



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Construcción de un Interferómetro de
Hong-Ou-Mandel

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
FÍSICO

PRESENTA:
JORGE CRAVIOTO LAGOS

DIRECTOR DE TESIS:
DR. ENRIQUE LÓPEZ MORENO



2010



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno. Apellido paterno: Apellido materno: Nombre(s): Teléfono: Universidad: Facultad: Carrera: Número de cuenta:	Cravioto Lagos Jorge 56-58-44-96 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Física 303584768
2. Datos del tutor. Grado: Nombre(s): Apellido paterno: Apellido materno:	Dr. Enrique López Moreno
3. Datos del sinodal 1. Grado: Nombre(s): Apellido paterno: Apellido materno:	Dra. Rocío Jáuregui Renaud
4. Datos del sinodal 2. Grado: Nombre(s): Apellido paterno: Apellido materno:	Dr. Neil Charles Bruce Davidson
5. Datos del sinodal 3. Grado: Nombre(s): Apellido paterno: Apellido materno:	Dr. Víctor Manuel Velázquez Aguilar
6. Datos del sinodal 4. Grado: Nombre(s): Apellido paterno: Apellido materno:	Dr. Alfred Barry U'ren Corts
7. Datos del trabajo escrito. Título: Numero de páginas: Año:	Construcción de un Interferómetro de Hong-Ou-Mandel 104 2010

Quisiera dar un especial agradecimiento al Dr. Enrique López Moreno por su enseñanza y dedicación que aportó para la realización de esta tesis. De la misma manera quiero agradecer al Dr. Víctor Velázquez y a Gustavo Armendariz por toda su enseñanza y apoyo en el laboratorio ya que sin ellos este trabajo no se hubiera logrado.

Esta tesis se la quiero dedicar a todos mis maestros, tanto del bachillerato como de la licenciatura, que me han dado una formación muy especial en varios aspectos de mi vida. También quisiera dedicarle esta tesis a la Universidad Nacional Autónoma de México ya que me ha proporcionado con esta educación.

Agradezco el apoyo de mis dos hermanos y mis padres que siempre me han tenido mucha confianza y estima. Muchas gracias a todos los grandes amigos que me han acompañado todos estos años y me han dado tantos buenos momentos.

En especial quisiera agradecer a Paulina Deschamps que ha estado conmigo durante todos estos años y que hoy no sabría que clase de persona sería sin ella. Muchas gracias por hacerme tan feliz y por apoyarme en cada momento de mi vida.

Agradezco a la Dirección General de Asuntos del Personal Académico de la Universidad Nacional Autónoma de México por el apoyo económico que me brindó para realizar esta investigación, dentro del proyecto PAPIME *Ondas y Partículas de Luz*, que dirige el Dr. Víctor Velázquez Aguilar.

Índice general

Introducción	VII
I. Cuantización del Campo Electromagnético	1
I.1. Potencial Electromagnético Clásico	2
I.2. Hamiltoniano de la Radiación Libre	4
I.3. Oscilador Armónico Cuántico	6
I.4. Estados de Fock	9
I.5. Estados Coherentes	10
I.6. Estados Térmicos de Luz	13
II. Interacción entre Estados Cuánticos en un Divisor de Haz	17
II.1. Deducción del Estado de Salida de un Divisor de Haz	18
II.2. Interferencia de Fotones Individuales en un Divisor de Haz	21
II.3. Superposición entre otros Estados de Fock en un Divisor de Haz	22
II.4. Superposición entre Estados Coherentes en un Divisor de Haz	25
III. Interferómetro Hong-Ou-Mandel: Aspectos Teóricos	29
III.1. Descripción del Interferómetro	30
III.2. Conversión Paramétrica Descendente	31
III.2.1. Acoplamiento de Fase	38
III.3. Interferencia de Estados Provenientes de la PDC en un Divisor de Haz	41

IV. Interferómetro Hong-Ou-Mandel: Aspectos Experimentales	49
IV.1. Diseño Experimental	49
IV.2. Detección de los Fotones Provenientes de la PDC	50
IV.3. Ajuste del Láser Guía	55
IV.4. Alineamiento Utilizando el Láser Guía y la Interferencia de Luz Blanca	59
V. Resultados y Conclusiones	63
V.1. Resultados Experimentales	64
V.2. Importancia del Diseño Utilizado	66
V.3. Importancia del Interferómetro	67
A. Distribuciones de Probabilidad para Distintos Estados de Luz	71
B. Programas y Gráficas de la Superposición de Estados Cuánticos en un Divisor de Haz	77
C. Sistema de Detección de Fotones	85
D. Material Utilizado para la Construcción del Interferómetro	89
Bibliografía	93

Introducción

La interferencia es un fenómeno ondulatorio en el cual se suman las amplitudes de dos o más ondas al lograr una superposición entre ellas. Los efectos más interesantes de este fenómeno ocurren cuando se observa un patrón de interferencia con zonas de interferencia constructiva y destructiva. Cuando se genera un patrón de interferencia entre ondas clásicas de luz, se forman zonas de mucha intensidad luminosa y zonas de muy poca intensidad. A este fenómeno se le conoce como interferencia clásica. Existe otro tipo de interferencia la cual, a diferencia del caso clásico, está asociada a las amplitudes de probabilidad descritas por la ecuación de onda de Schrödinger. A este tipo de interferencia se le asociará el nombre de interferencia cuántica. Las dos interferencias son fenómenos distintos ya que en una se muestra un patrón de intensidades y en la otra se observa un patrón en las amplitudes de probabilidad de los posibles estados. La luz tiene una descripción clásica ondulatoria y una descripción cuántica. Una de las maneras para demostrar la naturaleza cuántica de la luz es lograr interferencia cuántica entre fotones (partículas de luz).

La interferencia cuántica, fenómeno totalmente diferente al caso clásico, se basa en la indistinguibilidad cuántica. En esta interferencia se superponen dos o más estados cuánticos y esta superposición conlleva a la destrucción de algunos posibles estados después de la interacción. Con el interferómetro de Hong-Ou-Mandel es posible observar la interferencia cuántica entre dos fotones en un divisor de haz. El resultado muestra la cancelación de las amplitudes de probabilidad de algunos estados de salida. Los aspectos ondulatorios de la luz participan en esta interferencia, pero son los desfases de la función de onda cuántica, producidos por el divisor de haz, los que provocan la destrucción de los estados.

En diversos interferómetros se utiliza un divisor de haz para realizar la superposición. Por esto mismo, se debe entender la diferencia entre la interferencia cuántica y clásica. La luz se puede describir cuánticamente de muchas maneras; en particular, se utilizan los estados de Fock y los estados coherentes, donde cada conjunto forma una base completa que describe al sistema de la radiación. Los estados de Fock describen a la luz como eigenestados con un número de fotones definido para cada frecuencia, y representan a la naturaleza cuántica de la luz. Los estados coherentes describen estados de la luz con un número de fotones indefinido; esta descripción asemeja a la descripción de la luz producida por un láser, la cual tiene una naturaleza semiclásica. En el capítulo 2 de la tesis, se realizó una deducción de los estados de salida de un divisor de haz al introducir estas dos descripciones cuánticas de la luz. Veremos que al introducir estados coherentes, no se obtiene una aniquilación de los estados cuánticos a la salida, simplemente se obtiene una superposición de estados coherentes, acorde al resultado clásico. Al introducir estados de Fock se observa que algunos estados de salida se cancelan. Cada uno de los dos resultados representa una interferencia distinta producida en el divisor de haz.

El interferómetro se realiza para observar como se cancelan los estados de salida al introducir estados de Fock. La interferencia cuántica, producida en el Hong-Ou-Mandel, es uno de los fenómenos que requieren de la cuantización del campo para ser explicado. Los resultados del experimento no tienen un análogo clásico y el tipo de interferencia producida en el divisor de haz depende del tipo de fuente que se introduzca. Las fuentes de luz utilizadas en el interferómetro deben ser fuentes cuánticas, i. e. fuentes que preparen al campo en un eigenestado del operador de número. En esta tesis se muestra como las fuentes semiclásicas de luz no producen interferencia cuántica. Por esto mismo, esta interferencia es un fenómeno distinto a la interferencia clásica y sólo se puede explicar utilizando la cuantización del campo. El resultado no se puede extender a la interferencia clásica ya que no importa cuál sea la cantidad de fotones que se introduzca, siempre se van a cancelar estados de salida.

El interferómetro se construyó por primera en 1987 [2], y se ha repetido varias veces desde entonces. Sin embargo, cada diseño tiene un aspecto diferente, el cual se acopla a los distintos resultados que se buscan y al mate-

rial utilizado. Se necesita un entendimiento perfecto del interferómetro para plantear un diseño y un sistema de construcción.

La construcción del interferómetro es realmente complicada ya que lograr la superposición de estados cuánticos es un verdadero reto. La primera complicación radica en obtener una fuente cuántica que produzca dos fotones, simultáneos, de la misma frecuencia. Posteriormente, estos fotones se deben de alinear de manera que sean indistinguibles, y que la diferencia de camino óptico entre ellos sea cero. La mayoría de los interferómetros requieren de igualar la longitud de camino óptico, pero lograr la indistinguibilidad de los fotones es un reto mucho más complicado.

Los resultados del interferómetro de Hong-Ou-Mandel son una prueba de la naturaleza cuántica de la luz. La alineación y el diseño utilizado fueron de gran importancia para obtener estos resultados. Esta tesis muestra un desarrollo sistemático para dicha construcción y una explicación detallada de la interferencia cuántica producida en el interferómetro de Hong-Ou-Mandel.

Capítulo I

Cuantización del Campo Electromagnético

La primera idea que se tuvo acerca de la cuantización del campo electromagnético fue dada por Planck cuando intentaba describir la radiación del cuerpo negro. En esta suposición, el campo interactuaba con la materia de manera cuantizada, es decir, en pequeños paquetes de energía. La idea en ese momento era muy descabellada; sin embargo, describía los resultados experimentales de una manera muy precisa.

Pocos años después, Albert Einstein describió el fenómeno del efecto fotoeléctrico utilizando la cuantización del campo electromagnético. A diferencia de Planck, Einstein consideró que la cuantización era una propiedad intrínseca de la radiación y no de la interacción con la materia.

Hoy en día, se sabe que la mecánica cuántica es la teoría que mejor describe los fenómenos físicos de la luz. En este capítulo se verá como se deduce la hipótesis de la cuantización del campo a partir de las ecuaciones del Maxwell y el método de la cuantización canónica. Utilizando la mecánica cuántica, se describirán distintos estados de luz, en particular los *estados de Fock* y los *estados coherentes*. Los dos estados cuánticos forman una base completa para describir el sistema de la radiación, pero su forma asemeja distintos tipos de luz. El capítulo termina con una deducción de las fuentes térmicas de luz. Para esto, se considera a la luz como un gas ideal de fotones en equilibrio termodinámico y se utiliza un método estadístico [6]. En general, el capítulo da una descripción de como se definen los estados de la luz utilizando la

mecánica cuántica.

I.1. Potencial Electromagnético Clásico

Ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell describen la física completa del campo electromagnético. Hacemos uso de ellas ya que tienen la importante propiedad de ser congruentes con la mecánica cuántica.

Las ecuaciones de Maxwell en ausencia de cargas y corrientes son:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (\text{I.1})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (\text{I.2})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (\text{I.3})$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (\text{I.4})$$

Para facilitar el desarrollo teórico de la cuantización, se deben expresar estas ecuaciones en términos del potencial escalar $\phi(\mathbf{r}, t)$ y del potencial vectorial $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$. Estos dos potenciales dependen tanto de la posición como del tiempo. El potencial vectorial se define utilizando el hecho de que la divergencia de un rotacional es igual a cero. La Ec. I.2 se satisface de manera idéntica si \mathbf{B} se deriva del potencial \mathbf{A} de la siguiente manera:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (\text{I.5})$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la Ec. I.3 podemos obtener \mathbf{E} en función de los dos potenciales como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{A}) \\ \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi. \end{aligned} \quad (\text{I.6})$$

A continuación se sustituyen los campos en la Ec. I.4. Se utiliza la identidad

vectorial $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$ para simplificar la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) &= \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \right) \\ \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} &= -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \phi,\end{aligned}\quad (\text{I.7})$$

donde $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$ y c es la velocidad de la luz en el vacío. De la misma manera, si sustituimos \mathbf{E} en la Ec. I.1 se obtiene que:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \left(-\nabla \phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) &= 0 \\ \nabla^2 \phi + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{A}) &= 0.\end{aligned}\quad (\text{I.8})$$

Norma de Coulomb

Debido a que diversos potenciales pueden satisfacer la física observable, existen ciertas transformaciones que no alteran las ecuaciones de Maxwell. A estas transformaciones se les conoce como las *transformaciones de norma*. Las siguientes ecuaciones nos muestran como podemos variar \mathbf{A}_0 y ϕ_0 para obtener nuevos potenciales \mathbf{A} y ϕ que no cambien la física del sistema:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 - \nabla \Xi, \quad (\text{I.9})$$

$$\phi = \phi_0 + \frac{\partial}{\partial t} \Xi. \quad (\text{I.10})$$

Claramente se ve que la función Ξ no altera las definiciones de los potenciales descritas en la Ec. I.5 y Ec. I.6. Como el rotacional de un gradiente es igual a cero se puede ver que tanto \mathbf{A} como \mathbf{A}_0 cumplen la definición.

Es importante aclarar que los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} no dependen de la elección del potencial, pero la libertad que da la *invariancia de norma* puede servir en muchos casos para simplificar los cálculos de un problema.

Dentro de estas transformaciones se puede obtener una en particular que haga cumplir lo siguiente:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0. \quad (\text{I.11})$$

A esta condición se le llama la *norma de Coulomb*. Si se sustituye la norma en la Ec. I.8 se obtiene lo siguiente:

$$\nabla^2 \phi = 0. \quad (\text{I.12})$$

Fácilmente se puede observar como las dos expresiones anteriores simplifican de manera considerable la Ec. I.7:

$$\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (\text{I.13})$$

A la ecuación anterior se le conoce como la *ecuación de onda* del potencial vectorial.

I.2. Hamiltoniano de la Radiación Libre

La ecuación de onda obtenida en la sección anterior corresponde a un caso en donde no hay cargas ni corrientes. Utilizando estas condiciones, vamos a describir el campo de la radiación libre con un conjunto completo y ortonormal de campos transversales:

$$\{ \mathbf{T}^{(i)}(\mathbf{r}) | i = 1, 2, \dots, \}. \quad (\text{I.14})$$

El potencial vectorial del campo se puede expresar en términos de esta base como:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\tau} q_{\tau}(t) \mathbf{T}^{(\tau)}(\mathbf{r}), \quad (\text{I.15})$$

donde $q_{\tau}(t)$ son las coordenadas normales que describen la amplitud con la cual contribuye cada modo de la base. Esta manera de expresar al potencial resulta útil ya que ahora se encuentra separado en variables. Las coordenadas normales se pueden obtener haciendo la proyección del potencial vectorial sobre el modo respectivo de la base:

$$q_{\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \int (\mathbf{T}^{(\tau)}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)) \, d\mathbf{r}. \quad (\text{I.16})$$

Utilizando la definición anterior, obtenemos el momento conjugado canónico correspondiente a las coordenadas q_{τ} , el cual es:

$$p_{\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \int (\mathbf{T}^{(\tau)}(\mathbf{r}) \cdot \dot{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t)) \, d\mathbf{r}. \quad (\text{I.17})$$

Debido a que la base es ortonormal, cada modo del campo ($\mathbf{A}^{(\tau)}(\mathbf{r}, t) = q_\tau(t) \mathbf{T}^{(\tau)}(\mathbf{r})$) debe cumplir la ecuación de onda. Sustituyendo la expresión anterior en la Ec. I.13 se obtiene lo siguiente:

$$q_\tau(t) \nabla^2 \mathbf{T}^{(\tau)}(\mathbf{r}) - \frac{1}{c^2} \ddot{q}_\tau(t) \mathbf{T}^{(\tau)}(\mathbf{r}) = 0. \quad (\text{I.18})$$

Si se separa en variables la ecuación anterior, obtenemos que:

$$\frac{\nabla^2 T_j^{(\tau)}(\mathbf{r})}{T_j^{(\tau)}(\mathbf{r})} = \frac{1}{c^2} \frac{\ddot{q}_\tau(t)}{q_\tau(t)} = -k_\tau^2. \quad (\text{I.19})$$

Los dos lados de la ecuación son derivadas totales de distintas variables; por lo tanto, la ecuación debe ser igual a una constante. Se utilizó que la constante fuera estrictamente negativa para más adelante obtener la ecuación del oscilador armónico. La constante k_τ depende exclusivamente del modo y no de alguna componente j en particular.

Reacomodando el segundo miembro de la Ec. I.19 se obtiene que:

$$\ddot{q}_\tau + (ck_\tau)^2 q_\tau = 0. \quad (\text{I.20})$$

Esta ecuación describe el movimiento característico del oscilador armónico con frecuencia $\omega_\tau = ck_\tau$. Sustituyendo la definición del momento conjugado, $p_\tau = \dot{q}_\tau$, en la ecuación anterior, obtenemos lo siguiente:

$$\dot{p}_\tau = -\omega_\tau^2 q_\tau. \quad (\text{I.21})$$

A partir de las últimas dos ecuaciones, podemos encontrar la función hamiltoniana utilizando las ecuaciones de Hamilton:

$$\frac{\partial h_\tau}{\partial p_\tau} = \dot{q}_\tau = p_\tau, \quad (\text{I.22})$$

$$\frac{\partial h_\tau}{\partial q_\tau} = -\dot{p}_\tau = \omega_\tau^2 q_\tau. \quad (\text{I.23})$$

Al integrar estas dos ecuaciones, se obtiene el *hamiltoniano* correspondiente al oscilador armónico:

$$h_\tau = \frac{1}{2}(p_\tau^2 + \omega_\tau^2 q_\tau^2). \quad (\text{I.24})$$

El hamiltoniano de la radiación libre se obtiene sumando todos los hamiltonianos correspondientes a los distintos modos normales (h_τ). Por lo tanto:

$$H_{rad} = \sum_{\tau} h_\tau. \quad (\text{I.25})$$

I.3. Oscilador Armónico Cuántico

El hamiltoniano, en la física clásica, es una función que describe la conservación de la energía a través de la evolución en el tiempo. Para la mecánica cuántica, el hamiltoniano es un operador cuyo eigenvalor es la energía total del sistema. También participa en la evolución temporal de los sistemas cuánticos según dicta la ecuación de Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = \hat{H} |\psi\rangle. \quad (\text{I.26})$$

Otra propiedad importante de este operador es que, para sistemas estacionarios, sus eigenvectores forman una base completa del sistema y sus eigenvalores son variables observables.

Para pasar de la descripción clásica a la descripción cuántica del campo electromagnético, se deben cambiar las variables dinámicas clásicas por los operadores correspondientes en el espacio de Hilbert. De acuerdo con los postulados de la mecánica cuántica, a cada pareja de variables canónicas conjugadas, $q(t)$ y $p(t)$, se le asocia una pareja de operadores, denotados como: $\hat{q}(t)$, $\hat{p}(t)$. Estos operadores, a diferencia de sus variables canónicas análogas, obedecen la siguiente regla de conmutación:

$$[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar. \quad (\text{I.27})$$

Esta propiedad es de suma importancia ya que es la principal diferencia con la descripción clásica. A partir de esta expresión se puede encontrar la cuantización del campo. Vemos de este modo que las expresiones clásicas y las ecuaciones de movimiento conservan su validez mientras se sustituyan las variables dinámicas por sus correspondientes operadores y se tomen en cuenta las reglas de conmutación entre ellos.

El operador hamiltoniano \hat{H} , para el campo de radiación libre cuantizado, se obtiene de las Ecs. I.24 y I.25, y se escribe de la siguiente manera:

$$\hat{H}_{rad} = \sum_{\tau} \hat{h}_{\tau}, \quad (\text{I.28})$$

donde

$$\hat{h}_{\tau} = \frac{1}{2} (\hat{p}_{\tau}^2 + \omega_{\tau}^2 \hat{q}_{\tau}^2). \quad (\text{I.29})$$

Para realizar la cuantización del campo se van a utilizar los operadores no-hermitianos¹ de creación (\hat{a}^\dagger) y aniquilación (\hat{a}). A continuación se definen estos operadores en términos de \hat{q}_τ y de \hat{p}_τ :

$$\begin{aligned}\hat{a}_\tau(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_\tau}} (\omega_\tau \hat{q}_\tau(t) + i \hat{p}_\tau(t)), \\ \hat{a}_\tau^\dagger(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_\tau}} (\omega_\tau \hat{q}_\tau(t) - i \hat{p}_\tau(t)).\end{aligned}\quad (\text{I.30})$$

El conmutador entre estos dos operadores se puede deducir del conmutador entre \hat{q}_τ y \hat{p}_τ y se obtiene lo siguiente:

$$[\hat{a}_{\tau'}, \hat{a}_\tau^\dagger] = \delta_{\tau'\tau}. \quad (\text{I.31})$$

Si expresamos el hamiltoniano de la Ec. I.29 en términos de los operadores de creación y aniquilación se obtiene que:

$$\hat{h}_\tau = \hbar\omega(\hat{a}_\tau^\dagger\hat{a}_\tau + \frac{1}{2}). \quad (\text{I.32})$$

Los eigenestados del hamiltoniano se definen como los estados $|n\rangle$, los cuales forman una base completa del sistema y cumplen la siguiente propiedad:

$$\hat{H}|n\rangle = E_n|n\rangle. \quad (\text{I.33})$$

A partir de aquí se van a dejar de utilizar los subíndices τ aunque se debe recordar que sólo se está trabajando con un modo de vibración del campo. También se sustituyó la variable \hat{h}_τ por \hat{H} para no tener ninguna confusión con la constante de Planck (\hbar). Aplicamos el operador de creación a la ecuación anterior:

$$\hat{a}^\dagger\hat{H}|n\rangle = E_n\hat{a}^\dagger|n\rangle,$$

y después de desarrollar, se obtiene que:

$$\hat{H}(\hat{a}^\dagger|n\rangle) = (E_n + \hbar\omega)(\hat{a}^\dagger|n\rangle). \quad (\text{I.34})$$

¹Un operador hermitiano es aquel que es igual a su transpuesto-cojugado. Cuando esto se cumple, sus eigenestados forman una base ortogonal y sus eigenvalores son observables del sistema.

Aquí se puede observar como $\hat{a}^\dagger|n\rangle$ es otro eigenestado del hamiltoniano con eigenvalor igual a $E_n + \hbar\omega$. Entonces, se puede redefinir la ecuación utilizando los términos $|n+1\rangle \equiv \hat{a}^\dagger|n\rangle$ y $E_{n+1} \equiv E_n + \hbar\omega$, y queda que:

$$\hat{H}|n+1\rangle = E_{n+1}|n+1\rangle. \quad (\text{I.35})$$

Esta es otra ecuación de eigenvalores con un estado distinto del hamiltoniano. De la misma manera, al aplicar el operador de aniquilación a la Ec. I.33, se encuentra que:

$$\hat{H}(\hat{a}|n\rangle) = (E_n - \hbar\omega)(\hat{a}|n\rangle). \quad (\text{I.36})$$

Definimos $|n-1\rangle \equiv \hat{a}|n\rangle$ y $E_{n-1} \equiv E_n - \hbar\omega$. Con lo anterior se puede ver que los operadores de creación y aniquilación cambian los eigenestados del hamiltoniano de tal manera que la energía varía por unidades de $\hbar\omega$.

El operador de aniquilación reduce la energía del sistema; sin embargo, las energías del hamiltoniano no pueden ser negativas. Por lo anterior, vamos a suponer que existe un estado base $|0\rangle$, que cumple con lo siguiente:

$$\hat{H}|0\rangle = E_0|0\rangle. \quad (\text{I.37})$$

La energía E_0 debe ser estrictamente menor a $\hbar\omega$ ya que si no es así, se podría aplicar el operador de aniquilación y obtener un estado menor al estado base. Al aplicar el operador de aniquilación a la Ec. I.37 se obtiene que:

$$\hat{H}(\hat{a}|0\rangle) = (E_0 - \hbar\omega)(\hat{a}|0\rangle). \quad (\text{I.38})$$

Como $(E_0 - \hbar\omega) < 0$, se necesita que $\hat{a}|0\rangle = 0$ para que la ecuación tenga un sentido físico. Utilizando esta propiedad podemos encontrar la energía del estado base:

$$\hat{H}|0\rangle = \hbar\omega(\hat{a}_\tau^\dagger\hat{a}_\tau|0\rangle + \frac{1}{2}|0\rangle) = \frac{1}{2}\hbar\omega|0\rangle. \quad (\text{I.39})$$

La energía del estado base es $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$. Utilizando que $E_{n+1} = E_n + \hbar\omega$, se puede demostrar por inducción, que:

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega, \quad (n : 0, 1, 2, \dots, \infty). \quad (\text{I.40})$$

Por cada modo de vibración tenemos una serie de niveles de energía discretos y equidistantes. La radiación es entonces vista como una superposición de

osciladores armónicos cuantizados. Se les conoce como *fonones* a las excitaciones cuantizadas del campo para los estados de Fock. También se puede observar de lo anterior, que el estado $|0\rangle$ que corresponde al estado del vacío, tiene una cantidad de energía asociada, igual a $E_0 = (1/2)\hbar\omega$.

A continuación se define el operador de número como $\hat{n} \equiv \hat{a}^\dagger \hat{a}$. Sustituyendo esta expresión y la Ec. I.40 en la Ec. I.33, se obtiene que:

$$\begin{aligned}\hbar\omega(\hat{n} + \frac{1}{2})|n\rangle &= \hbar\omega(n + \frac{1}{2})|n\rangle \\ \hat{n}|n\rangle &= n|n\rangle.\end{aligned}\tag{I.41}$$

Los operadores de creación y de aniquilación no son hermitianos; lo que significa que sus eigenvalores no representan cantidades físicas observables. Sin embargo, el operador de número es hermitiano y conmuta con el hamiltoniano por lo que sus eigenvalores representan cantidades observables y sus eigenestados forman una base completa del sistema.

I.4. Estados de Fock

Al conjunto de eigenestados $|n\rangle$ se le conoce como la base de número o *base de Fock*. Estos estados se representan por un número que corresponde al número de fotones, del modo de vibración correspondiente, que contiene el estado. Éstos forman una base ortonormal por lo que:

$$\langle n|n'\rangle = \delta_{nn'}, \quad (n', n : 0, 1, 2, \dots, \infty).\tag{I.42}$$

El operador de aniquilación cambia el estado de número según la siguiente expresión:

$$\hat{a}|n\rangle = C_n|n-1\rangle,\tag{I.43}$$

donde C_n es la constante de normalización. Si multiplicamos esta ecuación por su complejo conjugado de cada lado, obtenemos que:

$$\begin{aligned}\langle n|\hat{a}^\dagger \hat{a}|n\rangle &= \langle n-1|C_n^* C_n|n-1\rangle \\ \langle n|\hat{n}|n\rangle &= |C_n|^2 \langle n-1|n-1\rangle \\ n &= |C_n|^2.\end{aligned}\tag{I.44}$$

Si se sustituye esta constante de normalización en la Ec. I.43, se obtiene lo siguiente:

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle. \quad (\text{I.45})$$

Siguiendo el mismo procedimiento se obtiene la constante de normalización al aplicar el operador de creación:

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle. \quad (\text{I.46})$$

Fácilmente se puede expresar el estado $|1\rangle$ en términos del estado del vacío utilizando la ecuación anterior:

$$|1\rangle = \frac{\hat{a}^\dagger}{\sqrt{1}}|0\rangle. \quad (\text{I.47})$$

Se puede extender este resultado, por inducción, para definir la base de Fock donde el eigenestado $|n\rangle$ es:

$$|n\rangle = \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}}|0\rangle. \quad (\text{I.48})$$

Con los estados de Fock se puede estudiar cualquier estados cuántico de la luz. Estos estados manejan un número definido de fotones para cada modo de vibración del campo. El problema que se tiene al utilizar esta base es que la fase entre los fotones está indeterminada y la descripción de los haces de luz no es tan natural. Los estados coherentes, que se verán a continuación, tienen un número de fotones indefinido, pero constan de varias propiedades que hacen que su interpretación se asemeje a los estados semiclásicos de luz.

I.5. Estados Coherentes

Debido al *principio de incertidumbre de Heisenberg*, no se puede conocer con precisión absoluta el número de fotones y la fase de un estado cuántico. Los estados coherentes, a diferencia de los estados de Fock, tienen una naturaleza ondulatoria y tienen una incertidumbre asociada al número de fotones. A continuación se presenta una definición de los estados coherentes.

Un estado coherente $|\alpha\rangle$ es una superposición de eigenestado del operador de aniquilación. En la siguiente descripción sólo se trabajará con un modo de vibración:

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle. \quad (\text{I.49})$$

El operador de aniquilación no es un operador hermitiano por lo que sus eigenestados no son ortogonales y sus eigenvalores son números complejos. Sin embargo, estos estados forman una base completa ya que cualquier estado arbitrario se puede describir como una superposición de estados coherentes [5]. Glauber fue el que sugirió que se utilizaran estos estados como base, ya que permite describir los haces de luz de una manera más natural.

A partir de la definición, vamos a proyectar un estado coherente en la base de Fock:

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle &= \sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle \langle n|\alpha\rangle \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle, \quad \text{donde } C_n = \langle n|\alpha\rangle. \end{aligned} \quad (\text{I.50})$$

Debido a que se está haciendo una proyección del sistema, la probabilidad de encontrar n fotones en el estado coherente $|\alpha\rangle$ es $|C_n|^2$. Para encontrar esta constante, se aplica el operador de aniquilación a los dos lados de la Ec. I.50:

$$\begin{aligned} \hat{a}|\alpha\rangle &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n \hat{a}|n\rangle \\ \alpha|\alpha\rangle &= \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sqrt{n} |n-1\rangle \\ \alpha \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle &= \sum_{n=0}^{\infty} C_{n+1} \sqrt{n+1} |n\rangle \\ \alpha C_n &= C_{n+1} \sqrt{n+1}. \end{aligned} \quad (\text{I.51})$$

La ecuación anterior nos da una relación entre las proyecciones de la base de Fock, donde:

$$C_{n+1} = \frac{\alpha}{\sqrt{n+1}} C_n. \quad (\text{I.52})$$

Por inducción se puede extender el resultado anterior y se obtiene que:

$$C_n = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} C_0, \quad \{n : 0, 1, 2, \dots\}. \quad (\text{I.53})$$

Sustituyendo la expresión anterior en la Ec. I.50, nos queda la definición de un estado coherente expresado en la base de Fock:

$$|\alpha\rangle = C_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (\text{I.54})$$

Para obtener la constante C_0 , se normaliza el estado: $\langle\alpha|\alpha\rangle = 1$. Entonces:

$$\begin{aligned} \langle\alpha_m|\alpha_n\rangle &= |C_0|^2 \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{\alpha^{*m}\alpha^n}{\sqrt{m!n!}} \langle m|n\rangle \\ \langle\alpha|\alpha\rangle &= |C_0|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(|\alpha|^2)^n}{n!} \\ 1 &= |C_0|^2 e^{|\alpha|^2} \\ C_0 &= e^{-|\alpha|^2/2}. \end{aligned} \quad (\text{I.55})$$

Sustituyendo en la Ec. I.54:

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle &= e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \\ |\alpha\rangle &= e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha\hat{a}^\dagger)^n}{n!} |0\rangle \\ |\alpha\rangle &= e^{-|\alpha|^2/2} e^{\alpha\hat{a}^\dagger} |0\rangle. \end{aligned} \quad (\text{I.56})$$

Esta es la descripción de un estado coherente en términos del vacío.

Ya que los estados coherentes no tienen un número definido de fotones, se utiliza el promedio \bar{n} como su medida. Se sabe que $\bar{n} = \langle\hat{n}\rangle$, entonces el número promedio de fotones de un estado coherente es:

$$\begin{aligned} \bar{n} &= \langle\alpha|\hat{n}|\alpha\rangle \\ &= \langle\alpha|\hat{a}^\dagger\hat{a}|\alpha\rangle \\ &= \langle\alpha|\alpha * \alpha|\alpha\rangle \\ &= |\alpha|^2 \langle\alpha|\alpha\rangle \\ &= |\alpha|^2. \end{aligned} \quad (\text{I.57})$$

Para obtener la probabilidad de encontrar n fotones en el estado $|\alpha\rangle$ se debe proyectar el estado en la base de número. Por lo tanto:

$$|\langle n|\alpha\rangle|^2 = |C_n|^2 = \frac{(|\alpha|^2)^n}{n!} e^{-|\alpha|^2}. \quad (\text{I.58})$$

Esta probabilidad nos dice que el número de fotones en un estado coherente está sometido a una *distribución de Poisson* con un valor promedio de $|\alpha|^2$. En el apéndice A se explica más acerca de la distribución de los estados de la luz y la distribución de Poisson.

Los estados coherentes no tienen número de fotones definido, pero se utilizan ya que su descripción se asemeja mucho a la naturaleza clásica de la luz. Los láseres se describen utilizando estados coherentes ya que la coherencia es una característica fundamental en su luz. Para estudiar más acerca de los estados coherentes, se sugiere revisar la referencia [1].

I.6. Estados Térmicos de Luz

La siguiente descripción cuántica de la luz se hará de manera estadística para definir la luz que proviene de fuentes en equilibrio termodinámico. A esta radiación se le define como la *luz térmica*. Si suponemos a los fotones de manera corpuscular con masa igual a cero, podemos pensar que un conjunto de fotones es un gas perfecto cuántico (N partículas idénticas sin interacción). Un estado de este sistema se especifica mediante los números de ocupación:

$$|n_1, n_2, n_3, \dots\rangle, \quad (\text{I.59})$$

y la energía del sistema es entonces:

$$E(n_1, n_2, n_3, \dots, n_r, \dots) = \sum_r n_r \epsilon_r, \quad (\text{I.60})$$

donde ϵ_r es la energía de cada modo y n_r es el número de ocupación de cada estado. Debido a que los fotones son bosones, $n_r = 0, 1, 2, 3, \dots$ para toda r . En el caso en que el gas fuera de fermiones, $n_r = 0, 1$ ya que sólo una partícula puede ocupar cada estado. El número total de fotones (N) es igual a:

$$N = \sum_r n_r. \quad (\text{I.61})$$

La *función de partición* es la que define la relación entre los números de ocupación. En el caso en el que este gas esté en equilibrio termodinámico a temperatura T dentro de un volumen V , la función de partición se define como:

$$Z(T, V, N) = \sum_{n_1, n_2, \dots} e^{-\beta \sum_r n_r \epsilon_r}, \quad \text{donde} \quad \beta = \frac{1}{kT}. \quad (\text{I.62})$$

La expresión del número promedio de ocupación \bar{n}_i del estado $-i$ resulta [6]:

$$\bar{n}_i = \frac{\sum_{n_1, n_2, \dots} n_i e^{-\beta \sum_r n_r \epsilon_r}}{Z} = -\frac{1}{\beta} \left. \frac{\partial \ln Z}{\partial \epsilon_i} \right|_{T, \epsilon_r}, \quad \text{donde} \quad r \neq i. \quad (\text{I.63})$$

Realizando cuentas sencillas, se puede encontrar que la desviación cuadrática media, $(\Delta n_i)^2 \equiv \overline{n_i^2} - \bar{n}_i^2$, de la distribución del número promedio de ocupación de los estados es:

$$(\Delta n_i)^2 = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \epsilon_i^2}. \quad (\text{I.64})$$

La función de partición para los fotones no tiene restricciones con respecto al número total por lo que se puede suponer que cada estado puede llegar a tener un número infinito de fotones:

$$Z(T, V) = \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} \dots e^{-\beta(n_1 \epsilon_1 + n_2 \epsilon_2 + \dots)}. \quad (\text{I.65})$$

Utilizando esta suposición, se puede deducir lo siguiente:

$$\begin{aligned} Z(T, V) &= \prod_{r=1}^{\infty} \left(\sum_{n_r=0}^{\infty} e^{-\beta n_r \epsilon_r} \right) \\ Z(T, V) &= \prod_{r=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1 - e^{-\beta \epsilon_r}} \right) \\ \ln(Z(T, V)) &= -\sum_{r=1}^{\infty} \ln(1 - e^{-\beta \epsilon_r}). \end{aligned} \quad (\text{I.66})$$

Entonces el número promedio de fotones del modo- i es:

$$\bar{n}_i = -\frac{1}{\beta} \frac{\partial \ln Z}{\partial \epsilon_i} = -\frac{1}{\beta} \left(\frac{-\beta e^{-\beta \epsilon_i}}{1 - e^{-\beta \epsilon_i}} \right) = \frac{1}{e^{\beta \epsilon_i} - 1}. \quad (\text{I.67})$$

A partir de esto, se obtendrá el número total de fotones (N) y la energía interna del sistema (U). Las siguientes expresiones se utilizarán durante el desarrollo:

$$\epsilon = cp, \quad \mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}, \quad p = \hbar k = \frac{\hbar \omega}{c}. \quad (\text{I.68})$$

Entonces el número total de fotones es:

$$\begin{aligned} N = 2 \sum_{\mathbf{p}} n_{\mathbf{p}} &= 2V \int \frac{d^3 p}{h^3} \frac{1}{e^{\beta cp} - 1} \\ &= \frac{2\hbar^3 V}{h^3} \int d\mathbf{k} \frac{1}{e^{\beta \hbar ck} - 1} \\ &= \frac{2V}{(2\pi)^3} \int_0^\infty dk \frac{4\pi k^2}{e^{\beta \hbar ck} - 1} \\ &= \frac{V}{\pi^2 c^3} \int_0^\infty d\omega \frac{\omega^2}{e^{\beta \hbar \omega} - 1}; \end{aligned} \quad (\text{I.69})$$

y la energía interna del sistema es:

$$\begin{aligned} U = 2 \sum_{\mathbf{p}} \epsilon_{\mathbf{p}} n_{\mathbf{p}} &= \frac{8\pi cV}{h^3} \int_0^\infty dp \frac{p^3}{e^{\beta cp} - 1} \\ &= \frac{V\hbar}{\pi^2 c^3} \int_0^\infty d\omega \frac{\omega^3}{e^{\beta \hbar \omega} - 1}. \end{aligned} \quad (\text{I.70})$$

La densidad de energía se puede expresar como la energía interna entre el volumen:

$$\frac{U}{V} = \int_0^\infty d\omega u(\omega, T), \quad (\text{I.71})$$

donde $u(\omega, T)$ es la densidad de energía por intervalo unitario de frecuencia. Relacionando la Ec. I.70 con la ecuación anterior, obtenemos que:

$$u(\omega, T) = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{e^{\beta \hbar \omega} - 1}. \quad (\text{I.72})$$

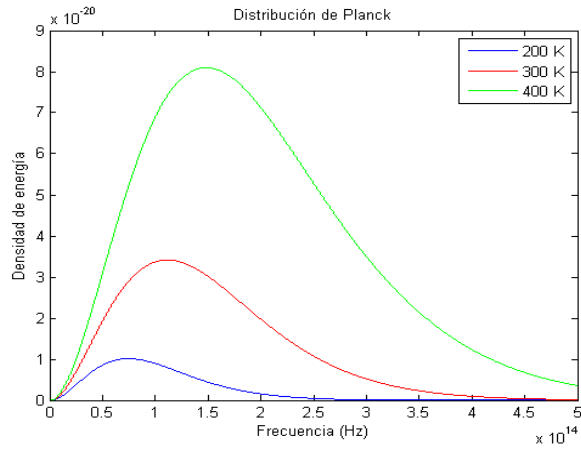


Figura I.1: Distribución de Planck para distintas temperaturas

A esta función se le conoce como la distribución de Planck, y expresa las frecuencias emitidas de un luz térmica a temperatura T en equilibrio termodinámico. La deducción anterior se puede encontrar en [6]. Esta función tiene un preciado valor histórico ya que a partir de aquí, surge la teoría cuántica.

La gran cantidad de frecuencias que contiene la luz térmica es la razón por la cual estas fuentes son poco coherentes ya que es muy difícil acoplar todas las fases relativas. Debido a la gran cantidad de modos o estados, la luz producida por fuentes térmicas es considerada luz clásica.

Capítulo II

Interacción entre Estados Cuánticos en un Divisor de Haz

El interferómetro de Hong-Ou-Mandel se creó para encontrar la interferencia entre dos fotones indistinguibles en un divisor de haz. El divisor de haz se puede tratar cuánticamente utilizando los operadores de creación y aniquilación. La primera parte de éste capítulo describe en que consiste la *interferencia cuántica* entre dos fotones. Este tipo de interferencia se refiere a una superposición de las amplitudes de probabilidad de los estados. El patrón de interferencia corresponde a observar como algunos estados de salida desaparecen.

En la segunda parte del capítulo, se realiza un estudio sobre lo que sucede al introducir estados de Fock y estados coherentes en un divisor de haz. Claramente se ve como existe una gran diferencia entre los estados de Fock, que representan a las fuentes cuánticas, y los estados coherentes que se asemejan más a las fuentes clásicas de luz. Con este estudio se puede observar que la interferencia cuántica es un fenómeno totalmente distinto a la interferencia ondulatoria y no tiene un análogo clásico.

II.1. Deducción del Estado de Salida de un Divisor de Haz

Un divisor de haz es un elemento óptico en el cual el frente de onda incidente se divide en dos; una parte es transmitida y la otra parte es reflejada. Si se quiere describir cuánticamente se diría que un fotón entrante tiene una probabilidad $|t|^2$ de ser transmitido y una probabilidad $|r|^2$ de ser reflejado, ya que los fotones no se pueden dividir. El divisor de haz tiene cuatro puertos los cuales pueden ser considerados como entradas o salidas. En la Fig. II.1 se nombra a los puertos 0 y 1 como las entradas del divisor y a los puertos 2 y 3 como las salidas. Si se introduce un fotón por cada una de las entradas

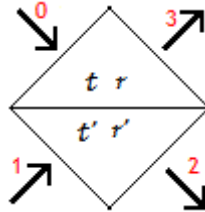


Figura II.1: Los cuatro puertos de un divisor de haz.

del divisor de haz, existen cuatro posibilidades a la salida mostradas en la Fig. II.2. La primera posibilidad es que los dos fotones sean transmitidos, la

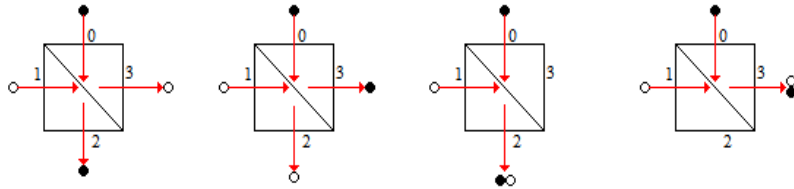


Figura II.2: Las cuatro posibilidades de salida al introducir un fotón por cada una de las entradas del divisor de haz.

segunda posibilidad es que los dos fotones sean reflejados, la tercera posibilidad es que se transmita el fotón de la entrada 0 y se refleje el fotón de la entrada 1 y la cuarta posibilidad es que se transmita el fotón de la entrada

1 y se refleje el fotón de la entrada 0. Éste es solamente un esquema ya que sabemos que los fotones son indistinguibles y no se puede saber a la salida por qué puerto entraron.

Para describir los efectos del divisor de haz cuánticamente, se deben sustituir las amplitudes complejas clásicas de cada modo por los operadores de aniquilación. De esta manera obtenemos las siguientes relaciones [10]:

$$\hat{a}_2 = t\hat{a}_0 + r'\hat{a}_1, \quad (\text{II.1})$$

$$\hat{a}_3 = t'\hat{a}_1 + r\hat{a}_0. \quad (\text{II.2})$$

El subíndice de cada operador muestra el puerto del divisor de haz al cual corresponde. Los coeficientes t, t', r, r' son números complejos que describen la proporción entre la parte transmitida y la parte reflejada para cada lado del divisor de haz. Para el caso cuántico, los coeficientes describen las amplitudes de probabilidad para los estados de salida de los fotones entrantes. Los cuatro puertos del divisor de haz actúan de la misma manera por lo que no importa cuales puertos se consideren como entradas y cuales como salidas.

Para encontrar alguna relación entre los coeficientes se utiliza el conmutador de los operadores de aniquilación:

$$[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{ij}. \quad (\text{II.3})$$

Si se resuelve en particular el conmutador entre \hat{a}_3 y \hat{a}_2^\dagger , se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \hat{a}_3\hat{a}_2^\dagger - \hat{a}_2^\dagger\hat{a}_3 &= 0 \\ (t'\hat{a}_1 + r\hat{a}_0)(t^*\hat{a}_0^\dagger + r'^*\hat{a}_1^\dagger) - (t^*\hat{a}_0^\dagger + r'^*\hat{a}_1^\dagger)(t'\hat{a}_1 + r\hat{a}_0) &= 0 \\ t't^* [\hat{a}_1, \hat{a}_0^\dagger] + t'r'^* [\hat{a}_1, \hat{a}_1^\dagger] + rt^* [\hat{a}_0, \hat{a}_0^\dagger] + rr'^* [\hat{a}_0, \hat{a}_1^\dagger] &= 0 \\ t'r'^* + rt^* &= 0. \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

Esta expresión es una de las *relaciones de reciprocidad de Stokes*¹. Sabiendo que los coeficientes de reflexión y transmisión son números complejos, se pueden expresar de la siguiente manera:

$$t = Te^{i\varphi_t}, \quad r = Re^{i\varphi_r}, \quad (\text{II.5})$$

¹Las relaciones de Stokes describen la fase relativa de la luz mediante los coeficientes de transmisión y reflexión durante la interacción entre dos medios con distintos índices de refracción. Se puede consultar más acerca de las relaciones de Stokes en la referencia [1] p.640.

$$t' = Te^{i\varphi_{t'}}, \quad r' = Re^{i\varphi_{r'}}, \quad (\text{II.6})$$

donde $T = |t| = |t'|$ y $R = |r| = |r'|$. Esto se cumple ya que el divisor de haz es anisotrópico y no importa cuales puertos se consideren como entradas y cuales como salidas. Sustituyendo en la Ec. II.4 se obtiene que:

$$\begin{aligned} Te^{i\varphi_{t'}} Re^{-i\varphi_{r'}} + Re^{i\varphi_{r'}} Te^{-i\varphi_t} &= 0 \\ TR(e^{i(\varphi_{t'} - \varphi_{r'})} + e^{i(\varphi_r - \varphi_t)}) &= 0 \\ e^{i(\varphi_r - \varphi_t)} &= -e^{i(\varphi_{t'} - \varphi_{r'})} \\ \varphi_r - \varphi_t &= \pm\pi + \varphi_{t'} - \varphi_{r'} \\ \varphi_r + \varphi_{r'} - \varphi_t - \varphi_{t'} &= \pm\pi. \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

Si el divisor de haz esta construido de una sola capa dieléctrica, el haz reflejado tendrá un desfaseamiento con respecto al haz transmitido de $\exp(\pm i\pi/2) = \pm i$ [1] p.639. Como los desfaseamientos son relativos, vamos a acordar en lo siguiente:

$$\varphi_t = 0, \quad \varphi_r = \frac{\pi}{2}, \quad \varphi_{t'} = 0, \quad \varphi_{r'} = \frac{\pi}{2}. \quad (\text{II.8})$$

Estas fases cumplen la Ec. II.7 que es en general para cualquier divisor de haz.

Para un divisor de haz 50:50 (esto quiere decir que la mitad de la intensidad es reflejada y la otra mitad es transmitida), sucede que $T = \frac{1}{\sqrt{2}} = R$. Sustituyendo los coeficientes de transmisión y reflexión, se obtiene la relación de los operadores de aniquilación entre las entradas y salidas del divisor de haz:

$$\hat{a}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_0 + i\hat{a}_1), \quad (\text{II.9})$$

$$\hat{a}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_1 + i\hat{a}_0). \quad (\text{II.10})$$

Si se conjugan estas dos ecuaciones, se obtienen las relaciones del divisor de haz utilizando los operadores de creación para las entradas del divisor. Las ecuaciones quedan de la siguiente manera:

$$\hat{a}_0^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_2^\dagger + i\hat{a}_3^\dagger), \quad (\text{II.11})$$

$$\hat{a}_1^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_3^\dagger + i\hat{a}_2^\dagger). \quad (\text{II.12})$$

Estas expresiones son las que se utilizarán para la deducción de la interferencia cuántica en un divisor de haz.

II.2. Interferencia de Fotones Individuales en un Divisor de Haz

Se va a utilizar la base de Fock para describir los estados de entrada del divisor de haz. En el caso de que no se introduzca ningún fotón, se espera obtener vacío en los puertos de salida:

$$|0_0, 0_1\rangle \longrightarrow |0_2, 0_3\rangle. \quad (\text{II.13})$$

Los subíndices describen a que puerto del divisor pertenece el estado. Se define el estado de entrada de dos fotones como:

$$|\psi\rangle_{in} = |1\rangle_0 \otimes |1\rangle_1 = \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1^\dagger |0_0, 0_1\rangle. \quad (\text{II.14})$$

Aplicando las relaciones del divisor de haz al estado de entrada obtenemos que:

$$\begin{aligned} \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1^\dagger |0_0, 0_1\rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_2^\dagger + i\hat{a}_3^\dagger) \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_3^\dagger + i\hat{a}_2^\dagger) |0_2, 0_3\rangle \\ &= \frac{1}{2} \left[(\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_3^\dagger - \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_2^\dagger) + i(\hat{a}_2^\dagger)^2 + i(\hat{a}_3^\dagger)^2 \right] |0_2, 0_3\rangle \\ &= \frac{i}{2} \left(\sqrt{2}|2_2, 0_3\rangle + \sqrt{2}|0_2, 2_3\rangle \right). \end{aligned}$$

Entonces, el estado de salida del divisor al introducir un fotón por cada una de las entradas es:

$$|\psi\rangle_{out} = \frac{i}{\sqrt{2}} (|2, 0\rangle + |0, 2\rangle). \quad (\text{II.15})$$

Aquí ya no se muestran los subíndices ya que el primer número en el *ket* corresponde al número de fotones en la salida 2, y el segundo número corresponde al número de fotones en la salida 3.

Este resultado describe como se produce la interferencia cuántica entre la amplitud de probabilidad de dos fotones individuales. En el estado final no existe la posibilidad de que se obtenga un fotón en cada una de las salidas

del divisor de haz. El estado de salida está normalizado y existe un 50 % de probabilidad de que dos fotones salgan por el puerto de salida 2 y un 50 % de probabilidad de que salgan por el puerto de salida 3.

Hay que tomar en cuenta que los dos fotones deben ser *indistinguibles* para que se produzca la interferencia. Deben ser idénticos en polarización y frecuencia, y la superposición en el divisor de haz debe ser muy precisa. En el caso de no ser así, los estados en los que sale un fotón por cada salida del divisor de haz, no se cancelan.

Este resultado es el principio del interferómetro de Hong-Ou-Mandel. Lo que se quiere observar en el experimento es como desaparece el estado $|1, 1\rangle$ a la salida del divisor de haz debido a la interferencia cuántica.

II.3. Superposición entre otros Estados de Fock en un Divisor de Haz

Utilizando la deducción del estado de salida para el divisor de haz, se va a deducir el estado de salida cuando se introducen n fotones por cada una de las entradas del divisor. Tomando en cuenta que son estados cuánticos, debe haber una interferencia entre la amplitud de probabilidad en los estados de salida. El estado de entrada es entonces:

$$|\psi\rangle_{in} = |n\rangle_0 \otimes |n\rangle_1 = \frac{1}{n!} a_0^\dagger{}^n a_1^\dagger{}^n |0, 0\rangle. \quad (\text{II.16})$$

Sustituyendo las relaciones del divisor de haz al estado de entrada, se obtiene que:

$$|\psi\rangle_{out} = \frac{1}{n!} \left[\frac{1}{\sqrt{2}^n} (a_2^\dagger + ia_3^\dagger)^n \frac{1}{\sqrt{2}^n} (a_3^\dagger + ia_2^\dagger)^n \right] |0, 0\rangle. \quad (\text{II.17})$$

Para desarrollar la expresión anterior se utiliza el binomio de Newton, por lo tanto:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2^n n!} \left(\sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} a_2^{\dagger n-k} (ia_3^\dagger)^k \right) \left(\sum_{l=0}^n \frac{n!}{l!(n-l)!} a_3^{\dagger n-l} (ia_2^\dagger)^l \right) |0, 0\rangle \\ &= \frac{n!}{2^n} \sum_{k,l=0}^n \frac{i^{k+l} a_2^{\dagger n-k+l} a_3^{\dagger n-l+k}}{k!l!(n-k)!(n-l)!} |0, 0\rangle. \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

Superposición entre otros Estados de Fock en un Divisor de Haz

A partir de esta fórmula, se pueden mostrar los estados de salida al introducir dos fotones por cada entrada del divisor de haz:

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle_{out} &= \frac{1}{2} \left(-\frac{a_2^{\dagger 4}}{4} - \frac{a_2^{\dagger 2} a_3^{\dagger 2}}{2} - \frac{a_3^{\dagger 4}}{4} \right) |0, 0\rangle \\
 &= \frac{1}{2} \left(-\frac{\sqrt{4!}}{4} |4, 0\rangle - \frac{\sqrt{2!}\sqrt{2!}}{2} |2, 2\rangle - \frac{\sqrt{4!}}{4} |0, 4\rangle \right) \\
 &= \left(-\frac{\sqrt{6}}{4} |4, 0\rangle - \frac{1}{2} |2, 2\rangle - \frac{\sqrt{6}}{4} |0, 4\rangle \right). \tag{II.19}
 \end{aligned}$$

Entonces, las probabilidades de obtener los estados de salida son:

$$\begin{aligned}
 |\langle 4, 0 | \psi \rangle_{out}|^2 &= 3/8, \\
 |\langle 3, 1 | \psi \rangle_{out}|^2 &= 0, \\
 |\langle 2, 2 | \psi \rangle_{out}|^2 &= 1/4, \\
 |\langle 1, 3 | \psi \rangle_{out}|^2 &= 0, \\
 |\langle 0, 4 | \psi \rangle_{out}|^2 &= 3/8.
 \end{aligned}$$

Claramente el estado está normalizado ya que la suma de todas las probabilidades es igual a 1. Existen dos estados que se cancelan debido a la interferencia cuántica y tres estados que se pueden observar. A diferencia de cuando se introduce un fotón por cada una de las entradas, existe un estado en donde salen fotones por las dos salidas.

Utilizando la Ec. II.18, se puede generalizar el resultado para situaciones simétricas en las cuales se introducen n fotones por cada una de las entradas del divisor de haz. En el apéndice B se muestra un programa escrito para matlab que deduce la probabilidad de cada estado de salida, cuando se introducen n fotones por cada una de las entradas del divisor de haz.

Utilizando el programa, se dedujeron las probabilidades de los estados de salida al introducir 15 fotones por cada una de las entradas. Los resultados

se muestran en la siguiente tabla:

Estado	Probabilidad	Estado	Probabilidad
$ 30, 0\rangle$.14446	$ 0, 30\rangle$.14446
$ 28, 2\rangle$.07472	$ 2, 28\rangle$.07472
$ 26, 4\rangle$.05812	$ 4, 26\rangle$.05812
$ 24, 6\rangle$.05037	$ 6, 24\rangle$.05037
$ 22, 8\rangle$.04599	$ 8, 22\rangle$.04599
$ 20, 10\rangle$.04336	$ 10, 20\rangle$.04336
$ 18, 12\rangle$.04184	$ 12, 18\rangle$.04184
$ 16, 14\rangle$.04114	$ 14, 16\rangle$.04114

La suma de todas las probabilidades es igual a 1 por lo que el estado está normalizado. Muchos estados no aparecen en la tabla ya que su probabilidad es cero. Esto nos muestra que sigue existiendo la interferencia cuántica para estados de muchos fotones. En la Fig. II.3 se muestra una gráfica en donde aparecen las probabilidades de los estados de salida. El número de fotones se

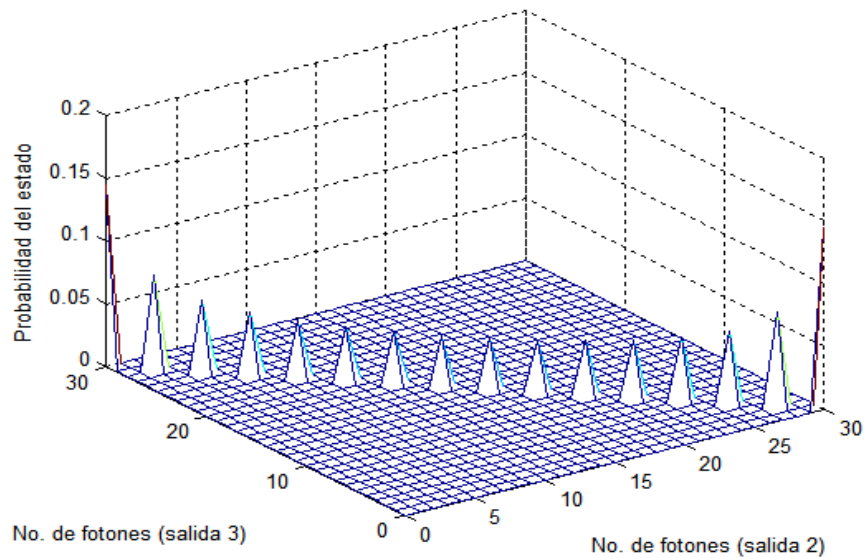


Figura II.3: La probabilidad de los estados de salida al introducir 15 fotones por cada entrada del divisor de haz.

conserva para cada estado de salida; sin embargo, hay varios estados, con el

Superposición entre Estados Coherentes en un Divisor de Haz 25

mismo número total de fotones, que tienen probabilidad cero. Este efecto es producto de la interferencia cuántica y ésta es la razón por la cual la gráfica es discontinua.

Se puede observar que hay una tendencia a que los fotones se amontonen a la salida del divisor de haz. Esto es debido a que los fotones son bosones y varios de ellos pueden ocupar el mismo estado. Los estados de Fock son estados enteramente cuánticos y es por eso que se observa interferencia cuántica incluso cuando se introduce una gran cantidad de fotones.

En la siguiente sección se mostrará lo que sucede cuando se introducen estados coherentes en el divisor de haz. Se espera tener un resultado distinto ya que estos estados se asemejan más a los estados clásicos.

II.4. Superposición entre Estados Coherentes en un Divisor de Haz

Para hacer el desarrollo, se utilizará la definición de los estados coherentes descrita en la Ec. I.56, y la deducción de los estados de salida del divisor de haz para observar que sucede al introducir estados coherentes con $|\alpha| = n$. El estado de entrada es:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{in} &= |\alpha\rangle_0 \otimes |\alpha\rangle_1, \quad \text{donde } \alpha = n, \\ &= \left(e^{-n^2/2} e^{na_0^\dagger} \right) \left(e^{-n^2/2} e^{na_1^\dagger} \right) |0, 0\rangle \\ &= \frac{1}{e^{n^2}} e^{n(a_0^\dagger + a_1^\dagger)} |0, 0\rangle. \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

Sustituyendo la deducción de los estados de salida de un divisor de haz, se obtiene que:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{out} &= \frac{1}{e^{n^2}} e^{\frac{n}{\sqrt{2}}(a_2^\dagger + ia_3^\dagger + a_3^\dagger + ia_2^\dagger)} |0, 0\rangle \\ &= \frac{1}{e^{n^2}} e^{\frac{n}{\sqrt{2}}(1+i)(a_2^\dagger + a_3^\dagger)} |0, 0\rangle. \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

Desarrollando la exponencial y utilizando el binomio de Newton, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{e^{n^2}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left(\frac{n}{\sqrt{2}} (1+i)(a_2^\dagger + a_3^\dagger) \right)^m |0,0\rangle \\
 &= \frac{1}{e^{n^2}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{n^m}{(\sqrt{2})^m m!} (1+i)^m (a_2^\dagger + a_3^\dagger)^m |0,0\rangle \\
 &= \frac{1}{e^{n^2}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{n^m}{(\sqrt{2})^m m!} \sum_{k=0}^m \frac{m!}{k!(m-k)!} (i)^k \sum_{l=0}^m \frac{m!}{l!(m-l)!} (a_2^\dagger)^{m-l} (a_3^\dagger)^l |0,0\rangle \\
 &= \frac{1}{e^{n^2}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{n^m m!}{(\sqrt{2})^m} \sum_{k,l=0}^m \frac{(i)^k (a_2^\dagger)^{m-l} (a_3^\dagger)^l}{k! l! (m-k)! (m-l)!} |0,0\rangle. \tag{II.22}
 \end{aligned}$$

De la misma manera que en la sección anterior, se hizo un programa para matlab en el cual se observan las probabilidades de los estados de salida. En la Fig. II.4 se muestra la gráfica donde se pueden observar las probabilidades.

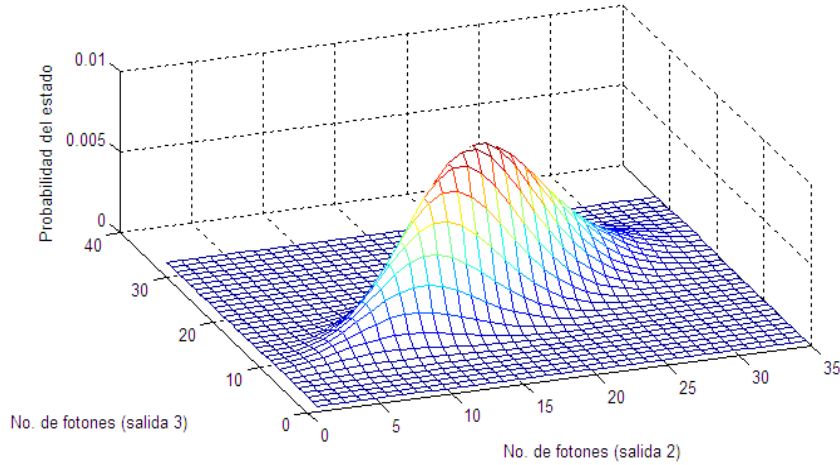


Figura II.4: La probabilidad de los estados de salida al introducir dos estados coherentes con $|\alpha| = 4$.

Si se analizan las probabilidades de los estados de una sola salida, se puede inferir más acerca de la interacción en el divisor. La Fig. II.5 muestra

la probabilidad de cada estado tomando en cuenta una sola salida del divisor de haz.

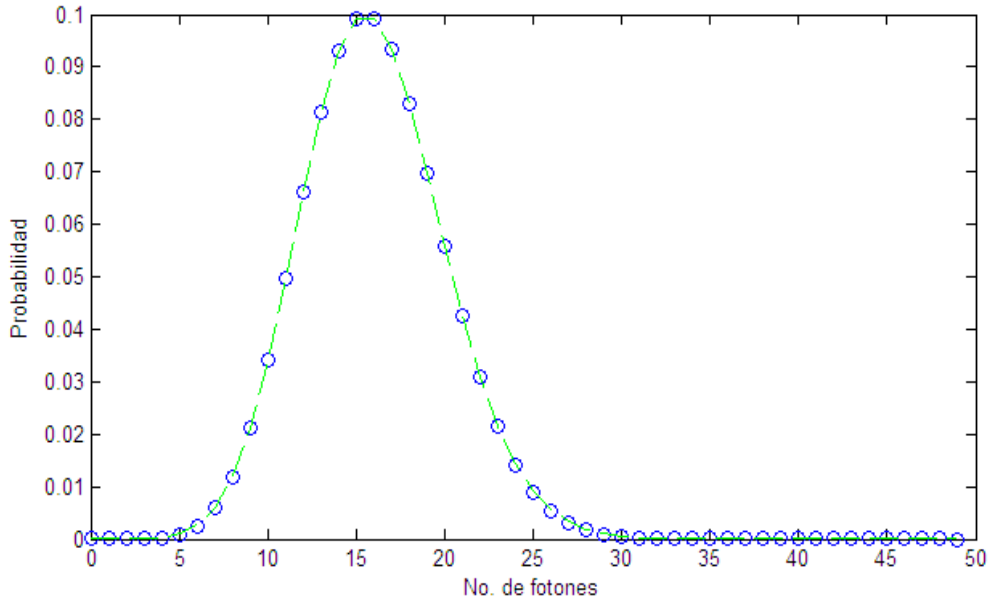


Figura II.5: La probabilidad de los estados de una sola salida del divisor de haz al introducir estados coherentes con $|\alpha| = 4$.

La línea verde en la Fig. II.5 representa una curva poissoniana con $(4)^2$ como número promedio y se ajusta perfectamente a los puntos. Esto significa que los estados de salida del divisor, al introducir estados coherentes, son estados coherentes. En realidad no hay una interferencia cuántica de estos estados ya que lo que se introduce es exactamente lo que se obtiene y ningún estado de salida desaparece.

La interferencia cuántica no se puede extender a un nivel clásico ya que sólo sucede si se introducen estados enteramente cuánticos al divisor de haz. Si se introduce otro tipo de estados, el divisor de haz solamente realiza una superposición. En algunos casos, esta superposición podría generar interferencia ondulatoria que sería ocasionada por un fenómeno completamente distinto.

Capítulo III

Interferómetro

Hong-Ou-Mandel: Aspectos Teóricos

El interferómetro de Hong-Ou-Mandel busca encontrar la interferencia cuántica producida por un divisor de haz entre dos fotones individuales. En la práctica experimental existen varias dificultades a la hora de plantear lo anterior. La primera dificultad radica en obtener dos fotones que sean idénticos y lograr la superposición de ellos en el divisor de haz. La solución a este problema es la *conversión paramétrica descendente*. En este proceso se bombea un cristal no-lineal para producir un par de fotones simultáneos¹ con semejante longitud de onda.

La conversión paramétrica descendente es un proceso que se utiliza mucho en la óptica cuántica para generar fotones individuales. En los laboratorios se utilizan varios tipos de fuentes cuánticas y la ventaja de la conversión paramétrica descendente es que produce dos fotones simultáneos sujetos a la conservación de momento y energía. Estos dos fotones, llamados fotón señal y fotón testigo, son muy importantes ya que siempre se crean juntos y como su nombre lo dice, uno anuncia la existencia del otro. La conversión paramétrica descendente es indispensable para la construcción del interferómetro ya que no se conoce otra fuente cuántica que produzca un par de fotones con estas

¹La diferencia de tiempo entre la producción de los dos fotones es de femtosegundos según lo describe el artículo [2]. Es por eso que se considera que son casi simultáneos.

propiedades.

La tercera sección de este capítulo explica cómo se debe observar la interferencia producida por el interferómetro. La interferencia se puede medir realizando un conteo de coincidencias entre las dos salidas del divisor de haz. La ausencia de coincidencias delata que el estado $|1, 1\rangle$ no existe. El resultado obtenido muestra una tasa de coincidencias entre las dos salidas del divisor de haz en función de la diferencia de camino óptico entre los estados provenientes de la conversión paramétrica descendente. El desarrollo de la conversión paramétrica descendente, así como el desarrollo de la interferencia se obtuvieron de la referencia [3].

III.1. Descripción del Interferómetro

El interferómetro de Hong-Ou-Mandel produce interferencia entre dos fotones individuales en un divisor de haz. Estos fotones son generados por la *conversión paramétrica descendente* (PDC) cuando un láser violeta de $405nm$ bombea un cristal no-lineal de Beta-Bario Borato (BBO). En el proceso de la PDC (explicado más adelante en este capítulo), se genera un par de fotones de $810nm$ por cada fotón convertido del haz de bombeo. Los fotones infrarrojos generados, se deben dirigir utilizando espejos de manera que incidan perpendicularmente por las dos entradas de un divisor de haz. Para detectar la interferencia se utiliza un sistema de coincidencias que registra señales simultáneas entre las dos salidas del divisor. Debe existir un mínimo de coincidencias cuando el interferómetro está alineado ya que cuando se introduce un fotón por cada una de las entradas del divisor de haz, el estado de salida en el cual sale un fotón por cada salida, $|1, 1\rangle$, es destruido por la interferencia cuántica (Ec. II.15). En la Fig. III.1 se muestra un esquema básico del interferómetro.

Para producir la interferencia entre estos fotones, los dos deben tener la misma longitud de onda, la misma polarización y deben incidir en el mismo punto del divisor de haz. La diferencia de camino óptico entre las dos trayectorias de los fotones debe ser igual a cero, para que de esta manera lleguen al mismo tiempo al divisor. En el caso en el cual no se cumpla alguno de los requisitos anteriores, no se producirá la interferencia cuántica y se podrán observar las coincidencias generadas por el estado de salida $|1, 1\rangle$.

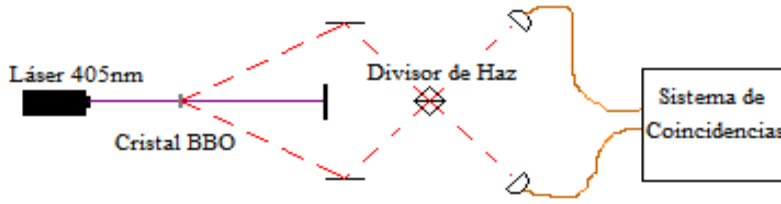


Figura III.1: Esquema del interferómetro de Hong-Ou-Mandel

La interferencia cuántica generada por el Hong-Ou-Mandel se basa en que los fotones son indistinguibles y no tiene un análogo clásico. Esta interferencia es generada por la superposición de las amplitudes de probabilidad de los estados de salida. A diferencia de la interferencia clásica, no hay una superposición de intensidades que nos lleve a observar un patrón de interferencia.

A continuación se estudiará el fenómeno de la conversión paramétrica descendente, el cual genera los fotones individuales utilizados en el interferómetro.

III.2. Conversión Paramétrica Descendente

Los fotones que se utilizan en el interferómetro son generados en la conversión paramétrica descendente producida en un cristal no-lineal birrefringente. Los materiales birrefringentes son aquellos que tienen distintos índices de refracción para cada componente de la polarización de la luz incidente. Estos índices dependen de la frecuencia y son denominados como ordinario ($n_o(\omega)$) y extraordinario ($n_e(\omega)$).

El proceso espontáneo de la PDC puede ser entendido como la división de un fotón de bombeo, en un fotón señal y un fotón testigo, después de interactuar con un medio no-lineal. El proceso está sujeto a las condiciones de conservación de la energía y momento, y el medio no-lineal no se altera en el proceso.

Los subíndices s y t en la figura III.2, corresponden al fotón señal y al fotón testigo. El subíndice b corresponde al fotón de bombeo. La condición de la conservación del momento sólo es cierta si se cumple el *acoplamiento de fase*, concepto que se explicará posteriormente en éste capítulo.

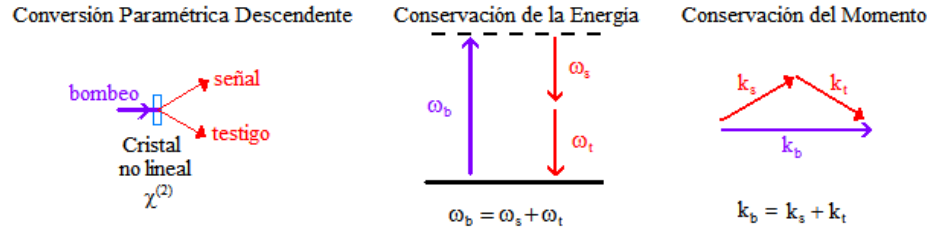


Figura III.2: Propiedades de conservación en el proceso de la conversión paramétrica descendente

La conversión paramétrica descendente es un proceso importante para la óptica cuántica ya que funciona como una fuente cuántica de fotones individuales. A continuación se mostrará el desarrollo para encontrar la forma de estos fotones.

El cristal no-lineal se bombea con un láser de alta energía para generar un par de fotones. Se va a considerar un volumen de interacción entre el láser y el cristal, en donde L es la longitud del cristal y a es el área transversal del láser (Fig. III.3). Entonces:

$$v = L \cdot a. \quad (\text{III.1})$$

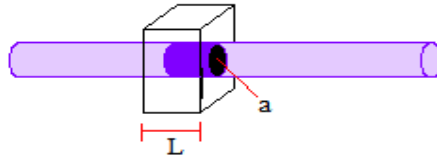


Figura III.3: Volumen de interacción del láser con el cristal

El hamiltoniano que describe la energía de las ondas electromagnéticas en un medio no-lineal, es el siguiente:

$$H = \frac{1}{8\pi} \int_v d^3\mathbf{r} \left(\mathbf{D} \cdot \mathbf{E} + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \cdot \mathbf{B} \right), \quad \text{donde} \quad (\text{III.2})$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}. \quad (\text{III.3})$$

Si tomamos solamente el hamiltoniano de interacción con el medio, se tiene que:

$$H_I = \frac{1}{2} \int_v d^3\mathbf{r} (\mathbf{P}^{(NL)} \cdot \mathbf{E}) . \quad (\text{III.4})$$

La conversión paramétrica descendente involucra la mezcla de tres ondas, por lo que se debe usar el tensor de susceptibilidad no-lineal de segundo orden $\chi_{ijk}^{(2)}(t - t_1, t - t_2)$. El vector de polarización no-lineal, $\mathbf{P}^{(NL)}$, toma la forma:

$$P_i^{(NL)}(\mathbf{r}, t) = \int dt_1 dt_2 \chi_{ijk}^{(2)} E_j(\mathbf{r}, t_1) E_k(\mathbf{r}, t_2) , \quad (\text{III.5})$$

donde se involucran los campos contrarios a la propagación de la onda. Se va a utilizar la convención de índices de Einstein para no escribir las sumatorias.

Utilizando la mecánica cuántica, se obtiene que el operador hamiltoniano de interacción es:

$$\hat{H}_I = \frac{1}{2} \int_v d^3\mathbf{r} \hat{E}_i(\mathbf{r}, t) \int dt_1 dt_2 \chi_{ijk}^{(2)} \hat{E}_j(\mathbf{r}, t_1) \hat{E}_k(\mathbf{r}, t_2) , \quad (\text{III.6})$$

donde el operador del campo eléctrico se expresa como:

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{r}, t) + \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t) , \quad (\text{III.7})$$

$$\hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d^3\mathbf{k} \sum_{\nu=1,2} \epsilon_{\mathbf{k},\nu} l(\omega) \hat{a}_{\mathbf{k},\nu} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} , \quad (\text{III.8})$$

$$\text{con } l(\omega) = i\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2c}} \quad \text{y} \quad |\mathbf{k}| = \frac{n\omega}{c} . \quad (\text{III.9})$$

La definición anterior está expresada sobre una base de ondas planas donde aparece el operador de aniquilación para un rango de frecuencias. La $\epsilon_{\mathbf{k},\nu}$ es un vector unitario que define las polarizaciones ortogonales a la propagación.

El hamiltoniano de interacción es una larga expresión en donde se multiplican los operadores de campo eléctrico. Considerando la conversión paramétrica descendente, se va a utilizar solamente el término en el cual se aniquila un fotón de bombeo, y se crean dos fotones: señal y testigo ($\hat{a}_{\mathbf{k}_b} \hat{a}_{\mathbf{k}_s}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_t}^\dagger$).

Entonces:

$$\begin{aligned} \hat{H}_I^{(1)} &= \frac{1}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_v d^3\mathbf{r} \int_{[\omega_b]} d^3\mathbf{k}_3 \sum_{\nu_3=1,2} (\epsilon_{\mathbf{k}_3,\nu_3})_i l(\omega_3) \hat{a}_{\mathbf{k}_3\nu_3} e^{i(\mathbf{k}_3 \cdot \hat{i} - \omega_3 t)} \\ &\quad \int dt_1 dt_2 \chi_{ijk}^{(2)} \int_{[\omega_0]} d^3\mathbf{k}_1 d^3\mathbf{k}_2 \sum_{\nu_1,\nu_2=1,2} (\epsilon_{\mathbf{k}_1,\nu_1}^*)_j (\epsilon_{\mathbf{k}_2,\nu_2}^*)_k \\ &\quad l^*(\omega_1) l^*(\omega_2) \hat{a}_{\mathbf{k}_1\nu_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_2\nu_2}^\dagger e^{-i(\mathbf{k}_1 \cdot \hat{j} - \omega_1 t)} e^{-i(\mathbf{k}_2 \cdot \hat{k} - \omega_2 t)}. \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

La integral sobre \mathbf{k}_3 barre valores alrededor de la frecuencia de bombeo ω_b , y las integrales sobre \mathbf{k}_1 y \mathbf{k}_2 barren valores alrededor de $\omega_0 = \omega_b/2$. Para simplificar la ecuación se va a realizar una transformada de Fourier sobre el tensor de susceptibilidad no-lineal de segundo orden:

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dt_1 dt_2 \chi_{ijk}^{(2)}(t - t_1, t - t_2) l(\omega_3) l^*(\omega_1) l^*(\omega_2) e^{-i\omega t}.$$

Entonces nos queda el siguiente hamiltoniano de interacción:

$$\begin{aligned} \hat{H}_I^{(1)} &= \frac{1}{4\pi} \int_{[\omega_b]} d^3\mathbf{k}_3 \int_{[\omega_0]} d^3\mathbf{k}_1 d^3\mathbf{k}_2 \sum_{\nu_1,\nu_2,\nu_3} \chi_{ijk}^{(2)} (\epsilon_{\mathbf{k}_3,\nu_3})_i (\epsilon_{\mathbf{k}_1,\nu_1}^*)_j (\epsilon_{\mathbf{k}_2,\nu_2}^*)_k \\ &\quad \times \hat{a}_{\mathbf{k}_3\nu_3} \hat{a}_{\mathbf{k}_1\nu_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_2\nu_2}^\dagger e^{i(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3)t} \int_v d^3\mathbf{r} e^{i(\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

donde $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ es la condición del acoplamiento de fase.

Ahora bien, el operador de evolución en el esquema de interacción es:

$$\hat{U}(t, t') = \exp \left[\frac{1}{i\hbar} \int_{t'}^t \hat{H}_I(\tau) d\tau \right], \quad (\text{III.12})$$

y la función de estado, al tiempo t , está dada por: $|\phi(t)\rangle = \hat{U}(t, t') |\phi(t')\rangle$. Como el sistema es estable, no guarda memoria del tiempo inicial y final por lo que se puede extender de $t' = -\infty$ a $t = \infty$. Por lo tanto se obtiene que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3)\tau} = 2\pi \delta(\omega_3 - \omega_1 - \omega_2). \quad (\text{III.13})$$

La función δ en la segunda parte de la expresión anterior, nos da la conservación de la energía. Entonces, si se toma en cuenta solamente una polarización,

se obtiene que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}_I(\tau) d\tau &= \int_{[\omega_b]} d^3\mathbf{k}_3 \int_{[\omega_0]} d^3\mathbf{k}_1 d^3\mathbf{k}_2 \chi_{ijk}^{(2)} \hat{a}_{\mathbf{k}_3\nu_3} \hat{a}_{\mathbf{k}_1\nu_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_2\nu_2}^\dagger \\ &\times \delta(\omega_3 - \omega_1 - \omega_2) \int_v d^3\mathbf{r} e^{i(\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})}, \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

donde la $\chi_{ijk}^{(2)}$ utilizada contiene a las demás constantes.

Los fotones convertidos tienen una propagación lineal cercana a la propagación de bombeo, por lo que se hará un tratamiento unidimensional. De esta manera se puede hacer el siguiente cambio de variables:

$$\frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}_I(\tau) d\tau = \chi \int_{[\omega_b]} d\omega_3 \int_{[\omega_0]} d\omega_1 d\omega_2 \delta(\omega_3 - \omega_1 - \omega_2) \hat{a}_{\omega_3} \hat{a}_{\omega_1}^\dagger \hat{a}_{\omega_2}^\dagger \int_v d^3\mathbf{r} e^{i(\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})},$$

donde χ sale de la integral debido a que varía muy poco con respecto a la función δ .

Para el caso colineal (i.e. fotones generados colineales a la propagación del campo de bombeo), la integral espacial se convierte en:

$$\int_v d^3\mathbf{r} e^{i(\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})} = v h(L\Delta k), \quad (\text{III.15})$$

donde $k = |\mathbf{k}|$, L es la longitud del medio no-lineal y

$$h(x) = \int_{-1}^0 dz e^{ixz} = \frac{1 - e^{-ix}}{ix} = e^{-i\frac{x}{2}} \text{sinc}\left(\frac{x}{2}\right). \quad (\text{III.16})$$

La función h depende de la condición de acoplamiento de fase y su forma se muestra en la Fig. III.4. Esta función define la dispersión del ángulo de propagación de los fotones producidos, el cual está relacionado con la conservación del momento.

Sustituyendo lo anterior:

$$\frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}_I(\tau) d\tau = \zeta \int_{[\omega_b]} d\omega_3 \int_{[\omega_0]} d\omega_1 d\omega_2 \delta(\omega_3 - \omega_1 - \omega_2) \hat{a}_b \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_t^\dagger h(L\Delta k),$$

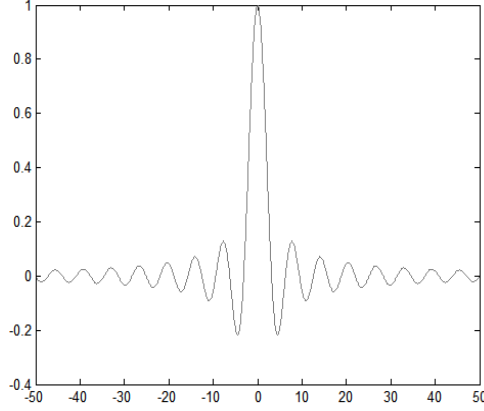


Figura III.4: Parte real de la función $h(x)$.

donde $\zeta = \chi v$ y

$$\Delta k \equiv k_b(\omega_b) - k_s(\omega_s) - k_t(\omega_t) \quad (\text{III.17})$$

$$= \frac{1}{c} [n(\omega_b)\omega_b - n(\omega_s)\omega_s - n(\omega_t)\omega_t] , \quad (\text{III.18})$$

para el caso colineal y para el caso no colineal,

$$\Delta k \equiv k_b(\omega_b) - k_s(\omega_s)\cos\theta_s - k_t(\omega_t)\cos\theta_t \quad (\text{III.19})$$

$$= \frac{1}{c} [n(\omega_b)\omega_b - n(\omega_s)\omega_s\cos\theta_s - n(\omega_t)\omega_t\cos\theta_t] . \quad (\text{III.20})$$

Para simplificar el operador de evolución temporal, se hace una expansión de la función e^x a primer orden:

$$\hat{U}(\infty, -\infty) \approx 1 + \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}_I(\tau) d\tau . \quad (\text{III.21})$$

El estado de entrada debe ser el láser de bombeo y se define de la siguiente manera:

$$|\psi_0\rangle = |\{\alpha_b(\omega)\}\rangle \otimes |0_s, 0_t\rangle . \quad (\text{III.22})$$

El estado $|\{\alpha_b(\omega)\}\rangle$ es un estado coherente multi-modo de frecuencias alrededor de ω_b que representa al láser. Por lo tanto,

$$\hat{a}_b(\omega)|\psi_0\rangle = \alpha_b(\omega)|\psi_0\rangle, \quad (\text{III.23})$$

donde $\alpha_b(\omega)$ es el espectro del campo de bombeo. Entonces, se puede obtener el estado de salida utilizando el operador de evolución de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \hat{U}(\infty, -\infty)|\psi_0\rangle \\ &= \left[1 + \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}_I(\tau)d\tau\right] |\psi_0\rangle \\ &= \left[1 + \zeta \int_{[\omega_b]} d\omega_3 \int_{[\omega_0]} d\omega_1 d\omega_2 \delta(\omega_3 - \omega_1 - \omega_2) \hat{a}_b \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_t^\dagger h(L\Delta k)\right] |\psi_0\rangle. \end{aligned}$$

Al aplicar los operadores de aniquilación y destrucción, del operador de evolución, al estado de entrada, se obtiene lo siguiente:

$$\hat{a}_b \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_t^\dagger |\{\alpha_b(\omega)\}\rangle \otimes |0_s, 0_t\rangle = \alpha(\omega_b) |\{\alpha_b(\omega)\}\rangle \otimes |\omega_{1s}, \omega_{2t}\rangle.$$

Entonces:

$$|\psi\rangle = |\{\alpha_b(\omega)\}\rangle \otimes \left[|0_s, 0_t\rangle + \zeta \int_{[\omega_b]} d\omega_3 \int_{[\omega_0]} d\omega_1 d\omega_2 \Phi(\omega_1, \omega_2) |\omega_{1s}, \omega_{2t}\rangle\right],$$

donde

$$\begin{aligned} \Phi(\omega_1, \omega_2) &= \alpha(\omega_b) h(L\Delta k) = \alpha(\omega_1 + \omega_2) h(\omega_1, \omega_2), \\ h(\omega_1, \omega_2) &= h(L\Delta k)|_{\omega_3=\omega_1+\omega_2}. \end{aligned}$$

Finalmente, se puede obtener de la expresión anterior que los estados provenientes de la PDC son:

$$|\psi\rangle_{PDC} = |0_s, 0_t\rangle + \zeta \int_{[\omega_0]} d\omega_1 d\omega_2 \Phi(\omega_1, \omega_2) |\omega_{1s}, \omega_{2t}\rangle. \quad (\text{III.24})$$

La integral sobre ω_b se convierte en una constante incorporada en la ζ ya que depende del espectro de bombeo. Aquí se muestra como estos estados son fotones individuales donde sus frecuencias están relacionadas por la función Φ . Se puede observar en la expresión anterior, que la forma de los fotones generados depende exclusivamente de la amplitud de bombeo $\alpha(\omega_b)$ y de la función de acoplamiento de fase $h(L\Delta k)$.

III.2.1. Acoplamiento de Fase

El acoplamiento de fase, $\Delta k \equiv k_b(\omega_b) - k_s(\omega_s) - k_t(\omega_t)$, es una función que depende de tres frecuencias y de los distintos índices de refracción del cristal. Estas variables dependen de procesos específicos de la PDC, la frecuencia de bombeo y algunas propiedades del cristal.

Existen dos tipos de PDC. En el tipo 1, los dos fotones generados tienen la misma polarización la cual es ortogonal a la polarización del haz de bombeo. En el tipo 2, los dos fotones generados tienen polarizaciones ortogonales entre sí. En el interferómetro se va a trabajar con la PDC tipo 1.

Lo que se espera obtener es que todos los haces tengan el mismo índice de refracción para simplificar la función Δk . Esto se puede lograr utilizando las propiedades birrefringentes del cristal.

Para lograr lo anterior, se debe hacer incidir el haz de bombeo a un cierto ángulo del eje óptico del cristal. Este ángulo se elige para que se satisfaga el acoplamiento de fase para una frecuencia específica ω_0 , y se le llama el ángulo de corte. Entonces, se debe cumplir lo siguiente:

$$\Delta k = k_h(2\omega_0) - 2k_f(\omega_0) = 0 \quad \text{o} \quad n_h(2\omega_0) = n_f(\omega_0), \quad (\text{III.25})$$

donde h y f denotan la onda armónica y fundamental, respectivamente. Si nos restringimos al caso degenerado, por conservación de energía, $\omega_b = 2\omega_0$, donde ω_0 es una frecuencia cercana a los dos fotones generados. Lo que se hace para cumplir esta condición es acoplar el eje normal del cristal con la onda fundamental y el eje óptico extraordinario con la onda armónica. Entonces, se puede observar que el haz de bombeo debe de incidir por el eje extraordinario del cristal. De esta manera obtenemos que:

$$\Delta k = k_e(2\omega_0, \varphi_0) - 2k_o(\omega_0) = 0 \quad \text{o} \quad n_e(2\omega_0, \varphi_0) = n_o(\omega_0), \quad (\text{III.26})$$

donde e y o representan el eje extraordinario y ordinario, respectivamente. Hay que remarcar que el índice extraordinario depende del ángulo φ_0 con el cual se corta el cristal. La siguiente ecuación se deduce detalladamente en [8], y nos muestra como se puede escoger el índice de refracción deseado a partir del ángulo de corte del cristal:

$$\frac{1}{n_e^2(\varphi_0)} = \frac{\cos^2 \varphi_0}{n_e^2} + \frac{\sin^2 \varphi_0}{n_o^2}. \quad (\text{III.27})$$

De esta manera, se puede variar el índice de refracción del eje extraordinario para que cumpla la condición del acoplamiento de fase. En la Fig. III.5 se muestra una gráfica de como se logra lo anterior.

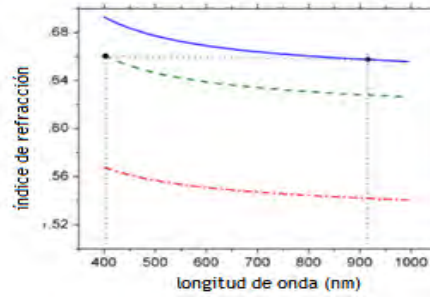


Figura III.5: Gráfica de distintos índices de refracción con respecto a la longitud de onda. La línea azul describe el índice de refracción ordinario, la línea roja describe el índice de refracción totalmente extraordinario y la línea verde describe el índice de refracción extraordinario utilizado después del acoplamiento de fase.

Utilizando esta herramienta correctamente, se puede simplificar la conversión paramétrica descendente y obtener los fotones para realizar el interferómetro. Estos fotones deseados deben tener misma polarización y misma frecuencia, para que de esta manera sean indistinguibles y se pueda observar la interferencia. Para lograr el acoplamiento de fase, se utilizan las características no-lineales del cristal además de la birrefringencia.

Una vez que se obtiene el ángulo de corte del cristal, se observa que es lo que sucede en el caso ideal en donde $\omega_s = \omega_t = \omega_0$:

$$\begin{aligned}
 \Delta k &= \frac{1}{c} [2\omega_0 n_e(2\omega_0) - \omega_0 n_o(\omega_0) - \omega_0 n_o(\omega_0)] \\
 &= \frac{2\omega_0}{c} [n_e(2\omega_0) - n_o(\omega_0)] \\
 &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{III.28}$$

Esto nos daría que $h(L\Delta k) = 1$, lo cual indica que el espectro de los fotones generados es exclusivamente de una frecuencia. En la realidad $\omega_s \neq \omega_t$, aunque son cercanos a la frecuencia ω_0 . A continuación se realizará el desarrollo

tomando estos factores en cuenta. Tenemos que:

$$\omega_s = \omega_0 + \Omega \quad \omega_t = \omega_0 - \Omega, \quad (\text{III.29})$$

donde $\Omega \ll \omega_0$. Para el caso colinear tenemos que:

$$\begin{aligned} \Delta k &= k_e(\omega_b) - k_o(\omega_s) - k_o(\omega_t) \\ &= k_e(2\omega_0) - k_o(\omega_0 + \Omega) - k_o(\omega_0 - \Omega), \end{aligned}$$

y desarrollando la serie de Taylor:

$$\begin{aligned} &= k_e(2\omega_0) - 2k_o(\omega_0) - k'_o\Omega + k'_o\Omega - \frac{k''_o\Omega^2}{2} - \frac{k''_o\Omega^2}{2} \\ &= -k''_o\Omega^2, \quad \text{donde} \quad k''_o = \left. \frac{d^2k_o}{d\omega^2} \right|_{\omega=\omega_0}. \end{aligned} \quad (\text{III.30})$$

Como la función *sinc* tiene un rango de π , entonces $L|\Delta k| = 2\pi$. De esta manera el ancho espectral de los fotones generados debe ser:

$$\Delta\omega_{PDC} = \sqrt{\frac{2\pi}{L|k''_o|}}. \quad (\text{III.31})$$

Para el caso no colinear tenemos que:

$$\Delta k = k_e(\omega_b) - k_o(\omega_s)\cos\theta_s - k_o(\omega_t)\cos\theta_t. \quad (\text{III.32})$$

Utilizando que $\theta_s \approx \theta_t = \theta$, y que $\theta \ll 1$, podemos desarrollar la ecuación anterior en series de Taylor:

$$\begin{aligned} \Delta k &= k_e(2\omega_0) - k_o(\omega_0 + \Omega) \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) - k_o(\omega_0 - \Omega) \left(1 + \frac{\theta^2}{2}\right) \\ &= k_e(2\omega_0) - (2k_o(\omega_0) + k''_o\Omega^2) \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) \\ &= -k''_o\Omega^2 + (2k_o(\omega_0) + k''_o\Omega^2) \left(\frac{\theta^2}{2}\right) \\ &= -k''_o\Omega^2 + k_o(\omega_0)\theta^2. \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

De todo esto se puede ver como se simplifica la función Δk utilizando el acoplamiento de fase. Los fotones provenientes de la PDC tienen una frecuencia similar entre sí, y es aproximadamente la mitad de la frecuencia de

bombeo. Debido a la conservación del momento, los dos fotones generados salen de manera opuesta sobre un eje de simetría radial que define el haz de bombeo. En la imagen III.6 se muestra un esquema en donde se puede observar el cono formado por los fotones generados. También se puede deducir

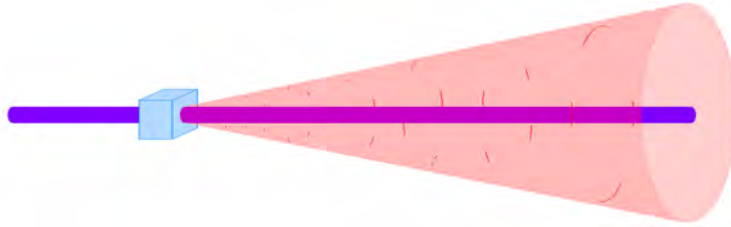


Figura III.6: La conversión paramétrica descendente

a partir de lo anterior, que el ángulo de cada fotón está relacionado con su frecuencia, por lo que el cono formado por la PDC tiene distintas frecuencias para distintos ángulos. El acoplamiento de fase reduce la cantidad de frecuencias producidas para obtener pares de fotones simétricos.

III.3. Interferencia de Estados Provenientes de la PDC en un Divisor de Haz

En el capítulo II se deduce cuáles son los estados de salida del divisor de haz al introducir un fotón por cada una de las entradas. Lo que se realiza en esta sección, es introducir los estados producidos en el cristal por la conversión paramétrica descendente. Estos fotones tienen un ancho espectral por lo que su interacción con el divisor de haz es más complicada. Sin embargo, se espera obtener de la misma manera la interferencia cuántica.

El resultado obtenido en esta sección se extiende al caso en el cual los caminos ópticos de los fotones son distintos. Si los fotones se producen de manera simultánea, esto provocaría que uno llegara antes que el otro de manera que los fotones sean distinguibles. En general, se realiza un desarrollo para encontrar la tasa de coincidencias entre las dos salidas del divisor de haz en función de la diferencia de camino óptico.

Los estados provenientes de la conversión paramétrica descendente son:

$$|\psi\rangle_{PDC} = |0_s, 0_t\rangle + \zeta \int_{[\omega_0]} d\omega_1 d\omega_2 \Phi(\omega_1, \omega_2) \hat{a}_1^\dagger(\omega_1) \hat{a}_2^\dagger(\omega_2) |0\rangle, \quad (\text{III.34})$$

donde los subíndices 1 y 2 corresponden a los fotones señal y testigo, respectivamente. Suponemos el caso en donde el haz de bombeo está compuesto por una sola frecuencia $\omega_b = 2\omega_0$. Esta suposición simplifica de manera considerable los cálculos y puede tomarse en cuenta ya que el espectro de un láser es muy delgado y corresponde principalmente a una frecuencia. Entonces:

$$\Phi(\omega_1, \omega_2) = \Phi(\omega_1, 2\omega_0 - \omega_1) = V_b \psi(\omega_1), \quad (\text{III.35})$$

donde V_b es la amplitud del campo de bombeo y

$$\psi(\omega) \propto h(L\Delta k), \quad \text{tal que,} \quad \int d\omega |\psi(\omega)|^2 = 1. \quad (\text{III.36})$$

La función h se obtiene de la Ec. III.16 y Δk de la Ec. III.30:

$$h(L\Delta k) = e^{-i\frac{L\Delta k}{2}} \text{sinc}\left(\frac{L\Delta k}{2}\right) \quad \text{y} \quad \Delta k = -k_0''\Omega^2. \quad (\text{III.37})$$

Expresando los estados PDC como campos eléctricos con propagación uni-dimensional, tenemos que:

$$\hat{E}_1^{(in)}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega_1 \hat{a}_1(\omega_1) e^{-i\omega_1(t - \frac{z_1}{c})}, \quad (\text{III.38})$$

donde z_1 es la longitud de camino óptico desde la producción en el cristal. Por comodidad, se utiliza que $\hat{E}^{(+)} = \hat{E}$ y $\hat{E}^{(-)} = \hat{E}^\dagger$.

Para deducir el estado de salida en el divisor de haz, se debe suponer que los haces entran al divisor de haz de manera simétrica y sobre el mismo punto. En el capítulo II se analizó cuales son los estados de salida en función de los estados de entrada para un divisor de haz 50:50. Por lo tanto, los estados de salida son:

$$\hat{E}_1^{(o)}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\hat{E}_1^{(in)}(t) + i\hat{E}_2^{(in)}(t) \right), \quad (\text{III.39})$$

$$\hat{E}_2^{(o)}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\hat{E}_2^{(in)}(t) + i\hat{E}_1^{(in)}(t) \right). \quad (\text{III.40})$$

Los subíndices no son iguales a los que se utilizan en ecs. II.9 y II.10 ya que estos subíndices corresponden a ω_1 y a ω_2 . El superíndice (o) corresponde a las salidas y el superíndice (in) a los estados de entrada del divisor de haz.

La tasa de coincidencias, R_c , de detectar un fotón por cada una de las salidas del divisor de haz, dentro del tiempo de resolución del detector T_r , es de la forma:

$$R_c = \beta_s \beta_i \int_{T_r} d\tau G^{(2)}(\tau), \quad (\text{III.41})$$

donde las β son las eficiencias cuánticas de los detectores. Sabemos que la función de correlación de 2 fotones es:

$$\begin{aligned} G^{(2)}(t_1, t_2) &= \langle \hat{E}_1^{(o)\dagger}(t_1) \hat{E}_2^{(o)\dagger}(t_2) \hat{E}_2^{(o)}(t_2) \hat{E}_1^{(o)}(t_1) \rangle \\ &= \left\| \hat{E}_2^{(o)}(t_2) \hat{E}_1^{(o)}(t_1) |\psi\rangle_{PDC} \right\|^2. \end{aligned} \quad (\text{III.42})$$

Resolviendo la multiplicación de los operadores de salida obtenemos que:

$$\begin{aligned} \hat{E}_2^{(o)}(t_2) \hat{E}_1^{(o)}(t_1) &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2\pi} \int d\omega_1 d\omega_2 \hat{a}_2(\omega_2) \hat{a}_1(\omega_1) e^{-i\omega_2(t_2 - \frac{z_2}{c}) - i\omega_1(t_1 - \frac{z_1}{c})} \right. \\ &+ \frac{i}{2\pi} \int d\omega_2 \hat{a}_2^2(\omega_2) e^{-i\omega_2(t_1 + t_2 - \frac{2z_2}{c})} \\ &+ \frac{i}{2\pi} \int d\omega_1 \hat{a}_1^2(\omega_1) e^{-i\omega_1(t_1 + t_2 - \frac{2z_1}{c})} \\ &\left. - \frac{1}{2\pi} \int d\omega_1 d\omega_2 \hat{a}_2(\omega_2) \hat{a}_1(\omega_1) e^{-i\omega_2(t_1 - \frac{z_2}{c}) - i\omega_1(t_2 - \frac{z_1}{c})} \right]. \end{aligned}$$

A la hora de aplicar el operador anterior al estado de los fotones PDC, sólo el primer y cuarto término de la expresión dan un resultado distinto de cero. Por lo tanto:

$$\begin{aligned} G^{(2)}(t_1, t_2) &= \frac{|\zeta|^2}{4} \left\| \left(\frac{1}{2\pi} \int d\omega_1 d\omega_2 \Phi(\omega_1, \omega_2) e^{-i\omega_2(t_2 - \frac{z_2}{c}) - i\omega_1(t_1 - \frac{z_1}{c})} \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{1}{2\pi} \int d\omega_1 d\omega_2 \Phi(\omega_1, \omega_2) e^{-i\omega_2(t_1 - \frac{z_2}{c}) - i\omega_1(t_2 - \frac{z_1}{c})} \right) \right\|^2. \end{aligned} \quad (\text{III.43})$$

Definimos a la función g como:

$$g(t_1, t_2) = \frac{1}{2\pi} \int d\omega_1 d\omega_2 \Phi(\omega_1, \omega_2) e^{-i\omega_1 t_1 - i\omega_2 t_2}, \quad (\text{III.44})$$

lo cual nos da que:

$$G^{(2)}(t_1, t_2) = \frac{|\zeta|^2}{4} \left| g\left(t_1 - \frac{z_1}{c}, t_2 - \frac{z_2}{c}\right) - g\left(t_2 - \frac{z_1}{c}, t_1 - \frac{z_2}{c}\right) \right|^2. \quad (\text{III.45})$$

Fácilmente se puede observar que $g(t_1, t_2) = g(t_2, t_1)$ ya que la función $\Phi(\omega_1)$ es simétrica. Entonces, se puede escribir la función de correlación $G^{(2)}$ como:

$$G^{(2)}(t_1, t_2) = \frac{|\zeta|^2}{4} \left| g\left(t_1 - \frac{z_1}{c}, t_2 - \frac{z_2}{c}\right) - g\left(t_1 - \frac{z_2}{c}, t_2 - \frac{z_1}{c}\right) \right|^2. \quad (\text{III.46})$$

La razón de este cambio es para obtener a R_c en función de la diferencia de camino óptico y no en función de la diferencia de tiempo. Claramente se puede observar en la expresión anterior, que si $z_1 = z_2$, la función de correlación es igual a cero.

A continuación se van a realizar los siguientes cambios de variable:

$$\omega_1 = \omega_0 + \Omega, \quad \omega_2 = \omega_0 - \Omega, \quad (\text{III.47})$$

$$\tau = t_1 - t_2, \quad \Delta z = z_1 - z_2. \quad (\text{III.48})$$

Entonces, la función g queda como:

$$\begin{aligned} g(t_1, t_2) &= \frac{1}{2\pi} \int d(\omega_0 + \Omega) d(\omega_0 - \Omega) V_b \psi(\omega_0 + \Omega) e^{-i(\omega_0 + \Omega)t_1 - i(\omega_0 - \Omega)t_2} \\ &= V_b e^{-i\omega_0(t_1 + t_2)} f(\tau), \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

donde

$$f(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int d\Omega \psi(\omega_0 + \Omega) e^{-i\Omega\tau}. \quad (\text{III.50})$$

Regresando a la tasa de coincidencias, tenemos que:

$$R_c(\Delta z) \propto \int_{T_r} d\tau \left| f\left(\tau - \frac{\Delta z}{c}\right) - f\left(\tau + \frac{\Delta z}{c}\right) \right|^2. \quad (\text{III.51})$$

Como el tiempo de resolución de los detectores es mucho mayor que la diferencia de tiempo τ , podemos extender la integral anterior de $-\infty$ a ∞ . Entonces:

$$R_c \propto \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \left[2|f(\tau)|^2 - f^*\left(\tau - \frac{\Delta z}{c}\right) f\left(\tau + \frac{\Delta z}{c}\right) - f\left(\tau - \frac{\Delta z}{c}\right) f^*\left(\tau + \frac{\Delta z}{c}\right) \right]$$

$$\begin{aligned}
 & \propto 1 - \frac{1}{2} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \left[f^*(\tau - \frac{\Delta z}{c}) f(\tau + \frac{\Delta z}{c}) + f(\tau - \frac{\Delta z}{c}) f^*(\tau + \frac{\Delta z}{c}) \right]}{\int_{-\infty}^{\infty} d\tau |f(\tau)|^2} \\
 & = 1 - \frac{1}{2} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\Omega |\psi(\omega_0 + \Omega)|^2 \left[e^{i\Omega(\tau - \tau - 2\frac{\Delta z}{c})} + e^{-i\Omega(\tau - \tau - 2\frac{\Delta z}{c})} \right]}{\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\Omega |\psi(\omega_0 + \Omega)|^2} \\
 & = 1 - \frac{\int d\Omega |\psi(\omega_0 + \Omega)|^2 \left(\frac{e^{-2i\Omega\frac{\Delta z}{c}} + e^{2i\Omega\frac{\Delta z}{c}}}{2} \right)}{\int d\Omega |\psi(\omega_0 + \Omega)|^2}. \tag{III.52}
 \end{aligned}$$

Claramente se puede observar que si $\Delta z = 0$ entonces $R_c = 0$. Esto significa que si no hay diferencia entre los dos caminos ópticos, no hay coincidencias. Sustituyendo $\psi(\omega_0 + \Omega)$ en la ecuación anterior obtenemos que:

$$\begin{aligned}
 R_c(\Delta z) & \propto 1 - \int d\Omega |\eta|^2 e^{i\frac{L\Delta k}{2}} e^{-i\frac{L\Delta k}{2}} \text{sinc}^2 \left(\frac{L\Delta k}{2} \right) \left(\frac{e^{-2i\Omega\frac{\Delta z}{c}} + e^{2i\Omega\frac{\Delta z}{c}}}{2} \right) \\
 & = 1 - |\eta|^2 \int d\Omega \frac{\text{sin}^2 \left(\frac{Lk_0''\Omega^2}{2} \right)}{\left(\frac{Lk_0''\Omega^2}{2} \right)^2} \left(\frac{e^{-2i\Omega\frac{\Delta z}{c}} + e^{2i\Omega\frac{\Delta z}{c}}}{2} \right). \tag{III.53}
 \end{aligned}$$

Realizando un cambio de variable en el cual:

$$y = \sqrt{\frac{Lk_0''}{2}} \Omega \quad y \quad z = \frac{2}{c} \sqrt{\frac{2}{Lk_0''}} \Delta z,$$

obtenemos que:

$$R_c(\Delta z) \propto 1 - |\eta|^2 \sqrt{\frac{2'}{Lk_0''}} \int_{-\infty}^{\infty} dy \frac{\text{sin}^2 y^2}{y^4} \left(\frac{e^{iyz} + e^{-iyz}}{2} \right). \tag{III.54}$$

Para encontrar la constante que está afuera de la integral, podemos recordar que cuando $z = 0$, R_c debe ser igual a cero. Por otro lado, se tiene que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy \frac{\text{sin}^2 y^2}{y^4} = \frac{4\sqrt{\pi}}{3}, \tag{III.55}$$

por lo tanto:

$$|\eta|^2 \sqrt{\frac{2'}{Lk_0''}} = \frac{3}{4\sqrt{\pi}}, \tag{III.56}$$

para que $R_c = 0$ cuando $z = 0$.

Sustituyendo lo anterior podemos encontrar la tasa de coincidencias entre las salidas del divisor de haz en función de la diferencia de camino óptico, que es:

$$R_c(z) \propto 1 - \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dy \frac{\sin^2 y^2}{y^4} \left(\frac{e^{iyz} + e^{-iyz}}{2} \right). \quad (\text{III.57})$$

En la fig III.7 se muestra la gráfica normalizada de la tasa de coincidencias (R_c) en función de la diferencia de camino óptico (Δz).

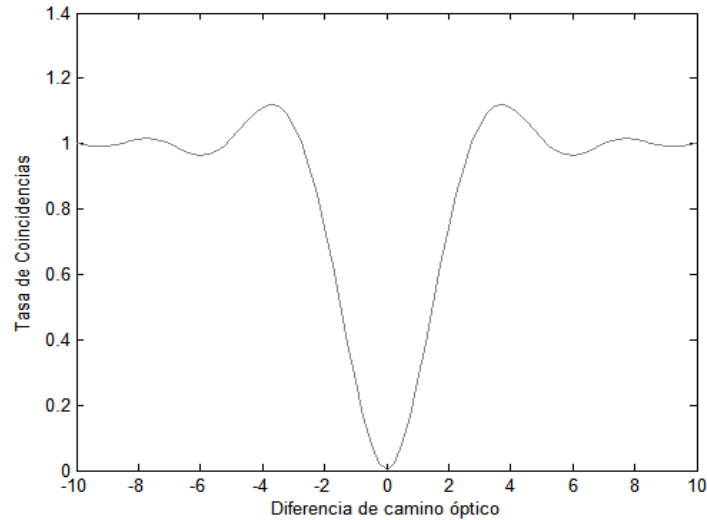


Figura III.7: Tasa de coincidencias en función de la diferencia de camino óptico.

A la hora de observar los resultados se debe hacer un promedio temporal que depende del número de coincidencias por segundo. Las unidades en la diferencia de camino óptico son inciertas porque las variables utilizadas dependen de propiedades específicas del cristal utilizado.

Este resultado es el que se espera obtener al medir las coincidencias entre las dos salidas del divisor de haz. Por lo mismo, el diseño del interferómetro debe ser capaz de modificar la diferencia de camino óptico entre los dos

fotones. En esta descripción se utilizaron ondas uni-dimensionales que inciden por los puertos del divisor de haz, de manera que sean indistinguibles los fotones en las salidas. A la hora de realizar la construcción del interferómetro hay que tener en cuenta que la alineación debe ser muy precisa para que los fotones sean realmente indistinguibles y se observe el resultado anterior.

Capítulo IV

Interferómetro Hong-Ou-Mandel: Aspectos Experimentales

La construcción del interferómetro de Hong-Ou-Mandel representa un reto mayor experimental, ya que su alineación debe ser extremadamente precisa. El interferómetro se construyó por primera vez en 1987 y desde entonces se han hecho distintos arreglos para facilitar la alineación y obtener otros resultados. En este capítulo se muestra el diseño utilizado en esta ocasión y una descripción sistemática de cómo se debe construir para lograr la alineación adecuada. Para lograr la interferencia se debe cumplir que los fotones sean indistinguibles; por lo tanto, la alineación debe ser muy precisa en cuestión de posición, dirección y diferencia de camino óptico entre los dos haces.

IV.1. Diseño Experimental

Para atacar los problemas mencionados, se utilizó un diseño descrito en el artículo [4] (2009), en donde se utiliza un láser visible, cercano al infrarrojo, para alinear el interferómetro. El camino de los fotones infrarrojos debe ser descrito por el láser guía y se utiliza un divisor de haz en la posición del cristal para simular los caminos de los dos fotones. Como se vio en el capítulo anterior, estos dos caminos son prácticamente simétricos.

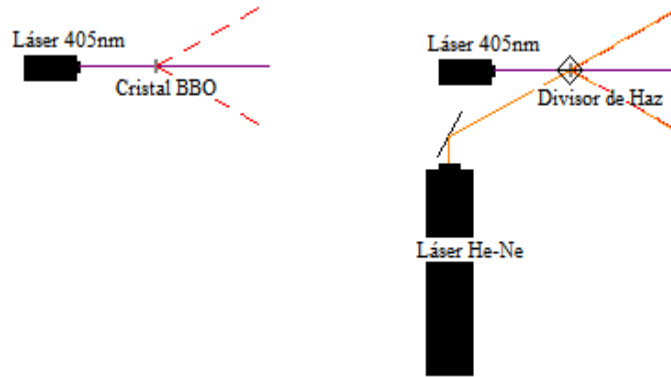


Figura IV.1: Simulación de los haces utilizando un láser y un divisor de haz.

El láser guía ayuda a acomodar los espejos para hacer que los haces incidan en el divisor de haz en la misma posición y con la dirección correspondiente.

Otra ventaja de este diseño es que haciendo incidir luz blanca sobre el divisor de haz guía (previamente acomodado por el láser), se puede igualar el camino óptico de los dos haces. Como la longitud de coherencia de la luz blanca es muy pequeña, su interferencia se encuentra muy cercana a la diferencia de camino óptico igual a cero.

Para controlar la diferencia de camino óptico, se utilizó un motor de pasos que regula el movimiento de dos espejos sobre uno de los caminos. De esta manera se va a poder variar la diferencia de camino óptico sin alterar la posición de incidencia de los fotones. En la Fig. IV.2 se muestra el esquema completo del diseño utilizado para la construcción del interferómetro.

IV.2. Detección de los Fotones Provenientes de la PDC

Una vez que se tiene el diseño que se va a utilizar, el primer paso es acomodar el láser de bombeo. Para la realización del interferómetro se utilizó un láser de $405nm$ con una potencia de $25mW$. Este láser se debe colocar de manera que el haz vaya paralelo a la mesa óptica.

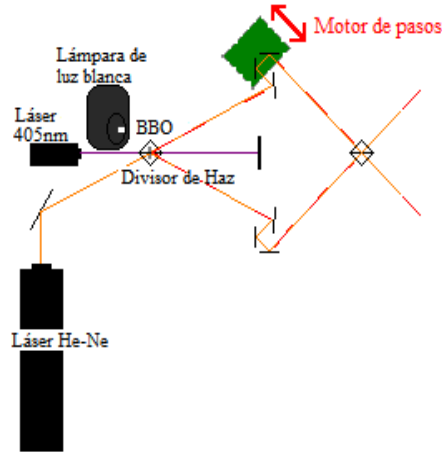


Figura IV.2: Diseño utilizado para la construcción del interferómetro

El experimento se realizó sobre una mesa óptica que tiene hoyos para colocar tornillos, a los cuales les llamaremos hoyuelos. Estos hoyuelos de la mesa se utilizaron como referencia para la alineación del interferómetro por lo que son de mucha importancia. Los hoyuelos están acomodados en forma de cuadrícula con una pulgada de separación entre cada uno. Otra propiedad importante de la mesa, es que se puede aislar de las vibraciones del suelo por medio de un sistema que inyecta aire a presión sobre sus cuatro soportes. Esto ayuda a la hora de observar la interferencia ya que es muy sensible a todo tipo de movimiento. En el apéndice D se muestran más detalles respecto al material utilizado en la construcción.

El láser se colocó utilizando dos iris de manera que el haz pasara por encima de una línea de hoyuelos. Los iris van a definir la altura de todos los láseres ya que queremos que todo el experimento sea paralelo a la mesa para quitar un rango de libertad. En la Fig. IV.3 se muestra una foto de un iris. La altura debe ser la misma en todos los iris utilizados, y la aguja que se muestra en la fotografía, sirve para acomodar los láseres con respecto a los hoyuelos de la mesa. Hay que tener cuidado con esto ya que los hoyuelos tienen una ligera incertidumbre en su posición, pero si se miden posiciones a largas distancias, esta incertidumbre se hace mucho menor. Para ajustar el láser se deben colocar dos iris sobre una línea de hoyuelos con una separación muy grande entre ellos. Una vez que el láser pasa por los dos de la manera

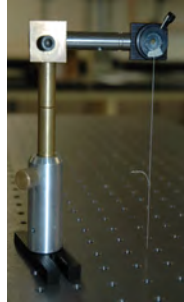


Figura IV.3: Fotografía de un iris utilizado.

más precisa posible, se debe fijar el láser.

Lo siguiente que se debe acomodar es el cristal BBO. Lo más importante del acomodo del cristal, es utilizar una montura que permita colocar el divisor de haz guía, mencionado en la sección anterior, en su debido momento. En la Fig. IV.4 se muestra la montura utilizada en el laboratorio que permite desplazar el cristal hacia arriba y hacia abajo sin desacomodarlo de su posición.

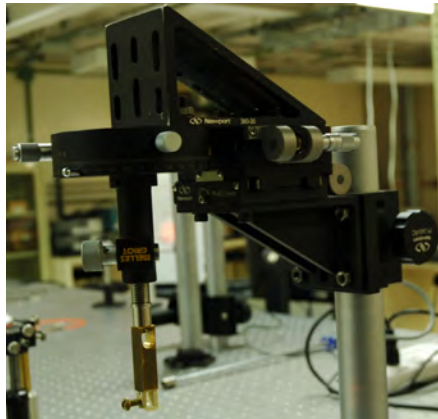


Figura IV.4: Montura utilizada para acomodar el cristal BBO.

Como se mencionó en la sección III.2, el ángulo de incidencia es de mucha importancia debido al acoplamiento de fase. Por lo tanto, el láser violeta debe incidir perpendicularmente sobre el cristal de manera que el reflejo se vea

exactamente a la salida del láser. Esto nos asegura que el cono de los fotones infrarrojos tiene al láser violeta como su eje.

Para detectar a los fotones, se utilizó un sistema que consta de *colectores*¹, fibras ópticas, detectores de avalancha APD y un sistema de coincidencias. A este conjunto de instrumentos se le conoce como el sistema de detección y esta explicado detalladamente en el apéndice C. Para acomodar los colectores se utilizan dos rieles de manera que uno de sus lados esté atornillado a la mesa justo debajo del cristal. Si se acomodan los colectores perpendiculares a los rieles en el otro extremo, va a ser muy sencillo encontrar los haces infrarrojos ya que el cono de fotones tiene como vértice al cristal. Debido a la lente que usan los colectores, la incidencia es de suma importancia y el hecho de utilizar los rieles, reduce un grado de libertad en el acomodo de los colectores.

Para acomodar un colector perpendicular al riel se utiliza el láser violeta. Para esto, se debe quitar el filtro infrarrojo y también se debe desatornillar la fibra óptica del APD. Se ajusta la altura del colector para hacer que el láser violeta incida en el centro de la lente y se acomoda de manera que a simple vista se vea que el láser incide perpendicularmente. La lente, debido a la difracción, produce un reflejo particular al cual se le conoce como los *anillos de Newton* (Fig. IV.5). Para que la lente esté perpendicular, se debe

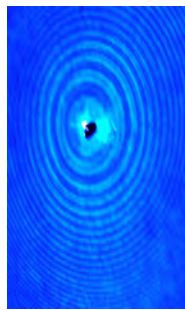


Figura IV.5: Anillos de Newton producidos por el reflejo del láser sobre la lente.

acomodar el centro de los anillos a la salida del láser violeta. Para lograr lo

¹Se le llama colector al sistema de acoplamiento de la fibra que consta de una lente y una montura para ajustar su dirección.

anterior, se utilizan los tornillos que están detrás del colector. En el momento en el que los anillos estén centrados, se debe observar la mayor cantidad de luz en el extremo opuesto de la fibra. Debido a que se buscan fotones correlacionados, la altura de los dos colectores debe ser muy precisa. Los fotones correlacionados salen en direcciones opuestas, y se necesita que la altura de los dos colectores sea exactamente la altura del láser violeta para encontrar dos puntos opuestos del cono. Si las alturas no son correctas, se pueden observar cuentas altas de fotones pero las coincidencias van a ser bajas debido a que los fotones no van a estar correlacionados.

Una vez que los colectores estén perpendiculares a los rieles, se les coloca el fitro infrarrojo y se conectan las fibras a los detectores APD. Antes de prender los detectores, las luces del laboratorio deben estar apagadas y el láser no debe incidir sobre los colectores. Una vez prendidos los detectores, se debe buscar el mayor número de fotones moviendo los rieles. Esto se debe hacer muy despacio y las cuentas deben superar los 10,000 fotones por segundo (depende de la potencia del láser y del cristal). Una vez que se encuentre el máximo de cuentas, se deben mover los tornillos de los colectores para aumentar el número de cuentas. Idealmente, se deben realizar estas dos pasos al menos dos veces para encontrar la cuenta máxima de fotones.

Después de hacer esto con los dos colectores, se deben observar las coincidencias entre los dos. El número mínimo de coincidencias que se necesitan para realizar el interferómetro es de 600 por segundo. Una vez que estén los colectores en el máximo de coincidencias, se debe fijar la posición de los rieles y observar que las cuentas no hayan cambiado.

Debido a que se quiere acomodar un láser guía que simule el camino de los fotones infrarrojos, se debe colocar un *pinhole* de $800\mu m$ y un iris en cada camino de los fotones. La altura de los iris como la de los pinholes debe ser revisada antes de acomodarlos por encima de los rieles. Mientras se acomodan, se debe revisar que las cuentas y las coincidencias no varíen demasiado. Al momento de acomodar el láser guía, el pinhole y el iris van a definir el camino de los fotones infrarrojos. Es posible que las cuentas y coincidencias hayan disminuido después del acomodo, pero los pinholes son de gran importancia para el interferómetro ya que van a contribuir con el filtraje espacial de los fotones provenientes de la PDC. Es importante que se puedan poner y quitar sin que se altere su posición durante la alineación.

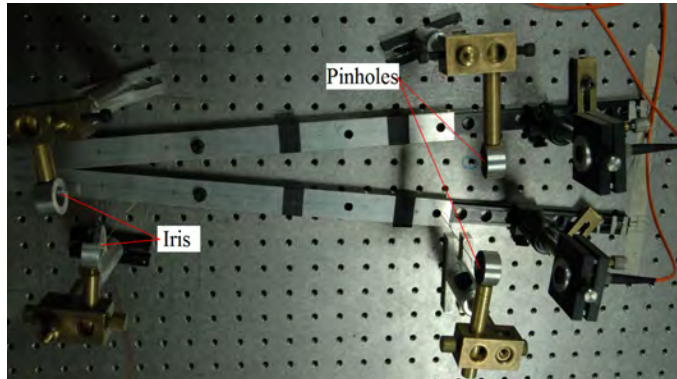


Figura IV.6: Detección de fotones infrarrojos.

IV.3. Ajuste del Láser Guía

La parte más importante al ajustar el láser guía debe ser la montura del divisor de haz guía. La montura que se utilizó para acomodar el cristal (Fig. IV.4) permite que se pueda introducir el divisor de haz por uno de los lados. De preferencia, la montura debe permitir que se quite y se ponga el divisor de haz sin que se desacomode. La montura utilizada se muestra en la Fig. IV.7 y permite un movimiento de traslación y un movimiento de rotación del divisor de haz. Estos dos movimientos se van a utilizar a la hora en la que



Figura IV.7: Montura utilizada para acomodar el divisor de haz guía.

el haz reflejado se tenga que acoplar con el camino de los fotones infrarrojos.

Para acomodar el láser guía se utilizó un *periscopio*, el cual utiliza un sistema de dos espejos que regula la posición y dirección del haz (Fig. IV.8). De esta manera, se debe acomodar el láser para que pase por el iris y el pinhole

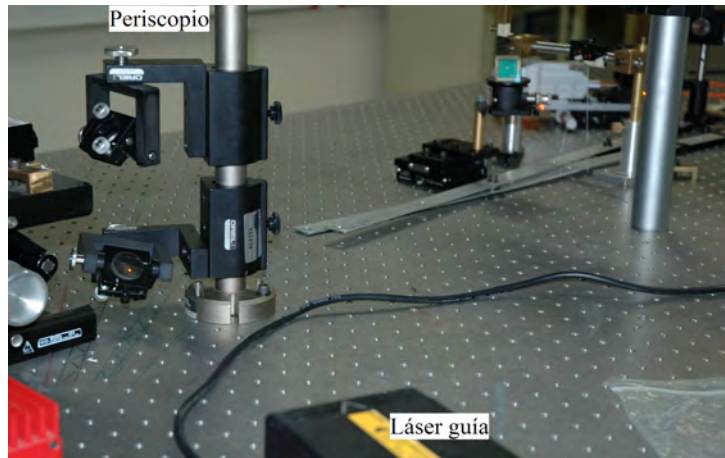


Figura IV.8: Periscopio utilizado para acomodar el láser guía.

colocados con anterioridad sobre uno de los rieles. El divisor de haz guía ya debe estar colocado en su posición, ya que si se coloca después de ajustar el láser, se modifica la trayectoria del haz. También se debe verificar que el láser vaya paralelo a la mesa óptica; por lo que, se utiliza otro iris en el extremo opuesto de la mesa que sólo debe definir la altura y no la posición horizontal. Para este momento ya se debieron haber quitado los colectores de los rieles. Todo este acomodo se debe hacer moviendo los espejos del periscopio. El iris en el extremo opuesto de la mesa del haz transmitido, se debe fijar ya que va a funcionar como una referencia de que el láser está alineado.

Para acomodar el haz reflejado, se deben mover los tornillos milimétricos de la montura del divisor de haz guía. De la misma manera que el haz transmitido, se debe hacer pasar el haz reflejado por el iris y el pinhole, y se debe revisar su altura con otro iris al extremo opuesto de la mesa. El haz debe pasar los iris de forma que el *spot* del láser, esté centrado en el agujero del iris de la manera más precisa posible. Los dos grados de libertad de la montura deben permitir que el haz se pueda acoplar correctamente.

El siguiente paso del alineamiento es colocar los espejos. En cada uno de los lados se van a acomodar tres espejos. En la parte transmitida del haz

guía, se va a colocar el motor de pasos que va a darle movimiento a dos espejos perpendiculares. Para este momento se pueden quitar los iris y pinholes colocados encima de los rieles. Primero se van a acomodar los tres espejos de la parte reflejada del divisor guía.

El primer espejo se coloca sobre el riel de manera que el haz, al ser reflejado, pase por encima de una línea diagonal de hoyuelos, como se muestra en la Fig. IV.9. Para hacer esto, se deben utilizar dos iris con la mayor

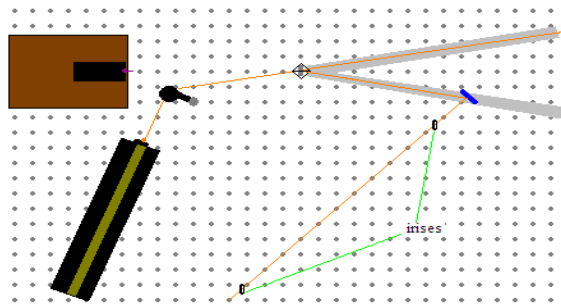


Figura IV.9: Colocación del primer espejo.

separación posible entre ellos. Se acomodan por la línea por la que uno quiere que pase el haz, y luego se acomoda el espejo de manera que esto se logre. El segundo y tercer espejo se acomodan de manera semejante como se muestra en la Fig. IV.10. El tercer espejo se debe acomodar después de colocar el

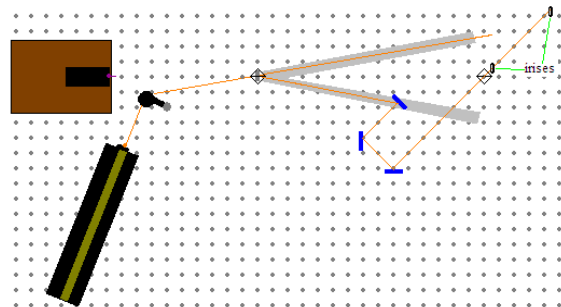


Figura IV.10: Colocación del segundo y tercer espejo.

segundo divisor de haz (el que produce la interferencia), ya que si no, el haz

se desacomoda al momento de colocarlo. La montura del segundo divisor de haz debe permitir la rotación y traslación del mismo. Una vez que el lado reflejado esté completamente acomodado, se verifica que el haz transmitido no se haya desacomodado observando el iris en el otro extremo de la mesa.

Los espejos del lado transmitido se acomodan de manera simétrica y el espejo 2 y 3 deben estar sobre un desplazador que se mueva diagonalmente utilizando un motor de pasos. Es muy importante que el movimiento sea estrictamente diagonal, ya que eso va a hacer que no se altere la dirección del haz a la hora de variar la longitud de camino óptico. Para ajustar los espejos

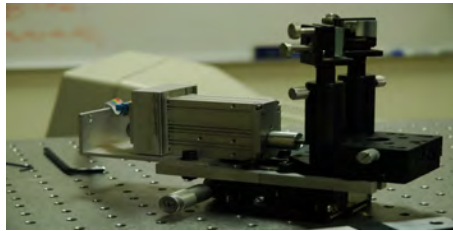


Figura IV.11: Montura utilizada para colocar el motor y los espejos.

se utilizó otro desplazador con movimiento en la otra dirección diagonal, como se muestra en la parte de abajo de la Fig. IV.11.

Una vez que los dos haces estén alineados, se debe acomodar el segundo divisor de haz. Esta es la parte más importante de la alineación ya que sólo haciendo incidir los fotones de manera simétrica, se va a poder observar la interferencia. Se colocan dos iris después del divisor de haz sobre uno de los haces previamente alineados. Se tapa ese haz, y se observa el haz reflejado por el segundo divisor. El divisor debe tener una montura que permita el giro y desplazamiento para lograr acomodar este haz de manera que pase por los dos iris. Una vez que se logra esto, se debe hacer lo mismo con el otro camino y se debe verificar que los dos reflejos estén perfectamente alineados. En el caso de que no estén bien alineados los reflejos, se debe volver a alinear el tercer espejo de cada uno de los caminos y repetir lo anterior.

Una vez lograda la alineación del segundo divisor de haz, se eleva la mesa verificando que ningún haz se haya movido. Se observan los haces en el punto más lejano posible, y tapando los caminos de manera alternada, se verifica que los dos spots, transmitido y reflejado por el segundo divisor de haz, se

encuentren en exactamente el mismo lugar. Si la alineación es correcta para este momento, se deben observar franjas de interferencia del tamaño del spot completo a la hora de mover el motor de pasos. En la Fig. IV.12 se muestra una fotografía del diseño hasta el momento.

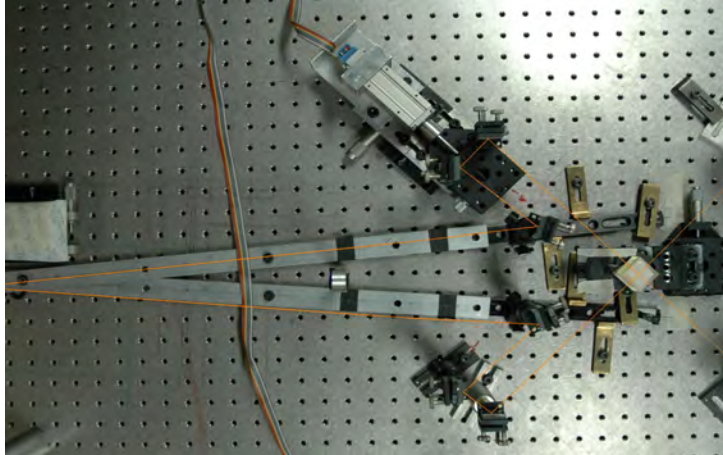


Figura IV.12: Alineación de los seis espejos y el segundo divisor de haz. Las líneas naranjas representan las trayectorias del láser guía.

IV.4. Alineamiento Utilizando el Láser Guía y la Interferencia de Luz Blanca

Como se describió en la primera sección de este capítulo, la alineación consta de dos partes; la alineación utilizando el láser guía y la alineación utilizando la interferencia con luz blanca. La interferencia con luz blanca nos va a asegurar que la longitud de camino óptico entre los dos caminos sea prácticamente cero. Éste es un punto importante en la teoría ya que es cuando se puede observar la interferencia.

Una vez que el interferómetro se haya alineado con el láser guía, se debe apagar el láser y colocar una lámpara de luz blanca, con un vidrio esmerilado enfrente, que incida sobre el primer divisor de haz. En el apéndice D se muestra la lámpara utilizada, la cual no es una fuente térmica pero funciona



Figura IV.13: Interferencia de luz blanca observada en el interferómetro. El recuadro rojo señala el divisor de haz por el cual se observa, y el recuadro verde señala el divisor de haz guía.

muy bien para encontrar la interferencia. El vidrio esmerilado funciona para difuminar la luz que entra al divisor de haz. En este punto de la alineación será forzosamente necesario quitar los pinholes, ya que para observar la interferencia, uno se debe asomar por las salidas del segundo divisor de haz. La lámpara debe estar acomodada de manera que se pueda ver la mayor intensidad de luz cuando uno se asoma. En un principio no tiene porqué verse la interferencia de luz blanca, ya que aunque los caminos se hayan construido simétricamente, el error humano es mucho mayor a la longitud de coherencia de esta luz. Para encontrar la interferencia se debe mover el motor utilizando la computadora. Cada paso del motor produce que el desplazador se mueva $1\mu m$, por lo que la diferencia de camino óptico se altera $2\mu m$ por cada paso del motor. Las franjas de interferencia de la luz blanca utilizada, se pueden observar a $\pm 8\mu m$ de la diferencia de camino óptico igual a cero. Si se considera un error humano es de $2mm$, esto significa que la interferencia puede ser encontrada dentro de ± 2000 pasos de la alineación original; y por otro lado, se sabe que la interferencia sólo se podrá ver durante 8 pasos seguidos. Entonces, es muy importante que la interferencia se busque con mucho cuidado y paciencia.

La interferencia con luz blanca sólo describe la diferencia de camino

óptico. Es posible que el láser se haya desalineado durante el movimiento del motor ya que si el movimiento no es perfectamente diagonal, la posición del láser cambia. Es por eso que se debe regresar a la alineación del láser después de encontrar la interferencia con luz blanca. Solamente se debe hacer la última parte en la que los haces transmitidos y reflejados del segundo divisor de haz, coinciden por los dos iris hasta el punto más lejano que se pueda encontrar. Una vez logrado lo anterior, se busca de nuevo la interferencia con luz blanca que seguramente va a estar mucho más cerca que la primera vez que se buscó. Este proceso se debe repetir dos o tres veces hasta que la perfecta alineación del láser coincida con la interferencia de luz blanca. En ese momento es cuando el interferómetro está perfectamente alineado.

Una vez alineado el interferómetro, se colocan los colectores utilizando el láser guía. Se deben alinear de manera que se observe la mayor cantidad de luz por el otro extremo de la fibra. Para continuar se debe apagar el láser guía, quitar el primer divisor de haz, encender el láser violeta y montar el cristal de regreso a su posición original. Vale la pena revisar que el reflejo del cristal sigue a la salida del láser violeta para saber que no se ha movido. Se conectan los APDs para observar las cuentas de los detectores. Aunque los colectores se hayan alineado con el láser guía, se deben ajustar para encontrar el máximo de cuentas en estas posiciones. Como los colectores no están sobre rieles, se recomienda usar topes a la hora de moverlos, para trabajar con un sólo grado de libertad a la vez. Las coincidencias por el momento no importan, ya que si se está observando la interferencia cuántica, el número puede ser muy bajo.

Capítulo V

Resultados y Conclusiones

Como ya se ha mencionado antes, lo que se busca al construir el interferómetro es encontrar una prueba de la interferencia entre dos fotones. En el capítulo II se describe como la interferencia cuántica hace que los estados de salida en los cuales sale un fotón por cada uno de los puertos de salida, se cancelen. El número de fotones detectados que entran al divisor de haz no supera la cantidad de 20,000 fotones por segundo. Esto quiere decir, que en promedio, hay menos de un fotón por cada lapso de $50\mu s$; el cual es un tiempo mucho mayor al tiempo de resolución del sistema de coincidencias. Esto implica, que para observar una coincidencia entre las dos salidas, los fotones deben estar saliendo simultáneamente del divisor de haz. Por esto mismo, la interferencia cuántica es equivalente a observar una carencia de coincidencias entre las dos salidas.

Para estar seguros de que la ausencia de coincidencias es producto de la interferencia y no de una mala alineación de los detectores, se debe alterar la diferencia de camino óptico utilizando el motor de pasos. Cuando la diferencia de camino óptico sea suficientemente lejana a cero, se deben observar coincidencias, ya que no se debe estar produciendo la interferencia. En la Fig. III.7 en el capítulo III, se muestra la probabilidad de encontrar coincidencias entre los estados de salida, en función de la diferencia de camino óptico. A la forma de esa gráfica se le llamará el "dip", ya que hace referencia a una depresión, y eso es exactamente lo que se espera encontrar con el interferómetro.

V.1. Resultados Experimentales

El interferómetro se construyó varias veces sin éxito hasta que se siguió el método de alineación descrito en el capítulo IV. Se tomaron las coincidencias en función de la diferencia de camino óptico, considerando al cero como el punto en donde se encontró la interferencia con luz blanca. Se hicieron dos pruebas; en una de ellas se colocaron los pinholes de $800\mu m$ que van sobre los rieles, y en la otra, se tomaron las mediciones sin colocar los pinholes. El motor avanza $1\mu m$ por cada paso, lo cual representa $2\mu m$ en la diferencia de camino óptico. Las coincidencias se midieron por lapsos de diez segundos y se obtuvieron los promedios temporales. Cada una de estas cuentas se realizó tres veces. En la Fig. V.1 se muestran las coincidencias observadas al colocar los pinholes, y en la Fig. V.2 se muestran los resultados sin colocar los pinholes.

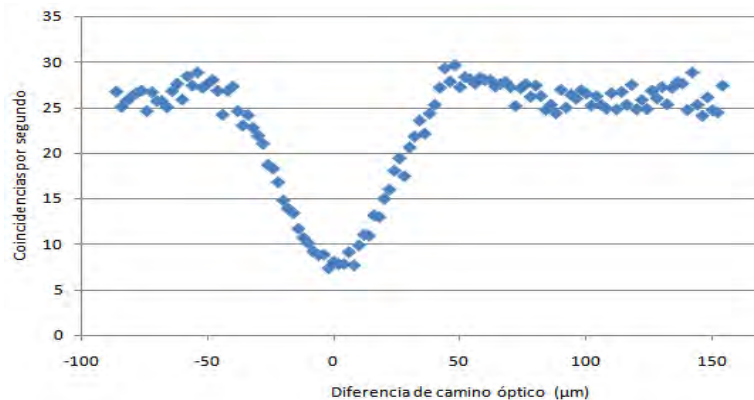


Figura V.1: Primera medición de coincidencias colocando los pinholes.

Hay varias diferencias entre los resultados de las dos pruebas. En primer lugar, la profundidad del primer dip es del 73 % y la profundidad del segundo es del 58 %. La razón de esta diferencia es que la primera prueba se realizó pocos minutos después de haber terminado la alineación, y la segunda prueba se realizó 24 horas después. Esto nos muestra lo frágil que es el interferómetro y lo preciso que debe ser la alineación. Una día después de realizar la segunda prueba, se midió la profundidad del dip y resultó que la profundidad ya era menor al 40 %.

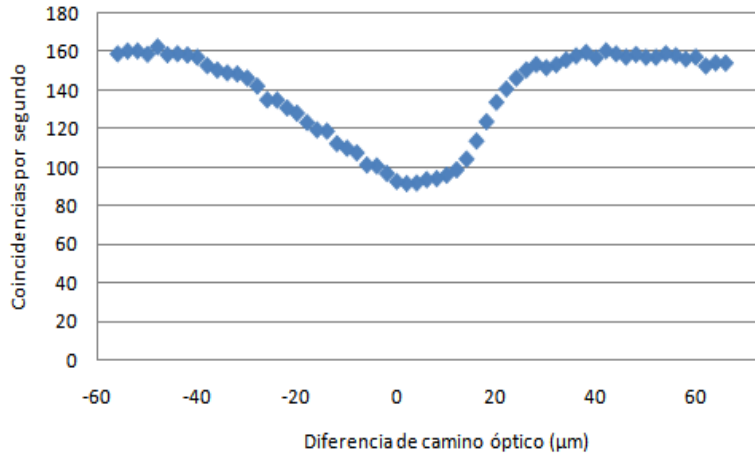


Figura V.2: Segunda medición de coincidencias sin utilizar pinholes.

Otra diferencia entre las pruebas, es el número de coincidencias por segundo. Esta es una consecuencia directa de que el pinhole funciona como un filtro y no deja pasar muchos de los fotones producidos en la PDC. La diferencia es bastante grande pero proporcionalmente es irrelevante. Lo que sí es relevante, es la forma del dip. En la primera prueba, se pueden observar oscilaciones en las partes superiores, cosa que no se observa en la segunda prueba. En el capítulo III se menciona que el ángulo con el cual salen los fotones provenientes de la PDC depende de la frecuencia del fotón, donde el ángulo es menor entre mayor sea la frecuencia. Por lo tanto, el pinhole también funciona como un filtro de frecuencias. Las oscilaciones de la primera prueba se deben a que la interferencia se está produciendo con una pequeña cantidad de frecuencias. En cambio, la interferencia de la segunda prueba, no muestra oscilaciones ya que hay una gran cantidad de frecuencias.

La primera prueba resultó mucho mejor que la segunda debido a la profundidad y forma del dip. En la fig V.3 se acopla la función teórica descrita al final del capítulo III, con los resultados de la primera prueba. Como la función está normalizada, se debe multiplicar por el número promedio de coincidencias por segundo. La barras de error utilizadas representan la diferencia máxima entre las mediciones y el promedio para cada punto.

La curva teórica se acopla muy bien a los resultados, exceptuando el centro del dip. La razón por la cual los resultados no llegan al cero en coinci-

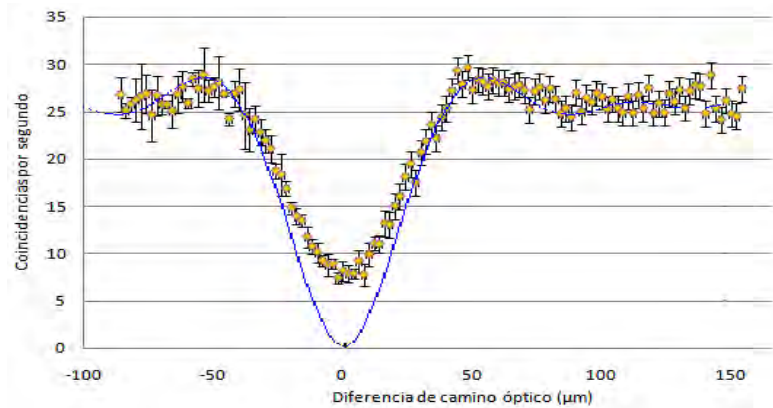


Figura V.3: Comparación entre los primeros resultados del experimento (Fig. V.1) y la curva teórica (Fig. III.7).

dencias es debido a que la alineación lograda no es perfecta. En las diversas ocasiones, citadas en la literatura, en que se ha logrado la construcción de este interferómetro, los mejores resultados encuentran una profundidad del dip de entre el 85 al 95 %. Las siguientes son algunas citas de artículos en los cuales se ha construido el interferómetro de Hong-Ou-Mandel: [2], [4], [17]. Lo importante de los resultados es el hecho de que el dip representa la interferencia cuántica y que no existe un análogo clásico que pueda explicar la ausencia de coincidencias. La desaparición de coincidencias debido al cambio en la diferencia de camino óptico, no se puede explicar de otra manera, y esto nos da una grata seguridad de que se observa la interferencia cuántica producida en un divisor de haz entre dos fotones.

V.2. Importancia del Diseño Utilizado

La construcción del interferómetro utilizando el nuevo diseño puede ser laboriosa; sin embargo, proporciona un método sistemático para la alineación. El diseño original de Hong-Ou-Mandel [2], altera la diferencia de camino óptico desplazando el divisor de haz. Claramente se puede observar en la Fig. V.4, que este movimiento desalinea los haces, y esto podría producir que se recuperaran las coincidencias debido a la desalineación y no a la diferencia de camino óptico. El nuevo diseño no tiene este problema ya que la

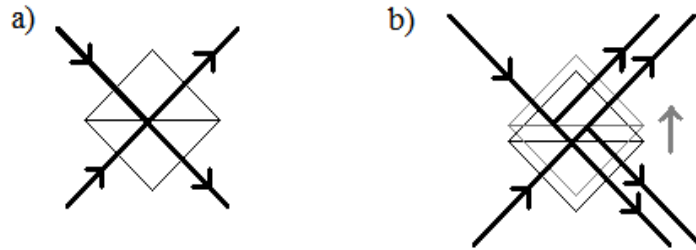


Figura V.4: El inciso *a)* muestra la manera en que inciden los haces cuando el interferómetro está alineado; y el inciso *b)* muestra la desalineación de los haces al variar la longitud de camino óptico moviendo el divisor de haz.

diferencia de camino óptico se realiza moviendo dos espejos perpendiculares de manera que se altera la longitud de uno de los caminos sin que la posición de incidencia del haz se altere (Fig. IV.2).

Otra ventaja de este diseño, es que no necesita de la simetría para realizar la alineación. Los dos haces de fotones pueden salir con distintos ángulos y la diferencia de camino óptico que esto conlleva, se puede corregir utilizando el motor. El diseño original [2] requiere que los haces salgan con el mismo ángulo para realizar una alineación simétrica; de otro modo, no se pueden empatar los haces en el divisor de haz manteniendo la diferencia de camino óptico cercana a cero.

El nuevo diseño es de suma importancia tanto para la alineación como para el análisis de resultados. De esta manera, el experimento describe exactamente lo que se analiza con la teoría, sin que se altere por fenómenos externos.

V.3. Importancia del Interferómetro

El interferómetro de Hong-Ou-Mandel fue el primer experimento que produjo la interferencia entre dos fotones indistinguibles. La construcción del interferómetro fue muy importante para el laboratorio debido a las consecuencias que conlleva. A nivel académico, el interferómetro funciona como un prueba indiscutible de la naturaleza cuántica de la luz. También se pueden

realizar distintos experimentos a partir del interferómetro, como se discute enseguida.

La interferencia generada por el interferómetro puede funcionar para obtener más información acerca de la conversión paramétrica descendente y el cristal BBO. Se pueden realizar pruebas en las que se varíe el tamaño de los pinholes, y a partir las diferencias entre los dips interpretar mejor el ancho espectral de los haces de fotones. También se puede encontrar la longitud de coherencia de los fotones convertidos midiendo el ancho espectral y el ancho del dip. Originalmente, el interferómetro de Hong-Ou-Mandel se utilizó para lograr realizar mediciones de femtosegundos, comparando la diferencia de tiempo con la cual se producen los dos fotones en la PDC.

Una de las razones por la cual se construyó este interferómetro, fue para realizar una compuerta lógica cuántica C-Not. Esta compuerta explota el carácter vectorial del fotón, usando señales de polarización entre los dos caminos. Si se define la polarización horizontal como 0 y la polarización vertical como 1, podemos considerar al divisor de haz como una compuerta lógica. La interferencia se genera únicamente si los dos fotones que entran al divisor son idénticos; por lo que una diferencia en polarización, anularía la interferencia. Si se considera que la señal de salida es 0 si no hay coincidencia y 1 si hay coincidencia, entonces se obtiene que: cuando las polarizaciones son distintas debe haber coincidencias y cuando las polarizaciones sean iguales, se produce la interferencia cuántica por lo que no hay coincidencias en el dip. Entonces la tabla de verdad queda de la siguiente manera:

Entrada 1	Entrada 2	Salida
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Como se puede ver en la tabla, el interferómetro funciona como una compuerta lógica cuántica C-Not, donde los estados de entrada tienen polarizaciones variables. Esta compuerta sólo funciona si el interferómetro está perfectamente alineado en la diferencia de camino óptico igual a cero. Éste es solamente un experimento que se puede realizar con el interferómetro, pero el divisor de haz y la interferencia entre fotones son elementos básicos para la teoría de la información cuántica [16].

La verdadera importancia es que el interferómetro es una prueba de la naturaleza cuántica de la luz y un ejemplo de la interferencia cuántica entre dos fotones, donde interfieren las amplitudes de probabilidad de los estados de salida.

Apéndice A

Distribuciones de Probabilidad para Distintos Estados de Luz

A partir de las distribuciones de probabilidad se puede obtener mucha información acerca de los estados. Incluso las fuentes de luz se clasifican como clásicas, si tienen una distribución super-poissoniana; y cuánticas si su distribución es sub-poissoniana. En este apéndice se va a realizar un análisis de la distribución de fotones para un estado coherente, para un flujo constante de fotones, que representa un láser, y para la radiación térmica. De cada distribución se obtendrá su desviación cuadrática media para ver si es super-poissoniana, o sub-poissoniana.

Distribución de Probabilidad para Estados Coherentes

La probabilidad de encontrar n -fotones en un estado coherente se dedujo en el capítulo I y es la siguiente:

$$|\langle n|\alpha\rangle|^2 = \frac{(|\alpha|^2)^n}{n!} e^{-|\alpha|^2}. \quad (\text{A.1})$$

Esta expresión corresponde a una distribución de Poisson con $|\alpha|^2$ como el número promedio de fotones. De manera más general, la distribución de

72 Distribuciones de Probabilidad para Distintos Estados de Luz

Poisson es:

$$P_\alpha(n) = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}, \quad \text{donde } \bar{n} \text{ es el promedio.} \quad (\text{A.2})$$

La desviación cuadrática media, $(\Delta n)^2 = \overline{n^2} - \bar{n}^2$, para esta distribución, se puede obtener desarrollando el término $\overline{n(n-1)}$. Entonces:

$$\begin{aligned} \overline{n(n-1)} &= \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}} \\ \overline{n^2 - n} &= \bar{n}^2 e^{-\bar{n}} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\bar{n}^{n-2}}{(n-2)!} \\ \overline{n^2} - \bar{n} &= \bar{n}^2 e^{-\bar{n}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\bar{n}^m}{(m)!} \\ \overline{n^2} - \bar{n} &= \bar{n}^2 e^{-\bar{n}} e^{\bar{n}} \\ \overline{n^2} - \bar{n} &= \bar{n}^2. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Despejando la ecuación anterior se obtiene que:

$$(\Delta n)^2 = \overline{n^2} - \bar{n}^2 = \bar{n}. \quad (\text{A.4})$$

Por lo tanto, la desviación cuadrática media de una distribución de Poisson es igual al número promedio \bar{n} . A partir de esta distribución se puede observar que si $(\Delta n)^2 > \bar{n}$, entonces la distribución es super-poissoniana; y si $(\Delta n)^2 < \bar{n}$, entonces la distribución es sub-poissoniana. Por lo tanto, los estados coherentes marcan la pauta entre los estados clásicos y los estados cuánticos.

Distribución de un haz con un flujo constante de energía

La luz emitida por un láser se describe sobre un conjunto de ondas planas monocromáticas de la siguiente manera:

$$E(x, t) = E_0 \text{sen}(kx - \omega t + \phi). \quad (\text{A.5})$$

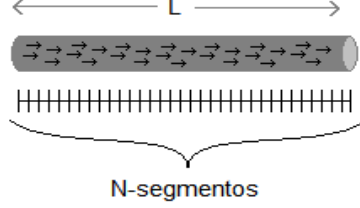


Figura A.1: Descripción de un láser como un flujo de energía constante.

De esta forma, se puede interpretar al láser como un flujo de energía constante donde en una longitud L , existe un número promedio de fotones \bar{n} . Se divide esta longitud L en N pedazos iguales como se muestra en la Fig. A.1. El número de segmentos debe ser suficientemente mayor al número promedio \bar{n} para que la probabilidad de encontrar 2 fotones en un segmento sea nula. De esta manera se define a la probabilidad de encontrar un fotón en uno de los segmentos como:

$$p = \bar{n}/N, \quad \text{donde } p < 1. \quad (\text{A.6})$$

De la misma manera, $(1 - p)$ sería la probabilidad de no encontrar un fotón en uno de los segmentos.

La probabilidad de encontrar n fotones dentro del haz de longitud L , la definimos como $P(n)$. Esta probabilidad es igual a la probabilidad de encontrar n segmentos con un sólo fotón cada uno y $(N - n)$ segmentos vacíos. Por lo tanto:

$$P(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} \left(\frac{\bar{n}}{N}\right)^n \left(1 - \frac{\bar{n}}{N}\right)^{N-n} \quad (\text{A.7})$$

$$P(n) = \frac{1}{n!} \left(\frac{N!}{(N-n)!N^n}\right) \bar{n}^n \left(1 - \frac{\bar{n}}{N}\right)^{N-n}. \quad (\text{A.8})$$

Se analiza por partes la expresión anterior ya que se quiere conocer su comportamiento cuando $N \rightarrow \infty$. En el siguiente desarrollo se utiliza la función del logaritmo natural para observar como el término $\frac{N!}{(N-n)!N^n}$ tiende a 1. Entonces:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left[\ln \left(\frac{N!}{(N-n)!N^n} \right) \right] = \lim_{N \rightarrow \infty} [\ln N! - \ln(N-n)! - \ln N^n]. \quad (\text{A.9})$$

74 Distribuciones de Probabilidad para Distintos Estados de Luz

Usando la fórmula de Stirling, en la cual:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (\ln N!) = N \ln N - N, \quad (\text{A.10})$$

obtenemos que la Ec. A.9 se puede expresar como:

$$\begin{aligned} &= \lim_{N \rightarrow \infty} [N \ln N - N - (N - n) \ln(N - n) + N - n \ln N] \\ &= N \ln N - N \ln(N) + n \ln(N) - n \ln N \\ &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Por lo tanto:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{N!}{(N - n)! N^n} \right] = 1. \quad (\text{A.12})$$

Por otro lado vamos a ver que sucede con el término $(1 - \frac{\bar{n}}{N})^{N-n}$ cuando $N \rightarrow \infty$. Tenemos que:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left[\left(1 - \frac{\bar{n}}{N}\right)^{N-n} \right] = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\left(1 - \frac{\bar{n}}{N}\right)^N \right] = e^{-\bar{n}}. \quad (\text{A.13})$$

Sustituyendo la Ec. A.12 y la Ec. A.13 en la definición de $P(n)$, obtenemos que:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P(n) = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}. \quad (\text{A.14})$$

Este resultado nos dice que un haz con un flujo constante de fotones, semejante a un láser, tiene una distribución de Poisson. Esto nos dice que es plausible describir el comportamiento del láser utilizando estados coherentes. Esta es una de las principales razones por las cuales se consideran a los estados coherentes como estados semiclásicos.

Distribución de Probabilidad de la Radiación Térmica

En el capítulo I se dedujo que el número promedio de fotones, para el modo- i , de la radiación proveniente de una cavidad en equilibrio termodinámico es:

$$\bar{n}_i = \frac{1}{e^{\beta \epsilon_i} - 1}, \quad \text{donde } \epsilon_i = \hbar \omega_i. \quad (\text{A.15})$$

Sea $x \equiv e^{-\beta\epsilon_i}$, donde $\beta = \frac{1}{kT}$. Como sólo se va a trabajar con un modo, se van a omitir los subíndices. Entonces:

$$\bar{n} = \frac{1}{x^{-1} - 1} = \frac{x}{1 - x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\bar{n}}{\bar{n} + 1} \quad (\text{A.16})$$

Para un sólo modo del campo de radiación, la función de partición es:

$$Z = \sum_n e^{-n\beta\epsilon} = \sum_n (e^{-\beta\epsilon})^n = \sum_n x^n, \quad (\text{A.17})$$

y la probabilidad de encontrar n fotones en el modo $-i$ es:

$$P(n) = \frac{e^{-\beta n\epsilon}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta n\epsilon}} = \frac{x^n}{\sum_n x^n} = \frac{x^n}{\frac{1}{1-x}} = x^n(1-x). \quad (\text{A.18})$$

Sustituyendo el valor de x en la ecuación anterior, obtenemos que:

$$P(n) = \left(\frac{\bar{n}}{\bar{n} + 1}\right)^n \left(\frac{1}{\bar{n} + 1}\right). \quad (\text{A.19})$$

Esta expresión representa la distribución de probabilidad de Bose-Einstein.

Para encontrar la desviación cuadrática media, $(\Delta n)^2$, se necesita encontrar el término $\overline{n^2}$ que es igual a :

$$\overline{n^2} = \sum_{n=0}^{\infty} n^2 (x^n(1-x)) = \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 x^n)(1-x). \quad (\text{A.20})$$

Para simplificar estos términos vamos a utilizar la siguiente deducción:

$$n^2 x^n = n(nx^n) = n \left(x \frac{d}{dx} x^n \right) = x \frac{d}{dx} (nx^n) = x \frac{d}{dx} \left[x \frac{dx^n}{dx} \right] = x \frac{dx^n}{dx} + x^2 \frac{d^2 x^n}{dx^2}.$$

Sustituyendo la expresión anterior en la Ec. A.20, obtenemos que:

$$\begin{aligned} \overline{n^2} &= \sum_{n=0}^{\infty} (1-x) \left[x \frac{dx^n}{dx} + x^2 \frac{d^2 x^n}{dx^2} \right] \\ &= (1-x)x \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{1-x} \right) + (1-x)x^2 \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{1}{1-x} \right) \\ &= (1-x)x \left(\frac{1}{(1-x)^2} \right) + (1-x)x^2 \left(\frac{2}{(1-x)^3} \right) \\ &= \left(\frac{x}{1-x} \right) + 2 \left(\frac{x}{1-x} \right)^2 \\ &= \bar{n} + 2(\bar{n})^2. \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

76 Distribuciones de Probabilidad para Distintos Estados de Luz

De esta manera podemos observar que la desviación cuadrática media es:

$$(\Delta n)^2 = \overline{n^2} - \bar{n}^2 = \bar{n} + 2\bar{n}^2 - \bar{n}^2 = \bar{n} + \bar{n}^2. \quad (\text{A.22})$$

Como es mayor que \bar{n} , significa que la distribución es super-poissoniana y se sabe que la radiación térmica es la fuente de luz clásica por antonomasia.

Apéndice B

Programas y Gráficas de la Superposición de Estados Cuánticos en un Divisor de Haz

En este apéndice se muestran los programas para Matlab, que se utilizaron en el capítulo 2, para deducir los estados de salida del divisor de haz. El primer programa obtiene y grafica las probabilidades de los estados de salida al introducir estados de Fock con n fotones, por ambas entradas. A partir de la Ec. II.18 en la sección 2.3, el programa realiza la proyección del estado de salida:

$$|\langle k, l | \psi \rangle_{out}|^2, \quad \text{donde} \quad k, l = \{0, 1, \dots, 2n\}. \quad (\text{B.1})$$

El segundo programa, obtiene y grafica las probabilidades de los estados de salida al introducir estados coherentes con $|\alpha| = n$, por ambas entradas. A partir de la Ec. II.22 en la sección 2.4, el programa realiza la proyección del estados de salida:

$$|\langle k, l | \psi \rangle_{out}|^2, \quad \text{donde} \quad k, l = \{0, 1, \dots, 3n^2\}. \quad (\text{B.2})$$

Esta proyección se realiza para muchos más estados, porque los estados coherentes no tienen un número específico de fotones y su número promedio se encuentra en n^2 .

Programa para obtener las probabilidades de los estados de salida, de un divisor de haz, al introducir estados de Fock con n fotones por ambas entradas

```
%El programa se llama nfotones.m
cla
clf
clear
n=input('¿Qué número de fotones se introducen en el divisor de haz?');
prob = 0:2*n;
for k=1:2*n+1
    prob(k)=0;
end
for k=0:n
    for l=0:n
        a=k-l+n+1;
        prob(a)=prob(a)+(i^(k+l)*sqrt(factorial(n-k+1))*sqrt(factorial(n+k-l)))
            /(factorial(k)*factorial(l)*factorial(n-k)*factorial(n-l));
    end
end
suma=0;
probreal = 0:2*n;
for k=1:2*n+1
    probreal(k) = ((factorial(n))^2)/2^(2*n)*(abs(prob(k)))^2;
    if (probreal(k)< -.0001)|(probreal(k)>.0001)
        fprintf(' %0.5f| %3.0f, %3.0f \ n',probreal(k), 2*n+1-k, k-1);
    end
    suma=suma+probreal(k);
    x(k)=k-1;
    y(k)=k-1;
end
disp (suma);
g=input('Desea graficar el resultado (1), (2) ');
if g==1
    l=1:2*n+1;
    plot(l,probreal,'ko');
    title('Estados de salida del divisor de haz al introducir n fotones');
    xlabel('Estados');
```

```
    ylabel('Probabilidad');  
end  
if g==2  
    mesh(x,y,grafica);    xlabel('No. de fotones (salida 2)');    ylabel('No.  
de fotones (salida 3)');    zlabel('Probabilidad del estado'); end
```

La Fig. B.1 muestra algunas gráficas obtenidas por el programa.

Programa para obtener las probabilidades de los estados de salida de un divisor de haz al introducir estados coherentes con $|\alpha| = n$ por cada una de las entradas

```

%El programa se llama ncoherentes.m
cla
clear
n=input('¿Qué número de fotones promedio tienen los estados coherentes
que se introducen?');
prob=[];
a=0;
var=6;
if n > 1
    a=2*n^2-n^2-1;
    var=2*n^2+n^2+1;
end
for m=0:(var-a)
    for l=0:var
        prob(l+1,m+1)=0;
    end
end
for m=a:var
    for l=0:m
        for k=0:m
            prob(l+1,m-a+1)=prob(l+1,m-a+1)+1/exp(n^2)*n^m/
            ((sqrt(2))^m)*factorial(m)*i^k/(factorial(k)*sqrt(factorial(m-l))
            *sqrt(factorial(l))*factorial(m-k));
        end
    end
end
suma=0;
for l=0:var
    salida(l+1)=0;
    for m=a:var
        probreal(l+1, m-a+1) = (abs (prob(l+1, m-a+1)))^ 2;
        if (probreal(l+1, m-a+1)< -.00001)|(probreal(l+1, m-a+1)>.00001)
            fprintf(' %0.5f| %3.0f, %3.0f\t',probreal(l+1, m-a+1), m-l, l);
            grafica(l+1, m-a+1)=probreal(l+1, m-a+1);
        end
    end
end

```

```
        else
            fprintf('    \t');
        end
        suma=suma+probreal(l+1, m-a+1);
    end
    fprintf('\n');
end
disp (suma);
g=input('desea graficar las dos salidas (2), una de las salidas (1) o no desea
graficar nada (0) ');
if g==2
    mesh(grafica);
    %title('Dos salidas del divisor de haz');
    xlabel('No. de fotones (salida 2)');
    ylabel('No. de fotones (salida 3)');
    zlabel('Probabilidad del estado');
end
if g==1
    for l=0:var
        for m=a:var
            salida(l+1)= salida(l+1)+ probreal(l+1,m-a+1);
        end
    end
    l=0:var;
    plot(l,salida,'bo');
    %title('Una salida del divisor de haz');
    xlabel('No. de fotones');
    ylabel('Probabilidad');
end
```

La Fig. B.2 muestra las gráficas que se obtienen al ejecutar el programa.

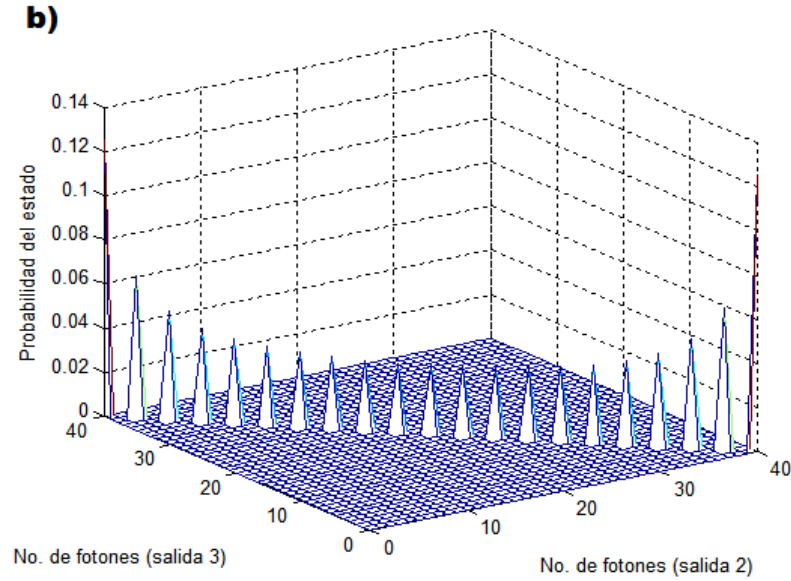
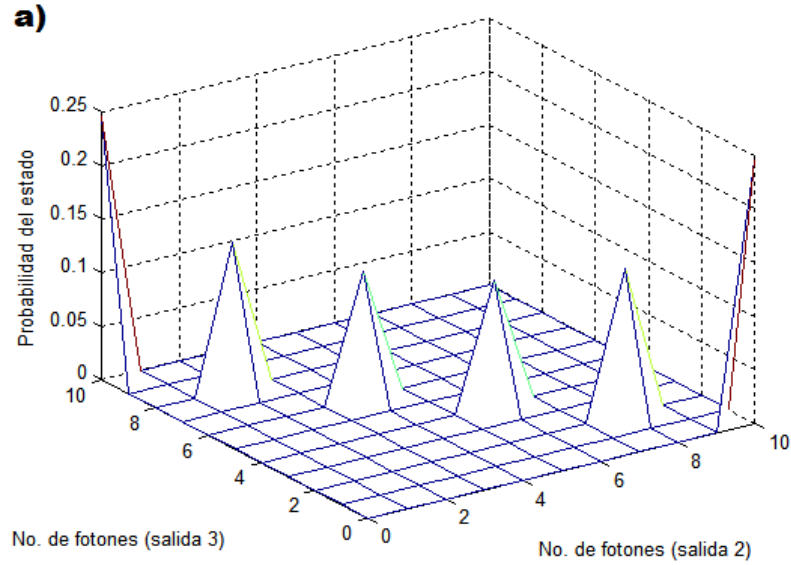


Figura B.1: Probabilidad de los estados resultantes para a) 5 fotones introducidos por ambos puertos de entrada y b) 20 fotones introducidos por ambos puertos de entrada.

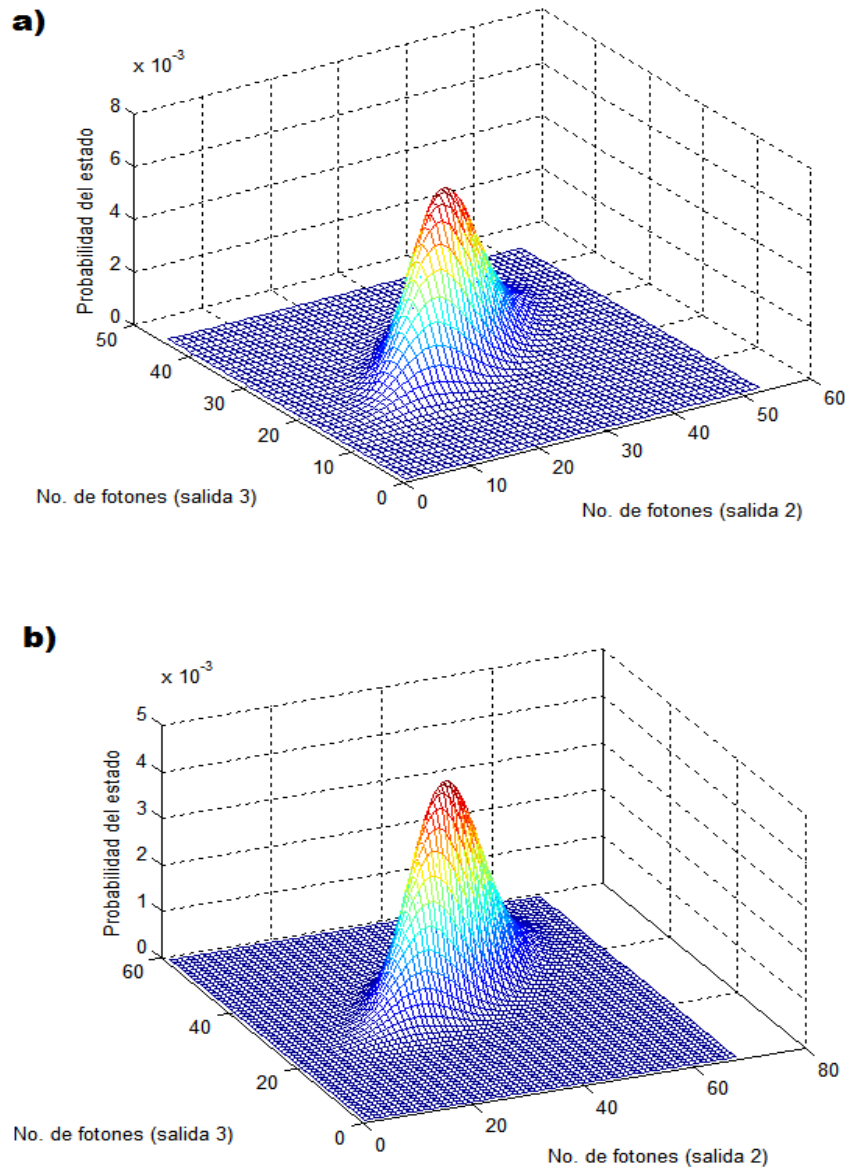


Figura B.2: Probabilidad de los estados de salida al introducir estados coherentes por un divisor de haz con a) $|\alpha| = 5$ y b) $|\alpha| = 6$.

Apéndice C

Sistema de Detección de Fotones

La detección de los fotones es un tema muy importante para cualquier trabajo experimental. Si uno tiene que interpretar sus resultados, debe asegurar que la detección corresponde a lo que espera observar. En este apéndice se explica cómo están construido los colectores y se incluye una breve explicación de cómo funcionan los *fotodiodos de avalancha* (APD). Los APDs son la parte fundamental de la detección ya que son los que transforman los fotones en señales eléctricas. Al final del apéndice se muestra la tarjeta de coincidencias utilizada. Ésta fue creada en la Facultad de Ciencias de la Electrónica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

Colectores

En el laboratorio le llamamos colectores a los acopladores de fibra. Éstos están diseñados para sujetar una lente en una montura especial que puede ajustar la dirección del eje. La fibra óptica se atornilla directamente a la lente, de tal manera que el foco se encuentre justo en la entrada de la fibra. La montura tiene un pequeño espacio antes de la lente para colocar un filtro. En el caso del interferómetro, se utilizaron filtros pasa banda con su frecuencia central en $810nm$. En la Fig. C.1 se muestra una fotografía en donde se muestran todos los elementos del colector.

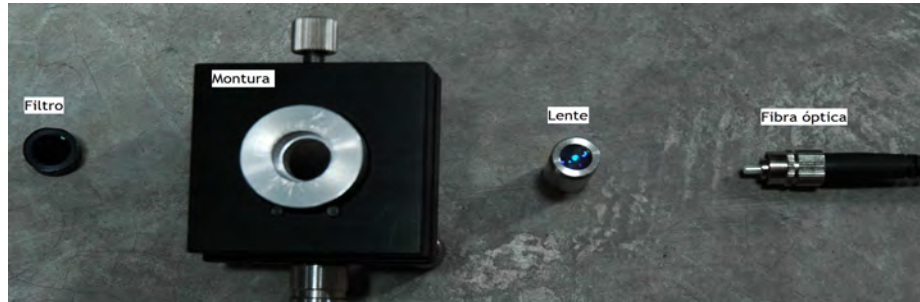


Figura C.1: Partes del colector.

Fotodiodos de Avalancha (APD)

Un fotodiodo es un dispositivo electrónico, semiconductor, que utiliza el efecto fotoeléctrico para convertir luz en electricidad. Funciona a través de un diodo que tiene una unión de semiconductores P-N; donde el cristal N está dopado de manera que sobren electrones en su estructura, y el cristal P está dopado de forma que falten electrones. A la hora de unir estos dos cristales, se crea una interfase llamada la zona de agotamiento en donde se genera una barrera positiva del lado del cristal N y una barrera negativa de lado del cristal P. Este diodo permite pasar corriente en la dirección en la cual los electrones vayan del cristal N al cristal P; sin embargo, no permite el paso de corriente en la otra dirección ya que la zona de agotamiento se extiende creando una barrera de potencial.

En el momento en que el diodo está polarizado de manera inversa (Fig. C.2), no hay ninguna corriente; sin embargo, si se desprende un electrón por medio del efecto fotoeléctrico en la zona de agotamiento o cercano a ella, se va a producir una ligera corriente. De esta manera es como funcionan los fotodiodos.

El proceso de avalancha se basa en la ionización por impacto. Lo que se hace, es polarizar el diodo de manera inversa aplicando un voltaje muy alto. De esta manera, cuando un fotón desprende a un electrón del semiconductor, éste es acelerado por el voltaje y su energía cinética puede provocar el desprendimiento de otros electrones. Entre más alto sea el voltaje, mayor es la ganancia de corriente, aunque se debe tener cuidado con no sobrepasar el límite del diodo.

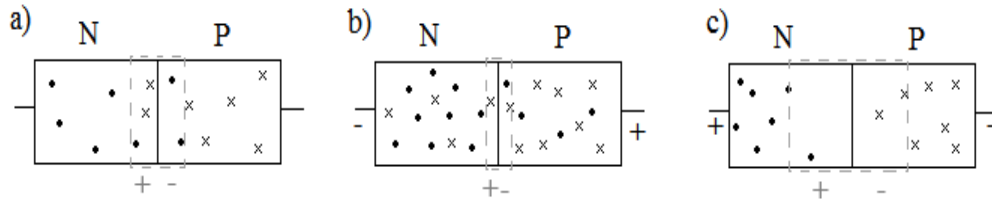


Figura C.2: En el inciso *a*) se muestra el esquema de un diodo en donde los puntos representan los electrones, los tachos representan los huecos y el recuadro representa la zona de agotamiento. En el inciso *b*) se muestra lo que sucede cuando el diodo se polariza de manera directa y en el inciso *c*) se muestra lo que sucede cuando el diodo se polariza de manera inversa.

La eficiencia cuántica de un fotodiodo de avalancha es definida como el número de electrones, o huecos, generados por cada fotón incidente. En general, los detectores de avalancha son mucho más sensibles que los fotodiodos normales [15].

Sistema de Coincidencias

Para medir las coincidencias entre dos señales de los APDs, se utilizó una tarjeta contadora creada en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Ésta tiene la cualidad de poder medir coincidencias entre cuatro señales para intervalos de nanosegundos. Este tiempo es más que suficiente para detectar si las señales que se obtienen del interferómetro son simultáneas. La tarjeta cuenta señales eléctricas de hasta cuatro canales distintos y puede realizar coincidencias entre ellos. Durante la construcción del interferómetro fue de mucha ayuda, ya que facilitó todo el proceso de conteo de fotones y coincidencias.



Figura C.3: Programa y tarjeta de coincidencias.

Apéndice D

Material Utilizado para la Construcción del Interferómetro

Material del laboratorio	Modelo	Especificaciones
Mesa óptica	Newport RS 4000	Medidas: $426,8cm \times 149,9cm$, con hoyuelos para atornillar sobre la mesa.
Sistema estabilizador	Newport Stabilizer I-2000	Con la capacidad de levantar la mesa óptica utilizando aire a presión.
Fuentes de luz	Modelo	Especificaciones
Láser violeta	CrystaLaser DL-405-100	Potencia variable, polarización vertical, longitud de onda de $406 \pm 4nm$ [22].
Láser He-Ne	Melles Griot	Láser bicolor $15mW$: $\lambda_1 = 593,6$ y $\lambda_2 = 604,3nm$
Lámpara de luz blanca		Lámpara fluorescente

Material óptico	Modelo	Especificaciones
Cristal BBO	PHOTOP Prisma BBO	$5 \times 5mm$ de área, $2mm$ de espesor, para conversión de 405 a $810nm$.
Divisores de haz (2)	Edmund Optics	Diseñado para longitudes de onda entre 780 a $1080nm$. Transmitancia y reflectancia del $45 \pm 5\%$
Periscopio	Oriel Stratfor mod. 12401	Sistema de dos espejos independientes con tres grados de libertad cada uno.
Espejos (6)	Newport mod. MGM2	Alta reflectividad para infrarrojo cercano.
Filtros infrarrojos (2)	Thin Film Imaging Technologies	Para longitudes de onda de $810 \pm 5nm$.
Pinholes (2)		$800\mu m$ de diámetro.
Iris (4)		Con monturas ajustadas a la altura del experimento.
Vidrio esmerilado		
Material de detección	Modelo	Especificaciones
Detectores APD (2)	Perkin-Elmer SPCM-AQ4C	Eficiencia cuántica del 60% para $810nm$.
Tarjeta de coincidencias	Fabricada en la BUAP.	Programa: Sistema de coincidencias_FCE_BUAP.vi
Lentes acopladoras (2)	ThorLabs F220FC-B	Mayor eficiencia para longitudes de onda entre $600 - 1050nm$
Fibras ópticas (2)		Fibras multimodales con conectores FC-FC y $1m$ de longitud.
Cables coaxiales (2)		Con $8ns$ de retraso.

Material mecánico	Modelo	Especificaciones
Motor de pasos	Oriel Stepper Mike 18510	Con pasos de $1\mu m$.
Interfase del motor	Oriel mod. 20010	Programa: ORL20010/20010TM.BAS
Desplazadores (6)	Newport M-423 Melles Griot	Con tornillos micrométricos de hasta $10\mu m$.
Base rotatoria 1	Melles Griot	Con desplazador vertical que permite colocar y remover el cristal.
Base rotatoria 2	Newport PO46BD-50	Con tornillos micrométricos que regulan la inclinación del divisor de haz.
Base rotatoria 3	Newport BUP-2	Usada para el segundo divisor de haz.
Mesa elevadora	NRS mod. 280	Para colocar el láser violeta a la altura deseada.
Rieles (2)	Newport MRL.6M	Con carros para desplazar postes sobre los rieles
Monturas	Melles Griot	Usadas para sostener las lentes acopladoras.
Bases y postes		Para colocar los espejos, iris, pinholes, colectores y divisores de haz.

Bibliografía

- [1] Mandel L., Wolf E., *“Optical Coherence and Quantum Optics”*, Cambridge University Press, 1995.
- [2] Hong C. K., Ou Z. Y., Mandel L., *“Measurement of Subpicosecond Time Intervals between Two Photons by Interference”*, Physical Review Letters, V. 59, N. 18, 2 de noviembre 1987.
- [3] Ou Z. Y., *“Multi-Photon Quantum Interference”*, Springer, 2007.
- [4] Thomas P. J., Cheung J. Y., Chunnillall C. J., Dunn M. H., *“Hong-Ou-Mandel interferometer: A new procedure for alignment”*, Review of Scientific Instruments, 80: 036101, 2009.
- [5] Glauber R. J., *“Coherent and Incoherent States of the Radiation Field”*, Physical Review, V. 131, N. 6, 15 de septiembre 1963.
- [6] Huang K., *“Introduction to Statistical Physics”*, CRC Press, 2001.
- [7] Armendáriz Peña G., *“Interferencia con Fotones Heraldos”*, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ciencias, Julio 2008.
- [8] Barrios Barocio E., *“Prueba Experimental de la Desigualdad de Bell”*, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ciencias, Febrero 2008.
- [9] Loudon R., *“The Quantum Theory of Light”*, Tercera Edición, Oxford Science Publications, 2000.
- [10] Gerry C., Knight P., *“Introductory Quantum Optics”*, Cambridge University Press, 2005.

-
- [11] Gasiorowicz S., “*Quantum Physics*”, Tercera Edición, John Wiley & Sons, 2003.
- [12] Born M., Wolf E., “*Principles of Optics*”, Séptima Edición, Cambridge University Press, 2003.
- [13] Griffiths D. J., “*Introduction to Electrodynamics*”, Prentice Hall, 1999.
- [14] Boyd R., “*Nonlinear Optics*”, Tercera Edición, Elsevier Inc., 2008.
- [15] Yariv A., Yeh P., “*Photonics: Optical Electronics in Modern Communications*”, Sexta Edición, Oxford University Press, 2006.
- [16] Kok P., Munro W. J., “*Linear Optical Quantum Computing with Photonic Qubits*”, *Reviews of Modern Physics*, V. 79, 24 de enero 2007.
- [17] Chen J., Fook K., Kumar P., “*Deterministic quantum splitter based on time-reversed Hong-Ou-Mandel interference*”, *Physical Review Letters*, V. 76, N. 3, 26 de septiembre 2007.
- [18] http://en.wikipedia.org/wiki/Spontaneous_parametric_down-conversion
- [19] http://www.infowarehouse.com.ve/pugoz/otros/probabilidad_poissonexponencial.pdf
- [20] http://en.wikipedia.org/wiki/Hong_%E2%80%93Ou_%E2%80%93Mandel_effect
- [21] <http://es.wikipedia.org/wiki/Fotodiodo>
- [22] <http://www.crystalaser.com/DL375-488.pdf>