



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

“ EFECTO DE LAS DEFORMACIONES POR CORTANTE
EN LOS DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA $M-\phi$ DE
SECCIONES DE CONCRETO REFORZADO Y SUS
IMPLICACIONES EN LA EVALUACIÓN Y DISEÑO
SÍSMICO DE ESTRUCTURAS ”

TESIS

PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE:

INGENIERO CIVIL

PRESENTA:

HERLINDO MÉNDEZ ROMERO

TUTOR:

DR. A. GUSTAVO AYALA MILIÁN

México D.F mayo 2011





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Agradezco a Dios por permitirme seguir en el camino, porque sin su bendición y ayuda todo lo que he logrado no hubiera sido posible; a mi familia por su cariño y apoyo incondicional; a mis verdaderos amigos.

A mis profesores, entre ellos a mi Director de Tesis el Dr. Gustavo Ayala Millán y al Dr. Gelacio Juárez Luna, porque realizan una noble labor impartiendo sus conocimientos y han dejado y siguen dejando una huella imborrable en mí y porque son un ejemplo a seguir, por permitirme formar parte de su equipo de trabajo por su apoyo y asesoría académica brindada durante mi estancia en el Instituto de Ingeniería, por la paciencia y dedicación mostrada.

A mis compañeros de cubículo al M.I. Marco Antonio Escamilla y en especial por su valiosa ayuda al M.I. Hugo castellanos y al M.I. José Barradas, por brindarme su amistad y compartir sus conocimientos sin esperar nada a cambio. Por último agradezco al Instituto de Ingeniería y a CONACYT por la beca otorgada durante la elaboración de la presente tesis.

CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	Definición del problema	1
1.2	Antecedentes	2
1.3	Objetivos y alcances del trabajo	3
2	PROPIEDADES DE LOS MATERIALES EN SECCIONES DE CONCRETO REFORZADO	5
2.1	Introducción	5
2.2	Concreto no confinado	6
2.2.1	<i>Módulo de Elasticidad</i>	7
2.2.2	<i>Modelo de Hongstad</i>	8
2.3	Concreto confinado	9
2.3.1	<i>Modelo de Kent y Park</i>	11
2.3.1.1	<i>Modelo de Park Modificado</i>	14
2.3.2	<i>Modelo de Mander</i>	15
2.4	Acero de refuerzo	20
2.4.1	<i>Modelo de Park y Paulay</i>	22
2.4.2	<i>Modelo de Mander</i>	23
2.4.3	<i>Modelo de Ahmad y Shah</i>	24
3	RELACION MOMENTO-CURVATURA M-φ	26
3.1	Relación Momento-Curvatura M- φ	26
3.1.1	<i>Definición de los principales puntos que componen el diagrama M-φ</i>	28
3.1.2	<i>Determinación teórica de la curva Momento-Curvatura</i>	30

4 RELACIONES M-ϕ COMO HERRAMIENTA EN LA EVALUACIÓN Y DISEÑO SÍSMICO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO	34
4.1 Evaluación y diseño sísmico de estructuras de concreto reforzado	34
4.2 Diagramas Momento-Curvatura en la evaluación y diseño sísmico de estructuras de concreto reforzado	35
4.2.1 Ductilidad de curvatura μ_{ϕ}	35
4.2.2 Otras aplicaciones de la relación Momento-Curvatura	36
4.3 Ejemplos de diagramas Momento-curvatura	37
5 Influencia de la fuerza cortante en las relaciones M-ϕ de secciones de concreto reforzado y su impacto en la evaluación y diseño sísmico de estructuras de concreto reforzado.	41
5.1 Influencia de las deformaciones por corte en los diagramas M- ϕ .	41
5.2 Comparación de diagramas M- ϕ considerando y no el efecto de cortante.	43
5.2.1 Consideración de flexión	43
5.2.2 Consideración de flexión y cortante	52
5.3 Repercusiones de las deformaciones por corte en la evaluación y diseño sísmico.	64
5.3.1 Idealización a nivel sección.	64
5.3.2 Idealización a nivel estructura.	64
6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	65
7 TRABAJOS FUTUROS	71
8 REFERENCIAS	72

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Definición del problema

En la actualidad el concreto reforzado sigue siendo uno de los materiales más usados en la construcción de obras de Ingeniería Civil debido a su versatilidad y economía, es por eso que desde hace más de tres décadas los ingenieros han llevado a cabo una serie de investigaciones con el objetivo de lograr que el concreto reforzado presente un buen comportamiento ante sismos.

Las estructuras construidas hace más de dos décadas tienen poco refuerzo transversal y bastante refuerzo longitudinal. En consecuencia en esas estructuras es fundamental la incorporación del efecto de corte al de flexión, en los modelos numéricos de cálculo, Aguiar (2009).

Por tal motivo cuando se estudia el comportamiento en las secciones de concreto reforzado, se deben conocer sus curvas esfuerzo-deformación del concreto, el acero de refuerzo longitudinal y transversal, ya que estas son requeridas para elaborar el diagrama momento-curvatura, utilizado en la

evaluación y el diseño sísmico, con la finalidad de tener un estimado de que tan segura será una estructura en el caso de un sismo; y así poder evaluar sus deformaciones y garantizar que el colapso no se llegue a presentar. Por lo antes mencionado, es necesario analizar el efecto de las deformaciones por cortante en los diagramas momento-curvatura en secciones de concreto reforzado y sus implicaciones en la evaluación y diseño sísmico de estructuras.

1.2 Antecedentes

Existen varios trabajos en el que se incorpora la combinación del efecto de flexión con el cortante, entre los cuales se hallan los desarrollados por Vecchio y Collins en 1986 y 1988, Collins y Mitchell en 1997, Ichinose en 1992, Priestley y Calvi en 1991, Priestley y Seible en 1994, Hakuto et al en 1995, Priestley et al en 1994, Satyarno en 2000, Bents y Collins en 2000, y Aguiar en 2009. Debido a que los trabajos existentes son de reciente realización, en el diseño actual no se considera la interacción entre la flexión y el corte, ya que este se hace en forma independiente, por lo que el diseño del refuerzo transversal de una estructura de concreto reforzado, compuesta por vigas y columnas se le obtiene por capacidad para que primero ocurra la falla por flexión y posteriormente la falla de corte.

En los diseños actuales es común que no se considere o se pase por alto la combinación entre la flexión y el cortante. En algunos edificios antiguos que fueron construidos hace más de dos décadas, se tiene una gran cantidad de refuerzo longitudinal pero poco refuerzo transversal, por lo que es de suma importancia revisarlos incorporando la combinación de la flexión y el cortante, ya que estas estructuras pueden presentar una falla frágil por corte, la cual no es deseable o empezar una falla por flexión y posteriormente presentarse una falla por corte, Aguiar (2009).

El avance en la comprensión y evaluación cuantitativa del comportamiento de miembros sujetos a flexión y cortante ha sido sensiblemente menos espectacular. Cientos de publicaciones, la mayoría de las cuales han aparecido en los últimos 15 años, hablan de la complejidad del problema. La transmisión de fuerza cortante en vigas de concreto reforzado se apoya fuertemente en la resistencia a tensión y compresión del concreto, por lo que no es de sorprender que una falla a cortante por lo general sea no dúctil, Park y Paulay (1971). Debido a su complejidad pocos son los estudios realizados en los cuales se considere el efecto de las deformaciones por corte. Por tal motivo es de interés que en este trabajo de investigación se analice la contribución del cortante en los diagramas momento-curvatura, en miembros sujetos a la interacción de flexión y cortante.

1.3 Objetivos y alcances del trabajo

Este proyecto de tesis tiene como objetivo principal, analizar la contribución de las deformaciones debidas al cortante en las secciones más comunes de vigas rectangulares de concreto reforzado, en los diagramas momento-curvatura. La importancia de la relación momento-curvatura radica en predecir los valores de sobrerresistencia; es decir que con los diagramas $M-\phi$ se puede proponer una aproximación bilineal, con la finalidad de obtener la curvatura de fluencia y la curvatura última obteniendo a través de su cociente la capacidad de ductilidad de curvatura de la sección en estudio, lo que permitirá al diseñador predecir el comportamiento de la estructura. En la evaluación y diseño sísmico, al realizar un análisis sísmico no lineal se requiere conocer el diagrama $M-\phi$, por otro lado es aconsejable que las secciones de los elementos estructurales, presenten ductilidades grandes, con el propósito que la estructura disipe la mayor energía de deformación posible, para que no colapse de manera súbita ante la presencia de sismos.

El objetivo del presente trabajo de investigación, es realizar un estudio comparativo presentando la variación en los diagramas momento-curvatura, considerando y no el efecto por cortante. El estudio se realizará variando las cuantías de refuerzo longitudinal a tensión y el refuerzo a compresión, y en

algunos casos variando la cuantía de refuerzo transversal. También se realizarán comparaciones entre los modelos de las curvas esfuerzo-deformación del concreto confinado y no confinado, dichas comparaciones se realizarán con los modelos más utilizados en la actualidad, con la finalidad de dar al diseñador algunas bases para decidir cuál sería el mejor modelo a utilizar, cuando se desea calcular el diagrama $M-\phi$. Por otro lado se menciona que por medio de los diagramas $M-\phi$ se puede conocer la resistencia, la ductilidad de curvatura y la rigidez de una sección, en las diferentes ramas de dicho diagrama. Por esta razón es necesario analizar su comportamiento; el cual le permitirá al Ingeniero plantear soluciones orientadas a la evaluación y diseño sísmico.

La metodología para realizar el estudio, consiste en elaborar y analizar diagramas $M-\phi$, para secciones rectangulares de vigas de concreto reforzado con refuerzo longitudinal y transversal. Las secciones que se analizarán han sido previamente diseñadas para resistir las cargas de servicio, además su geometría cumple con las especificaciones del Reglamento de Construcción para el Distrito Federal, RCDF-2004, GDF, (2004).

Para el cálculo de los diagramas $M-\phi$, se utiliza el programa Response 2000, el cual se basa en el modelado de secciones para cualquier tipo de geometría. El programa asume la hipótesis de deformación plana y define el comportamiento de los materiales constitutivos de la sección en estudio, también puede considerar la carga axial y la torsión, utilizado para el modelado de vigas, columnas y pilas, *Bents et al*, (2000).

En el desarrollo del presente trabajo se pretende comparar los resultados obtenidos de forma analítica, constituyendo una fuente para el diseñador que le permita establecer enlaces con lo reportado por otros autores a nivel teórico y experimental en el tema. Como ya se mencionó se utilizarán secciones rectangulares, con refuerzo longitudinal y transversal, generando diagramas $M-\phi$ en los cuales se analice el efecto de de las deformaciones debidas al cortante. El estudio se realizará variando parámetros tales como: geometría de la sección, con

diferente relación ancho-peralte, cantidad de refuerzo longitudinal a tensión y a compresión y cantidad de refuerzo transversal.

La estructura de este trabajo de tesis presenta una breve descripción de los antecedentes referentes a este estudio, seguido del marco teórico, trabajo analítico, resultados de los modelos, y finalmente se plantean las conclusiones y recomendaciones de trabajo futuro.

CAPÍTULO 2

PROPIEDADES DE LOS MATERIALES EN SECCIONES DE CONCRETO REFORZADO

2.1 Introducción

El concreto posee una gran resistencia a esfuerzos de compresión y una pequeña resistencia a esfuerzos de tensión por lo que su función es resistir los esfuerzos de compresión que se inducen en los elementos de concreto reforzado bajo las acciones de diseño. Por lo que en elementos estructurales es necesario reforzar por medio de acero de refuerzo, de tal forma que este resista las fuerzas de tensión que se inducen en los elementos por las acciones de diseño.

Para los fines de análisis y diseño de estructuras de concreto reforzado, además de la resistencia máxima a esfuerzos de compresión del concreto, es necesario conocer otras propiedades mecánicas como son las deformaciones unitarias máximas, últimas y esfuerzos de compresión ϵ_{max} y a ϵ_{ult} respectivamente, así como su modulo de elasticidad. Estas propiedades se

pueden obtener de su curva esfuerzo-deformación la cual describe las deformaciones unitarias, estas deformaciones se presentan en un espécimen sometido a diferentes niveles de esfuerzos de compresión como se muestra en la fig. 2.1.

En este capítulo se describen brevemente algunos modelos analíticos de las curvas esfuerzo-deformación que son más aceptados en la actualidad, para el concreto simple o no confinado y del concreto confinado, también se describen los más aceptados para el acero.

2.2 Concreto no confinado

El concreto no confinado, es un material que se comporta de forma adecuada a la compresión, pero débil en tensión, lo que limita su aplicabilidad como material estructural. Para resistir tensiones, se emplea acero de refuerzo, generalmente en forma de barras, colocado en las zonas donde se prevé que se desarrollarán tensiones bajo las acciones de servicio. El acero restringe el desarrollo de las grietas originadas por la poca resistencia a la tensión del concreto.

Para el concreto simple o no confinado, es importante conocer su curva esfuerzo-deformación, dicha curva se obtiene de forma experimental mediante mediciones de deformaciones unitarias de ensayos en cilindros de concreto con una edad de veintiocho días, sometidos a compresión uniaxial con una velocidad de carga moderada. Las dimensiones estandarizadas de los cilindros son de 305mm de altura y 152mm de diámetro (relación altura-diámetro igual a dos).

La curva esfuerzo-deformación tiene como características generales que en su rama inicial es relativamente lineal aproximadamente hasta la mitad de la resistencia máxima a compresión, después de que se supera esta primera rama, la curva tiende a hacerse horizontal hasta alcanzar su resistencia máxima. En las curvas esfuerzo-deformación del concreto de alta resistencia su forma tiende a ser puntiaguda cerca de la resistencia máxima, mientras que las curvas de concreto

de baja resistencia tienen mesetas planas y amplias después de superar la zona elástica lineal.

Como se muestra en la fig.2.1 la pendiente de la ultima rama de la curva es negativa debido a que después de que se alcanza la ϵ_{cmax} , el concreto no es capaz de tomar esfuerzos adicionales y por lo tanto la resistencia decrece, la curva termina donde se alcanza la deformación unitaria de aplastamiento del concreto ϵ_{cult} . También se ha observado que la deformación unitaria asociada a la resistencia máxima ϵ_{cmax} es aproximadamente igual a 0.002.

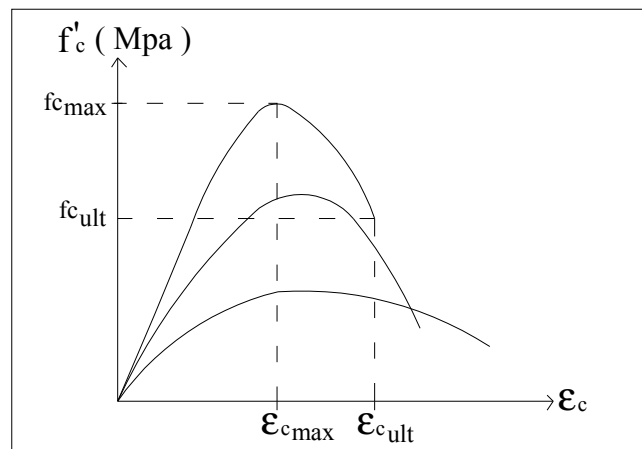


Fig. 2.1 Curvas esfuerzo-deformación a compresión en cilindros estándar (Paulay y Priestley, 1992).

2.2.1 Módulo de Elasticidad

El Módulo de Elasticidad es la pendiente de la rama inicial de la curva esfuerzo-deformación unitaria del concreto y aumenta con la resistencia a compresión del concreto. Esta propiedad del concreto es muy importante para la predicción de las deflexiones producidas por cargas de corta duración en los elementos a flexión. Su valor es función de la resistencia del concreto a compresión, y su valor suele suponerse como $E = 14,000\sqrt{f'_c}$ concreto clase I, GDF, (2004).

2.2.2 Modelo de Hognestad

A partir de la observación de estas características generales se han desarrollado modelos para la construcción de la curva esfuerzo-deformación del concreto.

Uno de los modelos más conocidos y aceptados es el propuesto por Hognestad, (1951). Es aplicable tanto para secciones circulares como para secciones rectangulares o cuadradas. La primera rama consiste en una parábola de segundo grado hasta alcanzar su resistencia máxima; después la curva desciende y esta rama se representa por medio de una recta con una pendiente “ \emptyset ” (ec. 2.3). Comúnmente la deformación unitaria última o de aplastamiento del concreto, ϵ_{cu} tienen como valor más aceptado 0.0038. En este modelo, las expresiones que definen las dos ramas de la curva y la pendiente de la segunda rama son las siguientes:

- Para la primera rama:

$$f_c = f'_c \left[\frac{2\epsilon_0}{\epsilon_0} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right]; \quad 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_0 \quad \dots\dots\dots 2.1$$

- Para la segunda rama:

$$\epsilon_0 = \frac{2 f'_c}{E_c} \quad \dots\dots\dots 2.2$$

- Para la pendiente de la segunda rama:

$$\emptyset \approx \frac{3 f'_c}{20 (\epsilon_{cu} - \epsilon_0)} \quad \dots\dots\dots 2.3$$

donde:

E_c : Modulo de elasticidad del concreto

f'_c : Resistencia máxima a compresión de un espécimen de concreto, ensayado en laboratorio

ϵ_0 : Deformación unitaria asociada a la resistencia máxima del concreto, f'_c

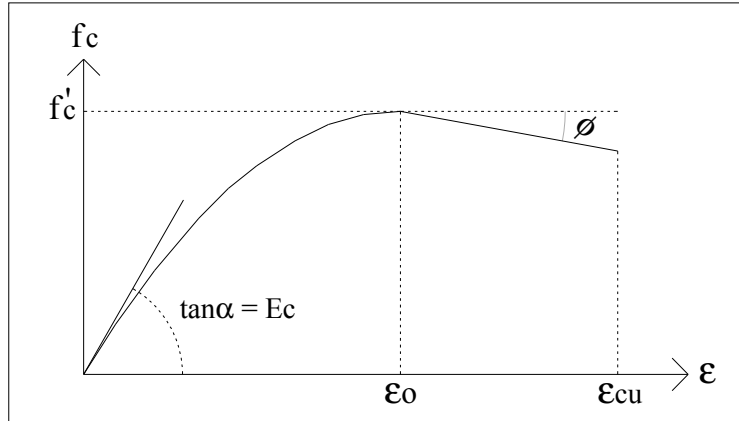


Fig. 2.2 Curva esfuerzo-deformación del concreto a compresión (Hognestad, 1951).

2.3 Concreto confinado

El uso del refuerzo no está limitado a la finalidad anterior, también se emplea en zonas de compresión para aumentar la resistencia del elemento reforzado, para reducir las deformaciones debidas a cargas de larga duración y para proporcionar confinamiento lateral al concreto, lo que indirectamente aumenta su resistencia a la compresión. La combinación de concreto simple con acero de refuerzo constituye lo que se llama concreto reforzado o armado.

El concreto armado está compuesto por el concreto simple y el acero de refuerzo. El concreto simple, es un material heterogéneo que se obtiene de la mezcla del cemento, agregados y agua que resiste los esfuerzos de compresión y el acero de refuerzo, está conformado por varillas longitudinales y transversales que le proporcionan a los elementos la resistencia a la tensión que el concreto simple no puede soportar.

El concreto armado tiene un comportamiento complejo que ha sido estudiado en su mayoría por medio de la experimentación en laboratorios, por lo que para comprender mejor su comportamiento se estudian las propiedades mecánicas de sus componentes por separado.

El confinamiento del concreto lo proporciona el refuerzo transversal que rodea al núcleo de una sección, aunque en la práctica es difícil encontrar concreto no confinado se considera así si no se cumple con las separaciones máximas estipuladas para las estribos de acero.

Estudios experimentales realizados por Chan (1955), Blume et al. (1961), Roy y Sozen (1964), Soliman y Yu (1967), Sargin et al. (1971), Kend y Park (1971) y Mander et al. (1988), indican que un buen confinamiento mejora el desempeño de un elemento y sus deformaciones se incrementan, haciendo del concreto un material más dúctil.

El grado de confinamiento es función de la cantidad acero transversal, puesto que incrementa sustancialmente la resistencia a la compresión y la capacidad de deformación del concreto.

El confinamiento se inicia cuando los niveles de esfuerzos de compresión en el concreto se aproximan a su resistencia máxima, en este momento las deformaciones transversales de la sección se incrementan debido al agrietamiento interno progresivo, por lo cual el concreto se apoya contra el refuerzo transversal, el cual induce a su vez una fuerza de confinamiento sobre el concreto, aumentando así su resistencia a compresión y disminuyendo las deformaciones transversales.

El refuerzo transversal a base de hélices confina el concreto del núcleo con más eficiencia que los estribos rectangulares o cuadrados. Esto se debe a que las hélices proporcionan una presión continua de confinamiento en toda la circunferencia.

Para que el confinamiento de un elemento con estribos circulares, rectangulares o cuadrados sea eficiente, se requiere que la separación del acero de refuerzo transversal sea mínima.

En los siguientes incisos se mencionan brevemente los factores que intervienen para que el confinamiento sea eficiente:

1. Cuantía de acero transversal, ρ_w
2. Separación de estribos, s
3. Esfuerzo de fluencia nominal del acero longitudinal, f_y
4. Resistencia a compresión, f'_c
5. Esfuerzo de fluencia nominal del acero de refuerzo transversal, f_{yh}
6. Relación entre el volumen de acero confinante (estribos) y el volumen de concreto confinado, ρ_s
7. Cuantía de acero longitudinal, ρ

El acero longitudinal funciona como apoyos de los estribos, de tal modo que la separación entre varillas longitudinales debe ser la mínima permisible, evitando así que el estribo se flexione.

Los esfuerzos confinantes se incrementan, si los factores antes mencionados aumentan su magnitud.

De igual forma que en el concreto simple o no confinado, las propiedades mecánicas de un espécimen de concreto confinado bajo cargas de compresión se pueden conocer a partir de su curva esfuerzo-deformación. Dichas curvas también presentan características generales a partir de las cuales es posible generar modelos analíticos para describirlas. A continuación se describen los modelos más conocidos y aceptados.

2.3.1 Modelo de Kent y Park

Este modelo se basa en pruebas experimentales, fue propuesto por Kent y Park, (1971) y es aplicable únicamente a secciones rectangulares o cuadradas. El modelo considera que el confinamiento no tiene efecto en la resistencia, ya que esta es igual a la de un concreto simple.

La curva está formada por tres ramas (A, B y C), como se muestra en la fig. 2.4. En la primera rama el efecto del confinamiento aun no se presenta y su forma es igual a la de un concreto simple, idealizada como una parábola de segundo grado y está definida en un intervalo ($0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_o$), (ec.2.4).

La rama B (ec.2.5) se aproxima o se idealiza por una recta, inicia cuando el concreto alcanza su resistencia máxima y concluye cuando esta se ha degradado en un ochenta por ciento $f_c = 0.20f'_c$, definida por el intervalo ($\varepsilon_o \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{20c}$). Su pendiente es función de factores relacionados con el confinamiento de la sección.

En la rama C (ec.2.6) definida en un intervalo ($\varepsilon > \varepsilon_{20c}$), se aprecia que el concreto podrá seguir tomando deformaciones más allá de ε_{20c} pero no podrá tomar esfuerzos adicionales, (fig. 2.4).

Las expresiones que definen a cada rama de la curva son las siguientes:

- Para la primera rama:

$$f_{cA} = f'_c \left[\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_o} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2 \right] ; 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_o \quad \dots\dots\dots 2.4$$

- Para la segunda rama:

$$f_{cB} = f'_c [1 - Z(\varepsilon_c - \varepsilon_o)] ; \varepsilon_o \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{20c} \quad \dots\dots\dots 2.5$$

- Para la tercera rama:

$$f_{cC} = 0.20f'_c ; \varepsilon_c > \varepsilon_{20c} \quad \dots\dots\dots 2.6$$

$$Z = \frac{1}{2(\varepsilon_{50u} + \varepsilon_{50h} - \varepsilon_o)} \quad \dots\dots\dots 2.7$$

$$\varepsilon_{50u} = \frac{3 + \varepsilon_o f'_c}{f'_c - 1000} \quad \dots\dots\dots 2.8$$

$$\varepsilon_{50h} = \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{b_c}{s}} \quad \dots\dots\dots 2.9$$

donde:

ϵ_c : Deformación unitaria del concreto

ϵ_o : Deformación unitaria asociada a la resistencia máxima a compresión del concreto f'_c .

ϵ_{20c} : Deformación unitaria asociada al $0.20f'_c$

b_c : Ancho de la sección

s : Separación entre los estribos

ρ_s : Relación entre el volumen de acero confinante (estribos) y el volumen de concreto confinado

En la fig. 2.4 se comparan las curvas esfuerzo-deformación de un concreto simple o no confinado y la de un concreto confinado de acuerdo al modelo propuesto Kent y Park, (1971).

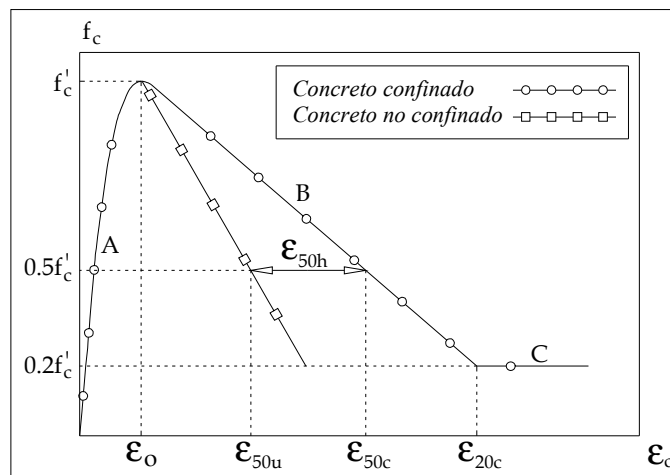


Fig. 2.4 Comparación de curvas esfuerzo-deformación de un concreto simple y uno confinado (Kent y Park, 1971).

2.3.1.1 Modelo de Park Modificado

A diferencia del modelo anterior éste si considera el incremento en la resistencia a compresión debido al confinamiento, fue modificado por Park et al. (1982), la modificación en la curva esfuerzo-deformación consistió en aceptar que el efecto de confinamiento no solo incrementa las deformaciones si no también los esfuerzos. Dicho incremento está definido por un factor k , que depende del confinamiento, como se muestra en la fig. 2.5. Para su definición se emplean las ecuaciones utilizadas en el modelo Kent y Park (1971), excepto que ahora las variables f'_c y ϵ_o están multiplicadas por un factor k .

Las ecuaciones que definen a cada una de las ramas de la curva son las siguientes:

- Para la primera rama:

$$f_{cA} = kf'_c \left[\frac{2\epsilon_c}{k\epsilon_o} - \left(\frac{\epsilon_c}{k\epsilon_o} \right)^2 \right] ; 0 \leq \epsilon_c \leq k\epsilon_o \dots\dots\dots 2.10$$

- Para la segunda rama:

$$f_{cB} = f'_c [1 - Z(\epsilon_c - k\epsilon_o)] ; \epsilon_o \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{20c} \dots\dots\dots 2.11$$

$$k = 1 + \frac{\rho_s f_y}{f'_c} \dots\dots\dots 2.12$$

$$Z = \frac{1}{2(\epsilon_{50u} + \epsilon_{50h} - k\epsilon_o)} \dots\dots\dots 2.13$$

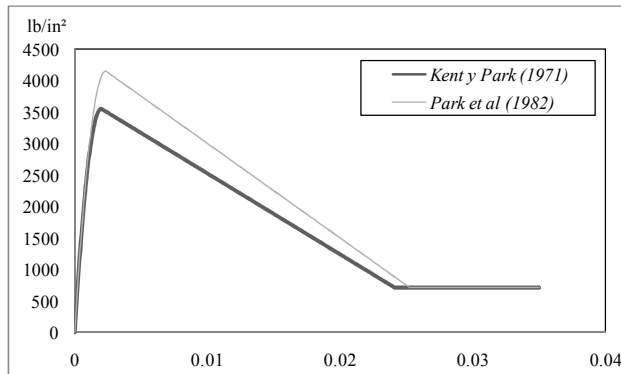


Fig. 2.5 Comparación de los modelos esfuerzo-deformación para un concreto simple, (Kent y Park, 1971) y uno confinado, (Park et al. 1982).

2.3.2 Modelo de Mander

Este modelo propuesto por Mander et al. (1988), está definido por una curva continua, y también considera que el efecto del confinamiento no solo incrementa la capacidad de deformación del concreto ϵ_c , si no también la resistencia a compresión del concreto. Es aplicable para secciones circulares y rectangulares o cuadradas, Popovics, (1973).

En este modelo la deformación unitaria última o de falla ϵ_{cu} del concreto se presenta cuando se fractura el refuerzo transversal y por lo tanto ya no es capaz de confinar al núcleo de concreto, por lo que las deformaciones transversales del núcleo de concreto tenderán a ser muy grandes.

En la fig. 2.6 se comparan las curvas esfuerzo-deformación para un concreto no confinado y uno confinado, según el modelo propuesto por Mander et al. (1988).

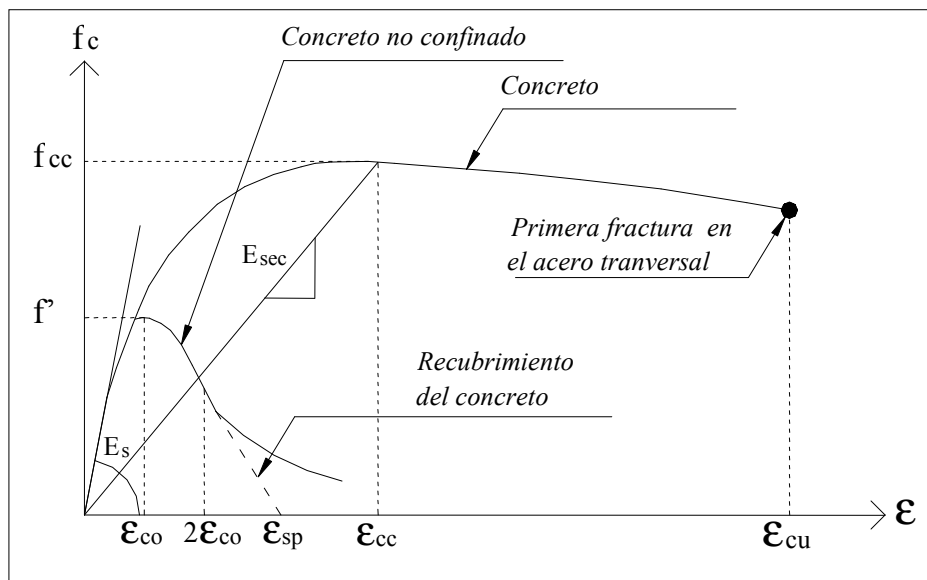


Fig. 2.6 Comparación de los modelos esfuerzo-deformación para un concreto simple y uno confinado, (Mander et al.1988).

La curva esfuerzo-deformación propuesta por Mander et al. (1988), se define mediante las siguientes expresiones:

$$f_c = \frac{xr f_{cc}}{r-1+xr} \dots\dots\dots 2.14$$

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \dots\dots\dots 2.15$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \dots\dots\dots 2.16$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left[1 + 5 \left(\frac{f_{cc}}{f'_c} - 1 \right) \right] \dots\dots\dots 2.17$$

donde:

f_{cc} : Resistencia máxima del concreto confinado

f'_c : Resistencia máxima del concreto no confinado

ε_c : Deformación unitaria del concreto

ε_{cu} : Deformación unitaria última

ε_{co} : Deformación asociada a la resistencia máxima del concreto f'_c

ε_{sp} : Deformación unitaria última asociada al recubrimiento del concreto

ε_{cc} : Deformación unitaria del concreto simple, asociada al esfuerzo máximo confinante

E_c : Modulo de elasticidad del concreto no confinado

E_{sec} : Modulo secante del concreto confinado asociado al esfuerzo máximo confinante

La resistencia máxima a compresión f_{cc} está en función de la fuerza lateral de confinamiento efectivo (f_{le}), y del tipo de estribo con el que fue confinado el elemento.

Para secciones circulares confinadas por estribos circulares o hélices la resistencia máxima a compresión (f_{cc}), se define mediante las siguientes ecuaciones:

$$f_{cc} = f'_c \left(2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f_{le}}{f'_c} - \frac{2 f_{le}}{f'_c}} - 1.254 \right), \text{Mpa} \quad \dots\dots\dots 2.18$$

$$f_{le} = \frac{1}{2} k_e \rho_s f_{yh} \quad \dots\dots\dots 2.19$$

$$\rho_s = \frac{4 A_{sp}}{s d_s} \quad \dots\dots\dots 2.20$$

$$k_{ec} = \frac{\left(1 - \frac{s'}{2 d_s}\right)^2}{1 - \rho_{cc}} \quad \dots\dots\dots 2.21$$

$$k_{es} = \frac{1 - \frac{s'}{2 d_s}}{1 - \rho_{cc}} \quad \dots\dots\dots 2.22$$

donde:

A_{sp} : Área de refuerzo transversal

ρ_s : Relación del volumen acero confinante entre el volumen de concreto confinado

ρ_{cc} : Relación del área de acero longitudinal y el área de concreto confinada

d_s : Diámetro de los estribos

k_e : Factor de confinamiento efectivo. Se utiliza la expresión k_{ec} o k_{es} , dependiendo si la sección es confinada con estribos circulares o con hélices

k_{ec} , k_{es} : Factor de confinamiento efectivo para secciones confinadas con estribos circulares o con hélices

s' , s : Separación entre los estribos a paño interior y exterior respectivamente

Para secciones rectangulares o cuadradas la resistencia máxima a compresión (f_{cc}), se define mediante las siguientes ecuaciones:

$$f_{cc} = \lambda f'_c \quad \dots\dots\dots 2.23$$

$$f_{lx} = \frac{A_{sx}}{s d_c} k_e f_{yh} \quad \dots\dots\dots 2.24$$

$$f_{ly} = \frac{A_{sy}}{s b_c} k_e f_{yh} \quad \dots\dots\dots 2.25$$

$$A_e = \left(b_c d_c - \sum_{i=1}^n \frac{w_i^2}{6} \right) \left(1 - \frac{s'}{2 b_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2 d_c} \right) \quad \dots\dots\dots 2.26$$

$$k_e = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{w_i^2}{6 b_c d_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2 b_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2 d_c} \right)}{1 - \rho_{cc}} \quad \dots\dots\dots 2.27$$

donde:

f_{cc} : Resistencia máxima del concreto confinado

f'_c : Resistencia a compresión del concreto

f_{yh} : Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo transversal

λ : Factor de esfuerzo confinado, se obtiene de la fig. 2.8

ρ_{cc} : Relación del área de acero longitudinal y el área de concreto confinada

A_e : Área confinada efectiva, se utiliza A_{sx} o A_{sy} dependiendo si la sección es paralela al eje "x" o al eje "y"

A_{sx} , A_{sy} : Área de refuerzo transversal paralela al eje "x" o "y"

f_{lx} , f_{ly} : Fuerza lateral de confinamiento efectivo en dirección "x" o "y"

s' , s : Separación entre los estribos a paño interior y exterior respectivamente

En la fig. 2.7 se muestra de forma esquemática el área de concreto confinado y no confinado de una sección rectangular, así como algunas de las variables que se utilizan en las expresiones que definen el modelo de Mander et al. (1988).

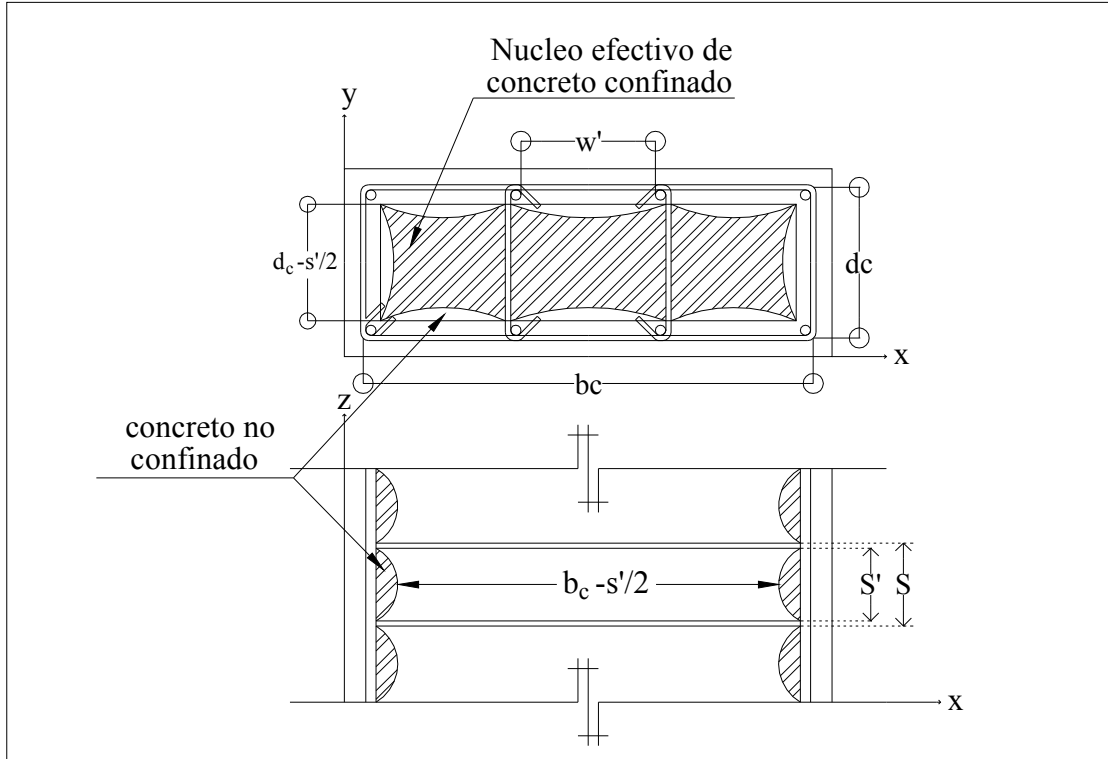


Fig. 2.7 Núcleo efectivo de concreto confinado para una sección rectangular, (Mander et al. 1988).

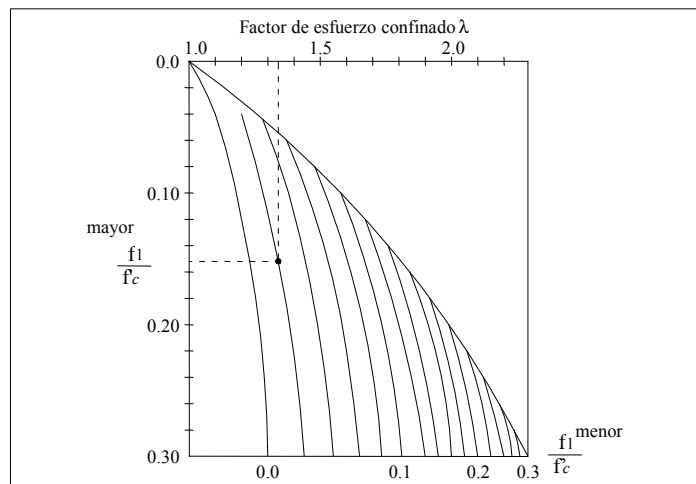


Fig. 2.8 Factor de confinamiento, " λ " para elementos cuadrados y rectangulares, (Mander et al. 1988).

2.4 Acero de refuerzo en estructuras de concreto

El acero de refuerzo es un material que posee una gran resistencia a tensión, cualidad por la cual se usa para resistir principalmente los esfuerzos de tensión que se inducen en los elementos estructurales de concreto reforzado por las acciones de diseño. Además, cuando los esfuerzos de compresión actuantes son grandes, comúnmente se usa refuerzo longitudinal a compresión que trabaja en conjunto con el concreto para resistirlas, aunque para tal finalidad el refuerzo debe estar debidamente restringido contra pandeo.

Es común que en el diseño y evaluación sísmica se utilice una aproximación de la curva esfuerzo-deformación llamado “modelo elastoplástico perfecto”, (fig. 2.9). Al igual que en los modelos anteriores para la etapa de comportamiento elástico, antes de la fluencia los esfuerzos en el acero f_s , son proporcionales a las deformaciones. La simplificación en este modelo estriba principalmente en que se desprecia el endurecimiento del acero por deformación, al considerar que el material no es capaz de tomar esfuerzos mayores al de fluencia, pero si deformaciones mayores a ésta.

Las principales desventajas de utilizar el modelo elastoplástico perfecto para propósitos de diseño o evaluación sísmica son las siguientes:

1. Se ignora la capacidad del acero para tomar esfuerzos mayores al de fluencia f_y .
2. Existe la posibilidad de que el concreto se aplaste sin que el acero haya fluido, provocando así una falla frágil por compresión.

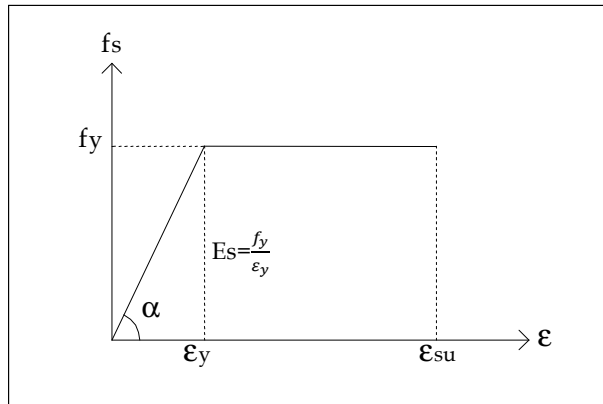


Fig. 2.9 Curva esfuerzo-deformación del modelo elastoplástico perfecto para el acero sometido a tensión.

Además del modelo elastoplástico perfecto, existen algunos modelos que permiten definir la curva esfuerzo-deformación del acero a tensión en los cuales sí se considera el endurecimiento por deformación. La diferencia entre los modelos existentes radica en la forma de definir la rama de endurecimiento por deformación.

La rama de endurecimiento por deformación es aquella que inicia al final de la zona de fluencia ϵ_{sh} , (fig. 2.10). Esta zona se ubica después de la planicie de posfluencia, el material vuelve a tener capacidad de absorber carga, esto debido al endurecimiento que sufre el acero de refuerzo.

En general la curva esfuerzo-deformación a tensión está formada por tres ramas: rama elástica lineal, rama o planicie de posfluencia y la rama de endurecimiento por deformación, tal como se muestra en la fig.2.10.

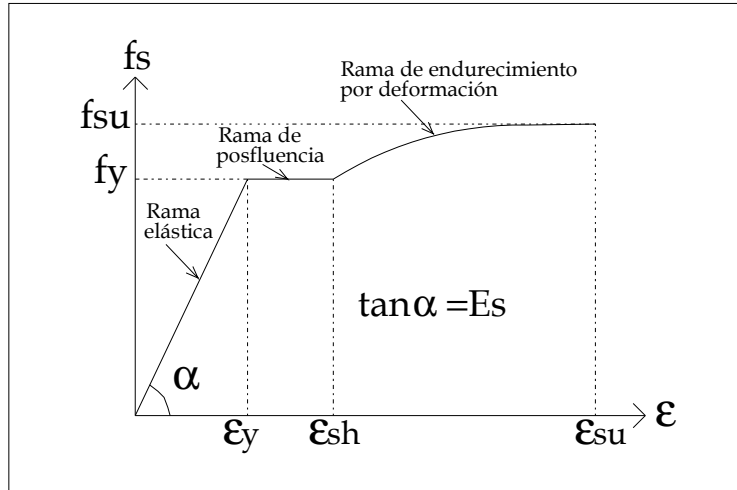


Fig. 2.10 Curva completa esfuerzo-deformación del acero sometido a tensión.

Al igual que en el concreto las propiedades mecánicas de interés de una probeta de acero se pueden conocer por medio de su curva esfuerzo-deformación, por lo que a continuación se describen los modelos analíticos mas aceptados en la actualidad.

2.4.1 Modelo de Park y Paulay

En el modelo propuesto por Park y Paulay, (1975) la zona de endurecimiento por deformación está definida en el intervalo $\epsilon_{sh} \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{su}$, donde ϵ_{sh} es la deformación unitaria en la cual se inicia el endurecimiento del material y ϵ_{su} es la deformación unitaria última.

El valor de los esfuerzos (f_s) en la zona de endurecimiento por deformación se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$f_s = \left[\frac{mu+2}{60u+2} + \frac{(60-m)u}{2(30r+1)^2} \right] f_y \dots\dots\dots 2.28$$

Los parámetros m , r y u se pueden obtener directamente de pruebas experimentales o mediante las siguientes ecuaciones:

$$m = \frac{\frac{f_{su}}{f_y}(30r+1)^2 - 60r - 1}{15r^2} \dots\dots\dots 2.29$$

$$r = \varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh} \dots\dots\dots 2.30$$

$$u = \varepsilon_s - \varepsilon_{sh} \dots\dots\dots 2.31$$

donde:

f_y : Esfuerzo de fluencia nominal en el acero

f_{su} : Esfuerzo último

ε_s : Deformación unitaria del acero

ε_{su} : Deformación unitaria última

ε_{sh} : Deformación unitaria en la cual se inicia la zona de endurecimiento por deformación

2.4.2 Modelo de Mander

En el modelo propuesto por Mander et al. (1984), los esfuerzos en el acero dentro de la zona de endurecimiento por deformación se calculan mediante la siguiente ecuación:

$$f_s = f_{su} + (f_y - f_{su}) \left(\frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right)^p \dots\dots\dots 2.32$$

Con la excepción de "p", las variables que intervienen en la ecuación anterior son las mismas que las establecidas en el modelo de Park y Paulay, (1975). Por lo tanto se pueden definir con las mismas ecuaciones, o mediante pruebas experimentales.

El parámetro "p" proporciona la forma de la rama de endurecimiento por deformación, y se obtiene por medio de la siguiente ecuación:

$$p = \frac{\ln\left(\frac{f_{su}-f_{s1}}{f_{su}-f_y}\right)}{\ln\left(\frac{\epsilon_{su}-\epsilon_{s1}}{\epsilon_{su}-\epsilon_{sh}}\right)} \dots\dots\dots 2.33$$

donde:

f_{s1} y ϵ_{s1} son las coordenadas de un punto obtenido mediante una prueba experimental. La magnitud de la ordenada f_{s1} es aproximadamente el promedio de f_y y f_u (Rodríguez y Botero, 1996).

2.4.3 Modelo Ahmad y Shah

El modelo propuesto por Ahmad y Shah (1985), consiste en una curva continua. Los esfuerzos en la zona de endurecimiento por deformación se definen mediante las siguientes ecuaciones:

$$f_s = f_y + Y(f_{su} + f_y) \dots\dots\dots 2.34$$

$$Y = \frac{AX+(B-1)X^2}{1+(A-2)X+BX^2} \dots\dots\dots 2.35$$

$$X = \frac{\epsilon_s - \epsilon_{sh}}{\epsilon_{su} - \epsilon_{sh}} \dots\dots\dots 2.36$$

donde las constantes A y B tienen los siguientes valores:

$$A = 1.735$$

$$B = 3.62$$

Los límites de la zona de endurecimiento por deformación están definidos por las siguientes ecuaciones:

$$\epsilon_{sh} = 0.0145 - 0.00009f_y \text{ (ksi)} \dots\dots\dots 2.37$$

$$\epsilon_{su} = 0.0867 - 0.00023f_y \text{ (ksi)} \dots\dots\dots 2.38$$

$$f_{su} = 73.20 + 0.523f_y \text{ (ksi)} \dots\dots\dots 2.39$$

Rodríguez y Botero (1996) realizaron pruebas experimentales en varillas de acero de refuerzo fabricados en la República Mexicana, por medio de estas pruebas obtuvieron los parámetros que intervienen en la obtención de la curva esfuerzo-deformación para el acero de refuerzo a tensión. En la tabla 2.1 se muestran algunos de los parámetros obtenidos, los cuales pueden ser utilizados en los modelos descritos anteriormente (Kent y Park, 1975, Mander et al. 1984 y Ahmad et al. 1985).

Tabla 2.1 Parámetros experimentales obtenidos por Rodríguez y Botero, (1996).

Diámetro	f_y Mpa	f_{su} Mpa	ϵ_{sh}	ϵ_{su}	ϵ_{suu}	p
Grande	448.85	734.62	0.0088	0.1177	0.1493	3.474
Pequeño	451.99	729.22	0.006	0.1420	0.1815	3.362

En la fig. 2.11 se muestra la comparación de las ramas de endurecimiento por deformación, para las curvas esfuerzo- deformación del acero a tensión, definidas mediante los modelos descritos anteriormente.

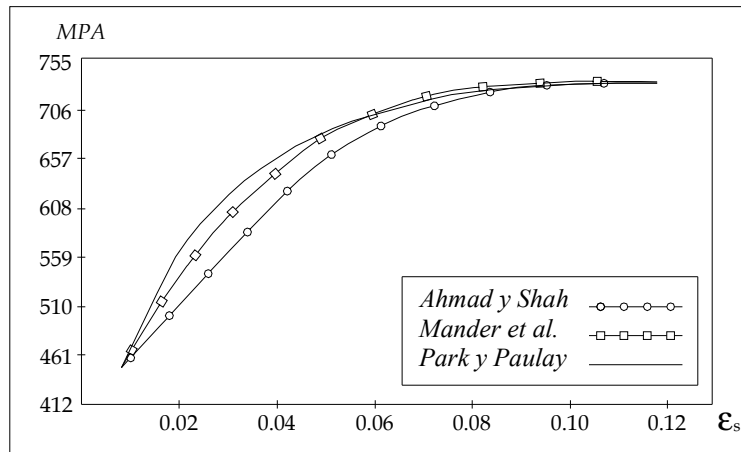


Fig. 2.11 Comparación de las ramas de endurecimiento por deformación.

CAPÍTULO 3

RELACIÓN MOMENTO-CURVATURA $M-\phi$

3.1 Relación Momento-Curvatura $M-\phi$

El comportamiento de las secciones de concreto reforzado sometidos a acciones de diseño puede comprenderse de manera más clara mediante el uso de gráficas que relacionen el momento flexionante resistente en una sección con la curvatura, correspondiente. La curvatura es el ángulo que forman con la vertical, la línea que describe el perfil de deformaciones unitarias en la sección.

El diagrama momento-curvatura es de gran importancia en el diseño de estructuras ante cargas estáticas y dinámicas, ya que de forma rápida se visualiza que tan dúctil y resistente es un miembro. Además, el área bajo la curva representa la energía interna, la parte bajo la región elástica es la energía de deformación acumulada en el miembro, mientras que el área bajo la región de postfluencia corresponde a la energía disipada en las deformaciones plásticas del mismo, Hernández, (2009).

De la relación momento-curvatura se obtiene la máxima capacidad a flexión del elemento M_u , la curvatura última ϕ_u , así como también sus respectivos momento y curvatura de fluencia, de tal forma que estas cantidades pueden compararse con las demandas que se tienen en el diseño. Por lo que una de las principales aplicaciones de conocer estos valores es calcular la ductilidad de curvatura μ_ϕ de la sección del elemento estructural a diseñar, ya que como se verá en el capítulo cuatro, la ductilidad de curvatura permite conocer si el comportamiento de la sección es dúctil o no. Por ejemplo si un elemento tiene poca capacidad de ductilidad de curvatura la estructura presentará una falla frágil cuando ingrese al intervalo no lineal, lo cual no es deseable. Se requiere que la sección tenga un valor alto de μ_ϕ con el fin de que disipe la mayor cantidad de energía y se distribuyan mejor los momentos, Hernández, (2009).

La relación momento-curvatura de una sección de concreto reforzado se obtiene a partir de las curvas esfuerzo-deformación del concreto y del acero, dicha relación depende de la geometría, del refuerzo longitudinal y transversal de la sección, Aguiar, (2002).

Una consideración de suma importancia para calcular el diagrama momento-curvatura de una sección de concreto reforzado, es que se deben usar relaciones esfuerzo-deformación representativas de las condiciones de los materiales. Por ejemplo, si el concreto del núcleo se puede considerar como confinado, usar una relación para éste y otra para el concreto del recubrimiento. Si no se puede considerar como confinado, bastará con usar una relación esfuerzo-deformación para todo el concreto de la sección.

También es aconsejable utilizar un modelo esfuerzo-deformación para el acero en el cual se incluya la rama de endurecimiento por deformación, con la finalidad de obtener resultados más cercanos a los reales.

La deformación del concreto ϵ_c , varía desde cero hasta la deformación máxima útil ϵ_u , para cada una de estas deformaciones se obtiene un punto del diagrama $M-\phi$ en forma iterativa, imponiéndose una profundidad del eje neutro c , de tal manera que el eje neutro final debe satisfacer dos condiciones:

- 1.-Equilibrio de fuerzas
- 2.-Equilibrio de momentos en la sección analizada

3.1.1 Definición de los principales puntos que componen el diagrama $M-\phi$

En el diagrama momento-curvatura $M-\phi$ de una sección de concreto reforzado existen tres puntos notables **A**, **Y**, **U**, (Fig. 3.1):

- **A** (primer agrietamiento) se presenta cuando en la fibra extrema a tensión, el concreto alcanza su resistencia a la tensión, por falla local empiezan a parecer las primeras grietas. En la fig. 3.1 se aprecia que la capacidad a flexión correspondiente al punto A es muy baja por este motivo muchas veces se le ignora, incluso en varios estudios se le considera a este punto como el comienzo del rango elástico.
- **Y** (punto de fluencia del acero a tensión) este punto define el final del comportamiento elástico de la sección. En varios estudios se considera la rama elástica a la recta que une el origen de coordenadas con el punto Y. Este punto se determina cuando el acero a tensión alcanza su fluencia.
- **U**, este punto se establece comúnmente cuando el concreto llega a su máxima deformación útil a compresión ϵ_u o cuando el acero llega a la rotura, el que se alcance primero, Aguiar, (2002).

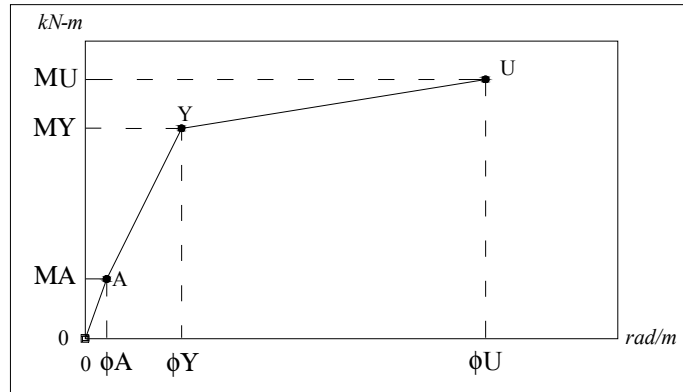


Fig. 3.1 Diagrama $M-\phi$ de una sección de concreto reforzado, y la representación de los puntos más notables.

Para mayor facilidad y por cuestiones prácticas la relación momento-curvatura, se idealiza mediante una aproximación bilineal. Por lo que el diagrama $M-\phi$ se construye a partir de dos puntos “Y” e “U”, (fig. 3.2):

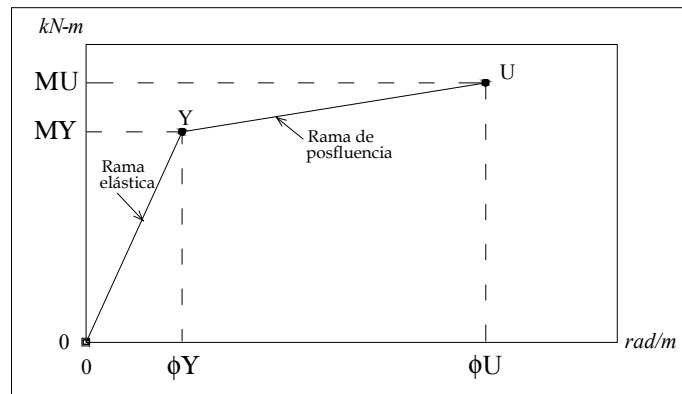


Fig. 3.2 Representación bilineal del diagrama $M-\phi$ de una sección de concreto reforzado.

3.1.2 Determinación teórica de la curva momento-Curvatura

Existen suposiciones básicas ya establecidas por la teoría de la flexión en elementos de concreto reforzado, utilizadas para obtener de forma teórica el diagrama momento-curvatura, a continuación se presentan las siguientes hipótesis para obtener cada punto del diagrama, Park y Paulay, (1971):

- Las secciones planas antes de la flexión permanecen planas después de la flexión.
- Se conoce la curva esfuerzo-deformación unitaria a compresión del concreto, por lo tanto es posible estimar la distribución y magnitud de esfuerzos en la sección transversal.
- Se conoce la curva esfuerzo-deformación unitaria a tensión y compresión del acero de refuerzo.
- Es posible despreciar la resistencia a tensión del concreto sin que los resultados se afecten en forma considerable.
- No hay corrimiento del acero respecto al concreto que lo rodea.

De acuerdo con las hipótesis anteriores, las de compatibilidad de deformaciones y el equilibrio de fuerzas, el momento en una sección de un elemento sometido a carga axial y momento flector se determina encontrando el equilibrio entre las fuerzas de tensión y las fuerzas de compresión. Las fuerzas de tensión se ubican en el refuerzo que se encuentra a tensión y su magnitud es el producto del esfuerzo (f_s) en estas barras por su área total (A_s), tal como se indica en las siguientes ecuaciones:

$$f_s = \varepsilon_s E_s \dots\dots\dots 2.40$$

$$F_s = f_s A_s \dots\dots\dots 2.41$$

donde:

f_s : Esfuerzo del acero en cualquier punto

F_s : Fuerza en las barras de acero

ε_s : Deformación unitaria del acero

E_s : Modulo de elasticidad del acero

A_s : Área de acero a tensión

La fuerza de compresión (F_c) se obtiene de la suma de las fuerzas de las barras que se encuentran en compresión (F_{sc}), la fuerza del área de concreto que esta en compresión (C_c) y la carga axial (P) si existe. La distribución de esfuerzos se define mediante la siguiente expresión:

$$C_c = \alpha f_{cc} b k_d \dots\dots\dots 2.42$$

Donde:

f_{cc} : es la resistencia máxima de un concreto confinado

b : ancho de la sección

k_d : profundidad del eje neutro medida a partir de la fibra superior.

El factor alfa (α) determina la curvatura del bloque de concreto, se puede obtener de la curva esfuerzo-deformación del concreto, mediante las siguientes ecuaciones:

$$\text{Area bajo la curva} = \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c = \alpha \varepsilon_{cm} f_{cc} \dots\dots\dots 2.43$$

Despejando α :

$$\alpha = \frac{\int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c}{\varepsilon_{cm} f_{cc}} \dots\dots\dots 2.44$$

$$\text{centro de gravedad} = \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c \varepsilon_c d\varepsilon_c = (1 - \gamma) \varepsilon_{cm} \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c \dots\dots\dots 2.45$$

donde γ especifica la ubicación de la fuerza del bloque de concreto.

Despejando γ :

$$\gamma = 1 - \frac{\int_0^{\epsilon_{cm}} f_c \epsilon_c d\epsilon_c}{\epsilon_{cm} \int_0^{\epsilon_{cm}} f_c d\epsilon_c} \dots\dots\dots 2.46$$

Las ecuaciones de compatibilidad indican que los esfuerzos en el concreto se pueden escribir en términos de las deformaciones y viceversa, por lo tanto las ecuaciones de equilibrio se pueden escribir de la siguiente forma:

$$\sum_{i=1}^n F_{itensión} - \sum_{i=1}^n F_{icompresión} - abf_{cc}k_d - P = 0 \dots\dots\dots 2.47$$

$$M = abf_{cc}k_d \left(\frac{h}{2} - \gamma k_d\right) + \sum_{i=1}^n f_{si} A_{si} \left(\frac{h}{2} - d_i\right) \dots\dots\dots 2.48$$

En resumen los puntos de un diagrama momento-curvatura, se pueden calcular mediante un proceso iterativo, tal como se indica en los siguientes pasos:

1. Proponer una deformación unitaria máxima en la fibra extrema a compresión del concreto ϵ_{ci}
2. Proponer una profundidad de eje neutro, k_{di}
3. Calcular las deformaciones unitarias en el refuerzo a compresión y a tensión
4. A partir de las deformaciones determinadas en el paso anterior y de la curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo que se haya elegido se calculan las fuerzas de tensión y compresión.

$$F_i^j = f_{si} E_s A_{si} \dots\dots\dots 2.49$$

5. Calcular la fuerza del bloque de concreto

$$C_c^j = abf_{cc}k_d^j \dots\dots\dots 2.50$$

6. Verificar si existe equilibrio entre las fuerzas de compresión y de tensión

$$\sum_{i=1}^n F_i^j - abf_{cc}k_d^j - P = 0 \dots\dots\dots 2.51$$

Si no existe equilibrio, el proceso se repite desde el paso número 2, por lo que se propone otra profundidad de eje neutro k_d , hasta que se tenga el equilibrio de fuerzas. Para el cálculo de otro punto se aplica el mismo proceso.

En estas ecuaciones el subíndice "i" indica con que lecho de área de acero se está trabajando, mientras que el superíndice "j" se refiere al número de iteración que se está haciendo, Park, (1971).

CAPITULO 4

RELACIONES $M-\phi$ COMO HERRAMIENTA EN LA EVALUACIÓN Y DISEÑO SÍSMICO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO

4.1 Evaluación y diseño sísmico de estructuras de concreto reforzado

Para el diseño sísmico de estructuras, se cuenta con normas en las cuales su principal objetivo es que estas no colapsen después o durante un sismo severo, de tal forma que se deben evaluar teniendo en mente su funcionalidad y operación después de un sismo ya sea de poca o gran intensidad. En la actualidad la mayoría de los reglamentos de construcción aceptan que las estructuras sufran daño cuando son sometidas a una demanda sísmica, (La demanda sísmica es aquella acción que ejerce un sismo sobre la estructura), por ello es necesario estimar de forma adecuada su comportamiento, en el intervalo no lineal.

La evaluación de estructuras sometidas a acciones sísmicas ha sido objeto de un gran número de investigaciones, en años recientes se han desarrollado metodologías para definir el comportamiento “*real*” de una estructura.

4.2 Diagramas Momento-curvatura en la evaluación y diseño sísmico de estructuras de concreto reforzado

La relación momento-curvatura $M-\varphi$ es utilizada para calcular la rigidez y la ductilidad de curvatura en las secciones de concreto reforzado, Rodríguez *et al.* (2005).

Por tal motivo cuando se realiza el diseño sísmico de una estructura, a manera de evaluar si su comportamiento ante la demanda de diseño será satisfactoria, es necesario conocer la relación momento-curvatura $M-\varphi$, mediante las cuales será posible conocer la capacidad de ductilidad de curvatura μ_φ , la máxima capacidad a flexión y las rigideces inicial y de posfluencia de las secciones y comparar estos valores con los que serán demandados, Aguiar, (1996).

4.2.1 Ductilidad de curvatura μ_φ

La ductilidad de curvatura μ_φ , relaciona a la curvatura última φ_u , con la curvatura de fluencia φ_y , también denominada comúnmente como la capacidad de ductilidad de una sección, esta definición es muy utilizada en la Ingeniería sísmica, Blume *et al* (1961).

Con la finalidad de que una estructura sea capaz de disipar la mayor cantidad de energía posible ante un sismo de gran intensidad, en el diseño sísmico se desea una ductilidad de curvatura, μ_φ lo más grande posible.

Para un elemento estructural, la ductilidad de curvatura, calculada de un diagrama momento-curvatura, es:

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_u}{\varphi_y}$$

donde:

φ_u y φ_y son las curvaturas última y la de fluencia, en la sección considerada.

La ductilidad de un elemento estructural se puede definir como su aptitud de desarrollar deformación progresiva bajo carga constante o ligeramente creciente, sin presentar disminución alguna en su resistencia. La ductilidad corresponde a un comportamiento inelástico del material que implica la fluencia del mismo, por lo que es necesario distinguir entre la ductilidad que tiene el material y la que tiene la sección del elemento, Hernández, (2009).

La ductilidad de curvatura de una sección se ve modificada de la siguiente manera:

- La ductilidad disminuye si aumenta el acero a tensión, A_s .
- La ductilidad aumenta si se incrementa el acero a compresión, A'_s .
- La ductilidad disminuye al aumentar el esfuerzo de fluencia del acero, f_y .
- A mayor resistencia del concreto mayor ductilidad.
- A mayor deformación mayor curvatura.
- El confinamiento aumenta la ductilidad.
- La ductilidad se reduce conforme se incrementa la carga axial.

4.2.2 Otras aplicaciones de la relación momento-curvatura

Las principales aplicaciones de la relación momento curvatura $M-\phi$ se encuentran orientadas al diseño sísmico, pero también es comúnmente utilizada para calcular la rigidez de un elemento que está trabajando en el rango no lineal. Es decir una vez que se tiene la relación momento-curvatura de una sección, se puede encontrar la rigidez a la flexión EI , para las diferentes condiciones a las que puede estar sujeto el elemento estructural, es decir se puede obtener la rigidez en las diferentes ramas del diagrama $M-\phi$, Hernández, (2009).

Así el diagrama $M-\phi$ se puede considerar como una envolvente del diagrama histerético, sin embargo el diagrama momento-curvatura $M-\phi$ presenta al obtenerlo menor dificultad, comparado con el histerético. Por lo que ya se mencionó, este es utilizado para conocer la rigidez de un elemento en cualquiera

de las ramas del diagrama $M-\phi$, también es requerido para definir la no linealidad del material, tema que no será tratado en este trabajo de tesis, Aguiar, (2009).

4.3 Ejemplos de diagramas Momento-curvatura

Con el objeto de ilustrar el cálculo de los principales puntos del diagrama momento-curvatura $M-\phi$ se trabaja con diferentes modelos de concreto confinado propuestos por: Hognestad (1951), Park modificado (1982) y Mander *et al.* (1988), así mismo se resuelve el ejemplo de una viga de sección rectangular.

Para la elaboración de los diagramas momento-curvatura se utilizó el programa Response 2000, (*Bents et al*, 2000), los resultados obtenidos se presentan en la fig. 2.14.

Ejemplo Numérico 1:

Calcular el diagrama momento-curvatura para la sección mostrada en la fig. 2.12, las características de la sección se describen en la tabla 2.2. Utilizar las relaciones esfuerzo-deformación del concreto, propuestos por Hognestad (1951), Park *et al.* (1982) y Mander *et al.* (1988). La curva esfuerzo-deformación del acero se muestra en la fig. 2.13, (*ASTM A7 06 Grade 60*, 1980).

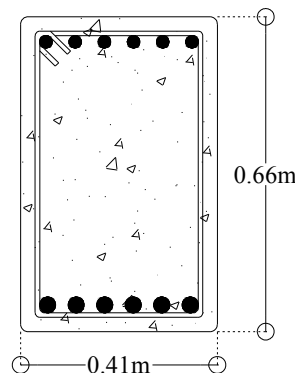


Fig. 2.12 Viga de concreto reforzado (Ejemplo 1).

Tabla 2.2 Características de la viga mostrada en la fig. 2.12

Base " b "	Peralte " h "	Lecho inferior		Lecho superior		sep. E#3	f_y	E_s	f_c'	E_c
		No de varillas	As (m ²)	No de varillas	As (m ²)					
(m)	(m)					(m)	(Mpa)	(Mpa)	(Mpa)	(Mpa)
0.41	0.66	10	0.00508	8	0.00315	0.10	459.2	199859.53	27.6	27792.8

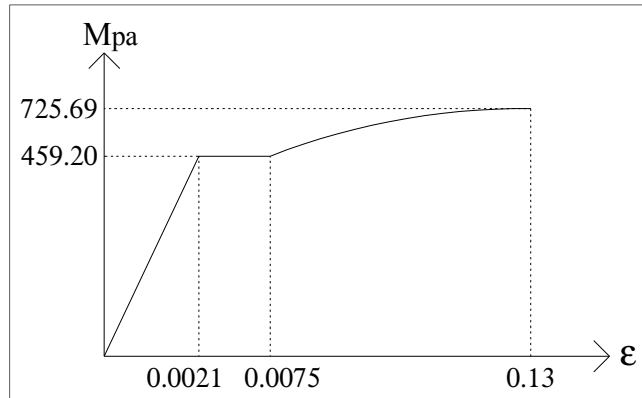


Fig. 2.13 Relación esfuerzo-deformación del acero a tensión (Ejemplo 1), (ASTM A7 06 Grade 60, 1980).

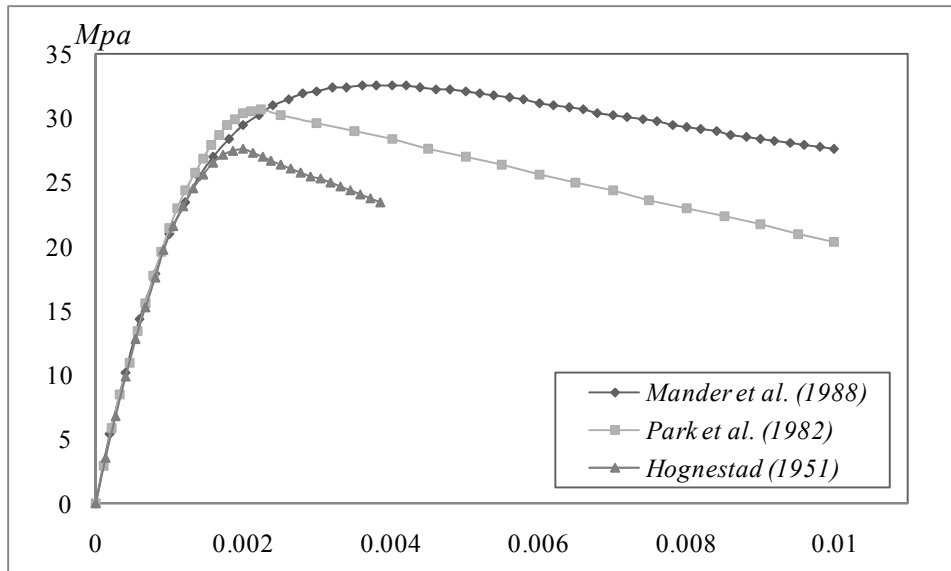


Fig. 2.14 Curvas esfuerzo-deformación del concreto (Ejemplo 1).

Resultados obtenidos de la figura 2.14:

En la fig. 2.14 se muestran las curvas esfuerzo-deformación del concreto obtenidas para la sección en estudio (fig. 2.12), en la cual se observa que la forma de la rama “elástica” es similar para los tres casos, sin embargo, el modelo propuesto por Mander et al. (1988) presenta una mayor resistencia a compresión, f'_c y una deformación unitaria asociada mayor que en los otros dos modelos.

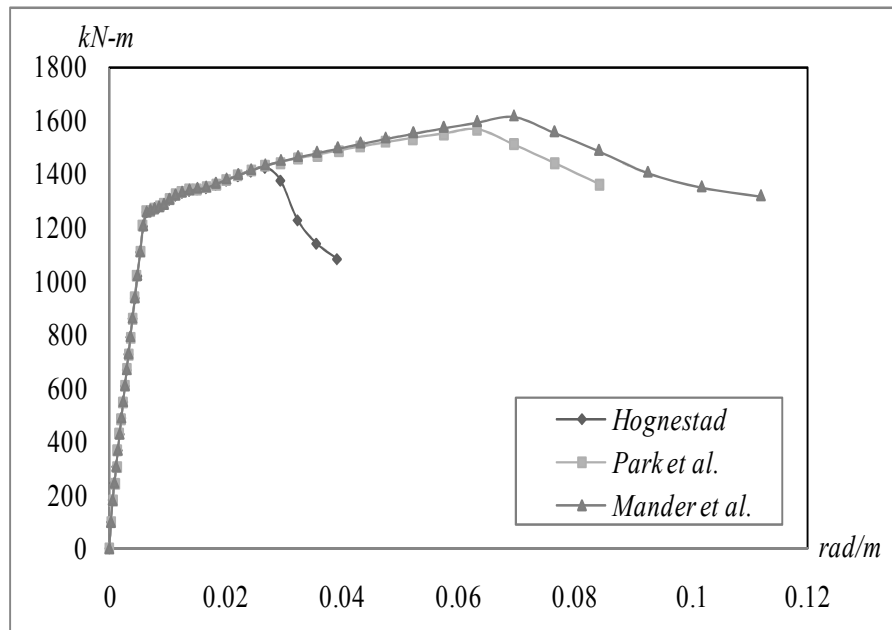


Fig. 2.15 Diagramas momento-curvatura (Ejemplo 1).

Resultados obtenidos de la figura 2.15:

En la fig. 2.15 se muestran los diagramas momento-curvatura para la sección en estudio (fig. 2.12). El momento de fluencia obtenido por todos los modelos es similar, al igual que la pendiente de posfluencia. La diferencia entre un diagrama y otro radica cuando se presenta la zona de ablandamiento, se le considera zona de ablandamiento, aquella rama en la cual se tiene una pendiente negativa después de que se ha alcanzado la resistencia máxima en la sección. En el modelo propuesto por Mander et al, (1988) la zona de ablandamiento se presenta a una deformación unitaria mayor que la de los otros 2 modelos evaluados.

CAPÍTULO 5

INFLUENCIA DE LA FUERZA CORTANTE EN LAS RELACIONES $M-\phi$ DE SECCIONES DE CONCRETO REFORZADO Y SU IMPACTO EN LA EVALUACIÓN Y DISEÑO SÍSMICO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO

5.1 Influencia de las deformaciones por corte en los diagramas $M-\phi$

En la actualidad existe una gran cantidad de estudios sobre el comportamiento de miembros a flexión de concreto reforzado, por lo que se conoce bien su comportamiento y sus mecanismos de falla a flexión, sin embargo para el caso de miembros sujetos a la interacción de flexión y cortante, su comportamiento tiene menos estudios realizados debido a la complejidad del problema.

En su mayoría los miembros estructurales de concreto reforzado tienen que resistir fuerzas cortantes, dichas fuerzas actúan en combinación con flexión, fuerza axial y torsión. La transmisión de fuerza cortante en vigas de concreto reforzado se apoya fuertemente en la resistencia a tensión y compresión del

concreto, por lo que no es de sorprender que una falla a cortante por lo general sea no dúctil, en consecuencia se debe tratar de que no ocurra dicha falla (Park y Paulay, 1971).

En la evaluación y diseño sísmico es de gran importancia conocer la ductilidad de curvatura, como ya se mencionó en el capítulo anterior, de tal forma que el diseñador deberá asegurarse que la falla por corte no se presente.

Estudios realizados indican que en vigas de concreto reforzado con un adecuado refuerzo transversal, la fuerza cortante no tiene influencia significativa en el desarrollo de la capacidad a flexión, esta consideración permite al analista ignorar la interacción de flexión y cortante, manejándolas por separado. Pero cuando se requiere transmitir grandes fuerzas cortantes a través de una sección, se puede afectar la distribución de las deformaciones por flexión en el concreto y el acero.

En vigas de gran peralte las fuerzas cortantes pueden ser tan dominantes que influyen en la resistencia, llegando a ocasionar que la sección no desarrolle su máxima capacidad a flexión. En secciones poco esbeltas sujetas a fuerzas cortantes moderadas, el efecto del corte en las deformaciones se desprecia. Sin embargo en vigas rectangulares, vigas T continuas, con claros cortos y muy peraltadas, las deformaciones inducidas por la Influencia del corte se reflejan de forma significativa. Por esta razón el analista debe evaluar el orden de estas deformaciones debidas al corte, (Park y Paulay, 1979).

Por tal motivo en los siguientes ejemplos se analiza la influencia de las deformaciones por corte en los diagramas $M-\phi$, en secciones de vigas rectangulares comúnmente utilizadas.

5.2 Comparación de diagramas $M-\phi$ considerando y no el efecto de cortante

En los siguientes ejemplos se pretende revisar la influencia de las deformaciones provocadas por la fuerza cortante, en los diagramas $M-\phi$. Los resultados obtenidos serán comparados para los diferentes casos en estudio, considerando la flexión y considerando la interacción de flexión y cortante. Para el cálculo de los diagramas momento-curvatura se utilizó el programa Response 2000, (Bents *et al*, 2000).

5.2.1 Consideración de flexión

Ejemplo numérico 2:

Se obtuvo el diagrama momento-curvatura para la sección de la viga mostrada en la fig. 5.1, las características y propiedades de la sección se describen en la tabla 5.1. Se utilizaron los modelos esfuerzo-deformación del concreto y del acero, propuestos por Park *et al.* (1982) y Mander *et al.* (1984), respectivamente. Las curvas de los modelos $\sigma-\epsilon$, se presentan en las fig. 5.2 y 5.3 respectivamente.

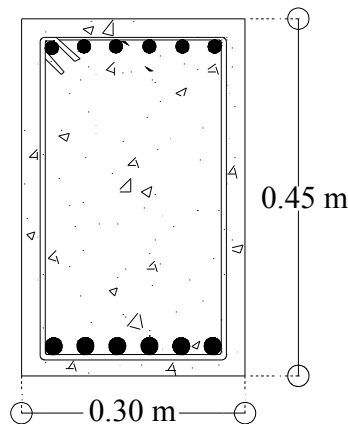


Fig. 5.1 Viga de concreto reforzado (Ejemplo 2).

Tabla 5.1 Características y propiedades de la viga mostrada en la fig. 5.1.

Base " b "	Peralte " h "	Concreto		Acero longitudinal		Acero transversal		
		f'_c (Mpa)	E_c (Mpa)	f_y (Mpa)	E_s (Mpa)	f_y (Mpa)	E_s (Mpa)	Separación " s " E#3 (m)
0.30	0.45	20.69	11392.81	411.76	205882.35	411.76	205882.35	0.10

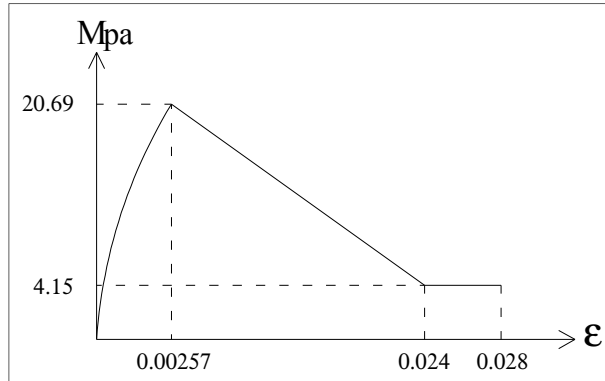


Fig. 5.2 Modelo esfuerzo-deformación del concreto a compresión, Park *et al.* 1982).

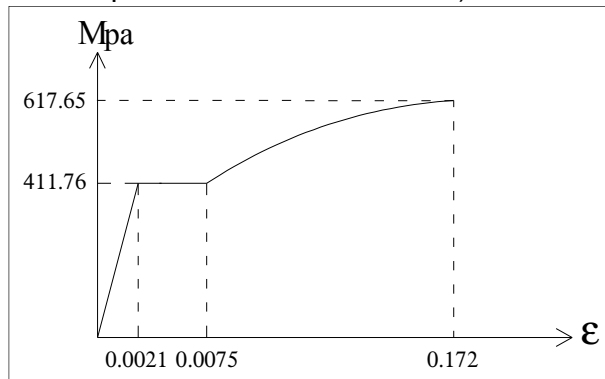


Fig. 5.3 Modelo esfuerzo-deformación del acero a tensión, Mander *et al.* (1984).

Se obtuvieron los diagramas momento-curvatura para distintas cuantías de refuerzo longitudinales, estas se muestran en la tabla 5.2. Entre las cuantías de la tabla antes mencionada se encuentra la cuantía máxima y mínima que establece el GDF, (2004) para vigas doblemente armadas. El refuerzo transversal es el mismo en todos los casos y el recubrimiento libre es de 0.05 m.

En la tabla 5.2 se muestran los casos considerados, las cuantías de refuerzo longitudinal y sus áreas totales utilizadas para cada lecho. Con los datos de la tabla 5.2 se encuentran los diagramas momento-curvatura y los resultados obtenidos se indican en la fig. 5.4.

Tabla 5.2 Cuantías y áreas totales de refuerzo longitudinal (Ejemplo 2).

VIGA (0.30 m x 0.45 m)					
Casos		Lecho inferior		Lecho superior	
		ρ de tensión	A_s (m ²)	ρ' de compresión	A'_s (m ²)
Cuantía mín	S_2_1	0.00264	0.00032	0.00216	0.00026
Sub-cuantías	S_2_2	0.00512	0.00061	0.00420	0.00050
	S_2_3	0.00761	0.00091	0.00624	0.00075
	S_2_4	0.01009	0.00121	0.00828	0.00099
	S_2_5	0.01258	0.00151	0.01031	0.00124
	S_2_6	0.01506	0.00181	0.01235	0.00148
Cuantía máx	S_2_10	0.02500	0.00300	0.02050	0.00246

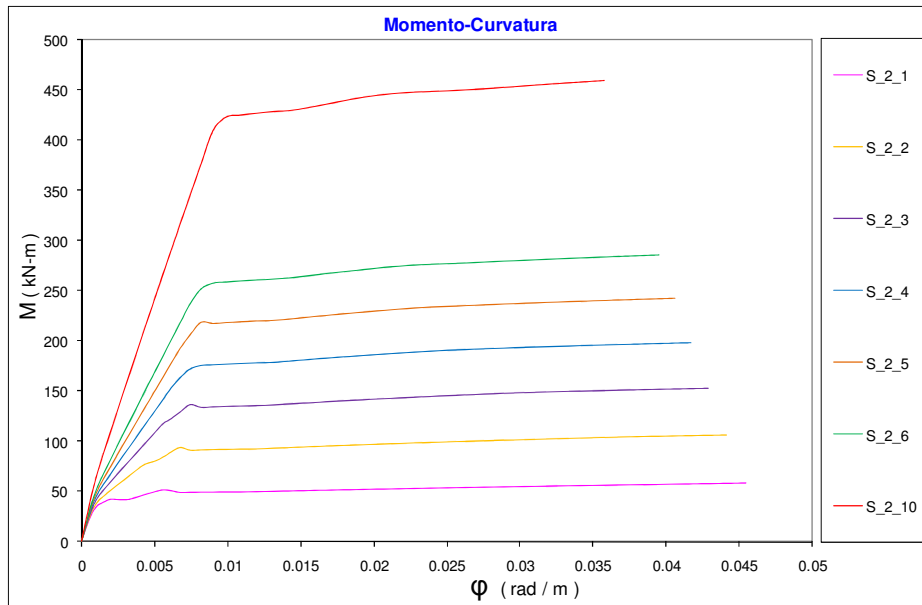


Fig. 5.4 Diagramas momento-curvatura de una viga con diferente cuantía de refuerzo longitudinal, (Ejemplo. 2).

Resultados obtenidos de la figura 5.4:

En la fig. 5.4 se observa que a medida que la cuantía de refuerzo longitudinal se incrementa, la viga presenta mayor capacidad de resistir momento flexionante, pero tiene menor capacidad de deformación, de lo que se concluye que las ductilidades de curvatura también serán menores. Es decir que a mayor cuantía de refuerzo longitudinal menor será la ductilidad de curvatura que se obtiene.

Tabla 5.3 Curvaturas, momentos y ductilidades de curvatura obtenidas de la sección en estudio, (Ejemplo 2).

VIGA (0.30 m x 0.45 m)						
Casos		ϕ_y	M_y	ϕ_u	M_u	μ_ϕ
		(rad / m)	(kN- m)	(rad / m)	(kN- m)	(adim)
Cuantía mín	S 2 1	0.00195	41.621	0.04546	57.986	23.3
Sub-cuantías	S 2 2	0.00614	89.704	0.04413	106.722	7.19
	S 2 3	0.00675	136.435	0.04287	152.768	6.35
	S 2 4	0.00743	171.701	0.04168	197.743	5.61
	S 2 5	0.00817	218.176	0.04056	242.177	4.96
	S 2 6	0.00899	257.944	0.03950	286.165	4.39
Cuantía máx	S 2 10	0.00989	423.074	0.03575	459.630	3.61

Resultados obtenidos de la tabla 5.3:

En la tabla 5.3 se presentan los valores de las ductilidades de curvatura μ_ϕ obtenidas para los casos analizados en el ejemplo 2, en esta tabla también se muestran las curvaturas de fluencia ϕ_y , y sus respectivos momentos de fluencia M_y , así mismo se muestran los valores de curvatura última ϕ_u y de momento último M_u asociados a la deformación máxima del concreto, debido a que hubo un aplastamiento en el concreto antes de que el acero fallara. Cabe mencionar que los valores de curvatura última ϕ_u fueron obtenidos a partir de las expresiones propuestas por Panagiotakos y Fardis, (2001).

En la tabla 5.3 se observa que para las curvas inferiores con poca cuantía de refuerzo longitudinal, la sección presenta mayor ductilidad de curvatura, de lo cual se concluye que la sección tendrá mayor capacidad de deformación, por lo que la viga presentará un comportamiento más dúctil, pero con menor resistencia a la flexión.

Ejemplo numérico 3:

De forma similar al ejemplo anterior, en este ejemplo se calcularon los diagramas momento-curvatura, para tres diferentes secciones de vigas rectangulares, con diferentes cuantías de refuerzo longitudinal. Las secciones en estudio tienen una relación de ancho-peralte de 1:2, 1:2.5 y 1:3, las características y propiedades de las secciones analizadas se muestran en la tabla 5.4.

Al igual que en el ejemplo anterior se utilizaron los modelos esfuerzo-deformación del concreto y del acero, propuestos por Park *et al.* (1982) y Mander *et al.* (1984) respectivamente, (fig. 5.2 y 5.3). El refuerzo transversal es el mismo en todos los casos y el recubrimiento libre es de 0.05 m, GDF, (2004).

Tabla 5.4 Características y propiedades de las vigas en estudio, (Ejemplo 3).

Base " b "	Peralte " h "	Concreto		Acero longitudinal		Acero transversal		
		f'_c (Mpa)	E_c (Mpa)	f_y (Mpa)	E_s (Mpa)	f_y (Mpa)	E_s (Mpa)	Separación " s " E#3 (m)
0.30	0.60	20.69	11392.81	411.76	205882.35	411.76	205882.35	0.10
0.30	0.75	20.69	11392.81	411.76	205882.35	411.76	205882.35	0.10
0.30	0.90	20.69	11392.81	411.76	205882.35	411.76	205882.35	0.10

Como ya se mencionó para cada una de las secciones en estudio se calcularon diferentes diagramas momento-curvatura para distintas cuantías de refuerzo longitudinal, las cuales se muestran en la tabla 5.5.

En la tabla 5.5 se presentan los casos considerados para cada una de las secciones en estudio, las cuantías de acero longitudinal y áreas totales para cada lecho. Con los datos de la tabla 5.5 se obtuvieron los diagramas momento-curvatura y los resultados se presentan en las fig.5.5, 5.6 y 5.7.

Tabla 5.5 Cuantías y áreas totales de refuerzo longitudinal (Ejemplo 3).

Casos		Lecho inferior		Lecho superior	
		ρ de tensión	A_s (m ²)	ρ' de compresión	A'_s (m ²)
Cuantía mín	S_3_1	0.00264	0.00044	0.00216	0.00036
Sub-cuantías	S_3_2	0.00512	0.00085	0.00420	0.00069
	S_3_3	0.00761	0.00126	0.00624	0.00103
	S_3_4	0.01009	0.00167	0.00828	0.00137
	S_3_5	0.01258	0.00208	0.01031	0.00170
	S_3_6	0.01506	0.00249	0.01235	0.00204
Cuantía máx	S_3_10	0.02500	0.00412	0.02050	0.00338
Cuantía mín	S_4_1	0.00264	0.00055	0.00216	0.00045
Sub-cuantías	S_4_2	0.00512	0.00108	0.00420	0.00088
	S_4_3	0.00761	0.00160	0.00624	0.00131
	S_4_4	0.01009	0.00212	0.00828	0.00174
	S_4_5	0.01258	0.00264	0.01031	0.00217
	S_4_6	0.01506	0.00316	0.01235	0.00259
Cuantía máx	S_4_10	0.02500	0.00525	0.02050	0.00430
Cuantía mín	S_5_1	0.00264	0.00067	0.00211	0.00054
Sub-cuantías	S_5_2	0.00512	0.00131	0.00410	0.00105
	S_5_3	0.00761	0.00194	0.00609	0.00155
	S_5_4	0.01009	0.00257	0.00807	0.00206
	S_5_5	0.01258	0.00321	0.01006	0.00257
	S_5_6	0.01506	0.00384	0.01205	0.00307
Cuantía máx	S_5_10	0.02500	0.00637	0.02000	0.00510

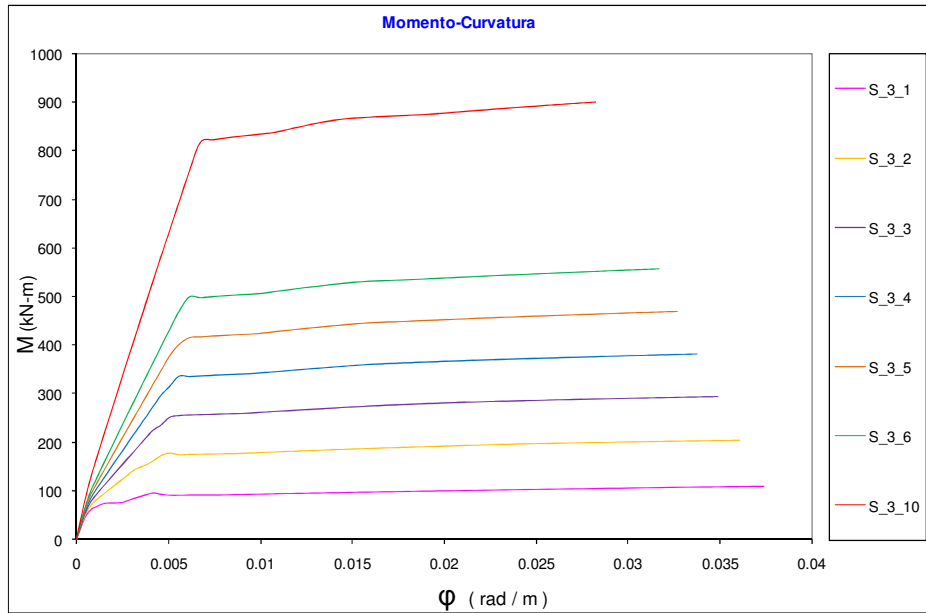


Fig. 5.5 Diagramas momento-curvatura de una viga de 0.30 m x 0.60 m con diferente cuantía de refuerzo longitudinal y mismo refuerzo transversal, (Ejemplo 3).

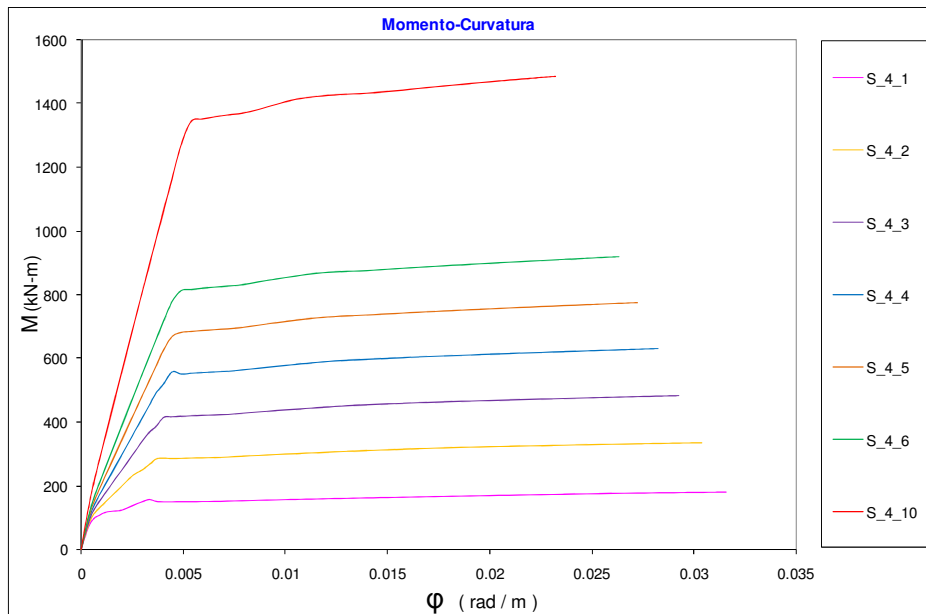


Fig. 5.6 Diagramas momento-curvatura de una viga de 0.30 m x 0.75 m con diferente cuantía de refuerzo longitudinal y mismo refuerzo transversal, (Ejemplo 3).

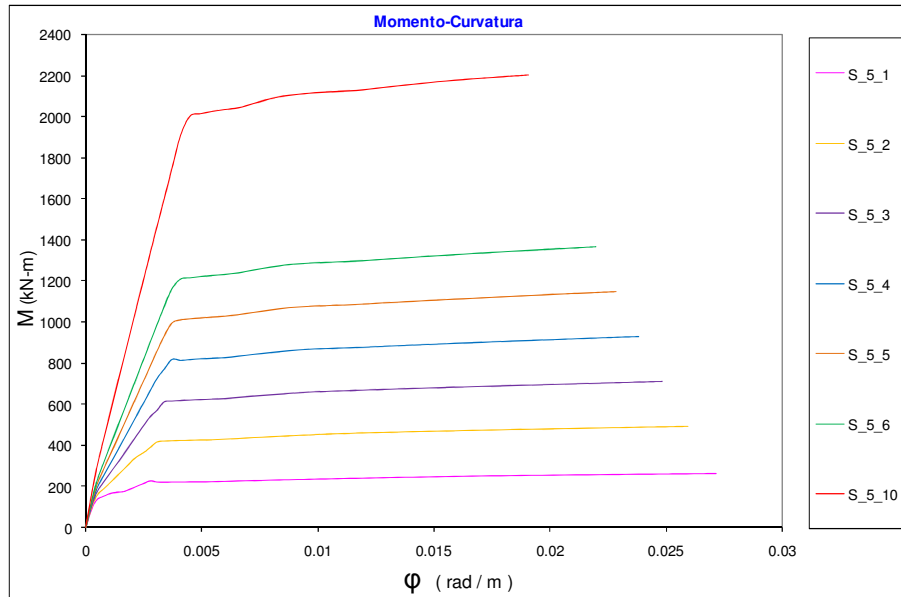


Fig. 5.7 Diagramas momento-curvatura de una viga de 0.30 m x 0.90 m con diferente cuantía de refuerzo longitudinal y mismo refuerzo transversal, (Ejemplo 3).

Resultados obtenidos de las fig. 5.5, 5.6 y 5.7:

En las fig. 5.5, 5.6 y 5.7 se observa que a medida que se incrementan las cuantías de refuerzo longitudinal, las secciones presentan mayor capacidad de resistir momento flexionante, sin embargo estas presentan menor capacidad de deformación, por lo que se puede concluir que las ductilidades de curvatura también serán menores.

En la tabla 5.6 se muestran los valores de las ductilidades de curvatura μ_ϕ obtenidas para los casos analizados en este ejemplo, también se muestran las curvaturas de fluencia ϕ_y y su respectivos momentos de fluencia M_y , así mismo se muestran los valores de curvatura última ϕ_u y momento último M_u asociados a la deformación máxima del concreto, debido a que hubo un aplastamiento en el concreto antes de que el acero fallara. Los valores para la curvatura última fueron obtenidos a partir de las expresiones propuestas por Panagiotakos y Fardis (2001).

Tabla 5.6 Curvaturas, momentos y ductilidades de curvatura (Ejemplo 3).

Casos		ϕ_y (rad / m)	M_y (kN- m)	ϕ_u (rad / m)	M_u (kN- m)	$\mu\phi$ (adim)
Cuantía mín	S_3_1	0.00246	76.759	0.03737	110.776	15.2
Sub-cuantías	S_3_2	0.00461	172.839	0.03607	204.381	7.83
	S_3_3	0.00507	251.599	0.03486	294.451	6.88
	S_3_4	0.00557	337.027	0.03372	382.987	6.05
	S_3_5	0.00613	416.121	0.03266	470.523	5.33
	S_3_6	0.00613	499.471	0.03166	557.419	5.17
Cuantía máx	S_3_10	0.00674	816.756	0.02821	899.559	4.18
Cuantía mín	S_4_1	0.00250	136.357	0.03160	179.228	12.6
Sub-cuantías	S_4_2	0.00335	266.015	0.03038	334.259	9.07
	S_4_3	0.00368	387.416	0.02926	483.454	7.94
	S_4_4	0.00405	520.889	0.02821	630.232	6.96
	S_4_5	0.00446	668.808	0.02724	775.673	6.11
	S_4_6	0.00490	812.863	0.02633	919.724	5.37
Cuantía máx	S_4_10	0.00539	1344.854	0.02324	1486.535	4.31
Cuantía mín	S_5_1	0.00231	205.898	0.02718	263.768	11.8
Sub-cuantías	S_5_2	0.00279	389.995	0.02596	491.577	9.30
	S_5_3	0.00338	613.291	0.02484	713.852	7.35
	S_5_4	0.00372	821.003	0.02381	932.931	6.41
	S_5_5	0.00372	996.215	0.02286	1149.807	6.15
	S_5_6	0.00409	1207.104	0.02199	1364.848	5.38
Cuantía máx	S_5_10	0.00450	2000.775	0.01907	2200.974	4.24

Resultados obtenidos de la tabla 5.6:

En la tabla 5.6 se observa que para las vigas con un peralte mayor, las ductilidades de curvatura van decreciendo, por lo que presentan deformaciones mayores comparadas con las vigas de menor peralte, sin embargo las secciones con relación ancho-peralte de 1:2.5 y 1:3 presentan mayor capacidad a momento flexionante. Para las curvas inferiores con poca cuantía de refuerzo longitudinal se observa que la sección tiene mayor ductilidad de curvatura, por lo que las secciones con menor cuantía presentarán un comportamiento más dúctil, pero menor resistencia a la flexión.

5.2.2 Consideración de flexión y cortante

Ejemplo numérico 4:

Se obtuvieron los diagramas momento-curvatura pero esta vez tomando en cuenta la interacción de flexión y cortante, los resultados obtenidos se comparan con los diagramas momento-curvatura calculados en los ejemplos numéricos 2 y 3 (fig. 5.4, 5.5, 5.6 y 5.7).

Las características y propiedades de las secciones en estudio son exactamente iguales a los ejemplos anteriores (tablas 5.1 y 5.4), los modelos esfuerzo-deformación utilizados son los correspondientes a las fig. 5.2 y 5.3, (Ejemplo 2).

Los diagramas momento-curvatura fueron calculados con las cuantías de refuerzo longitudinal de los ejemplos anteriores (tablas 5.2 y 5.5) y con el mismo refuerzo transversal, además se considera que la viga tiene una longitud de 8.0 m para todos los casos.

Para elaborar los diagramas momento-curvatura se utilizó el programa Response 2000, (*Bents et al.* 2000), debido a esto es necesario aclarar la consideración que realiza el programa, ya que este requiere el ingreso de la relación que hay entre momento flexionante M y el cortante V .

La dependencia que existe entre el momento flexionante M y el cortante V , esta en función de la longitud efectiva libre del claro de corte, un incremento particular se obtiene a partir de las siguientes expresiones, (*Bents et al.* 2000):

$$M = \frac{VL'}{2} \dots \dots \dots Ec. 5.1$$

$$V = \frac{2M}{L'} \dots \dots \dots Ec. 5.2$$

donde:

M : Momento flexionante

V : Fuerza cortante

L' : Longitud efectiva libre del claro de corte, $L' = (L_{total} - d)$

L_{total} : Longitud de la viga

d : Peralte efectivo de la viga, que es igual al peralte de la viga menos el recubrimiento del concreto

A manera de ilustrar la obtención de la relación requerida, se tomó una viga de 0.30 m x 0.45 m, con una longitud de 8.0 m, por lo que aplicando las expresiones 5.1 y 5.2 descritas anteriormente se obtuvo que para un incremento de cortante $V=1.0$, el incremento de momento flexionante es $M=3.8$.

Los resultados obtenidos se presentan en las fig.5.8, 5.9, 5.10 y 5.11, las cuales muestran las comparaciones de los diagramas momento-curvatura considerando y no el efecto de cortante. Cabe aclarar que los casos analizados en los cuales se considera el corte son los nombrados al final con una letra "C", (ejemplo: S_2_1_C).

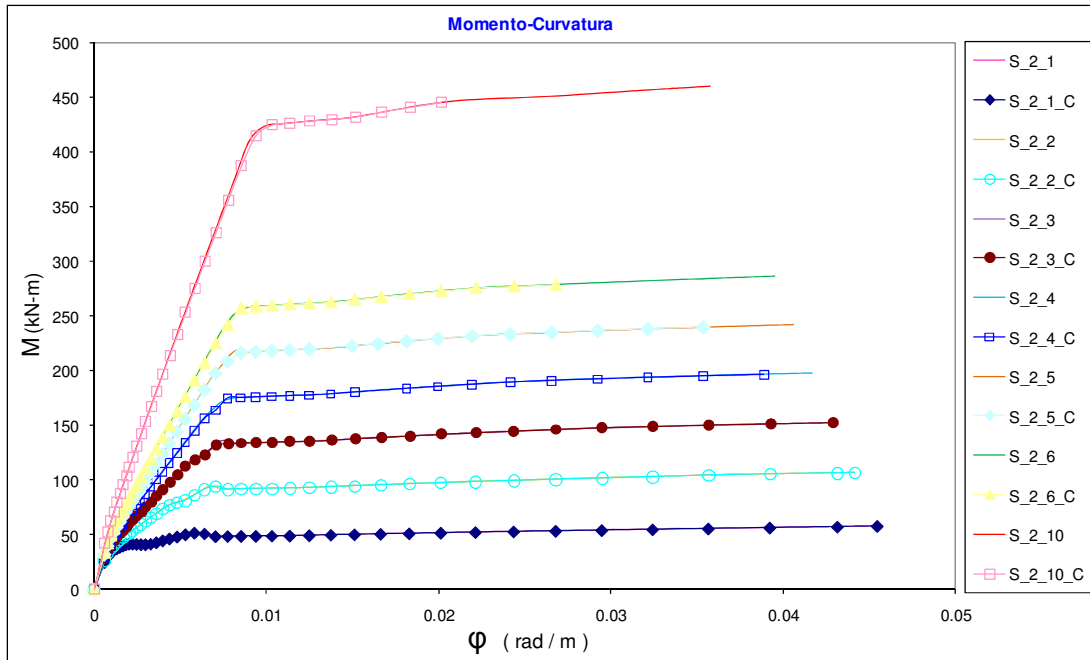


Fig. 5.8 Comparación de diagramas momento-curvatura considerando y no el efecto de cortante, para una viga de 0.30 m x 0.45 m con diferente cuantía de refuerzo longitudinal y mismo refuerzo transversal, (Ejemplo 4).

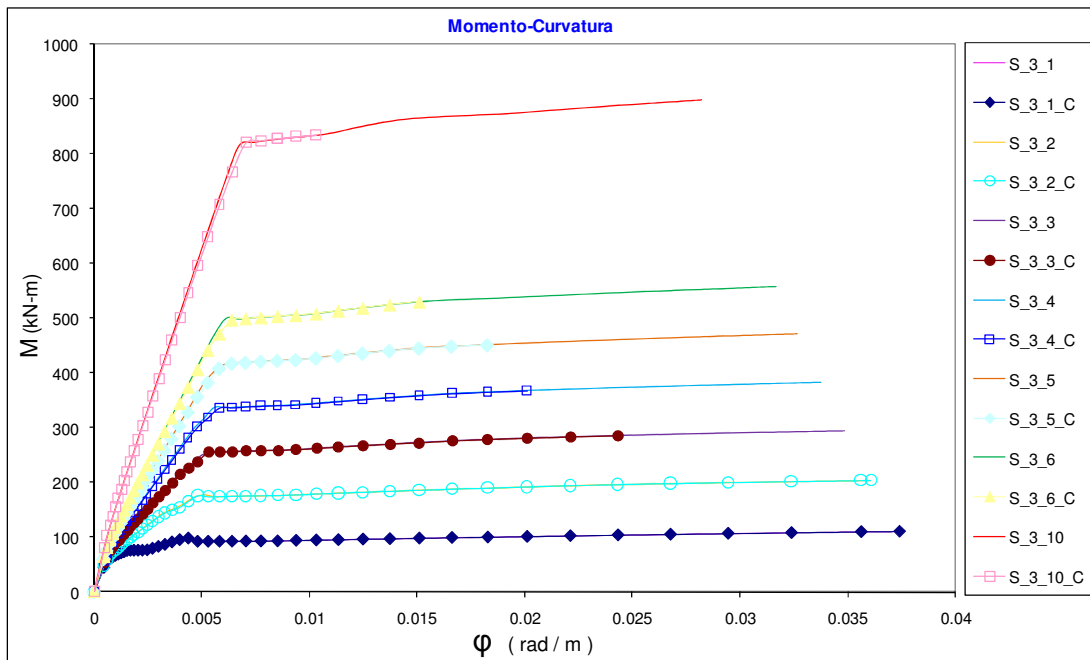


Fig. 5.9 Comparación de diagramas momento-curvatura considerando y no el efecto de cortante, para una viga de 0.30 m x 0.60 m con diferente cuantía de refuerzo longitudinal y mismo refuerzo transversal, (Ejemplo 4).

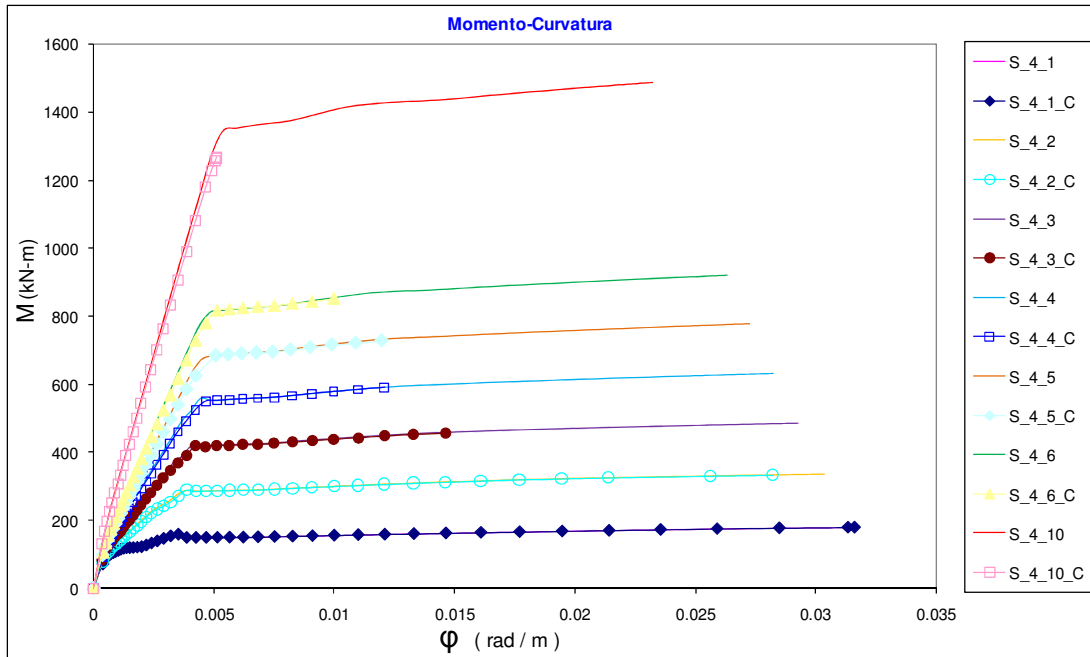


Fig. 5.10 Comparación de diagramas momento-curvatura considerando y no el efecto de cortante, para una viga de 0.30 m x 0.75 m con diferente cuantía de refuerzo longitudinal y mismo refuerzo transversal, (Ejemplo 4).

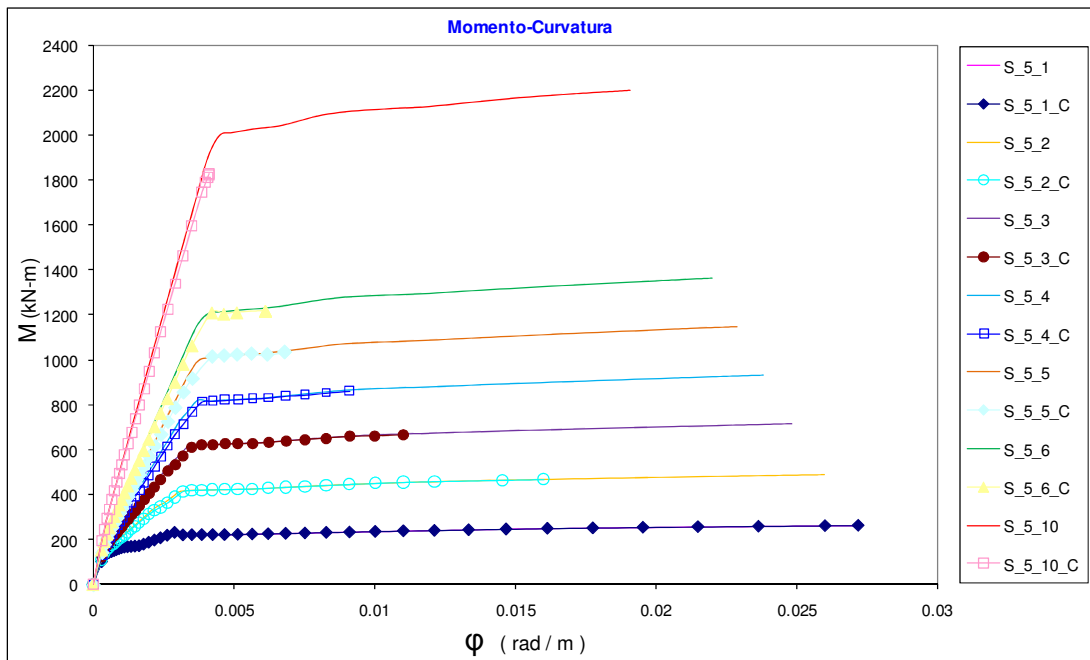


Fig. 5.11 Comparación de diagramas momento-curvatura considerando y no el efecto de cortante, para una viga de 0.30 m x 0.90 m con diferente cuantía de refuerzo longitudinal y mismo refuerzo transversal, (Ejemplo 4).

Resultados obtenidos de las fig. 5.8 y 5.9:

En las fig. 5.8 y 5.9 se observa que para las curvas inferiores con cuantías de refuerzo longitudinal pequeñas, el efecto por cortante no contribuye de forma significativa, de tal modo que las secciones presentarán un comportamiento más dúctil, comparadas con las modeladas para mayores cuantías. De lo que se concluye que las curvas con cuantías cercanas a la mínima, desarrollarán su máxima capacidad a flexión y mostrarán gran capacidad de deformación. Por lo que la falla que ocurre primero es por flexión.

Para las curvas superiores con mayor cuantía de refuerzo longitudinal se aprecia que la falla que ocurrirá primero será por cortante, sin embargo puede darse el caso que la falla ocurra simultáneamente por flexión y corte. Por tal motivo es importante incluir en los diagramas momento-curvatura los efectos por corte, ya que de no tomar en cuenta esta contribución se podría considerar erróneamente la curvatura última y el momento último, y con esto se estaría sobreestimando la resistencia de la sección, también se estaría suponiendo que la sección esta disipando más energía de deformación, de la que en realidad se está liberando y con esto se obtendría una ductilidad de curvatura errónea. Por lo que se concluye que para encontrar valores cercanos al comportamiento “real”, se deben modelar los diagramas $M-\phi$ con la incorporación del efecto por corte.

Resultados obtenidos de las fig. 5.10 y 5.11:

En las fig. 5.10 y 5.11 se observa que únicamente en las curvas con cuantías de refuerzo longitudinal mínimas, el efecto por cortante no contribuye, de tal modo que las secciones mostrarán un comportamiento más dúctil, lo cual es deseable para que no ocurra una falla frágil, por lo que estas desarrollarán su máxima capacidad a flexión y gran capacidad de deformación.

Para las curvas intermedias con mayor cuantía de refuerzo longitudinal a la cuantía mínima, pero menores a la cuantía máxima se aprecia que la falla que ocurrirá primero será por cortante, es decir que la sección no será capaz de desarrollar su máxima capacidad a flexión.

En cuanto a las curvas superiores que son las correspondientes a la cuantía de refuerzo longitudinal máxima, se concluye que la influencia de las deformaciones por corte en los diagramas $M-\phi$, para secciones muy peraltadas, estas son afectadas de forma significativa ya que su capacidad de deformación es nula. Esto se debe a que su capacidad de resistir momento flexionante se reduce a tal grado que su momento último, M_u , no llega al momento de fluencia, M_y , además que nunca sobrepasa el rango elástico, por lo que la sección no presentará ductilidad de curvatura, debido a que no se llega a la curvatura de fluencia.

Se concluye que al considerar en los diagramas momento-curvatura los efectos por cortante, no se sobreestima la resistencia de la sección, ni tampoco se supone que se está disipando más energía de deformación, de la que en realidad se está liberando. Al tomar en cuenta el efecto por corte se obtiene una ductilidad por curvatura lo más cercana al comportamiento real.

En la tabla 5.7 se muestran los valores de las ductilidades de curvatura μ_ϕ obtenidas para los casos analizados en este ejemplo, también se muestran las curvaturas de fluencia ϕ_y y su respectivos momentos de fluencia M_y , así mismo se muestran los valores de curvatura última ϕ_u y momento último M_u .

Tabla 5.7 Curvaturas, momentos y ductilidades de curvatura obtenidas de la consideración de flexión y cortante, (Ejemplo 4).

Casos		ϕ_y (rad / m)	M_y (kN- m)	ϕ_u (rad / m)	M_u (kN- m)	$\mu\phi$ (adim)
Cuantía mín	S 2 1	0.00195	41.621	0.04546	57.986	23.3
Sub-cuantías	S 2 2	0.00614	89.704	0.04413	106.722	7.19
	S 2 3	0.00675	136.435	0.04287	152.768	6.35
	S 2 4	0.00743	171.701	0.03887	196.709	5.23
	S 3 5	0.00817	218.176	0.03534	239.673	4.33
	S 2 6	0.00899	257.944	0.02679	278.529	2.98
Cuantía máx	S 2 10	0.00989	423.074	0.02013	445.022	2.04
Cuantía mín	S 3 1	0.00246	76.759	0.03737	110.776	15.2
Sub-cuantías	S 3 2	0.00461	172.839	0.03607	204.381	7.82
	S 3 3	0.00507	251.599	0.02431	285.933	4.80
	S 3 4	0.00557	337.027	0.02009	367.939	3.61
	S 3 5	0.00613	416.121	0.02190	455.300	3.57
	S 3 6	0.00613	499.471	0.01510	529.823	2.46
Cuantía máx	S 3 10	0.00674	816.756	0.00854	827.338	1.27
Cuantía mín	S 4 1	0.00250	136.357	0.03160	179.228	12.6
Sub-cuantías	S 4 2	0.00335	266.015	0.02822	331.634	8.42
	S 4 3	0.00368	387.416	0.01461	456.516	3.97
	S 4 4	0.00405	520.889	0.01208	589.813	2.98
	S 4 5	0.00446	668.808	0.01197	727.189	2.68
	S 4 6	0.00490	812.863	0.00998	849.835	2.04
Cuantía máx	S 4 10	----	----	0.00511	1266.574	----
Cuantía mín	S 5 1	0.00231	205.898	0.02718	263.768	11.8
Sub-cuantías	S 5 2	0.00279	389.995	0.01600	469.324	5.73
	S 5 3	0.00338	613.291	0.01103	665.072	3.26
	S 5 4	0.00372	821.003	0.00911	862.820	2.45
	S 5 5	0.00372	996.215	0.00679	1034.305	1.82
	S 5 6	0.00409	1207.104	0.00611	1218.706	1.49
Cuantía máx	S 5 10	----	----	0.00412	1826.946	----

Resultados obtenidos de la tabla 5.7:

De la tabla 5.7 se aprecia que para vigas con un peralte mayor, las ductilidades de curvatura decrecen, por lo cual mostrarán grandes deformaciones comparadas con la viga de menor peralte. Las secciones con relación ancho-peralte de 1:2.5 y 1:3 presentan mayor capacidad a momento flexionante pero menor capacidad de deformación. También se observó lo que ya se mencionó anteriormente, que para las curvas correspondientes a la cuantía de refuerzo longitudinal máxima, la sección no presenta ductilidad de curvatura, debido a que no se alcanzó la curvatura de fluencia.

Para las curvas con poca cuantía de acero longitudinal se observa que la sección tiene mayor ductilidad por curvatura, por lo que las secciones con menor cuantía de refuerzo longitudinal presentarán un comportamiento más dúctil, pero menor resistencia a la flexión.

En la tabla 5.8 se muestra la comparación de las ductilidades por curvatura obtenidas para este ejemplo, es decir con la consideración de flexión y cortante. También se muestran las ductilidades por curvatura, obtenidas de los ejemplos 2 y 3 (tablas 5.3 y 5.6), considerando flexión únicamente. Así mismo se presenta el porcentaje de variación que hay entre ambas ductilidades de curvatura, obtenidas de considerar y no el cortante.

Tabla 5.8 Comparación de ductilidades por curvatura, obtenidas de la consideración por flexión (Ejemplos 2 y 3) y considerando la flexión y cortante, (Ejemplo 4).

Casos		consideración de flexión únicamente $\mu\phi$ (adim)	Consideración de flexión y cortante $\mu\phi$ (adim)	Porcentaje de variación (%)
Cuantía mín	S 2 1	23.3	23.3	0
Sub-cuantías	S 2 2	7.19	7.19	0
	S 2 3	6.35	6.35	0
	S 2 4	5.61	5.23	6.77
	S 3 5	4.96	4.33	12.70
	S 2 6	4.39	2.98	32.12
Cuantía máx	S 2 10	3.61	2.04	43.49
Cuantía mín	S 3 1	15.2	15.2	0
Sub-cuantías	S 3 2	7.83	7.82	0.13
	S 3 3	6.88	4.8	30.23
	S 3 4	6.05	3.61	40.33
	S 3 5	5.33	3.57	33.02
	S 3 6	5.17	2.46	52.42
Cuantía máx	S 3 10	4.18	1.27	69.62
Cuantía mín	S 4 1	12.6	12.6	0
Sub-cuantías	S 4 2	9.07	8.42	7.17
	S 4 3	7.94	3.97	50.00
	S 4 4	6.96	2.98	57.18
	S 4 5	6.11	2.68	56.14
	S 4 6	5.37	2.04	62.01
Cuantía máx	S 4 10	4.31	----	----
Cuantía mín	S 5 1	11.8	11.8	0
Sub-cuantías	S 5 2	9.3	5.73	38.39
	S 5 3	7.35	3.26	55.65
	S 5 4	6.41	2.45	61.78
	S 5 5	6.15	1.82	70.41
	S 5 6	5.38	1.49	72.30
Cuantía máx	S 5 10	4.24	----	----

Ejemplo numérico 5:

Se obtuvieron los diagramas momento-curvatura, de forma similar al ejemplo 4, con la única diferencia que esta vez se calcularon para dos secciones de vigas rectangulares y únicamente para las cuantías longitudinales máxima y mínima. Las secciones en estudio tienen una relación de ancho-peralte de 1:1.5 y 1:3, las características y propiedades de las secciones analizadas se muestran en la tabla 5.4, (Ejemplo 3).

Al igual que en los ejemplos anteriores se utilizaron los modelos esfuerzo-deformación para el concreto y el acero, propuestos por Park *et al.* (1982) y Mander *et al.* (1984) respectivamente. Las curvas de los modelos $\sigma-\epsilon$ se presentan en las fig.5.2 y 5.3 respectivamente, (Ejemplo 1).

Para este ejemplo se obtuvieron los diagramas $M-\phi$, manteniendo constantes las cuantías de acero longitudinal, se calcularon dos casos con diferente refuerzo transversal, en el primer caso el refuerzo transversal tiene una separación de 0.10 m y en el segundo una separación de 0.20 m.

Se obtienen tres diagramas momento-curvatura para cada caso analizado, con la misma cuantía de refuerzo longitudinal y a continuación se explica que consideración toma cada uno de ellos:

- S_2_1: este caso solamente considera la flexión, con una separación de estribos de 10 cm, GDF, (2004).
- S_2_1_C_@ 10 cm: este caso considera flexión y cortante, con una separación de estribos de 10 cm, GDF, (2004).
- S_2_1_C_@ 20 cm: este caso considera flexión y cortante, con una separación de estribos de 20 cm.

En la tabla 5.9 se presentan los casos considerados para cada una de las secciones en estudio, las cuantías de acero longitudinal y las áreas totales para cada lecho. Con los datos de la tabla 5.9 se calcularon los diagramas momento-curvatura y los resultados obtenidos se presentan en las fig. 5.12 y 5.13.

Tabla 5.9 Cuantías de acero longitudinal y áreas totales para cada lecho, (Ejemplo 5).

Casos	Lecho inferior			Lecho superior		
	ρ de tensión	No. Barras	A_s (m ²)	ρ' de compresión	No. Barras	A_s (m ²)
Cuantía mín S_2_1	0.00264	50	0.00032	0.00216	41	0.00026
Cuantía máx S_2_10	0.02500	50	0.00300	0.02050	41	0.00246
Cuantía mín S_5_1	0.00264	50	0.00032	0.00216	41	0.00026
Cuantía máx S_5_10	0.02500	50	0.00300	0.02050	41	0.00246

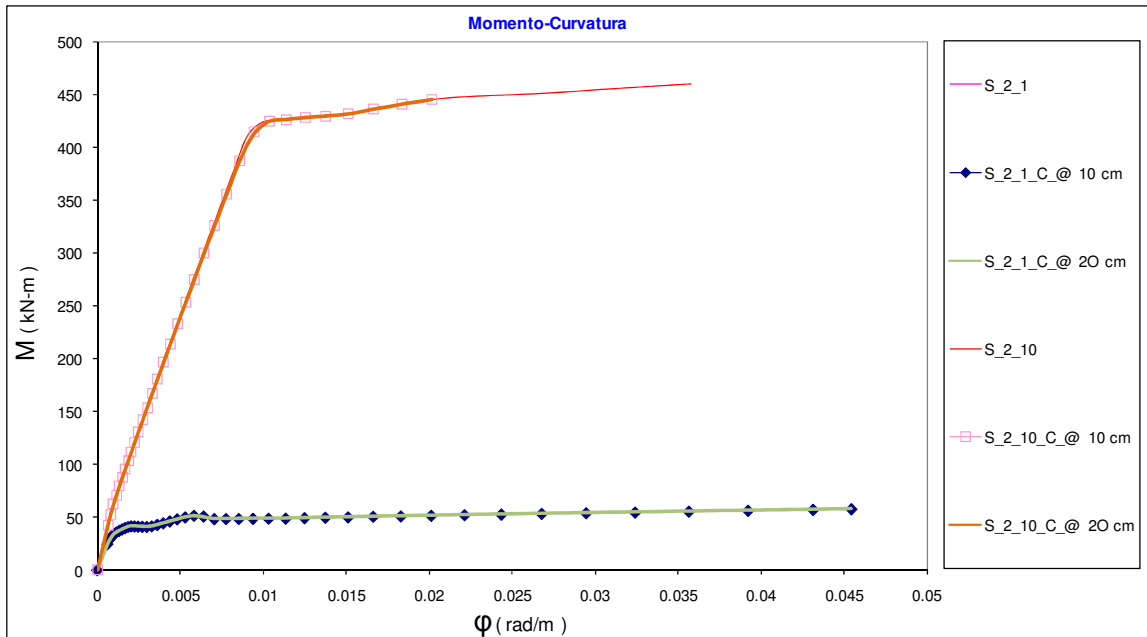


Fig. 5.12 Comparación de diagramas Momento-curvatura considerando y no el efecto de cortante, para una viga de 0.30 m x 0.45 m con diferente cuantía de acero longitudinal y distinto refuerzo transversal, (Ejemplo 5).

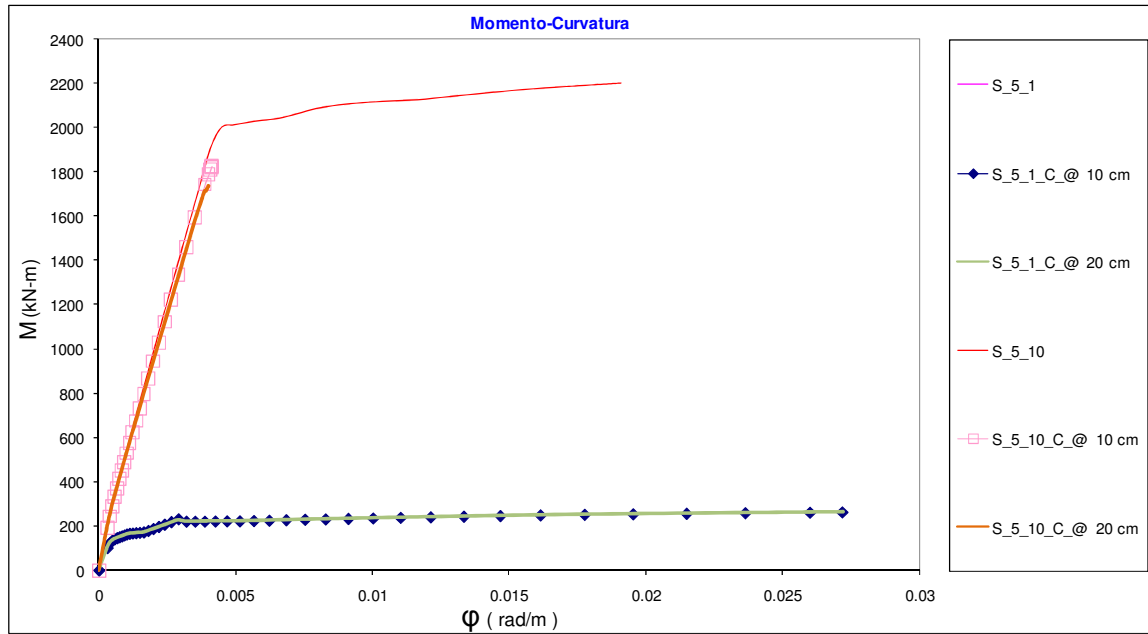


Fig. 5.13 Comparación de diagramas Momento-curvatura considerando y no el efecto de cortante, para una viga de 0.30 m x 0.90 m con diferente cuantía de refuerzo longitudinal y distinto refuerzo transversal, (Ejemplo 5).

Resultados obtenidos de las fig. 5.12 y 5.13:

En las fig. 5.12 y 5.13 se observa que únicamente para las curvas con cuantías mínimas, el efecto por cortante no contribuye, independientemente de su relación ancho-peralte, también se aprecia que la separación de los estribos no influye significativamente en los resultados obtenidos, de tal modo que las secciones mostrarán un comportamiento más dúctil, debido a que desarrollarán su máxima capacidad a flexión.

En cuanto a las curvas correspondientes a la cuantía máxima, se concluye que la influencia de las deformaciones por corte en los diagramas $M-\phi$, en secciones muy peraltadas si influye de forma significativa ya que su capacidad de deformación es nula. Debido a que no se llega a la fluencia (M_y, ϕ_y), por lo que no presentará ductilidad de curvatura. Se concluye que en secciones muy peraltadas y variando la separación del refuerzo transversal, al considerar el efecto por cortante en los diagramas momento-curvatura, si influye en la resistencia y la capacidad de deformación de la sección.

5.3 Repercusiones de las deformaciones por corte en la evaluación y diseño Sísmico

En la actualidad, los procedimientos de diseño sísmico, aceptan que el comportamiento de las estructuras incursionen en el rango no lineal, para lo cual se debe caracterizar de manera apropiada el comportamiento real de los elementos que conforman los sistemas estructurales.

Mientras que en la evaluación las propiedades mecánicas de los materiales deben considerarse lo más real que sea posible, de lo contrario los resultados de la evaluación serán erróneos.

5.3.1 Idealización a nivel sección

De los ejemplos mostrados anteriormente se observa que a nivel sección el considerar o no el efecto de las deformaciones por corte, conduce a una reducción en la capacidad de deformación del elemento, lo que lleva a estimar propiedades erróneas de las secciones, y al utilizar estos valores no es posible garantizar el comportamiento real, de la sección ni de la estructura.

5.3.2 Idealización a nivel estructura

Una estructura sujeta a demandas sísmicas severas, en la que sus elementos son sometidos a deformaciones por cortante considerables, puede no alcanzar el nivel de desplazamiento estimado en el diseño, y presentar fallas por corte. En el caso de la evaluación es importante tomar en cuenta esta situación pues conduce a estructuras no seguras, y en el caso del diseño estas herramientas nos deben proporcionar estructuras en las cuales su comportamiento este dominado ampliamente por flexión.

Supóngase el caso de un diseño de un estructura reticular, en la cual se diseña la estructura respetando una distorsión de entrepiso límite, para lo cual existe un desplazamiento máximo del entrepiso, si los elementos diseñados experimentan importantes deformaciones de corte, no alcanzarían la capacidad a flexión última, lo que conllevaría a una falla del sistema inadecuado.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el presente trabajo de investigación se realizó un estudio comparativo presentando la variación del diagrama momento-curvatura, considerando y no el efecto por cortante. Se realizó variando las cuantías de acero longitudinal a tensión y a compresión, y en algunos casos variando la cuantía de acero transversal. También se realizaron comparativas entre los modelos de las curvas esfuerzo-deformación del concreto confinado y no confinado, las comparaciones se realizaron con los modelos más utilizados en la actualidad, con la finalidad de dar al diseñador algunas bases para decidir cuál sería el mejor modelo a utilizar, cuando se desea calcular el diagrama $M-\phi$.

A partir del estudio realizado se observó que para las vigas rectangulares analizadas, la resistencia se incrementa conforme la cuantía longitudinal a tensión se incrementa. Por otro lado se observó que la capacidad de deformación en la sección disminuía y que la ductilidad de curvatura también decrecía. Sin embargo cuando se incrementó la cuantía de refuerzo longitudinal a compresión, la resistencia y la ductilidad de curvatura también se incrementó. Del estudio realizado se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Al comparar las curvas esfuerzo-deformación de un concreto simple o no confinado y la de un concreto confinado de acuerdo al modelo propuesto Kent y Park, (1971), se encontró que el modelo utilizado para un concreto confinado si influye de manera significativa en el incremento de las deformaciones, sin embargo la resistencia a compresión del concreto f'_c que se obtiene en ambos modelos es aproximadamente igual. No obstante cuando se utilizó el modelo de la curva esfuerzo-deformación propuesto por Park et al. (1982), se observó que el efecto de confinamiento no solo incrementa las deformaciones si no también los esfuerzos. Por lo que se recomienda utilizar un modelo de la curva esfuerzo-deformación del concreto, el cual incluya el efecto de confinamiento.

- En este trabajo de investigación se presentaron los modelos analíticos de las curvas esfuerzo-deformación del concreto que son mas aceptados en la actualidad. Por lo que en ejemplo numérico 1 se presentó una comparativa de las curvas esfuerzo-deformación para un concreto confinado, propuestos por Hognestad (1951), Park *et al.* (1982) y Mander *et al.* (1988), (fig. 2.14). En dicha comparación se observó que el modelo más aceptable a utilizar es el propuesto por Mander *et al.* (1988), ya que este presenta una mayor resistencia a compresión, f'_c y una deformación unitaria asociada mayor, comparada con las que se obtuvieron en los otros dos modelos. Es decir que con el modelo de Mander *et al.* (1988), se obtuvieron valores cercanos a los modelos experimentales. También se observó que la forma de la rama “elástica” es similar para los tres casos y que la deformación unitaria última del concreto que se obtiene con los modelos de Park *et al.* (1982) y Mander *et al.* (1988) es aproximadamente la misma. Concluyendo que la variación de la resistencia máxima del concreto, f'_c si influye de forma significativa con respecto al modelo esfuerzo-deformación del concreto que se utilice.

- Se presentó una comparativa de tres diagramas momento-curvatura para una misma sección en estudio (ejemplo numérico 1), cada uno de los diagramas $M-\phi$ se generaron a partir de los modelos analíticos de las curvas esfuerzo-deformación de un concreto confinado, propuestos por Hognestad (1951), Park *et al.* (1982) y Mander *et al.* (1988), la curva esfuerzo-deformación del acero utilizada fue la misma para los tres casos analizados, (*ASTM A7 06 Grade 60*, 1980).

Se observó que el momento de fluencia obtenido por los tres modelos es aproximadamente similar, al igual que la pendiente de posfluencia. La diferencia entre un diagrama y otro radica cuando se presenta la zona de ablandamiento, la zona de ablandamiento es aquella rama en la cual se tiene una pendiente negativa después de que se ha alcanzado la resistencia máxima en la sección. (fig. 2.15).

En el diagrama $M-\phi$ obtenido con el modelo propuesto por *Mander et al* (1988), se observó que la zona de ablandamiento se presenta a una deformación unitaria mayor que la de los otros 2 modelos evaluados. De acuerdo a los resultados obtenidos se recomienda utilizar este modelo, para la elaboración de los diagramas momento-curvatura.

En el capítulo 5 se realizaron ejemplos numéricos, en los cuales se analizó la influencia de las deformaciones por corte en los diagramas $M-\phi$, para secciones de vigas rectangulares comúnmente utilizadas. Los ejemplos realizados se dividieron en dos partes considerando y no el efecto por cortante, a partir de estos se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Consideración de flexión:
 - Se observó que a medida que la cuantía de acero longitudinal se incrementa, las vigas analizadas presentaron mayor capacidad de resistir momento flexionante, pero tienen menor capacidad de deformación, por lo que se obtuvieron ductilidades de curvatura menores. De tal forma que los diagramas $M-\phi$ realizados con poca cuantía de acero longitudinal, para las

secciones en estudio se obtuvieron ductilidades de curvatura mayores y también con mayor capacidad de deformación, por lo que presentan un comportamiento más dúctil, pero con menor resistencia a la flexión. De lo que se concluye que a mayor cuantía de acero longitudinal menor será la ductilidad de curvatura que se obtendrá.

- Para las vigas con un peralte mayor se observó que las ductilidades de curvatura decrecieron y presentaron deformaciones mayores comparadas con las vigas de menor peralte, sin embargo las secciones con relación ancho-peralte de 1:2.5 y 1:3 mostraron mayor capacidad a momento flexionante.

- Consideración de flexión y cortante:

- En los diagramas $M-\phi$ realizados con cuantías de acero longitudinal pequeñas, se observó que únicamente para las cuantías de acero mínimas, el efecto por cortante no contribuye de forma significativa. De tal modo que las secciones mostrarán un comportamiento más dúctil, lo cual es deseable para que no ocurra una falla frágil, ya que estas desarrollarán su máxima capacidad a flexión y mayor capacidad de deformación, comparadas con las que se modelaron para mayores cuantías.

De lo que se concluye que las curvas con cuantías de acero cercanas a la mínima, desarrollarán su máxima capacidad a flexión y mostrarán gran capacidad de deformación y la falla que ocurre primero es por flexión.

- En los diagramas $M-\phi$ realizados con mayor cuantía de acero longitudinal se aprecia que la falla que ocurrirá primero será por cortante, sin embargo puede darse el caso que la falla ocurra simultáneamente por flexión y corte. Por tal motivo es importante incluir en los diagramas momento-curvatura los efectos por corte, ya que de no tomar en cuenta esta contribución se podría considerar erróneamente la curvatura última y el momento último, por lo que estaríamos sobreestimando la resistencia de la

sección, también se estaría suponiendo que la sección esta disipando más energía de deformación, de la que en realidad se está liberando y con esto obtendríamos una ductilidad de curvatura errónea. Es decir que los valores del M_u y ϕ_u obtenidos de un diagrama momento-curvatura calculado sin tomar en cuenta la contribución del efecto por cortante nunca se alcanzarán en la “realidad”. Por lo que se concluye que para obtener valores cercanos al comportamiento “real”, se recomienda que los diagramas M- ϕ se deben modelar con la incorporación del efecto por corte.

- Los diagramas M- ϕ generados con cuantías de acero longitudinal mayores a la mínima, pero menores a la cuantía de acero máxima se observó que la falla que ocurre primero es por cortante, pero también puede darse el caso que la falla ocurra simultáneamente por flexión y corte. Por lo que la sección de la viga en estudio no será capaz de desarrollar su máxima capacidad a flexión.
- En cuanto a los diagramas M- ϕ generados con la cuantía de acero longitudinal máxima, se observó que la influencia de las deformaciones por corte en secciones muy peraltadas, estas son afectadas de forma significativa ya que su capacidad de deformación es nula. Esto se debe a que su capacidad de resistir momento flexionante se reduce a tal grado que su momento último, M_u no llega alcanzar al momento de fluencia, M_y . Además que no sobrepasa el rango elástico y la sección no presentará ductilidad de curvatura, debido a que no se llega a la curvatura de fluencia.
- Al considerar en los diagramas momento-curvatura los efectos por cortante, no se sobreestima la resistencia en la sección, ya que el efecto del corte influye de forma significativa en su capacidad de deformación. Tampoco se estaría suponiendo que se está disipando más energía de deformación, de la que en realidad se está liberando. Al tomar en cuenta el efecto por corte se obtienen valores de ductilidad de curvatura cercanos al comportamiento “real”.

- Se observó que en vigas peraltadas, las ductilidades de curvatura decrecieron y mostraron grandes deformaciones comparadas con la viga de menor peralte. Las secciones con relación ancho-peralte de 1:2.5 y 1:3 presentan mayor capacidad a momento flexionante pero menor capacidad de deformación. También se observó lo que ya se mencionó anteriormente, que para las curvas correspondientes a la cuantía de acero longitudinal máxima, la sección no presenta ductilidad de curvatura, debido a que no se alcanzó la curvatura de fluencia. Por lo que es de suponer que en los elementos con una baja capacidad al corte, se producirá la falla debida al cortante.
- Se observó que únicamente en los diagramas $M-\phi$, calculados para las cuantías de acero mínimas, el efecto por corte no contribuye, independientemente de su relación ancho-peralte, también se apreció que la separación de los estribos no influyó significativamente en los resultados obtenidos, por lo que se supone que las secciones mostrarán un comportamiento más dúctil, debido a que desarrollarán su máxima capacidad a flexión.
- En cuanto a las curvas correspondientes a la cuantía de acero longitudinal máxima, se concluye que la influencia de las deformaciones por corte en los diagramas $M-\phi$, en secciones muy peraltadas si influye de forma significativa ya que su capacidad de deformación es nula, debido a que no se llega a la fluencia (M_y , ϕ_y), y no presentan ductilidad de curvatura. También se observó que en secciones muy peraltadas y variando la separación del refuerzo transversal, al considerar el efecto por cortante en los diagramas momento-curvatura, si influye en la resistencia y la capacidad de deformación de la sección. Por otro lado se observó que el refuerzo transversal influye de forma significativa, para lograr aumentar la ductilidad en una sección.

CAPÍTULO 7

TRABAJOS FUTUROS

- De acuerdo con el objetivo del presente trabajo de tesis, se analizó la contribución de las deformaciones debidas al efecto por cortante en las secciones más comunes de vigas rectangulares de concreto reforzado, en los diagramas momento-curvatura, las recomendaciones para investigaciones futuras estarán orientadas a realizar análisis pero esta vez orientado a columnas y pilas de sección rectangular o circular. Con la finalidad de incluir los efectos de la carga axial y de torsión.
- Ampliar el estudio realizado y mejorar o validar de forma más minuciosa el análisis en vigas de concreto reforzado de sección circular. Extender el estudio a estructuras tridimensionales (*edificios*), para posteriormente incluir los efectos de torsión, y aplicarlo a vigas, columnas y pilas. Se recomienda que se incluyan un mayor número de estructuras, para diferentes geometrías, alturas y diferentes niveles de demanda sísmica y realizar un estudio comparativo con los diferentes programas de cómputo empleados para calcular los diagramas momento-curvatura.

CAPÍTULO 8

REFERENCIAS

- Aguiar R. (1996). “Comportamiento Sísmico del Hormigón Armado”, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, CEINCI-04-96.
- Aguiar R. (2009). “Análisis Sísmico por Desempeño”, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, CEINCI-ESPE, pp 89-110.
- Ahamad, H. y Shad, S. (1985). Structural Properties of High Strength Concrete and its Implications for Precast Prestressed Concrete. *Journal Prestressed Concrete Institute*, 30(6), pp. 92-119.
- ASTM A7 06 (1980). American Society for Testing and Materials. *Standard Specification for Low-Alloy Steel Deformed Bars for Concrete Reinforcement*, Philadelphia, pp. 755-760.
- Bentz, E.C. (2000). Sectional Analysis of Reinforced Concrete Members. PhD Thesis, *Department of Civil Engineering*, University of Toronto.
- Bentz, E.C. y Collins, M.P. (2000). Response 2000: Reinforced Concrete Sectional Analysis Using the Modified Compression Field Theory. Version 1.0.5, University of Toronto. Disponible en:
<http://www.ecf.utoronto.ca/~bentz/home.shtml>.

-
- Blume J., Newmark N y Corning L., (1961). "Design of Multistory Reinforced Concrete Buildings for Earthquake Motions", Portland Cement Association.
- Cárdenas A. y Magura D. (1973). "Strength of High-Rise Shear Walls-Rectangular Cross Sections", A.C.I. Response of Multistorey Concrete Structures to Lateral Forces, Special Publication, pp. 36, 119-150.
- Chan, W.L. (1955). The Ultimate Strength and Deformation of Plastic Hinges in Reinforced Frameworks. *Magazine of Concrete Research*, 7(21), pp. 121-132.
- Hognestad, E. (1951). A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members, Bulletin Series No 399, University of Illinois, *Engineering Experiment Station*, Urbana-Champaign.
- Hognestad E., Hanson N. and McHenry D., (1955). "Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design", *Journal ACI*, 52 (6), 455-479.
- Hernández, H. (2009). "Diseño por Desplazamiento de Puentes", 2° Simposio Internacional de puentes. pp. 88-131.
- Karsan, I.D y Jirsa, J.O. (1969). Behavior for Concrete Under Compressive Loadings. *Journal of Structural Division*, ASCE, 95 (ST12), pp. 2543-2563.
- Kent, D.C y Park, R. (1971). Flexural Members with Confined Concrete. *Proceedings ASCE.*, 97(ST7), pp. 1969-1990.
- Mander, J.B., Priestley, M.J.N y Park, R. (1984). Seismic Design of Bridge Piers. Report 84-2, *Departament of Civil Engineering*, University of Canterbury, Christchurch, Nueva Zelanda.
- Mander, J.B., Priestley, M.J.N y Park, R. (1988). Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 114(8), pp. 1804-1826.
- GDF, (2004). Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal y Normas Técnicas Complementarias para Estructuras de Concreto, RCDF (2004). *Diario Oficial de la Federación*, México D.F.
- Park, R. y Paulay, T. (1971). Reinforced Concrete Structures. *John Wiley & Sons*. New York, Estados Unidos.
- Park, R. Scott, B.D. y Priestley, M.J.N. (1982). Stress-Strain Behaviour of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates. *ACI Journal*, January-February (1982), pp. 13-27.

-
- Paulay, T. y Priestley, M.J.N. (1992). Seismic Design of Reinforced and Masonry Buildings, *John Wiley Sons. Inc*, New York.
- Popovics, S. (1973). A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curves for Concrete. *Cement and Concrete. Res.*, 3(5), pp. 583-599.
- Rodríguez, M. y Botero, J.C. (1996). Criterios de Diseño Sísmico de Estructuras de Concreto Reforzado Considerando las Propiedades Mecánicas de Aceros de Refuerzo Producidos en México. *Publicación series del Instituto de Ingeniería, UNAM*, No 575 enero.
- Rodríguez Pinzón, Amilkar García, Issue, (2005). Estudio de Diagramas M- Φ en Secciones de Concreto Reforzado y Preesforzado. Series/Report no.: ICYA 2001-030.
- Roy, H.E.H. y Sozen, M.A. (1964). Ductility of Concrete. *Proceedings of the International Symposium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete*, ASCE-ACI., pp. 213-224.
- Sargin, M., Ghosh, S.K. y Handa, V.K. (1971). Effects of Lateral Reinforcement Upon the Strength and Deformation Properties of Concrete. *Magazine of Concrete Research*, 23(75-76), pp. 99-110.
- Soliman, M.T.M. y Yu, C.W. (1967). The Flexural Stress-Strain Relationship of Concrete Confined by Rectangular Transverse Reinforcement. *Magazine of Concrete Research*, 19(61), pp. 223-238.
- Panagiotakos B. y Fardis N. (2001). Deformations of Reinforced Concrete Members at Yielding and Ultimate. *ACI Structural Journal*. Vol. 98 No. 2, pp. 99-113.



**INSTITUTO
DE INGENIERÍA
UNAM**