



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

**Propagación y Oscilación de Neutrinos en una
“Fireball de Gamma-Ray Burst (GRB)”**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

DOCTOR EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:

NISSIM ILLICH FRAIJA CABRERA

DIRECTOR DE TESIS: DR. Sarira Sahu

MIEMBRO DE COMITÉ TUTORAL: DR. Alejandro Ayala Mercado

MIEMBRO DE COMITÉ TUTORAL: DR. Manuel Torres Labansat



**posgrado en ciencias físicas
u n a m**

MÉXICO, D.F., Septiembre de 2010



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Propagación y Oscilación de Neutrinos en una "Fireball de Gamma-Ray Burst (GRB)"

Resumen: La auto-energía del neutrino es calculada en un plasma débilmente magnetizado y no magnetizado, el cual consiste de electrones, protones, neutrones y sus antipartículas y usando esto, calculamos el potencial del neutrino a orden M_W^{-4} . También calculamos explícitamente los potenciales efectivos para diferentes ambientes. Considerando la mezcla de tres neutrinos activos en el medio con y sin campo magnético hemos derivado las probabilidades de conversión y supervivencia de un sabor a otro y también la condición de resonancia. Para nuestro caso, consideramos un plasma denso y relativista de una fireball de Gamma-Ray Burst a través del cual los neutrinos de 5 – 30 MeV pueden propagarse y dependiendo de los parámetros de la fireball, los neutrinos pueden oscilar de un sabor a otro. Estos neutrinos son producidos debido al colapso estelar, a la aniquilación positrón-electrón o bremsstrahlung nucleónico dentro de la fireball. De lo anterior : i) Usando la mezcla de tres neutrinos y considerando los valores mas adecuados de los parámetros del neutrino, encontramos que los neutrinos electrónicos no oscilan de un sabor a otro, en cambio los neutrinos muónicos y tauónicos oscilan con igual probabilidad de un sabor a otro, el cual depende de la energía del neutrino, la temperatura y del tamaño de la fireball. ii) Usando la mezcla de dos neutrinos, estudiamos la posibilidad de oscilación resonante de $\nu_e \leftrightarrow \nu_{\mu,\tau}$, lo anterior tomando en consideración los parámetros de oscilación de SNO, SuperKamiokande y Liquid Scintillator. Para ambos casos, usando la condición de resonancia, estimamos la longitud de resonancia de la propagación de los neutrinos al igual que los observables de la fireball como asimetría leptónica y el contenido bariónico con un radio de 100 Km - 1000 Km, para ambos casos.

Abstract: The neutrino self-energy is calculated in a weakly magnetized plasma consists of electrons, protons, neutrons and their anti-particles and using this we have calculated the neutrino effective potential up to order M_W^{-4} . We have shown that in the absence of magnetic field it reduces to the known result. We have also calculated explicitly the effective potentials for different backgrounds which may be helpful in different environments. By considering the mixing of three active neutrinos in the medium with the magnetic field we have derived the survival and conversion probabilities of neutrinos from one flavor to another and also the resonance condition is derived. As an application of the

above, we have used the dense and relativistic plasma of the Gamma-Ray Bursts fireball through which neutrinos of 5-30 MeV can propagate and depending on the fireball parameters they may oscillate resonantly or non-resonantly from one flavor to another. These MeV neutrinos are produced due to stellar collapse or merger events which trigger the Gamma-Ray Burst. The fireball itself also produces MeV neutrinos due to electron positron annihilation, inverse beta decay and nucleonic bremsstrahlung. From before analysis we have developed i) Using the three neutrino mixing and considering the best fit values of the neutrino parameters, we found that electron neutrinos are hard to oscillate to another flavors. On the other hand, the muon neutrinos and the tau neutrinos oscillate with equal probability to one another, which depends on the neutrino energy, temperature and size of the fireball. Comparison of oscillation probabilities with and without magnetic field shows that, they depend on the neutrino energy and also on the size of the fireball y ii) Using the two neutrinos mixing, we have studied the possibility of resonant oscillation of $\nu_e \leftrightarrow \nu_{\mu,\tau}$ by taking into account the neutrino oscillation parameters from SNO, SuperKamiokande and Liquid Scintillator Detector. For the two cases, We have used the resonance condition and we have calculated the resonance length for these neutrinos and also the fireball observables like lepton asymmetry and the baryon load are estimated based on the assumed fireball radius of 100 Km - 1000 Km. for the both cases.

Palabras claves:

Neutrinos, Gamma-Ray Burst (GRB), Oscilación de Neutrinos

Key words:

Neutrinos, Gamma-Ray Burst (GRB), Neutrino oscillation

Índice general

Introducción	1
1. Física de GRB	9
1.1. Modelo de la fireball	9
	9
1.1.1. Problema de la carga bariónica	11
1.1.2. Problema de compacidad	12
1.1.3. Haz relativista	14
2. NEUTRINOS	15
	15
2.1. Potencial efectivo del neutrino	15
2.2. Auto-energía del neutrino	16
2.2.1. Limite de campo débil $eB \ll m_e^2$	21
2.2.2. Medio material	21
2.2.3. Potencial efectivo con campo magnético V_{eff}	23
2.2.4. Potencial efectivo sin campo magnético	24
3. Oscilación de Neutrinos	25
3.1. En el vacío	25
3.2. En la materia	29
3.2.1. Mezcla de dos sabores	29
3.2.2. Mezcla de tres sabores	31

4. Resultados	35
4.1. Comparación del potencial efectivo con y sin campo magnético	35
4.2. Condición de resonancia para la mezcla de tres neutrinos	35
4.3. Probabilidades para la mezcla de tres neutrinos	37
4.4. Condición de resonancia para la mezcla de dos neutrinos con diferentes rangos de parámetros	40
5. Conclusiones	53
6. Apéndices	55
	55
A. Capitulo I	56
	56
A.1.	56
A.2.	63
A.3.	64
A.4.	65
A.5. Medio compuesto de solo neutrinos	66
A.6. Limite de campo magnético muy fuerte	68

Agradecimientos

Ante todo, quiero agradecerle a Dios por todo!!. Por el cumplimiento de una mas de sus promesas. Especialmente quiero dedicarle este galardón a dos incansables personas que lo hicieron posible: a Doña Maria Luisa Piraquive de Moreno porque sus innumerables enseñanzas fueron como ese aceite depositado cada ocho días dentro de mi lámpara, lo que hizo posible seguir adelante en este camino de la ciencia y a Don Dario Falcon porque su estancia aquí en México estuvo relacionado con mi crecimiento en todo sentido, lo que hizo posible refrigerar constantemente mi Espiritu.

Luego quisiera agradecerle a mi esposa Juliana por entenderme y ternarme mucha paciencia en esta camino de la ciencia. A mi hijo Sebastian por la motivación.

Luego quisiera agradecerle a mi Tutor Dr. Sarira Sahu, por su guianza y aporte intelectual en las largas mañanas, tardes y noches de discusión de temas relacionados en esta tesis y algunos otros. A su esposa y su hijo mis recuerdos.

También quisiera a gradecer a los profesores Dr. Alejandro Ayala, Dr. Manuel Torres y Dra. Magdalena Gonzales por su orientación tanto intelectual como institucional. Al Profesor Dr. Yong-Yeom Keum del Institute for the early universe Ewha Womans University, Seoul; por su aporte y colaboración en el trabajo plasmado en esta tesis. A los profesores Dr. Bing Zang y Dr. Sigehiro Nagataki, por sus sugerencias y aportaciones.

Este trabajo se pudo elaborar gracias al aporte económico de los proyectos Inter-institucionales DGAPA-UNAM (México) Proyecto No. IN101409 y Conacyt Project No. 103520

... L'étoile qu'ils avaient veu en Orient allait devant eux jusqu'au moment où, arrivée au-dessus de l'endroit où était le petit enfant, elle s'arrêta.

Matthieu 2 : 9.

INTRODUCCION

Los "Gamma-Ray Bursts" (GRBs) son destellos de fotones que han sido caracterizados por sus energías $\sim 100 \text{ keV} - 1 \text{ MeV}$ y por su duración, desde algunos ms hasta cientos de segundos. Actualmente, los han clasificado por su duración $t < 2$ s llamados cortos o duros y/o los que son $t > 2$ s llamados largos o suaves. Los GRBs fueron descubiertos accidentalmente a finales de la década de los 60s por los satélites Vela [1] (Satélites enviados por los Estados Unidos con el propósito de detectar explosiones nucleares procedentes de pruebas que pudieran haber realizado la ex Unión Soviética). Estos Satélites además de llevar detectores para radiación gama, llevaban también instrumentos capaces de estudiar partículas de altas energías como neutrones [2]. Sin embargo, un nuevo fenómeno apareció: destellos de rayos gama que no eran característicos de prácticas de armamento nuclear, ni de supernovas o de actividades solares. Fue así como el descubrimiento de los GRBs fue anunciado en 1973 [1]. Prontamente, estos destellos de radiación gama fueron confirmados por observaciones Rusas [3] y por observaciones en el satélite IMP-6, el cual fue lanzado en 1971 [4]. Desde entonces, varios satélites han sido lanzados para observar los destellos, y muchas teorías se han construido para explicar dicho fenómeno. Tal fue el caso de los espectros observados en aquel momento, pues algunos de estos espectros tenían líneas espectrales de sincrotrón, sugiriendo así que los GRBs se originaban a partir de estrellas de neutrones galácticas, en analogía con los modelos que explicaban la mayoría de fuentes de rayos X galácticos. Este modelo fue aceptado y discutido en textos científicos [5, 6, 7] y en enciclopedias [8, 9].

Por mas de 15 años de investigaciones (1973-1991), una gran cantidad de registros de espectros de GRBs fueron acumulados con una gran diversidad de instrumentos localizados dentro de satélites, frecuentemente dedicados a astronomía de rayos X o rayos gama. Estos espectros presentaban una rápida variabilidad alrededor de ms, pero sin periodicidad y con líneas espectrales alrededor de 400 keV que fueron detectadas e interpretadas original-

mente como la aniquilación de pares e^+e^- en reposo $E = 511$ keV y desplazadas al rojo debido al campo gravitacional del objeto compacto. Estas características hicieron que se relacionara los GRBs con estrellas de neutrones galácticas separadas o en sistemas binarios, aun la ausencia de contrapartes situadas a algunos cientos de parsecs fue compatible con estrellas de neutrones en un sistema binario con baja tasa de acreción. Fue hacia finales de la década de los 80 que los modelos empezaron a direccionarse a: opacidad $\gamma\gamma$, forma no térmica del espectro, rápida variabilidad, radiación de sincrotrón como mecanismo de emisión y así sucesivamente.

En 1991, El Observatorio de Rayos Gama (Compton Gamma Ray Observatory - CGRO) fue lanzado con el detector BATSE (Transient Source Experiment), el cual operaba entre 20 keV y 100 keV. Una de las principales características fue que consistía de ocho detectores independientes de rayos gama los cuales formaban un octaedro, el cual calculaba el flujo relativo para localizar el GRB en el cielo[10]. De los datos obtenidos se concluyó la isotropía de la distribución angular e inhomogeneidad de los GRBs, además de su origen extragaláctico los cuales sugirieron que se encontraban a distancias cosmológicas; es decir, los GRBs eran de origen cosmológico. El origen cosmológico de los GRBs[11, 12, 13, 14] inmediatamente implicaba que las fuentes eran mucho mas luminosas que lo previamente pensado, emitiendo así energías $\sim 10^{51} - 10^{53}$ erg o mas en pocos segundos, y por lo tanto convirtiéndose en los objetos mas luminosos en el universo después del Big Bang [11, 12]. Mas recientemente, el año pasado se detectó el GRB080916C con un corrimiento de $z=4.35\pm 0.15$ y una energía de 9×10^{54} erg, convirtiéndose en el objeto mas luminoso (electromagnéticamente) en el universo.

Las fuentes a distancias cosmológicas obviamente explicarían la isotropía de las distribución angular de los GRBs [21] y la naturaleza no térmica de la emisión y la energía liberada serían características cruciales. En las ausencias de contrapartes, muchos autores estudiaron en detalle las propiedades estadísticas de los espectros generados por BATSE. El principal propósito de estos estudios fue la búsqueda de consecuencias esperadas de la expansión del universo en GRBs cosmológicos: tiempo de dilatación, suavidad y forma de la curva del espectro.

A pesar de los resultados de BATSE, la ausencia de contraparte en todas las longitudes de onda no permitieron identificar las fuentes de los GRBs. En este momento aun quedaban preguntas como, ¿Qué tan lejos estaban los GRB? si en realidad estaban a distancias cosmológicas?, ¿Qué eran? ¿Como se generaban los rayos gama?.

Prontamente, un nuevo satélite fué lanzado en 1996, el cual estaba dedicado a la astronomía de rayos X y rayos gama; la misión Itálico-Alemana BeppoSAX (Satélite para explorar la región entre 0.1 - 100 keV)[15], con el cual se hizo posible detectar y localizar

los GRBs, alcanzando observaciones de rayos X en las siguientes horas de su detección y eventualmente descubriendo su contraparte correspondiente.

Finalmente, fue observado que los GRBs se encontraban a distancias cosmológicas en el espectro correspondiente a los rayos X para varios GRBs. Esto fue seguido por un descubrimiento de trascientes ópticos [16] y de radio[17]. Las líneas de absorción con un corrimiento $z=0.835$ fueron medidas en el espectro óptico para el GRB970508[18] probando el primer corrimiento al rojo de la contraparte óptica la cual se asociaba al GRB. Mas tarde, las líneas de emisión de corrimiento al rojo de galaxias asociadas con los GRB971214[19](con $z=3.418$) y GRB980703 [20](con $z=0.966$)fueron descubiertas.

La localización de los GRBs y la observación por algunas horas fue sorprendente, ya que permitían usar los telescopios mas grandes y así detectar su contraparte en longitudes de ondas de radio y ópticas. Fue así como BeppoSAX resolvió misterios de los GRBs como: la localización de la contraparte de los GRBs fue encontrada, sus distancias medidas y así determinar su ubicación. Sin embargo, aun no era posible localizar los GRBs en segundos y menos localizar los GRBs cortos. Fue así que la siguiente misión HETE-2; High Energy transient Explorer, el cual operaba entre 0.5 - 400 keV y en particular Swift, el cual operaba entre 0.2 - 150 keV se dedicaron a reducir el tiempo de la localización a algunas decenas de segundos.

Dentro de los éxitos del satélite HETE-2 se encontró que fue la primera misión capaz de precisar la posición de los GRBs en varios segundos, permitiendo el seguimiento muy temprano del GRB con telescopios robóticos. Igualmente el Swift tuvo la ventaja de analizar los datos del GRB por poderosos procesadores abordo del satélite para determinar su posición. En unos pocos segundos esta posición era transmitida via VHF (very high frequency) a receptores ubicados sobre el Ecuador. Por lo tanto la comunidad científica estaba alerta con algunas decenas de segundos a partir del inicio. Esta rápida alerta hizo posible descubrir la complejidad de la contraparte.

Por otro lado, hoy en día es ámpliamente aceptado que los destellos de larga duración son producidos debido al colapso de estrellas masivas, llamadas hypernovas [11, 22, 23, 24], lo cual fue confirmado en marzo de 2003, cuando HETE-2 detectó un GRB extremadamente brillante asociado con una supernova con $z=0.17$. En Julio 2005, la rápida alerta de HETE-2[25] permitió descubrir la primera contraparte óptica de un GRB corto, el cual fue seguido y nuevamente observado por Swift[26, 27]. De la misma forma fue localizado la contraparte del GBR050709 con un corrimiento al rojo de $z=0.1606$ por HETE-2 [28] y el GRB050724 con un corrimiento al rojo de $z=0.258$ por Swift [29]. Las anteriores observaciones abrieron ventanas para el estudio de los GRBs cortos como son sus energías, sus galaxias anfitrionas y sus posibles progenitores. Recientemente, los Magnetares han sido

seriamente considerados como posibles candidatos para los destellos cortos/duros [30, 31]. El descubrimiento de varias contrapartes de GRBs cortos por parte de Swift fueron uno de los mayores avances. En principio, sugirieron que estos destellos podrían tener progenitores diferentes de aquellos procedentes de GRB largos. Sin embargo, para estudios a futuro de GRBs cortos/duros, fue propuesto el Observatorio de Destellos ultra-Rápido (UFFO)[32]. Aunque la clasificación de GRBs cortos y largos pueden ser demasiado simple, se requiere la presencia de dos clases de progenitores correspondientes a la muerte de estrellas masivas y de objetos compactos coalescentes para explicar cada uno.

Sin embargo, independientemente de la naturaleza del progenitor, la emisión de rayos gamma es explicada a través del *modelo de fireball*, el cual logra explicar con éxito la estructura temporal de los destellos y la naturaleza no térmica de sus espectros [11, 12, 13, 33, 34]. Este modelo propone la existencia de una gran cantidad de energía (radiación) y una pequeña cantidad de bariones en una reducida región del espacio. Debido a que hay un gran número de fotones dentro de una región compacta, la fireball se expande relativísticamente bajo su propia presión de radiación, apareciendo en esta expansión capas con una población no térmica de bariones y electrones, los cual son acelerados mediante el mecanismo de Fermi. Debido a que las diferentes capas se mueven con diferentes velocidades relativistas dentro de la expansión de la fireball, una alcanza a otra, colisionando inelásticamente (choques internos), convirtiendo la energía cinética (de las capas de materia) en energía interna. En estos choques internos, la energía se equiparticiona entre los protones, los electrones y el campo magnético[35], dando nacimiento a los procesos de emisión de sincrotrón y/o dispersión de Compton inverso, el cual logra explicar en parte el espectro observado [11]. Posteriormente, las capas que sigan propagándose después de los choques internos son desaceleradas por sucesivos choques externos con el ambiente externo interestelar[13].

Por otro lado, es de suponer que dentro de la fireball hayan neutrinos de todos los sabores debido a los procesos de aniquilación de pares, de Bremstrahlung de origen nucleónico y debido al proceso de decaimiento beta inverso (del cual hablaremos enseguida).

Como sabemos, el neutrino fue postulado por Wolfgang Pauli en 1930 y fue predicho para reconciliar los datos obtenidos acerca del decaimiento radioactivo del núcleo con la conservación de la energía. En decaimientos radioactivos [36], los núcleos de los átomos cambian a diferentes núcleos cuando los neutrones son transformados en,

$$n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}_e \quad (1)$$

Sin el neutrino, la conservación de la energía requeriría que el electrón y el protón compartieran la energía del neutrón. Por consiguiente, cada electrón se produciría con una energía fija, mientras que los experimentos indicaban que los electrones no eran monoenergéticos sino que eran observados dentro de un rango de energías. Este rango corresponde a las

posibles configuraciones en las que las tres partículas pueden compartir la energía. El neutrino no tiene carga eléctrica y, para todos los propósitos prácticos no interactuaba con la materia; justo servía como requisito para obtener un balance entre el momento y la energía en la ec. 1. La observación de neutrinos es sencillo; en principio, sin embargo se tuvo que esperar un cuarto de siglo antes de que F. Reines y C. Cowan[37], observaran neutrinos producidos por reactores nucleares. En presencia de protones, los neutrinos ocasionalmente inician la reacción inversa al decaimiento radiactivo,

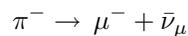


Experimentalmente, se expone un material rico en protones a un haz de neutrinos y simplemente espera la aparición de un electrón y un neutrón. Una posibilidad alternativa es donde los neutrinos incidentes son muónicos o taónicos, entonces un muon o un taon respectivamente aparecen en el estado final. Los neutrinos son también producidos en fuentes naturales tales como es el sol, la atmósfera y las supernovas (por ejemplo la "Large Magellanic Cloud" detectada en 1987)[38]. A continuación haremos una muy breve introducción del mecanismo de producción de neutrinos en cada tipo de fuente:

- El Sol es una fuente poderosa de neutrinos electrónicos con energías del orden de 1 MeV, producidos en reacciones de fusiones termonucleares en su centro. Las reacciones termonucleares liberan energía debido a que la masa total de los nucleos es menor que la masa total de los nucleones constituyentes. El sol es impulsado por dos grupos de reacciones termonucleares conocidas como cadena pp y ciclo CNO. El resultado de ambos ciclos se representa en la conversión de 4 protones y dos electrones en un núcleo de ${}^4\text{He}$ mas dos neutrinos electrónicos,



- Por otro lado, los neutrinos atmosféricos son creados por interacciones de rayos cósmicos primarios con núcleos en la atmósfera. Los rayos cósmicos son principalmente compuestos por protones, con una componente de núcleos mas pesados. Las interacciones de estos rayos cósmicos primarios con los núcleos en la atmósfera generan rayos cósmicos secundarios, con un espectro de energía el cual tiene un pico en el rango de los GeV y se extiende a energías mas altas con una ley de potencia. En particular, muchos piones secundarios son producidos y estos a su vez decaen principalmente en muones y anti neutrinos muónicos



$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (4)$$

A altas energías, también los kaones contribuyen a la producción de neutrinos y muones. Los muones los cuales decaen antes de golpear la superficie genera electrones, neutrinos electrónicos y neutrinos muónicos a través de los procesos,

$$\begin{aligned} \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \\ \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \end{aligned} \quad (5)$$

Los neutrinos generados en estas reacciones son llamados neutrinos atmosféricos, estos con energías de alrededor de 100 MeV a 100 GeV pueden ser detectados por laboratorios en la superficie.

- Los reactores de fisión son fuentes abundantes de anti neutrinos electrónicos, los cuales son producidos en el decaimiento β de núcleos ricos en neutrones. La potencia de un reactor es principalmente debido a la fisión de cuatro isótopos ^{235}U ($\sim 56\%$), ^{238}U ($\sim 8\%$), ^{239}Pu ($\sim 30\%$) y ^{241}Pu ($\sim 6\%$). Los anti neutrinos electrónicos son producidos por la cadena de decaimiento β de la fisión de productos. Como en promedio, cada fisión produce alrededor de 200 MeV, el cual libera alrededor de 6 $\bar{\nu}_e$ y como cada planta nuclear tiene varios reactores, así la producción total de anti neutrinos es muy alta.
- Los experimentos con aceleradores pueden ser clasificados acorde al método de producción de haces de neutrinos, pero principalmente es dado por el decaimiento del pión en el aire según ec. (4) y el decaimiento del muon ec. (5)[38].
- Entre los eventos mas espectaculares en astrofísica son los fenómenos subsecuentes de las explosiones de estrellas masivas. Tales eventos son llamados supernovas y algunos de ellos son fuentes de neutrinos extremadamente luminosas. Los neutrinos son emitidos en un periodo de alrededor de 10 s e igual en número a aquellos emitidos por el sol durante su vida . La física de explosión de supernova es compleja; sin embargo información acerca de ello pueden ser encontrada en [39, 40, 41, 42, 43].

Las propiedades del neutrino y en particular su masa ha intrigado a los físicos. En el laboratorio las masas de los neutrinos han sido buscadas, y experimentos han alcanzado precisión cada vez mas alta, alcanzando un limite superior de la masa del neutrino electrónico de 10^{-9} de la masa del protón, comparado con 10^{-2} originalmente estimado

por Pauli.

En 1957, Bruno Pontecorvo [44, 45] se dió cuenta que la existencia de la masa del neutrino implica la posibilidad de que este oscile. Este fenómeno es similar al que pasa en el sector de quarks. Entonces oscilaciones de sabores del neutrino han sido buscadas usando haces de neutrinos de reactores y aceleradores, o neutrinos naturales generados en fuentes astrofísicas (el sol, Supernovas y GRB) o en la atmósfera. Es así que experimentos como Kamioka Liquid Scintillator Antineutrino Detector (KamLAND) [46], Sudbury Neutrino Observatory (SNO) [47], Super Kamiokande[48], Liquid Scintillator Neutrino Detector (LSND) y Karmen [49] entre otros, han demostrado la existencia de las oscilaciones y han puesto cotas en los parámetros de oscilación de neutrinos como son las masas y los ángulos de mezcla.

En 1978, L. Wolfenstein[50] descubrió que los neutrinos propagándose en la materia estaban sujetos a un potencial debido a la interacción de este con el medio (electrones y nucleones). Este potencial modifica las propiedades de los neutrinos, inclusive un neutrino sin masa adquiere una masa efectiva. En 1985 S.P. Mikheev and A. Yu Smirnov[51] descubrieron que es posible tener resonancia en la transición de sabores, cuando estos se propagan en un medio con densidad variable. Este mecanismo es llamado MSK (Wolfenstein, Smirnov y Mikheev) y logró explicar la conversión de sabores de neutrinos solares durante su propagación en el sol. Similarmente la propagación del neutrino a través de un universo temprano en un plasma caliente [52], en un medio de supernova [53] y en una fireball de GRB [54] puede tener también implicaciones importantes en sus propiedades físicas. Como los objetos cosmológicos tienen un campo magnético, este es intrínsecamente introducido con la materia en todos los escenarios. Aunque el neutrino no puede acoplarse directamente al campo magnético, este efecto puede ser sentido a través del acoplamiento de las partículas cargadas del medio [55]. Es así que la auto-energía ha sido estudiada en un medio magnetizado por muchos autores, donde el potencial efectivo del neutrino es calculado y aplicado en muchos objetos astrofísicos [56, 57, 58, 59, 60, 61, 62]. La propagación de neutrinos en una estrella de neutrones en presencia de un campo magnético y también en el plasma magnetizado del universo temprano ha sido estudiado extensivamente.

Durante el estado final de la muerte de una estrella masiva y/o la fusión de estrellas binarias, los neutrinos con energías en el rango de 5-30 MeV son producidos. Algunos de estos objetos son posibles progenitores de GRBs[63]. El disco de acreción, formado durante el colapso o la fusión, es también un sitio potencialmente importante para la producción de neutrinos de energías similares. Fracciones de estos neutrinos se propagarán a través de la fireball y ellos oscilarán [64, 65] si los materiales de la acreción sobreviven por un largo periodo de tiempo. Igualmente se ha estudiado la conversión de neutrinos en un medio

polarizado[66].

Como no existe un trabajo sobre la propagación y oscilación de neutrinos con energías de algunos MeV en una fireball de GRB (similares a los producidos en el proceso de colapso en de una supernova tipo II), en este trabajo analizaremos la propagación y oscilación resonante de los neutrinos que son creados mediante los procesos de decaimiento beta inverso $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$, de bremsstrahlung nucleonico $NN \rightarrow NN\nu\bar{\nu}$, de aniquilación de pares electrón- positrón $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \nu\bar{\nu}$ [67] y los que además son radiados del disco de acreción como es discutido en las refs.[23, 68]. Por lo anterior calcularemos el potencial efectivo (debido a la materia y al campo magnético) que siente un neutrino al propagarse en la fireball, ya que esto nos ayudará a entender la dinámica de la fireball.

En el capítulo I desarrollaremos la física de GRBs, para lo cual analizaremos el modelo de la fireball, el problema de la carga bariónica y el problema de compacidad. En el capítulo II calcularemos el potencial efectivo del neutrino con y sin campo magnético en el límite de campo magnético débil. Para ello, basándonos en los diagramas de Feynman, calcularemos la auto-energía del neutrino. En el capítulo III explicaremos la teoría de oscilación de neutrinos para dos y tres sabores en el vacío y en el medio. En el capítulo IV, a partir de la longitud resonante de los neutrinos en la fireball, calcularemos algunos observables de la fireball como son la carga bariónica y la asimetría leptónica. Esto lo haremos para diferentes parámetros de oscilación de neutrinos solares, atmosféricos y de reactores. En el capítulo V, concluiremos a acerca de los resultados obtenidos en este trabajo.

Capítulo 1

Física de GRB

1.1. Modelo de la fireball

Una fireball es una gran concentración de energía en una región reducida del espacio en la cual hay relativamente pocos bariones. El primer modelo fue propuesto por Goodman [69] y por Paczynsky [70], donde mostraron que una súbita emisión de grandes cantidades de rayos gama de alta energía dentro de una región compacta obedece a la ecuación

$$R_i \sim c\delta T \sim 3 \times 10^7 \left(\frac{\delta T}{1ms} \right) cm \quad (1.1)$$

donde R_i y δT corresponden al radio y a la variabilidad de la fuente, respectivamente. Este modelo corresponde a una fireball opaca a los fotones y los leptones debido a la producción de pares electrón-positrón dados por el proceso $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$. El término fireball también se refiere a un plasma e^-e^+ de radiación opaca cuya energía inicial es significativamente mas grande que su masa en reposo, con una temperatura inicial alrededor de 3-10 MeV[71] y con una contaminación bariónica entre $10^{-8}M_\odot - 10^{-5}M_\odot$. Goodman [69] consideró una súbita liberación de una gran cantidad de energía E en un pequeño volumen, caracterizado por un radio, R_i . Paczynsky [70] consideró una radiación estacionaria y un plasma electrón-positrón que emerge desde una región compacta de tamaño R_i con una energía E , liberando sobre una escala de tiempo significativamente mas grande que R_i/c . Tal situación podría ocurrir si hay una fuente continua que opera por un lapso de tiempo. Ambos Goodman [69] y Paczynsky [70] consideraron una fireball de radiación pura donde no hay bariones. Mas tarde Piran y Waxman [11, 33] consideraron el efecto de una carga bariónica dentro de la fireball. Ellos mostraron que en una fireball con carga bariónica, la energía interna se convertirá en energía cinética llevada por los bariones. Ahora si la carga bariónica es suficientemente pequeña los bariones serán acelerados a una velocidad relativista con un

factor de Lorentz $\Gamma \sim E/M$, en caso contrario donde la carga es suficientemente grande, el resultado neto sera un flujo Newtoniano con $v \sim \sqrt{2E/M}$.

La dinámica (evolución) de un fireball puede ser entendida en analogía con la evolución de un universo temprano[72]. Para un mejor entendimiento consideremos dos casos, el primero en el cual no se encuentran bariones (fireball de radiación pura) y el segundo caso en la cual hay una cantidad de bariones.

- Fireball de radiación pura: En el inicio de la dinámica de la fireball su temperatura esta alrededor de 3-10 MeV y consiguiente existirá una gran cantidad de pares e^-e^+ [71], haciendo que la opacidad de la fireball sea bastante alta y por consiguiente que la radiación no pueda escapar. El plasma de radiación y pares se comporta como un fluido perfecto con una ecuación de estado dada por $p = \rho/3$. El fluido comienza a expandirse bajo su propia presión, con lo que su temperatura decrece de acuerdo a $\mathcal{T} \rightarrow R_j^{-1}$ (siendo R_j y \mathcal{T} el radio y la temperatura de la fireball). En este sistema la gravedad puede ser ignorada. Cuando la temperatura decae por debajo del umbral de la producción de pares, estos se aniquilan y cuando esta llega alrededor de 20 keV el número de pares llegan a ser lo suficientemente pequeño para que los fotones puedan escapar libremente al infinito. Los fotones que escapan con energía local (relativa al marco de referencia de la fireball) $\approx 20 \text{ keV}$ son desplazados hacia el azul. Un observador en reposo (tierra) los detectaría con una temperatura de $\mathcal{T}_{obs} \rightarrow \Gamma\mathcal{T}$, donde Γ es el factor de Lorentz del sistema. De acuerdo a la relación anterior entre la temperatura y el radio y además a la relación $\Gamma \rightarrow R$, encontramos que la temperatura observada, \mathcal{T} , es aproximadamente igual a la temperatura inicial \mathcal{T}_0 . Sin embargo, el espectro que resultaría de analizar este modelo sería casi térmico [69], el cual no ha sido observado en GRBs.

- Fireball con alguna cantidad de materia bariónica: En adición a la radiación y creación de pares e^+e^- , la fireball puede tener también alguna cantidad de materia bariónica procedente de su progenitor. Estos bariones pueden influir en la evolución de la fireball incrementando la opacidad τ , y por consiguiente retrasando el tiempo de escape de la radiación y también variando la velocidad de expansión. Dependiendo de cuanta materia bariónica tenga la fireball, tenemos una dinámica diferente. Para ello definimos la relación entre la energía inicial y la masa, $\eta = (E/Mc^2)$ y también la relación entre el tamaño inicial y final de la fireball.

$$R_\eta = \frac{R_i E}{Mc^2} \approx 10^9 \text{ cm} R_{i7} E_{52} (M/5 \times 10^{-6} M_\odot)^{-1} \quad (1.2)$$

aquí hemos utilizado la notación $E_x = E/10^x$ en el sistema cgs. Con las cantidades

definidas anteriormente, podemos calcular la relación entre la cantidad de pares η_p y la cantidad de bariones η_b ,

$$\eta_{pair} = \left(\frac{3\sigma_T^2 E \sigma T_p^4}{4\pi m_p^2 c^4 R_i} \right)^{1/2} \approx 3 \times 10^{10} E_{52}^{1/2} R_{i7}^{-1/2} \quad (1.3)$$

y

$$\eta_b = \left(\frac{3\sigma_T E}{8\pi m_p c^2 R_i^2} \right)^{1/3} \approx 10^5 E_{52}^{1/3} R_{i7}^{-2/3} \quad (1.4)$$

y así de acuerdo a los parámetros dados en (1.3) y (1.4) y dependiendo de cuanta cantidad de bariones tenga, podemos definir tres tipos de fireball adicionales.

- Fireball de opacidad dominada por electrones ($\eta_b < \eta < \eta_{par}$): En la última etapa, la opacidad es dominada por electrones libres asociados con los bariones. La temperatura decrece muy por debajo T_p antes de que la profundidad óptica τ alcance la unidad. Sin embargo, la fireball continua siendo dominada por la radiación y la mayoría de energía escapa como radiación, produciendo un espectro casi térmico.
- Fireball bariónica relativista ($1 < \eta < \eta_b$): La fireball llega a ser dominada por materia antes de que esta llegue a ser ópticamente transparente. La mayoría de la energía inicial es convertida en energía cinética, la cual es llevada por los bariones, con un factor de Lorentz final $\Gamma_f \approx (E/M^2)$. Esta es la situación mas interesante para los GRBs.
- Fireball Newtoniana ($\eta < 1$): Este es el régimen Newtoniano. La energía en reposo excede la energía de radiación y la expansión nunca llega a ser relativista. Esta es la situación, por ejemplo en explosión de supernova en el cual la energía es depositada en un entorno masivo.

1.1.1. Problema de la carga bariónica

Para que obtengamos un flujo relativista, la masa en reposo de la materia es limitada por [72],

$$M = \frac{\theta^2 F D^2}{\Gamma \epsilon_c c^2} \approx 10^{-6} M_{\odot} \epsilon_c^{-1} \left(\frac{\theta^2}{4\pi} \right) \left(\frac{F}{10^{-7} \text{ erg/cm}^2} \right) \left(\frac{D}{3000 \text{ Mpc}} \right)^2 \left(\frac{\Gamma}{100} \right)^{-1} \quad (1.5)$$

donde F es la fluencia de la radiación que llega al tierra, Γ es el factor de Lorentz con el se expande la fireball, D es la distancia entre el GRB y la tierra y θ es el ángulo de apertura del jet. La masa permitida como mostramos en la sección anterior es muy limitada, demasiada

masa bariónica no puede generar un flujo relativista. Este es el problema de contaminación bariónica.

Este problema nos guía a considerar que la situación mas energéticamente económica, es donde la energía cinética de los bariones procede de la energía original de la fuente y también corresponde a la radiación observada. En este caso la emisión de rayos gama y el movimiento relativístico están intrínsecamente relacionados y no son dos fenómenos independientes. Aunque esta idea fue introducida en el contexto de la fireball según [70, 72, 73] al presente este es el concepto mas general para obtener la radiación.

Para establecer la cantidad de bariones, por simplicidad asumimos que la fireball tiene carga neutra $L_e = L_p$ y de forma esférica con un radio inicial $R \approx (100 - 1000)$ Km y también con un número igual de protones como de neutrones. Como consecuencia de lo anterior, podemos expresar la carga bariónica en la fireball por,

$$\begin{aligned} M_b &\simeq \frac{16}{3\pi} \xi(3) L_e T^3 R^3 m_p \\ &\simeq 2,23 \times 10^{-4} L_e T_{MeV}^3 R_7^3 M_\odot. \end{aligned} \quad (1.6)$$

donde T_{MeV} es la temperatura de la fireball expresada en MeV y descansa en el rango 3-10 MeV. La cantidad R_7 esta en unidades de 10^7 cm y m_p es la masa del protón.

Por otro lado, consideramos una fireball CP-asimétrica, donde el exceso de electrones vienen de los electrones asociados con los bariones dentro de la fireball y el cual podemos cuantificar a través de la relación de asimetría leptónica,

$$L_e = \frac{N_e - \bar{N}_e}{N_\gamma}, \quad (1.7)$$

donde N_e y \bar{N}_e representan el número de electrones y positrones por volumen, respectivamente y N_γ el número de fotones por volumen.

Para una expansión relativista de la fireball, nosotros asumimos una carga bariónica de $10^{-8} M_\odot - 10^{-5} M_\odot$ que corresponde a una asimetría leptónica en el rango $8,1 \times 10^{-4} R_7^{-3} \leq L_e \leq 8,1 \times 10^{-1} R_7^{-3}$.

1.1.2. Problema de compacidad

El movimiento relativista de la materia es un resultado natural para resolver el problema de compacidad[69]. Si un gran número de fotones de alta energía es confinado dentro de una región compacta, la profundidad óptica τ llega a ser demasiada grande para que el espectro no térmico sea observado. Inclusive si el espectro inicial es no térmico este se termalizará. Este es el problema de compacidad.

La forma mas fácil para ver el problema de compacidad y la necesidad de movimiento

relativista es estimar la opacidad promedio de rayos gama de alta energía en la producción de pares $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$. Con una fluencia observada $F \sim 10^{-7} \text{ erg cm}^{-2}$ y la distancia entre la tierra y la fuente $D \sim 3 \text{ Gpc}$ (Giga parsec), la energía total liberada en forma de fotones es dada por $E = 4\pi F D^2$. Una fracción f_p de estos fotones tienen suficiente energía observada E_2 para producir pares electrón-positrón con una energía típica de fotón E_1 , es decir, $\sqrt{E_1 E_2} \leq m_e c$. Si una fuente emisora se está moviendo hacia nosotros con un factor de Lorentz $\Gamma = (1 - v^2/c^2)^{1/2}$, los fotones con una energía observada $h\nu_{obs}$ han sido desplazados hacia el azul y su energía en el marco de la fuente fue $\sim h\nu_{obs}/\Gamma$. Por lo tanto la fracción de fotones que pueden producir pares en la fuente fue $f_p \Gamma^{\beta_B}$. Sin embargo, la rápida variabilidad temporal en una escala de tiempo $\delta T \approx 10 \text{ ms}$ implica que el tamaño de la región emisora es $R_e \leq \Gamma^2 c \delta T$, el cual es más grande que el estimado $R_e \leq c \delta T$ por un factor de Γ^2 . Entonces, la profundidad óptica promedio para producción de pares,

$$\tau_{\gamma\gamma} = \frac{f_p \Gamma^{\beta_B} \sigma_T F D^2}{R_e^2 m_e c^2} \approx \frac{10^{13}}{\Gamma^{4-\beta_B}} f_p \left(\frac{F}{10^{-7} \text{ ergs cm}^2} \right) \left(\frac{D}{3 \text{ Gpc}} \right)^2 \left(\frac{\delta T}{10 \text{ ms}} \right)^{-2} \quad (1.8)$$

donde $\sigma_T = (8\pi/3)(\hbar\alpha_{EM}/m_e c)^2$ es la sección eficaz Thomson ($\alpha_{EM} = 1/137$). Por lo tanto, esta profundidad óptica es completamente grande a menos que la fuente se esté moviendo relativísticamente hacia nosotros con un factor de Lorentz $\Gamma > 10^{13/(4-\beta_B)} \approx 10^2$.

Sin embargo, sabemos que el espectro de radiación no termal es observado, entonces en algún punto durante la expansión, la fireball llegará a ser ópticamente transparente. Para una fireball esto pasará cuando [72],

$$R_{pair} \approx 10^{10} \text{ cm} E_{52}^{1/4} R_{i7}^{-3/4} \quad (1.9)$$

En una fireball dominada por materia la profundidad óptica es usualmente determinada por los electrones del ambiente. En este caso la fireball llegará a ser ópticamente delgada en [72]

$$R_e = \left(\frac{\sigma_T E}{4\pi m_p c^2 \eta} \right)^{1/2} \approx 6 \times 10^{13} \text{ cm} \sqrt{E_{52}} (\eta/100)^{-1} \quad (1.10)$$

A partir de esta etapa, los bariones se mueven con la misma velocidad y la presión de radiación desaparece, conduciendo a una ruptura. Cualquier radiación que permaneciere escapará libremente. Ahora si la fireball ya está dominada por la fase de materia no habrá cambio en la propagación de los bariones. Sin embargo, si la fireball es dominada por la fase de radiación cuando esta llegue a ser ópticamente transparente, entonces, los bariones no seguirán acelerándose. Esta relación de transición, R_e tiene otro rol crucial en la evolución de la fireball. Este es el radio mínimo en el cual la conversión de energía y la generación de GRBs puede empezar. Los fotones producidos en $R < R_e$ no pueden escapar.

1.1.3. Haz relativista

La radiación no térmica emitida a partir de los procesos generados por la materia en movimiento es lanzada en la dirección de movimiento dentro de un ángulo Γ^{-1} . A pesar de esto, la radiación producida por el movimiento de materia relativista es extendida sobre un ángulo mucho más amplio, esto depende de la geometría de la región de emisión. Sea θ_M el tamaño angular del movimiento de materia relativista que emite el destello. El ángulo θ será θ_M si $\theta > \Gamma^{-1}$ y Γ^{-1} de otro lado. Así si $\theta_M = 4\pi$, la materia emitida ha sido acelerada esféricamente hacia afuera desde una fuente central (como sería el caso si la fuente es una fireball simétrica). Los destellos serán isotrópicos inclusive aunque cada observador observa la radiación próxima únicamente desde una muy pequeña región. La radiación será expulsada hacia Γ^{-1} únicamente si la materia ha sido acelerada a lo largo de un haz muy angosto. El ángulo de apertura puede también tener cualquier valor intermedio si este emerge desde un haz con un ángulo de apertura $\theta > \Gamma^{-1}$, como sería el caso si la fireball es anisotrópica o un acelerador electromagnético con un haz modestamente ancho. Por supuesto se requiere que la relación emitida sea más grande que la relación $4\pi/\theta$ comparada con la relación observada.

Capítulo 2

NEUTRINOS

En este capítulo hallaremos el potencial efectivo del neutrino usando la teoría de campos a temperatura finita en el formalismo real [76, 77, 78, 79] y considerando el efecto de campo magnético a través del método de tiempo-propio de Schwinger [80].

2.1. Potencial efectivo del neutrino

La propagación de un neutrino en un baño térmico ha sido estudiado extensivamente [52, 62, 75]. El potencial efectivo de una partícula es calculado de la parte real de su diagrama de auto-energía. La descomposición mas general de la auto-energía del neutrino en presencia de un medio magnetizado puede ser escrito como,

$$\Sigma(k) = R \left(a_{\parallel} k_{\parallel} + a_{\perp} k_{\perp} + b \not{u} + c \not{b} \right) L, \quad (2.1)$$

donde $R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)$ y $L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$ son los operadores de proyección de quiralidad, $k_{\perp}^{\mu} = (k^0, k^3)$, $k_{\parallel}^{\mu} = (k^1, k^2)$ son los cuadri-momentos perpendicular y paralelo respectivamente, u^{μ} es la cuadri-velocidad del centro de masa del medio, que para nuestro caso se encuentra dado por $u^{\mu} = (1, 0)$. El efecto del campo magnético se introduce a través del cuadri-vector b^{μ} , el cual es dado por $b^{\mu} = (0, \hat{b})$. Ahora, si el campo magnético esta dado en la dirección del eje z (nuestro caso), $b^{\mu} = (0, 0, 0, 1)$. Entonces, en función de los cuadri-vectores u^{μ} y b^{μ} la componente paralela del momento se puede escribir como,

$$k_{\parallel} = k_0 \not{u} - k_3 \not{b}, \quad (2.2)$$

y la auto-energía puede ser expresada en término de tres cuadri-vectores independientes k_{\perp}^{μ} , u^{μ} y b^{μ} . Ahora si escribimos la auto-energía como ($\Sigma = R \tilde{\Sigma} L$), entonces comparándola

con la ec. (2.1) se tiene,

$$\tilde{\Sigma} = a_{\perp} \not{k}_{\perp} + b \not{\mu} + c \not{\phi}. \quad (2.3)$$

La relación de dispersión se obtiene con el determinante de $\not{k} - \tilde{\Sigma}$,

$$\det[\not{k} - \tilde{\Sigma}] = 0, \quad (2.4)$$

el resultado se puede escribir como $k_0 = |\mathbf{k}| + V_{ef,B}$, donde el potencial efectivo esta dado en función de los escalares de Lorentz a , b y c , para una partícula,

$$V_{ef,B} = k_0 - |\mathbf{k}| = b - c \cos \phi - a_{\perp} |\mathbf{k}| \sin^2 \phi \quad (2.5)$$

donde ϕ es el ángulo entre el momento del neutrino y el campo magnético. Los escalares de Lorentz a , b y c son funciones de la energía del neutrino, el momento y el campo magnético y pueden ser calculados a partir de la auto-energía del neutrino, la cual se calcula tomando en cuenta la interacción con las partículas del entorno, vía corrientes cargadas y neutras.

2.2. Auto-energía del neutrino

La auto-energía del neutrino en un medio magnetizado que esta compuesto por e^{-} , e^{+} , p , n y ν se expresa como las contribuciones de tres diagramas. El primero corresponde al diagrama a) de la auto-energía $\Sigma_W(k)$ del intercambio del bosón W , el segundo corresponde al diagrama b) de auto-energía del Tadpole $\Sigma_t(k)$, y el último corresponde al diagrama c) de auto-energía $\Sigma_Z(k)$ del intercambio del bosón Z (fig No. 2.1). Por lo tanto la auto-energía total del neutrino en un medio magnetizado es la suma de las anteriores contribuciones,

$$\Sigma(k) = \Sigma_W(k) + \Sigma_Z(k) + \Sigma_t(k). \quad (2.6)$$

Los términos individuales en la anterior ecuación pueden ser escritos como,

$$-i\Sigma_W(k) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \left(\frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma_{\mu} L iS_{\ell}(p) \left(\frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma_{\nu} L iW^{\mu\nu}(q), \quad (2.7)$$

$$-i\Sigma_Z(k) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \left(\frac{-ig}{\sqrt{2} \cos \theta_W} \right) \gamma_{\mu} L iS_{\nu_{\ell}}(p) \left(\frac{-ig}{\sqrt{2} \cos \theta_W} \right) \gamma_{\nu} L iZ^{\mu\nu}(q), \quad (2.8)$$

y

$$-i\Sigma_t(k) = - \left(\frac{g}{2 \cos \theta_W} \right)^2 R \gamma_{\mu} iZ^{\mu\nu}(0) \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\gamma_{\nu} (C_V + C_A \gamma_5) iS_{\ell}(p)]. \quad (2.9)$$

donde g es la constante de acoplamiento débil, la cual puede ser expresada en términos de la constante de acoplamiento de Fermi $\sqrt{2}G_F = g^2/4M_W^2$ y θ_W es el ángulo de Weinberg.

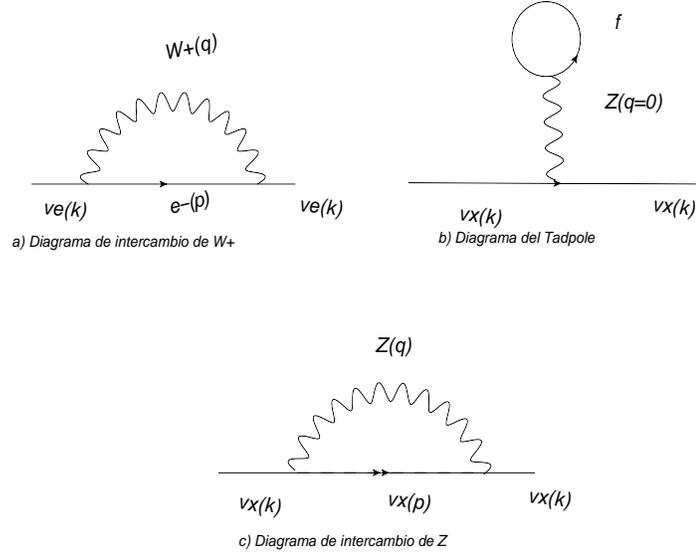


Fig. 2.1. Diagrama de Autoenergía del Neutrino a un Loop

Las cantidades C_V y C_A son las constantes axiales y vectoriales las cuales vienen de las interacciones con los electrones (e), protones (p), neutrones (n) y neutrinos (ν). Sus formas son,

$$C_V = \begin{cases} -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W & e \\ \frac{1}{2} & \nu \\ \frac{1}{2} - 2 \sin^2 \theta_W & p \\ -\frac{1}{2} & n \end{cases}, \quad (2.10)$$

y

$$C_A = \begin{cases} -\frac{1}{2} & \nu, p \\ \frac{1}{2} & e, n \end{cases}. \quad (2.11)$$

Aquí $W^{\mu\nu}(q)$ y $S_\ell(p)$ son los propagadores del bosón W y del leptón cargado respectivamente en presencia de un plasma magnetizado. La forma del propagador cargado en un medio magnetizado esta dado por,

$$S_\ell(p) = S_\ell^0(p) + S_\ell^\beta(p), \quad (2.12)$$

donde $S_\ell^0(p)$ y $S_\ell^\beta(p)$ son los propagadores de leptones cargados en presencia de un campo magnético uniforme y de un medio uniforme respectivamente.

$$iS_\ell^0(p) = \int_0^\infty e^{\phi(p,s)} G(p, s) ds, \quad (2.13)$$

donde,

$$\phi(p, s) = is(p_{\parallel}^2 - m_{\ell}^2 - \frac{\tan z}{z} p_{\perp}^2). \quad (2.14)$$

En la expresión de arriba

$$p_{\parallel}^2 = p_0^2 - p_3^2, \quad (2.15)$$

$$p_{\perp}^2 = p_1^2 + p_2^2, \quad (2.16)$$

y $z = eBs$ donde e es la magnitud de la carga del electrón, B es la magnitud del campo magnético y m_{ℓ} es la masa del leptón cargado. La ec. (2.14) también puede ser escrita como,

$$\phi(p, s) = \psi(p_0) - is[p_3^2 + \frac{\tan z}{z} p_{\perp}^2], \quad (2.17)$$

donde,

$$\psi(p_0) = is(p_0^2 - m_{\ell}^2). \quad (2.18)$$

El otro término en ec. (2.13) es dado por,

$$G(p, s) = \sec^2 z [A + iB\gamma_5 + m_{\ell}(\cos^2 z - i\Sigma^3 \sin z \cos z)], \quad (2.19)$$

donde,

$$A_{\mu} = p_{\mu} - \sin^2 z(p \cdot u u_{\mu} - p \cdot b b_{\mu}), \quad (2.20)$$

$$B_{\mu} = \sin z \cos z(p \cdot u b_{\mu} - p \cdot b u_{\mu}), \quad (2.21)$$

y

$$\Sigma^3 = \gamma_5 \not{b} \not{u}. \quad (2.22)$$

El segundo término en el lado derecho de ec. (2.12) denota la contribución del medio al propagador del leptón cargado,

$$S_{\ell}^{\beta}(p) = i\eta_F(p \cdot u) \int_{-\infty}^{\infty} e^{\phi(p,s)} G(p, s) ds, \quad (2.23)$$

donde $\eta_F(p \cdot \mu)$ contiene las funciones de distribución de las partículas en el medio,

$$\eta_F(p \cdot u) = \frac{\theta(p \cdot u)}{e^{\beta(p \cdot u - \mu_{\ell})} + 1} + \frac{\theta(-p \cdot u)}{e^{-\beta(p \cdot u - \mu_{\ell})} + 1}, \quad (2.24)$$

donde β y μ_{ℓ} es la temperatura del medio y el potencial químico, respectivamente.

La forma del propagador W en presencia de un campo magnético uniforme a lo largo de la dirección z es presentada en ec. (2.25) y para este trabajo solo usamos la forma

linealizada del propagador W , lo anterior porque la magnitud del campo magnético es tal que $eB \leq M_W^2$. En este límite y en el gauge unitario, el propagador es dado por,

$$W^{\mu\nu}(q) = \frac{g^{\mu\nu}}{M_W^2} \left(1 + \frac{q^2}{M_W^2} \right) - \frac{q^\mu q^\nu}{M_W^4} + \frac{3ie}{2M_W^4} F^{\mu\nu}, \quad (2.25)$$

donde M_W es la masa del bosón W . Aquí asumimos que $q^2 \leq M_W^2$ y mantenemos hasta términos de orden $1/M_W^4$. Por evaluación de ec. (2.7) explícitamente obtenemos

$$Re \Sigma_W(k) = R \left[a_{W\perp} \not{k}_\perp + b_W \not{t} + c_W \not{b} \right] L, \quad (2.26)$$

donde los escalares de Lorentz son dados por (ver Apéndice A1)

$$\begin{aligned} a_{W\perp} &= -\frac{\sqrt{2}G_F}{M_W^2} \left[\left\{ E_{\nu_e} (N_e - \bar{N}_e) + k_3 (N_e^0 - \bar{N}_e^0) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{eB}{2\pi^2} \int_0^\infty dp_3 \sum_{n=0}^\infty (2 - \delta_{n,0}) \left(\frac{m_e^2}{E_n} - \frac{H}{E_n} \right) (f_{e,n} + \bar{f}_{e,n}) \right], \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} b_W &= b_{W0} + \tilde{b}_W \\ &= \sqrt{2}G_F \left[\left(1 + \frac{3}{2} \frac{m_e^2}{M_W^2} + \frac{E_{\nu_e}^2}{M_W^2} \right) (N_e - \bar{N}_e) + \left(\frac{eB}{M_W^2} + \frac{E_{\nu_e} k_3}{M_W^2} \right) (N_e^0 - \bar{N}_e^0) \right. \\ &\quad \left. - \frac{eB}{2\pi^2 M_W^2} \int_0^\infty dp_3 \sum_{n=0}^\infty (2 - \delta_{n,0}) \left\{ 2k_3 E_n \delta_{n,0} + 2E_{\nu_e} \left(E_n + \frac{m_e^2}{2E_n} \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. (f_{e,n} + \bar{f}_{e,n}) \right] \end{aligned} \quad (2.28)$$

y

$$\begin{aligned} c_W &= c_{W0} + \tilde{c}_W \\ &= \sqrt{2}G_F \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{m_e^2}{M_W^2} - \frac{k_3^2}{M_W^2} \right) (N_e^0 - \bar{N}_e^0) + \left(\frac{eB}{M_W^2} - \frac{E_{\nu_e} k_3}{M_W^2} \right) (N_e - \bar{N}_e) \right. \\ &\quad \left. - \frac{eB}{2\pi^2 M_W^2} \int_0^\infty dp_3 \sum_{n=0}^\infty (2 - \delta_{n,0}) \left\{ 2E_{\nu_e} \left(E_n - \frac{m_e^2}{2E_n} \right) \delta_{n,0} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 2k_3 \left(E_n - \frac{3}{2} \frac{m_e^2}{E_n} - \frac{H}{E_n} \right) \right\} (f_{e,n} + \bar{f}_{e,n}) \right]. \end{aligned} \quad (2.29)$$

La energía del electrón en un campo magnético es dada por,

$$E_{e,n}^2 = (p_3^2 + m_e^2 + 2neB) = (p_3^2 + m_e^2 + H). \quad (2.30)$$

de las ecs. (2.28) y (2.29), nosotros hemos definido

$$\tilde{b}_W = -\sqrt{2}G_F \frac{eB}{2\pi^2 M_W^2} \int_0^\infty dp_3 \sum_{n=0}^\infty (2 - \delta_{n,0}) \left\{ 2k_3 E_n \delta_{n,0} + 2E_{\nu_e} \left(E_n + \frac{m_e^2}{2E_n} \right) \right\} (f_{e,n} + \bar{f}_{e,n}), \quad (2.31)$$

y

$$\tilde{c}_W = -\sqrt{2}G_F \frac{eB}{2\pi^2 M_W^2} \int_0^\infty dp_3 \sum_{n=0}^\infty (2 - \delta_{n,0}) \left\{ 2E_{\nu_e} \left(E_n - \frac{m_e^2}{2E_n} \right) \delta_{n,0} + 2k_3 \left(E_n - \frac{3m_e^2}{2E_n} - \frac{H}{E_n} \right) \right\} (f_{e,n} + \bar{f}_{e,n}) \Big]. \quad (2.32)$$

En las ecuaciones anteriores, La densidad numérica de electrones es definida como

$$N_e = \frac{eB}{2\pi^2} \sum_{n=0}^\infty (2 - \delta_{n,0}) \int_0^\infty dp_3 f_{e,n} \quad (2.33)$$

y la densidad numérica de electrones para el estado mas bajo de Landau el cual corresponde a $n = 0$ es dada por,

$$N_e^0 = \frac{eB}{2\pi^2} \int_0^\infty dp_3 f_{e,0} \quad (2.34)$$

Podemos expresar la ec. (A.30) para el intercambio del bosón Z como

$$Re\Sigma_Z(k) = R(a_Z \not{k} + b_Z \not{\mu})L, \quad (2.35)$$

por evaluación explícita da (ver Apéndice A2),

$$a_Z = \sqrt{2}G_F \left[\frac{E_{\nu_e}}{M_Z^2} (N_{\nu_e} - \bar{N}_{\nu_e}) + \frac{2}{3} \frac{1}{M_Z^2} \left(\langle E_{\nu_e} \rangle N_{\nu_e} + \langle \bar{E}_{\nu_e} \rangle \bar{N}_{\nu_e} \right) \right], \quad (2.36)$$

y

$$b_Z = \sqrt{2}G_F \left[(N_{\nu_e} - \bar{N}_{\nu_e}) - \frac{8E_{\nu_e}}{3M_Z^2} \left(\langle E_{\nu_e} \rangle N_{\nu_e} + \langle \bar{E}_{\nu_e} \rangle \bar{N}_{\nu_e} \right) \right]. \quad (2.37)$$

En ec. (2.35) tenemos un término proporcional a \not{k} y a $\not{\mu}$, debido a que en este diagrama ninguna de las partículas interactúan con el campo magnético. Pero usando los cuadri-vectores $\not{\mu}$ y $\not{\not{b}}$ la componente paralela de un cuadri-vector \not{k} puede ser descompuesta como en la Ec. (2.2). En los cálculos del potencial la contribución de estos términos se cancelarán unos con otros y únicamente se tendrán los que corresponden a b_Z .

Del diagrama tadpole Ec. (A.35) nosotros obtenemos (ver Apéndice A3),

$$Re\Sigma_t(k) = \sqrt{2}G_F R \left[\left\{ C_{V_e} (N_e - \bar{N}_e) + C_{V_p} (N_p - \bar{N}_p) + C_{V_n} (N_n - \bar{N}_n) + (N_{\nu_e} - \bar{N}_{\nu_e}) \right. \right. \\ \left. \left. + (N_{\nu_\mu} - \bar{N}_{\nu_\mu}) + (N_{\nu_\tau} - \bar{N}_{\nu_\tau}) \right\} \not{\mu} - C_{A_e} (N_e^0 - \bar{N}_e^0) \not{\not{b}} \right] L. \quad (2.38)$$

Entonces las diferentes contribuciones de la auto-energía del neutrino a orden $1/M_W^4$ son calculados en un medio de e^+e^- , nucleones y neutrinos.

2.2.1. Limite de campo débil $eB \ll m_e^2$

El resultado obtenido (Apéndice A4) es valido en el régimen en que se cumple la relación: $eB \ll M_W^2$. Adicionalmente en los casos de interés se cumple otro límite $eB \ll m_e^2$. Nosotros asumimos que el potencial químico del gas de electrones es mucho mas pequeño que la energía del electrón ($\mu \ll E_e$). Así, nosotros tomamos $\mu \ll E_e$ y con lo que $N_e > \bar{N}_e$. En un medio de fireball esta condición puede ser satisfecha porque el exceso de electrones vendrán de los electrones asociados con los bariones, los cuales proceden de su progenitor.

En el límite débil ($B \ll m_e^2/e = B_c$) y $\mu \ll E_e$, la función de distribución puede ser escrita como

$$f_{e,n} = \frac{1}{e^{\beta(E_{e,n}-\mu)+1}} \simeq \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l e^{-\beta(E_{e,n}-\mu)(l+1)}. \quad (2.39)$$

Para uso futuro es conveniente definir,

$$\alpha = \beta\mu(l+1), \quad (2.40)$$

y

$$\sigma = \beta m_e(l+1). \quad (2.41)$$

Luego todas las integrales necesarias para evaluar el potencial efectivo, asi como la densidad numérica para el electrón están dadas en el Apéndice A4.

2.2.2. Medio material

Consideremos un medio compuesto con electrones, positrones, protones, neutrones, neutrinos y antineutrinos. Como estamos considerando el campo magnético débil, el campo magnético no tendrá efecto importante sobre los protones y neutrones.

Utilizando la aproximación de campo magnético débil; $eB \ll m_e^2$, los escalares de Lorentz para un neutrino electrónico ν_e propagándose en el medio, son

$$a_{W\perp} = -\frac{\sqrt{2}G_F}{M_W^2} \left[E_{\nu_e} \left\{ (N_e - \bar{N}_e) - (N_e^0 - \bar{N}_e^0) \right\} + \frac{m_e^4}{\pi^2} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha \left\{ \left(2 - \frac{8}{\sigma^2} \right) \frac{K_1(\sigma)}{\sigma} - \left(\frac{B}{B_c} + \frac{4}{\sigma^2} \right) K_0(\sigma) \right\} \right], \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} b_e &= b_W + b_Z + b_t = b_{0e} + \tilde{b}_W \\ &= \sqrt{2}G_F \left[\left(1 + \frac{3}{2} \frac{m_e^2}{M_W^2} + \frac{E_{\nu_e}^2}{M_W^2} + C_{V_e} \right) (N_e - \bar{N}_e) + \left(\frac{eB}{M_W^2} - \frac{E_{\nu_e}^2}{M_W^2} \right) (N_e^0 - \bar{N}_e^0) \right. \\ &\quad + C_{V_p} (N_p - \bar{N}_p) + C_{V_n} (N_n - \bar{N}_n) + 2(N_{\nu_e} - \bar{N}_{\nu_e}) \\ &\quad \left. + (N_{\nu_\mu} - \bar{N}_{\nu_\mu}) + (N_{\nu_\tau} - \bar{N}_{\nu_\tau}) - \frac{8}{3} \frac{E_{\nu_e}}{M_Z^2} \left(\langle E_{\nu_e} \rangle N_{\nu_e} + \langle \bar{E}_{\nu_e} \rangle \bar{N}_{\nu_e} \right) \right] + \tilde{b}_W, \quad (2.43) \end{aligned}$$

y el coeficiente de \not{b} es,

$$\begin{aligned} c_e &= c_W + c_t = c_{0e} + \tilde{c}_W \\ &= \sqrt{2}G_F \left[\left(1 + \frac{m_e^2}{2M_W^2} - \frac{E_{\nu_e}^2}{M_W^2} - C_{A_e} \right) (N_e^0 - \bar{N}_e^0) + \left(\frac{eB}{M_W^2} + \frac{E_{\nu_e}^2}{M_W^2} \right) (N_e - \bar{N}_e) \right] + \tilde{c}_W, \end{aligned} \quad (2.44)$$

donde \tilde{b}_W y \tilde{c}_W son dados en Ecs. (2.31) y (2.32). En el límite de campo magnético débil, estas dos funciones son dadas por

$$\tilde{b}_W = -\sqrt{2}G_F \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{m_e^2}{M_W} \right)^2 E_{\nu_e} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha \left[\left(\frac{6}{\sigma^2} - \frac{5}{2} \frac{B}{B_c} \right) K_0(\sigma) + \left(3 - 2 \frac{B}{B_c} + \frac{12}{\sigma^2} \right) \frac{K_1(\sigma)}{\sigma} \right] \quad (2.45)$$

y

$$\tilde{c}_W = \sqrt{2}G_F \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{m_e^2}{M_W} \right)^2 E_{\nu_e} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha \left[\frac{2}{\sigma^2} K_0(\sigma) - \left(1 + 2 \frac{B}{B_c} - \frac{4}{\sigma^2} \right) \frac{K_1(\sigma)}{\sigma} \right]. \quad (2.46)$$

Similarmente para neutrinos muónicos y tauónicos

$$\begin{aligned} b_\mu = b_{0\mu} &= \sqrt{2}G_F \left[C_{V_e}(N_e - \bar{N}_e) + C_{V_p}(N_p - \bar{N}_p) + C_{V_n}(N_n - \bar{N}_n) + (N_{\nu_e} - \bar{N}_{\nu_e}) \right. \\ &\quad \left. + 2(N_{\nu_\mu} - \bar{N}_{\nu_\mu}) + (N_{\nu_\tau} - \bar{N}_{\nu_\tau}) - \frac{8}{3} \frac{E_{\nu_\mu}}{M_Z^2} \left(\langle E_{\nu_\mu} \rangle N_{\nu_\mu} + \langle \bar{E}_{\nu_\mu} \rangle \bar{N}_{\nu_\mu} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.47)$$

y

$$\begin{aligned} b_\tau = b_{0\tau} &= \sqrt{2}G_F \left[C_{V_e}(N_e - \bar{N}_e) + C_{V_p}(N_p - \bar{N}_p) + C_{V_n}(N_n - \bar{N}_n) + (N_{\nu_e} - \bar{N}_{\nu_e}) \right. \\ &\quad \left. + (N_{\nu_\mu} - \bar{N}_{\nu_\mu}) + 2(N_{\nu_\tau} - \bar{N}_{\nu_\tau}) - \frac{8}{3} \frac{E_{\nu_\tau}}{M_Z^2} \left(\langle E_{\nu_\tau} \rangle N_{\nu_\tau} + \langle \bar{E}_{\nu_\tau} \rangle \bar{N}_{\nu_\tau} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.48)$$

respectivamente y

$$\begin{aligned} c_\mu &= c_{0\mu} = -C_{A_e}(N_e^0 - \bar{N}_e^0) \\ c_\tau &= c_{0\tau} = -C_{A_e}(N_e^0 - \bar{N}_e^0). \end{aligned} \quad (2.49)$$

Para un neutrino muónico y tauónico propagándose en el medio $\tilde{c}_\mu = \tilde{c}_\tau = 0$. Los potenciales de materia que experimentan diferentes neutrinos para $\phi = 0$ son dados por

$$\begin{aligned} V_{\nu_e} &= b_e - c_e \\ V_{\nu_\mu} &= b_\mu - C_{A_e}(N_e^0 - \bar{N}_e^0) \\ V_{\nu_\tau} &= b_\tau - C_{A_e}(N_e^0 - \bar{N}_e^0). \end{aligned} \quad (2.50)$$

Poniendo los valores de b_l y c_l (para $l = e, \mu, \tau$) se puede calcular el potencial del neutrino en el medio. Para la materia de carga neutral nosotros deberíamos imponer

$$N_e - \bar{N}_e = N_p - \bar{N}_p, \quad (2.51)$$

y esto da

$$C_{V_e}(N_e - \bar{N}_e) + C_{V_p}(N_p - \bar{N}_p) = 0, \quad (2.52)$$

en Ecs. (2.43), (2.47) y (2.48). La asimetría de partículas es relacionada a la asimetría bariónica o leptónica a través de la relación

$$L_a = \frac{N_a - \bar{N}_a}{N_\gamma}, \quad (2.53)$$

donde la densidad numérica de fotones es $N_\gamma = \frac{2}{\pi^2} \zeta(3) T^3$, donde $\zeta(a)$ corresponde a la función zeta.

2.2.3. Potencial efectivo con campo magnético V_{eff}

El potencial efectivo del neutrino en un medio donde se encuentran e^- , e^+ , p y n y en un campo magnético esta dado en la ec. (2.5). Para nuestros cálculos suponemos que el campo magnético esta a lo largo de la dirección de la propagación del neutrino, entonces $\phi = 0$ y el término a_\perp no contribuye. También uno debe recordar que tomando $B = 0$, debemos recuperar el resultado obtenido para el potencial efectivo sin campo magnético ec. (2.62) y esto es únicamente posible cuando tomamos $k_3 = -E_\nu$ en nuestro cálculo. Entonces el potencial efectivo debería ser definido como (independiente del ángulo ϕ),

$$V_{eff,B} = (b - c)/_{k_3=-E_\nu}. \quad (2.54)$$

Por lo tanto debemos reemplazar k_3 por $-E_\nu$ en nuestro cálculo. Esto da

$$\begin{aligned} V_{eff,B} = & \sqrt{2} G_F \left[\left(1 + \frac{3}{2} \frac{m_e^2}{M_W^2} - \frac{eB}{M_W^2} \right) (N_e - \bar{N}_e) - \left(1 + \frac{m_e^2}{2M_W^2} - \frac{eB}{M_W^2} \right) (N_e^0 - \bar{N}_e^0) \right. \\ & + \frac{eB}{2\pi^2 M_W^2} \int_0^\infty dp_3 \sum_{n=0}^\infty (2 - \delta_{n,0}) \left\{ 2E_{\nu_e} E_n \delta_{n,0} - 2E_{\nu_e} \left(2E_n - \frac{m_e^2}{E_n} - \frac{H}{E_n} \right) \right\} \\ & \left. (f_{e,n} + \bar{f}_{e,n}) \right] \quad (2.55) \end{aligned}$$

Con las simplificaciones esto da

$$\begin{aligned} V_{eff,B} = & \sqrt{2} G_F \left[\frac{m_e^3}{\pi^2} \sum_{l=0}^\infty (-1)^l \operatorname{senh} \alpha \left\{ \left(1 + \frac{3}{2} \frac{m_e^2}{M_W^2} - \frac{eB}{M_W^2} \right) \left(\frac{2}{\sigma} K_2(\sigma) - \frac{B}{B_c} K_1(\sigma) \right) \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{B}{B_c} \left(1 + \frac{m_e^2}{2M_W^2} - \frac{eB}{M_W^2} \right) K_1(\sigma) \right\} - \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{m_e^2}{M_W} \right)^2 E_{\nu_e} \right] \end{aligned}$$

$$\sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha \left\{ \left(\frac{8}{\sigma^2} - \frac{5}{2} \frac{B}{B_c} \right) K_0(\sigma) + \left(2 - 4 \frac{B}{B_c} + \frac{16}{\sigma^2} \right) \frac{K_1(\sigma)}{\sigma} \right\}. \quad (2.56)$$

Podemos escribir esto en una forma mas simple

$$V_{eff,B} = \sqrt{2} G_F \frac{m_e^3}{\pi^2} \left[\Phi_A - \frac{2m_e E_\nu}{M_W^2} \Phi_B \right], \quad (2.57)$$

donde las funciones Φ_A y Φ_B son definidas como,

$$\begin{aligned} \Phi_A = & \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \sinh \alpha \left[\left(1 + \frac{3}{2} \frac{m_e^2}{M_W^2} - \frac{eB}{M_W^2} \right) \left(\frac{2}{\sigma} K_2(\sigma) - \frac{B}{B_c} K_1(\sigma) \right) \right. \\ & \left. - \frac{B}{B_c} \left(1 + \frac{m_e^2}{2M_W^2} - \frac{eB}{M_W^2} \right) K_1(\sigma) \right], \end{aligned} \quad (2.58)$$

y

$$\Phi_B = \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha \left[\left(\frac{8}{\sigma^2} - \frac{5}{2} \frac{B}{B_c} \right) K_0(\sigma) + \left(2 - 4 \frac{B}{B_c} + \frac{16}{\sigma^2} \right) \frac{K_1(\sigma)}{\sigma} \right]. \quad (2.59)$$

2.2.4. Potencial efectivo sin campo magnético

Como prueba de consistencia comprobaremos que nuestros resultados se reducen en ausencia de campo magnético a los dados en la ref. [75]. La auto-energía y el potencial efectivo del neutrino es descompuesto como

$$Re\tilde{\Sigma}(k) = a\not{k} + b\not{\mu}, \quad (2.60)$$

y el potencial efectivo del neutrino es dado por

$$V_{eff} = b = \frac{1}{4E_\nu} Tr \left(\not{k} Re\tilde{\Sigma}(k) \right). \quad (2.61)$$

Evaluando la parte derecha a orden $1/M_W^4$ obtenemos,

$$\begin{aligned} V_{eff} = & \sqrt{2} G_F \left[\left(1 + \frac{3}{2} \frac{m_e^2}{M_W^2} \right) \frac{m_e^3}{\pi^2} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \sinh \alpha \frac{2}{\sigma} K_2(\sigma) \right. \\ & \left. - \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{m_e^2}{M_W} \right)^2 E_{\nu_e} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha \left\{ \frac{4K_0(\sigma)}{\sigma^2} + \left(1 + \frac{8}{\sigma^2} \right) \frac{K_1(\sigma)}{\sigma} \right\} \right]. \end{aligned} \quad (2.62)$$

Este es el resultado obtenido en ref.[75] a orden $1/M_W^4$ para la propagación del neutrino en un medio en el cual hay electrones y positrones

Oscilación de Neutrinos

3.1. En el vacío

La oscilación de neutrinos es un fenómeno mecánico cuántico propuesto en 1950 por Pontecorvo ([44],[81]), en analogía con las oscilaciones $K^0 - \bar{K}^0$. Las oscilaciones son generadas por la interferencia de neutrinos masivos diferentes, los cuales son detectados y producidos coherentemente debido a su pequeña diferencia de masa.

A pesar de que en los años 50 únicamente un neutrino activo era conocido; el neutrino electrónico, Pontecorvo inventó el concepto de neutrino estéril[81], el cual es un fermión neutro el cual no toma parte en las interacciones electrodébiles. El neutrino muónico fue descubierto en 1962 en el experimento Brookhaven de Lederman, Schwartz, Steinberg, et al[82, 45]. Después de esto, llegó a ser claro que las oscilaciones entre diferentes sabores de neutrinos era posible, si ellos tuvieran masas. En 1962, Maki, Nakagawa y Sakata [83]consideraron por primera vez un modelo con mezclas entre diferentes sabores de neutrinos. En 1967 Pontecorvo, considero como posible explicación al problema de neutrinos solares como una consecuencia de transiciones $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ antes de que la primera medición del flujo de neutrinos electrónicos en el experimento de Homestake[84]. En 1969 Gribov y Pontecorvo discutieron las oscilaciones de neutrinos solares debido a la mezcla de los neutrinos.

Sin embargo, la probabilidad de oscilación de neutrinos no fue calculada en una forma rigurosa, sino simplemente estimada sobre las bases de la analogía con las oscilaciones del Kaon. Como resultado, la fase de las oscilaciones era correcta dentro de un factor de 2. La teoría de oscilaciones de neutrinos en la aproximación de ondas planas fue desarrollado en 1976 – 79 por Eliezer y Swift, Fritzch y Minkowski, Bilenky y Pontecorvo. En la teoría de oscilaciones de neutrinos([85], [86], [87], [88], [89]), un neutrino con sabor α y momento \vec{p} ,

creado en un proceso de interacción débil mediante una corriente cargada a partir de un leptón cargado l_α^- o junto con un antileptón cargado l_α^+ , es descrito por el estado de sabor,

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_j U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle \quad (3.1)$$

donde $U_{\alpha k}^*$ corresponde al peso de $|\nu_k\rangle$ en el estado de sabor $|\nu_\alpha\rangle$, ya que los neutrinos ν_α con $\alpha = e, \nu, \tau$ son producidos en corrientes cargadas de interacción débil a partir de leptones cargados l_α^- (transición $l_\alpha^- \rightarrow \nu_\alpha$ o junto con un antileptón l_α^+ (creación $l_\alpha^+ \rightarrow \nu_\alpha$). Estos procesos son generados a través del lagrangiano de interacción leptónico con la corriente cargada,

$$\mathcal{L}_{IL}^{(CC)} = -\frac{g}{2\sqrt{2}}(j_{W,L}^\rho W_\rho + j_{W,L}^{\rho\dagger} W_\rho^\dagger)$$

donde $j_{W,L}^\rho$ es la corriente cargada leptónica,

$$j_{W,L}^\rho = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\rho l_{\alpha L} = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \sum_k U_{\alpha k}^* \bar{\nu}_{k L} \gamma^\rho l_{\alpha L}$$

Por simplicidad, consideramos una normalización de volumen finito V , para tener estados de neutrinos masivos ortonormales,

$$\langle \nu_k | \nu_j \rangle = \delta_{kj}$$

La unitariedad de la matriz de mezcla implica que también los estados de sabor son ortonormales:

$$\langle \nu_\alpha | \nu_\beta \rangle = \delta_{\alpha\beta}$$

En la ec. (3.1), no se limita el número de neutrinos masivos. Hechos experimentales como la medición del ancho del Z_0 nos indica que el número de familias de sabores de neutrinos son tres ν_e, ν_μ, ν_τ . Ahora, si el número de neutrinos masivos son mayores a tres, los neutrinos adicionales en la base de sabor son estériles, es decir, estos neutrinos estériles no participan en las interacciones débiles (como los neutrinos son eléctricamente neutros, los neutrinos estériles actuarían solo con la materia a través de la interacción gravitacional o interacciones exóticas más allá del Modelo Estándar). Las transiciones de neutrinos de sabor activos a neutrinos estériles se pueden observar únicamente a través de la desaparición de neutrinos activos. Los estados de neutrinos masivos $|\nu_\beta\rangle$ son eigenestados del hamiltoniano

$$\mathcal{H}|\nu_\beta\rangle = E_k|\nu_\beta\rangle$$

con eigenvalores de energía

$$E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2}$$

La ecuación de Schrodinger

$$i\frac{d}{dt}|\nu_k(t)\rangle = \mathcal{H}|\nu_k(t)\rangle$$

implica que los estados de neutrinos masivos evolucionan en el tiempo como,

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t}|\nu_k\rangle \quad (3.2)$$

Consideremos un estado de sabor $|\nu_\alpha(t)\rangle$ el cual describe un neutrino creado con un sabor α definido en el tiempo $t = 0$. Luego de (3.11) y (3.2), la evolución temporal de este estado esta dado por,

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle$$

Tal que,

$$|\nu_\alpha(t=0)\rangle = |\nu_\alpha\rangle$$

usando la relación de unitariedad

$$U^\dagger U = 1 \iff \sum_\alpha U_{\alpha k}^* U_{\alpha j} = \delta_{jk} \quad (3.3)$$

Los estados masivos pueden ser expresados en términos de estados de sabor invirtiendo (3.11),

$$|\nu_k\rangle = \sum_\alpha U_{\alpha k} |\nu_\alpha\rangle$$

al utilizar esta relación en ec.3.3 se obtiene,

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{\beta=e,\nu,\tau} \left(\sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \right) |\nu_\beta\rangle$$

Lo cual indica que el estado de sabor $|\nu_\alpha\rangle$, que se produjo en el tiempo $t = 0$, al evolucionar temporalmente se convierte en una superposición de los estados de $|\nu_\beta$ de todos los sabores. Los coeficientes de $|\nu_\beta$, que aparecen en la ecuación anterior

$$A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) \equiv \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-iE_k t}$$

determinan la amplitud de las transiciones $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ como una función del tiempo. La probabilidad de transición es, entonces, dadas por,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) = |A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t)|^2 = \sum_{kj} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j}^* U_{\beta j} e^{-i(E_k - E_j)t} \quad (3.4)$$

Para neutrinos ultrarelativistas, la relacion de dispersión puede ser aproximada por,

$$E_k \simeq E + \frac{m_k^2}{2E}$$

En este caso,

$$E_k - E_j \simeq \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E}$$

donde Δm_{kj}^2 es la diferencia de masas al cuadrado

$$\Delta m_{kj}^2 \equiv m_k^2 - m_j^2$$

y

$$E = |\vec{p}|$$

es la energía del neutrino, despreciando la contribución de la masas. Por consiguiente, la probabilidad de transición puede ser aproximada por,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \beta}(t) = \sum_{kj} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(\frac{\Delta m_{kj}^2}{2E})t}$$

En la deducción de la probabilidad de oscilación de neutrinos, es necesario tener en cuenta que en los experimentos de oscilación de neutrinos, el tiempo de propagación t no es medido. Lo que es conocido es la distancia L entre la fuente y el detector. Además, los neutrinos ultrarelativistas se propagan casi a la velocidad de la luz, por lo tanto es posible aproximar $t = L$ obteniendo

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \beta}(L, E) = \sum_{kj} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(\frac{\Delta m_{kj}^2}{2E})L} \quad (3.5)$$

Esta expresión muestra que la distancia del detector a la fuente L , la energía del neutrino E y Δm_{jk}^2 son las cantidades que determinan las fases de oscilación de neutrinos,

$$\phi_{kj} = -\frac{\Delta m_{jk}^2 L}{2E}$$

La amplitud de oscilaciones es especificado únicamente por los elementos de la matriz de mezcla U , los cuales son constantes de la naturaleza. Por lo tanto, las mediciones de oscilaciones de neutrinos solo nos permite conocer los valores entre las diferencias de masas al cuadrado $\Delta^2 m_{kj}$ y no el valor de las masas de los neutrinos.

La probabilidad de oscilación depende de los elementos de mezcla de la matriz U a través del producto cuártico

$$U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*$$

el cual no depende de la parametrización específica de la matriz de mezclas ni de la selección de las fases. De hecho, el producto cuártico es invariante bajo la transformación de cambios de fase,

$$U_{\alpha k} \rightarrow e^{i\psi_\alpha} U_{\alpha k} e^{i\phi_k}$$

$$\begin{aligned}
U_{\alpha k} &= U_{\alpha k}^D e^{i\lambda_k} \\
U^\dagger U &= 1 \iff \sum_k U_{\alpha k}^* U_{\beta k} = \delta_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

implica que,

$$\begin{aligned}
P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L=0, E) &= \delta_{\alpha\beta} \\
P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) &= \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + 2Re \sum_{k>j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-2\phi i \frac{L}{L_{kj}^{osc}}}
\end{aligned}$$

donde hemos separado un término constante a partir del término de oscilación y hemos definido la longitud de oscilación

$$L_{kj}^{osc} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{kj}^2}$$

la cual corresponde a la distancia a la que la fase generada por Δm_{kj}^2 llega a ser igual a 2π

3.2. En la materia

En 1978 L. Wolfenstein[50] descubrió que los neutrinos propagándose en la materia están sujetos a un potencial debido a la interacción con el medio (electrones y nucleones). Este potencial, el cual es equivalente al índice de refracción, modifica las propiedades de propagación los neutrinos. En 1985 S.P. Mikheev and A. Yu Smirnov[51] descubrieron que es posible tener un efecto resonante en la transición de sabores, cuando estos se propagan en un medio con densidad variable. Este mecanismo es llamado MSK, y juega un papel importante en la conversión de sabores de neutrinos solares durante su propagación en el sol.

3.2.1. Mezcla de dos sabores

En esta sección consideramos el proceso de oscilación de neutrinos $\nu_e \leftrightarrow \nu_{\mu,\tau}$. El caso de mezcla entre $\nu_e - \nu_\tau$ es idéntico, ya que el potencial efectivo en el medio medio es igual para ν_μ como para ν_τ . Luego la ecuación de evolución puede ser escrita

$$i \frac{d\psi}{dt} = H_F \psi \tag{3.7}$$

Para los dos sabores y el hamiltoniano del sistema [62] ,

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \psi_{\nu_e \nu_e} \\ \psi_{\nu_e \nu_\mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V - \Delta \cos 2\theta & \frac{\Delta}{2} \sin 2\theta \\ \frac{\Delta}{2} \sin 2\theta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{\nu_e \nu_e} \\ \psi_{\nu_e \nu_\mu} \end{pmatrix} \tag{3.8}$$

donde,

$$\Delta = \frac{\delta m_\nu^2}{2E_\nu} = \frac{m_{\nu_e}^2 - m_{\nu_\mu}^2}{2E_\nu} \quad (3.9)$$

y en este caso la matriz U depende de un solo angulo de mezcla θ y la relación 3.1 toma la forma,

$$\nu_e = \cos\theta\nu_1 + \sen\theta\nu_2, \quad \nu_\mu = -\sen\theta\nu_1 + \cos\theta\nu_2, \quad (3.10)$$

Lo anterior representa un sistema de ecuaciones,

$$\begin{aligned} i\dot{\psi}_{\nu_e\nu_e} &= (V - \Delta\cos 2\theta)\psi_{\nu_e\nu_e} + \frac{\Delta}{2}\sen 2\theta\psi_{\nu_e\nu_\mu} \\ i\dot{\psi}_{\nu_e\nu_\mu} &= \frac{\Delta}{2}\sen 2\theta\psi_{\nu_e\nu_e} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Resolviendo la ecuación de movimiento para cada uno de los estados, tenemos para $\psi_{\nu_e\nu_\mu}$,

$$\frac{d^2\psi_{\nu_e\nu_\mu}}{dt^2} + i(V - \Delta\cos\theta)\frac{d\psi_{\nu_e\nu_\mu}}{dt} + \left(\frac{\Delta}{2}\sen 2\theta\right)\psi_{\nu_e\nu_\mu} = 0 \quad (3.12)$$

El cual tiene solución

$$\psi_{\nu_e\nu_\mu} = 2i\psi_{\nu_e\nu_\mu}(0)\sen\left(\frac{wt}{2}\right)e^{\frac{i(V - \Delta\cos 2\theta)t}{2}} \quad (3.13)$$

y que a través de la ec. 3.11 obtenemos $\psi_{\nu_e\nu_\mu}(0) = \frac{\Delta\sen 2\theta}{2iw}\psi_{\nu_e\nu_e}(0)$ donde

$$w = \sqrt{(V - \Delta\cos\theta)^2 + (\Delta^2\sen^2 2\theta)} \quad (3.14)$$

Para la condición inicial,

$$\Psi(0) = \begin{pmatrix} \psi_{\nu_e\nu_e}(0) \\ \psi_{\nu_e\nu_\mu}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

y la probabilidad de transición $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$; $P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(t) = |\psi_{\nu_e\nu_\mu}|^2$, tenemos

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(t) = \frac{\Delta^2\sen^2 2\theta}{w^2}\sen^2\left(\frac{w}{2}t\right) \quad (3.16)$$

El potencial para el proceso de oscilación es dado por 2.57,

$$V_{eff,B} = \sqrt{2}G_F \frac{m_e^3}{\pi^2} \left[\Phi_A - \frac{2m_e E_\nu}{M_W^2} \Phi_B \right], \quad (3.17)$$

donde las funciones Φ_A y Φ_B son definidas como,

$$\begin{aligned} \Phi_A &= \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \sen h \alpha \left[\left(1 + \frac{3}{2} \frac{m_e^2}{M_W^2} - \frac{eB}{M_W^2} \right) \left(\frac{2}{\sigma} K_2(\sigma) - \frac{B}{B_c} K_1(\sigma) \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{B}{B_c} \left(1 + \frac{m_e^2}{2M_W^2} - \frac{eB}{M_W^2} \right) K_1(\sigma) \right], \end{aligned} \quad (3.18)$$

y

$$\Phi_B = \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha \left[\left(\frac{8}{\sigma^2} - \frac{5}{2} \frac{B}{B_c} \right) K_0(\sigma) + \left(2 - 4 \frac{B}{B_c} + \frac{16}{\sigma^2} \right) \frac{K_1(\sigma)}{\sigma} \right]. \quad (3.19)$$

La longitud de oscilación para el neutrino esta dada por

$$L_{osc} = \frac{L_v}{\sqrt{\cos^2 2\theta \left(1 - \frac{V}{\Delta \cos 2\theta} \right)^2 + \sin^2 2\theta}}, \quad (3.20)$$

donde $L_v = 2\pi/\Delta$ es la oscilación del vacío. Para que la resonancia ocurra, se debe cumplir que $V > 0$ y

$$V = \Delta \cos 2\theta. \quad (3.21)$$

La longitud de resonancia es dada por

$$L_{res} = \frac{L_v}{\sin 2\theta}. \quad (3.22)$$

La positividad del potencial implica que el potencial químico μ del medio de positrones y electrones no es cero, para que la diferencia de la densidad numérica de las partículas y antipartículas como es mostrado en Eqs. (A.42) y (A.43) no desaparezca. También μ no debe ser muy pequeña, de otra forma el potencial será negativo. Utilizando (3.17) y (3.35) la condición de resonancia esta dada por

$$\Phi_A - \frac{2m_e E_\nu}{M_W^2} \Phi_B = 2,26 \frac{\delta \tilde{m}^2}{E_{MeV}} \cos 2\theta, \quad (3.23)$$

donde $\delta \tilde{m}^2$ es expresado en unidades de eV^2 y la energía del neutrino E_ν en unidades de MeV como E_{MeV} . La parte izquierda depende de μ , temperatura T del plasma, del campo Magnético B y de la energía del neutrino. Mientras que el lado derecho depende únicamente de la energía del neutrino (para un conjunto dado de diferencias al cuadrado de las masas de los neutrinos y el ángulo de mezcla). Hay que enfatizar que la condición de resonancia para $B = 0$ y $B \neq 0$ son diferentes. En el caso de $B = 0$, para que la condición de resonancia se satisfaga, la asimetría leptónica tiene que satisfacer la condición $L_e > 6,14 \times 10^{-9} T_{MeV}^2$ [54], mientras que la presencia del campo magnético modifica esta condición como es mostrada en Eq. (3.23). De igual manera, La longitud de resonancia para ambas situaciones (con y sin campo magnético) son las mismas, ya que la longitud de resonancia no depende del campo magnético.

3.2.2. Mezcla de tres sabores

En algunos casos es necesario considerar las probabilidades de oscilación entre tres familias de neutrinos, para este caso tenemos,

$$i \frac{d\vec{\nu}}{dt} = H \vec{\nu}, \quad (3.24)$$

donde el vector de estado en la base de sabor es definido como

$$\vec{\nu} \equiv (\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)^T. \quad (3.25)$$

El Hamiltoniano efectivo,

$$H = U \cdot H_0^d \cdot U^\dagger + \text{diag}(V_e, 0, 0), \quad (3.26)$$

el cual

$$H_0^d = \frac{1}{2E_\nu} \text{diag}(-\Delta m_{21}^2, 0, \Delta_{32}^2). \quad (3.27)$$

Aquí V_e es el potencial en la materia y U es la matrix de mezcla de los tres neutrinos dados por [36, 90]

$$U = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & s_{12}c_{13} & s_{13} \\ -s_{12}c_{23} - s_{23}s_{13}c_{12} & c_{23}c_{12} - s_{23}s_{13}s_{12} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - s_{13}c_{23}c_{12} & -s_{23}c_{12} - s_{13}s_{12}c_{23} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (3.28)$$

donde $s_{ij} = \text{sen}\theta_{ij}$ y $c_{ij} = \text{cos}\theta_{ij}$. La contribución a orden mas alto del potencial no cambia el signo. Aquí tenemos que enfatizar que la contribución de la corriente neutral (CN) no es tomada en cuenta. Esto es debido a que la contribución de todos los neutrinos es la misma y cuando nosotros tomamos la diferencia del potencial, esta contribución será cancelada y no afecta la oscilación de neutrinos. Pero esto tiene que ser recordado, en el fondo de neutrino donde $N_\nu - \bar{N}_\nu \neq 0$, el potencial para diferentes neutrinos son diferentes el cual se describe en el Apéndice A5 y en este caso nosotros podemos no despreciar la contribución NC.

Las probabilidades de transformación entre diferentes sabores están dadas por,

$$\begin{aligned} P_{ee} &= 1 - 4s_{13,m}^2 c_{13,m}^2 S_{31}, \\ P_{\mu\mu} &= 1 - 4s_{13,m}^2 c_{13,m}^2 s_{23}^4 S_{31} - 4s_{13,m}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 S_{21} - 4c_{13,m}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 S_{32}, \\ P_{\tau\tau} &= 1 - 4s_{13,m}^2 c_{13,m}^2 c_{23}^4 S_{31} - 4s_{13,m}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 S_{21} - 4c_{13,m}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 S_{32}, \\ P_{e\mu} &= 4s_{13,m}^2 c_{13,m}^2 s_{23}^2 S_{31}, \\ P_{e\tau} &= 4s_{13,m}^2 c_{13,m}^2 c_{23}^2 S_{31} \\ P_{\mu\tau} &= -4s_{13,m}^2 c_{13,m}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 S_{31} + 4s_{13,m}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 S_{21} + 4c_{13,m}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 S_{32}, \end{aligned} \quad (3.29)$$

donde

$$\text{sen}2\theta_{13,m} = \frac{\text{sen}2\theta_{13}}{\sqrt{(\text{cos}2\theta_{13} - 2E_\nu V_e / \Delta m_{32}^2)^2 + (\text{sen}2\theta_{13})^2}}, \quad (3.30)$$

$$S_{ij} = \text{sen}^2\left(\frac{\Delta\mu_{ij}^2}{4E_\nu}L\right). \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \Delta\mu_{21}^2 &= \frac{\Delta m_{32}^2}{2} \left(\frac{\text{sen}2\theta_{13}}{\text{sen}2\theta_{13,m}} - 1 \right) - E_\nu V_e \\ \Delta\mu_{32}^2 &= \frac{\Delta m_{32}^2}{2} \left(\frac{\text{sen}2\theta_{13}}{\text{sen}2\theta_{13,m}} + 1 \right) + E_\nu V_e \\ \Delta\mu_{31}^2 &= \Delta m_{32}^2 \frac{\text{sen}2\theta_{13}}{\text{sen}2\theta_{13,m}} \end{aligned} \quad (3.32)$$

donde

$$\begin{aligned} \text{sen}^2\theta_{13,m} &= \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \text{sen}^2 2\theta_{13,m}} \right) \\ \cos^2\theta_{13,m} &= \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \text{sen}^2 2\theta_{13,m}} \right) \end{aligned} \quad (3.33)$$

La longitud de oscilación para el neutrino es dado por

$$L_{osc} = \frac{L_v}{\sqrt{\cos^2 2\theta_{13} \left(1 - \frac{2E_\nu V_e}{\Delta m_{32}^2 \cos 2\theta_{13}} \right)^2 + \text{sen}^2 2\theta_{13}}}, \quad (3.34)$$

donde $L_v = 4\pi E_\nu / \Delta m_{32}^2$ es la longitud de oscilación del vacío.

Para que la resonancia ocurra, debemos tener

$$\cos 2\theta_{13} = \frac{2E_\nu V_e}{\Delta m_{32}^2}. \quad (3.35)$$

utilizando la ec. 3.17 para V_e y simplificando obtenemos

$$\Phi_A - 1,58027 \times 10^{-10} E_{\nu, MeV} \Phi_B \simeq 2,24208 \frac{\tilde{\Delta} m_{32}^2}{E_{\nu, MeV}} \cos 2\theta_{13}, \quad (3.36)$$

donde $\tilde{\Delta} m_{32}^2$ es expresada en eV^2 y $E_{\nu, MeV}$ esta en MeV. Las funciones Φ_A y Φ_B son definidas en eqs. (3.18) y (3.19). Ahora nosotros tenemos que evaluar la condición de arriba para valores dados de $\tilde{\Delta} m_{32}^2$ y $\cos 2\theta_{13}$ de experimentos y diferentes valores de temperatura (T) y potencial químico (μ). Cuando se encuentra en resonancia, la longitud de oscilación coincide con la longitud de resonancia y esta dada por

$$L_{res} = \frac{L_v}{\text{sen}2\theta_{13}}. \quad (3.37)$$

Hemos supuesto que el potencial del neutrino no varía con la distancia, sin embargo $V_{eff,B}$ si varía con la distancia, entonces debemos considerar la condición adiabática en la reso-

nancia, la cual esta dada por

$$\begin{aligned}\kappa_{res} &\equiv \frac{2}{\pi} \left(\frac{\Delta m_{32}^2}{2E_\nu} \text{sen} 2\theta_{13} \right)^2 \left(\frac{dV_{eff,B}}{dr} \right)^{-1} \geq 1 \\ &= 3,62 \times 10^{-2} \left(\frac{\tilde{\Delta} m_{32}^2}{E_{\nu, MeV}} \text{sen} 2\theta_{13} \right)^2 \frac{l_{cm}}{\Phi'} \geq 1,\end{aligned}\quad (3.38)$$

donde

$$\Phi' = \frac{d\Phi_A}{dx} - 1,58027 \times 10^{-10} E_{\nu, MeV} \frac{d\Phi_B}{dx}.\quad (3.39)$$

En las ecuaciones de arriba hemos expresado la variable de longitud $r = lx$, donde l_{cm} se encuentra dada en centímetros y x es una variable sin dimensiones.

Capítulo 4

Resultados

4.1. Comparación del potencial efectivo con y sin campo magnético

Hemos calculado el potencial efectivo del neutrino ec. (3.17) cuando este se propaga en una fireball de GRB sumergida en un medio magnetizado conformado por e^- , e^+ , p y n .

Hemos graficado Fig. 4.1 el potencial ec. (2.56) como una función de la temperatura en el rango 0 a 10 MeV para un valor fijo del campo magnético $B = 0,1B_c$. Esto muestra que el potencial es una función que se incrementa con la temperatura. También hemos mostrado en la Fig. 4.1, únicamente la contribución del campo magnético, es decir, la diferencia entre las ecs. 2.62 $B = 0$ y (2.56) $B \neq 0$, el cual muestra que la contribución del campo magnético es opuesta comparada con la contribución solo del medio.

4.2. Condición de resonancia para la mezcla de tres neutrinos

De la condición de resonancia ec. (3.36) hemos obtenido las gráficas en el plano 4.2, en un plano μ y T . Para estas gráficas consideramos valores basados en un conjunto de datos de experimentos de neutrinos solares, atmosféricos, reactores y aceleradores. Consideramos $\theta_{23} = 45^\circ$ [36]. Hemos usado dos valores extremos de Δm_{32}^2 , el primero igual a $10^{-2,9} eV^2$ en la Fig. 4.3a y el segundo igual a $10^{-2,21} eV^2$ en la Fig. 4.3b para $B = 0,1B_c$, $\theta_{13} = 6^\circ$ y cuatro diferentes valores de energías del neutrino 5, 10, 20 y 30 MeV respectivamente. En ambos valores de Δm_{32}^2 y una temperatura consistente con la de una fireball, el cual

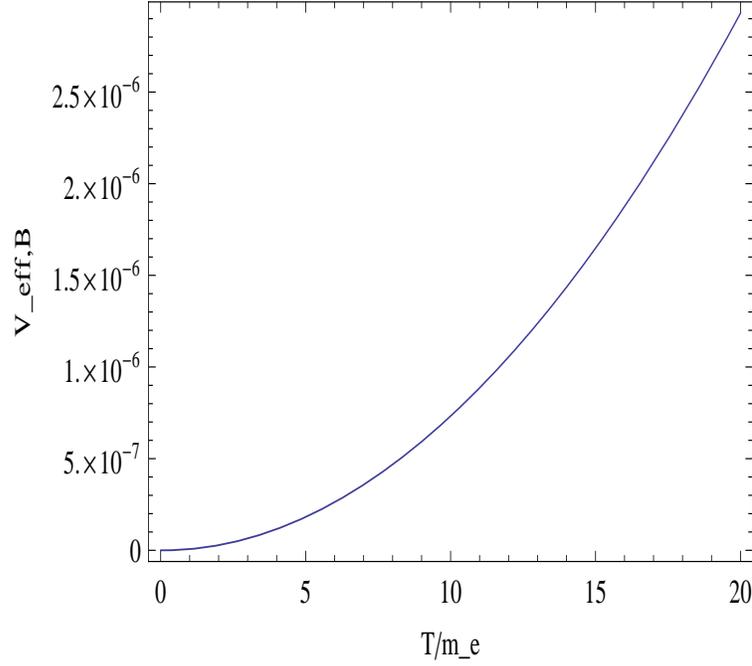


Figura 4.1: La Ec. (2.56) se gráfica como una función de la temperatura T/m_e para $B = 0,1 B_c$. Las unidades de $V_{eff,B}$ están en eV .

esta en el rango 3 a 10 MeV, y el potencial químico de los electrones se encuentra en el rango 1-12 eV, los cuales son mostrados en las Tablas I y II.

En la tabla I mostramos diferentes observables de una fireball para $\Delta m_{32}^2 = 10^{-2,9} eV^2$. Esto muestra que para una energía de neutrino 5 MeV a 30 MeV, la longitud de resonancia cambia entre 47 Km a 284 Km y la asimetría leptónica de $\sim 10^{-7}$ a 10^{-6} . Para un plasma con carga neutra $L_e = L_p$ nosotros obtuvimos una carga bariónica en la fireball en el rango $2,3 \times 10^{-9} M_\odot < M_b < 1,4 \times 10^{-7} M_\odot$.

En la tabla II nosotros hicimos el mismo análisis pero para $\Delta m_{32}^2 = 10^{-2,2} eV^2$. Aquí el potencial químico es mas alto comparado con el de la tabla I. Esto muestra que el corrimiento en Δm_{32}^2 hacia un valor mas alto, también se presenta un desplazamiento de μ en la misma dirección. En este caso no hay mucho cambio en L_e y M_b y la longitud de resonancia descansa en el rango $9,4 Km < L_{res} < 57 Km$.

Del análisis hecho vemos que para que se satisfaga la condición de resonancia, para una temperatura de 3 a 10 MeV, un potencial químico del electrón (μ) entre 1 a 12 eV, la energía del neutrino en el rango de 5 a 30 MeV, obtenemos que la longitud de resonan-

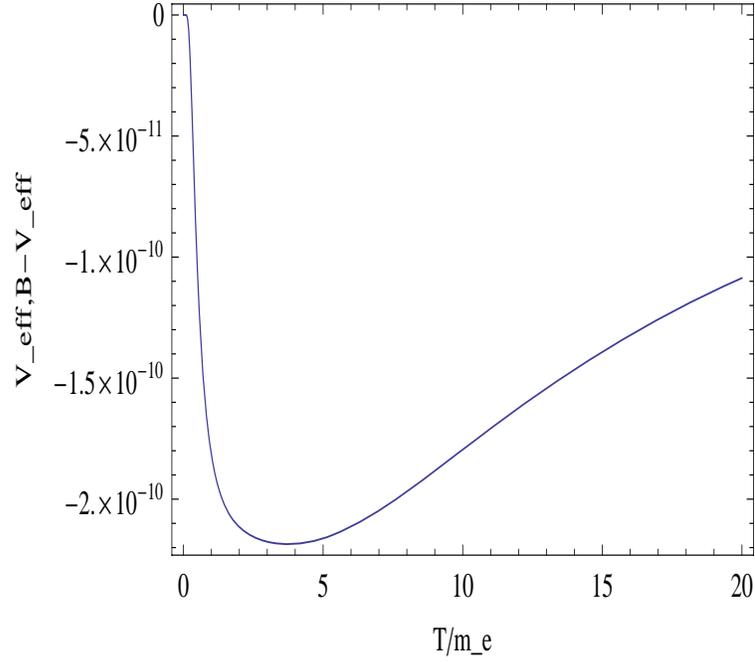


Figura 4.2: Únicamente la dependencia del campo magnético del $V_{\text{eff},B}$ se gráfica como una función de la temperatura T/m_e para $B = 0,1 B_c$. Las unidades de $V_{\text{eff},B}$ están en eV

cia descansa abajo de 284 Km, el cual muestra que los neutrinos pueden o no oscilar resonantemente dentro de la fireball dependiendo del radio. Por otro lado, tenemos que la carga bariónica de la fireball descansa en el rango $10^{-9} M_\odot < M_b < 10^{-7} M_\odot$. Si en el potencial las funciones Φ_A y Φ_B dependen de la escala de longitud, encontramos que para $10^{-2,9} eV^2 \leq \Delta m_{32}^2 \leq 10^{-2,2} eV^2$ y $5 \leq E_{\nu, MeV} \leq 30$, los parámetros l_{cm}/Φ' descansarán entre el rango 10^{-10} a $2,5 \times 10^{-9}$ para satisfacer la condición dada en la ec. (3.38).

4.3. Probabilidades para la mezcla de tres neutrinos

Nosotros hicimos un completo análisis para la mezcla de tres neutrinos con y sin campo magnético. Para nuestro análisis nosotros usamos el resultado dado en ref.[36],

Cuadro 4.1: Hemos mostrado los diferentes observables de una fireball también como la longitud de resonancia de neutrino L_{res} para $\Delta m_{23}^2 = 10^{-2,9} eV^2$ y $B = 0,1 B_c$.

$E_{\nu, MeV}$	T(MeV)	$\mu(eV)$	$L_{res}(cm)$	L_e	$M_b(R_7^3 M_{\odot})$
5	3	2,47412	$4,737 \times 10^6$	$1,099 \times 10^{-6}$	$7,064 \times 10^{-9}$
	10	0,960329		$1,284 \times 10^{-7}$	$3,057 \times 10^{-8}$
10	3	1,33789	$9,474 \times 10^6$	$5,943 \times 10^{-7}$	$3,819 \times 10^{-9}$
	10	1,59669		$2,135 \times 10^{-7}$	$5,083 \times 10^{-8}$
20	3	0,869801	$1,895 \times 10^7$	$3,864 \times 10^{-7}$	$2,483 \times 10^{-9}$
	10	3,03194		$4,055 \times 10^{-7}$	$9,653 \times 10^{-8}$
30	3	0,804489	$2,842 \times 10^7$	$3,574 \times 10^{-7}$	$2,297 \times 10^{-9}$
	10	4,50277		$6,022 \times 10^{-7}$	$1,434 \times 10^{-7}$

Cuadro 4.2: Hemos mostrados los diferentes observables de la fireball también como la longitud de resonancia de neutrinos L_{res} para $\Delta m_{23}^2 = 10^{-2,2} eV^2$ y $B = 0,1 B_c$.

$E_{\nu, MeV}$	T(MeV)	$\mu(eV)$	$L_{res}(cm)$	L_e	$M_b(R_7^3 M_{\odot})$
5	3	12,1177	$9,452 \times 10^5$	$5,383 \times 10^{-6}$	$3,460 \times 10^{-8}$
	10	1,82987		$2,447 \times 10^{-7}$	$5,826 \times 10^{-8}$
10	3	6,17192	$1,890 \times 10^6$	$2,742 \times 10^{-6}$	$1,762 \times 10^{-8}$
	10	2,03432		$2,721 \times 10^{-7}$	$6,477 \times 10^{-8}$
20	3	3,27657	$3,780 \times 10^6$	$1,456 \times 10^{-6}$	$9,355 \times 10^{-9}$
	10	3,24878		$4,346 \times 10^{-7}$	$1,034 \times 10^{-7}$
30	3	2,4178	$5,671 \times 10^6$	$1,074 \times 10^{-6}$	$6,903 \times 10^{-9}$
	10	4,6475		$6,216 \times 10^{-7}$	$1,480 \times 10^{-7}$

$$\begin{aligned}
1,4 \times 10^{-3} < \Delta m_{32}^2 / eV^2 < 6,0 \times 10^{-3} \\
\theta_{13} &\simeq 6^\circ \\
32^\circ < \theta_{23} < 60^\circ.
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Las probabilidades de supervivencia y conversión para neutrinos activos se grafican como una función de Δm_{32}^2 entre el rango de $10^{-2,9} eV^2$ a $10^{-2,2} eV^2$ para $B = 0$ y $B = 0,1 B_c$ para dos energías del neutrino 5 MeV y 30 MeV de la Fig.4 a la Fig. 7. Nosotros también consideramos dos diferentes escalas de longitudes para la fireball, 100 Km y 1000 Km. Lo anterior para ver como las probabilidades cambian cuando la escala de longitud de la fireball cambia. Como nosotros hemos tomado $\theta_{23} = 45^\circ$, las probabilidades $P_{e\mu} = P_{e\tau}$ y también $P_{\mu\mu} = P_{\tau\tau}$. Nosotros graficamos la probabilidad de supervivencia del neutrino muónico para $L = 100 Km$ en la Fig. 4.4a y para $L = 1000 Km$ en la Fig. 4.4b. La probabilidad de supervivencia del neutrino muónico $P_{\mu\mu}$ en la Fig. 4.4a, para una energía del neutrino de 5 MeV y un campo magnético $B = 0$ es 180° fuera de fase comparado con la misma energía del neutrino pero para $B = 0,1 B_c$. Para el caso $B = 0$ la probabilidad varia entre 0,6 y la unidad y para $B = 0,1 B_c$ esta entre 0 y 0,4. Cambiando de 5 MeV a 30 MeV nosotros vemos que, para $B = 0$, la $P_{\mu\mu}$ decrece y descansa entre 0,3 y 0,5 y para $B = 0,1 B_c$ descansa entre 0,42 y 0,68. Ahora pasando de $L = 100 Km$ a $L = 1000 Km$ (Fig. 4.4b), nosotros vemos que ambos $B = 0$ y $B = 0,1 B_c$ tienen una pequeña diferencia de fase y la probabilidad $P_{\mu\mu}$ varia entre 0 y 1. Pero la probabilidad $P_{\mu\mu}$ para $B = 0,1 B_c$ esta adelantada con respecto a $B = 0$ para ambas energías del neutrino 5 MeV y 30 MeV. También la probabilidad para neutrinos de baja energía (curva E =5 MeV) oscila mas rápido que para la curva E= 30 MeV.

En la Fig. 4.5, Nosotros graficamos la probabilidad de conversión $P_{e\mu}$ para $E_\nu = 5 MeV$, $L = 100 Km$ (4.5a) y $E_\nu = 5 MeV$, $L = 1000 Km$ (4.5b) respectivamente para ambos $B = 0$ y $B = 0,1 B_c$. En la Fig. 4.5a se muestra la probabilidad $P_{e\mu}$ para $B = 0$ y $B = 0,1 B_c$, la cuales tienen una diferencia de fase de 180° (igual que la Fig. 4.4a), pero la probabilidad es muy pequeña $\sim 10^{-9}$. Cambiando de Fig. 4.5a a 4.5b ($L = 1000 Km$), nosotros vemos que la diferencia de fase es casi la misma y que además $P_{e\mu}$ oscila mucho mas rápido, comparada con la Fig 4.5a. En Figs. 4.6a y 4.6b, nosotros tenemos la misma probabilidad $P_{e\mu}$ como en Fig. 4.5(a,b), pero aquí la energía del neutrino es $E_\nu = 30 MeV$. Esto es claramente observado que en la Fig. 4.6a ambas probabilidades están fuera de fase y son muy pequeñas $\sim 10^{-10}$. De otra parte, para $L = 1000 Km$ (Fig. 4.6b) la diferencia de fase es muy pequeña y la $P_{e\mu}$ oscila mucho mas rápido que la dada en la Fig. 4.6a. Nosotros tenemos la $P_{e\mu} = P_{e\tau} \simeq 10^{-10}$. Por lo tanto la probabilidad de supervivencia para el

neutrino electrónico es $P_{ee} \simeq 1$. Esto muestra que los neutrinos electrónicos propagándose dentro de la fireball no puede oscilar a otros sabores.

En las Fig. 4.7a y 4.7b nosotros graficamos la $P_{\mu\tau}$ para $L = 100 Km$ y $L = 1000 Km$ respectivamente. Para $L = 100 Km$ Fig 4.7a la probabilidad para $B = 0$ y $B = 0,1 B_c$ están fuera de fase para ambas energías $E_\nu = 5$ y $30 MeV$. En la Fig. 7b para $L = 1000 Km$ hay una pequeña diferencia de fase entre las probabilidades para $B = 0$ y $B = 0,1 B_c$. Comparando las Figs. 4.4a con 4.7a y las Figs. 4.4b con 4.7b, se muestra que la probabilidad para $B = 0$ (en la Fig. 4a y Fig. 7a) y la probabilidad $B = 0,1 B_c$ en (Fig. 4b y Fig. 7b) están 180° fuera de fase. Nosotros obtenemos esto porque la probabilidad satisface la condición

$$P_{\mu\mu} + P_{e\mu} + P_{\mu\tau} = 1, \quad (4.2)$$

En las figs. 4.5 and 4.6 mostramos que $P_{e\mu} = P_{e\tau}$ y que ellas son muy pequeñas lo cual da $P_{\mu\tau} \simeq 1 - P_{\mu\mu}$. La $P_{\tau\tau}$ es también la misma que la $P_{\mu\mu}$.

De nuestro análisis nosotros vemos que $P_{ee} \simeq 1$ y es casi independiente de la energía del neutrino y el tamaño de la fireball, el cual muestra que para ángulos de mezcla correspondientes a $\theta_{13} = 6^\circ$ y para $\theta_{23} = 45^\circ$, el neutrino electrónico casi no oscila a ningún otro sabor, el cual se puede observar de una manera clara de la Fig. 4.3 y de la Fig. 4.3. De otro lado, los neutrinos muónicos y tauónicos oscilan entre ellos mismos con igual probabilidad y la oscilación depende de la energía del neutrino, campo magnético y el tamaño de la fireball. Comparando los resultados para $B = 0$ y $B \neq 0$, se muestra que la contribución de la magnitud del campo magnético es mas pequeña que para el caso en el que solo el medio contribuye. Pero dependiendo del tamaño de la fireball, la probabilidad para $B = 0$ y $B \neq 0$ están en fase o fuera de fase.

4.4. Condición de resonancia para la mezcla de dos neutrinos con diferentes rangos de parámetros

De la condición de resonancia ec. (3.36) vemos, que esta depende de un conjunto dado de parámetros de oscilación de neutrinos como es δm^2 y $\sin^2 2\theta$, luego la longitud de resonancia depende linealmente y únicamente de la energía del neutrino, entonces el cambio de temperatura en el medio o el cambio en la densidad numérica en la fireball no afectara L_{res} . Para nuestro análisis hemos tomado tres energías diferentes del neutrino $E_\nu = 5, 10$ y $20 MeV$, y para cada energía tres diferentes temperaturas de la fireball $T = 3, 5$ y $10 MeV$. Nosotros tomamos en consideración los parámetros de oscilación de neutrinos solares, atmosféricos (SNO y SuperKamiokande), y de reactor Liquid Scintillator Neutrino Detector (LSND) para estudiar la condición de resonancia en la fireball. La oscilación de

Cuadro 4.3: SNO: Los valores mas adecuados para los parámetros de oscilación de neutrinos $\delta m^2 \sim 7,1 \times 10^{-5} eV^2$ y $\sin^2 2\theta \sim 0,69$ de los análisis combinados de SNO[47] y KamLAND[46] son usados en la condición de resonancia para diferentes energías de neutrinos en este cuadro. El campo magnético usado es $B = 0,1B_c$

E_{MeV}	T(MeV)	L_{res} (cm)	L_e	$M_b(R_7^3 M_\odot)$
5	3	$2,10 \times 10^7$	$3,28 \times 10^{-8}$	$2,97 \times 10^{-10}$
	5		$4,93 \times 10^{-8}$	$9,14 \times 10^{-10}$
	10		$5,07 \times 10^{-8}$	$1,13 \times 10^{-8}$
10	3	$4,21 \times 10^7$	$4,71 \times 10^{-8}$	$2,83 \times 10^{-10}$
	5		$5,34 \times 10^{-8}$	$1,49 \times 10^{-9}$
	10		$9,99 \times 10^{-8}$	$2,23 \times 10^{-8}$
20	3	$8,42 \times 10^7$	$6,83 \times 10^{-8}$	$4,11 \times 10^{-10}$
	5		$1,02 \times 10^{-7}$	$2,85 \times 10^{-9}$
	10		$1,99 \times 10^{-7}$	$4,44 \times 10^{-8}$

resonancia de neutrinos puede estar ligada a los parámetros de la fireball.

Para el mejor ajuste de conjuntos de parámetros de oscilación de neutrinos δm^2 y $\sin^2 2\theta$ de tres diferentes de experimentos (SNO, Super Kamiokande y LSND) y de acuerdo al potencial efectivo calculado 2.56, nosotros mostramos cual deberían ser los valores del potencial químico μ y la temperatura T para satisfacer la condición de resonancia para diferentes energías de neutrinos en el plasma de fireball. Luego, estos valores μ and T son usados para calcular la asimetría leptónica L_e , carga bariónica M_b y la longitud de resonancia L_{res} en la propagación de los neutrinos dentro de la fireball.

En la Fig.4.4 mostramos los valores de μ y T para el cual satisface la condición de resonancia para las cuatro diferentes energías de neutrino 5, 10, 20 y 30 MeV respectivamente tomando en cuenta los valores mas adecuado de δm^2 y $\sin^2 2\theta$ de SNO para la temperatura de la fireball en el rango de 3 a 10 MeV. En este rango de temperatura es mostrado que cada valor del potencial químico corresponde a dos diferentes temperaturas, lo que nos lleva a decir que la temperatura es degenerada. El incremento en la energía del neutrino hace que la temperatura decrezca para un valor particular del potencial químico μ y el degeneramiento de la temperatura va desapareciendo a medida que la energía del neutrino se hace mas alta. El mismo comportamiento es observado en la temperatura y el potencial químico para los datos de Super Kamiokande (δm^2 y $\sin^2 2\theta$) el cual es graficado en la Fig.4.4. Pero para los datos combinados de LSND y de KARMEN Fig. 4.4 nosotros mostramos que no hay degeneramiento observado en la temperatura en el rango entre 3-

10 MeV. El degeneramiento aparece cuando la temperatura se encuentra alrededor de 17 MeV, el cual es claramente observado de la Fig. 4.4. A continuación nosotros realizamos nuestros resultados para los tres experimentos respectivamente.

SNO: Los datos de SNO de neutrino solares [47], combinados con los de resultados de KamLAND[46] restringen los parámetros de oscilación neutrinos dados por $6 \times 10^{-5} eV^2 < \delta m^2 < 10^{-4} eV^2$ y $0,64 < \sin^2 2\theta < 0,96$. El valor mas adecuado en el anterior rango es $\delta m^2 \sim 7,1 \times 10^{-5} eV^2$ y $\sin^2 2\theta \sim 0,69$ con un nivel de confianza del 99%. Nosotros usamos los datos mas adecuados para la condición de resonancia para diferentes energías de neutrino y los observables son dados en la TABLA 4.3. Para una energía de 5 MeV y la temperatura de la fireball de 3 MeV, la asimetría leptónica es $L_e \sim 3,28 \times 10^{-8}$, $L_{res} \sim 210$ km y $M_b \sim 2,97 \times 10^{-10} R_7^3 M_\odot$. Si el radio de la fireball es 100 Km, entonces, la longitud de resonancia es mas grande que el tamaño de la fireball y también la carga bariónica es demasiado baja. El problema de la carga bariónica puede ser resuelto por incremento del radio de la fireball, pero los neutrinos pueden oscilar antes de salir porque la longitud de resonancia es mas grande.

Pasando de neutrinos con energías de 5 MeV a 20 MeV y la temperatura del medio de 3 MeV a 10 MeV, nosotros tenemos $L_e \sim 2 \times 10^{-7}$, $M_b \sim 4,44 \times 10^{-8} R_7^3 M_\odot$ y $L_{res} \sim 842$ km. Luego para energías mas altas la longitud de resonancia es mas larga inclusive si nosotros incrementamos el radio a 1000 km, por lo tanto difícilmente oscilaría el neutrino dentro de la fireball. Con los parámetros de oscilación de neutrinos del conjunto de parámetro de neutrinos solares (SNO) difícilmente se presenta una oscilación resonante.

SuperKamiokande: Los parámetros de oscilación de neutrinos atmosféricos reportados por la colaboración de Super-Kamiokande (SK)[48] estan en el rango de $1,9 \times 10^{-3} eV^2 < \delta m^2 < 3,0 \times 10^{-3} eV^2$ y $0,9 \leq \sin^2 2\theta \leq 1,0$ con un nivel de confianza del 90%. En este espacio de parámetros nosotros consideramos el valor mas adecuado $\delta m^2 \sim 2,5 \times 10^{-3} eV^2$ y $\sin^2 2\theta \sim 0,9$ para estudiar la condición de resonancia en una fireball de GRB. Los resultados de nuestro análisis es dado en la TABLA 4.4. Para energías del neutrino en el rango entre 5 a 20 MeV y una temperatura entre el rango de 3 a 10 MeV, no hay mucha variación en L_e pero si existe alguna variación en L_{res} y en M_b como es observado. Para energías del neutrino de 5 MeV y una temperatura de 5 MeV nosotros tenemos $L_e \sim 1,73 \times 10^{-7}$ y $L_{res} \sim 5,2$ km. Similarmente para una energía del neutrino de 10 MeV y una temperatura de la fireball de 10 MeV, el $L_{res} \sim 10,5$ km, es decir dos veces mayor que el caso anterior. Para un neutrino de energía de 20 MeV nosotros obtenemos $L_{res} \sim 21$ km. Esto es porque para un conjunto dado de parámetros de oscilaciones de neutrinos, la longitud de resonancia es proporcional a la energía del neutrino y no depende de otros factores. También el contenido bariónico en la fireball es proporcional a T^3 .

Cuadro 4.4: SK: Los valores mas adecuados de parámetros de oscilación de neutrinos atmosféricos $\delta m^2 \sim 2,5 \times 10^{-3} eV^2$ y $\sin^2 2\theta \sim 0,9$ de la colaboración de Super-Kaminkande[48] son usados en la condición de resonancia para diferentes energías de de neutrinos en este cuadro. El campo magnético que nosotros hemos tomado aquí es $B = 0,1 B_c$.

E_{MeV}	T(MeV)	$L_{res}(cm)$	L_e	$M_b(R_7^3 M_\odot)$
5	3	522763	$7,04 \times 10^{-7}$	$4,24 \times 10^{-9}$
	5		$1,73 \times 10^{-7}$	$4,83 \times 10^{-9}$
	10		$6,92 \times 10^{-8}$	$1,54 \times 10^{-8}$
10	3	$1,05 \times 10^6$	$3,81 \times 10^{-7}$	$2,30 \times 10^{-9}$
	5		$1,30 \times 10^{-7}$	$3,62 \times 10^{-9}$
	10		$1,09 \times 10^{-7}$	$2,44 \times 10^{-8}$
20	3	$2,09 \times 10^6$	$2,38 \times 10^{-7}$	$1,44 \times 10^{-9}$
	5		$1,37 \times 10^{-7}$	$3,81 \times 10^{-9}$
	10		$2,04 \times 10^{-7}$	$4,54 \times 10^{-8}$

Entonces para una energía de neutrino dada, si el medio tiene un temperatura mas alta también sera el contenido bariónico. El valor pequeño de M_b puede ser ajustado dentro $10^{-8} M_\odot$ a $10^{-5} M_\odot$ modificando R_7 . Como podemos observar ambos valores de L_{res} y L_e están dentro del rango que nosotros esperábamos, y con esta L_{res} , el neutrino puede oscilar resonantemente muchas veces de un sabor a otro antes de salir de la fireball.

LSND: Finalmente nosotros consideramos los datos de neutrinos de reactor de LSND y KARMEN[49] para estudiar la oscilación resonante del neutrino en la fireball. El análisis combinado de ambos LSND y KARMEN ubica los parámetros de oscilación entre el rango $0,45 eV^2 < \delta m^2 < 1 eV^2$ y $2 \times 10^{-3} < \sin^2 2\theta < 7 \times 10^{-3}$ con un nivel de confianza del 90 %. Para nuestro análisis nosotros consideramos $\delta m^2 \sim 0,5 eV^2$ y $\sin^2 2\theta \sim 0,0049$ dados en la TABLA 4.5. Para el caso de L_e y M_b , son mucho mas altos con estos datos que con los datos de SNO y Super-Kamiokande, pero la longitud de resonancia es mucho mas pequeña que ambos SNO y SK. Para un neutrino con energía de 10 MeV propagándose en un plasma de fireball a una temperatura de 5 MeV, nosotros tenemos que $L_e \sim 4,77 \times 10^{-5}$, $L_{res} \sim 0,7$ km y $M_b \sim 1,33 \times 10^{-6} R_7^3 M_\odot$ y para energía del neutrino de 20 MeV y un temperatura de 10 MeV, nosotros tenemos que $L_e \sim 3,28 \times 10^{-6}$, $L_{res} \sim 1,4$ km y $M_b \sim 7,32 \times 10^{-7} R_7^3 M_\odot$. Ahora como L_{res} es mucho mas pequeña comparada con el tamaño de la fireball, los neutrinos propagándose oscilaran resonantemente antes de que salgan de la fireball.

Cuadro 4.5: LSND: Los valores mas adecuados de parámetros de oscilación de neutrinos $\delta m^2 \sim 0,5 eV^2$ y $\sin^2 2\theta \sim 0,0049$ de LSND y KARMEN[49] son usados en la condición de resonancia para diferentes energías del neutrino. El campo magnético que hemos tomado es $B = 0,1B_c$.

E_{MeV}	T(MeV)	$L_{res}(cm)$	L_e	$M_b(R_7^3 M_\odot)$
5	3	35424,1	$4,77 \times 10^{-4}$	$2,87 \times 10^{-6}$
	5		$9,38 \times 10^{-5}$	$2,62 \times 10^{-6}$
	10		$1,23 \times 10^{-5}$	$2,74 \times 10^{-6}$
10	3	70848,1	$2,27 \times 10^{-4}$	$1,37 \times 10^{-6}$
	5		$4,77 \times 10^{-5}$	$1,33 \times 10^{-6}$
	10		$6,36 \times 10^{-6}$	$1,42 \times 10^{-6}$
20	3	141696	$1,18 \times 10^{-4}$	$7,11 \times 10^{-7}$
	5		$2,46 \times 10^{-5}$	$6,85 \times 10^{-7}$
	10		$3,28 \times 10^{-6}$	$7,32 \times 10^{-7}$

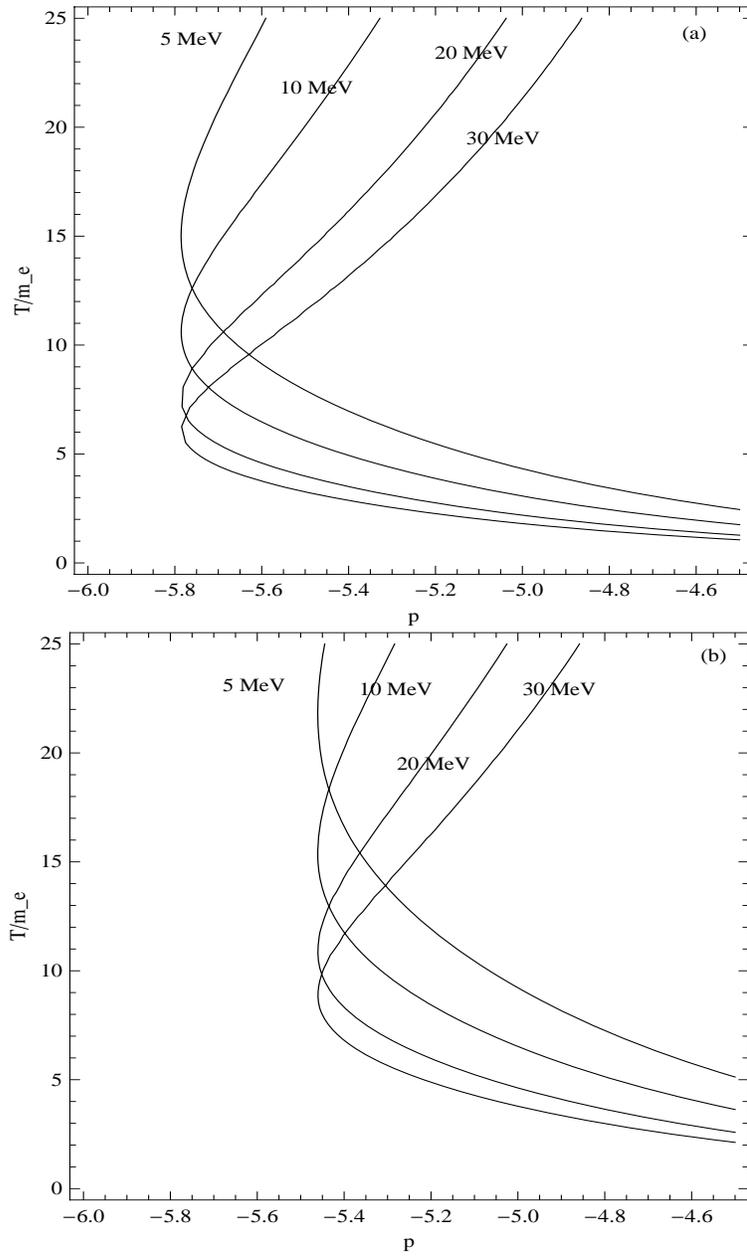


Figura 4.3: La gráfica de contorno de la condición de resonancia de la ec. (3.36) como funciones de T/m_e y de $\mu = 10^p m_e$ es mostrado para diferentes energías del neutrino y para $B = 0,1 B_c$ donde (a) $\Delta m_{32}^2 = 10^{-2,9} eV^2$ y b) $\Delta m_{32}^2 = 10^{-2,2} eV^2$.

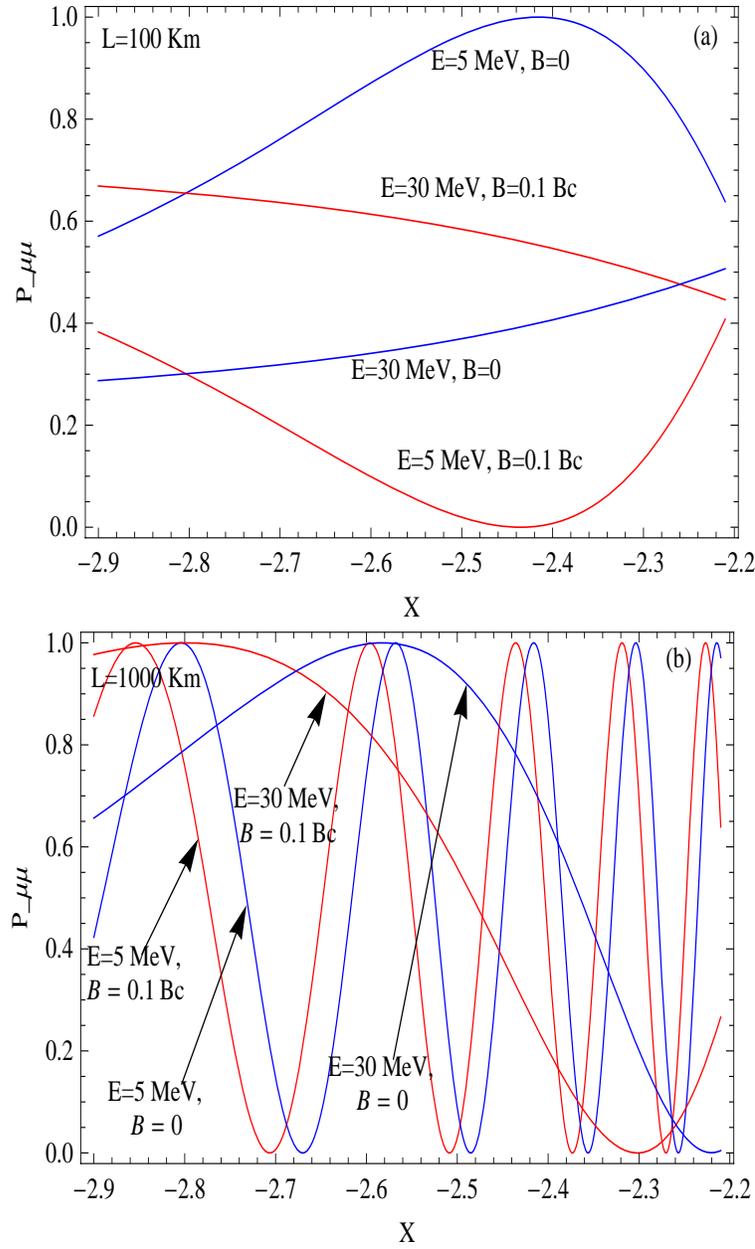


Figura 4.4: La probabilidad de supervivencia de neutrinos muónicos $P_{\mu\mu}$ se grafica como una función de $\Delta m_{32}^2 eV^2 = 10^X eV^2$, para un radio de la fireball de (a) $L = 100$ Km y (b) $L = 1000$ Km. Las energías de los neutrinos y del campo magnético son mostrados en esta.

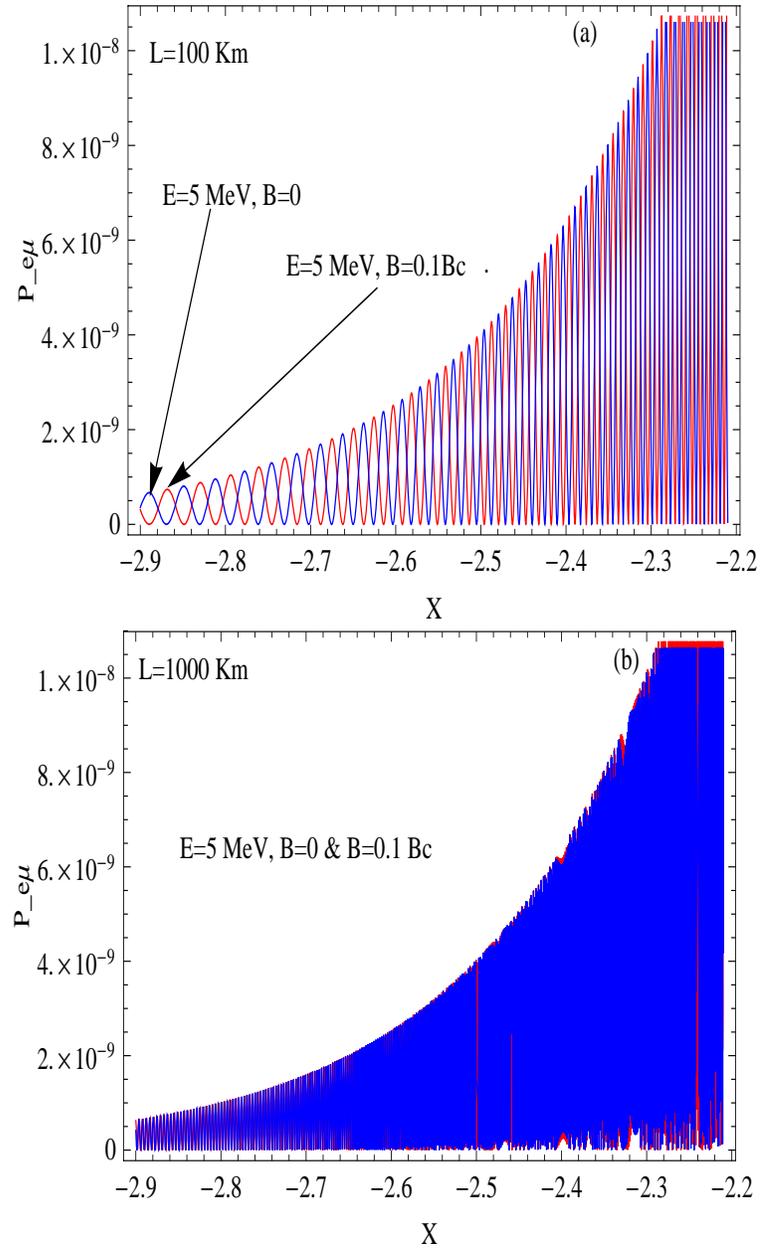


Figura 4.5: La probabilidad $P_{e\mu}$ se grafica como una función de Δm_{32}^2 , para un radio de la fireball de (a) $L = 100 \text{ Km}$ y (b) $L = 1000 \text{ Km}$. La energía del neutrino y campo magnético son mostrados en esta.

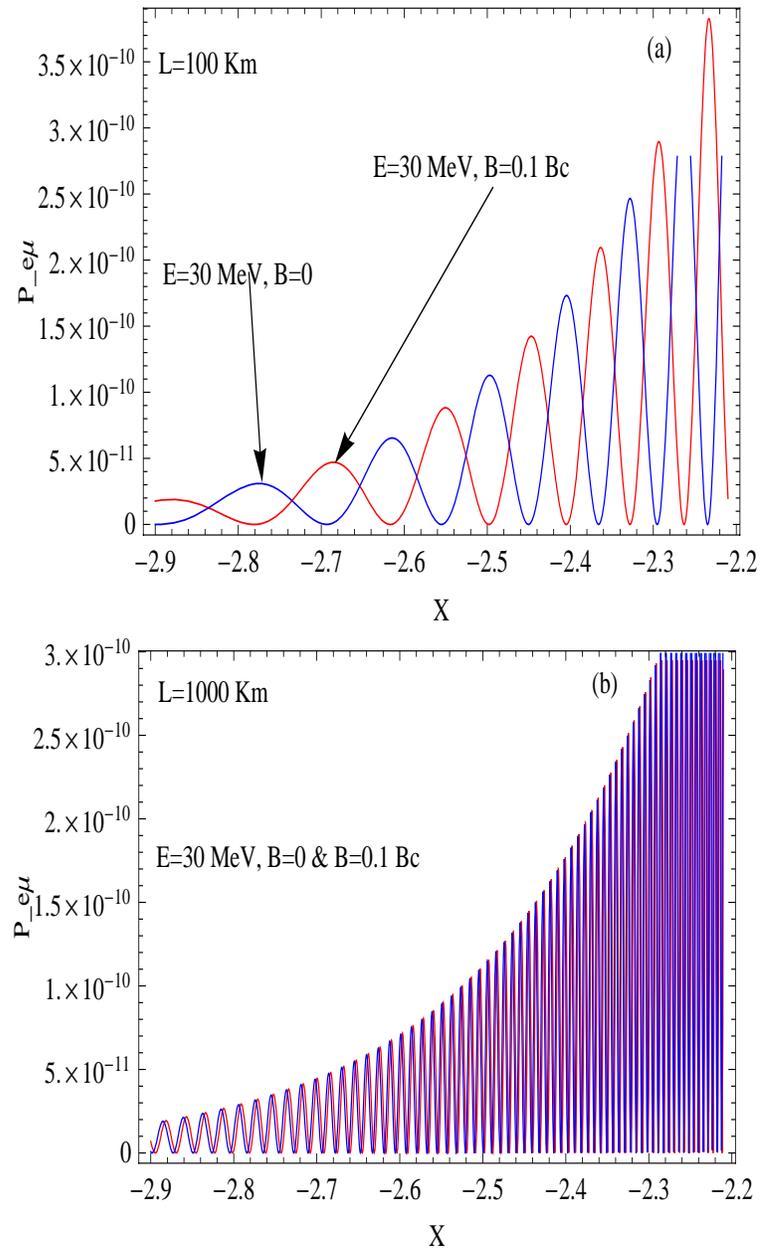


Figura 4.6: Este es el mismo caso descrito en la Fig. 4.5 pero para una energía de neutrino $E_\nu = 30 \text{ MeV}$

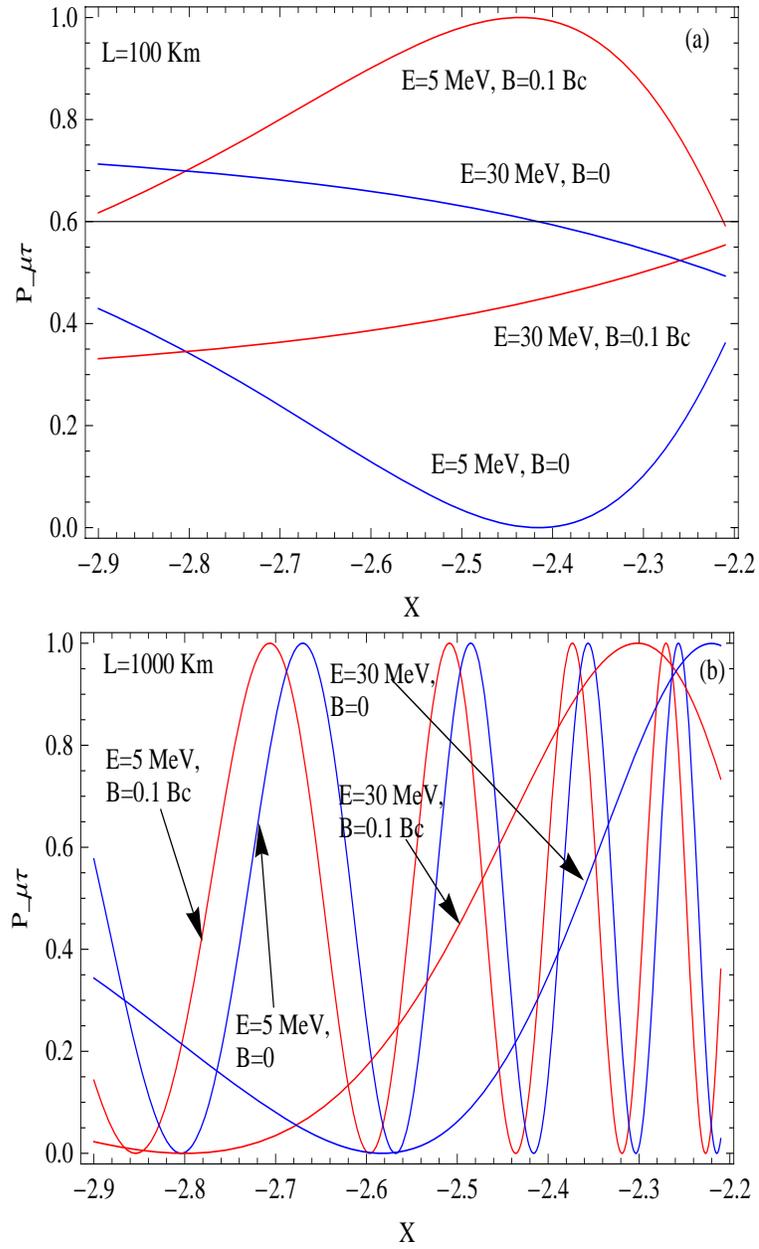


Figura 4.7: La probabilidad $P_{\mu\tau}$ se grafica como una función de Δm_{32}^2 , para un radio de la fireball de (a) $L = 100 \text{ Km}$ y (b) $L = 1000 \text{ Km}$. Las energías del neutrino y el campo magnético son mostrados en esta.

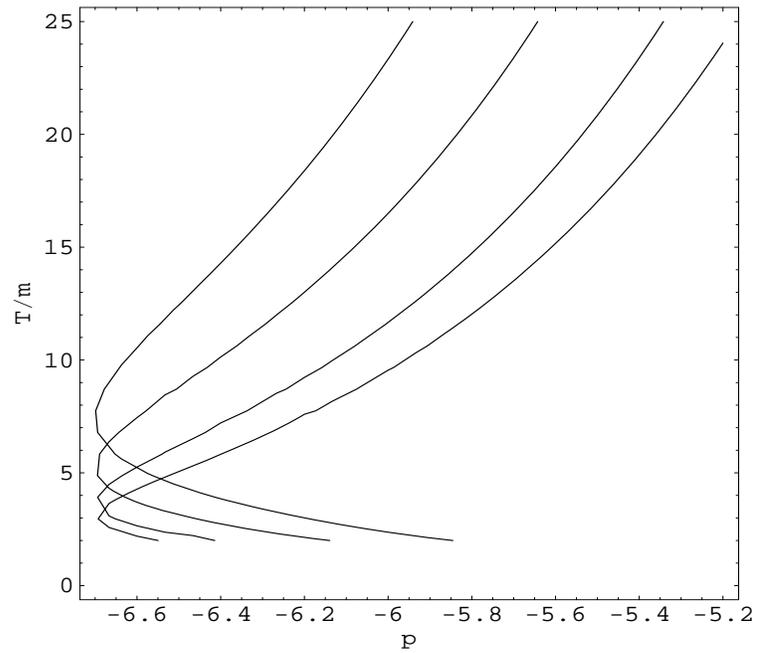


Figura 4.8: Mejor ajuste de valores de los datos de SNO $\delta m^2 \sim 7,1 \times 10^{-5} eV^2$ y $\sin^2 2\theta \sim 0,69$ nosotros hicimos las gráficas de contorno para el cual p y T/m (donde $\mu = 10^9 m$) satisface la condición de resonancia para cuatro valores diferentes energías del neutrino 5, 10, 20 y 30 MeV de izquierda a derecha respectivamente. Aquí nosotros tomamos $B = 0,1 B_c$.

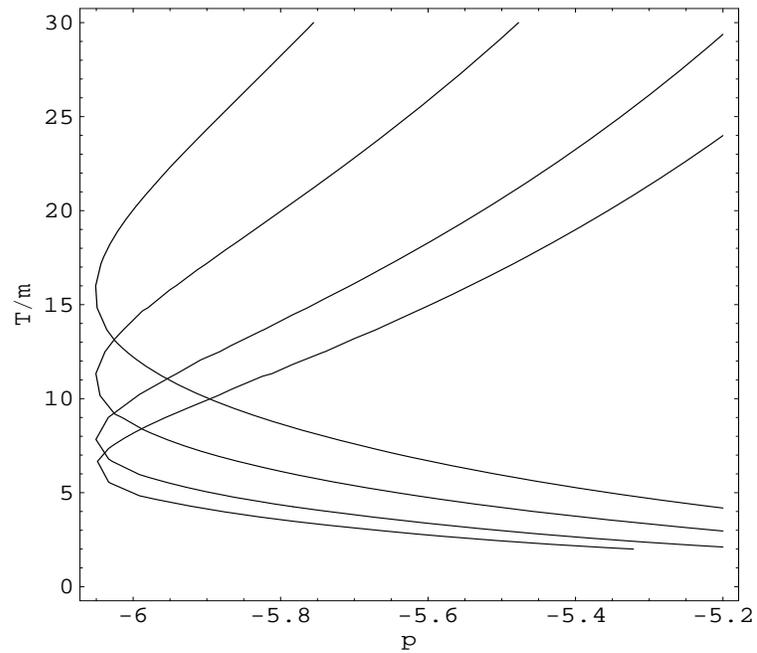


Figura 4.9: La gráfica de contorno que satisface la condición de resonancia para los valores mas adecuados de los parámetros de oscilación de neutrinos de Super-Kamiokande $\delta m^2 \sim 2,5 \times 10^{-3} eV^2$ y $\sin^2 2\theta \sim 0,9$, para diferentes p y T/m son mostrados. La definición de p es la misma que para la Fig. 4.4 y también el mismo campo magnético es usado. Las cuatro curvas de izquierda a derecha corresponde a las energías 5, 10, 20 y 30 MeV del neutrino respectivamente.

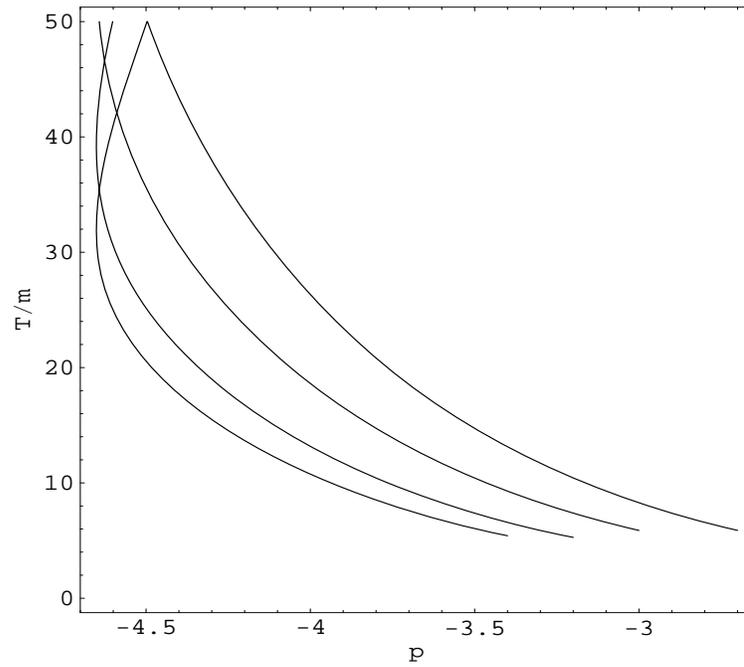


Figura 4.10: La gráfica de contorno que satisface la condición de resonancia para los valores mas adecuados de los parámetros de oscilación de LSND $\delta m^2 \sim 0,5 eV^2$ y $\sin^2 2\theta \sim 0,0049$ Todos los otros parámetros corresponden a los mismos que en la Fig. 4.4 para las energías del neutrino de 5, 10, 20, 30 MeV.

Capítulo 5

Conclusiones

Hemos calculado explícitamente el potencial del neutrino a nivel de un rizo $V_{eff,B}$ a orden M_W^{-4} en el límite de campo débil $eB \ll m_e^2$ en términos de las funciones especiales de Bessel y recobrando el resultado para el límite $B = 0$ el cual puede ser únicamente obtenido cuando la tercer componente del momento del neutrino k_3 es remplazada por $-E_\nu$. Hemos calculado el potencial efectivo del neutrino cuando el medio contiene, i) e^-, e^+ , protones, neutrones y neutrinos y (ii) únicamente neutrinos en el medio.

Considerando la mezcla de tres neutrinos nosotros hemos estudiado el proceso de oscilación del neutrino activo-activo $\nu_a \leftrightarrow \nu_b$ ($a, b = e, \mu, \tau$) en un plasma débilmente magnetizado de la fireball de GRB asumiendo que esta es esférica con un radio de 100 a 1000 km, con una temperatura en el rango 3-10 MeV, compuesta de e^-, e^+, p y n y que por facilidad, es eléctricamente neutra.

La probabilidad de oscilación del neutrino muestra que el ν_e no oscila a otro sabor, independiente de su energía y del campo magnético, por consiguiente obtenemos que $P_{e\mu}$ y $P_{e\tau}$ son muy pequeñas (del orden de 10^{-10}). En cambio existe transformaciones importantes entre ν_μ y ν_τ donde la probabilidad correspondiente es del orden de 1 y depende de la energía del neutrino, campo magnético y también del tamaño de la fireball. Analizamos nuestro resultado tomando dos radios diferentes de la fireball 100 Km y 1000 Km, para una energía del neutrino entre el rango de 5 a 30 MeV y un campo magnético $B = 0$ y $B = 0,1B_c$. Encontramos que la probabilidad para $B = 0$ y $B = 0,1B_c$ están fuera de fase de 180° para $L = 100$ Km y casi en fase para $L = 1000$ Km. Para $L = 100$ Km, las $P_{\mu\mu}$ y $P_{\mu\tau}$ varían entre 0-0.5 o 0.5-1. De otro lado, para $L = 1000$ Km, esta varía entre 0 y 1. También para este caso los neutrinos de baja energía oscilan más rápido que los de alta energía.

También, analizamos la condición de resonancia y encontramos que para satisfacerla, el

potencial químico en la fireball descansa en el rango de 1-12 eV. Para una energía del neutrino entre el rango de 5 a 30 MeV, la longitud de resonancia descansa en el rango 9.4 Km a 284 Km. Entonces bajo nuestras consideraciones, en una fireball de radio 100 Km a 1000 Km, los ν_μ y ν_τ pueden oscilar resonantemente. La carga bariónica calculada, usando la condición de resonancia descansa entre el rango $10^{-9}M_\odot < M_b < 10^{-7}M_\odot$. Dependiendo del tamaño de la fireball las probabilidades para $B = 0$ y $B \neq 0$ están cada una en fase o fuera de fase. Para la mezcla de dos sabores, estudiamos el proceso de oscilación $\nu_e \leftrightarrow \nu_{\mu,\tau}$ en un plasma débilmente magnetizado e^-e^+ asumiendo que la fireball es esférica con un radio de 100 a 1000 km y temperatura en el rango 3-10 MeV.

Nosotros usamos los valores mas adecuados de los parámetros de oscilación de neutrinos solares, atmosféricos y de reactores y estudiamos la condición de resonancia para el proceso de selección, calculando la simetría leptónica, longitud de resonancia y contenido bariónico de la fireball para neutrinos de energía 5, 10 y 20 MeV y la temperatura de 3, 5 y 10 MeV. Hemos mostrado que para δm^2 y $\sin^2 2\theta$ según los parámetros de oscilación de neutrinos solares, la longitud de resonancia es grande comparada con el tamaño de la fireball, la cual se incrementa con el aumento de la energía del neutrino, sin embargo la carga bariónica es baja. En este caso, probablemente no ocurrirá oscilación resonante. Pero si δm^2 y $\sin^2 2\theta$ están en el rango de neutrinos atmosféricos o de reactores, podrán oscilar muchas veces antes de que los neutrinos salgan de la fireball, luego la probabilidad de conversión promedio será $\sim 0,5$. Hemos mostrado en estos casos (SK y LSND), que la carga bariónica de la fireball no es ni muy alta ni muy baja. Un estudio detallado de la propagación del neutrino en la fireball es necesario para entender los detalles mas finos de la dinámica de la fireball. Igualmente es importante determinar el contenido bariónico en la fireball, pues este contenido puede afectar la dinámica del jet.

Los GRBs pueden ser detectados a través de neutrinos y de rayos gama de muy alta energía con los detectores presentes hoy en día. Todos estos neutrinos y gamas son producidos después de la emisión súbita de fotones de MeV. Pero estos neutrinos de energías de algunos MeV al ser muy similares al del colapso de una supernova tipo I b,c (por ejemplo SN1987A) y al estar a distancias cosmológicas son muy difícil detectarlos. Estos eventos cosmológicos hacen que el flujo de neutrinos MeV sea muy bajo sobre la tierra comparado con el visto por la supernova SN1987A. También neutrinos de bajas energías tienen muy baja sección transversal y combinados con la distancia cosmológica hace que el detector requerido sea de un volumen extremadamente grande.

Capítulo **6**

Apéndices

Capítulo I

A.1.

$$-i\Sigma_W(k) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left(-\frac{ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma_\mu Li S_e(p) \left(-\frac{ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma_\nu Li W^{\mu\nu}(q) \quad (\text{A.1})$$

donde el propagador del boson W es dado por la eq. 2.25 y el propagador del Fermión dado por ec. 2.12. Luego el efecto del medio,

$$\begin{aligned} -\Sigma(k) &= i \left(\frac{g}{\sqrt{2}M_W} \right)^2 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left[R\gamma_\mu \int_{-\infty}^{\infty} dse^{\phi(p,s)} \eta_F G(p,s) \gamma^\mu L \left(1 + \frac{q^2}{M_W^2} \right) \right. \\ &\quad \left. - R\gamma_\mu \int_{-\infty}^{\infty} dse^{\phi(p,s)} \eta_F G(p,s) \gamma_\nu L \frac{q^\mu q^\nu}{M_W^2} \right. \\ &\quad \left. + R\gamma_\mu \int_{-\infty}^{\infty} dse^{\phi(p,s)} \eta_F G(p,s) \gamma_\nu L \frac{3ieF^{\mu\nu}}{2M_W^2} \right] \quad (\text{A.2}) \end{aligned}$$

donde $G(p,s)$ y $\phi(p,s)$ son dados por 2.19 y 2.14 respectivamente. Desarrollando los términos, Tomando la parte Real y separando en tres integrales de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} Re\Sigma^{(1)}(k) &= - \left(\frac{g}{\sqrt{2}M_W} \right)^2 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} R\gamma_\mu \int_{-\infty}^{\infty} dse^{\phi(p,s)} \eta_F G(p,s) \gamma^\mu L \left(1 + \frac{q^2}{M_W^2} \right) \\ Re\Sigma^{(2)}(k) &= \left(\frac{g}{\sqrt{2}M_W} \right)^2 \frac{1}{M_W^2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} R\gamma_\mu \int_{-\infty}^{\infty} dse^{\phi(p,s)} \eta_F G(p,s) \gamma_\nu L q^\mu q^\nu \\ Re\Sigma^{(3)}(k) &= \frac{3ie}{M_W^4} F^{\mu\nu} \frac{g^2}{2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} R\gamma_\mu \int_{-\infty}^{\infty} dse^{\phi(p,s)} \eta_F G(p,s) \gamma_\nu L \quad (\text{A.3}) \end{aligned}$$

Resolviendo términos,

$$R\gamma_\mu G(p,s) \gamma^\mu L = \sin z \cos z \left[p_0(\cot z \not{u} + i\not{b}) - p_3(\cot z \not{b} + i\not{u}) - \frac{\gamma_1 p_1 + \gamma_2 p_2}{\sin z \cos z} \right] \quad (\text{A.4})$$

$$1 + \frac{q^2}{M_W^2} = 1 + \frac{p_0^2}{M_W^2} - \frac{2k_0p_0}{M_W^2} - \frac{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 - 2(k_1p_1 + k_2p_2 + k_3p_3)}{M_W^2} \quad (\text{A.5})$$

Luego reemplazándolo A.4 y A.5 en A.3, resolvemos para $Re\Sigma^{(1)}(k)$, tenemos

$$\begin{aligned} Re\Sigma^{(1)}(k) &= \frac{g^2}{M_W^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_0 dp_1 dp_2 dp_3}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} ds e^{is(p_0^2 - m^2) - \epsilon|s| - ip_3^2 s - is(p_1^2 + p_2^2) \frac{\tan z}{z}} \tan z \eta_F \\ &R \left[1 + \frac{p_0^2}{M_W^2} - \frac{2k_0p_0}{M_W^2} - \frac{2k_0p_0}{M_W^2} - \frac{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 - 2(k_1p_1 + k_2p_2 + k_3p_3)}{M_W^2} \right] \\ &\left[p_0(\cot z \not{\mu} + i\not{\beta}) - p_3(\cot z \not{\beta} + i\not{\mu}) - \frac{\gamma_1 p_1 + \gamma_2 p_2}{\sin z \cos z} \right] L \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Resolviendo las integrales p_1 , p_2 y p_3 , donde nosotros definimos

$$\begin{aligned} a_{i1} &= \int_{-\infty}^{\infty} dp_i e^{-isp_i^2 \alpha} \\ a_{i2} &= \int_{-\infty}^{\infty} dp_i e^{-isp_i^2 \alpha} p_i^2 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

nosotros tenemos,

$$\begin{aligned} a_{31} &= \int_{-\infty}^{\infty} dp_3 e^{-isp_3^2} = \sqrt{\frac{\pi}{s}} e^{-i\pi/4} \\ a_{32} &= \int_{-\infty}^{\infty} dp_3 e^{-isp_3^2} p_3^2 = -\frac{i\sqrt{\pi}}{2s^{3/2}} e^{-i\pi/4} = -\frac{i}{2s} a_{31} \\ a_{11} &= a_{21} \int_{-\infty}^{\infty} dp_{1,2} e^{-isp_{1,2}^2 \frac{\tan z}{z}} = \sqrt{\frac{\pi eB}{\tan z}} e^{-i\pi/4} \\ a_{12} &= a_{22} \int_{-\infty}^{\infty} dp_{1,2} e^{-isp_{1,2}^2 \frac{\tan z}{z}} p_{1,2}^2 = -\frac{ieB}{2 \tan z} a_{11} \\ a_{31} a_{11}^2 &= \sqrt{\frac{\pi}{s}} \frac{\pi eB}{\tan z} e^{-i\pi/4} e^{-i\pi/2} = \frac{\pi^{3/2}}{\sqrt{s}} \frac{eB}{\tan z} e^{-i3\pi/4} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Luego reemplazando A.8 en ec. A.6 y despues de hacer simplificaciones

$$\begin{aligned} Re\Sigma^{(1)}(k) &= \frac{g^2 eB \pi^{3/2} e^{-i3\pi/4}}{M_W^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_0}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} ds \frac{e^{is(p_0^2 - m^2) - \epsilon|s|}}{\sqrt{s}} \eta_F \\ &R \left[\cot z \left(\left(1 + \frac{p_0^2}{M_W^2} - \frac{2k_0p_0}{M_W^2} - \frac{2k_0p_0}{M_W^2} \right) p_0 \not{\mu} - \frac{eB p_0}{M_W^2} \not{\beta} + \frac{ip_0}{2M_W^2 s} \not{\mu} + \frac{ik_3}{M_W^2 s} \not{\beta} \right) \right. \\ &\cot^2 z \frac{ieB p_0}{M_W^2} \not{\mu} + \frac{1}{\sin^2 z} \frac{ieB}{M_W^2} \not{k}_\perp + i \left(1 + \frac{p_0^2}{M_W^2} - \frac{2k_0p_0}{M_W^2} - \frac{2k_0p_0}{M_W^2} \right) p_0 \not{\beta} \\ &\left. - \frac{p_0}{2M_W^2 s} \not{\beta} - \frac{k_3}{M_W^2 s} \not{\mu} \right] L \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Reduciendo términos y escribiéndolos en función,

$$\begin{aligned}\cot z &= i \sum_{n,\lambda} e^{-isH} \\ \frac{eB}{\sin^2 z} &= - \sum_{n,\lambda} H e^{-isH}\end{aligned}\quad (\text{A.10})$$

donde $H = eB(2n + 1 - \lambda)$. Luego la ec. A.9 queda expresada y teniendo en cuenta que $\eta_F(p \cdot u) = \theta(p \cdot u)f_F(p \cdot u) + \theta(-p \cdot u)f_F(-p \cdot u)$, se tiene

$$\begin{aligned}Re\Sigma^{(1)}(k) &= \frac{g^2 eB \pi^{3/2} e^{-i3\pi/4}}{M_W^2} \int_0^\infty \frac{dp_0}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^\infty ds \frac{e^{is(p_0^2 - m^2) - \epsilon|s|}}{\sqrt{s}} \\ &R \left\{ (f_F - \bar{f}_F) p_0 \left[i \sum_{n,\lambda} \left(\left(1 + \frac{p_0^2}{M_W^2}\right) \not{u} - \frac{eB}{M_W^2} \not{b} + \frac{i}{2M_W^2 s} \not{u} \right) e^{-isH} - i \sum_{n,\lambda} \frac{H}{M_W^2} \not{u} e^{-isH} \right. \right. \\ &+ i \left(1 + \frac{p_0^2}{M_W^2}\right) \not{b} - \frac{ieB}{M_W^2} \not{u} - \left. \frac{1}{2M_W^2 s} \not{b} \right] \\ &- (f_F + \bar{f}_F) \left[i \sum_{n,\lambda} \frac{2p_0^2 k_0}{M_W^2} \not{u} e^{-isH} + \sum_{n,\lambda} \frac{k_3}{M_W^2 s} \not{b} e^{-isH} + \sum_{n,\lambda} \frac{iH}{M_W^2} \not{k}_\perp e^{-isH} \right. \\ &\left. \left. + \frac{2ik_0 p_0^2}{M_W^2} \not{b} + \frac{k_3}{M_W^2 s} \not{u} \right] \right\} L\end{aligned}\quad (\text{A.11})$$

donde hemos definido $f_F = f_F(p_0 \cdot \mu)$ y $\bar{f}_F = f_F(-p_0 \cdot \mu)$. Por otro lado usando las integrales,

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^\infty \frac{ds}{\sqrt{s}} e^{isX - \epsilon|s|} &= \frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt{|x|}} e^{i\pi/4} \\ \int_{-\infty}^\infty \frac{ds}{s^{3/2}} e^{isX - \epsilon|s|} &= 4\sqrt{\pi|x|} e^{i3\pi/4}\end{aligned}\quad (\text{A.12})$$

Reemplazando A.12 en A.14, y teniendo en cuenta que,

$$\begin{aligned}p_0 = E_n &= \sqrt{m^2 + p_3^2 + H} \\ p_0 dp_0 &= p_3 dp_3\end{aligned}\quad (\text{A.13})$$

y reduciendo términos similares, se tiene,

$$\begin{aligned}Re\Sigma^{(1)}(k) &= \frac{g^2 eB}{2M_W^2} \int_0^\infty \frac{dp_3}{(2\pi)^2} R \left\{ (f_F - \bar{f}_F) \left[\sum_{n,\lambda} \left(\left(1 + \frac{m^2}{M_W^2}\right) \not{u} - \frac{eB}{M_W^2} \not{b} \right) \right. \right. \\ &+ \left. \left(1 + \frac{m^2}{M_W^2}\right) \not{b} - \frac{eB}{M_W^2} \not{u} \right] - (f_F + \bar{f}_F) \left[\left(2k_0 E_n \not{u} + \frac{2k_3 p_3^2}{E_n} \not{b} \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{\not{k}_\perp H}{E_n} \right) \frac{1}{M_W^2} + \left(2k_0 E_0 \not{b} + \frac{2k_3 p_3^2}{E_0} \not{u} \right) \frac{1}{M_W^2} \right] \right\} L\end{aligned}\quad (\text{A.14})$$

Nuevamente definiendo,

$$\begin{aligned}
 N_e &= \frac{eB}{2\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n,0}) \int_0^{\infty} dp_3 f_{e,n} \\
 \bar{N}_e &= \frac{eB}{2\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n,0}) \int_0^{\infty} dp_3 \bar{f}_{e,n}
 \end{aligned}
 \tag{A.15}$$

Luego haciendo estos cambios A.14 queda expresada

$$\begin{aligned}
 Re\Sigma^{(1)}(k) &= \frac{g^2}{4M_W^2} R \left[\left(1 + \frac{m^2}{M_W^2}\right) \left\{ (N_e - \bar{N}_e) \not{k} + (N_e^0 - \bar{N}_e^0) \not{p} \right\} \right. \\
 &\quad - \frac{eB}{M_W^2} \left\{ (N_e - \bar{N}_e) \not{p} + (N_e^0 - \bar{N}_e^0) \not{k} \right\} \\
 &\quad - \frac{1}{M_W^2} \left(2k_0 E_n \not{k} + 2k_3 \not{p} \left(E_n - \frac{m^2}{E_n} - \frac{H}{E_n} \right) + \frac{\not{k}_\perp H}{E_n} \right) (N_e + \bar{N}_e) \\
 &\quad \left. - \frac{2}{M_W^2} \left(k_0 E_0 \not{p} + k_3 \left(E_0 - \frac{m^2}{E_0} \right) \not{k} \right) (N_e^0 - \bar{N}_e^0) \right] L
 \end{aligned}
 \tag{A.16}$$

Evaluando $\Sigma^{(2)}(k)$,

$$Re\Sigma^{(2)} = \left(\frac{g}{\sqrt{2}M_W} \right)^2 \frac{1}{M_W^2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} R \gamma_\mu \int_{-\infty}^{\infty} ds e^{\phi(p,s)} \eta_F G(p,s) \gamma_\nu L q^\mu q^\nu
 \tag{A.17}$$

trabajando los términos de la integral,

$$\begin{aligned}
 R \gamma_\mu G(p,s) \gamma_\nu q^\mu q^\nu L &= R \not{q} (A + iB) \not{p} L \sec^2 z \\
 R \not{q} (A + iB) \not{q} L &= R \left[2q \cdot (A + iB) \not{q} - q^2 (A + iB) \right] L \\
 q \cdot (A + iB) \not{q} &= (\not{k} - \not{p}) \left[\sin z \cos z [(k_0 p_0 - p_0^2) \cot z + ip_0 k_3] + p_3^2 \cos^2 z \right. \\
 &\quad \left. - \sin z \cos z (k_3 \cot z + ik_0) p_3 + (p_1^2 + p_2^2 - k_1 p_1 - k_2 p_2) \right]
 \end{aligned}
 \tag{A.18}$$

definiendo,

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= \sin z \cos z [(k_0 p_0 - p_0^2) \cot z + ip_0 k_3] \\
 \alpha_2 &= \sin z \cos z (k_3 \cot z + ik_0)
 \end{aligned}
 \tag{A.19}$$

se tiene,

$$\begin{aligned}
 q \cdot (A + iB) &= k[\alpha_1 + p_3^2 \cos^2 z - \alpha_2 p_3 + p_1^2 + p_2^2 - k_1 p_1 - k_2 p_2] \\
 &\quad - [\gamma_0 p_0 - \gamma_3 p_3 - (\gamma_1 p_1 + \gamma_2 p_2)] [\alpha_1 + p_3^2 \cos^2 z \\
 &\quad - \alpha_2 p_3 + p_1^2 + p_2^2 - k_1 p_1 - k_2 p_2]
 \end{aligned} \tag{A.20}$$

Trabajando en el otro término de A.18 se tiene,

$$\begin{aligned}
 q^2(A + iB) &= (p^2 - 2k \cdot p) \sin z \cos z [p_0(\cot z \not\mu + i \not\beta) - p_3(\cot z \not\beta + i \not\mu) \\
 &\quad - \frac{\gamma_1 p_1 + \gamma_2 p_2}{\sin z \cos z}]
 \end{aligned} \tag{A.21}$$

definiendo nuevamente,

$$\begin{aligned}
 \beta_1 &= p_0(\cot z \not\mu + i \not\beta) \\
 \beta_2 &= (\cot z \not\beta + i \not\mu) \\
 \beta_3 &= \frac{1}{\sin z \cos z}
 \end{aligned} \tag{A.22}$$

se tiene de A.21,

$$\begin{aligned}
 q^2(A + iB) &= [(p_0^2 - 2k_0 p_0) - (p_3^2 - 2k_3 p_3) - (p_1^2 - 2k_1 p_1) - (p_2^2 - 2k_2 p_2)] \sin z \cos z \\
 &\quad [\beta_1 - \beta_2 p_3 - \beta_3(\gamma_1 p_1 + \gamma_2 p_2)]
 \end{aligned} \tag{A.23}$$

Luego reemplazando los términos en $\Sigma^{(2)}(k)$

$$\begin{aligned}
 Re\Sigma^{(2)}(k) &= \frac{g^2}{2M_W^4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_0 dp_1 dp_2 dp_3}{(2\pi)^4} \eta_F \int_{-\infty}^{\infty} ds e^{is(p_0^2 - m^2) - \epsilon|s| - is[p_3^2 + (p_1^2 + p_2^2) \frac{\tan z}{z}]} \sec z \\
 &\quad R \left[2k[\alpha_1 + p_3^2 \cos^2 z - \alpha_2 p_3 + p_1^2 + p_2^2 - k_1 p_1 - k_2 p_2] \right. \\
 &\quad \left. - \sin z \cos z [(p_0^2 - 2k_0 p_0) - (p_3^2 - 2k_3 p_3) - (p_1^2 + p_2^2 - 2k_1 p_1 - 2k_2 p_2)] \right. \\
 &\quad \left. [\beta_1 - \beta_2 p_3 - \beta_3(\gamma_1 p_1 + \gamma_2 p_2)] \right] L
 \end{aligned} \tag{A.24}$$

Integrando sobre p_3 , p_2 y p_1 y reduciendo términos similares se llega a

$$\begin{aligned}
 Re\Sigma^{(2)}(k) &= \frac{g^2 \pi^{3/2} e B e^{-i3\pi/4}}{2M_W^4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_0}{(2\pi)^4} \eta_F \int_{-\infty}^{\infty} ds \frac{e^{is(p_0^2 - m^2) - \epsilon|s| - is[p_3^2 + (p_1^2 + p_2^2) \frac{\tan z}{z}]} }{\sqrt{s}} \\
 &\quad R \left[p_0 i \sum_{n,\lambda} \left(2k k_0 + \frac{i\gamma_0}{s} + p_0^2 \not\mu - \frac{i}{2s} \not\mu + eB \not\beta - H \not\mu \right) e^{-isH} \right. \\
 &\quad \left. + p_0 \left(ieB \not\mu + 2ik_3 k - ip_0^2 \not\beta + \frac{1}{2s} \not\beta \right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & p_0^2 i \sum_{n,\lambda} \left(-2\cancel{k} + 2k_0\cancel{\mu} \right) e^{-isH} + p_0^2 2ik_0\cancel{\not{b}} + \sum_{n,\lambda} iH \left(2\cancel{k} + \cancel{k}_\perp \right) e^{-isH} \\
 & + i \sum_{n,\lambda} \left(\frac{i\gamma_3 k_3}{s} - \frac{i}{s} \cancel{k} - \frac{ik_3}{s} \cancel{\not{b}} \right) e^{-isH} - \left(\frac{k_0 \gamma_3}{s} - \frac{k_3}{s} \cancel{\mu} \right) \Big] L \quad (A.25)
 \end{aligned}$$

Integrando sobre s y cambiando el integrando de acuerdo a A.13, se obtiene,

$$\begin{aligned}
 Re\Sigma^{(2)}(k) &= \frac{g^2 \pi^2 eB}{M_W^4} R \left[\int_0^\infty \frac{dp_3}{(2\pi)^4} (f_F - \bar{f}_F) \left\{ \sum_{n,\lambda} \left(2\cancel{k}k_0 + (m^2 + p_3^2)\cancel{\mu} + eB\cancel{\not{b}} - p_3^2\cancel{\mu} \right) \right. \right. \\
 & \left. \left. + eB\cancel{\mu} + 2k_3\cancel{k} - m^2\cancel{\not{b}} \right\} \right. \\
 & \left. + (f_F + \bar{f}_F) \left\{ \sum_{n,\lambda} \left[2\cancel{k} \left(\frac{H}{E_n} - E_n + \frac{E_n^2 - m^2 - H}{E_n} \right) + K_\perp \frac{H}{E_n} \right] \right. \right. \\
 & \left. \left. + 2k_0\cancel{\not{b}} \left(E_0 - \frac{E_0^2 - m^2}{E_0} \right) + 2k_3\cancel{\mu} \left(\frac{E_0^2 - m^2}{E_0} - E_0 \right) \right\} \right] L \quad (A.26)
 \end{aligned}$$

Tomando en cuenta la definición hecha en A.15, se tiene,

$$\begin{aligned}
 Re\Sigma^{(2)}(k) &= \frac{g^2 \pi}{8M_W^4} R \left[(2\cancel{k}k_0 + m^2\cancel{\mu} + eB\cancel{\not{b}})(N_e - \bar{N}_e) + (eB\cancel{\mu} + 2\cancel{k}k_3 - m^2\cancel{\not{b}})(N_e^0 - \bar{N}_e^0) \right. \\
 & \left. - 2\cancel{k} \frac{m^2}{E_n} (N_e + \bar{N}_e) + 2 \frac{m^2}{E_0} (k_0\cancel{\not{b}} - k_3\cancel{\mu})(N_e^0 + \bar{N}_e^0) \right] \quad (A.27)
 \end{aligned}$$

Finalmente sumando los dos términos A.16 y A.27 en A.2, se tiene,

$$\begin{aligned}
 Re\Sigma(k) &= \frac{\sqrt{2}G_F}{2} R \left[\left(1 + \frac{m^2}{M_W^2} \right) [(N_e - \bar{N}_e)\cancel{\mu} + (N_e^0 - \bar{N}_e^0)\cancel{\not{b}}] \right. \\
 & - \frac{eB}{M_W^2} [(N_e - \bar{N}_e)\cancel{\not{b}} + (N_e^0 - \bar{N}_e^0)\cancel{\mu}] + \frac{m^2\cancel{\mu} + eB\cancel{\not{b}}}{M_W^2} (N_e - \bar{N}_e) \\
 & + \frac{eB\cancel{\mu} - m^2\cancel{\not{b}}}{M_W^2} (N_e^0 - \bar{N}_e^0) + \frac{2\cancel{k}}{M_W^2} [(N_e - \bar{N}_e)k_0 + (N_e^0 - \bar{N}_e^0)k_3] \\
 & - \frac{2}{M_W^2} \left\{ k_0\cancel{\mu} \left(E_n + \frac{H}{2E_n} \right) + k_3\cancel{\not{b}} \left(E_n - \frac{m^2}{E_n} - \frac{3H}{2E_n} \right) \right\} (N_e - N_e) \\
 & - \frac{\cancel{k}}{M_W^2} \left(\frac{2m^2}{E_n} - \frac{H}{E_n} \right) (N_e - \bar{N}_e) - \frac{2}{M_W^2} \left\{ k_0\cancel{\not{b}} \left(E_0 - \frac{m^2}{E_0} \right) \right. \\
 & \left. + k_3 E_0 \cancel{\mu} \right\} (N_e^0 + \bar{N}_e^0) \Big] \quad (A.28)
 \end{aligned}$$

donde se ha hecho $\frac{g^2}{4M_W^2} = \sqrt{2}G_F$. Para el otro término faltante realizando el mismo procedimiento obtenemos,

$$Re\Sigma^{(3)}(k) = \frac{3\sqrt{2}}{2}G_F \frac{eB}{M_W} R[\not{u}(N_e^0 - \bar{N}_e^0) + \not{b}(N_e - \bar{N}_e)]L \quad (\text{A.29})$$

Sumando $Re\Sigma^{(1)}$, $Re\Sigma^{(2)}$ y $Re\Sigma^{(3)}$ y comparándolo con la ec. (2.26) obtenemos los coeficientes de Lorentz dados por ecs. (2.27),(2.28) y (2.29).

A.2.

Retornamos a la auto-energía del neutrino para Σ_Z

$$-i\Sigma_Z(k) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left(\frac{-ig}{\sqrt{2} \cos \theta_W} \right) \gamma_\mu L iS_{\nu_e}(p) \left(\frac{-ig}{\sqrt{2} \cos \theta_W} \right) \gamma_\nu L iZ^{\mu\nu}(q), \quad (\text{A.30})$$

reemplazando los propagadores del bozon Z y del neutrino para $m = 0$, entonces,

$$Re\Sigma_Z(k) = -\frac{g^2}{2M_Z^2 \cos^2 \theta_W} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^4p}{(2\pi^4)} \delta(p^2) \eta_F(p \cdot u) R \gamma_\mu \not{p} \gamma_\nu L \left(g^{\mu\nu} + \frac{g^{\mu\nu} q^2}{M_Z^2} - \frac{q^\mu q^\nu}{M_Z^2} \right) \quad (\text{A.31})$$

y de acuerdo a $\Sigma = R\tilde{\Sigma}L$ y a 2.35 se tiene que los coeficientes de Lorentz están dados por,

$$\begin{aligned} a_Z &= \frac{E_\nu}{\vec{k}^2} T_u - \frac{T_K}{\vec{k}^2} \\ b_Z &= T_u - a_Z E_\nu \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

donde,

$$\begin{aligned} T_k &= \frac{1}{4} Tr[\not{k} Re\tilde{\Sigma}_Z] \\ T_u &= \frac{1}{4} Tr[\not{u} Re\tilde{\Sigma}_Z] \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

luego desarrollando A.31, para T_K y T_u se tiene,

$$\begin{aligned} T_k &= \frac{g^2}{4M_W^2} \left[E_{\nu_e} (N_{\nu_e} - \bar{N}_{\nu_e}) - \frac{8}{3} \frac{E_{\nu_e}^2}{M_Z^2} (\langle E_{\nu_e} \rangle N_{\nu_e} + \langle \bar{E}_{\nu_e} \rangle \bar{N}_{\nu_e}) \right] \\ T_u &= \frac{g^2}{4M_W^2} \left[(N_{\nu_e} - \bar{N}_{\nu_e}) + \frac{E_{\nu_e}^2}{M_Z^2} (N_{\nu_e} - \bar{N}_{\nu_e}) - 2 \frac{E_{\nu_e}}{M_Z^2} (\langle E_{\nu_e} \rangle N_{\nu_e} + \langle \bar{E}_{\nu_e} \rangle \bar{N}_{\nu_e}) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

donde hemos la densidad numérica para los neutrinos $N_{\nu_e} = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_{\nu_e}(p \cdot u)$ y su conjugado. Reemplazando A.34 en A.32 se llega a los coeficientes mostrados en ecs.(2.36) y (2.37).

A.3.

Para el diagrama del Tadpole, tenemos,

$$-i\Sigma_t(k) = -\left(\frac{g}{2\cos\theta_W}\right)^2 R\gamma_\mu iZ^{\mu\nu}(0) \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma_\nu (C_V + C_A\gamma_5) iS_\ell(p)]. \quad (\text{A.35})$$

Calculando la traza,

$$\text{Tr}[\gamma_\nu (c_V + c_A\gamma_5)G(p, s)] = 4\sec^2 z (c_V A_\nu - ic_A B_\nu) \quad (\text{A.36})$$

donde los cuatro vectores se encuentran dados por 2.20 y 2.21 respectivamente. Luego reemplazando el termino en la autoenergía del Tadpole.

$$\text{Re}\Sigma_t(k) = 4\left(\frac{g}{2\cos\theta_W M_Z}\right)^2 R \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} ds e^{\psi(p_0) - is[p_3^2 + \frac{\tan z}{z} p_\perp^2]} \eta_F(p \cdot u) \sec^2 z (c_V A_\nu - ic_A B_\nu) \quad (\text{A.37})$$

desarrollando las integrales para p_1 , p_2 y p_3 de acuerdo a la integrales dadas en A.8

$$\Sigma_T(k) = eB\pi^{3/2} e^{-i3\pi/4} R \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p_0 dp_0}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds}{\sqrt{s}} e^{is(p_0^2 - m_\ell^2)} \eta_F(p_0) [c_V \cot z \not{p} - ic_A \not{b}] L \quad (\text{A.38})$$

De acuerdo a $\Sigma = R\tilde{\Sigma}L$, utilizando las definiciones dados en A.10 reduciendo términos, se tiene,

$$\begin{aligned} \text{Re}\tilde{\Sigma}_T(k) &= eB\pi^{3/2} e^{-i3\pi/4} R \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p_0 dp_0}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds}{\sqrt{s}} e^{is(p_0^2 - m_\ell^2)} \\ &\quad \left(ic_V \not{p} \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n,0}) \right) (f_{F,n} - f_{F,n}) \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

haciendo el cambio de variable hecho en A.13 y haciendo la integral tal como se hizo para el caso de la auto-energía de W ,

$$\Sigma^T(k) = \sqrt{2}G_F \frac{eB}{2\pi^2} \int_0^\infty dp_3 \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n,0}) \left(\sum_F c_V^F \not{p} - c_A \delta_{n,0} \not{b} \right) (f_{F,n} - f_{F,n}) \quad (\text{A.40})$$

Aplicando la definición de densidad nuérica y teniendo en cuenta que la suma se da sobre los protones, neutrinos, electrones, neutrinos (tres sabores) y sus antipartículas.

$$\Sigma^T(k) = \sqrt{2}G_F \left(\sum_F c_V^F (N_F - \bar{N}_F) \not{p} - c_A \not{b} (N_e^0 - \bar{N}_e^0) \right) \quad (\text{A.41})$$

A.4.

A continuación se dan las soluciones de las integrales usadas para el cálculo del potencial efectivo, utilizando la aproximación débil $eB \ll m^2$

$$N_e^0 - \bar{N}_e^0 = \frac{1}{\pi^2} \frac{B}{B_c} m^3 \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \sinh \alpha K_1(\sigma) = \frac{m_e^3}{\pi^2} \left(\frac{B}{B_c} \right) \Phi_1, \quad (\text{A.42})$$

$$N_e - \bar{N}_e = \frac{m^3}{\pi^2} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \sinh \alpha \left[\frac{2}{\sigma} K_2(\sigma) - \frac{B}{B_c} K_1(\sigma) \right] = \frac{m_e^3}{\pi^2} \Phi_2, \quad (\text{A.43})$$

$$\frac{eB}{2\pi^2} \int_0^{\infty} dp_3 E_0(f_{e,0} + \bar{f}_{e,0}) = \frac{m_e^4}{\pi^2} \left(\frac{B}{B_c} \right) \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha \left(K_0(\sigma) + \frac{K_1(\sigma)}{\sigma} \right), \quad (\text{A.44})$$

$$\frac{eB}{2\pi^2} \int_0^{\infty} dp_3 \frac{1}{E_0}(f_{e,0} + \bar{f}_{e,0}) = \frac{m_e^2}{\pi^2} \left(\frac{B}{B_c} \right) \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha K_0(\sigma), \quad (\text{A.45})$$

$$\begin{aligned} \frac{eB}{2\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n,0}) \int_0^{\infty} dp_3 E_n(f_{e,n} + \bar{f}_{e,n}) &= \frac{m_e^2}{\pi^2} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha \left[\left(\frac{6}{\sigma^2} - \frac{B}{B_c} \right) K_0(\sigma) \right. \\ &\quad \left. + \left(2 - \frac{B}{B_c} + \frac{12}{\sigma^2} \right) \frac{K_1(\sigma)}{\sigma} \right], \end{aligned} \quad (\text{A.46})$$

$$\frac{eB}{2\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n,0}) \int_0^{\infty} dp_3 \frac{1}{E_n}(f_{e,n} + \bar{f}_{e,n}) = \frac{m_e^2}{\pi^2} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha \left[\frac{2}{\sigma} K_1(\sigma) - \frac{B}{B_c} K_0(\sigma) \right] \quad (\text{A.47})$$

y

$$\frac{eB}{2\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n,0}) \int_0^{\infty} dp_3 \frac{H}{E_n}(f_{e,n} + \bar{f}_{e,n}) = \frac{m_e^4}{\pi^2} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \frac{\cosh \alpha}{\sigma^2} \left[4K_0(\sigma) + \frac{8}{\sigma} K_1(\sigma) \right]. \quad (\text{A.48})$$

donde hemos usado las siguientes integrales,

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} t^{\mu} K_{\nu}(t) dt &= 2^{\mu-1} \Gamma\left(\frac{\mu+\nu+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\mu-\nu+1}{2}\right) \text{ for } 0 \leq \nu \leq 1 + \mu \\ \int_0^x t^{\nu} K_{\nu-1}(t) dt &= 2^{\nu-1} \Gamma(\nu) - x^{\nu} K_{\nu}(x) \text{ for } \nu > 0 \end{aligned} \quad (\text{A.49})$$

A.5. Medio compuesto de solo neutrinos

En el nacimiento de una estrella de neutrones, los neutrinos están atrapados porque su camino libre medio es muy corto comparado con la profundidad del medio que los rodea. La región en la que están atrapados se llamada neutrino-esfera. En esta esfera, todos los neutrinos tienen diferentes energías promedio, las cuales son dadas como [38]:

$$\begin{aligned}\langle E_{\nu_e} \rangle &\simeq 10 \text{ MeV} \\ \langle \bar{E}_{\nu_e} \rangle &\simeq 15 \text{ MeV} \\ \langle \bar{E}_{\nu_x} \rangle = \langle E_{\nu_x} \rangle &\simeq 20 \text{ MeV},\end{aligned}\tag{A.50}$$

para $x = \mu, \tau$. Si el medio contiene únicamente neutrinos y anti neutrinos de todos los sabores, para la propagación de neutrinos y anti neutrinos, ν_e y ν_μ tenemos

$$\begin{aligned}b_e &= \sqrt{2}G_F \left[2(N_{\nu_e} - \bar{N}_{\nu_e}) + (N_{\nu_\mu} - \bar{N}_{\nu_\mu}) + (N_{\nu_\tau} - \bar{N}_{\nu_\tau}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{8}{3} \frac{\langle E_{\nu_e} \rangle}{M_Z^2} \left(\langle E_{\nu_e} \rangle N_{\nu_e} + \langle \bar{E}_{\nu_e} \rangle \bar{N}_{\nu_e} \right) \right],\end{aligned}\tag{A.51}$$

y

$$\begin{aligned}b_\mu &= \sqrt{2}G_F \left[(N_{\nu_e} - \bar{N}_{\nu_e}) + 2(N_{\nu_\mu} - \bar{N}_{\nu_\mu}) + (N_{\nu_\tau} - \bar{N}_{\nu_\tau}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{8}{3} \frac{1}{M_Z^2} \left(\langle E_{\nu_\mu} \rangle^2 N_{\nu_\mu} + \langle \bar{E}_{\nu_\mu} \rangle^2 \bar{N}_{\nu_\mu} \right) \right],\end{aligned}\tag{A.52}$$

respectivamente y por intercambiando $\mu \leftrightarrow \tau$ en ec. (A.52) obtenemos b_τ para un neutrino tauónico. Para un medio de neutrinos únicamente nosotros tenemos $c = 0$. Cuando $\langle \bar{E}_{\nu_x} \rangle = \langle E_{\nu_x} \rangle$ en la esfera de neutrinos y la propagación de neutrinos están también en el medio, en Eq. (A.52) tomamos $E_{\nu_x} = \langle \bar{E}_{\nu_x} \rangle = \langle E_{\nu_x} \rangle$. Ahora la diferencia de potencial entre ν_e y ν_μ será

$$\begin{aligned}V_{e\mu} &= b_e - b_\mu = \sqrt{2}G_F \left[(N_{\nu_e} - \bar{N}_{\nu_e}) - (N_{\nu_\mu} - \bar{N}_{\nu_\mu}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{8}{3} \frac{1}{M_Z^2} \left\{ \langle E_{\nu_e} \rangle \left(\langle E_{\nu_e} \rangle N_{\nu_e} + \langle \bar{E}_{\nu_e} \rangle \bar{N}_{\nu_e} \right) - \left(\langle E_{\nu_\mu} \rangle^2 N_{\nu_\mu} + \langle \bar{E}_{\nu_\mu} \rangle^2 \bar{N}_{\nu_\mu} \right) \right\} \right]\end{aligned}\tag{A.53}$$

Si asumimos que la densidad numérica de neutrinos y anti-neutrinos de todos los sabores son los mismo dentro de la esfera de neutrinos,

$$N_{\nu_l} = \bar{N}_{\nu_l}, \quad l = e, \mu, \tau,\tag{A.54}$$

esto da

$$V_{e\mu} = 2,91 \times 10^{-18} N_{\nu_l} \text{ MeV}^{-2}.\tag{A.55}$$

La diferencia de potencial entre ν_μ y ν_τ desaparece ($V_{\mu\tau} = 0$) y la diferencia de potencial entre ν_e y los neutrinos estériles ν_s es dado por

$$V_{es} = b_e - b_s = -1,32 \times 10^{-18} N_{\nu_i} MeV^{-2}. \quad (\text{A.56})$$

Pero si nosotros tomamos en cuenta la restricción dada en ec. (A.54) entonces el potencial para ν_e , ν_μ y ν_τ corresponderá a la resta del potencial de cada uno.

A.6. Limite de campo magnético muy fuerte

Cuando se encuentra un campo magnético muy fuerte únicamente el nivel de Landau mas bajo $n = 0$ contribuirá y en este caso la energía de la partícula es independiente del campo magnético y puede ser dado por

$$E^2 = (p_3^2 + m^2), \quad (\text{A.57})$$

y la densidad numérica de electrones es dada por ec. (2.34). Definiendo la asimetría de partículas del medio como

$$L_i = \frac{(N_i - \bar{N}_i)}{N_\gamma}, \quad (\text{A.58})$$

donde $N_\gamma = 2/\pi^2 \xi(3) T^3$ es la densidad numérica de fotón, L_i^0 corresponde al caso en el que las partículas estan en el nivel mas bajo de Landau, en particular con esto podemos utilizar expresar

$$\begin{aligned} b_0 &= \sqrt{2} G_F N_\gamma \left[L_e (1 + c_V) + \frac{B}{B_c} \left(\frac{m}{M_W} \right)^2 L_e^0 \right], \\ c_0 &= \sqrt{2} G_F N_\gamma \left[L_e^0 (1 - c_A) + \frac{B}{B_c} \left(\frac{m}{M_W} \right)^2 L_e \right], \end{aligned} \quad (\text{A.59})$$

y el potencial puede ser descrito como

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{2} G_F N_\gamma L_e^0 \left[1 + c_V + \frac{B}{B_c} \left(\frac{m}{M_W} \right)^2 - \left(1 - c_A + \frac{B}{B_c} \left(\frac{m}{M_W} \right)^2 \right) \cos \phi \right] \\ &\quad - \frac{2\sqrt{2}}{\pi^2} G_F \frac{B}{B_c} \left(\frac{m}{M_W} \right)^2 m^2 E_\nu \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha \left[\left(\frac{3}{2} K_0(\sigma) + \frac{2}{\sigma} K_1(\sigma) \right) - \frac{K_1(\sigma)}{\sigma} \cos \phi \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.60})$$

Para neutrinos moviendose hacia adelante, el potencial se simplifica a

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{2} G_F N_\gamma L_e^0 (c_V + c_A) \\ &\quad - \frac{2\sqrt{2}}{\pi^2} G_F \frac{B}{B_c} \left(\frac{m}{M_W} \right)^2 m^2 E_\nu \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha \left(\frac{3}{2} K_0(\sigma) + \frac{K_1(\sigma)}{\sigma} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.61})$$

Este es el potencial para el ν_e propagandose en un plasma e^-e^+ fuertemente magnetizado (c_V y c_A son ya definidos para un medio electrónico), mientras que para ν_μ y ν_τ el último término esta ausente el cual es orden de magnitud suprimido. Entonces para un sistema donde la asimetría leptónica es diferente de cero uno puede despreciar el segundo término. En esta situación la oscilación de neutrinos activos-activos es mucho mas suprimida debido

a la cancelación del termino de orden dominante. De acuerdo a observaciones los magnetares o pulsares de rayos X (AXPs) tienen un campo magnético mucho mas alto que el campo crítico $B \gg m^2/e$, para lo cual esta justificado el potencial descrito para estudiar la propagación del neutrino en su entorno magnetizado.

Bibliografía

- [1] R.W Klebesadel, I.B. Strong. R.A. Olson, *Astrophys. J. Lett.* 182 (1973) L85.
- [2] Sarah A. Y., Tesis:Gamma-Ray Burst Afterglows, Caltech (2003).
- [3] E.P. Mazets, S.V. Golenetskii, V.N. Ilyinskii, *JETP Lett.* 19 (1974)77.
- [4] T. Cline, *Astrophys. J. Lett.* 185 (1973)L1.
- [5] R. Hillier, *Gamma-Ray Astronomy*, Clarendon Press, Oxford, England, 1984.
- [6] P.V. Ramana Murthy, A.W. Wolfendale, *Gamma-Ray Astronomy*, Cambridge University Press, Cambridge, England, 1986.
- [7] P.Meszáros , *High Energy Radiation from Magnetized Neutron Stars*, The University of Chicago Press, Chicago ,1992
- [8] T.L. Cline, in: S.P. Maran (Ed.), *The Astronomy and Astrophysics Encyclopedia*, Van Nostrand Reinhold and Cambridge University Press, New York, 1992, p.284
- [9] J.P. Luminet, in:J. Adouze, G. Israel (Eds.), *The Cambridge Atlas of Astronomy*, Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [10] W.S. Paciesas, et al. 1999, *ApJS*, 122, 465.
- [11] T. Piran, *Phys. Rept.* **314** (1999) 575 [arXiv:astro-ph/9810256].
- [12] B. Zhang, *Chin. J. Astron. Astrophys.* **7**, 1 (2007) [arXiv:astro-ph/0701520].
- [13] B. Zhang and P. Meszaros, *Int. J. Mod. Phys. A* **19**, 2385 (2004) [arXiv:astro-ph/0311321].
- [14] T. Piran, *Phys. Rept.* **333**, 529 (2000) [arXiv:astro-ph/9907392].

- [15] E. Costa et al., *Nature* **387**(1997)783
- [16] H.E., IAU cir. 6665,1997
- [17] D.A.Frail et al, *Nature* **389** (1997)
- [18] M.R. Metzger et al., *Nature* **387** (1997)878.
- [19] S. Kulkarni et. al., *Nature* **393** (1998)35.
- [20] S.G. Djorgovski et al., CGN notice 139,1998
- [21] C. A. Meegan *et al.*, *Nature* **355**, 143 (1992).
- [22] P. Meszaros, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **80**, 63 (2000) [arXiv:astro-ph/9904038].
- [23] M. Ruffert and H. T. Janka, *Astron. Astrophys.* **344**, 573 (1999) [arXiv:astro-ph/9809280].
- [24] M. Della Valle, *Nuovo Cim.* **28C**, 563 (2005) [arXiv:astro-ph/0504517].
- [25] J. S. Villasenor *et al.*, *Nature* **437**, 855 (2005) [arXiv:astro-ph/0510190].
- [26] N. Gehrels *et al.*, *Nature* **437**, 851 (2005) [arXiv:astro-ph/0505630].
- [27] S. D. Barthelmy *et al.*, *Nature* **438**, 994 (2005) [arXiv:astro-ph/0511579].
- [28] J. Hjorth *et al.*, *Nature* **437**, 859 (2005) [arXiv:astro-ph/0510096].
- [29] E. Berger *et al.*, *Nature* **438**, 988 (2005) [arXiv:astro-ph/0508115].
- [30] V. V. Usov, *Nature* **357**, 472 (1992).
- [31] D. A. Uzdensky and A. I. MacFadyen, *Phys. Plasmas* **14**, 056506 (2007) [arXiv:0707.0576 [astro-ph]].
- [32] I. H. Park *et al.*, arXiv:0912.0773 [astro-ph.CO].
- [33] E. Waxman, *Lect. Notes Phys.* **598** (2003) 393 [arXiv:astro-ph/0303517].
- [34] J. Goodman, *Astrophys. J.* **308** (1986) L47.
- [35] G. Vedrenne and J. Atteia, Springer, Praxis Publishing Ltd, Chichester, UK, 2009
- [36] M. C. Gonzalez-Garcia and Y.Ñir, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 345 (2003) [arXiv:hep-ph/0202058].

- [37] F. Reines and C. L. Cowan, *Phys. Rev.*, **90**, 492, (1953).
- [38] C. Gunti and C.W. Kin, *Fundamental of neutrino physics and Astrophysics* Oxford University Press 2007
- [39] Shapiro S L and Teukolsky S A 1983 *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars* (London: Wiley)
- [40] Woosley S E and Weaver T A 1986 *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 24 205
- [41] Arnett W D et al 1989 *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 27 629
- [42] Petschek A G (ed) 1990 *Supernovae* (Heidelberg: Springer)
- [43] Wheeler J C 1990 *Supernovae*, Jerusalem Winter School for Theoretical Physics, 1989 vol 6, ed J C Wheeler, T Piran and S Weinberg (Singapore: World Scientific) p 1
- [44] B. Pontecorvo, *Sov. Phys. JETP*, 7, 172-173, (1958),.
- [45] B. Pontecorvo, *Sov. Phys. JETP*, 10, 1236-1240, (1960),.
- [46] T. Araki *et al.* [KamLAND Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **94**, 081801 (2005) [arXiv:hep-ex/0406035].
- [47] S.Ñ. Ahmed *et al.* [SNO Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **92**, 181301 (2004) [arXiv:nucl-ex/0309004].
- [48] Y. Ashie *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **93**, 101801 (2004) [arXiv:hep-ex/0404034].
- [49] E. D. Church, K. Eitel, G. B. Mills and M. Steidl, *Phys. Rev. D* **66**, 013001 (2002) [arXiv:hep-ex/0203023].
- [50] L. Wolfenstein, *Phys. Rev.*, D17, 2369, 1978.
- [51] S. P. Mikheev and A. Y. Smirnov, *Sov. J. Nucl. Phys.*, 42, 913-917, 1985.
- [52] K. Enqvist, K. Kainulainen and J. Maalampi, *Nucl. Phys. B* **349**, 754 (1991).
- [53] S. Sahu and V. M. Bannur, *Phys. Rev. D* **61**, 023003 (2000) [arXiv:hep-ph/9806427].
- [54] S. Sahu and J. C. D'Olivo, *Phys. Rev. D* **71**, 047303 (2005) [arXiv:hep-ph/0502043].

- [55] A. Erdas, C. W. Kim and T. H. Lee, *Phys. Rev. D* **58**, 085016 (1998) [arXiv:hep-ph/9804318].
- [56] P. Elmfors, D. Grasso and G. Raffelt, *Nucl. Phys. B* **479**, 3 (1996) [arXiv:hep-ph/9605250].
- [57] H. B. J. Koers and R. A. M. Wijers, bursts,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **364**, 934 (2005) [arXiv:astro-ph/0505533].
- [58] L. Dessart, C. Ott, A. Burrows, S. Rosswog and E. Livne, arXiv:0806.4380 [astro-ph].
- [59] S. Sahu, N. Fraija and Y. Y. Keum, *Phys. Rev. D* **80**, 033009 (2009) [arXiv:0904.0138 [hep-ph]].
- [60] S. Sahu, N. Fraija and Y. Y. Keum, *JCAP* **0911**, 024 (2009) [arXiv:0909.3003 [hep-ph]].
- [61] P. Langacker, J. P. Leveille and J. Sheiman,
- [62] A. Bravo Garcia, K. Bhattacharya and S. Sahu, *Mod. Phys. Lett. A* **23**, 2771 (2008) [arXiv:0706.3921 [hep-ph]].
- [63] W. H. Lee and E. Ramirez-Ruiz, *New J. Phys.* **9**, 17 (2007) [arXiv:astro-ph/0701874].
- [64] R. R. Volkas and Y. Y. Y. Wong, *Astropart. Phys.* **13**, 21 (2000) [arXiv:astro-ph/9907161].
- [65] B. Dasgupta, A. Dighe, A. Mirizzi and G. G. Raffelt, *Phys. Rev. D* **78**, 033014 (2008) [arXiv:0805.3300 [hep-ph]].
- [66] H. Nunokawa, V. B. Semikoz, A. Y. Smirnov and J. W. F. Valle, [arXiv:hep-ph/9701420].
- [67] G. G. Raffelt, *Astrophys. J.* **561**, 890 (2001) [arXiv:astro-ph/0105250].
- [68] J. Goodman, A. Dar and S. Nussinov, *Astrophys. J.* **314** (1987) L7.
- [69] J. Goodman, *ApJ*, 308, L47 (1986)
- [70] B. Paczynski, *J. Roads, Astrophys. J. Lett.* 418 (1993)L5.
- [71] B. Zhang and P. Meszaros, *Astrophys. J.* **566**, 712 (2002) [arXiv:astro-ph/0108402].
- [72] T. Piran *Phys. Rep.*, 314, 575. (1994).

- [73] P. Meszaros Gamma-ray bursts, reports of progress in Physics 69,2259-2322 (2006).
- [74] E. Waxman and J. N. Bahcall, Phys. Rev. Lett. **78**, 2292 (1997) [arXiv:astro-ph/9701231].
- [75] A. Bravo. Garcia and S. Sahu, Mod. Phys. Lett. A **22** (2007) 213.
- [76] J. F.Nieves, Phys. Rev. D **42**, 4123 (1990) [Erratum-ibid. D **49**, 3067 (1994)].
- [77] H. A. Weldon, Phys. Rev. D **26**, 1394 (1982).
- [78] J. C. D'Olivo, J. F.Ñieves and S. Sahu, Phys. Rev. D **67**, 025018 (2003) [arXiv:hep-ph/0208146].
- [79] A. Erdas and G. Feldman, Nucl. Phys. B **343**, 597 (1990).
- [80] J. Schwinger Phys. Rev. Lett.**82**, 5, 664, (1951)
- [81] B. Pontecorvo, Sov. Phys. JETP, 26, 984-988, (1968),.
- [82] G. Danby et. al.Phys. Rev. Lette, 9, 36-44, (1962)
- [83] Z. Maki, M. Nakagawa and S. Sakata, Pro. Theor. Phys, 28, 870, (1962)
- [84] B.T. Cleveland et al, Astrophys. J. 496, 505-526,1998.
- [85] S. Eliezer and A.R. Swift, Nucl. Phys., B105, 45,1976
- [86] H. Fritzsch and P. Minkowski, Phys. Lett., B62, 72,1976
- [87] S.M. Bilenky and B. Pontecorvo, Sov. J. Nucl. Phys., 24, 316-319,1976
- [88] S.M. Bilenky and B. Pontecorvo, Nuovo cim. Lett., 17, 569-1976
- [89] S.M. Bilenky and B. Pontecorvo, Phys. Rep., 41.225, 1978
- [90] E. K. Akhmedov, R. Johansson, M. Lindner, T. Ohlsson and T. Schwetz, JHEP **0404**, 078 (2004) [arXiv:hep-ph/0402175].