



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

PROPUESTA DE PLAN DE
PENSIONES POR FALLECIMIENTO,
COMO BENEFICIO PARA EMPLEADOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

A C T U A R I O

P R E S E N T A

CARLOS LLANAS VÁZQUEZ



Director: Act. Carlos Fernando Lozano Nathal

MÉXICO, D.F.

ABRIL DE 2006



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno.
Apellido paterno: Llanas
Apellido materno: Vazquez
Nombre: Carlos
Telefono: 58-48-52-04
Universidad Nacional Autonoma de Mexico
Facultad de Ciencias
Carrera: Actuarial
2. Datos del tutor.
Grado: Actuario
Nombre(s): Carlos Fernando
Apellido paterno: Lozano
Apellido materno: Nathal
3. Datos del Sinodal 1
Grado: Actuario
Nombre: Oscar
Apellido paterno: Aranda
Apellido materno: Martinez
4. Datos del Sinodal 2
Grado: Maestro en Ingenieria
Nombre(s): Fernando Eleazar
Apellido paterno: Vanegas
Apellido materno: Chavez
5. Datos del Sinodal 3
Grado: Actuario
Nombre(s): Ricardo Humberto
Apellido paterno: Sevilla
Apellido materno: Aguilar
6. Datos del Sinodal 4
Grado: Doctora
Nombre(s): Maria Cristina
Apellido paterno: Gutierrez
Apellido materno: Delgado
7. Datos del trabajo escrito.
Titulo: "Propuesta de plan de pensiones por fallecimiento, como beneficio para empleados"
Numero de paginas: 100 paginas
Año: 2006

*La forma más sublime de engendrar la cosmovisión de un hombre surge
al intentar entender el mundo y al darse la hermosa tarea de compartir.*

*Historia, filosofía, literatura, química, matemáticas, física...
¡¡¡Cuanto has dado y no se agotan tus inquietudes y amor por dar!!!
Menos aún se agotará mi admiración y respeto por ti.*

*Gracias.
Universidad Nacional Autónoma de México.*

*Son tan arduos los esfuerzos que han hecho ustedes
para darme la oportunidad de vivir, crecer y luchar.*

*Mi vida adquiere un matiz de amor y cariño
cuando en cada momento las llevo conmigo, lejos...
Pero hoy y siempre quiero estar cerca de ustedes
con un recuerdo que les diga: ¡Lo logramos!*

A mi madre, mi tía y mi prima.

*La vida es una estrecha línea
trazada para cada quien, quizá, por un artista enigmático.
Tan difícil era que este artista pintara un encuentro a dos de esas líneas
para ya nunca jamás trazar la una lejos de la otra
y encontrar que entre ellas surgió
la esencia de amar y compartir.*

*Tuyo por siempre
Para el amor de mi vida:
Ruth Alminda*

*Si no pudiera caer, errar, aprender, preguntar
sabría entonces que estaría sólo, sin aliento y sin ayuda.
Pero no estoy en el lugar donde se mira la conveniencia y el recelo como motor del día a día.
Estoy en un lugar donde puedes mirar a los ojos
y si la suerte se midiera por los amigos
sería el más afortunado chico de ese lugar.*

*A César, Fabián, Dalila, Guadalupe, Leticia, Juan, Maricela, René, Luis, Damariz, Claus y Hugo...
Si olvide a alguien, usted sabrá que no es personal.*

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	I
CAPÍTULO I: Antecedentes.....	1
I.1 Planes de beneficios: política de las instituciones y empresas en México.....	1
I.2 Pensiones por fallecimiento otorgadas por instituciones de Seguridad Social.....	7
CAPÍTULO II: Definición y Análisis sobre el diseño.....	10
II.1 Definición del Plan.....	10
II.2 Análisis sobre el diseño del Plan.....	11
II.2.1 Grupo Elegible.....	12
II.2.2 Requisitos de elegibilidad.....	12
II.2.3 Salario.....	12
II.2.4 Salario pensionable.....	13
II.2.5 Monto del beneficio.....	13
II.2.6 Período de cobertura.....	14

II.2.7 Beneficiarios.....	14
II.2.8 Período y fechas de pago.....	14
II.2.9 Forma de pago.....	15
II.2.10 Beneficios adicionales.....	15
II.2.11 Financiamiento.....	15
CAPÍTULO III: Elementos actuariales.....	16
III.1 Medición del evento.....	16
III.2 Valuación del pasivo.....	18
III.3 Financiamiento del pasivo.....	28
III.4 Variaciones en supuestos.....	31
III.5 Número esperado de siniestros.....	51
III.6 Pago esperado de beneficios.....	52
III.7 Vida laboral esperada y Edad esperada de salida.....	60
CAPÍTULO IV: Aplicación práctica.....	62
IV.1 Contextos de la aplicación.....	62
IV.1.1 Del diseño del plan.....	62
IV.1.2 De la valuación y financiamiento del plan.....	63
IV.2 Diseño del plan.....	64
IV.3 Información de la empresa.....	66
IV.4 Valuación del pasivo.....	68
IV.4.1 Descripción de las hipótesis actuariales.....	68
IV.4.2 Descripción del método de financiamiento.....	70
IV.4.3 Resultados de la valuación actuarial.....	70
CONCLUSIONES.....	72

ANEXOS	75
Anexo I: Demostración de lemas utilizados en el Capítulo III.....	75
Anexo II: Lista de empleados para la aplicación práctica.....	79
Anexo III: Tabla de servicios y valores actuariales.....	84
Anexo IV: Resultados individuales.....	90
GLOSARIO	95
BIBLIOGRAFÍA	97
REFERENCIAS ELECTRÓNICAS	100

INTRODUCCIÓN

El ser humano no habría desarrollado todas sus potencialidades hasta ahora vistas y que le han repercutido tanto positiva como negativamente de no ser por que primero buscó satisfacer diversos tipos de necesidades latentes en su vida, dentro de las cuales se encuentran las relativas a la seguridad de él mismo. Sin embargo, la *seguridad humana* ha quedado incompleta dada la utopía con la que usualmente se concibe a este elemento: un medio ambiente caracterizado por la inexistencia de hechos o fenómenos dañinos para el hombre. Evidentemente, la ineludible posibilidad de que ocurra alguno de estos factores irrumpe la plena satisfacción de la seguridad humana, pero, a pesar de ello, el anhelo de seguridad ha impulsado a las personas a idear diversos mecanismos de “defensa”, más que intentar eliminar dichos factores o eventos.

“Defenderse” ante los efectos del medio ambiente ha resultado una buena alternativa, en particular ante las consecuencias económicas que puedan presentarse. Prepararse para “defenderse” nos permite aspirar a un desarrollo mejor. Pero el hombre, ser social por excelencia, tiene relaciones y afectos con sus semejantes con quienes comparte no solo el hogar, lugar de trabajo o de estudio, sino también el anhelo de seguridad mutua. En otras palabras, dado nuestro carácter social, las personas solemos buscar acuciantes y con la misma vehemencia nuestra seguridad como la de los demás.

Indudablemente, las relaciones sociales y afectivas más fuertes suelen generarse en el seno familiar, en donde uno de los integrantes (comúnmente el padre o la cabeza familiar) trata de salvaguardar, en la medida de lo posible, las condiciones para que los integrantes económicamente

dependientes gocen de un nivel aceptable de vida o de cuidados, que a su vez les permita seguirse desarrollando en sociedad. El adalid familiar tiene entonces la responsabilidad de encabezar esta encomienda mientras se encuentra vivo y realiza una actividad productiva que garantiza el sustento familiar, pero, dada la posibilidad de diversos acontecimientos que pueden provocar su muerte (como accidentes o enfermedades), dicho objetivo se puede ver frustrado.

Ante situaciones como la anterior, y con el objetivo de garantizar las condiciones mínimas de desarrollo integral de los grupos sociales, los gobiernos en general administran diversas instituciones de Seguridad Social, cuyo fin es el promover la seguridad individual y colectiva, así como coadyuvar en el desenvolvimiento de los integrantes de sus respectivas sociedades. De hecho, es común en muchos países la presencia de una o más instituciones de Seguridad Social cuyas responsabilidades incluyen el otorgar diversos tipos de prestaciones, en particular las prestaciones económicas, para aquellas personas afiliadas a dichas instituciones, así como para sus familias cuando ocurre alguna contingencia que inhabilita al afiliado para seguir laborando y sustentar con ello a su núcleo familiar. Un caso típico de estas contingencias es el fallecimiento del afiliado.

Sea cual sea la contingencia amparada por las instituciones de Seguridad Social, las prestaciones económicas que éstas otorgan para asistir a las personas ante tales eventualidades se encuentran restringidas en el sentido de que existen diversos requisitos solicitados tanto al trabajador como a sus beneficiarios para acceder a dichas prestaciones, en virtud de que éstos organismos tienen la responsabilidad de intervenir y salvaguardar el desarrollo de todo un gremio o nación. Lo anterior implica que los beneficiarios de una parte de los afiliados fallecidos probablemente no accedan a prestación alguna. Aunado a esto y enfatizando el caso de México, en los últimos años se ha transformado el sistema de Seguridad Social de tal forma que el Estado, si bien es cierto que sigue complementando el financiamiento de las prestaciones económicas, (en particular las que cubren el fallecimiento de los afiliados), también es cierto que sus obligaciones se han visto reducidas en torno a la responsabilidad de contribuir con los recursos necesarios para cubrir éstos beneficios. Y no solo eso, pues con dicha transformación se ha eximido al Estado de la obligación de ser quien otorgue las prestaciones mencionadas, transfiriéndola a los particulares a manera de un servicio otorgado por éstos, situación que constituye un costo directo para el afiliado, o en su caso, para los beneficiarios.

No obstante las desventajas que para los beneficiarios tienen las prestaciones provenientes de la Seguridad Social, el sostén familiar tiene la opción de recurrir al mecanismo de aseguramiento privado, esto es, un plan de seguro de vida contratado ya sea de manera individual, o bien, como parte de un seguro de grupo adquirido por su patrón, el cual le garantice a un determinado beneficiario una suma de dinero al ocurrir la muerte el sostén familiar. Sin embargo, el recurso de aseguramiento provee a los

beneficiarios de un pago único, situación que los vuelve proclives a hacer un uso “potencialmente” descontrolado o no programado de dicha suma. Esta situación puede conllevar a que se acorte el tiempo en el que los beneficiarios, mediante la suma asegurada, puedan atender las necesidades económicas mínimas que prevalecían en el núcleo familiar hasta antes de ocurrir el siniestro. En este sentido, ¿no sería más apropiado que dicha suma se distribuyera durante un período determinado (por ejemplo en el caso del cónyuge o de los ascendientes) o bien, durante el tiempo en que el beneficiario va adquiriendo una mayor capacidad productiva para valerse por sí mismo en un futuro (como en el caso de los menores de edad)?

Además de las circunstancias afectivas que viven las personas, de las desventajas de la Seguridad Social y de las características típicas de los contratos de seguros, el sostén familiar se puede ver en la situación de no contar con prestación alguna que proteja económicamente a su familia en caso de que éste fallezca, que emane de sus relaciones laborales y que sea suplementaria a las que marcan las leyes reguladoras del trabajo. De hecho, es frecuente hallar que las empresas incluyen ciertos planes de beneficios, como lo son los planes de pensiones por retiro o los planes de gastos médicos, dentro de sus políticas de previsión social y de incentivo de personal. No obstante, en el contexto de los mecanismos de incentivo que operan las empresas mexicanas, existe actualmente una notable carencia de planes privados de beneficios que consistan en el otorgamiento de una pensión a los familiares de aquellos trabajadores que fallezcan durante su vida laboral, y que al mismo tiempo la cobertura de dichos planes se otorgue como compensación adicional al salario regular por los servicios que tales empleados hayan prestado. Más aún, en la práctica actuarial profesional no ha sido abordado el tópico de *pensiones por fallecimiento* bajo un enfoque privado y con la misma amplitud y profundidad desarrolladas en torno a los planes de pensiones por retiro y los planes de seguros.

Así pues, el objetivo del presente trabajo consiste en la elaboración de una propuesta de estructuración y tratamiento técnico para un plan privado de pensiones por fallecimiento, el cual se ciñe a los siguientes objetivos:

- 1) Constituir un mecanismo de beneficio para el personal de las instituciones o empresas (plan privado).
- 2) Suplementar las prestaciones que emanan de la Seguridad Social por concepto de fallecimiento de los trabajadores.
- 3) Estructurar una prestación menos restrictiva en relación a las prestaciones de la Seguridad Social, y que a su vez posea un esquema de “distribución” de los pagos.
- 4) Conformar un plan que pueda servir de base para la formulación teórica de planes privados de beneficios por muerte más complejos.

En consecuencia, para lograr desplegar de manera clara el tema de “**Propuesta de plan de pensiones por fallecimiento, como beneficio para empleados**”, la presente tesis se ha estructurado de tal forma que sean abordados primeramente los antecedentes y aspectos teóricos de dicho tópico, facilitando con ello el desarrollo y formulación de la aplicación práctica y de las conclusiones obtenidas. Dicha estructura se describe a continuación:

Capítulo I: Antecedentes

Capítulo II: Definición y análisis sobre el diseño

Capítulo III: Elementos actuariales

Capítulo IV: Aplicación práctica

Conclusiones

Fuentes de información

En el Capítulo I se abordan los antecedentes en México relativos a los beneficios por fallecimiento que son otorgados como parte tanto de las políticas de incentivo de personal, como de las prestaciones de la Seguridad Social.

En el Capítulo II se define y discute la estructura general del Plan con el objetivo de explicar los elementos que lo conforman, así como para ubicarlo formalmente en el contexto de los planes de pensiones.

En el Capítulo III se despliegan los aspectos técnicos que el Plan ideado requiere para ser tratado desde el punto de vista actuarial. A partir de ello, se desarrolla la forma en como se medirán el evento que desencadena el pago de los beneficios, así como la forma de valorar el pasivo que emana del Plan y el diseño de un método de financiamiento con el cual se acumulen los recursos necesarios para hacer frente a dicho pasivo. Adicionalmente, se desarrollan algunos “valores esperados” que emanan de la naturaleza del propio Plan, como lo son el número esperado de siniestros, el pago esperado de beneficios y la vida laboral esperada.

En el Capítulo IV se desarrolla una aplicación práctica para ejemplificar el diseño y los aspectos actuariales del Plan, con lo que se pretende mostrar empíricamente que la aplicación de un plan con estas características es viable en el sentido de la práctica profesional.

Posteriormente se enuncian las conclusiones a las cuales se llegaron después de haber desarrollado el caso práctico y los capítulos precedentes.

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES

El objetivo de este capítulo es dar al lector un panorama general del contexto en el que se desarrolla el tema del presente trabajo, en cuanto a las características propias de un plan privado de beneficios, así como desde el punto de vista de las prestaciones provenientes de la Seguridad Social que circundan la naturaleza de dicho tópico.

I.1 Planes de beneficios: política de las instituciones y empresas en México

Es indudable que en el ambiente laboral subyacente a una entidad, ya sea una institución o una empresa, existan necesidades no explícitamente económicas tanto de ésta como de los empleados que en ella laboran, necesidades cuya atención repercute de manera importante en el desarrollo de ambas partes. Desde el punto de vista de la entidad, algunos ejemplos son los siguientes:

- En general, las instituciones o empresas buscan reclutar a aquellas personas que cumplan con el perfil necesario para desempeñarse óptimamente en el puesto que se les asigne. Para ello, la entidad desea contar con varias opciones para elegir al mejor candidato que ocupará una vacante o puesto de nueva creación. En otras palabras, la entidad

necesita atraer a varios candidatos para poder llevar a cabo sus procesos de reclutamiento.

- Una vez que la entidad ha conseguido y configurado al personal con el perfil adecuado, y éste último ha comenzado a desenvolverse, se darán entonces los resultados en torno a la productividad y calidad de los productos o servicios que ésta ofrezca. De ahí que la entidad trate de retener al personal mejor capacitado para que siga desenvolviéndose en ella, y al mismo tiempo busque facilitar la rotación del personal con capacidades o aptitudes en detrimento.
- Aunque la entidad haya conseguido al personal más apto para lograr sus objetivos, el empleado no siempre posee la iniciativa para perfeccionar su trabajo, o bien, no simpatiza del todo con la entidad para lograr un mejor desempeño de sus labores. Es decir, la entidad requiere incentivar al empleado para que éste explote sus capacidades en pro de la misma.
- En la medida en que la entidad manifieste su interés por identificar, y en su caso cooperar, en la satisfacción de las necesidades no solo económicas de sus empleados, podrá obtener un compromiso implícito e individual del trabajador, que lo incline a cumplir mejor sus funciones y no solo eso, pues con la práctica de una política de previsión social se favorece la imagen de la entidad en el mercado de trabajo. Por ende, las entidades requieren en ocasiones de un medio apropiado para canalizar su apoyo voluntario con miras a satisfacer algunos de los menesteres que apremian a sus empleados.
- Una vez que la institución realiza sus funciones (o bien, la empresa ha ingresado a la competencia en un determinado mercado), los puntos centrales que cimentarán el desarrollo de la entidad son la productividad y la calidad del producto o servicio que ésta ofrezca. Por ello, es de vital importancia mantener y de ser posible, optimizar progresivamente ambos elementos. Para lograr tal objetivo se deben distinguir, mejorar y acoplar tanto factores estructurales de la entidad (como lo son: la logística de los procedimientos internos, la maquinaria utilizada, las instalaciones e infraestructura, las innovaciones técnicas, etc.), como los factores propios del personal (por ejemplo: la capacidad del personal para explotar sus conocimientos, la habilidad para actualizarse constantemente respecto al uso de nuevas técnicas e instrumentos, o bien, el fortalecimiento de la relación laboral de los empleados hacia la entidad), los cuales son algunos de los fundamentos principales de la productividad y calidad que la entidad ofrezca al entorno donde se ubique.

En contraparte, algunas de las necesidades principales desde el punto de vista de los empleados son las siguientes:

- Remuneración adecuada.
- Seguridad económica y física en el lugar de trabajo.
- Motivación para desarrollar y perfeccionar sus capacidades.
- Otorgamiento de prestaciones para el empleado y/o para su familia.
- Superación personal y profesional.
- Recompensa a los servicios prestados.

Dentro de un ambiente laboral se puede percibir, a *grosso modo*, que en el panorama de necesidades de las entidades y de sus empleados existe un vínculo de reciprocidad en cuanto a la satisfacción de unas y otras. Es decir, la satisfacción de las primeras propicia un escenario con más ventajas para la satisfacción de las segundas y viceversa. Un ejemplo es el hecho de que un empleado capacitado puede resolver diversos problemas con las herramientas o con las técnicas más adecuadas, lo cual repercute en la calidad y productividad de la entidad. De manera recíproca, una vez que la calidad y productividad han alcanzado un nivel competitivo, se logran mayores utilidades, hecho que puede verse reflejado en un mayor presupuesto ya sea para la nómina o para el otorgamiento de prestaciones adicionales que beneficien al empleado.

Además de lo anterior, la estructura y características propias de la entidad suelen influir notoriamente en la satisfacción de muchas necesidades como las citadas anteriormente en torno a los empleados. Por ejemplo, en el caso de los salarios y las prestaciones, la administración se encarga de determinar y ajustar el presupuesto de la nómina, y en su caso, el de las prestaciones adicionales que serán otorgadas. A su vez, la sección administrativa debe procurar que el lugar de trabajo sea lo más seguro posible, mediante el mantenimiento de las instalaciones y de la infraestructura. Al mismo tiempo, la simpatía que los empleados tengan con la entidad depende en gran medida de la formalidad, respeto e interés que ésta muestre sobre sus trabajadores. Por último, la estructura organizacional que la entidad posea, permitirá al empleado la posibilidad de ascender a un puesto superior y consolidar así su desarrollo profesional, dependiendo claro de sus aptitudes y de la voluntad de la entidad de reconocer la labor del empleado.

Así pues, el contexto propio de los *planes (privados) de beneficios para empleados* proviene de restringir el panorama de necesidades entidad-empleado a un enfoque en el que las necesidades de los empleados no sean vistas sólo como un hecho irrelevante para la entidad, sino como un elemento para propiciar la satisfacción de las necesidades de ella misma. De hecho, el “aprovechamiento” de las necesidades de los empleados estriba esencialmente en la creación de un mecanismo de beneficio o apoyo hacia éstos que satisfaga sus menesteres, y por ende, propicie un escenario en el que las necesidades de la entidad puedan ser atendidas con mayor facilidad.

Estos beneficios o prestaciones se adicionan a las que tienen derecho¹ los trabajadores por ordenamiento jurídico (pago de primas de antigüedad, indemnizaciones, aguinaldos, etc.) o contractual (las que se derivan de los contratos colectivos de trabajo que los sindicatos acuerdan con las empresas). Como puede observarse, la diferencia entre éstas prestaciones depende básicamente de su origen: las prestaciones legales se originan por un ordenamiento del Estado; las prestaciones contractuales obedecen más que nada a la presión que ejercen los sindicatos sobre las entidades y las prestaciones privadas surgen de la voluntad de la entidad que decide constituir las en favor de sus empleados.

Asimismo, los planes de beneficios pueden clasificarse en dos tipos: aquellos cuyos beneficios se otorgan por el hecho de ser empleado de la entidad (servicio de cafetería, asistencia psicológica, membresía en clubes, seguro de gastos médicos menores, programas de asistencia médica, etc.), y aquellos que se otorgan por la terminación del empleo (planes de pensiones por retiro o por invalidez, seguros de vida, prima o indemnización por despido, etc.).

Por otro lado, la utilización de éstos planes se traduce en un pasivo el cual es asumido en la mayoría de las ocasiones por la entidad debido a que, como se ha mencionado, gran parte de las condiciones para que la entidad satisfaga sus necesidades residen en ella misma, no importando si dichas condiciones las impone la propia entidad o los empleados. Es por ello que una vez que una entidad tiene la intención de constituir un plan de beneficios, ésta deberá determinar previamente si es viable la cobertura de los costos derivados de la utilización de éste (y con mayor razón si el plan otorga un beneficio explícitamente pecuniario), pues ello fundamentará el alcance de los resultados esperados en torno al plan. Incluso, la creación de un fondo para el financiamiento de las obligaciones que emanan de un plan de beneficios suele ser alentada por las ventajas fiscales (deducibilidad de impuestos) que las legislaciones tributarias disponen para la creación de fondos de éste tipo.

¹ Lozano, Carlos F. Pág 9.

La muerte es un riesgo que constantemente afecta la tranquilidad de los trabajadores y de sus núcleos sociales. De ahí que surja la necesidad de contar con un medio que cubra el impacto que dicho evento puede tener sobre el núcleo social del trabajador, cuando menos desde el punto de vista económico. Por lo tanto, un plan de beneficios que sea implantado por una entidad, el cual contemple otorgar un beneficio periódico a los familiares o personas dependientes de un trabajador que fallezca, se encuentra dentro del contexto de las necesidades del ambiente laboral y de los mecanismos para satisfacerlas.

Sin embargo, en la actualidad los planes de esta naturaleza no poseen una presencia importante dentro de las políticas de beneficio hacia los empleados de las empresas mexicanas. De hecho, de la información proveniente de múltiples firmas actuariales y recabada en las “*Encuestas de beneficios para empleados*” correspondientes a 2002, 2003 y 2005² en relación a empresas de diversos tipos durante 2001, 2002 y 2004, respectivamente, se desprende la existencia de planes denominados de “*protección por fallecimiento*”. A pesar de ello, estos planes consisten básicamente en un plan de seguro de vida en su modalidad de seguro de grupo que, si bien en su mayoría otorga los beneficios adicionales más comunes y puede complementarse por un seguro opcional o extender el beneficio para el personal retirado, no constituyen propiamente un plan de pensiones por fallecimiento.

De manera similar a los planes de protección por fallecimiento, se detectaron en las encuestas citadas otros tipos de planes de beneficios que operaban con el fin de beneficiar al personal de las empresas, tales como los planes de protección médica y los planes de pensiones por jubilación, retiro y cesantía.

Para finalizar esta sección, se muestran a continuación dos cuadros con algunos de los datos más importantes de dichas encuestas en torno a los tipos de planes de beneficios encontrados. En ellos se puede apreciar la concentración de los planes de protección por fallecimiento en los seguros de vida.

² Encuestas elaboradas y publicadas por Asociación Mexicana de Actuarios Consultores, A.C.. La encuesta 2004 correspondiente a la información de 2003 no fue realizada.

Cuadro 1: Tipos de planes de beneficios para empleados³		
Concepto	2001	2002
Número de empresas encuestadas	391	336
Proporción de empresas con plan de protección por jubilación	72%	62%
Proporción de empresas con plan de protección médica	49%	45%
Proporción de empresas con plan de protección por fallecimiento (Seguros de vida)	61%	51%

Fuente: Encuestas de beneficios para empleados, ediciones 2002 y 2003.
Elaboración: El autor.

Cuadro 2: Planes de protección por fallecimiento			
Concepto	2001	2002	2004
Número de empresas con plan de protección por fallecimiento (seguros de vida)	240	173	99
Suma asegurada promedio ⁴	29.3	32.0	29.2
Proporción de empresas con plan de seguro opcional (con cargo total o parcial al trabajador)	29%	7%	9%

Fuente: Encuestas de beneficios para empleados, ediciones 2002, 2003 y 2005.
Elaboración: El autor.

³ Los porcentajes manejados en este cuadro se refieren al total de la muestra en cada encuesta. Los datos relativos a 2004 no se incluyen en el cuadro debido a que la encuesta correspondiente no contiene el número de empresas encuestadas.

⁴ La suma asegurada promedio se expresa en veces del salario mensual promedio de los empleados de las empresas encuestadas.

I.2 Pensiones por fallecimiento otorgadas por instituciones de Seguridad Social

La regulación de la Seguridad Social en México tiene su espacio reservado dentro del Derecho Laboral. A su vez, la Seguridad Social tiene como instrumento propio de realización al denominado Seguro Social,⁵ al cual los trabajadores en general tienen derecho a acceder por mandato constitucional.⁶ De hecho, el concepto de Seguro Social materializa a los diversos mecanismos o prestaciones mediante las cuales el Estado coadyuva en la protección que los miembros de una sociedad requieren ante las contingencias de la vida, como lo es particularmente ante la muerte.

La Seguridad Social juega entonces un papel importante en el desarrollo de las familias, en cuanto a que brinda asistencia a éstas ante las consecuencias económicas derivadas de la muerte de los pilares familiares. Es por ello que, uno de los antecedentes más importantes en México en torno a los beneficios por fallecimiento lo constituyen las pensiones que se otorgan por esta causa como parte de las funciones de la Seguridad Social, a través de instituciones como el Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS), el Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado (ISSSTE), y el Instituto de Seguridad Social para las Fuerzas Armadas Mexicanas (ISSFAM).

Las prestaciones que dichas instituciones otorgan serán analizadas brevemente en los cuadros siguientes, en cuanto a los requisitos de otorgamiento, monto de las pensiones y financiamiento de las mismas, en virtud de que uno de los ejes principales del presente trabajo es dar una propuesta para un plan de pensiones que suplemente los beneficios que emanan de la Seguridad Social. Dicho análisis será realizado con base en los regímenes legales vigentes de cada institución.

⁵ Las instituciones de Seguridad Social se conceptualizan como aquellas estructuras humanas organizadas mediante las cuales opera el Seguro Social, que a su vez es la institución social y jurídica de la que emana el derecho a un servicio público nacional y tarifado de protección y desarrollo integral. El Seguro Social es pues el *instrumento* por excelencia que sirve de medio para lograr la seguridad social. Ver bibliografía: Briceño, Alberto. Pág. 11.

⁶ Art. 123 Apartado A, Frac. XXIX y Apartado B, Frac. XI de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos.

Cuadro 3: Pensiones por fallecimiento en instituciones mexicanas de seguridad social

Institución	Requisitos			
	Trabajador	Beneficiarios		
		Viuda	Huérfanos	Ascendientes u otros
IMSS (Art. 127 a 140)	Haber cotizado por lo menos 150 semanas.	Para la viuda se deben cumplir los siguientes requisitos: 1)el matrimonio con el asegurado debió durar por lo menos 6 meses; 2)el asegurado no debió estar pensionado; 3)el asegurado debió ser menor de 55 años, y en caso contrario el matrimonio debió durar por lo menos un año. Para la concubina, ésta debió mantenerse libre de matrimonio durante el concubinato y haber vivido con el asegurado o pensionado por lo menos durante los 5 años anteriores al deceso. Las condiciones anteriores para la viuda o concubina no se requerirán si la beneficiaria en cuestión demuestra haber procreado hijos con el fallecido, y en cualquiera de éstos casos, el derecho se extinguirá al momento de contraer la beneficiaria nuevas nupcias. No aplican los requisitos anteriores en caso de la viuda, siempre que el asegurado haya fallecido por causa de un riesgo de trabajo.	Para los huérfanos de asegurados fallecidos por causa distinta a un riesgo de trabajo, éstos deberán ser menores a 16 años, y en caso contrario cumplir con alguno de los siguientes requisitos: 1)ser menor de 25 años, mantenerse estudiando y no estar sujeto al régimen obligatorio del seguro social, o bien, 2)no poderse mantener por su propio trabajo debido a alguna enfermedad crónica, defecto físico o psíquico. En caso de huérfanos de asegurados fallecidos por un riesgo de trabajo, el goce de la pensión se extiende, respecto al párrafo anterior, a aquellos menores de 16 años, o bien a aquellos que estén incapacitados independientemente de su edad.	Los ascendientes tendrán derecho a pensión si se cumple lo siguiente: que no exista viuda (o concubina), ni huérfanos del fallecido con derecho a pensión, y además que los ascendientes hayan dependido económicamente del trabajador al momento del fallecimiento de éste último.
ISSSTE (Art. 73 a 81)	Haber cotizado más 15 años. En caso contrario, haber cotizado más de 10 años y contar con más de 60 años de edad.	La viuda, y en su caso el viudo mayor de 55 años o que se encuentre incapacitado para trabajar y hubiere dependido de la esposa trabajadora o pensionada. En caso de la concubina, ésta debió haber vivido libre de matrimonio durante el concubinato, y además cumplir con alguno de los siguientes requisitos: 1)haber procreado hijos con el trabajador, o bien, 2)haber vivido con el asegurado durante los últimos 5 años anteriores al deceso. Para el concubinario se requerirán las mismas condiciones anteriores y a su vez que éste sea mayor de 55 años de edad. En cualquiera de éstos casos el derecho se extinguirá al momento de contraer la beneficiaria (o beneficiario) nuevas nupcias.	Ser hijo biológico y cumplir alguno de los siguientes requisitos: ser menor de 18 años; o estar incapacitado parcial o totalmente para trabajar; o bien, ser menor de 25 años, mantenerse soltero, realizando estudios y no tener trabajo remunerado. En caso de los hijos adoptivos, éstos deberán cumplir los requisitos anteriores, y además que la adopción se haya realizado antes de que el trabajador alcanzase los 55 años de edad.	Para los ascendientes se deberá cumplir lo siguiente: que no exista viuda (o concubina), ni huérfanos del fallecido con derecho a pensión, y además que el o los ascendientes hayan dependido económicamente del trabajador durante los últimos 5 años anteriores al fallecimiento de éste último. Para los demás ascendientes se deberá cumplir que no existan ascendientes directos (padre y madre) con derecho a pensión.
ISSFAM (Art. 38 a 47)	Ser militar miembro del Ejército, de la Fuerza Aérea o de la Armada de México.	Ser la viuda del militar, o bien, la concubina (o concubinario) siempre y cuando en este último caso la concubina se haya mantenido libre de matrimonio durante el concubinato y a su vez se cumpla alguno de los siguientes requisitos: que la pareja haya vivido como tal durante los 5 años anteriores al fallecimiento del militar, o bien, que hayan procreado hijos.	Ser hijo menor de 18 años, y en caso contrario se deberá cumplir alguno de los siguientes requisitos: 1) que se mantenga libre de matrimonio, que se mantenga estudiando, que no tenga trabajo remunerado y que sea menor de 25 años; o bien, 2) que se encuentre imposibilitado total y permanentemente para trabajar.	Ser ascendiente del militar fallecido; o bien, ser hermano menor de edad, o mayor de edad siempre que se encuentre imposibilitado total y permanentemente para trabajar.

Continuación cuadro 3

Institución	Monto de los beneficios					Financiamiento			
	Pensión básica					Beneficios adicionales a la pensión básica	Trabajador	Patrón	Estado
	Viuda	Huérfanos	Ascendientes u otros	Promedio de rangos de salario de cotización					
IMSS (Art. 127 a 140)	Para la viuda de un asegurado fallecido por riesgo de trabajo, la pensión será del 40% de la pensión de incapacidad total y permanente que hubiese correspondido a dicho estado de salud, la cual asciende al 70% del salario base de cotización del momento de en que ocurra la incapacidad. A la viuda de un asegurado fallecido por causa distinta a riesgo de trabajo le corresponderá el 90% de la pensión de invalidez que hubiese correspondido a dicho estado de salud, la cual asciende al 35% del promedio de salarios base de cotización de las últimas 500 semanas anteriores al fallecimiento.	20% a 30% del monto que sirva de base en el cálculo de la pensión para la viuda.	20% del monto que sirva de base en el cálculo de la pensión para la viuda.	$((((40\% \times 70\%) + (35\% \times 90\%)) / 2) \times (1 + (2 \times 20\%)) = 42\%$	1) Asignaciones familiares, las cuales oscilan entre el 10% y 15% de la pensión básica. 2) Ayudas asistenciales, las cuales pueden ascender hasta el 20% de la pensión básica. 3) Beneficio para gastos funerarios de 2 meses de salario mínimo del D.F. al momento del deceso.	Para el seguro de vida e invalidez se deberá aportar el 0.625% del salario base de cotización del trabajador. *	Para el seguro de vida e invalidez se deberá aportar el 1.75% del salario base de cotización del trabajador. * Para el seguro de riesgos de trabajo el patrón aportará lo dispuesto en los artículos 71 a 73 de la Ley del Seguro Social.	Para el seguro de vida e invalidez el Estado deberá aportar el 7.143% de la cuota patronal. *	
ISSSTE (Art. 73 a 81)	Parte proporcional equitativa, según el número de beneficiarios, de la pensión por edad y tiempo de servicio o cesantía en edad avanzada, las cuales oscilan entre el 40% y 100%, según los años de servicio prestados, del promedio de sueldo básico del último años previo al fallecimiento del trabajador que no haya sido derivado de un riesgo de trabajo. Para el caso de trabajadores fallecidos por un riesgo de trabajo, no se utilizará el promedio citado sino el último salario básico.	Parte proporcional equitativa, según el número de beneficiarios, de la pensión por edad y tiempo de servicio o cesantía en edad avanzada, las cuales oscilan entre el 40% y 100%, según los años de servicio prestados, del promedio de sueldo básico del último años previo al fallecimiento del trabajador que no haya sido derivado de un riesgo de trabajo. Para el caso de trabajadores fallecidos por un riesgo de trabajo, no se utilizará el promedio citado sino el último salario básico.	Parte proporcional equitativa, según el número de beneficiarios, de la pensión por edad y tiempo de servicio o cesantía en edad avanzada, las cuales oscilan entre el 40% y 100%, según los años de servicio prestados, del promedio de sueldo básico del último años previo al fallecimiento del trabajador que no haya sido derivado de un riesgo de trabajo. Para el caso de trabajadores fallecidos por un riesgo de trabajo, no se utilizará el promedio citado sino el último salario básico.	$(40\% + 100\%) / 2 = 70\%$	-	3.5% del sueldo básico. **	3.5% del sueldo básico. **	-	
ISSFAM (Art. 38 a 47)	Parte proporcional equitativa, según el número de beneficiarios, del 100% del haber de retiro (pensión de retiro) que hubiere correspondido para efectos del retiro del militar, el cual oscila entre el 60% y 100% del sueldo percibido por el mismo.	Parte proporcional equitativa, según el número de beneficiarios, del 100% del haber de retiro (pensión de retiro) que hubiere correspondido para efectos del retiro del militar, el cual oscila entre el 60% y 100% del sueldo percibido por el mismo.	Parte proporcional equitativa, según el número de beneficiarios, del 100% del haber de retiro (pensión de retiro) que hubiere correspondido para efectos del retiro del militar, el cual oscila entre el 60% y 100% del sueldo percibido por el mismo.	100%	Beneficio para gastos funerarios del militar equivalente a 4 meses del haber y sobrehaber (sueldo), más 4 meses de asignaciones si las estuviere percibiendo al momento del deceso, o 4 meses de la pensión de retiro si fuese el caso.	-	-	100% de las pensiones.	

* Estas contribuciones se realizan conjuntamente para el seguro de invalidez y de vida.

** Estas contribuciones se realizan por concepto de pago de pensiones, jubilaciones e indemnizaciones globales.

CAPÍTULO I I

DEFINICIÓN Y ANÁLISIS SOBRE EL DISEÑO

Los objetivos principales que se buscan abordar en el presente capítulo son: dar la explicación de la esencia y estructura del Plan de pensiones ideado dentro del contexto de los Planes de beneficios para empleados, y como objetivo secundario se definirán los fundamentos necesarios para abordar los aspectos actuariales del Plan.

II.1 Definición del Plan

El Plan de pensiones por fallecimiento es un esquema temporal de pagos mensuales, cuyo comienzo estará condicionado a la muerte del empleado y cuyos beneficios serán pagaderos a las personas que éste último haya elegido.

No obstante la generalidad de la definición anterior, el Plan de pensiones propuesto posee una estructura que guarda ciertas particularidades, las cuales se mencionan a continuación:

- La entidad otorgará la cobertura por fallecimiento a sus empleados con base en los requisitos que la misma establezca para ello.
- La entidad tendrá exclusiva responsabilidad de realizar el financiamiento necesario del Plan (*Plan no contributivo*).⁷
- Una vez otorgada la cobertura por fallecimiento, ésta se extenderá durante la vida laboral del empleado, estimada a lo más hasta una edad límite de retiro.⁸
- La regla bajo la cual se cuantificará el beneficio estará definida desde el momento en que entre en vigor el Plan (Plan de *beneficio definido*). Dicha regla consistirá en un porcentaje del salario considerado para los efectos del Plan, y una vez otorgado el beneficio a las personas en cuestión, dicha cantidad se incrementará a razón de una tasa de crecimiento anual pre-determinada.
- El empleado tendrá completa libertad de elegir a la(s) persona(s) quien(es) recibirá(n) las pensiones. Al mismo tiempo, la entidad podrá estipular requisitos adicionales que deberán cumplir los beneficiarios para poder recibir las pensiones correspondientes.

II.2 Análisis sobre el Diseño del Plan

Una vez dadas la definición y directrices del Plan de pensiones por fallecimiento, la estructura general del mismo se compondrá de los siguientes elementos:

- 1) Grupo elegible.
- 2) Requisitos de elegibilidad.
- 3) Salario.
- 4) Salario pensionable.
- 5) Monto del beneficio.

⁷ Respecto a los términos *Beneficio Definido* y *No Contributivo* es oportuno señalar que los planes de pensiones pueden clasificarse según las fuentes de financiamiento y la forma de establecer el beneficio. En cuanto a las fuentes de financiamiento (entidad o empleados), los planes se clasifican en *Contributivos* si los empleados participan en el financiamiento del plan, y *No Contributivos* en caso contrario. Respecto al beneficio, los planes pueden ser de *Beneficio Definido* si el beneficio se encuentra establecido desde antes de ocurrir el evento amparado por el plan, y en caso de que dicho beneficio quede en función de las contribuciones establecidas previamente y hechas hasta antes de ocurrido el evento, al plan se le denomina de *Contribución Definida*.

⁸ La edad límite de retiro es la edad máxima estimada para los empleados en la cual se espera que éstos ejerzan su retiro voluntario del empleo o “*jubilación*”. Comúnmente dicha edad oscila entre los 60 y 65 años de edad.

- 6) Período de cobertura.
- 7) Beneficiarios.
- 8) Período y fechas de pago.
- 9) Forma de pago.
- 10) Beneficios adicionales.
- 11) Financiamiento.

Más aún, para poder adecuar el Plan de pensiones a una entidad en particular, la estructura anterior deberá sujetarse primeramente a una fase de diseño, proceso mediante el cual se identifiquen y especifiquen cada uno de los elementos anteriores de tal manera que la estructura del Plan pueda ser adaptada lo mejor posible a las necesidades del binomio entidad-empleado.

A continuación se enunciarán de manera más concreta las definiciones de cada componente.

II.2.1 Grupo elegible

El Grupo elegible será el conjunto de aquellos empleados sobre los cuales la administración de la entidad enfocará la protección por fallecimiento.

II.2.2 Requisitos de elegibilidad

Los Requisitos de elegibilidad serán las condiciones que habrá de fijar la administración, y que deberán cumplir los empleados del Grupo elegible para considerárseles como Participantes del Plan.

En otras palabras, mediante los Requisitos de elegibilidad la administración podrá regular la membresía de los empleados dentro del Plan, procurando así un control sobre los costos derivados de la utilización del mismo.

II.2.3 Salario

El Salario del Participante será la cantidad de dinero que éste reciba como retribución por su trabajo en la entidad.

El concepto de salario se encuentra definido dentro del marco legal mexicano⁹ como la retribución que debe pagar el patrón al trabajador por su trabajo. No obstante, para efectos del Plan se podrán considerar formas diversas de Salario, como por ejemplo el salario fijo que el Participante recibe exclusivamente por el oficio o actividad que desempeña en la entidad,¹⁰ o bien, el salario que contiene todo tipo de gratificaciones, prestaciones o comisiones

⁹ Art. 82 a 85, Ley Federal del Trabajo.

¹⁰ Es decir, el salario base.

para el Participante.¹¹ Éste elemento también lo definirá la administración de la entidad para los propósitos del Plan.

II.2.4 Salario pensionable

El Salario pensionable será la cantidad específica de Salario del Participante para efectos de cuantificar el monto de la pensión.

El Salario pensionable podrá especificarse de tal forma que en él se revele el comportamiento que el Salario haya tenido durante el tiempo que el Participante estuvo al servicio de la entidad. De ahí que, para definirlo, se podrá optar por un promedio de los Salarios de un determinado período anterior a la muerte del Participante, o bien, por el Salario de un momento dado en su paso por la entidad, por mencionar algunos ejemplos. Al igual que el Salario, la forma de calcular el Salario pensionable lo determinará la administración como parte del diseño del Plan.

II.2.5 Monto del beneficio

El Monto del beneficio será la cantidad total de dinero que las personas elegidas por el Participante recibirán mensualmente después de que éste último haya fallecido.

Esta definición encierra la parte más importante del Plan de pensiones que se desarrolla en este trabajo: dada la muerte del Participante, los familiares o dependientes en cuestión podrán acceder mensualmente a un beneficio económico a manera de **reemplazo** del Salario pensionable del Participante, y como suplemento de las pensiones derivadas de la Seguridad Social.

Aunque podría especificarse de varias maneras al Monto del beneficio, la expresión siguiente determina la forma en que se calculará dicha cantidad, de tal manera que se consideran: 1) el nivel del Salario del Participante, y 2) un incremento aplicable al beneficio a partir de que éste sea otorgado:¹²

$$(\alpha \% \text{ Salario pensionable al momento de la muerte}) (1 + g)^t$$

¹¹ Usualmente se denomina a éste salario como “integrado”.

¹² En el contexto de los planes de pensiones, al valor α se le denomina como *porcentaje nivelado de beneficio*.

Dicha cantidad será repartida entre las personas designadas por el Participante, según las proporciones que este último haya determinado al respecto.

Por otro lado, el valor α es el factor con el cual se determinará el Monto del beneficio como porcentaje del Salario Pensionable, según la decisión que tome la entidad en torno a este parámetro (por ejemplo 20%, 35%, 50%, etc.). No obstante, y como parte de la estructura del Plan propuesto, dicho porcentaje será considerado mayor a cero y menor o igual a 100%. Por último, el factor $(1 + g)^t$ incluye el incremento que el beneficio inicial tiene hasta un determinado momento t medido en años desde que dicho beneficio fue otorgado (g representa la tasa anual de incremento al beneficio, la cual, por definición, se considerará mayor o igual a cero y menor o igual a la tasa anual esperada de crecimiento de salarios en la entidad).

II.2.6 Período de cobertura

El Período de cobertura del fallecimiento comenzará desde que el Participante cumpla con los Requisitos de elegibilidad, y concluirá al morir éste o cuando alcance la edad máxima de retiro, lo que ocurra primero.

II.2.7 Beneficiarios

Los Beneficiarios serán aquellas personas elegidas por el Participante para recibir el Monto del beneficio, siempre y cuando: 1) el Participante haya fallecido durante el Período de cobertura, y 2) las personas designadas cumplan con los requisitos que la entidad determine para otorgar el beneficio.

Según la decisión que tome el Participante, se podrán especificar a una o más personas como Beneficiarios del Plan de pensiones (como lo pueden ser cónyuge, hijos o padres, o bien, personas ajenas a la familia del trabajador que dependan económicamente de él). Una vez que a los Beneficiarios se les hayan comenzado a pagar los beneficios del Plan, se les denominará como Pensionados hasta el momento en que se extinga su derecho a recibir la pensión.

II.2.8 Período y fechas de pago

El Período de pagos será el lapso durante el cual los Pensionados recibirán mensual y anticipadamente (o sea al inicio de cada mes) el pago de la pensión. Dicho período comenzará desde el inicio del mes inmediato posterior en que fallezca el Participante, y se extenderá hasta un número n específico de años.

CAPÍTULO II: DEFINICIÓN Y ANÁLISIS SOBRE EL DISEÑO

Esta definición solo pretende resaltar cuales serán las fechas de pago y la duración que tendrá el esquema de pagos proyectados para los Pensionados. Más aún, dicha duración quedará a decisión de la entidad, acción en la que la administración deberá considerar principalmente las posibilidades de financiamiento del Plan, pues un esquema de beneficios con duración prolongada representa, en general, un alto costo.

II.2.9 Forma de Pago

Es la forma en la que será liquidado el Monto del beneficio a los Beneficiarios, en este caso, una anualidad cierta, temporal a n años.

II.2.10 Beneficios adicionales

Los Beneficios adicionales serán aquellos que consistan en una cantidad o servicio adicional al Monto del beneficio, y cuyo objetivo será fortalecer al Plan en cuanto a la protección por fallecimiento que el Monto del beneficio ofrece.

Los Beneficios adicionales vienen a reforzar al Plan por el hecho de *complementar* al beneficio básico. Es decir, con los Beneficios adicionales se logrará canalizar más eficientemente la política de previsión social que la administración decide emprender mediante la constitución del Plan. Por lo tanto, la administración tendrá la posibilidad de determinar otros beneficios para adicionársele al Plan, por ejemplo: extensión de cobertura por muerte para empleados retirados, cobertura de gastos funerarios, cobertura de gastos médicos familiares, por mencionar algunos.

II.2.11 Financiamiento

El financiamiento consistirá en la acumulación de los recursos necesarios para solventar los costos que el Plan genere a través del tiempo.

En virtud de que, en general, un Plan de pensiones representa un pasivo y tal pasivo difícilmente será liquidado en una sola exhibición, se tiene entonces que construir un proyecto de amortización de los costos que el Plan genere, mediante el cual se logre reunir el dinero suficiente para afrontar pagos comprometidos por la entidad hacia los empleados. Paralelamente, los costos que se generan por la constante actualización de las obligaciones requieren de un financiamiento adecuado que permita hacer frente a tales ajustes.

CAPÍTULO III

ELEMENTOS ACTUARIALES

En éste capítulo se desarrollará la traducción a términos actuariales de los componentes del Plan de pensiones por fallecimiento. Con base en esa traducción, se construirá la forma tanto de medir el evento que deriva el pago de las pensiones, como de valuar el pasivo u obligación que la entidad tendrá con los Participantes y Pensionados del Plan. A su vez, se desarrollará un método de financiamiento que permitirá acumular los recursos necesarios para cubrir dicha obligación. Por último, se desarrollarán algunos valores intrínsecos a la naturaleza del propio Plan, como lo son: el número esperado de siniestros, el pago esperado de beneficios y la vida laboral esperada.

III.1 Medición del evento

Primeramente se examinará la forma de medir la ocurrencia del evento que desencadena el pago de las pensiones. Dicho evento es la muerte del Participante sin que se haya roto la relación laboral con la entidad. Desafortunadamente, la medición de este evento no resulta tan simple pues en la mayoría de los casos las entidades no cuentan con un registro histórico de los empleados que han rescindido o terminado su contrato, dificultándose así la acumulación de experiencias suficientes para ajustar alguna distribución de probabilidad en torno a la “terminación” del empleo. Esta carencia se verá reflejada con la utilización de ciertos supuestos que

permitan tanto desarrollar como simplificar el modelo actuarial del Plan de pensiones.

El supuesto principal (**Supuesto 1**) sobre la cual se cimentará la medición de la muerte de los empleados consistirá en considerar al evento τ : “el participante termina la relación laboral con la entidad” como el “evento total” de un modelo de decremento múltiple, cuyas causas de salida serán eventos que afecten de manera general a cualquier población e impliquen necesariamente la rescisión o termino del empleo (y de las cuales se tengan experiencias disponibles). Una de las causas de salida consideradas en el modelo será la mortalidad, mientras que los eventos considerados para completar dicho modelo serán la invalidez, el despido, la separación y el retiro del empleo. Independientemente del número y tipo de eventos considerados en el modelo, se tendrá por hecho que éstos son independientes entre sí en todo momento.

Aunque debe existir una metodología subyacente de selección de hipótesis (como lo son las demográficas ya mencionadas, o las financieras y económicas que serán introducidas posteriormente), dicha metodología no será abordada en el presente trabajo debido a que rebasa el objetivo principal del mismo. Sin embargo, para los propósitos de esta tesis, y específicamente de este capítulo, se supondrá que la utilización y monitoreo de hipótesis proviene de una metodología definida con antelación.

Así pues, el evento denotado por τ representará el “evento total” asociado a los eventos de muerte, invalidez, etc., de acuerdo a la teoría de decremento múltiple. Sea $C = \{ M, I, D, S, R' \}$ el conjunto de causas consideradas de rescisión o terminación del empleo (donde M : muerte, I : invalidez, D : despido, S : separación y R' : retiro). Por lo tanto, según la teoría de decremento múltiple, dados $s \in \mathcal{R}$ y $x \in \{ 16, 17, \dots, \omega \}$,¹³ las probabilidades de que (x) sufra durante los siguientes s años alguno de los eventos del conjunto C se calculan de la siguiente manera:

$${}_s q_x^{(c)} = \frac{{}_s d_x^{(c)}}{l_x^{(\tau)}} \quad c \in C$$

donde ${}_s d_x^{(c)}$ denota al número de personas que sufren la causa de salida c durante las edades x a $x + s$, y $l_x^{(\tau)}$ denota el número total de personas de edad x que se encuentran expuestas a todas las causas de salida del grupo

¹³ Según el artículo 22 y 23 de la Ley Federal del Trabajo, la edad mínima para que una persona pueda trabajar es de 16 años, y sólo en el caso de que los tutores lo autoricen, podrán hacerlo también los menores de entre 14 y 16 años. A su vez, ω es la edad final en las tablas de probabilidades de los eventos del conjunto C .

de Participantes. Así se tiene que, dada una edad x y un parámetro de tiempo s , la probabilidad de que (x) finalice su relación laboral durante los siguientes s años sea igual a:

$${}_s q_x^{(r)} = \sum_{c \in C} {}_s q_x^{(c)}$$

Por lo tanto, la probabilidad de que (x) permanezca en el empleo después de s años es:

$${}_s p_x^{(r)} = 1 - {}_s q_x^{(r)} = 1 - \sum_{c \in C} {}_s q_x^{(c)}$$

De acuerdo con la teoría de decremento múltiple, con las definiciones anteriores y dados s y x , se puede determinar la probabilidad de que (x) fallezca entre las edades $x + s - 1$ y $x + s$ sin que antes se haya roto la relación laboral, que es igual a la siguiente expresión:

$${}_{s-1} p_x^{(r)} q_{x+s-1}^{(M)}$$

III.2 Valuación del pasivo

Una vez definidos los elementos necesarios para medir el evento que conlleva el pago de los beneficios, se desarrollará en esta sección la forma de valorar el pasivo que representa el Plan para una entidad en específico. Supóngase entonces que una entidad decide constituir un Plan de pensiones por fallecimiento según el concepto dado en el capítulo II. Sea $t \in \mathbf{N}$ el parámetro de tiempo respecto al cual se encuentra la vida del Plan (en primer año corresponde al 0, el segundo corresponde al 1, etc.). A su vez, se denotará por G_t al Grupo elegible en el momento t , y P_t al conjunto de Participantes del Plan en ese mismo instante ($P_t \subseteq G_t$). Sea b el grupo de Pensionados con derecho a pensión que corresponde a un Participante p fallecido antes del momento t , y sea B_t el conjunto formado por los grupos de Pensionados correspondientes a todos los Participantes fallecidos hasta antes del momento t .

Se definirá como $T(P)$ al conjunto de Participantes que salen del empleo por cualquiera de las causas del conjunto C entre los instantes t y $t + 1$. El segundo supuesto importante en el desarrollo del modelo actuarial del Plan es el siguiente: dado $t \in \mathbf{N}$ se cumple que:

$$P_{t+1} = P_t \setminus T(P_t) \dots \text{Supuesto 2}$$

Lo anterior significa que el grupo de Participantes no contemplará el ingreso de nuevos Participantes durante los momentos t y $t + 1$, es decir, el grupo se mantendrá “cerrado”.

Se definirán ahora una serie de notaciones relacionadas con un Participante $p \in P_t$:¹⁴

W: Edad de p al ingresar al conjunto de Participantes.

R: Edad límite de retiro de p .

x : Edad de p al momento t .

F: Edad de fallecimiento de p .

n : Número de años de duración del Período de pago de beneficios.

B(x): Beneficio acumulado por p hasta la edad x , otorgable al grupo b .

$(V_g a)_{n_i}^{(12)}$: Valor presente de una anualidad anticipada y cierta a la tasa anual i , cuyos pagos crecen geométricamente a la tasa anual $g\%$ ($0 \leq g < j$),¹⁵ pagadera mensualmente durante n años y con beneficio inicial de 1 u.m.. Este valor se calcula con la siguiente fórmula:

$$(V_g a)_{n_i}^{(12)} = \begin{cases} \frac{1 - {}_g v_i^n}{\frac{1}{12}} & \text{Si } i \neq j \\ 12 n & \text{Si } i = j \end{cases} \dots \text{Definición 1}$$

Donde:

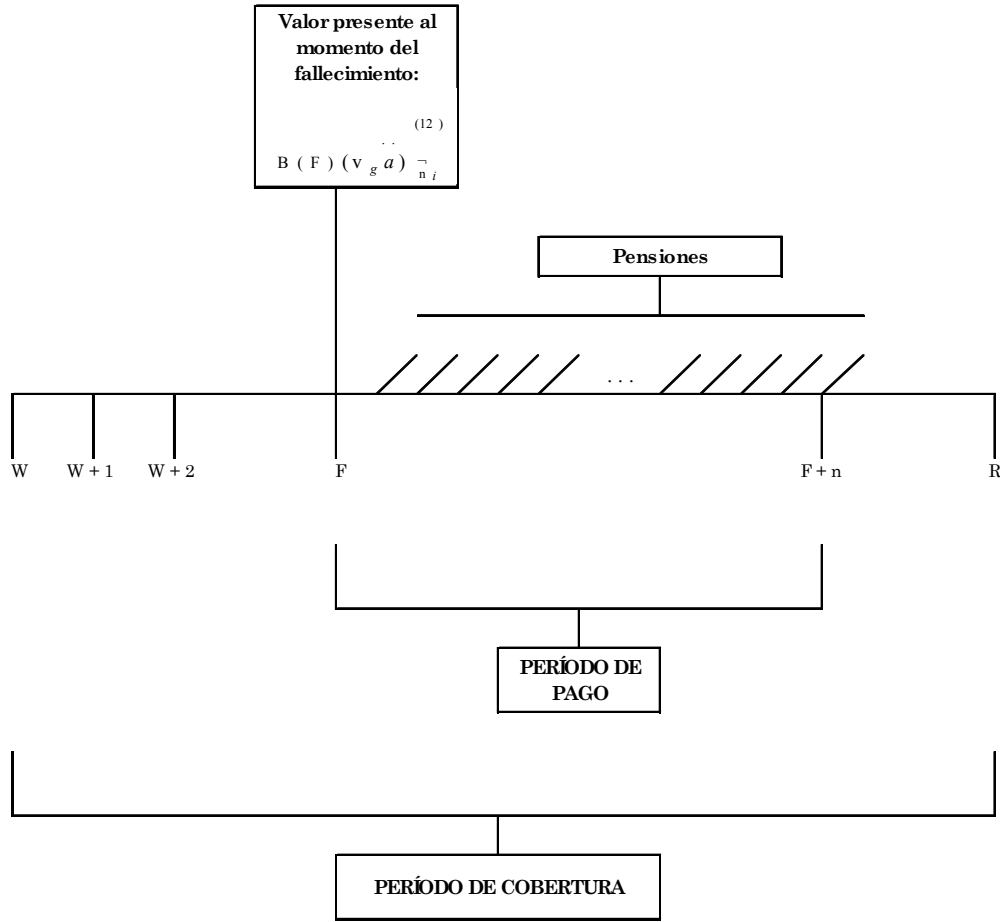
$${}_g v_i = \frac{(1 + g)}{(1 + i)}$$

El esquema siguiente muestra las fases de funcionamiento del Plan de pensiones, pagaderas a un grupo b una vez que fallece su correspondiente Participante durante el Período de cobertura:

¹⁴ Las edades relacionadas con el Participante se considerarán valores enteros, provenientes del redondeo de las edades exactas.

¹⁵ j : tasa anual esperada de crecimiento salarial en la entidad.

ESQUEMA DE FUNCIONAMIENTO DEL PLAN DE PENSIONES POR FALLECIMIENTO



Sea $0 < i < 1$ la tasa técnica de interés (o de descuento) anual que se utilizará para descontar los pagos futuros del esquema del Plan de pensiones, y sea TDM¹⁶ la tabla de decremento múltiple que contiene las probabilidades de fallecimiento y de permanencia en el empleo. De acuerdo con el esquema de funcionamiento del Plan, el valor presente actuarial del total de dichos pagos, evaluado en el momento t (o edad x) y denotado por $VPB(x)$, se encuentra definido de acuerdo a la siguiente función:

¹⁶ En el contexto de los Planes de pensiones, la tabla que contiene las probabilidades de “terminación” del empleo también se le denomina “Tabla de servicios”.

Definición 2:

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{R-x} [B(x+s) \left(\overset{\cdot\cdot}{V}_g \overset{\cdot\cdot}{a} \right)_{n_i}^{(12)}] v_i^s \cdot {}_s p_x^{(\tau)} \mu_{x+s}^{(M)} ds \quad \text{Si } R > x \\ 0 \quad \text{En cualquier otro caso.} \end{array} \right.$$

Donde el beneficio acumulado por p para el grupo b hasta la edad $x + s$ corresponde a la expresión:

$$B(x+s) = \alpha \cdot SP_{x+s}$$

SP_{x+s} representa el Salario pensionable del Participante en la edad $x + s$. Asimismo, α es el porcentaje definido en el capítulo II el cual determina la porción del Salario pensionable que será otorgado al grupo b siempre y cuando fallezca p .

Se puede decir que el VPB(x) se conforma por el valor presente actuarial, evaluado en la edad x , de un seguro continuo cuyas sumas aseguradas son anualidades; en otras palabras, el VPB(x) es el valor presente actuarial de un conjunto de “pagos únicos” que deben estar dispuestos en cada instante a partir de la edad x , cada uno equivalente al valor presente de la anualidad que en un futuro pudiera servir para indemnizar con una serie de pensiones a los potenciales Pensionados. De hecho, el monto de las pensiones está dado por la función $B(x+s)$ (los “pagos únicos” corresponden a los factores

$B(x+s) \left(\overset{\cdot\cdot}{V}_g \overset{\cdot\cdot}{a} \right)_{n_i}^{(12)}$). Así, para evaluar el valor presente actuarial de estos “pagos únicos” en la edad x , a cada uno de ellos se les aplica el factor financiero v_i^s que corresponde al instante en que se encuentran el pago potencial de la anualidad, y a su vez se les afecta por los factores de medición del evento que desencadena el pago de los beneficios, es decir, la permanencia del Participante en la entidad después de s años (o sea el factor ${}_s p_x^{(\tau)}$), y la muerte del Participante en ese mismo instante, es decir $\mu_{x+s}^{(M)}$.

A pesar de haber encontrado una función que expresa el valor presente de los beneficios del Plan para un Participante, dicha fórmula resulta inoperable puesto que el valor SP_{x+s} es en realidad un valor que se desconoce para cualquier $s \geq 0$ (y del cual depende directamente el Monto del beneficio). No obstante, es muy común modelar el comportamiento de los salarios de una manera exponencial, es decir, suponiendo que el salario de los instantes futuros resultan de incrementar geoméricamente al salario actual. De ahí que la función $B(x+s)$ se defina de la siguiente manera, dada una tasa de estimada crecimiento salarial $0 < j < 1$:

$$B(x+s) = \alpha SP_x (1+j)^s \quad \text{para cualquier } s \geq 0.$$

Dado lo anterior, la definición a considerar del $VPB(x)$ se expresa de la siguiente manera:

$$VPB(x) = \begin{cases} \int_0^{R-x} [\alpha SP_x (1+j)^s \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n_i}^{(12)}] v_i^s {}_s p_x^{(\tau)} \mu_{x+s}^{(M)} ds & \text{Si } R > x \\ 0 & \text{En cualquier otro caso.} \end{cases}$$

Para los fines prácticos de esta tesis, la expresión anterior será simplificada

de la siguiente manera: puesto que el factor $\alpha SP_x \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n_i}^{(12)}$ es constante respecto a la variable de integración s , el $VPB(x)$ es igual a:

$$\alpha SP_x \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n_i}^{(12)} \int_0^{R-x} (1+j)^s v_i^s {}_s p_x^{(\tau)} \mu_{x+s}^{(M)} ds$$

O lo que es lo mismo:

$$\alpha SP_x \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n_i}^{(12)} \int_0^{R-x} \frac{(1+j)^s}{(1+i)^s} {}_s p_x^{(\tau)} \mu_{x+s}^{(M)} ds$$

Se definirá como ${}_j v_i$ al cociente $\frac{(1+j)^j}{(1+i)^j}$; de ahí que el valor presente sea

igual a la siguiente expresión:

$$\alpha \text{SP}_x \left(\overset{\cdot \cdot}{\underset{\cdot \cdot}{\mathbf{V}_g \mathbf{a}}}_{\overline{n_i}} \right)^{(12)} \int_0^{R-x} {}_j v_i^s {}_s p_x^{(\tau)} \mu_{x+s}^{(M)} ds$$

La expresión $\int_0^{R-x} {}_j v_i^s {}_s p_x^{(\tau)} \mu_{x+s}^{(M)} ds$ corresponde en realidad al valor

presente actuarial, evaluado en la edad x , de un Plan de seguro de vida pagadero al momento de la muerte del Participante y temporal a $R - x$ años (es decir, la cobertura termina hasta la edad límite de retiro del empleado), solo que considera un conjunto C de causas de salida (entre ellas la muerte) y contempla como “factor financiero” al valor ${}_j v_i$. Una vez definido el factor

${}_j v_i$, la integral anterior se denotará por $\overline{\mathbf{A}}_{x:R-x}^{\overline{j}}$. En conclusión, el VPB(x) está dado por:

$$\text{VPB}(x) = \alpha \text{SP}_x \overline{\mathbf{A}}_{x:R-x}^{\overline{j}(M)}$$

La expresión $\overline{\mathbf{A}}_{x:R-x}^{\overline{j}(M)}$ se aproximará mediante la estimación de las funciones ${}_s p_x^{(\tau)} \mu_{x+s}^{(M)}$ y $\overline{\mathbf{A}}_{x:1}^{\overline{j}(M)}$ al suponer que, durante las edades x y $x + 1$, los muertos se distribuyen uniformemente,¹⁷ es decir, dado $0 < s < 1$:

$${}_s q_x^{(M)} \approx {}_s q_x^{(M)}$$

Con ese fin y haciendo un paréntesis para retomar algunos conceptos de la teoría de decremento múltiple, $l_x^{(M)}$ es el número de personas de edad x que

¹⁷ Jordan, Chester Wallace: Pág. 22 y Pág. 257.

aún no han sido afectadas por el factor mortalidad, valor que se puede calcular así:

$$l_x^{(M)} = \sum_{s=0}^{\omega-x-1} d_{x+s}^{(M)}$$

De ahí que:

$${}_s q_x^{(M)} = \frac{l_x^{(M)} - l_{x+s}^{(M)}}{l_x^{(\tau)}}$$

Por otro lado, $\mu_{x+s}^{(M)}$ se define así :

$$\mu_{x+s}^{(M)} = \frac{-\frac{d}{ds} l_{x+s}^{(M)}}{l_{x+s}^{(\tau)}}$$

De lo anterior se puede concluir que, dada x y $0 < s < 1$:

$$\mu_{x+s}^{(M)} = \frac{-\frac{d}{ds} l_{x+s}^{(M)}}{l_{x+s}^{(\tau)}} \Leftrightarrow l_{x+s}^{(\tau)} \mu_{x+s}^{(M)} = -\frac{d}{ds} l_{x+s}^{(M)} \Leftrightarrow {}_s p_x^{(\tau)} \mu_{x+s}^{(M)} = -\frac{d}{ds} \left(\frac{l_{x+s}^{(M)}}{l_x^{(\tau)}} \right)$$

Pero la expresión $-\frac{d}{ds} \left(\frac{l_{x+s}^{(M)}}{l_x^{(\tau)}} \right)$ también es igual a:

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{-l_{x+s}^{(M)}}{l_x^{(\tau)}} \right) = \frac{d}{ds} \left(\frac{l_x^{(M)} - l_{x+s}^{(M)}}{l_x^{(\tau)}} \right) = \frac{d}{ds} \left(\frac{{}_s d_x^{(M)}}{l_x^{(\tau)}} \right) = \frac{d}{ds} {}_s q_x^{(M)}$$

Lo anterior, por el supuesto de uniformidad de las muertes, se puede aproximar así:

$$\frac{d}{ds} {}_s q_x^{(M)} \approx \frac{d}{ds} {}_s q_x^{(M)} = q_x^{(M)} \quad \text{para } 0 < s < 1$$

Por lo tanto:

$${}_s p_x^{(\tau)} \mu_{x+s}^{(M)} \text{ unif. muertes} \approx q_x^{(M)} \quad \text{para } 0 < s < 1$$

Y en consecuencia, el seguro de tipo $\bar{A}_{x:\overline{1}|}^{(M)}$ es aproximadamente igual a:

$$\bar{A}_{x:\overline{1}|}^{(M)} = \int_0^1 {}_j v_i^s {}_s p_x^{(\tau)} \mu_{x+s}^{(M)} ds \approx \int_0^1 {}_j v_i^s q_x^{(M)} ds = q_x^{(M)} \int_0^1 {}_j v_i^s ds$$

Suponiendo que $i \neq j$, la integral $\int_0^1 {}_j v_i^s ds$ es igual a ${}_j v_i \frac{(j-i)}{(1+j) \ln({}_j v_i)}$, de ahí que:

$$\bar{A}_{x:\overline{1}|}^{(M)} \approx A_{x:\overline{1}|}^{(M)} \frac{(j-i)}{(1+j) \ln({}_j v_i)}$$

Para el caso en que $i = j$ (lo cual implica que ${}_j v_i = 1$), la integral se reduce al valor de 1, por lo que la aproximación quedaría así:

$$\bar{A}_{x:\overline{1}|}^{(M)} \approx q_x^{(M)} = A_{x:\overline{1}|}^{(M)}$$

Definimos pues como “Factor de Continuidad” al siguiente valor:

$$FC(i, j) = \begin{cases} \frac{(j-i)}{(1+j) \ln({}_j v_i)} & \text{Si } i \neq j \\ 1 & \text{Si } i = j \end{cases}$$

Por lo tanto:

$$\bar{A}_{x:\overline{1}_i}^{(M)} \approx A_{x:\overline{1}_i}^{(M)} \text{FC}(i, j)$$

Asimismo, se define lo siguiente:

$${}_k E_x^{(\tau)}(i, j) = {}_k p_x^{(\tau)} {}_j v_i^k$$

Por lo tanto, el valor de la integral $\bar{A}_{x:\overline{R-x}_i}^{(M)}$ se puede expresar y luego aproximar así:

$$\begin{aligned} \bar{A}_{x:\overline{R-x}_i}^{(M)} &= \sum_{k=0}^{R-x-1} {}_k E_x^{(\tau)}(i, j) \bar{A}_{x+k:\overline{1}_i}^{(M)} \approx \sum_{k=0}^{R-x-1} {}_k E_x^{(\tau)}(i, j) A_{x+k:\overline{1}_i}^{(M)} \text{FC}(i, j) \\ &= \text{FC}(i, j) \sum_{k=0}^{R-x-1} {}_k E_x^{(\tau)}(i, j) A_{x+k:\overline{1}_i}^{(M)} = \text{FC}(i, j) \sum_{k=0}^{R-x-1} {}_j v_i^k {}_k p_x^{(\tau)} A_{x+k:\overline{1}_i}^{(M)} \\ &= \text{FC}(i, j) \sum_{k=0}^{R-x-1} {}_j v_i^k {}_k p_x^{(\tau)} {}_j v_i q_{x+k}^{(M)} = \text{FC}(i, j) \sum_{k=0}^{R-x-1} {}_j v_i^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} q_{x+k}^{(M)} \\ &= \text{FC}(i, j) \bar{A}_{x:\overline{R-x}_i}^{(M)} \end{aligned}$$

Es decir:

$$\bar{A}_{x:\overline{R-x}_i}^{(M)} \approx \text{FC}(i, j) A_{x:\overline{R-x}_i}^{(M)}$$

Se puede entonces afirmar que el VPB(x) es aproximadamente igual a:

$$VPB(x) = \alpha \text{SP}_x \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n_i}^{(12)} \bar{A}_{x:R-x_i}^{(M)} \approx \alpha \text{SP}_x \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n_i}^{(12)} FC(i, j) A_{x:R-x_i}^{(M)}$$

En resumen, el VPB(x) para cada Participante será evaluado mediante la siguiente función:

$$VPB(x) \approx \begin{cases} FC(i, j) \left[\alpha \text{SP}_x \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n_i}^{(12)} A_{x:R-x_i}^{(M)} \right] & \text{Si } R > x \\ 0 & \text{En cualquier otro caso.} \end{cases}$$

Por su parte, para un grupo de Pensionados b al momento t , el valor presente de los beneficios se denotará por $VPB_t(b)$ y es igual a la siguiente expresión:

Definición 3:

$$VPB_t(b) = (\text{Monto total del beneficio al momento } t) \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{AF(t)_i}^{(12)}$$

Donde $AF(t)$ es el periodo de pagos (medido en años) que restan por cubrir al grupo b , mismo que se define así:

$$AF(t) = \frac{12n - l(t)}{12}$$

y a su vez $l(t)$ es el número de pagos de pensiones realizados a los Pensionados hasta antes del momento t .

Así pues se define el valor presente de los beneficios del Plan o pasivo total de la siguiente manera:

$$VPB_t = VPB(P_t) + VPB(B_t) = \sum_{P_t} VPB(x) + \sum_{B_t} VPB_t(b) \dots \text{Definición 4}$$

III.3 Financiamiento del pasivo

Una vez que se ha determinado la forma de evaluar el valor presente de los beneficios del Plan de pensiones tanto para los Participantes como para los Pensionados, cantidad que representa el monto total de pasivo a financiar por la entidad por concepto del Plan de pensiones por fallecimiento, aún falta determinar la forma en como se financiará dicho pasivo. La estrategia a seguir para lograr dicho objetivo se fundamentará principalmente en la idea de amortizar el pasivo total que aún no haya sido financiado hasta un determinado momento t (es decir $VPB_t - F_t$, donde F_t denota el valor del Fondo de pensiones al momento t) mediante una serie de contribuciones anuales tales que, al momento t , su valor presente cubra completamente la diferencia $VPB_t - F_t$, es decir:

$$VPCF_t = VPB_t - F_t$$

Donde:

$VPCF_t$: Valor presente de las contribuciones futuras totales.

¿Cómo se cuantificarán dichas contribuciones anuales? Realmente existen muchas formas de determinar a las contribuciones futuras, pero, para los fines del presente trabajo, las contribuciones se calcularán en función del referente inmediato de los costos de operación que tiene la entidad, es decir, del Salario anual de los Participantes. En otras palabras, las contribuciones:

- 1) Estarán dadas por cierto porcentaje, calculado al momento t , del Salario anual de los Participantes;
- 2) El porcentaje deberá ser igual para los Salarios de todos los Participantes y de tal forma que las contribuciones que se cuantifiquen en términos del Salario de un Participante en específico se realicen durante los años que se estima se mantendrá al servicio de la entidad, (es decir, considerando la probabilidad de permanecer en el empleo y la edad límite de retiro); y
- 3) El porcentaje deberá ser igual para todos los años en que el Participante se mantenga al servicio de la entidad.

Pero, ¿Cómo determinar ese porcentaje? ¿Realmente puede determinarse? Estas preguntas y la estrategia de financiamiento anteriormente expuesta se explican a continuación:

Primeramente se definirá el Salario anual de los Participantes respecto al cual se cuantificará la contribución correspondiente al año t . Dicho Salario anual para un Participante se denominará como la Nómina anual de éste, la cual se define así:

$$NA(x) = 12S_x$$

Donde:

S_x : Salario mensual del Participante a edad x .

Por su parte, la Nómina anual total se define de la siguiente manera:

$$NA_t = \sum_{P_t} NA(x)$$

Sea U_t el porcentaje con las propiedades señaladas anteriormente, mismo que corresponde al momento t y que es aplicable a las nóminas anuales de cada uno de los empleados del conjunto P_t . Sea F_t el valor del Fondo de pensiones al momento t destinado para cubrir las obligaciones del Plan (en general, el valor del fondo en los primeros momentos o meses de la vida de un Plan es igual a 0, pues no siempre se comienza a financiar el Plan en cuanto éste entra en vigor, a menos que desde antes de la constitución del mismo se haya tenido una reserva cuyos recursos sean transferidos al Fondo de pensiones). La diferencia algebraica entre el VPB_t y F_t constituye la obligación no financiada hasta el momento t , por lo que el valor presente de las contribuciones que se realicen en el futuro deberán igualar, al momento t , dicha diferencia. Por un lado, se denotará por $C(x)$ a la parte de la contribución total del año t que la entidad realizará en términos del Salario de un Participante (x). De ahí que, el valor presente de las contribuciones futuras respecto a ese Participante se exprese de la siguiente manera:

$$VPCF(x) = \sum_{s=0}^{R-x-1} v_i^s \cdot {}_sP_x^{(\tau)} C(x+s) = \sum_{s=0}^{R-x-1} v_i^s \cdot {}_sP_x^{(\tau)} (U_t NA(x+s))$$

Retomando la forma de estimar los Salarios futuros mediante la tasa de crecimiento salarial j y la definición del factor ${}_j v_i^s$, podemos re-escribir la expresión de arriba de la siguiente forma:

$$VPCF(x) = \sum_{s=0}^{R-x-1} v_i^s \cdot {}_sP_x^{(\tau)} (U_t NA(x)(1+j)^s) = \sum_{s=0}^{R-x-1} {}_j v_i^s \cdot {}_sP_x^{(\tau)} (U_t NA(x))$$

Pero, puesto que $NA(x)$ es un valor que no depende del índice de la suma y al mismo tiempo hemos Planteado al factor U_t como un elemento constante

para todos los años en que el Participante se encuentre en activo, entonces el valor presente es igual a:

$$\begin{aligned} \text{VPCF}(x) &= \sum_{s=0}^{R-x-1} {}_jv_i^s {}_s p_x^{(\tau)} (U_t \text{NA}(x)) = \text{NA}(x) U_t \sum_{s=0}^{R-x-1} {}_jv_i^s {}_s p_x^{(\tau)} \\ &= (U_t \text{NA}(x)) \mathbf{a}_{x:\overline{R-x}|}^{\neg j} \end{aligned}$$

Donde $\mathbf{a}_{x:\overline{R-x}|}^{\neg j}$ denota la anualidad contingente cuyo factor financiero está dado por ${}_jv_i$ y cuyos pagos se realizan anual y anticipadamente si NO ocurre el evento τ . Al sumar el valor presente de las contribuciones correspondientes a todos los Participantes $p \in P_t$ se obtiene el Valor presente de las contribuciones futuras totales, o sea VPCF_t , y por lo tanto:

$$\text{VPCF}_t = \sum_{P_t} \text{VPCF}(x) = \sum_{P_t} (U_t \text{NA}(x)) \mathbf{a}_{x:\overline{R-x}|}^{\neg j}$$

Pero como U_t también ha sido Planteado como un valor igual y uniformemente aplicable a la nómina de cada Participante, entonces el VPCF_t es igual a:

$$\text{VPCF}_t = U_t \sum_{P_t} \text{NA}(x) \mathbf{a}_{x:\overline{R-x}|}^{\neg j}$$

Haciendo un pequeño paréntesis, en el contexto de los Planes de pensiones

la expresión dada por $\text{NA}(x) \mathbf{a}_{x:\overline{R-x}|}^{\neg j}$ para $x < R$ se denomina como el Valor presente de los Salarios futuros de (x) ,¹⁸ y en consecuencia, el Valor presente de los Salarios futuros totales (VPSF_t) se define así:

¹⁸ Para el caso en que $x \geq R$ el $\text{VPSF}(x)$ se define como 0.

$$\sum_{P_t} NA(x) a_{x:\overline{R-x}|}^{\tau}$$

Se puede entonces concluir que el valor U_t buscado cumple con lo siguiente:

$$U_t \text{ VPSF}_t = \text{VPCF}_t = \text{VPB}_t - F_t$$

Es decir:

$$U_t = \frac{\text{VPB}_t - F_t}{\text{VPSF}_t}$$

En otras palabras, las contribuciones futuras correspondientes a los Salarios anuales futuros de un Participante $p \in P_t$ y que constituyen una parte de las contribuciones futuras totales en cada año son: $U_t NA(x)$, $U_t NA(x+1)$, $U_t NA(x+2)$, ... y así hasta que el Participante termine su relación laboral o alcance la edad límite de retiro. Por ende, las contribuciones totales que en cada año se realicen son en realidad la suma de las contribuciones individuales, es decir:

$$C_t = \sum_{P_t} U_t NA(x) = U_t \sum_{P_t} NA(x) = U_t NA_t$$

En conclusión, la cantidad $C_t = U_t NA_t$ constituye la contribución total durante el año t que la entidad deberá realizar al Fondo para financiar así el pago de los beneficios totales establecidos en el Plan de pensiones por fallecimiento. Definimos pues lo siguiente:

$$C_t = U_t NA_t \dots \dots \dots \text{Definición 5}$$

III.4 Variaciones en supuestos (o ganancias actuariales)

Hasta ahora han sido utilizadas hipótesis de diversa índole para modelar los eventos y algunas otras variables que atañen directamente al Plan de pensiones, con el objeto de cuantificar tanto el pasivo que emana de él, como para determinar las aportaciones que se deberán realizar al Fondo de pensiones. Pero, si bien es cierto que las hipótesis deben guardar un apego lo

más “razonable” posible con respecto a los hechos reales que pretenden describir, ello no elimina que en la mayoría de los casos exista una “distancia” o “variación” entre la realidad y los modelos de descripción de la misma. En el contexto de los Planes de pensiones, a los efectos que dichas diferencias producen se les denomina como “Variaciones en supuestos” o “Ganancias actuariales”.¹⁹

No obstante la existencia de variaciones entre la realidad y las hipótesis manejadas, la estrategia de financiamiento desarrollada en la sección anterior, misma que arroja una fórmula para el cálculo de las aportaciones, condensa en el cálculo de cada contribución la repercusión que dichas variaciones producen. En otras palabras, el impacto que representan las Variaciones en supuestos se encuentra implícito al calcular la contribución correspondiente a un año en específico, por lo que dichos efectos no requieren ser adicionados nuevamente a la contribución anual del Plan. Lo anterior se debe a que la contribución se encuentra definida en función del Valor presente de los beneficios, del Fondo de pensiones y del Valor presente de los salarios futuros, elementos que, como se verá a continuación, llevan implícitos los efectos de las variaciones entre las hipótesis utilizadas y la realidad. Así pues, el enfoque de ésta sección es esencialmente teórico, y tiene como finalidad el demostrar que la contribución contempla el efecto que las Variaciones en supuestos tienen sobre el modelo actuarial del Plan de pensiones. Para ello, se demostrarán a continuación algunos teoremas con los cuales se mostrará el impacto que las variaciones tienen sobre el VPB_t , F_t y el $VPSF_t$, para así poder apreciar que la contribución anual propuesta en la sección anterior absorbe dichos efectos.

III.4.1 Valor presente de los beneficios

A) De los Participantes

El teorema 1 que a continuación se enunciará muestra como evoluciona el Valor Presente de los Beneficios de los Participantes del Plan entre los momentos t y $t + 1$. Para demostrar dicho teorema, se utilizarán algunos lemas técnicos que serán demostrados al final de éste capítulo.

Lema 1: Sea $x < R$ y supóngase que (x) se encuentra expuesto a las causas de salida del conjunto C medidas en la tabla de decremento múltiple **TDM**. Sean i y j las tasas de interés técnica y la de incremento salarial, respectivamente. Entonces:

$$\frac{1}{E_x^{(r)}(i, j)} = {}_jV_i^{-1} + q_x^{(r)} \frac{1}{E_x^{(r)}(i, j)} \dots \dots \dots (1)$$

¹⁹ Las pérdidas actuariales son simplemente ganancias negativas.

y también:

$$\bar{A}_{x+1:R-(x+1)_i}^{(M)} = \frac{\bar{A}_{x:R-x_i}^{(M)} - \bar{A}_{x:1_i}^{(M)}}{E_x^{(\tau)}(i, j)} \dots \dots \dots (2)$$

$$\bar{a}_{x+1:R-(x+1)_i}^{(\tau)} = \frac{\bar{a}_{x:R-x_i}^{(\tau)} - \bar{a}_{x:1_i}^{(\tau)}}{E_x^{(\tau)}(i, j)} \dots \dots \dots (3)$$

El teorema 1 se enuncia a continuación:

Teorema 1 (Efecto de las Variaciones en supuestos demográficos y económicos sobre el VPB de los Participantes): Se define primeramente lo siguiente dado un Participante $p \in P_t$:

$VPB'(x+1) = \alpha SP'_{x+1} \bar{A}_{x+1:R-(x+1)_i}^{(M)}$ donde $SP'_{x+1} = SP_x(1+j) = SP_x + \Delta SP'_x$ haciendo a $\Delta SP'_x = jSP_x$. Asimismo, definimos para $p \in T(P_t)$ lo siguiente:

$$\overline{VPB}(x+1) = \alpha \overline{SP}_{x+1} \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n_i}^{(12)} \bar{A}_{x+1:R-(x+1)_i}^{(M)}$$

Donde:

\overline{SP}_{x+1} : Salario Pensionable que el Participante acumuló hasta el momento de su salida del grupo de Participantes.

Sea pues $t \in \mathcal{N}$. Entonces:

$$VPB(P_{t+1}) = {}_j v_i^{-1} VPB(P_t) + {}_j v_i^{-1} \beta_t - VSD_t(VPB(P_t)) + VSE_t(VPB(P_t))$$

Donde:

$$\beta_t = \sum_{P_t} \alpha \left(v_g a \right)_{n_i}^{(12)} \left[\Delta SP'_x \bar{A}_{x:R-x_i}^{(M)} - SP'_{x+1} \bar{A}_{x:1_i}^{(M)} \right]$$

$$VSD_t(VPB(P_t)) = \sum_{T(P_t)} \overline{VPB}(x+1) - \sum_{P_t} VPB'(x+1) q_x^{(\tau)}$$

y

$$VSE_t(VPB(P_t)) = \sum_{T(P_t)} \left[\overline{VPB}(x+1) - VPB'(x+1) \right] + \sum_{P_{t+1}} \left[VPB(x+1) - VPB'(x+1) \right]$$

Las funciones $VSD_t(VPB(P_t))$ y $VSE_t(VPB(P_t))$ representan el impacto que las Variaciones en supuestos demográficos y económicos tienen sobre el Valor presente de los beneficios de los Participantes, respectivamente.

Demostración:

Sumando un cero de la forma $VPB'(x+1) - VPB'(x+1)$ al valor presente de cada Participante, se obtiene entonces lo siguiente:

$$\begin{aligned} VPB(P_{t+1}) &= \sum_{P_{t+1}} VPB(x+1) = \sum_{P_{t+1}} VPB(x+1) + VPB'(x+1) - VPB'(x+1) \\ &= \sum_{P_{t+1}} VPB'(x+1) + \sum_{P_{t+1}} [VPB(x+1) - VPB'(x+1)] \end{aligned}$$

De acuerdo al supuesto de “cerradura” del conjunto de Participantes, el

término $\sum_{P_{t+1}} VPB'(x+1)$ puede expresarse así:

$$\sum_{P_{t+1}} VPB'(x+1) = \sum_{P_t} VPB'(x+1) - \sum_{T(P_t)} VPB'(x+1)$$

Enfoquémonos por ahora en el primer sumando de la expresión anterior.

Cada término de este sumando contiene la cantidad $SP'_{x+1} \bar{A}_{x+1:R-(x+1)_i}^{\overline{-(M)j}}$ la cual, por los incisos (1) y (2) del lema 1, es igual a:

$$\begin{aligned}
 SP'_{x+1} \bar{A}_{x+1:R-(x+1)_i}^{\overline{-(M)j}} &= SP'_{x+1} \frac{\bar{A}_{x:R-x_i}^{\overline{-(M)j}} - \bar{A}_{x:1_i}^{\overline{-(M)j}}}{E_x^{(\tau)}(i, j)} \\
 &= SP'_{x+1} \left[\bar{A}_{x:R-x_i}^{\overline{-(M)j}} - \bar{A}_{x:1_i}^{\overline{-(M)j}} \right] \left[{}_jv_i^{-1} + q_x^{(\tau)} \frac{1}{E_x^{(\tau)}(i, j)} \right] \\
 &= {}_jv_i^{-1} SP'_{x+1} \bar{A}_{x:R-x_i}^{\overline{-(M)j}} - {}_jv_i^{-1} SP'_{x+1} \bar{A}_{x:1_i}^{\overline{-(M)j}} + SP'_{x+1} \bar{A}_{x+1:R-(x+1)_i}^{\overline{-(M)j}} q_x^{(\tau)}
 \end{aligned}$$

Para re-expresar al término ${}_jv_i^{-1} SP'_{x+1} \bar{A}_{x:R-x_i}^{\overline{-(M)j}}$ descompondremos al salario SP'_{x+1} de la siguiente manera:

$$SP'_{x+1} = SP'_x + \Delta SP'_x$$

con $\Delta SP'_x = jSP'_x$. Entonces la expresión $SP'_{x+1} \bar{A}_{x+1:R-(x+1)_i}^{\overline{-(M)j}}$ es igual a:

$$\begin{aligned}
 SP'_{x+1} \bar{A}_{x+1:R-(x+1)_i}^{\overline{-(M)j}} &= {}_jv_i^{-1} SP'_x \bar{A}_{x:R-x_i}^{\overline{-(M)j}} + {}_jv_i^{-1} \Delta SP'_x \bar{A}_{x:R-x_i}^{\overline{-(M)j}} - {}_jv_i^{-1} SP'_{x+1} \bar{A}_{x:1_i}^{\overline{-(M)j}} \\
 &\quad + SP'_{x+1} \bar{A}_{x+1:R-(x+1)_i}^{\overline{-(M)j}} q_x^{(\tau)}
 \end{aligned}$$

Si ahora multiplicamos a ambos miembros de la igualdad anterior por el

factor $\alpha \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n_i}^{(12)}$ se obtiene entonces lo siguiente:

$$\begin{aligned} \text{VPB}'(x+1) &= \text{VPB}(x) {}_j v_i^{-1} + \text{VPB}'(x+1) q_x^{(\tau)} \\ &\left[\alpha \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n_i}^{(12)} \Delta \text{SP}'_x \bar{\mathbf{A}}_{x:\overline{R-x}_i}^{(M)} - \alpha \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n_i}^{(12)} \text{SP}'_{x+1} \bar{\mathbf{A}}_{x:1}_i^{(M)} \right] {}_j v_i^{-1} \end{aligned}$$

En consecuencia se tiene que el $\text{VPB}'(P_{t+1})$ es:

$$\begin{aligned} \text{VPB}'(P_{t+1}) &= {}_j v_i^{-1} \sum_{P_t} \text{VPB}(x) + \\ &{}_j v_i^{-1} \sum_{P_t} \left[\alpha \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n_i}^{(12)} \Delta \text{SP}'_x \bar{\mathbf{A}}_{x:\overline{R-x}_i}^{(M)} - \alpha \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n_i}^{(12)} \text{SP}'_{x+1} \bar{\mathbf{A}}_{x:1}_i^{(M)} \right] \\ &- \left[\sum_{\tau(P_t)} \text{VPB}'(x+1) - \sum_{P_t} \text{VPB}'(x+1) q_x^{(\tau)} \right] \end{aligned}$$

Ahora, sumando a la expresión anterior un cero de la forma

$$0 = \sum_{\tau(P_t)} \bar{\text{VPB}}(x+1) - \sum_{\tau(P_t)} \bar{\text{VPB}}(x+1) \quad \text{se obtiene que la suma}$$

$$\sum_{P_{t+1}} \text{VPB}(x+1) \text{ es igual a lo siguiente:}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{P_{t+1}} \text{VPB}(x+1) &= {}_j v_i^{-1} \sum_{P_t} \text{VPB}(x) \\
 &+ {}_j v_i^{-1} \sum_{P_t} \left[\alpha \left(\overset{\cdot\cdot}{V}_g \overset{\cdot\cdot}{a} \right)_{\overline{n}_i}^{(12)} \Delta \text{SP}'_x \overline{A}_{x:\overline{R-x}_i}^{(M)} - \alpha \left(\overset{\cdot\cdot}{V}_g \overset{\cdot\cdot}{a} \right)_{\overline{n}_i}^{(12)} \text{SP}'_{x+1} \overline{A}_{x:\overline{1}_i}^{(M)} \right] \\
 &- \left[\sum_{T(P_t)} \overline{\text{VPB}}(x+1) - \sum_{P_t} \text{VPB}'(x+1) q_x^{(\tau)} \right] \\
 &+ \left[\sum_{T(P_t)} \left[\overline{\text{VPB}}(x+1) - \text{VPB}'(x+1) \right] + \sum_{P_{t+1}} \left[\text{VPB}(x+1) - \text{VPB}'(x+1) \right] \right]
 \end{aligned}$$

Si se define como β_t , $\text{VSD}_t(\text{VPB}(P_t))$ y $\text{VSE}_t(\text{VPB}(P_t))$ al segundo, tercero y cuarto términos de la expresión anterior, respectivamente, se obtiene lo que se quería demostrar. ■

B) Pensionados

Para mostrar la evolución que tiene el Valor presente de los beneficios correspondiente a los pensionados del Plan, se utilizará el siguiente lema:

Lema 2: Sea $t \in \mathcal{N}$. Se definen así a los siguientes conjuntos:

$T(B_t)$: Grupos de Pensionados a los cuales se les extingue completamente el derecho a recibir el Monto del Beneficio durante los momentos t y $t+1$; es decir, aquellos grupos tales que al momento t cumplen que $12n - l(t) < 12$.

$\text{BT}^{(M)}(P_t)$: Grupos de Pensionados correspondientes a los Participantes que fallecen durante los momentos t y $t+1$.

Entonces:

$$B_{t+1} = [B_t \setminus T(B_t)] \cup \text{BT}^{(M)}(P_t) = [T(B_t)]^c \cup \text{BT}^{(M)}(P_t)$$

Donde $[T(B_t)]^c = B_t \setminus T(B_t)$, es decir, el complemento de $T(B_t)$ respecto a B_t .

Lema 3: Sea b un grupo de Pensionados y sean i y g las tasas de descuento y de crecimiento de las pensiones, y sean n y $l(t)$ el número de años del Período de pago de beneficios y el número de pensiones pagadas al grupo b hasta antes del momento t . Supóngase ahora que $12n - l(t) \geq 12$. Entonces:

$$\left(\overset{\cdot\cdot}{V}_g \overset{\cdot\cdot}{a} \right)_{\frac{12n-l(t+1)}{12} i}^{(12)} = \left(\overset{\cdot\cdot}{V}_g \overset{\cdot\cdot}{a} \right)_{n-1-\frac{l(t)}{12} i}^{(12)} = \frac{\left(\overset{\cdot\cdot}{V}_g \overset{\cdot\cdot}{a} \right)_n^{(12)} - \left(\overset{\cdot\cdot}{V}_g \overset{\cdot\cdot}{a} \right)_{1 i}^{(12)}}{g v_i}$$

Teorema 2 : Dado un grupo b se define como $VPB'_t(b)$ a lo siguiente:

$$VPB'_t(b) = MB'_{t+1} \left(\overset{\cdot\cdot}{V}_g \overset{\cdot\cdot}{a} \right)_{AF(t+1)_i}^{(12)}$$

Donde MB'_{t+1} está calculado al momento $t+1$, bajo el supuesto de que el salario pensionable del trabajador, hasta el momento de su muerte, se comportase de acuerdo a la hipótesis económica de crecimiento salarial. Sea pues $t \in \mathcal{N}$. Entonces:

$$\begin{aligned} VPB(B_{t+1}) &= {}_j v_i^{-1} VPB(B_t) + {}_g v_i^{-1} \chi_t + \sum_{P_t} VPB'_{t+1}(b) q_x^{(M)} - {}_g v_i^{-1} \sum_{T(B_t)} VPB_t(b) \\ &+ VSD_t(VPB(B_t)) + VSE_t(VPB(B_t)) + \left[{}_g v_i^{-1} VPB(B_t) - {}_j v_i^{-1} VPB(B_t) \right] \end{aligned}$$

Donde:

$$VSD_t(VPB(B_t)) = \left[\sum_{BT^{(M)}(P_t)} VPB_{t+1}(b) - \sum_{P_t} VPB'_{t+1}(b) q_x^{(M)} \right]$$

$$VSE_t(VPB(B_t)) = {}_g v_i^{-1} \sum_{B_t} [VPB'_t(b) - VPB_t(b)] + \sum_{[T(B_t)]^c} [VPB_{t+1}(b) - VPB'_{t+1}(b)]$$

$$\chi_t = \sum_{[T(B_t)]^c} \left[g \text{MB}'_t \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n - \frac{l(t)}{12} - i}^{\ddots (12)} - \text{MB}'_{t+1} \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{1-i}^{\ddots (12)} \right]$$

Demostración: sumando un cero de la forma $0 = \text{VPB}'_{t+1}(b) - \text{VPB}'_{t+1}(b)$ al valor presente de los beneficios de cada grupo al momento $t+1$ obtenemos:

$$\begin{aligned} \text{VPB}(B_{t+1}) &= \sum_{B_{t+1}} \text{VPB}_{t+1}(b) = \sum_{B_{t+1}} \text{VPB}'_{t+1}(b) + [\text{VPB}_{t+1}(b) - \text{VPB}'_{t+1}(b)] \\ &= \sum_{B_{t+1}} \text{VPB}'_{t+1}(b) + \sum_{B_{t+1}} [\text{VPB}_{t+1}(b) - \text{VPB}'_{t+1}(b)] \end{aligned}$$

Pero por el lema 2 la suma $\sum_{B_t} \text{VPB}'_{t+1}(b)$ es igual a lo siguiente:

$$\sum_{B_{t+1}} \text{VPB}'_{t+1}(b) = \sum_{[T(B_t)]^c} \text{VPB}'_{t+1}(b) + \sum_{B\Gamma^{(M)}(P_t)} \text{VPB}'_{t+1}(b)$$

Enfoquémonos por lo pronto en el primer término de la expresión anterior; este es igual a:

$$\sum_{[T(B_t)]^c} \text{VPB}'_{t+1}(b) = \sum_{[T(B_t)]^c} \text{MB}'_{t+1} \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{AF(t+1)_i}^{\ddots (12)} = \sum_{[T(B_t)]^c} \text{MB}'_{t+1} \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n - \frac{l(t+1)}{12} - i}^{\ddots (12)}$$

Más aún, puesto que los Pensionados del conjunto $[T(B_t)]^c$ cumplen que al momento t el número de pagos restantes de pensiones, o sea $12n - l(t)$, es mayor o igual a 12, entonces la función $l(t+1)$ es en realidad $l(t) - 12$, por lo tanto:

$$\sum_{[T(B_t)]^c} \text{MB}'_{t+1} \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n - \frac{l(t)-12}{12} - i}^{\ddots (12)} = \sum_{[T(B_t)]^c} \text{MB}'_{t+1} \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n-1 - \frac{l(t)}{12} - i}^{\ddots (12)}$$

Así mismo, por el lema 3, el valor de la anualidad $(\ddot{v}_g \ddot{a})_{n-1-\frac{l(t)}{12_i}}^{(12)}$ es igual a:

$$(\ddot{v}_g \ddot{a})_{n-1-\frac{l(t)}{12_i}}^{(12)} = \frac{(\ddot{v}_g \ddot{a})_n^{(12)} - (\ddot{v}_g \ddot{a})_{1_i}^{(12)}}{{}_g v_i}$$

Por lo tanto, si utilizamos el hecho de que para el conjunto $[T(B_t)]^c$ $MB'_{t+1} = MB'_t (1 + g) = MB'_t + g MB'_t$ entonces se tiene que:

$$\begin{aligned} \sum_{[T(B_t)]^c} VPB'_{t+1}(b) &= \sum_{[T(B_t)]^c} MB'_{t+1} (\ddot{v}_g \ddot{a})_{n-1-\frac{l(t)}{12_i}}^{(12)} = {}_g v_i^{-1} \sum_{[T(B_t)]^c} MB'_t (\ddot{v}_g \ddot{a})_n^{(12)} \\ &+ {}_g v_i^{-1} \sum_{[T(B_t)]^c} g MB'_t (\ddot{v}_g \ddot{a})_{n-\frac{l(t)}{12_i}}^{(12)} - {}_g v_i^{-1} \sum_{[T(B_t)]^c} MB'_{t+1} (\ddot{v}_g \ddot{a})_{1_i}^{(12)} \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \sum_{B_t} VPB'_{t+1}(b) &= {}_g v_i^{-1} \sum_{[T(B_t)]^c} MB'_t (\ddot{v}_g \ddot{a})_n^{(12)} + {}_g v_i^{-1} \sum_{[T(B_t)]^c} g MB'_t (\ddot{v}_g \ddot{a})_{n-\frac{l(t)}{12_i}}^{(12)} \\ &- {}_g v_i^{-1} \sum_{[T(B_t)]^c} MB'_{t+1} (\ddot{v}_g \ddot{a})_{1_i}^{(12)} + \sum_{B\Gamma^{(M)}(P_t)} VPB'_{t+1}(b) \end{aligned}$$

Si ahora sumamos al segundo lado de la ecuación un cero de la siguiente manera:

$$0 = {}_g v_i^{-1} \left[\sum_{T(B_t)} MB'_t (\ddot{v}_g \ddot{a})_n^{(12)} - \sum_{T(B_t)} MB'_t (\ddot{v}_g \ddot{a})_{n-\frac{l(t)}{12_i}}^{(12)} \right]$$

Se obtiene entonces lo siguiente:

$$\begin{aligned} \sum_{B_t} \text{VPB}'_{t+1}(b) &= {}_g v_i^{-1} \sum_{B_t} \text{MB}'_t \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n - \frac{l(t)}{12}_i}^{(12)} + {}_g v_i^{-1} \sum_{[\text{T}(B_t)]^c} g \text{MB}'_t \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n - \frac{l(t)}{12}_i}^{(12)} \\ &- {}_g v_i^{-1} \sum_{[\text{T}(B_t)]^c} \text{MB}'_t \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{1_i}^{(12)} - {}_g v_i^{-1} \sum_{\text{T}(B_t)} \text{MB}'_t \left(\mathbf{V}_g \mathbf{a} \right)_{n - \frac{l(t)}{12}_i}^{(12)} + \sum_{\text{BT}^{(M)}(P_t)} \text{VPB}'_{t+1}(b) \end{aligned}$$

El primer término corresponde al ${}_g v_i^{-1} \text{VPB}'(B_t)$ mientras que el segundo y tercer términos corresponden a la función χ_t , así como el cuarto es

${}_g v_i^{-1} \sum_{\text{T}(B_t)} \text{VPB}'_t(b)$. Ahora sumaremos dos cero de las siguientes formas:

$$0 = {}_g v_i^{-1} \text{VPB}(B_t) - {}_g v_i^{-1} \text{VPB}(B_t)$$

$$0 = \sum_{\text{BT}^{(M)}(P_t)} \text{VPB}_{t+1}(b) - \sum_{\text{BT}^{(M)}(P_t)} \text{VPB}_{t+1}(b)$$

Es decir:

$$\begin{aligned} \sum_{B_t} \text{VPB}'_{t+1}(b) &= {}_g v_i^{-1} \text{VPB}(B_t) + \chi_t + \sum_{\text{BT}^{(M)}(P_t)} \text{VPB}_{t+1}(b) - {}_g v_i^{-1} \sum_{\text{T}(B_t)} \text{VPB}'_t(b) \\ &+ {}_g v_i^{-1} [\text{VPB}'(B_t) - \text{VPB}(B_t)] + \sum_{\text{BT}^{(M)}(P_t)} [\text{VPB}'_{t+1}(b) - \text{VPB}_{t+1}(b)] \end{aligned}$$

Ahora sumaremos un cero de la siguiente forma a la ecuación anterior:

$$0 = \sum_{P_t} \text{VPB}'_{t+1}(b) q_x^{(M)} - \sum_{P_t} \text{VPB}'_{t+1}(b) q_x^{(M)}$$

Por lo tanto se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 \sum_{B_t} \text{VPB}'_{t+1}(b) &= {}_g v_i^{-1} \text{VPB}(B_t) + \chi_t + \sum_{P_t} \text{VPB}'_{t+1}(b) q_x^{(M)} - {}_g v_i^{-1} \sum_{T(B_t)} \text{VPB}'_t(b) \\
 &+ \left[\sum_{\text{BT}^{(M)}(P_t)} \text{VPB}_{t+1}(b) - \sum_{P_t} \text{VPB}'_{t+1}(b) q_x^{(M)} \right] \\
 &+ {}_g v_i^{-1} [\text{VPB}'(B_t) - \text{VPB}(B_t)] + \sum_{\text{BT}^{(M)}(P_t)} [\text{VPB}'_{t+1}(b) - \text{VPB}_{t+1}(b)]
 \end{aligned}$$

Agregando un nuevo cero de la forma $0 = {}_j v_i^{-1} \text{VPB}(B_t) - v_i^{-1} \text{VPB}(B_t)$ se obtiene ahora lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 \sum_{B_t} \text{VPB}'_{t+1}(b) &= {}_j v_i^{-1} \text{VPB}(B_t) + \chi_t + \sum_{P_t} \text{VPB}'_{t+1}(b) q_x^{(M)} - {}_g v_i^{-1} \sum_{T(B_t)} \text{VPB}'_t(b) \\
 &+ [{}_g v_i^{-1} - v_i^{-1}] \text{VPB}(B_t) + \left[\sum_{\text{BT}^{(M)}(P_t)} \text{VPB}_{t+1}(b) - \sum_{P_t} \text{VPB}'_{t+1}(b) q_x^{(M)} \right] \\
 &+ {}_g v_i^{-1} [\text{VPB}'(B_t) - \text{VPB}(B_t)] + \sum_{\text{BT}^{(M)}(P_t)} [\text{VPB}'_{t+1}(b) - \text{VPB}_{t+1}(b)]
 \end{aligned}$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned}
 \text{VPB}(B_{t+1}) &= {}_j v_i^{-1} \text{VPB}(B_t) + {}_g v_i^{-1} \chi_t + \sum_{P_t} \text{VPB}'_{t+1}(b) q_x^{(M)} - {}_g v_i^{-1} \sum_{T(B_t)} \text{VPB}'_t(b) \\
 &+ [{}_g v_i^{-1} - v_i^{-1}] \text{VPB}(B_t) + \left[\sum_{\text{BT}^{(M)}(P_t)} \text{VPB}_{t+1}(b) - \sum_{P_t} \text{VPB}'_{t+1}(b) q_x^{(M)} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + {}_g v_i^{-1} [\text{VPB}'(B_t) - \text{VPB}(B_t)] + \sum_{\text{BT}^{(M)}(P_t)} [\text{VPB}'_{t+1}(b) - \text{VPB}_{t+1}(b)] \\
 & + \sum_{B_{t+1}} [\text{VPB}_{t+1}(b) - \text{VPB}'_{t+1}(b)]
 \end{aligned}$$

Si definimos como $\text{VSD}_t(\text{VPB}(B_t))$ al sexto término y como $\text{VSE}_t(\text{VPB}(B_t))$ a la suma del séptimo, octavo y noveno términos, se obtiene lo que se quería demostrar. ■

Teorema 3 (Efecto de las Variaciones en supuestos demográficos y económicos sobre el VPB): Sea $t \in \mathcal{N}$. Entonces:

$$\begin{aligned}
 \text{VPB}_{t+1} &= \text{VPB}(P_{t+1}) + \text{VPB}(B_{t+1}) \\
 &= {}_j v_i^{-1} \text{VPB}_t + \gamma_t - \text{VSD}_t(\text{VPB}) + \text{VSE}_t(\text{VPB}) \\
 &\quad + \sum_{P_t} \text{VPB}'_{t+1}(b) q_x^{(M)} - {}_g v_i^{-1} \sum_{T(B_t)} \text{VPB}'_t(b) + [{}_g v_i^{-1} - v_i^{-1}] \text{VPB}(B_t)
 \end{aligned}$$

Donde:

$$\gamma_t = {}_j v_i^{-1} \beta_t + {}_g v_i^{-1} \chi$$

$$\text{VSD}_t(\text{VPB}) = \text{VSD}_t(\text{VPB}(P_t)) - \text{VSD}_t(\text{VPB}(B_t))$$

$$\text{VSE}_t(\text{VPB}) = \text{VSD}_t(\text{VPB}(P_t)) + \text{VSE}_t(\text{VPB}(B_t))$$

Demostración: Utilizando los teoremas 1 y 2 se obtiene inmediatamente la expresión anterior. Para fines de practicidad, se definirá como δ_t a la suma de todos los términos anteriores excepto el primero. De ahí que:

$$\text{VPB}_{t+1} = {}_j v_i^{-1} \text{VPB}_t + \delta_t \dots\dots\dots \text{Ecuación 1}$$

Dicha función δ_t contiene el impacto de las Variaciones en supuestos demográficos y económicos sobre el VPB.

III.4.2 Valor presente de los salarios futuros

Teorema 4 (Efecto de las Variaciones en supuestos demográficos y económicos sobre el Valor presente de los salarios futuros). Se define primeramente lo siguiente dado un Participante $p \in P_t$:

$$\text{VPSF}'(x+1) = 12 S'_{x+1} \overset{\dots}{\underset{i}{a}}_{x+1:R-(x+1)}^{\overset{(\tau)}{j}}$$
 donde $S'_{x+1} = S_x(1+j) = S_x + \Delta S'_x$
 haciendo a $\Delta S'_x = jS_x$. Asimismo, definimos para $p \in T(P_t)$ lo siguiente:

$$\overline{\text{VPSF}}(x+1) = 12 \overline{S}_{x+1} \overset{\dots}{\underset{i}{a}}_{x+1:R-(x+1)}^{\overset{(\tau)}{j}}$$

Donde:

\overline{S}_{x+1} : Salario que el Participante acumuló hasta el momento de su salida del grupo de Participantes.

Sea $t \in \mathcal{N}$. Entonces:

$$\text{VPSF}_{t+1} = {}_j v_i^{-1} \text{VPSF}_t + {}_j v_i^{-1} \phi_t - \text{VSD}_t(\text{VPSF}) + \text{VSE}_t(\text{VPSF})$$

Donde:

$$\phi_t = \sum_{P_t} \left[12 \Delta S'_x \overset{\dots}{\underset{i}{a}}_{x:R-x}^{\overset{(\tau)}{j}} - 12 S'_{x+1} \overset{\dots}{\underset{i}{a}}_{x:1}^{\overset{(\tau)}{j}} \right]$$

$$\text{VSD}_t(\text{VPSF}) = \left[\sum_{T(P_t)} \overline{\text{VPSF}}(x+1) - \sum_{P_t} \text{VPSF}'(x+1) q_x^{(\tau)} \right]$$

y

$$\text{VSE}_t(\text{VPSF}) = \sum_{T(P_t)} \left[\overline{\text{VPSF}}(x+1) - \text{VPSF}'(x+1) \right] + \sum_{P_{t+1}} \left[\text{VPSF}(x+1) - \text{VPSF}'(x+1) \right]$$

Los términos $\text{VSD}_t(\text{VPSF})$ y $\text{VSE}_t(\text{VPSF})$ representan el impacto que las Variaciones en los supuestos demográficos y económicos tienen sobre el Valor presente de los salarios futuros.

Demostración: Sumando un cero de la forma $VPSF'(x+1) - VPSF'(x+1)$ al valor presente de cada Participante, se obtiene entonces lo siguiente:

$$\begin{aligned} VPSF(P_{t+1}) &= \sum_{P_{t+1}} VPSF(x+1) = \sum_{P_{t+1}} VPSF(x+1) + VPSF'(x+1) - VPSF'(x+1) \\ &= \sum_{P_{t+1}} VPSF'(x+1) + \sum_{P_{t+1}} [VPSF(x+1) - VPSF'(x+1)] \end{aligned}$$

De acuerdo al supuesto de “cerradura” del conjunto de Participantes, el término $\sum_{P_{t+1}} VPSF'(x+1)$ puede expresarse así:

$$\sum_{P_{t+1}} VPSF'(x+1) = \sum_{P_t} VPSF'(x+1) - \sum_{T(P_t)} VPSF'(x+1)$$

Pero, según los incisos (3) y (1) del lema 1, los términos de la forma $VPSF'(x+1)$ en el primer sumando de la expresión anterior pueden escribirse así:

$$\begin{aligned} VPSF'(x+1) &= 12 S'_{x+1} \begin{matrix} \dots & (\tau) \\ \mathbf{a}_{x+1:R-x}_i^{-j} \end{matrix} = 12 S'_{x+1} \frac{\begin{matrix} \dots & (\tau) & \dots & (\tau) \\ \mathbf{a}_{x:R-x}_i^{-j} & - & \mathbf{a}_{x:1}_i^{-j} \end{matrix}}{E_x^{(\tau)}(i,j)} \\ &= 12 S'_{x+1} \left[\begin{matrix} \dots & (\tau) & \dots & (\tau) \\ \mathbf{a}_{x:R-x}_i^{-j} & - & \mathbf{a}_{x:1}_i^{-j} \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} {}_j v_i^{-1} & + & q_x^{(\tau)} \frac{1}{E_x^{(\tau)}(i,j)} \end{matrix} \right] \end{aligned}$$

$$= 12 S'_{x+1} \overset{\dots}{\underset{\dots}{\mathbf{a}}}_{x:\overline{R-x}_i}^{-j} {}_j v_i^{-1} - 12 S'_{x+1} \overset{\dots}{\underset{\dots}{\mathbf{a}}}_{x:\overline{1}_i}^{-j} {}_j v_i^{-1} + 12 S'_{x+1} \left[\frac{\overset{\dots}{\underset{\dots}{\mathbf{a}}}_{x:\overline{R-x}_i}^{-j} - \overset{\dots}{\underset{\dots}{\mathbf{a}}}_{x:\overline{1}_i}^{-j}}{E_x^{(\tau)}(i,j)} \right] q_x^{(\tau)}$$

Si descomponemos nuevamente al salario así:

$$S'_{x+1} = S_x + \Delta S'_x$$

Obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} \text{VPSF}(x+1) &= 12 S_x \overset{\dots}{\underset{\dots}{\mathbf{a}}}_{x:\overline{R-x}_i}^{-j} {}_j v_i^{-1} + 12 \Delta S'_x \overset{\dots}{\underset{\dots}{\mathbf{a}}}_{x:\overline{R-x}_i}^{-j} {}_j v_i^{-1} - 12 S'_{x+1} \overset{\dots}{\underset{\dots}{\mathbf{a}}}_{x:\overline{1}_i}^{-j} {}_j v_i^{-1} \\ &+ 12 S'_{x+1} \left[\frac{\overset{\dots}{\underset{\dots}{\mathbf{a}}}_{x:\overline{R-x}_i}^{-j} - \overset{\dots}{\underset{\dots}{\mathbf{a}}}_{x:\overline{1}_i}^{-j}}{E_x^{(\tau)}(i,j)} \right] q_x^{(\tau)} \\ &= \text{VPSF}(x) {}_j v_i^{-1} + 12 \Delta S'_x \overset{\dots}{\underset{\dots}{\mathbf{a}}}_{x:\overline{R-x}_i}^{-j} {}_j v_i^{-1} - 12 S'_{x+1} \overset{\dots}{\underset{\dots}{\mathbf{a}}}_{x:\overline{1}_i}^{-j} {}_j v_i^{-1} \\ &+ \text{VPSF}'(x+1) q_x^{(\tau)} \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \text{VPSF}'(P_{t+1}) &= {}_j v_i^{-1} \sum_{P_t} \text{VPSF}(x) + {}_j v_i^{-1} \sum_{P_t} \left[12 \Delta S'_x \overset{\dots}{\underset{\dots}{\mathbf{a}}}_{x:\overline{R-x}_i}^{-j} - 12 S'_{x+1} \overset{\dots}{\underset{\dots}{\mathbf{a}}}_{x:\overline{1}_i}^{-j} \right] \\ &+ \sum_{P_t} \text{VPSF}'(x+1) q_x^{(c)} - \sum_{T(P_t)} \text{VPSF}'(x+1) \end{aligned}$$

O sea:

$$\begin{aligned} \text{VPSF}'(P_{t+1}) = & {}_j v_i^{-1} \sum_{P_t} \text{VPSF}(x) + {}_j v_i^{-1} \sum_{P_t} \left[12 \Delta S'_x \overset{\dots}{\underset{x:R-x}{a}}_{x:1}^{\dots(\tau)} - 12 S'_{x+1} \overset{\dots}{\underset{x:1}{a}}_{x:1}^{\dots(\tau)} \right] \\ & - \left[\sum_{T(P_t)} \text{VPSF}'(x+1) - \sum_{P_t} \text{VPSF}'(x+1) q_x^{(\tau)} \right] \end{aligned}$$

Ahora, sumando a la expresión anterior un cero de la forma

$$0 = \sum_{T(P_t)} \overline{\text{VPSF}}(x+1) - \sum_{T(P_t)} \overline{\text{VPSF}}(x+1) \quad \text{se obtiene que la suma}$$

$\sum_{P_{t+1}} \text{VPSF}(x+1)$ es igual a lo siguiente:

$$\begin{aligned} \sum_{P_{t+1}} \text{VPSF}(x+1) = & {}_j v_i^{-1} \sum_{P_t} \text{VPSF}(x) + {}_j v_i^{-1} \sum_{P_t} \left[12 \Delta S'_x \overset{\dots}{\underset{x:R-x}{a}}_{x:1}^{\dots(\tau)} - 12 S'_{x+1} \overset{\dots}{\underset{x:1}{a}}_{x:1}^{\dots(\tau)} \right] \\ & - \left[\sum_{T(P_t)} \overline{\text{VPSF}}(x+1) - \sum_{P_t} \text{VPSF}'(x+1) q_x^{(\tau)} \right] \\ & + \left[\sum_{T(P_t)} \left[\overline{\text{VPSF}}(x+1) - \text{VPSF}'(x+1) \right] + \sum_{P_{t+1}} \left[\text{VPSF}(x+1) - \text{VPSF}'(x+1) \right] \right] \end{aligned}$$

Si definimos como ϕ_t al segundo término y como $\text{VSD}_t(\text{VPSF})$ y $\text{VSE}_t(\text{VPSF})$ al tercero y cuarto términos, obtenemos lo que se quería demostrar. ■

Por fines de practicidad se define como ε_t a la suma de todos los términos anteriores excepto el primero. De ahí que:

$$VPSF_{t+1} = {}_jv_t^{-1} VPSF_t + \varepsilon_t \dots\dots\dots \text{Ecuación 2}$$

Dicha función ε_t contiene el impacto de las Variaciones en supuestos demográficos y económicos sobre VPSF.

III.4.3 Fondo de pensiones

El Fondo de pensiones constituye la fuente de recursos diseñada específicamente para afrontar las obligaciones derivadas del Plan de pensiones por fallecimiento. Dicho fondo debe ser alimentado mediante las contribuciones que la entidad realice año con año, y de los rendimientos efectivos que se obtengan de su inversión, mientras que las salidas del mismo obedecen a las razones por las cuales el instrumento ha sido constituido, es decir, el pago de las pensiones a los pensionados del Plan. Por ello, el valor del Fondo de Pensiones se comporta de la siguiente manera:

$$F_{t+1} = F_t + A_t - P_t + I_t$$

Donde:

A_t : Aportaciones efectivamente realizadas al fondo durante los momentos t y $t + 1$.²⁰

P_t : Pagos de pensiones realizados al fondo durante los momentos t y $t + 1$.

I_t : Rendimiento obtenido por el fondo durante los momentos t y $t + 1$.

Haciendo una pequeña modificación se obtiene lo siguiente:

$$F_{t+1} = F_t + C_t - PEB_t + I_t + [A_t - C_t] - [P_t - PEB_t]$$

Donde PEB_t representa el Pago esperado de beneficios durante t y $t + 1$, valor que será desarrollado en la sección III.6

Ahora bien, si se definen como $I_t(C_t)$ e $I_t(PEB_t)$ a los intereses de las aportaciones esperadas y de los pagos esperados, obtenidos con una tasa igual a la tasa de descuento, respectivamente, entonces la ecuación anterior se transforma en la siguiente:

²⁰ En caso de que la entidad realice las aportaciones de acuerdo a la sección III.3 se tiene entonces que $A_t = C_t$.

$$F_{t+1} = F_t(1+i) + C_t + I_t(C_t) - PEB_t - I_t(PEB_t) + \\ [I_t - (iF_t + I_t(C_t) - I_t(PEB_t))] + [A_t - C_t] - [P_t - PEB_t]$$

Donde el primer término encerrado entre corchetes representa la variación entre los intereses obtenidos de la inversión del fondo y los intereses que se espera se obtendrían con la tasa de descuento. En otras palabras, el último término representa el impacto que producen las Variaciones en supuestos financieros sobre el fondo (es decir, el efecto sobre el fondo derivado de la diferencia entre los intereses presupuestados y los intereses realmente obtenidos). De la misma manera, el último término representa la variación entre el pago de beneficios real y el pago de beneficios esperado, es decir, el impacto en la variación en supuestos demográficos sobre el fondo. Haciendo una pequeña modificación algebraica a la ecuación anterior, esta puede transformarse en la siguiente:

$$F_{t+1} = F_t(1+i) \frac{(1+j)}{(1+j)} + C_t + I_t(C_t) - PEB_t - I_t(PEB_t) + \\ VSF_t(F) + [A_t - C_t] - VSD_t(F) \\ = \frac{F_t(1+i)}{(1+j)} + j \frac{F_t(1+i)}{(1+j)} + C_t + I_t(C_t) - PEB_t - I_t(PEB_t) + \\ VSF_t(F) + [A_t - C_t] - VSD_t(F) \\ = {}_jv_i^{-1} F_t + j {}_jv_i^{-1} F_t + C_t + I_t(C_t) - PEB_t - I_t(PEB_t) + \\ VSF_t(F) + [A_t - C_t] - VSD_t(F)$$

Donde:

$$VSF_t(F) = I_t - (iF_t + I_t(C_t) - I_t(PEB_t))$$

$$VSD_t(F) = P_t - PEB_t$$

Si se define entonces como φ_t a todos los términos anteriores excepto al primero, se obtiene lo siguiente:

$$F_{t+1} = {}_jv_i^{-1} F_t + \varphi_t \dots\dots\dots \text{Ecuación 3}$$

Dicha función φ_t contiene los efectos de las Variaciones en supuestos demográficos ($VSD_t(F)$) y financieros ($VSF_t(F)$) sobre el Fondo de pensiones.

Así pues se ha llegado a la antesala de mostrar como evoluciona el factor U_t que, como se ha visto, define la aportación que se debe realizar al fondo de pensiones en términos de la Nómina anual. Para ello, haremos uso de un último lema:

Lema 4: Sean A, B, C y $D \in \mathfrak{R}$ y supóngase que $C \neq 0$ y $C + D \neq 0$, entonces:

$$\frac{A + B}{C + D} = \frac{A}{C} + \frac{1}{C + D} \left[B - \frac{A}{C} D \right]$$

Teorema 5 (Efecto de las Variaciones en supuestos demográficos, económicos y financieros sobre el porcentaje de aportación U): Sea $t \in \mathcal{N}$. Entonces:

$$U_{t+1} = U_t + \lambda_t$$

Donde λ_t está dada por:

$$\lambda_t = \frac{[[\delta_t - \varphi_t] - U_t \varepsilon_t]}{VPSF_{t+1}}$$

Demostración: por las ecuaciones 1, 2 y 3 y por el lema 4 se obtiene que:

$$\begin{aligned} U_{t+1} &= \frac{VPB_{t+1} - F_{t+1}}{VPSF_{t+1}} = \frac{{}_j v_i^{-1} VPB_t + \delta_t - {}_j v_i^{-1} F_t - \varphi_t}{{}_j v_i^{-1} VPSF_t + \varepsilon_t} \\ &= \frac{{}_j v_i^{-1} [VPB_t - F_t] + [\delta_t - \varphi_t]}{{}_j v_i^{-1} VPSF_t + \varepsilon_t} \\ &= \frac{{}_j v_i^{-1} [VPB_t - F_t]}{{}_j v_i^{-1} VPSF_t} + \frac{1}{VPSF_{t+1}} \left[[\delta_t - \varphi_t] - \frac{{}_j v_i^{-1} [VPB_t - F_t]}{{}_j v_i^{-1} VPSF_t} \varepsilon_t \right] \end{aligned}$$

$$= U_t + \frac{[\delta_t - \varphi_t] - U_t \varepsilon_t}{\text{VPSF}_{t+1}}$$

Si se define a λ_t así: $\frac{[\delta_t - \varphi_t] - U_t \varepsilon_t}{\text{VPSF}_{t+1}}$, función que contiene las

Variaciones en supuestos demográficos y económicos sobre el VPB y el VPSF, así como las Variaciones en supuestos demográficos y financieros sobre el fondo de pensiones, se obtiene entonces lo que se deseaba demostrar. ■

Teorema 6 (Efecto de las Variaciones en supuestos demográficos, económicos y financieros sobre la contribución): Sea $t \in \mathcal{N}$. Entonces:

$$C_{t+1} = C_t + U_{t+1} \Delta NA_t + \lambda_t NA_t$$

Demostración: Descomponiendo a la nómina anual NA_{t+1} por $NA_t + \Delta NA_t$ y utilizando el teorema 5 se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} C_{t+1} &= U_{t+1} NA_{t+1} = [U_t + \lambda_t][NA_t + \Delta NA_t] = U_t NA_t + \lambda_t NA_t + U_{t+1} \Delta NA_t \\ &= C_t + U_{t+1} \Delta NA_t + \lambda_t NA_t \end{aligned}$$

El primer término es la contribución correspondiente al año t , mientras que el segundo y tercer términos corresponden al impacto que sufre la contribución en ese periodo por el incremento en la nómina anual y por las variaciones en supuestos sobre el porcentaje U , respectivamente. En otras palabras, se ha demostrado que la contribución definida en la sección III.3 absorbe el impacto de las variaciones entre las hipótesis utilizadas y la realidad. ■

III.5 Número esperado de siniestros

El Número esperado de siniestros es el valor anual esperado del número de Participantes cubiertos por el Plan que van a morir durante los momentos t y $t + 1$, más el número de grupos de Pensionados que durante dicho lapso no se les extinguirá el derecho a cobrar las pensiones. Para el caso de los Participantes, dicho valor se compone de la suma de las probabilidades de muerte asignadas a cada Participante al momento t (o edad x) siempre y cuando aún no se haya extinguido la cobertura del Plan (es decir, sólo para

los Participantes tales que $x < R$). Si se define $Q_x^{(M)}$ como $q_x^{(M)}$ si $x < R$ y 0 si

$x \geq R$, entonces los siniestros que se espera indemnizar durante el año t están dados por la siguiente cantidad:

$$NES_t = \sum_{P_t} Q_x^{(M)} + |B_t| \dots \text{Definición 6}$$

III.6 Pago esperado de beneficios

III.6.1 Participantes

Sea $p \in P_t$ y sea $x \in \{16, \dots, R-1\}$. Se define la variable aleatoria discreta θ_x como el mes del año t durante el cual el Participante fallece; en caso de no ocurrir el fallecimiento en dicho período, la variable θ_x tomará el valor de cero. Esta variable aleatoria tiene la siguiente función de densidad:

$$P[\theta_x = \theta] = \begin{cases} \begin{matrix} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} & \frac{1}{12} q_x^{(M)} \\ & x + \frac{\theta-1}{12} \end{matrix} & \begin{matrix} \text{Si el Participante muere en el mes } \theta\text{-ésimo.} \\ (\theta \in \{1, 2, \dots, 12\}) \end{matrix} \\ p_x^{(\tau)} + q_x^{(\tau \setminus M)} & \text{Si el Participante no muere en el año } t. (\theta = 0) \end{cases}$$

A su vez se define la variable aleatoria discreta $P(\theta_x)$ como el monto total de pensiones a pagar durante el año t , contadas a partir del mes inmediato posterior del fallecimiento del Participante. Es decir:

$$P(\theta_x) = \begin{cases} \alpha SP_x (1+j)^{\frac{\theta-1}{12}} S_g(\theta_x) & \text{Si } \theta_x \in \{1, 2, \dots, 12\} \\ 0 & \text{Si } \theta_x = 0 \end{cases}$$

Donde la función $S_g(\theta_x)$ para $\theta_x \in \{1, 2, \dots, 12\}$ no es más que la serie

geométrica finita $1 + (1+g)^{\frac{1}{12}} + (1+g)^{\frac{2}{12}} + \dots + (1+g)^{\frac{11-\theta_x}{12}}$, la cual se calcula así:

$$S_g(\theta_x) = \begin{cases} \frac{(1+g)^{\frac{12-\theta}{x}} - 1}{(1+g)^{\frac{1}{x}} - 1} & \text{Si } g > 0 \\ 12 - \theta_x & \text{Si } g = 0 \end{cases}$$

Dada la muerte del Participante en el mes θ_x -ésimo, la variable $P(\theta_x)$ nos da el total de pensiones, considerando el crecimiento a la tasa g y a partir del mes inmediato siguiente al del fallecimiento del Participante, tomando en cuenta que el primer pago es igual a α % del Salario pensionable que el empleado había acumulado hasta el mes de su fallecimiento.

Así pues, el Pago esperado de beneficios para un Participante $p \in P_t$ de edad x se define como el valor esperado del total de pensiones que en un año se pagarían al grupo b de beneficiarios, es decir:

$$PEB(x) = \begin{cases} E[P(\theta_x)] & \text{Si } R > x \\ 0 & \text{En cualquier otro caso.} \end{cases} \quad \dots\dots\dots\text{Definición 7}$$

La esperanza de la variable aleatoria $P(\theta_x)$ puede aproximarse de la siguiente manera:

$$E[P(\theta_x)] = \sum_{\theta=0}^{12} P(\theta) P[\theta_x = \theta] = \sum_{\theta=0}^{12} P(\theta) \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{q}{12} \frac{(M)}{x + \frac{\theta-1}{12}}$$

Pero cuando $\theta = 0$ el pago $P(\theta)$ es también igual a cero, por lo que la suma anterior tiene sentido a partir de que $\theta \geq 1$. Por lo tanto:

$$E[P(\theta_x)] = \sum_{\theta=1}^{12} \alpha SP_x (1+j)^{\frac{\theta-1}{12}} S_g(\theta) \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{q}{12} \frac{(M)}{x + \frac{\theta-1}{12}}$$

Supongamos por lo pronto que $g > 0$. En éste caso la esperanza es igual a:

$$\begin{aligned}
 E[P(\theta_x)] &= \sum_{\theta=1}^{12} \alpha SP_x (1+j)^{\frac{\theta-1}{12}} \left[\frac{(1+g)^{\frac{12-\theta}{12}} - 1}{\frac{1}{(1+g)^{12}} - 1} \right] \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{1}{12} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)} \\
 &= \frac{\alpha SP_x}{\left[\frac{1}{(1+g)^{12}} - 1 \right] (1+j)^{\frac{1}{12}}} \sum_{\theta=1}^{12} (1+j)^{\frac{\theta}{12}} \left[(1+g)^{\frac{12-\theta}{12}} - 1 \right] \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{1}{12} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)}
 \end{aligned}$$

Enfoquémonos por lo pronto en la suma involucrada en la expresión anterior. Dicha suma es igual a lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 &\sum_{\theta=1}^{12} (1+j)^{\frac{\theta}{12}} (1+g)^{\frac{12-\theta}{12}} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{1}{12} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)} - \sum_{\theta=1}^{12} (1+j)^{\frac{\theta}{12}} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{1}{12} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)} \\
 &= (1+g) \sum_{\theta=1}^{12} (1+j)^{\frac{\theta}{12}} (1+g)^{\frac{-\theta}{12}} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{1}{12} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)} - \sum_{\theta=1}^{12} (1+j)^{\frac{\theta}{12}} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{1}{12} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)} \\
 &= (1+g) \sum_{\theta=1}^{12} \frac{(1+j)^{\frac{\theta}{12}}}{(1+g)^{\frac{\theta}{12}}} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{1}{12} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)} - \sum_{\theta=1}^{12} (1+j)^{\frac{\theta}{12}} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{1}{12} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)} \\
 &= (1+g) \sum_{\theta=1}^{12} j v_g^{\frac{\theta}{12}} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{1}{12} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)} - \sum_{\theta=1}^{12} (1+j)^{\frac{\theta}{12}} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{1}{12} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)}
 \end{aligned}$$

Las sumas anteriores corresponden en realidad a las primas netas correspondientes a un Plan de seguro temporal a un año, cuya indemnización se paga al final del mes de fallecimiento. Claro que la

primera suma considera como factor financiero al cociente $\frac{(1+j)}{(1+g)}$ y la segunda al factor $(1+j)$. Abusando un poco de la notación actuarial, la expresión anterior se puede escribir así: ²¹

$$\left[(1+g) A_{x:\overline{1+\frac{1+j}{1+g}}}^{(12)} \right] - A_{x:\overline{1+1+j}}^{(12)}$$

Pero, puesto que los seguros anteriores son pagaderos al final del mes de fallecimiento del Participante, dichos seguros se pueden aproximar mediante los seguros pagaderos al momento de fallecimiento, por lo tanto:

$$\left[(1+g) A_{x:\overline{1+\frac{1+j}{1+g}}}^{(12)} \right] - A_{x:\overline{1+1+j}}^{(12)} \approx \left[(1+g) \overline{A}_{x:\overline{1+\frac{1+j}{1+g}}} \right] - \overline{A}_{x:\overline{1+1+j}}$$

De acuerdo a la sección II.2, el seguro $\overline{A}_{x:\overline{1+\frac{1+j}{1+g}}}$ tiene las mismas

características que la expresión $\overline{A}_{x:\overline{1+j}}^{(M)}$, por lo que la primera se puede aproximar, mediante el supuesto de uniformidad de las muertes, de la siguiente manera:

$$\overline{A}_{x:\overline{1+\frac{1+j}{1+g}}} \approx A_{x:\overline{1+\frac{1+j}{1+g}}} \text{FC}(g, j)$$

Por otro lado, el seguro $\overline{A}_{x:\overline{1+1+j}}$ también se puede aproximar, mediante la uniformidad de las muertes, de la siguiente forma:

$$\overline{A}_{x:\overline{1+1+j}} = \int_0^1 (1+j)^s {}_s p_x^{(\tau)} \mu_{x+s}^{(M)} ds \stackrel{\text{unif. muertes}}{\approx} \int_0^1 (1+j)^s q_x^{(M)} ds = q_x^{(M)} \int_0^1 (1+j)^s ds$$

²¹ Las notaciones $A_{x:\overline{1+\frac{1+j}{1+g}}}^{(12)}$ y $A_{x:\overline{1+1+j}}^{(12)}$ serán utilizadas para propósitos exclusivos de ésta sección,

por lo que no deben confundirse con la notación $\overline{A}_{x:\overline{1+j}}^{(M)}$. Estas notaciones sólo expresarán que el factor financiero del seguro pagadero al final del mes de fallecimiento corresponde al valor $(1+j) / (1+g)$ ó a $(1+j)$, respectivamente.

Y como la integral $\int_0^1 (1+j)^s ds$ es igual a $\frac{j}{\ln(1+j)}$ entonces se tiene que:

$$\bar{A}_{x:\overline{1+j}|} \approx q_x^{(M)} \frac{j}{\ln(1+j)} = q_x^{(M)} j v_g \frac{j}{j v_g \ln(1+j)} = A_{x:\overline{1+j}|} \frac{j}{j v_g \ln(1+j)}$$

En conclusión, la esperanza $E[P(\theta_x)]$ cuando $g > 0$ es aproximadamente igual a:

$$\frac{\alpha SP_x A_{x:\overline{1+j}|}}{\left[\begin{array}{c} \frac{1}{(1+g)^{12}} \\ - \\ 1 \end{array} \right] (1+j)^{\frac{1}{12}}} \left[(1+g) FC(g, j) - \frac{j}{j v_g \ln(1+j)} \right]$$

Ahora supongamos que $g=0$. En este caso la esperanza $E[P(\theta_x)]$ se expresa de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} E[P(\theta_x)] &= \sum_{\theta=1}^{12} \alpha SP_x (1+j)^{\frac{\theta-1}{12}} S_g(\theta) \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)} \\ &= \sum_{\theta=1}^{12} \alpha SP_x (1+j)^{\frac{\theta-1}{12}} [12-\theta] \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)} \\ &= \frac{\alpha SP_x}{(1+j)^{12}} \sum_{\theta=1}^{12} (1+j)^{\frac{\theta}{12}} [12-\theta] \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)} \end{aligned}$$

Ahora bien, la suma involucrada en la fórmula anterior se puede simplificar así:

$$= 12 \sum_{\theta=1}^{12} (1+j)^{\frac{\theta}{12}} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)} - \sum_{\theta=1}^{12} \theta (1+j)^{\frac{\theta}{12}} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)}$$

$$= 12 \bar{A}_{x:\overline{1}|v=1+j}^{(12)} - \sum_{\theta=1}^{12} \theta (1+j)^{\frac{\theta}{12}} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{1}{12} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)}$$

Como ya se observó para el caso en que $g > 0$, el valor actuarial $\bar{A}_{x:\overline{1}|v=1+j}^{(12)}$ puede aproximarse mediante la fórmula $q_x^{(M)} \frac{j}{\ln(1+j)}$, por lo que solo resta

aproximar a la suma $\sum_{\theta=1}^{12} \theta (1+j)^{\frac{\theta}{12}} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{1}{12} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)}$. Haciendo una

pequeña modificación a ésta suma obtenemos que la misma es igual a lo siguiente:

$$\sum_{\theta=1}^{12} \theta (1+j)^{\frac{\theta}{12}} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{1}{12} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)} = 12 \sum_{\theta=1}^{12} \frac{\theta}{12} (1+j)^{\frac{\theta}{12}} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{1}{12} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)}$$

Esta última expresión resulta ser el producto del factor 12 por un seguro pagadero al final del mes de fallecimiento en el cual el factor financiero considerado corresponde a $(1+j)$, y la suma asegurada corresponde a $\frac{\theta}{12}$ u.m. según el mes θ en el que fallezca del trabajador (si muere en el primer mes, la indemnización corresponde a $\frac{1}{12}$ u.m.; si se muere en el segundo mes la indemnización será de $\frac{2}{12}$ u.m., y así sucesivamente). Por lo tanto dicha expresión es aproximadamente igual al seguro análogo pero pagadero al momento de muerte y con crecimiento instantáneo, es decir:

$$12 \sum_{\theta=1}^{12} \frac{\theta}{12} (1+j)^{\frac{\theta}{12}} \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \frac{1}{12} q_{x+\frac{\theta-1}{12}}^{(M)} \approx 12 \bar{I} \bar{A}_{x:\overline{1}|v=1+j} = 12 \int_0^1 \theta (1+j)^\theta \frac{\theta-1}{12} p_x^{(\tau)} \mu_{x+\theta}^{(M)} d\theta$$

Pero, por el supuesto de la uniformidad de las muertes, se tiene que la integral se puede aproximar así:

$$12 \int_0^1 \theta(1+j)^\theta \cdot {}_{\theta}p_x^{(\tau)} \mu_{x+\theta}^{(M)} d\theta \approx 12 \int_0^1 \theta(1+j)^\theta q_x^{(M)} d\theta = 12 q_x^{(M)} \int_0^1 \theta(1+j)^\theta d\theta$$

Más aún, la integral $\int_0^1 \theta(1+j)^\theta d\theta$ es igual a $\frac{1}{\ln(1+j)} \left[(1+j) - \frac{j}{\ln(1+j)} \right]$.

En conclusión, la esperanza $E[P(\theta_x)]$ cuando $g=0$ es aproximadamente igual a:

$$\begin{aligned} E[P(\theta_x)] &\approx \frac{\alpha SP_x}{\frac{1}{(1+j)^{12}}} \left[12 q_x^{(M)} \frac{j}{\ln(1+j)} - 12 q_x^{(M)} \frac{1}{\ln(1+j)} \left[(1+j) - \frac{j}{\ln(1+j)} \right] \right] \\ &= \frac{\alpha SP_x}{\frac{1}{(1+j)^{12}}} \frac{12 q_x^{(M)} \frac{1}{\ln(1+j)}}{1} \left[j - \left[(1+j) - \frac{j}{\ln(1+j)} \right] \right] \\ &= \frac{\alpha SP_x}{\frac{1}{(1+j)^{12}}} \frac{12 q_x^{(M)} \frac{1}{\ln(1+j)}}{1} \left[\frac{j}{\ln(1+j)} - 1 \right] \end{aligned}$$

En resumen, la esperanza $E[P(\theta_x)]$ se puede aproximar así:

$$E [P(\theta_x)] \approx \begin{cases} \frac{\alpha SP_x A_{x:\overline{1} | \frac{1+j}{1+g}}}{\left[\frac{1}{(1+g)^{12}} - 1 \right] (1+j)^{12}} \left[(1+g) FC(g, j) - \frac{j}{j v_g \ln(1+j)} \right] & \text{Si } g > 0 \\ \frac{\alpha SP_x \overset{(M)}{12} q_x \frac{1}{\ln(1+j)}}{(1+j)^{12}} \left[\frac{j}{\ln(1+j)} - 1 \right] & \text{Si } g = 0 \end{cases}$$

III.6.2 Pensionados

Para el caso de los Pensionados del Plan, el Pago esperado de beneficios es en realidad la suma de las pensiones que recibirán durante el año t , los cuales crecen a razón de la tasa anual $g\%$. Dependiendo de si $g > 0$ ó $g = 0$, el monto total de las pensiones durante el año es igual a:

$$MB_t \left[1 + (1+g)^{\frac{1}{12}} + (1+g)^{\frac{2}{12}} + \dots + (1+g)^{\frac{\min\{11, 12AF(t)-1\}}{12}} \right] \quad \text{Si } g > 0$$

$$MB_t \min\{12, 12AF(t)\} \quad \text{Si } g = 0$$

Donde la función $\min\{12, 12AF(t)\}$ en el caso de $g = 0$ representa el número total de pagos restantes durante el año t , que el grupo b recibirá por concepto del Plan de pensiones por fallecimiento. Si ahora se procede a simplificar la serie geométrica anterior y se define como $\sigma_g(t)$ a la siguiente función:

$$\sigma_g(t) = \begin{cases} \frac{\min\{12, 12AF(t)\}}{(1+g)^{12} - 1} & \text{Si } g > 0 \\ \frac{1}{(1+g)^{12} - 1} & \text{Si } g = 0 \end{cases}$$

Entonces se tiene que, dado $b \in B_t$, el Pago esperado de beneficios se calcula así:

$$PEB_t(b_j) = MB_t \sigma_g(t) \dots\dots\dots\text{Definición 8}$$

Y por lo tanto, el Pago esperado de beneficios totales durante el año t debe definirse así:

$$PEB_t = \sum_{P_t} PEB(x) + \sum_{B_t} PEB_t(b_j) \dots\dots\dots\text{Definición 9}$$

III. 7 Vida laboral esperada

Análogamente al concepto actuarial de expectativa o esperanza de vida, la Vida laboral esperada de un empleado en una entidad no es más que la “esperanza de vida” que dicha persona tiene, pero considerando los valores

${}_s p_x^{(\tau)}$ con $s \in \{1, 2, \dots, R-x\}$, los cuales miden la permanencia en el empleo durante el tiempo en que dicha persona puede mantenerse trabajando (es decir, a lo más hasta la edad máxima de retiro). De ahí que la Vida laboral esperada se defina así:

$$VLE(x) = e_{x:R-x}^{(\tau)} = \begin{cases} \sum_{s=1}^{R-x} {}_s p_x^{(\tau)} & \text{Si } R > x \\ 0 & \text{En cualquier otro caso.} \end{cases} \dots\dots\dots\text{Definición 10}$$

Asimismo, la Edad esperada de salida del empleo de un Participante está dada por la suma de x más la $VLE(x)$, es decir:

$$EES(x) = x + e_{x:\overline{R-x}}^{(\tau)} \dots\dots\dots\text{Definición 11}$$

De manera paralela, la Vida laboral esperada total se define como el promedio “agregado” de las Vidas laborales esperadas individuales, es decir:

$$VLE_t = \frac{\sum_{P_t} \sum_{s=1}^{R-x} l_{x+s}^{(\tau)}}{\sum_{P_t} l_x^{(\tau)}} = \sum_{P_t} e_{x:\overline{R-x}}^{(\tau)} \left(\frac{l_x^{(\tau)}}{\sum_{P_t} l_x^{(\tau)}} \right) \dots\dots\text{Definición 12}$$

Análogamente, la Edad esperada de salida total se define así:

$$EES_t = \frac{\sum_{P_t} x + \sum_{P_t} \sum_{s=1}^{R-x} l_{x+s}^{(\tau)}}{\sum_{P_t} 1 + \sum_{P_t} l_x^{(\tau)}} \dots\dots\dots\text{Definición 13}$$

CAPÍTULO IV

APLICACIÓN PRÁCTICA

Este capítulo está enfocado especialmente al desarrollo de una aplicación práctica del análisis sobre el diseño y de los conceptos técnicos del plan de pensiones por fallecimiento. El escenario sobre el cual se despliega el ejemplo práctico, objeto de éste capítulo, fue configurado de tal manera que el plan pueda ser apreciado principalmente en cuanto a la viabilidad de su utilización en el quehacer actuarial profesional. Concretamente, la aplicación consiste en una simulación de situaciones bajo las cuales el plan sería diseñado, valuado y financiado.

IV.1 Contextos de la aplicación práctica

IV.1.1 Del diseño del plan

Supóngase que una firma de consultoría en planes de beneficios para empleados (Empresa A) ofrece el servicio de formalización de diversos tipos de planes, dentro de los cuales se encuentran los planes de pensiones por fallecimiento, y a su vez éste tipo de plan coincide con la estructura manejada en los capítulos anteriores. Al mismo tiempo, una segunda empresa (Empresa B) acude con la Empresa A para asesorarse respecto a la formalización de un plan de pensiones con estas características. Después de un análisis y discusión

conjunta en la que la Empresa B definió los por menores de la formalización del plan así como las expectativas en torno al mismo, y a su vez la Empresa A determinó las particularidades técnicas que éste deberá cumplir según los requerimientos de la Empresa B, se determinó poner en marcha el plan de acuerdo con los siguientes lineamientos:

- 1) El plan deberá formalizarse al final del año 2004.
- 2) El plan deberá beneficiar a los familiares o personas designadas por aquellos trabajadores de planta y tiempo completo en caso de fallecimiento de éstos últimos.
- 3) El monto total de los beneficios deberá ser “equivalente” a 30 meses del último salario integrado que el participante percibió hasta antes de su fallecimiento, mismo que deberá liquidarse en mensualidades. Una vez otorgada la primer mensualidad, las pensiones se incrementarán a razón de una tasa del 0.5% anual.
- 4) Los participantes adquirirán la protección o cobertura del plan desde el momento de ingresar a la empresa, y dicha protección terminará cuando el participante alcance la edad de sesenta y cinco años, edad máxima en la cual se estima optará por su retiro voluntario del empleo, o bien, cuando éste fallezca, lo que ocurra primero.
- 5) Los beneficiarios serán designados por el trabajador miembro del plan, pudiendo ser éstos familiares del empleado, o bien, dependientes económicos del mismo. En cualquier caso, los interesados deberán presentar, a satisfacción de la Empresa B, el acta de defunción del empleado y la documentación necesaria de identificación que los acredite como beneficiarios del trabajador fallecido.
- 6) El período de duración de los beneficios será de cinco años contados a partir del inicio del mes inmediato posterior a la muerte del trabajador o cuando acrediten los requisitos de identificación que solicite la Empresa B señalados anteriormente. Los pagos serán liquidados al inicio de cada mes.
- 7) No se contemplarán beneficios extras al pago de las pensiones.
- 8) La empresa financiará completamente los costos del plan.

En función de los lineamientos anteriormente descritos, la Empresa A diseña el plan de pensiones por fallecimiento descrito en la sección IV.2.

IV.1.2 De la valuación y financiamiento del plan

El modelo actuarial del plan de pensiones por fallecimiento dirigido al personal de la Empresa B se fundamentará en la estructura ya descrita en el capítulo III, la cual involucra la valuación del pasivo, de los salarios futuros y de la contribución anual con el objeto de financiar el plan.

Asimismo, la simulación de la valuación actuarial y financiamiento del plan contemplará un escenario con los siguientes supuestos:

- a) La valuación actuarial estará fechada al 31 de diciembre de 2004.
- b) Los participantes y pensionados estarán dados por la lista del anexo II.
- c) La Empresa B realizará sus contribuciones anuales al fondo de pensiones en una sola exhibición al inicio de cada año.
- d) La Empresa B utiliza los activos del fondo de pensiones exclusivamente para los fines del mismo.

IV.2 Diseño del plan

Las bases que el plan de pensiones por fallecimiento tendrá para efectos de su funcionamiento son las siguientes:

1. Grupo elegible

Todo el personal de planta y tiempo completo al servicio de la Empresa B.

2. Requisitos de elegibilidad

Para que la membresía en el plan sea efectiva, se establece como requisito:

- 1) Formar parte del Grupo elegible.

3. Salario

Por Salario se entenderá el salario mensual integrado.

4. Salario pensionable

Por Salario Pensionable se entenderá el último Salario percibido por el trabajador hasta antes de su fallecimiento.

5. Monto del beneficio

Para calcular el monto del beneficio total que se entregará a los beneficiarios, se aplicará la siguiente regla:

$$\alpha \% \text{ Salario pensionable}$$

Donde:

$$\alpha = \frac{30}{\dots} = 54.32\%$$

$$\left(\overset{\dots}{V}_{0.5\%} \overset{\dots}{a} \right)_{\overset{\dots}{5}\%}^{(12)}$$

$\left(\overset{\dots}{V}_{0.5\%} \overset{\dots}{a} \right)_{\overset{\dots}{5}\%}^{(12)}$: anualidad cierta temporal a 5 años a la tasa de interés del 4% anual, pagadera mensual y anticipadamente con pagos crecientes a la tasa de 0.5% anual.

Una vez otorgado el monto del beneficio, éste se incrementará a razón de la tasa de 0.5% anual.

6. Período de cobertura

El período durante el cual la empresa tendrá la obligación de pagar los beneficios en caso de ocurrir la muerte de un participante, comenzará desde que el trabajador ingrese a la empresa y se extinguirá hasta la fecha en que fallezca o éste alcance la edad límite de retiro, lo que ocurra primero.

7. Beneficiarios

Los beneficiarios serán las últimas personas de las cuales la empresa tenga conocimiento que hayan sido designadas por el miembro del plan para recibir el monto del beneficio. Además de la designación que haya resuelto el participante, para que un beneficiario pueda acceder a los beneficios del plan, éste deberá presentar el acta de defunción correspondiente al trabajador finado, y a su vez deberá identificarse a satisfacción de la empresa como beneficiario del trabajador fallecido. En el caso de huérfanos beneficiarios menores de 18 años, el monto del beneficio correspondiente podrá ser reclamado por el progenitor restante o bien el tutor.

Una vez que sea otorgado el beneficio, el beneficiario adquirirá el carácter de pensionado para efectos del plan, durante el período de pago de beneficios que le corresponda.

8. Período y fechas de pago

El período durante el cual se realizarán los pagos de las pensiones tendrá una duración de cinco años contados a partir del mes inmediato posterior al fallecimiento del participante. A su vez, las fechas de pago serán los días primero de cada mes durante el período definido anteriormente.

9. Forma de pago

La forma de pago consiste en una anualidad cierta, temporal a cinco años y con sesenta pagos mensuales.

10. Beneficios adicionales

Este plan no cuenta con ningún tipo de beneficio adicional.

11. Financiamiento

Los beneficios descritos este plan serán financiados en su totalidad por la empresa, de conformidad con las valuaciones actuariales que se practiquen.

IV.3 Información de la empresa

La Empresa B tiene por personal de planta y tiempo completo a las personas que se muestran en el anexo II, mismos que presentan las características mostradas en el siguiente censo poblacional:

EMPRESA B

CENSO DEL PERSONAL PARTICIPANTE Y PENSIONADOS

AL 31 DE DICIEMBRE DE 2004

CONCEPTO	PARTICIPANTES	PENSIONADOS
NÚMERO DE PERSONAS	100	0
NÓMINA ANUAL	\$30.011.803	\$0
SUELDO / PENSIÓN MENSUAL PROMEDIO	\$25.010	\$0
INDEMNIZACIÓN TOTAL	\$75.029.508	\$0
(PAGO RESTANTE DE 30 MESES DE SUELDO)		
EDADES PROMEDIO DE:		
ENTRADA	30,85	N / D
ACTUAL	38,47	N / D
RETIRO	65,00	N / D
SERVICIOS PROMEDIO:		
PASADOS	7,61	N / A
FUTUROS	26,53	N / A
TOTALES	34,15	N / A
PAGO PROMEDIO DE PENSIONES:		
PENSIONES PAGADAS	N / A	0
PENSIONES RESTANTES	N / A	0
PENSIONES TOTALES	N / A	0

N / A : NO APLICA.
N / D : NO DEFINIDO

IV.4 Valuación del pasivo

IV.4.1) Descripción de las hipótesis actuariales

Las hipótesis a utilizar en las valuaciones actuariales del plan corresponden a tres tipos: demográficas, financieras y económicas. Dichas hipótesis se describen a continuación:

A) Hipótesis demográficas

Estas hipótesis son las que se refieren a las contingencias que afectan la vida del ser humano y estiman la permanencia de las personas en el empleo. El modelo de medición de la permanencia en el empleo consiste en un modelo de decremento múltiple, basado en las siguientes causas de salida: mortalidad, invalidez, despido, separación y retiro del empleo. Más aún, el evento que supedita el pago de los beneficios del plan consiste en la muerte del participante sin haber dejado de prestar sus servicios en la empresa. Las hipótesis demográficas seleccionadas para la Empresa B son las que se indican a continuación.

1. Mortalidad

Para estimar el comportamiento de la mortalidad de los participantes del plan de acuerdo a su edad, se utilizará la tabla de mortalidad denominada **UP-84**, de la cual se muestran a continuación algunos ejemplos:

Edad	Tasa
20	.001340
30	.001940
40	.003380
50	.006800
60	.013760

2. Invalidez

Para estimar el comportamiento de la invalidez de los participantes del plan de acuerdo a su edad, se utilizará la tabla de invalidez denominada **HUNTER DISABILITY**, de la cual se muestran a continuación algunos ejemplos:

Edad	Tasa
20	.001000
30	.001010
40	.001260
50	.004240
60	.018650

3. Rotación (despido y separación del empleo)

Para estimar el comportamiento de la rotación por despido y separación del empleo de los participantes del plan de acuerdo a su edad, se utilizará una tabla de rotación denominada **ROT-BANC**, de la cual se muestran a continuación algunos ejemplos. Los valores de dicha tabla serán distribuidos en 10% por concepto de despido y 90% para separación.

Edad	Rotación	Despido (10%)	Separación (90%)
20	.174000	.017400	.156600
30	.111000	.011100	.099900
40	.066000	.006600	.059400
50	.039000	.003900	.035100

4. Retiro

Para estimar el comportamiento del retiro del empleo de los participantes del plan de acuerdo a su edad, se utilizará la tabla de retiro denominada **RET-ANT**, la cual se muestra a continuación.

Edad	Tasa
60	.086600
61	.100000
62	.116000
63	.150000
64	.183300
65	.962140

A su vez, la edad límite de retiro considerada para efectos del plan será de 65 años.

Las hipótesis demográficas se muestran en el Anexo III.

B) Hipótesis financieras

La hipótesis financiera o tasa de descuento es utilizada para descontar los pagos que se tengan que realizar en un futuro al darse el fallecimiento de los participantes, bajo supuesto de la creación de un fondo para financiar el plan. Para el caso de la Empresa B, la hipótesis financiera que se utilizará es la siguiente:

1. Tasa de descuento

La tasa de descuento será del 4.00% anual.

C) Hipótesis económicas

Esta hipótesis es la que delinea el comportamiento futuro de los salarios. Para el caso de la Empresa B, la hipótesis económica que se utilizó es la siguiente:

1. Tasa de crecimiento salarial

La tasa de crecimiento salarial será del 1.00% anual.

IV.4.2) Descripción del método de financiamiento

El método de financiamiento no es más que el procedimiento mediante el cual se determina el monto de las contribuciones que se deberán realizar a un fondo, con el objetivo de acumular los recursos suficientes para cubrir los beneficios establecidos en el plan de pensiones por fallecimiento. Dicho método consiste en lo siguiente: se determina el valor presente de los beneficios (monto total del pasivo por concepto del plan); a este valor se le resta el valor del fondo de pensiones y a dicho resultado se le divide entre el valor presente de los salarios futuros. El cociente que se obtiene de esta operación se aplica a la nómina anual de los participantes del plan y el resultado así obtenido indicará el monto de dinero requerido para el financiamiento del mismo, correspondiente al año que comienza a partir de la fecha de valuación.

IV.4.3) Resultados de la valuación actuarial

De acuerdo con la naturaleza y características específicas del plan de pensiones, así como con las hipótesis utilizadas y la información del personal participante y pensionado, los resultados obtenidos de la valuación actuarial practicada al 31 de diciembre de 2004 se muestran en la siguiente página. Los resultados individuales pueden encontrarse en el Anexo IV.

CAPÍTULO IV: APLICACIÓN PRÁCTICA

EMPRESA B
RESULTADOS DE LA VALUACIÓN ACTUARIAL
AL 31 DE DICIEMBRE DE 2004

I. VALORES ESPERADOS	
A. SINIESTROS (DECESOS)	0,37
B. PAGO DE BENEFICIOS	\$31.117
C. VIDA LABORAL (PROMEDIO)	11,01
D. EDAD DE SALIDA (PROMEDIO)	49,46
II. FINANCIAMIENTO	
E.1 VALOR PRESENTE DE LOS BENEFICIOS PARA PARTICIPANTES	\$4.644.721
E.2 VALOR PRESENTE DE LOS BENEFICIOS PARA PENSIONADOS	\$0
E. VALOR PRESENTE DE LOS BENEFICIOS TOTALES	\$4.644.721
F. FONDO DE PENSIONES	\$0
G. VALOR PRESENTE DE LAS CONTRIBUCIONES FUTURAS (E - F)	\$4.644.721
H. VALOR PRESENTE DE LOS SALARIOS FUTUROS	\$287.619.446
I. CONTRIBUCIÓN NORMAL COMO % DE J (G / H)	1,61%
J. NÓMINA ANUAL PARTICIPANTES	\$30.011.803
K. CONTRIBUCIÓN ANUAL TOTAL	\$484.656

CONCLUSIONES

En virtud de los objetivos perseguidos en el presente trabajo, se puede decir que:

- 1) El plan de pensiones propuesto constituye una forma de beneficiar a los empleados en el sentido de que protege a sus núcleos sociales del impacto económico que puede significar el fallecimiento de los primeros.
- 2) La estructura del plan, y en particular la fórmula del beneficio, garantiza la independencia de éste con respecto a los posibles beneficios a que tengan derecho los beneficiarios, provenientes de las instituciones de Seguridad Social.
- 3) El plan posee la flexibilidad suficiente para ser diseñado de tal forma que los beneficiarios accedan a las pensiones por fallecimiento sin necesidad de cubrir los mismos requisitos que para efecto similar se han establecido en los regímenes de las instituciones de Seguridad Social. A su vez, y tomando como referente la aplicación práctica expuesta en el capítulo IV, la estructura del plan permite con relativa facilidad “traducir a pensión” el beneficio de un plan de seguro de vida.
- 4) La estructura del plan puede servir de base para ampliarlo o modificarlo con el objeto de idear soluciones que, en el contexto de los planes de beneficios, fortalezcan más y mejor el espíritu de protección de los núcleos sociales de los trabajadores. Desde el punto de vista actuarial, un modelo más general para cuantificar el pasivo del plan de pensiones por fallecimiento puede expresarse con la fórmula siguiente:

$$VPB_t = \int_0^k \left[B(w+s) \cdot a_{w+s:\overline{n}|i}^{(m)} \right] v_i^s dF_{T_v}(s)$$

Donde u es un grupo de personas al momento t , v y w son subconjuntos de u y las expresiones $v + s$ y $w + s$ denotan que las edades de las personas de cada grupo se incrementan en s años cada una, independientemente del status de grupo que se trate (vida conjunta, último superviviente, etc.). A su vez, F_{T_u} es la función de distribución del momento en que el grupo v destruye, es decir:

$$F_{T_v}(s) = \int_0^s {}_sP_u \cdot \mu_{v+s} ds$$

Por otro lado, desde el punto de vista de un plan de beneficios se puede decir que:

- 5) Mediante un plan diseñado apropiadamente para satisfacer las necesidades reales de los empleados y una estrategia administrativa orientada a procurar el buen funcionamiento del mismo, la entidad donde éste sea implementado adquiere un *valor agregado* como empleador, factor que puede explotarse con un proceso de reclutamiento enriquecido de candidatos con mayor potencial laboral.
- 6) Los fondos con fines de *previsión social*, en el contexto de la regulación fiscal actual, son considerados como elementos de ahorro interno y activadores de la economía nacional. De ahí que, cuando el patrocinador del plan invierte el fondo del mismo con apego a la Ley del Impuesto sobre la Renta, las aportaciones a este y sus intereses son deducibles de impuestos, y al mismo tiempo, dichos recursos se canalizan al financiamiento tanto del sector público como del privado.
- 7) En general, la estructura de un plan de beneficios requiere de un reglamento que complemente el diseño del mismo, con el objeto de:
 - 7.1) Regular el funcionamiento práctico del plan y dotarlo de las consideraciones especiales o procedimientos específicos que éste requiera para alcanzar los objetivos y expectativas en torno al mismo, y
 - 7.2) Garantizar la congruencia entre el plan y las disposiciones legales que apliquen en la materia, como lo es la legislación laboral.

La elaboración y manejo práctico del reglamento del plan forma parte de su proceso de administración, aspecto que rebasa los objetivos del presente trabajo. Sin embargo, se deja abierta la posibilidad de que en futuros trabajos sea abordado este elemento como parte de un planteamiento más profundo para planes de esta naturaleza.

- 8) El manejo de controles y registros que implica la implementación de un plan de beneficios incluye registros contables relacionados al pasivo y flujos de efectivo inmersos en el funcionamiento del plan. En este sentido, la normatividad contable aplicable en México a los planes de este tipo se denomina Boletín D-3 de Principios de Contabilidad Generalmente Aceptados sobre Obligaciones Laborales, emitido por el Instituto Mexicano de Contadores Públicos. Dicha normatividad establece que la entidad deberá calcular y reconocer determinados conceptos de manera periódica (generalmente anual). El plan de pensiones propuesto en el presente trabajo entra en el ámbito de dicha norma, por lo que es necesaria la adaptación de las fórmulas expuestas en el capítulo III a los conceptos que el boletín requiere, mismo que se fundamenta en el método de costeo denominado crédito unitario. Sin embargo, dichas adaptaciones se dejan para posteriores trabajos. Los conceptos que incluye el boletín son los siguientes:

- a) Obligación por beneficios actuales
- b) Obligación por beneficios proyectados
- c) Activos
- d) Obligación o activo de transición
- e) Costo por servicios anteriores o modificaciones al plan
- f) Pérdidas o ganancias actuariales
- g) Pasivo o activo neto proyectado
- h) Costo laboral
- i) Costo financiero
- j) Rendimiento de activos
- k) Amortización de la Obligación o activo de transición
- l) Amortización del Costo por servicios anteriores o modificaciones al plan
- m) Amortización de Pérdidas o ganancias actuariales
- n) Costo neto
- o) Contribución
- p) Pago esperado de beneficios
- q) Vida laboral promedio remanente
- r) Pasivo adicional
- s) Activo intangible
- t) Reducción a capital

ANEXO I

DEMOSTRACIÓN DE LEMAS UTILIZADOS
EN EL CAPÍTULO III

Para la demostración del **lema 1, parte (1)**, puesto que se definió

$E_x^{(\tau)}(i, j) = {}_j v_i p_x^{(\tau)}$, ello implica que:

$${}_j v_i = \frac{E_x^{(\tau)}(i, j)}{p_x^{(\tau)}}$$

O lo que es lo mismo:

$${}_j v_i^{-1} = \frac{p_x^{(\tau)}}{E_x^{(\tau)}(i, j)}$$

Al expresar a la función $p_x^{(\tau)}$ como $1 - q_x^{(\tau)}$ en el lado derecho de la de la ecuación anterior, se obtiene lo que se quería demostrar. Para demostrar la **parte (2)**, y de acuerdo a la teoría de decremento múltiple, se define lo siguiente:

$$\begin{aligned} \overline{C}_x^{(M)}(i, j) &= \int_0^1 {}_j v_i^{x+s} l_{x+s}^{(\tau)} \mu_{x+s}^{(M)} ds \quad y \\ \overline{M}_x^{(M)}(i, j) &= \int_0^{\infty} {}_j v_i^{x+s} l_{x+s}^{(\tau)} \mu_{x+s}^{(M)} ds \end{aligned}$$

De ahí que:

$$\overline{A}_{x:\overline{R-x_i}^j}^{(M)} = \frac{\overline{M}_x^{(M)}(i, j) - \overline{M}_R^{(M)}(i, j)}{D_x^{(\tau)}(i, j)}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\overline{M}_x^{(M)}(i, j) - \overline{M}_R^{(M)}(i, j)}{\overline{A}_{x:R-x_i}^{(M)} - \overline{A}_{x:1_i}^{(M)}} = \frac{\overline{M}_x^{(M)}(i, j) - \overline{M}_{x+1}^{(M)}(i, j)}{D_x^{(\tau)}(i, j)} \\
 & E_x^{(\tau)}(i, j) = \frac{D_{x+1}^{(\tau)}(i, j)}{D_x^{(\tau)}(i, j)} \\
 & = \frac{\overline{M}_{x+1}^{(M)}(i, j) - \overline{M}_R^{(M)}(i, j)}{D_x^{(\tau)}(i, j)} = \frac{\overline{M}_{x+1}^{(M)}(i, j) - \overline{M}_R^{(M)}(i, j)}{D_{x+1}^{(\tau)}(i, j)} = \overline{A}_{x+1:R-(x+1)_i}^{(M)} \\
 & \quad \quad \quad \frac{D_x^{(\tau)}(i, j)}{D_{x+1}^{(\tau)}(i, j)} \quad \quad \quad \frac{D_{x+1}^{(\tau)}(i, j)}{D_{x+1}^{(\tau)}(i, j)}
 \end{aligned}$$

Lo cual demuestra la parte (2). Para la **parte (3)** se procede de manera similar a la parte (2) definiendo lo siguiente:

$$N_x^{(\tau)}(i, j) = \sum_{s=0}^{\infty} D_{x+s}^{(\tau)}(i, j)$$

Por lo tanto:

$$a_{x:R-x_i}^{(\tau)} = \sum_{s=0}^{R-x-1} v_i^s p_x^{(\tau)} = \frac{N_x^{(\tau)}(i, j) - N_R^{(\tau)}(i, j)}{D_x^{(\tau)}(i, j)}$$

Se tiene entonces que:

$$\begin{aligned}
 & \frac{a_{x:R-x_i}^{(\tau)} - a_{x:1_i}^{(\tau)}}{E_x^{(\tau)}(i, j)} = \frac{\frac{N_x^{(\tau)}(i, j) - N_R^{(\tau)}(i, j)}{D_x^{(\tau)}(i, j)} - \frac{N_x^{(\tau)}(i, j) - N_{x+1}^{(\tau)}(i, j)}{D_x^{(\tau)}(i, j)}}{D_{x+1}^{(\tau)}(i, j)} \\
 & \quad \quad \quad \frac{D_{x+1}^{(\tau)}(i, j)}{D_x^{(\tau)}(i, j)}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{\overset{(\tau)}{N_{x+1}(i, j)} - \overset{(\tau)}{N_R(i, j)}}{\overset{(\tau)}{D_x(i, j)}} \frac{\overset{(\tau)}{D_x(i, j)}}{\overset{(\tau)}{D_{x+1}(i, j)}} = \frac{\overset{(\tau)}{N_{x+1}(i, j)} - \overset{(\tau)}{N_R(i, j)}}{\overset{(\tau)}{D_{x+1}(i, j)}} = \overset{\dots}{\overset{(\tau)}{a}}_{x+1:R-(x+1)_i}^j$$

Lo cual demuestra la parte (3). Así mismo para el valor presente de la anualidad cierta (**lema 3**) se tiene que, cuando $g \neq i$:

$$\begin{aligned} \overset{\dots}{\overset{(12)}{(v_g a)}}_{\frac{12n-l(t+1)}{12}_i} &= \overset{\dots}{\overset{(12)}{(v_g a)}}_{n-1-\frac{l(t)}{12}_i} = \frac{\overset{\dots}{\overset{(12)}{(v_g a)}}_{n_i} - \overset{\dots}{\overset{(12)}{(v_g a)}}_{1_i}}{g v_i} \\ &= \frac{\frac{1 - g v_i^n}{1 - g v_i^{\frac{1}{12}}} - \frac{1 - g v_i}{1 - g v_i^{\frac{1}{12}}}}{g v_i} = \frac{g v_i \left[\frac{1 - g v_i^{n-1}}{1 - g v_i^{\frac{1}{12}}} \right]}{g v_i} \\ &= \left[\frac{1 - g v_i^{n-1}}{1 - g v_i^{\frac{1}{12}}} \right] = \overset{\dots}{\overset{(12)}{(v_g a)}}_{n-1_i} \end{aligned}$$

O sea que:

$$\frac{\overset{\dots}{\overset{(12)}{(v_g a)}}_{n_i} - \overset{\dots}{\overset{(12)}{(v_g a)}}_{1_i}}{g v_i} = \overset{\dots}{\overset{(12)}{(v_g a)}}_{n-1_i}$$

Para el caso en que $g=i$ resulta evidente la propiedad anterior. Por último se explicará el argumento del **lema 4**:

$$\begin{aligned} \frac{A}{C} + \frac{1}{C+D} \left[B - \frac{A}{C} D \right] &= \frac{A}{C} + \frac{1}{C+D} \left[\frac{BC-AD}{C} \right] = \frac{1}{C} \left[A + \left[\frac{BC-AD}{C+D} \right] \right] \\ &= \frac{1}{C} \left[\frac{AC+AD+BC-AD}{C+D} \right] = \frac{1}{C} \left[\frac{AC+BC}{C+D} \right] = \frac{A+B}{C+D} \end{aligned}$$

Lo cual demuestra la propiedad mencionada en el lema 4.

ANEXO II

**LISTA DE EMPLEADOS PARA LA
APLICACIÓN PRÁCTICA**

EMPRESA B
RELACIÓN DE EMPLEADOS PARTICIPANTES Y PENSIONADOS
AL 31-XII-2004

#	NOMBRE	SITUACIÓN	SEXO	NACIMIENTO	INGRESO	DECESO DEL PARTICIPANTE	INICIO DEL PAGO DE BENEFICIOS	SALARIO MENSUAL / PENSIÓN MENSUAL
1	Empleado 1	P	M	12/08/1950	07/09/1982	-	-	\$14.100,00
2	Empleado 2	P	M	22/08/1971	14/01/1992	-	-	\$20.545,01
3	Empleado 3	P	F	08/08/1954	21/04/1977	-	-	\$21.200,00
4	Empleado 4	P	F	30/10/1957	17/09/1981	-	-	\$7.000,00
5	Empleado 5	P	F	05/10/1951	18/12/1979	-	-	\$16.302,40
6	Empleado 6	P	M	25/10/1961	23/12/1985	-	-	\$10.595,52
7	Empleado 7	P	M	27/02/1963	26/01/1987	-	-	\$52.174,36
8	Empleado 8	P	F	05/07/1961	01/06/1982	-	-	\$46.855,00
9	Empleado 9	P	F	23/03/1959	22/07/1986	-	-	\$42.063,00
10	Empleado 10	P	M	16/08/1970	02/09/2002	-	-	\$9.473,22
11	Empleado 11	P	F	22/09/1959	29/07/1992	-	-	\$27.450,08
12	Empleado 12	P	F	10/02/1965	24/08/1992	-	-	\$15.995,00
13	Empleado 13	P	M	30/12/1954	01/09/1992	-	-	\$35.631,49
14	Empleado 14	P	M	14/01/1969	06/10/1992	-	-	\$68.656,25
15	Empleado 15	P	M	25/06/1966	19/04/1993	-	-	\$21.805,30
16	Empleado 16	P	M	29/09/1964	10/08/1993	-	-	\$32.500,00
17	Empleado 17	P	F	09/01/1965	16/08/1993	-	-	\$18.837,95
18	Empleado 18	P	M	01/01/1967	02/08/1993	-	-	\$14.100,00
19	Empleado 19	P	M	19/07/1963	31/08/1993	-	-	\$14.100,00
20	Empleado 20	P	M	17/11/1960	01/10/1993	-	-	\$15.598,46
21	Empleado 21	P	M	14/02/1966	08/10/1993	-	-	\$32.500,00
22	Empleado 22	P	M	19/09/1965	08/04/1994	-	-	\$14.100,00
23	Empleado 23	P	M	18/04/1972	19/09/1994	-	-	\$14.100,00
24	Empleado 24	P	M	10/02/1954	02/01/1995	-	-	\$20.000,00
25	Empleado 25	P	F	01/04/1973	30/09/2002	-	-	\$21.200,00

ANEXOS

EMPRESA B
RELACIÓN DE EMPLEADOS PARTICIPANTES Y PENSIONADOS
AL 31-XII-2004

#	NOMBRE	SITUACIÓN	SEXO	NACIMIENTO	INGRESO	DECESO DEL PARTICIPANTE	INICIO DEL PAGO DE BENEFICIOS	SALARIO MENSUAL / PENSIÓN MENSUAL
26	Empleado 26	P	M	18/12/1960	17/04/1995	-	-	\$16.200,00
27	Empleado 27	P	M	10/11/1972	23/10/1995	-	-	\$58.174,79
28	Empleado 28	P	F	24/03/1967	01/10/1996	-	-	\$21.320,77
29	Empleado 29	P	M	05/08/1961	14/10/1996	-	-	\$32.500,00
30	Empleado 30	P	M	10/09/1963	18/11/1996	-	-	\$11.000,00
31	Empleado 31	P	M	27/06/1972	17/02/1997	-	-	\$23.540,00
32	Empleado 32	P	M	04/09/1964	12/08/1997	-	-	\$10.990,00
33	Empleado 33	P	F	03/04/1974	21/01/1998	-	-	\$14.785,37
34	Empleado 34	P	M	09/03/1972	23/02/1998	-	-	\$14.235,00
35	Empleado 35	P	M	20/11/1967	16/08/1999	-	-	\$13.133,12
36	Empleado 36	P	M	11/11/1971	16/01/1999	-	-	\$24.150,00
37	Empleado 37	P	F	23/05/1971	01/07/1999	-	-	\$6.656,40
38	Empleado 38	P	F	18/02/1968	13/09/1999	-	-	\$29.252,16
39	Empleado 39	P	M	09/12/1963	15/11/1999	-	-	\$10.096,32
40	Empleado 40	P	F	25/10/1970	01/01/2000	-	-	\$15.507,80
41	Empleado 41	P	M	17/04/1967	01/02/2000	-	-	\$11.000,00
42	Empleado 42	P	F	11/09/1965	12/04/2000	-	-	\$38.612,00
43	Empleado 43	P	M	12/07/1977	01/10/2000	-	-	\$11.000,00
44	Empleado 44	P	M	06/05/1963	01/10/2000	-	-	\$14.100,00
45	Empleado 45	P	M	07/04/1973	09/02/2001	-	-	\$10.388,00
46	Empleado 46	P	F	22/09/1964	01/02/2001	-	-	\$6.890,00
47	Empleado 47	P	F	02/01/1968	15/06/2001	-	-	\$6.890,00
48	Empleado 48	P	F	28/10/1976	01/07/2001	-	-	\$16.000,00
49	Empleado 49	P	F	10/06/1972	01/07/2001	-	-	\$8.800,00
50	Empleado 50	P	F	18/03/1963	01/07/2001	-	-	\$47.700,00

ANEXOS

EMPRESA B
RELACIÓN DE EMPLEADOS PARTICIPANTES Y PENSIONADOS
AL 31-XII-2004

#	NOMBRE	SITUACIÓN	SEXO	NACIMIENTO	INGRESO	DECESO DEL PARTICIPANTE	INICIO DEL PAGO DE BENEFICIOS	SALARIO MENSUAL / PENSIÓN MENSUAL
51	Empleado 51	P	M	28/06/1962	01/08/2001	-	-	\$11.000,00
52	Empleado 52	P	M	25/09/1975	01/08/2001	-	-	\$11.000,00
53	Empleado 53	P	F	30/04/1974	01/09/2001	-	-	\$8.400,00
54	Empleado 54	P	M	14/04/1970	01/09/2001	-	-	\$11.000,00
55	Empleado 55	P	F	30/05/1973	18/09/2001	-	-	\$11.878,36
56	Empleado 56	P	M	29/08/1964	25/10/2001	-	-	\$11.000,00
57	Empleado 57	P	F	05/03/1979	15/01/2002	-	-	\$8.000,00
58	Empleado 58	P	M	06/10/1966	29/04/2002	-	-	\$12.960,00
59	Empleado 59	P	M	15/04/1972	03/06/2002	-	-	\$50.000,00
60	Empleado 60	P	F	12/04/1962	03/06/2002	-	-	\$16.960,00
61	Empleado 61	P	M	21/01/1970	10/06/2002	-	-	\$11.000,00
62	Empleado 62	P	M	07/09/1972	23/08/2002	-	-	\$6.890,00
63	Empleado 63	P	F	04/06/1976	05/09/2002	-	-	\$12.100,00
64	Empleado 64	P	M	17/09/1969	06/09/2002	-	-	\$14.840,00
65	Empleado 65	P	M	26/07/1969	01/10/2002	-	-	\$15.900,00
66	Empleado 66	P	F	07/03/1976	05/11/2002	-	-	\$6.500,00
67	Empleado 67	P	M	08/12/1966	14/11/2002	-	-	\$8.931,52
68	Empleado 68	P	F	14/01/1978	04/12/2002	-	-	\$8.400,00
69	Empleado 69	P	M	24/12/1982	30/06/2003	-	-	\$3.710,00
70	Empleado 70	P	F	20/05/1982	30/06/2003	-	-	\$18.020,00
71	Empleado 71	P	M	29/03/1974	30/06/2003	-	-	\$7.280,00
72	Empleado 72	P	M	07/11/1969	30/06/2003	-	-	\$5.000,00
73	Empleado 73	P	M	23/07/1981	30/06/2003	-	-	\$7.280,00
74	Empleado 74	P	M	29/07/1947	30/06/2003	-	-	\$12.000,00
75	Empleado 75	P	M	08/03/1950	30/06/2003	-	-	\$23.698,00

ANEXOS

EMPRESA B
RELACIÓN DE EMPLEADOS PARTICIPANTES Y PENSIONADOS
AL 31-XII-2004

#	NOMBRE	SITUACIÓN	SEXO	NACIMIENTO	INGRESO	DECESO DEL PARTICIPANTE	INICIO DEL PAGO DE BENEFICIOS	SALARIO MENSUAL / PENSIÓN MENSUAL
76	Empleado 76	P	F	06/10/1954	30/06/2003	-	-	\$12.000,00
77	Empleado 77	P	M	03/10/1965	30/06/2003	-	-	\$27.196,00
78	Empleado 78	P	F	27/03/1972	30/06/2003	-	-	\$16.890,00
79	Empleado 79	P	M	13/11/1964	30/06/2003	-	-	\$22.000,00
80	Empleado 80	P	F	06/01/1979	30/06/2003	-	-	\$12.000,00
81	Empleado 81	P	F	01/02/1976	30/06/2003	-	-	\$8.500,00
82	Empleado 82	P	M	08/01/1971	30/06/2003	-	-	\$18.000,00
83	Empleado 83	P	M	31/03/1969	30/06/2003	-	-	\$8.500,00
84	Empleado 84	P	M	27/02/1975	30/06/2003	-	-	\$23.000,00
85	Empleado 85	P	M	27/02/1958	18/09/1980	-	-	\$16.200,00
86	Empleado 86	P	M	10/07/1944	01/06/1987	-	-	\$32.500,00
87	Empleado 87	P	M	13/11/1957	01/08/1985	-	-	\$14.100,00
88	Empleado 88	P	M	12/07/1956	01/02/1988	-	-	\$24.550,66
89	Empleado 89	P	M	27/02/1957	01/02/1988	-	-	\$25.580,98
90	Empleado 90	P	M	12/03/1964	01/04/1989	-	-	\$58.685,00
91	Empleado 91	P	M	20/04/1952	26/04/1990	-	-	\$14.100,00
92	Empleado 92	P	M	02/01/1948	29/07/1991	-	-	\$30.000,00
93	Empleado 93	P	M	12/11/1966	22/06/1992	-	-	\$44.152,28
94	Empleado 94	P	M	18/05/1964	28/09/1992	-	-	\$70.000,00
95	Empleado 95	P	M	01/10/1968	30/06/2003	-	-	\$130.000,00
96	Empleado 96	P	M	21/05/1963	30/06/2003	-	-	\$121.602,00
97	Empleado 97	P	F	11/01/1966	02/01/1997	-	-	\$54.300,00
98	Empleado 98	P	M	25/08/1971	30/06/2003	-	-	\$51.625,00
99	Empleado 99	P	F	28/02/1961	01/06/1998	-	-	\$195.735,68
100	Empleado 100	P	M	03/07/1967	02/06/1998	-	-	\$76.213,34

ANEXO III

**TABLA DE SERVICIOS
Y VALORES ACTUARIALES**

EDAD LÍMITE DE RETIRO R : 65		TABLA DE SERVICIOS							
EDAD	PERSONAS EMPLEADAS	CAUSAS DE SALIDA						SALIDA DEL EMPLEO	PERMANENCIA EN EL EMPLEO
	$l_x^{(r)}$	$q_x^{(M)}$	$q_x^{(J)}$	$q_x^{(D)}$	$q_x^{(S)}$	$q_x^{(R)}$	$q_x^{(r)}$	$p_x^{(r)}$	
15	1000000	0.001190	0.001000	0.020400	0.183600	0.000000	0.206190	0.793810	
16	793810	0.001210	0.001000	0.019800	0.178200	0.000000	0.200210	0.799790	
17	634881	0.001240	0.001000	0.019200	0.172800	0.000000	0.194240	0.805760	
18	511562	0.001270	0.001000	0.018600	0.167400	0.000000	0.188270	0.811730	
19	415250	0.001300	0.001000	0.018000	0.162000	0.000000	0.182300	0.817700	
20	339550	0.001340	0.001000	0.017400	0.156600	0.000000	0.176340	0.823660	
21	279674	0.001380	0.001000	0.016500	0.148500	0.000000	0.167380	0.832620	
22	232862	0.001420	0.001000	0.015900	0.143100	0.000000	0.161420	0.838580	
23	195273	0.001470	0.001000	0.015300	0.137700	0.000000	0.155470	0.844530	
24	164914	0.001520	0.001000	0.014700	0.132300	0.000000	0.149520	0.850480	
25	140256	0.001570	0.001000	0.014100	0.126900	0.000000	0.143570	0.856430	
26	120120	0.001640	0.001000	0.013500	0.121500	0.000000	0.137640	0.862360	
27	103586	0.001700	0.001000	0.012900	0.116100	0.000000	0.131700	0.868300	
28	89944	0.001770	0.001000	0.012300	0.110700	0.000000	0.125770	0.874230	
29	78632	0.001850	0.001000	0.011700	0.105300	0.000000	0.119850	0.880150	
30	69208	0.001940	0.001010	0.011100	0.099900	0.000000	0.113950	0.886050	
31	61322	0.002030	0.001020	0.010500	0.094500	0.000000	0.108050	0.891950	
32	54696	0.002140	0.001030	0.009900	0.089100	0.000000	0.102170	0.897830	
33	49108	0.002250	0.001050	0.009600	0.086400	0.000000	0.099300	0.900700	
34	44231	0.002370	0.001070	0.009000	0.081000	0.000000	0.093440	0.906560	
35	40098	0.002500	0.001090	0.008400	0.075600	0.000000	0.087590	0.912410	
36	36586	0.002650	0.001110	0.008100	0.072900	0.000000	0.084760	0.915240	
37	33485	0.002810	0.001140	0.007500	0.067500	0.000000	0.078950	0.921050	
38	30841	0.002980	0.001170	0.007200	0.064800	0.000000	0.076150	0.923850	
39	28493	0.003170	0.001210	0.006900	0.062100	0.000000	0.073380	0.926620	
40	26402	0.003380	0.001260	0.006600	0.059400	0.000000	0.070640	0.929360	
41	24537	0.003600	0.001320	0.006300	0.056700	0.000000	0.067920	0.932080	
42	22870	0.003840	0.001390	0.006300	0.056700	0.000000	0.068230	0.931770	
43	21310	0.004110	0.001460	0.006000	0.054000	0.000000	0.065570	0.934430	
44	19913	0.004400	0.001560	0.005700	0.051300	0.000000	0.062960	0.937040	
45	18659	0.004720	0.001810	0.005400	0.048600	0.000000	0.060530	0.939470	
46	17530	0.005070	0.002140	0.005100	0.045900	0.000000	0.058210	0.941790	
47	16509	0.005450	0.002530	0.004800	0.043200	0.000000	0.055980	0.944020	
48	15585	0.005860	0.003000	0.004500	0.040500	0.000000	0.053860	0.946140	
49	14746	0.006310	0.003570	0.004200	0.037800	0.000000	0.051880	0.948120	
50	13981	0.006800	0.004240	0.003900	0.035100	0.000000	0.050040	0.949960	
51	13281	0.007330	0.005040	0.003600	0.032400	0.000000	0.048370	0.951630	
52	12639	0.007910	0.006000	0.003300	0.029700	0.000000	0.046910	0.953090	
53	12046	0.008550	0.007140	0.003000	0.027000	0.000000	0.045690	0.954310	
54	11495	0.009240	0.008470	0.002700	0.024300	0.000000	0.044710	0.955290	
55	10981	0.010000	0.010020	0.002400	0.021600	0.000000	0.044020	0.955980	
56	10498	0.010000	0.011800	0.002100	0.018900	0.000000	0.042800	0.957200	
57	10049	0.010820	0.013830	0.001800	0.016200	0.000000	0.042650	0.957350	
58	9620	0.011720	0.016110	0.001500	0.013500	0.000000	0.042830	0.957170	
59	9208	0.012690	0.018630	0.001200	0.010800	0.000000	0.043320	0.956680	
60	8809	0.013760	0.018650	0.000000	0.000000	0.086600	0.119010	0.880990	
61	7761	0.014920	0.018650	0.000000	0.000000	0.100000	0.133570	0.866430	
62	6724	0.016190	0.018650	0.000000	0.000000	0.116000	0.150840	0.849160	
63	5710	0.017570	0.018650	0.000000	0.000000	0.150000	0.186220	0.813780	
64	4647	0.019070	0.018650	0.000000	0.000000	0.183300	0.221020	0.778980	
65	3620	0.019916	0.017944	0.000000	0.000000	0.962140	1.000000	0.000000	

EDAD NORMAL DE RETIRO R : 65	VALORES ACTUARIALES PARTICIPANTES					
EDAD	VPSF	VPB	VLE	EES	PEB	SE
	$a_{\overline{x} R-\overline{x} }^{(r)}$	$\alpha (v_p a)_{\overline{x} }^{(12)} FC(i, j) A_{\overline{x} }^{(M)}$	$e_{\overline{x} }^{(z)}$	$x + e_{\overline{x} }^{(z)}$	$E [P(\theta_x)]$	$q_x^{(z)}$
15	4.975039	0.404780	4.897509	19.897509	0.007168	0.001190
16	5.156284	0.441056	5.169624	21.169624	0.007289	0.001210
17	5.351077	0.483061	5.463727	22.463727	0.007469	0.001240
18	5.560361	0.531075	5.780836	23.780836	0.007650	0.001270
19	5.784950	0.586005	6.121625	25.121625	0.007831	0.001300
20	6.025531	0.648842	6.486394	26.486394	0.008072	0.001340
21	6.282695	0.719981	6.875087	27.875087	0.008313	0.001380
22	6.533121	0.797519	7.257173	29.257173	0.008554	0.001420
23	6.794189	0.884388	7.654121	30.654121	0.008855	0.001470
24	7.064631	0.980755	8.063173	32.063173	0.009156	0.001520
25	7.342641	1.087273	8.480731	33.480731	0.009457	0.001570
26	7.625884	1.204517	8.902422	34.902422	0.009879	0.001640
27	7.911652	1.331680	9.323325	36.323325	0.010240	0.001700
28	8.196417	1.469499	9.737446	37.737446	0.010662	0.001770
29	8.476227	1.617372	10.138312	39.138312	0.011144	0.001850
30	8.746570	1.774399	10.518845	40.518845	0.011686	0.001940
31	9.002501	1.939377	10.871616	41.871616	0.012228	0.002030
32	9.238409	2.111351	11.188594	43.188594	0.012891	0.002140
33	9.448464	2.287891	11.461817	44.461817	0.013553	0.002250
34	9.658497	2.475582	11.725455	45.725455	0.014276	0.002370
35	9.834628	2.665348	11.934009	46.934009	0.015059	0.002500
36	9.970345	2.854434	12.079656	48.079656	0.015963	0.002650
37	10.092206	3.049158	12.198348	49.198348	0.016927	0.002810
38	10.164781	3.237884	12.243959	50.243959	0.017951	0.002980
39	10.214864	3.428108	12.253189	51.253189	0.019095	0.003170
40	10.239983	3.617754	12.223532	52.223532	0.020360	0.003380
41	10.237624	3.804548	12.152634	53.152634	0.021685	0.003600
42	10.205142	3.986576	12.038187	54.038187	0.023131	0.003840
43	10.172641	4.174627	11.919698	54.919698	0.024757	0.004110
44	10.107869	4.353776	11.756117	55.756117	0.026504	0.004400
45	10.008537	4.521169	11.546014	56.546014	0.028432	0.004720
46	9.873777	4.673858	11.289923	57.289923	0.030540	0.005070
47	9.702115	4.808459	10.987729	57.987729	0.032829	0.005450
48	9.491953	4.921360	10.639297	58.639297	0.035299	0.005860
49	9.241962	5.008921	10.244950	59.244950	0.038010	0.006310
50	8.951158	5.066957	9.805541	59.805541	0.040961	0.006800
51	8.618606	5.091145	9.322057	60.322057	0.044154	0.007330
52	8.243647	5.077171	8.795884	60.795884	0.047648	0.007910
53	7.825919	5.020193	8.228807	61.228807	0.051503	0.008550
54	7.365184	4.914713	7.622782	61.622782	0.055659	0.009240
55	6.861004	4.755496	6.979548	61.979548	0.060237	0.010000
56	6.312991	4.536016	6.300935	62.300935	0.060237	0.010000
57	5.715423	4.294131	5.582673	62.582673	0.065177	0.010820
58	5.071797	3.985291	4.831382	62.831382	0.070598	0.011720
59	4.380352	3.601104	4.047569	63.047569	0.076441	0.012690
60	3.638373	3.132615	3.230849	63.230849	0.082886	0.013760
61	3.083736	2.786118	2.667294	63.667294	0.089874	0.014920
62	2.476402	2.346117	2.078488	64.078488	0.097524	0.016190
63	1.790306	1.776467	1.447698	64.447698	0.105837	0.017570
64	1.000000	1.037869	0.778980	64.778980	0.114872	0.019070
65	0.000000	0.000000	0.000000	65.000000	0.000000	0.000000

EDAD NORMAL DE RETIRO R : 65	VALORES ACTUARIALES PARTICIPANTES					
EDAD	VPSF	VPB	VLE	EES	PEB	SE
	$a_{\overline{x:R-x} }^{(\tau)}$	$a_{\overline{x:R-x} }^{(\tau)} \cdot FC(i, j) \cdot A_{\overline{x:R-x} }^{(M)}$	$e_{\overline{x:R-x} }^{(\tau)}$	$x + e_{\overline{x:R-x} }^{(\tau)}$	$E [P(\theta_x)]$	$q_x^{(\tau)}$
66	0.000000	0.000000	0.000000	66.000000	0.000000	0.000000
67	0.000000	0.000000	0.000000	67.000000	0.000000	0.000000
68	0.000000	0.000000	0.000000	68.000000	0.000000	0.000000
69	0.000000	0.000000	0.000000	69.000000	0.000000	0.000000
70	0.000000	0.000000	0.000000	70.000000	0.000000	0.000000
71	0.000000	0.000000	0.000000	71.000000	0.000000	0.000000
72	0.000000	0.000000	0.000000	72.000000	0.000000	0.000000
73	0.000000	0.000000	0.000000	73.000000	0.000000	0.000000
74	0.000000	0.000000	0.000000	74.000000	0.000000	0.000000
75	0.000000	0.000000	0.000000	75.000000	0.000000	0.000000
76	0.000000	0.000000	0.000000	76.000000	0.000000	0.000000
77	0.000000	0.000000	0.000000	77.000000	0.000000	0.000000
78	0.000000	0.000000	0.000000	78.000000	0.000000	0.000000
79	0.000000	0.000000	0.000000	79.000000	0.000000	0.000000
80	0.000000	0.000000	0.000000	80.000000	0.000000	0.000000
81	0.000000	0.000000	0.000000	81.000000	0.000000	0.000000
82	0.000000	0.000000	0.000000	82.000000	0.000000	0.000000
83	0.000000	0.000000	0.000000	83.000000	0.000000	0.000000
84	0.000000	0.000000	0.000000	84.000000	0.000000	0.000000
85	0.000000	0.000000	0.000000	85.000000	0.000000	0.000000
86	0.000000	0.000000	0.000000	86.000000	0.000000	0.000000
87	0.000000	0.000000	0.000000	87.000000	0.000000	0.000000
88	0.000000	0.000000	0.000000	88.000000	0.000000	0.000000
89	0.000000	0.000000	0.000000	89.000000	0.000000	0.000000
90	0.000000	0.000000	0.000000	90.000000	0.000000	0.000000
91	0.000000	0.000000	0.000000	91.000000	0.000000	0.000000
92	0.000000	0.000000	0.000000	92.000000	0.000000	0.000000
93	0.000000	0.000000	0.000000	93.000000	0.000000	0.000000
94	0.000000	0.000000	0.000000	94.000000	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	95.000000	0.000000	0.000000
96	0.000000	0.000000	0.000000	96.000000	0.000000	0.000000
97	0.000000	0.000000	0.000000	97.000000	0.000000	0.000000
98	0.000000	0.000000	0.000000	98.000000	0.000000	0.000000
99	0.000000	0.000000	0.000000	99.000000	0.000000	0.000000
100	0.000000	0.000000	0.000000	100.000000	0.000000	0.000000
101	0.000000	0.000000	0.000000	101.000000	0.000000	0.000000
102	0.000000	0.000000	0.000000	102.000000	0.000000	0.000000
103	0.000000	0.000000	0.000000	103.000000	0.000000	0.000000
104	0.000000	0.000000	0.000000	104.000000	0.000000	0.000000
105	0.000000	0.000000	0.000000	105.000000	0.000000	0.000000
106	0.000000	0.000000	0.000000	106.000000	0.000000	0.000000
107	0.000000	0.000000	0.000000	107.000000	0.000000	0.000000
108	0.000000	0.000000	0.000000	108.000000	0.000000	0.000000
109	0.000000	0.000000	0.000000	109.000000	0.000000	0.000000
110						

VALORES ACTUARIALES PENSIONADOS		
NÚMERO DE PENSIONES PAGADAS	VPB(b)	PEB(b)
0	55,22	12,03
1	54,38	12,03
2	53,53	12,03
3	52,68	12,03
4	51,83	12,03
5	50,97	12,03
6	50,12	12,03
7	49,26	12,03
8	48,40	12,03
9	47,53	12,03
10	46,66	12,03
11	45,79	12,03
12	44,92	12,03
13	44,05	12,03
14	43,17	12,03
15	42,29	12,03
16	41,41	12,03
17	40,52	12,03
18	39,64	12,03
19	38,75	12,03
20	37,86	12,03
21	36,96	12,03
22	36,06	12,03
23	35,16	12,03
24	34,26	12,03
25	33,36	12,03
26	32,45	12,03
27	31,54	12,03
28	30,63	12,03
29	29,71	12,03
30	28,79	12,03
31	27,87	12,03
32	26,95	12,03
33	26,02	12,03
34	25,09	12,03
35	24,16	12,03
36	23,23	12,03
37	22,29	12,03
38	21,35	12,03
39	20,41	12,03
40	19,47	12,03
41	18,52	12,03
42	17,57	12,03
43	16,62	12,03
44	15,66	12,03
45	14,70	12,03
46	13,74	12,03
47	12,78	12,03
48	11,81	12,03
49	10,84	11,02
50	9,87	10,02
51	8,90	9,01
52	7,92	8,01
53	6,94	7,01
54	5,96	6,01
55	4,97	5,00
56	3,98	4,00
57	2,99	3,00
58	2,00	2,00
59	1,00	1,00
60	0,00	0,00

ANEXO IV

RESULTADOS INDIVIDUALES

FECHA DE VALUACIÓN : 31 - XII - 2004		EMPRESA B												
		RESULTADOS DEL CENSO							RESULTADOS DE LA VALUACIÓN ACTUARIAL					
#	NOMBRE	EDAD DE ENTRADA	EDAD ACTUAL	EDAD DE RETIRO	SERVICIOS PASADOS	SERVICIOS FUTUROS	SERVICIOS TOTALES	PENSIONES PAGADAS	VPB	VPSF	VLR	EES	PEB	SE
1	Empleado 1	32,07	54,39	65,00	22,32	10,61	32,93	-	\$37.644,90	\$1.246.189,12	7,62	61,62	\$426,33	0,009240
2	Empleado 2	20,40	33,36	65,00	12,96	31,64	44,60	-	\$25.534,69	\$2.329.425,40	11,46	44,46	\$151,27	0,002250
3	Empleado 3	22,70	50,40	65,00	27,70	14,60	42,30	-	\$58.354,18	\$2.277.174,70	9,81	59,81	\$471,73	0,006800
4	Empleado 4	23,88	47,17	65,00	23,29	17,83	41,12	-	\$18.284,91	\$814.977,67	10,99	57,99	\$124,84	0,005450
5	Empleado 5	28,20	53,24	65,00	25,04	11,76	36,80	-	\$44.459,12	\$1.530.975,07	8,23	61,23	\$456,11	0,008550
6	Empleado 6	24,16	43,18	65,00	19,02	21,82	40,84	-	\$24.028,62	\$1.293.413,10	11,92	54,92	\$142,50	0,004110
7	Empleado 7	23,91	41,84	65,00	17,93	23,16	41,09	-	\$112.991,56	\$6.389.361,04	12,04	54,04	\$655,60	0,003840
8	Empleado 8	20,91	43,49	65,00	22,58	21,51	44,09	-	\$106.258,21	\$5.719.669,35	11,92	54,92	\$630,16	0,004110
9	Empleado 9	27,33	45,78	65,00	18,44	19,22	37,67	-	\$106.798,36	\$4.983.848,39	11,29	57,29	\$697,85	0,005070
10	Empleado 10	32,05	34,38	65,00	2,33	30,62	32,95	-	\$12.739,83	\$1.097.964,81	11,73	45,73	\$73,47	0,002370
11	Empleado 11	32,85	45,28	65,00	12,42	19,72	32,15	-	\$67.419,14	\$3.296.821,81	11,55	56,55	\$423,97	0,004720
12	Empleado 12	27,53	39,89	65,00	12,35	25,11	37,47	-	\$31.434,90	\$1.965.462,38	12,22	52,22	\$176,91	0,003380
13	Empleado 13	37,67	50,00	65,00	12,33	15,00	27,33	-	\$98.077,66	\$3.827.317,33	9,81	59,81	\$792,86	0,006800
14	Empleado 14	23,73	35,96	65,00	12,24	29,04	41,27	-	\$106.460,62	\$8.214.317,94	12,08	48,08	\$595,36	0,002650
15	Empleado 15	26,82	38,52	65,00	11,70	26,48	38,18	-	\$40.607,42	\$2.672.858,19	12,25	51,25	\$226,19	0,003170
16	Empleado 16	28,86	40,25	65,00	11,39	24,75	36,14	-	\$63.872,11	\$3.993.593,45	12,22	52,22	\$359,46	0,003380
17	Empleado 17	28,60	39,98	65,00	11,38	25,02	36,40	-	\$37.022,14	\$2.314.803,50	12,22	52,22	\$208,35	0,003380
18	Empleado 18	26,58	38,00	65,00	11,41	27,00	38,42	-	\$24.801,00	\$1.719.880,99	12,24	50,24	\$137,50	0,002980
19	Empleado 19	30,12	41,45	65,00	11,33	23,55	34,88	-	\$29.141,44	\$1.732.205,96	12,15	53,15	\$166,10	0,003600
20	Empleado 20	32,87	44,12	65,00	11,25	20,88	32,13	-	\$36.892,37	\$1.892.006,30	11,76	55,76	\$224,59	0,004400
21	Empleado 21	27,65	38,88	65,00	11,23	26,12	37,35	-	\$60.523,86	\$3.983.797,11	12,25	51,25	\$337,13	0,003170
22	Empleado 22	28,55	39,28	65,00	10,73	25,72	36,45	-	\$26.258,05	\$1.728.355,05	12,25	51,25	\$146,26	0,003170
23	Empleado 23	22,42	32,70	65,00	10,28	32,30	42,58	-	\$17.524,41	\$1.598.680,08	11,46	44,46	\$103,81	0,002250
24	Empleado 24	40,89	50,89	65,00	10,00	14,11	24,11	-	\$55.313,90	\$2.068.465,56	9,32	60,32	\$479,72	0,007330
25	Empleado 25	29,50	31,75	65,00	2,25	33,25	35,50	-	\$24.315,61	\$2.350.251,26	11,19	43,19	\$148,46	0,002140

FECHA DE VALUACIÓN : 31 - XII - 2004		EMPRESA B												
		RESULTADOS DEL CENSO							RESULTADOS DE LA VALUACIÓN ACTUARIAL					
#	NOMBRE	EDAD DE ENTRADA	EDAD ACTUAL	EDAD DE RETIRO	SERVICIOS PASADOS	SERVICIOS FUTUROS	SERVICIOS TOTALES	PENSIONES PAGADAS	VPB	VPSF	VLR	EES	PEB	SE
26	Empleado 26	34,33	44,04	65,00	9,71	20,96	30,67	-	\$38.315,09	\$1.964.969,75	11,76	55,76	\$233,25	0,004400
27	Empleado 27	22,95	32,14	65,00	9,19	32,86	42,05	-	\$66.724,32	\$6.449.310,08	11,19	43,19	\$407,38	0,002140
28	Empleado 28	29,52	37,77	65,00	8,25	27,23	35,48	-	\$37.501,88	\$2.600.651,56	12,24	50,24	\$207,91	0,002980
29	Empleado 29	35,19	43,41	65,00	8,21	21,59	29,81	-	\$73.703,80	\$3.967.330,14	11,92	54,92	\$437,10	0,004110
30	Empleado 30	33,19	41,31	65,00	8,12	23,69	31,81	-	\$22.734,46	\$1.351.366,35	12,15	53,15	\$129,58	0,003600
31	Empleado 31	24,64	32,51	65,00	7,87	32,49	40,36	-	\$29.257,06	\$2.669.002,06	11,46	44,46	\$173,32	0,002250
32	Empleado 32	32,94	40,32	65,00	7,39	24,68	32,06	-	\$21.598,60	\$1.350.448,98	12,22	52,22	\$121,55	0,003380
33	Empleado 33	23,80	30,75	65,00	6,94	34,25	41,20	-	\$15.576,98	\$1.597.263,68	10,87	41,87	\$98,22	0,002030
34	Empleado 34	25,96	32,81	65,00	6,85	32,19	39,04	-	\$17.692,19	\$1.613.986,59	11,46	44,46	\$104,81	0,002250
35	Empleado 35	31,74	37,11	65,00	5,38	27,89	33,26	-	\$21.753,88	\$1.590.505,87	12,20	49,20	\$120,76	0,002810
36	Empleado 36	27,18	33,14	65,00	5,96	31,86	37,82	-	\$30.015,21	\$2.738.164,81	11,46	44,46	\$177,81	0,002250
37	Empleado 37	28,11	33,61	65,00	5,50	31,39	36,89	-	\$8.951,70	\$771.489,84	11,73	45,73	\$51,62	0,002370
38	Empleado 38	31,57	36,87	65,00	5,30	28,13	33,43	-	\$48.453,68	\$3.542.625,98	12,20	49,20	\$268,98	0,002810
39	Empleado 39	35,93	41,06	65,00	5,13	23,94	29,07	-	\$20.866,76	\$1.240.347,92	12,15	53,15	\$118,94	0,003600
40	Empleado 40	29,19	34,18	65,00	5,00	30,82	35,81	-	\$20.855,30	\$1.797.384,49	11,73	45,73	\$120,27	0,002370
41	Empleado 41	32,79	37,71	65,00	4,91	27,29	32,21	-	\$19.348,30	\$1.341.751,12	12,24	50,24	\$107,27	0,002980
42	Empleado 42	34,58	39,30	65,00	4,72	25,70	30,42	-	\$71.906,08	\$4.732.996,13	12,25	51,25	\$400,53	0,003170
43	Empleado 43	23,22	27,47	65,00	4,25	37,53	41,78	-	\$7.957,59	\$1.044.338,12	9,32	36,32	\$61,19	0,001700
44	Empleado 44	37,41	41,66	65,00	4,25	23,34	27,59	-	\$30.535,71	\$1.726.710,03	12,04	54,04	\$177,18	0,003840
45	Empleado 45	27,84	31,73	65,00	3,89	33,27	37,16	-	\$11.914,65	\$1.151.623,12	11,19	43,19	\$72,74	0,002140
46	Empleado 46	36,36	40,27	65,00	3,91	24,73	28,64	-	\$13.540,89	\$846.641,81	12,22	52,22	\$76,21	0,003380
47	Empleado 47	33,45	37,00	65,00	3,55	28,00	31,55	-	\$11.412,69	\$834.423,61	12,20	49,20	\$63,35	0,002810
48	Empleado 48	24,67	28,18	65,00	3,50	36,82	40,33	-	\$12.772,56	\$1.573.712,10	9,74	37,74	\$92,67	0,001770
49	Empleado 49	29,06	32,56	65,00	3,50	32,44	35,94	-	\$10.937,22	\$997.757,78	11,46	44,46	\$64,79	0,002250
50	Empleado 50	38,29	41,79	65,00	3,50	23,21	26,71	-	\$103.301,65	\$5.841.423,29	12,04	54,04	\$599,38	0,003840

FECHA DE VALUACIÓN : 31 - XII - 2004		EMPRESA B												
		RESULTADOS DEL CENSO							RESULTADOS DE LA VALUACIÓN ACTUARIAL					
#	NOMBRE	EDAD DE ENTRADA	EDAD ACTUAL	EDAD DE RETIRO	SERVICIOS PASADOS	SERVICIOS FUTUROS	SERVICIOS TOTALES	PENSIONES PAGADAS	VPB	VPSF	VLR	EES	PEB	SE
51	Empleado 51	39,09	42,51	65,00	3,42	22,49	25,91	-	\$24.945,90	\$1.342.788,66	11,92	54,92	\$147,94	0,004110
52	Empleado 52	25,85	29,27	65,00	3,42	35,73	39,15	-	\$9.664,77	\$1.118.862,00	10,14	39,14	\$66,59	0,001850
53	Empleado 53	27,34	30,67	65,00	3,33	34,33	37,66	-	\$8.849,74	\$907.452,09	10,87	41,87	\$55,80	0,002030
54	Empleado 54	31,38	34,72	65,00	3,33	30,28	33,62	-	\$15.927,05	\$1.298.170,86	11,93	46,93	\$89,99	0,002500
55	Empleado 55	28,30	31,59	65,00	3,29	33,41	36,70	-	\$13.624,04	\$1.316.845,78	11,19	43,19	\$83,18	0,002140
56	Empleado 56	37,16	40,34	65,00	3,18	24,66	27,84	-	\$21.618,25	\$1.351.677,78	12,22	52,22	\$121,66	0,003380
57	Empleado 57	22,87	25,83	65,00	2,96	39,17	42,13	-	\$5.234,70	\$732.084,88	8,90	34,90	\$42,93	0,001640
58	Empleado 58	35,56	38,24	65,00	2,67	26,76	29,44	-	\$22.795,81	\$1.580.826,78	12,24	50,24	\$126,38	0,002980
59	Empleado 59	30,13	32,71	65,00	2,58	32,29	34,87	-	\$62.143,29	\$5.669.078,29	11,46	44,46	\$368,13	0,002250
60	Empleado 60	40,14	42,72	65,00	2,58	22,28	24,86	-	\$38.462,05	\$2.070.335,98	11,92	54,92	\$228,10	0,004110
61	Empleado 61	32,38	34,94	65,00	2,56	30,06	32,62	-	\$15.927,05	\$1.298.170,86	11,93	46,93	\$89,99	0,002500
62	Empleado 62	29,96	32,31	65,00	2,36	32,69	35,04	-	\$7.902,57	\$763.831,66	11,19	43,19	\$48,25	0,002140
63	Empleado 63	26,25	28,57	65,00	2,32	36,43	38,75	-	\$10.631,25	\$1.230.748,20	10,14	39,14	\$73,25	0,001850
64	Empleado 64	32,97	35,29	65,00	2,32	29,71	32,03	-	\$21.487,04	\$1.751.350,51	11,93	46,93	\$121,40	0,002500
65	Empleado 65	33,18	35,43	65,00	2,25	29,57	31,82	-	\$23.021,83	\$1.876.446,97	11,93	46,93	\$130,07	0,002500
66	Empleado 66	26,66	28,82	65,00	2,15	36,18	38,34	-	\$5.711,00	\$661.145,73	10,14	39,14	\$39,35	0,001850
67	Empleado 67	35,93	38,06	65,00	2,13	26,94	29,07	-	\$15.709,97	\$1.089.443,36	12,24	50,24	\$87,10	0,002980
68	Empleado 68	24,89	26,96	65,00	2,08	38,04	40,11	-	\$6.076,70	\$797.494,57	9,32	36,32	\$46,73	0,001700
69	Empleado 69	20,51	22,02	65,00	1,51	42,98	44,49	-	\$1.607,33	\$290.854,53	7,26	29,26	\$17,24	0,001420
70	Empleado 70	21,11	22,62	65,00	1,51	42,38	43,89	-	\$8.657,38	\$1.469.175,35	7,65	30,65	\$86,68	0,001470
71	Empleado 71	29,25	30,76	65,00	1,51	34,24	35,75	-	\$7.669,77	\$786.458,48	10,87	41,87	\$48,36	0,002030
72	Empleado 72	33,64	35,15	65,00	1,51	29,85	31,36	-	\$7.239,57	\$590.077,66	11,93	46,93	\$40,90	0,002500
73	Empleado 73	21,94	23,44	65,00	1,51	41,56	43,06	-	\$3.497,54	\$593.540,32	7,65	30,65	\$35,02	0,001470
74	Empleado 74	55,92	57,43	65,00	1,51	7,57	9,08	-	\$27.992,74	\$823.020,93	5,58	62,58	\$424,88	0,010820
75	Empleado 75	53,31	54,82	65,00	1,51	10,18	11,69	-	\$61.220,43	\$1.951.104,96	6,98	61,98	\$775,47	0,010000

FECHA DE VALUACIÓN : 31 - XII - 2004		EMPRESA B												
		RESULTADOS DEL CENSO							RESULTADOS DE LA VALUACIÓN ACTUARIAL					
#	NOMBRE	EDAD DE ENTRADA	EDAD ACTUAL	EDAD DE RETIRO	SERVICIOS PASADOS	SERVICIOS FUTUROS	SERVICIOS TOTALES	PENSIONES PAGADAS	VPB	VPSF	VLR	EES	PEB	SE
76	Empleado 76	48,73	50,24	65,00	1,51	14,76	16,27	-	\$33.030,67	\$1.288.966,81	9,81	59,81	\$267,02	0,006800
77	Empleado 77	37,74	39,24	65,00	1,51	25,76	27,26	-	\$50.646,37	\$3.333.641,42	12,25	51,25	\$282,11	0,003170
78	Empleado 78	31,26	32,76	65,00	1,51	32,24	33,74	-	\$20.992,00	\$1.915.014,65	11,46	44,46	\$124,36	0,002250
79	Empleado 79	38,63	40,13	65,00	1,51	24,87	26,37	-	\$43.236,51	\$2.703.355,67	12,22	52,22	\$243,33	0,003380
80	Empleado 80	24,48	25,98	65,00	1,51	39,02	40,52	-	\$7.852,05	\$1.098.127,32	8,90	34,90	\$64,40	0,001640
81	Empleado 81	27,41	28,91	65,00	1,51	36,09	37,59	-	\$7.468,23	\$864.575,18	10,14	39,14	\$51,46	0,001850
82	Empleado 82	32,47	33,98	65,00	1,51	31,02	32,53	-	\$24.206,87	\$2.086.235,36	11,73	45,73	\$139,60	0,002370
83	Empleado 83	34,25	35,75	65,00	1,51	29,25	30,75	-	\$13.180,38	\$1.016.975,18	12,08	48,08	\$73,71	0,002650
84	Empleado 84	28,34	29,84	65,00	1,51	35,16	36,66	-	\$22.170,12	\$2.414.053,26	10,52	40,52	\$146,01	0,001940
85	Empleado 85	22,56	46,84	65,00	24,28	18,16	42,44	-	\$42.316,50	\$1.886.091,17	10,99	57,99	\$288,91	0,005450
86	Empleado 86	42,89	60,48	65,00	17,59	4,52	22,11	-	\$55.306,89	\$1.418.965,54	3,23	63,23	\$1.463,37	0,013760
87	Empleado 87	27,72	47,13	65,00	19,42	17,87	37,28	-	\$36.831,03	\$1.641.597,87	10,99	57,99	\$251,46	0,005450
88	Empleado 88	31,56	48,47	65,00	16,91	16,53	33,44	-	\$65.635,25	\$2.796.404,61	10,64	58,64	\$470,78	0,005860
89	Empleado 89	30,93	47,84	65,00	16,91	17,16	34,07	-	\$68.389,77	\$2.913.761,60	10,64	58,64	\$490,53	0,005860
90	Empleado 90	25,05	40,80	65,00	15,75	24,20	39,95	-	\$121.288,33	\$7.209.539,50	12,15	53,15	\$691,33	0,003600
91	Empleado 91	38,02	52,70	65,00	14,68	12,30	26,98	-	\$38.452,84	\$1.324.145,43	8,23	61,23	\$394,49	0,008550
92	Empleado 92	43,57	57,00	65,00	13,43	8,00	21,43	-	\$69.981,84	\$2.057.552,33	5,58	62,58	\$1.062,19	0,010820
93	Empleado 93	25,61	38,14	65,00	12,53	26,86	39,39	-	\$77.661,05	\$5.385.579,21	12,24	50,24	\$430,55	0,002980
94	Empleado 94	28,36	40,62	65,00	12,26	24,38	36,64	-	\$144.673,81	\$8.599.604,08	12,15	53,15	\$824,62	0,003600
95	Empleado 95	34,74	36,25	65,00	1,51	28,75	30,26	-	\$201.582,24	\$15.553.738,11	12,08	48,08	\$1.127,31	0,002650
96	Empleado 96	40,11	41,62	65,00	1,51	23,38	24,89	-	\$263.347,73	\$14.891.588,15	12,04	54,04	\$1.528,01	0,003840
97	Empleado 97	30,98	38,97	65,00	7,99	26,03	34,02	-	\$101.121,41	\$6.656.005,64	12,25	51,25	\$563,26	0,003170
98	Empleado 98	31,85	33,35	65,00	1,51	31,65	33,15	-	\$64.162,94	\$5.853.323,34	11,46	44,46	\$380,10	0,002250
99	Empleado 99	37,25	43,84	65,00	6,58	21,16	27,75	-	\$462.940,19	\$23.741.647,50	11,76	55,76	\$2.818,23	0,004400
100	Empleado 100	30,92	37,50	65,00	6,58	27,50	34,08	-	\$126.240,82	\$9.229.928,94	12,20	49,20	\$700,79	0,002810

GLOSARIO

Esperanza matemática: promedio ponderado de los valores de una variable aleatoria mediante su función de distribución.

Estado: es una institución humana organizada políticamente con base en un orden jurídico subyacente, cuyas funciones se encaminan al conseguir el bien común en el ámbito de una sociedad determinada asentada en un territorio específico.

Fondo: Saldo del activo tangible destinado para financiar un pasivo.

Método de financiamiento (o de amortización): mecanismo de determinación de aportaciones periódicas para financiar un pasivo.

Modelo: representación formal y estructurada de un fenómeno.

Pasivo: Monto de una obligación adquirida o deuda contraída por una entidad.

Plan de beneficios para empleados: mecanismo de beneficencia exclusiva para los empleados de una entidad, cuyo objeto es propiciar un escenario laboral con más ventajas para satisfacer las necesidades de ambas partes.

Previsión social: conjunto de acciones encaminadas a proveer de un mecanismo de ayuda a las personas en caso de que ocurra un evento desfavorable previsto. Desde el punto de vista fiscal, es el conjunto de erogaciones efectuadas por los patrones en favor de sus trabajadores, que

tengan por objeto satisfacer necesidades o contingencias presentes o futuras de estos.

Relación laboral (o de trabajo): es la prestación de un trabajo personal subordinado a una persona, mediante el pago de un salario.

Seguridad humana: percepción personal subjetiva de la ausencia de factores o eventos desfavorables.

Seguridad social: Institución social, usualmente adherida a la estructura del Estado, la cual se encarga de administrar, estructurar y canalizar los seguros sociales establecidos en beneficio de la sociedad.

Seguro social: estructura social la cual prevé un evento desfavorable para las personas y provee a estas de mecanismos para: 1) evitarlos, o 2) en caso de ocurrir el evento, para contrarrestar las consecuencias desfavorables que éste pueda generarles.

Sistema de seguridad social: conjunto de instituciones de seguridad social establecidas por un mismo Estado en beneficio de su población.

Teoría de decremento múltiple: teoría actuarial cuya premisa fundamental consiste en considerar dos o más causas medibles de extinción sobre los miembros de una población dada.

Valor presente actuarial: esperanza del valor presente financiero de un beneficio, cuyo monto o momento de realización sean aleatorios.

BIBLIOGRAFÍA

ANDERSON, ARTHUR W: *“Pension Mathematics for Actuaries”*. EUA, Library of Congress Cataloging in Publication Data, 1992.

ARÍAS GALICIA, FERNANDO: *“Administración de Recursos Humanos”*. México, Editorial Trillas, 2000. Pág. 378 a 385.

BRICEÑO RUIZ, ALBERTO: *“Derecho Mexicano de los Seguros Sociales”*. 1ª. edición, México, Editorial Harla, 1987. Pág. 5 a 19.

BUEN L., NÉSTOR DE: *“Seguridad Social”*. 2ª. edición, México, Editorial Porrúa, 1999. Pág. 3 a 27.

CONSTITUCIÓN POLÍTICA DE LOS ESTADOS UNIDOS MEXICANOS. México, 5 de febrero de 1917.

CUEVA, MARIO DE LA. *“Derecho Mexicano del Trabajo”*. 7ª. edición, México, Editorial Porrúa, año 1993. Tomo II. Pág. 49 a 67.

ENCUESTA DE BENEFICIOS PARA EMPLEADOS 2002. México, 2002. Publicación de la Asociación Mexicana de Actuarios Consultores, A.C.

ENCUESTA DE BENEFICIOS PARA EMPLEADOS 2003. México, 2003. Publicación de la Asociación Mexicana de Actuarios Consultores, A.C.

ENCUESTA DE BENEFICIOS PARA EMPLEADOS 2005. México, 2005. Publicación de la Asociación Mexicana de Actuarios Consultores, A.C.

JORDAN, CHESTER WALLACE, Jr.: *"Life Contingencies"*. EUA, Society of Actuaries, 1952.

LEY DEL IMPUESTO SOBRE LA RENTA. Diario Oficial de la Federación, México, 31 de diciembre de 2003.

LEY DEL INSTITUTO DE SEGURIDAD Y SERVICIOS SOCIALES DE LOS TRABAJADORES DEL ESTADO. Diario Oficial de la Federación, México, 1 de enero de 1984.

LEY DE LOS SISTEMAS DE AHORRO PARA EL RETIRO. Diario Oficial de la Federación, México, 23 de mayo de 1996.

LEY DEL SEGURO SOCIAL. Diario Oficial de la Federación, México, 1 de enero de 1997.

LEY FEDERAL DEL TRABAJO. Diario Oficial de la Federación. México, 1 de mayo de 1970.

LOZANO, CARLOS F.: *"Beneficios crecientes en un Plan Privado de Pensiones"*. "Tesis para obtener el título de Actuario". México. Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ciencias, 1975.

MACÍAS SANTOS, EDUARDO: *"El sistema de pensiones en México dentro del contexto internacional"*. México, Instituto de Propositiones Estratégicas, Comisión de Seguridad Social de la Coparmex. Editorial Themis. 1993.

MARTÍNEZ VARGAS, JORGE E.: *"Ley explicada del Seguro Social actualizada hasta diciembre de 1994"*. México, Martínez Vargas y Cía., S.A. de C.V., 1994.

Mc GILL, DAN M.: *"Fundamentals of Private Pensions"*. 4ª. edición, EUA, Pension Research Council, 1974.

MEMORIA 2002: HACIA UN SISTEMA INTEGRAL DE PENSIONES. México, 2003. Publicación de la Asociación Mexicana de Administradoras de Fondos para el Retiro.

REYES PONCE, AGUSTÍN: *"Administración de Recursos Humanos"*. México, Editorial Limusa, 2000. Pág. 90 a 96.

SIKULA, F. *"Administración de Recursos Humanos en Empresas"*. México, Editorial Limusa – Noriega, 2000. Pág. 324 a 329.

VERNON, STEVEN G.: *"Employee benefits: valuation, analysis and strategies"*. 1ª. edición, EUA, The Wyatt Company & Wiley Law Publications, 1993.

WINKLEVOSS, HOWARD E.: *"Pension Mathematics with numerical illustrations"*. 2ª. edición, EUA, Pension Research Council, Library of Congress Cataloging in Publication Data, 1993.

ZIMBARDO, PHILIP G. : *"Psicología de la vida"*. 4ta. reimpresión, México, Editorial Trillas, 1990.

REFERENCIAS ELECTRÓNICAS

<http://www.amis.com.mx/> Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros, 16 de noviembre de 2003, 19:30 p.m.

<http://www.ahisa.com.mx/> Aseguradora Hidalgo, S.A. 16 de noviembre de 2003, 20:00 p.m.

<http://www.consar.gob.mx/> Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro, 16 de noviembre de 2003, 19:07 p.m.

<http://www.amafore.org/> Asociación Mexicana de Administradoras de Fondos para el Retiro, A.C. 19 de noviembre de 2003, 18:34 p.m.

<http://www.amac.org.mx/> Asociación Mexicana de Actuarios Consultores, A.C. 20 de noviembre de 2003, 21:07 p.m.

<http://www.inegi.gob.mx/> Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática. 27 de julio de 2004, 14:05 p.m.