



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**LAS TEORÍAS PEDAGÓGICAS Y EL APRENDIZAJE  
COOPERATIVO: MATEMÁTICAS EN  
BACHILLERATO**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO  
DE: ACTUARIA**

**P R E S E N T A:**

**CLAUDIA CASTRO CAMACHO**



**DIRECTORA DE TESIS:  
M. EN C. LUZ ARELY CARRILLO OLIVERA  
AGOSTO 2010**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## Hoja de Datos del Jurado

---

1. Datos del Alumno

Castro  
Camacho  
Claudia  
58433705  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Ciencias  
Actuaría  
09906993-9

---

2. Datos del Tutor

M. en C.  
Luz Arely  
Carrillo  
Olivera

---

3. Datos del Sinodal 1

M. en C.  
Francisco de Jesús  
Struck  
Chávez

---

4. Datos del Sinodal 2

Mat.  
Julio César  
Guevara  
Bravo

---

5. Datos del Sinodal 3

Mat.  
Antonio  
García  
Flores

---

6. Datos del Sinodal 4

Act.  
Sandra  
Cristóbal  
Roldán

---

7. Datos del trabajo escrito

Las teorías pedagógicas y el aprendizaje cooperativo:  
matemáticas en bachillerato  
122 p.  
2010

---

## DEDICATORIAS

*La presente tesis la dedico en agradecimiento a todas aquellas personas que estuvieron, están y estarán siempre presentes en mi vida.*

*A mi querida hija Valeria, quien me ha dado la fuerza y alegría para continuar. Gracias por tu amor y permitirme formar parte de tu vida.*

*A mis padres Ramón y Ma. Luisa, por darme la vida, por todo el esfuerzo, dedicación, apoyo y paciencia. Gracias por darme la mejor herencia, este logro también es suyo. Los amo*

*A mi esposo Fabián, por ser mi compañero y complemento; por haberme demostrado que nada es imposible y aun cuando pasan cosas que están fuera de nuestro alcance podemos empezar de nuevo y salir adelante; gracias por tu cariño y por enseñarme con tu ejemplo el valor de la perseverancia; inspiración para seguir progresando.*

*A mis abuelitos, Celia Velasco † y José Camacho, por haber sido tan buenos conmigo e inculcarme el amor, cariño y respeto; siempre estarán en mi corazón.*

*A Erika, por todo el cariño y apoyo brindado en los momentos buenos y malos de mi vida, eres un ejemplo de esfuerzo y dedicación ante la adversidad; gracias por ser mi hermana.*

*A mis sobrinos, Adrián y Xime, gracias por todas sus alegrías y amor.*

*A la familia Jiménez Bernal, por brindarme su confianza, apoyo y comprensión en los momentos difíciles.*

*A la familia Gutiérrez Mojica, por su amistad y apoyo incondicional en todo momento.*

*A una gran mujer a la que considero mi amiga, Eulalia Gómez Martínez te admiro, respeto y quiero mucho. Siempre contarás conmigo.*

*A la Dra. Nora Elizabeth Galindo Miranda por dedicarme un poco de su tiempo y amistad.*

*A la Dra. Silvia Mauleón Ventura por sus valiosos consejos.*

*A mis amigos: Gloribely, Catherine, Angélica, Giselle, Mitzzy, Ceci, Billy, Axel, Samuel, que han creído en mí, que me han apoyado, escuchado y me brindaron su hermosa compañía; muchas gracias porque sin saberlo me han sostenido, mi vida está llena de recuerdos de ustedes.*

*A Dios por estar conmigo en cada paso que doy, por iluminar mi corazón y por haber puesto aquellas personas importantes en mi camino, que han sido mi soporte y compañía durante esta etapa.*

*Con todo cariño, respeto y admiración...*

*Claudia Castro Camacho*

## AGRADECIMIENTOS:

Para poder realizar esta tesis de la mejor manera posible fue necesario el apoyo de muchas personas a las cuales quiero agradecer su ayuda de forma directa o indirectamente.

A la M. en C. Luz Arely Carrillo Olivera por su valiosa cooperación, paciencia y asesoramiento que permitieron la realización de este trabajo.

A los miembros del jurado por todo su tiempo, dedicación, paciencia, apoyo recibido y consejos que hicieron posible la culminación de este trabajo.

M. en C. Francisco de Jesús Struck Chávez

Mat. Julio Cesar Guevara Bravo

Mat. Antonio García Flores

Act. Sandra Cristóbal Roldán

Gracias al Mat. Azael Morales Villar por su apoyo, sugerencias e ideas que me brindo.

Gracias a la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México por todo el conocimiento que me ha brindado.

# ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	
Teorías del Aprendizaje	4
1.1 Teorías Conductistas Antiguas	4
1.1.1 John Broadus Watson	4
1.1.2 Edwin Guthrie	5
1.1.3 Edward Lee Thorndike	6
1.1.4 Clark Leonard Hull	8
1.1.5 Burrus Frederic Skinner	9
1.1.6 Características del Conductismo Antigo	10
1.2 Teorías Neoconductistas	11
1.2.1 Robert M. Gagné	11
1.2.2 Donald Olding Hebb	12
1.2.3 Edward Chace Tolman	13
1.2.4 Diferencias del conductismo antiguo y neoconductismo	14
1.3 Teorías Cognitivas Antiguas	14
1.3.1 La Teoría de la Gestalt	14
1.3.2 Max Wertheimer	15
1.3.3 La Teoría de Kurt Lewin	16
1.4 Teorías Cognitivas Recientes	16
1.4.1 Jean Piaget	16
1.4.2 Ley Semionovich Vigotsky	17
1.4.3 Jerome Bruner	18
1.4.4 David Ausubel	19
CAPÍTULO II	
Funciones Sociales de la Escuela	
2.1 Educación y socialización	20
2.2 Características del proceso de socialización en la escuela	21
2.3 Los mecanismos de socialización en la escuela	22
2.4 Contradicciones en el proceso de socialización en la escuela	23
2.5 Socialización y humanización de la función educativa de la escuela	24

## CAPÍTULO III

### Aprendizaje Cooperativo

3.1 Antecedentes	26
3.2 Definición	27
3.3 Componentes	29
3.4 Grupos de aprendizaje	32
3.5 Beneficios y resultados	34

## MARCO CONTEXTUAL

## CAPÍTULO IV

IEMS “Ricardo Flores Magón”	36
-----------------------------	----

## CAPÍTULO V

### Aplicación del Aprendizaje Cooperativo

5.1 Características del material aplicado:	39
5.2 Aplicación de la primera clase	44
5.2.1 Desarrollo	44
5.2.2 Material 1	45
5.2.3 Observaciones	57
5.2.4 Material 2	57
5.2.5 Conclusiones	59
5.2.6 Clase modificada	60
5.3 Aplicación de la segunda clase	67
5.3.1 Desarrollo	67
5.3.2 Material 1	68
5.3.3 Material 2	74
5.3.4 Observaciones	75
5.3.5 Material 3	78
5.3.6 Encuesta	79
5.3.7 Conclusiones	82

5.4 Aplicación de la tercera clase	83
5.4.1 Desarrollo	83
5.4.2 Material 1	84
5.4.3 Material 2	95
5.4.4 Observaciones	98
5.4.5 Material 3	99
5.4.6 Encuesta	101
5.4.7 Evaluación en el pizarrón	102
5.4.8 Conclusiones	103
5.5 Aplicación de la cuarta clase	104
5.5.1 Desarrollo	104
5.5.2 Material 1	105
5.5.3 Material 2	105
5.5.4 Observaciones	107
5.5.5 Material 3	107
5.5.6 Encuesta	108
5.5.7 Evaluación en el pizarrón	109
5.5.8 Conclusiones	110
5.6 Reflexión final de las clases aplicadas	111
Conclusiones	112
Bibliografía	113
Fuentes electrónicas	114

## Introducción

El presente trabajo está dirigido a docentes, estudiantes y a personas interesadas en la docencia en general, que estén dispuestas a conocer y experimentar un método distinto, basado en el Aprendizaje Cooperativo.

Una de las razones por las que decidí realizar un trabajo en enseñanza de las Matemáticas es mi propia experiencia como estudiante, pues desde secundaria empecé a tener problemas para la comprensión de la materia, en particular con las leyes de los signos y con la introducción de los números negativos y positivos, así como con las operaciones entre ellos. En mi desarrollo como estudiante pude constatar que la mayoría de las personas presenta problemas con la materia, por el grado de abstracción que se requiere para comprenderla, lo cual está acompañado de un sentimiento de frustración y desencanto.

Así, este trabajo consiste en proponer un método de enseñanza que pueda hacer menos árido el campo del conocimiento matemático, a través de fomentar en los estudiantes la construcción colectiva del conocimiento y el acompañamiento entre pares. El resolver las tareas en equipo y complementar el propio conocimiento con el de los compañeros, puede impactar en una disminución en los niveles de angustia en los estudiantes.

En el transcurso de la Licenciatura en Actuaría, tuve oportunidad de cursar algunos seminarios sobre la Enseñanza de las Matemáticas y fue entonces donde conocí las estrategias didácticas propias del Aprendizaje Cooperativo, dándome cuenta de que ese método incluye las características de la construcción colectiva del aprendizaje matemático.

El método que se presenta se puede aplicar en la enseñanza de cualquier materia y nivel educativo, busca fomentar la participación y convivencia entre los alumnos, y provee estrategias sociales para que los estudiantes introvertidos desarrollen confianza y autoestima. El nivel educativo para el que se propone el material de este trabajo es el medio superior, específicamente para las materias Matemáticas I, II y IV de los Planes y Programas de Estudio del Instituto de Educación Media Superior del DF.

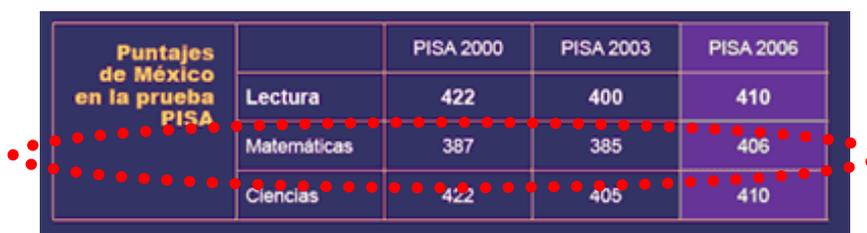
En otro orden de ideas, considero que es necesario el desarrollo de propuestas que enriquezcan la enseñanza de las matemáticas, dado que el nivel de conocimiento y comprensión de las matemáticas de los jóvenes de nuestro país es deficiente en extremo, lo que se puede constatar con los resultados del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA), desarrollado por la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE).

La prueba que reciben los alumnos es similar en todos los países, respetando sus diferencias culturales, la cual abarca tres áreas:

- Lectura
- Matemáticas
- Ciencias

La evaluación PISA se realiza cada tres años con el objetivo de permitir a los países supervisar adecuadamente su desempeño y valorar el alcance de las metas educativas propuestas.

La siguiente tabla muestra los puntajes obtenidos por México desde el primer año de su participación en PISA.<sup>1</sup>



Puntajes de México en la prueba PISA		PISA 2000	PISA 2003	PISA 2006
	Lectura		422	400
Matemáticas		387	385	406
Ciencias		422	405	410

Como podemos observar, la evaluación PISA en competencias matemáticas se encuentra en el nivel más bajo, que representa un alto índice de fracaso escolar, lo que refleja que el método de enseñanza de esta materia debe ser revisado y es necesario implementar nuevos métodos de la enseñanza de las matemáticas.

La estructura del presente trabajo es la siguiente: el Capítulo I consiste en un breve repaso de las Teorías del Aprendizaje, comenzando con las Conductistas Antiguas y sus características fundamentales; pasando por las Teorías Neoconductistas, destacando las diferencias entre el Conductismo Antiguo y el Neoconductismo. Posteriormente se presentan las Teorías Cognitivas Antiguas y se concluye con las Teorías Cognitivas Recientes. Este Capítulo dedicado a las Teorías Pedagógicas, es con la finalidad de que cualquier persona que se dedique a la enseñanza pueda asumir una posición ante esas teorías, considerando pros y contras de cada una de ellas.

Con este capítulo se pretendió también que el lector identificara las estrategias de Aprendizaje Cooperativo con algunas de esas teorías, en particular las relacionadas con el constructivismo social ya que fomenta la construcción del conocimiento por el estudiante, a diferencia del conductismo que propone que el docente es el principal actor en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

<sup>1</sup> [www.pisa.sep.gob.mx/](http://www.pisa.sep.gob.mx/) [Consultado el 9 de Diciembre del 2009].

En el Capítulo II, se analizan los procesos y los mecanismos de socialización en la escuela, así como su función educativa. Dentro de estos procesos, se menciona la importancia de que los estudiantes desarrollen habilidades de “interacción social”, dado que la escuela es eminentemente un espacio de socialización. El propósito de incluir este capítulo fue el de proveer una fundamentación, desde la sociología de la educación, para el uso de las estrategias del Aprendizaje Cooperativo, que precisamente buscan que los estudiantes desarrollen esas habilidades sociales.

El Capítulo III está dedicado al Método de Aprendizaje Cooperativo, así como a sus antecedentes, definición, componentes, características, beneficios y resultados.

El marco contextual en el que se aplicó el material diseñado con base en el Método de Aprendizaje Cooperativo está descrito en el Capítulo IV, es decir cuándo, cómo y por qué se creó el Instituto de Educación Media Superior del D. F. (IEMS), y tiene por objetivo la delimitación tanto de la población como de los documentos del propio Instituto, que mencionan como uno de los objetivos de las Preparatorias, precisamente el desarrollo de ciertas habilidades en los estudiantes que coinciden con elementos del Aprendizaje Cooperativo como son la interdependencia positiva, el trabajo en equipo, la participación constante, etc. .

Finalmente, en el Capítulo V se describe y analiza la aplicación del material y las estrategias del Aprendizaje Cooperativo en cuatro clases, con estudiantes de la Preparatoria “Ricardo Flores Magón” del Instituto de Educación Media Superior, así como las modificaciones al material que se efectuaron a partir de las observaciones de los estudiantes y las conclusiones que se obtuvieron de dicha experiencia.

# CAPÍTULO I

## Teorías del Aprendizaje

Para empezar definiremos como Teorías del Aprendizaje las:

“Tentativas de interpretar sistemáticamente, de organizar, de prever sobre conocimientos relativos al aprendizaje; son construcciones humanas y representan los mejores esfuerzos en una época dada para interpretar de manera sistemática el área de conocimientos que se llama aprendizaje”.<sup>2</sup>

En otras palabras, son las formas de explicar el aprendizaje, ya que nos muestran cómo aprende el ser humano y la forma en que se evalúa el proceso de enseñar y aprender.

Existen varias definiciones de aprendizaje:

- Para los conductistas el aprendizaje es una acción equitativa entre su ambiente y los organismos, ya que el estímulo es la excitación proporcionada por el ambiente y las respuestas son las reacciones dadas por los organismos.
- Para los cognitivistas el aprendizaje, es un proceso por el cual se adquiere una nueva conducta, se modifica una antigua conducta, como resultado siempre de experiencias o prácticas.

El aprendizaje se refiere al cambio en la conducta o en el potencial de conducta de un sujeto en una situación dada como producto de sus repetidas experiencias en esa situación, siempre que el cambio conductual no pueda explicarse con base en sus tendencias de respuesta innatas, su maduración, o estados temporales (como la fatiga, la intoxicación alcohólica, los impulsos, etc.).<sup>3</sup>

### 1.1 Teorías Conductistas Antiguas

Presentaremos a los autores más destacados de estas teorías, que se basan en experimentos y medición de los hechos.

#### 1.1.1 John Broadus Watson (1878 - 1958):

##### El condicionamiento y los principios de frecuencia y recientidad

Su pensamiento nos muestra el sentimiento de muchos investigadores de su tiempo, quienes explicaban la conducta en términos mecanicistas.

Watson empieza su investigación sobre “la naturaleza instintiva hereditaria del niño” a partir de 1917, por lo cual puede decirse que fue el iniciador de la psicología infantil experimental.

---

<sup>2</sup> RODRÍGUEZ, E. *Teorías del Aprendizaje “Del Conductismo Radical a la Teoría de los Campos Conceptuales*, pág. 10.

<sup>3</sup> BOWER, G. *Teorías de Aprendizaje*, pág. 23.

“Watson describe el aprendizaje como un proceso de constitución de reflejos condicionados, mediante la sustitución de un estímulo”.<sup>4</sup>

Es decir, si un maestro orientara sus clases con el punto de vista de la teoría de Watson, llevaría a cabo un proceso de condicionamiento en los estudiantes, provocando respuestas esperadas y de ocurrencia simultánea a los estímulos; procurando que estos fuesen cada vez más frecuentes y recientes.

Un ejemplo sería enseñar a los alumnos el “concepto de pájaro”, donde el estímulo sería mostrar gráficos y láminas de diferentes pájaros con sus diferentes características: plumas, alas, picos, etc., y hacerlos repetir hasta que logre en sus alumnos una respuesta simultánea esperada.

Watson considera que de esta forma se aprende a responder a nuevas condiciones, y fundamenta el trabajo en sus principios de frecuencia y recientidad con la contigüidad y ocurrencia simultánea de la relación de un estímulo con una respuesta.

“La teoría inicial de Watson se sustentó sobre dos leyes del aprendizaje, las leyes de la frecuencia y de la proximidad temporal. A juicio de Watson, la fuerza de un vínculo estímulo–respuesta depende de ambos tipos de efectos”.<sup>5</sup>

### 1.1.2 Edwin Guthrie (1886 -1959):

#### La teoría del condicionamiento contiguo y la quiebra de hábitos

Guthrie pensaba que, puesto que la asociación puede producirse con una conexión y durar toda la vida, no hay necesidad de recompensa, placer o reducción de necesidades para explicar el aprendizaje, asume que éste se produce cuando ocurren simultáneamente un estímulo y una respuesta; para él, el aprendizaje es un proceso repentino y no gradual. En su teoría de la contigüidad no hay lugar para el reforzamiento.<sup>6</sup>

Para Guthrie no es necesaria la recompensa ya que el aprendizaje ocurre al mismo tiempo que hay un estímulo y una respuesta, y éste se da de manera natural y de forma espontánea.

En la enseñanza con la teoría de la contigüidad los estudiantes realizan cierta actividad de cierto modo y posteriormente, mientras la efectúan, se les dan los estímulos que se desea que asocien con esa conducta.

Un ejemplo sería enseñar a los alumnos que hombre es *Homo Sapiens*, en donde se introducirá a los alumnos a decir *Homo Sapiens* y mientras lo hacen se estimulará con la palabra hombre, deletreada, representada o ambas cosas a la vez.

---

<sup>4</sup> RODRÍGUEZ, E. *Op. Cit.*, pág. 20.

<sup>5</sup> SWENSON, L. *Teorías del Aprendizaje Perspectivas tradicionales y desarrollos contemporáneos*, pág. 57.

<sup>6</sup> RODRÍGUEZ, E. *Op. Cit.*, pág. 22.

Guthrie también habló del conductismo que interesa a la enseñanza, que es la “quiebra de hábito”, en donde propuso tres técnicas que pueden sustituir respuestas no deseadas por otras deseadas.

Método de la Fatiga: Repetir la señal hasta que la respuesta original canse y continuar repitiéndola hasta que eventualmente se dé una nueva respuesta deseada.

Método del Umbral: Introducir el estímulo que se desea discriminar en un grado tan débil que no provoque la respuesta; no dar respuesta es un tipo de respuesta probablemente incompatible con la no deseada; y por lo tanto, implica una quiebra de hábito.

Método del Estímulo Incompatible: Presentar el estímulo cuando la respuesta no puede ocurrir; diferentes respuestas probablemente ocurrirán hasta que aparezca una que es deseada y entonces, por ser la más reciente, quedará asociada al estímulo que será retirado.<sup>7</sup>

Guthrie no utiliza el refuerzo para explicar los cambios de comportamiento o quiebra de hábitos; la desaparición de las respuestas ocurre a través del aprendizaje de una respuesta que es inadecuada; es un teórico de la contigüidad y con la quiebra de hábitos obtiene cambios de comportamiento.

“Guthrie explicó fenómenos tales como los efectos de la recompensa y los estados de impulso, y su reducción, castigo y extinción experimental, en función de principios de contigüidad relacionados con cambios en las condiciones del estímulo antes que en función del refuerzo”.<sup>8</sup>

### **1.1.3 Con Edward Lee Thorndike (1874- 1949):**

#### **El conexionismo neuronal y el refuerzo generador de aprendizaje**

Thorndike explica el aprendizaje con tres leyes principales:

1. Ley del Efecto: Habla del principio del placer–dolor, significa que cuando una conexión es seguida de un resultado, ya sea positivo o negativo, será fortalecido o debilitado respectivamente. Un ejemplo sería el uso de premios o castigos como refuerzos positivos o negativos en el comportamiento de los estudiantes.
2. Ley del Ejercicio o la Repetición: La práctica define la ley del uso, y la discontinuidad la ley del desuso. Un ejemplo sería aprender un idioma, el que se olvida si no se practica.

---

<sup>7</sup> *Ibidem.*, pág. 23.

<sup>8</sup> SWENSON, L. *Op. Cit.*, pág. 65.

3. Ley de Alerta: Es cuando realizamos cierta acción que resulta satisfactoria y cuando no la realizamos resulta insatisfactoria. Un ejemplo sería cuando a los niños se les deja tareas que tienen la posibilidad de realizar y ellos la cumplen con agrado, pero se desaniman mucho cuando no se les revisa o no se les valora.

También explica cinco leyes subordinadas:

1. Respuesta Múltiple: Es cuando el que aprende se enfrenta a cierto problema y debe ser capaz de dar varias respuestas, ya que sólo de esa manera la solución podrá descubrirse y cuando llega esta respuesta, se da la aprobación. Un ejemplo sería la enseñanza de conceptos, donde el profesor asiente o no a las respuestas que el alumno da al querer identificar un concepto, según sus características.
2. Set o Actitud: Donde el aprendizaje está parcialmente ligado en la función de las actitudes de las personas frente al mundo. Un ejemplo sería el que un niño esté en un ambiente de deportistas y adquiera una tendencia hacia esa actividad.
3. Prepotencia de los Elementos: El que aprende es capaz de reaccionar con elementos importantes a una situación problemática estimuladora. Un ejemplo sería las soluciones “correctas” que dan los estudiantes, sin tener ninguna explicación de la forma que llegaron a ella.
4. Respuesta por Analogía: El traspaso de respuesta de una situación a otra, depende mucho de la similitud entre las dos. Un ejemplo sería las matemáticas, ya que se proponen problemas tipo y series de ejercicios que se resuelven por analogía con la solución dada al mismo.
5. Cambio Asociativo: Si una respuesta se mantiene intacta con una serie de cambios en una situación estimuladora, finalmente puede ser dada ante un estímulo diferente. Un ejemplo sería la enseñanza de una lengua, donde la palabra mesa se refiere a un mueble con ciertas características y la palabra *table* en inglés, se refiere a lo mismo, por lo tanto las palabras mesa y *table* son los estímulos, que producen la misma respuesta.

Thorndike también tomó partido en la transferencia del aprendizaje, ya que si una persona sabe tocar el piano es fácil que aprenda a escribir a máquina, pues transfiere del primer aprendizaje su capacidad de coordinación de los ojos y los dedos.

Así pues, cuanto más clara sea la disposición de atención de los alumnos a elementos, situaciones o hechos, se podrá identificar en otra situación los mismos.

Por lo cual Thorndike se refiere al esfuerzo positivo o negativo, que sigue la conexión estímulo-respuesta. Él realizó grandes aportes al conductismo y a la idea de aprendizaje.

“Thorndike pensó que el aprendizaje consiste habitualmente en una cuestión de fortalecer automáticamente los vínculos estímulo–respuesta por efecto de un experiencia de ensayo y error. Supuso que las leyes que rigen ese aprendizaje son las mismas para los animales y los seres humanos”.<sup>9</sup>

#### **1.1.4 Clark Leonard Hull (1884 – 1952):**

##### **La teoría del refuerzo y el método hipotético–deductivo en psicología**

La teoría del aprendizaje de Hull está basada también en el condicionamiento estímulo-respuesta, pero de un tipo especial llamado reforzamiento.

Hull hizo hincapié en el condicionamiento como proceso básico del aprendizaje; desarrolló un sistema complejo de definiciones, postulados y teoremas para llenar el hueco entre el condicionamiento simple y otras formas más complejas de aprendizaje; retoma el concepto de refuerzo e introduce las llamadas variables intervinientes que operan durante la conexión estímulo-respuesta y afectan dicha conexión.<sup>10</sup>

El método hipotético–deductivo de Hull consiste en definir postulados en forma clara y precisa, deducir teoremas de esos postulados, comprobar empíricamente esos teoremas y revisar frecuentemente el sistema. Para él, la conducta empieza con los estímulos del mundo exterior y termina con la respuesta, su sistema es del tipo estímulo-respuesta.

Sus principios básicos son:

Las conexiones estímulo-respuesta se refuerzan por medio de mecanismos de reducción de la necesidad.

La resistencia del hábito depende del refuerzo directo y de la generalización a partir de otros esfuerzos.

El potencial de reacción depende de la interacción de la resistencia del hábito y del impulso.

Existen variaciones de momento a momento que alteran el potencial de reacción.

---

<sup>9</sup>*Ibidem.*, pág. 76.

<sup>10</sup>RODRÍGUEZ,E. *Op. Cit.*, pág. 31.

Si el potencial efectivo de reacción está por encima del umbral entonces es posible evocar respuestas.<sup>11</sup>

Hull consideraba que el aprendizaje es producido por la adaptación biológica de un organismo a su medio ambiente, de tal manera que se fomenta su supervivencia.

“Un ejemplo siguiendo la teoría de Hull, se fundamentaría en la reducción de estímulos–impulsos, si al mostrar una fotografía del ser humano a un niño y el niño logra decir que es un hombre, o también si el niño no logra expresarlo”.<sup>12</sup>

Hull es un investigador comprometido con el mecanicismo y con la construcción de una teoría que va siguiendo los pasos del método hipotético–deductivo.

### **1.1.5 Burrus Frederic Skinner (1904 – 1990):**

#### **El condicionamiento operante y replicante mediado por los reforzadores**

Skinner se enfoca en las contingencias grupales, las acciones seguidas de recompensa que motivan a los grupos en su trabajo cooperativo.

También es calificado como el conductista más persistente, ya que sus ideas llevan un seguimiento continuo y forman parte de los aportes más importantes en la psicología científica.

Él define al aprendizaje como el cambio de las probabilidades de respuestas, y este cambio es producido por el condicionamiento operante o proceso de aprendizaje; este proceso hace que una respuesta sea más frecuente.

El condicionamiento operante para Skinner es introducir un reforzamiento positivo, inmediatamente después de una respuesta de la cual se da un aumento en la frecuencia de la respuesta; este condicionamiento considera a los maestros como constructores de la conducta de los alumnos.

Para Skinner el condicionamiento operante se adquiere en mayor proporción del comportamiento y llama reforzadores a los eventos que siguen a la respuesta, ya que estos aumentan la probabilidad de ocurrencia.

Skinner también presentó características educativas para preservar la diversidad individual.

Skinner desarrolla una teoría del aprendizaje y la conducta verbales basada en su modelo de aprendizaje operante, según el cual se formulan respuesta porque tienen probabilidad de preparar la oportunidad para un refuerzo. Hay tres formas importantes de conducta verbal: 1) tacto (usar nombres); 2) mando (pedir), y 3) texto (en general, leer).<sup>13</sup>

---

<sup>11</sup> *Ibidem.*, pág. 32.

<sup>12</sup> *Ibidem.*, pág. 33.

<sup>13</sup> SWENSON, L. *Op. Cit.*, pág. 126.

## 1.1.6 Características del Conductismo Antiguo

### ● **Visión del mundo**

La realidad es todo aquello externo que percibimos por los sentidos.

La verdad es absoluta, no puede ser contrariada o falseada.

El conocimiento humano está constituido exclusivamente de impresiones e ideas.

### ● **Filosofía**

Positivismo.

### ● **Teorías**

Las relaciones estímulo-respuesta de Watson.

Condicionamiento contiguo y quiebra de hábitos de Guthrie.

Conexionismo neuronal y refuerzo generador de aprendizaje de Thorndike.

Teoría del refuerzo y del método hipotético-deductivo de Hull.

Condicionamiento operante de Skinner.

### ● **Principios**

Las leyes del aprendizaje son aplicables a todos los ambientes, espacios e individuos.

Todos los estímulos o respuestas son equivalentes.

Todos los organismos son asociativos.

### ● **Constructos**

Estímulo condicionado e incondicionado.

Aprendizaje como un cambio de conducta.

Motor de la conducta fuera del organismo.

### ● **Conceptos**

Conocimiento.

Organismo.

Hábitos.

Conducta.

Refuerzo.

Recompensa.

Aprendizaje.

Condicionamiento.

Conexión.

Estímulo.

Ambiente.

Frecuencia.

Respuesta.

Evento.

### ● **Aseveraciones de valor**

El aspecto sobresaliente de estos cinco representantes del conductismo es la relación estímulo–respuesta denotadas como conexiones y asociaciones, de donde se deriva el apelativo de teorías conexionistas.

Muchos de los conductistas aún siguen vivos en las aulas de clases.

### ● **Aseveraciones de conocimiento**

El condicionamiento permite construir una serie de conexiones E–R.

La contigüidad y recurrencia simultánea de la conexión entre un estímulo y una respuesta son necesarias para el aprendizaje.

El aprendizaje en un proceso de constitución de reflejos condicionados mediante la sustitución de un estímulo por otro.

El conductismo asume el aprendizaje apoyado en la repetición, la memoria; en el que las conexiones estímulo–respuesta son promovidas por el tipo de estímulos positivos o negativos.

Asume la enseñanza expositiva de tipo repetitivo que privilegia el castigo y la recompensa.<sup>14</sup>

En resumen, la idea principal de estos cinco representantes es la relación de estímulo–respuesta, que son llamadas conexiones o asociaciones, de las cuales resultan las teorías conexionistas o asociacionistas. Claro que algunos, con mayor o menor frecuencia, no estudian la conciencia y se ocupan principalmente del comportamiento observable.

Del conductismo resulta un aprendizaje que se apoya en las repeticiones, en donde las conexiones E–R son originadas por el estímulo, ya sea positivo o negativo, y donde en la enseñanza positiva de tipo repetitivo se da la recompensa o el castigo.

En el conductismo el individuo es un conjunto de respuestas ante ciertos estímulos, de tal manera cualquier comportamiento se aprende o se olvida; en la que un conjunto de estímulos nos lleva a una conducta deseada.

## **1.2 Teorías Neoconductistas**

El principal interés del Neoconductismo fueron los procesos que ocurren en la mente para explicar el comportamiento humano. El Neoconductismo fue incapaz de predecir nuevos hechos y no pudo explicar las anomalías que iban surgiendo con los nuevos experimentos de condicionamiento, por lo cual fracasó rotundamente.

### **1.2.1 Robert M. Gagné (1916 – 2002):**

#### **La jerarquización del aprendizaje y el procesamiento de la información**

Gagné se inclinó por los procesos que pasan en el interior de la mente al conocer la respuesta, a cómo se produce el aprendizaje.

El aprendizaje, es un cambio de la conducta con resultados que se evalúan al comparar la nueva conducta con la conducta pasada que el individuo pone en situación.

Por lo cual el aprendizaje se da cuando el estímulo y el contenido de la memoria afectan al que aprende, de tal manera que su acción cambia de un momento antes y después de estar en ella.

“Define unas condiciones internas (capacidades previamente aprendidas que son puestas en acción por medio de un conjunto de procesos de transformación) y condiciones externas (respecto al sujeto) para el aprendizaje que varían de un individuo a otro”.<sup>15</sup>

---

<sup>14</sup> RODRÍGUEZ, E. *Op. Cit.*, pág. 45.

<sup>15</sup> *Ibidem.*, pág. 50.

Da explicaciones introduciendo conceptos y relaciones entre ellos, como son:

- Factores de Aprendizaje: un suceso de aprendizaje tiene lugar cuando la “situación estímulo” junto con el “contenido de la memoria” afectan al que aprende, de tal manera que su acción cambia de un momento antes de estar en esa situación a un momento después de estar en ella. El “cambio en la acción” es lo que conduce a la conclusión de que ha habido un aprendizaje.
- Eventos de aprendizaje: es un acontecimiento imprevisto que antecede y sigue un acto de aprendizaje.

El aprendizaje se inicia con los estímulos a través de los órganos sensoriales y finaliza con la retroalimentación del desempeño de la persona.

“El profesor que promueve el aprendizaje a través de la instrucción debe planearla, administrarla y evaluar su eficacia. El profesor es un “gerente” de instrucción que planea, delimita, selecciona y supervisa la organización de eventos externos, con el fin de influir en los procesos internos del aprendizaje”.<sup>16</sup>

El modelo de procesamiento de información es una teoría de aprendizaje, tanto para el aprendiz con los eventos internos como para el docente con los eventos externos; es una teoría de corte conductista pues valida la relación estímulo–respuesta, sin embargo al introducir etapas de procesamiento interno que ocurren dentro del sujeto, lo coloca en el neoconductismo.

### **1.2.2 Donald Olding Hebb (1904 -1985):**

#### **Un modelo neuropsicológico que introduce variables intervinientes**

Hebb explica que los procesos mentales superiores son actividades mediadoras entre el estímulo y la respuesta. Además introduce variables que ayudan a explicar el comportamiento humano con manifestaciones observables que se originan en la mente, pensamiento y conciencia.

Introduce dos propiedades del organismo humano llamados reactividad, que es la capacidad del organismo de reaccionar a estímulos externos, y la plasticidad, que es la capacidad de cambiar en función de la estimulación repetida. Éstas son muy parecidas a las definiciones del conductismo en lo que se refiere a emitir respuestas y cambiar la conducta.

Para Hebb, pensamiento equivale a la mediación entre estímulo y respuesta. La mediación consiste en la actividad de aglomerados de neuronas, y la naturaleza de la mediación es determinada por esos aglomerados específicos involucrados. Así, la adquisición de procesos mediadores aprendidos, resulta de la repetida presencia del mismo estímulo, llevando a la formación de asociaciones de aglomerados. El aprendizaje es, entonces, el favorecimiento permanente de la conducción entre unidades neurológicas.<sup>17</sup>

---

<sup>16</sup>*Ibidem.*, pág. 57.

<sup>17</sup>*Ibidem.*, pág. 60.

Un ejemplo sería la atención cuando vemos perros de diferentes especies, y nos detenemos a observar a un perro en específico, del cual decimos: “nos llamó la atención”. Estos conceptos son explicados como la pre-actividad de aglomerados específicos.

### **1.2.3 Edward Chace Tolman(1886 – 1959):**

#### **La teoría del aprendizaje de señal también llamado conductismo intencional**

Tolman se llamó un “Rat Runner”, que significa un investigador que hacía correr ratas por laberintos como medio de poner a prueba sus hipótesis.

Los supuestos básicos de Tolman son:

Todo comportamiento es intencional, obedece a un objetivo, a un propósito.

Su teoría se enmarca en un conductismo molar, conexiones entre estímulos y cogniciones o expectativas, no entre refuerzo y respuesta o entre estímulo y respuesta, donde la cognición o expectativa se desarrolla como función de exposiciones a situaciones donde el refuerzo es posible.

El papel del refuerzo es confirmar expectativas.

Lo que se aprende es una relación entre señal y significado: o sea, el conocimiento es una conexión entre estímulo y expectativas por alcanzar un objetivo. La “señal” es el estímulo y el “significado” es la expectativa de recompensa (refuerzo) que resulta del aprendizaje (cognición).<sup>18</sup>

En el conductismo intencional de Tolman, también llamado “teoría del aprendizaje de señal”, el aprendiz sigue señales que van dirigidas hacia un objetivo, esto es, está aprendiendo un camino, siguiendo una serie de mapas cognitivos, donde no aprende movimientos sino significados. Los mapas cognitivos son representaciones internas de relaciones entre objetivos, comportamientos y el reconocimiento del lugar donde los objetivos son alcanzados.

Tolman incluso informó sobre observaciones directas que parecen demostrar que las ratas pueden pensar. Ratas situadas a distancia de un punto de elección denotaron vacilar considerablemente y efectuar pequeños movimientos hacia cada posibilidad de elección. Tolman considera que la conducta ensayo y error constituye una prueba externa de que el comportamiento de elección de las ratas es dominado por procesos cognitivo–perceptuales.<sup>19</sup>

Aprender, según Tolman, envuelve el desarrollo de mapas cognitivos.

Resumiendo, estos tres representantes Neoconductistas asumen explicaciones para la intencionalidad aparente y consideran que la intención viene de una serie de estimulaciones, en donde ciertos estímulos son más eficaces que otros; es decir, la conducta coordinada viene de un acto completo del organismo.

---

<sup>18</sup> *Ibidem.*, pág. 64.

<sup>19</sup> SWENSON, L. *Op. Cit.*, pág. 140.

## 1.2.4 Diferencias entre el Conductismo y el Neoconductismo

### Conductismo

- Se enfocan en los elementos de una situación.
- Explican la conducta E-R sin mediación.
- Rechazan la intención como motor de la conducta.

### Neoconductismo

- Las situaciones de estímulo son asumidas como configuraciones complejas de estimulación.
- Explican la conducta como un acto completo del organismo, donde aparecen las variables mediacionales, enfocándose en lo que sucede en la mente del individuo.
- Asumen que las conductas son intencionales, considerando la intención como producto de un patrón de estimulación.<sup>20</sup>

## 1.3 Teorías Cognitivas

La Teoría Cognitiva explica los procesos que ocurren en la mente, llamados procesos mentales superiores. En éstos interviene un sujeto, quien genera respuestas al interactuar con el ambiente. Para el cognitivismo el conocimiento se encuentra en el interior del sujeto y el mundo es lo que el sujeto construye.

### Teorías Cognitivas Antiguas

#### 1.3.1 La Teoría de la Gestalt:

##### La percepción del mundo como un todo integrado

Max Wertheimer es considerado como el fundador de la Gestalt, que significa configuración, organización y en una forma más general se refiere siempre a un todo.

La Teoría de Gestalt, tiene dos principios:

- El principio de la totalidad: El fundamento de nuestra experiencia no sólo lo constituye la suma de elementos individuales, sino más bien cada parte depende de la configuración, lo asumido en un todo (Gestalt). Podríamos decir que una misma construcción se hace con diferentes piezas, al igual que las mismas piezas se pueden utilizar para hacer diferentes construcciones.
- El principio del isomorfismo psicofísico: Existe una relación de correspondencia biunívoca entre la actividad cerebral y la experiencia consciente.

---

<sup>20</sup> RODRÍGUEZ, E. *Op. Cit.*, pág. 67.

Los autores de la Gestalt mostraron la superioridad del aprendizaje por comprensión frente al aprendizaje asociativo y asumieron que el aprendizaje por comprensión se produce por *Insight* o comprensión súbita del problema.

Características del aprendizaje por *Insight*, mencionado por Hilgard:

1. El nivel de éxitos en el aprendizaje es directamente proporcional al nivel de inteligencia del individuo.
2. Un organismo experimentado tiende a alcanzar más soluciones por *Insight*, que uno menos experimentado.
3. El desencadenamiento del *Insight* se ve favorecido más por unas situaciones que por otras.
4. El proceso de adquisición de la solución por *Insight*, está precedido por un comportamiento de ensayo y error.<sup>21</sup>

Un ejemplo sería cuando los niños ven las relaciones entre cosas, como las que hay en la suma y multiplicación, lo que hacen por *Insight* en el aprendizaje; sin embargo son incapaces de aprender los nombres de las plantas por *Insight*. Por lo tanto podemos decir que el *Insight* no es un prototipo para el aprendizaje común en el ser humano.

### 1.3.2 Max Wertheimer (1880-1943):

#### La teoría del pensamiento en términos gestálticos

Wertheimer postuló que la apariencia del movimiento en el plano psicológico, iba asociada a un proceso nervioso paralelo resultante del efecto conjunto de dos excitaciones retínicas sucesivas simples que el organismo percibe como un movimiento unitario con carácter de sensación simple.

Wertheimer también se interesó por la psicología del pensamiento interpretando en términos gestálticos cuestiones relacionadas con la cognición, el pensamiento y la resolución de problemas y enunciando hipótesis sobre lo que llamó "pensamiento productivo".<sup>22</sup>

El pensamiento productivo involucra el descubrimiento de una organización conceptual con respecto a un problema. Para Wertheimer el pensamiento productivo es muy distinto al pensamiento reproductivo que consiste simplemente en aplicar destrezas o conocimientos adquiridos con anterioridad a situaciones nuevas.

---

<sup>21</sup>*Ibidem.*, pág. 78.

<sup>22</sup>*Ibidem.*, pág. 80.

### **1.3.3 La Teoría del Campo de Kurt Lewin (1890-1947):**

#### **La teoría del campo como teoría de la motivación y la percepción o psicología topológica vectorial**

Lewin estudió la motivación humana, por lo tanto su teoría del campo en la motivación y percepción también se aplicó en situaciones de aprendizaje.

Su finalidad era elaborar leyes que predijeran la conducta de las personas, considerando a la persona, su ambiente, como un patrón de hechos y sus funciones independientes.

Lewin fue coherente con la Teoría de la Gestalt, ya que asume el comportamiento del individuo como un todo y habla del espacio vital del individuo como el campo donde interactúa con el ambiente y cualquier modificación del campo, altera el comportamiento individual de la persona, la esencia de un grupo es la interdependencia social entre sus miembros.

“Según Lewin, la unidad de aprendizaje consiste nada menos que en un cambio de todo el espacio vital de la persona”.<sup>23</sup>

Los teóricos de la Gestalt insistieron en que el total de lo aprendido es más que la suma de los vínculos estímulo–respuesta, también reconocieron que el aprendizaje puede producirse gradualmente por un proceso de memorización, calificado como ineficaz.

La Gestalt sostiene que para entender la conducta humana es necesario estudiar a los seres humanos.

### **1.4 Teorías Cognitivas Recientes:**

#### **El sujeto como constructor de significados**

##### **1.4.1 Jean Piaget (1896-1980):**

#### **Los esquemas mentales y el desarrollo cognitivo**

Piaget manifiesta que cuando los individuos cooperan con el medio, ocurre un conflicto socio–cognitivo que crea un desequilibrio y a su vez estimula el desarrollo cognitivo.

En el aprendizaje, Piaget tiene una teoría de desarrollo mental que considera que sólo hay aprendizaje en el aumento de conocimiento.

---

<sup>23</sup> SWENSON, L. *Op. Cit.*, pág. 152.

“Piaget sostiene que “aprender es operar con ideas o con objetos”, donde operar hace relación a acciones tales como: transformaciones, participaciones, traslados, etc., entonces, sí “aprender es operar”, ¿cómo debe ser la enseñanza para propiciar el aprendizaje?”.<sup>24</sup>

Entonces Piaget propone que la enseñanza debe ser de tipo situacional, generar conflictos cognitivos que abran camino al proceso de asimilación-acomodación.

La Teoría Piagetiana repercutió en la organización de los grupos de distintos niveles, en la formación del individuo autónomo, en las relaciones de estudiante-profesor, en la que se sigue una línea horizontal y el error forma parte del proceso de aprendizaje.

Metodología Piagetiana:

- Partir del desarrollo mental del estudiante.
- Proponer situaciones problema que “disparen” el desequilibrio cognitivo, sentimental y social.
- Permitir que el estudiante trabaje solo y luego socialice con sus compañeros en pequeños grupos, con la intervención del maestro como focalizador del proceso, generando preguntas en lugar de dar respuestas.
- Verificar, mediante el enfrentamiento a situaciones análogas a las vivenciadas, la modificación de los esquemas mentales.<sup>25</sup>

#### **1.4.2 Lev Semionovich Vigotsky (1896-1934):**

##### **El desarrollo mental y las zonas de desarrollo próximo**

Vigotsky manifiesta que el aprendizaje cooperativo requiere de grupos de estudio y trabajo. En primera instancia, porque es el trabajo en grupo donde los docentes y los alumnos pueden cooperar con los menos favorecidos en su desarrollo cognitivo, tener acceso al conocimiento o mejorar sus aprendizajes.

En el pensamiento de Vigotsky el aprendizaje es necesario para el desarrollo cognitivo del individuo y el buen aprendizaje es el que avanza con relación al desarrollo.

Por otro lado, cuando el aprendizaje es en sí un resultado deseable de un proceso deliberado, explícito, intencional, la intervención pedagógica es un mecanismo privilegiado y la escuela es el lugar por excelencia donde se desarrolla el proceso intencional de enseñanza-aprendizaje. Es una institución creada por la sociedad letrada para transmitir determinados conocimientos y formas de actuar en el mundo; por definición, su propósito involucra procesos de intervención que conducen al aprendizaje.<sup>26</sup>

---

<sup>24</sup> RODRÍGUEZ, E. *Op. Cit.*, pág. 93.

<sup>25</sup> *Ibidem.*, pág. 96.

<sup>26</sup> *Ibidem.*, pág. 107.

Las ideas básicas de Vigotsky son:

- Explica el desarrollo cognitivo, mediado por el contexto social y cultural en el cual ocurre.
- Los procesos mentales superiores del individuo, tienen origen en procesos sociales.
- Los procesos mentales sólo pueden ser entendidos, si comprendemos los instrumentos y signos que los median.
- Es a través de la mediación que se da la internalización de actividades y comportamientos socio-históricos y culturales.
- Utiliza el método experimental genético, haciendo énfasis en los procesos en vez de los productos, y plantea una diferencia significativa con Piaget cuando propone que “No a través del desarrollo cognitivo que el individuo se torna capaz de socializarse, sino que es a través de la socialización que se da el desarrollo de los procesos mentales superiores”.
- No es el desarrollo cognitivo el que potencia el aprendizaje, es el aprendizaje quien potencia el desarrollo cognitivo.<sup>27</sup>

### **1.4.3 Jerome Bruner (1915):**

#### **Una teoría de la enseñanza cuyos fundamentos oscilan entre las teorías del aprendizaje de Piaget y Vigotsky**

El desarrollo cognitivo de Bruner es parecido al de Piaget en el aprendizaje individual, ya que lo percibe como resultado de una interacción social y esta se considera más una teoría de enseñanza con formas de desarrollar la instrucción, la estructura de su contenido, su secuencia, las formas de motivación.

En su manera de enseñar Bruner se aproxima mucho a Vigotsky, ya que valida la instrucción como mediadora entre el que aprende y el objeto de enseñanza.

Bruner, admite que la enseñanza debe potenciar el aprendizaje; esto es, debe concentrarse principalmente en cómo optimizar el aprendizaje, facilitar la transferencia o la recuperación de información. Distingue cuatro características principales de una teoría de enseñanza: predisposición para explorar alternativas, estructuras y forma de conocimiento, las secuencias y sus aplicaciones y la forma de distribución del refuerzo.<sup>28</sup>

Bruner considera muy importante el papel de la interacción profesor–estudiante, que es intervenida por el lenguaje, por el docente, cumpliendo con cuatro características de la teoría de enseñanza que son: predisposición para explorar alternativas, estructura y forma del conocimiento, secuencia y sus aplicaciones en la que involucra toda la información y la forma y distribución del refuerzo al que asocia la motivación hacia el aprendizaje por el estudiante.

---

<sup>27</sup>*Ibidem.*, pág. 108.

<sup>28</sup>*Ibidem.*, pág. 110.

#### 1.4.4 David Ausubel (1918 - 2008)

##### La teoría del aprendizaje significativo

La idea básica de Ausubel es el aprendizaje significativo, que es un proceso en el cual la información se relaciona con el aspecto de la estructura cognitiva del estudiante.

Ausubel introduce las referencias conceptuales al nuevo conocimiento y lo asume como una estrategia de enseñanza.

Atiende también la estructura lógica del material de enseñanza, establece la diferencia entre significado lógico y significado psicológico, reconoce la importancia de las actitudes hacia lo que se aprende, al reconocer que el aprendiz necesita además “un esfuerzo consciente y voluntario”, para conquistar el conocimiento.

En el mismo orden, valida la instrucción y el aprendizaje por recepción discriminando varias modalidades de aprendizaje y la forma de cómo ser evaluado.<sup>29</sup>

Las ideas de Ausubel se parecen mucho a las de Vigotsky al aceptar la intervención de un tercero entre el conocimiento y quien aprende. Aunque en cuanto a Piaget se separa mucho por el proceso de aprendizaje como un continuo que inicia desde el aprendizaje mecánico hasta finalizar por el descubrimiento de Piaget, como la única forma de aprendizaje original.

Los tipos de aprendizaje significativo son:

El aprendizaje significativo de representaciones se refiere a la adquisición de vocabularios o lo que las palabras representan. Ausubel establece dos variantes: el aprendizaje de representación anterior a los conceptos y el de después de la formación de ellos. Ejemplo: En la primera, el niño aprende palabras que representan objetos o hechos reales; y en la segunda adquiere un vocabulario que representa a dichos conceptos. La diferencia entre estos momentos es que antes de aprender el vocabulario conceptual el niño ha tenido que “aprender significativamente, lo que significa el vinculado”.

El aprendizaje significativo de conceptos se refiere a un tipo especial de representaciones en las que el grado de abstracción es mayor, hace referencia al concepto como objeto, evento, situación y se designan mediante algún signo o símbolo.

El aprendizaje de proposiciones hace referencia a la adquisición del significado de nuevas ideas expresadas en una frase o una oración que contiene dos o más conceptos, cuya comprensión del significado debe ir más allá de la interpretación literal de los conceptos envueltos en la proposición; la proposición es la relación de más de dos conceptos, su forma natural de adquisición es como la de conceptos por asimilación.

---

<sup>29</sup>*Ibidem.*, pág. 125.

## CAPÍTULO II

### Funciones Sociales de la Escuela

#### 2.1 Educación y socialización

Sabemos que el hombre es un ser social por naturaleza, ya que desde el inicio de la especie humana la configuración social se convierte en la humanización del hombre, puesto que desde nuestros antepasados surgió el intercambio, la interdependencia, la actividad grupal y gracias a estos cambios el hombre se forma como ser humano.

La producción y transmisión del saber son el resultado de procesos de socialización de la historia humana, ya que antes de hablar de la enseñanza como proceso de socialización, los padres e hijos y demás personas de un grupo social, aprendían unos de otros de manera “cooperativa”.

“A este proceso de adquisición por parte de las nuevas generaciones de las conquistas sociales, a este proceso de socialización, suele denominarse genéricamente como proceso de educación”.<sup>30</sup>

Sin embargo, debido al desarrollo tan apresurado del hombre y a las tareas de vida en las sociedades cada vez más pobladas, no son suficientes los procesos de socialización en las nuevas generaciones tanto en la convivencia, como en la familia y en los grupos de trabajo. Para cubrir tales deficiencias surgen a lo largo de la historia distintas formas en el proceso de la educación, llamadas: tutor, preceptor, academia, escuela catedrática, escuela laica, etc., que han llevado a los sistemas de escolarización obligatoria para toda la población en las sociedades contemporáneas.

En estas sociedades la preparación de las nuevas generaciones para su participación en el mundo del trabajo y en la vida pública requiere la intervención de instancias específicas como la escuela, cuya peculiar función es atender y canalizar el proceso de socialización. Concebida la escuela como institución específicamente configurada para desarrollar el proceso de socialización de las nuevas generaciones, su función aparece netamente conservadora: garantizar la reproducción, y cultural como requisito para la supervivencia misma de la sociedad.<sup>31</sup>

También sabemos que la familia, los grupos sociales y los medios de comunicación, permiten la convivencia y el intercambio de la comunidad social. Sin embargo la escuela, debido a su sistema de organización, va introduciendo lenta y progresivamente a los alumnos y alumnas ideas, conocimientos y modos de conducta que necesita la sociedad adulta.

---

<sup>30</sup>GIMENO, J. *Comprender y transformar la enseñanza*, pág. 17.

<sup>31</sup>*Ibidem.*, pág. 18.

## 2.2 Características del proceso de socialización en la escuela

El primer objetivo del proceso de socialización en la escuela es que los estudiantes se preparen para su incorporación futura en el mundo laboral, pero las diferencias surgen al querer saber qué es la preparación para el mundo del trabajo, es decir, cómo se realiza dicho proceso, las consecuencias que va tener al promover la igualdad de oportunidades. Sin embargo, prepararlos para el mundo laboral requiere de adquirir actitudes e intereses que se adecúen a las exigencias de los sitios de trabajo y de su forma de organización, ya sea en instituciones, empresas, negocios, etc. Y la Segunda función del proceso de socialización en la escuela es formar al ciudadano en la intervención de la vida pública.

“El Estado responde del orden social y lo protege en última instancia y, en su forma democrática, es uno de los principales pivotes del consenso colectivo que permite a una sociedad, marcada por antagonismo de todo tipo, no ser un escenario permanente de conflictos”.<sup>32</sup>

Esto quiere decir que la escuela ha de preparar a las personas para que se incorporen a la vida adulta y pública, de modo que haya un equilibrio y una dinámica en las instituciones y normas que tiene la comunidad. Es difícil preparar a la gente para el mundo de la economía, ya que está gobernada por la ley de la oferta y la demanda, y el mundo de la economía requiere de disposiciones y exigencias diferentes a las de la esfera política en una sociedad formalmente democrática, donde los individuos tenemos los mismos derechos ante la ley y las instituciones.

“Una ideología que no apela a la lógica de la razón para su legitimación sino que se justifica exclusivamente con la fuerza de lo que existe, la aceptación y consolidación del *Statu Quo*, de la realidad que se impone inexorablemente”.<sup>33</sup>

Donde el *Statu Quo* es el estado del momento actual, que se refiere a un argumento en un tiempo dado. Esto nos da a entender que después de las exigencias y contradicciones, existe una ideología flexible que acepta y asume la separación de ámbitos, las soluciones del individuo y de los grupos.

La socialización en la escuela transmite de forma más sobresaliente ideologías como el individualismo, la competitividad, la igualdad de oportunidades, la desigualdad de capacidades y esfuerzos individuales. Se dice que la escuela es igual para todos y por lo tanto cada individuo llega a donde le permiten sus capacidades y persistencia personal.

---

<sup>32</sup>*Ibidem.*, pág. 19.

<sup>33</sup>*Ibidem.*, pág. 20.

## 2.3 Los mecanismos de socialización en la escuela

Los procesos de socialización que se presentan en la escuela ocurren como un efecto de las prácticas sociales, es decir, de las relaciones que surgen en los grupos sociales.

Normalmente el contenido oficial del currículum, impuesto desde fuera al aprendizaje del alumnado [...] Se convierte así en un aprendizaje académico para pasar los exámenes y olvidar después, mientras que el aprendizaje de los mecanismos, estrategias, normas y valores de interacción social que requiere el discurrir con éxito en la vida compleja, académica y personal del grupo del aula y del centro van configurando paulatinamente representaciones y pautas de conducta, que extienden su valor y utilidad más allá del marco de la escuela.<sup>34</sup>

Es así como se van introduciendo las formas de ser, pensar y actuar en la vida social del salón de clases y las relaciones sociales en el mundo laboral.

Los aspectos del desarrollo del currículum son importantes para entender la socialización que utiliza la escuela:

- La selección y organización de los contenidos del currículum. En concreto, qué se elige y qué se omite de la cultura pública de la comunidad y quién tiene el poder de seleccionar o intervenir en su modificación.
- El modo y el sentido de la organización de las tareas académicas, así como el grado de participación de los alumnos en la configuración de las formas de trabajo.
- La ordenación del espacio y del tiempo en el aula y en el centro. La flexibilidad o rigidez del escenario, del programa y de la secuencia de actividades.
- Las formas y estrategias de valoración de la actividad de los alumnos y alumnas, los criterios de valoración, así como la utilización diagnóstica o clasificatoria de los resultados y la propia participación de los interesados en el proceso de evaluación.
- Los mecanismos de distribución de recompensas como recursos de motivación superficial, la forma y grado de provocar la competitividad o colaboración.

---

<sup>34</sup>*Ibidem.*, pág. 22.

- Los modos de organizar la participación del alumnado en la formulación, establecimiento, control de las formas y normas de convivencia e interacción.
- El clima de relaciones sociales presidido por la ideología del individualismo y la competitividad o de la colaboración y la solidaridad.

Con el objeto de abarcar los factores que determinan el grado de participación y dominio de los alumnos en el proceso de trabajo, pues solo así se podrán entender los conocimientos, capacidades y disposiciones de la conducta que desarrollan los estudiantes para finalizar con éxito los problemas de interacción e intercambio real que constituyen el aula y la estructura social del centro.

#### **2.4 Contradicciones en el proceso de socialización en la escuela**

Primeramente está la vida en el aula, debido a que este es un escenario vivo donde se intercambian ideas, valores e intereses diferentes y probablemente contradictorios; en segundo lugar el proceso de socialización en la escuela, puesto que desde el punto de vista de preparación para el mundo del trabajo, los propósitos y funciones de la escuela difícilmente pueden dar ideas y actitudes para satisfacer las exigencias de la vida laboral; en tercer lugar tenemos la correspondencia de la socialización escolar con los requerimientos del mundo del trabajo.

Mediante la organización de las experiencias académicas y sociales en el aula, los alumnos empiezan a comprender sus ideas y conductas, bajo la ideología de la igualdad de oportunidades en una escuela para todos, que se desarrolla paulatinamente para el mundo del trabajo y la participación social.

Vivir en la escuela, bajo el manto de la igualdad de oportunidades y la ideología de la competitividad y meritocracia, experiencias de diferenciación, discriminación y clasificación, como consecuencia del diferente grado de dificultad que tiene para cada grupo social o el acceso a la cultura académica, es la forma más eficaz de socializar en la desigualdad a las nuevas generaciones. De este modo, incluso los más desfavorecidos aceptarán y asumirán la legitimidad de las diferencias sociales y económicas y la mera vigencia formal de las exigencias democráticas de la esfera política, así como la relevancia y utilidad de la ideología del individualismo, la competencia y la insolidaridad.<sup>35</sup>

---

<sup>35</sup>*Ibidem.*, pág. 26.

## 2.5 Socialización y humanización de la función educativa de la escuela

Las tendencias de la función educativa garantizan la supervivencia mediante la reproducción del *statu quo*, puesto que la socialización es la adquisición histórica, la humanización es el progreso y la transformación de supervivencia y enriquecimiento de la condición humana; todo esto se da en forma específica en la escuela.

El desempeño educativo de la escuela lleva consigo la función reproductora del proceso de socialización, apoyado por la ciencia, la cultura, la filosofía, el arte, etc., para inducir el desarrollo del conocimiento en cada uno de los alumnos.

“De este modo, los inevitables y legítimos influjos que la comunidad, en virtud de sus exigencias y necesidades económicas, políticas y sociales, ejerce sobre la escuela y sobre el proceso de socialización sistemática de las nuevas generaciones deben sufrir la mediación crítica de la utilización del conocimiento”.<sup>36</sup>

Por lo tanto la escuela utiliza al conocimiento para conocer mecanismos, intenciones y consecuencias, para ofrecer las características y efectos del individuo y la sociedad.

El conocimiento social e histórico es una herramienta de análisis para comprender al *statu quo* que se asume como una idea dominante, puesto que el verdadero sentido de socialización es utilizado para las nuevas generaciones. De tal manera que una persona en la escuela y en la sociedad ofrecen espacio de autonomía para la construcción del individuo adulto.

Con el fin de que el desempeño educativo organice el desarrollo de la función de las desigualdades de origen, mediante la atención, el respeto a la diversidad, provocar y facilitar la reconstrucción de los conocimientos, disposiciones y modelos de la conducta que los niños asimilan en su vida y en la escuela.

“Preparar a los alumnos para pensar críticamente y actuar democráticamente en una sociedad no democrática”.<sup>37</sup>

La escuela es una institución social que lleva a cabo funciones determinadas y no puede remediar las diferencias de una sociedad, que está dividida en clases con oportunidades económicas, políticas y sociales diferentes.

La intervención compensatoria de la escuela debe arroparse con un modelo didáctico flexible y plural, que permite atender las diferencias de origen, de modo que el acceso a la cultura pública se acomode a las exigencias de intereses, ritmos, motivaciones y capacidades iniciales de quienes más distantes se encuentran de los códigos y características en que se expresa”.<sup>38</sup>

---

<sup>36</sup>*Ibidem.*, pág. 27.

<sup>37</sup>*Ibidem.*, pág. 28.

<sup>38</sup>*Ibidem.*, pág. 29.

Es importante destacar que el desarrollo radical de la función compensatoria requiere de la lógica de la diversidad pedagógica dentro de la escuela, y las diferencias deben tomarse como un reto pedagógico dentro de las responsabilidades del maestro.

También la escuela debe facilitar la reconstrucción del conocimiento con las actitudes que los alumnos directa e indirectamente manifiestan en las prácticas sociales semejantes a la escuela.

La igualdad de oportunidades no es algo que esté al alcance de la escuela, pero preparar al individuo para luchar y defenderse en la sociedad sí es un reto educativo en la escuela, debido a que las desigualdades tienen su origen desde las clases sociales hasta los grupos de marginación, por lo cual sólo la lógica de una pedagogía en la escuela provocará un desarrollo máximo de sus posibilidades.

Es preciso transformar la vida del aula y de la escuela, de modo que puedan vivenciarse prácticas sociales e intercambios académicos que induzcan a la solidaridad, la colaboración, la experimentación compartida, así como a otro tipo de relaciones con el conocimiento y la cultura que estimulen la búsqueda, el contraste, la crítica, la iniciativa y la creación.<sup>39</sup>

---

<sup>39</sup>*Ibidem.*, pág. 32.

## CAPÍTULO III

### Aprendizaje Cooperativo

#### 3.1 Antecedentes

El Aprendizaje Cooperativo se inicia con la “aparición” de la especie humana, debido a que el hombre es un ser social por naturaleza; el intercambio, la interdependencia y la actividad grupal fueron cambios decisivos. El factor que produjo la evolución del hombre fue su trabajo, su actividad grupal, el desarrollo del pensamiento, del cerebro y “la cooperación”.

La producción y la transmisión del saber son el resultado de la historia humana; de hecho tanto en la Biblia como en otros libros considerados como santos por los judíos, se hace referencia a la “necesidad de colaboración”.

“*Quidocet discet*”, significa “cuando enseñas aprendes dos veces” (Séneca).<sup>40</sup>

Ya en la escuela del siglo I, Quintiliano afirmaba que los estudiantes obtenían grandes beneficios enseñándose unos a otros. J. Amos Comenio (1592-1670) creyó también que los estudiantes se beneficiaban del enseñar y ser enseñados por otros estudiantes. Después, a finales del siglo XVIII, J. Lancaster y Andrew Bell emplearon intensamente grupos de aprendizaje cooperativo en Inglaterra. En el año 1806 se fundó en Nueva York una escuela lancasteriana. Desde entonces, con épocas de mayor o menor énfasis, ha existido en Estados Unidos el aprendizaje cooperativo.

Notable por su dedicación y entusiasmo en este campo fue el coronel Francis Parker. Como superintendente de las escuelas públicas en Quincy, Massachusetts (1875-1880), promedió más de 30,000 visitantes por año interesados en conocer su empleo de los procedimientos del aprendizaje cooperativo. Para 1930, también en Estados Unidos, John Dewey impulsó el aprendizaje cooperativo y lo incluyó en su famoso método de proyecto en la instrucción.

Desafortunadamente, fue para esta época cuando en dicho país se inició la competencia interpersonal en las escuelas públicas. En 1940, Morton Deutsch, basado en las ideas de Kurt Lewin, propuso una teoría de las situaciones cooperativas y competitivas, la cual ha sido el fundamento inicial de las investigaciones posteriores realizadas en torno al aprendizaje cooperativo.

De una u otra forma a través del tiempo han existido acciones prácticas que han enfatizado la necesidad de la interacción y la cooperación entre compañeros para aprender. Aunque el aprendizaje es individual, también se da en el marco social de relaciones y de ayuda que implica el afecto mutuo. Los seres humanos viven en sociedad, grupos de hombres y mujeres y se relacionan para sobrevivir, crecer y desarrollarse. Es por eso que los problemas que enfrenta la sociedad difícilmente se

---

<sup>40</sup> JOHNSON, D. *El aprendizaje cooperativo en el aula*, pág. 16.

podrán solucionar de manera individual. Por lo tanto necesita de la comunidad para superar la difícil situación y lograr el desarrollo. En tal sentido la escuela debe preocuparse por enseñar a sus alumnos a relacionarse y participar con sus semejantes.

El aprendizaje cooperativo es la respuesta de finales del siglo XX y principios del siglo XXI ante la globalización y colaboración internacional, económica, tecnológica y sociocultural que se manifiesta como una necesidad para el desarrollo social, así como personal y profesional que la escuela debe proporcionar a sus alumnos. Nunca antes han existido necesidades imperativas, condiciones objetivas como subjetivas tan favorables para preocuparse por el desarrollo humano en el marco de la institución escolar. El esfuerzo que realizan los maestros no se ve reflejado en la formación de los alumnos que la sociedad contemporánea exige. De ahí que surgieran proyectos educativos como objetivos para lograr una mejor calidad educativa. Entre estas el aprendizaje cooperativo surge como la opción más idónea.

El aprendizaje cooperativo es un modelo educativo innovador que propone una manera distinta de organizar la educación escolar a diferentes niveles: de escuela en su totalidad, en tal sentido es un modelo institucional; del salón de clases siendo entonces una forma de la organización de la enseñanza y el aprendizaje, pero también se puede utilizar como un método o técnica para aprender.

El aprendizaje cooperativo es la vía para alcanzar la calidad de la educación, misma que se logra cuando maestros y administrativos están dispuestos a trabajar y aprender juntos para reconstruir nuevas normas y comportamientos escolares.

Un proceso de cambio educativo se obtiene mediante la colaboración comprometida de todos los individuos en una escuela. El aprendizaje cooperativo es el modelo educativo que mejor respuesta da a las condiciones históricas, socioeconómicas y culturales de la sociedad contemporánea. No se limita a impulsar cambios en el salón de clases, independientemente del desarrollo organizacional de la escuela.

Se propone el aprendizaje cooperativo en equipos como un instrumento eficaz para el desarrollo de las potencialidades de los niños, adolescentes, jóvenes y también de los maestros y directivos en su función de educar a las nuevas generaciones y sin limitaciones incluyendo por supuesto las potencialidades afectivas y sociales.<sup>41</sup>

### **3.2 Definición**

El Aprendizaje no sólo se adquiere en la escuela, todo el tiempo aprendemos cosas nuevas y lo llevamos a cabo en la vida diaria, en nuestras acciones cotidianas, aunque éste no siempre de una forma consciente. El Aprendizaje es la experiencia que causa un cambio en el conocimiento del individuo y de la interacción del individuo con su entorno.

---

<sup>41</sup><http://autorneto.com/referencia/domesticas/estudio/aprendizaje-cooperativo/>, [consultada el 16 de Marzo del 2009].

La Cooperación es trabajar juntos para llegar a metas comunes, es decir, que las personas obtengan beneficios para ellos mismos y para los integrantes de su equipo.

El Aprendizaje Cooperativo no es un Método Tradicional en donde el profesor explica en el pizarrón, este Método es diferente pues el profesor tiene que elaborar su material para que el alumno pueda desarrollar un aprendizaje individual sin ayuda, posteriormente cada miembro del equipo se explique y en conjunto puedan aprender cada uno de ellos con lo aprendido individualmente. Para que haya este aprendizaje se tienen que hacer equipos y se tiene que estar alerta para garantizar que los miembros del equipo estén compartiendo sus conocimientos unos con otros.

El Aprendizaje Cooperativo ayuda al docente a obtener varios objetivos al mismo tiempo, como el de mejorar el rendimiento de todos los alumnos, establecer relaciones positivas entre alumnos, darles experiencias para llevar a cabo un desarrollo social saludable.

Con el Aprendizaje Cooperativo el profesor organiza y hace más fácil el aprendizaje en equipo, ellos a su vez tienen la responsabilidad de aprender el material asignado y comprobar que todos sus integrantes también lo hagan.

Aprendizaje Cooperativo. Se define como aquel en el que los estudiantes trabajan en grupos pequeños de manera conjunta, asegurando que todos lleguen a dominar el material asignado. En este ambiente los estudiantes observan que su meta de aprendizaje es alcanzable sí y sólo sí los otros estudiantes de su grupo la alcanzan.<sup>42</sup>

En el Aprendizaje Cooperativo es necesaria la cooperación continua y activa de los alumnos.

El Aprendizaje Cooperativo es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás. Este método contrasta con el Aprendizaje Competitivo, en el que cada alumno trabaja en contra de los demás para alcanzar objetivos escolares tales como una calificación de "10" que sólo uno o algunos pueden obtener, y con el Aprendizaje Individualista, en el que los estudiantes trabajan por su cuenta para lograr metas de aprendizaje desvinculadas a los de los demás alumnos.

En el Aprendizaje Cooperativo y en el Individualista, los maestros evalúan el trabajo de los alumnos de acuerdo con determinados criterios, pero en el Aprendizaje Competitivo, los alumnos son calificados según una cierta norma. Mientras que el Aprendizaje Competitivo y el Individualista presentan limitaciones respecto de cuándo y cómo emplearlos en forma apropiada, el docente puede organizar cooperativamente cualquier tarea didáctica, de cualquier materia y dentro de cualquier programa de estudios.<sup>43</sup>

---

<sup>42</sup>ARIAS, J. *Aprendizaje Cooperativo*, pág. 13.

<sup>43</sup>JOHNSON, D. *Op. Cit.*, pág. 14.

El Aprendizaje Cooperativo es diferente al proceso tradicional de enseñanza y aprendizaje, debido a que este aprendizaje cuenta con la ayuda del profesor, quien dirige este proceso supervisándolo, pues no es un proceso competitivo ni individualista como el método tradicional, sino más bien es un método colaborador que pretende desarrollar hábitos de trabajo en equipo, la solidaridad entre compañeros y que los alumnos de manera autónoma intervengan en su proceso de aprendizaje.

El aprendizaje cooperativo es una habilidad que promueve la participación conjunta de los alumnos, consiguiendo que ellos se ayuden mutuamente para alcanzar objetivos.

### 3.3 Componentes



Figura 1. Componentes esenciales del aprendizaje cooperativo.<sup>44</sup>

- **Interdependencia positiva**

Se da cuando el alumno sabe que está vinculado con sus demás compañeros de manera que no tendrá éxito a menos que los integrantes del equipo también lo tengan. La interdependencia positiva provoca que un estudiante vea que su trabajo beneficia a sus compañeros y viceversa, al realizarlo en un grupo se aumenta el aprendizaje con todos sus miembros.

La interdependencia positiva forma un compromiso con el éxito de otras personas, además del de uno mismo; esto es la base del aprendizaje cooperativo, ya que sin la interdependencia positiva no hay cooperación.

---

<sup>44</sup>*Ibidem.*, pág. 22.

- **Interacción promotora cara a cara**

El aprendizaje cooperativo necesita estructurar la interacción cara a cara entre los miembros del grupo para fomentar el aprendizaje y el éxito de los demás integrantes del equipo, mientras el maestro los ayuda, los apoya, los anima y alaba sus esfuerzos por aprender.

La interacción promotora cara a cara tiene como consecuencias:

1. Las actividades dinámicas y cognoscitivas interpersonales ocurren cuando los estudiantes se explican unos a otros, incluyendo una explicación oral de la resolución de un problema, planteando los conceptos que se están aprendiendo así como explicar lo que se sabe a los demás compañeros, todo esto muestra cómo el aprendizaje presente está vinculado con el aprendizaje pasado.
2. En la interacción cara a cara hay una gran variedad de influencias que se ven reflejadas cuando ellos se ayudan, se apoyan, se responsabilizan frente a sus compañeros en las razones y conclusiones de los demás.
3. Las respuestas verbales y no verbales del equipo proveen información primordial sobre las realizaciones de cada uno.
4. Se crean oportunidades para que los integrantes del equipo que están desmotivados, sean presionados por sus demás compañeros para que se dirijan hacia la investigación de logros.
5. La integración que genera el hecho de terminar una tarea permite a los estudiantes conocerse como personas, situación que ayuda para que se formen las bases de relaciones consideradas y comprometidas entre los integrantes del equipo.
6. La cantidad grupal debe ser pequeña (de dos a seis miembros), debido a que si el grupo es pequeño, los integrantes entienden en mayor grado la importancia de su trabajo y de sus esfuerzos en él.

- **Responsabilidad Individual**

Es de suma importancia que el grupo conozca qué persona o personas necesitan más apoyo y motivación para completar una tarea.

Para verificar que los estudiantes se sienten individualmente responsables de los logros de su equipo, será conveniente:

1. Evaluar el esfuerzo que cada integrante aporta a su equipo.
2. Dar retroalimentación a los grupos y a cada uno de los estudiantes en particular.
3. Evitar que los integrantes del grupo den esfuerzos repetidos.
4. Verificar que los integrantes del equipo se sientan responsables del resultado final.

Es difícil identificar las contribuciones individuales cuando los integrantes del equipo no se hacen responsables del resultado final, ya que es posible que estos hayan terminado holgazaneando, tratando de beneficiarse del esfuerzo y trabajo de sus demás compañeros.

La responsabilidad individual es la clave que confirma que todos los integrantes del equipo se fortalecen aprendiendo cooperativamente, puesto que después de participar en una enseñanza cooperativa, los integrantes del equipo están mejor capacitados para terminar tareas por si solos.

- **Técnicas interpersonales y de equipo**

Incluir a personas que no tienen habilidades sociales en grupo y pedirles que cooperen, no garantiza que puedan hacerlo; pues no se nace conociendo las formas de interactuar con las demás personas.

Las habilidades interpersonales y de grupo no se presentan de manera espontánea cuando se necesitan, las habilidades sociales que se requieren para colaborar en situaciones dadas “deben ser enseñadas”, al mismo tiempo de motivar a las personas para que se empleen en beneficio de la productividad del equipo cooperativo en el cual se trabaja.

- **Evaluación Grupal**

Se manifiesta cuando los integrantes que forman un equipo cooperativo discuten como logran sus objetivos y conservan las relaciones de trabajo efectivas.

En la evaluación de grupo se observa si las acciones de los miembros fueron útiles o inútiles y se toman decisiones de las acciones que deben continuar o modificarse.

El propósito de la evaluación grupal es observar y mejorar la efectividad con que los integrantes contribuyeron con sus esfuerzos para el logro de las metas del equipo.

Tal evaluación permite mantener buenas relaciones de trabajo entre sus integrantes, facilita el aprendizaje de las habilidades cooperativas, estimula que los estudiantes reciban retroalimentación respecto a sus acciones, permite que los estudiantes vean sus niveles, metas cognoscitivas, facilita el reconocimiento de los éxitos de grupo y de sus integrantes en particular.

### **3.4 Grupos de Aprendizaje**

Algunos grupos pueden facilitar u obstaculizar el aprendizaje de los alumnos y afectan la calidad de ambiente en el salón de clases.

1. Grupo de pseudoaprendizaje: es cuando los alumnos tienen la orden de trabajar juntos, pero no tienen el interés por hacerlo; piensan que serán evaluados por su desempeño individual, aparentando trabajar juntos, pero la realidad es que sólo compiten entre sí.
2. Grupo de aprendizaje tradicional: se da cuando se les indica que trabajen juntos y están dispuestos a hacerlo, las tareas asignadas se estructuran de tal manera que no requieran un trabajo en conjunto; piensan que serán evaluados y premiados individualmente, intercambian información, pero no están motivados a enseñar a sus demás compañeros, porque las ganas de ayudar y compartir son mínimas y el resultado es que la suma del total es mayor al potencial de algunos de los integrantes del grupo, debido a que los estudiantes responsables trabajarían mejor solos.
3. Grupo de aprendizaje cooperativo: se les indica a los alumnos que trabajen juntos y ellos lo hacen con gusto, sabiendo que su rendimiento depende del esfuerzo de todos los integrantes del equipo, las características son:
  - a. Maximizar el aprendizaje de todos los miembros motiva a los alumnos a esforzarse y superar la capacidad individual de cada uno de ellos.
  - b. Cada miembro del grupo asume su responsabilidad y hace responsables a los demás.
  - c. Hacen un trabajo colectivo y promueven el buen rendimiento de los demás, al querer ayudar, compartir, explicar unos a otros.
  - d. Se les enseñan formas de relación interpersonal y se espera que las usen para coordinar su trabajo y alcanzar sus metas.
  - e. Analizan con qué eficacia están alcanzando sus objetivos, todos los miembros del equipo tienen un mejor desempeño que si hubieran trabajado solos.

- f. Cada individuo posee información que los demás miembros del equipo no tienen.
4. Grupo de aprendizaje cooperativo de alto rendimiento: este grupo cumple con todos los criterios del grupo de aprendizaje cooperativo, la diferencia con el aprendizaje cooperativo es el nivel de compromiso que tienen los integrantes del equipo entre sí y el éxito del grupo.

Para la eficacia del aprendizaje cooperativo, hay que tomar en cuenta que todos los grupos son cooperativos, observemos la curva de rendimiento del grupo de aprendizaje:

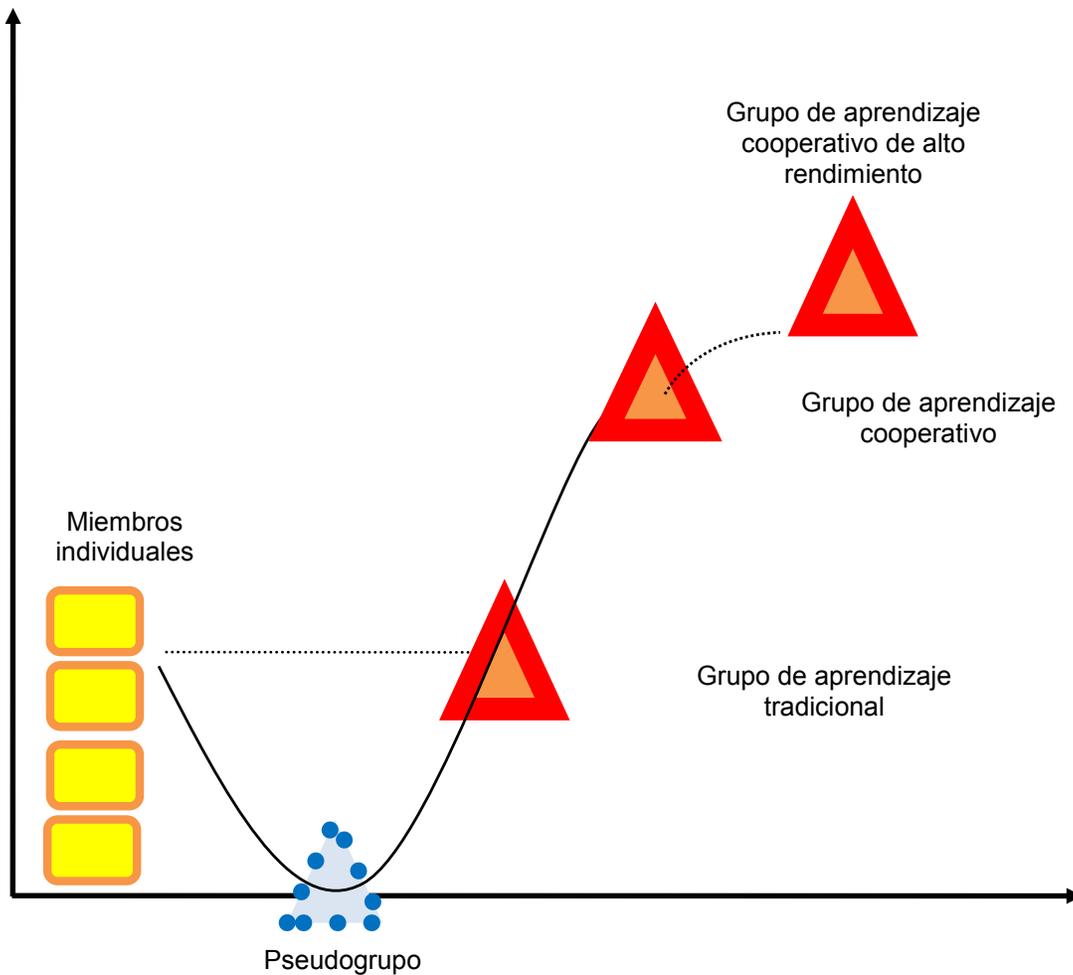


Figura 2. La curva de rendimiento del grupo de aprendizaje.<sup>45</sup>

<sup>45</sup>*Ibidem.*, pág. 20.

Esta curva muestra que el rendimiento de cualquier grupo de aprendizaje depende de cómo esté estructurado; reunir a varios alumnos en el mismo salón y decir que es un grupo cooperativo no significa que lo sea. Por ejemplo, los equipos de investigación, los clubs de lectura, que pueden considerarse grupos, pero no son necesariamente cooperativos.

Un aspecto sumamente importante, es que el profesor trate de integrar a los alumnos en grupos de aprendizaje, viendo en que parte de la curva de rendimiento se encuentra cada uno, fortaleciendo los elementos básicos de cooperación y fomentando su evolución hasta que realmente sean unos grupos cooperativos.

### 3.5 Beneficios y resultados

La primera investigación del aprendizaje cooperativo se hizo en 1898, y desde entonces se han hecho 600 estudios experimentales y más de 100 estudios correlativos de los métodos de aprendizaje cooperativo, aprendizaje competitivo y aprendizaje individualista.

Gracias a estas investigaciones, hoy podemos decir que el aprendizaje cooperativo, comparado con el competitivo y el individualista, da como consecuencias los siguientes resultados:

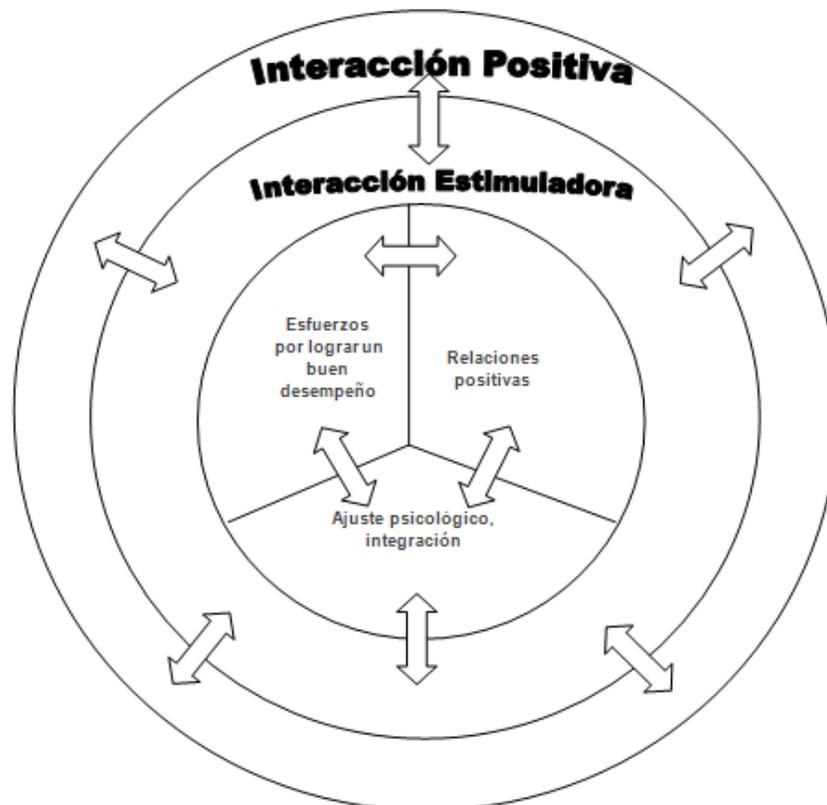


Figura 3. Resultados de la cooperación.<sup>46</sup>

<sup>46</sup>*Ibidem.*, pág. 25.

1. Más esfuerzos por lograr un buen desempeño, que significa aumentar la productividad y el rendimiento de los alumnos, incremento de la posibilidad de retención a largo plazo, de motivación individual, de estimulación para lograr un alto rendimiento, más tiempo dedicado a las tareas, un nivel superior de razonamiento y pensamiento crítico.
2. Relaciones más positivas entre los alumnos, que quiere decir un incremento de espíritu de equipo, relaciones solidarias y comprometidas, respaldo personal.
3. Mejor salud mental, que es un ajuste psicológico general del fortalecimiento del yo, desarrollo social, integración, autoestima, sentido de la propia identidad, capacidad de enfrentar la adversidad y las tensiones.

Los efectos de la cooperación determinan que el aprendizaje cooperativo constituya una herramienta muy importante para el buen rendimiento de los estudiantes.

Necesitamos incluir en nuestras aulas experiencias de aprendizaje cooperativo, ya que muchas prácticas de socialización tradicionales actualmente están ausentes, y los estudiantes ya no van a la escuela con una identidad humanitaria ni con una orientación social basada en la cooperación. Las estructuras competitivas tradicionales del aula contribuyen con este vacío de socialización. De este modo los estudiantes están siendo mal preparados para enfrentar un mundo que demanda crecientemente habilidades altamente desarrolladas para ocuparse de una interdependencia social y económica.<sup>47</sup>

---

<sup>47</sup>[http://www.inteligencia-emocional.org/ie\\_en\\_la\\_educacion/elaprendizajecooperativo.ht](http://www.inteligencia-emocional.org/ie_en_la_educacion/elaprendizajecooperativo.ht), [consultada el 16 de Marzo del 2009].

## **CAPÍTULO IV**

### **IEMS “Ricardo Flores Magón”**

El principal objetivo del Sistema de Bachillerato del Gobierno del Distrito Federal, es satisfacer las necesidades educativas de los jóvenes mexicanos.

Los principales motivos para el desarrollo del sistema de Bachillerato fueron:

- Construir planteles que estuvieran estratégicamente distribuidos en el Distrito Federal, en las zonas de alta marginación, puesto que debido a su condición socioeconómica tienen menor posibilidad de llegar a la Educación Media Superior.
- Que los estudiantes no tengan la necesidad de trasladarse largas distancias para llegar a su escuela, circunstancia que afecta el rendimiento estudiantil.

Es importante mencionar que la ubicación de los planteles, corresponde a la relación mostrada entre la deserción escolar y el nivel socioeconómico como lo indica el estudio de la Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL), que nos muestra que en los últimos años más de 49 millones de jóvenes abandonan la escuela antes de terminar 12 ciclos escolares y 15 millones corresponden a alumnos de 15 y 19 años de edad, quienes enfrentan grandes dificultades para encontrar trabajo, sumándose a las filas de los numerosos desempleados.

La primera preparatoria del IEMS la creó el Gobierno del Distrito Federal en el año de 1997, por el interés del Gobierno de la Ciudad de fortalecer la Educación Pública y Gratuita.

El primer plantel del Sistema fue la Preparatoria de Iztapalapa, como respuesta a las demandas de organizaciones sociales de aprovechar las instalaciones de la ex cárcel de mujeres.

Tanto la Universidad como el Sistema de Bachillerato del Gobierno del Distrito Federal, se crearon por el decreto publicado en la Gaceta Oficial del Distrito Federal el 26 de abril del 2001. Institución que se funda para atenuar los fuertes problemas que existen en la educación.

El Sistema Educativo se encarga de:

- 23.7 millones de estudiantes en Educación Básica.
- 3.1 millones de estudiantes en Educación Media.
- 2.1 millones de estudiantes en Educación Superior.
- 11.1 millones en capacitación para adultos.

En la actualidad el rezago es de 36 millones de personas mayores de 15 años que no han concluido la Educación Básica. Por otra parte, en la Educación Media existen graves problemas, debido a que el índice de reprobación llega a 73% y la deserción a 50%.

Finalmente es así como surge el Plantel Coyoacán “Ricardo Flores Magón”, que se encuentra en Calzada de Tlalpan, número 3463 y 3465, Colonia Viejo Ejido de Santa Úrsula, Delegación Coyoacán, cuya construcción fue licitada por el Gobierno del Distrito Federal en la convocatoria 010 clave 1010302 con fecha de inicio de 25 de Junio del 2001 y fecha final de 21 de Noviembre del 2001, según lo dispuesto en la Gaceta Oficial del Distrito Federal.<sup>48</sup>

“En México, según datos del INEGI, la tasa de reprobación en el nivel de bachillerato fue del 37.8%, en el año 2005. Puede sostenerse que el rezago es un detonante del abandono escolar, por lo que hay que conocer las causas locales de rezago”.<sup>49</sup>

En el Plantel “Ricardo Flores Magón” se realizó un estudio cuantitativo, debido a que el Sistema de Bachillerato del Gobierno del Distrito Federal, como parte del Sistema Educativo Nacional, sufre de rezago.

El rezago es un indicador de atraso y bajo rendimiento académico de los estudiantes, cuyo referente es el momento de inscripción a las asignaturas que conforman el plan de estudios, de acuerdo con la secuencia programada.

Se analizaron los datos oficiales de 75 estudiantes de la generación 2006, 127 de la 2007 y 201 de la 2008. Se calificó al rezago en tres categorías: alto, medio y bajo. Los resultados indicaron que más del 80% de los estudiantes tiene algún grado de rezago: el 18.9%, en promedio, es rezago alto, lo que significa que estarían en riesgo de rebasar el tiempo reglamentario de permanencia en la preparatoria.

#### Clasificación del Rezago

Alto	Medio	Bajo
0 a 33%	34 a 66%	67 a 99%

Porcentaje de aprobación de asignaturas del ciclo.

<sup>48</sup> CARRILLO, L. *Gestión Escolar: Revisión y Propuesta para el Plantel “Ricardo Flores Magón” del Instituto de Educación Media Superior del D.F.*, págs. 27-30.

<sup>49</sup> CARRILLO, L. *Memorias electrónicas del segundo congreso internacional de educación media superior y superior*, pág. 2.

De modo que los estudiantes que tengan aprobado entre el 67 y el 99% de su carga académica tendrán un rezago bajo; quienes sólo hayan acreditado entre el 33 y el 66%, un rezago medio, y los que hayan aprobado menos del 33% de las asignaturas del ciclo, serán incluidos como parte del rezago alto.<sup>50</sup>

La siguiente tabla nos muestra los porcentajes de rezago por materia para las tres generaciones examinadas. Cabe destacar que la materia que mayor rezago padece es “Matemáticas”, en tanto que Computación como Planeación y Organización del Estudio (POE) son las que menor rezago presentan.

Porcentaje de rezago por materia y generación de la matrícula inscrita en el ciclo  
2009-2010

Generación	Matemáticas	Física	L y L	Filosofía	Computación	POE
2006	38.67	10	18.67	23	3.33	2.67
2007	44.49	24.81	40.36	46.46	11.02	11.81
2008	54.23	41.79	34.58	41.54	23.64	22.14
Valor ponderado	48.26	30.52	33.44	39.64	15.88	15.26

“El rezago escolar es un fenómeno general sumamente complejo que afecta a todas las instituciones del nivel”.<sup>51</sup>

Como podemos observar en la tabla anterior, en el Plantel “Ricardo Flores Magón”, la asignatura de Matemáticas es una de las que tiene mayor índice de rezago, por lo que se considera pertinente la propuesta de nuevas estrategias para su enseñanza, quedando así justificado que se haya llevado a cabo en ese plantel la aplicación del material diseñado.

<sup>50</sup> *Ibidem.*, pág. 4.

<sup>51</sup> *Ibidem.*, pág. 8.

## CAPÍTULO V

### Aplicación del Aprendizaje Cooperativo

En este capítulo se abordarán las características del material con Aprendizaje Cooperativo y el análisis de cuatro clases desarrolladas con estudiantes de la Preparatoria “Ricardo Flores Magón” del Instituto de Educación Media Superior.

#### 5.1 Características del material aplicado:

☐ Cada material debe tener objetivos diferentes, ejemplo:

##### SUMA DE POLINOMIOS

**Objetivo:** Aprender a sumar dos o más expresiones algebraicas llamadas sumandos en una sola expresión algebraica llamada suma.

##### RESTA DE POLINOMIOS

**Objetivo:** Aprender a restar polinomios, en el que al minuendo le restaremos el sustraendo.

☐ El material debe tener el mismo grado de dificultad, así que los materiales son similares pero no iguales, ya que un material define la suma y el otro la resta de polinomios; cada material debe explicar paso a paso cómo se resuelve la suma y resta, ejemplo:

##### SUMA DE POLINOMIOS

1. Tenemos tres polinomios:

- $a-b$  → Sumando A
- $2a+3b-c$  → Sumando B
- $-4a+5b$  → Sumando C

2. Para sumar incluimos los sumandos dentro de un paréntesis cada uno:

**Ejemplo:**

$$\boxed{(a-b)} + \boxed{(2a+3b-c)} + \boxed{(-4a+5b)}$$

Sumando A                      Sumando B                      Sumando C

3. Ahora colocaremos todos los términos unos seguidos de otros, pero con sus propios signos:  $\boxed{a-b+2a+3b-c-4a+5b}$

4. Sumamos los términos semejantes con todo y signo, es decir: a con a, b con b, y c con c:

**Ejemplo:**

Suma de términos semejantes "a"

$$\boxed{a}-\boxed{b}+\boxed{2a}+\boxed{3b}-\boxed{c}-\boxed{4a}+$$

$$a+2a-4a=$$

$$3a-4a= -a$$

Suma de términos semejantes "b"

$$a-\boxed{b}+2a+\boxed{3b}-c-4a+\boxed{5b}$$

$$-b+3b+5b =$$

$$-b+8b = 7b$$

Suma de términos semejantes "c"

$$a-b+2a+3b-\boxed{c}-4a+5b$$

$$-c = -c$$

5. Finalmente, colocamos el resultado de cada término semejante en la suma de los tres polinomios:

$$(a-b)+(2a+3b-c)+(-4a+5b) = -a+7b-c$$

**RESTA DE POLINOMIOS**

1. Tenemos dos polinomios:

- $4x-3y+z \rightarrow$  Minuendo
- $2x+5z \rightarrow$  Sustraendo

Minuendo Sustraendo

$$(4x-3y+z) - (2x+5z)$$

**Recordatorio:**  
Si tenemos:  $-(a+b) = -1(a+b) = -a-b$   
Por lo tanto:  $-(a+b) = -a-b$

2. Para restar los dos polinomios, observemos que:

$$(4x-3y+z) - (2x+5z)$$

Se hace como el recordatorio

$$-(2x+5z) = -1(2x+5z) = -2x-5z$$

3. Ahora eliminamos paréntesis tanto del minuendo como del sustraendo:

$$4x-3y+z-2x-5z$$

4. Sumamos los términos semejantes con todo y signo:

**Ejemplo:**

Suma de términos semejantes "x"

$$\boxed{4x}-3y+z-\boxed{2x}-5z$$
$$4x-2x = \mathbf{2x}$$

Suma de términos semejantes "y"

$$4x-\boxed{3y}+z-2x-5z$$
$$-3y = \mathbf{-3y}$$

Suma de términos semejantes "z"

$$4x-3y+\boxed{z}-2x-\boxed{5z}$$
$$z-5z = \mathbf{-4z}$$

5. Finalmente colocamos el resultado de cada término semejante en la resta de los dos polinomios:

$$(4x-3y+z) - (2x+5z) = \mathbf{2x-3y-4z}$$

▣ Se observa que los materiales están relacionados, es decir, ambos consisten en operaciones con polinomios, en este caso, suma y resta.

▣ Cada material está diseñado de menor a mayor nivel de abstracción, lo que se garantiza con que en los primeros ejemplos, el ejercicio está totalmente resuelto y conforme se va avanzando, se van dejando espacios vacíos que el estudiante debe rellenar, hasta lograr que por él mismo complete un ejercicio.

Tenemos tres polinomios:

- $-7x-4y+6z \rightarrow$  Sumando A
- $10x-20y-8z \rightarrow$  Sumando B
- $-5x+24y+2z \rightarrow$  Sumando C

Ponemos cada sumando dentro de un paréntesis:

$$(-7x-4y+6z) + (10x-20y-8z) + (-5x+24y+2z)$$

Colocamos los términos de los polinomios unos seguidos de otros, con sus propios signos:

$$-7x-4y+6z+10x-20y-8z-5x+24y+2z$$

Sumamos los términos semejantes:

#### Suma de términos semejantes "x"

$$\boxed{-7x}-4y+6z+\boxed{10x}-20y-8z-\boxed{5x}+24y+2z$$
$$-7x+\underline{\quad}x-5x = \underline{\quad}x$$

#### Suma de términos semejantes "y"

$$-7x-\boxed{4y}+6z+10x-\boxed{20y}-8z-5x+\boxed{24y}+2z$$
$$-4\underline{\quad}-20y+\underline{\quad}y = \underline{\quad}$$

#### Suma de términos semejantes "z"

$$-7x-4y+\boxed{6z}+10x-20y-\boxed{8z}-5x+24y+\boxed{2z}$$
$$6z-\underline{\quad}z+\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

Colocamos el resultado de cada término semejante en la suma de los tres polinomios:

$$(-7x-4y+6z) + (10x-20y-8z) + (-5x+24y+2z) = \underline{\quad}x \underline{\quad}y \underline{\quad}z$$

- ☐ Luego los alumnos tienen que resolver un ejercicio con los conceptos aprendidos, ejemplo:

Realiza la suma de los tres polinomios:

- $6m-3n \rightarrow$  Sumando A
- $-4n+5p \rightarrow$  Sumando B
- $-m-5p \rightarrow$  Sumando C

- ☐ Después de que se ha entendido el material, se forman nuevos equipos para resolver ejercicios, en donde en cada equipo hay un experto de cada material, para que de esta manera los alumnos se puedan explicar los conceptos aprendidos, ejemplo:

## SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS

**Objetivo:** Resolver este ejercicio en grupos, verificando que haya un miembro de cada equipo de los dos materiales con los que se ha estado trabajando.

I. Resuelve la suma de polinomios:

- $23a+14b+38c \rightarrow$  Sumando A
- $10a+13c \rightarrow$  Sumando B
- $11b+8c \rightarrow$  Sumando C

II. Resuelve la resta de polinomios:

- $108n-14m+12p \rightarrow$  Minuendo
- $12m-5p \rightarrow$  Sustraendo

- ☐ Aquí se observa que estos ejercicios sólo pueden resolverse con ayuda de cada experto, por lo cual es necesario que exista:

- ✓ Interdependencia positiva
- ✓ Responsabilidad individual
- ✓ Interacción cara a cara
- ✓ Utilización de habilidades interpersonales
- ✓ Procesamiento grupal

En todos los casos los estudiantes trabajan juntos en torno a una tarea o proyecto y el docente cubre una importante función de mediación o guía en relación no sólo con los componentes académicos sino con lo relativo al tipo de interacciones, habilidades y disposiciones para la cooperación que manifiestan sus estudiantes.<sup>52</sup>

Es necesario mencionar que, por sus características, no es tarea fácil el diseño de materiales propios del Aprendizaje Cooperativo y puede suceder que sea necesaria su revisión una y otra vez, tomando como base las observaciones obtenidas en sucesivas aplicaciones con grupos de estudiantes. .

A pesar de que parezca que el material es entendible para los estudiantes, es necesario probar si funciona o no, lo que sólo se logra aplicándolo en clase.

Otro aspecto a considerar es el tiempo que tiene que ser de antemano establecido por el profesor, con el fin de que los alumnos cubran el objetivo.

Durante la clase, el profesor tiene que estar atento del comportamiento de los alumnos, para guiarlos, de manera que se resuelvan las dudas y se alcancen los objetivos académicos y actitudinales planteados.

El profesor también cumple un rol muy importante, ya que debe motivar a los alumnos para que participen, escuchen y sean escuchados, de tal manera que se cumpla uno de los objetivos del aprendizaje cooperativo.

## **5.2 Aplicación de la primera clase**

### **5.2.1 Desarrollo:**

Los estudiantes que participaron al desarrollar la aplicación de la clase y la evaluación fueron alumnos de la Preparatoria “Ricardo Flores Magón” del Instituto de Educación Media Superior de la asignatura de Matemáticas I.

Al llegar al salón de clases se notaba apatía e indiferencia por parte de algunos alumnos; además se percibía expectativa, pues ya habían sido informados de que la clase se impartiría utilizando una estrategia de enseñanza no tradicional.

Primero se formaron seis equipos de cuatro integrantes cada uno, numerando a los estudiantes del uno al seis para que se reunieran los números uno, los números dos, etc.

---

<sup>52</sup>DIAZ, F. *Aprender y enseñar con TIC en educación superior: Contribuciones del socioconstructivismo*, pág. 164.

Enseguida se les entregó el material elaborado consistente en “Suma y Resta de Polinomios”. Así, tres equipos trabajaron con suma de polinomios y los otros tres con resta.

Se entregaron dos juegos de copias con ejercicios, indicándoles que debían leerlo y entenderlo en equipo para luego resolver los ejercicios.

En primera instancia fue evidente que para realizar esta actividad era necesario dar a cada alumno su material, dado que la lectura en pareja les resultaba difícil, y también su comprensión y resolución. También se notó que algunos estudiantes no trabajaban con su equipo, pues mientras unos leían otros estaban distraídos e indiferentes, sin interés por participaren la clase.

Di 40 minutos para resolver el siguiente Material.

### 5.2.2 Material 1:

EQUIPO 1

## SUMA DE POLINOMIOS

**Objetivo:** Aprender a sumar dos o más expresiones algebraicas llamadas “sumandos” en una sola expresión algebraica llamada “suma”.

1. Tenemos tres polinomios:
  - $a-b \rightarrow$  Sumando A
  - $2a+3b-c \rightarrow$  Sumando B
  - $-4a+5b \rightarrow$  Sumando C
2. Para sumar incluimos los sumandos dentro de un paréntesis cada uno:

**Ejemplo:**

$$\boxed{(a-b)} + \boxed{(2a+3b-c)} + \boxed{(-4a+5b)}$$

Sumando A                      Sumando B                      Sumando C

3. Ahora colocaremos todos los términos de estos polinomios unos seguidos de otros, pero con sus propios signos:  $\boxed{a-b+2a+3b-c-4a+5b}$
4. Sumamos los términos semejantes con todo y signo, es decir: a con a, b con b, y c con c:

### Ejemplo:

Suma de términos semejantes "a"

$$\boxed{a}-\boxed{b}+\boxed{2a}+3b-\boxed{c}-\boxed{4a}+5b$$

$$a+2a-4a=$$

$$3a-4a= \mathbf{-a}$$

Suma de términos semejantes "b"

$$a-\boxed{b}+2a+\boxed{3b}-c-4a+\boxed{5b}$$

$$-b+3b+5b =$$

$$-b+8b = \mathbf{7b}$$

Suma de términos semejantes "c"

$$a-b+2a+3b-\boxed{c}-4a+5b$$

$$-c = \mathbf{-c}$$

5. Finalmente colocaremos el resultado de cada término semejante en la suma de los tres polinomios:

$$\mathbf{(a-b)+(2a+3b-c)+(-4a+5b) = -a+7b-c}$$

### Ejercicio 1

Tenemos tres polinomios:

- $-7x-4y+6z \rightarrow$  Sumando A
- $10x-20y-8z \rightarrow$  Sumando B
- $-5x+24y+2z \rightarrow$  Sumando C

Ponemos los sumandos dentro de un paréntesis cada uno:

$$(\underline{\quad}7x-4y+\underline{\quad}) + \underline{\quad}10x-20y-8z + \underline{\quad}-5x+24y+2z\underline{\quad}$$

Colocamos los términos de los polinomios unos seguidos de otros, con sus propios signos:

$$\underline{\quad}7x-4y+\underline{\quad}+10x-20y-\underline{\quad}-5x\underline{\quad}24y+2z\underline{\quad}$$

Sumamos los términos semejantes:

**Suma de términos semejantes “x”**

$$\boxed{-7x}-4y+6z+\boxed{10x}-20y-8z-\boxed{5x}+24y+2z$$
$$-7x+\_\_x-5\_\_ = -\_\_x$$

**Suma de términos semejantes “y”**

$$-7x-\boxed{4y}+6z+10x-\boxed{20y}-8z-5x+\boxed{24y}+2z$$
$$-4\_\_-20y+\_\_y = \_\_$$

**Suma de términos semejantes “z”**

$$-7x-4y+\boxed{6z}+10x-20y-\boxed{8z}-5x+24y+\boxed{2z}$$
$$6z-\_\_z+\_\_\_ = 0$$

Colocamos el resultado de cada término semejante en la suma de los tres polinomios:

$$(-7x-4y+6z) + (10x-20y-8z) + (-5x+24y+2z) = \_\_\_x \_\_\_y \_\_\_z$$

**Ejercicio 2**

Realiza la suma de los tres polinomios:

- $6m-3n \rightarrow$  Sumando A
- $-4n+5p \rightarrow$  Sumando B
- $-m-5p \rightarrow$  Sumando C

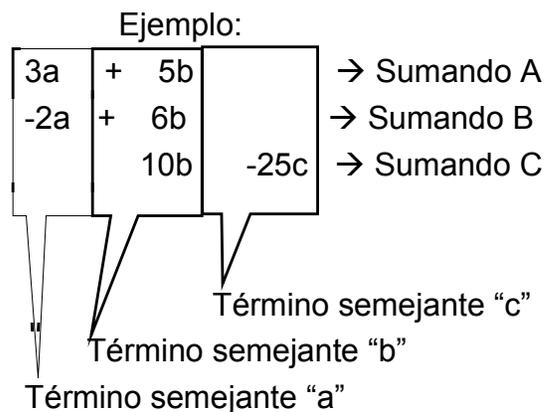
## SUMA DE POLINOMIOS

**Objetivo:** Aprender a sumar dos o más expresiones algebraicas llamadas “sumandos” en una sola expresión algebraica llamada “suma”.

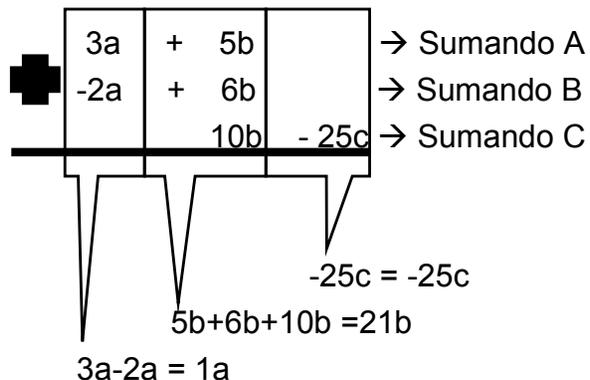
1. Tenemos tres polinomios:

- $3a+5b \rightarrow$  Sumando A
- $-2a+6b \rightarrow$  Sumando B
- $10b-25c \rightarrow$  Sumando C

2. Colocamos los sumandos uno debajo del otro con todo y signo, verificando que los términos semejantes queden uno debajo de otro, es decir a con a, b con b y c con c.



3. Ahora sumamos los términos a con a, b con b y c con c.



4. Y el resultado lo colocamos debajo de la línea, con cada término semejante que le corresponda:

$$\begin{array}{r}
 3a + 5b \\
 + \quad -2a + 6b \\
 \hline
 \phantom{3a} + 10b - 25c \\
 1a + 21b - 25c
 \end{array}$$

### Ejercicio 1

Tenemos dos polinomios:

- $10x+3y \rightarrow$  Sumando A
- $7x-6y+1 \rightarrow$  Sumando B

Colocamos los sumandos uno debajo del otro con todo y signo:

$$\begin{array}{r}
 \square x + 3y \quad \rightarrow \text{Sumando A} \\
 + \quad 7x - \square + 1 \quad \rightarrow \text{Sumando B} \\
 \hline
 \end{array}$$

Sumamos los términos semejantes:

+	$\square x$	$+ 3y$	
	$7x$	$- \square$	$+ 1$

---

$\square = +1$   
 $+3y - 6y = \underline{\quad}$

$\square x + 7x = 17 \underline{\quad}$

Colocamos debajo de la línea el resultado que le corresponde a cada término:

$$\begin{array}{r} \blacksquare x + 3y \\ 7x - \blacksquare + 1 \\ \hline 17x - \blacksquare + 1 \end{array}$$

## Ejercicio 2

Realiza la suma de los tres polinomios:

- $5x+7y-4z \rightarrow$  Sumando A
- $-6x-10y+5z \rightarrow$  Sumando B
- $9x+15y \rightarrow$  Sumando C

## RESTA DE POLINOMIOS

**Objetivo:** Aprenderemos a restar polinomios, donde al minuendo le restaremos el sustraendo.

1. Tenemos dos polinomios:

- $4x-3y+z \rightarrow$  Minuendo
- $2x+5z \rightarrow$  Sustraendo

$$\begin{array}{ccc} \text{Minuendo} & & \text{Sustraendo} \\ & \searrow & \swarrow \\ & (4x-3y+z) - & (2x+5z) \end{array}$$

**Recordatorio:**

Si tenemos:  $-(a+b) = -1(a+b) = -a-b$

Por lo tanto:  $-(a+b) = -a-b$

2. Para restar los dos polinomios, observemos que:

$$(4x-3y+z) - (2x+5z)$$

Se hace como el recordatorio

$$-(2x+5z) = -1(2x+5z) = -2x-5z$$

3. Ahora eliminamos paréntesis tanto del minuendo como del sustraendo:

$$4x-3y+z-2x-5z$$

4. Sumamos los términos semejantes con todo y signo:

**Ejemplo:**

Suma de términos semejantes "x"

$$\boxed{4x}-3y+z-\boxed{2x}-5z$$

$$4x-2x = 2x$$

Suma de términos semejantes “y”

$$4x\boxed{-3y}+z-2x-5z$$
$$-3y = \mathbf{-3y}$$

Suma de términos semejantes “z”

$$4x-3y\boxed{+z}-2x\boxed{-5z}$$
$$z-5z = \mathbf{-4z}$$

5. Finalmente colocamos el resultado de cada término semejante en la resta de los dos polinomios:

$$(4x-3y+z) - (2x+5z) = 2x-3y-4z$$

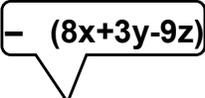
### Ejercicio 1

Tenemos dos polinomios:

- $10x-13y+5z \rightarrow$  Minuendo
- $8x+3y-9z \rightarrow$  Sustraendo

Para restar los dos polinomios, recordemos que:

$$(10x-13y+5z) \boxed{-} (8x+3y-9z)$$



$$-(8x+3y-9z) = -1 (\underline{\quad} + \underline{\quad} - \underline{\quad}) = \underline{-} \underline{-} \underline{+} \underline{\quad} z$$

Eliminando el paréntesis del minuendo y del sustraendo:

$$10x\text{-}\underline{\quad}y+\underline{\quad} -8x\text{-}\underline{\quad}+\underline{\quad}$$

Sumamos términos semejantes con todo y signo:

Suma de términos semejantes “x”

$$\boxed{10x}-13y+5z \boxed{-} 8x-3y+9z$$
$$10x\text{-}\underline{\quad} = \mathbf{2x}$$

Suma de términos semejantes “y”

$$10x - \boxed{13y} + 5z - 8x - \boxed{3y} + 9z$$
$$-13y - \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

Suma de términos semejantes “z”

$$10x - 13y + \boxed{5z} - 8x - 3y + \boxed{9z}$$
$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \mathbf{14z}$$

Colocamos el resultado de cada término semejante en la resta de los dos polinomios:

$$(10x - 13y + 5z) - (8x + 3y - 9z) = \underline{\quad}x - \underline{\quad}y + \underline{\quad}z$$

## Ejercicio 2

Realiza la resta de los dos polinomios:

- $20n - 7m + 15q \rightarrow$  Minuendo
- $35n + 18q \rightarrow$  Sustraendo

## RESTA DE POLINOMIOS

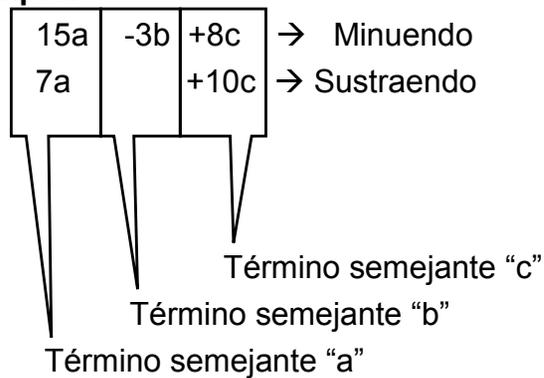
**Objetivo:** Aprender a restar polinomios, donde al minuendo se resta el sustraendo.

1. Tenemos dos polinomios:

- $15a-3b+8c \rightarrow$  Minuendo
- $7a+10c \rightarrow$  Sustraendo

2. Colocamos el sustraendo debajo del minuendo, verificando que los términos semejantes queden uno debajo de otro, es decir a con a, b con b y c con c:

**Ejemplo:**



**Recordatorio:**

Si tenemos:  $-(a+b) = -1(a+b) = -a-b$

Por lo tanto:  $-(a+b) = -a-b$

3. Ahora restamos los términos semejantes, aplicando el recordatorio en el sustraendo:

-	15a	-3b	+8c	→ Minuendo
-	7a		+10c	→ Sustraendo

$-(10c) = -1(10c) = -10c$ , entonces restamos  $8c - 10c = -2c$   
 $-3b = -3b$   
 $-(7a) = -1(7a) = -7a$ , entonces restamos  $15a - 7a = 8a$

4. El resultado lo colocamos debajo de la línea, con cada término semejante que le corresponda:

	15a	-3b	+8c	→ Minuendo
-	7a		+10c	→ Sustraendo
	<b>8a</b>	<b>-3b</b>	<b>-2c</b>	

### Ejercicio 1

Tenemos dos polinomios:

- $20x - 3y - 12z$  → Minuendo
- $18x + 7y - 10z$  → Sustraendo

Colocamos el sustraendo debajo del minuendo:

	$20x - 3y - 12z$	→ Minuendo
-	$18x + 7y - 10z$	→ Sustraendo

Restamos los términos semejantes y aplicamos lo visto en el recordatorio del sustraendo:

-	_	-	3_	-	_	→ Minuendo
-	_	+	_	-	10z	→ Sustraendo

---

$-(-10z) = -1(-10z) = +10z$ , entonces restamos  $-_ + 10z = _$

$-(_) = -1(_) = -_$ , entonces restamos  $-3_ - _ = _$

$-(_) = -1(_) = -_$ , entonces restamos  $_____ = _____$

Colocamos debajo de la línea el resultado que le corresponde a cada término:

-	_	-	3_	-	_	→ Minuendo
-	_	+	_	-	10z	→ Sustraendo

---

\_ - \_ - \_

## Ejercicio 2

Realiza la resta de los dos polinomios:

- $36n-19m+23p \rightarrow$  Minuendo
- $18m+6m+23p \rightarrow$  Sustraendo

### 5.2.3 Observaciones:

Al inicio del ejercicio, se solicitó a los estudiantes que levantaran la mano si tenían alguna duda o comentario con el fin de poderles ayudar tanto en forma individual como en equipo, sin embargo, los estudiantes cometieron errores en la resolución del material, aunque contestaron afirmativamente al preguntárseles si habían entendido el material. También se observó que los 40 minutos que se habían considerado para la resolución del material resultaron insuficientes, pues varios equipos no terminaron en ese tiempo.

De esa experiencia, se puede concluir que no es suficiente el que se pregunte a los estudiantes si tienen alguna duda con respecto al contenido del material o a la dinámica, sino que hay que proponer ejercicios de evaluación que constaten que si se ha logrado la consecución de objetivos.

Una vez resuelto el primer material, se volvieron a formar nuevos equipos de cuatro miembros cada uno; garantizando que hubiera especialistas tanto de suma como de resta de polinomios y a cada uno se le proporcionó una hoja de ejercicios, indicándoles que ahora lo aprendido por cada miembro del equipo anterior debían explicárselo a los nuevos integrantes del grupo. En esta fase se puso en evidencia la necesidad de que cada miembro del grupo tuviera una copia del material anterior, pues dado que se proporcionó originalmente uno por pareja, se dificultó la explicación para los que carecían del material escrito.

El Material proporcionado fue el siguiente:

### 5.2.4 Material 2:

#### SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS

**Objetivo:** Este ejercicio se resolverá en grupos, verificando que haya un miembro de cada equipo de los cuatro materiales con los que se ha estado trabajando.

I. Resuelve las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{r} 14x-38y-43z \rightarrow \text{Sumando A} \\ \oplus 25x+23y+40z \rightarrow \text{Sumando B} \\ -29x+11y-12z \rightarrow \text{Sumando C} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -23a-15b-100c \rightarrow \text{Minuendo} \\ - \\ -12a+77b-100c \rightarrow \text{Sustraendo} \\ \hline \end{array}$$

II. Resuelve la suma de polinomios:

- $23a+14b+38c \rightarrow$  Sumando A
- $10a+13c \rightarrow$  Sumando B
- $11b+8c \rightarrow$  Sumando C

III. Resuelve la resta de polinomios:

- $108n-14m+12p \rightarrow$  Minuendo
- $12m-5p \rightarrow$  Sustraendo

### **5.2.5 Conclusiones:**

Aunque el Material aplicado fue objeto de numerosas revisiones y correcciones antes de presentarlo a los estudiantes, fue necesario realizar modificaciones con base en las dudas y comentarios externados por estos o bien, a partir de la observación de lo sucedido en el salón de clase.

Uno de los aspectos que se tuvieron que corregir fue que los materiales contenían demasiados ejercicios para resolver en el tiempo programado.

Otro de los factores que generaron comentarios fue la novedad del método desarrollado en la clase (Método de Aprendizaje Cooperativo), por lo que se hace necesario recalcar aún más qué rol se espera que juegue cada participante en las diferentes fases de la sesión y el tipo de interacción y habilidades sociales que se espera que desarrollen en la actividad.

Se pudo apreciar que a pesar de que aparentemente el tema abordado era sencillo (Suma y Resta de Polinomios), el nivel de razonamiento de los estudiantes es muy variable: algunos captan con mucha facilidad los conceptos, a otros es necesario decirles paso a paso lo que hay que hacer y unos no muestran el más mínimo interés.

La clase optimizada con base en sus comentarios se estructuró con un tiempo de 40 minutos para entender los conceptos (indicándoles paso a paso lo que hay que hacer), un material para cada alumno y comprobación del nivel de comprensión del material por medio de ejercicios y/o preguntas del profesor.

A continuación se presenta el Material modificado con base en las observaciones y comentarios de los estudiantes:

## 5.2.6 Clase modificada:

EQUIPO 1

### Primera Parte

Lee individualmente en un tiempo máximo de 15 minutos, si tienes cualquier duda pregúntale a tu profesor.

## SUMA DE POLINOMIOS

**Objetivo:** Aprender a sumar dos o más expresiones algebraicas llamadas “sumandos” en una sola expresión algebraica llamada “suma”.

1. Tenemos tres polinomios:

- $a-b \rightarrow$  Sumando A
- $2a+3b-c \rightarrow$  Sumando B
- $-4a+5b \rightarrow$  Sumando C

2. Para sumar incluimos los sumandos dentro de un paréntesis cada uno:

**Ejemplo:**

$$\boxed{(a-b)} + \boxed{(2a+3b-c)} + \boxed{(-4a+5b)}$$

Sumando A                      Sumando B                      Sumando C

3. Ahora colocaremos todos los términos de estos polinomios unos tras otros, con sus propios signos:

$$\boxed{a-b+2a+3b-c-4a+5b}$$

4. Sumamos los términos semejantes con todo y signo, es decir: a con a, b con b, y c con c:

### Ejemplo:

Suma de términos semejantes “a”

$$\boxed{a}-\boxed{b}+\boxed{2a}+3b-c-\boxed{4a}+5b$$

$$a+2a-4a=$$

$$3a-4a= -a$$

Suma de términos semejantes “b”

$$a-b+2a+3b-c-4a+5b$$

$$-b+3b+5b =$$

$$-b+8b = \mathbf{7b}$$

Suma de términos semejantes “c”

$$a-b+2a+3b-c-4a+5b$$

$$-c = \mathbf{-c}$$

5. Finalmente colocamos el resultado de cada término semejante en la suma de los tres polinomios:

$$(a-b)+(2a+3b-c)+(-4a+5b) = -a+7b-c$$

### Segunda Parte

Lee y trata de entenderlo en equipo, cualquier duda que tengas debe resolverse entre los miembros, con un tiempo de 25 minutos.

#### Ejercicios

Tenemos tres polinomios:

- $-7x-4y+6z \rightarrow$  Sumando A
- $10x-20y-8z \rightarrow$  Sumando B
- $-5x+24y+2z \rightarrow$  Sumando C

Ponemos todos los sumandos dentro de un paréntesis cada uno:

$$(-7x-4y+6z) + (10x-20y-8z) + (-5x+24y+2z)$$

Colocamos los términos de los polinomios unos seguidos de otros, con sus propios signos:

$$-7x-4y+6z+10x-20y-8z-5x+24y+2z$$

Sumamos los términos semejantes:

**Suma de términos semejantes "x"**

$$\boxed{-7x}-4y+6z+\boxed{10x}-20y-8z-\boxed{5x}+24y+2z$$
$$-7x+\_\_x-5\_\_ = -\_\_x$$

**Suma de términos semejantes "y"**

$$-7x-\boxed{4y}+6z+10x-\boxed{20y}-8z-5x+\boxed{24y}+2z$$
$$-4\_\_-20y+\_\_y = \_\_$$

**Suma de términos semejantes "z"**

$$-7x-4y+\boxed{6z}+10x-20y-\boxed{8z}-5x+24y+\boxed{2z}$$
$$6z-\_\_z+\_\_\_ = 0$$

Colocamos el resultado de cada término semejante en la suma de los tres polinomios:

$$(-7x-4y+6z) + (10x-20y-8z) + (-5x+24y+2z) = \_\_x \_\_y \_\_z$$

**Ejercicio 2**

Realiza la suma de los tres polinomios:

- $6m-3n \rightarrow$  Sumando A
- $-4n+5p \rightarrow$  Sumando B
- $-m-5p \rightarrow$  Sumando C

## Primera Parte

Lee individualmente en un tiempo máximo de 15 minutos, si tienes cualquier duda pregúntale a tu profesor.

### RESTA DE POLINOMIOS

**Objetivo:** Aprender a restar polinomios, donde al minuendo le restaremos el sustraendo.

1. Tenemos dos polinomios:

- $4x-3y+z \rightarrow$  Minuendo
- $2x+5z \rightarrow$  Sustraendo

$$\begin{array}{ccc} \text{Minuendo} & & \text{Sustraendo} \\ & \swarrow & \searrow \\ & (4x-3y+z) - & (2x+5z) \end{array}$$

**Recordatorio:**

Si tenemos:  $-(a+b) = -1(a+b) = -a-b$

Por lo tanto:  $-(a+b) = -a-b$

2. Para restar los dos polinomios, observemos que:

$$(4x-3y+z) - (2x+5z)$$

**Se hace como el recordatorio**

$$-(2x+5z) = -1(2x+5z) = -2x-5z$$

3. Ahora eliminamos paréntesis tanto del minuendo como del sustraendo:

$$4x-3y+z-2x-5z$$

4. Sumamos los términos semejantes con todo y signo:

**Ejemplo:**

Suma de términos semejantes "x"

$$\boxed{4x}-3y+z-\boxed{2x}-5z$$

$$4x-2x = \mathbf{2x}$$

Suma de términos semejantes "y"

$$4x-\boxed{3y}+z-2x-5z$$

$$-3y = \mathbf{-3y}$$

Suma de términos semejantes "z"

$$4x-3y+\boxed{z}-2x-\boxed{5z}$$

$$z-5z = \mathbf{-4z}$$

5. Finalmente colocamos el resultado de cada término semejante en la resta de los dos polinomios:

$$(4x-3y+z) - (2x+5z) = 2x-3y-4z$$

**Segunda Parte**

Lee y trata de entenderlo en equipo, cualquier duda que tengas debe resolverse entre los mismos miembros, con un tiempo de 25 minutos.

**Ejercicios**

Tenemos dos polinomios:

- $10x-13y+5z \rightarrow$  Minuendo
- $8x+3y-9z \rightarrow$  Sustraendo

Para restar los dos polinomios, recordemos que:

$$(10x-13y+5z) - (8x+3y-9z)$$

$$-(8x+3y-9z) = -1 (\underline{\quad} + \underline{\quad} - \underline{\quad}) = -\underline{\quad} - \underline{\quad} + \underline{\quad} z$$

Eliminando el paréntesis del minuendo y del sustraendo:

$$10x - \_\_y + \_\_ - 8x - \_\_ + \_\_$$

Sumamos términos semejantes con todo y signo:

Suma de términos semejantes "x"

$$\boxed{10x} - 13y + 5z - \boxed{8x} - 3y + 9z$$

$$10x - \_\_ = 2x$$

Suma de términos semejantes "y"

$$10x - \boxed{13y} + 5z - 8x - \boxed{3y} + 9z$$

$$-13y - \_\_ = \_\_$$

Suma de términos semejantes "z"

$$10x - 13y + \boxed{5z} - 8x - 3y + \boxed{9z}$$

$$\_\_ + \_\_ = 14z$$

Colocamos el resultado de cada término semejante en la resta de los dos polinomios:

$$(10x - 13y + 5z) - (8x + 3y - 9z) = \_\_x - \_\_ + \_\_$$

## Ejercicio 2

Realiza la resta de los dos polinomios:

- $20n - 7m + 15q \rightarrow$  Minuendo
- $35n + 18q \rightarrow$  Sustraendo

Sugerencia didáctica para el profesor: Cuando los alumnos terminen el ejercicio, es pertinente realizar preguntas para ser respondidas tanto de manera individual como en equipo. También se sugiere pasar al azar a 3 o 4 estudiantes al pizarrón a resolver un ejercicio del tema que les tocó, con el fin de verificar lo aprendido para que sean capaces de explicarlo a los otros compañeros.

## SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS

**Objetivo:** Este ejercicio se resolverá en grupos de dos personas, en los que cada integrante explicará el tema que le tocó a su nuevo compañero.

1. Resuelve la suma de polinomios:

- $23a+14b+38c \rightarrow$  Sumando A
- $10a+13c \rightarrow$  Sumando B
- $11b+8c \rightarrow$  Sumando C

2. Resuelve la resta de polinomios:

- $108n-14m+12p \rightarrow$  Minuendo
- $12m-5p \rightarrow$  Sustraendo

Cuando se explican unos a otros lo aprendido, se puede constatar si se comprendió el contenido del material, además de promover la interacción cara a cara, la interdependencia positiva y la responsabilidad frente a los demás compañeros. De esta manera se estimula la participación de todos los estudiantes para que se esfuercen en explicar y transmitir a su compañero de equipo lo que aprendieron.

Para comprobar la eficacia de la clase, pasar al pizarrón a dos estudiantes al azar a resolver una suma o resta.

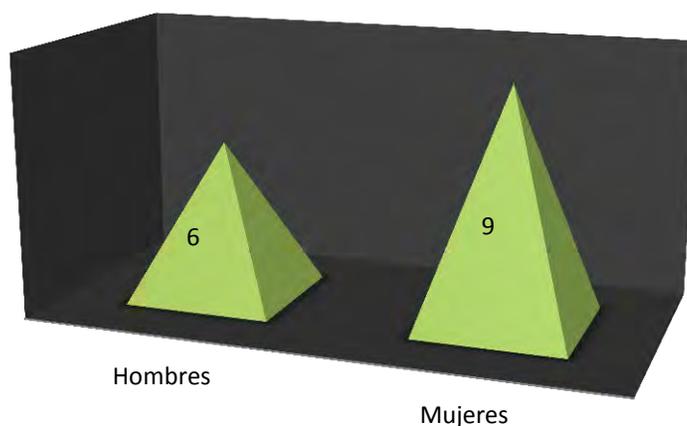
### 5.3 Aplicación de la segunda clase:

#### 5.3.1 Desarrollo:

Los estudiantes que participaron en la clase y la evaluación fueron de la Preparatoria "Ricardo Flores Magón" del Instituto de Educación Media Superior de la asignatura de Matemáticas I.

La muestra fue de 15 estudiantes de ambos sexos entre las edades de 15 y 17 años, 6 hombres y 9 mujeres.

### Estudiantes de Matemáticas I



Se pudo percibir que la aplicación de esta clase fue más sencilla, pues fue el mismo grupo al que se había visitado la sesión anterior y los estudiantes ya conocían tanto la dinámica como a la persona responsable de su aplicación.

Se formaron una vez más equipos a los que se repartió el material correspondiente o bien al Método de Sustitución o al Método de Igualación para la resolución de sistemas de ecuaciones de  $2 \times 2$ .

### 5.3.2 Material 1:

Equipo 1

#### Solución de un sistema de ecuaciones de primer grado por el Método de Sustitución

Aprenderemos a resolver un sistema de ecuaciones: primero despejamos la variable  $x$  o la variable  $y$  de cualquiera de las dos ecuaciones, después la sustituimos en la ecuación que no fue despejada para obtener el valor de la variable buscada, y finalmente, sustituimos este valor en cualquiera de las dos ecuaciones para encontrar el valor restante.

Tenemos dos ecuaciones con dos variables  $x$  y  $y$ .

- $x+y=8$  → Ecuación 1
- $2x-3y=-9$  → Ecuación 2

1. Despejamos  $y$  de la Ecuación 1, con el propósito de darle un valor inicial a cada una de las variables.

$$x+y=8 \rightarrow \text{Ecuación 1}$$

$$y=8-x$$

2. Ahora sustituimos la variable  $y=8-x$ , en la Ecuación 2.

$$2x-3y=-9 \rightarrow \text{Ecuación 2}$$

$$2x-3((8-x))=-9 \rightarrow \text{Multiplicamos:}$$

$$-3(8) = -24$$

$$-3(-x)=+3x$$

Y nos queda la siguiente Ecuación:

$$2x-24+3x=-9$$

$$2x+3x-24=-9$$

$$5x-24=-9$$

Despejando  $x$ , nos queda:

$$5x = -9 + 24$$

$$5x = 15$$

$$x = 15/5$$

$$\mathbf{x=3}$$

3. Ahora sustituimos el valor de  $\mathbf{x=3}$  en la Ecuación 1.

$$x+y=8 \rightarrow \text{Ecuación 1}$$

$$\textcircled{3} + y = 8$$

Despejando  $y$ , nos queda:

$$y = 8 - 3$$

$$\mathbf{y=5}$$

Por lo tanto la solución de ambas ecuaciones es de  $\mathbf{x=3}$  y  $\mathbf{y=5}$ .

### Ejercicio 1

Resuelve y completa el sistema de ecuaciones:

- $2x+5y = -24 \rightarrow$  Ecuación 1
- $8x-3y = 19 \rightarrow$  Ecuación 2

Despejamos  $x$  de la Ecuación 1.

$$2x+5y = -24 \rightarrow \text{Ecuación 1}$$

$$2x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \frac{-24-5y}{\underline{\hspace{1cm}}}$$

Sustituimos la variable,  $\mathbf{x = \frac{-24-5y}{2}}$  en la Ecuación 2.

$$8x-3y = 19 \rightarrow \text{Ecuación 2}$$

$$8\left(\underline{\hspace{1cm}}\right) - 3y = \underline{\hspace{1cm}}$$

Multiplicamos:

$$8 \left( \frac{-24}{2} \right) = \underline{\quad} = -96$$

$$8 \left( \frac{-5y}{2} \right) = \underline{\quad} = -20y$$

Nos queda la siguiente Ecuación:

$$-96 - 20y - 3y = 19$$

Despejando **y**, nos queda:

$$-20y - 3y = \underline{\quad}$$

$$-23y = \underline{\quad}$$

$$y = \frac{115}{-23}$$

$$-23$$

$$y = \underline{\quad}$$

Ahora sustituimos el valor de **y=-5** en la Ecuación 1.

$$2x + 5y = -24 \rightarrow \text{Ecuación 1}$$

$$2x + 5(\underline{\quad}) = -24$$

$$2x - \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$2x = -24 + \underline{\quad}$$

$$2x = 1$$

$$x = \underline{\quad}$$

Por lo tanto la solución de ambas ecuaciones es de **x=**     y **y=**    .

## Ejercicio 2

Resuelve el sistema de ecuaciones:

- $x + 3y = 6 \rightarrow$  Ecuación 1
- $5x - 2y = 13 \rightarrow$  Ecuación 2

## Solución de un sistema de ecuaciones de primer grado por el Método de Igualación

Aprenderemos a resolver un sistema de ecuaciones: despejamos la misma variable, ya sea  $x$  o  $y$ , en las dos ecuaciones, para igualarlas y obtener una nueva ecuación con una sola variable y así poder despejarla, finalmente sustituimos este valor en cualquiera de las dos ecuaciones para encontrar el valor restante.

Tenemos dos ecuaciones con dos variables  $x$  y  $y$ .

- $x+y=8$  → Ecuación 1
- $2x-3y=-9$  → Ecuación 2

1. Despejamos  $y$ , de las dos ecuaciones:

$$x+y=8 \quad \rightarrow \text{Ecuación 1}$$

$$y=8-x$$

$$2x-3y=-9 \quad \rightarrow \text{Ecuación 2}$$

$$y = \frac{-9-2x}{-3}$$

2. Igualamos las dos ecuaciones, para obtener una nueva ecuación, con una sola variable:

$$8-x = \frac{-9-2x}{-3} \quad \rightarrow \text{Ecuación 3}$$

3. Despejamos  $x$  de la Ecuación 3.

$$-3(8-x) = -9-2x$$

$$-24+3x = -9-2x$$

$$+3x+2x = -9+24$$

$$5x = 15$$

$$x = 15/5$$

$$\mathbf{x = 3}$$

4. De esta manera ahora sabemos que  $x=3$ , y por lo tanto lo sustituimos en la Ecuación 1 y despejamos  $y$ .

$$x+y=8 \rightarrow \text{Ecuación 1}$$

$$3+y=8$$

$$y=8-3$$

$$y = 5$$

Por lo tanto la solución de ambas ecuaciones es de  $x=3$  y  $y=5$ .

### Ejercicio 1

Resuelve y completa el sistema de ecuaciones:

- $7x+4y = 13 \rightarrow \text{Ecuación 1}$
- $5x-2y = 19 \rightarrow \text{Ecuación 2}$

Despejamos  $x$ , de las dos ecuaciones:

$$7x+4y = 13 \rightarrow \text{Ecuación 1}$$

$$7x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \frac{\underline{\hspace{1cm}} - 4y}{7} \rightarrow \text{Ecuación 2}$$

$$5x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \frac{19+2y}{5}$$

Igualamos las dos ecuaciones, para obtener una nueva ecuación:

$$\frac{13-4y}{7} = \frac{19+2y}{5} \rightarrow \text{Ecuación 3}$$

Resolvemos la ecuación:

$$\begin{aligned} (\underline{\hspace{1cm}})5 &= (19+2y)\underline{\hspace{1cm}} \\ \underline{\hspace{1cm}} &= 133+14y \end{aligned}$$

Despejamos  $y$ :

$$-20y - 14y = 133 - 65$$

$$-34y = \underline{\quad}$$

$$y = \underline{68}$$

—

$$y = \underline{\quad}$$

De esta manera ahora sabemos que  $y = -2$ , y por lo tanto lo sustituimos en la Ecuación 1 y despejamos  $x$ .

$$7x + 4y = 13 \rightarrow \text{Ecuación 1}$$

$$7x + 4(\underline{\quad}) = 13$$

$$7x \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$7x = 13 + 8$$

$$7x = \underline{\quad}$$

$$x = \underline{21}$$

—

$$x = \underline{\quad}$$

Por lo tanto la solución de ambas ecuaciones es de  $x = 3$  y  $y = -2$ .

## Ejercicio 2

Resuelve el sistema de ecuaciones:

- $x + 6y = 27 \rightarrow$  Ecuación 1
- $7x - 3y = 9 \rightarrow$  Ecuación 2

### 5.3.3 Material 2

Posteriormente se dio un tiempo de 30 minutos para resolver los siguientes ejercicios, con nuevos equipos conformados de forma en la que se garantizara que había miembros que trabajaron tanto Método de Sustitución como el Método de Igualación.

#### **Solución de sistema de ecuaciones por el Método de Sustitución e Igualación**

Este ejercicio se resolverá en equipos, verificando que haya por lo menos un miembro de cada método.

1. Resuelve el sistema de ecuaciones por el Método de Sustitución:

- $3x+5y = 7 \rightarrow$  Ecuación 1
- $2x-y = -4 \rightarrow$  Ecuación 2

2. Resuelve el sistema de ecuaciones por el Método de Igualación

- $5x+7y = -1 \rightarrow$  Ecuación 1
- $3x+4y = -24 \rightarrow$  Ecuación 2

### 5.3.4 Observaciones

En esta clase la gran mayoría de los alumnos mostró interés y ganas de realizar el trabajo pedido.



La interdependencia positiva pudo observarse, dado que cada alumno entendió que era indispensable establecer un vínculo con sus demás compañeros y brindarse ayuda mutua para cumplir los objetivos de la tarea.



En el Aprendizaje Cooperativo es necesaria la interacción cara a cara entre los integrantes del equipo para fomentar el aprendizaje, además de que el profesor debe verificar que todos participen en la elaboración del material, alentándolos a expresar sus dudas y comentarios.



En la evaluación grupal se observó que cuando los integrantes discuten, logran sus objetivos. Esto permitió hacer buenas relaciones de trabajo entre sus compañeros, puesto que los estudiantes reciben retroalimentación de su desempeño y celebran los éxitos tanto en forma individual como en grupo.





Con respecto al desarrollo de la responsabilidad individual, es necesario que el docente se dé cuenta de qué alumnos requieren más ayuda para realizar alguna tarea, con el fin de brindarles el apoyo necesario.

### 5.3.5 Material 3:

Después, se proporcionó a los estudiantes la siguiente evaluación:

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

Realiza estos ejercicios en forma individual.

Por el Método de Igualación:

- $9x+16y=7$
- $4y-3x=0$

Por el Método de Sustitución:

- $15x+11y=32$
- $7y-9x=8$

### 5.3.6 Encuesta:

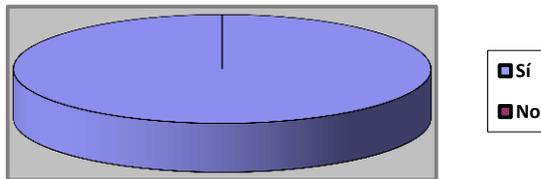
Finalmente, una vez aplicada la clase, se aplicó una encuesta con el fin de conocer la actitud de los estudiantes con respecto a la aplicación de la estrategia propia del Aprendizaje Cooperativo:

Pregunta 1:

¿Te gustó la clase con el Método de Aprendizaje Cooperativo?

- Sí
- No

Análisis:



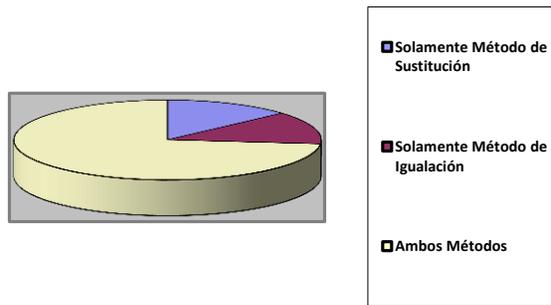
De un grupo de 15 alumnos, el 100% contestó que “sí” le agradó el Método de Aprendizaje Cooperativo.

Pregunta 2:

¿Qué Método aprendiste?

- Solamente Método de Sustitución
- Solamente Método de Igualación
- Ambos Métodos

Análisis:



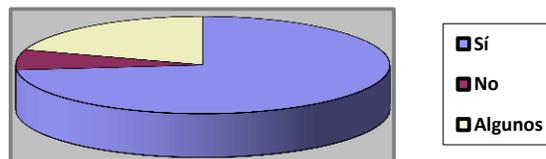
El 13.33% contestó que aprendió solamente el Método de Sustitución, otro 13.33% aprendió solamente el Método de Igualación y el 73.33% aprendió ambos Métodos.

Pregunta 3:

Todos tus compañeros participaron para resolver los ejercicios:

- Sí
- No
- Algunos

Análisis:



El 73.33% contestó que “sí” participaron todos sus compañeros, el 6.66% que “no” participaron todos sus compañeros y el 20% que “algunos” compañeros participaron para resolver los ejercicios.

Pregunta 4:

Realiza un breve comentario acerca de lo que te pareció la clase.

A continuación se transcriben algunos comentarios vertidos por los estudiantes:

1. Es una clase interesante pero me aburrí un poco.
2. Un poco aburrida pero aprendí a igualar en esta clase.
3. Estuvo bien. Así se aprende más.
4. Me agradó la clase pero le faltó un poquito de paciencia a la maestra que nos repartió las hojas, lo demás me gustó, pero fueron muchos ejercicios.
5. Me pareció bien que fuera colectivo porque así todos aprenden y si uno no le entiende, los demás pueden enseñarle y así nadie tiene dudas. Aunque también fueron demasiados ejercicios.
6. Pues me ayudó a recordar el método que había aprendido en la secundaria y uno nuevo.
7. Me gustó porque ya casi no me acordaba de todo esto y además así aprendí diferentes formas de resolver el trabajo.
8. Ah muy buena ya que no estamos muy presionados ni nada de eso.
9. Me pareció buena la clase pero no le entendí muy bien.
10. Pues la clase me pareció muy buena porque te apoyan en lo que no entiendes ¡Te explican de una manera que si entiendas!
11. Me gustó mucho porque con lo que hicimos más o menos vimos lo que vamos hacer en el segundo semestre.
12. Pues me pareció muy bien porque nos ayuda para el siguiente semestre.
13. Me pareció buena la clase, aunque no todos participaron pero aun así entendimos el propósito.
14. Pues me gustó porque repasamos lo que aprendimos en la secundaria.
15. La verdad no recordaba cómo se hacían de estas dos maneras fue muy bueno recordar viejos tiempos.

### **5.3.7 Conclusiones:**

Con los resultados obtenidos, podemos concluir que en general el objetivo se cumplió porque casi todos los estudiantes aprendieron el método que les tocó, y aprendieron de sus compañeros el nuevo método.

Asimismo, se considera necesario que en posteriores experiencias se abra un espacio para la resolución colectiva de ejercicios, dado que esta vez no fue posible por falta de tiempo.

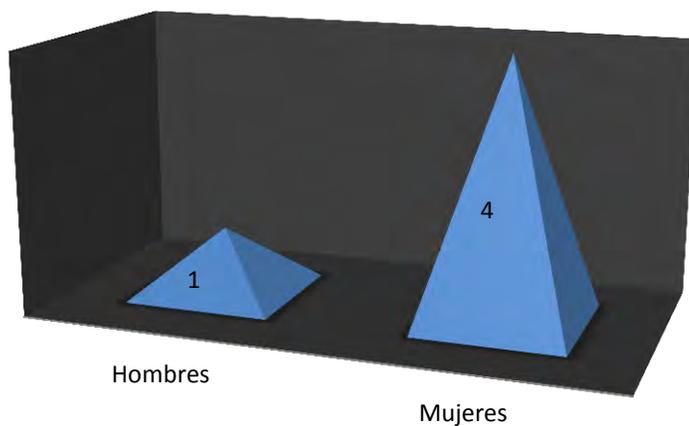
## 5.4 Aplicación de la tercera clase:

### 5.4.1 Desarrollo

Los estudiantes que participaron al desarrollar la aplicación de la clase y la evaluación fueron alumnos de la Preparatoria “Ricardo Flores Magón” del Instituto de Educación Media Superior, que están inscritos en la materia Matemáticas IV.

La muestra se realizó a cinco estudiantes, cuatro eran mujeres y un hombre.

### Estudiantes de Matemáticas IV



Se formaron equipos de dos o tres elementos y se entregó a cada uno, alguno de los materiales correspondientes a los temas “Triángulo de Pascal” y “Coeficientes de Desarrollo de los Binomios”.

### 5.4.2 Material 1:

APRENDIZAJE COOPERATIVO

EQUIPO 1

Nombre: \_\_\_\_\_ Materia: \_\_\_\_\_

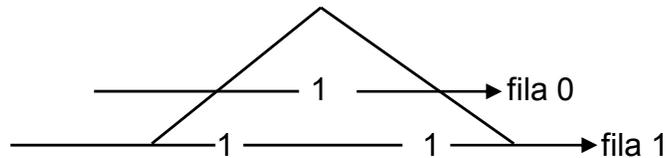
Esta actividad se realizará en equipo, con un tiempo de 40 minutos para resolverlo. Es importante que entiendan bien el tema, para que puedan resolver fácilmente el siguiente ejercicio; si tienes cualquier duda, pregúntale a tu profesor o a tus compañeros.

**Objetivo:** Aprenderás a construir el “Triángulo de Pascal”.

Recuerda que una fila es de manera horizontal (  $\longrightarrow$  ).

En la primera fila, llamada fila 0, ponemos el número 1.

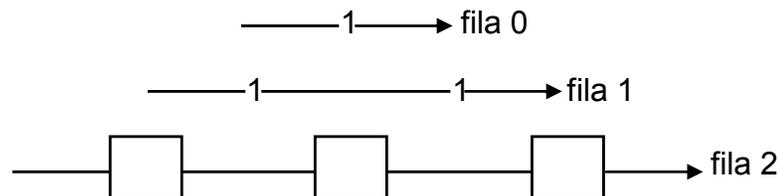
En la segunda fila, llamada fila 1, ponemos al inicio y al final el número 1, quedando de esta manera:



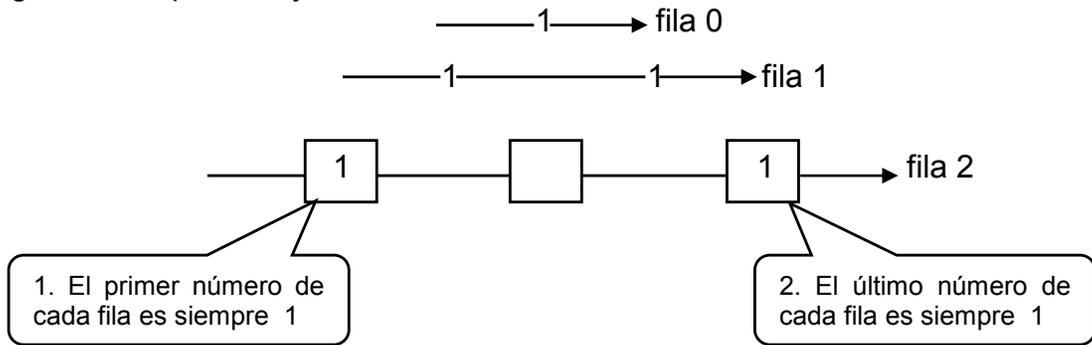
Observa que se va formando un triángulo que tiene como vértices al número 1.

**Nota:** El primer y último número de cada fila siempre será 1.

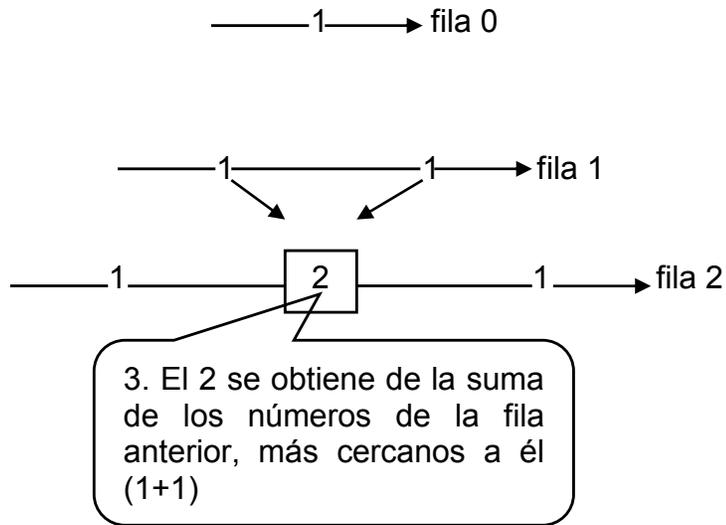
Para construir la tercera fila, llamada fila 2, observa:



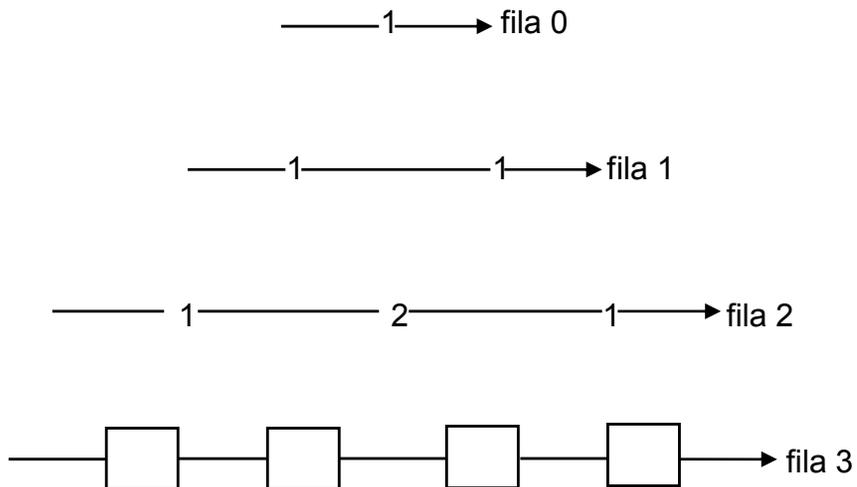
Seguimos los pasos 1 y 2:



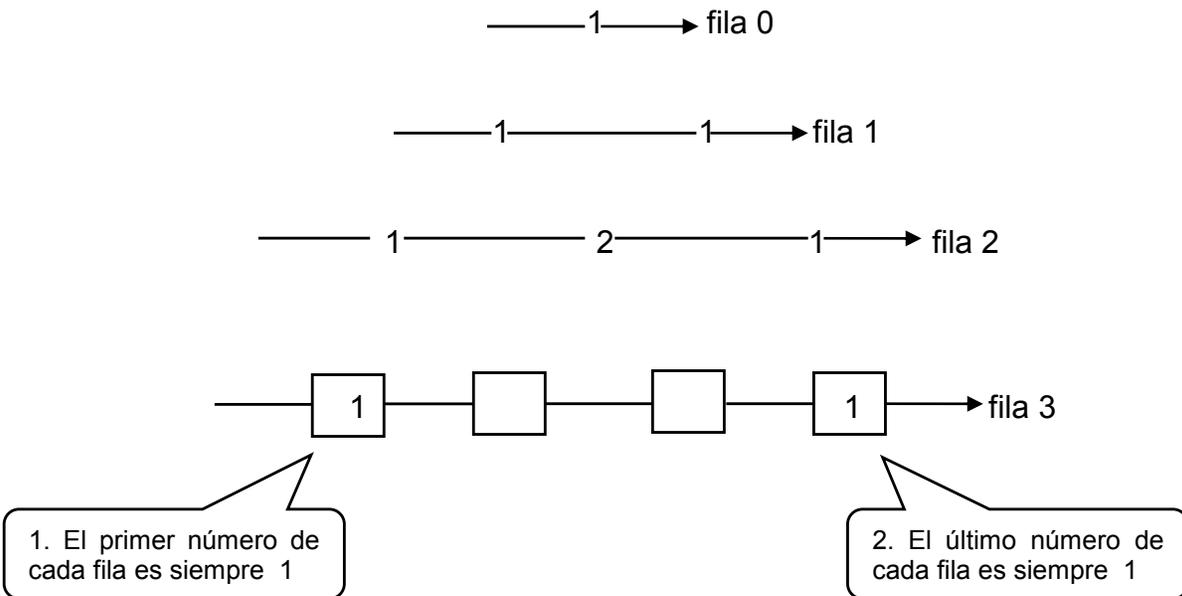
Ahora realizamos el paso 3:



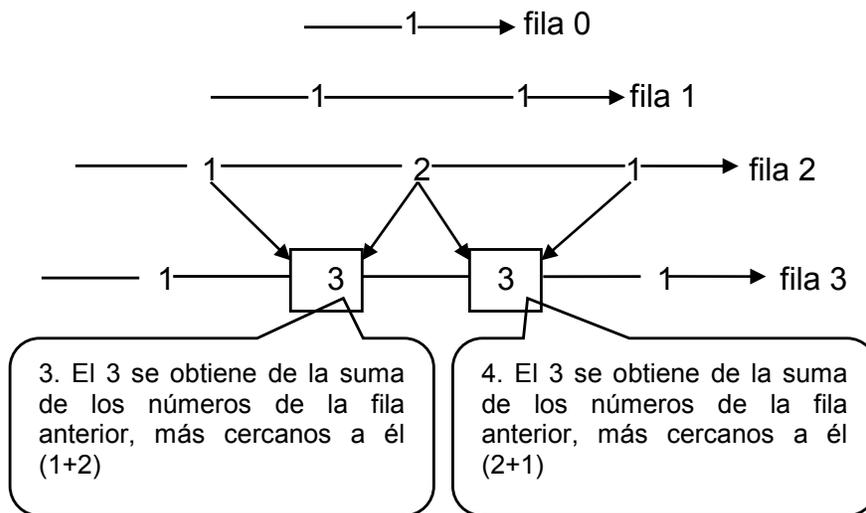
Para construir la cuarta fila, llamada fila 3, observa:



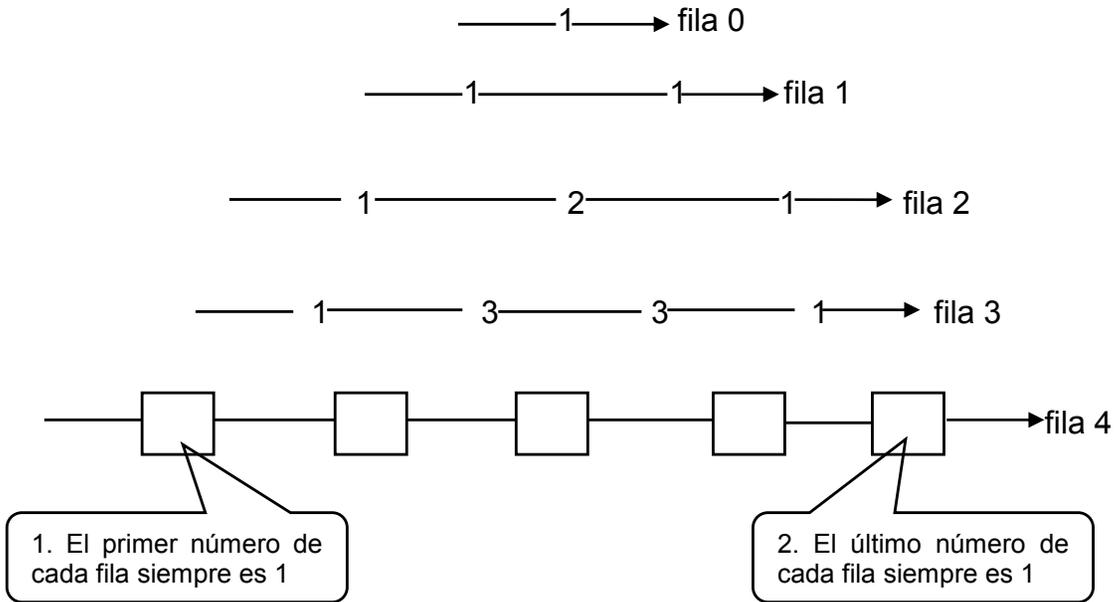
Seguimos los pasos 1 y 2:



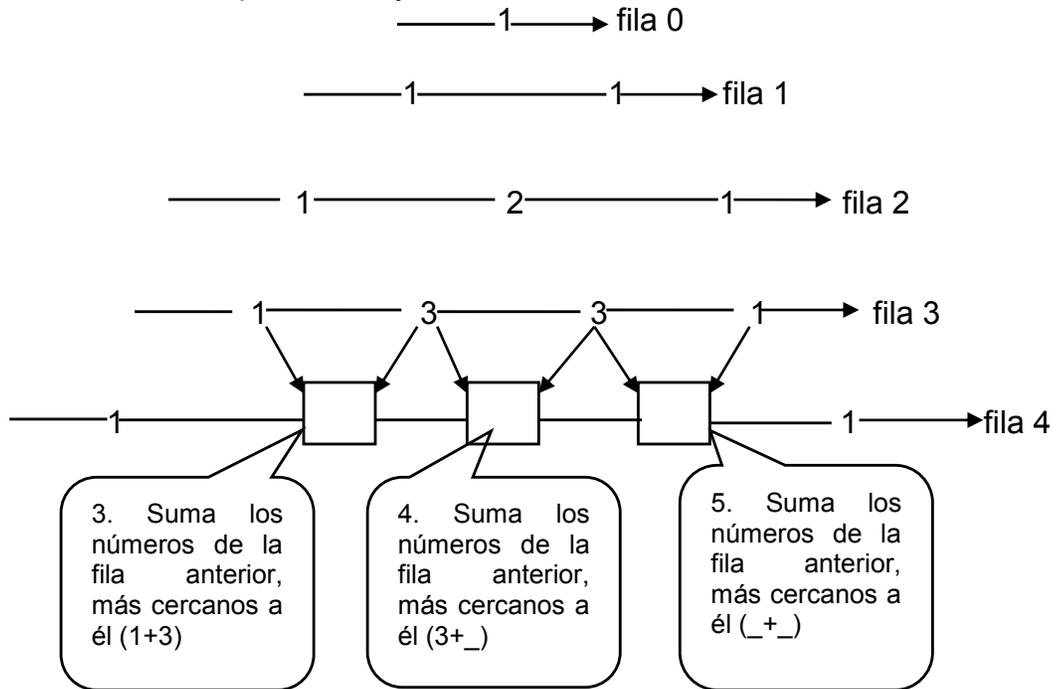
Ahora realizamos los pasos 3 y 4:



Completa la fila 4, siguiendo los pasos 1 y 2:



Ahora realizamos los pasos 3, 4 y 5:



Completa la fila 5:

— 1 —> fila 0

— 1 — 1 —> fila 1

— 1 — 2 — 1 —> fila 2

— 1 — 3 — 3 — 1 —> fila 3

— 1 — 4 — 6 — 4 — 1 —> fila 4

—  —  —  —  —  —  —> fila 5

Explica con tus propias palabras cómo se construye el Triángulo de Pascal:

Nombre: \_\_\_\_\_ Materia: \_\_\_\_\_

Esta actividad se realizará en equipo, con un tiempo de 40 minutos para resolverlo. Es importante que entiendas bien el tema, para resolver fácilmente el siguiente ejercicio; si tienes cualquier duda, pregúntale a tu profesor o a tus compañeros.

**Objetivo:** Aprenderás a obtener los coeficientes de desarrollo de los binomios.

1. Sabemos que “a” representa cualquier expresión, es decir:

$$(\text{Cualquier expresión})^0 = 1$$

Por ejemplo:

$$(5)^0=1 \quad \text{ó} \quad (\text{😊})^0=1$$

Por lo tanto:  $(\mathbf{a+b})^0 = 1$

2.  $(\text{Cualquier expresión})^1 = \text{Cualquier expresión}$

Por ejemplo:

$$(5)^1=5 \quad \text{ó} \quad (\text{😊})^1=\text{😊}$$

Recordemos que:  $\text{😊} = 1 \quad \text{😊}$

Por lo tanto:  $(\mathbf{a+b})^1 = \mathbf{a+b} = 1\mathbf{a}+1\mathbf{b} = 1\mathbf{a}^1+1\mathbf{b}^1$

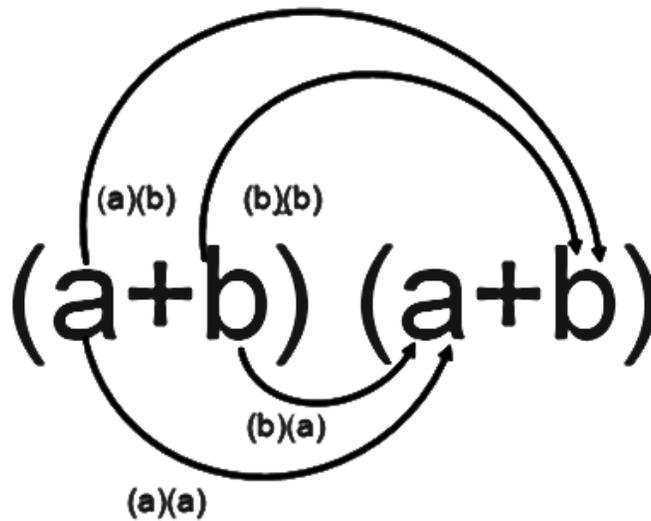
3.  $(\text{Cualquier expresión})^2 = (\text{Cualquier expresión})(\text{Cualquier expresión})$

Por ejemplo:

$$(5)^2=(5)(5) \quad \text{ó} \quad (\text{😊})^2 = (\text{😊}) (\text{😊})$$

Por lo tanto:  $(\mathbf{a+b})^2 = (\mathbf{a+b}) (\mathbf{a+b}) = (1\mathbf{a}+1\mathbf{b}) (1\mathbf{a}+1\mathbf{b}) = (1\mathbf{a}^1 +1\mathbf{b}^1) (1\mathbf{a}^1+1\mathbf{b}^1)$

Multiplicamos:



Resolvemos las multiplicaciones y siempre colocamos primero la “a” y luego la “b”:

$$(a)(a) = 1a^2$$

$$(b)(a) = 1a^1 1b^1 \rightarrow \text{primero “a” y luego “b”}$$

$$(a)(b) = 1a^1 1b^1 \rightarrow \text{primero “a” y luego “b”}$$

$$(b)(b) = 1b^2$$

Colocamos los resultados:

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 1a^1b^1 + 1a^1b^1 + 1b^2$$

Sumamos los términos semejantes:

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 1a^1b^1 + 1a^1b^1 + 1b^2$$

Entonces:

$$1a^1b^1 + 1a^1b^1 = 2a^1b^1$$

Acomodamos los resultados de mayor a menor, con respecto al exponente de la “a”, observa que el mayor exponente de “a” es 2.

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2$$

$$1. (\text{Cualquier expresión})^3 = (\text{Cualquier expresión}) (\text{Cualquier expresión}) (\text{Cualquier expresión})$$

Por ejemplo:

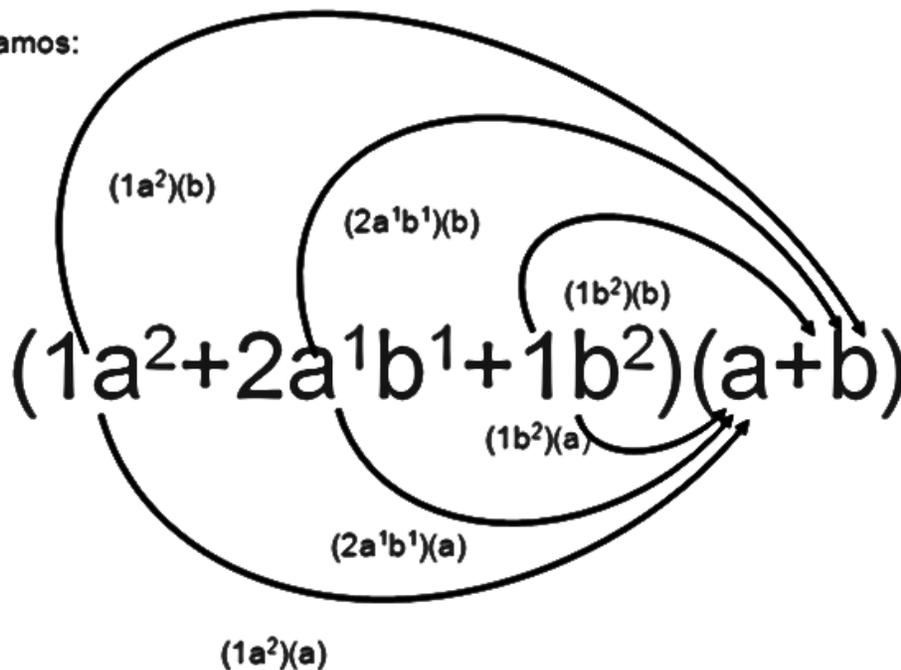
$$(5)^3 = (5)(5)(5) \quad \text{ó} \quad (\text{😊})^3 = (\text{😊})(\text{😊})(\text{😊})$$

Pero sabemos que:  $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = 1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2$

Entonces:  $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$

Por lo tanto:  $(a+b)^3 = \underbrace{(a+b)^2}_{(1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2)}(a+b) = (1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2)(a+b)$

**Multiplicamos:**



Resolvemos las multiplicaciones y siempre colocamos primero la “a” y luego la “b”:

$$(1a^2)(a) = \boxed{1a^3}$$

$$(2a^1b^1)(a) = \boxed{2a^2b^1} \rightarrow \text{primero “a” y luego “b”}$$

$$(1b^2)(a) = \boxed{1a^1b^2} \rightarrow \text{primero “a” y luego “b”}$$

$$(1a^2)(b) = \boxed{1a^2b^1} \rightarrow \text{primero “a” y luego “b”}$$

$$(2a^1b^1)(b) = \boxed{2a^1b^2} \rightarrow \text{primero “a” y luego “b”}$$

$$(1b^2)(b) = \boxed{1b^3}$$

Colocamos los resultados:

$$(a+b)^3 = 1a^3 + 2a^2b^1 + 1a^1b^2 + 1a^2b^1 + 2a^1b^2 + 1b^3$$

Sumamos los términos semejantes:

$$(a+b)^3 = 1a^3 + \underline{2a^2b^1} + \boxed{1a^1b^2} + \underline{1a^2b^1} + \boxed{2a^1b^2} + 1b^3$$

Entonces:

$$2a^2b^1 + 1a^2b^1 = 3a^2b^1$$

$$1a^1b^2 + 2a^1b^2 = 3a^1b^2$$

Acomodamos los resultados de mayor a menor, con respecto al exponente de la "a", observa que el mayor exponente de "a" es 3.

$$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$$

$$2. (\text{Cualquier expresión})^4 = (\text{Cualquier expresión}) (\text{Cualquier expresión}) (\text{Cualquier expresión}) (\text{Cualquier expresión})$$

Por ejemplo:

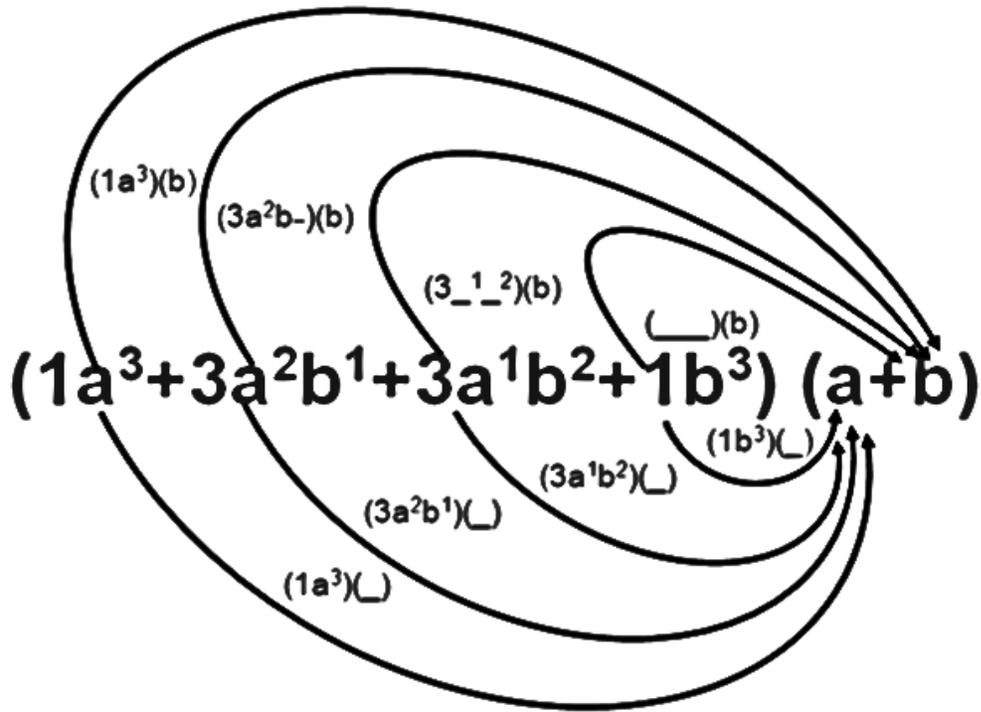
$$(5)^4 = (5)(5)(5)(5) \quad \text{ó} \quad (\text{😊})^4 = (\text{😊})(\text{😊})(\text{😊})(\text{😊})$$

$$\text{Pero como sabemos que: } (a+b)^3 = (a+b) (a+b) (a+b) = 1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3$$

$$\text{Entonces: } (a+b)^4 = (a+b) (a+b) (a+b)(a+b)$$

$$\text{Por lo tanto: } \underbrace{(a+b)^4}_{(a+b)^3} = (a+b)^3 (a+b) = (1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3)(a+b)$$

Completa los datos que faltan:



Resuelve las multiplicaciones y siempre coloca primero la "a" y luego la "b":

$$(1a^3)(a) = \square$$

$$(3a^2b)(a) = \boxed{3a^3b^1} \rightarrow \text{primero "a" y luego "b"}$$

$$(3a^1b^2)(a) = \boxed{3a^2b^2} \rightarrow \text{primero "a" y luego "b"}$$

$$(\square)(a) = \boxed{1a^1b^3} \rightarrow \text{primero "a" y luego "b"}$$

$$(1a^3)(b) = \square \rightarrow \text{primero "a" y luego "b"}$$

$$(3a^2b)(b) = \boxed{3a^2b^2} \rightarrow \text{primero "a" y luego "b"}$$

$$(3a^1b^2)(b) = \boxed{3a^1b^3} \rightarrow \text{primero "a" y luego "b"}$$

$$(\square)(b) = \boxed{1b^4}$$

Coloca los resultados:

$$(a+b)^4 = 1a^4 + \underline{\quad\quad} + 3\underline{\quad\quad} + 1a^1b^3 + \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad} + 3a^1b^2 + \underline{\quad\quad} + 1b^4$$

Completa y suma los términos semejantes:

$$(a+b)^4 = 1a^4 + 3\underline{\quad\quad} + \boxed{3a^2b^2} + \boxed{1a^1b^3} + \underline{1a^3b^1} + \boxed{3a^2b^2} + \boxed{a^1b^3} + 1b^4$$

Entonces:

$$3a^3b^1 + 1a^3b^1 = \underline{\quad}a^3b^1$$

$$3a^2b^2 + 3a^2b^2 = \underline{\quad\quad}$$

$$\underline{\quad}a^1b^3 + 3\underline{\quad\quad}a^1b^3 = 4\underline{\quad\quad}a^1b^3$$

Acomodamos los resultados de mayor a menor, con respecto al exponente de la "a", observa que el mayor exponente de "a" es 4.

$$(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$$

Resuelve el siguiente binomio:

$$(a+b)^5 =$$

### 5.4.3 Material 2:

Para resolver los siguientes ejercicios se dio un tiempo de 40 minutos y los equipos quedaron de la siguiente manera:

El primer equipo estuvo integrado por tres personas: dos expertos en el tema de los coeficientes de desarrollo de los binomios y un experto en el triángulo de Pascal.



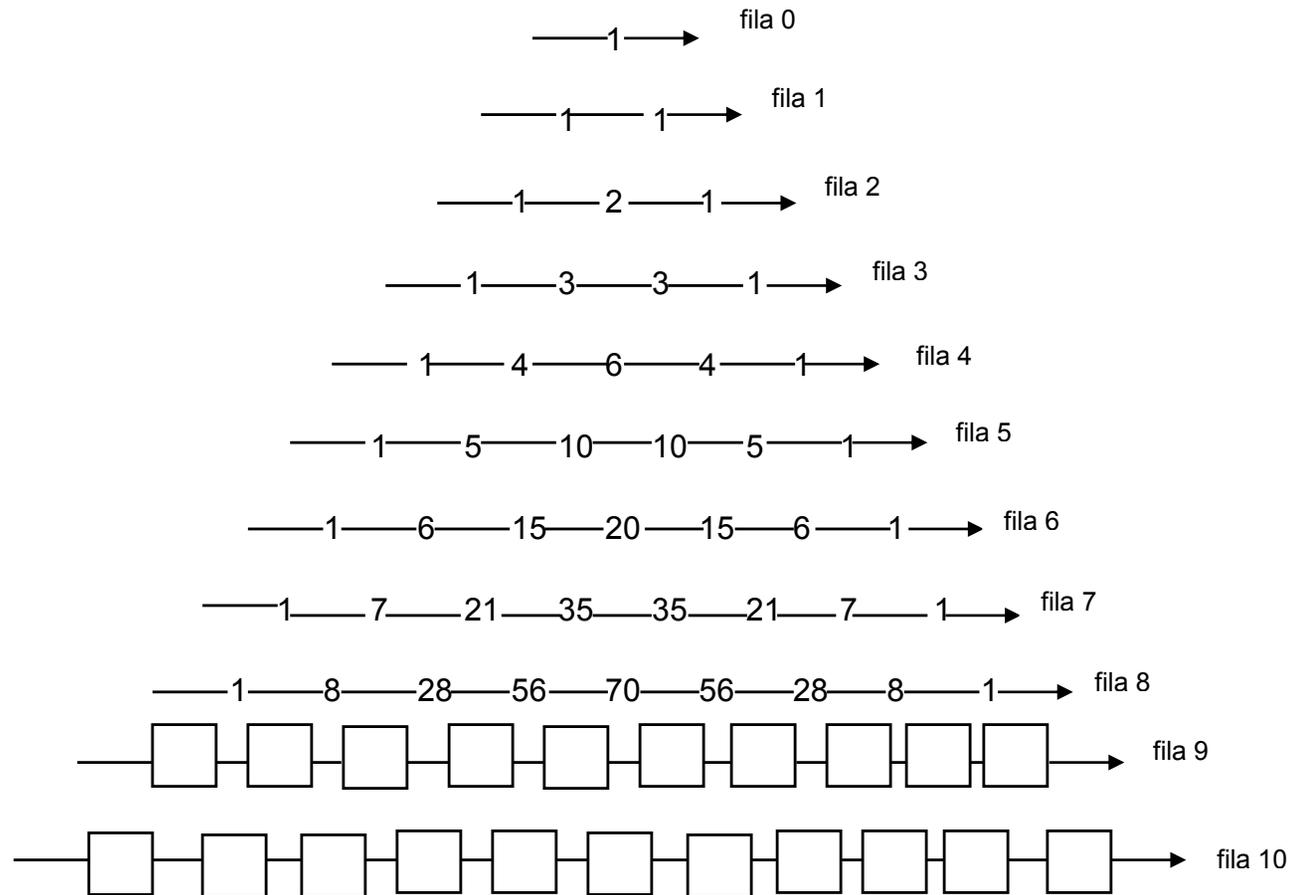
Objetivo: Este ejercicio se resolverá en grupos de 2 o más personas, verificando que haya un miembro de cada equipo; para que cada alumno se explique el uno al otro lo aprendido.

Observa lo siguiente:

Potencias	Coeficientes de desarrollo de los binomios	Triángulo de Pascal	Número de fila
$(a+b)^0$	1	1	0
$(a+b)^1$	$1a^1b^0 + 1a^0b^1$	1 1	1
$(a+b)^2$	$1a^2b^0 + 2a^1b^1 + 1a^0b^2$	1 2 1	2
$(a+b)^3$	$1a^3b^0 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1a^0b^3$	1 3 3 1	3
$(a+b)^4$	$1a^4b^0 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1a^0b^4$	1 4 6 4 1	4
$(a+b)^5$	$1a^5b^0 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1a^0b^5$	1 5 10 10 5 1	5
$(a+b)^6$	$1a^6b^0 + 6a^5b^1 + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6a^1b^5 + 1a^0b^6$	1 6 15 20 15 6 1	6

Comenta con tus compañeros y escribe qué relación existe entre las potencias y el número de fila; y entre los coeficientes de desarrollo de los binomios y el triángulo de pascal.

Completa el triángulo de pascal y resuelve con él, el siguiente binomio:



$(a+b)^{10} =$

El segundo equipo estuvo integrado por dos estudiantes, un experto en el tema de los coeficientes de desarrollo y el otro experto en el material del triángulo de pascal.



#### **5.4.4 Observaciones:**

En esta clase se presentó el problema de la ausencia de la mayoría de los alumnos del grupo, debido a que la sesión se efectuó un día antes de salir de vacaciones, motivo por el cual sólo participaron cinco estudiantes.

En principio los alumnos no mostraron mucho interés cuando se les indicó trabajar en equipo, ya que algunos leían el material individualmente, hasta que se le explicó a cada uno la forma en que debía trabajar.





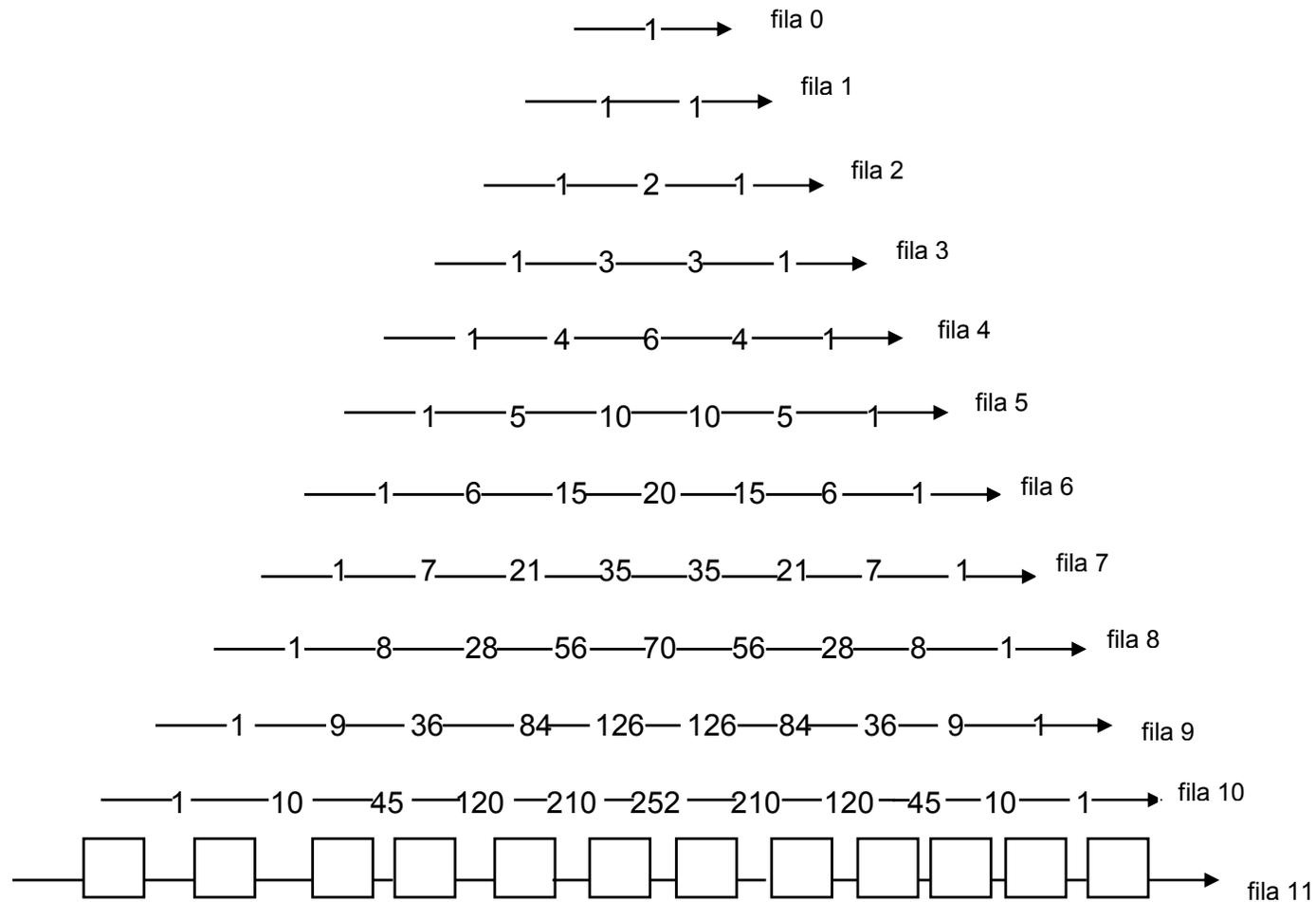
El material del Triángulo de Pascal fue fácilmente entendido y resuelto por ellos, por lo que los alumnos que lo trabajaron acabaron primero que los que tenían el material de los coeficientes de desarrollo de los binomios.

#### **5.4.5 Material 3:**

En esta parte los estudiantes resolvieron un binomio, utilizando el triángulo de pascal de manera individual, en un tiempo de 20 minutos.

**Este ejercicio se hará individualmente:**

Completa el triángulo de Pascal y resuelve con él; el siguiente binomio



$(a+b)^{11} =$

#### 5.4.6 Encuesta:

Como en la ocasión anterior, se aplicó a los estudiantes una encuesta, cuyos resultados se presentan a continuación.

Pregunta 1:

¿Te gustó la clase con el método de aprendizaje cooperativo?

- Sí
- No

Análisis:

El 100% de los estudiantes contestaron que “sí”.

Pregunta 2:

¿Qué aprendiste?

- Solamente a construir el triángulo de pascal
- Solamente a obtener los coeficientes de desarrollo de los binomios
- Ambos

Análisis:

El 100% de los estudiantes contestaron que aprendieron “ambos” temas.

Pregunta 3:

¿Todos tus compañeros de equipo participaron para resolver los ejercicios?

- Sí
- No
- Algunos

Análisis:

El 100% de los estudiantes contestaron que “sí” participaron todos sus compañeros para resolver los ejercicios.

Pregunta 4:

Realiza un breve comentario acerca de lo que te pareció la clase con el método de aprendizaje cooperativo y como te sentiste en ella:

Comentarios de los estudiantes:

1. Estuvo un poco aburrido, debe ser más dinámico.
2. Estuvo un poco aburrido.
3. La clase me pareció interesante.
4. Me sentí muy bien al aprender algo que no sabía, la clase me pareció interesante.
5. Debe ser más dinámico.

Como se manifiesta en los comentarios, aunque se les indicó que debían contestar de manera individual, se copiaron los comentarios, lo que es un inconveniente para esta clase, ya que los alumnos no tuvieron una actitud muy positiva y no cooperaron de la manera que se les había pedido.

Por otro lado, como fueron estudiantes de Matemáticas IV, y éste es un tema de Matemáticas III, a los estudiantes no se les dificultó entender los conceptos, la mayoría los comprendió de manera rápida.

#### **5.4.7 Evaluación en el pizarrón:**

Esta evaluación fue muy rápida y la realizó un estudiante que había manifestado cierta dificultad en explicar el material asignado. El ejercicio fue similar al que se trabajó en clase, es decir, resolver un binomio con el triángulo de Pascal, pero sin apoyarse en su material, pues aquí se evaluó lo aprendido.



El resultado fue satisfactorio ya que la alumna hizo el triángulo de Pascal y logró resolver correctamente el ejercicio.

#### **5.4.8 Conclusiones:**

En esta clase la participación de los estudiantes fue menor, debido tal vez al reducido número de participantes.

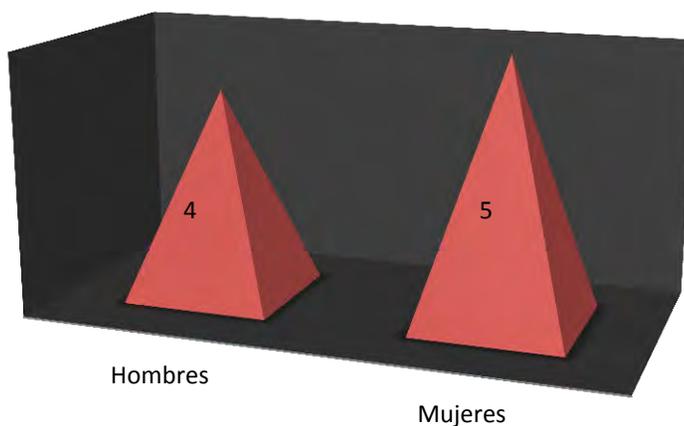
## 5.5 Aplicación de la cuarta clase:

### 5.5.1 Desarrollo

Los estudiantes que participaron al desarrollar la aplicación de la clase y la evaluación fueron alumnos de la Preparatoria "Ricardo Flores Magón" del Instituto de Educación Media Superior, inscritos a la asignatura de Matemáticas II.

La muestra se realizó a nueve estudiantes, cuatro hombres y cinco mujeres, de entre 15 y 17 años de edad.

### Estudiantes de Matemáticas II



Se numeró a los estudiantes para formar equipos y se entregó el material de Coeficientes de desarrollo de los binomios o de Triángulo de Pascal, quedando de la siguiente manera:





### **5.5.2 Material 1:**

El Material y el tiempo fue el mismo que se aplicó a la tercera clase.

### **5.5.3 Material 2:**

Para resolver los siguientes ejercicios, los equipos quedaron de la siguiente manera:

El primer equipo estuvo integrado por tres personas, en donde había dos expertos en triángulo de Pascal y un experto en coeficientes de desarrollo de los binomios.



El segundo equipo quedó integrado por dos expertos en coeficientes de desarrollo de los binomios y uno en el triángulo de Pascal.



El tercer equipo estuvo integrado por dos estudiantes expertos en coeficientes de desarrollo de los binomios y un experto en triángulo de Pascal.



#### **5.5.4 Observaciones:**

En esta clase los alumnos se portaron muy accesibles al pedirles que trabajaran juntos y entendieron muy bien la indicación de que cuando alguien no entendiera se tenían que explicar unos a otros, o bien, si no habían entendido podían preguntar al aplicador.

Cabe mencionar que como los alumnos eran de Matemáticas II, se les dificultó entender bien los coeficientes de desarrollo de los binomios, debido a que aún no habían visto este tema.

El material del triángulo de Pascal resultó más fácil de entender y resolver, motivo por el cual los alumnos que tenían ese material acabaron primero que los que trabajaron el de los coeficientes de desarrollo de los binomios.

#### **5.5.5 Material 3:**

El Material y el tiempo fue el mismo que se aplicó a la tercera clase.

### 5.5.6 Encuesta:

La encuesta fue la misma que contestaron los alumnos de la tercera clase.

Pregunta 1:

¿Te gustó la clase con el método de aprendizaje cooperativo?

- Sí
- No

Análisis: 1

El 88% de los estudiantes contestaron que “sí” y el 12% contestó más o menos.

Pregunta 2:

¿Qué aprendiste?

- Solamente a construir el triángulo de Pascal
- Solamente a obtener los coeficientes de desarrollo de los binomios
- Ambos

Análisis:

El 100% de los estudiantes contestaron que aprendieron “Ambos” temas.

Pregunta 3:

¿Todos tus compañeros de equipo participaron para resolver los ejercicios?

- Sí
- No
- Algunos

Análisis:

El 88% de los estudiantes contestaron que “sí” participaron todos sus compañeros para resolver los ejercicios y el 12% contestó que algunos.

Pregunta 4:

Realiza un breve comentario acerca de lo que te pareció la clase con el método de aprendizaje cooperativo y cómo te sentiste en ella:

Comentarios de los estudiantes:

1. Muy bien, lo que no entendí me lo explicaron y al final entendí.
2. El método fue bueno y claro, fácil de aprender, nos hizo poner en práctica lo aprendido, hacer comparaciones y encontrar similitudes entre los dos temas.
3. La persona que nos enseñó me parece que si explica bien y me agradó la clase con el método de aprendizaje cooperativo, porque aprendemos un poco más.
4. Claudia supo explicarse bien y la clase con el método de aprendizaje cooperativo me gustó.
5. Pues la clase estuvo bien desarrollada, me sentí presionada y algo aburrida.
6. Pues me pareció interesante aprender lo que nos enseñaron y divertido al ver cómo había diferentes formas de hacerlo según mis compañeros.
7. Pues siento que el método sirvió para aprender más rápido y ayudar a los que no entienden.
8. Es interesante el método.
9. Es bueno, pero es muy tardado puesto que a los que les cuesta trabajo entender les tenemos que explicar más cosas.

#### **5.5.7 Evaluación en el pizarrón:**

Esta evaluación fue muy rápida y se aplicó a los alumnos que manifestaron cierta dificultad en la comprensión del material. El ejercicio fue similar a los que se trabajaron en clase, es decir, el uso del triángulo de Pascal para la resolución de un binomio.



En este caso sólo un alumno lo resolvió rápidamente, mientras que a los otros dos se les dificultó.

#### **5.5.8 Conclusiones:**

Los resultados obtenidos en esta clase fueron buenos, ya que los alumnos participaron de la manera que se les indicó, ayudándose los unos a los otros y preguntando cuando tenían alguna duda.

En cuanto al objetivo de la clase, éste sí se cumplió porque la mayoría de los estudiantes lograron entender el tema y se formó un ambiente en el que todos participaron.

## **5.6 Reflexión final de las clases aplicadas:**

Al analizar las experiencias anteriores en la aplicación del Método de Aprendizaje Cooperativo, se puede suponer que este método llama la atención de los estudiantes, ya que representa una novedad para ellos. Además, se logró la interdependencia positiva y el desarrollo de otras habilidades sociales características de este método.

En general la experiencia fue gratificante porque permitió a la autora elaborar el material previamente, ponerlo en práctica y realizar las modificaciones adecuadas. Además, se percibió un cambio de actitud respecto a la asignatura y a la cooperación entre los estudiantes que participaron en las clases.

Es importante enfatizar que con el método del aprendizaje cooperativo el profesor debe comprometerse desde la elaboración del material hasta el tiempo que da a los alumnos para que entiendan y lo resuelvan, sin olvidar que durante la clase es necesario observar con mucha atención a los jóvenes para guiarlos a que cooperen con sus compañeros. Es conveniente ubicar a los alumnos que de manera natural desempeñan el rol de "líder", para tratar de incluir uno en cada equipo, así como planear de antemano el número de copias del material que se necesitan para la clase.

Todo este trabajo es laborioso, sin embargo vale la pena al ver satisfechos a los alumnos y más aún al observar que existe un ambiente agradable en la clase.

## **Conclusiones:**

Durante la elaboración de este trabajo sobre la enseñanza de las Matemáticas, se hizo evidente que en la Facultad de Ciencias es necesario que se fortalezcan habilidades de expresión y socialización del conocimiento.

Se hizo también necesario conocer las teorías pedagógicas, para vincularlas con el método de aprendizaje cooperativo. Otro aspecto importante fue conocer el papel de la escuela como escenario natural de la socialización y la justificación del método propuesto, cuyo eje rector es el desarrollo de habilidades sociales.

Por otro lado, es importante mencionar que no es fácil aplicar este método para todos los temas matemáticos, ya que una condición necesaria es que el contenido implique varias maneras de resolver un mismo aspecto y se garantice así que los materiales posean el mismo grado de dificultad; característica que es fundamental del aprendizaje cooperativo.

En cuanto a las características del aprendizaje cooperativo, resulta difícil para los jóvenes de inicio adecuarse al método, pero en cuanto lo conocen les resulta fácil de adaptarse y es ahí donde se logran las relaciones solidarias y comprometidas entre ellos; se observó que la gran mayoría de los estudiantes que participaron en el desarrollo de esta actividad se manifestaron a gusto de trabajar en grupos cooperativos.

El profesor cumple un rol activo en el aprendizaje y debe comprender que los estudiantes aprender mejor en grupos, ya que esto beneficia a los que tienen menos facilidad para resolver problemas.

Esta investigación surgió a partir de una inquietud basada en experiencias conocidas por personas a las cuales les desagradaba la idea de estudiar matemáticas, por eso trato de mostrar que existe una manera diferente de enseñarlas, en donde se puede mejorar la formación de estas.

El aprendizaje cooperativo permite a los estudiantes construir su propio aprendizaje y estimular la formación de nuevos líderes.

## Bibliografía

### Fuentes documentales:

ALLEN, R. Ángel, *Álgebra Elemental*. Cuarta Edición, Trad. de Óscar Alfredo Palmas Velasco, México, Pearson Educación, 568 pp.

ARIAS, Juan de Dios, Carolina Cárdenas Roa y Fernando Estupiñán Tarapuez, *Aprendizaje Cooperativo*. Segunda Edición, México, Universidad Pedagógica Nacional, 2005, 218 pp.

BALDOR, Aurelio, *ÁLGEBRA*. Tercera Edición, Trad. de Ma. Elena Oteyza, México, Grupo Editorial Patria, 2007, 576 pp.

BELLO, Ignacio, *Álgebra Elemental*. Trad. de Efrén Alatorre Miguel, México, International Thomson Editores, 1999, 566 pp.

BOWER, Gordon H. y Ernest R. Hilgard, *Teorías del aprendizaje*. Segunda edición, Trad. de José Manuel Salazar Palacios, México, Trillas, 1991, 790 pp.

CARRILLO, Luz Arely, *Gestión Escolar: Revisión y Propuesta para el Plantel "Ricardo Flores Magón" del Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal*. México, Universidad del Valle de México, Campus Tlalpan, 2008, 62 pp.

-----, *Una mirada al rezago escolar en el plantel "Ricardo Flores Magón", del Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal*. México, D.F, 2009, 14 pp.

CUÉLLAR, Juan Antonio, *Álgebra*, México. Mc Graw-Hill Interamericana, 2006, 438 pp.

DIAZ Frida, Gerardo Hernández y Marco Antonio Rigo, *Aprender y enseñar con TIC en educación superior: Contribuciones del socioconstructivismo*. México, D.F. Facultad de psicología, UNAM, 2009, 271 pp.

GIMENO José y Ángel I. Pérez, *Comprender y transformar la enseñanza*. Octava edición, España, Morata, 1999, 447 pp.

JOHNSON, David W, Roger T. Johnson y Edythe J. Holubec, *El Aprendizaje Cooperativo en el aula*. Argentina, Paidós Ecuador, 1999, 146 pp.

KASEBERG, Alice, *Álgebra Elemental, Un enfoque justo a tiempo*. Segunda Edición, Trad. de Jorge Romo, México, Thomson Learning, 2004, 646 pp.

REES, Paul K. y Fred W. Sparks, *Algebra*. México, Reverté, 1998, 447 pp.

RODRÍGUEZ, Esteban y Berenice Larios de Rodríguez, *Teorías del Aprendizaje. Del Conductismo Radical a la Teoría de los Campos conceptuales*, Colombia, Actualización Pedagógica Magisterio, 2006, 193 pp.

SWENSON, Leland, *Teorías del aprendizaje. Perspectivas tradicionales y desarrollos contemporáneos*. Segunda edición, España, Paidós, 1991, 541 pp.

#### **Fuentes electrónicas:**

OLIMPIA. "Aprendizaje Cooperativo. El Aprendizaje Cooperativo y su historia", en *Autorneto* [en línea]. México, 19 de enero, 2009.

<<http://autorneto.com/referencia/domesticas/estudio/aprendizaje-cooperativo/>>.

[Consulta: 16 de marzo, 2009].

CORTESE, A y Butterfield Eric. "Inteligencia Emocional en la Educación, El Aprendizaje Cooperativo", en *Inteligencia Emocional* [en línea]. Argentina.

<[http://www.inteligencia-](http://www.inteligencia-emocional.org/ie_en_la_educacion/elaprendizajecooperativo.htm)

[emocional.org/ie\\_en\\_la\\_educacion/elaprendizajecooperativo.htm](http://www.inteligencia-emocional.org/ie_en_la_educacion/elaprendizajecooperativo.htm)>. [Consulta: 16 de marzo, 2009].

EL UNIVERSAL, "Sólo 1 de 10, con buen nivel en matemáticas: SEP, El porcentaje de estudiantes que pertenecen en niveles Insuficiente y Elemental siguen siendo alarmante", en *Informador* [en línea]. México, 3 de octubre, 2009.

<[http://www.informador.com.mx/mexico/2009/141725/6/solo-1-de-10-con-buen-](http://www.informador.com.mx/mexico/2009/141725/6/solo-1-de-10-con-buen-nivel-en-matematicas-sep.htm)

[nivel-en-matematicas-sep.htm](http://www.informador.com.mx/mexico/2009/141725/6/solo-1-de-10-con-buen-nivel-en-matematicas-sep.htm)> [Consulta: 9 de diciembre, 2009].

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. "Competencias para el México que queremos, Evaluación PISA" [en línea]. México, D.F.

<http://basica.sep.gob.mx/pisa/web/start.php?act=pisa&sec=pmex>>. [Consulta: 9 de diciembre, 2009].