecto a la carrera de física el proyecto Tuning lista una serie de competencias las cuales deben de favorecerse a lo largo de la carrera, se asume que cada universidad ha planeado competencias específicas para cada asignatura dependiendo de la situación actual del país, de manera que cada asignatura cubra algunas de las competencias. El proyecto Tuning no plantea competencias específicas para cada asignatura. No todas las competencias propuestas por el proyecto se deben cubrir forzosamente en cada asignatura. En el sitio oficial del Proyecto Tuning para Latinoamérica [16], se plantea que al finalizar la titulación de Licenciado en Física los egresados deben tener la capacidad de:

1. *Plantear, analizar y resolver problemas físicos, tanto teóricos como experimentales, mediante la utilización de métodos numéricos, analíticos o experimentales.*
2. *Utilizar o elaborar programas o sistemas de computación para el procesamiento de información, cálculo numérico, simulación de procesos físicos o control de experimentos.*
3. *Identificar los elementos esenciales de una situación compleja, realizar las aproximaciones necesarias y construir modelos simplificados que la describan para comprender su comportamiento en otras condiciones.*
4. *Verificar el ajuste de modelos a la realidad e identificar su dominio de validez.*
5. *Aplicar el conocimiento teórico de la física a la realización e interpretación de experimentos.*
6. *Demostrar una comprensión profunda de los conceptos fundamentales y principios de la física clásica y la moderna.*
7. *Describir y explicar fenómenos naturales y procesos tecnológicos en términos de conceptos, teorías y principios físicos.*
8. *Construir y desarrollar argumentaciones validas, identificando hipótesis y conclusiones.*
9. *Sintetizar soluciones particulares, extrapolándolas hacia principios, leyes o teorías más generales.*
10. *Desarrollar una percepción clara de que situaciones aparentemente diversas muestran analogías que permiten la utilización de soluciones conocidas a problemas nuevos.*
11. *Estimar órdenes de magnitud de cantidades mensurables para interpretar fenómenos diversos.*
12. *Demostrar destrezas experimentales y métodos adecuados de trabajo en el laboratorio.*
13. *Participar en actividades profesionales relacionadas con tecnologías de alto nivel sea en el laboratorio o en la industria.*
14. *Participar en la asesoría y elaboración de propuestas en ciencia y tecnología con énfasis en temas de impacto económico y/o social en el ámbito nacional.*
15. *Actuar con responsabilidad y ética profesional, manifestando conciencia social de solidaridad y justicia, y respeto por el ambiente.*



16.  *Demostrar hábitos de trabajo necesarios para el desarrollo de la profesión tales como el trabajo en equipo, el rigor científico, el autoaprendizaje y la persistencia.*
17.  *Buscar, interpretar y utilizar literatura científica.*
18.  *Comunicar conceptos y resultados científicos en lenguaje oral y escrito ante sus pares, y en situaciones de enseñanza y de divulgación.*
19.  *Participar en proyectos de investigación en física o interdisciplinarios.*
20.  *Demostrar disposición para enfrentar nuevos problemas en otros campos, utilizando sus habilidades específicas.*
21.  *Conocer el desarrollo conceptual de la física en términos históricos y epistemológicos.*

Las anteriores competencias específicas que propone el proyecto Tuning para la carrera de física pueden dividirse en cuatro niveles: nivel básico (hábitos de estudio), nivel cultural (comprensión integral de la disciplina), nivel profesional (plantear y resolver problemas) y nivel social (ubicación contextualizada).

En la Tabla 2.1 se muestra para cada uno de estos niveles las competencias establecidas por el proyecto Tuning y en la tercera columna se indica si tales competencias se favorecen o no actualmente en la Facultad de Ciencias, en función de la experiencia personal, compartida por los estudiantes de mi generación.

A continuación se desglosa cada una de las competencias y se incluyen algunos comentarios sobre la situación en la Facultad de Ciencias.

### **Nivel Básico: Hábitos de Estudio**

#### **Competencias favorecidas**

- **Habilidades para la búsqueda y el uso de literatura.** Ser capaz de buscar y utilizar literatura de física y técnica, así como otras fuentes de información relevantes al trabajo de investigación y al desarrollo de proyectos técnicos. Se requiere un buen conocimiento del inglés.
- **Sensibilidad a los estándares absolutos.** Estar familiarizado con el trabajo de los investigadores, es decir, con la variedad y deleite que aportan los descubrimientos y las teorías físicas, para desarrollar conciencia acerca de normas del más alto nivel.

A lo largo de la licenciatura el estudiante debe consultar diferentes tipos de libros texto para la solución de problemas de las tareas, muchos de los cuales están escritos en inglés. Esta es la manera en la que el estudiante se familiariza con la literatura en física. Sin embargo no se promueve la lectura de artículos científicos. En el caso del curso de IFC podría ser útil que los alumnos leyeran algunos artículos de los creadores de la MC, durante el curso de MC podrían discutirse artículos actuales en clase. Es importante mencionar que existen algunos profesores en la Facultad de Ciencias como María de los Ángeles Ortiz que si trabajan de esta forma.

	Habilidad a desarrollar	Favorecida
NIVEL	Habilidad de aprender a aprender	No
BÁSICO:	Habilidades para la búsqueda y el uso de literatura	Si
HÁBITOS DE	Sensibilidad a los estándares absolutos	Si
ESTUDIO	Habilidades específicas de comunicación	No
	Habilidades generales y específicas en lenguas extranjeras	No
NIVEL	Habilidades y actitudes interdisciplinarias	No
CULTURAL:	Habilidades para la investigación básica y aplicada	No
COMPRENSIÓN	Familiaridad con la investigación de frontera	No
INTEGRAL DE	Comprensión teórica de fenómenos físicos	Si
LA DISCIPLINA	Profunda cultura general en física	Si
NIVEL	Habilidades de modelado	No
PROFESIONAL:	Habilidad para resolver problemas	Si
PLANTEAR Y	Habilidades para modelar y resolver problemas	Si
RESOLVER	Habilidades para resolver problemas y de cómputo	Si
PROBLEMAS	Habilidades de solución de problemas con el uso de métodos matemáticos	Si
	Habilidades experimentales y de laboratorio	No
NIVEL	Habilidades humanas y profesionales	Si
SOCIAL:	Habilidades de actualización específica	No
UBICACIÓN	Espectro de trabajos accesibles	No
CONTEXTUALIZADA	Conciencia ética general y específica	No
	Habilidades administrativas	No

Cuadro 2.1: Competencias del Proyecto Tuning y su clasificación.

**Competencias no favorecidas**

- Habilidad de aprender a aprender. Ser capaz de abordar nuevos campos por medio del estudio independiente.
- Habilidades específicas de comunicación. Ser capaz de trabajar en equipos interdisciplinarios y de presentar los resultados de su propia investigación o búsqueda bibliográfica, tanto a audiencias profesionales como al público en general.
- Habilidades generales y específicas en lenguas extranjeras. Mejorar en el dominio de lenguas extranjeras por medio de la participación en cursos impartidos en tales lenguas, como por ejemplo, participando en estudios en el extranjero vía programas de intercambio, con reconocimiento de créditos de las universidades o centros de investigación foráneos.

Si bien los estudiantes deben leer libros de texto para resolver las tareas, no se promueve el estudio independiente. Generalmente los profesores no dejan material para la lectura entre cada clase o antes de iniciar un tema y no se promueve entre los alumnos la costumbre de buscar información para complementar la clase.

Para el caso del curso de Mecánica Cuántica se recomienda realizar tareas que motiven a los estudiantes a la búsqueda de información y que los guíen a la comprensión de temas importantes, en el apéndice A.3 se muestra un ejemplo para el caso del oscilador armónico.

Actualmente no existen programas oficiales y con buena divulgación que fomenten el que los estudiantes de licenciatura, antes de terminar sus estudios, realicen investigaciones con el objetivo de presentar los resultados a audiencias profesionales o al público en general. Existe un programa que fomenta el trabajo con universidades extranjeras para los estudiantes de licenciatura, pero la mayoría de los estudiantes desconocemos el programa y cómo participar.

Únicamente un número reducido de estudiantes tiene acceso a participar en programas de intercambio.

### **Nivel Cultural: Comprensión Integral de la Disciplina**

#### **Competencias favorecidas**

- **Comprensión teórica de fenómenos físicos.** Tener un buen conocimiento de las teorías físicas más importantes, con visión acerca de su estructura lógica y matemática, de su soporte experimental y de los fenómenos físicos que se pueden describir.
- **Profunda cultura general en física.** Tener un amplio conocimiento de los fundamentos de la física moderna, por ejemplo de la teoría cuántica. Estar familiarizado con las más importantes áreas de la física, no sólo a través de su significado intrínseco sino debido a la futura relevancia que se espera habrá de tener en la física y en sus aplicaciones; familiaridad con enfoques que cubren muchas áreas de la física.

#### **Competencias no favorecidas**

- **Habilidades y actitudes interdisciplinarias.** Adquirir cualidades adicionales a las de su carrera, mediante estudios opcionales diferentes a los de la física.
- **Habilidades para la investigación básica y aplicada.** Adquirir una comprensión de la naturaleza de la investigación científica, de las formas de realizarla y de cómo la investigación en física se aplica en campos diferentes, por ejemplo, en ingeniería; habilidad para diseñar procedimientos experimentales y/o teóricos para: (i) resolver problemas usuales en la investigación académica o industrial, (ii) mejorar los resultados existentes.
- **Familiaridad con la investigación de frontera.** Tener un buen conocimiento del estado del arte en al menos una de las especialidades activas de la física en la actualidad.

El que un estudiante genere habilidades y actitudes interdisciplinarias depende generalmente de su elección de las materias optativas y no de una formación intrínseca de la licenciatura.

La mayoría de los cursos impartidos enfatizan el estudio de la teoría existente pero no promueven en el estudiante el interés por la investigación científica como tal. Los estudiantes no reciben una formación previa al trabajo de titulación, sobre la manera en que se realiza la investigación científica y cómo aplicarla en diferentes campos.

El estudiante recibe familiaridad con la investigación de frontera únicamente por medio de algunos comentarios que el profesor pudiera realizar en clase; definitivamente esto no es suficiente para que el estudiante pueda adquirir un buen conocimiento sobre este tema.

Durante el curso de MC, las primeras dos competencias pueden favorecerse mediante tareas orientadas a cumplir dichos objetivos. La tercera puede ser favorecida mediante intervenciones que

el profesor realice en clase. Sin embargo, son las materias optativas que traten temas de MC a las que corresponde en mayor medida favorecer estas tres competencias.

### **Nivel Profesional: Plantear y Resolver Problemas**

#### **Competencias favorecidas**

- **Habilidad para resolver problemas.** Ser capaz de evaluar claramente los órdenes de magnitud, de desarrollar una percepción clara y con perspicacia de situaciones físicas diferentes pero que muestran analogías y por lo tanto, utilizar soluciones conocidas para resolver nuevos problemas.
- **Habilidades para modelar y resolver problemas.** Ser capaz de identificar lo esencial de un proceso o situación y de establecer un modelo que funcione; el estudiante deberá ser capaz de efectuar las aproximaciones requeridas para reducir el problema a dimensiones abordables, es decir, desarrollar el pensamiento crítico para construir modelos físicos.
- **Habilidades para resolver problemas y de cómputo.** Ser capaz de efectuar cálculos independientemente, ya sea que se requiera de una computadora pequeña o grande; el estudiante deberá ser capaz de desarrollar programas de cómputo-software.
- **Habilidades de solución de problemas con el uso de métodos matemáticos.** Comprender y dominar el uso de los métodos matemáticos y numéricos de mayor utilización.

En general el énfasis en los cursos corresponde a estas tres habilidades. Regularmente al estudiante se le evalúa únicamente su habilidad de resolver problemas dejando del lado las otras habilidades que según el proyecto Tuning debería desarrollar.

#### **Competencias no favorecidas**

- **Habilidades experimentales y de laboratorio.** Estar familiarizado con los más importantes métodos experimentales, además, ser capaz de realizar experimentos de manera independiente, así como describir, analizar y evaluar críticamente los datos experimentales.
- **Habilidades de modelado.** Ser capaz de comparar datos experimentales nuevos con modelos disponibles para revisar su validez y sugerir cambios para mejorar el acuerdo entre ellos.

Actualmente la formación experimental de los estudiantes es muy deficiente debido a las fallas y carencias que presentan los laboratorios de la Facultad, tanto en el profesorado y técnicos como en instalaciones. En particular, actualmente los laboratorios de Física Moderna, que tienen el objetivo de presentar al estudiante algunos de los experimentos más importantes sobre los orígenes de la MC, tienen muchas deficiencias.

### **Nivel Social: Ubicación Contextualizada**

#### **Competencia favorecida**

- **Habilidades humanas y profesionales.** Ser capaz de desarrollar el sentido personal de responsabilidad para elegir libremente entre opciones obligatorias y opcionales. A través del amplio

espectro de técnicas científicas que se ofrecen en el currículo, el estudiante deberá ser capaz de adquirir flexibilidad profesional.

Este grupo de competencias pueden no aplicar directamente a la asignatura de MC, sin embargo se incluyen algunos comentarios.

Los estudiantes tienen la libertad de elegir tanto sus horarios como sus profesores, inclusive el orden en que desean inscribir las materias, el plan de estudios funciona como una guía o un modelo. Sin embargo, falta brindar a los estudiantes más información para que tengan mejor criterio de elección. Algunos inscriben varios cursos en un semestre sin aprobar ninguno, se ha observado que un mismo estudiante puede llegar a inscribir materias por años sin aprobar ninguna.

### Competencias no favorecidas

- Habilidades de actualización específica. Tener gusto por permanecer informado acerca de nuevos desarrollos y métodos y por proporcionar asesoría profesional en un amplio rango de aplicaciones.
- Espectro de trabajos accesibles. Ser capaz de desarrollar las siguientes actividades: actividades profesionales en el marco de las tecnologías aplicadas, tanto a nivel industrial como de laboratorio, relacionadas en lo general con la física y en lo particular con la protección radiológica, las telecomunicaciones, telecaptura, control remoto vía satélite y control de calidad; participación en actividades de centros de investigación públicos y privados (incluyendo su administración); tener cuidado del análisis y la modelación, así como de la física involucrada y los aspectos computacionales.
- Ser capaz de desarrollar las siguientes actividades: promoción y desarrollo de innovación científica y tecnológica; planeación y administración de tecnologías relacionadas con la física en sectores tales como industria, medio ambiente, salud, herencia cultural, administración pública, banca, divulgación de alto nivel de la cultura científica con énfasis en aspectos de la física clásica y moderna de tipo teórico, experimental y aplicada.
- Estar preparado para concursar por posiciones en la enseñanza de la física al nivel medio.
- Conciencia ética general y específica. Ser capaz de entender los problemas sociales a los que se enfrenta la profesión y comprender las características éticas de la investigación y de la actividad profesional en física y sus responsabilidades para proteger la salud pública y del medio ambiente.
- Habilidades administrativas. Ser capaz de trabajar con un alto grado de autonomía y aún de aceptar responsabilidades en la planeación de proyectos y en el manejo de estructuras.

Sería muy positivo contar con programas informativos más estructurados que permitan a los estudiantes informarse y desarrollar las competencias anteriores. Aunque existen algunos programas de difusión en los institutos, muy pocos alumnos se enteran o participan y falta desarrollar una cultura estudiantil que motive a los estudiantes a buscar la información en este punto. Considero que las materias optativas deben tender en cierto grado a favorecer estas competencias.

## 2.6. Análisis del Temario de Mecánica Cuántica desde la perspectiva de las Competencias

Considerando el enfoque por competencias para la educación se desarrolló el siguiente análisis del temario de Mecánica Cuántica vigente en la Facultad de Ciencias.

El temario oficial Mecánica Cuántica está dividido en bloques. Cada bloque a su vez se divide en subtemas que deben desarrollarse en cada sección. Al ingresar a la licenciatura los estudiantes recibimos una copia del plan de estudios de la licenciatura, en donde se incluye información sobre los temas que se deben desarrollar, pero sería muy valioso si también nos proporcionarán información acerca de las habilidades y competencias a desarrollar. Esto nos permitiría discriminar si al final de cada tema hemos desarrollado las habilidades que nos permitirán ser competentes como físicos.

En esta sección del trabajo se hacen observaciones a los bloques que comprenden el temario ( Ver apéndice A.1) y para cada uno se proponen las competencias a desarrollar para el curso de MC, dichas competencias corresponden a acciones muy específicas que tienen por objetivo favorecer algunas de las competencias propuestas por el proyecto Tuning para la totalidad de la carrera de física. Es importante considerar que varias de las competencias del proyecto Tuning no están planeadas para ser desarrolladas durante un curso de MC. Para hacer más visual el curso, se propone al uso de simulaciones computacionales (Ver apéndice A.5).

### Bloque 1: La ecuación de Schrödinger

Es recomendable ofrecer un pequeño repaso de ondas, retomar los conceptos de grupo de ondas, velocidad de grupo, velocidad de propagación, coherencia y superposición. De igual manera, asegurarse que los estudiantes tengan en mente los conceptos de energía, potencia y acción. Todo esto dejará listo al estudiante para el acercamiento al principio de incertidumbre. Una vez dada esta base se puede exponer de dónde viene la ecuación de Schrödinger (Ver propuesta en el apéndice A.2). Plantear qué es una ecuación de onda y su relación con la mecánica clásica y comentar brevemente algunos puntos filosóficos. Después, analizar sus propiedades como ecuación lineal, dar una interpretación de la amplitud y de la fase y discutir la conservación de la probabilidad.

En este momento del curso es oportuno comentar a los estudiantes las diferentes interpretaciones sobre lo que está pasando físicamente. Discutir brevemente la no localidad, el que no hay trayectorias ni velocidades, la indistinguibilidad y las consecuencias de la superposición, así como plantear y discutir una interpretación de la amplitud de la función de onda en relación con la probabilidad de que la partícula esté localizada en cierto lugar, considerando la conservación de la probabilidad y la ecuación de continuidad.

Discutir la noción de movimiento en mecánica cuántica comparándola con la noción de movimiento en física clásica, en donde sí hay velocidades y trayectorias bien definidas.

Es importante poner especial atención a este primer bloque del temario ya que un buen entendimiento de las bases permitirá al estudiante comprender mejor el resto de la teoría.

Competencias propuestas:

- Comprender la necesidad de plantear una mecánica diferente a la clásica que sea capaz de explicar los fenómenos que dieron lugar a la física moderna.
- Tener familiaridad con la onda de de Broglie, la ecuación de onda y los principios de la mecánica ondulatoria.

- Comprender y estudiar algunas de las diferencias conceptuales entre la mecánica cuántica y la mecánica clásica.
- Utilizando la ecuación de onda, ser capaz de dar una interpretación a la función de onda.
- Tener una idea intuitiva del origen de la ecuación de Schrödinger.

### Bloque 2: Postulados y esquema matemático

Generalmente los estudiantes experimentan dificultades para comprender o identificar claramente los postulados. El profesor debe discutir en clase el origen de dichos postulados y cómo es que éstos son fundamentales; debe dedicar tiempo a explicarlos y presentar preguntas a los estudiantes que le permitan darse cuenta de que los han comprendido. En caso de que encuentre que la mayoría de los estudiantes continúan confundidos debe volver a plantearlos con detenimiento, por ejemplo, tratando con cuidado los antecedentes necesarios, de manera que el estudiante entienda de dónde vinieron tales postulados o por qué se formularon.

El concepto de estado cuántico también debe quedar claro en cada estudiante. Esto permitirá que puedan comprender y seguir el curso, en cuanto al significado físico de la MC.

El esquema matemático de la MC resulta complejo para muchos estudiantes, por lo cual también es un tema que debe darse con especial cuidado y detenimiento. En ocasiones los profesores están tan familiarizados con este esquema que lo consideran sencillo y de esto deducen que para el estudiante también lo será.

Con el objetivo de que el estudiante sepa cómo conectar este nuevo esquema matemático con sus conocimientos previos es recomendable ofrecer un pequeño repaso de álgebra lineal, por ejemplo, plantear con detenimiento qué es un operador lineal y autoadjunto. En particular es recomendable pedir a los estudiantes realicen un repaso de algunos temas que aprendieron durante el curso de Matemáticas avanzadas de la Física.

El profesor debe planear su clase de manera que la presentación del espacio de Hilbert resulte lo más clara posible, así como plantear el teorema de Ehrenfest y explicar de una forma clara y sencilla qué pasa con las cantidades que conmutan con el operador Hamiltoniano.

Aunque el temario no lo especifica, se recomienda dedicar tiempo a la teoría de la probabilidad y su impacto en la MC.

Competencias propuestas:

- Comprender que la mecánica cuántica se puede construir a partir de un conjunto de axiomas que permiten obtener cantidades que son comparables con las mediciones experimentales.
- Conocer profundamente los postulados, su significado e importancia.
- Tener familiaridad con los conceptos matemáticos básicos utilizados en la mecánica cuántica: espacios de funciones; bases ortonormales; operadores lineales; espacio de estados; eigenvalores y eigenvectores; diagonalización; notación de Dirac.

### Bloque 3: Estados de una partícula en una dimensión

Este bloque del temario está compuesto por una serie de ejemplos que tratan sobre los estados de una partícula en una dimensión. La mayoría de dichos ejemplos se pueden consultar en libros

de texto, algunos de los cuales los presentan con suficiente claridad como para que el estudiante los estudie como tarea y en caso necesario se retomen rápidamente en clase. (Ver apéndice A.3).

El objetivo de este bloque debe ser además el introducir la dinámica cuántica. Es conveniente incluir algunas ideas sobre la transformación de los estados y observables, la identificación de los operadores con las variables dinámicas, la cuantización de un sistema clásico, las ecuaciones de movimiento en cuántica (tanto en el esquema de Schrödinger como en el de Heisenberg), simetrías y leyes de conservación (cantidades conservadas y cómo es que los operadores dinámicos son generadores infinitesimales de las transformaciones). Se recomienda describir la reducción a la ecuación de Hamilton-Jacobi en el límite clásico y recordar que los estudiantes cursaron recientemente la materia de mecánica analítica y es probable que tengan frescas estas ideas. ( Ver apéndice A.4).

Competencias propuestas:

- Ser capaz de resolver problemas mediante la solución de la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo para potenciales unidimensionales típicos como el oscilador armónico, la barrera de potencial y sistemas similares.
- Proponer soluciones de problemas que involucren potenciales con geometrías más complejas, con base en el conocimiento de las propiedades físicas y matemáticas de las soluciones de la ecuación de Schrödinger.
- Comprender el fenómeno de efecto túnel a través de una barrera de potencial, uno de los paradigmas de la física cuántica.
- Identificar las propiedades generales de los eigenvalores y eigenfunciones de un sistema físico de gran interés teórico: el oscilador armónico en una dimensión.
- Comprender que los resultados obtenidos en la presente unidad son aplicables a un amplio abanico de fenómenos físicos, como por ejemplo, vibraciones de átomos y moléculas alrededor de su posición de equilibrio y las oscilaciones de átomos o iones de una red cristalina (fonones).

#### Bloque 4: Movimiento en tres dimensiones

En el temario este bloque está compuesto por un conjunto de temas que son clave en la presentación de la MC para un curso de licenciatura, los cuales se presentan en éste orden: Potenciales centrales, estados de impulso angular, ecuación radial y átomo de hidrógeno. Me parece que éste bloque del temario está bien conformado.

Si el profesor planea su clase teniendo siempre en cuenta que el estudiante pueda hilar cada tema con el anterior, los estudiantes podrán tener éxito en la comprensión del bloque, además comprenderán el papel que juega la presentación del átomo de hidrógeno en el aprendizaje de la MC.

Competencias propuestas:

- Comprender las propiedades de conmutación del Hamiltoniano del sistema,  $H$ , con los operadores de momento angular orbital. Esto simplifica la determinación de los eigenvalores de  $H$ . Los métodos desarrollados se aplicarán al caso especial en que  $V(r)$  sea un potencial Coulombiano.



- Identificar las propiedades de las eigenfunciones y eigenvalores de una partícula sujeta a un potencial central  $V(r)$  en tres dimensiones (esto es, sujeto a un potencial  $V(r)$  que sólo depende de la distancia  $r$  al Origen).
- Comprender que el átomo de hidrógeno es el sistema más simple para este tipo de potencial y calcular explícitamente las energías de los estados ligados y sus correspondientes eigenfunciones.
- Identificar las propiedades físicas de sistemas más complejos, como el del deuterón.
- Comprender que los resultados exactos para el átomo de hidrógeno sirven como base para luego describir en forma aproximada a los sistemas compuestos por varios electrones (átomos hidrogenoides).

### Bloque 5: Impulso angular y espín

A lo largo de este bloque se presentan temas que suelen causar mucha confusión al estudiante y esto debe ser considerado por el profesor. La mayoría de los profesores reduce su estudio a la memorización de una expresión matemática o de un concepto, lo cual tiene como resultado un entendimiento muy pobre del tema. En algunos casos como producto de la necesidad del estudiante por encontrar sentido a aquello que aprende, le atribuyen significados erróneos tanto al concepto de espín como de impulso angular en cuántica. Esto es muy negativo para los estudiantes ya que en asignaturas posteriores es muy difícil modificar los significados atribuidos en los cursos introductorios.

Para el entendimiento conceptual del espín se debe considerar al momento angular como el generador de rotaciones y que las rotaciones además de hacer cambios de coordenadas pueden transformar los grados de libertad internos. Formalizar este análisis rebasa las expectativas de un curso de licenciatura, sin embargo, es posible dar una idea general de esto a los estudiantes para que puedan tener una idea más certera sobre el "misterio" del espín.

Competencias propuestas:

- Comprender la relevancia del concepto del momento angular, en la mecánica cuántica, debido a su gran importancia en diversos dominios de la física, como lo son, la clasificación de los espectros atómicos, moleculares y nucleares, el espín de partículas elementales y el magnetismo, por mencionar algunos.
- Reconocer las propiedades del operador que representa al momento angular orbital, así como las reglas fundamentales de conmutación que obedece, propiedades que pueden extenderse al caso del momento angular total,  $J$  (momento angular orbital + espín).
- Con base en las relaciones de conmutación, identificar los eigenvalores y eigenfunciones de momento angular y su interpretación física.
- Comprender que las partículas poseen una cantidad invariante llamada espín y que se trata de una propiedad intrínseca de la partícula como lo es la carga o la masa.
- Estudiar las diversas situaciones físicas observadas experimentalmente en el contexto de la física atómica, en donde se manifiesta la existencia del espín: la estructura fina de las líneas

espectrales, el efecto Zeeman, y el comportamiento de los átomos de plata en el experimento de Stern-Gerlach.

- Identificar las propiedades generales del problema de la adición de momento angular para dos partículas con espín  $\frac{1}{2}$  e introducir el concepto de singulete y de triplete.

### Bloque 6: Partículas Idénticas

El estudiante debe estar familiarizado previamente con las características y diferencias entre bosones y fermiones, así como con las ideas que determinaron su existencia.

La estadística de Fermi-Dirac está ulteriormente relacionada con el principio de exclusión.

Si consideramos que la idea de corpúsculo en la física cuántica es compleja, física y filosóficamente, según algunos autores, el concepto de corpúsculo no debe interpretarse simplemente como un cuerpo pequeño.

El estudiante suele encontrar confusión en cuanto a no poder atribuirle dimensiones o una geometría a un corpúsculo, por consiguiente surge la pregunta de cómo interpretar correctamente los principios de exclusión e incertidumbre.

Competencias propuestas:

- Reconocer las características de las estadísticas de Fermi-Dirac y Bose-Einstein.
- Comprender los fundamentos físicos del principio de simetrización y del principio de exclusión.

### Bloque 7: Métodos aproximados

Las dificultades que se podrían presentar para el estudiante en torno a este tema están centradas básicamente en el por qué de la validez de los métodos y cuándo se deben utilizar. El procedimiento matemático en general no representa en general mayores dificultades para el estudiante.

Competencias propuestas:

- Comprender que las soluciones exactas de la ecuación de Schrödinger sólo existen para algunas situaciones físicas idealizadas, y que normalmente se recurre a soluciones de la misma utilizando métodos aproximados, como la teoría de perturbaciones, el método variacional y el método WKB por mencionar algunos.
- Darse cuenta de que la teoría de perturbaciones se aplica en aquellos casos en que el sistema real puede ser descrito por un pequeño cambio efectuado en un sistema idealizado previamente conocido.
- Reconocer que otro de los métodos aproximados es el variacional, el cual resulta apropiado para el cálculo del estado base de sistemas en donde se tiene conocimiento de la forma aproximada de la función de onda.
- Comprender que el método WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin) es aplicable en el límite clásico.
- Reconocer las diversas técnicas perturbativas y aplicarlas para resolver problemas en diversos contextos de la física atómica.

**Bloque 8: Temas especiales**

El último bloque del temario está pensado para un tiempo de aproximadamente 8 horas. El temario de MC es extenso y la mayoría de las veces el profesor no tiene tiempo para cubrir este bloque. El objetivo del mismo es mostrar al estudiante de forma general aquello que se estudia en cursos superiores y algunos de los campos de aplicación de la MC. Es importante considerar que en esta parte pueden favorecerse algunas de las competencias del proyecto Tuning que se encuentran menos favorecidas.

Competencias propuestas:

- Tener familiaridad con la investigación de frontera en MC.
- Tener gusto por permanecer informado acerca de nuevos desarrollos y métodos y por proporcionar asesoría profesional en un amplio rango de aplicaciones.

## Capítulo 3

# Propuestas, Comentarios y Conclusiones

Como resultado de este trabajo y mi experiencia como estudiante de la Facultad de Ciencias expreso las propuestas y los comentarios siguientes respecto al curso de MC y al laboratorio de física moderna.

### 3.1. Propuestas al curso de MC

Una observación importante en torno a la organización del plan de estudios es que durante el séptimo semestre los estudiantes deben cursar mecánica cuántica y electromagnetismo; ambas materias tienen un grado de dificultad considerable y son básicas si se quiere trabajar exitosamente en física. Sería muy apropiado poderlas colocar en semestres diferentes para que el estudiante pudiera dedicar más tiempo a su comprensión y estudio.

Con el objetivo de facilitar el aprendizaje y mantener el interés de los estudiantes a lo largo del curso, el profesor debe considerar los avances más recientes en la MC con la finalidad de brindarle al alumno un panorama actualizado de la mecánica cuántica.

Es importante que durante el curso de introducción a la física cuántica los estudiantes reciban una cierta base de relatividad para que el profesor del curso de MC pueda discutir correctamente algunas ideas fundamentales para la MC.

El profesor debe ser creativo, es decir debe contribuir con ideas originales que promuevan el aprendizaje, este es el fundamento de una mejora estructural en todo tipo de cursos. Cuando los profesores son creativos, podemos crear seminarios para que presenten y discutan sus ideas, en lugar de hundirlas en la literatura e ignorarlas.

El profesor también debe diseñar tareas que sean motivadoras y que contengan propósitos pedagógicos claros; un estudiante de licenciatura se da cuenta cuando la tarea realmente le está sirviendo para afirmar sus conocimientos o simplemente se trata de hacer talacha. El profesor debe preocuparse por fomentar la participación activa durante la clase, tanto en la resolución de problemas, como en la discusión de conceptos.

En general se debe buscar que el estudiante de física en la Facultad de Ciencias esté más comprometido con su futura profesión. Que desarrolle la disciplina, la responsabilidad y la honestidad en el trabajo individual y en equipo. Se debe fomentar que participe activamente en la discusión de los conceptos de mecánica cuántica, tanto dentro como fuera del aula. Es importante que el alumno desarrolle gradualmente un panorama amplio del estado actual de la MC, mediante la lectura y

discusión (fuera y dentro del aula) de artículos de divulgación y de investigación científica.

Una forma de desarrollar estrategias para lograr estos objetivos es involucrar a todos los profesores e investigadores con la problemática docente de la Facultad.

Actualmente la Facultad considera la importancia de asignar un tutor a cada estudiante. El tutor deberá ser una guía para acompañar al estudiante durante el proceso de aprendizaje, prestando su ayuda cuando el alumno requiera de una atención personal para continuar su formación. Es importante que a los estudiantes se les comunique oportuna y claramente el objetivo del tutor y el tipo de ayuda que les puede brindar. En ocasiones algunos alumnos nunca llegan a conocer a su tutor porque ignoran lo anterior.

### 3.2. Propuestas a los Laboratorios

Gran parte del trabajo que se realiza profesionalmente en física se encuentra vinculado directa o indirectamente con el trabajo experimental. El objetivo del desarrollo experimental no es simplemente validar un trabajo teórico; el trabajo teórico no siempre está vinculado de entrada a un hecho experimental. Ambos son columnas fundamentales en el estudio de la física.

El trabajo de los investigadores experimentales alrededor del mundo juega un importante papel en cuanto a la generación de bienes y servicios, en particular en relación con la producción de recursos de un país. Esto es un motivo por el cual debemos preocuparnos para que algunos de los egresados de la licenciatura en física se motiven para participar en el campo experimental. Lamentablemente esto no ocurre con frecuencia entre los estudiantes. La mayoría al terminar la licenciatura se inclina a trabajos teóricos. Esto se debe a la falta de un verdadero conocimiento en torno a las actividades que realiza el investigador experimental y su importancia.

El profesor de laboratorio debe planear sus sesiones, identificando muy bien los objetivos de aprendizaje de cada clase. El profesor de laboratorio debe estar actualizado en torno a las estrategias de enseñanza de la materia que imparte y debe poder acceder o realizar simulaciones computacionales para que sus estudiantes puedan comprender más a fondo ciertos fenómenos.

Si bien es importante que los estudiantes observen y conozcan los experimentos más importantes de la mecánica cuántica, las prácticas de laboratorio no pueden centrarse en la réplica de experimentos conocidos ya por generaciones.

El profesor debe conectar dichas prácticas con temas interesantes y darles un enfoque novedoso. En cada clase debe buscar la forma de que los estudiantes puedan vislumbrar la conexión del experimento que realizan con alguno de los experimentos de frontera, para que se motiven y sientan que realizar el experimento tiene sentido.

El profesor debe preocuparse particularmente por motivar a los estudiantes para opinar y literalmente experimentar nuevas ideas. Hay que recordar que uno de los objetivos de cualquier curso del laboratorio es formar investigadores experimentales; en la práctica los estudiantes nunca se van a topar con un manual que les diga qué hacer.

No tiene sentido fomentar laboratorios estériles en los que se repita y pruebe únicamente lo que ya se conoce y no asombra al alumno. [7]

En los laboratorios es donde el alumno debe comprender que la física no es algo puramente deducible de un material matemático, la física no tiene su origen únicamente en los axiomas del hombre, sino con observaciones del mundo real.

El primer laboratorio que trata temas de física moderna debería impartirse en quinto semestre

para que coincida con el momento en el que a los estudiantes se les introduce en el estudio de los experimentos que dieron origen a la MC. Por lo tanto, el siguiente laboratorio de física moderna se puede impartir durante el séptimo semestre, coincidiendo con el curso de MC.

Posiblemente la razón de ofrecer laboratorios avanzados hacia el final de carrera es dar al estudiante la oportunidad de asomarse al trabajo experimental actual, no el servir como apoyo al aprendizaje de la física cuántica. Si se cumple con éste objetivo es ideal para el estudiante contar con dichos laboratorios al final de la carrera.

Por lo tanto, para que al aprendizaje sea completo se deberían ofrecer sesiones de laboratorio para los estudiantes que cursan la introducción a la física cuántica y sesiones al final de la carrera con el objetivo antes mencionado.

### 3.3. Conclusiones

La docencia de la física es un tema de interés a nivel mundial, se han realizado trabajos de investigación en torno a cómo se deberían enseñar diferentes temas o se discute la importancia de que el profesor conozca ciertas técnicas docentes para impartir su asignatura.

El aprendizaje debe considerarse como un proceso que depende ulteriormente de la participación del estudiante. Por lo cual cada clase debe planearse buscando que el estudiante se involucre. La clase es para los estudiantes, no debe entenderse como un espacio para que el profesor muestre cuánto sabe sobre el tema.

Sería muy bueno que durante la licenciatura o al final de ésta los estudiantes recibieran algún tipo de formación docente para explicar temas de física, ya que la mayoría de los egresados eventualmente impartirán algún curso. El tener ciertas nociones sobre estrategias de enseñanza es de mucho beneficio tanto para el profesor como para los estudiantes que reciben el curso.

Los profesores deben observar constantemente sus estrategias de enseñanza para que puedan detectar si efectivamente están logrando los objetivos del curso, captando el interés de los estudiantes y además motivándolos a que quieran seguir aprendiendo.

Planear la clase le facilita al profesor el ser claro al momento de plantear los conceptos e identificar las necesidades de aprendizaje de los alumnos. Mientras planea la clase debe preguntarse cuáles son las posibles dificultades que podrían experimentar los alumnos. Muchos de los problemas educativos que existen en la Facultad están relacionados con la falta de comunicación entre el profesor, el estudiante y la administración académica. Aunque existen vías establecidas de comunicación son rara vez utilizadas.

Actualmente los egresados que se convierten en profesores tienden a dar clase en la misma forma en que ellos aprendieron, debido a que durante la carrera no se da una formación docente, por esto es importante que cada profesor comprenda la importancia de analizar cómo imparte las clases y la forma de no dejar lagunas en los estudiantes.

El modelo educativo por competencias, en el nivel universitario, pretende hacer notar las habilidades que les permitirán a los estudiantes ser aptos para el trabajo profesional en su área. La evaluación tiene el objetivo de poder determinar si el alumno es competente para manejar los aprendizajes y de lo contrario le indica al profesor que debe modificar sus estrategias de enseñanza hasta que la mayoría de los estudiantes desarrollen las habilidades pertinentes.

El modelo educativo actual en la Facultad no está basado en competencias, por lo tanto no considera las competencias para la carrera de física propuestas por el proyecto Tuning. El resultado

de esto es que únicamente algunos estudiantes con circunstancias específicas desarrollan dichas competencias.

En general muchos de los profesores e investigadores están de acuerdo en la importancia de aspectos tales como la necesidad de mejorar las estrategias de enseñanza en la Facultad, fomentar la excelencia en los estudiantes e implementar un sistema de evaluación eficaz tanto para la docencia como para los estudiantes.

Es muy importante el poder contar un programa que ayude a evaluar la docencia así como la calidad de los egresados. La evaluación debe considerar si efectivamente los alumnos han desarrollado las competencias y adquirido las habilidades que les permitirán trabajar profesionalmente en física.

El objetivo del curso de mecánica cuántica (MC) a nivel licenciatura es brindar al estudiante una introducción amplia de la disciplina que le permitirá tener cultura general en física y ser capaz de continuar con estudios de posgrado en cualquier universidad.

Si este objetivo se cumple no es del todo conocido. Son pocos los egresados y aún menos los que muestran tener éxito con estudios de posgrado en otros países. Además no hay un seguimiento oficial de la calidad de todos los egresados.

Para el curso de MC existen múltiples libros de texto con enfoques muy diferentes. Después de analizar algunos e investigar los comentarios existentes sobre otros, creo que el libro más útil es aquel que va de acuerdo con lo que el estudiante necesita aprender en un momento dado. Los profesores deben conocer a sus estudiantes y los libros existentes para que puedan recomendar lecturas pertinentes según las necesidades de cada estudiante. Esto implica una disposición y acercamiento personal del profesor con cada alumno.

El descubrimiento de la MC estableció una forma totalmente nueva de ver el mundo físico y también formó una base conceptual para la interpretación de múltiples fenómenos. Desde su origen el estudio e interpretación de la MC ha causado inquietud en aquellos que buscan aprenderla. Esto repercute en la enseñanza de la MC. Actualmente existe evidencia de que la forma tradicional de la enseñanza de fenómenos subatómicos es confusa para los estudiantes, de tal manera que éstos resuelven problemas de física cuántica pero con una intuición clásica.

Es importante que los profesores se preocupen por familiarizarse con las ideas básicas del proceso de aprendizaje de la MC para que puedan desarrollar estrategias efectivas de enseñanza. Para este fin se deben considerar las diferencias que existen entre el aprendizaje de la MC y la física clásica. Debido a la naturaleza de la MC se debe tener cuidado al utilizar los conocimientos previos como herramientas del aprendizaje, ya que éstos pueden ser contrarios a la intuición cuántica.

Utilizar simulaciones computacionales es muy apropiado ya que le permiten al alumno tener un contacto interactivo con la MC y visualizar conceptos que en un principio suelen ser muy complicados para el estudiante. Por medio de dichas simulaciones podemos representar virtualmente cada aspecto de la MC. Las cantidades fundamentales de la MC se presentan generalmente como expresiones matemáticas, pero también pueden presentarse gráficamente y por medio de ellas, los estudiantes pueden generar intuición. En ocasiones resulta útil estudiar los fenómenos de la MC y la cuántica sobre el mismo esquema[10].

El conocimiento del desarrollo experimental juega un papel muy importante para la formación de un físico. Es urgente mejorar los laboratorios de física para que los estudiantes generen una visión correcta sobre qué es el trabajo experimental de un físico y las características de un trabajo de calidad.

A criterio de varios de nuestros mejores investigadores, debemos dejar claro en los estudiantes

que el trabajo teórico no es más importante que el experimental ni es una validación del mismo, así como tampoco el trabajo experimental es la única vía de investigación con credibilidad. Lamentablemente esto no es claro para muchos de los estudiantes.

Mejorar la educación superior en ciencia es importante pues además de tener como resultado individuos que realmente sean capaces de realizar aportaciones que serán de beneficio para toda la sociedad, genera y fomenta una cultura social en ciencia que alimenta un deseo de desarrollo nacional.

Me gustaría que mi trabajo sirva de apoyo para plantear y revisar la enseñanza de Mecánica Cuántica.





# Apéndice A

## Apéndices

### A.1. Temarios oficiales

Temarios aprobados en lo general por el H. Consejo Técnico en su sesión del 22 de enero de 1999. Modificaciones aprobadas por el H. Consejo Técnico el 26 de abril de 2001. Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ciencias, Licenciatura en Física.

### Temario del Curso de Introducción a la Física Cuántica

#### El punto de vista atomista de la materia

- Primeras evidencias (Dalton).
- Pesos moleculares, pesos atómicos, el número de Avogadro.
- Tabla periódica.
- Otras evidencias: Teoría cinética, calores específicos, equipartición de la energía, ley de distribución de velocidades de Maxwell.
- Probabilidad de colisión y camino libre medio.
- Movimiento Browniano.

#### El punto de vista discreto de la electricidad

- Antecedentes históricos ( de Franklin a Faraday).
- Descargas eléctricas, balística de partículas cargadas en campos eléctricos y magnéticos.
- El método de Thompson para medir  $e/me$ .
- El experimento de Millikan.
- La teoría del electrón de Lorentz.
- Modelos del átomo de Thompson y de Rutherford.

### El punto de vista discreto de la radiación

- La naturaleza ondulatoria de la luz.
- Emisión y absorción de la radiación.
- El cuerpo negro.
- Emisión cuantizada (Planck).
- El efecto fotoeléctrico.
- El efecto Compton.

### Propiedades ondulatorias de las partículas

- Ondas de de Broglie.
- La función de onda.
- Velocidades de onda y de grupo.
- Difracción de partículas.
- Principio de incertidumbre de Heisenberg y aplicaciones elementales.

### Átomos y moléculas

- Dispersión de Rutherford.
- El modelo de Bohr.
- El experimento de Franck-Hertz.
- La masa reducida. Átomos Hidrogenoides.
- Átomos de muchos electrones.
- Números cuánticos.
- El espín del electrón.
- El principio de exclusión de Pauli.
- Configuraciones electrónicas.
- La tabla periódica. Moléculas diatómicas.
- Moléculas poliatómicas

## Estado sólido

- Estructuras cristalinas
- . Calor específico de los sólidos.
- Teorías clásica y cuántica de un gas electrónico en un sólido.
- Conductividad eléctrica.
- Bandas de energía en un sólido.
- Clasificación de sólidos.
- Semiconductores intrínsecos y extrínsecos.
- Nivel de Fermi. Transistores.
- Superconductividad.
- Fenómenos magnéticos en sólidos.

## El núcleo

- Tamaño del núcleo.
- Masas moleculares.
- El neutrón.
- La tabla de los núcleos.
- Energía de amarre y valor  $Q$ .
- Decaimiento radiactivo (sistemática).
- Reacciones nucleares, fusión y fisión.
- Energía nuclear.

## Interacciones Fundamentales

- Descripción y clasificación de las partículas elementales.
- El modelo estándar.

## Temario del curso de Mecánica Cuántica

### La ecuación de Schrödinger

- Estados estacionarios.
- Eigenfunciones y eigenvalores.
- Ecuación de continuidad.
- Conservación de probabilidad.

### Postulados y esquema matemático

- Introducción al esquema matemático de la mecánica cuántica.
- Postulados fundamentales.
- Vector de estado.
- Espacio de Hilbert.
- Operadores hermitianos.
- Observables.
- Valores esperados.
- Postulado dinámico.
- Desigualdades de Heisenberg.
- Ecuación de Schrödinger en el espacio de configuración y de impulso.
- Esquemas de Heisenberg y de interacción.

### Estados de una partícula en una dimensión

- Características generales.
- Pozo cuadrado: estados ligados y del continuo.
- Clasificación por simetría.
- El operador de paridad.
- El continuo en general, flujo de probabilidad.
- Otros problemas unidimensionales.
- Barreras y pozos de potencial.

- El efecto túnel.
- El oscilador armónico:
  - Método de series de potencias,
  - Método de factorización
- Operadores de creación y aniquilación

### Movimiento en tres dimensiones

- Potenciales centrales.
- Estados de impulso angular.
- Ecuación radial.
- El átomo de hidrógeno.

### Impulso angular y espín

- Impulso angular orbital y reglas de conmutación.
- Eigenfunciones y eigenvalores.
- Espín, los operadores de Pauli.
- Ecuación de Pauli.
- Suma de impulsos angulares.

### Partículas idénticas

- Degeneración de Intercambio.
- Principio de simetrización.
- Principio de exclusión.
- Estadísticas de Fermi-Dirac y Bose-Einstein.

## Métodos aproximados

- Aproximación semiclásica.
- Reglas de cuantización.
- Aplicaciones ( decaimiento nuclear, etc.)
- Perturbaciones independientes del tiempo.
- Caso no degenerado y degenerado.
- Aplicaciones simples.
- Teoría de colisiones. Sección eficaz.

## Temas especiales (8h)

- Ecuaciones relativistas.
- Aplicación de las estadísticas de partículas idénticas en física atómica, nuclear, estado sólido, óptica, etc.

## A.2. Aproximación a la ecuación de Schrödinger a partir de la hipótesis de de Broglie

Los alumnos que cursan Mecánica Cuántica ya están familiarizados con ecuaciones de onda en general. El obtener la ecuación de Schrödinger a partir de la hipótesis de de Broglie permite a los alumnos tener una idea general de dicha ecuación como una ecuación de onda.

Partimos de la ley de Newton para el caso de un oscilador armónico.

$$m\ddot{x} = -kx \quad (\text{A.1})$$

Consideramos que  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , además  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

Proponemos la solución

$$x = A \text{sen}(\omega t + \phi) \quad (\text{A.2})$$

Ahora calculamos el momento

$$p = m\dot{x} = Am\omega \text{cos}(\omega t + \phi) \quad (\text{A.3})$$

Elevando la solución propuesta y el momento al cuadrado obtenemos:

$$x^2 = A^2 \text{sen}^2(\omega t + \phi) \quad (\text{A.4})$$

$$p^2 = A^2 m^2 \omega^2 \text{cos}^2(\omega t + \phi) \quad (\text{A.5})$$

Al sumar las expresiones anteriores se obtiene:

$$p^2 = m^2\omega^2(A^2 - x^2) \quad (\text{A.6})$$

Si dividimos ahora por  $\hbar$ , y consideramos la hipótesis de de Broglie  $p = \frac{\hbar}{\lambda}$ , la cual podemos ver como  $k = \frac{p}{\hbar}$ , obtenemos:

$$\frac{p^2}{\hbar^2} = \frac{m^2\omega^2}{\hbar^2}(A^2 - x^2) = k^2 \quad (\text{A.7})$$

Ahora tomamos la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2\psi + k^2\psi = 0$$

Sustituimos el valor de  $k^2$  obtenido en A.7 en la ecuación de onda:

$$\nabla^2\psi + \frac{m^2\omega^2}{\hbar^2}(A^2 - x^2)\psi = 0 \quad (\text{A.8})$$

Multiplicamos por  $\frac{-\hbar^2}{2m}$  y obtenemos:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 - A^2)\psi = 0 \quad (\text{A.9})$$

Sea  $E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$ , podemos escribir la ecuación anterior como:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2\psi = E\psi \quad (\text{A.10})$$

Así obtenemos la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo.

Por medio de este desarrollo, es posible mostrar a los estudiantes el que la ecuación de Schrödinger es una ecuación de onda. Permite generar una idea sobre la interpretación de la misma.

### A.3. Ejemplo de Tarea: Oscilador Armónico.

Para desarrollar en los alumnos una mente hábil en cuanto a investigación, es importante que las tareas no sean únicamente una serie de ejercicios a resolver, sino que promuevan la investigación y creatividad del estudiante. La siguiente tarea es una propuesta que persigue éste fin.

La ecuación de Schrödinger del oscilador armónico unidimensional es

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x,t) + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2\psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t),$$

o bien, en la notación de Dirac

$$\hat{H}|\psi\rangle(t) = \frac{\hat{p}^2}{2m}|\psi\rangle(t) + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2|\psi\rangle(t) = i\hbar\frac{d}{dt}|\psi\rangle(t).$$

Donde  $\hat{p}$  y  $\hat{x}$  son los operadores de momento y posición respectivamente. En este caso vale la pena introducir un nuevo operador

$$\hat{a} \equiv \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\hat{x} + \frac{i\hat{p}}{m\omega}\right).$$



- Obtenga el operador  $\hat{a}^\dagger$  y calcule el conmutador:  $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger]$ .
- A partir de los operadores  $\hat{a}$  y  $\hat{a}^\dagger$  obtenga las expresiones para  $\hat{x}$  y  $\hat{p}$ .
- Obtenga una expresión para el operador Hamiltoniano en función de  $\hat{a}$  y  $\hat{a}^\dagger$ .

Con  $\hat{N} \equiv \hat{a}^\dagger \hat{a}$ .

- Demuestre que  $[\hat{N}, \hat{H}] = 0$ .

Lo cual implica que ambos operadores comparten eigenvectores, por lo tanto, basta con obtener los eigenvectores de  $\hat{N}$  para conocer los estados estacionarios del sistema. Los eigenvectores de  $\hat{N}$  los nombraremos  $|u\rangle$  por su eigenvalor  $u$ , es decir, cumplen con la ecuación

$$\hat{N}|u\rangle = u|u\rangle.$$

Por lo pronto, dado que  $\hat{N}$  es un operador autoadjunto, es decir,  $\hat{N} = \hat{N}^\dagger$ , el eigenvalor  $u$  es un número real. Además, sabemos que podemos encontrar una colección de eigenvectores que forman una base completa y ortonormal, es decir:

$$\mathbf{1} = \sum_{\forall u} |u\rangle\langle u|, \quad \text{y} \quad \langle u|v\rangle = \delta_{u,v},$$

si  $u$  tiene valores discretos ó

$$\mathbf{1} = \int_{\forall u} |u\rangle\langle u|du, \quad \text{y} \quad \langle u|v\rangle = \delta(u-v)$$

si son continuos.

Ahora calcule:

- $[\hat{N}, \hat{a}]$
- $[\hat{N}, \hat{a}^\dagger]$
- A partir de las relaciones de conmutación anteriores demuestre que los vectores  $\hat{a}|u\rangle$  y  $\hat{a}^\dagger|u\rangle$  son también eigenvectores de  $\hat{N}$  y que sus eigenvalores son  $(u-1)$  y  $(u+1)$  respectivamente.

Podemos ver que los operadores  $\hat{a}^\dagger$  y  $\hat{a}$  son llamados de **creación** y **aniquilación** respectivamente por esta razón, esto es, el eigenvalor de  $\hat{a}|u\rangle$  corresponde al de un vector con una etiqueta menor, y análogamente  $\hat{a}^\dagger|u\rangle$  corresponde a un vector de etiqueta mayor. El operador  $\hat{N}$  es llamado **operador de número**. Podemos pensar entonces que existen dos constantes de proporcionalidad  $\lambda, \mu \in \mathbb{C}$  tales que

$$\lambda(\hat{a}|u\rangle) = |u-1\rangle \quad \text{y} \quad \mu(\hat{a}^\dagger|u\rangle) = |u+1\rangle.$$

- Calcule el valor que deben tener  $\lambda$  y  $\mu$  para respetar que los vectores sean unitarios.
- Demuestre que el eigenvalor  $u \geq 0$ .
- Muestre que existe un eigenvector que llamaremos estado base ( $|0\rangle$ ) tal que  $\hat{a}|0\rangle = 0$ .

- Encuentre el eigenvalor de  $\hat{H}$  que corresponde a este estado. Éste corresponde a la energía mínima del sistema. Nótese que la energía mínima es mayor a cero, una predicción puramente cuántica.
- Demuestre por inducción que

$$|n\rangle = \left[ \frac{\hat{a}^{\dagger n}}{\sqrt{n!}} \right] |0\rangle, \quad n \in \mathbb{N}.$$

En un principio pensamos que los eigenvalores  $u$  podían tomar cualquier valor real, ¿será posible expresar a todos los vectores de la base a partir simplemente de combinaciones del estado base  $|0\rangle$  y el operador de creación  $\hat{a}^\dagger$ , en otras palabras, el eigenvalor  $u$  debe ser un número natural o no? ¿Tiene algo que ver con la cuantización o que se trate de una partícula confinada?

- Dado que  $\hat{a}|0\rangle = 0$ , obtenga la función de onda del estado base:  $\langle x|0\rangle = \psi_0(x)$ . *Sugerencia:* Expresé el operador  $\hat{a}$  en términos de los operadores  $\hat{x}$  y  $\hat{p}$  para la base  $\{|x\rangle\}$  y resuelva la ecuación diferencial.
- Verifique que la función de onda de los estados estacionarios es

$$\langle x|n\rangle = \psi_n(x) = \sqrt{\frac{1}{2^n n!}} \cdot \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \cdot \exp\left[-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right] \cdot H_n\left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x\right),$$

donde  $H_n$  son los polinomios de Hermite. Y que el espectro de energías es

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right).$$

## A.4. Reducción de la mecánica cuántica a la clásica

Es importante que el estudiante de licenciatura logre concebir con cierta claridad la relación existente entre la mecánica clásica y la cuántica. Se debe ayudar al estudiante a crear vínculos correctos entre los cursos de mecánica de los semestres anteriores y el de mecánica cuántica para que pueda concebir las implicaciones de la mecánica cuántica a un nivel introductorio.

El desarrollo que contiene este apéndice consiste básicamente en lo siguiente: Tomamos la ecuación de onda y realizamos una aproximación para longitud de onda corta. De aquí obtenemos la aproximación de la eikonal. Tenemos ahora rayos y por lo tanto podemos hablar de “trayectorias” (más adelante se mostrará el porqué se utiliza la palabra trayectoria) las cuales obedecen el principio de Fermat y podemos construir una ecuación semejante a la de Newton. Ahora aplicamos lo mismo a la ecuación de Schrödinger. Realizamos la aproximación de longitud de onda corta y en este caso de obtiene la ecuación de Hamilton-Jacobi, de igual forma tenemos trayectorias y podemos obtener la ecuación de Newton. Por medio de este desarrollo, el estudiante aprende:

1. La ecuación de Schrödinger es una ecuación de onda.
2. La mecánica clásica se puede ver como una aproximación de onda corta de la mecánica cuántica.

3. El estudiante aprende el significado de la fase de la onda de Schrödinger al comparar con la solución de la ecuación de Hamilton-Jacobi.
4. En la mecánica clásica se desprecia la amplitud de la onda de Schrödinger.
5. Le muestra al estudiante la relación entre el índice de refracción y la energía potencial.

El procedimiento que se muestra en este apéndice no se presenta comúnmente en ningún curso de licenciatura de la Facultad de Ciencias ni aparece en los libros de texto que utilizan los estudiantes. Una idea general aparece en las notas del curso de Marcos Moschinski y en el libro de mecánica para posgrado de Rafael Pérez Pascual citados en la bibliografía.

### La ecuación de onda y la aproximación de la eikonal.

Las ecuaciones de Maxwell en el vacío son:

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \nabla \cdot \vec{E} &= 0, \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, & \nabla \cdot \vec{B} &= 0.\end{aligned}$$

Usando la identidad  $\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$  y aplicándola a las ecuaciones de arriba obtenemos:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{y} \quad \nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0.$$

Cada una de las expresiones anteriores son la ecuación de onda. Naturalmente, cuando el espacio en el que nos encontramos no es el vacío, debemos hacer algunos ajustes, y básicamente, en las ecuaciones de onda cambiar  $1/c^2 \rightarrow n^2/c^2$ , donde  $n$  es el índice de refracción, de tal forma que resulta en la siguiente ecuación:

$$\nabla^2 \phi - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0.$$

Donde  $\phi$  representa cualquiera de las componentes de los campos.

Por lo pronto veamos lo que ocurre cuando el medio es homogéneo, es decir, si  $n$  es constante. Comencemos por proponer una solución a la ecuación de onda de la forma:

$$\phi = A e^{i \frac{2\pi}{\epsilon} (\vec{k} \cdot \vec{x} - ct)},$$

donde  $A$  es una constante que representa la amplitud de la onda,  $\vec{k}$  es el vector de onda y  $\epsilon$  es un parámetro auxiliar. Al sustituir la solución en la ecuación de onda, es necesario fijar

$$\|\vec{k}\|^2 = n^2$$

para que la  $\phi$  sea efectivamente una solución.

Este tipo de soluciones son llamadas de ondas planas pues las superficies de fase constante o frente de onda son planos:

$$\frac{2\pi}{\epsilon} (\vec{k} \cdot \vec{x} - ct) = \text{cte.}$$

Es decir, para una  $t$  fija, las superficies de nivel de la ecuación de arriba son planos perpendiculares al vector  $\vec{k}$ . La longitud de onda  $\lambda$  es la distancia entre dos de estos planos que difieren por una fase de  $2\pi$  para un tiempo fijo, esto es:

$$\lambda = \frac{\varepsilon}{\|\vec{k}\|} = \frac{\varepsilon}{n}.$$

El período  $\tau$  es el tiempo en el que, para un punto fijo del espacio, la fase cambia en  $2\pi$ :

$$\tau = \frac{\varepsilon}{c},$$

La frecuencia y la frecuencia angular están dadas por:

$$\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{c}{\varepsilon}, \quad \omega = \frac{2\pi c}{\varepsilon}.$$

Cabe destacar que cuando el medio es inhomogéneo,  $n = n(x, y, z)$ , el índice de refracción es una función de la posición. La inhomogeneidad hace que cualquier frente de onda plano se distorsione al avanzar.

Ahora proponemos soluciones a la ecuación de la forma

$$\phi = A(\vec{x})e^{i\frac{2\pi}{\varepsilon}(S(\vec{x})-ct)},$$

esto es, hemos supuesto que tanto la amplitud como la fase varían con la posición y hemos dejado la dependencia temporal igual que en la solución anterior.

Al sustituir la  $\phi(x, t)$  en la ecuación de onda, encontramos los requisitos que deben cumplir  $A$  y  $S$ . Por un lado tenemos que

$$\nabla^2 \phi = \left[ \nabla^2 A - \frac{4\pi^2}{\varepsilon^2} A \nabla S \cdot \nabla S + i \frac{2\pi}{\varepsilon} (2\nabla A \cdot \nabla S + A \nabla^2 S) \right] e^{i\frac{2\pi}{\varepsilon}(S(\vec{x})-ct)}$$

y por el otro lado tenemos que

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\frac{4\pi^2}{\varepsilon^2} c^2 A e^{i\frac{2\pi}{\varepsilon}(S(\vec{x})-ct)}.$$

Juntando los resultados de la derivación obtenemos la siguiente ecuación, que es equivalente a la ecuación de onda:

$$\nabla^2 A - \frac{4\pi^2}{\varepsilon^2} A \|\nabla S\|^2 + i \frac{2\pi}{\varepsilon} (2\nabla A \cdot \nabla S + A \nabla^2 S) + \frac{4\pi^2}{\varepsilon^2} n^2 A = 0. \quad (\text{A.11})$$

Nótese que  $S$  juega el papel de la fase para la parte espacial, por lo tanto, obtenemos el frente de onda al igualar dicha función a una constante, es decir

$$\frac{2\pi}{\varepsilon} (S(\vec{x}) - ct) = \text{cte.}$$

La noción de longitud de onda viene de la longitud de arco que se debe recorrer para que, en un tiempo fijo, el cambio entre superficies de nivel sea de  $2\pi$ . Naturalmente, la longitud de la onda va

a tener un valor que depende de la posición. Para un punto  $\vec{x}_0$ , la aproximación para la longitud de onda, si esta es pequeña, es

$$\frac{2\pi}{\varepsilon} \|\nabla S|_{x_0}\| \lambda = 2\pi,$$

es decir,

$$\lambda = \frac{\varepsilon}{\|\nabla S|_{x_0}\|}.$$

La frecuencia, no depende del índice de refracción, por lo tanto, conserva el valor que tenía para  $n$  constante. Cuando el parámetro auxiliar  $\varepsilon$  es muy pequeño, tenemos longitudes de onda cortas. La aproximación que resulta para longitud de onda pequeña está dada por la siguiente expresión:

$$\nabla S \cdot \nabla S = n^2. \quad (\text{A.12})$$

Esta solución, en la óptica se le conoce como la ecuación de la eikonal. Nos proporciona el valor de la parte espacial de la fase  $S$  en la aproximación de longitud de onda pequeña. Las superficies de  $S$  constante nos proporcionan la geometría de la transmisión de la luz cuando no se toman en cuenta, por razón de la aproximación que hemos hecho, los efectos ondulatorios. Esta geometría la podemos observar como una propagación a lo largo de las curvas perpendiculares a las superficies de  $S$  constante. En el caso de la óptica, estas curvas son los rayos y en cada punto, el vector tangente a estos rayos será  $\nabla S$  en dicho punto.

Calculemos, por ejemplo, el camino que deben trazar los rayos que cumplen con la ec. A.12. Para ello, consideremos el vector de posición  $\vec{r}$  parametrizado por su longitud de arco  $s$ , esto es,  $\vec{r}(s)$ . Esta curva debe ser perpendicular al frente de onda, el  $\nabla S$  debe ser tangente a la superficie de  $S$  constante en todo punto, es decir:

$$\frac{d\vec{r}}{ds} = \nabla S. \quad (\text{A.13})$$

Tomando en cuenta la ecuación de la eikonal,

$$\left\| \frac{d\vec{r}}{ds} \right\|^2 = \nabla S \cdot \nabla S = n^2.$$

Podemos pensar en el operador diferencial

$$\frac{d}{ds} = \frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \nabla,$$

que aplicado a ec. A.13 tenemos que

$$\frac{d^2\vec{r}}{ds^2} = \left( \frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \nabla \right) \frac{d\vec{r}}{ds} = (\nabla S \cdot \nabla) \nabla S = \frac{1}{2} \nabla(\nabla S \cdot \nabla S)$$

y usando la ecuación de la eikonal vemos que

$$\frac{d^2\vec{r}}{ds^2} = \frac{1}{2} \nabla n^2. \quad (\text{A.14})$$

### Una pequeña reflexión con algo de historia.

Existe una similitud entre esta ecuación y la segunda ley de Newton si cambiamos a  $n^2 \rightarrow -2V/m$  y  $s \rightarrow t$ , con  $m$  la masa y  $V$  la energía potencial.

La hipótesis corpuscular de Newton sobre la luz se basaba en la idea de que las "partículas" de luz trazan trayectorias como en la mecánica. Sin embargo, es importante recalcar el hecho de que efectivamente  $s$  se trata de la longitud de arco que traza y no del tiempo. La razón es por que se trata de un parámetro espacial y no temporal. Para ser más precisos, los rayos de luz, según esta teoría, no varían respecto al tiempo, son estacionarios y simplemente se puede predecir cual va a ser el camino óptico al resolver ec. A.12 para el frente de onda o ec. A.14 con  $E = 0$  para los rayos. Los rayos de un sistema óptico en la aproximación de longitud de onda pequeña y las trayectorias de una partícula con el potencial correspondiente y energía total cero son las mismas curvas pues están determinadas por las mismas ecuaciones y procedimientos matemáticos. Esta es la razón por la que, a nivel de la óptica geométrica, la hipótesis corpuscular y una visión ondulatoria son indistinguibles.

Los trabajos de Hamilton comenzaron en la óptica, el no se interesó en la mecánica en un principio.

La idea del principio variacional o principio de Hamilton surge de analogía del principio de Fermat:

*El trayecto seguido por la luz al propagarse de un punto a otro es tal que el tiempo empleado en recorrerlo es estacionario respecto a posibles variaciones de la trayectoria.*

El principio variacional enuncia que:

*La trayectoria que sigue una partícula de un punto a otro es tal que la acción empleada corresponde a un valor extremal respecto a posibles variaciones en la trayectoria.*

El principio de Hamilton es equivalente a la segunda ley de Newton. Fueron los trabajos de Hamilton sobre la óptica que revolucionaron a la mecánica en realidad.

Ahora bien, la ecuación de la eikonal es la aproximación de onda pequeña de una ecuación de onda y es análogo a una ecuación de Hamilton-Jacobi para un sistema mecánico; podemos entonces preguntarnos por la existencia de una ecuación de onda tal que al tomar la aproximación de onda pequeña resulte, en general, la ecuación de Hamilton-Jacobi para un sistema mecánico. Esto fue planteado por Hamilton mismo como una curiosidad, aunque no llegó a ninguna conclusión, en gran medida por no ver mayor sentido en ello.

En cambio, a mediados de los años veinte del siglo XX, la situación era muy distinta. Las observaciones de la interacción de la luz con materia (efecto foto-eléctrico), el comportamiento de los átomos y las partículas subatómicas (en particular espectros de emisión) no concordaban con las teorías clásicas, como la mecánica.

Se le empezó a asociar, por contraparte, una parte ondulatoria a las partículas así como propiedades de partículas a las ondas (de Broglie, Planck). Ante esto renace la vieja idea de buscar un comportamiento ondulatorio para el cual la ecuación de Hamilton Jacobi resultara ser una aproximación de onda pequeña, al igual que la eikonal resulta serlo para la ecuación de onda. Naturalmente se tenía una motivación más fuerte que satisfacer una simple curiosidad.

El propio de Broglie pensó en este asunto, pero fue Erwin Schrödinger quien, siguiendo un proceso heurístico, encontró una ecuación de onda que cumplía con con ese requicito y que daba resultados concordantes con los fenómenos observados y explicación a los fenómenos atómicos.

Por su puesto, la forma en que llegó Schrödinger es bastante complicada y larga, aquí lo veremos

en sentido inverso, es decir, a partir de la ecuación de Schrödinger recuperar el límite clásico.

### La ecuación de Schrödinger y la ecuación de Hamilton-Jacobi.

Veamos un ejemplo sencillo, este es el de una partícula sujeta a un potencial  $V$  en coordenadas cartesianas. Para la partícula con Hamiltoniana

$$H(\vec{x}, \vec{p}) = \frac{\|\vec{p}\|^2}{2m} + V(\vec{x})$$

la ecuación de Schrödinger correspondiente es

$$\hat{H}\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t},$$

donde el operador hamiltoniano  $\hat{H}$  se obtiene a partir de la hamiltoniana clásica sustituyendo los momentos  $p_j$  por operadores

$$\hat{p}_j = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_j},$$

la ecuación de Schrödinger se reduce a

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t},$$

y proponemos una solución de la forma

$$\psi = A(\vec{x}, t) e^{i\frac{1}{\hbar} S(\vec{x}, t)}.$$

Por lo mostrado anteriormente, la longitud de onda para esta solución será

$$\lambda = \frac{h}{\|\nabla S\|},$$

la frecuencia angular

$$\omega = \frac{1}{\hbar} \left| \frac{\partial S}{\partial t} \right|, \quad \text{y} \quad \nu = \frac{1}{h} \left| \frac{\partial S}{\partial t} \right|.$$

Al substituir en la ecuación de Schrödinger la solución obtenemos:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 A + \frac{A}{2m} \nabla S \cdot \nabla S - \frac{i\hbar}{m} \nabla A \cdot \nabla S - \frac{i\hbar}{2m} \nabla^2 S + VA = -A \frac{\partial S}{\partial t} + i\hbar \frac{\partial A}{\partial t}.$$

Ahora, en la aproximación de longitud de onda pequeña, es decir, cuando  $\hbar$  ó  $\hbar \rightarrow 0$ , que sólo es una manera de decir que la magnitud de la acción es varios órdenes de magnitud mayor a  $\hbar$  o  $\hbar$ ,  $S \gg \hbar$ , tenemos que

$$\frac{1}{2m} \nabla S \cdot \nabla S + V = -\frac{\partial S}{\partial t}.$$

Esta es la ecuación conocida como la ecuación de Hamilton-Jacobi, que corresponde a una formulación equivalente a la ley de Newton. La función  $S$  está definida de tal manera que

$$\vec{p} = \nabla S,$$

es decir, las superficies de nivel de  $S$  son perpendiculares a la tangente de la trayectoria de la partícula y además

$$E = -\frac{\partial S}{\partial t}.$$

Lo que nos lleva a que la longitud de onda

$$\lambda = \frac{h}{\|\vec{p}\|}$$

y que la energía total

$$E = h\nu,$$

que son las hipótesis de de Broglie y de Planck respectivamente.

Finalmente, por un procedimiento similar, podemos ver que esta formulación equivale a la segunda ley de Newton, es decir, podemos llegar a que

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\nabla V.$$

Vemos así que, de manera análoga a la relación existente entre la óptica geométrica y la óptica física, la mecánica clásica puede verse como una aproximación de onda pequeña de la mecánica cuántica o mecánica ondulatoria.

## A.5. Uso de animaciones para presentar visualmente algunos aspectos de la MC

El uso de animaciones computacionales otorga a los alumnos que cursan mecánica cuántica ciertos beneficios, los cuales han sido comentados anteriormente. A continuación se muestran fotos de animaciones desarrolladas para el presente trabajo en colaboración con Elfego Ruiz Gutiérrez.

Utilizando el lenguaje de programación `python` se realizaron una serie de videos que permiten al estudiante tener una idea visual sobre algunos de los fenómenos cuánticos. Dichas animaciones se presentaron a los estudiantes que cursan actualmente el propedéutico para ingresar a la maestría en ciencias físicas. Al final de la presentación se les preguntó su opinión y la mayoría de los estudiantes expresaron que el observar los videos les había resultado de mucha ayuda para comprender aspectos de la MC que no habían sido capaces de asimilar. De igual forma comentaron que sería muy útil presentar este tipo de animaciones durante los cursos de MC. Para presentar la idea visual de la MC en este apéndice, se tomaron algunas fotos de las animaciones. Para contextualizar, comenzaré con un poco de teoría.

Para el problema del oscilador armónico unidimensional tenemos que la ecuación que gobierna al sistema es:

$$i\hbar\partial_t\psi(x,t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\partial_x^2\psi(x,t) + \frac{1}{2}m\omega^2x^2\psi(x,t),$$

y cuyas soluciones están dadas por

$$\psi(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \varphi_n(x) \exp[-i(n + \frac{1}{2})\omega t], \quad (\text{A.15})$$



donde

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{1}{2^n n!}} \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \exp\left[-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right] H_n\left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x\right),$$

con  $H_n(\xi)$  el  $n$ -ésimo polinomio de Hermite. Las constantes  $c_n$  están libres y se ajustan a las condiciones iniciales (o de frontera) del problema en particular.

Si en un principio tenemos una distribución gaussiana (normalizada a la unidad) centrada en  $x_0$ , es decir,

$$\psi(x, 0) = \left(\alpha \frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \exp\left[-\alpha \frac{m\omega}{2\hbar}(x - x_0)^2\right] \quad (\text{A.16})$$

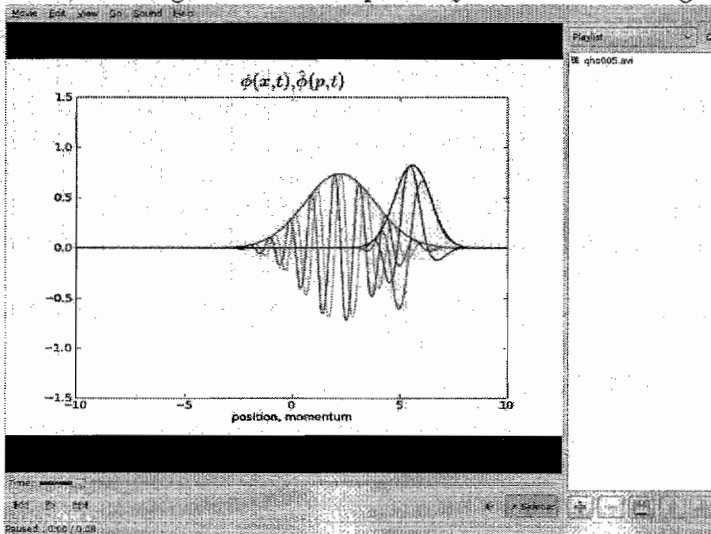
y deseamos saber cómo evoluciona en el tiempo, debemos encontrar las constantes  $c_n$  que se requieren para que la función de onda  $\psi$  en ec. A.15 evaluada en  $t = 0$  sea idéntica a la de ec. A.16. Una vez determinadas las constantes  $c_n$  sólo basta dejar correr el tiempo en ec. A.15 para observar cómo es la dinámica del sistema.

Hay tres grupos de animaciones todas de sistemas en una dimensión: oscilador armónico, caja de potencial infinito y una partícula en un potencial cuártico y simétrico del tipo

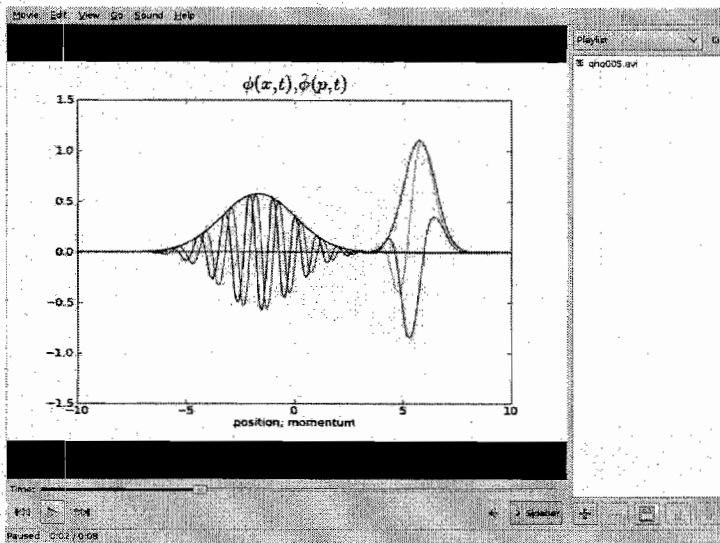
$$V = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4!}x^4$$

Los videos realizados en `python` muestran la evolución del sistema dadas unas condiciones iniciales. En la mayoría de ellos (salvo en el de potencial cuártico) las partículas recurren a su estado original (en el caso del oscilador armónico es de la mismo período que en el caso clásico  $2\pi/\omega$ ).

En las primeras dos imágenes corresponden al oscilador armónico. Se muestra función de onda en el espacio de posición y en el espacio de momentos simultáneamente, en la animación se muestra cómo ambas funciones oscilan de un lado a otro. Los valores esperados  $\langle x \rangle$  y  $\langle p \rangle$  se comportan como los de una partícula clásica. Cuando la partícula está bien definida en la posición, la distribución gaussiana es angosta pero la transformada es ancha y viceversa. Observar la animación de la cual provienen las imágenes anteriores puede ayudar a entender algo más del principio de incertidumbre.

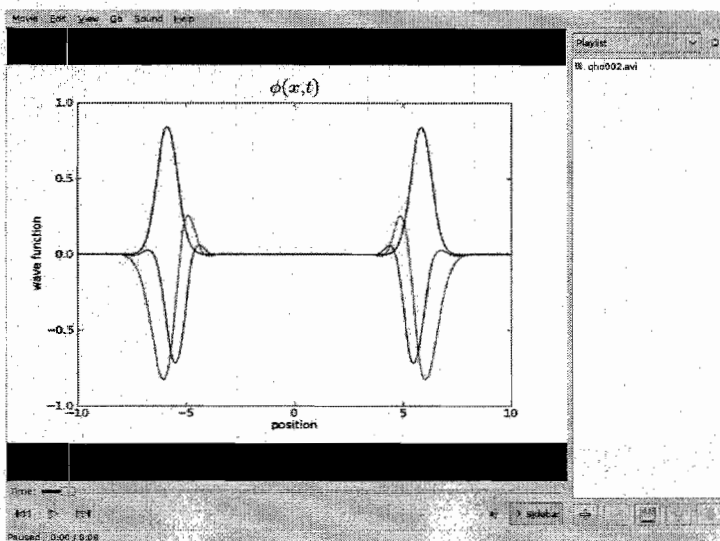


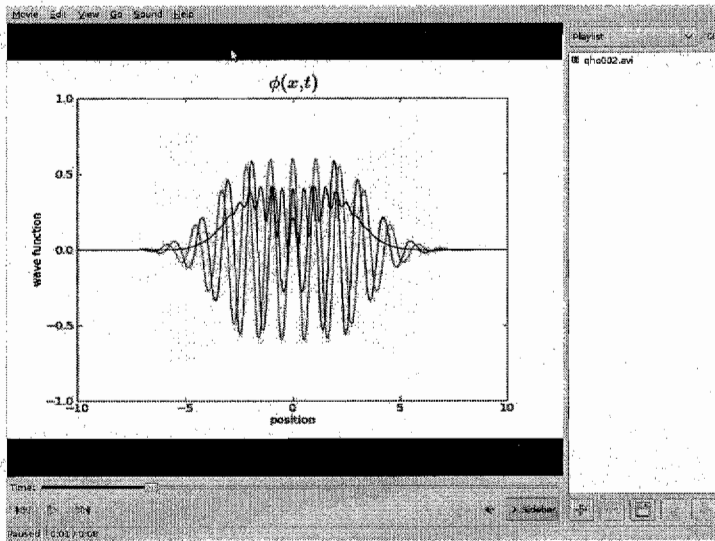
## A.5 Uso de animaciones para presentar visualmente algunos aspectos de la MC 65



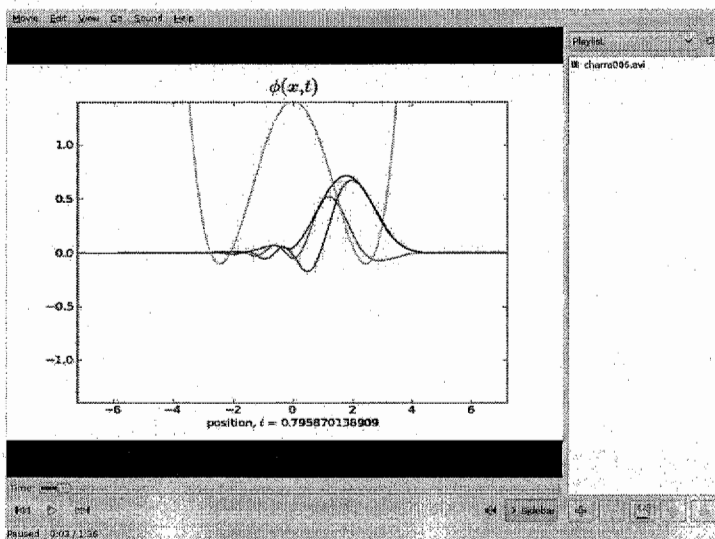
En general la línea negra es el valor absoluto de la amplitud (o al cuadrado, si es que se vé más chica que las demás líneas azul y verde). La línea azul es la parte real de la función de onda y la verde es la parte imaginaria. La línea roja es la amplitud de la transformada de Fourier. Las líneas magenta y amarilla son la parte real e imaginaria respectivamente.

Las siguientes imágenes provienen de un video que muestra la evolución de una partícula (también se puede interpretar como 2 partículas) haciendo interferencia sujeta a un potencial de oscilador armónico. Es posible realizar una analogía con la interferencia del electrón en el experimento de la doble rendija.

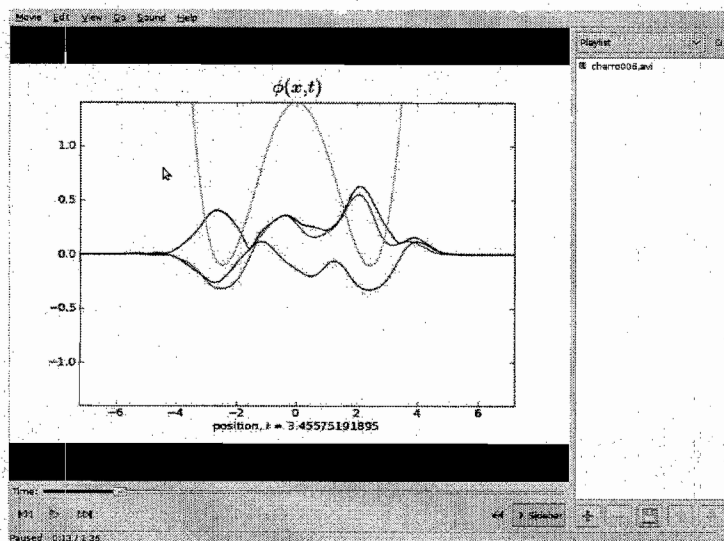




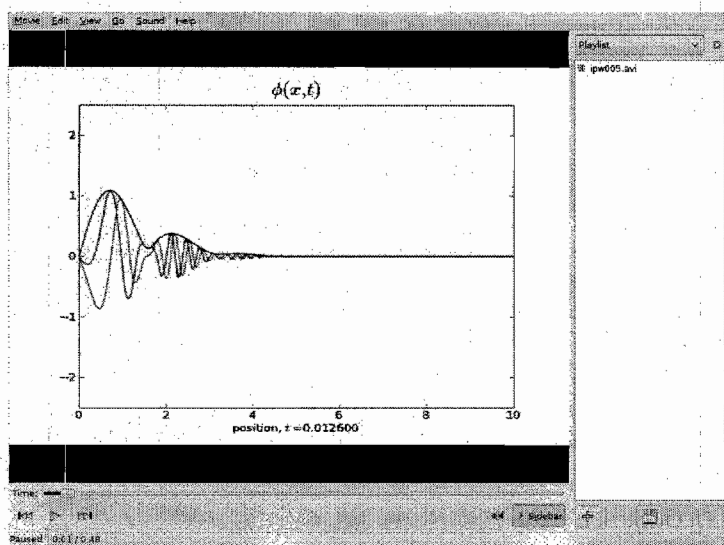
Las siguientes imágenes son de una animación que se hizo con la intención de observar el movimiento de una partícula sujeta a un potencial cuártico con la finalidad de ver el efecto túnel entre cada lado del potencial, considerando que en un principio, la partícula se encuentra en el pozo de la derecha.

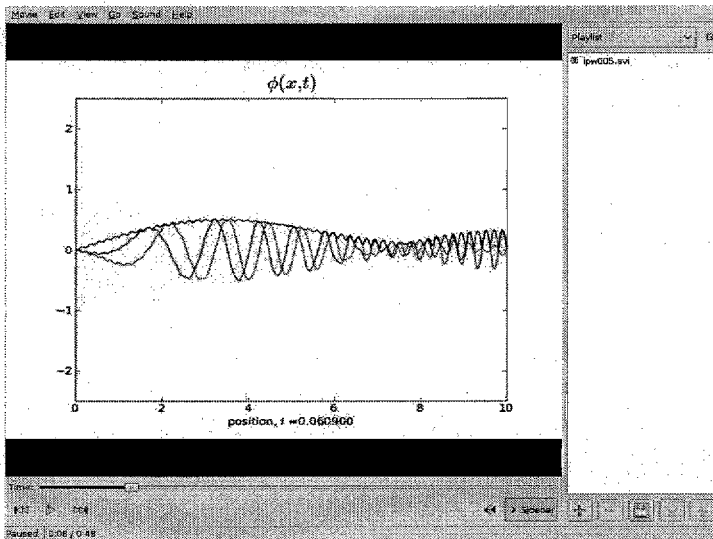


## A.5 Uso de animaciones para presentar visualmente algunos aspectos de la MC 67



Por último se presentan las imágenes de una animación que muestra una partícula en una caja de potencial infinito, donde el estado inicial de la partícula tiene una distribución gaussiana centrada en diferentes lugares.





A manera de ejemplo se presenta un ejemplo de los programas que se pueden elaborar en python.

```

1 # Quantum Harmonic Oscillator.
2 #
3 # This Python script demonstrates how to use the numarray package
4 # to generate and handle large arrays of data and how to use the
5 # matplotlib package to generate plots from the data and then save
6 # those plots as images. These images are then stitched together
7 # by Mencoder to create a movie of the plotted data. This script
8 # is for demonstration purposes only and is not intended to be
9 # for general use. In particular, you will likely need to modify
10 # the script to suit your own needs.
11 #
12
13 import matplotlib
14 matplotlib.use('Agg')
15 import matplotlib.pyplot as plt # For plotting graphs.
16 import numpy as np
17 from scipy import misc
18 from scipy import special # For Hermite Polynomials.
19 import subprocess # For issuing commands to the OS.
20 import os
21 import sys # For determining the Python version.
22
23 #
24 # Print the version information for the machine, OS,
25 # Python interpreter, and matplotlib. The version of
26 # Mencoder is printed when it is called.
27 #
28
29 print 'Executing_on', os.uname()
30 print 'Python_version', sys.version
31 print 'matplotlib_version', matplotlib.__version__
32

```

```

33 not_found_msg = ""
34 The_mencoder_command_was_not_found;
35 mencoder_is_used_by_this_script_to_make_an_avi_file_from_a_set_of_pngs.
36 It_is_typically_not_installed_by_default_on_linux_distros_because_of
37 legal_restrictions ,but_it_is_widely_available.
38 """
39
40 try:
41     subprocess.check_call(['mencoder'])
42 except subprocess.CalledProcessError:
43     print "mencoder_command_was_found"
44     pass # mencoder is found, but returns non-zero exit as expected
45     # This is a quick and dirty check; it leaves some spurious output
46     # for the user to puzzle over.
47 except OSError:
48     print not_found_msg
49     sys.exit("quitting\n")
50
51
52 #
53 # First, let's create some data to work with. In this example
54 # we'll use a normalized Gaussian waveform. Such a
55 # waveform can be thought of as a propagating system that loses
56 # coherence over time.
57 #
58
59 print 'Initializing_data_set...' # Let the user know what's happening.
60
61 k = 40
62 x0 = 6.0
63 s = np.sqrt(2.)
64
65 def psi(m,z):
66     psi = (np.pi**(-1./4.))/np.sqrt((2**m)*misc.factorial(m))*\
67         np.exp(-(z**2)/2.)*special.hermite(m, monic=0)(z)
68     return psi
69 def phi(z0,r,z):
70     phi = ((2./(np.pi*r**2))**(1./4.))*np.exp(-((z-z0)/r)**2)\
71         +((2./(np.pi*r**2))**(1./4.))*np.exp(-((z)/r)**2)
72     return phi
73
74
75 # Initialize variables needed to create and store the example data set.
76 numberOfTimeSteps = 200 # Number of frames we want in the movie.
77 dx = 0.01
78 x = np.arange(-10,10 + dx, dx) # Values to be plotted on the x-axis.
79 t = 0.0
80 dt = 2*np.pi/numberOfTimeSteps
81
82
83 c = np.zeros(k, float)
84 for i in range(k):
85     for j in range(len(x)-1):
86         c[i] = c[i] + (psi(i,x[j+1])*phi(x0,s,x[j+1]) + psi(i,x[j]))*

```

```

87         phi(x0,s,x[j]))*dx/2
88
89
90 # Create an array of zeros and fill it with the example data.
91 yr = np.zeros((numberOfTimeSteps, len(x)), float)
92 for i in range(numberOfTimeSteps):
93     for j in range(k):
94         yr[i] = yr[i] + c[j]*np.cos((j+0.5)*t)*psi(j,x)
95
96     t = t + dt
97
98 yi = np.zeros((numberOfTimeSteps, len(x)), float)
99 for i in range(numberOfTimeSteps):
100     for j in range(k):
101         yi[i] = yi[i] - c[j]*np.sin((j+0.5)*t)*psi(j,x)
102
103     t = t + dt
104
105
106 print 'Done.' # Let the user know what's happening.
107
108 #
109 # Now that we have an example data set (x,y) to work with, we can
110 # start graphing it and saving the images.
111 #
112
113 for i in range(len(yr)) :
114     #
115     # The next four lines are just like Matlab.
116     #
117     plt.plot(x,yr[i], 'b')
118     plt.plot(x,yi[i], 'g')
119     ## plt.plot(x,zr[i]/2., 'y')
120     ## plt.plot(x,zi[i]/2., 'm')
121     plt.plot(x,np.sqrt(yr[i]**2+yi[i]**2), 'k')
122     ## plt.plot(x,np.sqrt(zr[i]**2+zi[i]**2)/2., 'r')
123     plt.xlim((-10,10))
124     plt.ylim((-1.2,1.2))
125     plt.xlabel('position')
126
127     #
128     # Notice the use of LaTeX-like markup.
129     #
130     plt.title(r'$\phi(x,\_t)$', fontsize=20)
131
132     #
133     # The file name indicates how the image will be saved and the
134     # order it will appear in the movie. If you actually wanted each
135     # graph to be displayed on the screen, you would include commands
136     # such as show() and draw() here. See the matplotlib
137     # documentation for details. In this case, we are saving the
138     # images directly to a file without displaying them.
139     #
140     filename = str('%03d' % i) + '.png'

```

```

141 plt.savefig(filename, dpi=100)
142
143 #
144 # Let the user know what's happening.
145 #
146 print 'Wrote_file', filename
147
148 #
149 # Clear the figure to make way for the next image.
150 #
151 plt.clf()
152
153 #
154 # Now that we have graphed images of the dataset, we will stitch them
155 # together using Mencoder to create a movie. Each image will become
156 # a single frame in the movie.
157 #
158 # We want to use Python to make what would normally be a command line
159 # call to Mencoder. Specifically, the command line call we want to
160 # emulate is (without the initial '#'):
161 # mencoder mf://*.png -mf type=png:w=800:h=600:fps=25 -ovc lavc -lavcopts |
162 # vcodec=mpeg4 -oac copy -o output.avi
163 # See the MPlayer and Mencoder documentation for details.
164 #
165
166 command = ('mencoder',
167           'mf://*.png',
168           '-mf',
169           'type=png:w=800:h=600:fps=25',
170           '-ovc',
171           'lavc',
172           '-lavcopts',
173           'vcodec=mpeg4',
174           '-oac',
175           'copy',
176           '-o',
177           'output.avi')
178
179 #os.spawnvp(os.P_WAIT, 'mencoder', command)
180
181 print "\n\nabout_to_execute:\n%s\n\n" % ' '.join(command)
182 subprocess.check_call(command)
183
184 print "\n\nThe_movie_was_written_to_'output.avi'"
185
186 print "\n\nYou_may_want_to_delete_*.png_now.\n\n"

```





## Bibliografía

- [1] Universidad Nacional Autónoma de México. *Plan de Estudios de la Licenciatura en Física*. Aprobado en Ene. 1999.
- [2] Sánchez Ron, José Manuel. *Historia de Física Cuántica, Vol I. El Período Fundacional*. Ed. Crítica Drakontos 2005.
- [3] Weaver, Jefferson Hane. *The World Of Physics A small Library of the Literature of Physics from Antiquity to the Present*. Vol II. New York, NY Simon and Schuster 1986.
- [4] Kragh, Helge. *Quantum Generations: A History of Physics in the Twentieth Century*. Princeton University Press. 1999.
- [5] Werner Heisenberg, *El desarrollo de conceptos en la historia de la teoría cuántica*, Physics Education.
- [6] Cepeda Vázquez, José Isaac. *Aprendizaje en el Aula*. Comunidad Montessori, 2004.
- [7] Carr, L.D.; McKagan, S.B. *Graduate quantum mechanics reform*. American journal of Physics. Volume 77, No.4, 2009.
- [8] Richard P. Feynman, Robert B. Leighton, Matthew Sands. *The Feynman Lectures on Physics: Quantum Mechanics*. Addison-Wesley publishing company.1965.
- [9] Keith, Oliver; Lei, Bao. *Student Resources in quantum mechanics, or why students need meta-resources*. The Ohio State University 2005
- [10] Karakostas, Vassilios ; Hadzidaki, Pandora. *Relism vs. Constructivist in Contemporary Physics: The Impact of the Debate on the Understanding of Quantum Theory and its Instructional Process*. Science & Education 2005.
- [11] McKagan, S.B.; Perkins, K.K.; Dubson, M.; Malley, C.; Reid, S.; LeMaster, R.; Wieman C.E. *Developing and Researching PhET simulations for Teaching Quantum Mechanics*. American journal of Physics. 2008.
- [12] Massa, Marta; Llonch, Elena. *La Hipermedia en el Aprendizaje del Átomo a la Construcción de la Materia*. Universidad Nacional de Rosario, Argentina.
- [13] López Ortega, Araceli; Farfán Flores, Pedro Emiliano. *El Enfoque por Competencias en la Educación*.

- [14] Parra Acosta; Haydee. *El modelo educativo por competencias centrado en el aprendizaje y sus implicaciones en la formación integral del estudiante universitario*. 6to. Congreso Internacional: Retos y Expectativas de la Universidad El papel de la Universidad en la transformación de la sociedad.
- [15] <http://tuning.unideusto.org/tuningeu/>
- [16] <http://tuning.unideusto.org/tuningal/>
- [17] [http://tuning.unideusto.org/tuningeu/images/stories/template/Template\\_Education.pdf](http://tuning.unideusto.org/tuningeu/images/stories/template/Template_Education.pdf)
- [18] Willis E. Lamb, Jr. *Suppose Newton Had Invented Wave Mechanics*. American journal of Physics. University Of Arizona 1994.
- [19] <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cuantica/FisicaModerna.htm>
- [20] Elaborado por: Elpidio Chacón, editado por: Gastón García Calderón y Rafael Pérez Pascual, *Apuntes del curso de Mecánica Cuántica de Marcos Moshinsky*. Las prensas de ciencias. 2008.
- [21] Leslie E. Ballentine. *Quantum Mechanics: A Modern Development*. Simon Fraser University. 1998.
- [22] Arthur Beiser. *Concepts of Modern Physics. International Student Edition. 1963*.
- [23] Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu, Franck Laloe. *Quantum Mechanics*. Wiley-VCH. 1977.
- [24] B. Gal-Or, *Cosmology, Physics and Philosophy: Recent Advances as a Core Curriculum Course*. New York: Springer-Verlag. 1983.
- [25] E. Ley Koo. *El electrón centenario*. La ciencia para todos. Vol. 165. Fondo de cultura económica: México. 1999.
- [26] A.H. Millar. *Imagery in Scientific Thought*. Cambridge: MIT Press. 1986.
- [27] J.J. Mintzes, J.H. Wandersee y J.D. Novaak (Edts.). *Teaching Science for Understanding: A Human Constructivist View*. San Diego: Academic press.
- [28] Robert C. Hilborn. *Redesigning collage- and university- level introductory physics*. American journal of Physics. Volume 56, No.1, 1988.
- [29] John S. Rigden. Editorial: *If teaching is to be elevated in the hierarchy...* American journal of Physics. Volume 56, No.1, 1988.
- [30] James E. Harvey, James L. Forgham. *The spot of Arago: New relevante for an old phenomenon*. American journal of Physics. Volume 52, No.3, 1984.
- [31] Roberto Assumpcao. *Proposal of an experimental strategy to introduce Relativity in elementary Courses*. <http://arXiv.org>. 2007.
- [32] Michael C. Wittman, Jeffrey T. Morgan, Roger E. Feeley. *Laboratory-Tutorial activities for teaching probability*. Physical Review Special Topics, Physics Education Research, Febrero 2006.

- 
- [33] Lawrence Badash, *Nuclear physics in Rutherford's laboratory before the discovery of the neutron*. American journal of Physics. Volume 51, No.10, 1983.
- [34] Victor F. Weisskopf, *Search for Simplicity*. American journal of Physics. Volume 53, No.1, 1985.
- [35] John Peslak, Jr. *Comparison of classical and quantum mechanical uncertainties*. American journal of Physics. Volume 47, No.1, 1979.
- [36] A. P. French, *Some thoughts on introductory physics courses*. American journal of Physics. Volume 56, No.2, 1988.