



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA

**NUEVO MÉTODO PARA EL CÁLCULO DE
TEMPERATURAS ESTABILIZADAS DE
FORMACIÓN, BASADO EN LA EXTRAPOLACIÓN
RACIONAL POLINOMIAL.**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

ENERGÍA- GEOTERMIA

P R E S E N T A:

ING. JORGE ALEJANDRO WONG LOYA

T U T O R:

DR. JORGE ALBERTO ANDEAVERDE ARREDONDO

Temixco, Mor. mayo 2010.





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO

PRESIDENTE: DR. JESÚS ANTONIO DEL RIO PORTILLA

SECRETARIO: DR. JORGE ALBERTO ANDAVERDE ARREDONDO

VOCAL: DR. JOSÉ OSCAR CAMPOS ENRÍQUEZ

1er SUPLENTE: DR. EDGAR ROLANDO SANTOYO GUTIÉRREZ

2do SUPLENTE: DR. IGNACIO SALVADOR TORRES ALVARADO

Temixco, Morelos

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGIA

UNAM

TUTOR DE TESIS

DR. JORGE ALBERTO ANDAVERDE ARREDONDO

Dedicatorias

A mis padres:

Irma Yolanda Loya Flores y Arturo Wong Chio, por todas sus enseñanzas en la vida y su apoyo, que se ven reflejados en cada logro que hemos conseguido como la conclusión de esta tesis.

A mi esposa:

Adriana Vargas Tabares, gracias por tu apoyo incondicional, comprensión y todo el amor que me has dado, sin ti no habiéramos logrado todo lo que hemos conseguido. Te amo.

A mis hijos:

Yeshua y Uriel, son la inspiración de mi vida y quienes me dieron las fuerzas para realizar la maestría y concluirla. Los Amo

A mis hermanos:

Cristina, Arturo y Martin, por el apoyo y el ánimo que siempre me brindan.

Agradecimientos

A la Lic. Lucia Laura Muñoz Corona, por haberme brindado el apoyo para realizar la maestría, por todos sus valiosos consejos y su amistad.

Al Dr. Jorge Alberto Andaverde Arredondo, por su apoyo y dirección para lograr este trabajo de tesis de maestría y por ser un gran profesor y sobre todo por su gran amistad.

Al Dr. Edgar Santoyo, por compartir sus conocimientos, haberme apoyado y ayudado a desarrollar este trabajo, en especial por su apoyo con la redacción de esta tesis.

Al Dr. Jesús Antonio del Rio, por todas sus enseñanzas y apoyo, por ser un gran profesor y compartir conmigo tantos conocimientos.

Al Dr. Ignacio Torres, por sus enseñanzas, revisión, participación y sugerencias sobre esta tesis.

Al Dr. Oscar Campos, por su tiempo, revisión y sugerencias sobre esta tesis.

Un agradecimiento a mis compañeros y amigos Osvaldo, Efraín, Omar, Paulina, Oscar, Jonatan, Ulises, Javier, Gerardo, Abdelaly, Christian, Maira, Claudia y Rocío.

También gracias por su apoyo a mis amigos del CCH Juan Mosqueda, Erika Rodríguez, Miguel Moreno, Virginia Tamayo, Maricela González, Roberto R. Belmont, Beto Escobar, José Luis Macías, Pedro González, Eleazar Pereda, Alejandro L. Selvas y Juventino Ávila (Perdón si se me olvido alguno).

Índice

Índice	i
Índice de tablas	iv
Índice de figuras.....	vii
Nomenclatura y acrónimos	ix
Resumen.....	1
Capítulo I - Introducción	3
Antecedentes	5
Justificación.....	7
Objetivo general	7
Objetivos específicos	7
Metodología	8
Actividad 1: Base de datos.....	8
Actividad 2: Extrapolación racional polinomial	8
Actividad 3: Algoritmo del nuevo método	9
Actividad 4: Programa de cómputo	9
Actividad 5: Validación	9
Actividad 6: Análisis estadístico	9
Estructura de la tesis.....	9
Capítulo II - Pozos en Yacimientos Geotérmicos y Petroleros	11
Geotermia	11
Petróleo.....	13
Pozos geotérmicos y petroleros	15
Capítulo III - Métodos para estimar Temperatura Estabilizada de Formación	20

Bullard (1947).....	20
Método de Horner o fuente lineal (Timko y Fertl, 1972; Dowdle y Cobb, 1975).23	
Manetti (1973).....	24
Método de Horner mejorado (Roux et al., 1980).....	25
Leblanc et al. (1981).....	27
Brennand (1984).....	27
Kritikos y Kutasov (1988): Método de dos puntos.....	28
Ascencio et al. (1994): Flujo de calor esférico y radial.....	29
Método de Hasan y Kabir (1994): Flujo de calor con fuente cilíndrica.....	31
Método de aproximación exponencial.....	33
Método de aproximación log-lineal.....	34
Método de Kutasov y Eppelbaum (2005): Generalizado de Horner.....	35
Capítulo IV - Nuevo Método Analítico para la Estimación de Temperaturas Estabilizadas de Formación.....	36
Método de extrapolación racional polinomial.....	36
Antecedentes del uso del método racional polinomial.....	38
Aplicación de la extrapolación racional polinomial para estimar TEF.....	39
Desarrollo de algoritmo numérico y programa del método.....	41
Criterio de selección de funciones.....	44
Discontinuidad de la función.....	44
Valores subestimados.....	45
Bases de datos.....	48
Serie Shen.....	48
Serie Cao.....	50
Serie Hyodo.....	51

Serie LH30	52
Serie Larderello	53
Serie Sgil.....	54
Serie Mississippi	55
Capítulo V - Validación del nuevo método	57
Series sintéticas	59
Shen (Shen y Beck, 1986)	59
Cao (Cao <i>et al.</i> , 1988a)	63
Series Geotérmicas.....	67
Hyodo (Hyodo y Takasugi, 1995).....	67
LH30 (Sánchez-Upton, 2007).....	70
Larderello (Da-Xin, 1986).....	74
Sgil (Schoeppel y Gilarranz, 1966).....	78
Serie Petrolera	82
Mississippi (Kutasov, 1999)	82
Capítulo VI Conclusiones.....	87
Trabajo futuro.....	89
Bibliografía	90

Índice de tablas

Tabla 1.1 Métodos para estimar la temperatura estabilizada de la formación.	5
Tabla 4.1 Número de combinaciones posibles para aproximaciones racionales de primero, segundo y tercer orden, de acuerdo al número de pares de datos disponibles.....	42
Tabla 4.2 Datos de las series usadas para la validación del nuevo método	48
Tabla 4.3 Datos de TFP y tiempo de <i>shut-in</i> para la serie Shen.....	49
Tabla 4.4 Datos de TFP y tiempo de <i>shut-in</i> para la serie Cao (Cao et al. 1988a).....	50
Tabla 4.5 Datos de TFP y tiempo de <i>shut-in</i> para la serie Hyodo (Hyodo y Takasugi 1995).....	51
Tabla 4.6 Datos de TFP y tiempo de <i>shut-in</i> para la serie LH30 (Sánchez-Upton, 2007).....	52
Tabla 4.7 Datos de TFP y tiempo de <i>shut-in</i> para la serie Larderello (Da-Xin, 1986).....	53
Tabla 4.8 Datos de TFP y tiempo de <i>shut-in</i> para la serie Sgil (Schoeppel y Gilarranz, 1966).....	54
Tabla 4.9 Datos de TFP y tiempo de <i>shut-in</i> para la serie Mississippi (Kutasov, 1999).....	55
Tabla 5.1 Métodos que reportan estimaciones de TEF en las series que se utilizan para validar el método RP, con sus claves para identificación.....	58
Tabla 5.2 Estimaciones de la TEF para la serie Shen (Shen y Beck, 1986), obtenida por diferentes métodos y reportadas en trabajos nacionales o internacionales (Tabla 5.1).....	59
Tabla 5.3 Número de combinaciones posibles para cada orden de extrapolación racional polinomial para la serie Shen.	59

Tabla 5.4 Valores de la serie original, TFP calculadas, residuales cuadrados, suma de residuales cuadrados y TEF	61
Tabla 5.5 Estimaciones de la TEF para la serie Cao (Cao <i>et al.</i> , 1988a), obtenida por diferentes métodos y reportadas en trabajos internacionales (tabla 5.1).....	63
Tabla 5.6 Número de combinaciones posibles para cada orden de extrapolación racional polinomial para la serie Shen.	63
Tabla 5.7 Valores de la serie original, TFP calculadas, residuales cuadrados, suma de residuales cuadrados y TEF	65
Tabla 5.8 Estimaciones de la TEF para la serie Hyodo (Hyodo y Takasugi, 1995), obtenida por diferentes métodos y reportadas en trabajos internacionales (tabla 5.1).....	67
Tabla 5.9 Número de combinaciones posibles para cada orden de extrapolación racional polinomial para la serie Hyodo.	67
Tabla 5.10 Valores de la serie original, TFP calculadas, residuales cuadrados, suma de residuales cuadrados y TEF	69
Tabla 5.11 Estimaciones de la TEF para la serie LH30 (Sánchez-Upton, 2007), obtenida por diferentes métodos y reportadas en trabajos internacionales (tabla 5.1).....	71
Tabla 5.12 Número de combinaciones posibles para cada orden de extrapolación racional polinomial para la serie LH30.	71
Tabla 5.13 Valores de la serie original, TFP calculadas, residuales cuadrados, suma de residuales cuadrados y TEF	72
Tabla 5.14 Estimaciones de la TEF para la serie Larderello (Da-Xin, 1986), obtenida por diferentes métodos y reportadas en trabajos internacionales (tabla 5.1).....	74
Tabla 5.15 Número de combinaciones posibles para cada orden de extrapolación racional polinomial para la serie Larderello.....	75

Tabla 5.16 Valores de la serie original, TFP calculadas, residuales cuadrados, suma de residuales cuadrados y TEF.	76
Tabla 5.17 Estimaciones de la TEF para la serie Sgil (Schoeppel y Gilarranz, 1966), obtenida por diferentes métodos y reportadas en trabajos internacionales (tabla 5.1).	79
Tabla 5.18 Número de combinaciones posibles para cada orden de extrapolación racional polinomial para la serie Sgil.....	79
Tabla 5.19 Valores de la serie original, TFP calculadas, residuales cuadrados, suma de residuales cuadrados y TEF.	80
Tabla 5.20 Estimaciones de la TEF para la serie Mississippi (Kutasov, 1999), obtenida por diferentes métodos y reportadas en trabajos internacionales (tabla 5.1).....	82
Tabla 5.18 Número de combinaciones posibles para cada orden de extrapolación racional polinomial para la serie Mississippi.	83
Tabla 5.19 Valores de la serie original, TFP calculadas, residuales cuadrados, suma de residuales cuadrados y TEF.	84

Índice de figuras

Figura 2.1 Sistema típico de perforación de pozos geotérmicos (modificada de Santoyo <i>et al.</i> , 2001).....	16
Figura 4.1 Gráfica de datos de TFP contra tiempo de <i>shut-in</i> de la serie sintética reportada por Cao et al. (1988a).....	40
Figura 4.2 Gráfica del comportamiento de recuperación térmica un pozo petrolero Mississippi (Verma et al., 2006).....	43
Figura 4.3 Gráfica con raíces positivas: a) función con numerador con raíces positivas; b) función con denominador con raíces positivas.....	44
Figura 4.4 Diagrama de flujo que representa el algoritmo del método de extrapolación racional polinomial para obtener TEF.	46
Figura 4.5 Gráfica de la recuperación térmica de la serie sintética Shen (Shen y Beck, 1986).....	49
Figura 4.6 Gráfica de la recuperación térmica de la serie sintética Cao (Cao et al. 1988a).	50
Figura 4.7 Gráfica de la recuperación térmica de la serie geotérmica Hyodo (Hyodo y Takasugi 1995).....	51
Figura 4.8 Gráfica de la recuperación térmica de la serie LH30 (Sánchez-Upton, 2007).	52
Figura 4.9 Gráfica de la recuperación térmica de la serie Larderello (Da-Xin, 1986).....	54
Figura 4.10 Gráfica de la recuperación térmica de la serie Sgil (Schoeppel y Gilarranz, 1966).....	55
Figura 4.11 Gráfica de la recuperación térmica de la serie Mississippi (Kutas.ov, 1999).....	56
Figura 5.1 Gráfica comparativa de los puntos originales de la serie y de los puntos calculados.....	61
Figura 5.2 Gráfica de la TEF estimada por varios métodos	62

Figura 5.3 Gráfica comparativa de los puntos originales de la serie y de los puntos calculados.....	66
Figura 5.4 Gráfica de la TEF estimada por varios métodos	66
Figura 5.5 Gráfica comparativa de los puntos originales de la serie y de los puntos calculados.....	69
Figura 5.6 Gráfica de la TEF estimada por varios métodos. La línea horizontal representa el último valor reportado de TFP de la serie (170.9 °C).....	70
Figura 5.7 Gráfica comparativa de los puntos originales de la serie y de los puntos calculados.....	73
Figura 5.8 Gráfica de la TEF estimada por varios métodos	74
Figura 5.9 Gráfica comparativa de los puntos originales de la serie y de los puntos calculados.....	77
Figura 5.10 Gráfica de la TEF estimada por varios métodos.	78
Figura 5.11 Gráfica comparativa de los puntos originales de la serie y de los puntos calculados.....	81
Figura 5.12 Gráfica de la TEF estimada por varios métodos	82
Figura 5.13 Gráfica comparativa de los puntos originales de la serie y de los puntos calculados.....	85
Figura 5.14 Gráfica de la TEF estimada por varios métodos	86

Nomenclatura y acrónimos

Latinas

A''	Parámetro de tiempo de relajación
BM	Método de Brennan
c	Calor específico
c_{pl}	Capacidad calorífica del lodo
KEM	Método de Kutasov Eppelbaum
k	Conductividad térmica de la formación
LM	Método de Le Blanc
MM	Método de Manetti
m	Pendiente de la recta
Q	Fuente de calor
Q'	Fuente de calor adimensional
R	Invasión térmica radial
r	Distancia radial
r_w	Radio del pozo
T	Temperatura
TAH	Tiempo adimensional de Horner
T_D	Función adimensional de temperatura
TEF	Temperatura estabilizada de formación
TFP	Temperatura de Fondo de Pozo
T_{fp}	Temperatura de fondo de pozo
T_i	Temperatura inicial
T_{ip}	Temperatura de la interface pozo-formación
T_∞	Temperatura a tiempo infinito
t	Variable tiempo
t_c	Tiempo de circulación
x	variable independiente
y	variable dependiente

Griegas

α	Difusividad térmica
ΔT	Variación de temperatura
Δt	Tiempo transcurrido a partir del cese de circulación
ρ	Densidad

Resumen

El establecer la temperatura estabilizada de formación (TEF) nos permite determinar muchos parámetros importantes para la perforación y cementación de pozos petroleros y geotérmicos, así como la predicción y conocimiento del comportamiento térmico. En la actualidad existen métodos para determinar las TEF, muchos de los cuales requieren de numerosos parámetros físicos (p.ej. conductividad térmica de las rocas y del lodo, las propiedades termofísicas y de transporte de dichos materiales) generalmente complicados y costosos de determinar.

El método desarrollado en el presente proyecto, para calcular la TEF, sólo requiere conocer temperaturas de fondo de pozo y tiempos de *shut-in* cortos.

La determinación de las TEF se realiza obteniendo una función con base en los datos registrados y se extrapola a tiempo infinito, es decir, cuando las condiciones térmicas del pozo han alcanzado el equilibrio. Esta función también nos permite describir el comportamiento térmico o historia térmica de recuperación del pozo.

En este trabajo se actualizó una base de datos de pozos geotérmicos y petroleros, así como series sintéticas, las cuales contienen datos de temperatura de fondo de pozo (TFP) y tiempo de recuperación (*shut-in*) registrados durante las operaciones de perforación. En este contexto de investigación se desarrolló un método nuevo y práctico para estimar las TEF, basado en el método de extrapolación racional polinomial. Las incertidumbres asociadas con el cálculo de las TEF fueron estimadas mediante técnicas estadísticas. Estas estimaciones de TEF y su incertidumbre se realizaron mediante un programa de cómputo codificado en lenguaje Fortran 90. El nuevo método fue validado mediante el uso de dos series sintéticas (en las cuales se conoce, teóricamente, el valor de la temperatura estabilizada) y aplicado en cuatro series geotérmicas y una petrolera.

Finalmente, a través del historial térmico descrito por la ecuación resultante del nuevo método, se evaluaron estadísticamente los residuales entre los datos medidos y predichos. Se demostró que el nuevo método describe en forma más exacta el proceso de recuperación térmica del pozo al estimar valores de TEF con errores menores al 3% con respecto a los métodos tradicionalmente usados.

Capítulo I - Introducción

Existen dos principales fuentes de energía a partir del subsuelo: la geotérmica y la petrolera. La ciencia asociada a la primera se refiere al estudio y utilización de la energía térmica que se transfiere desde el interior de la Tierra hacia la superficie. El uso de la energía geotérmica ha sido impulsado como una fuente de energía alterna, debido al aumento en la demanda de electricidad a nivel mundial. Un sistema geotérmico está constituido por una fuente de calor (comúnmente una cámara magmática o fracturas en la corteza terrestre por las cuales asciende magma), un estrato poroso o fracturado en el cual pueden circular fluidos y a su vez este estrato se encuentra confinado por dos capas impermeables. En las primeras etapas de exploración y explotación de un sistema geotérmico se realizan diversos estudios con el fin de estimar la extensión y la localización del yacimiento, así como para evaluar el potencial energético acumulado y la factibilidad de explotación con fines comerciales (Santoyo et al., 2000). Uno de los parámetros más importantes, dentro de este escenario de prospección energética, es la estimación y distribución de las temperaturas estabilizadas de formación (Bassam et al., 2009).

La segunda fuente es la derivada del petróleo, el cual es un recurso natural no renovable. El petróleo líquido puede presentarse asociado a gas natural, en yacimientos subterráneos. El petróleo es de origen fósil, fruto de la transformación de materia orgánica depositada en grandes cantidades en fondos anóxicos de mares o zonas lacustres del pasado geológico y que fueron posteriormente enterrados bajo capas de sedimentos. La transformación química debida al calor y a la presión durante la diagénesis produce, en sucesivas etapas, desde betún a hidrocarburos cada vez más ligeros (líquidos y gaseosos). Estos productos ascienden hacia la superficie, por su menor densidad, como resultado de la porosidad y fracturamiento de las rocas sedimentarias. Cuando se dan las circunstancias geológicas que impiden dicho ascenso (trampas petrolíferas, como

rocas impermeables, estructuras anticlinales, márgenes de diapiros salinos, etc.) se forman entonces los yacimientos petrolíferos.

Tanto el fluido geotérmico (líquido o vapor) como los hidrocarburos (aceite y gas) son extraídos del subsuelo mediante la construcción de un pozo. Cuando se realiza la perforación, la barrena es lubricada y enfriada mediante un fluido no-newtoniano (también llamado lodo de perforación), el cual tiene como objeto el arrastre de los recortes de perforación. Este lodo perturba térmicamente las condiciones de la formación circundante al pozo, por lo que es importante determinar las temperaturas estabilizadas de la formación (TEF) existentes antes de la perforación. Estas TEF se determinan a partir de mediciones aisladas de temperatura a diferentes tiempos de recuperación (García et al., 1998; Santoyo et al., 2001, 2003; Andaverde et al., 2005).

La determinación de las TEF, tanto en pozos geotérmicos como petroleros, se requiere para: (I) Establecer gradientes de temperatura en el subsuelo (p. ej. Dowdle y Cobb, 1975; Kutasov, 1999); (II) diseñar programas de cementación y terminación de pozos (p. ej., Santoyo-Gutiérrez et al., 1991) y (III) evaluar factores volumétricos de fluidos de la formación (p. ej., Dowdle y Cobb, 1975).

Desde el punto de vista geotérmico las TEF se requieren específicamente para; (I) localizar regiones permeables caracterizadas por zonas de pérdidas de circulación o ganancias de fluido y/o calor en pozos o yacimientos productores (p. ej. García et al., 1998); (II) estimar reservas de calor en sistemas geotérmicos (p. ej., Santoyo, 1997); (III) modelar térmicamente las fuentes primarias de calor (cámaras magmáticas) de los sistemas geotérmicos (p. ej., Verma y Andaverde, 2006) y (IV) evaluar la factibilidad de explotar los recursos geotérmicos en la generación de potencia eléctrica (p. ej., Santoyo et al., 2000). Por otra parte, desde el punto de vista petrolero, las TEF se requieren para; (I) conocer la historia térmica de la cuenca (p.ej., Armstrong et al., 1996); y (II) en la construcción de

modelos de maduración de hidrocarburos (p.ej., Armstrong et al., 1996; Lampe y Person, 2002).

Antecedentes

Numerosos métodos analíticos y simuladores numéricos, basados en modelos de transferencia de calor, han sido desarrollados para calcular la TEF (Santoyo et al., 2000). Estos métodos también han permitido simular la perturbación térmica de la formación inducida por la perforación y la subsecuente relajación térmica del proceso a sus condiciones iniciales (*Shut-in*). Estos modelos se pueden clasificar en dos tipos: (a) el primer tipo trata de simular la evolución de la temperatura de la columna completa de lodo y (b) el segundo tipo, se concentra en la región del fondo del pozo donde las temperaturas (TFP) son generalmente medidas (Luheshi, 1983). En la Tabla 1.1 se citan los 44 métodos y simuladores reportados en la literatura para estimar TEF, los cuales se presentan en orden alfabético según su autor principal.

Tabla 1.1 Métodos para estimar la temperatura estabilizada de la formación.

Método	Año	Método	Año
Albrigh	1975	Kabir et al.	1997
Ascencio et al.	1994	Kritikos y Kutasov	1988
Barelli y Palama	1981	Kutasov	2003
Brennand	1984	Kutasov y Eppelbaum	2005
Bullard	1947	Kritikos y Kutasov	1988
Burge	1965	Lanchenbruch y Brewer	1959
Cao et al.	1988 a	Leblanc et al.	1981
Cao et al.	1988 b	Lee	1982
Cao et al.	1988 c	Luheshi	1983
Carlson y Barnette	1988	Manetti	1973
Cocanower et al.	1969	Middelton	1979
Cooper y Jones	1959	Middelton	1982
Eppelbaum y kutasov	2006	Oxburgh et al.	1972
Fomin et al.	2003	Parasnis	1971
Gogoi y Kutasov	1987	Perrierand Raiga-Clemenceau	1984
Guyod	1946	Prrnic	1994
Hasan y Kabir	1991	Ribeiro y Hamza	1986
Hasan y Kabir	1994	Roux et al.	1980
Holmes y Swift	1970	Schoeppel y Gilarranz	1966
Horner	1951	Shen y Beck	1986
Jaeger	1961	Squier et al.	1961
Jones et al.	1984	Timko y Fertl	1972

Los fundamentos de aplicación de los principales métodos son descritos en el capítulo III de este trabajo.

En el presente proyecto se propone un nuevo método para el cálculo de las TEF. Este método está basado en la extrapolación a partir del aproximante de Padé, también llamado “racional polinomial” (referido así por su nombre original “Rational Polynomial”; Owen y Orville, 1995). Su nombre se debe a que el aproximante está constituido por el cociente de dos polinomios, tal y como se muestran en la ecuación (1.1).

$$y(x) \cong \frac{p+p_1x+\dots+p_kx^k}{1+q_1x+\dots+q_mx^m} \quad (1.1)$$

Esta ecuación describe una función $y(x)$ desconocida en la cual se requiere obtener una dependencia analítica. La variable independiente (x) corresponde a los tiempos de *shut-in* (tiempos transcurridos después que cesa la circulación de perforación), mientras que la variable dependiente (y) corresponde a las temperaturas registradas en el fondo del pozo. Los coeficientes p y q establecen la función que representan el fenómeno, donde k y m son el grado del polinomio del numerador y del denominador, respectivamente.

En la determinación de las TEF, se asume que el tiempo de *shut-in* tiende a infinito, es decir, cuando las condiciones térmicas del pozo han alcanzado el equilibrio. Bajo estas condiciones se requiere que k y m sean iguales, ya que si son diferentes se obtendrían como resultado un valor de cero o indeterminado. Por lo tanto de la ecuación (1.1) solamente se requieren establecer los coeficientes p_k y q_m para calcular la temperatura estabilizada de formación. La ecuación (1.1) se simplifica a la forma (1.2) para calcular las TEF:

$$TEF = \frac{p_k}{q_m} \quad (1.2)$$

Justificación

En la actualidad existe una diversidad de métodos a través de los cuales se busca predecir o determinar las TEF, los cuales generalmente requieren de numerosos parámetros físicos para poder obtener dichas temperaturas (p.ej., conductividad térmica de las rocas y del lodo, las propiedades termofísicas y de transporte de dichos materiales). Estos parámetros son muy tediosos y costosos de determinar experimentalmente. Los datos que usualmente se registran durante los paros de la perforación de un pozo incluyen la variación de la temperatura a lo largo del tiempo. La estabilización de la temperatura en un pozo requiere de largos periodos de recuperación (días a meses) lo cual es inviable en términos económicos, debido al alto costo de la renta del equipo de perforación. Para evitar esta situación es necesario desarrollar métodos, que con base en registros de corto tiempo de *shut-in* (horas), permitan estimar confiablemente las TEF. El método que se propone en el presente proyecto cumple con los requerimientos técnicos y económicos para calcular la TEF.

Objetivo general

Desarrollar y validar un método nuevo y práctico para el cálculo de temperaturas estabilizadas de formación basado en una extrapolación racional polinomial.

Objetivos específicos

- Actualizar una base de datos de temperatura de fondo de pozo y tiempo de diversos pozos geotérmicos y petroleros de México y el resto del mundo, y que también incluye series sintéticas.
- Aplicar el método de extrapolación racional polinomial al comportamiento térmico del fondo de pozos a través del tiempo.

- Diseñar un programa de cómputo en lenguaje Fortran 90 para determinar las temperaturas estabilizadas de formación con el nuevo método desarrollado.
- Validar el nuevo método propuesto a través de: i) la comparación estadística entre las TEF predichas con el método y los datos medidos en series sintéticas; ii) la comparación estadística entre la historia térmica descrita por el nuevo método y la reportada en las mediciones de las distintas series.

Metodología

El objetivo general de este proyecto de tesis fue alcanzado mediante el desarrollo de las actividades que a continuación se describen.

Actividad 1: Base de datos

Se realizó una búsqueda exhaustiva de artículos en revistas internacionales que contenían datos de pozos petroleros y geotérmicos, para la actualización de una base de datos de series de temperaturas de fondo de pozo y tiempos de *shut-in*.

Actividad 2: Extrapolación racional polinomial

Se analizó el fundamento matemático del aproximante de Padé, para conocer la aplicabilidad de la extrapolación racional polinomial como modelo en el cálculo de las temperaturas estabilizadas de formación, a partir de los datos de temperatura de fondo de pozo y de tiempos de *shut-in*.

Actividad 3: Algoritmo del nuevo método

Se desarrolló el algoritmo numérico para obtener la temperatura estabilizada de formación aplicando el nuevo método.

Actividad 4: Programa de cómputo

Se desarrolló un programa de cómputo en lenguaje Fortran 90 para la solución del nuevo método de extrapolación racional polinomial.

Actividad 5: Validación

Se validó el nuevo método usando series de datos sintéticos y la historia térmica de varias series de datos geotérmicos y petroleros.

Actividad 6: Análisis estadístico

Se realizó un análisis estadístico comparativo de temperaturas estabilizadas de formación calculadas con el programa y las obtenidas con métodos tradicionalmente utilizados.

Estructura de la tesis

De acuerdo a la problemática planteada y a los objetivos propuestos en este trabajo de investigación, se ha estructurado la tesis de la siguiente forma:

El Capítulo I comprende como ya se ha visto la introducción a la tesis, así como el planteamiento del problema, con el fin de establecer los objetivos y el propósito general de este trabajo de investigación. De igual manera, se detalla la justificación y estructura del presente trabajo. En el Capítulo II se describen las generalidades de los sistemas geotérmicos y petroleros, así como el estado del

arte de los mismos en México y en el mundo. En el Capítulo III se explican, en forma general, los métodos más utilizados para la estimación de las temperaturas estabilizadas de la formación. En el capítulo IV se presenta el método de extrapolación racional polinomial y su aplicación en la estimación de la temperatura estabilizada de formación a partir de los datos de temperatura de fondo de pozo y tiempo *shut-in*. En este capítulo se incluye la descripción general del algoritmo del método y el programa de cómputo desarrollado. En el Capítulo V se detalla la evaluación y validación del método aplicándolo a las series sintéticas propuestas por Shen y Beck (1986) y por Cao et al. (1988 a), así como series de pozos geotérmicos y petroleros reportadas en la literatura internacional. Los resultados obtenidos son evaluados aplicando técnicas estadísticas. Por último, en el Capítulo VI se presentan las conclusiones de este trabajo de tesis, en términos de los objetivos alcanzados, así como las sugerencias y recomendaciones para trabajos futuros en esta misma línea de investigación.

Capítulo II - Pozos en Yacimientos Geotérmicos y Petroleros

Geotermia

La palabra geotermia se refiere a la energía térmica natural existente en el interior de la Tierra. En la práctica se le denomina así al estudio y utilización de la energía térmica que se desplaza desde el interior de la corteza terrestre hacia niveles superficiales de la misma (Santoyo y Barragán, 2010). Esta energía ha sido utilizada en la producción de electricidad y en la climatización de espacios desde principios del siglo pasado (Boyle, 2004; DiPippo, 2005).

En la actualidad se sabe que el calor generado desde el interior de la Tierra se transfiere hacia la superficie donde éste se disipa, aunque generalmente estos fenómenos no son muy evidentes. Sin embargo, se sabe que existe un gradiente térmico en la corteza superior de la tierra del orden de 30 °C/km (Barbier, 2002), el cual puede ser explicado si se tienen en cuenta los fenómenos de transferencia de calor desde el interior de la tierra a la superficie.

Los estudios del comportamiento térmico de la Tierra implican la determinación actual del campo de temperaturas y su variación con la profundidad, y en cómo dichas campos de temperatura han cambiado a través del tiempo geológico. Estos estudios están basados en registros de temperaturas realizados a profundidades hasta donde se ha podido perforar (Barbier, 1997).

Existen zonas de la corteza de la Tierra que son accesibles por medio de la perforación y donde el gradiente se encuentra por encima del promedio. Esto ocurre cuando a poca profundidad existen cuerpos de magma (cámaras magmáticas) en proceso de enfriamiento. Por otro lado, tenemos zonas donde la actividad magmática no existe y la acumulación de calor (gradiente anómalo) se debe a condiciones geológicas particulares de la corteza tales como zonas de rift

(Barbier, 2002). Bajo estos dos tipos de condiciones se puede dar origen a los sistemas geotérmicos.

Los sistemas geotérmicos pueden ser clasificados atendiendo a diversos criterios tales como los tiempos de recuperación térmica y su utilización:

- a) reservorio de dos fases para generación de electricidad.
- b) acuífero hidrotermal, usado para el calentamiento de espacios como invernaderos.
- c) extracción conductiva de calor por medio de bombas de calor de fuente terrestre poco profunda para acondicionamiento térmico de espacios.

Cabe mencionar que los recursos geotérmicos pueden ser considerados renovables a la escala temporal de sistemas tecnológicos-sociales, dado que no necesitan tiempos geológicos para su regeneración, en contraste a la de los combustibles fósiles. Además si se explotan de manera adecuada, es decir manteniendo un equilibrio entre la recarga y la extracción del recurso, esta energía es considerada como renovable.

Los elementos esenciales que constituyen un sistema geotérmico incluyen: 1) la existencia de una fuente de calor, la cual puede ser una intrusión magmática a muy alta temperatura (> 600 °C), emplazada a profundidades relativamente someras (5-10 km) o bien, una zona tectónicamente activa (rift) que suministre calor al sistema continuamente; 2) la presencia de un volumen de formaciones geológicas permeables o fracturadas que cumplan la función de reservorio y permitan la circulación de fluidos para extraer el calor de la formación subyacente; 3) la existencia de una recarga hidráulica a través de la cual el agua de origen meteórico o marino pueda reemplazar los fluidos que se escapan del reservorio a través de las fuentes termales o que son extraídos mediante pozos; y por último, 4) la presencia de unidades o estructuras geológicas que actúen como cubierta impermeable o capa sello, y cierren parcialmente el sistema para que se produzca

la concentración del calor y el aumento de presión en el sistema (Dickson y Fanelli, 2004).

La geotermia como fuente renovable de energía es la única que es independiente del sol, teniendo su máxima fuente de calor dentro de la Tierra. Es importante señalar que existen muchos lugares donde el flujo de calor de la Tierra está suficientemente concentrado para generar recursos naturales en la forma de vapor y agua caliente, disponible en rocas poco profundas y conveniente para la generación de electricidad. Las técnicas para explotar los recursos se basan en principios básicos, y son análogos a las técnicas establecidas para extraer hidrocarburos. En un sistema geotérmico, uno o más pozos son perforados hasta alcanzar el yacimiento y a través de ellos el fluido caliente es extraído hacia la superficie de la tierra. Este fluido es utilizado en turbinas de vapor (para generación de electricidad) o en equipos de acondicionamiento térmico. De estos procesos es más valiosa la obtención de electricidad como producto final, por lo que la geotermia se ha enfocado más a la generación de potencia eléctrica (Boyle, 2004).

Petróleo

Los hidrocarburos son la principal fuente de energía en México y el mundo. De acuerdo al balance nacional de energía 2006 y al reporte de energía global 2007, el 90% en México y el 79% en el mundo de la energía se obtiene del aprovechamiento de los recursos del petróleo (Balance Nacional de Energía 2006, REN21 Global Status Report 2007).

El petróleo es una sustancia oleosa de color muy oscuro compuesta principalmente de hidrocarburos. Puede hallarse en estado líquido o en estado gaseoso. En estado líquido es denominado aceite "crudo", y en estado gaseoso, gas natural. Se conoce que la formación del petróleo está asociada al desarrollo de rocas sedimentarias depositadas en ambientes marinos o próximos al mar, y

que es el resultado de procesos de descomposición de organismos de origen vegetal y animal en condiciones anóxicas, que en tiempos remotos quedaron incorporados en esos depósitos.

El petróleo no se encuentra distribuido de manera uniforme en el subsuelo, deben confluír por lo menos cuatro condiciones básicas para que éste se acumule: a) una roca permeable, de forma tal que bajo presión el petróleo pueda moverse a través de los poros microscópicos de la roca; b) una roca impermeable, que evite la fuga del aceite y gas hacia la superficie; c) el yacimiento debe comportarse como una trampa, ya que las rocas impermeables deben encontrarse dispuestas de tal forma que no existan movimientos verticales o laterales de fuga de hidrocarburos y; d) debe existir material orgánico suficiente y necesario para convertirse en petróleo por el efecto de la presión y temperatura que predomine en el yacimiento.

El petróleo en su estado natural, es susceptible de generar, a través de procesos de transformación industrial, productos de alto valor, como son los combustibles, lubricantes, ceras, solventes y derivados petroquímicos. Del crudo se obtienen combustibles para medios de transporte (automóviles, autobuses, barcos y aviones) y además se utilizan para generar energía eléctrica y calorífica para fábricas, hospitales y oficinas. La industria petroquímica usa productos derivados para elaborar plásticos, fibras sintéticas, detergentes, medicinas, conservadores de alimentos, hules y agroquímicos.

Uno de los supuestos más aceptados acerca del origen del Petróleo lo constituye la Teoría de Engler (1911), la cual consta de tres etapas:

1ª etapa.- Depósitos de organismos de origen vegetal y animal se acumulan en el fondo de mares internos (lagunas marinas). Las bacterias actúan, descomponiendo los constituyentes carbohidratos en gases y materias solubles en agua, y de esta manera son desalojados del depósito. Permanecen los constituyentes de tipo ceras, grasas y otras materias estables, solubles en aceite.

2ª etapa.- A condiciones de alta presión y temperatura, se desprende CO₂ de los compuestos con grupos carboxílicos, y H₂O de los ácidos hidroxílicos y de los alcoholes, dejando un residuo bituminoso. La continua exposición a calor y presión provoca la formación de olefinas (protopetróleo).

3ª etapa.- Los compuestos no saturados, en presencia de catalizadores naturales, se polimerizan de forma cíclica para dar origen a hidrocarburos de tipo nafténico y parafínico. Los aromáticos se forman, presumiblemente, por reacciones de condensación acompañando al craqueo y ciclización, o durante la descomposición de las proteínas.

Pozos geotérmicos y petroleros

Una vez que se dispone de los resultados de la exploración y teniendo localizada la zona más viable para la explotación del recurso petrolero o geotérmico, se procede a realizar la construcción de un pozo, que comprende operaciones como perforación y cementación. La construcción de pozos geotérmicos se realiza utilizando tecnología muy similar a la empleada en la industria petrolera (Chilingarian y Vorabutr, 1981).

En la figura 2.1 se presenta un esquema general de un equipo de perforación.

La principal diferencia entre los pozos geotérmicos y los petroleros es que en los geotérmicos se presentan problemas técnicos asociados con las altas temperaturas (Santoyo-Gutiérrez *et al.*, 1991), entre los más comunes están:

- El calentamiento y desgaste de la barrena
- La inestabilidad del agujero perforado
- La inestabilidad térmica del fluido de perforación (lodo) y del cemento (lechada) debido al cambio en las propiedades reológicas

- El arrastre de los recortes de la formación al cambiar las condiciones reológicas del lodo de perforación
- Pérdidas de circulación

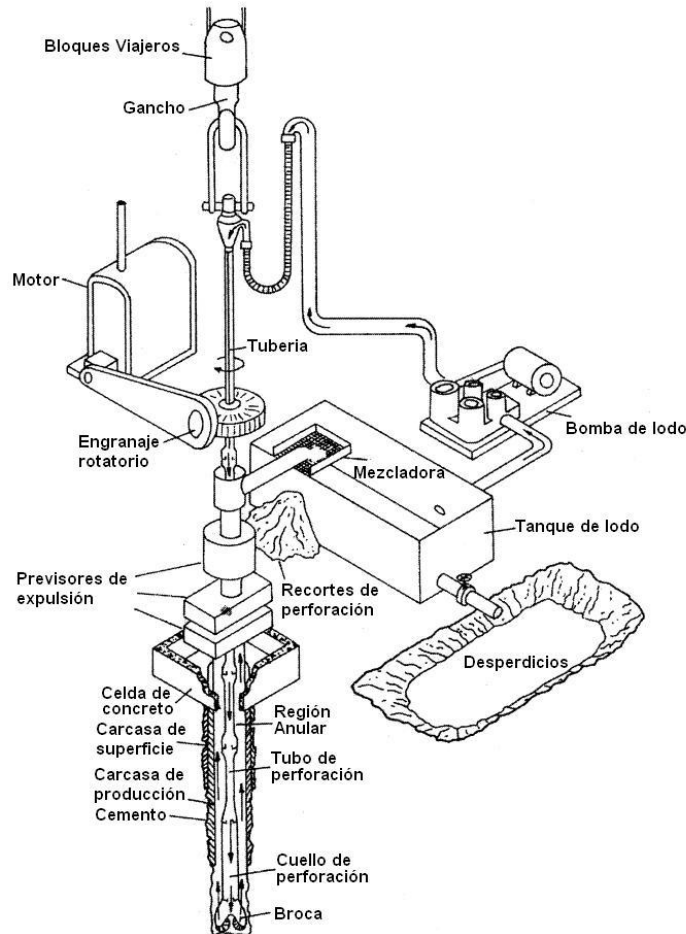


Figura 2.1 Sistema típico de perforación de pozos geotérmicos (modificada de Santoyo *et al.*, 2001).

El equipo de perforación consiste en un sistema mecánico o electromecánico, compuesto por una torre de entre 20 y 30 m de altura que soporta un aparejo diferencial. Estos componentes permiten el movimiento de tuberías con sus respectivas herramientas, el cual es accionado por una transmisión energizada por motores a explosión o eléctricos. Este mismo conjunto impulsa simultánea o alternativamente una mesa de rotación que contiene al vástago (“Kelly”), tope de la columna perforadora y transmisor del giro a la tubería. Paralelamente el equipo

de perforación cuenta con elementos auxiliares, tales como tuberías, bombas, tanques, un sistema de seguridad que consiste en válvulas de cierre del pozo para su control u operaciones de rutina, generadores eléctricos de distinta capacidad según el tipo de equipo, entre otros.

La barrena empleada para la perforación requiere de un proceso de lubricación y enfriamiento especial debido al calor generado por la fricción entre la barrena y la roca, así como por el aumento de temperatura debió al gradiente terrestre. Esta lubricación se logra empleando un fluido de perforación de tipo no-newtoniano, cuyas propiedades reológicas ayudan al enfriamiento eficiente y homogéneo de la barrena (Santoyo *et al.*, 2001, 2003; Gómez *et al.*, 2009).

Las funciones más importantes que cumplen los lodos de perforación son:

- Arrastre de recortes de roca desde el fondo del pozo hacia la superficie.
- Lubricación y enfriamiento de la barrena.
- Mantenimiento de los recortes en suspensión si la perforación es detenida.
- Formación de un recubrimiento delgado e impermeable en la pared del pozo que no permite el flujo de fluidos en la interfase pozo – formación.
- Producción de una presión hidrostática suficiente para estabilizar la pared y conservar en la formación geológica los fluidos de la misma (gas, petróleo, agua).
- Soporte parcial del peso de la sarta de perforación.
- Transmisión de potencia hidráulica a la barrena cuando éstas se acciona mediante turbinas.

El fluido de perforación comúnmente se compone de agua o aceite y por una mezcla de estos fluidos con arcillas de origen volcánico (bentonita) y algunos otros aditivos (PEMEX, Internet). Los lodos que se usan comúnmente son base de agua, ya que éstos no contaminan los ambientes en donde son usados, como las suspensiones de aceite.

El proceso de construcción del pozo inicia con el bombeo del fluido de perforación a través de la tubería con el objeto de alcanzar la parte profunda de la formación, en donde entrará en contacto con la roca y arrastrará los recortes de la misma hacia la superficie a través de la parte anular. Este proceso conservativo de masa de fluido se puede ver afectado si existieran problemas de pérdidas de circulación hacia la formación. Paradójicamente, estas zonas de pérdidas resultan ser favorables en la identificación de zonas permeables del yacimiento y cuando éstas se presentan a grandes profundidades suelen utilizarse para dejar montado la tubería de producción del pozo (Santoyo 1997; García et al.,1998).

Debido a que las presiones en los yacimientos pueden ser muy altas (más de 10 MPa), el sistema de perforación (equipo y operador) debe asegurar que el lodo usado sea lo suficientemente denso para contrarrestar estas presiones y evitar un problema de sobrepresión debido a la presencia incontrolable de una columna de gas (Chilingarian y Borabutr, 1981; Boyle, 2004; DiPippo, 2005). El pozo es alineado con una tubería de acero que es cementado, dejando una sección abierta o una cementación perforada a profundidades de producción. Como cada conjunto de cementación tiene que ser inyectado a través de sus antecesores conforme la profundidad del pozo aumenta, el diámetro del pozo decrece con la profundidad desde 0.5 m cerca de la superficie hasta 0.15 m en profundidades de producción. Un cabezal con válvulas de engranaje (“árbol de navidad”) está soldada a la tubería al nivel de la superficie y esto permite que el pozo sea conectado a la planta de potencia o tubería de transporte.

Las dificultades con el proceso de cementación de pozos son numerosas. Muchas compañías invierten gran cantidad de tiempo, dinero y esfuerzo en investigar los factores que controlan los trabajos de una correcta cementación. Entre estos factores están: la formulación del cemento, tiempo de cementado, adherencia en los procesos de cementado, resistencia a la contrapresión y a la alta temperatura, entrenamiento del personal de servicio y de la torre de perforación. Un factor

sobresaliente en el cementado de los pozos es la temperatura mientras se bombea el cemento y mientras éste se seca.

Datos de registros estáticos, tales como las temperaturas del lodo que circula por la tubería de perforación (entrada) y la sección anular son usualmente medidas y proveen información útil sobre el proceso térmico de enfriamiento de la formación. Sin embargo, no existen dispositivos para medir las temperaturas vírgenes de la formación (temperaturas estabilizadas). Esta escasez de información sobre el conocimiento de estas temperaturas puede resultar en un incorrecto diseño del programa de cementación, entre otros problemas (Santoyo-Gutiérrez, et al., 1991).

Los factores más importantes para controlar la perforación de pozos son: la profundidad del pozo, diámetro, diseño de la tubería y características especiales del lugar. En el caso de los pozos de gas y petróleo, el costo se incrementa de manera exponencial con la profundidad de los mismos, mientras que en los geotérmicos su incremento es polinomial de segundo orden (Chilangarian y Vorabutr, 1981; DiPippo, 2005; Augustine et al., 2006).

Capítulo III - Métodos para estimar Temperatura Estabilizada de Formación

El conocimiento de la TEF, tanto en pozos geotérmicos como petroleros, es necesario para obtener las características termofísicas de los pozos y a partir de esta información inferir las condiciones termodinámicas de los sistemas geoenergéticos. Las TEF se calculan a partir de las temperaturas registradas durante los tiempos de *shut-in* y de las propiedades térmicas de la formación y del lodo en el fondo del pozo.

A la fecha, se han desarrollado dos clases de herramientas para estimar la TEF. La primera se basa en simuladores numéricos que intentan reproducir toda la historia térmica tanto de la columna del fluido de perforación como la formación que lo rodea. Estas herramientas usualmente requieren mucha información acerca de la perforación del pozo, así como de la composición del fluido de perforación, la temperatura de entrada y salida del lodo, la tasa de circulación del fluido, la geometría del pozo, el gradiente geotérmico y propiedades termofísicas del sistema del pozo y perforación (Cao et al., 1988a).

El segundo tipo de herramientas se basan en métodos analíticos que se concentran en la zona del fondo del pozo. En este caso las TEF se obtienen a partir de las temperaturas y los tiempos de recuperación y de circulación (Santoyo et al., 2000). A continuación se describen, de forma cronológica según su publicación, los métodos analíticos de mayor aplicación para la estimación de las TEF (Andaverde et al., 2005; Verma y Andaverde., 2006).

Bullard (1947)

Muchos de los métodos analíticos se han desarrollado considerando la solución clásica de los problemas de fuente de calor lineal, la cual postuló originalmente Bullard en 1947. El modelo de Bullard representa el efecto de la circulación de

fluidos de perforación como una fuente lineal constante de calor en el eje del pozo, y mediante el modelado del proceso de equilibrio, el cual supone un medio infinito y homogéneo bajo condiciones de flujo de calor conductivo radial. Los cálculos de Bullard demostraron que el tiempo de recuperación térmica de un pozo es muy grande: entre 10 y 20 veces el tiempo invertido en la perforación del pozo.

De esta teoría se generó un modelo físico generalizado del proceso de perforación de pozos. Este modelo considera la introducción de una anomalía térmica constante al fluido de perforación, que ha sido ampliamente usado como base conceptual para el desarrollo de métodos analíticos.

Lachenbruch y Brewer (1959) extendieron la aproximación de Bullard para incluir los efectos de la variación del potencial térmico de la fuente de calor con el tiempo y el diámetro finito del pozo. La base matemática de este modelo de transferencia de calor es expresado mediante la solución de la ecuación de fuente de calor lineal constante (Q') en estado transitorio usando un tiempo t' , la cual explican y describen Carslaw y Jaeger (1959) como:

$$T = Q' \int_0^t e^{\left(\frac{-r_w^2}{4\alpha(\Delta t - t')}\right)} \frac{dt'}{(\Delta t - t')} \quad (3.1)$$

La solución exacta de la ecuación (3.1) para un tiempo Δt está dada por:

$$\Delta T = Q' \left[Ei\left(\frac{-r_w^2}{4\alpha\Delta t}\right) - Ei\left(\frac{-r_w^2}{4\alpha(\Delta t - t')}\right) \right] \quad (3.2)$$

Donde $Ei(-x)$ es la integral exponencial, $x = \frac{r_w^2}{4\alpha\Delta t}$, r_w es el radio del pozo y α es la difusividad térmica. Para valores del argumento $x \ll 1$, la integral de la ecuación (3.2) se puede aproximar logarítmicamente, de tal forma que la ecuación (3.2) se puede reducir a una ecuación que representa el comportamiento de la TEF contra

los parámetros de tiempo de perforación Δt y t' , siempre y cuando $\Delta t \gg \frac{r_w^2}{4\alpha}$, donde:

$$\Delta T = Q' \ln \left(\frac{t' + \Delta t}{\Delta t} \right) \quad (3.3)$$

Si graficamos T versus $\ln \left(\frac{t' + \Delta t}{\Delta t} \right)$ obtendremos una línea recta, cuya ordenada al origen nos permite inferir el valor de la TEF (T_∞), esto es:

$$T = T_\infty + Q' \ln \left(\frac{t' + \Delta t}{\Delta t} \right) \quad (3.4)$$

Luheshi (1983) menciona que la ecuación (3.4) implica que la temperatura aumenta durante el periodo de recuperación térmica (*shut-in*). Aunque una evaluación de la solución completa de la línea-fuente muestra que inicialmente la temperatura del pozo decrece antes de iniciar su aumento, lo cual podría llevar a este método a predecir una TEF inferior a las temperaturas medidas.

Jaeger (1961) propuso para corregir el cálculo de las temperaturas del fluido de perforación que circula en el pozo, utilizar el método propuesto por Carslaw y Jaeger (1959) donde se incluyen la temperatura del lodo entrante, el flujo de entrada del fluido de perforación y el tiempo de perforación. El modelo propuesto considera el sistema de perforación como un intercambiador de calor geotérmico vertical, donde el fluido de perforación se desplaza hacia abajo por el centro del tubo de perforación y hacia arriba a través de la región anular, en donde intercambia calor con la roca exterior del pozo.

Método de Horner o fuente lineal (Timko y Fertl, 1972; Dowdle y Cobb, 1975).

El método analítico de Horner o fuente de calor lineal fue inicialmente propuesto para estimar la presión inicial de un yacimiento petrolero y posteriormente usado en los geotérmicos (Horner, 1951). Este método fue extendido a la estimación de la temperatura inicial de un sistema geotérmico por Timko y Fertl (1972) y criticado por Dowdle y Cobb (1975). El método de Horner se basa en el concepto matemático de una fuente de calor constante e infinitamente larga o un sumidero sin sección transversal que representa la perforación y el proceso de recuperación térmica (*shut-in*). Debido a que la temperatura (T) del pozo aumenta con respecto al tiempo (t), puede aproximarse este comportamiento por medio de una solución analítica de la ecuación de difusividad térmica bajo condiciones de flujo de calor radial:

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}\right) + \left(\frac{1}{r}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) \quad (3.5)$$

donde r y α son el radio del pozo y la difusividad térmica de la formación, respectivamente. De acuerdo con Dowdle y Cobb (1975), la aplicación de la teoría de fuente lineal indica que la solución simplificada de la ecuación (3.5) está dada por:

$$T_{fp} = T_i - m \cdot \log\left(\frac{t_c + \Delta t}{\Delta t}\right) \quad (3.6)$$

donde $\log\left(\frac{t_c + \Delta t}{\Delta t}\right)$ es conocido como el tiempo adimensional de Horner (TAH); en el cual t_c y Δt son el tiempo de circulación antes del proceso de recuperación térmica y el tiempo transcurrido desde que la circulación se detuvo (tiempo de *shut-in*), respectivamente. T_{fp} es la temperatura de fondo de pozo y T_i es la temperatura estabilizada de la formación. Si se traza una gráfica de T_{fp} contra $\log[(t_c + \Delta t)/\Delta t]$ (o $\log(\text{TAH})$) puede resultar una relación lineal con T_i y m como

ordenada al origen y pendiente, respectivamente. Extrapolando la recta hacia el tiempo de recuperación térmica infinito obtenemos la temperatura estabilizada de la formación, T_i . El método de Horner requiere dos o más mediciones (T_{fp}) registradas a la misma profundidad del pozo pero a diferentes tiempos de recuperación térmica. El método de Horner es el más ampliamente usado en la industria geotérmica, aunque generalmente subestima el valor de la TEF (Andaverde et al. 2005; Verma et al. 2006; Espinoza-Ojeda, 2007). El uso exitoso de este método se ve limitado cuando se consideran cambios pequeños en el gradiente de temperatura y tiempos cortos de circulación (Dowdle y Cobb, 1975).

Manetti (1973)

Manetti en 1973 desarrolló un método analítico para el cálculo de las TEF, el cual es aplicable a un proceso sin pérdidas de circulación y sin convección del fluido en la formación. Bajo estas condiciones, la temperatura medida a varias profundidades después del proceso de perforación tiende asintóticamente a retornar a valores iniciales no perturbados debido a procesos de transferencia de calor puramente conductivos, por lo que se basa en la ecuación (3.7) de difusión de calor.

$$\nabla^2 T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.7)$$

Manetti (1973) propone que la temperatura en el eje de la fuente debe ser calculada a diferentes intervalos de tiempo de *shut-in*. La duración de la emisión térmica corresponde al periodo de perturbación, el cual ocurre aproximadamente desde el momento cuando la barrena llega al punto de medición y al momento cuando llega al fondo del pozo. La tendencia radial de la temperatura correspondiente a la emisión de una cantidad de calor $Q' = 2\pi r_w Q$ de una fuente de superficie "cilíndrica instantánea" a $t = 0$ y radio r_w con eje a lo largo del eje z está dada por:

$$T(t) = T_{\infty+} \frac{Q'}{4\pi\alpha} \left[Ei \left(\frac{-r_w^2}{4\alpha t} \right) - Ei \left(\frac{-r_w^2}{4\alpha(t-t_1)} \right) \right] \quad (3.8)$$

donde t_1 es el tiempo de la emisión térmica. La ecuación (3.8) fue propuesta para representar la variación de la temperatura con el tiempo, lo cual puede ser también aproximada asintóticamente mediante la ley de variación logarítmica a tiempos $t \gg t_1$, donde la solución adopta la forma:

$$T(t) = T_{\infty+} \frac{Q'}{4\pi\alpha} \ln \left(\frac{t}{t-t_1} \right) \quad (3.9)$$

Si t es el tiempo de circulación y t_1 es el tiempo de *shut-in*, la solución de Manetti está dada por:

$$TFP(t) = T_{MM} + b_{MM} \ln \left(\frac{t}{t-t_1} \right) \quad (3.10)$$

Nuevamente si se traza una gráfica de TFP contra $\ln \left(\frac{t}{t-t_1} \right)$ puede resultar una relación lineal con T_{MM} y b_{MM} como ordenada al origen y pendiente, respectivamente. Extrapolando la recta hacia el tiempo de recuperación térmica infinito obtenemos la temperatura estabilizada de la formación T_{MM} .

Método de Horner mejorado (Roux et al., 1980)

Roux et al (1980) demostraron que el método de Horner tiene una tendencia a subestimar la TEF, a menos que el tiempo de recuperación térmica sea considerablemente grande con respecto al tiempo de circulación. Esto implica que las medidas de TFP se deben hacer en tiempos largos de recuperación térmica, lo cual generalmente no es factible debido a los altos costos que implicaría detener la perforación (Capuano, 1992). Considerando estas limitaciones, Roux et al. (1980) desarrollaron una versión mejorada del método de Horner para el cálculo de la TEF a partir de tiempos cortos de recuperación térmica. Ellos consideran que

la distribución dinámica de la temperatura en la formación alrededor del pozo puede ser descrita usando una versión adimensional de la ecuación (3.5):

$$\left(\frac{\partial^2 T_A}{\partial r_A^2}\right) + \left(\frac{1}{r_A}\right) \left(\frac{\partial T_A}{\partial r_A}\right) = \left(\frac{\partial T_A}{\partial r_A}\right) \quad (3.11)$$

La ecuación (3.11) permite asumir el flujo de calor conductivo radial en un sistema infinito con un sumidero de calor vertical lineal a una tasa constante a ser estimada. La solución de la ecuación (3.11) introduce un factor de corrección empírico a la pendiente de la línea recta de Horner considerando el tiempo de circulación adimensional (T_A) y el tiempo de *shut-in* desde que se deja de circular el fluido de perforación. Esta característica permite que la TEF sea estimada tanto para tiempos cortos como para tiempos largos de circulación. El método mejorado es aplicado después de que la aproximación de Horner es calculada para obtener una temperatura final aparente T_{fp}^* [T_i , ordenada al origen de la ecuación (3.6)] por extrapolación a tiempo infinito de recuperación térmica. El valor corregido de la TEF (T_i') es calculado como:

$$T_i' = T_{fp}^* + m \cdot T_{AB}(t_A) \quad (3.12)$$

donde m es la pendiente de la línea recta calculada con el método de Horner original y T_{AB} es un factor de corrección adimensional que depende de los parámetros t_A y del TAH. T_{AB} es calculado mediante ecuaciones ajustadas incluidas en el trabajo de Roux et al. (1980) y t_A es calculado como:

$$t_A = \left[\frac{k}{(\rho c) r_p^2} \right] t_c \quad (3.13)$$

de la ecuación (3.13) podemos observar que el método requiere del conocimiento de algunas propiedades termofísicas de la formación, tales como: conductividad, capacidad calorífica y densidad. Si no se conocen estas propiedades Roux et al.

(1979), sugieren adoptar un valor promedio para $\left[k / ((\rho c) r_p^2) \right]$ de $0.4 h^{-1}$ para las litologías geotérmicas más comunes.

Leblanc et al. (1981)

Leblanc et al. (1981) propusieron otro método analítico para estimar la TEF, suponiendo un pozo circular con condiciones iniciales similares a las de un pozo con una geometría de tipo paralelepípedo. Asumiendo simetría circular y que el flujo de calor es radial (sin dependencia en z), estos autores resolvieron la ecuación de difusividad térmica (3.7) y propusieron la siguiente ecuación para calcular la temperatura dentro del pozo:

$$TFP(t) = T_{LM} + b_{LM} \left[1 - \exp\left(\frac{-r_w^2}{4\alpha\Delta T}\right) \right] \quad (3.14)$$

A partir de la gráfica de TFP contra la función de tiempo $\left[1 - \exp\left(\frac{-r_w^2}{4\alpha\Delta T}\right) \right]$ se obtiene una vez más una línea recta con pendiente b_{LM} y ordenada al origen T_{LM} (TEF). Las principales deficiencias de este método son las suposiciones del tiempo correspondiente a cero perturbación/circulación y la consideración de propiedades térmicas idénticas para el lodo y la roca.

Brennand (1984)

Brennand (1984) desarrolló un método teórico el cual determina la TEF durante la perforación del pozo. La ecuación que gobierna la distribución de temperatura circundante al pozo es la ecuación de difusividad térmica (3.7). Para resolver la ecuación diferencial consideró implícitamente las siguientes suposiciones:

- Simetría radial con el pozo respecto al eje vertical.
- Formación homogénea y radialmente infinita con propiedades constantes.
- Flujo de calor puramente conductivo.

El método asume que antes de que el pozo sea perforado toda la roca circundante al pozo está a temperatura T_∞ . Durante la circulación la temperatura en el pozo es mantenida a T_m y un frente térmico se propaga lentamente en la formación. Esta consideración permite asumir que la temperatura de la roca no es perturbada a grandes distancias radiales. Cuando la circulación cesa, la distribución de temperatura decae hacia la TEF. Bajo estas condiciones la condición de frontera interna del método es complicada y depende de las funciones del tiempo de circulación t_c y el tiempo de *shut-in* Δt , dado por $t = \Delta t + pt_c$, donde p es una constante. La ecuación propuesta por Brennand es entonces reducida a:

$$T(r_w, t) = T_\infty - \frac{B\rho C_p r_w^2 (T_\infty - T_m)}{2k(\Delta t + pt_c)} \exp\left(-\frac{\rho C_p r_w^2}{4k(\Delta t + pt_c)}\right) \quad (3.15)$$

Teniendo como solución final la ecuación (3.16):

$$TFP(t) = T_{BM} - \frac{b_{BM}}{(\Delta t + pt_c)} \quad (3.16)$$

La TEF es inferida de una regresión lineal entre los datos de TFP y $\frac{1}{(\Delta t + pt_c)}$ a partir de la ordenada al origen.

Kritikos y Kutasov (1988): Método de dos puntos

Kritikos y Kutasov (1988) desarrollaron el método llamado de dos puntos para calcular la TEF a partir de las mediciones de TFP registradas a tiempos cortos de recuperación térmica. Los autores proponen un modelo de flujo de calor radial basado en la ecuación de difusividad para la obtención de dos ecuaciones que permiten calcular la distribución de temperatura tanto en el eje del pozo como en la formación. A partir de estas ecuaciones derivan una solución simplificada que aplica para una serie de dos mediciones de TFP (T_{fp1} y T_{fp2}) y sus correspondientes tiempos de recuperación térmica (Δt_1 y Δt_2), a través de la siguiente ecuación:

$$T_i = T_{fp2} + (T_{fp1} - T_{fp2}) \left[\frac{E_i\left(-1.1925\left(\frac{t_c}{\Delta t_1}\right)\right) + \ln\left(\frac{\Delta t_1}{t_c}\right) - 0.7532}{E_i\left(-1.1925\left(\frac{t_c}{\Delta t_2}\right)\right) - E_i\left(-1.1925\left(\frac{t_c}{\Delta t_1}\right)\right) + \ln\left(\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}\right)} \right] \quad (3.17)$$

En esta ecuación, tanto el radio del pozo como la difusividad térmica de la formación no tienen influencia sobre la T_i . Como se puede observar este método está limitado por la exactitud de las temperaturas medidas y por el conocimiento del tiempo dimensional de circulación, el cual normalmente no es determinado durante el curso de las operaciones de perforación.

Ascencio et al. (1994): Flujo de calor esférico y radial

Ascencio et al. (1994) desarrollaron un nuevo método analítico para determinar la TEF. El modelo conceptual considera un flujo de calor esférico-radial en la formación circundante, asumiendo que la zona perturbada térmicamente alrededor de un pozo puede ser aproximada como una región esférica de radio R y que la formación es infinita, homogénea e isotrópica con propiedades termofísicas constantes y despreciando los efectos de convección en el pozo. La ecuación diferencial gobernante empleada en coordenadas esféricas del fenómeno de transferencia de calor está dada por:

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}\right) + \left(\frac{2}{r}\right) \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \left(\frac{1}{\alpha}\right) \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right); \quad 0 < r < \infty \quad (3.18)$$

donde α es la difusividad térmica ($\alpha = k/\rho c_p$), k es la conductividad térmica, ρ es la densidad y c_p es el calor específico.

Como una aproximación, asumieron que cuando la circulación se detiene, la zona perturbada puede permanecer a una temperatura constante dada por la temperatura media del fluido de perforación, T_m . Fuera de esta región, la

formación circundante al pozo se considera que corresponde a la TEF, T_{∞} . De esta manera, la condición inicial está dada por:

$$T(t = 0) = \begin{cases} T_m, & 0 \leq r \leq R \\ T_{\infty}, & R < r < \infty \end{cases} \quad (3.19)$$

El problema descrito por la ecuación (3.18) y las condiciones iniciales (3.19) establecen que el retorno al equilibrio térmico de la zona perturbada sigue un patrón de calentamiento esférico-radial. La solución analítica exacta está dada por:

$$T(t) = T_{\infty} - (T_{\infty} - T_m) \left\{ \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{r+R}{2\sqrt{\alpha\Delta T}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{r-R}{2\sqrt{\alpha\Delta T}} \right) \right] + \sqrt{\frac{\alpha\Delta T}{\pi r^2}} \left[\exp \left(-\frac{(r+R)^2}{4\alpha\Delta T} \right) - \exp \left(-\frac{(r-R)^2}{4\alpha\Delta T} \right) \right] \right\} \quad (3.20)$$

Asencio et al. (1994) propusieron algunas simplificaciones a esta solución, las cuales pueden ser aplicadas en el centro de la esfera y en tiempos suficientemente grandes, para lo cual la ecuación (3.20) se simplifica como sigue:

En el centro de la esfera:

$$T(t) = T_{\infty} - (T_{\infty} - T_m) \left[\operatorname{erf} \left(\frac{R}{2\sqrt{\alpha\Delta T}} \right) \right] \quad (3.21)$$

Para tiempos grandes:

$$T(t) \approx T_{\infty} - \frac{R(T_{\infty} - T_m)}{\sqrt{\pi\alpha\Delta T}} \quad (3.22)$$

Con estas simplificaciones la ecuación (3.22) se puede expresar como:

$$T_{FP}(t) = T_i - m \frac{1}{\sqrt{\Delta T}} \quad (3.23)$$

La ecuación (3.23) representa una línea recta cuando se grafican T_{FP} y $\frac{1}{\sqrt{\Delta T}}$ con pendiente m . Entonces la TEF se obtiene con la ordenada al origen T_i cuando $\Delta T \rightarrow \infty$. En este método es importante notar que no se requiere el tiempo de circulación, aunque de acuerdo con Ascencio et al. (1994), los datos medidos deben de satisfacer dos condiciones para el uso adecuado de su método las cuales son:

$$\Delta T > \frac{2\pi m^2}{(T_i - T_m)^2}$$

$$T_{FP}(t) > [T_i - \{0.4(T_i - T_m)\}]$$

De acuerdo con Andaverde et al. (2005) y Verma et al. (2006), este método fue planteado de forma incorrecta tanto física como matemáticamente y esto explica porqué en la mayoría de las aplicaciones geotérmicas el método sobreestima la TEF sistemáticamente.

Método de Hasan y Kabir (1994): Flujo de calor con fuente cilíndrica

Hasan y Kabir (1994) desarrollaron un modelo teórico con base en el proceso de intercambio de calor transitorio que ocurre entre el lodo de perforación y la formación. Este modelo físico está basado en una fuente de calor cilíndrica que representa el proceso de recuperación térmica de un pozo perforado. Los mecanismos de flujo de calor conductivo y convectivo son representados por las siguientes tres ecuaciones:

- 1.- La transferencia de calor entre la perforación y la formación como pérdida de calor (Q_w) por unidad de tiempo (t) por unidad de longitud (z), la cual se describe en la ecuación (3.24).

$$\frac{dQ_w}{dz} = M c_{pl} \frac{dT_{fp}}{dt} \quad (3.24)$$

donde M es la masa del lodo, c_{pl} es la capacidad calorífica del lodo y T_{fp} es la temperatura de fondo de pozo.

2.- La transferencia de calor entre el centro del pozo y la pared es descrita por la ecuación (3.25):

$$\frac{dQ_w}{dz} = -2\pi r U (T_{fp} - T_{ip}) \quad (3.25)$$

Donde r es el radio del pozo y T_{ip} es la temperatura de la interface pozo-formación. En esta ecuación el lodo de perforación fue considerado como el único elemento de resistencia a la transferencia de calor en el pozo por lo que U representa el coeficiente convectivo de transferencia de calor general.

3.- La transferencia de calor relacionada con la diferencia de temperatura entre la pared del pozo y la TEF o (T_i) es descrita por la ecuación (3.26):

$$\frac{dQ_w}{dz} = -2\pi k_e \frac{(T_{ip} - T_i)}{T_D} \quad (3.26)$$

Donde T_D es la solución de la ecuación de difusividad térmica adimensional para una fuente de calor cilíndrica (Hasan y Kabir, 1991).

Hasan y Kabir (1994) combinaron las ecuaciones (3.24), (3.25) y (3.26) y utilizando el conjunto de correlaciones reportadas por Hasan y Kabir (1991, 1994) se integra la ecuación (3.26) para tiempos cortos de $shut-in < 1.5$. De este procedimiento matemático, Hasan y Kabir (1994) proponen una solución rigurosa que se aplica a la temperatura del lodo en el pozo (T_{fp}) para Δt_D desde que cesa la circulación y está dada por:

$$T_{fp} = T_i - C_0'' [\xi(t_D - \Delta t_D) - \xi(\Delta t_D)] \quad (3.27)$$

Esta ecuación nos indica que la gráfica de las medidas de la temperatura del pozo (T_{fp}) o TFP contra la función del tiempo $[\xi(t_D - \Delta t_D) - \xi(\Delta t_D)]$ es una línea recta con pendiente C_0'' de la cual el valor de la ordenada al origen corresponde a la TEF.

La aplicación de este método requiere del conocimiento de muchos parámetros termofísicos de la formación y del coeficiente convectivo de transferencia de calor del lodo de perforación, lo cual es muy complicado estimar, ya que no se tienen relaciones para calcular este parámetro.

Considerando estas limitaciones Hasan y Kabir (1994) simplificaron la solución rigurosa para derivar tres métodos analíticos para calcular la TEF. Estos métodos fueron definidos como: i) aproximación exponencial. ii) aproximación log-lineal y iii) aproximación tiempo-raíz. En varios estudios se ha encontrado que la aproximación tiempo-raíz provee datos irreales de TEF para tiempos cortos de *shut-in* por lo que su uso es limitado. A continuación se describen las otras dos aproximaciones.

Método de aproximación exponencial

Esta aproximación se obtiene al asumir como constante el parámetro de tiempo de relajación. Hasan y Kabir (1994) especifican que como suposición puede ser válido para una combinación de valores pequeños de t_D y coeficientes de transferencia de calor convectivo bajos. En este caso integrando la ecuación (3.26) de $t = 0$ (T_i) a $t = t$ (T_{fp}) y usando el principio de superposición para dar cuenta del lodo de circulación antes del *shut-in*, se obtiene la siguiente ecuación simplificada:

$$T_{fp} = T_i - C_0'' \left(\exp\left(-\frac{t_c}{A''}\right) - 1 \right) \left(\exp\left(-\frac{\Delta t}{A''}\right) \right) \quad (3.28)$$

Si graficamos las mediciones de temperatura del pozo (T_{fp}) contra $\exp\left(-\frac{\Delta t}{A''}\right)$ se debe obtener una línea recta en la cual la ordenada al origen corresponde a la TEF.

Método de aproximación log-lineal

Esta aproximación se basa en suposiciones muy similares a las que se hacen en el método de Horner y se considera la circulación del lodo a tiempos muy grandes. Como el proceso permite estimar la función adimensional de temperatura (T_D) por medio de una aproximación logarítmica cuando ($t_D > 1.5$). Asimismo, la temperatura del lodo al centro del pozo (T_{fp}) se asume que es igual a la temperatura de la interface pozo-formación (T_{ip}) lo cual es válido únicamente para valores altos del coeficiente de transferencia de calor convectivo. Considerando estas suposiciones se puede obtener una ecuación para obtener T_{fp} y T_D :

$$T_{fp} = T_i - B_0 T_D \quad (3.29)$$

donde la pendiente B_0 está dada por:

$$B_0 = \frac{dQ_w}{dz} \cdot \frac{1}{2\pi K_e} \quad (3.30)$$

Después de combinar la ecuación (3.30) con la correlación correspondiente T_D para tiempos largos ($t_D > 1.5$) se deriva una ecuación log-lineal simplificada (3.31):

$$T_{fp} = T_i - 0.5B_0 \ln\left(\frac{t_c + \Delta t}{\Delta t}\right) \quad (3.31)$$

Entonces la gráfica de T_{fp} contra el logaritmo del tiempo adimensional de Horner (TAH) debe ser una línea recta. La ordenada al origen a TAH = 1 nos da el valor de TEF o (T_i).

Método de Kutasov y Eppelbaum (2005): Generalizado de Horner

Kutasov y Eppelbaum (2005) propusieron una modificación del método de Horner. En este método sugirieron que a t_D cortos, el pozo no puede ser considerado como una fuente de calor lineal. Usando la ecuación propuesta por Kutasov (2003) y el principio de superposición para un pozo como una fuente cilíndrica con una tasa constante de flujo de calor, en tiempos de circulación y *shut-in* se obtiene la ecuación (3.35):

$$TEF(t) = T_{KEM} + b_{KEM} \ln(x) \quad (3.35)$$

$$\text{donde } x = \frac{1 + \left(1.4986055 \frac{1}{2.7010505 + \sqrt{\frac{\alpha t_c}{r_w^2} + \frac{\alpha \Delta t}{r_w^2}}} \right) \sqrt{\frac{\alpha t_c}{r_w^2} + \frac{\alpha \Delta t}{r_w^2}}}{1 + \left(1.4986055 \frac{1}{2.7010505 + \sqrt{\frac{\alpha \Delta t}{r_w^2}}} \right) \sqrt{\frac{\alpha \Delta t}{r_w^2}}}, \quad G = \frac{2 + \frac{7}{8} \left[\ln \left(1 + \frac{\alpha t_c}{r_w^2} \right) \right]^{\frac{2}{3}}}{1 + \frac{7}{8} \left[\ln \left(1 + \frac{\alpha t_c}{r_w^2} \right) \right]^{\frac{2}{3}}} \quad \text{para } \frac{\alpha t_c}{r_w^2} \leq 10,$$

$$\text{y } G = \frac{\ln \left(\frac{\alpha t_c}{r_w^2} \right) - \exp \left(-0.236 \sqrt{\frac{\alpha t_c}{r_w^2}} \right)}{\ln \left(\frac{\alpha t_c}{r_w^2} \right) - 1} \quad \text{para } \frac{\alpha t_c}{r_w^2} > 10.$$

Como se puede observar los métodos antes descritos tienen en común que se resuelve una ecuación diferencial, se detallan sus condiciones de frontera e iniciales, sus suposiciones, se determina la solución a las ecuaciones diferenciales y mediante regresión lineal se obtiene la TEF, la cual equivale a la ordenada al origen de la recta obtenida en la regresión.

Capítulo IV - Nuevo Método Analítico para la Estimación de Temperaturas Estabilizadas de Formación

La estabilización de la temperatura de formación circundante a un pozo requiere de tiempos de recuperación relativamente largos (días a meses), lo cual, técnica y económicamente representa un problema para la construcción de pozos geotérmicos y petroleros. Con el objeto de abatir los costos asociados con estas tareas y proveer herramientas más confiables, en este capítulo se presenta un nuevo método analítico para inferir las TEF utilizando registros de TFP y tiempos de *shut-in* cortos (horas). El nuevo método tiene su fundamento en el método de extrapolación racional polinomial que a continuación se describe.

Método de extrapolación racional polinomial

En la ingeniería y la ciencia, es común que se describan fenómenos físicos (y sus modelos matemáticos) con un comportamiento asintótico a medida que la variable independiente (x) se incrementa. El comportamiento asintótico corresponde a la variable dependiente (y) cuando su valor: (i) tiende a cero, (ii) **a una constante** o (iii) a una oscilación limitada o amortiguada. Existen varios tipos de funciones, como las logarítmicas o exponenciales, las cuales pueden utilizarse para ajustar tendencias asintóticas. En el presente trabajo se propone el uso de la función racional polinomial como herramienta de ajuste para estudiar el comportamiento asintótico que exhiben las TFP durante los procesos de recuperación térmica. Esta función tiene su fundamento matemático en la aproximación de Padé (Owen y Orville, 1995).

La función racional polinomial permite la extrapolación de valores de y cuando x tiende a infinito. A este método de extrapolación se le denomina extrapolación racional polinomial, el cual utiliza una relación de polinomios para obtener una expresión que ajuste y aproxime una serie de datos. Cabe aclarar que las

funciones racionales incluyen a los polinomios como un caso especial cuando el denominador de la función es la unidad.

La notación estándar que se utiliza para representar la aproximación racional esta dada por la siguiente ecuación general:

$$y(x) \cong \frac{p_0 + p_1x + p_2x^2 + \dots + p_kx^k}{1 + q_1x + q_2x^2 + \dots + q_mx^m} \quad (4.1)$$

Por convención, el primer valor del denominador es la unidad, debido a que la unidad facilita la solución de la aproximación. La obtención de ecuaciones para los coeficientes p_i , q_i , se logra mediante la multiplicación la ecuación (4.1) por el denominador y el despeje, $y(x)$. Se requiere además que la ecuación obtenida se satisfaga con cada par de datos (x_i, y_i) . Este proceso produce el siguiente sistema de ecuaciones lineales para $(p_0, \dots, p_k; q_1, \dots, q_m)$:

$$p_0 + p_1x + p_2x^2 + \dots + p_kx^k - q_1y_ix - q_2y_ix^2 - \dots - q_my_ix^m = y_i \quad (4.2)$$

Se determinan para n-pares de datos los n-coeficientes $p_0, \dots, p_k; q_1, \dots, q_m$ desconocidos, de tal forma que en general se tiene:

$$n = k + m + 1 \quad (4.3)$$

Se ha determinado empíricamente que la mejor aproximación racional corresponde a $k \approx m$; esto es $k = m$ o que $(k - m) < 1$ (Owen y Orville, 1995).

Como un ejemplo concreto, si se considera el caso de tres pares de datos a ser ajustados por medio de la función racional polinomial, la ecuación resultante de esta aplicación sería:

$$y = (p_0 + p_1x)/(1 + q_1x) \quad (4.4)$$

multiplicando la ecuación por el denominador se obtiene

$$y + q_1 y x = p_0 + p_1 x \quad (4.5)$$

rearrreglando la ecuación (4.5) y denotado el *i*-ésimo par de datos con el subíndice *i*, se obtiene:

$$p_0 + p_1 x_i - q_1 y_i x_i = y_i \quad (i = 1,2,3) \quad (4.6)$$

La ecuación (4.5) representa un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas para p_0 , p_1 y q_1 .

Una vez resuelto el sistema de ecuaciones se obtienen los valores de p_0 , p_1 y q_1 , de tal modo que se tiene un modelo matemático que ajusta los pares de datos utilizados y además permite conocer valores de y de acuerdo a un valor de x deseado.

Antecedentes del uso del método racional polinomial

Del Río et al. (1998) aplicaron el método racional polinomial para obtener un modelo que aproxime el comportamiento de la conductividad eléctrica efectiva de materiales bidimensionales de dos componentes. El modelo satisface la condición de reciprocidad para todos los valores de concentración y sus predicciones se ajustan muy bien con los datos de conductividad eléctrica de estos materiales.

Kumar et al. (2000) aplicaron el método racional polinomial para cálculos hidráulicos y establecer correlaciones de datos reológicos. Los autores utilizaron datos reportados en la literatura y demostraron que el modelo racional polinomial es capaz de representar con mayor exactitud el comportamiento reológico de fluidos de perforación no-newtonianos. Así mismo, los autores demostraron que la caída de presión en tuberías circulares es predicha más acertadamente aplicando

el modelo racional polinomial en lugar de los modelos estándar de fluidos usados en la industria del petróleo.

Nuñez-Santiago et al. (2003) aplicaron el método racional polinomial para la evaluación de propiedades reológicas de masas de harina de maíz nixtamalizados. En este trabajo se evaluaron las propiedades reológicas de trece masas de harina de maíz, obtenidas de varios productores mexicanos. Se aplicaron varios modelos reológicos no-newtonianos para ajustar los datos reológicos experimentales. En este estudio obtuvieron como resultado que el modelo racional polinomial fue el que mejor describió el comportamiento no-newtoniano en la mayoría de las masas de harina de maíz.

Pilehvari y Serth (2005) usaron el modelo racional polinomial para obtener un método de cálculo hidráulico generalizado para el estudio de flujo de fluidos, el cual requiere como datos de entrada, los datos reológicos crudos y los valores de parámetros hidráulicos más importantes. Los resultados predichos por el modelo racional polinomial, fueron comparados con los datos experimentales publicados, los cuales incluían casos de flujo laminar y turbulento.

Gómez Arias (2008) y Gómez et al. (2009) usaron el método racional polinomial para determinar viscosidades en fluidos de perforación. A pesar de haber ajustado correctamente los datos reológicos reportados en la literatura, los autores encontraron discontinuidades en el modelo de ajuste obtenido, lo cual impidió su generalización.

Aplicación de la extrapolación racional polinomial para estimar TEF

Las variables que se miden comúnmente en la perforación de pozos son la temperatura de fondo de pozo (TFP) y el tiempo de *shut-in* (t), siendo la primera la variable dependiente (y) y la segunda la variable independiente (x). En la figura 4.1

se presenta una gráfica de estos datos obtenida para una serie sintética (Cao et al., 1988a).

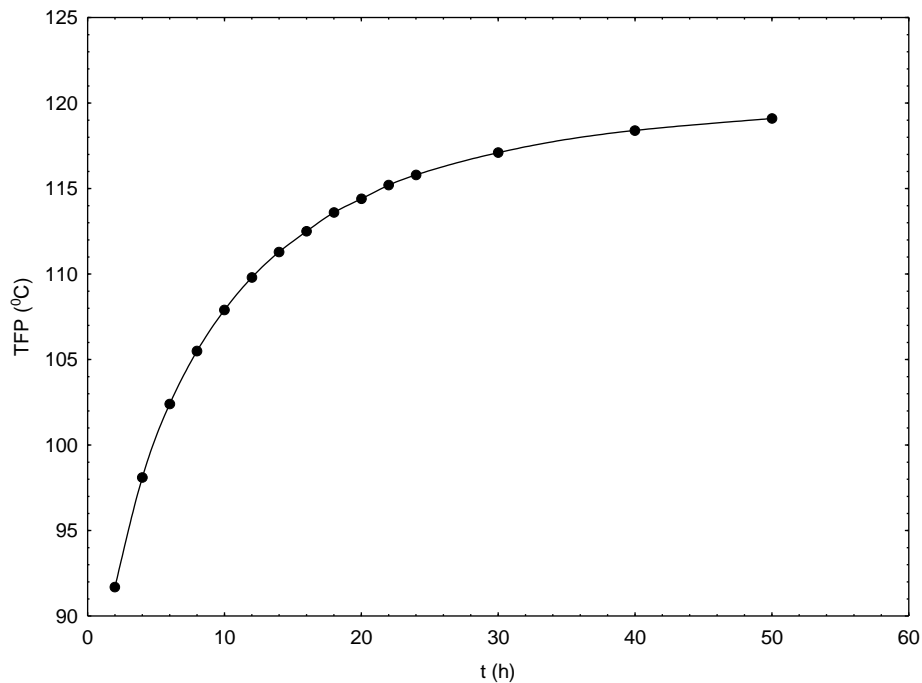


Figura 4.1 Gráfica de datos de TFP contra tiempo de *shut-in* de la serie sintética reportada por Cao et al. (1988a).

Como se observa en la figura 4.1, el comportamiento de este fenómeno es continuo y asintótico, en el cual la variable dependiente (TFP) tiende a un valor constante a medida que se incrementa el valor de la variable independiente (t).

Con base en los fundamentos matemáticos, anteriormente explicados, podemos utilizar la función racional polinomial para determinar, mediante la extrapolación, el valor de la constante a la cual tiende la TFP.

Si tomamos en cuenta que la variable x ahora es el tiempo de *shut-in* (t), y la variable y es la TFP, la ecuación 4.1 puede ser representada por la siguiente función racional polinomial:

$$TFP(t) = \frac{p_0 + p_1 t + p_2 t^2 + \dots + p_k t^k}{1 + q_1 t + q_2 t^2 + \dots + q_m t^m} \quad (4.7)$$

La temperatura en el fondo de un pozo se estabiliza con la formación cuando el tiempo tiende a infinito. La aproximación racional establece que para $k = m$ los términos que predominan en la ecuación, cuando el tiempo tiende a infinito, son $p_k t^k$ y $q_m t^m$, de tal forma que

$$TEF = \lim_{t \rightarrow \infty} TFP = \frac{p_k t^k}{q_m t^m} \quad (4.8)$$

como $k = m$ nos queda:

$$TEF = \frac{p_k}{q_m} \quad (4.9)$$

a partir de la ecuación 4.9 se infiere el valor de la TEF para los valores de p_k y q_m determinados.

Desarrollo de algoritmo numérico y programa del método

En cada perforación es muy variado el número de pares de datos (TFP, t) que se registran, dependiendo de las condiciones y tiempos con que se cuentan, de tal forma que puede haber series desde 3 pares de datos hasta 30 o más. Como no se conoce con certeza el número total de datos que tiene una serie de registros de un pozo, se proponen valores de $k = m = i$ donde $i = 1, 2$ y 3 , de tal forma que de acuerdo a la ecuación (4.3), n tomará los valores 3, 5 y 7, respectivamente, lo cual corresponde al número mínimo de datos requeridos para poder aplicar el modelo de regresión. De esta forma, las aproximaciones estarán constituidas como sigue:

Para la aproximación de primer orden $k = m = 1$, y $n = 3$:

$$TFP = \frac{p_0 + p_1 t}{1 + q_1 t} \quad (4.10)$$

Para la aproximación de segundo orden $k = m = 2$, y $n = 5$:

$$TFP = \frac{p_0 + p_1 t + p_2 t^2}{1 + q_1 t + q_2 t^2} \quad (4.11)$$

Para la aproximación de tercer orden $k = m = 3$, y $n = 7$:

$$TFP = \frac{p_0 + p_1 t + p_2 t^2 + p_3 t^3}{1 + q_1 t + q_2 t^2 + q_3 t^3} \quad (4.12)$$

En resumen de las ecuaciones (4.10), (4.11) y (4.12) observamos que para aplicar la aproximación racional de primer orden, necesitamos al menos 3 pares de datos; para la de segundo orden, al menos 5 pares de datos; y en el caso de tercer orden, al menos 7 pares de datos.

En el caso de que se tengan más pares de datos que los necesarios, se pueden obtener diversas aproximaciones del mismo orden a partir de diferentes combinaciones de datos. En la Tabla 4.1 se presenta, a modo de ejemplo, el número de combinaciones posibles de acuerdo al número de pares de datos de una serie dada.

Tabla 4.1 Número de combinaciones posibles para aproximaciones racionales de primero, segundo y tercer orden, de acuerdo al número de pares de datos disponibles.

Número de pares de datos en una serie de TFP	Número de combinaciones posibles		
	Primer orden	Segundo orden	Tercer orden
3	1	*	*
4	4	*	*
5	10	1	*
6	20	6	*
7	35	21	1
8	56	56	8
9	84	126	36
10	120	252	120
11	165	462	330
12	220	792	792
13	286	1287	1716
14	364	2002	3432
15	455	3003	6435

Para cada combinación de datos se obtiene una aproximación racional y por lo tanto una TEF.

Es muy importante tomar en cuenta que la aproximación racional que se obtiene es para aproximar el comportamiento de la recuperación térmica de un pozo a lo largo del tiempo y como se observa en la figura 4.2.

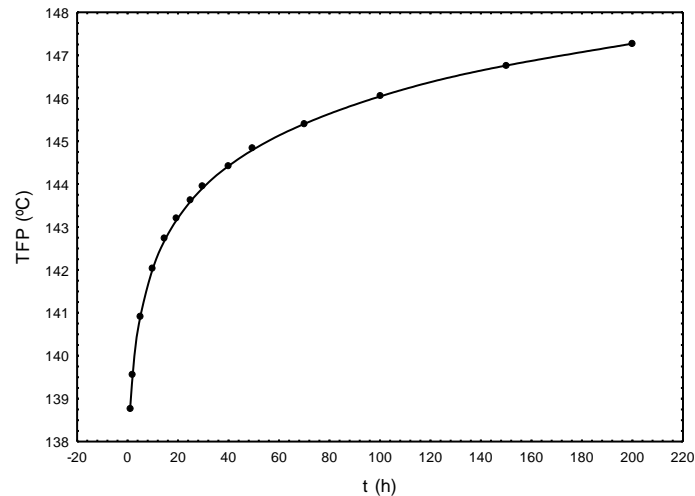


Figura 4.2 Gráfica del comportamiento de recuperación térmica un pozo petrolero Mississippi (Verma et al., 2006)

Como podemos observar de la tabla 4.1, el número de datos permite utilizar una aproximación racional de primero, segundo o tercer orden, de tal forma que para cada serie se usan todos los órdenes posibles y todas las combinaciones para cada orden. A partir de estos cálculos y asumiendo una distribución normal se obtiene, para cada orden, una TEF media con su respectiva desviación estándar. De esta forma obtendríamos el orden que mejor ajusta y como valor de TEF el que menor desviación estándar presente. De esta manera queda también implícito que el orden de la función racional polinomial que mejor describe la recuperación térmica del pozo. Una vez que tenemos definido el orden de la aproximación que mejor ajusta, se evalúan todas las aproximaciones obtenidas para dicho orden, con el objeto de obtener la aproximación que mejor ajusta a la serie completa de datos por medio de la diferencia de mínimos cuadrados. De esta forma se obtiene el modelo matemático que mejor describe el comportamiento térmico del pozo.

Criterio de selección de funciones

Discontinuidad de la función

La aproximación racional al requerir del cociente de dos polinomios del mismo grado se debe de tener cuidado de no tomar en cuenta aquellas aproximaciones en las que el polinomio del numerador o del denominador tengan sus raíces en el tiempo positivo, ya que esto nos daría una aproximación de una función discontinua, como se muestran en la figura 4.3, lo cual no representa el fenómeno físico que estamos analizando.

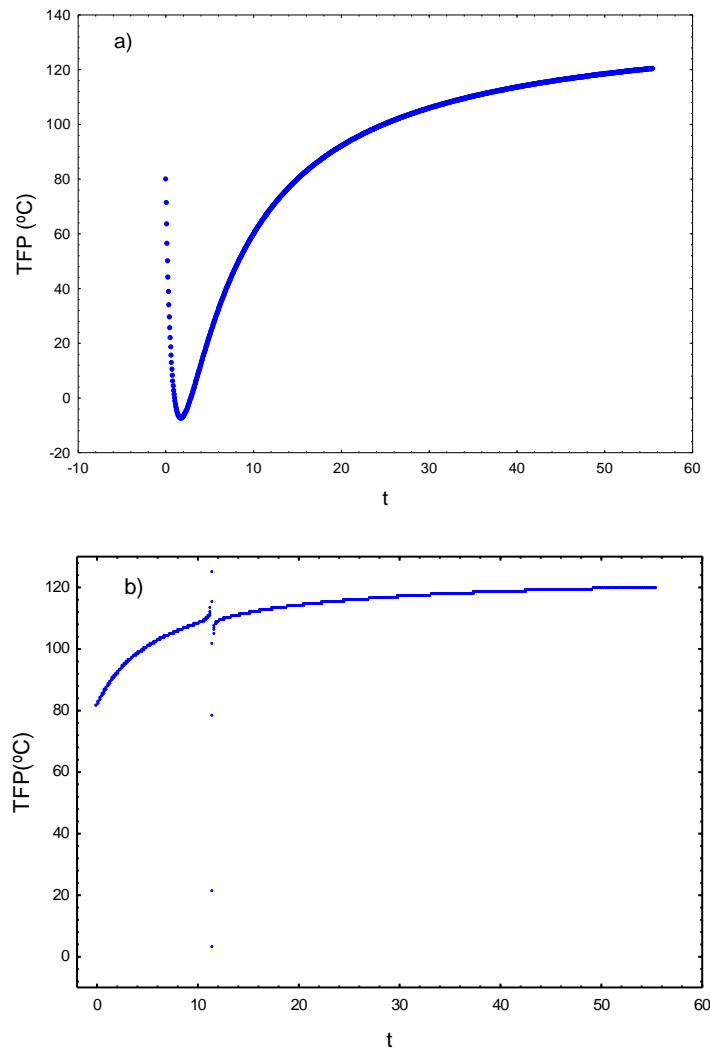


Figura 4.3 Gráfica con raíces positivas: a) función con numerador con raíces positivas; b) función con denominador con raíces positivas.

Valores subestimados

De las aproximaciones que tienen raíces negativas o complejas, obtendremos una serie de valores de TEF, de los cuales descartaremos aquellos que tengan un valor menor al valor de la TFP más alta de la serie de datos, ya que la recuperación térmica de un pozo geotérmico o petrolero siempre va en incremento, como se puede observar en la figura 4.1. Los datos de TEF depurados se les aplican herramientas estadísticas para obtener un valor de tendencia central (media) y de dispersión (desviación estándar).

En la figura 4.4 se muestra el diagrama de flujo que nos permite calcular la TEF, el cual resume esquemáticamente la aplicación del método racional polinomial. Este diagrama constituyó la base para el desarrollo del programa de cómputo.

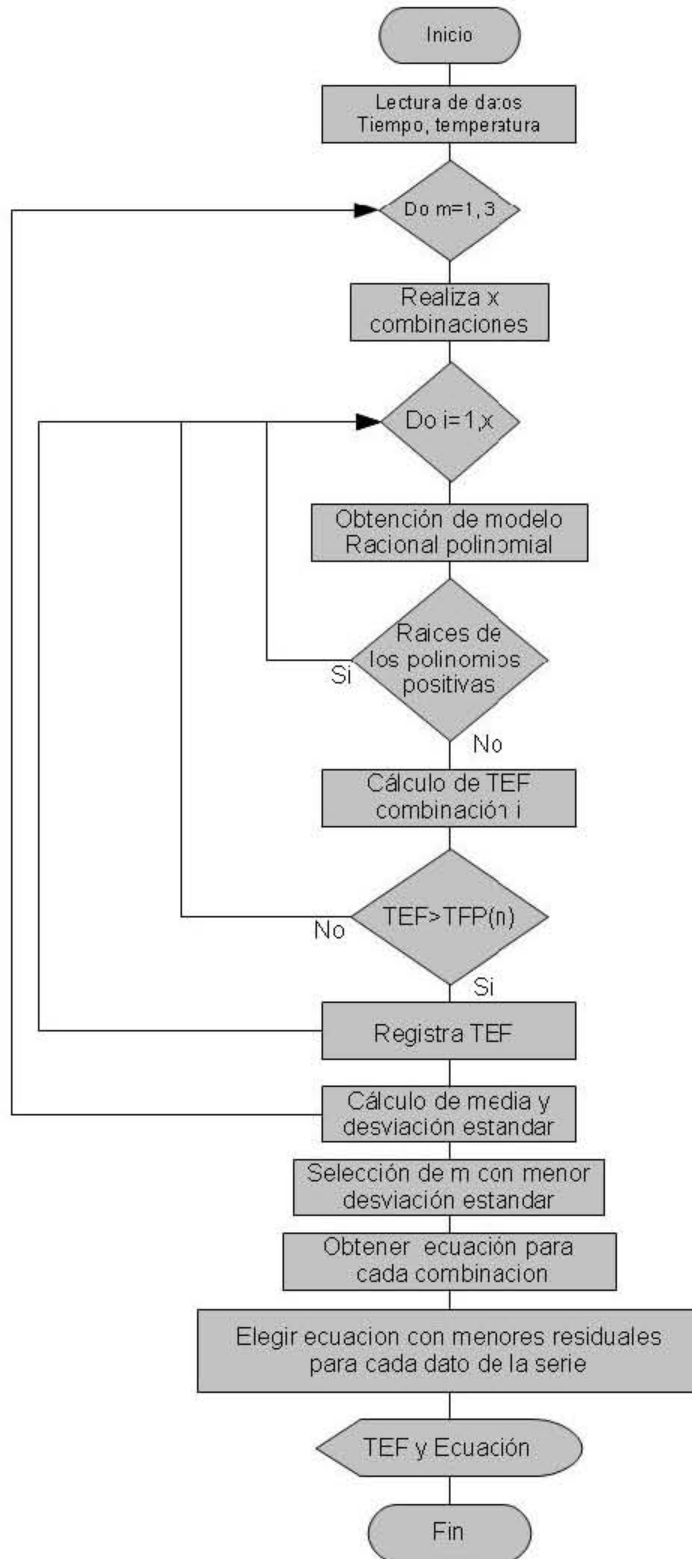


Figura 4.4 Diagrama de flujo que representa el algoritmo del método de extrapolación racional polinomial para obtener TEF.

A partir del diagrama que se muestra en la figura 4.4 se escribió un programa de en lenguaje de programación Fortran 90. El programa funciona de la siguiente manera:

- 1) Se deben de introducir los datos a través de un archivo que se llama dataset.txt, el cual debe estar conformado en el primer renglón con el número de pares de datos que componen la serie, después deben estar los datos de tiempo y temperatura de la serie por renglón (primero el tiempo y luego la temperatura de manera alternada).
- 2) El programa iniciará con $m=1$ para hacer las combinaciones posibles con los datos disponibles.
- 3) Para cada combinación, el programa resolverá el sistema de ecuaciones por medio del método de Gauss-Jordan (Rojo, 2007) y de esta forma la función racional polinomial de cada combinación.
- 4) Para cada polinomio que compone la función racional polinomial se determinarán las raíces; si alguno tiene raíces positivas, el programa elimina la combinación y su respectiva función.
- 5) El programa calcula la TEF de cada función racional polinomial y con todos los valores de TEF obtiene la media y la desviación estándar.
- 6) Después de realizar el paso 5 para los órdenes $m = 1, 2$ y 3 el programa compara las medias y desviaciones estándar para cada orden y reporta el valor de TEF que presente menor desviación estándar.
- 7) Para el orden que presente menor desviación estándar, el programa calculará para cada combinación los residuales con todos los valores de la serie y la ecuación de la combinación que presente menor residual será aquella que represente la serie en cuestión y además la TEF.
- 8) El programa presenta el resultado en pantalla y en un archivo llamado serie.txt, de la siguiente manera: presenta la TEF y desviación estándar para cada orden de la función racional polinomial que se calculó y además presenta cuál es el orden con menor desviación estándar, así como la ecuación que representa el pozo, como se muestra en la figura 4.4.

Bases de datos

Se actualizó la base de datos que se tiene en la coordinación de geoenergía, la cual que contiene los registros de varios pozos de México y el mundo, así como de algunas series sintéticas. De esta base de datos se seleccionaron 7 de las más representativas para poder probar y validar el método. En la tabla 4.2 se presenta el nombre de las series que se usaron y el lugar o procedencia de la misma.

Tabla 4.2 Datos de las series usadas para la validación del nuevo método

Nombre de la serie	n	Procedencia	Tipo	Referencia
Shen	8	Sintética	Sintética	Shen y Beck (1986)
Cao	15	Sintética	Sintética	Cao et al. (1988 a)
Hyodo	10	Japón	Geotérmica	Hyodo y Takasugi (1995)
LH30	7	México	Geotérmica	Sánchez-Upton (2007)
Larderello	40	Italia	Geotérmica	Da-Xin (1986)
Sgil	12	USA	Geotérmica	Schoeppel y Gilarranz (1966)
Mississippi	14	USA	Petrolera	Kutasov (1999)

La selección de estas series se basó en que son de diferentes partes del mundo, son de diferente tipo y contienen al menos 7 registros, esto con el fin de poder aplicar los tres órdenes de polinomios para aproximar dichas series.

Serie Shen

Esta es una serie de tipo sintética obtenida a partir del trabajo experimental y modelo propuesto por Shen y Beck (1986), consta de 8 registros, los cuales se presentan en la tabla 4.3:

Tabla 4.3 Datos de TFP y tiempo de *shut-in* para la serie Shen.

Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)
2.5	56.6	15	69.6
5	61.3	20	71.7
7.5	64.3	30	74.1
10	66.6	40	75.5

En la figura 4.5 se muestra la gráfica de la recuperación térmica de esta serie sintética, en la que podemos observar una tendencia asintótica.

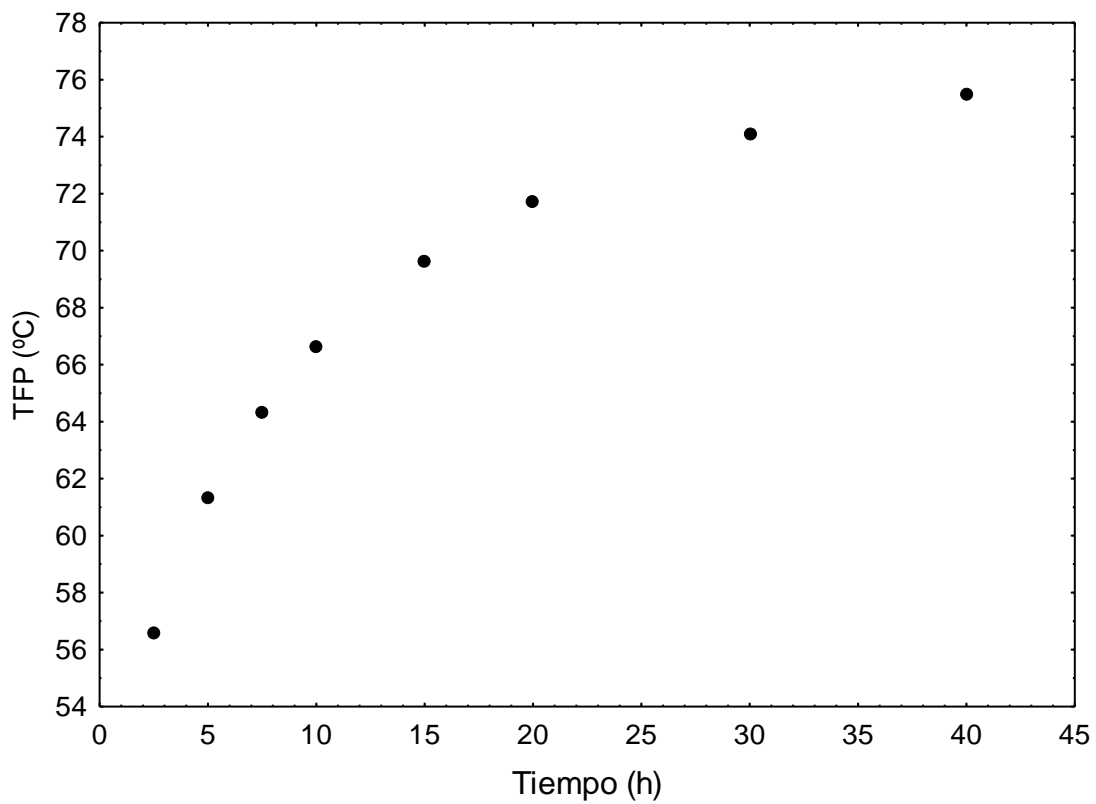


Figura 4.5 Gráfica de la recuperación térmica de la serie sintética Shen (Shen y Beck, 1986).

Serie Cao

Es una serie sintética propuesta por Cao et al. (1988a), la cual consta de 15 registros, los cuales se muestran en la tabla 4.4.

Tabla 4.4 Datos de TFP y tiempo de *shut-in* para la serie Cao (Cao et al. 1988a).

Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)
2	91.7	12	109.8	22	115.2
4	98.1	14	111.3	24	115.8
6	102.4	16	112.5	30	117.1
8	105.5	18	113.6	40	118.4
10	107.9	20	114.4	50	119.1

En la figura 4.6 se muestra la gráfica de la recuperación térmica de esta serie sintética.

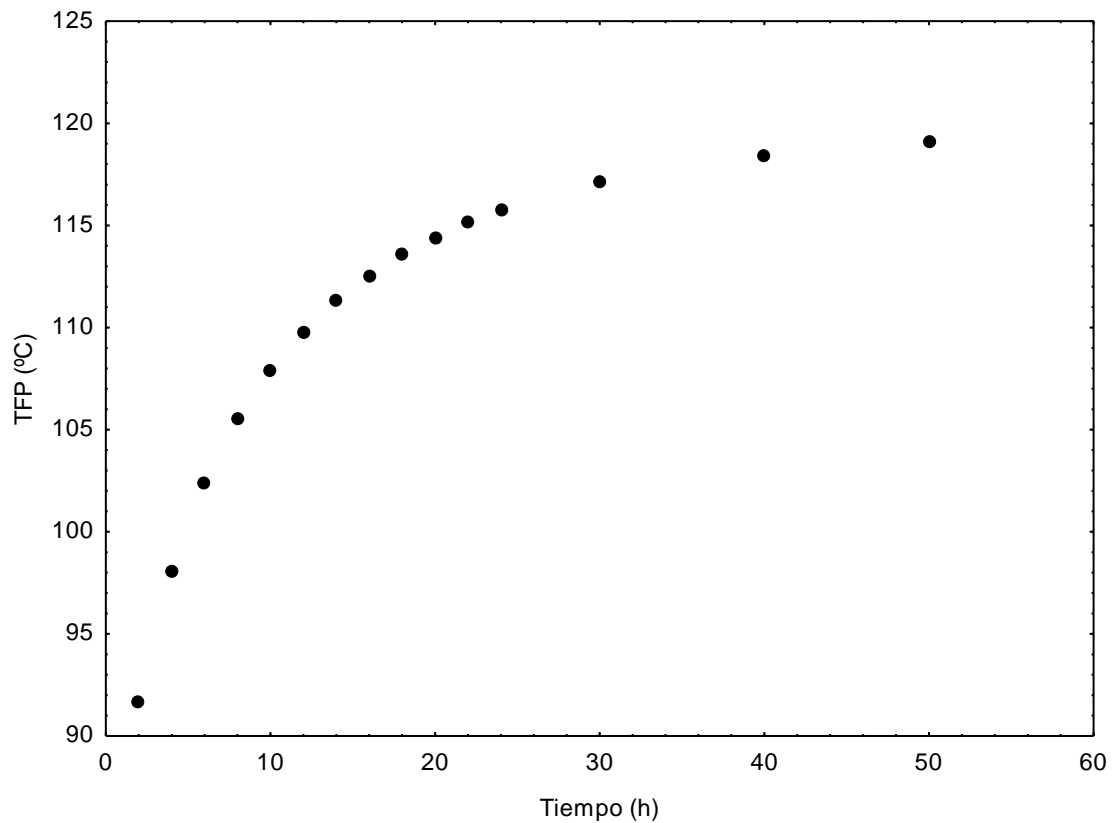


Figura 4.6 Gráfica de la recuperación térmica de la serie sintética Cao (Cao et al. 1988a).

Serie Hyodo

Esta serie fue obtenida de las mediciones realizadas en el campo geotérmico Kyushu en Japón, reportada por Hyodo y Takasugi (1995). Esta serie consta de 10 registros, los cuales se muestran en la tabla 4.5.

Tabla 4.5 Datos de TFP y tiempo de *shut-in* para la serie Hyodo (Hyodo y Takasugi 1995).

Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)
5.5	92.0	12.5	119.0
6.5	98.5	15.5	126.6
7.5	103.0	18.5	132.8
8.5	107.0	24.5	142.4
9.5	110.0	72.5	170.9

En la figura 4.7 se muestra la gráfica de la recuperación térmica de esta serie geotérmica.

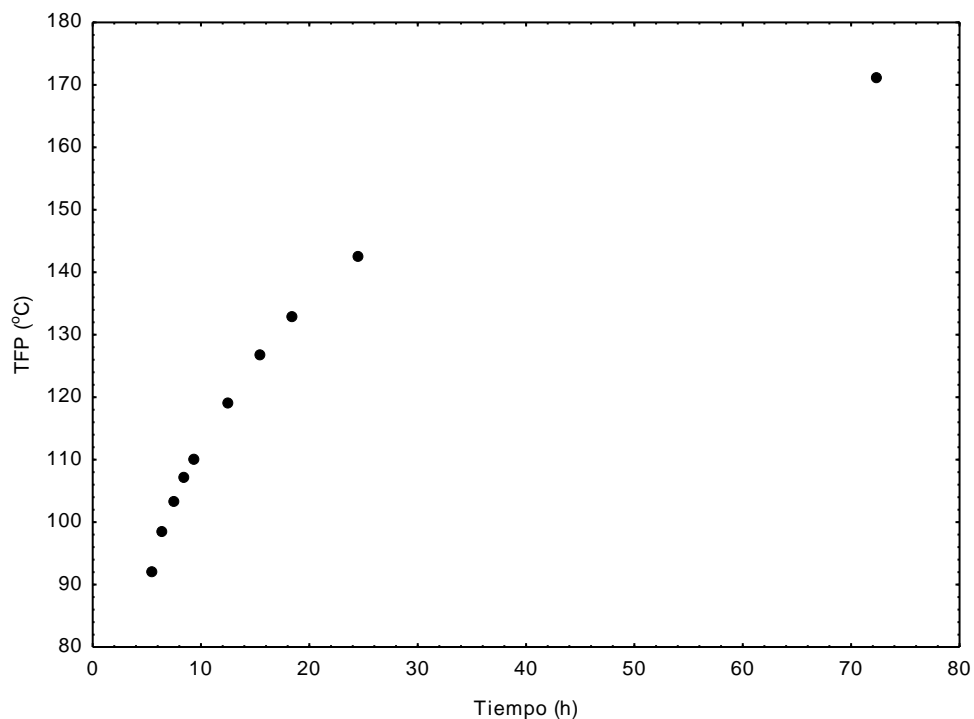


Figura 4.7 Gráfica de la recuperación térmica de la serie geotérmica Hyodo (Hyodo y Takasugi 1995).

Serie LH30

Esta serie fue obtenida de las mediciones realizadas en el campo geotérmico de Los Humeros, Puebla, México y reportada por Sánchez-Upton (2007). Consta de 7 registros mismos que se muestran en la tabla 4.6.

Tabla 4.6 Datos de TFP y tiempo de *shut-in* para la serie LH30 (Sánchez-Upton, 2007).

Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)
6	178.6	30	235.1
12	198.9	36	240.4
18	211.4	42	247.1
24	225.8		

En la figura 4.8 se muestra la gráfica de la recuperación térmica de esta serie geotérmica.

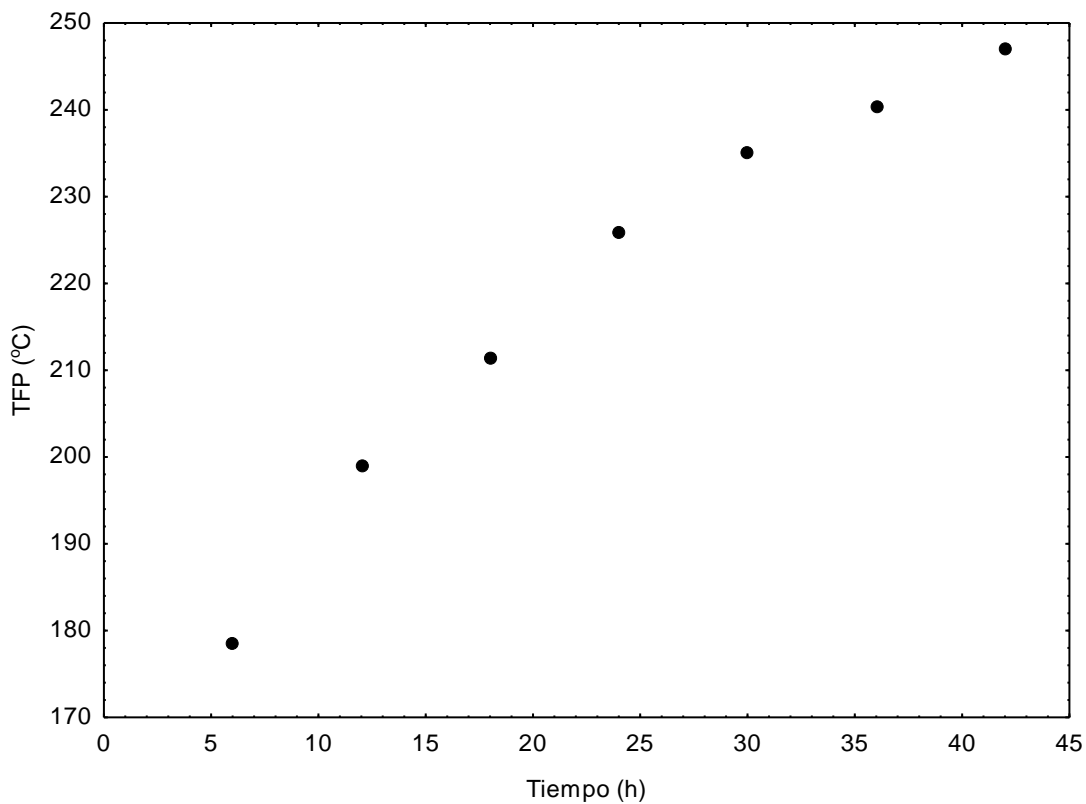


Figura 4.8 Gráfica de la recuperación térmica de la serie LH30 (Sánchez-Upton, 2007).

Serie Larderello

Esta serie se obtuvo del campo geotérmico italiano Larderello el cual fue el primero en producir energía eléctrica a partir de energía geotérmica. Esta serie fue reportada por Da-Xin (1986) y consta de 40 registros los cuales se muestran en la tabla 4.7.

Tabla 4.7 Datos de TFP y tiempo de *shut-in* para la serie Larderello (Da-Xin, 1986).

Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)
5.67	84.5	12.5	105.4	19.5	113.8
6	93.1	13	106.1	20	114.2
6.5	95.0	13.5	106.7	20.5	114.7
7	96.2	14	107.6	21	115.1
7.5	97.5	14.5	108.3	21.5	115.4
8	98.4	15	108.9	22	115.7
8.5	99.3	15.5	109.6	22.5	116.1
9	100.3	16	110.2	23	116.5
9.5	101.1	16.5	110.8	24	117.1
10	102.0	17	111.3	25	117.7
10.5	102.7	17.5	111.9	26	117.9
11	103.4	18	112.4	27	118.7
11.5	104.2	18.5	112.9		
12	104.7	19	113.3		

En la figura 4.9 se muestra la grafica de la recuperación térmica de esta serie geotérmica.

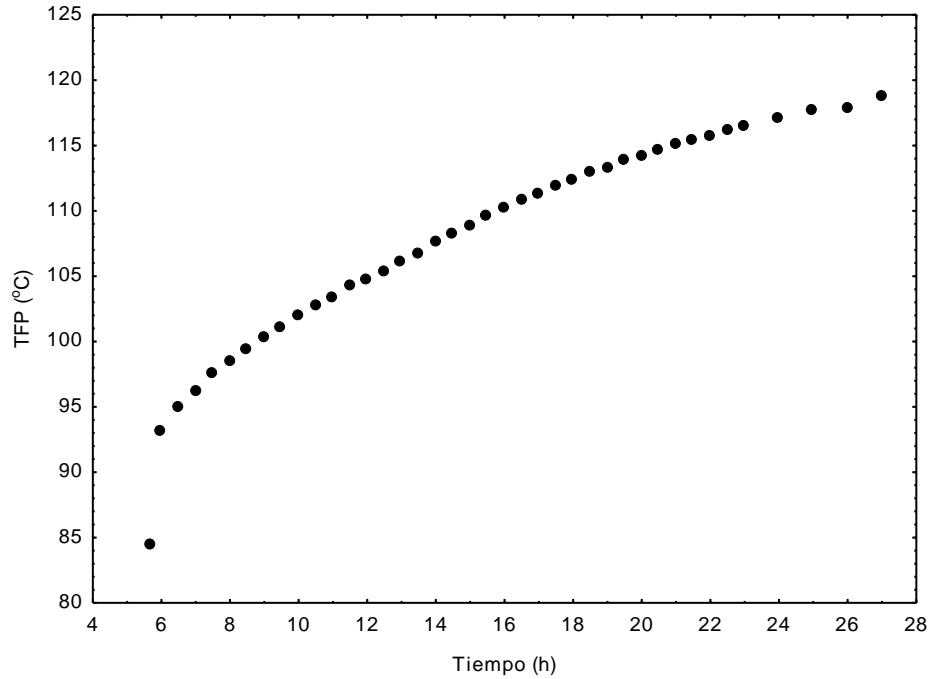


Figura 4.9 Gráfica de la recuperación térmica de la serie Larderello (Da-Xin, 1986).

Serie Sgil

Esta serie se obtuvo de las mediciones realizadas en un pozo geotérmico en Oklahoma USA, fue reportada por Schoepfel y Gilarranz (1966) y consta de 12 registros (tabla 4.8).

Tabla 4.8 Datos de TFP y tiempo de *shut-in* para la serie Sgil (Schoepfel y Gilarranz, 1966).

Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)
1	81.94	5	92.29	9	94.98
2	86.56	6	93.44	10	95.36
3	88.84	7	94.21	11	95.74
4	90.76	8	94.59	12	96.13

En la figura 4.10 se muestra la gráfica de la recuperación térmica de esta serie geotérmica.

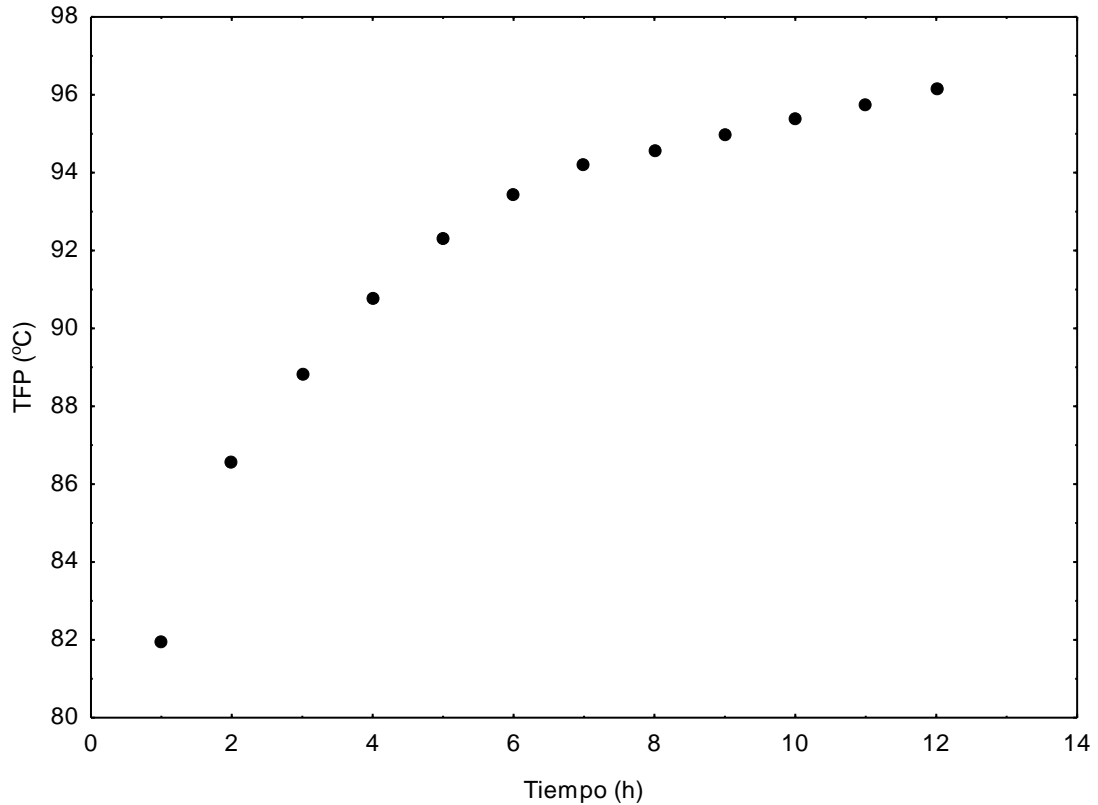


Figura 4.10 Gráfica de la recuperación térmica de la serie Sgil (Schoeppel y Gilarranz, 1966)

Serie Mississippi

Esta serie se obtuvo de las mediciones tomadas en un pozo petrolero en Mississippi USA, reportado por Kutasov (1999) y consta de 14 registros presentados en la tabla 4.9

Tabla 4.9 Datos de TFP y tiempo de *shut-in* para la serie Mississippi (Kutasov, 1999).

Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)	Tiempo (h)	Temperatura (°C)
1	138.75	20	143.21	70	145.40
2	139.55	25	143.60	100	146.04
5	140.89	30	143.92	150	146.76
10	142.03	40	144.42	200	147.27
15	142.72	50	144.81		

En la figura 4.11 se muestra la gráfica de la recuperación térmica de esta serie petrolera.

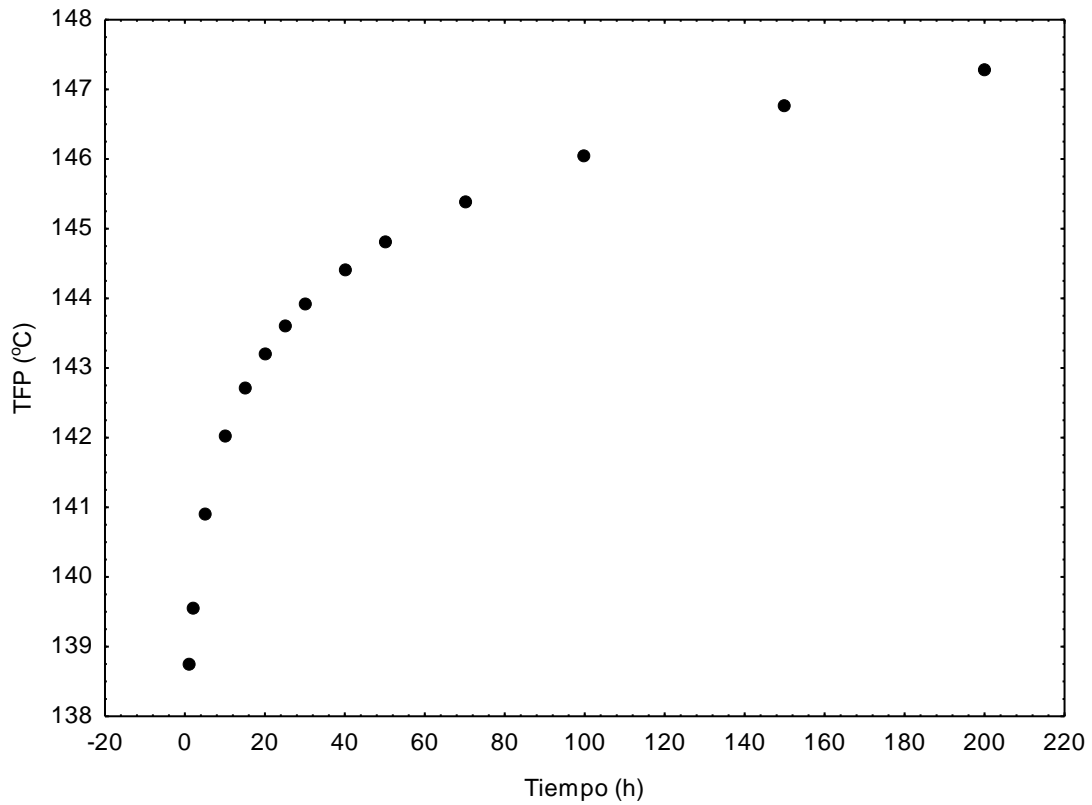


Figura 4.11 Gráfica de la recuperación térmica de la serie Mississippi (Kutas.ov, 1999).

Capítulo V - Validación del nuevo método

Se validó el método de extrapolación racional polinomial aplicándolo a siete series de datos correspondientes a cuatro pozos geotérmicos, uno petrolero y dos series sintéticas, mismas que se describieron en el capítulo anterior.

La metodología que se siguió para la validación del método fue:

- a) Se aplicó el nuevo método a las series mencionadas en la tabla 4.2 en los tres órdenes (lineal, cuadrática y cúbica).
- b) Se eliminaron las funciones en las cuales alguno de los polinomios que la componen tuvo raíces positivas.
- c) Se obtuvo la media, desviación estándar y desviación estándar relativa para determinar el orden que mejor se ajusta a cada serie.
- d) Una vez que se determinó el orden que mejor se ajusta, se obtuvo la suma de residuales al cuadrado para cada función y se seleccionó aquella que presentó la menor suma de residuales.
- e) Se comparó el valor de la TEF estimada con el modelo racional polinomial, con los valores de TEF estimados por algunos métodos de los enlistados en la tabla 5.1. Cabe aclarar que las TEF con las que se compararon los resultados son aquellas reportadas en trabajos previos.

Tabla 5.1 Métodos que reportan estimaciones de TEF en las series que se utilizan para validar el método RP, con sus claves para identificación.

Método	Reportó	Clave del método
Fuente lineal (Horner). Regresión lineal ordinaria	Andaverde et al, (2005)	1
Fuente lineal (Horner). Regresión cuadrática	Andaverde et al, (2005)	2
Fuente lineal (Horner). Regresión lineal ponderada	Verma et al, (2006)	3
Esférico Radial. Regresión lineal ordinaria	Andaverde et al, (2005)	4
Esférico Radial. Regresión cuadrática	Andaverde et al, (2005)	5
Esférico Radial. Regresión lineal ponderada	Verma et al, (2006)	6
Fuente de calor cilíndrica. Regresión lineal ordinaria	Andaverde et al, (2005)	7
Fuente de calor cilíndrica. Regresión cuadrática	Andaverde et al, (2005)	8
Fuente de calor cilíndrica. Regresión lineal ponderada	Verma et al, (2006)	9
Conductivo Cilíndrico radial (Brennand). Regresión lineal ordinaria	Espinoza, (2007)	10
Conductivo Cilíndrico radial (Brennand). Regresión cuadrática	Espinoza, (2007)	11
Conductivo Cilíndrico radial (Brennand). Regresión lineal ponderada	Espinoza, (2007)	12
Conductivo Cilíndrico radial (Leblanc). Regresión lineal ordinaria	Espinoza, (2007)	13
Conductivo Cilíndrico radial (Leblanc). Regresión cuadrática	Espinoza, (2007)	14
Conductivo Cilíndrico radial (Leblanc). Regresión lineal ponderada	Espinoza, (2007)	15
Conductivo Cilíndrico radial (Manetti). Regresión lineal ordinaria	Espinoza, (2007)	16
Conductivo Cilíndrico radial (Manetti). Regresión cuadrática	Espinoza, (2007)	17
Conductivo Cilíndrico radial (Manetti). Regresión lineal ponderada	Espinoza, (2007)	18
Conductivo convectivo cilíndrico (Hassan y Kabir). Regresión lineal ordinaria	Espinoza, (2007)	19
Conductivo convectivo cilíndrico (Hassan y Kabir). Regresión cuadrática	Espinoza, (2007)	20
Conductivo convectivo cilíndrico (Hassan y Kabir). Regresión lineal ponderada	Espinoza, (2007)	21
Dos puntos	Santoyo et al, (2000)	22
Horner Mejorado	Santoyo et al, (2000)	23
Fuente de calor cilíndrica con aproximación exponencial	Santoyo et al, (2000)	24
Fuente de calor cilíndrica con aproximación Log-lineal	Santoyo et al, (2000)	25
Fuente de calor cilíndrica con la solución rigurosa	Santoyo et al, (2000)	26
Cao	Cao et al, (1988a)	27
Shen y Beck	Shen y Beck, (1986)	28
Racional polinomial	Este trabajo	29

Series sintéticas

Shen (Shen y Beck, 1986)

La primera serie que se utilizó para validar el método fue la Shen, los valores de sus registros se muestran en la tabla 4.3. Esta serie sintética fue obtenida a través de un simulador en donde se estableció como condición que la TEF es de 80 °C. Se han utilizado varios métodos para estimar la TEF con los datos de esta serie, los cuales se presentan en la tabla 5.2.

Tabla 5.2 Estimaciones de la TEF para la serie Shen (Shen y Beck, 1986), obtenida por diferentes métodos y reportadas en trabajos nacionales o internacionales (Tabla 5.1).

Método	TEF (°C)	Método	TEF (°C)	Método	TEF (°C)
1	75.5	10	77.7	19	79
2	80.1	11	80.2	20	81.5
3	75.5	12	77.5	21	78.9
4	83	13	74.1	22	78.3
5	87.3	14	78	23	75.7
6	82.8	15	73.7	24	79.6
7	77.4	16	75.6	25	74.1
8	76.2	17	78.5	26	80.3
9	77.8	18	75.4	28	80

La serie Shen consta de 8 registros de TFP- tiempo *shut-in*, por lo cual se puede aplicar el método de extrapolación racional polinomial para primero, segundo y tercer orden. De acuerdo a los diferentes órdenes que se pueden aplicar, se tiene el número de combinaciones posibles, los cuales que se muestran en la tabla 5.3.

Tabla 5.3 Número de combinaciones posibles para cada orden de extrapolación racional polinomial para la serie Shen.

Orden	Combinaciones
1	56
2	56
3	8

Se aplicó la extrapolación racional polinomial de primer orden y se realizaron las 56 combinaciones y se calcularon sus respectivas TEF. Cabe mencionar que no se eliminó ninguna de ellas ya que cumplieron con los criterios de selección establecidos en el capítulo anterior. De estas 56 TEF, se obtuvo una media de 80.99 °C con una desviación estándar de 0.87 °C y un porcentaje de desviación estándar relativa de 1.07. (Los valores de las TEF así como sus desviaciones estándar se han reportado con un dígito más del requerido estadísticamente para posteriores comparaciones).

Se aplicó la extrapolación racional polinomial de segundo orden y se realizaron las 56 combinaciones. Se eliminaron todas las funciones que no cumplieron con los criterios de selección, con lo cual quedó solo una combinación y se estimó un valor de TEF de 80.69 °C.

En la extrapolación racional polinomial de tercer orden se realizaron las 8 combinaciones. En este caso ninguna función cumplió con los criterios de selección.

De acuerdo a los criterios establecidos en el capítulo 4, las TEF más confiables son las obtenidas con la extrapolación racional polinomial de primer orden, y la función que presenta menor valor en la suma de residuales cuadrados es la representada en la ecuación (5.1):

$$TFP = \frac{49.21719+9.829141t}{1+0.1214844t} \quad (5.1)$$

Con la ecuación (5.1) se calcularon las temperaturas de fondo de pozo para simular la serie Shen. También se obtuvieron los residuales cuadrados de las TFP calculadas con respecto a las TFP de la serie original y la suma de los residuales cuadrados y la TEF. En la tabla (5.4) se presentan los resultados obtenidos.

Tabla 5.4 Valores de la serie original, TFP calculadas, residuales cuadrados, suma de residuales cuadrados y TEF

Tiempo (h)	TFP (°C) Original	TFP (°C) Calculada *	Residuales Cuadrados
2.5	56.6	56.59999992	1.83656E-18
5	61.3	61.19295058	3.04963E-06
7.5	64.3	64.32610786	1.64862E-07
10	66.6	66.59999530	4.97086E-15
15	69.6	69.67957840	1.30729E-06
20	71.7	71.66832960	1.95105E-07
30	74.1	74.08527275	3.95009E-08
40	75.5	75.49999010	1.71893E-14
	Suma		4.75639E-06
	TEF		80.90866811

* Los valores se reportan con 8 decimales para poder realizar la comparación entre las TEF originales y las calculadas.

En la figura 5.1 se presenta la gráfica donde se observan los puntos originales de la serie y los puntos calculados a partir de la ecuación 5.1

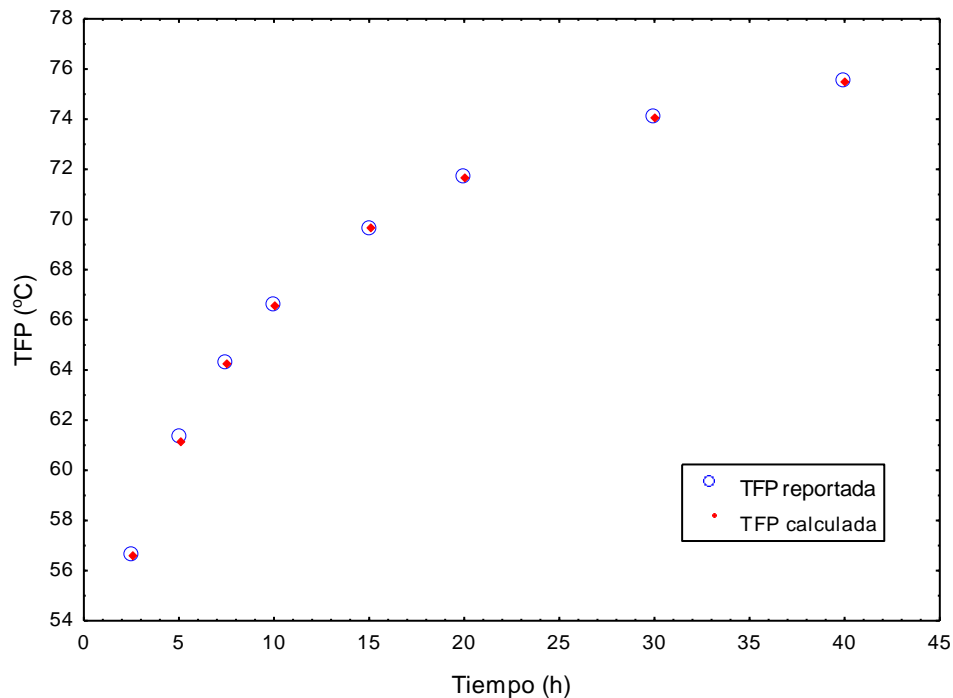


Figura 5.1 Gráfica comparativa de los puntos originales de la serie y de los puntos calculados.

De acuerdo al análisis realizado, la extrapolación racional polinomial funciona adecuadamente para estimar la TEF y la de primer orden es la que mejor ajusta

para la serie Shen. Debido que el valor calculado por el método racional polinomial se encuentra en la parte central del rango de valores obtenidos por los diversos métodos de estimación, además muy cercano al valor real propuesto para esta serie sintética. En esta serie los autores propusieron un valor real o verdadero de 80 °C a partir del cual se obtiene esta serie. El valor de la TEF obtenido por RP es de 80.9°C, por lo que el porcentaje de error es de 1.12%.

En la figura 5.2 se muestra la TEF calculada por éste método (RP) y las TEF estimadas por medio de los métodos indicados en la tabla 5.1.

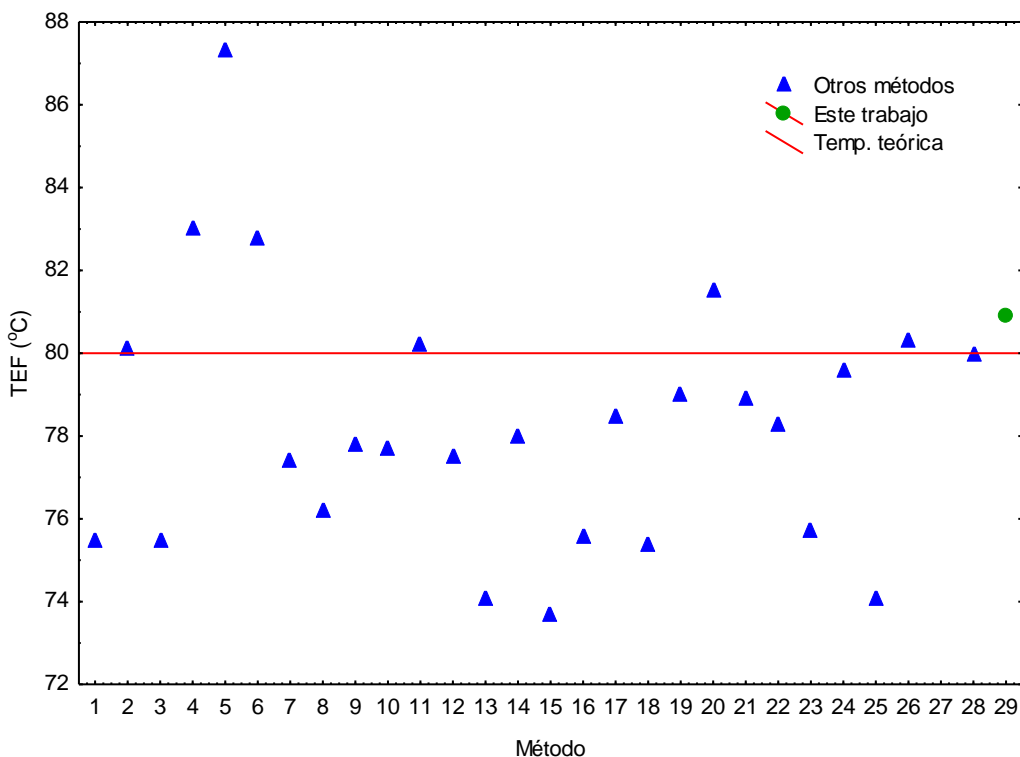


Figura 5.2 Gráfica de la TEF estimada por varios métodos

Cao (Cao *et al.*, 1988a)

La segunda serie que se utilizó para validar el método es la serie Cao, la cual tiene los registros que se muestran en la tabla 4.4. Esta serie sintética fue obtenida a través de un simulador en donde se estableció como condición que la TEF es 120 °C. Se han utilizado varios métodos para estimar la TEF con los datos de esta serie. En la tabla 5.5 se presentan dichas estimaciones.

Tabla 5.5 Estimaciones de la TEF para la serie Cao (Cao *et al.*, 1988a), obtenida por diferentes métodos y reportadas en trabajos internacionales (tabla 5.1).

Método	TEF (°C)
1	121.2
2	123.6
3	119.4
4	125.6
5	131.9
6	127.2
7	121.6
8	119.0

Método	TEF (°C)
9	121.1
10	122.2
11	123.9
12	122.0
13	117.0
14	121.4
15	116.8

Método	TEF (°C)
16	119.5
17	121.1
18	119.4
19	123.7
20	125.2
21	123.5
27	120.0

La serie Cao consta de 15 registros de TFP- tiempo *shut-in*, por lo cual se puede utilizar el método de extrapolación racional polinomial para los tres órdenes. En la tabla 5.6 se muestran las combinaciones posibles de acuerdo a los diferentes órdenes que se pueden aplicar.

Tabla 5.6 Número de combinaciones posibles para cada orden de extrapolación racional polinomial para la serie Shen.

Orden	Combinaciones
1	455
2	3003
3	6435

Se realizaron las 455 combinaciones para la extrapolación racional polinomial de primer orden obteniéndose las TEF. De estas 455 se eliminaron 67, ya que

presentaban raíces positivas. De las 388 TEF obtenidas se calculó una media de 124.39 °C con una desviación estándar de 1.46 °C y un porcentaje de desviación estándar relativa de 1.18.

Se realizaron las 3003 combinaciones para la extrapolación racional polinomial de segundo orden. Eliminando todas las funciones que no cumplieron con los criterios de selección, quedaron 365 combinaciones de las cuales se obtuvo una media de 121.57 °C con una desviación estándar de 0.82 °C y un porcentaje de desviación estándar relativa de 0.67.

Se realizaron las 6345 combinaciones en la extrapolación racional polinomial de tercer orden. Eliminando todas las funciones con raíces positivas quedaron 104 combinaciones de lo cual se obtuvo una media de 120.78 °C con una desviación estándar de 0.61 °C y un porcentaje de desviación estándar relativa de 0.5.

De acuerdo a los criterios establecidos en el capítulo 4, las TEF más confiables son las obtenidas con la extrapolación racional polinomial de tercer orden. La función que se representa en la ecuación (5.2) es la que presenta la menor suma de residuales cuadrados.

$$TFP = \frac{80.47556 + 30.57766t + 1.585888t^2 + 0.059662975t^3}{1 + 0.2816809t + 0.012886849t^2 + 0.00049695256t^3} \quad (5.2)$$

Con la ecuación (5.2) se calcularon las temperaturas de fondo de pozo para simular la serie Cao y se compararon por medio de los residuales cuadrados, las TFP calculadas con respecto a las TFP de la serie. En la tabla (5.7) se presentan los resultados.

Tabla 5.7 Valores de la serie original, TFP calculadas, residuales cuadrados, suma de residuales cuadrados y TEF

Tiempo (h)	TFP (°C) original	TFP (°C) Calculada *	Residuales Cuadrados
2	91.7	91.69999884	1.58883E-16
4	98.1	98.09999497	2.63284E-15
6	102.4	102.38714340	1.57636E-08
8	105.5	105.51085750	1.05914E-08
10	107.9	107.89999320	3.95864E-15
12	109.8	109.78374490	2.19167E-08
14	111.3	111.29999430	2.63106E-15
16	112.5	112.53896000	1.19931E-07
18	113.6	113.56328120	1.04477E-07
20	114.4	114.41831190	2.5622E-08
22	115.2	115.13789500	2.90636E-07
24	115.8	115.74785120	2.02802E-07
30	117.1	117.09999880	1.07068E-16
40	118.4	118.40000040	1.01348E-17
50	119.1	119.10000140	1.30285E-16
		Suma	7.9174E-07
		TEF	120.0576872

* Los valores se reportan con 8 decimales para poder realizar la comparación entre las TEF originales y las calculadas.

En la figura 5.3 se presenta la gráfica donde se pueden observar los puntos originales de la serie y los puntos calculados a partir de la ecuación (5.2).

De acuerdo al análisis realizado la extrapolación racional polinomial funciona adecuadamente para estimar la TEF y el orden que mejor ajusta para la serie Cao es la de tercer orden. Se puede observar que el valor calculado por el método racional polinomial se encuentra muy cerca del valor a partir del cual se definió esta serie, la cual tiene un valor real o verdad ya que el valor a partir del cual de obtiene esta serie es de 120°C. El valor de la TEF obtenido por RP es de 120.06°C y, por lo que el porcentaje de error es de 0.05%.

En la figura 5.4 se muestra la TEF calculada por este método (RP) y las TEF estimadas mediante algunos de los métodos indicados en la tabla 5.1.

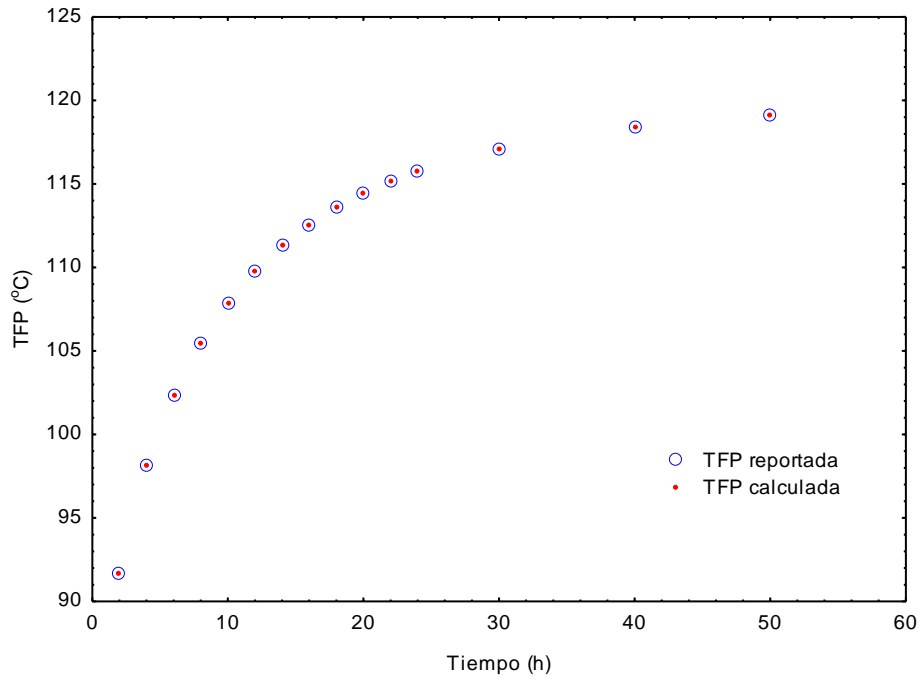


Figura 5.3 Gráfica comparativa de los puntos originales de la serie y de los puntos calculados.

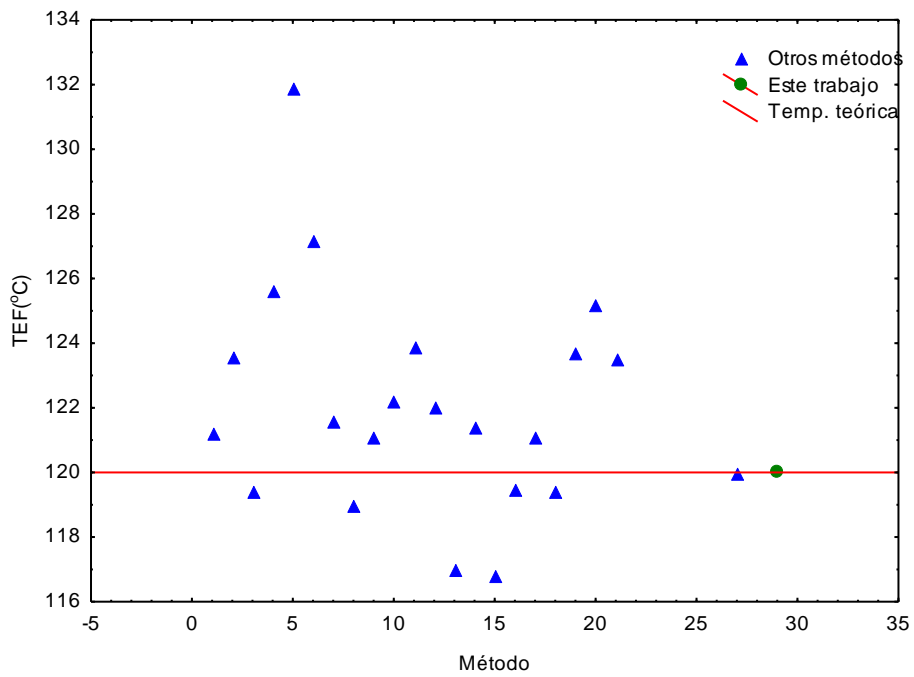


Figura 5.4 Gráfica de la TEF estimada por varios métodos

Series Geotérmicas

Hyodo (Hyodo y Takasugi, 1995)

La serie Hyodo es una serie geotérmica, en la tabla 5.8 se presentan los valores de TEF que se han obtenido por diversos métodos.

Tabla 5.8 Estimaciones de la TEF para la serie Hyodo (Hyodo y Takasugi, 1995), obtenida por diferentes métodos y reportadas en trabajos internacionales (tabla 5.1).

Método	TEF (°C)	Método	TEF (°C)	Método	TEF (°C)
1	167	8	169.4	15	158
2	184.7	9	168.8	16	157
3	164	10	172	17	162
4	209.9	11	187	18	156
5	215	12	169	19	178
6	209.8	13	162	20	192
7	166.3	14	180.1	21	178

La serie Hyodo consta de 10 registros de TFP- tiempo *shut-in*, por lo cual es posible utilizar el método de extrapolación racional polinomial para los tres órdenes. En la tabla 5.9 se muestra el número de combinaciones posibles de acuerdo a los diferentes órdenes que se pueden aplicar.

Tabla 5.9 Número de combinaciones posibles para cada orden de extrapolación racional polinomial para la serie Hyodo.

Orden	Combinaciones
1	120
2	252
3	120

En la extrapolación racional polinomial de primer orden se realizaron las 120 combinaciones obteniéndose las TEF. De estas 120, se eliminaron 20 ya que

presentaban raíces positivas. De estas 100 TEF que cumplieron con el criterio de selección se obtuvo una media de 198.23 °C con una desviación estándar de 20.83 °C y un porcentaje de desviación estándar relativa de 10.51.

Se realizaron las 252 combinaciones para la extrapolación racional polinomial de segundo orden. Se eliminaron todas las funciones que no cumplieron con los criterios de selección, por lo que quedaron 3 combinaciones de las cuales se obtuvo una media de 191.61 °C con una desviación estándar de 0.77 °C y un porcentaje de desviación estándar relativa de 0.40.

En la extrapolación racional polinomial de tercer orden se realizaron las 120 combinaciones y ninguna cumplió con el criterio de selección.

De acuerdo a los criterios establecidos en el capítulo 4, las TEF más confiables son las obtenidas con la extrapolación racional polinomial de segundo orden. En la ecuación (5.3) se presenta la función que presenta el menor valor en la suma de residuales cuadrados.

$$TFP = \frac{66.00357+13.04363t+0.900766t^2}{1+0.1096782t+0.00469t^2} \quad (5.3)$$

Con la ecuación (5.3) se calcularon las temperaturas de fondo de pozo para simular la serie Hyodo y se compararon por medio de los residuales cuadrados, las TFP calculadas con respecto a las TFP de la serie. En la tabla (5.10) se presentan los resultados.

Tabla 5.10 Valores de la serie original, TFP calculadas, residuales cuadrados, suma de residuales cuadrados y TEF

Tiempo (h)	TFP (°C) Original	TFP (°C) Calculada *	Residuales Cuadrados
5.5	92.0	94.53920876	0.000761765
6.5	98.5	98.80812971	9.78576E-06
7.5	103.0	102.79743440	3.86774E-06
8.5	107.0	106.52243320	1.99205E-05
9.5	110.0	110.00000150	1.74483E-16
12.5	119.0	119.11935800	1.00603E-06
15.5	126.6	126.60000380	9.15829E-16
18.5	132.8	132.80000470	1.27583E-15
24.5	142.4	142.40000610	1.81294E-15
72.5	170.9	170.90000820	2.31121E-15
		Suma	7.96E-04
		TEF	191.9023443

* Los valores se reportan con 8 decimales para poder realizar la comparación entre las TEF originales y las calculadas.

En la figura 5.5 se presenta la gráfica donde se pueden observar los puntos originales de la serie y los puntos calculados a partir de la ecuación 5.3

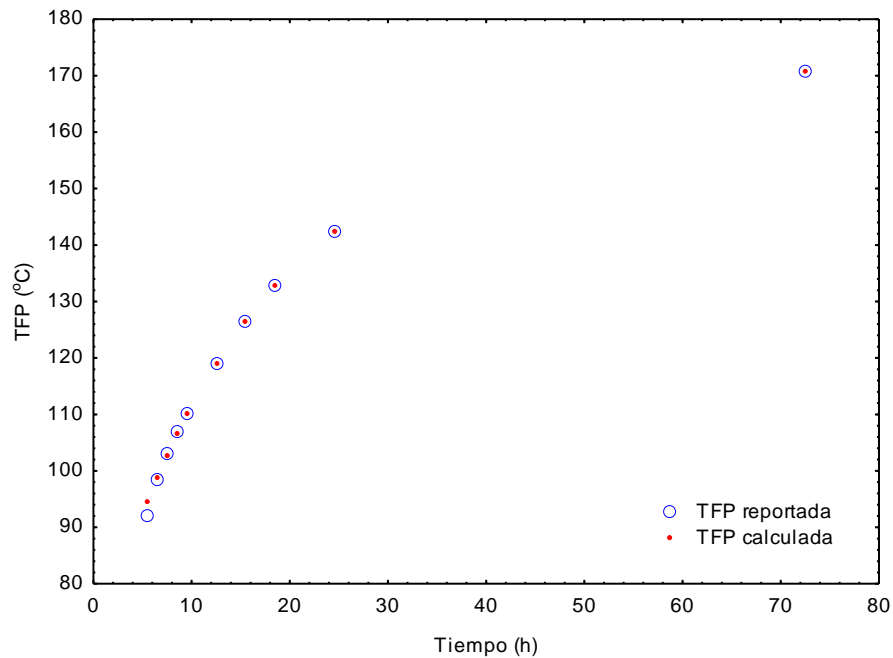


Figura 5.5 Gráfica comparativa de los puntos originales de la serie y de los puntos calculados.

De acuerdo al análisis realizado la extrapolación racional polinomial funciona adecuadamente para estimar la TEF y el orden que mejor ajusta para la serie

Hyodo es la de segundo orden, sin embargo, el ajuste del primer punto, así como la suma de residuales cuadrados no es tan preciso como en las series sintéticas.

En la figura 5.6 se muestra la TEF obtenida por este método (RP) y las TEF obtenidas por los otros métodos indicados en la tabla 5.1. En la cual podemos observar que el valor de la TEF calculada mediante el método RP se encuentra entre los más altos reportados. Cabe destacar que en 11 de estas TEF reportadas sus valores son menores al último valor de TFP reportado para esta serie, por lo que no son correctas, ya que contradicen la física del fenómeno.

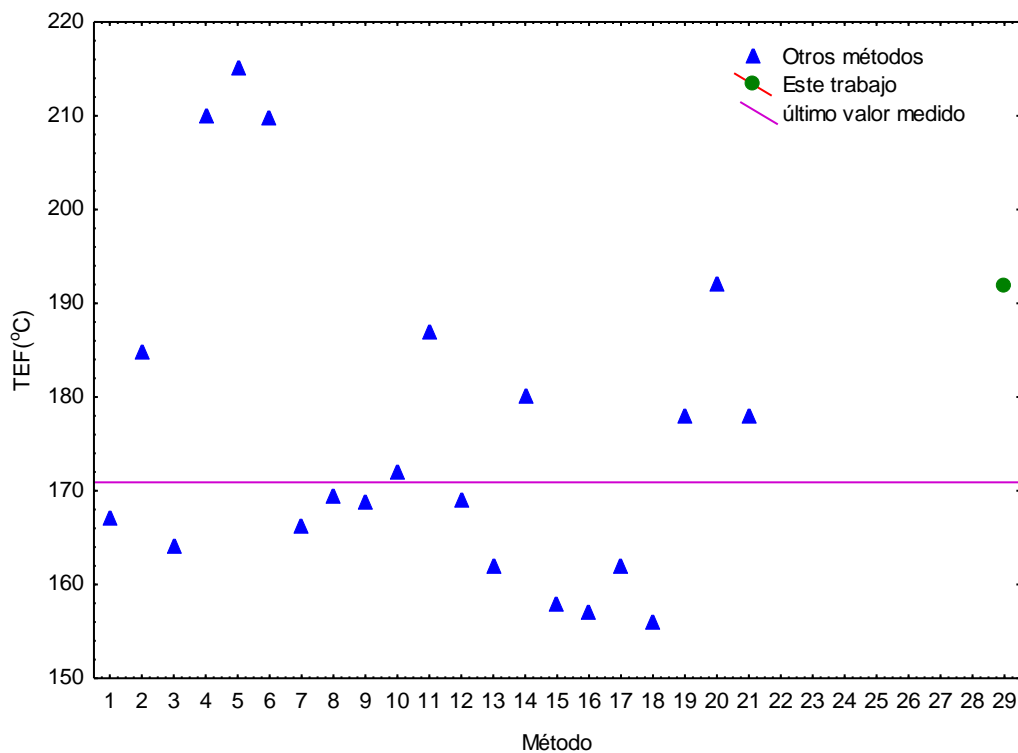


Figura 5.6 Gráfica de la TEF estimada por varios métodos. La línea horizontal representa el último valor reportado de TFP de la serie (170.9 °C).

LH30 (Sánchez-Upton, 2007)

La serie LH30 es una serie geotérmica. En la tabla 5.11 se presentan los valores de TEF que se han estimado aplicando diversos métodos.

Tabla 5.11 Estimaciones de la TEF para la serie LH30 (Sánchez-Upton, 2007), obtenida por diferentes métodos y reportadas en trabajos internacionales (tabla 5.1).

Método	TEF (°C)	Método	TEF (°C)	Método	TEF (°C)
1	251	8	253.8	15	247.3
2	277	9	249.1	16	244
3	250	10	254	17	269
4	301	11	279.4	18	245
5	352	12	252	19	260
6	300.3	13	249	20	288
7	249	14	274.3	21	262

La serie LH30 consta de 7 registros de TFP- tiempo *shut-in*, por lo cual es posible aplicar el método de extrapolación racional polinomial para los tres órdenes, aunque para tercer orden sólo se tiene una combinación posible. De acuerdo a los diferentes órdenes que se pueden aplicar en la tabla 5.12 se muestra el número de combinaciones posibles.

Tabla 5.12 Número de combinaciones posibles para cada orden de extrapolación racional polinomial para la serie LH30.

Orden	Combinaciones
1	35
2	21
3	1

En la extrapolación racional polinomial de primer orden se realizaron las 35 combinaciones obteniéndose las TEF. De estas 35 se eliminaron 9 ya que no cumplían con los criterios de selección. A partir de estas 26 TEF se obtuvo una media de 319.74 °C con una desviación estándar de 45.20 °C y un porcentaje de desviación estándar relativa de 14.14.

En la extrapolación racional polinomial de segundo orden se realizaron las 21 combinaciones, de las cuales ninguna cumplió con los criterios de selección.

En la extrapolación racional polinomial de tercer orden la única combinación que se puede hacer tiene raíces positivas.

De acuerdo a los criterios establecidos en el capítulo 4, las TEF más confiables son las obtenidas con la extrapolación racional polinomial lineal o de primer orden. La función que presenta el menor valor en la suma de residuales cuadrados es la ecuación (5.4)

$$TFP = \frac{149.1267+11.63779t}{1+0.0377t} \quad (5.4)$$

Con la ecuación (5.4) se calcularon las temperaturas de fondo de pozo para simular la serie LH30 y se compararon por medio de los residuales cuadrados las TFP calculadas con respecto a las TFP de la serie. En la tabla (5.13) se presentan los resultados.

Tabla 5.13 Valores de la serie original, TFP calculadas, residuales cuadrados, suma de residuales cuadrados y TEF

Tiempo (h)	TFP (°C) Original	TFP (°C) Calculada *	Residuales Cuadrados
6	178.6	178.59998909	3.73251E-15
12	198.9	198.89998610	4.88633E-15
18	211.4	213.73262678	0.000121753
24	225.8	225.04453830	1.11938E-05
30	235.1	233.95627118	2.36669E-05
36	240.4	241.15846527	9.95411E-06
42	247.1	247.09997975	6.71749E-15
Suma			0.000166568
TEF			309.05

* Los valores se reportan con 8 decimales para poder realizar la comparación entre las TEF originales y las calculadas.

En la figura 5.7 se presenta la gráfica donde se puede observar los puntos originales de la serie y los puntos calculados a partir de la ecuación 5.4.

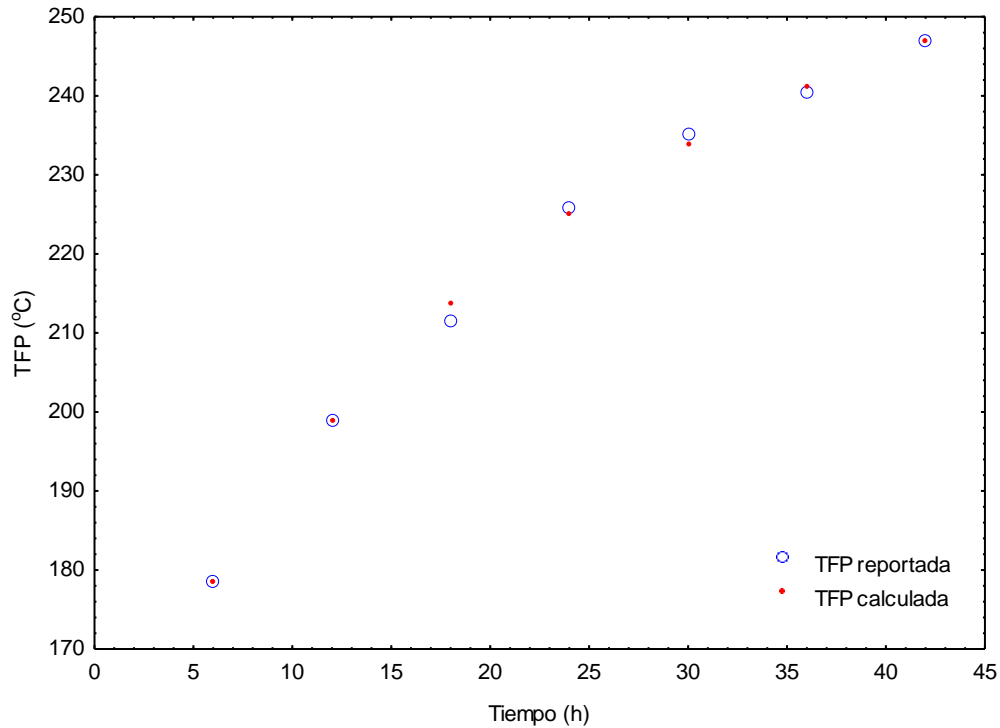


Figura 5.7 Gráfica comparativa de los puntos originales de la serie y de los puntos calculados.

De acuerdo al análisis realizado la extrapolación racional polinomial funciona adecuadamente para estimar la TEF y el orden que mejor ajusta para la serie LH30 es la de primer orden. Sin embargo, el ajuste de los puntos así como la suma de residuales cuadrados no es tan preciso como en las series sintéticas.

En la figura 5.8 se muestra la TEF obtenida por este método (RP) y las TEF obtenidas por los otros métodos indicados en la tabla 5.1. En la cual podemos observar que el método RP estima un valor de TEF que se encuentra entre los más altos, aunque si analizamos la gráfica 5.7, observamos que la mayoría de los valores de TEF obtenidos por otros métodos reportan un valor cercano al último valor de TFP reportado y la tendencia de la gráfica no es cercana a la estabilización.

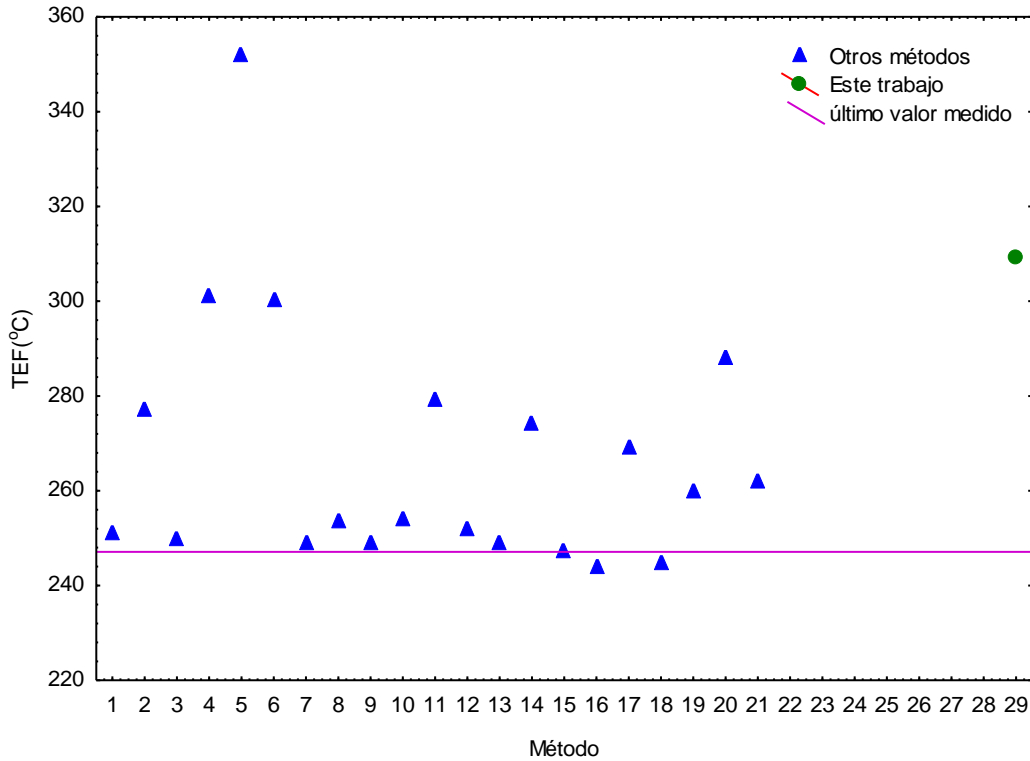


Figura 5.8 Gráfica de la TEF estimada por varios métodos

Larderello (Da-Xin, 1986)

La serie Larderello es una serie geotérmica. En la tabla 5.14 se presentan los valores de TEF que se han obtenido por diversos métodos.

Tabla 5.14 Estimaciones de la TEF para la serie Larderello (Da-Xin, 1986), obtenida por diferentes métodos y reportadas en trabajos internacionales (tabla 5.1).

Método	TEF (°C)
1	127.8
2	132.2
3	127.8
4	142.2
5	161.9
6	142.0
7	127.8

Método	TEF (°C)
8	123.8
9	129.0
10	130.6
11	133.4
12	130.7
13	124.8
14	130.0

Método	TEF (°C)
15	124.7
16	120.1
17	123.0
18	119.8
19	134.2
20	135.8
21	134.6

La serie Larderello consta de 40 registros de TFP- tiempo *shut-in*, por lo cual se puede aplicar el método de extrapolación racional polinomial para los tres órdenes. De acuerdo a los diferentes órdenes que se pueden aplicar se tienen el número de combinaciones posibles. En la tabla 5.15 se muestran las combinaciones posibles.

Tabla 5.15 Número de combinaciones posibles para cada orden de extrapolación racional polinomial para la serie Larderello.

Orden	Combinaciones
1	9880
2	658008
3	18643560

En la extrapolación racional polinomial de primer orden se realizaron las 9880 combinaciones, obteniéndose las TEF respectivas. De estas 9880 se eliminaron 2427 ya que presentaban raíces positivas. De las 7453 TEF restantes, se obtuvo una media de 145.72 °C con una desviación estándar de 14.1 °C y un porcentaje de desviación estándar relativa de 9.68.

En la extrapolación racional polinomial de segundo orden se realizaron las 658008 combinaciones, eliminando todas las funciones con raíces positivas quedaron 2301 combinaciones. De estas 2301 TEF se obtuvo una media de 125.85 °C con una desviación estándar de 5.26 °C y un porcentaje de desviación estándar relativa de 4.17.

En la extrapolación racional polinomial de tercer orden se realizaron las 18643560 combinaciones. Eliminando todas las funciones con raíces positivas quedaron 6 combinaciones de lo cual se obtuvo una media de 159.02 °C con una desviación estándar de 51.07 °C y un porcentaje de desviación estándar relativa de 32.11.

De acuerdo a los criterios establecidos en el capítulo 4, las TEF más confiables son las obtenidas con la extrapolación racional polinomial cuadrada o de segundo orden.

Tabla 5.16 Valores de la serie original, TFP calculadas, residuales cuadrados, suma de residuales cuadrados y TEF.

Tiempo (h)	TFP (°C) Original	TFP (°C) Calculada *	Residuales Cuadrados
5.67	84.5	90.81588464	0.0055867
6	93.1	91.72801406	0.0002172
6.5	95	93.06419235	0.0004152
7	96.2	94.34658901	0.0003712
7.5	97.5	95.57689481	0.000389
8	98.4	96.75684846	0.0002788
8.5	99.3	97.88821646	0.0002021
9	100.3	98.97277594	0.0001751
9.5	101.1	100.01230040	0.0001157
10	102	101.00854781	9.45E-05
10.5	102.7	101.96325094	5.15E-05
11	103.4	102.87810947	2.55E-05
11.5	104.2	103.75478376	1.83E-05
12	104.7	104.59489002	1.01E-06
12.5	105.4	105.39999666	1.00E-15
13	106.1	106.17162165	4.56E-07
13.5	106.7	106.91123070	3.92E-06
14	107.6	107.62023626	3.54E-08
14.5	108.3	108.29999696	7.90E-16
15	108.9	108.95181772	2.26E-07
15.5	109.6	109.57695015	4.42E-08
16	110.2	110.17659328	4.51E-08
16.5	110.8	110.75189464	1.88E-07
17	111.3	111.30395145	1.26E-09
17.5	111.9	111.83381200	3.50E-07
18	112.4	112.34247720	2.62E-07
18.5	112.9	112.83090212	3.75E-07
19	113.3	113.29999764	4.32E-16
19.5	113.8	113.75063219	1.88E-07
20	114.2	114.18363335	2.05E-08
20.5	114.7	114.59978959	7.63E-07
21	115.1	114.99985194	7.57E-07
21.5	115.4	115.38453559	1.80E-08
22	115.7	115.75452157	2.22E-07
22.5	116.1	116.11045825	8.11E-09
23	116.5	116.45296290	1.63E-07
24	117.1	117.09999838	1.91E-16
25	117.7	117.69999852	1.58E-16
26	117.9	118.25692471	9.16E-06
27	118.7	118.77436861	3.93E-07
		Suma	0.0079594
		TEF	125.8

* Los valores se reportan con 8 decimales para poder realizar la comparación entre las TEF originales y las calculadas.

La función que presenta menor valor en la suma de residuales cuadrados se representa en ecuación (5.5)

$$TFP = \frac{71.0877+8.454524t+0.3275805t^2}{1+0.06047016t+0.00260398t^2} \quad (5.5)$$

Con la ecuación (5.5) se calcularon las temperaturas de fondo de pozo para simular la serie Larderello y se compararon por medio de los residuales cuadrados, las TFP calculadas con respecto a las TFP de la serie. Los resultados se presentan en la tabla (5.16)

En la figura 5.9 se presenta la gráfica donde se pueden observar los puntos originales de la serie y los puntos calculados a partir de la ecuación 5.5.

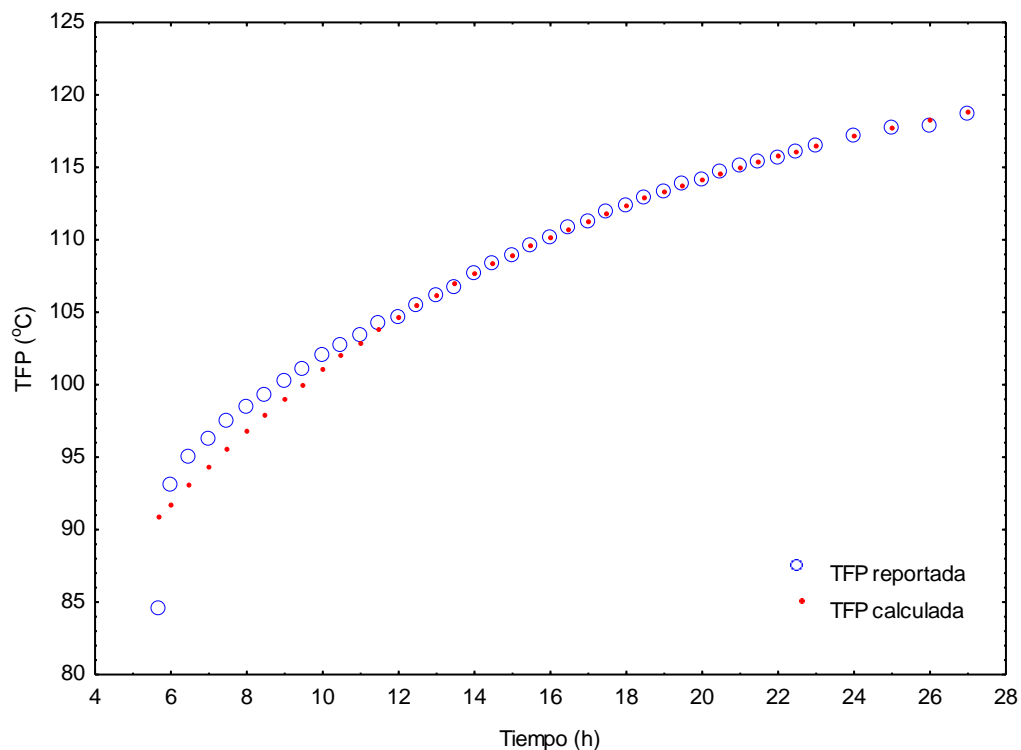


Figura 5.9 Gráfica comparativa de los puntos originales de la serie y de los puntos calculados.

De acuerdo al análisis realizado la extrapolación racional polinomial funciona adecuadamente para estimar la TEF y el orden que mejor ajusta para la serie

Larderello es segundo orden. Sin embargo, el ajuste de los datos en el intervalo de tiempo entre 5 y 13 horas no es tan preciso como en las series sintéticas.

En la figura 5.10 se muestra la TEF calculada por el método RP y las TEF estimadas por los algunos métodos indicados en la tabla 5.1. En la cual podemos observar que el método RP estima un valor de TEF que se encuentra entre los más bajos, aunque si analizamos la gráfica 5.7, observamos la tendencia de los datos reportados originalmente es cercana a la estabilización.

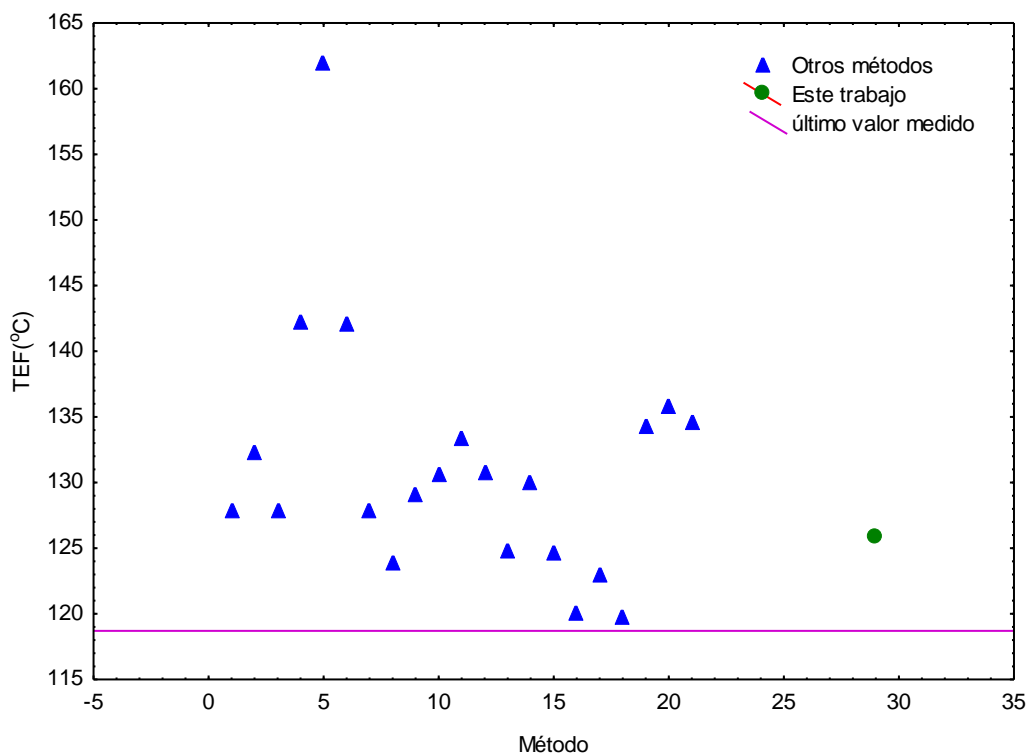


Figura 5.10 Gráfica de la TEF estimada por varios métodos.

Sgil (Schoepel y Gilarranz, 1966)

La serie Sgil es una serie geotérmica. En la tabla 5.17 se presentan los valores de TEF que se han obtenido aplicando diversos métodos.

Tabla 5.17 Estimaciones de la TEF para la serie Sgil (Schoepel y Gilarranz, 1966), obtenida por diferentes métodos y reportadas en trabajos internacionales (tabla 5.1).

Método	TEF (°C)	Método	TEF (°C)	Método	TEF (°C)
1	99.3	8	87.7	15	96.9
2	99	9	106.8	16	97.5
3	99.3	10	100.5	17	98.3
4	102.9	11	100	18	97.5
5	104	12	100.6	19	102.1
6	103	13	97	20	101.1
7	106	14	99.1	21	102.1

La serie Sgil consta de 12 registros de TFP- tiempo *shut-in*, por lo cual se puede aplicar el método de extrapolación racional polinomial para los tres órdenes. De acuerdo a los diferentes órdenes que se pueden aplicar se tienen el número de combinaciones posibles como se muestra en la tabla 5.18

Tabla 5.18 Número de combinaciones posibles para cada orden de extrapolación racional polinomial para la serie Sgil.

Orden	Combinaciones
1	220
2	792
3	792

En la extrapolación racional polinomial de primer orden se realizaron las 220 combinaciones obteniéndose las TEF respectivas. De estas 220 se eliminaron 77 ya que no cumplían con los criterios de selección. De las 143 TEF restantes, se obtuvo una media de 100.53 °C con una desviación estándar de 2.18 °C y un porcentaje de desviación estándar relativa de 2.16. (Los valores de TEF, así como sus desviaciones estándar se ha reportado con un dígito más del requerido estadísticamente).

En la extrapolación racional polinomial de segundo orden se realizaron las 792 combinaciones; eliminando todas las funciones con raíces positivas quedaron 8 combinaciones. De estas 8 TEF, se obtuvo una media de 97.89 °C con una desviación estándar de 0.76 °C y un porcentaje de desviación estándar relativa de

0.77. (los valores de TEF, así como sus desviaciones estándar se han reportado con un dígito más del requerido estadísticamente).

En la extrapolación racional polinomial de tercer orden todas las combinaciones que se obtuvieron fueron funciones con raíces positivas.

De acuerdo a los criterios establecidos en el capítulo 4, las TEF más confiables son las obtenidas con la extrapolación racional polinomial de segundo orden. La función que presenta menor valor en la suma de residuales cuadrados es la ecuación (5.6)

$$TFP = \frac{75.6927+41.11944t+8.497005t^2}{1+0.4436937t+0.085585587t^2} \quad (5.6)$$

Con la ecuación (5.6) se calcularon las temperaturas de fondo de pozo para simular la serie Sgil y se compararon por medio de los residuales cuadrados de las TFP calculadas con respecto a las TFP de la serie. Los resultados se presentan en la tabla (5.16).

Tabla 5.19 Valores de la serie original, TFP calculadas, residuales cuadrados, suma de residuales cuadrados y TEF.

Tiempo (h)	TFP (°C) Original	TFP (°C) Calculada *	Residuales Cuadrados
1	81.94	81.94	3.17E-18
2	86.56	86.073032	3.20E-05
3	88.84	88.840003	8.72E-16
4	90.76	90.760003	1.22E-15
5	92.29	92.143534	2.53E-06
6	93.44	93.174974	8.09E-06
7	94.21	93.966788	6.70E-06
8	94.59	94.590004	1.79E-15
9	94.98	95.091052	1.36E-06
10	95.36	95.501269	2.19E-06
11	95.74	95.842418	1.14E-06
12	96.13	96.130004	1.92E-15
		Suma	5.40E-05
		TEF	99.280794

* Los valores se reportan con 8 decimales para poder realizar la comparación entre las TEF originales y las calculadas.

En la figura 5.11 se presentan los puntos originales de la serie y los puntos calculados a partir de la ecuación 5.6.

De acuerdo al análisis realizado, la extrapolación racional polinomial funciona adecuadamente para estimar la TEF y el orden que mejor ajusta para la serie Sgil es la de segundo orden. Sin embargo, el ajuste de los primeros puntos no es tan preciso como en las series sintéticas.

En la figura 5.12 se muestra la TEF obtenida por el método RP y las TEF obtenidas por los otros métodos indicados en la tabla 5.1. En la cual podemos observar que el método RP estima un valor de TEF que se encuentra entre los valores medios.

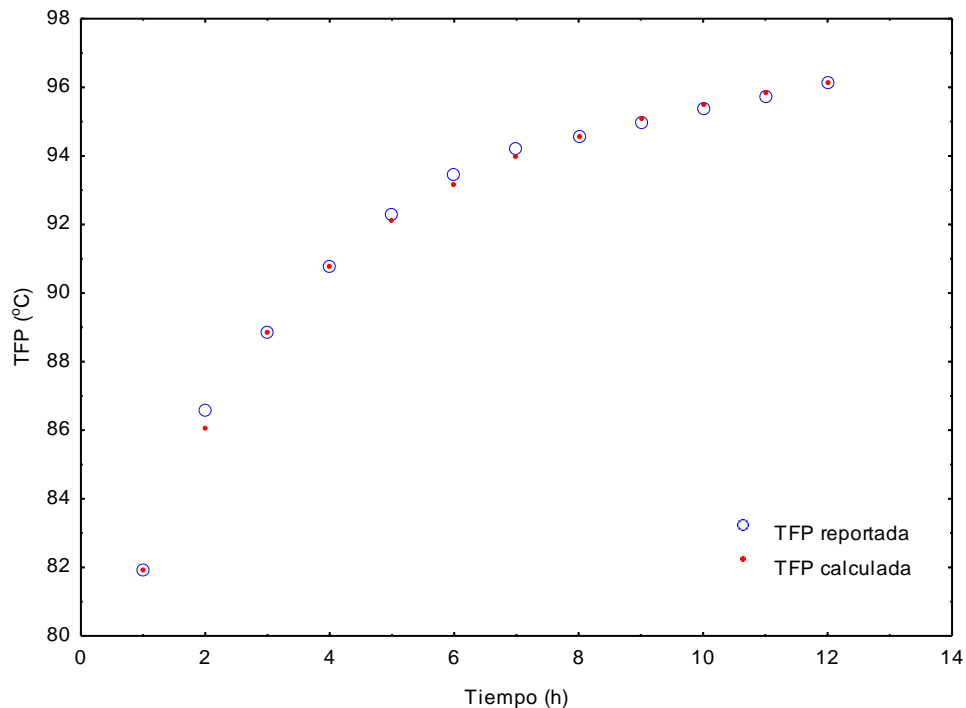


Figura 5.11 Gráfica comparativa de los puntos originales de la serie y de los puntos calculados.

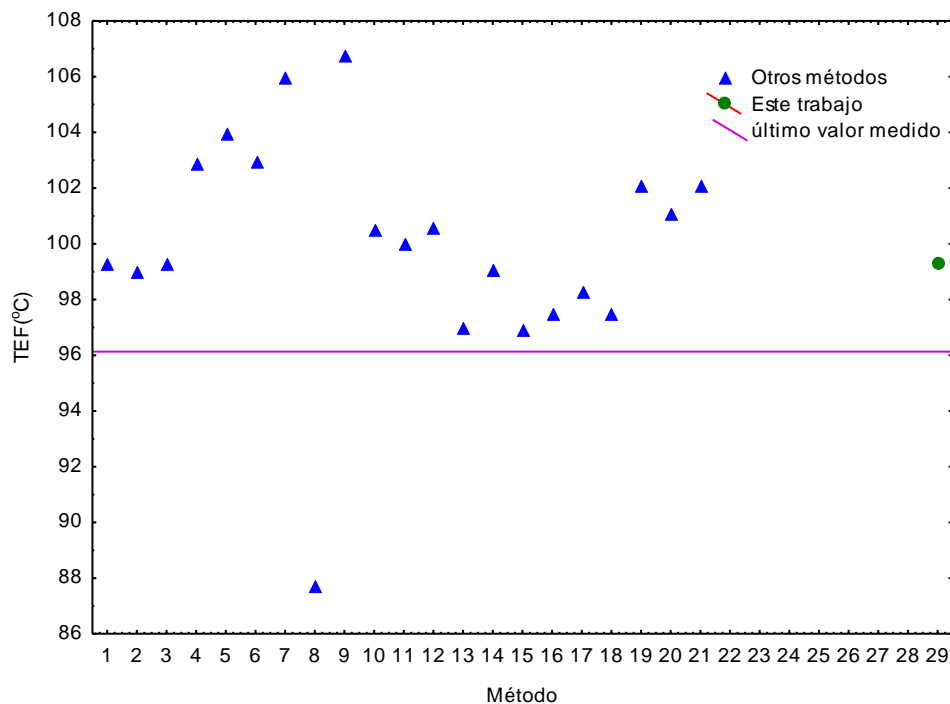


Figura 5.12 Gráfica de la TEF estimada por varios métodos

Serie Petrolera

Mississippi (Kutasov, 1999)

La serie Mississippi es una serie petrolera y en la tabla 5.20 se presentan los valores de TEF que se han obtenido aplicando diversos métodos.

Tabla 5.20 Estimaciones de la TEF para la serie Mississippi (Kutasov, 1999), obtenida por diferentes métodos y reportadas en trabajos internacionales (tabla 5.1).

Método	TEF (°C)
1	146
2	147.1
3	146
4	147.5
5	148
6	147.5
7	144.8

Método	TEF (°C)
8	144.7
9	144.8
10	145.7
11	146.7
12	145.7
13	144.8
14	145.5

Método	TEF (°C)
15	144.7
16	146
17	147.1
18	146
19	145.9
20	147
21	145.9

La serie Mississippi consta de 14 registros de TFP- tiempo *shut-in*, por lo cual se puede aplicar el método de extrapolación racional polinomial para los tres órdenes.

De acuerdo a los diferentes órdenes que se pueden aplicar se tienen el número de combinaciones posibles como se muestra en la tabla 5.18.

Tabla 5.18 Número de combinaciones posibles para cada orden de extrapolación racional polinomial para la serie Mississippi.

Orden	Combinaciones
1	364
2	2002
3	3432

Se realizaron las 364 combinaciones para la extrapolación racional polinomial de primer orden. De estas 364 se eliminaron 325 ya que no cumplieron con los criterios de selección. De estas 39 TEF, se obtuvo una media de 147.95 °C con una desviación estándar de 1.5 °C y un porcentaje de desviación estándar relativa de 1.02. (los valores de TEF, así como sus desviaciones estándar se ha reportado con un dígito más del requerido estadísticamente).

Se realizaron las 2002 combinaciones para la extrapolación racional polinomial de segundo orden, eliminando todas las funciones con raíces positivas quedaron 1545 combinaciones. De estas 1545 TEF, se obtuvo una media de 149.44 °C con una desviación estándar de 0.9 °C y un porcentaje de desviación estándar relativa de 0.61. (Los valores de TEF, así como sus desviaciones estándar se ha reportado con un dígito más del requerido estadísticamente).

Se realizaron las 3432 combinaciones para la extrapolación racional polinomial de tercer orden. Eliminando todas las funciones con raíces positivas quedaron 1189 combinaciones, a partir de las cuales se obtuvo una media de 152.54 °C con una desviación estándar de 13.73 °C y un porcentaje de desviación estándar relativa

de 9. (los valores de TEF, así como sus desviaciones estándar se ha reportado con un dígito más del requerido estadísticamente).

De acuerdo a los criterios establecidos en el capítulo 4, las TEF más confiables son las obtenidas con la extrapolación racional polinomial de segundo orden. La función que presenta menor valor en la suma de residuales cuadrados es la ecuación (5.7)

$$TFP = \frac{137.6801+33.0234t+0.2943668t^2}{1+0.2304508t+0.0019661277t^2} \quad (5.7)$$

Con la ecuación (5.7) se calcularon las temperaturas de fondo de pozo para simular la serie Mississippi y se compararon por medio de los residuales cuadrados de las TFP calculadas con respecto a las TFP de la serie. Los resultados se presentan en la tabla (5.19).

Tabla 5.19 Valores de la serie original, TFP calculadas, residuales cuadrados, suma de residuales cuadrados y TEF.

Tiempo (h)	TFP (°C) Original	TFP (°C) Calculada *	Residuales Cuadrados
1	138.75	139.14995707	1.12E-14
2	139.55	139.54999306	9.13E-08
5	140.89	140.54704167	1.18E-15
10	142.03	141.74462271	3.03E-08
15	142.72	142.58621029	6.94E-09
20	143.21	143.20999873	5.02E-16
25	143.6	143.69084931	1.36E-08
30	143.92	144.07284190	3.77E-08
40	144.42	144.64140292	4.34E-08
50	144.81	145.04430060	2.63E-08
70	145.4	145.57737805	1.77E-15
100	146.04	146.04000309	1.62E-08
150	146.76	146.44527667	3.49E-08
200	147.27	146.66518957	1.95E-15
		Suma	3.01E-07
		TEF	149.71906

* Los valores se reportan con 8 decimales para poder realizar la comparación entre las TEF originales y las calculadas.

En la figura 5.13 se presenta la gráfica donde se pueden observar los puntos originales de la serie y los puntos calculados a partir de la ecuación 5.7.

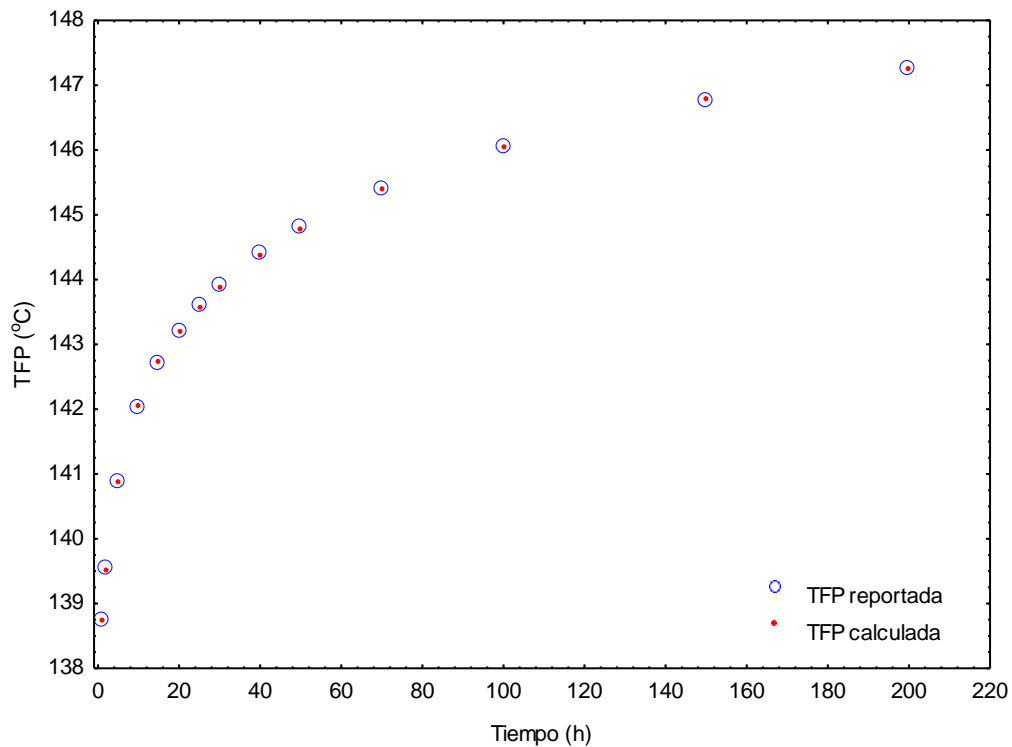


Figura 5.13 Gráfica comparativa de los puntos originales de la serie y de los puntos calculados.

De acuerdo al análisis realizado la extrapolación racional polinomial funciona adecuadamente para estimar la TEF y el orden que mejor ajusta para la serie Mississippi es la de segundo orden..

En la figura 5.14 se muestra la TEF obtenida por este método (RP) y las TEF obtenidas por los otros métodos indicados en la tabla 5.1. En la cual podemos observar que el método RP estima un valor de TEF que se encuentra entre los valores más altos. La mayoría de los valores de TEF obtenidos por otros métodos reportan un valor menor al último valor de TFP reportado (147.27°C).

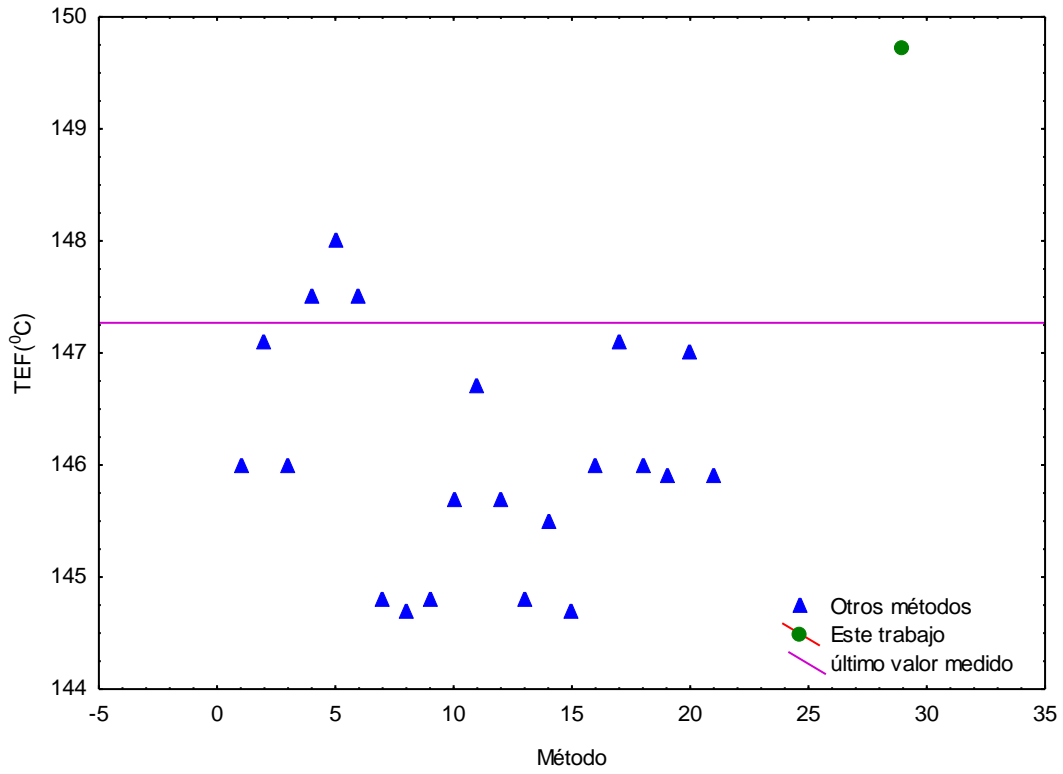


Figura 5.14 Gráfica de la TEF estimada por varios métodos

Capítulo VI Conclusiones

Se actualizó una base de datos de pozos geotérmicos y petroleros, así como series sintéticas, las cuales contienen TFP y tiempo (*shut-in*). Esta base de datos está constituida por información recabada en diversos artículos publicados en revistas nacionales e internacionales. Esta base de datos se utilizó para aplicar, probar y validar el método propuesto en esta tesis.

Una de las dificultades que se presentó fue la de encontrar series con $n \geq 7$ datos con el fin de utilizarlos en la validación del método desarrollado en el presente proyecto. Otro de los inconvenientes que encontramos en la literatura es que los datos son reportados sin errores, así mismo, no reportan en muchos de los casos los instrumentos utilizados para medir tiempos y temperaturas ni su incertidumbre. Además el número de decimales es muy variado de serie a serie, esto nos habla de la exactitud de las mediciones.

Se encontraron siete series con al menos 7 pares de datos de diferentes ambientes (geotérmicos, petroleros y sintéticos, publicados, la mayoría de ellos, en revistas internacionales) las cuales nos permitieron aplicar y validar el método.

Se desarrolló un nuevo método para estimar las TEF basado en el método de extrapolación racional polinomial, a partir de registros de TFP y t (*shut-in*). Este método se construyó a partir de la extrapolación racional polinomial con polinomios de primero, segundo y tercer orden. Para este método se definió un algoritmo con la metodología que se sigue para obtener la TEF.

Este método resulta ser muy poderoso y aplicable a muchos fenómenos físicos entre ellos la recuperación térmica del fondo de pozos, así mismo las relaciones racional polinomial pueden ajustar modelos aun más sencillos como son regresiones lineales y polinomiales. Otra de las ventajas de utilizar este método es que puede ser usado tanto para interpolar como para extrapolar datos.

Mediante el uso de estadística superior se pudo determinar la incertidumbre en los valores calculados de TEF.

Se diseñó y realizó un programa de cómputo que, con base en el nuevo método, estima las TEF. Este programa se realizó en el lenguaje de programación Fortran 99 y se basa en el algoritmo para la obtención de la TEF a partir de la extrapolación racional polinomial.

Dado que el número de combinaciones resulta muy grande (del orden de 80 a 12000000 de combinaciones) y se requiere resolver el mismo número de sistemas de ecuaciones de tres por tres, cinco por cinco y siete por siete, fue necesario diseñar un programa de cómputo. Con el programa desarrollado esto se resuelve en menos de 20 minutos, para el caso más extremo analizado.

Se validó el nuevo método aplicándolo a 7 series (sintéticas, geotérmicas y petroleras). Estas series tienen como característica que por lo menos tienen 7 pares de datos, con el fin de poder usar los tres órdenes propuestos. El método funcionó de manera adecuada ya que se estimaron valores de TEF muy cercanos a los esperados en las series sintéticas y acordes a los valores esperados físicamente en las series geotérmicas y petroleras. Así mismo, el método nos permite obtener una ecuación que describe la recuperación térmica en el tiempo. Los resultados de la ecuación se evaluaron con respecto a los valores de su respectiva serie por medio de la suma de residuales al cuadrado.

La limitante del presente método es que las series de datos requieren al menos tres pares de datos para que se puedan analizar con el método racional polinomial de primer orden; cinco pares de datos para que se puedan analizar con el método racional polinomial de segundo orden y siete pares de datos para que se puedan analizar con el método racional polinomial de tercer orden.

Como productos que se obtuvieron a partir de este trabajo:

Se tiene una patente en trámite: “Sistema y método para obtención de TEF de pozos geotérmicos y petroleros”. Dado que el método es nuevo. Se revisó la literatura al respecto, así como las bases de patentes nacionales y de Estados Unidos de América, en las cuales no encontramos patentes que se parecieran a lo que desarrollamos en el presente proyecto, por lo que se decidió someter para patente el sistema y método.

Se está escribiendo un artículo sobre el nuevo método para ser publicado en una revista del área de la geotermia.

Trabajo futuro

Como trabajo que se puede desarrollar a partir de esta tesis se propone:

- 1) Desarrollo de un simulador para crear series sintéticas con más de siete pares de datos.
- 2) Analizar la sensibilidad del método a datos incorrectos en una serie sintética.
- 3) Analizar la relación de propiedades termofísicas con los coeficientes de regresión de método racional polinomial.

Bibliografía

Albright, J. N., (1975). A new and more accurate method for the direct measurement of earth temperature gradients in deep boreholes: Proc. U. N. Symp. Geoth. Res., San Francisco, 847-851.

Andaverde, J., Verma S. P., y Santoyo E. (2005). Uncertainty estimates of static formation temperatures in boreholes and evaluation of regression models. *Geophysical Journal International*, 160, 1112-1122.

Arellano, V. (1999). Geotermia. Boletín IIE, Dos décadas de investigación, septiembre-octubre 1999, 223-232.

Armstrong, P.A., Chapman D. S., Funnell R. H.,, Allis R. G, y Kamp P. J. J. (1996). Thermal Modeling and Hydrocarbon Generation in an Active-Margin Basin: Taranaki Basin, New Zealand. *The American Association of Petroleum Geologist*, 80, 1216-1241.

Ascencio, F., García A., Rivera J., y Arellano V. (1994). Estimation of undisturbed formation temperatures under spherical-radial heat flow conditions. *Geothermics*, 23, 317- 326.

Augustine, C., J. W. Tester, B. Anderson, S. Petty, y B. Livesay (2006). A comparison of geothermal with oil and gas well drilling costs. In: Proceedings of the 31st Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, Stanford, California, January 30- February 1, 15.

Balance Nacional de Energía 2006, Secretaría de Energía, Gobierno Federal

Barbier, E. (1997). Nature and technology of geothermal energy: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 1, 1-69.

Barbier, E. (2002). Geothermal energy technology and current status: an overview. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 6, 3-65.

Barelli, A. y Palama A. (1981). A new method for evaluating formation equilibrium temperature in holes during drilling. *Geothermics*, 10, 95-105.

Bassam A, Santoyo E, Andaverde J, Hernández JA and Espinoza-Ojeda OM 2009 Estimation of static formation temperatures in geothermal wells by using an artificial neural network approach *Computers & Geosciences* (in press)

Boyle, G. (2004). *Renewable Energy: Power a Sustainable Future*. Second ed. Oxford, 452.

Brennand, A. W. (1984). A new method for the analysis of static formation temperature tests. In: *Proceedings of the 6th New Zealand Geothermal Congress*, Antalya, Turkey, April 24-29, 1-7.

Bullard, E.C. (1947). The time necessary for a borehole to attain temperature equilibrium. *Astronomical Society, Geophysics Supplement*, 5, 125-130.

Burge, E. C. (1965). Mud temperature study important CWLS project. *Oilweek*, 16, 32-34.

Cao, S., I. Lerche, y Hermanrud C. (1988 a). Formation temperature estimation by inversion of borehole measurements. *Geophysics*, 53, 979-988.

Cao, S., I. Lerche, y Hermanrud C. (1988 b). Formation temperature estimation by inversion of borehole measurements, Part II: Effects of fluid penetration on bottom-hole temperature recovery. *Geophysics*, 53, 1347-1354.

Cao, S., Hermanrud C., y Lerche I. (1988 c). Estimation of formation temperature from Bottom-hole temperature measurements: COST #1 well, Norton Sound, Alaska. *Geophysics*, 53, 1619-1621.

Capuano, L.E. (1992). Geothermal versus oil and gas: a comparison of drilling practices. *Geothermal Research Council Bulletin* April, 113-116.

Carlsaw, H. S. y J. C. Jaeger (1959). *Conduction of heat in Solids*. Second ed. Oxford Science Publications, 510.

Carlson, N. R. y Barnette J.C. (1988). Determining a reliable estimate of the geothermal gradient from shut-in temperature recordings. In: *Proceedings of the SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Houston Texas, October 2-5, 375-387.

Chilingarian, G. V. y P. Vorabutr (1981). *Drilling and Drilling Fluids*. Vol 11, *Developments in Petroleum Science*, Elsevier Scientific Publishing Company, 767.

Cocanower, R. D., Morris B. P., y Dillingham M. (1969). Computerized temperature decay- An asset to temperature logging. *Journal of Petroleum Technology*, 21, 933-941.

Cooper, L. R. y Jones, C., (1959). The determination of virgin strata temperatures from observations in deep survey boreholes. *Geophysical Journal of Royal Astronomy Society*, 2, 116-131.

Da-Xin, L. (1986). Non-linear fitting method of finding equilibrium temperature from BHT data. *Geothermics*, 15, 657-664.

Del Río, J. A., Zimmerman, R. W. y Dawe, R. A. (1998) Formula for the conductivity of a two-component material based on the reciprocity theorem. *Solid State Communications*, v 106, 4, 183-186.

Dickson, M. H. y M. Fanelli (2004). (cited 2007). What is Geothermal Energy? [<http://iga.igg.cnr.it/geo/geoenergy.php>.]

DiPippo, R. (2005). *Geothermal Power Plants: Principles, applications and case Studies*. Elsevier Advanced Technology, 450.

Dowdle, W. L. y Cobb W.M. (1975). Static formation temperature from well logs – An empirical method. *Journal of Petroleum Technology*, 27, 1326-1330.

Eppelbaum, L. V. y Kutasov I.M. (2006). Determination of formation temperatures from temperature logs in deep boreholes: comparison of three methods. *Journal of Geophysics and Engineering*, 3, 348-355.

Espinoza Ojeda Orlando Miguel (2007). Evaluación de métodos analíticos para la estimación de temperaturas estabilizadas en pozos geotérmicos. Tesis de Maestría. UNAM. CIE.

Fertl W H and Wichmann P A (1977) How to determine static BHT from well log data. *World Oil* **184** 105-106.

Fomin, S., Chugunov V., y Hashida T. (2003). Analytical modelling of the formation temperature stabilization during the borehole shut-in period. *Geophysical Journal International*, 155, 469-478.

García, A., Santoyo E., Espinosa G., Hernandez I., y Gutierrez H. (1998). Estimation of temperatures in geothermal Wells during circulation and shut-in in the presence of lost circulation. *Transport in porous Media*, 33, 103-127.

Gogoi, R. y Kutasov I. M. (1987). Temperature distribution around an uncased well with a history of variations in wellbore temperature. Unsolicited. *Society of Petroleum Engineers*, 1-34.

Gómez Arias Efraín (2008). Evaluación estadística y reológica de la viscosidad en fluidos de perforación geotérmicos y su implicación en el cálculo del coeficiente de transferencia de calor convectivo. Tesis de maestría, UNAM CIE.

Gómez A. E., Andaverde J., Santoyo E. y Urquiza G. (2009). Determinación de la viscosidad y su incertidumbre en fluidos de perforación usados en la construcción de pozos geotérmicos: aplicación en el campo de Los Humeros, Puebla, México, *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, v 26, num 2, 516-529.

Horner, D. R. (1951). Pressure build-up in wells. In: *Proceedings of the 3^d World Petroleum Congress*, The Hague, The Netherlands, 503-521.

Hassan, A. R. y C. S. Kabir (1991) Heat transfer during two-phase flow in wellbores: Part I. Formation temperature. In: *Proceedings of the SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Dallas, Texas, October 6-9, 469-478.

Hassan, A. R. y C. S. Kabir (1994). Static reservoir temperature determination from transient data after mud circulation. *SPE Drilling y Completion*, 9, 17-24.

Hyodo, M. y S. Takasugi (1995). Evaluation of the curve-fitting method and the Horner-plot method for estimation of the true formation temperature using temperature recovery logging data. In: *Proceedings of the 20th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering*, Stanford University, Stanford, California, January 24-26, 23-29.

Jaeger, J. C. (1961). The effect of the drilling fluid on the temperatures measured in bore holes. *Journal of Geophysical Research*, 66, 563-569.

Kabir, C. S., Del Signore A. G., Hasan A. R., y Al-Dashti Q. (1997). Establishing geothermal gradient using a new static temperatura analysis method. In: Proceedings of the *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, San Antonio, Texas, October 5-8, 267-274.

Kritikos, W. P. y Kutasov I. M. (1988). Two-point method for determination of undisturbed reservoir temperature. *SPE Formation Evaluation*, 3, 222-226.

Kumar A., Saboo, S. Sheth, S. Pilehvari, A. y Serth, R. (2000) Correlation of rheometric Data and hydraulic calculations using rational polynomials. *Chemical Engineering Comm.*, 183, 99-117.

Kutasov, I. M (1999). *Applied Geothermics for Petroleum Engineers*. First ed. Elsevier Scientific Publishing Company, 347.

Kutasov, I. M (2003). Dimensionless temperature at the wall of a infinite cylindrical source with a constant heat flow rate. *Geothermics*, 32, 63-68.

Kutasov, I.M. y Eppelbaum L.V. (2005). Dtermination of formation temperature from bottom-hole temperature logs-a generalized Horner method. *Journal of Geophysics and Engineering*, 2, 90-96.

Lachenbruch, A. H. y Brewer M. C. (1959). Dissipation of the temperature effect of drilling a well in Arctic Alaska. *Geological Survey*. United States Government Printing Office, 68-111.

Lampe C. y Pearson M. (2002). Advective cooling within sedimentary rift basins-application to the Upper Rhinegraben (Germany). *Marine and Petroleum Geology*, 19, 361-375.

Leblanc, Y., Pascoe L. J., y Jones F. W. (1981). The temperatura stabilization of a borehole. *Geophysics*, 46, 1301-1303.

Lee, T. (1982). Estimation of formation temperature and thermal property from dissipation of heat generated by drilling. *Geophysics*. 47, 1577-1584.

Luheshi, M. N. (1983). Estimation of the formation temperature from borehole measurements. *Geophysic Journal of Royal Astronomy Society*, 74, 747-776.

Manetti, G. (1973) Attainment of temperature equilibrium in holes during drilling. *Geothermics*, 2, 94-100.

Middleton, M. F. (1979). A model for Bottom-hole temperature stabilization. *Geophysics*, 44, 1458-1462.

Middleton, M. F. (1982). Bottom-hole temperature stabilization with continued circulation of drilling mud. *Geophysics*, 47, 1716-1723.

Núñez-Santiago, M. C. Santoyo, E. Bello-Perez, L. A. Santoyo-Gutierrez, S. (2003). Rheological evaluation of non-Newtonian Mexican nixtamalised maize and dry processed masa flours. *Journal of Food Engineering*, 60, 55-66.

Owen T. H. y Orville C. S (1995). *Computational Methods in Chemical Engineering*. Prentice Hall. 461.

Oxburgh, E. R., Richardson S. W., Turcotte D. L. y Hsui A. (1972). Equilibrium Bottom hole temperatures from observation of thermal transients during drilling. *Earth Planet Science Letters*, 19, 612-614.

Parasnis, D.S. (1971). Temperature extrapolation to infinite time in geothermal measurements. *Geophysical Prospecting*, 19, 612-614.

PEMEX, http://desarrollosustentable.pemex.com/files/content/informes_docs

Perrier, J. y Raiga-Clemenceau J. (1984). Temperature measurements in boreholes; in Durand, B., Thermal phenomena in sedimentary basins, Editions Tech., 47-54.

Pilehvari, A. A. y Serth, R.W.(2005) Generalized Hydraulic Calculation Method Using Rational Polynomial Model. *Journal of Energy Resources Technology*, 127, 15-25.

Prnic, Z. (1994). A contribution to the enhanced interpretation of temperature surveys. *Unsolicited. Society of petroleum Engineers*, 1-17.

REN21 Global Status Report 2007.

Ribeiro, F. B. y Hamza V. M. (1986). Stabilization of bottom-hole temperature in the presence of formation fluids flows. *Geophysics*, 51, 410-413.

Rojo, J. (2007). Algebra lineal, Editorial MacGraw-Hill, Madrid, , 596 p.

Roux, B., Sanyal S. K., y Brown S. (1980) An improved approach to estimating true reservoir temperature from transient temperature data. In: Proceedings of the *SPE California Regional Meeting*, Los Angeles, California, April 9-11, 1-8 p.

Sanchez-Upton, P. (2007). Modelado numérico del flujo vertical ascendente de fluidos bifásicos tricomponentes (H₂O-CO₂-NaCl) en pozos geotérmicos. Universidad Nacional Autónoma de México, México. Teiss Doctoral.

Santoyo, E. (1997). Transient numerical simulation of heat transfer processes during drilling of geothermal wells. PH. D. thesis, University of Salford, UK.

Santoyo E. y Barragán-Reyes R. M. (2010) Energía geotérmica. *Ciencia*, 61, 2, 40-51.

Santoyo, E., García A., Espinosa G., Hernandez I., y Santoyo S. (2000). STATIC_TEMP: a useful computer code for calculating static formation temperatures in geothermal Wells. *Computers y Geosciences*, 26, 201-217.

Santoyo, E., Santoyo-Gutiérrez S., García A., Espinosa G., y Moya S.L. (2001). Rheological property measurement of drilling fluids used in geothermal Wells. *Applied Thermal Engineering*, 21, 283-302.

Santoyo, E., García A., Espinosa G., Santoyo-Gutiérrez S., y González-Partida E. (2003). Convective heat-transfer coefficients of non-Newtonian geothermal drilling fluids. *Journal of Geochemical Exploration*, 78-79, 249-255.

Santoyo-Gutiérrez, S., García A., Morales J. M., Perezzyera J., Rosas A.. (1991). Applied technology in the solution of geothermal drilling problems of deep Wells in La Primavera caldera (México). *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 47, 195-208.

Schoepfel, R. J. y Gilarranz S. (1966). Use of well log temperatures to evaluate regional geothermal gradients. *Journal of Petroleum Technology*, 18, 667-673.

Shen, P. Y. y Beck A. E. (1986). Stabilization of bottom hole temperature with finite circulation time and fluid flow. *Geophysic Journal of royal Astronomy Society*, 86, 63-69

Squier, D. P., Smith D. D., y Dougherty E. L. (1961). Calculated temperature behavior of hot-water injection wells. *Journal of Petroleum Technology*, 14, 436-440.

Timko, D. J. y Ferlt W. H. (1972). How downhole temperatures, pressures affect drilling, part 5, Predicting hydrocarbon environments with wireline data. *World Oil*, 174, 73-88.

Verma, S.P., y Andaverde J. (2006). Coupling of thermal and chemical simulations in a 3-D integrated magma chamber-reservoir model: A new energy research frontier. *Geothermal Energy Research Frontiers*. F. Columbus, Ed., Nova Science Publishers, Inc.

Verma, S.P., J. Andaverde, y E. Santoyo (2006). Statistical evaluation of methods for the calculation of static formation temperatures in geothermal and oil wells using an extension of the error propagation theory. *Journal of geochemical Exploration*, 89, 398-404.