



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Análisis teórico experimental de transductores
de ultrasonido tipo Langevin

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
FÍSICO

PRESENTA:
CARLOS EDUARDO CANCINO CHACÓN

DIRECTOR DE TESIS:
DR. MARCOS LEY KOO



2011



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Datos del jurado.

1. Datos del alumno

Cancino
Chacón
Carlos Eduardo
55 56779642
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Física
303009355

2. Datos del tutor

Dr.
Marcos
Ley
Koo

3. Datos del sinodal 1

Dr.
Pablo Luis
Rendón
Garrido

4. Datos del sinodal 2

Dra.
Karen Patricia
Volke
Sepulveda

5. Datos del sinodal 3

Dra.
Lucía
Medina
Gómez

6. Datos del sinodal 4

M. en C.
Israel
Sánchez
Domínguez

7. Datos del trabajo escrito.

Análisis teórico experimental de transductores de ultrasonido tipo Langevin.
57 p
2011

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Análisis teórico experimental de transductores de
ultrasonido tipo Langevin.

Autor:
CARLOS EDUARDO CANCINO
CHACÓN

Director de Tesis:
Dr. MARCOS LEY KOO

A mi tío Rodrigo.

*"Or play the game
existence to the end
Of the beginning."
John Lennon*

Índice general

Agradecimientos	VII
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes históricos	1
1.2. Aplicaciones del transductor tipo Langevin (TL)	2
1.3. Objetivo	3
2. Descripción del TL	5
2.1. Operación y construcción	6
2.1.1. Selección del material piezoeléctrico	7
2.2. Amplificador Vibracional	8
3. Modelo teórico	11
3.1. Efecto piezoeléctrico	11
3.2. Radiación de ondas acústicas	13
3.2.1. Radiación de un monopolo acústico	14
3.2.2. Integral de Rayleigh	14
3.2.3. Pistón circular	16
4. Resultados experimentales	19
4.1. Comportamiento del TL en función de la frecuencia	21
4.1.1. Determinación de la frecuencia de resonancia	23
4.2. Campo acústico del TL	24
4.2.1. Campo en el eje	24
4.2.2. Campo en fuera del eje	26
5. Conclusiones	29
A. Representación del piezoeléctrico	35
B. Radiación de un pistón anular	37

C. Programas de Matlab	39
C.1. Realización de experimentos	39
C.1.1. Ruido blanco	39
C.1.2. Señal sinusoidal	41
C.2. Análisis de resultados	41
C.2.1. Campo acústico sobre el eje	42
C.2.2. Campo acústico fuera del eje	43

Agradecimientos

A mis padres, por su esfuerzo. Sin ustedes esto no estaría sucediendo. A Maru por apoyarme en todo(a pesar de ser cantante), y especialmente a Jorge por haber hecho los modelos del transductor en Solid Edge, por sus comentarios y revisiones de mi tesis. ¡¡¡¡Eres mi ingeniero preferido!!!!

Al Dr. Marcos Ley Koo, por guiarme durante la realización de la tesis. Al Dr. Arturo Orozco Santillán, por introducirme al campo de la acústica aplicada, y por presentarme los transductores Langevin.

A Rafa, Toño y Gonzo, por seguir siendo los mejores amigos del mundo. (Aunque sin ustedes probablemente hubiera terminado la tesis más rápido) ¡Syninoforcimno!

A Myriam, aunque su tiempo y espacio le sigan ganando por una nariz a mi espacio-tiempo.

A mis amigos de la Ciencias, Rodrigo, Roland, Brenda, Sara y Alfredo por su gran ayuda en el terreno académico, y tal vez más importante, fuera de él.

Al Dr. Pablo Rendón, la Dra. Karen Volke, la Dra. Lucía Medina y el M. en C. Israel Sánchez, quienes revisaron este trabajo, por sus sugerencias y comentarios.

A Proyecto Aparte, porque desde que ya no hay salida, sólo cabezas vacías miran un abismo casi inexistente... Si eso tiene sentido para alguien (O todo son anfibologías). ¡¡¡¡¡¡¡¡También a los chicos de Life in RGB!!!!!!!!

A Zyanya, porque siempre estuvo conmigo.

Esta tesis está respetuosamente dedicada a la memoria del señor Elias Howe, quien en 1846 inventó la máquina de coser.

Capítulo 1

Introducción

Y sin embargo era apenas el principio, porque en un momento dado ella se tordulaba los hurgalios, consintiendo en que él aproximara suavemente sus orfelunios.

Julio Cortázar

Se conoce como *ultrasonido* a las ondas de presión acústica con frecuencia mayor al límite superior audible del ser humano, aproximadamente $20kHz$. Es utilizado en una gran cantidad de aplicaciones tecnológicas, ya sea en sensores, permitiendo reconocer detalles de la estructura interna de un medio, o en actuadores, proporcionando energía acústica.

El *efecto piezoeléctrico* (del griego *πιέζειν*, *apretar*, y *ήλεκτρον*, *ámbar*, utilizado en la antigua Grecia como fuente de carga eléctrica) es la interacción electromecánica entre los estados mecánicos y eléctricos presentada por ciertos materiales sólidos, como algunos cristales, cerámicos y materiales biológicos como huesos, ADN y varias proteínas [18]. Éste es un proceso reversible en el cual los materiales que exhiben *efecto piezoeléctrico directo*, que es la generación interna de carga eléctrica resultante de una fuerza mecánica aplicada, también muestran *efecto piezoeléctrico inverso*, la generación interna de una fuerza mecánica resultante de aplicar un campo eléctrico.

1.1. Antecedentes históricos

En 1888, los hermanos Pierre y Jacques Curie descubrieron el efecto piezoeléctrico directo mientras estudiaban los materiales piroeléctricos y las simetrías en los cristales. Al año siguiente, Gabriel Lippmann dedujo la existencia del efecto inverso a partir de principios termodinámicos, y fue demostrado experimentalmente por los Curie, estableciendo así la reversibilidad de las deformaciones electro-elasto-mecánicas en los cristales piezoeléctricos. En 1894, Woldemar Voigt hizo la determinación matemática rigurosa del efecto combinando

los elementos de simetría del tensor elástico y el vector eléctrico con la simetría geométrica del cristal [18].

Sin embargo, la primera aplicación práctica de la piezoelectricidad apareció hasta 1917, durante la Primera Guerra Mundial. Debido a las bajas sufridas por los submarinos alemanes, Paul Langevin¹ trabajó en el desarrollo de un detector ultrasónico de submarinos. Éste consistió en un transductor piezoeléctrico hecho de cuarzo, pegado entre dos placas de acero, que emitía una señal ultrasónica, y un hidrófono que detectaba el eco. Midiendo el intervalo de tiempo que toma registrar el eco de las ondas sonoras reflejadas en un objeto, se puede determinar la distancia a la que se encuentra. De esta manera surge el *sonar*, acrónimo de *SOund Navigation And Ranging*.

El éxito obtenido en el proyecto del detector ultrasónico de Langevin originó un intenso interés en el desarrollo de dispositivos ultrasónicos piezoeléctricos. En 1927 Wood y Loomis en Estados Unidos hicieron las primeras aplicaciones de ultrasonido de alta potencia utilizando transductores tipo Langevin. Después de la Segunda Guerra Mundial el cuarzo y la sal de Rochelle fueron sustituidos por cerámicos piezoeléctricos, como el titanato de bario $BaTiO_3$ y el titanato zirconato de plomo (PZT) $Pb[Zr_xTi_{1-x}]O_3$, desarrollado en 1952 por Takagi, Shirane y Sawaguchi del Instituto de Tecnología de Tokio, como principales materiales piezoeléctricos utilizados en la construcción de transductores ultrasónicos, particularmente del tipo Langevin [18].

1.2. Aplicaciones del transductor tipo Langevin (TL)

Los transductores piezoeléctricos tipo Langevin son utilizados para una gran variedad de aplicaciones gracias a su alta eficiencia, y a que su estructura puede ser optimizada para diversos usos [31], tales como la limpieza, maquinado y soldadura ultrasónicos, la evaluación no destructiva y la levitación acústica [6, 9, 18, 27, 30, 31].

La limpieza ultrasónica utiliza ondas acústicas para mejorar la efectividad de soluciones limpiadoras, generando burbujas para remover contaminantes adheridos a metales, plásticos, vidrio, hule y cerámicos. El maquinado ultrasónico es una operación en la que un abrasivo fluye libremente entre la pieza de trabajo y el transductor ultrasónico. Este método es ideal para maquinar materiales extremadamente duros como safiro, rubí, diamante y cerámicos. La soldadura ultrasónica es la aplicación local de ondas acústicas a piezas juntas, para lograr su unión. Es comúnmente usada para plásticos, y no requiere de adhesivos ni tornillos.

¹Es interesante notar que en 1910 Marie Skłodowska-Curie, viuda desde 1906, mantuvo un *affaire* con el entonces casado Paul Langevin, lo cual resultó en un escándalo mediático [10]. Langevin era 5 años menor que Skłodowska-Curie, y había sido estudiante de Pierre Curie.

La evaluación no destructiva usa ondas acústicas/elásticas de alta frecuencia para evaluar componentes sin afectar su integridad ni desempeño. La levitación acústica permite manipular objetos evitando el uso de recipientes, lo que facilita el estudio de procesos físicos, químicos y biológicos en altas condiciones de pureza. Además funciona con cualquier tipo de objeto, independientemente del material con que esté hecho, por lo que permite hacer filtros y trampas ultrasónicas.

1.3. Objetivo

El presente trabajo busca realizar un análisis tanto experimental como teórico del campo de presión acústica generado por un transductor tipo Langevin y mostrar que ambos son compatibles.

La presentación de este trabajo se divide en 5 capítulos. El primero contiene la introducción. El segundo ofrece una descripción cualitativa del transductor tipo Langevin, y las partes que lo componen. El tercer capítulo presenta un modelo teórico del comportamiento del transductor en función de la frecuencia de operación, usando una representación electromecánica de un cristal piezoeléctrico propuesta por Mason [17], y la caracterización del campo de presión radiado, considerando al transductor como poseedor de simetría cilíndrica, y calculando la integral de Rayleigh para este caso [2, 14]. El cuarto capítulo expone la comparación entre el modelo teórico obtenido y resultados experimentales. En el quinto capítulo se dan las conclusiones de este trabajo. Finalmente se presenta la bibliografía y 3 apéndices. El primero incluye los parámetros utilizados en la representación electromecánica del piezoeléctrico. El segundo incluye resultados teóricos necesarios para el desarrollo del modelo del capítulo 3. El tercer apéndice reporta el código fuente de los programas de MATLAB utilizados para procesar los datos experimentales obtenidos.

Capítulo 2

Descripción del transductor tipo Langevin (TL) y sus partes

El transductor piezoeléctrico tipo Langevin (TL) es un dispositivo que permite transformar energía eléctrica en energía mecánica gracias al efecto piezoeléctrico inverso [18], siendo capaz de generar campos de presión acústica principalmente en el rango del ultrasonido, especialmente en el intervalo $20kHz - 50kHz$ [19]. La configuración básica de un TL, mostrada en la figura 2.1, consta de dos masas metálicas entre las cuales se coloca un arreglo de cerámicas piezoeléctricas; esto le ha valido el nombre de *Transductor piezoeléctrico ensandwichado* (*Sandwich piezoelectric transducer*) [31].

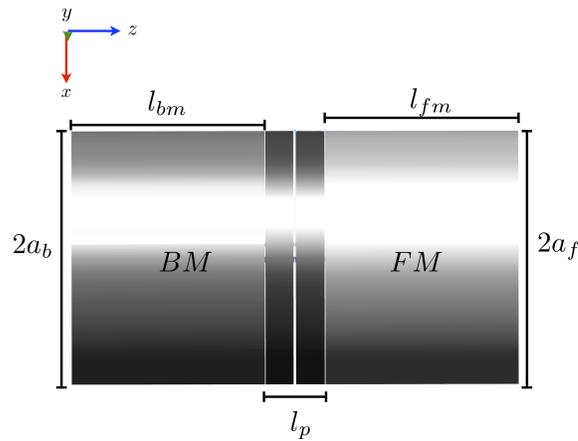


Figura 2.1: Configuración básica de un transductor piezoeléctrico tipo Langevin. *FM* es la masa metálica frontal y es la que actúa como cara radiante, mientras que *BM* es la masa posterior.

2.1. Operación y construcción

La forma usual de excitar el TL (*drive*) consiste en la aplicación de una señal de voltaje a un arreglo de pastillas cerámicas piezoeléctricas, generalmente en pares de discos longitudinalmente polarizados [6, 13, 30, 33]. Con esto se logra que la amplitud de vibración sea mayor, y por ende, también lo es la magnitud de la presión acústica radiada. Por simplicidad del diseño, es común la conexión en serie de los discos piezoeléctricos con la polaridad invertida [33], tal como se ilustra en la figura 2.2.

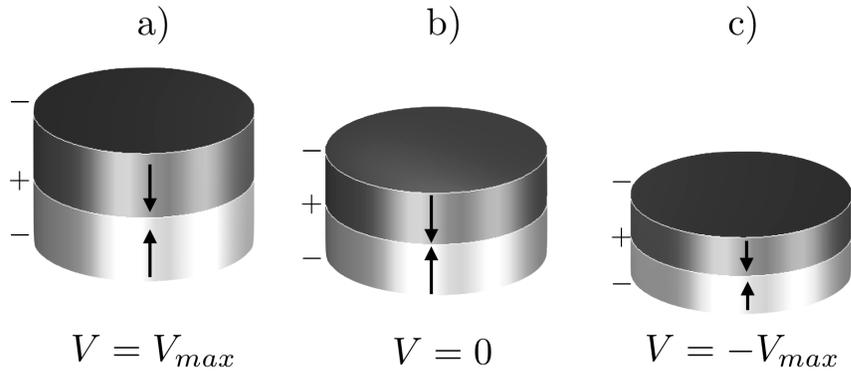


Figura 2.2: Comportamiento de un par de discos piezoeléctricos conectados en serie con la polaridad longitudinal invertida. Las flechas representan la dirección de la polarización de los discos piezoeléctricos y los signos + y - los electrodos.

Buscando mejorar el acoplamiento acústico entre los piezoeléctricos y los bloques metálicos y prevenir fallas por fatiga mecánica, se ha reportado la necesidad de aplicar una presión entre 89 y 97 MPa para mantener unidas las masas metálicas con el arreglo piezoeléctrico [6]. La forma más común de mantener unido el transductor es mediante el uso de un tornillo que atraviese cada uno de sus elementos por el centro, dado que esto representa menores problemas de manufactura y ensamblado que el uso de una brida para sujetar los componentes [6, 19].

En la literatura se encuentra que las masas metálicas pueden estar hechas de distintos materiales. La masa frontal (*FM*), que posee la cara radiante, está hecha generalmente de aluminio o de aleaciones aluminio-cobre, titanio y acero, mientras que la masa posterior (*BM*), es fabricada normalmente en aluminio o acero [6, 7, 19]. El motivo de esto, es que las masas metálicas tienen resistencias mecánicas mucho mayores que los materiales piezoeléctricos, y sirven de soporte para los grandes desplazamientos generados por éstos. En cuanto a sus dimensiones, se busca que la longitud de los bloques metálicos sea de $\frac{\lambda_r}{4}$, con λ_r la longitud de onda radiada, es decir, que en la cara radiante del TL se encuentre en un máximo de amplitud de la onda generada por el piezoeléctrico vibrando a su frecuencia

de resonancia [6]. Esto garantiza que la amplitud de la vibración de la cara radiante sea máxima, y por lo tanto, también lo es la presión radiada. Es por ello, que tomando en cuenta las dimensiones del piezoeléctrico la longitud de los bloques metálicos en un TL está dada por

$$l_m = \frac{c_{long}}{4f_r} - \frac{l_p}{2} \quad (2.1)$$

donde f_r es la frecuencia de resonancia deseada para el transductor, c_{long} es la velocidad longitudinal del sonido en el bloque metálico, y l_p la longitud de arreglo piezoeléctrico, como se muestra en la figura 2.1.

2.1.1. Selección del material piezoeléctrico

La mayoría de los transductores ultrasónicos, tanto sensores como actuadores, utilizan como elemento activo un piezoeléctrico que puede pertenecer a los cristales de cuarzo, semiconductores piezoeléctricos, polímeros y cerámicas piezoeléctricas [16, 8, 5, 3]. Estas últimas permiten mayor flexibilidad de formato y propiedades, siendo esta la razón por la cual son de uso preferente en distintas aplicaciones industriales, tales como sistemas de limpieza, soldadura ultrasónica [31] y evaluación ultrasónica no destructiva [27].

El fenómeno de histéresis ferroeléctrica en los materiales piezoeléctricos puede apreciarse al medirse la polarización inducida en función del campo eléctrico alternante aplicado [22]. El área interna de la curva de histéresis corresponde a la energía disipada en forma de calor, debido a las pérdidas mecánicas y dieléctricas, lo que permite clasificar particularmente a las cerámicas piezoeléctricas en *Hard* o de *alta potencia*, aquellos que presentan una curva de histéresis cerrada, y *Soft* o de *alta sensibilidad*, con curvas abiertas. La norma DOD MIL STD 1376 A de la marina de Estados Unidos [22], enlistada a continuación, divide estos materiales en sub-grupos, a través de los intervalos de propiedades y de acuerdo con las principales aplicaciones, y es utilizada como referencia por investigadores, diseñadores y fabricantes de cerámicas piezoeléctricas. Es importante notar que en esta clasificación, el uso de los términos alta potencia y alta sensibilidad, generalmente ambiguo, hace referencia principalmente al uso de la cerámica piezoeléctrica como actuador o como sensor.

1. **Navy Type I Hard.** Principales aplicaciones: Sistemas de limpieza por ultrasonido y sonares. Conocido comercialmente como PZT4.
2. **Navy Type II Soft.** Principales aplicaciones: Dispositivos para ensayos no destructivos, hidrófonos y acelerómetros. Comercialmente conocida como PZT5A.
3. **Navy Type III Hard..** Principales aplicaciones: sistemas de soldadura por ultrasonidos y procesamiento de materiales. Comercialmente conocida como PZT8.

4. **Navy Type IV Soft.** Se tornó obsoleto con la llegada de los PZTs, siendo sustituido principalmente por el Navy Type I. Principales aplicaciones: manutención de equipos antiguos. Conocido comercialmente como titanato de bario.
5. **Navy Type V Soft.** Principales aplicaciones: detonadores de impacto. Comercialmente conocida como PZT5J.
6. **Navy Type VI Soft.** Principales aplicaciones: actuadores y posicionadores. Comercialmente conocida como PZT5H.

Propiedad	Navy I	Navy II	Navy III	Navy IV	Navy V	Navy VI
$\tan(\delta)$	≤ 0.006	≤ 0.020	≤ 0.004	≤ 0.010	≤ 0.025	≤ 0.025
$k_{33}(\pm 8\%)$	0.58	0.60	0.50	0.30	0.63	0.64
$d_{33}(\times 10^{-12} \frac{m}{V}) (\pm 15\%)$	290	390	215	140	495	575
$\rho (\frac{g}{cm^3})$	≥ 7.45	≥ 7.60	≥ 7.45	≥ 5.50	≥ 7.40	≥ 7.40
$T_C (^{\circ}C)$	325	350	325	115	240	65
Tipo	Hard	Soft	Hard	Soft	Soft	Soft

Tabla 2.1: Propiedades de las cerámicas piezoeléctricas de la norma DOD MIL STD 1376 A. $\tan(\delta)$ es el factor de disipación dieléctrica, k_{33} el coeficiente de acoplamiento, que es una medida de la eficiencia de conversión de energía mecánica a eléctrica o viceversa, d_{33} es componente del tensor de constantes piezoeléctricas que indican la proporción de deformación del piezoeléctrico con respecto al campo eléctrico aplicado (ver ecuaciones 3.1 y 3.2), ρ la densidad y T_C la temperatura de Curie.

Para el TL se recomienda el uso de los tipos I y III [3, 19], aunque históricamente se ha utilizado también el tipo IV [16].

2.2. Amplificador Vibracional

Los problemas para propagar campos ultrasónicos en gases se deben principalmente a la baja densidad y a la alta absorción del medio, de manera que para obtener una transmisión de energía más eficiente es necesario lograr un buen acople de impedancias entre el transductor y el gas, al mismo tiempo tener grandes amplitudes de vibración [8, 26]. Para lograr esto es común el uso de un amplificador vibracional, tal como es mostrado en la figura 2.3, que además permite optimizar el TL para una gran variedad de aplicaciones industriales de manera fácil y efectiva.

Se han probado diferentes configuraciones del amplificador vibracional, como son la forma de cono exponencial [16], cilíndrica y la escalonada la cual parece ser la más efectiva para aplicaciones de alta densidad de energía [6, 7, 9, 26]. Sin embargo, el campo acústico



Figura 2.3: Transductor Langevin con amplificador vibracional

generado por ellos presenta muchas dificultades para ser modelado analíticamente, dado que para estos casos no se puede calcular explícitamente la integral de Rayleigh (sección 3.2.2), por lo que es común encontrar en la literatura aproximaciones numéricas basadas en análisis de elemento finito (FEA) [13, 19, 26]. En la figura 2.4 se muestran diferentes configuraciones del amplificador vibracional, y sus distintos factores de amplificación, reportados por Rodríguez [26].

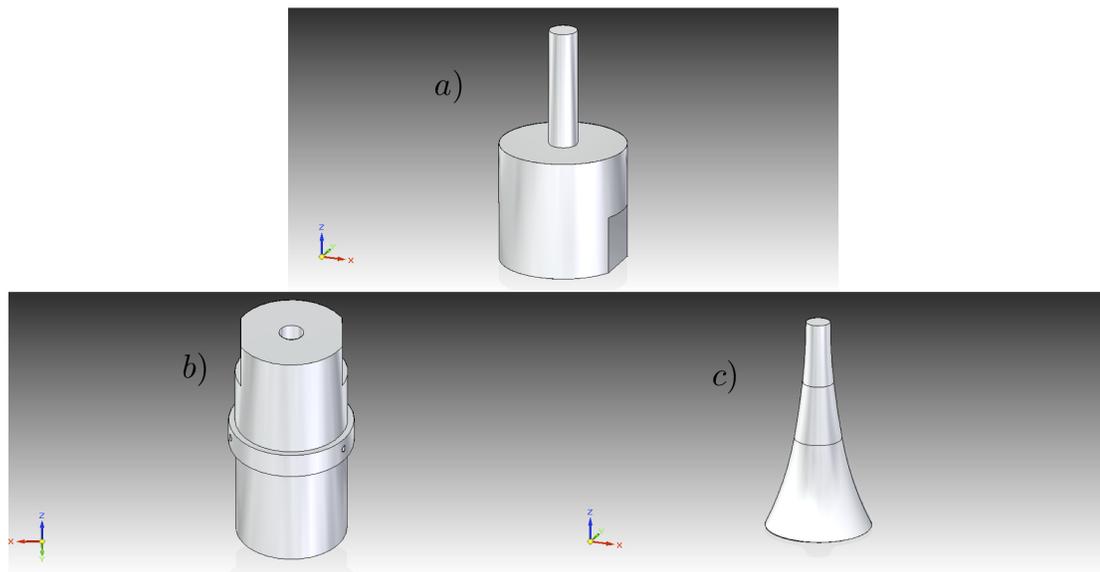


Figura 2.4: Distintas configuraciones del amplificador vibracional. a) Escalonado (factor de amplificación 18.13) b) Cilíndrico (factor de amplificación 1.00) c) Cono exponencial (factor de amplificación 5.49)

Capítulo 3

Modelo del transductor tipo Langevin

El presente modelo teórico del transductor tipo Langevin consta de dos partes. La primera corresponde a un análisis del comportamiento del elemento piezoeléctrico del transductor, utilizando un modelo unidimensional basado en un circuito equivalente [17], y la segunda caracteriza el campo de presión acústica del TL, calculando la integral de Rayleigh sobre el área de la cara radiante del transductor, que se aproxima como un pistón circular [2, 14].

3.1. Efecto piezoeléctrico

Las ecuaciones constitutivas de un material piezoeléctrico en la forma *Deformación-Carga*¹ [8] son:

$$\mathbf{S} = \mathbf{s}^E \cdot \mathbf{T} + \mathbf{d}^t \cdot \mathbf{E} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{d} \cdot \mathbf{T} + \epsilon_T \cdot \mathbf{E} \quad (3.2)$$

donde \mathbf{S} es el tensor de deformaciones (*strain*), \mathbf{T} el tensor de esfuerzos (*stress*), \mathbf{s}^E la complianza (*compliance*) medida con campo eléctrico cero, \mathbf{E} el campo eléctrico, \mathbf{D} el

¹Las variables de estado \mathbf{S} , \mathbf{T} , \mathbf{D} y \mathbf{E} pueden estar relacionadas de distintas formas, ya sea que el tensor de deformaciones se encuentre expresado en función de el campo eléctrico aplicado (Deformación-Carga), del voltaje aplicado (Deformación-Voltaje), o expresar el tensor de esfuerzos en función de la deformación y del voltaje aplicado (Esfuerzos-Voltaje) [35].

vector de desplazamiento eléctrico, ϵ_T la permitividad del material y \mathbf{d} las constantes piezoeléctricas del material. Estas ecuaciones relacionan las deformaciones elásticas del material piezoeléctrico con la fuerza mecánica y el campo eléctrico aplicados sobre él.

Resulta muy conveniente modelar el comportamiento de los materiales piezoeléctricos mediante el uso de circuitos equivalentes [1, 8, 16, 17, 18, 29, 32], debido a las analogías existentes entre los sistemas mecánicos y eléctricos [21]. En este trabajo se utilizó una representación electromecánica de un cristal piezoeléctrico cuya deformación ocurre en dirección paralela al campo eléctrico aplicado propuesta por W. Mason [17] (Ver Apéndice A).

En el circuito equivalente de la figura 3.1 E y C_0 son los elementos eléctricos del sistema, C_E , L y R los mecánicos, y C_M el electromecánico. E es la diferencia de potencial (voltaje) aplicado entre los electrodos y C_0 la capacitancia electrostática del capacitor formado por los electrodos y el material piezoeléctrico, asociada a la permitividad del material ϵ_T , que en el caso unidimensional se conoce como constante dieléctrica y ϵ_0 la permitividad en el vacío.

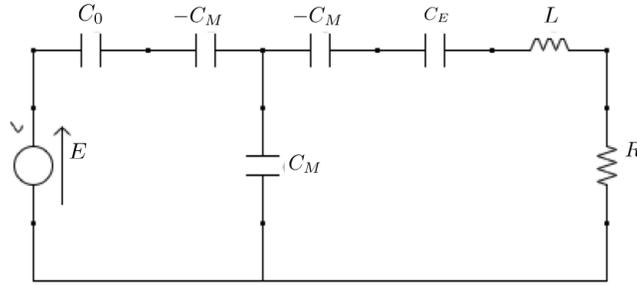


Figura 3.1: Representación electromecánica de un cristal piezoeléctrico, con un extremo fijo y en ausencia de fuerzas externas que lo deformen.

C_E es la capacidad de almacenamiento de energía potencial mecánica del material, relacionada con su complianza s^E , que en el caso unidimensional se considera constante s . L es el equivalente mecánico de la inductancia, asociado a la energía inercial mecánica, por lo que es proporcional a la masa del piezoeléctrico, y por lo tanto, a su densidad ρ_p , su área A y altura l_p . R representa las resistencias mecánicas que incluyen las pérdidas por disipación debido a fricción interna y la radiación acústica.

C_M es capacitancia-complianza y se define como la razón de carga eléctrica aplicada al piezoeléctrico y la fuerza requerida para que éste no modifique sus dimensiones, contrarrestando el efecto piezoeléctrico. Éste es el elemento que acopla los comportamientos mecánico y eléctrico del material, y se obtiene tomando en cuenta que las deformaciones del material están dadas por 3.1, donde \mathbf{d} , el tensor de constantes piezoeléctricas, es en el

caso unidimensional una constante escalar d .

La respuesta en frecuencia del circuito equivalente, corresponde a la de un filtro electrónico pasabandas de segundo orden[4], cuya función de transferencia $H(\omega)$, con $\omega = 2\pi f$ la frecuencia angular, y su frecuencia de resonancia f_r en términos de sus características geométricas, mecánicas y eléctricas están dadas por

$$H(\omega) = \frac{|\alpha\omega|}{\sqrt{\beta^2\omega^4 - (2\beta - \alpha^2)\omega^2 + 1}} \quad (3.3)$$

$$f_r = \frac{1}{4l_p s} \sqrt{\frac{\epsilon_r \epsilon_0 s - d^2}{\epsilon_T \epsilon_0 \rho_p}} \quad (3.4)$$

con $\alpha = \frac{-l_p s^2 \epsilon_T \epsilon_0 R}{A(d^2 - s \epsilon_T \epsilon_0)}$ y $\beta = \frac{-4l_p^2 s^2 \epsilon_T \epsilon_0 \rho_p}{\pi^2(d^2 - s \epsilon_T \epsilon_0)}$ constantes.

3.2. Radiación de ondas acústicas

Dado que las dimensiones del transductor tipo Langevin son mayores que la longitud de onda ultrasónica radiada, λ , no se puede aproximar la presión acústica generada por éste como si se tratara de una fuente puntual, o monopolo acústico. Es por esto que es conveniente recurrir a los conceptos de *campo lejano* y *campo cercano*, referentes a las dos regiones en las cuales el comportamiento del campo acústico es distinto. En el caso del campo cercano ($kr \ll 1$, con $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ el número de onda), la presión *no* decae con la distancia a la fuente de manera similar a la de un monopolo, mientras que en el campo lejano ($kr \gg 1$) sí lo hace. La distancia de Rayleigh es un indicador aproximado del fin del campo cercano y del comienzo del campo lejano, tomando en cuenta las dimensiones de la fuente

$$R_0 = \frac{A}{\lambda} \quad (3.5)$$

donde A es el área de la superficie radiante.

Para cualquier fuente, se puede expresar la amplitud de presión radiada en el campo lejano como $P = P_{ax}(r)D(\theta)$, donde P_{ax} es la amplitud sobre el eje, y $D(\theta)$ es el factor direccional, el cual debe estar normalizado, teniendo un valor igual a 1 en los ejes.

3.2.1. Radiación de un monopolo acústico

El modelo más simple de radiación acústica se obtiene a partir de una esfera pequeña que cambia de radio armónicamente a una velocidad $u_e = U_0 \exp(i\omega t)$ y radio medio a , en el espacio libre [14]. Ésto se conoce como *monopolo acústico*. Para calcular su campo de presión se considera la ecuación de onda homogénea lineal

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.6)$$

que en problemas con simetría esférica se reduce a $\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$. Las condiciones de frontera son que en el infinito no existe onda reflejada, y que en la superficie de la esfera la componente radial de la velocidad de partícula debe ser igual a la u_e , por lo que el campo de presión acústica del monopolo es

$$p(r, t) = i\rho_0 c U_0 \frac{a}{r} k a \exp i(\omega t - kr) \quad (3.7)$$

Reescribiendo esta expresión en función del flujo de fluido desplazado por la fuente $Q(t') = 4\pi a^2 u_e(t')$ (denominado en inglés *source strength*) cuyo cuadrado es proporcional a la potencia acústica radiada, haciendo el cambio de variable $t' = t - \frac{r}{c}$, se obtiene

$$p(r, t) = \frac{\rho_0 \dot{Q}(t - \frac{r}{c})}{4\pi r} \quad (3.8)$$

En el caso de que la fuente esté montada en un baffle, es decir una frontera rígida y plana de extensión infinita (o cuyas dimensiones sean mucho mayores a las de la longitud de onda), las ondas acústicas generadas se reflejarán en la superficie, dado que $\mathbf{u} \cdot \hat{n} = 0$, de manera que la presión de la onda reflejada y la onda incidente son idénticas en la pared. Si además se impone la condición de que la fuente esté a una distancia menor que la longitud de onda de este baffle, la onda reflejada estará en fase con la onda incidente, y se sumarán ambos campos, de manera que la presión generada por este sistema será el doble, es decir

$$p(r, t) = \frac{\rho_0 \dot{Q}(t - \frac{r}{c})}{2\pi r} \quad (3.9)$$

3.2.2. Integral de Rayleigh

Considérese ahora una distribución de fuentes simples con la misma frecuencia y Q en una superficie plana y rígida (S). Ésta se denominará *pistón* montado en un baffle. Por principio

de superposición es posible integrar el campo generado por cada una de las fuentes, y de esta manera obtener el campo total. Usando la relación entre la componente normal de velocidad del pistón u_p y Q , se llega a la expresión usual [2] de la *integral de Rayleigh*²

$$p(x, y, z, t) = \rho_0 \int_S \frac{\dot{u}_p(x', y', t - \frac{R}{c})}{2\pi R} dS \quad (3.10)$$

con $R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2}$ utilizando el sistema de coordenadas propuesto en la figura 3.2.³

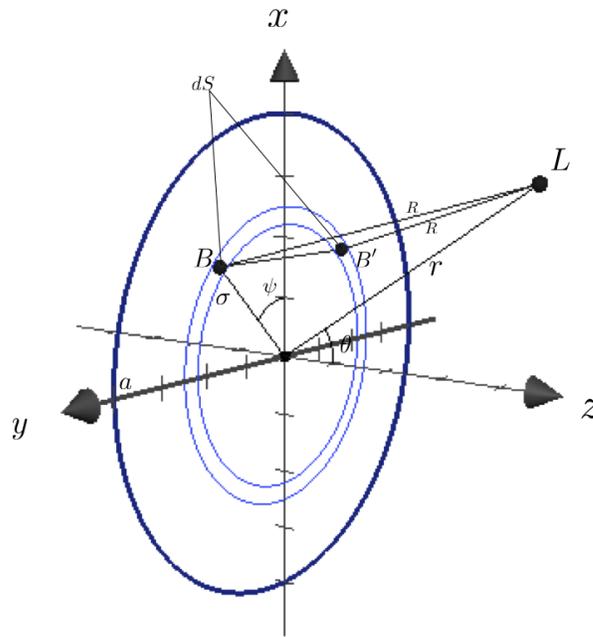


Figura 3.2: Disposición geométrica utilizada para calcular el campo acústico generado por el pistón circular

Considerando un pistón armónico en el tiempo, esto es con velocidad $u_p = U_0 \exp(i\omega t)$ y U_0 constante, la integral de Rayleigh se puede simplificar a

²La formulación de la integral se puede encontrar en el capítulo XIV sección 278 de [24]. Se trata de una versión simplificada de la teoría de Rayleigh-Sommerfeld, que puede ser consultada en los capítulos 5 y 8 de [27], donde el desarrollo está hecho a partir de la ecuación de onda no homogénea $\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + f = 0$

³Ésta es la función de Green de la ecuación de onda inhomogénea $\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\rho_0 \dot{u}_p$, donde $\rho_0 \dot{u}_p$ es la aceleración de la masa por unidad de volumen de la fuente [2].

$$p(x, y, z, t) = \frac{i\rho_0 c U_0 k}{2\pi} \int_S \frac{\exp i(\omega t - kR)}{R} dS \quad (3.11)$$

3.2.3. Pistón circular

El pistón circular es uno de los casos para los cuales la integral de Rayleigh puede calcularse explícitamente, y representa el modelo analítico más simple para modelar el comportamiento del TL.

Comportamiento axial

Un primer caso, y el más importante para diversas aplicaciones ultrasónicas, es el comportamiento de la presión radiada por un TL sobre su eje. Considerando el sistema de coordenadas de la figura 3.2, con $\theta = 0$, es posible expresar la integral de Rayleigh como

$$p(r, 0, t) = \frac{i\rho_0 c U_0 k}{2\pi} \exp(i\omega t) \int_0^a \frac{\exp(-ik\sqrt{r^2 + \sigma^2})}{\sqrt{r^2 + \sigma^2}} 2\pi\sigma d\sigma$$

y dado que el integrando puede escribirse como $-\frac{d}{d\sigma} \left(\frac{\exp(-ik\sqrt{r^2 + \sigma^2})}{ik} \right) = \frac{\sigma \exp(-ik\sqrt{r^2 + \sigma^2})}{\sqrt{r^2 + \sigma^2}}$, el campo de presión acústica sobre el eje sería

$$p(r, 0, t) = \rho_0 c U_0 \exp(i\omega t) \left[\exp(-ikr) - \exp(-ik\sqrt{r^2 + a^2}) \right] \quad (3.12)$$

con amplitud

$$P_{ax}(r) = 2\rho_0 c U_0 \left| \sin \left[\frac{1}{2}kr \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2} - 1 \right\} \right] \right| \quad (3.13)$$

Para $\frac{r}{a} \gg 1$ se puede aproximar por serie de Taylor $\sqrt{1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{r}\right)^2$, de manera que si además $\frac{r}{a} \gg ka$, es decir, en el campo lejano, la amplitud de presión en el eje toma la forma asintótica

$$P_{ax}(r) = \frac{1}{2} \rho_0 c U_0 \frac{a}{r} ka \quad (3.14)$$

Comportamiento fuera del eje

Para calcular la presión acústica radiada fuera del eje, se vuelve a utilizar la geometría propuesta en la figura 3.2, incorporando esta vez la variación sobre el ángulo θ , de manera que la integral de Rayleigh queda expresada como

$$p(r, \theta, t) = \frac{ik\rho_0 c U_0}{\pi} \exp(i\omega t) \int_0^\pi d\psi \int_S \sigma \frac{\exp(-ikR)}{R} dS$$

con $R = \sqrt{r^2\sigma^2 - 2r\sigma \sin\theta \cos\psi}$. Utilizando el resultado del apéndice B [2], es posible integrar únicamente sobre σ^4

$$p = \frac{ik\rho_0 c U_0}{r} \exp i(\omega t - kr) \int_0^a \sigma J_0(k\sigma \sin\theta) d\sigma$$

donde J_0 es la función de Bessel de primera especie de orden cero. Este resultado es únicamente válido para el campo lejano, ya que la ecuación B.2 únicamente considera este caso. Si se hace un cambio de variable $\mu = k\sigma \sin\theta$ en la integral se tiene que

$$\frac{1}{k^2 \sin^2 \theta} \int_0^{ka \sin \theta} \mu J_0(\mu) d\mu = \frac{a}{k \sin \theta} J_1(ka \sin \theta)$$

donde J_0 y J_1 son funciones de Bessel de primera especie y de orden 0 y 1 respectivamente. Sustituyendo este resultado, se tiene el campo de presión radiado por un pistón circular en el campo lejano

$$p(r, \theta, t) = \frac{ia\rho_0 c U_0}{r} \frac{J_1(ka \sin \theta)}{\sin \theta} \exp i(\omega t - kr) \quad (3.15)$$

Al evaluar esto en $\theta = 0$ se puede recuperar la ecuación 3.14, i.e. el comportamiento asintótico en el campo lejano de la presión radiada por el pistón circular sobre su eje, de manera que se puede identificar al factor direccional

$$D(\theta) = \left| \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right|$$

La magnitud de ka sirve como indicador de la direccionalidad del transductor, dado que muestra el número de veces que $J_1(ka \sin \theta)$ pasa por cero mientras que θ incrementa de

⁴Este es básicamente el caso en que se sustituye a por σ y w por $d\sigma$ en la ecuación B.2, donde a y w son el radio y el ancho del anillo, respectivamente, usando la nomenclatura de la figura B.1

0 a $\frac{\pi}{2}$. Si $ka \ll 1$ (es decir, el pistón es mucho más pequeño que la longitud de onda) el factor de directividad $D(\theta)$ tiende a 1, y se dice que la radiación es *omnidireccional* en el hemisferio $0 < \theta < \pi$. En cambio si $ka \gg 1$, el lóbulo mayor de radiación estará confinado a una sección más estrecha ($0 < \theta < \arcsin(\frac{\alpha_{11}}{ka})$), donde α_{11} es el primer cero de la función J_1 , por lo que la radiación será *altamente direccional*.

Usando esto, es posible expresar la magnitud de la presión acústica finalmente como

$$P(r, \theta) = \frac{1}{2} \rho_0 c U_0 \frac{a}{r} ka \left| \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right| \quad (3.16)$$

Capítulo 4

Resultados experimentales

La caracterización experimental del campo ultrasónico generado por un transductor tipo Langevin se realizó en dos partes, siendo la primera el estudio del comportamiento del transductor en función de la frecuencia, y la segunda la caracterización del campo de presión acústica sobre el eje y fuera de él. En ellas se utilizó el mismo TL, sin ningún amplificador vibracional, cuyo modelo se puede apreciar en la figura 4.1. La masa metálica *BM* está compuesta de acero, mientras que *FM* de duraluminio, que pertenece a la familia de las aleaciones aluminio-cobre. Se utilizaron anillos cerámicos piezoeléctricos de PZT4, que es un buen material para aplicaciones ultrasónicas de alta densidad de energía [19, 8, 22]. Todas las mediciones se llevaron a cabo a temperatura ambiente, por debajo de la temperatura de Curie para el PZT4, $325^{\circ}C$.

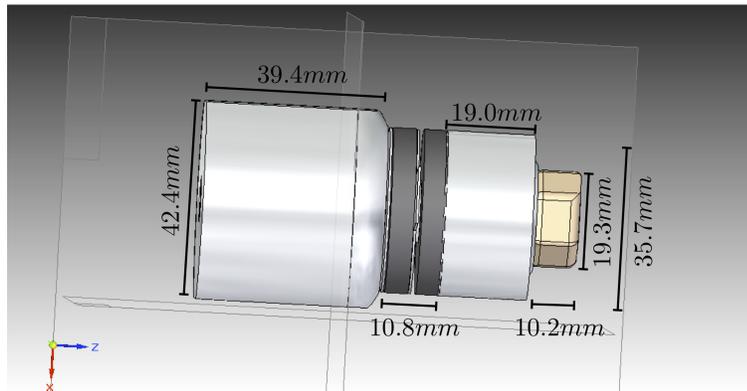


Figura 4.1: Esquema del transductor piezoeléctrico tipo Langevin utilizado.

Para excitar al TL se utilizó un dispositivo experimental con dos partes principales: una unidad generadora de señales y un amplificador de potencia. La primera sirve para generar

la señal de voltaje controlada, y el segundo se utiliza para incrementar la amplitud de esta señal, hasta tener los niveles necesarios para alimentar al transductor. Se utilizaron dos tipos distintos de unidad generadora de señales: Un generador de funciones Tektronix, modelo AFG 302, con un ancho de banda de $1\mu Hz$ a $25MHz$ [38], y un arreglo basado en una computadora y una interfase, generando funciones con frecuencia de muestreo de $96kHz$ en MATLAB Release 2008a de The Math Works, reproducidas por el programa Soundtrack Pro 2.0.2 de Apple Inc. a través de una interfase MOTU Ultralite, cuya respuesta en frecuencia se muestra en la figura 4.2. El amplificador fue el modelo L2 de Instruments, Inc, perteneciente a la Clase A de amplificadores de potencia lineales, con un rango de frecuencia entre $400Hz$ y $150kHz$ [12].

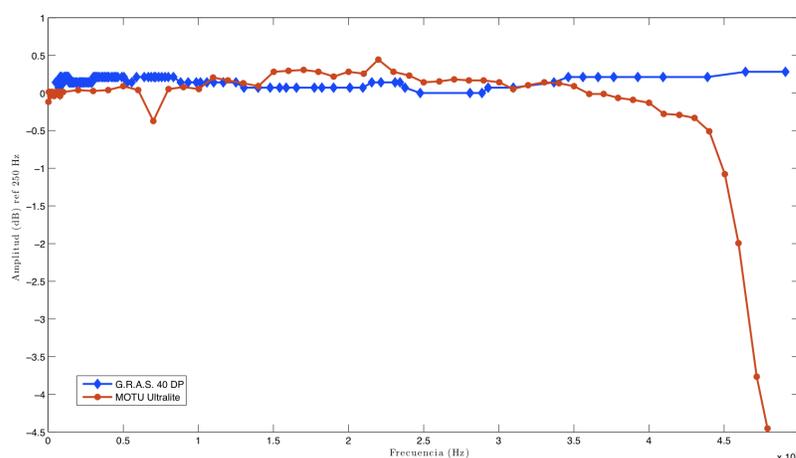


Figura 4.2: Respuesta en frecuencia de la interfase MOTU Ultralite. Determinada experimentalmente utilizando un osciloscopio Tektronix TDS 2024B y señales sinusoidales generadas en MATLAB. Se compara con la respuesta del micrófono, tomada de la figura 4.4, utilizando el software WinDIG 2.5.

Para medir el campo acústico del TL, se utilizó un micrófono de presión y su fuente de G.R.A.S. Sound & Vibration, modelos 40DP y 12AA respectivamente, conectados a un osciloscopio Tektronix modelo TDS 2024B, con una frecuencia de muestreo de $2GHz$ y ancho de banda de $200MHz$ [37]. Las dimensiones del micrófono se muestran en la figura 4.3, y su respuesta en frecuencia en la 4.4 [11]. Comparando las dimensiones de la cara radiante del TL y de la parte sensible del micrófono, se puede considerar que éste representa un sensor puntual del campo acústico, dado que tiene un área 146.8 veces menor. Sin embargo, dado que el micrófono se colocó manualmente, utilizando una cinta métrica, la resolución en la posición es de $1cm$.



Figura 4.3: Esquema del micrófono de presión modelo 40DP de G. R. A. S Sound & Vibration .

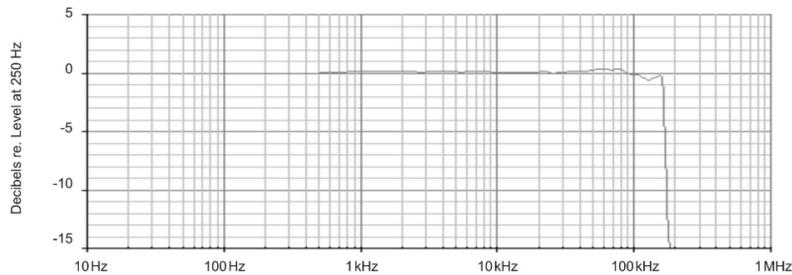


Figura 4.4: Respuesta en frecuencia del micrófono de presión 40 DP de G.R.A.S Sound & Vibration. Tomada de [11].

4.1. Comportamiento del TL en función de la frecuencia

Se utilizó el arreglo experimental mostrado en la figura 4.5 para apreciar el comportamiento de la presión radiada por el transductor en función de la frecuencia de operación. Para excitar al TL se generó una señal sinusoidal de amplitud constante $300mV_{p-p}$ y haciendo un barrido en frecuencias entre 24 y 34 kHz , usando un paso de $\Delta f = 0.1kHz$, con el generador de funciones y el amplificador de potencia, donde se tuvo una salida de $V = 57.4 \pm 0.05V_{p-p}$. Se registró el V_{RMS} en el osciloscopio de la señal del micrófono para cada frecuencia.

La gráfica de la figura 4.6 muestra el voltaje RMS normalizado de la señal del micrófono en función de la frecuencia, que es un análogo de la función de transferencia $H(f)$ propuesta en la ecuación 3.3, usando $\alpha = 3.40 \times 10^{-11}s$ y $\beta = -2.77 \times 10^{-11}s^2$, de acuerdo con los datos de la PZT4 reportados en [35] y las medidas del transductor de la figura 4.1 . Se puede apreciar un cambio significativo en el comportamiento de la señal obtenida por el micrófono si el barrido en frecuencia es ascendente o descendente, y esto se debe a la histéresis ferroeléctrica de la PZT4, dado que se le aplica un campo eléctrico alternante [8, 22]. En los barridos descendentes la señal se distorsionó en las cercanías de la frecuencia para la cual H es máxima ($H(f^*) = H_{max}$), mientras que en los barridos ascendentes preservó su forma sinusoidal. Además de esta misma gráfica se puede apreciar que f^* varía dependiendo de la dirección del barrido, siendo siempre mayor la frecuencia ascendente

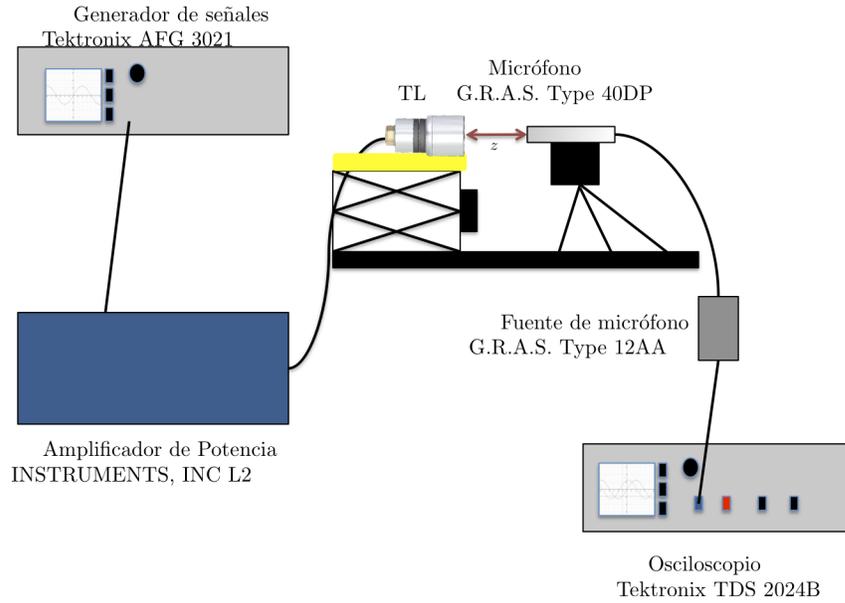


Figura 4.5: Arreglo experimental utilizado para analizar el comportamiento del TL en función de la frecuencia de operación.

($f_a^* = 27.7kHz > f_d^* = 27.3kHz$). Es por ello que se decidió que éste no representa el mejor método para determinar la frecuencia de resonancia, que calculada con la fórmula 3.4 es $f_r = 30.2kHz$. Además, debido al incremento de temperatura existente gracias a la disipación de energía en forma de calor durante la operación del TL, se observó que f_r depende débilmente de la temperatura. Esto puede deberse en parte a la modificación de las dimensiones del transductor debido a la dilatación térmica [25].

Se puede apreciar que el ancho de banda del filtro pasabandas de segundo orden del modelo de Mason es 2 órdenes de magnitud mayor que el registrado experimentalmente, mientras que la incertidumbre asociada a la medición de la frecuencia es de $0.05kHz$. No obstante, tanto el modelo teórico como los resultados experimentales confirman la existencia de una frecuencia de resonancia, y la ubican en el mismo intervalo, 2.5% del ancho de banda del modelo de Mason, y la diferencia existente entre f_a^* y f_r es del 8.2%, relativo al valor teórico f_r . Es probable que esto se deba a que esta aproximación funciona mejor para caracterizar la respuesta de cristales piezoeléctricos aislados, y no para sistemas electromecánicos más complejos que involucren componentes no piezoeléctricos, tales como el TL. Posiblemente mejores resultados se logren con circuitos equivalentes que incluyan más elementos como el modelo de Butterworth- Van Dyke, el de Krimholtz- Leedom- Matthae y los utilizados por Shuyu [1, 29, 32].

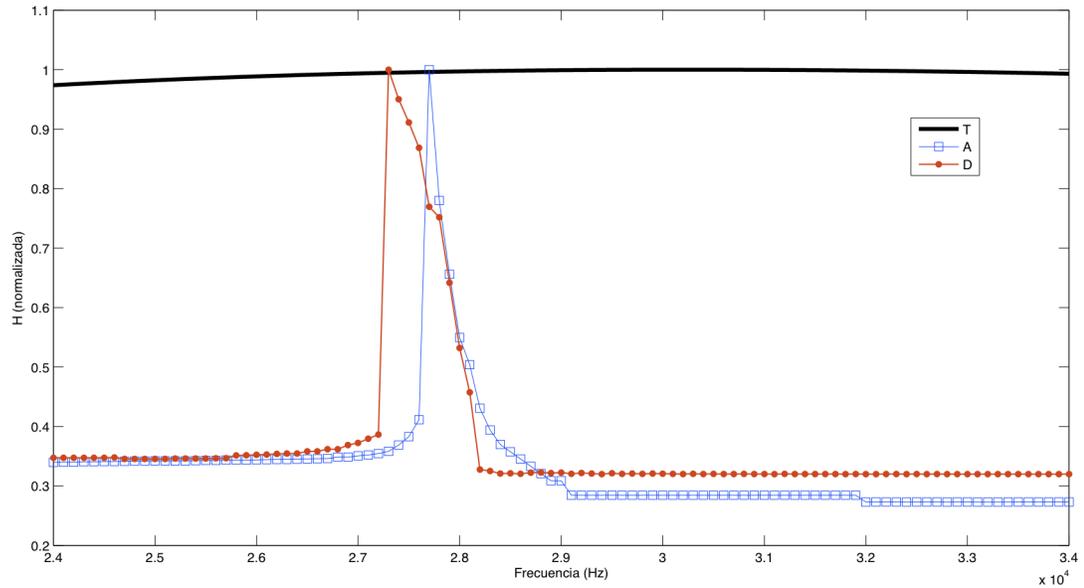


Figura 4.6: Comportamiento del transductor H (normalizado) en función de la frecuencia. T corresponde al resultado teórico de la ecuación 3.3, A es el barrido ascendente y D el descendente.

4.1.1. Determinación de la frecuencia de resonancia

A partir de estos resultados preliminares, se planteó utilizar un método alternativo para encontrar la frecuencia de resonancia del TL. Éste consistió en emplear una señal de ruido blanco entre 20 y 40 kHz , con frecuencia de muestreo de 96 kHz , generada en MATLAB (ver apéndice C.1.1), reproducida a través de una interfase, amplificada para excitar al TL, usando el mismo sistema de medición basado en un micrófono y osciloscopio, tal como se muestra en la figura 4.7. Gracias a la función FFT interna del osciloscopio (de 8 bits), fue posible la determinación de la frecuencia de resonancia, llegando a la conclusión de que ésta es $f_r^* = 29.8 \pm 0.05 kHz$, la cual es 1.2% menor que la calculada con la expresión 3.4, la cual puede estar influenciada por el 7.0% de diferencia entre l_m calculado con la fórmula 2.1 usando los datos de [36] y la f_r , y $l_m^* = 39.4 mm$ medida directamente del TL.

Este método presenta la ventaja de poder medir la resonancia del TL sin los problemas de histéresis mencionados anteriormente, y además resulta más rápido que el método de barrido. Otra forma de determinar f_r encontrado en la literatura es a partir de la medición de la impedancia eléctrica del arreglo cerámico piezoeléctrico del TL, tal como proponen

mediante análisis de elemento finito Moreno[19], y teóricamente Sherrit [29], Shuyu [32] y Mason [16].

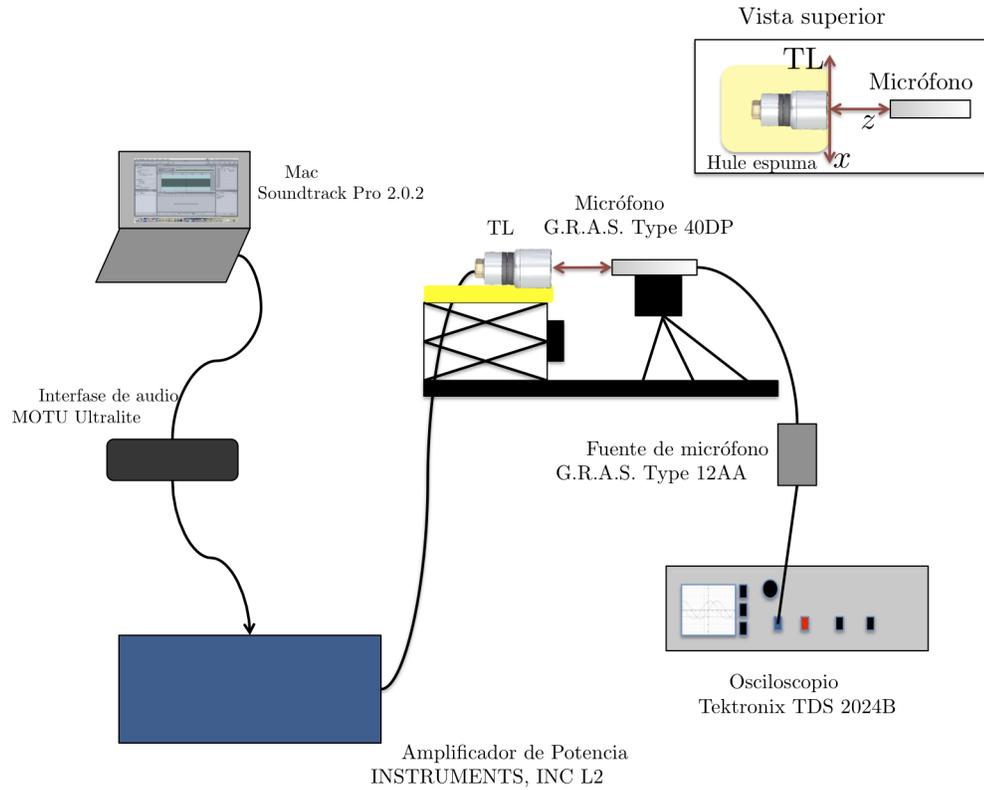


Figura 4.7: Arreglo experimental utilizado para medir el campo acústico generado por el TL.

4.2. Campo acústico del TL

4.2.1. Campo en el eje

Del mismo modo en que se analizó el campo acústico radiado por el TL en dos partes, sobre el eje y fuera de él, se realizó la contraparte experimental de ambas aproximaciones. Para determinar la magnitud de la presión radiada por el TL sobre el eje, se utilizó el arreglo experimental de la figura 4.7, que corresponde al mismo proceso de excitación del TL y medición del campo sugeridos en la sección 4.1.1. Se generó con MATLAB (ver apéndice C.1.2) una señal sinusoidal de amplitud constante $360mV_{p-p}$, que amplificada tuvo $V = 59.2 \pm 0.05V_{p-p}$, con la frecuencia $f_r^* = 29.8 \pm 0.05kHz$ y frecuencia de muestreo

de 96KHz , que es el estándar comercial de audio digital, y es 3.22 veces mayor que f_r^* , lo cual es suficiente para satisfacer las condiciones del teorema de muestreo de Nyquist-Shannon [28]. Para determinar la posición del micrófono en el eje z se utilizó una cinta métrica, con $\Delta z = 1\text{cm}$ y se empleó el factor de sensibilidad reportado por el fabricante del micrófono [11] (1.19mV/Pa) para convertir el V_{RMS} leído en el osciloscopio, a presión en Pa .

En la figura 4.8 se muestra la gráfica de la magnitud presión axial (normalizada) del transductor, comparada con la propuesta en las ecuaciones 3.13 para el campo cercano y 3.14 para campo lejano, igualmente normalizados, de manera que quede una comparación adimensional. La distancia de Rayleigh para este TL es $R_0 = 13.2\text{cm}$ de acuerdo con la ecuación 3.5. Los datos experimentales fueron procesados y graficados mediante MATLAB (sección C.2.1).

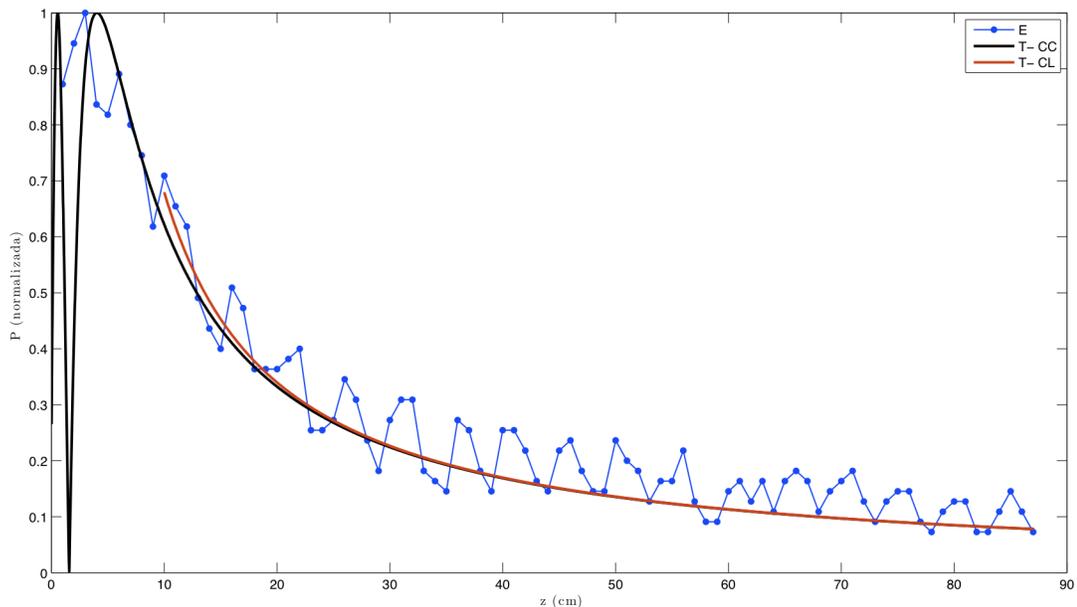


Figura 4.8: Comportamiento normalizado de la presión radiada por el TL sobre el eje. E corresponde a los puntos experimentales, $T - CC$ al campo cercano teórico y $T - CL$ al campo lejano teórico.

La diferencia entre la predicción teórica para el campo lejano y los datos experimentales, a partir de 10cm , es del 25.7%, promediando el error porcentual de cada punto experimental con respecto al comportamiento esperado propuesto en la ecuación 3.13, al mismo tiempo que en el campo cercano es del 28.6%, con respecto a la ecuación 3.14, mientras que la

incertidumbre porcentual de la medición es del 0.06 %, por lo que no se puede apreciar en la gráfica. Dado que la incertidumbre de la posición sobre el eje z ($\delta z = 1\text{cm}$) es del orden de la longitud de onda radiada ($\lambda = 1.15\text{cm}$), no se puede tener una mejor resolución en el campo cercano. Sin embargo, el comportamiento real en el campo lejano es suficientemente semejante con el de la aproximación teórica propuesta, para validar el modelo. La magnitud de la presión acústica radiada medida al inicio del campo lejano fue $P(10\text{cm}) = 278\text{Pa}$, y la máxima registrada, en el campo cercano, fue $P(3\text{cm}) = 681\text{Pa}$, aunque este resultado varió en distintas mediciones.

4.2.2. Campo en fuera del eje

Para evaluar la magnitud del campo fuera del eje, se utilizó el mismo arreglo y procedimiento experimental descrito en las secciones 4.1.1 y 4.2.1, tomando en cuenta la posición sobre el eje x , tal como está indicado en la vista superior de la figura 4.7. Dada la simetría cilíndrica del TL, es completamente independiente tomar la lectura del campo en trayectorias sobre el eje x que en el eje y , y se decidió por el eje x por resultar esto más fácil de medir experimentalmente. Por limitaciones de espacio, el barrido en el eje x fue entre -12 y 12 cm .

En la figura 4.9 se muestra la gráfica de la magnitud de la presión sobre el eje x obtenida para distintas distancias fijas sobre el eje z sobre el campo lejano, mientras que la figura 4.10 presenta comparaciones normalizadas entre los datos experimentales y la ecuación 3.16, que es válida únicamente para el campo lejano, razón por la cual se comenzó por $z = 10\text{cm}$. Los datos fueron procesados y graficados utilizando MATLAB (sección C.2.2).

El factor de direccionalidad del transductor, $ka = 11.58 \gg 1$, indica que el lóbulo mayor de radiación acústica emitida por el TL estará confinado en una región $0 < \theta < 0.34\text{rad}$, y por lo tanto será *direccional*, mientras que de la figura 4.10, se puede apreciar que experimentalmente este lóbulo se detectó entre $0 < \theta < (0.32 \pm 0.24)\text{rad}$, lo cual es consistente con la aproximación teórica. La gran incertidumbre asociada a su medición (del 74 %) es debida a la propagación de la incertidumbre asociada a la posición del micrófono.

El error porcentual entre el modelo teórico y los valores experimentales es de 56.8 % para el caso de $z = 10\text{cm}$, 119.1 % para $z = 20\text{cm}$, para 40.0 % $z = 30\text{cm}$, 19.3 % para $z = 40\text{cm}$ y 14.1 % para $z = 50\text{cm}$, que representa una diferencia promedio de 65.9 %, mientras que la incertidumbre experimental porcentual promedio es de 0.4 %. Mientras que esta diferencia es mayor a la del caso axial, se puede apreciar la tendencia decreciente conforme la distancia en el eje z aumenta, es decir, entre más inmerso se encuentra en el campo lejano. Esto parece validar que la aproximación teórica funciona únicamente en el campo lejano, especialmente en las cercanías del eje, dado que se trata de un transductor direccional.

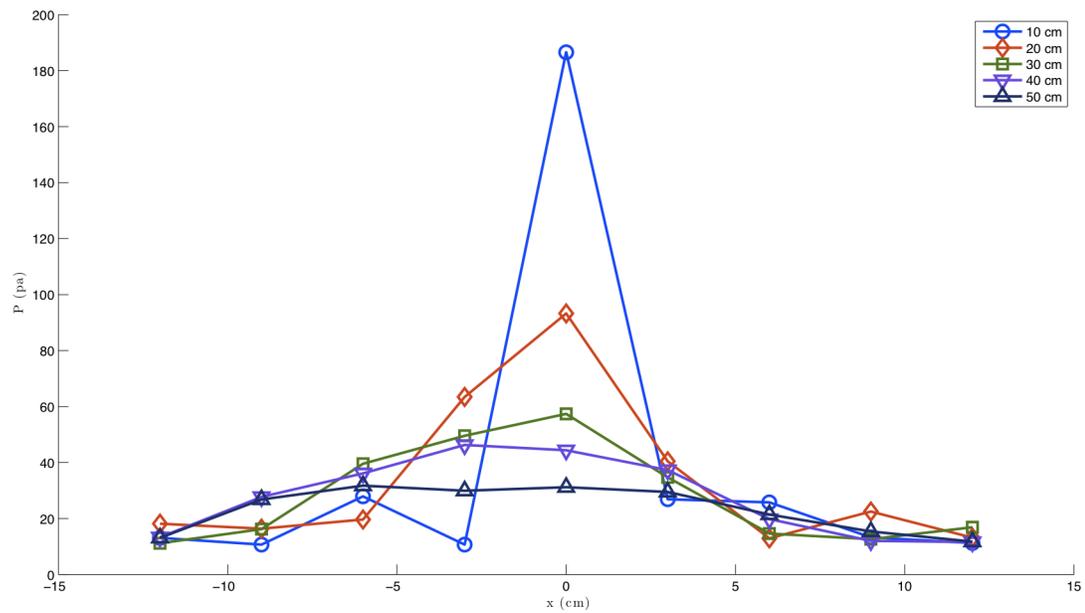


Figura 4.9: Magnitud del campo de presión acústica radiado por el TL, en función de su posición sobre el eje x , para diferentes posiciones fijas en el eje z .

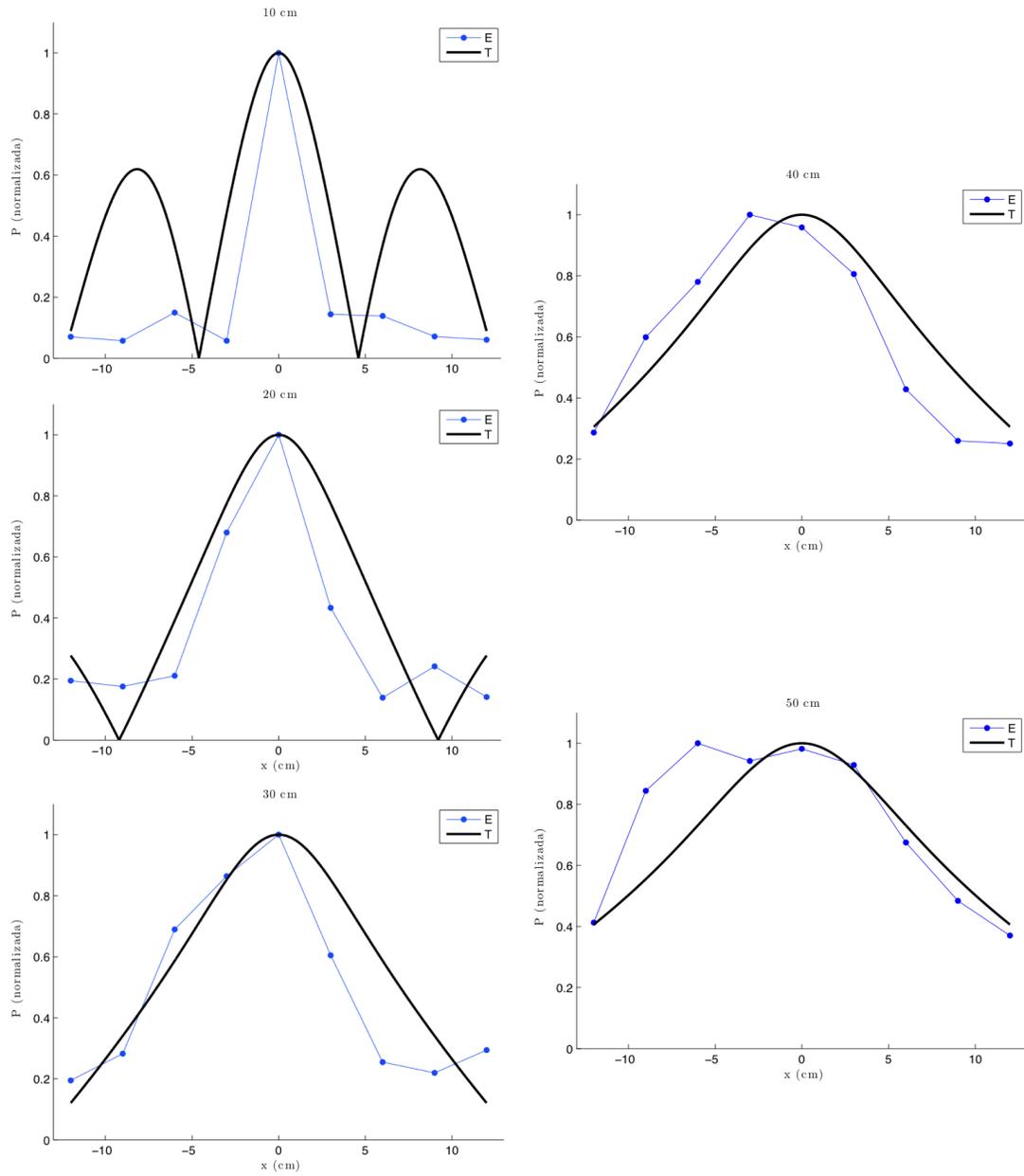


Figura 4.10: Comparación entre las magnitudes normalizadas del campo acústico teórico (T) y experimental (E).

Capítulo 5

Conclusiones

Se ha presentado una caracterización teórica y experimental del campo acústico generado por un transductor piezoeléctrico tipo Langevin, en la cual los resultados experimentales obtenidos utilizando TL sin ningún amplificador vibracional están de acuerdo con el análisis teórico basado en la radiación de un pistón circular en el campo lejano. Del estudio del comportamiento en función de la frecuencia, a partir del modelo electromecánico propuesto por Mason, se pudo obtener satisfactoriamente la frecuencia de resonancia, sin embargo, hay que tomar en cuenta, como propone Moreno, que el uso de estos modelos unidimensionales no satisface por completo los requisitos para un análisis completo de un transductor real [19].

No se puede omitir la existencia de fenómenos no contemplados en el modelo teórico presentado para el TL, tales como el cambio de la frecuencia de resonancia en función de la temperatura o la histéresis en los barridos ascendentes y descendentes, los cuales tampoco son incluidos en modelos analíticos más complejos, que involucran la simulación de la cara radiante del TL mediante sumas infinitas de funciones ortogonales [31, 33], o el uso de la teoría de Rayleigh-Sommerfeld [27], que parte de la solución de la ecuación de onda no homogénea. Estas aproximaciones sacrifican, además, claridad en los conceptos físicos subyacentes en el funcionamiento del TL, en favor de una caracterización matemática más sofisticada.

En cuanto a la caracterización experimental del campo acústico radiado por el TL, es importante notar el límite de resolución en la posición del sensor del campo acústico, lo cual dificulta la medición del campo fuera del eje del TL. Sin embargo, es importante notar que en general los transductores tipo Langevin son altamente direccionales (en esta tesis se caracterizó el campo de uno con $ka = 11.58 \gg 1$), por lo que toma mayor relevancia la determinación del lóbulo principal de radiación acústica. Esto se ve reflejado muy evidentemente en la comparación de la predicción teórica con los resultados experimentales

de la figura 4.10.

A pesar de ello, los resultados obtenidos son alentadores, ya que a partir de un modelo teórico relativamente simple, se pudieron obtener predicciones acertadas del comportamiento del transductor Langevin, especialmente en el campo lejano y sobre el eje z , lo que valida la aproximación del comportamiento del TL con el de un pistón circular montado sobre un baffle.

En el futuro podría hacerse un estudio experimental del campo radiado por diferentes configuraciones del amplificador vibracional, comparados con modelos semi-analíticos, basados en integraciones numéricas de la integral de Rayleigh para el pistón anular, así como la optimización del diseño, construcción y operación del TL para distintas aplicaciones ultrasónicas.

Bibliografía

- [1] ARNAU, A., Ed. *Piezoelectric transducers and applications*, second ed. Springer, 2008.
- [2] BLACKSTOCK, D. T. *Fundamentals of physical acoustics*. Wiley Interscience, 2000.
- [3] CHACÓN, D., GALLEGO-JUÁREZ, J., RODRÍGUEZ-CORRAL, G., AND GAETE-GARRETÓN, L. A procedure for the efficient selection of piezoelectric ceramics constituting high-power ultrasonic transducers. *Ultrasonics* 44(1) (2006).
- [4] DORF, R., AND SVOBODA, J. *Circuitos eléctricos*, sixth ed. Alfaomega, 2006.
- [5] DUBUS, B., HAW, G., GRANGER, C., AND LEDEZ, O. Characterization of multilayered piezoelectric ceramics for high power transducers. *Ultrasonics* 40(1) (2002).
- [6] FIELD, C. R., AND SHEELINE, A. Design and implementation of an efficient acoustically levitated drop reactor for in stillo measurements. *The Review of scientific instruments* 78(12) (2007).
- [7] FU, B., HEMSEL, T., AND WALLASCHEK, J. Piezoelectric transducer design via multiobjective optimization. *Ultrasonics* 44(1) (2006).
- [8] GALLEGO-JUÁREZ, J. Piezoelectric ceramics and ultrasonic transducers. *Journal of Physics E: Scientific Instruments* (1989).
- [9] GALLEGO-JUÁREZ, J., RODRÍGUEZ-CORRAL, G., AND GAETE-GARRETÓN, L. An ultrasonic transducer for high power applications in gases. *Ultrasonics* (1978).
- [10] GOLDSMITH, B. *Obsessive Genius: The Inner World of Marie Curie*. W.W. Norton, 2005.
- [11] G.R.A.S. SOUND & VIBRATION. $\frac{1}{8}$ -inch Preassure Microphone Type 40DP. *Product Data and Specifications*, August 2010.
- [12] INSTRUMENTS, INC. *L Series Linear Amplifiers*. San Diego, California U.S.A, 2010.

- [13] IULA, A., CERRO, D., PAPPALARDO, M., AND LAMBERTI, N. Fea and experimental characterization of langevin transducers with comparable longitudinal and lateral dimensions. *2004 IEEE Ultrasonics Symposium 1* (2004).
- [14] KINSLER, L., FREY, A., COPPENS, A., AND SANDERS, J. *Fundamentals of Acoustics*, fourth ed. Wiley, 1999.
- [15] LAMPORT, L. *L^AT_EX: a document Preparation System*. Addison- Wesley Publishing Company, 1986.
- [16] MASON, AND WICK. A barium titanate transducer capable of large motion at an ultrasonic frequency. *The Journal of the Acoustical Society of America* 23 (1951).
- [17] MASON, W. P. An electromechanical representation of a piezoelectric crystal used as a transducer. *IRE Proc* 23 (1935).
- [18] MASON, W. P. Piezoelectricity, its history and applications. *The Journal of the Acoustical Society of America* 68 (1980).
- [19] MORENO, E., ACEVEDO, P., FUENTES, M., SOTOMAYOR, A., BORROTO, L., VILLAFUERTE, M., AND LEIJA, L. Design and construction of a bolt-clamped langevin transducer. *2nd International Conference on Electrical and Electronics Engineering* (2005).
- [20] ODA NODA, B. *Introducción al análisis gráfico de datos experimentales*, third ed. Coordinación de Servicios Editoriales, Facultad de Ciencias, UNAM, 2005.
- [21] OLSON, H. F. *Music, Physics and Engineering*, second ed. Dover, 1967.
- [22] PEREIRA, A., AND VENET, M. Materiais e dispositivos piezoelétricos. Tech. rep., ATCP do Brasil, 2004.
- [23] PURCELL, E. M. *Electricidad y magnetismo, Berkeley Physics Course Volumen 2*, second ed. Reverté, 2005.
- [24] RAYLEIGH, J. W. S. *The theory of sound, Volume Two*, second ed. Dover, 1945.
- [25] RESNICK, R., HALLIDAY, D., AND CRANE, K. *Física. Volumen I*, fourth ed. CECSA, 2002.
- [26] RODRÍGUEZ SÁNCHEZ, J. Campos acústicos generados con un transductor tipo langevin y algunas aplicaciones. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM, 2009.
- [27] SCHMERR, JR, L. W. *Fundamentals of ultrasonic nondestructive evaluation*. Plenum Press, 1998.
- [28] SHANNON, C. Communication in the presence of noise. *Proceedings of the IEE* (1949).

- [29] SHERRIT, S., LEARY, S., AND BAR-COHEN, Y. Comparison of the mason and klm equivalent circuits for piezoelectric resonators in the thickness mode. *1999 IEEE Ultrasonics Symposium* (1999).
- [30] SHUYU, L. Study on the multifrequency langevin ultrasonic transducer. *Ultrasonics* 33(6) (1995).
- [31] SHUYU, L. Load characteristics of high power sandwich piezoelectric ultrasonic transducers. *Ultrasonics* 43(5) (2004).
- [32] SHUYU, L. Study on the high power air-coupled ultrasonic compound transducer. *Ultrasonics* 44(1) (2006).
- [33] SHUYU, L. Study on the langevin piezoelectric ceramic ultrasonic transducer of longitudinal-flexural composite vibrational mode. *Ultrasonics* 44(1) (2006).
- [34] SPIEGEL, M., LIU, J., AND ABELLANAS, L. *Fórmulas y tablas de Matemática aplicada*, second ed. McGraw Hill. Shaum's Outline Series, 2005.
- [35] STEELE, C., AND PINSKY, P. *Properties of Piezo Material Lead Zirconate Titanate (PZT-4)*. eFunda, September 2010.
- [36] STIFFLER, R. Elastic constants of aluminium alloys. In *Handbook of Elastic Properties of Solids, Liquids and Gases*, Levy, Bass, and Stern, Eds., vol. Volume II: Elastic Properties of Solids: Theory, Elements and Compounds, Novel Materials, Technological Materials, Alloys, and Building Materials. Academic Press, 2001, ch. 19.
- [37] TEKTRONIX. *Digital Storage Oscilloscopes TDS1000B / TDS2000B Series*, 2006.
- [38] TEKTRONIX, INC. *Arbitrary/ Function Generators AFG3011 AFG3021B AFG3022B AFG3101 AFG 3102 AFG3251 AFG3252*, 2008.

Apéndice A

Representación electromecánica de un cristal piezoeléctrico usado como transductor

Los cristales piezoeléctricos son útiles dado que poseen la propiedad de ser deformados con la aplicación de campos eléctricos en direcciones particulares. El siguiente modelo, en la figura A.1, propuesto por W. P. Mason [17], representa un transductor piezoeléctrico que vibra en dirección paralela al campo eléctrico aplicado. Esto es posible gracias a las analogías existentes entre los sistemas mecánicos y eléctricos. Los elementos de este circuito, expresados en función de las propiedades elásticas, eléctricas y geométricas del material piezoeléctrico son:

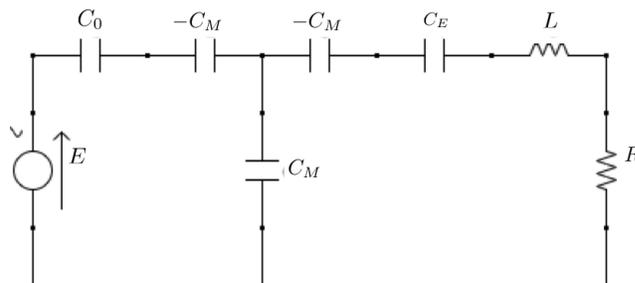


Figura A.1: Representación electromecánica de un cristal piezoeléctrico, con un extremo fijo y en ausencia de fuerzas externas que lo deformen.

$$C_0 = \frac{\epsilon_T \epsilon_0 A}{l_p} \quad (\text{A.1})$$

$$C_E = \frac{s l_p}{A} \quad (\text{A.2})$$

$$L = \frac{4 \rho_p l_p A}{\pi^2} \quad (\text{A.3})$$

$$C_M = \frac{\epsilon_T \epsilon_0 s}{d} \quad (\text{A.4})$$

donde C_0 es la capacitancia electrostática del capacitor formado por los electrodos y el disco piezoeléctrico, C_E es la capacidad de almacenamiento de energía potencial mecánica del material, L es el equivalente mecánico de la inductancia, asociado a la energía inercial mecánica, R representa las resistencias mecánicas que incluyen las pérdidas por disipación debido a fricción interna y la radiación acústica y C_M , la capacitancia-compliance, se define como la razón de carga eléctrica aplicada al piezoeléctrico y la fuerza requerida para que éste no modifique sus dimensiones, contrarrestando el efecto piezoeléctrico. ϵ_T es la constante dieléctrica, ϵ_0 la permitividad en el vacío, s la compliance, que es el inverso del módulo de Young, ρ_p , A y l_p son la densidad, el área de la sección perpendicular a la dirección de vibración y altura del disco piezoeléctrico respectivamente, y d es la constante piezoeléctrica.

Apéndice B

Radiación de un pistón anular

Considérese la geometría propuesta por la figura B.1: un pistón anular de radio a y ancho w colocado en el plano xy . El punto L es donde se evalúa el campo localizado en el plano xz . Además esta selección de coordenadas establece que la distancia R del anillo al punto L es $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{r^2 + a^2 - 2ra \sin \theta \cos \psi}$

Dada la simetría del anillo, un segundo elemento radiante B' está a la misma distancia R . Ambos elementos tienen una distancia combinada $ds = 2aw d\psi$ de manera que la integral de Rayleigh (ecuación 3.11) se reescribe como

$$p = \frac{ikaw\rho_0cU_0 \exp(i\omega t)}{\pi} \int_0^\pi \frac{\exp(-ikR)}{R} d\psi \quad (\text{B.1})$$

Considerando el caso en que L está en el campo lejano, i.e. $r \gg a$, se puede aproximar R por Taylor como $R \approx r - a \sin \theta \cos \psi$, que sustituyendo en la integral se tiene que

$$p = \frac{iakw\rho_0cU_0}{\pi r} \exp(i\omega t - kr) \int_0^\pi \exp(ika \sin \theta \cos \psi) d\psi$$

y finalmente se obtiene la presión radiada por el anillo [2]

$$p(r, \theta; t) = \frac{iakw\rho_0cU_0}{r} J_0(ka \sin \theta) \exp i(\omega t - kr) \quad (\text{B.2})$$

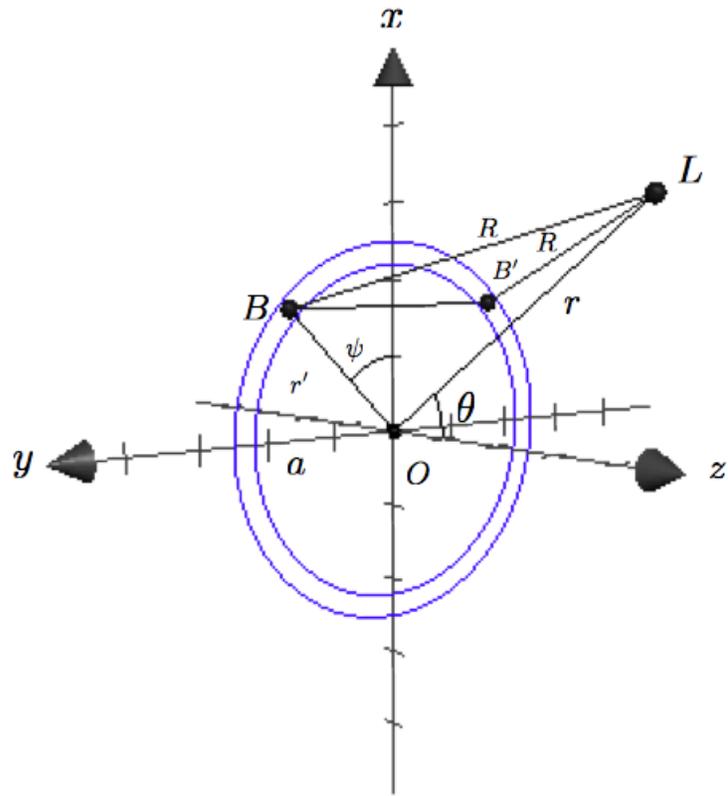


Figura B.1: Disposición geométrica utilizada para calcular el campo de un pistón anular

Apéndice C

Programas de Matlab

C.1. Realización de experimentos

Se realizaron 2 programas para fabricar señales con el fin de excitar el TL. El primero consiste en un ruido blanco, usando el generador de números aleatorios de MATLAB, y un filtro pasabandas, mediante el algoritmo FIR (Impulse Response Filter). El segundo programa corresponde a una función sinusoidal de frecuencia determinada por el usuario.

C.1.1. Ruido blanco

```
function ruido(fi,ff,Fs)
%ruido(fi,ff, Fs)
%Generates 1 second of white noise,
%between frequencies fi and ff with ff>fi.
%The algorithm is simple.
%A white noise is generated with sample rate
%Fs. Then we use the Finite
%Impulse Response Filter of order
%48 (because it's fun!),
%to create a bandpass filter between
% frequencies fi and ff. Fs
%must be at least 2 times ff, because
%the FIR algorithm uses normalized Nyquist
%frequencies

t=0:1/Fs:1-1/Fs;
```

```

%Time vector of length Fs

for ii=1:Fs
    N(ii)=-1+2*rand(1);
    %White noise function
end

w1=2*fi/Fs;
%Normalized Nyquist frequencies
w2=2*ff/Fs;

if w1<=1
%Conditions w1,w2<=1 and w2>w1

    if w2<=1
        if w2>w1
            h=fir1(48,[w1 w2]);
            %48th Order Finite impulse response filter coefficients
            r=conv(h,N);
            %Convolution of the original
            %noise and the filter, that makes the filtered noise
            %plot(abs(fft(r,Fs/2)))
            for ii=1:Fs
                %Final Matrix, that will be exported
                ru(2,ii)=r(ii);
                ru(1,ii)=(ii)/Fs;
            end

            plot(ru(1,1:Fs),ru(2,1:Fs))
            %Plot of the new noise signal as a function of time
            wavwrite(ru(2,1:Fs),Fs,24,'ruido')
            %Writes a 24 bits .wav audio file

            ru=ru';
            csvwrite('ruido.csv',ru)
            %we write the excel csv file
            save ruido ru
            %save the ru matrix as a .mat file

```

```

        if ff<20000
            %Sounds the filtered noise if ff
            %is still a freq. that can be heard by humans
            sound(ru(1:Fs,2),Fs)
        end

    else end
else end
else end

```

C.1.2. Señal sinusoidal

```

function sentrans(Fr,Fs,A)
% sentrans(Fr,Fs,A) Crea un archivo .wav con
%una se?al senoidal de
% frecuencia Fr, frecuencia de muestreo Fs
%y amplitud A. Este programa se
% usa para generar las se?ales
%utilizadas para excitar el transductor. (10
% segundos) 24 bits

t=1/Fs:1/Fs:10; %Vector del tiempo. son
%10 segundos de duraci?n

y=A*sin(2*pi*Fr*t); %Se?al con amplitud A y
%frecuencia Fr, de duraci?n 10 seg

wavwrite(y,Fs,24,'sentrans') %El nombre del
%archivo ser? sentrans

```

C.2. Análisis de resultados

Los dos siguientes programas corresponden a los utilizados para procesar y graficar los datos experimentales obtenidos en la determinación del campo acústico sobre y fuera del eje.

C.2.1. Campo acústico sobre el eje

```

function tlacfieladx(campo)
%tlacfieladx(CAMPO)
k=5.37;
%n\`umero de onda
a=2.25;
z=1:length(campo);
Z=0.01:.01:length(campo);
Z2=10:.01:length(campo);
Pn=abs(sin(1/2*k*Z.*(sqrt(1+(a./Z).^2)-1)));
%campo cercano
pn=abs(sin(1/2*k*z.*(sqrt(1+(a./z).^2)-1)));
Pf=k*a^2./(4*Z2);
%campo lejano
pf=k*a^2./(4*z);
plot(z,campo/max(campo),'d-',Z,Pn,Z2,Pf)
%gr\`afica

for ii=1:10
    diferencian(ii)=abs(campo(ii)/max(campo)-pn(ii))/pn(ii);
    %error porcentual
end

for ii=10:length(campo)
    diferenciaf(ii)=abs(campo(ii)/max(campo)-pf(ii))/pf(ii);
    %error porcentual
end

farfield=prom(diferenciaf)*100
%error porcentual promedio
nearfield=prom(diferencian)*100

end

function pr=prom(x)
%Obtiene el promedio de los valores del vector x

pr=0;

```

```
for ii=1:length(x)
    pr=pr+x(ii);
end
pr=pr/length(x);
end
```

C.2.2. Campo acústico fuera del eje

```
function tlacfield(campo)
% tlacfield(campo) grafica el campo acústico del
% TL obtenido experimentalmente
% CAMPO y lo compara con el obtenido en el
% modelo teórico

x=-12:3:12;
% eje x experimental
X=-12:.01:12;
% eje x teórico

ka=11.2;
% número de onda por radio del TL

figure
% se grafica en una figura nueva

z=[1 10 20 30 40 50];
% posiciones en el eje z
hold on
% Para poder hacer todas las gráficas en
% la misma figura

for ii=1:5
    ang=atan(z(ii+1)./X);
    % Ecuación 3.40, desglosada en todas sus partes,
    % para controlar tener resultados correctos
    arg=sin(ang);
    pax=1./sqrt(X.^2+z(ii+1));
```

```

D=besselj(1,ka*arg)./arg;
P=pax.*D;
P=abs(P);

plot(x,campo((9*ii)+1:9*(ii+1))/max(campo((9*ii)+1:9*(ii+1))), 'd-',X,P/max(P))
%gr\`afica del campo normalizado

%plot(x,campo((9*ii)+1:9*(ii+1)), 'd-')
end

for ii=1:5
    angx=atan(z(ii+1)./x);
    %Ecuaci\`on 3.40, desglosada en todas sus partes,
    %para controlar tener resultados correctos (error)
    argx=sin(angx);
    paxx=1./sqrt(x.^2+z(ii+1));
    Dx=besselj(1,ka*argx)./argx;
    Px=paxx.*Dx;
    Px=abs(Px);
    Px=Px/max(Px);
    Px=Px';

    diferencia=abs(campo((9*ii)+1:9*(ii+1))/max(campo((9*ii)+1:9*(ii+1)))-Px)./Px;
    %error porcentual;

    doodle(ii)=prom(diferencia)*100;
    %error promedio

end

doodle

prodoodle=prom(doodle)
%error promedio total
end

```

```
function pr=prom(x)
%Obtiene el promedio de los valores del vector x

pr=0;

for ii=1:length(x)
    pr=pr+x(ii);
end
pr=pr/length(x);
end
```