



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA**

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA

**HORNO SOLAR ELÉCTRICO PARA CERÁMICA
VIDRIADA UTILIZANDO CPC'S**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

DOCTOR EN INGENIERÍA

ENERGÍA - SOLAR FOTOTÉRMICA

P R E S E N T A:

SAÚL TAPIA SALINAS

TUTOR:

JESÚS ANTONIO DEL RÍO PORTILLA

TEMIXCO, MORELOS. 2010





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

JURADO ASIGNADO:

- Presidente: Dr. Sergio Cuevas García
- Secretario: Dr. Jesús Antonio del Río Portilla
- Vocal: Dr. Rubén José Dorantes Rodríguez
- 1^{er}. Suplente: Dr. José Luis Fernández Zayas
- 2^{do}. Suplente: Dr. Oscar Alfredo Jaramillo Salgado

Lugar donde se realizó la tesis:

TEMIXCO, MORELOS.

TUTOR DE TESIS:

DR. JESÚS ANTONIO DEL RÍO PORTILLA

FIRMA



Tabla de contenido

- I. Introducción.
 - II. Sistema de concentración solar.
 - III. Metodología para diseño y dimensionamiento de hornos.
 - IV. Diseño del prototipo del horno solar eléctrico.
 - V. Resultados experimentales.
 - VI. Conclusiones.
- Apéndice A. Sistema Cassegrain para el horno solar eléctrico.
- Apéndice B. Ejemplos y diseño de CPC's para la tercera etapa de concentración.
- Apéndice C. El CPC toroidal para el horno solar eléctrico.

TEMIXCO MOR. A 18 DE JUNIO DEL 2010

Tesis que para optar por el grado de Doctor en
Ingeniería en el Área de Energía:
“Horno Solar Eléctrico para Cerámica
Vidriada utilizando CPC’s”

Saúl Tapia Salinas
Doctorado en Ingeniería en Área de Energía

Programa: Universidad Nacional Autónoma de México
Unidad de adscripción: Centro de Investigación en Energía
Número de cuenta: 08351462-3

Tutor: Dr. Jesús Antonio del Río Portilla

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA
2005-2010

Índice general

1. Introducción.	9
1.1. Propuesta de horno solar eléctrico	11
2. Sistema de concentración solar	13
2.1. Modo de funcionamiento del sistema Cassegrain-CPC	13
2.2. Concentrador Cassegrain	16
2.3. Concentrador parabólico compuesto en 3D	23
2.3.1. Introducción del CPC.	23
2.3.2. El CPC en Coordenadas Polares.	27
2.3.3. El CPC en coordenadas cartesianas.	34
2.4. Concentrador toroidal	43
2.4.1. Introducción del CPC toroidal.	43
2.4.2. Desarrollo del CPC Toroidal.	43
3. Metodología para diseño y dimensionamiento de hornos	51
3.1. Introducción de la cocción en hornos.	51
3.2. Metodología propuesta para el diseño de hornos	53
3.2.1. Curva típica de temperatura de cocción en hornos	53
3.2.2. Modelación del desempeño térmico de hornos.	55
3.2.3. Flujos de energía	61
3.2.4. Diseño y dimensionamiento de hornos	64
4. Diseño del prototipo del horno solar eléctrico	71
4.1. Sistema horno-concentrador	71
4.1.1. Concentrador solar, y sus alternativas	73
4.1.2. Caracterización del horno solar eléctrico	91
4.2. Controlador de temperatura del horno solar eléctrico	102
4.3. Acoplamiento horno-concentrador y servosistema para movimiento de los espejos.	103
4.3.1. Sistema de contrapesos	104
4.3.2. Sistema de impulsión del carro porta-espejos del concentrador Cassegrain.	112
4.4. Sistema de control de seguimiento del disco solar	114
4.4.1. Elementos del control	117

5. Resultados experimentales	121
5.1. Resistencia térmica.	127
5.2. Cocción de cerámica vidriada en el horno eléctrico	128
5.2.1. Descripción de la cocción	128
5.3. Discusión de los resultados experimentales	131
6. Conclusiones	133
A. Sistema Cassegrain para el horno solar eléctrico	135
B. Ejemplo y diseño de CPC's para la tercera etapa de concentración	141
C. El CPC toroidal para el horno solar eléctrico	149

Resumen.

El proyecto “Horno Solar Eléctrico para Cerámica Vidriada utilizando CPC’s”, integró el desarrollo de un horno eléctrico, y un horno solar eléctrico. Este último horno incluyó dos variantes en su sistema de concentración, el denominado “Concentrador Cassegrain-CPC 3D” y el que hemos denominado “Cassegrain-CPC toroidal”. En este último sistema, en su tercera etapa de concentración, integró al denominado concentrador toroidal. Para diseño de los hornos, se presenta una metodología que entre otras bondades incluye el dimensionar hornos que tomen en cuenta, la curva típica empírica de cocción de los productos cerámicos, integrada en un modelo teórico que usa parámetros medios. Esta metodología permite lograr que los hornos dimensionados de esta manera, sean eficaces en la cocción de los productos, cuando éstos carecen de un sistema de control automático de la temperatura. Los resultados del análisis térmico nos permitió proponer un control de la temperatura que se ajuste a la temperatura de la curva típica empírica de cocción, y con esto, la cocción de los productos cerámicos resulta adecuada también en este caso. Se diseñó un horno eléctrico, en donde se realizaron cocciones de piezas cerámicas, y al mismo tiempo se obtuvieron datos de temperatura, que se analizaron y compararon con el modelo teórico térmico y se observó un buen acuerdo entre la modelación y la curva experimental. De igual manera se diseñó un horno solar eléctrico, el cual requirió de un sistema de concentración solar, de alta concentración, debido a la necesidad de requerir temperaturas de mil grados centígrados, por lo tanto, se propuso como primera opción usar al concentrador Cassegrain-CPC en 3D, y como segunda opción, el concentrador Cassegrain-CPC toroidal. Para desplazar rotacionalmente y enfocar el Sol, el concentrador se montó sobre un carro y éste en dos rieles circulares, y para impulsar estos carros se adicionó un servomecanismo. El servosistema controla automáticamente en un eje, el seguimiento del disco solar. La integración del horno solar eléctrico y sistema de concentración requirió del diseño de elementos de adaptación que fueron dimensionados y caracterizados en sus propiedades ópticas. También para integrar físicamente todos los elementos, horno, espejos del concentrador, servomecanismos, controladores, sistemas auxiliares de control, equipo eléctrico, entre otros, se diseñó una estructura mecánica que se incluye en el presente trabajo.

Motivación del trabajo y objetivo

Entre los años 1994 y el 2001, elaboré productos de cerámica de baja temperatura ($\sim 1000^{\circ}\text{C}$) en una fábrica pequeña de mi propiedad. En esa etapa el país tuvo una apertura a los productores de cerámica extranjeros, y la empresa no soportó la competencia con estos competidores, principalmente con los fabricantes de China. A mi juicio, las dos causas principales del cierre de la empresa fueron, la falta de tecnología moderna, y la falta de metodologías modernas de administración. Se debe comentar que en la cerámica, los hornos son un punto clave para el éxito del negocio. Esto se debe a que los productos de cerámica durante la cocción llevan a cabo transformaciones fisico-químicas irreversibles, y si el terminado de los productos posterior a la cocción no fue el adecuado, éstos se tienen que desechar, o bien, vender a un precio por debajo del costo de fabricación. Los hornos que se utilizan en fábricas pequeñas son artesanales, y éstos están diseñados empíricamente, es decir, sin utilizar las tecnologías existentes, ni tampoco alguna metodología de ingeniería. Debido a esto, muchos hornos en estas pequeñas fábricas cuecen los productos de manera inadecuada. Por otro lado, las fábricas industriales sí tienen hornos automáticos diseñados adecuadamente, algunos de fabricación nacional y otros de fabricación internacional. No obstante, que esta tecnología está disponible en el mercado, el costo de esta maquinaria es alto por lo que está fuera del alcance económico de cualquier fabricante pequeño, como fue mi caso. Ante la falta de suficientes recursos económicos propios o de algún apoyo financiero de las instituciones de gobierno, me propuse realizar estudios que me permitieran diseñar maquinaria, y particularmente hornos. Para esto acudí al Centro de Investigación en Energía de la Universidad Nacional Autónoma de México, donde fuí atendido por el Doctor Jesús Antonio del Río Portilla, a quien le comenté mis intenciones, además de requerir realizar mi tesis de licenciatura en Física. Él amablemente aceptó ser mi tutor de tesis de licenciatura, y me propuso que realizara un desarrollo de un horno, que utilizará energía solar. Finalmente, acordamos realizar una tesis de Licenciatura con el tema, “Análisis Termodinámico de un Horno de Fundición de Aluminio, utilizando Energía Solar Transportada a través de Fibras Ópticas. Al obtener el grado de Licenciado en Física, inicié la Maestría en Ingeniería en el Área de Energía, y fue durante la revisión bibliográfica de mi tesis “Cocedor Solar con Respaldo Eléctrico”, donde encontré que también estos equipos operan de forma inadecuada desde el punto de vista de la eficacia, es decir, que los alimentos alcancen la cocción. Desde mi particular punto de vista, igual que en los hornos para cerámica, el diseño de los cocedores es inadecuado. Se debe comentar que aunque en la literatura existen numerosos tratados sobre aislamiento térmico, existen muy pocas investigaciones para conocer el desempeño térmico de los hornos, considerando las características del aislante, el espesor de éste, y el dimensionamiento del horno. Esta problemática nos motivó a proponer un proyecto para realizar el Doctorado en Ingeniería en el área de Energía, en el CIE de la UNAM, con el tema: “Horno Solar Eléctrico

para Cerámica Vidriada utilizando CPC's". Se debe aclarar que un "CPC" es la abreviatura de un equipo de concentración de energía solar, que se denomina, concentrador parabólico compuesto. Para este proyecto nos planteamos el objetivo:

Desarrollar y construir un horno solar eléctrico para cerámica, y al mismo tiempo encontrar una metodología general para caracterizar hornos, que sean eficaces en la cocción de productos de cerámica.

Con este objetivo en mente, se realizó el proyecto que finalizó en la redacción de los capítulos de esta tesis, que incluyen en el capítulo uno, a la introducción general del trabajo. En el capítulo dos, el desarrollo del sistema de concentración solar, con dos variantes, el Cassegrain-CPC en 3D; y el Cassegrain-CPC toroidal. De este último sistema de concentración en este mismo capítulo se presenta en detalle al dispositivo que fue desarrollado en este proyecto denominado, "Concentrador toroidal". En el capítulo tres, se muestra el desarrollo de la metodología que se propone para diseño y dimensionamiento de hornos, que incluyen, un modelo teórico de los hornos que se acopla con los parámetros de la curva de temperatura típica empírica de cocción de productos de cerámica, y producto del acoplamiento se obtienen las condiciones para el dimensionamiento del aislante del horno que asegura la adecuada evolución térmica del horno, sin incluir controles automáticos de temperatura. En el capítulo cuatro, se detalla el diseño del horno solar y del horno solar eléctrico. Ahí mismo se describen los sistemas y elementos auxiliares del concentrador, como, los servomecanismos de impulsión del carro porta-espejos, guías, el controlador del disco solar y control de temperatura, entre otros. En el capítulo cinco se presentan los resultados experimentales realizados en el horno eléctrico, y su comparación con el modelo teórico. Finalmente, en el capítulo seis mostramos las conclusiones del trabajo.

Capítulo 1

Introducción.

La cerámica es casi tan antigua como la civilización humana. De hecho, a través de la cerámica los arqueólogos y antropólogos pueden inferir los comportamientos sociales de cada una de las civilizaciones de la antigüedad. El tipo de piezas de cerámica tiene relación directa con la tecnología empleada, y los hornos son parte de ésta. Los hornos han sido diseñados y construidos para temperaturas, bajas ($800 - 1050^{\circ}C$), medias ($1100 - 1200^{\circ}C$) ó altas ($1300 - 1400^{\circ}C$). Los productos que se obtienen con cocimiento de baja temperatura son, ollas de barro, cazuelas, artículos de decoración, macetas, entre otros. Los productos de temperatura media y alta son, artículos de gres, stoneware, y porcelana [10] [11] [17] [26] [27].

En este trabajo desarrollaremos un horno que pueda alcanzar o superar temperaturas de $1000^{\circ}C$, y el cual utilizará un suministro de energía solar con un respaldo o apoyo de energía eléctrica. La energía eléctrica de apoyo ó respaldo será transformada en energía térmica por medio de resistencias eléctricas, insertadas en una base refractaria. En el sistema de concentración de energía solar se usará el sistema denominado Cassegrain al cual le acoplaremos en su última etapa de concentración el CPC en 3D, o bien, el CPC toroidal. Por supuesto, el concentrador Cassegrain-CPC en 3D, o bien, Cassegrain-CPC toroidal pueden concentrar la energía solar requerida en nuestra aplicación. Los productos cerámicos que usaremos en las pruebas de cocción serán hechos con pastas cerámicas y vidrios molidos, todo preparado para $1000^{\circ}C$ de temperatura en la sinterización o fusión, según el caso. Para lograr un buen cocimiento de la cerámica seguiremos una curva de temperatura predeterminada que favorezca la sinterización adecuada de la base cerámica, la formación de un vidrio de calidad y colores firmes en las piezas. La cocción de productos considera una evolución específica de la temperatura del producto, por lo que cualquier horno diseñado para la cocción, que controle el suministro de energía, ya sea automático, o manualmente, requiere lograr este desempeño térmico. Obtener esta metodología de diseño para los hornos es el ingrediente principal de este trabajo, para lo cual, se desarrollará un modelo teórico con base en balances globales de energía, y parámetros concentrados, acoplados a la curva típica empírica, y como resultado del modelo se obtendrán, la descripción de la evolución de la temperatura promedio dentro del horno, y las dimensiones del las paredes aislantes del horno, así como las dimensiones de todas los elementos del horno. Una vez terminada esta breve introducción, a continuación describimos la propuesta específica del horno solar eléctrico.

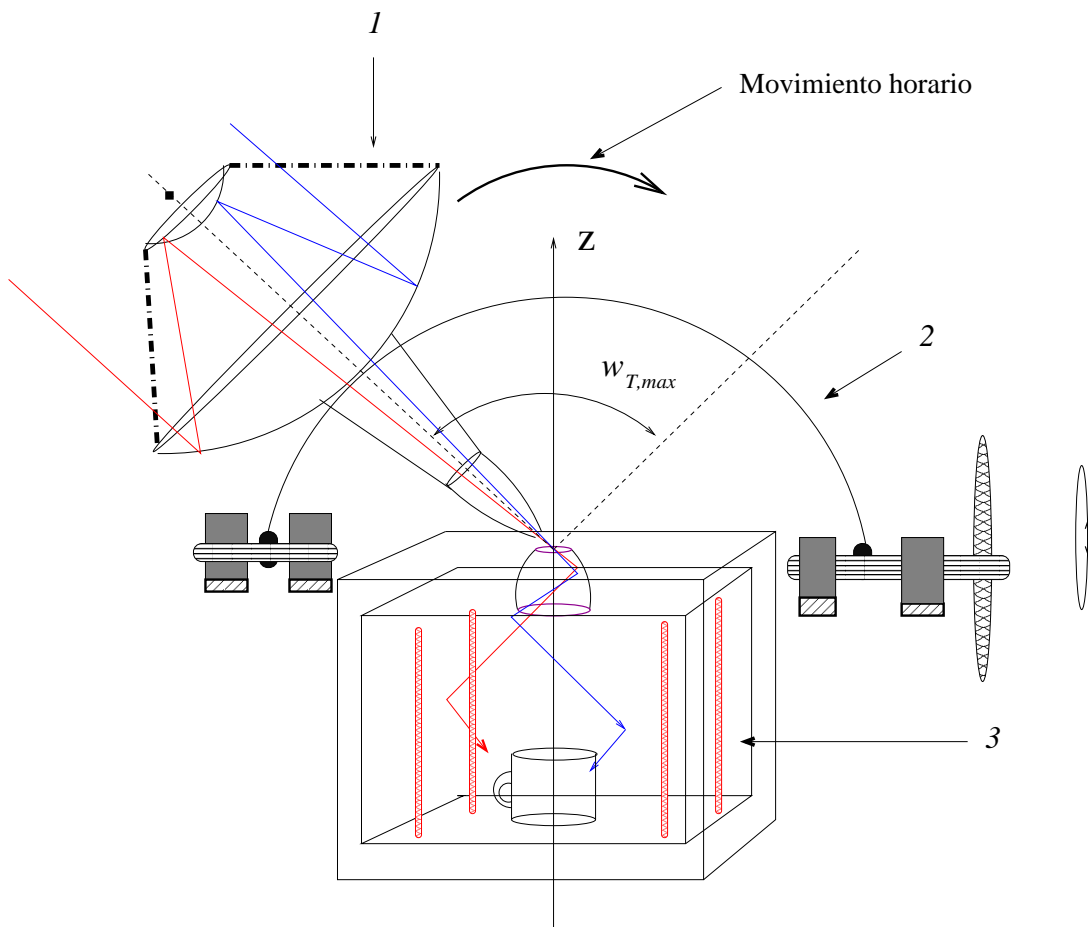


Figura 1.1: Horno solar eléctrico propuesto. Los elementos que lo integran son: 1. Concentrador Cassegrain., 2. Soporte guía., 3. Horno solar eléctrico.

1.1. Propuesta de horno solar eléctrico

El horno solar eléctrico que se propone se muestra en la figura 1.1. Ahí vemos que se integra de tres componentes principales, el horno solar eléctrico, el concentrador Cassegrain-CPC en 3D y el sistema de soporte del concentrador para seguimiento del disco solar. Se debe comentar que el horno recibe dos suministros de flujo de energía, uno es de energía solar concentrada, que entra al horno a través del orificio en la tapa superior del horno, y pasa por el difusor, para que luego se redistribuye dentro del horno por medio de la lámina reflectora pulida espejo de acero inoxidable, el otro flujo de energía se recibe por medio de energía eléctrica suministrada a unas resistencias en la cámara de cocción, y donde éstas las transforman en calor. El concentrador solar, que se usará es el denominado Cassegrain-CPC 3D. Este concentrador requiere enfocar el Sol en su trayectoria diaria, por lo tanto, requiere de un sistema de soporte y movimiento del concentrador. Este sistema tiene forma de media circunferencia y cuenta con rieles para instalar un carro porta-espejos. Un cuarto elemento no mostrado es el sistema de impulsión del carro portaespejos, que tiene un servosistema para impulsión y control. El quinto elemento que tampoco se muestra pero que se requiere es una base de soporte para el horno, el sistema de rieles y guías de carros, un compartimiento para los controladores y sistemas eléctricos.

El horno de prototipo para pruebas del modelo teórico y experimentación, recibirá un flujo de energía solar máximo de $\simeq 700 W$, y si la energía solar no es suficiente, se apoyará con energía eléctrica. El flujo solar de $700 W$ se puede lograr si consideramos una captación máxima del sistema Cassegrain de $965 W$. Esta estimación ha considerado que este sistema tiene tres reflexiones al menos, y que las eficiencias de los espejos son, para el espejo parabólico $\eta_{rp} = 0.85$, para el espejo hiperbólico de $\eta_{rh} = 0.93$ y para el concentrador final CPC en 3D, de $\eta_{r,CPC} = 0.92$. También el horno deberá seguir la curva de temperatura típica empírica de cocción. Este requerimiento nos obliga a desarrollar una metodología que nos permita dimensionar hornos efectivos en el seguimiento de la curva requerida. La importancia de este requerimiento nos motivó para que se integrará como un componente fundamental de nuestro objetivo, como se puede leer en el objetivo del trabajo.

A continuación se describirá en detalle el sistema de concentración solar.

Capítulo 2

Sistema de concentración solar

En este capítulo explicaremos lo que es un concentrador Cassegrain-CPC 3D, y también describiremos como se ha sustituido el CPC en 3D por el CPC toroidal. El concentrador Cassegrain-CPC toroidal pertenece a los denominados concentradores de enfoque de alta concentración.

Es adecuado comentar que los trabajos sobre concentración de energía solar mediante el sistema Cassegrain ya se han reportado en la literatura, y estos pueden superar niveles de concentración de 4500 soles en el eje focal de concentración. En 1974, Kirgizbaev y Zakhidov [14], desarrollaron un trabajo donde teóricamente encontraron que, el sistema de concentración Cassegrain puede alcanzar una concentración focal de aproximadamente 4 800. En 1976, Umarov y sus colaboradores [34], mostraron experimentalmente que este sistema podía alcanzar concentraciones de 30 700. En 1979, Mauk et al [16], mostraron que el concentrador Cassegrain puede lograr concentraciones de $C \simeq 7 500$. En 1993, Yehezkel et al, desarrollaron un trabajo usando trazado de rayos, en un sistema Cassegrain-CPC en 3D, y mostraron que se pueden lograr concentraciones de aproximadamente 30 000. Dado que nuestro equipo requiere alcanzar una concentración de 4 500, entonces, el concentrador Cassegrain-CPC 3D, resulta adecuado para nuestros propósitos, por lo que diseñaremos este concentrador, y además sustituiremos el CPC 3D por un concentrador CPC toroidal, con lo cual tendremos la posibilidad de usar cualquiera de los dos concentradores. La propuesta de este concentrador es una de las originalidades de este trabajo.

2.1. Modo de funcionamiento del sistema Cassegrain-CPC

El concentrador Cassegrain se integra por dos espejos acoplados en un mismo eje, el primer espejo es parabólico, y el segundo es hiperbólico. En la figura 2.2 se muestra esquemáticamente el comportamiento de reflexión de los rayos, para una configuración parabólica o hiperbólica. Desde hace varios siglos se sabe que en espejo que tiene forma de parábola en 2D, todos los rayos paralelos que entran a la parábola con dirección paralela al eje son reflejados en el foco de la parábola [9] [15] [40]. Por supuesto, esto también es válido para un paraboloide al extender el concepto por cortes diametrales en el paraboloide, y esto se muestra en en el inciso *a* de la figura 2.2. También se sabe que si en una hipérbola todos los rayos que incidan externamente en el perfil, que sigan trayectorias con la dirección del foco, serán reflejados en el foco opuesto de la hipérbola. Este concepto, también se extiende conceptualmente a un hiperboloide de dos hojas, al aplicar

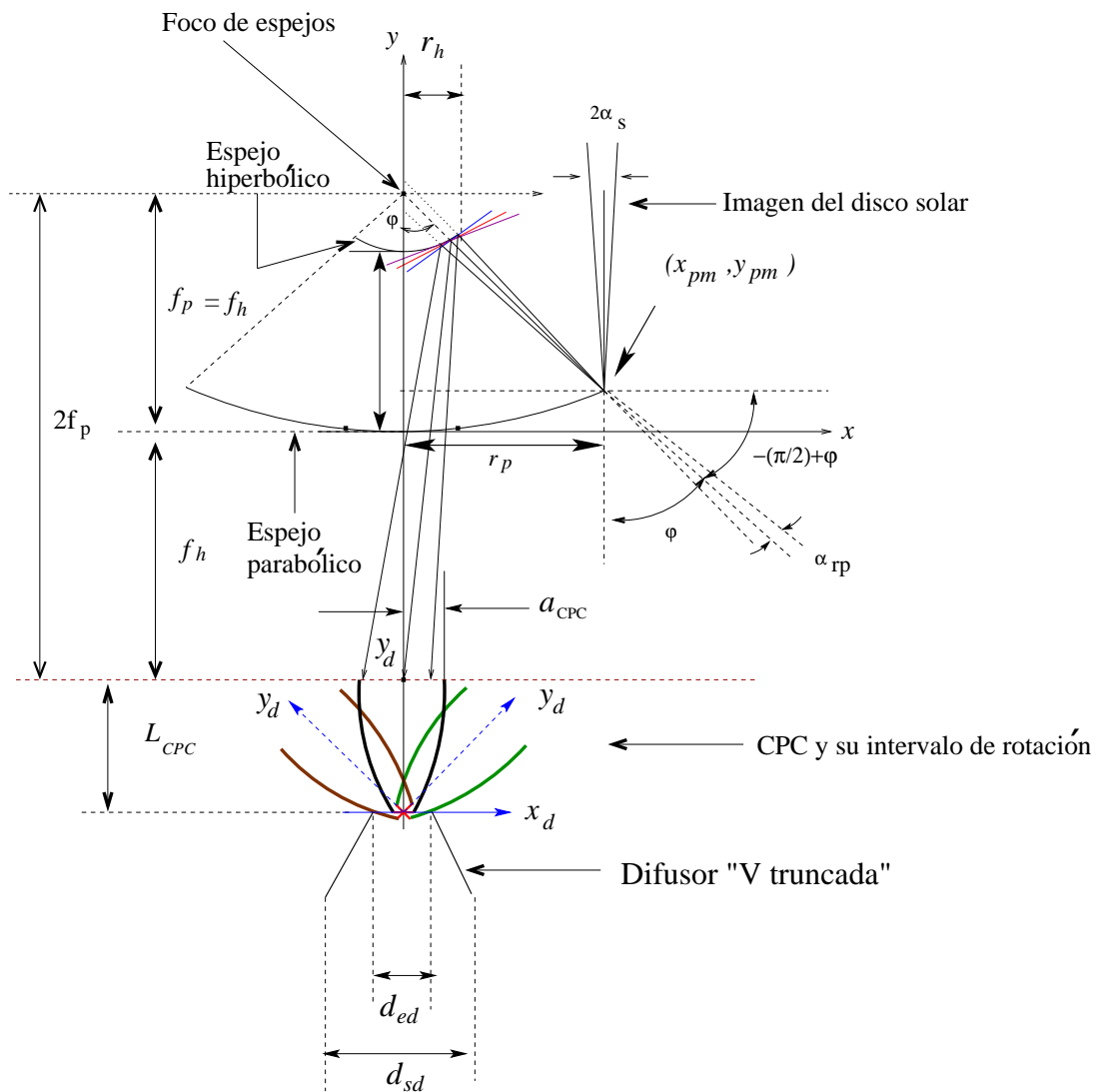


Figura 2.1: Concentrador Cassegrain-CPC 3D.

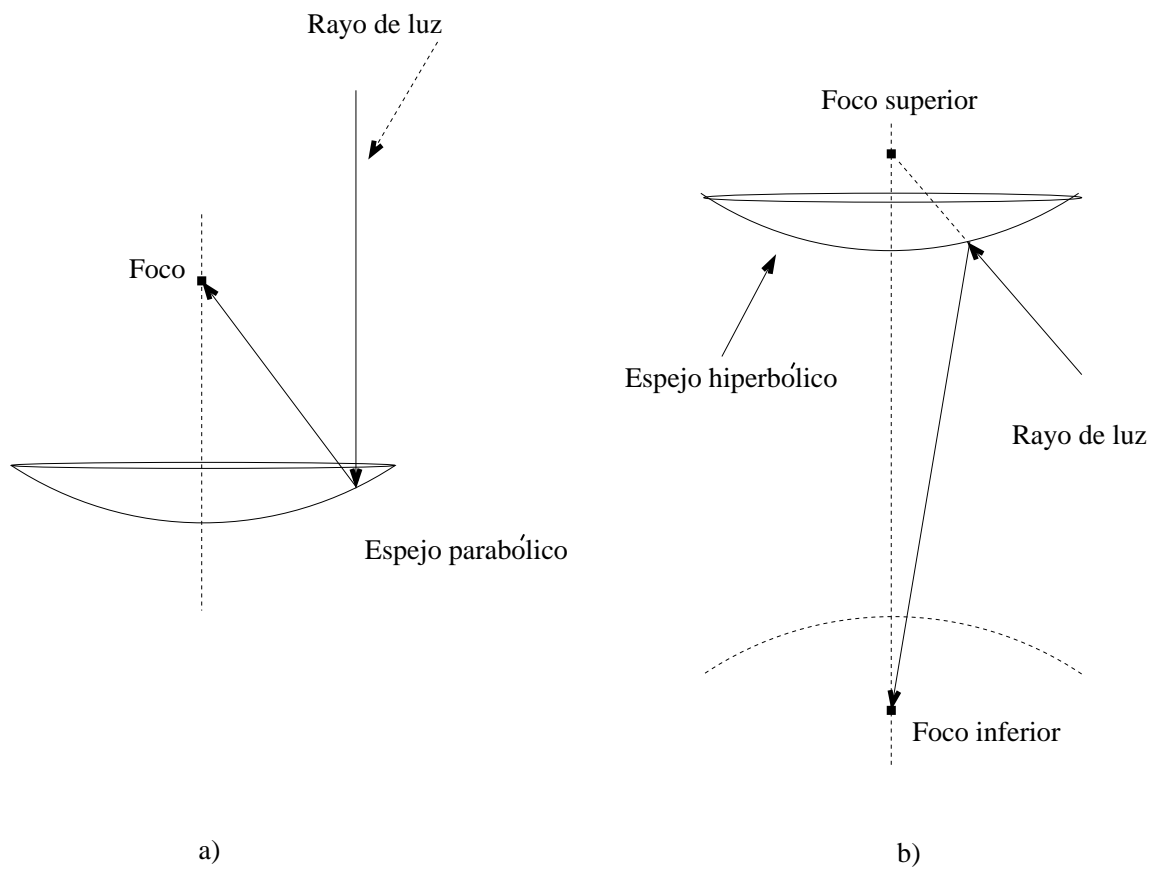


Figura 2.2: a) Reflexión de rayos del Sol paralelos al eje en un espejo parabólico., b) Reflexión de rayos del Sol con dirección hacia el foco en un espejo hiperbólico.

cortes diametrales al hiperboloide, como se muestra en el inciso *b* de la figura 2.2. Al acoplar los modos de reflexión de un espejo parabólico, y un espejo hiperbólico, en un mismo eje y haciendo coincidir uno de los focos del hiperboloide con el paraboloide, entonces, los rayos paralelos al eje que entren al sistema serán reflejados en el foco complementario del espejo hiperbólico, que está en el mismo eje. Bajo este esquema son posibles dos casos, el primero, cuando el segundo foco del hiperboloide está a una distancia menor al vértice del paraboloide; y el segundo caso, es cuando el segundo foco del espejo hiperbólico está a mayor distancia que el vértice del paraboloide, en este caso para un adecuado funcionamiento del sistema de concentración, deberá tener una abertura en el paraboloide en el sector que intersecta el flujo de rayos. El sistema descrito se puede utilizar en el caso de concentración de rayos provenientes del Sol, no obstante que no es una fuente puntual, sino una fuente con forma aproximada de un pequeño disco circular. Por lo tanto, la concentración de los rayos en el segundo foco del hiperboloide es un área pequeña aproximadamente circular alrededor del punto central reflejado del punto central de la fuente. Por supuesto, para muchas aplicaciones las concentraciones alcanzadas por un sistema Cassegrain es adecuada, no obstante, en otras, como la nuestra, se requiere mayor concentración, por lo tanto, para incrementar la concentración del flujo radiativo usaremos un tercer concentrador, el cual es acoplado en el área de concentración en el segundo foco del hiperboloide. Para esta parte se propone dos opciones:

1. Concentrador parabólico compuesto en 3D, también denominado CPC en 3D.
2. El Concentrador Toroidal.¹

Una vez presentado el modo conceptual de funcionamiento del concentrador del horno en su parte solar, enseguida mostraremos el funcionamiento de sus componentes ópticas: el concentrador Cassegrain; el CPC en 3D y el CPC Toroidal.

2.2. Concentrador Cassegrain

Un esquema para el concentrador Cassegrain se muestra en la figura 2.3, donde se observa la incidencia y reflexión de los rayos en el espejo parabólico representado en 2D por el perfil de la parábola. Los rayos que inciden en la parábola, se reflejan siguiendo trayectorias rectas hasta el espejo hiperbólico, que es representado en 2D por la hipérbola, y dado que la hipérbola es reflectora, los rayos se reflejan hacia un área que en nuestro esquema tiene su centro en el eje *y*, en las coordenadas negativas, lugar donde ubicaremos un concentrador parabólico compuesto (CPC) en 3D, o bien, un “Concentrador Toroidal”, cualquiera de los dos como tercera etapa de concentración.

El diseño del sistema Cassegrain lo haremos tomando en cuenta el esquema de la figura 2.4, a partir del cual se obtendrán las expresiones que describen a los espejos y al mismo tiempo encontraremos los parámetros ópticos del sistema. El proceso para determinar el acoplamiento del sistema para nuestros propósitos sigue los siguientes pasos:

1. Se define el foco $F_1(0, f_p)$.

¹La UNAM, ha solicitado los derechos de patente con el número de expediente MX/a/2008/006473, y los inventores Saúl Tapia Salinas y el Dr. Jesús Antonio del Río Portilla

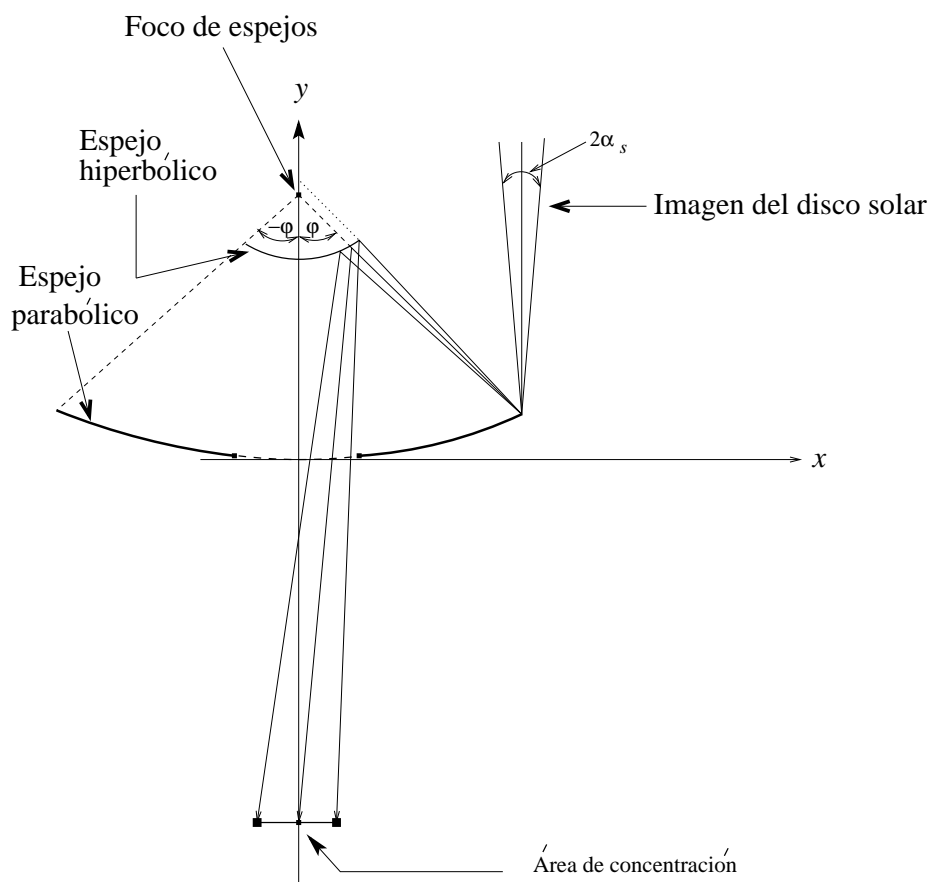


Figura 2.3: Esquema sencillo de trazado de rayos para el sistema de concentración Cassegrain.

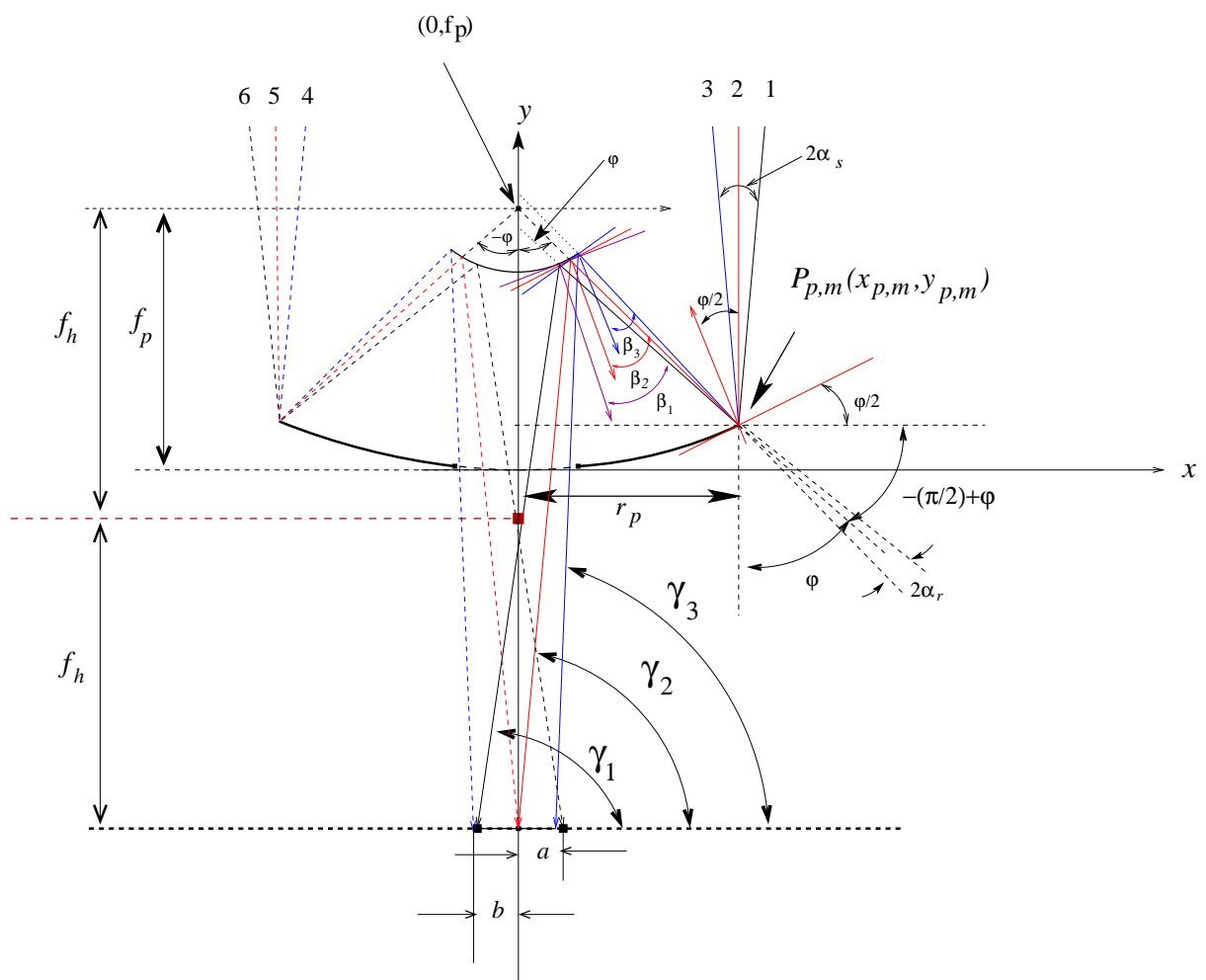


Figura 2.4: Trazado de rayos detallado para el sistema de concentración Cassegrain.

2. Se representa el espejo parabólico al considerar la parábola con vértice en el origen, que abre hacia el lado positivo del eje “ y ”, por lo tanto, la parábola se puede expresar por la relación:

$$y = \frac{x^2}{4f_p}, \quad (2.1)$$

3. Se representa el espejo hiperbólico por medio de la curva de hipérbola que abre sobre el eje “ y ” positivo, y donde esta rama de la hipérbola tiene su foco positivo en común con la parábola. Por lo tanto, esta rama superior de la hipérbola se puede describir por la relación:

$$y_{hg} = a_h * \sqrt{1 + \frac{x^2}{(f_h)^2 - a_h^2}}. \quad (2.2)$$

4. Se utiliza el efecto de acoplar el foco positivo como un foco común a la hipérbola y parábola, y se aprovecha esta condición para enfocar el flujo de rayos hacia ese punto, por lo tanto, el flujo reflejado se concentrará en el foco negativo de la hipérbola. Estas condiciones nos permiten considerar que $f_p = f_h$. De esto se infiere que el punto central donde se reflejarán los rayos reflejados provenientes del rayo 2 del sistema Cassegrain es el foco negativo $F_2(0, -f_p)$.
5. Se considerará que el sistema Cassegrain en 2D tiene simetría con respecto al eje y , por lo tanto, se puede realizar un trazado de rayos considerando sólo φ 's positivas, y con esto, se infieren las ecuaciones de las rectas que siguen los rayos en $-\varphi$.
6. Se considera al radio $r_p = x_{pm}$ del espejo parabólico. De donde se determina:

a) El punto $P_{pm}(x_{pm}, y_{pm})$.

b) La pendiente de la recta que sigue el rayo reflejado 2, y su ángulo φ con respecto a la horizontal como:

$$m_{2r,\varphi} = \frac{f_p - y_{pm}}{-x_{pm}}, \quad (2.3)$$

$$\varphi = \text{ArcTan} \left(\frac{f_p - y_{pm}}{-x_{pm}} \right) + 90^\circ. \quad (2.4)$$

c) Al considerar el foco $F(0, f_p)$ y la pendiente $m_{2r,\varphi}$, se puede obtener la relación de la recta $y_{2r,\varphi}$ como:

$$y_{2r,\varphi} = m_{2r,\varphi}x + f_p. \quad (2.5)$$

d) Al considerar que la recta $y_{2r,\varphi}$ intersecta a la hipérbola, podemos encontrar el valor de $y_{2r,\varphi} = y_{2r,\varphi}(x = r_h)$.

e) Luego, el punto $P_{2r,\varphi}$ es $P_{2r,\varphi}(x_{2r,\varphi}, y_{2r,\varphi})$.

f) El valor del vértice a_h de la hipérbola, se encontrará al sustituir en la ecuación de la hipérbola los valores $x_{2r,h}$, f_p , y $y_{2r,h}$, y al hacer un poco de álgebra se llega a la relación para a_h :

$$(a_h)^4 - ((f_p)^2 + (x_{2r,h})^2 + (y_{2r,h})^2) (a_h)^2 + (f_p)^2 (y_{2r,h})^2 = 0, \quad (2.6)$$

esta ecuación (2.6) se puede resolver para nuestro caso como:

$$a_h = \sqrt{\frac{(f_p)^2 + (x_{2r,h})^2 + (y_{2r,h})^2}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{((f_p)^2 + (x_{2r,h})^2 + (y_{2r,h})^2)^2 - 4(f_p)^2 (y_{2r,h})^2}}. \quad (2.7)$$

g) Una vez obtenido el valor a_h , se puede ya determinar la relación de la hipérbola específica para nuestro sistema al sustituir este valor, y esta relación será la del espejo hiperbólico en 2D.

7. De acuerdo con el esquema, los rayos reflejados extremos provenientes de los rayos 3 y 1 en el punto P_{pm} , forman ángulos $\varphi^- = \varphi - \alpha_{rp}$ y $\varphi^+ = \varphi + \alpha_{rp}$, donde hemos considerado que es $\alpha_{rp} = \alpha_s + \alpha_{dp}$, y donde α_s es el semiángulo del cono solar y α_{dp} es el semiángulo de dispersión direccional del flujo de rayos solares. Por lo tanto, para las rectas reflejadas de las rectas 1 y 3 respectivamente, las pendientes son:

$$m_{1r,\varphi^+} = \text{Tan}(\varphi^- - 90^\circ), \quad (2.8)$$

$$m_{3r,\varphi^-} = \text{Tan}(\varphi^+ - 90^\circ). \quad (2.9)$$

8. Al considerar el punto $P_{pm}(x_{pm}, y_{pm})$ y las pendientes de los ángulos φ^- y φ^+ , podemos determinar las rectas de reflexión: y_{1r,φ^+} , y y_{3r,φ^-} , como:

$$y_{1r,\varphi^+} = m_{1r,\varphi^+}(x - x_{pm}) + y_{pm}, \quad (2.10)$$

$$y_{3r,\varphi^-} = m_{3r,\varphi^-}(x - x_{pm}) + y_{pm}. \quad (2.11)$$

9. Los rayos reflejados en el punto p_{pm} por el reflector de perfil de la parábola siguen las trayectorias de las rectas que intersectan a la hipérbola, en los tres puntos, que son denominados $P_{1r,h}(x_{1r,h}, y_{1r,h})$, $P_{2r,h}(x_{2r,h}, y_{2r,h})$ y $P_{3r,h}(x_{3r,h}, y_{3r,h})$.

10. El punto $P_{3r,h}(x_{3r,h}, y_{3r,h})$, se puede encontrar por la intersección de la hipérbola y_h con la recta y_{3r,φ^-} , al igualar ambas relaciones, y luego, al realizar un poco de álgebra se obtiene:

$$R_3 x^2 + S_3 x + T_3 = 0, \quad (2.12)$$

con:

$$R_3 = \frac{(a_h)^2(1 + (m_{3r,\varphi^-})^2) - (f_p)^2(m_{3r,\varphi^-})^2}{(f_p)^2 - (a_h)^2}, \quad (2.13)$$

$$S_3 = 2(m_{3r,\varphi^-})^2 x_{pm} - 2(m_{3r,\varphi^-}) y_{pm}, \quad (2.14)$$

$$T_3 = (a_h)^2 - (m_{3r,\varphi^-})^2 (x_{pm})^2 + 2(m_{3r,\varphi^-}) (x_{pm}) y_{pm} - (f_p)^2 (m_{3r,\varphi^-})^2, \quad (2.15)$$

y cuya solución para $x = x_{3r,h}$ es:

$$x = x_{3r,h} = \frac{-S_3 + \sqrt{S_3^2 - 4R_3T_3}}{2R_3}. \quad (2.16)$$

y el valor de $y_{3r,h}$ se encuentra al sustituir $x = x_{3r,h}$ en la relación de la hipérbola, con lo cual se obtiene que:

$$y_{3r,h} = a_h \sqrt{1 + \frac{(x_{3r,h})^2}{(f_p)^2 - (a_h)^2}}. \quad (2.17)$$

11. El punto $P_{1r,h}(x_{1r,h}, y_{1r,h})$, se puede encontrar por la intersección de la hipérbola y_h con la recta y_{1r,φ^+} , y al igualar ambas relaciones, y luego, realizar un poco de álgebra se obtiene:

$$R_1x^2 + S_1x + T_1 = 0, \quad (2.18)$$

con:

$$R_1 = \frac{(a_h)^2(1 + (m_{1r,\varphi^+})^2) - (f_p)^2(m_{1r,\varphi^+})^2}{(f_p)^2 - (a_h)^2}, \quad (2.19)$$

$$S_3 = 2(m_{1r,\varphi^+})^2x_{pm} - 2(m_{1r,\varphi^+})y_{pm}, \quad (2.20)$$

$$T_3 = (a_h)^2 - (m_{1r,\varphi^+})^2(x_{pm})^2 + 2(m_{3r,\varphi^+})(x_{pm})y_{pm} - (f_p)^2(m_{3r,\varphi^+})^2, \quad (2.21)$$

y cuya solución para $x = x_{1r,h}$ es:

$$x = x_{1r,h} = \frac{-S_1 + \sqrt{S_1^2 - 4R_1T_1}}{2R_1}. \quad (2.22)$$

y el valor de $y_{1r,h}$ se encuentra al sustituir $x = x_{1r,h}$ en la relación de la hipérbola, con lo cual se obtiene que:

$$y_{1r,h} = a_h \sqrt{1 + \frac{(x_{1r,h})^2}{(f_p)^2 - (a_h)^2}}. \quad (2.23)$$

12. Debemos hacer notar que el radio máximo de la hipérbola corresponde al valor $r_{hm} = x_{3r,h}$
13. A continuación se evalúan en los puntos de la hipérbola $P_{1r,h}$, $P_{2r,h}$ y $P_{3r,h}$ las pendientes de las rectas normales a la curva por medio de las relaciones:

$$m_{1n,h} = - \left(\frac{(f_p)^2 - (a_h)^2}{(a_h)(x_{1r,h})} \right) \sqrt{1 + \frac{(x_{1r,h})^2}{(f_p)^2 - (a_h)^2}}, \quad (2.24)$$

$$m_{2n,h} = - \left(\frac{(f_p)^2 - (a_h)^2}{(a_h)(x_{2r,h})} \right) \sqrt{1 + \frac{(x_{2r,h})^2}{(f_p)^2 - (a_h)^2}}, \quad (2.25)$$

$$m_{3n,h} = - \left(\frac{(f_p)^2 - (a_h)^2}{(a_h)(x_{3r,h})} \right) \sqrt{1 + \frac{(x_{3r,h})^2}{(f_p)^2 - (a_h)^2}}. \quad (2.26)$$

14. Con las pendientes de las rectas normales se evalúan los ángulos β_1 , β_2 y β_3 , al considerar la relación:

$$\beta_1 = \text{ArcTan} \left(\frac{m_{1r,\varphi^+} - m_{1n,h}}{1 + (m_{1r,\varphi^+})(m_{1n,h})} \right), \quad (2.27)$$

$$\beta_2 = \text{ArcTan} \left(\frac{m_{2r,\varphi} - m_{2n,h}}{1 + (m_{2r,\varphi})(m_{1n,h})} \right), \quad (2.28)$$

$$\beta_3 = \text{ArcTan} \left(\frac{m_{3r,\varphi^-} - m_{3n,h}}{1 + (m_{3r,\varphi^-})(m_{3n,h})} \right). \quad (2.29)$$

15. Con los ángulos β_1 , β_2 y β_3 , se puede encontrar los ángulos γ_1 , γ_2 , γ_3 como:

$$\gamma_1 = -90^\circ + (\varphi^+) + (\alpha_{dh}) - 2 * \beta_1, \quad (2.30)$$

$$\gamma_2 = -90^\circ + (\varphi) - 2 * \beta_2, \quad (2.31)$$

$$\gamma_3 = -90^\circ + (\varphi^-) - \alpha_{dh} - 2 * \beta_3, \quad (2.32)$$

donde α_{dh} es el ángulo de dispersión direccional debido a que se considera una supuesta rugosidad de la superficie del espejo hiperbólico. Con este parámetro se está considerando uno de los aspectos reales de los espejos.

16. Con los ángulos γ_1 , γ_2 , γ_3 se encuentran las pendientes de las rectas reflejadas por la hipérbola, como:

$$m_{1r,\gamma_1} = \text{Tan}(\gamma_1), \quad (2.33)$$

$$m_{2r,\gamma_2} = \text{Tan}(\gamma_2), \quad (2.34)$$

$$m_{3r,\gamma_3} = \text{Tan}(\gamma_3). \quad (2.35)$$

17. Al considerar las pendientes m_{1r,γ_1} , m_{2r,γ_2} y m_{3r,γ_3} , y sus puntos correspondientes respectivamente $P_{1r,h}$, $P_{2r,h}$ y $P_{3r,h}$ se encuentran respectivamente también, las relaciones de las rectas y_{1r,γ_1} , y_{2r,γ_2} y y_{3r,γ_3} como:

$$y_{1r,\gamma_1} = m_{1r,\gamma_1}(x - x_{1r,h}) + y_{1r,h}, \quad (2.36)$$

$$y_{2r,\gamma_2} = m_{2r,\gamma_2}(x - x_{2r,h}) + y_{2r,h}, \quad (2.37)$$

$$y_{3r,\gamma_3} = m_{3r,\gamma_3}(x - x_{3r,h}) + y_{3r,h}. \quad (2.38)$$

$$(2.39)$$

18. Estas últimas rectas intersectan a la recta horizontal que tiene la ecuación

$$y = -f_p,$$

en los puntos:

$$x = a = \frac{-f_p - y_{3r,h}}{m_{3r,\gamma_3}} + x_{3r,h}, \quad (2.40)$$

$$x \cong 0, \quad (2.41)$$

$$x = b = \frac{-f_p - y_{1r,h}}{m_{1r,\gamma_1}} + x_{1r,h}. \quad (2.42)$$

19. Los puntos de intersección, permiten conocer el radio del área de concentración. El radio del área de concentración puede evaluarse por

$$x_{rc} = \pm\{max(a, | b |)\}.$$

20. Los parámetros x_{rc} y el ángulo de γ_1 con respecto a la vertical, serán los que determinen las características del diseño de cualquiera de los concentradores: CPC en 3D, o del CPC toroidal.

Con este procedimiento se diseñaron tres concentradores Cassegrain-CPC en 3D, los detalles se presentan en el apéndice A.

Una vez determinado el procedimiento de diseño del concentrador Cassegrain, a continuación mostraremos las bases fundamentales para el desarrollo del CPC en 3D.

2.3. Concentrador parabólico compuesto en 3D

El concentrador parabólico compuesto (CPC), como se sabe, es un dispositivo de concentración de flujo de “rayos”, que en nuestro caso serán los rayos provenientes del Sol. Para describirlo iniciaremos con una breve introducción de antecedentes y conceptos básicos de éste.

2.3.1. Introducción del CPC.

El Sol irradia una gran cantidad de energía que ha hecho posible la vida en nuestro planeta y a través del tiempo, con transformaciones biológicas y químicas es como esta energía se ha almacenado en el petróleo, el cual ha favorecido el actual desarrollo de la humanidad. Pero ahora, el agotamiento de éste es inminente, por lo que muy pronto tendremos que enfrentarnos a la sustitución de este energético. El uso directo de la energía solar es una de las posibilidades para que el Sol continúe siendo proveedor de energía. Debido a la baja densidad en que recibimos la energía solar, es necesario concentrarla hasta lograr los niveles adecuados a cada aplicación requerida. Dentro de los sistemas de concentración, el concentrador parabólico compuesto (CPC) resulta ser muy adecuado, de forma directa, o como una segunda o tercera etapa de concentración, ya que este dispositivo es considerado el más eficiente, debido a que concentra con el valor del límite termodinámico.

Debemos hacer un breve paréntesis, para ubicarnos en la clasificación de los sistemas de concentración, que se pueden agrupar en:

1. Los de imagen, que enfocan directamente al Sol durante toda la trayectoria diaria, por lo tanto, en la mayoría de éstas aplicaciones usan un sistema de seguimiento del disco solar. Estos sistemas obtienen altas concentraciones de energía solar ($20 < C \approx 14\,500$).
2. Los concentradores de no imagen (entre los que se encuentra el CPC) con la gran virtud de lograr la concentración de energía solar sin el uso de un sistema de seguimiento, disminuyendo el costo del sistema de concentración de energía solar, lo cual hace muy atractivos a estos equipos en diversas aplicaciones solares. En el caso de los concentradores tipo CPC,

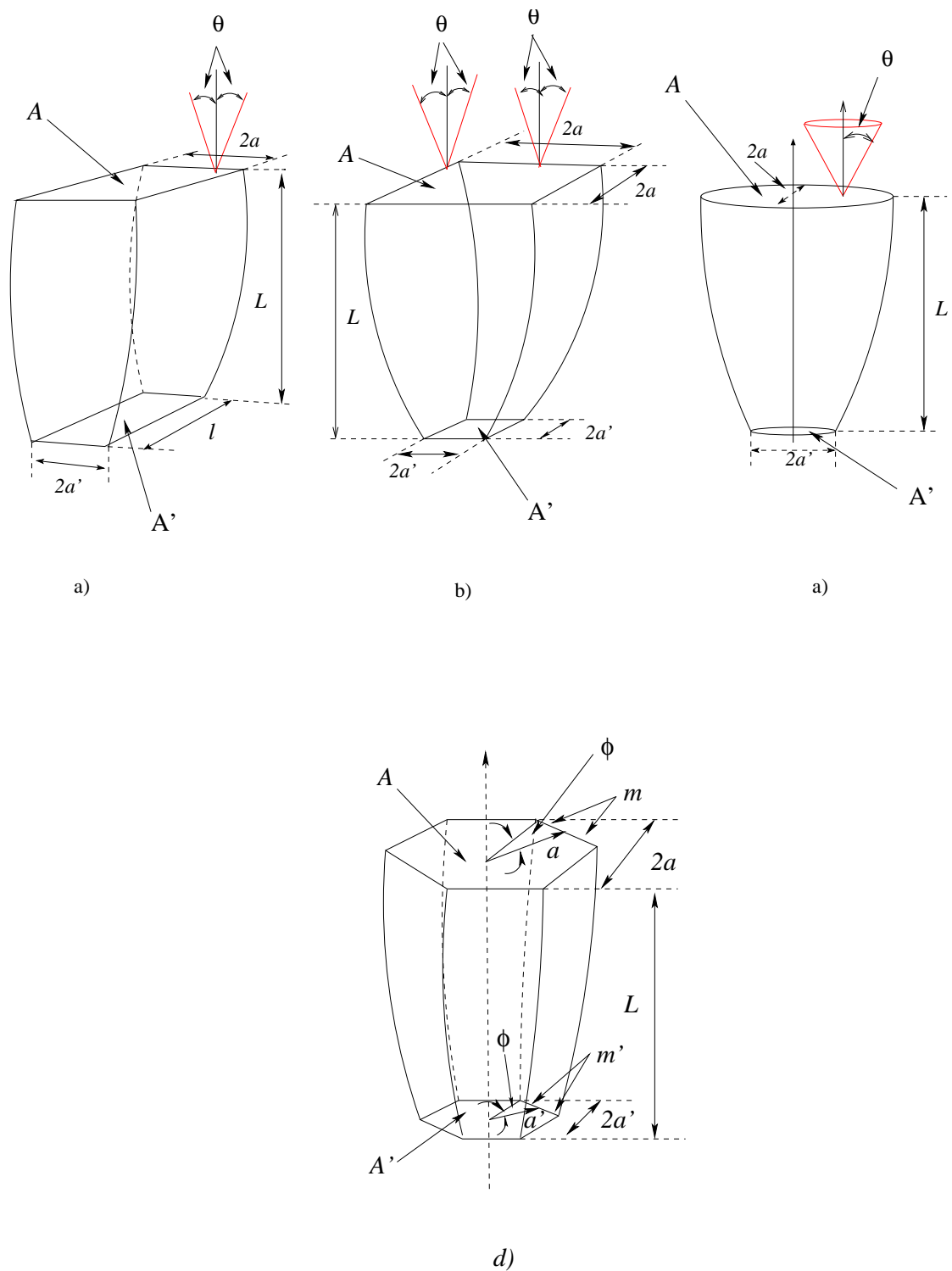


Figura 2.5: Aspecto físico del CPC y sus parámetros geométricos: a) El concentrador CPC en 2D; b) el concentrador CPC en 2D cruzado; c). El concentrador CPC en 3D; d). El concentrador CPC formado por perfiles de CPC en 2D ubicados en los lados de un polígono regular.

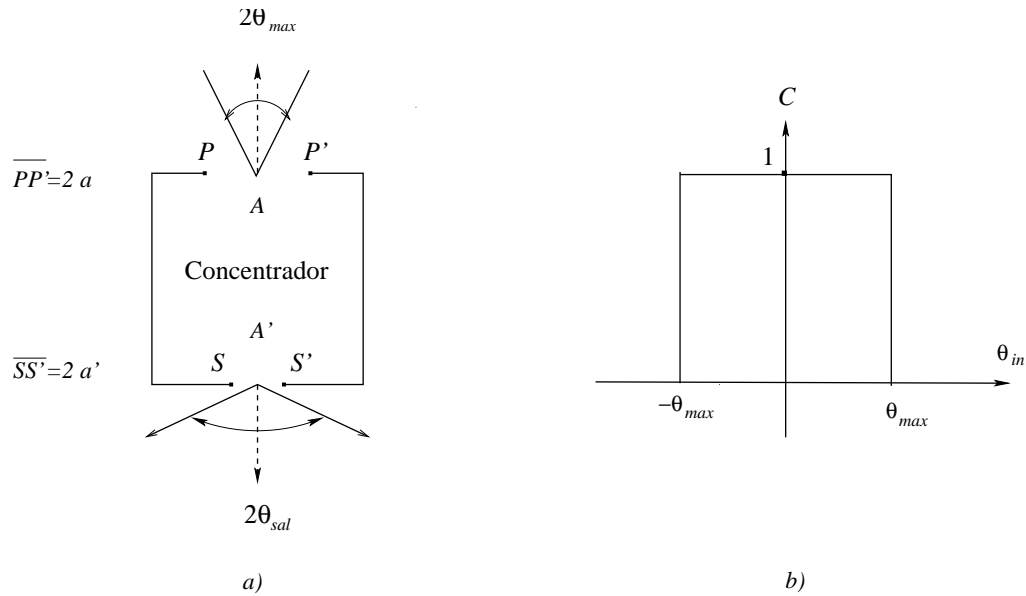


Figura 2.6: Esquema de las bondades del CPC en 2D: a) el concentrador CPC visto como caja negra; b) la concentración del flujo de energía con respecto al ángulo de los rayos incidentes θ_{in} .

se pueden lograr concentraciones entre $1.1 \leq C \leq 45\,300$, al ajustar en el diseño del concentrador el ángulo de incidencia en el plano receptor de la abertura de entrada.

3. Los híbridos enfoque-no imagen, con los que se puede obtener concentraciones hasta del orden de $C \approx 45\,300$, aprovechando las bondades de los dos primeros sistemas de concentración. Estos concentradores se integran por una etapa o dos etapas de concentración solar de imagen, seguida de una concentración final de no imagen (el CPC ha sido propuesto por diferentes investigadores como etapa final de concentración). De este tipo es el sistema de concentración que se usará en nuestra aplicación.

Antecedentes del CPC

La idea del CPC tiene un poco más de 40 años, fue concebido simultáneamente en 1966 en Estados Unidos de Norteamérica por Hinterberger y Winston [12], en Alemania por Ploke [20], y en la URSS por Baranov y Melnikov [3]. En 1974 Winston [37] describió el CPC en 2D, de manera más detallada, y mostró las ventajas de este tipo de concentrador, como un concentrador de no imagen, para ser usado en dispositivos solares. En su desarrollo demostró que el CPC concentra con la máxima concentración posible, es decir, con el valor del límite termodinámico. En 1976 Rabl [22] analizó las propiedades ópticas y térmicas del CPC. En ese trabajo Rabl presentó también el desempeño de un CPC en 2D truncado, y en el mismo trabajo desarrolló una descripción paramétrica del CPC en 2D en coordenadas cartesianas. En 1981 Rapp [23] desarrolló el CPC utilizando una descripción matemática basada en geometría analítica y, a través de ésta, obtuvo los parámetros geométricos importantes para diseño del CPC. En ese trabajo se muestran las relaciones de transformación entre coordenadas polares y cartesianas, sin embargo, no realizó la etapa de encontrar

la descripción analítica del CPC en coordenadas cartesianas, sino que obtuvo los parámetros del CPC, para luego usarlos en el diseño. En 1989 Welford y Winston [36] mostraron las ecuaciones paramétricas del CPC en 2D y 3D, y una relación implícita que representa el CPC en 3D. En 1990 Suresh et al [29], realizaron una evaluación del desempeño térmico y óptico del CPC. En el 2005 Winston y colaboradores [39] hicieron una revisión de los trabajos sobre los concentradores de no imagen para los CPC en 2D y 3D donde nuevamente se enfatizan los resultados en coordenadas polares. En el 2009, Tapia y del Río [32] presentan un análisis del CPC en coordenadas cartesianas y coordenadas polares, con el trabajo “El CPC en coordenadas cartesianas: Una descripción Optogeométrica”. Por supuesto, el trabajo del CPC que enseguida se mostrará es un seguimiento del artículo publicado en la Revista Mexicana de Física.

Concentración geométrica

Dado que en este trabajo describiremos el concentrador parabólico compuesto, consideramos adecuado definir la concentración de energía solar. En los sistemas no imagen, tiene mucha importancia la concentración geométrica de un sistema de concentración, y siguiendo a Ari Rabl [21], ésta se define como:

$$C_{geom} = \frac{A}{A'}, \quad (2.43)$$

donde A es el área de abertura de entrada del concentrador, A' es el área de salida del concentrador, la representación geométrica se puede ver en la figura 2.5. Aunque la concentración C_{geom} no mide la respuesta óptica de un sistema de concentración, es muy apropiada en sistemas de concentración no-imagen, debido a la comparación de esta relación con la concentración del límite termodinámico. Cabe mencionar que en el caso del CPC, al evaluar la concentración geométrica, ésta coincide con el límite termodinámico [21, 39]. Por lo tanto, consideramos apropiado usar C_{geom} en nuestro desarrollo. Existen otras relaciones para evaluar la concentración entre ellas: la concentración óptica de rayos o la concentración de densidad del flujo de energía, pero debido al enfoque del análisis del CPC ninguna de esas relaciones serán utilizadas en esta sección.

El CPC en las configuraciones ya muy estudiadas por diversos autores, presenta el aspecto físico que se muestra en la figura 2.5 donde; el inciso a , muestra al CPC en 2D, el cual está formado por un perfil extruido del concentrador parabólico compuesto (CPC), y en este concentrador, se recibe el flujo de rayos en un área rectangular, y se concentra el flujo de rayos sobre un área rectangular concéntrica con el rectángulo superior; en el inciso b , se muestra una configuración que se compone de dos perfiles en 2D extruidos, que se intersectan perpendicularmente, y este concentrador recibe el flujo de energía en un área plana cuadrada, y la concentra sobre un área paralela concéntrica cuadrada; en el inciso c , se muestra el CPC en 3D, el cual se forma por la rotación del perfil del CPC en 2D sobre su eje; en el inciso d se muestra el CPC de varias caras, el cual recibe el flujo de rayos, en una área de un polígono regular, y la concentra en un polígono de igual forma y concéntrico con el superior. Los parámetros geométricos de todos los CPC's, se pueden ver en la figura 2.5: longitud de abertura de entrada a , longitud de abertura de salida a' , longitud de la altura del CPC que denotamos por L , y en el caso del CPC en 2D la longitud del ancho del dispositivo le llamamos l , las áreas son indicadas por A en el caso del área de incidencia de rayos o superior, y el área de salida de los rayos por A' .

En la figura 2.6 en el inciso *a*, se muestra como “caja negra” al CPC en 2D, y las propiedades ópticas del concentrador que se pueden inferir de la figura, son:

- Que todo rayo que incida entre $PP' = 2a$, con un ángulo entre $\pm\theta_{max}$ será concentrado en el área de salida $\overline{SS'} = 2a'$, con un ángulo de salida entre $\pm\theta_{sal}$.

En la misma figura en el inciso *b*, presentamos la gráfica de concentración “ideal” del flujo de energía del CPC en 2D con respecto al ángulo de incidencia de los rayos θ_{in} , y podemos inferir de la gráfica que:

- Si el flujo de rayos incide en el área superior A con un ángulo θ_{in} entre $\pm\theta_{max}$, la concentración del flujo de energía del CPC será igual a la unidad.
- Y que todo rayo fuera del intervalo de aceptación será rechazado, es decir, no aportará energía en el área de concentración A' .

Por lo tanto, se dice que el CPC es el concentrador más eficiente, ya que toda la radiación que entra al CPC en un cono de luz con $\pm\theta_{max}$ con respecto a la vertical, será concentrada. Uno de los puntos más interesantes de este dispositivo de concentración, es que mientras un concentrador parabólico concentra los rayos de tal forma que la información es preservada formando imágenes, la concentración de un CPC no preserva la información, es decir, rayos que entran en una vecindad pueden no siempre llegar a la misma vecindad en la región de concentración, y por lo tanto no forman una imagen a la salida del CPC.

Al usar la definición de concentración geométrica aplicada al CPC en 2D, y si observamos los parámetros en la figura 2.5 en el inciso *a*, obtenemos:

$$C_{2D} = \frac{A}{A'} = \frac{a * l}{a' * l} = \frac{a}{a'}, \quad (2.44)$$

y para la concentración geométrica del CPC en 3D, si observamos los parámetros en la figura 2.5 en el inciso *b*, se obtiene:

$$C_{3D} = \frac{A}{A'} = \frac{\pi a^2}{\pi (a')^2} = \frac{a^2}{(a')^2}. \quad (2.45)$$

Las relaciones (2.44) y (2.45) evalúan la concentración geométrica del CPC tanto en 2D como en 3D, y serán deducidas en nuestro desarrollo.

Con el objetivo de hacer un análisis detallado de la construcción geométrica del dispositivo, a continuación se presenta el desarrollo sobre el CPC.

2.3.2. El CPC en Coordenadas Polares.

El concepto del dispositivo concentrador CPC (es independiente del sistema de coordenadas en que se describa) y éste se construye a partir de un segmento de parábola. Como vemos en la figura 2.7, el segmento inicia en el punto Q de la parábola. El punto final del CPC está en el punto de la parábola donde la normal N con el segmento FQ son paralelos. El eje del CPC, es paralelo a la tangente T , e intersecta el punto medio del segmento FQ . La reflexión en espejo, del segmento

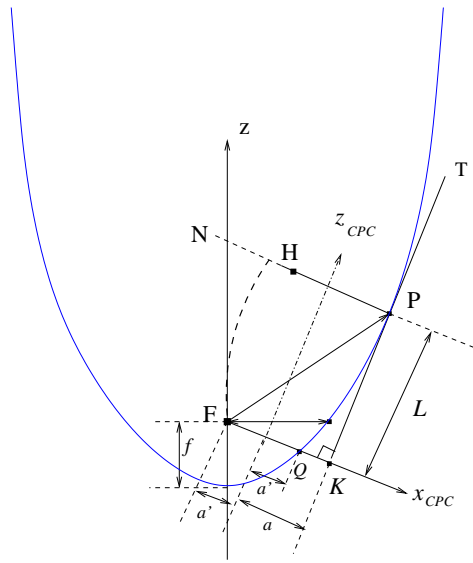


Figura 2.7: Propiedades geométricas del CPC.

de parábola PQ con respecto al eje del CPC, genera el CPC en 2D, y la rotación del segmento de parábola PQ con respecto al eje del CPC, genera el CPC en 3D.

La descripción geométrica y la representación paramétrica del CPC serán establecidas en coordenadas polares, y luego lo mismo se hará en coordenadas cartesianas, que permite una descripción completa de la curva geométrica.

En coordenadas polares el desarrollo será presentado en las siguientes etapas:

1. Breve descripción de la reflexión de rayos sobre la parábola.
2. Construcción del CPC en 2D y 3D.
3. Expresiones de los parámetros geométricos a , a' y L del CPC.
4. Expresión paramétrica del CPC en coordenadas polares.

Empecemos con el análisis de rayos que inciden sobre una parábola.

Reflexión de rayos sobre la parábola.

Como la curva geométrica que da origen al CPC es la parábola, se analizará el comportamiento de la reflexión de rayos luminosos sobre la parte interna de un segmento de la parábola para conocer el modo en que se logra la concentración de rayos luminosos en éste, dado que esto es lo que genera el CPC. En este análisis se considera la descripción geométrica de una parábola vertical que abre hacia el lado positivo del eje z , como vemos en la figura 2.8. En esta misma figura, se define la geometría del CPC en el inciso a). El segmento de parábola que es el componente básico del CPC, en esta parábola se construye al considerar la tangente T en el punto $P(x_1, z_1)$, luego, en ese punto P se traza la recta normal N , posteriormente, se genera una recta paralela a la normal N ; a esta

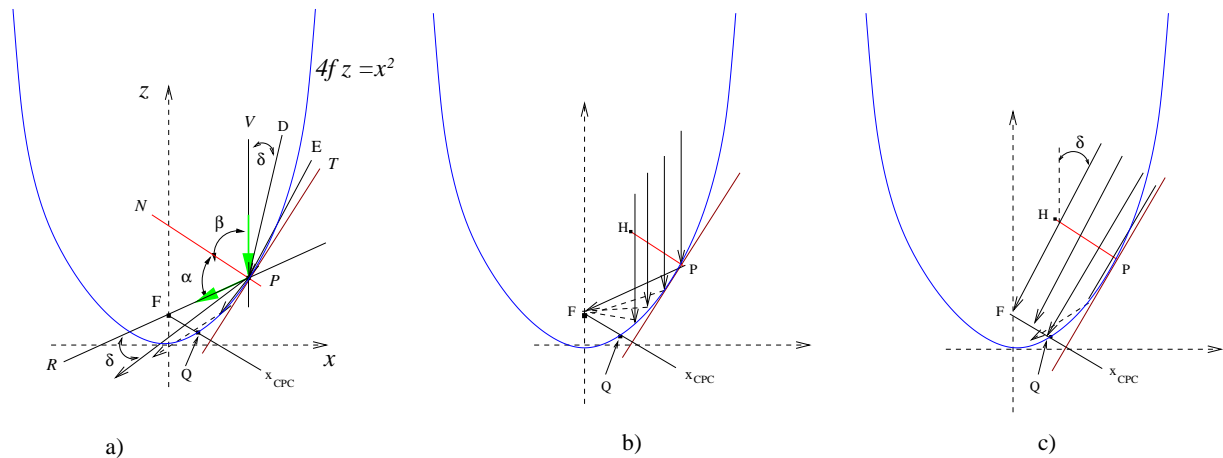


Figura 2.8: Reflexión de rayos sobre la superficie interna de una parábola. a). Geometría de reflexión., b). Reflexión de rayos paralelos al eje de la parábola, que entran en el segmento de abertura del CPC y que inciden en el segmento de parábola común con el CPC., c). Reflexión de rayos paralelos al eje del CPC en el segmento de parábola común con el CPC.

recta paralela le llamamos x_{CPC} , y tiene la propiedad de pasar por el foco F y de intersectar el punto Q de la parábola. Es conveniente aclarar que el punto Q se debe encontrar entre el vértice y el lado recto de la parábola, en el primer cuadrante en la figura 2.8. De toda la curva de la parábola sólo el segmento PQ es el que se utiliza para formar el CPC.

Se debe comentar que nuestro análisis considera que las reflexiones de rayos cumplen la ley de reflexión de Snell. Esta ley se aplica en nuestro sistema de concentración, debido a que, consideramos que el segmento de parábola generadora del CPC refleja los rayos de forma especular y es un reflector ideal. La ley de reflexión de rayos de Snell dice que [9]:

“En un mismo medio, si un rayo de luz incide sobre una superficie reflectora especular, el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión, considerando que ambos ángulos son medidos con respecto a la normal a la superficie y, donde además, los rayos y la normal están en el mismo plano.”

En nuestro análisis aplicaremos la ley de reflexión, pero suponiendo que en lugar de incidir el rayo en un plano, incide en el plano tangente, del CPC en 2D de la figura 2.5, o bien, equivale a pensar que los rayos inciden sobre el perfil PQ y en cada punto inciden en la tangente, y como caso límite en la tangente T en la figura 2.8.

Entonces, si en la figura 2.8 consideramos un rayo luminoso que sigue la trayectoria sobre la recta V , e intersecta al punto P , el rayo reflejado deberá (de acuerdo con la ley de reflexión) seguir la trayectoria de la recta R , que tiene la propiedad de intersectar a la parábola en el punto P y al foco F . También en la figura 2.8 se puede ver que la recta R y la recta N forman un ángulo α ; la recta V con la recta N forman un ángulo β . Al usar estas consideraciones geométricas, además que la reflectividad de la superficie que representa el perfil de la tangente T es igual a la unidad y, si utilizamos la ley de reflexión aplicada a los rayos incidentes que intersectan a la parábola en el

segmento PQ , podemos afirmar que:

- Los ángulos α y β son iguales [15], como se ilustra en el inciso a) de la figura 2.8.
- Dado que la curva PQ es parte de una parábola y que F es su foco, todos los rayos verticales paralelos a la recta V , que incidan en algún punto del segmento PQ de la parábola, son reflejados con direcciones de rectas que pasan por el foco F y el punto de incidencia [15], como se puede ver en el inciso b) de la figura 2.8.
- Cualquier rayo que siga una trayectoria entre las rectas V y T , con un ángulo δ , menor a la inclinación de la tangente T y que incida en cualquier punto del segmento PQ , será reflejado en una trayectoria que intersecte al segmento FQ , con una o más reflexiones, como se muestra con los rayos que siguen las trayectorias de las rectas D y E en el inciso a) de la figura 2.8, o bien, de las rectas inclinadas del inciso c) de la misma figura.

Como vemos la idea física de la reflexión de rayos en el segmento de parábola es muy sencilla. En la figura 2.8 se puede ver que el dispositivo reflector es diseñado para concentrar todos los rayos que entran en el segmento HP sobre el segmento FQ , siempre y cuando, los rayos luminosos que inciden en el segmento PQ , tengan un ángulo δ mayor que cero y menor al ángulo que tiene la tangente T , ambos ángulos con respecto a la vertical V .

Un aspecto importante es que dado que el número de reflexiones es diferente en cada caso, y que no preserva el ordenamiento espacial, el concentrador no preserva la imagen de los rayos concentrados con respecto a los rayos incidentes. Al utilizar estas características ópticas del segmento PQ de la parábola podemos desarrollar el CPC, tanto en 2D, como en 3D.

Una vez que ya hemos visto la intensionalidad del CPC a continuación presentamos la descripción geométrica del CPC.

Descripción geométrica del CPC.

Como ya vimos en la subsección anterior, el segmento de parábola PQ puede ser usado como concentrador de flujo luminoso, con un intervalo en el ángulo θ_{in} de $0 \leq \theta_{in} \leq \theta_{max}$, siempre que busquemos que los rayos entren en un segmento sobre la recta normal N a la izquierda del punto P , y que el segmento tenga una longitud igual a $|FP| \cos(\alpha)$. Claramente necesitamos otra rama reflectora del lado izquierdo para construir un dispositivo que sea útil en las aplicaciones de concentración solar, y al dispositivo que se compone de los dos segmentos simétricos de parábola que puede observarse en la figura 2.9, se le ha llamado concentrador parabólico compuesto, o de forma abreviada CPC.

Para desarrollar el CPC, desde el punto de vista geométrico se requiere:

- Generar un eje z_{CPC} perpendicular a x_{CPC} , que tenga el origen $(0, 0)$, en el punto medio del segmento FQ .
- Realizar una curva simétrica del segmento de parábola PQ , con respecto al eje z_{CPC} , que generará el CPC, como se muestra en las figuras 2.7 y 2.9.

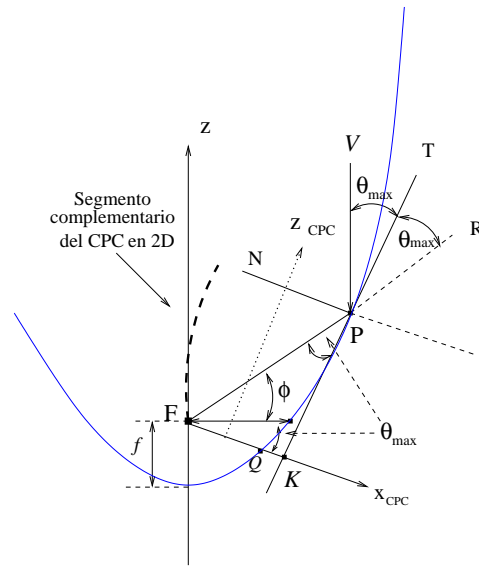


Figura 2.9: Esquema para definir geoméricamente el CPC.

- En la figura 2.9 se puede observar que la tangente T es paralela al eje z_{CPC} , y la recta normal N es paralela al eje x_{CPC} , con lo cual θ_{max} es el mismo entre:
 1. El eje x_{CPC} con respecto al lado recto de la parábola.
 2. La recta vertical V con respecto a la recta tangente T .
 3. La recta tangente T con respecto a la recta R .

- Los parámetros geométricos del CPC que se pueden observar en la figura 2.7 son:
 1. Longitud de abertura de salida del flujo luminoso a' , que corresponde a la mitad de la longitud del segmento FQ sobre el eje x_{CPC} .
 2. Longitud de abertura de entrada del flujo luminoso a , que corresponde a la longitud entre el origen de los ejes del CPC y la proyección del punto P sobre el eje x_{CPC} , punto que se indica como K en la figura 2.7.
 3. Longitud de la altura L del CPC que corresponde a la distancia entre el origen de los ejes de CPC hasta la proyección del punto P sobre el eje z_{CPC} .

Una vez que hemos conceptualizado el CPC a partir de una parábola, se puede encontrar la descripción geométrica del dispositivo CPC.

La parábola en coordenadas polares.

Para describir la parábola en coordenadas polares (r, ϕ) , es común hacerlo desde el foco F como origen, además utilizar la convención para el ángulo ϕ , de tener el valor $\phi = 0^\circ$ en el lado recto de la parábola, y considerar valores positivos en el sentido contrario al giro de las manecillas

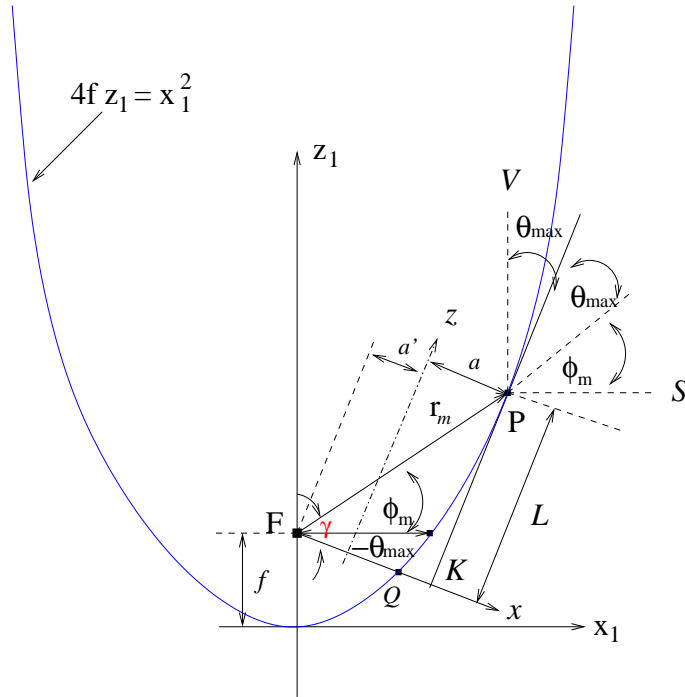


Figura 2.10: Esquema para evaluación de los parámetros del CPC en coordenadas polares.

del reloj. Si consideramos una parábola que abre hacia las z' s positivas, y si llamamos f a la distancia focal, entonces la parábola en coordenadas polares se puede describir por medio de la relación:

$$r = \frac{2f}{1 - \text{Sen}(\phi)}. \quad (2.46)$$

En la ecuación (2.46) $\phi \neq 90^\circ$. Además, con esta ecuación encontraremos los parámetros geométricos del CPC.

Parámetros geométricos del CPC.

Iniciaremos con la evaluación del valor de a' , al observar en la figura 2.10 que $r = 2a'$ se alcanza cuando $\phi = -\theta_{max}$, y si consideramos ésto en la ecuación (2.46) se obtiene:

$$2a' = \frac{2f}{1 - \text{Sen}(-\theta_{max})} = \frac{2f}{1 + \text{Sen}(\theta_{max})}, \quad (2.47)$$

de aquí se infiere que dado a' y θ_{max} , la distancia focal puede expresarse por:

$$f = a'(1 + \text{Sen}(\theta_{max})). \quad (2.48)$$

Ahora evaluaremos el valor máximo de r en el CPC, al cual le denominaremos r_m , éste se obtiene al evaluar la ecuación (2.46) para el ángulo ϕ_m , en la figura 2.10 podemos observar entre

las rectas V y S que $\phi_m = \frac{\pi}{2} - 2\theta_{max}$, por tanto, r_m se encuentra como:

$$r_m = \frac{2f}{1 - \text{Sen}(\phi_m)} = \frac{2f}{1 - \text{Sen}(\frac{\pi}{2} - 2\theta_{max})} = \frac{a'(1 + \text{Sen}(\theta_{max}))}{\text{Sen}^2(\theta_{max})}. \quad (2.49)$$

La concentración del CPC en 2D, se puede encontrar a partir de la figura 2.10, al evaluar $a + a'$, como:

$$a + a' = r_m \text{Sen}(\theta_{max}) = a' \left(\frac{1 + \text{Sen}(\theta_{max})}{\text{Sen}(\theta_{max})} \right) \quad (2.50)$$

y al simplificar llegamos a:

$$\frac{a}{a'} = \frac{1}{\text{Sen}(\theta_{max})} = C_{2D}, \quad (2.51)$$

que es la relación para la concentración geométrica del CPC en 2D obtenida por Winston [37]. Sólo nos resta encontrar la relación para evaluar la longitud L del CPC, lo cual haremos al observar que en el triángulo PFK en la figura 2.10, se cumple la relación:

$$\text{Tan}(\gamma) = \frac{L}{a + a'} = \text{Tan}\left(\frac{\pi}{2} - \theta_{max}\right) = \frac{1}{\text{Tan}(\theta_{max})}, \quad (2.52)$$

donde L es la altura del CPC. Al usar la relación (2.52), podemos escribir la relación para L como:

$$L = (a + a') \text{Cot}(\theta_{max}). \quad (2.53)$$

Con la relación (2.53) para L y las relaciones (2.48) y (2.51), se han completado las relaciones para evaluar los parámetros geométricos del CPC. Cabe mencionar que, si se toma al conjunto de parámetros geométricos $PG = \{f, \theta, a, a', L\}$ y se elige a dos parámetros de los cinco, los tres restantes se encuentran como función de los parámetros seleccionados. Sin embargo lo más común ha sido seleccionar los pares de parámetros independientes (f, θ) , (a, θ) y (a', θ) , y obtener los parámetros restantes a través de las relaciones (2.48), (2.51) y (2.53).

Continuaremos con la determinación de las ecuaciones paramétricas del CPC en 2D en coordenadas polares.

Relaciones del CPC en coordenadas polares.

Podemos observar en la figura 2.11 los ejes del CPC, x y z , con la aclaración de que $x = x_{CPC}$ y $z = z_{CPC}$, y el origen de este sistema de coordenadas está en el punto medio del segmento FQ , además, también consideraremos que $\theta_{max} = \theta$, lo cual simplificará la expresión de las ecuaciones. En coordenadas polares la descripción que se obtiene para x y z es en forma paramétrica. Para obtener la relación correspondiente a cada variable utilizaremos la ecuación de la parábola en coordenadas polares y alguna de las relaciones trigonométricas.

En la figura 2.11 se puede observar en el triángulo FWP_0 , que el valor de z , se obtiene como:

$$z = r \text{Sen}(\phi + \theta) = \left(\frac{2a'(1 + \text{Sen}(\theta))}{1 - \text{Sen}(\phi)} \right) \text{Sen}(\phi + \theta), \quad (2.54)$$

donde en la relación (2.54) se utilizó las relaciones (2.46) y (2.48) para considerar r .

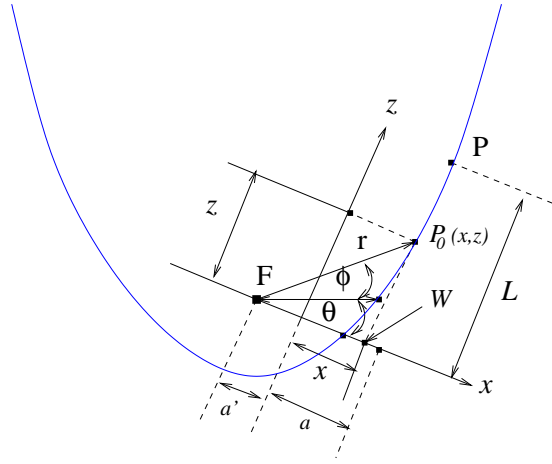


Figura 2.11: Parametrización del CPC en coordenadas polares.

Al utilizar el mismo triángulo FWP_0 de la figura 2.11, para x se tiene:

$$x = r \cos(\phi + \theta) - a' = \left(\frac{2a'(1 + \text{Sen}(\theta))}{1 - \text{Sen}(\phi)} \right) \cos(\phi + \theta) - a', \quad (2.55)$$

Las ecuaciones paramétricas (2.54) y (2.55) tienen un intervalo de aplicación para ϕ en $(-\theta, (\frac{\pi}{2} - 2\theta))$. El ángulo de aceptación del CPC es $\pm\theta$. se puede observar en $x = x(\phi, \theta, a')$ y $z = z(\phi, \theta, a')$, que tanto θ como a' son parámetros que determinan el CPC específico, y que ϕ es una variable para construir la curva geométrica del segmento de parábola que genera el CPC. Éstas son las ecuaciones paramétricas del CPC en 2D, y con esto terminamos nuestro desarrollo en coordenadas polares.

Aunque las expresiones de las ecuaciones paramétricas del CPC en 2D en coordenadas polares se obtienen de forma simple, las coordenadas cartesianas son más usadas en la descripción geométrica y analítica de las curvas; motivados por todo esto, a continuación presentaremos el desarrollo del CPC en coordenadas cartesianas.

2.3.3. El CPC en coordenadas cartesianas.

El análisis en coordenadas polares del comportamiento del flujo luminoso que llega al CPC, y la forma en que este flujo es concentrado por el CPC, nos permitió conocer las propiedades y características importantes del dispositivo. Sin embargo, las relaciones (2.54) y (2.55) sólo describen geoméricamente el segmento de parábola PQ de la figura 2.9, y no el complemento del CPC en 2D, marcado con línea punteada en la misma figura. Lo deseable para diseñar un dispositivo CPC, es conocer la representación analítica de la curva completa, lo cual, sí es posible hacer en coordenadas cartesianas. A continuación desarrollaremos las expresiones analíticas del CPC en coordenadas cartesianas tanto en 2D como en 3D, y también obtendremos los parámetros geométricos en este sistema coordenado por completez.

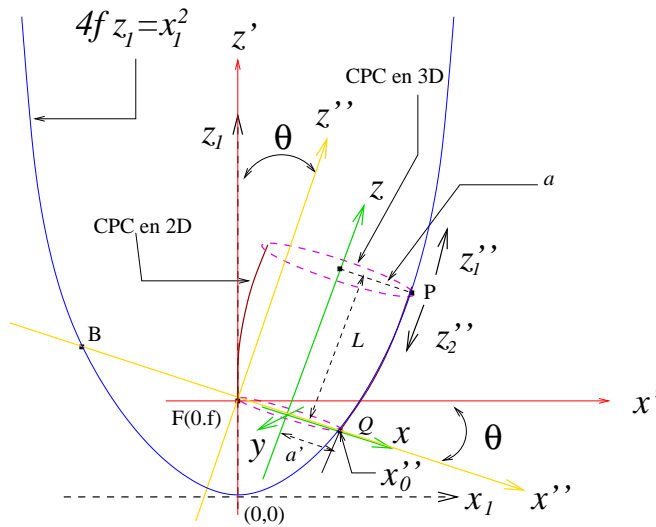


Figura 2.12: Ejes de referencia de la parábola en las transformaciones de coordenadas y generación del CPC en 2D, y lo mismo en 3D.

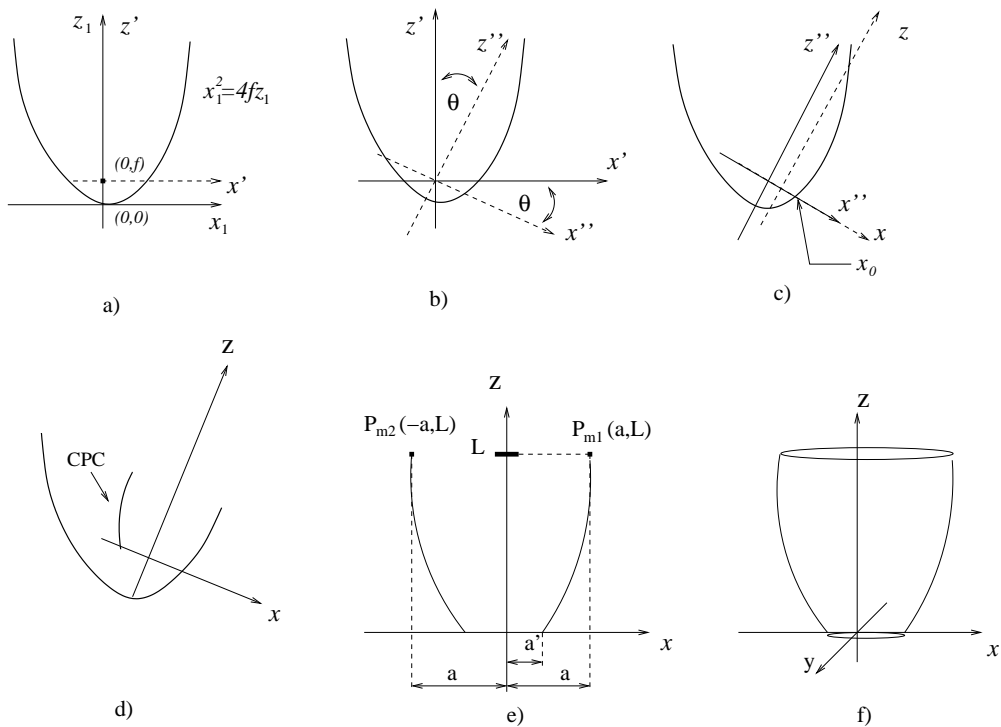


Figura 2.13: a) Traslación al foco F ., b) Rotación de los ejes primados un ángulo θ ., c) Traslación de los ejes biprimados al punto $\frac{x_0}{2}$., d) El CPC en los ejes finales., e) Representación geométrica del CPC en 2D., f) Representación geométrica del CPC en 3D.

Descripción del CPC en 2D y en 3D.

En el desarrollo del CPC se iniciará al considerar una parábola vertical con origen ubicado en su vértice, sobre los ejes x_1 y z_1 (en líneas a trazos), como se muestra en la figura 2.12. Luego por medio de tres transformaciones de coordenadas se obtendrá una expresión de la parábola en los ejes finales x y z (ejes en color verde), después realizaremos aplicaciones de la función composición para obtener el CPC en 2D y el CPC en 3D.

Las etapas específicas de nuestro desarrollo hasta obtener las expresiones analíticas del CPC en 2D y 3D son:

1. Considerar una parábola vertical en 2D, como se muestra en el inciso a) de la figura 2.13.
2. Describir la parábola desde los ejes x' y z' que tienen origen en el foco de la parábola; para lo cual se usan las relaciones de transformación de los ejes x' y z' con respecto a los ejes x_1 y z_1 , y sustituyen los valores x_1 y z_1 para encontrar la expresión analítica de la parábola en los ejes primados (x', z') , lo cual se puede ver el inciso a) de la figura 2.13.
3. Después en el sistema coordenado con ejes x'' y z'' se describe la parábola, para ello, se utiliza las relaciones de transformación de los ejes x' y z' con respecto a los ejes x'' y z'' que tienen una rotación de un ángulo θ , y posteriormente se sustituyen los valores de x' y z' en la ecuación analítica de la parábola expresada en los ejes (x', z') , para obtener así la expresión de la parábola expresada en las coordenadas x'' y z'' . En el inciso b) de la figura 2.13 se puede observar la transformación.
4. Luego, se encuentra el valor del punto x''_0 , de cruce por cero de la ecuación de la parábola en los ejes x'' y z'' , indicado en el inciso c) de la figura 2.13, y una vez obtenido el valor de x''_0 se fija el origen de los ejes x y z en el punto $(\frac{x''_0}{2}, 0)$ de los ejes biprimados.
5. A continuación se obtiene la descripción de la parábola dentro del sistema de coordenadas x y z , al usar para esto, las relaciones de transformación de la traslación de los ejes biprimados x y z con respecto a x'' y z'' . Luego se sustituyen los valores de x'' y z'' en la relación de la parábola, para obtener finalmente la expresión de la parábola en el sistema de coordenadas de los ejes x y z , esto se puede observar en el inciso c) de la figura 2.13.
6. Luego, se encuentra en los ejes x y z , la función que describe el CPC en 2D, como se muestra en el inciso d) y e) de la figura 2.13.
7. Finalmente se encuentra la función que describe el CPC en 3D al realizar una rotación del CPC de 2D alrededor del eje z , lo que se ve en el inciso f) de la figura 2.13.

Con respecto al ángulo de rotación θ , se debe recordar que $|\theta| = \theta_{max}$, ya que θ toma valores negativos, en el sistema de referencia que se ha utilizado.

Como se muestra en la figura 2.13, los ejes cartesianos x_1 y z_1 se ubican en el vértice de la parábola, y como la parábola abre hacia el lado positivo del eje z_1 , puede ser descrita por la expresión [15, 40]:

$$4fz_1 = x_1^2, \quad (2.56)$$

donde f es la distancia focal de la parábola.

Ahora al seguir con el paso dos, se describe la parábola desde los ejes x' y z' , con el origen en el punto $(0, f)$. Por lo tanto, lo que se hace es una traslación de los ejes x_1 y z_1 hasta el nuevo origen $(0, f)$, lo que se puede ver en el inciso a) de la figura 2.13.

En la traslación de coordenadas, las relaciones de transformación entre x' y z' con respecto a los ejes x_1 y z_1 son las relaciones [15, 40]:

$$x_1 = x', \quad z_1 = z' + f. \quad (2.57)$$

Para obtener la relación que describe la parábola en sistema cartesiano primado, se sustituyen las relaciones de transformación (2.57) en la relación (2.56), y al hacer esto se obtiene:

$$4fz' = (x')^2 - 4f^2. \quad (2.58)$$

De acuerdo al paso tres se tiene que describir el CPC desde los ejes de referencia que tiene un ángulo $-\theta$, por lo tanto, rotaremos un ángulo θ a los ejes cartesianos x' y z' , hasta obtener los nuevos ejes coordenados que les llamaremos x'' y z'' , ambos sistemas cartesianos se pueden ver en el inciso c) de la figura 2.13 y, la rotación es descrita por las relaciones [15, 40]:

$$x' = x''\text{Cos}(\theta) - z''\text{Sen}(\theta), \quad z' = x''\text{Sen}(\theta) + z''\text{Cos}(\theta), \quad (2.59)$$

donde θ es el ángulo formado por los ejes coordenados primados con respecto a los ejes cartesianos biprimados. Para obtener la representación analítica de la parábola en el sistema cartesiano formado por los ejes x'' y z'' , se debe sustituir la relación (2.59) en la relación (2.58), y al hacer esto obtenemos:

$$4f(x''\text{Sen}(\theta) + z''\text{Cos}(\theta)) = (x''\text{Cos}(\theta) - z''\text{Sen}(\theta))^2 - 4f^2. \quad (2.60)$$

Al desarrollar y simplificar la relación (2.60) se encuentra que la representación analítica de la parábola es:

$$\text{Sen}^2(\theta)(z'')^2 - [\text{Sen}(2\theta)x'' + 4f\text{Cos}(\theta)]z'' + [\text{Cos}^2(\theta)(x'')^2 - 4f\text{Sen}(\theta)x'' - 4f^2] = 0. \quad (2.61)$$

La relación (2.61) es una expresión analítica implícita cuadrática con un término lineal con coeficiente distinto de cero, lo cual implica que en el sistema cartesiano formado por los ejes biprimados, la parábola está inclinada.

Pero las funciones en el plano sólo se pueden representar como una función de uno a uno, es decir, $f : R \rightarrow R$, entonces el lugar geométrico de la parábola, en el sistema de ejes coordenados biprimados deberá expresarse por dos funciones $z_1''(x)$ y $z_2''(x)$, para lo cual debemos resolver la relación (2.61) y obtener las dos relaciones para representar la parábola. Al resolver la ecuación (2.61) se encuentra que [7]:

$$z_1''(x'') = \frac{(\text{Sen}2\theta)(x'') + 4f\text{Cos}(\theta) + 4f\sqrt{\frac{(\text{Sen}\theta)x''}{f} + 1}}{2\text{Sen}^2\theta}, \quad (2.62)$$

$$z_2''(x'') = \frac{(\text{Sen}2\theta)(x'') + 4f\text{Cos}(\theta) - 4f\sqrt{\frac{(\text{Sen}\theta)x''}{f} + 1}}{2\text{Sen}^2\theta}. \quad (2.63)$$

Las ecuaciones (2.62) y (2.63) describen el lugar geométrico de una parábola inclinada, en los ejes x'' y z'' , como se muestra en la figura 2.12.

La relación (2.62) describe la parte superior de la parábola que no intersecta el eje x'' , y en la figura 2.12 mostramos el lugar geométrico del segmento de parábola arriba del punto P , y que crece con valores de z'' y decrece con valores de x'' . La relación (2.63) es la expresión analítica de la parábola que cruza el eje x'' en los puntos B y Q ; el lugar geométrico de esta relación lo mostramos en la figura 2.12 por debajo del punto P . En este trabajo para la descripción geométrica del CPC usaremos la relación (2.63), que será considerada la solución $z'' = z''(x'')$.

Una vez que se cuenta con la ecuación de la parábola expresada en los ejes biprimados, se debe realizar una traslación sobre el eje x'' , hasta el punto medio entre el origen biprimado y el punto x''_0 , como lo indica el paso cuatro.

Como se puede ver en la figura 2.12, el eje z del CPC intersecta el punto medio entre el origen y el punto x''_0 del eje x'' , en el sistema de coordenadas biprimadas, entonces, para localizar el origen del sistema de coordenadas x y z , debemos saber explícitamente cual es la expresión de x''_0 . En la figura 2.12 podemos observar que el punto x''_0 tiene las coordenadas $(x''_0, z'' = 0)$ en el sistema biprimado, por tanto, para obtener el valor de x''_0 en este sistema, consideraremos $z'' = 0$ en la relación (2.61), y al hacer esto se obtiene:

$$\text{Cos}^2(\theta)(x'')^2 - 4f\text{Sen}(\theta)x'' - 4f^2 = 0. \quad (2.64)$$

Se observa que la relación (2.64) es cuadrática, entonces, al resolver ésta se obtienen dos valores que pertenecen a la curva de la parábola y que cruzan el eje x'' , estos puntos los hemos llamado B y Q en la figura 2.12. Al resolver la relación (2.64) se obtiene [7]:

$$x''_0 = \frac{2f(\text{Sen}\theta + 1)}{\text{Cos}^2(\theta)} = \frac{2f(1 + \text{Sen}\theta)}{(1 - \text{Sen}\theta)(1 + \text{Sen}\theta)} = \frac{2f}{1 - \text{Sen}\theta}, \quad (2.65)$$

$$x''_1 = \frac{2f(\text{Sen}\theta - 1)}{\text{Cos}^2(\theta)} = \frac{-2f(1 - \text{Sen}\theta)}{(1 - \text{Sen}\theta)(1 + \text{Sen}\theta)} = \frac{-2f}{1 + \text{Sen}\theta}, \quad (2.66)$$

la relación (2.65) corresponde a x''_0 , también ha sido llamado Q , y éste tiene un valor positivo, el otro punto x''_1 corresponde al punto B de la figura 2.12, y este punto no es de utilidad en nuestro caso. Se puede observar en la figura 2.12, que el sistema de coordenadas formado por los ejes x y z , es una traslación de este sistema, sobre el eje x'' del sistema de coordenadas biprimados por una distancia a' , por tanto, debemos saber el valor de a' , el cual se puede conocer, si observamos en la figura 2.12 que $2a' = x''_0$, de lo cual inferimos que:

$$a' = \frac{x''_0}{2} = \frac{f}{1 - \text{Sen}(\theta)}. \quad (2.67)$$

Si asignamos el valor negativo de θ en la relación (2.67), como corresponde a la rotación del sistema de referencia (x', y') , por lo tanto, $\theta = -\theta_{max}$, con lo cual la relación (2.67) es la misma, al reacomodar términos, a la relación (2.48) que obtuvimos en coordenadas polares y, por lo tanto, también es igual a la relación obtenida por Winston [37] para este parámetro.

Una vez que se determinó el valor de a' , se continuará con el paso cinco al hacer la traslación de los ejes cartesianos biprimados hasta el sistema de coordenadas final con ejes x y z , y como entre

los dos sistemas de coordenadas se tiene una traslación sobre el eje x'' , entonces las relaciones de transformación de coordenadas son:

$$x'' = x + a', \quad z'' = z, \quad (2.68)$$

y si usamos las relaciones de transformación (2.68), sustituyendo éstas en la relación (2.63) se obtiene:

$$z(x) = \frac{(\text{Sen}2\theta)(x + a') + 4f\text{Cos}(\theta) - 4f\sqrt{\frac{(\text{Sen}\theta)(x+a')}{f} + 1}}{2\text{Sen}^2\theta}. \quad (2.69)$$

La relación (2.69) describe la parábola en los ejes x y z , y ésta nos será útil para desarrollar el CPC en 2D y también el CPC en 3D.

Expresión analítica para un CPC en 2D.

Se puede observar en las figuras 2.12 y en el inciso d) de la figura 2.13, que en el CPC en 2D, el segmento PQ de la parábola tiene una curva simétrica con respecto al eje del CPC, y el eje del CPC está sobre el eje z , también se puede observar en las mismas figuras que el intervalo del lugar geométrico es:

$$-x_{max} = -a \leq x \leq -a', \quad a' \leq x \leq x_{max} = a, \quad 0 \leq z \leq z_{max} = L, \quad (2.70)$$

y si observamos en el inciso d) de la figura 2.13 sólo el lugar geométrico del primer cuadrante de la parábola, es aprovechado en la generación del CPC, por tanto, a la relación (2.69) le asignaremos sólo el intervalo de las relaciones (2.70). Para completar la curva del CPC del segundo cuadrante mostrada en la figura 2.12 y en el inciso d) de la figura 2.13, formaremos una *función compuesta* [4, 6, 8] de la relación (2.69) con la función valor absoluto $|x|$. A continuación se desarrolla el paso seis al hacer la sustitución de $|x|$ en lugar de x en la relación (2.69) para obtener así la relación del CPC en 2D como:

$$z(x) = \frac{(\text{Sen}2\theta)(|x| + a') + 4f\text{Cos}(\theta) - 4f\sqrt{\frac{(\text{Sen}\theta)(|x|+a')}{f} + 1}}{2\text{Sen}^2\theta}. \quad (2.71)$$

donde x es la variable independiente, θ y f son parámetros geométricos que determinan un CPC particular. El lugar geométrico del CPC en 2D se muestra en el inciso e) de la figura 2.13.

Una vez que se conoce una función $z = z(x, \theta, f)$ para representar al CPC en 2D, es conveniente expresar la relación (2.71) como función de los parámetros geométricos del CPC, para esto, debemos conocer las relaciones para evaluar L , a y a' , que ya han sido desarrollados en coordenadas polares, pero por completez, también se obtendrán en coordenadas cartesianas.

Para obtener los valores de los parámetros geométricos L y a , observaremos los dos puntos máximos, $P = P_{m1}(a, z_{max} = L)$ y $P_{m2}(-a, z_{max} = L)$ que se muestran en el inciso e) de la figura 2.13, con la aclaración que el punto P_{m1} es el mismo punto P de la figura 2.12. De la construcción del CPC sabemos que en los puntos P_{m1} y P_{m2} la tangente es paralela al eje z del CPC, por lo tanto, en estos dos puntos se tiene la condición:

$$\frac{dz}{dx} \Big|_{x=\pm a} = \infty, \quad (2.72)$$

o de manera equivalente podemos decir que:

$$\frac{1}{\frac{dz}{dx} \Big|_{x=\pm a}} = 0. \quad (2.73)$$

La relación (2.73) es válida sólo en los puntos P_{m1} y P_{m2} , por tanto, si encontramos $\frac{1}{\frac{dz}{dx}} = 0$, localizaremos los valores de $|x_{max}| = \pm a$. De la relación (2.71) evaluamos $\frac{dz}{dx}$, luego, encontramos el recíproco de la derivada evaluada y se iguala a cero, lo que analíticamente expresamos como:

$$\frac{1}{\frac{dz}{dx}} = \frac{\sqrt{\frac{\text{Sen}(\theta)}{f}(|x| + a') + 1}}{\text{sgn}(x) \left[\text{Cot}(\theta) \sqrt{\frac{\text{Sen}(\theta)}{f}(|x| + a') + 1} - \text{csc}(\theta) \right]} = 0, \quad (2.74)$$

donde $\text{sgn}(x)$ es la función signo la cual no está definida en $x = 0$, pero este punto no está incluido en el dominio del CPC. Si desarrollamos la relación (2.74) podemos llegar a:

$$\sqrt{\frac{\text{Sen}(\theta)}{f}(|x| + a') + 1} = 0, \quad (2.75)$$

como los valores de x que se obtendrán de la relación (2.75), son los valores extremos, podemos considerar que $|x| = |x_{max}|$, por tanto, al desarrollar la relación (2.75) encontramos que:

$$|x_{max}| = -a' - \frac{f}{\text{Sen}(\theta)} = -\frac{f}{(1 - \text{Sen}(\theta))} - \frac{f}{\text{Sen}(\theta)} = \frac{-a'}{\text{Sen}(\theta)}, \quad (2.76)$$

con lo cual, los valores extremos en el eje x , corresponden a:

$$x_{1,max} = a = -\frac{a'}{\text{Sen}(\theta)}, \quad (2.77)$$

$$x_{2,max} = -a = \frac{a'}{\text{Sen}(\theta)}. \quad (2.78)$$

las relaciones (2.78) nos muestran los valores extremos positivo y negativo en la coordenada x del CPC en 2D, y debido a que en coordenadas polares el valor negativo no tiene sentido, sólo el valor positivo ha sido reportado [36, 39].

Si observamos en las relaciones (2.76) y (2.78) la expresión del parámetro a , encontramos que esta expresión con la definición de concentración del CPC es la misma en la relación (2.44), lo que muestra que también fue encontrado en coordenadas cartesianas la relación para evaluar la concentración máxima del CPC en 2D.

Para obtener el valor del parámetro L , se debe observar que en los dos puntos máximos P_{m1} y P_{m2} , se cumple la igualdad:

$$|x_{max}| + a' = \frac{-f}{\text{Sen}(\theta)}, \quad (2.79)$$

por otro lado si simplificamos la relación (2.71) podemos obtener:

$$z(x) = \frac{\text{Cos}(\theta)(|x| + a')}{\text{Sen}(\theta)} + \frac{2f\text{Cos}(\theta)}{\text{Sen}^2(\theta)} - \frac{2f}{\text{Sen}^2(\theta)} \sqrt{\frac{\text{Sen}(\theta)}{f}(|x| + a') + 1}. \quad (2.80)$$

Para encontrar el valor que tiene $z(x)$ en el punto $x = x_{max}$, en la relación (2.80) debemos sustituir el valor $x = x_{max}$, y al hacerlo se obtiene:

$$z(x_{max}) = L = \frac{\text{Cos}(\theta)(|x_{max}| + a')}{\text{Sen}(\theta)} + \frac{2f\text{Cos}(\theta)}{\text{Sen}^2(\theta)} - \frac{2f}{\text{Sen}^2(\theta)} \sqrt{\frac{\text{Sen}(\theta)}{f}(|x_{max}| + a') + 1}, \quad (2.81)$$

con el fin de simplificar la relación (2.81), sabemos que en los extremos se cumple la relación (2.79), por tanto, al hacer uso de esta última dentro de la relación (2.79) se obtiene:

$$\begin{aligned} z_{max} = L &= \frac{\text{Cos}(\theta)\left(\frac{-f}{\text{Sen}(\theta)}\right)}{\text{Sen}(\theta)} + \frac{2f\text{Cos}(\theta)}{\text{Sen}^2(\theta)} - \frac{2f}{\text{Sen}^2(\theta)} \sqrt{\frac{\text{Sen}(\theta)}{f}\left(\frac{-f}{\text{Sen}(\theta)}\right) + 1} \\ &= \frac{f\text{Cos}(\theta)}{\text{Sen}^2(\theta)} = \frac{a'(1 - \text{Sen}(\theta))\text{Cot}(\theta)}{\text{Sen}(\theta)} = (a + a')\text{Cot}(\theta_{max}). \end{aligned} \quad (2.82)$$

Una vez más el valor obtenido de L , es igual al reportado en la literatura [23, 36, 39], el cual también fue obtenido en nuestro desarrollo de coordenadas polares, como podemos observar en la relación (2.53).

Con esto, se ha obtenido en coordenadas cartesianas una expresión analítica para describir el CPC en 2D, que se expresa como $z = z(x, f, \theta)$. No obstante, en aplicaciones solares no es común utilizar f como parámetro de diseño, para caracterizar el CPC. Lo más frecuente es considerar los parámetros a , a' y L , y con estos realizar el diseño del CPC en particular. Por lo tanto, una expresión del CPC donde estos últimos parámetros estén involucrados facilitará la aplicación en el diseño de cualquier dispositivo CPC.

A continuación presentamos la expresión del CPC utilizando los parámetros geométricos.

Relación del CPC en 2D considerando los parámetros geométricos.

Para encontrar una relación del CPC en coordenadas cartesianas que involucren a los parámetros a , a' y L , debemos primero observar que dentro del desarrollo de las relaciones (2.76) y (2.82) se encuentran las igualdades siguientes:

$$\frac{-1}{\text{Sen}(\theta)} = \frac{a}{a'} \quad (2.83)$$

$$\frac{-f}{\text{Sen}(\theta)} = (a + a') \quad (2.84)$$

$$\frac{f\text{Cos}(\theta)}{\text{Sen}^2(\theta)} = L \quad (2.85)$$

$$\text{Cot}(\theta) = \frac{-L}{a + a'} \quad (2.86)$$

y si sustituimos las relaciones (2.83), (2.84), (2.85) y (2.86) en la relación (2.80) se obtiene:

$$z = 2L - \left[\left(\frac{L}{a + a'} \right) (|x| + a') \right] - 2 \frac{a(a + a')}{a'} \sqrt{1 - \left[\frac{|x| + a'}{a + a'} \right]}. \quad (2.87)$$

Se puede observar que la relación (2.87) también es una expresión que describe el CPC en 2D en coordenadas cartesianas, y ésta sólo contiene la variable independiente x y los parámetros geométricos del CPC a , a' y L . Aunque es conveniente aclarar que de los parámetros geométricos a , a' y L , más θ y f , sólo dos son independientes y cualquiera de los tres restantes se obtienen por medio de las relaciones (2.67), (2.83), (2.84), (2.85) y (2.86), o al resolver estas ecuaciones en forma simultánea.

El desarrollo del CPC en 2D se ha completado y a continuación presentaremos la expresión del CPC en 3D en coordenadas cartesianas.

Generación de la función que describe la superficie del CPC en 3D.

Finalmente desarrollaremos el paso siete al encontrar la relación de la superficie de un CPC en 3D en coordenadas cartesianas, para esto, giraremos hipotéticamente la curva del CPC en 2D alrededor del eje z . Para obtener la expresión algebraica de la superficie en 3D del CPC, usaremos una *función compuesta* [4, 6, 8] de la función $z(x)$ del CPC en 2D con la función $z(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$. De forma específica lo que haremos será, sustituir en la relación (2.87) la expresión $\sqrt{x^2 + y^2}$ en el lugar de $|x|$, lo cual es equivalente a realizar una rotación alrededor del eje z , y al hacer esto obtenemos:

$$z = 2L - \left[\left(\frac{L}{a + a'} \right) (\sqrt{x^2 + y^2} + a') \right] - 2 \frac{a(a + a')}{a'} \sqrt{1 - \left[\frac{\sqrt{x^2 + y^2} + a'}{a + a'} \right]}. \quad (2.88)$$

La relación (2.88) es la correspondiente a la superficie del CPC en 3D, y el dominio de esta relación es:

$$0 \leq z \leq L, \quad a' \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq a. \quad (2.89)$$

También podemos sustituir en la relación (2.71) la expresión $\sqrt{x^2 + y^2}$ en el lugar de $|x|$ y obtenemos:

$$z(x) = \frac{(\text{Sen}2\theta)(\sqrt{x^2 + y^2} + a') + 4f\text{Cos}(\theta) - 4f\sqrt{\frac{(\text{Sen}\theta)(\sqrt{x^2 + y^2} + a')}{f} + 1}}{2\text{Sen}^2\theta}, \quad (2.90)$$

con el mismo dominio de la relación (2.88). Con esto se expresa explícitamente la ecuación del CPC en 3D en coordenadas cartesianas.

Una vez que se han deducido las relaciones para describir la curva del CPC en 2D, y la superficie del CPC en 3D, un ejemplo y los diseño de CPC correspondientes a la tercera etapa de concentración se muestran en el apéndice B.

2.4. Concentrador toroidal

En nuestro horno, el concentrador parabólico compuesto (CPC) en 3D, es adecuado como tercera etapa de concentración, después del concentrador Cassegrain, no obstante, requiere que los sistemas de seguimiento sean altamente precisos, y que los soportes estén muy firmes para mantener el eje del sistema completamente fijo, esto implica costos muy elevados del prototipo. Dado que el prototipo será elaborado con dispositivos de seguimiento del disco solar de baja precisión, entonces, requerimos de un dispositivo de concentración que en una tercera etapa sea insensible a variaciones en la dirección del flujo radiativo que llega del concentrador Cassegrain. Además, el dispositivo deberá ser lo más eficiente posible. Para obtener un dispositivo con estas características, ideamos el ahora denominado *concentrador toroidal*². De este dispositivo a continuación se describe el modo de funcionamiento y sus características ópticas y geométricas, no sin antes presentar una breve introducción.

Para desarrollar conceptualmente el CPC toroidal se inicia con un CPC en 2D desplazado un radio R hacia el lado positivo del eje vertical, luego la curva en 2D es girada un ángulo mayor que cero, alrededor del eje horizontal, con lo cual se genera una base cilíndrica, y una abertura superior cilíndrica también, con paredes de CPC en cada corte a un ángulo constante. El concentrador toroidal que fue patentado incluye sustituir el CPC en 2D por cualquier otro perfil concentrador en 2D, como: “V truncada”; una parábola; una elipse; una hipérbola; segmentos continuos de rectas; una elipse compuesta; un segmento de circunferencia, un concentrador elíptico compuesto (CEC), entre otras curvas.

2.4.1. Introducción del CPC toroidal.

Las configuraciones del CPC ya estudiadas se mostraron en la figura 2.5 ahí se pueden ver éstas. En esta subsección se presenta una nueva configuración geométrica del CPC, el CPC toroidal. Este concentrador puede tener una gran cantidad de aplicaciones en energía solar, en telecomunicaciones y en otras áreas de la Física. En este trabajo mostraremos que este concentrador puede lograr la concentración geométrica del límite termodinámico en 3D, al igual que el CPC en 3D. La novedosa configuración geométrica permite obtener altas concentraciones en un intervalo angular de concentración de hasta 180° en el caso solar, y de hasta 360° al usarlo como un concentrador secundario. Enseguida se muestra el desarrollo de este dispositivo.

2.4.2. Desarrollo del CPC Toroidal.

En la figura 2.14 el CPC toroidal se genera al girar desde una distancia fija en las z' s negativas en la descripción mostrada en esta figura. No obstante, para mayor claridad, también se puede construir a partir del perfil del CPC en 2D, mostrado en el inciso a de la figura 2.15, que considera que la curva del CPC en 2D se desplaza R_i en la dirección de las z' s positivas. Con esto, la longitud máxima de la superficie generada es $R_i + L$, y la denominaremos R_o . Luego, al hacer girar el perfil del CPC en 2D, junto con las rectas superior e inferior que unen los perfiles derecho e izquierdo,

²La UNAM solicitó la patente con el número de solicitud MX/a/2008/006473

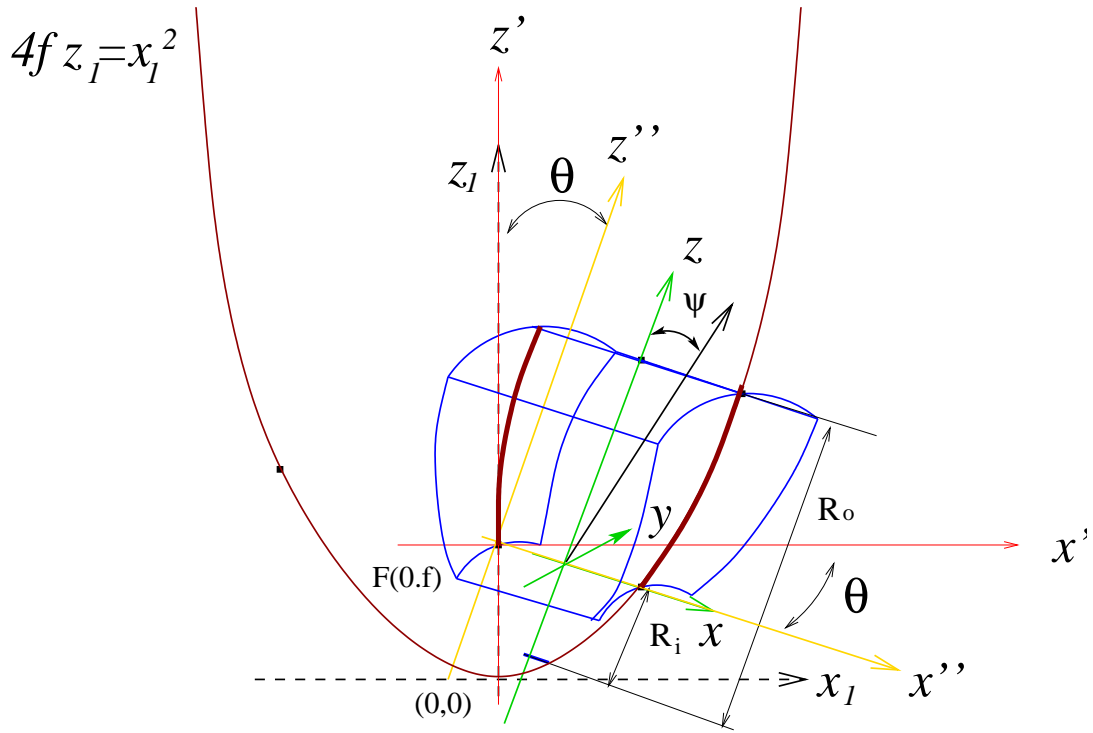


Figura 2.14: Generación del CPC toroidal (en color azul) a partir de la parábola.

alrededor del eje longitudinal x , se genera el perfil del CPC en 2D que puede ser descrito en coordenadas cartesianas por la relación [5]:

$$z(x) = Ri + \frac{(\text{Sen}2\theta)(|x| + a') + 4f\text{Cos}(\theta) - 4f\sqrt{\frac{(\text{Sen}\theta)(|x| + a')}{f} + 1}}{2\text{Sen}^2\theta}, \quad (2.91)$$

donde x es la variable independiente que pertenece a los intervalos $-a \leq x \leq -a'$ y $a' \leq x \leq a$; a' es la longitud de la semiapertura de la salida del CPC, a es la longitud de la semiapertura del CPC; θ es el ángulo máximo de aceptación de los rayos incidentes al CPC en 2D, que toma valores en el intervalo $-75^\circ \leq \theta < 0^\circ$; y f es la distancia focal de la parábola generadora. El perfil del CPC también puede ser descrito en coordenadas cartesianas por la relación [5]:

$$z(x) = Ri + 2L - \left[\left(\frac{L}{a + a'} \right) (|x| + a') \right] - 2 \frac{a(a + a')}{a'} \sqrt{1 - \left[\frac{|x| + a'}{a + a'} \right]}, \quad (2.92)$$

donde L es la altura del CPC; y los parámetros geométricos se ligán por las relaciones del CPC:

$$\frac{a}{a'} = -\frac{1}{\text{Sen}(\theta)}, \quad (2.93)$$

$$f = a'(1 - \text{Sen}(\theta)), \quad (2.94)$$

$$L = -(a + a') \text{Cot}(\theta). \quad (2.95)$$

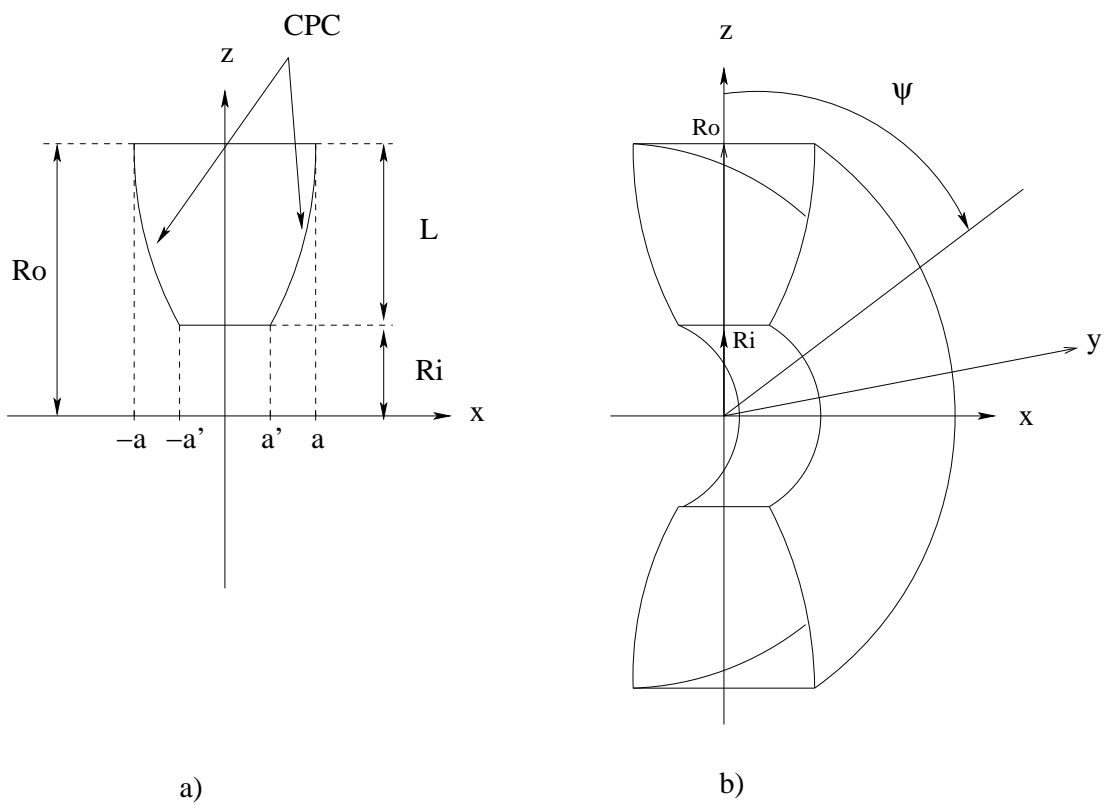


Figura 2.15: Configuración geométrica del CPC en 2D toroidal: a) perfil del CPC en 2D generador; b) El CPC toroidal.

Por lo tanto, la superficie del CPC toroidal puede ser descrita por las relaciones paramétricas [5]:

$$x(v) = v, \quad (2.96)$$

$$y(v, \psi) = \quad (2.97)$$

$$\left[Ri + \frac{(\text{Sen}2\theta)(|v| + a') + 4f\text{Cos}(\theta) - 4f\sqrt{\frac{(\text{Sen}\theta)(|v| + a')}{f} + 1}}{2\text{Sen}^2\theta} \right] \text{Sen}(\psi), \quad (2.98)$$

$$z(v, \psi) = \quad (2.99)$$

$$\left[Ri + \frac{(\text{Sen}2\theta)(|v| + a') + 4f\text{Cos}(\theta) - 4f\sqrt{\frac{(\text{Sen}\theta)(|v| + a')}{f} + 1}}{2\text{Sen}^2\theta} \right] \text{Cos}(\psi), \quad (2.100)$$

o también puede ser descrita por la parametrización [5]:

$$x(v) = v \quad (2.101)$$

$$y(v, \psi) = \quad (2.102)$$

$$\left(Ri + 2L - \left[\left(\frac{L}{a + a'} \right) (|v| + a') \right] - 2 \frac{a(a + a')}{a'} \sqrt{1 - \left[\frac{|v| + a'}{a + a'} \right]} \right) \text{Sen}(\psi), \quad (2.103)$$

$$z(v, \psi) = \quad (2.104)$$

$$\left(Ri + 2L - \left[\left(\frac{L}{a + a'} \right) (|v| + a') \right] - 2 \frac{a(a + a')}{a'} \sqrt{1 - \left[\frac{|v| + a'}{a + a'} \right]} \right) \text{Cos}(\psi), \quad (2.105)$$

donde v está dentro de los intervalos $-a \leq v \leq -a'$ y $a' \leq v \leq a$; ψ tiene el intervalo $0 < \psi \leq \psi_{max} \leq 2\pi$.

La superficie cilíndrica, base del concentrador puede ser descrita por las relaciones paramétricas [5]:

$$x = v, \quad y = Ri * \text{Sen}(\psi), \quad z = Ri * \text{Cos}(\psi), \quad (2.106)$$

donde v pertenece al intervalo $-a' \leq v \leq a'$, y ψ tiene el intervalo $0 < \psi \leq \psi_{max} \leq 2\pi$. En esta superficie se puede ubicar el absorbedor, o bien, puede ser un área de abertura de salida del concentrador, transparente al flujo radiativo concentrado, y por lo tanto, la energía del flujo radiativo será transportada a la cavidad interna del semicilindro de radio Ri .

La superficie cilíndrica de abertura de entrada del CPC toroidal puede ser descrita por las relaciones paramétricas [5]:

$$x = v, \quad y = Ro * \text{Sen}(\psi), \quad z = Ro * \text{Cos}(\psi), \quad (2.107)$$

donde v pertenece al intervalo $-a \leq v \leq a$, y ψ tiene el intervalo $0 < \psi \leq \psi_{max} \leq 2\pi$. Esta superficie es transparente al flujo radiativo del flujo de rayos.

El concentrador tiene su ángulo máximo de aceptación de los rayos $\pm\theta$ que entran por la abertura del CPC a lo largo del eje x , para cualquier ángulo ψ dentro del intervalo $\psi \leq \psi_{max} \leq 2\pi$.

Por lo tanto, para cualquier ángulo constante ψ , todo rayo que incide en la superficie de abertura del CPC toroidal será concentrado si llega con ángulo menor a $\pm\theta$.

Para evaluar las capacidades de concentración de este dispositivo, evaluaremos la concentración geométrica. De acuerdo con la definición de concentración geométrica, para el concentrador toroidal al considerar el cociente entre el área superior de abertura y el área de la base, se obtiene:

$$C_{g-T} = \frac{2a * Ro * \psi}{2a' * Ri * \psi} = \frac{a * Ro}{a' * Ri} = \frac{a}{a'} \frac{Ri + L}{Ri} = \frac{a}{a'} \left(1 + \frac{L}{Ri}\right) = \frac{a}{a'} \left(1 + \frac{(a + a')\text{Cot}(\theta)}{Ri}\right), \quad (2.108)$$

y si se hace uso de las relaciones (2.51) y (2.53), y luego se sustituyen en la relación (2.108), se obtiene:

$$C_{g-T} = \frac{1}{\text{Sen}^2(\theta)} \left[\text{Sen}(\theta) + \frac{a}{Ri} (1 + \text{Sen}(\theta)) \text{Cos}(\theta) \right]. \quad (2.109)$$

De la relación (2.109) se pueden analizar tres casos al considerar el cociente

$$\frac{a}{Ri},$$

éstos son:

1. Si $Ri \gg a$ entonces se tiene que:

$$\frac{a}{Ri} \approx 0,$$

por tanto,

$$C_{g-T} \approx C_{2D} = \frac{1}{\text{Sen}(\theta)}.$$

De este resultado se puede inferir que si el radio Ri es muy grande con respecto a la semi-abertura a , es equivalente a tener un CPC en 2D extruido linealmente.

2. Si $Ri = a$ entonces se tiene que:

$$C_{g-T} = \frac{1}{\text{Sen}^2(\theta)} [\text{Sen}(\theta) + \text{Sen}(\theta)\text{Cos}(\theta) + \text{Cos}(\theta)] \quad (2.110)$$

y si consideramos un triángulo rectángulo con catetos m y n , y con hipotenusa l ; y donde el ángulo θ está entre la hipotenusa y el lado m entonces se tiene que:

$$\text{Sen}(\theta) + \text{Cos}(\theta) + \text{Sen}(\theta)\text{Cos}(\theta) = \frac{m}{l} + \frac{n}{l} + \frac{mn}{l^2},$$

y como $l > m$ y $l > n$ entonces se tiene que: $l^2 > ml > m^2$ y $l^2 > nl > n^2$; por lo tanto se tiene que:

$$3 > \frac{m}{l} + \frac{n}{l} + \frac{mn}{l^2} = \frac{ml + nl + mn}{l^2} > \frac{m^2 + n^2 + mn}{l^2} = \frac{l^2 + mn}{l^2} > 1,$$

con lo cual se tiene que:

$$3 > \text{Sen}(\theta) + \text{Sen}(\theta)\text{Cos}(\theta) + \text{Cos}(\theta) > 1,$$

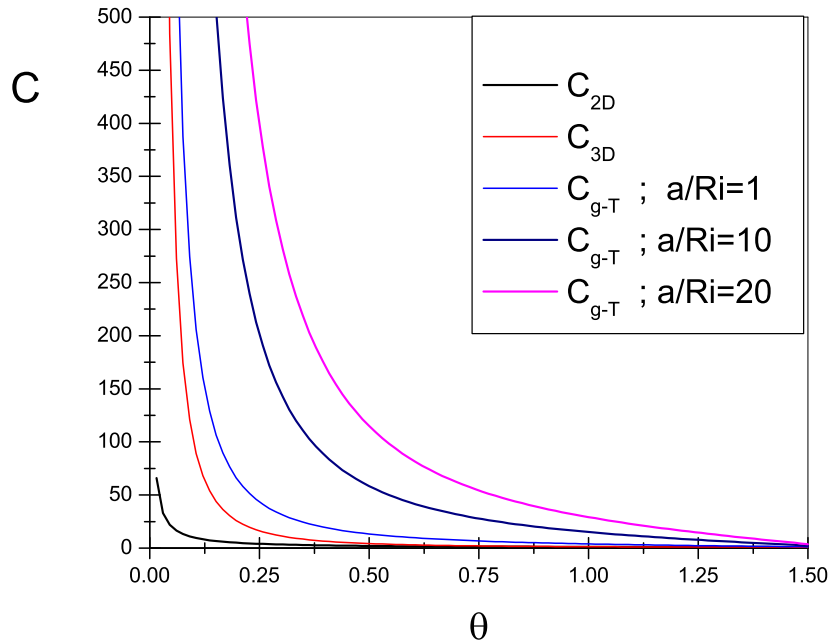


Figura 2.16: Comparación de la concentración geométrica toroidal con respecto a la concentración del CPC en 2D y 3D.

y entonces en este caso se cumple que:

$$C_{g-T} > C_{3D}.$$

Debemos hacer notar que hemos acotado el valor de concentración para este caso, y para observar el comportamiento de manera más precisa, se debe graficar la relación de concentración con respecto a θ , y esto lo haremos al final de esta subsección.

3. El tercer caso es cuando se tiene que $Ri < a$, pero dentro del intervalo $a' \leq Ri \leq a$. Aquí la concentración geométrica C_{g-T} toma valores muy altos, que permiten obtener concentraciones cercanas a las que se obtiene por concentradores tipo canal parabólico, pero con un dispositivo de no-imagen.

En las figuras 2.16 y 2.17 se muestran las gráficas del comportamiento de concentración C_{g-T} usando el parámetro $\frac{a}{Ri}$ y las comparamos con respecto a la concentración de los CPCs en 2D y 3D. Las aplicaciones prácticas de este concentrador son diversas, entre ellas se pueden mencionar, hornos solares para cocción de alimentos, o bien, concentrador para celdas fotovoltaicas. También se puede usar como un concentrador secundario con un diseño del ángulo ψ en el intervalo $0 \leq$

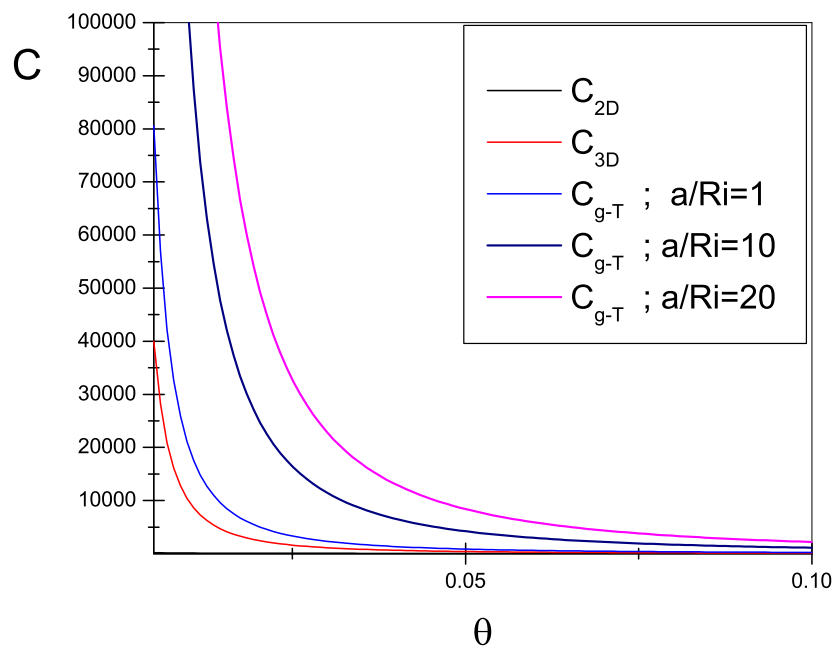


Figura 2.17: Comparación de la concentración geométrica toroidal con respecto a la concentración del CPC en 2D y 3D.

$\varphi \leq 180^\circ$. Otras aplicaciones son sus uso en intercambiadores de calor que transformen energía solar en energía térmica, entre otras muchas aplicaciones.

El concentrador toroidal que corresponde al diseño del horno solar eléctrico se presenta en el apéndice C.

Una vez terminada la presentación de los concentradores, a continuación se describirá la metodología de diseño y dimensionamiento de hornos.

Capítulo 3

Metodología para diseño y dimensionamiento de hornos

Ya en los capítulos previos fue descrito la parte óptica, ahora nos enfocaremos en la descripción termodinámica del horno.

En este capítulo se presenta la metodología para el diseño y dimensionamiento de hornos tipo cámara de formas regulares como: cubo, paralelepípedo, semiesfera y cilindro. El diseño utiliza los resultados de la modelación de la cocción en hornos con balances globales de energía. En la modelación suponemos que los hornos pueden utilizar cualquiera de las energías: solar, eléctrica, o energía térmica producto de la combustión de gas, leña, carbón, entre otros tipos de energía. Los materiales para cocción o calentamiento pueden ser cerámica, vidrio, metales, entre otros.

3.1. Introducción de la cocción en hornos.

Como sabemos muchos de nuestros antepasados habitaban en cuevas, y ellos, después de conocer el uso del fuego, cocinaron sus alimentos en estufas primitivas, que tenían como fuente de energía, a la leña. Una vez dominado el uso del fuego, desarrollaron el formado y cocimiento de las tierras arcillosas, y produjeron utensilios para el uso del cocimiento y manejo de sus alimentos, con lo que se inició el desarrollo de la cerámica. Ésta, demandó el desarrollo de hornos, cada vez más tecnificados que obtuvieran las temperaturas requeridas para el cocimiento adecuado de los productos. Aunque se desconoce la fecha exacta del desarrollo de los primeros hornos, podemos acotarla en el tiempo, ya que se han encontrado cerámicas que tienen aproximadamente treinta mil años de antigüedad [27]. Algunos registros más cercanos a nuestro tiempo muestran que, en China ya se habían construido hornos hace aproximadamente cinco mil años [27]. Los primeros hornos fueron realizados utilizando cuevas y hollos como cámaras de cocción, y la tierra arcillosa de las paredes de la cámara eran el aislante térmico; algunos hornos de este tipo son usados en nuestros días [27]. Ya en una etapa cercana, en Europa, hace unos docientos cincuenta años iniciaron los desarrollos de hornos que han terminado en los actuales hornos de cámara, y en los hornos tipo túnel, y a estos en la actualidad, se les ha agregado las tecnologías modernas de materiales y procesos controlados por equipos automáticos [2, 10, 17, 18, 27].

En la figura 3.2, se muestra los cortes de un horno tipo cámara con forma de cubo, paralelepípedo, semiesfera y cilindro. Cada uno de los hornos consta de una cámara de cocción aislada térmicamente; un material denominado “carga” para calentar, cocer o fundir; materiales refractarios de soporte; y una fuente de energía que “calienta” simultáneamente, a la “carga” y al aislante térmico. El calor puede ser generado a partir de una fuente de energía, que puede estar dentro o fuera de la cavidad, aunque, también, se puede utilizar la convección de un fluido térmico que pase a través de la cámara. Los hornos pueden utilizar diferentes fuentes de energía, entre las que están, la combustión de gas, petróleo, diesel, combustóleo, carbón, leña; la energía radiativa del Sol y la energía eléctrica.

Paschkis y Persson [18], describen la curva de calentamiento de productos en hornos, considerando en la evolución de temperatura una curva creciente de respuesta “natural” del horno, y luego una temperatura constante controlada automáticamente. Diversos autores han analizado la evolución de la temperatura en hornos, entre ellos destacan los trabajos de Trinks y Mawhinney [33], quienes en 1961 modelaron en un horno de combustión, la curva de temperatura de la carga, cuando el horno es precalentado y la carga se introduce a temperatura ambiente. Luego, en 1994 Astirraga [2], con un modelo sencillo modela el desempeño térmico de un horno eléctrico, y en el modelo presenta una ecuación diferencial que describe el proceso de calentamiento (la ecuación diferencial tiene un planteamiento inadecuado, debido a que no considera una condición inicial, sino una condición final, no obstante, para hornos que cuecen productos a temperaturas superiores a 850° , la evolución de la temperatura se describe adecuadamente por la solución de la ecuación diferencial presentada). En el 2002, Abraham y Sparrow [1], modelan el comportamiento térmico de una carga introducida a temperatura ambiente en un horno eléctrico precalentado. En el 2005, Tapia y del Río [30] caracterizaron y modelaron un “cocedor solar” que es similar al denominado “solar cooker” u “horno solar”. En el 2007 Schwarzer y Vieira [28] desarrollaron un modelo teórico, para evaluar el desempeño térmico en una olla calentada por energía solar. En el 2008, Jaramillo y colaboradores, presentaron el diseño opto-geométrico de un horno solar para alimentos para zonas intertropicales, este horno es tipo caja y presenta de varias caras en la dirección Norte-Sur. El equipo tiene la bondad de permitir tres ángulos diferentes de recepción de flujo radiativo en el vidrio plano para un ajuste del desempeño óptico óptimo durante el año.

Desde hace ya mucho tiempo se sabe como evoluciona la temperatura empírica, y esta curva se ha modelado térmicamente como fue presentado en los antecedentes. No obstante, el dimensionamiento de los hornos se realiza independientemente, por lo cual aunque se conoce la evolución de la temperatura requerida por las cocciones, los hornos diseñados independientemente no satisfacen estos requerimientos. En este trabajo nos proponemos integrar la modelación con los parámetros empíricos y acoplar esto al dimensionamiento de los hornos. Con esto en mente nos proponemos por objetivo de esta sección:

- Con el uso de la modelación que describe la evolución de la temperatura media de la cocción de un producto en un horno, acoplada a los parámetros de la cocción típica empírica, diseñar y dimensionar hornos con las configuraciones geométrica de: paralelepípedo, cilindro o semiesfera.

A continuación se presenta el desarrollo del trabajo.

3.2. Metodología propuesta para el diseño de hornos

Como fue comentado en la introducción de hornos, en este trabajo presentaremos una metodología para el diseño de hornos, que acoplen, la evolución requerida de la temperatura de cocción de un producto (obtenida empírica o experimentalmente), en nuestro caso, producto cerámico, con la evolución de la temperatura en un horno diseñado para obtener esta curva requerida (empírica o experimental). Para hacer coincidir ambos desempeño térmicos, se modelará la cocción de un producto en un horno, con balances globales de energía y considerando parámetros concentrados. Producto de esta modelación se obtienen parámetros que se deberán acoplar con los parámetros de la curva típica empírica-experimental requerida por la cocción de un producto. Luego, al usar el acoplamiento paramétrico teórico-curva típica empírica, se obtienen condiciones paramétricas y físicas que se deben resolver “matemáticamente” para obtener el dimensionamiento de los elementos del horno, en especial, el espesor del aislante, y los refractarios internos de la cámara de cocción. Se debe comentar que térmicamente, la cubierta del horno, tiene poca influencia en el desempeño térmico del horno, no obstante que cumple funciones estructurales de soporte, estética del equipo y seguridad del usuario.

Enseguida describiremos brevemente los parámetros de la curva típica de temperatura de cocción en hornos.

3.2.1. Curva típica de temperatura de cocción en hornos

Paschkis y Persson [18], describen la evolución de la temperatura en hornos, y consideran que es la misma que la temperatura del producto al que someten al calentamiento. Esta curva se ha adaptado a la cocción de un producto, haciendo la misma consideración de Paschkis y Persson, y se muestra la evolución de la temperatura desde el inicio del calentamiento, pasando por la maduración hasta el enfriamiento, del horno y el producto como se muestra en la gráfica de la figura 3.1. En esta gráfica se ha considerado que la temperatura T_i es la temperatura del producto al inicio del proceso de cocción que puede ser igual a la temperatura ambiente, o bien puede ser diferente, T_o es la temperatura de operación donde inicia la cocción del producto, T_{max} es la temperatura máxima del horno. T_c es la temperatura de calentamiento del producto, T_m es la temperatura de maduración del producto y T_e es la temperatura de enfriamiento del producto y horno. La cocción de un producto considera que la temperatura cambia con el tiempo, y un proceso típico de un producto sigue la curva I_a que muestra la evolución de crecimiento de la temperatura de calentamiento, la curva II muestra la evolución de la temperatura si el horno continuara con las mismas condiciones iniciales de energía, I_b muestra la temperatura de maduración del producto, I_c muestra la curva de temperatura de enfriamiento del horno y producto.

Se ha enfatizado que el supuesto en esta evolución de la temperatura es que el horno y el producto tiene la misma temperatura, esto no siempre sucede, sobre todo en hornos que tienen gradientes internos elevados.

Una vez descrito brevemente la curva empírica-experimental de cocción, enseguida la modelaremos.

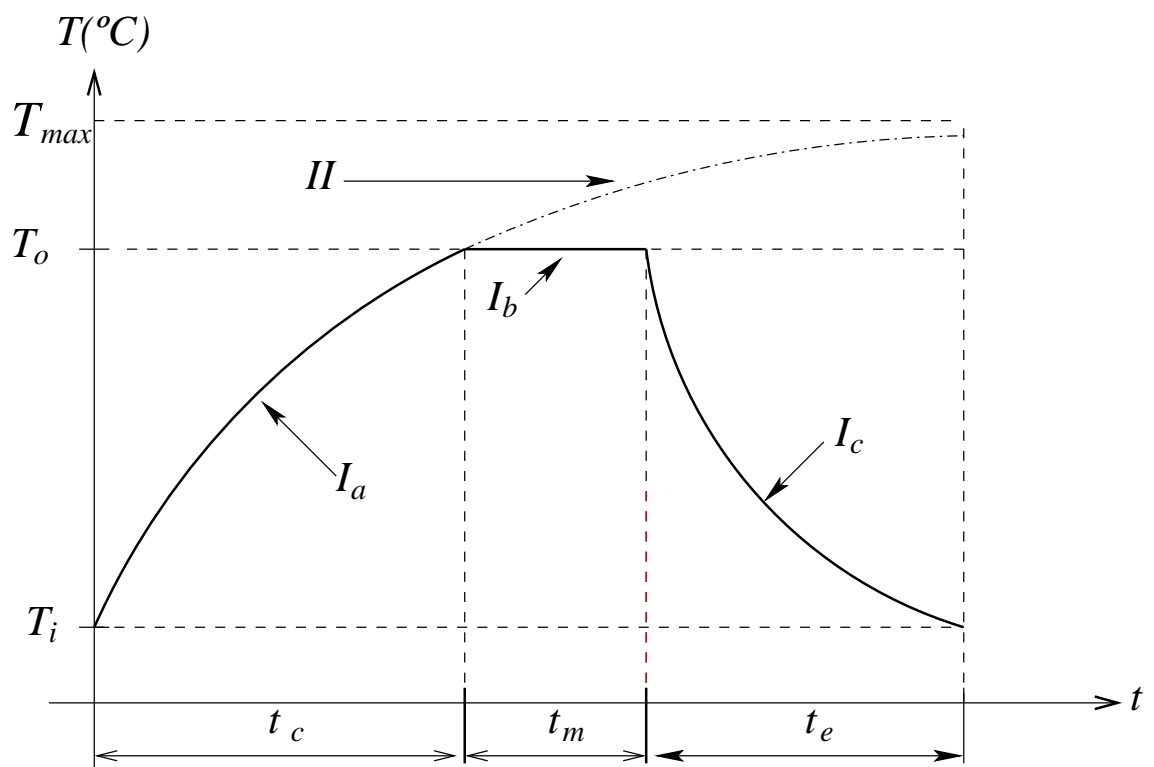


Figura 3.1: Proceso de cocción; donde $T_i(t = 0)$ es la temperatura inicial; T_{max} es la temperatura máxima del horno; t_c es el tiempo de calentamiento hasta el inicio de la cocción del producto, t_m es el tiempo de maduración del producto, t_e es el tiempo de enfriado del producto.

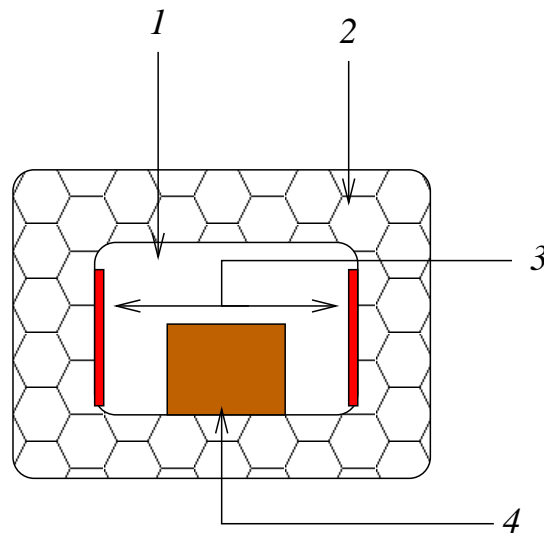


Figura 3.2: Esquema básico de un horno y partes que lo integran: 1. Cavidad del horno; 2. Aislamiento térmico; 3. Fuente de energía térmica; 4. Material para calentar.

3.2.2. Modelación del desempeño térmico de hornos.

Para describir cuantitativamente la curva de temperatura de la figura 3.1 se requiere obtener un comportamiento de la temperatura de la cámara de cocción T con respecto al tiempo t , y resulta irrelevante una descripción puntual de la temperatura en cualquier parte del horno, por lo tanto, para describir la curva empírica-experimental se hará un balance global de energía en el horno, considerando a los elementos del horno con parámetros concentrados. Para describir las curvas de temperatura en el horno calentamiento I_a y II , I_b y I_c se considerará que el volumen de control es el horno, que dentro de la cámara de cocción, se cumplen los siguiente supuestos:

1. Las superficies de los cuerpos, la cavidad, y el aire están en equilibrio térmico.
2. Los materiales que integran el horno y el material para cocción, consideraran propiedades físicas constantes medias en el tiempo de proceso.
3. El cambio de la temperatura T con respecto al tiempo t dentro de la cámara de cocción para el calentamiento del horno (curvas I_a y II), cumple que:

- $\frac{dT}{dt} = \varepsilon \geq 0$.
- ε es pequeña en $t = 0$ en el calentamiento.
- $\varepsilon(t)$ es máxima en $t = 0$, y es una función decreciente de t .
- $\varepsilon(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.

4. El cambio de la temperatura T con respecto al tiempo t dentro de la cámara de cocción para el enfriamiento del horno (curva I_c), cumple que:

- $\frac{dT}{dt} = \varepsilon \leq 0$.

- $|\varepsilon|$ es pequeña en $t = t_c + t_m$ en el enfriamiento.
- $|\varepsilon(t)|$ es máxima en $t = t_e + t_m$, y es una función decreciente de t .
- $|\varepsilon(t)| \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.

5. La energía de la transformaciones químicas es despreciable.

El balance del flujo de energía que entra y sale de la cámara del horno se puede expresar como ([35] [42] y [43]):

$$\dot{Q}_e - \dot{Q}_s + \dot{W}_e - \dot{W}_s + \dot{m}_e(h_e + \frac{v_e^2}{2} + gz_e) - \dot{m}_s(h_s + \frac{v_s^2}{2} + gz_s) = \frac{d[E_{ac}]}{dt}, \quad (3.1)$$

donde \dot{Q}_e es el calor de entrada, \dot{Q}_s es el calor disipado desde la cámara hacia el ambiente, \dot{W}_e es el trabajo de entrada, \dot{W}_s es el trabajo de salida, \dot{m}_e es el flujo de masa que entra, \dot{m}_s es el flujo de masa que sale, h_e es la entalpía del aire que entra, h_s es la entalpía del aire que sale, v_e es la velocidad del aire que entra, v_s es la velocidad del aire que sale, z_e es la altura del punto de entrada del flujo de masa del aire, z_s es la altura del punto de salida del flujo de masa del aire, y E_{ac} es la energía acumulada en los materiales del horno.

En nuestro horno el sistema no realiza trabajo, por lo tanto $\dot{W}_s = 0$; el flujo de masa que entra será considerada igual a la masa que sale; la diferencia de alturas es cercana a cero; la energía cinética del flujo de aire que entra y sale es despreciable; la potencia que se transforma en calor puede ser: solar; eléctrica; combustión de cualquiera de los materiales: carbón, leña, gas, aceite, diesel, combustóleo, u otro combustible líquido ó gaseoso. También se puede utilizar “aire caliente” como fuente de energía.

Al utilizar las aproximaciones anteriores, y los supuestos 1, 2, 3 y 5, la relación (3.1) se puede escribir como:

$$\left[\dot{Q}_e + \dot{W}_e + \dot{m}_e(h_e - h_s) \right] - \dot{Q}_s = C \frac{dT}{dt}, \quad (3.2)$$

aquí se ha considerado que:

$$E_{ac} = m_1 c_{p1} T_1 + m_2 c_{p2} T_2 + \dots + m_n c_{pn} T_n, \quad (3.3)$$

donde se ha considerado que, los elementos del horno tienen las masas, m_1, m_2, \dots, m_n , las capacidades específicas medias, $c_{p1}, c_{p2}, \dots, c_{pn}$ y las temperaturas medias de cada elemento, T_1, T_2, \dots, T_n . Dado que es común medir la temperatura del horno en la cámara de cocción, con una sola medición de temperatura, por lo tanto, realizaremos una adecuación algebraica al multiplicar en la relación (3.3) a cada elemento del horno por el factor, T/T , donde T es la temperatura de la cámara,

con lo cual se obtiene:

$$\begin{aligned}
E_{ac} &= m_1 c_{p1} T_1 \left(\frac{T}{\bar{T}} \right) + m_2 c_{p2} T_2 \left(\frac{T}{\bar{T}} \right) + \dots + m_n c_{pn} T_n \left(\frac{T}{\bar{T}} \right) \\
&= m_1 c_{p1} \left(\frac{T_1}{T} \right) T + m_2 c_{p2} \left(\frac{T_2}{T} \right) T + \dots + m_n c_{pn} \left(\frac{T_n}{T} \right) T \\
&= m_1 c_{p1} g_1 T + m_2 c_{p2} g_2 T + \dots + m_n c_{pn} g_n T \\
&= [m_1 c_{p1} g_1 + m_2 c_{p2} g_2 + \dots + m_n c_{pn} g_n] T \\
&= \left[\sum_{j=1}^n m_j c_{pj} g_j \right] T \\
&= C T,
\end{aligned} \tag{3.4}$$

donde la capacidad del horno C se ha expresado por:

$$C = \sum_j c_{p,j} m_j g_j, \tag{3.5}$$

con

$$g_j = \frac{T_i}{\bar{T}}, \tag{3.6}$$

y donde g_j es un factor de peso como parámetro concentrado, que es debido a considerar el gradiente de temperaturas desde la cámara de cocción hasta el ambiente para estimar la capacidad C_j . Para estimar estos valores g_j se debe evaluar el promedio temporal del cociente en el intervalo de operación, aunque nosotros por conveniencia práctica iniciaremos evaluando el valor g_j en el estado estacionario a la temperatura máxima. Por supuesto esto es mejor que ignorarlos. En el interior de la cámara g_j se considerará con valores iguales a la unidad, debido a la consideración del equilibrio térmico, y se tomará un valor menor a la unidad para el aislante térmico.

En este trabajo desarrollaremos un modelo sencillo, pero que nos ayude a diseñar un horno que sea eficaz en la cocción de productos. Es decir, se desea un horno que siga la curva de la figura 3.1. Por lo tanto, consideraremos el uso de un sistema de control que tendrá la característica de ajustar la entrada del flujo de energía a un valor constante \bar{E}_0 , utilizando al menos uno de los flujos de energía que entran al horno, a saber:

$$\bar{E}_0 = \dot{Q}_e + \dot{W}_e + \dot{m}_e (h_e - h_s). \tag{3.7}$$

Al utilizar la relación (3.7) podemos simplificar la relación (3.2) y obtenemos:

$$\bar{E}_0 - \dot{Q}_s = C_T \frac{dT}{dt}. \tag{3.8}$$

Notemos que con este paso hemos no sólo posibilitado cumplir con la curva de la figura 3.1, sino que también se simplificará la relación de balance (3.2) al proponer un término independiente constante. Los hornos que modelaremos en este trabajo tienen que cumplir el supuesto 4, que describe las curvas típicas de evolución de la temperatura en la cámara de cocción, durante el calentamiento

y cocción de productos en el horno. Los hornos que cumplen el supuesto 4, inician con un valor de la “la rapidez de cambio de la temperatura”, y este valor decrece cuando el tiempo crece, y finaliza en valores despreciables cuando t es muy grande. En este estado se considera que se alcanza un estado estacionario. En los hornos para los que aplica nuestro modelo, consideraremos que “la rapidez de cambio de la temperatura” es pequeña, por lo que el flujo de energía disipada se puede considerar que se realiza casi en estado estacionario, es decir, en estado cuasiestacionario. Dentro de esta aproximación, \dot{Q}_s se puede estimar por:

$$\dot{Q}_s = \frac{T - T_a}{R_T}, \quad (3.9)$$

donde T_a es la temperatura ambiente, y R_T es la resistencia térmica total del horno desde la cavidad del horno hasta el ambiente. Al sustituir la relación (3.9) en la relación (3.8) y reacomodar términos, se obtiene:

$$\tau \frac{dT}{dt} + T = T_{max}, \quad (3.10)$$

donde hemos definido:

$$\tau = R_T C_T. \quad (3.11)$$

y

$$T_{max} = \bar{E}_0 R_T + T_a, \quad (3.12)$$

el parámetro τ es una constante característica de la evolución del proceso que tiene unidades de tiempo, y el parámetro T_{max} es otro parámetro característico del proceso que también es constante y tiene unidades de temperatura. Con esta transformación se ha simplificado a sólo dos parámetros que dependen de las propiedades del horno, la temperatura final, así como la rapidez de calentamiento.

Para resolver la relación (3.10) supondremos que al inicio de la cocción, la temperatura de la cavidad del horno está a la temperatura ambiente, lo que se expresa como:

$$T |_{t=0} = T_a. \quad (3.13)$$

Encontraremos la función $T(t)$ al resolver la relación (3.10) por el método de la transformada de Laplace. Al aplicar la transformada en ambos miembros de la ecuación (3.10), se obtiene:

$$L \left\{ \tau \frac{dT}{dt} + T \right\} = L \{ T_{max} \}, \quad (3.14)$$

y al desarrollar se obtiene:

$$\tau (s(T(s)) - T(t=0)) + T(s) = \frac{T_{max}}{s}, \quad (3.15)$$

Al aplicar la condición inicial de la relación (3.13) en la relación (3.15) encontramos que:

$$\tau (s(T(s)) - T_a) + T(s) = \frac{T_{max}}{s}, \quad (3.16)$$

y si despejamos $T(s)$ de la relación (3.16) se tiene:

$$T(s) = \frac{\left(\frac{T_{max}}{\tau}\right) + T_a s}{s\left(s + \frac{1}{\tau}\right)}. \quad (3.17)$$

Esta relación (3.17) se puede expresar en fracciones parciales como:

$$T(s) = \frac{T_{max}}{s} + \frac{T_a - T_{max}}{s + \frac{1}{\tau}}, \quad (3.18)$$

y si aplicamos la transformada inversa a ambos miembros se obtiene:

$$L^{-1}\{T(s)\} = L^{-1}\left\{\frac{T_{max}}{s}\right\} + L^{-1}\left\{\frac{T_a - T_{max}}{s + \frac{1}{\tau}}\right\}. \quad (3.19)$$

De la relación (3.19), obtenemos:

$$T(t) = T_{max} + (T_a - T_{max}) \text{Exp}\left[\frac{-t}{\tau}\right], \quad (3.20)$$

que también se puede expresar como:

$$T(t) = T_{max} \left(1 - \text{Exp}\left[\frac{-t}{\tau}\right]\right) + T_a \text{Exp}\left[\frac{-t}{\tau}\right]. \quad (3.21)$$

Las ecuaciones (3.20) ó (3.21) describen el comportamiento térmico dentro de la cavidad del horno en el intervalo $0 \leq t \leq t_c$. Al graficar para parámetros específicos τ y T_{max} las relaciones (3.20) o (3.21) del modelo describen una curva similar a las curvas I_a y II que son mostradas en la figura 3.1.

Para describir el comportamiento de la diferencia de temperaturas entre la temperatura máxima T y la ambiente T_a , con un poco de álgebra en la relación (3.21) y encontramos que:

$$T(t) - T_a = \bar{E}_0 R_T \left(1 - \text{Exp}\left[\frac{-t}{\tau}\right]\right), \quad (3.22)$$

y si definimos $\Theta = T - T_a$ y $\Theta_{max} = \bar{E}_0 R_T$, y las sustituimos en la relación (3.22), obtenemos:

$$\Theta(t) = \Theta_{max}(t) \left(1 - \text{Exp}\left[\frac{-t}{\tau}\right]\right). \quad (3.23)$$

La relación (3.23) describe el comportamiento térmico de un horno que disipa la energía de forma cuasiestacionaria.

Con el fin de analizar el comportamiento del horno, con los diferentes valores de T_{max} y τ se grafica la relación (3.21) con la consideración de que el horno cuece productos a una temperatura de $T_o = 1000^\circ C$. Los resultados se muestran en las figuras 3.3 y 3.4, por supuesto, muestran un excelente acuerdo con el desempeño térmico de la curva típica empírica de cocción de las curvas I_a y II en la figura 3.1.

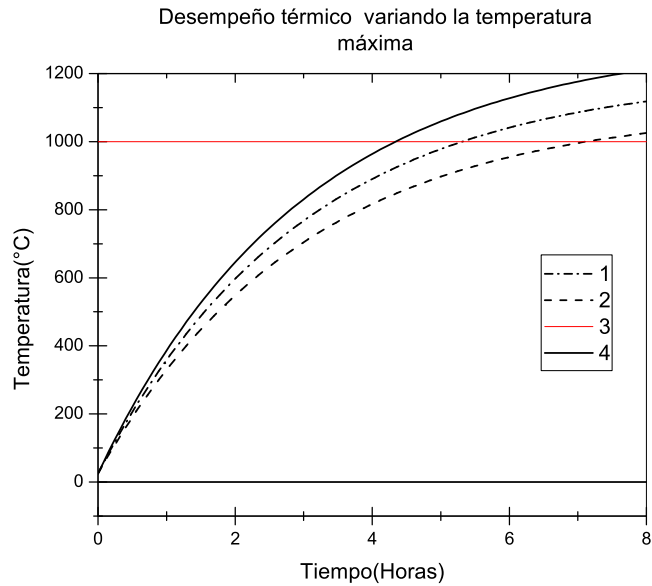


Figura 3.3: Desempeño térmico teórico del horno, considerando τ constante, y las gráficas: 1. $T_{max} = 1200^{\circ}C$; 2. $T_{max} = 1100^{\circ}C$; 4. $T_{max} = 1300^{\circ}C$.

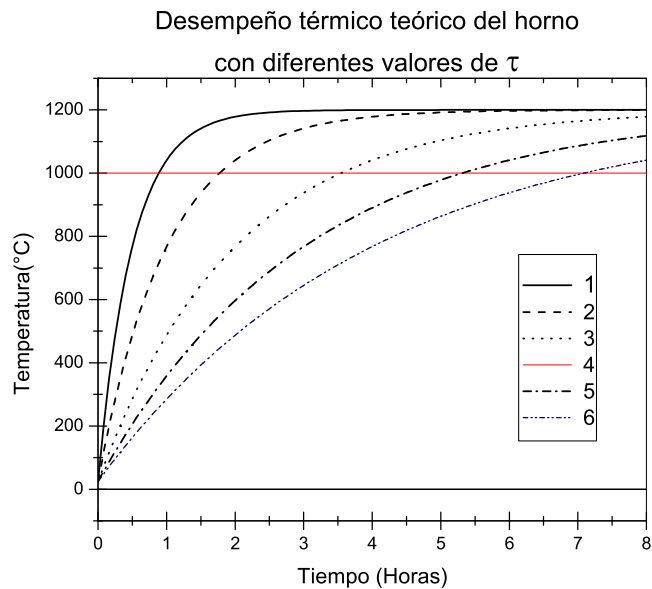


Figura 3.4: Desempeño térmico del horno, considerando constante $T_{max} = 1200^{\circ}C$, y variando τ en horas. Las gráficas : 1. $\tau = 0.5$; 2. $\tau = 1$; 3. $\tau = 2$; 5. $\tau = 3$; 6. $\tau = 4$.

La recta horizontal de maduración $T = T_o$, se realiza en el intervalo de tiempo $t_c \leq t \leq t_c + t_m$. Una forma de obtener la temperatura $T = T_0$ en el horno, es la de suministrar la energía constante $\bar{E}_{0,m}$, que compense únicamente la energía disipada al ambiente, y no agregue energía a la energía acumulada del horno, por lo tanto, al realizar este procedimiento, se debe cumplir que:

$$\bar{E}_{0,m} - \frac{T_0 - T_{amb}}{R_T} = 0, \quad (3.24)$$

es decir,

$$\bar{E}_{0,m} = \frac{T_0 - T_{amb}}{R_T}. \quad (3.25)$$

Finalmente para modelar la curva de enfriamiento del horno y carga, debemos considerar $\bar{E}_0 = 0$ en la ecuación de balance (3.8), en la cual, también se sustituye la relación (3.9), y entonces, obtenemos:

$$-\frac{T - T_a}{R_T} = C_T \frac{dT}{dt}, \quad (3.26)$$

que se puede expresar como:

$$\tau \frac{dT}{dt} + T = T_a, \quad (3.27)$$

que tiene como solución:

$$T(t) = T_a + (T_o - T_a) \left[\text{Exp} \left(\frac{t_c + t_m}{\tau} \right) \right] \text{Exp} \left(\frac{-t}{\tau} \right), \quad (3.28)$$

donde se ha considerado que,

$$T(t_c + t_m) = T_o. \quad (3.29)$$

Si en la relación (3.26) se considera que $\Theta = T - T_a$, y como sabemos que al inicio del proceso de enfriamiento se tiene la condición inicial:

$$\Theta |_{t_c + t_m} = \Theta_0 = T_0 - T_a, \quad (3.30)$$

tenemos que $\Theta(t)$ tiene la solución:

$$\Theta = \Theta_o * \left[\text{Exp} \left(\frac{t_c + t_m}{\tau} \right) \right] \text{Exp} \left(\frac{-t}{\tau} \right), \quad (3.31)$$

Las relaciones (3.28,3.26) son válidas en el intervalo $t_c + t_m \leq t \leq t_c + t_m + t_e$. Una vez que hemos modelado las curvas de cocción, I_a , I_b y I_c ; y también I_a junto con II , usaremos esto para dimensionar hornos, no sin antes observar el comportamiento de los flujos de energía.

3.2.3. Flujos de energía

Se evaluarán los flujos de energía considerando las tres etapas de la cocción típica, de acuerdo con la figura 3.1, que son: calentamiento, maduración y enfriamiento.

Energía en el calentamiento.

En la etapa de calentamiento de los productos, es decir, para $0 \leq t \leq t_c$ el flujo de energía de entrada de acuerdo a nuestra modelación es: \bar{E}_0 . Por lo tanto, la energía total que entra al horno en esta etapa es:

$$E_T = \bar{E}_0 t. \quad (3.32)$$

Se puede evaluar la energía acumulada E_{ac} en el horno como:

$$\begin{aligned} E_{ac} &= C_T * \Theta(t) = C_T * \bar{E}_0 R_T \left(1 - \text{Exp} \left[\frac{-t}{\tau} \right] \right) = \\ &= \tau \bar{E}_0 \left(1 - \text{Exp} \left[\frac{-t}{\tau} \right] \right) = \bar{E}_{ac,max} \left(1 - \text{Exp} \left[\frac{-t}{\tau} \right] \right), \end{aligned} \quad (3.33)$$

donde hemos definido la energía máxima acumulada del proceso de calentamiento $\bar{E}_{ac,max}$ como:

$$\bar{E}_{ac,max} = \bar{E}_0 \tau; \quad (3.34)$$

y si consideramos que la temperatura de cocción T_o se alcanza al tiempo de calentamiento $t = t_c$, entonces, la energía acumulada hasta la cocción es:

$$E_{ac,c} = \tau \bar{E}_0 \left(1 - \text{Exp} \left[\frac{-t_c}{\tau} \right] \right), \quad (3.35)$$

y que dado que el proceso de calentamiento del horno termina en la temperatura T_0 entonces la energía acumulada hasta la cocción también se puede obtener como:

$$E_{ac,c} = C_T (T_0 - T_a) = C_T \Theta_0, \quad (3.36)$$

La energía que se disipa hacia el ambiente se encuentra como:

$$\begin{aligned} Q_s &= E_T - E_{ac,c} = \bar{E}_0 t - \bar{E}_0 \tau \left(1 - \text{Exp} \left[\frac{-t}{\tau} \right] \right) = \\ &= \bar{E}_0 \left(t - \tau \left(1 - \text{Exp} \left[\frac{-t}{\tau} \right] \right) \right); \end{aligned} \quad (3.37)$$

y la energía acumulada máxima en el tiempo de calentamiento del horno se alcanza cuando $t = t_c$, por lo tanto, se tiene que:

$$Q_{s,max} = \bar{E}_0 \left(t_c - \tau \left(1 - \text{Exp} \left[\frac{-t_c}{\tau} \right] \right) \right); \quad (3.38)$$

ó también $Q_{s,max}$ se puede expresar como:

$$Q_{s,max} = \bar{E}_0 t_c - C_T \Theta_0. \quad (3.39)$$

Podemos observar que de acuerdo con las relaciones (3.33) y (3.37), la energía disipada al ambiente es una función creciente del tiempo que tiene valor cero para $t = 0$, y que está acotada, lo que tiene total acuerdo con el proceso físico de los hornos.

Energía en la maduración

Durante el tiempo de maduración, es decir, para $t_c \leq t \leq t_c + t_m$, el flujo de la energía disipada se evalúa para el estado estacionario, por lo tanto, debe cumplir la relación:

$$\bar{E}_{0,m} = \frac{T_o - T_a}{R_T}. \quad (3.40)$$

donde $\bar{E}_{0,m}$ es el flujo de energía de maduración. Luego, la energía total E_T en el intervalo de maduración es:

$$E_T = \bar{E}_{0,m} * (t_f - t_c) = \frac{(T_o - T_a)(t_f - t_c)}{R_T}, \quad (3.41)$$

donde t_f está en el intervalo de maduración $t_c \leq t \leq t_c + t_m$. Dado que la temperatura no se incrementa en el intervalo de maduración, el incremento de la energía acumulada de maduración es: $E_{ac,m} = 0$.

Energía en el enfriamiento.

Durante el intervalo de enfriamiento, es decir, para $t_c + t_m \leq t \leq t_c + t_m + t_e$, la energía total que entra es nula, por lo tanto $E_T = 0$. En este intervalo la energía que se disipa hacia el ambiente, es la energía que se le disminuye a la acumulada.

La energía disipada hacia el ambiente se puede evaluar como:

$$Q_s = \int_{t_c+t_m}^{t_c+t_m+t_e,0} \frac{T - T_a}{R_T} dt = \int_{t_c+t_m}^{t_c+t_m+t_e,0} \frac{\Theta(t)}{R_T} dt, \quad (3.42)$$

y al sustituir la relación (3.31) en la relación (3.42), e integrar, se obtiene la relación:

$$Q_s = \frac{\Theta_0 \tau}{R_T} \left[1 - \text{Exp} \left(\frac{-t}{\tau} \right) \right], \quad (3.43)$$

y al sustituir $\tau = C_T R_T$ obtenemos la expresión:

$$Q_s = C_T \Theta_0 \left[1 - \text{Exp} \left(\frac{-t_{e,0}}{\tau} \right) \right]. \quad (3.44)$$

En la relación (3.44) se observa claramente que el máximo valor de energía que se puede disipar es la energía máxima acumulada $E_{ac,max} = C_T \Theta_0$, que se tiene como límite cuando $t_{e,0} \rightarrow \infty$.

La energía acumulada en el intervalo de enfriamiento puede ser evaluada como:

$$E_{ac} = C_T * \Theta = C_T * \Theta_0 \text{Exp} \left(\frac{-t_{e,0}}{\tau} \right). \quad (3.45)$$

Y el decremento de la energía acumulada se determina por:

$$\Delta E_{ac,e} = E_{ac,ef} - E_{ac,ei} = C_T * \Theta_0 \text{Exp} \left(\frac{-t_{e,0}}{\tau} \right) - C_T \Theta_0 = -C_T \Theta_0 \left[1 - \text{Exp} \left(\frac{-t_{e,0}}{\tau} \right) \right], \quad (3.46)$$

donde $E_{ac,ef}$ es la energía acumulada de enfriamiento final, $E_{ac,ei}$ es la energía acumulada de enfriamiento inicial. Se puede ver en la relación (3.46), que ésta es el negativo de la energía disipada como corresponde a esta etapa del proceso de enfriamiento.

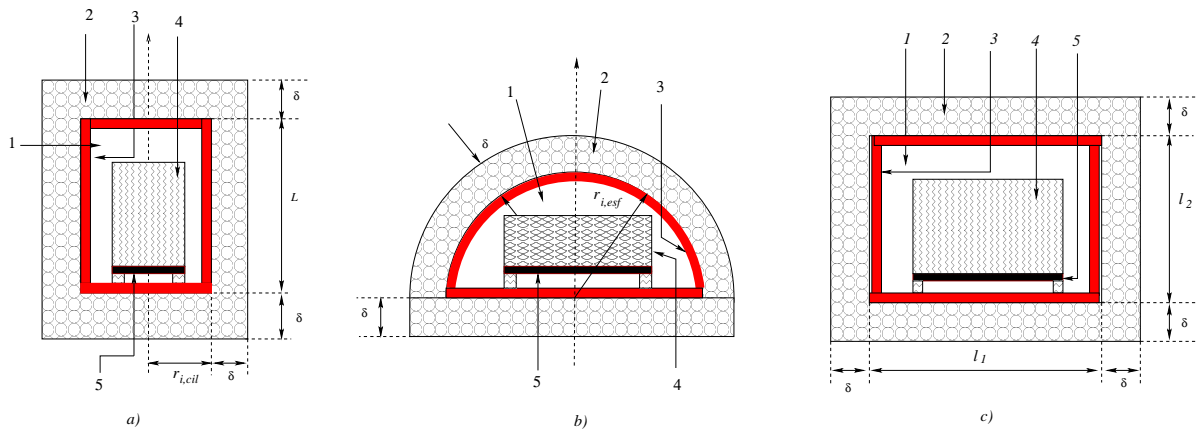


Figura 3.5: Hornos de formas regulares: a). cilíndrico., b) esférico., c) paralelepípedo. Las partes que los integran son: 1) cámara de cocción., 2) aislante térmico., 3) fuente de energía. 4) material para calentamiento ó cocción. 5) refractario de soporte.

3.2.4. Diseño y dimensionamiento de hornos

En esta sección se diseñará y dimensionará hornos de acuerdo a los esquemas de la figura 3.5, donde se muestran las posibles configuraciones geométricas de: paralelepípedo, cilindro y semiesfera. El caso del paralelepípedo por supuesto, incluye al cubo, como un caso especial.

Características de los hornos y del proceso de cocción.

Para diseñar un horno, determinaremos de acuerdo con la figura 3.1:

- La temperatura de operación del horno T_m .
- El tiempo de cocción t_c .
- El tiempo de maduración t_m .

Conocer:

- La temperatura inicial T_i o la temperatura ambiente media T_a .
- El tipo de material para cocción, sus propiedades físicas y su masa m .
- El volumen de la cavidad (cámara de cocción) del horno V_c , que es requerido para el proceso útil del equipo.

Proponer:

- El tipo de aislamiento térmico y sus propiedades físicas.
- El tipo o los tipos de energía que se suministrará al horno.

- El tipo de configuración física necesaria para introducir energía al horno: cámara, recirculación, o de flujo abierto.
- La configuración geométrica del horno.

Con estos elementos, determinaremos el horno, de acuerdo a los resultados del modelo y evaluaremos los parámetros \bar{E}_0 , $\bar{E}_{0,m}$, Θ_{max} , Θ_0 , R_T , C_T , τ y T_o . Al mismo tiempo dimensionaremos el horno. A continuación se muestra el procedimiento de diseño y dimensionamiento.

Diseño y dimensionamiento de hornos. La metodología de diseño utiliza los parámetros de cocción acoplados al modelo térmico desarrollado. También al usar las características geométricas y el modo y tipo de energía a suministrar se determina las masas y propiedades físicas de los elementos del horno. Para el diseño de un horno, se dimensiona primero el horno, y luego se determinan las curvas de evolución de temperatura del horno, para calentamiento, maduración y enfriado. Es decir, debemos determinar los parámetros que corresponden al proceso de horneado de acuerdo con la figura 3.1. El proceso de acuerdo con nuestra modelación requiere contemplar desde el diseño a τ y T_{max} , o bien Θ_{max} . El dimensionamiento del horno tiene una relación directa con el parámetro τ , que depende de δ . Por lo tanto, al encontrar el valor δ del horno el dimensionado de éste se ha obtenido. Para dimensionar el horno se realizará un proceso iterativo con el siguiente procedimiento:

1. Se selecciona a la curva $T(t)$ deseada, utilizando las gráficas de los resultados del modelo.
2. De esta curva se considera el valor deseado T_{max} y $\tau = \tau_0$.
3. Se selecciona la configuración geométrica y sus parámetros geométricos.
4. Se consideran $R_T(\delta)$ y $C_T(\delta)$ de acuerdo a la configuración de paralelepípedo, cubo, cilindro o semiesfera.
5. Se considera la relación:

$$\tau_0 = C_T(\delta)R_T(\delta). \quad (3.47)$$

6. Se resuelve la ecuación (3.47) donde se encuentra $\delta = \delta_0$.
7. Al considerar el valor δ_0 se obtienen para el horno:

- a) $R_T(\delta_0)$.
- b) $C_T(\delta_0)$.

8. Se obtienen los parámetros, \bar{E}_0 , $\bar{E}_{0,m}$, etc.

Después del dimensionamiento del horno se obtienen sus curvas teóricas específicas de la evolución de la temperatura de calentamiento, maduración y enfriamiento.

A continuación se describen los parámetros que requiere el procedimiento.

El parámetro τ . Este parámetro físico influye en la “rapidez” de la evolución de la temperatura desde el inicio del calentamiento del horno hasta alcanzar el 63 % de la temperatura máxima. al considerar el tiempo de calentamiento como parámetro, con base en nuestra experiencia en el cocimiento de alimentos y cerámica, proponemos dos tipos de cocción: rápida y lenta. De acuerdo con la figura 3.4, se define dos curvas de temperatura, la primera que se denominará “lenta” donde τ tiene un valor en el intervalo:

$$\frac{2}{5} t_c < \tau \leq \frac{4}{5} t_c, \quad (3.48)$$

y la segunda, a la que le llamaremos curva de temperatura “rápida” donde τ toma un valor en el intervalo:

$$\frac{1}{10} t_c < \tau \leq \frac{2}{5} t_c. \quad (3.49)$$

Al determinar el valor de τ del horno, se encontrará el espesor $\delta = \delta_0$ adecuado del aislante térmico del horno. Debemos puntualizar que la obtención de el espesor determinará los valores de C_T y R_T por un proceso iterativo. Obtener el valor de τ que corresponda al proceso deseado de acuerdo con la figura 3.4, que nos garantizará que el dimensionamiento seguirá la curva específica típica de cocción. Con el valor seleccionado específico $\tau = \tau_0$, mediante las gráficas del proceso de cocción, o bien, al considerar el valor de τ en los intervalos de cocción lenta o rápida, entonces, resolviendo la ecuación,

$$\tau = \tau(\delta) = R_T(\delta)C_T(\delta)$$

se obtendrá el valor $\delta = \delta_0$. Este parámetro encontrado por nuestra metodología acopla adecuadamente la evolución termica del diseño del horno con la evolución térmica deseada para cocción del producto. Por supuesto, en la metodología “tradicional artesanal” la mala determinación de este parámetro ha sido la razón principal de diseños inadecuados de hornos.

La capacidad del horno C_T . Ésta regula el comportamiento térmico también, por lo tanto, deberá ajustarse para cumplir la relación:

$$C_T = C_x + C_{ais}(\delta_0) = \frac{\tau_0}{R_T(\delta_0)}. \quad (3.50)$$

donde C_x es la suma de las capacidades térmicas de los elementos del horno diferentes del aislante térmico, $C_{ais}(\delta_0)$ es la capacidad térmica del aislante térmico que considera la dependencia de δ_0 . Al considerar las relaciones (3.5) y (3.50) se debe cumplir que:

$$\sum_j c_{p,j} m_j g_j = \sum_j c_{p,j} \rho_j V_j g_j = \frac{\tau_0}{R_T}, \quad (3.51)$$

donde el material j tiene la densidad ρ_j , masa m_j y el volumen V_j . Definiremos los j materiales y sus propiedades de acuerdo con la tabla 3.1.

Capacidad del horno con forma de paralelepípedo rectángulo. En este caso la capacidad térmica C_T del horno la estimaremos considerando un horno de paralelepípedo que tiene lados internos l_1 , l_2 y l_3 , y con un espesor δ . Por lo tanto, se tiene que,

$$C_{T,p} = C_{x,p} + c_{p,ais} \rho_{ais} g_{ais} [8\delta^3 + 4(l_1 + l_2 + l_3)\delta^2 + 2(l_1 l_2 + l_2 l_3 + l_1 l_3)\delta] \quad (3.52)$$

Índice j	Material	ρ (kg/m^3)	$c_{p,j}$ ($J/kg^\circ C$)	V_j (m^3)	m_j	g_j
1	Material a cocer	$\rho_{p,1}$	$c_{p,1}$	V_1	m_1	$w_1 = 0.95$
2	Refractario	$\rho_{p,2}$	$c_{p,2}$	V_2	m_2	$w_2 = 0.95$
3	Aislante térmico	$\rho_{p,3}$	$c_{p,3}$	V_3	m_3	$w_3 = 0.55$

Cuadro 3.1: Parámetros para evaluación de C_T .

donde $C_{T,p}$ es la capacidad térmica del horno con forma de paralelepípedo, $C_{x,p}$ es la capacidad térmica del horno de la suma de los elementos diferentes del aislante, $c_{p,ais}$ es la capacidad calorífica media del aislante térmico, ρ_{ais} es la densidad del aislante térmico y δ es el espesor del aislante térmico.

Capacidad del horno con forma de cubo. En este caso la capacidad térmica C_T del horno la estimaremos considerando un horno con forma de cubo de longitud de lados internos igual a l , y con un espesor δ . Por lo tanto, se tiene que,

$$C_{T,cub} = C_{x,cub} + c_{p,ais}\rho_{ais}g_{ais} [8\delta^3 + 12l\delta^2 + 6l^2\delta] \quad (3.53)$$

donde $C_{T,cub}$ es la capacidad térmica del horno con forma de cubo, $C_{x,cub}$ es la capacidad térmica del horno de la suma de los elementos diferentes del aislante, $c_{p,ais}$ es la capacidad calorífica media del aislante térmico, ρ_{ais} es la densidad del aislante térmico y δ es el espesor del aislante térmico.

Capacidad del horno con forma de cilindro. En este caso la capacidad térmica C_T del horno la estimaremos considerando un horno de cilindro que tiene una longitud interna L y un espesor en base y radialmente de valor δ y un radio interno $r_{i,cil}$. Por lo tanto, se tiene que,

$$C_{T,c} = C_{x,c} + c_{p,ais}\rho_{ais}g_{ais} [\pi (2\delta^3 + (L + 4r_{i,cil})\delta^2 + 2r_{i,cil}(L + 1)\delta)] \quad (3.54)$$

donde $C_{T,c}$ es la capacidad térmica del horno con forma de cilindro, $C_{x,c}$ es la capacidad térmica del horno de la suma de los elementos diferentes del aislante, $c_{p,ais}$ es la capacidad calorífica media del aislante térmico, ρ_{ais} es la densidad del aislante térmico y δ es el espesor del aislante térmico.

Capacidad del horno con forma de semiesfera. En este caso la capacidad térmica C_T del horno la estimaremos considerando un horno con forma de semiesfera de radio $r_{i,esf}$ con espesor del aislante térmico en la base y la semiesfera que tiene un valor δ . Por lo tanto, se tiene que,

$$C_{T,e} = C_{x,e} + c_{p,ais}\rho_{ais}g_{ais} \left[\pi \left(\frac{7}{3}\delta^3 + 6r_{i,esf}\delta^2 + 5(r_{i,esf})^2\delta \right) \right] \quad (3.55)$$

donde $C_{T,e}$ es la capacidad térmica del horno con forma de semiesfera, $C_{x,e}$ es la capacidad térmica del horno de la suma de los elementos diferentes del aislante térmico, $c_{p,ais}$ es la capacidad calorífica media del aislante térmico, ρ_{ais} es la densidad del aislante térmico y δ es el espesor del aislante térmico.

Resistencia térmica del horno con forma de paralelepípedo rectángulo. En este caso la resistencia térmica R_T del horno la estimaremos considerando que el flujo de calor pasa por una pared plana de área media, por lo tanto, se tiene que:

$$R_{T,P} = \frac{1}{\frac{2(l_1 l_2 + l_2 l_3 + l_1 l_3) + 4\delta(l_1 + l_2 + l_3) + 12\delta^2}{R_{e,p}}}, \quad (3.56)$$

donde l_1, l_2, l_3 son los lados internos de la cámara de cocción del horno con forma de paralelepípedo, $R_{e,p}$ es la resistencia térmica específica de la pared plana, que se puede expresar como:

$$R_{e,p} = \frac{\delta}{k_{ais}} + \frac{1}{h}. \quad (3.57)$$

Resistencia térmica del horno con forma de cubo. Para este caso en particular, podemos utilizar la relación (3.56), al considerar que $l_1 = l_2 = l_3 = l$, con lo cual la resistencia térmica R_T de este horno con forma de cubo se puede determinar como:

$$R_{T,cub} = \frac{1}{\frac{6l^2 + 12l\delta + 12\delta^2}{R_{e,p}}}, \quad (3.58)$$

Resistencia térmica del horno con forma de cilindro. Para evaluar la resistencia térmica de un horno con forma cilíndrica consideraremos la resistencia en paralelo de una pared cilíndrica, con dos paredes planas. En las paredes planas consideraremos que la resistencia se opone a través de un área media, y la longitud del cilindro tiene una longitud media, por lo tanto se tiene:

$$R_{T,cil} = \frac{1}{\frac{\bar{A}_{p,cil}}{R_{e,p}} + \frac{\bar{L}}{R_{e,cil}}} = \frac{1}{\frac{\pi[2r_{i,c}(r_{i,c} + \delta) + \delta^2]}{R_{e,p}} + \frac{L + \delta}{R_{e,cil}}}, \quad (3.59)$$

y para evaluar las resistencias térmicas específicas se tiene:

$$R_{e,cil} = \frac{Ln\left(\frac{r_{i,cil} + \delta}{r_{i,ais}}\right)}{2\pi k_{ais}} + \frac{1}{2\pi (r_{i,cil} + \delta) h}, \quad (3.60)$$

donde $r_{i,cil}$ es el radio interno del cilindro.

Resistencia térmica del horno esférico. Para evaluar la resistencia térmica de un horno con forma semiesférica consideraremos la resistencia en paralelo de una pared semiesférica, con una pared plana. En la pared plana consideraremos que la resistencia se opone a través de un área media, por lo tanto se tiene:

$$R_{T,esf} = \frac{1}{\frac{\bar{A}_{p,esf}}{R_{e,p}} + \frac{1}{R_{e,esf}}} = \frac{1}{\frac{\pi(2r_{i,esf}(r_{i,esf} + \delta) + \delta^2)}{2R_{e,p}} + \frac{1}{R_{e,esf}}}, \quad (3.61)$$

donde $r_{i,esf}$ es el radio interno de la simiesfera; y la resistencia de la pared simiesférica puede ser estimada por:

$$R_{esf} = \frac{\delta}{4\pi (r_{i,ais} + \delta) r_{i,ais} k_{ais}} + \frac{1}{4\pi (r_{i,esf} + \delta)^2 h}, \quad (3.62)$$

donde $r_{i,esf}$ es el radio interno de la semiesfera.

La evaluación de Θ_{max} . Considerar el valor de $\tau = \tau_0 = \alpha t_c$, con α como el valor fraccionario del tipo de cocción, y que la temperatura de cocción es Θ_o se alcanza en el tiempo $t = t_c$, luego, al sustituirlos en la relación (3.23), se obtiene:

$$\Theta_o = \Theta_{max} \left[1 - \text{Exp} \left(\frac{-1}{\alpha} \right) \right], \quad (3.63)$$

de donde $\Theta_o = T_o - T_a$. De la relación (3.63) al realizar un poco de álgebra se llega a:

$$\Theta_{max} = \frac{\Theta_o}{\left[1 - \text{Exp} \left(\frac{-1}{\alpha} \right) \right]}, \quad (3.64)$$

Evaluación de T_{max} . Por definición:

$$T_{max} = \Theta_{max} + T_a,$$

y si sustituimos el valor de Θ_{max} de la relación (3.64) se obtiene:

$$T_{max} = T_a + \frac{\Theta_o}{\left[1 - \text{Exp} \left(\frac{-1}{\alpha} \right) \right]}. \quad (3.65)$$

Evaluación de \bar{E}_0 . Dado buscamos encontrar el valor de la energía para la curva I_a de cocción consideraremos que

$$\bar{E}_0 = \frac{\Theta_{max}}{R_T}.$$

Esta relación es el flujo de energía adecuado para la operación del horno a energía constante, y debe igualarse con la relación del flujo de energía de las fuentes, para obtener:

$$\bar{E}_0 = \left[\dot{Q}_e + \dot{W}_e + \dot{m}_e(h_e - h_s) \right] = \frac{\Theta_{max}}{R_T}. \quad (3.66)$$

Evaluación de $\bar{E}_{0,m}$. La energía de maduración que se aplica durante el intervalo de tiempo $t_c \leq t \leq t_c + t_m$ se evalúa al considerar la relación (3.56) y las condiciones de cocción, y así se obtiene:

$$\bar{E}_{0,m} = \frac{(T_o - T_a)}{R_T}. \quad (3.67)$$

Evolución de la temperatura dentro del horno. La temperatura $T(t)$ del horno, en el intervalo $0 \leq t \leq t_c$, de acuerdo con el modelo tendrá la relación:

$$T(t) = \left(T_a + \frac{\Theta_o}{\left[1 - \text{Exp} \left(\frac{-1}{\alpha} \right) \right]} \right) \left(1 - \text{Exp} \left[\frac{-t}{\alpha t_c} \right] \right) + T_a \text{Exp} \left[\frac{-t}{\alpha t_c} \right], \quad (3.68)$$

y para evaluar $\Theta(t)$ lo hacemos por medio de la relación:

$$\Theta(t) = \left(\frac{\Theta_o}{[1 - \text{Exp}\left(\frac{-1}{\alpha}\right)]} \right) \left(1 - \text{Exp}\left[\frac{-t}{\alpha t_c}\right] \right). \quad (3.69)$$

En el intervalo $t_c \leq t \leq t_c + t_m$, tendrá la temperatura constante $T(t) = T_o$.

En el intervalo $t_c + t_m \leq t \leq t_c + t_m + t_e$, la temperatura de enfriamiento evolucionará con la relación:

$$T(t) = T_a + (T_o - T_a) \left[\text{Exp}\left(\frac{(t_c + t_m)}{\tau}\right) \right] \text{Exp}\left(\frac{-t}{\alpha t_c}\right), \quad (3.70)$$

o también por la temperatura Θ como:

$$\Theta(t) = \Theta_o \left[\text{Exp}\left(\frac{(t_c + t_m)}{\tau}\right) \right] \text{Exp}\left(\frac{-t}{\alpha t_c}\right). \quad (3.71)$$

Una vez que se obtuvieron todos los parámetros que se requieren para caracterizar los hornos de las formas: paralelepípedo, cilindro y esfera, a continuación presentaremos su aplicación en el horno solar eléctrico.

Capítulo 4

Diseño del prototipo del horno solar eléctrico

En este capítulo se presentará el diseño particular de un horno solar eléctrico para cerámica vidriada que utiliza CPC's. Éste integra cinco sistemas: el horno-concentrador solar; la base y el sistema mecánico de guías de porta-espejos; los servomecanismos de impulsión de la base porta-espejos; el sistema de control de seguimiento del disco solar, y el control de temperatura del horno.

4.1. Sistema horno-concentrador

El análisis del concentrador y cada uno de sus elementos fue realizado en el capítulo 2; y la modelación teórica para cocción y su aplicación al diseño de hornos de figuras regulares fue descrito en el capítulo 3. En esta sección, se integrarán ambos desarrollos para proponer el horno solar eléctrico para cocción de cerámica vidriada, con algunas alternativas en el sistema de concentración y los difusores del flujo radiativo en el horno.

En la figura 4.1 se muestra las partes que integran el horno solar eléctrico, que son: el concentrador Cassegrain-CPC (1); el soporte porta-espejos de concentrador Cassegrain (2); el mecanismo mecánico para compensador la declinación solar (3); el difusor de rayos concentrados (4); las resistencias eléctricas (5); el producto cerámico (6); la lámina metálica reflectora de alta temperatura (7); la cámara del horno sin aislamiento térmico (8); la cubierta metálica del aislante térmico de la cámara (9).

El concentrador Cassegrain-CPC (1), recibe el flujo solar directo del Sol, y lo concentra dentro del orificio del difusor (4), que está en la tapa superior del horno. El nivel máximo de concentración es de $\cong 30\,000$. Este nivel de concentración nos permite concentrar un área circular de $\approx 1\,m^2$, sobre un área final de $0.00354\,m^2$, y donde esta área de concentración tiene un radio $r_f = 3.2\,mm$. Dado que proponemos varios niveles de concentración al considerar el pulido de los espejos, entonces, se debe ajustar el orificio en la entrada del difusor hasta un radio mínimo, el cual debe permitir el giro angular del CPC 3D. El intervalo de giro del CPC es debido a la rotación diaria en la dirección del ángulo w_T , y a la rotación angular de ajuste durante el año debida al cambio por la declinación δ_T . El horno recibe dos potencias energéticas, la solar y la eléctrica, y

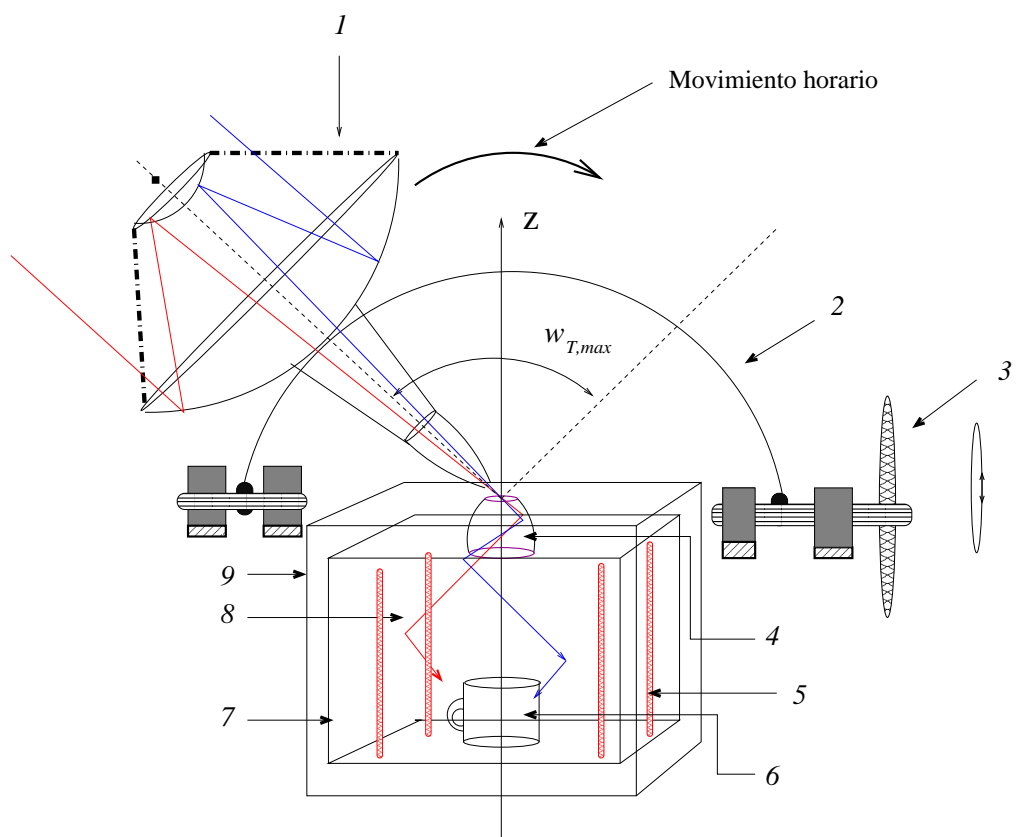


Figura 4.1: Horno solar eléctrico propuesta inicial.

tienen la característica de que el flujo de energía solar es menor al promedio de la potencia $\overline{E}_{0,hs}$, la cual es requerida para que la temperatura del horno evolucione de acuerdo con la curva típica de temperatura para la cocción de cerámica vidriada. El horno solar tiene un difusor (4), que, o bien es cónico, o bien es “V truncada” cruzado. Este difusor se encuentra ubicado en la tapa superior del horno. El difusor cónico tiene un orificio superior que recibe el flujo radiativo concentrado, y lo dispersa hacia la cámara del horno. El orificio se debe adaptar a la salida del CPC en 3D, o bien, al CPC toroidal. Por lo tanto, dado que se tienen al menos seis propuestas de combinaciones del concentrador Cassegrain-CPC (1), también se deberá diseñar este orificio del cono difusor, de acuerdo a la abertura de salida del CPC. La cámara del horno solar (8) tiene paredes reflectoras (7), que reciben el flujo radiativo proveniente de la salida del difusor, y el flujo se refleja internamente por múltiples reflexiones. Algunas de estos rayos reflejados, inciden en la pieza cerámica, y son en parte, absorbidos por esta pieza. Los rayos al absorberse en las paredes de la cámara incrementan la energía interna de éstas, y por lo tanto, su temperatura. Luego, esta temperatura crea un gradiente con respecto a la cámara transmitiendo un flujo radiativo de energía en el infrarrojo. El flujo de energía incide sobre la pieza cerámica y es absorbido en parte, incrementando su energía interna, y por lo tanto, incrementando su temperatura. El horno contará con un controlador de temperatura, que vigilará la correcta evolución de la temperatura, por lo que en caso de que la temperatura del horno fuera menor que la requerida por el proceso, se activarán las resistencias eléctricas (5), transformando la energía eléctrica en calor, y éste incrementará la energía interna de los elementos de la cámara y por lo tanto la temperatura de estos elementos. Las resistencias se desactivarán cuando la temperatura sea superior a la requerida.

Una vez descrito el concepto básico de funcionamiento del horno solar eléctrico, a continuación presentaremos el sistema de concentración y las alternativas.

4.1.1. Concentrador solar, y sus alternativas

El concentrador solar que se requiere es uno que obtenga altas concentraciones. La razón principal de este requerimiento, es la necesidad de que la diferencia Δ_{L-I} expresada como,

$$\Delta_{L-I} = \dot{E}_{0,c} - \dot{E}_{I,s},$$

resulte positiva, y por supuesto, en una proporción muy alta; se debe aclarar que $\dot{E}_{0,c}$ es el flujo luminoso que incide en la superficie de entrada del difusor, y $\dot{E}_{I,s}$ es el flujo radiativo del infrarrojo que sale por la abertura de entrada del difusor. Se debe comentar que, es el adecuado acoplamiento entre la abertura de salida del CPC en 3D y la abertura del difusor cónico lo que permitirá que todo el flujo radiativo concentrado sea transmitido hasta la cámara del horno. Estos acoplamientos serán analizados de forma específica para los dos casos propuestos: CPC en 3D acoplado al difusor cónico; y el CPC toroidal acoplado al “V truncada” cruzado.

A continuación presentaremos el concentrador Cassegrain-CPC en 3D.

Cassegrain-CPC en 3D

El Cassegrain-CPC en 3D es adecuado para nuestros fines, debido a que logra altas concentraciones. Aquí un Cassegrain con tres CPC en 3D posibles. Las alternativas fueron calculadas al

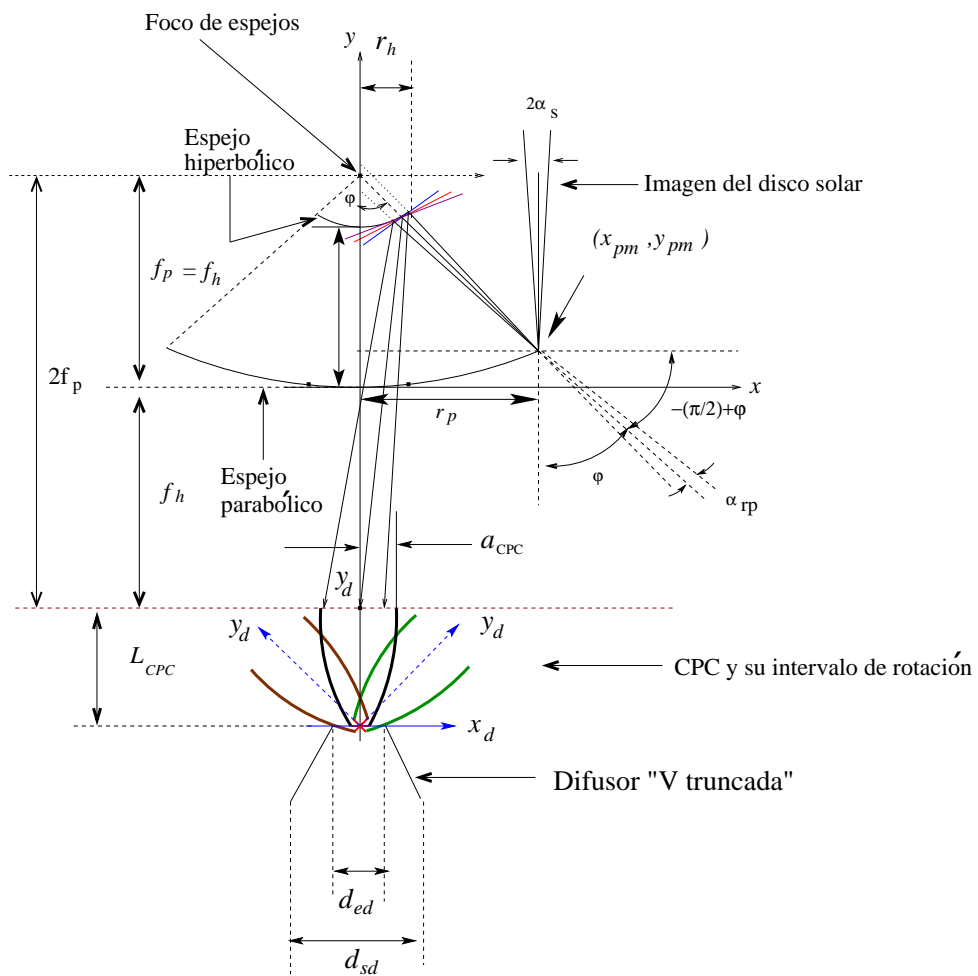


Figura 4.2: Esquema de la geometría del concentrador Cassegrain-CPC 3D.

considerar el grado de pulido de todas las superficies reflectoras, el intervalo angular máximo de operación, así como las variaciones angulares que causan dispersión de los rayos reflejados debido al movimiento por el seguimiento del disco solar. La figura 4.2 muestra el sistema de concentración propuesto.

Diseño 1: Cassegrain-CPC 3D de alta dispersión angular de los rayos reflejados. En el análisis del concentrador Cassegrain mostramos que el Cassegrain considera que: $\alpha_s = 0.266^\circ$, $\alpha_{dp} = 0.3536^\circ$ y $\alpha_{dh} = 0.175^\circ$. También se encontró que:

1. Los radios de los espejos son:

- En el espejo hiperbólico $r_h = 0.11 \text{ m}$.
- El espejo parabólico $r_p = 0.55 \text{ m}$.

2. La superficie del paraboloide en 3D es descrita por:

$$y_p = \frac{r^2}{2},$$

y su perfil en 2D por la parábola:

$$y_p = \frac{x^2}{2}.$$

3. La ecuación de la hipérbola que representa al espejo hiperbólico es:

$$y_h = 0.411753 * \sqrt{1 + \frac{x^2}{0.080459}}.$$

4. La amplitud de concentración de rayos es:

$$x_{rc} = \{ \max(a, |b|) \} = 0.059498 \cong 0.06.$$

5. El ángulo de aceptación que deberá tener el CPC es: $\theta_i = |90^\circ - 99.26| = 9.26^\circ$.

6. El CPC de la tercera etapa de concentración debe tener la abertura $a_{in,CPC} = 6 \text{ cm}$, y el ángulo máximo de incidencia de los rayos con un valor $\theta_{in} = 10^\circ$.

El CPC en 2D correspondiente a este concentrador Cassegrain tiene la relación:

$$y_d = 65.32 - 5.67(|x_d| + 1.13) - 66.33\sqrt{1 - 0.13(|x_d| + 1.13)}, \quad (4.1)$$

o el CPC en 3D,

$$y_d = 65.32 - 5.67(\sqrt{x_d^2 + y_d^2} + 1.13) - 66.33\sqrt{1 - 0.13(\sqrt{x_d^2 + y_d^2} + 1.13)}. \quad (4.2)$$

Los parámetros de este CPC son: $a_{in,1,CPC} = 6 \text{ cm}$, $a'_{1,CPC} = 1.13 \text{ cm}$, $L = 32.6 \text{ cm}$, $\theta_{in} = 10^\circ$. La concentración de este sistema Cassegrain-CPC 3D es: 2369.

Diseño 2: Cassegrain-CPC 3D de baja dispersión angular de los rayos reflejados. En el análisis del concentrador Cassegrain mostramos que el Cassegrain considera que: $\alpha_s = 0.266^\circ$, $\alpha_{dp} = 0.133^\circ$ y $\alpha_{dh} = 0.065^\circ$. También se encontró que:

1. Los radios de los espejos son:

- En el espejo hiperbólico $r_h = 0.11 \text{ m}$.
- El espejo parabólico $r_p = 0.55 \text{ m}$.

2. La superficie del paraboloides en 3D es descrita por:

$$y_p = \frac{r^2}{2},$$

y su perfil en 2D por la parábola:

$$y_p = \frac{x^2}{2}.$$

3. La ecuación de la hipérbola que representa al espejo hiperbólico es:

$$y_h = 0.411753 * \sqrt{1 + \frac{x^2}{0.080459}}.$$

4. La amplitud de concentración de rayos es:

$$x_{rc} = \{ \max(a, |b|) \} = 0.0348 \cong 0.035.$$

5. El ángulo de aceptación que deberá tener el CPC es: $\theta_i = |90^\circ - 97.97| = 7.97^\circ$.

6. El CPC de la tercera etapa de concentración debe tener la $a_{in,CPC} = 3.5 \text{ cm}$, y el ángulo máximo de incidencia de los rayos con un valor $\theta_{in} = 8^\circ$.

El CPC en 2D correspondiente a este concentrador Cassegrain tiene la relación:

$$y_d = 56.75 - 7.12(|x_d| + 0.49) - 57.31\sqrt{1 - 0.25(|x_d| + 0.49)}, \quad (4.3)$$

o el CPC en 3D,

$$y_d = 56.75 - 7.12(\sqrt{x_d^2 + y_d^2} + 0.49) - 57.31\sqrt{1 - 0.25(\sqrt{x_d^2 + y_d^2} + 0.49)}. \quad (4.4)$$

Los parámetros de este CPC son: $a_{in,1,CPC} = 3.5 \text{ cm}$, $a'_{1,CPC} = 0.49 \text{ cm}$, $L = 28.34 \text{ cm}$, $\theta_{in} = 8^\circ$. La concentración de este sistema de concentración Cassegrain-CPC 3D es: 12 599.

Diseño 3: Cassegrain-CPC 3D ideal, sin dispersión angular de los rayos reflejados. En el análisis del concentrador Cassegrain mostramos que este Cassegrain considera que: $\alpha_s = 0.266^\circ$, $\alpha_{dp} = 0.0^\circ$ y $\alpha_{dh} = 0.0^\circ$. Las características de este concentrador son:

1. Los radios de los espejos son:

- En el espejo hiperbólico $r_h = 0.11 \text{ m}$.
- El espejo parabólico $r_p = 0.55 \text{ m}$.

2. La superficie del paraboloides en 3D es descrita por:

$$y_p = \frac{r^2}{2},$$

y su perfil en 2D por la parábola:

$$y_p = \frac{x^2}{2}.$$

3. La ecuación de la hipérbola que representa al espejo hiperbólico es:

$$y_h = 0.411753 * \sqrt{1 + \frac{x^2}{0.080459}}.$$

4. La amplitud de concentración de rayos es:

$$x_{rc} = \{max(a, |b|)\} = 0.0245 \cong 0.025.$$

5. El ángulo de aceptación que deberá tener el CPC es: $\theta_i = |90^\circ - 97.42| = 7.42^\circ$.

6. El CPC de la tercera etapa de concentración debe tener la abertura $a_{in,CPC} = 2.45 \text{ cm}$, y el ángulo máximo de incidencia de los rayos con un valor $\theta_{in} = 7.42^\circ$.

El CPC en 2D correspondiente a este concentrador Cassegrain tiene la relación:

$$y_d = 42.48 - 7.68(|x_d| + 0.32) - 42.89\sqrt{1 - 0.36(|x_d| + 0.32)}, \quad (4.5)$$

o el CPC en 3D,

$$y_d = 42.48 - 7.68(\sqrt{x_d^2 + y_d^2} + 0.32) - 42.89\sqrt{1 - 0.36(\sqrt{x_d^2 + y_d^2} + 0.32)}. \quad (4.6)$$

Los parámetros de este CPC son: $a_{in,1,CPC} = 2.45 \text{ cm}$, $a'_{1,CPC} = 0.32 \text{ cm}$, $L = 21.24 \text{ cm}$, $\theta_{in} = 7.42^\circ$. La concentración de este sistema Cassegrain-CPC 3D es: 29451.

Una vez que se ha finalizado el diseño el sistema de concentración Cassegrain-CPC 3D; a continuación se presentará el acoplamiento mecánico entre la tercera etapa de concentración y el difusor cónico.

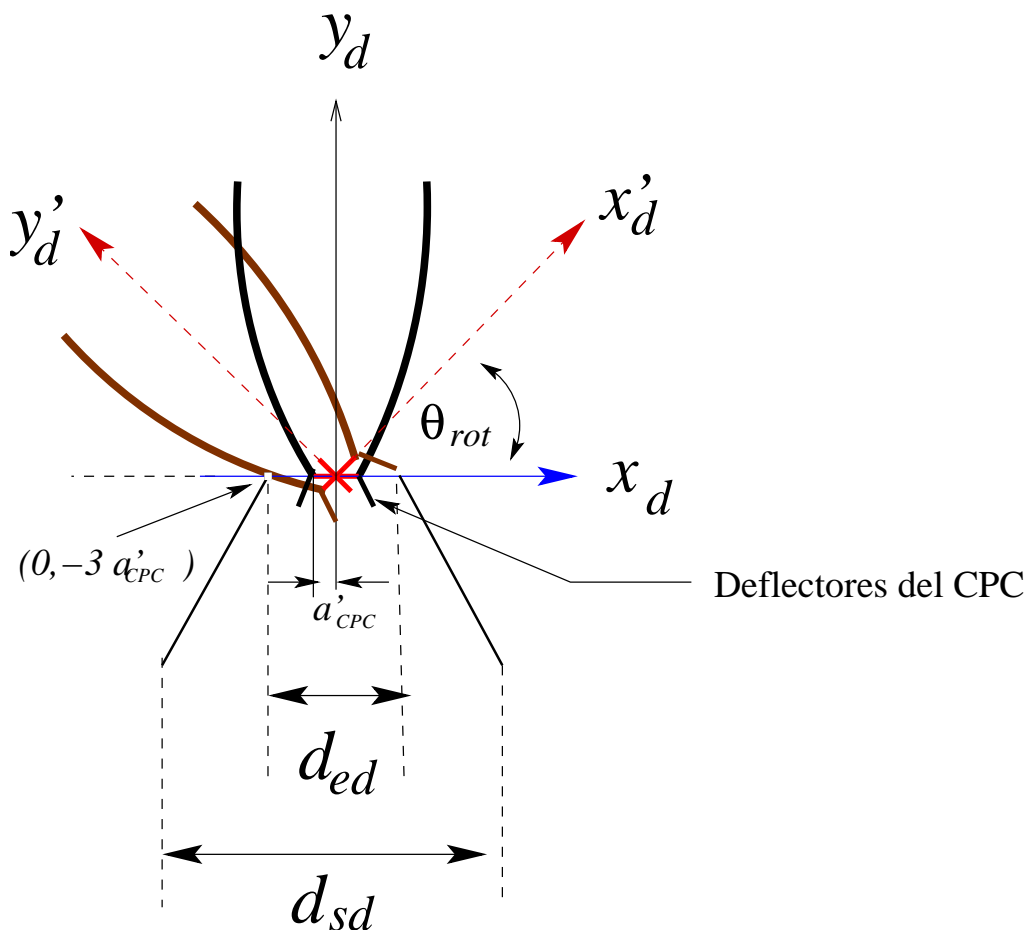


Figura 4.3: Geometría de la dinámica entre el acoplamiento entre el CPC en 3D y el difusor cónico.

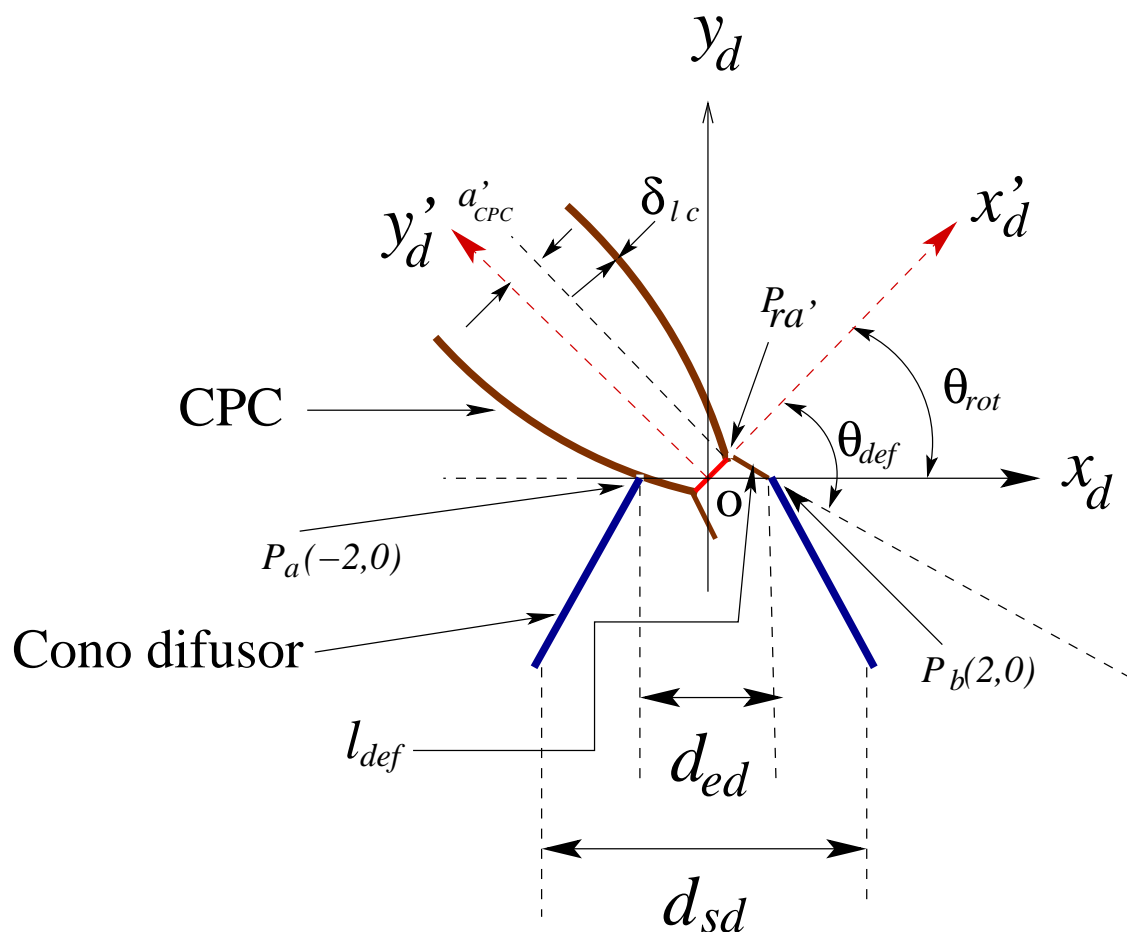


Figura 4.4: Geometría del acoplamiento entre CPC y cono difusor.

Acoplamiento entre la salida del CPC 3D y el difusor cónico. El acoplamiento entre el CPC en 3D y el difusor “V truncada” se muestra en la geometría de la figura 4.3. En la figura se puede ver que, el contacto del CPC con el difusor se ha limitado a que el diámetro de entrada del difusor “V truncada” cumpla que:

$$d_{ed} = 4a'_{CPC} + 2a''_{CPC} \quad (4.7)$$

$$a''_{CPC} = a'_{CPC} + \delta_{lc}. \quad (4.8)$$

donde la relación (4.8) para considerar a''_{CPC} se toma en cuenta que el CPC tiene un espesor de pared δ_{lc} y sigue externamente una curva con perfil de CPC en 2D. La razón principal para justificar la relación (4.8) es que el flujo de entrada de energía requiere de que al mismo tiempo se limite la energía disipada al ambiente por radiación, y al observar el diseño 2, se puede ver que la abertura de salida del CPC $a'_{2,CPC}$ tiene un diámetro de 0.49 cm , y el diámetro de entrada óptimo al horno solar requiere tener un valor inferior a 4 cm ; esto nos lleva de forma inmediata a la relación (4.8), donde el diferencial de 1.06 cm son considerados para el espesor de la lámina.

Al observar las limitantes de diseño, podemos en este momento decir, que el diseño 1 se debe descartar para nuestra aplicación. O se debe limitar a intervalos angulares de captación muy pequeños, cercanos al medio día solar. El sistema más adecuado para nuestra aplicación es el diseño 2. Por supuesto, cualquier sistema que logre mayor concentración que este diseño también será adecuado.

El sistema de concentración tiene dos condiciones que la limitan son; la primera es el valor máximo del ángulo $\alpha_{rp} = \alpha_s + \alpha_{dp}$, donde α_s es el semiángulo del cono solar y α_{dp} es el semiángulo de dispersión direccional del flujo de rayos solares, donde éste último considerará las imperfecciones ópticas y el efecto circunsolar sobre α_s ; la segunda son el contacto entre las paredes del cono difusor y el CPC, debido a la dinámica de movimiento del CPC, causado por el seguimiento del Sol. Esta última causa será analizada enseguida y posteriormente se discutirá la primera causa. Además el análisis del movimiento del CPC dentro del orificio del cono difusor nos permitirá caracterizar éste, y al mismo tiempo de encontrar el ángulo máximo operación del concentrador solar.

A continuación evaluaremos el ángulo θ_{rot} .

Evaluación de θ_{rot} . Para encontrar el ángulo θ_{rot} , se tomará en cuenta la condición de contacto en el punto P_a . Este contacto es determinado por la condición de que el punto P_a en las coordenadas primadas debe pertenecer al perfil exterior del CPC en 2D. El CPC en 2D interno en las coordenadas sin rotar, al considerar los parámetros a'_{CPC} , a_{CPC} y L_{CPC} , se puede describir por:

$$y_d = 2L_{CPC} - \left[\left(\frac{L_{CPC}}{a_{CPC} + a'_{CPC}} \right) (|x_d| + a'_{CPC}) \right] - 2 \frac{a_{CPC}(a_{CPC} + a'_{CPC})}{a'_{CPC}} \sqrt{1 - \left[\frac{|x_d| + a'_{CPC}}{a_{CPC} + a'_{CPC}} \right]^2}, \quad (4.9)$$

que también se puede expresar de forma simplificada como:

$$y_d = A_0 - B_0 (|x_d| + a'_{CPC}) - C_0 \sqrt{1 - D_0 (|x_d| + a'_{CPC})}, \quad (4.10)$$

donde se ha considerado que:

$$A_0 = 2L_{CPC}, \quad (4.11)$$

$$B_0 = \frac{L_{CPC}}{a_{CPC} + a'_{CPC}} \quad (4.12)$$

$$C_0 = 2 \left[\frac{a_{CPC}}{a'_{CPC}} \right] [a_{CPC} + a'_{CPC}] \quad (4.13)$$

$$D_0 = \frac{1}{a_{CPC} + a'_{CPC}}. \quad (4.14)$$

La relación (4.10) corresponde al CPC en 2D interno. Al considerar que el CPC tiene una pared con un espesor δ_{lc} , entonces, la relación que lo describe se puede expresar por:

$$y_d = A_0 - B_0 (|x_d + \delta_{lc}| + a'_{CPC}) - C_0 \sqrt{1 - D_0 (|x_d + \delta_{lc}| + a'_{CPC})}, \quad (4.15)$$

esta relación (4.15) corresponde al CPC en 2D del exterior. Pero, en la figura 4.4 se puede ver que el CPC gira totalmente, sobre el mismo centro, por lo que el CPC externo en los ejes biprimados se describe por:

$$y'_d = A_0 - B_0 (|x'_d + \delta_{lc}| + a'_{CPC}) - C_0 \sqrt{1 - D_0 (|x'_d + \delta_{lc}| + a'_{CPC})}. \quad (4.16)$$

Por otro lado, el punto P_a en el sistema primado tiene las coordenadas,

$$x'_d = -2 \text{Cos}(\theta_{rot}),$$

y

$$y'_d = 2 \text{Sen}(\theta_{rot}),$$

que al sustituirse en la relación (4.16) se obtiene:

$$2 \text{Sen}(\theta_{rot}) = A_0 - B_0 (|-2 \text{Cos}(\theta_{rot}) + \delta_{lc}| + a'_{CPC}) - C_0 \sqrt{1 - D_0 (|-2 \text{Cos}(\theta_{rot}) + \delta_{lc}| + a'_{CPC})}. \quad (4.17)$$

Al reacomodar términos la relación (4.17) se puede expresar como:

$$A_0 - 2 \text{Sen}(\theta_{rot}) - B_0 (|\delta_{lc} - 2 \text{Cos}(\theta_{rot})| + a'_{CPC}) - C_0 \sqrt{1 - D_0 (|\delta_{lc} - 2 \text{Cos}(\theta_{rot})| + a'_{CPC})} = 0. \quad (4.18)$$

En la relación (4.18) sólo el ángulo θ_{rot} es desconocido. Para resolver esta ecuación utilizaremos una función auxiliar, al definir la función $F(\theta_{rot})$ como:

$$F(\theta_{rot}) = A_0 - 2 \text{Sen}(\theta_{rot}) - B_0 (|\delta_{lc} - 2 \text{Cos}(\theta_{rot})| + a'_{CPC}) - C_0 \sqrt{1 - D_0 (|\delta_{lc} - 2 \text{Cos}(\theta_{rot})| + a'_{CPC})} = 0, \quad (4.19)$$

La relación (4.19) será resuelta de forma gráfica al encontrar el punto coordenado donde la función se anula, dentro del intervalo $0^\circ \leq \theta_{rot} \leq 90^\circ$. Es decir, en el intervalo encontraremos $F(\theta_{rot,0}) = 0$ y el valor de $\theta_{rot} = \theta_{rot,0}$ será el ángulo buscado.

θ_{rot} para el diseño 2. En este caso al considerar

$$A_0 = 56.75, \quad B_0 = 7.12, \quad C_0 = 57.31, \quad (4.20)$$

$$D_0 = 0.25, \quad a'_{CPC} = 0.49, \quad \delta_{lc} = 0.53, \quad (4.21)$$

$F(\theta_{rot})$ es:

$$F(\theta_{rot}) = 56.75 - 2 \text{Sen}(\theta_{rot}) - 7.12 (| 0.53 - 2 \text{Cos}(\theta_{rot}) | + 0.49) - 57.31 \sqrt{1 - 0.25 (| 0.53 - 2 \text{Cos}(\theta_{rot}) | + 0.49)}, \quad (4.22)$$

y al encontrar la raíz $\theta_{rot,0}$ que hace que $F(\theta_{rot}) = 0$, se encuentra el valor solución. La raíz se encontró de forma gráfica-numérica y se obtuvo:

$$\theta_{rot,0} = 32.4^\circ.$$

θ_{rot} para el diseño 3. En este caso al considerar

$$A_0 = 42.48, \quad B_0 = 7.68, \quad C_0 = 42.89, \quad (4.23)$$

$$D_0 = 0.36, \quad a'_{CPC} = 0.32, \quad \delta_{lc} = 0.53, \quad (4.24)$$

$F(\theta_{rot})$ es:

$$F(\theta_{rot}) = 42.48 - 2 \text{Sen}(\theta_{rot}) - 7.68 (| 0.53 - 2 \text{Cos}(\theta_{rot}) | + 0.32) - 42.89 \sqrt{1 - 0.36 (| 0.53 - 2 \text{Cos}(\theta_{rot}) | + 0.32)}, \quad (4.25)$$

y al encontrar la raíz $\theta_{rot,0}$ que hace que $F(\theta_{rot}) = 0$, se encuentra el valor de la solución. Esta raíz se buscó de forma gráfica-numérica y se obtuvo:

$$\theta_{rot,0} = 39.92^\circ.$$

Los resultados del ángulo de deflexión muestran que en intervalo horario, se concentrará desde ± 2 horas con respecto al medio día solar, hasta ± 2.45 también centrado con respecto al medio día solar. Con respecto al movimiento debido a la declinación, comentaremos este intervalo angular, se puede cubrir adecuadamente, dado que la variación es de 47° . No obstante que un cono difusor sería adecuado, se ha desarrollado el adaptador para realizar el movimiento del CPC con dos grados de libertad. Este soporte adaptador se muestra en la figura 4.5.

La forma del adaptador, que se ha construido es un difusor en “V truncada” invertida.

Dimensionado del deflector. En la figura 4.4 se muestra el perfil del deflector, que en 3D es un anillo cónico, y de éste se debe caracterizar, su longitud y el ángulo con respecto al plano horizontal de salida del concentrador CPC. Es adecuado comentar que este anillo deflector se requiere debido a que en el análisis del CPC se observó que hay rayos que salen por la abertura de salida con ángulos muy cercanos a 90° con respecto al plano de concentración. Por lo tanto, en caso de que este deflector no se adaptara a la salida del CPC, estos rayos de alto ángulo de salida con respecto

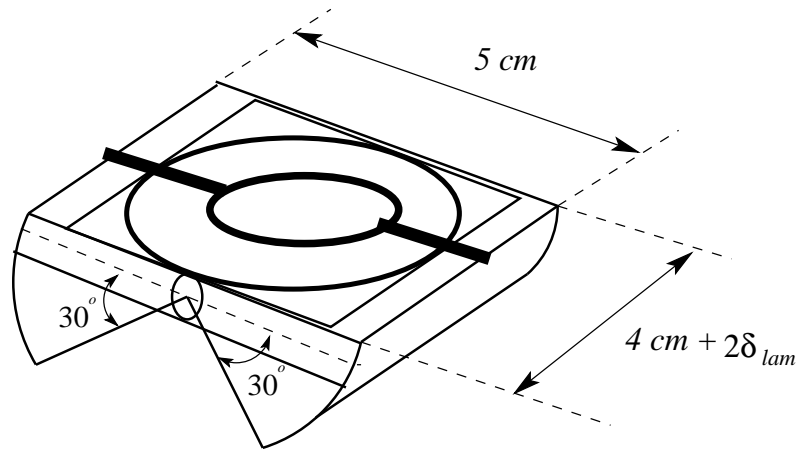


Figura 4.5: Adaptador para movimiento del CPC en 3D.

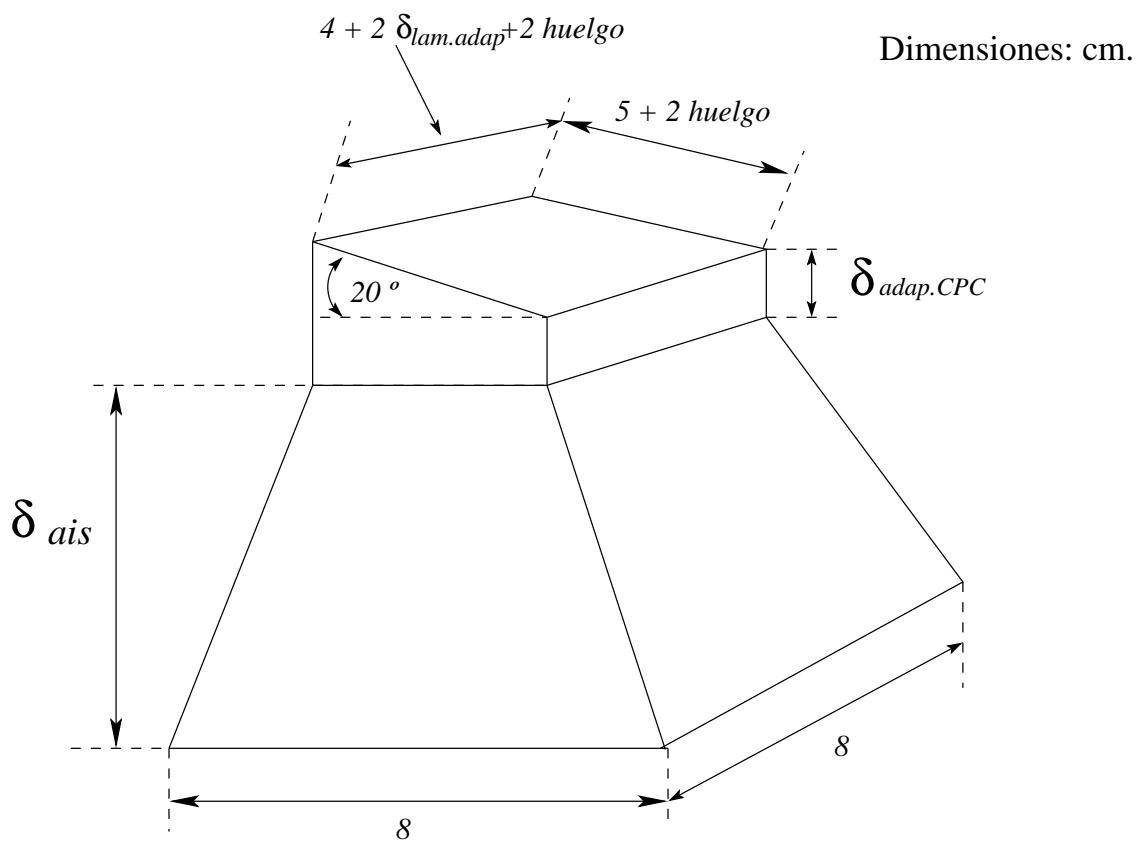


Figura 4.6: Cono difusor final.

al plano de concentración del CPC, escaparían por la abertura superior entre el CPC y el cono difusor, y no entrarían al cono difusor, en detrimento de la eficiencia de captación radiativa. En la figura se muestra el límite de rotación del CPC, indicando el origen de rotación con O ; los ejes x_d y y_d son los ejes coordenados horizontales que corresponden a una descripción sin giro; los ejes x'_d y y'_d son los ejes coordenados rotados un ángulo θ_{rot} . Para el diseño del deflector se considerará que en el punto p_b el deflector está en contacto con el extremo del cono difusor; y que el deflector tiene un ángulo θ_{def} con respecto a x'_d que representa el plano de concentración, con una longitud l_{def} . El punto p_a , es exterior al CPC y se considerará que está en contacto con el cono difusor; el punto $P_{ra'}$ es el punto que giró a partir del punto $(a'_{CPC}, 0)$.

Las ecuaciones de transformación entre los ejes coordenados, para los ejes sin giro, son:

$$x_d = x'_d \text{Cos}(\theta_{rot}) - y'_d \text{Sen}(\theta_{rot}), \quad (4.26)$$

$$y_d = x'_d \text{Sen}(\theta_{rot}) + y'_d \text{Cos}(\theta_{rot}), \quad (4.27)$$

y para los ejes recíprocos se tiene:

$$x'_d = x_d \text{Cos}(\theta_{rot}) + y_d \text{Sen}(\theta_{rot}), \quad (4.28)$$

$$y'_d = -x_d \text{Sen}(\theta_{rot}) + y_d \text{Cos}(\theta_{rot}). \quad (4.29)$$

El punto $P_{ra'}$ en los ejes coordenados sin girar se puede representar como:

$$P_{ra'}(a'_{CPC} \text{Cos}(\theta_{rot}), a'_{CPC} \text{Sen}(\theta_{rot})),$$

y el punto P_a en el mismo sistema coordenados tiene las coordenadas

$$p_a(2, 0).$$

La longitud del deflector se puede calcular por:

$$l_{def} + \delta_{hue} = \overline{P_a P_{ra'}} = \sqrt{[a'_{CPC} \text{Cos}(\theta_{rot}) - 2]^2 + [a'_{CPC} \text{Sen}(\theta_{rot})]^2}, \quad (4.30)$$

donde δ_{hue} es el huelgo entre el deflector y el cono. Por lo tanto, para una adecuación real se debe considerar que,

$$l_{def} < \overline{P_a P_{ra'}} = \sqrt{[a'_{CPC} \text{Cos}(\theta_{rot}) - 2]^2 + [a'_{CPC} \text{Sen}(\theta_{rot})]^2}. \quad (4.31)$$

Para calcular el ángulo θ_{def} se expresarán las coordenadas del punto P_b en el sistema coordenado recíproco, como:

$$x'_{d,b} = 2 \text{Cos}(\theta_{rot}),$$

$$y'_{d,b} = -2 \text{Sen}(\theta_{rot}),$$

y el punto $P_{ra'}$ tiene las coordenadas en el sistema recíproco:

$$x'_{d,ra'} = a'_{CPC},$$

$$y'_{d,ra'} = 0.$$

Al considerar los dos puntos, se puede calcular θ_{def} como:

$$\theta_{def} = \text{ArcTan} \left[\frac{-2 \text{Sen}(\theta_{rot})}{2 \text{Cos}(\theta_{rot}) - a'_{CPC}} \right]. \quad (4.32)$$

Parámetros del deflector en el diseño 2. Iniciaremos con el cálculo de l_{def} al estimar primero $l_{def} + \delta_{hue}$ como:

$$l_{def} + \delta_{hue} = \sqrt{(0.49 \text{Cos}(32^\circ) - 2)^2 + (0.49 * \text{Sen}(32))}^2 = 1.614 \text{ cm}. \quad (4.33)$$

Con el resultado podemos asignar las dimensiones $l_{def} = 1.5 \text{ cm}$ y $\delta_{hue} = 0.114 \text{ cm}$.

El ángulo θ_{def} al considerar la relación (4.32) se encuentra por:

$$\theta_{def} = \text{ArcTan} \left(\frac{-2 \text{Sen}(32^\circ)}{2 \text{Cos}(32^\circ) - 0.49} \right) = -41.31^\circ. \quad (4.34)$$

Parámetros del deflector en el diseño 3. Iniciaremos con el cálculo de l_{def} al estimar primero $l_{def} + \delta_{hue}$ como:

$$l_{def} + \delta_{hue} = \sqrt{(0.32 \text{Cos}(39.92^\circ) - 2)^2 + (0.32 * \text{Sen}(39.92))}^2 = 1.767 \text{ cm}. \quad (4.35)$$

Con el resultado podemos asignar las dimensiones $l_{def} = 1.65 \text{ cm}$ y $\delta_{hue} = 0.117 \text{ cm}$.

El ángulo θ_{def} al considerar la relación (4.32) se encuentra por:

$$\theta_{def} = \text{ArcTan} \left(\frac{-2 \text{Sen}(39.92^\circ)}{2 \text{Cos}(39.92^\circ) - 0.32} \right) = -44.595^\circ. \quad (4.36)$$

Con estos datos se ha dimensionado el acoplamiento entre el CPC en 3D y el cono difusor.

Enseguida desarrollaremos el acoplamiento entre la tercera etapa cuando se utiliza el CPC toroidal, con el difusor en “V truncada” invertido.

Casegrain-CPC toroidal

Para acoplar el CPC toroidal al horno solar diseñaremos un adaptador en la salida del CPC toroidal. El adaptador tendrá una salida rectangular, de ancho interno igual a $2a'_{CPC}$, y de largo interno $2R_i$, donde R_i es el radio interno del CPC toroidal. También tendrá dos paredes semicirculares paralelas, para que se acoplen a la salida del toroide. El adaptador contará con deflectores a su salida para mejorar la eficiencia de rayos que entran al cono difusor.

Acoplamiento del CPC toroidal y el difusor “V truncada” cruzado En la figura 4.7 se muestra el adaptador de acoplamiento entre el CPC toroidal y el difusor “V truncada” invertida. El adaptador cuenta con un deflector que permitirá incrementar la eficiencia óptica del sistema de concentración. Debemos comentar que el adaptador tiene una superficie interna de alta reflectividad. Para caracterizar el adaptador se requiere, calcular la longitud del deflector l_{def} y su ángulo θ_{def} , además se debe calcular la distancia entre $\overline{P_a P_c}$.

Se debe comentar que el deflector se requiere debido a en el análisis del CPC se observó que hay rayos que salen por la abertura de salida con ángulos muy cercanos a 90° con respecto al plano de concentración. Por lo tanto, en caso de que este deflector no se adaptara a la salida del CPC, estos rayos de alto ángulo de salida con respecto al plano de concentración del CPC, escaparían

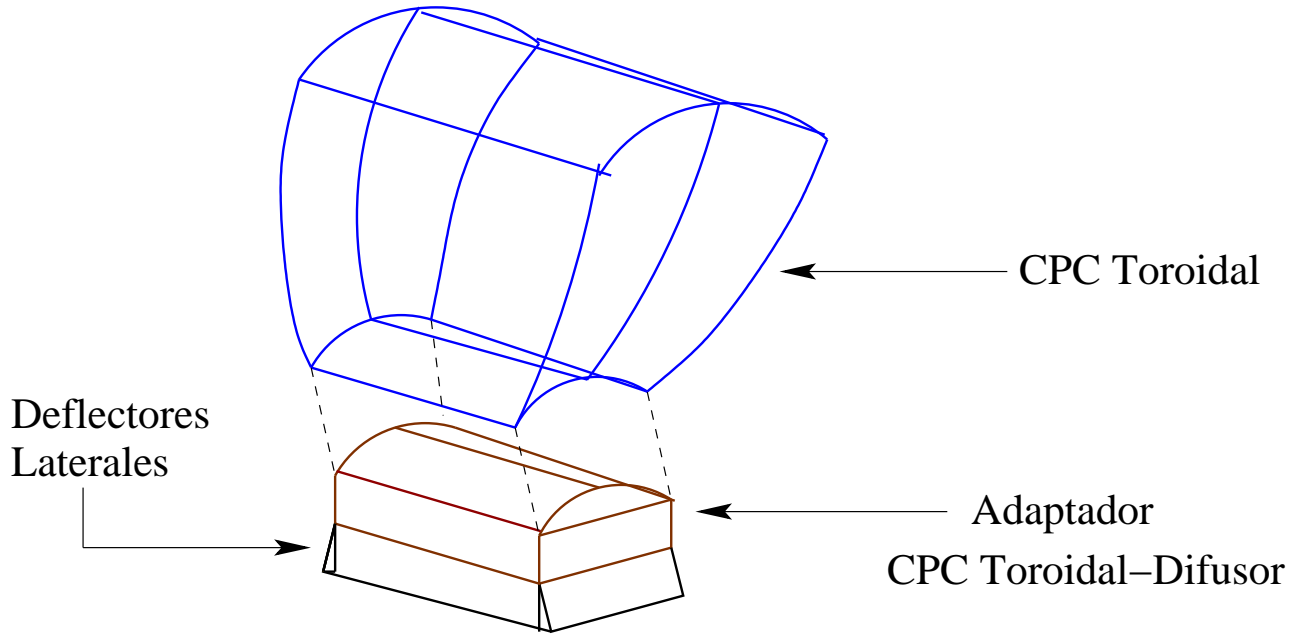


Figura 4.7: Esquema de adaptador y CPC toroidal.

por la abertura superior entre el CPC y el cono difusor, por lo que no entrarían al cono difusor, en detrimento de la eficiencia de captación radiativa. En la figura se muestra el límite de rotación del CPC toroidal θ_{rot} , que corresponde a la variación de la altura solar debido a la variación del ángulo de la declinación solar. Por lo tanto, θ_{rot} debe tener al menos un intervalo de 47° . Nosotros consideraremos una variación que $\theta_{rot} = \pm 30^\circ$. Para el diseño del deflector se considerará que en el punto p_b el deflector está en contacto con el extremo del cono difusor; y que el deflector tiene un ángulo θ_{def} con respecto a x'_d que representa el plano de concentración, con una longitud l_{def} . El punto p_a , es exterior a la lámina del adaptador, y se considerará que está en contacto con el cono difusor; el punto $P_{ra'}$ es el punto que giró a partir del punto $(a'_{CPC}, 0)$.

El punto $P_{ra'}$ se puede representar como:

$$P_{ra'}(a'_{CPC} \text{Cos}(\theta_{rot}), a'_{CPC} \text{Sen}(\theta_{rot})),$$

y el punto P_a tiene las coordenadas

$$p_a(1.5, 0).$$

La longitud del deflector más el huelgo se puede calcular por:

$$l_{def} + \delta_{hue} = \overline{P_a P_{ra'}} = \sqrt{[a'_{CPC} \text{Cos}(\theta_{rot}) - 1.5]^2 + [a'_{CPC} \text{Sen}(\theta_{rot})]^2}, \quad (4.37)$$

donde δ_{hue} es el huelgo requerido entre el deflector y el cono para evitar esfuerzos de rozamiento. Por lo tanto, para una adecuación se debe considerar que,

$$l_{def} < \overline{P_a P_{ra'}} = \sqrt{[a'_{CPC} \text{Cos}(\theta_{rot}) - 1.5]^2 + [a'_{CPC} \text{Sen}(\theta_{rot})]^2}. \quad (4.38)$$

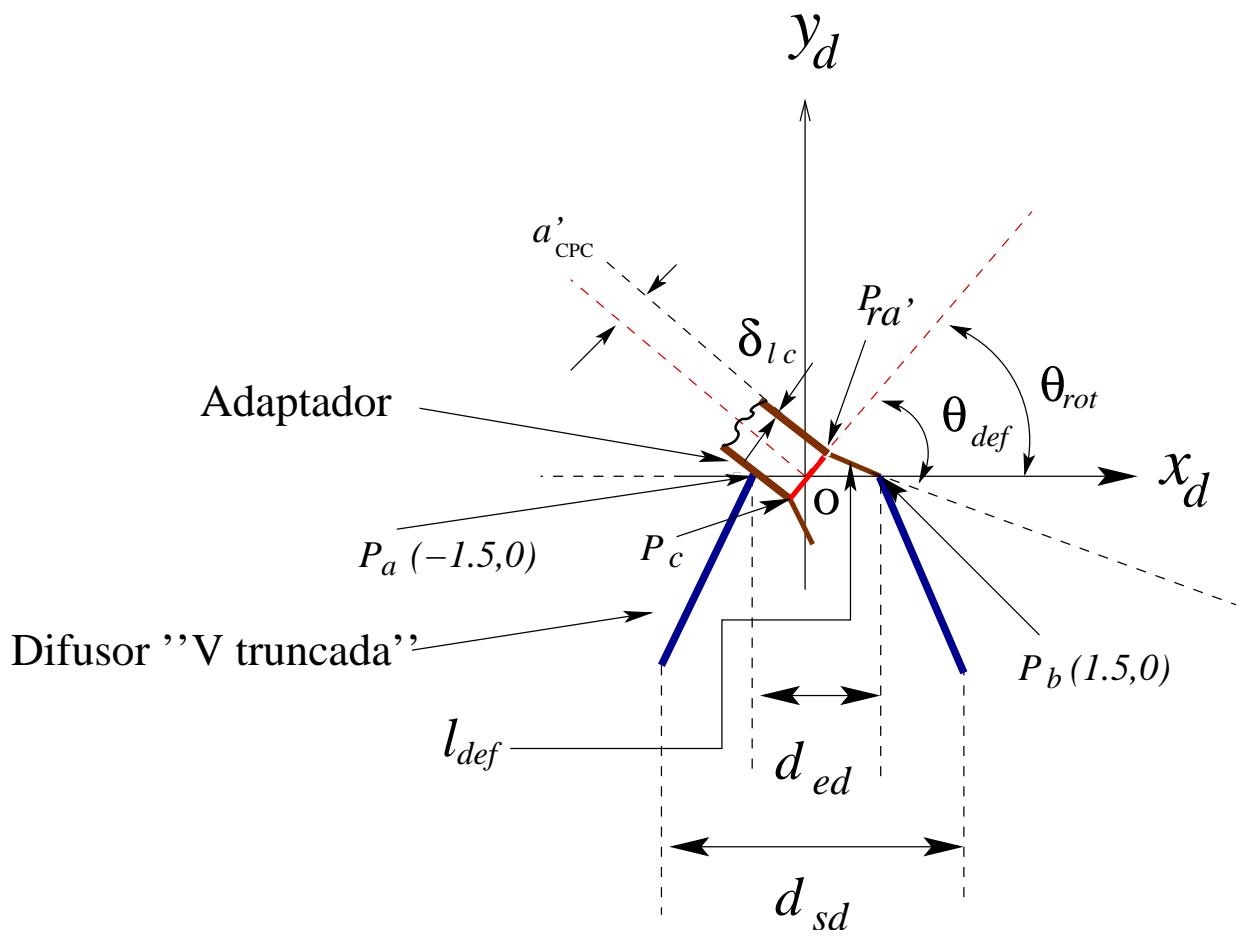


Figura 4.8: Geometría del adaptador entre CPC toroidal y difusor “V truncada” invertida.

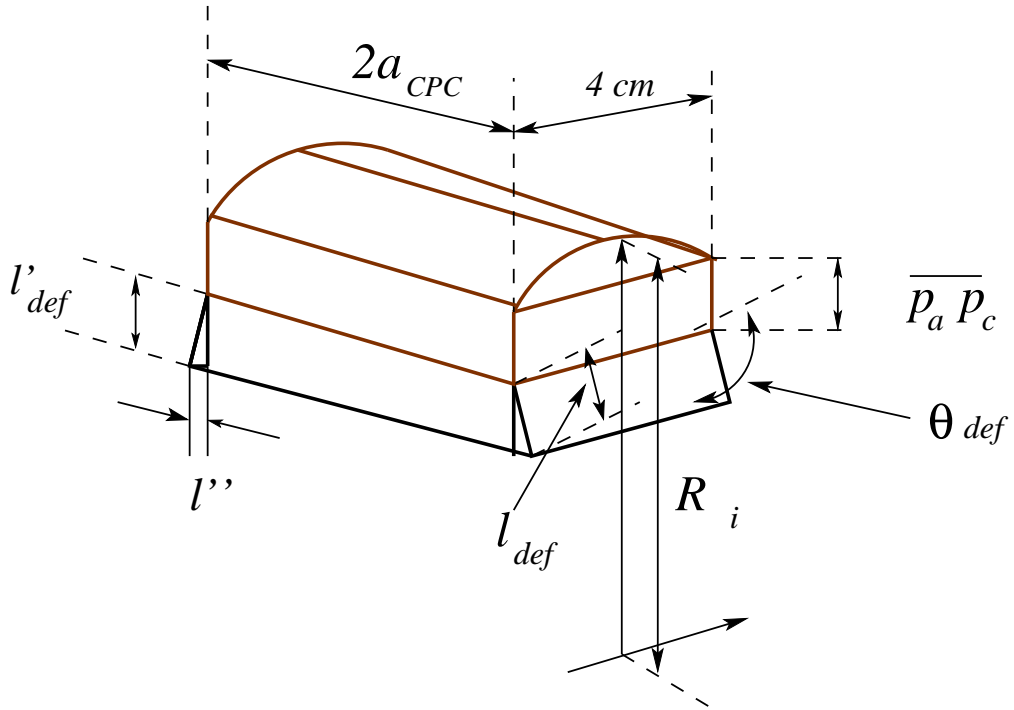


Figura 4.9: Esquema del acoplador entre el CPC toroidal y el difusor “V truncada” invertida.

Al considerar los dos puntos $P_{ra'}$ y P_a , se puede calcular θ_{def} como:

$$\theta_{def} = \left| \text{ArcTan} \left[\frac{a'_{CPC} \text{Sen}(\theta_{rot})}{a'_{CPC} \text{Cos}(\theta_{rot}) - 1.5} \right] \right| + \theta_{rot}. \quad (4.39)$$

Dado que $p_a = (-1.5, 0)$ y $P_c = (-a'_{CPC} \text{Cos}(\theta_{rot}), -a'_{CPC} \text{Sen}(\theta_{rot}))$, entonces, para encontrar la distancia $\overline{P_a P_c}$ se usará la relación:

$$\overline{P_a P_c} = \sqrt{(1.5 - a'_{CPC} \text{Cos}(\theta_{rot}))^2 + (a'_{CPC} \text{Sen}(\theta_{rot}))^2} \quad (4.40)$$

Se debe comentar que se ha tomado que la longitud de la cuerda del semiarco sea de 4 cm. Por lo tanto, R_i se calcula por:

$$R_i = 4 \sqrt{1 + \text{Tan}^2(90^\circ - \theta_{rot,0})}, \quad (4.41)$$

donde $\theta_{rot,0}$ es el ángulo máximo de operación de la rotación del concentrador debido al cambio en el ángulo horario.

Para determinar el adecuado acoplamiento entre adaptador y difusor “V truncada” invertida, se requiere calcular la longitud d_{ed} , que es igual a $2\overline{OP_a}$. Por lo tanto, al observar la figura se puede ver que d_{ed} se puede evaluar por:

$$d_{ed} = 2 [a'_{CPC} + l_{def} \text{Sen}(90^\circ - \theta_{def})].$$

Un último parámetro se tiene que calcular, l'_{def} el cual se puede obtener por:

$$l'_{def} = l_{def} \text{Cos}(90^\circ - \theta_{def}). \quad (4.42)$$

Parámetros del deflector en el diseño 2. Iniciaremos con el cálculo de l_{def} al estimar primero $l_{def} + \delta_{hue}$ como:

$$l_{def} + \delta_{hue} = \sqrt{(0.49 \text{ Cos}(30^\circ) - 1.5)^2 + (0.49 * \text{Sen}(30^\circ))^2} = 1.184 \text{ cm.} \quad (4.43)$$

Con el resultado podemos asignar las dimensiones $l_{def} = 1.0 \text{ cm}$ y $\delta_{hue} = 0.184 \text{ cm}$.

El ángulo θ_{def} al considerar la relación (4.39) queda como:

$$\theta_{def} = | \text{ArcTan} \left(\frac{0.49 \text{ Sen}(30^\circ)}{0.49 \text{ Cos}(30^\circ) - 1.5} \right) | + 30^\circ = 42.83^\circ. \quad (4.44)$$

$$d_{ed} = 2 [a'_{CPC} + l_{def} \text{Sen}(90^\circ - \theta_{def})] = [0.49 + 1.0 (\text{Sen}(90^\circ - 42.83^\circ))] = 2.45 \text{ cm.}$$

Y

$$l'_{def} = l_{def} \text{Cos}(90^\circ - 42.83^\circ) = 0.6798 \text{ cm.}$$

El radio de generación del CPC toroidal R_i , al considerar que $\theta_{rot} = 30^\circ$ se calcula por:

$$R_i = 2\sqrt{1 + \text{Tan}^2(90^\circ - 30^\circ)} = 4.0 \text{ cm.} \quad (4.45)$$

Finalmente la longitud $\overline{P_a P_c}$ se calcula por:

$$\overline{P_a P_c} = \sqrt{(1.5 - 0.49 \text{Cos}(30^\circ))^2 + (0.49 \text{Sen}(30^\circ))^2} = 1.1 \text{ cm.} \quad (4.46)$$

Esta distancia $\overline{P_a P_c}$ define para el adaptador, la altura entre el deflector y el semiarco que se inserta en el CPC toroidal.

Se debe comentar que se ha tomado que la longitud de la cuerda del semiarco sea de 4 cm .

Parámetros del deflector en el diseño 3. Iniciaremos con el cálculo de l_{def} al estimar primero $l_{def} + \delta_{hue}$ como:

$$l_{def} + \delta_{hue} = \sqrt{(0.32 \text{ Cos}(40^\circ) - 1.5)^2 + (0.32 * \text{Sen}(40^\circ))^2} = 1.61 \text{ cm.} \quad (4.47)$$

Con el resultado podemos asignar las dimensiones $l_{def} = 1.5 \text{ cm}$ y $\delta_{hue} = 0.11 \text{ cm}$.

El ángulo θ_{def} al considerar la relación (4.39) se obtiene de:

$$\theta_{def} = | \text{ArcTan} \left(\frac{0.32 \text{ Sen}(40^\circ)}{0.32 \text{ Cos}(40^\circ) - 1.5} \right) | + 40^\circ = 49.3^\circ. \quad (4.48)$$

Y

$$l'_{def} = l_{def} \text{Cos}(90^\circ - 49.3^\circ) = 1.13 \text{ cm.}$$

La longitud $\overline{P_a P_c}$ se calcula por:

$$\overline{P_a P_c} = \sqrt{(1.5 - 0.32 \text{Cos}(40^\circ))^2 + (0.32 \text{Sen}(40^\circ))^2} = 1.31 \text{ cm.} \quad (4.49)$$

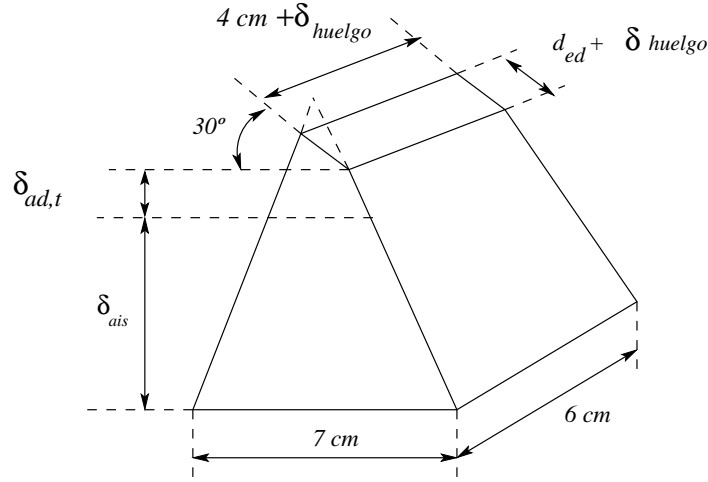


Figura 4.10: Difusor “V truncada” invertida.

Esta distancia $\overline{P_a P_c}$ define para el adaptador, la altura entre el deflector y el semiarco que se inserta en el CPC toroidal. La distancia de entrada del cono d_{ed} se estima por:

$$d_{ed} = 2 [a'_{CPC} + l_{def} \text{Sen}(90^\circ - \theta_{def})] = 2 [0.32 + 1.5 (\text{Sen}(90^\circ - 49.3^\circ))] = 2.60 \text{ cm}.$$

Aunque para considerar un huelgo pequeño se utilizará que $d_{ed} = 2.6 \text{ cm}$. El radio de generación del CPC toroidal R_i , al considerar que $\theta_{rot} = 40^\circ$ se calcula por:

$$R_i = 2\sqrt{1 + \text{Tan}^2(90^\circ - 40^\circ)} = 3.11 \text{ cm}. \quad (4.50)$$

Relación final del CPC toroidal. Al utilizar el radio R_i del diseño del CPC toroidal, se encontrará la ecuación que describe este dispositivo.

Diseño 2. La relación del CPC en 2D correspondiente a este concentrador Cassegrain tiene la relación:

$$y_d = 56.75 - 7.12(|x_d| + 0.49) - 57.31\sqrt{1 - 0.25(|x_d| + 0.49)}, \quad (4.51)$$

por lo tanto, el CPC toroidal se describe por:

$$x = u, \quad (4.52)$$

$$y = \left(R_i + 56.75 - 7.115(|u| + 0.487) - 57.3\sqrt{1 - 0.251(|u| + 0.487)} \right) \text{Sen}(\psi), \quad (4.53)$$

$$z = \left(R_i + 56.75 - 7.115(|u| + 0.487) - 57.3\sqrt{1 - 0.251(|u| + 0.487)} \right) \text{Cos}(\psi), \quad (4.54)$$

y al considerar $R_i = 3.73 \text{ cm}$, entonces, el CPC toroidal es descrito por:

$$x = u, \quad (4.55)$$

$$y = \left(60.75 - 7.115(|u| + 0.487) - 57.3\sqrt{1 - 0.251(|u| + 0.487)} \right) \text{Sen}(\psi), \quad (4.56)$$

$$z = \left(60.75 - 7.115(|u| + 0.487) - 57.3\sqrt{1 - 0.251(|u| + 0.487)} \right) \text{Cos}(\psi), \quad (4.57)$$

con el intervalo de u es $-3.5 \leq u \leq 3.5$ y $-32.4^\circ \leq \psi \leq 32.4^\circ$.

Diseño 3. La relación del CPC en 2D correspondiente a este diseño 3 es:

$$y_d = 42.48 - 7.68(|x_d| + 0.32) - 42.89\sqrt{1 - 0.36(|x_d| + 0.32)}, \quad (4.58)$$

El CPC toroidal en este diseño 3, es descrito por las relaciones:

$$x = u, \quad (4.59)$$

$$y = \left(R_i + 42.48 - 7.68(|x_d| + 0.32) - 42.89\sqrt{1 - 0.36(|x_d| + 0.32)} \right) \text{Sen}(\psi), \quad (4.60)$$

$$z = \left(R_i + 42.48 - 7.68(|x_d| + 0.32) - 42.89\sqrt{1 - 0.36(|x_d| + 0.32)} \right) \text{Cos}(\psi), \quad (4.61)$$

y dado en este caso $R_i = 3.11 \text{ cm}$, entonces, el CPC toroidal específico se describe por:

$$x = u, \quad (4.62)$$

$$y = \left(46.21 - 7.68(|x_d| + 0.32) - 42.89\sqrt{1 - 0.36(|x_d| + 0.32)} \right) \text{Sen}(\psi), \quad (4.63)$$

$$z = \left(46.21 - 7.68(|x_d| + 0.32) - 42.89\sqrt{1 - 0.36(|x_d| + 0.32)} \right) \text{Cos}(\psi), \quad (4.64)$$

con el intervalo de u es $-2.45 \leq u \leq 2.45$ y $-40^\circ \leq \psi \leq 40^\circ$.

En la figura 4.10 se puede ver el difusor “V truncada” invertida. Ahí vemos el espesor $\delta_{ad,t}$ que se debe adicionar, para dimensionar al diseñar el acoplamiento con el eje motriz de rotación del CPC toroidal en la dirección Norte-Sur. Es adecuado comentar que está área expuesta al ambiente requiere ser aislada térmicamente.

Con esto se ha dimensionado el acoplamiento entre el CPC toroidal y el difusor, y al mismo tiempo se ha encontrado las ecuaciones finales del CPC toroidal para el diseño 2 y 3. A continuación se presentará el diseño específico del horno prototipo.

4.1.2. Caracterización del horno solar eléctrico

En esta subsección se diseñará un horno eléctrico; y un horno solar eléctrico. En el caso del horno solar, también se diseñarán dos posibilidades: el primero, utiliza un concentrador solar Cassegrain-CPC 3D; el segundo, utiliza un concentrado Cassegrain-CPC toroidal. Primero se presenta el diseño del horno eléctrico, a continuación.

Dimensionado y caracterización horno eléctrico.

El dimensionamiento y caracterización se realizará utilizando la metodología del capítulo 3, iniciando al considerar los parámetros τ y T_{max} .

En la figura 4.11 se muestra el esquema del horno solar eléctrico propuesto. Las resistencias eléctricas están dentro de las paredes laterales. Estas paredes laterales están hechas de material refractario cerámico (de alta alúmina). El espesor del aislamiento térmico se indica por δ .

Para diseñar el horno se debe considerar:

1. La curva típica empírica de evolución $T(t)$ en la cocción de cerámica vidriada.

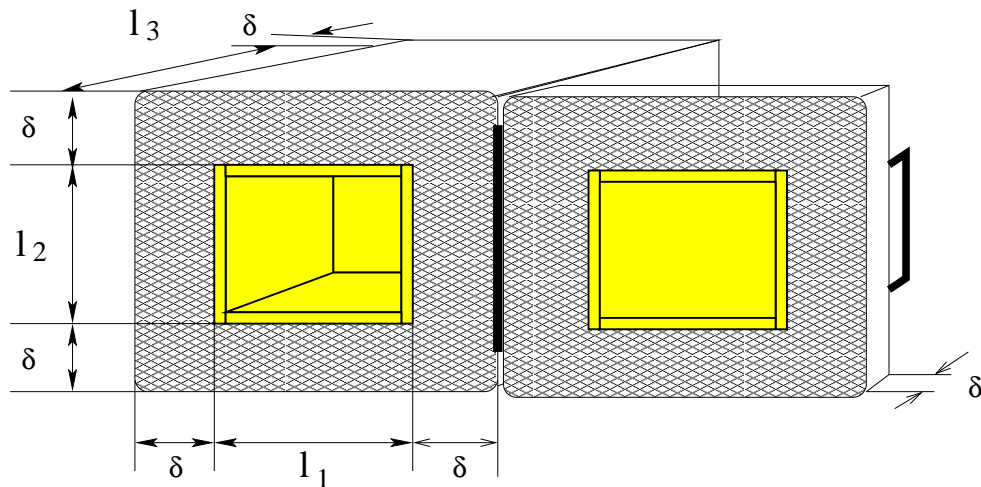


Figura 4.11: Esquema para dimensionar el horno eléctrico.

2. El modo de introducción del flujo de energía eléctrica \overline{E}_0 :
 - a) Con suministro de energía eléctrica directa de la “red comercial”.
 - b) Con el uso de un sistema de control on-off.
 - c) Con el uso de un controlador de temperatura con curva de temperatura configurable.
3. La configuración geométrica del horno.
4. Las dimensiones de la cámara de cocción.
5. La cantidad del material cerámico a cocer.
6. El material refractario de la cámara.
7. El material de la cubierta del aislante térmico.
8. El tipo de aislante térmico que se utilizará.

La figura 4.12 muestra la curva de temperatura para llevar a cabo la cocción de cerámica vidriada de $1000^{\circ}C$. Se debe comentar que la curva mostrada, resume las múltiples experiencias en la cocción de cerámica vidriada realizadas en hornos intermitentes por el autor de la presente tesis. En la figura se muestra que:

- La temperatura de calentamiento es $T_0 = 1000^{\circ}C$.
- La temperatura máxima es $T_{max} = 1240^{\circ}C$.
- El tiempo de calentamiento es, $t_c = 5 \text{ hr}$.
- El tiempo de maduración es, $t_m = 0.5 \text{ hr}$.

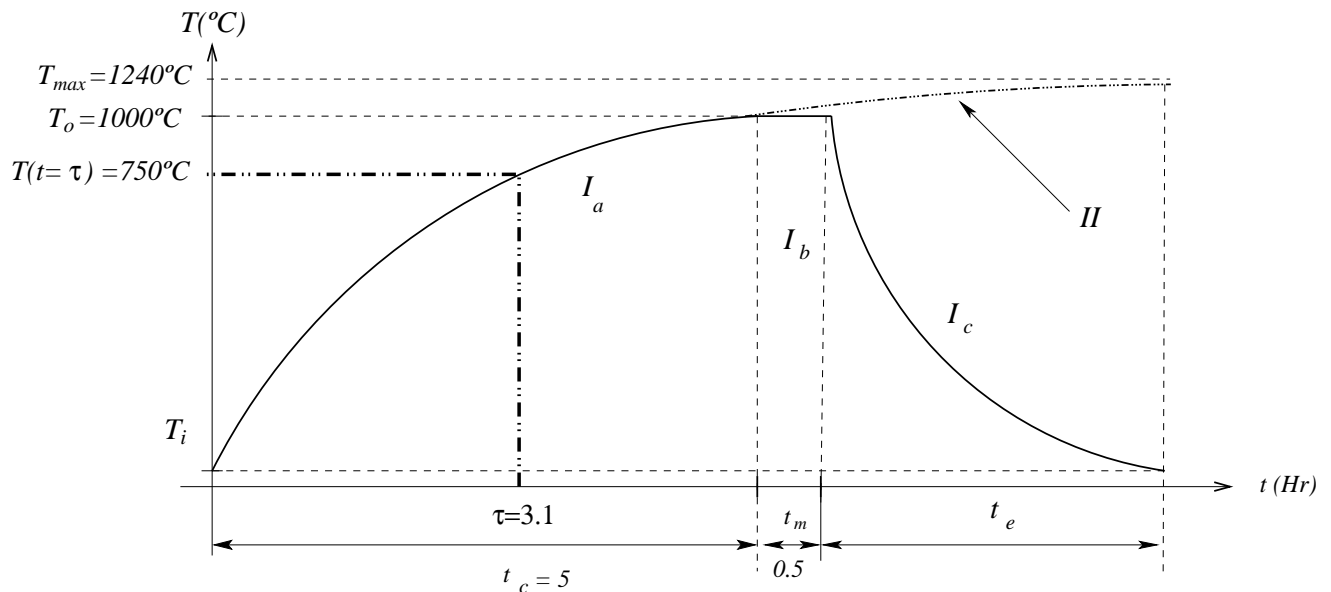


Figura 4.12: Proceso de la cocción de cerámica en hornos que operan a intermitentemente.

La evolución de la temperatura que se muestra en la figura 4.12 se tiene que realizar por el horno diseñado.

Para diseñar un horno que tome en cuenta los incisos *a* y *b* de las consideraciones de diseño, se utilizará la metodología que fue desarrollada en el capítulo 3. El diseño considera que se suministra un flujo de energía constante \dot{E}_0 , con flujo de energía eléctrica.

En el caso del inciso *c* podemos hacer uso de los avances tecnológicos actuales, y utilizar un controlador de temperatura configurable con rampas y mesetas de hasta 180 puntos. Esto nos da la posibilidad de aproximar con rampas a las curvas de temperatura de cocción que deseamos como se muestra en forma esquemática en la figura 4.13. Cuando se utiliza este proceso de control, el parámetro que se varía es el flujo de energía eléctrica \dot{E}_0 , el cual afectaría en nuestra modelación en el valor de T_{max} . Aunque en promedio por este medio de control el flujo de energía es menor que \dot{E}_0 ; dado que el medio de control es por on-off (encendido-apagado) modulados por frecuencia para realizar el control PID (proporcional-derivativo-integral), entonces, la capacidad de potencia que tendrá el horno automático debe ser mayor que la potencia suministrada constante para el horno en los incisos *a* y *b*. Dadas estas tres opciones, diseñaremos el horno considerando la metodología desarrollada en la modelación de la cocción del capítulo 3, y luego, se incrementará la potencia disponible del horno en un porcentaje que permita obtener curvas con T_{max} o θ_{max} que sean 15 % superiores a la curva ideal mostrada en la figura 4.12. Hacer esto, permitirá al horno desarrollar curvas de temperatura respecto al tiempo con alta pendiente de sus tangentes, en caso de que éstas se requieran por el proceso de control.

Dimensionado y desempeño térmico del horno eléctrico. Para dimensionar el horno eléctrico se considerará que:

- La temperatura máxima de operación del horno $T_m = 1000^\circ C$.

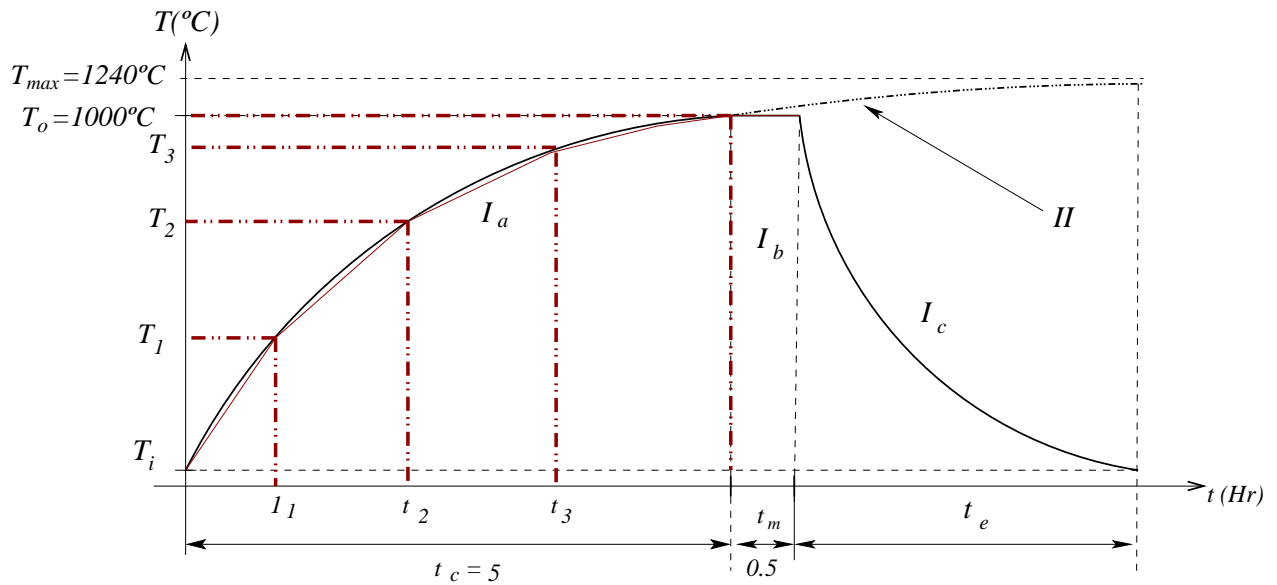


Figura 4.13: Proceso de cocción de cerámica con aproximación por segmentos y mesetas (en línea roja).

- El tiempo de calentamiento $t_c = 5 \text{ Hr}$.
- El tiempo de maduración $t_m = 0.5 \text{ Hr}$.
- La temperatura ambiente media en Temixco, Morelos $T_a = 25^\circ\text{C}$.
- El material para cocción es cerámica con una masa $m_p = 0.5 \text{ Kg}$, un calor específico de $c_p \cong 0.95 \text{ kJ/kgK}$.
- El volumen de la cámara de cocción del horno es $V_c = l_1 \times l_2 \times l_3 = 0.24 \times 0.24 \times 0.30 = 0.01728 \text{ m}^3$.
- Aislante de fibra de vidrio con $\rho_{ais} = 96 \text{ m}^3/\text{kg}$, $c_{p,ais} = 1.13 \text{ kJ/kgK}$, $\bar{k}_{ais} |_{500^\circ} = 0.125$.
- Se suministrará energía eléctrica a una resistencia eléctrica.
- El horno es el denominado tipo, cámara.
- La configuración geométrica del horno es un paralelepípedo rectángulo.

Con estos elementos, determinaremos el horno, de acuerdo a los resultados del modelo y evaluaremos los parámetros \dot{E}_0 , $\dot{E}_{0,m}$, Θ_{max} , Θ_0 , R_T , C_T , τ y T_o . y con esto también se dimensionará el horno.

Iniciaremos por evaluar el valor adecuado de τ , considerando R_T y C_T para el tipo de horno, y al mismo tiempo se determinará el espesor del aislamiento térmico δ .

Elemento	$\rho_j (\frac{kg}{m^3})$	$v_j (m^3)$	$m_j (kg)$	$\bar{c}_{p,j} (J/kg \cdot K)$	g_j	$C_j (J/K)$
1	ρ_1	v_1	$m_1 = 0.5$	$\bar{c}_{p,1} = 950$	1	$C_1 = 475$
2	$\rho_2 = 1800$	$v_2 = 0.0015634$	$m_2 = 2.814$	$\bar{c}_p = 950$	1	$C_2 = 2653.4$
3	ρ_3	v_3	$m_3 = 0.2$	$\bar{c}_{p,3} = 950$	1	$C_3 = 190$
4	ρ_4	v_4	$m_4 = 5.0$	$\bar{c}_{p,4} = 450$	0.12	$C_4 = 270$
5	$\rho_5 =$	v_5	$m_5 = 6$	$\bar{c}_{p,5} = 450$	0.12	$C_5 = 324$
6	$\rho_6 = 96$	$v_6 = v_{ext} - v_c$	m_6	$\bar{c}_{p,6} = 1130 [2]$	0.45	C_6

Cuadro 4.1: Resumen de las capacidades C_j del horno eléctrico.

El parámetro τ . Este parámetro determina la “rapidez” de la evolución de la temperatura por lo que de acuerdo con la figura 4.12, éste tiene el valor, $\tau = \tau_0 = 3.1 \text{ hr} = \frac{62}{100} t_c$. Por lo que se ubica dentro del intervalo:

$$\frac{2}{5} t_c < \tau \leq \frac{4}{5} t_c, \quad (4.65)$$

por lo tanto, esta cocción se puede considerar “lenta”. Este valor τ_0 se debe cumplir para una evolución adecuada de cocción. En cualquier horno que se diseñará por nuestra metodología debe considerar que, $\tau(\delta)$, debido a que se tiene que $R_T = R_T(\delta)$ y $C_T = C_T(\delta)$, es decir, δ es un parámetro independiente libre que se debe obtener al resolver para τ_0 .

Capacidad del horno C_T . Se puede expresar para este horno como:

$$\sum_1^6 c_{p,j} m_j g_j = \sum_j c_{p,j} \rho_j V_j g_j, \quad (4.66)$$

donde el material j tiene la densidad ρ_j , masa m_j , el calor específico $c_{p,j}$ y el volumen V_j definidos de acuerdo con la tabla 4.1. con 1 para el material cerámico, 2 para el refractario de las resistencias, 3 para la base cerámica, 4 para la estructura metálica, 5 para la cubierta metálica y 6 para el aislante térmico. Al considerar la tabla 4.1 y la relación (4.66) y que $l_1 = l_2$, el volumen aumentado en δ a cada lado de la cámara para considerar el aislante térmico, entonces, la capacidad total del horno C se puede expresar como:

$$C = C_0 + 48816 v_6 = 3912.4 + 48816 * [2\delta (4\delta^2 + 2\delta(l_3 + 2l_1) + 2l_1 l_3 + l_1^2)], \quad (4.67)$$

donde en la relación (4.67) se ha considerado:

$$C_0 = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5, \quad (4.68)$$

$$v_6 = v_{ext} - v_c = (l_1 + 2\delta)^2 (l_3 + 2\delta) - l_1^2 l_3 = 2\delta (4\delta^2 + 2\delta(l_3 + 2l_1) + 2l_1 l_3 + l_1^2), \quad (4.69)$$

y al considerar que $l_1 = 0.24$ y $l_3 = 0.3$ en la relación (4.67) la capacidad del horno es:

$$C = 3912.4 + 48816 * [2\delta (4\delta^2 + 1.56\delta + 0.1976)]. \quad (4.70)$$

Esta relación (4.70) se usará para encontrar el valor $\delta = \delta_0$ del espesor del aislante térmico del horno.

Resistencia térmica del horno. La forma geométrica del horno es un paralelepípedo de lados $l_1 = 0.24 \text{ m}$, $l_2 = 0.24 \text{ m}$ y $l_3 = 0.3 \text{ m}$, por lo tanto, evaluaremos la resistencia térmica del horno considerando la relación:

$$R_{T,P} = \frac{1}{\frac{2(l_1 l_2 + l_2 l_3 + l_1 l_3) + 4\delta(l_1 + l_2 + l_3) + 12\delta^2}{R_{e,p}}},$$

donde l_1, l_2, l_3 son los lados internos de la cámara de cocción del horno con forma de paralelepípedo, $R_{e,p}$ es la resistencia térmica específica de la pared plana, que se puede expresar como:

$$R_{e,p} = \frac{\delta}{k_{ais}} + \frac{1}{h}.$$

Al sustituir los valores correspondientes a las propiedades físicas y dimensiones del horno se obtiene:

$$R_{T,P} = \frac{8\delta + 0.1}{12\delta^2 + 3.12\delta + 0.4042}, \quad (4.71)$$

La cual generará el valor de la resistencia al encontrar $\delta = \delta_0$.

Espesor δ_0 del aislante térmico. Para encontrar el espesor $\delta = \delta_0$ del aislante térmico encontraremos el valor donde se cumple que:

$$\tau(\delta_0) = 3.1 \text{ hr} = 11\,160 \text{ s}.$$

La relación de τ al considerar las relaciones (4.70) y (4.71) es:

$$\tau(\delta) = \left(\frac{8\delta + 0.1}{12\delta^2 + 3.12\delta + 0.4032} \right) (3912 + 48816 * [2\delta (4\delta^2 + 1.56\delta + 0.1976)]), \quad (4.72)$$

en esta relación (4.72) para encontrar el valor δ_0 se considerará $\tau = 11\,160 \text{ s}$, y al hacerlo de forma gráfica-numérica se obtuvo:

$$\delta_0 = 0.13.06 \text{ m} \cong 0.13 \text{ m}$$

Resistencia térmica. Al considerar el espesor δ_0 en la relación (4.71) se obtiene:

$$R_{T,P} = \frac{8\delta + 0.1}{12\delta^2 + 3.12\delta + 0.4042} = \frac{8(0.13) + 0.1}{12(0.13)^2 + 3.12(0.13) + 0.4042} = 1.126928 \text{ } ^\circ\text{C/W}.$$

Capacidad total final del horno eléctrico. Al considerar el espesor δ_0 en la relación (4.70) se obtiene:

$$C = 3912.4 + 48\,816 * [2(0.13) (4(0.13)^2 + 1.56(0.13) + 0.1976)] = 9851 \text{ J}/^\circ\text{C}.$$

Parámetro τ calculado para el horno eléctrico. El valor final del parámetro τ_0 del horno eléctrico es:

$$\tau_0 = 3.084 \text{ Hr} = 11102 \text{ s}.$$

Evaluación de Θ_{max} . En la evaluación Θ_{max} se considerará que $\tau = 0.616t_c$, y que la temperatura de calentamiento es $T_o = 1000^\circ$, que se alcanza en el tiempo $t_c = 5 Hr$, y que $\Theta_o = T_o - T_a = 1000^\circ C - 25^\circ = 975^\circ$. Con estos parámetros utilizados en la relación (3.63) se obtiene:

$$\Theta_{max} = \frac{\Theta_o}{\left[1 - \text{Exp}\left(\frac{-1}{\alpha}\right)\right]} = \frac{975^\circ}{\left[1 - \text{Exp}\left(-\frac{1}{0.616}\right)\right]} = 1214^\circ C, \quad (4.73)$$

Evaluación de T_{max} . Por definición:

$$T_{max} = \Theta_{max} + T_a = 1214^\circ C + 25^\circ = 1239^\circ.$$

Evaluación de \bar{E}_0 . El valor del flujo de la energía es

$$\bar{E}_0 = \frac{\Theta_{max}}{R_T} = \frac{1214^\circ C}{1.126928^\circ C/W} = 1075 W.$$

Evaluación de $\bar{E}_{0,m}$. La energía de maduración que se aplica durante el intervalo de tiempo $t_c \leq t \leq t_c + t_m$ se evalúa al considerar la relación (4.1.2) y las condiciones de cocción, y así obtenemos:

$$\bar{E}_{0,m} = \frac{(T_o - T_a)}{R_T} = \frac{(1000 - 25)^\circ}{1.126928^\circ C/W} = 865 W. \quad (4.74)$$

Evolución de la temperatura del horno. La temperatura $T(t)$ del horno, en el intervalo $0 \leq t \leq t_c$, de acuerdo con el modelo tendrá la relación:

$$\begin{aligned} T(t) &= \left(T_a + \frac{\Theta_o}{\left[1 - \text{Exp}\left(\frac{-1}{\alpha}\right)\right]} \right) \left(1 - \text{Exp}\left[\frac{-t}{\alpha t_c}\right] \right) + T_a \text{Exp}\left[\frac{-t}{\alpha t_c}\right] \\ &= 1239^\circ C \left(1 - \text{Exp}\left(-\frac{t}{3.08}\right) \right) + 25^\circ \text{Exp}\left(-\frac{t}{3.08}\right), \end{aligned} \quad (4.75)$$

y $\Theta(t)$ se evalúa por:

$$\Theta(t) = \left(\frac{\Theta_o}{\left[1 - \text{Exp}\left(\frac{-1}{\alpha}\right)\right]} \right) \left(1 - \text{Exp}\left[\frac{-t}{\alpha t_c}\right] \right) = 1214^\circ C \left[1 - \text{Exp}\left(-\frac{t}{3.08}\right) \right]. \quad (4.76)$$

En el intervalo $t_c \leq t \leq t_c + t_m$, tendrá la temperatura constante $T(t) = T_o = 1000^\circ C$.

En el intervalo $t_c + t_m \leq t \leq t_c + t_m + t_e$, la temperatura de enfriamiento evolucionará con la relación:

$$\begin{aligned} T(t) &= T_a + (T_o - T_a) \left[\text{Exp}\left(\frac{(t_c + t_m)}{\tau}\right) \right] \text{Exp}\left(\frac{-t}{\alpha t_c}\right) \\ &= 25^\circ C + 975^\circ C \left[\text{Exp}\left(\frac{(5.5)}{3.08}\right) \right] \text{Exp}\left(\frac{-t}{3.08}\right) \\ &= 25^\circ C + 4146 \text{Exp}\left(\frac{-t}{3.08}\right). \end{aligned} \quad (4.77)$$

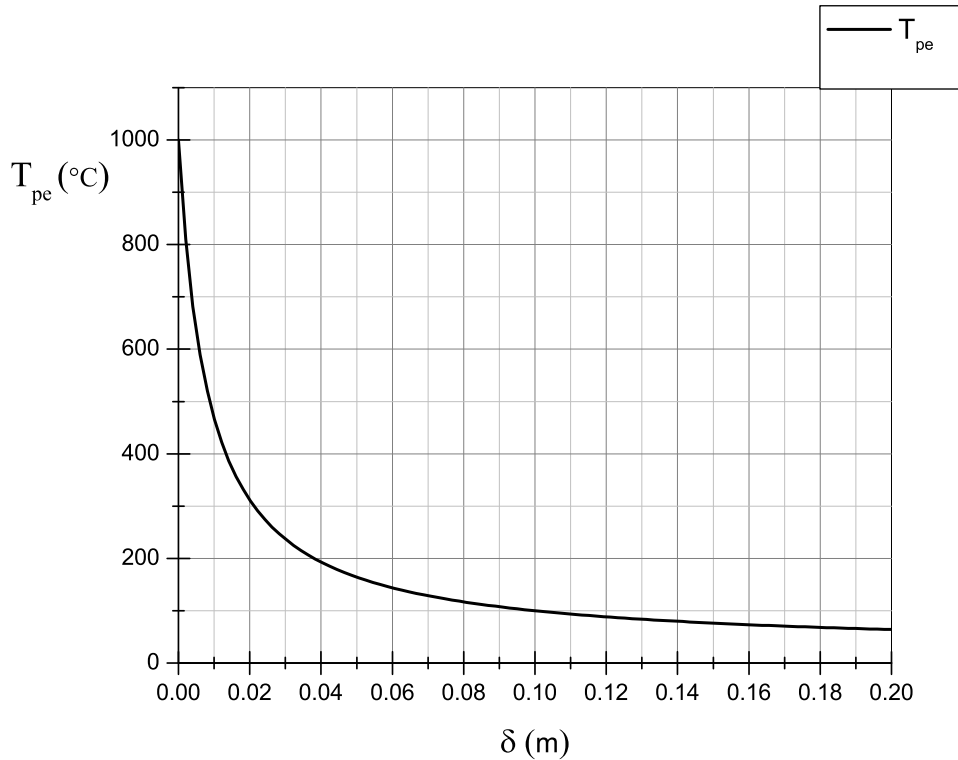


Figura 4.14: Temperatura exterior en estado estacionario de una pared plana aislante con respecto a su espesor δ , al considerar la temperatura de 1000° en la cámara de cocción.

Con la finalidad de que este horno eléctrico opere con un controlador automático configurable se requiere que incluya una resistencia eléctrica que transforme la potencia eléctrica en calor necesario para alcanzar temperaturas superiores en 15 %. Por lo tanto la temperatura máxima se debe incrementar hasta:

$$\theta_{max} = 1396^\circ C \cong 1400^\circ C.$$

con lo cual, el flujo de energía a suministrar $\bar{E}_{0,s}$, es:

$$\bar{E}_{0,s} = \frac{\theta_{max}}{R_T} = \frac{1400^\circ C}{1.126928^\circ C/W} = 1242 W \cong 1250 W.$$

Con estos parámetros físicos y geométricos queda dimensionado el horno de la figura 4.11. Además, cuando se realiza un balance en estado estacionario del flujo de calor por conducción y convección a través de las paredes del horno, y como resultado del balance, se gráfica la temperatura de pared con respecto al espesor del aislante térmico, se obtienen las gráficas de las figuras 4.14 y 4.15. En éstas se puede ver que la temperatura exterior del aislante en estado estacionario a la temperatura máxima de operación del horno, es menor o igual a $80^\circ C$.

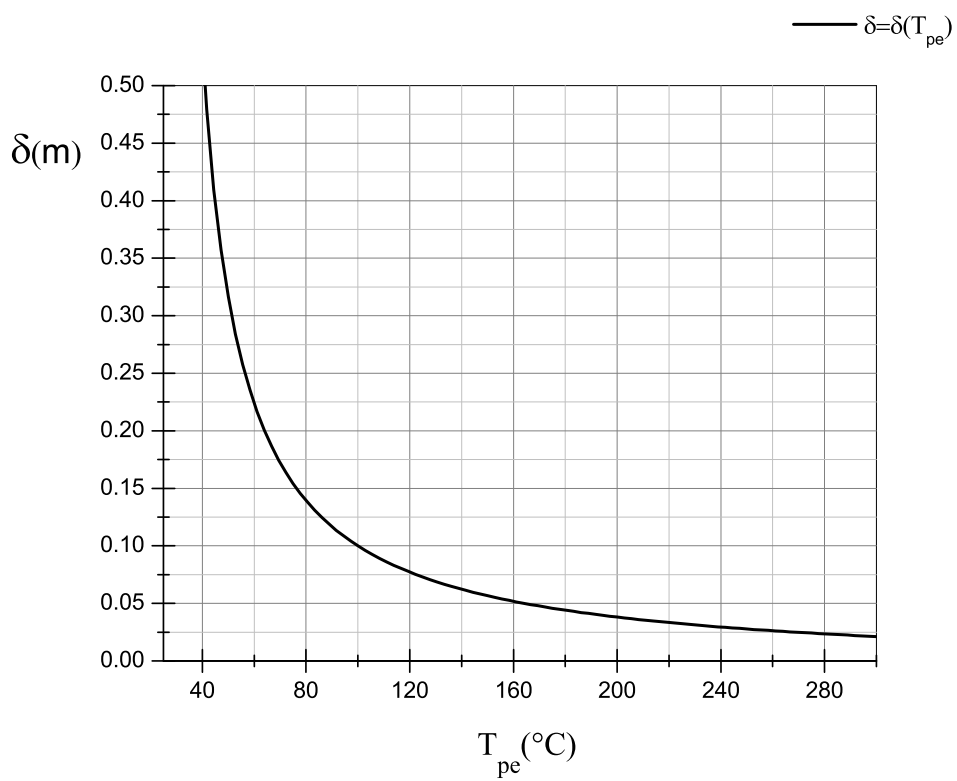


Figura 4.15: Temperatura exterior en estado estacionario de la pared aislante con respecto al espesor δ , al considerar la temperatura de 1000° dentro de la cámara de cocción.

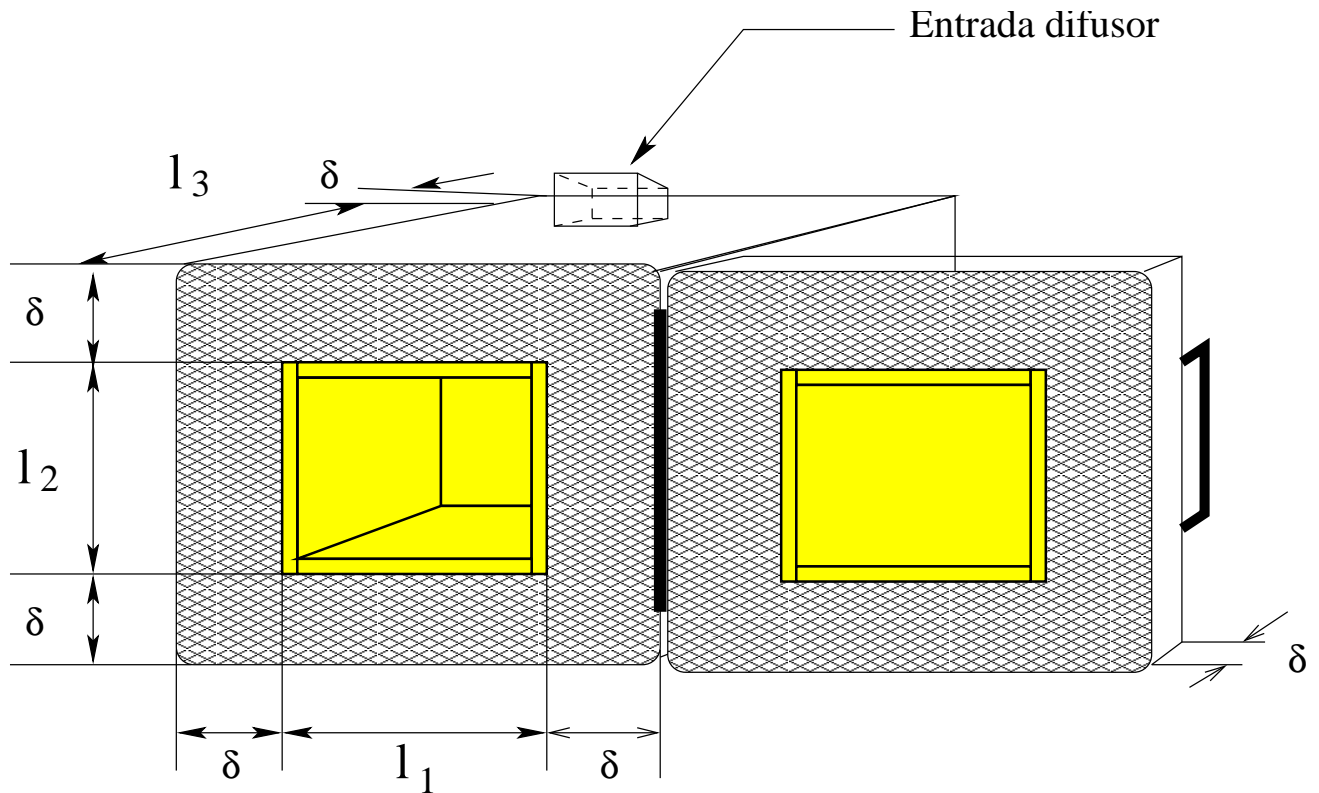


Figura 4.16: Horno Solar eléctrico que recibe energía concentrada por el concentrador Cassegrain-CPC en 3D.

Una vez que se ha diseñado el horno eléctrico, a continuación se muestra el horno solar eléctrico.

Horno solar eléctrico

Para realizar el horno solar eléctrico proponemos dos adaptaciones diferentes, la primera, es para adecuar el concentrador Cassegrain-CPC en 3D, la segunda, para acoplar el concentrador Cassegrain-CPC toroidal.

Enseguida mostraremos el primer diseño.

Horno solar eléctrico A. Al horno eléctrico en la tapa superior se le adapta el difusor diseñado de la figura 4.6. Por supuesto, también en el refractario se le agrega una abertura de diámetro igual $d_{sc} = 0.08 \text{ m}$. En la cámara de cocción internamente al refractario se introduce una cubierta de metal reflector para alta temperatura, como el acero inoxidable 310. El espesor de la lámina es de 0.001 m . Esta chapa metálica tiene un peso de $\rho_{ch} = 7.85 \text{ kg/m}^2$, y el área del metal es de $A_{ch} = 0.4032$. Por lo tanto, su capacidad será de:

$$C_9 = c_{p,9} * m_{ch} = c_{p,9} \rho_{ch} A_{ch} = (450 \text{ J/kg}^\circ\text{C})(7.85 \text{ kg/m}^2)(0.4032 \text{ m}^2) = 1425 \text{ J/}^\circ\text{C}.$$

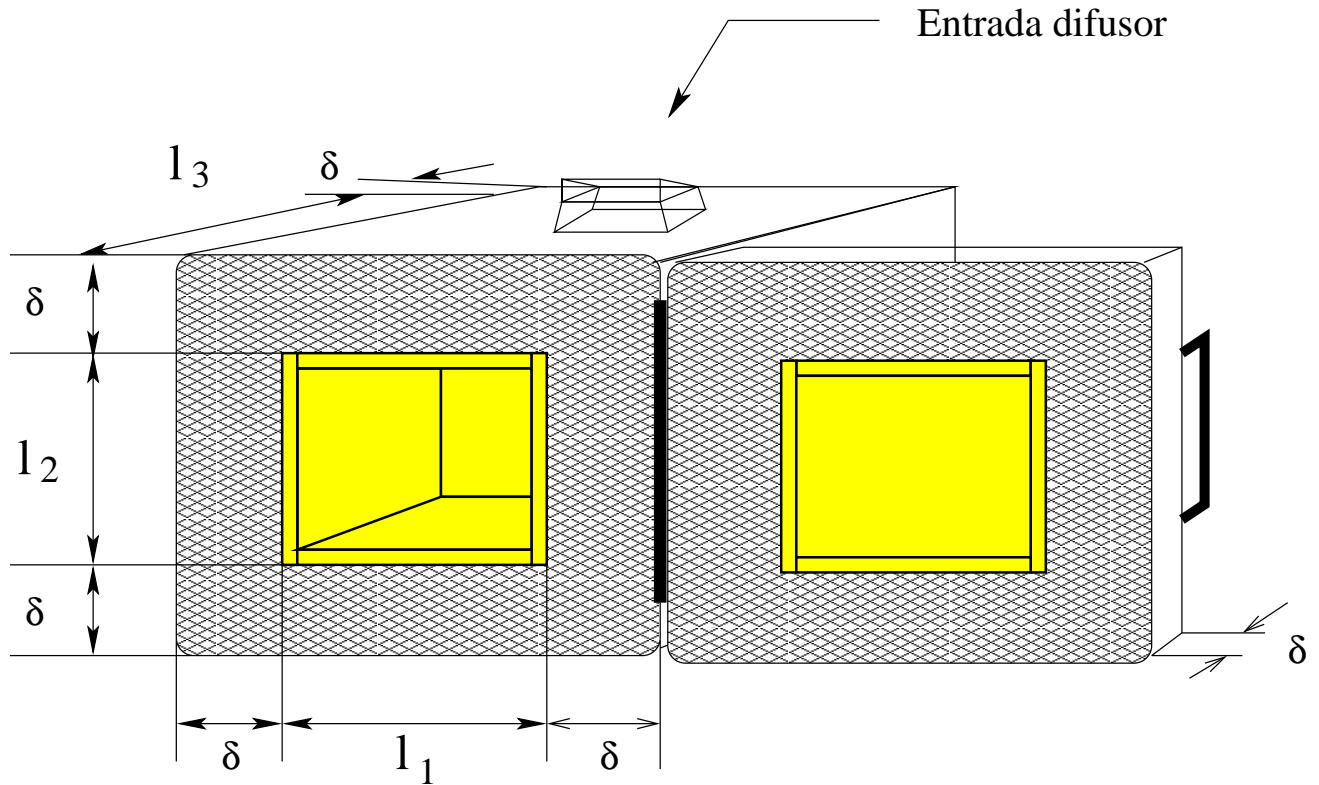


Figura 4.17: Horno Solar eléctrico para recibir energía concentrada del concentrador Cassegrain-CPC toroidal.

Con la finalidad de aprovechar el diseño del horno eléctrico, en este último se cambiará la base refractaria de alúmina, y en su lugar se usará una base de porcelana hueca, que tenga una capacidad $C_{2,s}$, que al sumarle $C_{9,s} = 1425 J/^\circ C$. resulte la capacidad del refractario del horno eléctrico $C_{2,e} = 2653 J/^\circ$.

No obstante las similitudes dinámicas deberá compensar el flujo de energía que será disipado por radiación a través del orificio de entrada del cono difusor. Al hacer una evaluación del flujo de energía disipada hacia el ambiente, a través del orificio, se deberá compensar aproximadamente $100 W$. al considerar al orificio como un cuerpo gris de emisividad $\varepsilon_{hs} = 0.8$. Dado que la energía disipada por conducción y convección, no se puede estimar fácilmente, estimaremos un 50 % respecto de la energía disipada por radiación.

Por lo tanto, se deberá suministrar a este horno una potencia de:

$$\overline{E}_{0,se} = \overline{E}_{0,e} + 150 W = (1250 + 150)W = 1400 W.$$

Las variaciones de los parámetros serán mínimas respecto al horno eléctrico. Además debemos recordar que este horno operará con un controlador automático caracterizable. El horno final se puede ver en la figura 4.16.

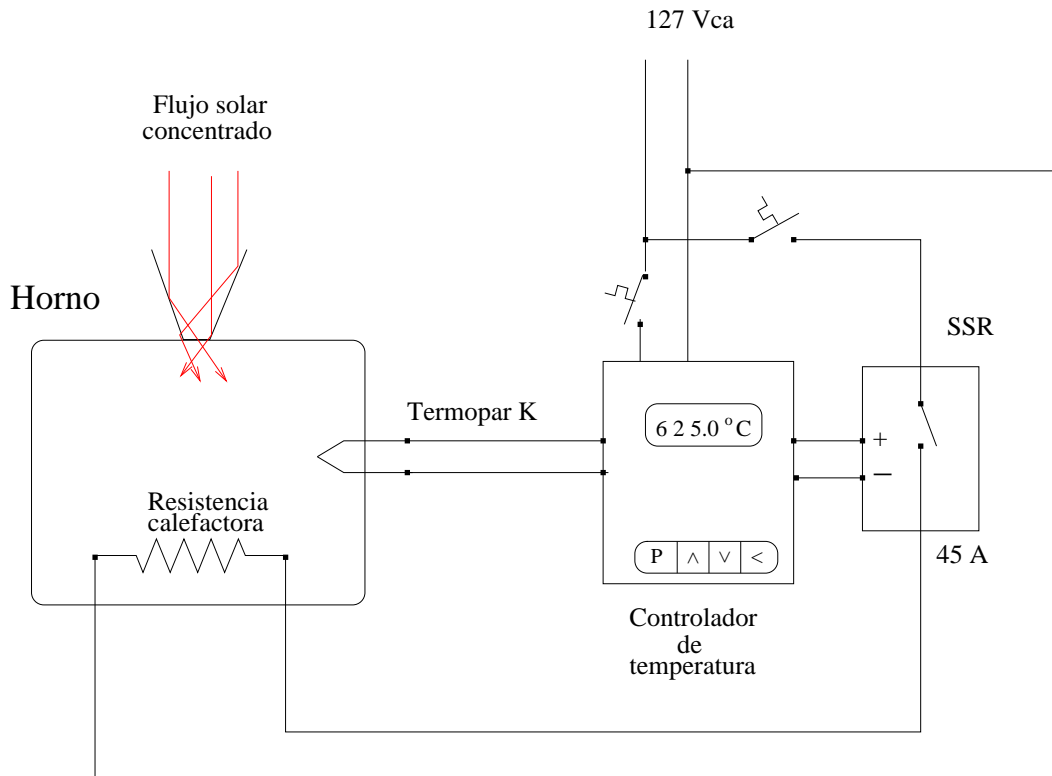


Figura 4.18: Diagrama del sistema de control del horno eléctrico y el horno solar eléctrico.

Horno solar eléctrico B. Al horno eléctrico en la tapa superior se le adapta el difusor diseñado de la figura 4.10, con lo cual queda el horno solar eléctrico que utiliza un concentrador Cassegrain-CPC toroidal, como se muestra en la figura 4.17. Los parámetros son similares a los del horno eléctrico, y las variaciones son menores que en el horno solar con cono difusor.

4.2. Controlador de temperatura del horno solar eléctrico

La figura 4.18 presenta el diagrama eléctrico del controlador de temperatura que utilizarán, el horno eléctrico, el horno solar eléctrico con concentrador Cassegrain-CPC 3D, y el horno solar eléctrico con concentrador Cassegrain-CPC toroidal.

Este controlador tiene como característica principal, el que se puede configurar la evolución de la temperatura deseada. Dado que nosotros ya conocemos la curva de cocción requerida para un proceso adecuado de cocción de la pieza cerámica, entonces, lo que haremos será aproximar con secantes la curva deseada. Como el control cuenta con 180 puntos de configuración, usaremos 171 puntos para configurar la curva desde la temperatura ambiente hasta la temperatura de maduración. Usaremos los últimos nueve puntos para programar el apagado.

El sistema de control funciona de forma tal que una vez configurada la curva requerida con respecto al tiempo, la resistencia se activa o desactiva, al muestrear en intervalos de tiempo del orden de milisegundos, la diferencia entre el valor de la temperatura real, medida por el termopar,

y la temperatura requerida, que está programada para ese instante. El controlador activa o desactiva la señal digital que se le envía al relevador de estado sólido (SSR). El relevador de estado sólido al ser activado, energiza a la resistencia, generando calor por efecto Joule. El calor que genera la resistencia eleva la temperatura del horno. Para elevar esta temperatura del horno se tiene dos contribuciones, la energía solar concentrada, la cual se recibe en la tapa superior, y la energía eléctrica. Las proporciones son tales que siempre se privilegia la recepción de energía solar, y se completa el faltante con energía eléctrica. Esto es debido a que la potencia solar en promedio sólo suministrará un máximo de 620 W . Para estimar este valor se ha considerado que se recibe en el espejo primario parabólico un promedio de 930 W , y que las eficiencias son: del espejo parabólico 0.85, del espejo hiperbólico 0.92, del concentrador CPC 0.92, y del adaptador de entrada al cono difusor 0.95. En caso de total ausencia de energía solar, el horno puede lograr la cocción adecuadamente. Este es el caso del horno eléctrico. Por supuesto, si el horno solar eléctrico sólo recibiera energía eléctrica, tendría una baja eficiencia.

Se debe tener en cuenta que, aunque el sistema de control es el mismo, la resistencia del horno si cambia, y se tienen que, en el horno eléctrico se tendrá una potencia de 1250 W , y en el horno solar eléctrico se tendrá una potencia de 1400 W .

Una vez que se ha diseñado el sistema horno concentrador y su control automático de temperatura, a continuación mostraremos la base de los espejos del concentrador Cassegrain, y el sistema de soportes y guías para los carros del movimiento de las bases.

4.3. Acoplamiento horno-concentrador y servosistema para movimiento de los espejos.

La figura 4.19 muestra esquemáticamente los elementos del horno solar eléctrico. El equipo se integra por: el concentrador solar; el horno; los mecanismos impulsores del movimiento rotatorio; los soportes para los elementos; el sistema mecánico de guías para carros porta-espejos, el tablero de controles eléctrico-electrónicos; los resortes compensadores del peso. El equipo integra los dispositivos mecánicamente, para que se logre:

1. Acoplar mecánicamente el sistema de concentración al horno.
2. Que el sistema de concentración rote, y con esto permita realizar un controlador del seguimiento del disco solar de un sólo eje.
3. Integrar a uno de los concentradores de tercera etapa:
 - a) Concentrador CPC en 3D.
 - b) Concentrador toroidal.
4. Dar alojamiento a los dispositivos de control eléctrico.
5. Dar soporte mecánico a todos los elementos.

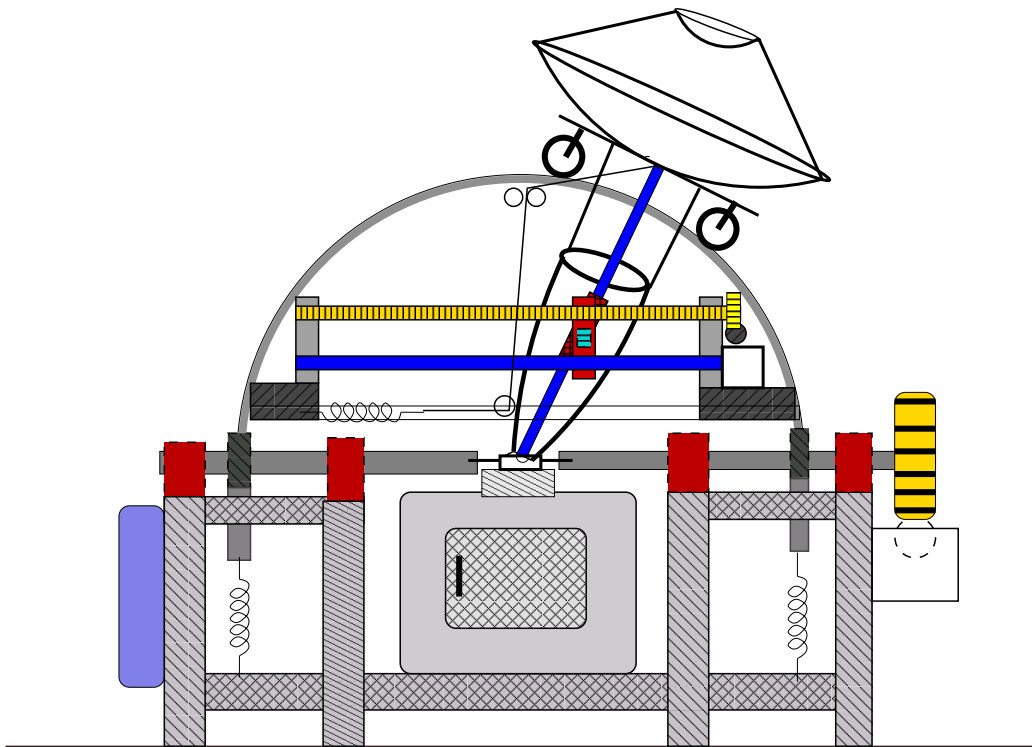


Figura 4.19: Esquema de las partes que integran el horno solar eléctrico.

- Incluir los resortes compensadores del peso de los carros porta-espejos, y del peso del soporte de rieles.

En la figura 4.20 se muestra las partes del horno solar eléctrico con más detalle.

4.3.1. Sistema de contrapesos

Una vez integrados los sistemas en la base soporte, se requiere un sistema de contrapesos para equilibrar el momento causado por el movimiento de rotación de los rieles de guía de los carros que transportan los espejos del concentrador Cassegrain. También se debe evaluar el contrapeso que compense la fuerza en la dirección de los rieles semicirculares. Iniciaremos por el primer sistema.

Sistema para contrapeso de la estructura giratoria, compensadora del ángulo de declinación.

En la figura 4.21 se representa el movimiento en un plano de la rotación de la estructura que soporta los rieles, el carro porta-espejos, los espejos Cassegrain, los mecanismos de impulsión del carro porta-espejos, las poleas y soporte vertical de poleas del sistema compensatorio del peso del carro. Debido a la simetría de construcción, como se muestra en la figura en el inciso *a*), podemos suponer que el centro de masa M_{gir} está desplazado un radio R_M . Debido a que en el punto O se tiene un rodamiento que permite que el eje gire, entonces, se tiene un momento m_{est} . Este momento, requiere ser compensado por un contrapeso. Pero, debido a que nuestro equipo,

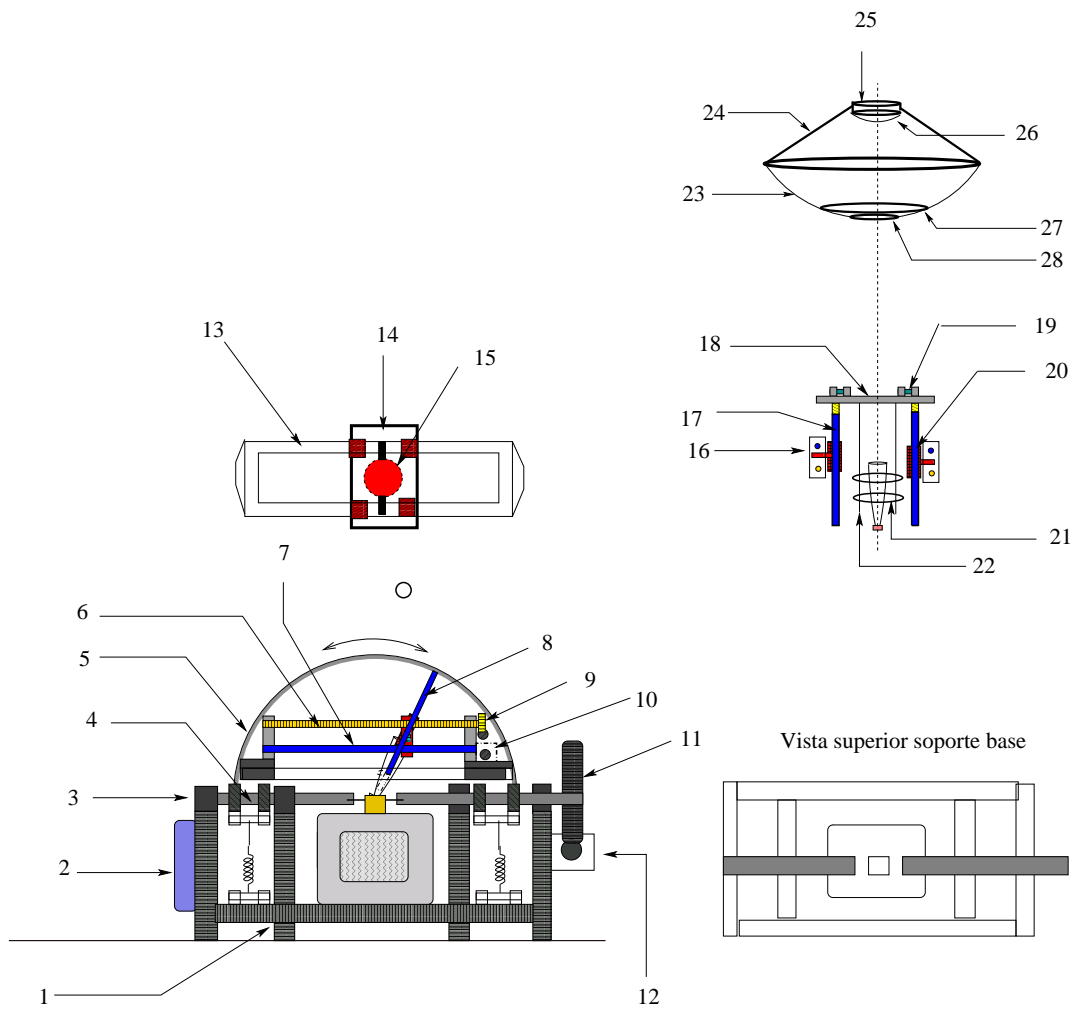


Figura 4.20: Elementos integrados del horno solar eléctrico: estructura de soporte (1); caja de controladores eléctrico-electrónicos (2); chumaceras del eje de rotación de rieles (3); eje para rotación (4); rieles de carro porta-espejos Cassegrain (5); tornillo impulsor de carros porta-espejos (6); guía centradora (7); barra impulsora (8); engranes impulsores (9); servomotor (10); engrane impulso movimiento rotatorio Norte-Sur (11); servomotor impulso de rotación corrector de declinación (12); rieles semicirculares (13); carros porta espejos Cassegrain (14); orificio para paso de flujo radiativo concentrado (15); dispositivo de acoplamiento impulsión-varilla impulsora (16); varilla impulsora de rotación (17); base porta-espejos (18); tornillo adaptador de espejo parabólico (19); buje (20); porta-CPC 3D (21); acopladores del CPC al Cassegrain (22); espejo parabólico (23); soporte porta espejo hiperbólico (24); porta-espejo hiperbólico (25); espejo hiperbólico (26); anillo soporte de espejo parabólico (27); anillo de refuerzo de orificio en espejo parabólico (28).

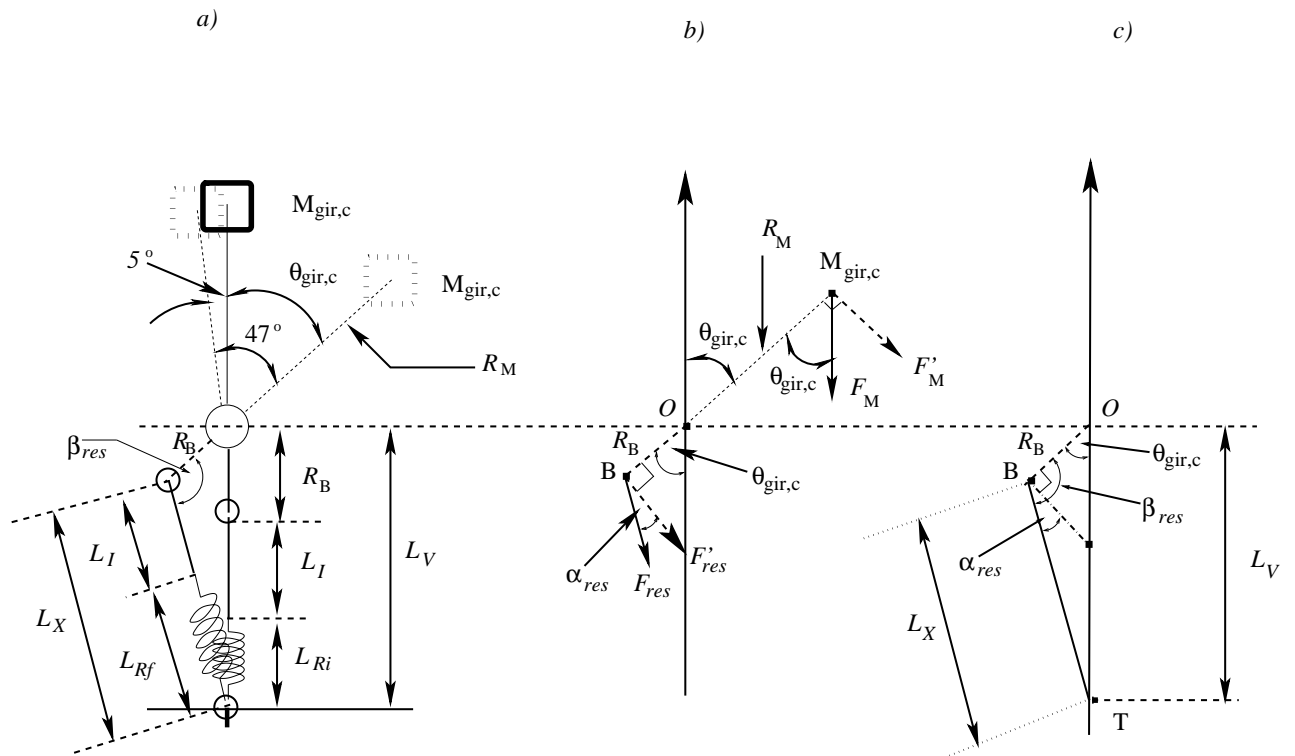


Figura 4.21: Esquema para balance de momentos de la estructura de rieles del concentrador.

puede inclinarse hacia cualquiera de los lados, con respecto a la vertical, se propone un resorte central. Éste se unirá a una barra central en el eje que tiene longitud R_B . En este punto B , se adecuará a lo largo del eje, a un eje rotatorio, que en los extremos, tiene insertados rodamientos. Para complementar la posibilidad de que los resortes giren libremente, en el extremo opuesto, que está sobre la base, en la dirección vertical, a la distancia L_V , se adecúa, también, el mismo sistema de giro. Esto permitirá a los resortes girar libremente, y ajustar la fuerza al estirarse, en la dirección que tiene el ángulo, β_{res} .

Debemos comentar que en la figura 4.21 en el inciso a), se muestra el diagrama representativo del sistema mecánico, con sus puntos extremos para la masa M_{gir} ; y sólo se muestra el extremo de mayor inclinación en el resorte R . En la misma figura, en el inciso b), se muestra el esquema de fuerzas, éste se utilizará para realizar un balance de momentos. A partir de este balance de momentos, se puede caracterizar el resorte R . Finalmente, en la misma figura, en el inciso c), se muestra la geometría de las fuerzas, y las dimensiones geométricas, que nos permiten determinar los ángulos de inclinación de las fuerzas perpendiculares al radio de rotación. Esto, al ser utilizado en el balance de momentos, determina el valor de la constante de restitución K_{res} de la fuerza del resorte.

Del resorte se deben caracterizar: La constante K_{res} , el valor de la máxima elongación del resorte $(\Delta L)_{res}$ y la máxima fuerza requerida por el resorte.

Para nuestras evaluaciones consideraremos conocidas la masa M_{gir} , el radio del centro de masas R_M , el radio de la barra R_B , la distancia vertical central L_V , el ángulo de rotación máxima

por declinación $\theta_{gir,c}$. El tensor T se utilizará para ajustar la longitud del resorte, y si los resortes comerciales lo permiten puede omitirse.

Balance de momentos. En este balance se tomará el supuesto de que, el momento en el sentido contrario a las manecillas del reloj es positivo, y en caso contrario de giro, el momento es negativo. Dado que usaremos el punto O como eje de rotación, la fuerza sólo tiene contribución al momento de fuerzas, con la proyección de la fuerza en la dirección que es perpendicular al radio de rotación. Esto se cumple tanto por la fuerza de la masa M_{gir} , como por la fuerza del resorte R .

Encontremos el valor de la constante K_{res} . Para ello iniciemos con el balance de momentos. En la condición de equilibrio rotatorio se cumple que:

$$\sum_i m_i(O) = 0, \quad (4.78)$$

donde i es el índice del momento, O hace referencia al punto donde se aplica el balance de momentos. En nuestro caso se tiene que:

$$m_1 + m_2 = 0, \quad (4.79)$$

con,

$$m_1 = R_B F'_{res}, \quad (4.80)$$

$$m_2 = -R_M F'_M, \quad (4.81)$$

pero,

$$F'_M = F_M \text{Sen}(\theta_{gir,c}) = -M_{gir} g \text{Sen}(\theta_{gir,c}),$$

Por lo tanto, se tiene que:

$$m_2 = (M_{gir})(R_M) g \text{Sen}(\theta_{gir,c}),$$

donde g es la aceleración de la gravedad de la tierra.

Para encontrar la relación del momento m_1 encontraremos primero, F'_{res} que se expresa como,

$$F'_{res} = F_{res} \text{Cos}(\alpha_{res}).$$

De esta relación, dado que F_{res} es la fuerza producida por el resorte, que al utilizar la geometría del inciso a) de la figura 4.21, se puede expresar como:

$$F_{res} = -K_r(\Delta L)_{res} = -K_r(L_{Rf} - L_{Ri}) = K_r(L_V - L_x - R_B),$$

por lo tanto,

$$F'_{res} = K_r(L_V - L_x - R_B) \text{Cos}(\alpha_{res}).$$

Por lo tanto, el momento m_1 toma la forma:

$$m_1 = R_B K_r(L_V - L_x - R_B) \text{Cos}(\alpha_{res}).$$

Nos queda por encontrar el valor de L_x y $\text{Cos}(\alpha_{res})$, las cuales se obtienen, utilizando la geometría del inciso c de la figura 4.21, a partir de la ley de cosenos, y la ley de los senos respectivamente:

$$L_x = \sqrt{(R_B)^2 + (L_V)^2 - 2(R_B)(L_V)\text{Cos}(\theta_{gir,c})}, \quad (4.82)$$

$$\text{Cos}(\alpha_{res}) = \frac{(L_V)\text{Sen}(\theta_{gir,c})}{L_x} = \frac{(L_V)\text{Sen}(\theta_{gir,c})}{\sqrt{(R_B)^2 + (L_V)^2 - 2(R_B)(L_V)\text{Cos}(\theta_{gir,c})}}. \quad (4.83)$$

Con esto, el momento m_1 se expresa como:

$$m_1 = R_B K_r (L_V - (\sqrt{(R_B)^2 + (L_V)^2 - 2(R_B)(L_V)\text{Cos}(\theta_{gir,c})}) - R_B) * \left[\frac{(L_V)\text{Sen}(\theta_{gir,c})}{\sqrt{(R_B)^2 + (L_V)^2 - 2(R_B)(L_V)\text{Cos}(\theta_{gir,c})}} \right]. \quad (4.84)$$

Dado que a partir del balance de momentos se infiere que

$$m_2 = -m_1,$$

entonces, se tiene que:

$$(M_{gir})(R_M)g\text{Sen}(\theta_{gir,c}) = -R_B K_r (L_V - (\sqrt{(R_B)^2 + (L_V)^2 - 2(R_B)(L_V)\text{Cos}(\theta_{gir,c})}) - R_B) * \left[\frac{(L_V)\text{Sen}(\theta_{gir,c})}{\sqrt{(R_B)^2 + (L_V)^2 - 2(R_B)(L_V)\text{Cos}(\theta_{gir,c})}} \right]. \quad (4.85)$$

Al despejar K_r de la igualdad en la relación (4.85), y realizando un poco de álgebra se obtiene:

$$K_r = - \left(\frac{R_M}{(R_B)(L_V)} \right) \left[\frac{(M_{gir})g\sqrt{(R_B)^2 + (L_V)^2 - 2(R_B)(L_V)\text{Cos}(\theta_{gir,c})}}{L_V - R_B - \sqrt{(R_B)^2 + (L_V)^2 - 2(R_B)(L_V)\text{Cos}(\theta_{gir,c})}} \right]. \quad (4.86)$$

La relación (4.86) evalúa K_r , que es la constante del resorte.

Para estimar, el valor de K_r , se considerará que, $R_M \cong 0.75 \text{ m}$, $R_B \cong 0.20 \text{ m}$, $L_V \cong 0.45 \text{ m}$, $M_{gir} \cong 60 \text{ kg}$ y que $\theta_{gir,c} = 42^\circ$. Al sustituir estos valores en la relación (4.86) se obtiene:

$$K_r = 19\,665.14 \text{ N/m}.$$

La fuerza del resorte en extensión total es:

$$F_{res} = -2\,551.55 \text{ N}.$$

El incremento de longitud del resorte es:

$$(\Delta L)_{res} = 0.12975 \text{ m}.$$

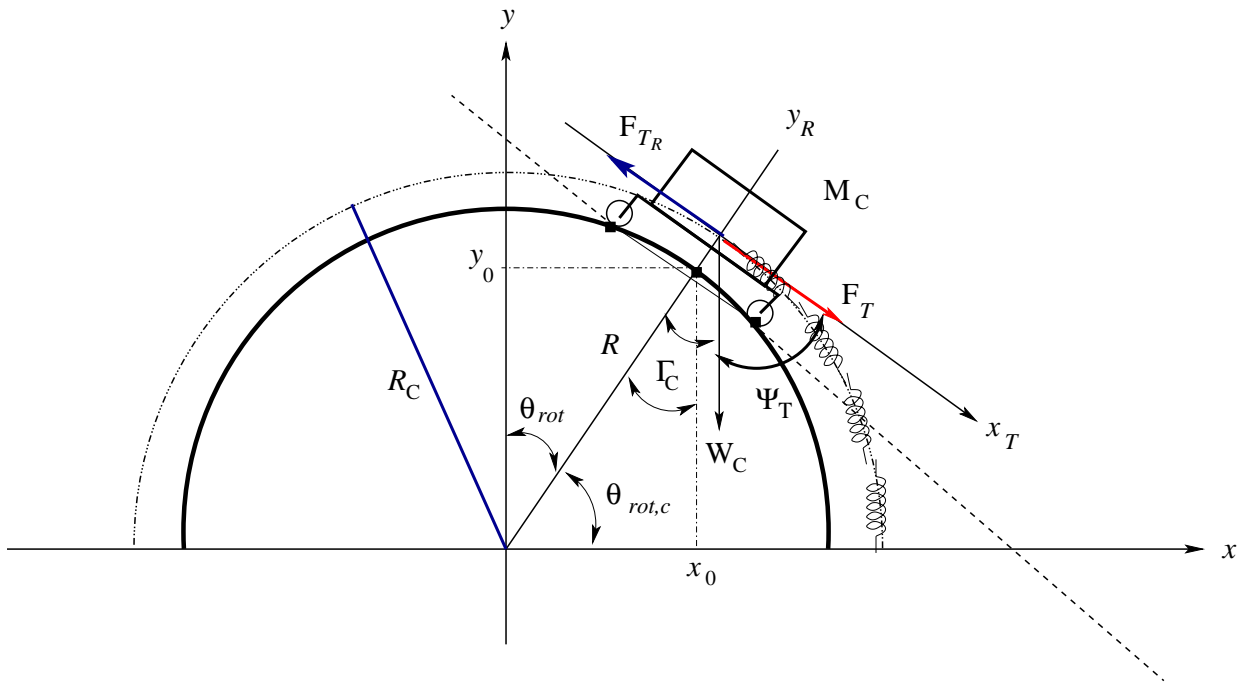


Figura 4.22: Resorte de contrapeso del Cassegrain.

Al considerar este incremento de la extensión máxima del resorte podemos elegir un resorte con:

$$L_{Ri} = 0.25 m,$$

y con una longitud final,

$$L_{Rf} = 0.32975 m.$$

Por lo tanto, se tiene que: $L_I = 0 m$. Con esto se evita el tensor T .

Con el fin de distribuir las fuerzas de los contrapesos a lo largo del eje, se propone dividir al menos en cuatro resortes que tengan las dimensiones ya determinadas pero con una constante de restitución:

$$K'_r = \frac{K_r}{4} = 4916.3 N/m.$$

Una vez que se ha caracterizado el resorte compensador del peso de la estructura giratoria, a continuación determinaremos los contrapesos del concentrador Cassegrain.

Sistema para contrapeso del carro porta-espejos, y espejos del concentrador Cassegrain.

En la figura 4.22, se muestra que el carro con los espejos se mueve en rieles semicirculares, entre un ángulo $\pm\theta_{rot}$ con respecto a la vertical. Esto es requerido para realizar el seguimiento del disco solar durante las horas de inicio del concentrador. Con la finalidad de utilizar la menor cantidad de energía eléctrica del motor del servosistema, se agregará un contrapeso al carro porta-espejos. Este contrapeso se realizará con un dos resortes. Cada uno de los resortes se ubicará dentro

de un tubo semicircular. En el tubo semicircular se considerará que su radio tiene una longitud igual al radio de los rieles.

Para estimar la fuerza que se genera por el carro debido al peso W_C que genera la masa M_C , se considerará que por el centro del carro pasa el radiovector de la semicircunferencia y_R ; y que perpendicular a este radiovector y pasando por el centro de masa pasa el vector x_R ; y que el carro tiene una inclinación que es paralela a la tangente del punto que intersecta el radiovector a la circunferencia, y al vector x_R ; y que los dos puntos de contacto de las ruedas del carro se inclinan de forma tal que se puede suponer que están sobre un plano inclinado, con pendiente paralela a la tangente y por lo tanto al eje x_R . A partir de estas consideraciones, y de la geometría que se muestra en la figura 4.22, se observa que,

$$\Gamma_C = 90^\circ - \Psi_T = 90^\circ - \theta_{rot,c}, \quad (4.87)$$

por lo tanto,

$$\Psi_T = \theta_{rot,c}.$$

La fuerza debido al peso W_C que se debe compensar es la que se genera en la dirección de la tangente. Si no se considera la fricción, la fuerza que se genera en la dirección de la tangente se expresa como:

$$F_T = W_C \text{Cos}(\Psi_T) = (M_C) g \text{Cos}(\theta_{rot,c}). \quad (4.88)$$

Dado que las evaluaciones para el Cassegrain-CPC toroidal, muestran que el intervalo del ángulo θ_{rot} es,

$$-40^\circ \leq \theta_{rot} \leq 40^\circ,$$

con respecto a la vertical, entonces, el intervalo de $\theta_{rot,c}$ es:

$$50^\circ \leq \theta_{rot,c} \leq 130^\circ.$$

En el caso que se evalúa, sólo se considera un cuadrante, el primero, por lo tanto, el intervalo que se considerará es:

$$50^\circ \leq \theta_{rot,c} \leq 90^\circ.$$

Si se considera una masa $M_C = 25 \text{ kg}$, en este intervalo la fuerza F_T toma valores entre

$$0 \leq F_T \leq 157.64 \text{ N}.$$

Con el fin de minimizar la energía utilizada para mover el carro porta espejos, se compensará la fuerza F_T por la fuerza restablecedora F_{TR} , de un resorte semicircular, por lo tanto, se tendrá que:

$$F_{TR} = K_R(S_f - S_i),$$

donde K_R es la constante del resorte, S_f es la longitud final del resorte, S_i es la longitud inicial del resorte. Aunque en la figura se muestran los dos radios de las semicircunferencias, de los rieles y del centro de masa para mostrar el caso ideal, se debe hacer notar que los radios tienen longitudes muy cercanas, por lo tanto, para simplificar los cálculos se considerará que

$$R \approx R_C.$$

Debido a que el resorte tiene forma semicircular, con radio R , entonces, al compensar con la fuerza de restitución F_{TR} , iniciando en el centro de masa del carro, donde el ángulo del radiovector está a 90° , entonces,

$$S_i = R \frac{\pi}{2},$$

y

$$S_f = R \theta_{rot,c}.$$

Por lo tanto, al considerar la dirección negativa de la fuerza del resorte se tiene que,

$$F_{TR} = R (K_R) \left(\theta_{rot,c} - \frac{\pi}{2} \right).$$

Dado que F_{TR} debe compensar a F_T , entonces, se debe cumplir que,

$$F_T + F_{TR} = 0,$$

entonces,

$$F_T = -F_{TR},$$

por lo tanto,

$$(M_C) g \cos(\theta_{rot,c}) = -R (K_R) \left(\theta_{rot,c} - \frac{\pi}{2} \right),$$

o,

$$(M_C) g \cos(\theta_{rot,c}) = R (K_R) \left(\frac{\pi}{2} - \theta_{rot,c} \right),$$

de donde se despeja K_R , y se obtiene:

$$K_R = \frac{(M_C) g \cos(\theta_{rot,c})}{R \left(\frac{\pi}{2} - \theta_{rot,c} \right)}.$$

Dado que no se cuenta con los espejos del Cassegrain, sólo haremos un ensayo numérico, donde se considerará que: $M_C = 25 \text{ kg}$; $R = 0.75 \text{ m}$; $50^\circ \leq \theta_{rot,c} \leq 89^\circ$ y $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Con esos valores se realizaron evaluaciones y se obtuvieron los resultados de la gráfica que se muestra en la figura 4.23. Al ajustar una curva de segundo grado a los resultados de K_R se encontró que esta curva es descrita por:

$$K_R = 194.81 + (2.93171) * (\theta_{rot,c}) - (0.01634)(\theta_{rot,c})^2.$$

Y el valor promedio es:

$$\overline{K_R} = \frac{1}{(89^\circ - 50^\circ)} \int_{50^\circ}^{89^\circ} K_R(\theta_{rot,c}) d\theta_{rot,c} = 317.57 \text{ N/m}.$$

Como se tiene dos rieles, y además, con la finalidad de equilibrar el empuje compensador, se divide el valor de K_R en dos resortes que se ubicarán simétricamente con respecto al centro de los rieles del carro y manteniendo ambos el mismo radio. Por lo tanto, cada resorte tendrá un valor de la constante de:

$$K'_R = \frac{K_R}{2} = \frac{317.57 \text{ N/m}}{2} = 158.79 \text{ N/m}.$$

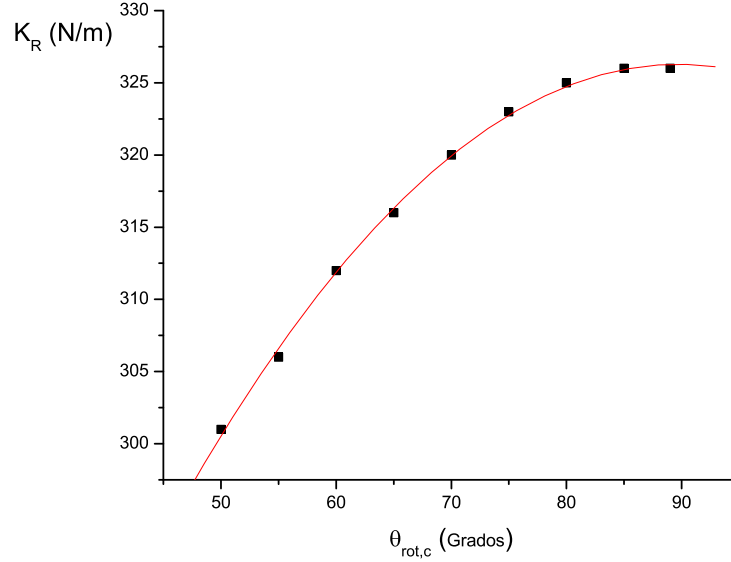


Figura 4.23: Gráfica de K_R respecto a $\theta_{rot,c}$.

Para compensar la fuerza, se utilizarán los resortes compensadores del peso en ambos lados de la semicircunferencia, y la fuerza que se debe vencer para mover el carro con los espejos será la fuerza efectiva F_{ef} , que es:

$$F_{ef} = F_T + F_{TR} = (M_C) g \cos(\theta_{rot,c}) - \overline{K_R} R \left(\frac{\pi}{2} - \theta_{rot,c} \right). \quad (4.89)$$

Cuando se sustituyen los valores numéricos en la relación (4.89), considerando que $\overline{K_R} = 317.57 \text{ N/m}$, se obtiene la gráfica de la figura 4.24. En ésta gráfica se puede observar los valores tan reducidos de la fuerza causada por el peso con respecto al máximo de $F_T = 157.64 \text{ N}$. Aunque sólo se evaluaron valores cada cinco grados, en el intervalo $50^\circ \leq 90^\circ$, se ha obtenido la curva de interpolación que en el intervalo se describe por:

$$F_{ef}(\theta_{rot,c}) = 140.22939 - 4.88641 * (\theta_{rot,c}) + 0.05524 * (\theta_{rot,c})^2 - 2.02828 * (\theta_{rot,c})^3.$$

Una vez que se ha calculado el resorte compensador de la fuerza causada por el peso del carro porta espejos, a continuación se determinará el motorreductor de impulsión del movimiento del carro porta-espejos Cassegrain.

4.3.2. Sistema de impulsión del carro porta-espejos del concentrador Cassegrain.

La caracterización del motor de impulsión requiere conocer la potencia requerida para el movimiento del carro del concentrador Cassegrain. Esto se puede calcular al hacer uso de la fuerza

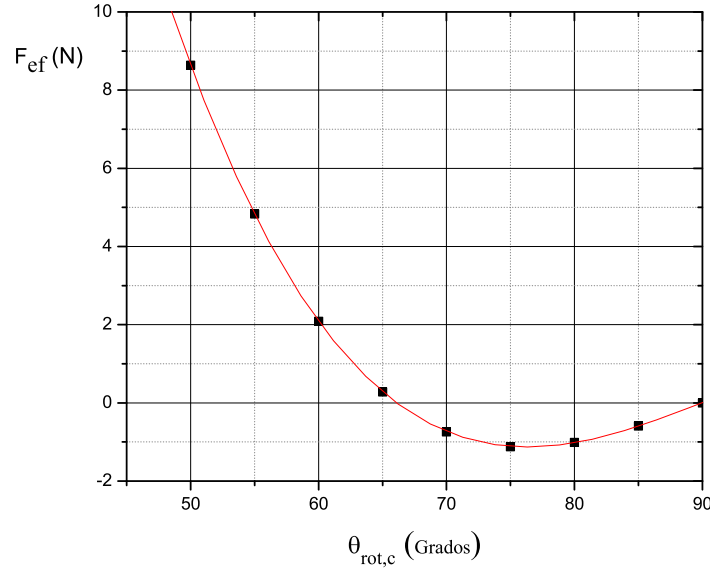


Figura 4.24: Gráfica de la fuerza efectiva del carro porta espejos Cassegrain.

efectiva del carro F_{ef} multiplicada por la velocidad angular, es decir, la potencia requerida de la carga es:

$$\dot{P}_C = F_{ef}\omega_c,$$

donde ω_c es la velocidad angular del carro sobre los rieles. Dado que el movimiento solar horario, es de $15^\circ/hr$, entonces, al seguir el Sol, el carro se debe mover a la misma velocidad, por lo tanto, éste tiene la velocidad angular:

$$\omega_c = \frac{\frac{15}{180}\pi}{3600\text{ s}} = 7.28 \times 10^{-5} \text{ Rad/s}.$$

Al considerar esto en la evaluación de la potencia requerida máxima del carro se obtiene:

$$\dot{P}_C = (8.7\text{ N}) * 7.28 * 10^{-5} \text{ Rad/s} = 0.00063\text{ W}.$$

Este valor es muy bajo. El mecanismo que se ha propuesto para impulsión requiere diez mecanismos intermedios de transmisión, desde el motor hasta el carro, por lo tanto, si se considera que cada etapa, es tan ineficiente que disipa una potencia por fricción del 35 % de la potencia recibida en la etapa anterior, entonces, el motor deberá utilizar una potencia máxima de:

$$P_{mot} = (1.35)^{10}(\dot{P}_C) = (1.35)^{10}(\dot{P}_C) = 9.333\text{ W}.$$

Por lo tanto, aun con tanta ineficiencia de transmisión, el motor trabajará con una potencia muy baja. En la evaluación se ha considerado la potencia máxima requerida por el carro, por supuesto,

durante el movimiento se requerirá menos, dado que, si se observa la gráfica de la figura 4.24, se puede ver que la fuerza disminuye hasta tomar valores muy cercanos a cero. Esto, nos permite dimensionar el motorreductor con un valor de potencia de $15 W$.

Por otro lado, se debe conocer la distancia x_{mc} , que recorre la tuerca impulsora del tornillo. Esto es con el fin de calcular la velocidad que tendrá la varilla impulsora del carro. El valor de x_{mc} se puede calcular por,

$$x_{mc} = H_{IC} \text{Cot}(\theta_{rot,c}). \quad (4.90)$$

En el caso de utilizar el Cassegrain ideal, se tiene que el ángulo mínimo es $\theta_{rot,c} = 50^\circ$. Por lo tanto, al considerar que $H_{IC} = 0.3 m$

$$x_{mc} = (0.30 m) \text{Cot}(50^\circ) = 0.252 m. \quad (4.91)$$

El doble de esta distancia la debe recorrer la tuerca impulsora en $5.333 hr$, entonces la velocidad de esta tuerca es, $= 0.00002625 m/s$. No obstante, se requiere, para un ajuste pronto, ante un uso tardío de inicio, que esta distancia se recorra en a lo más en diez minutos, por lo tanto, la velocidad máxima de la tuerca será de $0.00084 m/s$.

El motorreductor que se consiguió es de $35 RPM$, la transmisión a la salida de este, es por engranes, con una relación uno a uno, el eje del engrane final integra un tornillo sinfin, que cada doce vueltas hace girar un engrane, que está acoplado al tornillo impulsor. Por lo tanto, se tiene aproximadamente tres giros del tornillo impulsor cada minuto, y dado que el tornillo impulsor tiene tres cuerdas cada centímetro, por lo tanto, cada minuto se mueve el tornillo un centímetro. Luego, al utilizar este motorreductor, los cincuenta centímetros del intervalo de operación, se recorrerán en cincuenta minutos.

Este mecanismo es adecuado para el sistema de control, no obstante, requiere mayor velocidad para ser mejorada su capacidad operativa. Con este fin se propone integrar un variador de velocidad que suministre la energía al motor, en el voltaje del motor ($220 Vca$), pero, que varíe su frecuencia hasta en más ocho de veces, y ocho veces menos, esto es, se debe tener un rango de $10 - 480 Hz$.

Una vez que se ha mostrado el sistema de impulsión a continuación se presentará el sistema de control de seguimiento del disco del Sol.

4.4. Sistema de control de seguimiento del disco solar

El sistema de control de seguimiento del disco solar que se muestra en la figura 4.26, realizará la tarea de enfocar el Sol. Para este objetivo se cuenta con un recurso conocido: que el ángulo $\theta_{rot,c}$ es una función de la hora solar, que debe cumplir,

$$\theta_{rot,c} = 15^\circ t_s,$$

donde t_s es el tiempo en horas.

Debido a que se iniciará en la posición Norte-Sur, el control, tendrá el ángulo objetivo:

$$\theta_{obj} = 150^\circ - 15^\circ t_s.$$

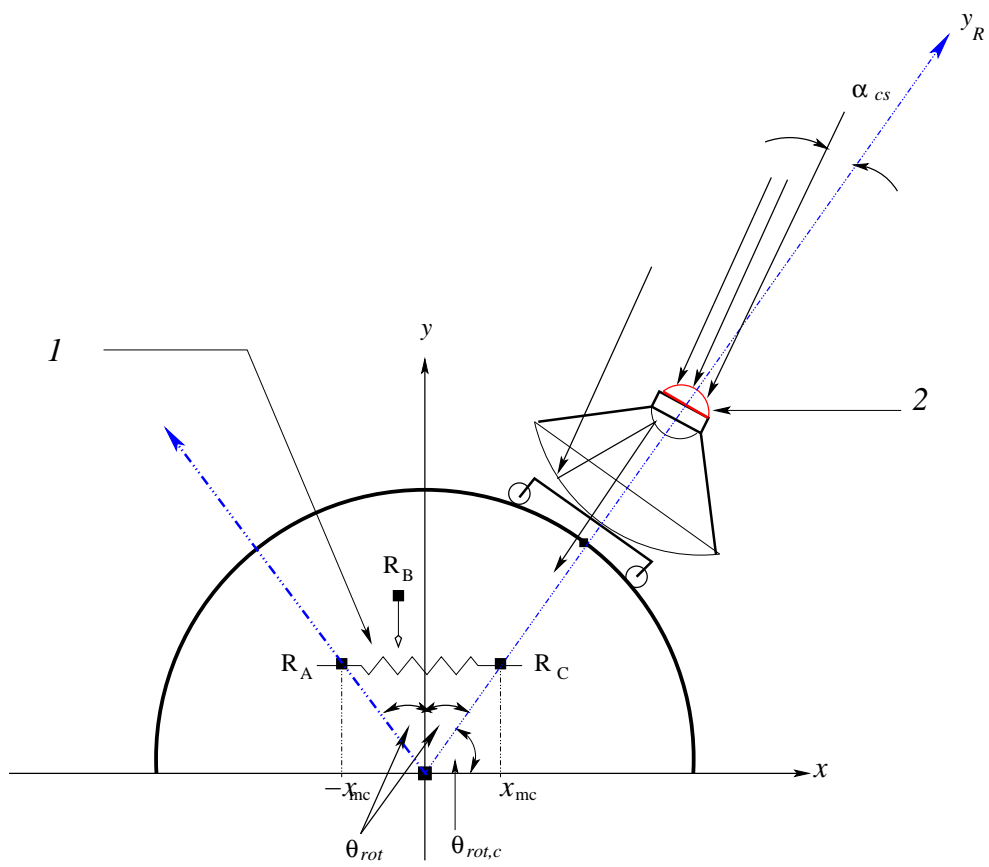


Figura 4.25: Elementos de retroalimentación electrónica; resistencia eléctrica (1); sensores de captación luminosa direccional (2).

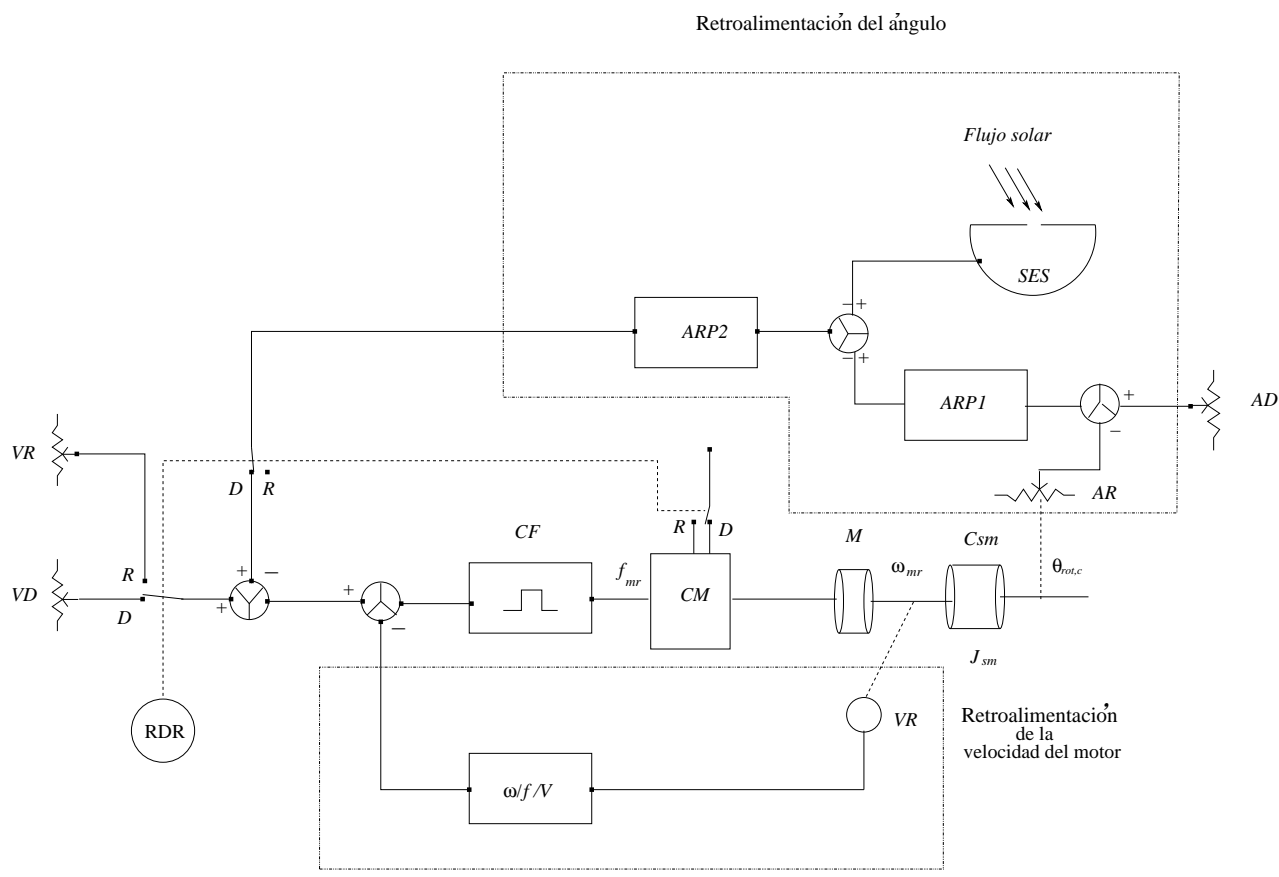


Figura 4.26: Sistema de control del seguimiento del disco solar.

Para retroalimentar el ángulo objetivo real $\theta_{obj,r}$, se utiliza la resistencia variable (1) mostrada en la figura 4.25.

Este sistema de control es adecuado, para controlar el desplazamiento angular, aunque, debido a los huelgos de las rótulas de todo el mecanismo de impulsión, el sistema no es suficiente para asegurar un enfoque el Sol con la exactitud requerida. Para enfocar de manera más precisa se propone un elemento de retroalimentación como el dispositivo 2 de la figura 4.25), el cual se construirá utilizando sensores de energía luminosa, que se ubican en el fondo de un semicilindro, y que funcionan de forma tal que, generan un potencial positivo, negativo o cero, dependiendo de la incidencia del flujo solar. El flujo solar en este dispositivo es captado a través de un orificio superior, y este flujo se introduce con un ángulo de inclinación que se genera por la dirección del disco solar con el plano horizontal, de modo tal que, el dispositivo genera una señal positiva si el flujo incide con una inclinación superior a la vertical, o genera una señal negativa si el flujo incide con un ángulo menor a la vertical, y genera una señal sin voltaje si el flujo incide verticalmente.

Para una captación efectiva del flujo radiativo, la impulsión requiere un giro uniforme de $15^\circ/hr$. Por lo tanto, el sistema de impulsión debe generar esto. En la figura 4.26 se puede ver que el sistema de control propuesto. En la operación más sencilla, se solicita una velocidad constante del motor, de tal forma que la velocidad lineal sea la velocidad media del recorrido del intervalo angular, es decir,

$$\dot{x}_{ti} = \frac{0.5 m}{4 hr} = \frac{0.5 m}{3600 s} = 0.000139 m/s.$$

El arreglo de la transmisión de impulsión nos entrega una velocidad lineal de cuatro veces la velocidad media requerida, por lo tanto, para obtener la velocidad media se reducirá la frecuencia suministrada al motor de $60 Hz$ a $15 Hz$. Esta frecuencia será considerada para la solicitud de la velocidad del motor, que será de $450 RPM$. Después el sistema de realimentación de posición, actuará como elemento impulsor de la solicitud de velocidad adicional o menor, al amplificar por medio de los amplificadores ARP1 y ARP2, la diferencia de señales entre el valor angular requerido del sensor AD y el valor real del sensor AR. En esta contribución puede influir el dispositivo de enfoque solar, de forma positiva cuando el ángulo abre a la izquierda con respecto a la vertical, o negativamente, cuando el ángulo de incidencia abre a la derecha con respecto a la vertical, o de forma nula cuando la incidencia es paralela a la vertical. De esta manera el sistema de control asegurará un enfoque efectivo, y la continuidad en caso de ausencia del flujo solar directo.

Al llegar al final del recorrido angular, se activarán unos microinterruptores que accionarán el relevador RDR, éste activa la acción de reversa, la cual finaliza al encontrar el recorrido en el ángulo de 150° , al tocar un microinterruptor, que activará el paro del motor.

4.4.1. Elementos del control

Para complementar la información del sistema de control se describirán brevemente cada uno de los elementos del controlador de enfoque.

Elemento VD. Éste es el dispositivo que se utiliza para solicitar la “velocidad deseada”. Puede ser una resistencia divisora de un voltaje, si se requiere solicitud constante, o puede ser una resistencia alimentada con voltaje variable respecto al tiempo, para solicitar una velocidad variable

respecto al tiempo.

Proceso CF. Éste es el sistema de control de la frecuencia/voltaje de alimentación al motor. El sistema tiene que variar la frecuencia de $0 - 480 \text{ Hz}$.

Sistema CM. Éste se integra por elementos electrónicos (SCR's) y eléctricos (relevadores) que permiten manipular la potencia eléctrica del motor.

Elemento M. Éste es el motor, que impulsa a un reductor mecánico, es de 220 Vca, de una potencia de 40 Watts, y opera a una frecuencia nominal de 60 Hz, con una velocidad de 1750 RPM.

Elemento C_{sm} . Éste representa a la carga del sistema mecánico para el motor. Por supuesto, este tendrá una inercia equivalente indicada por J_{sm} .

Elemento VR. Éste es el elemento de retroalimentación de la velocidad real del motor, para esta función se puede adaptar un disco ranurado al motor que envíe pulsos digitales.

Sistema $w/f/V$. Éste es un sistema que mide la velocidad mediante los pulsos digitales, luego esta velocidad la transforma en una frecuencia, o bien en un voltaje, que sale del sistema para compararse con la señal objetivo de velocidad.

Elemento VR. Éste es el dispositivo que gradúa la velocidad deseada para la reversa.

Relevador RDR. Éste tiene por función activar y coordinar la funciones de acción de la inversión del giro del motor, por lo que activará al bloque CM y al elemento VR, y desactivará al sistema de retroalimentación del ángulo, y simultáneamente al elemento VD.

Elemento AD. Éste tiene la función de programar el ángulo deseado, que se programará con respecto al tiempo, para solicitar un ángulo de forma dinámica. Por supuesto el ángulo solicitado es el ángulo objetivo.

Elemento AR. Éste tiene la función de retroalimentar el ángulo real. Para este fin se utiliza una resistencia variable que retroalimenta un voltaje. Éste último es comparado con el valor deseado, para amplificar la diferencia.

Sistema ARP1. Éste amplifica la diferencia, de las señales diferencia de ángulos, el deseado y el real, y sus salida se suma o resta con la señal que proviene del elemento de enfoque angular direccional SES.

Elemento SES. Éste le hemos denominado sistema de enfoque solar, es un elemento preciso, que permite ajustar el ángulo de incidencia al concentrador de manera más efectiva. Su salida se suma o resta a la salida del amplificador ARP1.

Sistema ARP2. Es un amplificador de la retroalimentación de la posición angular, y entrega su señal positiva o negativa al punto donde se fija la velocidad deseada. Con esto, se influye de forma directa en la modificación de la velocidad del motor para que se adelante y lograr el enfoque o se retrase para que sea alcanzado por el movimiento del Sol.

Con esto se ha descrito el sistema de control, a continuación mostraremos las evaluaciones experimentales realizadas en el horno eléctrico.

Capítulo 5

Resultados experimentales

Del horno eléctrico para cocimiento de cerámica vidriada utilizando CPC's, sólo el horno eléctrico se construyó y se evaluó. Para esto, se inició con el diseño, dimensionamiento y caracterización del horno, como se presentó en la subsección 4.1.2. El horno ya construido se muestra en la figura 5.1. Se puede ver que durante la construcción fue sustituido el suministro de energía propuesto en cavidad completa, y en su lugar se utilizó una resistencia eléctrica inmersa en una placa, que se ubicó en la base de la cavidad. En su totalidad el horno incluye: una tapa superior desmontable, una puerta que se cierra mediante un tornillo; las paredes de la cámara de fibra de vidrio, usado como aislante térmico. Como pieza cerámica se usó una alcancía que fue suministrada por el taller de cerámica "Angelito", ubicado en Acatlipa Morelos, y que es propiedad del Sr. Ángel Tapia Salinas. La pieza cerámica fue elaborada con materiales que incluyen una mezcla de arcilla, cuarzo, talco, caolin, carbonato de calcio, y otros materiales considerados impuras. La formulación específica es un secreto del fabricante. No obstante, las proporciones básicas se conocen ampliamente en la literatura [10], y para un cuerpo cerámico para cocción de mil grados centígrados se recomienda usar una mezcla de, 25-45 partes de arcilla, 30-40 de cuarzo más feldespato y 15-35 de carbonato de calcio.

En las figuras 5.2 y 5.3, en la vista posterior del horno se puede ver montados en una placa: los controles electrónicos. También se puede observar en esta vista, los extremos de la resistencia eléctrica, y las conexiones de los termopares.

Del horno se evaluará experimentalmente la resistencia térmica del horno y la evolución de su temperatura con respecto al tiempo. Este último será comparado con la modelación teórica de acuerdo a los parámetros geométricos finales, y se revisará si el modelo es adecuado.

Para obtener los datos de temperatura, se utilizó un termopar, comúnmente usado en los hornos de cerámica. El termopar es del tipo "k". Además se instaló en la cámara del horno un segundo termopar en la tapa posterior en la dirección central, en la parte superior en la cámara del horno. Esto se hizo con la finalidad de obtener un valor estimado de los diferenciales internos de temperatura, y considerar con estos diferenciales de temperatura uno de los factores de incertidumbre para encontrar la temperatura "verdadera", en los datos de temperaturas medidas durante las cocciones experimentales. La señal del potencial generada por el termopar superior se envió a un transductor (NOVUS "My Pclab"), de éste sale una señal que se envía a la computadora, donde, por medio de un programa proporcionado por el fabricante se observaron las lecturas de temperatura. Además



Figura 5.1: Horno eléctrico final (vista frontal).



Figura 5.2: Horno eléctrico final (vista posterior).

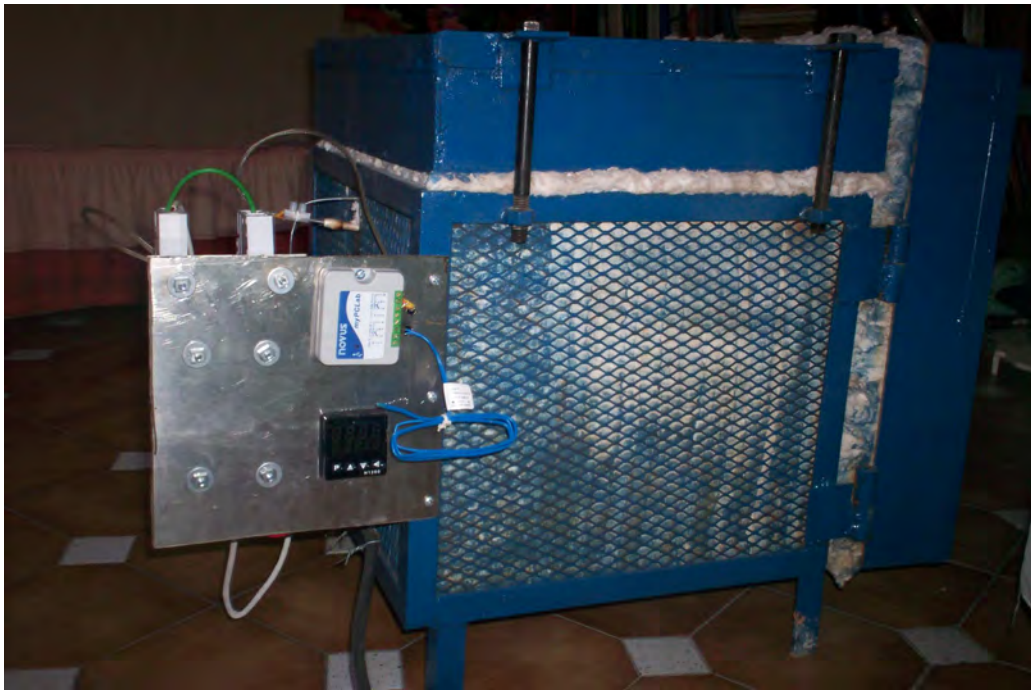


Figura 5.3: Horno eléctrico final (vista lateral izquierda).



Figura 5.4: Pieza vidriada dentro del horno, para cocción.



Figura 5.5: Pieza cerámica ya cocida en el horno eléctrico.



Figura 5.6: Medición de la temperatura por el controlador.



Figura 5.7: Medición de la temperatura por el “datalogger” y computadora.

por medio de “My PClab” se obtuvieron las lecturas de la temperatura ambiental. Para verificar que el indicador de temperatura (Controlador NOVUS N1200) mostrara una lectura “real”, se le suministro una señal de milívoltaje, y se observó la lectura de temperatura correspondiente en el indicador, y se encontró que este dispositivo tenía una adecuada calibración de fábrica. Se debe comentar que, aunque se verificó la lectura adecuada del controlador, el fabricante indica que el controlador está calibrado desde la fábrica y que no recomienda manipular la calibración, por el usuario.

Un segundo factor de incertidumbre o error, es el debido a la medición de la temperatura, la cual siempre conlleva un error. El fabricante del indicador de temperatura especifica que este dispositivo tiene un error de: 0.25 % del span. Dado que el “span” que le fue programado al controlador es de $1300^{\circ}C$, entonces, el error en temperatura equivale a:

$$\Delta T = \left(\frac{0.25}{100}\right)1300^{\circ}C = 3.25^{\circ}C.$$

Una tercera fuente de incertidumbre o error de medición es la causada por el termopar, debido a su respuesta al “calentamiento” de su masa expuesta al medio que “mide”, en nuestro caso la cavidad del horno. La temperatura del termopar T_{tp} , tiene un comportamiento térmico con respecto a la temperatura del horno T , que sigue la relación:

$$T_{tp} = T - (T - T_i) \text{Exp} \left[-\frac{t}{\tau_{tp}} \right]. \quad (5.1)$$

donde el tiempo de relajación es:

$$\tau_{tp} = \frac{m_{tp}c_{p-tp}}{hA_{tp}}, \quad (5.2)$$

considerando que m_{tp} es la masa del termopar expuesta al medio, c_{p-tp} es el calor específico del termopar, h es el coeficiente de traspaso de calor entre el medio y el termopar, y A_{tp} es el área de contacto entre el termopar y el medio. En nuestro caso el termopar tiene una longitud dentro de la cámara de 0.04 m , con un diámetro de cada varilla de 0.0033 m , y una masa de 0.001 kg/cm . Por lo tanto, al utilizar estos datos se obtiene un valor de tiempo de respuesta:

$$\tau_{tp} = \frac{m_{tp}c_{p-tp}}{hA_{tp}} = \frac{(0.004 \text{ kg})(485 \text{ J/kgK})}{(10 \text{ W/m}^2\text{K})(0.00124344 \text{ m}^2)} = 152 \text{ s} = 2.53 \text{ min.}$$

Donde en la evaluación se consideró $h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$.

Para realizar una medición de temperatura en un medio que se encuentra en estado estacionario, se supondrá que el termopar al tiempo $t = 0 \text{ s}$ se encuentra a una temperatura T_i , y que luego se somete a un medio con temperatura T . Después, para el tiempo $t > 0$ se cumple la relación (5.1), que al rearrreglarla se expresa como:

$$T - T_{tp} = (T - T_i) \text{Exp} \left[\frac{-t}{\tau} \right]. \quad (5.3)$$

Si observamos la evolución de la diferencia $T - T_{tp}$ para un valor de $t = 6\tau$ dentro de un “medio” que tiene una diferencia de temperatura inicial de 100°C con respecto a la temperatura del termopar, se encuentra al hacer la evaluación en la relación (5.3), que:

$$T - T_{tp} = 0.25^\circ\text{C}.$$

Este valor numérico está dentro del intervalo de error de medición del instrumento de indicación, por lo tanto, se puede decir que:

$$T \cong T_{tp}.$$

Dado que el valor de τ de nuestros dos termopares de medición es de aproximadamente $\tau_{tp} = 2.53 \text{ min}$, para obtener el valor verdadero de un dato se tendría que considerar un intervalo de tiempo de aproximadamente quince minutos. Debido a esto, en los datos medidos de temperatura del horno se les asignará un error por medición del termopar igual al promedio del dato anterior y el siguiente de las temperaturas. Esto se hace debido a que los datos fueron tomados con intervalos de quince minutos en su mayoría.

Debemos comentar que la incertidumbre o error a considerar debido a la diferencia interna de temperatura, es de acuerdo con la medición de los dos termopares de 28°C . Por tanto, consideraremos este valor como un error del proceso de medición para obtener el valor verdadero del dato de temperatura.

Estos tres errores de medición en la temperatura serán considerados como incertidumbres en los datos, por medio de la fórmula:

$$\varepsilon_T = \sqrt{(\varepsilon_{tp})^2 + (\varepsilon_{im})^2 + (\varepsilon_{gp})^2}, \quad (5.4)$$

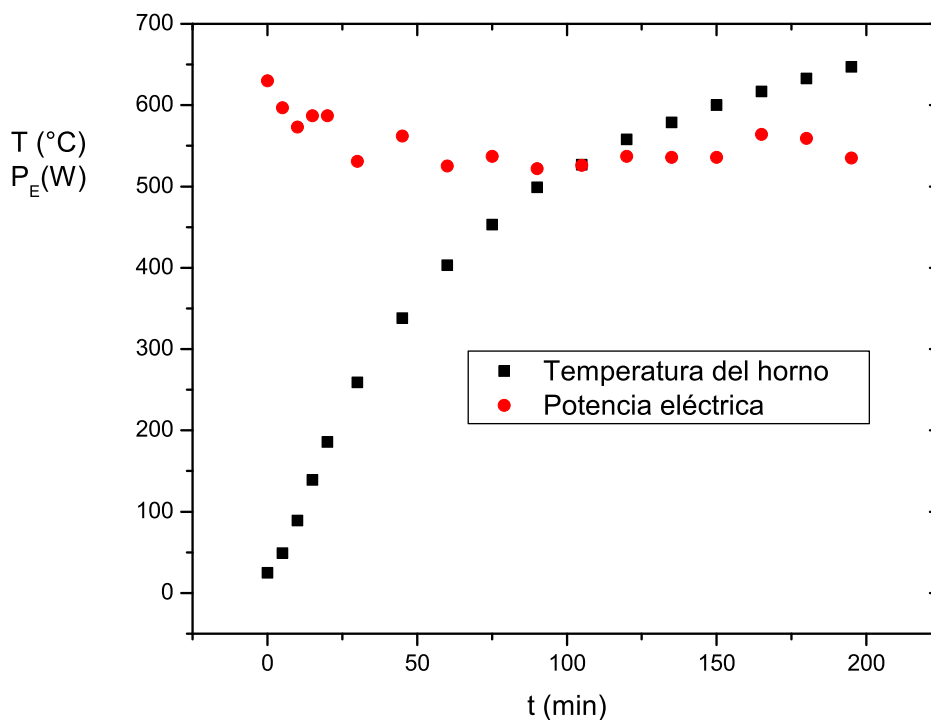


Figura 5.8: Datos de temperatura y potencia eléctrica consumida del horno eléctrico.

donde se tiene que ε_T es el error en el dato medido, ε_{tp} es el error en el termopar, ε_{im} es el error en el instrumento de medición, ε_{gp} es el error en el dato debido a los gradientes espaciales en el proceso.

El error en la medición de la resistencia térmica considera los errores de los instrumentos, y las relaciones conocidas para propagación de errores.

A continuación se muestra medición de la resistencia térmica experimental del horno.

5.1. Resistencia térmica.

Para medir la resistencia térmica del horno se instaló dentro de la cámara de cocción, una resistencia eléctrica con una potencia nominal de 750 Watts (21.3Ω , de resistencia a $25^\circ C$). Luego, se cerró el horno y a la resistencia se le suministró potencia eléctrica a plena carga, es decir, “alimentada” directamente de la línea de suministro de la red comercial. Después se tomaron datos de temperatura, corriente eléctrica y voltaje en los bornes de la resistencia.

Para medir la resistencia térmica del horno se alcanzó en éste el estado estacionario, y fue durante esta etapa del proceso donde se evaluó la resistencia térmica. Para alcanzar el estado es-

tacionario, tomó dos horas y media posteriores a alcanzar la temperatura máxima mostrada en los datos. Esto fue hecho con la finalidad de evitar el error por respuesta del termopar, y el que se debe a los gradientes internos espaciales, por lo que sólo tomaran en cuenta el error debido a los instrumentos corriente, voltaje e indicación de temperatura.

La temperatura del horno en el estado estacionario fue 683°C ; la temperatura ambiente fue 35°C , y la corriente media fue de 4.73333 A el voltaje promedio de 120.3 vac . Con estos datos la resistencia térmica es:

$$R_{T,h,exp} = \frac{(T - T_{amb})}{\dot{P}_E} = \frac{(683 - 35)^{\circ}\text{C}}{120.3 * 4.73333\text{ W}} = 1.14^{\circ}\text{C/W}.$$

El error en la evaluación es de $\pm 0.04^{\circ}\text{C/W}$. El error porcentual es del $3.95\% \cong 4\%$. Este valor es cercano al utilizado en nuestras evaluaciones teóricas que fue de $1.126928^{\circ}\text{C/W}$. Por lo que se puede observar que el valor de la resistencia teórica está dentro del intervalo en que se puede encontrar la resistencia térmica experimental, no obstante, se debe comentar que el valor teórico fue calculado con valor de conductividad térmica del aislante térmico en 500° .

Una vez finalizada la comparación de resistencias térmicas, a continuación se muestra la experimentación de la cocción en el horno.

5.2. Cocción de cerámica vidriada en el horno eléctrico

Para la cocción de cerámica en el horno, se introduce la pieza vidriada como se muestra en la figura 5.4, luego el horno se cierra, y al controlador de temperatura se le solicita (programa) una temperatura de 1300°C en el “set-point” (punto consigna). Esto se hace con la finalidad de que la resistencia eléctrica esté energizada durante todo el tiempo de operación, es decir, se mantenga a potencia constante. De esta forma, el horno desarrollará una evolución de temperatura que se deberá comparar con el modelo teórico que fue previamente desarrollado. Posterior a la cocción, la pieza de cerámica finaliza como se muestra en la figura 5.5. Ahí se puede notar que el recubrimiento vidriado se ha vuelto transparente, haciendo lucir adecuadamente el colorido de la pieza cerámica.

5.2.1. Descripción de la cocción

La cocción de cerámica vidriada fue realizada en el horno, el día 24 de agosto del 2009. Se inició la corrida a las 11:30 horas de la mañana, y finalizó cinco horas después. La pieza cerámica que se introdujo al horno fue una alcancía. Los resultados de la cocción se muestran en la gráfica de la figura 5.9. Ahí se puede ver la evolución de la temperatura, la potencia suministrada, y la temperatura ambiente, así como también la gráfica de la curva teórica, generada a partir del modelo propuesto. Debido a la escala de temperatura en esta figura, los datos de la temperatura ambiente se ven casi constantes, por lo que, con la finalidad de mostrar el detalle de estos datos, en la gráfica de la figura 5.10 se muestran en una escala más adecuada. Se puede ver que los datos de temperatura del ambiente tienen una disminución intermedia, que puede causar dudas. No obstante, los datos son correctos, pues esto se generó debido a que el experimento se llevó a cabo inicialmente en una habitación cerrada, y cuando se abrió la puerta, la temperatura ambiente alrededor del horno

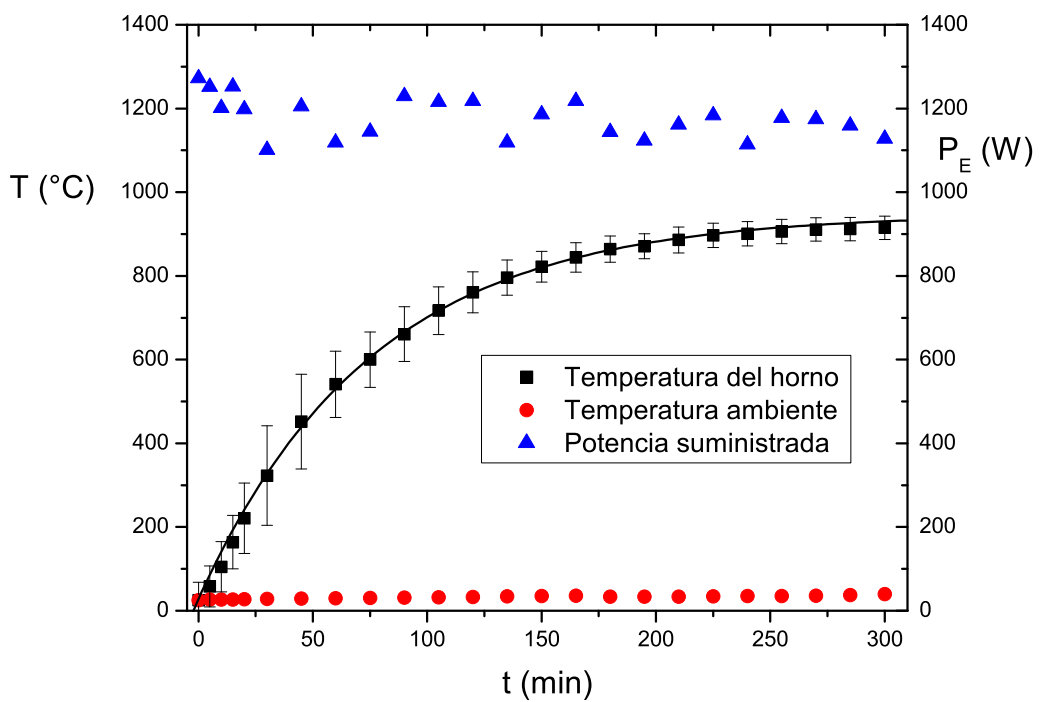


Figura 5.9: resultados experimentales con incertidumbre durante la cocción en el horno eléctrico. También se incluye la comparación de los datos de temperatura con la curva teórica del modelo, que se muestra en línea continua. También se muestran los datos de: potencia, temperatura ambiente, y temperatura del horno.

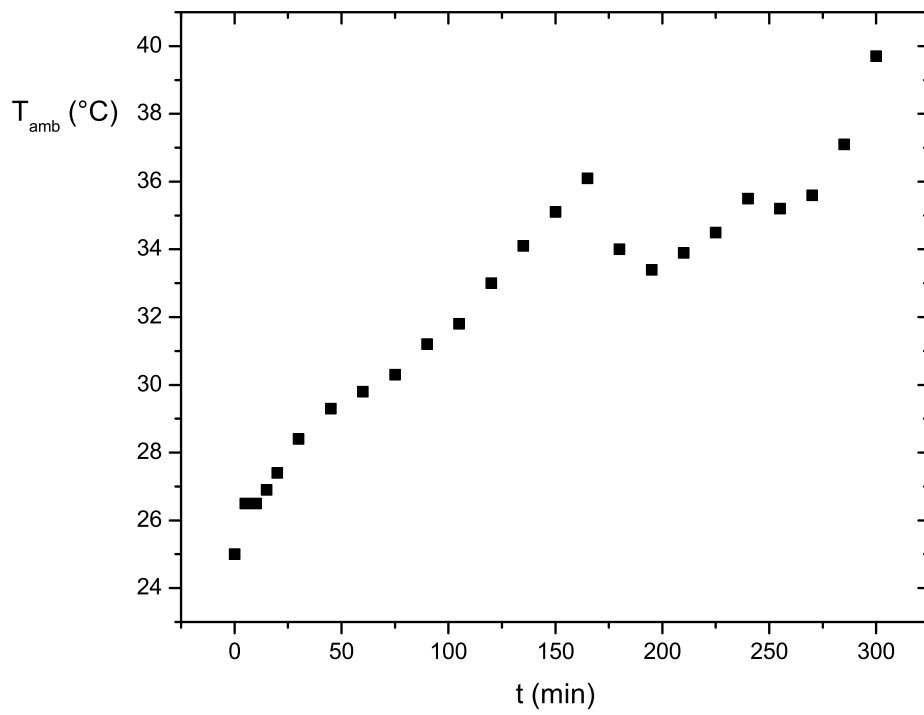


Figura 5.10: Temperatura ambiente en el horno eléctrico durante la cocción.

Elemento	$\rho_j (\frac{kg}{m^3})$	$v_j (m^3)$	$m_j (kg)$	$\bar{c}_{p,j} (J/kg \cdot K)$	g_j	$C_j (J/K)$
Producto	ρ_1	v_1	$m_1 = 0.380$	$\bar{c}_{p,1} = 820$	1	$C_1 = 311$
Refractario	ρ_2	v_2	$m_2 = 2.650$	$\bar{c}_p = 820$	1	$C_2 = 2146$
Resistencia Eléctrica	ρ_3	v_3	$m_3 = 0.3$	$\bar{c}_{p,3} = 450$	1	$C_3 = 150$
Estructura	ρ_5	v_5	$m_5 = 8.0$	$\bar{c}_{p,5} = 450$	0.05	$C_4 = 180$
Fibra de vidrio	ρ_6	v_6	$m_6 = 6.4$	$\bar{c}_{p,6} = 1000$	0.45	$C_6 = 2880$

Cuadro 5.1: Capacidades del horno eléctrico construido.

disminuyó, para luego reiniciar el crecimiento de la temperatura ambiente alrededor del horno. En la temperatura del horno, esto mostró algún efecto apreciable.

5.3. Discusión de los resultados experimentales

Al observar la figura 5.9 se puede ver que los datos de potencia no son constantes, y estos inician con valores que decrecen con el tiempo de cocción. Las causas principales de esta variación son dos, la primera es un suministro de voltaje de la red que cambia durante la cocción, y la segunda, se debe al cambio del valor de la resistencia eléctrica, la cual aumenta al aumentar su temperatura [2]. No obstante que la potencia varía con el tiempo de manera irregular, el modelo responde adecuadamente ante estas variaciones.

La curva teórica de la modelación se estimará en esta sección con más a detalle. Esto se debe a que durante la construcción del horno las condiciones de diseño fueron cambiadas ligeramente en cuanto a los elementos que se incluyen. También se debe a que para una adecuada comparación del modelo teórico se debe considerar las dimensiones finales del horno terminado, que es con el cual se experimentará. Como es normal, cambiaron las masas de los elementos del horno, y con ello los valores de sus capacidades térmicas. También se estimó con mayor exactitud el factor g_j de la estructura, al conocer la temperatura experimental de este elemento. Debemos comentar que para considerar el calor específico del aislante térmico, se usó ahora $c_{p,ais} = 1000 \text{ J/kgK}$ [19]. Es adecuado comentar que el valor del calor específico de los materiales cambia con la temperatura, no obstante, la información sobre los materiales aislantes es muy escasa. Por otro lado, la información es muy amplia en la conductividad térmica de los materiales. La tabla final para considerar las capacidades se muestra en la figura 5.1.

Como se muestra en los datos experimentales la temperatura del horno cambia con el tiempo, y se sabe que la conductividad específica del aislante cambia con la temperatura, de hecho, la conductividad térmica aumenta su valor. Esto causa que la resistencia térmica del horno disminuya al pasar el tiempo; y dado que debemos calcular la resistencia térmica para comparar la modelación y el experimento, estimaremos el valor teórico de la conductividad térmica en el promedio temporal. De esta forma, se dará un “peso” más adecuado a los valores de la conductividad térmica del aislante que permanecen más tiempo. Por lo tanto, para estimar la resistencia térmica teórica, lo haremos considerando la resistencia térmica en el punto medio temporal; y al hacer esto, la conductividad del aislante térmico fue considerada al tiempo $t = 150 \text{ min}$, donde la temperatura

del horno de acuerdo a los datos experimentales es de $822^{\circ}C$. En esta temperatura el valor de la conductividad térmica del aislante es de $k_{ais} = 0.18 W/mK$ [2]. Cuando este valor se sustituye en la relación (4.1.2) se obtiene una resistencia térmica de $R_{T,h} = 0.805^{\circ}C/W$.

Con las consideraciones para la capacidad C y la resistencia se calculó el valor del parámetro teórico de τ , y fue obtenido un valor de:

$$\tau = 76 \text{ min.}$$

Este dato se debe agregar al de la potencia media $\overline{E}_0 = 1170 W$, que junto con la temperatura ambiente promedio que es $T_{amb} = 28^{\circ}C$, se usan para calcular la temperatura máxima teórica que es de $T_{max} = 948^{\circ}C$. Al usar estos datos, la relación teórica para el desempeño térmico, de acuerdo con nuestro modelo, es:

$$T(t) = 948^{\circ}C \left(1 - \text{Exp} \left[-\frac{t}{76} \right] \right) + 28^{\circ}C \text{Exp} \left[-\frac{t}{76} \right], \quad (5.5)$$

donde la temperatura T se mide en $^{\circ}C$ y el tiempo t en minutos. La relación (5.5) fue graficada en la figura de los datos experimentales, que se muestran en la figura 5.9. Se puede ver que al comparar la evolución de modelación y experimento tienen un excelente acuerdo. Este resultado nos mostró lo adecuado del modelo teórico para el diseño de hornos de $1000^{\circ}C$ de temperatura, con la metodología propuesta.

Una vez presentados los resultados experimentales, a continuación presentaremos las conclusiones.

Capítulo 6

Conclusiones

Para concluir el trabajo considero conveniente recordar el objetivo del proyecto “Horno solar eléctrico para cerámica vidriada utilizando CPC’s” que fue planteado como:

Diseñar un horno solar eléctrico para cerámica, y al mismo tiempo desarrollar una metodología general para caracterizar hornos, que sean eficaces en la cocción de productos de cerámica.

Al comparar los resultados de nuestro trabajo vemos que el objetivo fue logrado. Debemos comentar además que la metodología de diseño y dimensionamiento de hornos, integró de forma exitosa los requerimientos de la curva de cocción empírica-experimental del producto con el modelo teórico de balances globales y parámetros concentrados del horno, y fue a partir del acoplamiento de las dos evoluciones que se obtuvieron condiciones paramétricas para que al resolverlas analíticamente se dimensionaran adecuadamente los hornos. Esta contribución permite ahora diseñar y dimensionar hornos eficaces en la cocción de los productos, en nuestro caso cerámica. En el trabajo presentó la metodología para diseñar y dimensionar hornos con formas regulares de paralelepípedo, cubo, cilindro o semiesfera. Por supuesto, la metodología puede ampliarse a otras configuraciones. Esta aportación tendrá un impacto tecnológico en los equipos de cocción de productos de cerámica, así como en hornos para cocción de otros materiales, incluyendo a los alimentos. Dentro del desarrollo de la metodología para diseño y dimensionamiento de hornos modelamos teóricamente la evolución de la temperatura en un horno, esta modelación por si misma es de gran ayuda para analizar desempeños térmicos de hornos.

Para concentrar la energía del horno solar eléctrico se propuso utilizar al concentrador Cassegrain-CPC 3D, que ya ha sido probado, no obstante, esta posibilidad, nosotros realizamos una nueva propuesta de un sistema de alta concentración, el denominado “Concentrador Cassegrain-CPC toroidal”. Este dispositivo puede lograr altas concentraciones de flujo radiativo. Los tres diseños realizados en este trabajo incluyen uno de 2369 soles, otro de 12599 soles, y el último de $\approx 29\ 599$ soles. Los dos últimos diseños de concentración permiten utilizarse en otras aplicaciones.

Del denominado “CPC toroidal” la UNAM solicitó los derechos de patente ante el IMPI. Este equipo de concentración tiene múltiples aplicaciones entre las que destacan, la generación de energía al adaptarle unas celdas fotovoltaicas, también puede usarse acoplado a una máquina Stirling para obtener energía mecánica, o bien, se le puede adaptar un intercambiador de calor, para

calentar un fluido, entre otras aplicaciones.

En el concentrador parabólico compuesto (CPC) hicimos aportaciones importantes. realizamos la descripción y análisis del concentrador parabólico compuesto tanto en coordenadas polares como en coordenadas cartesianas. Este trabajo permitió describir geoméricamente toda la curva del CPC en 2D, o bien describir el CPC en 3D de manera analítica. El desarrollo contribuye a facilitar la fabricación de estos dispositivos mediante maquinas de control numérico. Producto de este trabajo se publicó en la Revista Mexicana de Física un artículo denominado, “Concentrador parabólico compuesto: una descripción opto-geométrica.”

Con las bases teóricas desarrolladas, en hornos fue diseñado, construido y probado experimentalmente un prototipo, con forma de paralelepípedo. Este equipo, se dimensionó utilizando la metodología desarrollada, y al probar experimentalmente el equipo, los datos de las cocciones nos mostraron lo acertado de la metodología. Además los resultados experimentales al compararse con el modelo teórico mostraron un buen acuerdo.

Realizamos los dispositivos de acoplamiento de la tercera etapa de concentración con la entrada del horno solar eléctrico.

Para enfocar el disco solar se diseñaron un servosistema controlado automáticamente. El sistema de enfoque incluye dos ajustes del ángulo de enfoque del Sol, uno es horario, el otro enfoca directamente al Sol. El primero permite que el equipo opere aun cuando no se tenga sol directo, por lo que en caso de nublados parciales la respuesta al descubrir el Sol es rápida.

También se diseño un sistema de control de temperatura, el cual regulará la temperatura de la cámara del horno. La curva que se le programó es una segmentada que se forma por un seguimiento de la evolución analítica obtenida por la modelación teórica.

Como en todo proyecto de este tipo, no todo queda terminado, y es adecuado mencionar que quedan pendientes varios puntos importantes, entre los cuales están:

- Terminar de construir el horno solar eléctrico.
- Analizar la eficiencia del concentrador toroidal, tanto en su concentración de rayos como experimentalmente, para las configuraciones propuestas.
- Realizar las aplicaciones del concentrador toroidal, en celdas fotovoltaicas, hornos, calentadores de agua, generadores de energía, entre otras.
- Realizar las pruebas de la metodología en los hornos de las diferentes configuraciones regulares, diferente de la de paralelepípedo.
- Aplicar la metodología de diseño de hornos, a formas irregulares de éstos.
- Probar la metodología de diseño de hornos, a cocedores de alimentos, secadores de materiales, etc.
- Aplicar la metodología de hornos para diseño y dimensionamiento de hornos de fundición, revenido, templado, doblado de vidrio, entre otras aplicaciones.
- Realizar el analisis térmico de los hornos, en las paredes con la ecuación del calor para medios porosos y las ecuaciones de Navier-Stokes junto con la ecuación de energía dentro de la cámara para obtener los valores adecuados de los parámetros g_i .

Apéndice A

Sistema Cassegrain para el horno solar eléctrico

Debemos comentar que el horno prototipo, recibirá un flujo de energía solar máximo de $\simeq 700 W$, y en caso de que la energía solar no sea suficiente, se apoyará con energía eléctrica. El flujo solar de $700 W$ se puede lograr si consideramos una captación máxima del sistema Cassegrain de $965 W$, al suponer que este sistema tiene tres reflexiones al menos, y que las eficiencias de los espejos son: espejo parabólico $\eta_{rp} = 0.85$, del espejo hiperbólico de $\eta_{rh} = 0.93$ y del concentrador final CPC de $\eta_{r,CPC} = 0.92$. Para captar $965 W$ en el espejo parabólico, usaremos que en Temixco, Morelos, el pico del flujo de energía solar es de $\approx 1020 W$, medidos por los instrumentos del CIE-UNAM de Temixco, Morelos, por lo tanto, el espejo parabólico puede tener un radio $r_p = 0.55 m$, y el espejo hiperbólico un radio $r_h = 0.11 m$. Nuestro sistema requiere que las distancias focales sean $f_p = f_h = 0.5 m$. Los ángulos de dispersión por rugosidad serán definidos como α_{dp} para la parábola y α_{dh} para la hipérbola, y con éstos evaluaremos dos casos que modelarán situaciones reales, y adicionalmente consideraremos el caso ideal, donde estos ángulos tienen un valor despreciable.

Con estos datos, el sistema Cassegrain, al usar la figura 2.4 y el procedimiento descrito se realizan tres diseños. El diseño 1 modela espejos parabólico e hiperbólico que tienen el pulido pobre, pero que aún permita obtener una concentración satisfactoria para nuestro proceso. En la superficie se considerará una dispersión direccional del flujo de rayos en ambos espejos causada por la rugosidad, y que esta dispersión será del orden del semiángulo del cono solar. El diseño 2 se realiza modelando espejos tanto el parabólico como el hiperbólico que tienen un pulido alto, es decir, la rugosidad será mínima, y esto hace suponer que la dispersión del flujo de rayos provenientes del Sol tendrá un ángulo mínimo al reflejarse. El diseño 3 es realizado al considerar que los espejos tanto el parabólico como el hiperbólico, tienen un pulido perfecto, es decir, carecen de rugosidad, por lo que al reflejar el flujo de rayos provenientes del Sol no se dispersan por esta causa, y sólo se dispersan por causa del semiángulo del cono solar.

Diseño 1. En este diseño consideraremos $\alpha_s = 0.266^\circ$, $\alpha_{dp} = 0.3536^\circ$ y $\alpha_{dh} = 0.175^\circ$. Con esto, al usar el procedimiento, se obtienen:

1. Foco de la parábola: $F(0, 0.5)$.

2. Relación de la parábola:

$$y_p = \frac{x^2}{2}.$$

3. Foco de la hipérbola $f_h = f_p = 0.5$, por lo tanto, $F_2(0, -0.5)$.

4. Radio del paraboloide $r_p = 0.55$, por lo tanto, $x_{pm} = 0.55$. Con esto, se tiene que:

a) $P_{pm}(0.55, 0.15125)$.

b) $m_{2r,\varphi} = -0.63409^\circ$; $\varphi = 57.62^\circ$.

c) $y_{2r,\varphi} = -0.63409x + 0.5$.

d) $P_{2r,h} = P_{2r,h}(0.1, 0.43659)$.

e) $a_h = 0.411753$.

f) $y_h = 0.411753 * \sqrt{1 + \frac{x^2}{0.080459}}$.

5. $\varphi^- = (\varphi - \alpha_{rp}) = 57.00^\circ$; $\varphi^+ = \varphi + \alpha_{rp} = 58.243^\circ$.

6. $m_{3r,\varphi^-} = \text{Tan}(-90^\circ + \varphi^-) = -0.6494$; $m_{1r,\varphi^+} = \text{Tan}(-90^\circ + \varphi^+) = -0.61904$.

7. $y_{1r,\varphi^+} = -0.61904(x - 0.55) + 0.15125$; $y_{3r,\varphi^-} = -0.6494(x - 0.55) + 0.15125$.

8. $P_{1r,h}(0.0937519, 0.4336604)$; $P_{2r,h} = P_{2r,h}(0.1, 0.43659)$; $P_{3r,h} = P_{3r,h}(0.1060198, 0.4374197)$.

9. $m_{1n,h} = -2.195183$; $m_{2n,h} = -2.195183$; $m_{3n,h} = -1.9676431$.

10. $\beta_1 = 33.7518553$; $\beta_2 = 31.8580621$; $\beta_3 = 30.0592932$.

11. $\gamma_1 = -99.2605426^\circ$; $\gamma_2 = -96.00$; $\gamma_3 = -93.2935864$.

12. $m_{1r,\gamma_1} = \text{Tan}(\gamma_1) = 6.1331169$; $m_{2r,\gamma_2} = \text{Tan}(\gamma_2) = 9.3656819$;
 $m_{3r,\gamma_3} = \text{Tan}(\gamma_3) = 17.3770016$.

13. $y_{1r,\gamma_1} = 6.1331169(x - 0.0937519) + 0.4336604$;
 $y_{2r,\gamma_2} = 9.3656819(x - 0.1) + 0.436591$;
 $y_{3r,\gamma_3} = 17.3770016(x - 0.1060198) + 0.4374197$.

14. $a = 0.059498$; $x_{eje} = 0.00031 \cong 0$; $b = -0.0584807$.

15. El radio de concentración de rayos es:

$$x_{rc} = \{\max(a, |b|)\} = 0.059498 \cong 0.06.$$

16. El ángulo de aceptación del CPC es $\theta_i = |90^\circ - 99.26| = 9.26^\circ$.

17. Para diseñar el CPC de la tercera etapa de concentración proponemos utilizar la abertura $a_{in,CPC} = 6 \text{ cm}$, y el ángulo máximo de incidencia de los rayos $\theta_{in} = 10^\circ$.

La figura A.1 muestra el trazado de rayos y las gráficas de los espejos para este diseño 1.

Diseño 2. En este diseño consideraremos $\alpha_{dp} = 0.133^\circ$ y $\alpha_{dh} = 0.065^\circ$. Con esto, al usar el procedimiento, se obtienen:

1. Foco de la parábola: $F(0, 0.5)$.

2. Relación de la parábola:

$$y_p = \frac{x^2}{2}.$$

3. Foco de la hipérbola $f_h = f_p = 0.5$, por lo tanto, $F_2(0, -0.5)$.

4. Radio del paraboloides $r_p = 0.55$, por lo tanto, $x_{pm} = 0.55$. Con esto, se tiene que:

a) $P_{pm}(0.55, 0.15125)$.

b) $m_{2r,\varphi} = -0.63409$; $\varphi = 57.62^\circ$.

c) $y_{2r,\varphi} = -0.63409x + 0.5$.

d) $P_{2r,h} = P_{2r,h}(0.1, 0.43659)$.

e) $a_h = 0.411753$.

f) $y_h = 0.411753 * \sqrt{1 + \frac{x^2}{0.080459}}$.

5. $\varphi^- = (\varphi - \alpha_{rp}) = 57.222584^\circ$; $\varphi^+ = \varphi + \alpha_{rp} = 58.020584^\circ$.

6. $m_{3r,\varphi^-} = \text{Tan}(-90^\circ + \varphi^-) = -0.643898$; $m_{1r,\varphi^+} = \text{Tan}(-90^\circ + \varphi^+) = -0.62437$.

7. $y_{1r,\varphi^+} = -0.62437(x - 0.55) + 0.15125$; $y_{3r,\varphi^-} = -0.643898(x - 0.55) + 0.15125$.

8. $P_{1r,h}(0.096017, 0.434703)$; $P_{2r,h} = P_{2r,h}(0.1, 0.43659)$; $P_{3r,h} = P_{3r,h}(0.103888, 0.4385)$.

9. $m_{1n,h} = -2.148553$; $m_{2n,h} = -2.195183$; $m_{3n,h} = -2.003114$.

10. $\beta_1 = 32.061922$; $\beta_2 = 31.8580621$; $\beta_3 = 30.63184$.

11. $\gamma_1 = -97.970872^\circ$; $\gamma_2 = -96.09454$; $\gamma_3 = -94.296784$.

12. $m_{1r,\gamma_1} = \text{Tan}(\gamma_1) = 7.141712$; $m_{2r,\gamma_2} = \text{Tan}(\gamma_2) = 9.3656819$;
 $m_{3r,\gamma_3} = \text{Tan}(\gamma_3) = 13.309566$.

13. $y_{1r,\gamma_1} = 7.141712(x - 0.096017) + 0.434703$;

$y_{2r,\gamma_2} = 9.3656819(x - 0.1) + 0.436592$;

$y_{3r,\gamma_3} = 13.309566(x - 0.103888) + 0.4385$.

14. $a = 0.0333748$; $x_{eje} = 0000002542 \cong 0$; $b = -0.0348624$.

15. El radio de concentración de rayos es:

$$x_{rc} = \{ \max(a, |b|) \} = 0.0348624 \cong 0.035.$$

16. El ángulo de aceptación del CPC es $\theta_i = |90^\circ - 97.97| = 7.97^\circ$.

17. Para diseñar el CPC de la tercera etapa de concentración proponemos utilizar la abertura $a_{in,CPC} = 3.5 \text{ cm}$, y el ángulo máximo de incidencia de los rayos $\theta_{in} = 8^\circ$

La figura A.2 muestra el trazado de rayos y las gráficas de los espejos para este diseño 2.

Diseño 3. En este diseño consideraremos $\alpha_s = 0.266^\circ$, $\alpha_{dp} = 0^\circ$ y $\alpha_{dh} = 0^\circ$, que será el caso ideal. Con esto, al usar el procedimiento, se obtiene:

1. Foco de la parábola: $F(0, 0.5)$.

2. Relación de la parábola:

$$y_p = \frac{x^2}{2}.$$

3. Foco de la hipérbola $f_h = f_p = 0.5$, por lo tanto, $F_2(0, -0.5)$.

4. Radio del paraboloides $r_p = 0.55$, por lo tanto, $x_{pm} = 0.55$. Con esto, se tiene que:

a) $P_{pm}(0.55, 0.15125)$.

b) $m_{2r,\varphi} = -0.63409^\circ$; $\varphi = 57.62^\circ$.

c) $y_{2r,\varphi} = -0.63409x + 0.5$.

d) $P_{2r,h} = P_{2r,h}(0.1, 0.43659)$.

e) $a_h = 0.411753$.

f) $y_h = 0.411753 * \sqrt{1 + \frac{x^2}{0.080459}}$.

5. $\theta^- = (\varphi - \alpha_{rp}) = 57.355584^\circ$; $\varphi^+ = \varphi + \alpha_{rp} = 57.887584^\circ$.

6. $m_{3r,\varphi^-} = \text{Tan}(-90^\circ + \varphi^-) = -0.640619$; $m_{1r,\varphi^+} = \text{Tan}(-90^\circ + \varphi^+) = -0.627601$.

7. $y_{1r,\varphi^+} = -0.627601(x - 0.55) + 0.15125$; $y_{3r,\varphi^-} = -0.640619(x - 0.55) + 0.15125$.

8. $P_{1r,h}(0.097356, 0.435331)$; $P_{2r,h} = P_{2r,h}(0.1, 0.436592)$; $P_{3r,h} = P_{3r,h}(0.102602, 0.437862)$.

9. $m_{1n,h} = -2.122059$; $m_{2n,h} = -2.195183$; $m_{3n,h} = -2.025268$.

10. $\beta_1 = 32.655868$; $\beta_2 = 31.8580621$; $\beta_3 = 31.077203$.

11. $\gamma_1 = -97.424152^\circ$; $\gamma_2 = -96.00$; $\gamma_3 = -94.798822$.

12. $m_{1r,\gamma_1} = \text{Tan}(\gamma_1) = 7.674244$; $m_{2r,\gamma_2} = \text{Tan}(\gamma_2) = 9.3656819$;
 $m_{3r,\gamma_3} = \text{Tan}(\gamma_3) = 11.911619$.

13. $y_{1r,\gamma_1} = 7.674244(x - 0.097356) + 0.435331$;
 $y_{2r,\gamma_2} = 9.3656819(x - 0.1) + 0.436592$;
 $y_{3r,\gamma_3} = 11.911619(x - 0.102602) + 0.437862$.

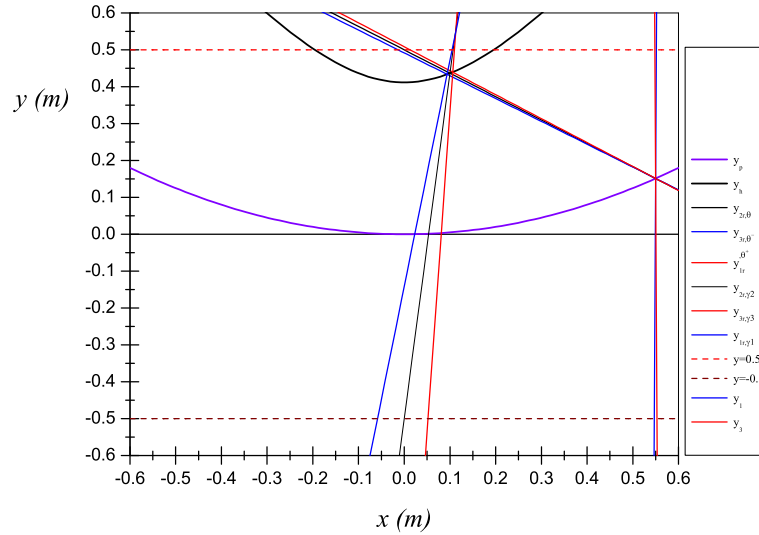


Figura A.1: Cassegrain con dispersión en la reflexión de los rayos, con: $\alpha_{dp} = 0.355^\circ$, y $\alpha_{dh} = 0.175^\circ$.

14. $a = 0.023867$; $x_{eje} = 0.00031 \cong 0$; $b = -0.024523$.

15. El radio de concentración de rayos es:

$$x_{rc} = \{ \max(a, |b|) \} = 0.024523 \cong 0.0245.$$

16. El ángulo de aceptación del CPC es: $\theta_i = |90^\circ - 97.42| = 7.42^\circ$.

17. Para diseñar el CPC de la tercera etapa de concentración proponemos utilizar la abertura $a_{in,CPC} = 2.45 \text{ cm}$, y el ángulo máximo de incidencia de los rayos $\theta_{in} = 7.42^\circ$.

La figura A.3 muestra el trazado de rayos y las gráficas de los espejos para este diseño 3. Se debe comentar que la primera propuesta corresponde a espejos que tiene una alta rugosidad, pero, que esperamos aún le sea útil al horno solar. El diseño 2 corresponde a un concentrador que tiene una rugosidad baja, es decir, el espejo está pulido, pero la superficie aún no es perfecta. El diseño 3, corresponde al caso de un pulido perfecto, debido a que la rugosidad se considera nula. Este último caso, es ideal, y sólo hasta que se obtenga superficies perfectamente reflectoras se puede realizar. Aunque, en el caso de utilizarse, se tendrán ineficiencias debidas a la dispersión causada por los rayos de la imagen solar.

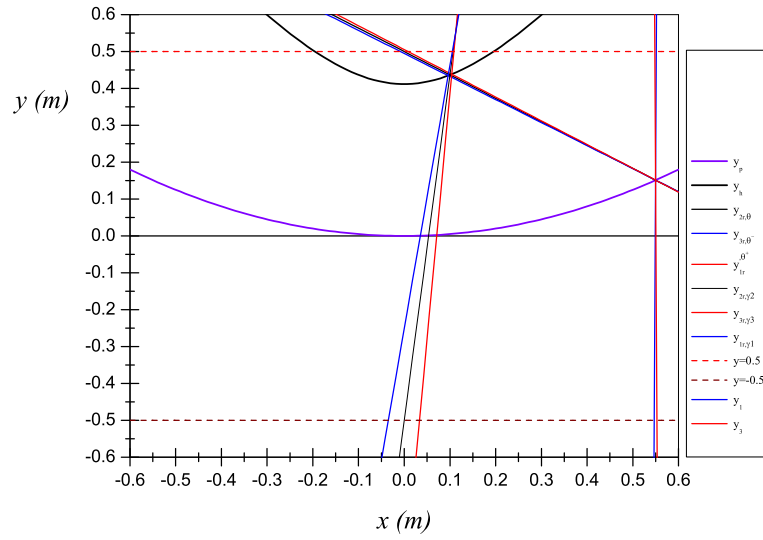


Figura A.2: Cassegrain con dispersión en la reflexión de los rayos, con: $\alpha_{dp} = 0.133^\circ$, y $\alpha_{dh} = 0.0655^\circ$.

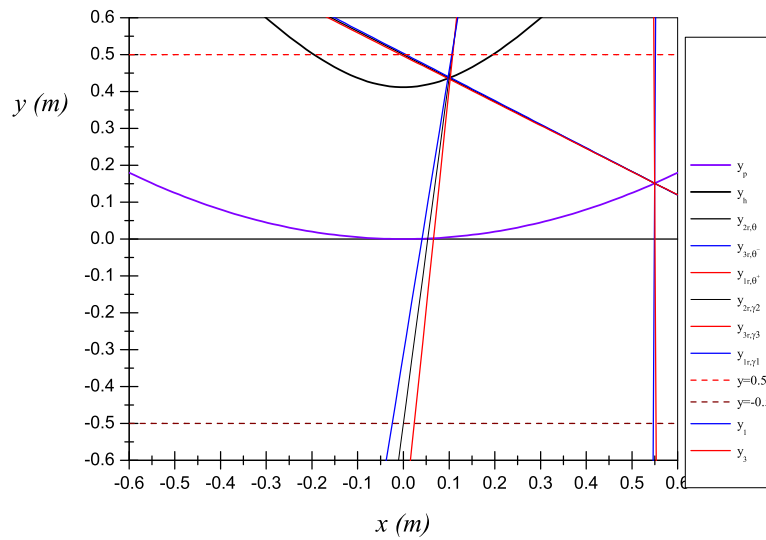


Figura A.3: Cassegrain sin dispersión en la reflexión de los rayos.

Apéndice B

Ejemplo y diseño de CPC's para la tercera etapa de concentración

En este apéndice se presenta un ejemplo de un CPC en 2D y los CPC's como tercera etapa para los diseños 1, 2 y 3 del concentrador Cassegrain que se usará en el horno solar eléctrico.

Ejemplo

En el ejemplo se utilizan los parámetros de la tabla B.1, y con estos se obtiene la expresión analítica del CPC, por medio de la relación (2.87), y al sustituir los valores de los parámetros en ésta se encuentra:

$$z = 65.31 - [5.672(|x| + 0.852)] - 66.31\sqrt{1 - 0.1736(|x| + 0.852)}, \quad (\text{B.1})$$

y la gráfica de la relación (B.1) se muestra en la figura B.1.

Para obtener la relación del CPC en 3D, sustituimos los parámetros de la tabla B.1 en la relación (2.88), y se encuentra:

$$z = 65.31 - [5.672(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.852)] - 66.31\sqrt{1 - 0.1736(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.852)}, \quad (\text{B.2})$$

Parámetro	Valor
θ	-10°
a	4.906
a'	0.852
L	32.66
f	1
$C_{2D,max}$	5.7588
$C_{3D,max}$	33.1634

Cuadro B.1: Parámetros para el CPC en 2D y CPC en 3D.

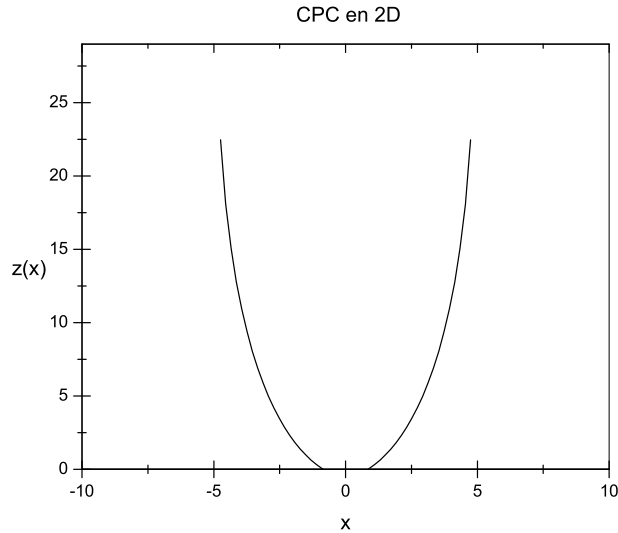


Figura B.1: Gráfica del CPC en 2D con los parámetros indicados en la tabla.

y la gráfica de la función del CPC en 3D se muestra en la figura B.2.

Debemos hacer notar que la aplicación del CPC en equipos solares, deberá considerar un elemento secundario en el área de abertura de salida, que sea absorbidora de la energía radiativa concentrada, y luego, el elemento absorbedor, transmitirá la energía hasta un proceso útil, que puede ser de calentamiento, u otro, como cocción de alimentos en hornos solares previamente diseñados para este fin. También existen aplicaciones donde en el área de abertura de salida del CPC, se instalan celdas fotovoltaicas que absorben la energía radiativa y la transforman en energía eléctrica.

Diseño de CPC's de la tercera etapa de concentración

Al utilizar el desarrollo del CPC en coordenadas cartesianas, se desarrolló un programa, el cual puede ser usado para diseño de concentradores tipo CPC en 2D y 3D. El programa está disponible en la dirección: <http://www.cie.unam.mx/aqr/cpc/CPCAp1t.html>. Con este programa fueron diseñados los concentradores tipo CPC que corresponden al diseño 1, 2 y 3 del concentrador Cassegrain, que tienen las relaciones respectivamente:

$$z = 65.32 - 5.67(|x| + 1.13) - 66.33\sqrt{1 - 0.13(|x| + 1.13)}; \quad (\text{B.3})$$

$$z = 56.75 - 7.12(|x| + 0.49) - 57.31\sqrt{1 - 0.25(|x| + 0.49)}; \quad (\text{B.4})$$

$$z = 42.48 - 7.68(|x| + 0.32) - 42.89\sqrt{1 - 0.36(|x| + 0.32)}; \quad (\text{B.5})$$

que gráficamente se muestran en las figuras B.3, B.4 y B.5, y que corresponden al diseño de CPC en 2D que se utilizará como tercera etapa de concentración del concentrador Cassegrain-CPC.

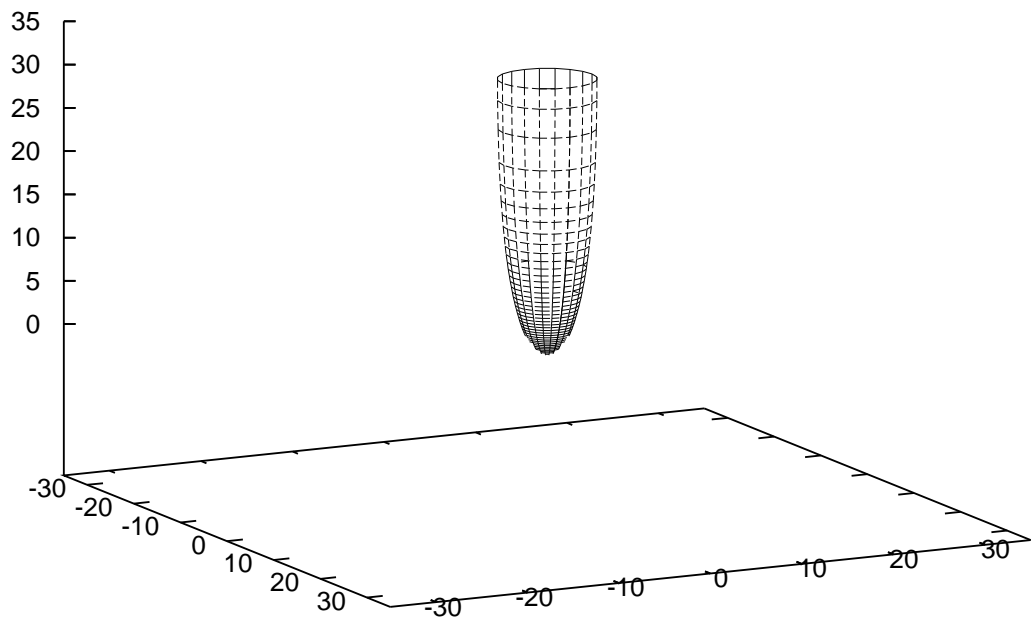


Figura B.2: Gráfica del CPC en 3D con los parámetros indicados en la tabla.

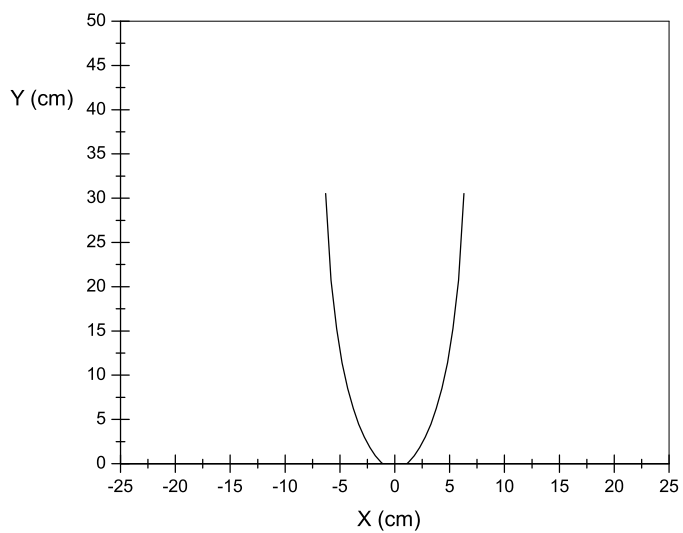


Figura B.3: CPC para acoplar al sistema Cassegrain de la figura A.1.

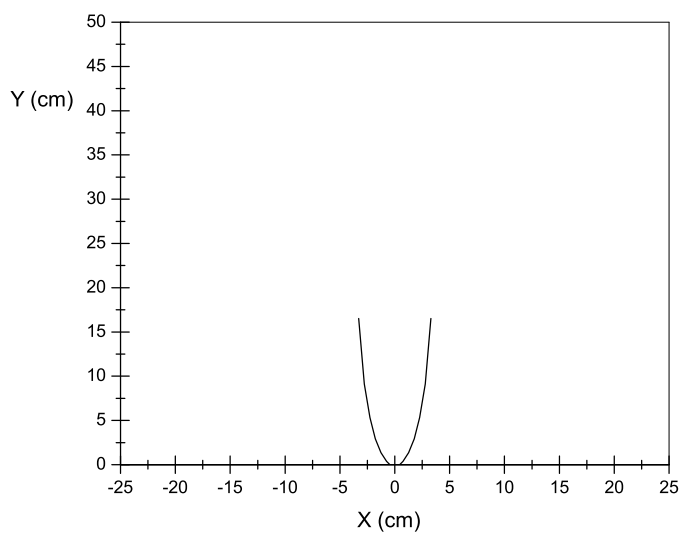


Figura B.4: CPC para acoplar al sistema Cassegrain de la figura A.2.

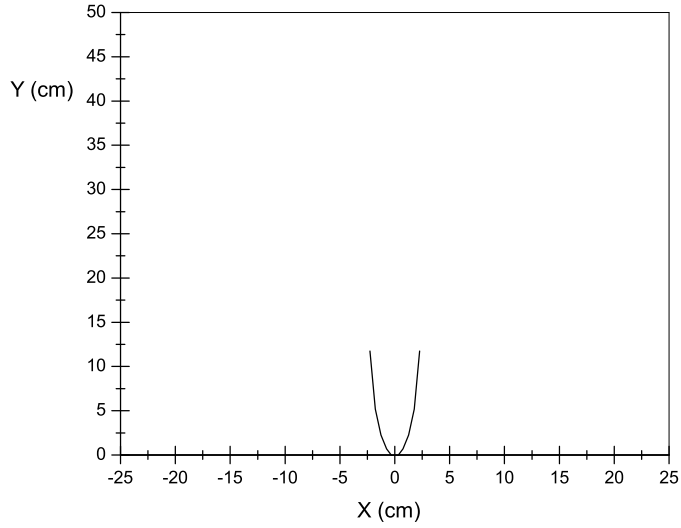


Figura B.5: CPC para Cassegrain ideal.

También se obtuvieron las gráficas de los CPC's en 3D que se muestran en las figuras B.6, B.7 y B.8, y que tienen las relaciones respectivamente:

$$z = 65.32 - 5.67(\sqrt{x^2 + y^2} + 1.13) - 66.33\sqrt{1 - 0.13(\sqrt{x^2 + y^2} + 1.13)}; \quad (\text{B.6})$$

$$z = 56.75 - 7.12(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.49) - 57.31\sqrt{1 - 0.25(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.49)}; \quad (\text{B.7})$$

$$z = 42.48 - 7.68(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.32) - 42.89\sqrt{1 - 0.36(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.32)}. \quad (\text{B.8})$$

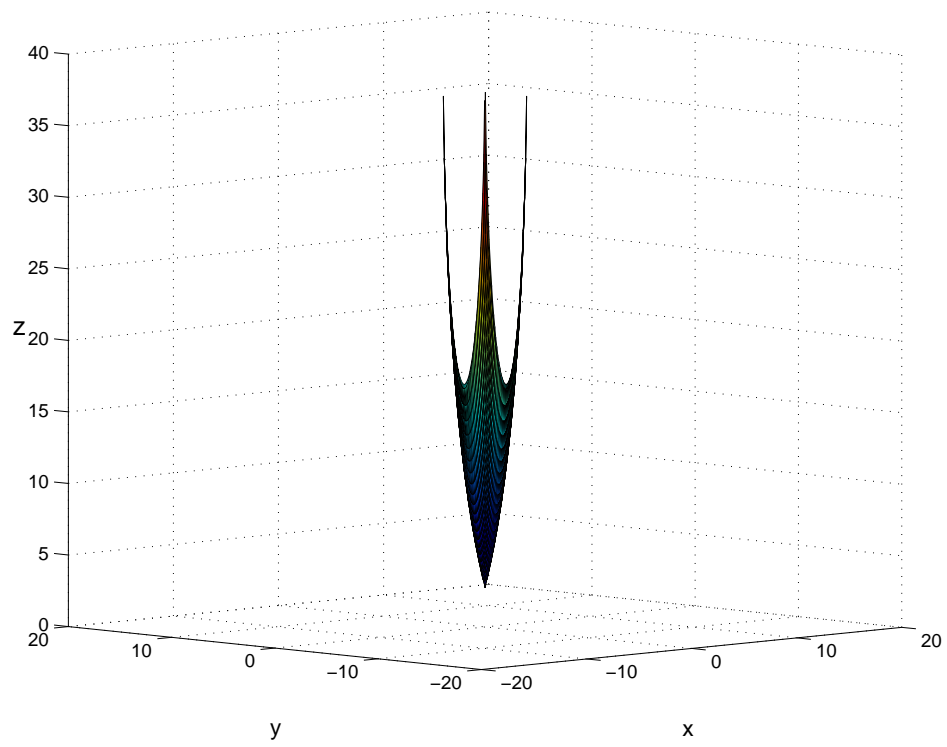


Figura B.6: CPC en 3D para el sistema Cassegrain de la figura A.1.

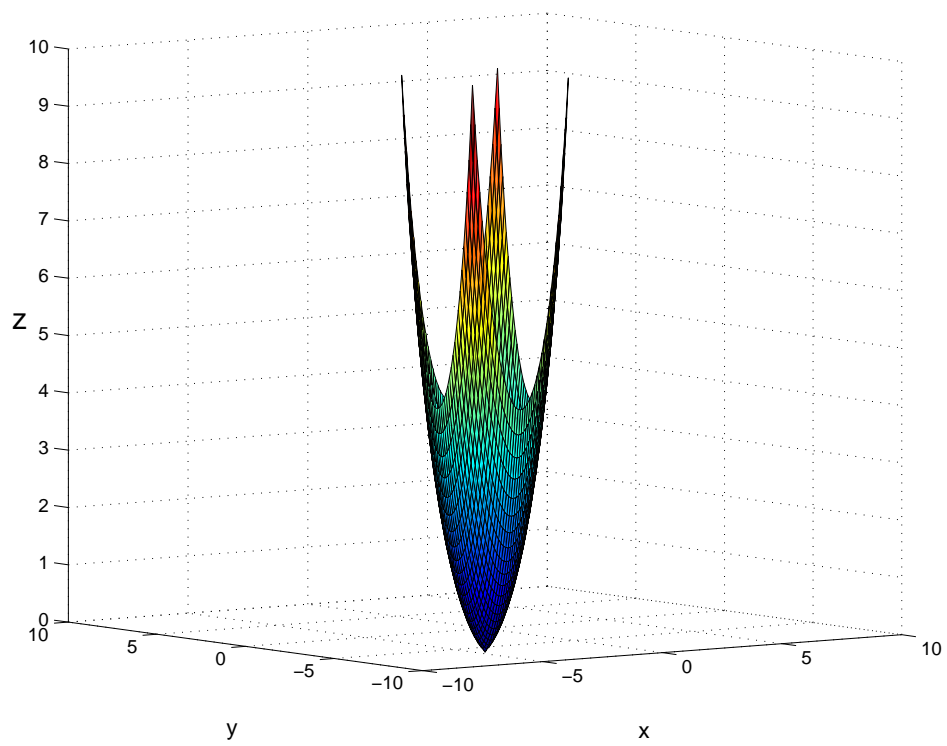


Figura B.7: CPC en 3D para el sistema Cassegrain de la figura A.2.

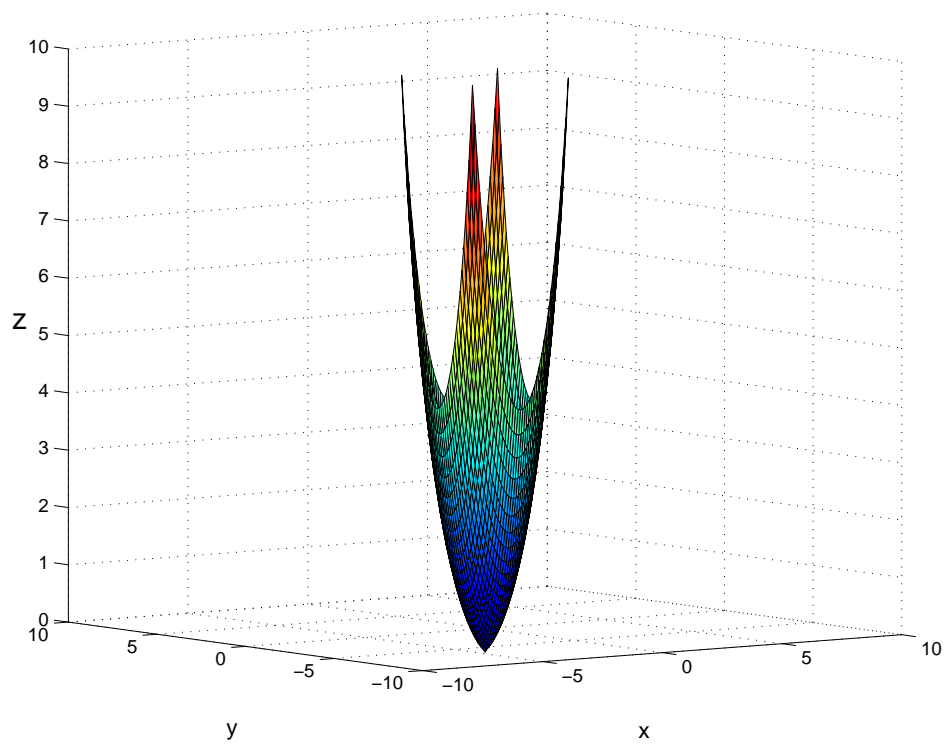


Figura B.8: CPC en 3D para el sistema Cassegrain de la figura B.5.

Apéndice C

El CPC toroidal para el horno solar eléctrico

El concentrador Cassegrain se instalará sobre un carro móvil, el cual para dar seguimiento al disco solar, girará sobre un par de rieles semicirculares. La distancia focal es de 0.5 m , por tanto, el punto focal de concentración del flujo radiativo está ubicado a -0.5 m de la base del espejo parabólico. Alrededor del punto focal con una distancia de radio r_c se tiene el flujo total concentrado por el concentrador Cassegrain. Este flujo requiere una tercera concentración para que los rayos se introduzcan en el horno. Además el CPC toroidal debido a su configuración tiene baja sensibilidad a la dispersión de rayos causada por vibración pequeñas del sistema de concentración, con una afectación muy pequeña de la eficiencia de concentración.

El CPC toroidal para los requerimientos de nuestro diseño 2, utilizará por superficie lateral concentradora al que es descrito por las relaciones:

$$x = u \quad (\text{C.1})$$

$$y = \left(R_i + 56.75 - 7.12(|u| + 0.49) - 57.31\sqrt{1 - 0.25(|u| + 0.49)} \right) \text{Sen}(\psi) \quad (\text{C.2})$$

$$z = \left(R_i + 56.75 - 7.12(|u| + 0.49) - 57.31\sqrt{1 - 0.25(|u| + 0.49)} \right) \text{Cos}(\psi) \quad (\text{C.3})$$

donde el intervalo de u es $-2.5 \leq u \leq 2.5$ y $-\frac{\pi}{4} \leq \psi \leq \frac{\pi}{4}$. La base del concentrador debe ajustarse por el valor requerido del radio R_i , y con el intervalo de ψ , considerando las relaciones (2.106). La abertura de entrada del concentrador se debe ajustar por el valor requerido del radio R_o , y con el intervalo de ψ , considerando las relaciones (2.107).

Las superficies laterales del concentrador toroidal para el diseño 3 son:

$$x = u \quad (\text{C.4})$$

$$y = \left(R_i + 42.48 - 7.68(|u| + 0.32) - 42.89\sqrt{1 - 0.36(|u| + 0.32)} \right) \text{Sen}(\psi) \quad (\text{C.5})$$

$$z = \left(R_i + 42.48 - 7.68(|u| + 0.32) - 42.89\sqrt{1 - 0.36(|u| + 0.32)} \right) \text{Cos}(\psi) \quad (\text{C.6})$$

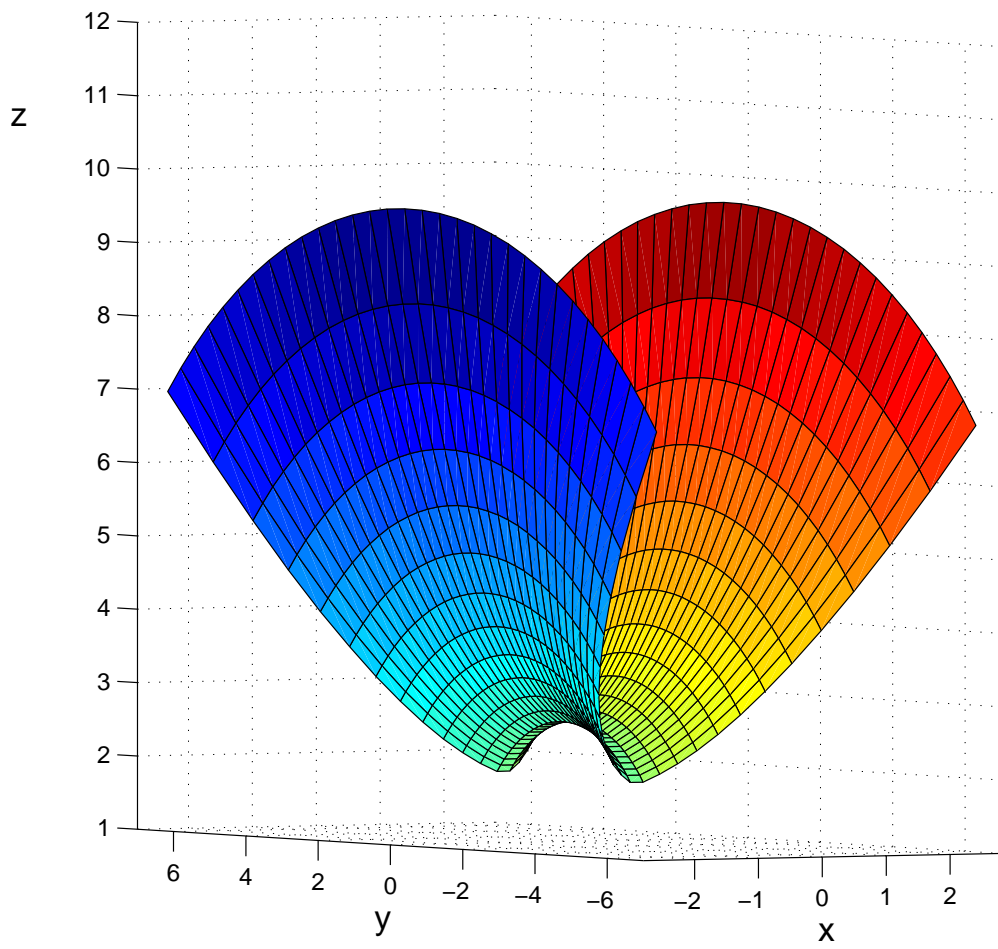


Figura C.1: El CPC toroidal correspondiente al diseño 2, con $\psi = 90^\circ$

Bibliografía

- [1] Abraham J., y Sparrow E. M., *A Simple Model and Validating Experiments for predicting the Heat Transfer to Load Situated in an Electrically Heated Oven .*, Journal of Food Engineering, Vol: 62. (2004) 409-415.
- [2] Astirraga, U., *Hornos Industriales de Resistencias.*, McGrawHill/Interamericana de España., Madrid, España., 1994.
- [3] Baranov V. K., y G. K. Melnikov, *Study of the illumination characteristics of hollow focons.*, Sov. J. Opt. Technol., **33** (1966) 408.
- [4] Barrett, O., *Elementos de Geometría Diferencial*, Editorial Limusa, S. A., México, D. F. (1982) 9-10.
- [5] Benítez, R., *Geometría Vectorial.*, Editorial Trillas, México, D. F., (2002) 71-74.
- [6] Bugrov, Ya. y S. M. Nikolski., *Matemáticas Superiores*, Editorial Mir., Moscú. (1984) 61.
- [7] Cárdenas, H., E. Lluís, F. Raggi y F. Tomás., *Álgebra Superior*, Editorial Trillas, S. A. de C. V., México, D. F. (1990) 288.
- [8] Courant, R., y F. John., *Introducción al Cálculo y Análisis Matemático*, **Vol 1**. Editorial Limusa, S. A., México, D. F. (1982) 76.
- [9] Hecht, E., *Óptica* Editorial ADDISON WESLEY IBEROAMERICANA S. A., Madrid, España. (2000) 99-100.
- [10] Hald, P., *Técnica de la Cerámica.*, Ediciones Omega S.A., Barcelona, España., 1986.
- [11] Hamilton, D., *Gres y Porcelana.*, Ediciones CEAC., Barcelona, España., 1992.
- [12] Hinterberger, H., y R. Winston., *Efficient light Coupler for Thereshold Čerenkov Counters*, Rev. Sci. Instrum., Vol 37., 1094-1095., USA, 1966.
- [13] Jaramillo, O. A., G. Huelsz, G. Hernández-Luna, J. A. del Río, R. Acosta, y L. G. Arriaga. *Solar oven for intertropical zones: optogeometrical design*. Energy Conversion and Management. 48. (2007) 2649-2656.

- [14] Kirgizbaev, D. A., y R. A. Zakhidov., *Energy distribution in the concentration field of solar installation with a hyperboloidal counter reflector.*, Appl. Solar Energy **10**(4) (1974) 71.
- [15] Lehmann, C., *Geometría Analítica*, Editorial LIMUSA S. A. de C. V., México, D. F. (1986) 167-170.
- [16] Mauk, Ch. E., H. W. Prengle, Jr. y E. Chi-Hua S., *Optical and Thermal Analysis of a Cassegrainian Solar Concentrator.*, Solar Energy, Vol. 23., 1979.
- [17] Padoa, L., *La Cocción de Productos Cerámicos.*, Ediciones Omega, S. A., Barcelona, España., 1990.
- [18] Paschkis, V., y J. Persson., *Industrial Electric Furnaces and appliances.* Interscience Publishers, Inc., New York., 1960.
- [19] Ohmura, M., M. Tsuboi., M. Onodera., y T. Tomimura. *Specific Heat Measurement of High Temperature Thermal Insulations by Drop Calorimeter Method*, International Journal of thermophysics., Vol, 24, No. 2. (2003) 559-575.
- [20] Ploke, M., *Lichtführungseinrichtungen mit starker Konzentrationswirkung*, Optik **25** (1967) 31.
- [21] Rabl, A., *Active Solar Collectors and their Applications* Oxford University Press, New York, USA. (1985) 125-129.
- [22] Rabl, A., *Optical and Thermal Properties of Compound Parabolic Concentrators*, Solar Energy, **18** (1976) 497.
- [23] Rapp, D., *Solar Energy*, Englewood Cliffs., New Jersey, USA. (1981). 331-351.
- [24] Rabl, A., *Optical and Thermal Properties of Compound Parabolic Concentrators.*, Solar Energy, Vol. 18., 1976.
- [25] Rapp. D., *Solar Energy*, Englewood Cliffs., New Jersey, USA., 1981.
- [26] Rhodes, D., *Arcilla y Vidriado para el Ceramista.*, Ediciones CEAC, S. A., Barcelona, España., 1990.
- [27] Rhodes, D., *Hornos para Ceramistas.*, Ediciones CEAC, S. A., Barcelona, España., 1999.
- [28] Schwarzer K., y Vieira da Silva M. A., *Characterisation and design Methods of Solar Cookers.* Solar Energy, Vol 82. 2008. 157-163.
- [29] Suresh, D., J. O'Gallagher, y R. Winston., *Thermal and Optical Performance Test Results for Compound Parabolic Concentrators (CPCs).*, Solar Energy, Vol. 44, NO. 5., 1990.
- [30] Tapia S., y del Río P., *Cocedor Solar con Respaldo Eléctrico.*, Memorias del XXX Congreso Anual de Energía Solar. 2005.

- [31] Tapia, S., y J. A. del Río P., *Concentrador toroidal*. Solicitud de patente por UNAM número MX/a/2008/006473. 2008.
- [32] Tapia, S., y J. A. del Río P., *Concentrador parabólico compuesto: una descripción opto-geométrica.*, Revista Mexicana de Física., Vol **55** (2), (2009) 141-153.
- [33] Trinks, W., y M. H. Mawhinney., *Industrial Furnaces*, Jhon Wiley & Sons, Inc., Nueva York, USA. Vol: 1, 5^a Ed. 1961.
- [34] Umarov, G., Ya., A. K. Alinov., y Dzh., N., Alavutdinov. *A Cassegrain System for solar radiation.* appl. Solar Energy. **12**(2), (1976). 55.
- [35] Wark, K., y D. E. Richards., *Termodinámica.*, McGraw-Hill., Madrid, España., 2001.
- [36] Weldford, W. T., y R. Winston., *High Collection Nonimaging Optics*, Academic Press. Inc., USA., 1989.
- [37] Winston, R., *Principles of Solar Novel Design*, Solar Energy, Vol. 16., 1974.
- [38] Winston, R., J. C. Miñano, y P. Benítez., *Nonimaging Optics*, Elsevier Academic Press., USA., 2005.
- [39] Winston, R., J. C. Miñano y P. Benítez., *Nonimaging Optics*, Elsevier Academic Press., USA. 2005.
- [40] Wooton, W., E. F. Beckenbach y F. J. Fleming., *Geometría Analítica Moderna*, Publicaciones Cultural, S. A. de C. V., México, D. F. (1979) 206-211.
- [41] YEHEZKEL, N., J. APPELBAUM., A. YOGEV., y M. ORON., *Losses in a Three-Dimensional Compound Parabolic Concentrator as a Second Stage of a Solar Concentrator.*, Solar Energy, Vol. 51, No. 1., 1993.
- [42] Çengel, Y. A., *Heat Transfer*, McGraw-Hill., New York, USA., 2003.
- [43] Çengel Y. A., y M. A. Boles., *Termodinámica.*, McGrawHill., México, D.F., 2002.