

Universidad Nacional Autónoma de México

Posgrado en Ciencias Físicas

MEDICIÓN DE MOMENTOS CUADRUPOLARES DE ESTADOS NUCLEARES EXCITADOS UTILIZANDO EL EFECTO DE REORIENTACIÓN EN EXCITACIÓN COULOMBIANA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE: MAESTRO EN CIENCIAS FÍSICAS

PRESENTA: RONALD FERNANDO GARCIA RUIZ

> DIRECTOR DE TESIS: ELIZABETH PADILLA RODAL

COMITÉ TUTORIAL: ALFREDO GALINDO URIBARRI OCTAVIO H. CASTAÑOS GARZA



 $\begin{array}{c} {\rm M\acute{e}xico~D.F.}\\ 2011 \end{array}$



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Agradezco a la Dr. Elizabeth Padilla Rodal y el Dr. Alfredo Galindo Uribarri por todas las enseñanzas recibidas. Siempre voy estar agradecido por la confianza y apoyo que me ofrecieron desde el inicio. Sus acertadas discusiones fueron la esencia de este trabajo. Agradezco todo el tiempo dedicado, la paciencia y la constancia en el trabajo. No tengo como pagar todo lo recibido.

Agradezco al Dr. Adam Hayes por su colaboración, y cordialidad durante y después de mi visita a The University of Rochester. Sus pacientes respuestas enriquecieron enormemente esta investigación. Al Dr. James Mitch Allmond de ORNL por los valiosos aportes que complementaron este trabajo.

Agradezco al Dr. Octavio Castaños, Dr. Eli Aguilera, Dr. Roelof Bijker, y Dr. Arturo Menchaca por aceptar ser revisores de este manuscrito, y por las valiosas sugerencias que aportaron a la conclusión de este esfuerzo. A todas las personas amables que encontré en el Insituto de Ciencias Nucleares de la UNAM, ustedes fueron parte importante durante estos dos años.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACyT, por la beca de Maestría 235578 y el apoyo a través del proyecto 103366. Los resultados obtenidos no hubiesen sido posible sin estos apoyos.

Agradezco a mis padres Hernan Garcia López y Praxedís Ruiz, a mis hermanas Ingrid y Jennifer, y a mi hermano Andres. En la distancia siempre han estado presentes para darme el apoyo necesario. A ellos debo todo lo que soy.

Agradezco a Dios por todo y por todos, por el pasado y el esperado porvenir.

Agradezco a la familia López Rendon y la reciente Ramirez López, por recibirme en su hogar, y hacer cálidos estos años fuera de casa. Ellos son mi familia en México.

Agradezco a Xoch por ser una luz más en mi camino. Por haberse ganado un lugar especial en mi vida. A ella debo agradecer por el tiempo juntos, por las tristezas y alegrías que quiero seguir repitiendo. No la extrañaré en muchos años.

Agradezco a todas las personas que tuve la oportunidad de conocer en este hermoso país. No enumero la lista extensa que contiene sus nombres, por el temor de omitir alguno. A mis amigos, que quizás no son el pan, pero si el vino que alegra la vida.

Agradezco a México por aceptarme en sus suelos y enseñarme mucho más que física.

Índice general

R	RESUMEN			
1.	INTRODUCCIÓN	9		
2.	EXCITACIÓN COULOMBIANA 2.1. Efecto de reorientación	13 17 17 17 19		
3.	ARREGLO EXPERIMENTAL 3.1. Laboratorio HRIBF 3.1.1. Producción de haces radioactivos 3.1.2. Haces de iones estables (SIBs) 3.2. Arreglo de detectores CLARION 3.2.1. Calibración de eficiencia 3.3. Detector de partículas cargadas BAREBALL 3.4. Detector de curva de Bragg 3.5. Sistema de adquisición de datos y selección de eventos	21 23 24 24 25 29 32 33		
4.	 CÓDIGO DE SIMULACIÓN GOSIA 4.1. Características principales	35 36 36 36 36 37 37 37		
5.	 ANÁLISIS Y RESULTADOS 5.1. Medición de grueso para los blancos ¹²C y ²⁴Mg 5.2. Métodos para obtener los elementos de matriz 5.2.1. Normalización a Rutherford 	41 41 45 45		

		5.2.2. Excitación múltiple	46
		5.2.3. Normalización al núcleo dispersado	47
	5.3.	Excitación Coulombiana de ⁷⁸ Se	48
		5.3.1. Blanco de ¹² C \ldots	50
		5.3.2. Blanco de ²⁴ Mg	54
	5.4.	Excitación Coulombiana de ⁸⁰ Se	63
		5.4.1. Blanco de ¹² C \ldots	65
		5.4.2. Blanco de ²⁴ Mg	69
	5.5.	Medición del momento cuadrupolar de 24 Mg	72
		5.5.1. Proyectil ⁷⁸ Se \ldots	73
		5.5.2. Proyectil ⁸⁰ Se \ldots	77
		5.5.3. Proyectil ⁷⁸ Ge \ldots	79
	5.6.	Excitación Coulombiana del núcleo radioactivo ⁷⁸ Ge	82
		5.6.1. Blanco de ${}^{12}C$	82
		5.6.2. Blanco de ²⁴ Mg \ldots	87
	5.7.	Contribuciones al Error Experimental	94
		5.7.1. Excitación mutua	94
		5.7.2. Incertidumbre en el núcleo referencia	94
		5.7.3. Errores correlacionados de elementos de matriz	94
		5.7.4. Incertidumbres asociadas al grueso del blanco	94
		5.7.5. Interferencia en la barrera Coulombiana	95
	5.8.	Discusión de los resultados	97
6.	Con	nclusiones 1	.03

6

Resumen

En este trabajo se presenta una serie de mediciones de la probabilidad reducida de transición B(E2) y momentos cuadrupolares eléctricos Q para los núcleos ^{78,80}Se, ²⁴Mg, y una primera medida experimental del momento cuadrupolar para el primer estado excitado 2^+_1 del núcleo radioactivo ⁷⁸Ge utilizando excitación Coulombiana y la técnica de reorientación. Los experimentos fueron realizados empleando reacciones en cinemática inversa de los núcleos ^{78,80}Se y ⁷⁸Ge sobre blancos de ¹²C y ²⁴Mg.

Los rayos- γ provenientes de la desexcitación del primer estado excitado del núcleo proyectil fueron detectados por un arreglo de detectores-gamma CLARION, compuesto por 11 detectores HPGe segmentados a la mitad, en coincidencia con el núcleo dispersado del blanco, el cual fue detectado por un arreglo de múltiples detectores de CsI(Tl) BAREBALL. La detección en coincidencia permitió corregir el ensanchamiento Doppler evento por evento, tanto para el blanco como para el proyectil y recuperar la resolución intrínseca del detector de rayos- γ .

El haz radioactivo fue obtenido mediante la técnica de separación de isótopos en línea ISOL (por sus siglas en inglés Isotope Separator On-Line). El acelerador Tandem del Holifield Radioactive Ion Beam Facility (HRIBF) en Oak Ridge, Tennessee, EUA fue empleado para acelerar los núcleos radioactivos de interés a una energía de bombardeo de 2.3A MeV (~ 90% de la barrera Coulombiana).

Para el análisis de los experimentos se usó el código especializado en el estudio de excitación Coulombiana GOSIA y su variante para excitación simultánea de proyectil y blanco GOSIA2. Además de ser utilizado para el ajuste a los datos experimentales, GOSIA fue usado para hacer simulaciones que predicen que tan sensitivo es nuestro arreglo experimental a la obtención de momentos cuadrupolares en reacciones de cinématica inversa.

Los valores de B(E2) fueron obtenidos consistentemente utilizando tres normalizaciones independientes: la normalización a la dispersión elástica (Rutherford), normalización al núcleo dispersado y excitación múltiple. La reproducción de los parámetros adoptados para los núcleos conocidos nos sirvieron para comprobar nuestra técnica de análisis. Además de los valores de B(E2) y momento cuadrupolar del primer estado excitado, se obtuvieron otros importantes parámetros espectroscópicos como tiempos de vida y probabilidades de transición de estados excitados superiores.

Los resultados obtenidos para el núcleo radioactivo ⁷⁸Ge sugieren una forma ligeramente deformada para la distribución de carga del núcleo en el estado 2_1^+ . Esta medición extiende la información experimental de la cadena isotópica del germanio a núcleos radioactivos con exceso de neutrones. Se espera que ésto contribuya a explicar la evolución de la colectividad del núcleo entre la semi-capa N=40 y la capa cerrada N=50. La evolución entre estas dos capas ha sido de gran interés en el presente, donde los resultados han concluido en la alta sensitividad que tienen los valores de momento cuadrupolar para especificar los detalles de la función de onda usada en los modelos teóricos que se tienen para esta región.

ÍNDICE GENERAL

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

El proceso de excitación Coulombiana (COULEX) ha sido una herramienta de gran utilidad en el estudio de la estructura nuclear. Este proceso consiste en la excitación de estados nucleares a través de la interacción puramente electromagnética entre dos núcleos dispersados en una reacción. Esto ocurre cuando la energía con la que incide el núcleo proyectil es menor a la energía de la barrera Coulombiana, de tal manera que la excitación por interacción nuclear (corto alcance) sea despreciable. Bajo estas condiciones una descripción semi-clásica es adecuada para este proceso.

Diferentes propiedades nucleares como espín, paridad, energía de estados nucleares, elementos de matriz electromagnéticos, momentos cuadrupolares y factores g, pueden ser extraídas en experimentos de excitación Coulombiana [1]. En términos de estas propiedades se pueden completar de forma satisfactoria las ecuaciones que describen la dinámica de la reacción entre los núcleos estudiados.

Experimentos realizados a energías de bombardeo menores que la barrera Coulombiana pueden ser explicados con suficiente precisión usando teoría de perturbaciones a primer y segundo orden (solo dos pasos en el proceso de excitación necesitan ser tomados en cuenta). Sin embargo las condiciones son muy diferentes cuando se emplean iones pesados a energías cercanas o mayores que la barrera Coulombiana. En tal caso se observan múltiples excitaciones, y los métodos perturbativos no son aplicables. La situación más general considera ecuaciones complicadas que no pueden ser resueltas analíticamente. Para obtener soluciones numéricas de las ecuaciones involucradas es necesario hacer aproximaciones en el formalismo de la excitación Coulombiana, y utilizar poderosos códigos de computo, tales como GOSIA [2], para resolver de forma eficiente el sistema de ecuaciones diferenciales que describen este tipo de reacciones.

En años recientes el uso de la excitación Coulombiana ha tenido renovado interés como herramienta experimental para obtener información acerca de la estructura de núcleos radioactivos. En la Holifield Radioactive Ion Beam Facility (HRIBF) en Oak Ridge National Laboratory (ORNL), se han realizado una serie de experimentos pioneros utilizando COULEX y haces de iones radioactivos (RIBs por sus siglas en ingles Radioactive Ion Beams) en la región de masa $A \approx 80$ [3]. La propiedad medida en estos experimentos fue la probabilidad reducida de transición $B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+)$. El presente trabajo se enfoca en ir un paso más adelante y explorar efectos a segundo orden para poder determinar el momento cuadrupolar eléctrico del primer estado excitado $I^{\pi} = 2^+$ en el núcleo radioactivo ⁷⁸Ge.

Para núcleos par-par, el momento cuadrupolar estático, Q, del primer estado excitado 2^+ es una medida de la desviación de la forma de la distribución de carga, con respecto a una simetría esférica. Q puede ser determinado midiendo el llamado efecto de reorientación en excitación Coulombiana, que es un efecto de segundo orden consistente en la reorientación del espín nuclear del núcleo excitado, causado

por el campo eléctrico del otro núcleo involucrado en el proceso de dispersión.

El efecto de reorientación de un núcleo puede ser observado como una interferencia en la transición $0^+ \rightarrow 2^+$, y puede ser bien descrito considerando que además de la excitación directa, el estado 2^+_1 es excitado a través de si mismo (i.e. el estado 2^+_1 mismo actúa como estado intermedio). El cambio en la dirección de espín nuclear afecta la distribución angular de los rayos- γ , y la contribución adicional a la probabilidad de excitación del estado 2^+_1 debida al efecto de reorientación es proporcional al momento cuadrupolar estático del estado excitado.

La medida de Q es un indicador de la estructura nuclear que tiene particular importancia en el estudio de regiones de transición como la cadena isotópica del germanio, donde la configuración de estado base del núcleo sufre una transición de forma como función del número de neutrones N, pasando de ser un esferoide-oblato a una distribución ligeramente prolata.

Una de las preguntas que es interesante investigar es como evoluciona la colectividad nuclear en regiones donde el núcleo es rico en neutrones, en especial, la evolución entre la semi-capa N = 40 y capa cerrada N = 50. Estudios recientes de la cadena isotópica de germanio [4] muestran la gran discrepancia entre los valores experimentales y las predicciones teóricas. Los resultados que hasta el momento se tienen indican que aun falta gran desarrollo teórico para mejorar los valores calculados del momento cuadrupolar, en particular para los isótopos del germanio. En años recientes se han re-revisado medidas sistemáticas del momento cuadrupolar estático para los núcleos estables par-par⁷⁰⁻⁷⁶Ge usando excitación Coulombiana múltiple [5]. En la Figura 1.1 se resume la evidencia experimental de momentos cuadrupolares eléctricos que se tiene a lo largo de la cadena de germanio.

El uso de haces radioactivos permite medir propiedades nucleares para sistemas fuera de la región de estabilidad, donde la razón entre el número de protones y neutrones se incrementa considerablemente. Este trabajo tiene dos objetivos: el principal es el estudio del núcleo radioactivo ⁷⁸Ge, que aportará la primera medición experimental del momento cuadrupolar eléctrico del primer estado excitado 2_1^+ , dando información directa de la evolución de la estructura nuclear entre la semi-capa N = 40 y la capa cerrada N = 50.

El segundo objetivo consiste en la medida del momento cuadrupolar del núcleo ²⁴Mg. Aun cuando las propiedades de este núcleo han sido medidas por diferentes grupos en el pasado, existe una gran discrepancia entre los diferentes valores reportados, y merece una revisión empleando nuevos instrumentos experimentales.



Figura 1.1: Valores experimentales del elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ proporcional al momento cuadrupolar eléctrico del primer estado excitado 2_1^+ de los isótopos de germanio A = 70, 72, 74 y 76 (tomados de Ref. [5]). En color verde se resalta el hecho de que hasta hoy no existen valores reportados para ⁷⁸Ge. El presente trabajo aporta la primera medida de este parámetro.

A continuación, el segundo capítulo de este trabajo donde se presentan los conceptos básicos de la teoría de excitación Coulombiana, haciendo énfasis en el efecto de reorientación para obtener el momento cuadrupolar eléctrico de estados excitados nucleares. En el tercer capítulo se describe el laboratorio donde se llevaron a cabo los experimentos, y se detallan los arreglos experimentales que fueron usados. En el capítulo cuatro se describen las carácteristicas del código de estudio de excitación Coulombiana, GOSIA, herramienta principal utilizada en el análisis. Los diferentes métodos utilizados para extraer la información experimental, y los resultados más importantes de este trabajo son presentados en el capítulo cinco. Finalmente, en el capítulo seis, se destacan las conclusiones y perspectivas.

Capítulo 2

EXCITACIÓN COULOMBIANA

Se dice que un núcleo sufre excitación de Coulomb cuando su interacción con el ion blanco o proyectil es debida únicamente a la fuerza electromagnética (sin la intervención de la fuerza nuclear). Esta condición puede expresarse en términos del parámetro de Sommerfeld:

$$\eta = \frac{a2\pi}{\lambda} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v_I} \gg 1, \tag{2.1}$$

que se define como la razón entre la mitad de la distancia de máximo acercamiento en una colisión frontal a, y la longitud de onda de deBroglie para el proyectil $\lambda/2\pi$, con velocidad inicial v_I , siendo Z_1 y Z_2 los números atómico del proyectil y del blanco respectivamente. Como se obtienen expresiones similares para proyectil y blanco, es conveniente introducir los índices i = 1, 2 para especificar cual núcleo es el objeto de estudio (proyectil i = 1 o blanco i = 2). Valores típicos de η para excitaciones de Coulomb por colisiones entre iones pesados se encuentran entre 10^2 y 10^3 .

Una forma de estimar la energía segura de bombardeo, tal que no se sobrepase la barrera de Coulomb [6]:

$$E_{max} [\text{MeV}] = 1.44 \ \frac{A_1 + A_2}{A_2} \frac{Z_1 Z_2}{1.25(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) + 5},$$
(2.2)

donde el número 5 en el denominador define la distancia entre superficies nucleares (en Fermis), y garantiza que la influencia de la fuerza nuclear es menor que un 1%. Para energías de bombardeo menores o iguales que E_{max} , una descripción clásica de la cinemática de la reacción es adecuada debido a que el tamaño del paquete de onda del proyectil es pequeño comparado con las dimensiones de la trayectoria.

En una colisión de dos núcleos, la distancia de máximo acercamiento calculada para la trayectoria de Rutherford está dada por:

$$D(\theta) \ [fm] = 0.71999 \ \frac{A_1 + A_2}{A_2} \frac{Z_1 Z_2}{E} \ [1 + \csc(\theta/2)], \tag{2.3}$$

donde E es la energía del núcleo proyectil en MeV y θ es el ángulo de dispersión en el centro de masa [7]. En la práctica se requiere que esta distancia exceda la suma de los radios nucleares por más 5 fm, que es la distancia segura entre las superficies nucleares para poder despreciar los efectos debidos a las fuerzas nucleares. La distancia segura de bombardeo puede ser calculada como:

$$d [fm] = 1.25(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) + 5.$$
(2.4)

La distancia mínima, d_s , que existe entre las superficies nucleares para una energía de bombardeo dada, puede obtenerse tomando la diferencia entre la distancia de máximo acercamiento y la suma de los radios núcleares:

$$d_s [fm] = D(\theta) [fm] - 1.25 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}).$$
(2.5)

La aproximación semi-clásica no toma en cuenta la modificación de la trayectoria debida a la transferencia de energía entre los núcleos. Una mejor aproximación consiste en promediar los parámetros entre la órbita final (perturbada) y la inicial (no perturbada). Debido a que no sabemos en que punto de la trayectoria se transfiere la energía, no es posible dar una descripción más detallada. Afortunadamente en la mayoría de los casos, la energía de bombardeo es mucho mayor que la energía transferida, y las consideraciones anteriores son adecuadas. Cuando el tiempo de colisión es del orden de 10^{-19} a 10^{-20} segundos, y es mucho más corto que la vida media de los estados nucleares involucrados en la excitación de Coulomb, la excitación y el subsecuente decaimiento- γ pueden ser tratados de forma secuencial.

Haciendo un desarrollo multipolar [8] se puede separar el potencial de interacción electromagnética como la suma de tres factores que representan: la interacción monopolo-monopolo, que define la cinemática de la reacción; la interacción mutua monopolo-multipolo y la interación mutua multipolo-multipolo. El tercer termino es débil comparado con los otros dos, por lo que puede despreciarse (ver [2] para más detalles). Este desarrollo permite separar la ecuación de Schrödinger, y expresar la excitación del proyectil y blanco de forma independiente a través de la ecuación:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi_{1,2}\rangle = [H^0_{1,2} + V_{1,2}(\vec{r}(t))] |\psi_{1,2}\rangle,$$
(2.6)

donde $V_{1,2}(\vec{r}(t))$ representa la interacción monopolo-multipolo entre el proyectil (multipolo) y el blanco (monopolo). Cuando se estudia excitación del proyectil, este se debe tratar como un multipolo y el núcleo blanco como monopolo $(V_{1,2}(\vec{r}(t)))$. Si se desea estudiar la excitación del blanco, los índices se intercambian $(V_{2,1}(\vec{r}(t)))$ indicando la interacción multipolo (blanco) - monopolo (proyectil).

La función de onda después de la colisión $|\psi(\vec{r},t)\rangle$ puede expresarse como una combinación lineal de los estados propios del Hamiltoniano $H_{1,2}^0$ que describe al núcleo libre $\phi(\vec{r})$ con coeficiente dependiente del tiempo, $a_n(t)$:

$$|\psi(\vec{r},t)\rangle = \sum_{n} a_n(t) |\phi_n(\vec{r})\rangle \exp(-iE_n t/\hbar).$$
(2.7)

Antes de la colisión $(t = -\infty)$ se asume que el núcleo se encuentra en su estado base. Después de la colisión $(t = \infty)$ el núcleo es descrito por el conjunto de amplitudes de excitación $a_k(t = \infty)$. La probabilidad de excitación del estado base al estado excitado-k, está dada por:

$$P_k = \mid a_k \mid^2 . (2.8)$$

La componente monopolo-multipolo es responsable de la dispersión inelástica, y da origen a la excitación de uno de los núcleos (multipolo). La sección eficaz diferencial de excitación del núcleo al estado-k es dada por:

$$\frac{d\sigma_k}{d\Omega} = \frac{d\sigma_R}{d\Omega} P_k,\tag{2.9}$$

donde $\frac{d\sigma_R}{d\Omega}$ es la sección eficaz diferencial de Rutherford. El potencial $V_{1,2}(t)$ en (2.6) puede ser expresado por el desarrollo multipolar:

$$V_{1,2}(t) = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \frac{4\pi Z_{2,1}e}{2\lambda+1} (-1)^{\mu} S_{\lambda\mu}(t) M_{1,2}(\lambda,-\mu), \qquad (2.10)$$

donde

$$S_{\lambda\mu}(t) = \frac{Y_{\lambda\mu}(\theta(t), \phi(t))}{[r(t)]^{\lambda+1}},$$
(2.11)

para excitación eléctrica, y

$$S_{\lambda\mu}(t) = \frac{1}{c\lambda} \frac{\frac{d\vec{r}}{dt} \cdot (\vec{r} \times \vec{\bigtriangledown})}{[r(t)]^{\lambda+1}} Y_{\lambda\mu}(\theta(t), \phi(t)), \qquad (2.12)$$

para excitación magnética. Donde $Y_{\lambda\mu}$ son los armónicos esféricos, $M_{1,2}(\lambda, -\mu)$ representa los momentos eléctricos o magnéticos multipolares definidos como (ver Ref. [8]):

$$M(E\lambda,\mu) = \int \rho(\vec{r}) \ r^{\lambda} \ Y_{\lambda\mu}(\theta(t),\phi(t)) \ d^{3}\vec{r}, \qquad (2.13)$$

$$M(M\lambda,\mu) = \frac{1}{c(\lambda+1)} \int r^{\lambda} \vec{j}(\vec{r})(\vec{r} \times \vec{\bigtriangledown}) Y_{\lambda\mu}(\theta,\phi) d^{3}\vec{r}, \qquad (2.14)$$

donde $\rho(\vec{r})$ y $\vec{j}(\vec{r})$ son respectivamente la densidad de carga y la densidad de corriente del núcleo libre.

Para simplificar los cálculos numéricos es adecuado usar una representación paramétrica de la hipérbola, para ello introducimos parámetros sin dimensiones r y t que indican posición y tiempo respectivamente:

$$r = a(\epsilon \cosh \omega + 1), \tag{2.15}$$

у

$$t = \frac{a}{v} (\epsilon \sinh \omega + \omega), \tag{2.16}$$

expresados en término de la excentricidad de la hipérbola ϵ , que está definida como función del ángulo de dispersión θ por

$$\epsilon = \frac{1}{\sin(\theta/2)},\tag{2.17}$$

y el parámetro ω , que varía de $-\infty$ a $-\infty$ y representa el movimiento de la partícula a lo largo de la hipérbola, de tal forma que el punto de máximo acercamiento se alcanza cuando $\omega = t = 0$.

Eligiendo un sistema de coordenadas en el que la velocidad del proyectil v_y se encuentre en la dirección positiva del eje y, y el eje de simetría de la trayectoria del proyectil coincida con el eje z, se tiene que:

$$x = 0,$$

$$y = a(\epsilon^2 - 1)^{1/2} \sinh \omega,$$

$$z = a(\cosh \omega + \epsilon).$$
(2.18)

Definiendo el parámetro de adiabaticidad ξ_{kn} como

$$\xi_{nk} = \frac{a}{\hbar v} (E_n - E_k), \qquad (2.19)$$

la ecuación (2.6) puede expresarse como:

$$\frac{da_k(\omega)}{d\omega} = \frac{4\pi Z_{1,2}e}{i\hbar} \sum_{n\lambda\mu} a_n(t)(-1)^{\mu} \langle I_k M_k \mid M(\lambda,\mu) \mid I_n M_n \rangle \ S_{\lambda\mu}(t) \ \exp(i\xi_{kn}(\epsilon \sinh \omega + \omega)),$$
(2.20)

donde los estados $|\phi\rangle$ están especificados por sus números cuánticos I y M. Usando el teorema de Wigner-Eckart:

$$\langle I_i M_i \mid M(\lambda,\mu) \mid I_f M_f \rangle = (-1)^{I_i - M_i} \begin{pmatrix} I_i & \lambda & I_f \\ -M_i & \mu & M_f \end{pmatrix} \langle I_i \mid \mid M(\lambda,\mu) \mid \mid I_f \rangle,$$
(2.21)

donde los elementos de matriz reducida $\langle I_i || M(\lambda, \mu) || I_f \rangle$ no dependen de las proyecciones. Definimos la probabilidad de transición reducida como:

$$B(E\lambda: I_i \to I_f) = \frac{1}{2I_i + 1} |\langle I_i || M(\lambda, \mu) || I_f \rangle|^2.$$

$$(2.22)$$

Si se elige la fase de las funciones de tal manera que los elemento de matriz sean reales, el conjunto de ecuaciones diferenciales a resolver (2.20) puede ser escrito como

$$\frac{da_k(\omega)}{d\omega} = -i\sum_{n\lambda\mu} Q_{\lambda\mu} \,\zeta_{kn}^{(\lambda\mu)} a_n(t) \,\langle I_k \mid\mid M(\lambda) \mid\mid I_n \rangle \exp(i\xi_{kn}(\epsilon \sinh \omega + \omega)), \tag{2.23}$$

con $\zeta_{kn}^{(\lambda\mu)}$ definida como

$$\zeta_{kn}^{(\lambda\mu)} = (2\lambda+1)^{1/2} (-1)^{I_n - M_n} \begin{pmatrix} I_n & \lambda & I_k \\ -M_n & \mu & M_k \end{pmatrix} C_{\lambda}^{E(M)} \frac{Z_1 \sqrt{A_1}}{(sZ_1 Z_2)^{\lambda}} [(E_p - sE_k)(E_p - sE_n)]^{(2\lambda-1)/4},$$
(2.24)

donde los $C^{E(M)}_{\lambda}$ son coeficientes numéricos

$$C_{\lambda}^{E} = 1.116547(13.889122)^{\lambda} \frac{(\lambda-1)!}{(2\lambda+1)!!}$$
(2.25)

у

$$C_{\lambda}^{M} = \frac{v}{c} \frac{C_{\lambda}^{E}}{95.0981942}$$
(2.26)

para excitaciones eléctrica y magnética, respectivamente. Para excitaciones eléctricas $Q_{\lambda\mu}$ está dado por

$$Q_{\lambda\mu}^{E} = a^{\lambda} \frac{(2\lambda - 1)!!}{(\lambda - 1)!} \left(\frac{\pi}{2\lambda + 1}\right)^{1/2} r(\omega) \ S_{\lambda,\mu}^{E}(t(\omega))$$

$$(2.27)$$

y para excitaciones magnéticas

$$Q_{\lambda\mu}^{M} = \frac{c}{v} a^{\lambda} \frac{(2\lambda - 1)!!}{(\lambda - 1)!} \left(\frac{\pi}{2\lambda + 1}\right)^{1/2} r(\omega) S_{\lambda,\mu}^{M}(t(\omega)).$$
(2.28)

Por consiguiente, la amplitud de excitación desde el estado inicial *i* al estado final *f* está dada por la solución de la ecuación (2.23). Como caso particular, la amplitud de excitación del estado base $|I_o M_o\rangle$, no polarizado, al estado $|I_n M_n\rangle$, puede expresarse como:

$$P(n) = \frac{1}{2I_o + 1} \sum_{M_o, M_n} |a_{I_n, M_m}(M_o)|^2.$$
(2.29)

2.1. Efecto de reorientación

Se conoce como efecto de reorientación a la dependencia que presenta el proceso de excitación nuclear con respecto al momento cuadrupolar estático. Observables como la distribución angular de los rayos- γ provenientes del proceso de desexcitación, la distribución angular de los núcleos dispersados y la sección eficaz de excitación Coulombiana poseen una dependencia directa del momento cuadrupolar eléctrico de los niveles nucleares que son excitados. La técnica de reorientación en excitación Coulombiana busca aislar esta dependencia midiendo secciones eficaces relativas. En esta sección se discuten los detalles en los que se basa esta técnica experimental.

2.1.1. Teoría de perturbaciones a primer orden

Asumiendo una probabilidad de excitación pequeña, la amplitud de excitación $a_{I_f,M_f} \equiv b_{if}^{(1)}$ del estado inicial $|i\rangle$ al estado final $|f\rangle$ es calculada a primer orden como

$$b_{if}^{(1)} = \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \langle f \mid V(t) \mid i \rangle \exp\left[\frac{i}{\hbar} (E_f - E_t) t\right] dt.$$
(2.30)

Por tanto, la probabilidad de excitación (2.29) estará dada por

$$P_{i \to f} = \frac{1}{2I_i + 1} \sum_{M_i, M_f} |b_{if}^{(1)}|^2 .$$
(2.31)

Definiendo las funciones reales adimensionales [9]

$$\chi_{if}^{(\lambda)} = \sqrt{16\pi} \ \frac{(\lambda+1)!}{(2\lambda+1)!!} \frac{Z_1 e}{\hbar v_{\infty}} \frac{\langle I_i \mid\mid M(E\lambda) \mid\mid I_f \rangle}{a^{\lambda} \sqrt{2I_i+1}},\tag{2.32}$$

las cuales dan la intensidad de la transición $E\lambda$ en el núcleo blanco y una medida de la aplicabilidad de la teoría de perturbaciones a primer orden (siempre que $\chi \ll 1$). Introduciendo el parámetro $\kappa_{\lambda\mu}(\theta, \xi_{if})$ que contiene la dependencia en la órbita del proyectil

$$\kappa_{\lambda\mu}(\theta,\xi_{if}) = \sqrt{\pi} \frac{(2\lambda-1)!!}{(\lambda-1)!} Y_{\lambda\mu}(\frac{\pi}{2},0) I_{\lambda\mu}(\theta,\xi_{if}), \qquad (2.33)$$

donde $I_{\lambda\mu}(\theta, \xi_{if})$ es la integral orbital definida en [1] y ξ_{if} el parámetro de adiabaticidad definido en 2.19. La probabilidad de excitación multipolar de orden λ puede ser escrita en términos de estos parámetros como

$$P_{i \to f} = \frac{1}{2\lambda + 1} [\chi_{if}^{(\lambda)}]^2 \sum_{\mu} [\kappa_{\lambda\mu}(\theta, \xi_{if})]^2.$$
(2.34)

2.1.2. Teoría de perturbaciones a ordenes mayores

Generalmente, para iones pesados el parámetro χ es del orden de la unidad, ó incluso mayor y es necesario usar teoría de perturbaciones a ordenes más altos que el primero. Cuando el parámetro χ es grande, existen dos propiedades de la solución exacta en comparación con la teoría de perturbaciones que son importantes mencionar:

- El proceso involucra múltiples excitaciones, por lo que los estados excitados no pueden ser explicados a primer orden en teoría de perturbaciones.
- La excitación de un estado nuclear | f> depende de las propiedades estáticas de si mismo y de los elementos de matriz de transición a otros estados, no sólo de los elementos de matriz entre el estado inicial | i> y el estado final | f>.

Aunque la probabilidad de excitación de los estados de más baja energía del núcleo es dominada por la contribución de elementos de matriz que conectan al estado base con el estado excitado, también contiene contribuciones del momento cuadrupolar estático. El operador de momento cuadrupolar eléctrico conecta los subestados magnéticos del estado final. El efecto de reorientación emerge del surgimiento de elementos de matriz fuera de la diagonal.

A segundo orden en teoría de perturbaciones es suficiente con observar los efectos mencionados, estos darán una descripción adecuada del proceso físico, y serán una buena aproximación siempre y cuando $\chi_{if} \leq 0.1$. A segundo orden, la amplitud de excitación se expresa como

$$b_{if}^{(2)} = b_{if}^{(1)} + \sum_{n} b_{inf}, \qquad (2.35)$$

donde $b_{if}^{(1)}$ es la amplitud de excitación a primer orden definida en (2.30), y b_{inf} es dada por

$$b_{inf} = \frac{1}{(i\hbar)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \langle f \mid V(t) \mid n \rangle \exp\left[\frac{i}{\hbar} (E_f - E_n) t\right] dt \\ \times \int_{-\infty}^{t} \langle n \mid V(t') \mid i \rangle \exp\left[\frac{i}{\hbar} (E_n - E_i) t'\right] dt'.$$
(2.36)

La suma debe realizarse sobre todos los estados intermedios $|n\rangle$.

Substituyendo (2.36) en (2.35), la probabilidad de excitación se puede escribe como

$$P_{i \to f} = P_{i \to f}^{(11)} + \sum_{n} P_{inf}^{(12)} + \sum_{n} P_{inf}^{(22)}, \qquad (2.37)$$

donde $P_{if}^{(11)}$ es la probabilidad de excitación a primer orden definida por (2.34), proporcional a χ^2 . $P_{inf}^{(12)}$ es un termino de interferencia entre el primer y segundo orden, proporcional a χ^3 , que da la dependencia de la probabilidad de excitación con el momento cuadrupolar estático. La probabilidad $P_{inf}^{(12)}$ es proporcional a χ^4 , involucrando sólo amplitudes a segundo orden.

Sumando sobre todos los estados intermedios $|n\rangle$, la ecuación (2.37) se puede escribir en la forma

$$P_{i \to f} = P_{i \to f}^{(11)} + P_{i \to f}^{(12)} + P_{i \to f}^{(22)}.$$
(2.38)

Para multipolo de orden ($\lambda = 2$), la probabilidad de excitación es dada por(2.34)

$$P_{i \to f}^{(11)} = \frac{1}{5} \left[\chi_{if}^{(2)} \right]^2 \sum_{\mu} [\kappa_{2\mu}(\theta, \xi_{if})]^2.$$
(2.39)

у

$$P_{i \to f}^{(12)} = \frac{27\pi^{(3/2)}}{\sqrt{5}} \left[\chi_{if}^{(2)}\right]^2 \chi_{ff}^{(2)} \sum_{\mu} \kappa_{2\mu}(\theta, \xi_{if}) \beta_{2\mu}^{(22)}(\xi_{if}, 0, \theta).$$
(2.40)

La función $\beta_{2\mu}$ está dada en la referencia [9].

18

2.1.3. Momento cuadrupolar eléctrico

Los elementos reducidos diagonales de un estado $|f\rangle$ son proporcionales al momento cuadrupolar eléctrico Q_f . Para $I_f = 2$ se sigue la relación:

$$Q_f[\mathbf{b}] = 0.758 \ \langle f \mid \mid M(E2) \mid \mid f \rangle [\mathbf{eb}].$$
 (2.41)

Es conveniente definir el coeficiente de reorientación r [9]:

$$r = \frac{P_{i \to f}^{(12)}}{P_{i \to f}^{(11)}}.$$
(2.42)

Sustituyendo (2.39) y (2.40) en (2.42), obtenemos

$$r = \frac{135\pi^{(3/2)}}{\sqrt{5}} \chi_{ff}^{(2)} \frac{\sum_{\mu} \kappa_{2\mu}(\theta, \xi_{if}) \beta_{2\mu}^{(22)}(\xi_{if}, 0, \theta)}{\sum_{\mu} [\kappa_{2\mu}(\theta, \xi)]^2}.$$
 (2.43)

Esta expresión es independiente de $\chi_{if}^{(2)}$ y proporcional a $\chi_{ff}^{(2)}$, luego, es proporcional al elemento de matriz diagonal $\langle f \mid \mid M(E2) \mid \mid f \rangle$. Por consiguiente, la determinación del momento cuadrupolar se hace posible como una medida del efecto de reorientación.

Un expresión simple para r se puede obtener para el caso en el que se cumple la relación:

$$(1+A_1/A_2)\Delta E_f \ll E_p,\tag{2.44}$$

donde A_1 es la masa del proyectil, A_2 es la masa del blanco, ΔE_f es la energía de excitación del estado $|f\rangle$, y E_p es la energía de bombardeo. En esta aproximación tenemos una forma sencilla de ver los parámetros sobre los cuales se tiene mayor dependencia en el efecto de reorientación:

$$r = \frac{A_2 \Delta E \langle 2^+ || M(E2) || 2^+ \rangle}{Z_2 (1 + A_1 / A_2)} K(\theta, \xi_{if}), \qquad (2.45)$$

donde

$$K(\theta, \xi_{if}) = 1.135 \; \frac{\sum_{\mu} \kappa_{2\mu}(\theta, \xi_{if}) \beta_{2\mu}^{(22)}(\xi_{if}, 0, \theta)}{\xi \sum_{\mu} [\kappa_{2\mu}(\theta, \xi)]^2} \tag{2.46}$$

De (2.45) es posible ver que r depende principalmente del número de carga del proyectil Z, y el ángulo de dispersión θ . Debido a este hecho, vemos que para obtener una medida del momento cuadrupolar, bastará con usar dos proyectiles diferentes. En general, si se quiere determinar el momento cuadrupolar se deben usar al menos dos condiciones de bombardeo diferentes. La relación entre dos probabilidades de excitación para dos condiciones de bombardeo diferentes α y β es dada por

$$\frac{P_{\alpha}}{P_{\beta}} \approx \frac{P_{\alpha}^{(11)}}{P_{\beta}^{(11)}} \frac{1+r_{\alpha}}{1+r_{\beta}}.$$
(2.47)

Y esta relación se puede comparar directamente con los valores experimentales.

CAPÍTULO 2. EXCITACIÓN COULOMBIANA

Capítulo 3

ARREGLO EXPERIMENTAL

Los experimentos que se analizan en este trabajo fueron llevados a cabo en la Holifield Radioactive Ion Beam Facility (HRIBF) en Oak Ridge National Laboratory (ORNL), Tennessee, USA. En este capítulo se presenta un corta descripción de las instalaciones experimentales y los sistemas de detección usados para obtener los datos experimentales. Una explicación detallada de los componentes experimentales y el método de adquisición de los datos experimentales se encuentra en la referencia [10]. El presente estudio, más que en la discusión del experimento y la forma en como se obtuvieron los datos, tiene como objetivo principal el tratamiento empleado en el ánalisis de los datos experimentales.

3.1. Laboratorio HRIBF

HRIBF facility en ORNL es uno de los laboratorios más importantes en el mundo para la producción de haces de iones radioactivos (RIBs) usando la técnica ISOL, que será explicada en la sección siguiente. Este laboratorio consiste de tres componentes principales: dos aceleradores y una plataforma de producción, más las diferentes áreas experimentales. En la figura 3.1 se puede ver el esquema de las instalaciones de HRIBF.

La producción de RIBs inicia con un acelerador primario, el Oak Ridge Isochronous Cyclotron (ORIC), que posee una constante característica $K = 100^1$. Su función principal es acelerar iones ligeros como protones, deuterones y partículas-alfas a energías de 30-50 MeV y altas intensidades, que son impactados sobre un blanco pesado (actinido), induciendo fisión para la creación de los haces radioactivos. Un segundo acelerador, el acelerador Tandem de 25 MV catalogado como el acelerador electrostático en operación con más alto voltaje en el mundo, se encarga de re-acelerar los haces radioactivos a las energías deseadas en el experimento.

La plataforma de producción, está compuesta de diferentes subsistemas: blanco/fuente de iones (TIS), un imán separador de masas y una celda de intercambio de carga.

Una vez que el haz radioactivo es seleccionado en masa y re-acelerado, se distribuye en las diferentes áreas experimentales. Los experimentos analizados en este trabajo fueron realizados en el área del separador de masas en retroceso RMS (Recoil Mass Spectrometer), marcada en la figura 3.1. El haz radioactivo fue excitado por interacción Coulombiana al colisionar con un blanco más liviano (cinématica inversa), los

 $^{{}^1}K=ME/q^2,$ dondeMes la masa, E la energía y q la carga eléctrica del ion.

rayos- γ provenientes de la des-excitación del núcleo proyectil fueron detectados por el detector de rayos- γ CLARION, en coincidencia con el núcleo ligero dispersado, detectados por el detector de partículas cargadas BAREBALL. Estos arreglos de detectores se encuentran explicados en las siguientes secciones de este capitulo.



Figura 3.1: Esquema de las instalaciones experimentales de HRIBF en ORNL. Se marcan el recorrido del haz, y el área RMS donde se realizarón los experimentos.

Un amplio número de núcleos radioactivos pueden ser producidos en HRIBF alrededor de las regiones de masa $A \approx 80$ y $A \approx 130$, y además es posible acceder tanto a haces de iones radioactivos (RIBs) como haces de iones estables (SIBs), lo cual representa una gran ventaja, ya que permite usar la misma técnica experimental para estudiar ambos haces RIBs y SIBs, haciendo posible tener una prueba del análisis experimental y el método empleado.

Los núcleos a los cuales se puede acceder en HRIBF son presentados en la figura 3.2.

22

3.1. LABORATORIO HRIBF



Figura 3.2: Núcleos que pueden ser producidos en HRIBF. El código de colores indica la intensidad del haz de iones sobre el blanco experimental.

3.1.1. Producción de haces radioactivos

Actualmente existen dos técnicas para la producción de RIBs, conocidas como el método de fragmentación de proyectil (projectile fragmentation method PFM) y la técnica de separación de isótopos en línea (Isotope Separator On-Line ISOL):

Técnica PFM

Para producir fragmentos radioactivos de vida corta se utilizan haces de iones pesados y blancos delgados de iones ligeros. El haz radioactivo de interés se obtiene con un separador de fragmentos que los selecciona de acuerdo a la masa, la carga y el momento lineal de los fragmentos, utilizando poderosas combinaciones de imanes y elementos electrostáticos. Debido a la cinématica inversa de producción, una parte considerable de la alta energía del proyectil es transmitida al haz radioactivo, por consiguiente no es necesario un segundo acelerador.

Técnica ISOL

Iones ligeros de alta energía son producidos por un acelerador primario para inducir fisión en blancos pesados, los productos de fisión son ionizados en una fuente de iones, separados en masa, y llevados a un segundo acelerador para alcanzar las energías requeridas en el experimento. Esta fue la técnica empleada en los experimentos que se analizan en este trabajo.

3.1.2. Haces de iones estables (SIBs)

Como fue mencionado antes, la ventaja de acceder a ambos tipos de haces RIBs y SIBs, permite hacer una prueba de la técnica experimental usada. En HRIBF los SIBs son producidos directamente usando una fuente de "sputtering" basada en átomos de cesio. Los iones estables son enfocados para entrar directamente al acelerador Tandem, y después de ser acelerados, son distribuidos en las diferentes áreas experimentales.

3.2. Arreglo de detectores CLARION

CLARION es un arreglo de detectores de rayos- γ usado para sustraer parámetros de estructura nuclear. Consiste de 11 detectores tipo clover de HPGe de alta eficiencia, segmentados a la mitad. Los detectores son distribuidos sobre los dos hemisferios de una estructura en forma de esfera como se muestra en la figura 3.3. La posición angular para los diferentes detectores clover aparece en la tabla 3.1. Cada detector clover está compuesto por cuatro cristales de HPGe compartiendo un criostato común, y cada cristal segmentados en dos partes iguales.

θ (grados)	Número de detector clover
90	6
132	3
155	2

Tabla 3.1: Distribución usual de los diferentes detectores clover de CLARION. El ángulo θ con respecto a la dirección del haz de iones entrante.



Figura 3.3: Arreglo de detectores gamma CLARION.

3.2. ARREGLO DE DETECTORES CLARION

En la figura 3.4 se muestra el esquema para uno de los detectores.

Cada detector clover tiene una eficiencia individual de detección de $\sim 0.23\,\%$ para rayos gamma de 1.33 MeV [11].



Figura 3.4: Esquema y fotografía de un detector clover de CLARION. Se marca la segmentación que posee cada detector.

Cada cristal de Ge tiene una longitud de aproximadamente 7 cm, un diámetro de 5 cm y provee una eficiencia de foto-pico total cercana a 0.5 para líneas de 60 Co, cuando opera en el modo de supresión Compton a una distancia de 25 cm. La eficiencia absoluta para el arreglo de 11 clover es alrededor de ~ 2.53 % para rayos- γ de 1.33 MeV.

La resolución intrínseca de cada detector clover es de alrededor de 2 keV para una energía de 1332 keV [12], pero esta resolución en un experimento puede ser mayor, dependiendo de múltiple factores como; el procesamiento de la señal, inhomogeneidades en el cristal, el ensanchamiento Doppler y la resolución del sistema electrónico.

Los ángulos θ y ϕ para cada clover son escritos en la tabla 3.2. Estos ángulos son medidos en un sistema de referencia en el cual el eje positivo z está en la dirección de incidencia del proyectil.

3.2.1. Calibración de eficiencia

La calibración de eficiencia del arreglo CLARION para la serie de experimentos que se discuten aquí, se obtuvo analizando el espectro de rayos- γ proveniente de una fuente de ¹⁵²Eu.

Eficiencia relativa

La figura 3.5 se muestra el espectro de energía de rayos- γ detectados por los 11 detectores clover al usar una fuente de ¹⁵²Eu. Los valores de las energías correspondientes a los picos observados se encuentran en la tabla 3.3, dicha tabla muestra también los valores de las intensidades de cada transición, I_{γ} , y el área debajo de cada pico del espectro, A, y sus respectivos errores. Los valores de la eficiencia relativa de detección-gamma se obtienen dividiendo el área de cada pico sobre la correspondiente eficiencia relativa.

Clover	θ (grados)	$\phi \ ({\rm grados})$		
1	132	25.98		
2	155	90		
3	132	154.03		
4	90	51.45		
5	90	102.85		
6	90	154.25		
7	132	-25.98		
8	155	-90		
9	132	-154.03		
10	90	-102.85		
11	90	-154.25		

Tabla 3.2: Posición angular para cada detector clover de CLARION. Los ángulos son medidos en un sistema de referencia en el cual el eje positivo z está en la dirección del haz entrante.



Figura 3.5: Espectro de energía de rayos- γ detectado por CLARION utilizando una fuente de ¹⁵²Eu. Estos datos fueron usados para la calibración de eficiencia del arreglo experimental. En el espectro cada transición observada se rotula por su valor de la energías en keV.

$E_{\gamma} [\text{keV}]$	Ι	ΔI	A	ΔA
121.7817	28.37	0.13	17320118	4211
244.6975	7.53	0.04	7706788	2877
344.2785	26.57	0.11	27906752	5332
411.1165	2.238	0.01	2294293	1622
444	3.125	0.014	3079796	1847
778.9045	12.97	0.06	10317347	3287
867.378	4.214	0.025	3168472	1922
964.1	14.63	0.06	10421550	3284
1085.836	10.13	0.05	6398304	2733
1089.737	1.731	0.009	1411682	1530
1112.074	13.54	0.06	9073700	3056
1212.948	1.412	0.008	891300	1053
1299.14	1.626	0.011	102860	1107
1408.011	20.85	0.09	11942203	3467

Tabla 3.3: Intensidades y número de cuentas detectado por CLARION para las diferentes transiciones observadas de una fuente de 152 Eu.

La dependencia que tiene la eficiencia de detección-gamma con la energía, es de la forma:

$$\varepsilon_{\gamma} = \exp\bigg[\sum_{k=0}^{n} a_k \ (\log E/E_0)^k\bigg],\tag{3.1}$$

donde n es el grado hasta el cual se obtiene un buen ajuste. Para los experimentos que aquí se analizan se eligió n = 3. La figura 3.6 muestra la eficiencia como función de la energía del rayo- γ . Los coeficientes obtenidos al ajustar los datos experimentales a la curva 3.1 están dados en la tabla 3.4.

Coeficiente	Valor
a_0	255.47 ± 0.65
a_1	-0.028 ± 0.001
a_2	$1.6 \times 10^{-4} \pm 0.2 \times 10^{-4}$
a_3	$-4.76 \times 10^{-8} \pm 0.12 \times 10^{-8}$

Tabla 3.4: Coeficientes obtenidos del ajuste a la curva 3.1.



Figura 3.6: Gráfica de la eficiencia relativa como función de la energía. Los puntos corresponden a los datos experimentales obtenidos del analisís del espectro 3.5. La linea azul muestra el ajuste siguiendo la expresión 3.1.

Eficiencia absoluta

La calibración de eficiencia absoluta se obtuvo combinando la fuente de 152 Eu mencionada anteriormente, con una fuente de 60 Co. La dependencia funcional de la eficiencia absoluta está dada por [13]:

$$\log[\varepsilon_{abs}(\log(E(\text{keV})))] = -64.542403 + 88.0311007X - 45.924874X^2 + 10.6631776X^3 - 0.9341279X^4, \quad (3.2)$$

donde X representa el logaritmo de la energía en keV.



Figura 3.7: Curva de calibración para la eficiencia absoluta.

3.3. Detector de partículas cargadas BAREBALL

BAREBALL es un arreglo de detectores de partículas cargadas, basado en cristales de centelleo CsI(Tl), acoplados mediante guias de luz de lucita a foto-diodos de silicio.



Figura 3.8: Arreglo de detectores de partículas BAREBALL. Al lado derecho se muestra el detector ubicado en el centro de la cámara de reacciones.

BAREBALL está compuesto de 55 detectores individuales distribuidos en cinco anillos. El rango angular en el laboratorio para cada anillo se muestra en la tabla 3.5.

Anillo	Rango angular θ (grados)
1	7 - 14
2	14 - 28
3	28 - 44
4	44 - 60
5	60 - 80

Tabla 3.5: Cobertura angular para los cinco anillos del detector BAREBALL.

En el área experimental, BAREBALL es el detector más cercano al blanco de reacción y al igual que éste, se encuentra resguardado por una cámara de aluminio con forma casi esférica, que termina en un abanico. Esta geometría minimiza la exposición de los detectores de Ge y CsI a la emisión de pares de aniquilación e^--e^+ .



Figura 3.9: A la izquierda se muestra un dibujo de un elemento de BAREBALL. En la derecha se ilustra la forma de la sección transversal de los cristales de CsI(TL) y se definen las distancias A, B y C correspondientes a las dimensiones presentadas en la tabla 3.6.

Cada cristal CsI(Tl) de BAREBALL tiene la forma de una pirámide trapezoidal como se muestra en la figura 3.9. Las dimensiones detalladas del arreglo se presentan en la tabla 3.6.

Un histograma de dos dimensiones de energía de la partícula v
s identificador de partícula (PID), permite seleccionar los eventos que vienen de cada i
on dispersado. Dependiendo de la masa de la partícula cargada dispersada, grupos de partículas son formados en el histograma de dos dimensiones, y estos son seleccionados con una ventana (banana) la cual se debe escoger a mano. La figura 3.10 muestra un ejemplo de una banana para el caso de $^{78}\mathrm{Se}$ sobre $^{12}\mathrm{C}.$

Número de Anillo	1	2	3	4	5
Dimensión A					
del Cristal CsI (cm)	2.9771	2.0434	2.1252	2.4216	2.1516
Dimensión B					
del Cristal CsI (cm)	1.4907	1.0452	1.4313	1.9393	1.8875
Dimensión C					
del Cristal CsI (cm)	1.3091	1.6454	1.6007	1.4615	1.6802
Area del Cristal (cm2)	2.925	2.541	2.846	3.187	3.393
Distancia al Blanco(mm)	107	67	57	52	47.5
Ángulo del Anillo(grados)	10.5	21	36	52	70
Ángulo Medio					
del Detector(grados)	3.5	7	8	8	9.8
Númber de Cristales	6	10	12	12	14
Grueso del Cristal (mm)	3	2.5	2.5	2	1.8

Tabla 3.6: Dimensiones características del arreglo BAREBALL.



Figura 3.10: Histograma de dos dimensiones E v
s PID (Unidades arbitrarias) obtenido para el caso de ⁷⁸Se on ¹²C. La banana seleccionada corresponde al grupo de núcleos de ¹²C. Los otros dos grupos de partículas corresponden a protones, p, y betas, β .

3.4. Detector de curva de Bragg

Para obtener un cálculo directo de la energía perdida por el haz al atravesar el blanco de reacción, y para medir a su vez la composición isobárica de los haces de iones radioactivos, se utilizó un detector de curva de Bragg [14].

Un detector de curva de Bragg consiste en una cámara de ionización que permite medir la carga, masa, velocidad y poder de frenado de los iones que entran a la cámara [15]. El detector utilizado en los experimentos analizados en este trabajo se muestra en la figura 3.11. El detector está compuesto por un cilindro circular recto que contiene el gas, con eje central en la dirección de incidencia del haz. El haz incidente entra por una venta delgada de Mylar de 2.5 μ m de grosor. El gas del detector se encuentra inmerso en un campo eléctrico homogéneo en la dirección del eje de simetría. El ion entrante se identifica por la señal que produce su carga de ionización al frenarse en el gas, y estas señales son recolectadas por el ánodo del detector, que se encuentra en la cara opuesta al cátodo, la cara de entrada del haz.



Figura 3.11: Fotografía del detector de curva de Bragg utilizado en el experimento.

A 1 cm del ánodo se colocó una rejilla de Frisch, formada por alambres de tungsteno separados entre si por 1.0 mm, cada uno con un diámetro de 20 μ m. Para obtener el campo eléctrico homogeneo, el voltaje entre la rejilla de Firsch y el cátodo está dividido por una serie de resistencias de 10 M Ω cada una, conectadas a anillos. Para evitar el deterioro del medio de frenado por contaminación en el gas como: oxigeno y vapor de agua, se implemento un sistema de flujo continuo del gas. Este sistema permitió también controlar el flujo entrante para mantener la presión constante dentro del detector, garantizando una forma de pulso estable durante el experimento. Los detalles técnicos del detector utilizado se encuentran en la tabla 3.7.

Cuando los iones entran al detector, el gas es ionizado. Los electrones producidos son recolectados

Distancia entre ventana y rejilla	13 cm		
Distancia entre ánodo y rejilla	variable		
Longitud de la columna de gas	36 cm		
Separación entre anillos adyacentes	1.27 cm		
Resistencia entre anillos adyacentes	$10 M\Omega$		
Diámetro de la ventana	2.54 cm		
Material y espesor de la ventana	Mylar $2.5\mu m$		
Material de la rejilla	tungsteno con recubrimiento de oro		
Diámetro de los cables de la rejilla	$20 \ \mu m$		
Separación entre cables de la rejilla	1 mm		
Voltaje de la rejilla de Frisch	+1800 V		
Voltaje del ánodo	+1900V		
Voltaje del cátodo	0 V		
Gas	isobutano (C_4H_{10})		
Presión	80 Torr		

Tabla 3.7: Detalles técnicos del detector de Bragg utilizado en el experimento.

en el ánodo produciendo una señal de carga ΔQ , llamada carga de ionización. Como se tiene un campo eléctrico homogeneo, la velocidad de arrastre de los electrones, $v_d = \Delta x / \Delta t$, es constante. La carga de ionización recolectada en un tiempo Δt se puede expresar como:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta x} \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$
(3.3)

De la expresión (3.3), se observa que conocer la carga recolectada por unidad de tiempo, da información directa de la razón $\frac{\Delta Q}{\Delta x}$, que es proporcional a la pérdida de energía del ion a lo largo del gas, $\frac{\Delta E}{\Delta x}$. La carga del ion entrante se obtiene de integrar $\frac{\Delta Q}{\Delta x}$ alrededor del máximo de la curva de ionización, también llamado pico de Bragg.

3.5. Sistema de adquisición de datos y selección de eventos

Un software basado en la arquitectura ORPHAS [16], fue empleado para monitorear el experimento, y el software de adquisición de datos de HRIBF (Data Acquisition Software) UPAK [17] se usó para almacenar los datos.

La determinación de las cuentas de rayos- γ provenientes de eventos de excitación Coulombiana se obtuvieron de los histogramas de eventos en coincidencia correspondientes a un evento identificado por BAREBALL en coincidencia con uno o más de los detectores de CLARION. Los histogramas fueron generados usando tres subrutinas escritas en lenguaje Fortran [10]:

- csi.f para analizar eventos en los detectores de partículas. Estas subrutinas determinan principalmente cuatro parámetros:
 - Energía de la partícula detectada.

- La identificación de partícula (PID).
- La señal característica de tiempo para cada partícula.
- Un identificador de qué detector fue activado.
- ge.f para analizar los eventos en el detector de rayos- γ . Esta subrutina lee los datos de calibración de energía y alínea los detectores gamma de CLARION. Tomando en cuenta la energía de rayos- γ depositada en los diferentes segmentos del detector, determina la dirección de incidencia para el rayo- γ .
- dop.f es usado para realizar la correción del corrimiento Doppler para blanco y/o proyectil. Este programa utiliza la salida de otra subrutina (doppler.c) escrita en lenguaje c [13], utilizando la información proveniente de las matrices $\gamma \gamma$, que calcula los valores del parámetro v/c para cada anillo.
- sort.f es la rutina maestra de análisis y se encarga de coordinar a las tres rutinas anteriores y define los histogramas que deben ser generados. La información dada por csi.f y ge.f permite la identificación de eventos en coincidencia, y la reconstrucción de la cinemática del proceso. La corrección Doppler final se realiza también en el sort.f, y permite recuperar la resolución intrínseca del detector de germanio.

El conjunto de subrutinas nos permite obtener el número de cuentas de rayos- γ provenientes de cada una de las transiciones observadas para ambos núcleos: proyectil y blanco, en coincidencia con el núcleo dispersado del blanco. Para el caso de normalización a Rutherford, donde se requiere el conocimiento de la probabilidad de excitación absoluta, el programa sort.f permite implementar las correcciones de eficiencia absoluta de detección-gamma, tiempo muerto de la electrónica y corrección relativista de ángulo sólido evento por evento usando la energía real con la que cada rayo- γ alcanza los detectores clover del arreglo CLARION. Estas tres correcciones se introducen como un factor de eficiencia "total", al momento de generar el histograma de eventos en coincidencias, de manera que los eventos reales de rayos- γ en coincidencia, $N_{\gamma-p}$, son corregidos por la eficiencia "total", usando la expresión:

$$N_{\gamma-p}$$
corr. efi. = $\frac{N_{\gamma-p}}{\varepsilon_{\gamma}\tau_{v}} W(\theta,\beta),$ (3.4)

donde ε_{γ} es la eficiencia absoluta de detección-gamma, τ_v un factor de eficiencia debido al tiempo muerto de la electrónica, y $W(\theta, \beta)$ el factor de corrección relativista de ángulo sólido, dado por:

$$W(\theta,\beta) = \frac{1-\beta^2}{1-\beta\cos\theta_p},\tag{3.5}$$

 $\cos \beta$ la razón entre la velocidad del núcleo dispersado y la velocidad de la luz, y θ_p el ángulo de dispersión.

Capítulo 4

CÓDIGO DE SIMULACIÓN GOSIA

En este capítulo se presenta una corta descripción de las principales características del código GOSIA [2]. Se justifican las razones de escoger este código de simulación, el cual es una herramienta de gran utilidad usada para estudiar reacciones de excitación Coulombiana.

4.1. Características principales

A. Winther y J. de Boer escribieron el primer programa que permite calcular númericamente las amplitudes de excitación múltiple (COULEX) [18], asumiendo un conjunto inicial de elementos de matriz de transición electromagnética. Este conjunto de entrada es tomado de mediciones anteriores, ó predicciones de algún modelo teórico. Las amplitudes finales son el resultado de un iteración manual, hasta alcanzar convergencia del código COULEX, acoplado a un programa para evaluar la des-excitación γ .

A diferencia del código de Winther-deBoer, el código GOSIA utiliza una estrategia de búsqueda en un espacio multi-dimensional de elementos de matriz parametrizados para ambos procesos; excitación y decaimiento. GOSIA fue implementado con base en una versión del código COULEX [19], extendida para incluir transiciones eléctricas y magnéticas multipolares, $E\lambda$ y $M\lambda$ con $\lambda = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, incorporando además la actualización en el tiempo (time-saving updates). La parte del código que trata la des-excitación γ es basada en el código CEGRY desarrollado por T. Czosnyka y colaboradores [2].

La extracción independiente de un modelo, para los parámetros de estructura electromagnéticos (elementos de matriz reducidos) en experimentos de iones pesados no es viable usando COULEX, de aquí una de las necesidades del código GOSIA. La principal dificultad de hacer un análisis independiente del modelo (model-independent analysis) radica en el gran número de elementos de matriz reducidos que están presentes en la excitación de iones pesados, cientos de elementos de matriz contribuyen significativamente. Hay dos tareas principales; colectar suficientes datos experimentales, esto requiere medidas para un amplio rango dinámico de la intensidad de excitación de Coulomb y la segunda tarea es extraer los muchos elementos de matriz desconocidos del conjunto de datos.

GOSIA provee la posibilidad de calcular teóricamente las amplitudes de excitación y las cuentas del decaimiento γ para un conjunto dado de elementos de matriz. El código se diseñó con el objetivo de encontrar, por un ajuste de mínimos cuadrados, los elemento de matriz que mejor reproducen los datos

experimentales. Estos datos, pueden incluir además de las cuentas de rayos- γ observados en un número independiente de experimentos, la información espectroscópica disponible, como razones de ramificación, razones de mezcla E2/M1, tiempos de vida de niveles nucleares y medidas previas de elementos de matriz E2.

GOSIA2 es una extensión de GOSIA para el estudio de excitaciones simultáneas de proyectil y blanco. GOSIA2 realiza los mismos cálculos que GOSIA, con la diferencia de permitir el estudio de excitación Coulombiana mutua entre proyectil y blanco, lo que permite usar las mismas constantes de normalización, y permite cancelar errores experimentales que puedan estar involucrados cuando se toman constantes de normalización por separado para proyectil y/o blanco.

4.1.1. Descripción de los componentes principales

Además del código principal GOSIA, existe una serie de programas auxiliares, que complementan las herramientas de análisis:

- SIGMA: Programa de invariantes rotacionales cuadrupolares. Convierte los elementos de matriz E2, medidos en el laboratorio, a invariantes cuadrupolares sin recurrir a modelos. Los valores esperados y la distribución estadística de los momentos E2 son analizados en el sistema intrínseco, dando un claro entendimiento de las propiedades colectivas de los estados nucleares.
- GOSIA 2: Usado para estudiar excitaciones simultáneas de proyectil y blanco.
- PAWEL: Empleado en casos donde una fracción de los nucleos tienen como estado inicial un estado isómerico excitado.
- ANNL: Se usa para técnicas de alineamiento simuladas localizando el mínimo.
- GREMLIN: Permite hacer una calibración de la eficiencia de detección y corregir las cuentas de rayos- γ medidas.

4.2. Métodos usados en GOSIA para perturbaciones experimentales

4.2.1. Efectos de desorientación nuclear

Las fluctuaciones de campos atómicos hiper-finos causan la depolarización de los estados nucleares, este efecto es conocido como efecto de desorientación nuclear. Este efecto causa una atenuación de la distribución angular de la radiación. GOSIA usa una versión modificada del modelo de desorientación de dos estados, la cual ha mostrado estar bien correlacionada con los datos existentes a pesar de la gran simplificación que presenta, comparada con la complejidad del problema.

4.2.2. Corrección relativista a la distribución angular

Cuando las velocidades del retroceso son del orden del 5% de la velocidad de la luz o mayores, la transformación del sistema de coordenadas centrado en el núcleo que está decayendo, hacia el sistema laboratorio, debe ser una descrita por una transformación de Lorentz. Para esto, GOSIA usa una aproximación de la transformación de Lorentz a segundo orden en el tensor de decaimiento estadístico [20].
4.2.3. Factores de atenuación del ángulo sólido del detector- γ

Una de las características de GOSIA es la posibilidad de determinar los elementos de matriz que mejor reproduzcan las cuentas de rayos- γ observadas experimentalmente. Para ello debe tomarse en cuenta aspectos como el tamaño finito del detector y el mecanismo de absorción de los rayos- γ . Para ello se utiliza el método descrito por Krane [21], aplicable a detectores de germanio coaxiales.

GOSIA incluye además la integración sobre el ángulo sólido de detección de partículas, al menos para estados de vida media larga, incluye la corrección debida al decaimiento en vuelo, como el cambio dependiente del tiempo en la posición angular y ángulo sólido del detector visto desde el núcleo que está decayendo [2].

4.2.4. Cálculo númerico

GOSIA permite calcular los diferentes parámetros involucrados en el proceso de excitación Coulombiana. Uno de los parámetros más importantes es la sección eficaz de excitación Coulombiana. Para obtener esta sección se debe integrar: *i*. sobre la energía que pierde el proyectil debido al grueso finito del blanco, y *ii*. los ángulos de detección que cubre el detector de partículas. La intensidad gamma integrada $Y(I_i \rightarrow I_f)$ correspondiente a la desexcitación de un estado inicial I_i a un estado final I_f está dada por:

$$Y(I_i \to I_f) = \int_{E_{min}}^{E_{max}} dE \frac{1}{(dE/dx)} \int_{\theta_{p,min}}^{\theta_{p,max}} Y(\theta_p, E) d\theta_p, \tag{4.1}$$

donde E_{min} y E_{max} corresponden a las energías mínima y máxima del proyectil, dE/dx son los valores de poder de frenado (stopping powers) en unidades de MeV/(mg/cm²), $\theta_{p,min}$ y $\theta_{p,max}$ corresponden a los ángulos de dispersión de partículas sobre los cuales se desea integrar y $Y(\theta_p, E)$ es la intensidad de desexcitación gamma a un ángulo, θ_p , y energía, E, dadas.

Otro parámetro que es importante conocer, es el número total de eventos dispersados en una reacción que no causan excitación Coulombiana Y_p , es decir, aquellos que sólo sufren dispersión de Rutherford. Para este cálculo GOSIA efectúa la integración del número de partículas que se dispersan con una energía E en un ángulo θ_p , $Y_p(\theta_p, E)$, sobre la misma región de energía y cobertura angular, similar a la expressión 4.1.

Finalmente la probabilidad de exitación Coulombiana de un estado I_i a un estado I_f estará dada por:

$$R_{GOSIA} = \frac{Y(I_i \to I_f)}{Y_p} \epsilon_{\gamma} \Delta \Omega_{\gamma}, \qquad (4.2)$$

donde $\Delta\Omega_{\gamma}$ es el ángulo sólido cubierto por el detector de rayos γ , y ϵ_{γ} es la eficiencia de detección γ por unidad de ángulo sólido.

4.3. Sensitividad al efecto de reorientación

Antes de realizar el análisis de los datos experimentales, es conveniente explorar la sensibilidad del arreglo experimental para cuando se desea determinar el momento cuadrupolar del primer estado nuclear excitado 2_1^+ utilizando el efecto de reorientación. En esta sección presentamos un conjunto de simulaciones realizadas con GOSIA, donde se obtiene la probabilidad de excitación Coulombiana del primer estado excitado, como función del elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$, que es proporcional al

momento cuadrupolar. Las simulaciones son construidas para los anillos 2, 3 y 4 del detector de partículas, en combinanción con los 11 detectores clover de rayos- γ . GOSIA es utilizado para resolver las ecuaciones de exctación Coulombiana, integrando sobre la energía perdida en el blanco y cobertura angular de los detectores. Correcciones debidas a los efectos de desorientación nuclear y polarización de dipolo, son empleadas en los cálculos.

Las probabilidades de excitación cálculadas, son normalizadas a la probabilidad de excitación que se obtiene al asumir momento cuadrupolar cero. Para ver las ventajas que presenta esta normalización, se presentarán algunos aspectos básicos de la teoría de excitación Coulombiana.

De la expresión 2.45 a segundo orden en teoría de perturbaciones, podemos re-escribir la probabilidad de excitación como:

$$P_{0_1^+ \to 2_1^+} \approx P_{0_1^+ \to 2_1^+}^1 \left[1 + 1.74 \frac{A_2 \Delta E \langle 2^+ || M(E2) || 2^+ \rangle}{Z_2 (1 + A_1 / A_2)} K(\theta, \xi_{if}) \right], \tag{4.3}$$

$$P^{1}_{0_{1}^{+} \to 2_{1}^{+}} = B(E2:0_{1}^{+} \to 2_{1}^{+})F(\theta,\xi_{if}), \qquad (4.4)$$

donde $P_{0_1^+ \to 2_1^+}^1$ es la probabilidad de excitación a primer orden, θ el ángulo de dispersión del proyectil en el centro de masa, y ξ el parámetro de adiabaticidad. Las funciones $K(\theta, \xi_{if})$ y $F(\theta, \xi_{if})$ son las mencionadas en la sección 2.1.3 del capítulo 2. Si los dos parámetros son desconocidos; la probabilidad de transición reducida $B(E2: 0_1^+ \to 2_1^+)$ y el elemento de matriz diagonal proporcional al momento cuadrupolar $\langle 2^+ || M(E2) || 2^+ \rangle$, es necesario realizar al menos dos medidas independientes.

Como se muestra en la expression (4.3), a segundo orden en teoría de perturbaciones la dependencia de la probabilidad de excitación en B(E2) puede ser factorizada, por tanto, una normalización a la probabilidad de excitación con elemento de matriz diagonal nulo, cancela casi toda la dependencia en el parámetro B(E2):

$$\frac{P_{0_1^+ \to 2_1^+}}{P_{0_1^+ \to 2_1^+}^1} \approx 1 + 1.74 \frac{A_2 \Delta E \langle 2^+ || M(E2) || 2^+ \rangle}{Z_2 (1 + A_1 / A_2)} K(\theta, \xi_{if}).$$
(4.5)

Si se asume momento cuadrupolar cero, es decir, $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle = 0$ en la probabilidad de excitación a segundo orden, equivale a obtener la probabilidad a primer orden $P_{0_1^+ \to 2_1^+}^1$. De aquí, que una normalización de la probabilidad de excitación al valor calculado con Q = 0, es equivalente a obtener la expresión 4.5, que es directamente proporcional al momento cuadrupolar y no depende de el parámetro B(E2).

Por simplicidad en la escritura, definimos R_G como la probabilidad de excitación calculada por GOSIA, y $R_G(Q = 0)$, el valor que se obtiene al tomar momento cuadrupolar nulo. Para los cálculos efectuados en GOSIA, se tienen en cuenta elementos de matriz de los estados excitados más altos, tomando ordenes en teoría de perturbaciones suficientemente grandes, de acuerdo a la precisión que se requiera en cada caso. Es importante aclarar que $R_G(Q = 0)$ no es la probabilidad de excitación a primer orden. $R_G(Q = 0)$ es la probabilidad de excitación a *n*-esímo orden en teoría de perturbaciones, al tomar $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle = 0$.

Como caso de estudio, escogemos el proyectil ⁷⁸Se a 2.3*A* MeV, incidiendo sobre dos blancos diferentes, uno de ¹²C con grosor 1.288 mg/cm², y un segundo blanco de ²⁴Mg con grosor 0.640 mg/cm². La probabilidad de excitación R_G del primer estado excitado de ⁷⁸Se es calculada para los anillos 2, 3 y 4 del detector de partículas, en las reacciones ⁷⁸Se sobre ¹²C, y ⁷⁸Se sobre ²⁴Mg. En la figura 4.1 se muestra el resultado de la simulación para valores del elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ entre -0.5 b y 0.5 b. La máxima sensibilidad se presenta en el anillo 2, donde la variación total de la probabilidad de excitación normalizada entre el rango de valores tomados para el elemento de matriz diagonal, es ~ 12%, equivalente a una variación de ~ 1.6% para cada incremento de 1 b en el momento cuadrupolar.



Figura 4.1: Probabilidad de excitación R_G del primer estado excitado de ⁷⁸Se, para los anillos 2, 3 y 4 del detector de partículas, en la reacción ⁷⁸Se en ¹²C, como función del elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$. Las probabilidades de excitación son normalizadas a la probabilidad de excitación calculada tomando el momento cuadrupolar del estado como cero, $R_G(Q = 0)$.

Para el caso de la reacción ⁷⁸Se sobre ²⁴Mg mostrada en la figura 4.2, los resultados presentan una sensibilidad más grande al variar el elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ entre -0.5 b y 0.5 b. La máxima sensibilidad se presenta en el anillo 2, donde la variación total de la probabilidad de excitación normalizada entre el rango de valores tomados para el elemento de matriz diagonal, es ~ 20 %, equivalente a una variación de ~ 2.6 % para el incremento de 1 b en el momento cuadrupolar.



Figura 4.2: Probabilidad de excitación R_G del primer estado excitado de ⁷⁸Se, para los anillos 2, 3 y 4 del detector de partículas, en la reacción ⁷⁸Se en ²⁴Mg, como función del elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$. Las probabilidades de excitación son normalizadas a la probabilidad de excitación calculada tomando el momento cuadrupolar del estado como cero, $R_G(Q = 0)$.

Comparando los resultados obtenidos en las figuras 4.1 y 4.2, se concluye que la máxima sensibilidad al efecto de reorientación, se obtiene en el anillo 2 del detector de partículas, y el uso de un blanco más pesado, como ²⁴Mg, incrementa el efecto. Por consiguiente, un procedimiento viable para obtener el momento cuadrupolar de los proyectiles usados, consiste en determinar el parámetro B(E2) a partir de la información obtenida con el blanco de ¹²C, y determinar el momento cuadrupolar usando los datos provenientes del anillo 2 con el blanco ²⁴Mg.

Estos cálculos realizados en GOSIA, no dependen del elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$, y el elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ se tomó como el parámetro desconocido. Los elementos de matriz para transiciones de estados excitados más altos fueron tomadas de la tabla 5.5, aunque presentan poca influencia en lo resultados finales, deben ser incluidos para obtener resultados con mayor precisión.

Capítulo 5

ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este capítulo se presenta el análisis de los datos obtenidos en experimentos de Excitación Coulombiana para los núcleos estables 78,80 Se y el núcleo radioactivo 78 Ge.

Haces de núcleos de 78,80 Se y 78 Ge fueron acelerados usando el acelerador Tandem de HRIBF a energías de 2.3A MeV sobre blancos de 12 C, 24 Mg.

Todos los experimentos fueron llevados a cabo en el área del RMS en HRIBF. Los rayos- γ provenientes de la des-excitación del proyectil fueron detectados por el arreglo de detectores-gamma CLARION, en coincidencia con el núcleo dispersado proveniente del blanco, detectados por el arreglo BAREBALL.

5.1. Medición de grueso para los blancos ¹²C y ²⁴Mg

Se utilizó un detector de curva de Bragg para obtener una medida directa de la pérdida de energía del haz en los blancos de $^{12}\mathrm{C}$ y $^{24}\mathrm{Mg}$. Usando esta información se logró obtener una medida del grosor de cada blanco.

Al final del experimento de excitación Coulombiana del haz radioactivo ⁷⁸Ge, se hizo incidir el haz sobre los diferentes blancos de reacción utilizados, y se registraron las señales del detector de curva de Bragg. El detector de Bragg da una medida de la pérdida de energía del proyectil en el gas del detector ΔE como función de la energía E del haz incidente. En la figura 5.1 se muestra la curva ΔE vs Eobtenida para el haz incidente de ⁷⁸Ge en estado de carga 11⁺ sobre los diferentes blancos. El grupo inferior corresponde al blanco de ¹²C, el grupo del centro de la figura es el correspondiente al blanco de ²⁴Mg, y el grupo superior muestra la distribución que se obtiene cuando no se usa blanco, que nos da información directa de la energía inicial del haz.

Integrando electrónicamente la curva de Bragg sobre dos regiones de energía distintas, puede obtenerse un histograma en dos dimensiones E vs ΔE que identifique el número de carga Z de la partícula incidente. Para un único proyectil incidiendo sobre diferentes blancos, el centroide de la distribución indica la energía incidente promedio del haz, sobre el detector de curva de Bragg, que equivale a la energía perdida por el proyectil en cada blanco.



Figura 5.1: Histograma en dos dimensiones de las señales ΔE vs E del detector de curva de Bragg para un haz incidente de ⁷⁸Ge en estado de carga 11⁺. Los ejes se encuentran en unidades arbitrarias dadas por los canales de identificación. En la gráfica se identifican las distribuciones del haz para los dos blancos: ¹²C y ²⁴Mg. El grupo superior corresponde al haz detectado cuando no se uso ningún blanco.

La proyección sobre eje x del histograma 5.1 nos da información de la distribución de energía con la que llega el haz al detector de curva de Bragg. La figura 5.2 muestra dicha proyección.



Figura 5.2: Proyección del histograma 5.1 sobre el eje horizontal, que es proporcional a la energía E del haz incidente. En la figura se identifican los picos obtenidos para cada blanco, y se muestra pico obtenido cuando no se usó blanco, que corresponde a una energía incidente del haz de 179.4 MeV para estado de carga 11^+ .

Para calibrar en energía las señales del detector de Bragg, se hizo incidir el haz de interés, ⁷⁸Ge, directamente sobre el detector (i.e. sin atravesar un blanco) a varias energías bien definidas.

Debido a las características del post-acelerador, se varió la energía del haz incidente, manteniendo el voltaje de la terminal fijo y variando el estado de carga seleccionado en el intercambiador de carga. Los estados de carga utilizados fueron 8^+ , 9^+ , 10^+ , 11^+ . En la figura 5.3 se muestra el histograma con las distribuciones de calibración correspondientes.



Figura 5.3: Número de cuentas en función de la energía con la que incide el haz sobre el detector de Bragg para el proyectil ⁷⁸Ge con cuatro estados de carga 8^+ , 9^+ , 10^+ , 11^+ .

La energía del haz inicial en estado de carga 11^+ era 179.4 MeV, por definición la rigidez magnética para ese estado de carga está dada por:

$$\frac{ME}{Q^2} = 115.65. \tag{5.1}$$

Como el voltaje de la terminal del Tandem se mantuvo constante, la rigidez magnética debe ser constante para todos los estados de carga seleccionados, de ahí que la expresión 5.1 nos permite conocer la energía del haz incidente en cada valor Q. La figura 5.4 muestra la energía del haz para cada estado de carga como función del canal en el que se localiza el pico máximo en el histograma de pérdida de energía 5.3.



Figura 5.4: Curva de calibración de energía a canal para el detector de Bragg. En la figura se muestra la energía del haz como función del canal en el cual se encuentra el máximo de las distribuciones mostradas en el histograma 5.3. Se marcan los estados de carga correspondientes a cada punto. La línea azul es la función a la cual se ajustan los datos, dada por la expresión 5.2.

Para obtener la calibración de energía del detector de Bragg, los datos de los diferentes estados de carga se ajustaron a un polinomio de la forma:

$$E(\text{MeV}) = \sum_{i=0}^{3} a_i x^i,$$
 (5.2)

donde x indica el canal, y los coeficientes a_i son los parámetros del ajuste. Los coeficientes obtenidos se muestran en la tabla 5.1.

Coeficiente	Valor del ajuste
a_0	-6.10349
a_1	0.0944
a_2	-2.23901×10^{-5}
a_3	$3.95798{ imes}10^{-9}$

Tabla 5.1: Coeficientes que definen la curva de calibración de energía para el detector de Bragg. La función analítica ajustada es de la forma (5.2).

Una vez calibrado nuestro detector de Bragg, podemos obtener la energía que pierde el haz sobre cada blanco, asignando la energía correspondiente al canal donde se localiza cada pico de la figura 5.2. En la tabla 5.2 se muestran los resultados obtenidos de pérdida de energía para los blancos utilizados:

Blanco	Canal (± 4)	Energía Final (MeV)	Energía Perdida (MeV)
$^{12}\mathrm{C}$	1977	123.63 ± 0.38	55.38 ± 0.40
^{24}Mg	2580	156.35 ± 0.41	23.07 ± 0.41

Tabla 5.2: Energía perdida por el haz incidente de 78 Ge sobre los blancos de 12 C y 24 Mg.

Usando el programa STOPX de la paquetería UPAK [17] calculamos a que grueso de blanco corresponde este valor de pérdida de energía. Los valores obtenidos se encuentran en la tabla 5.3

Blanco	Grueso (mg/cm^2)
$^{12}\mathrm{C}$	1.288 ± 0.009
^{24}Mg	0.640 ± 0.011

Tabla 5.3: Grueso de blanco calculado usando el programa STOPX. Cada valor se determina estimando el grosor que debe tener el blanco correspondiente (12 C ó 24 Mg) para producir la pérdida de energía observada.

Por comodidad en la escritura, definimos dos conceptos que serán usados ampliamente en la discusión de este trabajo: *yields de rayos-\gamma* para referirnos al número de cuentas experimentales de rayos- γ provenientes de la des-excitación de un estado nuclear, y *yields de partícula* que será usado para especificar el número de partículas que inciden sobre un anillo del detector de partículas cargadas.

5.2. Métodos para obtener los elementos de matriz

5.2.1. Normalización a Rutherford

Esta normalización consiste en tomar una medida absoluta de la probabilidad de excitación experimental y compararla con el cociente de la sección eficaz de excitación Coulombiana y la sección eficaz de Rutherford calculadas con GOSIA.

La probabilidad de excitación experimental está dada por el número de cuentas en coincidencia gamma-partícula, $N_{\gamma-p}$, relativo al número de eventos totales N_p (inelásticos y elásticos) que son detectados en el detector de partículas:

$$R_{exp} = \frac{N_{\gamma-p}/\varepsilon_{\gamma}}{N_p H \tau_v},\tag{5.3}$$

donde ε_{γ} es la eficiencia absoluta de detección gamma del arreglo experimental (ver ecuación 3.2), H es el factor de escalamiento del detector de partículas y τ_v un factor de eficiencia debido al tiempo muerto del sistema de adquisición de datos.

Las cuentas en coincidencia correspondientes a la des-excitación-gamma de los estados excitados deben ser corregidas por la eficiencia absoluta (3.7). Como los rayos- γ llegan a cada clover de CLARION con diferente energía, se realizó la corrección en eficiencia absoluta y corrección relativista de ángulo sólido evento por evento antes de efectuar la corrección Doppler [13], esto permite alcanzar una mejor precisión, ya que la correción en eficiencia se realiza con la energía real con la que el rayo- γ incide en el detector.

Para comparar los resultados experimentales con los cálculos teóricos, expresamos la sección eficaz de excitación Coulombiana $(d\sigma_{0_1^+ \to 2_1^+}/d\Omega)$ para la transición $0_1^+ \to 2_1^+$ como el producto entre la probabilidad de excitación del estado $P_{0_1^+ \to 2_1^+}$ y la sección eficaz de Rutherford $(d\sigma_R/d\Omega)$:

$$\frac{d\sigma_{0_1^+ \to 2_1^+}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_R}{d\Omega} P_{0_1^+ \to 2_1^+}.$$
(5.4)

La sección eficaz de excitación Coulombiana y la sección de Rutherford deben ser calculadas integrando sobre la energía perdida en el grueso del blanco y los ángulos de detección de partículas. Para el cálculo de ambas secciones eficaces usamos el código GOSIA. Para facilitar la comparación entre los datos cálculados y experimentales, llamaremos R_{GOSIA} a la probabilidad de excitación $P_{0_1^+ \rightarrow 2_1^+}$ obtenida con GOSIA y R_{exp} a la probabilidad de excitación experimental. Los elementos de matriz se obtienen comparando R_{GOSIA} y R_{exp} . En esta normalización el elemento de matriz que se desea conocer, se varía hasta que la probabilidad de excitación experimental y calculada coincidan $R_{GOSIA} = R_{exp}$.

 R_{GOSIA} es calculado como la razón entre el número de cuentas en coincidencia integradas sobre la energía perdida en el blanco y cobertura angular del detector de partículas $Y(I_i \to I_f)$, sobre el número total de eventos que llegan a cada anillo del detector de partículas Y_p :

$$R_{GOSIA} = \frac{Y(I_i \to I_f)}{Y_p} .\epsilon_{\gamma} .\Delta\Omega_{\gamma}, \tag{5.5}$$

donde $\Delta\Omega_{\gamma}$ es el ángulo sólido cubierto por el detector de rayos- γ , y ϵ_{γ} la eficiencia de detección- γ por unidad de ángulo sólido. La normalización a 4π consiste en obtener de GOSIA el número de cuentas totales, como si se detectaran todos los rayos- γ que vienen de la reacción (cobertura angular 4π), por lo que se toma $\Delta\Omega_{\gamma} = 4\pi$. Nótese que Y_p es el número total de eventos correpondiente a la suma de la sección eficaz elástica más todas las inelasticas de los estados excitados observados:

$$Y_p = \sigma_{ruth} + \sum_i \sigma_i, \tag{5.6}$$

con σ_i la sección eficaz integrada de excitación Coulombiana del estado *i*.

5.2.2. Excitación múltiple

Cuando se presenta excitación múltiple no es necesario buscar una normalización adicional, ya que el número de elementos de matriz a ajustar y el número de datos experimentales son lo suficientemente grandes para despreciar el impacto de introducir una constante de normalización [2]. Por tanto, cuando se presenta excitación múltiple, sólo es necesario introducir como entrada el número de cuentas en coincidencia proveniente de la des-excitación de cada estado corregidas en eficiencia relativa. Información espectroscópica disponible como tiempos de vida, razones de ramificación, razones de mezcla, y elementos de matriz medidos anteriormente pueden ser introducida como entrada adicional a GOSIA, de tal manera que la información combinada permite determinar de manera realista los elementos de matriz del núcleo investigado.

5.2.3. Normalización al núcleo dispersado

En esta normalización uno de los núcleos dispersados debe ser bien conocido para ser usado como referencia. El procedimiento es posible cuando se tiene el número de cuentas experimentales de la desexcitación de ambos núcleos; proyectil y blanco, para la misma reacción y ángulo de dispersión. Los yields de rayos- γ calculados se obtienen usando la expresión:

$$Y_{point}(I \to I_f) = \int_{\phi_p} \frac{d^2 \sigma(I \to I_f)}{d\Omega_p d\Omega_\gamma} \, d\phi_p.$$
(5.7)

donde la integración se realiza sobre el ángulo de detección de partícula ϕ_p [2].

Como ambos procesos de excitación ocurren en la misma reacción, se comparte la misma sección eficaz de dispersión de Rutherford, y la sección eficaz de excitación Coulombiana para proyectil y blanco son dadas por:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{proj.} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_R P_{proj.},\tag{5.8}$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{target} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{R} P_{target},\tag{5.9}$$

donde $P_{proj.}$ y P_{target} son las probabilidades de excitación para proyectil y blanco respectivamente.

Como los yields de rayos- γ observados para un ángulo de dispersión dado son linealmente proporcionales la sección eficaz de Coulomb, una comparación de estas dos cantidades provee un camino para obtener los elementos de matriz desconocidos del núcleo blanco o proyectil.

Definiendo C_p como la constante de proporcionalidad entre los yields calculados y experimentales del proyectil, y C_t como la constante de proporcionalidad entre los yields calculados y experimentales del blanco, tendremos:

$$C_p = \frac{Y_p(calc)}{Y_p(exp)} \tag{5.10}$$

у

$$C_t = \frac{Y_t(calc)}{Y_t(exp)}.$$
(5.11)

Entonces

$$\frac{Y_p(calc)}{Y_t(cal)} = \frac{C_p}{C_t} \frac{Y_p(exp)}{Y_t(exp)}.$$
(5.12)

Usando los elementos de matriz para el núcleo dispersado, se dejan variar los elementos de matriz del núcleo desconocido hasta encontrar el valor correcto para que las constantes se igualen $C_t = C_p$.

Usando haces de iones radioactivos, la estadística de eventos es mucho más baja que en el caso de haces estables, y muchas veces tan solo el primer estado excitado es observado, por consiguiente las constantes de normalización son introducidas como parámetros libres. Una versión especial de GOSIA llamada GOSIA2, implementa una rutina de búsqueda automática de los elementos de matriz para proyectil y blanco, que satisfacen la relación (5.12), usando la misma constante de normalización $C_t = C_p$.

Este tipo de normalización es de gran utilidad en experimentos donde la normalización a Rutherford genera gran incertidumbre, ya sea por la dificultad experimental de detección de los núcleos dispersados, o la incertidumbre al obtener una medida absoluta.

La normalización al blanco posee grandes ventajas, pues esencialmente se comparan dos picos sobre el mismo espectro, y por tanto la medida es independiente de errores experimentales como: tiempo muerto en la electrónica del arreglo experimental y errores sistemáticos asociados a circunstancias experimentales como la no homogeneidad en la corriente del haz.

No solo existen problemas experimentales cuando se normaliza a la sección eficaz de Rutherford. En cinemática inversa los cálculos teóricos presentan ciertas dificultades, asociadas a regiones donde existe dos soluciones para un ángulo de dispersión del proyectil. La integración sobre ángulos grandes de dispersión del blanco debe realizarse con especial cuidado debido a que dichos ángulos corresponden a ángulos muy pequeños para el proyectil, donde la sección eficaz de Rutherford es muy grande (~ $1/\sin^4 (\theta/2)$) y cambia rápidamente.

5.3. Excitación Coulombiana de ⁷⁸Se

El primer experimento estudiado consistió en la reacción de un haz estable ⁷⁸Se sobre blancos de ¹²C ($\sim 1.288 \text{ mg/cm}^2$) y ²⁴Mg ($\sim 0.640 \text{ mg/cm}^2$) (ver tabla 5.3). Estos experimentos fueron realizados antes del experimento del núcleo inestable ⁷⁸Ge.

Núcleos proyectil de ⁷⁸Se fueron acelerados a energías de 2.3*A* MeV, que corresponde a energías tales que la distancia de máximo acercamiento es lo suficientemente grande para despreciar las fuerzas nucleares. En la tabla 5.4 se muestran los valores calculados de la distancia de máximo acercamiento *D* obtenida con la expresión (2.3), y la correspondiente distancia entre superficies nucleares d_s obtenida de la expresión (2.5):

		$^{12}\mathrm{C}$		^{24}Mg	
$\bar{\theta}_b(\text{lab})$	$ar{ heta}_{cm}$	$\bar{D}(fm)$	$\bar{d_s}(fm)$	$\overline{D}(fm)$	$\bar{d_s}(fm)$
0	151.92	14.72	6.52	14.94	6.00
21	123.47	15.33	7.13	15.56	6.61
36	91.18	16.69	8.49	16.92	7.97
55	58.73	20.02	11.82	20.24	11.30
		$\bar{E}(MeV) = 149.65$	$\bar{E}_{max}(\text{MeV}) = 166.88$	$\bar{E}(MeV) = 167.10$	$\bar{E}_{max}(\text{MeV}) = 179.04$

Tabla 5.4: Distancia promedio de máximo acercamiento D y distancia entre las superficies nucleares d_s para la reacción de ⁷⁸Se sobre blancos de ¹²C y ²⁴Mg. Las distancias fueron calculadas para los ángulos de dispersión en el centro de masa correspondientes a los ángulos de dispersión de blanco medios para cada anillo del detector de partículas BAREBALL.

Para obtener los elementos de matriz de ⁷⁸Se se utilizó el código de excitación Coulombiana GOSIA, los cálculos fueron realizados tomando en cuenta los elementos de matriz del núcleo ⁷⁸Se dados en la tabla 5.5. Además de los elementos de matriz electromagnéticos, el archivo de entrada de GOSIA debe contener los coeficientes de conversión interna del núcleo estudiado, la energía perdida del proyectil sobre el blanco, y los poderes de frenado (stopping powers) del proyectil sobre cada blanco. Los cálculos efectuados dependen de los puntos sobre los cuales se hace la integración, por lo que debe crearse una red de puntos lo suficientemente grande como para obtener una buena precisión en los cálculos númericos. Valores típicos corresponden a 10 ángulos de integración y 20 valores diferentes del poder de frenado del blanco. En todos los cálculos efectuados en el presente trabajo se usaron 20 ángulos de integración y 50 valores de poder de frenado. Para facilitar el cálculo tedioso de los valores de poderes de frenado y conversiones entre ángulos de dispersión de proyectil a ángulos de dispersión de blanco, se usó la recientemente desarrollada interfase

$I_i \to I_f$	$\langle I_i \mid\mid E2 \mid\mid I_f \rangle$ [eb]	$\langle I_i \mid\mid M1 \mid\mid I_f \rangle \ [\mu_N^2]$
$2^+_1 \to 0^+_1$	0.57 ± 0.04	
$2^+_2 \rightarrow 2^+_1$	0.45 ± 0.04	0.07 ± 0.01
$4_1^+ \to 2_1^+$	0.81 ± 0.06	
$2^+_2 \rightarrow 0^+_1$	0.08 ± 0.01	
$0^+_2 \rightarrow 2^+_1$	0.18 ± 0.06	
$2^+_1 \rightarrow 2^+_1$	-0.27 ± 0.09	
$2^+_2 \rightarrow 2^+_2$	0.23 ± 0.12	
$4_1^+ \to 4_1^+$	-0.90 ± 0.20	

Tabla 5.5: Elementos de matriz para el núcleo ⁷⁸Se que son tomados en cuenta para los cálculos realizados con GOSIA. Los elementos de matriz fueron tomados de la referencia [22]

gráfica de GOSIA llamada RACHEL [2], la cual toma los valores interpolados de poderes de frenado, y extrae los coeficientes de conversión interna usando la base BrIcc [23]. Una ventaja adicional de usar esta interfase gráfica, es que nos permite visualizar los niveles de energía y los elementos de matriz que se están utilizando en el cálculo.

Los cálculos en GOSIA fueron efectuados para cada detector clover del arreglo de rayos- γ CLARION en coincidencia con cada anillo del detector de partículas. Para cada cálculo númerico se efectuaron las correspondientes correcciones de ángulo sólido, corrección relativista a la distribución angular, correcciones debidas a la desorientación nuclear por retroceso en vacío y polarización de dipolo E1.

Además de resolver las ecuaciones involucradas en el proceso de excitación Coulombiana, GOSIA se puede usar como un programa de ajuste a los datos experimentales. GOSIA ajusta los elementos de matriz que mejor reproducen la información experimental. Cuando se usa el programa en esta forma, se deben introducir como parte de la entrada todas las cuentas en coincidencia de rayos- γ provenientes de la des-excitación de los estados observados. Información espectroscópica del núcleo estudiado tal como: los tiempo de vida media conocidos, razones de ramificación y razones de mezcla E2/M1, puede ser añadida para mejorar el analisís. En la tabla 5.6 se encuentran la información experimental adicional que se conoce acerca del núcleo ⁷⁸Se. Esta información fue usada como entrada en GOSIA.

I^{π}	$ au(\mathrm{s})$
2^{+}_{1}	12 ± 2
2^{+}_{2}	5.5 ± 1.5
4_{1}^{+}	1.3 ± 0.3
4^{+}_{2}	1.0 ± 0.4
6_{1}^{+}	$0.7 {\pm} 0.2$
Razón de mezcla	$2_2^+ \to 2_1^+ \equiv 3.5 \pm 0.5$
Razón de ramificación	$I(2_2^+ \to 2_1^+)/I(2_2^+ \to 0_1^+) \equiv 0.75 \pm 0.01$

Tabla 5.6: Vida media y razones de mezcla medidas anteriormente [24] para el núcleo ⁷⁸Se. Estos valores fueron usados como entrada adicional a GOSIA para realizar el ajuste a los datos experimentales.



Figura 5.5: Diagrama de niveles de ⁷⁸Se obtenido de la intefase RACHEL. El archivo de entrada de GOSIA incluye los elementos de matriz que conectan a los estados señalados con flechas negras. Se identifican los momentos cuadrupolares estáticos señalados con puntos negros, y los elementos de matriz que conectan a los diferentes estados entre bandas distintas, indicados por las flechas azules.

5.3.1. Blanco de 12 C

Un haz de ⁷⁸Se con intensidad promedio de ~ 8.8 nA se hizo incidir sobre un blanco de ¹²C con un grueso calculado (ver tabla 5.3) de ~ 1.288 mg/cm², por aproximadamente 40 minutos.

El espectro mostrado en la figura 5.6 corresponde al espectro de coincidencias ¹²C- γ corregido por efecto Doppler para el proyectil. Las energías y número de cuentas bajo cada pico para cada transición observada, se resumen en la tabla 5.7. El número de cuentas $N_{\gamma-p}$ bajo cada pico se obtuvo usando el programa gf3 [25]. Los datos experimentales fueron separados para cada anillo del detector de partículas.



Figura 5.6: Espectro de coincidencias 12 C- γ para el anillo 3 del detector de partículas BAREBALL en combinación con los once detectores clover de CLARION. El espectro corresponde a la reacción del haz 78 Se sobre un blanco de 12 C. Se marcan la energía de transición, espín y paridad de los rayos- γ correspondientes a los primeros estados excitados observados.

			$N_{\gamma-p}$	
Núcleo	Transición	Energía rayo $\gamma~[\rm keV]$	Anillo 2	Anillo 3
-				
78 Se				
	$2^+_1 \to 0^+_1$	614	47367 ± 230	107774 ± 394
	$2^{\bar{+}}_2 \rightarrow 2^{\bar{+}}_1$	695	263 ± 23	$555\pm$ 38
	$4_1^{\overline{+}} \rightarrow 2_1^{\overline{+}}$	888	227 ± 19	$507 \pm \ 49$
	$2^+_2 \rightarrow 0^+_1$	1309	$109 \pm \ 18$	266 ± 64
		Elásticos $N_p/10^3$	37203	119870

Tabla 5.7: Yields de rayos- γ , $N_{\gamma-p}$, correspondiente a las transiciones de ⁷⁸Se observadas en la reacción de ⁷⁸Se sobre ¹²C. Los datos experimentales fueron separados para cada anillo del detector de partículas.

Normalización a Rutherford

Como se detectó en coincidencia los rayos- γ provenientes del núcleo ⁷⁸Se con los núcleos ¹²C dispersados del blanco, la relación entre estas dos cantidades corregidas en eficiencia absoluta nos da la probabilidad de excitación, que puede ser comparada directamente con el valor calculado de la forma que vimos en la sección 5.2.1.

La segunda columna de la tabla 5.8 muestra el valor del número de cuentas bajo el pico correspondiente a la des-excitación $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ del núcleo ⁷⁸Se corregido por la eficiencia absoluta de detección-gamma, tiempo muerto de la electrónica y corrección relativista de ángulo sólido. Estas últimas correcciones fueron realizadas evento por evento usando la energía real con la que cada rayo- γ alcanza los detectores, implementando la rutina explicada en la sección 3.5. En la tercera columna se encuentra el número total de eventos obtenidos en cada anillo del detector de partículas. La probabilidad de excitación es calculada normalizando a un detector de rayos- γ con cobertura angular de 4π . Como los valores de $N_{\gamma-p}$ ya han sido corregidos en eficiencia, la probabilidad de excitación experimental (5.3) está dada por:

$$R_{exp} = \frac{N_{\gamma-p}}{N_p}.$$
(5.13)

El valor experimental de la probabilidad de excitación para cada anillo se muestra en la última columna de la tabla 5.8, y corresponde a las líneas horizontales de la figura 5.7. Las rectas roja y azul corresponden a la probabilidad de excitación calculada por GOSIA para cada anillo, como función del elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ del núcleo ⁷⁸Se. Elementos de matriz entre estados excitados con mayor energía de excitación que el estado 2_1^+ (614 keV) fueron tomados en cuenta y se listan en la tabla 5.5.

	$N_{\gamma-p}$ corr. efi.	$N_{p}/10^{3}$	R_{exp}
Anillo 2	1406907 ± 6843	37203	$0.03782 {\pm}\ 0.00018$
Anillo 3	3216533 ± 10461	119870	$0.02683 {\pm}\ 0.00009$

Tabla 5.8: Yield de rayos- γ , $N_{\gamma-p}$, yield de partículas, N_p , y probabilidad de excitación experimental, R_{exp} , obtenidas para la transición del primer estado excitado de ⁷⁸Se, extraído del espectro de coincidencias para la reacción del haz ⁷⁸Se sobre el blanco ²²C. Las cuentas fueron corregidas por eficiencia de detección gamma, tiempo muerto de la electrónica y corrección relativista de ángulo sólido.



Figura 5.7: Probabilidad de excitación calculada por GOSIA para el primer estado excitado de ⁷⁸Se en la reacción del haz ⁷⁸Se sobre el blanco ¹²C, como función del elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ en unidades de eb. Las probabilidades de excitación son calculadas para el anillo 2 (roja) y anillo 3 (azul) del detector de partículas, normalizando a un detector de rayos- γ de cobertura angular 4π . Las líneas horizontales corresponden al valor experimental obtenido de la relación entre eventos inelásticos y eventos totales, dada por la expresión (5.13).

El elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ asignado a ⁷⁸Se se encuentra en la tabla 5.9. Este valor corresponde al rango de intersección de las líneas horizontales y las líneas de color (donde la probabilidad de excitación experimental y la calculada coinciden, $R_{exp} = R_{GOSIA}$). En la tabla se muestra solo el error estadístico, errores sistemáticos correspondientes a la variación de los otros elementos de matriz deben ser tomados en cuenta para calcular el error total. El elemento de matriz que influye fuertemente en los resultados es elemento de matriz diagonal del primer estado excitado $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$. Los resultados mostrados en la tabla 5.9 se obtuvieron suponiendo un elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle = -0.27$ eb. Variaciones entre -0.5 eb y 0.0 eb de este elemento de matriz modifican la probabilidad de excitación entre 2 % y 3 %.

Excitación múltiple

Ya se han mencionado dos formas diferentes de normalización: *i*. normalización a la sección eficaz de Rutherford, que es bien conocida, pero experimentalmente presenta algunas incertezas (ya que requiere un conocimiento preciso de la eficiencia absoluta, que depende de varios parámetros experimentales). *ii*. normalización a las cuentas en coincidencia provenientes de la des-excitación del núcleo que acompaña la

Anillo	$\langle 0_1^+ M(E2) 2_1^+ \rangle [eb]$
2	0.608 ± 0.002
3	0.618 ± 0.001

Tabla 5.9: Elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ de ⁷⁸Se obtenido de la normalización a Rutherford. El error asignado corresponde únicamente al error estadístico.

colisión (sólo es posible cuando ambos núcleos son excitados). Para la excitación Coulombiana de ⁷⁸Se en el blanco 12 C no se puedo hacer esta última normalización debido a que el núcleo 12 C presenta un estado excitado de muy alta energía 4438.91 keV que no alcanza a ser excitado a las energías de bombardeo utilizadas. Una tercera forma de normalización puede usarse cuando se tiene múltiple excitación, en este caso es posible normalizar a la des-excitación del primer estado excitado al estado base. Para realizar esta normalización se debe dar como entrada a GOSIA todas las cuentas experimentales corregidas en eficiencia relativa para cada una de las transiciones observadas. En la tabla 5.7 se da el número de cuentas para cada transición detectada en la reacción ⁷⁸Se en ¹²C, esta información se combina con toda la información espectroscópica que se tiene para el núcleo 78 Se, tiempos de vida media, razones de ramificación y razones de mezcla, dadas en la tabla 5.6. Los elementos de matriz que mejor reproducen los datos experimentales, minimizando el valor de χ^2 , se encuentran en la tabla 5.10. Para los cálculos efectuados en GOSIA se utilizó la opción OP,RAW que permite agrupar los 11 detectores clover como un solo grupo (cluster), de esta manera la comparación entre experimento y teoría se realiza usando las cuentas en coincidencias correspondientes a la suma de todos los detectores. El procedimiento de ajuste fue repetido tomando diferentes elementos de matriz inicial, para evitar la entrada a posibles regiones de mínimo χ^2 sin significado físico.

En la tabla 5.10 solo se muestran los elementos de matriz que pueden ser obtenidos con un error inferior al 20 %. Los elementos de matriz diagonales no presentan una sensibilidad suficiente para esta reacción, y aunque fueron incluidos en los cálculos, no se pueden establecer con un error menor al 20 %. De estos resultados observamos que el elemento de matriz que conecta el primer estado excitado con el estado base resulta ser 3.5% más alto que el valor adoptado [27], coincidiendo con el valor obtenido al usar la normalización a la sección eficaz de Rutherford.

5.3.2. Blanco de 24 Mg

Un blanco de ²⁴Mg con grueso calculado de $0.640 \pm 0.011 \text{ mg/cm}^2$ (ver tabla 5.3) fue instalado en el mismo armazón sobre el cual se monto el blanco de ¹²C, y se hizo incidir sobre él un haz de ⁷⁸Se con intensidad promedio de ~ 22 nA por un tiempo aproximado de 40 minutos. El espectro de coincidencias ²⁴Mg- γ para el anillo 3 del detector de partículas BAREBALL en combinación con los 11 detectores clover de CLARION se muestra en la figura 5.8.

$I_i \to I_f$	$\langle I_i \mid\mid E2 \mid\mid I_f \rangle \text{ [eb]}$ Este trabajo	Ref. [26]	Ref. [22]	
$2^+_1 \to 0^+_1$	$0.60^{+0.02}_{-0.01}$	0.57±0.01	0.57 ±0.04	0.58 ± 0.01 Ref. [27] 0.62 ± 0.03 Ref. [28] 0.60 ± 0.06 Ref. [29] 0.60 ± 0.04 Ref. [30] 0.59 ± 0.02 Ref. [31]
$\begin{array}{c} 2^+_2 \to 2^+_1 \\ 4^+_1 \to 2^+_1 \\ 2^+_2 \to 0^+_1 \\ 0^+_2 \to 2^+_1 \\ 2^+_1 \to 2^+_1 \\ 2^+_2 \to 2^+_2 \\ 4^+_1 \to 4^+_1 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.61^{+0.02}_{-0.02} \\ 1.01^{+0.03}_{-0.03} \\ 0.114^{+0.006}_{-0.003} \end{array}$	0.57 ± 0.02 0.934 ± 0.019 0.103 ± 0.002	$\begin{array}{c} 0.45 \pm 0.04 \\ 0.81 \pm 0.06 \\ 0.08 \pm 0.01 \\ 0.18 \pm 0.06 \\ -0.27 \pm 0.09 \\ 0.23 \pm 0.12 \\ -0.90 \pm 0.20 \end{array}$	
	$\langle I_i \mid\mid M1 \mid\mid I_f \rangle \; [\mu_N^2]$			
	$0.10^{+0.02}_{-0.01}$		0.07 ± 0.01	

Tabla 5.10: Elementos de matriz electromagnéticos para el núcleo 78 Se obtenidos del ajuste a los datos experimentales de excitación múltiple para la reacción del haz 78 Se sobre el blanco 12 C.



Figura 5.8: Espectro de coincidencias $^{24}\text{Mg-}\gamma$ entre el anillo 3 del detector de partículas BAREBALL y todos los clover del arreglo CLARION para el haz de ^{78}Se sobre un blanco de ^{24}Mg . La corrección de corrimiento Doppler fue hecha para el proyectil. Se marcan la energía de transición, espín y paridad de los rayos- γ correspondientes a los primeros estados excitados observados de ^{78}Se .

	$ au(\mathrm{s})$		
I^{π}	GOSIA	Ref. [24]	Ref. [32]
2^+_1	13 ± 1	12 ± 2	
2^{+}_{2}	$3.5 {\pm} 0.3$	5.5 ± 1.5	$3.8 {\pm} 0.1$
4_{1}^{+}	$1.29 {\pm} 0.08$	$1.3 {\pm} 0.3$	
4_{2}^{+}		$1.0 {\pm} 0.4$	
6_1^+		$0.7{\pm}0.2$	
Mixing ratio $2^+_2 \rightarrow 2^+_1$	3.52 ± 0.03	3.5 ± 0.5	

Tabla 5.11: Tiempos de vida media y razones de mezcla obtenidas de los resultados de excitación Coulombiana comparado con valores medidos anteriormente para el núcleo 78 Se.

En este caso es posible hacer las tres normalizaciones: normalización a Rutherford, excitación múltiple y debido a que el primer estado del núcleo ²⁴Mg es excitado, también puede hacerse una normalización al núcleo dispersado. Una desventaja de esta reacción es que la transición $2^+_2 \rightarrow 0^+_1$ de ⁷⁸Se de energía 1308 keV se mezcla con la transición de energía 1369 keV correspondiente al primer estado excitado $2^+_1 \rightarrow 0^+_1$ de ²⁴Mg. Aunque la resolución de energía que puede alcanzarse en CLARION es de alrededor de 5 keV, existe una mezcla inevitable causada por el corrimiento Doppler de los rayo- γ del blanco. Las energías y número de cuentas bajo cada pico para cada una de las transiciones observadas son resumidas en la tabla 5.12.

			$N_{\gamma-p}$	
Núcleo	Transición	Energía rayo $\gamma~[\rm keV]$	Anillo 2	Anillo 3
78 Se				
	$2_1^+ \to 0_1^+$	614	41755 ± 213	100772 ± 341
	$2^+_2 \rightarrow 2^+_1$	695	371 ± 26	702 ± 33
	$4_1^+ \to 2_1^+$	888	652 ± 30	$1236\pm~39$
		Elásticos $N_p/10^3$	10591	37626

Tabla 5.12: Número de cuentas $N_{\gamma-p}$ en los diferentes picos del espectro de coincidencias, correspondientes a las transiciones observadas de ⁷⁸Se en la reacción del haz ⁷⁸Se sobre el blanco de ²⁴Mg. Los datos experimentales fueron separados para cada anillo del detector de partículas.

Normalización a Rutherford

Siguiendo un procedimiento similar al análisis empleado para el blanco de ^{12}C , obtenemos la probabilidad de excitación absoluta como la razón entre el yield de rayos- γ y el número de eventos totales que llegan a cada anillo del detector de partículas. Se tomaron únicamente las cuentas corregidas en eficiencia absoluta correspondientes el pico de la transición $2^+_1 \rightarrow 0^+_1$ de ^{78}Se en el espectro de coincidencia $^{24}\text{Mg-}\gamma$.

En la tabla 5.13 se muestran los resultados obtenidos para cada anillo. Se estudió la transición del primer estado excitado al estado base $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ del núcleo ⁷⁸Se. El número de cuentas debajo de cada pico fue corregido por eficiencia absoluta de detección-gamma, tiempo muerto de la electrónica y corrección relativista de ángulo sólido. Las correcciones fueron realizadas evento por evento usando la energía real con

5.3. EXCITACIÓN COULOMBIANA DE ⁷⁸SE

la que cada rayo- γ alcanza los detectores. En la tercera columna de la tabla 5.13 se encuentra el número total de eventos obtenidos en cada anillo del detector de partículas. La probabilidad de excitación se calcula normalizando a un detector de rayos- γ con cobertura angular de 4π . Como los valores de $N_{\gamma-p}$ mostrados en la tabla ya han sido corregidos en eficiencia, la probabilidad de excitación experimental se calcula usando la expresión (5.13).

	$N_{\gamma-p}$ corr. efi.	$N_{p}/10^{3}$	R_{exp}
Anillo 2	1269404 ± 6461	10591	$0.11986 {\pm}\ 0.00061$
Anillo 3	$3080653 {\pm}~10121$	37626	$0.08186 {\pm}\ 0.00027$

Tabla 5.13: Yield de rayos- γ , $N_{\gamma-p}$, yield de partículas, N_p , y probabilidad de excitación experimental, R_{exp} , obtenidas para la transición del primer estado excitado de ⁷⁸Se, extraído del espectro de coincidencias para la reacción del haz ⁷⁸Se sobre el blanco ²⁴Mg. Las cuentas fueron corregidas por eficiencia de detección-gamma, tiempo muerto de la electrónica y corrección relativista de ángulo sólido.



Figura 5.9: Probabilidad de excitación del primer estado excitado de ⁷⁸Se para la reacción ⁷⁸Se en ²⁴Mg como función del elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ [eb]. Las probabilidades de excitación son normalizadas a un detector 4π . Las líneas horizontales corresponden al valor experimental obtenido de la relación (5.13).

El valor calculado para la probabilidad de excitación experimental para cada anillo se muestra en la

última columna de la tabla 5.13, correspondientes a las líneas horizontales de la figura 5.9. Las rectas roja y azul corresponden a la probabilidad de excitación calculada por GOSIA para cada anillo como función del elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ de ⁷⁸Se. Los elementos de matriz para estados más altos son tomados de la tabla 5.5.

El elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ asignado a ⁷⁸Se se encuentra en la tabla 5.14. Este valor corresponde al rango de intercepción entre las líneas horizontales y las líneas de color, donde la probabilidad de excitación experimental y la calculada coinciden ($R_{exp} = R_{GOSIA}$). En la tabla se muestra únicamente el error estadístico, errores sistemáticos correspondientes a la variación de los otros elementos de matriz deben ser tomados en cuenta para calcular el error total. El elemento de matriz que presenta mayor influencia en los resultados es elemento de matriz diagonal del primer estado excitado $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$. Los resultados mostrados en la tabla 5.14 se obtuvieron suponiendo el elemento de matriz diagonal con valor $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle = -0.27$ eb, variaciones entre -0.5 eb y 0.0 eb de este elemento de matriz modifican la probabilidad de excitación entre 3 % y 4 %.

Anillo	$\langle 0_1^+ M(E2) 2_1^+ \rangle [eb]$
2	0.616 ± 0.002
3	0.594 ± 0.001

Tabla 5.14: Elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ para ⁷⁸Se obtenido de la normalización a Rutherford en los anillos 2 y 3 del detector de partículas.

Momento cuadrupolar eléctrico. Siguiendo la idea explicada en la sección 4.3, dejamos variar la probabilidad de excitación del primer estado excitado 2^+_1 , normalizando a la probabilidad de excitación calculada cuando se toma momento cuadrupolar cero para el estado.

En la figura 5.10, se muestra la probabilidad de excitación R_G normalizada, cálculada con GOSIA en el anillo 2 del detector de partículas, para el primer estado excitado de ⁷⁸Se para la reacción ⁷⁸Se en ²⁴Mg como función del elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$.



Figura 5.10: Probabilidad de excitación R_G cálculada con GOSIA en el anillo 2 del detector de partículas, para el primer estado excitado de 78 Se para la reacción 78 Se en 24 Mg como función del elemento de matriz diagonal $\langle 2^+_1 \mid\mid M(E2) \mid\mid 2^+_1 \rangle$ [eb]. Las probabilidades de excitación son normalizadas a la probabilidad de excitación calculada tomando el momento cuadrupolar del estado como cero, $R_G(Q=0)$. Las líneas horizontales corresponden al valor experimental usando la misma normalización.

Las líneas horizontales en la figura 5.10 corresponden al valor experimental normalizado al $R_G(Q = 0)$ calculado con GOSIA. La región de intersección nos da el valor del elemento de matriz diagonal:

$$\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle = -0.288 \pm 0.038 \text{ eb}$$
 (5.14)

Excitación múltiple ⁷⁸Se on ²⁴Mg

Similar al análisis de normalización múltiple para el blanco ¹²C, las cuentas experimentales bajo el pico correspondiente a cada transición observada son corregidas en eficiencia relativa y con la ayuda del código GOSIA se buscan los elementos de matriz que mejor reproducen los datos experimentales. En la tabla 5.12 se encuentra el número de cuentas para cada transición. La información experimental que se conoce ⁷⁸Se mostrada en la tabla 5.6 se adiciona para mejorar el resultado del ajuste. Los valores finales del ajuste a los datos experimentales se encuentran en la tabla 5.15. Para los cálculos efectuados en GOSIA se utilizó la opción OP,RAW que permite agrupar los 11 detectores clover como un solo conjunto, de esta manera se toman las cuentas en coincidencias correspondientes a la suma de todos los detectores. El procedimiento de ajuste fue repetido tomando diferentes elementos de matriz inicial, para evitar la entrada a posibles regiones de mínimo χ^2 sin significado físico.

$I_i \to I_f$	$\langle I_i \mid\mid E2 \mid\mid I_f \rangle$ Este trabajo	Ref. [26]	Ref. [22]	
$2^+_1 \to 0^+_1$	$0.61^{+0.03}_{-0.02}$	$0.57 {\pm} 0.01$	0.57 ± 0.04	0.58 ± 0.01 Ref. [27] 0.62 ± 0.03 Ref. [28] 0.62 ± 0.06 Ref. [32] 0.60 ± 0.06 Ref. [29] 0.60 ± 0.04 Ref. [30]
$\begin{array}{c} 2^+_2 \to 2^+_1 \\ 4^+_1 \to 2^+_1 \\ 2^+_2 \to 0^+_1 \\ 0^+_2 \to 2^+_1 \\ 2^+_1 \to 2^+_1 \\ 2^+_2 \to 2^+_2 \\ 4^+_1 \to 4^+_1 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.59\substack{+0.01\\-0.01}\\ 1.03\substack{+0.01\\-0.01}\\ 0.111\substack{+0.002\\-0.02}\\ \end{array}\\ -0.32\substack{+0.09\\-0.07\\-0.87\substack{+0.06\\-0.17\\-0.87\substack{+0.4\\-0.07}\end{array}}$	$\begin{array}{c} 0.57 {\pm} \ 0.02 \\ 0.934 {\pm} 0.019 \\ 0.103 {\pm} 0.002 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.45 \pm 0.04 \\ 0.81 \pm 0.06 \\ 0.08 \pm 0.01 \\ 0.18 \pm 0.06 \\ -0.27 \pm 0.09 \\ 0.23 \pm 0.12 \\ -0.90 \pm 0.20 \end{array}$	0.59 ± 0.02 Ref. [31] -0.34 \pm 0.12 Ref. [33]
	$\langle I_i \mid \mid M1 \mid \mid I_f \rangle$			
	$0.10^{+0.02}_{-0.01}$	0.07 ± 0.01		

Tabla 5.15: Elementos de matriz obtenidos para el núclo ⁷⁸Se. Los resultados muestran el conjunto de elementos de matriz que mejor reproducen los datos experimentales para la reacción de ⁷⁸Se sobre un blanco de ²⁴Mg.

En este caso con un blanco más pesado, se obtiene buena sensibilidad para poder asignar elementos de matriz diagonal con un error inferior al 30 %. Esta normalización al igual que las otras utilizadas para ambos blancos: ¹²C y ²⁴Mg, concuerdan con un valor del elemento de matriz $\langle 2_1^+ || E2 || 0_1^+ \rangle$ alrededor de 0.60 eb que corresponde a un valor ~ 3.5 % más alto que el adoptado en la referencia [27]. Como veremos a lo largo del trabajo, este valor superior al adoptado, es consistente para todos los experimentos y normalizaciones usadas en el análisis.

Normalización al núcleo dispersado

Cuando se desea usar la normalización a la excitación del núcleo que acompaña la dispersión, se debe obtener el espectro de coincidencias con corrección de corrimiento Doppler tanto para proyectil como para blanco. Estos espectros son obtenidos por separado. El espectro de coincidencias ²⁴Mg- γ obtenido para el anillo 3 del detector de partículas BAREBALL con los 11 detectores del arreglo CLARION con corrección Doppler para el blanco se muestra en la figura 5.11.

El pico correspondiente a la desexcitación del primer estado de ²⁴Mg se ajustó usando el programa gf3 [25]. En la tabla 5.17 se muestra el número de cuentas correspondiente a la transición observada $2^+_1 \rightarrow 0^+_1$ de ²⁴Mg obtenidas del espectro de coincidencias ²⁴Mg- γ para los anillos 2 y 3 del detector de partículas.

	$\tau(s)$		
I^{π}	GOSIA	Ref. [24]	Ref. [32]
2^{+}_{1}	13 ± 2	12 ± 2	
2^{+}_{2}	3.7 ± 0.1	5.5 ± 1.5	$3.8 {\pm} 0.1$
4_{1}^{+}	$1.23 \pm \ 0.02$	$1.3 {\pm} 0.3$	
4^{+}_{2}		$1.0 {\pm} 0.4$	
6_1^{\mp}		$0.7{\pm}0.2$	
Razón de mezcla $2^+_2 \rightarrow 2^+_1$	3.52 ± 0.03	3.5 ± 0.5	

Tabla 5.16: Tiempos de vida y razón de mezcla obtenidos de los resultados de excitación Coulombiana comparado con valores medidos anteriormente para el núcleo 78 Se.

			$N_{\gamma-p}$	
Núcleo	Transición	Energía rayo γ [keV]	Anillo 2	Anillo 3
^{24}Mg	$2^+_1 \to 0^+_1$	1368.6	3517 ± 67	10562 ± 114

Tabla 5.17: Número de cuentas en coincidencia, $N_{\gamma-p}$, para cada anillo del detector de partículas en coincidencia con los 11 detectores clover de rayos- γ . El pico observado corresponde a la transición del primer estado excitado de ²⁴Mg.



Figura 5.11: Espectro de coincidencias ²⁴Mg- γ para el anillo 3 del detector de partículas BAREBALL en coincidencia con los 11 detectores clover de CLARION. El espectro corresponde a la reacción de un haz de ⁷⁸Se sobre un blanco de ²⁴Mg con correción de corrimiento Doppler para el blanco. Se marcan la energía de transición, espín y paridad del rayo- γ correspondiente al primer estado excitado observado para ²⁴Mg.

La incertidumbre en los resultados obtenidos cuando se usa normalización al núcleo dispersado, depende fuertemente de la precisión con la que se conoce la estructura del núcleo al cual se normaliza. En esta reacción, el valor del elemento de matriz E2 que corresponde a los estados 2_1^+ y 0_1^+ , es proporcional al parámetro B(E2) que se conoce con muy buena precisión por experimentos realizados por otros grupos [27], pero sucede algo contrario con el elemento de matriz diagonal proporcional al momento cuadrupolar del primer estado excitado para este núcleo. Una revisión de los estudios experimentales realizados sobre el núcleo ²⁴Mg deja en evidencia la gran discrepancia para valores reportados del momento cuadrupolar, cuyos valores varían entre 0.18 y 0.38 b, lo que significa una diferencia de más del 110 % entre diferentes medidas. Por esta razón, una la sección 5.5 del presente trabajo ha sido dedicada al estudio del núcleo ²⁴Mg.

Como hasta el momento no tenemos la información precisa de la estructura del núcleo 24 Mg, los resultados obtenidos usando la normalización al núcleo dispersado, no pueden ser establecidos con precisión. Con el objetivo de complementar los distintos tipos de normalización que se pueden hacer para la reacción ⁷⁸Se sobre 24 Mg, se presentan los resultados del estudio del núcleo usando los valores promedios que se conocen de la estructura del núcleo 24 Mg (ver tabla 5.18). Para estos cálculos que implican excitación simultánea de proyectil y blanco, usamos el código GOSIA2, que como se mencionó anteriormente, implementa la excitación simultánea para ambos núcleos dispersados usando la misma constante de normalización (ver 5.2.3).

	$I_i \to I_f$	
$\langle I_i \parallel E2 \parallel I_f \rangle$	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	0.207
	$2_1^+ \to 2_1^+$	-0.3
	$2_2^+ \to 0_1^+$	0.063
	$4_1^+ \to 2_1^+$	0.380
	$2_2^+ \to 2_1^+$	0.086

Tabla 5.18: Valores de los elementos de matriz de núcleo 24 Mg usados como entrada en los cálculos hechos con GOSIA2 para obtener los elementos de matriz del núcelo 78 Se. Los valores de la tabla son tomados de la referencia [34], a excepción del valor del momento cuadrupolar que se tomó como un promedio de los valores reportados por diferentes experimentos. En la sección 5.5 se presenta una discusión detallada del momento cuadrupolar del primer estado excitado para este núcleo.

Para efectuar los cálculos con GOSIA2, se debe introducir simultáneamente el número de cuentas corregidas en eficiencia relativa de cada una de las transiciones observadas, tanto para ⁷⁸Se, como para ²⁴Mg. El código GOSIA2 varía los elementos de matriz hasta obtener el mejor ajuste entre los datos experimentales y los valores calculados para uno de los núcleos. En este caso, se fijaron todos los elementos de matriz de ²⁴Mg y se dejaron como parámetros libres los elementos de matriz de ⁷⁸Se. Los resultados obtenidos se encuentran en la tabla 5.19

Como se observa en la tabla 5.19, el elemento de matriz obtenido para la transición $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ es más alto que el valor adoptado. Elementos de matriz de estados excitados más altos se obtienen con buena precisión, y muestran estar en buen acuerdo con resultados reportados anteriormente por otros grupos.

Este conjunto de resultados ha mostrado de manera consistente la medición de un valor de elemento de matriz $\langle 2_1^+ || E2 || 0_1^+ \rangle$ alrededor de 0.6 eb. Valores obtenidos usando tres normalizaciones diferentes en dos blancos distintos, sugieren un valor ~ 3.5 % más alto que el valor adoptado [27]. Esta consistencia sugiere un valor re-revisado para este elemento de matriz del núcleo ⁷⁸Se.

	$\langle I_i \mid\mid E2 \mid\mid I_f \rangle$			
$I_i \to I_f$	Esta normalización	Ref. [26]	Ref. [22]	
$2^+_1 \to 0^+_1$	$0.592^{+0.001}_{-0.001}$	$0.57{\pm}0.01$	0.57 ± 0.04	0.58 ± 0.01 Ref. [27]
				0.62 ± 0.03 Ref. [28]
				0.62 ± 0.06 Ref. [32]
				0.60 ± 0.06 Ref. [29]
				0.60 ± 0.04 Ref. [30]
				0.59 ± 0.02 Ref. [31]
$2^+_2 \rightarrow 2^+_1$	$0.56^{+0.01}_{-0.01}$	$0.57{\pm}~0.02$	0.45 ± 0.04	
$4^+_1 \rightarrow 2^+_1$	$1.01^{+0.01}_{-0.02}$	$0.934{\pm}0.019$	0.81 ± 0.06	
$2^+_2 \rightarrow 0^+_1$	$0.104_{-0.002}^{+0.001}$	$0.103{\pm}0.002$	0.08 ± 0.01	
$0^{\tilde{+}}_2 \rightarrow 2^{\tilde{+}}_1$	0.002		0.18 ± 0.06	
$2\tilde{1}^+ \rightarrow 2\tilde{1}^+$	$-0.53^{+0.02}_{-0.17}$		-0.27 ± 0.09	-0.34 ± 0.12 Ref. [33]
$2^+_2 \rightarrow 2^+_2$	$0.27^{+0.06}_{-0.06}$		0.23 ± 0.12	
$4_1^{\bar +} \to 4_1^{\bar +}$	$-0.87^{+0.15}_{-0.08}$		-0.90 ± 0.20	
	$\langle I_i \mid \mid M1 \mid \mid I_f \rangle$			
	$0.09^{+0.02}_{-0.01}$	0.07 ± 0.01		

Tabla 5.19: Elementos de matriz obtenidos para el núcleo 78 Se en la normalización al núcleo dispersado. Los resultados muestran el conjunto de elementos de matriz que mejor reproducen los datos experimentales para la reacción de 78 Se sobre un blanco de 24 Mg.

5.4. Excitación Coulombiana de ⁸⁰Se

Un haz estable de ⁸⁰Se fue acelerado a energías de 2.3*A* MeV sobre blancos de ¹²C y ²⁴Mg, después de haber corrido todos los experimentos con masa A = 78. El haz de ⁸⁰Se con intensidad ~ 5.5 nA, se hizo incidir de forma alternada sobre ambos blancos por alrededor de 1 hora y 20 minutos, y cada blanco se expuso al haz por intervalos de alrededor de 3 minutos. Esta técnica de alternar los blancos nos permite una comparación directa entre los resultados de dos "experimentos diferentes", reduciendo los errores experimentales que existen cuando los experimentos son hechos de forma separada.

Las energías de bombardeo se escogieron por debajo de la barrera Coulombiana, procurando obtener distancias de acercamiento lo suficientemente grandes para despreciar las fuerzas nucleares. En la tabla 5.20 se muestran los valores calculados de la distancia de máximo acercamiento D obtenida de la expresión (2.3), y la correspondiente distancia entre superficies nucleares d_s obtenida de la expresión (2.5).

		$^{12}\mathrm{C}$		^{24}Mg	
$\overline{\theta}_b(\text{lab})$	$ar{ heta}_{cm}$	$\bar{D}(fm)$	$ar{d_s}(fm)$	$\bar{D}(fm)$	$\bar{d_s}(fm)$
0	152.05	14.30	5.70	14.71	6.09
21	122.78	15.22	6.97	15.44	6.45
36	90.32	16.61	8.36	16.79	7.80
55	57.61	20.02	11.77	20.08	11.09
		$\bar{E}(MeV) = 154.25$	$\bar{E}_{max}(\text{MeV}) = 184$	$\bar{E}(MeV) = 171.7$	$\bar{E}_{max}(MeV) = 184$

Tabla 5.20: Distancia promedio de máximo acercamiento D y distancia entre las superficies nucleares d_s para la reacción de ⁸⁰Se sobre blancos de ¹²C y ²⁴Mg. Las distancias fueron calculadas para los ángulos de dispersión en el centro de masa correspondientes a los ángulos medios de dispersión de blanco para cada anillo del detector de partículas.



Figura 5.12: Diagrama de niveles de energía para los primeros estado excitados del núcleo 80 Se. El diagrama fue obtenido de [34].

Los elementos de matriz de ⁸⁰Se fueron obtenidos por comparación directa entre los datos experimentales y los cálculos teóricos realizados por GOSIA. Para los cálculos efectuados en GOSIA se tomaron en cuenta los elementos de matriz del núcleo ⁸⁰Se que se muestran en la tabla 5.21.

En la tabla 5.22 se encuentran los tiempos de vida media y razones de ramificación conocidas para los estados excitados que se observaron en el núcleo 80 Se. Estos valores fueron usados como entrada adicional a GOSIA para el ajuste a los datos experimentales.

$I_i \to I_f$	$\langle I_i E2 I_f \rangle$ [eb]
$2^+_2 \rightarrow 2^+_1$	0.38 ± 0.02
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	0.82 ± 0.04
$2_2^+ \to 0_1^+$	0.106 ± 0.006
$0^+_2 \rightarrow 2^+_1$	0.12 ± 0.01
$2^+_1 \rightarrow 2^+_1$	-0.26 ± 0.04
$2^+_2 \rightarrow 2^+_2$	0.53 ± 0.03
$4_1^+ \to 4_1^+$	-0.85 ± 0.11

Tabla 5.21: Elementos de matriz para el núcleo ⁸⁰Se que son tomados en cuenta para los cálculos realizados con GOSIA. Los elementos de matriz fueron tomados de la referencia [35].

I^{π}	$ au(\mathrm{s})$
2^+_1	12.6 ± 0.3
2^{+}_{2}	2.81 ± 0.19
4_{1}^{+}	$0.95{\pm}0.03$
0_{2}^{+}	$16.4{\pm}1.7$
Razón de ramificación	$I(2_2^+ \to 0_1^+)/I(2_2^+ \to 2_1^+) \equiv 3.3 \pm 0.8$
	$I(4_2^+ \to 2_1^+)/I(4_2^+ \to 2_2^+) \equiv 1.4 \pm 0.2$

Tabla 5.22: Tiempos de vida media y razones de ramificación medidas anteriormente [24] para el núcleo 80 Se. Estos valores fueron usados como entrada adicional a GOSIA para el ajuste a los datos experimentales.

A continuación se presenta un análisis de excitación Coulombiana del núcleo ⁸⁰Se, siguiendo un procedimiento similar al realizado para el núcleo ⁷⁸Se. La información experimental a la que se puede acceder en esta reacción nos permite realizar las tres normalizaciones ya mencionadas: a Rutherford, Excitación múltiple y normalización al blanco dispersado. Debido a la poca estadística que se tiene al usar el blanco de ¹²C, no es posible obtener buenos resultados al usar la normalización a excitación múltiple. Cuando se usa el blanco de ²⁴Mg, aunque la estadística es baja, es suficiente para observar un número de cuentas apreciable en los estados excitados superiores al primer estado excitado, de ahí la posibilidad de usar las tres diferentes normalizaciones.

5.4.1. Blanco de 12 C

Un haz de ⁷⁸Se con intensidad promedio de ~ 0.5 en A se hizo incidir sobre un blanco de ¹²C con un grueso calculado de 1.288 \pm 0.009 mg/cm² (ver tabla 5.3). El blanco fue expuesto al haz por intervalos de ~ 3 minutos, alternando con un blanco de ²⁴Mg, el tiempo total aproximado de la estadística de eventos que se obtuvo, fue alrededor de 40 minutos para cada blanco.



Figura 5.13: Espectro de coincidencias ¹²C- γ para el anillo 3 de BAREBALL y los 11 detectores clover del arreglo CLARION en la reacción de un haz de ⁸⁰Se sobre un blanco de ¹²C. La corrección de corrimiento Doppler se realizó para el proyectil. Se marcan la energía de transición, espín y paridad del rayo- γ correspondiente a los primeros estados excitados observados de ⁸⁰Se.

En la figura 5.13 se muestra el espectro de coincidencias ${}^{12}C-\gamma$ para el anillo 3 del detector de partículas con los 11 clover del arreglo CLARION. El espectro mostrado fue corregido por corrimiento Doppler para el proyectil. Las energías y número de cuentas bajo el pico correspondiente a la transición $2^+_1 \rightarrow 0^+_1$ de ⁸⁰Se se muestran en la tabla 5.23.

			$N_{\gamma-p}$	
Núcleo	Transición	Energía rayo γ [keV]	Anillo 2	Anillo 3
80 Se				
	$2_1^+ \to 0_1^+$	666	2188 ± 50	4988 ± 76
		Elásticos $N_p/10^1$	26215	87508

Tabla 5.23: Número de cuentas, $N_{\gamma-p}$, bajo el pico que corresponde a la transición $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ de ⁸⁰Se en el espectro de coincidencias ¹²C- γ . Los datos experimentales fueron separados por anillo.

Como se ve en el espectro mostrado en la figura 5.13, se tiene poca estadística para transiciones de estados excitados más altos que el primer estado excitado, por tanto, un análisis por excitación múltiple, no es adecuado, y como no se observa excitación del blanco, sólo es posible usar la normalización a la

5.4. EXCITACIÓN COULOMBIANA DE ⁸⁰SE

sección eficaz de Rutherford.

Normalización a Rutherford.

Como vimos en la sección 5.2.1, la probabilidad de excitación se obtiene de la relación entre le número de cuentas corregido en eficiencia absoluta para la transición $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ en el espectro de coincidencias ¹²C- γ y el número total de eventos en cada anillo del detector de partículas.

La probabilidad de excitación experimental obtenida de la relación (5.13), se compara directamente con el valor calculado por GOSIA. En la tabla 5.24 se muestra el valor del número de cuentas bajo el pico correspondiente a la transición $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ del núcleo ⁸⁰Se. El número de cuentas es corregido por eficiencia absoluta de detección-gamma, tiempo muerto de la electrónica y corrección relativista de ángulo sólido. Todas las correcciones se realizan evento por evento, usando la energía real con la que cada rayo- γ alcanza los detectores.

Anillo	$N_{\gamma-p}$ Corr. efi.	Elásticos	Probabilidad de Excitación
2	68547 ± 1605	26215	$0.02680\ {\pm}0.00061$
3	166646 ± 2391	87508	$0.01779 {\pm} 0.00028$

Tabla 5.24: Probabilidad de excitación para cada anillo obtenida de la expresión (5.3), para la reacción del haz de 80 Se sobre el blanco 12 C.

La probabilidad de excitación se calcula normalizando a un detector de rayos- γ con cobertura angular de 4π . En la figura 5.14 se muestra la probabilidad de excitación calculada por GOSIA como función del elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ de ⁸⁰Se, las rectas roja y azul corresponden a los valores obtenidos para anillos 2 y 3 del detector BAREBALL. Las líneas horizontales de color negro en la misma figura 5.14 corresponden a los valores experimentales de la probabilidad de excitación, obtenidas en la tabla 5.24. Los elementos de matriz para estados más altos son tomados de la tabla 5.21.



Figura 5.14: Probabilidad de excitación del primer estado excitado de ⁸⁰Se para la reacción ⁸⁰Se en ¹²C como función del elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ [eb] de ⁸⁰Se. Las probabilidades de excitación se calculan normalizando a un detector de cobertura angular 4π . Las líneas horizontales corresponden al valor experimental obtenido de la relación (5.13).

La intersección entre los valores calculados y experimental de la figura 5.14, delimita el rango de valores permitidos para el elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ de ⁸⁰Se. Los valores asignados para este elemento de matriz se muestran en la tabla 5.25, con el correspondiente error estadístico. Errores sistemáticos correspondientes a la variación de los otros elementos de matriz deben ser tomados en cuenta para calcular el error total. El elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ es el que presenta mayor influencia en los resultados. Para obtener los valores que se muestran en la tabla 5.25 se asumió un elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle = -0.26$ eb. Variaciones de este elemento de matriz entre -0.5 eb y 0.0 eb, modifican la probabilidad de excitación por ~ 3 %.

Anillo	$\langle 0_1^+ M(E2) 2_1^+ \rangle [eb]$
2	0.516 ± 0.006
3	0.512 ± 0.004
Ref. [27]:	0.503 ± 0.006

Tabla 5.25: Elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ de ⁸⁰Se obtenido de la normalización a la sección eficaz de Rutherford.

5.4.2. Blanco de ^{24}Mg

En esta sección se presentan los resultados obtenidos al usar el blanco $^{24}{\rm Mg}$ con grueso calculado de $0.640\pm0.011~{\rm mg/cm^2}$. El haz de $^{78}{\rm Se}$ con intensidad promedio de ~0.5 en A fue acelerado a energías de $2.3A~{\rm MeV}$ sobre el blanco, por intervalos de ~3 minutos, alternando con el blanco de $^{12}{\rm C}$ usado en el análisis anterior.

En esta reacción, así como en todas las estudiadas en este trabajo, podemos realizar la normalización a Rutherford. El análisis por excitación múltiple es posible aun con la poca estadística que se tienen sobre los estados excitados más altos, y debido a que el primer estado del núcleo ²⁴Mg es excitado, se puede también hacer una normalización al núcleo dispersado, de manera similar al caso estudiado para el núcleo ⁷⁸Se. En la figura 5.15 se muestra el espectro de coincidencias ²⁴Mg- γ entre el anillo 3 de BAREBALL y los 11 detectores del arreglo CLARION. El espectro superior en la figura corresponde a la correción Doppler para el proyectil, y el espectro inferior, a la corrección Doppler para el blanco.

La transición $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$ observada para ⁸⁰Se de energía 1449 keV se mezcla con la transición de energía 1369 keV correspondiente al primer estado excitado $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ de ²⁴Mg cuando se corrige en Doppler para el proyectil. Aunque la resolución en energía que se puede alcanzar con CLARION es de alrededor de 5 keV, existe una mezcla inevitable causada por el corrimiento Doppler de los rayo- γ del blanco. Las energías y número de cuentas de las transiciones observadas son resumidas en la tabla 5.26.

			$N_{\gamma-p}$	
Núcleo	Transición	Energía rayo γ [keV]	Anillo 2	Anillo 3
$^{78}\mathrm{Se}$				
	$2^+_1 \rightarrow 0^+_1$	666	1852 ± 48	4449 ± 69
	$2^+_2 \rightarrow 2^+_1$	783	19 ± 5	21 ± 5
	$4_1^+ \to 2_1^+$	1035	21 ± 5	42 ± 7

Tabla 5.26: Número de cuentas de rayos- γ , $N_{\gamma-p}$, para cada una de las transiciones observadas en el espectro de coincidencias, correspondientes a la reacción del haz ⁸⁰Se sobre el blanco ²⁴Mg. Los datos experimentales fueron separados para cada anillo del detector de partículas.



Figura 5.15: Espectro de coincidencias ²⁴Mg- γ entre el anillo 3 de BAREBALL y los 11 detectores del arreglo CLARION, correspondiente a la reacción del haz ⁸⁰Se sobre un blanco de ²⁴Mg, con corrección Doppler para el proyectil (superior) y corrección Doppler para el blanco (inferior). Se marcan la energía de transición, espín y paridad del rayo- γ correspondiente a los primeros estados excitados observados de ⁸⁰Se y el primer estado excitado observado para ²⁴Mg.

5.4. EXCITACIÓN COULOMBIANA DE 80 SE

Excitación múltiple

En la tabla 5.26 se muestran las cuentas experimentales de las transiciones observadas para el núcleo ⁸⁰Se en la reacción sobre el blanco de ²⁴Mg. Las cuentas mostradas en dicha tabla son corregidas en eficiencia relativa. El código GOSIA se usó para buscar los elementos de matriz que mejor reproducen estos datos experimentales. La información experimental que se conoce sobre ⁸⁰Se es mostrada en la tabla 5.22, y es incluida en la entrada de GOSIA para mejorar el resultado del ajuste a los datos experimentales. Se usó la opción OP,RAW de GOSIA para agrupar los 11 detectores clover del arreglo CLARION como un solo conjunto. El procedimiento de ajuste fue repetido tomando diferentes elementos de matriz inicial, para evitar la entrada a posibles regiones de mínimo χ^2 sin significado físico.

$I_i \to I_f$	$\langle I_i \mid\mid E2 \mid\mid I_f \rangle$ [eb] Este trabajo	Ref. [35]	
$\begin{array}{c} 2^+_1 \to 0^+_1 \\ 2^+_2 \to 0^+_1 \\ 4^+_1 \to 2^+_1 \\ 2^+_2 \to 2^+_1 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.496\substack{+0.007\\-0.006}\\ 0.131\substack{+0.006\\-0.007}\\\pm 0.81\substack{+0.01\\-0.01\\\pm 0.35\substack{+0.03\\-0.03}\end{array}$	$\begin{array}{c} 0.486\substack{+0.028\\-0.025}\\ 0.106\substack{+0.006\\-0.006}\\ 0.82\substack{+0.04\\-0.04}\\ 0.379\substack{+0.02\\-0.020}\end{array}$	0.503±0.006 Ref. [27]

Tabla 5.27: Elementos de matriz obtenidos del análisis por excitación múltiple para el núcleo 80 Se, en la reacción del haz 80 Se sobre 24 Mg.

A pesar de la poca estadística con la que se cuenta en esta reacción, los resultados obtenidos por excitación múltiple mostrados en la tabla 5.27, presentan un buen acuerdo con valores experimentales reportados en experimentos previos [35]. Es importante recalcar que en este estudio por excitación múltiple, todos los elementos de matriz que se toman en cuenta, se tomarón como parámetros libres, aunque en la tabla 5.27 solo se reportan aquellos elementos de matriz que pueden ser establecidos con un error menor al 10 %. En cambio, cuando se realizó la normalización a Rutherford, se dejaron fijos los elementos de matriz de los estados excitados más altos, y como se menciono antes, variaciones de alrededor de 0.25 eb en el elemento de matriz diagonal genera cambios de alrededor de 3% en el elemento de matriz que conecta el estado base y el primer estado excitado. A pesar de que el elemento de matriz que conecta el primer estado en esta normalización es alrededor de 3% más bajo que el encontrado en la normalización a Rutherford (ver tabla 5.25), debido a las consideraciones mencionadas, se puede asegurar la consistencia entre las dos normalizaciones: Rutherford y excitación múltiple, usadas para estudiar el núcleo ⁸⁰Se.

5.5. Medición del momento cuadrupolar de ²⁴Mg

Motivados por la gran discrepancia entre los valores experimentales reportados para el momento cuadrupolar de 24 Mg (ver tabla 5.28), esta sección es dedicada al estudio del efecto de reorientación en dicho núcleo.

Q [b]	Ref.
-0.29 ± 0.03	[36]
-0.18 ± 0.02	[37]
-0.178 ± 0.013	[38]
-0.07 ± 0.03	[39]
-0.243 ± 0.035	[40]
-0.38 ± 0.16	[41]

Tabla 5.28: Valores experimentales medidos en el pasado por diferentes grupos para el momento cuadrupolar eléctrico del primer estado excitado del núcleo 24 Mg.

Una medida del momento cuadrupolar del primer estado excitado de ²⁴Mg es reportada con base en la información experimental proveniente de tres reacciones diferentes: núcleos proyectil ⁷⁸Se, ⁸⁰Se y ⁷⁸Ge fueron bombardeados sobre un mismo blanco de ²⁴Mg (0.640 ± 0.011 mg/cm²) a energías 2.3*A* MeV, correspondientes a energías inferiores a la barrera Coulombiana, garantizando excitación Coulombiana segura, sin interferencia de fuerzas nucleares. La detección en coincidencia de los núcleos dispersados del blanco, con los rayos- γ provenientes de la transición del primer estado excitado del mismo núcleo, nos permitió determinar de manera directa la probabilidad de excitación Coulombiana para el primer estado 2⁺₁ de ²⁴Mg. Los datos fueron analizados para dos ángulos de dispersión diferentes, y usando dos normalizaciones independientes; normalización a Rutherford (independiente de la estructura del proyectil) y normalización al núcleo dispersado (dependiente de la estructura del proyectil).

La diferencia marcada entre los valores experimentales reportados para el momento cuadrupolar de 24 Mg, además de motivar el estudio de este núcleo, se convierte en una necesidad, ya cuando queremos estudiar el núcleo inestable ⁷⁸Ge usando la normalización al núcleo dispersado, los resultados que se obtienen dependen fuertemente del error asociado a los elementos de matriz de ²⁴Mg.

En el ajuste a los datos experimentales, se deja libre el elemento de matriz diagonal del primer estado excitado 2_1^+ de ${}^{24}Mg$, y para los otros elementos de matriz se toman los valores dados en la tabla 5.29.

	$I_i \to I_f$	
$\langle I_i \mid\mid E2 \mid\mid I_f \rangle$ [eb]	$2_1^+ \to 0_1^+$	0.208 ± 0.003
	$2_1^+ \to 2_1^+$	A ser variado
	$2_2^+ \to 0_1^+$	0.063 ± 0.003
	$4_1^+ \to 2_1^+$	0.380 ± 0.019
	$2_2^+ \to 2_1^+$	0.086 ± 0.005

Tabla 5.29: Valores adoptados [34] para los elementos de matriz de núcleo 24 Mg. El valor del elemento de matriz diagonal se toma como el parámetro que se desea conocer.

En la figura 5.16 se muestra el diagrama de niveles del núcleo ²⁴Mg. Los elementos de matriz que
conectan a los estados son señalados con flechas negras. Los puntos negros indican los elementos de matriz diagonal que se incluyen en los cálculos.



Figura 5.16: Diagrama de niveles de ²⁴Mg obtenido de la interfase RACHEL. El archivo de entrada de GOSIA incluye los elementos de matriz que conectan a los estados señalados con flechas negras. Se identifican los momentos cuadrupolares estáticos señalados con puntos negros, y los elementos de matriz que conectan a los diferentes estados entre bandas distintas, indicados por las flechas azules.

5.5.1. Proyectil ⁷⁸Se

La información experimental proveniente de la reacción de un haz ⁷⁸Se sobre un blanco de ²⁴Mg, presentada en la sección 5.3, es analizada de manera independiente para el estudio del núcleo ²⁴Mg. Como se vio en la sección mencionada, el haz fue acelerado a energías tales que la distancia de máximo acercamiento (ver tabla 5.4), se mantuvo lo suficientemente lejos para despreciar el alcance de las fuerzas nucleares.

La detección en coincidencia de los núcleos dispersados del blanco, con los rayos- γ provenientes de la transición del primer estado excitado del núcleo ²⁴Mg, permitió corregir el corrimiento Doppler para el blanco dispersado, identificando de manera clara el pico correspondiente a la transición $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ de ²⁴Mg. En la figura 5.11 se muestra el espectro de coincidencias ²⁴Mg- γ con correción de corrimiento Doppler para el blanco, cuando se tiene el anillo 3 del detector de partículas BAREBALL en coincidencia con los 11 detectores clover de CLARION.

Normalización a Rutherford

La probabilidad de excitación absoluta para la transición $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ de ²⁴Mg es calculada como la razón entre el yield de rayos- γ de la des-excitación observada para ²⁴Mg en el espectro de coincidencias ²⁴Mg- γ con corrección Doppler para el blanco, y el número de eventos totales que llegan a cada anillo del detector de partículas. Las cuentas fuerón corregidas evento por evento, en eficiencia absoluta de detección-gamma, tiempo muerto de la electrónica y corrección relativista de ángulo sólido, usando la energía real con la que cada rayo- γ alcanza los detectores. En la tabla 5.30 se muestran: el número de cuentas en coincidencia para la transición observada, el número total de eventos en los anillos 2 y 3 del detector de partículas, y la probabilidad de excitación experimental que se obtiene para el primer estado excitado.

	$N_{\gamma-p}$ corr. efi.	$N_{p}/10^{3}$	R_{exp}
Anillo 2	163579 ± 3112	10591	$0.01544 {\pm}\ 0.00029$
Anillo 3	479829 ± 5344	37626	$0.01275 {\pm}\ 0.00014$

Tabla 5.30: Número de cuentas obtenido para la transición del primer estado excitado (1368 keV) de 24 Mg, en la reacción del haz 78 Se sobre el blanco 24 Mg. El número de cuentas es corregido por eficiencia absoluta de detección-gamma, tiempo muerto de la electrónica y corrección relativista de ángulo sólido.



Figura 5.17: Probabilidad de excitación del primer estado excitado de ²⁴Mg para la reacción ⁷⁸Se en ²⁴Mg, como función del elemento de matriz $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ [eb]. Las probabilidades de excitación son normalizadas a un detector con cobertura angular 4π . Las líneas horizontales corresponden al valor experimental obtenido de la relación (5.13).

El valor calculado para la probabilidad de excitación experimental para cada anillo se muestra en la última columna de la tabla 5.30, que corresponde a las líneas horizontales de la figura 5.17. Las rectas roja y azul corresponden a la probabilidad de excitación calculada por GOSIA tomando los valores extremos del elemento de matriz conocido $\langle 0_1^+ || \ M(E2) || \ 2_1^+ \rangle$ de ²⁴Mg, como función del elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || \ M(E2) || \ 2_1^+ \rangle$ del mismo núcleo. Los elementos de matriz para estados más altos que fueron tomados en cuenta para este cálculo se dan en la tabla 5.29. En la tabla 5.31 se encuentran los valores asignados al elemento de matriz $\langle 2_1^+ || \ M(E2) || \ 2_1^+ \rangle$ para cada anillo del detector de partículas, que corresponden al rango delimitado por las intersecciones de las líneas horizontales y las líneas de color, donde la probabilidad de excitación experimental y la calculada coinciden ($R_{exp} = R_{GOSIA}$).

Anillo	$\langle 2_1^+ \parallel M(E2) \parallel 2_1^+ \rangle$ [eb]	Q [b]
2	-0.36 ± 0.04	-0.27 ± 0.04
3	-0.43 ± 0.04	-0.33 ± 0.03

Tabla 5.31: Valores del elemento de matriz $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ obtenidos para el núcleo ²⁴Mg, en la normalización a Rutherford para cada anillo del detector de partículas.

Normalización al núcleo dispersado. GOSIA2

Siguiendo la idea explicada en la sección 5.2.3, se usa la normalización al núcleo dispersado, encontrando las constantes de normalización entre la sección eficaz de excitación Coulombiana y el número de cuentas experimentales provenientes de la transición del primer estado excitado para cada los núcleos proyectil y blanco. GOSIA2 fue usado para optimizar el proceso de buscar los elementos de matriz para ambos núcleos: proyectil y blanco, que mejor reproducen los yields de rayos- γ experimentales. Para este caso, contrario a los estudiados anteriormente, se toma el núcleo proyectil como referencia, y GOSIA2 es usado para encontrar el elemento de matriz diagonal del primer estado excitado de ²⁴Mg, que como se especificó anteriormente, no se conoce con certeza.

Los cálculos con GOSIA2 se realizarón tomando la suma de los 11 detectores clover en conjunto, haciendo uso de la opción OP,RAW en GOSIA2. Las cuentas experimentales de rayos- γ , correspondientes a las transiciones observadas, fueron corregidas por eficiencia relativa para ser utilizadas como entrada para el código. Cada cálculo se repitió hasta encontrar un valor de convergencia para el elemento de matriz $\langle 2_1^+ || E2 || 2_1^+ \rangle$ de ²⁴Mg. El error total asignado al elemento de matriz de ²⁴Mg, depende de la incertidumbre con que se conocen los elemento de matriz del núcleo ⁷⁸Se. Los parámetros que tienen mayor influencia en los resultados finales, corresponden a los elementos de matriz: $\langle 0_1^+ || E2 || 2_1^+ \rangle$ de ²⁴Mg, y $\langle 0_1^+ || E2 || 2_1^+ \rangle$ y $\langle 2_1^+ || E2 || 2_1^+ \rangle$ de ⁷⁸Se. En la tabla 5.32 se resumen los valores de convergencia para el elemento de matriz diagonal de ²⁴Mg, obtenidos al variar los parámetros que tienen mayor influencia en la incerteza final.

$^{78}\mathrm{Se}$		^{24}Mg	
$\langle 0_1^+ \parallel M(E2) \parallel 2_1^+ \rangle$	$\langle 2_1^+ \parallel M(E2) \parallel 2_1^+ \rangle$	$\langle 0_1^+ \parallel M(E2) \parallel 2_1^+ \rangle$	$\langle 2_1^+ \parallel M(E2) \parallel 2_1^+ \rangle$
0.58	-0.41	0.2052	-0.3930 *
0.58	-0.25	0.2052	-0.3623 *
0.56	-0.41	0.2052	-0.4616 *
0.56	-0.25	0.2052	-0.4315 *
0.58	-0.25	0.2105	-0.4133 *
0.56	-0.41	0.2105	-0.5116 *

Tabla 5.32: Valores de convergencia para el elemento de matriz diagonal de ²⁴Mg, obtenidos al variar los parámetros que tienen mayor influencia en la incerteza final. El asterisco señala el valor al cual converge el elemento de matriz $\langle 2_1^+ || E2 || 2_1^+ \rangle$ de ²⁴Mg. Cada cálculo se realizó usando los elementos de matriz mostrados en la tabla, que corresponden a los extremos para los parámetros conocidos, que tienen mayor influencia en la incertidumbre final. Los cálculos se efectuaron tomando el valor adoptado [27] para el elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle = 0.57 \pm 0.01$ del núcleo ⁷⁸Se.

El resultado final del elemento de matriz diagonal para $^{24}{\rm Mg}$ se toma de los valores encontrados en la tabla 5.32:

$$\langle 2_1^+ || E2 || 2_1^+ \rangle = 0.44 \pm 0.07 \text{ eb.}$$
 (5.15)

El valor del elemento de matriz diagonal obtenido en (5.15), corresponde a un momento cuadrupolar eléctrico $Q_{2^+} = -0.33 \pm 0.06$ b. En la tabla 5.33 se presenta una comparación del resultado medido con los resultados reportados en experimentos previos realizados por otros grupos. El valor del momento cuadrupolar para el primer estado excitado de ²⁴Mg, fue obtenido asumiendo el elemento de matriz adoptado [27] para el núcleo ⁷⁸Se, que corresponde a $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle = 0.57 \pm 0.01$ eb. Si tomamos

	Presente trabajo (b)	Previos resultados (b)	
$Q_{2^+} = -0.29 \pm 0.04$	-0.33 ± 0.06	-0.29 ± 0.03	Ref. [36] [1990]
		-0.18 ± 0.02	Ref. [37] [1981]
		-0.07 ± 0.03	Ref. [39] [1981]
		-0.38 ± 0.16	Ref. [41] [1969]

Tabla 5.33: Comparación entre el resultado obtenido en este trabajo y valores reportados en estudios anteriores para el elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ de ²⁴Mg.

el valor que se obtuvo en el análisis del núcleo ⁷⁸Se, correspondiente a $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle = 0.60 \pm 0.01$, obtenemos los valores extremos para el elemento de matriz diagonal de ²⁴Mg, mostrados en la tabla 5.34

$^{78}\mathrm{Se}$		^{24}Mg	
$\langle 0_1^+ \parallel M(E2) \parallel 2_1^+ \rangle$	$\langle 2_1^+ \parallel M(E2) \parallel 2_1^+ \rangle$	$\langle 0_1^+ \parallel M(E2) \parallel 2_1^+ \rangle$	$\langle 2_1^+ \parallel M(E2) \parallel 2_1^+ \rangle$
0.61	-0.25	0.2052	-0.2622 *
0.59	-0.41	0.2105	-0.4102 *

Tabla 5.34: Valores de convergencia para el elemento de matriz diagonal de ²⁴Mg, obtenidos al variar los parámetros que tienen mayor influencia en la incerteza final. El asterisco señala el valor al cual converge el elemento de matriz $\langle 2_1^+ || E2 || 2_1^+ \rangle$ de ²⁴Mg. Cada cálculo se realizó usando los elementos de matriz mostrados en la tabla, que corresponden a los extremos para los parámetros conocidos, que tienen mayor influencia en la incertidumbre final. Los cálculos se efectuaron tomando el valor calculado en la sección 5.3 para el elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle = 0.60 \pm 0.01$ del núcleo ⁷⁸Se.

El resultado final para el elemento de matriz diagonal ^{24}Mg , se obtienen de la tabla 5.34:

$$\langle 2_1^+ \mid\mid M(E2) \mid\mid 2_1^+ \rangle = -0.33 \pm 0.07 \text{ eb.}$$
 (5.16)

Este valor corresponde a un momento cuadrupolar $Q_{2^+} = -0.25 \pm 0.06$ b, y es 25 % menor que el obtenido al usar el elemento de matriz $\langle 0^+_1 || M(E2) || 2^+_1 \rangle$ adoptado para el núcleo ⁷⁸Se.

5.5.2. Proyectil ⁸⁰Se

De los datos experimentales que se obtuvieron para la reacción para el haz ⁸⁰Se sobre el mismo blanco de ²⁴Mg, obtenemos un valor del momento cuadrupolar empleando la normalización a la sección eficaz de Rutherford. En la figura 5.18 se muestran los valores calculados para la probabilidad de excitación para el estado 2_1^+ de ²⁴Mg, como función del elemento de matriz diagonal de dicho estado. Los cálculos se realizarón para cada anillo del detector de partículas, tomando los valores extremos del elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ de ²⁴Mg. Las líneas negras horizontales de la misma figura, corresponden al valor experimental de la probabilidad de excitación para cada anillo, mostrados en la tabla 5.35

	$N_{\gamma-p}$ corr. efi.	$N_{p}/10^{3}$	R_{exp}
Anillo 2	10995 ± 760	6344	0.0173 ± 0.0012
Anillo 3	32243 ± 1199	21897	0.0147 ± 0.0005

Tabla 5.35: Número de cuentas obtenido para la transición del primer estado excitado (1368 keV) de 24 Mg, en la reacción del haz 80 Se sobre el blanco 24 Mg. El número de cuentas es corregido por eficiencia absoluta de detección-gamma, tiempo muerto de la electrónica y corrección relativista de ángulo sólido.



Figura 5.18: Probabilidad de excitación del primer estado excitado de ²⁴Mg para la reacción del haz ⁸⁰Se sobre el blanco ²⁴Mg, como función del elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ [eb]. Las probabilidades de excitación son normalizadas a un detector con cobertura angular de 4π . Las líneas horizontales corresponden al valor experimental obtenido de la relación (5.13).

El valor calculado para la probabilidad de excitación experimental para cada anillo se muestra en la última columna de la tabla 5.18, que corresponde a las líneas horizontales de la figura 5.18. Las rectas roja y azul corresponden a la probabilidad de excitación calculada por GOSIA tomando los valores extremos del elemento de matriz conocido $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ de ²⁴Mg, como función del elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ del mismo núcleo. Los elementos de matriz para estados excitados más altos tomados en cuenta para este cálculo son dados en la tabla 5.29. En la tabla 5.36 se encuentran los valores asignados al elemento de matriz $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ para los anillos 2 y 3 del detector de partículas, que corresponden al rango que limitan las intersecciones entre las líneas horizontales y las líneas de color,

donde la probabilidad de excitación experimental y la calculada coinciden $(R_{exp} = R_{GOSIA})$.

Anillo	$\langle 2_1^+ \parallel M(E2) \parallel 2_1^+ \rangle \text{ [eb]}$	Q [b]
2	-0.33 ± 0.08	-0.25 ± 0.06
3	-0.32 ± 0.08	-0.24 ± 0.06

Tabla 5.36: Valores del elemento de matriz $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ obtenidos para el núcleo ²⁴Mg, utilizando la normalización a Rutherford para cada anillo del detector de partículas.

El valor obtenido para el elemento de matriz diagonal se obtuvo de la tabla 5.36:

$$\langle 2_1^+ || E2 || 2_1^+ \rangle = 0.33 \pm 0.08 \text{ eb.}$$
 (5.17)

El valor del elemento de matriz diagonal obtenido en (5.17) corresponde a un momento cuadrupolar eléctrico $Q_{2^+} = -0.24 \pm 0.06$ b, consistente con el valor medido al usar el haz de ⁷⁸Se.

5.5.3. Proyectil ⁷⁸Ge

Realizamos el procedimiento seguido para los dos proyectiles estables ^{78,80}Se, ahora con la información experimental proveniente de la reacción de un haz ⁷⁸Ge sobre el mismo blanco de ²⁴Mg. Usando la normalización a la sección eficaz de Rutherford se compararon las probabilidades de excitación experimental y calculada para el núcleo ²⁴Mg. En la tabla 5.37 se presentan: los valores experimentales para el yield de rayos- γ , el número de eventos totales en cada anillo del detector de partículas, y la probabilidad de excitación experimental para el primer estado excitado de ²⁴Mg, para los anillos 2 y 3 del arreglo BAREBALL.

	$N_{\gamma-p}$ corr. efi.	$N_{p}/10^{3}$	R_{exp}
Anillo 2	15066 ± 931	64908	0.0232 ± 0.0014
Anillo 3	44856 ± 1610	227200	0.0197 ± 0.0007

Tabla 5.37: Número de cuentas obtenido para la transición del primer estado excitado (1368 keV) de 24 Mg, en la reacción del haz 78 Ge sobre el blanco 24 Mg. El número de cuentas es corregido por eficiencia absoluta de detección-gamma, tiempo muerto de la electrónica y corrección relativista de ángulo sólido.



Figura 5.19: Probabilidad de excitación del primer estado excitado de ²⁴Mg para la reacción ⁷⁸Ge en ²⁴Mg como función del elemento de matriz $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$. Las probabilidades de excitación son normalizadas a un detector 4π . Las líneas horizontales corresponden al valor experimental obtenido de la relación (5.13).

En la figura 5.19 se muestran los valores de la probabilidad de excitación experimental y calculada para cada anillo del detector de partículas, como función del elemento de matriz diagonal de 24 Mg, siguiendo el mismo código de colores empleado en las figuras 5.17 y 5.18. El elemento de matriz diagonal para 24 Mg se obtiene de la región de intersección entre los valores calculados y experimentales. Los resultados para cada anillo se encuentran en la tabla 5.38.

Anillo	$\langle 2_1^+ M(E2) 2_1^+ \rangle [eb]$	Q[b]
2	-0.30 ± 0.08	-0.23 ± 0.06
3	-0.35 ± 0.08	-0.26 ± 0.06

Tabla 5.38: Elemento de matriz $\langle 2_1^+ \mid \mid M(E2) \mid \mid 2_1^+ \rangle$ de ²⁴Mg obtenido de comparar las constantes de normalización entre ⁷⁸Ge y ²⁴Mg.

El valor promedio del momento cuadrupolar medido para esta reacción, $Q = 0.25 \pm 0.06$ b, muestra ser consistente con los valores medidos para las reacciones con los proyectiles ⁷⁸Se y ⁸⁰Se.

El resumen de las medidas realizadas para el momento cuadrupolar del núcleo ²⁴Mg, se encuentra en la tabla 5.39. Estos resultados, además de mostrar un conjunto de valor experimentales que sugieren un

momento cuadrupolar alto para el núcleo ²⁴Mg, sustentan el valor medido para el elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle = 0.60 \pm 0.01$ eb del núcleo ⁷⁸Se, ya que usando valores más bajos para este elemento de matriz, se obtiene un momento cuadrupolar eléctrico mucho más grande para el primer estado excitado de ²⁴Mg.

	Q [b]	
Proyecil	Norma. Rutherford	Norma. núcleo dispersado
78 Se	-0.30 ± 0.05	$-0.33 \pm 0.06 \ ^{a}$
		-0.25 ± 0.06 b
80 Se	-0.24 ± 0.08	
$^{78}\mathrm{Ge}$	-0.25 ± 0.06	
	^{<i>a</i>} con $\langle 0_1^+ M(E2) 2_1^+ \rangle = 0.58 \pm 0.01$ eb para ⁷⁸ Se.	
	^b con $\langle 0_1^+ M(E2) 2_1^+ \rangle = 0.60 \pm 0.01$ eb para ⁷⁸ Se.	

Tabla 5.39: Resumen de los valores medidos para el momento cuadrupolar eléctrico del primer estado excitado del núcleo ²⁴Mg. La relación con el elemento de matriz diagonal está dada por $Q = 0.758 \langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$.

5.6. Excitación Coulombiana del núcleo radioactivo ⁷⁸Ge

El haz radioactivo de ⁷⁸Ge fue acelerado a energías de 2.3A MeV sobre blancos de ¹²C y ²⁴Mg. El haz de ⁷⁸Ge se hizo incidir de forma alternada sobre ambos blancos por alrededor de 6 días.

Al igual que todos los casos estudiados, se utilizó la técnica de detección en coincidencia de núcleos dispersados del blanco, con los rayos- γ provenientes de la des-excitación del proyectil. En la tabla 5.40 se muestran: la distancia promedio de máximo acercamiento D, y distancia entre las superficies núcleares d_s , obtenidas de las expresiones (2.3) y (2.5).

		$^{12}\mathrm{C}$		^{24}Mg	
$\bar{\theta}_b(\text{lab})$	$ar{ heta}_{cm}$	$\bar{D}(fm)$	$\bar{d_s}(fm)$	$\bar{D}(fm)$	$\bar{d_s}(fm)$
0	151.92	13.90	5.69	14.21	5.27
21	123.47	14.61	6.41	14.94	5.99
36	91.18	16.42	8.22	16.77	7.82
55	58.73	20.80	12.59	21.16	12.21
		$\overline{E}(\text{MeV}) = 151.5$	$\overline{E}_{max}(\text{MeV}) = 179.4$	$\overline{E}(MeV) = 167.9$	$\overline{E}_{max}(\text{MeV}) = 179.4$

Tabla 5.40: Distancia promedio de máximo acercamiento D y distancia entre las superficies núcleares d_s para la reacción de ⁸⁰Se sobre blancos de ¹²C y ²⁴Mg. Las distancias fueron calculadas para los ángulos de dispersión en el centro de masa correspondientes a los ángulos de dispersión de blanco medios para cada anillo del detector de partículas.

5.6.1. Blanco de ${}^{12}C$

En la figura 5.20 se muestra el espectro de coincidencias ${}^{12}C-\gamma$ obtenido para el núcleo ${}^{78}Ge$ sobre el blanco de ${}^{12}C$ usando todos los detectores del arreglo CLARION en coincidencia con los anillos 2 y 3 de arreglo BAREBALL.



Figura 5.20: Espectro de coincidencias ¹²C- γ para el anillo 2 (superior) y anillo 3 (inferior) de BAREBALL y los 11 detectores clover del arreglo CLARION, en la reacción del haz ⁷⁸Ge sobre un blanco de ¹²C. La corrección de corrimiento Doppler se realizó para el proyectil. Se marcan la energía de transición, espín y paridad del rayo- γ correspondiente a los primeros estados excitados observados de ⁷⁸Ge.

Como se observa en la figura 5.20, aunque se detectan cuentas para estados superiores al 2_1^+ , la estadística de eventos es insuficiente para realizar una normalización a excitación múltiple. Al utilizar este blanco sólo se pudo realizar normalización a la sección eficaz de Rutherford.

Usando la normalización a la sección eficaz de Rutherford, reportamos una medición del elemento de matriz $0_1^+ \rightarrow 2_1^+$ del núcleo radioactivo ⁷⁸Ge.

Normalización a Rutherford

Los valores experimentales para los yield de rayos- γ , los eventos totales, y la probabilidad de excitación del estado 2_1^+ del núcleo radioactivo ⁷⁸Ge, se muestran en la tabla 5.41 para cada anillo del detector de partículas.

	$N_{\gamma-p}$ corr. efi.	$N_p/10$	R_{exp}
Anillo 2	86014 ± 711	857060	$0.03445 {\pm} 0.00028$
Anillo 3	201430 ± 2664	2019221	$0.02375 {\pm}\ 0.00031$

Tabla 5.41: Número de cuentas obtenido para la transición del primer estado excitado de ⁷⁸Ge extraído del espectro de coincidencias de ⁷⁸Ge sobre el blanco ¹²C. Las cuentas fueron corregidas por eficiencia absoluta de detección-gamma, tiempo muerto de la electrónica y corrección relativista de ángulo sólido.



Figura 5.21: Probabilidad de excitación del primer estado excitado del núcleo radioactivo ⁷⁸Ge para la reacción del haz ⁷⁸Ge en un blanco de ¹²C, como función del elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ [eb]. Las probabilidades de excitación son normalizadas a un detector con cobertura de 4π . Las líneas horizontales corresponden al valor experimental obtenido de la relación (5.13).

En la figura 5.21 se muestra el valor el valor calculado de la probabilidad de excitación como función del elemento de matriz $\langle 0^+_1 || M(E2) || 2^+_1 \rangle$ del núcleo ⁷⁸Ge, la curva roja corresponde al valor calculado en el anillo 2 del detector de partículas, y la curva azul al valor calculado en el anillo 3. Las líneas negras horizontales corresponden a los valores experimentales de la probabilidad de excitación para cada anillo. La separación entre estas líneas es dado por el error estádistico.

El elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ para el núcleo ⁷⁸Ge se obtiene de la region de intersección entre los valores calculados y experimentales para cada anillo del detector de partículas:

Anillo	$\langle 0_1^+ M(E2) 2_1^+ \rangle$ [eb]	$B(E2) \ [e^2.b^2]$
2	0.4748 ± 0.0021	$0.2255 {\pm}~0.0020$
3	0.4797 ± 0.0033	$0.2302{\pm}0.0032$

Tabla 5.42: Elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ obtenido para el núcleo radioactivo ⁷⁸Ge en la reacción del haz ⁷⁸Ge sobre el blanco de ¹²C. La relación entre el valor del parámetro B(E2) y el elemento de matriz, es dado por $B(E2) = |\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle|^2$.

El valor promedio que se obtiene de la tabla 5.50, corresponde a $B(E2) = 0.228 \pm 0.004 \text{ e}^2.\text{b}^2$, próximo

al valor obtenido en un experimento previo realizado por nuestro grupo $B(E2) = 0.222 \pm 0.014 \text{ e}^2 \text{b}^2$ [3].

Medición del Momento Cuadrupolar. Medida Relativa

Para obtener un primera medida del momento cuadrupolar de ⁷⁸Ge, utilizamos la información obtenida del blanco de ¹²C, calculando las probabilidades de excitación relativa entre los anillos 2 y 3 del detector de partículas. En la tabla 5.43 se muestra el número de cuentas en coincidencias obtenida para los anillos 2 y 3 del detector de partículas.

Anillo	$N_{\gamma-p}$	$N_{\gamma-p}$ Corr. efi.	$N_p/10$	R_{exp}
2	2959 ± 53	77477 ± 1440	249643	0.03103 ± 0.00057
3	6994 ± 90	167776 ± 3813	848082	$0.02202{\pm}0.00045$

Tabla 5.43: Probabilidad de excitación para cada anillo obtenida de 5.3 para el caso de $^{78}{\rm Ge}$ sobre el blanco $^{12}{\rm C}.$

Se calculó la probabilidad de excitación asumiendo momento cuadrupolar cero $R_G(Q = 0)$ usando el valor de $\langle 2_1^+ || M(E2) || 0_1^+ \rangle = 0.454$ eb y se normalizó la probabilidad de excitación experimental a este valor, como se ve de la expresión 4.3, esta normalización nos elimina la dependencia en la incertidumbre del elemento de matriz correspondiente a la B(E2). Las líneas con pendiente distinta de cero en la figura 5.22 corresponden a la probabilidad de excitación relativa entre anillos 2 y 3, normalizada a la probabilidad con Q = 0 calculada como función de elemento de matriz diagonal. Al quitar la dependencia del error en el valor de B(E2), disminuimos el error al obtener el elemento de matriz diagonal. Las dos barras verticales en la figura muestran la región de valores permitidos para el elemento de matriz diagonal, de lo cual se obtiene:

$$\langle 2_1^+ \parallel M(E2) \parallel 2_1^+ \rangle = -0.145 \pm 0.225 \text{ eb.}$$
 (5.18)



Figura 5.22: Relación entre la probabilidad de excitación de ⁷⁸Ge normalizada a la probabilidad de excitación tomando un momento cuadrupolar cero $R_G(Q = 0)$ para los anillos 2 y 3, como función del elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$. Ambas probabilidades son normalizadas a la probabilidad de excitación calculada asumiendo Q = 0. La normalización a la probabilidad de primer orden elimina casi toda la dependencia en el error de la B(E2).

5.6.2. Blanco de ^{24}Mg

Se estudió la reacción del haz radioactivo ⁷⁸Ge sobre el blanco de ²⁴Mg. En la figura 5.23 se muestra el espectro de coincidencias ²⁴Mg- γ obtenido de los 11 detectores clover del arreglo CLARION en coincidencia con los anillos 2 y 3 de arreglo BAREBALL.

Esta combinación proyectil-blanco permite obtener mayor número de cuentas para eventos de estados excitados más altos que el 2_1^+ , y como se observa excitación simultanea del blanco, se tiene la fortuna de poder realizar los tres tipos de normalización que se estudiaron en las secciones anteriores.

Como el interés primordial es obtener un valor para el momento cuadrupolar del núcleo radioactivo 78 Ge, realizamos un análisis que sigue un orden diferente al empleado para los proyectiles de 78,80 Se. Las normalizaciones por por excitación múltiple y núcleo dispersado se usaron para obtener un valor del elemento de matriz $0_1^+ \rightarrow 2_1^+$, y valor del momento cuadrupolar del estado 2_1^+ se obtuvo de la normalización a la sección eficaz de Rutherford, dejando fijo los demás elementos de matriz.



Figura 5.23: Espectro de coincidencias $^{24}\text{Mg-}\gamma$ para el anillo 2 (superior) y anillo 3 (inferior) de BARE-BALL y los 11 detectores clover del arreglo CLARION, en la reacción del haz ^{78}Ge sobre un blanco de ^{24}Mg . La corrección de corrimiento Doppler se realizó para el proyectil. Se marcan la energía de transición, espín y paridad del rayo- γ correspondiente a los primeros estados excitados observados de ^{78}Ge .

Excitación múltiple

Los yields de rayos- γ correspondientes las transiciones observadas para el núcleo ⁷⁸Ge, son corregidos por eficiencia relativa y usados como entrada a GOSIA en el ajuste a los elementos de matriz que mejor reproducen los yields experimentales. El número de cuentas para cada transición observada en el espectro de coincidencias se muestra en la tabla 5.44.

			$N_{\gamma-p}$	
Núcleo	Transición	Energía rayo $\gamma \; [\text{keV}]$	Anillo 2	Anillo 3
$^{78}\mathrm{Ge}$				
	$2^+_1 \rightarrow 0^+_1$	619	3054 ± 61	7074 ± 92
	$2^+_2 \rightarrow 2^+_1$	567	46 ± 10	125 ± 21
	$4_1^{\bar{+}} \rightarrow 2_1^{\bar{+}}$	950	35 ± 7	$82{\pm}~10$
	$2_2^+ \to 0_1^+$	1186	7 ± 3	29 ± 9
		Elásticos $N_p/10$	64908	227200

Tabla 5.44: Yields de rayos- γ , $N_{\gamma-p}$, correspondiente a las transiciones de ⁷⁸Ge observadas en la reacción de ⁷⁸Ge sobre ²⁴Mg. Los datos experimentales fueron separados para los anillos 2 y 3 del detector de partículas.

Información espectroscópica que se conoce para el núcleo 78 Ge (ver tabla 5.45) fue incluida en el archivo de entrada a GOSIA para mejorar el ajuste de los elementos de matriz a los datos experimentales.

I^{π}	$\tau(s)$
2_{1}^{+}	13.5 ± 2.4
2^{+}_{2}	12 ± 6
4_1^+	< 3.5

Tabla 5.45: Tiempos de vida y razones de mezcla medidas anteriormente [34] para el núcleo ⁷⁸Ge. Estos valores fueron usados como entrada adicional a GOSIA para realizar el ajuste a los datos experimentales.

Los elementos de matriz fueron ajustados a los yields de rayos- γ obtenidos de la suma de los 11 detectores clover del arreglo CLARION. Para evitar la entrada a posibles regiones de mínimo χ^2 sin significado físico, el procedimiento de ajuste se repetido tomando diferentes elementos de matriz inicial. Los resultados del ajuste final se encuentran en la tabla 5.46.

El resultado que se obtiene usando este tipo de normalización converge a un valor para el elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle = 0.53^{+0.02}_{-0.04}$ eb, que corresponde a un valor ~ 12 % más alto que el encontrado usando el blanco de ¹²C. Como se discutirá en la sección 5.7, esta diferencia parece ser explicada por interferencia de fuerzas núcleares en la reacción del núcleo ⁷⁸Ge sobre el blanco de ¹²C. El elemento de matriz diagonal obtenido:

$$\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle = -0.13^{+0.34}_{-0.24} \text{ eb},$$
 (5.19)

es consistente con el valor tomado de la medida relativa para el caso del blanco ¹²C, mostrado en (5.18).

$I_i \to I_f$	$\langle I_i \mid\mid E2 \mid\mid I_f \rangle \text{ [eb]}$
$\begin{array}{c} 2_{1}^{+} \rightarrow 0_{1}^{+} \\ 2_{2}^{+} \rightarrow 0_{1}^{+} \\ 4_{1}^{+} \rightarrow 2_{1}^{+} \\ 2_{2}^{+} \rightarrow 2_{1}^{+} \\ 2_{1}^{+} \rightarrow 2_{1}^{+} \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.53\substack{+0.02\\-0.04}\\ 0.05\substack{+0.01\\-0.01}\\ 0.83\substack{+0.04\\-0.05\\0.71\substack{+0.05\\-0.05}\\-0.13\substack{+0.34\\-0.24}\end{array}$

Tabla 5.46: Elementos de matriz obtenidos para el núcleo 78 Ge. Los resultados son obtenidos del ajuste a los datos experimentales para la reacción de 78 Ge sobre un blanco de 24 Mg, usando la normalización a excitación múltiple.

Normalización al núcleo dispersado

Se obtuvo un valor del parámetro B(E2) para la transición $0_1^+ \rightarrow 2_1^+$ del núcleo ⁷⁸Ge usando normalización a la excitación del núcleo dispersado, asumiendo que el blanco ²⁴Mg es bien conocido. Para este tipo de normalización fue necesario hacer las correcciones de corrimiento Doppler tanto para proyectil (figura 5.23), como para el blanco (figura 5.24). Usando GOSIA2, se dejaron fijos los elementos de matriz de núcleo ²⁴Mg con los valores mostrados en la tabla 5.47, y se realizó el ajuste de los elementos de matriz del proyectil ⁷⁸Ge, usando la misma constante de normalización para los núcleos blanco y proyectil.

$I_i \to I_f$	$\langle I_i \mid\mid E2 \mid\mid I_f \rangle \text{ [eb]}$
$2_1^+ \to 0_1^+$	0.208 ± 0.003
$2_1^+ \to 2_1^+$	-0.36 ± 0.07
$2_2^+ \to 0_1^+$	0.063 ± 0.003
$4_1^+ \to 2_1^+$	0.380 ± 0.019
$2_2^+ \to 2_1^+$	0.086 ± 0.005

Tabla 5.47: Valores para los elementos de matriz del núcleo 24 Mg [34] que se mantuvieron fijos en el cálculo de GOSIA2. Se uso el valor del elemento de matriz diagonal obtenido en este trabajo (ver tabla 5.39).



Figura 5.24: Espectro de coincidencias $^{24}{\rm Mg}$ - γ para el anillo 2 (superior) y anillo 3 (inferior) de BARE-BALL y los 11 detectores clover del arreglo CLARION, en la reacción del haz $^{78}{\rm Ge}$ sobre un blanco de $^{24}{\rm Mg}$. La corrección de corrimiento Doppler se realizó para el blanco. Se marcan la energía de transición, espín y paridad de los rayos- γ correspondiente al primer estado excitado observado para $^{24}{\rm Mg}$.

El número de cuentas bajo los picos correspondientes a la desexcitación de las transiciones observadas para los núcleos ⁷⁸Ge y ²⁴Mg, son corregidas en eficiencia relativa y usados como entrada a GOSIA2. El núcleo blanco ²⁴Mg se supone conocido usando los elementos de matriz dados en 5.47. Estos parámetros son variados entre los valores extremos para obtener el valor del elemento de matriz del núcleo ⁷⁸Ge que mejor reproduce los yields de rayos- γ experimentales, minimizando el valor de χ^2 en el ajuste. El resultado del ajuste se muestra en la tabla 5.48. El error estadístico está dominado por el número de eventos de rayos- γ que son detectados, y el error sistemático corresponde a la variación entre los valores extremos de los elementos de matriz del núcleo ²⁴Mg.

$I_i \to I_f$	$\langle I_i \mid\mid E2 \mid\mid I_f \rangle \text{ [eb]}$	Error estadístico	Error sistemático	Error total
$\begin{array}{c} 1_{i} \rightarrow 1_{f} \\ 2_{1}^{+} \rightarrow 0_{1}^{+} \\ 2_{2}^{+} \rightarrow 0_{1}^{+} \\ 4_{1}^{+} \rightarrow 2_{1}^{+} \\ 0_{2}^{+} \rightarrow 2_{1}^{+} \\ 2_{2}^{+} \rightarrow 2_{1}^{+} \\ 2_{1}^{+} \rightarrow 2_{1}^{+} \end{array}$	$\begin{array}{c} (1i + 22 + 1j) + (c3) \\ 0.491 \\ 0.06 \\ 0.85 \\ 0.11 \\ 0.78 \\ -0.12 \end{array}$	$\begin{array}{c} +0.004 \\ -0.004 \\ +0.01 \\ -0.01 \\ +0.04 \\ -0.05 \\ +0.77 \\ -0.08 \\ +0.05 \\ -0.06 \\ +0.29 \\ -0.16 \\ \end{array}$	$\begin{array}{c} +0.011 \\ -0.024 \\ +0.006 \\ -0.001 \\ +0.043 \\ -0.003 \\ +0.224 \\ -0.002 \\ +0.069 \\ -0.004 \\ +0.226 \\ -0.001 \\ +0.226 \\ -0.001 \end{array}$	$\begin{array}{c} +0.012\\ -0.024\\ +0.009\\ -0.009\\ +0.062\\ -0.050\\ +0.803\\ -0.085\\ +0.087\\ -0.058\\ +0.370\\ -0.160\\ -0.160\end{array}$
$0^+_2 \to 0^+_2$	-0.69	+0.25 -0.19	+0.193 -0.002	+0.270 -0.193

Tabla 5.48: Elementos de matriz obtenidos para el núclo ⁷⁸Ge en la normalización al núcleo dispersado. Los resultados son obtenidos del ajuste a los datos experimentales para la reacción de ⁷⁸Ge sobre un blanco de ²⁴Mg.

Usando esta normalización independiente obtenemos un valor para el elemento de matriz diagonal que sigue la consistencia obtenida con las otras dos normalizaciones:

$$\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle = -0.12_{-0.16}^{+0.37} \text{ eb.}$$
 (5.20)

Normalización a Rutherford

Usando la información de los yields de rayos- γ corregidos por eficiencia de detección-gamma, tiempo muerto de la electrónica y corrección relativista de ángulo sólido, para la transición del primer estado excitado del núcleo ⁷⁸Ge, se obtuvo la probabilidad de excitación R_{exp} del estado 2^+_1 para el núcleo ⁷⁸Ge. En la tabla 5.49 se muestra el número total de eventos para los yields de rayos- γ , $N_{\gamma-p}$, y yields de partícula, N_p , con la correspondiente probabilidad de excitación calculada de la expresión (5.13)

Anillo	$N_p/10$	$N_{\gamma-p}$ Corr. efi.	R_{exp}
2	64908	87255 ± 1645	0.1344 ± 0.0025
3	227200	203148 ± 2483	$0.0894{\pm}0.0011$

Tabla 5.49: Yield de rayos- γ , $N_{\gamma-p}$, yield de partículas, N_p , y probabilidad de excitación experimental, R_{exp} , obtenidas para la transición del primer estado excitado de ⁷⁸Ge, extraído del espectro de coincidencias para la reacción del haz ⁷⁸Ge sobre el blanco ²⁴Mg. El espectro fue corregido por eficiencia de detección gamma, tiempo muerto de la electrónica y corrección relativista de ángulo sólido.



Figura 5.25: Probabilidad de excitación del primer estado excitado de ⁷⁸Ge para la reacción ⁷⁸Ge en ²⁴Mg como función del elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ [eb]. Las probabilidades de excitación son normalizadas a un detector de cobertura angular 4π . Las líneas horizontales corresponden al valor experimental obtenido de la relación (5.13).

Los valores del elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ son obtenidos de la figura 5.25, como la región de intersección entre los valores experimentales para la probabilidad de excitación en cada anillo del arreglo BAREBALL (líneas horizontales) y los valores calculados con GOSIA en anillo 2 (línea roja) y anillo 3 (línea azul). Los resultados finales se muestran en la tabla 5.50.

Anillo	$\langle 0_1^+ M(E2) 2_1^+ \rangle$ [eb]	$B(E2) \ [\mathrm{e}^2 \mathrm{b}^2]$
2	0.524 ± 0.004	0.275 ± 0.004
3	0.547 ± 0.007	$0.299 {\pm} 0.007$

Tabla 5.50: Elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ [eb] del núcleo ⁷⁸Ge obtenido de la normalización a Rutherford con el blanco ²⁴Mg.

Los resultados obtenidos para el elemento de matriz $\langle 0_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle$ del núcleo ⁷⁸Ge en la reacción del haz ⁷⁸Ge sobre el blanco ²⁴Mg, son consistentes usando las distintas normalizaciones. Los valores obtenidos al usar el blanco de ¹²C son 10 % más bajos. Una posible explicación para esta discrepancia se discute en la sección 5.7.5.

5.7. Contribuciones al Error Experimental

5.7.1. Excitación mutua

Cuando ambos núcleos proyectil y blanco son excitados existe una pequeña variación en la sección eficaz de excitación Coulombiana. Normalmente se escoge que uno de los dos núcleos sea de capa cerrada para minimizar los efectos de excitación mutua. En nuestro caso se usaron dos blancos diferentes ¹²C de capa cerrada y el núcleo deformado ²⁴Mg. Aunque el hecho de usar un núcleo deformado como ²⁴Mg sugiere especial cuidado, el término de interacción multipolo-multipolo no interfiere con el termino monoplo-multipolo, por tanto las correcciones son pequeñas para cuando la excitación mutua es apreciable y existe una fuerte interacción multipolo-multipolo. Casos estudiados muestran que estas correcciones son del orden de menos del 1%, por ejemplo para ⁷⁶Se sobre un blanco de ⁴⁸Ti las predicciones usando excitación mutua cambian la sección eficaz de ⁷⁶Se en 0.7% [42].

5.7.2. Incertidumbre en el núcleo referencia

Cuando se usa normalización al núcleo dispersado, se toma como referencia uno de los núcleos dejando fijos sus elementos de matriz, que deben ser bien conocidos. El parámetro que mayor tiene influencia en los resultados es el valor de la B(E2) del núcleo referencia.

En la reacción ⁷⁸Ge sobre el blanco ²⁴Mg, se tomó el núcleo blanco como referencia, que tiene un valor de B(E2) reportado con una incertidumbre de ~ 1.5 %. Esta incertidumbre generó un error sistemático de ~ 4 % en el valor de la B(E2) del primer estado excitado del núcleo ⁷⁸Ge. Esta propagación de errores que se presenta cuando se usa un núcleo dispersado como referencia, es la principal desventaja de este método de normalización.

5.7.3. Errores correlacionados de elementos de matriz

En el cálculo del error total se debe tener en cuenta las variaciones en los elementos de matriz de estados excitados más altos, incluyendo excitaciones virtuales que no son observadas, pero que tienen influencia en los cálculos finales. Cuando se realizan las normalizaciones: excitación múltiple con GOSIA, y normalización al núcleo dispersado con GOSIA2, se utilizó la opción OP,CORR que varía de forma automática todos los elementos de matriz involucrados en el análisis, calculando los errores correlacionados. Cuando se usa normalización a Rutherford, cada elemento de matriz debe ser variado manualmente para estimar la influencia en el resultado final.

5.7.4. Incertidumbres asociadas al grueso del blanco

Existe una dependencia entre los parámetros involucrados en la excitación Coulombiana y la energía perdida por el proyectil, debido al grueso finito del blanco. En casos donde se requiera medir la probabilidad absoluta de excitación Coulombiana, el conocimiento preciso de la perdida de energía de proyectil es crucial. Para dar un ejemplo del mencionado efecto, en la tabla 5.51 se muestran tres valores diferentes de grueso de blanco, ilustrando como cambian los parámetros de excitación Coulombiana para el caso de núcleo proyectil ⁷⁸Se sobre un blanco de ¹²C, incidiendo a una energía de 179.4 MeV.

En la tabla 5.51 se observa que variaciones de alrededor del 10% en el grueso del blanco, generan cambios de 8% en la probabilidad de excitación para el primer estado excitado del núcleo proyectil. Una ventaja de este trabajo fue la utilización del detector de Bragg que permitió obtener una medida

Grueso (mg/cm^2)	σ_C	σ_R	σ_C/σ_R
1.0	12.4288	364.2	0.038986
1.1	13.1433	414.6	0.036215
1.2	13.7849	470.0	0.033506

Tabla 5.51: Dependencia de los parámetros de excitación Coulombiana para la reacción del núcleo proyectil 78 Se con energía incidente de 179.4 MeV, sobre un blanco de 12 C con tres grosores diferentes.

directa de la perdida de energía del proyectil sobre los diferentes blancos, con un error de menos del 1 %, afectando la probabilidad de excitación calculada con una incertidumbre menor a 0.8 %.

5.7.5. Interferencia en la barrera Coulombiana

En el análisis presentado a lo largo de todo el trabajo, sólo se tuvo en cuenta la interacción electromagnética entre los núcleos dispersados. En todas las reacciones estudiadas se eligió una energía de bombardeo para el proyectil que fuera inferior a la barrera Coulombiana, de tal forma que las fuerzas nucleares fuesen despreciables. Uno de los criterios aceptados para decidir si se puede despreciar la interacción por fuerza nuclear, es garantizar que la distancia entre las superficies del núcleo blanco y núcleo proyectil siempre sea mayor a 5 fm. Como vimos en las tablas 5.4, 5.20, y 5.40, la distancia promedio entre superficies nucleares para ángulos de dispersión del blanco igual al ángulo cubierto por los anillos del detector de partícula, siempre fue mayor a 5 fm. Pero es importante recalcar que esta distancia se promedió por la pérdida de energía debido al grueso finito del blanco. En la tabla 5.52 se muestran los valores calculados de la distancia entre superficies para máximo acercamiento usando la energía inicial del proyectil.

	$d_s[fm]$					
	^{78}S	e	^{80}S	е	⁷⁸ C	je
$\theta_b(\text{lab})$	$^{12}\mathrm{C}$	^{24}Mg	$^{12}\mathrm{C}$	^{24}Mg	$^{12}\mathrm{C}$	^{24}Mg
14	4.27	5.19	4.18	5.06	3.53	4.18
28	4.91	5.90	4.85	5.77	4.14	4.85
44	6.53	7.72	6.50	7.58	5.67	6.50
60	10.46	12.09	10.57	11.91	9.36	10.57

Tabla 5.52: Distancia entre las superficies nucleares d_s para el máximo acercamiento entre los núcleos dispersados en las reacciones de proyectiles ^{78,80}Se y ⁷⁸Ge sobre blancos de ¹²C y ²⁴Mg. Las distancias fueron calculadas para los ángulos de dispersión en el centro de masa correspondientes a los ángulos de dispersión de blanco medios para cada anillo del detector de partículas BAREBALL, usando la energía inicial del proyectil.

Como se ve en la tabla 5.52, la reacción que presenta menor distancia entre superficies nucleares, corresponde al haz de ⁷⁸Ge sobre el blanco de ¹²C, dejando abierta la pregunta si se presenta o no interferencia debido a fuerzas nucleares. Esta posible interferencia se ha supuesto como la causante de la discrepancia de alrededor de 12 % entre los valores medidos para el elemento de matriz $\langle 2_1^+ || E2 || 2_1^+ \rangle$

del núcleo $^{78}{\rm Ge}$ usando los dos diferentes blancos: $^{12}{\rm C}$ y $^{24}{\rm Mg}.$

5.8. Discusión de los resultados

El creciente desarrollo en las técnicas de producción de núcleos radioactivos ha permitido el estudio de núcleos lejos de la línea de estabilidad, dejando al descubierto el poco conocimiento que se tiene del núcleo atómico. Uno de los temas que más ha preocupado tanto a teóricos como experimentales, es el como evoluciona el modelo de capas, a medida que se alcanzan regiones con deficiencia o exceso de neutrones. Evidencia experimental [43] ha mostrado que los tradicionales número mágicos parecen desaparecer y nuevas capas cerradas surgen en el núcleo cuando se llega lejos de la línea de estabilidad.

Obtener el momento cuadrupolar, constituye una manera directa de medir la forma del núcleo. Esta propiedad permite obtener información de la distribución de los nucleones. Núcleos con capas cerradas, son esféricos en el estado base, ya que la orientación en el espacio orbital de los nucleones es igualmente probable en todas las direcciones. En núcleos con capa abierta la ocupación privilegiada de algunos orbitales tiende a polarizar el núcleo, modificando la forma del mismo. Evidencia teórica y experimental muestra que existe una abundancia de núcleos con forma prolata para el estado base para N > 50 [44]. Aunque la mayoría de estos estudios se basan en la información experimental que se tiene para núcleos estables. El estudio de núcleos radioactivos es mucho más reciente, trabajos pioneros realizados en el laboratorio HRIBF de ORNL, constituyen la primera evidencia experimental de la evolución de la estructura nuclear para isótopos de Ge y Se, a medida que se incrementa el número de neutrones. Valores de la probabilidad de transición reducida han sido reportados [3] para estos núcleos, pero se desconoce información muy importante, que solo puede ser medida directamente a partir del momento cuadrupolar.

Núcleos como Ge, Se, Kr y Sr, presentan un gran interés en estudios de estructura nuclear. Cálculos en el modelo de capas deformado [45] predicen una coexistencia de forma oblata-prolata, debido al gran espaciamiento de niveles de partículas para las configuraciones de partícula tanto de protones como de neutrones, cuando se tienen números de neutrones y/ó protones 32, 34, 36 y 38. Para el Ge se tiene evidencia [46] de transición de forma oblata-esférica-prolata, entre los isótopos 70 Ge y 72 Ge, y el comportamiento colectivo del núcleo parece apuntar a una nueva transición prolata-esférica-oblata para los isótopos del mismo cuando se incrementa el número de neutrones, razón que fue el motivo principal del presente trabajo. En la figura 5.26 se presenta la evolución del momento cuadrupolar del primer esta-do excitado para los isótopos de Ge, conforme se incrementa el número de neutrones. En la gráfica se muestran los valores reportados previamente, y se adiciona una de las principales contribuciones de este trabajo, la medida del momento cuadrupolar del núcleo radioactivo 78 Ge.



Figura 5.26: Valores experimentales obtenidos para el elemento de matriz diagonal como función del número de neutrones para el núcleo de germanio. Los valores para N = 38, 40, 42, 44 son tomados de la referencia [47]. Para ⁷⁸Ge (N = 40) se tomó el elemento de matriz diagonal obtenido con la normalización al blanco ²⁴Mg, mostrado en la expresión 5.20.

Este valor obtenido del momento cuadrupolar para el primer estado excitado 2_1^+ de ⁷⁸Ge sigue la tendencia que se ha observado para la cadena de istópos del germanio. Los valores finales que se obtuvieron para el elemento de matriz diagonal presentan unas barras de error grandes (ver figura 5.26). No fue posible obtener una mejor incertidumbre experimental, ya que como se mostró anteriormente, los resultados obtenidos para el núcleo ⁷⁸Ge no son consistentes al usar ambos blancos: ¹²C y ²⁴Mg. Esta inconsistencia entre los valores obtenidos para los diferentes blancos fue atribuida a la interferencia de fuerzas nucleares con el blanco ¹²C, donde se alcanzaron distancias de máximo acercamiento menores a 5 fm. Este efecto de interferencia nuclear es discutido en la sección 5.7.5.

Los nuevos descubrimientos que han surgido con el desarrollo de haces radioactivos, han consolidado una estrecha relación entre los desarrollos teóricos y experimentales. El momento cuadrupolar, por ser la única herramienta que permite estudiar de manera directa las deformaciones y comportamiento colectivo del núcleo, se considera como un parámetro esencial, en la prueba de los modelos nucleares, cuyos fundamentos han sido cuestionados, gracias a la evidencia experimental de la desaparicion de números mágicos en núcleos exóticos. Una investigación de los momentos nucleares nos puede llevar a entender los cambios en la estructura de capas.

Aunque el método de medir momentos cuadrupolares usando el efecto de reorientación ha sido empleado desde mucho tiempo atrás [9], fue hasta hace poco tiempo, cuando se efectuaron las primeras medidas del efecto de reorientación en haces radioactivos [48].

5.8. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

El resumen de los resultados medidos para el primer estado excitado de los núcleos estudiados se encuentran en la tabla 5.53. La revisión de los valores de B(E2) para ⁷⁸Se y momento cuadrupolar Q para ²⁴Mg, fue motivada por la gran discrepancia que existe para estos parámetros entre los valores reportados por diferentes grupos. Los resultados que se obtuvieron en el trabajo presentan una gran confiabilidad debido a la posibilidad de acceder a las distintas normalizaciones: Rutherford, núcleo dispersado, y excitación múltiple, presentando consistencia entre si en cada núcleo estudiado. Los resultados obtenidos muestran la importancia de una revisión experimental a los valores de estructura nuclear reportados en el pasado, usando los nuevos arreglos experimentales y herramientas de computo disponibles como GOSIA.

En la tabla 5.53 se muestra el momento cuadrupolar estático del estado 2_1^+ , Q_2^+ , comparado con la predicción del modelo rotacional, Q_{rot} , que puede ser escrito como

$$Q_{rot} = Q_0 \frac{2K^2 - J(J+1)}{(J+1)(2J+3)},$$
(5.21)

donde K es la proyección del espín total J sobre el eje de simetría, y Q_0 el momento cuadrupolar intrínseco de un rotor, que se relaciona con el valor B(E2) de la forma

$$B(E2; I \to J) = \frac{5}{16\pi} e^2 Q_0^2 \langle I2K \mid JK \rangle^2,$$
 (5.22)

con $\langle I2K \mid JK \rangle$ el coeficiente de Clebsch-Gordan involucrado.

En el modelo adiabatico rotacional, uno puede ralacionar el valor de $B(E2: 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ con el momento cuadrupolar del estado instrínsico de la banda K = 0, usando la relación

$$B(E2; 0_1^+ \to 2_1^+) = \frac{5}{16\pi} Q_0^2.$$
(5.23)

Al combinar las expresiones anteriores, se obtiene la relación entre el valor del momento cuadrupolar y la probabilidad de transición reducida B(E2) para la transición $0_1^+ \rightarrow 2_1^+$:

$$|Q_{rot}| = 0.9059 \sqrt{B(E2:0_1^+ \to 2_1^+)}.$$
 (5.24)

Núcleo	Energía [keV]	$\langle 0_1^+ \mid M(E2) \mid 2_1^+ \rangle$	$B(E2; 0^+_1 \to 2^+_1) \ [e^2 b^2]$	Q_2^+ [eb]	Q_{rot} [eb]
$^{78}\mathrm{Se}$	614	$0.61{\pm}0.01$	0.372 ± 0.012	$-0.32^{+0.09}_{-0.07}$	± 0.553
$^{80}\mathrm{Se}$	666	0.496 ± 0.007	$0.246 {\pm} 0.007$	-0.31±0.07 Ref. [47]	± 0.449
$^{78}\mathrm{Ge}$	619	0.477 ± 0.0027	$0.245 {\pm} 0.002$	-0.145 ± 0.225	± 0.222
^{24}Mg	1368	$0.207\ {\pm}0.003$	$0.043 {\pm} 0.002$	-0.27 ± 0.04	± 0.187

Tabla 5.53: Resumen de los resultados obtenidos para el primer estado excitado 2_1^+ de los núcleos estudiados en el presente trabajo.

Los momentos cuadrupolares experimentales presentan valores por debajo de las predicciones del modelo rotacional, a excepción del núcleo 24 Mg. Aunque el núcleo 24 Mg ha sido objeto de varios estudios, los resultados obtenidos por diferentes grupos se encuentran alejados entre si, el valor obtenido en este trabajo para el momento cuadrupolar de 24 Mg sigue la sistemática que presentan los núcleos livianos. El comportamiento global del momento cuadrupolar puede ser entendido definiendo la razón entre

CAPÍTULO 5. ANÁLISIS Y RESULTADOS

cuadrupolos [49]:

$$r_Q = \frac{Q_0(S)}{Q_0(B)},\tag{5.25}$$

donde $Q_0(S)$ es el momento cuadrupolar intrínsico obtenido del momento cuadrupolar estático del estado 2_1^+ para núcleos par-par, y $Q_0(B)$ es el momento cuadrupolar intrínsico obtenido a partir del valor de $B(E2:0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$. Asumiendo una formula rotacional simple, el coeficiente r_Q pude escribirse como:

$$r_Q = -1.1038 \frac{Q(2_1^+)}{\sqrt{B(E2:0_1^+ \to 2_1^+)}}.$$
(5.26)

La gráfica 5.27 extraída de la referencia [49], muestra los resultados de la razón r_Q para todos los núcleos par-par, cuyo momento cuadrupolar ha sido medido experimentalmente.



Figura 5.27: En la gráfica inferior se muestra la razón r_Q para todos los núcleos par-par, cuyo momento cuadrupolar ha sido medido experimentalmente. La gráfica superior muestra la relación entre las energías de los estados 4_1^+ y 2_1^+ , para estos mismos núcleos. Ambas gráficas fueron extraídas de la referencia [49].

En la mayoría de los casos el coeficiente r_Q es menor que uno, y es en núcleos ligeros donde este coeficiente excede la unidad. Los núcleos pesados exhiben un comportamiento rotacional y se caracterizan por un coeficiente cercano a uno.

Debido a la dificultad que existe en asociar errores sistemáticos al momento cuadrupolar, las pruebas realizadas con núcleos estables, constituyen una ventaja crucial en nuestro análisis, ya que es posible acceder a varios parámetros de comparación, que representan una prueba directa del método de análisis empleado.

Para futuros experimentos que busquen obtener el momento cuadrupolar en reacciónes de cinemática inversa, seria de gran utilidad considerar los siguientes puntos: *i*. Determinación precisa de la energía segura de bombardeo; usar diferentes energías de bombardeo para una misma reacción permitiría establecer el rango de energías para las cuales se puede despreciar la interferencia de fuerzas nucleares.

100

ii. Aislar la sensibilidad entre los parámetros B(E2) y Q; la probabilidad de excitación presenta una menor sensibilidad al momento cuadrupolar para ángulos grandes de dispersión del blanco en el sistema laboratorio. Las mediciones de reorientación requieren dos medidas independientes de la probabilidad de excitación, una medida para fijar el valor del parámetro B(E2), y otra medida para obtener el momento cuadrupolar Q. En futuras mediciones un resultado más preciso podría lograrse obteniendo el valor de B(E2) para un ángulo grande de dispersión del blanco en el laboratorio, que presenta poca sensibilidad al valor asumido de Q. Una vez fijo el valor de B(E2), el momento cuadrupolar Q se podría obtener midiendo la probabilidad de excitación para ángulos pequeños de dispersión de blanco en el laboratorio, donde se tiene la mayor sensibilidad a este parámetro. La selección de los ángulos máximo y mínimo para efectuar dichas mediciones, se establecen por la cinemática de la reacción en combinación con las limitaciones que presente el arreglo experimental.

Capítulo 6

Conclusiones

Se analizó una serie de experimentos de excitación Coulombiana para núcleos alrededor de masa $A \sim 80$ con el fin de obtener mediciones del momento cuadrupolar eléctrico de los estados excitados 2_1^+ utilizando el efecto de reorientación. Los experimentos analizados fueron llevados a cabo en HRIBF en Oak Ridge National Laboratory. Núcleos estables y radioactivos se hicieron incidir sobre diferentes blancos en reacciones de cinemática inversa. Los rayos- γ provenientes de la des-excitación de proyectil y blanco fueron detectados en coincidencia con los núcleos dispersados en el blanco. Para la detección de los rayos- γ se usó el arreglo multidetector CLARION, el cual se compone de 11 detectores clover de HPGe doblemente segmentados. Para detectar los núcleos dispersados en el blanco se usó el detector de partículas BAREBALL, compuesto por detectores CsI(Tl) distribuidos en 5 anillos, con una cobertura angular entre 7° y 90° en el laboratorio.

Este trabajo reporta la primera medición experimental del momento cuadrupolar eléctrico del núcleo radioactivo ⁷⁸Ge como parte de una serie de mediciones sistemáticas en las que los núcleos estables de ⁷⁸Se y ⁸⁰Se (cuyos elementos de matriz han sido reportados anteriormente por otros grupos) fueron utilizados como referencia. Los valores obtenidos para el momento cuadrupolar de ⁷⁸Se $Q = -0.22 \pm 0.05$ b y ²⁴Mg $Q = -0.29 \pm 0.04$ b son consistentes con los reportados para experimentos de excitación Coulombiana en [22] para ⁷⁸Se y [36] para ²⁴Mg, lo cual muestra la confiabilidad de nuestro análisis.

El uso de dos blancos distintos ¹²C y ²⁴Mg, en combinación con todos los proyectiles estudiados permitió realizar dos normalizaciones distintas a partir de las cuales se obtuvieron mediciones independientes de la B(E2) y el momento cuadrupolar Q del núcleo inestable ⁷⁸Ge. El valor reportado para el B(E2)de ⁷⁸Ge fue $B(E2) = 0.206 \pm 0.006 e^2b^2$, que es cercano al valor antes reportado [3]. El valor obtenido en el presente trabajo representa un mejor valor ya que nuevas técnicas experimentales fueron usadas. Un proceso químico de purificación utilizando azufre en la produción del haz radioactivo hizo posible reducir casi por completo la presencia de otros contaminantes de masa 78. Para el núcleo inestable ⁷⁸Ge se reportó un elemento de matriz diagonal $\langle 2_1^+ || M(E2) || 2_1^+ \rangle = -0.145 \pm 0.225$ eb, que corresponde aun momento cuadrupolar $Q = -0.11 \pm 0.17$ b. Este valor del momento cuadrupolar obtenido sugiere una deformación prolata casi esférica.

En los experimentos donde el blanco de ¹²C fue usado, se tomó la normalización a Rutherford, que consiste en la comparación de las probabilidades de excitación Coulombiana relativa entre los anillos 2 y 3 del detector de partículas. La razón entre las probabilidades de excitación para dos ángulos de dispersión muestra poca dependencia en la B(E2), y depende fuertemente del efecto de reorientación, esta característica fue aprovechada para obtener una medida del momento cuadrupolar del núcleo estudiado.

Al usar el blanco de ²⁴Mg, se observó excitación simultánea de blanco y proyectil. Esta excitación mutua nos permitió hacer una normalización a la excitación del blanco cuya estructura es bien conocida. La ventaja que presenta esta técnica radica en el hecho de que al comparar dos picos en un mismo espectro, todos los errores asociados al tiempo muerto del sistema de adquisición de datos, eficiencias de detección, y demás incertidumbres experimentales asociados a la detección en coincidencia, son equivalentes para la observación de ambas des-excitaciones, de forma que al comparar uno a uno estos picos en coincidencia para blanco y proyectil, todos esos efectos son cancelados. Esta cancelación no sucede cuando se normaliza a la sección eficaz de Rutherford, donde se requiere la eficiencia absoluta de detección. La desventaja que presenta el último método de normalización al blanco aplicado a la determinación de momentos cuadrupolares es una fuerte dependencia del valor de la B(E2) del núcleo que acompaña la dispersión. Para nuestro caso de estudio los valores reportados para ⁷⁸Ge dependen de la incertidumbre con la que obtuvimos los elementos de matriz del núcleo²⁴Mg. Por esta razón, la utilización de núcleos estables aparte de ser una prueba a nuestro método de análisis, nos permitió obtener una medida de precisión de los parámetros de excitación Coulombiana del núcleo ²⁴Mg. Es importante mencionar que existe una gran discrepancia entre los valores de momento cuadrupolar reportados por diferentes grupos para el núcleo 24 Mg. Una vez que se obtuvo un medida precisa para el blanco usado 24 Mg, se estudió el núcleo inestable ⁷⁸Ge, de manera que optimizamos las incertidumbres experimentales asociadas. Para normalizar a la excitación del blanco, fue necesario efectuar la corrección Doppler por separado para proyectil y para blanco. La detección en coincidencia nos permitió recuperar la resolución intrínseca del detector de germanio.

Bibliografía

- [1] K. Alder, A. Bohr, T. Huss, B. Mottelson, and A. Winther. Rev. Mod. Phys., 28:432, 1956.
- [2] T. Czosnyka, D. Cline, and C. Y. Wu. Coulomb Excitation Data Analysis Code, GOSIA. University of Rochester, 1 edition, 2011.
- [3] E. Padilla-Rodal et al. Phys. Rev. Lett., 94:122501, 2005.
- [4] S. J. Q. Robinson, L. Zamick, and Y. Y. Sharon. Phys. Rev. C, 83:027302, 2011.
- [5] Y. Toh et al. J. Phys. G: Nucl. Part. Phys, 27:1475, 2001.
- [6] D. Cline. Bull. Am. Phys. Soc., 14:726, 1969.
- [7] F. Videbaedk et al. Phys. Rev. Lett., 28:1072, 1972.
- [8] A. Bohr and B. Mottelson. Nuclear Structure. Benjamin, New York, 1 edition, 1969.
- [9] J. de Boer and J. Eichler. volume 1. Plenum, New York, 1 edition, 1968.
- [10] E. Padilla Rodal. Estudios de los Isótopos de Germanio y Selenio utilizando COULEX y haces de Iones Radioactivos. PhD Thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, 2004.
- [11] Physics Division ORNL. HRIBF web page. http://www.phy.ornl.gov/hribf/equipment/.
- [12] J. R. Beene et al. J. of Phy. G: Nucl. and Part. Phys., 38:024002, 2011.
- [13] J.M Allmond. Comunicación privada. Oak Ridge National Laboratory, 2011.
- [14] P. A. Hausladen. HRIBF NEWS, Edition 10:No 2 RA3, 2002.
- [15] C. R. Gruhn. Proc. Symp. on Heavy Ion Physics from 10 to 200 MeV/amu, BNL-51115:471, 1979.
- [16] W. T. Milner. Orphas (software package for data acquisition at HRIBF). ORNL.
- [17] ORNL. (HRIBF data acquisition software). ftp://ftp.phy.ornl.gov/pub/upak/.
- [18] A. Winther and J. de Boer. A Computer Program for Multiple Coulomb Excitation. California Institute of Technology, Technical Report, 1 edition, 1965.
- [19] T. Czosnyka, D. Cline, and C. Y. Wu. Bull. Am. Phys. Soc., 28:745, 1983.

- [20] P. M. S. Lesser. PhD Thesis, Univ. of Rochester, 1971.
- [21] K. Krane. Nucl. Instr. Meth., 98:205, 1972.
- [22] T. Hayakawa et al. Phys. Rev. C, C67:064310, 2003.
- [23] T. Kibedi et al. Nuc. Instr. Meth., A598:202, 2008.
- [24] S. Rab. Nucl. Data Sheets, 63:1, 1991.
- [25] D. C. Radford. http://radware.phy.ornl.gov/.
- [26] J. Barrete et al. Nucl. Phys., A235:154, 1974.
- [27] S. Raman, C.W. Nestor JR, and P. Tikkanen. Atomic Data and Nuclear Data Tables, 78:1–128, 2001.
- [28] P. H. Stelson and F.K. McGowan. Nucl. Phys., 32:257, 1962.
- [29] I. Kh. Lemberg. Proc. Conf. reactions between complex Nuclei. Gatlinburg, 2nd.:112, 1960.
- [30] G. M. Temmer and N.P. Heydenburg. Phys. Rev., 104:967, 1956.
- [31] Y. P. Gangrskii and I.K. Lemberg. Izvest. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz., 26:1495, 1962.
- [32] R. Schwengner et al. Z. Phys., A326:287, 1987.
- [33] R. Lecomte et al. Nucl. Phys., A284:123, 1977.
- [34] NNDC. National nuclear data center. http://www.nndc.bnl.gov/chart/replotband.jsp.
- [35] A.E. Kavka et al. Nuc. Phys., A593:177, 1995.
- [36] E.E. Gross et al. Phys. Rev. C, 42:R471, 1990.
- [37] R.H. Spear. Phys. Rep., 73:369, 1981.
- [38] M.P. Fewell et al. Nucl. Phys., A 319:214, 1979.
- [39] W.K. Koo and L.J. Tassie. J. Phys. (Lond.) G, 7:L63, 1981.
- [40] O. Hausser et al. Phys. Rev. Lett., 22:359, 1969.
- [41] D. Pelte et al. Can. J. Phys., 47:1929, 1969.
- [42] A.E. Kavka. Coulomb excitation. Analytical methods and experimental results on even selenium nuclei. PhD Thesis, Uppsala University, 1989.
- [43] T. Otsuka et al. Phys. Rev. Lett., 87:082502, 2001.
- [44] N. Tajima and Suzuki. Phys. Rev., C64:037301, 2001.
- [45] R. Bengtsson. Springer, Berlin, page 037301, 1988.
- [46] R. Lecomte et al. Phys. Rev., C5:2812, 1982.

BIBLIOGRAFÍA

- [47] N. J. Stone. Atomic Data And Nuclear Data Tables, 90:75–176, 2005.
- [48] E. Clement et al. Phys. Rev., C75:054313, 2007.
- [49] S. Yeager and L. Zamick. arXiv, arXiv:0807.4679v2, 2008.