



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA

ANÁLISIS DE LA OFERTA Y DEMANDA EN
MERCADOS ACCIONARIOS Y SU
TRASCENDENCIA SOBRE LOS
RENDIMIENTOS/IMPACTO DE MERCADO

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA DE SISTEMAS - OPTIMACIÓN FINANCIERA

PRESENTA:

ENRIQUE MARTÍNEZ MIRANDA

TUTOR:

DR. CHRISTOPHER RHODES STEPHENS STEVENS



2011



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. FEDERICO HERNÁNDEZ ÁLVAREZ
Secretario: DR. GUILLERMO SIERRA JUÁREZ
Vocal: DR. CHRISTOPHER RHODES STEPHENS STEVENS
1^{er}. Suplente: M. en I. ALEJANDRO CASTOR VERA TREJO
2^{do}. Suplente: DR. JESÚS HUGO MEZA PUESTO

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Ciudad Universitaria, México D. F., Enero de 2011

TUTOR DE TESIS:

DR. CHRISTOPHER RHODES STEPHENS STEVENS

FIRMA

Dedicatoria

Para mi familia...

...y para todos aquellos seres abstractos que me hacen sentir bien.

Agradecimientos

Quiero dar un agradecimiento especial al Dr. Christopher Stephens por haberme brindado su tiempo y apoyo durante la realización de este trabajo, así como mostrarme nuevos caminos y abrirme nuevas puertas al mundo de las finanzas.

Agradezco de igual forma al Dr. Federico Hernández Álvarez, al Dr. Guillermo Sierra Juárez, al M. en I. Alejandro Castor Vera Trejo y al Dr. Jesús Hugo Meza Puesto por sus comentarios y sugerencias a este trabajo, así como a sus valiosas clases a las que tuve el privilegio de asistir.

A mi apreciable familia por el apoyo incondicional y la paciencia que tuvieron hacia mí a lo largo del desarrollo de mi tesis.

A CONACYT por la beca que me otorgó para poder concluir mis estudios en el programa de maestría.

Agradezco también la enorme ayuda inicial que Alejandro Mendoza Reséndiz me brindó para procesar los datos.

A Pipeline Trading Systems y Adaptive Technologies, Inc. por la gran facilidad con que proporcionaron y autorizaron el uso de los datos para poder realizar los análisis presentados en este trabajo.

A la DGTIC (anteriormente conocida como DGSCA) por la aprobación del proyecto de uso de recursos de KanBalam, con lo cual fue posible procesar la enorme cantidad de datos.

Al Centro de Ciencias de la Complejidad, C3, por abrirme sus puertas y proporcionarme un espacio.

Al Programa de Posgrado de la Facultad de Ingeniería por permitirme ser parte de

él. Pero sobre todo, a la Universidad Nacional Autónoma de México, la UNAM, por abrirme sus puertas y disfrutar de su belleza, y el placer y orgullo que es representar a esta grandiosa e histórica institución.

A todas las personas, cosas y eventos efímeros que pasaron en mi vida a lo largo del desarrollo de este trabajo. A final de cuentas, por muy malos que hayan sido, siempre aprendí algo nuevo.

A todos y todo, simplemente gracias...

Introducción

En la actualidad, la constante y rápida dinámica de los mercados accionarios produce que sus participantes reaccionen a cada movimiento para ajustar su toma de decisiones y no asumir mayores costos que, en el mejor de los casos, pueden ser ganancias pequeñas o de lo contrario, cuantiosas pérdidas. Sin embargo, a la escala del libro de órdenes, donde fluyen libremente todas las cotizaciones de cada uno de los participantes, siempre existe el riesgo de ganar o perder determinadas cantidades de dinero si las decisiones no son tomadas de forma correcta. En este contexto, incluso el simple hecho de realizar una operación, compra o venta de acciones, conduce a costos más allá de los que el inversionista paga de forma directa, tales como impuestos, comisiones, etc. Sin embargo, estos costos adicionales conocidos como “costos indirectos” o “impacto de mercado” sólo es posible conocerlos *ex post* a la operación, por lo que en todo momento se estará asumiendo tales costos.

En un mercado financiero, muchas variables macroscópicas afectan la dinámica de los precios, desde eventos de relevancia político-social, de economía global, hasta cuestiones climatológicas o catástrofes naturales; pero a la escala microscópica, el precio tiene únicamente dos grados de libertad que están en constante movimiento conforme a la dinámica misma del flujo de órdenes de todos los participantes del mercado. Por tanto, dado que los costos indirectos y finalmente el rendimiento de la operación están determinados por el precio de ejecución, entonces es necesario conocer la propia dinámica de este flujo de órdenes para estimar en cierta medida los posibles costos y rendimientos que una operación pueda generar.

En este trabajo se realiza un extensivo análisis empírico de la dinámica de la oferta y demanda a través del flujo de órdenes, cuyos registros fueron extraídos de operaciones y posturas (*Trades and Quotes*, TAQ, por sus siglas en inglés) reales intradía de todas las Bolsas de Estados Unidos. Los datos analizados fueron proporcionados por *Pipeline Trading Systems, LLC.*, un *broker/dealer* que permite a las instituciones y compañías de corretaje a negociar bloques de las emisoras listadas en mercados como NYSE, AMEX y NASDAQ, así como ADRs y fondos negociados en las Bolsas. *Pipeline* se ha encargado de pre-procesar los datos al realizar la correspondencia entre las operaciones y posturas, así como determinar el tipo de flujo de órdenes al que pertenecen, como lo son el de liquidez neta (obtenida a partir de todas las órdenes limitadas cotizadas y sus respectivas cancelaciones), de órdenes a mercado contra liquidez desplegada y de órdenes a mercado contra liquidez oculta, todas estas para posturas de compra y venta.

La hipótesis central del trabajo es considerar a los precios de las acciones como variables determinadas, a nivel microscópico, por el flujo de órdenes para de esta forma caracterizar cómo este flujo afecta la evolución de los rendimientos/impacto de mercado. En este contexto, es de esperarse que cada componente del flujo tenga una relación distinta con los rendimientos/impacto de mercado a partir de la deficiencia misma de flujo. De igual forma, este trabajo tiene como objetivo principal el determinar cuál es la relación entre el flujo de órdenes y los rendimientos/impacto de mercado y la posible predictividad en ambos; así como proponer una ecuación de estado que permita comprender la relación entre el mismo flujo y los rendimientos/impacto de mercado, y demostrar de forma empírica que éstos últimos no son totalmente determinados a partir de una ecuación de estado univariada.

De este modo, en el Capítulo 1, se hace una pequeña introducción sobre cómo ha sido analizado el comportamiento de los rendimientos, de tal forma que se presenta un panorama general sobre los conceptos de aleatoriedad e independencia y su relevancia en el uso de datos históricos como fundamento para predecir movimientos del mercado.

En el Capítulo 2 se presentan todos los conceptos necesarios para comprender el actual funcionamiento de los mercados accionarios y las distintas modalidades en cómo se ejecutan operaciones en ellos. De la misma forma, se presentan el concepto de “memoria larga” que en gran medida resume lo expuesto en el capítulo 1.

En el Capítulo 3 se presenta una descripción general de los costos indirectos y las formas en cómo han sido analizados por varios autores distinguidos, destacando sus principales contribuciones y limitaciones de sus modelos. De igual forma, en la última sección de este capítulo se presenta el modelo generalizado propuesto en este trabajo y la metodología empleada para llegar a los resultados expuestos en el capítulo subsecuente.

En el Capítulo 4 se presentan los resultados de este trabajo, destacando en todo momento cómo se relacionan las distintas componentes del flujo de órdenes entre sí y los rendimientos/impacto de mercado, así como también a distintas escalas de tiempo.

Finalmente, en el Capítulo 5 se presenta un resumen general de los resultados expuestos en el capítulo 4 y las conclusiones finales de este trabajo.

La metodología y los resultados obtenidos están basados en el espíritu de la Minería de Datos, en la que se pretende extraer información de los datos y a partir de ésta construir los modelos necesarios para comprender el fenómeno estudiado. Así, no se fuerza a los datos el ajustarse a los modelos, sino se deja que los datos “hablen por sí mismos”.

Por último, los resultados obtenidos dejan abiertos futuros análisis que pueden llegar a tener gran influencia a niveles no solo académicos, sino que también podrán aplicarse inmediatamente a la industria bursátil para mejorar técnicas de negociación como lo es la operación algorítmica o *algorithmic trading* y la negociación de alta frecuencia o *High Frequency Trading* o bien, desarrollar estrategias de operación adaptativas que respondan con mayor eficiencia a los eventuales cambios en el mercado.

Palabras clave: Mercado accionario, Libro de órdenes, Flujo de órdenes, Estrategia de operación, Rendimientos/Impacto de mercado, Memoria larga, Riesgo, Orden a mercado, Orden Limitada, Orden a volumen oculto.

Índice general

Capítulo

1. Antecedentes Teóricos	1
1.1. Precios de Acciones y Caminatas Aleatorias	3
1.2. Los Rendimientos y su Correlación	5
1.2.1. La Distribución Normal de los Rendimientos	6
1.3. Los Mercados Accionarios Vistos desde la Perspectiva Evolucionaria	8
1.4. Conclusiones del Capítulo	11
2. Efectos de la Oferta y Demanda en la Liquidez de los Precios de las Acciones	12
2.1. Microestructura del Mercado	12
2.1.1. <i>Bid, Ask</i> y <i>Spread</i>	12
2.1.2. Tipos de Órdenes	14
2.2. Dinámica del Libro de Órdenes	18
2.2.1. La Forma del Libro de Órdenes	18
2.3. Volumen de las Órdenes y Liquidez	21
2.3.1. Cambios en los Precios y su Relación con la Liquidez	21
2.4. Memoria de la Oferta y Demanda	21
2.4.1. Memoria del Flujo de Órdenes	22
2.5. Conclusiones del Capítulo	25
3. Teoría sobre Impacto de Mercado	26
3.1. Costos de Transacción	26
3.1.1. ¿Por qué Medir los Costos de Transacción?	26
3.1.2. ¿Cómo Medir el Impacto de Mercado?	29
3.2. Fundamentos del Impacto de Mercado	30
3.2.1. Principales Determinantes del Impacto de Mercado y la Dinámica entre Oferta y Demanda	32
3.2.2. Impacto de Mercado Temporal y Permanente	35
3.2.3. Impacto de Mercado <i>versus</i> Cambio Total del Precio	40
3.3. Modelos sobre Impacto de Mercado	42

3.3.1. Relación entre Liquidez y Profundidad del Mercado	45
3.3.2. Formas Funcionales del Impacto de Mercado	46
3.3.3. Lillo y Farmer vs. Bouchaud, Gefen, Potters y Wyart	50
3.4. Análisis del Impacto de Mercado: un Nuevo Enfoque	53
3.4.1. La Relación entre Rendimientos y Flujo de Órdenes	54
3.4.2. Ecuaciones de Estado para los Rendimientos y el Flujo de Órdenes	56
3.5. Conclusiones del Capítulo	58
4. Resultados Empíricos	60
4.1. El Mercado y Datos Analizados	60
4.1.1. Variables de Estudio	61
4.2. La Dinámica entre la Oferta y Demanda	62
4.2.1. Oferta y Demanda Contemporánea	63
4.2.2. Relación entre Oferta y Demanda Pasada y Presente	71
4.3. Relación entre Rendimientos/Impacto de Mercado y el Flujo de Órdenes	83
4.3.1. Rendimientos/Impacto de Mercado Contemporáneos Dependientes de la Liquidez Disponible	83
4.3.2. Rendimientos/Impacto de Mercado Contemporáneos Dependientes del Comportamiento Pasado del Mercado	92
4.4. Conclusiones del Capítulo	99
5. Conclusiones	101
 Bibliografía	 105

Capítulo 1

Antecedentes Teóricos

Comúnmente, el **precio** es la cantidad o compensación que se paga de una parte hacia otra a cambio de bienes o servicios. En la economía moderna, la mayoría de los precios se cotizan en unidades de alguna forma de moneda. En ocasiones, el precio puede referirse a la cantidad que debe pagarse requerida por el vendedor o proveedor de bienes o servicios, en vez de cantidad final de pago. Esta cantidad requerida es a menudo llamada **precio inicial** o **precio de oferta** (conocidas en inglés como *asking price* y *offer price*, relativamente), mientras que el pago final se le conoce como **precio de transacción** o **precio negociado** (*transaction price* y *traded price*, respectivamente).

Los economistas ven al precio como una tasa de intercambio entre bienes que son traspasados entre unos y otros. En el caso del trueque de dos bienes en las cantidades x y y , el precio de una unidad del primer bien es la tasa y/x , mientras que el precio de una unidad del segundo bien es la tasa x/y . Sin embargo, esto no se ha usado consistentemente por lo que la vieja confusión sobre el valor real reaparece de forma frecuente. El valor de algo es la cantidad contada en unidades comunes del valor llamado numerario, el cual incluso puede ser un bien imaginario y el cual es usado para comparar diferentes bienes. La unidad del valor es frecuentemente confundida con el precio, debido a que el valor de mercado es calculado como la cantidad de un bien multiplicado por su precio nominal.

La Teoría del Precio asegura que el precio de mercado refleja la interacción entre dos consideraciones opuestas. Por una parte se encuentran consideraciones de demanda basadas en la utilidad marginal, mientras que por otra parte están las consideraciones de oferta o suministro basadas en el costo marginal. Un precio de equilibrio se supone ser a la vez igual a la utilidad marginal (contada en unidades de ingresos) desde la perspectiva del comprador y al costo marginal desde la perspectiva del vendedor. Aunque esta visión es aceptada por la gran mayoría de economistas, y constituye el núcleo de la corriente principal de la economía, en la actualidad se ha cuestionado el concepto de equilibrio.

En este contexto, uno de los modelos económicos de la determinación del precio en un mercado es el de la **oferta y demanda**. Este modelo concluye que en un mercado competitivo, el precio funcionará para igualar la cantidad demandada por los consumidores y la cantidad ofertada por los productores, resultando en un equilibrio económico entre el precio y la cantidad. El modelo de oferta y demanda es un modelo de equilibrio parcial representando la determinación del precio de un bien particular y la cantidad de ese bien que es negociado.

Los determinantes de la oferta y demanda más allá del precio del bien en cuestión, tales como los ingresos de consumidor, precios de los insumos, entre otros, no se representan explícitamente en el diagrama de oferta y demanda. Cambios en los valores de estas variables están representados por cambios en las curvas de oferta y demanda. En contraste, respuestas al cambio en el precio del bien son representados como movimientos a lo largo de las curvas –no cambiantes– de oferta y demanda.

En términos generales, este modelo el equilibrio está definido como el par precio-cantidad, (P^*, Q^*) , donde la cantidad demandada es igual a la cantidad ofertada, representado por la intersección de las curvas de oferta y demanda, tal y como lo ilustra la Figura 1.1. Bajo este esquema, al mantener la curva de oferta constante, si la cantidad demandada aumenta, entonces el precio de equilibrio tiende a moverse a un nivel superior; pero por otra parte, si la cantidad demandada disminuye, el precio tiende a también a disminuir.

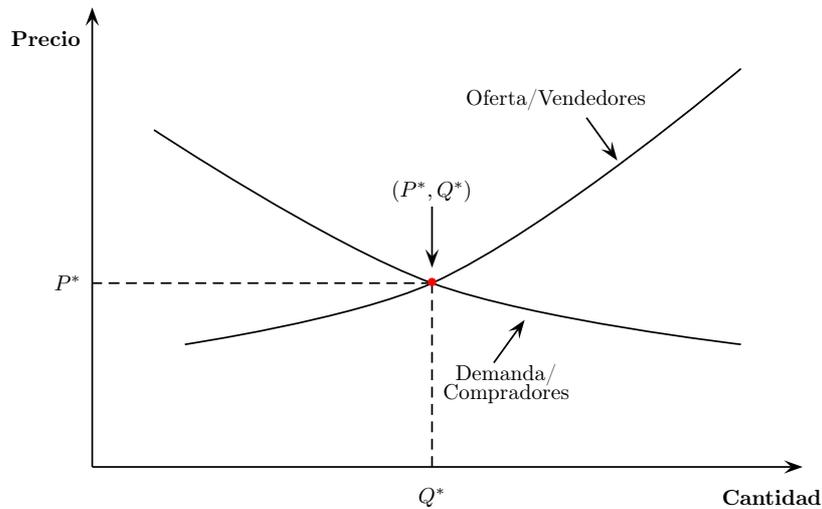


Figura 1.1: Equilibrio entre oferta y demanda entre las dos fuerzas.

No obstante, aunque el modelo de oferta y demanda se ajusta con gran certeza a la realidad, el equilibrio es de gran interés particular cuando se cuestiona la interacción de cada una de las partes que interviene en los procesos de ejecución. Lo anterior no es más que preguntarse acerca del inicio de la oferta y/o demanda, es decir, cómo comienza la subasta, ya sea a través de la colocación de nuevas órdenes o bien por la cancelación de órdenes existentes. Al mismo tiempo, surge una paradoja: aunque el precio tiende a aumentar o disminuir en base a la cantidad ofertada y/o demandada, qué sucede con el punto de equilibrio puesto que, en general, para cada vendedor existen muchos compradores y viceversa, por lo tanto, quién o quienes son los responsables de los cambios en el precio y como consecuencia, cuáles son los efectos de las decisiones de los participantes sobre la trayectoria del precio y el mercado en general.

Uno de los sistemas económicos de gran relevancia no sólo de la economía a nivel Estado sino a nivel internacional, son los mercados financieros. En estos mercados, al igual que cualquier otro, los activos negociados tienden a seguir esta ley entre oferta y demanda; sin embargo, debido a la enorme cantidad de agentes, información y otros factores intrínsecos y extrínsecos de los mercados, hacen que analizar la dinámica de los precios de los activos se convierta en una tarea sumamente complicada y en ocasiones, difícil de comprender.

En particular, en los mercados accionarios adscritos en Bolsas de Valores, los activos tienden a negociarse a través de la doble subasta, es decir, tanto el comprador como el vendedor tienen la libertad de colocar sus propias posturas de acuerdo a sus necesidades y/o expectativas propias. Sin embargo, dentro del propio mecanismo de operación de estos mercados, muchas variables más se involucran para poder realizar las operaciones de compra/venta de activos y, al limitar los análisis de estudio a una sola variable, se tiende a menospreciar los efectos que otras variables de aparente menor relevancia tienen sobre el precio, en particular cuando es necesario tomar decisiones de alto riesgo.

Bajo este concepto, en esta tesis se considera al mercado como un sistema mecánico desde el punto de vista adaptativo, en la cual se investiga cómo la dinámica de la oferta y demanda de los activos afectan la relación entre el flujo de órdenes agregado y los rendimientos/impacto de mercado. Para ello, se clasifica el flujo de órdenes de acuerdo a los distintos tipos de eventos que pueden ocurrir en el mercado: órdenes limitadas, cancelaciones y órdenes a mercado ejecutadas contra liquidez desplegada u oculta, y se resumen en tres variables de desequilibrio que son medidas de agregación de la oferta y demanda netas a lo largo de los diferentes tipos de órdenes. Por la complejidad del sistema que se estudia, se postulan ecuaciones de estado las cuales relacionan los desequilibrios entre sí y subsecuentemente a los rendimientos, y se emplean datos empíricos para comprender su relación funcional.

Además se podrá observar cómo al examinar la agregación del flujo de órdenes a lo largo de diferentes intervalos de tiempo, existe una escala de tiempo sobre la cual el mercado puede inferir confiablemente en la existencia de un desequilibrio en la oferta y demanda y poder adaptarse a él, reduciendo así tal desequilibrio. También se muestra que a pesar de que los componentes del flujo de órdenes están altamente autocorrelacionados, el valor esperado de un desequilibrio decae en el tiempo. Se argumenta que esto es debido a un “rebote”, pues un fuerte desequilibrio en un signo dado (compra o venta) tiene una alta probabilidad de conducir a un desequilibrio de signo opuesto en el futuro. Adicionalmente, se muestra que la distribución de probabilidad condicional asociada para futuros desequilibrios y rendimientos es bimodal, con un gran desequilibrio/rendimiento en el pasado y de un signo dado que conduce hacia un gran desequilibrio/rendimiento del mismo signo en el futuro, o bien, a un gran desequilibrio/rendimiento de signo contrario. Finalmente, se podrá observar la concavidad de la relación entre impacto de mercado y flujo de órdenes que depende de las contribuciones relativas de los tres componentes contemporáneos del desequilibrio, así como de sus valores pasados, mostrando que las formas funcionales logarítmicas y de leyes de potencia que han sido desarrolladas a lo largo de la literatura sobre impacto de mercado no son suficientes para describir el fenómeno.

Con esto, en este primer capítulo se comenzará con una visión general sobre los precios y su comportamiento histórico, esto es, la relevancia que tienen los eventos pasados sobre los presentes y posibles eventos futuros, sentando así las bases necesarias para comprender el resto del presente trabajo.

1.1 Precios de Acciones y Caminatas Aleatorias

A principios del siglo XX, Louis Bachelier escribió su tesis doctoral acerca de la naturaleza especulativa de los mercados financieros [1]. La idea básica de su trabajo fue suponer que los movimientos de los precios de los activos negociados en los mercados, tenían características similares a lo que es conocido como movimiento Browniano –anticipándose al trabajo de Einstein sobre el mismo movimiento [2]– y el cual, en efecto, implica que no existe patrón para la evolución del precio en una

serie de tiempo. A partir de esto, debido a que no existen patrones o tendencias en los movimientos de los precios, entonces la evolución del precio a lo largo del tiempo es simple cuestión de azar y no determinista. Pero de ser este el caso, entonces pareciera no haber bases para establecer fundamentos sobre predicción o anticipación en la forma en que el mercado se comportará en el futuro. Bachelier llegó por tanto a la conclusión de que “la esperanza matemática de la especulación es cero”.

No obstante, su trabajo permaneció en el olvido durante casi sesenta años, hasta que la comunidad economista comenzó a considerar la hipótesis central respecto al movimiento estocástico de los precios. Por ejemplo, Fama [3] discute en su trabajo las contribuciones del mismo Bachelier y Osborne [4], así como lo propuesto por Mandelbrot [5], en base a la teoría de caminatas aleatorias en los precios de las acciones que hasta el momento se había desarrollado: (1) que los cambios sucesivos de los precios son independientes y, (2) que el precio cambia conforme a una distribución de probabilidad. Una de las conclusiones del extensivo trabajo de Fama es que los rendimientos de los precios se distribuyen conforme a lo planteado por Mandelbrot, esto es, que la distribución de los precios se aproxima más hacia una distribución *Paretiana* estable cuya característica más importante es la longitud de sus colas; es decir, el área extrema contiene información adicional de lo que una distribución normal tendría.

Sin embargo, el mismo Fama desarrolló las ideas de lo que hasta ahora se conoce como la Hipótesis de Mercado Eficiente (HME) [6]. En esta hipótesis se afirma que los mercados financieros son “informativamente eficientes”, o bien, que los precios de los activos reflejan toda la información disponible en el mercado, y que toda la nueva información que llega al mercado se refleja instantáneamente en los precios. Por tanto, de acuerdo a la teoría, es imposible superar al mercado de forma consistente al usar cualquier información que el mercado ya tiene, excepto quizá por suerte.

Gracias a los fuertes supuestos de la HME, dos grandes trabajos fueron desarrollados y que aun hoy en día son fuente de debate. Estos trabajos son el llamado *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) [7] y el Modelo de Black-Scholes-Merton [8, 9], las cuales explican, respectivamente, el precio relativo de las acciones y el precio absoluto de opciones sobre acciones.

No obstante, al relacionar estas teorías con las caminatas aleatorias es necesario comprender en primera instancia lo que es la caminata aleatoria. Una de las definiciones clásicas acerca de las caminatas aleatorias la da Burton G. Malkiel en su libro titulado *A Random Walk down Wall Street* [10]:

Una caminata aleatoria es aquella en la que los pasos futuros o direcciones no se pueden predecir en base a las acciones pasadas. Cuando el término es aplicado a los mercados financieros, significa que los cambios a corto plazo en los precios de las acciones no se pueden predecir. Los servicios de asesoramiento de inversiones, las predicciones sobre ganancias y los complicados patrones de las gráficas son inútiles. En Wall Street, el término “caminata aleatoria” es una obsesión... Al tomarla en su extremo lógico, significa que un simio con los ojos vendados, al lanzar dados hacia las páginas de un periódico financiero pueda seleccionar un portafolio que funcione tan bien como aquel seleccionado cuidadosamente por los expertos.

A menudo, la teoría de las caminatas aleatorias es ilustrada al comparar la “trayectoria” seguida por los precios en el mercado con aquella seguida por un borracho quien esta tratando de encontrar el camino hacia su casa. El borracho se tambalea de una posición a otra sin ningún propósito o intencionalidad. Este movimiento aleatorio se supone es el reflejo en el cual los precios evolucionan a lo largo del tiempo. Para ser más específico, una caminata aleatoria supuestamente refleja el hecho de que en el equilibrio, los cambios logarítmicos de los precios tienden a ser sin propósito u objetivo e impredecibles. Adicionalmente, una cuestión que a menudo es hecha, es que el mejor lugar para

encontrar al borracho después de varios intervalos de tiempo es cerca de donde originalmente se había encontrado la última vez que pudo haber sido observado. En este sentido, a pesar de la errante trayectoria de los precios, éstos tienen una tendencia a cambiar sólo ligeramente a largo plazo.

Varias son las consecuencias desatadas a partir de esta forma de pensar acerca de los precios. No solo se encuentra que los esfuerzos de los analistas técnicos tiendan a fallar, sino que también el mercado se convierte mucho más susceptible de analizar empleando técnicas estadísticas halladas en la teoría de la distribución normal. La gran gama de técnicas estadísticas que últimamente dependen de las premisas Gaussianas se consideran ahora como el método más apropiado para analizar series de tiempo. El hecho de que muchos tipos de suposiciones acerca de los estados estacionarios, independencia serial y datos normalmente distribuidos hallan sido probados ser erróneos cuando se aplican a las series de tiempo actuales, no ha disuadido a muchos practicantes y asesores de negociación en su entusiasmo por la aplicación de medidas estadísticas a los mercados. El uso no riguroso de correlaciones y suposiciones probabilísticas acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos extremos son solo dos consecuencias de esta metodología.

Como lo explica Gerig en su tesis doctoral [11], si se asume que los agentes actúan aleatoriamente y sin inteligencia alguna y si sus acciones llevan a cambios en los precios de una forma determinista, entonces los cambios aleatorios en los precios resultan de las acciones aleatorias de los agentes. De este modo, se sugiere que el mercado como tal no es un agregador de información, sino un “traductor” que toma el flujo de órdenes como una variable de entrada y expone las series de precios como reflejo de esta aleatoriedad. Así, el mercado puede verse como un sistema puramente mecánico y cualquier estructura en flujo de los precios es debido a la dinámica del mercado y a las características propias del flujo de órdenes.

1.2 Los Rendimientos y su Correlación

Debido a que los precios de las acciones tienden a moverse en términos porcentuales y no en términos absolutos, la variable más importante para analizar el movimiento de los precios son los rendimientos. Esta variable es definida como:

$$u_t = \frac{\delta p_t}{p_t} \approx \log(p_{t+1}) - \log(p_t). \quad (1.1)$$

Existen tres razones básicas por las cuales es mejor emplear estos cambios logarítmicos en vez de cambios directos en los precios. En primera instancia, el cambio logarítmico de los precios son los rendimientos. En segundo término, la variabilidad de simples cambios en los precios para una acción dada es una función creciente del nivel del precio de la acción. De este modo, al considerar los cambios logarítmicos se neutralizan la mayoría de estos efectos del precio. Y finalmente, para cambios menores a $\pm 15\%$, los cambios en los precios logarítmicos se acercan al porcentaje de cambio en el precio y para muchos propósitos es conveniente estudiar los datos en términos de cambios porcentuales.

En la Figura 1.2 se muestran las gráficas de los precios de cierre de los índices accionarios IPC (Índice de Precios y Cotizaciones) y el DJIA (*Dow Jones Industrial Average*)¹ de Noviembre de 1991 a Febrero de 2010.² En primera instancia, es fácil apreciar cómo ambos índices siguen

¹ El IPC es el principal indicador de la Bolsa Mexicana de Valores, expresa el rendimiento del mercado accionario en función de las variaciones de precios de una muestra balanceada, ponderada y representativa del conjunto de acciones cotizadas en la Bolsa. Se compone por 35 emisoras.

Por su parte, el DJIA es un índice que muestra cómo las 30 compañías públicas más grandes de los Estados Unidos se operan a lo largo de una sesión de remates en el mercado accionario.

² Los datos se obtuvieron de la página de internet <http://mx.finance.yahoo.com/>

un tendencia hacia la alza a largo plazo, claro, a excepción de periodos de crisis como lo fue la crisis mundial a finales de 2007 y que se propagó durante 2008 y parte de 2009. De igual forma, es apreciable que durante la “trayectoria” de los precios existen pequeñas etapas o ciclos en las cuales cabe preguntarse si estos períodos pueden tener relación con lo que pueda pasar en la evolución futura del precio. Lo anterior no es más que cuestionarse acerca de la correlación de eventos que explicarían la eventual aparición de ciclos de tendencia hacia la baja o hacia el alza que permitan por una parte anticiparse a movimientos fuertes del precio y por otra, considerar la opción de poder ejecutar operaciones de arbitraje como una forma de expresión de la forma débil de la HME.

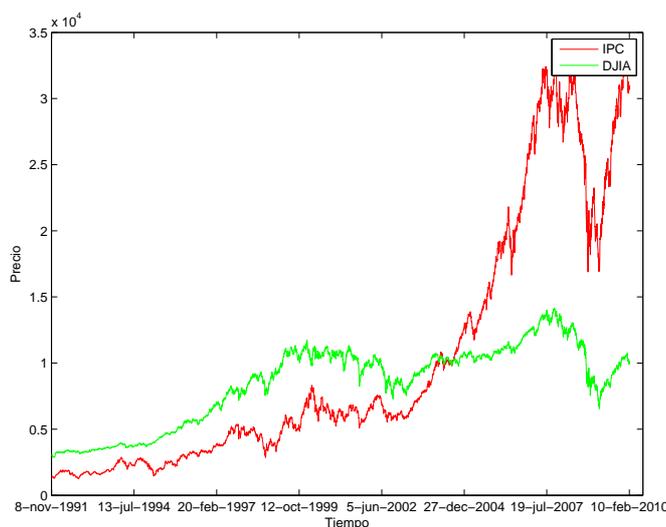


Figura 1.2: Precios de cierre de los índices IPC y DJIA de Noviembre de 1991 a Febrero de 2010.

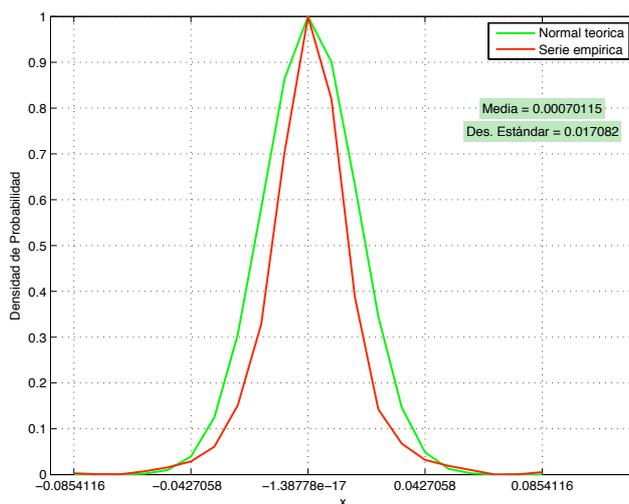
Como lo muestra la figura, pareciera que los precios de los índices siguen una caminata aleatoria. Pero en este contexto, es necesario entonces analizar las características propias de los índices y, en forma general, de sus rendimientos y enmarcarlas con lo que se ha descrito previamente sobre el tipo de distribución de los datos y la autocorrelación entre ellos.

1.2.1 La Distribución Normal de los Rendimientos

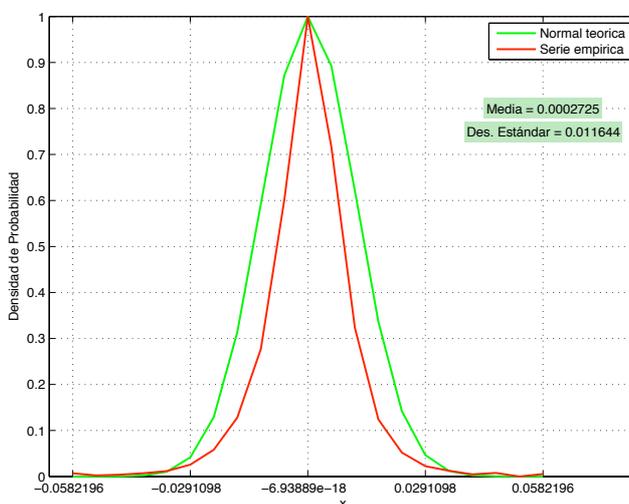
Las Figuras 1.3a y 1.3b muestran la distribución de probabilidad de los rendimientos de los índices IPC y DJIA, respectivamente, durante los precios de cierre del mismo período de Noviembre de 1991 a Febrero de 2010. En ambos casos es fácil observar cómo la distribución empírica de los datos difiere de la distribución normal teórica que se hubiera esperado de acuerdo a la teoría de las caminatas aleatorias. De igual forma, para ambos casos la distribución normal teórica se obtiene simplemente al calcular la media y la desviación estándar de la serie de diferencias logarítmicas de precios de cada índice e introduciéndolas a la función de una distribución normal, es decir,

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (1.2)$$

siendo μ la media y σ la desviación estándar. En ambas gráficas, las colas de la distribución tienen un nivel de probabilidad de ocurrencia mínima, con lo cual se esperaría que eventos en estos puntos extremos ocurrirán en períodos de tiempo muy distantes o bien, en términos prácticos a corto o



(a) Distribución de probabilidad de los rendimientos del IPC.



(b) Distribución de probabilidad de los rendimientos del DJIA.

Figura 1.3: Distribución de probabilidad de los rendimientos de los índices accionarios. En ambos casos, la distribución empírica difiere de la distribución normal teórica.

mediano plazo, nunca ocurrirán.

No obstante, algo de llamar la atención es el hecho de que las distribuciones de probabilidad teóricas para ambas series tienen una mayor anchura que las distribuciones empíricas, posiblemente debido a las colas pesadas en las segundas. En términos de riesgo-rendimiento, esto es señal de que si verdaderamente las series se comportaran como una distribución normal, entonces se obtendría un rendimiento similar a la empírica pero a costa de que se deba de asumir un mayor nivel de riesgo. Este riesgo-rendimiento puede ser fácilmente analizado con las variables de la media y la desviación estándar, siendo la primera la que determina el rendimiento esperado y la segunda el nivel de riesgo que deba de asumirse.

Con esto, al igual que otros trabajos en la literatura [12, 13, 14], se ha mostrado cómo el supuesto de la distribución Gaussiana (y por tanto, del movimiento browniano) no se ajusta de forma exacta a los valores empíricos de los rendimientos, al menos para los dos índices hasta ahora analizados. Eso se sustenta aun más si se grafica la distribución de probabilidad estandarizada de ambas series tal y como lo muestran las Figuras 1.4a y 1.4b. Si la distribución de los rendimientos fuera Gaussiana, entonces la distribución de probabilidad estándar definida como:

$$Z = \frac{u - \mu}{\sigma},$$

crecería linealmente conforme a los rendimientos, u . Sin embargo, en ambos casos de la Figura 1.4, cuando las colas de la distribución empírica son mucho más grandes que aquellas en la distribución normal, las pendientes en las áreas de colas extremas de la distribución de probabilidad normal deberían ser menores que aquellas en la parte central de las gráficas, que es de hecho el caso presentado en las gráficas. Lo anterior quiere decir que en general las gráficas toman la forma de una curva “S” estirada con la curvatura en los puntos más altos y bajos, variando directamente con el exceso de frecuencia relativa en las colas de la distribución empírica.

Además, esta tendencia de las colas extremas de mostrar menores pendientes que el resto de las porciones de las gráficas estará acentuada por el hecho de que la campana central de la distribución empírica son mayores que aquellas de la distribución normal, tal y como lo muestran las gráficas de la Figura 1.3. En esta situación, las porciones centrales de las gráficas de distribución de probabilidad normal deberían estar más inclinadas si fuera el caso de que las distribuciones de los rendimientos fueran estrictamente normales.

1.3 Los Mercados Accionarios Vistos desde la Perspectiva Evolucionaria

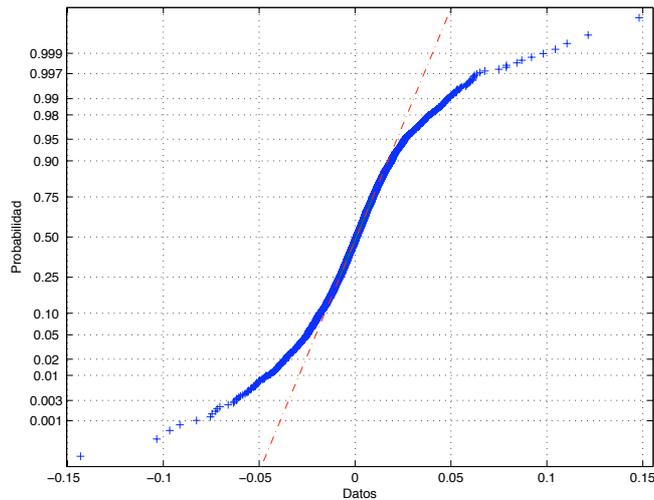
Con lo mostrado en la sección anterior, resulta casi inmediato concluir que no existe dependencia en los eventos ocurridos en la serie de tiempo del precio de las acciones. Esto implica entre muchas razones, el hecho de que en términos hipotéticos, no es posible tomar como referencia eventos que bajo circunstancias particulares, vuelvan a repetirse o sean fuente de nuevos eventos futuros ante los cuales pueda ser posible tomar decisiones previas, con el fin de mejorar el comportamiento de una estrategia de negociación de acciones.

A pesar de ello, cabe preguntarse sobre si ésta es una regla universal para dejar de lado el estudio de las series históricas de los precios de las acciones y solo operar de forma aleatoria a lo largo del tiempo. Con esto, quedaría por sentado que el análisis técnico no es una herramienta apropiada para tomar decisiones al corto y mediano plazo y sólo quedaría lugar para el análisis fundamental como fuente de decisiones de operación. Empero, la realidad puede ser otra si se usa el enfoque apropiado.

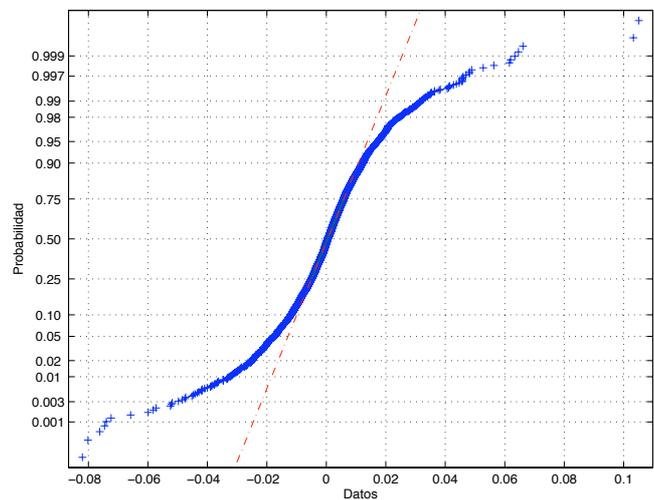
En la literatura, existen estudios acerca de la memoria del mercado [15, 16, 17, 18] en el cual, un proceso aleatorio tiene memoria larga si tiene una función de autocorrelación que no es integrable, como lo es, por ejemplo, el caso en que la función decae asintóticamente como una ley de potencia de la forma $\tau^{-\alpha}$ con $\alpha < 1$ [19]. Esto es importante pues implica que valores en un lejano pasado pueden tener efectos en el presente, lo que produciría difusión anómala en un proceso estocástico cuyos incrementos tienen memoria larga.³ Como lo mencionan Bouchaud, Farmer y Lillo [20], desde un punto de vista mecánico, el proceso de formación del precio es el producto de (i) el flujo de órdenes que llegan al mercado, y (ii), la respuesta de los precios a órdenes individuales. De igual forma,

³ La difusión anómala en un proceso es la difusión con una dependencia no lineal en el tiempo.

Por otra parte y en términos generales, por memoria larga se entiende que eventos en el pasado tienen efectos sobre los eventos presentes y futuros, es decir, los elementos de la serie de tiempo no son totalmente independientes.



(a) Distribución de probabilidad estandarizada de los rendimientos del IPC.



(b) Distribución de probabilidad estandarizada de los rendimientos del DJIA.

Figura 1.4: Distribución de probabilidad estandarizada para los rendimientos de los índices IPC y DJIA.

los mismos autores mencionan que el flujo de órdenes es un proceso altamente autocorrelacionado con memoria larga y, como consecuencia, para mantener la eficiencia del mercado, la respuesta del precio a las órdenes emitidas por los inversionistas debe depender fuertemente en la historia pasada del flujo de órdenes.

En este contexto, si el mercado tiene memoria larga, entonces es de esperarse que, de algún modo, los eventos actuales estén relacionados con eventos ocurridos en el pasado. Sin embargo, el precio final de cada ejecución –y que es un evento con cierto grado de correlación con otros eventos pasados– es finalmente el resultado de la interacción de los agentes que se involucran en el mercado

secundario; es decir, su deseo y/o necesidad de realizar operaciones. Bajo este concepto, entonces para comprender la dinámica propia del precio y su relación con otros eventos de su propia historia, es necesario comprender la interacción de estos agentes y cómo estos reaccionan ante sus propios actos y el medio en general sobre el que realizan sus operaciones.

Andrew Lo propuso entre los años 2004 y 2005 su **Hipótesis del Mercado Adaptivo** [21, 22], el cual es un intento de reconciliar teorías que implican que los mercados son eficientes con alternativas de comportamiento, al aplicar los principios de evolución –competición, adaptación y selección natural– en los mercados financieros. Bajo este enfoque, los modelos tradicionales de la economía financiera moderna pueden coexistir al lado de modelos de comportamiento. Lo argumenta que gran parte de lo que los conductistas citan como ejemplos contrarios a la racionalidad económica –aversión, sobreconfianza, reacción exagerada y otras bases de comportamiento– son, de hecho, consistentes con un modelo evolutivo de individuos que se adaptan al ambiente cambiante mediante heurística simple.

De acuerdo a Lo, la Hipótesis del Mercado Adaptivo puede ser vista como una nueva versión de la HME (Hipótesis de Mercado Eficiente), derivada de los principios evolutivos; esto es, “los precios reflejan la mayor cantidad de información dictada por la combinación de las condiciones ambientales y el número y naturaleza de las “especies” en la economía”. Por “especies”, Lo se refiere a los distintos grupos de participantes en el mercado, cada uno de ellos comportándose de una manera en común (por ejemplo, fondos de pensión, pequeños inversores, formadores de mercado, así como administradores de fondos de cobertura, entre otros). Si varios miembros de un grupo en particular compiten por recursos escasos y dentro de un mercado único, es probable que ese mercado sea altamente eficiente. Por el contrario, un número pequeño de especies están compitiendo por recursos abundantes en un mercado determinado, ese mercado será entonces menos eficiente. La eficiencia del mercado no se puede evaluar en un vacío, sino que es altamente dependiente del contexto y dinámica. Como lo establece Lo, el grado de eficiencia del mercado está relacionado con factores ambientales que caracterizan la ecología de mercado tales como el número de competidores en el mercado, la magnitud de las oportunidades de beneficios disponibles y la adaptabilidad de los participantes en el mercado.

Con estas ideas, no sólo el precio y por tanto los rendimientos, dependen de la situación actual e histórica del mercado, sino también de cómo es la relación y/o interacción entre cada uno de los participantes involucrados en él, pues cada subgrupo de agentes actúa de formas determinadas según sus propias necesidades. Bajo este esquema, si los precios y rendimientos cambian, entonces es de esperarse que el riesgo asumido también cambie y, en última instancia, el costo asumido por este riesgo debe cambiar. Es así que para tener una operación exitosa en el sentido de “ganar más al pagar menos”, se debe considerar no solo la evolución del precio y sus posibles repercusiones sobre los rendimientos, sino también en los costos que conllevan.

En estricto sentido, estas tres variables (precio, rendimientos, costos) se encuentran íntimamente relacionadas, pues cambios en el precio generan a la vez cambios en los rendimientos y cambios en los costos. En el caso particular de los costos, el simple hecho de realizar una transacción acarrea consigo costos directos pero a la vez costos indirectos conocidos como *impacto de mercado*, los cuales se reflejan sólo después de haber ejecutado dicha operación; por lo cual, para comprender cómo estos costos se pueden reducir es necesario comprender la dinámica intrínseca del precio el cual se ve reflejado en la dinámica propia del flujo de órdenes, producto de la interacción de los agentes.

1.4 Conclusiones del Capítulo

Como se ha visto, entender la dinámica del precio y los rendimientos en general, es una tarea que requiere de un enfoque lo más completo posible con el fin de tener los mejores resultados. Por una parte, Bachelier propone que el movimiento del precio de las acciones es precisamente un movimiento Browniano y que por tanto, no existe patrón alguno para la evolución del precio en un determinado período. Sin embargo, Fama concluye que la distribución de los precios es Paretiana, en la que una de sus principales características es la longitud de sus colas las que, a diferencia de una distribución normal, contienen información valiosa.

De este modo, el supuesto de que los rendimientos se distribuyen normalmente se antepone ante estos resultados de Fama, dejando una ventana abierta acerca de la dependencia de los datos históricos. Según los resultados expuestos previamente, los datos muestran que en efecto, existe dependencia de eventos que apuntan a la dirección de lo que es el concepto de memoria larga.

Aun más, al combinar las ideas de Bouchaud, Farmer y Lillo por una parte, y por la otra las ideas de Lo, se entrelaza entonces un sistema más complejo en el que el precio no sólo está sujeto a la dinámica del flujo de órdenes y su respuesta a órdenes particulares, sino también a la misma adaptación que cada uno de los participantes realiza al interpretar e inferir al mercado en sí. Es por esto que al tratar de estimar los costos que una operación pueda generar, es necesario conocer a partir de qué o cómo surgen y cuál es la mejor forma de inferir en ellos, de tal modo que las negociaciones generen mejores rendimientos a bajos costos.

Para poder comprender el impacto de mercado y la dinámica de los rendimientos y el flujo de órdenes, en el capítulo 2 se exponen las ideas básicas de la microestructura del mercado para conocer el tipo de órdenes que pueden ejecutarse en el mercado y la dinámica de éstas, con el fin plantear así los costos de transacción que pueden implicar.

Capítulo 2

Efectos de la Oferta y Demanda en la Liquidez de los Precios de las Acciones

En el capítulo anterior se estudió brevemente la relación de eventos entre distintos intervalos de tiempo con el fin de conocer la posibilidad de que eventos ocurridos en el pasado puedan influir en eventos en el presente. Como se mencionaba, el encontrar correlación entre eventos puede, de entre muchos fines, ayudar a reducir los costos de transacción o impacto de mercado por el simple hecho de realizar o no una operación. Sin embargo, antes de entrar a detalles sobre el impacto de mercado, es necesario conocer ahora la microestructura del mercado accionario con el propósito de comprender la dinámica y/o las fuerzas que mueven al mercado que finalmente se ven reflejadas en la trayectoria del precio de las acciones; trayectoria que en estricto sentido es la que determina el impacto de mercado.

En primera instancia, es necesario conocer los mecanismos en que se realizan las órdenes de los inversionistas, es decir, cómo funcionan las órdenes limitadas y a mercado en contraste con otro tipo de operaciones que puedan realizarse dentro del mercado. Por ende, es también necesario conocer cuál y cómo es la influencia de este tipo de operaciones en el libro de órdenes y por tanto, apreciar cómo se relacionan las fuerzas de oferta y demanda a través de este flujo de órdenes en base al movimiento del *bid*, *ask* y *spread*.

2.1 Microestructura del Mercado

2.1.1 *Bid, Ask y Spread*

Los mercados continuos están caracterizados por precios como lo son el *bid* y el *ask* a los cuales las transacciones son ejecutadas. El primero de ellos, el *bid*, es el precio relacionado a la postura de compra; en cambio, el *ask* es el precio relacionado a la postura de venta. La diferencia entre el *bid* y *ask* es conocido como *spread* y refleja la diferencia entre lo que deben pagar los compradores activos y lo que los vendedores activos reciben. Es un indicador del costo de operación y la falta de liquidez de un mercado. Alternativamente, esta falta de liquidez puede ser medida por el tiempo que toma en ejecutarse una determinada cantidad de un activo. No obstante, los dos precios convergen dado que el *spread* puede verse como el “monto pagado por alguien más” y en tal caso, es el costo asumido por quien arriesga a negociar a tales precios; es decir, el costo por comprar más caro o bien, el costo por vender más barato.

Factores que afectan al *spread*

Son varios los factores que afectan el *spread* de un activo. En primer lugar, los proveedores u oferentes de liquidez, tales como los *dealers*¹ que mantienen continuidad en el mercado, incurren en costos de transacción por los cuales deben ser recompensados. Estos costos incluyen el costo por operador y el capital necesitado para proporcionar información sobre las cotizaciones, encaminamiento de la orden, ejecución y compensación. En cambio, en un mercado sin *dealers*, donde las órdenes limitadas son las que generan el *spread*, los costos son menores.

Por otra parte, el *spread* debe reflejar precios competitivos, es decir, precios colocados de acuerdo a las expectativas propias de los participantes. Por ejemplo, los *market makers* pueden tener acuerdos sobre aumento de los *spreads* o pueden adoptar reglas tales como un tamaño mínimo por *tick*² para incrementar el *spread*. Además, los oferentes de intermediación, quienes compran al *bid* o venden al *ask*, asumen riesgos por inventario por lo cual deben ser recompensados. Pero también, al colocar un *bid* o un *ask* garantiza la opción al resto del mercado de operar en el preámbulo de nueva información antes de que el *bid* o el *ask* cambien para reflejar la nueva información, y como consecuencia, el *bid* y *ask* deben desviarse del precio pactado para reflejar el costo de tal opción. Otro factor que ha recibido gran atención dentro de la literatura de la microestructura, es el llamado efecto de la “información asimétrica”. Si algunos inversionistas están mejor informados que otros, la persona que coloca una postura (*bid* o *ask*) pierde información superior ante otros inversionistas.

En general, los factores anteriormente mencionados se presentan al mismo tiempo y por tanto es necesario distinguirlos. Los efectos de inventario surgen debido a la posible información pública adversa después de la ejecución de una operación. El valor esperado de tal información es cero, pero la incertidumbre genera riesgo en el inventario, por el cual los oferentes de intermediación deben ser recompensados. El efecto de opción surge debido a información pública adversa antes de la transacción y a la incapacidad de ajustar la postura. En realidad, el efecto de opción resulta de la incapacidad de monitorear y cambiar inmediatamente las posturas. Por último, el efecto de la selección adversa surge debido a la presencia de información privada antes de la operación, la cual es revelada tiempo después de la operación. El efecto de la información es debida a que algunos *traders* tienen información superior. [23]

Las Órdenes: el *Bid* y el *Ask*

Las *órdenes* son instrucciones de operación. Las órdenes especifican lo que los *traders* desean hacer en base a los deseos y/o necesidades de sus clientes (inversionistas): comprar o vender, qué cantidad, cuándo y cómo operar, y lo más importante, bajo qué términos. Las órdenes son las bases fundamentales de lo que representa una estrategia de operación. El comprender el funcionamiento de las órdenes, permite observar en dónde se origina la liquidez. La *liquidez* es la habilidad de operar cuando se desea hacerlo, es decir, es la calidad de un valor a ser negociado en el mercado con mayor o menor facilidad. La liquidez puede manifestarse a través de las órdenes como un medio de oportunidades de arbitraje. Así, las decisiones de los *traders* para ofrecer o tomar liquidez afectan la calidad del mercado [24]. Aunque las instrucciones de las órdenes tienen los mismos significados en todos los mercados, sus propiedades difieren dependiendo del tipo de mercado en el cual los *traders* operan.

Así como se especifican precios y montos en las órdenes, también se especifican condiciones que la operación debe satisfacer. Una de las condiciones más comunes es la de condicionar los precios que el *trader* debe aceptar. Otras condiciones pueden especificar por cuánto tiempo la orden puede

¹ Los *dealers* son operadores o agentes de Bolsa que ejecutan las órdenes de sus clientes comprando y vendiendo de su posición. Operan tanto por cuenta propia como por cuenta de terceros

² Movimiento mínimo hacia arriba o hacia abajo en el precio de un título o valor.

ser válida, cuándo la orden puede ser ejecutada o si es preferible que la orden se ejecute de forma parcial. Incluso, algunas órdenes especifican a los *traders* con qué contrapartes deben negociar.

Los *traders* indican que desean realizar una compra o una venta al colocar *bids* u *offers*. Los *traders* cotizan *bids* y *offers* cuando arreglan sus propias operaciones. De lo contrario, usan las órdenes para transmitir sus *bids* y *offers* hacia los *brokers* o sistemas automatizados de operación para poder ejecutarse. Usualmente los *bids* y *offers* incluyen información sobre los precios y cantidades que los *traders* están dispuestos a aceptar. Son precisamente estos precios los llamados *bid* y *offer* o *ask*, los cuales se refieren a cantidades y precios.

El precio compra o *bid* más alto del mercado es conocido como *mejor bid*. En cambio, el precio de venta más bajo es conocido como el *mejor offer* o *mejor ask*. Ambos precios son conocidos también como las *mejores posturas*. Como hemos visto anteriormente, a la diferencia entre el *bid* y *ask* se le conoce como *spread*, por lo que es el espacio entre el mayor *bid* y el menor *ask* o las mejores posturas. Las mejores posturas indican en palabras simples lo siguiente: la mejor postura de compra refleja el máximo precio al cual los compradores están dispuestos a pagar por los activos, y la mejor postura de venta refleja el mínimo precio al cual los vendedores están dispuestos a aceptar por sus activos.

En un mercado de doble subasta³ las órdenes se encuentran distribuidas de acuerdo a su postura (compra o venta). En general, estas órdenes son listadas a precios limitados y en cada postura, las órdenes se alinean de distinta forma. Es por esto que existen mejores posturas. Lo anterior quiere decir que en el caso de las órdenes de compra, el mejor *bid* que es la cotización a un precio más alto, es la postura que se encuentra más próxima a ejecutarse a excepción que se coloque otra postura a un mejor precio. Lo contrario sucede con las posturas de venta: el mejor *ask* cuya cotización ofrece el precio más bajo de venta, es la próxima a ejecutarse a excepción que se coloque una postura a un menor costo. En ambos casos, puede suceder que se coloquen posturas con distinta cantidad de volumen pero igual precio. Esto conduce a aplicar una regla básica que determina que el primero en tiempo es el primero en derecho, es decir, la primera postura que llegue al mercado es la primera en cotizarse. La Figura 2.1 muestra la distribución de precios en un libro de órdenes limitadas o *limit order book* (LOB).⁴

Una orden ofrece demanda o liquidez si le da a otros *traders* la oportunidad para operar. Tanto compradores como vendedores pueden ofrecer liquidez. Los compradores ofrecen liquidez cuando sus *bids* le dan oportunidad a otros *traders* el poder vender. En cambio, los vendedores ofrecen liquidez cuando le dan a otros *traders* la oportunidad de poder comprar. Por lo general, todos aquellos *traders* que deseen operar las órdenes de forma rápida se dice que están *demandando liquidez*. Asimismo, todos aquellos *traders* que demandan negociar inmediatamente se le conoce como *inmediación*. De este modo, un mercado es *líquido* cuando los *traders* pueden operar sin efectos adversos por movimientos en el precio. En general, aquellos mercados con *spread* muy pequeño tienden a ser los más líquidos.

2.1.2 Tipos de Órdenes

Una buena postura de una orden es aquella en la que se inicia una operación en un punto de bajo potencial de riesgo y alto potencial de recompensa. Un punto de bajo riesgo es usualmente

³ Recordemos que un mercado de doble subasta es un mercado en el que diversos vendedores y diversos compradores establecen precios a los que están dispuestos a vender o comprar un activo.

⁴ En adelante, cada vez que se haga referencia al libro de órdenes se emplearán las siglas LOB o simplemente *libro*.

	Acciones	Precio	
	100	385.0700	↑ Posturas más caras
	100	385.0600	
	200	385.0300	
Mejor <i>ask</i> →	500	384.9500	} <i>spread</i> (0.1300)
Mejor <i>bid</i> →	1000	384.8200	
	100	384.8200	↓ Posturas más baratas
	100	384.8100	
	300	384.8000	

Figura 2.1: Ejemplo de distribución de órdenes en el LOB para una acción determinada.

un punto desde el cual existe una excursión adversa antes de que el mercado comience a moverse a favor de la operación. Además, una buena postura tiene una alta probabilidad de ser seguida rápidamente por un movimiento favorable del mercado. Las operaciones que son canceladas antes de que hayan podido ejecutarse incrementan la exposición al mercado, pero también provocan una pérdida de margen⁵ y conllevan a operaciones o portafolios de “margen ineficiente”. En este sentido, las posturas perfectas implican comprar exactamente en los puntos más bajos de tendencias a la baja o bien en los puntos más altos de tendencias al alza; es por esto que este tipo de posturas son raramente observadas en el mundo real y no son necesariamente ejecutadas como símbolo de operación exitosa.[25]

La mayoría de los mercados financieros de la actualidad son del tipo de doble subasta continua. El término “continuo” significa que mientras los mercados se encuentran abiertos para la realización de transacciones, cualquier tipo de ejecución puede realizarse a cualquier tiempo. La mayoría de los *traders* colocan diferentes tipos de órdenes dependiendo de la estructura del mercado. Existen dos tipos esenciales de órdenes: las *market orders* u *órdenes a mercado* y las *limit orders* u *órdenes limitadas*, además de un tipo adicional condicionales como lo son las *stop/loss order* u *orden de límite de precio/pérdidas*, las *peg orders* u *órdenes de fijación de precio*, las *market-if-touched orders*, entre otras.

Limit Orders u Órdenes Limitadas

Las órdenes limitadas son posturas que se colocan cuando el mercado se mueve en contra de la dirección de la operación. Es un tipo de orden para comprar o vender a un precio específico o mejor. Para una orden de compra limitada, su ejecución va a depender de que el mercado se mueva hacia abajo del precio límite; en cambio, para una orden de venta el mercado se debe de mover hacia arriba del precio límite. Al menos, al corto plazo, las compras o ventas se realizan en contra de la tendencia. Una de las principales desventajas de una orden limitada es que, debido a su naturaleza, pueden no ejecutarse pues el mercado se puede mover muy en contra de la dirección del precio de la orden; excepto si la orden es modificada en su precio. Sin embargo, la ventaja que tienen este tipo de órdenes es que no existe un déficit y que por tanto, la orden se ejecuta a un precio conocido y deseable.

⁵ El Margen es el precisamente el *spread*, es decir, la diferencia entre los precios de compra y venta. En este contexto, la pérdida de margen se refiere a los movimientos del *spread* en contra de la dirección de la operación; es decir, movimientos que encarecen los precios.

Market Orders u Órdenes a Mercado

Una orden a mercado es simplemente una orden de comprar o vender al precio actual del mercado. Una cualidad positiva de las órdenes a mercado es que son ejecutadas con gran rapidez justo después de haber sido colocadas en el mercado; aun más, en muchos mercados las órdenes a mercado son permitidas sólo si se ejecutan en una cantidad mínima de tiempo. Otra ventaja es que existe una ejecución garantizada: después de colocar una orden a mercado, la operación siempre se ejecuta. La gran desventaja de las órdenes a mercado es que puede haber un gran deslizamiento en los precios, es decir, una diferencia entre el valor esperado de ejecución y el precio verdadero al cual se ejecuta la orden, lo que puede ocasionar que en ocasiones sea un fenómeno favorable para el *trader* o bien en su contra dependiendo sobre todo de los movimientos del mercado y del retraso de ejecución o *latency*.

Para tener una comprensión más clara de lo que son las órdenes limitadas y a mercado, veamos los siguientes ejemplos. Consideremos el libro de órdenes de la Figura 2.1 y supongamos en primera instancia que un *trader* ha colocado en el mercado una orden limitada de compra de 200 acciones de la emisora GOOG a un precio de \$384.8900 y que por tanto, se coloca como el mejor *bid* de entre todas las posturas de compra cotizadas (Figura 2.2a). A lo largo de unos segundos, el mercado se mueve y supongamos que no se coloca ninguna otra orden más, ya sea de compra o de venta. Pasados estos segundos, la orden de venta que estaba colocada al mejor *ask* coincide en precio con la orden limitada y por tanto se pacta la operación justo al precio de la misma orden limitada. Sin embargo, dado que en el mejor *ask* se cotizaban 500 acciones, entonces después de la ejecución sólo quedarán formadas en el libro 300 acciones restantes debido a que 200 han sido ejecutadas en la orden limitada original. De igual forma, la postura inmediatamente colocada después de la orden limitada original pasa a ser el nuevo mejor *bid* (ver Figura 2.2a).

Ahora, un ejemplo de orden a mercado sería el siguiente considerando el mismo libro de la Figura 2.1. En este caso, supongamos que se solicita una orden de venta a mercado con la cual se desean operar 800 acciones de la emisora GOOG. Dado que es a mercado, el *trader* coloca la orden en el mercado sin precio y suponiendo que el precio de mercado coincide con el precio del mejor *bid*, entonces la operación se ejecuta. Suponiendo que el tiempo de colocación y ejecución fue muy corto, entonces todas las posturas permanecen contantes. De este modo, al momento de ejecutarse la operación, en el mejor *bid* se sigue cotizando el mismo precio, pero de las 1,000 acciones que inicialmente cotizaba ahora solo le restan 200, significando una ejecución parcial para el *trader* que haya colocado las 1,000 acciones originales (ver Figura 2.2b).

Stop/Loss Order u Orden de Límite de Precio/Pérdidas

Una *stop loss order* o una *orden de límite de precio/pérdidas* es una orden para comprar/vender un activo cuando éste alcanza un precio determinado y está diseñada para limitar las pérdidas de los inversionistas sobre la posición de los activos. Por ejemplo, al ajustar una orden *stop loss* al 10% por debajo del precio que el inversionista pagará por la acción, entonces limitará su pérdida al 10%. Este tipo de operaciones, más que ser parte de las operaciones limitadas o a mercado, es una estrategia que permite a los inversionistas el determinar su límite de pérdidas por adelantado, previniéndolos de malas decisiones tomadas.

No obstante, una postura ejecutada como una *stop order* puede experimentar un fenómeno de deslizamiento considerable especialmente en movimientos rápidos del mercado, por lo que se implicará comprar caro o vender barato. Esto es debido a que este fenómeno de deslizamiento se mueve en la misma dirección del mercado: entre más rápido es el movimiento, más grande es el fenómeno de

Efectos de la Oferta y Demanda en la Liquidez de los Precios de las Acciones

deslizamiento. En este caso, este fenómeno se manifiesta como la diferencia entre el precio al cual se pretende que se ejecute la *stop order* y el precio al cual se está pactando actualmente en el mercado.

Antes de la Ejecución			Después de la Ejecución	
Acciones	Precio		Acciones	Precio
100	385.0700		100	384.9400
100	385.0600	Ejecución del	100	384.9200
200	385.0300	<i>mejor bid</i>	200	384.9100
500	384.9500	(<i>orden limitada</i>)	300	384.8900
		→		
200	384.8900		1000	384.8800
1000	384.8200		100	384.8500
100	384.8200		100	384.8400
100	384.8100		300	384.8000

(a) Ejecución de una orden limitada.

Antes de la Ejecución			Después de la Ejecución	
Acciones	Precio		Acciones	Precio
100	385.0700		100	385.0700
100	385.0600	Ejecución de	100	385.0600
200	385.0300	orden de venta	200	385.0300
500	384.9500	(<i>a mercado</i>)	500	384.9500
		→		
1000	384.8200		200	384.8200
100	384.8200		100	384.8200
100	384.8100		100	384.8100
300	384.8000		300	384.8000

(b) Ejecución de una orden a mercado.

Figura 2.2: Ejecución de órdenes limitadas y a mercado.

A pesar de ello, en los mercados financieros estándar a menudo se anuncia abiertamente el nivel de liquidez con el fin de atraer liquidez adicional y normalmente se hace en tiempo real cuando se publica la profundidad del mercado.⁶ Sin embargo, la **liquidez oscura** o **dark liquidity** por definición no puede ser visible por cualquier participante potencial del mercado y su existencia puede ser atribuida sólo *ex post*. En general, la liquidez oscura se utiliza para tratar de reducir el impacto de mercado cuando se operan grandes volúmenes de acciones.

⁶ La profundidad de mercado es el tamaño que necesita una orden para mover el mercado en una cantidad determinada. Si el mercado es “profundo”, una orden de gran tamaño es necesaria para cambiar el precio. La profundidad del mercado está estrechamente relacionada con la noción de liquidez, pues con la profundidad es posible encontrar una contraparte para poder realizar las operaciones necesarias.

Algunos mercados permiten que se publique liquidez obscura dentro del *libro* junto con la liquidez pública (las posturas de órdenes limitadas que se encuentran en el *libro*), usualmente a través del uso de **iceberg orders** u **órdenes de volumen oculto**. Este tipo de órdenes en general especifican una cantidad adicional de volumen (visual), mucho menor que el volumen total de la orden. La orden se forma junto con las otras órdenes pero sólo el volumen visible es la que se publica en la profundidad del mercado. Cuando la fracción de volumen de la orden que es público se ejecuta, entonces la siguiente fracción se vuelve a formar en el *libro* y espera hasta que se ejecute. Por tanto, en general este tipo de órdenes se ejecutan más lentamente que las posturas que son públicas, además que acarrear un costo explícito en la forma de un costo de ejecución mayor que es cargado por el mercado. No obstante, las órdenes de volumen oculto no son “verdaderamente obscuras” pues cada fracción del volumen que se ejecuta en el mercado es público para el resto de los participantes; claro, las órdenes son obscuras cuando se trata de determinar el volumen “real” que es la suma de todas las fracciones de volumen de la orden original y es información que quizá a lo más un sólo participante del mercado poseerá.

Las verdadera liquidez obscura puede acumularse fuera del mercado en las llamadas **dark pools**. En general, los *dark pools* son muy similares a los mercados financieros convencionales: tipos de órdenes similares así como reglas de prioridad y precio. Sin embargo, la liquidez no es anunciada pues no hay profundidad de mercado y como tal, en este tipo de mercados no son necesarias las órdenes de volumen oculto. En adición, en este tipo de mercados se prefiere no hacer públicas las cotizaciones con el propósito de reducir el impacto de mercado de cualquier operación.

2.2 Dinámica del Libro de Órdenes

Como vimos en la sección anterior, en mercados continuos de doble subasta las órdenes y, como consecuencia, los precios, se forman en el libro de órdenes o *limit order book* (LOB). Por tanto, una forma de investigar la dinámica del precio de las acciones y la liquidez que proveen al mercado es a través del estudio sobre las causas que generan la dinámica propia del *libro*. Una forma de comenzar es cuestionándose acerca de las regularidades estadísticas sobre el comportamiento del *libro* y por ende descubrir si existe o no una relación entre el flujo de órdenes y liquidez en el precio de las acciones.

2.2.1 La Forma del Libro de Órdenes

Como lo menciona Mango [26], en la teoría de microestructura del mercado se asume que el *libro* sea (i) continuo (sin diferencias entre precios) y (ii) con profundidad (es decir, en el que sea posible satisfacer cualquier orden a mercado sin acarrear las consecuencias del impacto de mercado). En un *libro* teórico, los cambios a lo largo del tiempo resultan como consecuencia de expiración de los *bids* o *asks* o bien son cancelados o ejecutados. Este *libro* teórico es el que se muestra en la Figura 2.3a. Sin embargo, los costos en cada una de las posturas o *quotes* limitan el rango real para estar dentro de ciertas fronteras del *mid price* (el precio promedio entre el mejor *bid* y el mejor *ask*); es decir, no es factible para los participantes del mercado el reproducir posturas infinitas para todos los precios posibles para cada activo que se opera. Esto se ilustra en la Figura 2.3b la cual se enfoca en el rango realista de la Figura 2.3a.

De igual forma, como lo menciona el mismo autor, los libros de órdenes reales no son puramente continuos por dos razones principales: la primera de ellas es debida a que el libro de órdenes por sí mismo se compone por órdenes individuales o *quotes*. En segundo lugar, existen incrementos mínimos en el precio (*ticks*) los cuales imponen un límite o granularidad. Cada postura indica la

disposición particular que un participante del mercado tiende a asumir sobre la compra o venta, por lo que cada transacción se ejecuta cada vez que los precios *bid* y *ask* se empatan e indistintamente de los volúmenes que cada postura cotice.

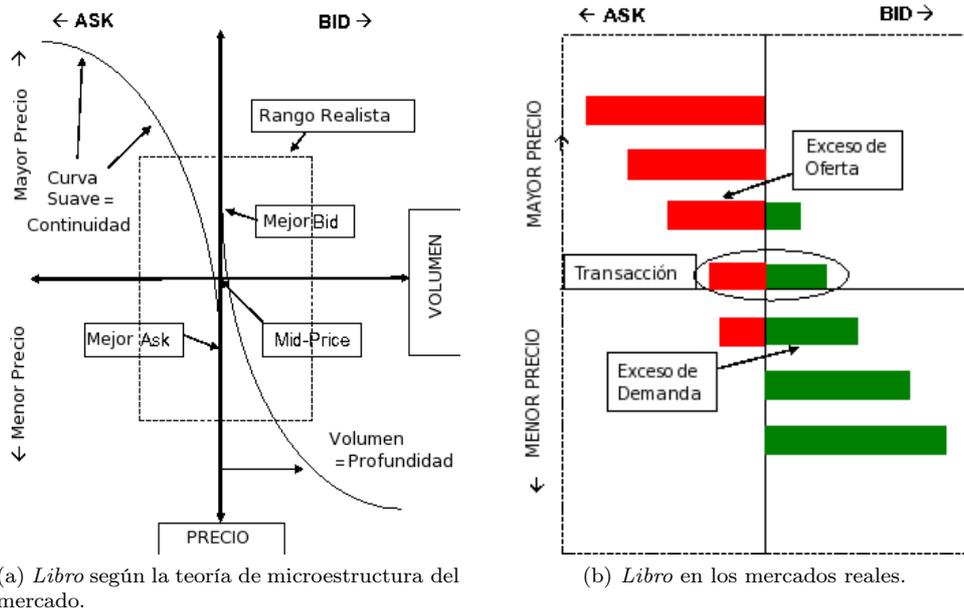


Figura 2.3: Libro de Órdenes según la teoría de microestructura del mercado en comparación con un Libro de Órdenes real.

Otra característica más de los libros de órdenes es que pueden ser “dispersos”. Por ejemplo, las firmas que son *Market-Maker* o “Formadores de Mercado” cotizan *spreads* en el libro, como puede ser una orden de compra a un cierto precio cuando los participantes del mercado no han colocado las órdenes de venta suficientes a ese mismo precio dentro del libro de órdenes. De este modo, los *Market-Makers* mantienen la liquidez dentro del mercado. Es por esto, que en un medio de operación activa, los *Market-Makers* tienen un perfil de riesgo bajo en relación al resto de participantes, y que usualmente participan con posiciones netas en períodos cortos de tiempo hasta que una contraparte sea encontrada. Sin embargo, en los mercados con baja liquidez, ser *Market-Maker* puede ser una actividad muy riesgosa.

Como hemos visto, los participantes del mercado tienen la posibilidad de colocar distintos tipos de órdenes dependiendo de la rapidez con que deseen ejecutar sus operaciones; esto es, se exige liquidez e inmediación para que las órdenes puedan ser ejecutadas. Como lo mencionan Farmer *et. al.* [27], los participantes pueden dividirse en dos categorías simples: los participantes **impacientes** que envían órdenes a mercado, las cuales exigen la compra o venta de un número determinado de acciones inmediatamente al mejor precio disponible en el mercado. Los participantes más **pacientes** envían órdenes limitadas o *quotes* las cuales también establecen un precio límite, el cual corresponde al peor precio disponible para que la transacción sea ejecutada. En este contexto y en el caso de las ventas, cada precio *ask* que se reduce en cada *tick* demuestra impaciencia que a su vez crea los suficientes incentivos para que los compradores cancelen sus actuales posturas e introduzcan nuevos *bids* incluso a precios aun menores. Esta baja en los precios *bid* en respuesta a la impaciencia de los vendedores es el mecanismo de una **caída en el precio**. Lo opuesto también ocurre en el caso de las compras, donde la impaciencia de los compradores genera incentivos para que los vendedores can-

celen sus posturas y coloquen nuevos *offers* a precios mayores, provocando una **alza en los precios**.

Dado que las órdenes limitadas están caracterizadas por el precio límite, el valor absoluto de la diferencia entre el precio límite y el mejor precio disponible es una medida de la paciencia de los participantes o *traders*. En este sentido, la paciencia o impaciencia de los *traders* se puede relacionar directamente con el *spread* de la siguiente forma: los *traders* pacientes colocan órdenes limitadas muy lejos del *spread*; mientras que los *traders* impacientes colocan órdenes muy cercanas al *spread*. Bouchaud, Farmer y Lillo [20] resumen algunos de los resultados encontrados por otros autores acerca de la relevancia estadística acerca de la distribución del precio de las órdenes limitadas en mercados continuos de doble subasta. Si suponemos que $b(t) - \Delta$ denota al precio de una nueva orden limitada de compra y $a(t) - \Delta$ el precio de una nueva orden limitada de venta, siendo $a(t)$ el precio de la mejor postura en la venta (mejor *ask*) y $b(t)$ el precio de la mejor postura en la compra (mejor *bid*) y Δ es medida al tiempo en que la orden limitada es colocada, entonces se ha encontrado que $\rho(\Delta)$ es muy similar para órdenes de compra y de venta. Más allá, para grandes valores de Δ la función de densidad de probabilidad está ajustada por una ley de potencia

$$\rho(\Delta) \sim \frac{1}{\Delta^{1+\mu}}.$$

Según el resumen presentado por Bouchaud, Farmer y Lillo, no existe consenso acerca del valor del exponente μ y todo muestra que tiende a variar según los datos utilizados, así como el mercado de cual se extrajeron los datos. Por tanto, una conclusión muy apresurada acerca de esta discusión estaría asociada a que no es posible aplicar una ley o regla de universalidad en cuanto a la forma en como se distribuyen los cambios en los precios de órdenes limitadas para todos los mercados, sino que es posible que en cada uno de ellos existen particularidades las cuales no permiten que se ajuste la ley de potencia bajo las mismas condiciones, o bien, existen más elementos que deben ser tomados en cuenta para poder aproximarse con mayor precisión a la forma real en cómo se distribuyen los precios de las órdenes.

No obstante y a pesar de estas discrepancias, el que las órdenes limitadas mantengan una distribución de tipo de ley de potencia implica que la opinión de los participantes del mercado acerca del precio de la acción en un futuro cercano puede ser cualquier otro precio respecto al actual, o bien, con una diferencia del 50 % hacia arriba o hacia abajo y considerando además todas las posibilidades intermedias dentro de este intervalo. Es en este contexto en el cual puede afirmarse que esta distribución de los precios órdenes limitadas son la fuente de la alta volatilidad en los precios de las acciones. Pero aun con esta fuerte volatilidad del precio, el ajuste de ley de potencia también quiere decir que los participantes del mercado, de forma aun no explicable, se anticipan a la existencia de grandes saltos del precio, lo que les permitiría tomar oportunidades importantes de operación.

Bouchaud, Famer y Lillo también afirman que una cola larga en la distribución del precio límite relativo, Δ , indica que existe una gran heterogeneidad en el precio límite; es decir, en la paciencia asociada con cada orden limitada. Es así que la paciencia está asociada con la escala de tiempo en que el inversionista está dispuesto a esperar antes de que su orden sea ejecutada. Pero como lo menciona Lillo [28], el origen de las colas largas en la distribución del precio límite relativo, Δ , puede ser atribuido a la heterogeneidad de las escalas de tiempo que caracterizan el comportamiento de las operaciones de inversionistas individuales que buscan maximizar su utilidad.

Finalmente, Bouchaud, Farmer y Lillo afirman que el flujo de órdenes y la interacción de las mismas determinan el estado instantáneo del libro. Un promedio sobre distintos estudios empíricos muestran consistentemente que la “forma promedio” del libro de órdenes es casi simétrica tanto para las posturas de compra como de venta y es además consistente entre diferentes acciones. Sin embargo, como lo muestran Farmer *et. al.* [27], cuando la tasa entre el tamaño de los *ticks* y el

precio es pequeña y por tanto hay muchos niveles del precio que no se encuentran disponibles en el libro, éste último tiende a ser extremadamente disperso.

2.3 Volumen de las Órdenes y Liquidez

2.3.1 Cambios en los Precios y su Relación con la Liquidez

Tal y como se analizó en el capítulo 1, una de las mejores regularidades estadísticas de las series de tiempo financieras es el hecho que la distribución empírica de los precios de los activos tienen colas largas, lo que da lugar a que eventos extremos tengan mayor probabilidad de ocurrencia a como lo sería en una distribución Gaussiana. No obstante, también existen estudios en los cuales se ha mostrado que la distribución de los cambios en el precio sobre distintos intervalos de tiempo es asintóticamente distribuida de tal modo que es aproximadamente independiente del tamaño del intervalo de tiempo. Muchos indicadores muestran que la parte de la distribución que describe grandes cambios en el precio se ajustan como una ley de potencia, tal y como previamente se había enunciado según el trabajo de Bouchaud, Farmer y Lillo [20].

Bajo estas circunstancias es válido cuestionarse acerca del origen de colas largas y los saltos en los precios. Dos teorías que tratan de explicar este mecanismo son las expuestas por Clark [29] y Gabaix *et. al.* [30] en las que básicamente enfatizan el papel del volumen de operación como la clave determinante de grandes cambios en el precio. Aunque pudiera intuirse fácilmente esta afirmación, estudios recientes muestran que el volumen de operación pudiera “no ser el factor clave”. Como lo muestran Farmer *et. al.* [27], los rendimientos del precio asociados con transacciones individuales están gobernados no tanto por el volumen de operación, sino por fluctuaciones en la liquidez. Esta afirmación lo fundamentan en el siguiente argumento:

...incluso para las acciones más líquidas en la Bolsa de Valores de Londres (LSE), el libro de órdenes contiene a menudo grandes diferencias que corresponden a un bloque de precios adyacentes para los cuales no existen posturas. Cuando tal diferencia existe y que antecede al mejor precio, una nueva orden a mercado puede remover la mejor postura y generar un gran cambio en el precio. A esta escala de tiempo, la distribución de grandes cambios en el precio reflejan meramente la distribución de los tamaños de las diferencias en el libro de órdenes. Los datos del LSE indican que aproximadamente 85% de las operaciones que tienen un impacto en el precio diferente de cero tienen un volumen igual al volumen de la mejor postura. Más allá, 97% de las operaciones que tienen un impacto diferente de cero generan cambios en el precio iguales a la primera diferencia.

De este modo, las fluctuaciones de los tamaños en tales diferencias de los precios en el libro, son las clave determinante que originan grandes cambios en el precio. Así, el tamaño de la diferencia de los precios resulta ser una medida de la liquidez disponible en el mercado vista como órdenes limitadas. Por tanto, *fluctuaciones en la liquidez, es decir, en la habilidad del mercado para absorber nuevas órdenes a mercado, son el origen de grandes cambios en el precio, mientras que el volumen de operación juega un papel menor.*

2.4 Memoria de la Oferta y Demanda

Antes de comenzar a describir los procesos de memoria larga en las series financieras, es necesario describir su propio concepto con objeto de comprender mejor las ideas fundamentales sobre las cuales muchas afirmaciones de autocorrelación se basan. La propiedad de memoria larga indica

que los datos actuales se encuentran correlacionados con los datos pasados en diversos grados, por lo que arroja incertidumbre sobre la Hipótesis de Mercado Eficiente. Si una serie exhibe memoria larga, el arribo de información nueva no puede ser completamente arbitrada. Como consecuencia, lo que pasa hoy afecta el futuro para siempre y la posibilidad de ganancias especulativas de forma consistente emerge de forma natural.[31]

En general, una serie de tiempo se dice que tiene memoria larga si valores en el pasado tienen un efecto apreciable en los valores presentes. En términos matemáticos, si $\gamma(h) = \langle y_t, y_{t-h} \rangle$ es la función de autocovarianza al retraso h del estado estacionario $\{y_t : t \in \mathbb{Z}\}$, entonces una definición usual de memoria larga es:⁷

$$\sum_{h=-\infty}^{\infty} |\gamma(h)| = \infty. \quad (2.1)$$

es decir, los eventos del estado están relacionados consigo mismos y por tanto, la información en el pasado es relevante para los eventos actuales y futuros. De acuerdo al teorema de descomposición de Wold,⁸ un proceso estacionario puramente no-determinista puede ser expresado como:

$$y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j} = \psi(B)\varepsilon_t,$$

por lo que de acuerdo a esta descomposición, un proceso de memoria larga puede definirse como:

$$\psi_j \sim j^{d-1}l(j), \quad (2.2)$$

para $j > 0$, donde $l(\cdot)$ es una función suavemente variable.

Desde el punto de vista mecánico, el proceso de formación del precio es el reflejo de (i) el flujo de órdenes que llega continuamente al mercado y, (ii) de la respuesta de los precios respecto a órdenes en particular. Si afirmamos que la dinámica de los precios está bien descrito por un movimiento Browniano, entonces podríamos suponer ingenuamente que en el flujo de órdenes sucede lo mismo; sin embargo, esto está lejos de ser verdad. Bajo esta premisa, es válido cuestionarse si el flujo de órdenes, además de verse afectado por las fluctuaciones de la liquidez como se explicó anteriormente, es también afectado por procesos como la autocorrelación de eventos propios del flujo. De ser este el caso, para mantener la eficiencia del mercado la respuesta del precio hacia las órdenes debe depender fuertemente del pasado histórico del flujo de órdenes, por lo que habría fuertes consecuencias respecto a la forma en cómo el mercado incorpora la información.

2.4.1 Memoria del Flujo de Órdenes

Consideremos la serie de tiempo de los precios intradía de las acciones AMXL y PEÑOLEs listadas en la Bolsa Mexicana de Valores, siendo la primera clasificada como de alta bursatilidad y la segunda de mediana bursatilidad.⁹ Para este caso, dado que los precios de éstas acciones no tienen

⁷ En estadística, dado un proceso estocástico real $X(t)$, la autocovarianza es la covarianza entre la señal y ella misma pero desplazada un período pasado de tiempo. Si cada estado de la serie tiene una media $E[X_t] = \mu_t$, entonces la autocovarianza está dada por:

$$\gamma(t, s) = E[(X_t - \mu_t)(X_s - \mu_s)] = E[X_t \cdot X_s] - \mu_t \cdot \mu_s,$$

⁸ El teorema de descomposición de Wold establece que *cualquier proceso estacionario es la suma de un proceso regular y un proceso singular; estos dos procesos son ortogonales y la descomposición es única.*

⁹ La bursatilidad está directamente relacionada a la liquidez y se define como “la facilidad de comprar o vender la acción de una emisora en particular” (definición tomada de la página <http://bmv.com.mx/>).

signo definido (es decir, que no se pueden diferenciar como en el caso de una compra y venta, donde el primero puede ser positivo y el segundo negativo), se toman las diferencias de los precios y se definirán positivos cuando el precio actual es mayor que el precio anterior y viceversa, de tal modo que este análisis se encuentra dentro del contexto analizado por Bouchaud, Farmer y Lillo [20]. De igual forma, consideremos las series de precios ejecutados en cada acción que servirán como comparación del análisis aplicado a los signos de las mismas acciones.¹⁰ La Figura 2.4 muestra la función de autocorrelación en una escala doblemente logarítmica para las series de precios de ambas acciones, en donde se puede apreciar que la función de autocorrelación de los signos y precios en esta escala decaen de forma suave, además que la autocorrelación es aun más fuerte para los valores absolutos de cada precio que los signos. Otro resultado importante, es la cantidad de eventos en los cuales existe tal correlación entre los datos de cada serie: para el caso de AMXL, siendo de alta bursatilidad, la cantidad de eventos correlacionados es de aproximadamente 1000, mientras que para PEÑOLES –de mediana bursatilidad– es aproximadamente de 300, lo cual indica que en esas cantidades de eventos existe una fuerte predictibilidad.

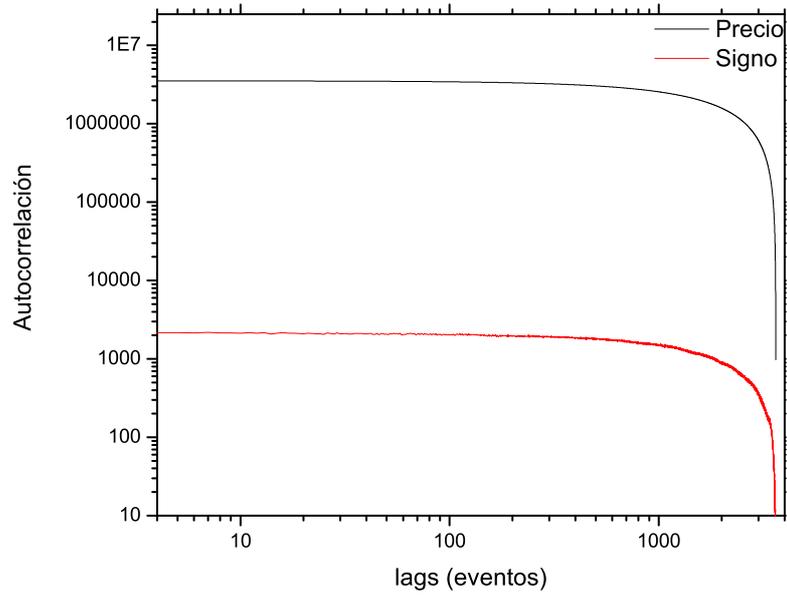
En el contexto de la linealidad en la escala log-log, se sugiere entonces que una relación del tipo ley de potencia de la forma $C_\tau \sim \tau^{-\gamma}$ puede ser una descripción razonable para la función de autocorrelación. Todos aquellos procesos estocásticos para los cuales la función de autocorrelación decae asintóticamente como una ley de potencia, con exponente mucho menor que uno son llamados “procesos de memoria larga”. Una definición precisa de un proceso de memoria larga puede estar dada en términos de la función de autocovarianza, Γ_τ . Similar a la definición (2.2), un proceso de memoria larga en el límite $\tau \rightarrow \infty$ se define como:

$$\Gamma(\tau) \sim \tau^{-\gamma} L(\tau), \tag{2.3}$$

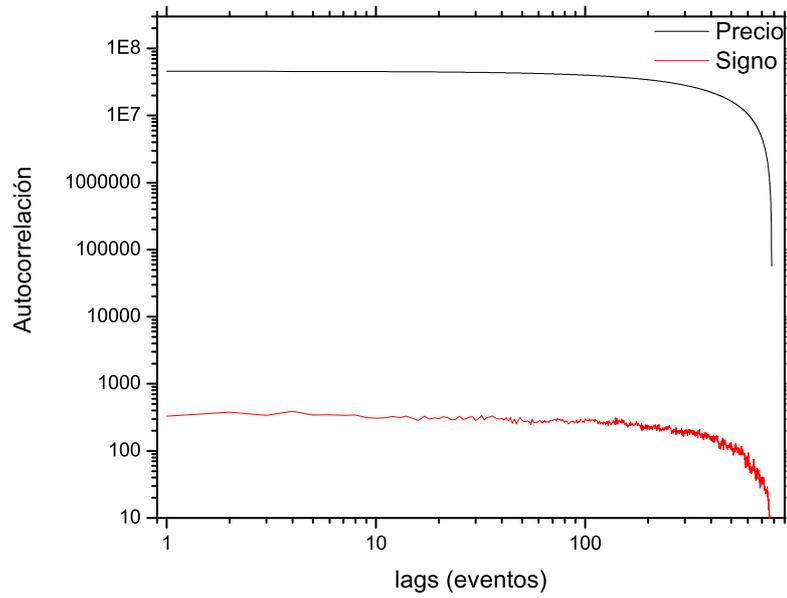
donde $0 < \gamma < 1$ y $L(\tau)$ es una función suavemente variable al infinito. El grado de memoria larga está en función del exponente γ : entre más pequeño sea γ , más grande es la memoria. La integral de la función de autocorrelación para un proceso de memoria larga diverge tal y como lo muestra la definición (2.1). Un proceso de memoria larga puede también ser visto en términos del exponente de Hurst H , el cual está directamente relacionado con γ : para un proceso de memoria larga, $H = 1 - \gamma/2$ o $\gamma = 2 - 2H$. Para un proceso de memoria corta se tiene que $H = 1/2$ y la función de autocorrelación decae más rápido que $1/\tau$. Un proceso de memoria larga positivamente correlacionado está caracterizado por un exponente de Hurst en el intervalo $(0.5, 1)$, El uso del exponente de Hurst está motivado por la relación hacia las propiedades de difusión de los procesos integrados. Para difusión normal, en la que por definición los incrementos no reflejan memoria larga, la desviación estándar se incrementa asintóticamente como $t^{1/2}$, mientras que para procesos de difusión con incrementos de memoria larga, la desviación estándar se incrementa asintóticamente como $t^H L(t)$, con $1/2 < H < 1$ y $L(t)$ una función suavemente variable.

Con estos resultados, ¿qué es lo provoca la memoria larga en los precios de éstas acciones? Es de esperarse que de acuerdo a la presencia de correlaciones en el tiempo en estos precios, entonces todos los generadores –como el flujo de órdenes– deban seguir un proceso similar. Estos procesos tienen dos tipos de explicaciones. El primer tipo de explicación, como lo sugieren Lillo *et. al.* [17] es que se trata de una propiedad característica del flujo de órdenes de cada inversionista y que es independiente del comportamiento de otros inversionistas. La segunda es la que proponen LeBaron y Yamamoto [32], en la que los inversionistas redireccionan su proceso de negociación aunque existen otros procesos de imitación en las que ambos procesos interactúan entre sí.

¹⁰ Los datos de este análisis corresponden a los precios intradía del día 9 de Junio de 2010.



(a) Autocorrelación en escala log-log de los signos y precios de AMXL.



(b) Autocorrelación en escala log-log de los signos y precios de PE NOLES.

Figura 2.4: Funciones de autocorrelación en escala log-log para para los precios y signos de las acciones AMXL y PEÑOLES.

2.5 Conclusiones del Capítulo

Las definiciones de *bid*, *ask* y *spread* nos ayudan a comprender de mejor manera la forma en cómo se enlistan los precios a través del libro de órdenes. Vemos entonces que cada postura tiende a comportarse según el tipo de orden con que se haya introducido al mercado y por tanto, varias conclusiones inmediatas pueden rescatarse de estas ideas. En primer lugar, cada tipo de orden conlleva implícitamente a determinados riesgos, que dadas las condiciones del mercado, serán a favor o en contra del *trader*. Como consecuencia, estas condiciones que, en general estarán asociadas a la liquidez del mercado, contendrán información implícita sobre el comportamiento del mercado; es decir, de la dinámica del mismo flujo de órdenes.

De este modo, los *traders* o en general, sistema que esté ejecutando la orden, tendrá la posibilidad de inferir esta dinámica y en particular, qué tipo de órdenes puedan estar detrás de ella. De esta forma, al observar que la serie de tiempo del flujo de órdenes es, en efecto, una serie con memoria larga (es decir, que los eventos de la serie están autocorrelacionados), entonces los riesgos a los cuales se enfrenta la operación pueden ser manejados de forma eficiente a tal grado que el rendimiento puede ser mayor a un menor costo. En este contexto, el problema aun por resolver es el cómo inferir en esta dinámica del flujo de órdenes.

Para esto, en el siguiente capítulo se tratará en general el impacto de mercado y algunos de los modelos que existen en la literatura, exponiendo sus ventajas y limitaciones. A la vez, se mostrará el modelo que en este trabajo se desarrolla y sus posibles ventajas que tiene ante otros modelos desarrollados en la literatura general.

Capítulo 3

Teoría sobre Impacto de Mercado

3.1 Costos de Transacción

¿Qué son los costos de transacción y que significan para los participantes del mercado accionario? En general, cuando un agente desea operar una orden de un cliente en particular, se enfrenta no sólo a decidir cómo ejecutar la orden misma, sino también bajo qué condiciones realizarla. Cuando se coloca una postura, existe cierta exposición al mercado la cual, dependiendo en gran medida de la cantidad negociada, puede convertirse en un mal negocio para el agente y para su cliente. Esta exposición se ve reflejada como el nivel de riesgo que el agente está asumiendo, en la cual se revela la necesidad de realizar la operación y sobre todo, bajo qué costos se está tomando tal decisión. Estos costos, como lo indica su nombre, son cantidades monetarias que los agentes asumen pagar por tal de realizar su operación. Sin embargo, en un mundo financiero en el cual se supondría que actúan agentes racionales, lo que se desea es ganar más y a la vez pagar menos.

En 1986, un concepto regulatorio simple centrado sobre operaciones de inversión forzó a los mercados financieros a dar un mayor énfasis en los costos de transacción. Más de 20 años después, los costos de transacción se han convertido no sólo en un concepto universal entre los inversionistas institucionales, sino que también han creado un nicho en la industria financiera con el fin de proporcionar bajos costos de transacción.[33]

3.1.1 ¿Por qué Medir los Costos de Transacción?

Idealmente, los costos de transacción se miden como un esfuerzo para mejorar el proceso de inversión; sin embargo, el riguroso detalle y motivación detrás del estudio de los costos de transacción pueden variar dependiendo del público a quien vaya dirigido. Originalmente, la idea del análisis de los costos de transacción se orientó hacia los gestores de fondos de pensión; no obstante, en la actualidad el análisis ha atravesado estas barreras y se ha propagado a lo largo de las firmas de gestión de activos y se está convirtiendo rápidamente común entre las Casas de Bolsa. Mientras que la filosofía básica de los costos de transacción se puede aplicar a las operaciones que involucran cualquier tipo de instrumentos financieros, en la práctica actual el análisis de los costos de transacción son más preponderantes en los mercados accionarios.

Los costos de transacción no sólo afectan los resultados realizados de una estrategia de inversión

activa, sino que también controlan la rapidez con la que los activos pueden convertirse en dinero en caso de necesidad. Desde el punto de vista académico, los costos de transacción son descritos como los “costos de hacer un intercambio económico” [33]. En los mercados financieros, la medición de los costos de este tipo de intercambio puede ser caracterizada como una combinación de costos explícitos o directos e implícitos o indirectos.

Por una parte, los *costos directos* son comisiones pagadas a los *brokers* por los servicios de negociación, así como tasas o impuestos pagados a las agencias de regulación. Este tipo de costos son importantes y deben ser minimizados a pesar de que están establecidos y son fáciles de medir, además que los inversionistas comprenden el impacto financiero de los costos directos antes de que la actual operación se realice.

En cambio, los *costos indirectos* son los costos que no están explícitamente establecidos. Para grandes operaciones, el componente más importante de estos costos es el impacto de las acciones que realiza un operador. Estos costos son notoriamente difíciles de medir pero a la vez, son más susceptibles para mejorar la estrategia y ejecución de la operación [34]. En lo general, los costos indirectos de operación son conocidos por la comunidad inversionista como **Impacto de Mercado**, son *los costos adicionales de la aplicación de una idea de inversión, esencialmente el simple acto de comprar o vender un valor*. Los costos de impacto de mercado son diferentes a los costos directos, ya que el impacto de mercado no es simplemente el costo por los servicios de operación o impuestos, sino que están controlados por las fuerzas propias del mercado como lo son la oferta y la demanda. En general, el impacto de mercado no se conoce antes de que la transacción se ejecute y por ende, resulta ser sumamente difícil de predecir.

Antes de continuar, veamos un ejemplo sobre la importancia de la medición de los costos de transacción. Para comenzar, tomemos la notación que emplean Amlgren *et. al.* [34] sobre una orden y la forma de ejecución: una *orden* que es solicitada por el cliente o inversionista se divide en una o más *transacciones*, y éstas a la vez, pueden generar una o más *ejecuciones*. Por tanto, supongamos que se recibe la orden de comprar 60,000 acciones, dividida en 3 ejecuciones y por tanto, 3 transacciones. El diagrama de la Figura 3.1 ilustra el proceso de las ejecuciones. En este caso, los costos indirectos o impacto de mercado de la orden no es más que el total de la suma de las ejecuciones A, B y C, que en este caso es de 21 centavos. En cada una de las ejecuciones, el costo indirecto se asume es por cada acción comprada, por lo que en el caso de la ejecución A, el impacto de mercado por las 20,000 acciones compradas fue de \$400 dólares ($2c \times 20,000$), mientras que en la ejecución B fue de \$1,800 dólares y finalmente, en la ejecución C fue de \$2,000 dólares, lo que en total suma \$4,200 dólares. La pregunta que nace al respecto es: ¿por qué se “pierde” este dinero cuando en toda inversión lo que se desea es obtener el máximo rendimiento posible con el menor riesgo? Por supuesto, la cantidad “perdida” puede verse como una cantidad pequeña si se compara con el monto total de la inversión. Si sumamos los productos de los precios ejecutados con sus respectivos volúmenes de acciones en cada una de las ejecuciones, se obtiene el monto monetario total de la compra, que en este caso asciende a \$1,041,600 dólares. Así, los \$4,200 dólares sólo representan el 0.40% del total de la inversión; sin embargo, son costos que pudieron haberse evitado y en un mundo financiero racional lo que todos desean es nunca perder.

Veamos ahora con un poco de mayor detalle el proceso de impacto de mercado. En cada una de las ejecuciones del ejemplo, independientemente de si se emplea un *broker*, algoritmo o sistema electrónico, el precio de compra sólo tiene dos grados libertad en el cual puede ejecutarse: en el propio *bid* y en el *ask* o bien, en un precio dentro del *spread* que dependerá de qué postura –la compra o la venta– mejore su precio, lo cual significará un nuevo mejor *bid* o *ask*. Asimismo, en todas las ejecuciones y, en general, para una compra siempre es más conveniente negociar en el *bid* pues representa el menor costo, aunque como hemos visto a lo largo de este trabajo, son las fuerzas

de oferta y demanda sobre las que finalmente se habrá que tomar la decisión sobre el precio de ejecución. Es claro que, esta decisión también estará sujeta al nivel de riesgo que se desee o tenga que asumir: amante, adverso o neutral al riesgo.

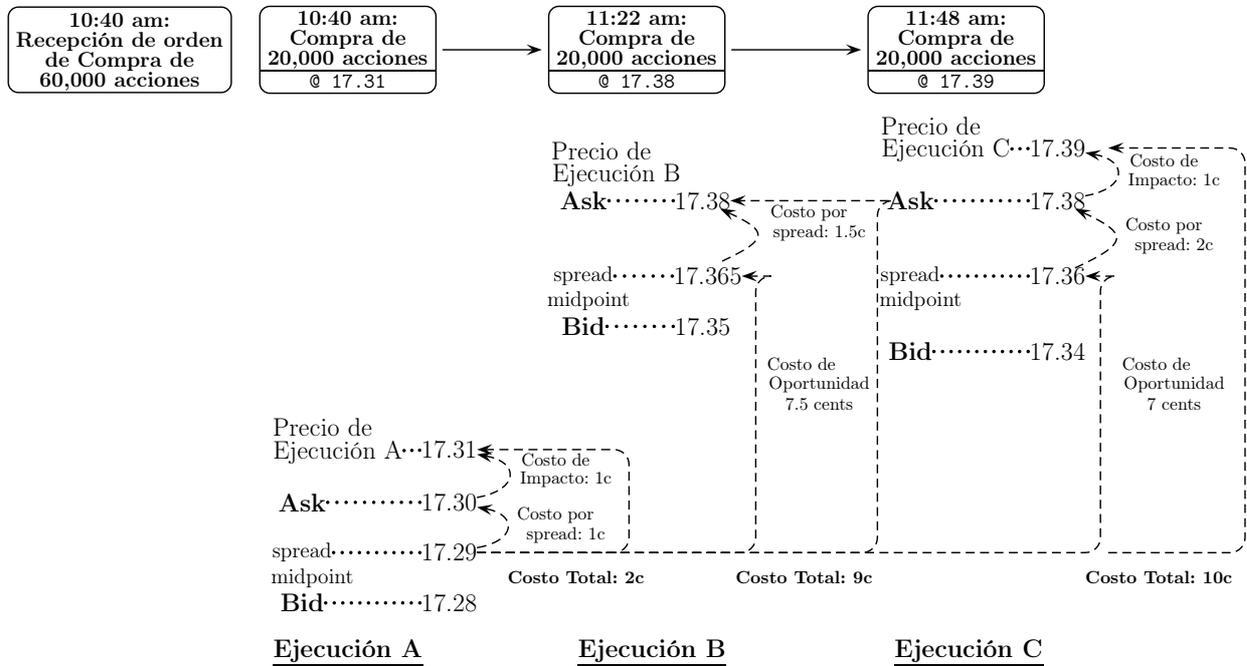


Figura 3.1: Costos indirectos durante el proceso de ejecución de una orden.

En la ejecución A, el precio final por la compra de la transacción de 20,000 acciones fue de \$17.31 dólares, un centavo mayor a la mejor postura colocada en el *ask*, por lo que se asumieron los costos al no negociar al *midpoint* o directamente al *ask*. Este puede ser un claro ejemplo de retraso de información o *latency* en los sistemas electrónicos de negociación, en donde la información más reciente no se actualiza con la mayor velocidad posible y por tanto, representa también un impacto de mercado.¹ En la ejecución B el precio de la transacción fue directamente al *ask*, aunque relativo al *midpoint* de la ejecución A donde la oferta y demanda alcanzarían el equilibrio, se deben asumir nuevos costos debido al alza del precio de la acción, lo cual implicaría en los términos más simples una mayor demanda por el activo. En la ejecución C se presenta un caso similar a la ejecución A, pero nuevamente hay un incremento en el precio y por tanto, un mayor costo.

Una pregunta simple y “trivial” acerca del proceso de ejecución en el ejemplo sería la siguiente: para evitar el impacto de mercado, ¿por qué no se compran las 60,000 acciones sólo con la ejecución A a un precio de \$17.31 dólares?, de este modo, se evitaría pagar costos adicionales por incrementos en el precio de las acciones. Sin embargo, la respuesta no es trivial puesto que nuevos factores adicionales a la oferta y demanda comienzan a involucrarse. En primer lugar, el

¹ *Latency* o simplemente retraso de información, es una demora en las pizarras con información bursátil debido a que el volumen de operaciones es inusualmente elevado. Otras razones por la cual sucede este fenómeno, es por la velocidad de respuesta de las plataformas electrónicas, así como la velocidad de acceso al mercado por los programas de ejecución.

realizar una sola transacción con una sola ejecución enviaría señales al mercado de que el agente posee información y está tratando de mover el mercado hacia cierta dirección, algo a lo que éste último –el mercado– reaccionaría de forma opuesta y por tanto, los costos pudieran ser aun mayores.

Pero además, uno de los factores más importantes dentro del proceso de negociación de las acciones viene siendo la liquidez de los activos. La liquidez afecta directamente el precio de las acciones y es una fuerza que mueve a la vez las fuerzas de oferta y demanda: por una parte, si no hay liquidez entonces será sumamente complicado realizar una ejecución y por tanto, se tendrá que asumir un nuevo nivel de riesgo, bien sea aumentando el precio para posturas de compra o bien disminuirlo para posturas de venta. De nuevo, con esto volvemos a involucrarnos con el impacto de mercado: con una baja liquidez es necesario afrontar nuevos riesgos y por tanto, asumir nuevos precios que van más allá de lo solicitado y que representan a la vez mayores costos y por tanto, un mayor impacto de mercado; pero lo contrario también se aplica: una mayor liquidez implica asumir menores riesgos, menores fluctuaciones en los precios y por tanto, menores costos e impacto de mercado. En consecuencia, ¿es importante o no medir el impacto de mercado?

3.1.2 ¿Cómo Medir el Impacto de Mercado?

Al igual que cualquier otro proceso, la medición del impacto de mercado comienza a partir de un punto de referencia o *benchmark*. Dentro de los mercados financieros, la forma de medición del impacto de mercado es a través de la comparación de operaciones *versus* un *benchmark* compuesto por precio, tiempo y volumen de operación. Dos de los *benchmarks* más comunes que hay son el *Volume Weighted Average Price (VWAP)* y el *Último Precio* (conocido en los mercados estadounidenses como *Arrival Price, AP*). En resumen, las características de estos *benchmarks* son las siguientes:

Volume Weighted Average Price (VWAP)

- Es un precio ponderado por el volumen.
- Los volúmenes de ejecución son las ponderaciones.
- Fácil e intuitivo de usar para los *traders*, además de ser muy usado dentro del mercado.
- El VWAP no mide el costo de oportunidad.

Arrival Price

- Se tiene decisión en el precio del portafolio.
- A la diferencia entre *Arrival Price* (último precio) y el precio de ejecución, además de las pérdidas de rendimiento en acciones no ejecutadas es llamado *Implementation Shortfall (Déficit de implementación)*.
- Existe un pequeño acuerdo en el mercado en el que un “pequeño” déficit de implementación puede subsistir.

En el caso particular del VWAP o *precio promedio ponderado por el volumen* existen algunas variantes. El VWAP es un promedio de toda la actividad del mercado a lo largo de un período de tiempo específico el cual es usualmente referido a un día, en el que las grandes operaciones tienen un impacto mayor en el precio promedio. Pero además, las órdenes de VWAP son empleadas para balancear el tiempo *versus* el impacto de mercado y una forma de hacerlo es enviando un porcentaje de las acciones regularmente a lo largo del curso de un día de operaciones [35]. Las variantes pueden ser el *VWAP disponible* en el cual se calcula el VWAP a partir del momento en que el *trader* comienza la orden hasta el cierre de operaciones del mismo día. Igualmente existe el *intervalo de*

VWAP en donde se calcula el *VWAP* a partir del momento en que el *trader* comienza la orden hasta la última ejecución de la misma orden. De este modo, una vez que se ha creado el *VWAP*, se comparan las ejecuciones de la orden con el *benchmark* para medir el impacto de mercado, el cual es simplemente la diferencia positiva o negativa entre las ejecuciones de la operación y el *benchmark*.

Además del *VWAP* y el *benchmark Arrival price* que usa el déficit de implementación y el cual en simples palabras mide el costo absoluto de una operación, también se puede encontrar al *precio de ejercicio*, el cual compara la operación a un precio objetivo determinado como puede ser el precio del cierre de la acción del día anterior a la ejecución de la orden. Con el déficit de implementación, la métrica generada es la diferencia entre precios entre el inicio de la operación y la última ejecución de la orden.

Para una orden segmentada en distintas transacciones (como es el caso del *VWAP*), es sumamente indispensable comprender las variables clave puesto que con ellas podrá ser posible mejorar una estrategia de ejecución. Estas variables incluyen la volatilidad del precio de la acción que se está negociando, el tamaño o volumen de la orden relativo al volumen promedio diario del mercado, el horizonte de tiempo en el cual deberá de ejecutarse la orden, el costo de oportunidad de una orden incompleta, el tipo de *broker* empleado y un costo adicional descrito como “fuga de información”. La fuga de información surge cuando un *broker* institucional prueba ser menos discreto al momento de manipular una orden. Si hay fugas de palabra que un cierto gestor XYZ está comprando o vendiendo una posición grande (un gran volumen de acciones), los *traders* pueden e incluso saltarán al frente de esa orden como un esfuerzo de capturar una porción del ya inevitable movimiento en el precio, afectando adversamente el impacto de mercado total para el gestor XYZ y en última instancia reduciendo el rendimiento del portafolio. A menudo, dado el potencial de la fuga de información, muchos administradores de fondos de inversión concederán un cierto nivel en el precio para preservar el anonimato de sus ejecuciones en la operación.[33]

A pesar de que la determinación de los costos de transacción puede verse tan simple como la comparación con un *benchmark*, el comprender la “verdadera identidad” de una orden resulta ser un punto crítico al momento de seleccionar el *benchmark* correcto. En otras palabras, en los mercados accionarios existen órdenes muy simples y que pueden ser fácilmente ejecutables, pero también hay operaciones que son sumamente complicadas de ejecutar y que en muchos casos dependen de la dinámica misma del mercado. De este modo, al determinar cuáles son las variables más importantes que componen a la orden, podrá ser más fácil tratar de determinar el impacto de mercado. Lo anterior puede sonar una contradicción al mencionar primeramente que el impacto de mercado se determina a partir de una simple comparación con un *benchmark*, pero esta resulta ser una tarea *ex post*; es decir, después de haber ejecutado la orden. Sin embargo, lo importante es tratar de descubrir el impacto de mercado que se puede tener sin antes atravesar por él; esto es, predecir los posibles costos a los cuales el *trader* o, en última instancia, el inversionista, se puede enfrentar al momento de realizar una compra o venta de acciones.

3.2 Fundamentos del Impacto de Mercado

En la sección anterior hemos visto los dos tipos de costos a los cuales nos enfrentamos al momento de realizar una operación en el mercado. Por una parte, los costos directos son simplemente aquellos que conocemos por comisiones o primas e impuestos que se deben pagar por el hecho de realizar operaciones. Sin embargo, los costos indirectos mejor conocidos como impacto de mercado, no son costos que podamos conocer sino hasta después de realizar la operación y es hasta ese entonces en donde será posible medirlos y conocer el verdadero impacto sobre el precio de la acción, la orden y sobre todo, para la salud financiera del portafolio. De aquí la importancia de desarrollar modelos

en los que primeramente se ofrezca una interpretación lo más realista posible sobre la dinámica intrínseca del mercado, así como de predecir los costos y por tanto, el impacto de mercado para tener así un mejor perfil de riesgo y sobre todo una mejor toma de decisiones sobre los activos.

Para introducir la formulación matemática básica que modela el impacto de mercado, es necesario considerar una definición en la cual el precio deba estar involucrado ya que es este el que le da significado a los costos indirectos. Así, una definición formal de impacto de mercado sería formulada como *el movimiento en el precio de la acción causado por una operación u orden en particular*; es decir, *es la diferencia entre la trayectoria del precio de la acción asociada a la orden y la trayectoria del precio que pudo haber sido sino se hubiera introducido la orden al mercado* [36].² Esto se ilustra en la Figura 3.2.

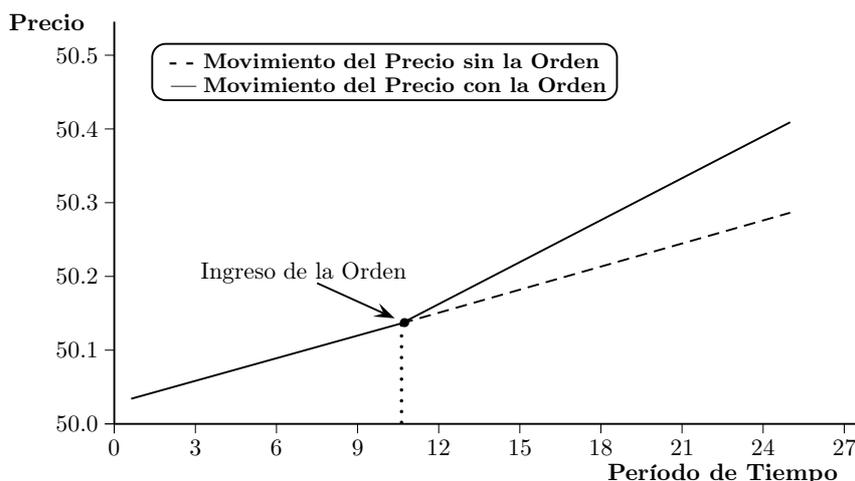


Figura 3.2: Diferencia de trayectorias del precio producidas por colocar o no una orden.

Los tipos de VWAP presentados en párrafos anteriores e incluso el *benchmark Arrival Price*, que en general representan una diferencia entre el precio de la acción al comienzo de la operación y el precio promedio de ejecución de la orden, pierden la esencia de medir el impacto de mercado pues solo cuantifican el efecto acumulado de todas las órdenes del mercado y no una orden en particular. De hecho, la medición del impacto de mercado como una diferencia entre el precio de ejecución y el precio de decisión al cual se desea se ejecute la orden es en realidad el costo total de la operación, claro, visto como costo indirecto. Esto es por tres razones: incluye impacto de mercado acumulado de todas las operaciones, el movimiento natural del precio de la acción y su volatilidad.

Como hemos visto, el impacto de mercado siempre representa un costo para los inversionistas y a la vez genera un entorno cada vez menos favorable para la operación, provocando a los inversionistas a pagar primas para completar sus órdenes de compra y también abaratar precios para completar órdenes de venta. Esto resulta finalmente en comprar cada vez más caro y vender cada vez más barato. Es por esto que el impacto de mercado puede ser pensado como un “incentivo” que proporciona una atractiva liquidez adicional al mercado de tal modo que las órdenes pueden completarse en un tiempo razonable. Sin este incentivo, los inversionistas requerirían de un mayor tiempo para que haya un mayor flujo de órdenes y de este modo poder ejecutar sus propias órdenes. No obstante, la nueva liquidez podría llegar como un precio aun más desfavorable lo cual pondría a prueba el perfil de riesgo que se está asumiendo. Por lo tanto, este proceso en general puede verse

² Esta sección se basa en la información presentada por Kissel y Glantz en su libro titulado *Optimal Trading Strategies: Quantitative Approach for Managing Market Impact and Trading Risk* ([36]).

como un “soborno económico” de la oferta de los inversionistas para persuadir a otros participantes del mercado a negociar a tiempo y precio que otros no harían.

3.2.1 Principales Determinantes del Impacto de Mercado y la Dinámica entre Oferta y Demanda

El costo por impacto de mercado se origina principalmente por dos razones: por demanda de liquidez y por fuga de información. La demanda de liquidez de la orden genera un desequilibrio (*imbalance*) en los precios de oferta y demanda, por lo que requiere que los inversionistas paguen una prima para atraer liquidez adicional para ejecutar la orden. La fuga de información comunica a la información del mercado referente a la inversión y a las intenciones de negociación de los inversionistas que hacen los precios de mercado cada vez más caros.

Desequilibrio en Oferta-Demanda

Suponiendo que la Hipótesis de Mercado Eficiente (HME) es verdadera (o al menos se acerca a la realidad), los mercados ajustan los precios continuamente para asegurar que la demanda y la oferta se igualen. De este modo, si los mercados se encuentran en un estado de equilibrio cualquier orden entrante provoca un desequilibrio en las fuerzas de oferta y demanda de la acción. Al momento en que los inversionistas buscan comprar acciones, estos necesitan elevar su precio para atraer cada vez más vendedores adicionales al mercado. Lo contrario también ocurre: al momento en que los inversionistas buscan vender acciones, estos necesitan bajar sus precios para atraer cada vez más compradores al mercado. Las órdenes de compra y venta están por tanto asociadas con el incremento/disminución en el precio de la acción, por lo que en ambos casos se generan altos costos a los inversionistas.

Pero es necesario considerar que este costo es también dependiente del tamaño o volumen de la orden, de la elasticidad del precio de la acción y de la postura de la orden (compra o venta), por lo que no está garantizado de ninguna forma que una orden de compra tendrá los mismos costos que una orden de venta por el mismo número de acciones. Es así que el costo de impacto de mercado asociado con el *imbalance* es descrito en términos económicos por una curva clásica de oferta y demanda. Para ser consistentes con el *imbalance* de oferta y demanda, la Figura 3.3 muestra cómo los precios reaccionan a los cambios en oferta y demanda por un bien o servicio. Así, cada vez que los inversionistas introducen una orden, entonces demandan acciones para la compra o bien ofertan acciones al mercado como forma de venta. Esto es, los inversionistas demandan acciones a cambio de dinero o bien, demandan dinero a cambio de acciones. En cualquier escenario, están demandando contrapartes para entrar al mercado y tomar la postura opuesta a su operación. Por tanto, deben pagar una prima para atraer la postura contraria.

Demanda Liquidez

Los costos de impacto de mercado por demanda de liquidez pueden ser observados usando una variación de la curva de equilibrio de la oferta y demanda. Por ejemplo, en la Figura 3.4 se muestra el costo asociado a cualquier orden (compra o venta) como la envolvente superior en el diagrama. Así como los inversionistas requieren acciones adicionales, deben incrementar el precio para atraer vendedores. Lo mismo sucede en la contraparte: cuando los inversionistas necesitan vender más acciones es necesario disminuir su precio para atraer una mayor cantidad de compradores. En cualquiera de los dos escenarios, los inversionistas caen en un costo adicional.

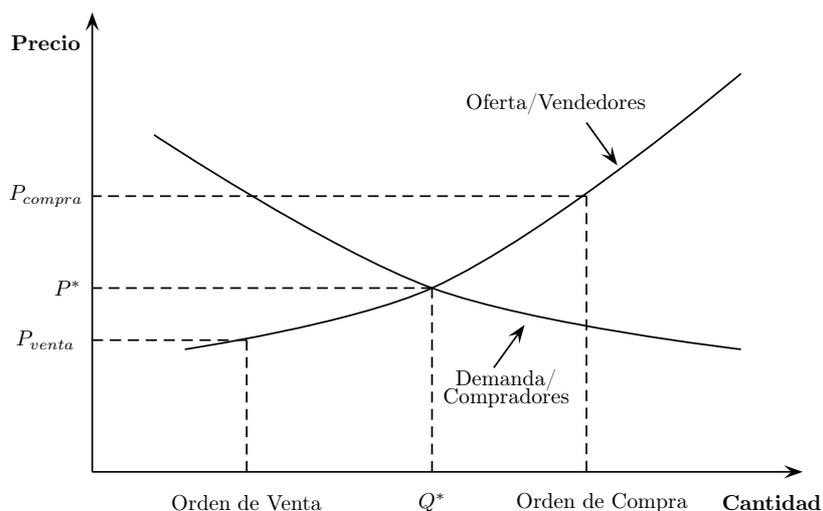


Figura 3.3: Equilibrio entre oferta y demanda e *imbalance* entre las dos fuerzas.

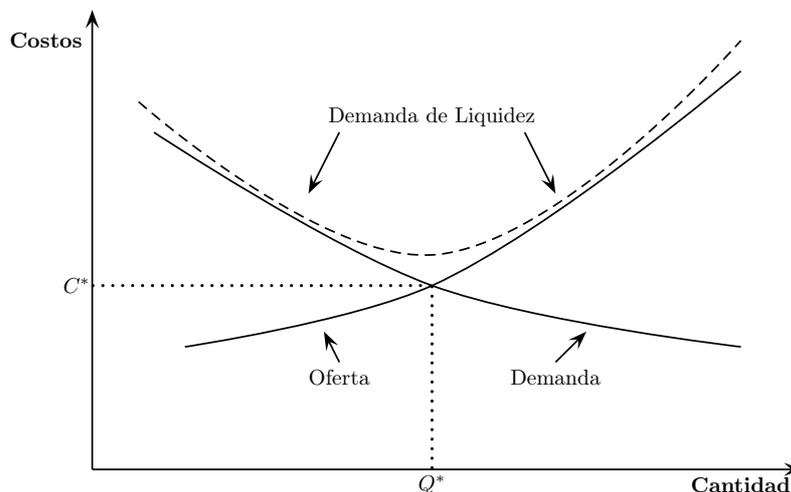


Figura 3.4: Demanda de liquidez e *imbalance* entre oferta y demanda.

Libro de Órdenes

El costo por impacto de mercado también puede ser explicado por las necesidades inmediatas de los inversionistas. Es muy común que los inversionistas tengan órdenes cuyos volúmenes sean mayores a la cantidad de acciones que se encuentra disponible en la mejor postura del mercado. Es por esto que para completar una ejecución de forma inmediata es necesario entrar “a comer” dentro del libro del órdenes haciendo cada transacción cada vez más cara.

Una forma de ilustrar lo anterior es con el siguiente ejemplo: supongamos que un inversionista con una orden de compra de 4,000 acciones solicita una ejecución inmediata de la acción MSFT con posturas formadas según el libro de la Figura 3.5. En este caso, las mejores posturas en el *bid* y *ask* son \$49.90 y \$50.10 respectivamente; sin embargo, cada una de ellas se cotiza solo la cantidad

de 500 acciones. Por tanto, una ejecución inmediata de la orden completa (de 4,000 acciones) le costará al inversionista el operar a precios mayores. Esto es, compra 500 acciones a \$50.10, 1,000 acciones a \$50.20, 500 acciones a \$50.30, 1,800 acciones a \$50.40 y finalmente, 200 acciones a \$50.50 de las 1,500 acciones disponibles en la peor postura de venta. De este modo, el precio promedio de ejecución por la operación es de \$50.305, lo cual resulta en un costo de impacto de mercado de \$0.305 ($\$50.305 - \$50 = \0.305) por acción.³

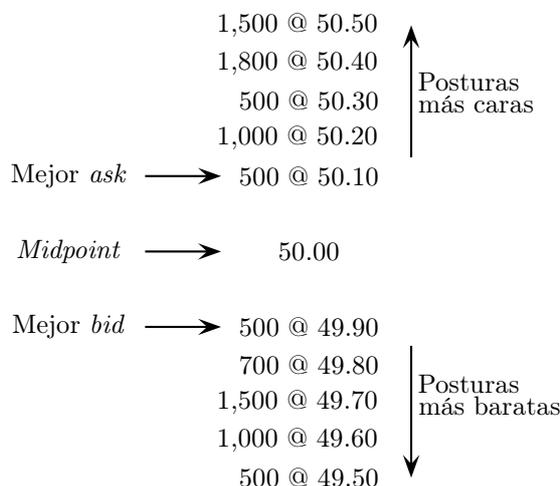


Figura 3.5: Ejemplo de libro de órdenes para ejecución inmediata por demanda de liquidez.

Es común que los inversionistas que buscan ejecuciones inmediatas suelen analizar las ejecuciones empleando el libro de órdenes acumulado; es decir, encontrar la relación entre el costo que se podría incurrir por ejecutar una determinada cantidad de acciones. Dado que el precio de mercado está definido como el *midpoint* del *spread* formado entre el mejor *bid* y el mejor *ask*, entonces el costo de acciones ejecutadas en una de las mejores posturas es siempre igual a la mitad del *spread*. Es por esto que el libro de órdenes acumulado es un buen estimador de los costos de intermediación siempre y cuando el volumen de la orden sea menor que el monto acumulado de acciones listadas. Sin embargo, en muchas situaciones el tamaño de la orden es incluso mayor que la cantidad total de acciones que están formadas en el libro de órdenes, por lo que los inversionistas se ven obligados a pagar una prima aun mucho mayor si realmente desean una ejecución inmediata por su orden.

Fuga de Información

Cada vez que una orden es colocada en el mercado, transmite información respecto a las intenciones de inversión y operación de los inversionistas que finalmente resulta en una ejecución más costosa. La fuga de información de las órdenes está asociada a la cantidad y a la calidad de información de las expectativas actuales y futuras del precio de la acción. La creencia es que los inversionistas toman sus decisiones de compra/venta sobre información propia que no es fácil de encontrar una vez que entra al mercado, pero se puede reflejar como una señal de sobrevaluación o subvaluación del precio de la acción. Sin embargo, tan pronto como el mercado absorbe esta información y la incorrecta valuación, entonces comienza el proceso de ajuste del precio para reflejar un valor de mercado más cercano a la realidad. Entre mejor sea la habilidad de los inversionistas de distinguir de las verdaderas intenciones de inversión, más bajo es el costo por impacto de mercado.

³ En la diferencia $\$50.305 - \50 , el sustraendo está asociado con el *midprice* o *midpoint* y representa el costo por *spread* para la primera ejecución con la mejor postura y a su vez el costo de oportunidad para el resto de ejecuciones.

La fuga de información respecto a las intenciones de operación de los inversionistas genera mayores costos. Los participantes astutos quienes aprenden o infieren el nombre de las acciones en la lista de operaciones pueden tomar ventaja al imitar el comportamiento de compra y/o venta de un fondo y obtener así un esfuerzo nulo en cuanto a investigación sobre mercado se refiere. Así, se pueden comprar/vender el activo subvaluado/sobrevaluado sin gastar un recurso extra de su propia inversión. Esto crea una presión mucho más excesiva para comprar o vender las acciones, generando que el precio se mueva de forma acelerada y que en muchos casos provoca la pérdida de cobertura para una inversión futura.

Las órdenes también comunican información al mercado respecto a las necesidades de volumen y urgencia con que los inversionistas están dispuestos a negociar. Los participantes que normalmente estén dispuestos a operar a los precios actuales del mercado, deberán de necesitar de ejecutivos para pagar una prima mayor para completar la operación siempre y cuando crean que el inversionista deba implementar tal decisión. Adicionalmente, los participantes de mercado que ya no tienen interés en la acción, acumularán rápidamente una posición en la acción con la intención de venderlas en el futuro a un costo mayor.⁴ La Figura 3.6a ilustra la reacción del mercado ante una orden de compra. Una vez que el mercado cree que la acción está subvaluada, ajusta rápidamente su precio para hacer a la acción más cara para comprar, produciéndole a la vez un valor más real. En cambio, la Figura 3.6b ilustra el fenómeno para una orden de venta: una vez que el mercado cree que la acción está sobrevaluada, disminuye su precio. En efecto, el mercado compra la acción a los inversionistas a un menor precio.

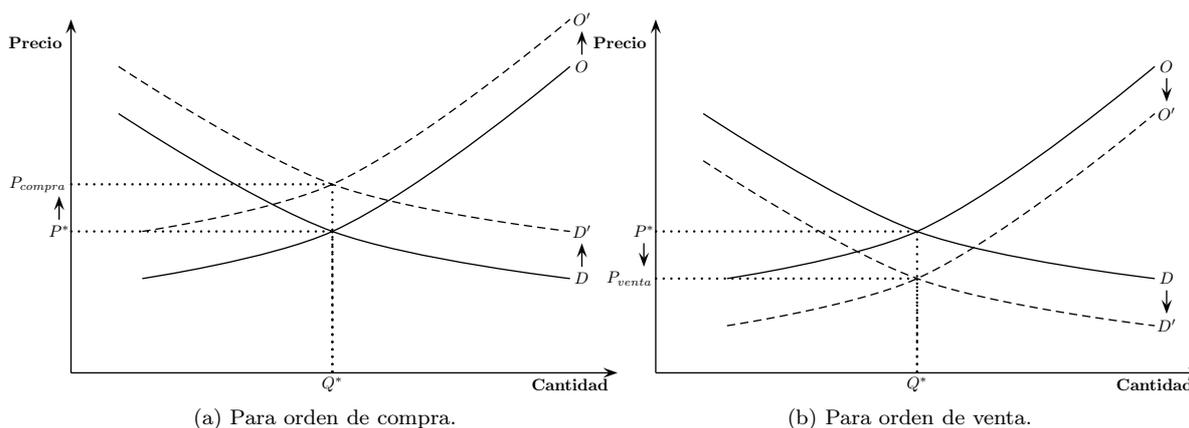


Figura 3.6: Fuga de información para órdenes de compra y venta.

3.2.2 Impacto de Mercado Temporal y Permanente

El costo de impacto de mercado total puede interpretarse como un *costo temporal* debido a la demanda de liquidez que provoca un *imbalance* o desequilibrio en las fuerzas de oferta y demanda, más un *costo permanente* provocado por las creencias del mercado respecto al precio real de los activos. La Figura 3.7 es una ilustración del costo total por impacto de mercado, h , causado por una orden de X acciones. Nótese que h consiste de dos componentes: el costo por impacto permanente

⁴ Por ejemplo, si un participante cree que un fondo tiene intenciones de comprar una gran cantidad de acciones, entonces el participante se adelantará a comprar las acciones (incluso antes de que el fondo haya completado su operación) con la intención de venderlas después con la esperanza de que el precio se moverá hacia la alza debido al impacto de mercado del *imbalance*. Una situación similar pero opuesta ocurriría cuando el participante cree que el fondo tiene una gran posición de venta.

resultante de la reevaluación del mercado respecto al valor real del precio de la acción y el costo por impacto temporal provocado por la demanda de liquidez y el *imbalance* surgido entre la oferta y demanda. Es por esto que los inversionistas siempre caerán en los costos de impacto de mercado causado por la demanda de liquidez y la fuga de información.

Por otro lado, la noción de los *benchmarks* resulta también incorrecta en términos estadísticos. Todos aquellos inversionistas que tomen este enfoque, simplemente están intentando derivar una medida del desempeño de la operación y sólo están interesados en determinar qué tan bien su *trader* o *broker* implementó la decisión de inversión; en última instancia y para el caso particular del VWAP, lo que el *trader* desea en una operación de este tipo es el tratar de obtener un buen precio con objeto de estar protegido contra posibles movimientos fuertes del mercado. Es simplemente incorrecto el medir el costo de operación como la diferencia entre el precio de ejecución de una orden y el precio de un *benchmark*. [36]

Según la definición de impacto de mercado descrita a inicios de esta sección, se trata de un fenómeno que produce una desviación en la trayectoria del precio de una acción a partir de su camino natural que originalmente se esperaba; por lo cual el impacto de mercado puede ser considerado como un concepto amorfo puesto que no puede ser observado ni medido con exactitud. En términos matemáticos, este concepto se enuncia como:

Sea $g(x)$ la evolución del precio de la acción sin la orden.

Sea $f(x)$ la evolución del precio de la acción con la orden.

De este modo, el impacto de mercado puede ser descrito como la perturbación κ en el precio de la acción que provoca que $f(x)$ se desvíe de $g(x)$ al tiempo en que la orden es colocada en el mercado. Esto es:

$$\kappa(t) = f(t) - g(t)$$

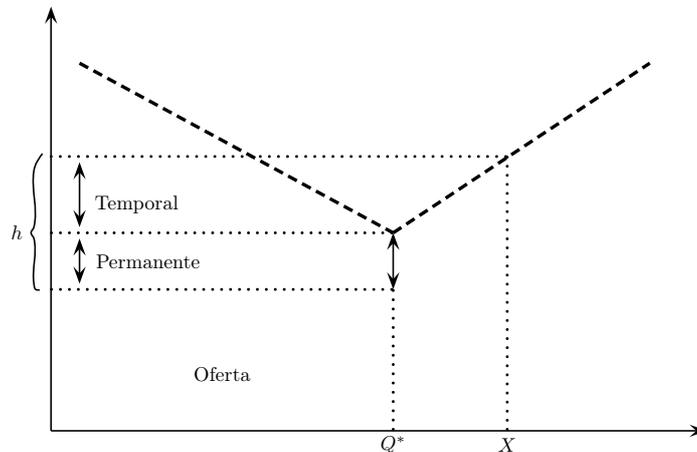


Figura 3.7: Costo total del impacto de mercado y sus componentes temporal y permanente.

Cada vez que se coloca una orden se transmite información. En la mayoría de los casos, esta información sólo refleja la inmediación o demanda de liquidez del inversionista, lo que genera un *imbalance* en la oferta y demanda. Sin embargo, en otras ocasiones la información resulta en un cambio de creencia sobre el valor intrínseco de la acción.⁵ Si la información transmitida al mercado

⁵ El valor intrínseco de la acción es el resultado de dividir el Capital Contable de la empresa emisora entre el número de acciones colocadas en el mercado.

refleja sólo la intermediación y demanda de liquidez de los inversionistas, entonces las perturbaciones en el precio tendrán una vida corta. No obstante, cuando la información transmite un cambio en el valor futuro de la acción o la economía en general, entonces la perturbación persistirá por un prolongado período de tiempo, posiblemente indefinido. Estos dos tipos de perturbación se refieren como los impactos de mercado temporal y permanente. Como lo indican sus nombres, el impacto de mercado temporal es una perturbación de muy corto plazo en la trayectoria del precio del activo, mientras que el impacto de mercado permanente es una perturbación prolongada o permanente en la trayectoria del precio de la acción.

Impacto de Mercado Temporal

El impacto de mercado temporal se origina siempre que una orden es colocada en el mercado pero que no proporciona noticias fundamentales o información que altere las previsiones a largo plazo o la valuación actual. El impacto de mercado siempre es temporal a menos que la orden proporcione información o razones por las cuales el precio deba ajustarse (por ejemplo, un cambio en los precios objetivo en el futuro debido a la valuación de la empresa emisora, conforme a sus proyecciones financieras). En los casos de intermediación y de demanda de liquidez, se genera un impacto de mercado temporal y, en tales instancias, las operaciones pueden generar incrementos temporales en los precios para órdenes de compra, así como disminuciones temporales en los precios de órdenes de venta y que son seguidas subsecuentemente por una reversión en el precio hacia la trayectoria inicial del precio.

La descripción más común del impacto de mercado temporal es que se trata de un “burbuja” de impacto de mercado (ver Figura 3.8). En este caso, la orden de un inversionista provoca un incremento en el precio causando que el mismo inversionista compre a un mayor precio y justo después de la ejecución se sigue una declinación en el precio. Simplemente el inversionista compró la acción a un mayor precio, justo en lo alto de la burbuja.

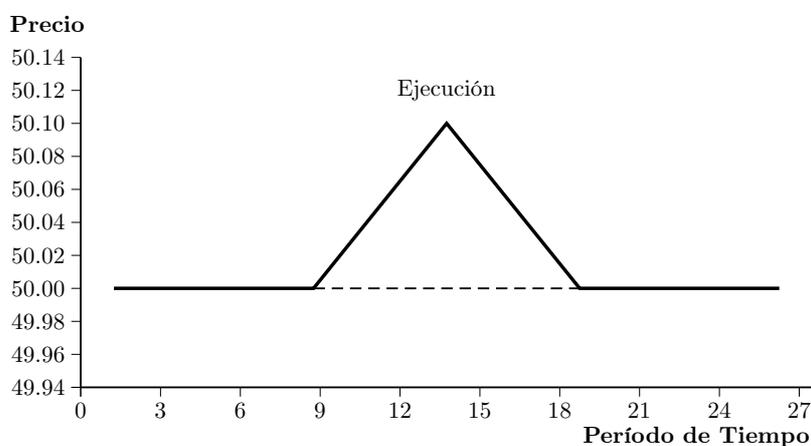


Figura 3.8: Efecto “burbuja” en el impacto de mercado temporal.

Matemáticamente, el impacto de mercado temporal se explica como una perturbación de corta vida en el precio al momento en que la orden fue colocada en el mercado, seguida por una regresión a la trayectoria original (sin la orden). El período de tiempo para una convergencia completa dura un período de tiempo t . Ese período temporal es afectado por la fuga de información de la orden que le permite al mercado el inferir en expectativas acerca del volumen de la orden y las demandas de operación de los inversionistas. Por lo tanto, para órdenes de compra, la trayectoria del precio

con la orden $f(x)$ será mayor que la trayectoria del precio sin la orden $g(x)$ por un período de tiempo t seguido por una convergencia de las dos trayectorias del precio:

$$f(x) = \begin{cases} = g(x), & \text{para } x < s \\ > g(x), & s \leq x \leq s+t \\ = g(x), & x > s+t \end{cases}$$

La Figura 3.9 muestra el efecto del impacto de mercado temporal. El ejemplo ilustra cómo una orden de compra puede provocar una desviación en la trayectoria “normal” hacia un estado mayor en un período de tiempo. Nótese que la trayectoria regresa a su curso normal pero el tiempo asociado con la desviación es desconocido (¡y difícil de medir!). Bajo este mismo esquema, el tiempo que toma la desviación en regresar a su trayectoria original ha sido descrito como la “vida media” u “operación media” del impacto de mercado, y está definido como el tiempo requerido para disipar la mitad del impacto de mercado y que es totalmente dependiente de la información contenida en la operación y varía de operador a operador, fondo a fondo y bajo diferentes condiciones del mercado.

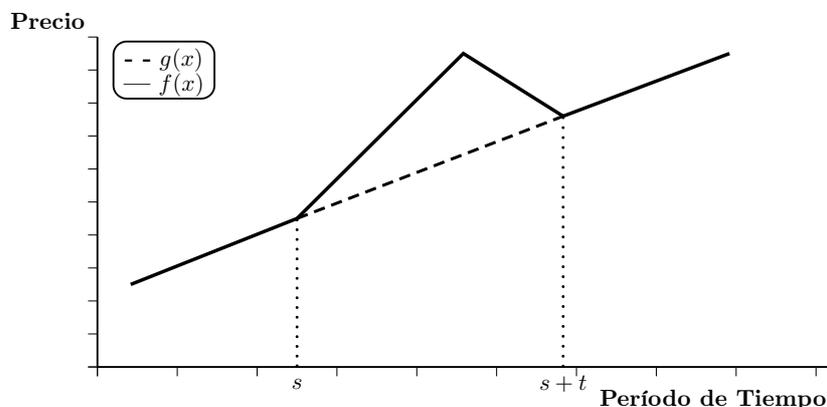


Figura 3.9: Interpretación gráfica del Impacto de Mercado Temporal.

Por ejemplo, un operador pasivo que ejecuta órdenes de gran volumen a lo largo de varios días, genera un efecto duradero de impacto de mercado temporal, algo que un operador agresivo no generaría pues tendría la preferencia de realizar intermediación y sobre quienes operan agresivamente en un período de tiempo muy corto. Esto ocurre incluso cuando los inversionistas realizan el mismo tipo de orden y con la misma forma de ejecución, por lo que es probable que el mercado espere a que el operador pasivo desee una postura aun no colocada en el mercado. Por tanto, los vendedores potenciales están menos dispuestos a operar a precios actuales del mercado con la esperanza de que el operador pasivo operará a precios aun mayores. Mucha de la información transmitida al mercado es generada por el simple nombre del inversionista, por lo que el anonimato en las operaciones reduce en gran medida los costos de impacto de mercado temporal.

Impacto de Mercado Permanente

El impacto de mercado permanente es el cambio en el precio causado por una orden que le permite al mercado el creer que los precios futuros serán diferentes de los originalmente esperados o bien, porque hay un cambio en el valor intrínseco de la acción. Esto a su vez trae un ajuste rápido al precio que produce un salto o bajada en el precio. Por lo general ocurre cuando una orden contiene información que altera la confianza del mercado respecto al crecimiento potencial a largo plazo de la

empresa emisora. Esta es una clara señal de que el precio de la acción se encuentra sobre/subvaluado y por tanto representa una oportunidad de arbitraje, lo que trae como consecuencia que los participantes ajusten rápidamente sus precios respecto al nuevo valor real percibido. Naturalmente, esto afecta a los pronósticos del tiempo y resulta en una nueva trayectoria de apreciación del precio.

Por ejemplo, supongamos que un administrador de fondos comienza a vender o bien acumular una posición y supongamos también que ha generado grandes ganancias simplemente anticipándose a los resultados esperados. Entonces, cuando el mercado visualiza a este administrador en particular comprando o vendiendo acciones, el mercado reevalúa su apreciación hacia el precio. Otros participantes que normalmente no estarían interesados en operar en la acción, entrarían al mercado a operar del mismo lado que nuestro administrador con la esperanza de obtener parte de las grandes ganancias. Por otra parte, inversionistas que han realizado operaciones en los últimos precios del mercado, rápidamente provocan que el mercado no refleje el valor “intrínseco” y demandan altos precios de venta o bajos precios de compra. Esto genera que la trayectoria del precio se mueva a un camino diferente que resulta en un cambio permanente en la apreciación natural del precio de la acción. En otras palabras, una perturbación en la trayectoria del precio que no podrá ser reversible hacia la tendencia normal, por lo que es un efecto de impacto de mercado permanente.

Matemáticamente, el impacto de mercado permanente es definido como una perturbación en el precio de la acción tal que la trayectoria del precio de la orden $f(x)$ siempre será mayor que la trayectoria deseada sin la orden $g(x)$ después de la colocación de la orden al tiempo t . Además, no habrá algún efecto de reversibilidad hacia la tendencia original. Esto es:

$$f(x) > g(x), \text{ para toda } x > t.$$

La Figura 3.10 muestra los efectos del impacto de mercado permanente sobre la trayectoria del precio de un activo. Es inmediato observar que la trayectoria se desvía de su curso original después de colocar una orden en el mercado: la trayectoria continua en un camino diferente a donde se espera que el precio termine en un punto futuro. Aunque en la figura se muestra que la trayectoria desviada es paralela a la original, este no es siempre el caso. La nueva trayectoria puede variar de la original; por ejemplo, puede incrementarse a una tasa mucho mayor o bien, puede tener un decrecimiento rápido. El efecto del impacto de mercado permanente no permite que la trayectoria de $f(x)$ converja nuevamente a $g(x)$, por lo que siempre serán diferentes.

Impacto Temporal Disfrazado de Impacto Permanente

El impacto de mercado temporal ocurre mucho más frecuente que el impacto de mercado permanente y se manifiesta con mayor magnitud. Además, el costo asociado a los efectos del impacto de mercado temporal son mucho mayores que los costos asociados a los efectos del impacto de mercado permanente. A menudo, el impacto de mercado temporal se presenta como un efecto de impacto de mercado permanente. Esto sucede cuando la información transmitida al mercado no cambia la evaluación de los fundamentos de la empresa emisora o la actual valuación de la acción, pero si transmite que hay una gran orden que será ejecutada en un largo período de tiempo.

Bajo tales circunstancias, los participantes del mercado saben que hay un inversionista implementando una decisión de inversión sobre un largo horizonte de tiempo que genera un *imbalance* en las fuerzas de compra o de venta que persistirá a lo largo de un período de tiempo. Por tanto, los proveedores de liquidez ajustan sus precios con una tendencia hacia arriba para las compras y con una tendencia hacia la baja para las ventas, puesto que ya saben de antemano que el inversionista necesita implementar tal decisión. Los proveedores de liquidez mantienen sus precios artificialmente altos para las órdenes de compra y artificialmente bajos para las órdenes de venta hasta que la orden del inversionista esté totalmente completada. El efecto en la trayectoria del precio para un impacto

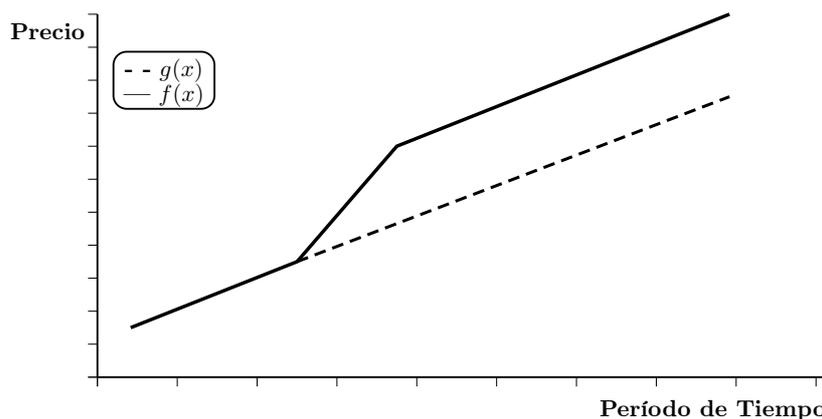


Figura 3.10: Interpretación gráfica del Impacto de Mercado Permanente.

de mercado temporal de este tipo se muestra en la Figura 3.11. Se observa un cambio brusco en el precio seguido por una nueva trayectoria en el mismo. El precio no se revierte hacia su trayectoria original hasta que un período de tiempo suficiente haya pasado.

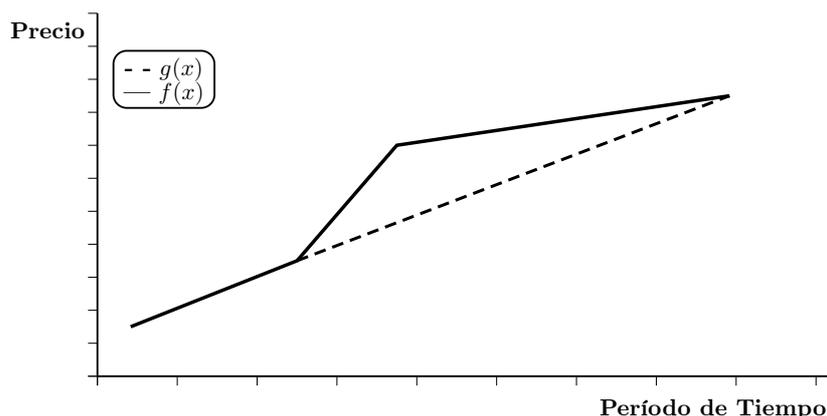


Figura 3.11: Impacto de Mercado Temporal de larga duración.

3.2.3 Impacto de Mercado *versus* Cambio Total del Precio

Es necesario hacer énfasis en estos dos términos puesto que son diferentes. Por una parte el *Impacto de Mercado* es la diferencia entre el precio promedio de ejecución de la orden y el precio de equilibrio de la acción sin la orden. En términos económicos, se puede pensar al impacto de mercado, κ , como el costo promedio de la orden. Por otra parte, el *movimiento en el precio* es la diferencia total del precio de la acción en el mercado y el precio de equilibrio de la acción sin la orden. En términos económicos, el movimiento total del precio P_t puede ser pensado como el precio marginal de la siguiente acción negociada en el mercado. Este punto se muestra en la Figura 3.12. La figura muestra la trayectoria del precio a lo largo de una serie de transacciones. En este caso, el precio promedio de ejecución es menor que el precio marginal al final de la operación (cambio total del precio). Dependiendo de las demandas de liquidez (de los inversionistas), es posible que el precio marginal sea mayor, menor o igual que precio promedio de una orden. Sin embargo, en la mayoría

de los casos, el precio marginal será mayor que el precio promedio para compras y menor que el precio promedio para ventas.

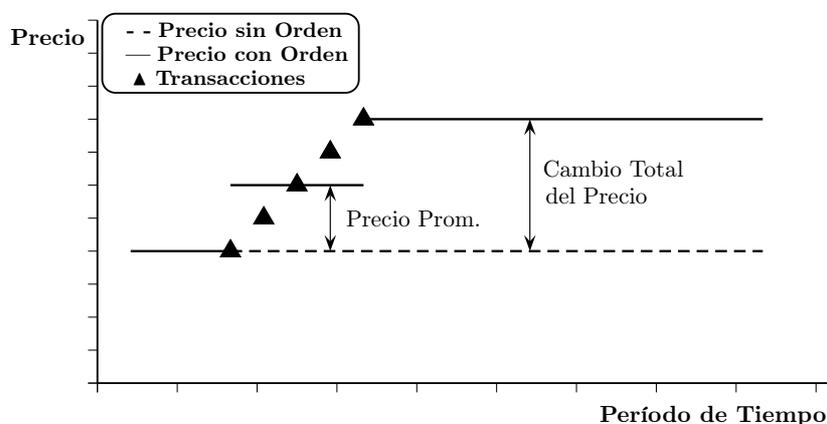


Figura 3.12: Comparación entre el precio promedio y cambio total del precio.

El costo por impacto de mercado promedio es importante ya que permite a los inversionistas ganar una pequeña parte del costo total como consecuencia de las órdenes y ayuda a desarrollar mejores estrategias de operación. El impacto del precio marginal es también una importante realización debido a que ayuda a los inversionistas a evaluar el costo esperado para las próximas acciones negociadas en el mercado. Por ejemplo, un administrador de fondos comúnmente está interesado en determinar el costo promedio de una orden y el volumen de acciones que son compradas o vendidas dentro de un rango de precios específico. Mientras que el impacto de mercado promedio es importante para informar a los administradores cuánto costará la orden, el impacto del precio marginal proporciona información que corresponde al número de acciones que pueden ser compradas a un precio específico.

A menudo, los *traders* y los administradores trabajan juntos para determinar la cantidad óptima de acciones que pueden ser operadas dentro de un rango de precios, que sirve como un medio para reducir el costo de oportunidad de las órdenes. Por ejemplo, un administrador puede reducir el tamaño de la orden de tal modo que todas las acciones pueden ser ejecutadas a precio mejor que el precio específico o bien, incrementar el tamaño de la orden para que más acciones sean ejecutadas. Es esencial distinguir entre impacto promedio y marginal del precio para desarrollar una estrategia que permita llegar a los objetivos específicos, tal y como lo puede ser una buena estrategia de ejecución.

El precio marginal al tiempo t es el precio esperado de la siguiente acción operada. Este puede ser una representación apropiada del verdadero valor de mercado debido a que el precio marginal consiste del impacto de mercado temporal y del impacto de mercado permanente, así como del movimiento natural del precio. El costo por impacto de mercado temporal se refiere al costo de liquidez y se disipa en un determinado tiempo. El costo por impacto de mercado permanente se refiere al salto en el valor real percibido y persiste a lo largo del tiempo. El impacto de mercado permanente junto a la apreciación del precio son conceptos importantes cuando se trata de estimar el costo de oportunidad.

3.3 Modelos sobre Impacto de Mercado

Antes de continuar con la presentación de algunos de los modelos desarrollados para modelar costos por impacto de mercado, veamos algunas características generales sobre los impactos temporal y permanente y otros conceptos adicionales que servirán como puntos clave para comprender el resto del trabajo. En cuanto al impacto de mercado temporal, podemos encontrar lo siguiente:

- Al tomar liquidez fuera del libro de órdenes, se afectan los precios (temporalmente) perturbando el equilibrio entre oferta y demanda.
 - Por definición, el impacto de mercado temporal se disipa en el tiempo.
 - La velocidad de disipación depende de la “elasticidad” del mercado, es decir, su habilidad de absorber la demanda de liquidez.
- El impacto temporal afecta la calidad de ejecución de órdenes subsecuentes.
- La elección de la forma de ejecución es crucial para administrar el impacto temporal acumulado.

En este sentido podemos hablar de tres puntos claves que afectan al impacto de mercado temporal: una tasa de participación u operación, la volatilidad y la “elasticidad” o resistencia del mercado. Por otra parte, para el impacto de mercado permanente podemos encontrar:

- El modelo de Kyle [37] formaliza intuitivamente que la información es revelada a través de la operación.
 - Los *traders* informados se esconden detrás del flujo de *traders* “ruidosos”.
 - Los *market makers* inferen el contenido de la información de las operaciones vía el flujo de órdenes (entre más grande es la operación, más información es revelada).
 - El impacto está determinado por el porcentaje del tamaño de la orden.
- El impacto permanente es lineal en tamaño o volumen y simétrico entre órdenes de compra y venta.
- El impacto de mercado permanente no decae (por definición) y por tanto afecta las subsecuentes ejecuciones e inventario.

De este modo, se puede decir que la clave para determinar el impacto de mercado permanente es el tamaño relativo de la orden. Sin embargo, esta característica junto con las tres asociadas al impacto de mercado temporal están también relacionadas al *spread* de las posturas de compra y venta de la acción, pues de éste dependen la volatilidad con la que se mueven los precios, la liquidez de la acción⁶ y por tanto la tasa de operación de los participantes. En este sentido, el *spread* en sí refleja ciertos costos los cuales pueden denominarse como *impacto de mercado instantáneo* y se justifican por lo siguiente:

- La existencia del *spread* entre el *bid* y *ask* es consecuencia de una compensación de proporcionar liquidez hacia aquellos que la buscan. Incluso, como lo mencionan Bouchaud *et al.* [38], aunque la negociación de las acciones ocurre por una gran variedad de razones, es necesario reconocer que los *traders* se organizan en dos categorías generales:
 - La primera es sobre los “tomadores de liquidez” que ejecutan sus operaciones al colocar órdenes a mercado. Esta categoría surge a partir de que los *traders* toman ventaja de cierta “información” y obtienen ganancias al anticiparse correctamente ante futuros

⁶ De hecho, el *spread* puede interpretarse como la disponibilidad de liquidez.

cambios en el precio. No obstante, la información puede ser de distinta naturaleza: fundamental (sobre la empresa emisora), macroeconómica, política, estadística (basada en regularidades de patrones en el precio de la acción), etc. Desafortunadamente, es común que la información sea muy difícil de interpretar correctamente y es probable que mucha de esta información que conduce las operaciones sea errónea. Por ejemplo, –y como lo mencionan los mismos autores– los administradores de fondos de cobertura, que por lo general toman decisiones basadas en el reconocimiento estadístico de patrones, regularmente tienen una tasa de éxito de sólo el 52%. No existe razón convincente para creer que la intuición de los operadores de piso tengan una tasa de éxito mayor. Dado que las órdenes a mercado permiten que las órdenes se ejecuten de forma inmediata, muchos inversionistas impacientes quienes desean liquidar su posición, o su cobertura, etc., deben estar tentados a colocar órdenes a mercado, incluso a expensas del *spread*; por lo que en términos muy generales se puede resumir que las órdenes a mercado toman la liquidez tras cruzar el *spread*.

- La otra categoría es la referida hacia los “proveedores de liquidez” (o *market makers*, e incluso en los mercados electrónicos todos los participantes pueden ser proveedores de liquidez al colocar órdenes limitadas), quienes ofrecen comprar o vender pero evitando tomar cualquier posición descubierta en el mercado. Su ganancia se genera a partir del propio *spread*: el precio de venta es siempre ligeramente mayor que el precio de compra, por lo que cada operación en turno lleva a una ganancia igual al *spread* al menos si el *midpoint* no ha cambiado fuertemente en el tiempo. Así, en términos generales, las órdenes limitadas ponen liquidez y se paga el *spread* sobre la ejecución.
- La frecuencia con la cual se necesita cruzar el *spread* para realizar la orden contribuye al impacto de mercado.
 - Entre más agresiva es la estrategia, mayor será la cantidad de ocasiones en que se cruce el *spread*.
 - Entre menos “especializado” sea el *trader*, más común será que se cruce el *spread*.

A partir de la propia definición de impacto de mercado (qué tanto se mueve el precio de una acción debido a la ejecución de una orden comparado con el movimiento del precio sin la ejecución), resulta muy difícil y casi imposible el poder determinarlo *ex ante* de la ejecución de una orden en particular. Sin embargo, un estimado del impacto de mercado puede ser determinado si se emplea un modelo; aunque queda claro que la verosimilitud de las estimaciones depende de la calidad del modelo y de las suposiciones que son la base misma del modelo. *EQ International*⁷ ha clasificado los modelos de impacto en generaciones, las cuales son:

► Primera Generación

En la primera generación los modelos se basan generalmente en patrones del precio. Un modelo simple de impacto de mercado es usado para todas las acciones del mercado. Las diferencias de liquidez entre acciones se capturan a través de volumen diario de operación (es decir, el tamaño de la orden dividido por el valor esperado del volumen operado diariamente del activo). En un modelo de primera generación, el impacto de mercado es generalmente determinado por un número mínimo de factores, tales como el volumen diario de operación y el *spread*.

La suposición básica en este tipo de modelos es que todas las acciones con el mismo volumen diario de operación tienen el mismo impacto de mercado. No obstante, las acciones tienen distinta volatilidad y por tanto, en acciones altamente volátiles el impacto de mercado será mayor que el impacto de mercado de acciones poco volátiles.

⁷ <http://www.eqimpact.com/main.asp?models>

► **Segunda Generación**

En la segunda generación de modelos de impacto de mercado se analizan acciones en particular y de nuevo se emplean métodos para modelar los patrones del precio. Incluso se hacen modelos de impacto de mercado para cada tipo de activo. Otros factores relacionados al precio se emplean y se llegan a incluir factores como la volatilidad junto con el *spread* y el volumen diario de operación. Algunos otros modelos de esta generación emplean el *momentum* (*momento*)⁸ como factor.

Un ejemplo de esta generación de modelos es el **Modelo de costo de inventarios**. La metodología típica es que los usuarios necesitan proporcionar una tasa de participación (por ejemplo, el 30 % del volumen operado). Así, el volumen diario de operación se divide por la tasa de participación y se obtiene el período esperado de finalización medido en días. De este modo, el impacto de mercado es determinado a partir de la volatilidad sobre el período esperado de finalización.

El supuesto básico en este tipo de modelos, es que el impacto de mercado de una orden en una acción es un movimiento adverso a una desviación estándar de acuerdo al cono de volatilidad⁹ de la acción. El problema con esto es que un incremento en la tasa de participación disminuye el período esperado de finalización, lo que resulta en un impacto de mercado menor. Sin embargo, lo anterior no es consistente, pues un incremento en la tasa de participación incrementa la urgencia de órdenes, es decir, demanda de liquidez; esto implica por tanto un mayor impacto de mercado y no menor como podría esperarse.

► **Tercera Generación**

Los modelos de tercera generación son modelos que se basan en una acción en específico, con patrones en el precio y patrones en el volumen de operación. Cada activo tiene su propio modelo de impacto de mercado. En esta generación, los modelos incluyen entre sus factores los patrones de volumen de operación, que a la vez incluyen Predicción del Volumen,¹⁰ Persistencia del Volumen¹¹ y Flexibilidad del Volumen.¹² Algunos factores adicionales al precio también se analizan, como lo son el *momentum*, el *Riesgo al Alza* y el *Riesgo a la Baja*.¹³

La suposición básica en este tipo de modelos es que existe una relación entre los patrones del precio y volumen. No obstante, debido a su compleja naturaleza, esta generación de modelos son por lo general modelos privados y no son muy conocidos a profundidad.

En forma general, los modelos de impacto de mercado se dividen por su estructura matemática de acuerdo a cómo se modelan las variables involucradas para la descripción del fenómeno. En este

⁸ El *momentum* es la tendencia de un activo para moverse en una sola dirección en un período de tiempo. Es el factor base en el análisis de tendencias del precio de las acciones.

El *momentum* puede dividirse en:

- **Momentum Positivo.** Significa que el precio de la acción se ha movido hacia la alza durante el período de tiempo.
- **Momentum Negativo.** Significa que el precio de la acción se ha movido hacia la baja durante el período de tiempo.

⁹ El cono de volatilidad es una técnica para visualizar la actual volatilidad implícita en relación a sus valores históricos en diferentes períodos.

¹⁰ La Predicción del Volumen se refiere a la facilidad relativa de predecir el volumen de operación del siguiente día bursátil para un activo dado.

¹¹ La Persistencia del Volumen se refiere a la probabilidad de que el volumen de mañana sea similar al volumen de hoy.

¹² La Flexibilidad del Volumen se refiere a la variabilidad diaria del volumen de un activo.

¹³ El Riesgo a la Alza es una medida de la volatilidad de una acción arriba de un determinado rendimiento, por ejemplo, cero. El Riesgo a la Baja es la misma medida de volatilidad de una acción pero hacia abajo de un determinado rendimiento, por ejemplo, cero.

sentido, se puede decir que los modelos se dividen en tres tipos de generales: los de ley de potencia, los de suma ponderada de componentes lineales y no lineales y los modelos de producto de funciones de impacto instantáneas y función de decaimiento.

3.3.1 Relación entre Liquidez y Profundidad del Mercado

Como hemos visto anteriormente, la liquidez está en parte determinada por la necesidad de los *traders* sobre la rapidez o urgencia de que su orden sea ejecutada. En este marco, Kyle [37] fue uno de los primeros en crear un modelo en que los *traders* se clasifican con objeto de examinar el contenido informacional de los precios de las acciones. Kyle expone que la cantidad $1/\lambda$ mide la profundidad del mercado.¹⁴ Esta medida de la liquidez del mercado es proporcional a la cantidad de ruido en las operaciones entre la cantidad de información privada que se espera el *trader* informado posea. En este sentido, λ es un indicador de la liquidez del valor y muestra la cantidad de dinero necesaria para mover el precio del activo en uno por ciento: cuando más elevada sea esa cantidad, mayor liquidez tendrá el valor. En términos matemáticos, λ se expresa como

$$\lambda = \frac{|\Delta P_t|}{V_t}, \quad (3.1)$$

donde P_t es el precio del activo al tiempo t y V_t el volumen, el cual es medido como el valor de las acciones negociadas, más no el número. Bajo esta medida, una acción altamente líquida es aquella que experimenta un pequeño cambio en el precio para un dado nivel de volumen negociado.

Para comprender la lambda de Kyle veamos el siguiente ejemplo. Supóngase que un inversionista institucional coloca una orden limitada de venta de 1,000,000 acciones de la acción XYZ a \$10.00 por acción. En ese momento, un inversionista profesional puede ver esto y colocar a la vez una venta en corto de 1,000,000 acciones de XYZ a un precio de \$9.99 por acción. En este sentido, observamos los siguientes casos:

- La acción XYZ sube a un precio de \$9.99 y se mantiene en esa tendencia hasta sobrepasar los \$10.00 por acción. El inversionista profesional vende a \$9.99 y cubre su posición en corto comprando al inversionista institucional. Su pérdida se limita sólo a \$0.01 por acción.
- La acción XYZ sube a un precio de \$9.99 y rebota con una tendencia hacia la baja. El inversionista profesional vende a \$9.99 y cubre su posición corta cuando el precio de la acción declina. El inversionista profesional puede ganar \$0.10 o más por acción con un mínimo de riesgo. El inversionista institucional se molesta debido a que pudo observar que el precio de mercado se apreció hasta los \$9.99 y después bajó no sin antes su orden fuera ejecutada.

En efecto, la gran orden del inversionista institucional le dio una opción al inversionista profesional. A los inversionistas institucionales no les agrada esto, ya sea debido a que el precio de la acción sube hasta los \$9.99 y después baja sin que le diera la oportunidad de vender. O, en su caso, el precio de la acción sube hasta los \$10.00 y se mantiene en esa tendencia, lo que le hubiera dado la oportunidad al inversionista institucional de vender a un precio mayor.

Desde esta perspectiva, podemos apreciar que desde los primeros estudios sobre impacto de mercado el factor liquidez resulta ser imprescindible no solo para comprender la dinámica propia del mercado, sino también para tener una mejor estimación de los posibles costos a los cuales podemos enfrentarnos. En este contexto, la lambda de Kyle pareciera ser una buena opción para obtener

¹⁴ Recordemos que la profundidad del mercado es el flujo de órdenes necesario para inducir una alza o baja en el precio por una unidad monetaria; por ejemplo, un dólar.

dichos costos; sin embargo, esta función se encuentra limitada debido a que no explica con gran certeza el precio al que posiblemente se ejecute la orden y por tanto esto es un factor que por intuición propia o bien, por otros factores externos, podemos determinar. De igual forma, como lo vimos en el capítulo 2 y a inicios de este capítulo, la liquidez está determinada en gran medida por el flujo de órdenes y por tanto de las necesidades o urgencia de operación por parte de los inversionistas. En este contexto, cabe cuestionarse sobre la posibilidad de que el impacto de mercado pueda estar más bien asociado a la liquidez producida por el mismo flujo de órdenes; finalmente y como se mencionó al final de la sección anterior, los *traders* tienden a colocar cierto tipo de órdenes de acuerdo a si son proveedores y bien tomadores de liquidez. Así, una buena opción para atacar el problema de impacto de mercado es a través de un análisis al flujo de órdenes.

3.3.2 Formas Funcionales del Impacto de Mercado

Como hemos visto, el impacto de mercado es importantes desde los enfoques teórico y práctico. En primera instancia, con el fin de ser capaces de determinar los costos de transacción, así como optimizar una estrategia de operación con objeto de minimizar dichos costos, es necesario comprender la forma funcional del impacto de mercado. Aun más, debido a que el impacto es un costo producto de las operaciones, ejerce entonces un tipo de presión sobre aquellos fondos que son demasiado grandes y por tanto es de gran importancia el determinar el tamaño de la distribución de operación de los propios fondos. Finalmente, el impacto de mercado refleja la forma del exceso de demanda, la cual es de suma importancia dentro del campo económico. A pesar de su importancia conceptual y práctica, una caracterización empírica apropiada así como una comprensión teórica del impacto de mercado es una tarea que hasta la actualidad no se ha desarrollado en forma concreta.

Las formas funcionales del impacto de mercado varían de estudio a estudio. Estudios sobre el impacto de transacciones individuales conducen a una forma funcional fuertemente cóncava la cual parece variar de mercado a mercado. En cambio, otros estudios analizan el impacto de mercado bajo agregación, en la cual el impacto es condicionado por la suma de del signo de las transacciones asociada con un número dado de operaciones o un intervalo de tiempo. Estos estudios tienden a observar una forma cóncava menos fuerte.

En general, en muchos estudios se ha tratado de determinar de forma cuantitativa cómo una orden a mercado de un cierto volumen afecta al precio. Esta información es extremadamente importante por muchas razones. En primera instancia, se puede emplear para la construcción de modelos: muchos modelos de mercados basados en agentes utilizan como punto inicial una relación fenomenológica entre los cambios en el precio y el *imbalance* o desequilibrio entre las órdenes, tal y como lo hacen Beja y Goldman [39], Bouchaud y Cont [40] y Farmer [41]. En segundo término, tan rápido como las operaciones tomen gran relevancia, el control del impacto de mercado es crucial cuando se desea manejar grandes volúmenes.

La idea más simplista, inspirada por los sistemas físicos, es aquella de la respuesta lineal: los precios deben moverse en forma proporcional a los volúmenes. Sin embargo, trabajos como los de Kempf y Korn [42], Plerou *et. al.* [43] y de Lillo *et. al.* [44], han mostrado que el cambio promedio del precio, Δp es una función sublineal del *imbalance* en el volumen, ΔV . Una dependencia de raíz cuadrada de la forma $\Delta p \propto \Delta V^\alpha$ con $\alpha = 1/2$ fue primeramente encontrada en estudios puramente teóricos como los de Zhang [45] y Gabaix *et. al.* [46]. Esta fórmula de raíz cuadrada ha sido enormemente usada en la práctica por muchos años para generar una estimación de los costos de transacción antes de que la orden se comience a trabajar. Como se muestra en el Capítulo 16 de Grinold y Kahn [47], esta fórmula es consistente con la “regla del pulgar” de los *traders* que dice que “cuesta aproximadamente la volatilidad de un día el operar el volumen de un día”. Aun más,

en varios estudios de los costos por impacto de mercado, como lo es el estudio documentado en el Capítulo 7 de Torre [48], se ha encontrado que la fórmula de raíz cuadrada se ajusta adecuadamente a los costos de transacción. Sin embargo, el estudio de Lillo *et. al.* [44] sobre de todas las acciones operadas en los mercados de Estados Unidos, sugiere un exponente α menor, pero una gráfica en escala logarítmica de Δp vs. ΔV revela una tendencia sistemática hacia la baja, lo que indica que una ley de potencia podría no ser la función apropiada.

Para tener una mejor perspectiva sobre los modelos desarrollados en la literatura, a continuación se hace una breve descripción de algunas de las contribuciones aportadas por varios autores, en las que se mostrará no sólo la forma funcional del impacto de mercado sino también las ideas básicas sobre las cuales se basan los respectivos modelos, así como las variables involucradas en tal proceso.

Moro, Vicente, Moyano, Gerig, Farmer, Vaglica, Lillo y Mantegna

Moro, Vicente, Moyano, Gerig, Farmer, Vaglica, Lillo y Mantegna [49] analizan el impacto de mercado de “órdenes ocultas” (tal y como son las órdenes de volumen oculto o *iceberg orders*) como función del tamaño de la orden y otras propiedades, tales como el estilo de ejecución. Asimismo, estudian la dinámica temporal del impacto a la vez en que la orden se vaya ejecutando y después de que haya sido completada, de tal modo que caracterizan las propiedades estadísticas tales como el perfil de tiempo para la ejecución.

Como el impacto de mercado se origina por cambios en la oferta y la demanda, entonces es de esperarse que el impacto de las órdenes limitadas sea distinto a las órdenes a mercado. Sin embargo, existe un sesgo de selección en las órdenes limitadas si sólo se analizan aquellas que llegan a ejecutarse, por lo que para evitar tal problema es necesario considerar todas las órdenes limitadas que llegaron a colocarse al mercado independientemente de si se ejecutaron o no. No obstante, los autores reconstruyen todas las órdenes ocultas de datos de las Bolsas de Valores de España (BME) e Inglaterra (LSE) y por consistencia, analizan solo aquellas órdenes ocultas que son ejecutadas predominantemente por órdenes a mercado. Con esto, los autores encuentran que el impacto de mercado para este tipo de órdenes es fuertemente cóncavo y crece aproximadamente como la raíz cuadrada del tamaño de la orden, cuya forma funcional está descrita por una ley de potencia

$$|\langle r|N \rangle| \propto \varepsilon s N^\gamma, \tag{3.2}$$

donde r son los rendimientos del precio entre los tiempos t y $t + T$, sujetos al número de transacciones, N , de la orden oculta; ε es el signo de la operación (+1 para compras y -1 para ventas); y s el *spread*. Los autores argumentan que el impacto de mercado para órdenes ocultas dominadas por órdenes limitadas es muy similar a menos el impacto de órdenes ocultas dominadas por órdenes a mercado. De sus resultados, los autores muestran que para la BME el exponente γ es consistente con la función raíz cuadrada; mientras que para el LSE el exponente del impacto es ligeramente mayor a 0.5.

Finalmente, los autores estudian cómo el impacto de mercado se construye durante la ejecución de la orden y se revierte una vez que ésta se ha completado. Al normalizar el tiempo de las órdenes ocultas dividiendo simplemente por el tiempo de ejecución, T , encuentran que el impacto de mercado de mercado, R , reescalado por el signo y el *spread* ($R(t, T) = \varepsilon r(t, T)/s$) se comporta como

$$R \sim (4.28 \pm 0.21) \times \left(\frac{t}{T}\right)^{0.71 \pm 0.03}, \tag{3.3}$$

$$R \sim (2.13 \pm 0.05) \times \left(\frac{t}{T}\right)^{0.62 \pm 0.02}, \tag{3.4}$$

mostrando que después de la ejecución completa de la orden el precio cae, sugiriendo que no todo el impacto de mercado es permanente.

Weber y Rosenow

Weber y Rosenow [50] analizan el libro de órdenes de las 10 acciones más negociadas en el año 2002 del ECN Islandés, en intervalos de tiempo, Δt , de 5 minutos. Para comparar las distintas acciones, los autores normalizan el rendimiento de las series de tiempo, $r(t)$, por su desviación estándar σ_r y el volumen de la serie de tiempo, Q , por $\sigma_Q = \langle |Q - \langle Q \rangle| \rangle$. Tras definir el impacto de mercado para órdenes a mercado como el valor esperado

$$I_{\text{mercado}}(Q) = \langle r_{\Delta t}(t) \rangle_Q,$$

encuentran que $I_{\text{mercado}}(Q)$ es una función cóncava del volumen que está ajustado a una ley de potencia de la forma $r = 0.48Q^{0.76}$. No obstante, la función de impacto de mercado virtual o instantánea producida por la ejecución entre una orden a mercado y órdenes limitadas listadas en el libro de órdenes, resulta ser una función convexa ajustada también por una ley de potencia de la forma $r = 1.22Q_{\text{libro}}^{1.19}$. En este sentido, los autores concluyen que esta diferencia puede ser explicada al considerar las propiedades dinámicas del libro de órdenes; esto es, el flujo promedio neto de órdenes y la fuerte anticorrelación entre rendimientos y el flujo de órdenes limitadas. Esta anticorrelación permite una afluencia adicional de órdenes limitadas como una reacción a los cambios en el precio, la cual reduce el impacto de mercado de las órdenes a mercado.

Almgren, Thum, Hauptmann y Li

Almgren, Thum, Hauptmann y Li [34] se encargan de analizar al igual que Moro *et. al.* [49], el impacto de grandes órdenes. Estos autores analizan una gran base de datos de la mesa de operaciones de Citigroup con operaciones en Estados Unidos, en la que ajustan su modelo a través de una variedad de acciones, determinando así la dependencia de los coeficientes en parámetros tales como la volatilidad, el volumen promedio diario y el volumen total de operaciones. Al proponer que el precio recibido en cada operación está descrito por el proceso

$$\tilde{S}(\tau) = S(\tau) + S_0 h\left(\frac{X}{T}\right),$$

siendo \tilde{S} el precio promedio ejecutado; S_0 el precio antes de que la orden comenzara a ejecutarse y $h(\cdot)$ la función de impacto temporal, de tal modo que $h(\cdot)$ tiene una forma funcional de ley de potencia descrita como

$$h(v) = \pm \eta |v|^\beta. \tag{3.5}$$

Bajo esta esquematización teórica, los autores encuentran los valores numéricos de η y β a través de regresiones lineales y no lineales sobre los datos. Sin embargo, también encuentran que la función de costo temporal $h(v)$ no requiere de alguna modificación en específico sobre la acción debido a que el costo de liquidez, visto como una fracción de la volatilidad, depende sólo de las acciones negociadas vistas como una fracción del volumen promedio diario. De este modo, los autores encuentran el valor de los exponentes, resultando ser

$$\eta = 0.142 \pm 0.0062 \tag{3.6}$$

$$\beta = 0.600 \pm 0.038. \tag{3.7}$$

Gabaix, Gopikrishnan, Plerou y Stanley

Gabaix, Gopikrishnan, Plerou y Stanley [30] analizan 35 millones de transacciones de las 30 emisoras más operadas en el Paris Bourse durante un período de 5 años, comprendido entre 1994 y 1999. En su análisis, demuestran que la forma funcional del impacto de mercado es del tipo creciente y cóncava y por tanto, para grandes volúmenes V , la forma funcional corresponde a

$$r = \Delta P \simeq kV^{1/2}, \quad (3.8)$$

para alguna constante k . Sin embargo, existe una compensación entre el costo ΔP y el tiempo de ejecución T : si un administrador de fondos desea realizar la operación en un período corto de tiempo, T , el administrador debe pagar un impacto de mercado mayor $\Delta P \sim V/T$. Tras su análisis, los autores concluyen que el impacto de mercado sigue una ley de raíz cuadrada, tal y como lo muestra la ecuación (3.8).

Potters y Bouchaud

Tras analizar acciones Francesas e Inglesas, Potters y Bouchaud [51] encuentran que la forma funcional del impacto del mercado corresponde a una función logarítmica en vez de una ley de potencia, y de la misma forma, el impacto de mercado está en función del volumen de operación.

Definiendo la función de respuesta dependiente del tiempo, $R(V, \tau)$, como la variación promedio del *midpoint* entre los tiempos t y $t + \tau$, condicionado a un volumen de operación V al tiempo t en el *ask* (cuando la operación es iniciada por la compra y $\varepsilon(t) = +1$) o a la venta (cuando la operación es iniciada por la venta y $\varepsilon(t) = -1$), entonces la función de respuesta puede ser escrita como

$$R(V, \tau) = \langle \varepsilon(t) \cdot [m(t + \tau) - m(t)] | V \rangle,$$

siendo $m(t)$ el *midpoint* o *midprice*. De acuerdo a los resultados de los autores, $R(V, \tau)$ puede ser expresado como

$$R(V, \tau) \approx \mathcal{R}(\tau) \ln V, \quad (3.9)$$

donde $\mathcal{R}(\tau)$ es débilmente dependiente de τ : $\mathcal{R}(\tau)$ se incrementa inicialmente de $\tau = 10$ segundo a unos cientos de segundos, y después decrece a un valor finito, con una amplitud total de variación a lo más del 50%. Según los autores, esto significa que, (i) el impacto sobre el precio de operaciones pequeñas es, en términos relativos, mucho mayor (estadísticamente) que aquellas que son de mayor volumen, (ii) que el impacto durante las operaciones es cuasi-permanente, y (iii) que la estructura temporal (débil) de $\mathcal{R}(\tau)$ es compatible con la dinámica observada, la cual es super-difusiva (débil) a tiempos muy cortos y sub-difusiva (débil) escalas de tiempo intermedias.¹⁵

Gatheral

Gatheral [52], bajo el principio de No-Arbitraje-Dinámico,¹⁶ muestra la relación entre la forma funcional del impacto de mercado, que describe la respuesta promedio del precio de mercado respecto a la cantidad operada, y la función que describe el decaimiento del impacto de mercado. En particular, el autor muestra que el decaimiento exponencial del impacto de mercado es compatible sólo si la forma funcional del impacto de mercado es lineal.

En su trabajo, Gatheral cita los modelos de Almgren *et. al.* [34], de Obizhaeva y Wang [53] en conjunto con los de Alfonsi, Schied y Schulz [54] y finalmente el trabajo de Bouchaud *et. al.* [38]. Pero como se mencionó al principio, si el impacto de mercado temporal decae exponencialmente,

¹⁵ Super-difusiva quiere decir que los cambios en los precios son persistentes. Sub-difusiva por su parte, indica que los cambios en los precios muestran anti-persistencia.

¹⁶ El principio de No-Arbitraje-Dinámico establece que la manipulación del precio no es posible.

Gatheral demuestra que es posible manipular el precio a menos que la función de impacto de mercado instantáneo, $f(v)$, sea directamente proporcional a v . Si se supone que el impacto de mercado es lineal, entonces sólo dependerá de las posiciones iniciales y finales de la operación y no de los detalles propios de la estrategia de operación. En particular, una componente lineal del impacto de mercado no puede ser causa de manipulación del precio debido a que solo contribuye al costo de una operación de “ida y vuelta”.

De la misma manera, dado que el impacto de mercado debe ser convexo para volúmenes grandes, entonces en base al principio de no-arbitraje-dinámico junto con cualquier función de impacto de mercado razonable $f(\cdot)$, se excluye el decaimiento exponencial como una suposición realista. De esta forma, los trabajos de Obizhaeva y Wang [53] y de Alfonsi *et. al.* [54] parecen no ir en la dirección correcta. Gatheral muestra también que la elección del impacto de mercado, $f(\cdot) \sim \ln(v)$ es inconsistente con un decaimiento como ley de potencia del impacto de mercado cuando la tasa de operación es muy pequeña, tal y como lo proponen Bouchaud *et. al.* [38].

3.3.3 Lillo y Farmer vs. Bouchaud, Gefen, Potters y Wyart

El caso particular de los modelos presentados por Lillo y Farmer [19] y Bouchaud, Gefen, Potters y Wyart [38] es ampliamente discutido en la tesis doctoral de Gerig [11]. En ambos trabajos se descubrió de forma independiente el efecto de memoria larga de los signos de las transacciones, ε , aunque dieron diferentes respuestas al fenómeno.

Gerig introduce un modelo simple de los rendimientos de las acciones de la forma

$$r_i = \varepsilon_i f(v_i) + \eta_i, \tag{3.10}$$

la cual conecta la información del flujo de órdenes; en específico, la información de las transacciones y el rendimiento del precio. El subíndice i indica las transacciones y se actualiza de uno en uno cada vez que se ejecuta una transacción (i se conoce como “tiempo de transacción”). La variable ε_i representa el signo de la transacción y es $+1$ si es iniciada por la compra y -1 si es iniciada por la venta. La función $f(\cdot)$ representa la función de impacto, o respuesta, y es ocasionada por el tamaño de la transacción, v_i . Finalmente, η_i es un término ruidoso no correlacionado que modela los detalles específicos del libro de órdenes al tiempo i y que finalmente son considerados de poca importancia al momento de modelar los rendimientos.

Como lo explica Gerig, Lillo y Farmer sugieren que la eficiencia del mercado es explicada por impactos en el precio permanentes que fluctúan en tamaño. Estas fluctuaciones dependen de la liquidez, donde esta última es definida como la respuesta del precio a una transacción de un tamaño o volumen dado. Gerig reescribe el modelo de Lillo y Farmer en términos de la ecuación (3.10) como

$$r_i = \frac{\varepsilon_i f(v_i)}{\lambda_i} + \eta_i, \tag{3.11}$$

donde $\varepsilon f(v_i)$ está dividido por un parámetro de liquidez λ_i . Lillo y Farmer establecen que λ_i es diferente para aquellos que inician compras *vs.* aquellos que inician ventas, es decir, es dependiente de ε_i . La idea esencial es que cuando la compra o la venta es predecible, el término λ_i incrementa o disminuye la respuesta del precio de la compra y la venta tal que los rendimientos son iguales a cero en promedio. La forma exacta de λ_i no es discutida en el trabajo de Lillo y Farmer, pero muestran gráficas que sugieren que el término de la liquidez actúa en la dirección correcta cuando está condicionada sobre la predictibilidad de ε_i .

De igual forma, Gerig reescribe el modelo presentado por Bouchaud, Gefen, Potters y Wyart (BGPW), los cuales sugieren que la eficiencia del mercado se explica por decaimientos en el impacto del precio con tamaños fijos. BGPW establecen que los impactos están originalmente fijos en tamaños en $\varepsilon_i f(v_i)$ (en promedio) pero varían en el tiempo con el propagador $G_0(\tau)$, llamado la función de impacto descubierta. En este modelo, τ es el tiempo desde que la transacción i se ejecutó y es medido en tiempo de transacción. De este modo, Gerig interpreta el modelo de BGPW medido al tiempo de la transacción i como

$$r_i = \varepsilon_i f(v_i) - \sum_{k>0} \frac{G_0(k+1) - G_0(k)}{G_0(1)} \varepsilon_{i-k} f(v_{i-k}) + \eta_i, \quad (3.12)$$

con cada transacción dentro del pasado infinito. BGPW encuentran que $G_0(\tau)$ decae como una ley de potencia y es tal que la autocorrelación de ε_i es completamente cancelada y los rendimientos permanecen impredecibles. BGPW establecen que el decaimiento en $G_0(\tau)$ es ocasionado por una reversión (en el precio) del flujo de órdenes de los proveedores de liquidez o *market makers*, tras colocar órdenes limitadas y hacer dinero por la tendencia de las órdenes limitadas para comprar a precios bajos y vender a precios altos. Sin embargo, BGPW enfatizan una segunda opción argumentado que es la reversión generada en las posturas las que provoca el decaimiento en $G_0(\tau)$. En un artículo posterior publicado por Bouchaud, Kockelkoren y Potters [15], esta interpretación de BGPW es cambiada de tal modo que los *market makers* usan tanto liquidez como revisión de las posturas para influenciar el precio, y una combinación de estas dos razones provoca que $G_0(\tau)$ decaiga.

Gerig, representa el modelo de BGPW en un forma general como

$$r_i = \varepsilon_i f(v_i) - \tilde{\lambda}_i + \eta_i, \quad (3.13)$$

donde BGPW postulan que

$$\tilde{\lambda}_i = \sum_{k>0} \frac{G_0(k+1) - G_0(k)}{G_0(1)} \varepsilon_{i-k} f(v_{i-k}). \quad (3.14)$$

Una de las grandes contribuciones de Gerig es que los modelos de Lillo y Farmer y de BGPW descritos por las ecuaciones (3.11) y (3.13), respectivamente, son equivalentes con un simple cambio de variable

$$\frac{1}{\lambda_i} \equiv 1 - \frac{\tilde{\lambda}_i}{\varepsilon_i f(v_i)}, \quad (3.15)$$

y por tanto, cualquier diferencia entre los modelos de Lillo y Farmer y BGPW es debida a la estructura propia de $\tilde{\lambda}_i$ o λ y en la interpretación física del modelo. Como BGPW dan una interpretación matemática de $\tilde{\lambda}_i$ y dado que la forma general de los modelos de Lillo y Farmer y BGPW es idéntica, entonces se puede interpretar como un modelo para λ_i . Gerig concluye que la forma de λ_i es por tanto

$$\frac{1}{\lambda_i} = 1 - \frac{\sum_{k>0} \frac{G_0(k+1) - G_0(k)}{G_0(1)}}{\varepsilon_i f(v_i)}. \quad (3.16)$$

Tomando como base lo anterior, Gerig desarrolla la teoría necesaria para encontrar la forma funcional de $f(\cdot)$, que es precisamente la función de impacto. Por supuesto, considera que $f(\cdot)$ es una función cóncava; sin embargo Lillo y Farmer postulan que la forma funcional corresponde a una ley de potencia con exponente menor a 1, mientras que BGPW postulan que la forma funcional es más bien logarítmica. De acuerdo a Gerig, la función de impacto, $f(\cdot)$, está definida como la respuesta del precio promedio debida a una transacción como función del volumen de la misma transacción, es decir,

$$f(v_i) \equiv E[\varepsilon_i r_i | v_i], \quad (3.17)$$

mientras que la función de impacto para órdenes de volumen oculto, $F(\cdot)$, es,

$$F(V) = E \left[\varepsilon \sum_{i=t}^{t(N)} r_i \middle| V \right]. \quad (3.18)$$

Como hemos visto e incluso Gerig así lo menciona, han habido estudios que miden las funciones de impacto, tanto para órdenes limitadas y a mercado, así como para órdenes de volumen oculto [44, 51, 42, 34] y en algunos trabajos se sugiere que el impacto del precio debe reescalarsse teóricamente como una raíz cuadrada del volumen [48, 30]. Los trabajos que se basan en datos empíricos, concuerdan en que la función de impacto es una función dependiente del volumen y que además es monótonamente creciente y cóncava, pero están en desacuerdo sobre la forma funcional de la función de impacto (algunos postulan que se trata de una ley de potencia, mientras otros postulan que es logarítmica).

Finalmente, Gerig encuentra empíricamente que cuando se trata de una ley de potencia, el exponente de la función de impacto es de 0.12. Con esto, concluye que las órdenes con gran volumen tienen un impacto absoluto mucho mayor que las órdenes de menor volumen, pero un impacto relativo mucho menor (esto debido a que la función es altamente cóncava). Además encuentra que el tamaño de las órdenes no determina la magnitud del impacto por sí mismo, sino que sólo determina si se produce un impacto del todo. De igual forma, Gerig deriva teóricamente dos ecuaciones distintas para el rendimiento esperado de una orden de volumen oculto bajo dos supuestos distintos:

1. Suponiendo que existe un grupo de participantes que colectivamente condicionan la liquidez sobre el pasado del flujo de órdenes, entonces el mejor predictor de $\varepsilon_i f(v_i)$ es un modelo autorregresivo,

$$E[R|\varepsilon, v, \theta, N] = \frac{\varepsilon f(v)}{1 - \phi} \theta^{-\phi} N^{1-\phi}, \quad (3.19)$$

donde el impacto R es definido como el rendimiento completo provocado por la orden de volumen oculto medida justo antes de comenzar a ser ejecutada y después de haber sido completada; θ_j el número promedio intervalos entre transacciones para la orden; N el número total de piezas de la orden, y ϕ un exponente de Hurst.

Bajo estos argumentos, la ecuación (3.19) sugiere que el impacto de una orden de volumen oculto es una función cóncava de su volumen total (una ley de potencia con exponente mayor a 1/2 pero menor que 1) y que el impacto total esperado puede ser arbitrariamente escalado tras cambiar la velocidad o tasa de negociación (cambiando θ). Cuando esta tasa es muy grande, es decir, cuando la orden de volumen oculto es negociada con una velocidad muy lenta, el impacto total esperado es cero.

2. Si los participantes del mercado exhiben un flujo de órdenes autocorrelacionado y si no se correlacionan con el flujo de otros participantes, además que si existe un grupo de participantes que colectivamente condicionan la liquidez sobre el pasado del flujo de órdenes o bien, que un participante p condiciona sus transacciones sobre un parámetro de liquidez, y si los *market makers* tienen información acerca de quién está iniciando las transacciones y cuándo están terminando de colocar una orden de volumen oculto, entonces,

$$E[R|\varepsilon, v, \theta, N] = \alpha \varepsilon f(v) \log(1 + N). \quad (3.20)$$

La ecuación (3.20) sugiere que el impacto de una orden de volumen oculto es una función cóncava de su volumen total, específicamente un logaritmo, y el impacto es independiente de la tasa de operación, $1/\theta$.

Finalmente, Gerig concluye que realizando pruebas sobre datos empíricos, la ecuación (3.20) es más ajustada en base a los argumentos que la preceden. Gerig argumenta adicionalmente que este resultado es sorprendente considerando que la información de las órdenes de volumen oculto no se encuentra explícitamente disponible para el resto de participantes del mercado que buscan liquidez. Sugiere además que posiblemente los *market makers* pueden inferir sobre esta información o bien, que los participantes del mercado condicionan su flujo de órdenes sobre la liquidez disponible de tal modo que no producen rendimientos que puedan ser predecibles.

3.4 Análisis del Impacto de Mercado: un Nuevo Enfoque

Como vimos en la sección anterior, un hecho empírico y muy bien establecido sobre el impacto de mercado, es que se trata de una función cóncava de alguna variable en particular que es empleada para describir el flujo de órdenes. A pesar de ello, una caracterización teórica o empírica apropiada es aun pobre en este campo. Además, si $\Delta P = F(V)$ es la ecuación de estado que relaciona los cambios en los precios y el flujo de órdenes, y aunque exista abiertamente un amplio consenso sobre la concavidad de $F(V)$, no existe un acuerdo sobre su forma funcional.

Más allá de la forma funcional del impacto de mercado, cabe cuestionarse sobre si la enorme riqueza y complejidad del flujo de órdenes puede exitosamente caracterizarse por una simple variable V y, en consecuencia, si la relación entre rendimientos y flujo de órdenes puede ser efectivamente descrita a través de una simple función “universal”, $F(V)$. De este modo, resulta inmediato preguntarse sobre la posibilidad de que otras variables, además de V , estén involucradas en el grado de concavidad de ΔP y de ser así, en qué magnitud. Este tipo de cuestionamientos son de gran relevancia, ya que nos conducen, además de determinar el grado en que la concavidad de la relación entre el precio y el flujo de órdenes puede depender de otras variables, también a comprender el por qué existe dicha concavidad. Este efecto de concavidad es por sí mismo no trivial y por tanto, debe involucrar efectos dinámicos tal y como lo han enfatizado Weber y Rosenow [50].

La estructura del libro de órdenes ha sido también bastante analizada y se ha encontrado que, en general, es una función convexa de la profundidad del libro; es decir, la densidad de órdenes limitadas o acciones disponibles a un cierto precio es una función decreciente de la distancia al mejor *bid/offer*. Esto es de una gran importancia debido a que si una orden de gran volumen es colocada aleatoriamente en el tiempo, que barre con las posturas en el libro (como puede ser el ejemplo de una orden a mercado) resultaría entonces en un impacto convexo, contrario a lo que se ha observado. En el caso de órdenes particulares, la inferencia lógica es que tales órdenes no son colocadas de forma aleatoria, porque de lo contrario, la convexidad sería observada.

Otro problema de suma importancia es el asociado al estilo en que las órdenes son ejecutadas. Por ejemplo, una orden puede ser ejecutada a través de diversos mecanismos, tales como una orden a mercado que se ejecuta contra liquidez desplegada, o una orden a mercado que se ejecuta contra liquidez oculta (como las órdenes de volumen oculto o *icebergs*), etc. Por tanto, es de esperarse que todos estos mecanismos resulten en efectos distintos. Aun más, es de esperarse que estos efectos dependan sobre lo que otros *traders* estén haciendo. En este contexto, es también válido cuestionarse sobre si existen variables adicionales que permitan relacionar los estilos de operación con el impacto de mercado.

Sin embargo, nuevamente caemos en la incógnita sobre si es suficiente entender la relación entre precio y flujo de órdenes vía una variable en particular, V . En general, esta V está asociada al *imbalance* o desequilibrio de una orden a mercado, es decir, el volumen de órdenes a mercado de compras menos el volumen de órdenes a mercado de venta. Por supuesto, sin acceso a la infor-

mación adecuada, este tipo de aspectos deberán inferirse. Esto se puede hacer empleando la regla de Lee-Ready [55].

En este contexto, si el flujo de órdenes es el que conduce a los precios, entonces resulta de enorme importancia el comprender la dinámica endógena del propio flujo de órdenes. El determinante más básico de esta dinámica es precisamente la ley de oferta y demanda, es decir, la adición y eliminación de liquidez. Como vimos anteriormente, si existe un exceso de demanda en la oferta por parte de órdenes de compra a mercado entonces esto provoca que los precios en la oferta tiendan a incrementarse y por tanto inducen la llegada de órdenes limitadas (oferta) a estos precios nuevos y mejorados (para los vendedores). Como veremos en el siguiente capítulo, estas nociones elementales sobre la oferta y demanda son, de hecho, las que gobiernan la dinámica del precio y son también las responsables de la concavidad de los rendimientos.

En este trabajo se presenta un estudio y análisis empírico de la dinámica del flujo de órdenes y su relación con los rendimientos del precio e impacto de mercado, usando datos de transacciones y posturas (*Trades And Quotes*, TAQ) de todas las acciones listadas en las Bolsas de Estados Unidos. Un punto de interés particular es el de la caracterización del flujo de órdenes que va más allá de emplear sólo órdenes a mercado, considerando otras componentes tales como órdenes limitadas y cancelaciones, y adicionalmente una subdivisión de órdenes a mercado en aquellas que se ejecutan contra liquidez desplegada *versus* aquellas que se ejecutan contra liquidez oculta (*icebergs*). Se considerarán las propiedades empíricas de una ecuación de estado que va más allá que el modelo de una variable, caracterizando el flujo de órdenes como un conjunto de *imbalances* que resume la oferta y demanda netas a lo largo de las diferentes modalidades de compra/venta como pueden ser órdenes limitadas, cancelaciones y órdenes a mercado ejecutadas contra liquidez desplegada y liquidez oculta. Se considerará no sólo cómo estas diferentes componentes del flujo de órdenes afectan al precio, sino también cómo éstas están causalmente relacionadas entre sí. Con esto, se profundizará aun mucho más sobre cuál es el modelo dinámico correcto para el flujo de órdenes, cómo la concavidad del impacto de mercado está relacionada a la predictibilidad no-lineal del flujo de órdenes y cómo el impacto de mercado incrementa el riesgo de volatilidad al corto plazo. Este trabajo es un análisis extensivo del presentado por Stephens, Waelbroeck y Mendoza [56].

3.4.1 La Relación entre Rendimientos y Flujo de Órdenes

Como hemos visto, las transacciones de las órdenes ocurren cada vez que una orden a mercado (o una orden limitada ejecutable) se ejecuta en contra de una o más órdenes limitadas correspondientes, según el libro de órdenes. La comprensión más básica de la relación entre el flujo de órdenes y precio está gobernada por la ley de oferta y demanda. Contrario a lo que pueda imaginarse, a nivel microscópico, la relación entre el precio y el flujo de órdenes es completamente determinista. Si se define al precio del libro de órdenes como el precio de una ejecución o bien, como el *midprice*, entonces tenderá a cambiar de forma determinista. Es claro que, algunos de los eventos a nivel microscópico no provocarán un cambio en el precio, incluso si pudieran cambiar el estado del libro de órdenes. Por ejemplo, al agregar volumen al mejor *bid/ask* no provocara de forma inmediata un cambio en el *midprice*, aunque sí cambiará el libro y por tanto podrá tener un efecto sobre el cambio en el precio en los siguientes eventos. El cambio neto debido a esta secuencia de eventos es una función determinista de una serie de eventos específicos. Por tanto, la relación entre el precio y eventos individuales del flujo de órdenes es puramente “mecánica”.

Las consideraciones anteriores pueden ser aplicadas al impacto de mercado. La única diferencia es que el impacto de mercado está asociado con un subconjunto particular de órdenes asociadas, como pueden ser las de un *trader* en particular o bien, una orden de gran volumen. En realidad, es

importante distinguir entre el flujo de órdenes y el resto del mercado considerando todo el flujo de órdenes que pudo haber existido en ausencia del proceso de ejecución y el flujo de órdenes que fue generado como resultado al dicho proceso.

Por tanto, para comprender el impacto de mercado se debe considerar cómo los diferentes eventos del flujo de órdenes están relacionados, o cómo el precio retroalimenta al flujo de órdenes, afectando así eventos futuros. Distinto al caso del precio, donde un evento individual conduce a un cambio determinista, la relación entre un evento en el flujo de órdenes y otro es puramente probabilístico. En consecuencia, la probabilidad condicional para un evento $P(e_i^j(t+1)|E(t), P(t), I(t))$ es una función del conjunto de eventos pasados hasta el momento t , $E(t) = \{e_{i'}^{j'}(t')\}$, el conjunto de precios pasados hasta el momento t , $P(t) = \{p(t')\}$, y cualquier otra información, $I(t)$, que tenga influencia sobre la decisión de colocar una orden que no ha sido considerada en el pasado flujo de órdenes y/o precio. En principio, esta probabilidad de eventos puede estar asociada con el conjunto completo de participantes del mercado, o uno en particular. Por tanto,

$$P(e_i^j(t+1)|E(t), P(t), I(t)) = F(E(t), P(t), I(t)). \quad (3.21)$$

Una cuestión importante en relación a la ecuación (3.21) es sobre si las propiedades de F pueden ser genéricas o “universales” con el fin de determinar un evento futuro sobre el flujo de órdenes, o bien, si dependen de las propiedades microscópicas de $E(t)$, $P(t)$ e $I(t)$. El que existan algunas propiedades genéricas se puede entonces conjeturar al contemplar algunos escenarios potenciales. Por ejemplo, si imaginamos que en $E(t)$ hubo una predominancia de compra/venta de órdenes a mercado en el pasado reciente, entonces se podría esperar ver un mejoramiento en la correspondiente probabilidad para una orden limitada de venta/compra. De forma similar, si existe una predominancia de órdenes de compra/venta de órdenes limitadas en el pasado reciente, entonces sería de esperarse un mejoramiento en la correspondiente probabilidad para una orden a mercado de venta/compra. Estas son simples consideraciones de la dinámica de oferta y demanda.

Sin embargo, escenarios más complejos pueden también encontrarse. Por ejemplo, en el caso de liquidez oculta no desplegada en el libro de órdenes, un *trader* en alerta quien desea comprar/vender empleando órdenes a mercado podrá notar que hay ejecuciones consistentes de tales órdenes sin cambio en el precio en el mejor *offer/bid* y por tanto infiere en la existencia de liquidez oculta. Este proceso incrementará la probabilidad de que el *trader* se mantenga colocando órdenes a mercado con el fin de tomar ventaja de descubrir la liquidez. Otro ejemplo es el asociado al escenario donde un *trader* institucional está ejecutando un gran bloque, dividiéndolo en pequeñas subórdenes como lo puede hacer ejecutando un VWAP o TWAP. En este caso, una serie de órdenes en el pasado reciente estará asociada con un incremento en la probabilidad de tener órdenes similares en el futuro.

El punto principal de esta discusión, es el de enfatizar que con el fin de comprender la relación entre el flujo de órdenes y el precio a un nivel puramente mecánico, debemos comprender las correlaciones dinámicas inherentes al mismo flujo de órdenes. Para poder cumplir con esto, es necesario clasificar tales eventos. El tipo de órdenes es en general una clasificación importante, tal y como es el caso de las órdenes limitadas y las órdenes a mercado. Este tipo de órdenes están dinámicamente relacionadas a través de la ley de oferta y demanda, pero tienen distintos impactos sobre el precio. Sin embargo, con lo discutido anteriormente, podemos apreciar que existen otro tipo de grados de libertad que son importantes para caracterizar el flujo de órdenes. En los diferentes escenarios, existe información importante acerca de la naturaleza del flujo de órdenes se encuentra oculta dentro de una serie de órdenes y no sólo una en particular. Esta información es por tanto inferida por los participantes del mercado quienes adaptan sus estrategias de operación y tratan de reaccionar de la manera más apropiada.

El punto central es que tanto patrones, así como correlaciones, existen en el flujo de órdenes a varios niveles de agregación, y que muchos de éstos(as) son producidos(as) por las actividades de operación de los participantes del mercado, quienes por su estrategia de operación que adoptan, dejan huellas. Los participantes del mercado constantemente están tratando de descifrar estas huellas con el fin de obtener información acerca de lo que está pasando y de lo que pasará en el futuro flujo de órdenes y precio. Dado que no es posible obtener información sobre el tipo de estrategia que están empleando los participantes del mercado, en este trabajo se considerará una clasificación de eventos individuales en el flujo de órdenes en cuatro tipos básicos: adición y cancelación de órdenes limitadas, órdenes a mercado ejecutadas contra liquidez desplegada y órdenes a mercado ejecutadas contra liquidez oculta. Dado que cada uno de estos eventos está asociado con una determinada postura (compra o venta), entonces tenemos ocho tipos de eventos básicos. Además, con el fin de evitar la complicación de tratar con el libro de órdenes completo, sólo se considerarán las órdenes a las mejores posturas en el *bid* y *ask*.

Dado que las inferencias estadísticas son más confiables a partir de observaciones de una serie de transacciones, es necesario considerar un nivel de agregación de eventos individuales realizando una agrupación de datos (*coarse graining*). Esto se hará en la forma más simple al considerar el flujo de órdenes agregado neto en un intervalo de tiempo dado. Sin embargo, se considerarán intervalos de diferente longitud: de 5, 15, 30, 65, 130 y 195 minutos, correspondientes a fracciones del horario de operaciones en un día: 1/78, 1/26, 1/13, 1/6, 1/3, 1/2.

Para cada intervalo (t, β) , donde β denota el tipo de intervalo, se consideran los siguientes tipos de órdenes: órdenes limitadas de compra/venta (LOB/LOS, de *Limit Order Buy/Sell*); órdenes a mercado de compra/venta ejecutadas contra órdenes limitadas desplegadas (MOB/MOS, de *Market Order Buy/Sell*), órdenes a mercado de compra/venta ejecutadas con órdenes limitadas ocultas (DOB/DOS, de *Dark Order Buy/Sell*), cancelaciones en el mejor *offer/bid* (CO/CB). Asociado con cada uno de éstos está su correspondiente volumen $V_i(t, \beta)$, donde $i = LOB, LOS, MOB, MOS, DOB, DOS, CO, CB$. También se hace una simplificación al considerar el cambio neto en órdenes de un cierto tipo. Así, la liquidez excesiva en el mejor *bid* relativa al mejor *offer* para el intervalo (t, β) debido a la colocación de nuevas órdenes limitadas en ese intervalo, puede ser denotado como

$$LCO(t, \beta) = V_{LOS}(t, \beta) - V_{LOB}(t, \beta) + V_{CS}(t, \beta) - V_{CB}(t, \beta). \quad (3.22)$$

De forma similar, la diferencia en volumen entre compra y venta de órdenes a mercado en el intervalo (t, β) puede ser denotado como,

$$MO(t, \beta) = V_{MOB}(t, \beta) - V_{MOS}(t, \beta), \quad (3.23)$$

y

$$DO(t, \beta) = V_{DOB}(t, \beta) - V_{DOS}(t, \beta), \quad (3.24)$$

para órdenes a mercado ejecutadas contra liquidez oculta o desplegada. Estas tres componentes, $MO(t, \alpha)$, $DO(t, \alpha)$ y $LCO(t, \alpha)$ pueden ser consideradas como las componentes de un vector de *imbalance* tridimensional, $\mathbf{I}(t, \beta)$.

3.4.2 Ecuaciones de Estado para los Rendimientos y el Flujo de Órdenes

Con los descriptores del flujo de órdenes mencionados anteriormente, es posible postular una ecuación de estado que las relaciona a los rendimientos, o en su caso, a cualquier función de los rendimientos $G(r(t, \beta))$. Claro, una pregunta inmediata que nace al respecto es si $r(t, \beta)$ depende sólo de los *imbalances* en el intervalo contemporáneo t , o puede depender de los *imbalances* del flujo de

órdenes en intervalos pasados, t' . Como veremos, los rendimientos son sensibles al flujo de órdenes pasado. Por tanto, es posible postular una ecuación de estado de la forma,

$$G(r(t, \beta)) = F_G(\mathbf{I}(t, \beta), \{\mathbf{I}(t', \beta)\}), \quad (3.25)$$

donde $\{\mathbf{I}(t', \beta)\}$ representa el conjunto de *imbalances* sobre diferentes intervalos de tiempo pasados, t' . Para el caso de *imbalances* pasados, se consideran diferencias entre los diferentes intervalos contemporáneos con el fin de no tener segmentos superpuestos en el pasado. De este modo, se consideran intervalos pasados de 0 a 5 minutos, de 5 a 15 minutos, de 15 a 30 minutos, de 30 a 65 minutos, de 65 a 130 minutos y de 130 a 195 minutos. Otra función de interés es,

$$G(r(t, \beta)) = P(r(t, \beta) | \mathbf{I}(t, \beta), \{\mathbf{I}(t', \beta)\}), \quad (3.26)$$

la probabilidad condicional para un rendimiento dado como función de *imbalances* pasados y presentes.

Durante la presentación de resultados en el Capítulo 4, será de gran motivación establecer de forma empírica la relación (3.25) para alguna $G(r(t, \beta))$ de interés particular. Aunque (3.25) está asociada con una agrupación de datos, la cual, el flujo de órdenes microscópico ha sido incorporado a un vector tridimensional tomado en un conjunto discreto de intervalos de tiempo, es de hacer hincapié en que aun está asociado potencialmente con muchas otras variables. Sin embargo, es posible considerar que la ecuación de estado se puede estar en función de un pequeño conjunto de variable, Por ejemplo,

$$G(r(t, \beta)) = F_G(MO(t, \beta), DO(t, \beta), LCO(t, \beta)), \quad (3.27)$$

describe la relación entre los rendimientos y flujo de órdenes contemporáneos, como lo es el vector de *imbalances* tridimensional. De forma similar,

$$G(r(t, \beta)) = F_G(MO(t, \beta), LCO(t, \beta)), \quad (3.28)$$

describirá cómo los rendimientos contemporáneos dependen sólo de la liquidez neta descrita por $LCO(t, \beta)$, y el *imbalance* de órdenes a mercado en contra de liquidez desplegada, $MO(t, \beta)$. Si se toma a $G(r(t, \beta))$ como el rendimiento promedio y al *imbalance* de la orden descrita por la variable $V(t, \beta) = MO(t, \beta) + DO(t, \beta)$, entonces la ecuación de estado de una sola variable será análoga a aquella considerada en muchos otros estudios previos.

Es claro que, con la construcción de las ecuaciones de estado mostradas anteriormente, la duda que nace al respecto es si será posible construir una ecuación análoga que describa la relación entre una componente particular del flujo de órdenes al tiempo t y otros a t y t' . Por ejemplo,

$$G(MO(t, \beta)) = F_G(LCO(t, \beta), MO(t, \beta), \{\mathbf{I}(t', \beta)\}, \{\mathbf{r}(t', \beta)\}), \quad (3.29)$$

puede describir la relación entre una función dada del *imbalance* contemporáneo de órdenes a mercado contra liquidez desplegada y el *imbalance* contemporáneo de órdenes ocultas y liquidez neta, así como valores pasados tres componentes del vector de *imbalances*. Adicionalmente, es natural conjeturar que *imbalances* contemporáneos deben ser también sensibles a rendimientos pasados, $\{\mathbf{r}(t', \beta)\}$. En este contexto, se puede imaginar que la ecuación (3.29) puede ser determinada con solo invertir la ecuación (3.25). Sin embargo, en este trabajo se toma el punto de vista que, a diferencia de una ecuación de estado termodinámica, dado que se ha argumentado que el precio actual es determinado por el flujo de órdenes actual pero no viceversa, entonces resulta inapropiado el incluir el precio contemporáneo en F_G en (3.29). De nueva cuenta, así como sucedió con los rendimientos,

las ecuaciones correspondientes en un espacio de estado reducido pueden ser consideradas. Una de interés particular será,

$$\langle MO(t, \beta) \rangle = F_G(LCO(t, \beta), MO(t-1, \beta), LCO(t-1, \beta)), \quad (3.30)$$

es decir, el valor esperado contemporáneo del *imbalance* de órdenes a mercado como función del *imbalance* de liquidez neta contemporáneo, así como de los valores de estos *imbalances* en el intervalo previo. De esta forma, podemos comenzar a comprender la dinámica adaptiva de la relación entre oferta y demanda.

Para la tarea de construir las funciones F_G anteriormente mencionadas, en vez de tratar de construirlas teóricamente o por postular un modelo altamente sesgado, tal y como lo es una regresión lineal, en el presente trabajo se observarán directamente tales funciones a partir de los datos considerados.

3.5 Conclusiones del Capítulo

Como se vio en este capítulo, los costos de transacción se dividen en dos: los directos e indirectos. El primero de ellos son siempre conocidos y se asocian a comisiones, tasas o impuestos. Sin embargo, los segundos, los indirectos, son costos que no se encuentran explícitamente establecidos y son sumamente complicados de medir. Estos costos son mejor conocidos como “impacto de mercado”, los cuales están controlados por las fuerzas propias del mercado como lo son la oferta y demanda, así como la disponibilidad de liquidez en el libro de órdenes y la fuga de información.

De igual forma, este impacto de mercado se puede interpretar como un costo temporal debido a la demanda de liquidez que provoca un *imbalance* en las fuerzas de oferta y demanda, más un costo permanente provocado por las creencias del mercado respecto al precio real de los activos. No obstante, el impacto de mercado siempre es temporal a menos que la orden proporcione información o razones por las cuales el precio deba ajustarse. De este modo, el impacto de mercado temporal tiende a asociarse a una “burbuja”, pues la orden de un inversionista provoca un incremento en el precio causando que el mismo inversionista compre a un mayor precio, del tal manera que justo después de la ejecución se sigue una caída en el precio.

Entre uno de los primeros y destacados estudios sobre impacto de mercado, es el propuesto por Kyle en donde la liquidez resulta ser una variable con la que se puede comprender de mejor forma no sólo la dinámica del mercado, sino para tener una mejor estimación de los posibles costos a los cuales los inversionistas se pueden enfrentar. Aunque la lambda de Kyle pareciera ser una buena opción, ésta función se encuentra limitada pues no explica con gran certeza el precio al que posiblemente se ejecute la orden. Asimismo, en este capítulos se ha podido apreciar que la liquidez está determinada en gran medida por el flujo de órdenes y por tanto de las necesidades o urgencia de operación por parte de los inversionistas, por lo que es válido cuestionarse sobre la posibilidad de que el impacto de mercado pueda estar más bien asociado a la liquidez producida por el mismo flujo de órdenes; en última instancia, los *traders* tienden a colocar cierto tipo de órdenes de acuerdo a si son proveedores o tomadores de liquidez según el contexto presentado por Bouchaud *et. al.* [38].

En general, los distintos modelos de impacto de mercado presentados en este capítulo, en su forma funcional, han mostrado que el cambio promedio del precio, ΔP , es una función sublineal del *imbalance* en el volumen, ΔV ; aunque existe la controversia sobre la verdadera forma funcional que describe correctamente la forma cóncava entre éstas dos variables. Por una parte, algunos autores exponen que esta forma funcional está asociada a una ley de potencia; mientras que otros justifican

que la forma funcional apropiada es una relación logarítmica entre precio y volumen. Independientemente de esta discusión, en prácticamente todos los modelos expuestos, el volumen tiende a ser una variable analizada parcialmente, pues en todos estos estudios se asocia el volumen exclusivamente a órdenes a mercado, sin considerar otras modalidades de operación como son las órdenes limitadas o los mismos *icebergs*, y, en general, cabe cuestionarse si la gran riqueza de información y complejidad del flujo de órdenes puede estar caracterizada apropiadamente por una simple variable V .

Es por esto que, si el flujo de órdenes es el que conduce a los precios, entonces es inmediato reconocer que para comprender la dinámica de los precios es necesario comprender la dinámica endógena del flujo de órdenes, cuyo determinante más básico de esta dinámica es la ley de oferta y demanda que puede verse como la adición y eliminación de liquidez. En el siguiente capítulo se presentan los resultados empíricos del modelo propuesto en este trabajo, con el cual se caracteriza el flujo de órdenes desde una perspectiva que va más allá de sólo emplear órdenes a mercado, con el cual se consideran también órdenes limitadas y cancelaciones y órdenes a mercado ejecutadas contra liquidez desplegada y no desplegada. Con esto, se dejará una idea más completa sobre el modelo dinámica correcto que describe el flujo de órdenes, cómo la concavidad del impacto de mercado está relacionada con la predictibilidad no-lineal del flujo de órdenes y cómo el impacto de mercado incrementa el riesgo de volatilidad al corto plazo.

Resultados Empíricos

4.1 El Mercado y Datos Analizados

Para lograr los propósitos planteados en el presente trabajo, se emplearán datos del tipo “Operaciones y Posturas” (*Trades and Quotes*, TAQ) de todos los mercados de Estados Unidos en los períodos comprendidos entre Julio a Octubre de 2008 y de Septiembre a Diciembre de 2009 de aproximadamente 7000 acciones listadas. Para comprender las relaciones entre los diferentes componentes del flujo de órdenes y de los rendimientos, es importante construir en primera instancia, métricas precisas a partir de los datos del mercado. Desafortunadamente, la complejidad de la estructura del mercado Estadounidense hace de ésta una tarea muy difícil de realizar. Las operaciones se ejecutan en una basta cantidad de lugares, algunas de las cuales representan órdenes que necesariamente deben ser desplegadas públicamente y están disponibles para todos los demás participantes. Para que esta estructura del mercado pueda funcionar, la regulación de la *National Market System* (reg NMS) indica que un *broker*¹ debe ejecutar una orden al mejor precio desplegado a lo largo de todos los mercados “rápidos”, lo que generalmente quiere decir que todos los mercados mantienen órdenes de forma electrónica sin intervención humana. Los proveedores de tecnología proporcionan “enrutadores” inteligentes de órdenes que mantienen continuamente toda la información sobre las posturas y responden en todo momento en cada mercado y automáticamente “rutean” o dirigen una orden para ejecutarse en cumplimiento a la reg NMS. De este modo, la multitud de mercados desplegados pasan a ser el equivalente a un simple libro de órdenes para todos los propósitos, a excepción de la prioridad en el tiempo.

La regulación también exige a los mercados que actualicen sus datos de mercado (posturas y ejecuciones) a un agregador de datos. Desafortunadamente, el agregador introduce diferencias en el tiempo y no reporta el tiempo de ejecución actual del evento en el mercado, sino que imprime su propio tiempo de ejecución. Aun peor, los datos de mercado para diferentes emisoras se manejan a través de diferentes sistemas, cada uno de los cuales está sujeto a sus propias diferencias. Es por esto que la sincronización entre operaciones y posturas resulta ser muy complicada.

En este trabajo se usan datos colectados por *Pipeline*,² empleando suministración directa de

¹ Recordemos que un *broker* es un corredor de Bolsa, comisionista de Bolsa o agente bursátil, que es independiente y compra y vende acciones y bonos en su propio nombre, pero para la cuenta de sus clientes.

² *Pipeline Trading Systems, LLC* es una empresa localizada en Nueva York, Estados Unidos, la cual opera corredurías institucionales electrónicas en los Estados Unidos y Europa. Para mayor información, consultar la página

cualquier mercado y utilizando la agregación sólo para mercados secundarios o cualquier otra forma de ejecución (como los *dark pools*) que no venden directamente en los suministros. Se desarrolló un algoritmo de correspondencia para identificar el origen de cada ejecución de acuerdo a la siguiente regla: si una ejecución pudiera ser correspondida como una reducción en el volumen de la postura desplegada al mismo precio y en el mismo mercado, entonces se identifica como una ejecución a mercado desplegada. Por lo general, los mercados ejecutan las órdenes contra una multitud de pequeñas posturas, resultando en una ráfaga de varias ejecuciones al mismo precio, seguidas por una sola actualización en la postura. Para identificar correctamente estas ejecuciones como ejecuciones desplegadas, se consideran agregaciones de ejecuciones múltiples que no pudieron haber sido correspondidas de forma individual. Para ello, se agregan ejecuciones sin par provenientes del mismo mercado y al mismo precio cuando ocurren en menos de un segundo entre una y otra. Si la agregación de ejecuciones contingentes reportan correspondencias con una reducción en el volumen de la postura dentro del mismo mercado, entonces la operación agregada fue grabada como una ejecución desplegada a mercado. Las operaciones al mejor *bid* u *offer* que no pudieron ser correspondidas a una reducción en la postura fueron identificadas como transacciones ocultas de compra o venta de acuerdo a la regla de Lee-Ready [55]. Las reducciones de volumen en las posturas al mejor *bid* u *offer* que no pudieron ser correspondidas a una ejecución, fueron identificadas como cancelaciones y, aquellos incrementos en el volumen a los actuales precios en el mejor *bid* y mejor *ask* o bien, haciendo un nuevo mejor *bid/ask* fueron identificadas como órdenes limitadas nuevas.

4.1.1 Variables de Estudio

La perspectiva que tomamos para analizar los datos disponibles es la de “Minería de Datos”, donde la idea es considerar un conjunto de potenciales descriptores o “características” del estado del sistema, tal que afectan una variable de interés, por ejemplo, los rendimientos. Intuitivamente podemos dividir tales características en dos tipos generales: de baja frecuencia y de alta frecuencia. La primera de ellas involucra características de las acciones que son relativamente estáticas, como la volatilidad, ganancias esperadas, el valor de la empresa, etc., mientras que en la segunda se consideran factores dinámicos, principalmente la agregación del flujo de órdenes como se discutió anteriormente. En este trabajo solo nos preocuparemos por la agregación del flujo de órdenes descrito por los valores pasados y presentes del vector de *imbalances*, $\mathbf{I}(t, \alpha)$, permitiendo un análisis más completo que incluya factores totalmente dependientes de las acciones para otro trabajo en donde se desee profundizar sobre el tema.

Otra innovación que se desea introducir en este trabajo, es que en vez de considerar necesariamente a los rendimientos y a las componentes del flujo de órdenes como continuas, se empleará una forma discrecional de ellas. Al hacer esto, es posible considerar la construcción de ecuaciones de estado a partir de un punto de vista “clasificador”. Por supuesto, tal discretización es necesaria desde un punto de vista estadístico por el hecho de que la probabilidad de cualquier combinación de valores cuando las variables son continuas, son esencialmente cero o uno; es decir, ese dato o valor en particular existe o no. Es también obvia la necesidad de construir una distribución de probabilidad continua que se ajuste apropiadamente a los datos. Es necesario dejar que los datos hablen por sí mismos.

Explícitamente, para discretizar: para cada métrica observable,³ tal como los rendimientos, el *shortfall*, el flujo de órdenes para un determinado tipo, etc., se clasificarán (*ranking*) las observaciones de la “más pequeña” (negativa) a la “más grande” (positiva) y a partir de ello se divide la

electrónica de *Pipeline*: <http://www.pipelinetrading.com/>

³ Por métrica observable, se entiende toda aquella variable de importancia (como el flujo de órdenes) que puede ser medida.

lista de valores en un número fijo de categorías. En el caso particular de este trabajo, se empleará un valor fijo de 50 divisiones o *bins*. Existen varios criterios a partir de los cuales los miembros de una categoría en particular pueden ser definidos. Para poder cumplir este punto, en este trabajo se requiere que cada categoría formen *bins* con la misma cantidad de observaciones. Al considerar los valores de las observables en los límites de los *bins*, permite que ningún dato nuevo sea clasificado como elemento de un *bin* en particular.

De interés particular serán aquellos *bins* que contienen intervalos asociados con los valores positivos más grandes de una variable (10o. decil) y los valores negativos más grandes (1er. decil).⁴ Las variables se dividen naturalmente en dependientes e independientes, las cuales en la clasificación aquí definida no es más que la definición propia de **clases** y **características**. De este modo, un objeto importante de interés es la probabilidad condicional, $P(C|\mathbf{X})$, donde C es la clase de interés y $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ forma el vector de características de interés que afectan a los miembros de la clase. Similarmente, es posible considerar, por ejemplo, $\langle r_{X_1, X_2, \dots, X_N}(t) \rangle$, el rendimiento promedio del *bin* asociado a los valores discretos de las características \mathbf{X}_i .

Una pregunta importante está relacionada con la división granulada de los datos a lo largo del tiempo. Muchos estudios han analizado los datos de mercado en un marco de operación por operación. El inconveniente más importante de este enfoque es que no permite observar cómo el impacto de mercado se manifiesta por sí mismo dentro de una estrategia de operación que evoluciona temporalmente, tal como dividir una orden en bloque en varias órdenes pequeñas de menor volumen.⁵ Aun más importante, este tipo de enfoque no permite observar cómo el mercado, considerado como un todo, se desarrolla relacionando solo el impacto de mercado al tamaño o volumen de la orden de una operación en particular. En otras palabras, el contexto propio del mercado se pierde tras tratar de medir el impacto de la operación. En este trabajo, como se mencionó anteriormente, se considera la agregación a lo largo de distintos intervalos de tiempo. Un intervalo se define como un conjunto mayor a un minuto o 5 ejecuciones. Para acciones líquidas, un intervalo es equivalente a un minuto, mientras que para acciones menos líquidas el intervalo se puede propagar por varios minutos. Un intervalo también puede prolongarse por varios días de operación. Un segundo nivel de agregación se origina a partir de combinar intervalos. En este trabajo se consideran intervalos de 5, 15, 30, 65, 130 y 195 minutos. Para acciones líquidas, donde el intervalo equivale a un minuto, esto es equivalente a dividir un día de operaciones en 2, 3, 6, 13, 26 y 78 partes iguales.

Esta agregación del tiempo influye tanto en la clase como en las características que se consideran. Por ejemplo, para los rendimientos se tiene que $r(t, \beta) = \ln(p_f(t, \beta)/p_i(t, \beta))$, donde t se refiere al t -ésimo intervalo, β al tipo de intervalo, *i.e.*, 5, 15, etc. y $p_f(t, \beta)$ y $p_i(t, \beta)$ se refieren al último y primer precios negociados en ese intervalo. Se consideran por tanto rendimientos de clases $C_{r_i}(t, \beta)$ donde i se refiere a los rendimientos por decil (de 1 a 10). De igual forma, se consideran las $X_{ij}(t, \beta)$, donde j se refiere al correspondiente *bin* asociado con la fragmentación de la variable X_i .

4.2 La Dinámica entre la Oferta y Demanda

Para comprender la relación entre los rendimientos/impacto de mercado y el flujo de órdenes, es importante, en primera instancia, el comprender la dinámica propia del flujo. Para cumplir con

⁴ Por valores negativos más grandes se entiende aquellos valores que son, en términos absolutos, los más pequeños y menores a cero.

⁵ Una operación en bloque es una operación que usualmente consta de al menos 10,000 acciones de una emisora o bien, USD\$200,000 para bonos del tesoro Estadounidense. También se puede referir específicamente a operaciones grandes que ocurren entre contrapartes institucionales a un precio fijo.

esto, se considerará la relación entre las diferentes componentes del vector de *imbalances*, $\mathbf{I}(t, \beta)$, como representantes de los diferentes grados de libertad del flujo de órdenes.

4.2.1 Oferta y Demanda Contemporánea

En primer lugar, consideremos la relación entre la oferta y demanda netas durante el mismo intervalo determinada por la relación entre las distintas componentes del vector de *imbalances* $\mathbf{I}(t, \beta)$. De la ecuación (3.30) dada por,

$$\langle MO(t, \beta) \rangle = F_G(LCO(t, \beta), MO(t-1, \beta), LCO(t-1, \beta)), \quad (4.1)$$

es posible encontrar la relación entre el *imbalance* neto $MO(t)$ y las demás componentes del flujo de órdenes. El caso más simple es el que relaciona a las órdenes a mercado, $MO(t)$, con la liquidez neta ofrecida por las órdenes limitadas, $LCO(t)$, debido a que son las componentes más comunes en los mercados, es decir,

$$\langle MO(t, \beta) \rangle = F(LCO(t, \beta)). \quad (4.2)$$

Asimismo, es de gran interés estudiar la relación entre $DO(t)$ y $MO(t)$ dado que ambas son tipos de órdenes que toman la liquidez disponible, aunque la primera de ellas lo hace de forma “oculta” mientras que la segunda lo hace de forma directa. En este contexto, la relación a estudiar es:

$$\langle DO(t, \beta) \rangle = F(MO(t, \beta)). \quad (4.3)$$

Finalmente, manteniendo la concepción clásica de tomadores y proveedores de liquidez, es interesante estudiar la relación entre la liquidez desplegada ejecutada contra la toma de liquidez oculta, es decir, analizar la relación entre $DO(t)$ y $LCO(t)$, es decir,

$$\langle DO(t, \beta) \rangle = F(LCO(t, \beta)). \quad (4.4)$$

Para comprender las relaciones entre las componentes del flujo, es necesario recordar las definiciones de cada una de ellas tal y como se mostró en el Capítulo 3 (ecuaciones (3.22), (3.23) y (3.23)),⁶

$$LCO(t, \beta) = V_{LOS}(t, \beta) - V_{LOB}(t, \beta) + V_{CS}(t, \beta) - V_{CB}(t, \beta), \quad (4.5)$$

$$MO(t, \beta) = V_{MOB}(t, \beta) - V_{MOS}(t, \beta) \quad (4.6)$$

y

$$DO(t, \beta) = V_{DOB}(t, \beta) - V_{DOS}(t, \beta). \quad (4.7)$$

Relación: $\langle MO(t, \beta) \rangle = F(LCO(t, \beta))$

En la Figura 4.1 se presenta la relación promedio entre las componentes $MO(t)$ y $LCO(t)$ para todos los meses de datos mencionados anteriormente y en cada uno de los intervalos de tiempo; es decir, $\beta = 5, 15, 30, 65, 130$ y 195 . Para cada uno de los intervalos β , el aspecto más notable es la pendiente negativa de las gráficas. Dado que $LCO(t)$ es positiva cada vez que hay mayor liquidez en la venta/oferta y negativa cada vez que hay mayor liquidez en la compra/demanda (por definición en la ecuación 4.5), entonces observamos que la pendiente negativa está asociada con un *imbalance* negativo de órdenes a mercado. Por ejemplo, para intervalos de 5 minutos (Figura 4.1a), comprar/vender a través de órdenes a mercado está altamente correlacionada con comprar/vender

⁶ Recordemos que las variables $LCO(t, \beta)$, $MO(t, \beta)$ y $DO(t, \beta)$ corresponden respectivamente a los *imbalances* de liquidez neta (determinada por el total de órdenes limitadas y cancelaciones), del flujo neto de órdenes a mercado y de aquellas órdenes “oscuras” como lo son las órdenes *iceberg* o de volumen oculto.

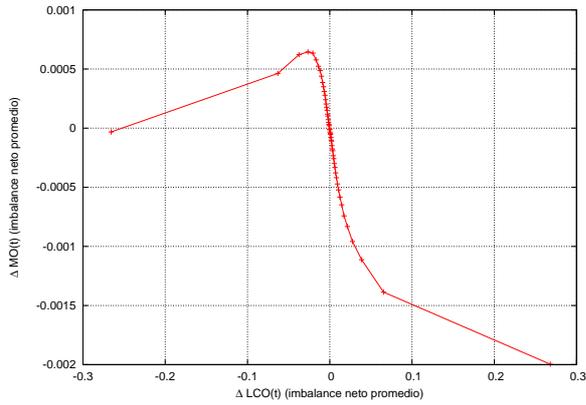
a través de órdenes limitadas. Para comprender cómo es esto posible sin crear o destruir acciones, es importante considerar que la definición de $LCO(t)$ sólo toma en cuenta aquellas órdenes nuevas que llegan al mercado y cancelaciones a la mejor postura. Bajo esto, cuando un comprador agresivo demanda liquidez, las demás posturas limitadas formadas en la compra comienzan a cancelarse o, en su caso, modificarse y nuevas posturas a mejores precios de compra comienzan a enviarse al mercado. Dicho de otra forma, como lo mencionan Eisler, Bouchaud y Kockelkoren [57], dado que las órdenes a mercado tienden a golpear continuamente sobre una postura (compra/venta) del libro de órdenes, uno esperaría una mayor cantidad de órdenes limitadas y cancelaciones sobre la misma postura (compra/venta). Intuitivamente, si un participante desea operar una gran cantidad de acciones –por ejemplo, un inversionista institucional– y segmenta su orden total en pequeñas órdenes ejecutándolas cada una con órdenes a mercado (ya sean compras o ventas) en un período largo de tiempo, entonces esto atraería órdenes limitadas que compensarían el “déficit” de liquidez sobre la misma postura de la orden.

Lo anterior solo se justifica para la región central de las gráficas a 5 y 15 minutos y en la mitad positiva en $LCO(t)$ para el resto de intervalos de las gráficas del conjunto de figuras 4.1. La no-linealidad en los eventos extremos (donde hay *imbalances* de mayor magnitud en $LCO(t)$ y $MO(t)$) parece estar más asociada al alto grado de concavidad para *imbalances* mayores en órdenes limitadas. Esto indica que para *imbalances* netos con mayor liquidez, el incremento marginal asociado en *imbalances* de órdenes a mercado, es de magnitud similar al menos para los casos en donde los *imbalances* son de venta. Pero para el caso de *imbalances* de compra sucede todo lo contrario a lo anteriormente mencionado: mayores *imbalances* en liquidez por parte de órdenes limitadas de compra inducen un mayor *imbalance* de órdenes a mercado en la venta; es decir, a mayor oferta de liquidez en órdenes limitadas de compra, mayor la fuerza con que los tomadores de liquidez (vía órdenes a mercado) entrarán al mercado, algo comúnmente observado cuando el precio sigue una tendencia a la alza. Esto último se acentúa en las gráficas correspondientes a los intervalos de 30 (Figura 4.1c), 65 (Figura 4.1d), 130 (Figura 4.1e) y 195 (Figura 4.1f) minutos, en donde se puede apreciar que la relación venta-venta por órdenes limitadas y a mercado es aun persistente; sin embargo, la relación compra-compra cambia a compra-venta para ambas modalidades de operación, siendo constante el argumento de que a mayor *imbalance* en órdenes limitadas de compra inducen un mayor *imbalance* de órdenes a mercado pero en sentido contrario, por lo cual la correlación compra-compra es ahora pequeña o prácticamente nula. Incluso esta ligera correlación de compra-compra para ambas modalidades de operación se puede apreciar en la gráfica de 5 minutos (Figura 4.1a) en el extremo negativo para $LCO(t)$, lo cual, al observar que esa misma tendencia se mantiene durante el resto de gráficas con una magnitud incluso mayor, da lugar a establecer que un proceso de adaptación o reacción adaptiva sucede en el mercado.

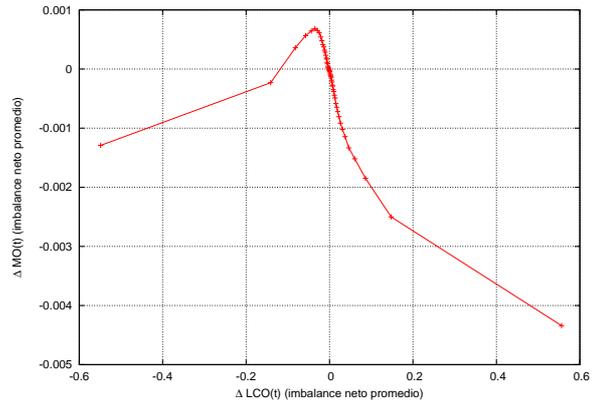
Una posible manera de interpretar este resultado es con la observación propuesta por Hasbrouck [58]: que sólo la componente no predecible del flujo de órdenes puede generar impacto de mercado. Después de 5 minutos, el exceso de demanda (oferta) se convierte, en parte, predecible y como consecuencia es asociada con una mayor oferta (demanda) por parte de los proveedores de liquidez (demandantes de liquidez). Este es el mecanismo básico para la co-adaptación entre los proveedores de liquidez y los tomadores de la misma liquidez dentro del mercado. La teoría de arbitraje de información [59] formaliza este argumento y muestra que explica la concavidad *promedio* del impacto de mercado.

Relación: $\langle DO(t, \beta) \rangle = F(MO(t, \beta))$

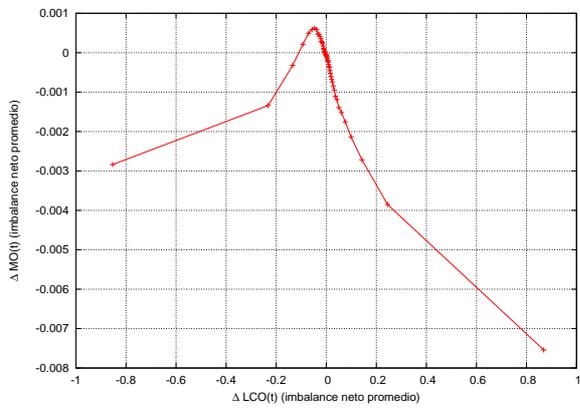
En la Figura 4.2 se muestra la relación entre las componentes del flujo $DO(t)$ y $MO(t)$. Lo interesante en el conjunto de gráficas es la aparente linealidad que existe en la relación de ambos *imbalances*. Sin embargo, esta propiedad de linealidad tiende a desaparecer a medida que avanza el



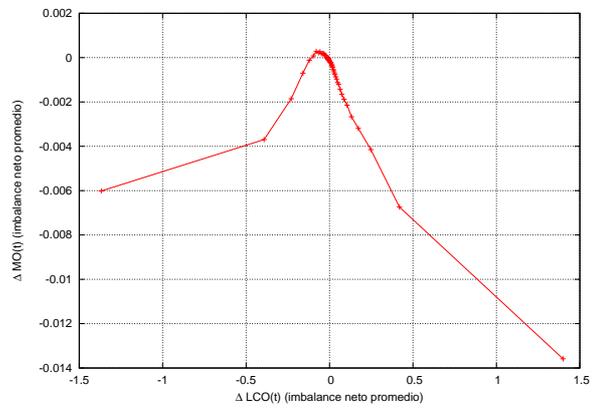
(a) $MO(t)$ vs. $LCO(t)$ en intervalos de 5 minutos.



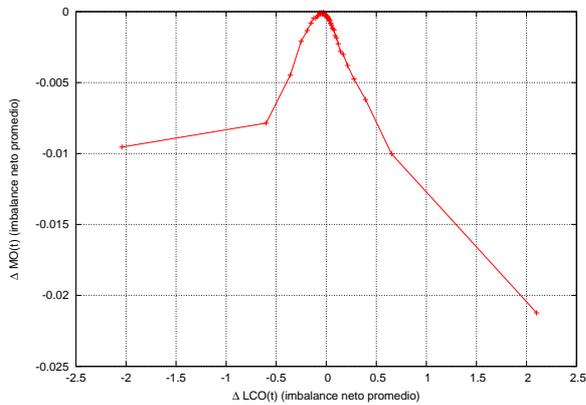
(b) $MO(t)$ vs. $LCO(t)$ en intervalos de 15 minutos.



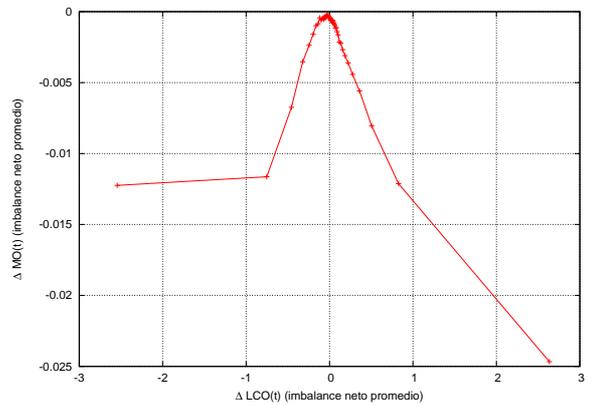
(c) $MO(t)$ vs. $LCO(t)$ en intervalos de 30 minutos.



(d) $MO(t)$ vs. $LCO(t)$ en intervalos de 65 minutos.



(e) $MO(t)$ vs. $LCO(t)$ en intervalos de 130 minutos.



(f) $MO(t)$ vs. $LCO(t)$ en intervalos de 195 minutos.

Figura 4.1: Gráficas del promedio del *imbalace* contemporáneo de órdenes a Mercado ($MO(t)$) para distintos intervalos, condicionados al *imbalace* de liquidez neta ($LCO(t)$).

tiempo y pasa entonces a convertirse en una linealidad local; es decir, es una linealidad que existe entre valores positivos de ambos *imbalances*, o bien, entre valores negativos. Claro, se emplea la frase de “aparente linealidad” debido a que en el origen de las gráficas (punto (0,0) y sus vecindades) existe una ligera concavidad en entre los *imbalances*, lo cual da lugar a ligeros cambios en la interpretación de las gráficas.

En este contexto, lo que la relación entre $DO(t)$ y $MO(t)$ quiere decir es lo siguiente:

i) Relación entre componentes positivas de los *imbalances*.

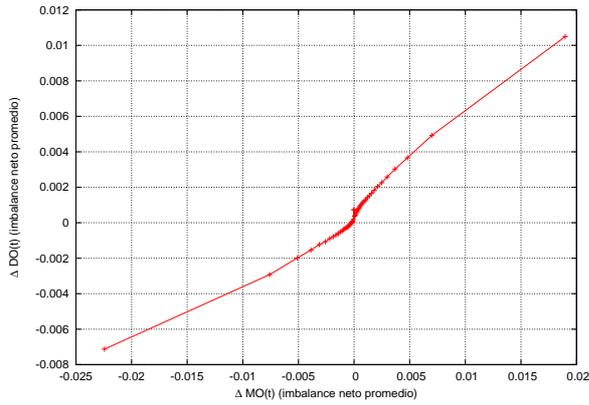
Como observamos en el conjunto de gráficas de la Figura 4.2, en todos los intervalos de tiempo existe esta cuasi-linealidad entre las componentes positivas de los *imbalances* $DO(t)$ y $MO(t)$. Sin embargo, a medida que aumenta el intervalo de tiempo, existe un ligero incremento en la pendiente de la gráfica, lo cual da lugar a pensar que aunque ambos *imbalances* van aumentando de forma consistente, es ligeramente más rápido el crecimiento del *imbalace* $DO(t)$ respecto al crecimiento de $MO(t)$. En este sentido, incrementos marginales en $MO(t)$ dan lugar a cambios relativamente más fuertes en $DO(t)$.

En la práctica bursátil, las dos componentes pueden o no ejecutarse en el mismo instante. Fenomenológicamente esto implica que cuando existen fuertes *imbalances* en la compra en órdenes a mercado, suele entonces haber también un *imbalace* en la misma dirección y con un poco mayor de fuerza en órdenes de volumen oculto. Esto lleva a considerar que en términos de la ley de oferta y demanda, el incremento en el *imbalace* de órdenes de compra a mercado está inducida por un incremento en el precio de la acción, lo cual podría ser indicador de que los mayores incrementos en los precios están asociados a grandes *imbalances* de compra en órdenes a mercado desplegadas u ocultas. Por supuesto, esta relación tiene dos partes involucradas las cuales tienen que ser consideradas al momento de hablar de riesgo/rendimiento: si los precios suben a costa de una mayor demanda de órdenes a mercado desplegadas/ocultas, entonces esto tiene ventajas y desventajas para las partes involucradas en las ejecuciones. Por una parte, entre más grande es la magnitud de los *imbalances* se puede deducir una urgencia/demanda de liquidez y por tanto se está dispuesto a pagar los costos requeridos por tal de cumplir su orden. Sin embargo, lo más rápido que se ejecuten las operaciones de compra, menores los costos que se puedan asumir siempre y cuando el precio siga en aumento, o bien, mayores costos y malos rendimientos si el precio comienza a disminuir después de ejecutada la operación de compra a través de órdenes a mercado desplegada/oculta.

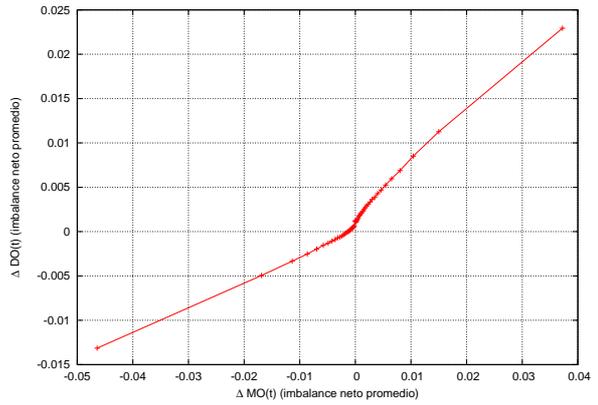
ii) Relación entre componentes negativas de los *imbalances*.

En este caso, también existe una cuasi-linealidad entre las componentes negativas de los *imbalances* $DO(t)$ y $MO(t)$. A diferencia del caso anterior, la relación de la pendiente indica un caso contrario, en donde ahora un incremento en *imbalances* de venta de órdenes a mercado desplegadas tiene un efecto lineal sobre órdenes a mercado ocultas pero de menor magnitud conforme aumenta el tiempo. En términos generales, esto da a lugar a concluir que las posturas de compra y venta, en términos de estos *imbalances*, tienden a comportarse de forma distinta. Más allá de ello, nuevamente la interpretación en términos de riesgo/rendimiento se mantiene pero ahora en sentido contrario en cuanto a la dirección del precio.

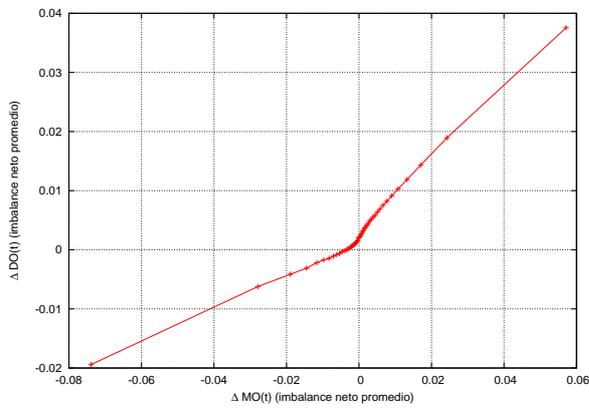
Adicionalmente, en caso de que los precios tiendan a disminuir fuertemente o de forma acelerada, el que las órdenes a mercado ocultas o no desplegadas se ejecuten a una menor velocidad en función de su *imbalace* o empuje, puede estar asociado precisamente a su naturaleza: es posible que los inversionistas institucionales que suelen emplear esta modalidad prefieran pagar mayores



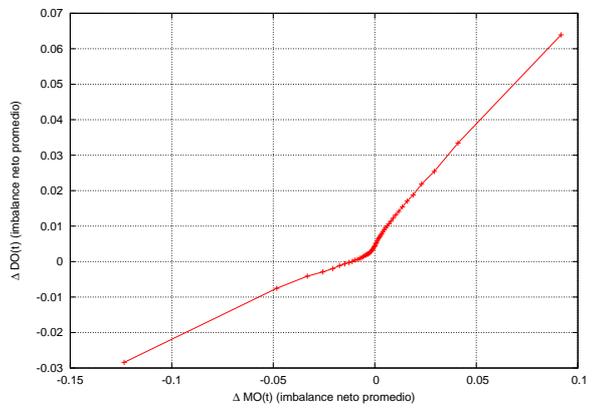
(a) $DO(t)$ vs. $MO(t)$ en intervalos de 5 minutos.



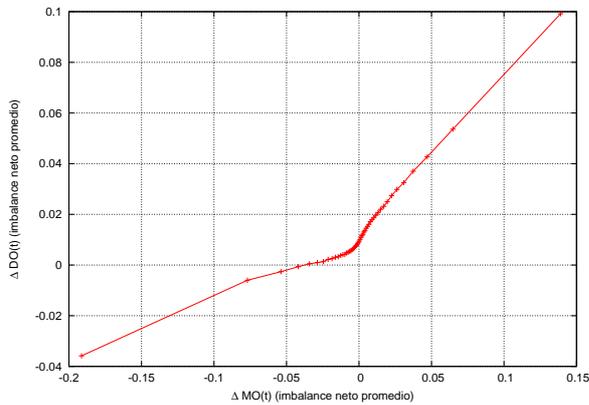
(b) $DO(t)$ vs. $MO(t)$ en intervalos de 15 minutos.



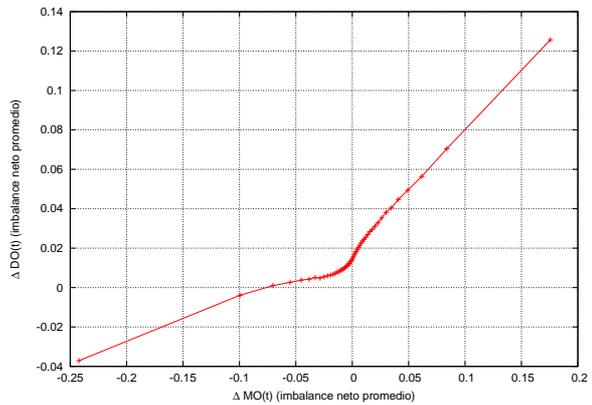
(c) $DO(t)$ vs. $MO(t)$ en intervalos de 30 minutos.



(d) $DO(t)$ vs. $MO(t)$ en intervalos de 65 minutos.



(e) $DO(t)$ vs. $MO(t)$ en intervalos de 130 minutos.



(f) $DO(t)$ vs. $MO(t)$ en intervalos de 195 minutos.

Figura 4.2: Gráficas del promedio del *imbalace* contemporáneo de órdenes de liquidez oculta ($DO(t)$) para distintos intervalos, condicionados al *imbalace* neto en órdenes a mercado ($MO(t)$).

costos al momento de comprar pero no asumir tantas pérdidas al momento de vender, de aquí que se acelera el proceso de ejecución para la compra, pero se frena la ejecución para la venta. De igual forma, aunque ambas modalidades están correlacionadas en cuanto a la dirección de la postura y en la que incluso estén asociadas a situaciones en las que predomina cierta tendencia en el precio, es necesario determinar bajo cuál o cuáles condiciones tienden estas direcciones a cambiar, simplemente por el hecho de que las tendencias no son permanentes. Así, al encontrar tales condiciones se tendrá mayor garantía no sólo sobre el conocimiento de la dinámica misma del mercado, sino de tomar mejores decisiones de ejecución en las distintas modalidades.

Relación: $\langle DO(t, \beta) \rangle = F(LCO(t, \beta))$

En la Figura 4.3 se puede apreciar ahora la relación entre los *imbalances* $DO(t)$ y $LCO(t)$. A diferencia de las presentadas en la Figura 4.1, en donde los procesos de adaptación tuvieron mayor impacto en la postura de compra/venta para $LCO(t)/MO(t)$ a medida que aumentaba el tiempo, para la relación $DO(t)$ v.s. $LCO(t)$ el proceso se orienta más hacia la venta en ambas componentes.

Una parte destacable de la relación entre estos *imbalances* es la forma gráfica que es esencialmente permanente a lo largo de todos los intervalos de tiempo analizados para los valores negativos y positivos en $LCO(t)$ y $DO(t)$, respectivamente. Incluso, en este mismo contexto, los valores negativos en $DO(t)$ tienden a desaparecer entre mayor es el intervalo analizado y llega a un estado en que al intervalo de 195 minutos se presenta una pseudo-simetría en la trayectoria que relaciona a ambas componentes del flujo de órdenes. Lo que es importante destacar, es que a intervalos de 5 y 15 minutos (Figuras 4.3a y 4.3b) existe un efecto opuesto entre la magnitud del *imbalance* $LCO(t)$. En otras palabras, cuando existe mucha liquidez en la venta siendo a través de la colocación de muchas órdenes de venta limitadas y las respectivas cancelaciones (lo cual, en términos prácticos significa que las cancelaciones pueden hacerse para mejorar precios.⁷), suelen estar asociados a fuertes *imbalances* de órdenes a mercado de venta que sean de volumen no desplegado, es decir, *icebergs* de venta. Una interpretación simplista de este efecto, puede ser que para un inversionista institucional que no desea ser descubierto por la contraparte en la compra, es que aprovecha este efecto de gran liquidez en su misma dirección y puede así ejecutar su orden si la necesidad de pagar mayores costos.⁸ Adicionalmente, esta interpretación puede estar sustentada por el hecho de que existe un punto de inflexión alrededor del 7-8% del ADV⁹ para ambos intervalos, a partir de los cuales el *imbalance* en $DO(t)$ de venta deja de empujar con gran fuerza; un efecto que posiblemente esté asociado a la ya no necesidad de ejecutar con gran velocidad la orden de venta del *iceberg* que puede estar fundada en el no pago de grandes costos; costos que por la naturaleza del *iceberg* pueden ser muy altos debido a la gran cantidad que se negocia en este tipo de órdenes.

Como se mencionó, este efecto se refleja cuando se habla de la disponibilidad de gran liquidez en la compra a través de órdenes limitadas. En este caso y para los mismos intervalos de 5 y 15 minutos, grandes *imbalances* negativos en $LCO(t)$ (demasiada liquidez en la compra) están asociados a fuertes *imbalances* de órdenes a mercado de compra con volumen no desplegado. Esto quiere decir que un inversionista institucional también tenderá a aprovechar ese exceso de liquidez para no ser descubierto por la contraparte en la venta y nuevamente se evita así el pago de altos costos indirectos de operación. Al igual que el caso de gran disponibilidad de volumen en la venta en $LCO(t)$, cuando esta disponibilidad es en la compra existe un punto de inflexión en el que posiblemente los inversionistas institucionales que deseen comprar a través de *icebergs* ya no estén de acuerdo en pagar mayores costos y por ello su empuje en esta dirección de compra sea cada vez

⁷ Mejorar precios en el sentido de aumentarlos para vender cada vez más caro.

⁸ En este contexto, “pagar más” significa vender cada vez más barato.

⁹ Recordemos que el ADV significa *Average Daily Volume* o “Volumen Promedio Diario”. En este contexto, el 7-8% significa que en las operaciones realizadas en el intervalo analizado se ha negociado esa cantidad del ADV.

menor. En general, este punto de inflexión para la compra en $DO(t)$ y $LCO(t)$ se encuentra alrededor del 7-8 % para el intervalo de 5 minutos y alrededor del 15 % para el intervalo de 15 minutos.

Para el resto de intervalos, 30, 65, 130 y 195 minutos, se mencionó que la forma en como se desarrollan los *imbalances* es constante y, lo más que aumenta el tiempo, lo más que se incrementan las magnitudes tomando en cuenta las consideraciones mencionadas anteriormente. Sin embargo, es necesario hacer hincapié en el cambio de curvatura que sufre la gráfica conforme aumenta el tiempo a partir de los 30 minutos. En este sentido, entra nuevamente el concepto de adaptación en donde ahora los inversionistas institucionales cambian su estilo de operación. Lo anterior quiere decir que conforme mayor es el tiempo de exposición al mercado, el negociar con *icebergs* de venta tiende a cambiar de dirección en cuanto al empuje que este tipo de operaciones expone en el mercado. Ahora, los inversionistas institucionales tienden a aprovechar el exceso de liquidez en la venta que hay a través de órdenes limitadas (ver el *imbalance* en $LCO(t)$) colocando posturas de compra con *icebergs*. Posiblemente todos aquellos inversionistas institucionales que estaban ligados al exceso de liquidez en la venta a los 5 y 15 minutos tienden a cancelar sus operaciones o bien han sido completamente ejecutadas¹⁰ aprovechando la “máscara” que ofrecían las órdenes limitadas y por tanto salen del mercado. En este contexto, cuando nuevos inversionistas institucionales emplean los *icebergs* de compra, tienden a absorber los más posible de la liquidez disponible en la venta en $LCO(t)$ con la cual será posible reducir costos por impacto de mercado, en el que además de alcanzar poco más del 50 % del ADV negociado en el día tendrán un impacto aun menor.¹¹

En la práctica, la escala de tiempo para detectar la presencia de una potencial orden de volumen oculto (junto con la correspondiente predicción de los futuros *imbalances* del flujo de órdenes) depende de la liquidez de la acción y de la velocidad a la cual la orden de volumen oculto se ejecuta, la cual oscila alrededor de los 5 minutos a una velocidad del 20-25 % del volumen total de la orden para *traders* que apuestan sobre la compra.¹² El comprender la escala de tiempo a la cual la reacción del mercado se desarrolla, es clave para comprender cómo esta teoría se aplica en la ejecución óptima de operaciones [60].

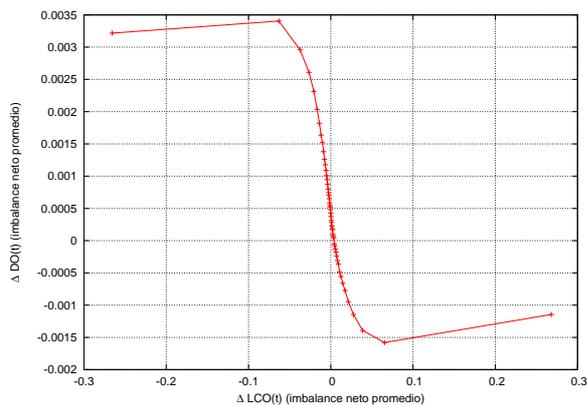
Resumen, a escalas de tiempo del orden de 5 minutos, la presión de la compra/venta se manifiesta por sí misma en ambos lados del *spread*. A esta escala de tiempo, los eventos están dominados típicamente por *traders* de alta frecuencia (es decir, aquellos que tienden a operar de forma continua), los cuales en la actualidad representan la vasta mayoría del flujo de órdenes en los mercados. Estos *traders* están continuamente tratando de tomar ventaja del *spread* y obtienen descuentos cada vez que sea posible, es decir, comprarán/venderán si es posible empleando órdenes limitadas. A la par en que la presión de la compra/venta se desarrolla, los *bids/offers* son cada vez menos agradables para poder ser tomados y por tanto los *traders* necesitan convertirse en tomadores de liquidez como una forma de anticipación a posibles movimientos del precio. Por tanto, un exceso de órdenes limitadas en el *bid* está, al corto plazo, asociado con un exceso de órdenes de compra a mercado. De este modo, sobre escalas de tiempo cortas, es posible tener *imbalances* significativos en la oferta o demanda en ambas lados del *spread*.

Por otra parte, a mayores escalas de tiempo, la actividad de grandes órdenes institucionales ejecutadas a volumen oculto dan lugar a un *imbalance* persistente el cual se convierte altamente predecible. Esto da lógica a la contra-reacción del mercado para reducir el *imbalance*, pero para lo cual el mercado mismo debe ser capaz de detectar tales *imbalances*. Este es un problema de

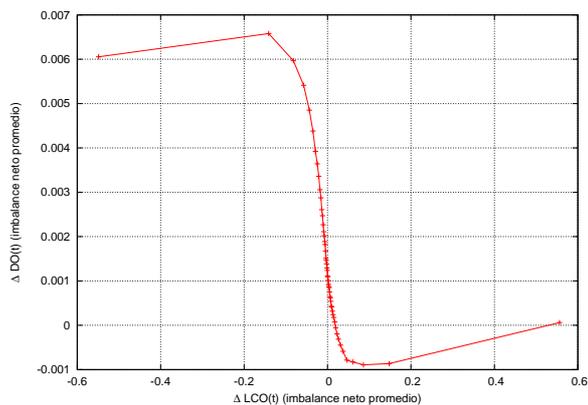
¹⁰ Que es el caso menos posible puesto que la mayoría de este tipo de órdenes –institucionales– suelen ejecutarse por varios días.

¹¹ Ver por ejemplo la gráfica de la Figura 4.3e, en donde al 50 % de ADV o 0.5 de *imbalance* en $LCO(t)$, $DO(t)$ comienza a ser constante para los cambios en la venta a través de liquidez disponible ($LCO(t)$).

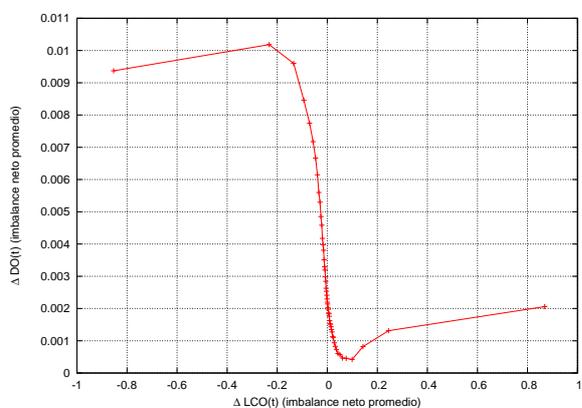
¹² Es decir, 20-25 % del volumen total cada 5 minutos.



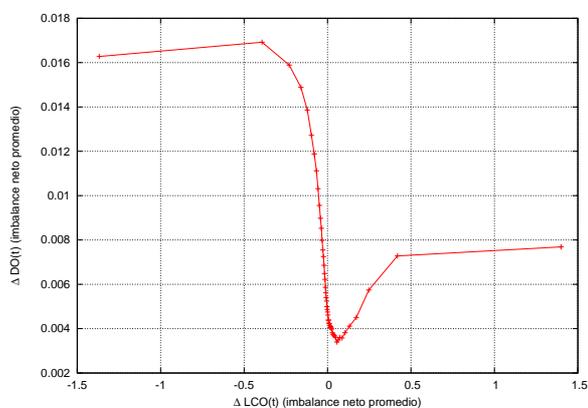
(a) $DO(t)$ vs. $LCO(t)$ en intervalos de 5 minutos.



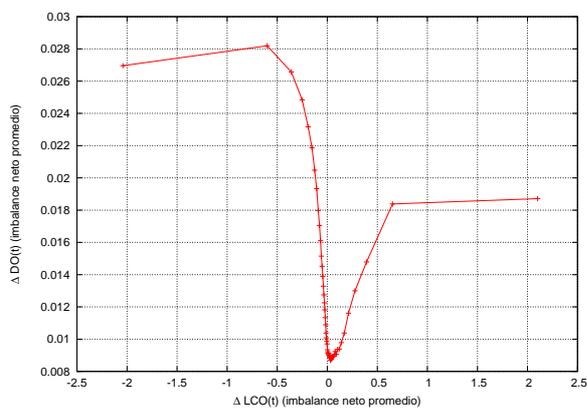
(b) $DO(t)$ vs. $LCO(t)$ en intervalos de 15 minutos.



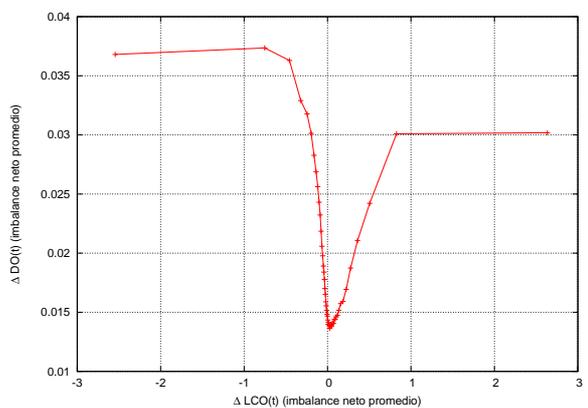
(c) $DO(t)$ vs. $LCO(t)$ en intervalos de 30 minutos.



(d) $DO(t)$ vs. $LCO(t)$ en intervalos de 65 minutos.



(e) $DO(t)$ vs. $LCO(t)$ en intervalos de 130 minutos.



(f) $DO(t)$ vs. $LCO(t)$ en intervalos de 195 minutos.

Figura 4.3: Gráficas del promedio del *inbalance* contemporáneo de órdenes a Mercado ($DO(t)$) para distintos intervalos, condicionados al *inbalance* de liquidez neta ($LCO(t)$).

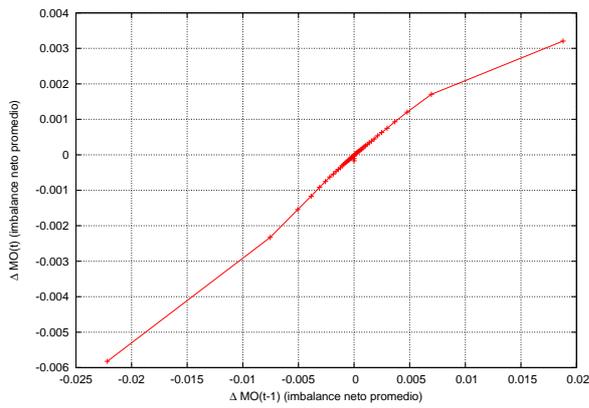
inferencia estadística para los *traders*, los cuales deben determinar si un *imbalance* es producto de la existencia de una verdadera “señal”, como puede ser la presencia de una gran orden institucional, o es solo una fluctuación aleatoria. Más aun, la señal tiene dos dimensiones importantes: tamaño y duración. Entre mayor sea el tamaño del *imbalance* y mayor sea su duración, es más fácil el poder detectar la señal. Cuando su presencia se convierte perceptible, es posible imaginar que el mercado comienza a operar de un modo distinto, donde conocer el tamaño potencial de la orden institucional se hace cada vez más importante que responder a noticias externas o eventos ordinarios del mercado. Por tanto, las expectativas de cambios positivos/negativos en el precio provocan una mayor liquidez disponible al mejor *offer/bid*. Esto tiene el efecto que el *imbalance* de órdenes a mercado cambien de signo, donde la demanda se satisface por la oferta a precios que reflejan las expectativas del mercado sobre el tamaño de la orden oculta. De este modo, el mercado se convierte en un “juego” donde los intereses de intrínsecos de la orden de volumen oculto son los de guiar las expectativas sobre su tamaño hacia abajo, mientras que los arbitadores emplean modelos estadísticos y tácticas tales como las *dark pools* para obtener una estimación más precisa sobre el tamaño de la orden institucional.

4.2.2 Relación entre Oferta y Demanda Pasada y Presente

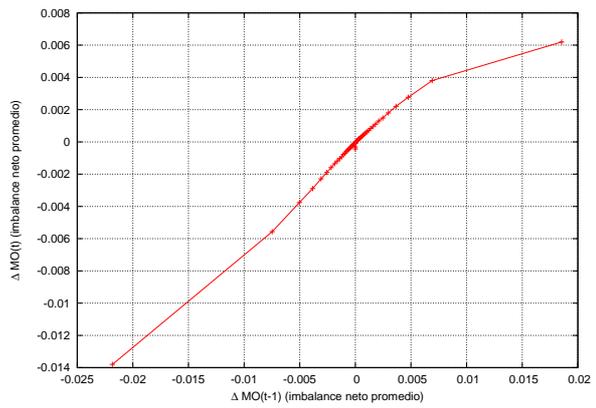
Es bien conocido que existe un alto grado de autocorrelación entre la oferta y la demanda en el tiempo [38, 50]. Para ilustrar esto con los datos disponibles, en la Figura 4.4 se observa la relación entre $MO(t)$ y $MO(t-1)$ para intervalos de 5 minutos, 15, 30, 65, 130 y 195 minutos, mientras que en la Figura 4.5 se muestra la relación análoga para $LCO(t)$ y $LCO(t-1)$. En ambos casos, el extremo grado de linealidad inherente en el tiempo se manifiesta tanto para los *imbalances* de órdenes a mercado, así como los *imbalances* netos para órdenes limitadas. Sin embargo, nótese que el *imbalance* esperado a t es sustancialmente menor que su correspondiente *imbalance* a $t-1$ para los casos de intervalos a 5 y 15 minutos (Figuras 4.4a y 4.4b, respectivamente) para $MO(t)$ e intervalos de 5, 15 y 30 minutos para $LCO(t)$ (Figuras 4.5a, 4.5b y 4.5c, respectivamente). Para *imbalances* de órdenes a mercado, la relación es tal que el *imbalance* a t es de alrededor del 30%-35% del *imbalance* a $t-1$, mientras que para $LCO(t)$ es del sólo el 15%-20% de su valor a $t-1$. Esto es un hecho importante, que se antepone al alto grado de autocorrelación del signo de los *imbalances* de órdenes a mercado. Lo que se muestra por tanto es que, incluso aun cuando existe un alto grado de autocorrelación en el signo, éste no es lo suficientemente apropiado para calcular la magnitud del *imbalance*; es decir, si el *imbalance* previsto al siguiente intervalo en el tiempo es sólo una fracción del *imbalance* en el intervalo anterior, entonces la magnitud esperada será exponencialmente suprimida como función del tiempo. La razón por la cual la magnitud decae se explicará con mayor detallá más adelante.

Resulta también importante cuestionarse sobre la asimetría en la magnitud del decaimiento entre los tomadores y proveedores de liquidez. Es posible que tal asimetría se deba al hecho de que la provisión es más discrecional que la toma de liquidez. En otras palabras, las compras/ventas institucionales con una fuerte intermediación o exigencia de liquidez deberán de operarse a través de órdenes a mercado. Por otra parte, si existe una provisión de liquidez la urgencia de negociación es menor y por tanto habrá una mayor tendencia a esperar a que el mercado se encuentre en condiciones óptimas para poder operar.

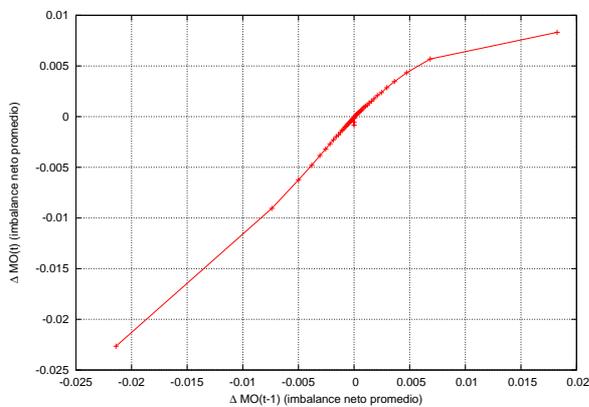
Así como se ha mostrado la autocorrelación de una determinada componente del flujo, también es posible considerar la correlación cruzada entre diferentes componentes del flujo. En particular, aquellas entre $LCO(t)/MO(t)$ y $MO(t-1)/LCO(t-1)$. Comenzaremos con la relación entre $LCO(t-1)$ y $MO(t)$ que se muestra en la Figura 4.6, en donde se puede apreciar que a mayor liquidez en la oferta/demanda a $t-1$ está asociada una mayor venta a través de órdenes a mercado al tiempo t . El patrón se prolonga a través de todos los intervalos de tiempo, en los que a mayor magnitud del intervalo, mayor el *imbalance* producido por las órdenes de venta a mercado. A pesar



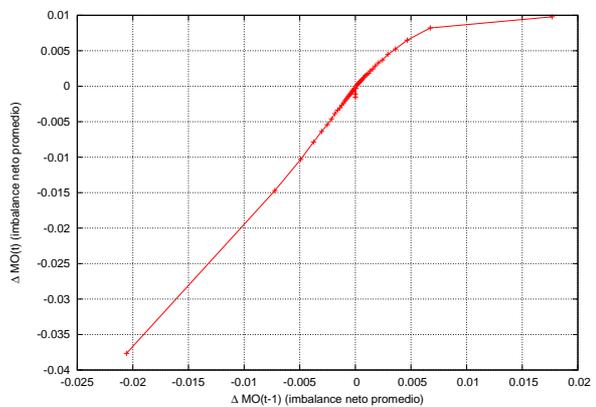
(a) $MO(t)$ vs. $MO(t - 1)$ en intervalos de 5 minutos.



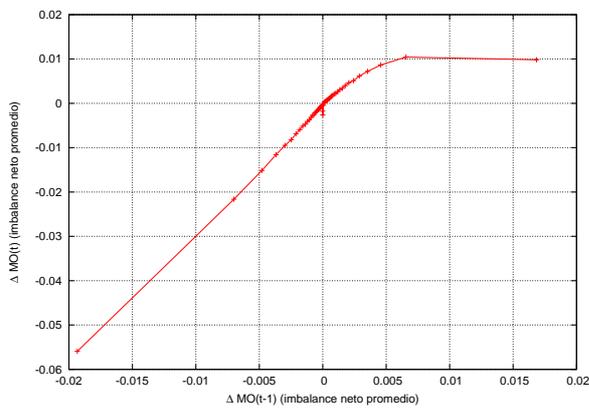
(b) $MO(t)$ vs. $MO(t - 1)$ en intervalos de 15 minutos.



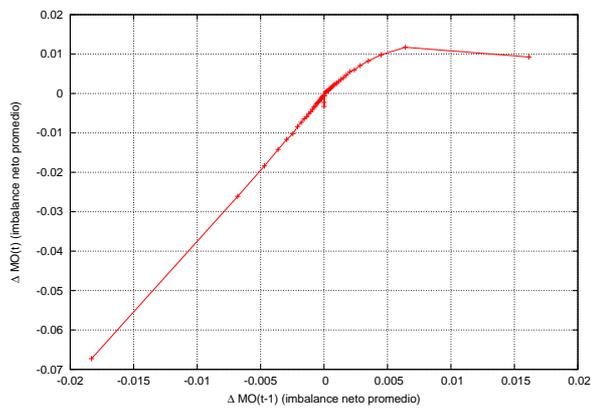
(c) $MO(t)$ vs. $MO(t - 1)$ en intervalos de 30 minutos.



(d) $MO(t)$ vs. $MO(t - 1)$ en intervalos de 65 minutos.

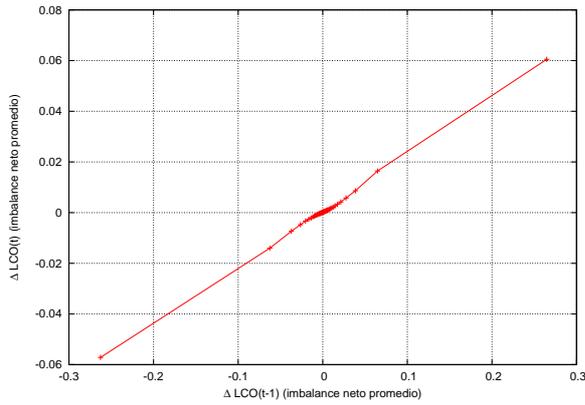


(e) $MO(t)$ vs. $MO(t - 1)$ en intervalos de 130 minutos.

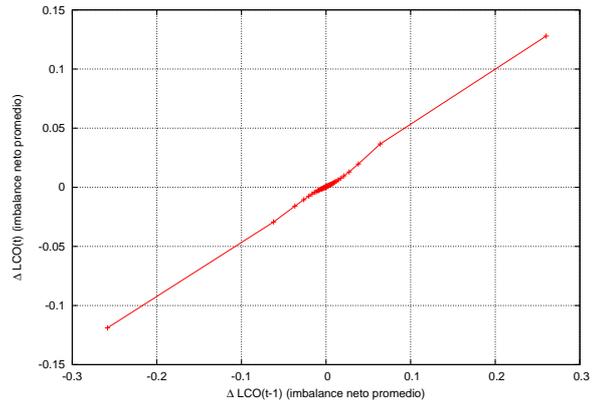


(f) $MO(t)$ vs. $MO(t - 1)$ en intervalos de 195 minutos.

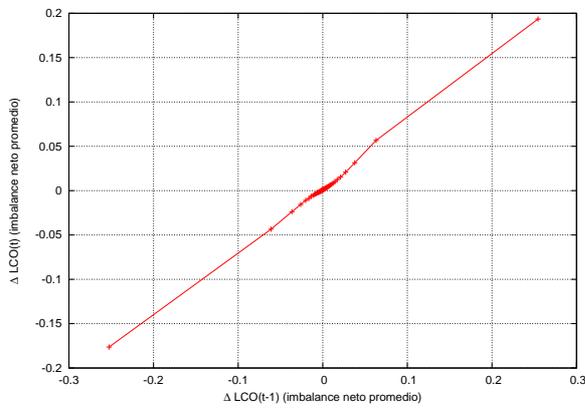
Figura 4.4: Gráficas del promedio del *imbalance* contemporáneo de órdenes a mercado ($MO(t)$) para distintos intervalos, condicionados a *imbances* de órdenes a mercado al tiempo $t - 1$ ($MO(t - 1)$).



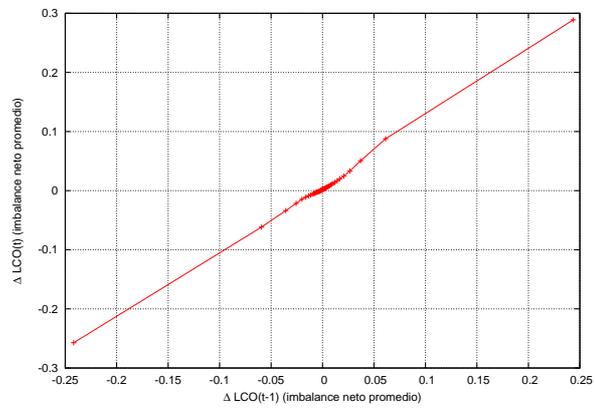
(a) $LCO(t)$ vs. $LCO(t - 1)$ en intervalos de 5 minutos.



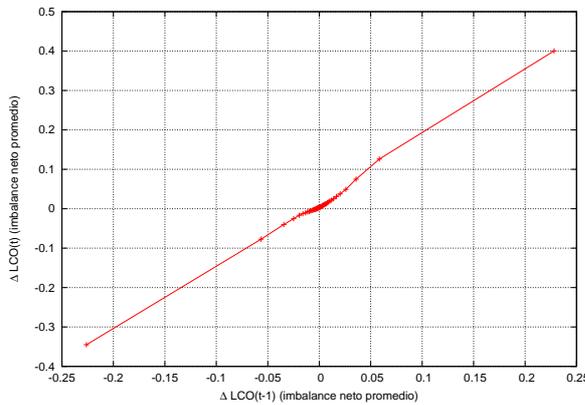
(b) $LCO(t)$ vs. $LCO(t - 1)$ en intervalos de 15 minutos.



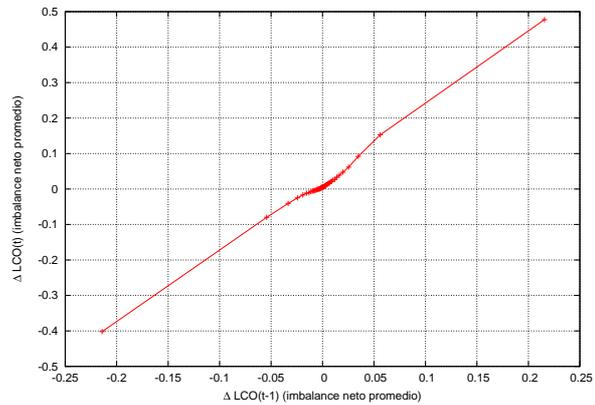
(c) $LCO(t)$ vs. $LCO(t - 1)$ en intervalos de 30 minutos.



(d) $LCO(t)$ vs. $LCO(t - 1)$ en intervalos de 65 minutos.



(e) $LCO(t)$ vs. $LCO(t - 1)$ en intervalos de 130 minutos.



(f) $LCO(t)$ vs. $LCO(t - 1)$ en intervalos de 195 minutos.

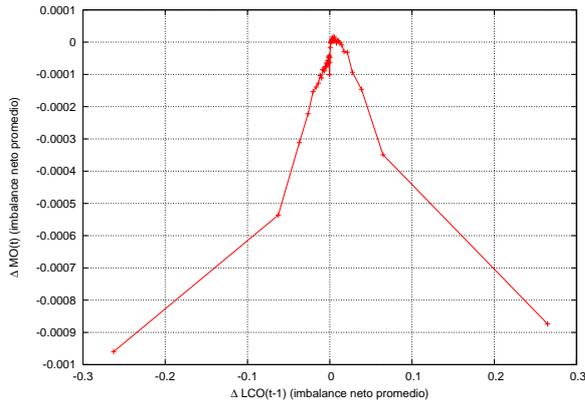
Figura 4.5: Gráficas del promedio del *imbalance* contemporáneo de órdenes limitadas ($LCO(t)$) para distintos intervalos, condicionados al *imbalance* neto en órdenes limitadas al tiempo $t - 1$ ($LCO(t)$).

de que en cada una de las gráficas se puede apreciar un patrón en el comportamiento en la curva, en la región central la señal no es muy fuerte pues existe una supresión del orden de magnitud de $MO(t)$ para una determinada $LCO(t - 1)$ relativa al valor de $MO(t)$ para un *imbalance* neto contemporáneo en $LCO(t)$ como se mostró en la Figura 4.1. Sin embargo, se podría esperar que esto sea producto de un proceso de adaptación entre la oferta y demanda. Los *traders* que desean comprar/vender notan la presencia de exceso de liquidez en el *offer/bid* y entran al mercado para ajustarse con la presencia de esa liquidez. Es posible que esto sea un sesgo asociado a *traders* individuales pero a una escala de tiempo agrupada, es decir, los *traders* operan preferentemente cuando hay mayor liquidez.

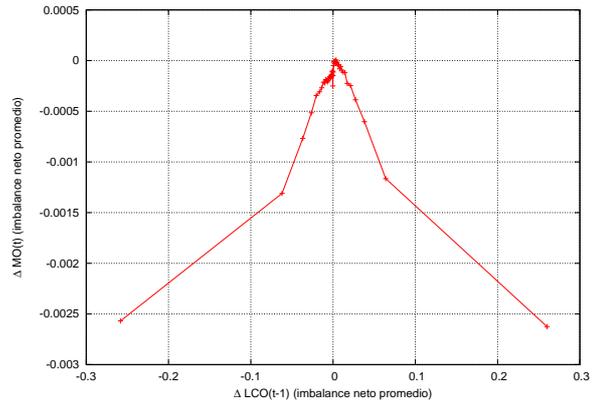
Para el caso de la relación $LCO(t)$ dada $MO(t - 1)$ se puede apreciar según las gráficas de la Figura 4.7, que dado un fuerte *imbalance* de compra/venta en $MO(t - 1)$ se tiene asociado un fuerte *imbalance* de compra/venta al menos para los intervalos de 5, 15 minutos (Figuras 4.7a y 4.7b, respectivamente) y de menor magnitud para 30 y 65 minutos (Figuras 4.7c y 4.7d, respectivamente). Para los intervalos de 130 y 195 minutos (Figuras 4.7e y 4.7f, respectivamente), la relación entre ambas componentes indica que un *imbalance* de compra/venta en $MO(t - 1)$ está asociado a un *imbalance* de venta en LCO al tiempo t . Este resultado es consistente con lo expuesto para el conjunto de Figuras 4.1 y la relación entre las componentes contemporáneas MO y LCO al tiempo t , en las cuales a partir del intervalo a 30 minutos la relación entre $MO(t)$ y $LCO(t)$ cambiaba de compra/compra a compra/venta. Sin embargo, es válido cuestionarse nuevamente sobre la relación de este proceso entre las componentes del flujo y el proceso mismo de operación.

Como se mencionó anteriormente para el caso $\langle MO(t, \beta) \rangle = F(LCO(t, \beta))$, si un *trader* está empujando sobre una postura en particular (compra o venta) a través de órdenes a mercado, es de esperarse entonces que exista un “déficit” de órdenes limitadas sobre la misma postura y por tanto éstas tiendan a ser canceladas o modificadas y enviarse a mejores precios. Por supuesto, en casos de urgencia de liquidez todos aquellos *traders* que se encuentren operando a través de órdenes limitadas tendrán que mejorar sus posturas para favorecer así su propia ejecución de sus órdenes. En este contexto, veamos entonces con mayor detalle lo que ocurre entre los *imbalances* $MO(t - 1)$ y $LCO(t)$. En los casos de los intervalos a 5 y 15 minutos (Figuras 4.7a y 4.7b, respectivamente), lo que están mostrando es que si en el pasado –u horizonte determinado por el intervalo– hubo mucha compra a través de órdenes a mercado, entonces bajo el supuesto del “déficit” de órdenes limitadas, éstas últimas al tiempo t serán las que se ejecuten a fuertes *imbalances*. Dicho de forma más simple, el efecto de arrastre que las órdenes a mercado tuvieron sobre las órdenes limitadas será tal que una vez que la orden a mercado se ejecute por completo, las ordenes limitadas mantendrán los mismos niveles de precio de modo que los *imbalances* serán fuertes en relación a lo ocurrido en el pasado. Es claro que, este es quizá el caso extremo pues en la región central de las gráficas analizadas se encuentra una ligera tendencia en la que *imbalances* de compra en órdenes a mercado al tiempo $t - 1$ están relacionados a *imbalances* de venta en órdenes limitadas al tiempo t , o viceversa.

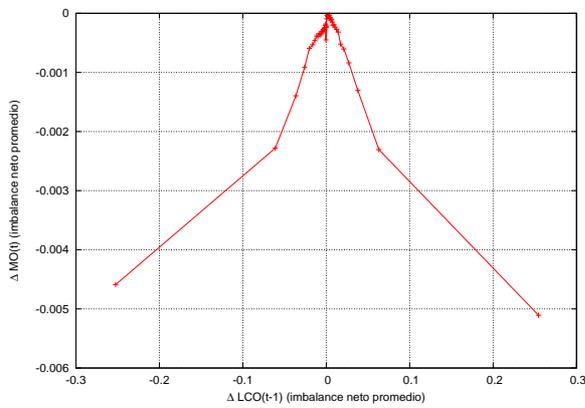
El caso particular del *imbalance* en compra para MO al tiempo $t - 1$, se explica como sigue. Si en $t - 1$ el *imbalance* fue relativamente pequeño, entonces quizá sea mínimo el impacto o arrastre sobre la misma dirección en órdenes limitadas, con lo cual la liquidez requerida por las órdenes a mercado de compra se compensará con la disponibilidad de volumen que las órdenes limitadas desplieguen en la postura contraria. Por el contrario, si en el pasado el *imbalance* de las órdenes a mercado fue gran magnitud, entonces la liquidez disponible en la postura contraria quizá no sea la suficiente para satisfacer la demanda, con lo cual, el efecto de arrastre de las órdenes a mercado provocará una posible alza en los precios. Inclusive este mismo argumento puede aplicarse para el caso de la venta. A pesar de que los resultados muestran una menor correspondencia entre el *imbalance* a $t - 1$ en MO y a t en LCO , es claro establecer que si en el pasado hubo *imbalances* de poca magnitud en la venta por parte de órdenes a mercado, entonces es de esperarse que el tiempo t aun se siga satis-



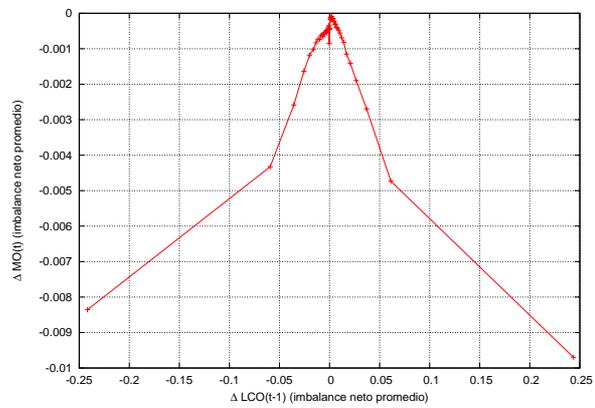
(a) $MO(t)$ vs. $LCO(t - 1)$ en intervalos de 5 minutos.



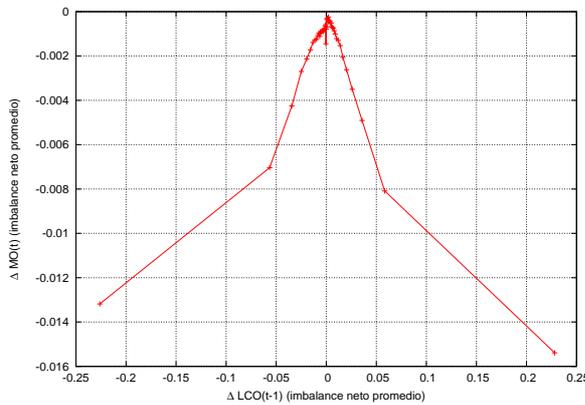
(b) $MO(t)$ vs. $LCO(t - 1)$ en intervalos de 15 minutos.



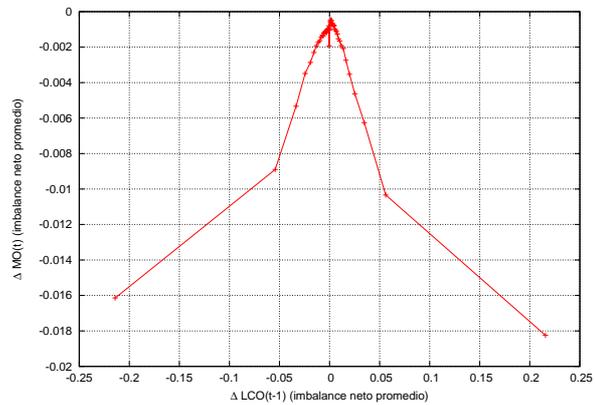
(c) $MO(t)$ vs. $LCO(t - 1)$ en intervalos de 30 minutos.



(d) $MO(t)$ vs. $LCO(t - 1)$ en intervalos de 65 minutos.

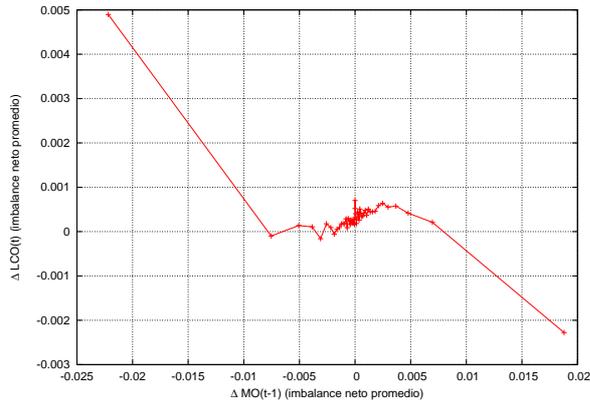


(e) $MO(t)$ vs. $LCO(t - 1)$ en intervalos de 130 minutos.

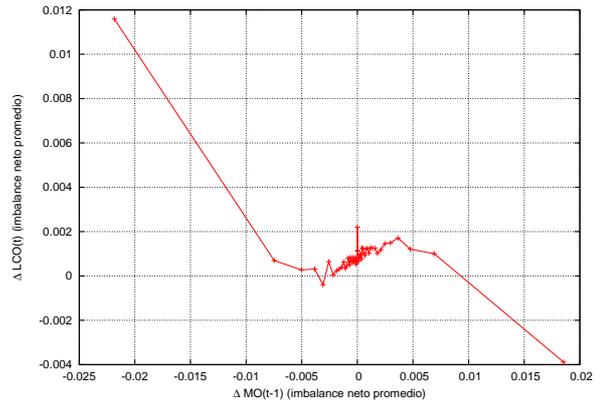


(f) $MO(t)$ vs. $LCO(t - 1)$ en intervalos de 195 minutos.

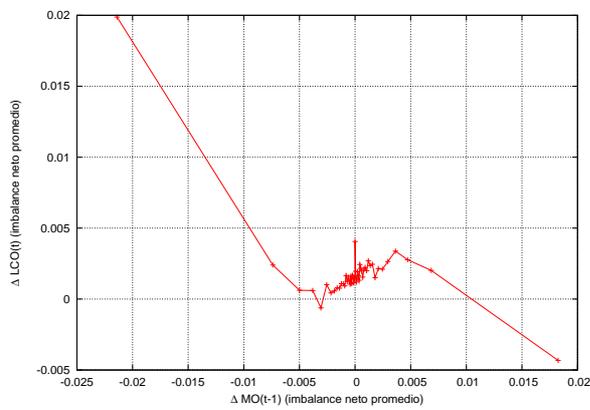
Figura 4.6: Gráficas del promedio del *imbalance* contemporáneo de órdenes a mercado ($MO(t)$) para distintos intervalos, condicionados al *imbalance* neto en órdenes limitadas al tiempo $t - 1$ ($LCO(t)$).



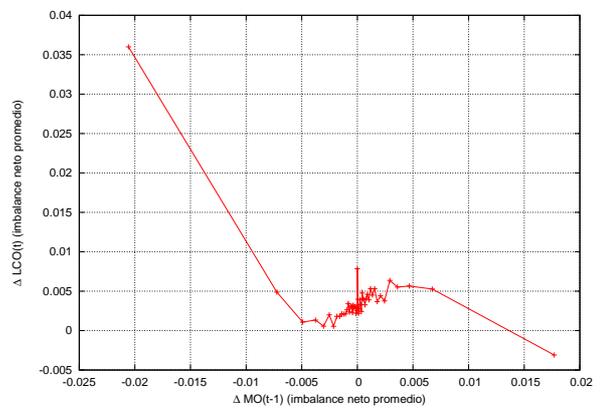
(a) $LCO(t)$ vs. $MO(t - 1)$ en intervalos de 5 minutos.



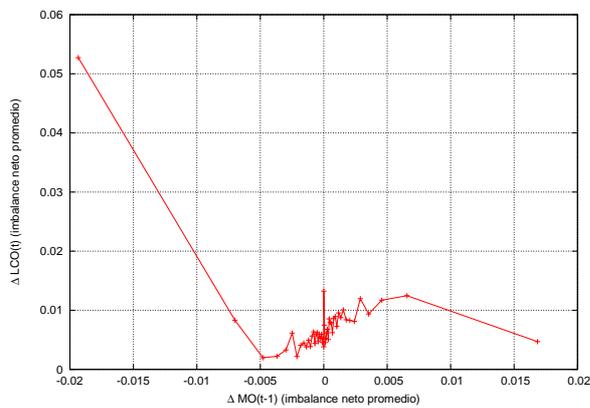
(b) $LCO(t)$ vs. $MO(t - 1)$ en intervalos de 15 minutos.



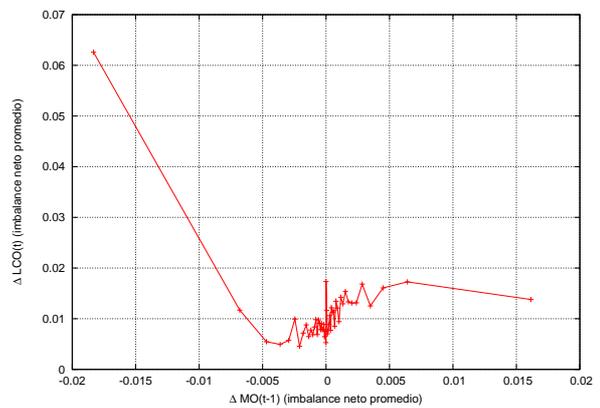
(c) $LCO(t)$ vs. $MO(t - 1)$ en intervalos de 30 minutos.



(d) $LCO(t)$ vs. $MO(t - 1)$ en intervalos de 65 minutos.



(e) $LCO(t)$ vs. $MO(t - 1)$ en intervalos de 130 minutos.



(f) $LCO(t)$ vs. $MO(t - 1)$ en intervalos de 195 minutos.

Figura 4.7: Gráficas del promedio del *imbalace* contemporáneo de órdenes limitadas ($LCO(t)$) para distintos intervalos, condicionados al *imbalace* en órdenes a mercado al tiempo $t - 1$ ($MO(t)$).

faciéndola su demanda de venta con la exigencia de liquidez propuesta por las órdenes limitadas en la compra. Sin embargo, una vez que la venta de órdenes a mercado aumenta, entonces nuevamente existe el efecto de arrastre y por tanto las posturas limitadas en la venta tendrán que ser canceladas o modificadas y enviarse a mejores precios, con lo cual, las posturas limitadas en la compra tenderán a ejecutarse fácilmente y por tanto un descenso en el precio será la consecuencia más próxima.

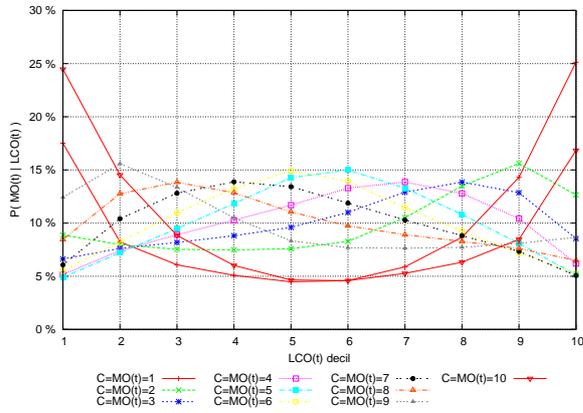
Lo interesante en este caso es el efecto de propagación que las órdenes a mercado tienen sobre los posibles eventos futuros. En este sentido existen dos efectos que están relacionados con la dirección del *imbalance* de este tipo de órdenes. Como se observa en el conjunto de figuras 4.7, si el *imbalance* en $MO(t-1)$ tiene dirección hacia la compra, entonces su efecto será temporal, pues el efecto de arrastre sobre las órdenes limitadas al tiempo t tendrá posibles repercusiones sobre el efecto de liquidez: a mayor compra de órdenes a mercado a $t-1$ es más factible un exceso de liquidez por órdenes limitadas en la misma dirección. El hecho de que en los intervalos de 130 y 195 minutos (Figuras 4.7e y 4.7f) se rompa la relación compra/compra y pase a compra/venta entre ambas componentes del flujo, es una indicación de que grandes órdenes institucionales son las que se encuentran operando con ese estilo de operación y por tanto arrastran al mercado hasta esos extremos. Por el contrario, si el *imbalance* en $MO(t-1)$ tiene dirección hacia la venta, entonces el efecto será permanente, pues si bien la escala de la tendencia cambia entre uno y otro intervalo, el efecto es siempre el mismo: a mayor venta de órdenes a mercado al tiempo $t-1$, mayor venta de órdenes limitadas al tiempo t .

El hecho de que exista tal asimetría entre los *imbalances* puede estar relacionada al posible riesgo que los participantes puedan asumir entre la urgencia o disposición de liquidez que tengan. Parece ser que si los *traders* operan fuertemente en la compra con órdenes a mercado, entonces puede que los efectos futuros estén relacionados a un amortiguamiento en los precios debido al efecto de arrastre que tendrán sobre las órdenes limitadas en la misma postura, con lo cual, las posibles consecuencias de efectos reversibles en el precio sean de menor magnitud que si se hubiera entrado al mercado a operar con órdenes a mercado de venta al tiempo $t-1$. Esto último es debido a que el efecto permanente de las órdenes de venta a mercado a $t-1$ y su efecto de arrastre sobre las órdenes limitadas no tenga el amortiguamiento suficiente para compensar posibles cambios de dirección en el precio y por tanto, mayor riesgo se asume y finalmente, mayores pérdidas.

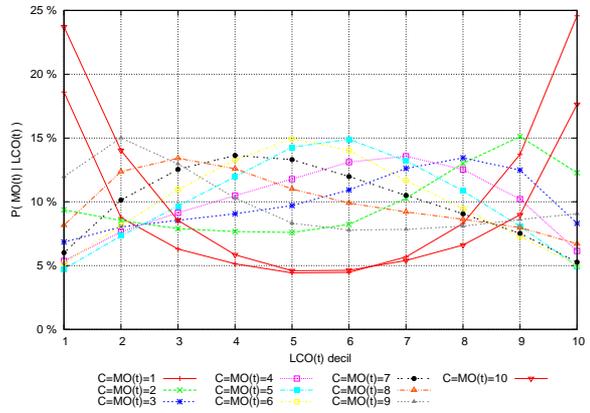
Aunque un análisis de correlación lineal enfocado a valores promedio es interesante, oscurece un panorama mucho más interesante que emerge cuando se considera la distribución de probabilidad. Por ejemplo, el conjunto de Figuras 4.8 muestra la probabilidad de que ocurra un evento de *imbalance* en $MO(t)$ dadas las condiciones en $LCO(t)$. En este sentido, para todos los intervalos analizados es de destacarse dos aspectos relevantes: el comportamiento de los deciles 1 y 10 para la Clase $MO(t)$. Para el decil 10 (exceso de venta) de órdenes limitadas al tiempo t , conduce al decil 1 (exceso de venta) de *imbalance* en órdenes a mercado al mismo tiempo t a una probabilidad del 25% para intervalos de 5 y 15 minutos y de 24% para el resto de intervalos; esto es, 2.4~2.5 veces más que si se tratara de un evento aleatorio. Lo anterior indica que para eventos contemporáneos entre $MO(t)$ y $LCO(t)$, un fuerte *imbalance* de venta en órdenes limitadas tendrá asociada una mayor probabilidad de un fuerte *imbalance* de venta en órdenes a mercado. Cabe destacar sin embargo, que es el decil 1 en $LCO(t)$ (exceso de compra) el que tiene la siguiente mayor contribución a la probabilidad del decil 1 de $MO(t)$, con un valor que oscila entre el 17-20%, lo cual representa entre el 70-100% más que si se tratara de un evento aleatorio. Esto quiere decir que para que haya un fuerte *imbalance* en la venta de órdenes a mercado, los dos eventos más probables que lo generen son o una excesiva venta de órdenes limitadas, o bien, una excesiva compra de órdenes limitadas.

Por si fuera poco, la complejidad del mercado aumenta debido a que el mismo fenómeno ocurre cuando se trata de determinar la probabilidad de que exista un fuerte *imbalance* en la compra de

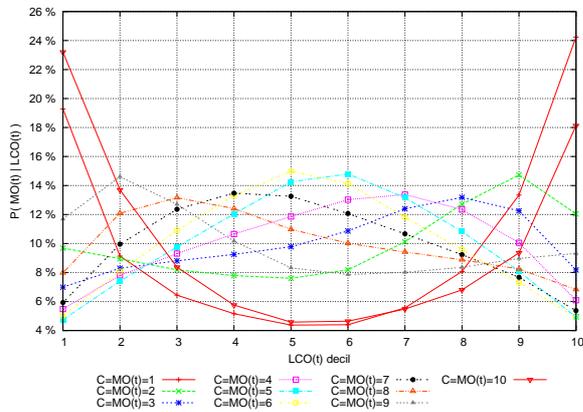
órdenes a mercado. Para el decil 1 (exceso de compra) de órdenes limitadas al tiempo t , condu-



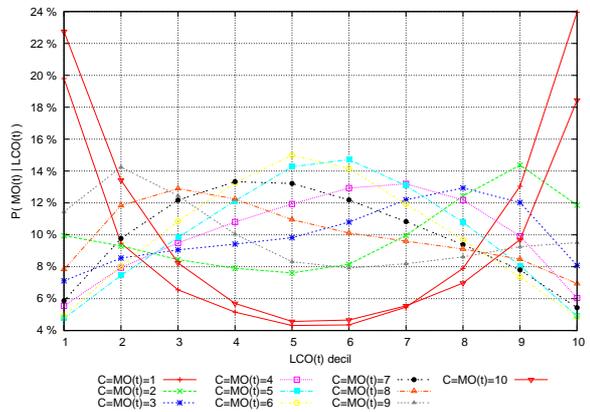
(a) $P(MO(t)|LCO(t))$ en intervalos de 5 minutos.



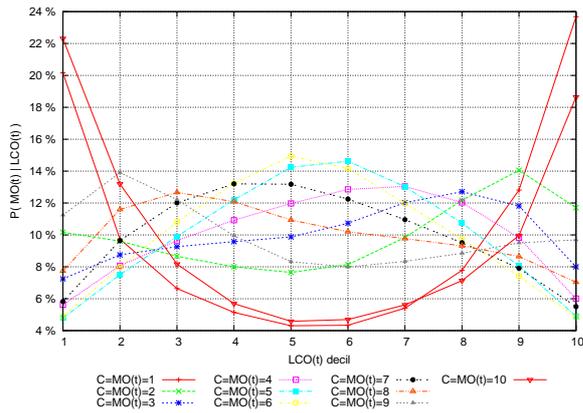
(b) $P(MO(t)|LCO(t))$ en intervalos de 15 minutos.



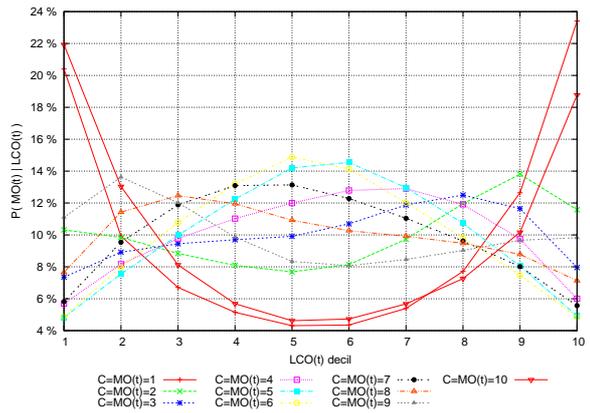
(c) $P(MO(t)|LCO(t))$ en intervalos de 30 minutos.



(d) $P(MO(t)|LCO(t))$ en intervalos de 65 minutos.



(e) $P(MO(t)|LCO(t))$ en intervalos de 130 minutos.



(f) $P(MO(t)|LCO(t))$ en intervalos de 195 minutos.

Figura 4.8: Gráfica de probabilidad para la Clase $C = MO(t)$ dadas las condiciones de *imbalance* en $LCO(t)$.

ce al decil 10 (exceso de compra) de *imbalance* en órdenes al mercado al mismo tiempo t a una probabilidad que oscila entre el 22-25 % para todos los intervalos, lo cual indica que es 2.5 veces más probable que ocurran este tipo de eventos que uno meramente aleatorio. De igual forma, el decil 10 (exceso de venta) en *imbalance*s de órdenes limitadas es el que conduce al siguiente evento con mayor probabilidad para fuertes *imbalance*s de compra en órdenes a mercado, oscilando entre el 17-19 % de probabilidad de que ocurra este tipo de eventos. De este modo, para que exista un fuerte *imbalance* en la compra de órdenes a mercado, los dos eventos más probables que le generen son o una excesiva compra de órdenes limitadas, o bien, una excesiva venta de órdenes limitadas. En resumen, mucha compra/venta en órdenes a mercado es originada ya sea por mucha venta en órdenes limitadas, o bien, por mucha compra en órdenes limitadas cuando ambas componentes del flujo son contemporáneas.

La complejidad de la relación entre estas componentes contemporáneas del flujo está reflejada en el mismo proceso de operación. Si un *trader* está comprando/vendiendo altas cantidades de volumen (como puede ser un cliente institucional) y por tanto, generando un fuerte *imbalance* en la dirección de la orden, no tiene la seguridad de que los eventos que acontezcan a la par en que realiza sus ejecuciones lleven la misma dirección que él.

Esto es, según los resultados anteriores, la dirección de la operación del *trader* puede estar condecida por ejecuciones que lleven la misma dirección o la opuesta, con lo cual una vez que termine de ejecutar su postura tiene en última instancia 50 % de probabilidad de que el mercado continúe con la misma dirección y por tanto obtener ganancias a partir de ello, o bien, que el mercado reaccione de forma opuesta y obteniendo así pérdidas.

Otro caso de análisis es el de la distribución de probabilidad para los deciles 1 y 10 de órdenes a mercado a t con respecto a eventos ocurridos al tiempo $t - 1$, tanto en órdenes a mercado así como el flujo de liquidez neta determinada por las órdenes limitadas y cancelaciones. La Figura 4.9 muestra este resultado en donde se asume que las componentes del flujo $LCO(t - 1)$ y $MO(t - 1)$ son independientes entre sí. Para la comprensión de las gráficas, se realizó un mapa de calor cuyo indicador de color muestra la magnitud de probabilidad de estar en un determinado escenario, dadas las condiciones de los *imbalance*s al tiempo $t - 1$. Igualmente, de forma general se muestra sólo la distribución para intervalos de 5 minutos debido a que el resto de intervalos conserva, en esencia, la misma distribución con niveles semejantes de probabilidad. De este modo, podemos apreciar que eventos al tiempo $t - 1$ que generan un exceso de venta en órdenes a mercado al tiempo t (decil 1, Figura 4.9a), son aquellos asociados a un exceso en venta de órdenes a mercado (decil 1) y con un exceso de venta en liquidez neta (decil 10) derivada del flujo neto de órdenes de venta limitadas y cancelaciones en la venta. Este tipo de eventos tiene una probabilidad de ocurrencia del 40 %, ¡que es 4 veces más que si se tratara de un evento aleatorio! Los eventos de mayor probabilidad subsecuentes a la combinación (1,10,1) (decil 1 en $MO(t - 1)$, decil 10 en $LCO(t - 1)$ y decil 1 en $MO(t)$) son con un 35 % las combinaciones (1,2...5,1), donde $2 \dots 5 = \{2, 3, 4, 5\}$, cuya probabilidad oscila alrededor del 35 % y finalmente la combinación (1,10,1) con una probabilidad del 35 %. De forma generalizada se puede argumentar que, ya sea que haya ocurrido demasiada venta o compra, o “no haya pasado nada” en el flujo de liquidez neta al tiempo $t - 1$, pero que haya existido mucha venta por parte de órdenes a mercado al mismo tiempo $t - 1$, entonces la respuesta al tiempo t en términos de órdenes a mercado es que continúe la tendencia hacia la venta. De igual manera, cuando hay un exceso de compra en las componentes $MO(t - 1)$ y $LCO(t - 1)$ (deciles 10-1) o mucha compra en la componente $MO(t - 1)$ (decil 10) y mucha venta en la componente $LCO(t - 1)$ (decil 10), la probabilidad de que haya mucha venta al tiempo t en órdenes a mercado es relativamente marginal y se reduce a ser un evento aleatorio. Asimismo, si en los *imbalance*s a $t - 1$ no hay actividad en el mercado –los cuales están relacionados a los deciles 5-6, pues la magnitud de los *imbalance*s es mínima y no hay una tendencia general que muestre mayor compra o mayor venta; de aquí la frase “no haya pasado nada”– como son los deciles 5 y 6 en $MO(t - 1)$ y $LCO(t - 1)$, entonces lo que se

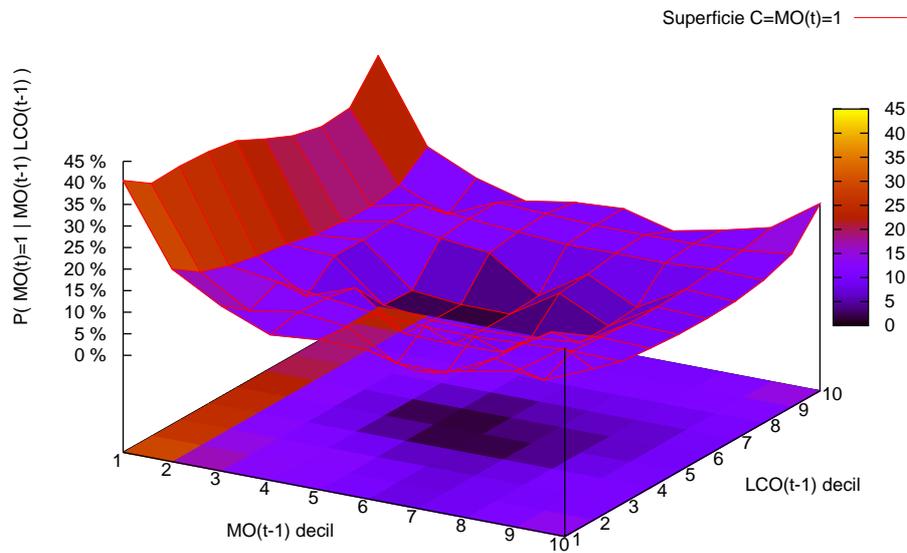
espera es que al tiempo t no haya relevancia alguna o efecto sobre si puede haber o no un exceso de venta con órdenes a mercado. En otras palabras, si en el pasado “no ocurrió nada”, entonces lo que se puede esperar en el presente es que “nada siga ocurriendo”.

Aunque los resultados suenan lógicos y están en completo acuerdo con lo discutido cuando se analizó la relación $MO(t)$ y $MO(t - 1)$ al inicio de la presente sección, nuevamente la complejidad del mercado emerge de forma natural. Si analizamos lo que sucede con el decil 10 de la componente MO al tiempo t (Figura 4.9b), los resultados son nuevamente sorprendentes. En este caso, para que haya un exceso de compra en órdenes a mercado al tiempo t (decil 10 en $MO(t)$), el evento o combinación de eventos a $t - 1$ que lo generen está asociado a un exceso de compra tanto en órdenes a mercado (decil 10) como en liquidez neta (decil 1), con una probabilidad de aproximadamente 35 % (combinación (10,1,10)). Sin embargo, el siguiente evento con mayor probabilidad que induce una gran compra en órdenes a mercado al tiempo t está determinado por un exceso de compra en órdenes a mercado el tiempo $t - 1$ (decil 10) y un exceso de venta en órdenes limitadas (decil 10) al mismo tiempo $t - 1$ (combinación (10,10,10)), con una probabilidad de ocurrencia del 27 %. Adicionalmente, otros dos eventos que destacan son las combinaciones (1,1,10) y (1,10,10), es decir, excesos en la venta en $MO(t - 1)$ y excesos en la compra en $LCO(t - 1)$ producirán un exceso de compra órdenes a mercado al tiempo t , pero de igual forma, excesos en la venta en $MO(t - 1)$ y en $LCO(t - 1)$ producirán un exceso de compra órdenes a mercado al tiempo t , ambos casos con probabilidades ligeramente mayor al 20 %.

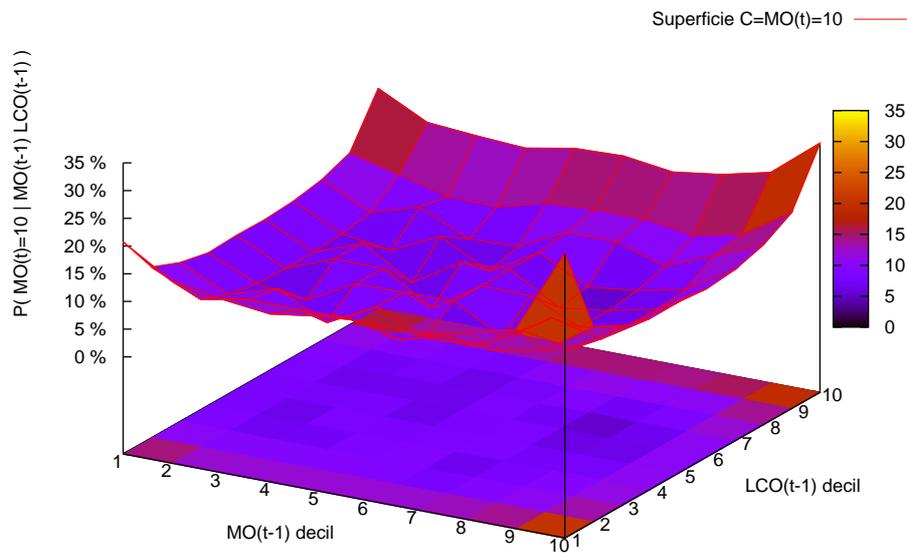
De acuerdo a los resultados, para que haya un *imbalance* fuerte de órdenes a mercado al tiempo t , ya sea de compra o venta, debe haber toda una serie de eventos en el pasado. Sin embargo, es la misma complejidad de esta serie la que hace que el *imbalance* se incline hacia una u otra dirección, puesto las series combinadas pueden originar un estado en que el *imbalance* tienda hacia la compra o bien, hacia la venta. En el Cuadro 4.1 se muestra un resumen de resultados para los casos anteriormente analizados: $P(MO(t) = n | MO(t - 1)LCO(t - 1))$, $n = 1, 10$. Se puede observar que los casos opuestos (v,v,v) y (c,c,c) tienen en términos generales, una probabilidad de ocurrencia muy semejante de tal modo que entre eventos del mismo signo (compra o venta) existe una fuerte correlación en el tiempo, tal y como se discutió anteriormente; es decir, mucha compra antecede mucha compra y, mucha venta antecede mucha venta. No obstante, dos escenarios en particular que llaman la atención son las combinaciones (1,10,1) y (1,10,10), que generan los casos (v,v,v) y (v,v,c), con probabilidades del 40 % y 20 %. Esto muestra que a pesar de que fuertes *imbalances* en la venta al tiempo $t - 1$ a través de órdenes a mercado o por liquidez neta de órdenes limitadas y cancelaciones, también se puede generar al tiempo t , además de mucha venta, mucha compra. De aquí que aunque se tenga el escenario (v,v) al tiempo $t - 1$ de las componentes MO y LCO , la probabilidad de que continúe con la misma tendencia se reduce al 20 % (40 % venta - 20 % compra), con lo cual no sólo se ve afectado el signo del *imbalance*, sino también el precio del activo.

Como resultado general, se observa que la distribución de probabilidad, $P(MO(t) = \{1, 10\} | I_i(t - 1) = n)$, sobre los diferentes deciles, n , para la componente LCO del vector de *imbalances* \mathbf{I} al tiempo $t - 1$ es bimodal como función de n . Nótese que la probabilidad de ser parte de los deciles 1 o 10 en *imbalances* de órdenes a mercado al tiempo t dados los *imbalances* contemporáneos en deciles de 2 a 8 en la componente LCO , es menor a la probabilidad de un evento aleatorio, es decir, existe una correlación negativa con la probabilidad de ser hasta un 50 % menor que el nivel de distribución al azar del 10 %. Con esto, es posible concluir que el precio es la variable menos “predictiva” con valores mucho más cercanos al 10 % de referencia al azar que cualquier variable del flujo.

De este modo existe una probabilidad sustancial de que el flujo de el *imbalance* en el flujo de órdenes cambie de signo en el siguiente instante. En otras palabras, si el *imbalance* fue fuerte y positivo/negativo, entonces existe una mayor probabilidad de que ingenuamente se pueda esperar



(a) $P(MO(t) = 1 | LCO(t-1)MO(t-1))$ en intervalos de 5 minutos.



(b) $P(MO(t) = 10 | LCO(t)MO(t-1))$ en intervalos de 5 minutos.

Figura 4.9: Gráfica de probabilidad para la Clase $C = MO(t) = \{1, 10\}$ dadas las condiciones de *imbalances* en LCO y MO a $t - 1$ para intervalos de 5 minutos.

Cuadro 4.1: Combinaciones entre $MO(t-1)$ y $LCO(t-1)$ y sus efectos probabilísticos en $MO(t)$.

Combinación - decil $(MO(t-1), LCO(t-1), MO(t))$	<i>Imbalance</i> c = compra v = venta n = nada	Probabilidad
(1,10,1)	(v,v,v)	40 %
(1,2,1)	(v,c,v)	35 %
(1,3,1)	(v,c,v)	35 %
(1,4,1)	(v,c,v)	35 %
(1,5,1)	(v,n,v)	35 %
(1,10,1)	(v,v,v)	35 %
(10,1,10)	(c,c,c)	35 %
(10,10,10)	(c,v,c)	27 %
(1,1,10)	(v,c,c)	20 %
(1,10,10)	(v,v,c)	20 %

que en el siguiente instante sea también fuerte y negativo/positivo. Una posible razón por la cual esto suceda es debido a las órdenes institucionales: el mercado se habitúa a la continua presencia del flujo de órdenes de un determinado signo, en particular el flujo de órdenes a mercado, permitiendo el arribo de mayor liquidez en la postura contraria. Sin embargo, eventualmente la orden institucional se termina y bajo esta circunstancia, el mercado debe inferir que la presión de este flujo de órdenes autocorrelacionado ha terminado. Como se enfatizó anteriormente en la discusión de la relación entre oferta y demanda contemporáneas, este proceso toma tiempo, que depende de la fuerza del signo del *imbalance*. Mientras que el mercado reúne toda la información para inferir el fin de una orden institucional, también está “empujando” en la dirección opuesta. Esta reversión en el flujo de órdenes genera por tanto un *imbalance* opuesto. Por tanto, si la orden institucional continua, se obtendrá un *imbalance* de gran magnitud de un determinado signo, mientras que si termina, se obtendrá un *imbalance* de gran magnitud pero en sentido contrario. Como las órdenes institucionales tienden a tener una duración mayor a 5 minutos, es más probable que la operación continúe en vez que termine, por lo que este “rebote” en el flujo de órdenes es asimétrico y permite una reducción parcial en la magnitud del *imbalance*.

Otra observación importante con respecto a la distribución de probabilidad de la dinámica del flujo de órdenes, es que la bimodalidad implica un gran varianza. En otras palabras, si calculamos, aproximadamente, el valor esperado de una componente particular del vector de *imbalances* como, $\langle I_i(t) \rangle$ como,

$$\langle I_i(t) \rangle = \sum_{k=1}^{10} \langle I_i = k \rangle P(I_i(t) = k | I_j(t-1) = 10), \quad (4.8)$$

como una suma ponderada sobre las probabilidades que están en diferentes deciles condicionadas al hecho de que un componente del *imbalance* en particular, I_j a $t-1$ esté en el decil 10, entonces el que exista este “rebote” implica que tanto $P(I_i(t) = 10 | I_j(t-1) = 10)$ y $P(I_i(t) = 1 | I_j(t-1) = 10)$ contribuyan sustancialmente a $\langle I_i(t) \rangle$. Como $\langle I_i = 1 \rangle \approx -\langle I_i = 10 \rangle$, donde $\langle I_i = n \rangle$ es el valor esperado del componente del *imbalance* I_i en el n -ésimo decil, entonces veremos que $\langle I_i(t) \rangle$ sea mucho menor que $\langle I_i = 10 \rangle$. Esto es, en efecto, la fuente de la reducción en la magnitud del *imbalance* del flujo de órdenes a pesar del hecho de que hay una gran cantidad de autocorrelación. Consideraciones similares se mantienen para la dependencia en la distribución de probabilidad para el decil 10 en

el *imbalance* de liquidez neta, $P(LCO(t) = 10|I_i(t-1) = n)$, como función de las componentes del vector de *imbalances* a $t-1$. Una vez más, la distribución es bimodal.

4.3 Relación entre Rendimientos/Impacto de Mercado y el Flujo de Órdenes

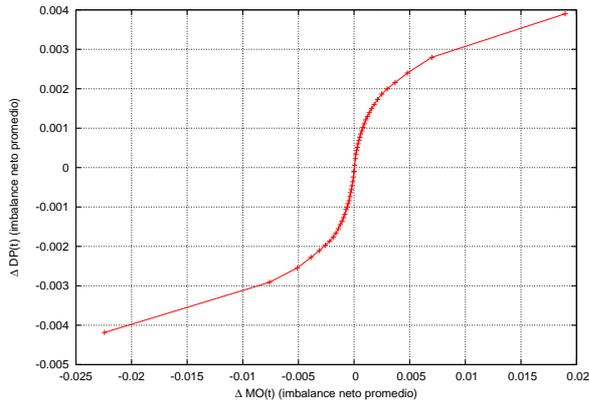
A partir de este punto, el trabajo se enfocará en cómo el flujo de órdenes contemporáneo y pasado afectan a los rendimientos/impacto de mercado.

4.3.1 Rendimientos/Impacto de Mercado Contemporáneos Dependientes de la Liquidez Disponible

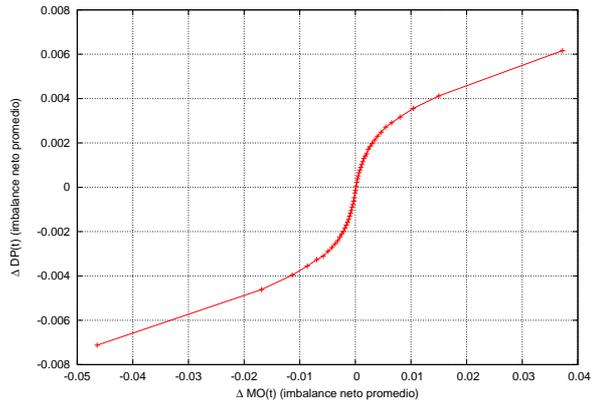
En la sección anterior se argumentó que, los rendimientos y por tanto, por implicación directa, el impacto de mercado deben depender del balance relativo entre la oferta y demanda y que se manifiesta por sí misma en las distintas componentes que se han considerado: órdenes limitadas, cancelaciones, y órdenes a mercado contra liquidez desplegada u oculta. Para adentrarse aun más, ahora se considerará el rendimiento promedio, $\Delta P(t)$ como función del *imbalance* de órdenes a mercado en contra de liquidez desplegada, $MO(t)$ y al *imbalance* en liquidez neta, $LCO(t)$. En la Figura 4.10 se muestra esta relación ΔP vs. $MO(t)$ para todos los intervalos analizados previamente. El hecho inmediato que se hace notar en todo el conjunto de gráficas, es la concavidad de la relación entre $\Delta P(t)$ y $MO(t)$ tanto para compras como ventas, mostrando una simetría entre ambas posturas. Este resultado concuerda prácticamente con todos los postulados en la literatura, el cual, en esencia, indica que grandes cantidades de volumen operados (fuertes *imbalances*) solo afectan marginalmente el rendimiento/impacto de mercado; es decir, solo lo afectan ligeramente más que órdenes de menor volumen. La concavidad es un efecto que se muestra en todos los intervalos de tiempo. Esto muestra que la concavidad es un efecto permanente y que por tanto, lo único que cambia entre un horizonte de tiempo y otro es la escala con que los *imbalances* afectan al rendimiento/impacto de mercado.

Sin embargo, es válido cuestionarse sobre si esta concavidad está también relacionada con alguna otra componente del flujo de órdenes. En la Figura 4.11 se observa la relación entre las componentes $LCO(t)$ y $MO(t)$ y su afectación sobre los rendimientos/impacto de mercado, $\Delta P(t)$. Aunque en el eje de $LCO(t)$ se muestran valores de *imbalance*, éstos valores están asociados al valor promedio de los *imbalances* en cada decil de $LCO(t)$; es decir, *imbalances* más negativos están asociados a deciles 1,2,3, etc. e *imbalances* más positivos están asociados a deciles 10, 9, 8, etc. en $LCO(t)$. De nuevo, lo que se observa es que los rendimientos/impacto de mercado para una dada $MO(t)$ dependen del *imbalance* de liquidez y dos, que la concavidad de la relación $\Delta P(t)$ y $MO(t)$ también depende del *imbalance* de liquidez.

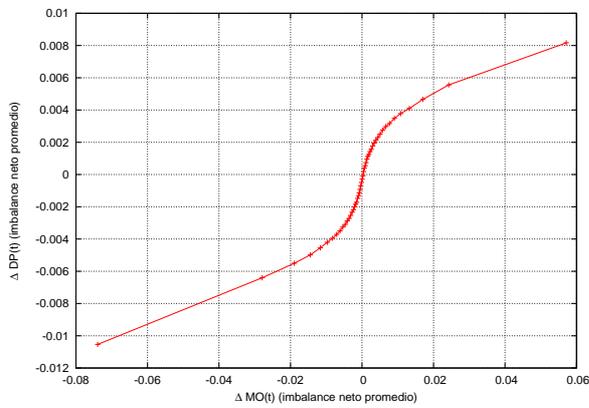
Ciertamente se puede apreciar que un determinado *imbalance* en órdenes a mercado conlleva tanto a rendimientos positivos y negativos dependiendo del signo del *imbalance* de liquidez neta. Si existe un gran *imbalance* en el *bid* relativo al *offer*, entonces órdenes a mercado de venta conllevan a rendimientos negativos en lugar de positivos. Sin embargo, cuando el *imbalance* de liquidez es bastante neutral –deciles 5 y 6 o *imbalances* cercanos a cero– se observa que el signo de $\Delta P(t)$ está esencialmente determinado por el signo del correspondiente *imbalance* de órdenes a mercado. Nótese que no existen rendimientos triviales, incluso en la ausencia del *imbalance* de liquidez neta. Esto es claro en las intercepciones de las curvas a $MO(t) = 0$, con los *imbalances* de mayor magnitud –deciles 1 y 10– asociados con los cambios en el precio en alrededor de 30 puntos base.



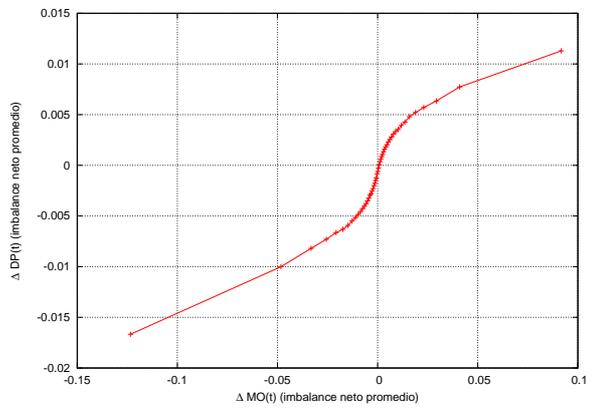
(a) $DP(t)$ vs. $MO(t)$ en intervalos de 5 minutos.



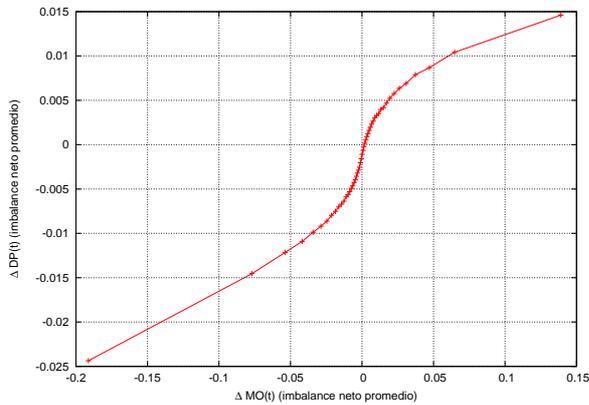
(b) $DP(t)$ vs. $MO(t)$ en intervalos de 15 minutos.



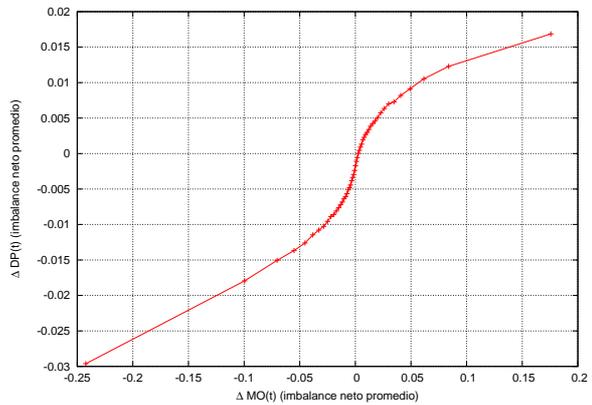
(c) $DP(t)$ vs. $MO(t)$ en intervalos de 30 minutos.



(d) $DP(t)$ vs. $MO(t)$ en intervalos de 65 minutos.



(e) $DP(t)$ vs. $MO(t)$ en intervalos de 1130 minutos.



(f) $DP(t)$ vs. $MO(t)$ en intervalos de 195 minutos.

Figura 4.10: Relación entre los rendimientos/impacto de mercado y la componente MO del flujo de órdenes al tiempo t .

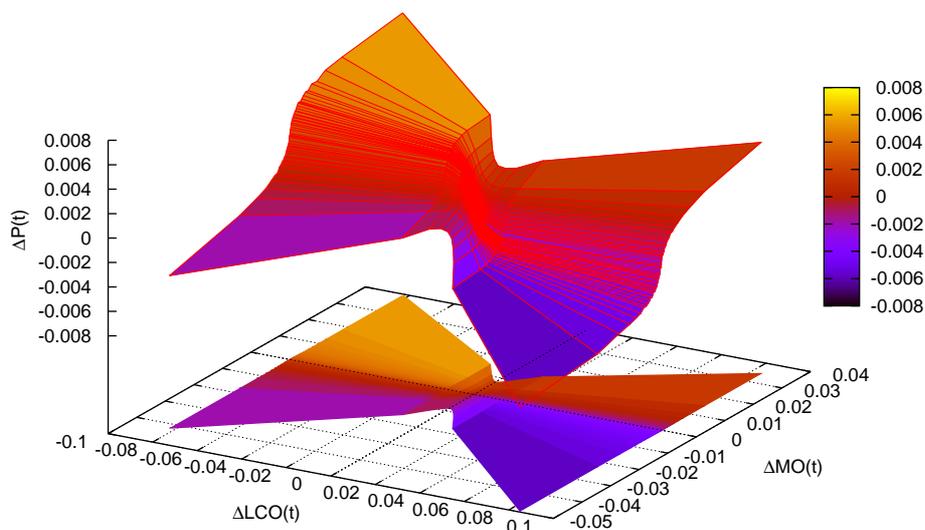


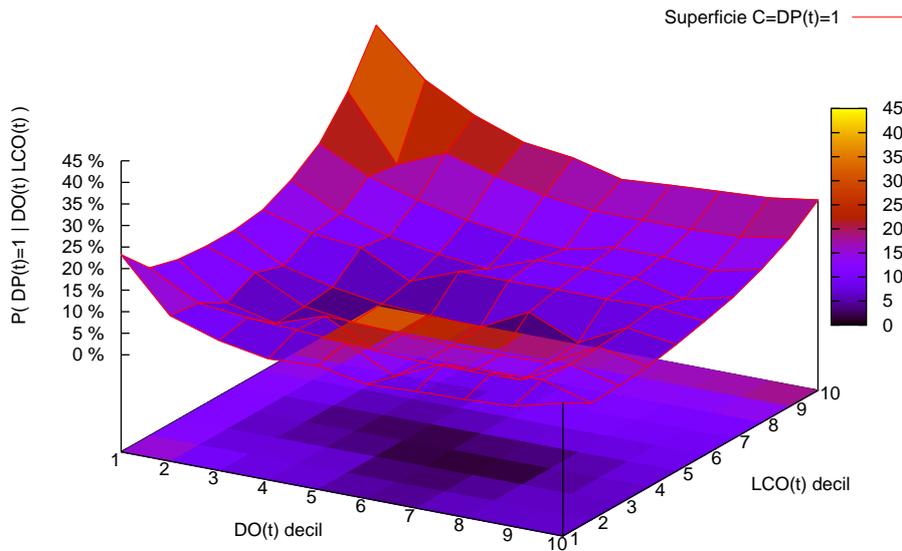
Figura 4.11: Relación entre las componentes de *imbalance* $LCO(t)$, $MO(t)$ y su influencia sobre los rendimientos/impacto de mercado.

La segunda característica importante de la Figura 4.11 es que el alto grado de concavidad de los rendimientos/impacto de mercado como función del *imbalance* de órdenes a mercado también dependen del *imbalance* de liquidez. Si se considera el *imbalance* más positivo –correspondiente al decil 10– en $LCO(t)$ en donde hay mayor empuje por parte del *offer* versus el *bid*, se puede apreciar que el incremento marginal en los rendimientos/impacto de mercado para $MO(t)$ positivo aumenta como función de $MO(t)$. Por el contrario, si se compara este *imbalance* positivo con el *imbalance* más negativo –decil 1– en $LCO(t)$, se aprecia que la pendiente de la curva es más grande para una determinada $MO(t)$. En otras palabras, en rendimiento marginal es más fuerte para un determinado *imbalance* en órdenes a mercado cuando el *imbalance* de liquidez está en la contra. En términos de impacto de mercado, esto significa que se debe de pagar más cuando no hay demasiada liquidez a favor. Incluso, si se consideran los *imbalances* negativos de órdenes a mercado y los *imbalances* más y negativos positivos (deciles 1 y 10) de la componente de liquidez neta, entonces las mismas conclusiones se aplican. Las asimetrías en las curvas para grandes *imbalances* de liquidez reflejan el hecho de que el costo marginal de las órdenes a mercado son cada vez menores, independientemente de si se está comprando o vendiendo, cuando el *imbalance* de liquidez está de nuestro lado.

Como se discutió en la sección 4.2.2, podemos preguntarnos sobre la probabilidad de que determinados eventos en el flujo de órdenes afecten a los rendimientos/impacto de mercado. En la Figura 4.12 se puede observar la probabilidad de que ocurran combinaciones de eventos afecten a los rendimientos/impacto de mercado, en donde sólo se muestran los resultados para intervalos de 5 minutos pues, en esencia, el resto de intervalos siguen la misma distribución. En el caso de la combinación de eventos de las componentes DO y LCO al tiempo t (Figura 4.12a), se observa que para tener una alta probabilidad de rendimientos/impacto de mercado negativos (decil 1 en ΔP) al tiempo t , es necesario un fuerte *imbalance* en órdenes de venta a volumen oculto, DO (decil 1), así como un fuerte *imbalance* de venta en liquidez neta, LCO (decil 10). En otras palabras, si existe mucha venta

en liquidez neta a través de órdenes limitadas y cancelaciones continuas, así como mucha venta en órdenes de volumen oculto, entonces existe una probabilidad de aproximadamente el 42 % de que los rendimientos sean negativos, es decir, que el precio disminuya (combinación (1,10,1)). Pero, este evento en los rendimientos también puede estar determinado a través de mucha venta en órdenes de volumen oculto y mucha compra en liquidez neta, produciendo aproximadamente un 25 % de que los rendimientos sean negativos (combinación (1,1,1)). Sin embargo, como regla general se observa que la probabilidad es mayor cada vez que existe el estado (n,10,1), $n = 1 \dots 10$ con probabilidades mayores al 15 %, pues las combinaciones (n,1,1), $n = 1 \dots 10$ oscilan mayoritariamente entre el 5 % y 12 %, excepto la combinación (1,1,1) con 25 %.

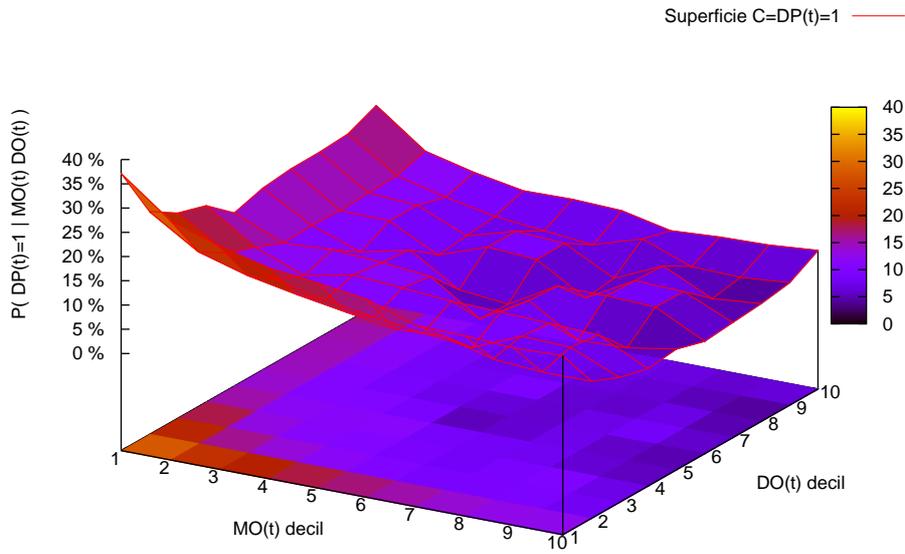
En el caso de la relación MO y DO al tiempo t , se sigue una tendencia similar que el caso anterior(Figura 4.12b): es más probable que los rendimientos sean negativos (decil 1 en $\Delta P(t)$) si hay un fuerte *imbalance* en órdenes de venta a mercado y mucha venta con órdenes de volumen oculto (deciles 1, 1 en $MO(t)$ y $DO(t)$, respectivamente, resultando en la combinación (1,1,1) con una probabilidad del 37 %. La misma relación de venta es la que se presenta para el caso que relaciona a MO con LCO y los rendimientos al tiempo t . La Figura 4.12c revela que mucha venta en órdenes a mercado (decil 1 en $MO(t)$), contemporánea a mucha venta en la componente de liquidez neta (decil 10 en $LCO(t)$), generarán con mayor probabilidad un rendimiento negativo (decil 1 en $\Delta P(t)$), lo cual produce finalmente la combinación (1,10,1).



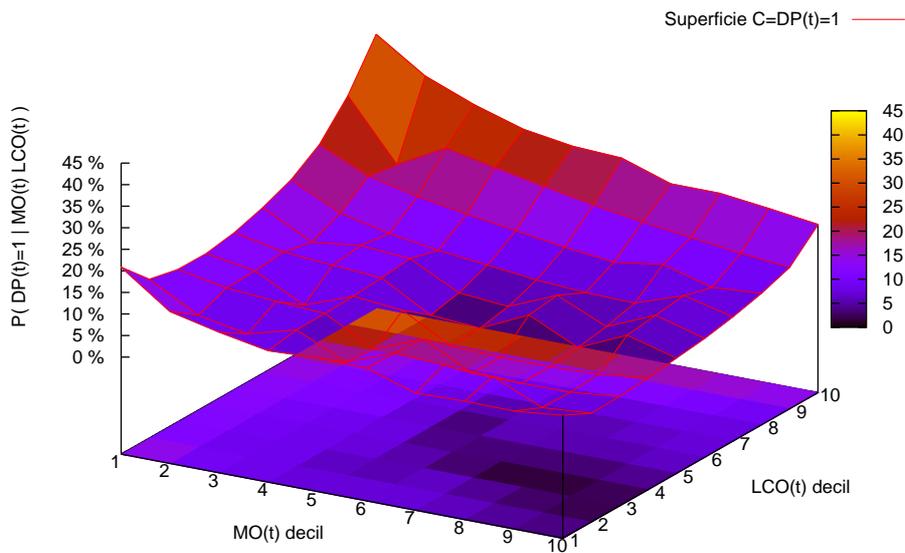
(a) $\mathbf{P}(\Delta P(t) = 1 | DO(t) LCO(t))$ en intervalos de 5 minutos.

Figura 4.12: Gráfica de probabilidad para la Clase $C = \Delta P(t) = 1$ dadas las condiciones de *imbalances* en DO , MO y LCO a t para intervalos de 5 minutos.

Nótese que en los tres casos anteriores, fuertes *imbalances* de venta en las componentes $MO(t)$, $LCO(t)$ y $DO(t)$ tendrán como consecuencia que haya con mayor probabilidad que los rendimientos sean negativos. De igual forma, el estado que menos producirá rendimientos negativos habiendo actividad en el mercado, es aquel donde haya mucha compra a través de órdenes de volumen oculto



(b) $P(\Delta P(t) = 1 | MO(t) DO(t))$ en intervalos de 5 minutos.



(c) $P(\Delta P(t) = 1 | MO(t) LCO(t))$ en intervalos de 5 minutos.

Figura 4.12: Gráfica de probabilidad para la Clase $C = \Delta P(t) = 1$ dadas las condiciones de *imbalances* en DO , MO y LCO a t para intervalos de 5 minutos.

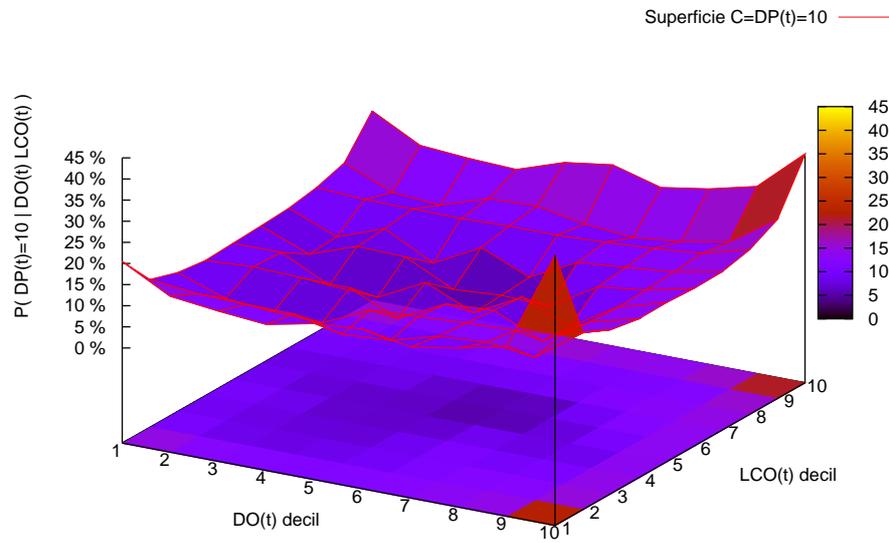
y de liquidez neta, así como de órdenes a mercado; o bien, mucha compra con órdenes de volumen oculto y órdenes a mercado. Claro, nuevamente se tiene el caso de que cuando “no pasa nada”, entonces “nada es lo que pasará”. Esto último se observa en las regiones centrales de las gráficas, donde ligeros *imbalances* en las componentes del flujo no tendrán mayor incidencia sobre los rendimientos, al menos en el caso en que sean negativos.

Igual de relevante es el caso en que se desea determinar los eventos que inducen con mayor probabilidad un *imblance* positivo en los rendimientos. La Figura 4.13 muestra las mismas tres componentes, $MO(t)$, $LCO(t)$ y $DO(t)$ y sus diferentes estados que afectan a los rendimientos cuando éstos últimos son positivos. Cuando al tiempo t existe mucha compra a través de órdenes de volumen oculto (decil 10 en $DO(t)$) y mucha liquidez neta en la compra (decil 1 en $LCO(t)$), existe una probabilidad promedio del 40% en que el *imblance* de los rendimientos sea positivo (combinación (10,1,10), Figura 4.13a). No obstante, el siguiente evento con mayor probabilidad con las mismas componentes es aquel de la combinación (10,10,10); es decir, mucha compra a través de órdenes de volumen oculto y mucha venta en liquidez neta, ejerciendo una probabilidad de generar un *imblance* positivo en los rendimientos de poco más del 30%. Sin embargo, algunos resultados relevantes de la combinación de estas dos componentes del flujo son, que a pesar de haber *imbalances* neutros en órdenes de volumen oculto, si hay un exceso de liquidez neta, ya sea de compra o de venta, existe una probabilidad promedio del 15% de que haya un *imblance* positivo en los rendimientos, ¡50% más si se tratara de un evento puramente aleatorio!

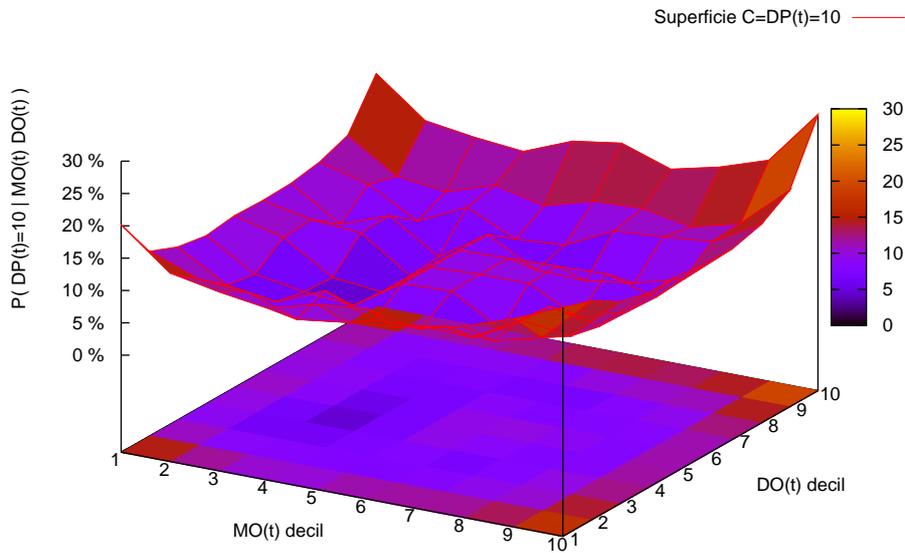
A diferencia de la combinación entre las componentes $MO(t)$ y $DO(t)$ para *imbalances* de rendimientos negativos en donde la combinación (1,1,1) ($MO(t), DO(t), \Delta P(t)$) es claramente la que genera mayor probabilidad de que se produzca un *imblance* muy negativo en los rendimientos, para el decil 10 en $\Delta P(t)$ ocurre un caso muy particular. Como lo muestra la Figura 4.13b, existen 4 combinaciones que generan con mayor probabilidad un *imblance* positivo en los rendimientos. El primero de ellos es la combinación (10,10,10), esto es, mucha compra con órdenes a mercado y mucha compra con órdenes de volumen oculto, produciendo así una probabilidad del 27% de que se genere un *imblance* positivo en los rendimientos. Sin embargo, las siguientes tres combinaciones (10,1,10), (1,10,10) y (1,1,10), tienen un 20% de probabilidad de que produzcan un *imblance* muy positivo en los rendimientos. Estas combinaciones corresponden a mucha compra/venta/venta a través de órdenes a mercado y mucha venta/compra/venta de órdenes de volumen oculto; en esencia, todas las combinaciones entre compra y venta para los *imbalances* de las dos componentes del flujo generan una alta probabilidad de que hay rendimientos muy positivos.

Finalmente, la Figura 4.13c muestra la distribución de probabilidad de que exista un fuerte *imblance* positivo en $\Delta P(t)$ dados los *imbalances* $MO(t)$ y $LCO(t)$. En este caso, si hay un fuerte *imblance* de compra en órdenes a mercado y si el *bid* empuja más fuerte que el *offer* en liquidez neta, entonces hay una probabilidad del 40% de que exista un fuerte *imblance* positivo en $\Delta P(t)$ (combinación (10,1,10)). El mismo resultado en $\Delta P(t)$ existe si el mismo *imblance* en órdenes a mercado prevalece pero ahora con una mayor cantidad de oferta que demanda en liquidez neta, generando un 28% de probabilidad de ocurrencia (combinación (10,10,10)). El caso opuesto en *imbalances* de órdenes a mercado también genera un alto *imblance* positivo en $\Delta P(t)$. Por ejemplo, las combinaciones (1,1,10) y (1,10,10) (mucha venta/compra y venta/venta en $MO(t)$ y $LCO(t)$, respectivamente) generan fuertes *imbalances* positivos en los rendimientos, pero con una probabilidad del 20%; en esencia, los mismos casos que la combinación de los *imbalances* $MO(t)$ y $DO(t)$.

Como se ha visto, los eventos extremos determinados por las grandes cantidades demandadas u ofertadas, están asociadas a eventos particulares sobre las componentes del flujo de órdenes. Sin embargo, las relaciones entre las propias componentes del flujo, contemporáneas y pasadas, indican que cuando éstas cantidades son pequeñas en términos relativos, entonces el *imblance* es también

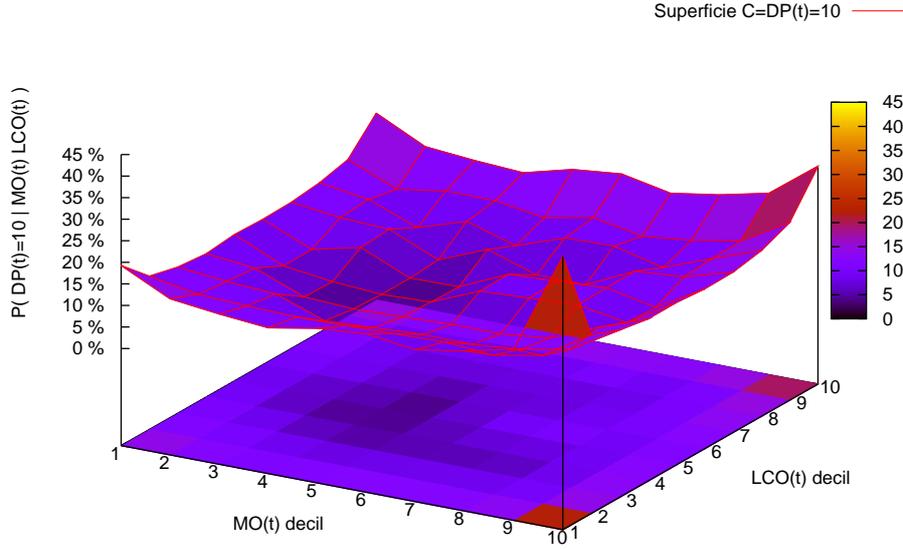


(a) $P(\Delta P(t) = 10 | DO(t) LCO(t))$ en intervalos de 5 minutos.



(b) $P(\Delta P(t) = 10 | MO(t) DO(t))$ en intervalos de 5 minutos.

Figura 4.13: Gráfica de probabilidad para la Clase $C = \Delta P(t) = 10$ dadas las condiciones de imbalances en DO , MO y LCO a t para intervalos de 5 minutos.



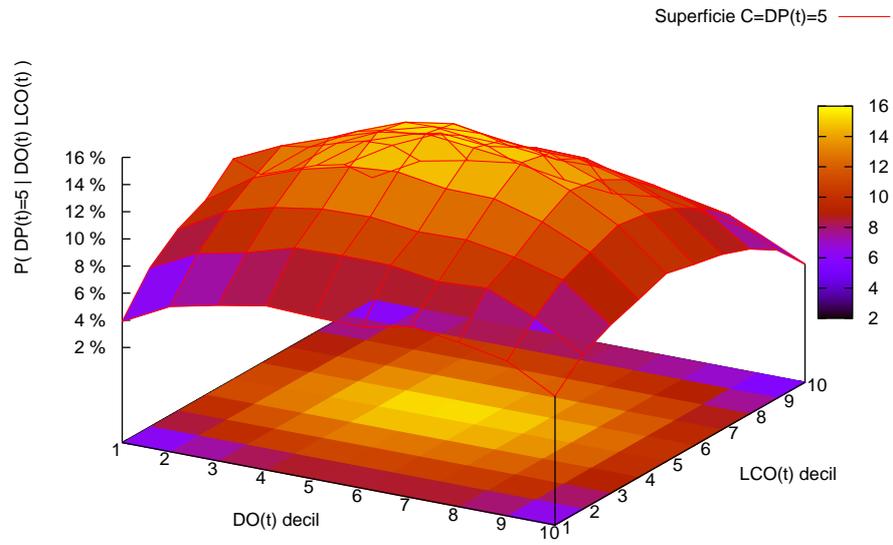
(c) $\mathbf{P}(\Delta P(t) = 10 | MO(t) LCO(t))$ en intervalos de 5 minutos.

Figura 4.13: Gráfica de probabilidad para la Clase $C = \Delta P(t) = 10$ dadas las condiciones de *imbalances* en DO , MO y LCO a t para intervalos de 5 minutos.

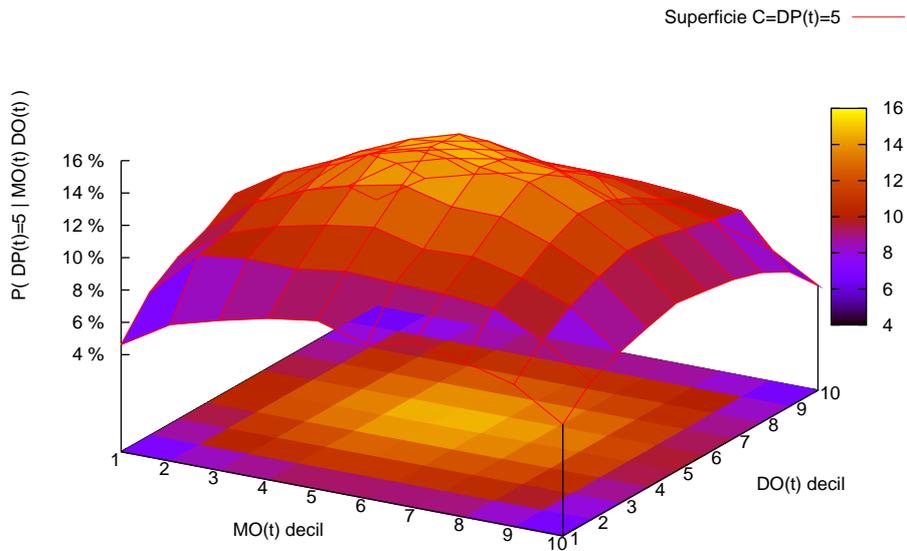
de mínima magnitud (ver por ejemplo las relaciones $MO(t)$ vs. $LCO(t)$ en la figura 4.1, $DO(t)$ vs. $MO(t)$ en la figura 4.2, $MO(t)$ vs. $MO(t - 1)$ en la figura 4.4, $LCO(t)$ vs. $LCO(t - 1)$ en la figura 4.5 y $MO(t)$ vs. $LCO(t - 1)$ en la figura 4.6). Además, en las relaciones de probabilidad entre los *imbalances* de liquidez neta LCO y de órdenes a mercado MO contemporáneas y no contemporáneas en las figuras 4.8 y 4.9, existe una clara tendencia de que “si nada ha pasado, entonces nada seguirá pasando”. Bajo este contexto, es válido cuestionarse sobre si los rendimientos/impacto de mercado de magnitud pequeña tienen alguna(s) fuente(s) de que así lo sean.

La Figura 4.14 muestra las mismas tres componentes $DO(t)$, $MO(t)$ y $LCO(t)$ y su trascendencia en los rendimientos contemporáneos cuando éstos son de mínima magnitud (decil 5 en $\Delta P(t)$). Lo inmediatamente visible en cada una de estas tres gráficas, es que en todas ellas se comparte el mismo patrón de mantener una superficie de cúpula, en donde el punto de mayor probabilidad para tener decil 5 en ΔP al tiempo t es para las parejas (5,5) resultantes de las combinaciones entre los tres distintos *imbalances*. De nuevo, la conclusión es en esencia la misma en donde se argumenta que si en el mercado, bajo las condiciones de que “nada está pasando”, entonces “nada pasará”. Pero de igual forma, esta peculiar forma de la superficie tiene significado para cada uno de los eventos extremos en los *imbalances*. Lo anterior quiere decir que, cuando haya mucha compra o venta en sus respectivas combinaciones en los diferentes *imbalances*, entonces la probabilidad de estar en el decil 5 de $\Delta P(t)$ es mínima; es decir, que cuando hay fuertes movimientos en el mercado, es prácticamente imposible que no haya cambios en los rendimientos/impacto de mercado.

Sin embargo, ¿qué significa esto en términos de *trading* o negociación?. Si en conjunto, en los *imbalances* de liquidez neta, de órdenes a mercado y de órdenes a volumen oculto no dan incentivo para negociar, entonces sus respectivas contrapartes no cederán ante tales posturas y por tanto,

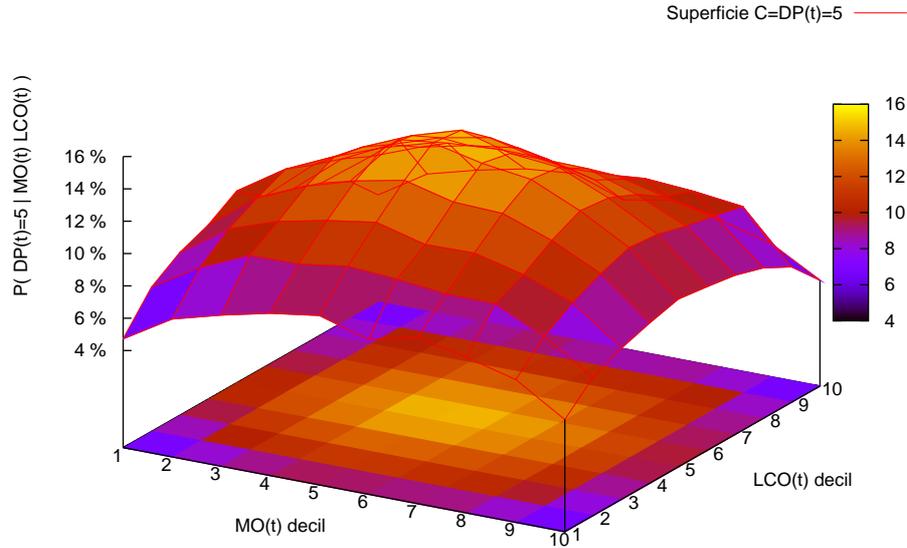


(a) $\mathbf{P}(\Delta P(t) = 5 | DO(t) LCO(t))$ en intervalos de 5 minutos.



(b) $\mathbf{P}(\Delta P(t) = 5 | MO(t) DO(t))$ en intervalos de 5 minutos.

Figura 4.14: Gráfica de probabilidad para la Clase $C = \Delta P(t) = 5$ dadas las condiciones de imbalances en DO , MO y LCO a t para intervalos de 5 minutos.



(c) $\mathbf{P}(\Delta P(t) = 5 | MO(t), LCO(t))$ en intervalos de 5 minutos.

Figura 4.14: Gráfica de probabilidad para la Clase $C = \Delta P(t) = 5$ dadas las condiciones de *imbalances* en DO , MO y LCO a t para intervalos de 5 minutos.

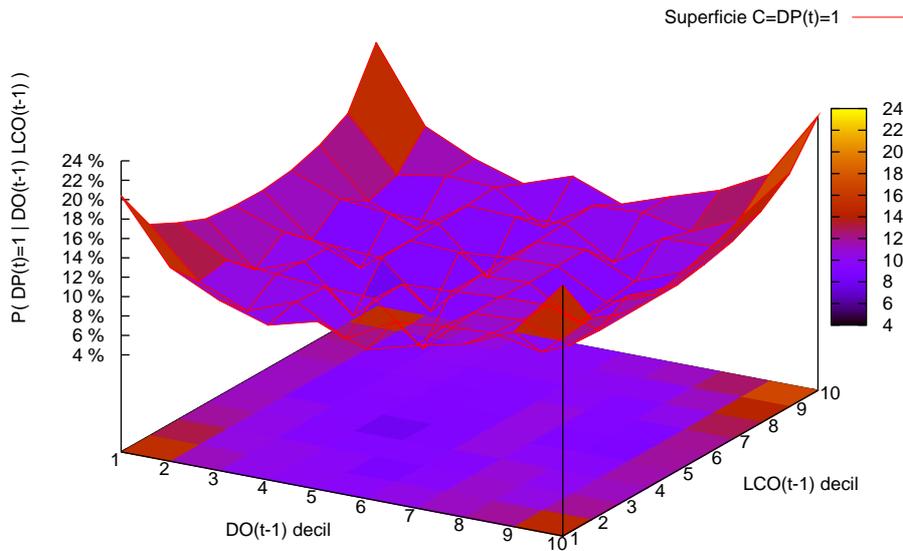
no habrá tal negociación a menos que exista algún agente o participante que desee asumir dichos riesgos con sus respectivos costos. Sin embargo, a medida que los participantes que están inmersos en estos *imbalances* comienzan a dar tal incentivo a través de la mejora de sus respectivos precios, entonces el mercado tomará la decisión de negociar conforme a sus propios deseos y/o necesidades; de aquí la curvatura de tales superficies.¹³

4.3.2 Rendimientos/Impacto de Mercado Contemporáneos Dependientes del Comportamiento Pasado del Mercado

Finalmente, veamos los mismos tres casos anteriormente analizados pero con desfase en el tiempo. La Figura 4.15 muestra la probabilidad de que ocurran rendimientos/impacto de mercado negativo de acuerdo a las condiciones en los *imbalances* al tiempo $t - 1$. Similar a los resultados para el tiempo t , en estas gráficas existen cuatro tipos de eventos asociados directamente a los casos extremos en las combinaciones de los *imbalances*, los cuales indican que sólo bajo éstas condiciones del mercado –condiciones en casos extremos como mucha compra/venta en cualquiera de las modalidades–

¹³ Un aspecto importante, es que no hay que confundir la probabilidad de los eventos con la magnitud de los mismos, ya que ambos no significan lo mismo. Por ejemplo, en la figura 4.13 se observó que grandes magnitudes en los *imbalances* en determinadas combinaciones, estaban asociados con grandes probabilidades, pero en la figura 4.14 se apreció que grandes magnitudes en los mismos *imbalances* están asociados a probabilidades pequeñas. Precisamente, para evitar tales confusiones, es la necesidad de segmentar la clase (en este caso particular, los rendimientos/impacto de mercado, $\Delta P(t)$) y de ahí derivar todas las conclusiones necesarias para comprender de mejor forma cada una de las relaciones entre el flujo de órdenes y su trascendencia en los rendimientos/impacto de mercado. De nuevo y como recordatorio, la clasificación en deciles indica lo siguiente: a mayor/menor magnitud del decil, mayor el *imbalance* en términos absolutos, de aquí que deciles alrededor del 5 están relacionados con *imbalances* de poca magnitud.

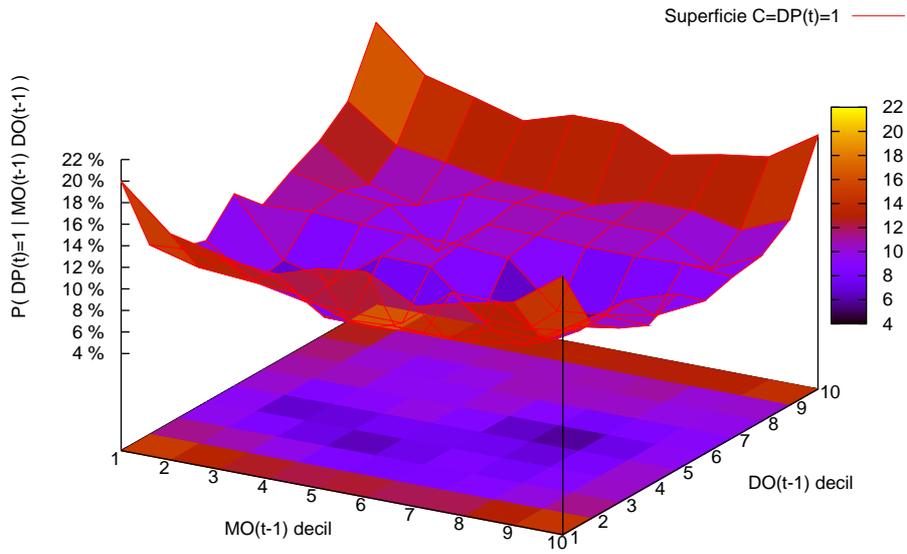
existe una alta probabilidad de que los rendimientos/impacto de mercado al tiempo t sea negativo. En general, las combinaciones $(1,1,1)$, $(10,1,1)$, $(10,10,1)$ y $(1,10,1)$ para las combinaciones $(DO(t-1), LCO(t-1), \Delta P(t))$ en la Figura 4.15a, $(MO(t-1), DO(t-1), \Delta P(t))$ en la Figura 4.15b y $(MO(t-1), LCO(t-1), \Delta P(t))$ en la Figura 4.15c son los generadores de la negatividad de los rendimientos/impacto de mercado. Sin embargo, de la misma manera, este conjunto de gráficas refleja que no puede haber rendimientos/impacto de mercado negativos cuando en los *imbalances* en su conjunto no reflejan movimiento alguno. Esto se observa simplemente con la forma convexa de cada una de las superficies, en donde el punto con menor probabilidad para $\Delta P(t) = 1$, en promedio, es aquel con combinaciones $(5,5)$ para cada uno de los *imbalances* al tiempo $t-1$.



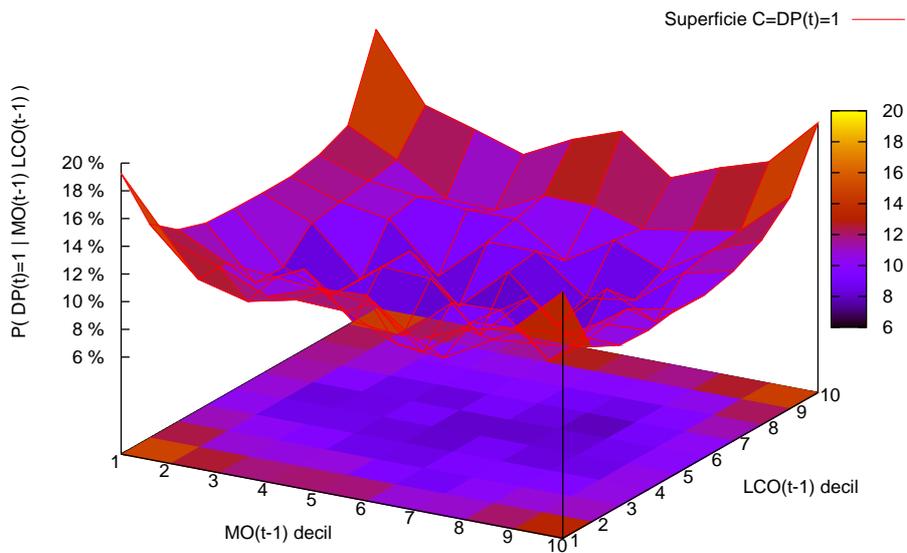
(a) $P(\Delta P(t) = 1 | DO(t-1), LCO(t-1))$ en intervalos de 5 minutos.

Figura 4.15: Gráfica de probabilidad para la Clase $C = \Delta P(t) = 1$ dadas las condiciones de *imbalances* en DO , MO y LCO a $t-1$ para intervalos de 5 minutos.

Un hecho relevante al respecto, es que en los desfases de tiempo no solo las componentes del vector de *imbalance* tienen un efecto al tiempo t sobre los rendimientos/impacto de mercado, sino que la historia misma del precio de los activos tiene cierto grado de importancia sobre los eventos actuales. Ejemplo de ello se ilustra en la Figura 4.16, en donde una vez más la distribución es bimodal tanto para la compra, como para la venta. Esto es en principio, una enorme fuente de complejidad en términos de tratar de predecir el movimiento futuro del precio, debido en gran medida a que el precio actual puede sufrir eventuales alzas o bajas pero en base a cuatro eventos distintos en el pasado. Por ejemplo, si al tiempo $t-1$ los precios fueron bajos en relación a los actuales (lo cual implicaría una $\Delta P(t)$ positiva y por tanto se estaría en decil 10 de la variable), entonces sería de esperarse que al tiempo t se siga con la misma tendencia; sin embargo, el problema que surge es que con el mismo comportamiento en el pasado se tenga la misma probabilidad para que en la actualidad haya ahora un descenso en los precios y sean ahora bajos en relación a los precios pasados (y por tanto, situarse en decil 1 de $\Delta P(t)$). Por si fuera poco, la misma situación ocurre cuando en el pasado los precios fueron mayores a los actuales y con las mismas probabilidades.



(b) $P(\Delta P(t) = 1 | MO(t-1) DO(t-1))$ en intervalos de 5 minutos.



(c) $P(\Delta P(t) = 1 | MO(t-1) LCO(t-1))$ en intervalos de 5 minutos.

Figura 4.15: Gráfica de probabilidad para la Clase $C = \Delta P(t) = 1$ dadas las condiciones de *imbalances* en DO , MO y LCO a $t - 1$ para intervalos de 5 minutos.

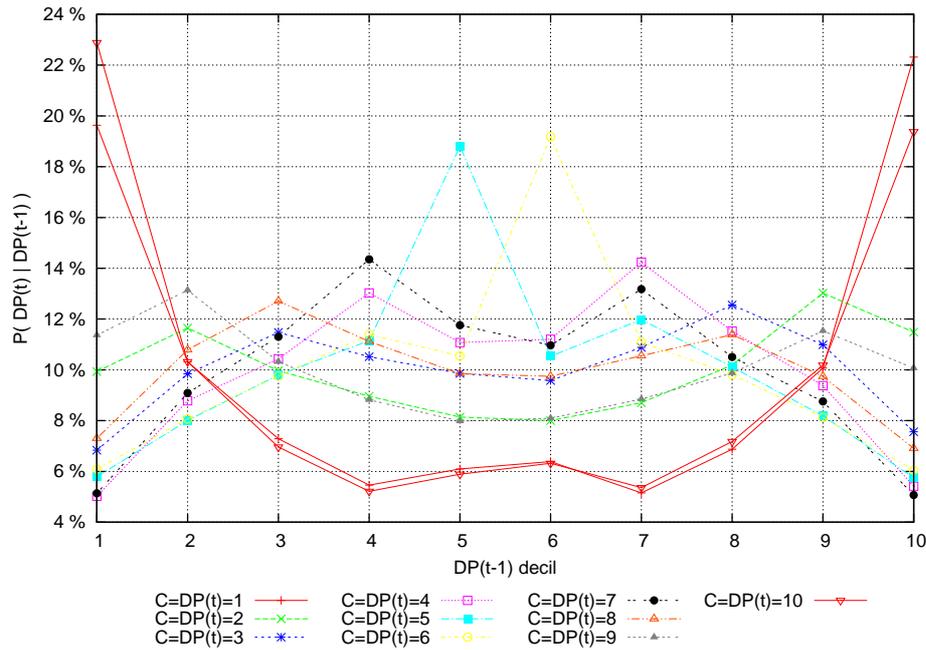
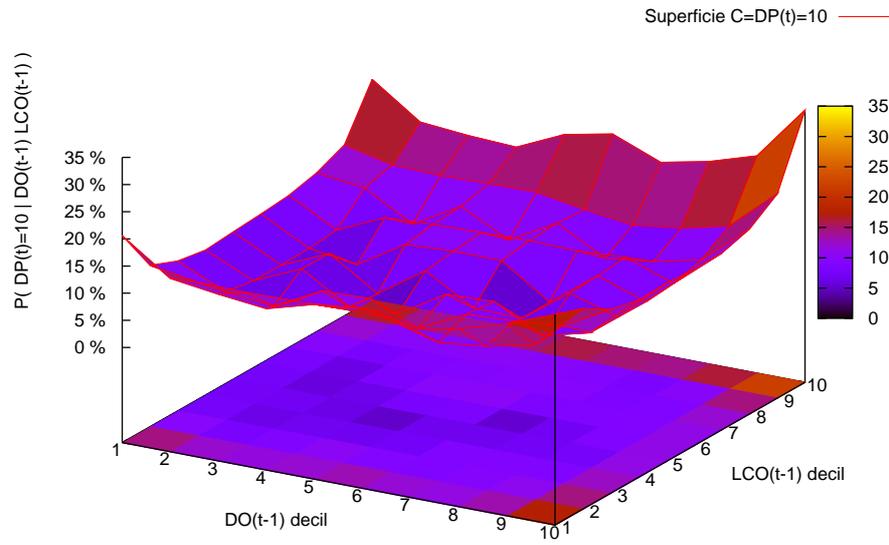


Figura 4.16: Distribución de probabilidad del precio actual dados precios en el pasado.

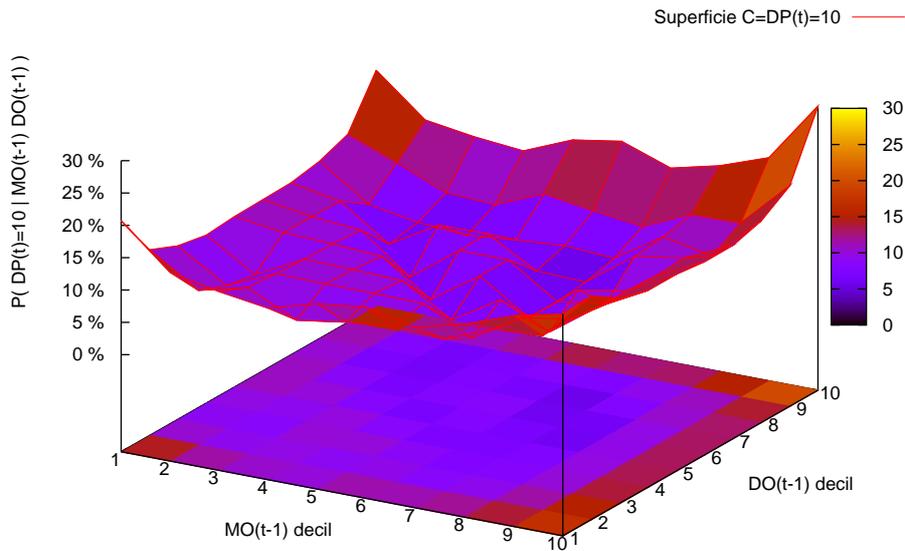
De nueva cuenta, esto se observa cuando se analizan las situaciones para decil 10 en $\Delta P(t)$ dados los *imbalances* al tiempo $t - 1$. En la Figura 4.17 nuevamente se aprecia la convexidad de las gráficas en donde, al igual que el decil 1 en $\Delta P(t)$, existen 4 puntos relacionados a los eventos extremos con mayor probabilidad de que al tiempo t existan rendimientos/impacto de mercado positivos. Estas combinaciones son esencialmente las mismas y una vez más, las combinaciones (5,5) de los *imbalances* están asociadas a eventos con menor probabilidad de ocurrencia, es decir, que los rendimientos/impacto de mercado al tiempo t cambiarán relativamente poco –en este caso en particular, de forma positiva– cuando el mercado a $t - 1$ –en el pasado– “haya hecho nada”, es decir, sin movimientos relevantes.

Es de destacarse que los resultados mostrados en la figura 4.15 y 4.17 están en completa concordancia con los mostrados en la figura 4.16, pues en ésta última, aunque la única causante de cambios bruscos en el precio determinado por el “salto” en la dirección del precio estaba relacionado a cuatro eventos particulares del precio. Sin embargo, para los deciles 1 y 10 en ΔP al tiempo t , nuevamente existen 4 casos por cada una de las combinaciones de los *imbalances* y por tanto, la complejidad en tratar de determinar o predecir los rendimientos/impacto de mercado o simplemente el precio al tiempo t , es una tarea sino imposible sí sumamente complicada de poder realizar. Incluso, si únicamente se consideran como causantes a los *imbalances* MO y LCO , seguiría habiendo un alto grado de complejidad. Por ejemplo, al tiempo t pueden haber rendimientos/impacto de mercado positivos cuando al tiempo $t - 1$ hubo demasiado flujo de órdenes limitadas con mayor empuje en la venta compensando a la vez la gran demanda de volumen a través de órdenes a mercado en la compra (combinación (10,10,10) en $(MO(t - 1), LCO(t - 1), \Delta P(t))$). Sin embargo, el mismo resultado puede deberse al resto de combinaciones, como lo son la (1,1,10), (1,10,10) y (10,1,10) en $(MO(t - 1), LCO(t - 1), \Delta P(t))$.

De igual forma, para decil 5 en ΔP al tiempo t se repiten los mismos resultados que los *im-*

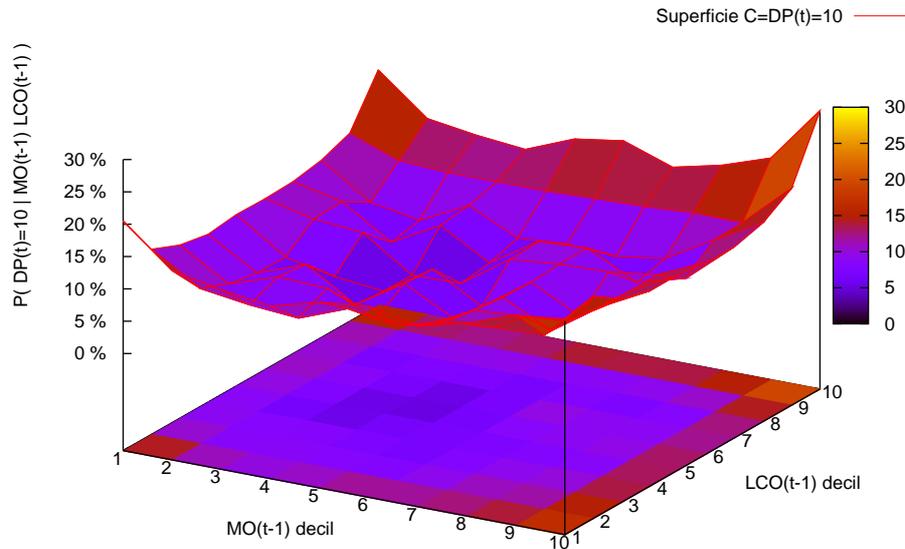


(a) $P(\Delta P(t) = 10 | DO(t-1) LCO(t-1))$ en intervalos de 5 minutos.



(b) $P(\Delta P(t) = 10 | MO(t-1) DO(t-1))$ en intervalos de 5 minutos.

Figura 4.17: Gráfica de probabilidad para la Clase $C = \Delta P(t) = 10$ dadas las condiciones de imbalances en DO , MO y LCO a $t - 1$ para intervalos de 5 minutos.

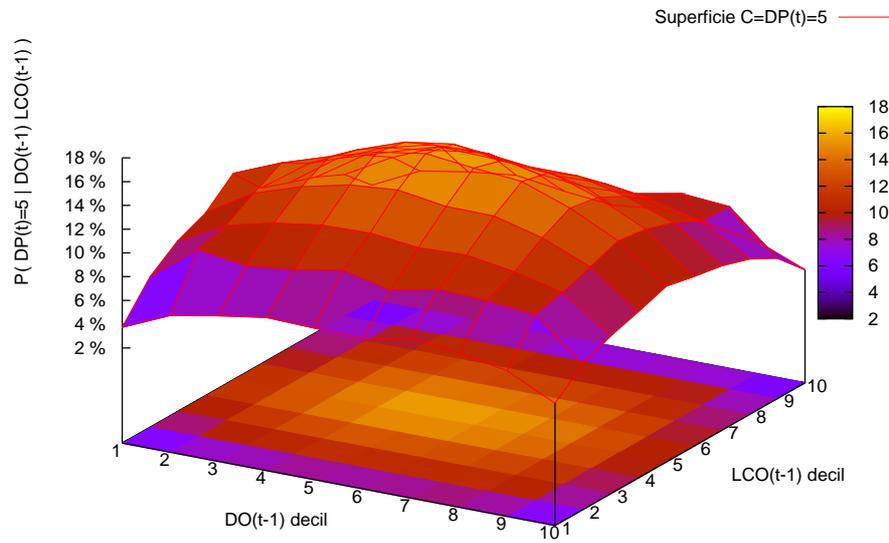


(c) $P(\Delta P(t) = 10 | MO(t - 1) LCO(t - 1))$ en intervalos de 5 minutos.

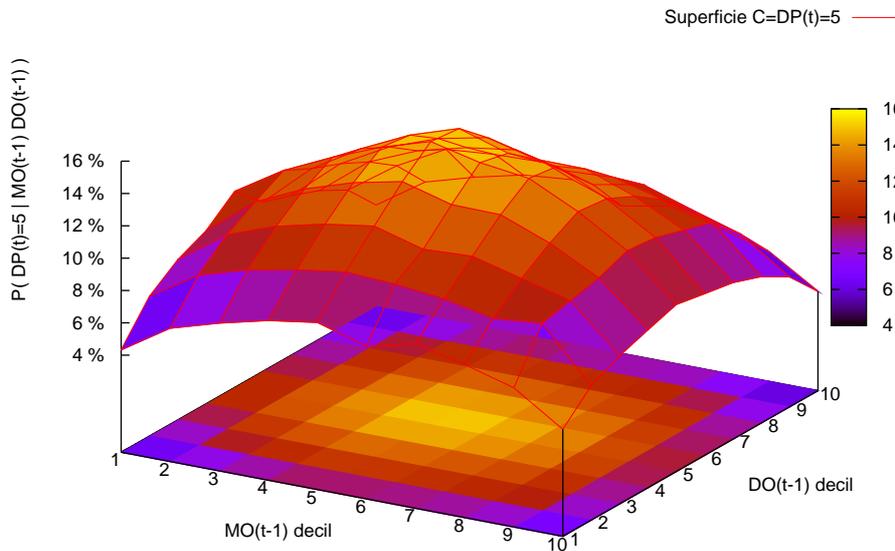
Figura 4.17: Gráfica de probabilidad para la Clase $C = \Delta P(t) = 10$ dadas las condiciones de *imbalances* en DO , MO y LCO a $t - 1$ para intervalos de 5 minutos.

balances contemporáneos, en donde las superficies discretas formadas por los conjuntos de puntos de los deciles tienen una forma convexa, alcanzando su máximo para parejas (5,5) en las distintas combinaciones de los propios *imbalances* y mínimos locales en eventos extremos (ver gráficas de la Figura 4.18). Una vez más, este resultado converge a establecer un enunciado simple argumentando que “si en el mercado nada ha pasado, entonces nada seguirá pasando” y de nuevo, si en el pasado el mercado ha tenido fuertes movimientos, entonces es de esperarse que en el presente esos movimientos continúen manifestándose aunque quizá de forma distinta.

De nuevo, estos resultados están en perfecta concordancia con los presentados en *imbalances* contemporáneos en la figura 4.14, lo cual era de esperarse puesto que en un estado de este estilo que pudiera denominarse como un “estado de equilibrio de fuerza cero”, no existe el suficiente incentivo para poder realizar operación alguna. Por tanto, si en el pasado no existe tal dinámica, entonces es de esperarse que en el presente tampoco la haya, tal y como lo sería un ajuste de la segunda ley de Newton pero en la dinámica del mercado: en el caso de que exista tal dinámica en el pasado y, entre mayor sea su intensidad *-imbalance-* mayor es la probabilidad de que en el presente exista dinámica en el mercado, determinada en gran medida por la forma en cómo se manifestó en el pasado. Sin embargo, como se observó previamente, el mercado puede ser visto como un sistema adaptivo el cual responde a las nuevas condiciones y se adapta a ellas, por lo que es también de esperarse que bajo esta reacción, los rendimientos/impacto de mercado cambien en función de la forma en cómo se manifiesten las distintas modalidades de negociación. Por desgracia, estas manifestaciones cambian bruscamente y es en este contexto que el predecir precios es sumamente complicado, por lo que es necesario primeramente comprender a fondo la dinámica propia del mercado reflejada a través del flujo de órdenes y su trascendencia en los rendimientos/impacto de mercado.

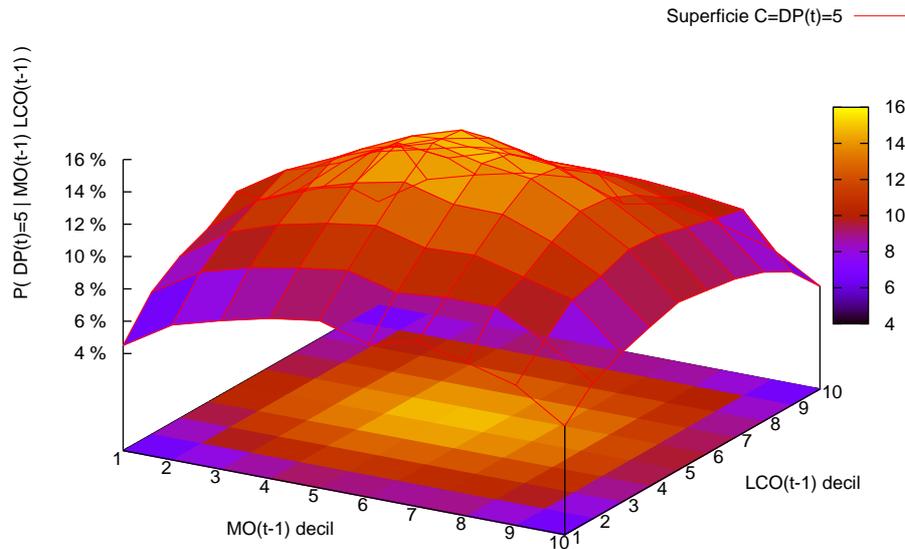


(a) $\mathbf{P}(\Delta P(t) = 5 | DO(t - 1) LCO(t - 1))$ en intervalos de 5 minutos.



(b) $\mathbf{P}(\Delta P(t) = 5 | MO(t - 1) DO(t - 1))$ en intervalos de 5 minutos.

Figura 4.18: Gráfica de probabilidad para la Clase $C = \Delta P(t) = 5$ dadas las condiciones de imbalances en DO , MO y LCO a $t - 1$ para intervalos de 5 minutos.



(c) $\mathbf{P}(\Delta P(t) = 5 | MO(t - 1) LCO(t - 1))$ en intervalos de 5 minutos.

Figura 4.18: Gráfica de probabilidad para la Clase $C = \Delta P(t) = 5$ dadas las condiciones de *imbalances* en DO , MO y LCO a $t - 1$ para intervalos de 5 minutos.

4.4 Conclusiones del Capítulo

A lo largo de la presentación de resultados de este capítulo, se han mostrado las distintas relaciones entre las componentes del flujo de órdenes, así como las subsecuentes relaciones con los rendimientos/impacto de mercado. Vale la pena aclarar que el impacto de mercado, cuando va en contra de los intereses de la operación, representa los llamados costos indirectos los cuales tendrán que ser asumidos una vez ejecutada la operación misma. Por el contrario, cuando el impacto de mercado va justo en la misma dirección que la operación, entonces no representa costos y en cambio son, de hecho, rendimientos. Por supuesto, esta es una aclaración parcial, puesto que no solo deben ser considerados los intereses de la operación, sino la propia dirección de la operación: no es lo mismo impacto de mercado negativo para una compra, que impacto negativo para una venta, puesto que para el segundo caso representan “pérdidas” al vender acciones con valor cada vez menor.

En los resultados presentados, es evidente que el impacto de mercado no es necesariamente una función que dependa sólo de una variable como lo es el volumen de órdenes a mercado, sino que es más bien una función multivariada. Cada componente del vector de *imbalances* propuesto en este trabajo, presenta una relación particular con los rendimientos/impacto de mercado la cual, no es constante a lo largo del tiempo; una muestra de que en efecto, el impacto de mercado es temporal. En este sentido, las distintas componentes del vector de *imbalances* tienden a relacionarse entre sí de forma direccional visto al menos desde el punto de vista probabilístico. Lo anterior quiere decir que dadas las condiciones al tiempo t en los distintos *imbalances*, será consecuencia de lo ocurrido en el pasado, al menos en escalas de tiempo considerables.

Este tipo de resultados, nuevamente se antepone a las ideas de la independencia de eventos

en una serie de tiempo de los precios. En este caso, para los rendimientos/impacto de mercado a escalas de tiempo de eventos intradía, los hechos pasados tienen mayor injerencia en eventos futuros. Así, a estas escalas, el mercado muestra señales de tener precisamente un efecto de memoria larga discutido en el capítulo 2. No obstante, es necesario dejar en claro que este efecto de memoria larga no es una “verdad absoluta” en cuanto a establecerse como el único efecto que ocurre en el mercado, o al menos en las series de tiempo que describen los precios. En gran medida esto se alimenta por el hecho de que el mercado es en realidad un sistema complejo adaptativo al estilo *Lamarckiano*, en el que sus participantes aprenden y se adaptan a las condiciones que prevalezcan no solo antes y durante la ejecución de su operación, sino después de su haber sido completada que es donde evalúa el comportamiento real de la ejecución.

En términos generales, la descripción por componentes de flujo de órdenes enriquece con mucha mayor información el comportamiento generalizado del mercado, en el que ahora es más eficiente el proceso para estimar los costos indirectos o impacto de mercado conociendo las condiciones en que se esté realizando el *trading*. Así, vemos por ejemplo, cómo las distintas componentes del flujo de órdenes se relacionan en los distintos intervalos de tiempo, definiendo una probabilidad condicional de eventos entre los distintos *imbalances*.

De este modo, se puede resumir que los rendimientos/impacto de mercado son, en efecto, un fenómeno en el que cada componente del vector de *imbalances* propuesto tiene una repercusión distinta para los fines que el *trader* o inversionista desea alcanzar. De este modo, por definición de las distintas modalidades de operación como son las órdenes a mercado, limitadas y las órdenes a mercado operadas contra liquidez desplegada y no desplegada o *icebergs*, afectan de forma muy diferente la dinámica misma del mercado y por tanto, de los posibles costos a los que la operación se enfrentará. Cada componente conlleva a comportamientos distintos en los rendimientos/impacto de mercado, pero también a la liquidez que es, en última instancia, la generadora de ganancias/pérdidas de acuerdo al nivel de riesgo o disposición con que cada operación tenga que ser ejecutada.

Aun más, hemos visto cómo aun en el modelo propuesto por este trabajo, al crear una granularidad en los distintos eventos u observables de relevancia, se encuentra la misma relación cóncava entre los rendimientos/impacto de mercado y el *imbalance* de órdenes a mercado; aunque no se expuso la forma funcional de la misma puesto que no era objetivo de este trabajo. Adicionalmente, si bien esta forma cóncava se mantiene sobre los distintos intervalos analizados, se mostró también que dadas las condiciones en el *imbalance* de liquidez neta, los rendimientos/impacto de mercado serán positivos o negativos.

De igual forma, es claro que siguiendo la ley de oferta y demanda, cada componente del flujo de órdenes tiende a ser predictiva, más no así los propios rendimientos/impacto de mercado. Como se observó, la distribución bimodal muestra que las combinaciones de las componentes del flujo de órdenes alimentan la complejidad del mercado, lo que conduce a tener rendimientos o costos por impacto de mercado a favor o en contra aun tomando la decisión correcta o, en su caso, incorrecta.

Por último, la ecuación de estado propuesta en este trabajo y de la cual, por definición no se expresó una forma funcional de la misma, parece ser una descripción adecuada para comprender de mejor forma la dinámica de los rendimientos/impacto de mercado como función de las distintos *imbalances* que se generan por las diferentes modalidades de negociación. Por consiguiente, una de las líneas de investigación a seguir a partir del presente trabajo, es establecer el formalismo matemático necesario que describa las relaciones aquí encontradas, con el fin de cuantificar de forma más confiable los posibles rendimientos/impacto de mercado que una operación producirá según las condiciones del mercado en que se ejecute la misma.

Conclusiones

En este trabajo se ha presentado un largo estudio empírico de la relación del flujo de órdenes y los rendimientos/impacto de mercado. Inicialmente se empleó como hipótesis que, al nivel microscópico, donde todos los eventos en el flujo de órdenes son considerados, el precio es una función determinista del flujo de órdenes. Por lo tanto, la verdadera tarea para comprender la dinámica del precio fue tratar de comprender la dinámica del flujo de órdenes por sí mismo. Se argumentó que el enfoque correcto para esto era precisamente el uso de forma estándar en cuanto a la relación entre la oferta y demanda. En distinción a otros estudios se ha argumentado que esto no puede ser adecuadamente descrito empleando una variable en particular, tal como la regla de Lee-Ready determinada por el *imbalance* de órdenes a mercado.

Por supuesto, la hipótesis queda demostrada al verificar de forma empírica que desde el punto de vista del modelo aquí presentado, el precio de las acciones y por tanto, los rendimientos/impacto de mercado sí están en función de las distintas componentes del flujo de órdenes, como lo son las órdenes limitadas, a mercado y a mercado ejecutadas contra liquidez desplegada y no desplegada. Sin embargo, el contraste de la hipótesis central con los resultados, también muestra que al emplear el concepto de “determinista” puede ser causa de confusión. Lo anterior debido a que si bien el enfoque empleado sí es lo suficientemente apropiado para describir esta dinámica, también mostró que distintas condiciones del mercado pueden llevar a los mismos eventos futuros en cuanto a la dinámica del precio, tal y como fue expuesto en el capítulo 4 de resultados con la distribución bimodal de los rendimientos/impacto de mercado dadas las distintas componentes de *imbalance* en las diferentes escalas de tiempo. Lejos de discutir este punto, la hipótesis central se acepta conforme a los resultados presentados bajo el marco u enfoque con el cual se desarrollaron.

En resumen, las conclusiones finales a las que se llega con el trabajo de investigación presentado, son las siguientes:

1. Aunque no está claro cuál es el conjunto óptimo de variables necesarias para describir las propiedades universales del flujo de órdenes, se ha argumentado que un conjunto útil consiste de ocho tipos básicos de eventos: órdenes limitadas, cancelaciones, órdenes a mercado ejecutadas antes liquidez desplegada y órdenes a mercado ejecutadas contra liquidez oscura u oculta, cada una en ambas posturas (de compra y venta). A partir de esto, se argumentó que mucho puede ser comprendido al considerar las tres componentes de un vector de *imbalances*, asociado con la liquidez neta y el *imbalance* de dos diferentes tipos de órdenes a

- mercado.
2. Con las diferentes caracterizaciones del flujo de órdenes se ha postulado una ecuación de estado asociada, relacionando funciones de los rendimientos/impacto de mercado tanto a valores contemporáneos como pasados del vector de *imbalances*. De este modo, el objetivo fue estudiar esta ecuación de estado empleando datos empíricos que consistieron de todas las operaciones y posturas al mejor *bid/offer* de todas las Bolsas de Estados Unidos en todas las acciones listadas en ellas. De igual forma, los datos fueron discretizados en distintos intervalos de tiempo, que fueron de 5, 15, 30, 65, 130 y 195 minutos.
 3. Durante la presentación de resultados de este trabajo, se mostró que el flujo de órdenes está altamente correlacionado como lo han mostrado otros trabajos. Sin embargo, en este trabajo se consideraron dos elementos novedosos: primero, el cambio en magnitud de una componente particular del vector de *imbalances*, mostrando que existe una supresión substancial entre un intervalo de tiempo y otro, el cual fue más acentuado para órdenes a mercado que para órdenes limitadas; y, segundo, la relación entre los diferentes *imbalances*, en donde se mostró que un exceso de liquidez al mejor *bid/offer* está asociado con un exceso de órdenes a mercado de compra/venta en el siguiente intervalo. Se explicó que la supresión en magnitud de los *imbalances* autocorrelacionados es debida a la alta probabilidad de un “rebote” en el mercado, por lo que altos *imbalances* positivos/negativos en el pasado pueden convertirse en altos *imbalances* negativos/positivos en el siguiente intervalo. Se argumentó que esto puede ser posible por la remoción de una orden institucional y su corriente que produce sobre el flujo de órdenes. Tal corriente es detectada por el mercado, que a su vez, de acuerdo a la ley de oferta y demanda, induce una reacción compensadora pero en sentido contrario, *e.g.*, el abastecimiento de liquidez en la oferta en el caso de un exceso de compra a través de órdenes a mercado. Por tanto, el mercado empuja en dirección contraria a esta orden institucional y cuando ésta última es removida, el *imbalance* del flujo de órdenes cambia de signo, por lo cual se generaría una reversión en el precio.
 4. Se estudió este rebote con mayor profundidad al considerar la distribución de probabilidad para un *imbalance* en particular dadas condiciones en el pasado y presente. Se mostró que esta distribución es altamente bimodal y por lo tanto asociada con una alta varianza, la cual es una fuente importante de dificultades para predecir el futuro flujo de órdenes y rendimientos. Especialmente el último, donde se mostró que la probabilidad bimodal asociada que relaciona flujo de órdenes pasado a futuros rendimientos fue casi completamente simétrica. En otras palabras, por ejemplo, un alto *imbalance* de órdenes a mercado positivo en el pasado fue tan probable para llevar a un gran movimiento negativo en el precio, como lo sería un *imbalance* negativo, conduciendo así a una manifestación de la eficiencia del mercado.
 5. Se mostró también que los rendimientos/impacto de mercado dependen sensitivamente de todos los *imbalances* aquí analizados, los rendimientos siendo mayores cada vez que los diferentes componentes estuvieran “alineados”, *e.g.*, que existe un exceso de compras sobre ventas para ambos tipos de órdenes a mercado y órdenes limitadas. Se mostró que el efecto del *imbalance* de órdenes a mercado es muy diferente dependiendo del correspondiente *imbalance* de liquidez neta: entre más liquidez disponible, menor es el impacto para un determinado *imbalance* de órdenes a mercado. También se mostró que los rendimientos/impacto de mercado dependen del comportamiento pasado del mercado. El impacto de un *imbalance* contemporáneo es menor en la presencia de continuidad del correspondiente *imbalance* pasado del mismo signo que de signo opuesto. En otras palabras, comprar después de que el mercado se ha habituado al correspondiente flujo de órdenes tiene menor impacto que si el flujo de órdenes fuera en la dirección opuesta. También se mostró que el

impacto fue relativamente mayor si el mercado no ha tenido dirección y es repentinamente movido por un gran *imbalance*.

6. Por estas observaciones, se mostró que existen muchos otros aspectos del flujo de órdenes que afectan los rendimientos en una forma “universal” en vez de sólo considerar un *imbalance* de órdenes a mercado, por lo que se demuestra así la insuficiencia de ecuaciones de estado univariadas.
7. En resumen, bajo el enfoque desarrollado en este trabajo, las diferentes componentes del flujo de órdenes analizadas desde el punto de vista clásico de la oferta y demanda, sirven como un marco de referencia para comprender de forma más eficiente la dinámica de los rendimientos e impacto de mercado. Como se ha observado, esta dinámica se encuentra gobernada intrínsecamente por la dinámica misma de las diferentes modalidades con las cuales es posible realizar una operación bursátil. Cada una de estas modalidades representa a la vez ciertos niveles de riesgo y en su caso, toma o disposición de liquidez que es en último grado el incentivo para realizar las ejecuciones de las órdenes. En su conjunto, la ley de oferta y demanda, aunque se aplica de igual forma a cada una de las componentes del flujo de órdenes, tiene implicaciones diferentes sobre los rendimientos y los costos indirectos a los cuales se enfrenta la operación, por lo cual, un conocimiento bien fundamentado sobre la evolución del flujo de órdenes ha permitido ir más allá de la propuesta de relación univariada entre los rendimientos/impacto de mercado y la dinámica misma del mercado.

En general, los resultados obtenidos en este trabajo pueden ser empleados como una fuente de futuras líneas de investigaciones sobre dinámica de mercados en términos del flujo de órdenes. Aunque se ha mostrado que este flujo es, en gran medida, un buen punto de partida para comprender la dinámica del mercado así como un estimador del impacto que una orden en particular pueda llegar a tener, es necesario destacar que pueden hacerse otros estudios en los que se puedan analizar fenómenos más puntuales. Por ejemplo, un primer análisis puede estar relacionado a la dinámica de este flujo de órdenes para emisoras que son fuertemente líquidas, o bien, emisoras cuyas negociaciones tienden a ser más lentas. En este sentido, es de esperarse que el impacto de mercado sea distinto entre uno y otro grupo debido a que una fuerte componente de este impacto sería la velocidad de negociación: para una emisora fuertemente líquida, el impacto puede ser menor puesto que el precio se mantiene constantemente en movimiento y las ganancias/pérdidas pueden compensarse rápidamente. En cambio, emisoras poco líquidas tenderían a ser más costosas en términos de impacto de mercado, ya que el flujo de órdenes es más lento y en el que incluso pueda ser necesario re-definir las escalas de tiempo a la cantidad de operaciones ejecutadas en un cierto intervalo.

Un segundo análisis que puede realizarse es aquel en donde se tengan que considerar *traders* y/o Administradores de Fondos en particular. Esto es inmediato de pensar ya que en el mercado, todos los participantes tienden a realizar sus operaciones con un estilo muy distinto en el que no sólo tienen que comprender las situaciones actuales del mercado, sino también tratar de anticiparse a los movimientos futuros de este y por supuesto del resto de participantes, siguiendo la misma línea de lo que establece la Teoría de Arbitraje de Información. Claro, esto es un caso muy particular por dos motivos. El primero de ellos es que en el mercado real, ninguno de los *traders* revela su estilo de negociación por el simple hecho de que estaría mostrando al resto de participantes cuándo es posible tomar ventaja de él. Adicionalmente, este tipo de información es muy reservada en la que incluso en los registros de operaciones de las Casas de Bolsa, no se guardan detalles que revelen la forma de operar de cada *trader*; sin embargo, existen estudios en los que se afirma que bajo ciertos criterios es posible inferir la estrategia de operación [61].

Otra línea de investigación a seguir, sería realizar el desarrollo matemático que describa los resultados aquí obtenidos. Como se pronunció al final del capítulo 4, no se mostró ninguna forma

funcional de la relación entre los rendimientos/impacto de mercado con las distintas componentes del flujo de órdenes, puesto que este no era uno de los objetivos de este trabajo. Es por ello que es necesario realizar estudios y análisis sobre estos puntos de tal manera que sirvan para inclinarse con mayor sustento a establecer una forma funcional al menos en la relación entre los rendimientos/impacto de mercado y el flujo de órdenes generado por *imbalances* de órdenes a mercado. Por supuesto, esta línea de investigación tendría sus limitantes debido a que no existe formalismo matemático para describir un sistema mecánico como lo es el mercado aquí analizado; un sistema mecánico al menos desde el punto de vista adaptativo, en donde los participantes tienden a evolucionar y adaptarse de acuerdo al aprendizaje que desarrollan con la dinámica misma del mercado.

A pesar de estos inconvenientes, realizar este tipo de estudios permite a las instituciones bursátiles generar sistemas de electrónicos de negociación que permiten tomar ventaja sobre los demás participantes cuando espontáneamente existan oportunidades de arbitraje de acuerdo al registro de los *imbalances*. Es así que se pueden generar algoritmos en determinadas plataformas de negociación, cuya estructura puede contener instrucciones a realizar cuando se encuentren tales oportunidades. Más aun, cuando estas oportunidades se tienen, el algoritmo será más eficiente si el sistema de información también lo es. En otras palabras, este tipo de estudios enriquecen la forma de negociación electrónica a través de algoritmos o *Algorithmic Trading*, los cuales a su vez, pueden ser empleados como una base en los análisis de costos de operación que son sumamente utilizados como sistemas de referencia en lo que en la actualidad se le conoce como negociaciones de alta frecuencia o *High-Frequency Trading*.

Bibliografía

- [1] Bachelier, L., “Théorie de la Spéculation”, *Annales scientifiques de l’É.N.S.* **17** (1900), no. 3, 21–86.
- [2] Einstein, A., *Ann. Phys.* **17** (1905), no. 549.
- [3] Fama, E. F., “The Behavior of Stock-Market Prices”, *The Journal of Business* **38** (1965), no. 1, 34–105.
- [4] Osborne, M. F. M., “Brownian Motion in the Stock Market”, *Operations Research* **VII** (1959), 145–73.
- [5] Mandelbrot, B., “The Variation of Certain Speculative Prices”, *Journal of Business* **XXXVI** (1963), 394–419.
- [6] Fama, E. F., “Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work”, *The Journal of Finance* **25** (1970), no. 2, 383–417.
- [7] Sharpe, W. F., *The Journal of Finance* **19** (1964), no. 425.
- [8] Black, F. y Scholes, M., *Journal of Political Economy* **81** (1973), no. 637.
- [9] Merton, R. C., *Bell Journal of Economics and Management Science* **4** (1973), no. 141.
- [10] Malkiel, B. G., *A Random Walk Down Wall Street: The Time-Tested Strategy for Successful Investing*, W. W. Norton and Company, 2007.
- [11] Gerig, A. N., *A Theory for Market Impact: How Order Flow Affects Stock Price*, Tesis Doctoral en Física, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois, Estados Unidos, 2007.
- [12] Lux, T., “The Stable Paretian Hypothesis and the Frequency of Large Rerturns: An Examination of Major German Stocks”, *Applied Financial Economics* **6** (1996), no. 6, 463–475.
- [13] Longin, F. M., “The Asymptotic Distribution of Extreme Stock Market Returns”, *The Journal of Business* **69** (1996), no. 3, 383–408.
- [14] Plerou, V., Gopikrishnan, P., Amaral, L. A. N., Meyer, M., y Stanley, H. E., “Scaling of the Distribution of Price Fluctuations of Individual Companies”, *Physical Review E* **60** (1999), no. 6, 6519–6529, parte A.

-
- [15] Bouchaud, J.-P., Kockelkoren, J., y Potters, M., “Random Walks, Liquidity Molasses and Critical Response in Financial Markets”, *Quantitative Finance* **6** (2006), no. 2, 115–123.
- [16] Farmer, J. D., Gerig, A., Lillo, F., y Szabolcs, M., “Market Efficiency and the Long-Memory of Supply and Demand: is Price Impact Variable and Permanent or Fixed and Temporary?”, *Quantitative Finance* **6** (2006), no. 2, 107–112.
- [17] Lillo, F., Szabolcs, M., y Farmer, J. D., “A Theory for Long Memory in Supply and Demand”, *Phys. Rev. E* **71** (2005), no. 6, 066122.
- [18] Wang, F., Yamasaki, K., Havlin, S., y Stanley, H. E., “Scaling and Memory of Intraday Volatility Return Intervals in Stock Markets”, *Physical Review E* **73** (2006), no. 026117.
- [19] Lillo, F. y Farmer, J. D., “The Long Memory of the Efficient Market”, *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics* **8** (2004), no. 3.
- [20] Bouchaud, J.-P., Farmer, J. D., y Lillo, F., “How Markets Slowly Digest Changes in Supply and Demand”, en Thorsten Hens y Klaus Schenk-Hoppe (editores): *Handbook of Financial Markets: Dynamics and Evolution*, Elsevier: Academic Press, 2008.
- [21] Lo, A., “The Adaptive Markets Hypothesis: Market Efficiency from an Evolutionary Perspective”, *Journal of Portfolio Management* **30** (2004), 15–29.
- [22] ———, “Reconciling Efficient Markets with Behavioral Finance: The Adaptive Market Hypothesis”, *The Journal of Investment Consulting* **7** (2005), no. 2.
- [23] Stoll, H. R., “Market Microstructure”, Working Paper 01-16, *Financial Market Research Center*, Agosto 2003.
- [24] Harris, L., *Trading and Exchanges: Market Microstructure for Practitioners*, Oxford University Press, Estados Unidos, 2002.
- [25] Katz, J. O. y McCormick, D. L., *The Encyclopedia of Trading Strategies*, Primera ed., McGraw-Hill, 2000.
- [26] Mango, D., *Reinsurance Market Microstructure*, 37th ASTIN Colloquium, Junio 2007.
- [27] Farmer, J. D., Guillemont, L., Lillo, F., Mike, S., y Sen, A., “What Really Causes Large Price Changes?”, *Quantitative Finance* **4** (2004), no. 4, 383–397.
- [28] Lillo, F., “Limit Order Placement as an Utility Maximization Problem and the Origin of Power Law Distribution of Limit Order Prices”, *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, vol. 55, Springer Berlin / Heidelberg, Febrero 2007, pp. 453–459.
- [29] Clark, P. K., “A Subordinated Stochastic Process Model with Finite Variance for Speculative Prices”, *Econometrica* **41** (1973), no. 1, 135–155.
- [30] Gabaix, X., Gopikrishnan, P., Plerou, V., y Stanley, H. E., “A Theory of Power-Law Distributions in Financial Market Fluctuations”, *Nature* **423** (2003), no. 6937, 267–270.
- [31] Siow-Hooi, T., Lee-Lee C., y Peik-Foong, Y., “Long Memory Properties in Stock Prices: Evidence from the Malaysian Stock Market”, *European Journal of Economics, Finance and Administrative Sciences* **18** (2010).
- [32] LeBaron, B. y Yamamoto, R., “Long-Memory in an Order-Driven Market”, *Physica A* **383** (2007), no. 1, 85–89.

-
- [33] Amudson, A., “Market Impact: Transaction Cost Analysis and the Financial Markets”, *Journal of Financial Transformation* **13** (2005), 30–33.
- [34] Almgren, R., Thum, C., Hauptmann, E., y Li, H., “Direct Estimation of Equity Market Impact”, *Risk* (2005).
- [35] Bialkowski, J., Darolles, S., y Fol, G. L., “How to Reduce the Risk of Executing VWAP Orders? - New Approach to Modeling Intraday Volume”, Noviembre 2006, Disponible en: http://www.institut-europlace.com/financed_projects.htm.
- [36] Kissel, R. y Glantz, M., *Optimal Trading Strategies: Quantitative Approach for Managing Market Impact and Trading Risk*, American Management Association, United States of America, 2003.
- [37] Kyle, A. S., “Continuous Auctions and Insider Trading”, *Econometrica* **53** (1985), no. 6, 1315–1335.
- [38] Bouchaud, J.-P., Gefen, Y., Potters, M., y Wyart, M., “Fluctuations and Response in Financial Markets: the Subtle Nature of “Random” Price Changes”, *Quantitative Finance* **4** (2004), no. 2, 176–190.
- [39] Beja, A. y Goldman, M. B., “The Dynamic Behavior of Prices in Disequilibrium”, *Journal of Finance* **35** (1980), no. 235.
- [40] Bouchaud, J. P. y Cont, R., “A Langevin Approach to Stock Market Fluctuations and Crashes”, *European Journal of Physics B* **6** (1998), no. 543.
- [41] Farmer, J. D. , “Market Force, Ecology and Evolution”, *Int. J. Theo. Appl. Fin.* **3** (2000), no. 425.
- [42] Kempf, A. y Korn, O., “Market Depth and Order Size”, *Journal of Financial Markets* **2** (1999), no. 29.
- [43] Plerou, V., Gopikrishnan, P., Gabaix, X., y Stanley, H. E., “Quantifying Stock-Price Response to Demand Fluctuations”, *Physical Review E* **66** (2002), no. 027104.
- [44] Lillo, F., Farmer, J. D., y Mantegna, R. N., “Single Curve Collapse of the Price Impact Function for the New York Stock Exchange”, *Nature* **421** (2003), 129–130.
- [45] Zhang, Y. C. , “Towards a Theory of Marginally Efficient Markets”, *Physica A* **269**, no. 30, 1999.
- [46] Gabaix, X., Gopikrishnan, P., Plerou, V., y Stanley, H. E., “A Simple Theory of the ‘Cubic’ Laws of Financial Fluctuations”, Documento de Trabajo (2002).
- [47] Grinold, R. C. y Kahn, R. N., *Active Portfolio Management*, The McGraw-Hill Companies, Inc., Nueva York, 1995.
- [48] Torre, N., *BARRA Market Impact Model Handbook*, BARRA Inc, Berkeley CA, 1997.
- [49] Moro, E., Vicente, J., Moyano, L. G., Gerig, A., Farmer, J. D., Vaglica, G., Lillo, F., y Mantegna, R. N., “Market Impact and Trading Protocols of Hidden Order Books in Stock Markets”, 2009, Disponible en: <http://arxiv.org/abs/0908.0202>.
- [50] Weber, P. y Rosenow, B., “Order Book Approach to Price Impact”, *Quantitative Finance* **5** (2005), no. 4, 357–364.

-
- [51] Potters, M. y Bouchaud, J. P., “More Statistical Properties of Order Books and Price Impact”, *Physica A* **324** (2003), no. 133.
- [52] Gatheral, J., “No-Dynamic-Arbitrage and Market Impact”, *Quantitative Finance*, Forthcoming (2009).
- [53] Obizhaeva, A. y Wang, J., “Optimal Trading Strategy and Supply/Demand Dynamics”, Working Paper 11444, National Bureau of Economic Research, Junio 2005, Disponible en: <http://www.nber.org/papers/w11444>.
- [54] Alfonsi, A., Schied, A., y Schulz, A., “Optimal Execution Strategies in Limit Order Books with General Shape Functions”, Septiembre 2007, Disponible en: <http://arxiv.org/abs/0708.1756v1>.
- [55] Lee, C. y Ready, M., “Inferring Trade Direction from Intraday Data”, *Journal of Finance* **46** (1991), 733–746.
- [56] Stephens, C. R., Waelbroeck, H., y Mendoza, A., “Relating Market Impact to Aggregate Order Flow: The Role of Supply and Demand in Explaining Concavity and Order Flow Dynamics”, Noviembre 2009, Disponible en SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1511205>.
- [57] Eisler, Z., Bouchaud, J. P., y Kockelkoren, J., “The Price Impact of Order Book Events: Market Orders, Limit Orders and Cancellations”, *Quantitative finance papers*, arXiv.org, 2010, Disponible en: <http://econpapers.repec.org/RePEc:arx:papers:0904.0900>.
- [58] Hasbrouck, J., “Measuring the Information Content of Stock Trades”, *Journal of Finance* **46** (1991), 179–207.
- [59] Farmer, J. D., Gerig, A., Lillo, F., y Waelbroeck, H., “Fair Pricing and the Market Impact of Large Institutional Trades”, Reporte Técnico, Pipeline Preprint, 2009.
- [60] Criscuolo, A. y Waelbroeck, H., “Optimal Execution of Portfolio Transactions: The Effect of Information Leakage”, Reporte Técnico, Pipeline Preprint, 2009.
- [61] Stephens, C. R., Gordillo, J. L. y Martínez, E., “Who’s Smart and Who’s Lucky? Inferring Trading Strategy, Learning and Adaptation in Financial Markets through Data Mining” en Brabazon, Anthony y O’Neill, Michael (editores): *Natural Computing in Computational Finance*, Volumen 2, Springer Berlin/Heidelberg. 2009. ISBN 978-3-540-95973-1.