

# UNAM

Universidad Nacional Autónoma de México



Instituto de Astronomía

Centro de Radioastronomía y Astrofísica

## Discos Circunsubestelares

T E S I S

que para obtener el grado académico de

*Doctora en Ciencias (Astronomía)*

presenta

**Lucía Adame Villanueva**

*Directores de Tesis:*

Dr. Jorge Cantó Illa

*IA—UNAM*

Dra. Paola D'Alessio Vessuri

*CRyA—UNAM*



Junio de 2010



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**Imagen de la portada:** La luz de la enana café 2MASS J04381486+2611399 dispersada por su disco. Imagen óptica (en colores falsos) tomada con el filtro F850LP del instrumento WFPC2 a bordo del Telescopio Espacial Hubble (Luhman, Adame, et al. 2007).

# Resumen

Las enanas café, objetos cuya masa no es suficiente para sostener el quemado de hidrógeno (la fuente de energía principal de una estrella en Secuencia Principal), comparten el mismo nacimiento que los objetos estelares: parte de una nube colapsa, formando en su centro un objeto y a su alrededor un disco de gas y de polvo, producto de la conservación de momento angular de la nube primordial. En la llamada fase T Tauri *subestelar*, las enanas café jóvenes comparten las mismas características que las estrellas T Tauri de baja masa: la emisión en el infrarrojo mediano indica la presencia de discos de polvo a su alrededor; tasas de acreción de masa, tan bajas como  $10^{-13} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ , implican que la enana acreta gas del disco, lo cual sólo puede explicarse con la existencia de un disco *turbulento*, e indirectamente, explica la eyección de masa que se ha observado en al menos dos objetos subestelares jóvenes.

En esta tesis hemos modificado los códigos que calculan la estructura vertical de los discos- $\alpha$  irradiados construidos por P. D'Alessio y colaboradores, para ser usados en el contexto subestelar. Debido a la baja luminosidad en rayos-X reportadas para objetos subestelares jóvenes en la región de formación estelar Tauro, es posible que la inestabilidad magnetorrotacional no juegue un papel importante en los discos circunsubestelares, haciendo relevante la turbulencia puramente hidrodinámica; los códigos fueron modificados para poder calcular la estructura vertical detallada de los discos usando la prescripción- $\beta$  para la turbulencia. Usando ambas prescripciones para la turbulencia, estudiamos la estructura de los discos alrededor de enanas café jóvenes: encontramos que existe un comportamiento bimodal en la profundidad óptica total a la radiación subestelar incidente. Los anillos externos de los discos con un alto parámetro de viscosidad turbulenta ( $\alpha$  o  $\beta$ ) se vuelven ópticamente medianos/delgados a la radiación subestelar —diferenciándose efectivamente de los discos alrededor de estrellas jóvenes—, mientras que discos con parámetros pequeños son siempre ópticamente gruesos, emulando el comportamiento esperado para un disco circunestelar. La construcción de modelos evolutivos para la densidad superficial de discos con una variedad de valores para el parámetro de la viscosidad turbulenta confirma la existencia de discos de baja *eficiencia* turbulenta en Tauro, coexistiendo con discos de alta *eficiencia* ( $\alpha \sim 0.01$ ,  $\beta > 10^{-5}$ ). Suponiendo condiciones iniciales similares para los discos circunsubestelares al inicio de la fase T Tauri, los discos de baja eficiencia turbulenta no han evolucionado, por lo cual retienen la masa suficiente para ser detectados a longitudes de onda larga con instrumentos actuales,

mientras que la mayor parte de los objetos no detectados son el resultado de una rápida evolución viscosa, esto es, gran parte de la masa del disco ha sido ya acretada hacia la enana. Si bien la masa límite para la detección milimétrica es impuesta por el instrumento (lo cual hace que exista un sesgo observacional hacia discos circunsubestelares *masivos*), nuestro análisis explica el por qué la mayoría de los discos circunsubestelares son invisibles a una edad tan joven, y por qué un pequeño porcentaje puede ser detectado.

Una parte importante de la tesis fue el modelaje de discos circunsubestelares *peculiares* observados por el Telescopio Espacial Spitzer. Los modelos de emisión permitieron establecer la existencia de un disco de polvo alrededor de un objeto de masa planetaria joven (con una masa menor a  $\sim 15M_J$ ), Cha 110913-773444, el primero en su tipo; este objeto es la primera evidencia de que objetos subestelares con masas *planetarias* pueden albergar discos que posiblemente se conviertan en mini-sistemas extra-solares. También, gracias al modelaje se descubrió el primer disco circunsubestelar con la región interna evacuada de polvo caliente, IC 348 316, el cual constituye la primera evidencia de un disco *en transición* alrededor de una enana café. Finalmente, la primera evidencia de la existencia de discos circunsubestelares de baja eficiencia turbulenta ( $\alpha \sim 10^{-4}$ ) se obtuvo al modelar la emisión multifrecuencias del disco visto casi de canto alrededor de la enana café joven 2MASS J04381486 + 2611399.

# Abstract

Brown dwarfs are objects with mass low enough that they are not capable to ignite or burn hydrogen to account for their luminosity, the characteristic signature of a Main Sequence star. Nevertheless, stars and brown dwarfs share the same birth — the gravitational collapse of a core—, which forms a stellar/substellar object and a disk, the residual product of the conservation of angular momentum. In the so-called *substellar* T Tauri phase, young brown dwarfs share the same phase signatures of classical T Tauri stars: infrared excess emission points to the existence of dusty disks; low mass accretion rates (as low as  $10^{-13} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ ) imply that the central dwarf accretes gas from their surrounding disk, a process feasible due to turbulence within the disk, and indirectly explains mass ejection from the dwarf, a process that has been observed in at least two young substellar objects.

In this thesis, we have modified the detailed vertical structure codes of irradiated  $\alpha$ -disks, constructed by P. D'Alessio and coworkers, in order to use them reliably in the substellar range. Due to low X-ray luminosity reported for young substellar objects in the Taurus star forming region, it is likely that the magneto-rotational instability cannot explain the generation and maintenance of turbulence within circumsubstellar disks, favoring a purely-hydrodynamic turbulence mechanism. Thus, we modify the structure codes to allow to compute the detailed vertical structure of disks under the  $\beta$ -prescription. Using both turbulent viscosity prescriptions ( $\alpha$ - $\beta$ ), we study the physical structure of disks around young brown dwarfs: we find a bimodal behavior for the optical-depth to the substellar radiation. Outermost annuli of disks with high turbulent viscosity parameters become optically moderate-to-thin to substellar radiation, while those disks with low turbulent viscosity parameters are optically thick, emulating a scaled version of the circumstellar accretion disks. The evolutive models for the disk surface density, with a range of turbulent viscosity parameters, confirms the existence of low turbulent *efficiency* disks in Taurus, which coexist with high-*efficiency* circumsubstellar disks. Assuming similar initial disk conditions at the beginning of the T Tauri phase for substellar objects, disks with low-efficiency turbulence remain unchanged, retaining enough mass to be detected at longer wavelengths with current observational limits and techniques. On the other hand, the undetected objects, which comprise the majority of millimeter-surveyed brown dwarfs, are the result of a quick viscous evolution: the brown dwarf has accreted most of the initial disk mass. Even though the millimeter limit mass detection is imposed by the

instrument—which implies an observational bias towards *massive* circumsubstellar disks—, from our analysis we conclude that most of the circumsubstellar disks are undetected due to (turbulent) viscous evolution, while just a handful of disks was detected due to retaining enough mass, a trait explained by the slow evolution of low-efficiency turbulent disks.

Modeling the SED of *peculiar* circumsubstellar disks observed by the Spitzer Space Telescope was an important part of this thesis. SED models allow to confirm the presence of a dusty disk around Cha 110913-773444, the first planetary mass object ( $\lesssim 15M_J$ ) known to harbor a disk. Also, the first evidence of a *transitional* disk—a disk with an inner gap or region evacuated of warm dust,  $\sim 1400\text{K}$ — around a young brown dwarf was discovered when modeling the SED of IC 348 316. Finally, the first evidence of low efficiency, low- $\alpha$  disks around brown dwarfs was discovered when modeling the multi-wavelength observed spectrum+photometry of the young brown dwarf 2MASS J04381486 + 2611399, which has a nearly edge-on disk.

## Agradecimientos

Esta tesis no hubiera existido sin la paciencia de mis dos asesores: Dr. Jorge Cantó y Dra. Paola D'Alessio. A Jorge le agradezco muchas cosas: el haber aceptado ser mi tutor durante la maestría, su gran apoyo durante mis exámenes generales, su manera clara (y preclara) de explicar y adimensionalizar ecuaciones, el dejarme escoger el tema de la tesis, por las becas, por cuestionarme. A Paola porque aceptó ser parte de esta tesis con un correo, porque me prestó su fabuloso código (la médula de la tesis) y me incitó y ayudó a entenderlo. Porque gracias a ella pude tener acceso a los datos del Telescopio Espacial Spitzer. Cada uno desarrolló un aspecto distinto en mi trabajo durante este tiempo: Jorge lo elegante de la teoría, Paola la funcionalidad de lo numérico (¡la desorganización es sólo mía!).

A los sinodales: Dres. Nuria Calvet, William Lee y Luis Felipe Rodríguez, por la pronta lectura (dada la dimensión de la tesis); sus comentarios y sugerencias han sido un valioso aporte a la tesis. Agradezco también a los Dres. Irene Cruz-González, Susana Lizano, Laurent Loinard y Alejandro Raga, por haber aceptado ser propuestos para el sínodo.

A mis maestros durante la maestría, porque gracias a ellos tuve mi primer acercamiento con la astronomía y porque me dieron las bases para entender mi tema de tesis. En especial, agradezco a William haber sido mi tutor de facto durante la preparación de los exámenes generales: su apoyo fue fundamental.

Agradezco a los Dres. James Muzerolle y Kevin Luhman por sus datos del *Spitzer*, por permitirme modelar los discos circunsubestelares de sus observaciones. A Nuria por haberme invitado a Michigan, por ofrecerme la posición postdoctoral, por su amplio conocimiento que no duda en compartir, y porque también aprendí de astronomía gracias las discusiones durante el proceso del modelaje y de la escritura.

Al Instituto de Astronomía por otorgar las facilidades físicas a través de la Comisión de Docencia, el Departamento de Cómputo y Biblioteca (Eloísa Villanueva, Verónica Mata y Gloria X. Pérez) durante mi estancia en el Instituto. También al personal de limpieza, de vigilancia y de teléfonos del Instituto, parte esencial para el funcionamiento del IA. Al Posgrado en Astronomía y la Comisión de Posgrado, y al personal de la oficina de Posgrado por su ayuda eficiente. Al Centro de Radioastronomía y Astrofísica (y su Departamento de Cómputo), por el espacio otorgado durante mis estancias con Paola y por la cuenta de cómputo que me permitió usar los procesadores del Centro. También agradezco a Enrique Vázquez-Semanedi por permitir el uso del cluster de Linux `nostromo`.

La divulgación del descubrimiento del disco alrededor de Cha 110913-773444 fue una tarea importante realizada por Rolando Ísita. Gracias por el apoyo durante esa semana de entrevistas y comunicados, y porque gracias a su trabajo, la astronomía puede llegar, impactar y enamorar a las personas.

Esta tesis es el fruto de una serie de apoyos económicos: la beca otorgada por la Fundación Telmex; beca otorgada a través del programa Apoyos Integrales para la Formación de



Doctores en Ciencia y la beca para estudios de maestría y doctorado, ambos de CONACyT (número de registro 172854) y, por último, la beca recibida a través del programa Fomento a la Graduación de los Alumnos de Posgrado de la UNAM.



*A black cat crossing your path signifies that the animal is going somewhere.*

Groucho Marx

La omisciente banda pava (los Arys, los Alenkos, Lirio, Vero, Mario, Juan y los extemporáneos Raquel y los Yaris). Lirio porque fue mi compañera de oficina, por honesta, consecuente y saber escuchar, porque gracias a ella, el mítico correo de aclaraciones es mítico y épico. Mario por intentar culturizarme, por las óperas, los museos y la música que eleva el coeficiente intelectual, por la comida y por su malentendido sazón. Juan por contarme con detalle no solicitado su vida *disipada*, por ser doble espía y porque algún día escribiré un *best-seller* sobre las once mil primas. A los Arys (Liliana+Ary) por intervenir y llevarme de retiro espiritual a Xalapa, pero antes, por su enorme ayuda durante los preparativos intensos de la boda y después, por cuidarme con caldos caseros durante mi gran reacción alérgica a quién sabe qué. A todos por las comidas, los cuantiosos aldebaranes perdidos en chismes, los viajes, las bodas y los divorcios, las borracheras sanas, los pleitos velados y las subsecuentes aclaraciones, por la boda cero de la influenza AH1N1 gracias a la caipirinha de Giovanni y a la épica despedida organizada por Liliana, Vero et al (2009). Por el beso mitológico que Tomás recibió. Triki ti triki trán. A los compañeros durante la maestría —Eric, Eduardo, Primož, Giovanni, por aligerar las clases, el tiempo y el gatomacho—, y a los estudiantes del IA porque sí.

A la banda *virtual*: Caro, Estela, la *otra* Lucía. Porque comprendieron mi desapego durante estos últimos años, por los reencuentros, porque me hicieron partícipe a la distancia del nacimiento de sus hijos, porque comparten su vida conmigo, aunque estemos muy lejos. Porque siempre tienen palabras de aliento, porque se estresaban conmigo por la tesis y chillaban conmigo y yo con ellas por los problemas. A Edith y a Estela, las expertas en el lenguaje español, por la discusión sobre si se escribe *enanas cafés* o *enanas café*. No entendí sus explicaciones lingüísticas, pero lo correcto es *enanas café*, aunque ambas formas se aceptan todavía... al parecer.

A José Antonio y Paty (y Pablito), por la tortilla de papa en cada una de las comidas para glotones, por preocuparse y por el departamento.

No sólo Paola fue mi mentora académica; también estuvo al pendiente de mis desastres personales y permaneció al otro lado de la línea telefónica o de la computadora para escucharme, leerme, aconsejarme, guiarme, a pesar de la circunstancia y siempre con una actitud feliz y desparpajada que le envidio. Es una mujer cálida, luchadora, generosa y sabia, sobre todo sabia, a la cual quiero mucho. A Javier, por cuidar a Paola y por su apoyo logístico.

Gracias a mis padres pudimos (y pude) sobrevivir las épocas de recesión. Espero que no me cobren todo lo que invirtieron en mi educación, porque no podría pagarles —al menos no ahora. A mi madre la mía porque cada vez que hablaba para contarme las tragedias no tan griegas de mi familia, se acordaba de preguntarme: “¿Y la tesis para cuándo? ¡Hace un año que me dijiste que en marzo!”. A mi padre por haberme heredado esa capacidad de reducir la verborrea al mínimo cuando se trata de hablar, pero al parecer eso no se transmitió a la palabra escrita (y esta tesis es prueba contundente de que mi madre la mía ganó una batalla). Gracias a ambos soy *científica*: todos esos libros que nos dieron cuando era niña sí tuvieron impacto. Mis padres y mis hermanas

también merecen mi agradecimiento eterno por cuidar de Naida como si fuera su propia hija, y a Marifa por diariamente pelear y contentarse inmediatamente con Naida.

A Naida, quien desde que nació no ha hecho más que maravillarme, sorprenderme. Tanta distancia y tanto tiempo sin ella no es fácil de soportar, nunca lo será. Pero este trabajo, esta tesis, y (casi) todo lo que hago, es para ella, para que su futuro sea brillante, para que cuando sea grande pueda decidir. Para que en un futuro mejor vivamos juntas y podamos querernos-odiarnos-querernos como madre-hija normales. La quiero y la amo, es mi primer amor. Y porque, cuando me equivoqué al explicarle las fases de la Luna, su respuesta fue regalarme un libro de astronomía para niños. Es la hija que siempre quise tener.

Tomás. El mejor y el peor compañero de oficina. Mi mejor amigo desde la maestría, mi compañero durante el doctorado, mi amor durante esta vida. Porque me mantuvo a flote durante los episodios oscuros, porque los comprendió y no los negó. Porque siempre pude llorar hasta hartarme con él, porque me permite y consiente todo comportamiento atrozmente infantil, porque también me ha hecho madurar y pensar en un futuro, nuestro futuro. Por el diálogo interminable que transcurre, por el momento, en correos, en videoconferencias, por teléfono, en mis sueños. Por mantener la suciedad de nuestro departamento y mi desorden a raya, por la comida sabrosa que cocina, porque come con gusto mis experimentos culinarios. Le agradezco el que haya leído la tesis y los artículos, aunque se haya quejado durante el espinoso proceso. Su apoyo y amor, constantes aunque nos separe medio continente o un océano, fueron importantes para que escribiera y terminara esta larga, larguísima tesis. Porque quiere mucho a Naida y la consiente demasiado, es el mejor *padre alternativo* en el mundo. Por la ventana del baño que rompieron mientras me bañaba, por los humanoides contruidos con ropa que creo fungían como espantapájaros aunque no espantaban nada, por los videos con experimentos pseudocientíficos, por nuestras gripes al mismo tiempo los tres y nuestros viajes/excursiones que nos regalaron pies adoloridos y cansancio feliz. Porque no somos la familia perfecta según el DRAE y las buenas conciencias, pero nos queremos y nos divertimos cuando estamos juntos, y aunque no es suficiente el tiempo, lo será. A Naida y Tomás está dedicada la tesis.



# Índice general

Índice de figuras	XIV
Índice de tablas	XXI
Nomenclatura	XXIII
<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
1.1. ¿Qué es una enana café?	4
1.2. La fase <i>T Tauri</i> en el regimen subestelar	5
1.2.1. Signos de Acreción	9
1.2.1.1. Variabilidad periódica	9
1.2.1.2. Acreción	10
1.2.1.3. Variabilidad irregular	11
1.2.2. Signos de eyección de masa	11
1.2.3. Emisión en exceso en el infrarrojo y longitudes de onda milimétricas	13
1.3. Motivación y descripción de la tesis	14
<b>2. Ecuaciones fundamentales</b>	<b>19</b>
2.1. Introducción	19
2.2. Ecuaciones de Reynolds	22
2.3. Ecuación de Continuidad	23
2.4. Ecuaciones para el flujo de momento	25
2.4.1. Hipótesis de Boussinesq	27
2.4.2. Componente azimutal de la ecuación de momento	29
2.4.3. Conservación de momento angular	31
2.4.4. Componente vertical de la ecuación de momento	34

---

2.4.5.	Componente radial de la ecuación de momento . . . . .	36
2.5.	Ecuación de energía . . . . .	36
2.5.1.	Disipación de energía cinética turbulenta . . . . .	39
<b>3.</b>	<b>Ecuaciones de estructura vertical detallada</b>	<b>41</b>
3.1.	Introducción . . . . .	41
3.2.	Fuentes de calentamiento del disco . . . . .	41
3.2.1.	Rayos cósmicos . . . . .	42
3.2.2.	Decaimiento radiactivo <i>in situ</i> . . . . .	44
3.2.2.1.	El isótopo $^{26}\text{Al}$ . . . . .	44
3.2.2.2.	El isótopo $^{60}\text{Fe}$ . . . . .	45
3.2.3.	Calentamiento del disco turbulento . . . . .	46
3.3.	Transporte de energía . . . . .	47
3.3.1.	Transporte radiativo . . . . .	47
3.3.2.	Conducción y advección turbulenta de calor . . . . .	48
3.3.3.	<i>Convección</i> de energía cinética turbulenta . . . . .	50
3.3.4.	Convección . . . . .	50
3.3.5.	Flujo total de energía . . . . .	52
3.4.	Ecuaciones de estructura . . . . .	53
3.5.	Modelos algebraicos para la viscosidad turbulenta . . . . .	54
3.5.1.	Prescripción $\alpha$ . . . . .	54
3.5.1.1.	Intestabilidad magneto-hidrodinámica . . . . .	55
3.5.2.	Prescripción $\beta$ . . . . .	56
3.5.2.1.	Turbulencia hidrodinámica . . . . .	58
3.6.	Autogravedad . . . . .	59
3.7.	Disco delgado . . . . .	59
<b>4.</b>	<b>Estructura de los discos turbulentos</b>	<b>63</b>
4.1.	Introducción . . . . .	63
4.2.	Códigos utilizados . . . . .	64
4.3.	Disco $\alpha$ . . . . .	67
4.3.1.	Estructura Vertical . . . . .	67
4.3.1.1.	Temperatura . . . . .	67
4.3.1.2.	Presión . . . . .	71
4.3.1.3.	El efecto de la inclusión del calentamiento debido a la ionización de $\text{H}_2$ . . . . .	73
4.3.1.4.	Efecto de modificar el valor de la presión superficial . . . . .	74
4.3.2.	Estructura radial . . . . .	75

---

4.3.2.1.	Profundidades ópticas y opacidades . . . . .	79
4.3.2.2.	Temperaturas . . . . .	81
4.3.2.3.	Alturas . . . . .	87
4.3.2.4.	Densidad superficial de masa . . . . .	91
4.3.2.5.	Geoméricamente mediano vs geoméricamente delgado . . . . .	95
4.3.3.	Disco- $\alpha$ subestelar . . . . .	96
4.4.	Disco $\beta$ . . . . .	98
4.4.1.	Resultados . . . . .	99
4.4.2.	Opacidades y profundidades ópticas . . . . .	99
4.4.3.	Temperaturas . . . . .	102
4.4.3.1.	Estructura vertical . . . . .	102
4.4.3.2.	Estructura radial . . . . .	103
4.4.3.3.	Inclusión de calentamiento por la ionización de H <sub>2</sub> . . . . .	104
4.4.4.	Densidad superficial . . . . .	106
4.4.4.1.	Inclusión de calentamiento por la ionización de H <sub>2</sub> . . . . .	107
4.4.5.	Alturas características . . . . .	108
4.4.6.	Aproximación de disco delgado . . . . .	109
4.5.	Comparación de la estructura radial de los discos $\alpha$ y $\beta$ . . . . .	111
4.5.1.	Profundidades ópticas . . . . .	111
4.5.2.	Temperaturas características . . . . .	112
4.5.3.	Densidad superficial . . . . .	113
4.5.4.	Masa de los discos turbulentos . . . . .	113
4.5.4.1.	Autogravedad y parámetro de Toomre . . . . .	115
4.5.4.2.	Alturas características . . . . .	116
<b>5.</b>	<b>Irradiación subestelar</b> . . . . .	<b>121</b>
5.1.	Introducción . . . . .	121
5.2.	Irradiación externa . . . . .	122
5.2.1.	Dispersión isotrópica y calentamiento del disco por irradiación externa . . . . .	122
5.2.2.	Flujo de irradiación para un disco curvo . . . . .	124
5.3.	Calentamiento del disco turbulento irradiado y conservación de energía . . . . .	126
5.4.	Códigos utilizados . . . . .	127
5.5.	Estructura radial de los discos turbulentos irradiados . . . . .	128
5.5.1.	Profundidades ópticas . . . . .	128
5.5.2.	Temperaturas . . . . .	131
5.5.2.1.	Temperatura central . . . . .	134

---

5.5.2.2.	Temperatura de la fotosfera del disco . . . . .	138
5.5.2.3.	Temperatura de la superficie del disco . . . . .	140
5.5.3.	Alturas y coseno del ángulo de incidencia de la radiación . . . . .	142
5.5.4.	Densidad Superficial, Masa y Parámetro de Toomre . . . . .	148
5.5.4.1.	Densidad superficial . . . . .	148
5.5.4.2.	Masas . . . . .	149
5.5.4.3.	Estabilidad gravitacional y Autogravedad . . . . .	151
5.5.4.4.	Escalas de tiempo características . . . . .	153
5.5.5.	Valor de $\alpha$ , $\beta$ . . . . .	155
5.5.6.	Desviaciones al modelo fiduciario . . . . .	156
5.5.6.1.	Aproximación de disco delgado . . . . .	156
5.5.6.2.	Presión superficial . . . . .	160
5.6.	Variación del parámetro de reducción del polvo $\epsilon$ . . . . .	161
5.6.1.	Alturas y coseno del ángulo de incidencia . . . . .	164
5.6.1.1.	Variando $P_\infty$ . . . . .	167
5.6.2.	Profundidades ópticas . . . . .	169
5.6.2.1.	Profundidad óptica total a la radiación estelar . . . . .	169
5.6.2.2.	Promedio de Rosseland . . . . .	171
5.6.2.3.	Promedio de Planck . . . . .	172
5.6.3.	Temperaturas . . . . .	173
5.6.3.1.	Temperatura superficial . . . . .	173
5.6.3.2.	Temperatura central . . . . .	173
5.6.3.3.	Temperatura promedio . . . . .	175
5.6.4.	Densidad superficial . . . . .	176
5.6.4.1.	Valor de $\gamma$ . . . . .	178
5.6.4.2.	Masa del disco . . . . .	179
5.6.5.	Viscosidad turbulenta y escalas de tiempo características . . . . .	181
5.6.6.	Estabilidad y autogravedad . . . . .	182
<b>6.</b>	<b>Emisión de los discos</b> . . . . .	<b>185</b>
6.1.	Introducción . . . . .	185
6.2.	Modelos sintéticos para la emisión . . . . .	186
6.2.1.	Intensidad y flujo emergente del disco turbulento irradiado: aproximaciones . . . . .	186
6.2.1.1.	Intensidad monocromática emergente . . . . .	186
6.2.1.2.	Flujo monocromático emergente . . . . .	190
6.2.1.3.	Anillos ópticamente gruesos, $\tau_R \gg 1$ y $\tau_v \gg 1$ . . . . .	190

6.2.1.4.	Flujo ópticamente delgado, $\tau_R \ll 1$ y $\tau_V \ll 1$ . . . . .	190
6.2.1.5.	Bandas de silicatos . . . . .	191
6.2.1.6.	Opacidades monocromáticas e índice espectral . . . . .	192
6.2.2.	Variación en el parámetro de viscosidad turbulenta . . . . .	194
6.2.3.	Variación en el parámetro de reducción del polvo . . . . .	197
6.2.4.	El disco- $\alpha$ comparado con el disco- $\beta$ . . . . .	200
6.2.5.	Ingredientes para modelar la emisión de los discos . . . . .	204
6.3.	Mediana observacional de Tauro . . . . .	205
6.3.1.	Modelos sintéticos, mediana con flujo milimétrico . . . . .	217
6.3.1.1.	Discos- $\alpha$ . . . . .	218
6.3.1.2.	Discos- $\beta$ . . . . .	222
6.3.1.3.	Mediana sin flujo milimétrico . . . . .	226
<b>7.</b>	<b>Discos de alta/baja eficiencia turbulenta</b> . . . . .	<b>229</b>
7.1.	Introducción . . . . .	229
7.2.	Enanas de Tauro sin flujo reportado en el milimétrico . . . . .	229
7.3.	Enanas con flujo reportado en el milimétrico . . . . .	233
7.3.1.	Disco- $\alpha$ irradiado . . . . .	233
7.3.2.	Disco- $\beta$ irradiado . . . . .	240
7.4.	Evolución temporal de los discos turbulentos . . . . .	243
7.4.1.	Discos- $\alpha$ , caso $\gamma = 1$ . . . . .	245
7.4.1.1.	Densidad superficial $\Sigma(R, t)$ y tasa de acreción $\dot{M}(R, t)$ . . . . .	245
7.4.1.2.	Masa del disco . . . . .	248
7.4.1.3.	Tasa de acreción de masa hacia la enana . . . . .	250
7.4.1.4.	Radios característicos del disco . . . . .	252
7.4.1.5.	Discos- $\alpha$ , $\gamma \neq 1$ . . . . .	254
7.4.2.	Discos- $\beta$ . . . . .	259
7.4.2.1.	Densidad superficial $\Sigma(R, t)$ y tasa de acreción $\dot{M}(R, t)$ . . . . .	259
7.4.2.2.	Masa del disco . . . . .	261
7.4.2.3.	Tasa de acreción de masa a la enana . . . . .	263
7.4.2.4.	Radios característicos . . . . .	265
7.4.2.5.	Disco- $\beta$ , $\gamma \neq 1/2$ . . . . .	266
7.5.	Discos de baja/alta eficiencia turbulenta . . . . .	270
<b>8.</b>	<b>Conclusiones</b> . . . . .	<b>273</b>
8.1.	Trabajo realizado . . . . .	273
8.2.	Resultados . . . . .	274



---

8.3. Trabajo futuro . . . . .	279
<b>A. Opacidad del polvo</b>	<b>285</b>
A.1. Modelo de Draine & Lee . . . . .	287
<b>B. Transferencia radiativa en una atmósfera dispersora.</b>	<b>289</b>
B.1. Planteamiento del problema . . . . .	289
B.1.1. Funciones fase . . . . .	291
B.2. Aproximación $\delta$ -E(N) . . . . .	292
B.2.1. Momentos de la ecuación de transferencia . . . . .	293
B.2.2. Opacidades y factor de asimetría . . . . .	294
B.3. La pared de polvo . . . . .	296
B.3.1. Campo de fotones incidente . . . . .	297
B.3.2. Campo difuso de fotones . . . . .	300
B.3.2.1. Caso isotrópico . . . . .	300
B.3.3. Estructura de temperaturas y localización radial de la pared . . . . .	300
B.3.3.1. Caso isotrópico . . . . .	303
B.3.4. Múltiples fuentes de irradiación externa . . . . .	303
<b>C. Modelos publicados</b>	<b>305</b>
C.1. Disco alrededor de un objeto de masa planetaria . . . . .	305
C.2. Discos <i>en transición</i> alrededor de objetos subestelares . . . . .	311
C.3. Disco visto casi de canto alrededor de una enana café . . . . .	320
<b>Referencias</b>	<b>339</b>

## Índice de figuras

1.1. Clasificación espectral en el infrarrojo para objetos jóvenes. A . . . . .	6
1.2. Clasificación espectral en el infrarrojo para objetos jóvenes. B . . . . .	7
1.3. La fase T Tauri en enanas café jóvenes. . . . .	8
1.4. Esquema de las regiones de formación de los vientos. . . . .	12
2.1. Flujo turbulento en Júpiter . . . . .	20
2.2. Geometría cilíndrica para el disco . . . . .	21
2.3. Descomposición de Reynolds . . . . .	22
2.4. Acreción de masa del disco hacia la estrella . . . . .	25
2.5. El tensor de Reynolds en geometría cilíndrica . . . . .	28
2.6. Componente azimutal del tensor de Reynolds . . . . .	30
4.1. Corte vertical del disco circunsubestelar . . . . .	66
4.2. Estructura vertical de temperatura para el modelo de referencia $m0\alpha$ . . . . .	70
4.3. Estructura vertical de presión para el modelo $m0\alpha$ . . . . .	73
4.4. Efecto del calentamiento por la ionización de $H_2$ en la estructura vertical de temperatura y de presión de un disco turbulento . . . . .	75
4.5. Estructura vertical de temperatura y de presión, variando $P_\infty$ . . . . .	76
4.6. Profundidad óptica total promedio de Rosseland y promedio de Planck, variando $\alpha$ . . . . .	79
4.7. Variación radial de las opacidades promedio de Rosseland y promedio de Planck para el modelo $m0\alpha$ . . . . .	81
4.8. Profundidades ópticas totales promedio de Rosseland y promedio de Planck, para el disco turbulento calentado por la ionización de $H_2$ . . . . .	82
4.9. Estructura radial de temperatura, variando $\alpha$ . . . . .	84

4.10. Comparación de las temperaturas, disco turbulento y disco turbulento calentado por la ionización de $H_2$ . . . . .	85
4.11. Efecto de la convección en la temperatura central de un disco turbulento . . . . .	87
4.12. Aproximaciones analíticas para la temperatura central, disco turbulento y disco turbulento calentado por la ionización de $H_2$ . . . . .	88
4.13. Aproximaciones analíticas para la temperatura superficial, disco turbulento y disco turbulento calentado por la ionización de $H_2$ . . . . .	89
4.14. Alturas características del disco calentado por la ionización de $H_2$ , variando $\alpha$ . . . . .	90
4.15. Alturas características, variando $\alpha$ . . . . .	91
4.16. Densidad superficial total del disco, $2 \times \Sigma_\infty$ , calentado por la ionización de $H_2$ , variando el parámetro $\alpha$ . . . . .	92
4.17. Comparación de la densidad superficial total del disco, $2 \times \Sigma_\infty$ , para un disco totalmente turbulento y un disco turbulento calentado por la ionización de $H_2$ , variando el parámetro $\alpha$ .	93
4.18. Aproximaciones analíticas para la densidad superficial total del disco, $2 \times \Sigma_\infty$ , para un disco turbulento y un disco turbulento calentado por la ionización de $H_2$ . . . . .	94
4.19. Altura de la superficie del disco en la aproximación de disco delgado . . . . .	96
4.20. Disco turbulento esquematizado . . . . .	97
4.21. Variación radial de las opacidades promedio de Rosseland y de Planck, disco- $\beta$ . . . . .	100
4.22. Variación radial de las opacidades promedio de Rosseland y de Planck, disco- $\beta$ , calentado por la ionización de $H_2$ . . . . .	101
4.23. Variación radial de las profundidades ópticas promedio de Rosseland y promedio de Planck, disco $\beta$ . . . . .	101
4.24. Variación radial de las profundidades ópticas promedio de Rosseland y promedio de Planck, disco $\beta$ calentado por la ionización de $H_2$ . . . . .	102
4.25. Temperaturas características del disco turbulento $\beta$ , variando el parámetro de viscosidad $\beta$ . .	104
4.26. Temperaturas características, disco- $\beta$ calentado por la ionización de $H_2$ , variando $\beta$ . . . . .	106
4.27. Densidad total superficial, disco- $\beta$ . . . . .	107
4.28. Comparación de la densidad superficial total del disco, $2 \times \Sigma_\infty$ , para un disco- $\beta$ y un disco turbulento calentado por la ionización de $H_2$ , variando el parámetro $\beta$ . . . . .	108
4.29. Alturas características del disco, variando $\beta$ . . . . .	110
4.30. Alturas características para el disco- $\beta$ calentado por la ionización de $H_2$ . . . . .	110
4.31. Alturas máximas para discos- $\beta$ , variando diversos parámetros . . . . .	111
4.32. Variación radial de las profundidades ópticas promedio de Rosseland y promedio de Planck, disco- $\beta$ vs disco- $\alpha$ . . . . .	112
4.33. Temperaturas características, disco- $\beta$ vs disco- $\alpha$ . . . . .	113
4.34. Comparación de la densidad superficial total del disco, $2 \times \Sigma_\infty$ , disco- $\beta$ vs disco- $\alpha$ . . . . .	114

4.35. Comparación de la masa cumulativa, disco- $\beta$ vs disco- $\alpha$ . . . . .	114
4.36. Criterio de Pringle, disco- $\beta$ vs. disco- $\alpha$ . . . . .	115
4.37. Parámetro de Toomre, disco- $\beta$ vs. disco- $\alpha$ . . . . .	116
4.38. Alturas características, disco- $\beta$ vs. disco- $\alpha$ . . . . .	117
5.1. Esquema de la irradiación de un disco curvo . . . . .	125
5.2. Profundidades ópticas totales de un disco- $\alpha$ irradiado, variando el parámetro- $\alpha$ . . . . .	129
5.3. Profundidades ópticas totales de un disco- $\alpha$ irradiado, variando el parámetro- $\beta$ . . . . .	130
5.4. Estructura radial de las temperaturas características para los discos turbulentos irradiados de referencia . . . . .	131
5.5. Estructura radial de las temperaturas características para un disco- $\alpha$ irradiado, variando el parámetro- $\alpha$ . . . . .	132
5.6. Estructura radial de las temperaturas características para un disco- $\beta$ irradiado, variando el parámetro- $\beta$ . . . . .	133
5.7. Estructura radial de la temperatura central para un disco- $\alpha$ irradiado, variando el parámetro- $\alpha$ . . . . .	137
5.8. Estructura radial de la temperatura central para un disco- $\beta$ irradiado, variando el parámetro- $\alpha$ . . . . .	138
5.9. Estructura radial de la temperatura fotosférica para un disco- $\alpha$ irradiado, variando el parámetro- $\alpha$ . . . . .	139
5.10. Estructura radial de la temperatura fotosférica para un disco- $\beta$ irradiado, variando el parámetro- $\beta$ . . . . .	140
5.11. Estructura radial de la temperatura superficial para los discos $\alpha$ y $\beta$ irradiados, variando los parámetros $\alpha$ y $\beta$ . . . . .	142
5.12. Estructura radial de las alturas características para un disco- $\alpha$ irradiado de referencia . . . . .	143
5.13. Estructura radial de las alturas características para un disco- $\alpha$ irradiado, variando $\alpha$ . . . . .	144
5.14. Estructura radial de las alturas características para un disco- $\beta$ irradiado, variando $\beta$ . . . . .	145
5.15. Estructura radial de las alturas características para los discos turbulentos irradiados, normalizadas en la escala de altura del gas, variando $\alpha$ y $\beta$ . . . . .	146
5.16. Estructura radial de $\mu_0$ para los discos turbulentos irradiados, variando los parámetros $\alpha$ y $\beta$ . . . . .	147
5.17. Estructura radial de la densidad superficial para los discos turbulentos irradiados variando los parámetros $\alpha$ y $\beta$ . . . . .	149
5.18. Estructura radial de la densidad superficial, masa, parámetro de Toomre y criterio de Pringle para un disco- $\alpha$ irradiado, variando el parámetro- $\alpha$ . . . . .	152
5.19. Estructura radial de la densidad superficial, masa, parámetro de Toomre y criterio de Pringle para un disco- $\beta$ irradiado, variando el parámetro- $\beta$ . . . . .	153
5.20. Estructura radial del tiempo de difusión turbulenta , para discos $\alpha$ y $\beta$ irradiados . . . . .	155
5.21. Alturas características de los discos- $\alpha$ irradiados delgados . . . . .	157

5.22. Alturas características de los discos- $\beta$ irradiados delgados . . . . .	158
5.23. Coseno del ángulo de incidencia de la radiación sobre los discos turbulentos irradiados delgados	159
5.24. Estructura radial del parámetro de Pringle para los discos turbulentos irradiados . . . . .	159
5.25. Alturas características de los discos turbulentos irradiados, variando $P_\infty$ . . . . .	160
5.26. Coseno del ángulo de incidencia de la radiación sobre los discos turbulentos irradiados, variando $P_\infty$ . . . . .	161
5.27. Estructura radial del parámetro de Pringle para los discos turbulentos irradiados, variando $P_\infty$	161
5.28. Esquema de la distribución vertical del polvo en un disco asentado. . . . .	162
5.29. Alturas características y coseno del ángulo de incidencia para un disco- $\alpha$ irradiado, variando el parámetro $\epsilon$ . . . . .	165
5.30. Alturas características y coseno del ángulo de incidencia para un disco- $\beta$ irradiado, variando el parámetro $\epsilon$ . . . . .	166
5.31. Alturas características y coseno del ángulo de incidencia para un disco- $\alpha$ irradiado, variando el parámetro $\epsilon$ . $P_\infty = 10^{-8}$ din cm <sup>-2</sup> . . . . .	168
5.32. Alturas características y coseno del ángulo de incidencia para un disco- $\beta$ irradiado, variando el parámetro $\epsilon$ . $P_\infty = 10^{-8}$ din cm <sup>-2</sup> . . . . .	169
5.33. Estructura radial de las profundidades ópticas totales para los discos $\alpha$ irradiados, variando el parámetro $\epsilon$ . . . . .	170
5.34. Estructura radial de las profundidades ópticas totales para los discos $\beta$ irradiados, variando el parámetro $\epsilon$ . . . . .	172
5.35. Estructura radial de las temperaturas características para los discos- $\alpha$ irradiados, variando el parámetro $\epsilon$ . . . . .	174
5.36. Estructura radial de las temperaturas características para los discos- $\beta$ irradiados, variando el parámetro $\epsilon$ . . . . .	175
5.37. Estructura radial de la densidad superficial y masa para los discos- $\alpha$ irradiados, variando $\epsilon$ . .	177
5.38. Estructura radial de la densidad superficial y masa para los discos- $\beta$ irradiados, variando $\epsilon$ . .	177
5.39. Perfil de densidad superficial de los discos turbulentos . . . . .	178
5.40. Variación radial de la viscosidad turbulenta, de la rapidez de difusión y del tiempo de difusión turbulenta . . . . .	183
5.41. Variación radial de los parámetros de Toomre y de Pringle, disco- $\alpha$ irradiado . . . . .	184
5.42. Variación radial de los parámetros de Toomre y de Pringle, disco- $\beta$ irradiado . . . . .	184
6.1. Esquema de la geometría para el cálculo de la emisión de un anillo . . . . .	187
6.2. Profundidad óptica total y flujo acumulado monocromáticos para los discos turbulentos irradiados	188
6.3. Opacidades monocromáticas para el modelo de polvo del disco . . . . .	193
6.4. SED sintética para los discos turbulentos irradiados, variando $\alpha$ y $\beta$ . . . . .	196

6.5. SED sintética para los discos turbulentos irradiados $\alpha$ y $\beta$ , variando $\epsilon$ . . . . .	197
6.6. SED sintética para los discos turbulentos irradiados $\alpha$ , variando $\epsilon$ . . . . .	198
6.7. SED sintética para los discos turbulentos irradiados $\beta$ , variando $\epsilon$ . . . . .	199
6.8. Estructura radial de los discos turbulentos irradiados $\alpha$ y $\beta$ , variando $\epsilon$ . . . . .	201
6.9. Flujo emergente sintético para los discos turbulentos irradiados $\alpha$ y $\beta$ , variando $\epsilon$ . . . . .	202
6.10. SED sintética para los discos turbulentos irradiados $\alpha$ y $\beta$ , variando $\epsilon$ . . . . .	203
6.11. Esquema de un disco normal y de un disco en transición . . . . .	207
6.12. Mediana observacional de las enanas café de Tauro . . . . .	214
6.13. Enanas de Tauro sin exceso infrarrojo en las bandas IRAC. A. . . . .	215
6.13. Enanas de Tauro sin exceso infrarrojo en las bandas IRAC. B. . . . .	216
6.14. Enanas de Tauro con exceso en las bandas IRAC . . . . .	217
6.15. Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos. Variación en $\alpha$ . . . . .	219
6.16. Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos. Variación en $R_d$ . . . . .	219
6.17. Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos. Variación en $\dot{M}$ y $R_d$ . . . . .	220
6.18. Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos. Cociente $\dot{M}/\alpha$ . . . . .	221
6.19. Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos. Variación en $\beta$ . . . . .	223
6.20. Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos. Variación en $R_d$ . . . . .	224
6.21. Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos. Variación en $\dot{M}$ y $R_d$ . . . . .	225
6.22. Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos. Cociente $\dot{M}/\beta$ . . . . .	226
7.1. Comparación de observaciones IRAC contra modelos sintéticos de discos- $\alpha$ irradiados. . . . .	232
7.2. Comparación de observaciones IRAC+MIPS+1.3mm contra modelos sintéticos de discos- $\alpha$ irradiados. . . . .	234
7.3. Variación del flujo a 1.3 mm con el radio del disco y los parámetros de agotamiento $\epsilon$ y de viscosidad turbulenta $\alpha$ , para las enanas detectadas por Scholz et al. (2006). . . . .	239
7.4. Variación del flujo a 1.3 mm con el radio del disco y los parámetros de agotamiento $\epsilon$ y de viscosidad turbulenta $\beta$ , para las enanas detectadas por Scholz et al. (2006). . . . .	242
7.5. Evolución temporal de los discos- $\alpha$ , caso $\gamma = 1$ : densidad superficial y tasa de acreción de masa. . . . .	246
7.6. Evolución temporal de los discos- $\alpha$ , con $\alpha = 10^{-2}$ : , caso $\gamma = 1$ : densidad superficial y tasa de acreción de masa. . . . .	248
7.7. Evolución temporal de los discos- $\alpha$ , caso $\gamma = 1$ : masa del disco, tasa de acreción de masa hacia la enana, radio de transición y radio $R_{90}$ . . . . .	249
7.8. Evolución temporal del disco $\alpha = 0.01$ , caso $\gamma = 1$ : masa del disco y tasa de acreción de masa hacia la enana, variando $\dot{M}_d(0)$ . . . . .	250

7.9. Tasa de acreción de masa (caso $\gamma = 1$ ) como función de la masa de la enana, variando $\alpha$ y $M_d(0)$ . . . . .	251
7.10. Evolución temporal del disco $\alpha = 0.01$ , caso $\gamma = 1$ : masa del disco, tasa de acreción de masa hacia la enana, radio de transición y radio $R_{90}$ , variando $R_0$ . . . . .	254
7.11. Evolución temporal de los discos- $\alpha$ , variando $\gamma$ : densidad superficial y tasa de acreción de masa. . . . .	255
7.12. Evolución temporal de los discos- $\alpha$ , variando $\gamma$ : masa del disco, tasa de acreción de masa hacia la enana, radio de transición y radio $R_{90}$ . . . . .	256
7.13. Evolución temporal de los discos- $\alpha$ , variando $\gamma$ a través de $s$ : densidad superficial y tasa de acreción de masa. . . . .	257
7.14. Evolución temporal de los discos- $\alpha$ , variando $\gamma$ a través del superíndice $s$ : masa del disco, tasa de acreción de masa hacia la enana, radio de transición y radio $R_{90}$ . . . . .	258
7.15. Evolución temporal de los discos- $\beta$ , caso $\gamma = 1/2$ : densidad superficial y tasa de acreción de masa. . . . .	260
7.16. Evolución temporal de los discos- $\beta$ , con $\beta = 10^{-5}$ , caso $\gamma = 1/2$ : densidad superficial y tasa de acreción de masa. . . . .	261
7.17. Evolución temporal de los discos- $\beta$ , caso $\gamma = 1/2$ : masa del disco, tasa de acreción de masa hacia la enana, radio de transición y radio $R_{90}$ . . . . .	262
7.18. Evolución temporal del disco $\beta = 10^{-5}$ , caso $\gamma = 1/2$ : masa del disco y tasa de acreción de masa hacia la enana, variando $M_d(0)$ . . . . .	263
7.19. Tasa de acreción de masa (caso $\gamma = 1/2$ ) como función de la masa de la enana, variando $\beta$ y $M_d(0)$ . . . . .	264
7.20. Evolución temporal del disco $\beta = 10^{-5}$ , caso $\gamma = 1$ : masa del disco, tasa de acreción de masa hacia la enana, radio de transición y radio $R_{90}$ , variando $R_0$ . . . . .	265
7.21. Evolución temporal de los discos- $\beta$ , casos $\gamma \neq 1/2$ : densidad superficial y tasa de acreción de masa. . . . .	267
7.22. Evolución temporal de los discos- $\beta$ , casos $\gamma \neq 1/2$ : densidad superficial y tasa de acreción de masa. . . . .	268
7.23. Evolución temporal de los discos- $\beta$ , caso $\gamma \neq 1/2$ : masa del disco, tasa de acreción de masa hacia la enana, radio de transición y radio $R_{90}$ . . . . .	269
A.1. Silicatos amorfos y silicatos cristalinos . . . . .	286
A.2. Opacidad monocromática $\chi_v$ del modelo de polvo usado. . . . .	287
B.1. Geometría para el haz incidente . . . . .	290
B.2. Dispersión de la radiación incidente por una partícula de polvo . . . . .	290
B.3. Factor de asimetría . . . . .	295
B.4. Opacidades modificadas para radiación incidente con $T_* = 3000K$ . . . . .	296

B.5. Opacidades modificadas normalizadas para radiación incidente con  $T_* = 3000K$  . . . . . 297

B.6. Opacidades modificadas para radiación incidente con  $T_* = 4000K$  . . . . . 298

B.7. Esquema de la pared de polvo . . . . . 299



## Índice de Tablas

3.1. Diferencias, para diversas cantidades físicas, entre discos delgados y medianos . . . . .	62
4.1. Parámetros físicos para los modelos de referencia . . . . .	65
4.2. Temperaturas características para anillos centrales del modelo de referencia $m_0\alpha$ . . . . .	69
5.1. Radios de los discos- $\alpha$ necesarios para tener una masa dentro de los límites observados . . . . .	150
5.2. Radios de los discos- $\beta$ necesarios para tener una masa dentro de los límites observados . . . . .	151
5.3. Tiempos de vida característicos de los discos turbulentos irradiados . . . . .	155
5.4. Alturas características a 100 AU . . . . .	158
5.5. Radio externo de los discos turbulentos irradiados con $P_\infty = 10^{-9}$ $\text{din cm}^{-2}$ . . . . .	164
5.6. Radio externo de los discos turbulentos irradiados con $P_\infty = 10^{-8}$ $\text{din cm}^{-2}$ . . . . .	164
5.7. Radio máximo de los discos necesarios para explicar la masa inferida observacionalmente . . . . .	180
5.8. Tiempos característicos de los discos turbulentos irradiados . . . . .	181
6.1. Índices espectrales . . . . .	194
6.2. Enanas con tipo espectral igual o más tardío que M6 en Tauro . . . . .	209
6.3. Fotometría infrarroja y flujo milimétrico de las enanas con tipo espectral M6 o más tardío en Tauro . . . . .	211
6.4. Mediana observacional de las enanas café en Tauro. . . . .	214
7.1. Radios y masas de los modelos de la malla para discos- $\alpha$ . . . . .	237
7.2. Radios y masas de los modelos de la malla para discos- $\beta$ . . . . .	241

## Nomenclatura

<b>Letras Romanas</b>	
$a$	Coefficiente de absorción, normalizado a la opacidad total promedio total de Planck a la temperatura de la enana.
$a$	Radio de los granos de polvo.
$a_*, a'_*, a''_*$	Coefficientes de absorción modificados, en la aproximación $\delta - E(N)$ , normalizados respecto a $\chi'_*$ .
$A_{cond}$	Conductividad turbulenta.
$A_{conv}$	Conductividad convectiva.
$a_{max}$	Tamaño máximo de los granos de polvo en la población.
$a_{min}$	Tamaño mínimo de los granos de polvo en la población, se toma como $a_{min} = 0.005\mu\text{m}$ .
$B(T)$	Función de Planck integrada en frecuencias.
$B_\nu(T)$	Función monocromática de Planck.
$c$	Rapidez de la luz.
$C_1, C_2, C'_1, C'_2, C'_3$	Constantes que contienen información sobre el polvo (opacidades a la temperatura de la región y a la radiación incidente).
$c_p$	Calor específico a presión constante.
$c_s(T)$	Rapidez del sonido local, a la temperatura $T$ .
$D$	Distancia a la enana.
$E_T$	Energía total.
$f$	Probabilidad de dispersión en la dirección del haz incidente de fotones.
$F_{conv,z}^m$	Flujo de calor convectivo turbulento.
$F_\nu$	Flujo monocromático emergente.
$F_{conv,z}$	Flujo convectivo.
$F_c$	Flujo neto del campo subestelar incidente colimado.
$F_d$	Flujo a la longitud característica del campo de fotones del disco.
$F_{irr}$	Flujo de irradiación.
$F_{j,rad}$	Flujo de energía debido al campo radiativo.
$F_{j,turb}$	Flujo de calor aparente de Reynolds en la dirección dada por $j$ .
$F_{tot}$	Flujo total de energía.
$F_{tot}$	Flujo total del disco.
$G$	Constante gravitacional.
$g$	Factor de asimetría de la función fase; indica la dirección más probable de dispersión.
$g_z$	Gravedad en dirección $z$ debido a la masa central.
$H$	Escala de altura típica del disco.
$h$	Constante de Planck.

$h$	Entalpía específica.
$h'$	Densidad de entalpía del campo fluctuante.
$H^d$	Flujo de Eddington del campo medio difuso.
$H_p$	Escala de altura de presión del gas local.
$H_w$	Flujo de los fotones con longitudes de onda características de la pared.
$I_v$	Intensidad monocromática emergente del disco.
$I_c$	Intensidad del campo subestelar incidente colimado.
$I_d$	Intensidad del campo de fotones del disco.
$J$	Intensidad promedio del campo radiativo.
$J^d$	Intensidad media del campo medio difuso.
$J_c$	Intensidad promedio del campo subestelar incidente colimado.
$J_d$	Intensidad promedio a la longitud característica del campo de fotones del disco.
$J_w$	Intensidad promedio de los fotones con longitudes de onda características de la pared.
$k$	Constante de Boltzmann.
$k$	Constante de Boltzmann.
$K^d$	Presión (escalar), por unidades de $c/4\pi$ , del campo medio difuso.
$K_t$	Conductividad térmica turbulenta.
$k_B$	Constante de Boltzmann.
$l^*$	Longitud típica del gas.
$L_*$	Luminosidad de la enana.
$L_\odot$	Luminosidad del Sol.
$m_H$	Masa del átomo de hidrógeno.
$M_*$	Masa de la enana central.
$M_\odot$	Masa del Sol.
$M_d$	Masa total del disco.
$M_d(0)$	Masa del disco al inicio de la fase T Tauri.
$M_J$	Masa de Júpiter, $1/1047.9M_\odot$ .
$n$	Densidad numérica de partículas.
$n$	Índice espectral.
$n(\text{H}_2)$	Densidad de moléculas de $\text{H}_2$ .
$n(a)$	Distribución de los tamaños de los granos de polvo, $\sim a^{-p}$ , con $p = 3.5$ .
$P$	Presión del gas.
$P_\infty$	Presión en la superficie del disco.
$P_c$	Presión evaluada en el plano medio del disco.
$P_n$	Polinomio de Legendre de orden $n$ .
$Pr_t$	Número de Prandtl turbulento.
$q$	En el capítulo 7, denota el perfil radial de la temperatura característica del disco.
$q$	En la estructura de temperaturas del disco irradiado, es el cociente entre la opacidad promedio del disco a la radiación subestelar y la opacidad promedio del disco a su propia radiación.
$Q_1, Q_2, Q_3$	Cuartiles de los flujos para la mediana observacional de Tauro.
$Q_P$	Parámetro de Pringle.
$Q_{rc}$	Tasa de calentamiento, por unidad de volumen, debida a la ionización del $\text{H}_2$ (rayos cósmicos y partículas energéticas).
$Q_{tot}$	Tasa de calentamiento total a cada altura del disco.
$Q_{tot}$	Tasa de calentamiento total, por unidad de volumen, del disco turbulento irradiado.
$Q_{turb}$	Energía cinética extraída de la turbulencia; disipación turbulenta.
$Q_T$	Parámetro de Toomre.
$R$	Coordenada radial en el sistema coordenado cilíndrico.
$r$	Radio del disco normalizado al radio $R_0$ .

$R_*$	Radio de la enana.
$R_0$	En el capítulo 7, denota el radio que contiene $\sim 60\%$ de la masa inicial en el disco.
$R_{90}$	Radio que contiene $90\%$ de la masa instantánea en el disco.
$R_d$	Radio máximo del disco.
$R_m$	Radio magnetosférico.
$R_T$	Radio de transición de la velocidad radial en el disco.
$R_w$	Radio de la pared a la cual la temperatura es $T_w$ .
$Re$	Número de Reynolds.
$Re_c$	Número de Reynolds crítico.
$S$	Entropía.
$s$	Coficiente de dispersión, normalizado a la opacidad total promedio total de Planck a la temperatura de la enana.
$s'_*, s''_*, s'''_*$	Coficientes de absorción modificados, en la aproximación $\delta - E(N)$ , normalizados respecto a $\chi'_*$ .
$S_\nu$	Función fuente del disco monocromática.
$T$	En el capítulo 7, denota el tiempo normalizado al tiempo característico de la turbulencia $T = t/t_t + 1$ .
$T$	Temperatura del gas.
$t$	Unidad de tiempo.
$T_*$	Temperatura efectiva de la enana.
$T_0$	En el capítulo 7, denota la temperatura característica del disco en el anillo $R_0$ .
$T_0$	En el capítulo 7, denota una temperatura característica a un radio dado.
$T_0$	Temperatura superficial del disco.
$T_d$	En el capítulo 7, denota una temperatura característica al radio máximo del disco, $R_d$ .
$T_{eff,RC}$	Temperatura efectiva debido al calentamiento por la ionización del $H_2$ por a rayos cósmicos.
$T_{eff,turb}$	Temperatura efectiva turbulenta.
$T_{eff}$	Temperatura efectiva asociada a la disipación turbulenta y a la ionización de $H_2$ .
$T_{irr}$	Temperatura característica de la irradiación.
$T_{phot}$	Temperatura de la fotosfera del disco.
$T_{RC}$	Temperatura efectiva de la ionización de $H_2$ debida a los rayos cósmicos.
$T_R$	Temperatura efectiva de la ionización de $H_2$ debida al decaimiento radioactivo.
$T_{sub}$	Temperatura de sublimación de los silicatos, $T_{sub} \approx 1400K$ .
$T_{turb}$	Temperatura efectiva debido a la disipación turbulenta.
$t_{turb}$	Tiempo característico de la turbulencia.
$t_t$	Tiempo característico de la turbulencia en el radio $R_0$ .
$t_{vida}$	Tiempo de vida del disco.
$T_w$	Temperatura de la pared.
$v^*$	Rapidez típica del gas.
$v_\phi$	Rapidez azimutal media del gas.
$v_r$	Rapidez radial media del gas.
$v_z$	Rapidez vertical media del gas.
$z$	Coordenada vertical en el sistema coordenado cilíndrico.
$z_\infty$	Altura máxima del disco.
$z_s$	Altura de la superficie de irradiación.
$\dot{M}$	Tasa de acreción de masa en el disco.
$\dot{M}_0$	Tasa de acreción de masa hacia la enana.
$H_2$	Molécula de hidrógeno.
$Jy$	1 Jansky, $10^{-23} \text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1}$ .
$\bar{l}$	Densidad de momento angular.
$\bar{l}_\phi$	Torca turbulenta.
$\bar{v}$	Velocidad media del gas.

$\langle T \rangle$	Temperatura promedio (en densidad) del anillo.
<b>Símbolos Griegos</b>	
$\alpha$	Parámetro de la viscosidad turbulenta en el modelo de disco- $\alpha$ .
$\alpha_T$	Difusividad convectiva.
$\beta$	En la estructura de temperaturas del disco irradiado, $\beta = \sqrt{3\alpha}$ .
$\beta$	Parámetro de la viscosidad turbulenta en el modelo de disco- $\beta$ .
$\chi', \chi''$	Opacidades totales modificadas monocromáticas, en la aproximación $\delta - E(N)$ .
$\chi', \chi''$	Opacidades totales promedio de Planck, en la aproximación $\delta - E(N)$ .
$\chi_P^*$	Opacidad total promedio de Planck evaluado a la temperatura de la enana.
$\chi_R$	Opacidad promedio de Rosseland.
$\chi_t$	Conductividad térmica turbulenta (densidad).
$\chi_v$	Coefficiente de absorción total monocromático.
$\chi_{RC}$	Tasa de producción de iones a partir de la ionización de $H_2$ debida a los rayos cósmicos.
$\chi_R$	Opacidad total promedio de Rosseland.
$\chi_{26Al}$	Tasa de producción de iones a partir de la ionización de $H_2$ debida al decaimiento radioactivo de $^{26}Al$ .
$\Delta Q_{RC}$	Energía liberada por la ionización del $H_2$ debida a rayos cósmicos.
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker.
$\epsilon$	Parámetro de reducción del polvo.
$\epsilon_{big}$	Parámetro de <i>aumento</i> del polvo en las capas cercanas al plano medio del disco.
$\eta_s^c$	Coefficiente de emisividad del haz colimado debido a las dispersiones.
$\eta_s^d$	Coefficiente de emisividad del campo difuso.
$\eta_t$	Coefficiente de viscosidad turbulenta.
$\gamma$	Perfil radial de la densidad superficial, $\Sigma_\infty \sim R^{-\gamma}$ .
$\gamma_1$	Perfil radial de la temperatura del disco, $T \sim R^{-\gamma_1}$ .
$\Gamma_{rad}$	Calentamiento del gas debido a la absorción de radiación.
$\Gamma_{irr}$	Tasa de calentamiento, por unidad de volumen, del disco debido a la irradiación subestelar.
$\Gamma_{RC}$	Tasa de producción de energía depositada al gas debida a la ionización del $H_2$ por a rayos cósmicos.
$\Gamma_{26Al}$	Tasa de producción de energía depositada al gas debida a la ionización del $H_2$ por el decaimiento radioactivo de $^{26}Al$ .
$\kappa_P^*$	Coefficiente de absorción (real) promedio de Planck evaluado a la temperatura de la enana.
$\kappa_P$	Opacidad promedio de Planck.
$\kappa_v$	Coefficiente de absorción monocromático.
$\Lambda$	Longitud de mezclado (convección).
$\lambda$	Longitud de onda.
$\mu$	Peso molecular medio del gas.
$\mu, \mu_i$	Coseno del ángulo entre la línea de visión y el eje z del disco.
$\mu_0$	Coseno del ángulo de incidencia, respecto a la normal de la superficie del anillo, de la radiación subestelar.
$\mu_c$	Peso molecular medio evaluado en el plano medio.
$\nabla$	Gradiente del medio.
$\nabla'$	Gradiente de los elementos convectivos.
$\nabla_A$	Gradiente adiabático.
$\nu$	Frecuencia de la luz.
$\nu_0$	Viscosidad turbulenta evaluada en el radio $R_0$ .
$\nu_{mol}$	Viscosidad molecular.
$\nu_{turb}$	Viscosidad turbulenta.
$\nu_t$	Viscosidad turbulenta.
$\Omega$	Rapidez angular.
$\Omega$	Ángulo sólido.

$\Omega_K$	Rapidez angular Kepleriana.
$\phi$	Coordenada azimutal en el sistema coordenado cilíndrico.
$\Phi(R, z)$	Potencial gravitacional central.
$\Phi_{\delta-E}(\hat{n} \cdot \hat{n}')$	Función fase $\delta-E$ para la dispersión de fotones.
$\Phi_V(\hat{n} \cdot \hat{n}')$	Función fase para la dispersión de fotones.
$\Phi_{HG}(\hat{n} \cdot \hat{n}')$	Función fase de Henyey-Greenstein para la dispersión de fotones.
$\rho$	Densidad del gas.
$\Sigma$	Densidad superficial total del disco.
$\sigma$	Constante de Stefan-Boltzmann.
$\sigma', \sigma''$	Coefficientes de dispersión modificados monocromáticos, en la aproximación $\delta-E(N)$ .
$\sigma'_*, \sigma''_*$	Coefficientes de dispersión promedio de Planck, en la aproximación $\delta-E(N)$ .
$\sigma_P^*$	Coefficiente de dispersión promedio de Planck evaluado a la temperatura de la enana.
$\sigma_{ij}^t$	Tensor de esfuerzos de Reynolds.
$\Sigma_0$	Densidad superficial de atenuación de los rayos cósmicos.
$\Sigma_0$	Densidad superficial en el radio $R_*$ o $R_0$ .
$\sigma_{1,*}, \sigma_{N,*}$	Coefficientes de dispersión promedio de Planck, en la aproximación $\delta-E(N)$ .
$\Sigma_\infty$	Densidad superficial, del plano medio a la altura máxima del disco.
$\sigma_V$	Coefficiente de dispersión monocromático.
$\sigma_{col}$	Sección eficaz de colisión.
$\sigma_{ij}$	Tensor de esfuerzos viscosos.
$\Sigma_s$	Densidad columnar de masa, medida de la superficie del disco hasta una altura $z$ .
$\tau'$	Profundidad óptica total modificada monocromática, en la aproximación $\delta-E(N)$ .
$\tau'_w$	Profundidad óptica modificada de la pared.
$\tau_R$	Profundidad óptica en dirección radial.
$\tau_z$	Profundidad óptica en dirección vertical.
$\tau_V$	Profundidad óptica monocromática.
$\tau_d$	Profundidad óptica del disco a su propia radiación.
$\tau_P$	Profundidad óptica promedio de Planck.
$\tau_R$	Profundidad óptica promedio de Rosseland.
$\tau_s$	Profundidad óptica del disco a la radiación subestelar.
$\tau_T$	Profundidad óptica total del anillo.
$\zeta_t$	Coefficiente de viscosidad turbulenta.
$\zeta_{RC}$	Tasa de ionización por molécula de $H_2$ debida a los rayos cósmicos.
$\zeta_{small}$	Cociente, en masa, del polvo en las capas superiores del disco asentado.
$\zeta_{std}$	Cociente, en masa, polvo-a-gas estándar, $\sim 1/100$ .
$\zeta_{^{26}Al}$	Tasa de ionización por molécula de $H_2$ debida al decaimiento radioactivo de $^{26}Al$ .
$\epsilon_{ijk}$	Tensor de Levi-Civita.
$\epsilon$	Densidad de energía interna.
$\vec{\tau}_g$	Torca gravitacional sobre una parcela en el disco.

---

**Acrónimos**


---

2MASS	Two Micron All Sky Survey.
ALMA	Atacama Large Millimeter/submillimeter Array, por sus siglas en inglés.
AU	Unidades Astronómicas, por sus siglas en inglés.
IRAC	Infrared Array Camera, instrumento a bordo del Telescopio Espacial Spitzer.
IRS	Infrared Spectrograph, instrumento a bordo del Telescopio Espacial Spitzer.
ISM	Medio Interestelar, por sus siglas en inglés.
MIPS	Multiband Imaging Photometer for Spitzer, instrumento a bordo del Telescopio Espacial Spitzer.
SED	Distribución espectral de energías, por sus siglas en inglés.



# Discos circunsubstelares





[...] after a quarter century of speculation and ignorance, we now have a handle on the true color of a brown dwarf — and it is not brown.

Burrows et al. (2001)

# 1

## Introducción

Han pasado poco menos de 50 años desde que Shiv S. Kumar predijo teóricamente la existencia de objetos *subestelares* cuya masa nunca sería la suficiente para lograr el quemado estable de hidrógeno (Kumar 1963), el proceso de fusión responsable de la energía que libera una estrella durante su estadía en la Secuencia Principal. Para dichos objetos fallidos, de masas menores a  $\sim 0.08 M_{\odot}$ , que Kumar nombró *estrellas degeneradas* o *enanas negras*, se predijo un destino frío y diferente al de sus contrapartes masivas: puesto que la temperatura y la densidad central de estos objetos poco masivos no son lo suficientemente altas para iniciar el quemado de hidrógeno, ellos estaban condenados a seguir la contracción gravitacional por la cual se formaron, de tal forma que la estructura interna final es la de un objeto degenerado (no relativista) en (cuasi) equilibrio hidrostático, sin pasar jamás por la Secuencia Principal estelar (para una revisión actual de la física de los objetos subestelares, se puede ver por ejemplo Burrows et al. 2001; Chabrier & Baraffe 2000, y referencias allí citadas).

El término *enana negra*, para referirse a dichos objetos subestelares o *fallidos*, no prosperó. Al estudiar el problema de la *masa perdida* en cúmulos de galaxias en su tesis doctoral, en 1975 Jill Tarter acuñó el término *brown dwarf*, enana café, para referirse a los objetos de Kumar, los cuales podrían proveer parte de la masa faltante en los cúmulos. Las enanas negras predichas por Kumar son actualmente conocidas como enanas café —también llamadas enanas marrón.

Fue hasta 1995 que se confirmó la existencia de estos objetos al ser descubierta Gliese 229B, una enana café de campo binaria, la primera enana café confirmada debido a la baja luminosidad del objeto (Nakajima et al. 1995) y a la presencia de bandas moleculares en absorción de metano (siendo por eso la enana prototipo del tipo espectral T) y de vapor de agua en su atmósfera (Oppenheimer et al. 1998). Una plétora de enanas café en regiones de formación estelar, cúmulos estelares galácticos y como objetos de campo se ha descubierto desde entonces.

## 1.1

---

### ¿Qué es una enana café?

Estrellas y enanas café comparten un mismo nacimiento (Krumholz et al. 2005; McKee & Ostriker 2007), pero la diferencia fundamental entre ellas reside en la masa final del objeto: si no existe la suficiente masa para que el centro del objeto inicie el quemado *estable* de hidrógeno —la fuente de la luminosidad estelar— el objeto formado es una enana café. Si bien en la fase T Tauri la luminosidad de las enanas café y estrellas se debe a los residuos de la contracción gravitacional que las formó, en la fase de Secuencia Principal las estrellas mantienen su luminosidad debido al quemado de hidrógeno, mientras que las enanas café nunca entran a esta fase. En cambio, atraviesan una fase en la cual luminosidad, temperatura efectiva y radio se estabilizan por cierto tiempo debido al quemado de deuterio; esta fase termina entre  $\sim 5 \times 10^6$  y  $\sim 10^8$  años (enanas más masivas agotan el deuterio a edades más tempranas, Burrows et al. 2001). Una vez que el deuterio es agotado, la enana café se contrae debido a que no existe otra fuente de energía (que genere un gradiente de temperatura/presión) que pueda contrarrestar la fuerza de atracción gravitacional, hasta llegar a la fase en la que el núcleo de la enana es un mar de electrones degenerados que evita, a través de la repulsión electrónica, que continúe la contracción. Por ello, el radio de las enanas, independientemente de su masa, tienden a un único valor,  $R_* \approx 1R_{Júpiter}$  (Burrows et al. 2001). La temperatura efectiva y luminosidad subestelares decrecen en el tiempo; ello tiene consecuencias observables en el espectro de las enanas. A edades tempranas, cuando las enanas tienen tipos espectrales entre M6 y L0, su espectro presenta bandas moleculares de vapor de agua en el infrarrojo, y de TiO y VO en el óptico. Conforme la enana café se enfría y la temperatura efectiva disminuye, los tipos espectrales de las enanas son tan tardíos como L o T; en esta etapa, el espectro está caracterizado por numerosas absorciones moleculares y atómicas (e.g., bandas de agua, metano, amoníaco, óxidos metálicos). Las atmósferas de las enanas L son lo suficientemente frías para albergar nubes de polvo; para las enanas T, las bandas de metano aparecen y son la prueba suficiente para demostrar que el objeto es, sin duda, una enana café (ver Allard et al. 1997; Basri 2000; Burrows et al. 2001; Chabrier & Baraffe 2000; Kirkpatrick 2005, para una revisión sobre las observaciones y modelos de las atmósferas de objetos subestelares).

Además de la masa límite superior que existe para discriminar entre estrellas y enanas café, existe un límite inferior que separa a las enanas café de otra clase de objetos: los objetos de masa planetaria (llamados en inglés como *planemo*) o sub-enanas café. La distinción se basa también en la capacidad de quemar deuterio en el núcleo: las enanas con masas menores a  $\sim 13 M_J$  no pueden quemarlo (Burrows et al. 2001).

En esta tesis, suponemos que para la enana con masa límite para el quemado sostenido de hidrógeno, a la edad de la región de formación estelar Tauro ( $\tau \sim 1 - 3 \times 10^6$  años, Luhman et al. 2003a; Luhman 2004), su tipo espectral es M6. Así, cualquier objeto con tipo espectral igual o más tardío que M6, pero más temprano que aproximadamente M9-M9.5 (correspondiente a objetos de masa planetaria jóvenes), es una enana café joven.

En las regiones de formación estelar (con edades menores a  $\sim 10^7$  años), las enanas todavía se encuentran en la fase estabilizada por el quemado de deuterio, así que la irradiación subestelar puede considerarse estacionaria.

## 1.2

### La fase *T Tauri* en el regimen subestelar

En esta década se ha establecido observacionalmente que las enanas café jóvenes atraviesan por una fase característica de sus contrapartes masivas: la *fase T Tauri*. Dicha fase está caracterizada por la presencia de un disco de acreción circunestelar y de flujos bipolares de gas eyectado, y ambos fenómenos están asociados íntimamente con el proceso de la formación de estrellas de baja masa. El proceso de formación es complejo (para una revisión actualizada, puede consultarse McKee & Ostriker 2007), pero es posible esbozarlo.

El colapso gravitacional de un núcleo denso de gas de la nube molecular materna dará como resultado la formación de una protoestrella; éste es el paradigma de la formación estelar. Debido a que el núcleo denso se encontraba inicialmente en rotación, la conservación de momento angular evita que el colapso gravitacional sea esférico o casi esférico, y la formación de un disco de gas y polvo alrededor de la protoestrella es inevitable. Con base en las características conspicuas de la distribución espectral de energía (SED, por sus siglas en inglés: spectral energy distribution) de los objetos jóvenes, existe una clasificación espectral que consta de cuatro clases, la cual se ha interpretado como una clasificación evolutiva (Andre et al. 1993; McKee & Ostriker 2007). En las figuras 1.1 y 1.2 esbozamos gráficamente las clases que a continuación se describen:

**Clase 0:** La SED en esta clase es típicamente débil en el óptico y en el cercano infrarrojo; la emisión dominante es submilimétrica. En esta fase, la protoestrella central se encuentra muy probablemente aún en la fase de acreción cuasi-esférica, y su masa es apenas una fracción de la masa que tendrá posteriormente.

**Clase I:** La SED se caracteriza por tener, en el infrarrojo cercano ( $2 \lesssim n \lesssim 25\mu\text{m}$ ), una pendiente positiva, definida como

$$n \equiv \frac{d \log \lambda F_\lambda}{d \log \lambda}$$

Respecto a los objetos de clase 0, representan una etapa más evolucionada; alrededor de la protoestrella se ha formado un disco circunestelar, y está presente una envoltura de gas y polvo.

**Clase II:** La SED tiene una pendiente  $-1.5 < n < 0$ . En esta etapa la protoestrella es ya una estrella de pre-secuencia principal, rodeada de un disco circunestelar de gas y polvo, y posiblemente de una envoltura tenue. Por lo general, existen signos de acreción y de eyección de gas hacia dentro y hacia fuera de la estrella, respectivamente (en este caso, la estrella es clasificada como una *T Tauri* clásica).

**Clase III:** La forma más evolucionada de la clasificación corresponde a esta clase: la pendiente de la SED infrarroja es negativa y menor a  $-1.5$ . La estrella central, que domina la emisión en el óptico y en el

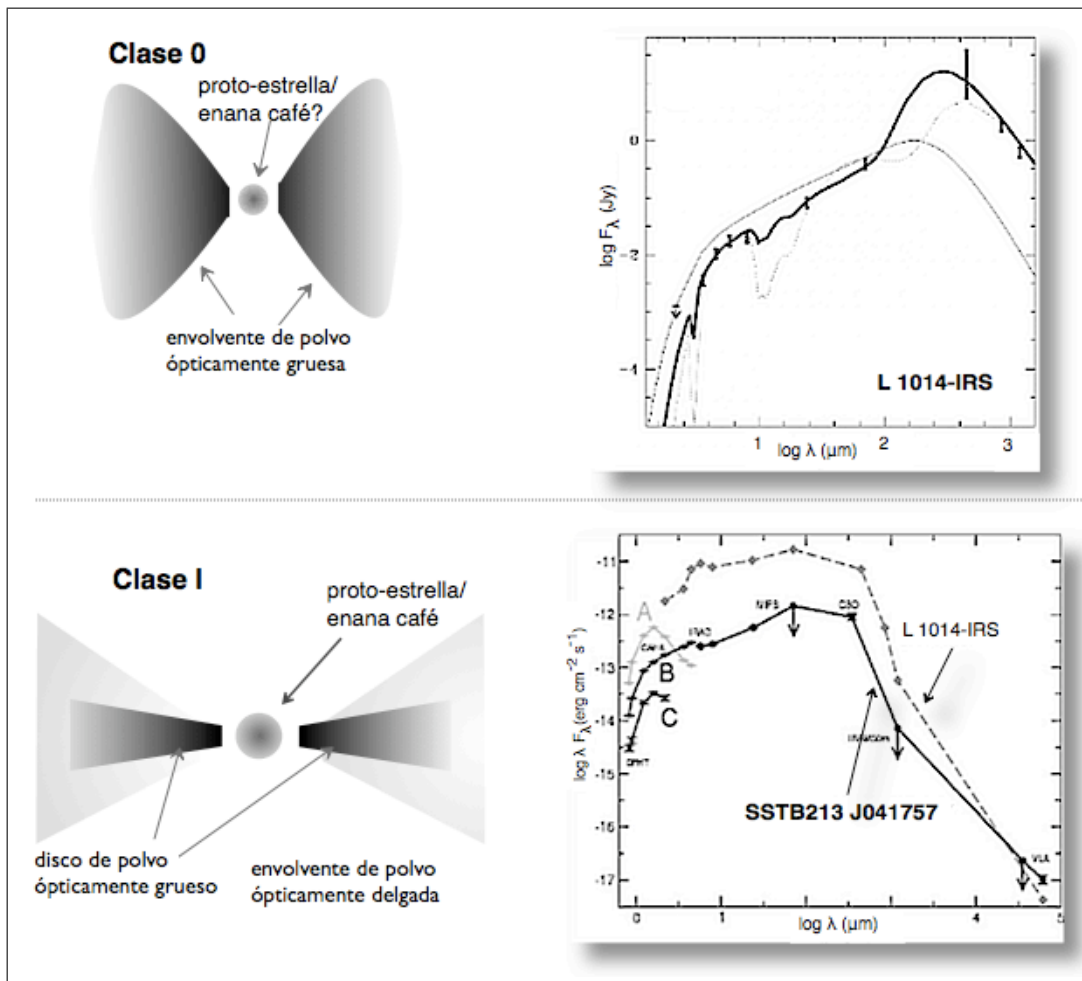
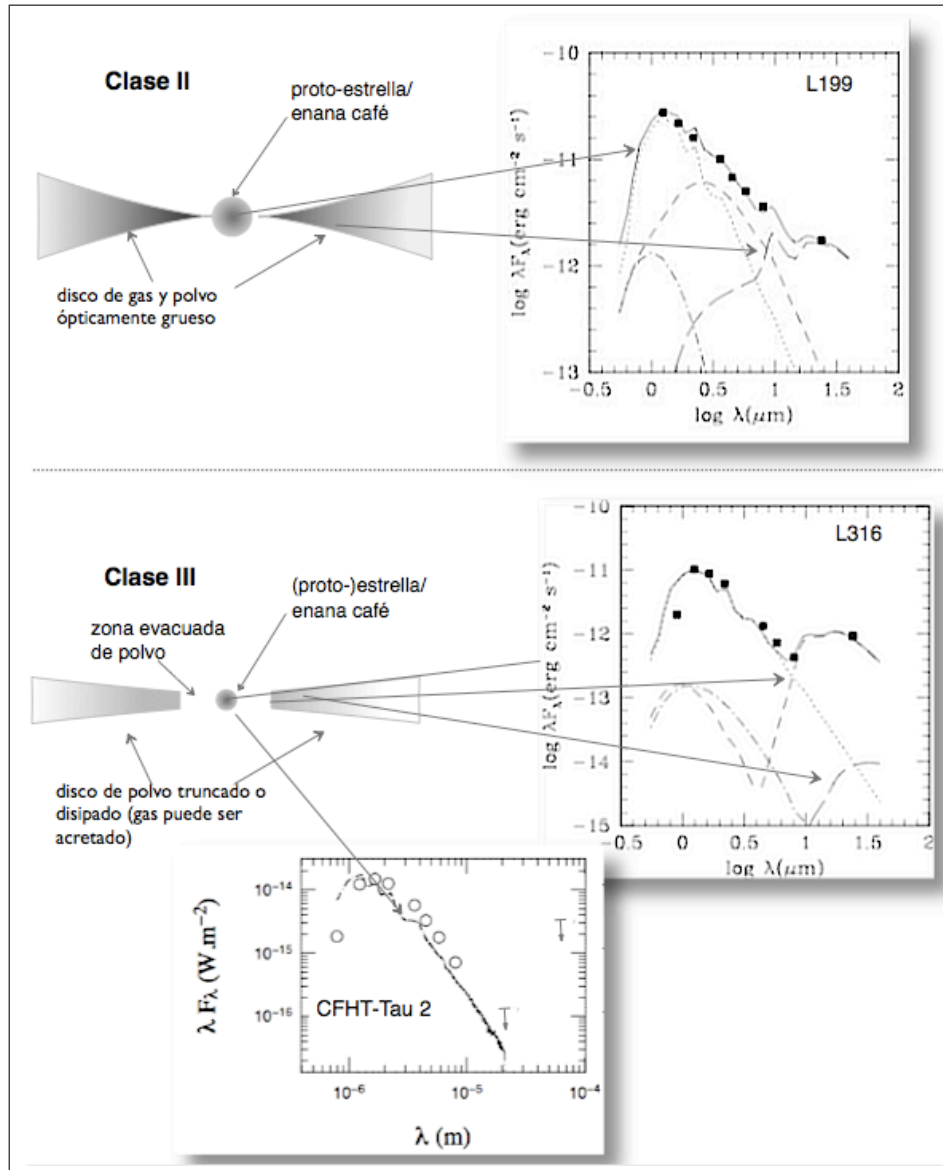


Figura 1.1: Clasificación espectral en el infrarrojo para objetos estelares/subestelares jóvenes: clases 0 y I. La SED del núcleo L1014 (clasificado como un objeto Clase 0, y presumiblemente el núcleo progenitor de un objeto de muy baja masa, Young et al. 2004) y la de la promisorio proto-enana café SSTB213 J041757 (un objeto Clase I, Barrado et al. 2009) se muestran de lado derecho.

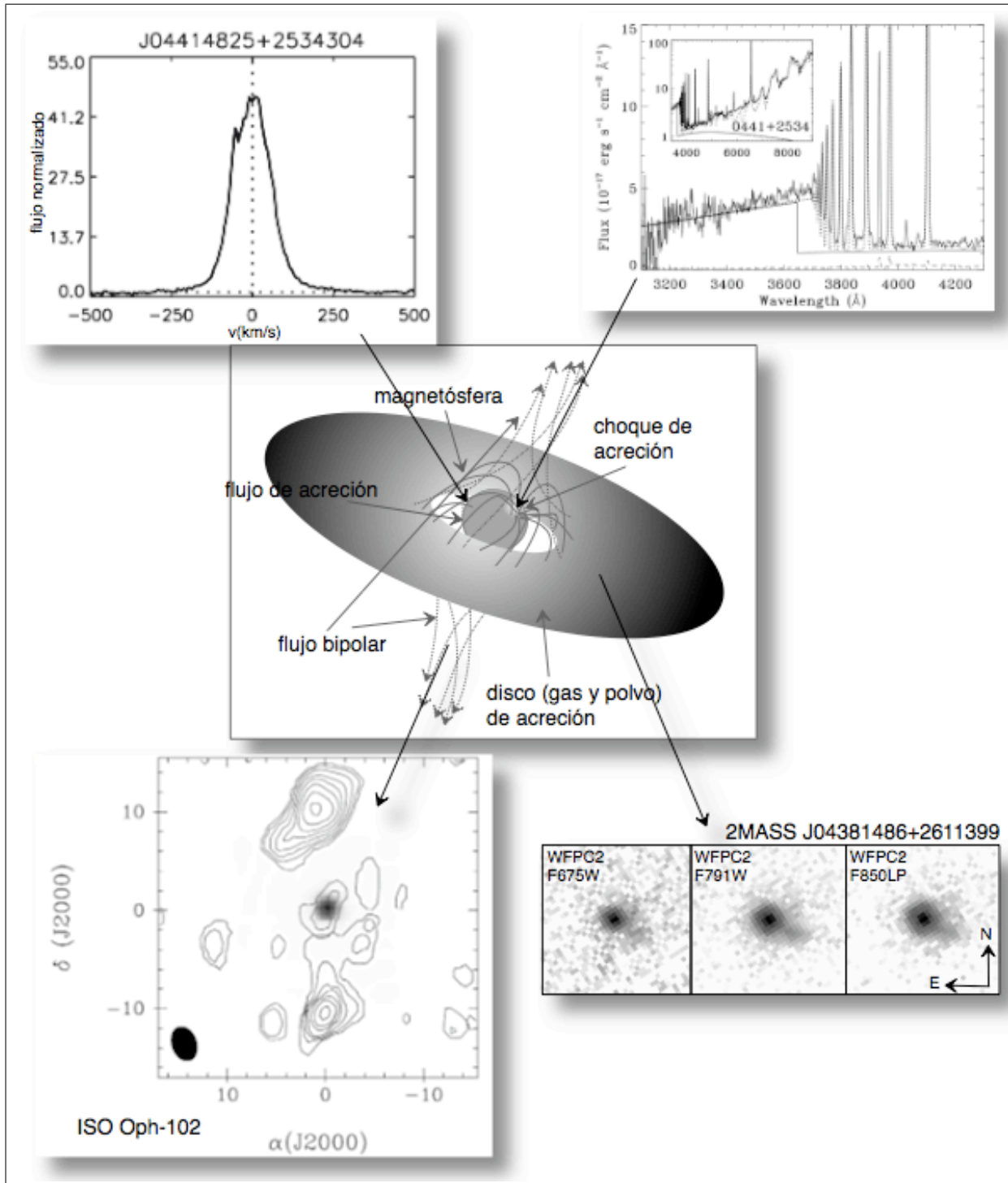
infrarrojo, se encuentra rodeada por un disco de gas y polvo tenue (o truncado en las regiones internas). La acreción de masa hacia la estrella central es significativamente baja o se ha suprimido (siendo ellas las llamadas estrellas T Tauri de líneas débiles), aunque se han observado objetos acretantes para los cuales el disco de polvo caliente se ha evacuado. Calvet & D'Alessio (2010) discuten las clases II y III y su relación con la clasificación en base a las líneas en emisión (T Tauris clásicas y T Tauris de líneas débiles).

La fase T Tauri (que comprende una gran parte de objetos clase II) no sólo se encuentra presente en estrellas de baja masa, sino también es una fase en el inicio de la vida de las estrellas de masa intermedia, las estrellas Herbig Ae/Be, y en los objetos subestelares. Esta fase involucra procesos de acreción y de eyección de masa, y a continuación describiremos este fenómeno que se ha observado en el intervalo subestelar de



**Figura 1.2:** Clasificación espectral en el infrarrojo para objetos estelares/subestelares jóvenes: clases II y III. La SED de las enanas café jóvenes L199 y L316 (ver Apéndice C.2 y Muzerolle, Adame, et al. 2006), clase II y clase III respectivamente, son mostradas.

masa. En la figura 1.3 presentamos un esquema simple de la fase *T Tauri* y observaciones hacia enanas café, en diversas longitudes de onda; excepto por los órdenes de magnitud en diferencia de, por ejemplo, los flujos observados y tasas de acreción de masa, cualitativamente no existe ninguna distinción observable entre las SEDs de enanas café y estrellas para cada clase. Las observaciones confirman un origen común para las estrellas y enanas café.



**Figura 1.3:** Esquema de la fase T Tauri en enanas café jóvenes. La acreción de gas del disco hacia la enana 2MASS J04414825+2534304 es evidente a través del perfil de la línea H $\alpha$ , del flujo de acreción hacia la enana (figura superior izquierda, tomada de Muzerolle et al. 2005), y la emisión en exceso ultravioleta proveniente del choque de acreción (la figura superior derecha muestra este velamiento, Herczeg & Hillenbrand 2008). La confirmación del flujo molecular bipolar de la enana café ISO Oph-102 (los contornos muestran la emisión de la línea CO J=2-1, Phan-Bao et al. 2008) se muestra en la figura inferior izquierda. Finalmente, en la figura inferior derecha se muestra la luz subestelar dispersada de 2MASS J04381486+26113999 por el disco de polvo, visto casi de canto, que lo rodea (vista en tres filtros de la cámara WFPC del Telescopio Espacial Hubble, ver el Apéndice C.3 y Luhman, Adame, et al. 2007).

### 1.2.1. Signos de Acreción

#### 1.2.1.1. Variabilidad periódica

Al igual que las estrellas, las enanas café jóvenes rotan debido a la conservación de momento angular; por ejemplo, para enanas café jóvenes, el período de rotación derivado por fotometría es del orden de algunas horas a  $\sim 4$  días (Herbst et al. 2007, y referencias allí citadas). Las tendencias observadas en estrellas jóvenes de baja masa son reproducibles aún en el régimen subestelar: el período de rotación tiende a disminuir conforme la masa del objeto subestelar; gran parte de las enanas café rotan con un período mayor al período de ruptura, y las enanas café más viejas rotan con períodos menores a  $\sim 15$  horas (Herbst et al. 2007). Estas tendencias se explican naturalmente, o al menos eso se espera, en el escenario de la *acreción magnetosférica* (desarrollado en el contexto de discos de acreción alrededor de estrellas de neutrones por Ghosh & Lamb 1979; Königl 1991, extendió la validez del modelo hacia las estrellas T Tauri): el campo magnético de la estrella interacciona con las regiones más internas del disco de acreción circundante, acoplándose y truncando el disco a un radio  $R_{mag}$  (el cual, en el modelo más simple de la acreción magnetosférica, es el radio para el cual las presiones magnética del campo estelar y del gas del disco se equilibran, Hartmann 1998; Königl 1991; Long et al. 2005). Una importante predicción de este escenario es el *frenado* de la rotación estelar: el acoplamiento del campo magnético estelar con el gas del disco regula el momento angular estelar, transfiriendo el exceso hacia el disco de acreción. Esto implica que la estrella central rotará con un período menor al esperado por la conservación de momento angular desde su formación (e.g. Bouvier et al. 1993, las estrellas T Tauri clásicas rotan con velocidades del orden de 1/10 de su velocidad de ruptura), y en cambio rotará con una rapidez angular similar a la del disco en  $R_{co}$  (siendo éste un radio de corotación,  $R_{co} > R_{mag}$ , Long et al. 2005), esto es,  $\Omega_* = \sqrt{\frac{GM_*}{R_{co}^3}}$ . Así, la estrella es efectivamente *frenada* y su rotación *amarrada* a la rotación de la región más interna del disco de acreción.

Una prueba independiente que demostraría inequívocamente el escenario es la existencia de una correlación entre los períodos de rotación y la presencia de discos circunestelares; Rebull et al. (2006) encuentran tal correlación para estrellas en Orión: es más probable para una estrella de rotación lenta tener asociado un disco (cuya presencia es interpretada a partir del exceso en el infrarrojo) que una estrella de rotación rápida. Sin embargo, este hallazgo es confrontado por los resultados de Cieza & Baliber (2006), quienes no encuentran una correlación clara entre períodos largos y exceso infrarrojo para estrellas en IC 348, aunque sí la tendencia de que la fracción de estrellas con disco disminuye significativamente si el período de rotación estelar es corto.

En el contexto subestelar, Joergens et al. (2003) determinaron los períodos fotométricos para tres enanas café jóvenes en la región de formación estelar Cha I, los cuales se encuentran entre  $\sim 2$  y  $\sim 3$  días. El largo período se ha interpretado como consecuencia del *frenado* subestelar debido al disco de acreción que lo rodea. Por otra parte, Mohanty et al. (2005a) encuentran una correlación entre el indicador de acreción  $H_\alpha$  y la velocidad de rotación, es decir, los objetos que acretan masa del disco tienen preferencialmente velocidades de rotación bajas. En contraste, para enanas café en cúmulos abiertos jóvenes, el período de rotación ha



decrecido respecto al de aquellas en Cha I (Herbst et al. 2007; Scholz & Eislöffel 2005), aunque la mayoría de los períodos de rotación tienen valores superiores al límite de ruptura. Debido a los signos de acreción presentes en ciertas enanas, se piensa que en el intervalo subestelar el *amarre* del campo magnético subestelar con el disco es *imperfecto*, y la transferencia de momento angular hacia el disco es *moderado* (efecto que se presume explicaría los períodos de rotación observados para estrellas de muy baja masa del cúmulo abierto NGC 2264, Lamm et al. 2005). En el caso subestelar, pareciera existir un efecto evolutivo: inicialmente el disco frena moderadamente a la enana café (Herbst et al. 2007), pero debido a efectos en el campo magnético, inducidos por la evolución en temperatura de la enana café, podría disminuir la eficiencia del amarre del campo magnético subestelar con el disco, y consecuentemente disminuyendo el período de rotación subestelar. A pesar de ello, el mecanismo regulador del momento angular para enanas café al menos en cúmulos abiertos jóvenes es incierto (Scholz & Eislöffel 2005).

#### 1.2.1.2. Acreción

El ancho de la línea  $H\alpha$  observada en ciertas estrellas no puede ser explicado sólo por emisión cromosférica. Es posible usar modelos de transferencia radiativa para explicar los perfiles de las líneas de Balmer en objetos estelares, y se ha encontrado que la emisión en las líneas permitidas efectivamente se produce en el flujo de acreción magnetosférica, esto es, es un signo inequívoco de acreción de gas del disco hacia la estrella (Hartmann et al. 1994; Muzerolle et al. 1998, 2001). En las enanas café jóvenes, si bien los perfiles de las líneas tienen anchos en velocidad menores que los que se observan en estrellas T Tauri (ver por ejemplo la comparación de los perfiles en Luhman et al. 2007), son superiores a los esperados únicamente por emisión de la cromósfera subestelar. A partir de líneas permitidas del hidrógeno (Balmer en el óptico y Paschen en el infrarrojo), se ha podido inferir las tasas de acreción hacia enanas café jóvenes (Mohanty et al. 2005b; Muzerolle et al. 2000, 2005; Natta et al. 2004) tan bajas como  $\sim 10^{-12}M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ .

No sólo el flujo de acreción chocando sobre la estrella o enana café produce líneas, sino también un continuo en el óptico y en el ultravioleta (los continuos de Balmer y Paschen, respectivamente) que vela la emisión de la estrella y es una medida de la luminosidad de acreción. Con este diagnóstico, White & Basri (2003), a partir del continuo de Paschen, y recientemente Herczeg & Hillenbrand (2008) y Herczeg et al. (2009), a partir del continuo de Balmer, pudieron determinar tasas de acreción en enanas café jóvenes. En especial, Herczeg et al. (2009) pudieron medir la tasa de acreción más baja reportada hasta el momento,  $1.6 \times 10^{-13}M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ , para la enana SSSPM J1102-343 en la asociación TW Hydra.

Las tasas de acreción determinadas para enanas café jóvenes son igual o menores a  $\sim 10^{-10}M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ , al menos dos órdenes de magnitud menores a las reportadas para las estrellas T Tauris. Si bien existe una dispersión en los valores medidos a una masa (y edad) dada (debida a las condiciones iniciales en el disco, a la eficiencia de la turbulencia o a la variabilidad debido a inestabilidades en la magnetósfera subestelar, ver Hartmann et al. 2006; Hueso & Guillot 2005; Scholz & Jayawardhana 2006), la tasa de acreción de masa tiene una dependencia en la masa central del objeto (Muzerolle et al. 2005; Vorobyov & Basu 2008, 2009),

por tanto, tasas de acreción de masa bajas son esperadas. Ello implica indirectamente que el calentamiento debido a la disipación turbulenta se restringe a anillos de los discos circunsubestelares muy internos, con temperaturas características muy bajas.

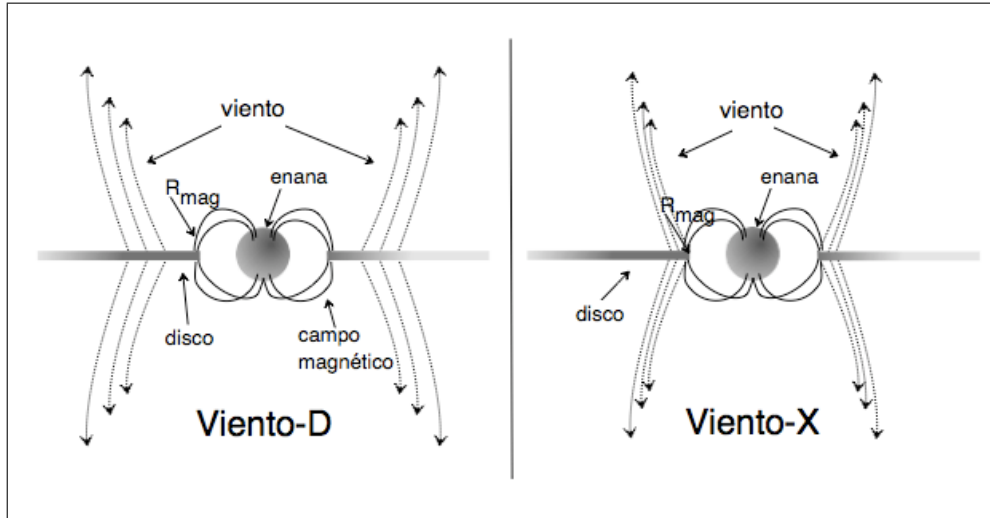
### 1.2.1.3. Variabilidad irregular

Debido a que la magnetósfera de la enana no necesariamente es estable temporalmente, o el eje de rotación de la enana no coincide con el del campo magnético, la acreción puede ser irregular. Por ejemplo, los llamados *hot spots*, formados por los flujos de acreción hacia la fotosfera estelar, varían respecto al observador debido a la corotación, pero debido a que la magnetósfera es inestable, la localización de estos puntos es variable (e.g., Herbst et al. 2007). Debido a la inestabilidad de la magnetósfera y su rápida redistribución, es de esperar que las líneas permitidas (que nacen del flujo de acreción) varíen temporalmente, tanto su perfil como su intensidad. Scholz & Jayawardhana (2006); Stelzer et al. (2007) descubrieron variabilidad en escalas de tiempo de horas a años para las líneas en emisión de enanas café jóvenes, encontrando que las tasas de acreción pueden variar hasta en un orden de magnitud en escalas de tiempo de meses a años. Esto implica que la interacción de la magnetósfera con el disco es un proceso intrincado, aún en el regimen subestelar.

### 1.2.2. Signos de eyección de masa

Complementando el paradigma de la formación de estrellas de baja masa, existe otro fenómeno observacional que está intimamente relacionado con la formación de la estrella y el disco de acreción circunestelar: la *eyección de masa*, mecanismo que en las etapas más tempranas de la formación estelar juega un papel importante al remover momento angular del material del disco, permitiendo la eventual acreción de masa hacia la estrella.

El porqué existen flujos de masa en eyección es una cuestión que aún no puede resolverse completamente, debido principalmente a la resolución actual de las observaciones (Ray et al. 2007). Aún así, parece que la presencia de campos magnéticos en el disco y/o en la estrella son los responsables directos de la eyección de masa del sistema protoestelar. La primera posibilidad fue examinada por Blandford & Payne (1982), en el contexto de discos de acreción en torno a hoyos negros, y reexaminada por Pudritz & Norman (1983, 1986) para el caso de objetos estelares jóvenes: los flujos bipolares moleculares y los flujos colimados ionizados, observados en los sistemas estelares jóvenes, son el resultado de la presencia de líneas de campo magnético del disco abiertas (los primeros, nacen de zonas externas del disco, mientras que los segundos, debido a la cercanía con la estrella, son ionizados por los choques de acreción), y así, el gas eyectado proviene no de la protoestrella sino del disco, por lo cual el viento emergente de este modelo es denominado *D-wind*, o viento-D. La interacción del campo magnético, el cual debe estar bien acoplado o anclado al disco, con el gas en rotación es el motor del gas eyectado (una revisión del estado actual del modelo *D-wind* puede encontrarse en Pudritz et al. 2007).



**Figura 1.4:** Esquema de las regiones de formación de los vientos para los modelos Viento-D (D-wind, izquierda) y Viento-X (X-wind, derecha). En el modelo de viento-D, la masa es lanzada desde diversos radios del disco, mientras que en el modelo de viento-X, se lanza desde anillos muy cercanos al radio magnetosférico del disco.

La propuesta de Shu et al. (1994) invoca la presencia de un campo magnético estelar que se acopla al gas del disco en una región bien definida, en una forma que recuerda al modelo de acreción magnetosférica de Ghosh & Lamb (1979). El campo magnético estelar trunca al disco en un radio  $R_t$ ; entre  $R_t$  y  $R_x$  (siendo  $R_x$  es el radio de corotación del disco con la estrella, i.e.  $\Omega_* = \Omega(R_x)$ ), las líneas de campo magnético estelar se cierran sobre dicha zona del disco, permitiendo que el gas del disco sea acretado hacia la estrella. La configuración del campo magnético estelar anclado en esa zona del disco permite la transferencia de momento angular del gas que cae hacia la estrella y desde la estrella al disco — es decir, el gas acretado no agrega momento angular a la estrella, y fuerza la corotación de esta zona con la estrella. Por otra parte, en la región situada entre  $R_x$  y  $R_x + \Delta R_x$ , las líneas de campo magnético estelar ancladas al disco, que originalmente se doblaban hacia la estrella a distancias muy grandes de ella, producen el flujo de gas hacia afuera del disco: eventualmente la presión del gas puede abrir las líneas de campo magnético estelar, permitiendo que el gas fluya libremente hacia afuera del sistema. Éste es el llamado *X-wind* (viento-X). Difiere del modelo *D-wind* en la zona de *lanzamiento* del gas: en el modelo *D-wind*, el viento nace de un gran intervalo de radio del disco, mientras que en el modelo *X-wind* el viento es lanzado desde una pequeña región cercana al radio de truncamiento magnetosférico (Shang et al. 2007, dan una revisión del modelo, confrontado con observaciones). La figura 1.4 muestra un esquema de dichos modelos. Las observaciones de muy alta resolución angular en el óptico o infrarrojo cercano, inexistentes hasta el momento, serían capaces de discernir la región de eyección del gas; por lo pronto, las observaciones disponibles parecen indicar que los flujos colimados de gas son eyectados desde zonas cercanas en algunas AU al disco (Ray et al. 2007).

Las líneas que nacen de las transiciones atómicas de  $O^0$  (e.g. [OI] $\lambda\lambda$ 6300, 6363),  $N^+$  (e.g. [NII] $\lambda$ 6583),  $S^+$  ([SII] $\lambda\lambda$ 6716, 6731), y  $Fe^+$  ([FeII] a 5.34, 17.94, 25.99, 35.35  $\mu$ m) entre otras especies atómicas, son un

importante trazador del fenómeno de la eyección (Bally et al. 2007; Ray et al. 2007). En especial, estas líneas prohibidas en emisión (FELs, por sus siglas en inglés: forbidden emission lines) son un importante mecanismo de enfriamiento en los choques y zonas post-choque interestelares, lo cual sugiere la presencia de flujos que han sido eyectados. Este diagnóstico observacional, bien estudiado en el contexto de estrellas T-Tauri, sólo ha sido descubierto en muy pocas enanas café jóvenes acretantes (Luhman et al. 2007, y referencias allí citadas). La primera evidencia de un flujo de masa resuelto observacionalmente fue dada por Whelan et al. (2005): mediante la técnica de espectro-astrometría, se descubrió que el centro de las emisiones del doblete [O]  $\lambda\lambda 6300, 6363$  (observadas hacia la enana café ISO Oph 102) se encuentran desplazadas a  $0.08'' - 0.1''$  de la enana. Junto con el flujo bipolar de la enana café 2MASS J1207334-393254 (resuelto con la misma técnica de espectro-astrometría de las FELs, Whelan et al. 2007), ambos parecen corroborar que la zona donde se forman las FELs se encuentra entre un factor de 3-10 más cerca de la enana de lo que se espera para una estrella T Tauri (Whelan et al. 2005, 2007, usando los resultados de Masciadri & Raga 2004).

Recientemente, se confirmó mediante la observación de la línea de monóxido de carbono (CO J=2-1) hacia la enana ISO Oph 102 la existencia inequívoca del flujo molecular bipolar (Phan-Bao et al. 2008). A la fecha, se han descubierto flujos bipolares en cinco enanas café jóvenes (Whelan et al. 2009). A pesar de la escasez de observaciones de flujos de masa en enanas café jóvenes, resulta evidente que el paradigma de la formación estelar de baja masa (que involucra acreción y eyección de masa) continúa hacia el régimen subestelar.

### 1.2.3. Emisión en exceso en el infrarrojo y longitudes de onda milimétricas

El proceso de formación estelar/subestelar conlleva la creación de un disco, formado por el material con mayor momento angular del núcleo progenitor. La emisión en exceso a longitudes de onda infrarrojas es la firma característica de polvo distribuido en el disco (lo cual implica una distribución de temperaturas para el polvo). Las primeras evidencias de discos de polvo alrededor de objetos subestelares jóvenes provienen de observaciones en el cercano y mediano infrarrojo (Comerón et al. 2000; Liu et al. 2003; Natta & Testi 2001; Oasa et al. 1999), y con el Telescopio Espacial Spitzer, fue evidente la presencia de discos de polvo caliente, irradiados por la enana café central en regiones de formación estelar (ver por ejemplo, Apai et al. 2005; Guieu et al. 2007; Luhman et al. 2005, 2007, 2008; Morrow et al. 2008; Muzerolle, Adame, et al. 2006; Scholz et al. 2007) y en mucho menor proporción, también han sido detectados en longitudes de onda submilimétricas y milimétricas (Klein et al. 2003; Scholz et al. 2006). Es claro que el proceso de formación estelar se extiende hacia las enanas café y también a objetos de masa planetaria, siendo el disco alrededor de la enana Cha 110913-773444 (Luhman, Adame, et al. 2005b) la primera evidencia de ello.

Se han encontrado discos en transición, es decir, discos cuya región más interna se encuentra evacuada de polvo caliente (e.g., Calvet et al. 2005) alrededor de enanas café (Muzerolle, Adame, et al. 2006), lo cual sugiere que la densidad superficial de los discos circunsubestelares evoluciona de manera similar a la de los discos circunestelares.

Por otro lado, los espectros y fotometría en el mediano infrarrojo arrojan que el polvo es procesado con mayor rapidez en los discos circunsubestelares, esto es, la fracción de silicatos no amorfos (en fase cristalina), el crecimiento de los granos de polvo en las capas superiores de las regiones internas del disco, y el asentamiento de polvo hacia el plano medio, ocurre en mayor proporción y a edades más tempranas respecto a los discos circunestelares (Apai et al. 2004, 2005; Morrow et al. 2008; Pascucci et al. 2009; Riaz 2009; Riaz et al. 2009; Scholz et al. 2007). La razón por la cual ocurre ello aún no es dilucidada, pero se atribuye a que la emisión en el mediano infrarrojo se forma en regiones donde la irradiación subestelar es muy importante (esto es, en los anillos más internos del disco) y donde la turbulencia puede jugar un rol muy importante en el procesamiento del polvo (Kessler-Silacci et al. 2007; Sicilia-Aguilar et al. 2007).

En general, las regiones internas de los discos circunsubestelares indican una similitud, que no debe sorprender, con los discos alrededor de estrellas T Tauri jóvenes, puesto que la irradiación también es el mecanismo dominante de calentamiento. Sólo en las regiones más externas, los discos circunsubestelares se diferencian debido a la baja densidad superficial y a la baja luminosidad subestelar, como veremos en los últimos capítulos de este trabajo.

## 1.3

---

### Motivación y descripción de la tesis

Debido a la cantidad de información disponible en longitudes de onda infrarrojas (principalmente debido a observaciones del Telescopio Espacial Spitzer) de enanas café jóvenes, con niveles de flujo inferiores a los esperados para discos alrededor de estrellas de baja masa, y bajas tasas de acreción medidas, se piensa que los discos circunsubestelares son una versión escalada —reducida— de los discos circunestelares. El único artículo sobre la estructura de los discos circunsubestelares (Walker et al. 2004) supone discos *pasivos* irradiados por el objeto central, con una densidad superficial del disco dada a priori. Ello significa despreciar el papel que la turbulencia pueda tener en el calentamiento de los anillos más internos del disco, pero más importante, ignorar dos principios físicos básicos: el de la conservación de masa y el de la conservación de momento angular en cada anillo del disco. Ambos principios de conservación, una vez que se supone una forma funcional para la turbulencia (un problema que no es fácil de tratar), fijan el comportamiento de la densidad superficial en el disco; además, explican el porqué aún en la fase T Tauri subestelar los discos proveen de masa (insignificante) a la enana café.

Usando los códigos desarrollados por Paola D'Alessio (D'Alessio 1996; D'Alessio et al. 1998, 2005, 2006), los cuales han sido exitosos en explicar la emisión de los discos de acreción alrededor de estrellas de masa baja e intermedia (y cuyas tasas de acreción son al menos dos órdenes de magnitud superiores a las reportadas para los objetos subestelares), modelamos la emisión de enanas café jóvenes en las regiones de formación estelar Camaleón I (el primer objeto de masa planetaria, aislado, con exceso en longitudes de onda infrarrojas, Luhman, Adame, et al. 2005b), IC 348 (entre las enanas, la primera detección de un disco con la región más interna

evacuada de polvo caliente, Muzerolle, Adame, et al. 2006) y Tauro (Luhman, Adame, et al. 2007). Para las enanas en Camaleón I e IC 348, discos- $\alpha$  con un parámetro de viscosidad turbulenta  $\alpha = 0.01$  (que es el valor esperado para explicar la emisión milimétrica de los discos circunestelares Hartmann et al. 1998) fueron capaces de explicar los niveles observados en las bandas en el mediano infrarrojo (del Telescopio Espacial Spitzer). Pero el espectro de la enana 2MASS J04381486+2611399 (Luhman, Adame, et al. 2007), en conjunto con el flujo milimétrico reportado previamente por Scholz et al. (2006), requirió disminuir considerablemente el valor de  $\alpha$ . Esta disparidad en el valor del parámetro de turbulencia  $\alpha$  no afecta la estructura global de los discos circunestelares, pero los efectos se vuelven considerables cuando la masa de la enana, la tasa de acreción de masa hacia la enana, y la luminosidad de ella bajan considerablemente: las densidades superficiales de los discos disminuyen, volviendo regiones del disco circunsubestelar ópticamente delgados a la radiación subestelar incidente, si  $\alpha$  es suficientemente alta (esto es, si  $\alpha = 0.01$ ), o haciéndolos ópticamente gruesos, si  $\alpha$  es lo suficientemente baja. Esto afecta directamente a la estructura de los discos; dos comportamientos para los discos coexisten en el régimen subestelar: un régimen ópticamente mediano/delgado, y el otro ópticamente grueso, el cual representa la versión *escalada* de los discos circunestelares.

Debido a lo anterior, el estudio de la estructura de los discos de acreción alrededor de objetos subestelares jóvenes es obligatorio, y gran parte de esta tesis estudia las diferencias, tanto estructurales como en la emisión, de los discos de alta y baja  $\alpha$ . Puesto que no existe garantía de que en el caso subestelar los discos se encuentren ionizados eficientemente como para que la inestabilidad magnetorrotacional (Balbus & Hawley 1991) explique la acreción de masa hacia las enanas café, exploramos una prescripción para la turbulencia puramente hidrodinámica, la llamada prescripción- $\beta$  (Huré et al. 2001; Richard & Zahn 1999). En el capítulo 2 escribimos las ecuaciones fundamentales que rigen el comportamiento de un disco turbulento, no irradiado, bajo la hipótesis de Boussinesq, suponiendo una prescripción algebraica para el coeficiente de viscosidad turbulenta (es decir,  $\nu_t \sim v_t l_t$ , donde  $v_t$  y  $l_t$  son aproximadamente, la rapidez y la longitud característica de las parcelas turbulentas). En el capítulo 3, discutimos adicionales mecanismos de calentamiento (la ionización de la molécula  $H_2$  debido a los rayos cósmicos y decaimiento radioactivo de dos isótopos), el transporte de energía en el disco (transporte radiativo, conductivo y convectivo), dando finalmente las ecuaciones que gobiernan la estructura vertical del disco turbulento; se discuten las prescripciones usadas ( $\alpha$  y  $\beta$ ). En el capítulo 4 presentamos los modelos construidos para los discos- $\alpha$  y los discos- $\beta$  puramente turbulentos, tomando en cuenta variaciones debido a la inclusión de la ionización de  $H_2$  o en la presión superficial del disco, y comparamos las estructuras radiales resultantes de los discos  $\alpha$  y  $\beta$ .

Debido a que la irradiación es el mecanismo de calentamiento más importante en estos discos, en el capítulo 5 incluimos la irradiación subestelar y construimos modelos de discos turbulentos irradiados, variando los parámetros de viscosidad turbulenta  $\alpha$  y  $\beta$  de tal forma que abarcamos discos de alta y baja densidad superficial. El capítulo 6 estudia la emisión de estos discos, y construimos una mediana observacional para los objetos jóvenes con tipos espectrales igual o más tardíos que M6 en Tauro. En el capítulo 7 constreñimos los valores de los parámetros de la viscosidad turbulenta para los discos alrededor de enanas café jóvenes

con flujo milimétrico reportado por Scholz et al. (2006); encontramos que los discos detectados a longitudes de onda larga son explicados preferencialmente por pequeños parámetros de turbulencia, mientras que las no-detecciones pueden ser discos con pequeños parámetros de turbulencia, pero truncados a radios pequeños, o bien, discos con parámetros de turbulencia *normales*. Estudiando la evolución temporal de la densidad superficial, encontramos que las detecciones milimétricas son, efectivamente, el resultado de un parámetro de turbulencia mucho menor al valor canónico, lo cual implica una lenta evolución turbulenta (esto es, estos discos retienen información de sus condiciones iniciales al momento de entrar en la fase T Tauri subestelar), mientras que una alta eficiencia turbulenta explicaría la razón por la cual la mayoría de los objetos subestelares jóvenes no son detectados a longitudes de onda larga a la edad de Tauro.

Finalmente, en el capítulo 8 damos un resumen del trabajo hecho y los resultados más importantes de esta tesis, junto con una lista de posible trabajo a futuro que puede realizarse para los discos turbulentos irradiados, tanto alrededor de estrellas jóvenes como de enanas café.

# PARTE I

Discos turbulentos no irradiados





## Ecuaciones fundamentales

### 2.1

#### Introducción

Para que el material del disco pueda caer hacia el objeto central debe perder momento angular. Dado que cada anillo en el disco se encuentra en rotación diferencial debido al potencial central, existe un gradiente radial en la velocidad circular. Esta diferencia de velocidades entre cada anillo contiguo implica que existe fricción entre el fluido de los anillos, por lo cual el material en un anillo ganaría momento angular mientras que en el anillo adyacente, el material perdería momento angular: es decir, existe una *transferencia de momento angular*. Esta fricción interna es llamada *viscosidad*, y existe siempre que haya gradientes de velocidad en un fluido. De esta forma, se esperaría que dicha viscosidad *molecular* actuara de tal forma que removiera energía del flujo de masa y transportara momento angular hacia afuera y masa hacia radios cada vez más internos del disco para que proceda la acreción hacia la enana. Pero el valor de la viscosidad molecular, que para el caso astrofísico puede estimarse como

$$\nu_{mol} = \frac{v_{th}}{\sigma_{col} n},$$

(donde  $\sigma_{col}$  es una sección eficaz de colisión,  $n$  la densidad numérica de partículas y  $v_{th} = (kT/\mu m_H)^{1/2}$  es la rapidez RMS térmica de las partículas, ver Miesch et al. 1999) no es suficiente para que pueda ser considerada responsable del transporte de momento angular hacia afuera del disco (Pringle 1981; Shakura & Sunyaev 1973). Para material situado en un anillo localizado en un radio  $R$  de un disco astrofísico, el tiempo que le tomaría al material del disco caer hacia el centro, que es del orden de  $t_{vis} \sim \frac{R^2}{\nu_{mol}}$ , sería mucho mayor a la escala de tiempo observada para discos astrofísicos debido a que la viscosidad molecular  $\nu_{mol}$  es pequeña. Por ejemplo, suponiendo que la sección eficaz de colisión del  $H_2$  es  $\sim 10^{-15} \text{ cm}^{-2}$  (Miesch et al. 1999), densidades en el plano medio de un disco del orden de  $n \sim 10^9\text{--}10^{15}$  y temperaturas del gas entre  $\sim 20$  y 1000 K, el tiempo que le tomaría a un anillo situado entre  $\sim 1$  y  $\sim 40$  AU en ser acretado es del orden de  $10^{12}\text{--}10^{17}$  años, un tiempo similar o mayor a la edad del Universo. Ello quiere decir que la acreción

de masa estaría impedida debido a la ineficacia de los movimientos moleculares para transportar momento angular hacia afuera y masa hacia adentro del disco; debido a los signos de acreción observados en los discos protoplanetarios, debe existir una viscosidad *aumentada* respecto al caso molecular.

Por otro lado, el número de Reynolds de un flujo es

$$Re = \frac{v^* l^*}{\nu_{mol}} \quad (2.1)$$

donde  $v^*$  y  $l^*$  son una rapidez y una longitud típica del flujo en el disco. Si la rapidez característica se aproxima a la del sonido, y la longitud típica es la escala de presión del gas, entonces para temperaturas del gas del orden de  $\sim 10$ — $\sim 1000$ K en anillos situados a radios menores a  $\sim 40$  AU, el número de Reynolds es  $Re \sim 10^{17}$ , lo cual significa que las fuerzas viscosas (moleculares) son despreciables en el flujo. Además, siendo el número de Reynolds grande, se espera que el flujo en un disco no sea *laminar* sino *turbulento* (en la figura 2.1 se muestra el flujo turbulento cercano a la Gran Mancha Roja de Júpiter), aunque la transición a un flujo con turbulencia completamente desarrollada depende del número de Reynolds crítico del gas en el disco (es decir, no necesariamente un número Re grande implica turbulencia, y además, la rotación Kepleriana tiende a estabilizar al disco bajo cualquier perturbación, excepto en la presencia de un campo magnético débil, ver por ejemplo la revisión de Balbus 2010).

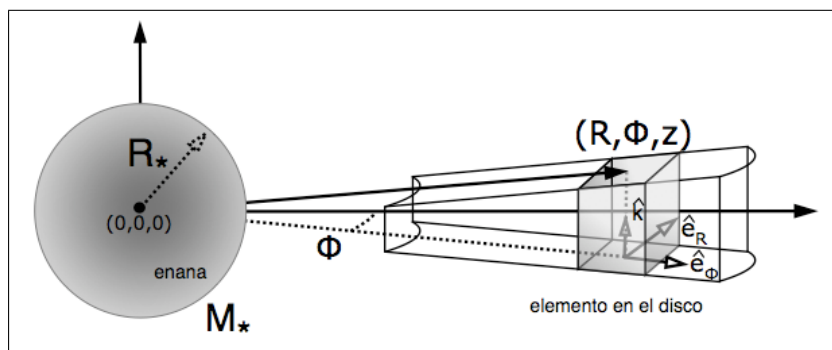


**Figura 2.1:** Flujo turbulento en Júpiter (colores falsos). Alrededor de la Gran Mancha Roja se observa la turbulencia totalmente desarrollada en dicha zona de la atmósfera del planeta. Imagen: NASA, Caltech/JPL.

Que el número de Reynolds del disco sea grande y que la viscosidad molecular no pueda explicar la acreción de masa hacia el objeto central indican que existe un mecanismo poderoso, la *turbulencia*, capaz de remover momento angular del material del disco. Esta idea no es nueva: Shakura & Sunyaev (1973) argumentan la necesidad de un mecanismo transportador de momento angular, diferente a la viscosidad molecular, para poder explicar la acreción de masa de un disco hacia un hoyo negro, el transporte de momento angular hacia afuera, y el espectro de emisión de tal disco. La rotación diferencial y probablemente la presencia de campos magnéticos en el disco serían los responsables del tal mecanismo transportador: supusieron la presencia de *turbulencia* en el disco y en analogía a la teoría cinética molecular, la turbulencia transportaría momento angular y disiparía energía a través de una viscosidad aumentada (una viscosidad *turbulenta*). El estado físico del disco queda entonces descrito por las ecuaciones de movimiento para un fluido viscoso —las ecuaciones de Navier-Stokes.

A continuación derivaremos las ecuaciones que describen el estado del fluido en un disco turbulento. Nuestras suposiciones básicas son las siguientes:

- ★ El flujo en el disco es turbulento, y su turbulencia es *hidrodinámica*.
- ★ La turbulencia está totalmente desarrollada. Ya que  $v_{turb} \gg v_{mol}$ , los términos en los que aparece la viscosidad molecular serán despreciados.
- ★ El disco tiene simetría azimutal.
- ★ El disco se encuentra en estado estacionario.
- ★ Despreciamos la autogravedad del disco frente a la atracción gravitacional del objeto central.



**Figura 2.2:** Geometría cilíndrica del problema: el centro  $(0,0,0)$  se localiza en el centro de la enana de masa  $M_*$  y radio  $R_*$ ; un elemento del disco queda definido al darse las coordenadas  $(R, \phi, z)$ . Se muestran los vectores unitarios cilíndricos  $(\hat{e}_R, \hat{e}_\phi, \hat{k})$ .

El sistema de coordenadas natural es el de coordenadas cilíndricas,  $(R, \phi, z)$ , cuyo centro se localiza en la enana; el eje  $z$  es perpendicular al plano medio del disco. En la figura 2.2 mostramos la geometría del problema.

En los modelos de discos geoméricamente *delgados* (para los cuales la altura del disco es mucho menor a su extensión radial,  $z_\infty/R \ll 1$ , donde  $z_\infty$  puede ser la altura máxima del disco o una altura característica) la velocidad del flujo medio en dirección vertical,  $v_z \hat{k}$  es tomada como nula o despreciable frente a la velocidad en el plano del disco,  $v_r \hat{e}_R + v_\phi \hat{e}_\phi$ , sin embargo, en la derivación de las ecuaciones la velocidad del flujo promedio se tomará como  $\vec{v} = v_R \hat{e}_R + v_\phi \hat{e}_\phi + v_z \hat{k}$  por completez.

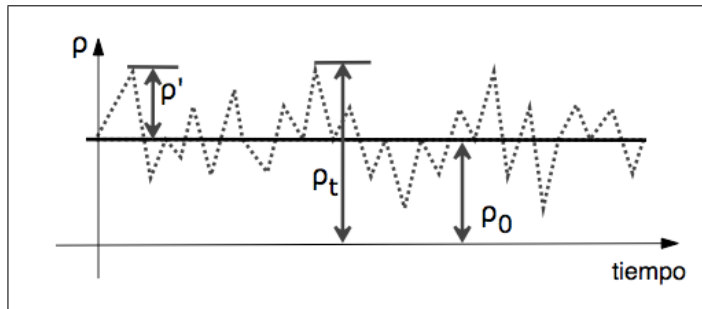
## 2.2

### Ecuaciones de Reynolds

Las cantidades físicas que describen el estado de una parcela de gas en un disco turbulento (velocidad, densidad, presión) pueden descomponerse en dos partes: una que describe el comportamiento del campo *promedio* de la parcela, y otra, la fluctuación alrededor del valor promedio de la cantidad (como ejemplo, en la figura 2.3 se puede ver la densidad como cantidad turbulenta). A esta descomposición se le conoce como la *descomposición de Reynolds*:

$$\begin{aligned} \vec{v}_t &= \vec{v}_0 + \vec{v}', \\ \rho_t &= \rho_0 + \rho', \\ P_t &= P_0 + P', \end{aligned} \tag{2.2}$$

donde el subíndice 0 indica que la cantidad ha sido promediada durante un lapso de tiempo relevante (puede también promediarse en masa, ver por ejemplo Anderson et al. 1984), y el superíndice ' indica el valor de la fluctuación de la cantidad.



**Figura 2.3:** Descomposición de Reynolds: Para la densidad  $\rho$ , la fluctuación de la densidad,  $\rho'$ , se define como la diferencia entre el valor real de  $\rho$  a un instante dado, y el valor promediado temporalmente,  $\rho_0$ .

Por ejemplo, para la densidad  $\rho_t$ , el valor promedio se define como

$$\rho_0 \equiv \bar{\rho}_t \equiv \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \rho_t dt,$$

en la cual  $\Delta t$  es un intervalo de tiempo mayor que el período característico de las fluctuaciones asociadas a la turbulencia. Para un caso estacionario, el valor de la densidad promedio  $\rho_0$  es constante para todo tiempo,

pero no así el valor de la fluctuación alrededor de ese promedio. Sin embargo, esperamos que el promedio del valor de todas las fluctuaciones de densidad sobre un tiempo suficientemente largo sea cero:

$$\overline{\rho'} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \rho' dt \equiv 0.$$

Usaremos esta propiedad en la derivación de las ecuaciones de Reynolds.

A partir de las ecuaciones para un fluido viscoso (de continuidad, Navier-Stokes, conservación de energía) se construyen las ecuaciones de Reynolds, al sustituir las variables  $(\rho_t, \vec{v}_t, P_t)$  por su correspondiente descomposición de Reynolds (2.2) y al promediar las ecuaciones temporalmente.

## 2.3

### Ecuación de Continuidad

Para ejemplificar, mostraremos cómo obtener la forma de Reynolds de la ecuación de continuidad (sin fuentes ni sumideros). La ecuación de continuidad, en notación tensorial:

$$\frac{\partial \rho_t}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_{ti})}{\partial x_i} = 0, \quad (2.3a)$$

se transforma, al usar la descomposición de Reynolds (2.2), en:

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0 v_{0i})}{\partial x_i} + \frac{\partial(\rho_0 v'_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial(\rho' v_{0i})}{\partial x_i} + \frac{\partial(\rho' v'_i)}{\partial x_i} = 0. \quad (2.3b)$$

Se usa la convención de suma de Einstein: la presencia de subíndices repetidos implica una suma sobre todos los valores posibles de tales subíndices.

Tomando el promedio temporal, y que por definición, el promedio temporal de una cantidad fluctuante es cero (pero no así el promedio del producto de dos fluctuaciones),

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0 v_{0i} + \rho' v'_i)}{\partial x_i} = 0. \quad (2.3c)$$

Esta es la **forma de Reynolds de la ecuación de continuidad**. Para el campo medio, se sigue cumpliendo que

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0 v_{0i})}{\partial x_i} = 0. \quad (2.4)$$

Al modelar los discos de acreción, hay que recordar que lo que nos interesa es conocer la estructura promedio del disco; por tanto, resolver la ecuación de continuidad para el campo fluctuante,

$$\frac{\partial(\rho' v'_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (2.5)$$

no es de nuestro interés. De ahora en adelante, los valores promedio  $\rho_0$ ,  $P_0$ ,  $\vec{v}_0$ , los denotaremos por  $\rho$ ,  $P$ ,  $\vec{v}$ . Las fluctuaciones seguirán denotándose por  $\rho'$ ,  $P'$ ,  $\vec{v}'$ .

La ecuación de continuidad para el caso estacionario (las derivadas parciales respecto al tiempo son todas idénticas a cero:  $\frac{\partial}{\partial t}[\ ] \equiv 0$ ), en geometría cilíndrica (con coordenadas  $(R, z, \phi)$ ) y simetría azimutal (en este caso,  $\frac{\partial}{\partial \phi}[\ ] \equiv 0$ ) es,

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R}(R \rho v_R) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0. \quad (2.6)$$

En el caso en que  $v_z \ll v_R$  o  $v_z = 0$ , i.e., si la ecuación de conservación de flujo de momento vertical se reduce a la ecuación de equilibrio hidrostático, la ecuación de continuidad a usar es

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R}(R \rho v_R) = 0. \quad (2.7)$$

En esta ecuación, que establece la conservación de masa en una unidad de volumen del disco, la cantidad  $\rho v_R$  es la cantidad de masa del fluido que se mueve a través de un área unitaria perpendicular a la velocidad radial. La cantidad  $R \rho v_R$  es constante para cada radio del disco, cuyo valor podemos determinar fácilmente.

Integrando la ecuación (2.7) sobre el anillo cuya extensión radial queda delimitada entre  $R_1$  y  $R_2$ , del plano medio a la altura máxima del disco  $z_\infty(R)$ , y definiendo la mitad de la densidad superficial de masa del disco como,

$$\Sigma_\infty(R) = \int_0^{z_\infty(R)} \rho(R, z) dz, \quad (2.8)$$

obtenemos la siguiente cantidad conservada:

$$2\pi R_2 \langle v_R(R_2) \rangle_\rho \Sigma_\infty(R_2) - 2\pi R_1 \langle v_R(R_1) \rangle_\rho \Sigma_\infty(R_1) = 0. \quad (2.9)$$

Para la anterior igualdad hemos usado la densidad  $\rho(z, R)$  como función de peso para promediar la velocidad radial  $v_R$ , cuya dependencia en  $z$  es desconocida,

$$\langle v_R(R) \rangle_\rho \equiv \frac{\int_0^{z_\infty(R)} \rho(R, z) v_R(R, z) dz}{\int_0^{z_\infty} \rho(R, z) dz}.$$

Suponemos además que el disco acreta continuamente masa de sus alrededores (por ejemplo, de su nube molecular materna); un bosquejo de cómo ocurre la acreción hacia el disco se muestra en la figura 2.4: la masa de la nube cae hacia el disco radialmente, a una tasa  $\dot{M}$  (cuyas unidades son unidad de masa por unidad de tiempo). Por lo tanto, en el radio máximo del disco  $R_d$ , tenemos como condición de frontera,

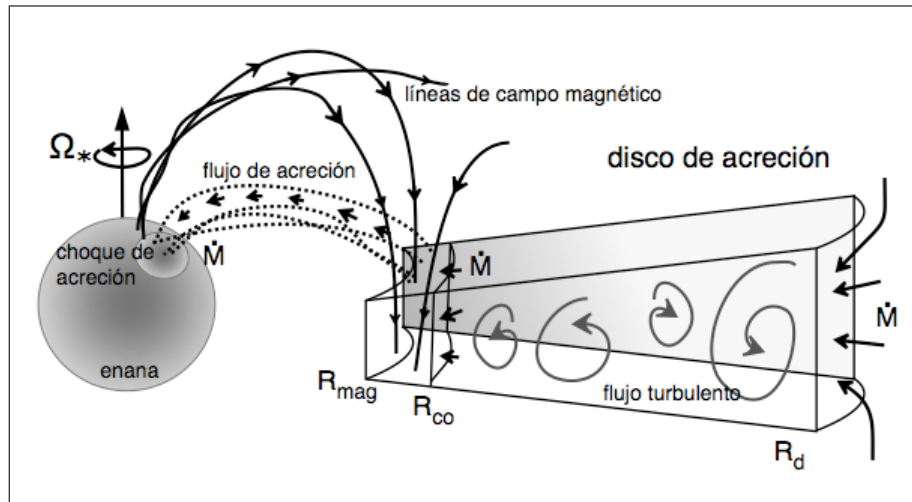
$$\dot{M} = 4\pi R_d \langle v_R(R_d) \rangle \Sigma_\infty(R_d),$$

tomando el valor absoluto de la velocidad radial, puesto que es negativa (lo que significa acreción); el término 2 proviene de que  $\dot{M}$  es la tasa de acreción de masa sobre la altura total del disco,  $2 \times z_\infty(R_d)$  (es decir,

$\rho(z, R)$  es una función par en  $z$ ). Debido a que la tasa de acreción de masa es constante para cada radio de disco (como lo describe la relación 2.9), para todo radio es válida la relación anterior:

$$\dot{M} = 4\pi R |v_R(R)| \Sigma_\infty(R). \quad (2.10)$$

Esta relación será útil para obtener, junto con la conservación de momento angular (ecuación 2.26), la densidad superficial del disco,  $\Sigma_\infty(R)$ . Hay que notar que hasta el momento no ha sido necesario invocar relaciones de clausura para las cantidades fluctuantes (turbulencia) puesto que la acreción de masa se debe mayoritariamente al movimiento medio de las parcelas.



**Figura 2.4:** Acreción de masa: a una tasa constante,  $\dot{M}$ , la masa del disco es acretada de regiones externas (por ejemplo, una nube molecular) hacia radios más internos, para llegar eventualmente al objeto central. En este caso, la acreción de masa hacia la estrella ocurre a través de las líneas de campo magnético estelar/subestelar, como se describió en la sección 1.2.1.1. Los radios  $R_{mag}$ ,  $R_{co}$  y  $R_d$  son, respectivamente, el radio de truncamiento interno del disco debido al equilibrio entre las presiones magnética estelar y del gas del disco, el radio de corotación disco-estrella, y  $R_d$  el radio máximo del disco de acreción. La rapidez angular del radio de corotación está dada por la rapidez angular estelar,  $\Omega_*$ .

## 2.4

### Ecuaciones para el flujo de momento

La forma de Reynolds de las ecuaciones del flujo de momento, para un flujo turbulento, e incluyendo la viscosidad molecular, es:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i + \overline{\rho' v'_i}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i v_j + v_i \overline{\rho' v'_j}) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} - \rho \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij} - v_j \overline{\rho' v'_i} - \overline{\rho v'_i v'_j} - \overline{\rho' v'_i v'_j}), \quad (2.11a)$$

en la cual  $\Phi(R, z) = -\frac{GM_*}{\sqrt{R^2 + z^2}}$  es el potencial gravitacional central y  $\sigma_{ij}$  es el tensor de esfuerzos viscosos



promediado temporalmente, dado por la relación

$$\sigma_{ij} \equiv \eta \left[ \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right] + \zeta \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k},$$

siendo  $\eta$  y  $\zeta$  los coeficientes de viscosidad molecular dinámica y segunda viscosidad, respectivamente. En estas ecuaciones, la cantidad conservada es el flujo de momento  $\rho \vec{v}$ . Para poder obtener una forma sencilla de estas ecuaciones, debemos hacer una suposición adicional sobre las parcelas turbulentas: su densidad no fluctuará, sino permanecerá constante a través de su evolución, esto es, se puede considerar que las parcelas turbulentas son incompresibles. Así, las ecuaciones de momento se reescriben en la forma de Reynolds como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} - \rho \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\sigma_{ij} - \overline{\rho v'_i v'_j}). \quad (2.11b)$$

Respecto a la ecuación de Navier-Stokes (que describe el movimiento de un fluido viscoso), esta ecuación contiene un nuevo término,  $\overline{\rho v'_i v'_j}$ , el cual es llamado *tensor de esfuerzos de Reynolds*. Denotaremos al tensor como

$$\sigma_{ij}^t \equiv -\overline{\rho v'_i v'_j}. \quad (2.12)$$

Este es un tensor de esfuerzos debido al movimiento turbulento del flujo: se puede ver que las velocidades turbulentas están correlacionadas; en una dirección dada, la fluctuación turbulenta transporta momento turbulento. En esta forma del tensor, el primer subíndice representa la dirección del flujo de momento turbulento ( $\rho v'_i$ ), mientras que el segundo subíndice representa la dirección de la velocidad de la fluctuación turbulenta (o de la parcela turbulenta que transporta el momento; en la figura 2.5 mostramos las componentes del tensor de esfuerzos turbulentos en coordenadas cilíndricas).

El tensor de esfuerzos viscosos, que representa una transferencia de momento molecular se considera despreciable frente a las cantidades turbulentas, si suponemos que  $v_{mol} \ll v_{turb}$  en el disco. Finalmente, las ecuaciones de conservación de flujo de momento para el campo medio son,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} - \rho \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}^t}{\partial x_j}. \quad (2.13)$$

Las ecuaciones no pueden ser resueltas, a menos que sea dada una prescripción para el tensor de Reynolds (que es una incógnita puesto que no conocemos la forma funcional de la fluctuación de las velocidades). Este es un problema de *clausura*: hay que especificar ecuaciones adicionales o una relación de clausura para modelar el transporte de momento turbulento. Antes de continuar con las componentes de la ecuación de conservación de flujo de momento, daremos una prescripción para dicho tensor.

### 2.4.1. Hipótesis de Boussinesq

En 1877, Joseph Boussinesq sugirió que la transferencia de momento debida a las parcelas turbulentas, dada por el tensor de esfuerzos de Reynolds, podría entenderse como una viscosidad de las parcelas turbulentas. En la actualidad, la *hipótesis de Boussinesq* es una analogía: el tensor de esfuerzos turbulentos es, matemáticamente, el tensor de esfuerzos viscosos para un flujo laminar no turbulento, pero considerando una viscosidad turbulenta,  $\nu_t$ . Físicamente podría no ser una hipótesis válida, sin embargo, ha probado ser una buena aproximación en algunos experimentos (Anderson et al. 1984). En el caso astrofísico, plantear un modelo sofisticado para el tensor de esfuerzos turbulento resultaría costoso computacionalmente y con ninguna garantía de que sea el modelo adecuado. La hipótesis de Boussinesq en su forma matemática:

$$\sigma_{ij}^t \equiv \eta_t \left[ \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right] + \zeta_t \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k}, \quad (2.14)$$

donde los coeficientes  $\eta_t$  y  $\zeta_t$  son los coeficientes de *viscosidad* turbulenta. Por simplicidad, se toma que el tensor de esfuerzos turbulentos es igual al tensor de esfuerzos viscosos para un fluido incompresible es

$$\sigma_{ij}^t \equiv \eta_t \left[ \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right], \quad (2.15)$$

ya que el término  $\zeta_t \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k}$  en el tensor (2.14) es nulo (i.e.  $\frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0$  en un fluido incompresible). Se espera que el coeficiente de *viscosidad turbulenta*  $\eta_t = \rho \nu_t$  sea mucho mayor al coeficiente de viscosidad (*molecular*) dinámica. La hipótesis de Boussinesq ayuda parcialmente a cerrar el sistema de ecuaciones de Reynolds, puesto que da una prescripción para la correlación de velocidades turbulentas a través de la introducción de una viscosidad *aumentada*:

$$\begin{pmatrix} \overline{\rho v'_R v'_R} & \overline{\rho v'_R v'_\phi} & \overline{\rho v'_R v'_z} \\ \overline{\rho v'_\phi v'_R} & \overline{\rho v'_\phi v'_\phi} & \overline{\rho v'_\phi v'_z} \\ \overline{\rho v'_z v'_R} & \overline{\rho v'_z v'_\phi} & \overline{\rho v'_z v'_z} \end{pmatrix} = -\sigma_{ij}^t. \quad (2.16)$$

Este tensor de segundo orden es un tensor simétrico:

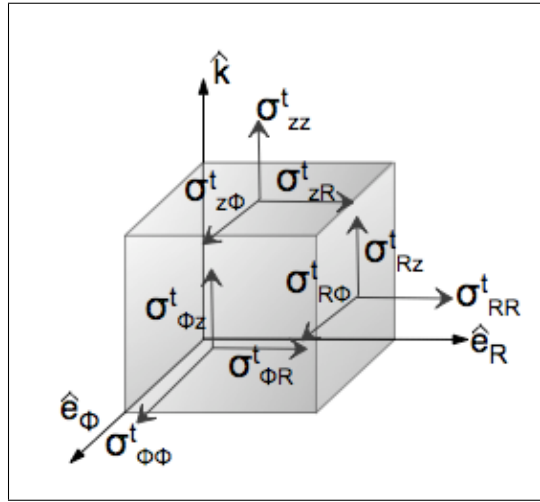
$$\sigma_{ij}^t = \sigma_{ji}^t,$$

y dicha propiedad será útil al momento de calcular el flujo de momento angular a partir de la ecuación de conservación de momento angular. En coordenadas cilíndricas, las componentes del tensor de esfuerzos

turbulentos son (Batchelor 2000; Landau & Lifshitz 2004):

$$\begin{aligned}
 \sigma_{RR}^t &= 2\eta_t \frac{\partial v_R}{\partial R}, \\
 \sigma_{R\phi}^t &= \sigma_{\phi R}^t = \eta_t \left( \frac{\partial v_\phi}{\partial R} - \frac{v_\phi}{R} \right), \\
 \sigma_{Rz}^t &= \sigma_{zR}^t = \eta_t \left( \frac{\partial v_z}{\partial R} + \frac{\partial v_R}{\partial z} \right), \\
 \sigma_{\phi\phi}^t &= 2\eta_t \frac{v_R}{R}, \\
 \sigma_{\phi z}^t &= \sigma_{z\phi}^t = \eta_t \frac{\partial v_\phi}{\partial z}, \\
 \sigma_{zz}^t &= 2\eta_t \frac{\partial v_z}{\partial z}.
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

En la figura 2.5 mostramos las componentes de este tensor de esfuerzos turbulentos actuando sobre las superficies con normales dadas por  $\hat{e}_R$ ,  $\hat{e}_\theta$  y  $\hat{k}$ .



**Figura 2.5:** Representación de las componentes (flechas grises) del tensor de Reynolds en coordenadas cilíndricas. En cada componente, el primer subíndice representa la dirección de la normal a la superficie sobre la cual se ejerce el esfuerzo turbulento (esto es, la dirección del flujo turbulento que atraviesa la superficie), y el segundo subíndice representa la dirección del esfuerzo (la dirección en la cual el flujo turbulento es transportado por las parcelas turbulentas).

Debido a que la velocidad circular de las parcelas es supersónica, mientras que la velocidad radial y la velocidad vertical son despreciables o nulas respecto a la velocidad circular, de las 9 componentes sólo sobreviven aquellas relacionadas con la velocidad circular,  $\sigma_{R\phi}^t$  y  $\sigma_{z\phi}^t$ . Así, el tensor de esfuerzos turbulentos se reduce, en el caso de que las parcelas roten supersónicamente, a:

$$-\sigma_{ij}^t = \begin{pmatrix} 0 & -\eta_t R \frac{\partial \Omega}{\partial R} & 0 \\ -\eta_t R \frac{\partial \Omega}{\partial R} & 0 & -\eta_t R \frac{\partial \Omega}{\partial z} \\ 0 & -\eta_t R \frac{\partial \Omega}{\partial z} & 0 \end{pmatrix}. \tag{2.18}$$

La rapidez circular es  $v_\phi(R, z) = R\Omega(R, z)$ , que es la rapidez de una parcela bajo la acción de un potencial central; en este caso,  $\Omega(R, z) = \sqrt{\frac{GM_*}{(R^2+z^2)^{3/2}}}$ . Esta prescripción para el tensor de esfuerzos es diferente a la usual

(D'Alessio 1996; Paczynski & Bisnovatyi-Kogan 1981; Shakura & Sunyaev 1973),

$$-\sigma_{ij}^t = \begin{pmatrix} 0 & -\eta_t R \frac{d}{dR} \Omega_K & 0 \\ -\eta_t R \frac{d}{dR} \Omega_K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

y en la cual se ha despreciado la correlación entre las velocidades turbulentas  $v_z$  y  $v_\phi$  y además, la velocidad circular toma el valor Kepleriano. Ese paso es válido en dos casos: cuando el disco es geoméricamente delgado, ya que  $v_\phi$  toma el valor Kepleriano, o cuando el disco, sea geoméricamente ancho o delgado, tenga una ecuación de estado barotrópica, ya que en ese caso  $\Omega = \Omega(R)$  (Paczynski & Wiita 1980). En el caso de discos geoméricamente no delgados, cuya ecuación de estado no sea  $P = P(\rho)$ , al usar consistentemente la hipótesis de Boussinesq, la variación de la velocidad circular respecto a  $z$  no es despreciable, pues  $\frac{\partial v_\phi}{\partial z} \approx \frac{1}{R} \frac{\partial R v_\phi}{\partial R}$ . Esta última prescripción para el tensor de esfuerzos hace que las variaciones radiales y verticales en las ecuaciones de conservación de momento (ver la sección §2.4.3) se desacoplen y pueda ser resuelta la estructura vertical independientemente de la estructura radial, facilitando enormemente el cómputo. Relajaremos la suposición de disco delgado, permitiendo que la velocidad circular difiera de su valor Kepleriano y estableciendo arbitrariamente que la componente  $z\phi$  del tensor de esfuerzos turbulento es idénticamente nula,

$$-\sigma_{ij}^t = \begin{pmatrix} 0 & -\eta_t R \frac{\partial \Omega}{\partial R} & 0 \\ -\eta_t R \frac{\partial \Omega}{\partial R} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Tomar  $\sigma_{z\phi}^t \equiv 0$  equivale a despreciar el efecto que tiene la gravedad estelar/subestelar en dirección vertical: la estratificación vertical en la velocidad circular implica que las parcelas turbulentas pueden disipar energía cinética turbulenta  $\frac{1}{2} \rho \overline{v'_\phi v'_z}$  (como veremos en la sección §2.5.1) y también transportar momento angular cuando viajan verticalmente (§2.4.3).

### 2.4.2. Componente azimutal de la ecuación de momento

Para el disco, la ecuación de conservación de momento azimutal se reduce a

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_\phi v_j) = \frac{\partial \sigma_{\phi j}^t}{\partial x_j}, \quad (2.21a)$$

o en notación vectorial:

$$\nabla \cdot (\rho v_\phi \vec{v} - \vec{\sigma}_\phi^t) = 0. \quad (2.21b)$$

La componente azimutal del tensor de esfuerzos de Reynolds (que es un vector; en la figura 2.6 se muestra el esquema y las componentes de  $\vec{\sigma}_\phi^t$ ) es:

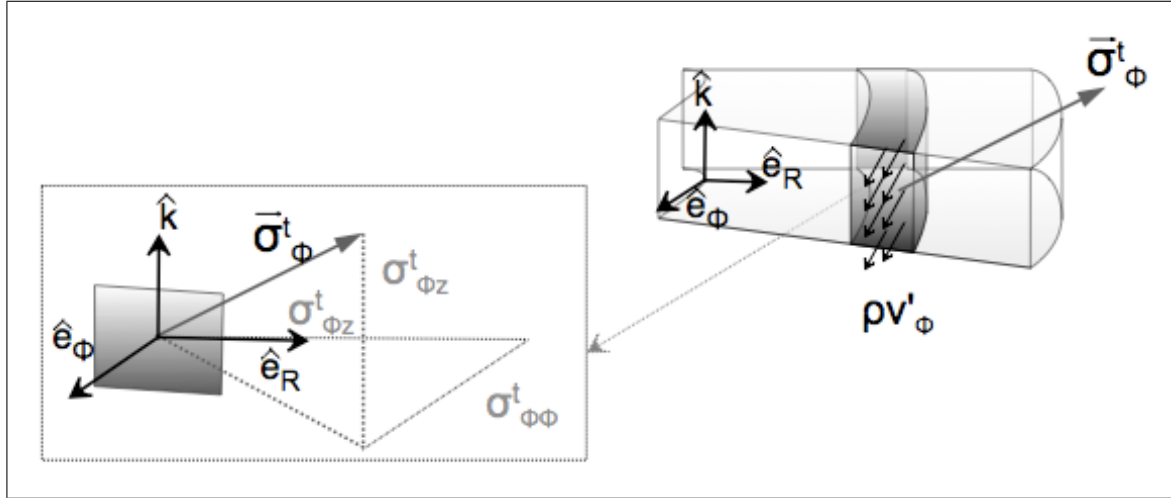
$$\vec{\sigma}_\phi^t = \sigma_{\phi R}^t \hat{e}_R + \sigma_{\phi\phi}^t \hat{e}_\phi + \sigma_{\phi z}^t \hat{k}. \quad (2.22)$$

Cada componente representa el siguiente transporte de momento *azimutal* turbulento:

$\sigma_{\phi R}^t \hat{e}_R \equiv \overline{\rho v'_\phi v'_R} \hat{e}_R$  en la dirección radial, debido a parcelas turbulentas con velocidad  $v'_R$ ,

$\sigma_{\phi\phi}^t \hat{e}_\phi \equiv \overline{\rho v'_\phi v'_\phi} \hat{e}_\phi$ , en la dirección  $\phi$ , debido a parcelas turbulentas con velocidad  $v'_\phi$ , y

$\sigma_{\phi z}^t \hat{k} \equiv \overline{\rho v'_\phi v'_z} \hat{k}$ , en la dirección  $z$ , debido a parcelas turbulentas con velocidad  $v'_z$ .



**Figura 2.6:** Representación de la componente azimutal del tensor de Reynolds,  $\bar{\sigma}_\phi^t$ , en coordenadas cilíndricas. Se muestra, en flechas color negro, la dirección del momento turbulento  $\rho v'_\theta$  que atraviesa la superficie con normal  $\hat{e}_\theta$ .

Usando el tensor de esfuerzos turbulentos dado por la ec. (2.20), la ecuación para la conservación del flujo de momento azimutal  $\rho v_\phi \hat{e}_\phi$  implica un transporte de dicha cantidad debido a parcelas turbulentas en direcciones radial y vertical,

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \rho v_\phi v_R - \eta_t R^2 \frac{\partial \Omega}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho v_\phi v_z - \eta_t R \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) = 0. \quad (2.23)$$

Integrando verticalmente el término que involucra el gradiente vertical, observamos que no contribuye a la ecuación de conservación de momento azimutal:

$$\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{R=R_1}^{R_2} \int_{z=-z_\infty(R)}^{z_\infty(R)} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho v_z v_\phi - \eta_t R \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) R dR dz d\phi = 0,$$

es decir, el transporte neto de momento azimutal debido a las parcelas turbulentas que se mueven verticalmente es nulo. Esto se debe básicamente a la simetría respecto al plano medio, lo cual implica que la velocidad vertical y la componente  $z\phi$  del tensor de esfuerzos turbulentos son funciones impares en  $z$ . También se debe a que a la altura máxima del disco,  $z_\infty(R)$ , tanto la velocidad vertical media como la fluctuante son nulas: las parcelas no pueden salir del disco. Para la ecuación de conservación de momento hemos omitido su componente azimutal;

esto es válido ya que según nuestras suposiciones, tanto la velocidad radial es subsónica y despreciable frente a la velocidad circular, lo que hace que  $\sigma_{\phi\phi}^t \sim 0$ . Además, debido a la simetría azimutal, el término  $\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \phi} [\rho v_\phi v_\phi]$  es nulo; por lo tanto, respecto a los términos radial y vertical, la componente azimutal del momento angular se desprecia.

### 2.4.3. Conservación de momento angular

Una cantidad relacionada con el momento azimutal, es el momento angular respecto a la enana central. Mientras que el momento azimutal, que es la cantidad de movimiento lineal de una partícula en dirección azimutal, es independiente de la localización del observador ( $v_\phi \hat{e}_\phi$ ), el momento angular no es una cantidad intrínseca de la partícula, sino una medida de la cantidad de movimiento de tal partícula respecto a un observador ( $R v_\phi \hat{k}$ , respecto a la enana). Así, cada anillo tiene un momento angular determinado que crece como  $R^{1/2}$ , y por tanto, para que las parcelas de gas sean eventualmente acretadas hacia la enana, deben tener el mismo momento angular del anillo en el cual se encuentren cuando son *transportadas* hacia radios internos, esto es, deben perder momento angular.

En el caso de un potencial central, la torca ejercida por la gravedad estelar/subestelar en una parcela del disco es nula,  $\vec{\tau}_g = \vec{r} \times \vec{f}_g = 0$ , donde  $\vec{r}$  es el vector de posición de la parcela y  $\vec{f}_g$  la densidad de fuerza de atracción gravitacional sobre la parcela. Esto implica conservación del momento angular, ya que

$$\vec{\tau}_g = \frac{d\vec{l}}{dt}, \quad (2.24)$$

donde  $\vec{l}$  es la densidad de momento angular,  $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{v}$ . A partir de la ecuación de conservación de momento azimutal (2.23) podemos obtener la ecuación de conservación de momento angular; multiplicando vectorialmente el vector de posición por la componente azimutal de la ecuación de conservación de flujo de momento,

$$\vec{r} \times \nabla \cdot (\rho v_\phi \vec{v} + \overline{\rho v'_\phi \vec{v}'}) \hat{e}_\phi = 0. \quad (2.25a)$$

Puesto que los tensores  $\rho \vec{v} \vec{v}$  y  $\overline{\rho v'_\phi \vec{v}'}$  son tensores simétricos,

$$\vec{r} \times \nabla \cdot (\rho v_\phi \vec{v} + \overline{\rho v'_\phi \vec{v}'}) \hat{e}_\phi = \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{r} \times v_\phi \hat{e}_\phi - \vec{r} \times \vec{\sigma}_\phi^t). \quad (2.25b)$$

La ecuación de conservación de momento angular es entonces

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{l}_\phi) = \nabla \cdot (\vec{r} \times \vec{\sigma}_\phi^t), \quad (2.26)$$

donde  $\vec{l}_\phi \equiv \vec{r} \times v_\phi \hat{e}_\phi$ ; la cantidad  $\vec{r} \times \vec{\sigma}_\phi^t$  es la *torca turbulenta*. Se puede ver que el momento angular de las parcelas de gas en el disco es transportado de un lugar a otro debido al movimiento fluctuante de ellas, permitiendo que éstas, al perder momento angular, se muevan hacia radios más internos del disco.

Explícitamente, la ecuación de conservación de momento angular tiene dos componentes: la componente radial, que es la conservación del momento angular *con* dirección radial  $\vec{l}_{R,\phi} = -zv_\phi \hat{e}_R$ ,

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \rho z v_\phi v_R + R \rho z \overline{v'_R v'_\phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho z v_z v_\phi + \rho z \overline{v'_z v'_\phi} \right) = 0, \quad (2.27)$$

y la componente vertical, para el momento angular *con* dirección vertical,  $\vec{l}_{z,\phi} = Rv_\phi \hat{k}$ ,

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R^2 \rho v_\phi v_R + R^2 \rho \overline{v'_R v'_\phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho R v_z v_\phi + \rho R \overline{v'_z v'_\phi} \right) = 0. \quad (2.28)$$

Como el disco tiene simetría respecto al plano medio, integrando la componente radial entre un anillo contenido entre  $R_1$  y  $R_2$ , cada integrando es idénticamente cero,

$$\int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \int_{-z_\infty(R)}^{z_\infty(R)} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \rho z v_\phi v_R + R \rho z \overline{v'_R v'_\phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho z v_z v_\phi + \rho z \overline{v'_z v'_\phi} \right) \right] R dR dz d\phi = 0,$$

es decir, el transporte neto de momento angular de dirección vertical por parcelas turbulentas que se mueven radialmente y verticalmente es nulo. Por otra parte, para la componente vertical, el término que involucra el gradiente en dirección vertical es idénticamente cero (debido a la simetría del disco), y del término que involucra el gradiente radial,

$$4\pi \int_0^{z_\infty(R)} \left[ \rho(R, z) R^3 \Omega(R, z) v_R(R, z) - \rho(R_m, z) R_m^3 \Omega(R_m, z) v_R(R, z) - \eta_t(R, z) R^3 \frac{\partial \Omega}{\partial R} \Big|_R \right] dz = 0.$$

Aquí hemos hecho que  $R_2 = R$  y  $R_1 = R_m$ , donde  $R_m$  es el radio del disco para el cual el campo magnético del objeto central no perturba el estado de rotación Kepleriana del disco (y el cual es mayor que el radio de corotación, Ghosh & Lamb 1979; Long et al. 2005) y en el cual hemos supuesto que la componente  $R\phi$  del tensor de esfuerzos turbulentos es nula. En principio,  $R_1$  es formalmente el radio de truncamiento magnetosférico,  $R_{mag}$  bajo el esquema de la acreción magnetosférica (el cual fue descrito en §1.2.1.1); debido a que entre  $R_{mag}$  y  $R_{co}$  el campo magnético del objeto central se encuentra acoplado con el gas del disco, el transporte de momento angular en esta zona se debe a esfuerzos magnéticos (y probablemente, debido al campo magnético residual, también entre  $R_{co}$  y  $R_m$ , aunque en mucho menor grado, siendo los esfuerzos turbulentos los responsables del transporte de momento angular Ghosh & Lamb 1979; Long et al. 2005). La construcción de un modelo global de disco de acreción implicaría la inclusión de campos magnéticos en al menos las regiones más internas del disco; por simplicidad, la discusión de las ecuaciones se centrará en el disco truncado en  $R_m$ , tomando en cuenta que queremos construir un modelo para un disco de acreción turbulento e hidrodinámico. Hay que notar que la suposición  $\sigma_{R\phi}^t|_{in} \equiv 0$ , que es la condición de frontera para el transporte de momento angular —no hay flujo de momento debido a la turbulencia—, es también incorrecta, y debería estar equilibrada por la solución a la zona de transición entre  $R_{co}$  y  $R_m$ .

Junto con la ecuación de continuidad, esta última relación se puede usar para obtener la forma funcional

de la densidad superficial del disco  $\Sigma_\infty(R)$ . Usando el segundo teorema del valor medio (Courant 1988),

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = f(a+0) \int_a^\xi g(x)dx + f(b+0) \int_\xi^b g(x)dx,$$

y con la ayuda de la ec. (2.10), que es la relación entre la tasa de acreción de masa y el flujo de masa a través de cada superficie cilíndrica perpendicular al radio, la densidad de superficial de masa al radio  $R$  es

$$\Sigma_\infty(R) = \frac{\dot{M}}{6\pi\langle v_t \rangle_\rho \Delta_{z_\infty}} \left[ 1 - \left( \frac{\Delta_{z_{\infty,m}}}{\Delta_{z_\infty}} \right)^{3/4} \left( \frac{R_m}{R} \right)^{1/2} \right] + F(R_m, R; \xi_m, \xi). \quad (2.29)$$

El término  $F(R_m, R; \xi_m, \xi)$  agrupa los términos que contienen los valores integrados de 0 a  $\xi(R)$ . Los términos  $\Delta_{z_\infty}$  y  $\Delta_{z_{\infty,m}}$  son el término  $\Delta_z$ , evaluados en  $z_\infty$  y  $z_{\infty,m}$  (las alturas máximas del disco en  $R$  y  $R_m$ , respectivamente), y que se define como

$$\Delta_z = \frac{1}{1 + (z/R)^2},$$

y proviene de tomar la velocidad circular no Kepleriana. A primer orden, para un disco con cociente altura-radio menor a 1,  $F(R_m, R; \xi_m, \xi) \ll 1$ , por lo que puede ser despreciado frente al primer término del lado derecho de la ecuación. Así, el valor de la densidad superficial a un radio  $R$  puede simplificarse a

$$\Sigma_\infty(R) \approx \frac{\dot{M}}{6\pi\langle v_t \rangle_\rho \Delta_{z_\infty}} \left[ 1 - \left( \frac{\Delta_{z_{\infty,m}}}{\Delta_{z_\infty}} \right)^{3/4} \left( \frac{R_m}{R} \right)^{1/2} \right]. \quad (2.30)$$

Este resultado es importante: a partir de las ecuaciones de conservación de momento angular más la ecuación de conservación de masa, con las condiciones de frontera dadas y usando la hipótesis de Boussinesq, podemos encontrar la forma funcional de la densidad superficial del disco. Más aún, el resultado es válido sin importar la prescripción para el tensor de esfuerzos turbulentos, dado por la relación (2.19) en el caso de discos geoméricamente delgados o barotrópicos, por la ec. (2.18) para discos no delgados, o nuestra aproximación, dada por la ec. (2.20).

Para radios muy grandes,  $R \gg R_m$ , la densidad superficial de masa, para discos de ancho intermedio, está entre estos dos límites:

$$\Sigma_\infty(R) \approx \begin{cases} \frac{\dot{M}}{6\pi\langle v_t \rangle_\rho}, & \text{disco geoméricamente delgado} \\ \frac{\dot{M}}{3\pi\langle v_t \rangle_\rho}, & \text{disco con } z_\infty/R = 1. \end{cases} \quad (2.31)$$

Una vez especificada la viscosidad turbulenta y construido el modelo, la ecuación (2.30) puede ser usada para verificar la densidad superficial obtenida por el código computacional.

**No hay que olvidar que la relación que se obtenga para la densidad superficial depende fuertemente de la hipótesis de Boussinesq.** Si usáramos otros modelos de turbulencia para cerrar las ecuaciones de



Reynolds, los resultados estándares de la teoría de los discos de acreción cambiarían drásticamente.

La ecuación de conservación de momento angular puede obtenerse de otra forma. Ya que es una cantidad conservada, la ecuación general se puede escribir como

$$\frac{\partial \vec{l}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{l} = \text{torcas externas}, \quad (2.32)$$

y la forma de Reynolds, usando la ecuación de continuidad, y en notación tensorial

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho r_i v_j v_k \epsilon_{ikl}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho r_i \overline{v'_j v'_k} \epsilon_{ikl}) = 0, \quad (2.33)$$

donde  $\epsilon_{ikl}$  el tensor de Levi-Civita. Al usar la prescripción para el tensor de esfuerzos turbulento (2.18), la componente en dirección vertical, dada por (2.28), implica que el momento angular con dirección vertical es transportado tanto radial como verticalmente por las parcelas turbulentas (aún en el caso en que la velocidad promedio vertical  $v_z$  de las parcelas es despreciable frente a  $v_R$  y  $v_\phi$ ),

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 \rho v_\phi v_R + R^2 \rho \overline{v'_R v'_\phi}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho R \overline{v'_z v'_\phi}) = 0, \quad (2.34)$$

aunque el transporte vertical *neto* de momento angular es nulo (debido a la simetría respecto al plano medio del disco). Sin embargo, para obtener la estructura del disco, habría que resolver esta ecuación, la cual impediría desacoplar el cálculo de la estructura vertical del de la radial.

#### 2.4.4. Componente vertical de la ecuación de momento

La componente vertical de la ecuación de momento (2.13), escrita usando el tensor de Reynolds turbulento (2.20) es,

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \rho v_R v_z) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z v_z) = -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho \frac{\partial}{\partial z} \Phi(R, z). \quad (2.35)$$

Los términos que contienen  $\rho v_R v_z$  y  $\rho v_z v_z$  se pueden despreciar, en orden de magnitud, frente a los gradientes verticales de presión y del potencial gravitacional, siempre que las velocidades del flujo en direcciones vertical y radial sean subsónicas. Esta suposición resulta en la ecuación de equilibrio hidrostático usual, para un disco no autogravitante,

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} \Phi(R, z) = -g_z. \quad (2.36)$$

La ecuación nos permite establecer una escala de altura de presión del gas *local*,

$$H_p(R, z) \equiv \frac{c_s(T)}{\Omega(R, z)}, \quad (2.37)$$

y una escala de altura del gas a cada radio,

$$H_{gas}(R) \equiv \frac{c_s(T)}{\Omega(R,0)} = \frac{c_s(T)}{\Omega_K(R)}, \quad (2.38)$$

la cual corresponde a un disco verticalmente isotérmico. En ambas escalas de altura, la rapidez angular  $\Omega(R,z)$  está dada por el potencial central gravitacional,

$$\Omega(R,z) \equiv \sqrt{\frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial R}}, \quad (2.39)$$

y la rapidez angular Kepleriana,  $\Omega_K$ , se define en el plano medio del disco.

Puesto que las escalas de altura del disco son inversamente proporcionales a la raíz de la masa del objeto central,  $H \propto M_*^{-1/2}$ , es de esperar que la altura de los discos alrededor de objetos subestelares sea mayor que la de aquellos alrededor de estrellas (Walker et al. 2004). Debido a ello, los discos alrededor de objetos subestelares poco masivos pudieran tener cocientes altura-radio menores o aproximados a 1, haciendo inválido el usar la aproximación de disco delgado para calcular la estructura de dichos discos (ver, por ejemplo, Walker et al. 2004, quienes estudian los discos alrededor de enanas café jóvenes usando la aproximación de disco delgado, i.e.,  $\Omega = \Omega_K$  y  $g_{z,K} = z\Omega_K^2$ ). Por tanto es justificable tratar de modelar discos alrededor de objetos subestelares sin hacer uso de la aproximación de disco delgado.

En realidad un disco circunsubestelar no es en toda su extensión radial geoméricamente mediano (*slim*, en inglés; en estos discos  $z_\infty(R)/R \lesssim 1$ ) o ancho ( $z_\infty(R)/R \approx 1$ ). En regiones cercanas al objeto subestelar central, el disco es geoméricamente delgado ( $z_\infty(R)/R \ll 1$ ), y puede modelarse como un disco de acreción estándar (Shakura & Sunyaev 1973), debido en gran parte a la fuerza de atracción gravitacional subestelar vertical. En orden de magnitud, la altura del disco es aproximadamente

$$z_\infty \approx \frac{P_c}{\Sigma_\infty(R)} \frac{1}{\Omega_K^2}, \quad (2.40)$$

donde  $P_c \equiv P(R,0)$ , la presión evaluada en el plano medio. En esta aproximación suponemos un anillo isotérmico, con una densidad de masa dada por  $\rho_c$ ; así,  $\Sigma_\infty \approx \rho_c z_\infty$ . A una masa dada, la importancia de la fuerza gravitacional vertical debido al objeto central decrece radialmente, ensanchando el disco. Intuitivamente se puede esperar que la escala del disco sea mayor para el caso de un objeto central poco masivo, respecto a la esperada para uno masivo; sin embargo, también es cierto que la escala de altura depende de las condiciones físicas del disco.

La teoría para los discos de acreción medianos o anchos ha sido ya construida para las regiones internas de discos alrededor de hoyos negros supermasivos con tasas de acreción suficientemente altas y dominados por presión de radiación, para los cuales  $z_\infty(R)/R \sim 1$  (Hoshi 1981). La principal diferencia entre estos discos y los discos alrededor de objetos subestelares es que, para los primeros, es la *alta tasa de acreción de masa*

lo que crea el ensanchamiento (Jaroszynski et al. 1980), mientras que para los últimos es la *baja gravedad subestelar*.

Para un disco geoméricamente delgado se cumple que  $\frac{z_\infty}{R} \ll 1$ , por lo que es de esperar que la velocidad circular, Kepleriana, sea supersónica. Por otro lado, cuando el disco deja de ser geoméricamente delgado, el cociente altura-radio del disco es  $\frac{z_\infty}{R} \lesssim 1$ , y  $c_s(T_c) \lesssim \sqrt{2}v_\phi(R,0)$ . Esto último tiene implicaciones en la ecuación de conservación de momento radial.

#### 2.4.5. Componente radial de la ecuación de momento

La componente radial de la ecuación de momento (2.13) es

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \rho v_R v_R) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_R v_z) = -\frac{\partial P}{\partial R} - \rho \frac{\partial}{\partial R} \Phi(R, z). \quad (2.41)$$

Un análisis a orden de magnitud arroja que el término que contiene  $\rho v_R v_z$  se puede despreciar respecto a los otros términos. Por otra parte, para un disco geoméricamente delgado, el término gravitacional  $\frac{\partial \Phi}{\partial R}$  domina sobre los demás. En el caso de un disco mediano, cuando el cociente  $z_\infty/R$  se aproxima a la unidad, el gradiente radial de presión podría no ser despreciable frente al término gravitacional, ya que  $\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial R} \approx \frac{c_s(T)}{R} \lesssim \frac{\partial \Phi}{\partial R} \approx \frac{v_\phi}{R}$  y la ecuación de equilibrio hidrostático en la dirección radial es (ver por ejemplo Paczynski & Bisnovatyi-Kogan 1981):

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial R} = -\frac{\partial}{\partial R} \Phi(R, z). \quad (2.42)$$

En el contexto de discos de acreción medianos y flujos de acreción predominantemente advectivos (ADAF, por sus siglas en inglés), el término inercial  $\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \rho v_R v_R)$  se toma en cuenta al modelar radialmente tales discos (Abramowicz et al. 1988; Narayan et al. 1998). Una vez construido el modelo para el disco circunsubeselar, habría que verificar que los gradientes de presión radiales puedan despreciarse.

## 2.5

---

### Ecuación de energía

A partir de la ecuación de flujo de momento para el campo de velocidades promedio, ecuación (2.13), podemos obtener la ecuación de conservación de energía mecánica para el campo medio, al hacer el producto escalar de la velocidad  $v_j$  con la ecuación (2.13):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \Phi \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{2} \rho v^2 v_j + \rho \Phi v_j \right) = -\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i \overline{v'_i v'_j}) + \overline{\rho v'_i v'_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - v_j \frac{\partial P}{\partial x_j}. \quad (2.43)$$

Recordando que para un fluido newtoniano (ideal) la ecuación de conservación de energía mecánica es:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \Phi \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{2} \rho v^2 v_j + \rho \Phi v_j \right) = -v_j \frac{\partial P}{\partial x_j}, \quad (2.44)$$

vemos que la ecuación (2.43) presenta dos nuevos términos respecto a la ecuación de energía para un fluido ideal:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i \overline{v'_i v'_j}) &: \text{ convección o advección de energía cinética turbulenta} \\ & \text{por movimientos del campo medio, y} \\ \overline{\rho v'_i v'_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} &: \text{ disipación de energía cinética turbulenta debida a} \\ & \text{movimientos turbulentos.} \end{aligned}$$

La ecuación de energía para el campo fluctuante, que se deriva de la ecuación de flujo de momento para dicho campo, es:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho v'^2 \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{2} \rho v'^2 v_j + \frac{1}{2} \overline{\rho v'_j v'_i v'_i} \right) = -\overline{\rho v'_i v'_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \overline{v'_j} \frac{\partial P'}{\partial x_j}. \quad (2.45)$$

Vemos que el término escalar  $\overline{\rho v'_i v'_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$  aparece en ambas ecuaciones de energía: el efecto que tiene en una ecuación será el opuesto del efecto en la otra ecuación. En otras palabras, **existe una transferencia de energía cinética entre los campos de velocidad medio y el fluctuante. En el caso del disco, esperamos que la energía cinética turbulenta sea *removida del campo fluctuante* y sea entregada al campo medio del disco.**

Para la energía interna del campo medio, tenemos la siguiente relación

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \varepsilon v_j) = -P \frac{\partial v_j}{\partial x_j} + v'_j \frac{\partial P'}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho c_P \overline{v'_j T'}), \quad (2.46)$$

en donde hemos usado que la entalpía  $h'$  (por unidad de volumen) del campo fluctuante puede escribirse como  $\rho h' = \rho \varepsilon' + P' = c_P \rho T'$ , donde  $c_P$  es el calor específico a presión constante del fluido medio. Sumando las ecuaciones (2.43) y (2.46), obtenemos la ecuación de conservación de energía total,  $E_T = \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \Phi + \rho \varepsilon$ :

$$\frac{\partial E_T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (E_T + P v_j) = \overline{\rho v'_i v'_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho c_P \overline{v'_j T'} + \rho v_i \overline{v'_i v'_j} + F_{j,rad}). \quad (2.47)$$

En esta ecuación aparece un nuevo término, denominado *flujo de calor aparente de Reynolds*:

$$F_{j,turb} = \rho c_P \overline{v'_j T'}. \quad (2.48)$$

Este vector representa un flujo de calor debido a los movimientos turbulentos en el fluido; como en el caso del tensor de esfuerzos de Reynolds, hay que proponer una relación de clausura para poder resolver la ecuación de conservación de energía.

Para un fluido ideal, el lado izquierdo de la ecuación (2.47) es igual a cero. Para el caso de un disco

astrofísico, suponemos que la turbulencia es altamente disipativa, y el movimiento medio del fluido se espera que sea como el de un fluido ideal; por tanto, la energía cinética extraída de los movimientos turbulentos,  $\overline{\rho v'_i v'_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}}$ , debe ser removida del lugar donde se generó; puede acarrear a otra altura del disco, o ser eventualmente ser emitida como radiación.

$$\overline{\rho v'_i v'_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{\rho c_P v'_j T'} + v_i \overline{\rho v'_i v'_j} + F_{j,rad} \right) = 0. \quad (2.49)$$

La ecuación de conservación de energía, en estado estacionario, para el disco es:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} [R v_R (E_T + P)] + \frac{\partial}{\partial z} [v_z (E_T + P)] = \\ Q_{turb} - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \overline{\rho c_P v'_R T'} + R v_i \overline{\rho v'_i v'_R}) - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\rho c_P v'_z T'} + v_i \overline{\rho v'_i v'_z} + F_{z,rad}), \end{aligned} \quad (2.50)$$

con

$$Q_{turb} = \overline{\rho v'_i v'_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}}. \quad (2.51)$$

Usando la hipótesis de Boussinesq y puesto que  $v_z \ll v_R$  y  $v_R \ll c_s$ ,

$$Q_{turb} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \overline{\rho c_P v'_R T'} + R v_\phi \overline{\rho v'_\phi v'_R} + R F_{R,rad}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\rho c_P v'_z T'} + v_\phi \overline{\rho v'_\phi v'_z} + F_{z,rad}). \quad (2.52)$$

Dependiendo si el disco es geoméricamente delgado o ancho, la energía disipada por el movimiento turbulento será transportada preferentemente en dirección vertical o en dirección radial, respectivamente. En principio, para discos medianos o anchos, la energía puede ser transportada en ambas direcciones: en el caso de discos medianos alrededor de hoyos negros, parte de la energía producida por el disco es radiada hacia la superficie del disco y parte es transportada radialmente por movimientos turbulentos advectivos (Abramowicz et al. 1988).

La ecuación (2.52), al contener gradientes radiales implica que parte de la energía generada en otro radio del disco y que ha sido transportada radialmente (*advección*) por movimientos turbulentos hacia un radio dado es capaz de calentar al gas. Regiones alejadas de un radio dado pueden contribuir al calentamiento de un anillo dado, y el tratamiento computacional se vuelve complejo y bi-dimensional. Para desacoplar el transporte de energía vertical del radial, se hace una importante suposición ad hoc: adoptamos el **equilibrio local de energía**, es decir, la energía producida a cierto radio del disco será emitida por la superficie del disco en ese mismo radio (Paczynski & Bisnovaty-Kogan 1981; Pringle 1981),

$$Q_{turb} = \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\rho c_P v'_z T'} + v_\phi \overline{\rho v'_\phi v'_z} + F_{z,rad}), \quad (2.53)$$

donde cada término representa lo siguiente:

- ★  $\overline{\rho c_P v'_z T'}$ , el flujo de calor debido a los movimientos turbulentos,

- ★  $v_\phi \overline{\rho v'_\phi v'_z}$ , el transporte de energía cinética turbulenta debido a los movimientos del campo medio, y
- ★  $F_{z,rad}$ , transporte de energía debido al campo radiativo.

La ecuación (2.53) es válida para radios mayores al radio  $R_m$  o al radio de sublimación del polvo, cerca del cual el transporte radial de energía puede ser tan o más importante que el vertical.

Al asumir la hipótesis de equilibrio local de energía es claro que se está sobreestimando el calentamiento real del disco para toda altura a un radio dado, pues la energía disponible podría ser transportada por advección turbulenta, aunque también puede recibir energía que se ha generado en otros anillos. El efecto neto se desconoce, pero ello puede influir en el cálculo de la estructura y emisión del disco. Debido a que en los discos que queremos estudiar el calentamiento por disipación turbulenta puede ser poco importante respecto a mecanismos de calentamiento externos, el error que podemos tener puede no ser significativo.

### 2.5.1. Disipación de energía cinética turbulenta

La fuente de calor intrínseca del disco hidrodinámico nace de la turbulencia generada en el disco. Hemos supuesto que la turbulencia es disipativa, y en vez de que el campo de velocidades turbulento gane energía cinética a expensas del campo medio, la pérdida hacia el campo medio. Pero de la ecuación de conservación de energía (2.53) vemos que este exceso de energía es transferido verticalmente hacia otras regiones del disco: no está disponible para aumentar la energía interna del volumen en el cual fue disipada la turbulencia.

Bajo la hipótesis de Boussinesq, la disipación turbulenta  $Q_{turb}$  para un fluido incompresible (o en este caso, suponemos que la turbulencia es incompresible) es,

$$Q_{turb} = \frac{1}{2} \eta_t \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)^2, \quad (2.54a)$$

y usando la ecuación (2.18),

$$Q_{turb} = \frac{9}{4} \eta_t \frac{R^2}{R^2 + z^2} \Omega^2(R, z). \quad (2.54b)$$

Si en vez de usar la relación (2.18) usáramos la prescripción usual para el tensor de esfuerzos turbulentos dada por la ecuación (2.20), en el cual se supone una forma arbitraria para  $\sigma_{z\phi}^t$ , obtenemos que

$$Q_{turb} = \frac{9}{4} \eta_t \frac{R^4 \Omega^2(R, z)}{(R^2 + z^2)^2}. \quad (2.54c)$$

La diferencia entre (2.54b) y (2.54c) es despreciable cuando el disco es geoméricamente delgado, pero conforme el disco se va ensanchando, a una misma altura el valor de  $Q_{turb}$  dado por (2.54b) es mayor al valor dado por (2.54c); la diferencia se debe a que en la prescripción (2.54c) no se toma en cuenta la importancia de la correlación de velocidades turbulentas  $\overline{v'_z v'_\phi}$ . Aunque la velocidad vertical promedio de las parcelas pueda ser despreciable frente a la velocidad radial o a la circular, no se debería aplicar la misma suposición al exceso o fluctuación en la velocidad vertical frente a las fluctuaciones en velocidad radiales o circulares. Por otra

parte, al estar una parcela a una altura  $z \gg 0$ , siente la fuerza de atracción gravitacional no solamente en dirección radial, sino también en dirección vertical,

$$\vec{F}_g = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial R} \hat{e}_R + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial z} \hat{k}, \quad (2.55)$$

lo que provoca una *estratificación* en la velocidad azimutal y consecuentemente en la rapidez angular tanto en dirección vertical como la ya conocida en dirección radial. Si el mecanismo generador de la turbulencia hidrodinámica es finalmente el pozo de potencial central que genera la rotación diferencial en  $R$ , no debería despreciarse la correlación  $\overline{v'_z v'_\phi}$  en el cálculo de la energía cinética turbulenta disipada. Sólo por consistencia con las secciones anteriores (en las cuales la componentes  $z\phi$  y  $\phi z$  del tensor de esfuerzos turbulentos se anulan para que las ecuaciones de conservación de momento angular no acoplen las ecuaciones de la estructura radial y la vertical) usaremos la versión dada por la ec. (2.54c) de la energía disipada por las parcelas turbulentas.

Si toda la energía cinética turbulenta generada en disco fuera emitida por las superficies del disco,

$$\frac{\partial F_{rad}}{\partial z} = Q_{turb}, \quad (2.56)$$

el flujo total en  $R$ , emitido por cada una de las superficies del disco es

$$F_{rad}(z_\infty(R)) = \frac{3GM_*\dot{M}}{8\pi\Delta_{z_\infty}^{3/2}} \left[ 1 - \left( \frac{\Delta_{z_\infty,m}}{\Delta_{z_\infty}} \right)^{3/4} \left( \frac{R_m}{R} \right)^{1/2} \right] + G(R_m, R; \xi_m, \xi), \quad (2.57)$$

usando la relación para la densidad superficial (2.29) obtenida previamente. Similarmente a la relación resultante para la densidad superficial,  $G(R_m, R; \xi_m, \xi)$  contiene los términos que resultan de la integración de  $z \in [0, \xi]$  de  $Q_{turb}$  y de la densidad. Como  $G(R_m, R; \xi_m, \xi)$  es mucho menor al primer término del lado derecho de la ecuación,

$$F_{rad}(z_\infty(R)) \approx \frac{3GM_*\dot{M}}{8\pi\Delta_{z_\infty}^{3/2}} \left[ 1 - \left( \frac{\Delta_{z_\infty,m}}{\Delta_{z_\infty}} \right)^{3/4} \left( \frac{R_m}{R} \right)^{1/2} \right]. \quad (2.58)$$

Se puede asociar una temperatura efectiva al flujo de energía debido al calentamiento por disipación turbulenta,

$$T_{eff,turb} \approx \left( \frac{3GM_*\dot{M}}{8\pi\sigma\Delta_{z_\infty}^{3/2}} \right)^{1/4} \left[ 1 - \left( \frac{\Delta_{z_\infty,m}}{\Delta_{z_\infty}} \right)^{3/4} \left( \frac{R_m}{R} \right)^{1/2} \right]^{1/4}. \quad (2.59)$$

Esta temperatura es independiente de la prescripción para la viscosidad turbulenta, pero **depende de la hipótesis de Boussinesq a través de la densidad superficial de masa.**

## Ecuaciones de estructura vertical detallada

### 3.1

---

#### Introducción

La discusión del capítulo anterior se dedicó exclusivamente al caso de un disco turbulento, calentado únicamente por disipación turbulenta. Los resultados más importantes, obtenidos al integrar verticalmente las ecuaciones descritas son un primer acercamiento a la estructura radial de un disco turbulento. A continuación describiremos los ingredientes necesarios para construir la estructura detallada de un disco turbulento no irradiado, calentado por la disipación turbulenta y por la ionización de la molécula  $H_2$  debido a los rayos cósmicos y al decaimiento radiactivo *in situ* (§3.2). En el capítulo anterior se revisaron los posibles mecanismos de transporte de energía turbulenta, i.e., transporte turbulento conductivo/advectivo, transporte turbulento convectivo, y transporte radiativo; en la sección §3.3 se dará una parametrización para los términos no radiativos del transporte de energía. Con los nuevos mecanismos de calentamiento y las prescripciones para el transporte turbulento de energía, podemos escribir las ecuaciones que gobiernan la estructura vertical de un disco turbulento, calentado por disipación turbulenta y por la ionización de  $H_2$  (§3.4). Para poder resolver dichas ecuaciones, hay que adoptar una parametrización para la viscosidad turbulenta (§3.5). La clásica parametrización es la viscosidad- $\alpha$ , la cual depende de las cantidades físicas del disco. En este trabajo también discutiremos la viscosidad- $\beta$ , debido a su creciente importancia y a nuevos experimentos que apoyan dicha prescripción. Finalmente, discutiremos las diferencias entre discos que se suponen a priori delgados, y los discos medianos en §3.7.

### 3.2

---

#### Fuentes de calentamiento del disco

Además de la disipación de energía cinética turbulenta, el disco puede ser calentado internamente por la ionización del gas del disco debido al decaimiento radiactivo de ciertos isótopos y externamente por el fondo galáctico de rayos cósmicos. Aunque en el trabajo de D'Alessio (1996) se incluyó el calentamiento debido a



la ionización por rayos cósmicos y por decaimiento radiactivo de  $^{26}\text{Al}$ , la energía turbulenta disipada superaba la energía debido a la ionización, por lo cual la ionización no es importante para la estructura de los discos circunestelares. Para discos de acreción alrededor de objetos poco masivos, la ionización del gas se vuelve relevante, pues dicho mecanismo puede superar la energía disipada por las parcelas turbulentas para radios mayores que 10 AU.

Para valores que consideraremos típicos de una enana café joven, la temperatura efectiva asociada a la disipación turbulenta (para un disco delgado, ecuación (2.59)) puede escribirse como

$$T_{turb} = 2.37 \left( \frac{\dot{M}}{10^{-10} M_{\odot} \text{yr}^{-1}} \right)^{1/4} \left( \frac{M_*}{0.06 M_{\odot}} \right)^{1/4} \left( \frac{R}{10 \text{AU}} \right)^{-3/4} \text{K},$$

mientras que para valores típicos de estrellas T Tauri (D'Alessio et al. 1998),

$$T_{turb} = 12.74 \left( \frac{\dot{M}}{10^{-8} M_{\odot} \text{yr}^{-1}} \right)^{1/4} \left( \frac{M_*}{0.5 M_{\odot}} \right)^{1/4} \left( \frac{R}{10 \text{AU}} \right)^{-3/4} \text{K}.$$

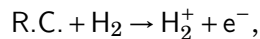
A  $R \sim 10$  AU esta temperatura efectiva para el disco circunsubestelar es mucho menor a la del disco circunestelar; debido a la baja temperatura efectiva turbulenta, otras fuentes de calentamiento intrínsecas o extrínsecas para las regiones externas del disco pueden ser tan o más importantes que la misma disipación turbulenta, aún cuando globalmente sea el mecanismo de calentamiento dominante.

Debido a la importancia de la ionización para las regiones más frías de los discos circunsubestelares, hacemos una revisión de los valores para las tasas de ionización de los rayos cósmicos y del decaimiento radiactivo de  $^{26}\text{Al}$ , usadas en D'Alessio (1996); D'Alessio et al. (1998), e incluimos el decaimiento radiactivo de  $^{60}\text{Fe}$  como una fuente de ionización.

### 3.2.1. Rayos cósmicos

El fondo galáctico de rayos cósmicos es capaz de ionizar las regiones más frías de los discos protoplanetarios, modificando la química del disco (e.g. Finocchi & Gail 1997) y acoplado el gas del disco a los campos magnéticos (Consolmagno & Jokipii 1978; Hayashi 1981; Stepinski 1992), por lo cual se piensa que la inestabilidad magneto-rotacional (Balbus & Hawley 1991) pudiera operar en discos protoplanetarios para generar y mantener la turbulencia (Gammie 1996).

En este trabajo la inclusión de los rayos cósmicos como fuente de ionización del gas del disco tiene otra justificación. Al penetrar el disco, las partículas energéticas pierden energía ionizando las moléculas de  $\text{H}_2$ , principalmente a través de la reacción (Woodall et al. 2007)<sup>1</sup>



<sup>1</sup>ver <http://www.udfa.net>

con una longitud de atenuación,  $\Sigma_0 \approx 96 \text{ g cm}^{-2}$  (Nakano & Umebayashi 1986; Umebayashi & Nakano 1981), de tal forma que la tasa de ionización (por molécula de  $\text{H}_2$ ) es (Umebayashi & Nakano 1981):

$$\zeta_{RC}(\text{H}_2) \sim 10^{-17} e^{-\Sigma_s(R,z)/\Sigma_0} \text{ s}^{-1}, \quad (3.1)$$

donde  $\Sigma_s(R, z)$  es la densidad columnar de masa de gas del disco que atraviesan los rayos cósmicos, desde la superficie del disco ( $z = \infty$ ) hasta la altura  $z$ ,

$$\Sigma_s(R, z) \equiv \int_z^\infty \rho(R, z) dz = \Sigma_\infty(R) - \Sigma(R, z). \quad (3.2)$$

Observaciones en radio hacia núcleos moleculares masivos (Bergin et al. 1999) y de baja masa (Williams et al. 1998) obtuvieron que el valor de la tasa de ionización debido a los rayos cósmicos es:

$$\zeta_{RC}(\text{H}_2) = 5 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1},$$

el cual es 5 veces superior al valor usado por D'Alessio (1996); D'Alessio et al. (1998). Así, la tasa de producción de iones a partir de la ionización de  $\text{H}_2$  por rayos cósmicos es

$$\chi_{RC} = 5 \times 10^{-17} e^{-\Sigma_s(z)/\Sigma_0} \left( \frac{n(\text{H}_2)}{\text{cm}^{-3}} \right) \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}, \quad (3.3)$$

donde  $n(\text{H}_2)$  es la densidad numérica de moléculas de hidrógeno. Por cada ionización de  $\text{H}_2$ , una fracción de la energía que pierden los electrones rápidos (resultantes de la ionización) al interactuar con el gas se convierte en calor (e.g. Dalgarno et al. 1999). Goldsmith & Langer (1978) estimaron que por cada ionización, la energía disponible para calentar el gas es  $\Delta Q_{RC} \approx 20 \text{ eV}$ ; recientemente Yusef-Zadeh et al. (2007) obtienen un valor menor para el calor depositado al gas,  $\Delta Q_{RC} \approx 12.4 \text{ eV}$ ; escogemos este último para calcular la tasa de producción de energía,  $\Gamma_{RC}$ , que es la cantidad de energía (por unidad de tiempo y volumen) depositada al gas debido a la desaceleración de electrones rápidos generados por la ionización de  $\text{H}_2$ ,

$$\Gamma_{RC}(R, z) = \zeta_{RC} \Delta Q_{RC} e^{\Sigma_s/\Sigma_0} n(\text{H}_2). \quad (3.4)$$

Con los valores seleccionados para  $\zeta_{RC}$ ,  $\Sigma_0$  y  $\Delta Q_{RC}$ , la temperatura efectiva asociada a este mecanismo de calentamiento es

$$T_{RC} = 4.74 (1 - e^{-\Sigma_\infty(R)/\Sigma_0})^{1/4} \text{ K}. \quad (3.5)$$

Como veremos en el capítulo 4, la inclusión del calentamiento por rayos cósmicos resulta crucial para las regiones externas del disco ( $\sim 1 - 10 \text{ AU}$ ), siendo un mecanismo importante de calentamiento y sobrepasando el efecto de la disipación turbulenta en la estructura del disco. Por lo tanto, la inclusión del calor generado por la desaceleración de electrones rápidos en el cálculo de la estructura de un disco de acreción circunsubestelar

es justificable.

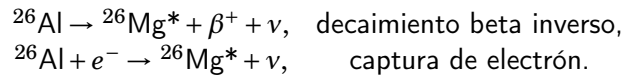
### 3.2.2. Decaimiento radiactivo *in situ*

#### 3.2.2.1. El isótopo $^{26}\text{Al}$

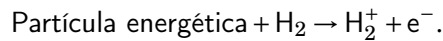
Urey (1955) fue el primero en sugerir que el decaimiento radiactivo del isótopo  $^{26}\text{Al}$  podría ser considerado como una fuente de calentamiento para el Sistema Solar primigenio. El estudio de las inclusiones ricas en calcio y aluminio (CAI, por sus siglas en inglés) en la condrita Allende evidenció un exceso de  $^{26}\text{Mg}$ , que ha sido interpretado como el producto del decaimiento *in situ* de  $^{26}\text{Al}$  (Lee et al. 1977): el isótopo  $^{26}\text{Al}$  se encontraba presente en las CAIs al momento de su formación (la cual pudo haber ocurrido cuando el Sol y el Sistema Solar estaban en su fase de formación inicial, Thrane et al. 2006), y estaba distribuido homogéneamente en el Sistema Solar, lo cual indica un origen estelar o de supernova para  $^{26}\text{Al}$  (Thrane et al. 2006).

Consolmagno & Jokipii (1978) calcularon el estado de ionización para el disco protoplanetario Solar, considerando los efectos del decaimiento de  $^{26}\text{Al}$  únicamente, encontrando que el gas estaría bien acoplado a los campos magnéticos en el disco; por otra parte, para regiones del disco más densas que  $\sim 400 \text{ gr cm}^{-2}$ , los rayos cósmicos no pueden penetrar y la ionización por  $^{26}\text{Al}$  se vuelve importante (Stepinski 1992). Al igual que para los rayos cósmicos, nos interesa conocer la tasa de generación de energía por el decaimiento radiactivo de  $^{26}\text{Al}$ .

El isótopo  $^{26}\text{Al}$ , con una vida media  $\tau_{1/2} \sim 7.3 \times 10^5 \text{ yr}$  (e.g. Bizzarro et al. 2004; Thrane et al. 2006), decae en  $^{26}\text{Mg}$  a través de dos posibles reacciones (Finocchi & Gail 1997),



En ambos casos el núcleo resultante de  $^{26}\text{Mg}$  se encuentra en un estado excitado ( $^{26}\text{Mg}^*$ ), que cae al estado base por la emisión de un fotón energético (la línea- $\gamma$  es producida por esta transición). Los positrones y fotones energéticos resultantes del decaimiento interactúan con el gas del disco por medio de la reacción (3.1),



Podemos obtener la tasa de ionización de  $\text{H}_2$  debida al decaimiento de  $^{26}\text{Mg}$ ,

$$\zeta_{\text{Al}} = \frac{\lambda N E}{W} = 1.49 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}, \quad (3.6)$$

donde  $\lambda \equiv \tau_{1/2}^{-1}$ ,  $W = 36 \text{ eV}$  es la energía promedio requerida para crear el par  $\text{H}_2^+ - e^-$  en el gas,  $N$  es la abundancia de  $^{26}\text{Al}$  por átomo de hidrógeno, para el cual el valor que hemos calculado es

$$N = 1.935 \times 10^{-10},$$

a partir de la abundancia  $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al} = (5.85 \pm 0.05) \times 10^{-5}$  (la abundancia al momento de la formación de la inclusión C-Al), medida en CAIs y cóndrulos del meteorito Allende y otras condritas (Bizzarro et al. 2004; Thrane et al. 2006), y  $\text{Al}/\text{H} = 3.467 \times 10^{-6}$  (el valor recomendado para el proto-Sol, Lodders 2003); y finalmente, la energía  $E = 3.186 \text{ MeV}$  es la energía total del decaimiento  $^{26}\text{Al} \rightarrow ^{26}\text{Mg}$  (Finocchi & Gail 1997). Para el gas de  $\text{H}_2$ , la tasa de producción de iones es

$$\chi_{\text{Al}} = 1.49 \times 10^{-18} \left( \frac{n(\text{H}_2)}{\text{cm}^{-3}} \right) \text{s}^{-1}, \quad (3.7)$$

y la energía disponible para calentar el gas por cada una de estas ionizaciones es  $\Delta Q_R \approx 10 \text{ eV}$  (D'Alessio 1996; Goldsmith & Langer 1978). La tasa de producción de energía depositada en el gas debido al decaimiento radiactivo de  $^{26}\text{Al}$  es:

$$\Gamma_{\text{Al}} = \zeta_{\text{Al}} \Delta Q_R n(\text{H}_2), \quad (3.8)$$

y la temperatura efectiva asociada es

$$T_{\text{Al}} = 1.88 \left( \frac{\Sigma_{\infty}(R)}{100 \text{ gr cm}^{-2}} \right)^{1/4} \text{ K}. \quad (3.9)$$

### 3.2.2.2. El isótopo $^{60}\text{Fe}$

Otro candidato viable para ionizar  $\text{H}_2$  es el isótopo  $^{60}\text{Fe}$  (debido a que se ha confirmado su presencia en la nebulosa Solar, como lo confirma la presencia del núcleo  $^{60}\text{Ni}$  en meteoritos, ver Finocchi & Gail 1997; Shukolyukov & Lugmair 1993). El origen de  $^{60}\text{Fe}$  en el disco primordial es estelar: las abundancias medidas en meteoritos implican que el hierro fue sintetizado en una supernova cercana al Sistema Solar, lo cual sugiere que la supernova inyectó hierro al disco protoplanetario (Mostefaoui et al. 2005; Tachibana et al. 2006).

El tiempo de vida medio del isótopo es de apenas  $1.5 \times 10^6$  años (Shukolyukov & Lugmair 1993), y decae en  $^{60}\text{Co}$  por medio del decaimiento  $\beta$ ; luego,  $^{60}\text{Co}$  decae finalmente en  $^{60}\text{Ni}$  a través de la emisión de rayos  $\gamma$  y partículas  $\beta$ . Estas partículas energéticas, producto del decaimiento, pueden ionizar el gas en el disco, con una tasa de ionización de (Finocchi & Gail 1997)

$$\zeta_{\text{Fe}} = 8.4 \times 10^{-20} \text{ s}^{-1},$$

y una tasa de producción de iones dada por

$$\chi_{\text{Fe}} = 1.68 \times 10^{-19} \left( \frac{n(\text{H}_2)}{\text{cm}^{-3}} \right) \text{ s}^{-1}, \quad (3.10)$$

suponiendo que la abundancia de  $^{60}\text{Fe}$  por átomo de H es  $N = 5.184 \times 10^{-11}$  y una energía  $E = 2.751 \text{ MeV}$ , la energía total debido al decaimiento  $^{60}\text{Fe} \rightarrow ^{60}\text{Ni}$ . En este caso, la temperatura efectiva asociada a este

decaimiento es

$$T_{Fe} = 1.09 \left( \frac{\Sigma_{\infty}(R)}{100 \text{ gr cm}^{-2}} \right)^{1/4} \text{ K.} \quad (3.11)$$

Usando las estimaciones recientes para la abundancia inicial solar de  $^{60}\text{Fe}$  de Tachibana et al. (2006),  $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe} = (5 - 10) \times 10^{-7}$ , y una abundancia respecto al hidrógeno de  $^{56}\text{Fe}/\text{H} = 3.18 \times 10^{-5}$  (Lodders 2003), las tasas de ionización y de producción de iones se reducen, dando una temperatura efectiva de

$$T_{Fe} = 0.813 \left( \frac{\Sigma_{\infty}(R)}{100 \text{ gr cm}^{-2}} \right)^{1/4} \text{ K.} \quad (3.12)$$

En los códigos de estructura, tomaremos este último estimado para calcular la estructura del disco.

### 3.2.3. Calentamiento del disco turbulento

La tasa de calentamiento, por unidad de volumen, debido a la ionización del gas de  $\text{H}_2$  del disco por la interacción con rayos cósmicos y partículas energéticas resultantes del decaimiento radiactivo de  $^{26}\text{Al}$  y  $^{60}\text{Fe}$  es entonces

$$Q_{rc} = \Gamma_{RC} + \Gamma_{Al} + \Gamma_{Fe}, \quad (3.13)$$

A cada altura, el disco turbulento es calentado tanto por disipación turbulenta (2.54c) como por la energía disponible para calentar el gas debido a la ionización por partículas energéticas (3.13),

$$Q_{tot}(R, z) = Q_{turb} + \Gamma_{RC} + \Gamma_{Al} + \Gamma_{Fe}, \quad (3.14)$$

y el flujo total de energía a cada altura  $z$ ,

$$\frac{\partial F_{tot}}{\partial z} = Q_{tot}(R, z). \quad (3.15)$$

En la siguiente sección (§3.3) se discutirán los posibles mecanismos de transporte de energía. La temperatura efectiva del disco turbulento calentado por la ionización de  $\text{H}_2$ , en la suposición de que toda la energía es transportada por radiación del disco (ya que las parcelas turbulentas o convectivas no pueden salir del disco, la energía emerge de cada anillo en forma radiativa, así que al flujo radiativo se le puede asociar tal temperatura efectiva), puede definirse como,

$$\sigma T_{eff}^4 = \sigma(T_t^4 + T_{RC}^4 + T_{Al}^4 + T_{Fe}^4). \quad (3.16)$$

En una atmósfera estelar en equilibrio radiativo, la producción de energía es nula y sólo se transporta la energía que se produce en el interior de la estrella. En este caso, el flujo total de energía es constante en toda la atmósfera. En el caso de un disco turbulento, y aún en el caso en que se vuelva *pasivo* (definido en estos capítulos como la parte del disco para la cual el calentamiento total por disipación turbulenta es inferior al calentamiento por rayos cósmicos y decaimiento radiactivo, o bien cuando es inferior a la irradiación subestelar), el flujo de energía (que puede ser transportado por radiación, convección o movimientos

turbulentos) no es constante. Es decir, el requerimiento de que a cada altura la energía absorbida por el gas sea igual a la energía emitida que se cumple en las atmósferas estelares no se cumple en el caso de los discos turbulentos.

### 3.3

#### Transporte de energía

En un disco de acreción no irradiado, la energía disipada por las parcelas turbulentas y aquella debida a la ionización de  $H_2$  puede ser transportada por los siguientes mecanismos:

- ★ Transporte radiativo,
- ★ Conducción/convección de calor por parcelas turbulentas, o
- ★ Convección/advección de energía cinética turbulenta por movimiento del campo medio.

La conducción de calor llevada a cabo por movimientos de átomos y/o moléculas es considerado despreciable, así como la viscosidad molecular lo fue, frente a los movimientos turbulentos. A continuación describiremos cada mecanismo de transporte de energía que puede ser importante en ciertas regiones del disco.

#### 3.3.1. Transporte radiativo

Mediante los dos primeros momentos angulares de la ecuación de transporte radiativo, y junto con la aproximación de difusión, obtenemos una expresión para el transporte de la energía generada por el disco a través de radiación del propio disco.

A excepción de la región más interna del disco, donde el transporte de energía por el campo radiativo ocurre preferentemente en dirección radial, se espera que la energía turbulenta disipada sea transportada en dirección vertical, debido a que el camino libre medio vertical (o la profundidad óptica) para los fotones,

$$\Delta\tau_z \approx \langle \chi_R \rangle_\rho \Sigma_\infty(R), \quad (3.17)$$

es mucho menor o menor al camino libre medio radial,

$$\Delta\tau_R \approx \int_0^R \chi_R \rho(R, z) dR. \quad (3.18)$$

Esto implica que el transporte radiativo radial se desprecia frente al transporte radiativo vertical. Esta suposición,  $\Delta\tau_z \ll \Delta\tau_R$ , debe ser verificada a posteriori.

Para el transporte radiativo en dirección vertical el momento de orden cero del campo radiativo, suponiendo que la radiación es dispersada isotrópicamente, e integrando en frecuencias,

$$\frac{\partial F_{rad,z}}{\partial z} = 4\pi\rho\kappa_P(B(T) - J). \quad (3.19)$$

donde  $B(T) = \frac{\sigma T^4}{\pi}$  es la función de Planck integrada en frecuencias y evaluada a la temperatura  $T$  del disco,  $J$  es la intensidad promedio del campo radiativo, y  $\kappa_P = \kappa_P(P, T)$  es el coeficiente de absorción verdadera promediado en todas las frecuencias usando la función de Planck, evaluada a la temperatura local  $T$ , como función de peso. El momento de primer orden de la ecuación de transferencia, usando la aproximación de Eddington  $J = 3K$  para toda altura del disco, es:

$$\frac{\partial J}{\partial z} = -3\rho\chi_R \frac{F_{rad}}{4\pi}, \quad (3.20)$$

donde  $\chi_R$  es el promedio de Rosseland del coeficiente de extinción total (absorción verdadera más dispersión).

### 3.3.2. Conducción y advección turbulenta de calor

Al igual que en la ecuación de momento para el campo medio (2.13), en la ecuación de conservación de energía (2.47) aparece un nuevo término,  $\overline{\rho c_P v'_j T'}$ , el *flujo de calor de Reynolds*. Nuevamente hay que proponer una relación de clausura para poder resolver la ecuación de energía; suponemos que el transporte de energía térmica, llevado a cabo por el movimiento de las parcelas turbulentas de una altura a otra en el disco, matemáticamente es igual a la ecuación que describe la conducción de calor a nivel atómico-molecular, la ley de Fourier:

$$\overline{\rho c_P v'_j T'} \equiv -K_t \frac{\partial T}{\partial x_j}, \quad (3.21)$$

donde  $K_t$  es la conductividad térmica *turbulenta*, cuyo valor es aumentado respecto al de la conductividad térmica atómica-molecular. En el contexto de los discos de acreción, Shakura, Sunyaev & Zilitinkevich (1978) habían estudiado el efecto del transporte convectivo usando la siguiente prescripción:

$$\overline{\rho c_P v'_j T'} \equiv -\rho\chi_t T \frac{\partial S}{\partial x_j}, \quad (3.22)$$

para parametrizar el flujo turbulento de la energía térmica (ver también Rüdiger, Elstner & Tschäpe 1988). Como en D'Alessio (1996); D'Alessio et al. (1998), se sigue adoptando la prescripción de Shakura, Sunyaev & Zilitinkevich (1978) para modelar el flujo turbulento vertical de calor,  $\overline{\rho c_P v'_z T'}$ : puesto que las parcelas turbulentas pueden tener exceso de energía respecto a la región del disco en la que se encuentren, eventualmente cederán la energía que acarrearán al mezclarse con el medio que las rodea. La pérdida de energía no ocurre por una colisión directa con otras parcelas del medio circundante; de ahí la analogía con la conducción

de calor a nivel atómico-molecular. Es decir, la conducción turbulenta es el mecanismo de transferencia de calor debido al mezclado de las parcelas (Landau & Lifshitz 2004).

La conductividad térmica turbulenta  $\chi_t$  es:

$$\chi_t = \frac{\nu_t}{Pr_t} \quad (3.23)$$

donde  $Pr_t$ , el número de Prandtl turbulento, es el cociente de difusividades del transporte turbulento de momento y el transporte turbulento de calor,  $Pr_t = \nu_t/\chi_t$ . En una situación en la cual la turbulencia se encuentra totalmente desarrollada, la eficiencia del transporte de calor (o entropía) debido al movimiento turbulento de las parcelas es comparable a su eficiencia de transporte de momento, por lo cual  $Pr_t \approx 1$  (Krolik 1999). Para modelos algebraicos de la turbulencia, es común que  $Pr_t = 0.9$  (e.g. Anderson et al. 1984).

Puesto que la primera ley de la termodinámica, en términos de la entalpía específica  $h$ , es  $dh = TdS + \frac{1}{\rho}dP$  (para un proceso reversible); dado que la turbulencia es irreversible, estrictamente la primera ley, usando la segunda ley de la termodinámica, es  $dh \leq TdS + \frac{1}{\rho}dP$ , y  $dh = c_P dT$ ,

$$\rho c_P \overline{v'_j T'} = -\rho \chi_t \left( c_P \nabla T - \frac{1}{\rho} \nabla P \right), \quad (3.24)$$

donde  $\frac{1}{\rho} \nabla P$  es el gradiente adiabático  $\nabla_A$ , y  $c_P \nabla T$  el gradiente del medio,  $\nabla$ . Así, el flujo de calor turbulento en dirección vertical  $F_{turb,z} \equiv \rho c_P \overline{v'_z T'}$  puede escribirse como

$$F_{turb,z} = -\frac{g_z \rho \nu_t}{Pr_t} \left( \frac{\nabla}{\nabla_A} - 1 \right), \quad (3.25)$$

donde  $g_z$  es el valor de la aceleración debida a la gravedad estelar/subestelar en el punto  $(R, z)$  del disco, i.e.,  $g_z = \frac{\partial}{\partial z} \Phi(R, z)$ . En términos de una conductividad turbulenta  $A_{cond}$ , el flujo turbulento puede escribirse como

$$F_{turb,z} = A_{cond} (\nabla - \nabla_A), \quad (3.26)$$

con

$$A_{cond} = -\frac{g_z \rho \nu_t}{Pr_t \nabla_A}. \quad (3.27)$$

Para el caso en el cual la advección sea un mecanismo importante, por ejemplo a radios cercanos al radio magnetosférico y/o al radio de sublimación del polvo en el disco,

$$\rho c_P \overline{v'_R T'} \equiv -\rho \chi_t T \frac{\partial S}{\partial R}, \quad (3.28)$$

en dirección radial.



### 3.3.3. Convección de energía cinética turbulenta

El movimiento medio de las parcelas de gas del disco, en una situación de equilibrio o desequilibrio convectivo (§3.3.4), también acarrea la energía cinética disipada por las parcelas turbulentas, generando un flujo de calor *convectivo turbulento*,

$$F_{conv,z}^m = v_\phi \overline{\rho v'_\phi v'_z}, \quad (3.29)$$

donde el superíndice  $m$  es usado para diferenciar este flujo *convectivo*, llamado así debido a la analogía con la convección, del definido por (3.38) el cual se debe a la inestabilidad convectiva (§3.3.4). Mientras que la convección se debe al movimiento macroscópico del gas en una situación de desequilibrio, la *convección turbulenta* siempre estará presente debido al movimiento turbulento del gas. Por claridad, recordemos que el término  $v_\phi \overline{\rho v'_\phi v'_z}$  proviene del producto,

$$\vec{v}_\phi \cdot \vec{\sigma}_{z\phi}^t = v_\phi \overline{\rho v'_\phi v'_z} \hat{k}. \quad (3.30)$$

Este es un flujo de energía cinética turbulenta, acarreada por el movimiento medio del gas: es la cantidad de energía cinética turbulenta,  $\rho v_z v_\phi$ , que pasa a través de una unidad de área perpendicular ( $\hat{k}$ ) en la dirección de la velocidad ( $\hat{e}_\phi$ ), por unidad de tiempo.

La expresión para  $F_{conv,z}^m$  se obtiene directamente, usando el tensor de esfuerzos turbulentos de Reynolds (2.18),

$$F_{conv,z}^m = \frac{3}{2} \eta t \frac{R^2}{R^2 + z^2} \Omega^2. \quad (3.31)$$

Sin embargo, para los discos geoméricamente delgados (donde la rapidez angular es Kepleriana), o aquéllos para los cuales hemos supuesto que  $\sigma_{z\phi}^t = 0$ ,

$$F_{conv,z}^m(z) = 0. \quad (3.32)$$

En lo subsecuente tomaremos  $F_{conv,z}^m(z) \equiv 0$ , de acuerdo con la discusión respecto a  $\sigma_{z\phi}^t$  en el capítulo anterior (§2.4.1): la importancia de la correlación de las velocidades turbulentas  $v'_\phi$  y  $v'_z$  es despreciable frente a la correlación de  $v'_\phi$  con  $v'_R$ , lo que equivale a despreciar la energía cinética turbulenta  $\overline{\rho v'_\phi v'_z}$  frente a  $\overline{\rho v'_\phi v'_R}$ .

### 3.3.4. Convección

La convección en un disco turbulento es tratada no como el mecanismo generador de la turbulencia (por ejemplo Shakura, Sunyaev & Zilitinkevich 1978), sino como un mecanismo de transporte de energía cinética turbulenta de una altura del disco a otra. La convección en un anillo dado está presente cuando los elementos de masa son dinámicamente *inestables* a perturbaciones pequeñas. Suponiendo que la ecuación de estado del gas es

$$P = \rho c_s^2(T), \quad (3.33)$$

si un elemento tiene un exceso de temperatura respecto a sus alrededores, rápidamente se expandirá hasta llegar a un equilibrio de presión entre el elemento y los elementos que lo rodean; en este caso, la densidad del elemento disminuye por la expansión, y por tanto, el elemento debe subir (debido a las fuerzas boyantes). En algún punto de su trayectoria, la densidad del elemento es igual a la de sus alrededores, y en este caso, el gradiente de temperatura/densidad (dado por el transporte radiativo o turbulento) es estable ante la convección, lo cual implica que la energía no puede ser transportada por movimientos convectivos. En cambio, si el gradiente de temperaturas (o de densidad) del elemento es superior (o inferior, para la densidad) al del medio, existe la convección y el transporte de energía se realiza a través de este mecanismo (ver Weiss et al. 2004, para una explicación más detallada).

Se usa la teoría de la longitud de mezclado (Weiss et al. 2004) para obtener un estimado de este flujo convectivo. En resumen, la teoría de la longitud de mezclado trata de manera simplificada la convección que pudiera estar presente en cierta zona del disco, al reemplazar todas las parcelas por un ensamble de parcelas convectivas promedio que viajan una distancia  $\Lambda$  promedio, la longitud de mezclado, antes de perder su identidad y mezclarse (esto es, perder su energía térmica en exceso respecto a sus alrededores) con el campo medio que lo rodea. Bajo la hipótesis de la longitud de mezclado (Davidson 2004):

$$F_{conv,z} \equiv \rho c_P \alpha_T \frac{\partial T}{\partial x_j}, \quad (3.34)$$

donde  $\alpha_T$  es la difusividad convectiva, con

$$\alpha_T = \Lambda v' \quad (3.35)$$

donde  $v'$  es la rapidez de las parcelas convectivas ( $v'^2 = \overline{v'_j v'_j}$ ). Así, el flujo convectivo en dirección vertical puede escribirse como

$$F_{conv,z} = -\rho c_P \sqrt{\overline{v_z'^2}} \lambda \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (3.36)$$

En esta relación, la densidad  $\rho$  es la densidad de los elementos convectivos. El intercambio de calor entre las parcelas convectivas y el medio ocurre instantáneamente a presión constante. Así, promediando sobre todos los elementos convectivos y sobre todas las posibles longitudes de mezclado  $\Lambda$ , obtenemos que (Weiss et al. 2004):

$$F_{conv,z} = \frac{1}{2} \rho \sqrt{\overline{v_z'^2}} c_P T \frac{\Lambda}{\lambda_P} (\nabla - \nabla'). \quad (3.37)$$

Una vez obtenida una expresión para la velocidad promedio de los elementos convectivos, podemos expresar el flujo convectivo como

$$F_{conv,z} = A_{conv} (\nabla - \nabla')^{3/2}, \quad (3.38)$$

con  $\nabla'$  el gradiente de los elementos convectivos,  $\nabla$  el gradiente del medio, y donde la conductividad convectiva

$A_{conv}$  es

$$A_{conv} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g_z Q \lambda_p}{8}} \rho c_p T \left( \frac{\Lambda}{\lambda_p} \right)^2, \quad (3.39)$$

donde  $\lambda_p$  es la escala de presión del disco,  $\lambda_p \equiv \frac{P}{\rho g_z}$ , y  $Q = 1 - \frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln T} \Big|_P$  (con  $\mu$  el peso molecular medio de la parcela convectiva) toma el valor de 1 si  $\mu$  es constante y si el gas del disco se comporta como un gas ideal.

### 3.3.5. Flujo total de energía

En cierto anillo del disco, localizado en  $R$ , la energía puede ser únicamente transportada por radiación y por flujo turbulento,

$$F_{tot} = F_{rad} + F_{cond}, \quad (3.40)$$

si el medio es estable ante la convección, i.e., el gradiente del medio es menor al gradiente adiabático,  $\nabla < \nabla_A$ . Si el medio se vuelve superadiabático,  $\nabla > \nabla_A$ , el medio es inestable a convección, e incluimos este mecanismo como transporte de energía,

$$F_{tot} = F_{rad} + F_{cond,z} + F_{conv,z}. \quad (3.41)$$

Si la energía fuese únicamente transportada por radiación y conducción turbulenta, podemos definir que el gradiente del medio, en ausencia de convección, sea  $\nabla_{RC} \equiv \nabla$ , entonces

$$\nabla_{RC} = \frac{F_{tot} - F_{rad}}{A_{cond}} + A_{cond}; \quad (3.42)$$

y en términos de una eficiencia  $\zeta$  podemos escribir el gradiente del medio en una forma general (D'Alessio 1996),

$$\nabla = \begin{cases} \nabla_{RC}, & \nabla_{RC} < \nabla_A \\ (1 - \zeta)\nabla_{RC} + \zeta\nabla_A, & \nabla_{RC} \geq \nabla_A. \end{cases} \quad (3.43)$$

Usando la eficiencia convectiva  $\Gamma_{conv}$  y la constante  $\zeta_0$ , que es solución a una ecuación cúbica en  $\zeta$  (cantidades descritas en el apéndice A de D'Alessio 1996), el flujo convectivo en términos del gradiente radiativo-conductivo  $\nabla_{RC}$  y el gradiente adiabático,

$$F_{conv,z} = A_{conv} \left[ (1 - \zeta_0) \frac{\Gamma_{conv}}{\Gamma_{conv} + 1} (\nabla_{RC} - \nabla_A) \right]^{3/2}. \quad (3.44)$$

Finalmente, la ecuación de energía, despreciando los gradientes en dirección radial, es,

$$Q_{turb}(R, z) = \frac{\partial F_{tot}}{\partial z} \quad (3.45)$$

y la energía es transportada, dependiendo del valor del gradiente del medio, por una combinación de mecanismos: transporte radiativo y conductivo, si el medio es subadiabático, y una combinación de los tres

mecanismos posibles si el medio es superadiabático:

$$F_{tot} = \begin{cases} F_{rad} + F_{cond}, & \nabla_{RC} < \nabla_A \\ F_{rad} + F_{cond} + F_{conv}, & \nabla_{RC} \geq \nabla_A. \end{cases} \quad (3.46)$$

## 3.4

### Ecuaciones de estructura

Para redondear las secciones anteriores, a continuación mostraremos las ecuaciones que describen la estructura vertical de un disco turbulento con simetría azimutal.

- ★ Equilibrio hidrostático, (2.36), que es una consecuencia de la conservación de flujo de momento en dirección vertical,

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g_z,$$

donde el término de presión  $P$  puede incluir la presión de radiación,  $P = P_{rad} + P_{gas}$ . La aceleración debido a la gravedad estelar,  $g_z$ , es

$$g_z(R, z) = z\Omega^2(R, z). \quad (3.47)$$

La rapidez angular  $\Omega(R, z)$  se debe al potencial gravitacional central,  $\Omega(R, z) = \sqrt{\frac{1}{R} \frac{\partial \Phi_c}{\partial R}}$ , y difiere del valor Kepleriano.

- ★ Conservación de energía, (3.15),

$$\frac{\partial F_{tot}}{\partial z} = Q_{tot},$$

donde el flujo total de energía está dado por (3.14), es decir,  $Q_{tot} = Q_{turb} + \Gamma_{RC} + \Gamma_{Al} + \Gamma_{Fe}$ .

- ★ Transporte de energía radiativo, mediante los dos primeros momentos de la ecuación de transferencia y la aproximación de Eddington, ecuaciones (3.19) y (3.20):

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{rad}}{\partial z} &= 4\pi\rho\kappa_P \left( \frac{\sigma T^4}{\pi} - J \right), \\ \frac{\partial J}{\partial z} &= -3\rho\chi_R \frac{F_{rad}}{4\pi}. \end{aligned}$$

- ★ Estructura de temperaturas del disco, o transporte turbulento conductivo y/o convectivo. Puesto que el gradiente del medio puede escribirse como  $\nabla = \frac{\partial \ln T}{\partial \ln P}$ , y usando la ecuación de equilibrio hidrostático, la estructura de temperaturas para el disco se escribe como

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{\rho g_z T}{P} \nabla, \quad (3.48)$$

donde el gradiente del medio  $\nabla$  queda dado por la relación (3.43).

Estas son las ecuaciones básicas que describen la estructura vertical ( $P(z)$ ,  $T(z)$ , a una  $R$  dada) de un disco turbulento no irradiado externamente, válidas cuando  $v_z \ll v_R$  y  $v_z \ll c_s$  o  $v_z \approx 0$  (lo cual garantiza el equilibrio hidrostático dado por (2.36)) y suponiendo balance local de energía (es decir, los gradientes radiales en la ecuación de conservación de energía son despreciados frente a los gradientes verticales). La energía cinética disipada por el campo turbulento y el flujo turbulento conductivo no están completamente definidas; es necesario establecer el valor del coeficiente de viscosidad aumentada,  $\nu_T$ , antes de poder resolver las anteriores ecuaciones.

## 3.5

### Modelos algebraicos para la viscosidad turbulenta

Una vez que aceptamos la hipótesis de Boussinesq, combinada con la hipótesis de que las velocidades turbulentas  $v'_z$  y  $v'_\phi$  no están correlacionadas (o que su magnitud es despreciable frente a la correlación de velocidades  $\overline{v'_R v'_\phi}$ ), como una aproximación adecuada para resolver las ecuaciones de momento y de energía, hay que especificar la *viscosidad turbulenta*, la cual, por analogía con la teoría cinética de gases, toma la forma:

$$\nu_t = \nu_t l_t, \quad (3.49)$$

donde  $\nu_t$  y  $l_t$  son rapidez y escala de longitud típicas de la turbulencia. Escogeremos modelos para la viscosidad turbulenta que sean básicos; la forma más elemental de especificar la viscosidad turbulenta es a través de los llamados *modelos algebraicos*, en los cuales la escala de longitud de la parcela turbulenta está relacionada con la geometría del flujo turbulento o con una *longitud de mezclado* de la parcela turbulenta. A continuación describiremos las dos prescripciones usadas para modelar el transporte de momento y la disipación de energía turbulentos.

#### 3.5.1. Prescripción $\alpha$

La primera prescripción para la viscosidad turbulenta en el contexto de discos astrofísicos fue dada por Shakura & Sunyaev (1973); ya ellos argumentaban que la transferencia de momento angular *hacia afuera* del disco no podía deberse a la viscosidad molecular debido a la rotación diferencial del disco, sino a dos posibles fuentes: la rotación diferencial, a través de una viscosidad turbulenta y/o el campo magnético que puede estar presente en el disco. En esta prescripción, la longitud típica de la parcela turbulenta es tomada como el tamaño máximo de dicha parcela, o

$$l_t = H_p, \quad (3.50)$$

donde  $H_p$  es la escala de altura local de presión del gas. La rapidez típica de la parcela turbulenta es desconocida, pero puede ser constreñida. Considerando que la turbulencia es subsónica,  $\nu_t < c_s$ , entonces, en

términos de una eficiencia  $\alpha$ ,

$$v_t = \alpha c_s, \quad (3.51)$$

con  $\alpha \leq 1$ . Finalmente la prescripción- $\alpha$  para la viscosidad es:

$$v_t = \alpha c_s H_p. \quad (3.52)$$

La escala de altura de presión local se define como  $H_p = \frac{c_s(T)}{\Omega(R,z)}$  (ver 2.37), resultando en la siguiente forma para el coeficiente de viscosidad turbulenta:

$$v_t = \alpha \frac{c_s^2(T)}{\Omega(R,z)}, \quad (3.53)$$

o,

$$v_t = \alpha \frac{P}{\rho} \frac{1}{\Omega(R,z)}, \quad (3.54)$$

A pesar del éxito que ha tenido esta prescripción para modelar la estructura de un disco turbulento de acreción (en el contexto de Variables Cataclísmicas, objetos FU Orionis, discos alrededor de estrellas T Tauri, y ahora discos alrededor de enanas café jóvenes), esta prescripción de la turbulencia pareciera ser un artificio matemático, en el cual se da por sentada la existencia de una turbulencia hidrodinámica a pesar de que el criterio de estabilidad de Rayleigh (Chandrasekhar 1960; Pringle 1981),

$$2 \frac{\Omega}{R} \frac{d}{dR} (R^2 \Omega) > 0, \quad (3.55)$$

predice que un disco en rotación kepleriana es estable ante perturbaciones lineales. Entonces, para que la acreción proceda, debe existir un mecanismo desestabilizador; en los siguientes párrafos discutimos el mecanismo propuesto para los discos- $\alpha$ .

### 3.5.1.1. Intestabilidad magneto-hidrodinámica

Balbus & Hawley (1991) descubrieron una inestabilidad potencialmente poderosa para discos con campo magnético débil: la llamada inestabilidad magneto-rotacional. El campo magnético es un elemento desestabilizador; suponiendo que un campo magnético en dirección vertical atraviesa al disco, si un elemento del fluido se mueve radialmente hacia afuera, a un radio  $R_1$ , el campo magnético trata de regresarlo a su posición original  $R_0$ , y además lo fuerza a rotar con la velocidad circular que tenía en  $R_0$ . Esto último es lo que provoca la inestabilidad: al forzar la rotación a una rapidez mayor a la que el fluido medio posee en la nueva localidad,  $R_1$ , el elemento posee efectivamente momento angular en exceso. Debido a ello, el elemento es forzado a moverse hacia anillos externos que posean momento angular cada vez mayor. Esto hace finalmente que el elemento sea transportado hacia afuera. Análogamente, elementos que sean movidos

ligeramente hacia anillos internos tendrán momento angular decreciente, y finalmente serán transportados hacia la estrella central.

Las posteriores simulaciones numéricas de Hawley et al. (1995), para un fluido en un campo magnético débil, demostraron que una vez que la inestabilidad magneto-rotacional inicia, la turbulencia es sostenida y procede el transporte de momento angular, lo que permite la acreción de masa hacia la estrella central, y encontraron que, si bien existe turbulencia en fluidos puramente hidrodinámicos, ella no puede ser sostenida y se desvanece rápidamente.

En el caso de turbulencia magneto-hidrodinámica, el tensor de esfuerzos turbulentos debe incluir un término adicional debido al campo magnético, relacionado con la velocidad Alfvénica; aún en este caso, las ecuaciones para el fluido promedio que hemos derivado son válidas siempre que supongamos válida la hipótesis de Boussinesq (para una revisión del mecanismo y las ecuaciones del campo medio, ver Balbus & Hawley 1998).

Por otro lado, no es claro cómo se generan y mantienen acoplados los campos magnéticos en discos alrededor de estrellas jóvenes; para ello, el disco necesita contar con elementos radioactivos (o rayos cósmicos) que mantengan niveles de ionización suficientes para acoplar el gas con el campo magnético en regiones externas, o por ionización colisional en zonas internas, y rayos-X. Aún así, existen zonas densas y cercanas al plano medio de los discos circunestelares *muertas*, es decir, regiones donde el campo magnético no se acopla al gas y no existe turbulencia; en este caso, la acreción procede sólo en las capas superiores (este es el modelo de acreción en capas de Gammie 1996). Por otro lado, no hay indicación de que los discos circunsubestelares se encuentren bien acoplados con el campo magnético, y esto depende finalmente de la densidad superficial de los discos; posiblemente las zonas más externas no se encuentren acopladas, pero esto es una conjetura que necesita ser revisada posteriormente.

### 3.5.2. Prescripción $\beta$

El análisis a posteriori de los resultados de los experimentos de G. I. Taylor y F. Wendt sobre un flujo Couette-Taylor por Richard & Zahn (1999) revivió el interés por la turbulencia puramente hidrodinámica en los discos de acreción. El flujo Couette-Taylor nace del fluido viscoso incompresible puesto a rotar entre dos cilindros coaxiales, cada uno rotando a distinta rapidez angular (Taylor 1936), haciendo que el fluido rote conforme a una ley de rotación no Kepleriana; se observó, a números de Reynolds mucho menores a los astrofísicos, el comienzo de la turbulencia. Además, se observó que la generación de turbulencia puede ser sostenida por la rotación diferencial cuando la velocidad angular decrece hacia afuera (que es el caso de un disco de acreción).

Haciendo la fuerte suposición de que todos los fluidos que roten diferencialmente se volverán turbulentos (en otras palabras, usando el principio de similaridad de Reynolds, Landau & Lifshitz 2004) para un número de Reynolds suficientemente alto, Richard & Zahn (1999) obtuvieron para los discos de acreción astrofísicos

dos prescripciones para el número de Reynolds (2.1) del flujo con base a la geometría del experimento y su velocidad característica. Definiendo  $R_{CT} \equiv \frac{1}{2}(R_{ext} - R_{int})$ ,  $\Delta R_{CT} \equiv R_{ext} - R_{int}$ , y  $\Delta\Omega \equiv |\Omega_{ext} - \Omega_{int}|$ , donde  $R_{int}$  y  $R_{ext}$  son radios interno y externo, y  $\Omega_{int}$  y  $\Omega_{ext}$  la rapidez angular evaluada en tales radios,

- ★  $Re = \frac{R_{CT}\Delta\Omega\Delta R_{CT}}{v_{mol}}$ , para el cual la longitud característica del flujo es  $l_* \equiv \Delta R_{CT}$ , el ancho de la brecha entre los dos cilindros coaxiales, mientras que la velocidad característica es una velocidad circular promedio,  $v_* \equiv R_{CT}\Delta\Omega$ ; del experimento, el valor del número de Reynolds crítico es  $Re_c \approx 2 \times 10^3$ .
- ★  $Re_* = \frac{R_{CT}^3}{v_{mol}} \frac{\Delta\Omega}{\Delta R_{CT}}$ , al que Richard & Zahn (1999) llaman *gradient Reynolds number* para distinguirlo del número de Reynolds en el párrafo anterior que involucra el tamaño de la brecha: la velocidad característica del flujo involucra el gradiente de la velocidad angular a través de  $\frac{\Delta\Omega}{\Delta R_{CT}}$ . En este caso,  $Re_c^* \approx 6 \times 10^5$ .

Para que el flujo se vuelva inestable y turbulento, se requiere que el número de Reynolds del flujo exceda al número de Reynolds crítico. La viscosidad turbulenta que se deriva es la llamada prescripción  $\beta$ :

$$v_t = \beta R^3 \left| \frac{d\Omega}{dR} \right|, \quad (3.56)$$

con  $\beta \approx 1 \times 10^{-5}$ , y  $R$  la extensión radial. En contraste con la prescripción  $\alpha$ , el valor de la viscosidad turbulenta no depende de valores físicos locales (como la temperatura). El tamaño característico de las parcelas turbulentas involucra la extensión radial,

$$l_t = \sqrt{\beta} R. \quad (3.57)$$

Debido a que la turbulencia es isotrópica, el tamaño característico de las parcelas también está restringido por el tamaño máximo del disco,  $l_t \lesssim z_\infty(R)$ . Esto impone un valor máximo para  $\beta$ , un valor acotado por el cociente altura-radio del disco:  $\sqrt{\beta} \lesssim \frac{z_\infty(R)}{R}$ .

La rapidez característica de las parcelas turbulentas es

$$v_t \approx l_t R \left| \frac{d\Omega}{dR} \right|, \quad (3.58)$$

cuyo valor debería ser menor al de la rapidez del sonido, para que efectivamente la turbulencia sea subsónica. Que  $v_t \lesssim c_s(T)$  no está garantizado en esta prescripción, pero si se cumple que  $\sqrt{\beta} \lesssim \frac{z_\infty(R)}{R}$ , la turbulencia es subsónica (Huré et al. 2001).

Para ser consistentes con las secciones anteriores, la prescripción para la viscosidad que usaremos toma la forma (Hueso & Guillot 2005)

$$v_t = \beta R^3 \left| \frac{\partial\Omega}{\partial R} \right|. \quad (3.59)$$

El argumento para aceptar la prescripción  $\beta$  como la más apropiada para estudiar discos de acreción turbulentos se fundamenta en la conexión entre la rapidez característica de las parcelas turbulentas,  $v_* \sim R^2 \frac{d\Omega}{dR}$ ,



y el potencial central al cual se encuentran sujetas: como la rotación diferencial del disco se debe a la enana (cada anillo tiene una rapidez angular  $\Omega(R)$  definida por el potencial,  $\Omega^2 = \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial R}$ ), la prescripción  $\beta$  estaría estrechamente relacionada con el mecanismo generador de la turbulencia hidrodinámica, esto es, el potencial central. Más aún, la escala de longitud típica  $l_t \sim R$  es la escala relevante para el transporte de momento angular (Duschl et al. 2000).

### 3.5.2.1. Turbulencia hidrodinámica

Aunque aparentemente los experimentos Couette-Taylor resuelven el misterio del mecanismo generador de la turbulencia en discos de acreción astrofísicos hidrodinámicos, existen dos puntos en contra:

1. El experimento Couette-Taylor fue realizado a números de Reynolds pequeños. Motivados por lo anterior, Ji et al. (2006) realizaron el experimento Couette-Taylor para un perfil de rotación cuasi-Kepleriano, aumentando el número de Reynolds. Encontraron que flujos cuasi-Keplerianos puramente hidrodinámicos no pueden transportar momento angular a tasas relevantes para los discos astrofísicos, y que la turbulencia inicia sólo cuando el flujo es inestable bajo el criterio de Rayleigh (3.55). Sin embargo, tampoco en su experimento se logran números de Reynolds suficientemente grandes, y es probable que el número de Reynolds de su experimento no haya alcanzado el valor necesario para que ocurriera el inicio de la turbulencia (Ji et al. 2006). Por otro lado, debido a que fueron capaces de medir la correlación de velocidades turbulentas (el tensor de Reynolds), el valor de  $\beta$  a partir de sus experimentos es menor al obtenido por Richard & Zahn (1999), i.e.  $\beta \lesssim 6 \times 10^{-6}$ .
2. La estabilidad de los discos que rotan con un perfil Kepleriano (Chandrasekhar 1960; Pringle 1981).

Respecto a este último punto, Dubrulle et al. (2005); Shalybkov & Rüdiger (2005) estudiaron analítica y numéricamente la estabilidad de un disco puramente hidrodinámico, con perfil de rotación Kepleriano, y con estratificación vertical en la densidad,  $\rho(R, z)$ . Encontraron que estos discos son inestables a perturbaciones lineales hidrodinámicas, dando origen a la *Inestabilidad Estrato-Rotacional* (SRI, por sus siglas en inglés). Recientemente, Le Bars & Le Gal (2007) estudiaron experimentalmente la estabilidad del flujo Couette-Taylor, en el cual el fluido tiene inicialmente una estratificación vertical en densidad; observaron la inestabilidad estrato-rotacional, validando así los resultados de Dubrulle et al. (2005); Shalybkov & Rüdiger (2005). Así, los discos Keplerianos son realmente estables bajo el criterio de Rayleigh (3.55), pero pueden dejar de ser estables debido a la inestabilidad estrato-rotacional. Este resultado apoya las teorías de generación de turbulencia puramente hidrodinámica en discos de acreción.

## 3.6

---

## Autogravedad

Un parámetro importante relacionado con la gravedad del disco es el parámetro de Toomre (Toomre 1964),

$$Q_T(R) = \frac{c_s(T)\Omega_K(R)}{2\pi G \Sigma_\infty}, \quad (3.60)$$

de tal forma que si  $Q_T > 1$ , el anillo es gravitacionalmente estable a cualquier perturbación al movimiento radial y azimutal del gas y a la densidad de masa. En la subsección §2.4.4 despreciamos la autogravedad del disco frente a la atracción gravitacional de la estrella en dirección vertical. Siguiendo a Pringle (1981), el criterio para determinar si la autogravedad del disco puede despreciarse frente a la gravedad estelar:

$$g_{z,*} \gg g_{z,disk}, \quad (3.61a)$$

o

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} \gg -4\pi G \Sigma(R, z), \quad (3.61b)$$

lo cual, integrando para toda la altura del disco,  $z \in [0, z_\infty]$ ,

$$\Sigma_\infty(R) \ll \frac{z_\infty(R) M_*}{R^3} \Delta_{z_\infty}^{3/2} \quad (3.62)$$

Así, definimos el criterio de Pringle (1981), en completa analogía con el parámetro de Toomre  $Q_T$ , como

$$C(R) \equiv \frac{M_*}{\Sigma_\infty(R) R^2} \frac{z_\infty \Delta_{z_\infty}^{3/2}}{R}. \quad (3.63)$$

Así, un anillo localizado en  $R$  para el cual  $C > 1$  la autogravedad no es importante. Huré (2000) sugiere que para los discos alrededor de estrellas T-Tauri la autogravedad debería ser incluida en la ecuación de equilibrio hidrostático (2.36). Una vez construido el modelo para el disco, debe comprobarse que el criterio (3.62) se cumpla.

## 3.7

### Disco delgado

Las ecuaciones que modelan la estructura de un disco hidrodinámicamente turbulento y geoméricamente delgado son un caso particular de las ecuaciones descritas en el capítulo §2. En esta aproximación, la aceleración debida a la gravedad estelar es

$$g_z = z \Omega_K^2(R), \quad (3.64)$$

y la rapidez angular es:

$$\Omega_K(R) = \sqrt{\frac{GM_*}{R^3}}. \quad (3.65)$$

Puesto que  $z_\infty(R) \ll R$ , el gas a diferentes alturas  $z$  tiene efectivamente una rapidez angular Kepleriana. La estratificación vertical de la componente radial de la velocidad es también despreciable, y  $v_R(R, z) = v_R(R)$ ; así, el flujo de material a través de cada anillo (ecuación (2.10), resultado de la ecuación de continuidad (2.7)) toma la forma:

$$\dot{M} = 4\pi R |v_R(R)| \Sigma_\infty(R). \quad (3.66)$$

En el caso delgado, la velocidad turbulenta en dirección  $z$  no se encuentra correlacionada con la velocidad azimutal turbulenta; el tensor de esfuerzos turbulentos está dado por la ecuación (2.19). Las ecuaciones de conservación de momento son las siguientes:

★ Momento angular: La ecuación (2.26) se reduce a

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R^2 \rho v_\phi v_R + R^2 \rho \overline{v'_R v'_\phi} \right) = 0, \quad (3.67)$$

e integrando dicha ecuación, obtenemos la densidad superficial al radio  $R$ ,

$$\Sigma_\infty(R) = \frac{\dot{M}}{6\pi \langle v_t \rangle_\rho} \left[ 1 - \left( \frac{R_m}{R} \right)^{1/2} \right]. \quad (3.68)$$

★ Momento vertical: Ya que el gas rota Keplerianamente, la ecuación de equilibrio hidrostático (2.36) se escribe como

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = -z \Omega_K^2(R). \quad (3.69)$$

Esta es la ecuación de equilibrio hidrostático usada por Walker et al. (2004). Podemos definir la escala de altura del gas local (a la altura  $z$ , pues existe un gradiente vertical de temperatura) como

$$H_g(R, z) = \frac{c_s(T)}{\Omega_K(R)}. \quad (3.70)$$

★ Momento radial: en este caso, tanto el gradiente de presión radial  $\frac{\partial P}{\partial R}$ , como el término inercial  $\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \rho v_r^2)$  son despreciables, excepto en la región más cercana a la enana café central, respecto al término de aceleración gravitacional radial,  $\rho \frac{\partial \Phi}{\partial R}$ .

Debido a que los gradientes verticales dominan respecto a los gradientes radiales ( $\frac{\partial}{\partial z} \approx \frac{1}{H_g} \gg \frac{1}{R} \approx \frac{\partial}{\partial R}$ ), la energía disipada por los movimientos turbulentos es transportada preferencialmente en dirección vertical y el balance local de energía se cumple (es decir, la energía de otros anillos no es transportada hacia otras regiones radiales), y la ecuación de conservación de energía (2.52) al despreciar los gradientes radiales es la ecuación (2.53):

$$\mathcal{Q}_{turb} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho c_P \overline{v'_z T'} + v_\phi \rho \overline{v'_\phi v'_z} + F_{z,rad} \right), \quad (3.71)$$

y para el caso de la región geoméricamente delgada del disco, la energía turbulenta disipada es

$$Q_{turb} = \frac{9}{4} \eta_t \Omega_K^2(R). \quad (3.72)$$

A la energía turbulenta se le puede asociar una temperatura efectiva (ver las ecuaciones (2.58) y (2.59)):

$$T_{turb}(R) = \left( \frac{3GM_* \dot{M}}{8\pi\sigma R^3} \right)^{1/4} \left[ 1 - \left( \frac{R_m}{R} \right)^{1/2} \right]^{1/4}.$$

La energía disipada por los movimientos turbulentos (3.72) puede ser transportada verticalmente por radiación (transporte descrito usando los primeros dos momentos de la ecuación de transferencia junto con la aproximación de Eddington, ecuaciones (3.19) y (3.20)), movimientos conductivos (el flujo turbulento, usando una hipótesis tipo Boussinesq, ecuación (3.22)) y/o convección (si el gas en cierta región es inestable a movimientos convectivos). Estos mecanismos se discutieron en la subsección §3.3. Las prescripciones algebraicas de la viscosidad turbulenta (§3.5) no cambian esencialmente en las regiones geoméricamente delgadas de los discos; las velocidades características de las parcelas turbulentas no tienen variación apreciable en  $z$ ; así, la viscosidad turbulenta en la prescripción- $\beta$  no tiene dependencia vertical, i.e.  $\nu_t = \nu_t(R)$ , pero en el caso de la prescripción- $\alpha$ , debido a la dependencia vertical de  $T$  en la rapidez del sonido  $c_s$ ,  $\nu_t = \nu_t(R, z)$ , aunque la dependencia vertical resulta ser despreciable.

En la tabla 3.1 se muestran diversas cantidades características de los discos, comparando los valores entre discos de anchura delgada y mediana. Se puede ver que las cantidades de los discos medianos escalan respecto a la de los discos delgados con potencias de  $\Delta_z \equiv 1/(1 + (z/R)^2)$ . Las partes más cercanas al plano medio del disco se comportan como un disco delgado, es decir,  $\Delta_z \rightarrow 1$ , pero cuando el cociente altura a radio se acerca a 1 el gas en el disco deja de rotar Keplerianamente y  $\Delta_z < 1$ , aunque las diferencias entre las diversas cantidades no son enormes, la estructura vertical del disco podría (o no) variar apreciablemente, como resultado de la combinación de estas desviaciones pequeñas. Por tanto, es útil construir el modelo de disco mediano para compararlo con el resultado bien conocido de los discos delgados para verificar las suposiciones involucradas en esta aproximación.

Cantidad	Delgado	Mediano
$z_\infty(R)/R$	$\ll 1$	$\lesssim 1$
$\Omega$	$\sqrt{GM_*/R^3}$	$\sqrt{GM_*/R^3}\Delta_z^{3/4}$
$\dot{M}$	$4\pi R v_R \Sigma_\infty(R)$	$4\pi R \langle v_R \rangle_\rho \Sigma_\infty(R)$
$\sigma_{ij}^t$	$\sigma_{R\phi}^t = -\eta_t R \frac{d\Omega_K}{dR}$ $\sigma_{z\phi}^t = 0$	$\sigma_{R\phi}^t = -\eta_t R \frac{\partial\Omega}{\partial R}$ $\sigma_{z\phi}^t = 0$
$\Sigma_\infty(R) \times \frac{6\pi\langle v_t \rangle_\rho}{\dot{M}}$	$[1 - (R_m/R)^{1/2}]$	$[1 - (\Delta_{z_{\infty,m}}/\Delta_{z_\infty})^{3/4}(R_m/R)^{1/2}]\Delta_{z_\infty}^{-1}$
$H_g$	$c_s(T)\Omega_K^{-1}(R)$	$c_s(T)\Omega_K^{-1}(R)\Delta_z^{-3/4}$
$Q_{turb}$	$\frac{9}{4}\eta_t\Omega_K^2(R)$	$\frac{9}{4}\eta_t\Omega_K^2(R)\Delta_z^{7/4}$
$T_{eff} \times \left(\frac{3GM_*\dot{M}}{8\pi\sigma R^3}\right)^{-1/4}$	$[1 - (R_m/R)^{1/2}]^{1/4}$	$[1 - (\Delta_{z_{\infty,m}}/\Delta_{z_\infty})^{3/4}(R_m/R)^{1/2}]^{1/4}\Delta_{z_\infty}^{-3/8}$
$v_t$	$v_{t,\alpha} = \alpha c_s^2(T)\Omega_K^{-1}(R)$ $v_{t,\beta} = \beta R^2\Omega_K(R)$	$v_{t,\alpha} = \alpha c_s^2(T)\Omega_K^{-1}(R)\Delta_z^{3/4}$ $v_{t,\beta} = \beta R^2\Omega_K(R)\Delta_z^{7/4}$

**Tabla 3.1:** Diferencias, para diversas cantidades físicas, entre discos delgados y medianos

## Estructura de los discos turbulentos

### 4.1

#### Introducción

Las ecuaciones hidrodinámicas derivadas en los capítulos 2 y 3 son válidas para cualquier disco cuya anchura sea delgada ( $z_{\infty}(R)/R \ll 1$ ) o mediana ( $z_{\infty}(R)/R \lesssim 1$ ), y siempre que la velocidad del gas en dirección  $z$  sea despreciable o nula respecto a la velocidad de acreción (la velocidad radial) del gas. Esta suposición ad hoc es básica e implica que el disco se encuentra en equilibrio hidrostático vertical (2.36).

Un disco circunsubestelar real no es o totalmente delgado o totalmente mediano (o grueso): la región del disco más cercana a la enana café central tiene anchura delgada, y conforme nos alejamos radialmente de la enana café, el disco comienza a ensancharse haciéndose geoméricamente mediano. Esto ocurre principalmente por la baja atracción gravitacional que ejerce la enana café sobre las parcelas de gas localizadas a radios grandes (e.g. §2.4.4; Walker et al. 2004, señalan que la escala de altura del gas de los discos circunsubestelares, a un radio dado, es mayor que la asociada a los discos circunestelares, pero el modelo del disco usado en dicho trabajo es válido únicamente para discos delgados y no se hace referencia a la posibilidad de que suponer que  $g_z = z\Omega_K^2$  no sea plausible). Por otra parte, es posible que la extensión radial máxima del disco no exceda unas cuantas decenas de Unidades Astronómicas ( $R_d < 100$  AU), como veremos en la siguiente parte de la tesis, y por tanto, los discos pueden bien ser geoméricamente delgados.

En este capítulo compararemos la estructura vertical detallada de discos  $\alpha$  calentados por disipación turbulenta, rayos cósmicos y decaimiento radioactivo de  $^{26}\text{Al}$  y  $^{60}\text{Fe}$ , con el fin de entender las diferencias entre suponer en las ecuaciones hidrodinámicas una rapidez angular Kepleriana ( $\Omega(R, z) = \Omega_K(R) \forall z$ , válida para un disco delgado) y una rapidez angular consistente con el potencial central ( $\Omega(R, z) \neq \Omega_K(R)$ , para un disco mediano). Esto nos permitirá entender mejor a los discos alrededor de objetos poco masivos, como las enanas café jóvenes.

## 4.2

---

### Códigos utilizados

El código de estructura vertical detallada para discos turbulentos de D'Alessio y colaboradores, descrito en D'Alessio (1996) y D'Alessio et al. (1998), ha sido modificado como se describe a continuación:

- ★ Se actualizó la tasa de ionización debida a rayos cósmicos y  $^{26}\text{Al}$ . Como se verá, el calentamiento debido a la ionización del gas es una fuente importante de calor cuando el disco se vuelve *pasivo* u ópticamente delgado.
- ★ Se incluye el calentamiento *in situ* debido al decaimiento radioactivo de  $^{60}\text{Fe}$ . Aunque no es más importante que la tasa de calentamiento debido al decaimiento de  $^{26}\text{Al}$ , para regiones ópticamente gruesas a los rayos cósmicos es también una fuente de calentamiento no despreciable.
- ★ Existe ahora una versión del código de estructura vertical detallada para la prescripción  $\beta$  de la viscosidad.
- ★ Para cada versión del código (versión  $\alpha$  y versión  $\beta$ ), existe una versión que resuelve la estructura vertical de un disco delgado, i.e., se usa la aproximación  $g_z \approx z\Omega_K^2(R)$ , y otra de disco mediano.

Las cuatro versiones del código resuelven las ecuaciones de estructura vertical (descritas en la sección §3.4), en su aproximación correspondiente y sujetas a las siguientes condiciones de frontera:

**Presión en la superficie del disco.** En  $z = z_\infty$  (la altura del disco), la presión del gas es  $P(z_\infty) = P_\infty$ , con  $P_\infty = 10^{-10}$  dinas $\text{cm}^{-2}$ . El valor de  $P_\infty$  que se adopte no tiene influencia en la estructura de un disco alrededor de un objeto estelar, pero en el caso de discos circunsubestelares contribuye al ensanchamiento si es un valor arbitrariamente pequeño.

**Flujo de energía.** En el plano medio del disco ( $z = 0$ ), por simetría todos los flujos son cero:  $F(0) = F_{rad}(0) = F_{turb}(0) = F_{conv}(0) = 0$ . En  $z = z_\infty$ , las parcelas turbulentas/convectivas no pueden salir del disco, así que  $F_{conv}(z_\infty) = F_{turb}(z_\infty) = 0$ . El flujo total de energía en  $z = z_\infty$  es transportado únicamente por radiación,  $F(z_\infty) = F_{rad}(z_\infty)$ , y  $F(z_\infty) = F_{turb}(z_\infty) + F_{RC}(z_\infty) + F_{Al}(z_\infty) + F_{Fe}(z_\infty)$ , o en términos de la temperatura efectiva definida en (3.16),  $F(z_\infty) = F_{rad}(z_\infty) = \sigma T_{eff}^4$ .

**Transporte radiativo.** Por ahora supondremos que no hay una fuente de radiación incidente en la superficie del disco. La intensidad promedio en  $z = z_\infty$  tiene un valor conocido, asumiendo que el campo radiativo del disco es isotrópico,  $J(z_\infty) = \frac{F_{rad}(z_\infty)}{2\pi} = \frac{\sigma T_{eff}^4}{2\pi}$ .

**Altura del disco.** La altura máxima del disco es una frontera desconocida, y dentro del código se trata como un autovalor. Se introduce la ecuación

$$\frac{dz_\infty}{dz} = 0 \quad (4.1)$$

como la condición de frontera.

Dadas las condiciones de frontera, las ecuaciones de estructura vertical (§3.4) se integran numéricamente como se describe en D'Alessio (1996) y D'Alessio et al. (1998). Para comparar los resultados arrojados por las cuatro versiones disponibles del código, escogemos un modelo de referencia tanto para la enana café central como para el disco. Dicho modelo de referencia, que nombraremos **m0 $\alpha$**  o **m0 $\beta$**  dependiendo de la prescripción para la viscosidad turbulenta seleccionada, tiene los parámetros subestelares y del disco descritos en la tabla 4.1. Especificando el potencial gravitacional central (a través de la masa subestelar  $M_*$  y el radio subestelar  $R_*$ ), la tasa de acreción de masa  $\dot{M}$ , y el parámetro de viscosidad  $\alpha$  o  $\beta$ , se construye el modelo para el disco turbulento/pasivo no irradiado.

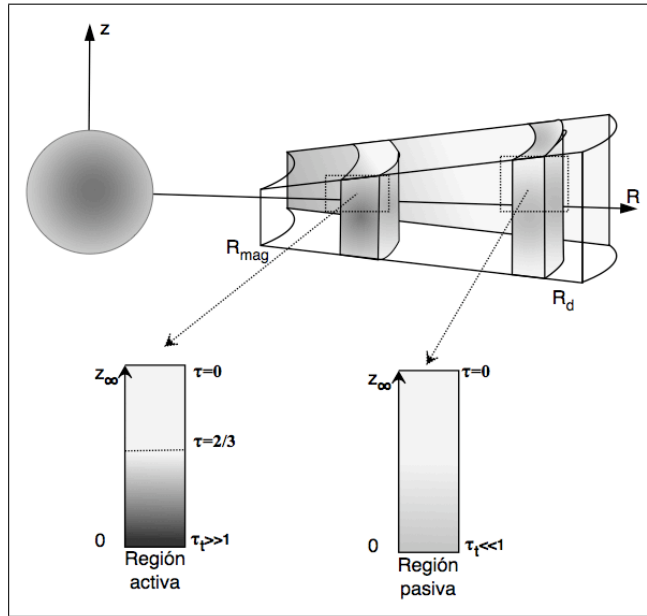
Cantidad	m0 $\alpha$	m0 $\beta$
$M_*$	0.06 $M_\odot$	0.06 $M_\odot$
$R_*$	0.5 $R_\odot$	0.5 $R_\odot$
$R_{mag}$	3 $R_*$	3 $R_*$
$R_d$	150 AU	150 AU
$\dot{M}$	$10^{-10} M_\odot \text{yr}^{-1}$	$10^{-10} M_\odot \text{yr}^{-1}$
Parámetro de viscosidad	$1 \times 10^{-4}$	$1 \times 10^{-6}$
Gravedad subestelar $g_z$	$z\Omega^2(R, z)$	$z\Omega^2(R, z)$

**Tabla 4.1:** *Parámetros físicos para los modelos de referencia*

El disco puede dividirse en dos regiones; para radios cercanos a la enana café central, el disco es calentado principalmente por la disipación turbulenta (la cual denominaremos zona activa), mientras que en regiones externas, el calentamiento debido a la disipación turbulenta es despreciable respecto a la energía depositada por la ionización de las moléculas  $\text{H}_2$  debido a los rayos cósmicos y el decaimiento radioactivo de  $^{26}\text{Al}$  y  $^{60}\text{Fe}$  (ver figura 4.1). En este último caso, el disco se ha vuelto pasivo, y aunque el gas del disco sea turbulento, la energía que las parcelas turbulentas pierden es casi nula; esta zona es la que llamaremos zona pasiva. Hay que notar que esto es consecuencia de aceptar la hipótesis de Boussinesq junto con la prescripción algebraica de la viscosidad turbulenta: la turbulencia no disipa suficiente energía en los anillos externos, y se puede pensar que el disco se comporta como una región quiescente (respecto a los movimientos turbulentos) que gira alrededor de la enana café joven. Lo anterior implica que la parcelas turbulentas son ineficientes transportando masa



hacia la enana café y momento angular hacia afuera del disco; en los capítulos posteriores, veremos que la masa en los anillos externos de los discos pueden tener tiempos característicos viscosos (esto es, el tiempo que le tomaría a la turbulencia mover la masa hacia anillos cada vez más internos y el momento angular hacia anillos externos) del orden de varias veces  $10^6 - 10^7$  años.



**Figura 4.1:** Corte vertical de las dos regiones del disco circunsubestelar: para radios cercanos al radio magnetosférico, la región central de cada anillo es ópticamente gruesa, y se define como el interior del disco, mientras que la región externa del anillo es ópticamente delgada y constituye la atmósfera del disco. Para radios externos, los anillos son ópticamente delgados y la separación interior-atmósfera del disco no es válida.

Por otra parte, ciertos modelos de formación estelar predicen tamaños máximos de los radios de los discos del orden de 10 AU (por ejemplo, los modelos de acreción competitiva y eyección del embrión estelar, Reipurth & Clarke 2001), y el modelaje de la distribución espectral de energías y la luz subestelar dispersada de la enana café joven 2MASS J04381486+2611399 (Luhman, Adame, et al. 2007) nos permitió estimar que el radio máximo del disco tiene un valor entre  $\sim 20$  AU y  $\sim 40$  AU (apoyando la teoría de la formación de enanas café a la manera estelar). Extender el radio máximo del disco a radios del orden de 100 AU podría no tener sentido en el contexto subestelar (tanto si son enanas café *bona fide* o estrellas fallidas; para una revisión de los mecanismos de formación de las enanas café, ver McKee & Ostriker 2007; Whitworth et al. 2007), pero en este trabajo el radio máximo del disco es fijado en 150 AU para comparar la estructura resultante con la de un disco circunestelar.

Pero no sólo la baja gravedad subestelar hace que sólo una pequeña porción del disco sea activa y el exterior sea pasivo: el suponer que la tasa de acreción de masa  $\dot{M}$  es constante para todo radio del disco implica que  $T_{eff} \sim \dot{M}R^{-3/4}$ , así que una baja tasa de acreción de masa también implica baja temperatura efectiva. Las bajas tasas de acreción de masa medidas en objetos subestelares ( $\dot{M} \lesssim 10^{-10} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ , Luhman

et al. 2007; Mohanty et al. 2005b; Muzerolle et al. 2005) son las tasas de acreción de masa que va del disco hacia la estrella, y es probable que tal tasa de acreción no sea representativa de la tasa dentro del disco. Por ejemplo, la existencia de vientos originados en el disco o la caída de masa hacia el disco puede hacer variar radialmente la tasa de acreción de masa. El primer efecto podría implicar tasas de acreción de masa (y temperaturas efectivas) superiores a la tasa de acreción de masa medida en la enana café central, y en este caso, el tamaño de la zona activa del disco circunsubestelar aumentaría hacia afuera. Los efectos de variar radialmente la tasa de acreción de masa se estudiarán en un trabajo futuro.

## 4.3

### Disco $\alpha$

A continuación describiremos los resultados generales obtenidos para el modelo  $m0\alpha$ , el disco turbulento no irradiado usando la prescripción de la viscosidad  $\alpha$ . Discutiremos su estructura vertical, su estructura radial; compararemos estos resultados con el modelo para el cual se hace la suposición de que el disco es geoméricamente delgado. Finalmente, se hace una exploración del espacio  $\dot{M} - \alpha$ .

#### 4.3.1. Estructura Vertical

##### 4.3.1.1. Temperatura

Para el modelo  $m0\alpha$ , cuando la región considerada es estable frente a la convección, el mecanismo de transporte dominante es el transporte radiativo. Si suponemos que lo anterior es válido para cualquier región del disco, podemos obtener formas aproximadas a la estructura vertical de un anillo dado en el disco.

En la figura 4.2 se muestra la estructura vertical de la temperatura para el modelo de referencia. Es evidente que el disco puede dividirse en dos regiones, distinguiéndose una de otra por el mecanismo de calentamiento dominante: la región activa, donde la turbulencia se ha desarrollado completamente, y la región pasiva, en la cual el calentamiento por la ionización de  $H_2$  impone la estructura de temperatura en el gas.

#### Zona activa.

En esta región el mecanismo de calentamiento del gas dominante es la disipación turbulenta. Resolver las ecuaciones de transporte radiativo (3.48) nos permite obtener la estructura de temperatura de un anillo:

$$\frac{\sigma}{\pi} T^4(z) = \frac{Q_{turb} + \Gamma_{rad}}{4\pi\kappa_P\rho}, \quad (4.2)$$

donde  $\Gamma_{rad}$  es el calentamiento del gas debido a la absorción de radiación,  $\Gamma_{rad} = 4\pi\kappa_P\rho J(z)$ . Siguiendo el tratamiento de Hubeny (1990), en términos de la profundidad óptica medida desde el plano medio  $\tau \equiv \int_0^{\Sigma(z)} \chi_R d\Sigma'$ , es posible encontrar una solución analítica para la estructura de temperatura, usando las

condiciones de frontera para  $F_{rad}(z_\infty)$  y  $J(z_\infty)$ ,

$$T^4(\tau) = \frac{3}{4} \left[ T_{turb}^4 (q_{turb}(\tau) - \tau_\theta) \right], \quad (4.3)$$

donde  $q_{turb}(\tau) = \frac{2}{3} + \tau_T + \frac{\theta'}{3\epsilon\tau_T}$ ,  $\tau_T = \int_0^{\Sigma_\infty} \chi_R d\Sigma'$  es la profundidad óptica total vertical del anillo,  $\theta' = \frac{\nu_{turb}}{\langle \nu_{turb} \rangle_\rho}$  el cociente de viscosidad a viscosidad promediada sobre la densidad,  $\epsilon$  es el cociente de la opacidad promedio de Planck a la opacidad total promedio de Rosseland (de las cuales se ha supuesto que varían lentamente en la atmósfera); y  $\tau_\theta \equiv \int_0^{\Sigma(z)} \chi_R \theta(\Sigma') d\Sigma'$ , la profundidad óptica a la altura  $\Sigma$ , donde  $\theta(\Sigma') \equiv \frac{\int_0^{\Sigma(z)} \nu_{turb}(\Sigma') d\Sigma'}{\langle \nu_{turb} \rangle_\rho \Sigma_\infty}$ .

Cuando el anillo es ópticamente grueso ( $\tau_T \gg 1$ ), la estructura de temperatura (4.3) puede aproximarse como,

$$T^4(\tau_\theta) = \frac{3}{4} \left[ T_{turb}^4 \left( \frac{2}{3} + \tau_T - \tau_\theta \right) \right], \quad (4.4)$$

y así obtenemos el valor aproximado de las temperaturas características del anillo:

1. Temperatura central,  $T_c \equiv T(0)$ :  $T_c = \left( \frac{3}{4} \tau_T \right)^{1/4} T_{turb}$ . Este es el valor esperado en la aproximación de difusión (D'Alessio et al. 1998).
2. Temperatura efectiva,  $T_{eff} \equiv T(\tau_{fot})$ :  $T_{eff} = T_{turb}$ , donde  $\tau_{fot} = \tau_T - 2/3$
3. Temperatura en la superficie del disco,  $T_0 \equiv T(\tau_T)$ ,  $T_0 = \left( \frac{1}{2} \right)^{1/4} T_{turb}$  (Calvet et al. 1991; D'Alessio et al. 1998).

En la notación usual, para la cual las profundidades ópticas se miden desde la superficie del disco hasta el plano medio, la profundidad óptica total del disco, que es la profundidad óptica promedio de Rosseland, se define como

$$\tau_R = \int_0^{z_\infty} \chi_R \rho dz. \quad (4.5)$$

Esto es,  $\tau_T = \tau_R$ .

En la tabla 4.2 se muestran las temperaturas características para los anillos ópticamente gruesos situados en 0.01, 0.1 y 1 AU. La temperatura efectiva está dada por

$$T_{turb}(R) = 13.33 \left( \frac{R}{1\text{AU}} \right)^{-3/4} \left[ 1 - \left( \frac{R_{mag}}{R} \right)^{1/2} \right]^{1/4} \text{K}. \quad (4.6)$$

Comparando las temperaturas superficiales, las arrojadas por el modelo numérico concuerdan muy bien con la predicha ( $T_0 \approx (1/2)^{1/4} T_{turb}$ ). La transferencia radiativa en las capas más altas del disco (en su atmósfera) es el mecanismo de transferencia de energía predominante.

**Tabla 4.2:** *Temperaturas características para anillos centrales del modelo de referencia  $m0\alpha$ . El subíndice  $t$  denota la temperatura derivada analíticamente. Temperaturas en unidades de K.*

$R$ (AU)	$T_{turb}$	$T_0$	$T_{0,t}$	$T_c$	$T_{c,t}$
0.01	269	225.5	225.8	1368	1459
0.1	69	58.4	58.3	307	397
1	13	11.1	10.9	17.3	19.7

La temperatura central para los anillos discutidos es menor a la esperada si la energía se transporta totalmente por transferencia radiativa ( $T_c \approx (3\tau_R/4)^{1/4} T_{turb}$ ). Para los anillos situados en  $R = 0.01$  y  $1$  AU la diferencia entre tales temperaturas es pequeña y podemos afirmar que la energía se transporta por radiación principalmente, pero no así para el anillo situado en  $0.1$  AU. Debido a que en el código la convección es tomada en cuenta como mecanismo adicional de transporte de energía, la baja temperatura central es debido a que en las partes centrales de tales anillos la convección también transporta energía, disminuyendo efectivamente la temperatura del gas en la región. El efecto de incluir la convección como mecanismo de transporte de energía se discutirá en la sección §4.3.2.2.

### Zona pasiva.

Para esta zona, el calentamiento por rayos cósmicos y decaimiento radioactivo es superior al debido a los movimientos turbulentos. En este caso, la estructura de temperatura puede aproximarse como:

$$\frac{\sigma}{\pi} T^4(z) = \frac{\Gamma_{RC} + \Gamma_{Al} + \Gamma_{Fe} + \Gamma_{rad}}{4\pi\kappa_P\rho}, \quad (4.7)$$

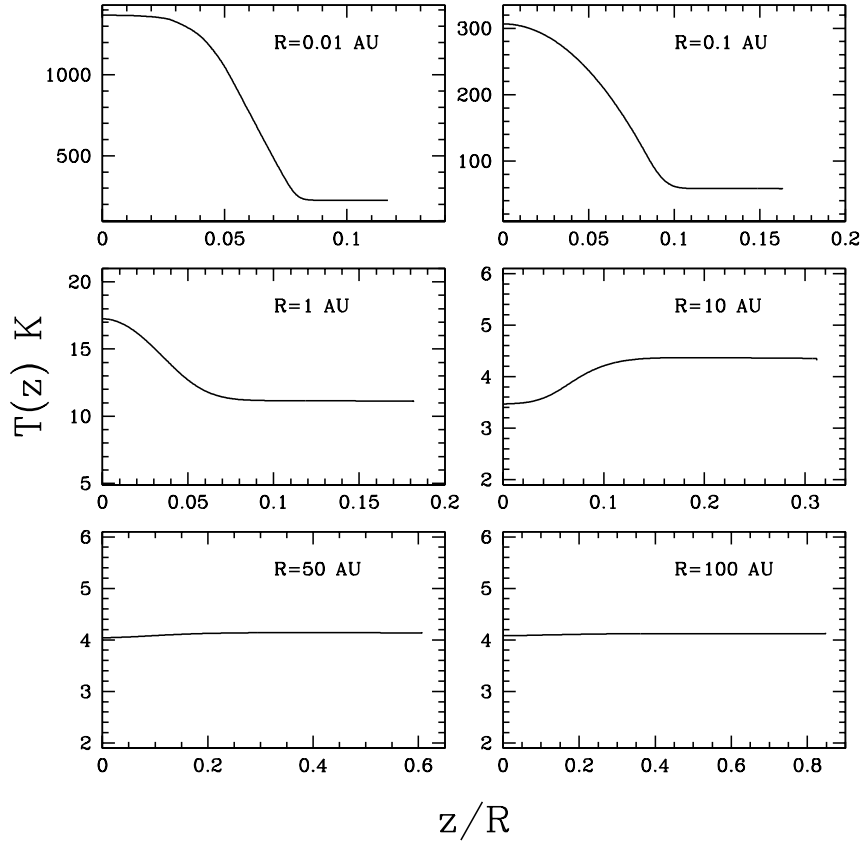
Usando la condición de frontera para la intensidad promedio  $J(z_\infty) = 2\pi F_{z_\infty}$ , la temperatura en la superficie del disco y a toda altura (debido a que es isotermo) es,

$$T = \left[ \frac{1}{4\tau_P} T_R^4 + \frac{1}{4\kappa_P \Sigma_0 (1 - e^{-\Sigma_\infty/\Sigma_0})} T_{RC}^4 \right]^{1/4}. \quad (4.8)$$

Para radios mayores que  $\sim 1$  AU el disco se vuelve pasivo e isotermo; la temperatura efectiva del disco a 10, 50 y 100 AU es 4.11, 2.1 y 1.68K, respectivamente; mientras que la temperatura isoterma es, a cada radio, 4.32, 4.14 y 4.18K. Comparando los valores, se observa que la temperatura del gas en el disco es mayor que la temperatura efectiva; ello se debe a que la profundidad óptica promedio de Planck del disco,

$$\tau_P \equiv \int_0^{z_\infty} \kappa_P \rho dz, \quad (4.9)$$

es mucho menor que  $3^{-1/2}$ , es decir, el disco es ópticamente delgado en  $\tau_P$ . El balance energético  $Q_+ = Q_-$ , donde  $Q_+$  es la tasa de calentamiento volumétrica del disco (dada por el lado derecho de la ecuación 4.7) y



**Figura 4.2:** Estructura de temperatura vertical para el modelo de referencia  $m0\alpha$ . El disco puede dividirse en dos regiones: la región interna es una región activa, ópticamente gruesa; la región externa, pasiva, es enteramente ópticamente delgada a su propia radiación. En esta última la turbulencia es prácticamente inoperante.

$Q_-$  la tasa de enfriamiento (el lado izquierdo de la ecuación 4.7) da como resultado que

$$T \approx T_{eff} \left( \frac{1}{4\tau_p} \right)^{1/4}, \quad (4.10)$$

y siendo  $\tau_p < 3^{-1/2}$ , la temperatura del gas es mayor que la temperatura efectiva. La baja densidad superficial de los anillos juega un papel importante en la estructura de temperatura.

El comportamiento de la temperatura para los anillos situados en 50 y 100 AU indica que el transporte de energía se realiza a través de radiación y en la aproximación de disco ópticamente delgado. El anillo situado a 10 AU es una situación especial; es ópticamente delgado, y la temperatura central es menor que la temperatura efectiva y que la temperatura isoterma. La temperatura isoterma obtenida por la aproximación de disco delgado (4.38K) es comparable a la temperatura de la superficie (4.32K), mientras que la temperatura central es ligeramente inferior (3.47K). La temperatura central del anillo, sin hacer alguna aproximación

respecto a las profundidades ópticas del disco, es

$$T_c^4 \approx \frac{3}{4} \left[ T_{RC}^4 \left( \frac{2}{3} + \tau_0 \right) + T_R^4 \left( \frac{2}{3} + \frac{\tau_R}{2} + \frac{1}{3\tau_P} \right) \right], \quad (4.11)$$

y con los valores de las profundidades ópticas, la temperatura central es aproximadamente 3.96 K. Si bien es cierto que el contraste entre tales temperaturas es similar respecto al de la temperatura isotérmica y la central, el tratamiento aproximado de la transferencia radiativa es cualitativamente correcto: para ciertas zonas del disco, *la temperatura central es menor que la temperatura de la superficie del disco*. Para el decaimiento radioactivo, el disco se comporta como un disco ópticamente delgado y la temperatura central asociada a este mecanismo de calentamiento (2.09 K) es muy cercana a la temperatura superficial (1.96 K); la temperatura del gas es mayor que la temperatura efectiva debido al decaimiento radioactivo (1.77 K), reflejando la naturaleza ópticamente delgada del anillo. Por el contrario, para el calentamiento por rayos cósmicos, la temperatura de la superficie en la aproximación de disco delgado es 4.34 K, mientras que la temperatura central es de 3.88 K. Esto refleja la diferencia entre la deposición de energía debido a la ionización del gas por rayos cósmicos contra la ionización por decaimiento radioactivo: en la primera los rayos cósmicos penetran al anillo por la superficie, y conforme se van acercando al plano medio del disco, son atenuados, ionizando conforme avanzan por la extensión vertical del anillo menos gas. En el segundo, a cada altura es depositada la energía asociada a la ionización por decaimiento radioactivo; debido a su dependencia con la densidad, la mayor parte del calentamiento se efectúa cerca del plano medio, comportándose como una atmósfera estelar: la temperatura central es mayor que la temperatura superficial, como ocurre también para anillos activos.

#### 4.3.1.2. Presión

Cualquier anillo del disco, sea activo o pasivo, se encuentra en equilibrio hidrostático vertical. Dependiendo de la estructura de temperatura y el valor de la presión superficial, podemos encontrar formas aproximadas para los valores centrales e intermedios de la presión.

##### Zona activa.

Debido a que la estructura de temperatura en esta zona la dicta la turbulencia, hay que resolver la ecuación de equilibrio hidrostático vertical (2.36). La presión central se aproxima como

$$P_c \approx c_s^2(T_c) \frac{\Sigma_\infty}{H_\infty}, \quad (4.12)$$

donde  $c_s(T_c)$  es la rapidez del sonido en el plano medio del disco; para un disco- $\alpha$ ,

$$P_c \approx \frac{\dot{M}}{6\pi\alpha} \frac{\Omega_K}{H_p} \left[ 1 - \left( \frac{R_{mag}}{R} \right)^{1/2} \right], \quad (4.13)$$

Por otra parte, el disco en la zona activa es efectivamente un disco geoméricamente delgado, pues la altura relativa a la localización radial del anillo es menor a la unidad,  $z_\infty/R \lesssim 0.2$ .

### Zona pasiva.

Para esta zona es fácil obtener una relación analítica para la estructura de presión. Debido a que el disco es isotermo, con temperatura  $T_i$  la densidad del disco es función únicamente de la presión (el disco es barótopo), y la integración de la ecuación de equilibrio hidrostático vertical resulta en

$$P(z) = P_\infty \exp \left\{ \frac{v_{\phi,K}^2}{c_s^2(T_i)} \Delta_{z_\infty}^{1/2} \left[ 1 - \left( \frac{\Delta_z}{\Delta_{z_\infty}} \right)^{1/2} \right] \right\}, \quad (4.14)$$

con

$$\frac{c_s^2(T_i)}{v_{\phi,K}^2} = 6.621 \times 10^{-4} \left( \frac{T_i}{1\text{K}} \right) \left( \frac{R}{10\text{AU}} \right). \quad (4.15)$$

Esta relación es válida para cualesquiera sea la anchura del disco.

En la figura 4.3 se muestra la estructura de presión para el modelo de referencia; para anillos cercanos a la enana café central, la estructura vertical de temperatura del anillo puede representarse como dos zonas isotérmicas: el *interior* del disco, con temperatura característica  $T_c$ , y la *atmósfera*, caracterizada por  $T_0$  (figura 4.2). Así, la estructura de presión aproximada para esta zona toma la forma

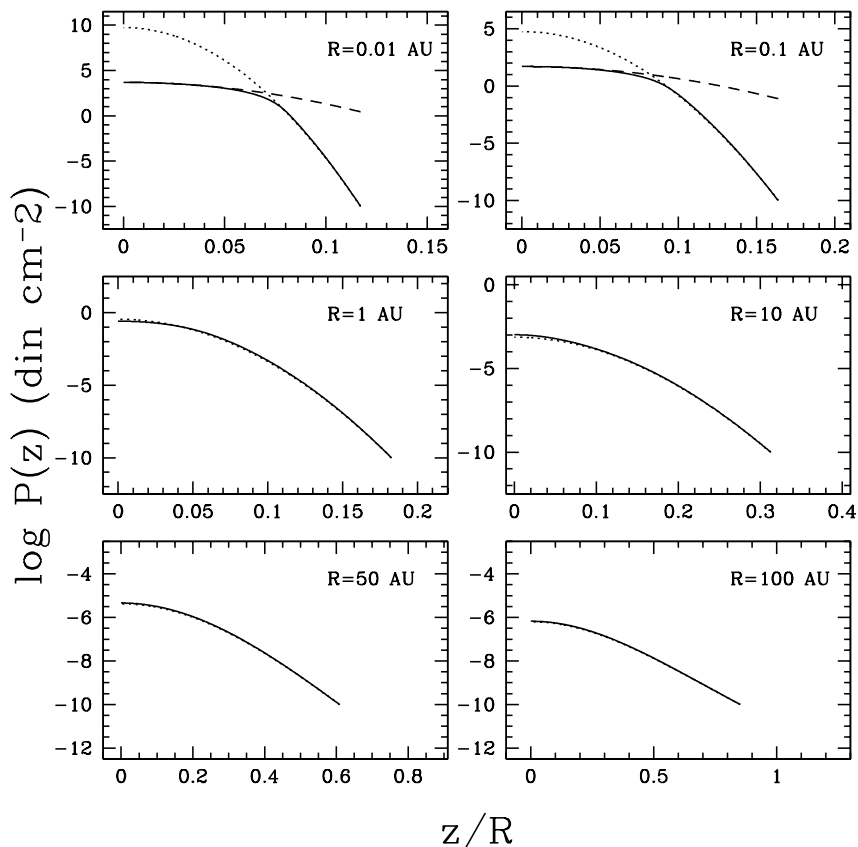
$$P(z) \approx \begin{cases} P_c \exp \left( -\frac{v_{\phi,K}^2}{c_s^2(T_c)} [1 - \Delta_z^{1/2}] \right), & T(z) \approx T_c \\ P_\infty \exp \left( -\frac{v_{\phi,K}^2}{c_s^2(T_0)} [1 - \left( \frac{\Delta_z}{\Delta_{z_\infty}} \right)^{1/2}] \right), & T(z) \approx T_0 \end{cases} \quad (4.16)$$

Para anillos alejados de la enana café, el disco es prácticamente isotermo y la ecuación de equilibrio hidrostático vertical es la del disco barotrópico,

$$\frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{\Omega^2(R, z)}{c_s^2(T_i)} z, \quad (4.17)$$

cuya solución está dada por (4.14). La solución analítica concuerda con precisión con la solución numérica, como puede verse en la figura 4.3.

El anillo situado a  $R = 1$  AU es un caso especial: a pesar de estar en la zona activa, y ser ópticamente grueso (es decir, el anillo puede dividirse en un interior y una atmósfera), la estructura vertical de presión se aproxima bien a la de un anillo isotérmico. Ello se debe a que el gradiente vertical de temperatura es pequeño, comparado con el de los anillos más internos: la temperatura central y la temperatura de la superficie del anillo son comparables.



**Figura 4.3:** Estructura vertical de presión para el modelo  $m0\alpha$ ; en línea continua se muestra el resultado numérico, mientras que la línea punteada muestra la aproximación para la presión en el caso de un disco isotérmico, ecuación (4.14). En el caso de los anillos situados en  $R = 0.01$  y  $0.1$  AU, se muestran dos aproximaciones isotérmicas; los guiones representa la aproximación válida para el interior del disco, mientras que la línea punteada es la aproximación válida para la atmósfera. Los anillos ubicados a  $R > 1$  AU corresponden a una situación isotérmica, y el disco es pasivo.

#### 4.3.1.3. El efecto de la inclusión del calentamiento debido a la ionización de $H_2$

El resultado de incluir la energía depositada en el gas debido a la ionización de  $H_2$  por rayos cósmicos y decaimiento radioactivo de  $^{26}Al$  y  $^{60}Fe$  se muestra en la figura 4.4. Como se observa, para radios  $\gtrsim 10$  AU la inclusión del calentamiento intrínseco-extrínseco hace que la temperatura isotérmica del disco sea mayor que la disipada por los movimientos turbulentos, y esto se traduce en una mayor altura para el disco, puesto que

$$\frac{z_\infty}{R} = \left\{ 1 / \left[ 1 + \frac{c_s^2(T_i)}{v_{\phi,K}^2} \ln \frac{P_\infty}{P_c} \right]^2 - 1 \right\}^{1/2}, \quad (4.18)$$

es decir, el ensanchamiento térmico ocurre debido a que  $z_\infty/R$  escala con  $T_i$ ,  $\frac{z_\infty}{R} \propto c_s^2(T_i)$ . Por ejemplo, para  $R = 50$  AU, el ancho geométrico del disco,  $\frac{z_\infty}{R}$ , para un disco activo es  $\approx 0.21$ , mientras que para un disco pasivo el ancho es  $\approx 0.61$ , cuando  $P_\infty = 10^{-10}$   $\text{din cm}^{-2}$ . Evidentemente, incluir la deposición de energía debido



a la ionización del gas molecular tiene efectos dramáticos sobre los discos circunsubestelares. El efecto del ensanchamiento térmico debido a radiación externa (la radiación estelar que permea las regiones de formación estelar, del orden de  $\sim 10 - 20\text{K}$ ) ya había sido explorado por Bell et al. (1997) para discos de acreción circunestelares; en nuestro trabajo, la conclusión es que aún los rayos cósmicos, que depositan energía con temperatura característica  $\lesssim 5\text{K}$ , mayor que la temperatura característica de la disipación turbulenta, pueden ensanchar notablemente a los discos circunsubestelares en sus regiones externas debido a la baja masa central, debido a que

$$\frac{z_\infty}{R} \approx \sqrt{-2 \frac{c_s^2(T_i)}{v_{\phi,K}^2} \ln \frac{P_\infty}{P_c}}, \quad (4.19)$$

o  $\frac{z_\infty}{R} \propto \left(\frac{T_i R}{M_*}\right)^{1/2}$ . Si además de estos mecanismos de calentamiento se agregara el de la irradiación externa de origen estelar, como Bell et al. (1997), el disco podría ensancharse aún más. Este efecto se explorará posteriormente, ya que puede tratarse como una condición de frontera del disco o bien puede incluirse como una fuente de calentamiento adicional para la cual se debe resolver las ecuaciones de transporte radiativo.

*¿Bajo qué condiciones debería incluirse el calentamiento intrínseco-extrínseco en los discos circunsubestelares?*

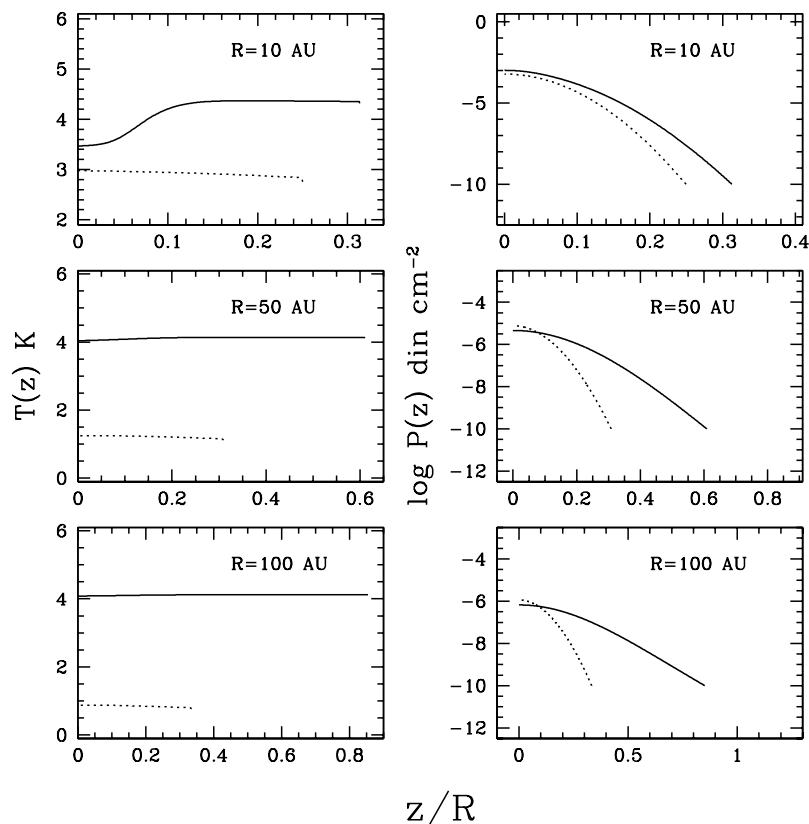
La inclusión del calentamiento extrínseco debido al decaimiento radioactivo de  $^{26}\text{Al}$  y  $^{60}\text{Fe}$  implica que *todos los discos* han evolucionado como la nebulosa Solar primigenia: los valores de la abundancia cósmica de  $\text{Al}$  y  $\text{Fe}$  son estrictamente válidos únicamente dentro del contexto solar. Además, las abundancias protosolares de  $^{26}\text{Al}$  y  $^{60}\text{Fe}$  implican que los isótopos, producto de las reacciones nucleares de una supernova, fueron inyectados a la nebulosa protosolar (Thrane et al. 2006; Wadhwa et al. 2007), lo cual sugiere que nuestro Sol se formó en una región de formación estelar masiva (Mostefaoui et al. 2005). En consecuencia, para discos circunsubestelares que se han formado en regiones de formación de estrellas de baja masa (por ejemplo, la región Tauro-Auriga) parece no tener sentido incluir el decaimiento radioactivo de  $^{26}\text{Al}$  y  $^{60}\text{Fe}$ .

Respecto al calentamiento extrínseco, a menos que el disco se encuentre embebido en la región de formación estelar de tal forma que los rayos cósmicos sean atenuados lo suficiente para disminuir la tasa de ionización del gas molecular en el disco, no hay forma de evitar tal mecanismo de calentamiento para el gas del disco.

#### 4.3.1.4. Efecto de modificar el valor de la presión superficial

Si para el disco, que en lo subsecuente consideraremos que está calentado en las regiones externas por los rayos cósmicos y el decaimiento radioactivo, variamos el valor de la presión superficial  $P_\infty$ , obtendremos que al aumentar o disminuir dicha cantidad el ensanchamiento también aumenta o disminuye de acuerdo a (4.19),

$$\frac{z_\infty}{R} \propto \sqrt{\ln \frac{P_c}{P_\infty}}. \quad (4.20)$$

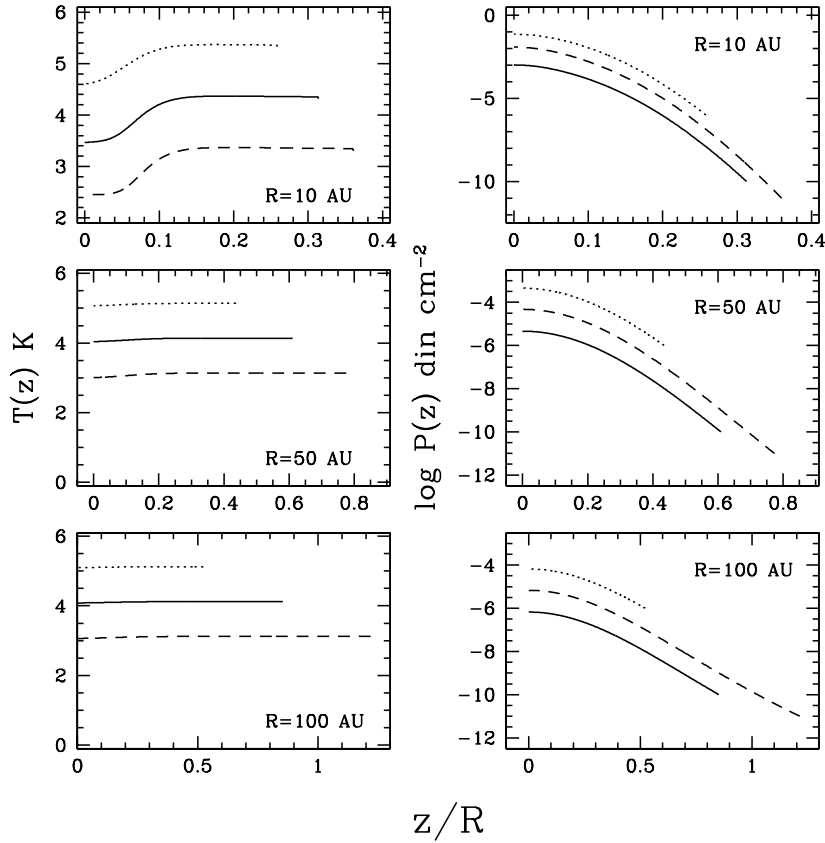


**Figura 4.4:** Estructura vertical de temperatura (lado izquierdo) y presión (lado derecho) para el modelo  $m0a$ ; el resultado de incluir el calentamiento por ionización de  $H_2$  debido a los rayos cósmicos y decaimiento radioactivo de  $^{26}\text{Al}$  y  $^{60}\text{Fe}$  se muestra en línea continua, y el modelo resultante de la exclusión de tales mecanismos de calentamiento se muestra en línea punteada. El modelo únicamente turbulento alcanza cocientes  $z/R$  menores que el modelo para el cual se incluyen los otros mecanismos de calentamiento.

Esta relación es válida únicamente en el caso isotermo. En la figura 4.5 se muestra el resultado de variar  $P_\infty$  en la estructura vertical de temperatura y la de presión. La estructura de temperatura no es afectada, como tampoco la forma exponencial de la estructura de temperatura para los radios externos. La única diferencia notable es que la altura  $z_\infty$  aumenta conforme  $P_\infty$  disminuye, siguiendo lo predicho en (4.20). Para radios internos, donde la disipación turbulenta domina la estructura, la variación en  $P_\infty$  no produce un ensanchamiento notable.

### 4.3.2. Estructura radial

Los códigos utilizados resuelven la estructura vertical del disco, construida para un anillo dado. En este sentido, el código es unidimensional: la estructura vertical de cada anillo se resuelve de forma separada. Sin embargo, puede obtenerse la estructura radial del disco uniendo los resultados de un conjunto de anillos del disco, dando lugar a una estructura bidimensional, volviendo los códigos 1+1D.



**Figura 4.5:** Estructura vertical de temperatura (lado izquierdo) y presión (lado derecho) para el modelo  $m0\alpha$  variando  $P_\infty$ . El modelo de referencia (línea continua) usa como condición de frontera el valor  $P_\infty = 10^{-10} \text{ din cm}^{-2}$ ; la línea punteada muestra el modelo resultante con  $P_\infty = 10^{-8} \text{ din cm}^{-2}$ , mientras que los guiones muestran el modelo para  $P_\infty = 10^{-12} \text{ din cm}^{-2}$ . Por claridad, las temperaturas y presiones de los modelos con  $P_\infty = 10^{-8}$  y  $P_\infty = 10^{-12} \text{ din cm}^{-2}$  han sido escaladas como se explica a continuación: Para el modelo con  $P_\infty = 10^{-8} \text{ din cm}^{-2}$ , la temperatura mostrada es  $T(z)+1\text{K}$  y la presión es  $100 \times P(z)$ . Para el modelo con  $P_\infty = 10^{-12} \text{ din cm}^{-2}$ , la temperatura mostrada es  $T(z)-1\text{K}$  y la presión es  $10 \times P(z)$ . Quitando los escalamientos, las temperaturas coinciden y la ley exponencial de la presión concuerdan notablemente. La diferencia radica en la altura de la superficie del disco  $z_\infty$ : el disco se ensancha si la presión superficial disminuye.

Los resultados numéricos pueden compararse con la estructura radial predicha a partir de las ecuaciones descritas en el capítulo 2.

### Zona activa.

A partir de los requerimientos de conservación de masa y de momento angular, la densidad superficial para un disco- $\alpha$  puede escribirse como,

$$\Sigma_\infty(R) = \frac{\dot{M}\Omega_K}{6\pi\alpha c_s^2(T_c)} \left[ 1 - \sqrt{\frac{R_{mag}}{R}} \right], \quad (4.21)$$

y la temperatura efectiva del disco, suponiendo que toda la energía turbulenta disipada en el anillo es transportada verticalmente por radiación,

$$T_{turb}^4 = \frac{3GM_*\dot{M}}{8\pi\sigma R^3} \left[1 - \sqrt{\frac{R_{mag}}{R}}\right]. \quad (4.22)$$

Ambos resultados son válidos cuando el disco es geoméricamente delgado. Como veremos, la zona activa es geoméricamente delgada, así que la aproximación de disco delgado es buena cuando la disipación turbulenta domina la estructura de temperaturas del disco.

Estas dos ecuaciones nos permitirán obtener aproximaciones analíticas. Por ejemplo, puesto que en una región ópticamente gruesa la temperatura central está dada por  $T_c = \left(\frac{3\tau_R}{4}\right)^{1/4} T_{turb}$ , y aproximando la opacidad total promedio de Rosseland como  $\tau_R \approx \Sigma_\infty \chi_R(T_c, P_c)$ , se encuentran ecuaciones implícitas para la temperatura central,

$$\frac{T_c^5}{\chi_R(T_c, P_c)\mu_c} \approx \frac{3}{64} \frac{m_H}{\pi^2 \sigma k_B} \frac{\dot{M}^2}{\alpha} \Omega_K^3 \left[1 - \sqrt{\frac{R_{mag}}{R}}\right]^2, \quad (4.23)$$

o usando los valores característicos del modelo  $m0\alpha$ ,

$$\frac{T_c(R)}{\chi_R^{1/5} \mu_c^{1/5}} \approx 34.21 \left(\frac{\dot{M}}{10^{-10} M_\odot \text{yr}^{-1}}\right)^{2/5} \left(\frac{\alpha}{1 \times 10^{-4}}\right)^{-1/5} \left(\frac{M_*}{0.06 M_\odot}\right)^{3/10} \left(\frac{R}{1 \text{AU}}\right)^{-9/10} \left[1 - \sqrt{\frac{R_{mag}}{R}}\right]^{1/5} \quad (4.24)$$

y para la densidad superficial (D'Alessio 1996),

$$\frac{\Sigma_\infty}{\chi^{-1/5}(T_c, P_c)\mu_c^{4/5}} \approx \frac{1}{3} \left(\frac{2\sigma}{3}\right)^{1/5} \left(\frac{m_H}{k_B \alpha}\right)^{4/5} \left(\frac{\dot{M}}{\pi}\right)^{3/5} \Omega_K^{2/5} \left[1 - \sqrt{\frac{R_{mag}}{R}}\right]^{3/5}, \quad (4.25)$$

o bien,

$$\frac{\Sigma_\infty}{\chi_c^{-1/5} \mu_c^{4/5}} \approx 57.81 \left(\frac{\dot{M}}{10^{-10} M_\odot \text{yr}^{-1}}\right)^{3/5} \left(\frac{M_*}{0.06 M_\odot}\right)^{1/5} \left(\frac{R}{1 \text{AU}}\right)^{-3/5} \left[1 - \sqrt{\frac{R_{mag}}{R}}\right]^{3/5} \quad (4.26)$$

En ambos casos es visible la dependencia en los parámetros  $\dot{M}$  y  $\alpha$ . La temperatura superficial, dada por  $T_0 = (1/2)^{1/4} T_{turb}$ , es independiente de la parametrización de la viscosidad,

$$T_0(R) = \left(\frac{3GM_*\dot{M}}{16\pi\sigma}\right)^{1/4} \left[1 - \sqrt{\frac{R_{mag}}{R}}\right]^{1/4} R^{-3/4}, \quad (4.27)$$

y para valores característicos subestelares,

$$T_0(R) = 11.21 \left(\frac{R}{1 \text{AU}}\right)^{-3/4} \left[1 - \left(\frac{R_{mag}}{R}\right)^{1/2}\right]^{1/4} \text{K}. \quad (4.28)$$

La temperatura superficial depende únicamente de la tasa de acreción de masa,  $\dot{M}$ .

### Zona pasiva.

En esta zona, la energía disipada por los movimientos turbulentos es despreciable frente a la energía depositada en el gas debido a la ionización de la molécula  $H_2$ . La temperatura isoterma a cada radio está dada por (4.8):

$$\frac{T_i}{\kappa_P^{-1/4}} \approx \left( \frac{\zeta_{Al} \Delta_{Al} + \zeta_{Fe} \Delta_{Fe} + \zeta_{RC} \Delta_{RC}}{8m_H \sigma \pi} \right)^{1/4}, \quad (4.29)$$

o

$$\frac{T_i}{\kappa_P^{-1/4}} \approx 1.077, \quad (4.30)$$

suponiendo que  $\tau_P \approx \kappa_P \Sigma_\infty$  y el anillo es ópticamente delgado. Evidentemente la temperatura isoterma depende del modelo de polvo que se ha elegido a través de la opacidad promedio de Planck  $\kappa_P$ .

La densidad superficial resulta de integrar numéricamente la aproximación de la densidad isotérmica,

$$\Sigma_\infty(R) = \frac{P_\infty}{c_s^2(T_i)} \int_0^{z_\infty} \exp\left\{-\frac{v_{\phi,K}^2}{c_s^2(T_i)} \left[1 - \left(\frac{\Delta_z}{\Delta_{z_\infty}}\right)^{1/2}\right]\right\} dz. \quad (4.31)$$

### Zona activa, ópticamente delgada.

En el caso de que para el modelo calculado no se haya tomado en cuenta el calentamiento del gas debido a la ionización por rayos cósmicos y decaimiento radioactivo, el disco es únicamente turbulento y en las regiones externas se vuelve ópticamente delgado. En esta aproximación, puede encontrarse dos ecuaciones para la densidad superficial de masa,

$$\frac{\Sigma_\infty}{\kappa_P^{1/3} \mu_c^{1/3}} \approx \left(\frac{2\sigma}{243\pi^3}\right)^{1/3} \left(\frac{m_H}{k_B}\right)^{4/3} \Omega_K^{2/3} \dot{M} \alpha^{-4/3}, \quad (4.32)$$

y para la temperatura central (isoterma),

$$\frac{T_c}{\kappa_P^{-1/3} \mu_c^{-1/3}} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{243}{2}\right)^{1/12} \left(\frac{3}{2}\right)^{1/4} \left(\frac{k_B}{\sigma m_H}\right)^{1/3} \alpha^{1/3} \Omega_K^{1/3}. \quad (4.33)$$

Usando los valores característicos del modelo  $m_0\alpha$  como valores de normalización, la densidad superficial de masa y la temperatura central son, respectivamente,

$$\frac{\Sigma_\infty}{\kappa_P^{1/3} \mu_c^{1/3}} \approx 7.575 \times 10^3 \left(\frac{M_*}{0.06 M_\odot}\right)^{1/3} \left(\frac{R}{1 \text{ AU}}\right)^{-1} \left(\frac{\dot{M}}{10^{-10} M_\odot \text{ yr}^{-1}}\right) \left(\frac{\alpha}{10^{-4}}\right)^{-4/3}, \quad (4.34)$$

y

$$\frac{T_c}{\kappa_P^{-1/3} \mu_c^{-1/3}} \approx 1.5864 \left(\frac{\alpha}{10^{-4}}\right)^{1/3} \left(\frac{M_*}{0.06 M_\odot}\right)^{1/6} \left(\frac{R}{1 \text{ AU}}\right)^{-1/2}. \quad (4.35)$$

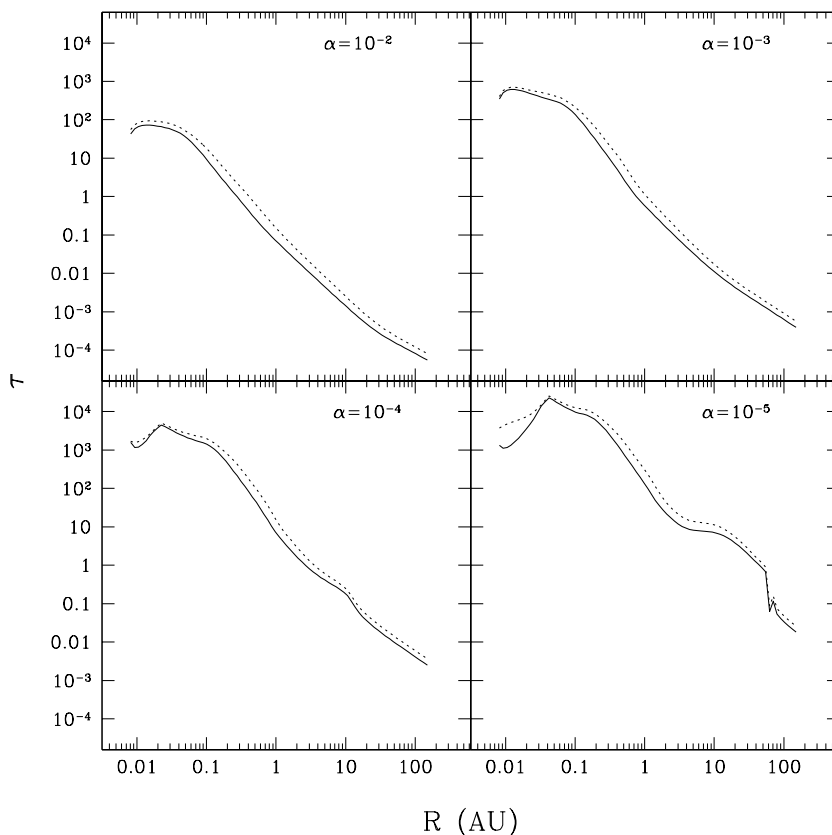
Como veremos más adelante, aún en las regiones externas de un disco puramente turbulento la aproximación de disco delgado es válida -aunque no hay que olvidar que los resultados que se discutirán

pertencen a un limitado espectro de valores posibles en  $\alpha$  como en  $\dot{M}$ .

A continuación describiremos los resultados para la estructura radial de un disco turbulento (cuyos parámetros están dados en la tabla 4.1) adicionalmente calentado por la ionización de  $H_2$ , variando el parámetro de viscosidad,  $\alpha = 0.01$  (que es el valor estimado a partir del flujo en radio de discos circunestelares, Hartmann et al. 1998),  $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$  (el valor que se ha estimado a partir del modelaje de discos circunsubestelares, Luhman, Adame, et al. 2007; Morrow et al. 2008) y  $10^{-5}$ .

#### 4.3.2.1. Profundidades ópticas y opacidades

En la figura 4.6 mostramos la distribución radial de las profundidades ópticas totales promedio de Rosseland,  $\tau_R$ , definida en (4.5) y promedio de Planck,  $\tau_P$ , definida en (4.9).



**Figura 4.6:** Profundidad óptica total promedio de Rosseland (línea continua) y promedio de Planck (línea punteada), para modelos con los valores característicos del modelo  $m0\alpha$ , variando el parámetro  $\alpha$  como se indica en cada gráfica.

Para las regiones donde la temperatura central es mayor que la temperatura de sublimación del polvo (modelos con  $\alpha \lesssim 10^{-4}$ ),  $T_{sub} \approx 1400K$ , las profundidades ópticas son menores a la de regiones con

temperatura menor a la de sublimación de polvo. En la figura 4.7 se grafica el comportamiento radial de las opacidades promedio de Rosseland y de Planck evaluadas en el plano medio y en la superficie del disco, para el modelo  $m0\alpha$ . Se hace patente la existencia de un mínimo relativo para  $\chi_R$  como para  $\kappa_P$ , ambas evaluadas en el plano medio. Este mínimo en las opacidades se debe a que ellas, dependientes tanto de la presión como de la temperatura, disminuyen como consecuencia del cambio de la fuente de opacidad: para  $T \lesssim T_{sub}$ , la opacidad está dominada por el polvo, mientras que para  $T \gtrsim T_{sub}$ , son las distintas especies de moléculas, átomos e iones en fase gaseosa (descritas en D'Alessio 1996) las responsables de la opacidad. Es por eso que en  $T \approx T_{sub}$  existe un mínimo asociado a la opacidad promedio de Rosseland (y a la de Planck), que se refleja en la profundidad óptica total del disco y en otras cantidades físicas que caracterizan al disco.

Para regiones ópticamente delgadas, que son efectivamente regiones isotérmicas (ver la figura 4.9), la variación en las opacidades promedio es despreciable (como se puede observar para  $R \gtrsim 1$  AU, en la figura 4.7, y por tanto, ambas profundidades ópticas totales son proporcionales a la densidad superficial del disco,

$$\begin{aligned}\tau_P &\approx \kappa_P(T_i)\Sigma_\infty, \\ \tau_R &\approx \chi_R(T_i)\Sigma_\infty.\end{aligned}\tag{4.36}$$

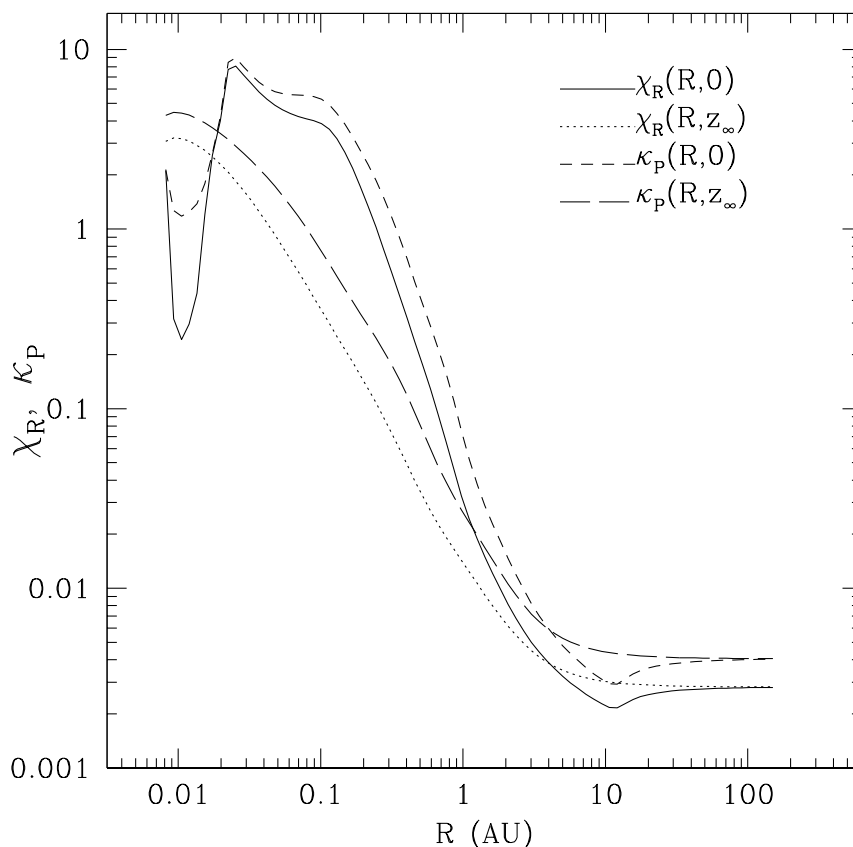
Este comportamiento puede observarse para radios mayores que  $\sim 1$  AU (para discos con  $\alpha \gtrsim 10^{-4}$  o aún en el caso en que el gradiente vertical de temperatura sea pequeño, como sucede con el disco con  $\alpha = 10^{-5}$ ), comparando las figuras 4.16 y 4.6.

Conforme el parámetro de viscosidad  $\alpha$  disminuye, aumenta la importancia del calentamiento por la ionización de  $H_2$  para radios del disco mayores a  $\sim 1$  AU; el cambio de mecanismo de calentamiento se refleja como una región convexa entre 1 y 10 AU: marca la zona de transición, pues en esa zona tanto la disipación turbulenta como el depósito de energía en el gas debido a la ionización de  $H_2$  son igualmente importantes.

### **Efecto de la inclusión de calentamiento debido a la ionización del gas por rayos cósmicos y decaimiento radioactivo en la profundidad óptica del disco.**

En la figura 4.8 son mostradas las profundidades ópticas totales promedio de Rosseland y promedio de Planck para los modelos calculados tomando en cuenta el calentamiento por la energía depositada debido a la ionización del gas en el disco (los modelos que hemos discutido) y para modelos de discos cuya única fuente de calentamiento es la disipación turbulenta. Hemos graficado los resultados a partir de 1 AU, debido que para los modelos más densos la inclusión de rayos cósmicos y decaimiento radioactivo afecta la estructura del disco a partir de tal radio.

Para modelos con  $\alpha \lesssim 10^{-4}$ , las profundidades ópticas no cambian notablemente; para todos los modelos las profundidades ópticas siguen siendo proporcionales a la densidad superficial del disco. Sólo para el modelo  $\alpha = 10^{-5}$ , para los anillos situados entre  $\sim 3$  y  $\sim 60$  AU las profundidades ópticas del modelo que incluye el calentamiento por ionización son mayores que las del disco puramente turbulento, para después disminuir. Esto es un reflejo que en ciertas zonas la temperatura del gas para un disco calentado por otras fuentes es mayor



**Figura 4.7:** Variación radial de las opacidades promedio de Rosseland y promedio de Planck, evaluadas en el plano medio ( $\chi_R(R, 0)$  y  $\kappa_P(R, 0)$ ) y en la superficie del disco ( $\chi_R(R, z_\infty)$  y  $\kappa_P(R, z_\infty)$ ) para el modelo de referencia  $m0\alpha$ .

a la esperada sólo por la disipación turbulenta, lo cual implica que las opacidades promedio son relativamente mayores respecto a las del caso puramente turbulento; esto también se debe reflejar en la densidad superficial de los modelos.

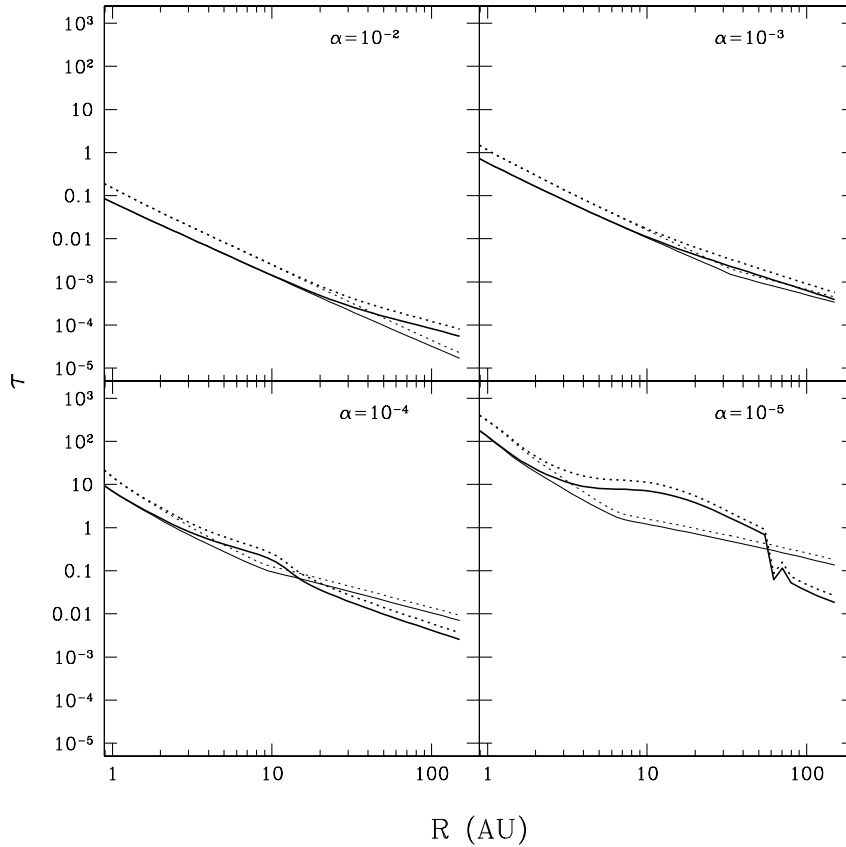
#### 4.3.2.2. Temperaturas

La estructura radial de temperaturas se muestra en la figura 4.9. Mostramos la temperatura central,  $T_c$ , la temperatura fotosférica  $T_{\text{fot}}$ , definida como la temperatura del gas a la altura donde  $\tau_R = 2/3$ , y la temperatura de la superficie del disco,  $T_0$ . Como comparación, se grafican también las temperaturas características  $T_{\text{eff}}$  y  $T_R = (T_{RC}^4 + T_{Al}^4 + T_{Fe}^4)^{1/4}$ , para demostrar en qué radio la disipación turbulenta es despreciable respecto al calentamiento por la ionización de  $H_2$ .

#### Zona activa.

La temperatura central  $T_c$ , como es proporcional al parámetro de viscosidad  $\sim \alpha^{-1/5}$  (ver la ecuación 4.23),





**Figura 4.8:** Comparación de las profundidades ópticas totales promedio de Rosseland y promedio de Planck, disco turbulento y disco turbulento calentado por la ionización de  $H_2$ , para modelos con los valores característicos del modelo  $m0\alpha$ , variando el parámetro  $\alpha$  como se indica en cada gráfica. En línea continua, la profundidad óptica promedio de Rosseland; en línea punteada, la profundidad óptica total promedio de Planck. El resultado de incluir la energía depositada en el gas por la ionización de  $H_2$  se muestra en líneas más gruesas.

así que entre mayor sea  $\alpha$ , menor es la temperatura central del disco en su región activa. La cantidad de energía turbulenta disipada en un anillo es independiente de  $\alpha$ , y es la misma para todos los discos con una misma tasa de acreción de masa  $\dot{M}$ ; pero debido a que la densidad superficial del anillo es inversamente proporcional al parámetro  $\alpha$ , la profundidad óptica promedio de Rosseland del anillo disminuye si  $\alpha$  se incrementa, lo cual implica, en la aproximación de difusión, que el transporte de energía es más eficiente en este caso. Los anillos centrales se acercan al caso isotérmico cuando  $\alpha$  crece, mientras que para una  $\alpha$  pequeña, el gradiente de temperaturas es mucho mayor y la temperatura central se incrementa —el anillo es ineficiente en transportar la energía generada en su interior.

Conforme  $\alpha$  disminuye, la temperatura central se aproxima a la temperatura de sublimación del polvo, y debido a la dependencia radial de la opacidad promedio de Rosseland central,  $\chi_R(T_c, P_c)$ , la temperatura central se aplana a radios cercanos al radio magnetosférico.

La diferencia entre la temperatura central y la temperatura de la superficie,  $T_0$  aumenta al disminuir  $\alpha$ ,

puesto que  $T_0$  es independiente de la viscosidad turbulenta  $\alpha$ , esto es, el gradiente de temperaturas en la zona activa de un disco es inversamente proporcional a  $\alpha$  (ver explicación en los párrafos anteriores). Por otra parte, para discos activos, cuando se vuelven ópticamente delgados son cuasi-isotermos: el gradiente de temperaturas es pequeño, y además, debido a que  $T_i(R) \approx T_{turb} \left( \frac{1}{4\tau_p} \right)^{1/4}$ , la temperatura isotérmica es mayor que la temperatura efectiva del disco.

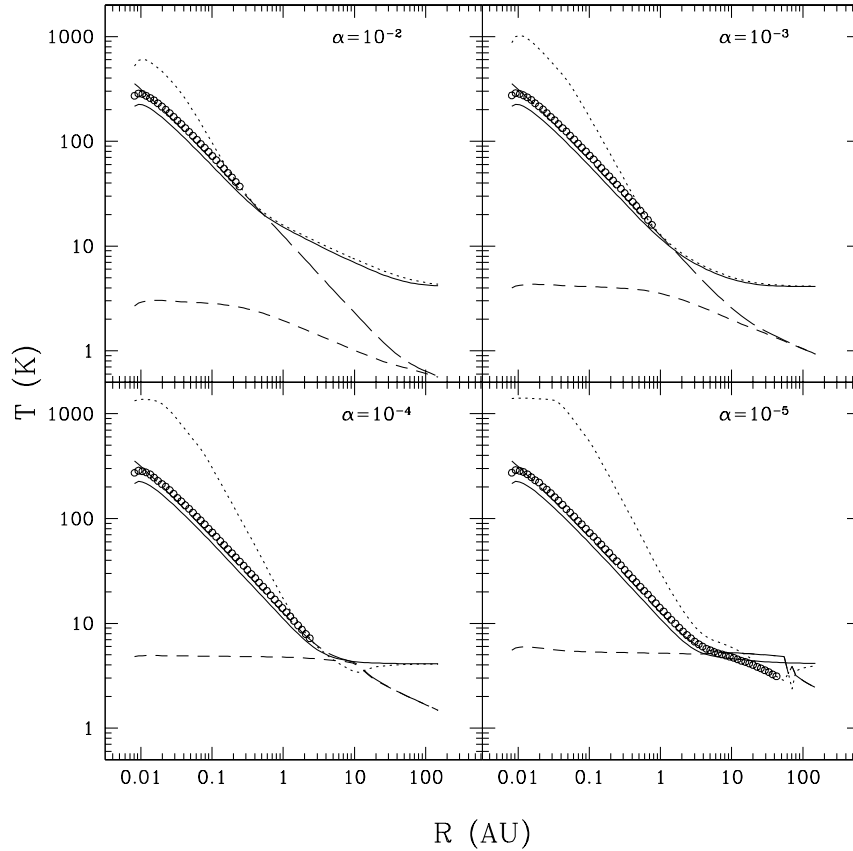
La temperatura fotosférica, siendo la temperatura donde  $\tau_R(z) = 2/3$ , no siempre se encuentra definida; para discos ópticamente delgados (ver figura 4.6), la fotosfera del disco no se extiende más allá de 1 AU. Mientras está definida, se compara bien con la temperatura efectiva del disco.

Comparando la temperatura efectiva del disco con la temperatura efectiva debido a la ionización de  $H_2$ , vemos que para discos con  $\alpha \gtrsim 10^{-2}$  la disipación turbulenta es importante para casi todo el disco; conforme  $\alpha$  disminuye, la zona activa empequeñece en extensión radial, y a partir de  $\sim 10$  AU el disco se vuelve completamente pasivo. **Esta es una diferencia notable entre los discos circunestelares y los circunsubestelares no irradiados:** para los primeros, el calentamiento por la disipación turbulenta es la fuente de energía dominante en el disco, definiendo totalmente su estructura vertical y radial, mientras que para los discos circunsubestelares, a menos que el cociente  $\dot{M}\alpha$  de tales discos sea comparable a la de un disco circunestelar, gran parte de la estructura del disco, asumiendo que su extensión radial vaya más allá de  $\sim 10$  AU, está dominada por la energía depositada en el gas por la interacción con los rayos cósmicos.

### Zona pasiva.

Para la región más externa del disco, el gradiente de temperaturas es pequeño y la temperatura isoterma es mayor que la temperatura efectiva debido a la ionización de  $H_2$ , como resultado de que la profundidad óptica promedio de Planck es menor a la unidad. Pero en la región de transición de disco activo a disco pasivo no se sigue este comportamiento, y *la temperatura central es menor que la temperatura superficial* (en el caso de  $\alpha \lesssim 10^{-4}$ , esto sucede alrededor de 10 AU). El por qué existe una zona ópticamente delgada con temperatura central menor a la temperatura superficial fue discutido en detalle en el párrafo dedicado a la zona pasiva en la sección §4.3.1.1.

Para los modelos más densos ( $\alpha \lesssim 10^{-5}$ ), la región que denominamos pasiva es también ópticamente gruesa. Como veremos adelante, para este modelo la temperatura efectiva debido a la disipación turbulenta es comparable a la de la ionización, compitiendo ambos mecanismos por establecer la estructura vertical y radial de los anillos entre  $\approx 1$  y  $\approx 10$  AU. Debido a la sobredensidad (respecto a la densidad esperada para un disco- $\alpha$ , como consecuencia de la adición del calentamiento por ionización, como discutiremos en la sección §4.3.2.4), el disco es ópticamente grueso en esa zona y la fotosfera se encuentra definida aún en esa zona de baja temperatura. En realidad esta zona no es puramente pasiva; como ambos mecanismos de calentamiento son igualmente importantes, y sobre todo, cerca del plano medio la importancia de la disipación turbulenta puede verse en la ecuación (4.23), ella no se comporta como una región puramente pasiva o puramente activa,



**Figura 4.9:** Estructura radial de temperatura para modelos con los valores característicos del modelo  $m0\alpha$ , variando el parámetro  $\alpha$  como se indica en cada gráfica. En cada gráfica se muestra la temperatura central  $T_c$  (línea punteada), temperatura fotosférica,  $T_{phot}$ , definida como la temperatura donde  $\tau_R = 2/3$  (círculos), la temperatura en la superficie  $T_0$  (línea continua); las temperaturas características  $T_{eff}$  (guión largo) y la temperatura efectiva asociada al calentamiento por rayos cósmicos,  $^{26}\text{Al}$  y  $^{60}\text{Fe}$  (guión) se muestran para indicar cuándo la disipación turbulenta deja de ser importante.

independientemente de que la temperatura efectiva turbulenta sea menor a la temperatura efectiva debido a la ionización de  $\text{H}_2$

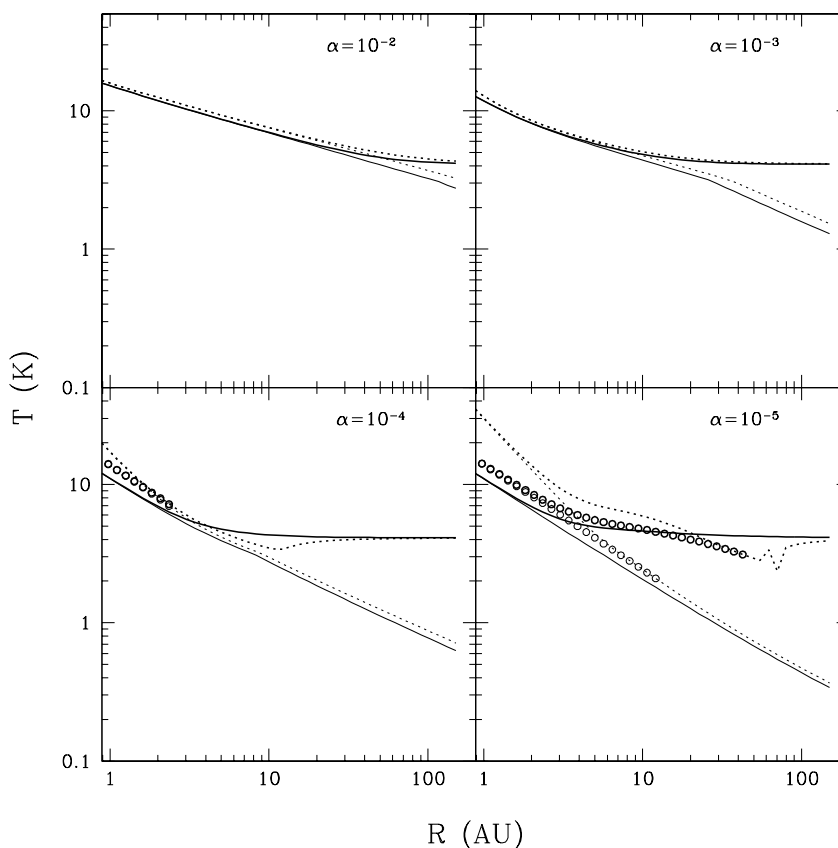
### Efecto de la inclusión de calentamiento debido a la ionización del gas por rayos cósmicos y decaimiento radioactivo en las temperaturas características del disco.

El efecto de incluir el calentamiento del gas en el disco debido a la ionización por rayos cósmicos y decaimiento radioactivo se muestra en la figura 4.10. Sólo para radios externos, la importancia del calentamiento intrínseco-extrínseco puede notarse, y el contraste crece cuando el disco turbulento es denso (modelos con  $\alpha \lesssim 10^{-4}$ ). Esto se debe a la densidad superficial del disco: ya que la temperatura efectiva debido a la ionización puede escribirse como

$$T_{RC,R} = \left[ 12.9 \left( \frac{\Sigma_\infty}{100 \text{ gr cm}^{-2}} \right) + 504.8 \left( 1 - e^{-\Sigma_\infty/\Sigma_0} \right) \right]^{1/4} \text{ K}, \quad (4.37)$$

(ver §3.2.2) para discos con densidad superficial baja la inclusión de rayos cósmicos y decaimiento radioactivo no tiene efecto alguno sobre la estructura del disco si la temperatura efectiva debido a la disipación turbulenta es mayor. Cuando esta última temperatura característica es despreciable, entonces los rayos cósmicos y el decaimiento radioactivo entran en operación.

Se observa en las figuras 4.9 y 4.10 que para los discos calentados por la ionización del gas, la temperatura superficial (y por ende, la isoterma) de los anillos más alejados tienden a un valor casi constante ( $\sim 4$  K) para todos los modelos, sin importar el parámetro  $\alpha$  o el valor exacto de la densidad superficial.



**Figura 4.10:** Comparación de las temperaturas, disco turbulento y disco turbulento calentado por la ionización de  $H_2$ , para modelos con los valores característicos del modelo  $m0\alpha$ , variando el parámetro  $\alpha$  como se indica en cada gráfica. El resultado de incluir la energía depositada en el gas por la ionización de  $H_2$  se muestra en líneas más gruesas. En cada gráfica se muestra la temperatura central (línea punteada), temperatura fotosférica (círculos) y la temperatura en la superficie (línea continua).

Este comportamiento se explica debido a la baja densidad del disco para la región más externa. Suponiendo que  $\Sigma_\infty \ll \Sigma_0$ , la temperatura efectiva del disco (4.37) se aproxima como

$$T_{RC,R} = 4.77 \left( \frac{\Sigma_\infty}{96 \text{ gr cm}^{-2}} \right)^{1/4} \text{ K.} \quad (4.38)$$

En esta zona de baja densidad, el disco es ópticamente delgado, y la temperatura superficial del disco es

aproximadamente

$$T_0 \approx 1.077 \left( \frac{1}{\kappa_P} \right)^{1/4}, \quad (4.39)$$

y como  $\kappa_P \sim 4 \times 10^{-3} \text{ cm gr}^{-1}$  a baja temperatura, la temperatura superficial del disco es aproximadamente 4.28 K, sin importar cuál es su densidad superficial. Los valores mostrados en la tabla anterior no difieren por mucho del valor de la temperatura superficial predicho teóricamente.

El efecto de incluir rayos cósmicos y decaimiento radioactivo como fuentes de calentamiento adicionales sobre las temperaturas características del disco es visible: las temperaturas superficial, central y fotosférica (donde se encuentre definida) se aplanan, es decir, como su dependencia radial se encuentra en  $\kappa_P$ ,

$$T_{0,c,phot} \approx 1.077 \left( \frac{1}{\kappa_P} \right)^{1/4}, \quad (4.40)$$

la variación radial es prácticamente despreciable, dado el modelo de polvo, para el cual  $\kappa_P(T, P) \approx \kappa_{P,0}$  en esa zona de baja temperatura.

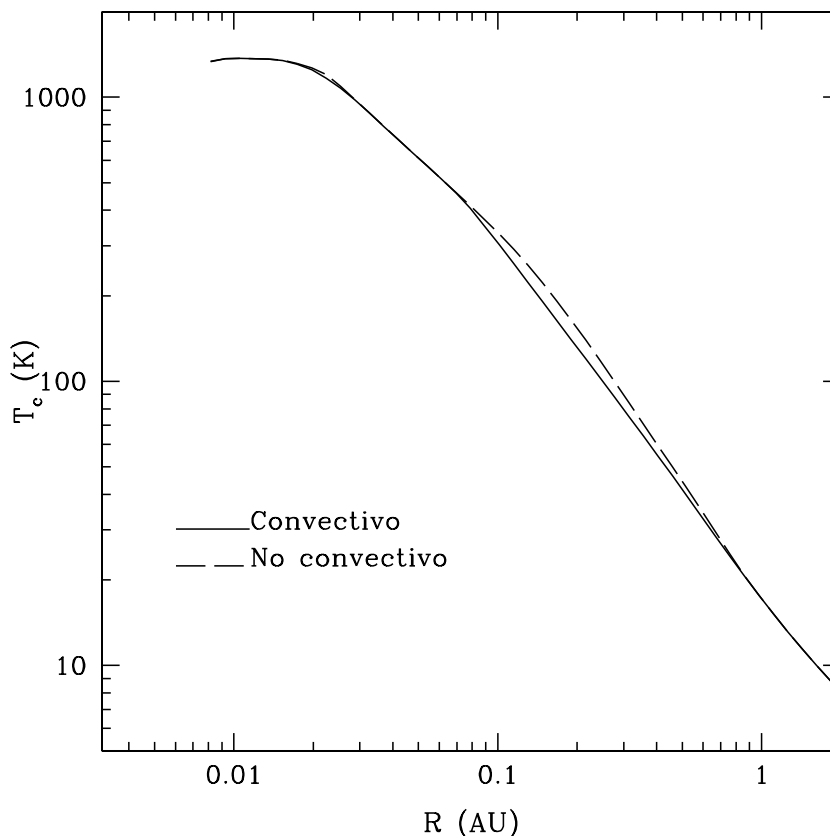
### Efecto de la convección como mecanismo de transporte de energía.

Incluir un mecanismo adicional de transporte de energía tiene efectos en la distribución vertical de temperatura: la temperatura central de un anillo dado es menor al valor esperado si sólo se considerara el transporte radiativo. En la figura 4.11 se muestra el efecto: para el modelo de referencia, los anillos situados entre  $\sim 0.08$  y  $0.7$  AU son inestables frente a la convección, esto es,  $\nabla > \nabla_A$ . Ello significa que la convección juega un papel importante en el transporte de energía cerca del plano medio del disco, lo que se traduce en una disminución de la temperatura central respecto al caso en el que no se toma en cuenta la convección como mecanismo de transporte de energía.

### Aproximaciones analíticas.

Haciendo uso de las aproximaciones analíticas para las temperaturas características del disco descritas en la introducción de §4.3.2, comparamos los resultados numéricos con los esperados por la teoría de discos de acreción. Para la temperatura central, en la figura 4.12 es mostrada la temperatura central para el modelo de referencia  $m0\alpha$  en sus dos versiones (disco únicamente turbulento y disco turbulento calentado por la ionización de  $\text{H}_2$ ).

Para el modelo que considera la disipación turbulenta como única fuente de calentamiento, las aproximaciones para  $T_c(R)/\chi_R^{1/5}(R, 0)$  (dada por 4.23, válida cuando el disco es ópticamente grueso a su propia radiación) y  $T_c(R)/\kappa_R^{-1/3}(R, 0)$  (ecuación 4.33, válida cuando el disco es ópticamente delgado) son muy buenas representaciones. En cambio, como era de esperarse, para el disco con fuentes de calentamiento adicionales la desviación respecto a la temperatura central esperada para un disco turbulento es notable en la zona ópticamente delgada (lo cual ya fue discutido anteriormente). Para las zonas más cercanas a la magnetósfera, la aproximación difiere y es menor que el resultado numérico debido a la opacidad promedio de



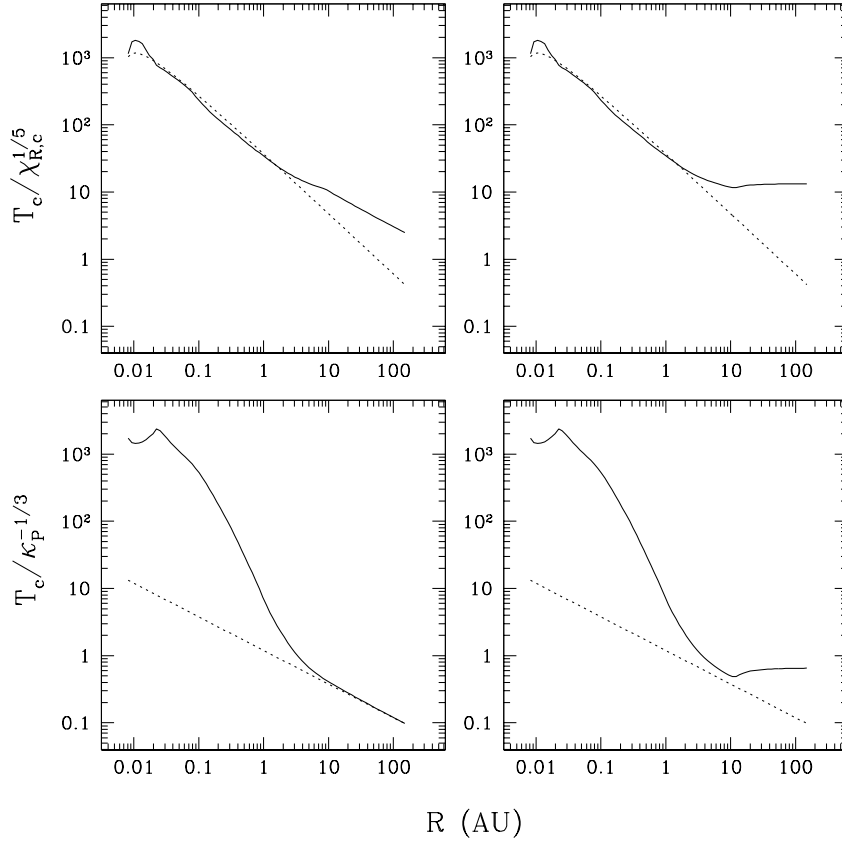
**Figura 4.11:** El efecto de la convección en la temperatura central de un disco turbulento, para el modelo  $m0\alpha$ . En línea continua se grafica la temperatura central tomando en cuenta la convección como mecanismo de transporte de energía; en línea punteada, la convección se ha desactivado en el cómputo.

Rosseland: es esta zona donde el polvo se sublima, disminuyendo la opacidad total del anillo. La temperatura central es mayor que la esperada analíticamente debido a este cambio de opacidad (que observamos en la variación radial de las opacidades, figura 4.7). Para anillos situados entre  $\sim 0.07$  y  $0.8$  AU la aproximación es mayor debido a la presencia de convección (comparar con la figura 4.11).

Los resultados para la temperatura superficial se muestran en la figura 4.13. En la zona activa, ópticamente gruesa, la aproximación  $T_c = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/4} T_{turb}$  es muy buena. Para zonas ópticamente delgadas y casi-isotermas, las aproximaciones  $T_0/\kappa_P^{1/4} \approx T_c/\kappa_P^{1/4}$  (para el disco turbulento) y (4.29) (para el disco turbulento calentado por la ionización de  $H_2$ ) también son buenas representaciones del resultado numérico.

#### 4.3.2.3. Alturas

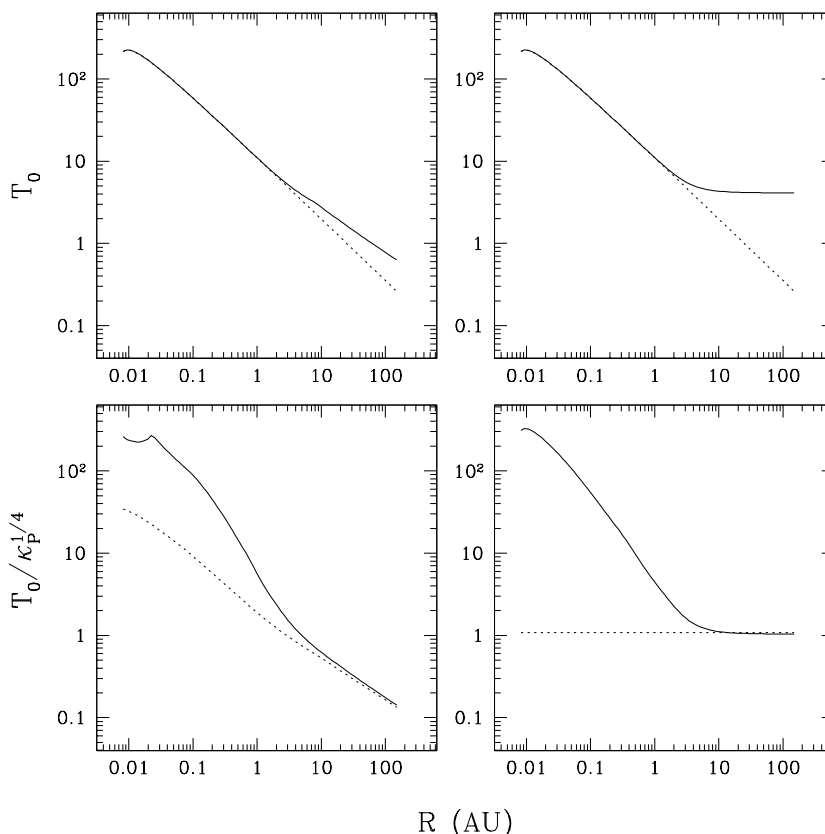
En la figura 4.14 se muestran alturas características del disco turbulento calentado también por la ionización de  $H_2$ , variando el parámetro  $\alpha$ . De las secciones anteriores (en particular, de la sección §4.3.1.3), sabemos que el ensanchamiento del disco depende de la temperatura del gas. Debido a que conforme  $\alpha$



**Figura 4.12:** Aproximaciones analíticas para la temperatura central, disco turbulento y disco turbulento calentado por la ionización de  $H_2$ , para modelos con los valores característicos del modelo  $m0\alpha$ . Del lado izquierdo, se muestran los resultados para el disco únicamente turbulento; del lado derecho, el disco turbulento calentado por la ionización de  $H_2$ . En línea continua se muestra el resultado numérico; en línea punteada, la aproximación analítica correspondiente.

disminuye, las temperaturas características del disco aumentan (la discusión relevante puede verse en la sección §4.3.2.2), el ensanchamiento en las regiones más externas para  $\alpha$  cada vez más pequeña es evidente: en esta zona, la altura de la superficie del disco, definida como la altura para la cual  $P(z) = P_\infty$ , crece conforme  $\alpha$  disminuye, y el disco no es geoméricamente delgado. No es la baja gravedad subestelar responsable única del ensachamiento del disco en las regiones externas; la inclusión de otros mecanismos de calentamiento, como los rayos cósmicos y la irradiación (Bell et al. 1997; D'Alessio 1996; D'Alessio et al. 1998) subestelar actúan de tal forma que aumentan la temperatura de las regiones externas, ensanchándolas térmicamente. Tan sólo el efecto de incluir los rayos cósmicos es más dramático, como puede apreciarse al comparar la figura 4.14 contra la figura 4.15.

Cuando el disco deja de ser geoméricamente delgado y se vuelve ancho (el disco entonces tiene una geometría toroidal), los gradientes radiales pueden ser tan importantes como los gradientes verticales, y el transporte de energía radial debe tomarse en cuenta en el cálculo de la estructura de tal región toroidal.



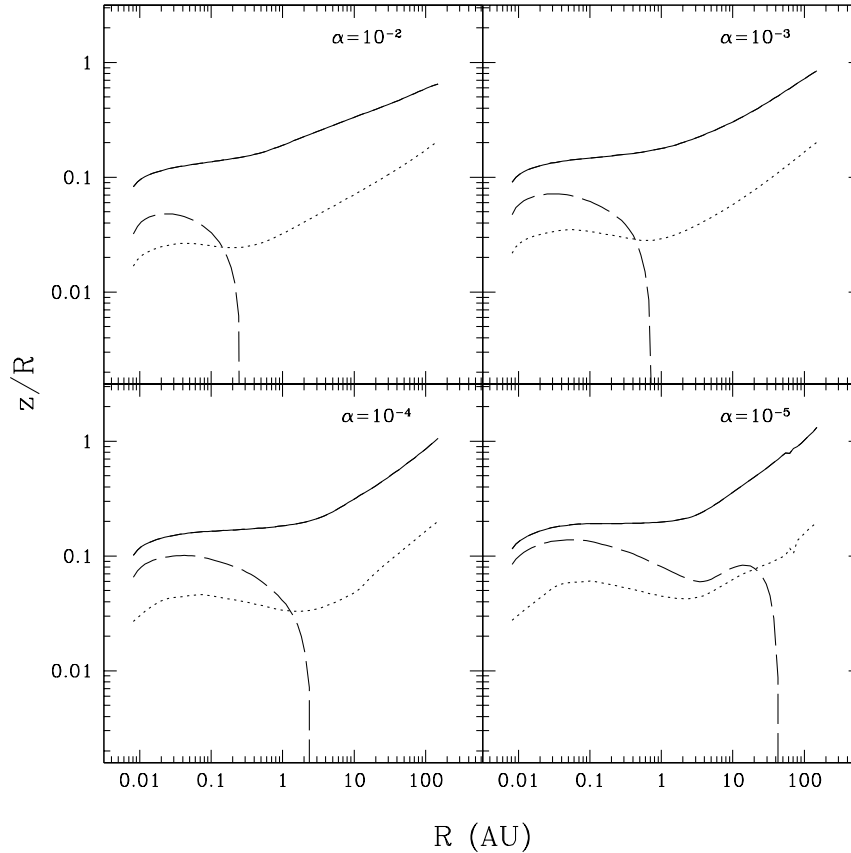
**Figura 4.13:** Aproximaciones analíticas para la temperatura superficial, disco turbulento y disco turbulento calentado por la ionización de  $H_2$ , para modelos con los valores característicos del modelo  $m0\alpha$ . En el lado izquierdo, se muestran los resultados para el disco únicamente turbulento; del lado derecho, el disco turbulento calentado por la ionización de  $H_2$ . En línea continua se muestra el resultado numérico; en línea punteada, la aproximación analítica correspondiente.

Como no está claro cuál es el radio máximo de un disco circunsubestelar típico, complicar el cómputo con la inclusión de transporte radial no parece ser relevante, sobre todo si los radios pueden no ser mayores que  $\sim 50$  AU (al menos para discos con un parámetro de viscosidad pequeño, como veremos en el capítulo 7)

La fotosfera del disco, definida como la altura para la cual  $\tau_R(z) = 2/3$ , aumenta en extensión radial al disminuir  $\alpha$ ; ello se debe a que la densidad superficial de masa tienen una dependencia inversamente proporcional con  $\alpha$  (4.25). La inclusión de la ionización de  $H_2$ , que afecta notoriamente al modelo con  $\alpha = 10^{-5}$ , hace que la altura de la fotosfera se eleve de nuevo en  $\sim 10$  AU.

Se muestra también la escala de altura del gas evaluada en el plano medio,  $H_p(R, 0) = c_s(T_c)/\Omega_K(R)$ , la cual es siempre menor comparada con la fotosfera del disco. Cuando el disco se vuelve ópticamente delgado, y el calentamiento por la disipación turbulenta es despreciable o comparable a los otros mecanismos de calentamiento, la escala de altura del gas aumenta debido principalmente al aumento de la temperatura respecto al modelo puramente turbulento (comparar con la figura 4.15).



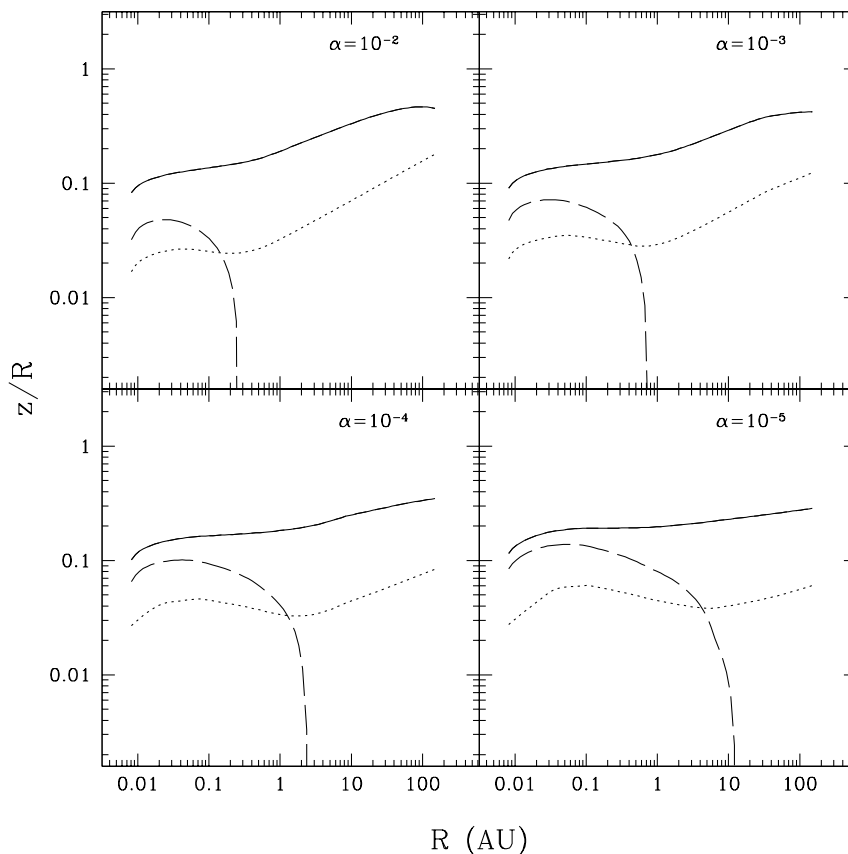


**Figura 4.14:** Alturas características del disco calentado por la ionización de  $H_2$ , para modelos con los valores característicos del modelo  $m0\alpha$ , variando el parámetro  $\alpha$  como se indica en cada gráfica. Se muestran la altura de la superficie del disco,  $z_{infty}$ , donde  $P = P_{infty}$  (línea continua); la altura de la fotosfera del disco, definida como la altura donde  $\tau_R = 2/3$  (guión largo), y la escala de altura del gas,  $H_p = c_s(T_c)/\Omega_K(R)$  (línea punteada).

### Efecto de la inclusión de calentamiento debido a la ionización del gas por rayos cósmicos y decaimiento radioactivo en las alturas características disco.

En la figura 4.15 se muestra las alturas características para un disco puramente turbulento. Salta a la vista que la inclusión de los rayos cósmicos y el decaimiento radioactivo como una fuente adicional de calentamiento provoca un ensanchamiento notable en la escala de altura de gas,  $H_p(R, 0)$ , y en la altura del disco, respecto al caso turbulento; en este último caso, las escalas de altura para las regiones más externas son mucho menores, y el disco turbulento, para los casos presentados, puede considerarse como un disco delgado (para  $\alpha$  pequeñas, puesto que las temperaturas características en las regiones externas decrecen si  $\alpha$  disminuye, como se muestra en la figura 4.10) o mediano.

Para el caso más denso ( $\alpha = 10^{-5}$ ), la fotosfera del disco se extiende hasta  $\sim 50$  AU. Si se suprime el calentamiento por ionización, la extensión radial de la fotosfera se reduce a  $\sim 10$  AU. Al aumentar la temperatura del disco en esta zona a través de la ionización del gas, la densidad de los anillos aumenta,



**Figura 4.15:** Alturas características para un disco únicamente turbulento para modelos con los valores característicos del modelo  $m0\alpha$ , variando el parámetro  $\alpha$  como se indica en cada gráfica. Se muestran la altura de la superficie del disco (línea continua), la altura de la fotosfera del disco (guión largo) y la escala de altura del gas (línea punteada).

provocando el aumento en la densidad superficial y por ende, en la extensión radial de la fotosfera.

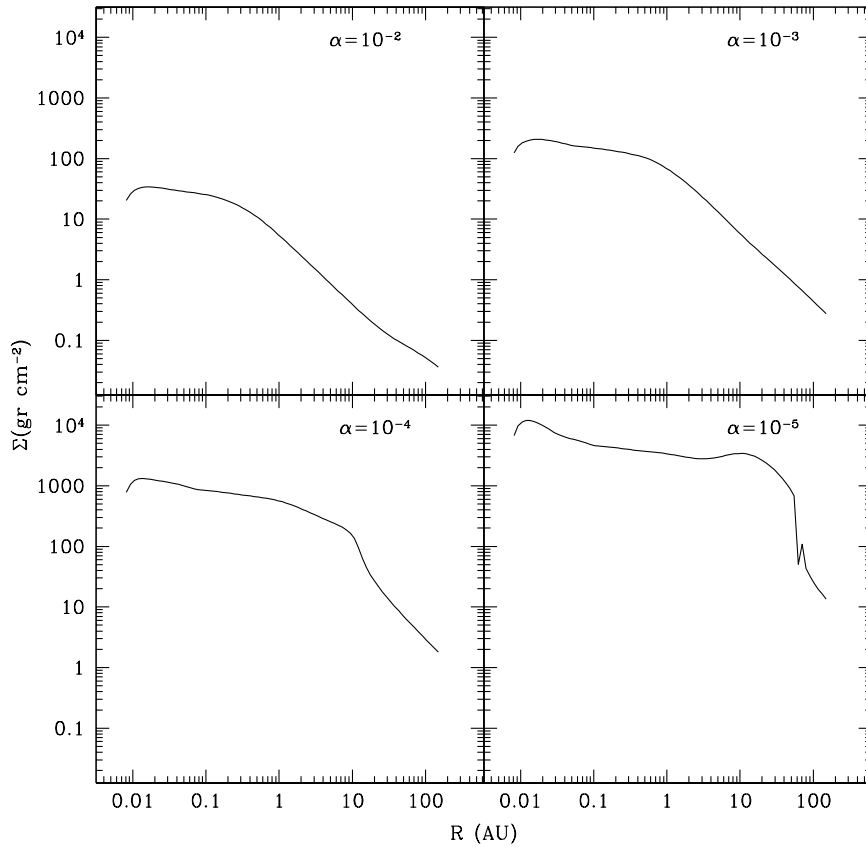
Así, la inclusión de otros mecanismos de calentamiento en el disco turbulento provoca un ensanchamiento notable en las alturas características del disco respecto al caso puramente turbulento.

#### 4.3.2.4. Densidad superficial de masa

La densidad superficial de masa de los discos se presenta en la figura 4.16. Debido a la dependencia en  $\alpha$ , los modelos más densos son aquellos con  $\alpha$  más pequeña.

La dependencia radial de la densidad superficial muestra la interdependencia entre las diversas cantidades físicas que caracterizan al disco. Por ejemplo, para las zonas ópticamente gruesas (si  $\alpha \gtrsim 10^{-4}$ ), que coinciden con las zonas donde la disipación turbulenta es la fuente de calentamiento dominante, la densidad superficial se aproxima a la del disco turbulento (ecuaciones 4.21 o aproximadamente 4.25, que son el resultado de la conservación de masa y la conservación de momento angular en cada anillo del disco); para zonas ópticamente delgadas, y en general para todas las zonas donde la turbulencia compite contra el calentamiento por ionización,

la densidad superficial es el resultado único de considerar equilibrio hidrostático vertical. Al volverse cuasi-isotérmico y barotrópico, la distribución vertical de densidad sigue una ley exponencial.

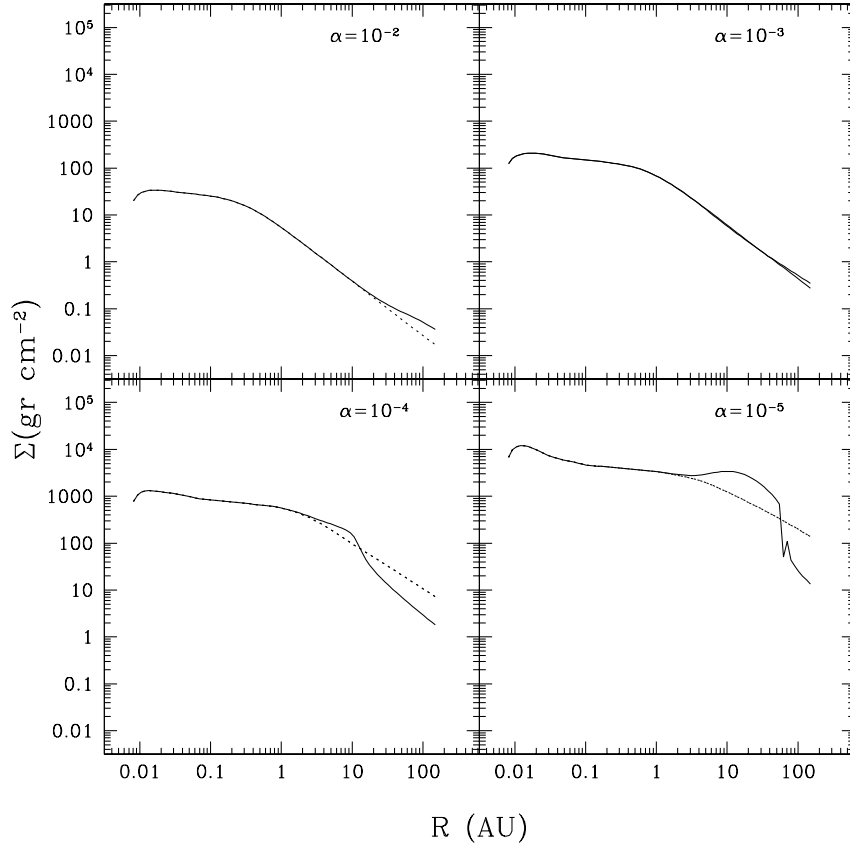


**Figura 4.16:** Densidad superficial total del disco,  $2 \times \Sigma_{\infty}$  para modelos con los valores característicos del modelo  $m0\alpha$ , variando el parámetro  $\alpha$  como se indica en cada gráfica.

### Efecto de la inclusión de calentamiento debido a la ionización del gas por rayos cósmicos y decaimiento radioactivo en la densidad superficial del disco.

En la figura 4.17 se compara las densidades superficiales para un disco totalmente turbulento y un disco turbulento calentado por la ionización de  $H_2$ . En el caso puramente turbulento, existen dos zonas bien delimitadas que corresponden a dos diferentes distribuciones radiales de temperatura; la primera zona, ópticamente gruesa, muestra su dependencia en la temperatura central. La segunda zona, ópticamente delgada, manifiesta la naturaleza isotérmica del disco.

En general, para  $\alpha$  pequeñas, la inclusión de otras fuentes de calentamiento al disco turbulento tienden a disminuir la densidad superficial del disco cuando ellas son dominantes, pues la densidad superficial de un disco- $\alpha$  es inversamente proporcional a su temperatura central.



**Figura 4.17:** Comparación de la densidad superficial total del disco,  $2 \times \Sigma_{\infty}$ , para un disco totalmente turbulento y un disco turbulento calentado por la ionización de  $H_2$ , para modelos con los valores característicos del modelo  $m0\alpha$ , variando el parámetro  $\alpha$  como se indica en cada gráfica. En línea continua, el resultado para el disco turbulento calentado por la ionización de  $H_2$ ; en línea punteada, el disco calentado únicamente por disipación turbulenta.

### Aproximaciones analíticas.

En la figura 4.18 se muestran diversas aproximaciones analíticas para la densidad superficial de un disco turbulento y un disco turbulento calentado por la ionización de  $H_2$ .

Sin conocer a priori la temperatura central de cada anillo, puede construirse la densidad superficial (normalizada en  $T_c$ ) a partir del resultado conocido (4.21),

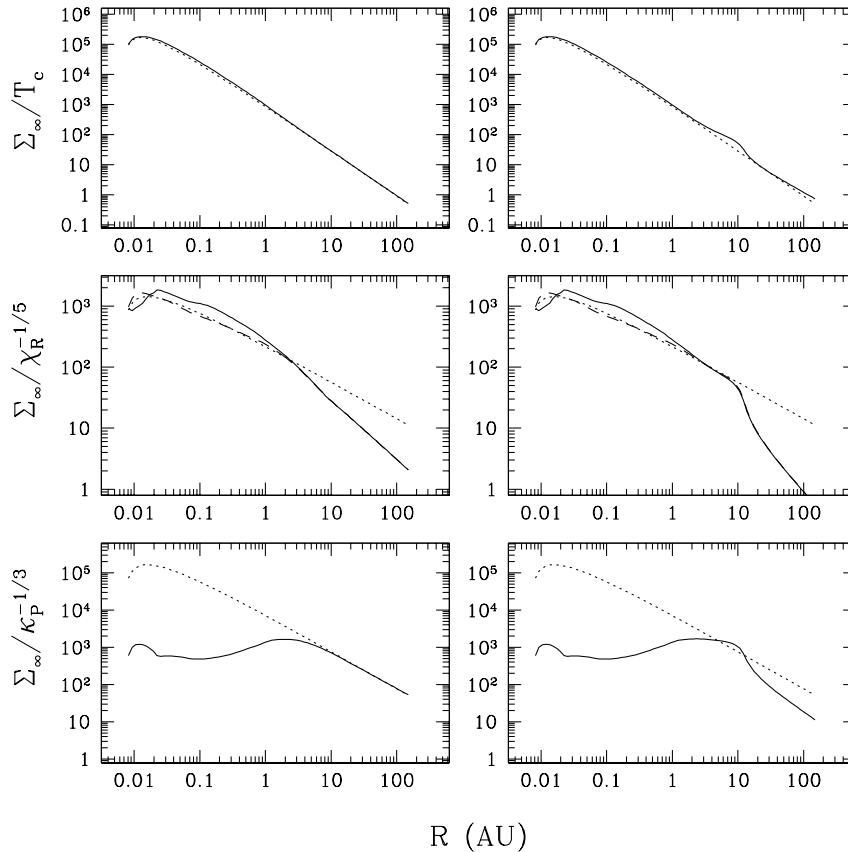
$$\frac{\Sigma_{\infty}(R)}{T_c(R)} = \frac{\mu_c m_H \dot{M} \Omega_K}{6\pi \alpha k_B} \left[ 1 - \sqrt{\frac{R_{mag}}{R}} \right], \quad (4.41)$$

resultando ser una buena aproximación, como se muestra en los dos paneles superiores de la figura 4.18 en ambos modelos, para casi todos los radios, excepto cuando otras fuentes de calentamiento dominan.

Para  $\Sigma_{\infty}/\chi_R^{-1/5}$ , la aproximación analítica depende implícitamente de la suposición de que  $\tau_R \approx \chi_R(R, 0)\Sigma_{\infty}$ . Para las regiones donde se ha sublimado el polvo, la opacidad total del anillo es mayor que esta última

aproximación, puesto que  $\chi_R(R, 0) \ll \chi_R(R, z_\infty)$ . Por ello, la aproximación (4.25) es superior al resultado del modelo. Una vez que la temperatura del anillo baja tal que  $T \lesssim T_{sub}$ , la opacidad promedio de Rosseland central aumenta considerablemente (figura 4.7) como resultado de la inclusión de polvo. Pero esto, en vez de hacer que la aproximación analítica concuerde con el resultado numérico, hace que difiera puesto que la profundidad óptica total del disco es mayor al valor aproximado. También hay que tomar en cuenta la presencia de convección en anillos alrededor de  $\sim 0.1$  AU; la temperatura central modelada es menor que la esperada sólo por transferencia radiativa, lo que resulta en un aumento en la densidad superficial respecto al caso no convectivo.

Cuando el disco se vuelve ópticamente delgado, la aproximación analítica concuerda con el resultado numérico si la opacidad promedio es evaluada en la superficie y no en el plano medio. Esto se debe a que la opacidad promedio de Rosseland evaluada en la superficie es mayor que la del plano medio.



**Figura 4.18:** Aproximaciones analíticas para la densidad superficial total del disco,  $2 \times \Sigma_\infty$ , para un disco totalmente turbulento (lado izquierdo) y un disco turbulento calentado por la ionización de  $H_2$  (lado derecho), para modelos con los valores característicos del modelo  $m0\alpha$ . En línea continua, el resultado numérico; en línea punteada, el disco calentado únicamente por disipación turbulenta. Para el caso de  $\Sigma_\infty/\chi_R^{-1/5}$ , se muestra en guión el resultado de usar  $\chi_R$  evaluada en la superficie, i.e.,  $\chi_R = \chi_R(R, z_\infty)$ .

Sin embargo, en la zona ópticamente delgada es la opacidad promedio de Planck la opacidad relevante.

Para anillos ópticamente delgados, la temperatura central es aproximadamente  $T_c \approx \left(\frac{1}{4\tau_P}\right)^{1/4} T_{turb}$  (para el disco únicamente turbulento), y aproximando  $\tau_P \approx \kappa_P(R)\Sigma_\infty$ , y la densidad superficial de masa queda dada por (4.32). Para anillos ópticamente delgados es una buena aproximación, pero no lo es si el disco turbulento es calentado por otras fuentes.

#### 4.3.2.5. Geométricamente mediano vs geoméricamente delgado

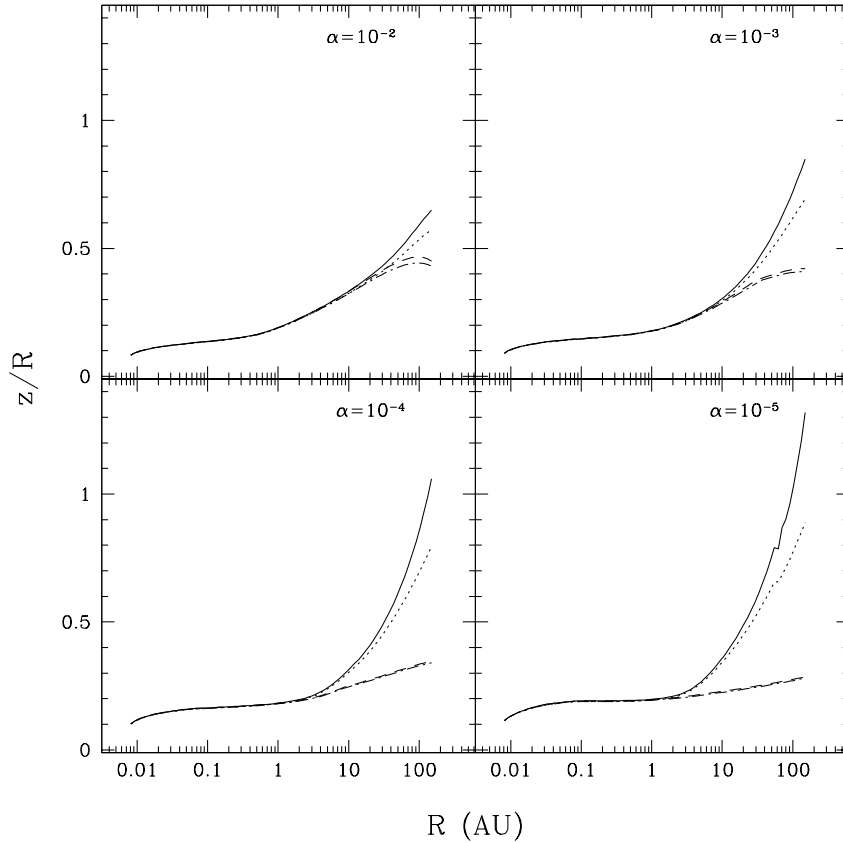
En la figura 4.19 se muestra la altura de la superficie del disco,  $z_\infty$ , definida como la altura donde  $P(z) = P_\infty$ , para las cuatro versiones disponibles del disco- $\alpha$ . Los resultados notables, ya descritos en §4.3.2.3, los describimos ahora en términos de sus aproximaciones. La altura de la superficie de un disco turbulento es siempre menor que la del disco turbulento calentado por otras fuentes de energía, y el efecto es dramático para  $\alpha \lesssim 10^{-3}$ .

Comparando la altura de un disco turbulento calentado por la ionización de  $H_2$  contra la del mismo disco pero en la aproximación de disco delgado, vemos que para anillos externos, en los modelos más densos, la diferencia puede ser notable, invalidando la aproximación de disco delgado. En cambio, para un disco únicamente turbulento, la aproximación de disco delgado es válida, aunque para discos con baja densidad ( $\alpha \sim 10^{-2}$ ) la aproximación predice una altura menor que la predicha al tomar en cuenta la dependencia vertical de la rapidez angular.

#### Validez de la aproximación de disco geoméricamente delgado.

Independientemente del valor de  $\alpha$  o  $\dot{M}$ , si además se toman en cuenta otros mecanismos de calentamiento del disco turbulento la aproximación de disco delgado no es válida. Este resultado es importante, puesto que un disco circunsubestelar no es calentado únicamente por disipación turbulenta, sino también por la enana café central; la estructura de temperaturas se modificará y los anillos externos se ensancharán térmicamente debido a la inclusión de una nueva fuente de calor. También hay que recordar el efecto que tiene el cambiar el valor de la presión superficial en las regiones más externas, cuestión discutida en §4.3.1.4. Si la presión ambiental tiene un valor considerablemente bajo, las regiones más externas del disco se ensancharán en consecuencia.

Se puede argumentar que el radio máximo de los discos circunsubestelares podría ser menor a  $\sim 100$  AU, minimizando la diferencia entre las alturas predichas, pero un modelo físicamente consistente debería incluir el efecto real de la gravedad subestelar y no usar una aproximación que evidentemente puede no ser válida en los discos circunsubestelares, sobre todo cuando computacionalmente no hace más complejo el problema de calcular la estructura. Por otra parte, suponiendo que el radio máximo de un disco circunsubestelar típico es  $\ll 100$  AU, esperamos que la irradiación subestelar ensanche al disco. En los siguientes capítulos veremos que la aproximación de disco delgado deja de ser válida para los anillos externos de los discos para los cuales el parámetro de viscosidad es pequeño.



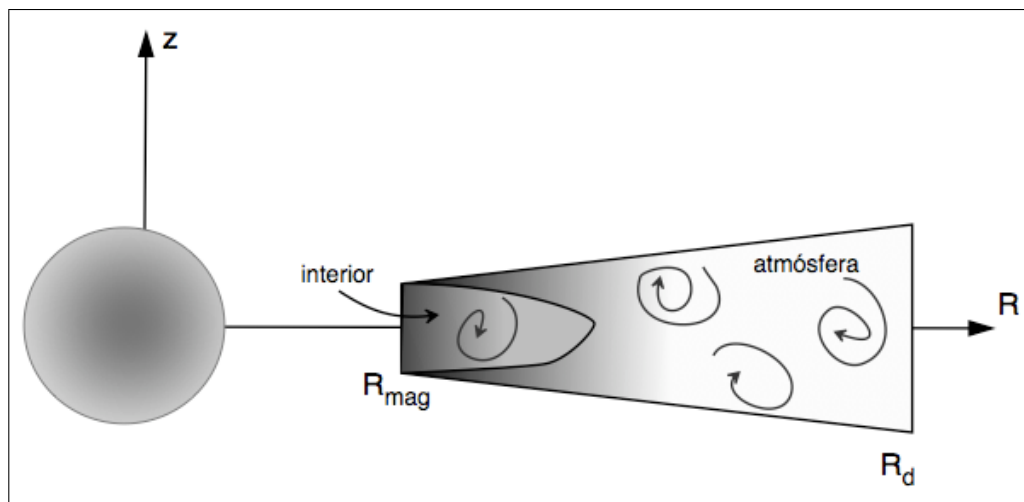
**Figura 4.19:** Altura de la superficie del disco para modelos con los valores característicos del modelo  $m0\alpha$ , variando el parámetro  $\alpha$  como se indica en cada gráfica. En línea continua se muestra el resultado para el modelo de referencia; en línea punteada, el resultado de usar la aproximación de disco delgado. En guión, el disco calentado únicamente por disipación turbulenta, y en guión-punto, el disco turbulento en la aproximación de disco delgado.

### 4.3.3. Disco- $\alpha$ subestelar

Debido a lo que se ha discutido en secciones anteriores, queda claro que los discos de acreción alrededor de objetos subestelares no pueden ser considerados como versiones *escaladas* de los discos de acreción circunestelares — al menos cuando no se considera irradiación debido al objeto central. La baja masa del objeto central, si consideramos que la acreción se lleva a cabo como resultado del potencial gravitacional central, es la principal responsable de las diferencias estructurales entre los discos.

Para gran parte del disco, el transporte radiativo es el único responsable de transportar a diferentes alturas de los anillos la energía generada por la disipación turbulenta. Sólo en una pequeña región del disco cercana a la magnetósfera la convección está presente, causando que la temperatura central de los anillos pertenecientes a tal región sea menor a la que se predice tomando en cuenta únicamente la transferencia radiativa. En cuanto al transporte turbulento, sólo para números de Prandtl pequeños (i.e.,  $P_{R,t} \ll 1$ ) y para ciertos anillos resulta importante, por lo cual lo consideraremos en lo subsecuente despreciable para todo el disco. El cálculo

detallado de la estructura vertical podría parecer no adecuado y demasiado complejo en el contexto subestelar, pero dada la existencia de zonas convectivas resulta todavía conveniente el usar códigos detallados. Empero, la diferencia entre la estructura de temperaturas obtenida considerando y no la convección no es crucial; un código simplificado puede dar resultados plausibles, pero esta conclusión no puede conocerse a priori.



**Figura 4.20:** Esquema de un disco turbulento circunsubestelar. No todos los anillos del disco podrán separarse en un interior, o zona ópticamente gruesa, y una atmósfera; dependiendo de diversos factores, en general los anillos más externos pueden ser tratados como una atmósfera ténue, ópticamente delgada.

En la figura 4.20 se muestra el esquema de un disco- $\alpha$  circunsubestelar. Anillos cercanos a la enana café central, donde la temperatura efectiva asociada a la disipación turbulenta es alta, pueden separarse en dos regiones, una ópticamente gruesa, cercana al plano medio, denominada *interior*, donde la mayor parte de la energía turbulenta es generada y por tanto con una temperatura del gas mayor que la de la región externa, la *atmósfera* del disco, ópticamente delgada y con una tasa de generación de energía menor que la del interior. Esta región se comporta como un disco - $\alpha$  típico, y su estructura vertical se asemeja a las de sus contrapartes circunestelares.

Dependiendo de los valores de la tasa de acreción de masa y de  $\alpha$ , existe un radio máximo.  $R_s$  para el cual el disco puede aún separarse en interior y exterior. Los anillos localizados a radios mayores que dicho radio máximo son ópticamente delgados en su totalidad, y la distinción interior-atmósfera ya no es posible. En este caso un anillo puede tratarse enteramente como una atmósfera ópticamente delgada que transporta la energía turbulenta generada principalmente en el plano medio del disco. El anillo es verticalmente isotermo, en equilibrio hidrostático, y cuasi-barotrópico, lo cual simplifica el tratamiento de la estructura vertical. Las soluciones analíticas presentadas en la sección §4.3.2 y a lo largo de la sección §4.3.1 son buenas aproximaciones al resultado numérico. Si el radio máximo de un disco circunsubestelar,  $R_d$ , se extiende más allá del radio máximo  $R_s$ , el disco de acreción circunsubestelar no puede imaginarse como un disco circunestelar escalado. Existen dos regiones claramente separadas (y esta separación se basa en la profundidad óptica vertical



total de los anillos) que tienen comportamientos radiales diferentes para las temperaturas características, la densidad superficial, las opacidades promedio y profundidades ópticas, y sus alturas; dicha separación es una característica clave que diferencia profundamente la estructura radial de los discos circunsubestelares de los discos circunestelares. Es cierto que el radio  $R_s$  existe para los discos circunestelares, pero el tratamiento clásico (por ejemplo, ver Frank, King & Raine 1992) ignora la existencia de zonas ópticamente delgadas para los discos de acreción. Hemos extendido los resultados analíticos para que sean válidos en estas regiones de baja profundidad óptica, sin olvidar que en este trabajo la transferencia radiativa es unidimensional (vertical) y que dada la baja profundidad óptica vertical, no hay garantía de que la profundidad óptica vertical entre anillos sea suficientemente pequeña para considerar válida la suposición de balance local de energía, discutida en §2.5.

## 4.4

---

### Disco $\beta$

En la sección anterior discutimos sobre la estructura vertical detallada, y la estructura radial, de un disco turbulento calentado por la disipación turbulenta, para el cual la viscosidad turbulenta usada fue la prescripción- $\alpha$ . Hemos visto que un disco de acreción no irradiado circunsubestelar difiere de un disco de acreción típico —existen zonas ópticamente delgadas a la propia radiación del disco, y para radios tan cercanos a la enana café central,  $\sim 10$  AU, la estructura del disco es modificada notablemente con la introducción del decaimiento radioactivo y los rayos cósmicos.

En esta sección, discutiremos la estructura de un disco de acreción no irradiado, cuya viscosidad turbulenta está dada por la prescripción- $\beta$ . Ambas prescripciones para la viscosidad son prescripciones *ad hoc*; cada una de ellas da importancia a diferentes escalas de velocidades y alturas de las parcelas turbulentas. Decidir cuál prescripción arrojará un resultado cercano a la realidad dependerá del éxito en reproducir la emisión observada de un disco turbulento irradiado, cuya discusión queda para capítulos posteriores.

Debido a la naturaleza simple de la prescripción  $\beta$ , para la cual  $\nu_t \equiv \beta R^3 \left| \frac{\partial \Omega}{\partial R} \right|$ , es en principio posible describir la estructura vertical y la estructura radial del disco analíticamente. El primer resultado notable, y que difiere de un disco- $\alpha$  es que la densidad superficial del disco- $\beta$  no depende explícitamente de las condiciones físicas del disco,

$$\Sigma_\infty = \frac{\dot{M}}{6\pi\beta\sqrt{GM_*R}} \left(1 - \sqrt{\frac{R_{mag}}{R}}\right). \quad (4.42)$$

Para valores típicos de una enana café joven,

$$\Sigma_\infty = 306.4 \left( \frac{\dot{M}}{10^{-10} M_\odot \text{yr}^{-1}} \right) \left( \frac{\beta}{10^{-7}} \right)^{-1} \left( \frac{M_*}{0.06 M_\odot} \right)^{-1/2} \left( \frac{R}{1 \text{AU}} \right)^{-1/2} \left( 1 - \sqrt{\frac{R_{mag}}{R}} \right) \text{gr cm}^{-2}. \quad (4.43)$$

Hemos supuesto que el valor típico del parámetro  $\beta$  para un disco circunsubestelar es  $\beta = 10^{-7}$ ; de este valor

no existe predicción para el régimen subestelar — aunque el intervalo estimado para discos circunestelares se encuentra entre  $2 \times 10^{-6}$  y  $5 \times 10^{-4}$  (Hueso & Guillot 2005). Existe otra razón para adoptar el valor  $\beta = 10^{-7}$ ; cuando se compare la estructura del modelo  $\mathbf{m0}\beta$  con la del modelo  $\mathbf{m0}\alpha$ , notaremos que las temperaturas características, así como las alturas, de ambos modelos coinciden. **Este no es un resultado novedoso**; finalmente, y especialmente en el caso geoméricamente delgado, ambas prescripciones pueden ser similares si se ajustan  $\beta$  y  $\alpha$ . Las diferencias emergen cuando el disco es irradiado externamente, como veremos en el siguiente capítulo.

La hipótesis de Boussinesq garantiza que la temperatura efectiva de un disco- $\beta$  es idéntica a la del disco- $\alpha$ , es decir, la temperatura efectiva de los discos es independiente de la prescripción para la viscosidad turbulenta adoptada,

$$T_{turb} = \left( \frac{3GM_*\dot{M}}{8\pi\sigma R^3} \right)^{1/4} \left[ 1 - \sqrt{\frac{R_m}{R}} \right]^{1/4}.$$

A partir de la temperatura efectiva y la densidad superficial para el disco- $\beta$  podemos explicar su estructura vertical y radial.

#### 4.4.1. Resultados

A continuación enumeraremos los resultados más importantes para la estructura calculada de un disco- $\beta$ . De nuevo, variaremos el parámetro de viscosidad,  $\beta$ , para conocer los efectos que tiene el variar la *eficiencia* de la turbulencia; incluiremos posteriormente el calentamiento por la ionización de  $\text{H}_2$ , y finalmente compararemos los resultados con los del disco- $\alpha$ .

#### 4.4.2. Opacidades y profundidades ópticas

Las opacidades promedio de Rosseland y de Planck juegan un papel relevante en el cálculo de la estructura de temperatura del disco. En la figura 4.21 se muestra la variación radial de las opacidades  $\chi_R$  y  $\kappa_P$ , evaluadas en el plano medio y en la superficie, para el modelo  $\mathbf{m0}\beta$ . Para los anillos cercanos al radio de truncamiento  $R_m$ , la fuente de opacidad dominante cerca del plano medio del disco es atómica; hacia la atmósfera de tales anillos, y para el resto del disco, el polvo regula la estructura de temperatura. Para  $R \gtrsim 7$  AU, o equivalentemente, para  $T \lesssim 3$  K, las opacidades promedio de Rosseland y de Planck se han tomado como constantes, es decir,

$$\chi_R(T) = \chi_R(3\text{K}),$$

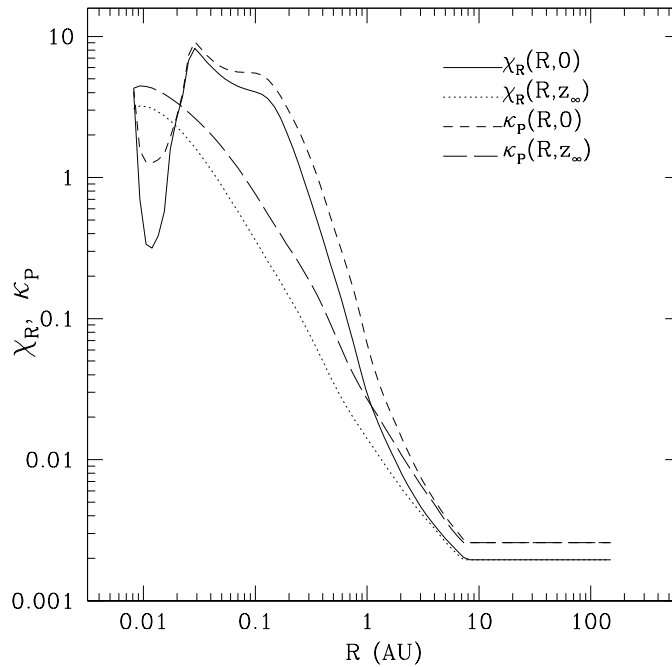
y

$$\kappa_P(T) = \kappa_P(3\text{K}).$$

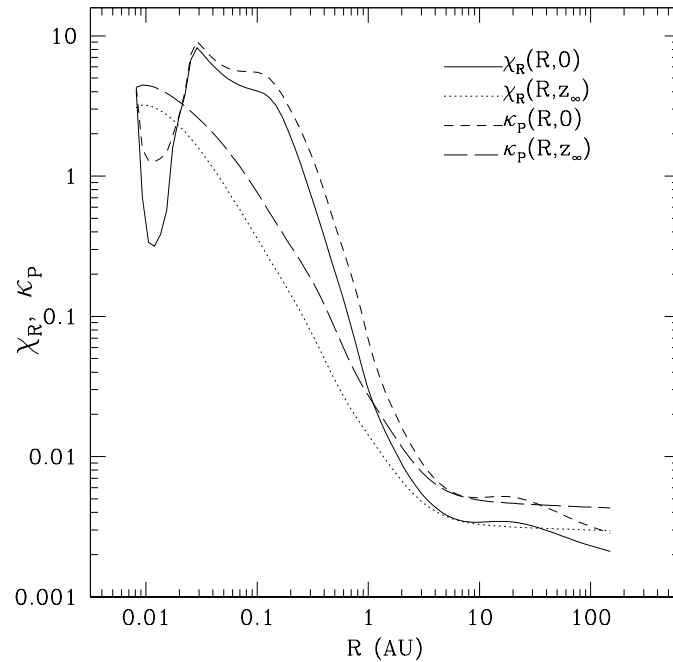
Si bien es cierto que las opacidades a temperaturas bajas pueden tener otra dependencia, recordemos que los discos turbulentos no se encuentran aislados; la temperatura baja de las regiones externas cambiará al incluir

otras fuentes de calentamiento. Para ejemplificar lo anterior, al incluir el calentamiento radioactivo in situ y los rayos cósmicos, las opacidades cambian como se muestra en la figura 4.22, como consecuencia de tales fuentes adicionales.

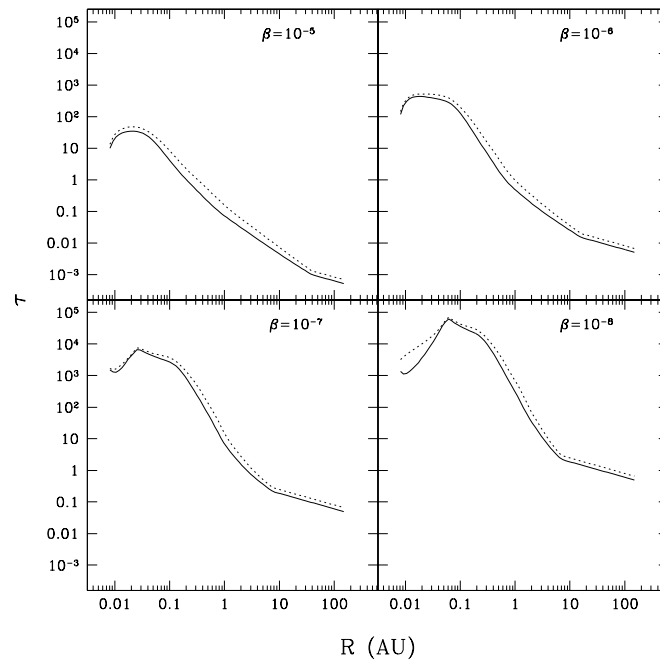
Las profundidades ópticas totales para el disco- $\beta$  revelan la complejidad de la variación vertical de las opacidades promedio y la densidad: en este caso no es claro que  $\tau_R$  (ni  $\tau_P$ ) pueda ser aproximado como  $\tau_R \approx \chi_R \Sigma_\infty$  en ninguna región del disco (figura 4.23), excepto aquellas para las cuales  $T \lesssim 3\text{K}$  (pero este es un resultado artificial, puesto que las opacidades para  $T < 3\text{K}$  toman el valor a  $T = 3\text{K}$ , como se explicó anteriormente). Por otra parte, la inclusión de las otras fuentes de calentamiento aumenta la densidad superficial del disco, las temperaturas características, y por consiguiente, las opacidades promedio. Una inspección a la figura 4.24 nos muestra el efecto dramático que tienen estas fuentes adicionales de calentamiento para los casos en los que el disco- $\beta$ , calentado únicamente por disipación turbulenta, tiene una densidad superficial alta ( $\beta \lesssim 10^{-7}$ ). En este caso las profundidades ópticas del disco sí son proporcionales a la densidad superficial,  $\tau_R \approx \chi_{R,c} \Sigma_\infty$ .



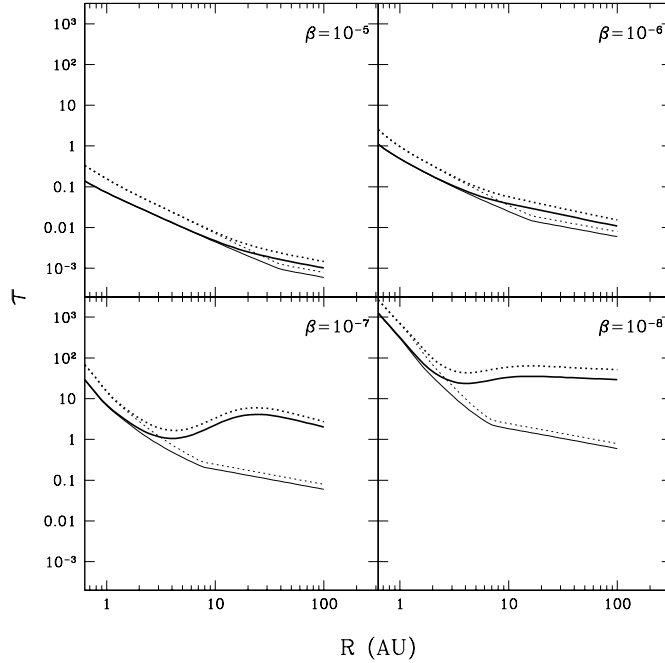
**Figura 4.21:** Variación radial de las opacidades promedio de Rosseland y de Planck, evaluadas en el plano medio y en la superficie, para el modelo de referencia  $m0\beta$ . Para  $R \gtrsim 7$  AU, las opacidades promedio de Rosseland y de Planck para baja temperatura se toman como independientes de la temperatura.



**Figura 4.22:** Variación radial de las opacidades promedio de Rosseland y de Planck, evaluadas en el plano medio y en la superficie, para el modelo de referencia  $m_0\beta$  calentado por la ionización de  $H_2$ . Ver pie de la figura 4.21.



**Figura 4.23:** Variación radial de las profundidades ópticas promedio de Rosseland y de Planck, para el modelo de referencia  $m_0\beta$ . En línea continua,  $\tau_R$  y en línea punteada,  $\tau_P$ . Debido a la independencia de las opacidades promedio de Rosseland y de Planck en temperatura, la profundidad óptica para radios externos es directamente proporcional a la densidad superficial,  $\tau_P, \tau_R \propto \Sigma_\infty$ .



**Figura 4.24:** Variación radial de las profundidades ópticas promedio de Rosseland y de Planck, para el disco- $\beta$ , calentado por la ionización de  $H_2$  y variando  $\beta$  como se indica en cada gráfica. En línea continua,  $\tau_R$  y en línea punteada,  $\tau_P$ .

### 4.4.3. Temperaturas

#### 4.4.3.1. Estructura vertical

En el caso de un disco geoméricamente delgado, la energía disipada por unidad de tiempo y área es

$$Q_{turb} = \frac{9}{4} \beta \rho R^2 \Omega_K. \quad (4.44)$$

Suponiendo que toda la energía disipada en un anillo es transportada por radiación, la estructura vertical de temperatura es

$$T^4(\Sigma) = \frac{3}{4} T_{turb}^4 \left[ \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \tau_{R,T} (1 - \theta^2) + \frac{1}{3 \tau_{P,T}} \right], \quad (4.45)$$

con  $\theta \equiv \frac{\Sigma}{\Sigma_\infty}$ ; de nuevo, las profundidades ópticas son aproximadas, y  $\tau_{R,T} \equiv \chi_{R,c} \Sigma_\infty$ ,  $\tau_{P,T} \equiv \kappa_{P,c} \Sigma_\infty$ .

#### Anillos ópticamente gruesos.

Para zonas ópticamente gruesas existen dos zonas distinguibles y de temperatura casi constante en el anillo: la zona cercana al plano medio, que ya hemos denominado como *interior* del disco, y la zona de baja profundidad óptica, la *atmósfera*. Para el interior del disco, la temperatura es aproximadamente

$$T_c \approx \left( \frac{3}{8} \chi_{R,c} \Sigma_\infty \right)^{1/4} T_{turb}, \quad (4.46)$$

y la atmósfera del disco queda caracterizada por

$$T_0 \approx \left(\frac{1}{2}\right)^{1/4} T_{turb}. \quad (4.47)$$

#### Anillos ópticamente delgados.

En esta zona verticalmente isotérmica, la temperatura depende de la opacidad promedio de Planck,

$$T_i \approx \left(\frac{1}{4\kappa_{P,0}\Sigma_\infty}\right)^{1/4} T_{turb}. \quad (4.48)$$

La estructura vertical de temperaturas de un disco- $\beta$  no presenta características notables respecto al disco- $\alpha$ , excepto cuando se incluye el calentamiento por la ionización de  $H_2$

#### 4.4.3.2. Estructura radial

Dependiendo del valor  $\beta$  adoptado, la región ópticamente gruesa del disco puede extenderse hacia radios cada vez más externos, pero generalmente las zonas más externas del disco son anillos ópticamente delgados. Usando los resultados de la sección anterior, la dependencia radial de las temperaturas características de dichas zonas puede escribirse —sin olvidar que únicamente consideramos transporte radiativo para obtener los resultados analíticos.

#### Zona ópticamente gruesa.

Anillos cercanos al objeto central son generalmente densos y ópticamente gruesos; la temperatura central del disco depende del valor de la opacidad promedio de Rosseland  $\chi_{R,c}$  a través de la relación

$$\frac{T_c(R)}{\chi_{R,c}^{1/4}(R)} = \left(\frac{3}{4} \frac{1}{32\sigma\pi^2}\right)^{1/4} \frac{\dot{M}^{1/2}\Omega_K^{1/4}}{\beta^{1/4}R^{1/2}} \left(1 - \sqrt{\frac{R_m}{R}}\right)^{1/4}, \quad (4.49)$$

y usando valores típicos,

$$\frac{T_c(R)}{\chi_{R,c}^{1/4}(R,0)} \approx 51.9 \left(\frac{\dot{M}}{10^{-10}M_\odot \text{yr}^{-1}}\right)^{1/2} \left(\frac{\beta}{10^{-7}}\right)^{-1/4} \left(\frac{M_*}{0.06M_\odot}\right)^{1/8} \left(\frac{R}{1\text{AU}}\right)^{-7/8} \left(1 - \sqrt{\frac{R_{mag}}{R}}\right)^{1/2}. \quad (4.50)$$

El cociente  $T_c/\chi_{R,c}^{1/4}$  aumenta al disminuir  $\beta$ , manteniendo la tasa de acreción constante entre los modelos. Para la temperatura superficial obtenemos una relación ya conocida, idéntica a la del disco- $\alpha$  (4.27),

$$T_0(R) = \left(\frac{3GM_*\dot{M}}{16\pi\sigma R^3}\right)^{1/4} \left[1 - \sqrt{\frac{R_m}{R}}\right]^{1/4}.$$

En la figura 4.25 se muestra la variación radial de dichas temperaturas características para discos- $\beta$  (con diferentes valores de  $\beta$ ). El parámetro  $\beta$ , a una tasa de acreción de masa dada, regula la temperatura central

a través de la densidad superficial, aumentando la temperatura central para los modelos que son menos eficientes en transportar masa y momento angular con movimientos turbulentos; esto es válido en las regiones ópticamente gruesas.

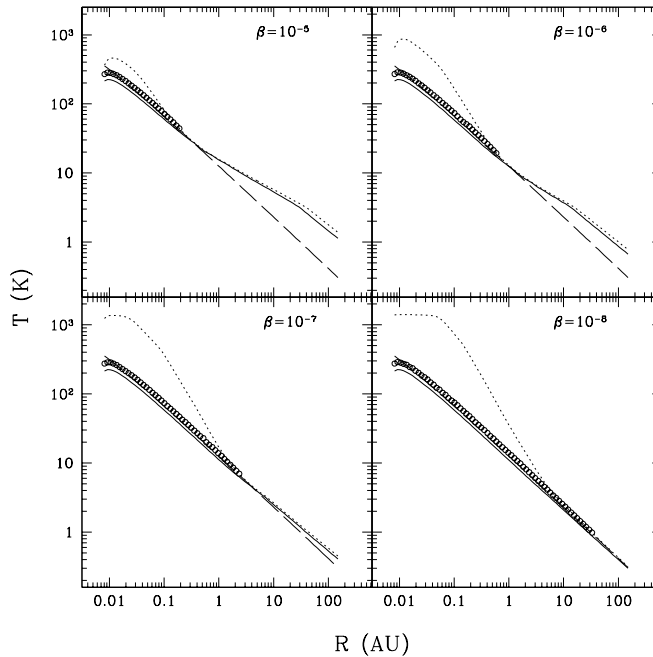
### Zona ópticamente delgada.

Los anillos más externos de los discos menos densos ( $\beta \gtrsim 10^{-7}$ ), se vuelven ópticamente delgados. La temperatura isotérmica, la cual disminuye con  $\beta$  (como puede apreciarse para los anillos externos de los modelos de la figura 4.25), puede escribirse como

$$\frac{T_0(R)}{\kappa_P^{-1/4}(R,0)} \approx \left(\frac{9\beta}{16\sigma}\right)^{1/4} \Omega_K^{3/4} R^{1/2}, \quad (4.51)$$

o bien

$$\frac{T_0(R)}{\kappa_P^{-1/4}(R,0)} \approx 2.25 \left(\frac{\beta}{10^{-7}}\right)^{1/4} \left(\frac{M_*}{0.06 M_\odot}\right)^{3/8} \left(\frac{R}{1 \text{ AU}}\right)^{-5/8} \text{ K}. \quad (4.52)$$



**Figura 4.25:** Temperaturas características para el disco- $\beta$ , variando  $\beta$  como se indica en cada panel. En cada gráfica se muestra la temperatura central (línea punteada), temperatura fotosférica (círculos) y la temperatura en la superficie (línea continua). En guión largo se muestra la temperatura efectiva turbulenta del disco.

#### 4.4.3.3. Inclusión de calentamiento por la ionización de $\text{H}_2$

Para las regiones más frías la inclusión de fuentes de calentamiento adicionales aumentará la temperatura de los anillos. Dependiendo del valor de  $\beta$ , la densidad superficial *inicial* de estos anillos afecta la deposición

de energía a cada altura. Podemos clasificar la densidad superficial como *alta* cuando ella es mucho mayor que la densidad superficial característica para la atenuación de los rayos cósmicos,  $\Sigma_\infty \gg \Sigma_0$ , y como *baja* cuando  $\Sigma_\infty \ll \Sigma_0$ . Para los valores característicos de la enana central y el disco, los anillos externos de discos con  $\beta \gtrsim 10^{-7}$  tienen densidad superficial *baja*, mientras que si  $\beta \lesssim 10^{-7}$ , la densidad superficial puede considerarse como *alta* densidad superficial. Enfatizamos que la densidad superficial de un disco- $\beta$  con fuentes de calentamiento adicionales, la cual denotaremos como  $\Sigma'_\infty$  difiere notablemente de la densidad superficial para el disco únicamente turbulento,  $\Sigma_\infty$ ; como se explicará posteriormente, la densidad superficial que se obtiene para las zonas *pasivas*,  $\Sigma'_\infty$ , es finalmente el resultado del equilibrio hidrostático vertical (junto con la ecuación de estado,  $P = c_s^2(T)\rho$ ).

En tales regímenes de densidad superficial es sencillo obtener aproximaciones para  $\Gamma_{RC}$ , la cantidad de energía depositada en el gas del disco debido a la ionización de  $H_2$  por rayos cósmicos. De esta forma la estructura de temperatura, considerando sólo transporte radiativo, es fácil de construir.

### Zona de alta densidad.

La densidad superficial inicialmente alta del disco- $\beta$  causa que zonas cercanas al plano medio tengan una temperatura mayor que la temperatura superficial. La temperatura central depende explícitamente de  $\Sigma'_\infty$ ,

$$\frac{T_c(R)}{\chi_{R,c}^{1/4} \Sigma_\infty^{1/2}} = \left(\frac{3}{4\sigma}\right)^{1/4} \left[ \frac{\zeta_R \Delta Q_R}{4m_H} + \frac{\zeta_{RC} \Delta Q_{RC}}{2m_H} \left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma'_\infty}\right)^2 \left(1 + \frac{2}{3\Sigma_0 \chi_{R,c}}\right) + \frac{9}{16} \beta R^2 \Omega_K^2 \right]^{1/4}. \quad (4.53)$$

Por simplicidad, en la derivación de las temperaturas (mas no en el código numérico) se supuso que el disco es geoméricamente delgado al usar  $Q_{turb}$ , aunque en esta zona es evidente que la aproximación de disco delgado deja de ser válida. Cuando la temperatura característica del calentamiento por rayos cósmicos es mayor que la turbulenta y la de los elementos radioactivos, la anterior relación puede simplificarse a

$$\frac{T_c(R)}{\chi_{R,c}^{1/4} \Sigma_\infty^{1/2}} \approx \left(\frac{3}{4\sigma}\right)^{1/4} \left[ \frac{\zeta_{RC} \Delta Q_{RC}}{2m_H} \Sigma_0^2 \right]^{1/4}. \quad (4.54)$$

La temperatura superficial es aproximadamente,

$$\frac{T_0}{\Sigma_\infty^{1/4}} \approx \left(\frac{1}{2\sigma}\right)^{1/4} \left[ \frac{\zeta_R \Delta Q_R}{2m_H} + \frac{\zeta_{RC} \Delta Q_{RC}}{2m_H} \frac{\Sigma_0}{\Sigma'_\infty} + \frac{9}{4} \beta R^2 \Omega_K^2 \right]^{1/4}. \quad (4.55)$$

Las aproximaciones para  $T_c$  y  $T_0$  implican que si la densidad superficial del disco aumenta, también lo hará la temperatura característica de cada zona (el interior y la atmósfera). Este efecto puede observarse en la figura 4.26, para el caso en que  $\beta \lesssim 10^{-7}$ . Las regiones externas distan de ser isotérmicas debido a su alta densidad, y el transporte radiativo predice una temperatura central mayor que la temperatura superficial. El caso  $\beta = 10^{-7}$  es complejo y es un caso intermedio entre la aproximación de alta densidad y la de baja densidad.

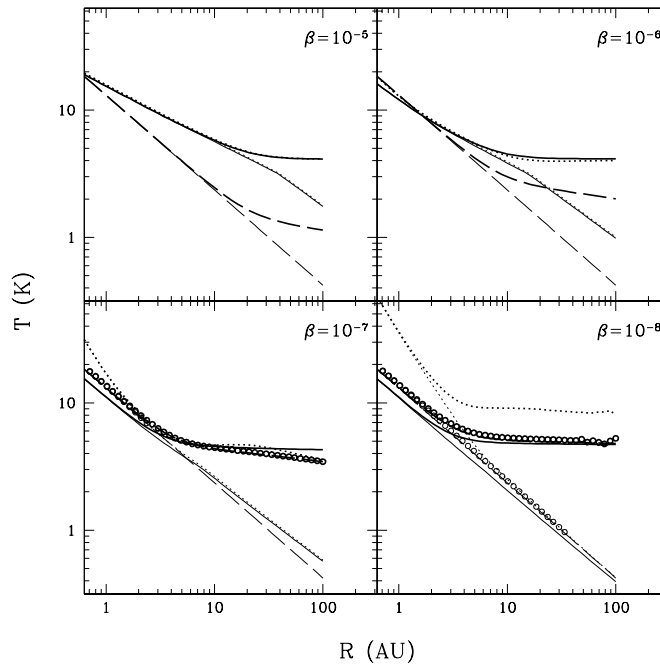


### Zona de baja densidad.

En el caso en que  $\Sigma'_\infty \lesssim \Sigma_0$ , los anillos externos son ópticamente delgados; los rayos cósmicos atraviesan toda la anchura vertical del disco, y la temperatura isotérmica de la zona puede escribirse como

$$\frac{T_0(R)}{\kappa_{P,0}^{-1/4}} \approx \left( \frac{1}{4\sigma} \right)^{1/4} \left[ \frac{\zeta_R \Delta Q_R}{2m_H} + \frac{\zeta_{RC} \Delta Q_{RC}}{2m_H} + \frac{9}{4} \beta R^2 \Omega_K^2 \right]^{1/4}. \quad (4.56)$$

Debido a la independencia en  $\Sigma'_\infty$ , resulta posible asegurar que la energía disipada por la turbulencia es una contribución despreciable frente a los rayos cósmicos, y el valor de la temperatura isoterma es idéntico para modelos con  $\beta \gtrsim 10^{-7}$  (como puede observarse en la figura 4.26), y más aún, es también idéntico al valor que tienen los anillos externos de los discos- $\alpha$  calentados por rayos cósmicos.



**Figura 4.26:** Temperaturas características para el disco- $\beta$ , calentado por la ionización de  $H_2$ , variando  $\beta$ . En cada gráfica se muestra la temperatura central (línea punteada), temperatura fotosférica (círculos) y la temperatura en la superficie (línea continua). En guión largo se muestra la temperatura efectiva del disco.

#### 4.4.4. Densidad superficial

Cuando el disco- $\beta$  es calentado únicamente por la disipación turbulenta, la forma funcional para la energía disipada garantiza que la densidad superficial del disco sea idéntica a la esperada por conservación de los flujos de masa y de momento angular, dada por la ecuación (4.42). Modelos con  $\beta$  cada vez más pequeños son más densos, como puede apreciarse en la figura 4.27. Aunque de la ecuación (4.42) se observa que la densidad superficial no depende de las condiciones físicas del disco, la densidad superficial no es más que la

integral vertical de  $\rho(R, z)$ , es decir,  $\Sigma_\infty = \int_0^{z_\infty} \frac{P}{c_s^2(T)} dz$ , la cual, a su vez, depende del equilibrio hidrostático vertical.

#### 4.4.4.1. Inclusión de calentamiento por la ionización de $H_2$

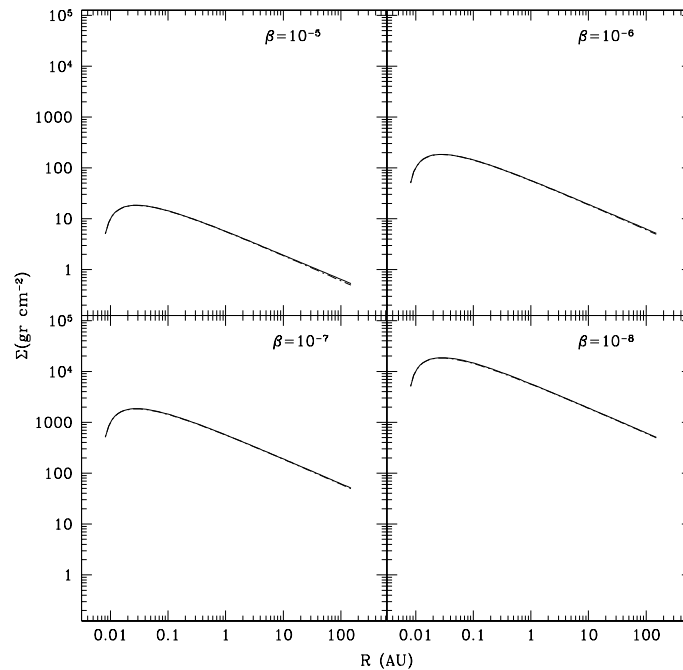
Debido a que la densidad superficial es el resultado del acuerdo entre la ecuación de equilibrio hidrostático vertical y la ecuación de estado, el incluir otras fuentes de calentamiento en regiones originalmente densas, de presión central alta, resulta en un aumento en la densidad superficial, como se muestra en la figura 4.28. Aproximadamente,

$$\frac{\Sigma'_\infty}{P_c} \approx \frac{1}{c_s(T_c)\Omega_K}, \quad (4.57)$$

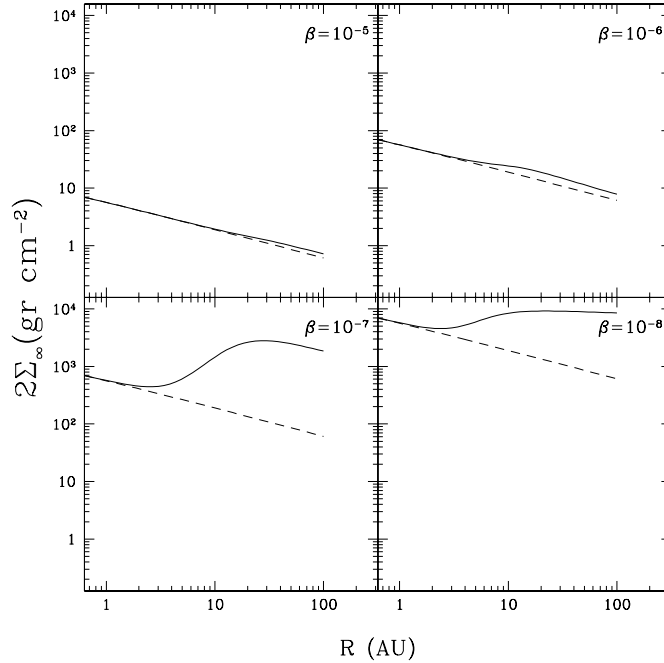
lo cual es equivalente a

$$\Sigma'_\infty \approx \rho_c H_p. \quad (4.58)$$

Debido a que la presión central se incrementa al aumentar la altura de la superficie del disco, la densidad superficial del disco aumentará en consecuencia (equivalentemente, al aumentar la temperatura central del disco, la escala de altura del gas se incrementa, y puesto que  $\Sigma_\infty \propto H_p$ , la densidad superficial de tales anillos se incrementa). En la práctica es difícil dar una descripción analítica para la densidad superficial, debido a que ella depende de la presión y la altura de la superficie del disco, los cuales a su vez dependen finalmente de la densidad superficial, en especial la presión.



**Figura 4.27:** Densidad total superficial del disco- $\beta$  únicamente turbulento. En línea continua, el resultado numérico; en guión-punto, el valor esperado debido a las conservaciones de momento angular y de masa.



**Figura 4.28:** Comparación de la densidad superficial total del disco,  $2 \times \Sigma_{\infty}$ , para un disco totalmente turbulento y un disco turbulento calentado por la ionización de  $H_2$ , para modelos con los valores característicos del modelo  $m\beta$ , variando el parámetro  $\beta$  como se indica en cada gráfica. En línea continua se muestra la densidad superficial del disco turbulento calentado por la ionización de  $H_2$ , en línea punteada el disco únicamente turbulento.

#### 4.4.5. Alturas características

En la figura 4.30 se muestran las alturas características para los modelos calculados. La altura máxima de la superficie del disco decrece al disminuir  $\beta$ ; esto se debe principalmente a que la temperatura isotérmica de los anillos en las regiones más externas del disco puramente turbulento decrece proporcionalmente con  $\beta$ , como se explicó en §4.4.3.2. Similarmente, la escala de presión del disco,  $H_p(R) = c_s(T_c)/\Omega_K$  tiene un máximo relativo en anillos internos (debido a la temperatura central máxima alcanzada); el valor de dicho máximo aumenta para discos más densos. Ocurre lo contrario para los anillos externos, puesto que cuando los anillos se vuelven ópticamente delgados, la temperatura disminuye al aumentar la densidad, y en consecuencia, la escala de presión de gas disminuye.

Para los modelos más densos, y por tanto ópticamente gruesos, la fotosfera del disco se encuentra definida a radios cada vez más externos, pero, como en el caso de los discos- $\alpha$ , existe un radio máximo para el cual está definida la fotosfera. Anillos situados a distancias radiales superiores a tal radio máximo son efectivamente anillos ópticamente delgados.

#### Inclusión del calentamiento por la ionización de $H_2$ .

Cuando el calentamiento indirecto por rayos cósmicos y decaimiento radioactivo es incluido, la temperatura

del gas en los anillos más externos y fríos del disco- $\beta$  aumenta, y en consecuencia, la densidad superficial del disco aumenta. A pesar de las bajas temperaturas en tales zonas, las cuales implican bajas opacidades promedio, los anillos se vuelven ópticamente gruesos. Esto implica que, dependiendo de la densidad superficial inicial del disco- $\beta$ , la fotosfera del disco puede estar definida a radios cada vez más externos, como se muestra en la figura 4.30. Para los modelos con  $\beta \lesssim 10^{-7}$ , la fotosfera del disco está definida para todo radio; cuando  $\beta \gtrsim 10^{-6}$ , la densidad superficial de los anillos externos para los cuales el calentamiento intrínseco-externo supera el debido a la disipación turbulenta es tan baja que la fotosfera del disco no cambia respecto a la del caso únicamente turbulento.

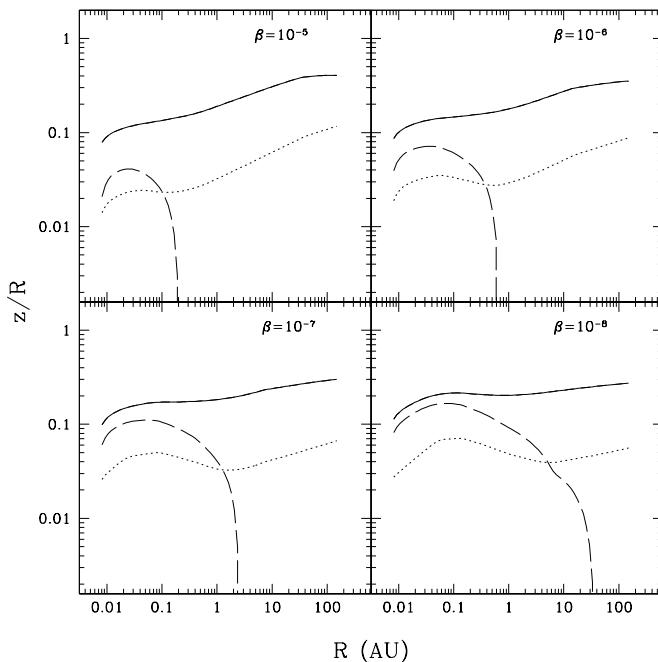
Por otra parte, la altura de la superficie y la escala de presión del gas aumentan para todos los casos, siendo el modelo con  $\beta = 10^{-8}$  el que alcanza una mayor altura. Debido a que la temperatura central de los anillos externos permanece constante radialmente, la escala de altura del gas, que hemos definido como  $H_p(R) = c_s(T_c(R))/\Omega_K(R)$ , traza el inverso de la rapidez angular  $\Omega_K$ . Dicho de otra forma, la escala de altura del gas aumenta debido a que la atracción gravitacional que ejerce el objeto central sobre el gas de tales anillos ha disminuido como  $R^{-2}$ . Debido a la baja densidad, los modelos con  $\beta \gtrsim 10^{-7}$  tienen todos ellos una misma escala de altura del gas; el caso más denso, con  $\beta = 10^{-8}$ , teniendo una temperatura central mayor, tiene una escala de altura superior a la de los otros modelos.

Finalmente la altura de la superficie refleja la tendencia mostrada por la escala de altura del gas. Al aumentar la temperatura característica del gas en los anillos externos, la altura aumenta debido al equilibrio hidrostático. Debido al gradiente de presiones abrupto (esto es, la diferencia entre la presión central y la presión superficial, la cual es una cantidad arbitrariamente pequeña y dada como condición de frontera) en los modelos más densos, y a la baja atracción gravitacional, la altura del disco,  $z_\infty(R)$  crece hasta tener valores superiores al radio del anillo,  $z_\infty \gtrsim 1R$ . Es evidente que en esta zona pasiva la aproximación de disco delgado deja de ser válida.

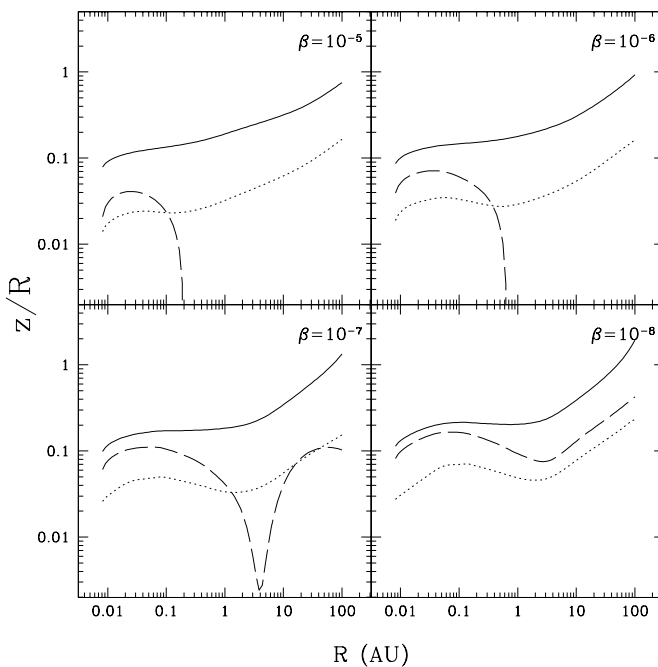
#### 4.4.6. Aproximación de disco delgado

Además de los modelos presentados, exploramos la aproximación de disco delgado y variamos la presión superficial de los modelos. En la figura 4.31 comparamos la altura máxima  $z_\infty$  de los cinco modelos calculados:

- ★ Disco turbulento,  $P_\infty = 10^{-10} \text{din cm}^{-2}$ .
- ★ Disco turbulento,  $P_\infty = 10^{-9} \text{din cm}^{-2}$ .
- ★ Disco turbulento en la aproximación de disco delgado,  $P_\infty = 10^{-10} \text{din cm}^{-2}$ .
- ★ Disco turbulento calentado por ionización de  $\text{H}_2$ ,  $P_\infty = 10^{-10} \text{din cm}^{-2}$ .
- ★ Disco turbulento calentado por ionización de  $\text{H}_2$ , aproximación de disco delgado,  $P_\infty = 10^{-10} \text{din cm}^{-2}$ .

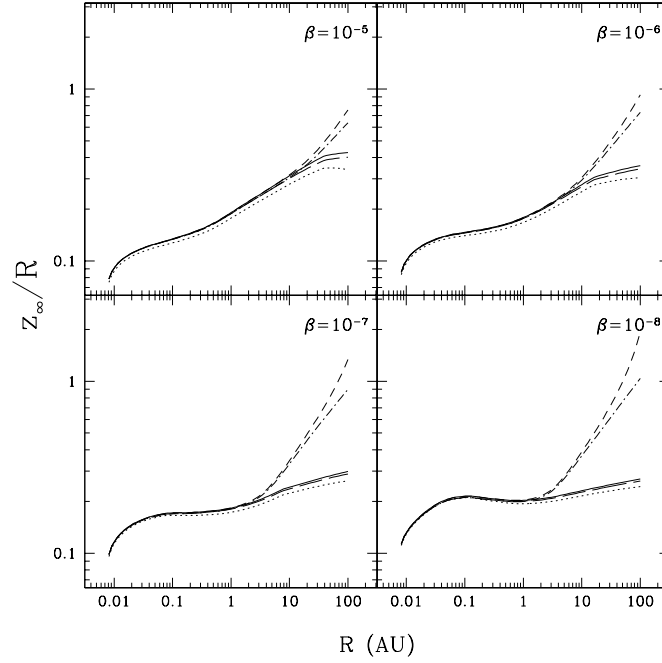


**Figura 4.29:** Alturas características del disco turbulento  $\beta$ , para diferentes valores del parámetro de viscosidad  $\beta$ . Se muestran la altura de la superficie del disco,  $z_{infty}$  (línea continua), la altura de la fotosfera del disco (guión largo) y la escala de altura del gas (línea punteada).



**Figura 4.30:** Alturas características para el disco- $\beta$  calentado por la ionización de  $H_2$ , variando el parámetro  $\beta$ . Se muestran la altura de la superficie del disco,  $z_{infty}$  (línea continua), la altura de la fotosfera del disco (guión largo) y la escala de altura del gas (línea punteada).

Sólo en el caso del modelo con más baja densidad,  $\beta = 10^{-5}$ , la diferencia entre las alturas de los modelos puramente turbulentos es apenas un  $\sim 20\%$ . En cambio, tratar al disco calentado adicionalmente por los rayos cósmicos y el decaimiento radioactivo en la aproximación delgada puede no ser realista en los casos más densos y a radios mayores a  $\sim 10$  AU.



**Figura 4.31:** Alturas máximas,  $z_{\infty}$ , para los discos turbulentos  $\beta$ . Se muestran los modelos con  $P_{\infty} = 10^{-10} \text{ din cm}^{-2}$  (línea continua),  $P_{\infty} = 10^{-9} \text{ din cm}^{-2}$  (línea punteada), aproximación de disco geoméricamente delgado (guión largo) y discos calentados por la ionización de  $H_2$  (guión) y en la aproximación delgada (guión-punto). En cada panel se muestra el valor del parámetro- $\beta$ .

## 4.5

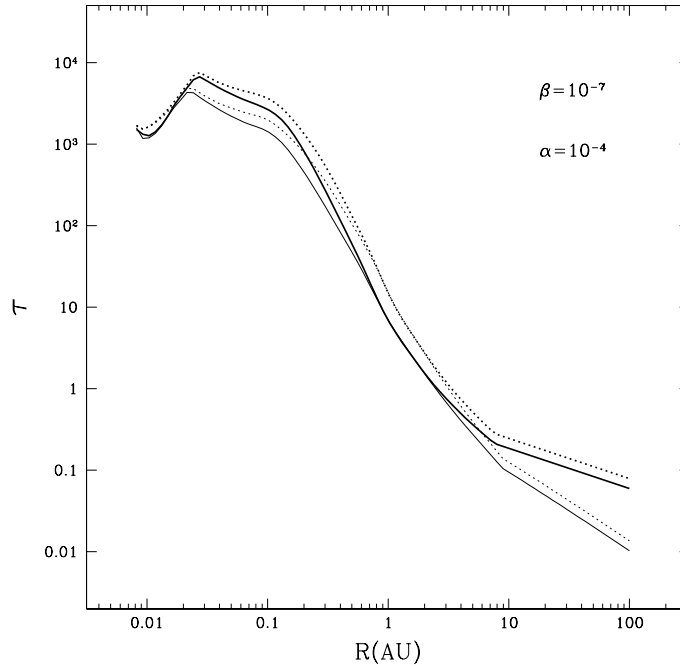
### Comparación de la estructura radial de los discos $\alpha$ y $\beta$

A continuación compararemos los resultados de la estructura radial de los discos  $\alpha$  y  $\beta$ , usando los modelos  $\mathbf{m0}\alpha$  ( $\alpha = 10^{-4}$ ) y  $\mathbf{m0}\beta$  ( $\beta = 10^{-7}$ ).

#### 4.5.1. Profundidades ópticas

En la figura 4.32 mostramos la variación radial de las profundidades ópticas totales  $\tau_R$  y  $\tau_B$  para los modelos  $\mathbf{m0}\beta$  y  $\mathbf{m0}\alpha$ . Las zonas más cercanas al radio de truncamiento del disco resultan tener aproximadamente la misma profundidad óptica (ello debido a las similitudes entre las temperaturas características del gas y a la densidad superficial). Para  $0.02 \lesssim R \lesssim 0.5$  AU, el disco- $\beta$  tiene una profundidad óptica total mayor que el disco- $\alpha$  debido a que la temperatura central y la densidad superficial de  $\mathbf{m0}\beta$

son superiores respecto a los valores de  $m0\alpha$ . Existe una región para la cual todas las cantidades físicas que describen la estructura radial son idénticas en ambas prescripciones, y sucede para los radios que se encuentran en  $0.5 \lesssim R \lesssim 2$  AU. A partir de  $R \approx 2$  AU, aunque las opacidades promedio  $\chi_R$  y  $\kappa_P$  sean menores en el caso  $m0\beta$ , la densidad superficial del disco es mayor que la del disco- $\alpha$ . Ello refleja que  $\Sigma_{\infty,\beta}$  es independiente de las condiciones físicas del disco, mientras que  $\Sigma_{\infty,\alpha}$  sí, a través de  $T_c$ .

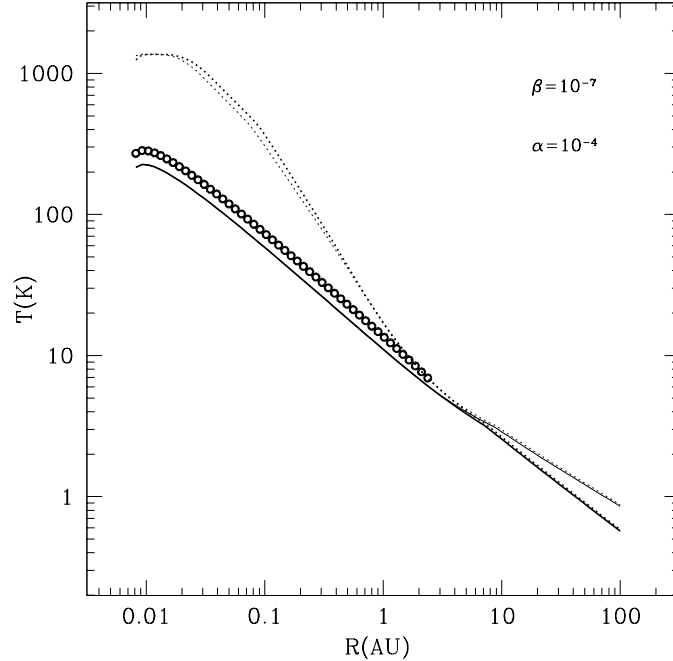


**Figura 4.32:** Variación radial de las profundidades ópticas promedio de Rosseland y de Planck, para el modelo  $m0\beta$  del disco- $\beta$  (líneas más gruesas) y para el modelo  $m0\alpha$ , del disco- $\alpha$ . En línea continua,  $\tau_R$  y en línea punteada,  $\tau_P$ .

#### 4.5.2. Temperaturas características

En la figura 4.33 se muestran las temperaturas características para los modelos  $m0\beta$  y  $m0\alpha$ . Debido a la hipótesis de Boussinesq, la temperatura efectiva es la misma para ambos modelos, y en el caso de una viscosidad turbulenta con prescripción algebraica, la temperatura efectiva depende sólo del potencial central y de la tasa de acreción de masa,  $\dot{M}$ . Así que, por ejemplo, considerando únicamente transferencia radiativa, la diferencia entre las temperaturas centrales depende primordialmente de la densidad superficial del disco. Siendo el disco- $\beta$  más denso que el disco- $\alpha$ , la temperatura central en las zonas ópticamente gruesas es mayor en el caso  $m0\beta$  respecto a  $m0\alpha$ , y en el caso ópticamente delgado, las temperaturas características son menores en el caso  $m0\beta$ .

Por otra parte, la temperatura de la fotosfera y la temperatura superficial son idénticas entre los modelos —excepto en la zona ópticamente delgada.



**Figura 4.33:** Temperaturas características para el modelo  $m0\beta$  del disco- $\beta$  (líneas más gruesas) y para el modelo  $m0\alpha$ , del disco- $\alpha$  (sin calentamiento por la ionización de  $H_2$ ). En cada gráfica se muestra la temperatura central (línea punteada), temperatura fotosférica (círculos) y la temperatura en la superficie (línea continua).

### 4.5.3. Densidad superficial

Sabemos que la densidad superficial para el disco- $\beta$  es independiente de las cantidades físicas que describen la estructura del disco (e.g. temperatura), lo cual no es cierto para el disco- $\alpha$ . Esto es, la prescripción para la viscosidad- $\beta$  no depende del estado del disco, sino únicamente del potencial central (es decir,  $\Sigma_{\infty,\beta} \propto \dot{M}/\beta\Omega_K R^2$ ), mientras que la viscosidad- $\alpha$ , también dependiente del potencial central, depende de la temperatura a cada punto del disco,  $\Sigma_{\infty,\alpha} \propto \dot{M}\Omega_K/\alpha T_c$ . El por qué el disco- $\alpha$  tiene una densidad superficial menor se debe fundamentalmente a que  $\langle v_\alpha \rangle > \langle v_\beta \rangle$ , recordando que la densidad superficial,  $\Sigma_\infty$  es inversamente proporcional al valor de la viscosidad turbulenta local,  $\langle v_t \rangle$ .

### 4.5.4. Masa de los discos turbulentos

De la figura 4.34 podemos observar que las zonas más externas del disco- $\beta$ , las cuales son las que contribuyen con la mayor parte de la masa del disco, son más densas que las del disco- $\alpha$ , y por tanto, **el disco- $\beta$  turbulento será más masivo que el disco  $\alpha$  correspondiente**. El comportamiento de la masa acumulativa para nuestros modelos turbulentos estudiados se muestra en la figura 4.35. El disco- $\beta$  alcanza la masa, en gas y polvo, de la enana café central a  $\sim 40$  AU, mientras que el disco- $\alpha$  lo hace hasta  $\sim 70$  AU. A radios más grandes, la masa total del disco puede ser del orden de la masa de una estrella de baja masa. Si ambos discos se truncasen a  $\sim 10$  AU, su masa sería similar, y observacionalmente indistinguibles uno de



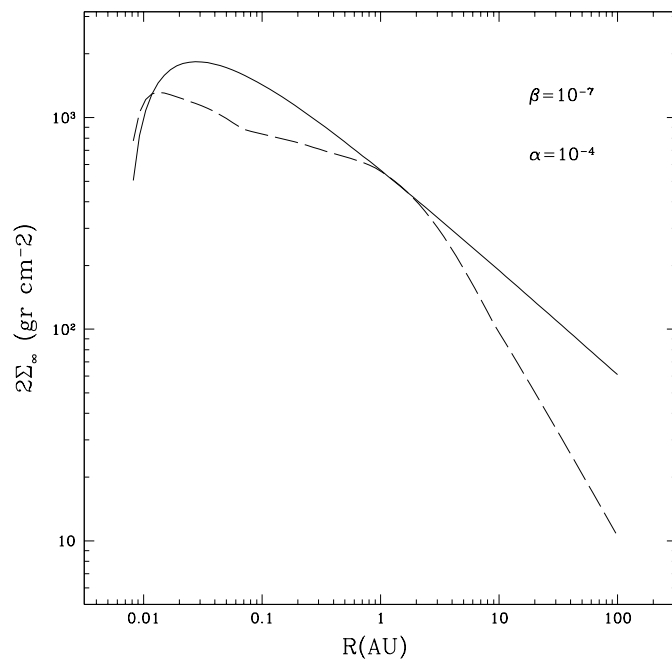


Figura 4.34: Densidad superficial total,  $2 \times \Sigma_{\infty}$ , para los discos  $m0\beta$  (línea continua) y  $m0\alpha$  (guión).

otro.

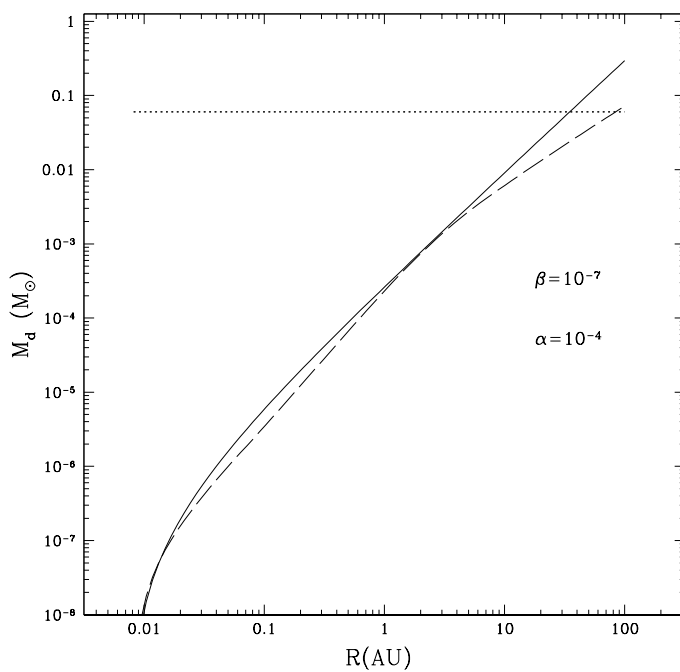


Figura 4.35: Masa de gas y polvo acumulativa de los discos turbulentos  $m0\alpha$  (guión) y  $m0\beta$  (línea continua). El valor de la masa de la enana café se muestra como comparación (línea punteada).

#### 4.5.4.1. Autogravedad y parámetro de Toomre

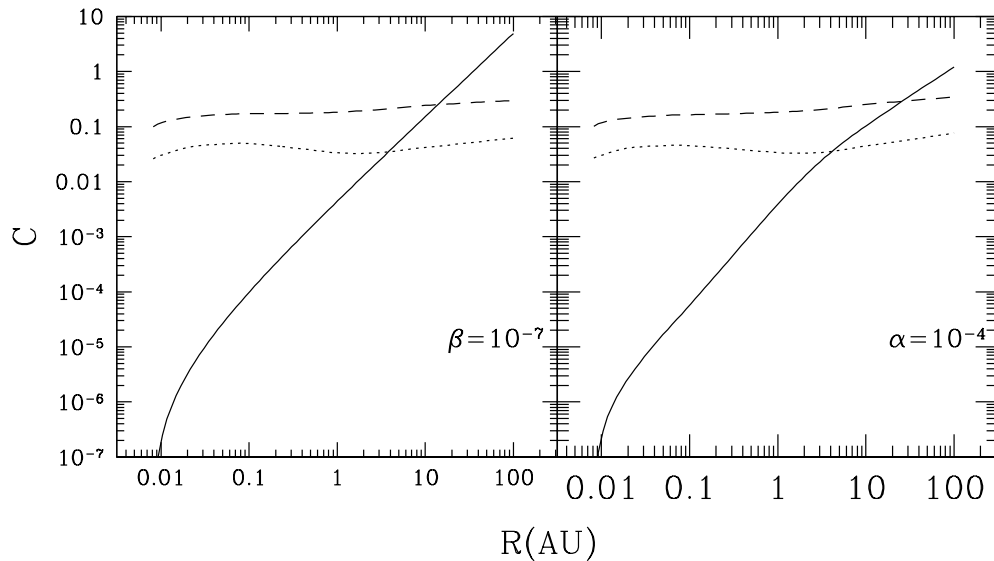
En la sección §3.6 discutimos el criterio de Pringle para determinar la importancia de la autogravedad en los discos, dado por la relación (3.63). El criterio de Pringle para determinar si los anillos del disco son autogravitantes (es decir, la gravedad del objeto central es similar o menor a la del propio anillo,  $g_{z,*} \lesssim g_{z,\text{disk}}$ ),

$$\frac{\Sigma_{\infty} R^2}{M_*} \gtrsim \frac{z_{\infty} \Delta_{z_{\infty}}^{3/2}}{R}, \quad (4.59)$$

lo definimos, en completa analogía con el parámetro de Toomre  $Q_T$ , como

$$C(R) \equiv \frac{M_*}{\Sigma_{\infty}(R) R^2} \frac{z_{\infty} \Delta_{z_{\infty}}^{3/2}}{R}. \quad (4.60)$$

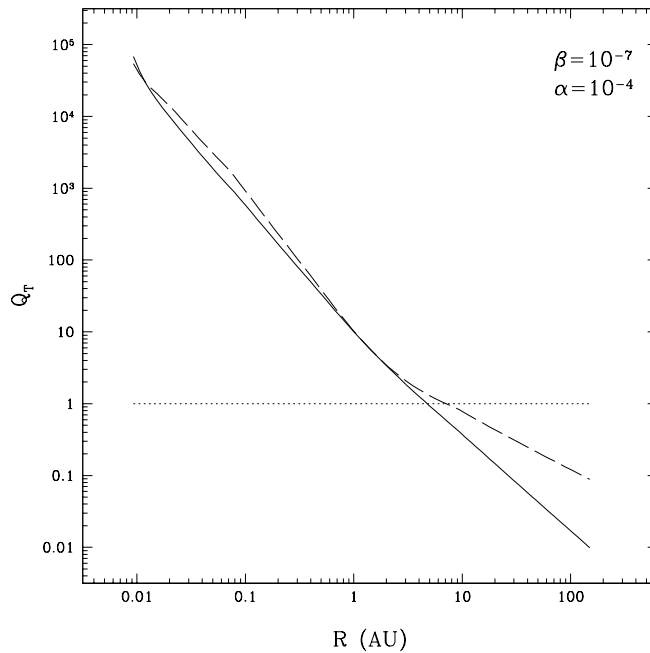
Si  $C \gg 1$  el anillo no es autogravitante; si  $C \lesssim 1$ , la autogravedad del anillo es más importante que la gravedad del objeto central. De la figura 4.36, la gravedad del disco no es importante frente a la gravedad del objeto central para radios  $R \lesssim 10$  AU, pero el término de la autogravedad no puede ser despreciado para las regiones externas del disco, que comprenden un  $\sim 90\%$  de la totalidad del disco. Sin embargo, dado que los modelos de disco puramente turbulentos no son una configuración realista cuando la irradiación del objeto central es una fuente de calentamiento importante, postergamos la discusión de la autogravedad para cuando construyamos modelos de discos turbulentos irradiados.



**Figura 4.36:** Criterio de Pringle de la autogravedad. Se grafican los cocientes  $M_d/M_*$  (línea continua),  $H_p/R$  (línea punteada) y  $z_{\infty}/R$  para los discos  $m\mathbf{0}\beta$  (panel izquierdo) y  $m\mathbf{0}\alpha$  (panel derecho).

El parámetro de Toomre,  $Q_T \equiv \frac{c_s \Omega_K}{2\pi G \Sigma_{\infty}}$ , discrimina entre modelos gravitacionalmente estables ( $Q_T \gg 1$ ) e inestables ( $Q_T \lesssim 1$ ) a perturbaciones al movimiento radial y azimutal del gas y a la densidad de masa

local, despreciando movimientos verticales (Toomre 1964). La variación radial de  $Q_T$  se grafica para los discos  $\alpha$  y  $\beta$  (figura 4.37); alrededor de  $\sim 10$  AU, ambos discos se vuelven gravitacionalmente inestables (y dicha transición coincide con el radio donde la autogravedad se vuelve importante). Siendo el parámetro de Toomre inversamente proporcional a la densidad superficial, el valor de  $Q_T$  para los discos más densos será mucho menor. Para que los radios externos de los discos dejen de ser autogravitantes y gravitacionalmente inestables, la densidad superficial debe disminuir drásticamente. En los discos- $\alpha$ , sabemos que la irradiación externa aumenta la temperatura de estas zonas, lo que en consecuencia disminuye la densidad superficial. Para un disco- $\beta$ , sabemos que la densidad superficial no depende de las características físicas locales del gas, aunque su densidad central podría disminuir debido al aumento en la temperatura central, alterando el valor canónico turbulento de la densidad superficial.

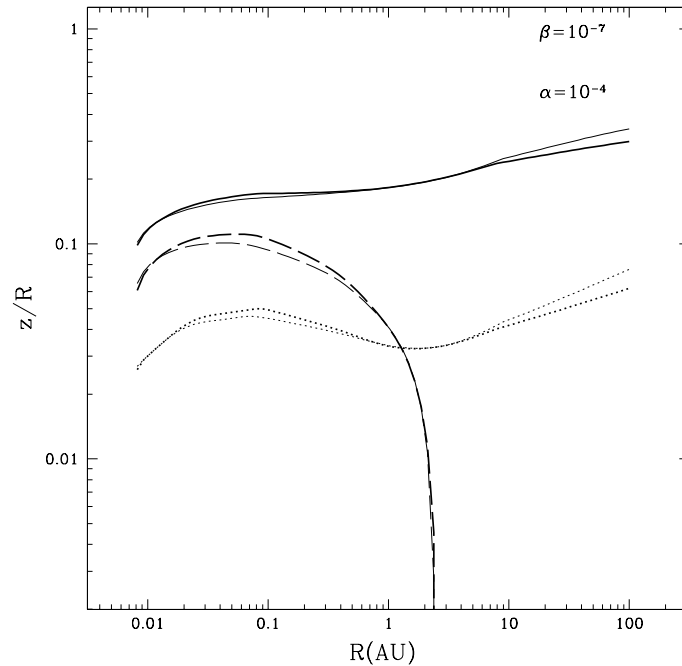


**Figura 4.37:** Variación radial del parámetro de Toomre,  $Q_T$ , para los discos turbulentos  $m_0\alpha$  (guión) y  $m_0\beta$  (línea continua). La línea punteada indica el valor  $Q_T = 1$ .

#### 4.5.4.2. Alturas características

En la figura 4.38 comparamos las tres alturas características del disco turbulento. Para radios internos ( $R \lesssim 10$  AU), no existe una notable diferencia; pero hacia radios externos, la altura característica del gas y la altura máxima del disco aumentan ligeramente, debido al incremento en la temperatura de esas zonas ópticamente delgadas respecto al disco- $\beta$ .

Los resultados de esta sección prueban que en la aproximación de difusión es posible equiparar un disco- $\alpha$  con un disco- $\beta$ , proveyendo los valores adecuados de los parámetros de viscosidad  $\alpha$  y  $\beta$ . En este caso, un disco



**Figura 4.38:** Alturas características para los discos turbulentos  $\alpha$  y  $\beta$  (líneas más gruesas). Se muestran la altura de la superficie del disco (línea continua), la altura de la fotosfera del disco (guion largo), y la escala de altura del gas (línea punteada).

con  $\alpha = 10^{-4}$  es indistinguible del disco turbulento con  $\beta = 10^{-7}$ , aunque las diferencias, si bien pequeñas, se hacen patentes en las zonas ópticamente delgadas y externas (o bien, en el  $\sim 90\%$  del disco). Ante la presencia de radiación externa (como los rayos cósmicos) o intrínseca (elementos radioactivos), los discos presentan variaciones más importantes: la más notable ocurre en la densidad superficial (lo cual repercute en la masa total y en las profundidades ópticas de los anillos). Mientras que para los discos- $\alpha$  la inclusión de otras fuentes de calentamiento disminuye la densidad superficial de los anillos externos, con la prescripción- $\beta$  la presión central del disco aumenta, lo que conlleva a un aumento en la densidad central de tales anillos y por tanto, también en la densidad superficial total.

En el próximo capítulo discutiremos la estructura de los discos  $\alpha$  y  $\beta$  irradiados por la enana café central; para las regiones centrales de los discos no esperamos, dada la estructura equiparable de estas regiones, que la inclusión de este calentamiento externo modifique la estructura de cada disco haciéndolos distinguibles. Es las zonas donde la densidad superficial de los discos- $\alpha$  bajan debido al aumento en la temperatura que notaremos diferencias estructurales entre los discos  $\alpha$  y  $\beta$ .



# PARTE II

Discos turbulentos irradiados



## Irradiación subestelar

### 5.1

---

#### Introducción

Las ecuaciones y resultados de los capítulos anteriores son únicamente válidos si el disco se encontrara aislado de cualquier fuente de calentamiento externa que no fuese el que brindan los rayos cósmicos. Empero, esto no es plausible para el caso de discos que circundan objetos estelares/subestelares jóvenes: la irradiación estelar es una fuente de calentamiento tan importante que determina en gran medida la estructura física del disco turbulento.

Basándose en el tratamiento construido por Strittmatter (1974) para investigar los efectos de la irradiación de rayos X sobre una atmósfera estelar, Calvet et al. (1991) calcularon el efecto de la irradiación estelar sobre discos de acreción alrededor de objetos jóvenes, y descubrieron que la temperatura característica de las capas más externas de los discos aumenta respecto al caso puramente turbulento. Los resultados de D'Alessio et al. (1998), quienes construyeron un modelo autoconsistente para la estructura vertical de un disco de acreción usando la prescripción- $\alpha$ , validan la hipótesis de que la irradiación estelar es el mecanismo de calentamiento dominante cuando la temperatura efectiva de la disipación turbulenta es mucho menor a aquella de la irradiación estelar.

A partir de los resultados de los capítulos 3 y 4, sabemos que las temperaturas características asociadas a la disipación turbulenta sólo pueden competir contra la irradiación subestelar en las regiones más internas del disco; para radios  $\gtrsim 10$  AU los rayos cósmicos y el decaimiento radiactivo dominan la estructura de temperaturas del disco. En cambio, en las regiones más internas y cercanas a la enana café, la irradiación subestelar compite con la disipación turbulenta. Por otra parte, el efecto de la irradiación estelar depende también de la densidad superficial de masa del disco: si el disco tiene una densidad superficial alta en las zonas donde se espera que la irradiación subestelar domine sobre la disipación turbulenta, la cantidad de energía depositada a cada altura del disco sería menor, en principio, que si dicha zona tuviera una densidad superficial baja. Esto tiene consecuencias observacionales notables, y así, la estructura de temperaturas resultante podría



ser un discriminador importante entre los modelos de la disipación turbulenta adoptados.

## 5.2

### Irradiación externa

Para modelar el efecto de la irradiación subestelar se hace una suposición fundamental: el intervalo de frecuencias en el cual emite el objeto central, y por tanto, de los fotones incidentes en el disco, debe estar bien separado en energía de aquel en que se emite la radiación del disco (Calvet et al. 1991; D'Alessio et al. 1998; Strittmatter 1974). La temperatura efectiva de la enana café, entre 2500 y 3000K, indica que el pico de emisión de una enana café está en el cercano infrarrojo ( $1 \lesssim \lambda \lesssim 2 \mu\text{m}$ ), mientras que los discos circunsubestelares emiten su energía a longitudes de onda más largas ( $\lambda \gtrsim 3 \mu\text{m}$ ), por lo cual, en principio, la separación entre los campos de radiación subestelar y del disco está bien delimitada. En la derivación de las ecuaciones que describen cómo afecta la irradiación externa al disco será claro por qué es conveniente dicha suposición.

#### 5.2.1. Dispersión isotrópica y calentamiento del disco por irradiación externa

En el apéndice B se discute la ecuación de transporte radiativo en el caso de una región dispersora; en esta sección se discutirá el caso más simple, el de la dispersión isotrópica, para el cual  $g = 0$  (el factor de asimetría de la dispersión). Ello implica que todas las direcciones de dispersión en  $4\pi\text{sr}$  son igualmente probables.

Por otra parte, el problema de la transferencia radiativa se vuelve menos complejo computacionalmente si además se hace un promedio de las cantidades involucradas sobre todas las longitudes de onda, es decir, se usan opacidades promedio para describir el transporte radiativo. En ese caso, debido a que la radiación incidente tiene una temperatura característica  $T_*$ , el promedio en frecuencias de las opacidades, con temperaturas y presiones características del disco ( $T$  y  $P$ ), tienen como función de peso a la función de Planck evaluada en  $T_*$

$$\kappa_P^*(T, P; T_*) \equiv \frac{\pi}{\sigma T_*^4} \int_0^\infty \kappa_\nu(T, P) B_\nu(T_*) d\nu. \quad (5.1)$$

para la absorción real; para el coeficiente de dispersión se usa el mismo promedio. El promedio del coeficiente de absorción  $\chi_P^*$  no es más que la suma de ambos promedios,  $\chi_P^* = \kappa_P^* + \sigma_P^*$ .

Si la radiación incidente puede aproximarse a un haz colimado que incide sobre la superficie del disco con un ángulo de inclinación  $\theta_0$  de tal forma que  $\hat{n} \cdot \hat{n}_0 = \cos\theta_0 \hat{k}$  (y así definimos  $\cos\theta_0 \equiv -|\mu_0|$ ), la intensidad resultante en esta aproximación es

$$I_c(z, \hat{n}) = I_0^c e^{-\tau_s/|\mu_0|}. \quad (5.2)$$

El signo negativo en la exponencial resulta de la dirección de incidencia respecto al sistema coordenado, y la profundidad óptica total  $\tau_s$  se define como  $\tau_s = \int_{z_\infty}^z \frac{\chi_P^*(T, P; T_*)}{|\mu_0|} dz$ . Los dos primeros momentos de (5.2) son respectivamente la intensidad promedio,

$$J_c = \frac{F_{irr}}{4\pi|\mu_0|} e^{-\tau_s/|\mu_0|}, \quad (5.3)$$

y el flujo neto del campo colimado,

$$\vec{F}_c = -F_{irr} e^{-\tau_s/|\mu_0|} \hat{k}, \quad (5.4)$$

con  $F_{irr} \equiv 2\pi I_0^{ext} |\mu_0|$ . La ecuación de transferencia para el campo difuso (B.15) puede escribirse, al promediar sobre todas las frecuencias, como

$$\mu' \frac{dI_d}{d\tau_s} = I_d - \frac{\eta_s^d}{\chi_P^*} - \frac{\eta_s^c}{\chi_P^*}, \quad (5.5)$$

donde  $\mu' \frac{dI_d}{d\tau_s}$  representa la variación de la intensidad en un rayo con dirección  $\mu'$ , excepto el dado por  $\mu_0$ . Los coeficientes de emisividad en el caso isotrópico se escriben como

$$\begin{aligned} \eta_s^c &= \frac{\sigma_P^*}{4\pi} e^{-\tau_s/|\mu_0|} \oint_{4\pi} I_0^c d\Omega \\ &= \frac{\sigma_P^* F_{irr}}{4\pi|\mu_0|} e^{-\tau_s/|\mu_0|}, \end{aligned} \quad (5.6)$$

para el haz incidente que es dispersado, y

$$\eta_s^d = \sigma_P^* J_d, \quad (5.7)$$

para el campo difuso creado por la dispersión de los fotones que componen el haz colimado. Nuestro objetivo es obtener la intensidad promedio y el flujo asociado al campo difuso; el momento de orden cero (esto es, el promedio en todos los ángulos posibles para la trayectoria de los fotones) de la ecuación de transferencia (5.5) es entonces

$$\frac{dF_d}{d\tau_s} = 4\pi a J_d - s \frac{F_{irr}}{|\mu_0|} e^{-\tau_s/|\mu_0|}. \quad (5.8)$$

Los coeficientes  $a$  y  $s$  son los coeficientes de absorción verdadera y dispersión, normalizados con  $\chi_P^*$ :  $a \equiv \kappa_P^*/\chi_P^*$ , y  $s \equiv \sigma_P^*/\chi_P^*$ , de tal forma que  $a + s = 1$  siempre. El momento de primer orden, usando la aproximación de Eddington como relación de clausura, es

$$\frac{dJ_d}{d\tau_s} = \frac{3}{4\pi} F_d. \quad (5.9)$$

Combinando los momentos (5.8) y (5.9), se obtiene una ecuación diferencial no homogénea de segundo orden, la ecuación de Helmholtz modificada, para  $J_d$  o para  $F_d$ . Para el flujo difuso  $F_d$ , dicha ecuación tiene la siguiente forma,

$$\frac{d^2 F_d}{d\tau_s^2} - 3a F_d = \frac{s F_{irr}}{\mu_0^2} e^{-\tau_s/|\mu_0|}, \quad (5.10)$$

cuya solución se determina especificando las condiciones de frontera. Una de ellas se establece en la superficie del disco a través de una condición de frontera tipo Marshak (Marshak 1947) para la intensidad del campo

difuso, que no es más que otra forma de la aproximación de difusión,

$$I_d(0) \approx J_d(0) - 3|\mu_0| \frac{F_d(0)}{4\pi}. \quad (5.11)$$

La restricción del problema es que los fotones del campo difuso *no inciden* sobre el disco (esta es la condición de frontera de Marshak), y ello equivale a decir que no existe un flujo difuso incidente:  $-\oint_{\mu \leq 0} I_d(0) \hat{n} \cdot \hat{k} d\Omega = 0$  en direcciones  $-1 \leq \mu \leq 0$  (no hay que confundirlo con  $F_d(0)$ , el cual representa el flujo neto del campo difuso en la superficie del disco). Integrando el flujo difuso dado por (5.11) sobre todos los ángulos en dicho hemisferio, la condición de frontera en la superficie del disco está dada por

$$J_d(0) - \frac{F_d(0)}{2\pi} = 0. \quad (5.12)$$

La segunda condición de frontera que debería tomarse se establece en el plano medio del disco: debido a la simetría,  $F_d = 0$  en  $\tau_s = \tau_{T,s}$ , donde  $\tau_{T,s} = \int_{z_\infty}^0 \chi_P dz / |\mu_0|$  es la profundidad óptica total del disco a la radiación incidente, medida desde la superficie hasta el plano medio del disco. Pero dicha condición de frontera implicaría conocer *a priori* la profundidad óptica total del disco; para remover esta dificultad, en vez de suponer que el medio tiene una anchura finita  $z_\infty$  (y por tanto, una  $\tau_T$  finita), el medio se supone semi-infinito, y así únicamente la condición de frontera en la superficie es suficiente para determinar la solución a la ecuación de Helmholtz modificada (5.10),

$$F_d(\tau_s) = -\frac{s\sqrt{3a}(2+3|\mu_0|)}{3(1+2\sqrt{3a}/3)(1-3a\mu_0^2)} F_{irr} e^{-\sqrt{3a}\tau_s} + \frac{s}{1-3a\mu_0^2} F_{irr} e^{-\tau_s/|\mu_0|}, \quad (5.13)$$

y para la intensidad promedio del campo difuso,

$$J_d(\tau_s) = \frac{s(2+3|\mu_0|)}{4\pi(1+2\sqrt{3a}/3)(1-3a\mu_0^2)} F_{irr} e^{-\sqrt{3a}\tau_s} - \frac{3|\mu_0|s}{4\pi(1-3a\mu_0^2)} F_{irr} e^{-\tau_s/|\mu_0|}. \quad (5.14)$$

En la derivación de lo anterior se ha supuesto que  $a$  y  $s$  no varían con  $z$  (o con  $\tau_s$ ). Estas cantidades fueron ya derivadas por D'Alessio et al. (1998), pero las escribimos aquí para compararlas cuando la aproximación de dispersión isotrópica sea relajada en capítulos posteriores.

La intensidad promedio del campo colimado (5.3) y la del campo difuso (5.14) representan energía disponible para calentar el disco si los fotones de los campos son absorbidos verdaderamente por el gas,

$$\Gamma_{irr} = 4\pi\rho\kappa_P^*(J_c + J_d). \quad (5.15)$$

### 5.2.2. Flujo de irradiación para un disco curvo

El flujo de irradiación  $F_{irr}$  y la dirección de incidencia de la radiación, en el caso de irradiación subestelar/estelar, no son cantidades conocidas *a priori*, y se calculan autoconsistentemente junto con la

superficie del disco donde se deposita la mayor parte de la energía estelar/subestelar (D'Alessio et al. 1998), la llamada superficie de irradiación. Dicha cantidad de energía depende de la geometría de la superficie del disco; en nuestro caso, el disco se considera *curvo*, y por tanto, el flujo de fotones estelares interceptado por un disco curvo está dado por (D'Alessio 1996; Kenyon & Hartmann 1987)

$$F_{irr}(R, h) = 2 \int_0^{\Psi_{max}} \int_0^{\theta_{max}} I(\theta, \Psi) \left[ \frac{C_1 \sin \Psi \cos \theta + C_2 \cos \Psi}{C_3} \right] \sin \Psi d\theta d\Psi, \quad (5.16)$$

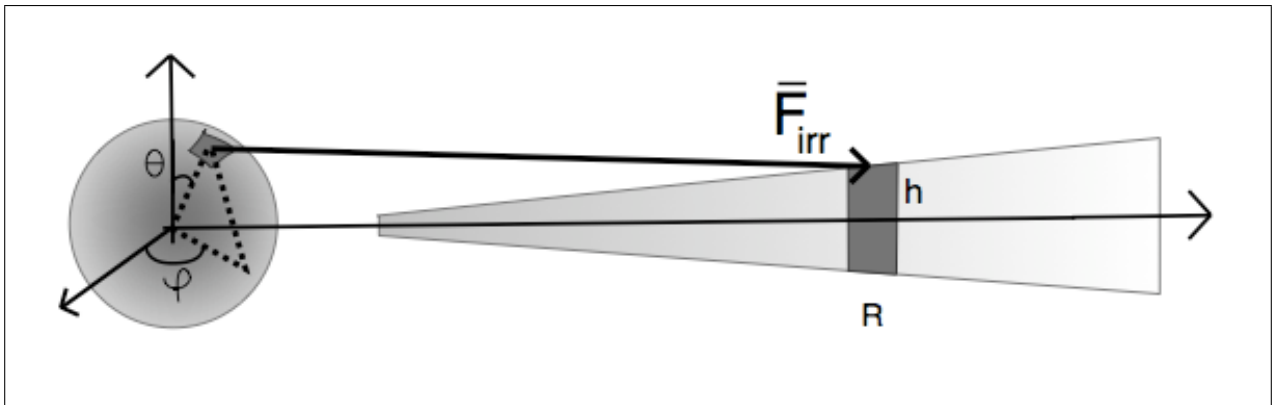
siendo  $I(\theta, \Psi)$  la intensidad específica de la radiación incidente (y, por simplicidad, se toma como isotrópica:  $I(\theta, \Psi) = \frac{\sigma T_*^4}{\pi}$ ) y  $h$  la altura de la superficie de irradiación; la figura 5.1 muestra un esquema simplificado de la geometría del problema. Las funciones  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  contienen la información sobre la curvatura del disco al radio dado, esto es,

$$C_1 = \frac{dh}{dR} \frac{h}{d} + \frac{R}{d}, \quad (5.17a)$$

$$C_2 = \frac{dh}{dR} \frac{R}{d} - \frac{h}{d}, \quad (5.17b)$$

$$C_3 = \left[ 1 + \left( \frac{dh}{dR} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (5.17c)$$

donde  $\frac{dh}{dR}$  es la pendiente de la altura de la superficie de irradiación, y  $d$  es la distancia que hay entre la superficie de irradiación al radio del disco  $R$  y el centro del objeto central. Los límites de integración se definen fundamentalmente con base a la visibilidad del objeto central (la estrella o enana café) desde el anillo del disco para el cual se está calculando el flujo de irradiación.



**Figura 5.1:** Esquema que muestra la irradiación de un anillo localizado en  $R$ , debido al flujo de irradiación  $\bar{F}_{irr}$ , proveniente de un área de la superficie estelar localizada en  $(\theta, \psi)$ , y que se deposita a la altura  $h$ .

Con suposiciones adecuadas, la ecuación (5.16) nos permite obtener aproximaciones analíticas para la temperatura fotosférica del disco, si toda la energía depositada en la superficie de irradiación del disco reemerge en la fotosfera del disco (altura que se define como aquella cuya profundidad óptica vertical es  $\tau_R \approx 2/3$ ), lo cual supone implícitamente que el disco reirradia la energía como cuerpo negro. En el caso en

que el disco sea geoméricamente delgado ( $d \approx R$ ,  $h \ll R$ , y que la pendiente de la superficie de irradiación sea muy pequeña, de tal forma que  $\left(\frac{dh}{dR}\right)^2 \ll 1$  y  $C_3 \approx 1$ ), y que la altura de la superficie de irradiación pueda ser tomada como proporcional a la escala de altura del gas  $H_p = c_s(T_{irr})/\Omega_K$ , la ecuación diferencial que describe el comportamiento radial de la temperatura fotosférica es (D'Alessio 1996),

$$T_{phot}^4 = \frac{1}{2} \left(\frac{R_*}{R}\right)^2 \left\{ \frac{1}{2} \frac{h}{R} \left[ \frac{R_*}{T_{phot}} \frac{dT_{phot}}{dR} + \frac{R_*}{R} \right] + \frac{4R_*}{3\pi R} \right\} T_*^4. \quad (5.18)$$

En zonas donde la curvatura del disco es despreciable, es decir, en zonas donde el disco puede ser considerado *plano* ( $h/R_* \ll 1$ ), la temperatura fotosférica es aproximadamente,

$$T_{phot} = \left(\frac{2}{3\pi}\right)^{1/4} \left(\frac{R}{R_*}\right)^{-3/4} T_*, \quad (5.19)$$

mientras que la dependencia radial de la altura de la superficie de irradiación es  $h \propto R^{9/8}$  (no hay que olvidar que en la aproximación se supone *a priori* que  $h \propto H_p$ ). Por otra parte, cuando la curvatura del disco es importante, la solución a (5.18) es

$$T_{phot} = \left(\frac{\eta}{7}\right)^{2/7} \left(\frac{kT_*R_*}{\mu m_H GM_*}\right)^{1/7} \left(\frac{R_*}{R}\right)^{-3/7} T_*, \quad (5.20)$$

donde  $\eta$  es la constante de proporcionalidad entre la altura de la superficie de irradiación y la escala de altura del gas. Sin embargo, esta última aproximación no es correcta cuando la curvatura del disco es importante debido a la suposición implícita de que la escala de altura del gas y la superficie de irradiación son proporcionales, como lo muestran los modelos detallados de D'Alessio et al. (1998). En el código de estructura vertical detallada, ni la superficie máxima del disco,  $z_\infty$ , ni la superficie donde la mayor parte de la radiación incidente se deposita,  $z_s$ , son supuestas, sino calculadas iterativamente, y no necesariamente las alturas características son proporcionales a la escala de altura del gas; como veremos adelante, los discos circunsubestelares son *curvos*, excepto en los casos donde la densidad superficial de los granos de polvo en la atmósfera es pequeña. Finalmente, la dependencia radial de la temperatura fotosférica de los discos irradiados se acerca más al caso  $T_{phot} \propto R^{-1/2}$  (e.g. D'Alessio et al. 1998).

## 5.3

### Calentamiento del disco turbulento irradiado y conservación de energía

La tasa de calentamiento por unidad de volumen debido a la irradiación estelar/subestelar (5.15) tiene dos contribuciones: suponiendo que la radiación externa incide sobre la superficie del disco en un haz colimado en dirección  $\mu_0 \hat{k}$ , la absorción real del haz destruye la identidad de los fotones y su energía queda disponible para calentar al gas (y al polvo; una suposición fundamental en la construcción de modelos de discos es que el gas y el polvo se encuentran bien mezclados a toda altura del disco y más aún, que el gas y el polvo

están acoplados térmicamente, ver D'Alessio et al. 1998, y referencias allí citadas.); dicha contribución queda descrita por  $4\pi\rho\kappa_p^*J_c$ . El haz colimado, conforme atraviesa la altura del disco, no sólo es disminuido por la absorción verdadera: en zonas donde la fuente de opacidad dominante es el polvo, la dispersión de los fotones puede ser más importante que la absorción verdadera, generando un campo difuso de fotones (el cual puede o no ser isotrópico). Este campo difuso puede ser dispersado de nuevo o ser absorbido, contribuyendo también al calentamiento local del gas, y queda descrito a través de  $4\pi\rho\kappa_p^*J_d$ .

Aunado a la contribución por la irradiación subestelar, está el calentamiento debido a la disipación de las parcelas turbulentas en el disco, mecanismo de calentamiento explicado en el capítulo 2. Así, la tasa de calentamiento, por unidad de volumen, a cada altura del disco está dada por (D'Alessio et al. 1998, 1999)

$$Q_{tot} = Q_{turb} + \Gamma_{irr}, \quad (5.21)$$

donde  $Q_{turb}$  está dada por la ecuación (2.54c). Así, la ecuación de conservación de energía para un disco turbulento irradiado está dada por

$$\frac{\partial F_{tot}}{\partial z} = Q_{turb} + \Gamma_{irr}, \quad (5.22)$$

y, como se explicó en el capítulo 2, la energía puede ser transportada por radiación (en las longitudes de onda características del disco, ver §3.3.1), convección (sección §3.3.4) o flujo turbulento (sección §3.3.2).

## 5.4

### Códigos utilizados

El código que calcula la estructura vertical detallada de un disco turbulento, en equilibrio hidrostático vertical e irradiado por el objeto central, descrito en D'Alessio et al. (1998, 1999) ha sido modificado en los siguientes puntos:

- ★ Se tiene la versión  $\beta$  del código, i.e., la prescripción- $\beta$  se usa para describir la viscosidad turbulenta.
- ★ Para las versiones  $\alpha$  y  $\beta$  del código, existe la versión que resuelve las ecuaciones de estructura en la aproximación de disco delgado.
- ★ El calentamiento por la ionización de  $H_2$  se desprecia en el cómputo de los modelos debido a que computacionalmente requiere de un mayor tiempo de cómputo para lograr la convergencia en la solución. Para los discos- $\alpha$ , no incluir esta fuente de calentamiento no afecta la estructura del disco (en las regiones internas, la densidad es tan alta que los rayos cósmicos no penetran las capas cercanas al plano medio, y el decaimiento radioactivo de los isótopos es despreciable frente al calentamiento por la disipación turbulenta, mientras que en las regiones externas, debido a la baja densidad, la irradiación subestelar domina la estructura de tales anillos), pero esta conclusión no puede extenderse a los discos- $\beta$  a menos que la densidad superficial sea relativamente baja (o  $\beta \gtrsim 10^{-6}$ ).

Las condiciones de frontera se describen a continuación:

**Presión en la superficie del disco.** La presión en la superficie del disco se toma como  $P_\infty = 10^{-9} \text{ dyn cm}^{-2}$ .

**Flujo de energía.** Debido a la simetría respecto al plano medio del disco, todos los flujos en  $z = 0$  son idénticamente cero. En la superficie del disco,  $z = z_\infty$ , por definición las parcelas turbulentas no pueden salir del disco, así que el flujo turbulento y el flujo convectivo son nulos,  $F_{turb}(z_\infty) = F_{conv}(z_\infty) = 0$ , por lo que la energía del disco es transportada únicamente por radiación en esa zona,  $F_{tot}(z_\infty) = F_{rad}(z_\infty)$ , con  $F_{tot} = F_{irr} + F_{turb}$ . Por último,  $F_{tot}(z_\infty)$  es exactamente igual al flujo de irradiación incidente sobre el disco (esto implica que toda la energía que es depositada a cada altura del disco es reirradiada de vuelta) más el flujo turbulento producido por el anillo.

## 5.5

---

### Estructura radial de los discos turbulentos irradiados

En esta sección discutiremos los resultados más importantes de la estructura radial resultante al calcular, de manera detallada verticalmente, la estructura de un disco turbulento irradiado por la estrella/enana café central. Construimos una malla de modelos para discos- $\alpha$  y discos- $\beta$  bien mezclados e irradiados por una enana café central joven, de  $T_* = 2838\text{K}$ ,  $M_* = 0.06M_\odot$  y  $R_* = 0.5R_\odot$ , variando los parámetros de viscosidad turbulenta de tal forma que abarcamos modelos con densidades superficiales muy altas ( $\alpha = 10^{-5}$ ,  $\beta = 10^{-8}$ ) hasta densidades bajas ( $\alpha = 10^{-2}$ ,  $\beta = 10^{-5}$ ); la variación de la tasa de acreción de masa es un caso ampliamente estudiado por (D'Alessio et al. 1999), y para el caso de los discos circunsubestelares, el valor del parámetro de viscosidad de los discos no está bien constreñido. Para el disco- $\alpha$ , el disco se extiende desde  $R_{in} = 3R_*$  hasta  $R = 100 \text{ AU}$ ; la tasa de acreción de masa, constante para todo radio, se toma como  $\dot{M} = 10^{-10} M_\odot \text{ yr}^{-1}$ . Los modelos de referencia que discutiremos individualmente son denotados como **mi0** $\alpha$  ( $\alpha = 10^{-4}$ ) y **mi0** $\beta$  ( $\beta = 10^{-7}$ ).

#### 5.5.1. Profundidades ópticas

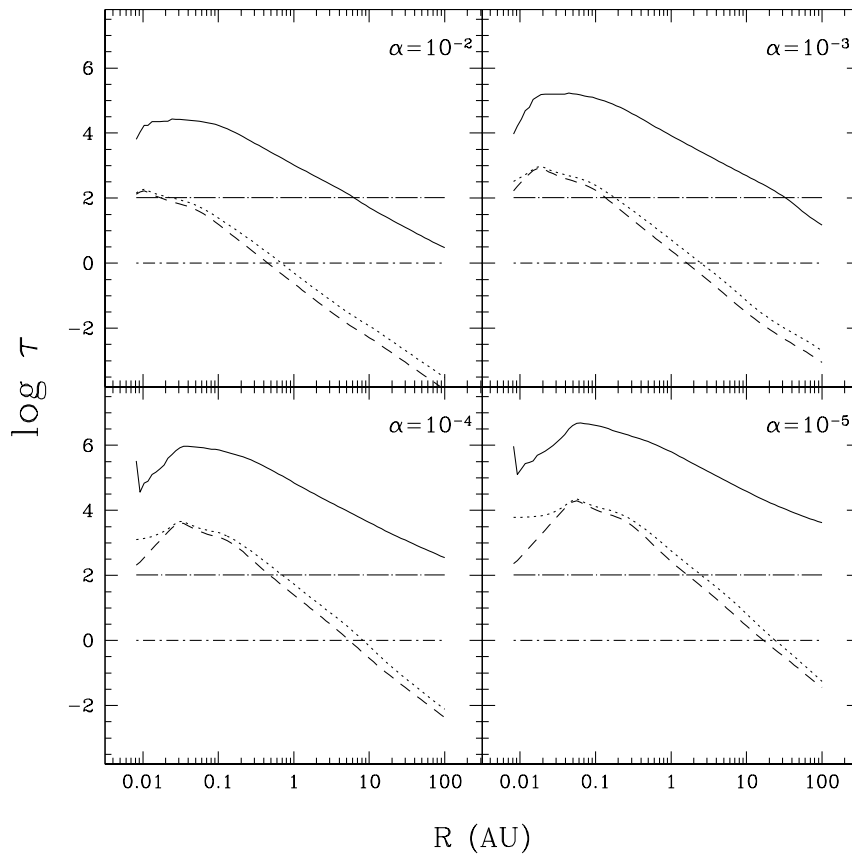
Las profundidades ópticas del disco controlan el transporte de energía vertical, modificando la estructura de temperaturas en cada anillo del disco.

##### Variando el parámetro- $\alpha$

En la figura 5.2 se evidencia el comportamiento de las diversas cantidades que caracterizan a cada disco; el disco es siempre ópticamente grueso a la radiación de la enana central ( $\tau_s \gg 1$ ), mientras que puede ser ópticamente delgado a su propia radiación ( $\tau_R \ll 1$ ) para la mayor parte de su extensión radial.

La región más cercana a la estrella alcanza temperaturas mayores a la de la sublimación del polvo ( $T_{sub} \sim 1400\text{K}$ ), y por tanto hay un decremento en la opacidades totales (para  $\alpha \lesssim 10^{-3}$  y  $R \lesssim 0.1 \text{ AU}$ ); en esta zona domina la disipación turbulenta como fuente de calentamiento del gas cerca del plano medio, y no existen granos de polvo (de ahí la disminución en la profundidad óptica promedio de Rosseland). En cambio, en las capas superiores, la temperatura decrece (la temperatura de la fotosfera es inferior a la central, ver por ejemplo la figura 5.4) lo suficiente para que el polvo exista, lo cual se traduce en una  $\tau_s \gg 1$ . Esa región de transición en opacidad dominante (de gas a polvo) provoca que el plano medio sea calentado exclusivamente por la disipación turbulenta, mientras que las capas superiores donde existe el polvo atrapan la radiación subestelar incidente.

Si  $\alpha \gtrsim 10^{-3}$ , existe una región ( $1 \lesssim \tau_s \lesssim 100$ ) para la cual las aproximaciones usuales (las de un disco circunestelar ópticamente grueso a la radiación estelar) ya no son válidas. La temperatura central y promedio del disco resulta afectada debido al valor de  $\tau_s$  y el cociente  $\tau_s/\tau_P$ .



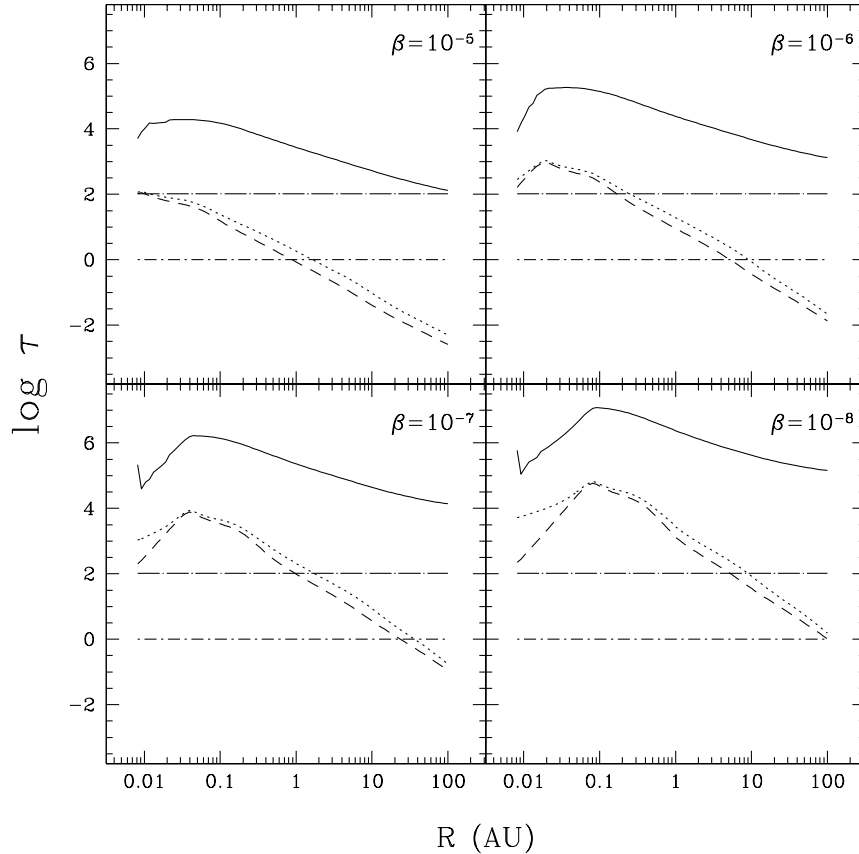
**Figura 5.2:** Profundidades ópticas totales del disco turbulento irradiado para el modelo de referencia, variando  $\alpha$ . Se muestran la profundidad óptica promedio de Planck  $\tau_P$  (línea punteada), la promedio de Rosseland  $\tau_R$  (guión) y la profundidad óptica promedio a la radiación estelar (línea continua). Las líneas horizontales corresponden a  $\tau = 1$  (guión-punto) y a  $\tau = 100$  (guión largo-punto).



### Variando el parámetro- $\beta$

La figura 5.3 muestra la variación de las profundidades ópticas en el disco- $\beta$ . Alrededor de  $R \sim 0.1$  AU, las profundidades ópticas totales características de los discos- $\beta$  comienzan a diferir de aquellas de los discos- $\alpha$ , debido a que la densidad superficial de los últimos disminuye como consecuencia del aumento en las temperaturas del disco.

Las profundidades ópticas totales son  $\gtrsim 1$  para todo radio en el disco con  $\beta = 10^{-8}$ . A diferencia de los discos circunestelares, para los cuales a partir de  $\tau_R \lesssim 10$  el plano medio y la fotosfera del disco comparten una misma temperatura, en los discos con  $\beta \lesssim 10^{-6}$  o  $\alpha \lesssim 10^{-3}$  esto ocurre a partir de  $\tau_R \approx 100$ . Para  $\beta = 10^{-8}$ , a partir de  $\tau_R \sim 1000$ . Ello es consecuencia únicamente de la baja tasa de acreción de masa: el calentamiento por la disipación turbulenta es despreciable en el plano medio aún cuando la profundidad óptica a la radiación estelar sea  $\tau_s \gg 1$ .

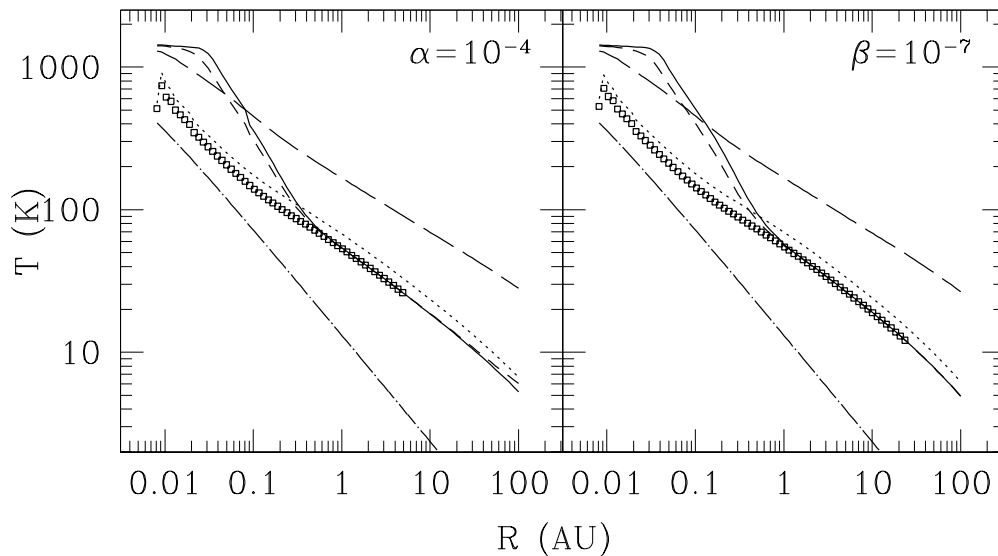


**Figura 5.3:** Profundidades ópticas totales del disco turbulento irradiado para el modelo de referencia, variando  $\beta$ . Se muestran la profundidad óptica promedio de Planck  $\tau_P$  (línea punteada), la promedio de Rosseland  $\tau_R$  (guión) y la profundidad óptica promedio a la radiación estelar (línea continua). Las líneas horizontales corresponden a  $\tau = 10$  (guión-punto) y a  $\tau = 100$  (guión largo-punto).

### 5.5.2. Temperaturas

En la figura 5.4 se muestra el comportamiento de las temperaturas características (central, fotosférica y superficial) para los modelos fiducarios irradiados  $\text{mi0}\alpha$  y  $\text{mi0}\beta$ .

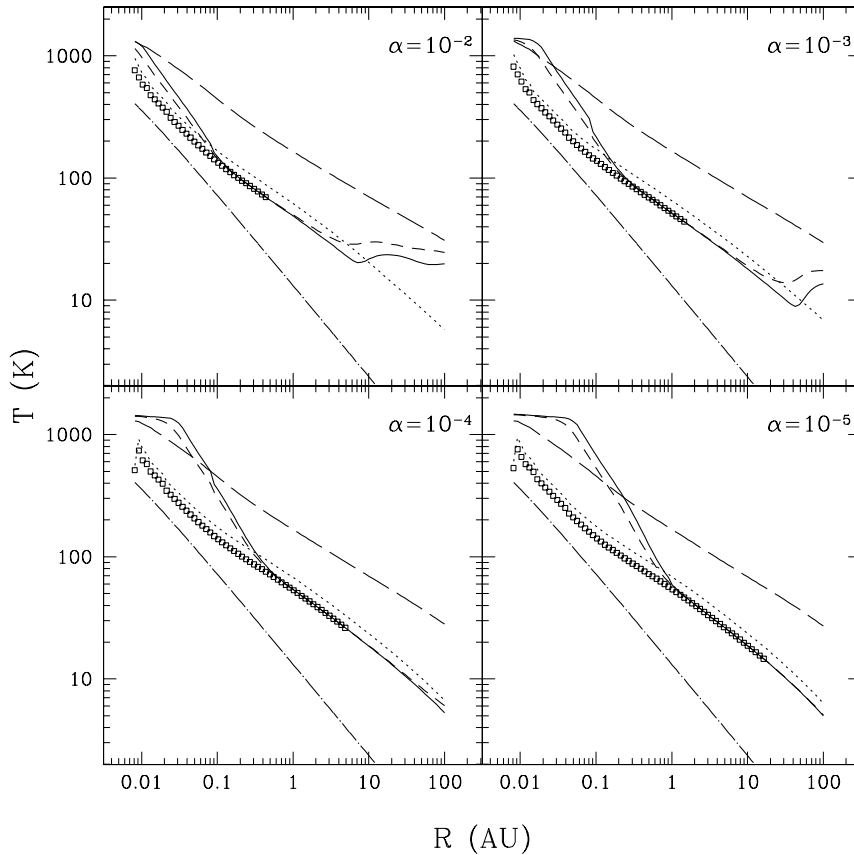
Para ambos modelos, existen dos zonas radialmente distinguibles en temperatura: para los anillos del disco  $\text{mi0}\alpha$ , situados dentro de  $R \sim 0.4$  AU, el gas cercano al plano medio es calentado únicamente por la disipación de las parcelas turbulentas, mientras que las capas superiores son calentadas principalmente por la radiación subestelar incidente. Los anillos ubicados entre  $\sim 0.08$  AU y  $\sim 0.4$  AU son una zona de transición; el calentamiento turbulento pierde importancia frente a la irradiación subestelar y para radios  $\gtrsim 0.4$  AU, la estructura vertical y radial de temperaturas queda definida por la cantidad de flujo de irradiación subestelar que el disco de polvo intercepta; la *inversión de temperaturas* ( $T_0 > T_c$ , Calvet et al. 1991; D'Alessio et al. 1998) es evidente a partir de  $R \gtrsim 0.1$  AU. Para el modelo  $\text{mi0}\beta$ , la zona de transición ocurre entre  $\sim 1$  AU y  $\sim 0.6$  AU, y la fotosfera de este disco se extiende hasta  $\sim 20$  AU, mientras que para el disco- $\alpha$ , la fotosfera termina en  $\sim 5$  AU.



**Figura 5.4:** Estructura radial de las temperaturas características de los disco turbulentos irradiados para los modelos de referencia: temperatura central  $T_c$  (línea continua), temperatura fotosférica  $T_{phot}$  (círculos), temperatura de la superficie  $T_0$  (guión largo), temperatura media  $\langle T \rangle$  (guión); por comparación se muestra la temperatura efectiva de la disipación turbulenta  $T_{turb}$  (guión-punto) y la de irradiación  $T_{irr}$  (línea punteada). En cada panel se indica el valor de la viscosidad turbulenta.

En las figuras 5.5 y 5.6 podemos ver el comportamiento de las temperaturas características de ambas prescripciones turbulentas al variar los parámetros de viscosidad turbulenta  $\alpha$  y  $\beta$ , respectivamente. Para bajas densidades superficiales (o valores de viscosidad turbulenta grandes), la irradiación subestelar en radios cercanos a la enana café central es el mecanismo de calentamiento dominante, y la zona donde la disipación turbulenta calienta el plano medio del disco se reduce notablemente respecto a los casos más densos. En el

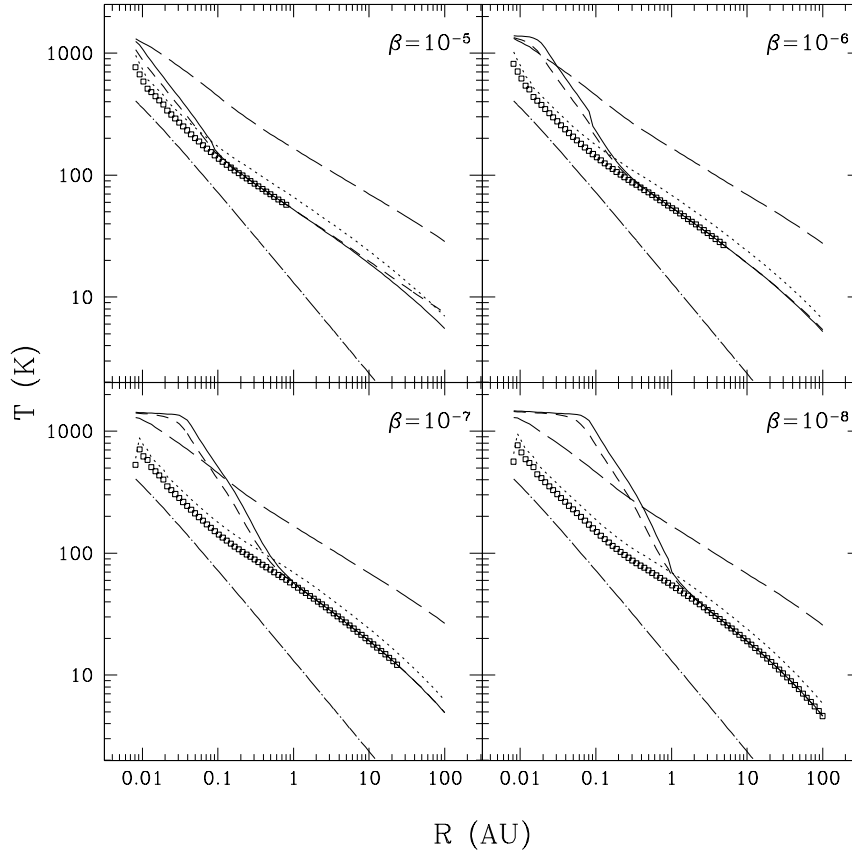
comportamiento cualitativo, parecería existir una relación uno-a-uno entre los modelos turbulentos: comparten características si  $\alpha = 10^3\beta$ , excepto en las regiones externas del disco. Para  $\alpha \gtrsim 10^{-3}$ , los anillos externos no son ópticamente gruesos a la radiación subestelar, mientras que sí lo son para  $\beta \gtrsim 10^{-6}$ ; y para los casos más densos, con  $\beta \lesssim 10^{-7}$ , la fotosfera del disco se extiende hacia radios cada vez más grandes respecto a los casos  $\alpha \lesssim 10^{-4}$ .



**Figura 5.5:** Estructura radial de las temperaturas características del disco turbulento  $\alpha$  irradiado, variando  $\alpha$  como se indica en cada panel. Se muestran las siguientes temperaturas características: temperatura central  $T_c$  (línea continua), temperatura fotosférica  $T_{phot}$  (círculos), temperatura de la superficie  $T_0$  (guión largo), temperatura media  $\langle T \rangle$  (guión); por comparación se muestra la temperatura efectiva de la disipación turbulenta  $T_{turb}$  (guión-punto) y la de irradiación  $T_{irr}$  (línea punteada). En cada panel se indica el valor de la viscosidad turbulenta.

Los anillos externos de los discos- $\alpha$  de baja densidad tienden a la isothermalidad ( $T_c \sim T_0 \sim \langle T \rangle$ ), pero no así los discos con  $\alpha \lesssim 10^{-4}$  ni los discos- $\beta$ . La temperatura central es  $\sim 10$  veces menor que la temperatura de la superficie del disco.

Podemos obtener aproximaciones analíticas para las temperaturas características del disco. Al no tomar en cuenta el calentamiento debido a la ionización de la molécula  $H_2$  en el disco, la estructura de temperatura



**Figura 5.6:** Estructura radial de las temperaturas características del disco turbulento  $\beta$  irradiado, variando  $\beta$  como se indica en cada panel. Se muestran las siguientes temperaturas características: temperatura central  $T_c$  (línea continua), temperatura fotosférica  $T_{phot}$  (círculos), temperatura de la superficie  $T_0$  (guión largo), temperatura media  $\langle T \rangle$  (guión); por comparación se muestra la temperatura efectiva de la disipación turbulenta  $T_{turb}$  (guión-punto) y la de irradiación  $T_{irr}$  (línea punteada). En cada panel se indica el valor de la viscosidad turbulenta.

vertical, para cada anillo del disco, se puede escribir como (Calvet et al. 1991)

$$T^4(\tau_d) = \frac{T_{irr}^4}{4} \left[ C_1' + C_2' e^{-q\tau_d/\mu_0} + C_3' e^{-q\beta\tau_d} \right] + \frac{3}{4} T_{turb}^4 \left[ \frac{2}{3} + \tau_d \right], \quad (5.23)$$

donde  $T_{irr}(R) \equiv F_{irr}^{1/4}(R)/\sigma^{1/4}$  (en esta expresión,  $F_{irr}$  es el flujo de irradiación dado por la ecuación 5.16) y  $T_{turb}$  la temperatura efectiva de la disipación turbulenta, dada por (2.59). En la derivación de dicha estructura de temperatura está implícito el hecho de que el flujo estelar incidente tiene la misma magnitud pero dirección contraria que el flujo de fotones del disco con longitudes de onda características de la radiación estelar (una forma de decir que la energía se conserva), y que la estructura de temperatura, o bien, el flujo emergente total del disco, es la contribución total de los dos principales agentes de calentamiento del disco: la componente radiativa y la componente turbulenta. Esta última, calculada consistentemente a cada altura de cada anillo en el código, implica que la energía disipada por la turbulencia se genera en el plano medio y sólo es transportada

hacia afuera por la radiación (D'Alessio et al. 1998).

Las constantes  $C'$  relacionan las opacidades características del disco a la radiación subestelar y a su propia radiación, dadas por (Calvet et al. 1991, ver el apéndice B):

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{-3s\mu_0^2}{1-\beta^2\mu_0^2}, \\ C_2 &= \frac{s(2+3\mu_0)}{\beta(1+2\beta/3)(1-\beta^2\mu_0^2)}, \\ C'_1 &= (1+C_1)\left(2+\frac{3\mu_0}{q}\right) + C_2\left(2+\frac{3}{\beta q}\right), \\ C'_2 &= (1+C_1)\left(\frac{q\chi_P}{\mu_0\kappa_P} - \frac{3\mu_0}{q}\right), \\ C'_3 &= C_2\beta\left(\frac{q\chi_P}{\kappa_P} - \frac{3}{\beta^2 q}\right). \end{aligned}$$

Los coeficientes  $s$  y  $\beta$  (no confundir con el parámetro de la viscosidad  $\beta$ ) están relacionadas con las opacidades promedio de Planck del disco a la radiación estelar (i.e., usando la función de Planck evaluada en  $T_*$  como función de peso),

$$\begin{aligned} s &= \sigma_P^*(T)/\chi_P^*(T), \\ a &= \kappa_P^*(T)/\chi_P^*(T), \\ \beta &= \sqrt{3a}, \end{aligned} \tag{5.24}$$

mientras que el cociente  $q$  relaciona la opacidad promedio del disco a la radiación estelar con aquel a su propia radiación,

$$q = \frac{\chi_P^*(T)}{\chi_P(T)} \tag{5.25}$$

y las opacidades  $\chi_P(T)$ ,  $\kappa_P(T)$  son promedio de Planck, con la función de Planck evaluada en la temperatura  $T$ . La profundidad óptica del disco a su propia radiación está dada por  $\tau_{d,t} = \int_0^{z_\infty} \rho\chi_P(T)dz$ , y si las opacidades son aproximadamente constantes en la región,  $q \sim \tau_*/\tau_{d,t}$ , donde  $\tau_* = \int_0^{z_\infty} \rho\chi_P^*(T)\frac{dz}{\mu_0}$  es la profundidad óptica total del disco a la radiación estelar que incide oblicuamente sobre la superficie de irradiación  $z_s$  con un ángulo de inclinación  $\mu_0$  respecto a la normal de dicha superficie.

Usando la ecuación de la estructura vertical de temperatura (5.23), podemos obtener aproximaciones analíticas a diversas temperaturas características del disco en diversas regiones distinguibles por sus profundidades ópticas.

### 5.5.2.1. Temperatura central

La temperatura central se define como la temperatura que caracteriza el plano medio del disco, es decir, la temperatura en la que  $\tau_d = \tau_{d,t}$ .

★ **Disco ópticamente grueso a su propia radiación y a la radiación estelar:**  $\tau_d \gg 1$ ,  $\tau_* \gg 1$ . En esta

zona, el calentamiento debido a la disipación turbulenta domina sobre la irradiación debido a la alta densidad superficial (que se traduce en una gran profundidad óptica a la radiación subestelar):

$$T_c^4(R) \approx \frac{3\tau_R}{4} T_{turb}^4, \quad (5.26)$$

donde  $\tau_R$  es la profundidad óptica total de Rosseland a la temperatura del disco. Dependiendo de la combinación  $\dot{M} - \alpha$  o  $\dot{M} - \beta$  esta temperatura puede ser inclusive superior a la temperatura superficial del disco.

★ **Disco ópticamente delgado a su propia radiación, disco ópticamente grueso a la radiación estelar:**  $\tau_d \ll 1$ ,  $\tau_* \gg 1$ . En este caso, debido a que el flujo de irradiación es superior al calentamiento debido a la disipación turbulenta, la estructura de temperatura está dominada completamente por la radiación subestelar incidente,

$$T_c^4(R) \approx a T_{irr}^4. \quad (5.27)$$

En la obtención de esta aproximación se hicieron las aproximaciones usuales de Calvet et al. (1991),  $C_1 \ll 1$ ,  $C_2 \approx 1$  (y así,  $C'_1 \approx 4$ ) y  $q \gg 1$ . Si se desprecian las dispersiones ( $s = 0$ ), entonces la temperatura central se aproxima a:

$$T_c^4(R) \approx \frac{1}{2} T_{irr}^4, \quad (5.28)$$

puesto que  $C_1 = C_2 = 0$ , y el coeficiente de absorción normalizado es  $\alpha = 1$ .

Para discos de baja densidad superficial en los anillos externos ( $\alpha \gtrsim 10^{-3}$ ), la profundidad óptica total a la radiación subestelar no es estrictamente  $\tau_* \gg 1$ . En este caso, no es posible aproximar  $\tau_* \rightarrow \infty$  en la ecuación (5.23).

★ **Disco ópticamente delgado a su propia radiación, disco ópticamente *mediano* a la radiación estelar:**  $\tau_d \ll 1$ ,  $\tau_* \gtrsim 1$ . Esta es una nueva situación que merece ser descrita puesto que, si los discos- $\alpha$  circunsubestelares alcanzan radios externos del orden de 100 AU, la mayor parte del disco yace en esta zona si  $\alpha \gtrsim 10^{-3}$ . Para un anillo situado a  $\sim 50$  AU del disco con  $\alpha = 10^{-2}$  (con una profundidad óptica total a la radiación estelar  $\tau_* = 7.2$ ), con las opacidades promedio evaluadas en el plano medio, las constantes son  $|C_1| \approx 3 \times 10^{-3} \ll 1$ ,  $C_2 \approx 0.42$ . Por tanto,  $C'_1 \approx 3$ ,  $C'_2 \approx \frac{1}{\mu_0} \frac{\chi_P^*}{\kappa_P}$  y  $C'_3 \approx C_2 \beta \frac{\chi_P^*}{\kappa_P}$ . Usando los valores de las opacidades,  $C'_2 \approx 1.3 \times 10^4$  y  $C'_3 \approx 3.2 \times 10^2$ . Claramente no pueden ser despreciados dichos términos: los productos  $C'_2 e^{-\tau_*}$  y  $C'_3 e^{-\beta \tau_* \mu_0}$  son, respectivamente,  $\approx 10$  y  $\approx 210$ . Por tanto, en esta zona,

$$T_c^4(R) \approx \frac{a}{4} T_{irr}^4 \left[ C'_2 e^{-\tau_*} + C'_3 e^{-\beta \mu_0 \tau_*} \right], \text{ o} \quad (5.29)$$

$$T_c^4(R) \approx \frac{1}{4} \frac{\kappa_P^*}{\kappa_P} T_{irr}^4 \left[ \frac{1}{\mu_0} e^{-\tau_*} + C_2 \beta e^{-\beta \mu_0 \tau_*} \right].$$

Debido principalmente al gran contraste entre las opacidades promedio de Planck a la radiación subestelar y a la radiación del disco, que podemos caracterizar con el cociente  $q_\kappa \equiv \kappa_P^*/\kappa_P$ , y al comportamiento de  $\kappa_P^*$  a bajas temperaturas, los términos que contienen  $C'_2$  y  $C'_3$  no pueden despreciarse. Para temperaturas del disco del orden de  $\sim 20\text{K}$ ,  $q_\kappa \sim 3 \times 10^2$ .

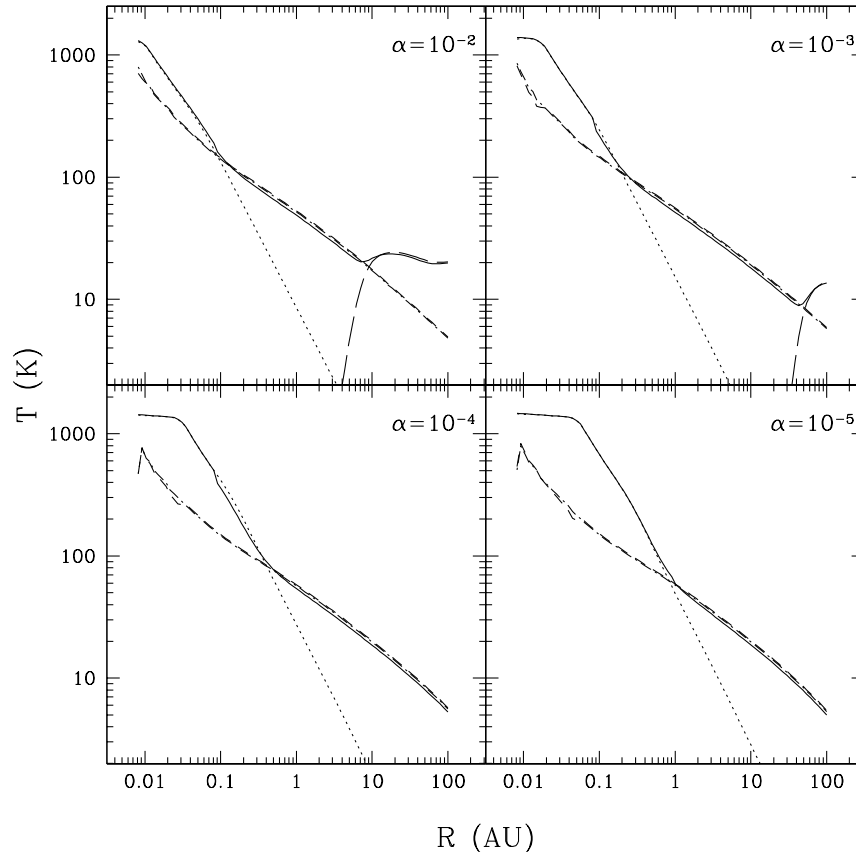
El disco tiende a ser verticalmente isotermo conforme  $\tau_*$  se aproxima a la unidad; pero aún en estas zonas frías no se alcanza la isothermalidad, y por tanto,  $T^4 \neq \frac{1}{4\tau_P} T_{irr}^4$ .

La existencia de esta zona para la cual la profundidad óptica total a la radiación subestelar yace entre lo ópticamente grueso y lo delgado tiene implicaciones profundas sobre el resto de la estructura del disco. Por lo pronto, la densidad de masa superficial para un disco- $\alpha$ , que tiene una dependencia en la temperatura central —o en una temperatura característica del anillo, debe cambiar su dependencia radial respecto al caso *nominal*. Esta discusión se ampliará posteriormente.

### Espacio de parámetro- $\alpha$

En la figura 5.7 se muestra la temperatura central, junto con las otras temperaturas características, para modelos de discos- $\alpha$  circunsubestelares bien mezclados, con  $\alpha_{max} = 0.25\mu\text{m}$ , para los cuales hemos variado el parámetro- $\alpha$  —lo cual se traduce efectivamente en una variación en la densidad superficial de masa: para discos más densos, con una misma tasa de acreción de masa, el valor del parámetro- $\alpha$  ha decrecido. Por tanto, modelos con una menor  $\alpha$  implican mayores temperaturas centrales cuando la disipación turbulenta domina el calentamiento de los anillos; ocurre lo contrario cuando la irradiación domina: debido a la alta densidad de tales modelos, los discos son ópticamente gruesos a la radiación estelar respecto a aquellos con alta  $\alpha$ , y por tanto, la temperatura central es más baja para los modelos más densos. Es visible que la inversión de temperaturas ocurre en radios cada vez más internos cuando el valor de  $\alpha$  aumenta; para el disco con  $\alpha = 10^{-2}$ , la disipación turbulenta sólo es importante en el plano medio de los anillos a  $R \lesssim 0.1 \text{ AU}$ , y aún en tales anillos las capas externas tienen una temperatura mayor que el gas situado en  $z = 0$ . En la figura 5.7 se muestran las aproximaciones analíticas para la temperatura central discutidas en los párrafos anteriores, encontrando que son una excelente aproximación para describirla. También observamos que el transporte de energía preferencial es el radiativo; las aproximaciones analíticas son capaces de explicar las tendencias de las temperaturas.

Por otra parte, la existencia de una zona ópticamente *mediana* depende en gran medida de la densidad superficial del disco. Si el disco es lo suficientemente denso, a radios cercanos a  $\sim 100 \text{ AU}$  los anillos son ópticamente gruesos, y por tanto el disco turbulento circunsubestelar  $\alpha$  ciertamente es una versión escalada de un disco circunestelar ( $\alpha \lesssim 10^{-4}$ ). En cambio, si  $\alpha$  es lo suficientemente grande (o en un caso más general, la combinación  $\dot{M}/\alpha$ ), la similitud entre los discos circunestelares y discos circunsubestelares se rompe para radios grandes.

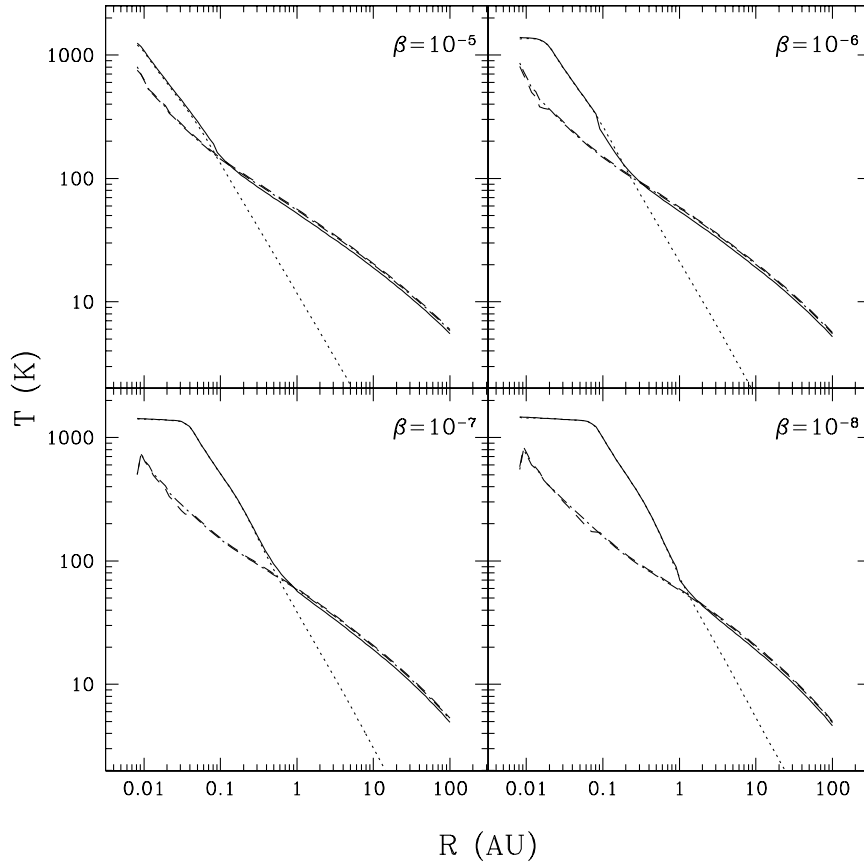


**Figura 5.7:** Estructura radial de la temperatura central del disco turbulento  $\alpha$  irradiado, variando  $\alpha$  como se indica en cada panel. En línea continua se muestra la temperatura central obtenida numéricamente; las tres aproximaciones discutidas en el texto se muestran: aproximación de difusión ( $T_c \sim T_{turb}$ , línea punteada),  $\tau_* \gg 1$  y  $\tau_p \ll 1$  ( $T_c \approx a^{1/4} T_{irr}$ , guión, y  $T_c \approx 0.84 T_{irr}$ , guión-punto), y anillos ópticamente medianos ( $\tau_* \gtrsim 10$ , guión largo).

### Espacio de parámetro- $\beta$

La figura 5.8 muestra la variación de la temperatura central para los modelos  $\beta$ . Al igual que para la prescripción- $\alpha$ , en los anillos más internos la masa cercana al plano medio es calentada por la disipación de las parcelas turbulentas; para los anillos exteriores, la masa del plano medio es calentada debido al reprocesamiento del flujo de irradiación subestelar por el polvo del disco.





**Figura 5.8:** Estructura radial de la temperatura central del disco turbulento  $\beta$  irradiado, variando  $\alpha$  como se indica en cada panel. En línea continua se muestra la temperatura central obtenida numéricamente; las tres aproximaciones discutidas en el texto se muestran: aproximación de difusión ( $T_c \sim T_{turb}$ , línea punteada),  $\tau_* \gg 1$  y  $\tau_p \ll 1$  ( $T_c \approx a^{1/4} T_{irr}$ , guión, y  $T_c \approx 0.84 T_{irr}$ , guión-punto), y anillos ópticamente medianos ( $\tau_* \gtrsim 10$ , guión largo).

### 5.5.2.2. Temperatura de la fotosfera del disco

La fotosfera del disco se define como la altura a la cual  $\tau_R = 2/3$ , y por tanto, la temperatura fotosférica se define como la temperatura de dicha superficie,  $T_{phot}(R) = T(\tau_d = 2/3)$ . En el especial caso de que la dispersión de fotones estelares no sea relevante, la temperatura fotosférica se aproxima a

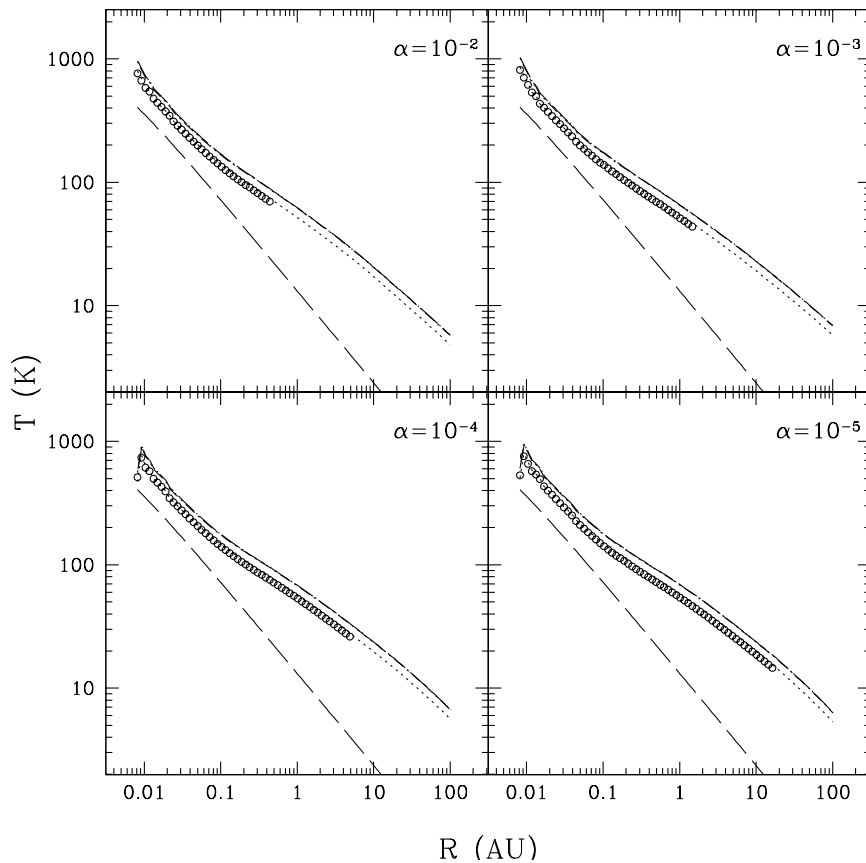
$$T_{phot}^4 \approx \frac{1}{2} T_{irr}^4, \quad (5.30)$$

siendo la contribución radiativa más importante, aún en los casos más densos, como se observa en las figuras 5.9 y 5.10. Esto es válido no sólo en los anillos donde el interior del disco se vuelve isotérmico ( $T_{eff} \approx T_c$ , ver las figuras 5.5 y 5.6), sino también en las regiones donde la temperatura central está dominada por la disipación turbulenta. La fotosfera del disco se localiza a  $\tau_d(R) = 2/3$ , y debido a que  $q \gg 1$ , la profundidad óptica a la radiación subestelar correspondiente puede aproximarse a  $\tau_* \rightarrow \infty$ . Así, y despreciando las dispersiones, de la ecuación (5.23) obtenemos la temperatura de la fotosfera: la temperatura de la materia a esa altura se

explica únicamente por la irradiación subestelar incidente.

### Variando el parámetro- $\alpha$

Conforme decrece el valor del parámetro- $\alpha$ , la fotosfera se extiende hacia radios cada vez mayores, y por tanto, la temperatura fotosférica existe. En la figura 5.9 se muestra el comportamiento de la temperatura efectiva del disco, junto con la aproximación analítica dada por la ecuación (5.30). Aún para los discos más densos, la temperatura de la fotosfera está dominada por el término de irradiación, como puede verse en las aproximaciones de la figura 5.9.

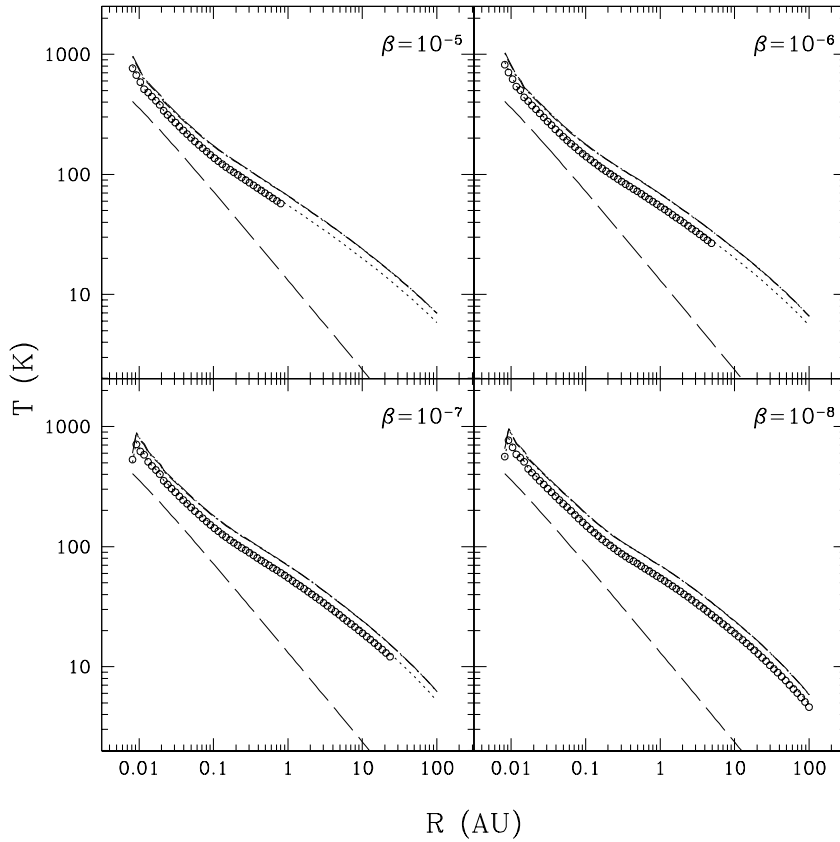


**Figura 5.9:** Estructura radial de la temperatura de la fotosfera del disco turbulento  $\alpha$  irradiado, variando  $\alpha$  como se indica en cada panel. En círculos se muestra la temperatura obtenida numéricamente; la aproximación  $T_{phot}^4 \approx T_{turb}^4 + T_{irr}^4$  (línea punto-guion largo), la temperatura turbulenta  $T_{turb}$  (guión largo) y la aproximación  $T_{phot} = 0.84T_{irr}$  (línea punteada) se muestran como comparación.

### Variando el parámetro- $\beta$

La fotosfera del disco tiene el mismo comportamiento que el del disco- $\alpha$ , pero debido a que los discos- $\beta$  son más densos, la fotosfera del disco crece hacia radios cada vez más externos (figura 5.10). En el caso del disco con  $\beta = 10^{-8}$ , todos los anillos del disco resultan ser lo suficientemente densos de tal forma que

$\tau_{d,T} > 2/3$ , y la fotosfera queda definida en la totalidad del disco.



**Figura 5.10:** Estructura radial de la temperatura de la fotosfera del disco turbulento  $\beta$  irradiado, variando  $\beta$  como se indica en cada panel. En círculos se muestra la temperatura obtenida numéricamente; la aproximación  $T_{phot}^4 \approx T_{turb}^4 + T_{irr}^4$  (línea punto-guión largo), la temperatura turbulenta  $T_{turb}$  (guión largo) y la aproximación  $T_{phot} = 0.84T_{irr}$  (línea punteada) se muestran como comparación.

### 5.5.2.3. Temperatura de la superficie del disco

La temperatura característica del flujo de irradiación está definida por la relación  $\sigma T_{irr}^4 = F_{irr}$ . El flujo de irradiación depende de la curvatura del disco y del flujo (sub)estelar diluido geoméricamente, y se aproxima a

$$F_{irr} \approx \frac{4\pi}{2} \mu_0 \left( \frac{R_*}{R} \right)^2 \sigma T_*^4. \quad (5.31)$$

donde el término  $1/2$  proviene del hecho de que cada anillo ve sólo la mitad superior de la enana, debido al ocultamiento del propio disco. Por tanto, la temperatura efectiva del flujo de irradiación es,

$$T_{irr}^4 \approx \frac{4\pi}{2} \mu_0 \left( \frac{R_*}{R} \right)^2 T_*^4. \quad (5.32)$$

Por otro lado, la temperatura en la superficie está dada por la relación (5.23) en  $\tau_d = \tau_s = 0$ ; despreciando

dispersiones, la temperatura superficial (ver por ejemplo D'Alessio et al. 2006) es,

$$T_0^4 \approx \frac{1}{4\mu_0} \frac{\kappa_P^*}{\kappa_P} T_{irr}^4, \quad (5.33)$$

la cual es una relación válida para cualquier radio del disco. Como  $\kappa_P^*$  y  $\mu_0$  son aproximadamente constantes a bajas temperaturas / grandes radios del disco, en el caso  $\tau_R \ll 1$  esta relación es consistente con la aproximación esperada para polvo ópticamente delgado,

$$T_0^4 \propto \kappa_P^{-1}.$$

Conocida la temperatura efectiva del flujo de irradiación, la temperatura en la superficie es

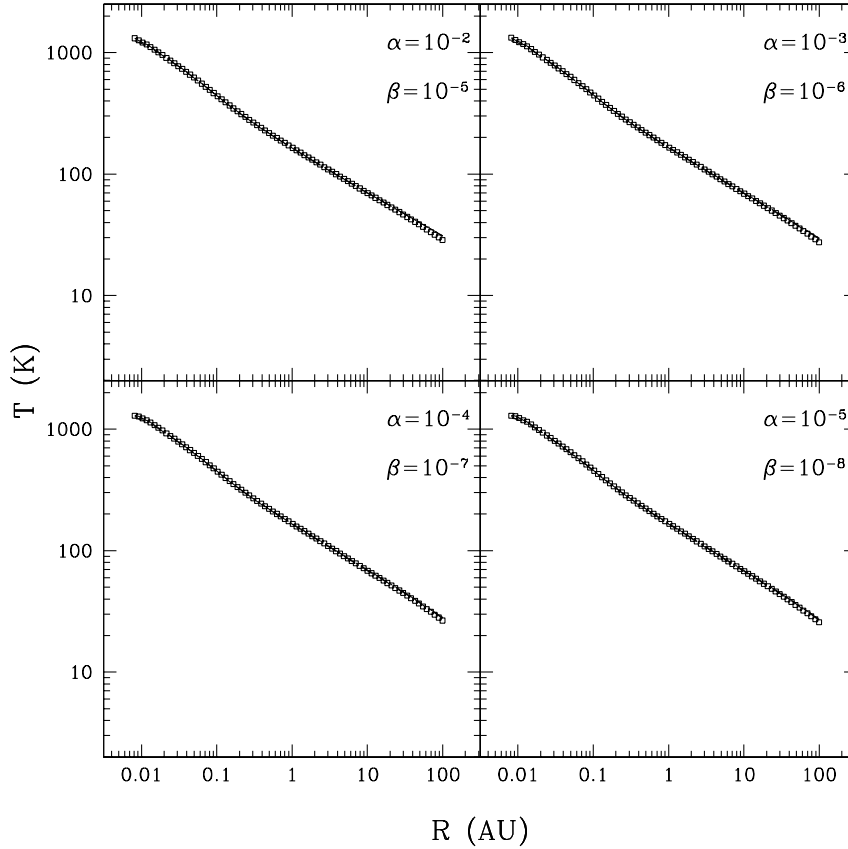
$$T_0 \approx 0.8 \left( \frac{\kappa_P^*}{\kappa_P} \right)^{1/4} \left( \frac{R_*}{R} \right)^{1/2} T_*. \quad (5.34)$$

Esta relación es, dicha de otra forma, el resultado de considerar que existe equilibrio radiativo entre el polvo y el campo de radiación incidente. La temperatura es independiente de la curvatura del disco debido a que cada grano de polvo, en la zona ópticamente delgada, ve a la enana geoméricamente diluida, sin que importe la curvatura de la superficie de irradiación, localizada a una profundidad óptica igual a la unidad.

En general, la temperatura superficial del disco irradiado es mayor que la temperatura central del disco —existe una inversión de temperaturas (Calvet et al. 1991; D'Alessio et al. 1998) debida principalmente al contraste de opacidades a la radiación característica del disco y a la de la radiación estelar, y en menor grado, al ángulo de inclinación de incidencia de dicho campo radiativo.

### Variando los parámetros $\alpha$ y $\beta$

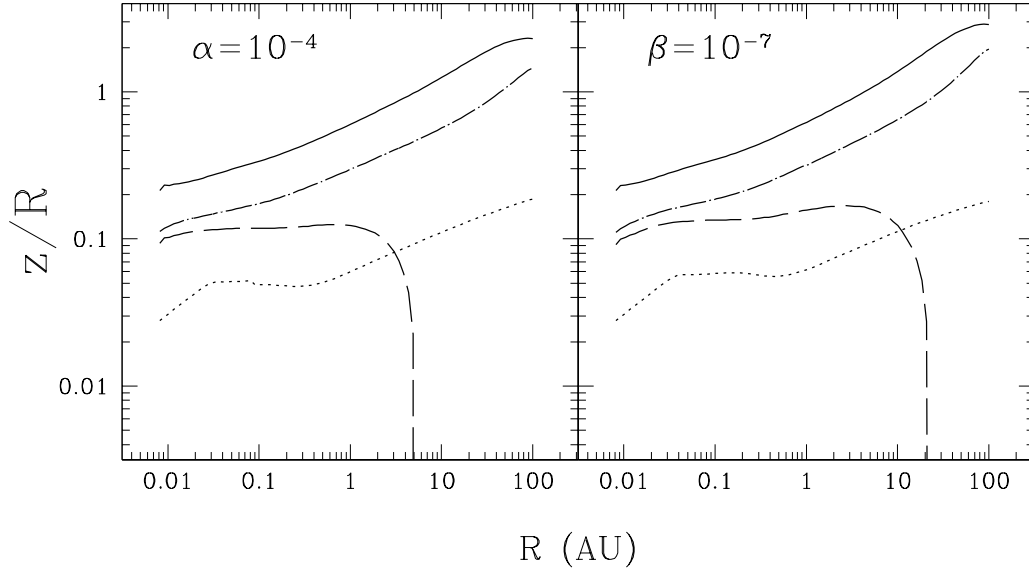
La temperatura en la superficie del disco es independiente de la densidad superficial de masa del mismo, esto es, del cociente  $\dot{M}/\alpha$  o  $\dot{M}/\beta$  (como vemos de la ecuación 5.34); las zonas más externas (verticalmente) de cada anillo son calentadas principalmente por la radiación subestelar que incide sobre ellas, así que su temperatura queda determinada únicamente por el campo radiativo subestelar (una mayor luminosidad subestelar implica una mayor temperatura superficial del disco). En la figura 5.11 se muestra la temperatura superficial de los discos junto con la aproximación dada por la ecuación (5.33): la temperatura de la superficie es independiente de la curvatura del disco, como explicamos anteriormente. Así que independientemente de la tasa de acreción de masa o la densidad superficial, discos irradiados por enanas con la misma luminosidad y con polvo en la superficie con la misma opacidad tendrán temperaturas superficiales idénticas. Sin embargo, la emisión de las capas superiores depende de la curvatura del disco (y de la cantidad de polvo en ellas), por lo que no necesariamente todos los discos irradiados por enanas con una misma luminosidad emitirán la misma cantidad de energía.



**Figura 5.11:** Estructura radial de la temperatura de la superficie de los discos turbulentos irradiados, variando  $\alpha$  y  $\beta$  como se indica en cada panel. En línea continua el resultado numérico para el disco- $\alpha$ , en cuadros, disco- $\beta$ . En guión, la aproximación dada por (5.33). No se puede apreciar diferencia alguna entre los modelos debido a que coinciden las temperaturas.

### 5.5.3. Alturas y coseno del ángulo de incidencia de la radiación

En la figura 5.12 se muestran las alturas características de los modelos **mi0 $\alpha$**  y **mi0 $\beta$** : la altura de la superficie del disco,  $z_\infty \equiv z(P = P_\infty)$ ; la altura de la superficie de irradiación,  $z_s$ , que se define como la altura donde  $\tau_* = \tau_s/\mu_0 = 1$  y es donde se deposita (se absorbe) la mayor cantidad de flujo de irradiación subestelar, y la altura de la fotosfera del disco,  $z_{phot}$ , que es la altura para la cual  $\tau_R = 2/3$  y de donde emerge la radiación del disco (en el caso ópticamente grueso). Por comparación, se muestra la escala de altura del gas,  $H \equiv \frac{c_s(T_c)}{\Omega_K}$ . En el caso **mi0 $\alpha$** , el disco puede extenderse verticalmente hasta una altura de  $z_\infty \sim 230$  AU en  $R = 100$  AU; para la mayor parte del disco, el cociente  $z_\infty(R)/R \gtrsim 0.6$ : el disco se aleja de la aproximación de disco geoméricamente delgado. La superficie de irradiación  $z_s$  se extiende hasta  $\sim 180$  AU, y la escala de altura máxima del gas alcanza  $\sim 19$  AU en  $R = 100$  AU. La situación es similar para el disco- $\beta$ : en  $R = 100$  AU,  $z_\infty \approx 290$  AU,  $z_s \approx 200$  AU y  $H_p \approx 18$  AU. La diferencia entre ambos modelos radica en la extensión radial de la fotosfera: para el modelo **mi0 $\alpha$** , la fotosfera termina en  $R \sim 5$  AU, mientras que para el modelo **mi0 $\beta$** , se extiende hasta  $R \sim 20$  AU.



**Figura 5.12:** Estructura radial de las alturas características (normalizadas al radio de cada anillo) del disco turbulento irradiado para el modelo de referencia: altura de la superficie del disco  $z_\infty$  (línea continua), altura de la fotosfera  $z_{phot}$  (guión), altura de la superficie de irradiación  $z_s$  (guión-punto) y la escala de altura de presión del gas,  $H$  (línea punteada).

### Variando el parámetro- $\alpha$

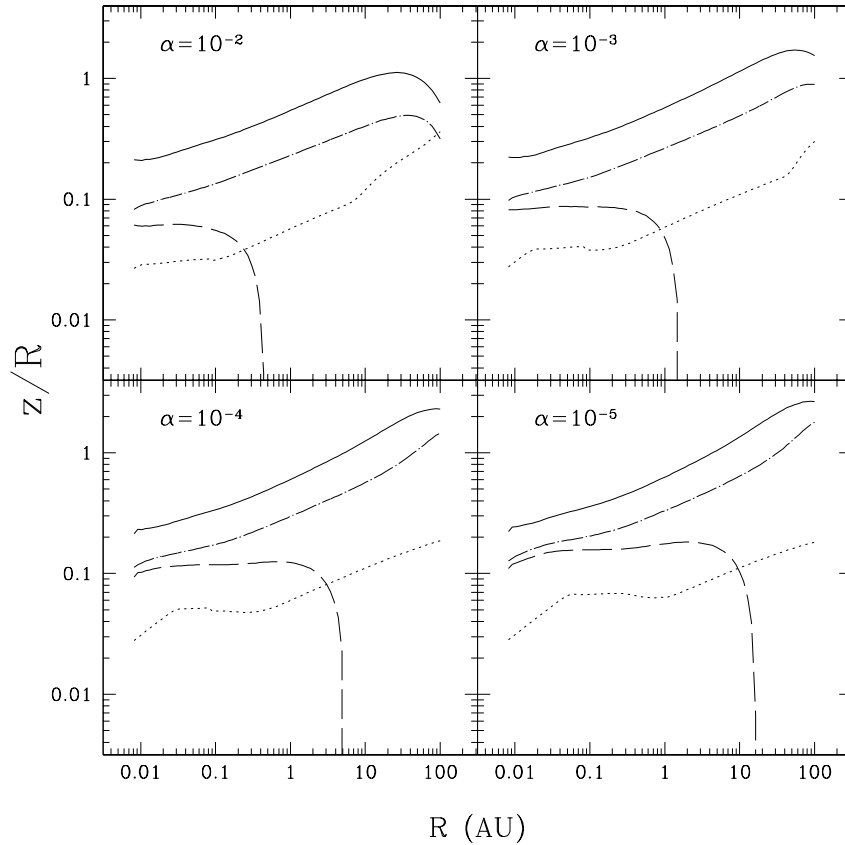
La figura 5.13 muestra el efecto de variar el parámetro de viscosidad turbulenta sobre las alturas características. Al disminuir  $\alpha$ , tanto la altura de la superficie del disco como la de la superficie de irradiación ( $z_\infty$  y  $z_s$ ) aumentan debido al incremento en la densidad superficial del disco. La superficie de irradiación se define como

$$-\int_{z_\infty}^{z_s} \rho \chi_p^* \frac{dz}{|\mu_0|} \equiv 1, \quad (5.35)$$

así que un aumento en la densidad del disco eleva la altura donde la relación anterior se cumple. También explica que la fotosfera del disco,  $z_{phot}$ , aumente radialmente hacia afuera en el caso más denso.

Hasta cierto radio, la escala de altura del gas tiene un comportamiento similar, pero hacia radios más externos, ocurre lo contrario: en el caso menos denso ( $\alpha = 10^{-2}$ ), el disco ya no es ópticamente grueso sino mediano, debido a la baja densidad superficial, y por tanto, la radiación subestelar es capaz de penetrar capas más profundas del disco, aumentando la temperatura central de tales anillos. Así, la escala de altura del gas decrece si  $\alpha$  disminuye para las zonas más externas del disco. Si comparamos esta escala de altura con la del disco circunestelar de D'Alessio et al. (1998) ( $H_p(R = 100\text{AU}) \approx 10 \text{ AU}$ ), en el caso subestelar las escalas de altura son superiores debido a que  $H_p \propto M_*^{1/2}$ . Ya que  $\log(\dot{M}/\alpha) = -6$  del disco circunestelar de D'Alessio et al. (1998), esperamos que aproximadamente tenga la misma densidad superficial en los anillos a  $R \sim 100 \text{ AU}$  que el disco circunsubestelar con  $\alpha = 10^{-4}$  (pues la temperatura central de ambos discos es similar en dicha zona,  $T_c \sim 10\text{K}$ , y también la temperatura superficial,  $T_0 \sim 20\text{K}$ ); debido a que ambos discos están sujetos a la misma presión superficial ( $P_\infty = 10^{-9} \text{ din cm}^{-2}$ ), el ensanchamiento de los discos circunsubestelares se debe primordialmente a la baja masa de la enana café (aproximadamente 10% de la masa de la T Tauri).

El cociente de escalas de altura del gas a  $R = 100$  AU es  $H_{p,BD}/H_{p,TT} \approx 2$ , de la superficie de irradiación  $z_{s,BD}/z_{s,TT} \approx 5$  y de la altura máxima del disco  $z_{\infty,BD}/z_{\infty,TT} \approx 6$ ; el cociente  $(M_{TT}/M_{BD})^{1/2} \approx 3$ .



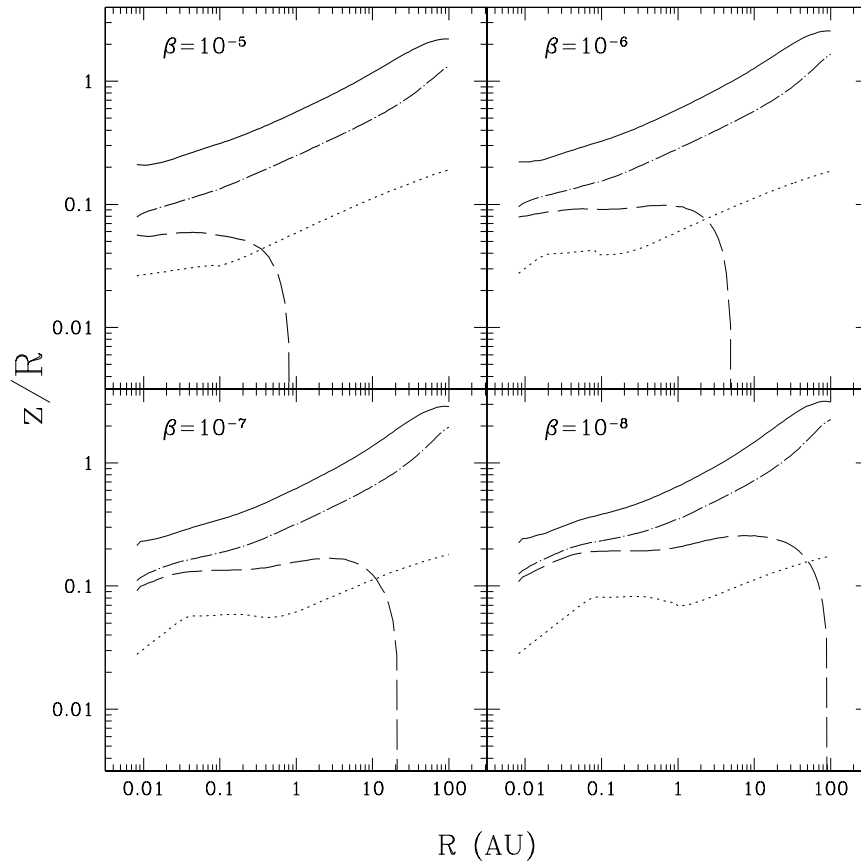
**Figura 5.13:** Estructura radial de las alturas características (normalizadas al radio de cada anillo) del disco turbulento irradiado  $\alpha$ , variando el parámetro  $\alpha$  como se indica en cada panel. Se muestran: altura de la superficie del disco  $z_{\infty}$  (línea continua), altura de la fotosfera  $z_{phot}$  (guión), altura de la superficie de irradiación  $z_s$  (guión-punto) y la escala de altura de presión del gas,  $H$  (línea punteada).

La diferencia entre las escalas de alturas del gas fue ya estudiada por Walker et al. (2004); pero  $H_p$  no es una escala de altura importante en la caracterización de los discos, sino  $z_s$ , que es donde se deposita la mayor parte de la radiación estelar/subestelar incidente, y de donde reemerge una vez que ha sido reprocesada por el polvo en el disco. Si  $\alpha = 10^{-2}$ , la superficie de irradiación a  $R = 100$  AU es  $\sim 30$  AU, menor a la del disco circunestelar de D'Alessio et al. (1998),  $z_s \sim 40$  AU. Al decrecer  $\alpha$ , el valor de  $z_s$  aumenta considerablemente ( $\sim 90 - \sim 200$  AU).

El comportamiento de  $z_s/R$  para  $\alpha = 10^{-2}$  merece explicarse debido a que es diferente del resto de los modelos  $\alpha$  y todos los  $\beta$ : a  $R \sim 40$  AU, el cociente  $z_s/R$  tiene un máximo, y luego decrece para radios mayores. Esto puede indicar que zonas del disco localizadas a  $R \gtrsim 40$  AU yacen en la *sombra* de regiones a  $R \lesssim 40$  AU (tal como se discute en D'Alessio et al. 2006; Dullemond & Dominik 2004b), y por tanto, no reciben radiación

subestelar directamente, aunque como se argumenta en D'Alessio et al. (2006), el transporte radial de energía y las dispersiones de los fotones subestelares en las capas superiores podrían aumentar la altura de la superficie  $z_s$  para revertir el efecto. En el caso en que  $z_s$  no aumente, y regiones del disco externo permanezcan a la *sombra* del disco interno, la disipación turbulenta sería la fuente de energía primaria, y probablemente el transporte radial de energía de zonas calentadas por la irradiación estelar/subestelar también sea relevante.

### Variando el parámetro- $\beta$



**Figura 5.14:** Estructura radial de las alturas características (normalizadas al radio de cada anillo) del disco turbulento irradiado  $\beta$ , variando el parámetro  $\beta$  como se indica en cada panel. Se muestran: altura de la superficie del disco  $z_\infty$  (línea continua), altura de la fotosfera  $z_{phot}$  (guión), altura de la superficie de irradiación  $z_s$  (guión-punto) y la escala de altura de presión del gas,  $H$  (línea punteada).

En la figura 5.14 mostramos las alturas características del disco- $\beta$  irradiado. La diferencia entre un disco  $\alpha$  y uno  $\beta$  radica en la mayor densidad superficial total de los anillos externos del último. Debido a esto, la fotosfera de los discos  $\beta$  se extiende hacia afuera radialmente. La presión en la superficie del disco debe igualar a la presión superficial dada como condición de frontera, y esto se logra iterativamente con el código; finalmente, el aumento de masa en cada anillo incrementa la altura para la cual  $z = z(P_\infty)$ , y por tanto,  $z_\infty$

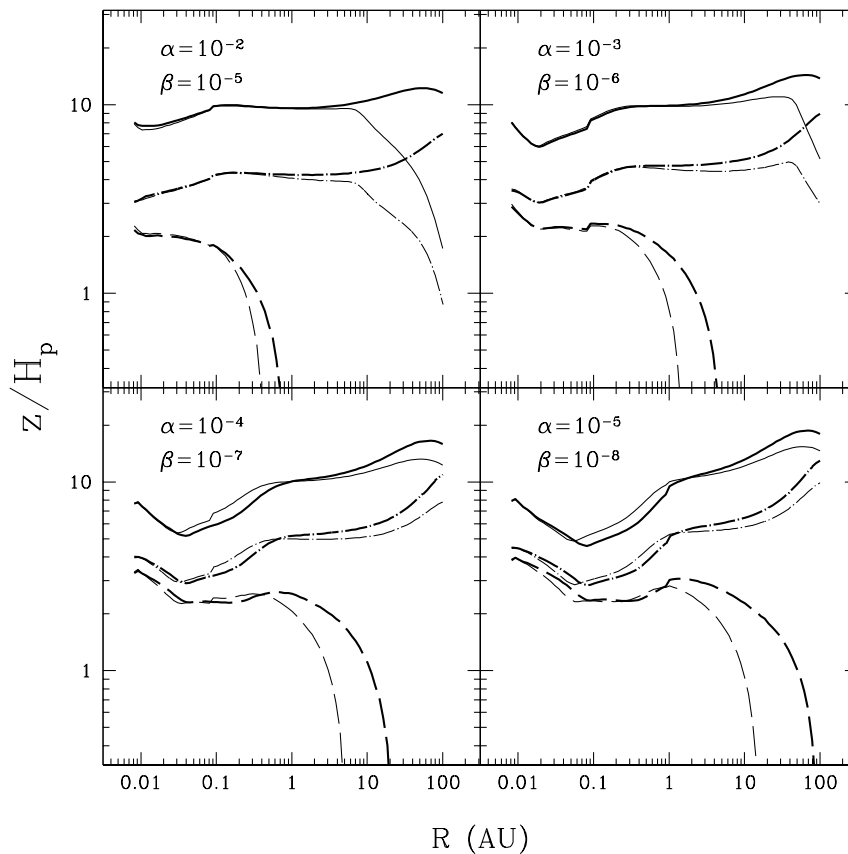


aumenta en los discos- $\beta$ . Las capas externas de cada anillo, al contener más masa, elevan a su vez la altura de la superficie de irradiación.

La escala de altura del gas para los modelos con  $\alpha \lesssim 10^{-4}$  y  $\beta \lesssim 10^{-7}$  es básicamente igual; no lo es para los modelos menos densos debido a que la temperatura central de los anillos exteriores del disco- $\alpha$ , al volverse ópticamente medianos a la radiación estelar, es mayor que la de los discos- $\beta$ .

### Alturas normalizadas a la escala de altura del gas

En la figura 5.15 mostramos las alturas características de los discos normalizadas a la escala de altura del gas,  $H_p(R)$ . No es evidente para la mayoría de los discos que las alturas de la superficie de irradiación y de  $z_\infty$  sean proporcionales a  $H_p$ , aunque la pendiente  $z_\infty/H_p$  crezca de  $\sim 10$  a  $\sim 20$  en  $\sim 100$  AU (un comportamiento similar para  $z_s/H_p$ ). En los modelos con  $\alpha \gtrsim 10^{-3}$ , la pendiente del cociente  $z_\infty/H_p$  (o  $z_s/H_p$ ) es negativa, y se debe a que en dicha zonas,  $\Delta H_p(R) \gg \Delta z_\infty(R)$ .

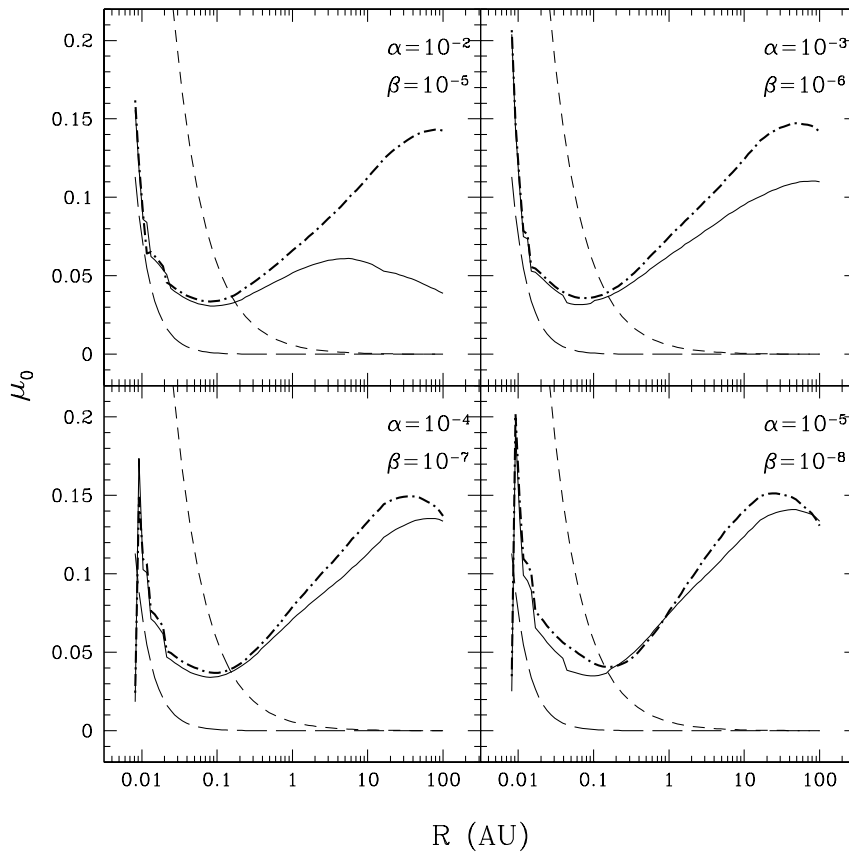


**Figura 5.15:** Estructura radial de las alturas características  $z_\infty$ ,  $z_s$  y  $z_{phot}$  (normalizadas a la escala de altura del gas,  $H_p$ , de cada anillo) de los discos turbulentos irradiados  $\alpha$  y  $\beta$  (líneas más gruesas), variando los parámetros de viscosidad turbulenta como se indica en cada panel. Se muestran: altura de la superficie del disco  $z_\infty$  (línea continua), altura de la fotosfera  $z_{phot}$  (guión), y la altura de la superficie de irradiación  $z_s$  (guión-punto)

### Ángulo de incidencia de la radiación

En la figura 5.16 se grafica el coseno del ángulo entre la dirección radial y la normal de la superficie de irradiación  $z_s$ . Esta cantidad es importante porque, además de trazar la curvatura del disco (para un *disco plano*,  $\mu_0 \sim 0$  si  $R \gg R_*$ ), determina la cantidad de radiación que es depositada sobre la superficie del disco (e.g. D'Alessio et al. 2006; Natta et al. 2000, y que en consecuencia será reemitida en longitudes de onda del disco),

$$I_\nu \propto \mu_0 B_\nu(T_0). \quad (5.36)$$



**Figura 5.16:** Estructura radial del coseno del ángulo de la dirección respecto a la normal de la superficie de los discos turbulentos irradiados  $\alpha$  y  $\beta$ ,  $\mu_0$  ( $\alpha$  en línea continua, y  $\beta$  en guión-punto). Se muestran dos aproximaciones como comparación: disco plano ( $\mu_0 \sim R^{-1}$ , guión), y  $\mu_0 \sim R^{-2}$  (guión largo).

El efecto de disminuir  $\alpha$  (y  $\beta$ ) es el de aumentar  $\mu_0$ : puesto que la temperatura superficial es la misma para todos los discos (sean  $\alpha$  o  $\beta$ ), es  $\mu_0$  el que determinará la cantidad de energía depositada en el disco. Así, al disminuir  $\alpha$  la emisión del disco aumentará, y en general los anillos externos de los discos  $\beta$  reprocessarán una mayor cantidad de energía subestelar respecto al caso  $\alpha$ . Este es un resultado importante que puede ser determinado al modelar la radiación emergente de un disco y comparar con las observaciones en el mediano-lejano infrarrojo. Por otra parte, para  $R \lesssim 0.1$  AU la curvatura del disco no es importante (ya que  $\mu_0 \propto R^{-1}$ ,

como en el caso de un disco plano,  $\mu_0 \approx \frac{2\pi R_*}{3R}$ ; D'Alessio et al. 2006). Hacia radios más externos, el disco se curva ( $\mu_0 \neq 0$ ) y puede aplanarse si  $\alpha$  disminuye (nunca en el caso  $\beta$ ), pero sin duda ningún caso resulta en un disco de geometría plana.

#### 5.5.4. Densidad Superficial, Masa y Parámetro de Toomre

##### 5.5.4.1. Densidad superficial

El efecto de la irradiación sobre un disco  $\alpha$ -turbulento es el de disminuir la densidad superficial del disco y por consiguiente su masa, debido al aumento de la temperatura a cada altura del disco respecto al caso puramente turbulento, pues el requerimiento de la conservación de momento angular más el flujo de masa da como resultado (ver ecuación 4.21):

$$\Sigma_{\infty,\alpha}(R) \approx \frac{\dot{M}\Omega_K}{6\pi\alpha c_s^2(T_c)}, \quad (5.37)$$

mientras que para un disco- $\beta$  la irradiación subestelar no debe tener efecto alguno sobre ella, puesto que la densidad superficial no depende explícitamente del estado físico del disco (ecuación 4.42),

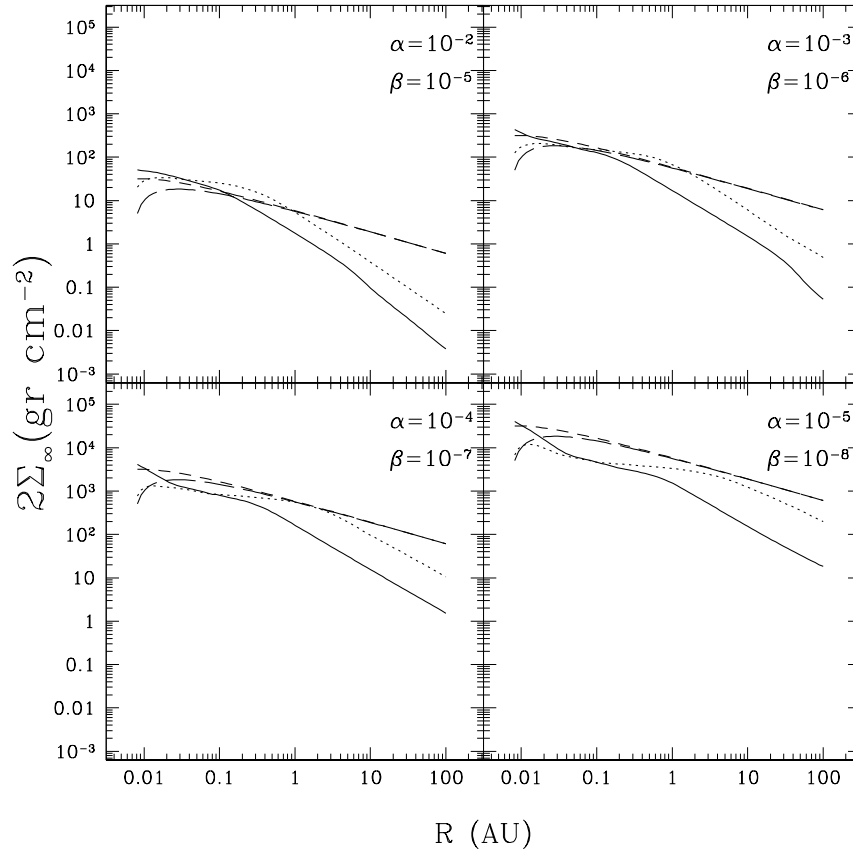
$$\Sigma_{\infty,\beta}(R) \approx \frac{\dot{M}}{6\pi\beta\sqrt{GM_*R}}. \quad (5.38)$$

Ambas prescripciones para la viscosidad turbulenta dependen del cociente entre la tasa de acreción de masa  $\dot{M}$  y el parámetro de viscosidad,  $\alpha$  o  $\beta$ . Así que, manteniendo  $\dot{M}$  constante, variar  $\alpha$  o  $\beta$  resulta en una variación en la densidad superficial y finalmente en la masa total del disco.

##### Variando el parámetro- $\alpha$

En la figura 5.17 muestra la densidad superficial total ( $2 \times \Sigma_{\infty}$ ) del disco- $\alpha$  irradiado, junto con la densidad superficial del disco no irradiado; el efecto de la irradiación es el de aumentar la temperatura de los anillos externos respecto al caso puramente turbulento, y por lo tanto, de disminuir la densidad superficial total de ellos. En las zonas donde  $T_c \propto R^{-1/2}$  la variación radial de la densidad superficial es  $\propto R^{-1}$  (D'Alessio et al. 1998); es notable entonces que discos con una  $\alpha$  suficientemente grande ( $\alpha \gtrsim 10^{-3}$ ), la variación radial de la densidad superficial se desvíe del caso canónico. Si suponemos que  $\alpha = 10^{-2}$  como el caso circunestelar, entonces  $\Sigma_{\infty} \propto R^{-1}$  sólo entre  $\sim 0.1$  y  $\sim 6$  AU (mientras que para un disco circunestelar, esta dependencia radial se extiende hasta  $\sim 200$  AU, si el polvo del disco no se ha asentado al plano medio, D'Alessio et al. 1998, 1999, 2006). El efecto sobre la densidad superficial de variar  $\alpha$  es doble: disminuir  $\alpha$  aumenta la densidad superficial, anillo por anillo ( $\Sigma_{\infty} \sim \dot{M}/\alpha$ ); y debido a la mutua dependencia de  $\Sigma_{\infty}$  y la temperatura central (o la estructura vertical de temperaturas de cada anillo), la zona donde  $\Sigma_{\infty} \propto R^{-1}$  se incrementa hacia radios cada vez más externos del disco. En la figura 5.18 se grafica  $2R\Sigma_{\infty}$  contra  $R$ ; para casi la totalidad de los discos con  $\alpha \lesssim 10^{-4}$ ,  $\Sigma_{\infty} \propto R^{-1}$ , y esta zona se reduce drásticamente cuando  $\alpha \gtrsim 10^{-3}$ .

**Variando el parámetro- $\beta$**  En la figura 5.17 muestra la densidad superficial total ( $2 \times \Sigma_{\infty}$ ) del disco- $\beta$  irradiado. La irradiación subestelar no tiene efecto alguno sobre la densidad superficial de los anillos externos del disco irradiado al compararlo con el resultado del disco turbulento no irradiado. Pero ello no significa que la estructura vertical del disco (y por tanto, la radial) no sea afectada por la irradiación. Esencialmente el aumento en la temperatura del gas aumenta las alturas características del disco, y como  $\Sigma_{\infty} \approx \rho_c H_p$ , la densidad central del disco irradiado disminuye respecto al caso no irradiado.



**Figura 5.17:** Estructura radial de la densidad superficial para los discos turbulentos irradiados, variando los parámetros de viscosidad turbulenta  $\alpha$  y  $\beta$  como se indica en cada panel. La densidad de los discos  $\alpha$  (línea continua) y  $\beta$  (guión) irradiados se grafican junto con la de los discos turbulentos no irradiados  $\alpha$  (línea punteada) y  $\beta$  (guión largo).

#### 5.5.4.2. Masas

##### Variando el parámetro- $\alpha$

La masa acumulativa del disco ( $M_d(R) = 4\pi \int_{R_{in}}^R \Sigma_{\infty}(r)r dr$ ), se muestra en las figuras 5.18. El contenido de polvo es  $\sim 100$  veces menor que la masa mostrada; la formación de planetas gigantes es prácticamente imposible en el caso  $\alpha$  (aunque esta conclusión depende del radio externo supuesto para el disco, pero parecería que los radios externos no van más allá de  $\sim 100$  AU, considerando la emisión en longitudes de

onda milimétrica únicamente; ver por ejemplo el modelo para la enana café 2MASS J04381486+2611399, Luhman, Adame, et al. 2007). En el caso más denso ( $\alpha = 10^{-5}$ ), la masa total del disco (gas y polvo) es aproximadamente  $0.1M_{\odot}$  (mayor que la masa de la enana café central). El contenido de polvo es de aproximadamente  $10^{-3}M_{\odot}$ , o en masas de la Tierra,  $\sim 330M_{\oplus}$  (equivalente a  $1M_J$  de polvo), mientras que en el otro extremo ( $\alpha = 10^{-2}$ ), la masa total en polvo es de  $\sim 0.02M_{\oplus}$  (o  $5 \times 10^{-5}M_J$  en polvo). Sin olvidar que la masa total del disco depende también del radio externo y de la tasa de acreción de masa, los discos poco densos no pueden explicar el intervalo de masas inferidas ( $0.55 - 2.25M_J$  en gas y polvo) a partir de las observaciones en el milimétrico de Scholz et al. (2006), pero sí los discos con  $\alpha \lesssim 10^{-3}$ .

En la tabla 5.1 mostramos los radios de los discos- $\alpha$  para los cuales se alcanzan los valores límite superior e inferior de las masas derivadas observacionalmente por Scholz et al. (2006). Estos valores no son definitivos, puesto que el flujo milimétrico implica la presencia de granos de polvo de tamaño milimétrico en las regiones externas y frías de los discos, así que debe existir otra población de granos de polvo, además de la responsable de explicar la emisión en exceso infrarroja (de tamaños característicos del medio interestelar). Como veremos adelante, una forma de incluir las dos poblaciones de polvo (que caracterizan el crecimiento y asentamiento de los granos de polvo en los discos protoplanetarios) es mediante el modelo desarrollado por D'Alessio et al. (2006): una capa de polvo asentado y de radio máximo en el intervalo milimétrico, localizadas cerca del plano medio (con una altura máxima de  $z_{big} = 0.1H_p$ ), y encima, capas de polvo característico del medio interestelar (con una localización vertical entre  $0.1H_p$  y  $z_{\infty}$ ). La abundancia del polvo se modifica, lo cual se traduce en variaciones en la temperaturas características del disco, y por tanto en la densidad superficial y en la masa total del disco (D'Alessio et al. 2006): la masa disminuye, así que para contrarrestar el efecto, el radio del disco deberá aumentar.

$\alpha$	$R_{\text{mín}}(\text{AU})$	$R_{\text{máx}}(\text{AU})$
$10^{-5}$	$\sim 0.8$	$\sim 2$
$10^{-4}$	$\sim 5$	$\sim 20$
$10^{-3}$	$\sim 70$	...
$10^{-2}$	...	...

**Tabla 5.1:** Radios de los discos- $\alpha$  para los cuales se alcanza las masas mínima y máxima observadas por Scholz et al. (2006).

### Variando el parámetro- $\beta$

Siendo los discos- $\beta$  mucho más densos que los discos- $\alpha$ , la masa total de los primeros difiere en órdenes de magnitud de los últimos. En la figura 5.19 se muestra el resultado; aún el disco menos denso puede explicar el intervalo de masas observadas de Scholz et al. (2006), teniendo una masa total (a  $R = 100$  AU) de  $\sim 3M_J$  o casi  $1000M_{\oplus}$  (o en polvo, de  $\sim 3 \times 10^{-3}M_J$  o  $\sim 10M_{\oplus}$ ). Debido a que la densidad superficial del disco- $\beta$  no resulta afectada por la irradiación, difícilmente en la construcción de los modelos asentados

(los cuales discutiremos en §5.6) las variaciones radiales y verticales en la temperatura modificará  $\Sigma_{\infty,\beta}$ . Cabe esperar que los radios límite dados en la Tabla 5.2 sean, con ligeras variaciones, los que finalmente expliquen la masa total de los discos circunsubestelares, aceptando la prescripción- $\beta$  de la turbulencia como válida. Si los discos no se truncan por mecanismos de eyección o acreción competitiva, el valor de  $\beta$  favorecido es de  $10^{-5}$ . En todo caso, antes de establecerlo como valor canónico, tenemos que confrontar con las observaciones la distribución espectral de energías sintética calculada a partir de la estructura física del disco.

$\beta$	$R_{\text{mín}}(\text{AU})$	$R_{\text{máx}}(\text{AU})$
$10^{-8}$	$\sim 0.3$	$\sim 0.9$
$10^{-7}$	$\sim 2$	$\sim 4$
$10^{-6}$	$\sim 7$	$\sim 20$
$10^{-5}$	$\sim 30$	$\sim 80$

**Tabla 5.2:** *Radio de los discos- $\beta$  para los cuales se alcanza las masas mínima y máxima observadas por Scholz et al. (2006)*

### 5.5.4.3. Estabilidad gravitacional y Autogravedad

#### Variando el parámetro- $\alpha$

La estabilidad del disco- $\alpha$  irradiado se muestra en el panel izquierdo inferior de la figura 5.18. El parámetro de Toomre,  $Q_T = \frac{c_s \Omega_K}{2\pi G \Sigma_{\infty}}$  (construido para discos delgados, es decir, despreciando el movimiento en dirección vertical, Toomre 1964), es mayor a 1 para los discos con  $\alpha \gtrsim 10^{-4}$ , y menor a 1 para el disco con  $\alpha = 10^{-5}$  a partir de  $R \sim 10$  AU. Esta región es inestable gravitacionalmente a cualquier perturbación axisimétrica; podemos, para evitar esta región gravitacionalmente inestable, truncar el radio externo del disco y aún así la masa del disco estaría dentro de los límites observados. También, la inclusión de dos poblaciones de polvo disminuirían la densidad superficial del disco, lo que aumentaría el valor de  $Q_T$  para los radios externos (pues  $Q_T \sim \frac{\alpha T_c^{3/2}}{M}$ ).

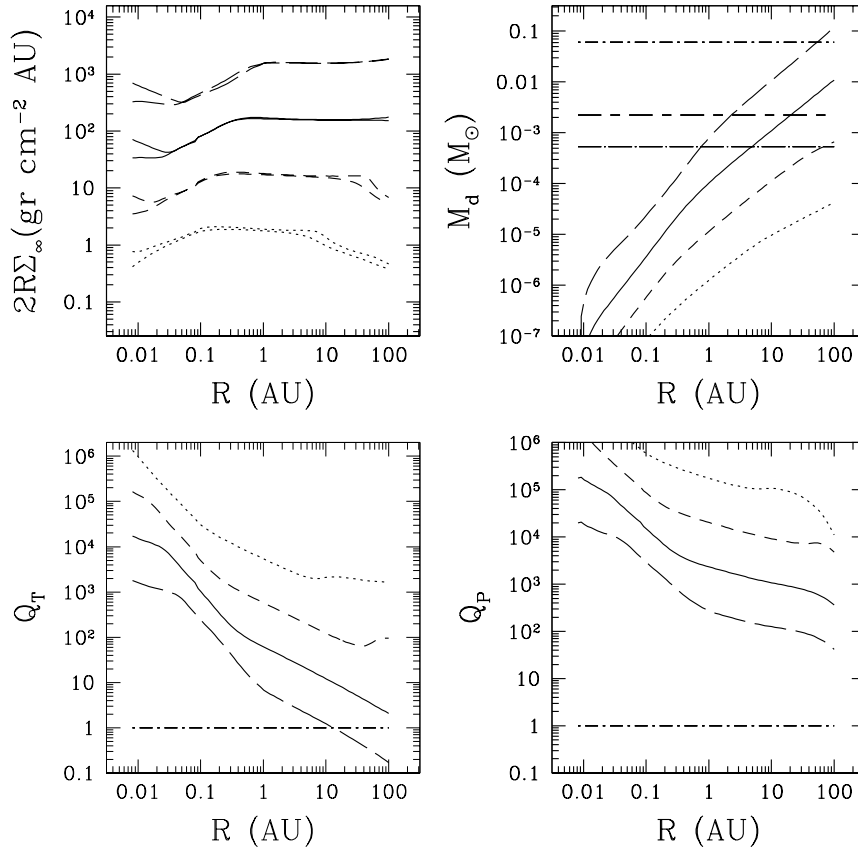
El criterio de Pringle para determinar si los anillos del disco son autogravitantes está dado por la ecuación (4.60):

$$Q_P(R) \equiv \frac{M_*}{\Sigma_{\infty}(R)R^2} \frac{z_{\infty} \Delta_{z_{\infty}}^{3/2}}{R}$$

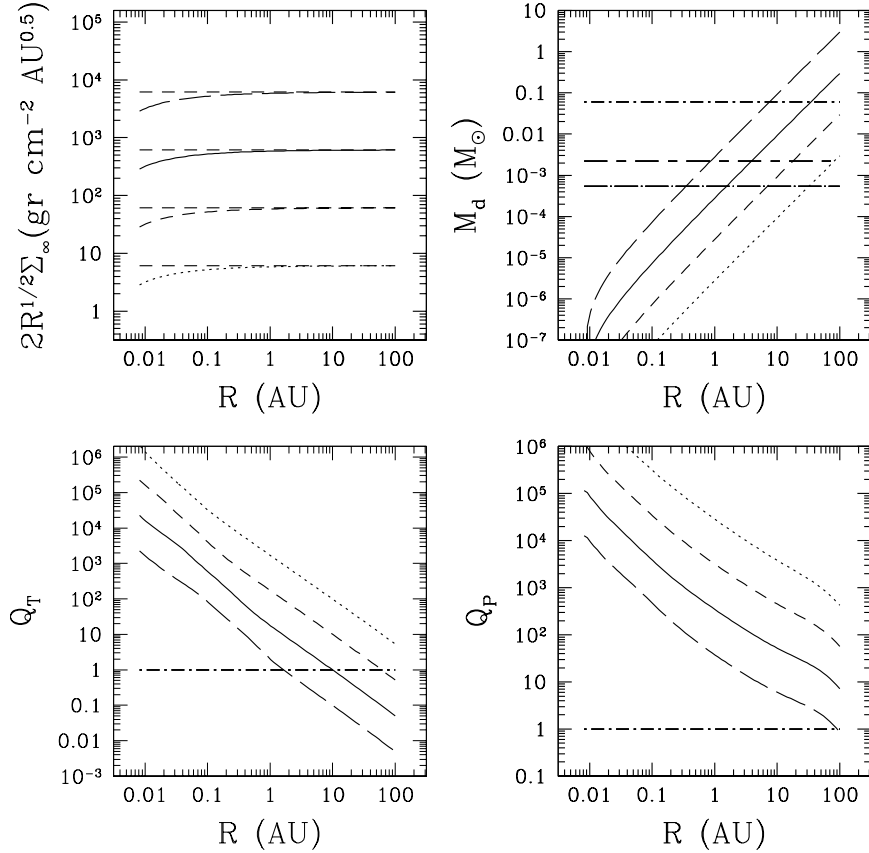
Si  $Q_P \gg 1$  el anillo no es autogravitante; si  $Q_P \lesssim 1$ , la autogravedad del anillo es más importante que la gravedad del objeto central. En el panel inferior derecho de la figura 5.18 se muestra la variación radial de  $Q_P$  para los discos- $\alpha$ . Para todo anillo de los discos,  $Q_T \gg 1$ , así que la autogravedad no es importante en los discos  $\alpha$ .

#### Variando el parámetro- $\beta$

En el panel inferior de la figura 5.19 se muestra la variación radial del parámetro de Toomre y de Pringle. La mayor parte de los discos con  $\beta \lesssim 10^{-7}$  son gravitacionalmente inestables ( $Q_T \lesssim 1$ ), y el disco con  $\beta = 10^{-6}$  lo es sólo en los anillos más externos. Además, el disco con  $\beta = 10^{-8}$  tiene una  $Q_P \approx 1$  para anillos a  $R \gtrsim 50$  AU, así que despreciar la autogravedad en los discos- $\beta$  más densos no es correcto sólo cuando  $\beta$  es muy pequeño, y probablemente el valor de  $\beta$  no sea mucho menor a  $10^{-6}$ .



**Figura 5.18:** Estructura radial de la densidad superficial, masa, parámetro de Toomre y criterio de Pringle para un disco- $\alpha$  irradiado, variando el parámetro- $\alpha$  ( $\alpha = 10^{-5}$ :guión largo,  $\alpha = 10^{-4}$ :línea continua,  $\alpha = 10^{-3}$ :guión, y  $\alpha = 10^{-2}$ :línea punteada). A favor de las manecillas del reloj, panel superior izquierdo: Densidad superficial del disco- $\alpha$  irradiado multiplicada por  $R$ ; en líneas gruesas el resultado numérico, en líneas delgadas,  $\Sigma_\infty \approx \dot{M}\Omega_K/6\pi\alpha c_s^2(T_c)$ . Siguiente panel: masa cumulativa del disco irradiado. En guión-punto se muestra el valor de la masa de la enana central,  $M_* = 0.06M_\odot$ ; las masas superior e inferior de los discos,  $0.55M_J$  (guión largo-punto) y  $2.25M_J$  (guión-guión largo), tomadas del estudio de Scholz et al. (2006) se muestran (ver §5.5.4.2). Siguiente panel, criterio de Pringle para la autogravedad,  $Q_P$ ; el valor  $Q_P = 1$  se muestra en guión-punto. Último panel: parámetro de Toomre,  $Q_T(R)$ ; el valor  $Q_T = 1$  se muestra en guión-punto.



**Figura 5.19:** Estructura radial de la densidad superficial, masa, parámetro de Toomre y criterio de Pringle para un disco- $\beta$  irradiado, variando el parámetro- $\beta$  ( $\beta = 10^{-8}$ : guión largo,  $\beta = 10^{-7}$ : línea continua,  $\beta = 10^{-6}$ : guión, y  $\beta = 10^{-5}$ : línea punteada). A favor de las manecillas del reloj, panel superior izquierdo: Densidad superficial del disco- $\beta$  irradiado multiplicada por  $R^{1/2}$ ; en líneas gruesas el resultado numérico, en líneas delgadas,  $\Sigma_{\infty} \approx \dot{M}/6\pi\beta\sqrt{GM_*R}$ ). Siguiente panel: masa acumulativa del disco irradiado. En guión-punto se muestra el valor de la masa de la enana central,  $M_* = 0.06M_{\odot}$ ; las masas superior e inferior de los discos,  $0.55M_J$  (guión largo-punto) y  $2.25M_J$  (guión-guion largo), inferidas por Scholz et al. (2006) se muestran. Siguiente panel, criterio de Pringle para la autogravedad,  $Q_P$ ; el valor  $Q_P = 1$  se muestra en guión-punto. Último panel: parámetro de Toomre,  $Q_T(R)$ ; el valor  $Q_T = 1$  se muestra en guión-punto.

#### 5.5.4.4. Escalas de tiempo características

Para los discos de acreción, tenemos dos escalas de tiempo características:

1. Suponiendo que la tasa de acreción  $\dot{M}$  es constante sobre toda la extensión radial, y que no recibe masa del núcleo materno, en teoría la masa total de disco debe acretarse a la enana en un tiempo

$$t_{vida} \approx \frac{M_d}{\dot{M}}, \quad (5.39)$$

el tiempo de vida del disco.

2. El siguiente tiempo característico está relacionado con la difusión radial del material en un anillo debido



a los movimientos turbulentos del disco,

$$t_{turb} \approx \frac{R}{|v_R|}. \quad (5.40)$$

En el disco- $\alpha$ , la escala característica de la turbulencia es  $l_t = H_p$ , pero asumiendo que es isotrópica,  $l_t \sim R$ . La rapidez radial característica de la turbulencia es  $|v_R| \sim v_{t,\alpha}/R$ , y el tiempo de difusión turbulenta es  $t_{turb,\alpha} \approx \frac{R^2 \Omega_K(R)}{\alpha c_s^2(T_c)}$ . Para los discos- $\beta$ , el tiempo de difusión se obtiene similarmente (si  $l_t \sim R$ ), esto es,  $t_{turb,\beta} = \frac{1}{\beta \Omega_K}$ . El tiempo a  $t_{turb}(R_d)$  puede entenderse como un tiempo de vida característico del disco (a fin de cuentas, es el tiempo que le tomaría a los movimientos turbulentos acretar la masa en el anillo situado en  $R_d$ ).

En la tabla 5.3 tabulamos los valores de dichos tiempos para los modelos presentados; ambos estimados ( $t_{vida}$  y  $t_{turb}(R_d)$ ) son similares. No existen estimados del tiempo de vida de los discos circunsubestelares; sin embargo, se ha observado que son contemporáneos a los discos circunestelares, lo cual implica que al menos el tiempo de vida de un disco circunsubestelar es mayor o igual que  $1 \times 10^6$ yr (el tiempo medio de vida de los discos alrededor de estrellas T Tauri; ver por ejemplo, D'Alessio et al. 1998, y referencias allí citadas). Tanto el tiempo de vida como el de difusión de los modelos presentados son aproximadamente iguales o superiores a esta edad promedio.

Si el valor de  $\alpha$  para los discos circunsubestelares es en verdad menor al valor canónico  $10^{-2}$ , entonces podemos esperar que la edad de estos discos sea al menos dos órdenes de magnitud mayor que el de un disco alrededor de una estrella 10 veces más masiva (como es el caso de una estrella T Tauri). Pero este es un resultado que hay que tomar con precaución, ya que se supone estado estacionario (y que el polvo se encuentra bien mezclado con el gas a toda altura del disco). Como comparación, el tiempo de difusión turbulenta predicho para un anillo situado en  $R = 100$  AU para un disco circunestelar ( $M_* = 0.5M_\odot$ ,  $M_d = 0.017M_\odot$ ,  $\dot{M} = 10^{-8}$ ,  $\alpha = 10^{-2}$ , D'Alessio et al. 1998) es  $t_{turb} \approx 2$ Myr. El cociente de tiempos,

$$\frac{t_{turb,BD}}{t_{turb,TTau}} = \frac{\alpha_{TTau} M_{BD}^{1/2} T_{c,TTau}}{\alpha_{BD} M_{TTau}^{1/2} T_{c,BD}}, \quad (5.41)$$

predice que para el disco con  $\alpha = 10^{-4}$ ,  $t_{vis} \approx 10^8$ yr, lo cual concuerda con el valor  $\sim 2 \times 10^8$ yr encontrado numéricamente.

En el caso que  $\alpha = 10^{-2}$ , y que el radio del disco fuera menor que  $R_d = 100$  AU, el tiempo de vida del disco se reduciría, lo cual no concuerda con la contemporaneidad de los discos circunsubestelares con sus contrapartes masivas. Indirectamente, el valor de  $\alpha = 10^{-2}$  parece no ser el adecuado para modelar discos alrededor de enanas café. En la figura 5.20 se muestra la variación radial del tiempo de difusión turbulento; sólo si  $\alpha \lesssim 10^{-3}$  (y  $R_d \gtrsim 10$  AU en el caso  $\alpha = 10^{-3}$ ) explicaría que pudiéramos observar los discos alrededor de enanas café jóvenes.

Los tiempos característicos de los discos- $\beta$  son superiores entre uno y dos órdenes de magnitud respecto a los discos- $\alpha$ ; en la figura 5.20 puede verse cómo es que el tiempo de difusión turbulento escala únicamente

con  $\beta^{-1}$  (también para los discos- $\alpha$ , aunque para ellos la temperatura central de los anillos juega un rol importante): un disco con una  $\beta$  (o  $\alpha$ ) cada vez más pequeña es menos eficiente para transportar momento angular y masa radialmente.

$\alpha$	$t_{vida}$ (Myr)	$t_{turb}(R_d)$ (Myr)
$10^{-5}$	$1.18 \times 10^3$	$1.96 \times 10^3$
$10^{-4}$	$1.09 \times 10^2$	$1.85 \times 10^2$
$10^{-3}$	6.58	7.19
$10^{-2}$	0.42	0.5
$\beta$	$t_{vida}$ (Myr)	$t_{turb}(R_d)$ (Myr)
$10^{-8}$	$2.96 \times 10^4$	$6.5 \times 10^4$
$10^{-7}$	$2.96 \times 10^3$	$6.5 \times 10^3$
$10^{-6}$	$2.96 \times 10^2$	$6.5 \times 10^2$
$10^{-5}$	29.6	65

Tabla 5.3: Tiempos de vida característicos de los discos turbulentos irradiados.

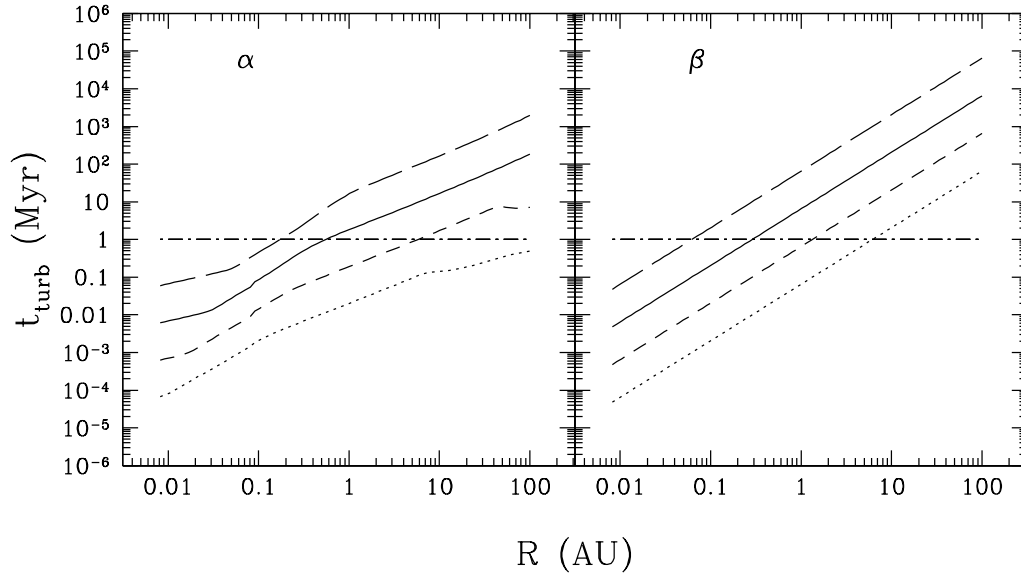


Figura 5.20: Estructura radial del tiempo de difusión turbulenta, para discos  $\alpha$  y  $\beta$  irradiados, variando los parámetros de viscosidad turbulenta  $\alpha$  y  $\beta$  ( $\alpha = 10^{-5}$  y  $\beta = 10^{-8}$ : guión largo.  $\alpha = 10^{-4}$  y  $\beta = 10^{-7}$ : línea continua.  $\alpha = 10^{-3}$  y  $\beta = 10^{-6}$ : guión.  $\alpha = 10^{-2}$  y  $\beta = 10^{-5}$ : línea punteada). En guión-punto se muestra el valor de  $t = 1\text{Myr}$ .

### 5.5.5. Valor de $\alpha$ , $\beta$

Hemos visto en esta sección los efectos que produce la variación del parámetro de viscosidad  $\alpha$  en un disco turbulento irradiado circunsubestelar. Si  $\alpha$  es suficientemente pequeña (o más importante, el cociente  $\alpha/\dot{M}$  es suficientemente bajo), un disco circunsubestelar puede pensarse como una *versión escalada* del disco

circunestelar (al menos hasta cierto radio): es ópticamente grueso a la radiación de la enana central y ópticamente delgado a su propia radiación, y las aproximaciones discutidas en la serie de artículos de D'Alessio y colaboradores (D'Alessio et al. 1998, 1999) se pueden extender sin problema hacia el régimen subestelar. Pero ello implicaría que el parámetro  $\alpha$  para discos alrededor de enanas café es dos órdenes de magnitud (por lo menos) menor al valor inferido para los discos alrededor de estrellas T Tauri ( $\alpha = 10^{-2}$ , Hartmann et al. 1998).

Si  $\alpha \gtrsim 10^{-3}$ , sólo parte del disco es ópticamente grueso a la radiación subestelar, mientras que las regiones externas son ópticamente *medianas* y en algunos casos delgadas a ella. Esto modifica la estructura radial del disco, desviándose notablemente del comportamiento bien estudiado donde  $\tau_s \gg 1$ . La única manera de discernir entre modelos de distintas  $\alpha$  es mediante la comparación de observaciones con modelos sintéticos para la emisión, especialmente en el mediano y lejano infrarrojo y el milimétrico. El espectro en el lejano infrarrojo y en longitudes de onda milimétricas es especialmente sensible a  $\alpha$ , dado el grado de asentamiento y crecimiento de polvo en el disco, pero esta discusión se postergará para los siguientes dos capítulos.

Respecto a  $\beta$ , no existe tampoco estimado alguno en el caso subestelar. El trabajo de Hueso & Guillot (2005) constriñe el valor de  $\beta$  para las estrellas T Tauri clásicas DM Tau y GM Aur,  $2 \times 10^{-6} < \beta < 5 \times 10^{-4}$  (y  $4 \times 10^{-4} < \alpha < 0.1$ ). Al repasar la estructura y las propiedades físicas de los discos  $\beta$ , aquellos con  $\beta \lesssim 10^{-7}$  podrían no ser físicamente plausibles. Pero, al igual que en el caso  $\alpha$ , los modelos de emisión sintéticos deben ser confrontados con las observaciones.

## 5.5.6. Desviaciones al modelo fiduciario

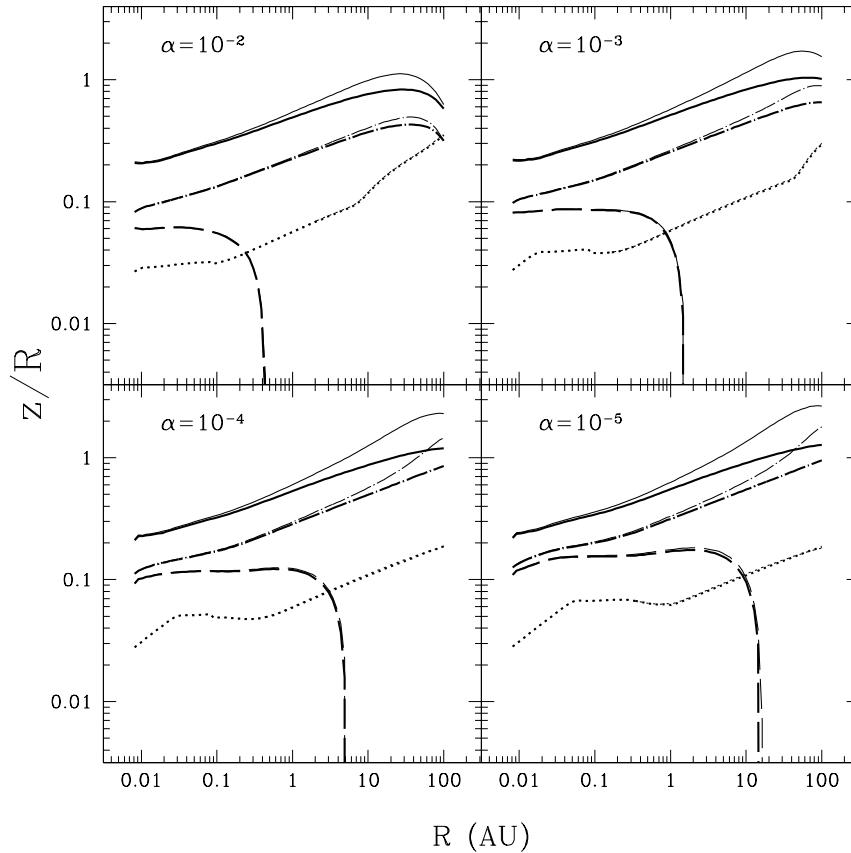
### 5.5.6.1. Aproximación de disco delgado

Ahora comparamos la estructura de los discos  $\alpha$  y  $\beta$  irradiados con modelos para los cuales se asume la hipótesis de disco delgado ( $z/R \ll 1$ ) discutida en la sección §3.7. En ella, la aceleración en el disco debido a la gravedad subestelar se aproxima a  $g_z = z\Omega_K^2(R)$ , y la rapidez angular es Kepleriana,  $\Omega_K(R) = \sqrt{\frac{GM_*}{R}}$ ; la energía disipada por los movimientos turbulentos se aproxima a  $Q_{turb} = \frac{9}{4}\eta_t\Omega_K^2(R)$ .

En las figuras 5.21 y 5.22 comparamos las alturas de los discos delgados con la de los discos *nominales*, y en la figura 5.23 el coseno de ángulo de incidencia  $\mu_0$ . Sólo en el caso  $\alpha = 10^{-2}$  las variaciones no son importantes; en el resto de los casos, la aproximación de disco delgado restringe los cocientes de la altura máxima del disco  $z_\infty$  y de la altura de la superficie de irradiación  $z_s$  respecto al radio  $R$  a ser  $\lesssim 1$ . No sólo subestima dichas alturas, sino también modifica la forma de la superficie del disco, aplanándolo ligeramente en los anillos más externos.

Para los discos- $\alpha$ , la diferencia entre las alturas a  $R = 100$  AU va de  $\sim 25\%$  hasta un  $\sim 50\%$  ( $\alpha \lesssim 10^{-3}$ ); en los  $\beta$ ,  $\sim 40\%$  a un  $\sim 55\%$  (en la Tabla 5.4 tabulamos los valores de las alturas de la superficie de irradiación y máxima a  $R = 100$  AU). Aunque el resto de las propiedades radiales del disco no resultan afectadas (temperaturas, densidad superficial y profundidades ópticas totales) no es correcto suponer *a priori* que la

estructura de los discos circunsubestelares puede calcularse en la aproximación de disco delgado (suposición asumida en el estudio de los discos circunsubestelares pasivos de Walker et al. 2004). Las capas externas de los discos delgados reciben una menor cantidad de flujo de radiación (debido a que  $\mu_0$  disminuye) y en consecuencia, el ensanchamiento térmico decrece (lo que explica que  $z_s$  y  $z_\infty$  tengan valores menores relativos al caso no delgado).

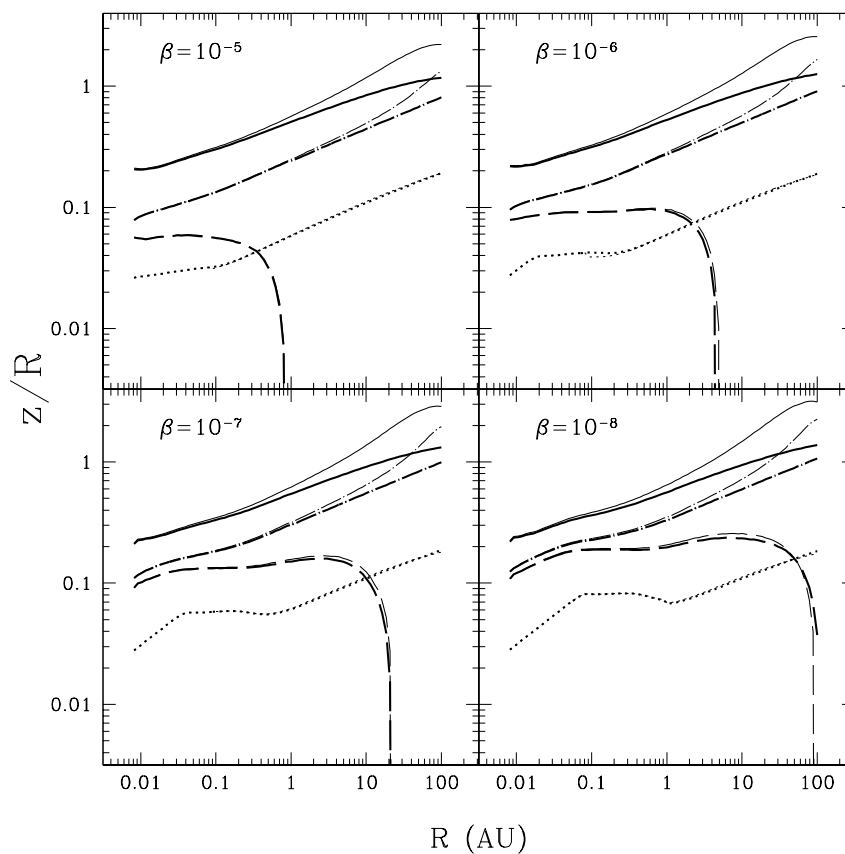


**Figura 5.21:** Alturas características de los discos- $\alpha$  irradiados comparadas con los discos delgados (líneas más gruesas). En cada panel se indica el valor del parámetro- $\alpha$ . Se muestran: la altura de la superficie del disco  $z_\infty$  (línea continua), altura de la fotosfera  $z_{phot}$  (guión), altura de la superficie de irradiación  $z_s$  (guión-punto) y la escala de altura de presión del gas,  $H$  (línea punteada).

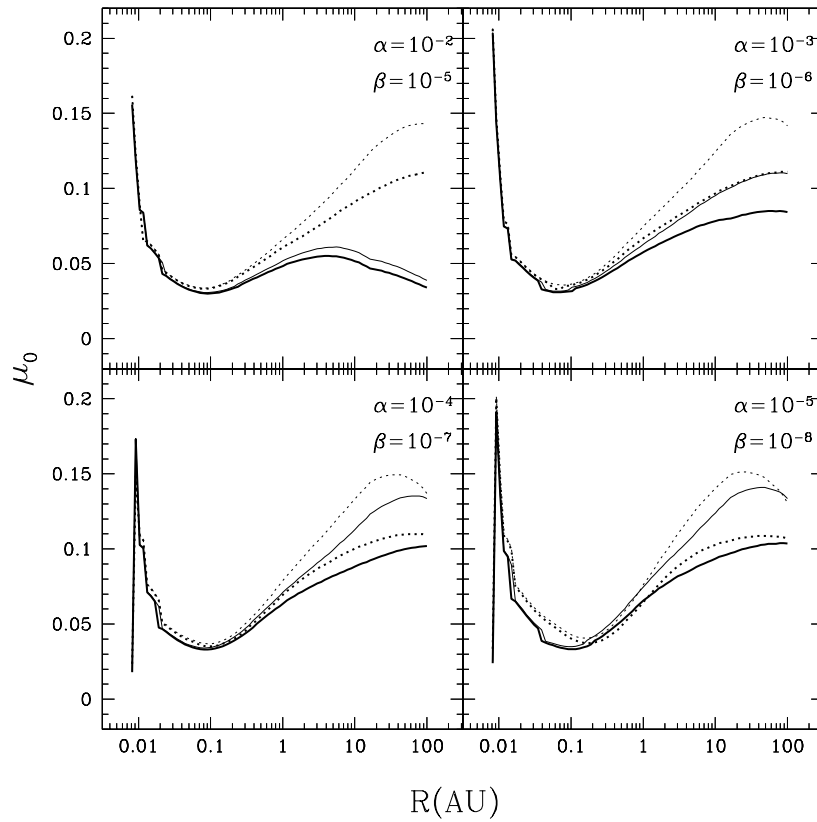
Si bien parece relativamente inocuo usar las aproximaciones de disco delgado, la figura 5.24 indica que usar la aproximación de disco delgado puede volver autogravitante a zonas del disco, puesto que  $Q_P \propto z_\infty/R$  (ecuación 4.60) sólo en los casos más densos ( $\beta \lesssim 10^{-8}$ ,  $R \gtrsim 50$  AU).

$\alpha$	$z_s(R_d)$ (AU)	$z_\infty(R_d)$ (AU)	$z_{s,t}(R_d)$ (AU)	$z_{\infty,t}(R_d)$ (AU)
$10^{-2}$	32	63	32	58
$10^{-3}$	89	155	65	101
$10^{-4}$	146	230	85	120
$10^{-5}$	179	266	95	128
$\beta$	$z_s(R_d)$ (AU)	$z_\infty(R_d)$ (AU)	$z_{s,t}(R_d)$ (AU)	$z_{\infty,t}(R_d)$ (AU)
$10^{-5}$	133	220	81	117
$10^{-6}$	165	256	91	125
$10^{-7}$	196	286	99	132
$10^{-8}$	225	313	107	138

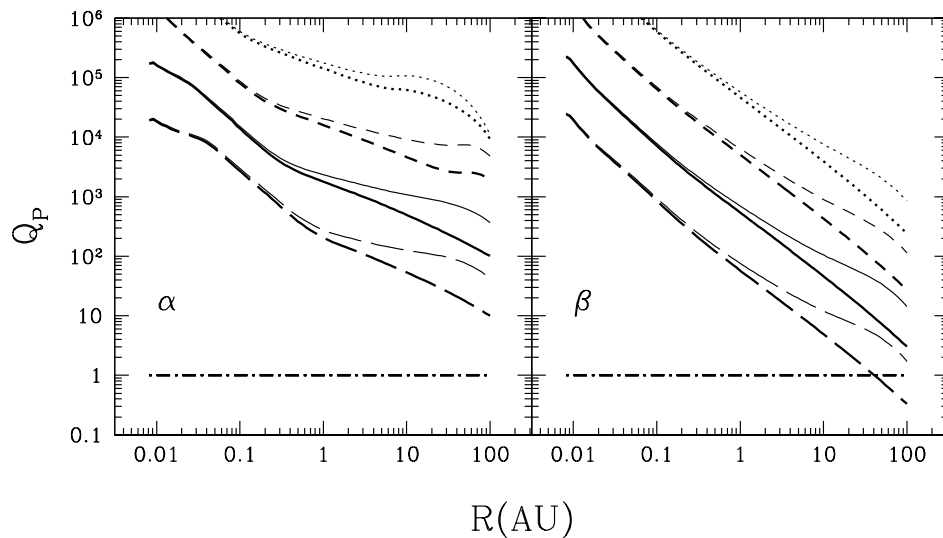
Tabla 5.4: Alturas características a 100 AU



**Figura 5.22:** Alturas características de los discos- $\beta$  irradiados comparadas con los discos delgados (líneas más gruesas). En cada panel se indica el valor del parámetro- $\beta$ . Se muestran: la altura de la superficie del disco  $z_\infty$  (línea continua), altura de la fotosfera  $z_{phot}$  (guión), altura de la superficie de irradiación  $z_s$  (guión-punto) y la escala de altura de presión del gas,  $H$  (línea punteada).



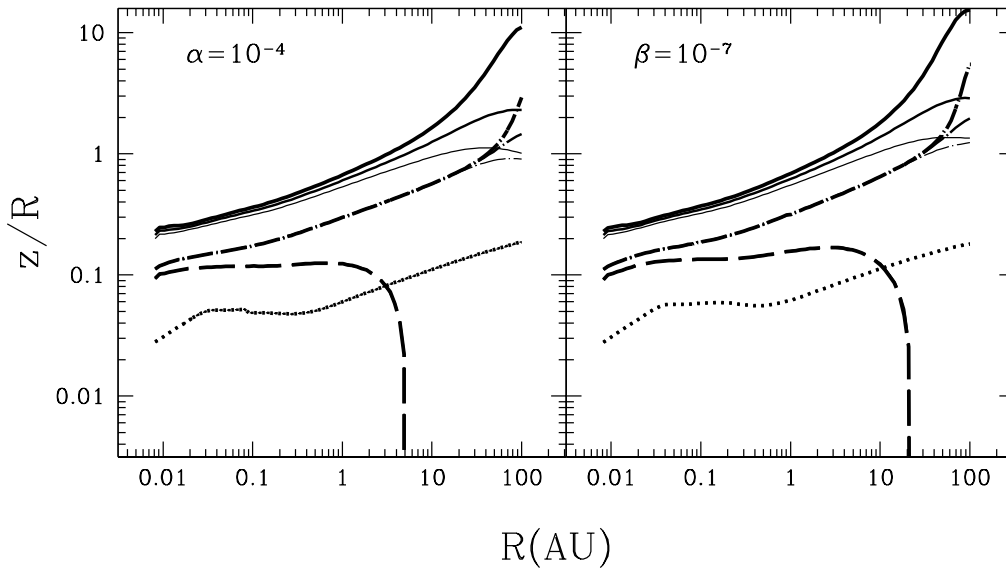
**Figura 5.23:** Coseno del ángulo de incidencia de la radiación,  $\mu_0$ , de los discos  $\alpha$  (línea continua) y  $\beta$  (línea punteada) irradiados comparado con los discos delgados (líneas gruesas). En cada panel se indica el valor los parámetros de viscosidad turbulenta.



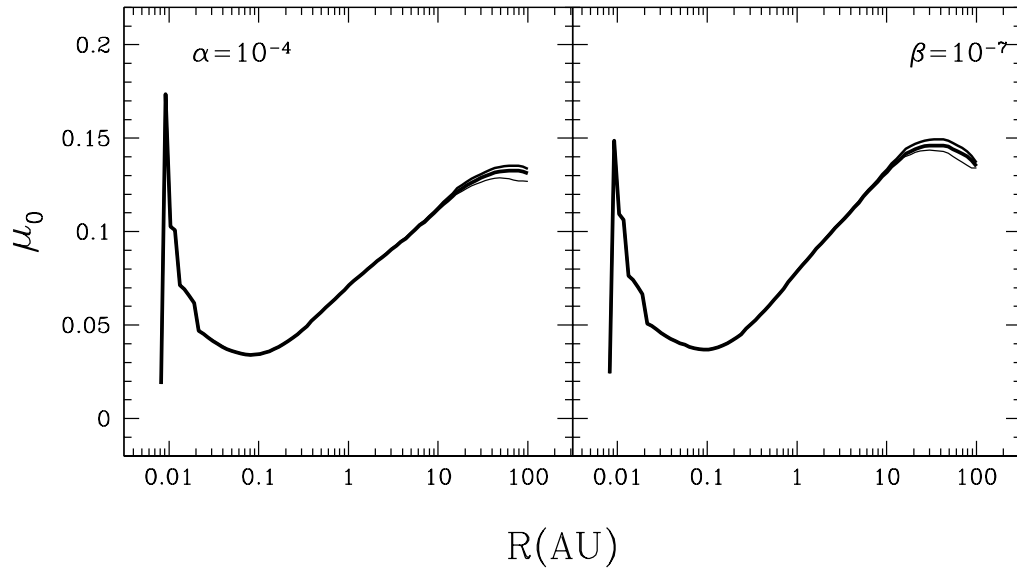
**Figura 5.24:** Estructura radial del parámetro de Pringle para los discos turbulentos  $\alpha$  y  $\beta$  irradiados, variando los parámetros de viscosidad turbulenta ( $\alpha = 10^{-5}$  y  $\beta = 10^{-8}$ : guión largo.  $\alpha = 10^{-4}$  y  $\beta = 10^{-7}$ : línea continua.  $\alpha = 10^{-3}$  y  $\beta = 10^{-6}$ : guión.  $\alpha = 10^{-2}$  y  $\beta = 10^{-5}$ : línea punteada). En líneas gruesas,  $Q_P$  para el caso delgado.

### 5.5.6.2. Presión superficial

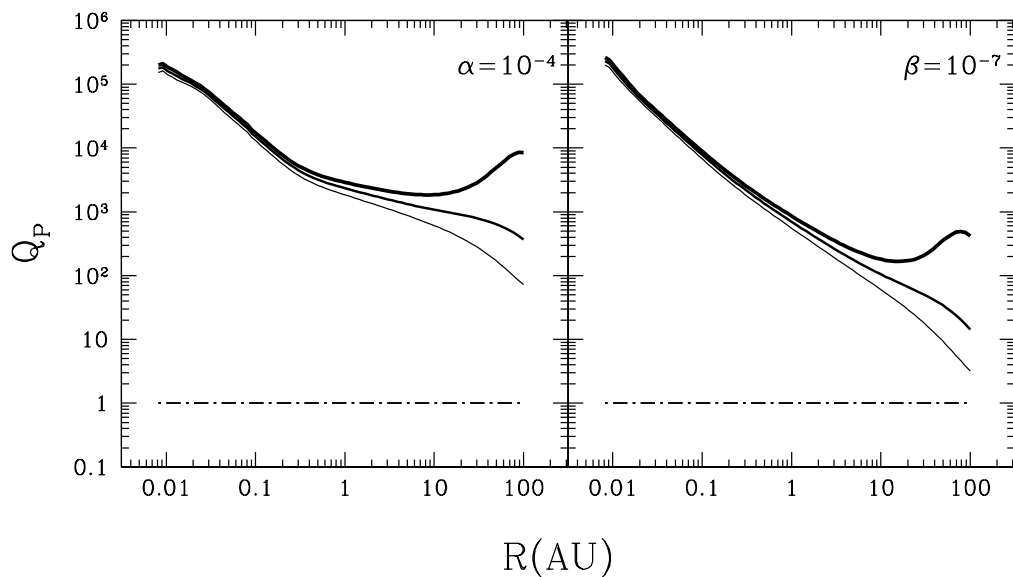
Ahora variamos el valor de la presión superficial, que es un valor de frontera, para los discos con  $\alpha = 10^{-4}$  y  $\beta = 10^{-7}$ ; exploramos los siguientes valores,  $P_\infty = 10^{-10}$ ,  $10^{-9}$  y  $10^{-8}$   $\text{din cm}^{-2}$ . Los resultados se muestran en las figuras 5.25 y 5.26: las alturas características  $z_s$  y  $z_\infty$  son sensibles a la disminución en  $P_\infty$ , haciendo que  $z_\infty/R \approx 10$  cuando  $P_\infty = 10^{-10}$   $\text{din cm}^{-2}$ . Aumentando la presión en la superficie dos órdenes de magnitud, el cociente  $z_s/R$  se aproxima a la unidad. Aún con el valor de  $10^{-8}$   $\text{din cm}^{-2}$ , la mayor parte de los discos no son delgados ( $z/R \lesssim 1$ ) sino *slim* (medianos). El coseno del ángulo de incidencia de la radiación no es sensible a la variación de la presión superficial, pero el parámetro de Pringle sí: disminuir la presión aumenta la superficie máxima del disco, y ello en consecuencia aumenta el valor de  $Q_P$  (ver figura 5.27). Pero definir  $Q_P$  como función de  $z_\infty$  (y a su vez, de  $P_\infty$ ) parece un artificio: no lo es en cierto sentido, debido a que implícitamente se supone que por arriba de  $z_\infty$  no existe material, y el disco termina abruptamente a dicha altura. Cuando  $P_\infty$  disminuye,  $z_\infty$  también, y en este caso la masa en un anillo dado se compacta en alturas cada vez menores, volviendo zonas cercanas al plano medio más densas, mientras que cuando la presión superficial disminuye,  $z_\infty$  también, la distribución de masa no es tan densa y por tanto la gravedad subestelar dominará la dinámica.



**Figura 5.25:** Alturas características de los discos turbulentos irradiados, variando  $P_\infty$ . El ancho de las líneas es creciente hacia presiones menores ( $P_\infty = 10^{-8}, 10^{-9}, 10^{-10}$ ). Se muestran: la altura de la superficie del disco  $z_\infty$  (línea continua), altura de la fotosfera  $z_{phot}$  (guión), altura de la superficie de irradiación  $z_s$  (guión-punto) y la escala de altura de presión del gas,  $H$  (línea punteada).



**Figura 5.26:** Coseno del ángulo de incidencia de la radiación,  $\mu_0$ , de los discos turbulentos irradiados, variando  $P_\infty$ . El ancho de las líneas es creciente hacia presiones menores ( $P_\infty = 10^{-8}, 10^{-9}, 10^{-10}$ ).



**Figura 5.27:** Estructura radial del parámetro de Pringle para los discos turbulentos  $\alpha$  y  $\beta$  irradiados, variando  $P_\infty$ . El ancho de las líneas es creciente hacia presiones menores ( $P_\infty = 10^{-8}, 10^{-9}, 10^{-10}$ ).

## 5.6

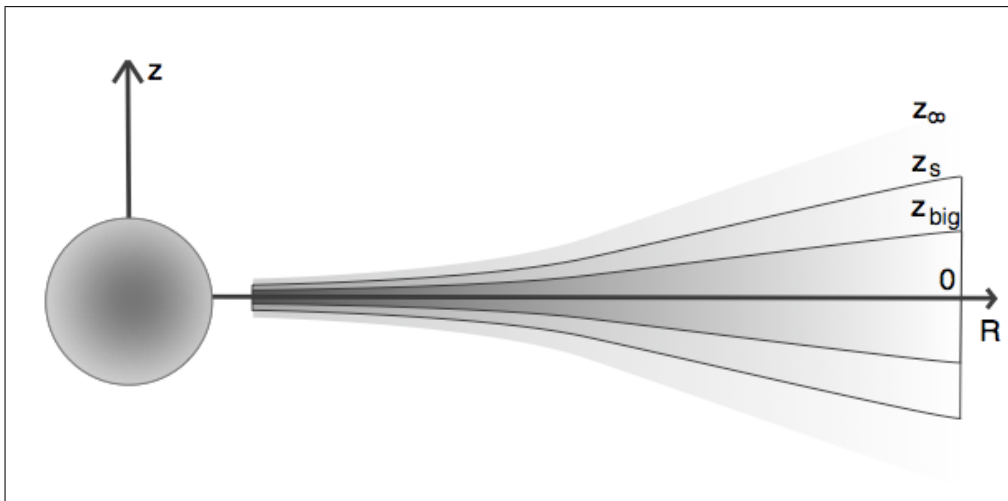
### Variación del parámetro de reducción del polvo $\epsilon$

Un parámetro muy importante en el modelaje de la emisión de un disco de polvo es el parámetro de reducción del polvo,  $\epsilon$ , que cuantifica la disminución de la masa en los granos de polvo con tamaños característicos del medio interestelar ( $a_{max} \sim 0.25 \mu m$ ) en las capas más altas del disco y el consecuente



aumento en el plano medio de polvo que se supone alcanza tamaños mayores (con los cuales se es capaz de reproducir el espectro milimétrico de los discos, D'Alessio et al. 2001, 2006). En el caso circunsubestelar, el modelaje del flujo milimétrico de las enanas café jóvenes CFHT-BD-Tau 4 (Pascucci et al. 2003) y 2MASS J04381486+261139 (Luhman, Adame, et al. 2007) sugiere la presencia de granos de polvo más grandes que los del medio interestelar. D'Alessio et al. (2006) construyeron un formalismo simple para estudiar los efectos del crecimiento y *asentamiento* de los granos de polvo en discos turbulentos  $\alpha$  irradiados: el disco consiste de dos poblaciones de polvo, separadas espacialmente en el disco (la figura 5.28 muestra el esquema del disco asentado): una capa de granos de polvo pequeños (con  $a_{max} = 0.25\mu m$ , distribuidos entre  $z = z_{big}$  y  $z = z_{\infty}$ , con una abundancia en masa parametrizada por el cociente polvo-gas  $\zeta_{small}$ ) sobre una capa de granos de polvo crecidos, con  $a_{max} = 1mm$ , abundancia  $\zeta_{big}$ , distribuidos entre el plano medio del disco,  $z = 0$  y  $z = z_{big}$ , la altura máxima que pueden alcanzar dichos granos. Esta última cantidad se define arbitrariamente, y escogemos  $z_{big} = 0.1H$ ; en el caso de los discos circunestelares, para  $z_{big} \lesssim 1H$  la superficie de irradiación se encuentra por arriba de  $z_{big}$ , así que la emisión del disco está dada por los granos de polvo pequeños, mientras que cuando  $z_{big} > 1H$ , la superficie de irradiación se acerca a la zona donde se localizan los granos de polvo de tamaños milimétricos, por lo que la emisión a longitudes de onda en el lejano infrarrojo se acercan a la del disco bien mezclado con  $a_{max} = 1 mm$  (D'Alessio et al. 2006). El parámetro de reducción de los granos de polvo pequeños  $\epsilon$  se define como el cociente polvo-gas disminuido  $\zeta_{small}$  relativo al cociente estándar (o inicial)  $\zeta_{std}$ ,

$$\epsilon = \frac{\zeta_{small}}{\zeta_{std}}. \quad (5.42)$$



**Figura 5.28:** Esquema de la distribución vertical de las dos poblaciones de polvo en un disco asentado. Entre  $z = 0$  y  $z_{big}$  se encuentra la población de granos con radios milimétricos; entre  $z_{big}$  y  $z_{\infty}$ , se distribuyen los granos de polvo de tamaños característicos del medio interestelar. Se muestra la altura de la superficie de irradiación,  $z_s$ .

Llamaremos a los modelos con  $\epsilon < 1$  *discos asentados*; los discos con  $\epsilon = 1$  (discos para los cuales no ha ocurrido el crecimiento/asentamiento de los granos de polvo y  $\alpha_{max} = 0.25\mu\text{m}$  en toda su extensión vertical) son los discos bien mezclados que hemos estudiado en la sección anterior. El código elaborado por P. D'Alessio y colaboradores (D'Alessio et al. 2006) para obtener la estructura vertical detallada de los discos asentados  $\alpha$  fue modificado para estudiar el caso  $\beta$  para la viscosidad turbulenta. Es la primera vez que se estudiará el efecto de la reducción de polvo en un disco- $\beta$  irradiado, así que será posible obtener una comparación directa entre la emisión sintética de los modelos- $\beta$  con las observaciones. Los estudios de los discos- $\beta$  se han enfocado primordialmente a investigar su evolución temporal (e.g. Hueso & Guillot 2005), pero faltaba la confrontación observacional.

A continuación estudiaremos el efecto en la estructura radial al variar  $\epsilon$  en los discos turbulentos circunsubstelares. Los parámetros de la enana café central y del disco son modificados para posteriormente construir distribuciones espectrales de energías sintéticas que compararemos con la mediana de Tauro observacional para enanas café jóvenes. La enana tiene una masa de  $0.05M_{\odot}$ , un radio de  $0.59R_{\odot}$  y una temperatura efectiva de  $2838\text{K}$ . El radio máximo de los discos se fija en  $100\text{ AU}$ , aunque dependiendo del valor del parámetro de viscosidad, del factor de reducción del polvo y de la presión máxima  $P_{\infty}$ , el radio máximo para el cual se puede calcular el modelo puede ser menor a  $100\text{ AU}$ . En ciertos casos el cómputo de un modelo con  $R_d = 100\text{ AU}$  es posible, pero la solución numérica no es plausible (en parte debido a que el tratamiento de los radios externos del disco no es el adecuado: el cociente  $z_{\infty}/R$  es superior a la unidad, los anillos son anchos, y se asemejan más a un toroide que a un disco delgado) y el número de iteraciones para lograr la convergencia de la solución en los anillos externos supera el valor de  $230$ ; para esta situación, truncamos el disco al radio para el cual la solución numérica es confiable y no presenta variaciones o inestabilidades numéricas. En la tabla 5.5 se encuentran tabulados los radios máximos para el cual se puede obtener la estructura del disco con  $P_{\infty} = 10^{-9}\text{din cm}^{-2}$ ; debido a que estos modelos presentan problemas numéricos, aumentamos en un orden de magnitud el valor de  $P_{\infty}$ . La tabla 5.6 muestra los radios de los modelos calculados para  $P_{\infty} = 10^{-8}\text{din cm}^{-2}$ . Comparando los valores de los radios, vemos que aumentar  $P_{\infty}$  tiene un efecto *estabilizador* en la solución numérica para los modelos más densos ( $\alpha = 10^{-4}$ ,  $\beta \leq 10^{-5}$ ), pero no así para los modelos con  $\alpha \geq 10^{-3}$ . En la sección §5.6.1 discutiremos sobre la selección de  $P_{\infty}$  y su efecto sobre las alturas características del disco.

El parámetro  $\alpha$  se varía de  $10^{-4}$  a  $10^{-2}$ ; el parámetro- $\beta$ , de  $10^{-6}$  a  $10^{-4}$ . La tasa de acreción de masa se fija en  $10^{-10}M_{\odot}\text{yr}^{-1}$ , y se supone constante a través de todo el disco. Los valores del parámetro de reducción modelados son  $\epsilon = 0.001$ ,  $0.01$  y  $0.1$  (esto es, el cociente de masa de polvo-a-gas de los granos pequeños es  $0.1\%$ ,  $1\%$  y  $10\%$ , respectivamente, del cociente estándar), y la estructura resultante es comparada con la de los discos bien mezclados ( $\epsilon = 1$ ,  $\alpha_{max} = 0.25\mu\text{m}$ ). Los granos de polvo grandes, con  $\alpha_{max} = 1\text{mm}$ , localizados cerca del plano medio del disco (confinados entre  $z = 0$  y  $z = 0.1H_p$ ), tienen una abundancia, respecto a la abundancia del medio interestelar, de  $\epsilon_{big} = 12.5$ ,  $12.4$  y  $11.4$  (o, equivalentemente,  $125\%$ ,  $124\%$  y  $114\%$  del cociente estándar). El cociente  $\epsilon_{big}$  se obtiene bajo las siguientes suposiciones (D'Alessio et al. 2006):

- ★ La densidad superficial de granos de polvo de radio  $a_{max} = 0.25\mu\text{m}$  que se ha perdido en las capas superiores se ha asentado hacia el plano medio, y
- ★ para cada anillo, la densidad superficial total de polvo del disco asentado es igual a la densidad de polvo en el caso bien mezclado (suponiendo que la densidad superficial de gas del disco asentado era la misma que en el caso bien mezclado; como veremos, en el caso de los discos- $\alpha$ , la temperatura de los anillos varía con  $\epsilon$ , así que la densidad superficial varía en consecuencia).

$\epsilon$	$\alpha$			$\beta$		
	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-6}$	$10^{-5}$	$10^{-4}$
0.001	20	55	10	12	12	100
0.01	5	100	25	25	20	100
0.1	50	100	85	100	39	100
1	100	100	100	100	100	100

**Tabla 5.5:** Radio externo máximo de los discos, en Unidades Astronómicas, para  $P_\infty = 10^{-9} \text{ din cm}^{-2}$

$\epsilon$	$\alpha$			$\beta$		
	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-6}$	$10^{-5}$	$10^{-4}$
0.001	100	25	...	100	100	100
0.01	100	100	15	100	100	100
0.1	100	100	100	100	100	100
1	100	100	100	100	100	100

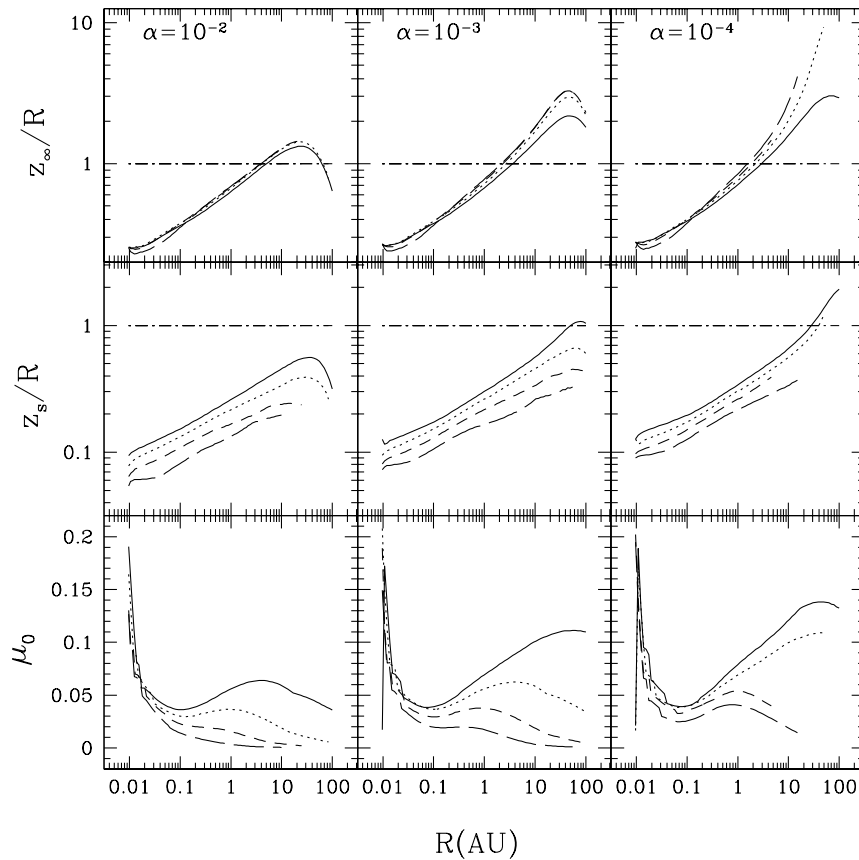
**Tabla 5.6:** Radio externo máximo de los discos, en Unidades Astronómicas, para  $P_\infty = 10^{-8} \text{ din cm}^{-2}$

### 5.6.1. Alturas y coseno del ángulo de incidencia

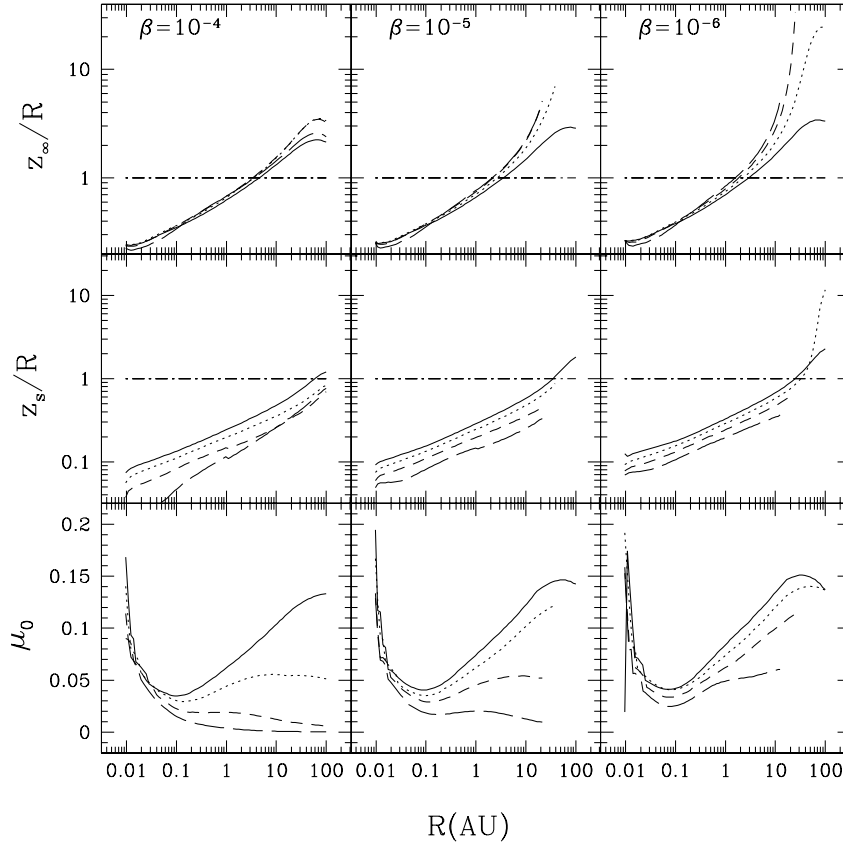
El efecto de disminuir  $\epsilon$  en dos alturas características del disco se muestran en las figuras 5.29 y 5.30, para los modelos con  $P_\infty = 10^{-9} \text{ din cm}^{-2}$ . La variación en la altura máxima  $z_\infty$  no es significativa (panel superior), pero sí hay una variación apreciable en la superficie de irradiación  $z_s$  (donde se deposita la energía subestelar): debido a la reducción de granos de polvo pequeños en las capas superiores, la opacidad de dichas capas se altera, disminuyéndola y por tanto acercando la superficie  $z_s$  hacia el plano medio del disco (puesto que  $z_s$  se define como la altura para la cual la opacidad a la radiación subestelar es  $\sim 1$ , medida de  $z_\infty$  hasta cierta  $z = z_s$ ).

Con parámetros de la viscosidad turbulenta bajos, las alturas  $z_\infty$  y  $z_s$  aumentan considerablemente (y los errores numéricos se concentran en dichas zonas). Aún si obviáramos  $z_\infty$  (que depende de nuestra selección de  $P_\infty$ , y no necesariamente significa que el disco de gas y polvo se trunque exactamente a dicha altura), el cociente de la altura de la superficie de irradiación contra el radio es superior a 0.1, y para los casos densos,

$z_s/R \lesssim 1$  en los radios externos. La suposición de disco delgado no es válida, y el tratamiento de disco *mediano* parece ser el más adecuado para los discos circunsubestelares, independientemente del valor de  $\alpha$  o  $\beta$ , a menos que el radio máximo del disco sea mucho menor a 100 AU (y aún en ese caso,  $z_\infty/R > 1$  para gran parte del disco). De no ser así, la estructura de los anillos externos debería ser tratada bajo la suposición de disco grueso ( $z/R > 1$ ), pero ello implica que el transporte de energía ocurre preferencialmente en dirección radial.



**Figura 5.29:** Alturas características y coseno del ángulo de incidencia del disco turbulento irradiado, variando  $\alpha$  y  $\epsilon$ . a) Panel superior: Altura máxima del disco  $z_\infty = z(P = P_\infty)$ . b) Panel medio: Superficie de irradiación  $z_s = z(\tau_s = 1)$  y escala de altura del gas  $H_p$  ( $z_s \gtrsim H_p$ ) c) Panel inferior: Coseno del ángulo de incidencia de la radiación  $\mu_0$ . El valor de  $\alpha$  se indica en cada panel. Cada curva representa un valor diferente de  $\epsilon$ : línea continua:  $\epsilon = 1$ , línea punteada:  $\epsilon = 0.1$ , guión:  $\epsilon = 0.01$  y guión largo:  $\epsilon = 0.001$ .



**Figura 5.30:** Alturas características y coseno del ángulo de incidencia del disco turbulento irradiado, variando  $\beta$  y  $\epsilon$ . a) Panel superior: Altura máxima del disco  $z_\infty = z(P = P_\infty)$ . b) Panel medio: Superficie de irradiación  $z_s = z(\tau_s = 1)$  y escala de altura del gas  $H_p$  ( $z_s \gtrsim H_p$ ) c) Panel inferior: Coseno del ángulo de incidencia de la radiación  $\mu_0$ . El valor de  $\beta$  se indica en cada panel. Cada curva representa un valor diferente de  $\epsilon$ : línea continua:  $\epsilon = 1$ , línea punteada:  $\epsilon = 0.1$ , guión:  $\epsilon = 0.01$  y guión largo:  $\epsilon = 0.001$ .

Para descartar lo último, al menos para los modelos presentados, comparamos las densidades superficiales a  $z_s$  y  $H_p$ ,  $\Sigma(z_s, R)$  y  $\Sigma(H_p, R)$  respectivamente, contra  $\Sigma_\infty(R)$ . Para la mayoría de los anillos, el cociente  $\Sigma(z_s, R)/\Sigma_\infty(R)$  es superior a 0.8; la mediana de los valores mínimo y máximo de este cociente indican que para los discos  $\alpha$ ,  $0.88 \lesssim \Sigma(z_s, R)/\Sigma_\infty(R) \lesssim 0.99$ , mientras que para los discos- $\beta$ ,  $0.68 \lesssim \Sigma(z_s, R)/\Sigma_\infty(R) \lesssim 0.99$  (los valores máximos ocurren en los anillos más internos de los discos). Para los discos- $\beta$ ,  $\Sigma(z_s, R)/\Sigma_\infty(R) \gtrsim 0.65$  (y, para  $\beta \lesssim 10^{-5}$ , el cociente es superior a 0.88); para los discos- $\alpha$ ,  $\Sigma(z_s, R)/\Sigma_\infty(R) \gtrsim 0.53$  (y sólo para el caso  $\alpha = 10^{-4}$ , el cociente es superior a 0.9). Así pues, para los casos más densos la mayoría de la masa de cada anillo está contenida dentro de  $z_s$ , y es la altura dinámicamente relevante: los anillos de los discos asentados son delgados en el interior y son geoméricamente medianos (*slim*) hacia radios externos,  $\epsilon$  creciente y parámetro de viscosidad turbulenta decreciente. Todavía podemos usar dichas aproximaciones en el cálculo de la estructura vertical detallada (y por consiguiente, la radial) de los discos circunsubestelares.

El mismo análisis, ahora con  $\Sigma(H_p, R)$ , indica que la mayoría de la masa en los anillos externos no

está contenida dentro de  $1H_p$ . El cociente  $\Sigma(H_p, R)/\Sigma_\infty$  es mucho menor a 0.8 a partir de  $R \sim 0.1$  AU en los discos- $\alpha$ , mientras que en el caso  $\beta$ , sólo si  $\beta = 10^{-6}$ ,  $\Sigma(H_p, R)/\Sigma_\infty > 0.8$  para  $R \lesssim 0.1$  AU. La masa total de los discos contenida dentro de  $H_p$  se encuentra entre 0.45 y  $0.69M_d$ , así que conclusiones hechas usando  $H_p$  como la altura característica relevante para estos discos no es fiable.

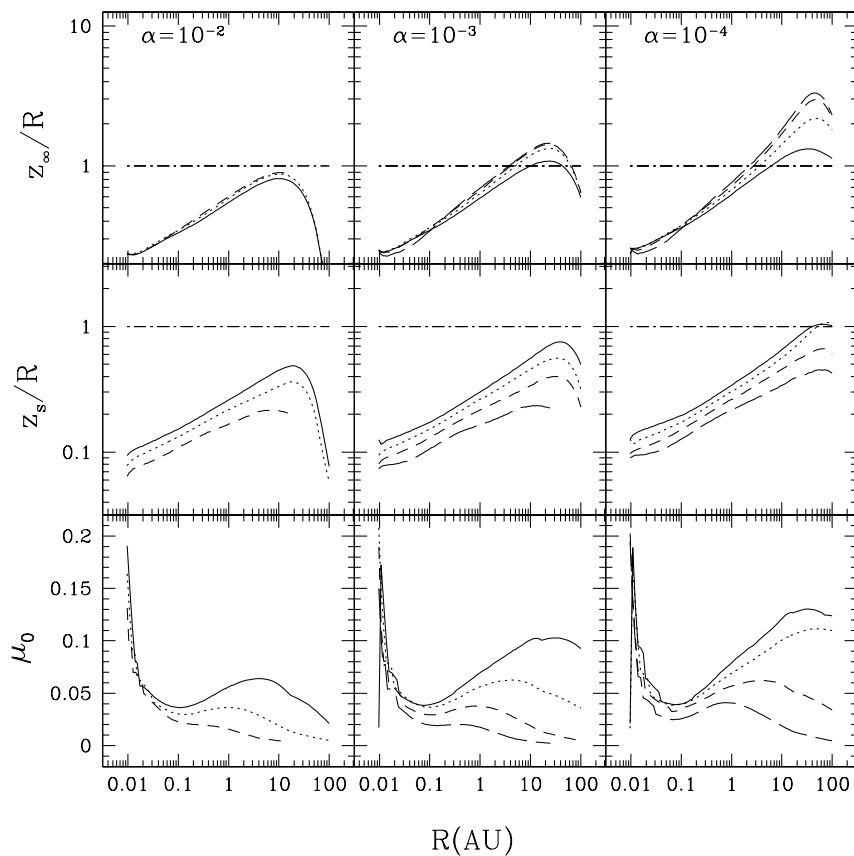
La reducción en la abundancia de los granos de polvo pequeños en las capas superiores del disco también afecta el ángulo de incidencia de la radiación estelar en los anillos externos. Disminuir  $\epsilon$  disminuye  $\mu_0$  (panel inferior de la figura 5.29), y por tanto, el flujo de irradiación (que es básicamente proporcional a  $\mu_0$ , aunque este flujo es calculado autoconsistentemente sin hacer suposiciones *a priori* sobre  $\mu_0$  o  $z_s$ ) también disminuye. En consecuencia, las capas más internas de un anillo dado del disco son más frías respecto al caso bien mezclado, aunque el efecto neto (debido a que las capas externas son más calientes) sea el de un anillo más caliente. Para los casos menos densos,  $\mu_0 \sim 0$  a partir de  $R \sim 10$  AU (disco plano); pero si  $\alpha = 10^{-4}$ , aún para  $\epsilon = 0.01$  el disco no tiene una geometría plana.

#### 5.6.1.1. Variando $P_\infty$

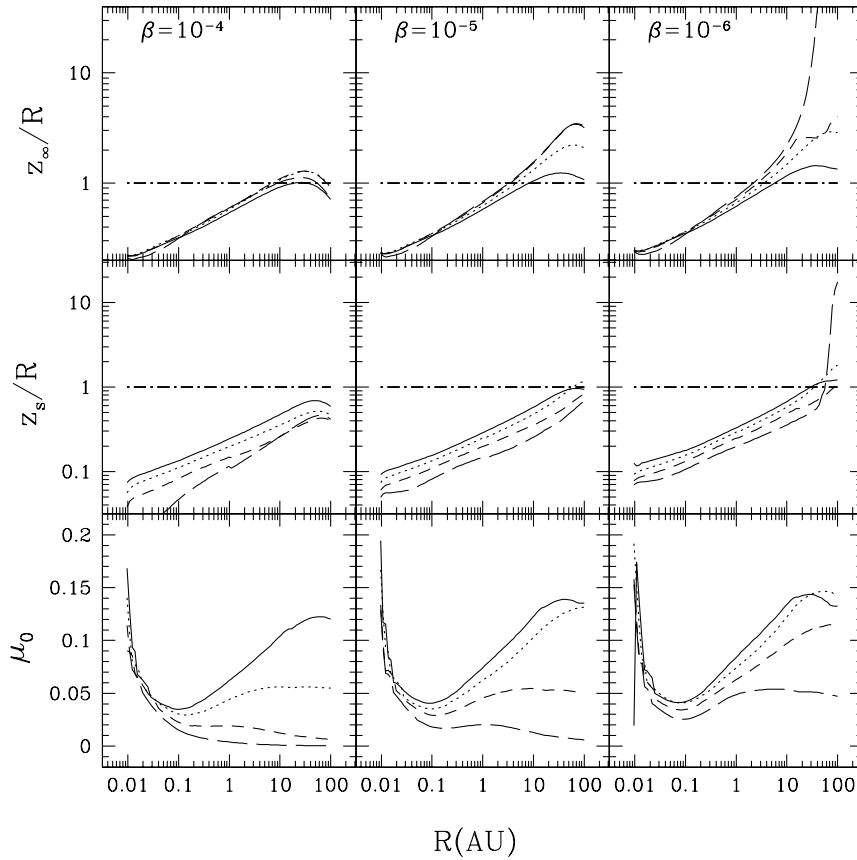
En las figuras 5.31 y 5.32 graficamos las alturas características y  $\mu_0$  para los modelos con  $P_\infty = 10^{-8}$  din cm $^{-2}$ . La variación en  $z_\infty$  es obvia, puesto que se *trunca* la altura máxima del disco a dicha presión. Debido a ello, la superficie de irradiación  $z_s$  se localiza a una altura menor (respecto a los modelos con  $P_\infty = 10^{-9}$  din cm $^{-2}$ ).

La variación en  $P_\infty$  hace que para  $\alpha = 10^{-2}$ , la superficie máxima y la de irradiación tengan un máximo en  $\sim 40$  AU, y anillos localizados a  $R \gtrsim 40$  AU quedan efectivamente a la sombra de anillos interiores. Sólo para  $\alpha = 10^{-2}$  escogemos los modelos con  $P_\infty = 10^{-9}$  din cm $^{-2}$ ; para el resto de los discos- $\alpha$  (y  $\beta$ ), tomaremos los modelos con  $P_\infty = 10^{-8}$  din cm $^{-2}$ , en el entendido de que el resto de las cantidades físicas que caracterizan a los discos no varían notablemente con el valor de  $P_\infty$ .

Aún disminuyendo  $P_\infty$ , el modelo para  $\beta = 10^{-6}$  y  $\epsilon = 0.001$  presenta problemas: la altura máxima de los anillos externos parece crecer sin cota, y el valor de  $z_s$  implica que el tratamiento delgado o mediano no es válido cuando la abundancia (en masa) del polvo en las capas superiores baja un 99.9%. A pesar de ello, no truncaremos el modelo sólo para mostrar el error numérico, pero sí en la construcción de la SED sintética.



**Figura 5.31:** Alturas características y coseno del ángulo de incidencia del disco turbulento irradiado, variando  $\alpha$  y  $\epsilon$ . La presión en la superficie se toma como  $P_\infty = 10^{-8}$  din  $\text{cm}^{-2}$ . a) Panel superior: Altura máxima del disco  $z_\infty = z(P = P_\infty)$ . b) Panel medio: Superficie de irradiación  $z_s = z(\tau_s = 1)$  y escala de altura del gas  $H_p$  ( $z_s \gtrsim H_p$ ) c) Panel inferior: Coseno del ángulo de incidencia de la radiación  $\mu_0$ . El valor de  $\alpha$  se indica en cada panel. Cada curva representa un valor diferente de  $\epsilon$ : línea continua:  $\epsilon = 1$ , línea punteada:  $\epsilon = 0.1$ , guión:  $\epsilon = 0.01$  y guión largo:  $\epsilon = 0.001$ .



**Figura 5.32:** Alturas características y coseno del ángulo de incidencia del disco turbulento irradiado, variando  $\beta$  y  $\epsilon$ . La presión en la superficie se toma como  $P_\infty = 10^{-8}$  din  $\text{cm}^{-2}$ . a) Panel superior: Altura máxima del disco  $z_\infty = z(P = P_\infty)$ . b) Panel medio: Superficie de irradiación  $z_s = z(\tau_s = 1)$  y escala de altura del gas  $H_p$  ( $z_s \gtrsim H_p$ ) c) Panel inferior: Coseno del ángulo de incidencia de la radiación  $\mu_0$ . El valor de  $\beta$  se indica en cada panel. Cada curva representa un valor diferente de  $\epsilon$ : línea continua:  $\epsilon = 1$ , línea punteada:  $\epsilon = 0.1$ , guión:  $\epsilon = 0.01$  y guión largo:  $\epsilon = 0.001$ .

### 5.6.2. Profundidades ópticas

En las figuras 5.33 y 5.34 mostramos la variación radial de las profundidades ópticas totales características de los discos modificando  $\epsilon$  y el parámetro de viscosidad turbulenta:  $\tau_s$  (a la radiación subestelar),  $\tau_R$  (el promedio de Rosseland a la temperatura del anillo) y  $\tau_P$  (el promedio de Planck a la temperatura del anillo).

#### 5.6.2.1. Profundidad óptica total a la radiación estelar

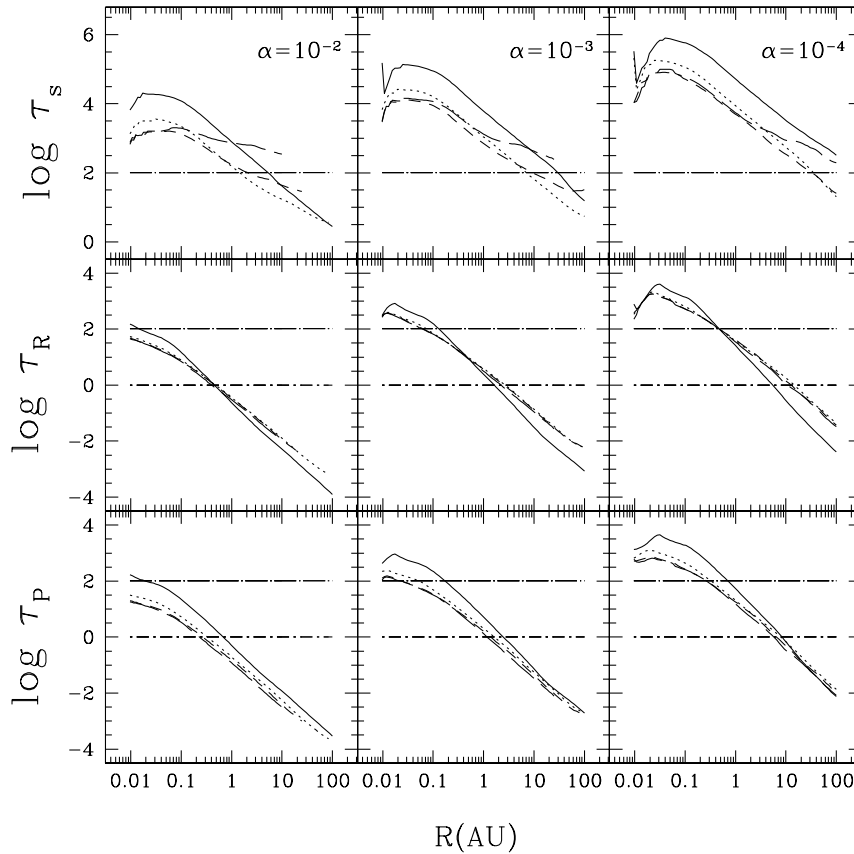
Para el modelo de polvo usado (silicatos y grafito), la opacidad promedio de Planck, cuando silicatos y grafito están presentes en la mezcla ( $T \lesssim 1200\text{K}$ ), es  $\kappa_{*,0.25\mu\text{m}} = 62 \text{cm}^2 \text{gr}^{-1}$  cuando el radio máximo de los granos de polvo es  $a_{max} = 0.25\mu\text{m}$  y se supone la abundancia del medio interestelar ( $\epsilon = 1$ ); para  $a_{max} = 1\text{mm}$ ,  $\kappa_{*,1\text{mm}} = 3.4 \text{cm}^{-2} \text{gr}^{-1}$ . Cuando la abundancia de los granos de polvo pequeños es decrementada, la opacidad promedio disminuye como  $\kappa_*(\epsilon) = \epsilon \kappa_{*,0.25\mu\text{m}}$  (y la de los granos grandes aumenta como  $\kappa_*(\epsilon_{big}) = \epsilon_{big} \kappa_{*,1\text{mm}}$ ); ello explica por qué  $\tau_*$  disminuye cuando los granos de polvo pequeños se van removiendo de las capas



superiores del disco. Para los discos asentados, la profundidad óptica total es aproximadamente (las opacidades evaluadas en el plano medio y en la superficie del disco),

$$\tau_* \approx 2\Sigma_\infty \frac{\delta}{\sqrt{2\pi\mu_0}} \left[ \epsilon_{big} \kappa_{*,1mm} - \epsilon \kappa_{*,0.25\mu m} \right] + \frac{\Sigma_\infty}{\mu_0} \epsilon \kappa_{*,0.25\mu m}, \quad (5.43)$$

pero dependiendo del valor de  $\epsilon$ , los granos de polvo grandes pueden dominar la profundidad óptica total a la radiación subestelar (en la ecuación,  $\delta = z_{big}/H_p$ ). Si  $\epsilon = 0.1$ , los granos de polvo con  $a_{max} = 0.25\mu m$  dominan el valor de  $\tau_*$ , aunque los granos con  $a_{max} = 1mm$  contribuyen. Cuando  $\epsilon \leq 0.01$ , la opacidad promedio de Planck para los granos pequeños disminuyó a  $0.62\text{cm}^2\text{gr}^{-1}$ , y la de los granos grandes aumentó a  $\sim 42\text{cm}^2\text{gr}^{-1}$ ; en este caso, la profundidad óptica total a la radiación incidente está determinada únicamente por los granos de polvo grandes ( $\tau_* \approx \frac{2\Sigma_\infty\delta}{\sqrt{2\pi\mu_0}} \epsilon_{big} \kappa_{*,1mm}$ )



**Figura 5.33:** Estructura radial de las profundidades ópticas totales características del disco turbulento irradiado, variando  $\alpha$  y  $\epsilon$ . a) Panel superior: Profundidad óptica total a la radiación subestelar,  $\tau_s$ . b) Panel medio: Profundidad óptica total promedio de Rosseland,  $\tau_R$ . c) Panel inferior: Profundidad óptica promedio de Planck,  $\tau_P$ . El valor de  $\alpha$  se indica en cada panel. Cada curva representa un valor diferente de  $\epsilon$ : línea continua:  $\epsilon = 1$ , línea punteada:  $\epsilon = 0.1$ , guión:  $\epsilon = 0.01$  y guión largo:  $\epsilon = 0.001$ . Por comparación, se muestra  $\tau = 100$  (guión largo-punto) y  $\tau = 1$  (guión-punto).

Para los anillos internos, las profundidades ópticas totales para  $\epsilon = 0.001$  y  $0.01$  son similares, puesto que la abundancia de los granos de polvo con  $a_{max} = 1\text{mm}$  son similares (12.5 y 12.4, respectivamente). Hacia radios externos, y en el caso de los discos menos densos ( $\alpha \gtrsim 10^{-3}$ ,  $\beta \gtrsim 10^{-5}$ ) para la mayor parte del disco, la profundidad total en el caso  $\epsilon = 0.001$  es mayor que la de los discos con  $\epsilon = 0.01$  y  $0.1$ , y en ciertos anillos superior al caso bien mezclado con  $a_{max} = 0.25\mu\text{m}$ . Para los casos más densos de  $\alpha$  y  $\beta$ , también crece la profundidad óptica total  $\tau_*$  para dicho valor de reducción, aunque no llega a ser superior al valor del caso bien mezclado. Ambos casos no se deben a un aumento de granos de polvo o de la densidad en el disco, sino al ángulo de incidencia de la radiación subestelar respecto a la normal del disco:  $\mu_0 \sim 0$  (los cosenos del ángulo de inclinación de los discos con  $\epsilon \gtrsim 0.01$  es superior, como veremos posteriormente).

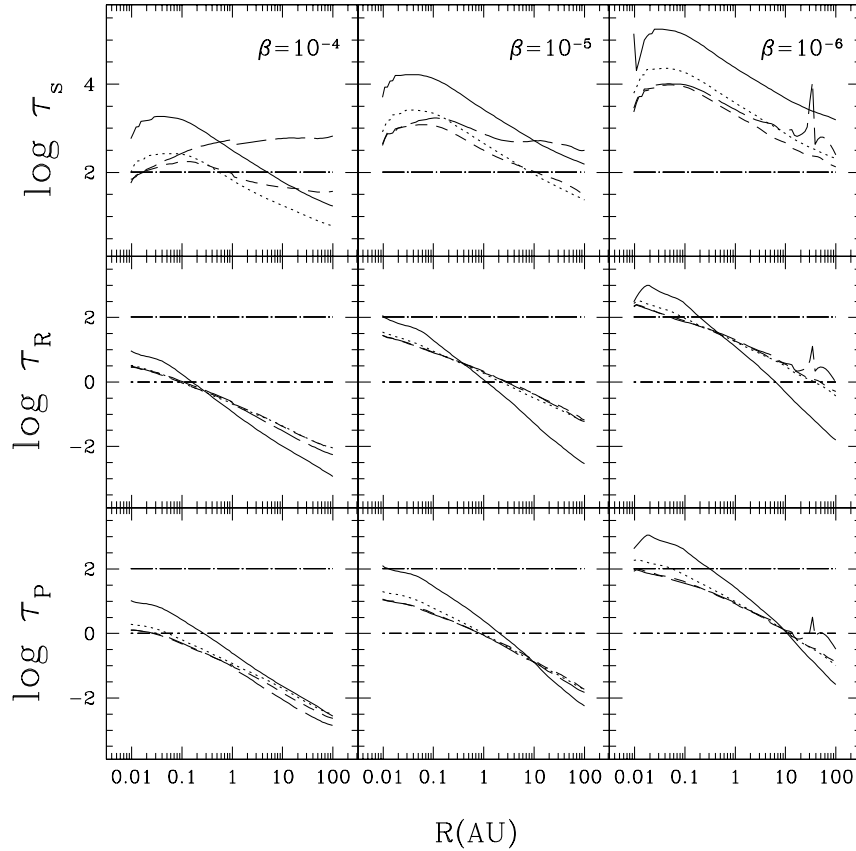
Los modelos construidos para  $\alpha \gtrsim 10^{-3}$  y  $\beta \gtrsim 10^{-5}$  muestran que la mayor parte radial de los discos asentados (excepto cuando  $\epsilon = 0.001$ ) es ópticamente *mediana* a la radiación incidente, y  $\tau_* \gg 1$  aún para los casos donde la densidad superficial del anillo es muy baja.

### 5.6.2.2. Promedio de Rosseland

Los paneles medios de las figuras 5.33 y 5.34 muestran la variación radial de la profundidad óptica promedio de Rosseland. Cerca del plano medio y en anillos donde la mayor cantidad de la energía turbulenta se disipa, la opacidad relevante en el transporte de energía es la opacidad promedio de Rosseland ( $T_c \sim T_{turb} \tau_R^{1/4}$ ). En zonas donde la temperatura es lo suficientemente alta como para que el polvo sobreviva, las capas centrales tienen una opacidad total baja ( $\alpha \lesssim 10^{-3}$ ,  $\beta = 10^{-6}$ ) lo cual produce la baja profundidad óptica. Cuando la temperatura es lo suficientemente baja, el polvo es el único contribuyente a la opacidad total; en este caso,

$$\tau_R \approx 2 \Sigma_{\infty} \frac{\delta}{\sqrt{2\pi}} \epsilon_{big} \chi_{d,1mm} \quad (5.44)$$

donde  $\chi_{d,1mm}$  está evaluada en el plano medio (a  $T_c$ ). Debido a que  $\chi_{d,1mm}$  es superior a la opacidad promedio  $\chi_{d,0.25\mu\text{m}}$  (a una misma temperatura); eventualmente la profundidad óptica total de Rosseland de los modelos asentados sobrepasará la del disco bien mezclado, y la región donde  $\tau_R \lesssim 1$  se mueve hacia anillos localizados a radios más grandes.



**Figura 5.34:** Estructura radial de las profundidades ópticas totales características del disco turbulento irradiado, variando  $\beta$  y  $\epsilon$ . a) Panel superior: Profundidad óptica total a la radiación subestelar,  $\tau_s$ . b) Panel medio: Profundidad óptica total promedio de Rosseland,  $\tau_R$ . c) Panel inferior: Profundidad óptica promedio de Planck,  $\tau_P$ . El valor de  $\alpha$  se indica en cada panel. Cada curva representa un valor diferente de  $\epsilon$ : línea continua:  $\epsilon = 1$ , línea punteada:  $\epsilon = 0.1$ , guión:  $\epsilon = 0.01$  y guión largo:  $\epsilon = 0.001$ . Por comparación, se muestra  $\tau = 100$  (guión largo-punto) y  $\tau = 1$  (guión-punto).

### 5.6.2.3. Promedio de Planck

La opacidad promedio de Planck a la temperatura del disco,  $\kappa_{P,d}$ , se muestra en los paneles inferiores de las figuras 5.33 y 5.34. Esta opacidad controla el transporte de energía en las regiones ópticamente delgadas del disco a su propia radiación y que se encuentran en equilibrio radiativo. Estas zonas yacen principalmente en las capas superiores de los anillos del disco, y como vimos en secciones anteriores,  $T_0 \propto \kappa_d^{-1/4} T_{irr}$ .

Cuando  $\epsilon = 0.1$  y los anillos suficientemente densos,

$$\tau_P \approx \Sigma_{\infty} \epsilon \kappa_{d,0.25\mu m} \left[ 1 - \frac{2\delta}{\sqrt{2\pi}} \right], \quad (5.45)$$

pero cuando la densidad superficial es baja, o  $\epsilon \leq 0.01$ , la profundidad óptica total de la capa de granos de polvo pequeños es despreciable comparada con la de las capas de granos grandes,

$$\tau_P \approx \frac{2\delta}{\sqrt{2\pi}} \Sigma_{\infty} \epsilon_{big} \kappa_{d,1mm}. \quad (5.46)$$

La mayor parte de los anillos de los discos (al menos un 90% de ellos) son ópticamente delgados ( $\tau_P \ll 1$ ) y coincide con las zonas donde  $\tau_R \lesssim 1$ , así que la temperatura del disco queda controlada por el valor de  $\tau_P$  y las capas cercanas al plano medio se vuelven isotérmicas.

### 5.6.3. Temperaturas

#### 5.6.3.1. Temperatura superficial

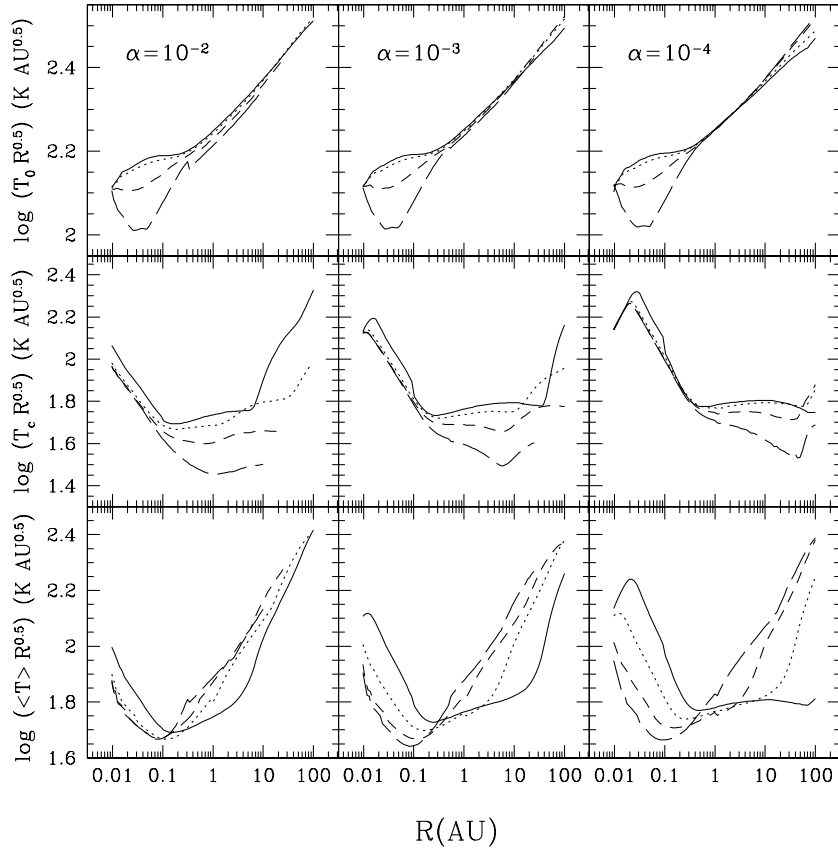
Los paneles superiores de las figuras 5.35 y 5.36 muestran la variación radial de la temperatura superficial de los discos. La temperatura superficial se aproxima a (ver ecuación 5.34):

$$T_0 \approx 0.8 \left( \frac{\kappa_P^*}{\kappa_P} \right)^{1/4} \left( \frac{R_*}{R} \right)^{1/2} T_*.$$

Debido a que el cociente de opacidades promedio  $\frac{\kappa_*}{\kappa_P(T_0)}$  se mantiene constante si  $\epsilon > 0$  (ya que  $\kappa(\epsilon) = \epsilon * \kappa(\zeta_{std})$ , si  $\epsilon > 0$ ), la variación de la temperatura superficial es casi nula entre modelos con distintas  $\epsilon$ , excepto en radios menores a  $\sim 0.1$  AU, donde se hace evidente el efecto de la reducción de los granos de polvo chicos en la atmósfera del disco. La superficie de irradiación decrece y el ángulo de incidencia de radiación disminuye rápidamente en el caso  $\epsilon = 0.001$  (respecto a los casos menos asentados), lo que decrementa el flujo de irradiación incidente sobre los anillos internos.

#### 5.6.3.2. Temperatura central

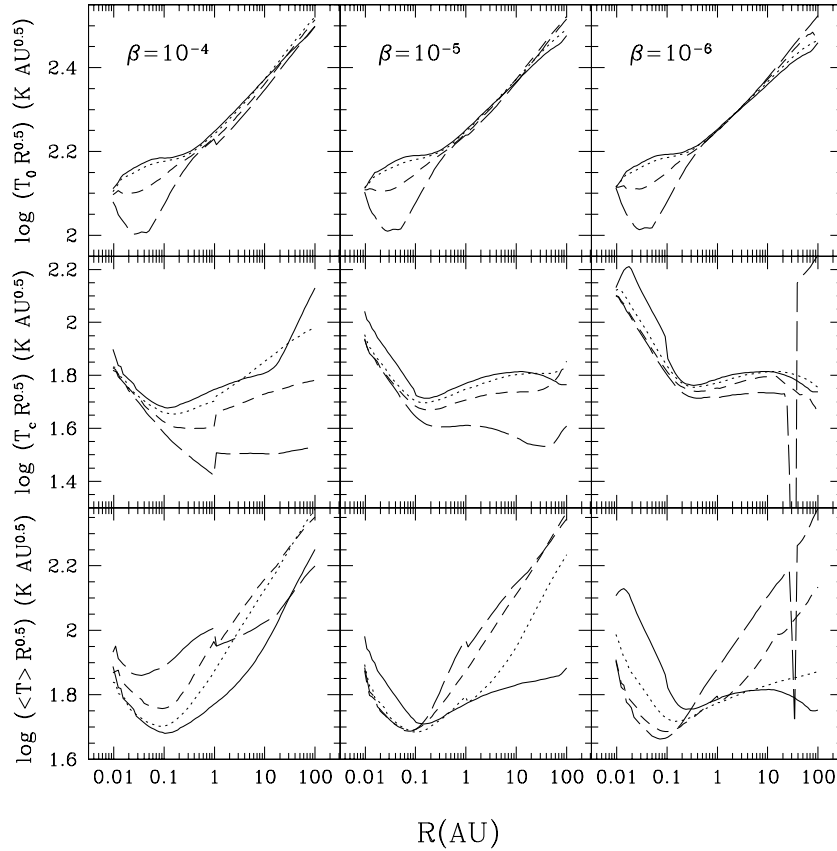
En los paneles medios de las figuras 5.35 y 5.36 se muestra la temperatura central de los discos. Existen tres zonas distintivas de comportamiento para la temperatura central: los anillos cercanos al radio interno del disco, cuya temperatura central es explicada totalmente por la disipación de la turbulencia (de pendiente negativa  $\Delta(R^{0.5}T_c)/\Delta R$ , para la cual  $\tau_R \gg 1$ ); una zona intermedia, ópticamente gruesa a la radiación subestelar ( $\tau_* \gg 1$ ), pero ópticamente delgada a su propia radiación ( $\tau_R \ll 1$ , de pendiente aproximadamente cero,  $\Delta(R^{0.5}T_c)/\Delta R \sim 0$ ), y finalmente los anillos externos, ópticamente medianos a la radiación subestelar ( $1 \lesssim \tau_* \lesssim 100$ , para los cuales  $\Delta(R^{0.5}T_c)/\Delta R > 0$ ). Debido al comportamiento de  $\tau_R$  y  $\tau_*$ , los radios donde ocurren tales transiciones es modificado; por ejemplo, para el caso  $\alpha = 10^{-3}$ , la primera transición se mueve de  $R \sim 0.1$  AU ( $\epsilon = 1$ ) a  $R \sim 0.2$  AU ( $\epsilon = 0.001$ ); pero el radio donde el disco se vuelve ópticamente mediano ocurre antes para los discos asentados: de  $\sim 40$  AU en el caso bien mezclado, a  $R \sim 6$  AU para el disco asentado con  $\epsilon = 0.001$ .



**Figura 5.35:** Estructura radial de las temperaturas características del disco turbulento irradiado, variando  $\alpha$  y  $\epsilon$ . a) Panel superior: temperatura superficial  $T_0$ . b) Panel medio: temperatura central  $T_c$ . c) Panel inferior: temperatura media  $\langle T \rangle$ . El valor de  $\alpha$  se indica en cada panel. Cada curva representa un valor diferente de  $\epsilon$ : línea continua:  $\epsilon = 1$ , línea punteada:  $\epsilon = 0.1$ , guión:  $\epsilon = 0.01$  y guión largo:  $\epsilon = 0.001$ . Se grafica  $T \times R^{1/2}$  para mostrar la diferencia entre modelos con distintas  $\epsilon$ .

La temperatura central también depende de  $\epsilon$  (y la dependencia es especialmente fuerte en los modelos donde  $\alpha$  y  $\beta$  son altas, esto es, en modelos con baja densidad superficial). Cuando la irradiación subestelar domina sobre la disipación turbulenta, la temperatura central de tales anillos disminuye con  $\epsilon$  debido a que el flujo de irradiación disponible es inferior para los casos asentados (el ángulo de incidencia de la radiación se asemeja al del caso plano, lo cual implica menos flujo estelar interceptado). Aunque la superficie de irradiación de los discos asentados se acerque al plano medio (y por tanto, capas más profundas de los anillos puedan ser calentadas por la radiación subestelar), y debido a que en en la capa cercana al plano medio (compuesta de granos grandes de polvo) está concentrada la mayor parte de la masa (en gas y en polvo), la profundidad óptica de la capa aumenta (y por tanto,  $\tau_R$ ), lo que provoca un descenso en la temperatura central del disco (D'Alessio et al. 2006).

En las zonas ópticamente medianas a la radiación subestelar, la temperatura central es aproximadamente constante radialmente (comportamiento discutido en §5.5.2.1) y decrece con  $\epsilon$  (debido a que menos radiación subestelar es capturada).



**Figura 5.36:** Estructura radial de las temperaturas características del disco turbulento irradiado, variando  $\beta$  y  $\epsilon$ . a) Panel superior: temperatura superficial  $T_0$ . b) Panel medio: temperatura central  $T_c$ . c) Panel inferior: temperatura media  $\langle T \rangle$ . El valor de  $\alpha$  se indica en cada panel. Cada curva representa un valor diferente de  $\epsilon$ : línea continua:  $\epsilon = 1$ , línea punteada:  $\epsilon = 0.1$ , guión:  $\epsilon = 0.01$  y guión largo:  $\epsilon = 0.001$ . Se grafica  $T \times R^{1/2}$  para mostrar la diferencia entre modelos con distintas  $\epsilon$ .

### 5.6.3.3. Temperatura promedio

La temperatura central no caracteriza a la mayor parte de la masa de los anillos externos. Como ella se encuentra contenida en  $z_s$ , y la capa que contiene a la población de granos de polvo grandes yace en  $z \leq 0.1H$  (es decir, las dos poblaciones de polvo coexisten en  $z \lesssim z_s$ , y no necesariamente comparten una misma temperatura debido a la diferencia en opacidades), se define una temperatura promediada en densidad, la temperatura promedio, como

$$\langle T \rangle \equiv \frac{\int_0^{z_\infty} \rho(z) T(z) dz}{\int_0^{z_\infty} \rho(z) dz}. \quad (5.47)$$

Los paneles inferiores de las figuras 5.35 y 5.36 muestran esta temperatura. Cerca de la enana central, los anillos son más calientes y al aumentar  $\epsilon$ , las temperaturas de las zonas cercanas al plano medio son más calientes y dominan en masa; así, la temperatura promedio para tales anillos en un disco bien mezclado es superior a aquellos de los casos asentados. Esta tendencia se revierte con los anillos ópticamente delgados a su propia radiación: al disminuir  $\epsilon$ , la superficie de irradiación se acerca a capas cada vez más cercanas al plano

medio, y por tanto, dada una altura en el anillo, la temperatura se eleva respecto al caso bien mezclado (aunque la temperatura central sea menor, hay que recordar que la mayor parte de la masa no queda caracterizada por esta temperatura). El gradiente de temperatura es mayor (en magnitud); la temperatura promedio para los anillos externos de los casos asentados es mayor en comparación al caso bien mezclado. Esto tendrá consecuencias en la densidad superficial de masa y la estabilidad gravitacional del disco  $\alpha$  principalmente.

#### 5.6.4. Densidad superficial

A partir de la conservación de momento angular (y una vez que se ha escogido el modelo de viscosidad turbulenta) podemos encontrar la densidad superficial. Para un disco turbulento geoméricamente delgado,  $\Sigma_\infty \approx \frac{\dot{M}}{6\pi \langle v_t \rangle_\rho}$  (ecuación 3.68), donde para un disco- $\alpha$ , la viscosidad turbulenta es,

$$\langle v_t \rangle_\rho \approx \frac{\alpha \langle c_s^2(T) \rangle_\rho}{\Omega_K} \propto \frac{\alpha R^{3/2} \langle T \rangle}{M_*^{1/2}}, \quad (5.48)$$

y para un disco- $\beta$ ,

$$\langle v_t \rangle_\rho = \beta R^2 \Omega_K \propto \beta R^{1/2} M_*^{1/2}. \quad (5.49)$$

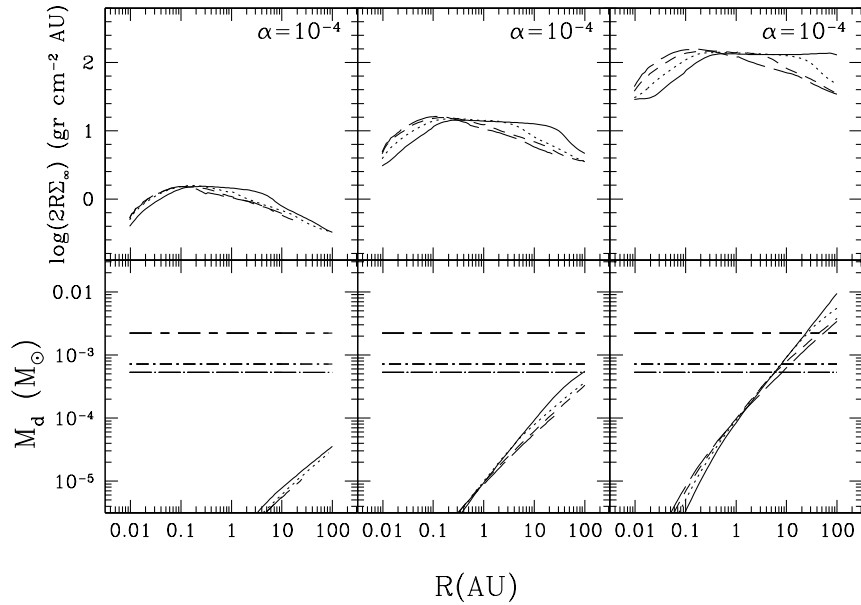
El perfil de la densidad superficial no es impuesto; dadas las parametrizaciones anteriores, la densidad superficial de los discos turbulentos sigue una ley de potencias radial,  $\Sigma_\infty = \Sigma_0 R^{-\gamma}$ . Para valores *típicos*, el perfil para el disco- $\alpha$  es,

$$2\Sigma_\infty(R) \approx 84.5 \text{ gr cm}^{-2} \left( \frac{\dot{M}}{10^{-10} M_\odot \text{ yr}^{-1}} \right) \left( \frac{\alpha}{10^{-4}} \right)^{-1} \left( \frac{M_*}{0.05 M_\odot} \right)^{1/2} \left( \frac{T_0}{100\text{K}} \right)^{-1} \left( \frac{R}{1\text{AU}} \right)^{-\gamma}, \quad (5.50)$$

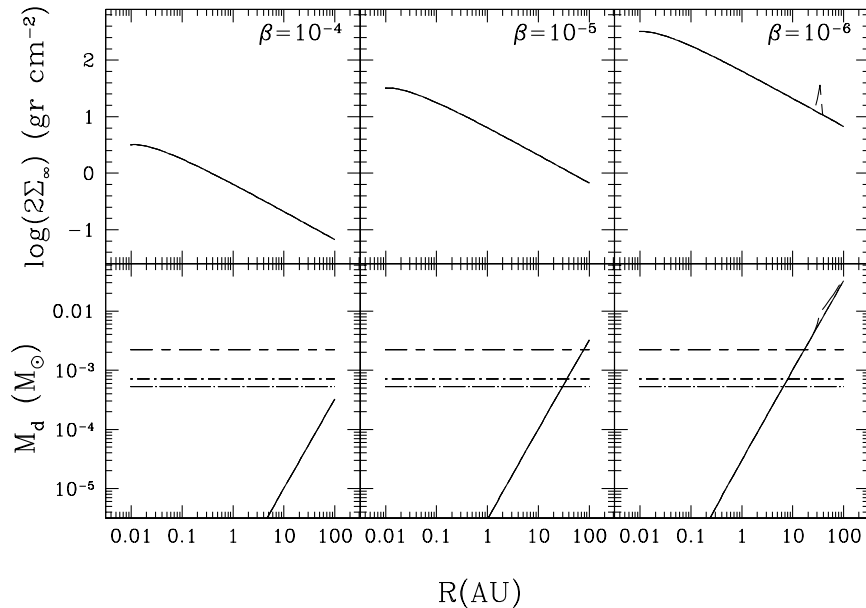
para lo cual hemos supuesto que el perfil radial de la temperatura promedio es  $T_0 \left( \frac{R}{1\text{AU}} \right)^{-\gamma_1}$ , con  $\gamma = 3/2 - \gamma_1$ . Para el disco- $\beta$ ,

$$2\Sigma_\infty(R) = 6.71 \text{ gr cm}^{-2} \left( \frac{\dot{M}}{10^{-10} M_\odot \text{ yr}^{-1}} \right) \left( \frac{\beta}{10^{-5}} \right)^{-1} \left( \frac{M_*}{0.05 M_\odot} \right)^{-1/2} \left( \frac{R}{1\text{AU}} \right)^{-1/2} \quad (5.51)$$

Los discos- $\alpha$  tienen una muy fuerte dependencia en el parámetro de reducción (a través de la temperatura promedio  $\langle T \rangle$ ). Ella puede observarse en los paneles superiores de la figura 5.37: cuando el disco es bien mezclado ( $\epsilon = 1$ ), el valor de  $\gamma$  es 1 (si el disco es lo suficientemente denso para que  $\langle T \rangle \propto R^{-1/2}$ ), pero con  $\epsilon$  y/o  $\alpha$  decrecientes, la temperatura promedio de los anillos externos es superior al caso bien mezclado y su dependencia radial es tal que  $1 \lesssim \gamma \lesssim 3/2$ . En cambio, debido a que el valor de la viscosidad turbulenta no depende del estado físico del disco, el valor del superíndice es  $\gamma = 0.5$  para todo valor de  $\epsilon$  (figura 5.38).



**Figura 5.37:** Estructura radial de la densidad superficial y masa acumulativa de los discos turbulentos irradiados, variando  $\alpha$  y  $\epsilon$ . a) Panel superior: densidad superficial total del disco  $2\Sigma_\infty$  (multiplicada por  $R$  para mostrar las diferencias entre modelos con distintos  $\epsilon$ ). b) Panel inferior: Masa acumulativa del disco. Como referencia se muestran las masas límite de los discos inferidas por Scholz et al. (2006):  $0.55M_J$  (guión largo-punto) y  $2.25M_J$  (guión-guión largo). El valor de  $\alpha$  se indica en cada panel. Cada curva representa un valor diferente de  $\epsilon$ : línea continua:  $\epsilon = 1$ , línea punteada:  $\epsilon = 0.1$ , guión:  $\epsilon = 0.01$  y guión largo:  $\epsilon = 0.001$ .

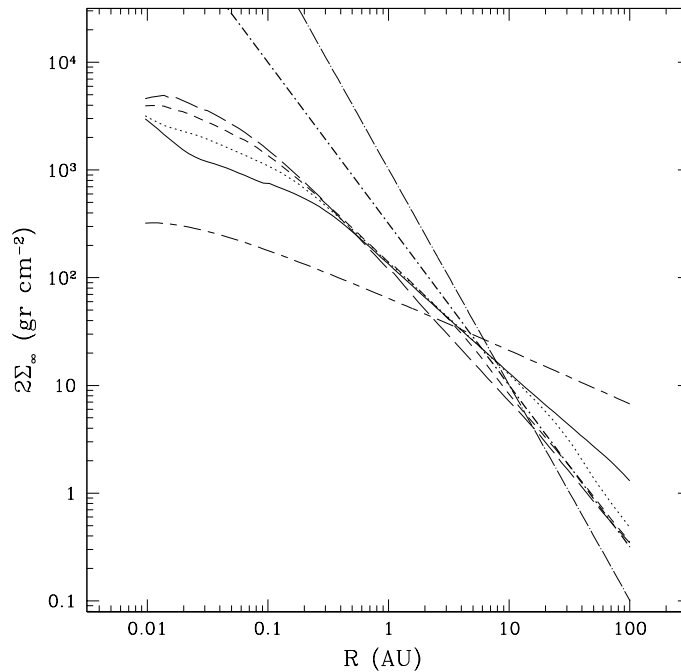


**Figura 5.38:** Estructura radial de la densidad superficial y masa acumulativa de los discos turbulentos irradiados, variando  $\beta$  y  $\epsilon$ . a) Panel superior: densidad superficial total del disco,  $2\Sigma_\infty$ . b) Panel inferior: masa acumulativa del disco. Como referencia se muestran las masas límite de los discos inferidas por Scholz et al. (2006):  $0.55M_J$  (guión largo-punto) y  $2.25M_J$  (guión-guión largo). El valor de  $\beta$  se indica en cada panel. Cada curva representa un valor diferente de  $\epsilon$ : línea continua:  $\epsilon = 1$ , línea punteada:  $\epsilon = 0.1$ , guión:  $\epsilon = 0.01$  y guión largo:  $\epsilon = 0.001$ .



### 5.6.4.1. Valor de $\gamma$

En el modelaje de discos *pasivos*, para los cuales se ignoran los efectos de la disipación turbulenta en la estructura del disco, el perfil radial de la densidad superficial es impuesto, y se toma como  $\Sigma_\infty(R) = \Sigma_0 \left( \frac{R}{1 \text{ AU}} \right)^{-\gamma}$  (Chiang & Goldreich 1997; Dullemond et al. 2001; Dullemond & Dominik 2004a; Walker et al. 2004). El valor escogido para  $\gamma$  en tales modelos no es arbitrario; por lo general,  $\gamma \equiv 3/2$  (Chiang & Goldreich 1997; Dullemond & Dominik 2004b). Este valor surge de la reconstrucción de la *Nebulosa Solar primordial* a partir de la masa de los planetas (corregida para la composición solar, en este caso la suma dará la masa mínima total que la Nebulosa Solar tuvo antes de formar los planetas) y sus posiciones (MMSN, por sus siglas en inglés, Hayashi 1981; Weidenschilling 1977). Se puede argumentar que no necesariamente nuestro sistema planetario es común en la Galaxia y que las extrapolaciones hechas son plausibles para el resto de los sistemas extrasolares o discos; Kuchner (2004) construyó un perfil de densidad usando los datos disponibles de sistemas planetarios extrasolares (MMEN, *Minimum Mass Extrasolar Nebulae*), obteniendo que  $\gamma \approx 2$ . Otros modelos, como el usado por Walker et al. (2004), suponen que  $\gamma = 1$ , lo cual *emula* la densidad superficial de un disco- $\alpha$  cuando el perfil radial de la temperatura central (o promedio) del disco es proporcional a  $R^{-1/2}$ .



**Figura 5.39:** Perfil radial de la densidad superficial de los discos turbulentos  $\alpha = 10^{-4}$  (línea continua:  $\epsilon = 1$ , línea punteada:  $\epsilon = 0.1$ , guión:  $\epsilon = 0.01$  y guión largo:  $\epsilon = 0.001$ ) y  $\beta = 10^{-6}$  (guión-guión largo) comparados con la MMSN ( $\gamma = 3/2$ , guión-punto) y la MMEN ( $\gamma = 2$ , guión largo-punto).

En la figura 5.39 se muestran los perfiles radiales de la densidad superficial de los discos- $\alpha$  (bien mezclado y asentados) y  $\beta$ , junto con perfiles tipo-MMSN ( $316 \left[ \frac{R}{1 \text{ AU}} \right]^{-3/2}$  gr cm $^{-2}$ ) y tipo-MMEN

$(1000 \left[ \frac{R}{1 \text{ AU}} \right]^{-2} \text{ gr cm}^{-2})$ . El perfil del disco- $\beta$  es el más plano ( $\gamma = 1/2$ ), y los anillos externos serán siempre más masivos que para cualquier otro perfil de densidad. El disco- $\alpha$  bien mezclado tiene una  $\gamma = 1$  (aunque sabemos que si  $\alpha$  o  $\dot{M}$  disminuyen, y los anillos se vuelven ópticamente medianos a la radiación subestelar, el perfil de densidad se hace más inclinado, como se evidencia en los paneles superiores de la figura 5.37), y conforme el parámetro de reducción de los granos de polvo pequeños disminuye, el perfil se inclina gradualmente hasta que  $\gamma \approx 1.5$  (entre más grande sea  $\epsilon$ , el radio a partir del cual  $\gamma \approx 1.5$  crece hacia afuera). Así que los modelos de discos pasivos que quieran emular la densidad superficial de un disco- $\alpha$  deberían considerar los cambios en la profundidad óptica a la radiación incidente, los cuales controlan la temperatura de los anillos y finalmente la densidad superficial del disco: **una sola ley de potencias en  $R$  no caracteriza la densidad de los discos- $\alpha$ .**

#### 5.6.4.2. Masa del disco

La masa cumulativa de los discos se muestra en los paneles inferiores de las figuras 5.37 y 5.38. En el caso de los discos- $\alpha$ , es un resultado importante que **la masa total de los discos inferida a partir de observaciones en el milimétrico (Scholz et al. 2006) puede ser explicada por discos con  $\alpha \lesssim 10^{-3}$ , y no si  $\alpha = 10^{-2}$** . La dependencia en la masa central es débil, así que no existe una combinación de valores para que un disco con  $\alpha = 10^{-2}$  pueda explicar las masas observadas, a menos que el radio externo del disco se extienda a valores del orden de  $\sim 10,000$  AU. Que  $\alpha \neq 10^{-2}$  tiene consecuencias interesantes: **ciertos discos de acreción circunsubestelares son, efectivamente, una versión escalada del caso T Tauri**, pero para que esto suceda,  $\alpha$  tiene que disminuir también, como el resto de los parámetros del sistema disco+enana (i.e.,  $M_*$ ,  $L_*$ ,  $\dot{M}$ , y  $R_d$ ). El dilucidar por qué  $\alpha$  disminuye en ciertos discos está fuera del alcance de esta tesis.

Integrando el perfil de densidad superficial dado por la ecuación (5.50), la masa total del disco (al radio  $R_d$ ) es aproximadamente,

$$M_d \approx 0.0627 M_J \left( \frac{\dot{M}}{10^{-10} M_\odot \text{ yr}^{-1}} \right) \left( \frac{\alpha}{10^{-4}} \right)^{-1} \left( \frac{M_*}{0.05 M_\odot} \right)^{1/2} \left( \frac{T_0}{100\text{K}} \right)^{-1} \frac{R_d^{2-\gamma}}{2-\gamma}, \quad (5.52)$$

si  $\gamma \neq 2$ . Para el disco con  $\alpha = 10^{-4}$  y  $\epsilon = 1$  ( $\gamma = 1$ ), a  $R_d = 100$  AU la masa total es  $\sim 6.3 M_J$ . Este valor concuerda (dentro de las aproximaciones hechas) con el valor numérico del modelo ( $9.89 M_J$ ). En los valores de  $T_0$  y  $\gamma$  se encierra la dependencia de la masa total del disco en  $\epsilon$ . Debido a que el agotamiento de polvo tiende a elevar la temperatura promedio de los anillos externos, el perfil de la densidad superficial se hace más inclinado ( $\gamma > 1$ ), y por consiguiente, la masa total del disco- $\alpha$  disminuye.

Integrando el perfil radial de la densidad superficial del disco- $\beta$ , la masa del disco al radio  $R_d$  es,

$$M_d = 3.3 \times 10^{-3} M_J \left( \frac{\dot{M}}{10^{-10} M_\odot \text{ yr}^{-1}} \right) \left( \frac{\beta}{10^{-5}} \right)^{-1} \left( \frac{M_*}{0.05 M_\odot} \right)^{-1/2} R_d^{3/2}. \quad (5.53)$$

A  $R_d = 100$  AU, la masa total del disco con  $\beta = 10^{-5}$  es  $3.3M_J$ , lo cual concuerda con el valor numérico de  $3.4M_J$ . Los discos con  $\beta \lesssim 10^{-5}$  pueden explicar las masas observadas, y el disco con  $\beta = 10^{-4}$  y  $R_d = 100$  AU puede explicar marginalmente la masa de disco mínima observada, así que aumentando  $R_d$  a 140 AU se puede igualar dicha masa.

Debido a que distintas  $\alpha$  o  $\beta$  son capaces de explicar la masa total inferida observacionalmente de los discos circunsubestelares, es necesaria la confrontación observacional para distinguir el valor del parámetro de la viscosidad turbulenta, aunque esto, en la práctica, es un reto debido a la cantidad de parámetros de los modelos que son ajustados. En la tabla 5.7 se encuentran tabulados los radios (de los discos que modelamos) a los cuales se alcanza las masas mínima, mediana y máxima observadas por Scholz et al. (2006).

$\alpha/\beta$	$\epsilon$	$R_d(0.55M_J)(AU)$	$R_d(0.75M_J)(AU)$	$R_d(2.25M_J)$ (AU)
$\alpha = 10^{-4}$	0.001	~ 8	~ 12	~ 60
	0.01	~ 6	~ 9	~ 50
	0.1	~ 6	~ 8	~ 30
	1	~ 6	~ 8	~ 25
$\beta = 10^{-5}$	...	~ 30	~ 35	~ 80
$\beta = 10^{-6}$	...	~ 7	~ 8	~ 20

**Tabla 5.7:** Radios de los discos que explican la masa total inferida a partir de las observaciones milimétricas de Scholz et al. (2006).

Aunque la masa mínima puede obtenerse con  $\alpha = 10^{-3}$  y un radio mayor a 100 AU, o bien, si la tasa de acreción de masa disminuye para  $\alpha$  o  $\beta$  pequeñas (y así se incrementa el radio al cual se alcanza una masa dada del disco), no es posible descartar los modelos de formación de las enanas café para los cuales el disco de acreción es truncado a radios menores a  $\sim 10$  AU (una característica predicha en el modelo de eyección de *embriones estelares*, en el cual una enana café no es más que una estrella *fallida* debido a que no pudo acretar de su entorno natal la suficiente masa para convertirse en una estrella, Reipurth & Clarke 2001). Sin embargo, las recientes simulaciones independientes de Krumholz et al. (2005) y Bonnell et al. (2008) sugieren que no es el escenario de acreción competitiva y/o eyección del embrión estelar el mecanismo de formación de las enanas café y estrellas de muy baja masa, sino que comparten el de una estrella de baja masa (a partir de la fragmentación gravitacional de un núcleo denso de gas), por lo que es de esperar que las enanas café tengan características similares a las de una estrella, i.e., un disco circunsubestelar *no truncado* a radios  $\sim 10$  AU. Indirectamente, la comparación de modelos sintéticos del espectro emergente de los discos contra los flujos observados en el mediano infrarrojo parecen apoyar la idea de que los radios máximos de los discos circunsubestelares van más allá de 10 AU y que el valor de  $\alpha$  es menor al valor canónico  $10^{-2}$ ; el caso de la enana café 2MASS J04381486 + 2611399 (Luhman, Adame, et al. 2007) es especialmente interesante, puesto que se logró constreñir tanto el radio del disco ( $20 \lesssim R_d \lesssim 40$  AU, con una tasa de acreción de masa

de  $\sim 10^{-11} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ ) como  $\alpha$  ( $\sim 10^{-4}$ ), y es el **primer caso que puede confirmar que las enanas café comparten un mismo nacimiento y por tanto, las mismas *marcas de nacimiento* de una estrella de baja masa.**

### 5.6.5. Viscosidad turbulenta y escalas de tiempo características

En la tabla 5.8 tabulamos las escalas de tiempo características de los discos, el tiempo de vida  $t_{vida} \approx M_d/\dot{M}$  y el de difusión turbulenta del anillo a  $R_d$ ,  $t_{turb} = R_d^2/\nu_t$  (en el caso  $\alpha$ ,  $\nu_t = \nu_t(T_c)$ , ver la sección §5.5.4.4; como comparación, se tabula también el tiempo  $t'_{turb} = R_d^2/\nu_t(<T>)$ , es decir, suponiendo que las parcelas turbulentas tienen la rapidez característica del sonido a la temperatura  $<T>$ ). Debido a que la masa total de los discos- $\alpha$  se decrementa conforme los granos de polvo pequeños desaparecen de las capas superiores del disco, el tiempo de vida del disco disminuye.

$\alpha/\beta$	$\epsilon$	$t_{vida}$ (Myr)	$t_{turb}(R_d)$ (Myr)	$t'_{turb}(R_d)$ (Myr)
$\alpha = 10^{-4}$	0.001	33.9	183.7	36.6
	0.01	38	118.6	37.3
	0.1	55.4	124.7	50.7
	1	94.5	160.5	71.2
$\beta = 10^{-5}$	...	32.4	71.2	...

**Tabla 5.8:** *Tiempos característicos de los discos turbulentos irradiados.*

En un flujo donde la turbulencia se encuentra totalmente desarrollada, el coeficiente de viscosidad turbulenta  $\mu_t = \rho\nu_t$  es alto en zonas donde el flujo es más turbulento;  $\nu_t$ , que puede tomarse como un coeficiente de difusión, mide la facilidad con la cual los movimientos turbulentos pueden transportar masa, momento angular o energía. En la figura 5.40 se muestran ambos coeficientes para los discos con  $\alpha = 10^{-4}$  y  $\beta = 10^{-5}$ . La viscosidad turbulenta  $\mu_t = \rho\nu_{t,c}$  (evaluada en el plano medio) tiene un valor alto en anillos cercanos a la estrella; intuitivamente es de esperar que ello ocurra debido a que tales anillo están cerca del pozo gravitacional, que en el contexto de la turbulencia hidrodinámica es el mecanismo generador. El valor de  $\nu_t = \mu_t/\rho$  sigue una tendencia inversa a la de  $\mu_t$  (pues así fue construida); aunque el disco  $\beta = 10^{-5}$  tenga una viscosidad turbulenta similar a la de los discos  $\alpha$ , la viscosidad  $\nu_t$  es más alta en el disco- $\beta$ , y por tanto los movimientos turbulentos tendrían que remover la masa de los anillos internos en escalas de tiempo del orden de unos cuantos miles de años, mientras que estos permanecerían en los discos- $\alpha$  un tiempo superior a  $\sim 10,000$  años. Por otro lado, la rapidez de difusión radial,  $|v_R| \sim \frac{R^2}{\nu_t}$  (siempre subsónica), decrece con el radio, aunque para los modelos asentados del disco  $\alpha$ , las temperaturas características de los anillos externos aumentan y en consecuencia  $\nu_t$  disminuye, la rapidez de difusión se incrementa y la masa en tales anillos puede transportarse en menor tiempo respecto al caso bien mezclado.

Aunque los modelos aquí presentados son estacionarios, la viscosidad turbulenta aumentada  $\nu_t$  de los discos- $\beta$  debería tener consecuencias observacionales: al acretarse rápidamente los anillos cercanos al radio mínimo del disco, estas zonas se evacuarían de gas y polvo, y el espectro en el mediano infrarrojo (donde se observa el pico de emisión de la pared de polvo de temperatura  $\sim 1400\text{K}$ ) decrecería a niveles de la fotosfera de la enana.

### 5.6.6. Estabilidad y autogravedad

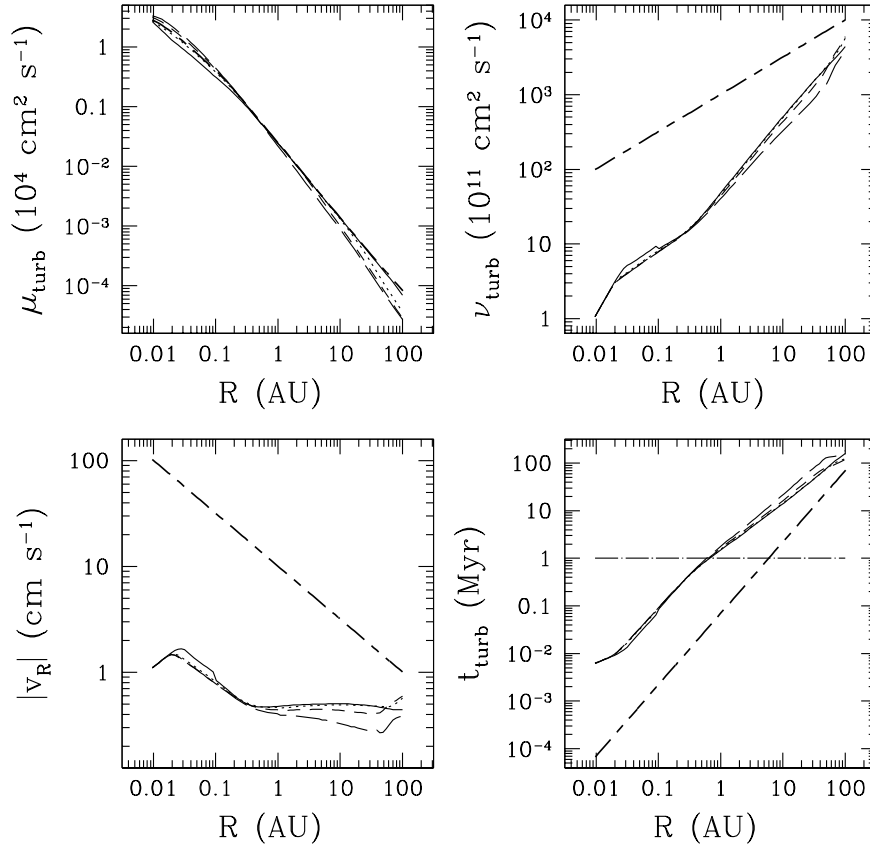
Como la temperatura central no es la temperatura que caracteriza la mayor parte de la masa en cada anillo, definimos al parámetro de Toomre en base a  $\langle T \rangle$ , es decir,

$$Q_T(R) = \frac{c_s(\langle T \rangle)\Omega_K}{2\pi G \Sigma_\infty}. \quad (5.54)$$

De forma similar, en el parámetro de Pringle la altura relevante es  $z_s$  y no  $z_\infty$ , así que,

$$Q_P(R) \approx \frac{M_*}{\Sigma_\infty R^2} \frac{z_s \Delta_{z_s}^{3/2}}{R}. \quad (5.55)$$

Como observamos en las figuras 5.41 (para los discos- $\alpha$ ) y 5.42 (para los discos- $\beta$ ), ninguno de los modelos construidos son inestables a perturbaciones en la densidad o posición ( $Q_T > 1$ ) y ningún anillo es autogravitante ( $Q_P > 1$ ).



**Figura 5.40:** Variación radial de las viscosidades turbulentas  $\mu_t$  (panel izquierdo superior) y  $\nu_t$  (panel derecho superior), de la rapidez de difusión radial  $|v_R| = 3\nu_t/2R$  (panel izquierdo inferior) y del tiempo de difusión turbulenta (panel derecho inferior) para los discos  $\alpha = 10^{-4}$  (línea continua:  $\epsilon = 1$ , línea punteada:  $\epsilon = 0.1$ , guión:  $\epsilon = 0.01$  y guión-largo:  $\epsilon = 0.001$ ) y  $\beta = 10^{-5}$  (guión-guion largo).

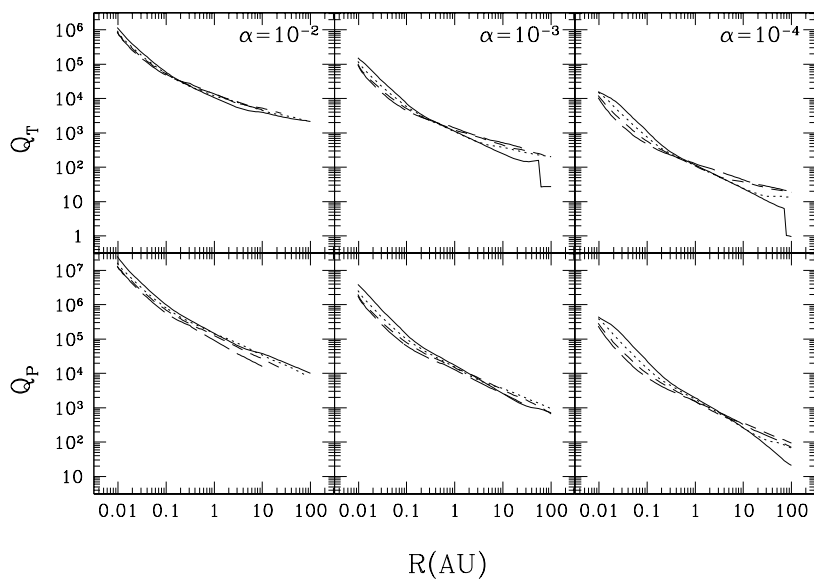


Figura 5.41: Variación radial del parámetro de Toomre  $Q_T$  (paneles superiores) y del parámetro de Pringle  $Q_P$  (paneles inferiores) para los discos  $\alpha$  (línea continua:  $\epsilon = 1$ , línea punteada:  $\epsilon = 0.1$ , guión:  $\epsilon = 0.01$  y guión largo:  $\epsilon = 0.001$ ).

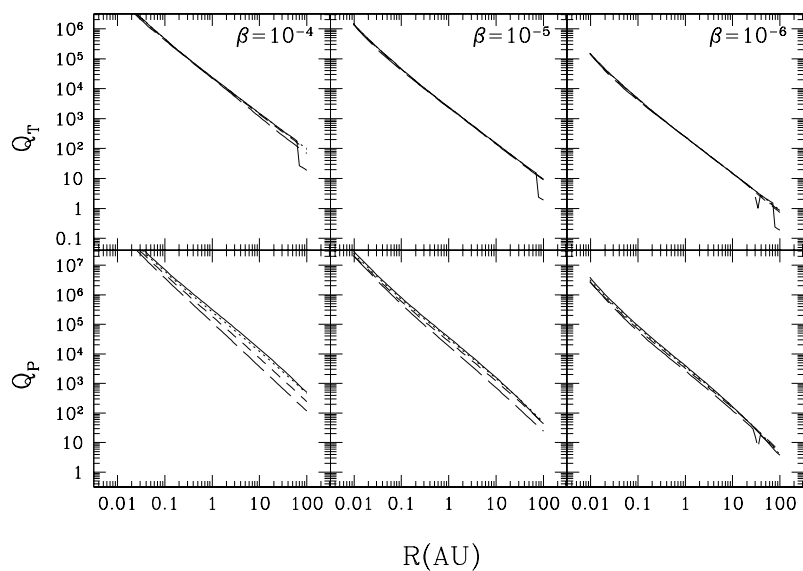


Figura 5.42: Variación radial del parámetro de Toomre  $Q_T$  (paneles superiores) y del parámetro de Pringle  $Q_P$  (paneles inferiores) para los discos  $\beta$  (línea continua:  $\epsilon = 1$ , línea punteada:  $\epsilon = 0.1$ , guión:  $\epsilon = 0.01$  y guión largo:  $\epsilon = 0.001$ ).

## Emisión de los discos

### 6.1

#### Introducción

Una vez conocida la estructura 1+1D del disco ( $\rho(R, z)$ ,  $T(R, z)$ ), es posible obtener modelos sintéticos de la Distribución Espectral de Energía (*SED*, por sus siglas en inglés), la cual es la gráfica de la emisión (por ejemplo,  $\lambda F_\lambda$ ) contra longitud de onda ( $\lambda$ ). Las componentes básicas de la SED son las siguientes:

- ★ **Enana central.** En esta tesis usaremos los modelos de atmósferas para objetos subestelares desarrollados por Allard et al. (2001) (los modelos AMES-dusty, los cuales consideran que el asentamiento de polvo en la atmósfera de la enana no es relevante; este asentamiento parece ser una suposición razonable para enanas con temperaturas efectivas superiores a 1800 K). Para los modelos presentados en esta sección, la atmósfera usada tiene  $T_* = 2800$  K.
- ★ **Pared vertical.** Es la zona más interna del disco que es iluminada directamente (y radialmente) por el objeto central; es, efectivamente, la zona donde el polvo se sublima ( $T_{sub} \approx 1400$  K) y el disco de polvo es truncado. En el apéndice B se explica a detalle las suposiciones y métodos para calcular la emisión de esta zona. En esta sección, la altura de la pared es fija ( $H_{wall} = H_p(R_{sub})$ ), a menos que se indique lo contrario).
- ★ **Disco de polvo.** La emisión del disco se calcula según los métodos descritos por D'Alessio (1996); D'Alessio et al. (1999, 2006). Dado el ángulo de inclinación del disco con respecto a la visual, la ecuación de transferencia radiativa se integra a lo largo de rayos paralelos a la visual,

$$\frac{dI_v}{dZ} = -\kappa_v \rho B_v[T] e^{-\tau(Z)}, \quad (6.1)$$

donde  $\frac{d\tau_v}{dZ} = -\rho\chi_v$ , y donde  $Z$  es la coordenada a lo largo de la visual ( $Z = 0$  en el plano del cielo; ver D'Alessio 1996; D'Alessio et al. 1999, para más detalles). El disco de polvo se trunca internamente en



$R_{in} \sim 4R_*$  (que es el valor de  $R_{sub}$  donde ocurre la sublimación de los granos de polvo pequeños) y se extiende hasta  $R_d = 100$  AU (cuando es posible; ver tablas 5.5 y 5.6 y la discusión en la sección §5.6.1).

- ★ **Luz de la enana central dispersada por el disco y por la pared.** Los granos de polvo en el disco no sólo absorben la energía incidente, sino también la dispersan isotrópicamente o en cierta dirección preferencial (ello depende del tamaño y la composición de los granos). Del disco (y de la pared) emerge un campo radiativo con longitudes de onda características del campo subestelar. El cálculo del flujo subestelar dispersado no se incluye puesto que resulta ser importante sólo cuando del disco es visto en ángulos cercanos a  $90^\circ$  (disco visto casi de canto), o es muy masivo; en este caso no puede ser descartada su importancia a priori.

## 6.2

### Modelos sintéticos para la emisión

#### 6.2.1. Intensidad y flujo emergente del disco turbulento irradiado: aproximaciones

Nuestros modelos de referencia son dos:

- ★ Disco- $\alpha$ :  $\alpha = 10^{-4}$ ,  $\dot{M} = 10^{-10} M_\odot \text{yr}^{-1}$ , y  $\epsilon = 0.1$
- ★ Disco- $\beta$ :  $\beta = 10^{-5}$ ,  $\dot{M} = 10^{-10} M_\odot \text{yr}^{-1}$ , y  $\epsilon = 0.1$

Ambos discos con dichas características pueden explicar las masas inferidas a partir del flujo a 1.3 mm de Scholz et al. (2006).

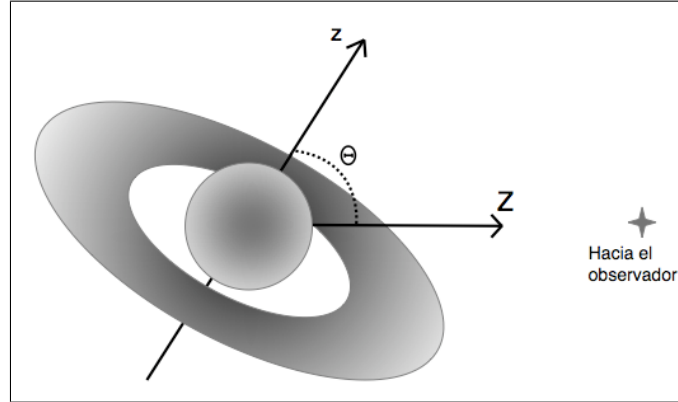
##### 6.2.1.1. Intensidad monocromática emergente

La intensidad monocromática emergente se integra a lo largo de rayos paralelos a la visual; respecto al eje  $z$  en el sistema coordenado centrado en la enana, la visual hace un ángulo  $\Theta$ , por lo que  $dZ = dz/\mu$ , y  $\mu = \cos\Theta$ . En la figura 6.1 se muestra el esquema de la geometría. La ecuación de transferencia radiativa, en un anillo dado y para un rayo a  $\mu$  es,

$$\mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu, \quad (6.2)$$

donde  $S_\nu$  es la función fuente del disco. La intensidad monocromática emergente es, formalmente,

$$I_\nu(0; \mu) = \int_0^{\tau_{\nu,T}} S_\nu[T] e^{-\tau_\nu/\mu} \frac{d\tau_\nu}{\mu}. \quad (6.3)$$



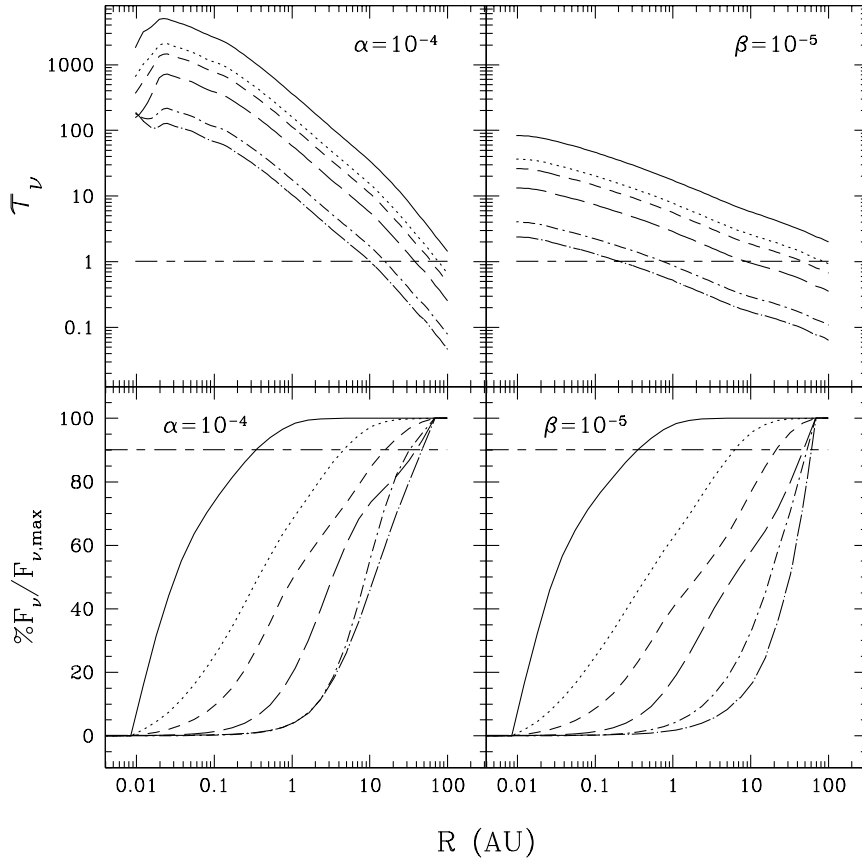
**Figura 6.1:** Esquema de la geometría para el cálculo de la emisión de un anillo; el eje  $z$  corresponde al eje de rotación de la enana —que es perpendicular al plano medio del disco, y el eje  $Z$  apunta hacia el observador. La visual (eje  $Z$ ) hace un ángulo  $\Theta$  respecto al sistema coordenado del disco centrado en la enana.

Despreciando el efecto que puedan tener las dispersiones de los fotones y suponiendo equilibrio térmico local, la función fuente del disco es simplemente la función de Planck evaluada a la temperatura local,  $S_\nu = B_\nu[T]$ . Esto es válido si el tamaño máximo de los granos de polvo es, por ejemplo,  $a_{max} = 0.25 \mu\text{m}$ , pero cuando  $a_{max} = 1 \text{ mm}$ , el albedo del polvo no es nulo y la función fuente debe incluir el término dispersivo,  $S_\nu = \frac{\kappa_\nu B_\nu[T] + \sigma_\nu J_\nu}{\chi_\nu}$  (si las dispersiones son isotrópicas).

La figura 6.2 muestra tanto la profundidad óptica total monocromática de cada anillo para un disco visto de frente ( $\mu = 1$ , de tal forma que la contribución de la pared al flujo total es nula), como el flujo acumulado monocromático. La emisión en el mediano infrarrojo ( $5 \lesssim \lambda \lesssim 40 \mu\text{m}$ ) se forma en anillos ópticamente gruesos y el 90% de ella se forma  $R \lesssim 20 \text{ AU}$  (la banda de silicatos,  $\sim 10 \mu\text{m}$ , se forma dentro de  $\sim 1 \text{ AU}$ ); esta región del espectro traza las zonas más calientes de los discos. El lejano infrarrojo ( $40 \lesssim \lambda \lesssim 350 \mu\text{m}$ ) se forma entre  $\sim 0.1 \text{ AU}$  y  $\sim 70 \text{ AU}$  (aunque los anillos localizados entre  $\sim 0.1$  y  $\sim 20 \text{ AU}$  contribuyen con casi un  $\sim 60\%$  del flujo total a  $\lambda = 100 \mu\text{m}$ ); para el disco- $\alpha$ , gran parte ( $\sim 90\%$ ) de la emisión a  $100 \mu\text{m}$  proviene de anillos ópticamente gruesos, pero para el disco- $\beta$ , la mitad del flujo a dicha longitud de onda proviene de regiones ópticamente delgadas. La emisión sub-milimétrica ( $300\mu\text{m} \lesssim \lambda \lesssim 1 \text{ mm}$ ) y milimétrica ( $\lambda \gtrsim 1 \text{ mm}$ ) típicamente proviene de regiones frías y ópticamente delgadas; pero las capas internas de los anillos localizados dentro de  $\sim 10 \text{ AU}$  del disco- $\alpha$  contribuyen con aproximadamente el 50% del flujo, si el disco es lo suficientemente denso. Como hemos explicado en el capítulo anterior, la densidad superficial de los discos escala con los parámetros de viscosidad turbulenta, así que aumentar  $\alpha$  o  $\beta$  puede hacer que la emisión a cierta longitud de onda sea ópticamente delgada (o que el radio al cual se hace ópticamente delgada se acerque al radio interno del disco), y disminuirlos puede hacer que la emisión provenga de anillos ópticamente gruesos. También el parámetro de agotamiento afecta el valor de  $\tau_\nu$ ; ya que  $d\tau_\nu = -\int_{z_\infty}^0 \chi_\nu(P, T) \rho dz$  (donde  $\chi_\nu$  es la opacidad total monocromática del polvo),  $\chi_\nu$  es proporcional a  $\epsilon$  en la capa donde existe la población de granos pequeños y a  $\epsilon_{big}$  en la capa cercana al plano medio (y en donde también cambia la opacidad total).

En general, la emisión del disco en el cercano y mediano infrarrojo proviene de los anillos interiores

y ópticamente gruesos; el lejano infrarrojo emerge tanto de anillos ópticamente gruesos como de anillos ópticamente delgados, y dependiendo del valor de  $\alpha$ - $\beta$  y  $\epsilon$ , la radiación a  $\lambda \gtrsim 350 \mu\text{m}$  puede ser ópticamente delgada.



**Figura 6.2:** Profundidad óptica total  $\tau_\nu(R)$  (paneles superiores) y flujo acumulado normalizado al flujo máximo  $F_\nu/F_{\nu,max}$  (paneles inferiores) para los discos turbulentos irradiados  $\alpha$  y  $\beta$ , con  $\epsilon = 0.1$ ,  $R_d = 100 \text{ AU}$ , vistos de frente ( $\mu = 1$ ). En cada panel se indica el valor de  $\alpha$  o  $\beta$ . Cada curva representa una longitud de onda:  $\lambda = 10$  (línea continua), 25 (línea punteada), 40 (guión), 100 (guión largo), 600  $\mu\text{m}$  (guión-punto) y 1.3 mm (guión largo-punto). En los paneles superiores, se muestra el valor de  $\tau = 1$  y en los inferiores, el 90% del flujo acumulado (ambas en guión-guión largo).

Cada anillo ópticamente grueso/mediano puede ser separado en dos regiones distinguibles por la temperatura: el *interior*, caracterizado por una temperatura isotérmica  $T_{int} = T_{fot} = T_c$  (con la irradiación subestelar y la disipación turbulenta, en algunas zonas, como fuentes de energía), y la *atmósfera*, localizada en las capas superiores del disco, con una temperatura  $T_{atm} = T_0$  y calentada en su totalidad por la radiación subestelar incidente. Siempre que la disipación turbulenta en los anillos más internos no sea alta, la temperatura de la atmósfera del disco resulta ser mayor que la del interior del disco,  $T_{atm} > T_{int}$ , esto es, existe una *inversión de temperaturas* debido a que la irradiación de la enana central es más importante que la energía disipada por las parcelas turbulentas desintegrándose (e.g. Calvet et al. 1991, 1992). Con esta distinción, la intensidad

emergente a  $9.7 \mu\text{m}$  y a  $18 \mu\text{m}$  de los anillos ópticamente gruesos ( $\tau_R \gg 1$ ) puede aproximarse a

$$I_\nu(0; \mu) \approx B_\nu[T_{int}]e^{-\tau_\nu^t/\mu} + B_\nu[T_{atm}](1 - e^{-\tau_\nu^t/\mu}), \quad (6.4a)$$

siendo  $\tau_\nu^t$  la profundidad óptica de la atmósfera. Si ella es  $\tau_\nu^t \ll 1$ , la intensidad emergente es aproximadamente

$$I_\nu(0) \approx B_\nu[T_{int}] + \frac{\tau_\nu^t}{\mu} (B_\nu[T_{atm}] - B_\nu[T_{int}]). \quad (6.4b)$$

Cuando existe la inversión de temperaturas,  $B_\nu[T_{int}] < I_\nu(0) < B_\nu[T_{atm}]$ . La intensidad emergente es la suma del continuo, formado a  $\tau_\nu \approx 2/3$ , y la contribución de la atmósfera ópticamente delgada (esta es la llamada capa súper-caliente de Chiang & Goldreich 1997). Las condiciones de atmósfera tenue e inversión de temperaturas son suficientes para que las **bandas de silicatos aparezcan en emisión** (Calvet et al. 1991, 1992; Chiang & Goldreich 1997). Si la temperatura central del disco es superior a la de la atmósfera, entonces  $B_\nu[T_{atm}] < I_\nu(0) < B_\nu[T_{int}]$  y la banda de silicatos aparece en absorción (Calvet et al. 1991, 1992). La profundidad óptica de la capa tenue puede aproximarse a  $\tau_\nu^t \sim \frac{\kappa_\nu}{\chi_*} \mu_0$  (D'Alessio et al. 2006; Natta et al. 2000), siendo el cociente  $\kappa_\nu/\chi_*$  la probabilidad de re-emisión de los fotones estelares en dicha zona, y  $\mu_0$  es el coseno entre la dirección de incidencia de la radiación subestelar y la normal del disco. Puesto que la temperatura superficial del disco es básicamente controlada por la luminosidad subestelar ( $T_0^4(R) \approx \frac{1}{16\pi\sigma} \frac{\kappa_P L_*}{\kappa_P^* R^2}$ ), y los cocientes  $\frac{\kappa_P}{\kappa_P^*}$  y  $\frac{\kappa_\nu}{\chi_*}$  son independientes del parámetro de agotamiento, la intensidad emergente de la atmósfera difiere entre diferentes valores de  $\epsilon$  por  $\mu_0$  (al bajar la opacidad de la capa, la altura de la superficie de irradiación y  $\mu_0$  disminuyen, ver la sección §5.6 y D'Alessio et al. 2006). También el disminuir el parámetro de turbulencia  $\alpha$  (o  $\beta$ ) o la tasa de acreción de masa  $\dot{M}$  modifican el valor de  $\mu_0$ , así que la intensidad emergente de los anillos ópticamente gruesos aumentará al disminuir  $\alpha$  o  $\beta$ , aumentar  $\epsilon$ ,  $\dot{M}$  o la luminosidad de la enana central,  $L_*$ , ya que la atmósfera del disco reprocesa la radiación subestelar.

De los anillos ópticamente delgados emerge la mayor parte del flujo en el lejano infrarrojo, submilimétrico y milimétricos. La emisividad de la capa de los granos de polvo grandes supera a la de la población de granos de polvo ISM, así que la intensidad emergente es aproximadamente

$$I_\nu(0; \mu) \approx B_\nu[T_{mm}] \frac{\tau_\nu^{mm}}{\mu}, \quad (6.5)$$

con  $T_{mm}$  la temperatura isotérmica característica de la población de granos de polvo asentados, y  $\tau_\nu^{mm}$  la profundidad óptica total de dichos anillos (dominada por los granos de polvo grandes), que puede escribirse como  $\tau_\nu^{mm} \approx \kappa_\nu \Sigma_\infty$ . Tanto la densidad superficial como la temperatura de dichos anillos es afectada por la variación en  $\epsilon$ ,  $\alpha$ ,  $\dot{M}$  y  $L_*$ , mientras que en el caso  $\beta$ , la densidad superficial varía únicamente con  $\beta$  y  $\dot{M}$ , y sólo la temperatura lo hace también con  $\epsilon$  y  $L_*$ .

En el caso en que la intensidad emergente sea isotrópica,  $\mu_i = \mu$  es el coseno del ángulo entre la visual y el eje  $z$  del disco,  $\mu_i = \cos\Theta$ .

### 6.2.1.2. Flujo monocromático emergente

Para obtener aproximaciones a la emisión del disco, consideramos lo siguiente: el flujo monocromático del disco se obtiene integrando la intensidad emergente de cada anillo del disco (6.3) sobre toda el área visible del disco,

$$F_\nu = \frac{2\pi}{D^2} \int_{R_{in}}^{R_d} I_\nu(0, \mu_i) \mu_i R dR, \quad (6.6)$$

donde  $D$  es la distancia entre el observador y el disco, el diferencial de área  $dA = 2\pi\mu_i R dR$  y el ángulo sólido subtendido por cada diferencial de área es  $dA/D^2$ , si el disco es visto de frente ( $\mu = 1$ ). La intensidad es proporcional a la función de Planck evaluada a la temperatura característica de la zona donde emerge la radiación, y en el límite de Rayleigh-Jeans (en donde  $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$ , el cual se cumple cuando la temperatura es suficientemente alta o la longitud de onda suficientemente larga – o frecuencia baja),  $B_\nu(T) \approx \frac{2\nu^2 k}{c^2} T$ .

### 6.2.1.3. Anillos ópticamente gruesos, $\tau_R \gg 1$ y $\tau_\nu \gg 1$

El flujo ópticamente grueso ( $\tau_{\nu, T} \gg 1$ ) se forma en anillos internos a  $R_1$  (el valor de este radio depende de la longitud de onda), así que los límites de integración en la integral de (6.6) cambian: integramos de  $R_{in}$  a  $R_1$ . En general, si  $R_{in} \rightarrow 0$  y  $R_1 \rightarrow \infty$ ,

$$F_\nu \approx \frac{4\pi\mu_i}{D^2} \frac{hR_*^2}{\gamma_1 c^2} \left( \frac{kT_{m,0}}{h} \right)^{2/\gamma_1} \nu^{3-2/\gamma_1} \Gamma(2/\gamma_1) \zeta(2/\gamma_1), \quad \text{si } 0 < \gamma_1 < 2, \quad (6.7a)$$

en donde  $\Gamma$  y  $\zeta$  son, respectivamente, las funciones gamma y zeta de Riemann evaluadas en  $2/\gamma_1$ , y  $\gamma_1$  es el exponente del perfil radial de temperatura del disco en dicha zona,  $T_m(R) = T_{m,0}(R/R_*)^{-\gamma_1}$ . En la aproximación de Rayleigh-Jeans,

$$F_\nu \approx \frac{4\pi\mu_i}{D^2} \frac{R_*^{\gamma_1}}{2-\gamma_1} \frac{kT_{m,0}}{c^2} \nu^2 R_1^{2-\gamma_1}. \quad (6.7b)$$

El flujo ópticamente grueso depende del valor de  $T_{m,0}$ , así que cambios en  $\epsilon$  o  $\alpha/\beta$  repercuten en la estructura de temperaturas del disco y directamente en la cantidad de energía emitida.

El índice espectral  $n$ , es la dependencia en  $\nu$  del espectro emergente,  $\nu F_\nu \propto \nu^n$  (o de  $\lambda F_\lambda \propto \lambda^{-n}$ ). El índice espectral en longitudes de onda en el mediano-lejano infrarrojo es  $n = 4 - 2/\gamma_1$  o  $n = 3$ , en el límite de Rayleigh-Jeans. Si  $\gamma_1 = 1/2$  (que es el perfil radial de la temperatura central de un disco ópticamente grueso), el índice espectral es  $n = 0$  (*espectro plano*); para un disco reprocesante y geoméricamente plano ( $\mu_0 \approx 0$ ),  $\gamma_1 = 3/4$ , y su índice espectral es  $n = 4/3$  (Adams et al. 1987; Kenyon & Hartmann 1987).

### 6.2.1.4. Flujo ópticamente delgado, $\tau_R \ll 1$ y $\tau_\nu \ll 1$

La emisión ópticamente delgada se forma desde un radio interior  $R_0$  (que depende de la longitud de onda) hasta  $R_d$ ; la profundidad óptica total del anillo puede reescribirse como  $\tau_{\nu, T} = \kappa_\nu \Sigma_\infty(R)$ , y la opacidad  $\kappa_\nu$  aproximarse a una ley de potencias en frecuencia,  $\kappa_\nu = \kappa_{\nu,0}(\nu/\nu_0)^{\beta_1}$  (para  $\lambda \gtrsim 200 \mu\text{m}$ , e.g. Beckwith et al.

1990; D'Alessio 1996). El flujo emergente ópticamente delgado es (suponiendo que  $R_0 \rightarrow 0$  y  $R_d \rightarrow \infty$ ),

$$F_\nu \approx \frac{4\pi}{c^2 D^2} \frac{\kappa_0 \Sigma_0 R_*^2}{\nu_0^{\beta_1} \gamma} \left( \frac{kT_0}{h} \right)^{\gamma_2+1} \nu^{3+\beta_1 - \frac{2-\gamma}{\gamma_1}} \Gamma\left(\frac{2-\gamma}{\gamma_1}\right) \zeta\left(\frac{2-\gamma}{\gamma_1}\right), \text{ si } \frac{2-\gamma}{\gamma_1} > 1, \quad (6.8a)$$

donde  $\gamma$  es el superíndice del perfil radial de la densidad superficial,  $\Sigma_\infty = \Sigma_0 \left(\frac{R}{R_*}\right)^{-\gamma}$ , y  $\gamma_1$  el de la temperatura isotérmica. Vemos que no hay dependencia en el ángulo de inclinación del disco respecto a la visual, ya que todo fotón emitido en dicha zona escapa, es decir, el flujo emergente es directamente proporcional a la emisividad del polvo ( $\kappa_\nu \times m_{polvo}$ , donde  $m_{polvo}$  es la masa del polvo). En el límite de Rayleigh-Jeans, el flujo emergente se aproxima a

$$F_\nu \approx \frac{4\pi}{c D^2} \frac{\kappa_0 \Sigma_0}{\nu_0^{\beta_1}} k T_0 R_*^{\gamma+\gamma_1} \frac{R_d^{2-\gamma-\gamma_1}}{2-\gamma-\gamma_1} \nu^{2+\beta_1}. \quad (6.8b)$$

El flujo emergente ópticamente delgado depende también de  $\epsilon$  y  $\alpha/\beta$ , pues modifican los valores de  $\Sigma_0$ ,  $T_0$ , y también de  $\gamma_1$  (y en el caso de los discos- $\alpha$ , también  $\gamma$ ) y  $\kappa_0$ . El índice espectral en el submilimétrico y milimétrico es  $n = \frac{2-\gamma}{\gamma_1} - 4 - \beta_1$ , y en el límite de Rayleigh-Jeans,  $n = -\beta_1 - 3$ ; el espectro es más inclinado en tal intervalo de longitudes de onda que en el infrarrojo mediano-lejano.

#### 6.2.1.5. Bandas de silicatos

Despreciando la contribución del continuo ópticamente grueso, la intensidad emergente de la atmósfera del disco es  $\sim \frac{\kappa_\nu \mu_0}{\chi_* \mu_i} B_\nu[T_0]$ , así que el flujo emergente es,

$$F_\nu \approx \frac{2\pi}{D^2} \frac{\kappa_\nu}{\chi_*} \int_{R_{in}}^{R_1} \mu_0(R) B_\nu[T_0(R)] R dR. \quad (6.9a)$$

El coseno del ángulo de incidencia de la radiación sobre el disco se puede aproximar a una expansión en una serie de potencias alrededor de  $R = 0$ ,  $\mu_0(R) = \sum_{i=0}^N C_i \left(\frac{R}{R_*}\right)^{1/i}$ ; la forma más sencilla es suponer que en la región de formación de la banda es  $\mu_0(R) \sim R^{1/\gamma_2}$ , con  $\gamma_2 > 0$ . En la aproximación de Rayleigh-Jeans,

$$F_\nu \approx \frac{2\pi}{D^2(1/2 + 1/\gamma_2)} \frac{\kappa_\nu \mu_0(R_1)}{\chi_*} \frac{2\nu^2 k T_0(R_1)}{c^2} R_1^2. \quad (6.9b)$$

Dicha expresión tiene una dependencia fuerte en  $R_1$  (el radio al cual  $\tau_R(R) < 1$ ), esto es,  $F_\nu \sim R_1^{3/2+1/\gamma_2}$ . Si  $\epsilon$  o  $\dot{M}$  aumentan, o el parámetro de la viscosidad turbulenta disminuye,  $R_1$  crecerá hacia anillos más externos, lo cual aumenta el flujo en el pico de la banda (y la banda misma, siempre que  $T_0 > T_c$ ).

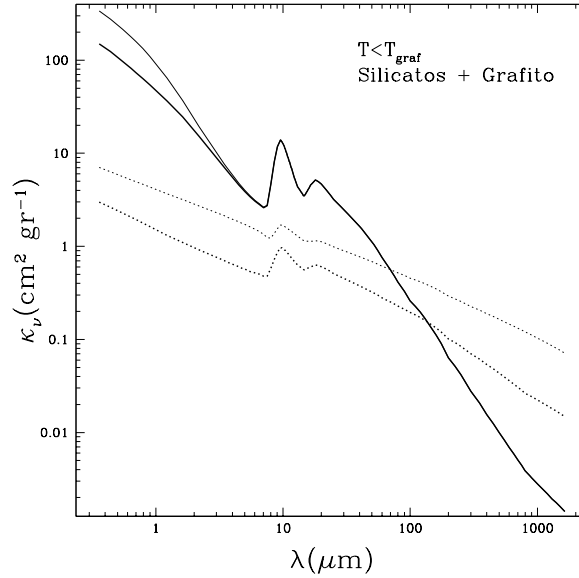
La SED construida para longitudes de onda donde el disco turbulento irradiado domina la emisión tendrá entonces diferentes índices espectrales, los cuales reflejan las condiciones físicas de los anillos de donde emerge la radiación. Las longitudes de onda *de quiebre* ( $\lambda_q$ , que definimos como las longitudes de onda a las cuales

el índice espectral cambia) dependen fuertemente de la densidad superficial del disco, así que variaciones en  $\alpha$ - $\dot{M}$  o  $\beta$ - $\dot{M}$  conllevan que  $\lambda_q$  se haga más roja o disminuya su valor. Los niveles del flujo emergente también son dependientes de  $\Sigma_{\infty}$ - $\epsilon$ , y el intervalo submilimétrico-milimétrico es sensible al valor del radio máximo del disco,  $R_d$ .

#### 6.2.1.6. Opacidades monocromáticas e índice espectral

El índice espectral de las aproximaciones anteriores depende del perfil radial de la temperatura característica de las zonas de donde emerge la radiación, y en regiones ópticamente delgadas, de la variación en frecuencias del coeficiente de absorción del polvo  $\kappa_v$ . La figura 6.3 muestra la variación de  $\kappa_v$  como función de  $\lambda$ , para la mezcla de silicatos y grafito, a  $T = 100$  K (de tal forma que ambas componentes contribuyen a la opacidad), con  $a_{max} = 0.25 \mu\text{m}$  (el polvo en las capas superiores de los anillos) y con  $a_{max} = 1$  mm. Las bandas de silicatos a  $9.7 \mu\text{m}$  y  $18 \mu\text{m}$  son conspicuas cuando  $a_{max} = 0.25 \mu\text{m}$ , y la radiación incidente de la enana con  $\lambda \gtrsim 3 \mu\text{m}$  es absorbida y reirradiada sin ser dispersada. Por otra parte, respecto al caso bien mezclado, esperamos un aumento en la emisión en el lejano infrarrojo-milimétrico cuando los granos de polvo crecen y se asientan en el plano medio de los anillos externos de los discos.

Si  $\lambda \gtrsim 20 \mu\text{m}$ , el coeficiente de absorción puede aproximarse a  $\kappa_v = \kappa_0 \left(\frac{v}{v_0}\right)^{\beta_1}$ ; para los granos micrométricos,  $\beta_1 \approx 2$ , y para los granos milimétricos,  $\beta_1 \approx 0.9$ . A partir de observaciones a  $\lambda \lesssim 100 \mu\text{m}$  del polvo interestelar galáctico, se ha observado que la pendiente en el mediano-lejano infrarrojo es de aproximadamente  $\beta_1 \approx 2$  (e.g. Mathis 1990); para el polvo alrededor de objetos jóvenes observado en longitudes de onda en el lejano infrarrojo, submilimétrico y milimétrico, el espectro de la opacidad es  $0 \lesssim \beta_1 \lesssim 1.5$ , con  $\beta_1 \approx 1$  el valor típico (Andrews & Williams 2005, 2007; Beckwith et al. 1990; Mathis 1990, y referencias allí citadas). Esta disminución en el índice espectral en las regiones milimétricas, se ha interpretado como crecimiento de los granos de polvo hacia tamaños milimétricos (ver por ejemplo, Beckwith et al. 1990; D'Alessio et al. 2001, 2006)



**Figura 6.3:** Coeficiente de absorción  $\kappa_\nu$  (líneas gruesas) y opacidad total  $\chi_\nu$  monocromáticas para la mezcla de silicatos y grafito (medio interestelar, ver apéndice A) con  $a_{max} = 0.25 \mu\text{m}$  (líneas continuas) y  $a_{max} = 1 \text{ mm}$  (líneas punteadas).

Si interpretamos que la emisión de los anillos ópticamente gruesos proviene de los granos de polvo con  $a_{max} = 0.25 \mu\text{m}$ , que la emisión de los anillos ópticamente delgados está dominada por la de los granos de polvo con  $a_{max} = 1 \text{ mm}$ , y si  $\gamma_1 \leq 0.5$  (donde  $\gamma_1 = 0.5$  es el valor del exponente en  $T(R) \propto R^{-\gamma_1}$  para la temperatura en zonas ópticamente gruesas), es posible obtener el valor aproximado de los índices espectrales en las regiones del mediano infrarrojo y el lejano infrarrojo-milimétrico.

En la tabla 6.1 se muestran los índices espectrales esperados para los discos- $\alpha$  y  $\beta$ , dado el modelo de polvo (silicatos+grafito, en el apéndice A se describe detalladamente). En longitudes de onda infrarrojas el espectro emergente  $\lambda F_\lambda$  puede ser *plano* ( $n = 0$ , si  $\gamma_1 = 0.5$ ) o con pendiente positiva; hacia longitudes de onda  $\gtrsim 100 \mu\text{m}$ , los discos- $\alpha$  tienen una pendiente más inclinada, llegando a  $\lambda F_\lambda \propto \lambda^{-3}$  (y en el caso bien mezclado, con  $a_{max} = 0.25 \mu\text{m}$ ,  $\lambda F_\lambda \propto \lambda^{-4}$  si  $\gamma_1 = 0.5$ ). Variar  $\alpha$ - $\epsilon$ - $\dot{M}$  afecta el perfil radial de la temperatura isotérmica; el crecimiento-asentamiento del polvo aumenta  $\gamma_1$ , y si el disco es de baja densidad puede obtenerse que  $\lambda F_\lambda \propto \lambda^{-4/3}$ , el cual es el comportamiento esperado para un disco geoméricamente *plano* ( $\mu_0 \sim 0$ ) y pasivo ( $\gamma_1 = 3/4$ , Adams et al. 1987; Kenyon & Hartmann 1987). Los discos- $\beta$ , respecto a los  $\alpha$ , tienen una pendiente menos inclinada en regiones ópticamente delgadas donde la aproximación de Rayleigh-Jeans no sea válida,  $\lambda F_\lambda \propto \lambda^{-1.9}$  cuando  $\gamma_1 = 0.5$  (y  $\lambda F_\lambda \propto \lambda^{-3}$  en el caso bien mezclado con  $a_{max} = 0.25 \mu\text{m}$  y  $\gamma_1 = 0.5$ ), y puede tener un índice espectral de  $4/3$  si  $\gamma_1 \approx 0.42$ . Si la emisión en dichas zonas puede aproximarse a la ley de Rayleigh-Jeans, entonces el índice espectral es  $\sim 4$  independientemente de la prescripción para la viscosidad turbulenta.

Los intervalos de longitud de onda donde se define un índice espectral dado varían entre modelos, ya que la profundidad promedio de Rosseland depende de la densidad superficial del disco. Modelos con  $\alpha$  o  $\beta$  altos serán menos densos, y las zonas ópticamente gruesas se reducen radialmente; ello afecta principalmente



las longitudes más rojas del mediano infrarrojo y el ala azul del lejano infrarrojo. Las zonas ópticamente gruesas de un disco  $\alpha = 10^{-4}$  llegan hasta  $R \sim 10$  AU, y si  $\alpha = 10^{-2}$ , se reduce a anillos interiores a 1 AU. Un comportamiento similar ocurre con los discos- $\beta$  (ver figuras 5.2 y 5.3). Es de esperar que al aumentar la densidad superficial de los discos (a través de los parámetros de viscosidad turbulenta), el flujo emergente del disco- $\alpha$  (con  $\epsilon = 0.1$  y  $\alpha = 10^{-4}$ ) a  $\lesssim 70 \mu\text{m}$  provenga de anillos ópticamente gruesos, y en el caso  $\beta$  (con  $\epsilon = 0.1$  y  $\beta = 10^{-6}$ ), si  $\lambda \lesssim 100 \mu\text{m}$ . Esta longitud de quiebre,  $\lambda_{c,1}$ , que separa emisión ópticamente gruesa y emisión *intermedia*, disminuye con la densidad superficial del disco. Existe una zona *intermedia*, para la cual la radiación a cierta longitud de onda proviene tanto de zonas ópticamente gruesas como de anillos delgados; en este caso, el índice espectral, en el límite de Rayleigh-Jeans, se aproxima a  $n = 3 + \frac{\beta_1}{1+\Delta}$ , donde  $\Delta$  es el cociente de emisiones ópticamente gruesa a ópticamente delgada,  $\Delta = \frac{F_v^{\text{grueso}}}{F_v^{\text{delgada}}}$  (con  $\Delta \lesssim 1$  típicamente, Andrews & Williams 2007; Beckwith et al. 1990). En el caso en que la temperatura del disco sea muy baja o a frecuencias altas, el índice espectral de estas zonas intermedias es  $n = 4 - \frac{2}{\gamma_1} + \frac{\beta_1 + \gamma_1}{1+\Delta}$ , y el valor de  $\beta_1$  depende de la opacidad dominante en la región ópticamente delgada. Para el disco  $\alpha$ , el índice espectral en un intervalo de longitudes de onda donde el flujo emergente proviene tanto de zonas ópticamente gruesas como de zonas delgadas es  $n \leq \frac{2.9}{1+\Delta}$ ; para el disco- $\beta$ ,  $n \leq \frac{1.9}{1+\Delta}$ , así que la pendiente de  $\lambda F_\lambda$  en tal intervalo de longitudes de onda es más inclinado que en el caso ópticamente grueso, y menos que el caso ópticamente delgado. La longitud de onda de corte  $\lambda_{c,2}$ , que marca la transición entre la emisión *intermedia* y la emisión ópticamente delgada, también depende de la densidad superficial del disco; entre más pequeño sea el parámetro de viscosidad turbulenta, la probabilidad de que parte de la emisión en longitudes de onda en el lejano infrarrojo y milimétrico, la cual típicamente emerge de regiones ópticamente delgadas, se forme también en anillos ópticamente gruesos, aumenta.

$\tau_R$	$\alpha/\beta$	n		
		$I_v \propto B_v[T]$	$I_v \propto T$	
$\tau_R \gg 1$	...	$4 - \frac{2}{\gamma_1}$	$\leq 0$ , si $\gamma \leq 0.5$	3
$\tau_R \ll 1$	$\alpha$	$3.9 - \frac{1}{2\gamma_1}$	$\leq 2.9$ , si $\gamma \leq 0.5$	3.9
	$\beta$	$4.9 - \frac{3}{2\gamma_1}$	$\leq 1.9$ , si $\gamma \leq 0.5$	3.9

Tabla 6.1: Índices espectrales en los límites ópticamente grueso y ópticamente delgado.

### 6.2.2. Variación en el parámetro de viscosidad turbulenta

La figura 6.4 muestra la SED total del sistema enana+pared+disco, para discos con  $\epsilon = 0.1$ , variando  $\alpha$  de  $10^{-4}$  a  $10^{-2}$ , y  $\beta$  de  $10^{-6}$  a  $10^{-4}$ .

- ★  $\lambda < 10 \mu\text{m}$ : La emisión está dominada por la enana y la pared. A  $R_d = 100$  AU, la altura máxima de la superficie para los casos más densos ( $\alpha = 10^{-4}$ ,  $\beta \lesssim 10^{-5}$ ) es del orden de 100 AU, así que la extinción de la enana y de la pared es notable respecto a los casos menos densos. La reducción de la extensión

radial del disco disminuye la profundidad óptica total en la visual, para un ángulo de inclinación dado (ver D'Alessio et al. 1999). El efecto de disminuir  $\alpha$  o  $\beta$  (dados  $\dot{M}$ ,  $R_d$  y  $\epsilon$ , siempre que el ángulo de inclinación del disco respecto a la visual no sea cercano a  $0^\circ$ ) es el de aumentar la extinción hacia las regiones más internas del sistema.

- ★ **Banda de silicatos a  $10 \mu\text{m}$ :** Esta característica notable del espectro se forma en las capas tenues en los anillos ópticamente gruesos del disco, así que el flujo de la banda debería aumentar al disminuir  $\alpha$  (o  $\beta$ ). Entre  $\alpha = 10^{-2}$  y  $\alpha = 10^{-3}$  vemos un ligero aumento, pero debido al radio de los discos, las capas donde se forma la banda son extinguidas por los anillos externos del disco en los discos con  $\alpha = 10^{-4}$  y  $\beta \leq 10^{-5}$ , y si  $\beta = 10^{-6}$ , la banda aparece en absorción; el ángulo de inclinación al cual la banda de silicatos aparece en absorción (efecto discutido en Chiang & Goldreich 1999; D'Alessio et al. 1999) depende también del radio máximo del disco. Sólo para el caso  $\alpha = 10^{-4}$  existe una zona donde la temperatura central es superior a la de la atmósfera, pero ello no es la causa principal por la cual la banda se encuentre extinguida.
- ★  **$\lambda > 10 \mu\text{m}$ :** Los niveles en el lejano infrarrojo, milimétrico y submilimétrico aumentan con la densidad (o con  $\alpha$ ,  $\beta$  decreméntándose o  $\dot{M}$  aumentando). En los discos- $\alpha$  la diferencia entre modelos con distintas  $\alpha$  es más dramática que entre los modelos  $\beta$ : el flujo a estas longitudes de onda es proporcional a la masa total del disco y a la temperatura promedio de los anillos externos (Beckwith et al. 1990),

$$F_\nu \approx \frac{\kappa_\nu B_\nu[T] M_d^{polvo}}{D^2}. \quad (6.10)$$

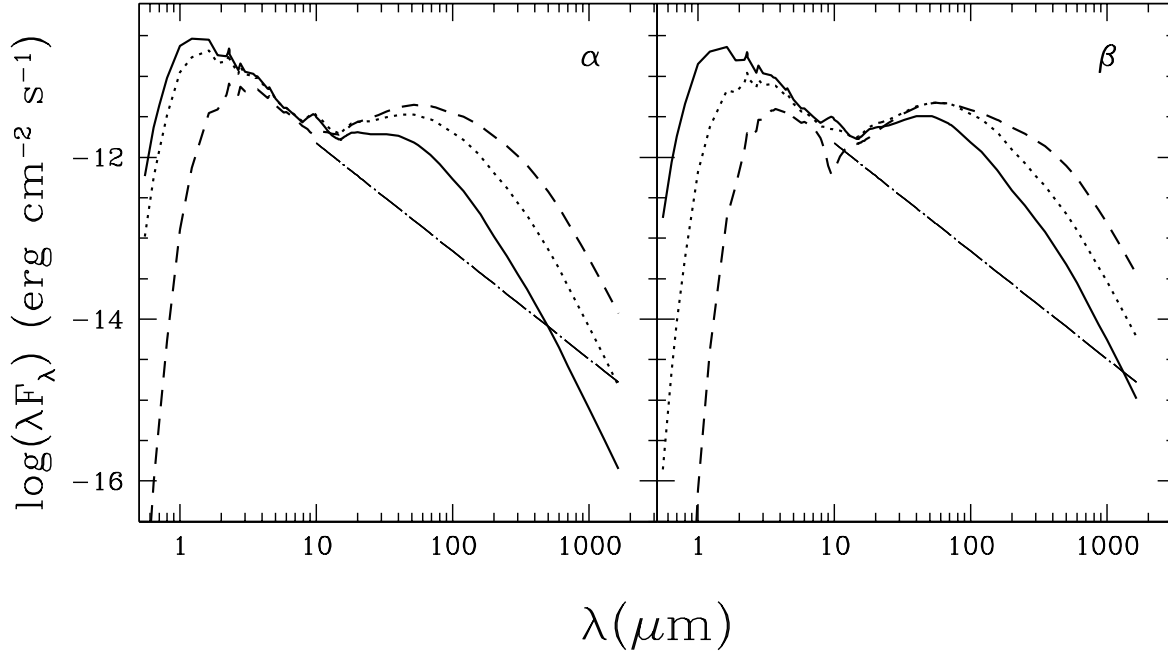
En los discos- $\beta$ , el flujo emergente es aproximadamente

$$F_\nu \approx \frac{2\kappa_\nu}{3(3/2 - \gamma_2) D^2} B_\nu[\langle T \rangle (R_d)] \frac{\dot{M}}{\beta} \Omega_K^{-1}(R_d), \quad (6.11)$$

y para los discos- $\alpha$ ,

$$F_\nu \approx \frac{2\kappa_\nu}{3D^2} B_\nu[\langle T \rangle (R_d)] \frac{\dot{M}}{\alpha} \frac{\Omega_K(R_d)}{c_s^2[\langle T \rangle (R_d)]} R_d^2. \quad (6.12)$$

El flujo milimétrico es inversamente proporcional al valor del parámetro de la viscosidad turbulenta del modelo; ello modifica la masa total, lo que controla el nivel del flujo emergente. En el caso  $\beta$ , la masa total del disco no depende de las propiedades físicas locales del disco (debido a que la turbulencia hidrodinámica es controlada exclusivamente por el pozo de potencial central) y escala con  $\beta^{-1}$ ; en cambio, la masa total del disco- $\alpha$  es controlada por la temperatura promedio de los anillos externos, así que escala con  $\alpha^{-1}$  y  $\langle T \rangle^{-1}$ .



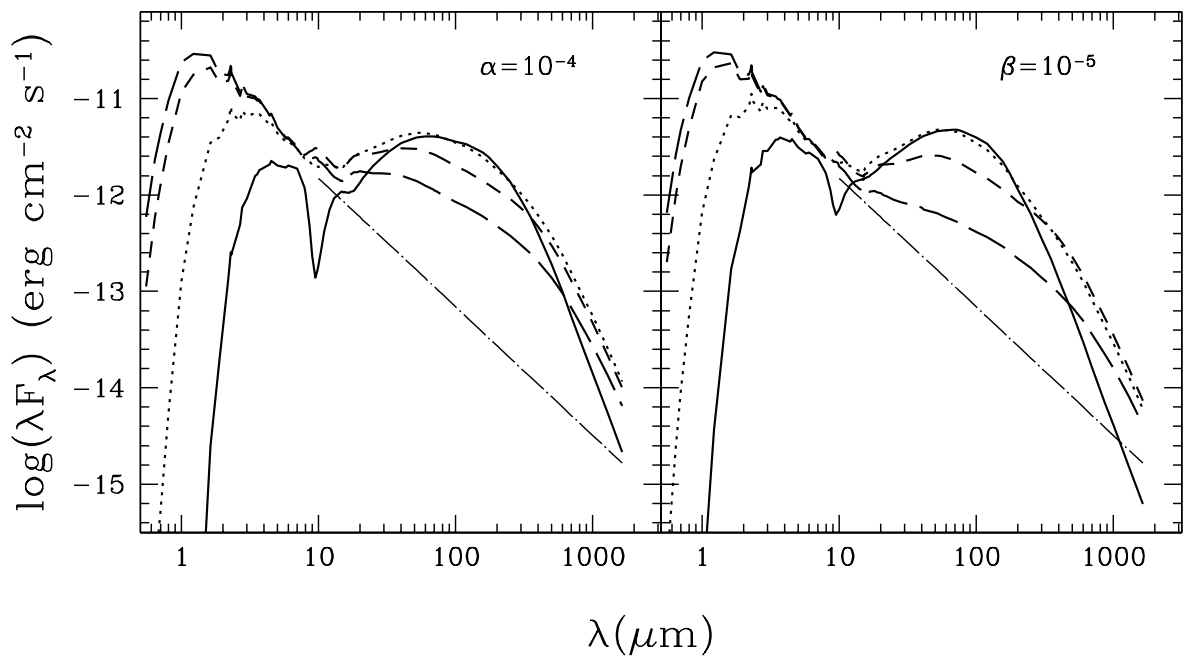
**Figura 6.4:** SED sintética para los discos turbulentos irradiados con  $\epsilon = 0.1$ ,  $R_d = 100$  AU,  $i = 60^\circ$ , variando  $\alpha$  ( $10^{-4}$ : guión,  $10^{-3}$ : línea punteada y  $10^{-2}$ : línea continua) y  $\beta$  ( $10^{-6}$ : guión,  $10^{-5}$ : línea punteada y  $10^{-4}$ : línea continua). En cada panel se indica el parámetro de viscosidad turbulenta ( $\alpha$  o  $\beta$ ). En guión largo-punto se muestra la SED para un disco geoméricamente plano ( $\mu_0 = 0$ ),  $\lambda F_\lambda \propto \lambda^{-4/3}$ .

Respecto a los índices espectrales, vemos que a partir de  $\sim 20 \mu\text{m}$  existen tres zonas delimitadas en pendiente, que varían de acuerdo al valor del parámetro de viscosidad. En el mediano infrarrojo y las longitudes de onda más azules del lejano infrarrojo, el índice espectral es negativo (y la pendiente de  $\lambda F_\lambda$  vs  $\lambda$  es positiva); conforme aumenta el parámetro de viscosidad turbulenta, el valor de  $n$  se incrementa hasta llegar a ser plano ( $n = 0$ ) en el caso  $\alpha = 10^{-2}$ ; esto es un reflejo de la desviación del perfil de temperaturas radial canónico,  $T \sim R^{0.5}$ . La longitud de onda de quiebre,  $\lambda_{c,1}$  decrece debido a la disminución en la densidad superficial, así que parte del lejano infrarrojo puede formarse también en zonas ópticamente delgadas; entre menor sea el índice espectral en esta región, mayor es la contribución de las zonas ópticamente delgadas. Por esto también la longitud de onda de quiebre  $\lambda_{c,2}$  se recorre hacia el submilimétrico en los casos más densos.

Por comparación se muestra en la figura la curva  $\lambda^{-4/3}$ , el cual es el espectro esperado para un disco reprocesante y geoméricamente plano (Adams et al. 1987; Kenyon & Hartmann 1987) y también para un disco turbulento no irradiado. Para el valor de agotamiento  $\epsilon = 0.1$ , ningún valor de  $\alpha$  o de  $\beta$  reproduce el índice espectral del disco plano, pero en el régimen intermedio, donde la emisión es la suma de contribuciones ópticamente gruesas y delgadas, es posible lograr una combinación de  $\gamma_1$  y  $\Delta$  que reproduzca  $n = 4/3$ . Por ejemplo, si  $\gamma_1 = 0.5$ , y  $\Delta = 1.175$  (el flujo ópticamente grueso es 1.175 veces la del ópticamente delgado) en el disco- $\alpha$ , o  $\Delta = 0.425$  en el disco- $\beta$ , es posible obtener una SED de un disco plano.

### 6.2.3. Variación en el parámetro de reducción del polvo

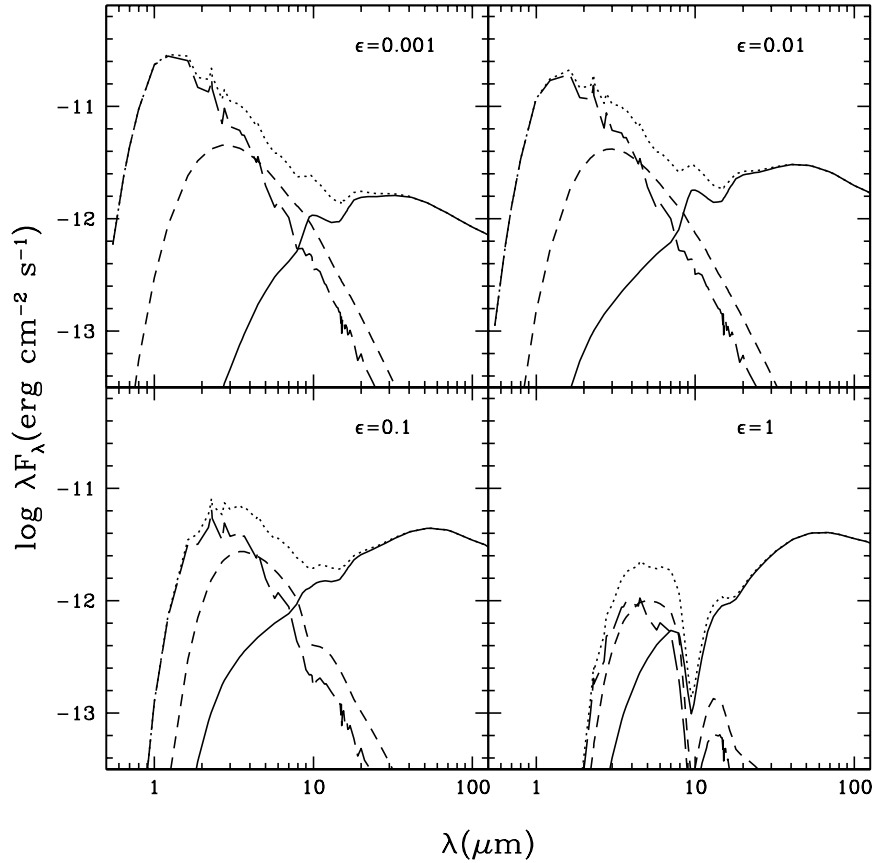
Las figuras 6.5, 6.6 y 6.7 muestran los efectos de evacuar las capas superiores de los anillos de polvo típico del medio interestelar (a través del parámetro  $\epsilon$ ) y aumentar la cantidad de polvo de tamaño milimétrico cerca del plano medio (crecimiento y asentamiento del polvo) en el disco- $\alpha$  (con  $\alpha = 10^{-4}$  y en el disco- $\beta$  ( $\beta = 10^{-5}$ ). La altura del disco de polvo también varía con  $\epsilon$  (ver por ejemplo D'Alessio et al. 2006, aunque también varía con el parámetro de viscosidad turbulenta), pero por sencillez tomaremos para toda  $\epsilon$  que  $H_{wall} = 1H_p$ , esto es, la escala de altura del polvo es igual a la escala de altura del gas en  $R = R_w$  (donde  $R_w$  es la localización radial de la pared, ver Apéndice B).



**Figura 6.5:** SED sintética para los discos turbulentos irradiados con  $\alpha = 10^{-4}$  (panel izquierdo) o  $\beta = 10^{-5}$  (panel derecho),  $R_d = 100$  AU,  $i = 60^\circ$ , variando  $\epsilon$  (0.001: guión largo, 0.01: guión, 0.1: línea punteada y 1: línea continua). En guión largo-punto se muestra la SED para un disco geoméricamente plano ( $\mu_0 = 0$ ),  $\lambda F_\lambda \propto \lambda^{-4/3}$ .

- ★  $\lambda < 10 \mu\text{m}$ : Independientemente de la prescripción turbulenta, la emisión de la enana y de la pared son enrojecidas cuanto más contenido de polvo pequeño exista en las capas superiores del disco; dicho de otra manera, la profundidad óptica monocromática a  $\lambda \lesssim 10 \mu\text{m}$ , hacia la región central del sistema, es dominada por los granos de polvo de tamaños micrométricos.
- ★ **Banda de silicatos a  $10 \mu\text{m}$** : Tanto los niveles respecto al continuo como el ancho de la banda decremantan con el agotamiento de los granos de polvo pequeños en la atmósfera del disco, debido a la disminución en temperatura de tales capas (consecuencia de la disminución en el flujo de irradiación y de la superficie de irradiación). Pero para  $\epsilon \geq 0.1$ , los discos con  $R_d = 100$  AU son tan densos que la

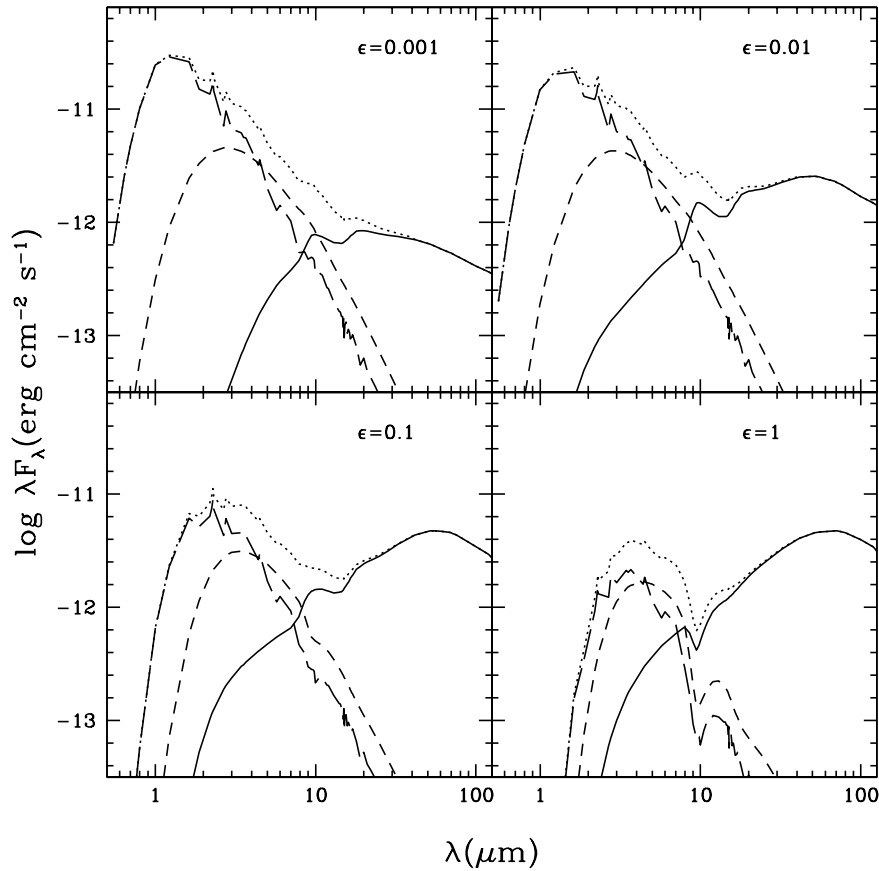
banda formada en las capas superiores del disco es velada/extinguida totalmente por los anillos externos del propio disco.



**Figura 6.6:** SED sintética para los discos turbulentos irradiados con  $\alpha = 10^{-4}$ ,  $R_d = 100$  AU,  $i = 60^\circ$ , variando  $\epsilon$  según se indica en cada panel. En línea continua, la emisión del disco; en guión, la emisión de la pared vertical de polvo a  $T_{wall} = 1400$  K y  $H_{wall} = 1H_p$  enrojecida por el disco. En guión largo, la fotosfera enrojecida de la enana a  $T_* = 2800$  K de los modelos DUSTY de Allard et al. (2001). La SED total se muestra en línea punteada.

- ★  $\lambda > 10 \mu\text{m}$ : La emisión en el mediano-lejano infrarrojo disminuye con  $\epsilon$  debido a que la superficie de irradiación se encuentra cada vez más cerca del plano medio del disco; ello implica una disminución en la captación de flujo subestelar incidente, y como el disco, en los anillos externos, sólo *reprocesa* la radiación subestelar, el flujo emergente debe disminuir. El índice espectral a longitudes de onda en el mediano infrarrojo puede ser plano con  $\epsilon$  pequeña, pero tiene un valor negativo (o una pendiente positiva en  $\log(\lambda F_\lambda)$ ) cuando  $\epsilon$  se acerca al caso bien mezclado. Ello indica que el flujo a tales longitudes de onda proviene, en gran parte, de las zonas ópticamente gruesas del disco. Luego, el índice espectral en el lejano infrarrojo se hace más inclinado, aunque no lo suficiente para que  $n = -4/3$  (que es el valor para un disco geoméricamente plano,  $\mu_0 = 0$ ); el valor traza de cierta manera si el continuo se forman

en regiones ópticamente gruesas, o tanto en regiones ópticamente gruesas como delgadas.



**Figura 6.7:** SED sintética para los discos turbulentos irradiados con  $\beta = 10^{-5}$ ,  $R_d = 100$  AU,  $i = 60^\circ$ , variando  $\epsilon$  según se indica en cada panel. En línea continua, la emisión del disco; en guión, la emisión de la pared vertical de polvo a  $T_{wall} = 1400$  K y  $H_{wall} = 1H_p$  enrojecida por el disco. En guión largo, la fotosfera enrojecida de la enana a  $T_* = 2800$  K de los modelos DUSTY de Allard et al. (2001). La SED total se muestra en línea punteada.

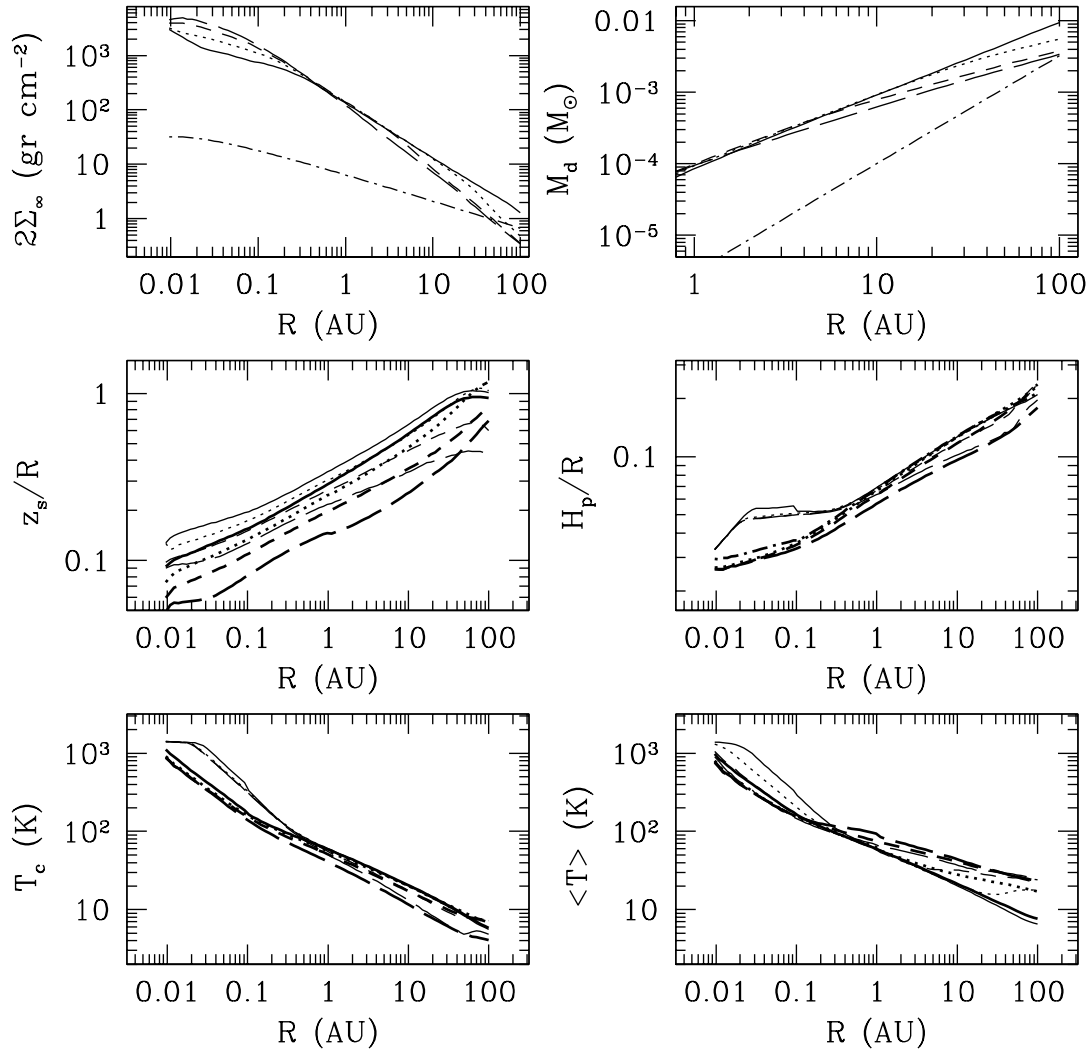
El submilimétrico y milimétrico, dominado por los granos de polvo asentados en el plano medio, resulta ser superior al caso bien mezclado; en el caso- $\alpha$ , la emisión es máxima con  $\epsilon = 0.1$ , pero en el caso- $\beta$ , el máximo ocurre con  $\epsilon = 0.01$ , pero ambas diferencias (entre los modelos con  $\epsilon = 0.1$  y  $\epsilon = 0.01$ ) son marginales y prácticamente indistinguibles debido a sus temperaturas centrales similares. Disminuye la emisión respecto a estos casos cuando  $\epsilon = 0.001$  ya que la temperatura central en este modelo es inferior a la de los casos con  $\epsilon > 0.001$ . Si el perfil de temperaturas es más inclinado que  $\gamma_1 = 0.5$  (lo cual ocurre cuando  $\epsilon$  decrece), el índice espectral tiene un valor menos inclinado (y en  $\log(\lambda F_\lambda)$ , un valor menos negativo). Ya que  $\gamma_1 \approx 0.5$  en el caso bien mezclado, la pendiente en el milimétrico es más inclinada en este caso respecto a los discos asentados.

Para distinguir observacionalmente el valor de reducción del polvo  $\epsilon$ , son necesarios flujos en al menos cuatro longitudes de ondas: dos en el lejano infrarrojo y dos en el submilimétrico/milimétrico, suponiendo que valores como el ángulo de inclinación, el radio máximo del disco, la tasa de acreción de masa y la turbulencia operante (y el valor de la viscosidad asociada) pueden ser determinados independientemente.

#### 6.2.4. El disco- $\alpha$ comparado con el disco- $\beta$

En la figura 6.8 mostramos la estructura radial de los discos bien mezclados y asentados, con  $\alpha = 10^{-4}$  y  $\beta = 10^{-5}$ . Excepto en las regiones más internas de los discos (donde la disipación turbulenta domina el calentamiento de los anillos), las temperaturas promedio y central, dada  $\epsilon$ , son similares. Tal comportamiento es el esperado en situaciones donde la irradiación subestelar es el mecanismo de calentamiento dominante y en zonas donde la profundidad óptica total es mayor o similar 1. Debido a ello, la escala de altura del gas,  $H_p(R)$ , es muy similar entre ambas prescripciones para la viscosidad turbulenta. Las diferencias comienzan cuando las cantidades dependen en cierto grado de la densidad superficial; para  $R \lesssim 40$  AU, la densidad superficial de los discos- $\alpha$  es superior a la de aquella de los discos- $\beta$ . Ello tiene como consecuencia que la altura de la superficie de irradiación sea inferior en el caso- $\beta$ , de tal forma que esperamos que tanto el flujo de irradiación incidente como el flujo emergente reprocesado sean menores al caso- $\alpha$ , para  $\epsilon < 1$ .

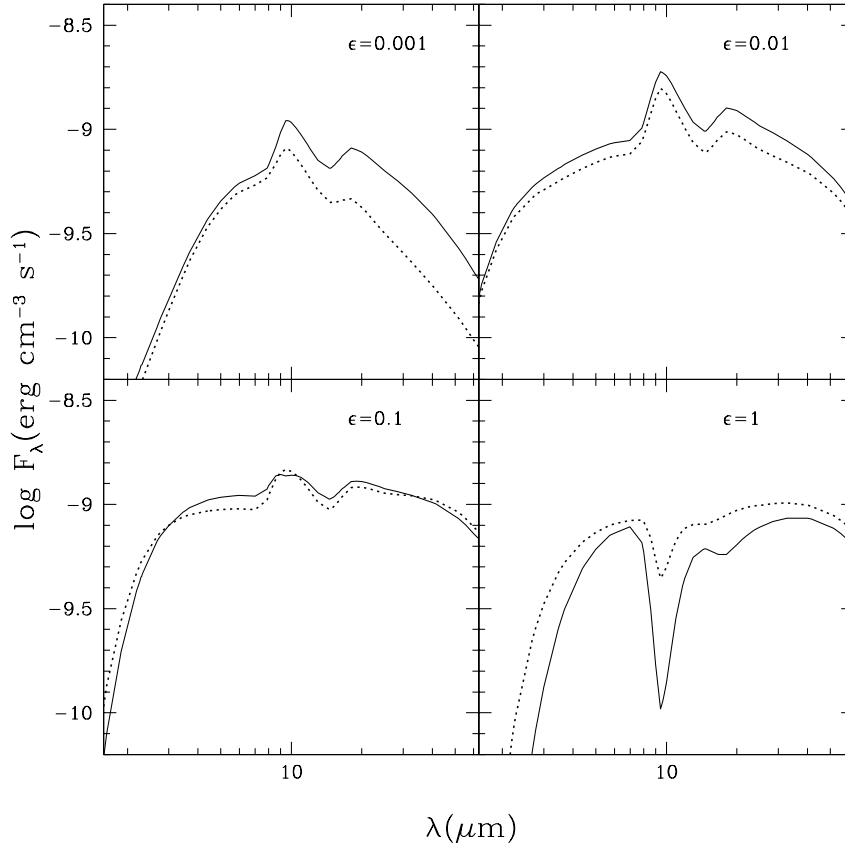
Como vimos en párrafos anteriores, el flujo ópticamente grueso depende fuertemente de la temperatura de los anillos y del coseno del ángulo de incidencia, y en menor medida del radio máximo del disco ópticamente grueso, así que no esperamos grandes variaciones en el flujo emergente ópticamente grueso. En regiones ópticamente delgadas, el flujo es proporcional a la masa del disco y a la temperatura de los granos de polvo de radio milimétrico. La mayor parte de ella se encuentra contenida en las regiones externas de los discos- $\beta$  (para los discos- $\alpha$ , el  $\sim 80\%$  de la masa total está contenida en  $R \gtrsim 10 - 20$  AU, mientras que para los discos- $\beta$ , el mismo porcentaje se encuentra entre  $\sim 40$  AU y 100 AU), la superficie de irradiación de ellos aumenta como consecuencia del aumento en la densidad superficial, y la emisividad de los discos- $\beta$  es superior en tales zonas, pero debido a que la masa total del disco- $\alpha$ , no necesariamente el flujo en el submilimétrico y milimétrico debe ser mayor en el caso- $\beta$ .



**Figura 6.8:** Estructura radial de los discos turbulentos irradiados con  $\alpha = 10^{-4}$  (líneas delgadas) y  $\beta = 10^{-5}$  (líneas gruesas),  $R_d = 100$  AU,  $i = 60^\circ$ , variando  $\epsilon$  ( $\epsilon = 0.001$ : guión largo,  $\epsilon = 0.01$ : guión,  $\epsilon = 0.1$ : línea punteada y  $\epsilon = 1$ : línea continua). Paneles superiores: densidad superficial total (panel izquierdo) y masa acumulativa (panel derecho). Para el disco  $\beta$  (guión-punto) tanto  $\Sigma_\infty$  como  $M_d(R)$  son independientes de  $\epsilon$ . Paneles medios: altura de la superficie de irradiación (panel izquierdo) y escala de altura del gas (panel derecho). Paneles inferiores: temperatura central (panel izquierdo) y temperatura promedio (panel derecho).

En la figura 6.9 graficamos el flujo emergente  $F_\lambda$  de los discos, variando el parámetro de reducción  $\epsilon$ . Sólo en los casos  $\epsilon = 0.001$  y  $\epsilon = 1$ , para  $\lambda \lesssim 50 \mu\text{m}$ , existen diferencias en el flujo emergente del disco. En el caso de mayor asentamiento del polvo, debido a la baja densidad superficial del disco- $\beta$ ,  $z_s$  disminuye y  $\mu_0 \sim 0$ , lo cual decrementa el flujo emergente en longitudes de onda en el mediano infrarrojo. Para el caso bien mezclado, debido a que el disco- $\alpha$  es mucho más masivo, la profundidad de la banda de silicatos (que aparece en absorción) es mucho mayor que la del disco- $\beta$ . Excepto en estos casos notables, el flujo emergente en el cercano y mediano infrarrojo de los discos- $\alpha$  y  $\beta$  coinciden bastante bien.





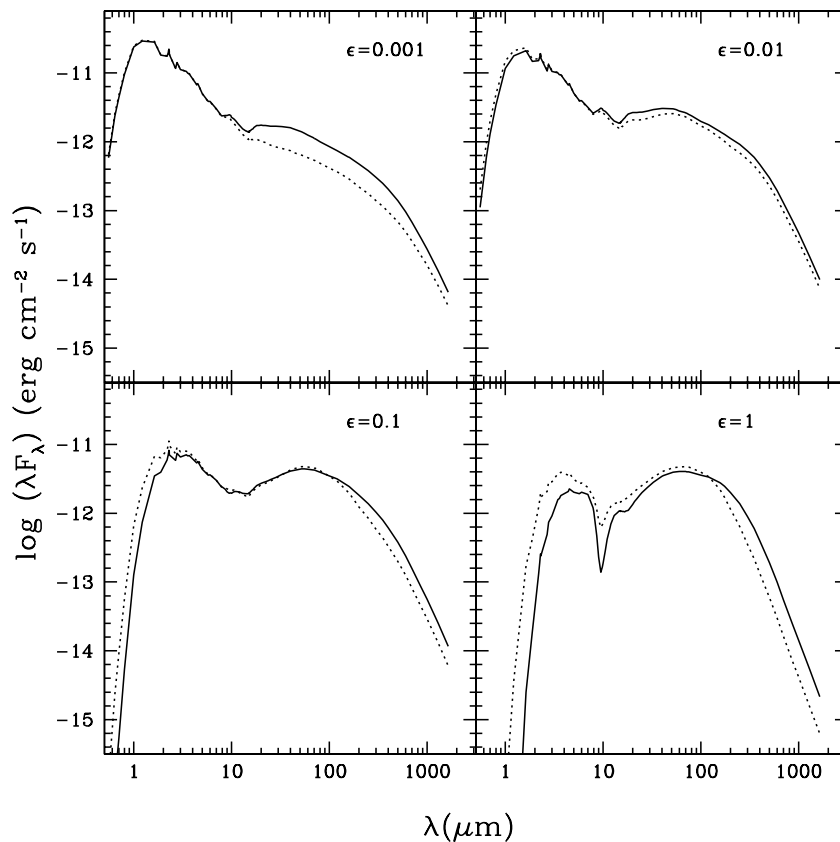
**Figura 6.9:** Flujo emergente, sintético, de los discos turbulentos irradiados con  $\alpha = 10^{-4}$  (línea continua) y  $\beta = 10^{-5}$  (línea punteada),  $R_d = 100$  AU,  $i = 60^\circ$ , variando  $\epsilon$  según se indica en cada panel.

Construimos la SED total para cada caso, suponiendo que la altura de la pared es  $H_{wall} = H_p$  (donde  $H_p$  es la altura del disco a  $T_{wall} = 1400$  K,  $H_{wall} = c_s(T_{wall})/\Omega_K(R_w)$ , y  $R_w$  es la localización radial de la pared, que depende principalmente de la luminosidad subestelar y en menor grado de los choques de acreción del gas que cae del disco hacia la estrella, a través de  $\dot{M}$ , ver Apéndice B). Las SEDs sintéticas se muestran en la figura 6.10. Para los casos  $\epsilon = 0.01$  y  $\epsilon = 0.1$ , las SEDs son prácticamente indistinguibles; la masa total del disco- $\alpha$  con  $\epsilon = 0.01$  es igual a la del caso  $\beta$ , así que la concordancia en el intervalo submilimétrico y milimétrico no debe ser sorprendente. En el caso  $\epsilon = 0.1$ , las diferencias pueden no ser resueltas observacionalmente. En general, se refuerza las ideas de que el mecanismo más importante de calentamiento del disco es la irradiación subestelar, y de que la emisión del polvo de las capas superiores, estando en equilibrio radiativo con el campo de fotones subestelares, es proporcional a la temperatura subestelar (y las pequeñas diferencias nacen de los distintos perfiles radiales).

En el caso  $\epsilon = 0.001$ , aunque la masa total de los discos  $\alpha$  y  $\beta$  sea prácticamente la misma, el flujo de irradiación es inferior en el caso- $\beta$  debido a que  $\mu_0$  se acerca rápidamente a 0. Ello implica que el flujo subestelar reprocesado por tal disco será menor que lo que recibe y reirradía el disco- $\alpha$ , y los efectos son notables a longitudes de onda infrarrojas. Esta diferencia disminuye en el intervalo submilimétrico-milimétrico

de longitudes de onda, básicamente porque la masa total de ambos discos es igual (y porque en las zonas donde se forma el flujo, la superficie de irradiación del disco- $\beta$  es mayor que el disco- $\alpha$ ). En el caso bien mezclado,  $\epsilon = 1$  y  $\alpha_{max} = 0.25 \mu\text{m}$ , al ser el disco- $\alpha$  masivo, las regiones internas del sistema enana+disco son más enrojecidas que por el disco- $\beta$ . Por la misma razón, la banda de silicatos a  $9.7 \mu\text{m}$ , que en ambos casos aparece en absorción debido a extinción por el propio disco, es más profunda en el caso  $\alpha$ , y es también en parte responsable por el flujo infrarrojo disminuido. La tendencia se revierte en el lejano infrarrojo, y ya que la masa total del disco- $\alpha$  es casi tres veces superior a la del disco- $\beta$ , la emisión a  $\lambda \gtrsim 100 \mu\text{m}$  es superior en el disco- $\alpha$ .

El poder distinguir la turbulencia operante (o, alternativamente, el perfil radial de la densidad superficial) en los discos a través de la SED parece una tarea difícil. Si de alguna manera pudiese ser observado el radio máximo del disco, el valor constreñiría la masa total en los modelos y esperaríamos que de los discos- $\beta$  emergiese un flujo disminuido respecto a los discos- $\alpha$ .



**Figura 6.10:** SED sintética (enana+pared+disco) de los discos turbulentos irradiados con  $\alpha = 10^{-4}$  (línea continua) y  $\beta = 10^{-5}$  (línea punteada),  $R_d = 100 \text{ AU}$ ,  $i = 60^\circ$ , variando  $\epsilon$  según se indica en cada panel.

### 6.2.5. Ingredientes para modelar la emisión de los discos

A manera de conclusión para esta sección, la malla de modelos construida hace patente la necesidad de observaciones a longitudes de onda mayores que  $\sim 20 \mu\text{m}$  para así discriminar, dada la tasa de acreción de masa  $\dot{M}$  y el ángulo de inclinación del disco, entre modelos con distintos parámetros  $\alpha/\beta$  y  $\epsilon$ . En principio, fijando dos parámetros del disco por medio de observaciones independientes, es posible constreñir el resto de los parámetros *libres* que caracterizan al disco, pero recordemos que el modelaje de la emisión emergente de un disco más la pared de polvo (que discutimos en el apéndice B.3) depende de muchos otros parámetros también:

- ★ **Ángulo de inclinación  $i$ .** Modifica primordialmente la emisión de la estrella, disco y pared en longitudes de onda en el óptico e infrarrojo.
- ★ **Radio interno del disco,  $R_{in}$ , o bien la temperatura efectiva de la pared vertical,  $T_{wall}$ .** El variar la temperatura de la pared decreta la emisión en el cercano infrarrojo y la puede aumentar en el mediano infrarrojo (si los discos son *truncados* a radios mayores que el radio a la temperatura de sublimación del polvo).
- ★ **Altura de la pared,  $H_{wall}$ .** Dada la temperatura de la pared, la altura de la pared modula la emisión en el cercano-mediano infrarrojo, aumentándola o decretaéndola.
- ★ **Radio externo del disco,  $R_d$ .** Modifica la masa del disco, la emisión en el milimétrico y la profundidad óptica total hacia el objeto central.
- ★ **Tasa de acreción de masa,  $\dot{M}$ .** Modifica la densidad superficial del disco y por tanto, tiene efectos a todas las longitudes de onda en las que emite el disco.
- ★ **Parámetro de viscosidad turbulenta.** Al igual que  $\dot{M}$ , modula la densidad superficial del disco.
- ★ **Parámetro de reducción de los granos de polvo pequeños,  $\epsilon$ .** Sus efectos son notables a partir de  $\lambda \gtrsim 20 \mu\text{m}$ .
- ★ **Modelo del polvo** (composición química, abundancias). Dependiendo del modelo escogido (en nuestro caso, usamos el modelo de polvo de Draine & Lee (1984), con silicatos y grafito, ver apéndice A), características espectrales pueden o no aparecer (como la banda de silicatos, o bandas de hielo de agua).
- ★ **Tamaño máximo del radio de los granos de polvo,  $a_{\text{máx}}$ , y la distribución de los radios de los granos** ( $n(a) \sim a^{-p}$ , Mathis et al. 1977), para ambas poblaciones de granos de polvo.
- ★ Para discos asentados, la **altura máxima que alcanzan los granos de polvo grandes,  $z_{big}$ .**

★ **La anisotropía de la dispersión de los granos de polvo,  $g_v$ .** A grandes rasgos,  $g_v$  indica la dirección en la cual la radiación incidente será dispersada por los granos de polvo; dos casos límite pueden estudiarse, el caso isotrópico ( $g_v = 0$ ), y la dispersión hacia adelante (en inglés *forward scattering*,  $g = 1$ , que equivale a  $\chi_v = \kappa_v$ ). El efecto de variar  $g_v$  es notorio cuando el disco es visto casi de canto; la intensidad del campo de fotones difusos (dispersados) que reemerge del disco, y que tiene longitudes de onda características de la enana, es modificado —aumenta o disminuye tanto el flujo como la imagen de la luz dispersada. Por otro lado, si  $\chi_v = \kappa_v$ , el modelo del disco tendrá una emisión superior respecto al caso de dispersión isotrópica, ya que el polvo tiene mayor capacidad de absorber la radiación incidente y llega a zonas más profundas del disco (D’Alessio et al. 2006; Natta et al. 2000).

No es trivial modelar la emisión de un disco; para evitar perderse en un mar de parámetros, se fijan ciertos valores. Por lo general, cuando sólo quiere estudiarse la estructura general de un disco, los correspondientes al polvo: su composición, sus propiedades ópticas, su tamaño máximo. Puesto que nuestro objetivo es explorar la estructura de los discos circunsubestelares, y ante la escasa información a longitudes de onda en el mediano y lejano infrarrojo y milimétrico, se varía primeramente  $R_{in}$ ,  $H_{wall}$ ,  $i$  (fija  $\dot{M}$ , ya que es un dato obtenido independientemente, en el mejor de los casos; por otro lado, para objetos subestelares se ha obtenido que  $\dot{M} \lesssim 10^{-10} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$  Mohanty et al. 2005b; Muzerolle et al. 2005),  $\epsilon$  y finalmente  $R_d$  y  $\alpha/\beta$ . De todos ellos, fijando el ángulo de inclinación del disco, sólo el parámetro de viscosidad turbulenta tiene un impacto global en la SED; los otros parámetros modifican regiones específicas en  $\lambda$ .

## 6.3

### Mediana observacional de Tauro

La región de formación estelar de baja masa Tauro-Auriga, localizada a 140pc, es un laboratorio subestelar único, puesto que debido a su cercanía y a su juventud, los discos de polvo de las enanas café son detectados en su etapa más luminosa y turbulenta: la llamada **fase T Tauri**, en la cual los fenómenos de acreción y eyección están presentes en el sistema disco+enana. Con el mismo propósito de D’Alessio et al. (1999), construimos la mediana observacional de las enanas café de Tauro, de tal forma que podamos identificar tendencias en la SED de los discos circunsubestelares, o tratar de constreñir ciertos valores como radio máximo, parámetro de viscosidad turbulenta (o el perfil radial de la densidad superficial).

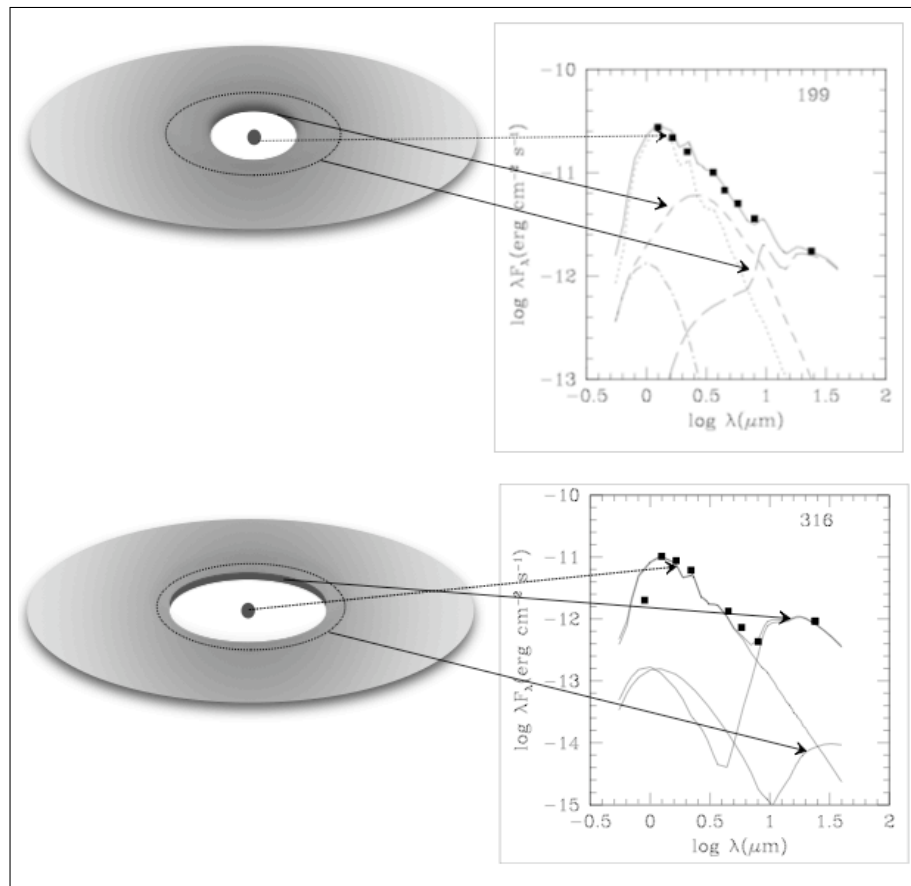
De la literatura con observaciones de enanas en Tauro (Briceño et al. 1998, 2002; Guieu et al. 2006, 2007; Kenyon & Hartmann 1995; Luhman et al. 2003a; Luhman 2004; Luhman et al. 2006; Luhman 2006; Martín et al. 2001), seleccionamos aquellas que tengan un tipo espectral igual o más tardío que  $M6$ ; a la edad de Tauro, objetos con dichos tipos espectrales tendrán masas cercanas a o por debajo de la masa límite para el quemado de hidrógeno (Luhman et al. 2006). Debido a sus colores anómalos en el cercano infrarrojo (ver el apéndice C.3), que indican una alta extinción hacia la enana debido a un disco visto casi de canto (Luhman 2004; Luhman, Adame, et al. 2007), la enana 2MASS J04381486+2611399 no es incluida en la

selección. Objetos con compañeras binarias también son descartados. Se enlistan las enanas tardías en Tauro en la tabla 6.2. Debido a que entre los diversos grupos de trabajo no hay un consenso sobre la determinación de los tipos espectrales y asignación de masas, escogemos los tipos espectrales determinados por K. Luhman y colaboradores. En caso de que no existan valores determinados para la luminosidad, y si existe evidencia de disco, a partir de la fotometría infrarroja podemos obtenerla. La fotometría  $JHK_s$  (del estudio Two-Micron All-Sky Survey, 2MASS Skrutskie et al. 2006) se encuentra disponible para todas las enanas, así que es posible obtener un estimado de la luminosidad bolométrica  $L_{bol}$  usando la magnitud  $J$  desenrojecida y la corrección bolométrica apropiada (que construimos a partir de la corrección bolométrica en la banda  $K$  de Leggett et al. 2001). Con el tipo espectral conocido, la temperatura efectiva de la enana es conocida siguiendo la escala de temperatura de Luhman et al. (2003b). El radio subestelar es entonces calculado, y con ayuda de modelos evolutivos sintéticos NextGen (Baraffe et al. 2002; Chabrier et al. 2000), la masa de la enana puede ser estimada. Una simplificación conveniente es la de suponer que los objetos son contemporáneos, por lo cual es posible encontrar una relación burda entre el tipo espectral (temperatura efectiva) y la masa de la enana; de esta manera (la cual es la transformación tipo espectral a masa de Kraus & Hillenbrand 2007) podemos asignar una masa a nuestra muestra.

Antes de construir la mediana observacional, determinamos los parámetros físicos *típicos* de una enana café joven que posee un disco de polvo a su alrededor. La tabla 6.3 enlista la fotometría infrarroja y flujo milimétrico disponible para las enanas de Tauro. En los casos en que la fotometría en las bandas IRAC se encuentre disponible, eliminamos aquellas enanas cuyos colores son indicativos de la fotosfera subestelar: si  $[3.6] - [4.5] \lesssim 0.15$  y  $[5.8] - [8] \lesssim 0.3$  (Hartmann et al. 2005; Luhman et al. 2006), no hay un exceso en el infrarrojo cercano que indique la presencia de un disco circunsubestelar *normal* (esto es, que el disco de polvo se trunque a  $T \approx 1400$  K y no a temperaturas menores, las cuales indican que el disco puede encontrarse en una fase más avanzada de su evolución, en la *transición* hacia un disco de desechos, ver Calvet et al. 2002, 2005; Calvet & D'Alessio 2010, y referencias allí citadas). La figura 6.11 muestra el esquema de un disco *normal* y de un disco en *transición* y el efecto de truncar el radio interno del disco en la SED infrarroja. El exceso en el color  $K - L'$ , respecto a la fotosfera subestelar (Jayawardhana et al. 2003), también es un indicativo de la presencia de un disco de polvo ópticamente grueso y caliente, así que incluimos en la muestra los objetos con  $E(K - L') \gtrsim 0.2$ . En caso de no existir fotometría infrarroja, si el objeto es acretor (esto es, tiene una tasa de acreción de masa medida) consideramos que tiene un disco a su alrededor que le provee de masa.

De las 50 enanas compiladas en la tabla 6.3, sólo 18 enanas pueden ser clasificadas como objetos Clase II (con disco de polvo ópticamente grueso). Para trece de ellas no existe fotometría en el infrarrojo, así que es desconocida su clase, y de las restantes 19, tres de ellas presentan exceso en el mediano infrarrojo o milimétrico y podrían ser catalogadas como objetos que poseen discos en *transición*; para el resto, los colores IRAC son indicativos de la fotosfera subestelar. Del total con fotometría infrarroja (u otro indicativo de presencia de disco), casi la mitad de los objetos (18 de 37) poseen un disco circunsubestelar; la penúltima columna indica

si el objeto posee un disco *normal*. Con dichos objetos construimos *la mediana de los parámetros físicos subestelares*: la enana tiene una temperatura efectiva de 2838 K (que equivale a un tipo espectral de M7.25 Luhman et al. 2003b) y una luminosidad de  $0.02L_{\odot}$  (y un radio de  $0.59R_{\odot}$ ); para el tipo espectral M7.25, la masa de la enana es de  $0.05M_{\odot}$  (la masa mediana del subconjunto es también de  $0.05M_{\odot}$  debido a la relación entre masa y tipo espectral). Por comparación, los valores medianos de temperatura efectiva y tipo espectral de las 50 enanas es 2795 K y  $0.01L_{\odot}$ , respectivamente (lo cual equivale a una masa de  $0.04M_{\odot}$ ); el subconjunto de las enanas con disco contiene enanas más luminosas, y como la irradiación subestelar es el mecanismo más importante para calentar el disco, es un parámetro crucial en la determinación de un modelo sintético para confrontar la mediana observacional.



**Figura 6.11:** Esquema de un disco normal, donde el polvo en la pared vertical tiene una temperatura  $\sim 1400$  K (figura superior) y de un disco en transición, para el cual el disco interior se encuentra truncado y la temperatura máxima del polvo es  $\ll 1400$  K. Se muestran las SEDs observadas y los modelos de un disco normal (para la enana L199) y un disco en transición (enana L316). Las flechas apuntan a las componentes (enana, pared vertical y anillo del cual emerge la radiación con  $\lambda \lesssim 30 \mu\text{m}$ ); las SEDs son adaptadas de Muzerolle, Adame, et al. (2006).

Emisión de los discos

Identificación 2MASS	Nombre	T.E. <sup>a</sup>	$L_*(10^{-2}L_\odot)$	$M_*(M_\odot)^b$	$J - K_s$	$H - K_s$	$K_s$ <sup>e</sup>	Referencias <sup>f</sup>
J04141188+2811535		M6.25	1.5	0.09	1.52	0.69	11.64	6, 10
J04151471+2800096	KPNO-Tau 1	M8.5	0.2	0.02	1.35	0.51	13.74	4, 7, 10
J04152409+2910434		M7	1.19	0.058	1.33	0.53	12.36	8, 9
J04161885+2752155		M6.25	2.7	0.09	1.19	0.43	11.35	8, 9
J04185115+2814332	KPNO-Tau-2	M7.5	0.57	0.044	1.17	0.49	12.75	4, 7, 9, 10
J04190126+2802487	KPNO-Tau 12	M9	0.082	0.01	1.32	0.5	14.94	5, 9, 10
J04215450+2652315		M8.5	...	0.02	1.64	0.6	13.9	8
J04221332+1934392		M8	...	0.03	1.34	0.53	11.53	8
J04221644+2549118	CFHT-Tau-14	M7.75	1.4	0.038	1.12	0.43	11.94	7, 8
J04230607+2801194		M6	3	0.01	1.04	0.41	11.2	9
J04242090+2630511		M6.5	0.9	0.08	1.06	0.38	12.43	9
J04262939+2624138	KPNO-Tau-3	M6	2	0.1	1.24	0.42	12.08	4, 9
J04263055+2443558		M8.75	...	0.02	1.26	0.54	13.4	8
J04272799+2612052	KPNO-Tau 4	M9.5	...	0.01	1.71	0.74	13.28	4, 7, 9, 10, 11
J04274538+2357243	CFHT 15	M8.25	...	0.03	1.25	0.55	13.69	7, 8, 9, 11
J04290068+2755033		M8.25	0.65	0.03	1.16	0.47	12.85	8, 9
J04294568+2630468	KPNO-Tau-5	M7.5	1.9	0.044	1.1	0.38	11.54	4, 9, 10, 11
J04300724+2608207	KPNO-Tau 6	M8.5	0.31	0.02	1.31	0.51	13.69	4, 7, 9, 10, 11
J04302365+2359129	CFHT 16	M8.25	...	0.03	1.27	0.55	13.7	7, 8, 9, 11
J04305718+2556394	KPNO-Tau 7	M8.25	0.42	0.03	1.25	0.56	13.27	4, 9, 10, 11
J04311907+2335047		M7.75	0.95	0.038	1.31	0.52	12.2	8, 9
J04312405+1800215	MHO-4, X	M7	4.8	0.06	1.09	0.36	10.57	2, 4
J04312669+2703188	CFHT-Tau-13	M7.5	0.28	0.04	1.38	0.52	13.45	7, 8, 9, 11
J04320329+2528078		M6.25	4.45	0.09	0.99	0.39	10.72	8, 9
J04321607+1812464	MHO-5	M6	11	0.01	1.01	0.33	10.06	2, 4
J04322329+2403013		M7.75	2.44	0.038	1.01	0.36	11.33	8, 9
J04325026+2422116	CFHT-Tau-5	M7.5	0.55	0.044	2.68	0.94	11.28	7, 8, 9, 10
J04330781+2616066	KPNO-Tau-14	M6	11	0.1	1.64	0.54	10.27	5, 9
J04330945+2246487	CFHT-Tau-12	M6	3	0.01	1.61	0.6	11.55	7, 8, 11
J04334291+2526570		M8.75	...	0.02	1.31	0.52	13.33	8, 9
J04335245+2612548		M8.5	...	0.02	1.81	0.6	13.99	9
J04341527+2250310	CFHT-Tau-1	M7	4	0.058	1.89	0.69	11.85	3, 10
J04350850+2311399	CFHT-Tau-11	M6	2.5	0.01	0.94	0.35	11.59	7, 8, 9, 11

Continúa...

<sup>a</sup>Tipo Espectral. La escala de temperaturas asociada está dada por la escala de Luhman et al. (2003b).

<sup>b</sup>La masa, suponiendo que todos los objetos de una misma región son contemporáneos, está relacionada con el tipo espectral del objeto. La relación masa-tipo espectral es la misma que la usada por Kraus & Hillenbrand (2007).

<sup>c</sup>Color  $J - K_s$  de las bandas del estudio 2MASS

<sup>d</sup>Color  $H - K_s$  de las bandas del estudio 2MASS

<sup>e</sup>Magnitud  $K_s$  de las bandas del estudio 2MASS

<sup>f</sup>1:Kenyon & Hartmann (1995), 2: Briceño et al. (1998), 3: Martín et al. (2001), 4: Briceño et al. (2002), 5:Luhman et al. (2003a), 6:Luhman (2004), 7:Guieu et al. (2006), 8:Luhman (2006), 9:Luhman et al. (2006), 10:Scholz et al. (2006), 11:Guieu et al. (2007), 12:Luhman, Adame, et al. (2007), 13: Bouy et al. (2008).

*Continúa de la página anterior*

Identificación 2MASS	Nombre	T.E.	$L_*(10^{-4}L_\odot)$	$M_*(M_\odot)$	$J - K_s$	$H - K_s$	$K_s$	Referencias
J04354526+2737130		M9.25	...	0.01	1.3	0.53	13.71	8, 9
J04355143+2249119	KPNO-Tau 9	M8.5	...	0.02	1.29	0.47	14.19	4, 10, 11
J04361030+2159364		M8.5	...	0.02	1.21	0.46	13.64	8
J04361038+2259560	CFHT-Tau-2	M7.5	1.1	0.044	1.59	0.59	12.17	9, 10, 11
J04363893+2258119	CFHT-Tau-3	M7.75	0.88	0.038	1.36	0.49	12.37	3, 4, 9, 10, 11
J04380083+2558572	ITG 2	M7.25	6	0.051	1.44	0.53	10.1	9, 11
J04382134+2609137	GM Tau	M6.5	4.7	0.078	2.17	0.95	10.63	1, 6, 9, 11
J04390396+2544264	CFHT-6	M7.25	2	0.051	1.28	0.47	11.37	6, 7, 9, 10, 11
J04394748+2601408	CFHT-Tau-4	M7	5.4	0.058	1.84	0.68	10.33	3, 4, 9, 10, 11
J04400067+2358211		M6	2.7	0.01	0.95	0.39	11.48	9
J04414489+2301513		M8.5	...	0.02	1.25	0.56	13.16	8
J04414825+2534305		M7.75	0.9	0.035	1.51	0.58	12.22	6, 10, 11
J04442713+2512164	IRAS04414+2506	M7.25	2.8	0.051	1.43	0.6	10.76	6, 9, 10, 11, 13
J04484189+1703374		M7	0.8	0.058	1.03	0.44	12.49	8, 9
J04552333+3027366		M6.25	1.3	0.09	1.1	0.42	11.97	6, 10
J04554969+3019400		M6	1.6	0.01	0.95	0.37	11.86	6
J04574903+3015195		M9.25	0.11	0.01	1.29	0.64	14.48	6, 10

**Tabla 6.2:** Enanas con tipo espectral igual o más tardío que M6 en Tauro.



BD <sup>a</sup> ID 2MASS <sup>b</sup>	Nombre	Acrotor <sup>c</sup>	log $\dot{M}^d$	[3.6] <sup>e</sup>	L' <sup>[3.8]</sup> <sup>f</sup>	[4.5]	[5.8]	[8]	$F_{24}^g$	$F_{1.38}^h$	Clase <sup>i</sup>	$E(K-L)'$	Disco <sup>k</sup>	¿En la Mediana?
1	J04141188+2811535	Sí	-10 [1], -10 $\lesssim$ log $\dot{M} \lesssim$ -8.9 [3]	...	...	...	...	...	...	...	...	...	Sí	No
2	J0415147+280009	No	...	...	12.83	...	...	...	...	...	...	Sí	Sí	No
3	J04152409+2910434	No	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	No	No
4	J04161885+2752155	No	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	No	No
5	J04185115+2814332	No	$\lesssim -12$ [1]	12.21	12.12	12.07	11.99	11.86	...	1.83	III	No	No	No
6	J0419012+280248	Sí	-11.4 [1], -10.5 [2], -11.4 $\lesssim$ log $\dot{M} \lesssim$ -10.8 [3]	13.93	...	13.54	13.17	12.63	...	...	II	...	Sí	Sí
7	J04215450+2652315	No	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	No	No
8	J04221332+1934392	No	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	No	No
9	J04221644+2549118	No	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	No	No
10	J04230607+2801194	No	10.6	10.3	9.89	9.35	...	...	...	...	II	...	Sí	Sí
11	J04242090+2630511	No	11.8	11.4	11	10.3	...	...	...	...	II	...	Sí	Sí
12	J04262939+2624138	Sí	-10 [1], -9.9 [2]	11.38	11.09	10.9	10.48	9.67	...	...	II	Sí	Sí	Sí
13	J04263055+2443558	No	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	No	No
14	J04272799+2612052	Sí	$\lesssim -12$ [1], -11.1 [2], -10.0 [3]	12.49	12.6	12.34	12.2	12.11	...	...	III	No	No	No
15	J04274538+2357243	No	13.17	...	13.06	12.95	12.86	...	...	...	III	...	No	No
16	J04290068+2755033	No	12.33	...	11.96	11.57	10.87	...	...	...	II	...	Sí	Sí
17	J04294568+2630468	No	$\lesssim -12$ [1]	11	10.83	10.9	10.84	10.79	...	...	III	No	No	No
18	J04300724+2608207	Sí	-11.4 [1], -10.8 [2]-11.4 $\lesssim$ log $\dot{M} \lesssim$ -11.0 [3]	13.07	12.6	12.74	12.36	11.59	...	...	II	Sí	Sí	Sí
19	J04302365+2359129	No	...	13.15	...	13.1	12.95	12.83	...	...	III	...	No	No
20	J04305718+2556394	Sí	-11.4 [1], -11.0 [2]	12.54	12.35	12.23	11.89	11.24	2.29	...	II	Sí	Sí	Sí
21	J04311907+2335047	No	...	11.69	...	11.48	11.45	11.38	...	...	III	...	No	No
22	J04312405+1800215	No	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	No	No

Continúa...

<sup>a</sup>Identificación en este trabajo

<sup>b</sup>Identificación en el catálogo del estudio 2MASS.

<sup>c</sup>El objeto es o no acretor. Ver Grosso et al. (2007); Mohanty et al. (2005b).

<sup>d</sup>Logaritmo de la tasa de acreción de masa,  $\dot{M}$  ( $M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ ). Valores tomados de: [1]:Muzerolle et al. (2005), [2]:Mohanty et al. (2005b), [3]:Herczeg & Hillenbrand (2008).

<sup>e</sup>[3.6], [4.5], [5.8], [8]: Magnitudes en las bandas del instrumento IRAC a bordo del Telescopio Espacial Spitzer. Fotometría de Guieu et al. (2007); Hartmann et al. (2005); Luhman et al. (2006).

<sup>f</sup>Magnitud en la banda L', tomada de Jayawardhana et al. (2003).

<sup>g</sup>Flujo a  $24\mu\text{m}$  (en milijanskys), tomado de Guieu et al. (2007)

<sup>h</sup>Flujo a 1.3 mm (en milijanskys), tomado de Scholz et al. (2006)

<sup>i</sup>Clase del disco, según el criterio de Hartmann et al. (2005); Luhman et al. (2006): Clase II: disco de polvo no truncado. Clase III: los colores IRAC pueden ser explicados por la fotósfera subestelar o por la presencia de un disco de polvo truncado a temperaturas menores a la de la sublimación del polvo.

<sup>j</sup>Exceso infrarrojo (respecto a la fotósfera subestelar) en la fotometría de Jayawardhana et al. (2003). Si  $E(K-L)' \gtrsim 0.2$ , entonces existe un disco de polvo ópticamente grueso.

<sup>k</sup>Si los colores IRAC, o el exceso  $E(K-L)'$ , confirman la existencia de un disco de polvo que se extiende hasta donde  $T_d \approx 1400$  K, o si el objeto acreta a una tasa de acreción medible, consideramos que existe un disco, no truncado, alrededor de la enana.

<sup>l</sup>Indica si la fotometría infrarroja es usada para construir la mediana observacional de objetos subestelares en Tauro.

<sup>m</sup>T Tauri de líneas débiles, Briceño et al. (1998).

## Continúa de la página anterior

BD ID 2MASS	Nombre	Acretor	$\log \dot{M}$	[3.6]	$L^{[3.8]}$	[4.5]	[5.8]	[8]	[24]	1.33	T	$E_{K-L}$	Disco	En la Mediana
23	J04312669+2703188			12.79	...	12.7	12.58	12.66	...	...	III	...	No	No
24	J04320329+2528078	Sí <sup>a</sup>	$\lesssim -10.7[2]$ , $-10.8 \lesssim$ $\log \dot{M} \lesssim -10.7[3]$	10.3	...	10.2	10.1	10.1	...	...	III	...	No	No
25	J04321607+1812464			...	9.28	...	...	...	...	...	...	...	Sí	No
26	J04322329+2403013			10.8	...	10.8	10.7	10.7	...	...	III	...	No	No
27	J04325026+2422116	No		10.37	...	10.21	10.06	10.02	...	...	III	...	No	No
28	J04330781+2616066	No	$\lesssim -12 [1]$	9.75	...	9.6	9.49	9.53	...	...	III	...	No	No
29	J04330945+2246487			0	...	0	0	0	3.38	...	...	...	No	No
30	J04334291+2526570			12.68	...	12.54	12.53	12.44	...	...	III	...	No	No
31	J04335245+2612548			13.08	...	12.56	12.17	11.39	...	...	II	...	Sí	Sí
32	J04341527+2250310	No		...	11.14	...	...	...	...	...	...	...	No	No
33	J04350850+2311399			11.12	...	11.03	10.98	10.94	...	...	III	...	No	No
34	J04354526+2737130			13.06	...	13.02	12.77	12.92	...	...	III	...	No	No
35	J04355114+224911			13.51	13.03	...	...	...	...	...	...	Sí	Sí	Sí
36	J04361030+2159364			...	...	...	...	...	...	...	...	...	No	No
37	J04361038+2259560	No		11.62	11.41	11.38	11.35	11.29	...	...	III	...	No	No
38	J04363893+2258119	No	$\lesssim -12 [1]$	11.71	11.63	11.62	11.54	11.56	...	...	III	...	No	No
39	J04380083+2558572			9.53	...	9.41	9.31	9.29	1.22	...	III	...	No	No
40	J04382134+2609137	Sí	-8.7 [3]	9.16	...	8.7	8.38	7.79	46.3	...	II	...	Sí	Sí
41	J04390396+2544264	Sí	-11.3 [1], $-11.3 \lesssim$ $\log \dot{M} \lesssim -11.1[3]$	10.66	...	10.37	9.93	9.1	15.9	2.86	II	...	Sí	Sí
42	J04394748+2601408	Sí	-11.3 [1], $-10.7 [2]$	9.98	9.15	8.97	8.54	7.79	66	2.38	II	...	Sí	Sí
43	J04400067+2358211			10.8	...	10.6	10.3	9.66	...	...	II	...	Sí	Sí
44	J04414489+2301513			...	...	...	...	...	...	...	...	...	No	No
45	J04414825+2534305	Sí	-11.3 [1], $-11.3 \lesssim \log \dot{M} \lesssim$ $-10.5[3]$	11.38	...	10.85	10.4	9.52	18.4	2.64	II	...	Sí	Sí
46	J0442713+2512164	Sí	-11.3 [1], $-10.7 [2]$	9.48	...	8.92	8.28	7.4	124	7.55	II	...	Sí	Sí
47	J04484189+1703374			...	...	...	...	...	...	...	...	...	No	No
48	J04552333+3027366			...	...	...	...	...	...	...	...	...	No	No
49	J04554969+3019400		$\lesssim -10.5 [3]$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	No	No
50	J04574903+3015195			...	...	...	...	...	...	...	...	...	No	No

<sup>a</sup>T Tauri Clásica, Briceño et al. (1998).

Tabla 6.3: Fotometría infrarroja y flujo milimétrico de las enanas con tipo espectral M6 o más tardías en Tauro.

Con los trece objetos que tienen fotometría infrarroja (las enanas 6, 10, 11, 12, 16, 18, 20, 31, 35, 40, 41, 42, 43, 45 y 46), construimos la mediana observacional de Tauro con los siguientes datos publicados (listados en la tabla 6.3):

- ★ Fotometría del catálogo *Point Source* del estudio *2MASS* (Skrutskie et al. 2006) en las bandas *J*, *H* y *K<sub>s</sub>*.
- ★ Fotometría de los instrumentos *IRAC* (Fazio et al. 2004) y *MIPS* (a  $24\mu\text{m}$  Rieke et al. 2004) abordo del Telescopio Espacial Spitzer (Werner et al. 2004).
- ★ Flujo a 1.3 mm de Scholz et al. (2006).

Las magnitudes en el infrarrojo son convertidos a flujo usando el punto cero correspondiente a la banda en el instrumento dado ( $F_{\lambda,0}$ ),  $F_{\lambda} = F_{\lambda,0}10^{-m_{\lambda}/2.5}$ , y desenrojadas usando la ley de extinción de Mathis (1990). Puesto que el mecanismo de calentamiento más importante del disco es la irradiación subestelar incidente, la emisión del disco está regulada por la luminosidad subestelar, así que la radiación emitida por el disco debe escalar con ella. Como las bandas *J* ( $\lambda_c = 1.235 \mu\text{m}$ ) y *H* ( $\lambda_c = 1.662 \mu\text{m}$ ) provienen totalmente de la fotósfera subestelar, y además son las menos propensas a ser afectadas por la emisión de la pared de polvo, la SED de cada sistema enana+pared+disco puede ser normalizada al flujo de cualquiera de las dos bandas,  $F_{\lambda}/F_{\lambda_c}$ . La mediana se construye con el siguiente procedimiento: escogemos la banda *H* para normalizar la SED de cada enana. Se encuentra el valor mediano de los flujos en la banda *H* y la mediana de cada flujo normalizado; al multiplicar por  $F_{H,m}$ , recuperamos el valor del flujo mediano. Las trece enanas tienen magnitudes medidas en las tres bandas del *2MASS* y en las cuatro del instrumento *IRAC*. Sólo seis de ellas (los objetos 20, 40, 41, 42, 45 y 46) tienen flujo observado a  $24 \mu\text{m}$ , y cuatro (objetos 41, 42, 45 y 46) a 1.33 mm. De las trece enanas, sólo tres no fueron detectadas, así que existen seis objetos para los cuales aún no existe medición del flujo milimétrico. La SED mediana construida para  $\lambda \geq 24 \mu\text{m}$  es incompleta y poco realista, pero indica **un límite superior para la SED subestelar** y por tanto es importante construirla. Como veremos en el capítulo 7, detectar a longitudes de onda milimétricas los discos circunsubestelares en Tauro es *extraordinario*, dados los instrumentos observacionales actuales; la mayoría de las enanas que no han sido detectadas en el milimétrico son el resultado de discos con un parámetro de viscosidad turbulenta alto ( $\alpha \sim 0.01$ ).

También es posible construir una SED mediana que sólo incluya a los objetos detectados a todas las longitudes de onda, y aunque los niveles aumentan debido a que la muestra contiene objetos más luminosos, la tendencia es semejante al incluir el resto de las enanas en la mediana. Guieu et al. (2007) reportó límites superiores para el flujo a  $70 \mu\text{m}$ , así que construimos también la mediana de límites superiores sólo con propósitos comparativos. En la tabla 6.4 se muestran los valores de los flujos medianos y los cuartiles inferior y superior de las SEDs de las trece enanas, y en la figura 6.12 la SED mediana observacional para las enanas con tipo espectral igual o más tardío que M6. Se observan pequeñas variaciones en los flujos de las bandas

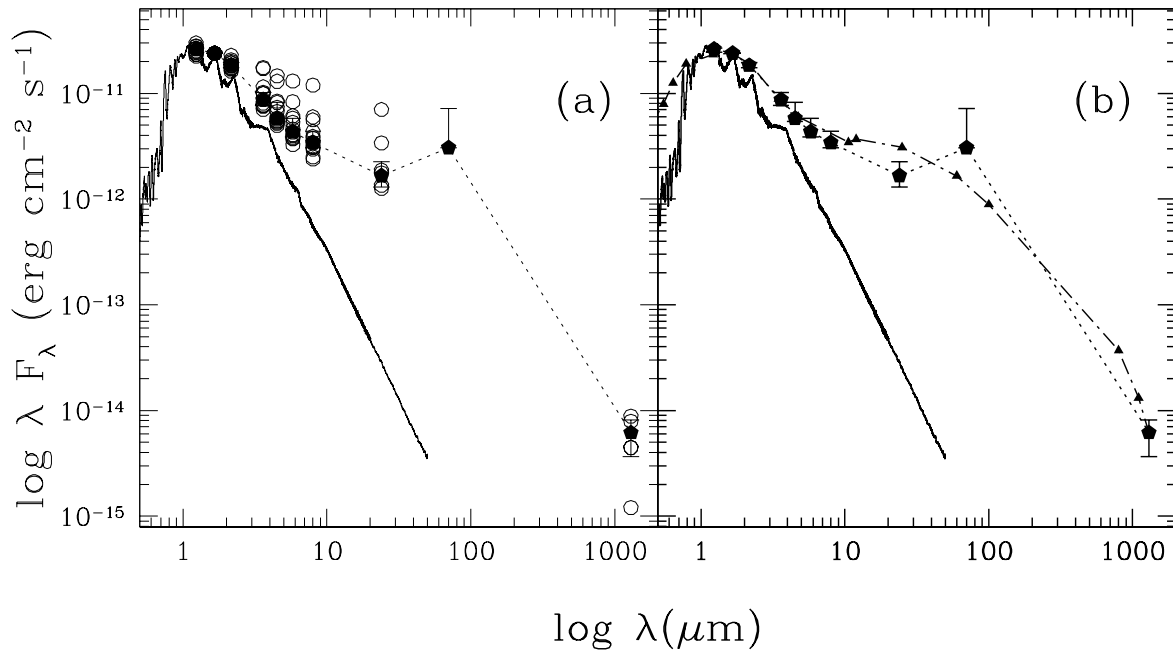
2MASS (normalizadas al flujo de la banda H; en la figura se muestra el valor  $F'_\lambda = F_{\lambda,0} * F_{H,m}/F_{H,0}$ , donde  $F_{\lambda,0}$  es el flujo original,  $F_{H,0}$  el flujo en la banda H del objeto, y  $F_{H,m}$  el valor del flujo mediano), lo cual se debe a que no existe una gran dispersión entre las luminosidades subestelares de los objetos de la muestra. En cambio, a partir de  $\lambda = 3.6 \mu\text{m}$ , existe una mayor dispersión para los flujos entre los diversos objetos, lo cual implica que distintos parámetros, tales como la tasa de acreción de masa (que implica variaciones en la densidad superficial de masa) o el flujo de irradiación incidente (variaciones en la luminosidad subestelar y el grado de asentamiento del polvo), o en la pared vertical de polvo.

En la figura 6.12 se muestra también la mediana de Tauro para estrellas T Tauri con tipos espectrales entre K5 y M2 (D'Alessio et al. 1999), escalada al flujo a  $1.662 \mu\text{m}$  de nuestra mediana. Es notable que ambas medianas, en el cercano infrarrojo, coincidan; aún más notable que las medianas a  $1.3 \text{ mm}$  también lo sean. En general, la similitud entre ambas medianas parece confirmar que la SED de las enanas café son una *versión escalada* de la de las T Tauri; esto implica que la masa de los discos circunsubestelares es inferior (lo cual es un resultado observacional), y se logra variando tres parámetros fundamentales para la estructura de los discos de acreción: el valor del parámetro de la viscosidad turbulenta ( $\alpha$  o  $\beta$ ), el de la tasa de acreción de masa ( $\dot{M}$ ) y el del radio máximo del disco ( $R_d$ ). Por lo pronto, dado que el cociente de los flujos milimétricos medianos (normalizado al flujo de la banda H) de los discos circunsubestelar y circunestelar es aproximadamente la unidad, la masa del disco circunsubestelar es  $M_{BD} \approx 0.024 M_{TT}$  (donde los subíndices *BD* y *TT* corresponden al caso circunsubestelar y circunestelar, respectivamente) o bien, en el caso  $\alpha$ , ya que el cociente  $\dot{M}/\alpha \approx 10^{-6}$  en ambos casos, el radio máximo del disco circunsubestelar es  $R_{d,BD} \approx 7.53 \times 10^{-2} R_{d,TT} \times \frac{T_{0,BD}}{T_{0,TT}}$  (suponiendo que  $\gamma_1 = 0.5$  en ambos casos). Haciendo la suposición de que la temperatura de las regiones donde emerge el flujo milimétrico es similar en ambos casos, y si  $R_{d,TT} = 300 \text{ AU}$ , entonces el radio máximo típico del disco circunsubestelar debería ser  $R_{d,BD} \approx 23 \text{ AU}$  para explicar la emisión milimétrica; es decir, el radio máximo típico de los discos circunsubestelares es aproximadamente un orden de magnitud menor al de los discos circunestelares, y tanto la tasa de acreción de masa y el parámetro  $\alpha$ , dos órdenes de magnitud menores (lo cual preserva el valor del cociente  $\dot{M}/\alpha$  en ambos regímenes). Antes de continuar con la discusión, enfatizamos que **la mediana para el flujo milimétrico no es un valor típico para los discos circunsubestelares: es un límite superior**, y sólo discos con  $\alpha$  o  $\beta$  pequeños pueden explicar el valor *mediano* que reportamos.

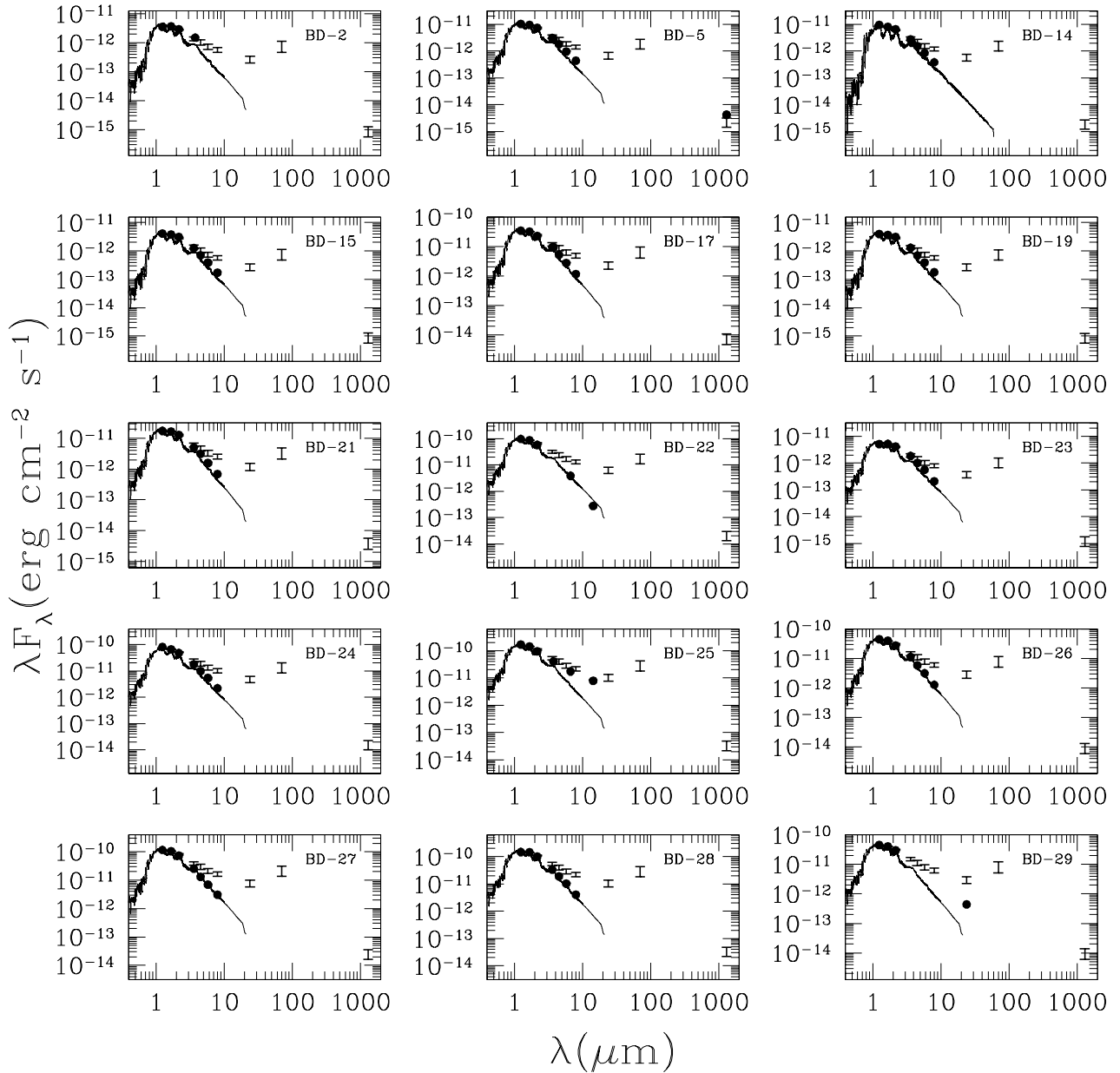
Las figuras 6.13 y 6.14 muestran las SEDs de las enanas con observaciones en las bandas IRAC; en la figura 6.13 se muestran aquellas enanas cuyos colores IRAC se explican por la fotosfera subestelar. Las enanas 5 (con flujo milimétrico observado), 25 (con claro exceso en tres longitudes de onda infrarrojas, pero que no corresponden a las longitudes de la banda IRAC), 29 (con exceso a  $24 \mu\text{m}$ , pero no fue detectada en las bandas IRAC, Guieu et al. 2007) pueden ser catalogadas como objetos en transición, aunque para la enana 25 es más probable que un disco de polvo *normal* y no uno de *transición* se encuentre a su alrededor.

$\lambda_c(\mu\text{m})$	$\lambda F_\lambda(10^{-11}\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1})$		
	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$
1.235	2.437	2.627	2.673
1.662	2.387	2.387	2.387
2.159	1.748	1.841	1.946
3.6	0.767	0.872	0.1018
4.5	0.5414	0.5808	0.8206
5.8	0.3859	0.4316	0.5829
8.0	0.3057	0.3418	0.4358
24	0.1302	0.1666	0.2578
70	0.3045	0.3045	0.7172
1300	$3.650 \times 10^{-4}$	$6.174 \times 10^{-4}$	$8.126 \times 10^{-4}$

**Tabla 6.4:** Mediana observacional de las enanas café en Tauro. Observaciones de: Bouy et al. (2008); Briceño et al. (1998); Guieu et al. (2007); Hartmann et al. (2005); Jayawardhana et al. (2003); Kenyon & Hartmann (1995); Luhman et al. (2003a); Luhman (2004); Luhman et al. (2006); Luhman (2006); Luhman, Adame, et al. (2007); Martín et al. (2001); Scholz et al. (2006).



**Figura 6.12:** Mediana observacional de las enanas de Tauro con tipo espectral igual o más tardío que M6. Panel (a): Flujos observados de las 13 enanas, normalizados a  $F_{1.662\mu\text{m}}$  (círculos) y la mediana de tales flujos (pentágonos lleno) con los cuartiles inferior y superior (barras de error). Pabel (b): Comparación con la mediana observacional de D'Alessio et al. (1999) (triángulos), normalizada al valor del flujo mediano  $F_{1.662\mu\text{m}}$  de nuestra muestra. En ambos paneles se muestra la atmósfera de Allard et al. (2001) (línea continua) para la enana mediana, con  $T_* = 2800 \text{ K}$  y  $L_* = 0.02L_\odot$ . Observaciones de: Bouy et al. (2008); Briceño et al. (1998); Guieu et al. (2007); Hartmann et al. (2005); Jayawardhana et al. (2003); Kenyon & Hartmann (1995); Luhman et al. (2003a); Luhman (2004); Luhman et al. (2006); Luhman (2006); Luhman, Adame, et al. (2007); Martín et al. (2001); Scholz et al. (2006).



**Figura 6.13:** Enanas de Tauro con flujo en las bandas IRAC correspondiente a una fotosfera subestelar. La fotosfera de Allard et al. (2001) se muestra en línea continua (correspondiente a la temperatura y luminosidad de cada enana); las barras de error corresponden a los cuartiles inferior y superior de la mediana, escalados al flujo en la banda H de la enana, y los círculos a los flujos observados. Observaciones de: Bouy et al. (2008); Briceño et al. (1998); Guieu et al. (2007); Hartmann et al. (2005); Jayawardhana et al. (2003); Kenyon & Hartmann (1995); Luhman et al. (2003a); Luhman (2004); Luhman et al. (2006); Luhman (2006); Luhman, Adame, et al. (2007); Martín et al. (2001); Scholz et al. (2006).

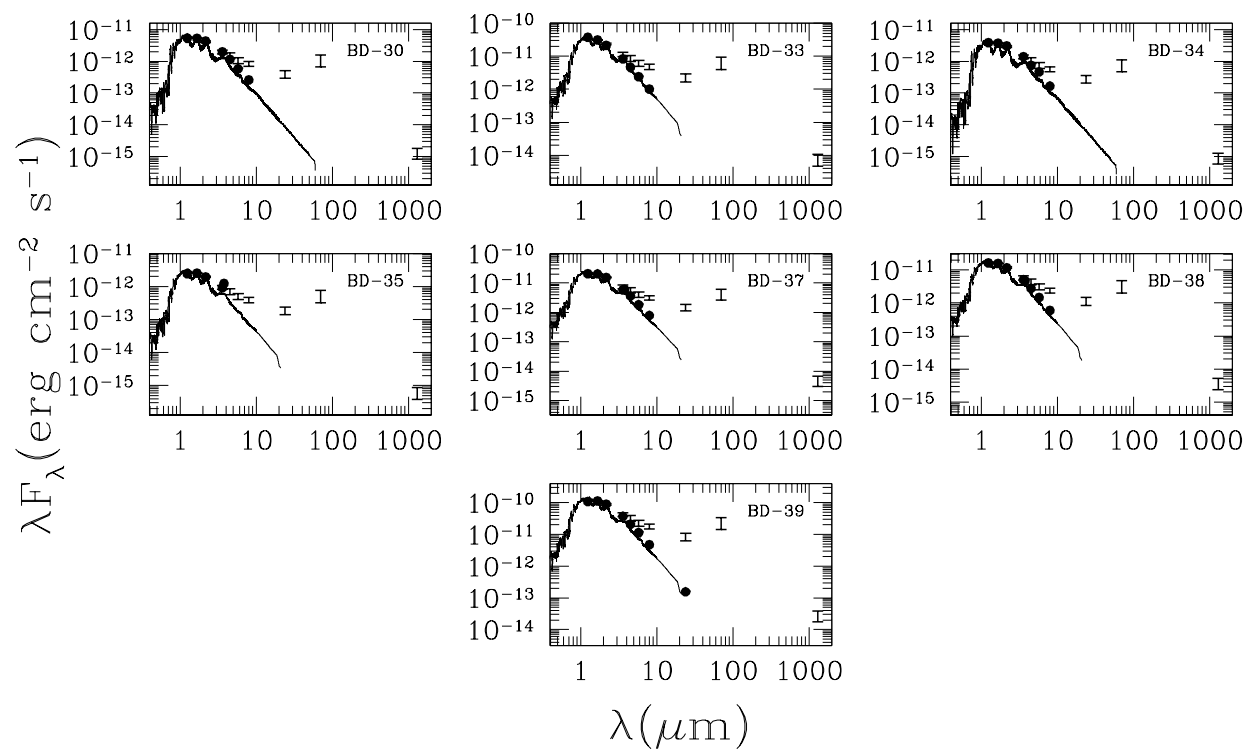
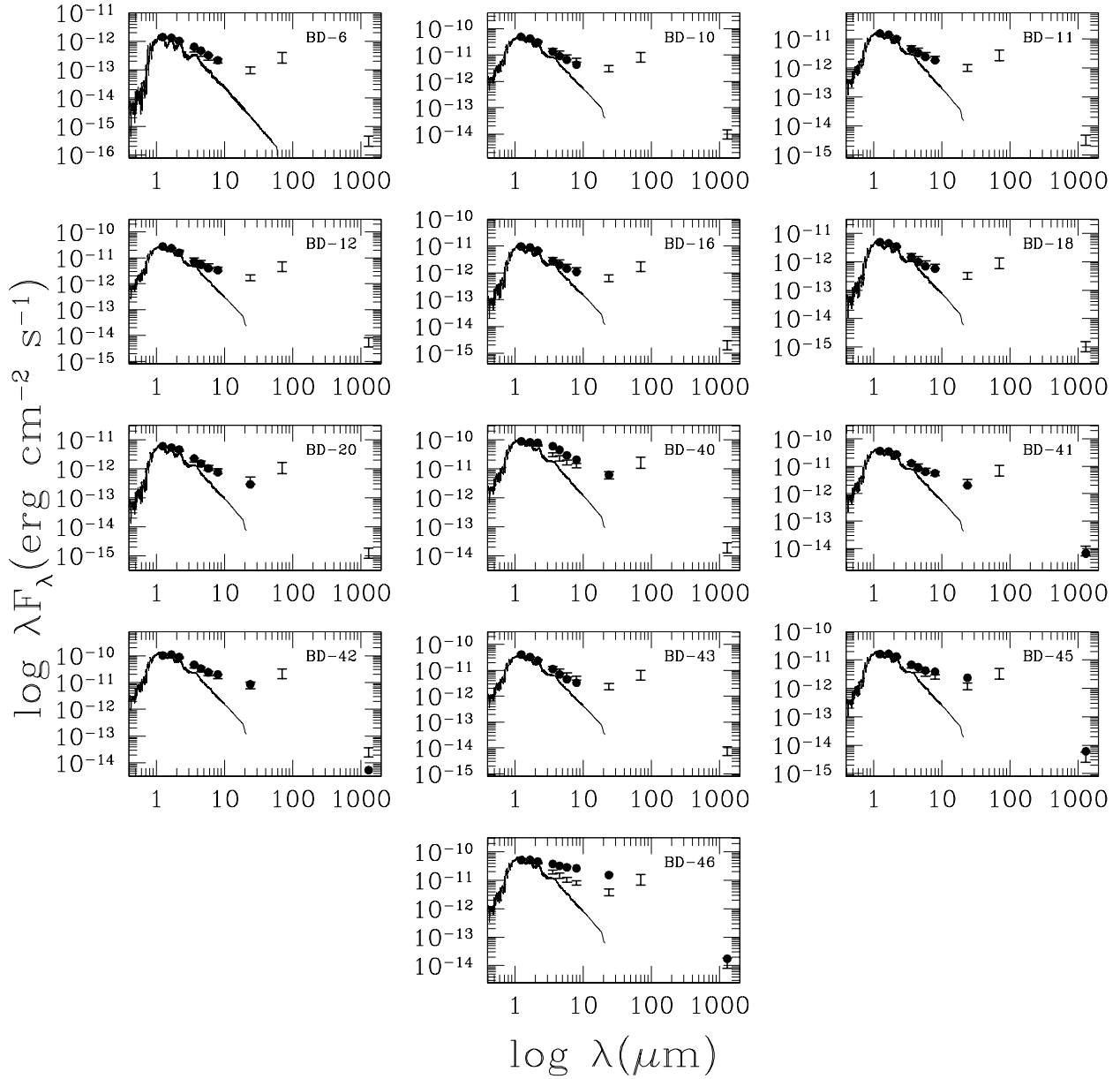


Figura 6.13: *Continuación.*

Las enanas con exceso en las bandas IRAC se muestran en la figura 6.14; se observa un claro exceso a partir de  $\lambda = 4.5 \mu\text{m}$ . El flujo en la banda [3.6] puede ser explicado marginalmente por la fotósfera subestelar de Allard et al. (2001), así que resulta crucial el usar espectros observacionales para determinar si existe o no exceso a esta longitud de onda; en todo caso, la contribución de la pared es casi despreciable, y su importancia crece hacia el mediano infrarrojo.



**Figura 6.14:** Enanas de Tauro con exceso en las bandas IRAC. La fotosfera de Allard et al. (2001) se muestra en línea continua (correspondiente a la temperatura y luminosidad de cada enana); las barras de error corresponden a los cuartiles inferior y superior de la mediana, escalados al flujo en la banda H de la enana, y los círculos a los flujos observados. Observaciones de: Bouy et al. (2008); Briceño et al. (1998); Guieu et al. (2007); Hartmann et al. (2005); Jayawardhana et al. (2003); Kenyon & Hartmann (1995); Luhman et al. (2003a); Luhman (2004); Luhman et al. (2006); Luhman (2006); Luhman, Adame, et al. (2007); Martín et al. (2001); Scholz et al. (2006).

### 6.3.1. Modelos sintéticos, mediana con flujo milimétrico

Los modelos de estructura construidos para la enana con  $M_* = 0.05M_\odot$ ,  $L_* = 0.02L_\odot$  y  $T_* = 2838$  K que discutimos en el capítulo anterior sirvieron para construir las distribuciones espectrales de energía que discutimos en la sección §6.2. Ahora podemos comparar la mediana observacional que acabamos de construir

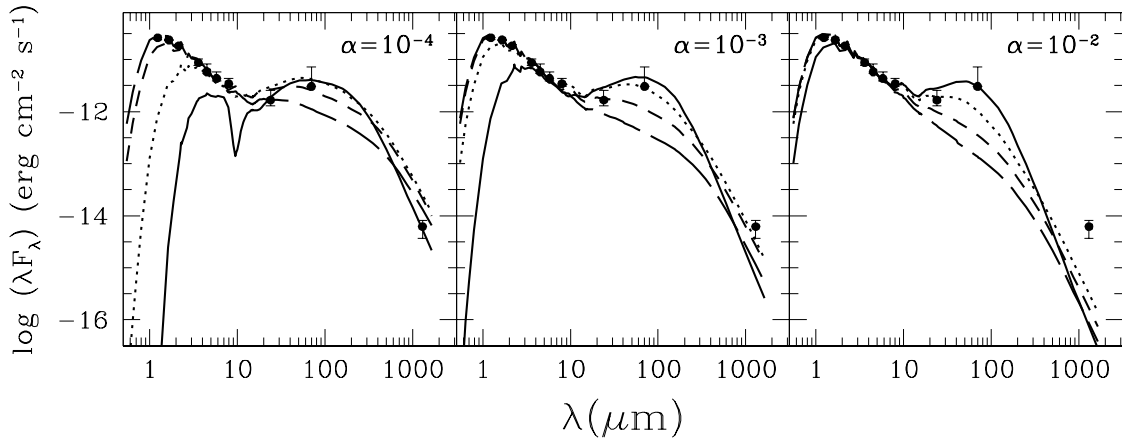


contra modelos sintéticos de discos- $\alpha$  y discos- $\beta$  irradiados, recordando que los resultados de esta sección son sólo válidos para discos detectados en el milimétrico, o equivalentemente (hasta este momento), discos con un parámetro de viscosidad turbulenta pequeño. Estos discos no pueden ser considerados *típicos*, pero es importante discutir la emisión y la derivación de parámetros físicos a partir de ella. Su relevancia será evidente en el capítulo 7.

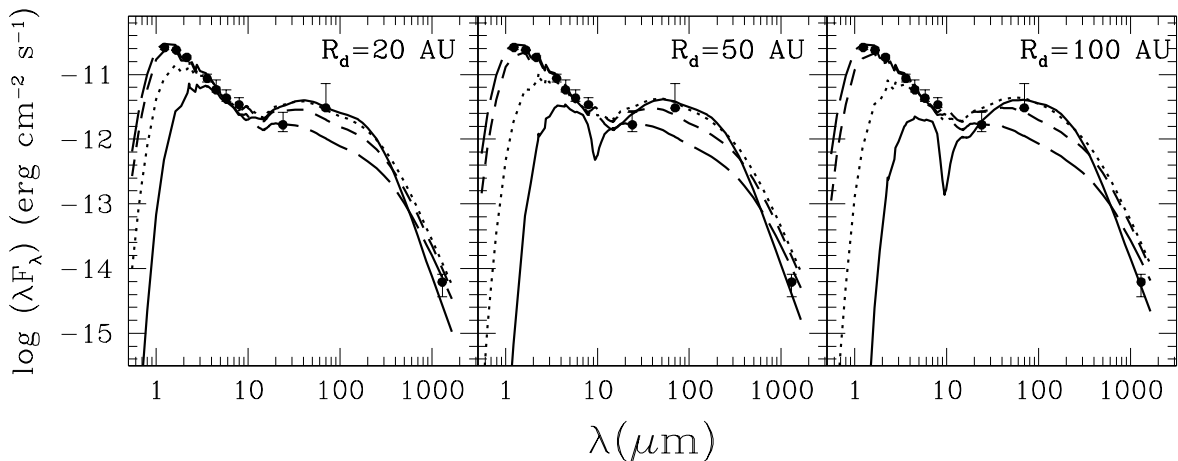
### 6.3.1.1. Discos- $\alpha$

En la figura 6.15 comparamos la SED sintética de los discos- $\alpha$ , con una tasa de acreción de masa de valor  $\dot{M} = 10^{-10} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ , variando el parámetro- $\alpha$  (y el parámetro de reducción de polvo  $\epsilon$ ). Vemos que los modelos con  $\alpha = 10^{-2}$  **no pueden explicar el flujo milimétrico**, y los modelos asentados con  $\alpha = 10^{-3}$  podrían explicar ciertos casos particulares observacionales. Los modelos asentados con  $\alpha = 10^{-4}$  exceden el flujo milimétrico mediano, así que se espera que al reducir el radio máximo del disco, el flujo sintético se encuentre dentro de los cuartiles observacionales. Por otra parte, la mediana a  $\lambda \leq 24 \mu\text{m}$  puede explicarse por los casos menos densos de cada caso  $\alpha$ , así que es importante observar los discos a longitudes de onda en el submilimétrico y milimétrico para descartar valores de  $\alpha$  grandes o discriminar entre diferentes valores del parámetro de reducción del polvo.

Como los discos con  $\alpha = 10^{-4}$  parecen ajustar el flujo en el milimétrico, construimos ahora SEDs sintéticas para estos discos, disminuyendo el radio máximo del disco  $R_d$ , lo cual modifica la SED tanto en el milimétrico (decrece la masa total del disco, y por tanto, la emisión a dichas longitudes de onda) como en el cercano y mediano infrarrojo (al disminuir la masa total del disco y su altura máxima, la extinción hacia la enana y hacia las regiones centrales del disco también lo hace). En la figura 6.16 mostramos los resultados. **Los mejores ajustes son proporcionados por los discos con  $R_d = 50 \text{ AU}$  y  $\epsilon = 0.001$ , y los discos con  $R_d = 20 \text{ AU}$  y  $\epsilon = 0.001$  o  $\epsilon = 0.01$ .** Recordemos que el flujo mediano de  $\lambda = 70 \mu\text{m}$  está construido con límites superiores, así que el flujo emergente real debe ser menor a dicho valor.



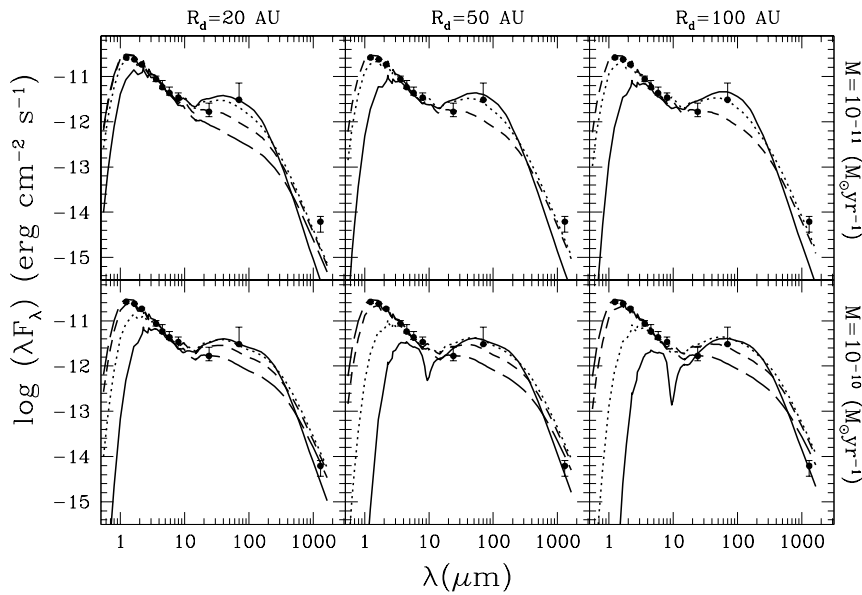
**Figura 6.15:** Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos de discos- $\alpha$  irradiados, con  $R_d = 100$  AU y  $\mu_i = 0.5$ , variando el parámetro de viscosidad turbulenta  $\alpha$  (el valor de  $\alpha$  se indica en cada panel). Cada curva representa un valor del parámetro de reducción de polvo  $\epsilon$  ( $\epsilon = 0.001$ : guión largo,  $\epsilon = 0.01$ : guión,  $\epsilon = 0.1$ : línea punteada y  $\epsilon = 1$ : línea continua). Los círculos representan la mediana observacional de Tauro construida; las barras de error, los cuartiles inferior y superior de la muestra.



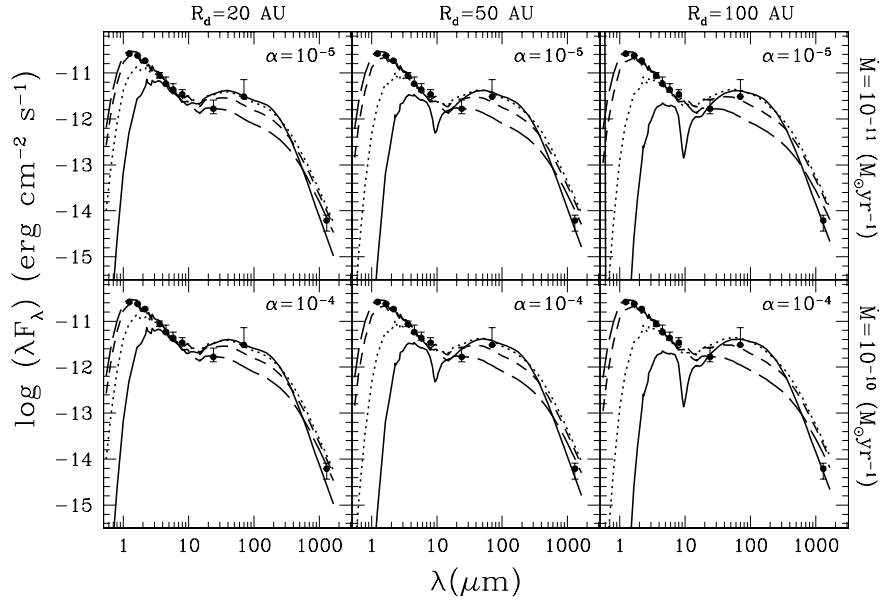
**Figura 6.16:** Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos de discos- $\alpha$  irradiados, con  $\alpha = 10^{-4}$  y  $\mu_i = 0.5$ , variando el radio máximo del disco (el valor de  $R_d$  se indica en cada panel). Cada curva representa un valor de  $\epsilon$  (ver pie de figura 6.15). Los círculos representan la mediana observacional de Tauro construida; las barras de error, los cuartiles inferior y superior de la muestra.

Permitimos ahora variar el valor de  $\dot{M}$ ; la figura 6.17 muestra la SED sintética para los discos con  $\alpha = 10^{-4}$  y  $\dot{M} = 10^{-11} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ , variando  $R_d$ . La disminución en el valor de la tasa de acreción de masa tiene como consecuencia la reducción de la masa total del disco, así que la emisión en los intervalos de longitudes de onda submilimétrica y milimétrica decrece. El disco con  $\dot{M} = 10^{-11} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ ,  $\epsilon = 0.01$  y  $R_d = 100$  AU puede explicar apenas el cuartil inferior del flujo milimétrico; aún así, no es definitivo el poder descartar un disco con radio máximo del orden de una centena de unidades astronómicas y baja tasa de acreción de masa (por ejemplo, las tasas de acreción medidas pueden llegar a ser tan bajas como  $10^{-12} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ , ver la tabla 6.3).

También es posible ajustar la mediana observacional si el cociente  $\dot{M}/\alpha$  se mantiene cercano a  $10^{-6}$ ; en la malla  $\dot{M}-\alpha$  construida por D'Alessio et al. (1999), se observa que hacia longitudes de onda más rojas que el lejano infrarrojo, la SED sintética es idéntica entre modelos con cocientes  $\dot{M}/\alpha$  iguales (debido a que la densidad superficial escala con  $\dot{M}/\alpha$ ). Sin embargo, esto deja de ser válido hacia el cercano y mediano infrarrojo, debido a que al aumentar la tasa de acreción de masa, regiones más amplias en la dirección radial son dominadas por la disipación turbulenta, y la contribución de este mecanismo de calentamiento puede ser significativa en la emisión del disco. Por otro lado, para bajas tasas de acreción de masa, la importancia de la disipación turbulenta decrece notablemente, y modelos con un mismo cociente  $\dot{M}/\alpha$  tienen una SED idéntica (y la emisión de la pared es muy similar, ya que los choques de acreción tienen un bajo impacto sobre la pared) y por tanto, existe una degeneración en el caso circunsubestelar, como se muestra en la figura 6.18 (este efecto fue explorado también por Adame et al. 2005), en la cual se muestran los modelos sintéticos para discos con  $\alpha = 10^{-5}$  y  $\dot{M} = 10^{-11} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ .



**Figura 6.17:** Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos de discos- $\alpha$  irradiados, con  $\alpha = 10^{-4}$  y  $\mu_i = 0.5$ , variando el radio máximo del disco (el valor de  $R_d$  se indica en la parte superior de cada panel) y la tasa de acreción de masa (el valor de  $\dot{M}$  se indica en el panel derecho de cada fila). Cada curva representa un valor de  $\epsilon$  (ver pie de figura 6.15). Los círculos representan la mediana observacional de Tauro construida; las barras de error, los cuartiles inferior y superior de la muestra.



**Figura 6.18:** Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos de discos- $\alpha$  irradiados, con  $\log(\dot{M}/\alpha) = -6$  y  $\mu_i = 0.5$ , variando el radio máximo del disco (el valor de  $R_d$  se indica en la parte superior de cada panel). El valor de  $\dot{M}$  se indica en el panel derecho de cada fila, y el de  $\alpha$  en cada panel. Cada curva representa un valor de  $\epsilon$  (ver pie de figura 6.15). Los círculos representan la mediana observacional de Tauro construida; las barras de error, los cuartiles inferior y superior de la muestra.

Para los discos- $\alpha$ , **Los mejores ajustes son proporcionados por discos con  $R_d = 50$  AU y  $\epsilon = 0.001$ , o bien discos con  $R_d = 20$  AU y  $\epsilon = 0.001$  o  $\epsilon = 0.01$ , si  $\log \dot{M}/\alpha = -6$ .** Discos con  $\alpha = 10^{-2}$  podrían explicar la mediana observacional si la tasa de acreción de masa es  $\dot{M} = 10^{-8} M_\odot \text{ yr}^{-1}$ , pero esta combinación queda descartada puesto que dicho valor para la tasa de acreción no se ha medido en el régimen subestelar (y más aún, la correlación encontrada por Muzerolle et al. (2005),  $\dot{M} \propto M_*^{2.1}$ , sugiere que la tasa de acreción típica debe decrecer en el régimen subestelar respecto a la del caso estelar).

Escogemos como el modelo que mejor ajusta a la Mediana observacional de las enanas café de Tauro al disco con  $R_d = 20$  AU, ángulo de inclinación de  $60^\circ$ , parámetro de reducción del polvo  $\epsilon = 0.001$  (aunque también el disco con  $\epsilon = 0.01$  ajusta la mediana), tasa de acreción de masa  $\dot{M} = 10^{-10} M_\odot \text{ yr}^{-1}$  y parámetro de viscosidad turbulenta  $\alpha = 10^{-4}$ . Los valores que describen al disco circunsubestelar *atípico* son notablemente diferentes al de su contraparte masiva, el disco circunestelar, y también al disco circunsubestelar *típico*. Si bien es cierto que la irradiación es el mecanismo de calentamiento más importante en ambos casos, la turbulencia está presente en todos los casos y opera con menos eficiencia en el caso subestelar debido a que el pozo de potencial gravitacional central es mucho menor (lo cual explica las bajas tasas de acreción de masa), y en el contexto de la inestabilidad magnetorotacional, es posible que el campo magnético del disco se encuentre en menor medida acoplado al gas en ciertos discos y por tanto, la eficiencia de la turbulencia, medida por  $\alpha$ , disminuya (por ejemplo, hay un declive en el valor del cociente de luminosidad en rayos-X a la luminosidad estelar hacia el régimen subestelar, Grosso et al. 2007, y si los rayos-X son responsables de ionizar el gas

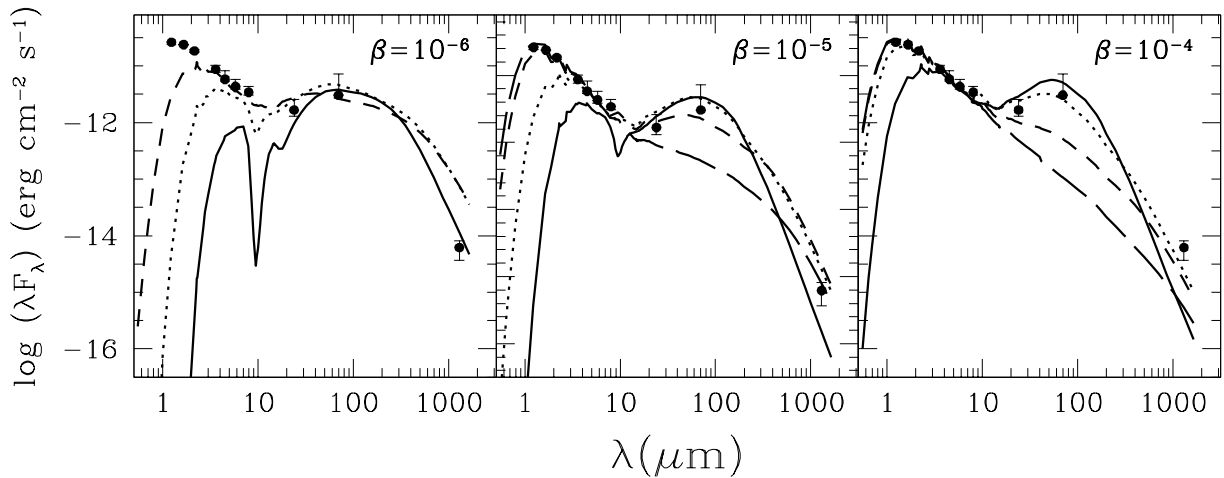
del disco, sólo capas superiores del disco en regiones cercanas a la enana podrían ser ionizadas, y grandes regiones del disco estarían desacopladas del campo magnético).

Gracias al modelaje detallado de la emisión de la enana café 2MASS J04381486+2611399 (Luhman, Adame, et al. 2007), fue evidente que el parámetro de viscosidad turbulenta  $\alpha$  debería ser menor que el valor canónico de  $\alpha = 0.01$  para poder explicar un amplio intervalo en longitudes de onda de observaciones; sobre todo, el flujo a 1.3 mm (dada la baja tasa de acreción de masa medida por Muzerolle et al. 2005) junto con las imágenes de luz dispersada de la enana por el disco constriñeron fuertemente el valor de  $\alpha$  y del radio máximo del disco (ver apéndice C.3). El resultado de esta sección fue construido independientemente del modelaje de la enana, así que ambos trabajos refuerzan la idea de que **la eficiencia (o importancia) de la turbulencia en los discos puede declinar en el regimen subestelar, y se restringe radialmente a anillos del disco cercanos a la enana central** (ver figura 5.40). Aún así, es necesario tener un modelo físico consistente con el escenario de la acreción, debido a que los discos circunsubestelares acretan, a tasas de dos a cinco órdenes de magnitud menores que en el caso T Tauri (y recientemente se han medido tasas de acreción tan bajas como  $\sim 10^{-13} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ , Herczeg et al. 2009).

Por otro lado, se ha observado que la fracción de estrellas y enanas café con exceso en el infrarrojo (indicativo de un disco ópticamente grueso de polvo) decrece con la edad de la región en la que se encuentran las estrellas (e.g. Carpenter et al. 2006; Scholz et al. 2007; Sicilia-Aguilar et al. 2006), lo cual implica una evolución del polvo en las regiones internas del disco; pero además de ello, la fracción de objetos subestelares con exceso en el infrarrojo es superior respecto a la fracción correspondiente a estrellas de baja masa en la región Scorpius Superior, de edad  $\sim 5 M_{yr}$ , (Carpenter et al. 2006; Scholz et al. 2007). La ineficiencia de la turbulencia en los discos circunsubestelares (medida por  $\alpha$ ) puede ser una razón por la cual dicha fracción es superior en el caso subestelar.

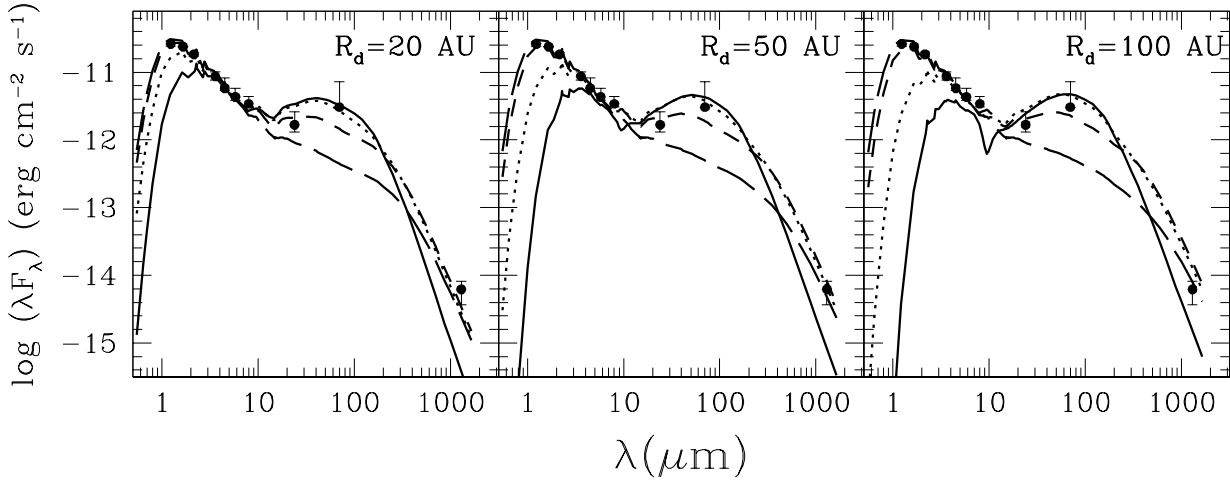
### 6.3.1.2. Discos- $\beta$

Construimos también una malla de modelos para los discos- $\beta$  irradiados; en la figura 6.19 se muestran los modelos sintéticos para discos con  $\dot{M} = 10^{-10} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ ,  $R_d = 100 \text{ AU}$  y coseno del ángulo de inclinación del disco respecto a la visual  $\mu_i = 0.5$ , variando el parámetro  $\beta$ . Los modelos con  $\beta = 10^{-6}$  son tan masivos que extinguen la enana y las regiones más internas del disco, y la banda de silicatos a  $\sim 10 \mu\text{m}$  aparece fuertemente en absorción. En el extremo menos masivo, el flujo milimétrico mediano podría ajustarse si el radio máximo del disco se incrementara a más de 100 AU; la diferencia entre los flujos no es tan dramática como en el caso  $\alpha = 10^{-2}$ , ya que la masa de los discos con  $\beta = 10^{-4}$ , a  $R_d = 100 \text{ AU}$ , es aproximadamente  $0.3 M_J$  (muy cercana a la masa mínima inferida por las observaciones milimétricas de Scholz et al. (2006),  $0.55 M_J$ ; para alcanzar dicho valor, el disco debe extenderse hasta  $\sim 140 \text{ AU}$ ). El disco con  $\beta = 10^{-5}$  es el más favorecido, así que disminuimos el radio máximo del disco. Los modelos sintéticos, variando  $R_d$ , se muestran en la figura 6.20. Como en el caso  $\alpha$ , decrementar el valor del radio máximo del disco implica una menor extinción hacia las regiones centrales, y además el flujo a longitudes de onda submilimétricas y milimétricas se



**Figura 6.19:** Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos de discos- $\beta$  irradiados, con  $R_d = 100$  AU y  $\mu_i = 0.5$ , variando el parámetro de viscosidad turbulenta  $\beta$  (el valor de  $\beta$  se indica en cada panel). Cada curva representa un valor del parámetro de reducción de polvo  $\epsilon$  ( $\epsilon = 0.001$ : guión largo,  $\epsilon = 0.01$ : guión,  $\epsilon = 0.1$ : línea punteada y  $\epsilon = 1$ : línea continua). Los círculos representan la mediana observacional de Tauro construida; las barras de error, los cuartiles inferior y superior de la muestra.

reduce con la disminución de la masa total de polvo en el disco. **El modelo que ajusta la emisión mediana a  $24 \mu\text{m}$  y a  $1.3 \text{ mm}$  es aquel con  $R_d = 50$  AU y  $\epsilon = 0.01$**  (aunque también el disco con  $R_d = 20$  AU ajusta el cuartil inferior del flujo milimétrico; al igual que en el caso- $\alpha$ , modelos con radios mucho menores a la centena de unidad astronómica pueden ajustar la emisión). Este valor del parámetro de reducción de polvo difiere en un orden de magnitud respecto al del disco- $\alpha$  mediano ( $\epsilon = 0.001$ ), esto es, **los discos- $\alpha$  predicen una importante reducción en la cantidad de granos de polvo pequeños en las capas superiores de los anillos (0.1% de la abundancia de polvo ISM original) respecto a la de los discos- $\beta$  (1% de la abundancia original)**. La diferencia nace de la densidad superficial en las regiones internas de los discos: la densidad superficial del disco- $\beta$  es inferior a la del disco- $\alpha$ , y esto se traduce en una superficie de irradiación cercana al plano medio (lo cual depende también de  $\epsilon$ , ver la discusión de la sección §6.2.4) y en un ángulo de incidencia menor. Ello implica una reducción en el flujo subestelar incidente, así que la emisión del disco- $\beta$  es menor, dado  $\epsilon$ , en las longitudes de onda en el infrarrojo. Por ello el disco- $\alpha$  tiene un grado de asentamiento mayor respecto al del disco- $\beta$ , para poder explicar los niveles en el mediano infrarrojo (a  $24 \mu\text{m}$ ). En el contexto de los discos *pasivos*, modificar el perfil radial de la densidad  $\gamma$  ( $\Sigma = \Sigma_0 R^{-\gamma}$ ) tiene consecuencias visibles en la SED (y muy importantes si  $\gamma \gtrsim 2$ , Dullemond & Dominik 2004a), pero como hemos visto, el valor de  $\epsilon$  inferido a partir de la comparación con observaciones está íntimamente relacionado con el perfil radial de la densidad superficial adoptado (recordemos la figura 6.10), lo cual agrega una nueva y seria dificultad para discernir entre modelos sintéticos si no existen los suficientes datos en longitudes de onda sub/milimétricas.

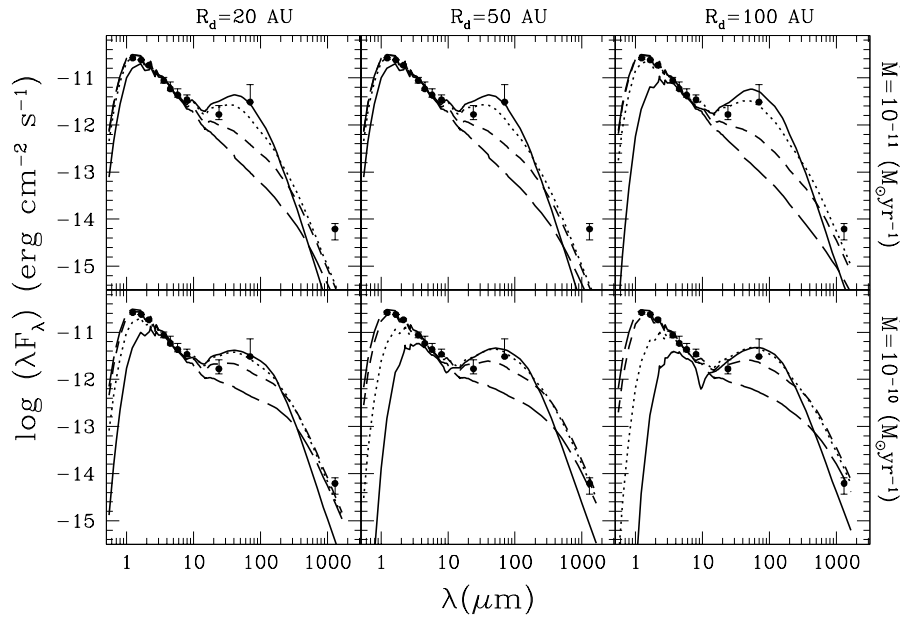


**Figura 6.20:** Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos de discos- $\beta$  irradiados, con  $\beta = 10^{-5}$  y  $\mu_i = 0.5$ , variando el radio máximo del disco (el valor de  $R_d$  se indica en cada panel). Cada curva representa un valor de  $\epsilon$  (ver pie de figura 6.19). Los círculos representan la mediana observacional de Tauro construida; las barras de error, los cuartiles inferior y superior de la muestra.

Disminuimos la tasa de acreción de masa a  $\dot{M} = 10^{-11} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  para los modelos con  $\beta = 10^{-5}$ . La figura 6.21 muestra el efecto de disminuir la tasa de acreción de masa dado el parámetro  $\beta$ ; la densidad superficial del disco se reduce a un 10% de su valor original en cada anillo, lo cual disminuye la altura de la superficie de irradiación, el ángulo de incidencia de la radiación y por tanto el flujo incidente que el disco reprocessará. Los niveles del flujo emergente disminuyen drásticamente a todas las longitudes de onda características del disco, y los discos con  $\epsilon \leq 0.01$  tienen espectros en el infrarrojo típicos de un disco plano ( $\mu_0 = 0$ ). Como la masa del disco se redujo a un 10% de su valor original, el flujo submilimétrico-milimétrico también lo hace aproximadamente en el mismo porcentaje, y si se requiere mantener el flujo para ajustar un espectro, entonces  $\beta$  también debe decrecer de tal forma que el cociente  $\dot{M}/\beta$  se mantenga constante. Como en el caso  $\alpha$ , el cociente  $\dot{M}/\beta$  modula el valor de la densidad superficial  $\Sigma_0$  (en la relación  $\Sigma_{\infty}(R) = \Sigma_0 R^{-\gamma}$ ) y en consecuencia el valor de la masa total del disco, la cual puede constreñirse una vez que sean proveídas observaciones milimétricas. Si, por ejemplo, el valor de la tasa de acreción de masa fuese un orden de magnitud menor, pero el flujo milimétrico tiene niveles aproximados a los medidos por Scholz et al. (2006), entonces  $\beta$  debe también decrecer. Esta posibilidad es explorada en la figura 6.22, en la cual se muestran SEDs con cocientes  $\dot{M}/\beta = 10^{-5}$ . Como en el caso- $\alpha$ , los espectros son indistinguibles. Esto supone una gran ventaja en la construcción de espectros sintéticos de discos circunsubestelares, ya que sólo es necesario construir un sólo modelo por cada valor de  $\dot{M}/\beta$  (o  $\dot{M}/\alpha$ ) plausible.

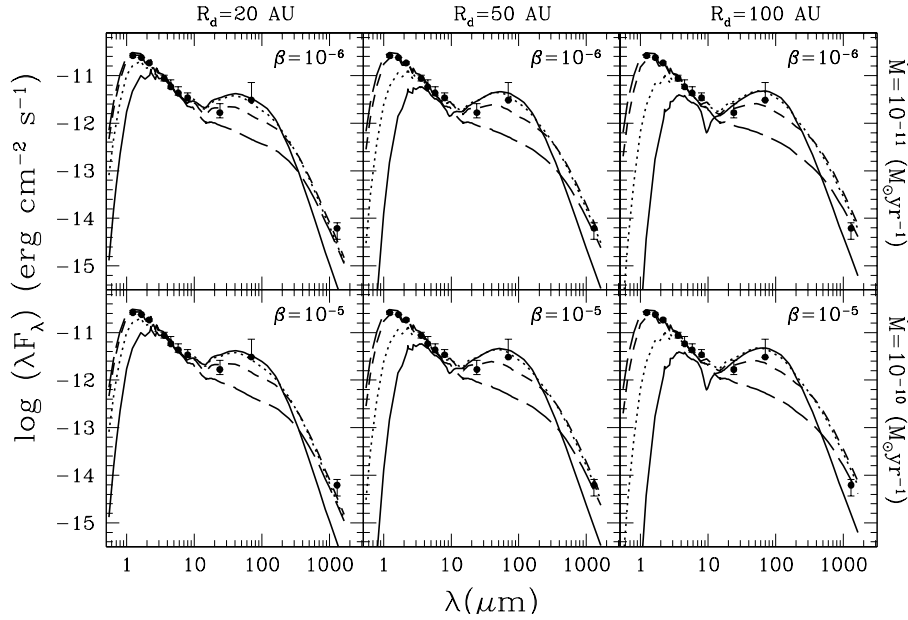
En los discos- $\beta$  opera una turbulencia puramente hidrodinámica, y debido a la baja luminosidad de las enanas café en rayos-X, resulta difícil (no necesariamente imposible) invocar mecanismos magneto-hidrodinámicos que sostengan la turbulencia en estos discos. La prescripción  $\beta$  puede ser una solución, aunque adoptarla depende de un estudio observacional en el submilimétrico y milimétrico que indique que el perfil radial de la densidad de los discos circunsubestelares es muy cercano a  $\gamma = 0.5$ . El trabajo observacional detallado de

Andrews & Williams (2005, 2007); Kitamura et al. (2002) favorece valores de  $\gamma$  cercanos a 0.5–0.6 en el caso de los discos alrededor de estrellas de baja masa ( $\gamma \lesssim 1$  para la mayor parte, aunque tomando en cuenta errores y distribuciones de temperatura, el valor mediano es aproximadamente la unidad, el cual es consistente con un disco- $\alpha$  ópticamente grueso), así que este resultado favorece la prescripción- $\beta$ , bajo la suposición de estado estacionario y de que tanto la acreción de masa como el parámetro de viscosidad turbulenta son constantes radialmente. Un modelo realista de disco turbulento debería permitir la variación radial de la eficiencia de la turbulencia,  $\alpha = \alpha(R)$  (las simulaciones magnetohidrodinámicas de Isella et al. 2009; Nelson & Papaloizou 2003; Papaloizou & Nelson 2003, muestran que  $\alpha$  varía tanto radial como temporalmente) o  $\beta = \beta(R)$ , y muy probablemente de la tasa de acreción de masa,  $\dot{M}$ , así que el perfil radial de la densidad (y el de temperatura) se modificaría. En todo caso, los resultados observacionales de Andrews & Williams (2005, 2007); Kitamura et al. (2002) indica la gran diversidad en los procesos turbulentos (hidrodinámicos, magnetohidrodinámicos) que pueden operar en los discos protoplanetarios.



**Figura 6.21:** Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos de discos- $\beta$  irradiados, con  $\beta = 10^{-5}$  y  $\mu_i = 0.5$ , variando el radio máximo del disco (el valor de  $R_d$  se indica en la parte superior de cada panel) y la tasa de acreción de masa (el valor de  $\dot{M}$  se indica en el panel derecho de cada fila). Cada curva representa un valor de  $\epsilon$  (ver pie de figura 6.19). Los círculos representan la mediana observacional de Tauro construida; las barras de error, los cuartiles inferior y superior de la muestra.





**Figura 6.22:** Comparación de la Mediana observacional de Tauro contra modelos sintéticos de discos- $\beta$  irradiados, con  $\log(\dot{M}/\beta) = -5$  y  $\mu_i = 0.5$ , variando el radio máximo del disco (el valor de  $R_d$  se indica en la parte superior de cada panel). El valor de  $\dot{M}$  se indica en el panel derecho de cada fila, y el de  $\beta$  en cada panel. Cada curva representa un valor de  $\epsilon$  (ver pie de figura 6.19). Los círculos representan la mediana observacional de Tauro construida; las barras de error, los cuartiles inferior y superior de la muestra.

### 6.3.1.3. Mediana sin flujo milimétrico

La mayoría de los discos circunsubestelares no son detectados en el milimétrico debido a la baja masa que tienen, producto de las condiciones iniciales y de la eficiencia de la turbulencia para entregar masa hacia la enana central. Por lo tanto, el flujo milimétrico mediano construido es, para la mayoría de los discos circunsubestelares en Tauro, un límite superior únicamente. Si sólo deseamos encontrar el modelo que mejor ajuste la emisión mediana para  $\lambda \lesssim 70 \mu\text{m}$ , encontraremos que existe una gran degeneración en los parámetros de los discos. Por ejemplo, en el caso  $\alpha$ , las figuras 6.15 y 6.16 muestran que para cualquier combinación de  $\dot{M} - \alpha$ , con un valor de agotamiento de polvo apropiado, se puede reproducir el flujo a  $24 \mu\text{m}$ , siempre que el disco externo no enrojezca la zona donde se forma el continuo a dicha longitud de onda. Para el disco con  $\alpha = 10^{-4}$ , el continuo cercano a  $24 \mu\text{m}$  se forma dentro de  $\sim 10 \text{ AU}$  (ver la figura 6.2), así que aumentar el radio máximo del disco a valores superiores a  $\sim 10 \text{ AU}$  no afecta la emisión monocromática, excepto en el caso en que el disco enrojezca los anillos situados a  $\lesssim 10 \text{ AU}$ . Disminuir el radio máximo del disco a radios menores a  $10 \text{ AU}$  sí afecta la emisión, puesto que es truncada la región de formación del disco. En general, la zona de formación del continuo (y de las bandas de silicatos) es afectada por los siguientes parámetros, los cuales modifican la temperatura de los anillos:

- ★ La tasa de acreción de masa. Es especialmente importante para longitudes de onda en el cercano/mediano infrarrojo, pues es en los anillos más internos donde la disipación turbulenta es más importante; si la tasa de acreción de masa aumenta, entonces anillos situados a radios cada vez mayores

tienen la temperatura suficiente para contribuir a la emisión a una longitud de onda dada. Pero la variación de este parámetro no es tan definitiva como ocurre con los siguientes parámetros.

- ★ El parámetro de viscosidad turbulenta. Entre menor sea este parámetro, la densidad superficial del disco aumenta y también la superficie de irradiación: el disco es geoméricamente curvo e intercepta una cantidad mayor de energía respecto a un caso plano, y anillos externos pueden contribuir a la emisión respecto a aquellos de discos con un parámetro de viscosidad turbulenta alto.
- ★ El parámetro de agotamiento del polvo. De manera análoga al parámetro de la viscosidad turbulenta, si se incrementa la cantidad de polvo en las capas superiores del disco, la superficie de irradiación aumenta y el disco es curvo. Si el agotamiento del polvo se incrementa, el disco se vuelve plano y sólo anillos localizados cerca de la enana central son suficientemente tibios/calientes para emitir en el cercano-mediano infrarrojo.
- ★ El tamaño máximo de los granos de polvo en la atmósfera del disco también modifica la estructura de temperaturas radial (y vertical) del disco. Al aumentar el radio de los granos, el coeficiente de absorción  $\kappa_*$  disminuye, así que en consecuencia, la temperatura de las capas superiores disminuye debido a la ineficiencia de los granos de polvo para absorber la energía subestelar incidente. Esto lleva a una reducción en la zona de formación del espectro infrarrojo.
- ★ La luminosidad del objeto central. Enanas menos luminosas son incapaces de mantener los anillos lejanos suficientemente calientes, por lo que la zona de formación del infrarrojo se reduce para enanas con tipo espectrales tardíos (que tienen temperaturas efectivas cada vez menores, y también son muy poco luminosas).

Es difícil obtener un modelo sintético único para pocas longitudes de onda y todas localizadas en el intervalo infrarrojo, ya que variando las propiedades del disco y del polvo ( $\dot{M} - \alpha - \epsilon$ ), y variando el tamaño ( $R_d$ ) y su orientación ( $i$ ), es posible ajustar la mediana observacional infrarroja.



## Discos de alta/baja eficiencia turbulenta

### 7.1

---

#### Introducción

Si bien es importante conocer a detalle la estructura de un disco de acreción irradiado circunsubestelar, los resultados discutidos en las secciones y capítulos anteriores no tendrían relevancia alguna si no se comparara la emisión de dicho disco (la cual es posible calcular una vez conocida su estructura) con datos observacionales reales. Los modelos sintéticos que construimos para nuestra mediana observacional de Tauro para enanas con tipo espectral igual o más tardío que M6 pueden ser comparados con las observaciones reportadas para las enanas de Tauro que tienen evidencia de poseer un disco de polvo ópticamente grueso, con la suposición a priori de que la emisión del disco escala con la luminosidad del objeto central. Así, escalando la SED sintética mediana al flujo de la banda  $H$  de cada enana, es posible obtener rápidamente datos generales sobre el disco circunsubestelar responsable de la emisión a  $\lambda \gtrsim 4.5 \mu\text{m}$ . Esto puede ayudar a simplificar nuestra búsqueda de un modelo de mejor ajuste, ya que conocemos qué regiones del espectro son modificadas al variar ciertos parámetros de los modelos sintéticos.

### 7.2

---

#### Enanas de Tauro sin flujo reportado en el milimétrico

En la figura 7.1 se muestra la emisión de las enanas de Tauro con evidencia de disco de polvo ópticamente grueso que no tienen reportada emisión en el milimétrico; para ellas es difícil constreñir las características físicas del disco, y sólo podemos apuntar hacia el radio máximo y el valor de la reducción de polvo ISM en el disco dado el ángulo de inclinación, ya que la combinación de estos puede hacer que la emisión a  $\lambda \lesssim 10 \mu\text{m}$  se encuentre o no enrojecida. Discutiremos sólo modelos de discos- $\alpha$  irradiados. Si el ángulo de inclinación es cercano a  $60^\circ$ , entonces para la mayoría de los objetos la abundancia del polvo ISM en el disco se ha reducido a por lo menos un 1% de su valor original (puesto que los discos con  $\epsilon \geq 0.1$  y  $R_d \gtrsim 20 \text{ AU}$  enrojecen apreciablemente a la enana y las regiones centrales del disco, y esta extinción no se observa en la figura 7.1).

Lo que sí podemos constreñir un poco mejor es la altura de la pared de polvo, ya que el criterio de selección de discos usando las bandas IRAC (Luhman et al. 2006) asegura que la emisión en tales bandas corresponde a polvo con  $T \approx 1400$  K.

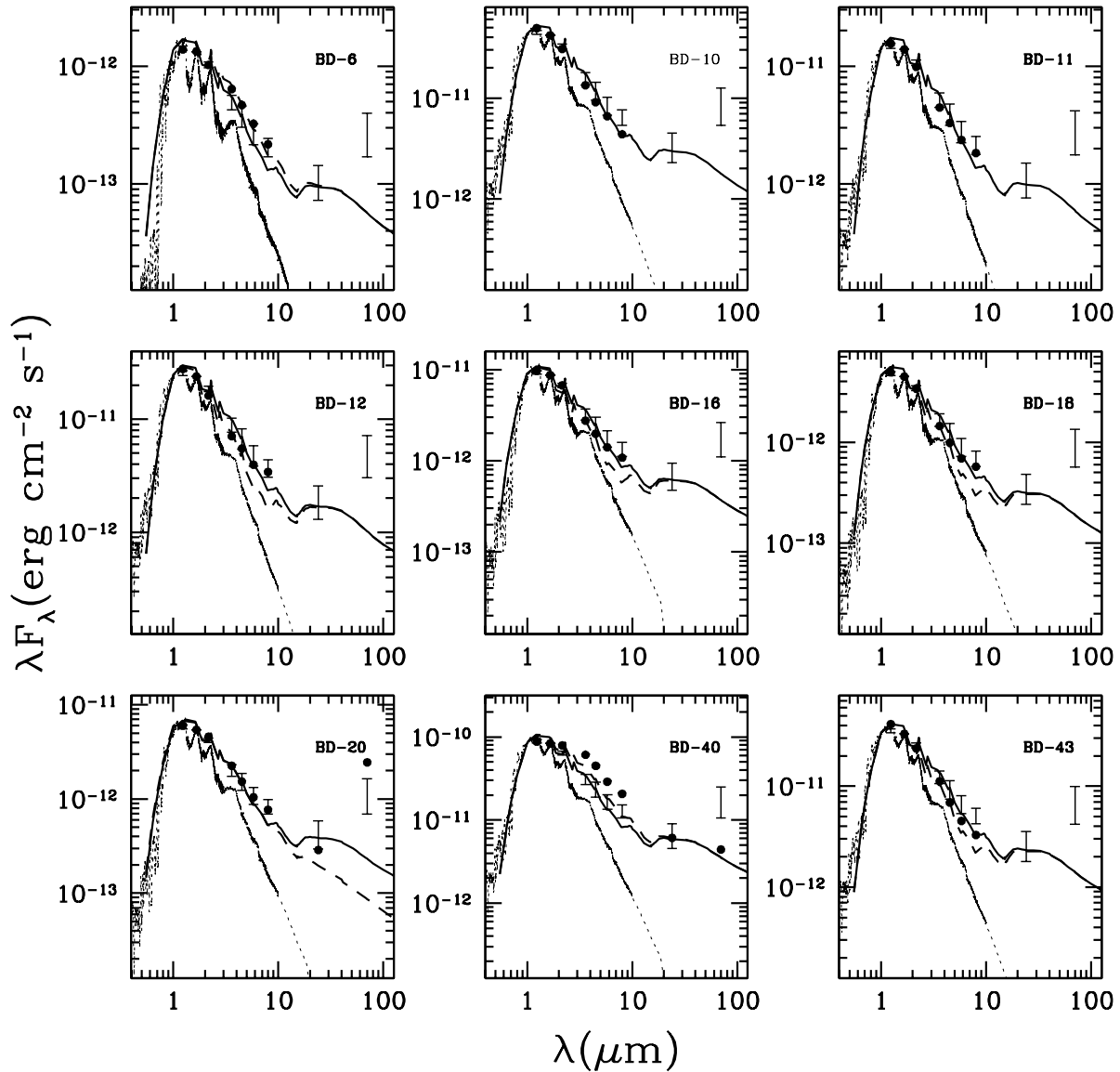
Para cada enana, la atmósfera correspondiente a su tipo espectral fue tomada de los modelos DUSTY de Allard et al. (2001). Hay que tener especial precaución con dichas atmósferas sintéticas ya que pueden subestimar el flujo en las bandas  $K_s$  y [3.6]; debido a que nuestros modelos sintéticos fueron construidos usando la atmósfera de Allard et al. (2001) correspondiente a  $T_{eff} = 2800$  K, el flujo observado en la banda [3.6] sí representa un exceso. Si, en cambio, tuviésemos acceso a espectros de enanas estándares (como la utilizada en el modelo de Luhman, Adame, et al. 2007), la emisión de la pared decrecería para compensar la variación que impone la atmósfera real en la SED total; la emisión en la banda IRAC [3.6] podría ser explicada únicamente por la fotosfera subestelar.

El flujo de la banda IRAC [8] sobreestima el flujo real emergente del sistema enana+pared+disco debido a que el ancho de la banda ( $5.618 \leq \lambda_{[8]} \leq 10.31 \mu\text{m}$ , Fazio et al. 2004) incluye longitudes de onda de la banda de silicatos, por lo cual es correcto que los modelos sintéticos subestimen este punto observacional (ver también D'Alessio et al. 2006)

- ★ **BD-06** (KPNO-Tau 12). Esta es una de las enanas menos masivas ( $M_* = 0.01M_\odot$ ) en nuestra muestra y a la cual se ha podido medir la tasa de acreción de masa; pero no fue detectada a 1.3 mm (Scholz et al. 2006). El modelo de mejor ajuste para la mediana, normalizado al flujo de la enana, subestima la emisión en las bandas IRAC; aumentando la altura de la pared de  $H_w = 1H_p$  a  $H_w = 3.5H_p$  (donde la altura  $H_p$  es la escala de altura del gas con  $T = 1400$  K), el ajuste mejora notablemente.
- ★ **BD-10** (J04230607). Su masa es cercana a la masa límite del quemado de hidrógeno ( $M_* = 0.1M_\odot$ ), y sólo ha sido observada en las bandas del 2MASS y de IRAC. La mediana sintética parece explicar la emisión en las bandas IRAC (aunque podría disminuirse ligeramente la altura de la pared).
- ★ **BD-11** (J04242090). Al igual que BD-10, sólo ha sido observada en las bandas IRAC; tiene una masa de  $0.08M_\odot$ . La mediana sintética ajusta la emisión.
- ★ **BD-12** (KPNO-Tau-3). Para este objeto acretor (de masa de  $0.1 M_\odot$ ), la mediana sobreestima la emisión en las bandas [3.6] y [4.5], pero puede explicar la de las bandas [6.5] y [8.0]. Si se disminuye la altura de la pared a  $H_w = 0.4H_p$ , la emisión sintética ajusta a bandas [3.6] y [4.5], pero subestima el flujo a [6.5] y [8.0]. Lo más probable es que en este caso, la temperatura efectiva de la pared sea ligeramente inferior a 1400 K, lo cual mueve el pico de la emisión de la pared a longitudes de onda más rojas y por tanto disminuye la emisión a [3.6] y [4.5], y la aumenta a [6.5] y [8.0].
- ★ **BD-16** (J04290068). Esta enana de  $0.03 M_\odot$  sólo ha sido observada en las bandas IRAC; al igual que BD-12, sólo dos de las cuatro bandas pueden ajustarse modificando la altura de la pared (a  $0.4H_p$ ) con  $T_w = 1400$  K, así que es probable que la temperatura efectiva de la pared sea un poco menor.

- ★ **BD-18** (KPNO-Tau 6). Con una masa de  $0.02 M_{\odot}$ , este es un objeto acretor que no fue detectado en el estudio de Scholz et al. (2006). También, como BD-12 y BD-16, la temperatura efectiva de la pared es probablemente menor a 1400 K.
- ★ **BD-20** (KPNO-Tau 7). Esta enana acretante (con  $M_* = 0.03 M_{\odot}$ ) sí fue detectada a  $24 \mu\text{m}$ , pero no a 1.3 mm. La mediana sintética sobrepasa el flujo observado, y disminuir el radio máximo del disco no tendrá efecto alguno en las longitudes de onda en el cercano/mediano infrarrojo. El flujo a  $24 \mu\text{m}$  puede reducirse si el parámetro de depleción es menor a 0.001 o bien, si la tasa de acreción de masa disminuye (o bien, si el cociente  $\dot{M}/\alpha$  es disminuido). Se muestra el modelo sintético del disco con  $\log(\dot{M}/\alpha) = -7$ ,  $R_d = 20 \text{ AU}$  y  $\epsilon = 0.001$ ; así que para este disco,  $-7 < \log(\dot{M}/\alpha) < -6$ .
- ★ **BD-40** (GM Tau). Tiene  $0.08 M_{\odot}$  y acreta masa; la mediana sintética ajusta el flujo observado a  $24 \mu\text{m}$ , pero no los flujos observados en las bandas IRAC. Se muestra el modelo sintético con  $H_w = 3.5H_p$ . Debido a la geometría y ángulo de inclinación del disco, existe un valor máximo de la altura de la pared a partir del cual el ángulo sólido de la pared visible para el observador disminuye, así que la emisión de la pared se reduce (ver D'Alessio et al. 2005); para los modelos sintéticos de la pared calculados para la mediana, las paredes con alturas mayores a  $3.5H_p$  no tienen una mayor emisión. El exceso en las bandas IRAC puede deberse entonces a un ángulo de inclinación menor.
- ★ **BD-43** (J04400067). Para esta enana de  $0.1 M_{\odot}$ , una pared con altura  $\sim 0.4H_p$  puede ajustar las bandas IRAC observadas.

Para estas enanas, ningún parámetro puede ser constreñido. Si recordamos la figura 6.15, los discos con  $\alpha \geq 10^{-3}$  y  $\dot{M} = 10^{-10} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$  también proveen de un buen ajuste a la Mediana observacional en longitudes de onda infrarrojas, así que es posible que varias combinaciones de  $\dot{M} - \alpha - i - R_d - H_w$  puedan explicar los flujos observados anteriores. Como ejemplo, los flujos de las bandas IRAC y el flujo a  $24 \mu\text{m}$  de las enanas *L199*, *L205*, *L291* y *L1707* (localizadas en la región de formación IC 348, ver Apéndice C.2; Muzerolle, Adame, et al. 2006) pudieron ser ajustados con discos bien mezclados, con  $-12 \leq \log \dot{M} \leq -10$ ,  $\alpha = 10^{-2}$  y dos tamaños de polvo (ISM y  $\alpha_{max} = 1 \text{ mm}$ ).



**Figura 7.1:** Emisión de las enanas café de Tauro con disco de polvo ópticamente grueso, sin flujo reportado a longitudes de onda milimétricas. La SED observada se muestra en círculos llenos. Se muestra la Mediana de Tauro para objetos con tipo espectral igual o más tardío que M6 construida en la sección anterior (barras de error), el modelo sintético que ajusta a la Mediana ( $\log M/\alpha = 10^{-6}$ ,  $i = 60^\circ$ ,  $R_d = 20$  AU y  $\epsilon = 0.001$ ; línea continua) y en guión un modelo con la altura de la pared ajustada apropiadamente (ver texto para más explicación). Estos tres últimos espectros se encuentran normalizados al flujo en la banda H ( $\lambda = 1.662 \mu\text{m}$ ) de cada enana. La fotosfera de cada enana es mostrada en línea punteada; dichas atmósferas corresponden a los modelos DUSTY de Allard et al. (2001).

## 7.3

### Enanas con flujo reportado en el milimétrico

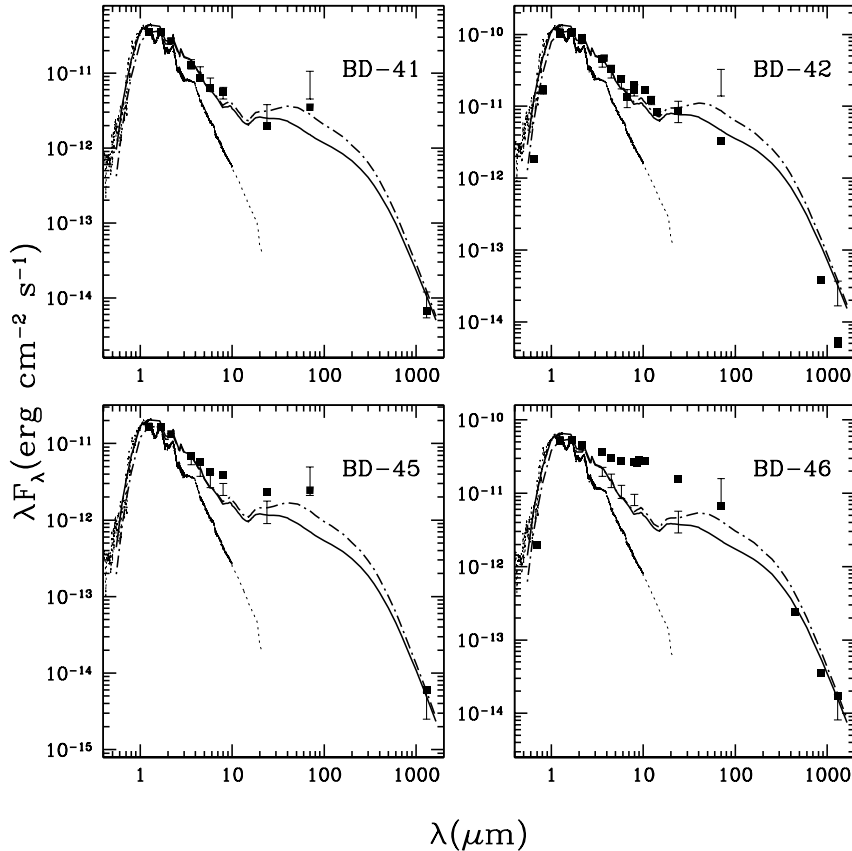
#### 7.3.1. Disco- $\alpha$ irradiado

Contar con observaciones en el lejano infrarrojo, submilimétrico y milimétrico resulta fundamental para conocer las masas totales de los discos y el crecimiento/asentamiento (o no) de polvo en ellos. Dada la masa, y suponiendo una ley de potencias para la densidad superficial (la cual no es una suposición en este trabajo, sino la consecuencia de la conservación de los flujo de masa radial y de momento angular azimutal en la dirección radial), es posible tener un estimado del radio máximo del disco. Claramente, el valor del radio máximo está ligado íntimamente al cociente  $\dot{M}/\alpha$  (puesto que con este se modula el valor de la densidad superficial  $\Sigma_0$  en la relación  $\Sigma_\infty = \Sigma_0 R^{-\gamma}$ ), conocida la masa de la enana. Cocientes  $\dot{M}/\alpha$  pequeños requieren valores de  $R_d$  cada vez más grandes para explicar una masa (o un flujo milimétrico); por ejemplo, el disco sintético mediano requiere de un cociente  $\log(\dot{M}/\alpha) = -6$  y  $R_d \approx 20$  AU. Si mantenemos el valor de la tasa de acreción de masa, pero incrementamos el valor de  $\alpha$ , para  $\log(\dot{M}/\alpha) < -6$ , el radio máximo del disco debe aumentar considerablemente para alcanzar la masa del primer disco (como se discutió en la sección §5.6). El modelaje detallado que realizamos para el disco de la enana 2MASS J04381486+2611399 (ver Apéndice C.3, Luhman, Adame, et al. 2007) mostró precisamente lo anterior: fija la tasa de acreción de masa, la variación de  $\alpha$  obliga a modificar  $R_d$ , así que los discos con  $\alpha$  pequeñas requirieron radios del orden de varias unidades-decenas de unidades astronómicas para explicar la SED observada, mientras que los discos con valores típicos circunestelares de  $\alpha$  requerían de centenas de unidades astronómicas. La única forma de romper con esta degeneración es obtener una imagen directa del disco o de la luz subestelar dispersada por el polvo del disco, y comparar las imágenes sintéticas de cada modelo disponible con tales observaciones. Las imágenes ópticas de 2MASS J04381486+2611399 ayudaron a reconocer y romper la degeneración en los modelos, construyendo un intervalo para el radio máximo del disco,  $20 \lesssim R_d \lesssim 40$  AU. No necesariamente este intervalo representa valores típico para los discos circunsubestelares, pero indirectamente radios menores a 100 AU y  $\alpha \lesssim 10^{-4}$  son favorecidos, como ya vimos, para tasas de acreción circunsubestelares ( $\dot{M} \lesssim 10^{-10} M_\odot \text{yr}^{-1}$ , a  $\tau \sim 10^6$  años). Por otro lado, si suponemos que el valor del parámetro  $\alpha$  circunsubestelar es 0.01, el cálculo de la estructura de los discos a radios  $\gtrsim 100$  AU es físicamente incorrecta puesto que los anillos se vuelven ópticamente delgados a la radiación subestelar incidente, y las ecuaciones que describen el transporte radiativo en las longitudes de onda características de la enana son válidas sólo para  $\tau_s \gtrsim 1$ ; como se explica en Isella et al. (2009), se puede evitar este problema suponiendo que el radio del disco se trunca al valor donde la profundidad óptica total a la radiación subestelar sea 1, bajo la suposición de que la densidad superficial de polvo en tal zona es lo suficientemente baja como para poder contribuir a la emisión milimétrica (recordando que  $I_\nu \sim \kappa_\nu \Sigma_\infty B_\nu$ ).

Comparamos la mediana sintética con cada uno de los objetos con flujo milimétrico (y disco de polvo *normal*) de la muestra de enanas café en Tauro. Para ello, escalamos la mediana observacional (y el modelo



sintético) al flujo en la banda H de la enana observada. Los resultados se muestran en la figura 7.2. Nos interesa primero discutir sobre el valor de la densidad superficial, modulado por el valor del cociente  $\dot{M}/\alpha$  (o  $\dot{M}/\beta$  en el caso de la turbulencia hidrodinámica); este generalmente es constreñido por las observaciones hacia longitudes de onda milimétricas, pero como veremos más adelante, aún la emisión en el mediano infrarrojo resulta afectada por el valor de tal cociente, y para el caso de  $\dot{M}(R)$  y  $\alpha(R)$  (o  $\beta(R)$ ) constantes, impone una restricción fuerte en la densidad superficial del disco.



**Figura 7.2:** Emisión de las enanas café de Tauro con disco de polvo ópticamente grueso, con flujo reportado a longitudes de onda milimétricas. En cuadrados llenos se muestra la SED observada; la Mediana de Tauro para objetos con tipo espectral igual o más tardío que M6 construida en el capítulo anterior es mostrada con barras de error. El modelo sintético del disco- $\alpha$  que ajusta a la Mediana ( $\log \dot{M}/\alpha = 10^{-6}$ ,  $i = 60^\circ$ ,  $R_d = 20$  AU y  $\epsilon = 0.001$ ; línea continua) y el del disco- $\beta$  ( $\log \dot{M}/\beta = 10^{-5}$ ,  $i = 60^\circ$ ,  $R_d = 50$  AU y  $\epsilon = 0.01$ ; línea guiñon-punto). Estas tres últimas distribuciones espectrales de energías se encuentran normalizadas al flujo en la banda H ( $\lambda = 1.662 \mu\text{m}$ ) de cada enana.

- ★ **BD-41** (CFHT-6). Esta es la enana que posee los valores físicos medianos de nuestra muestra: tipo espectral M7.25,  $L_* = 0.02L_\odot$  y  $R_* = 0.59R_\odot$ . La tasa de acreción de masa que se ha medido se encuentra entre  $5 \times 10^{-12}$  y  $8 \times 10^{-12} M_\odot \text{yr}^{-1}$  (Herczeg & Hillenbrand 2008; Muzerolle et al. 2005). La mediana sintética puede explicar (dentro de los errores) los flujos a  $24 \mu\text{m}$  y  $1.3 \text{mm}$ ; como sabemos que modelos con cocientes  $\dot{M}/\alpha$  tienen una misma SED, entonces el parámetro  $\alpha$ , limitando el valor de

la tasa de acreción de masa al intervalo medido, está constreñido:  $5 \times 10^{-6} \lesssim \alpha \lesssim 8 \times 10^{-6}$ .

- ★ **BD-42** (CFHT-4). Esta enana de tipo espectral M7, tiene una luminosidad de  $0.054L_{\odot}$ , un radio subestelar de  $0.94R_{\odot}$  y una masa de  $0.06M_{\odot}$ . La tasa de acreción de masa hacia la enana está entre  $5 \times 10^{-12}$  y  $2 \times 10^{-11}M_{\odot}\text{yr}^{-1}$  (Herczeg & Hillenbrand 2008; Muzerolle et al. 2005). Si  $\log \dot{M}/\alpha \approx -6$ , el valor del parámetro  $\alpha$  debería tener un valor entre  $5 \times 10^{-6}$  y  $2 \times 10^{-5}$ ; pero la mediana escalada no ajusta el flujo milimétrico observado, así que la densidad superficial del disco debe ser mayor, lo cual se traduce en  $\log \dot{M}/\alpha < -6$  y una  $\alpha$  mayor a  $10^{-5}$ .
- ★ **BD-45** (J04414825). De este conjunto de enanas, BD-45 es la de menor masa ( $0.04M_{\odot}$ ); de tipo espectral M7.75, su luminosidad bolométrica es muy baja ( $0.0092L_{\odot}$ ,  $R_{*} = 0.43R_{\odot}$ ). La tasa de acreción medida, entre  $5 \times 10^{-12}$  y  $3 \times 10^{-11}M_{\odot}\text{yr}^{-1}$  (Herczeg & Hillenbrand 2008; Muzerolle et al. 2005), así que suponiendo que  $\log \dot{M}/\alpha \approx -6$ ,  $\alpha$  debe tener un valor entre  $5 \times 10^{-6}$  y  $3 \times 10^{-5}$ .
- ★ **BD-46** (J04442713). Esta enana, de tipo espectral M7.25, masa de  $0.05M_{\odot}$  y luminosidad alta ( $L = 0.028L_{\odot}$ ,  $R_{*} = 0.7R_{\odot}$ ), tiene una tasa de acreción de masa baja,  $5 \times 10^{-12}M_{\odot}\text{yr}^{-1}$  (Herczeg & Hillenbrand 2008). Es especialmente interesante que el infrarrojo cercano-mediano presenta niveles muy altos respecto a la mediana y a la fotosfera de la enana, que no pueden explicarse con la emisión de una pared *normal* de polvo más la contribución del disco, mientras que el disco externo, trazado por el flujo submilimétrico y milimétrico, se puede explicar con una  $\alpha \approx 5 \times 10^{-6}$  (si el cociente  $\log \dot{M}/\alpha \approx -6$ ). En realidad, la emisión de este sistema en las bandas IRAC ha fluctuado apreciablemente entre campañas de observación (K. Luhman, comunicación privada), así que no trataremos de modelar este sistema en este trabajo.

Como el valor del cociente  $\dot{M}/\alpha$  no es universal aún en los discos circunestelares, no deberíamos asumir el valor de  $\dot{M}/\alpha = 10^{-6}$ , puesto que sólo explica una mediana, construida en el milimétrico con únicamente 5 objetos detectados (los cuales, como veremos más adelante, constituyen objetos excepcionales), e indica que el valor de  $\alpha$  es distinto al valor canónico  $\alpha = 10^{-2}$ . Con los parámetros subestelares apropiados para las enanas BD-41, BD-42 y BD-45, construimos una malla de modelos para la cual barremos los parámetros de viscosidad turbulenta  $\alpha$  y  $\beta$ , usando un resultado importante discutido anteriormente: el mecanismo de calentamiento dominante de los discos turbulentos con bajas tasas de acreción de masa es la irradiación del objeto central; así, discos con un mismo cociente  $\dot{M}/\alpha$  o  $\dot{M}/\beta$  (dado el valor de agotamiento de polvo en las capas superiores) tienen efectivamente la misma densidad superficial y características físicas, excepto en las regiones más internas y cercanas al plano medio. Dichas regiones modifican sólo ligeramente el espectro emergente del disco en longitudes de onda más azules que el cercano infrarrojo, pero a tales longitudes de onda, la distribución espectral de energías total (disco+enana+pared) está dominada ampliamente por la emisión combinada de la pared y la enana. En este caso, fijamos el valor de la tasa de acreción de masa en  $\dot{M} = 10^{-10}M_{\odot}\text{yr}^{-1}$  y variamos  $\alpha$  o  $\beta$ , con lo cual barremos los espacios  $\dot{M}/\alpha$  y  $\dot{M}/\beta$ . El valor de  $\dot{M}$  seleccionado

es suficientemente bajo para que el efecto de la disipación turbulenta sea despreciable frente a la irradiación subestelar, y lo suficientemente alto como para poder usar los códigos de estructura descritos en los capítulos anteriores sin tener problemas numéricos a radios grandes. En otras palabras,

$$\dot{M}_{observada}/\alpha \equiv 10^{-10} M_{\odot} \text{yr}^{-1} / \alpha_{malla}, \quad (7.1a)$$

$$\dot{M}_{observada}/\beta \equiv 10^{-10} M_{\odot} \text{yr}^{-1} / \beta_{malla}. \quad (7.1b)$$

Para los discos- $\alpha$ , los modelos tienen un cociente  $-8 \leq \log(\frac{\dot{M}}{\alpha}) \leq -4$ : el extremo inferior corresponde a  $\alpha = 0.01$ , el superior, a  $\alpha = 10^{-6}$ ; los siguientes valores intermedios fueron explorados también:  $\alpha = 10^{-4}$ ,  $5 \times 10^{-4}$  y  $10^{-3}$ . Como el flujo a longitudes de onda submilimétricas y milimétricas (siempre que la emisión de los anillos donde emerge la radiación sea ópticamente delgada) puede escribirse como (ver ecuación 6.10),

$$F_{\nu} \approx \frac{\kappa_{\nu} B_{\nu}[T] M_d^{polvo}}{D^2}. \quad (7.2)$$

Para el disco- $\alpha$ , la masa total del polvo es la integral de área de la densidad superficial (de polvo, dada por la ecuación 6.12), la cual depende del cociente de la tasa de acreción de masa y el parámetro de viscosidad, la masa de la enana central y la temperatura del disco en esos anillos. Así, los radios máximos se escogen comparando el flujo milimétrico observado con la siguiente relación,

$$F_{\nu} \approx 0.208 \text{ mJy} \left( \frac{\kappa_{\nu}}{2 \text{ gr}^{-1} \text{ cm}^2} \right) \left( \frac{\lambda}{1.3 \text{ mm}} \right)^{-2} \left( \frac{M_{\star}}{0.05 M_{\odot}} \right)^{1/2} \left( \frac{T_0}{100 \text{ K}} \right)^{-1} \left( \frac{T_d}{10 \text{ K}} \right) \\ \times \frac{1}{0.5 + \gamma_1} \left( \frac{\dot{M}}{10^{-10} M_{\odot} \text{yr}^{-1}} \right) \left( \frac{\alpha}{10^{-4}} \right)^{-1} \left( \frac{R_d}{1 \text{ AU}} \right)^{0.5 + \gamma_1}, \quad (7.3)$$

el cual da el orden de magnitud adecuado del radio máximo del disco para una  $\alpha$  dada (en la relación,  $T_0$  es la temperatura del disco a 1 AU; dicho término proviene de la densidad superficial.  $T_d$  es la temperatura promedio del anillo situado en  $R_d$ , y  $\gamma_1$  es el exponente de la ley de potencias para la temperatura del disco,  $0.5 \leq \gamma_1 < 1$ ). Como las variaciones en las masas y en la opacidad del polvo (excepto en el caso bien-mezclado con  $\epsilon = 1$  y  $\alpha_{max} = 0.25 \mu\text{m}$ ) son mínimas, y las temperaturas características a 1 AU y  $R_d$  no deberían diferir apreciablemente, entonces, el radio máximo del disco, para que  $F_{1.3 \text{ mm}} \approx 3 \text{ mJy}$ , es,

- $\alpha = 10^{-6}$ ,  $R_d \ll 1 \text{ AU}$ . Este resultado no es plausible puesto que los discos con  $\alpha \approx 10^{-6}$  son ópticamente gruesos, y en la derivación de la relación (7.3), se supone que la emisión milimétrica proviene de anillos ópticamente delgados.
- $\alpha = 10^{-4}$ ,  $10 \lesssim R_d \lesssim 20 \text{ AU}$ ,
- $\alpha = 5 \times 10^{-4}$ ,  $25 \lesssim R_d \lesssim 80 \text{ AU}$ ,
- $\alpha = 10^{-3}$ ,  $40 \lesssim R_d \lesssim 140 \text{ AU}$ ,

- $\alpha = 10^{-2}$ ,  $R_d \gg 150$  AU.

Estos valores sólo son una guía en la construcción de los modelos, aunque como veremos, para la mayor parte de los casos el intervalo de los radios coincide con los radios necesarios para producir el flujo milimétrico observado. En la tabla 7.1 se lista el radio de cada modelo de la malla, el cual no es necesariamente el valor máximo posible o el valor real del disco. En algunos casos (con  $\alpha = 10^{-2}$ ) no es posible calcular el modelo debido a la baja densidad del disco.

$\alpha$	$M_*(M_\odot)$	$\epsilon$			
		0.001	0.01	0.1	1
$10^{-6}$	0.04	40 (0.05)	20 (0.02)	40 (0.04)	60 (0.07)
	0.05	40 (0.04)	25 (0.03)	40 (0.04)	60 (0.06)
	0.06	40 (0.03)	40 (0.03)	40 (0.04)	60 (0.06)
$10^{-4}$	0.04	80 (3.08)	80 (4.18)	80 (5.28)	100 (10.8)
	0.05	80 (2.99)	80 (2.39)	80 (5.08)	100 (9.89)
	0.06	80 (2.74)	80 (2.74)	80 (4.47)	100 (8.46)
$5 \times 10^{-4}$	0.04	40 (0.35)	70 (0.38)	100 (0.88)	100 (1.51)
	0.05	30 (0.28)	100 (0.49)	100 (0.87)	100 (1.43)
	0.06	40 (0.31)	40 (0.60)	100 (0.81)	100 (1.24)
$10^{-3}$	0.04	20 (0.10)	50 (0.14)	100 (0.41)	100 (0.60)
	0.05	20 (0.10)	50 (0.14)	100 (0.40)	100 (0.58)
	0.06	15 (0.07)	20 (0.08)	100 (0.38)	100 (0.51)
$10^{-2}$	0.04	...	...	120 (0.07)	120 (0.05)
	0.05	...	...	120 (0.06)	120 (0.06)
	0.06	...	...	120 (0.06)	120 (0.05)

**Tabla 7.1:** Radios de los modelos de la malla para discos- $\alpha$ , en Unidades Astronómicas. En paréntesis, la masa total del disco, en  $M_J$ .

Una vez construidos los modelos de estructura para cada enana, procedemos a obtener el flujo milimétrico (a 1.3 mm) de cada uno de ellos, variando el radio del disco  $R_d$ , y fijando el ángulo de inclinación en  $i = 60^\circ$ . El valor de este ángulo no afecta la emisión milimétrica, como ya hemos visto. La figura 7.3 muestra el resultado de variar el radio máximo del disco,  $R_d$ , en la emisión milimétrica. Independientemente del valor de la masa del objeto central o del parámetro de agotamiento del polvo, es notable que el valor del cociente  $\dot{M}/\alpha$  favorecido se encuentre entre  $-7 \lesssim \log \dot{M}/\alpha \lesssim -6$ ; los modelos con  $\alpha = 10^{-6}$  y radios inferiores a 10 AU también pueden explicar la emisión milimétrica ( $\log \dot{M}/\alpha = -4$ ), pero el flujo en el mediano infrarrojo se forma precisamente dentro de 10 AU, así que posiblemente la emisión a  $24 \mu\text{m}$  (que construiremos en la siguiente sección) es inferior a la observada en cada disco si truncamos el radio a  $R \leq 10$  AU. Con la relación (7.1a), tomando que la tasa de acreción de masa es  $\sim 5 \times 10^{-12} M_\odot \text{yr}^{-1}$ , **el valor de  $\alpha$  para estos tres discos se encuentra entre  $10^{-6}$  y  $10^{-4}$ , al menos dos órdenes de magnitud menor al valor canónico  $\alpha = 0.01$ .** Aún si las tasas de acreción fueran uno o dos órdenes de magnitud superiores a  $10^{-12} M_\odot \text{yr}^{-1}$ , es claro que

el valor de  $\alpha = 0.01$  **no puede explicar** las detecciones milimétricas reportadas por Scholz et al. (2006). El radio de los discos se encuentra entre 10 y no más allá de 100 AU; se podría pensar que una  $\alpha$  alta necesita un radio mayor a 100 AU, pero a tan baja densidad (o bien, con  $\log \dot{M}/\alpha < -7$ ) el radio máximo del disco sería de varios cientos de unidades astronómicas para poder contener la suficiente masa requerida en polvo para alcanzar los niveles de flujo observados. Esto no sería mayor problema si los anillos localizados a tales radios fuesen ópticamente gruesos a la radiación estelar, pero no lo son y el código no resuelve correctamente tales zonas. Además, el perfil radial de la densidad superficial del disco- $\alpha$  cae con una ley de potencias; todo parece conspirar para desechar valores altos de  $\alpha$  y favorecer discos circunsubestelares con densidades superficiales relativamente altas ( $\alpha$  pequeña) y radios máximos del disco ópticamente grueso entre una decena y cien unidades astronómicas.

Por otro lado, la no-detección a 1.3 mm de 15 de los 20 objetos reportados por Scholz et al. (2006) puede ser explicada por discos con densidades superficiales muy bajas ( $\log \dot{M}/\alpha \ll -7$ , o  $\alpha > 10^{-4}$ ), de tal forma que la masa total de los discos sea menor a  $0.5M_J$ . Tomando en cuenta ambas poblaciones de objetos (detectados y no detectados), el cociente que modula la densidad superficial de un disco- $\alpha$  puede tomar valores  $\log \dot{M}/\alpha \lesssim -6$ , y con las tasas de acreción de masa subestelares típicas, el valor del parámetro de la viscosidad turbulenta puede ser  $\alpha \gtrsim 10^{-4}$  (si  $10^{-10}M_\odot\text{yr}^{-1}$ ) o bien,  $\alpha \gtrsim 10^{-6}$  (si  $10^{-12}M_\odot\text{yr}^{-1}$ ). El extremo masivo de los discos implica una baja eficiencia de la turbulencia para mover la masa del disco, así que la evolución de estos discos ocurre en escalas de tiempo mucho mayores a la de los discos menos masivos (los cuales son un producto de una mayor eficiencia en la turbulencia).

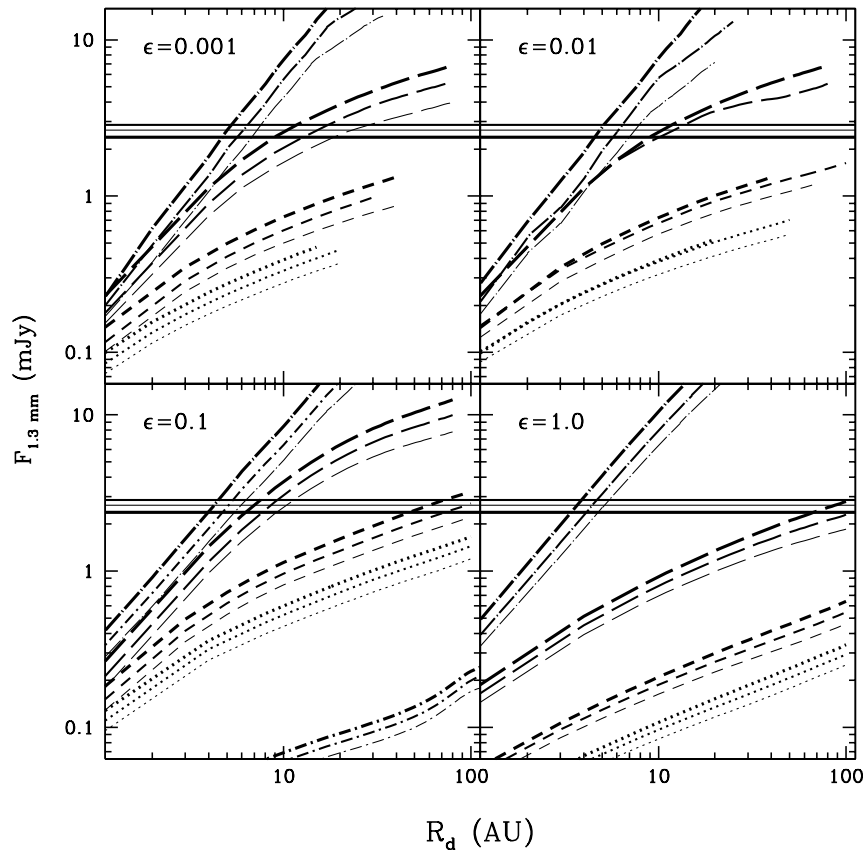
La figura 7.3 también muestra cómo varía el flujo milimétrico en función de la masa central, dada un mismo cociente  $\dot{M}/\alpha$  y temperatura en el disco. La prescripción algebraica  $\alpha$  para la viscosidad turbulenta depende de condiciones *locales* de los anillos, específicamente de la escala de altura del gas que es impuesta por el equilibrio hidrostático ( $v_t \sim c_s(T)H_p$ ), la cual es modulada por la masa del objeto central. Entre más masiva sea la enana, menor la escala de altura del gas, y mayor la densidad superficial del disco ( $\Sigma_\infty \sim \dot{M}/v_t$ ). Explícitamente, el flujo, en esta prescripción, depende de la masa de la enana como  $M_*^{1/2}$  (ver ecuación 7.3), así que la enana más masiva tiene una emisión ligeramente superior respecto a la enana menos masiva de la muestra.

Usando las tasas de acreción medidas para las enanas, podemos ahora convertir el valor de  $\alpha_{malla}$  del modelaje al valor de  $\alpha$  *real* usando la propiedad descrita por la ecuación (7.1a),

$$\alpha = \frac{\alpha_{malla}}{\dot{M}_{observada}} 10^{-10} M_\odot \text{ yr}^{-1}.$$

\* **BD-45:** el modelo con  $\alpha_{malla} = 10^{-4}$  implica que, usando la tasa de acreción de masa medida para la enana,  $5 \times 10^{-6} \lesssim \alpha \lesssim 3 \times 10^{-5}$ ; el radio máximo del disco depende del parámetro de agotamiento del polvo: si  $\epsilon = 0.001$ ,  $10 \lesssim R_d \lesssim 45$  AU; si  $\epsilon = 0.1$ ,  $R_d \approx 10$  AU. Si el valor de  $\alpha_{malla}$  es  $5 \times 10^{-4}$ , entonces  $2.5 \times 10^{-5} \lesssim \alpha \lesssim 1.5 \times 10^{-4}$ , y  $R_d \gtrsim 80$  AU, si  $\epsilon = 0.1$ .

- \* **BD-41:** si  $\alpha_{malla} = 10^{-4}$  implica que  $5 \times 10^{-6} \lesssim \alpha \lesssim 8 \times 10^{-6}$ ; el radio del disco se encuentra entre 10 y 30 AU si  $\epsilon \lesssim 0.01$ , y  $R_d \sim 10$  AU cuando  $\epsilon = 0.1$ . Si  $\alpha_{malla} = 5 \times 10^{-4}$ , entonces  $2.5 \times 10^{-5} \lesssim \alpha \lesssim 4 \times 10^{-4}$ ; el radio máximo del disco es  $> 50$  AU si  $\epsilon = 0.1$ .
- \* **BD-42:** si  $\alpha_{malla} = 5 \times 10^{-4}$ , entonces  $2.5 \times 10^{-5} \lesssim \alpha \lesssim 10^{-4}$ ; para  $\epsilon \lesssim 0.01$ ,  $R_d \approx 10$  AU. Si  $\alpha_{malla} = 10^{-3}$ , entonces  $5 \times 10^{-5} \lesssim \alpha \lesssim 2 \times 10^{-4}$ ; si  $\epsilon \lesssim 0.01$ ,  $R_d > 40$  AU; si  $\epsilon = 0.1$ , el radio máximo del disco para explicar el flujo milimétrico está entre 20 y 90 AU.



**Figura 7.3:** Variación del flujo a 1.3 mm con el radio del disco y los parámetros de agotamiento  $\epsilon$  y de viscosidad turbulenta  $\alpha$ , para las enanas detectadas por Scholz et al. (2006). En cada panel se muestra el parámetro de agotamiento del polvo,  $\epsilon$ . Cada tipo de línea representa un valor de  $\alpha$  distinto:  $10^{-6}$  (guión largo-punto),  $10^{-4}$  (guión largo),  $5 \times 10^{-4}$  (guión),  $10^{-3}$  (línea punteada) y  $10^{-2}$  (guión-punto). Las líneas horizontales indican el valor del flujo observado por Scholz et al. (2006). El ancho de la línea indica a qué enana corresponde cada modelo u observación: la línea más ancha corresponde a la enana con  $M_* = 0.06 M_\odot$ , y la más delgada, a  $M_* = 0.04 M_\odot$ .

Así, los modelos construidos usando la suposición de disco estacionario predicen una  $\alpha$  más pequeña que el valor canónico  $\alpha = 0.01$  para poder explicar la alta emisión milimétrica observada:  $\alpha < 10^{-3}$ , o bien, que  $-7 \lesssim \log \dot{M}/\alpha \lesssim -6$ . Estos resultados demuestran que dichas enanas café jóvenes, con flujo milimétrico reportado, son objetos únicos. Su diferencia radica en el valor de  $\alpha$ , lo suficientemente baja para

que la evolución turbulenta no haya removido parte de la masa inicial en el disco de tal forma que son visibles en longitudes de onda milimétricas. Bajo esta perspectiva, los discos que no fueron detectados por Scholz et al. (2006) son el producto de una rápida evolución, suponiendo un nacimiento común para todos los objetos subestelares de Tauro; para dichas enanas,  $\log \dot{M}/\alpha < -7$ . Una tasa de acreción de masa baja, del orden de  $10^{-12} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$  implica, para tal cociente, una  $\alpha > 10^{-5}$ , mientras que una tasa de acreción dos órdenes de magnitud superior,  $\alpha > 10^{-3}$ . En la próxima sección construiremos modelos de evolución turbulenta de la densidad superficial para intentar explicar el por qué existen enanas con la suficiente masa para ser observadas en el milimétrico.

Los modelos con  $\alpha_{\text{malla}} = 10^{-6}$  son descartados por el momento, puesto que para que el flujo sintético coincida con el observado, son necesarios radios mucho menores a 10 AU, lo cual tiene consecuencias observacionales. Por ejemplo, los índices espectrales para un disco tan denso deben diferir enormemente de aquellos menos densos, pero hay escasa o nula información a longitudes de onda en el lejano infrarrojo y submilimétrico/milimétrico que no es posible distinguirlos. Por otro lado, los anillos externos de estos discos podrían ser gravitacionalmente inestables ( $Q_T \leq 1$ ) y/o lo suficientemente masivos como para que la autogravedad sea relevante ( $Q_P < 1$ ).

### 7.3.2. Disco- $\beta$ irradiado

Construimos también una malla de modelos de estructura, suponiendo ahora que la turbulencia operante queda descrita por la prescripción- $\beta$ . La emisión milimétrica, ópticamente delgada, en este caso se aproxima como,

$$F_{\nu} = 10.97 \left( \frac{\kappa_{\nu}}{2 \text{gr}^{-1} \text{cm}^2} \right) \left( \frac{\lambda}{1.3 \text{mm}} \right)^{-2} \left( \frac{\dot{M}}{10^{-10} M_{\odot} \text{yr}^{-1}} \right) \left( \frac{\beta}{10^{-5}} \right)^{-1} \left( \frac{T_d}{10 \text{K}} \right) \left( \frac{M_{*}}{0.05 M_{\odot}} \right)^{-1/2} \left( \frac{R_d}{100 \text{AU}} \right)^{3/2} \left( \frac{D}{140 \text{pc}} \right)^{-2} \text{ mJy.} \quad (7.4)$$

Con base a esta expresión, los radios máximos de los modelos de la malla (y que se muestran en la tabla 7.2) se calcularon suponiendo que  $F_{\nu}(R_d) = 10 \text{ mJy}$ , con  $\kappa_{\nu} = 2 \text{gr}^{-1} \text{cm}^2$  y  $T_d(R_d) = 10 \text{ K}$ . La figura 7.4 muestra el flujo milimétrico de los modelos de la malla como función del radio máximo del disco. Los modelos con  $\epsilon = 1$  predicen flujos aproximadamente un orden de magnitud menores a los modelos con  $\epsilon < 1$  a un mismo radio, debido a la baja opacidad de los granos de polvo de tamaño  $0.25 \mu\text{m}$ . El flujo milimétrico escala con el radio como  $R^{3/2}$ , excepto cuando la densidad superficial del disco es baja y el disco se vuelve plano ( $\mu \approx 0$ , caso  $\epsilon = 0.001$ ). Al igual que el caso- $\alpha$ , los discos más densos son capaces de explicar la emisión milimétrica observada. Si  $\epsilon \lesssim 0.1$ , cocientes  $\log \dot{M}/\beta$  mayores a  $\sim -6$  y radios máximos del disco entre  $\sim 10$  y  $\sim 100 \text{ AU}$  son necesarios para que la emisión sintética sea similar a la observada. Los discos no detectados entonces poseen cocientes  $\log \dot{M}/\beta \lesssim -6$ , o cocientes superiores a dicho valor y radios truncados. Para las detecciones, los radios se encuentran entre los siguientes límites:

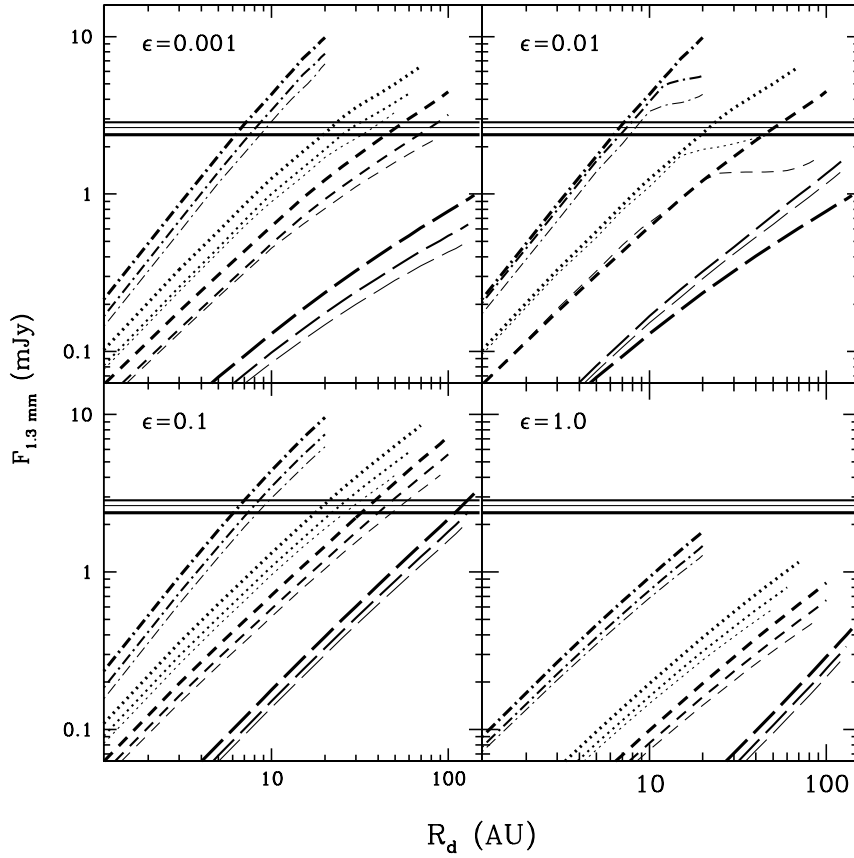
- $\beta = 10^{-6}$ ,  $\epsilon \leq 0.1$ : los radios de los discos deben ser menores a  $\sim 10$  AU.
- $\beta = 5 \times 10^{-6}$ ,  $\epsilon \leq 0.1$ : radios entre  $\sim 20$  y  $\sim 40$  AU.
- $\beta = 10^{-5}$ ,  $\epsilon \leq 0.1$ : radios entre  $\sim 20$  y  $\sim 70$  AU.
- $\beta = 5 \times 10^{-5}$ ,  $\epsilon = 0.1$ : radios mayores que  $\sim 100$  AU.

Para constreñir la combinación  $\epsilon - R_d - \beta$ , necesitamos la emisión longitudes de onda infrarrojas, las cuales contienen información sobre  $\epsilon$  y el ángulo de inclinación del disco respecto a la línea de visión.

$\beta$	$M_*(M_\odot)$	$\epsilon$			
		0.001	0.01	0.1	1
$10^{-6}$	0.04	20 (3.37)	20 (3.45)	20 (3.36)	20 (3.36)
	0.05	20 (3.01)	20 (3.02)	20 (2.99)	20 (2.99)
	0.06	20 (2.73)	20 (2.73)	20 (2.72)	20 (2.72)
$5 \times 10^{-6}$	0.04	50 (2.71)	50 (2.96)	50 (2.68)	50 (2.68)
	0.05	60 (3.17)	...	60 (3.14)	60 (3.14)
	0.06	70 (3.64)	70 (3.64)	70 (3.61)	70 (3.61)
$10^{-5}$	0.04	90 (3.26)	90 (6.89)	90 (3.25)	90 (3.25)
	0.05	100 (3.40)	...	100 (3.40)	100 (3.40)
	0.06	100 (3.10)	100 (3.10)	100 (3.09)	100 (3.09)
$5 \times 10^{-5}$	0.04	120 (1.00)	120 (1.00)	120 (1.00)	120 (1.00)
	0.05	130 (1.01)	130 (1.01)	130 (1.01)	130 (1.01)
	0.06	140 (1.03)	140 (1.03)	140 (1.03)	140 (1.03)

**Tabla 7.2:** Radios de los modelos de la malla para discos- $\beta$ , en Unidades Astronómicas. La masa total de cada modelo se muestra en paréntesis, en  $M_J$ .





**Figura 7.4:** Variación del flujo a 1.3 mm con el radio del disco y los parámetros de agotamiento  $\epsilon$  y de viscosidad turbulenta  $\beta$ , para las enanas detectadas por Scholz et al. (2006). En cada panel se muestra el parámetro de agotamiento del polvo,  $\epsilon$ . Cada tipo de línea representa un valor de  $\beta$  distinto:  $10^{-6}$  (guión-punto),  $5 \times 10^{-6}$  (línea punteada),  $10^{-5}$  (guión), y  $5 \times 10^{-5}$  (guión largo). Las líneas horizontales indican el valor del flujo observado por Scholz et al. (2006). El ancho de la línea indica a qué enana corresponde cada modelo/observación: la línea más ancha corresponde a la enana con  $M_* = 0.06 M_\odot$ , y la más delgada, a  $M_* = 0.04 M_\odot$ .

Usando las tasas de acreción medidas para estas enanas y la relación (7.1b), el parámetro- $\beta$  real de las enanas está entre los siguientes límites:

- \* **BD-45:** si para el modelo  $\beta_{malla} = 5 \times 10^{-6}$ , entonces  $2.5 \times 10^{-7} \lesssim \beta \lesssim 1.5 \times 10^{-6}$ ; en este caso, el radio máximo del disco está entre 25 y 50 AU si  $\epsilon = 0.001$ , es mayor a 25 AU si  $\epsilon = 0.01$  o es  $\sim 30$  AU si  $\epsilon = 0.1$ . En cambio, si  $\beta_{malla} = 10^{-5}$ , entonces  $5 \times 10^{-7} \lesssim \beta \lesssim 3 \times 10^{-6}$  y  $70 \lesssim R_d \lesssim 90$  AU cuando  $\epsilon = 0.001$  o  $40 \lesssim R_d \lesssim 70$  AU si  $\epsilon = 0.1$ .
- \* **BD-41:** si  $\beta_{malla} = 5 \times 10^{-6}$ , entonces  $2.5 \times 10^{-7} \lesssim \beta \lesssim 4 \times 10^{-7}$ ; el radio para que la emisión sintética coincida con los límites observacionales está entre 20 y 50 AU cuando  $\epsilon = 0.001$ , o  $\sim 30$  AU cuando  $\epsilon = 0.1$ . Cuando  $\beta_{malla} = 5 \times 10^{-5}$ ,  $2.5 \times 10^{-6} \lesssim \beta \lesssim 4 \times 10^{-6}$ , para  $\epsilon = 0.1$  y  $R_d \gtrsim 110$  AU.
- \* **BD-42:** para  $\beta_{malla} = 5 \times 10^{-6}$ , el valor de  $\beta$  es  $2.5 \times 10^{-7} \lesssim \beta \lesssim 10^{-6}$  y el radio máximo del disco está constreñido a  $15 \lesssim R_d < 30$  AU para  $\epsilon \leq 0.1$ . En cambio, si  $\beta_{malla} = 10^{-5}$ , entonces

$5 \times 10^{-7} \lesssim \beta \lesssim 2 \times 10^{-6}$  y  $30 \lesssim R_d \lesssim 60$  AU para  $\epsilon \leq 0.01$  o entre 20 y 40 AU para  $\epsilon = 0.1$ . Finalmente, si  $\beta_{\text{malla}} = 5 \times 10^{-5}$ ,  $2.5 \times 10^{-6} \lesssim \beta \lesssim 10^{-5}$ , para  $\epsilon = 0.1$ ; en teste caso  $80 \lesssim R_d \lesssim 140$  AU.

En general para estas enanas,  $10^{-7} \lesssim \beta \lesssim 10^{-6}$ ; el valor de  $\beta$  es menor a los encontrados por Hueso & Guillot (2005) para los discos alrededor de las estrellas DM Tau ( $2 \times 10^{-5} < \beta < 5 \times 10^{-4}$ ) y GM Au ( $2 \times 10^{-6} < \beta < 5 \times 10^{-5}$ ). Debido a que sólo para estos dos discos se ha constreñido el valor del parámetro- $\beta$ , no podemos afirmar que es un intervalo que define a los discos circunestelares; sin embargo, resulta interesante que para las enanas café detectadas en el milimétrico, el intervalo plausible de  $\beta$  sea entre uno y dos órdenes de magnitud inferior al inferido para los discos más masivos. Esperamos que para los discos no detectados en el milimétrico,  $\log \dot{M}/\beta < -5.7$ , así que discos con  $\dot{M} \approx 10^{-12} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$  deberían tener una  $\beta > 5 \times 10^{-7}$ , y si  $\dot{M} \approx 10^{-10} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ , entonces  $\beta > 5 \times 10^{-5}$ . Al igual que para el caso  $\alpha$ , construiremos modelos para la evolución temporal de la densidad superficial de los discos bajo la acción de la turbulencia.

## 7.4

### Evolución temporal de los discos turbulentos

Como hemos visto, la eficiencia de la turbulencia varía entre los discos circunsubestelares, y esta característica se ha observado también en los discos alrededor de T Tauris (ver por ejemplo, Andrews & Williams 2007). Sin embargo, existe un problema asociado a las bajas eficiencias: el tiempo característico de la turbulencia, esto es, el tiempo que le toma a la turbulencia modificar la estructura del disco de tal manera que la suposición de *estado estacionario* es válida, resulta ser dos órdenes de magnitud superior al tiempo de un disco con  $\alpha = 10^{-2}$ , ya que

$$t_t \approx \frac{R_0^2}{3\nu_0}, \quad (7.5a)$$

donde  $\nu_0$  es la viscosidad turbulenta- $\alpha$  evaluada en el radio  $R_0$ . Suponiendo las siguientes condiciones iniciales:  $R_0 = 10$  AU; dentro de este radio se encuentra contenida aproximadamente 60% de la masa inicial del disco (Hartmann et al. 1998), que suponemos que es  $M_d(0) = 1M_J$ . En este radio  $R_0$ , la temperatura promedio de los anillos debido a la irradiación subestelar se encuentra entre  $\sim 10$  K y  $\sim 60$  K (el valor depende de los parámetros  $\alpha$  y  $\epsilon$ , como hemos visto en los capítulos anteriores), así que el tiempo característico de los movimientos turbulentos es,

$$t_t \approx 9.48 \times 10^6 \left( \frac{\alpha}{10^{-4}} \right)^{-1} \left( \frac{T_0}{10\text{K}} \right)^{-1} \left( \frac{M_*}{0.05M_{\odot}} \right)^{1/2} \left( \frac{R_0}{10\text{AU}} \right) \text{ años.} \quad (7.5b)$$

Dado el tiempo anterior, gran parte de los discos con  $\alpha \lesssim 10^{-3}$  (si realmente tienen un valor de  $\alpha$  de tal magnitud) que se observan a  $\sim 10^6$  años pudieran no haber llegado aún a una fase estacionaria, y por tanto suponer una tasa de acreción de masa constante en toda la extensión radial del disco no es una suposición correcta. Usando el modelo construido por Hartmann et al. (1998), exploramos la validez del

*estado estacionario* para los discos circunsubestelares. La evolución temporal de la densidad superficial de un disco turbulento geoméricamente delgado y Kepleriano está sujeta a

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[ R^{1/2} \frac{\partial}{\partial R} (R^{1/2} v_t \Sigma) \right]. \quad (7.6)$$

Si la viscosidad turbulenta  $v_t$  puede escribirse como una ley de potencias en  $R$ ,

$$v_t = v_0 \left( \frac{R}{R_0} \right)^\gamma, \quad (7.7)$$

la evolución de la densidad superficial tiene como solución (Hartmann et al. 1998; Lynden-Bell & Pringle 1974)

$$\Sigma(R, t) = \frac{2-\gamma}{2\pi R_0^2 r^\gamma} M_d(0) T^{-(5/2-\gamma)/(2-\gamma)} \exp\left[-\frac{r^{2-\gamma}}{T}\right] \quad (7.8)$$

donde  $r \equiv R/R_0$ ,  $T \equiv \frac{t}{t_t} + 1$ , y el tiempo característico de la turbulencia está dado por

$$t_t = \frac{R_0^2}{3(2-\gamma)^2 v_0}. \quad (7.9)$$

Dada la solución (7.8), es posible obtener una expresión para la evolución de la tasa de acreción de masa en el disco,

$$\dot{M}(R, t) = \dot{M}_0 \left[ 1 - \frac{2(2-\gamma)}{T} r^{2-\gamma} \right] \exp\left[-\frac{r^{2-\gamma}}{T}\right], \quad (7.10)$$

donde  $\dot{M}_0$  es la tasa de acreción de masa hacia el objeto central ( $r \ll 1$ ), y está dada por

$$\dot{M}_0(t) = \frac{M_d(0)}{2(2-\gamma)t_t} T^{-(5/2-\gamma)/(2-\gamma)}. \quad (7.11)$$

Debido a la variación temporal de la tasa de acreción de masa hacia la enana, la masa contenida en el disco también evoluciona, disminuyendo como

$$M_d(t) = M_d(0) T^{-1/(4-2\gamma)}. \quad (7.12)$$

Como resultado de la conservación de momento angular, gran parte de la masa se acreta hacia la estrella, mientras que una fracción mínima de ella es expulsada hacia radios cada vez más grandes del disco, llevándose con ella el momento angular en exceso; así, el radio de transición (definido como el radio para el cual anillos situados dentro de él acretan masa, mientras que los exteriores expulsan la masa) se incrementa en el tiempo como,

$$R_T(t) = R_0 \left[ \frac{1}{4-2\gamma} T \right]^{1/(2-\gamma)}, \quad (7.13)$$

y el radio dentro del cual 90% de la masa (instantánea) del disco se encuentra contenida está dado por

$$R_{90}(t) = R_T [(4 - 2\gamma) \ln 10]^{1/(2-\gamma)}. \quad (7.14)$$

Este conjunto de ecuaciones describe la evolución de un disco turbulento, despreciando efectos como el crecimiento de los granos de polvo y su subsecuente asentamiento en la estructura física del disco; sin embargo, este formalismo resulta adecuado para estudiar, a orden de magnitud, el comportamiento temporal de los discos circunsubestelares y para obtener predicciones observacionales.

#### 7.4.1. Discos- $\alpha$ , caso $\gamma = 1$

El valor de  $\gamma$  es dependiente del agotamiento de polvo ISM en la superficie del disco y también de la prescripción de la turbulencia adoptada. Para un disco  $\alpha$ ,

$$v_t = \alpha \frac{c_s^2(T)}{\Omega_K(R)}, \quad (7.15)$$

y la temperatura característica tiene una dependencia radial,  $T(R) \propto R^{-q}$ . Así,  $\gamma = 3/2 - q$  (despreciando cualquier variación radial en  $\mu$ , el peso molecular medio, adoptándolo como  $\mu = 2.34$ ). Para un disco bien mezclado, en el cual los granos de polvo tienen una  $a_{max} = 0.25 \mu\text{m}$ , el valor de  $\gamma$  es 1, puesto que el comportamiento radial de la temperatura en las zonas ópticamente gruesas a la radiación subestelar es  $q \approx 0.5$ . Conforme los granos de polvo en la atmósfera crecen y se depositan en el plano medio, la radiación puede llegar a regiones cada vez más cercanas al plano medio de cada anillo, aumentando la temperatura respecto al caso bien mezclado y modificando el comportamiento radial de la temperatura, de tal forma que se aplana y  $q \gtrsim 0.5$ . El valor de  $\gamma$  se encuentra entre 1 (caso bien mezclado, con  $a_{max} = 0.25 \mu\text{m}$ ) y  $3/2$ .

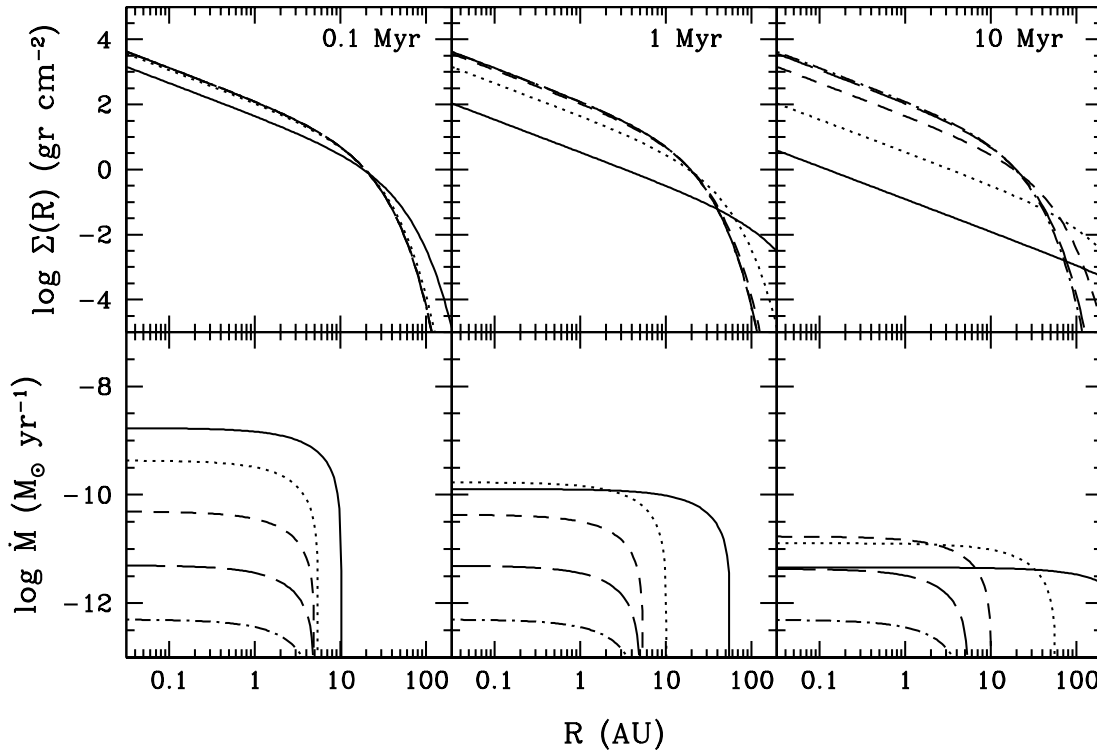
##### 7.4.1.1. Densidad superficial $\Sigma(R, t)$ y tasa de acreción $\dot{M}(R, t)$

Supondremos que la temperatura característica de los anillos del disco siguen una ley  $T(R) \propto R^{-1/2}$ . El tiempo característico de la turbulencia está dado por la ecuación (7.5b), así que si observamos un disco a  $\sim 10^6$  años, esperaríamos que pudiese ser descrito por la solución estacionaria si  $\alpha \gtrsim 5 \times 10^{-4}$ ; si  $\alpha \lesssim 10^{-4}$ , y suponiendo que la enana tiene la misma edad de la región, no ha transcurrido el tiempo suficiente para que todo el disco, si suponemos extensiones radiales del orden de  $\sim 100$  AU, haya alcanzado un estado estacionario. La densidad superficial del disco con  $\gamma = 1$  está dada por

$$\Sigma(R, t) \approx 13.5 \left( \frac{M_d(0)}{1M_J} \right) \left( \frac{R_0}{10\text{AU}} \right)^{-1} \left( \frac{R}{10\text{AU}} \right)^{-1} T^{-3/2} \exp\left(\frac{-r}{T}\right) \text{ gr cm}^{-2}. \quad (7.16)$$

Suponiendo que los discos tienen al tiempo  $t = 0$  la misma masa distribuida dentro de un mismo radio inicial, la densidad superficial en dicho tiempo es la misma para todo disco; difieren cuando  $t \gtrsim t_t$  y entre mayor sea

$\alpha$ , la edad a la cual la suposición de estado estacionario es válida ocurre a tiempos del orden de la edad de la región donde habitan las enanas.



**Figura 7.5:** Evolución temporal de la densidad superficial  $\Sigma(R,t)$  (paneles superiores) y de la tasa de acreción de masa  $\dot{M}(R,t)$  (paneles inferiores), para el caso  $\gamma = 1$ . En cada panel se indica el tiempo transcurrido (en  $10^6$  años). Los modelos tienen las siguientes condiciones iniciales:  $R_0 = 10$  AU y  $M_d(0) = 1 M_J$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05 M_{\odot}$ . Cada curva representa un valor de  $\alpha$  diferente:  $\alpha = 10^{-6}$ , guión-punto;  $\alpha = 10^{-5}$ , guión largo;  $\alpha = 10^{-4}$ , guión;  $\alpha = 10^{-3}$ , línea punteada y  $\alpha = 0.01$ , línea continua.

La figura 7.5 muestra la evolución de la densidad superficial; a  $10^6$  años, la densidad superficial del disco sigue una ley de potencias con  $\gamma = 1$  (el cual es el valor esperado en el caso estacionario) en radios menores a  $R \sim 100$  AU; entre más baja sea  $\alpha$ , la evolución procede lentamente, y sólo anillos localizados a radios menores a  $\sim 10$ - $\sim 40$  AU pueden ser caracterizados por la solución estacionaria. El valor del radio al cual la solución estacionaria no es ya válida depende del valor supuesto para  $R_0$ ; por ejemplo, se argumentó que el disco alrededor de la enana 2MASS J04381486+2611399 podría no haber llegado aún al estado estacionario debido al valor de  $\alpha$  inferido (Luhman, Adame, et al. 2007), pero si el radio  $R_0$  de este disco es del orden de 20-40 AU, la suposición de estado estacionario puede ser válida, como se demuestra en la figura 7.6. Dicha figura también ilustra cómo afecta el valor supuesto de  $R_0$  en la evolución del disco con  $\alpha = 0.01$ ; cuando aún no ha transcurrido un tiempo apreciable, el valor de la densidad superficial varía entre modelos con diferentes radios  $R_0$  debido a que tales discos contienen la misma masa inicial ( $M_d(0) = 1 M_J$ ), pero cuando  $t \gg t_t$ , la evolución turbulenta tiende a borrar cualquier rastro de condición inicial; si la turbulencia es ineficiente, a  $10^6$

años podemos estar observando las condiciones primigenias de las enanas café, suponiendo que nacen bajo las mismas condiciones excepto  $\alpha$ .

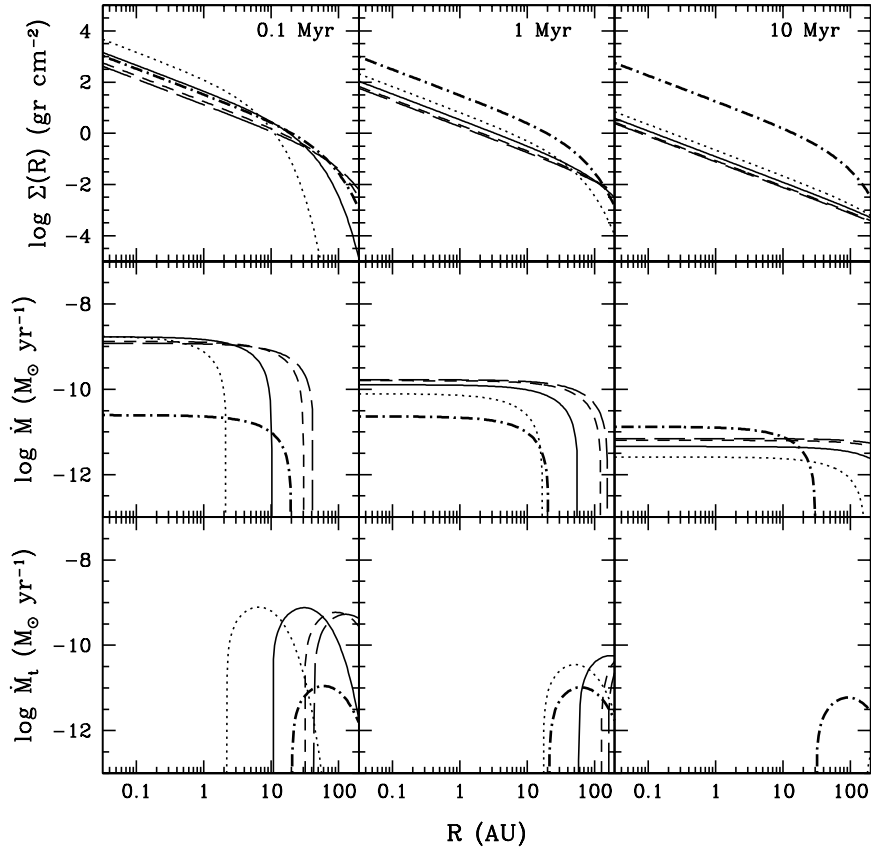
Variar la masa inicial en el disco sólo afecta el valor de la densidad superficial en cada anillo, pero no en cómo evoluciona el disco. Otra suposición fuerte en la construcción de los modelos estacionarios es que la tasa de acreción de masa es uniforme y constante en toda la extensión radial del disco, y por tanto se cumple que  $\dot{M} = v_t \Sigma$  en cada anillo del disco. La variación de la tasa de acreción de masa para un disco con  $\gamma = 1$  está dada por,

$$\dot{M}(R, t) \approx \dot{M}_0(t) \left[ 1 - \frac{2}{T} r \exp(-r/T) \right], \quad (7.17)$$

donde la tasa de acreción  $\dot{M}_0(t)$  es la tasa de acreción de masa hacia la enana, dada por

$$\dot{M}_0(t) \approx 5 \times 10^{-11} \left( \frac{\alpha}{10^{-4}} \right) \left( \frac{M_d(0)}{1 M_J} \right) \left( \frac{T_0}{10 \text{K}} \right) \left( \frac{M_*}{0.05 M_\odot} \right)^{-1/2} \left( \frac{R_0}{10 \text{AU}} \right)^{-1/2} T^{-3/2} M_\odot \text{ yr}^{-1}. \quad (7.18)$$

Los paneles inferiores de la figura 7.5 muestran el efecto de variar el parámetro  $\alpha$ . Alta eficiencia de la turbulencia implica tasas de acreción más altas en las enanas café; a  $10^6$  años, modelos de discos con  $\alpha \gtrsim 0.001$  muestran tasas de acreción del orden de  $10^{-10} M_\odot \text{ yr}^{-1}$ , mientras que los discos con baja  $\alpha$  pueden explicar las bajas tasas de acreción observadas; esto depende del valor de la masa inicial del disco adoptada, así que una alta  $\alpha$  con una baja masa de disco inicial puede ser capaz de explicar las bajas tasas de acreción. Por otro lado, no todo el disco es caracterizado por  $\dot{M}_0$ ; el radio donde la tasa de acreción tiene un corte es el radio de transición  $R_t$ ; el valor de la tasa de acreción es negativo, debido al cambio en la dirección del flujo de masa: más allá de este radio, el disco está eyectando parte de la masa con exceso de momento angular. El valor de este radio aumenta una vez que  $t \gg t_t$ , y también depende del valor adoptado para  $R_0$ . El panel medio de la figura 7.6 muestran el efecto de variar tal parámetro; el panel inferior muestra la tasa a la cual la masa del disco está siendo arrojada, con exceso de momento angular, hacia radios cada vez más externos, y en magnitud tiene aproximadamente el mismo valor que  $\dot{M}(R < R_t, t)$ , la tasa de acreción de masa hacia la enana.



**Figura 7.6:** Evolución temporal de la densidad superficial  $\Sigma(R, t)$  (paneles superiores) y de la tasa de acreción de masa  $\dot{M}(R, t)$  (paneles medios), para disco con  $\alpha = 0.01$  y  $\gamma = 1$ . En cada panel se indica el tiempo transcurrido (en  $10^6$  años). Los modelos tienen la misma masa inicial,  $M_d(0) = 1 M_J$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05 M_{\odot}$ . Cada curva representa un valor de  $R_0$ : 1 AU, línea punteada; 10 AU, línea continua; 40 AU, guión y 60 AU, guión largo. La línea guión-punto representa el modelo con  $\alpha = 10^{-4}$ ,  $R_0 = 40$  AU y  $M_d(0) = 1 M_J$ . Los paneles inferiores muestran la tasa a la cual se transfiere hacia el infinito el momento angular.

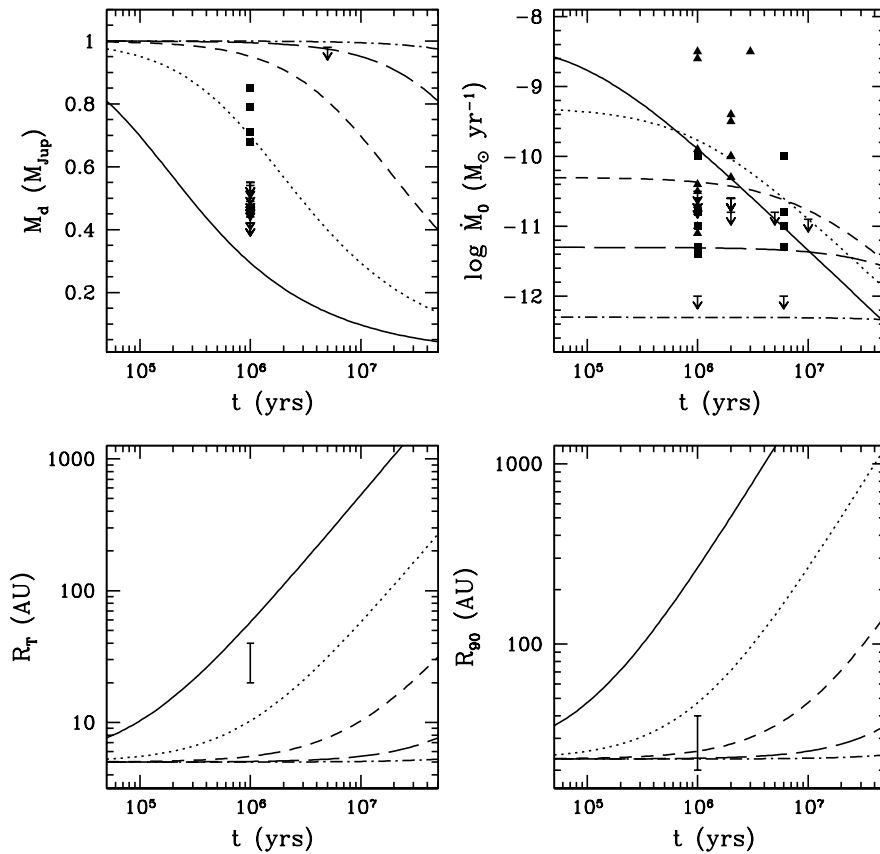
#### 7.4.1.2. Masa del disco

La masa en el disco disminuye en el tiempo debido a que está siendo acretada hacia la enana; la cantidad de masa a un tiempo dado es

$$M_d(t) = \left( \frac{M_d(0)}{1 M_J} \right) T^{-1/2} M_J, \quad (7.19)$$

la cual es el resultado de la integral de área de la densidad superficial sobre toda la extensión radial del disco (incluye masa dentro de  $R_t$  y entre  $R_t$  y  $R_d$ ). Las masas que se han inferido a partir de observaciones en el submilimétrico y milimétrico de Klein et al. (2003) y Scholz et al. (2006) (los únicos estudios observacionales en esas longitudes de onda de enanas café en regiones de formación estelar y cúmulos jóvenes) son comparadas con los modelos en el panel superior izquierdo de la figura 7.7: las detecciones se explican con discos de baja  $\alpha$ , suponiendo que los objetos tienen la misma edad que la región de formación (si fuesen más jóvenes, discos de alta- $\alpha$  podrían explicar la masa inferida), mientras que las no detecciones pueden ser explicadas con modelos

con  $\alpha \gtrsim 10^{-3}$ . Este mismo resultado fue obtenido usando los modelos de estado estacionario construidos a lo largo de este trabajo; así que las observaciones a longitudes de onda larga de objetos subestelares en regiones con edades superiores a  $10^6$  años resultarán infructuosas, con las capacidades observacionales actuales, si la mayoría de los discos pueden ser caracterizados por una  $\alpha \gtrsim 10^{-3}$  (figura 7.7). Es factible que los objetos detectados sean el resultado de una lenta evolución turbulenta o bien, de objetos con edades menores a  $10^6$  años. Ambas explicaciones implicarían que estamos observando reminiscencias de las condiciones iniciales subestelares.



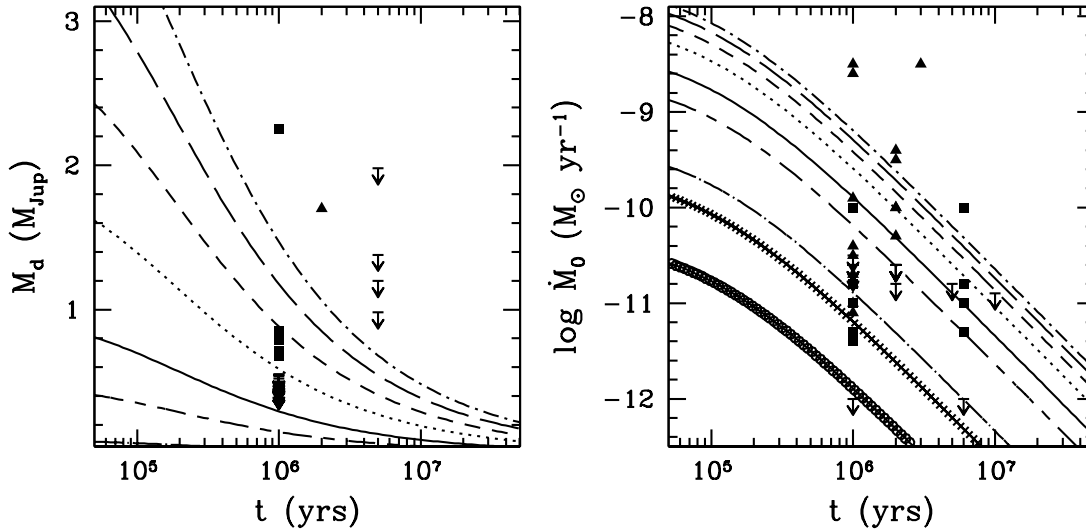
**Figura 7.7:** Evolución temporal de la masa del disco (panel superior izquierdo), de la tasa de acreción de masa hacia la estrella (panel superior derecho), radio de transición  $R_T$  (panel inferior izquierdo) y radio  $R_{90}$  (panel inferior derecho) para los discos- $\alpha$  con  $\gamma = 1$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05 M_\odot$ . Los modelos tienen la misma masa inicial ( $M_d(0) = 1 M_J$ ) y radio  $R_0 = 10$  AU. Cada curva representa un valor de  $\alpha$ :  $\alpha = 10^{-6}$ , guión-punto;  $\alpha = 10^{-5}$ , guión largo;  $\alpha = 10^{-4}$ , guión;  $\alpha = 10^{-3}$ , línea punteada y  $\alpha = 0.01$ , línea continua. Las masas observadas y límites superiores son tomadas de Scholz et al. (2006) (cuadros llenos) y de Klein et al. (2003) (triángulos llenos). Las tasas de acreción de masa, de Muzerolle et al. (2005) (cuadros llenos) y de Mohanty et al. (2005b) (triángulos llenos). El intervalo de radios presentado (20–40 AU, barra a  $10^6$  años) es tomado de Luhman, Adame, et al. (2007).

Por otro lado, incrementar la masa inicial del disco con  $\alpha = 0.01$  (ver la figura 7.8) a  $3 M_J$  puede explicar las detecciones milimétricas pero no la tasa de acreción de masa que se ha medido de estas enanas, pues los modelos con  $M_d(0) \geq 2 M_J$  predicen que  $\dot{M}_0 \gtrsim -9.5$ . Por otro lado, incrementar el radio  $R_0$  sólo disminuye la



rapidez con la cual la masa del disco va decrecentándose (ya que  $M_d(t) \propto t_t^{1/2}/t \propto R_0^{1/2}/t$ , ver ecuación 7.5b), así que es improbable que discos con alta eficiencia turbulenta puedan explicar las detecciones milimétricas.

En cambio, los objetos no detectados en el submilimétrico-milimétrico pueden deberse a discos de alta eficiencia turbulenta ( $\alpha = 0.01$ ) y bajas masas iniciales en el disco ( $M_d(0) \lesssim 2 M_J$ ), para que así, a  $10^6$  años, la masa remanente en el disco sea menor a  $\sim 0.5 M_J$  (ver la figura 7.8). Ello explicaría por qué no fueron detectadas la mayor parte de las enanas observadas por Scholz et al. (2006).

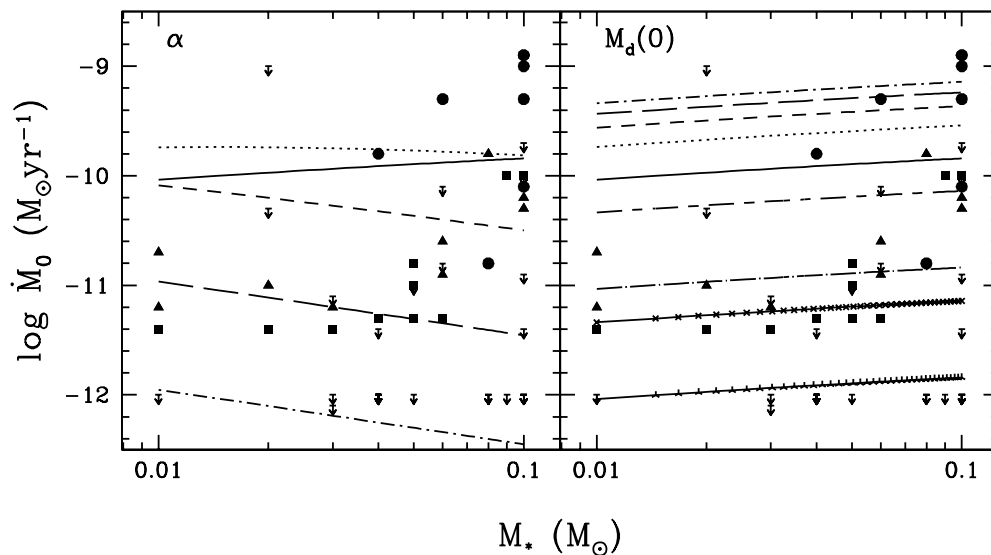


**Figura 7.8:** Evolución temporal de la masa del disco (panel izquierdo) y de la tasa de acreción de masa hacia la estrella (panel derecho) para el disco con  $\alpha = 0.01$  y  $\gamma = 1$ . Los modelos tienen el mismo radio  $R_0 = 10$  AU. La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05 M_\odot$ . Cada curva representa un valor de la masa inicial del disco,  $M_d(0)$ :  $0.01 M_J$ : línea continua más estrellas de tres picos,  $0.05 M_J$ : línea continua más estrellas de cuatro picos,  $0.1 M_J$ : guión largo-punto,  $0.5 M_J$ : guión largo-guión,  $1 M_J$ : línea continua,  $2 M_J$ : línea punteada,  $3 M_J$ : guión,  $4 M_J$ : guión largo,  $5 M_J$ : guión-punto. Las masas observadas y límites superiores son tomadas de Scholz et al. (2006) (cuadros llenos) y de Klein et al. (2003) (triángulos llenos). Las tasas de acreción de masa, de Muzerolle et al. (2005) (cuadros llenos) y de Mohanty et al. (2005b) (triángulos llenos).

#### 7.4.1.3. Tasa de acreción de masa hacia la enana

La dispersión observada en las tasas de acreción de masa se debe a que una variedad de parámetros afecta el valor de ellas, y no únicamente a la masa, como típicamente se supone. Empero, la masa de la enana central juega un rol importante, y la tendencia derivada a partir de observaciones es  $\dot{M} \propto M_*^2$  (Muzerolle et al. 2005). El modelo de Hartmann et al. (1998) predice que  $\dot{M} \propto M_*^{-1/2}$ , y el tratamiento heurístico de Hartmann et al. (2006), el cual incluye la radiación en el modelo de acreción en capas de Gammie (1996), arroja una dependencia menos inclinada,  $\dot{M} \propto M_*^{1/2}$  (a partir de la solución estacionaria). Lo cierto es que, como Muzerolle et al. (2005) adelantó, las diversas condiciones iniciales de los discos o bien, una dispersión en edades dentro de una misma región, son factores que contribuyen a que las tasas de acreción circunsubestelares

tengan una dispersión de cuatro órdenes de magnitud. El panel superior derecho de la figura 7.7 demuestra que el valor de  $\alpha$  contribuye de forma importante a la dispersión, y constituye un parámetro que debe incluirse en la construcción de las tendencias. El panel derecho de la figura 7.8 muestra el efecto de variar la masa inicial del disco  $M_d(0)$ , y el panel superior derecho de la figura 7.10, el de la variación de  $R_0$ , para el disco con  $\alpha = 0.01$ . En efecto, la dependencia en  $\alpha$  o en  $M_d(0)$  resulta ser más fuerte que la de  $R_0$  (como se observa en la figura 7.10); pero es claro que la dispersión observada depende tanto de las condiciones iniciales como del valor del parámetro- $\alpha$  supuesto. Vemos que masas iniciales del disco menores a  $\sim 2 M_J$  explican la mayor parte de las tasas de acreción observadas (una hipótesis presentada por Hartmann et al. 2006, que constantamos en la figura 7.8).



**Figura 7.9:** Tasa de acreción de masa  $\dot{M}_0$  como función de la masa de la enana central, variando  $\alpha$  (panel izquierdo) y variando  $M_d(0)$  (panel derecho). Cada curva indica un valor de  $\alpha$  ( $10^{-6}$ : guión-punto,  $10^{-5}$ : guión largo,  $10^{-4}$ : guión,  $10^{-3}$ : línea punteada,  $0.01$ : línea continua) o de  $M_d(0)$  ( $0.01 M_J$ : línea continua más estrellas de tres picos,  $0.05 M_J$ : línea continua más estrellas de cuatro picos,  $0.1 M_J$ : guión largo-punto,  $0.5 M_J$ : guión largo-guión,  $1 M_J$ : línea continua,  $2 M_J$ : línea punteada,  $3 M_J$ : guión,  $4 M_J$ : guión largo,  $5 M_J$ : guión-punto). Las tasas de acreción observadas y límites superiores son tomadas de Natta et al. (2004) (círculos llenos), Muzerolle et al. (2005) (cuadros llenos) y de Mohanty et al. (2005b) (triángulos llenos).

Para probar lo anterior, construimos modelos con el mismo valor de  $R_0 = 10$  AU (la dispersión asociada a este parámetro, y a  $\gamma$ , es mucho menor a la de  $\alpha$  o  $M_d(0)$ ) y a una edad de  $10^6$  años, variando  $\alpha$  (en este caso,  $M_d(0) = 1 M_J$ ) o  $M_d(0)$  (suponiendo que  $\alpha = 0.01$ ). La figura 7.9 muestra cómo cambia  $\dot{M}_0$  con la masa de la enana central y variando los parámetros anteriores. Tanto la variación en  $\alpha$  como en  $\dot{M}$  pueden explicar la enorme dispersión observada en las tasas de acreción reportadas (Mohanty et al. 2005b; Muzerolle et al. 2005; Natta et al. 2004). La variación en  $\alpha$  puede no ser una explicación viable ya que la mayor parte de los objetos subestelares observados en el milimétrico no han sido detectados (pero es plausible que  $\alpha$  sea tan pequeña como  $10^{-4}$ ), lo que indica una  $\alpha$  suficientemente alta ( $\alpha \sim 0.01$ ). Variando la masa inicial en el

disco (desde  $0.01 M_J$  hasta  $5 M_J$ ) y fijando  $\alpha = 0.01$ , vemos que la tendencia en  $\dot{M}_0$  es explicada debido a una relación entre  $M_d(0)$  y  $M_*$ : enanas menos masivas parecen poseer discos cada vez menos masivos; por ejemplo, para enanas con tipo espectral M9–9.5, discos con masas iniciales entre  $0.01$  y  $0.5 M_J$  explican las bajas tasas de acreción, mientras que las enanas con tipo espectral M6, discos con  $M_d(0)$  superiores a  $\sim 0.5 M_J$  pueden explicar las relativas altas tasas de acreción. **Si bien es cierto que existe una reducción en la tasa de acreción con la masa de la enana, ella se debe no explícitamente a la masa de la enana, sino a la masa inicial del disco, la cual puede estar relacionada con la masa central.**

Cerca de la enana ( $R \ll R_0$ ), la tasa de acreción del disco está dada por la solución estacionaria (en ese instante de tiempo),

$$\dot{M}_0 \approx 3v_t \Sigma \quad (7.20)$$

es decir,  $\Sigma_{evolutiva} \approx \Sigma_{estacionaria}$ , por lo que

$$\frac{M_d(0)}{R_0^2} T_i^{-3/2} \sim \frac{\dot{M}_i}{\alpha} \frac{M_*^{1/2} R_0}{T_0}. \quad (7.21)$$

Así, suponiendo que la solución estacionaria es válida para todo radio en el disco ( $T_0$  es la temperatura del disco en el radio  $R_0$ ), el ajustar el cociente  $\dot{M}_i/\alpha$  (donde  $\dot{M}_i$  es la tasa de acreción observada, y  $T_i = t_i/t_t + 1$ , donde  $t_i$  es el tiempo al cual observamos  $\dot{M}_i$ ) de los modelos estacionarios está a fin de cuentas ajustando condiciones iniciales, específicamente la masa del disco:

$$\dot{M}_i \propto M_d(0) T_i^{-3/2} \frac{T_0 M_*^{-1/2}}{R_0}. \quad (7.22)$$

Debido a que la formación estelar/subestelar es básicamente un proceso estocástico, en principio puede existir una diversidad de condiciones iniciales para un intervalo de masa; ello puede explicar el intervalo de un orden de magnitud en tasas de acreción a una masa (tipo espectral) dado, que es el resultado de la evolución turbulenta. Los discos circunsubestelares (incluyendo aquellos alrededor de enanas con masas de  $0.1M_\odot$ ) parecen tener *masas iniciales* entre  $0.01 M_J$  y  $\sim 5 M_J$ , mientras que los discos alrededor de las estrellas T Tauri (con masas entre  $\sim 0.3M_\odot$  y  $\sim 0.9M_\odot$ ) poseyeron discos con masas entre  $10$  y  $200 M_J$  (para poder explicar las tasas de acreción observadas, Hartmann et al. 1998). Es innegable que la masa inicial del disco depende de la masa del objeto central, y por tanto, la tasa de acreción de masa depende finalmente de la masa disponible para ser acretada y el cómo (y el por qué) evoluciona.

#### 7.4.1.4. Radios característicos del disco

El radio de transición aumenta hacia afuera como

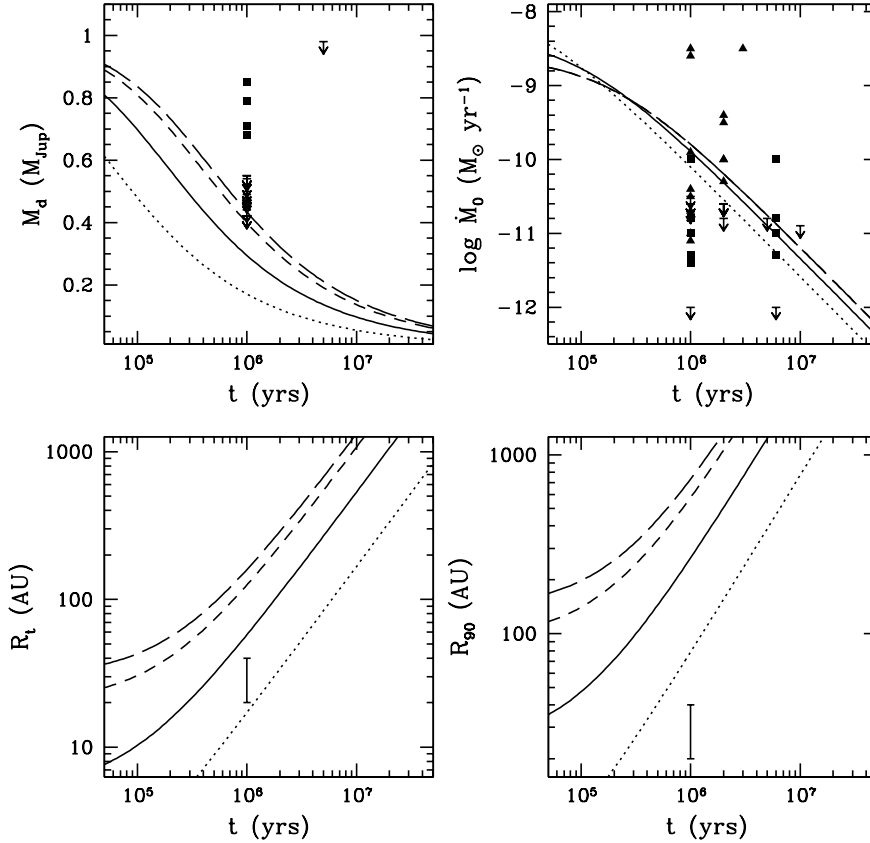
$$R_T(t) = 5 \left( \frac{R_0}{10 \text{AU}} \right) T \text{ AU}, \quad (7.23)$$

y el radio al cual  $\sim 90\%$  de la masa instantánea del disco está contenida es,

$$R_{90} \approx 23 \left( \frac{R_0}{10 \text{ AU}} \right) T \text{ AU}. \quad (7.24)$$

Los radios característicos del disco escalan con el valor inicial del disco, y los movimientos turbulentos hacen que el disco aumente de tamaño con el tiempo, de tal forma que el momento angular en exceso que las parcelas turbulentas van *removiendo* del campo medio del disco sea transportado hacia el infinito (en un tiempo infinito). Para  $\alpha$  suficientemente alta, el aumento de tamaño del disco sucede a tiempos del orden de  $10^6$  años ( $t \gg t_t$ , y por lo tanto  $R \propto t/t_t$ ). Para los modelos con  $R_0 = 10$  AU, el radio de transición de los discos con  $\alpha \gtrsim 10^3$  ya se localiza a  $10 - 50$  AU (ver la figura 7.7), mientras que el 90% de la masa del disco se encuentra contenida dentro de  $\sim 40 - \sim 200$  AU. En cambio, los discos con baja  $\alpha$  se encuentran todavía sin evolucionar, el radio de transición se encuentra en  $\sim 5$  AU y el 90% de la masa se encuentra entre  $\sim 10 - \sim 30$  AU, que se encuentra en el intervalo de radio que obtuvimos con el modelaje detallado de la SED de 2MASS J04381486 + 2611399 (Luhman, Adame, et al. 2007); indirectamente esto apoya la idea de la existencia de discos de baja eficiencia turbulenta con radios pequeños. Si esto último es cierto, entonces hay que tener cuidado con las conclusiones respecto a los discos de radio del orden de  $\sim 10$  AU, ya que **no necesariamente son el producto del escenario de la eyección dinámica-accreción competitiva** (Bate et al. 2002, 2003; Whitworth et al. 2007), **en el cual los objetos son eyectados de un núcleo antes de poder acretar la masa suficiente para convertirse en estrellas de baja masa** (en este caso, las enanas son estrellas *fallidas*), **sino de una baja eficiencia de la turbulencia para incrementar el radio del disco a tiempos del orden de  $10^6$  años**. Las observaciones y simulaciones actuales no favorecen el escenario de la eyección dinámica; el actual paradigma de la formación subestelar es el mismo de las estrellas de baja masa: el colapso gravitacional de un núcleo denso (ver Bonnell et al. 2008; Krumholz et al. 2005; Whitworth et al. 2007).

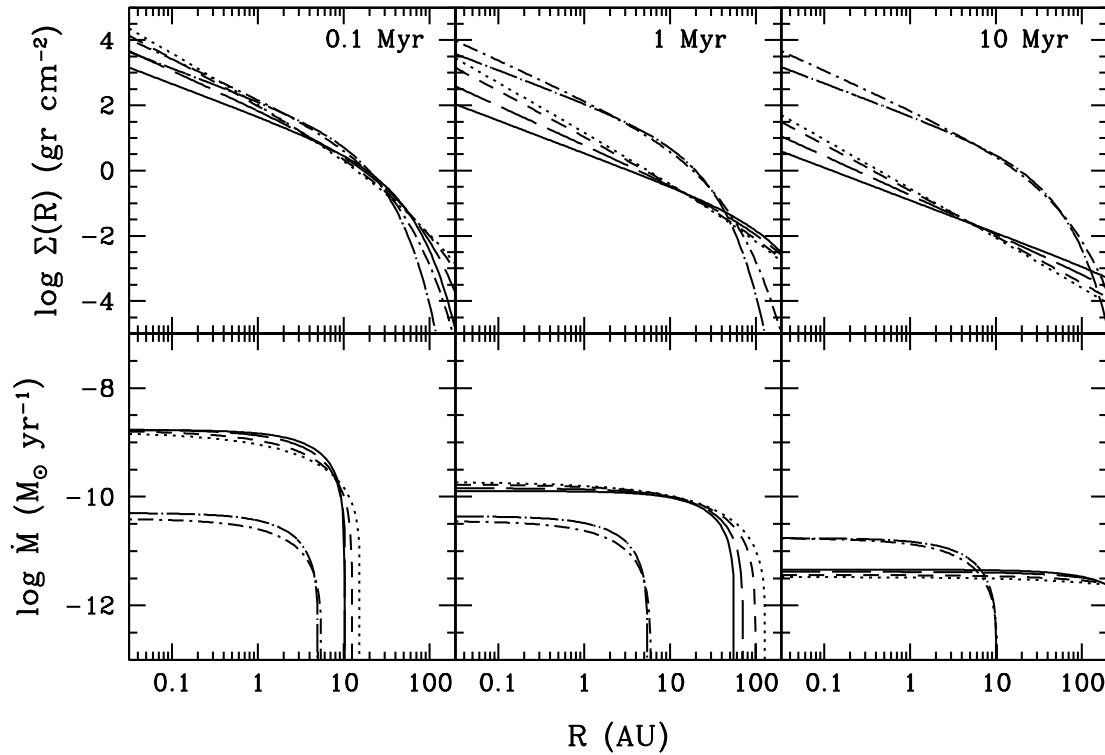
Aumentar el radio  $R_0$  a valores superiores a 10 AU aumenta el tiempo característico de la turbulencia (lo cual hace que, dada una masa inicial  $M_d(0)$ , el disco evolucione a una tasa más lenta, como se puede ver en los paneles superiores de la figura 7.10); aún así, a  $10^6$  años estos discos ya se han expandido a radios entre 100 y 1000 AU.



**Figura 7.10:** Evolución temporal de la masa del disco (panel superior izquierdo), de la tasa de acreción de masa hacia la estrella (panel superior derecho), radio de transición  $R_t$  (panel inferior izquierdo) y radio  $R_{90}$  (panel inferior derecho) para el disco con  $\alpha = 0.01$ ,  $\gamma = 1$  y  $M_d(0) = 1 M_J$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05 M_\odot$ . Cada curva representa un valor de  $R_0$ : 1 AU, línea punteada; 10 AU, línea continua; 40 AU, guión y 60 AU, guión largo. Las masas observadas y límites superiores son tomadas de Scholz et al. (2006) (cuadros llenos) y de Klein et al. (2003) (triángulos llenos). Las tasas de acreción de masa, de Muzerolle et al. (2005) (cuadros llenos) y de Mohanty et al. (2005b) (triángulos llenos). El intervalo de radios presentado (20–40 AU, barra a  $10^6$  años) es tomado de Luhman, Adame, et al. (2007).

#### 7.4.1.5. Discos- $\alpha$ , $\gamma \neq 1$

Como vimos en el capítulo 5, la distribución radial de temperatura del disco no necesariamente corresponde al caso en el que  $q = 0.5$  ( $T \propto R^{-q}$ ); en anillos donde la profundidad óptica total a la radiación subestelar no puede ser considerada ópticamente gruesa, o donde la densidad superficial ha bajado lo suficiente (por ejemplo, los anillos externos de los discos con  $\alpha \gtrsim 10^{-3}$ , o los discos con  $\epsilon < 1$ ), la radiación puede llegar a capas cercanas al plano medio, elevando la temperatura promedio del disco. En los casos donde la profundidad óptica es baja, la temperatura se acerca al caso radialmente isoterma ( $T(R) \approx \text{constante}$ ), esto es,  $q \approx 0$ . Repetimos el análisis de la sección anterior, variando  $q$  entre 0 y 0.5. Los resultados se discuten a continuación; debido a que  $t_t \propto (2 - \gamma)^{-2}$ , el tiempo característico de la turbulencia decrece respecto al caso en el que  $\gamma = 1$ , así que esperamos que aún a  $10^6$  años, los discos con  $\gamma > 1$  se encuentren en un estadio más evolucionado.

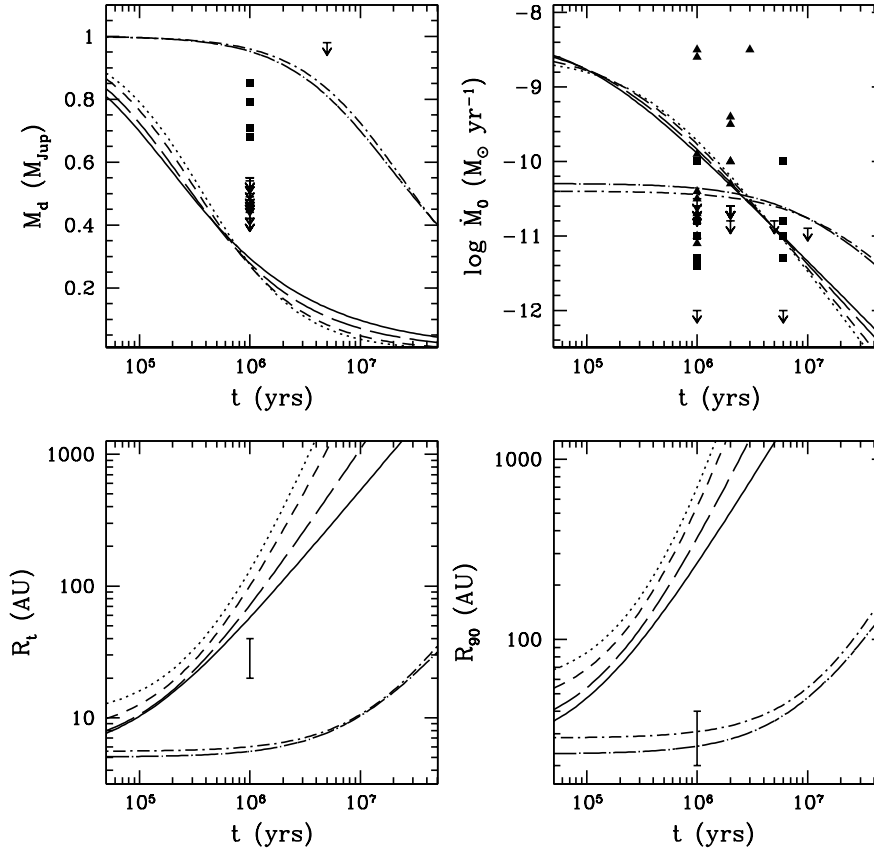


**Figura 7.11:** Evolución temporal de la densidad superficial  $\Sigma(R,t)$  (paneles superiores) y de la tasa de acreción de masa  $\dot{M}(R,t)$  (paneles inferiores), variando  $\gamma$ . En cada panel se indica el tiempo transcurrido (en  $10^6$  años). Los modelos tienen las siguientes condiciones iniciales:  $R_0 = 10$  AU y  $M_d(0) = 1 M_J$ ;  $\alpha = 0.01$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05 M_\odot$ . Cada curva representa un valor de  $\gamma$  diferente:  $\gamma = 1$ , línea continua;  $\gamma = 1.2$ , guión largo;  $\gamma = 1.4$ , guión y  $\gamma = 1.5$ , línea punteada. Se presentan dos casos para  $\alpha = 10^{-4}$ :  $\gamma = 1$  (guión largo-punto) y  $\gamma = 1.2$  (guión-punto).

La densidad superficial  $\Sigma(R,t)$  se muestra en la figura 7.11. A  $10^5$  años, la diferencia ya es notable: los discos con  $q$  más plana ya pueden ser caracterizados en su totalidad por la solución estacionaria. La densidad superficial de los anillos exteriores es inferior respecto al caso  $q = 0.5$ , como lo esperamos en el caso estacionario. También, la extensión radial del disco que puede ser caracterizada con la tasa de acreción de masa hacia la estrella  $\dot{M}_0$  crece conforme  $q$  disminuye (es decir, si  $\gamma$  aumenta). Se comparan dos modelos para el disco con  $\alpha = 10^{-4}$ ,  $q = 0.3$  y  $q = 0.5$ ; debido a que el tiempo característico de la turbulencia es equiparable en ambos casos ( $t_t \approx 9.5 \times 10^6$  años en el caso  $\gamma = 1$ ,  $t_t \approx 11.9 \times 10^6$  años para el caso  $\gamma = 1.2$ ), la evolución sólo es apreciable a partir de  $t \gg 10^7$  años, así que no existen diferencias notables cuando se varía  $\gamma$  en los casos menos eficientes.

En la figura 7.12 se muestra la variación de las cantidades que caracterizan al disco al variar  $q$ . Debido a que para  $t \gtrsim 10^5$  años la densidad de los anillos externos de los discos con  $\gamma > 1$  es baja, la masa total de esos discos es menor que la del disco con  $\gamma = 1$  inexorablemente; esto afecta también la tasa de acreción de masa: aunque a tiempos del orden de  $10^6$  años tengan aproximadamente la misma tasa de acreción, la evolución procede de forma más rápida debido a la solución  $\dot{M}_0 \propto T^{-(5/2-\gamma)/(2-\gamma)}$  (y a que progresivamente queda menor masa disponible para ser acretada), y los radios característicos aumentan de tamaño considerablemente respecto

al caso en el que  $\gamma = 1$ . Esta rápida evolución se debe al comportamiento radial de  $\nu \propto R^\gamma$ : si  $\gamma > 1$ , la turbulencia es más eficiente en cambiar la estructura radial (esto es, transportar masa hacia el centro y remover el momento angular hacia anillos cada vez más grandes), ya que la temperatura promedio de los anillos es superior.



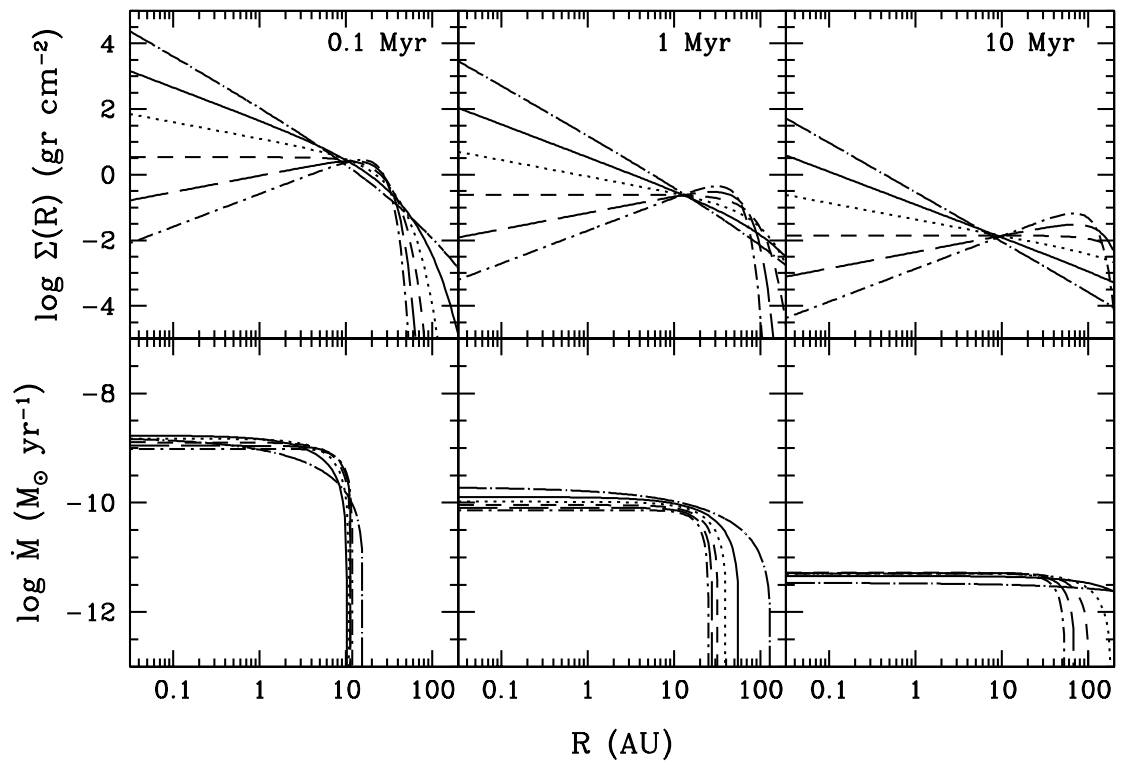
**Figura 7.12:** Evolución temporal de la masa del disco (panel superior izquierdo), de la tasa de acreción de masa hacia la estrella (panel superior derecho), radio de transición  $R_T$  (panel inferior izquierdo) y radio  $R_{90}$  (panel inferior derecho) para los discos- $\alpha$ , variando  $\gamma$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05M_\odot$ . Los modelos tienen las siguientes condiciones iniciales:  $R_0 = 10$  AU y  $M_d(0) = 1 M_J$ ;  $\alpha = 0.01$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05M_\odot$ . Cada curva representa un valor de  $\gamma$  diferente:  $\gamma = 1$ , línea continua;  $\gamma = 1.2$ , guión largo;  $\gamma = 1.4$ , guión y  $\gamma = 1.5$ , línea punteada. Se presentan dos casos para  $\alpha = 10^{-4}$ :  $\gamma = 1$  (guión largo-punto) y  $\gamma = 1.2$  (guión-punto). Las masas observadas y límites superiores son tomadas de Scholz et al. (2006) (cuadros llenos) y de Klein et al. (2003) (triángulos llenos). Las tasas de acreción de masa, de Muzerolle et al. (2005) (cuadros llenos) y de Mohanty et al. (2005b) (triángulos llenos). El intervalo de radios presentado (20–40 AU, barra a  $10^6$  años) es tomado de Luhman, Adame, et al. (2007).

Si bien en esta sección supusimos que la variación de  $\gamma$  se debía a variar el comportamiento del perfil de la temperatura radial a través del exponente  $q$ , también es posible entender la variación de  $\gamma$  como la variación

de  $\alpha$  en el radio (ver por ejemplo, Isella et al. 2009). Si definimos la variación radial de  $\alpha$  como,

$$\alpha(R) = \alpha_0 \left( \frac{R}{R_0} \right)^s, \quad (7.25)$$

entonces  $\gamma = 3/2 - q + s$ . Si  $s$  es positivo, entonces la eficiencia de la turbulencia aumenta con el radio y la evolución procede con mayor rapidez. En cambio, si  $s$  es negativo, lo que equivale a que regiones cercanas a la enana tienen una mayor eficiencia turbulenta, y en cambio regiones alejadas de la enana tienen muy baja eficiencia, esperamos que los anillos internos se evacúen rápidamente de masa, mientras que la densidad superficial del disco sea considerablemente alta en los anillos más externos, como se puede observar en la figura 7.13.

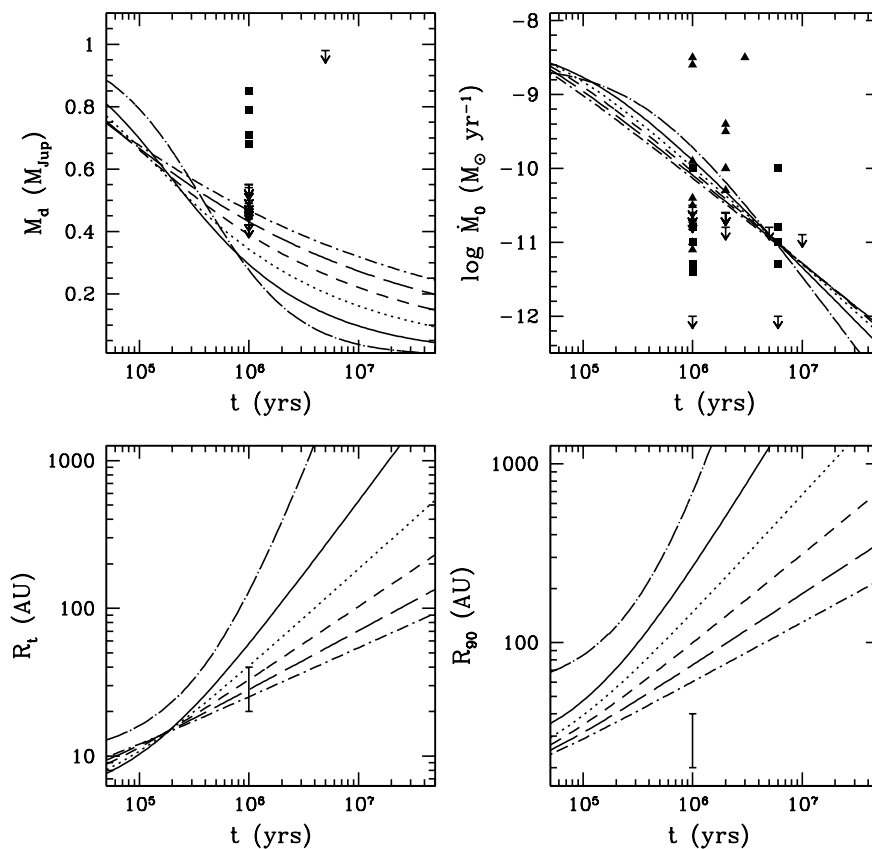


**Figura 7.13:** Evolución temporal de la densidad superficial  $\Sigma(R,t)$  (paneles superiores) y de la tasa de acreción de masa  $\dot{M}(R,t)$  (paneles inferiores), variando  $\gamma$  a través del superíndice  $s$ . En cada panel se indica el tiempo transcurrido (en  $10^6$  años). Los modelos tienen las siguientes condiciones iniciales:  $R_0 = 10$  AU y  $M_d(0) = 1 M_J$ ;  $\alpha = 0.01$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05 M_\odot$ . Cada curva representa un valor de  $s$  diferente:  $s = -0.5$ , guión largo-punto;  $s = 0$ , línea continua;  $s = 0.5$ , línea punteada;  $s = 1$ , guión largo y punto;  $s = 1.5$ , guión largo y guión-punto.

Esta no es una situación alejada de la realidad: en el contexto de la inestabilidad magnetorrotacional, las regiones centrales del disco son preferentemente ionizadas; en el caso de una enana café, cuya luminosidad en rayos-X es aproximadamente tres veces menor a la de una T Tauri, esperamos que el acoplamiento del gas con el campo magnético del disco sea débil (Grosso et al. 2007) y disminuya radialmente la eficiencia



de la turbulencia. Tanto en el caso estelar como subestelar, la existencia de discos de transición puede ser explicada debido a la diferencia de eficiencias turbulentas en el disco interno y en el disco externo; por ejemplo, Chiang & Murray-Clay (2007) sugieren que debido a la ionización del disco interno debido a los rayos-X estelares, la inestabilidad magnetorrotacional sólo procede en dichas zonas, y por ello el disco interno es evacuado de gas y polvo. La figura 7.14 presenta los resultados de variar  $s$ . La evolución del disco externo procede de forma más lenta, y vemos por qué aún cuando el disco interno vaya perdiendo masa, los discos *en transición* presentan todavía acreción a la estrella. Como trabajo a futuro, se espera modificar los códigos de estructura vertical detallada de D'Alessio y colaboradores para tomar en cuenta este aspecto importante en la evolución/caracterización de los discos.



**Figura 7.14:** Evolución temporal de la masa del disco (panel superior izquierdo), de la tasa de acreción de masa hacia la estrella (panel superior derecho), radio de transición  $R_T$  (panel inferior izquierdo) y radio  $R_{90}$  (panel inferior derecho) para los discos- $\alpha$ , variando  $\gamma$  a través del superíndice  $s$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05M_\odot$ . Los modelos tienen las siguientes condiciones iniciales:  $R_0 = 10$  AU y  $M_d(0) = 1 M_J$ ;  $\alpha = 0.01$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05M_\odot$ . Cada curva representa un valor de  $s$  diferente:  $s = -0.5$ , guión largo-punto;  $s = 0$ , línea continua;  $s = 0.5$ , línea punteada;  $s = 1$ , guión largo y  $s = 1.5$ , guión largo y  $s = 2$  guión-punto. Las masas observadas y límites superiores son tomadas de Scholz et al. (2006) (cuadros llenos) y de Klein et al. (2003) (triángulos llenos). Las tasas de acreción de masa, de Muzerolle et al. (2005) (cuadros llenos) y de Mohanty et al. (2005b) (triángulos llenos). El intervalo de radios presentado (20–40 AU, barra a  $10^6$  años) es tomado de Luhman, Adame, et al. (2007).

### 7.4.2. Discos- $\beta$

Ahora discutiremos la evolución turbulenta de un disco- $\beta$ . Como sabemos, la viscosidad turbulenta  $\beta$  no depende del estado físico del disco sino únicamente del potencial central, que se supone es el mecanismo generador de la turbulencia hidrodinámica en los discos de acreción; así,  $v_t(R) = \beta\sqrt{GM_*R}$ . En este caso,  $\gamma = 1/2$ ; un disco- $\alpha$  con  $q = 1$  (suponiendo que el parámetro- $\alpha$  es constante sobre la extensión radial del disco), o bien, con  $q = 1/2$  y  $s = 1/2$  (donde  $s$  indica la variación radial de  $\alpha$ ,  $\alpha \propto R^{-s}$ ) pueden, dando valores como  $T_0$  y  $\alpha$  apropiados, mimetizar la evolución de un disco- $\beta$ .

El tiempo característico de la turbulencia para el disco- $\beta$  es

$$t_t \approx 3.33 \times 10^5 \left(\frac{\beta}{10^{-5}}\right)^{-1} \left(\frac{M_*}{0.05M_\odot}\right)^{-1/2} \left(\frac{R_0}{10\text{AU}}\right)^{3/2} \text{ años.} \quad (7.26)$$

La evolución de la densidad superficial queda descrita por,

$$\Sigma(R, t) \approx 20.26 \left(\frac{M_d(0)}{1M_J}\right) \left(\frac{R_0}{10\text{AU}}\right)^{-2} r^{-1/2} T^{-4/3} \exp\left[-\frac{r^{3/2}}{T}\right] \text{ gr cm}^{-2}, \quad (7.27)$$

y la de la tasa de acreción,

$$\dot{M}(R, t) = \dot{M}_0(t) [1 - 3r^{3/2}T^{-1}] \exp\left[-\frac{r^{3/2}}{T}\right], \quad (7.28)$$

en donde  $\dot{M}_0(t)$  es la tasa de acreción hacia la enana,

$$\dot{M}_0(t) \approx 9.54 \times 10^{-10} \left(\frac{\beta}{10^{-5}}\right) \left(\frac{M_d(0)}{1M_J}\right) \left(\frac{M_*}{0.05M_\odot}\right)^{1/2} \left(\frac{R_0}{10\text{AU}}\right)^{-3/2} T^{-1/3} M_\odot \text{ yr}^{-1}. \quad (7.29)$$

La masa en el disco disminuye como

$$M_d(t) = \left(\frac{M_d(0)}{1M_J}\right) T^{-1/3} M_J, \quad (7.30)$$

mientras que el radio de transición  $R_T$  y el radio en el cual el 90% de la masa se encuentra contenida como,

$$R_T \approx 4.81T^{2/3} \text{ AU}, \quad (7.31)$$

y

$$R_{90} \approx 17.44T^{2/3} \text{ AU}, \quad (7.32)$$

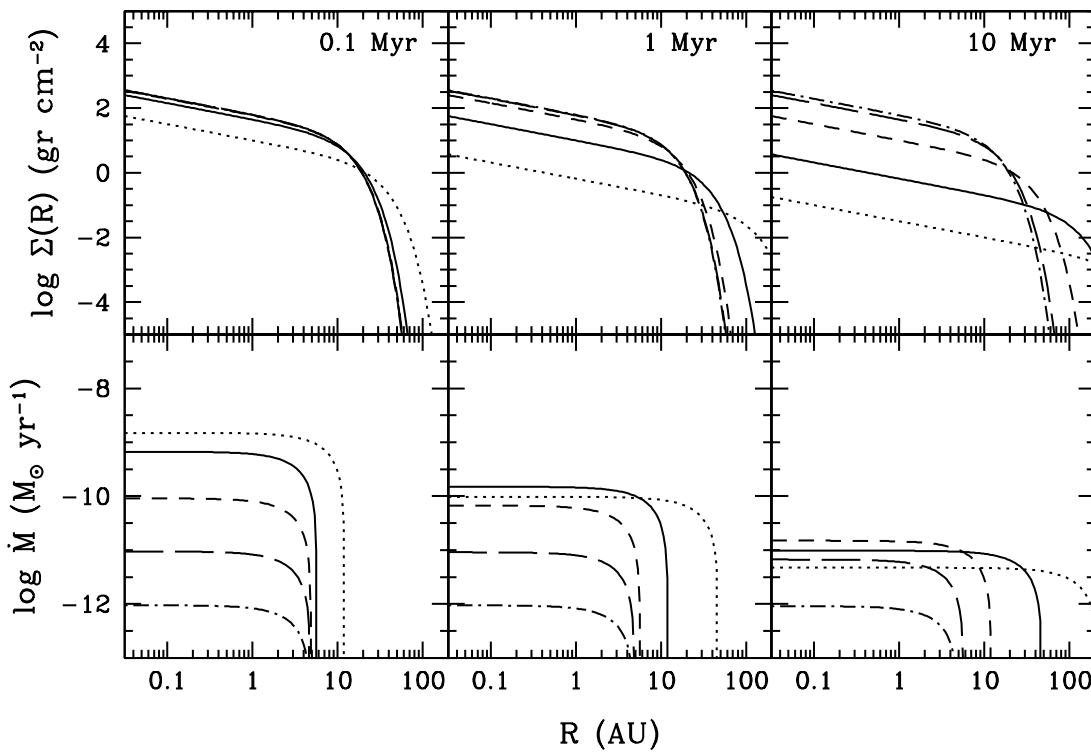
respectivamente.

#### 7.4.2.1. Densidad superficial $\Sigma(R, t)$ y tasa de acreción $\dot{M}(R, t)$

En la figura 7.15 se muestra la variación radial de la densidad superficial de un disco- $\beta$  a tres instantes de tiempo diferentes. Debido al valor de  $\gamma$ , el radio de corte está bien definido y la caída en la densidad es abrupta; a  $10^6$  años, los discos con  $\beta < 10^{-5}$  (y  $R_0 = 10$  AU) sólo pueden ser caracterizados por la solución estacionaria

para radios menores a  $\sim 10 - \sim 20$  AU. Esto depende fuertemente de  $R_0$ , así que no necesariamente tenemos que descartar estos modelos. El valor de la densidad superficial del disco- $\beta$  para anillos situados en  $R \leq R_0$  a  $t \ll t_t$  es mucho menor (casi un orden de magnitud) respecto al disco- $\alpha$ , pero esta tendencia se revierte en  $R \sim R_0$ , y para  $R \gtrsim R_0$ , la caída en la densidad superficial es mucho más abrupta en los discos- $\beta$ . La evolución en la densidad procede de forma más rápida para el disco- $\alpha$  ( $\Sigma \propto T^{-3/2}$ ), aunque no es especialmente diferente (ya que para el disco- $\beta$ ,  $\Sigma \propto T^{-4/3}$ ).

La tasa de acreción de masa cae más suavemente, en el tiempo, para el caso- $\beta$  ( $T^{-1/3}$ ) que en el caso  $\alpha$  ( $T^{-3/2}$ ) una vez que ha transcurrido el tiempo característico de la turbulencia, pero en general tienen tasas de acreción similares.

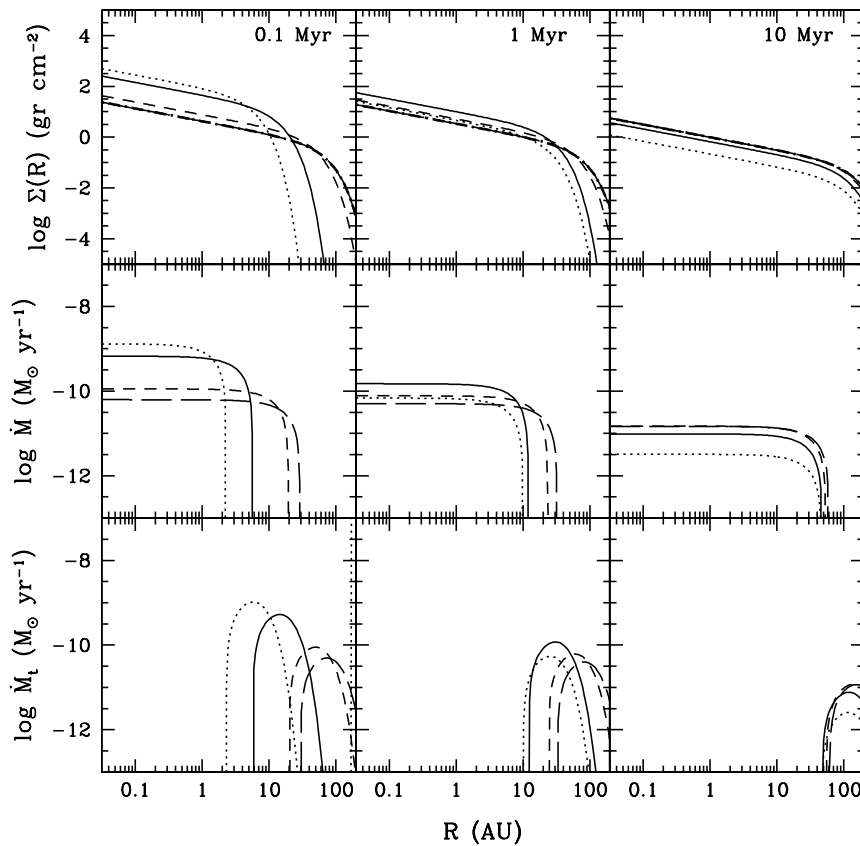


**Figura 7.15:** Evolución temporal de la densidad superficial  $\Sigma(R,t)$  (paneles superiores) y de la tasa de acreción de masa  $\dot{M}(R,t)$  (paneles inferiores), para el caso  $\gamma = 1/2$ . En cada panel se indica el tiempo transcurrido (en  $10^6$  años). Los modelos tienen las siguientes condiciones iniciales:  $R_0 = 10$  AU y  $M_d(0) = 1 M_J$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05 M_\odot$ . Cada curva representa un valor de  $\beta$  diferente:  $\beta = 10^{-8}$ , guión-punto;  $\beta = 10^{-7}$ , guión largo;  $\beta = 10^{-6}$ , guión;  $\beta = 10^{-5}$ , línea continua y  $\beta = 10^{-4}$ , línea punteada.

Si variamos el radio inicial del disco (como se muestra en la figura 7.16), las densidades superficiales aumentan/decrecen como  $\left(\frac{R}{R_0}\right)^{-1/2} \frac{1}{R_0^2}$  (si aumenta  $R_0$ , disminuye la densidad superficial). Debido a que el tiempo característico de la turbulencia  $\beta$  crece como  $R_0^{3/2}$ , la evolución procede más lento en los casos con  $R_0 = 40$  AU y 60 AU, y aunque a tiempos del orden de  $10^5$  años los discos con  $R_0 \lesssim 10$  AU tienen valores más altos de la densidad superficial (a  $R \lesssim R_0$ ), la rápida evolución de ellos hace que a  $10^6$  años tengan

densidades superficiales equiparables. El comportamiento en la tasa de acreción de masa es muy similar.

A  $t = 10^6$  años, el disco con  $R_0 = 40$  AU puede ser modelado, hasta  $\sim 60$  AU, por la solución estacionaria; en cambio, si  $R_0 = 10$  AU, sólo los radios más internos a  $\sim 30$  AU siguen  $\Sigma \propto R^{-1/2}$ . Así que aumentar  $R_0$  en los discos con más baja  $\beta$  puede apoyar las soluciones estacionarias que hemos usado para modelar los discos con flujo milimétrico.

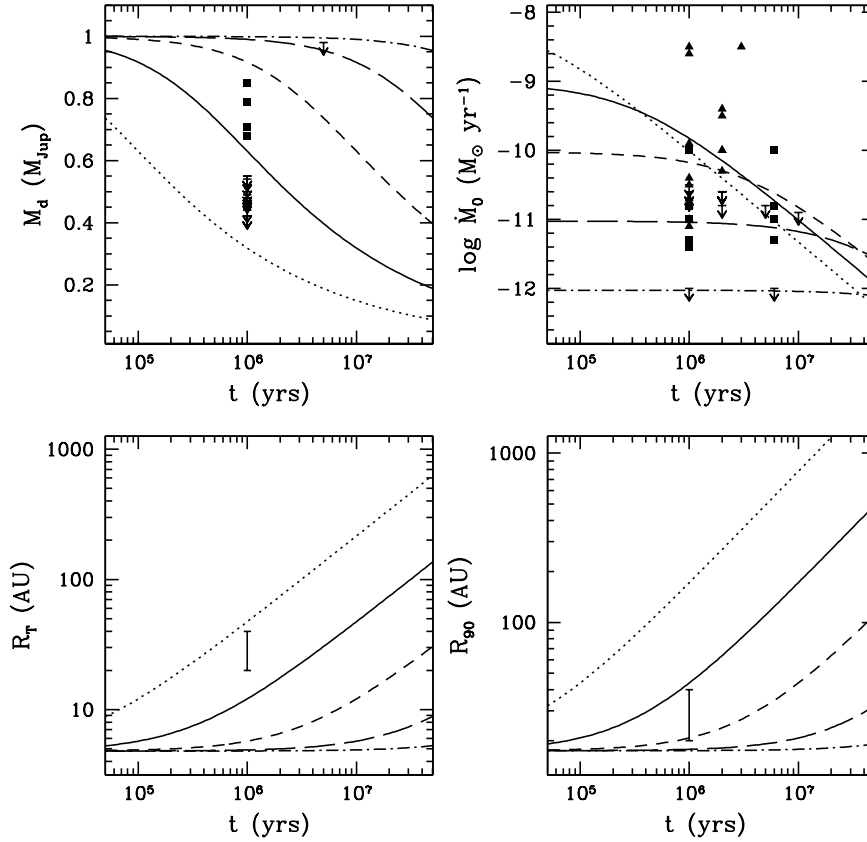


**Figura 7.16:** Evolución temporal de la densidad superficial  $\Sigma(R,t)$  (paneles superiores) y de la tasa de acreción de masa  $\dot{M}(R,t)$  (paneles medios), para disco con  $\beta = 10^{-5}$  y  $\gamma = 1/2$ . En cada panel se indica el tiempo transcurrido (en  $10^6$  años). Los modelos tienen la misma masa inicial,  $M_d(0) = 1 M_J$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05 M_\odot$ . Cada curva representa un valor de  $R_0$ : 1 AU, línea punteada; 10 AU, línea continua; 40 AU, guión y 60 AU, guión largo. Los paneles inferiores muestran la tasa a la cual se transfiere hacia el infinito el momento angular.

#### 7.4.2.2. Masa del disco

La evolución temporal de la masa total del disco, variando  $\beta$ , se muestra en la figura 7.17. Discos con  $\beta \lesssim 10^{-5}$  (y masas iniciales del orden de  $1 M_J$ ) pueden explicar las detecciones milimétricas de Scholz et al. (2006); los límites superiores, por discos de alta eficiencia  $\beta$ ,  $\beta > 10^{-5}$ . La evolución procede más lento que en el caso  $\alpha$ , pues  $M_d(t) \propto T^{-1/3}$  para los discos  $\beta$ , mientras que en los discos- $\alpha$ ,  $M_d(t) \propto T^{-1/2}$ . Si aumentamos la masa inicial en el disco con  $\beta = 10^{-5}$  (ver el panel izquierdo de la figura 7.18), un disco con masa inicial

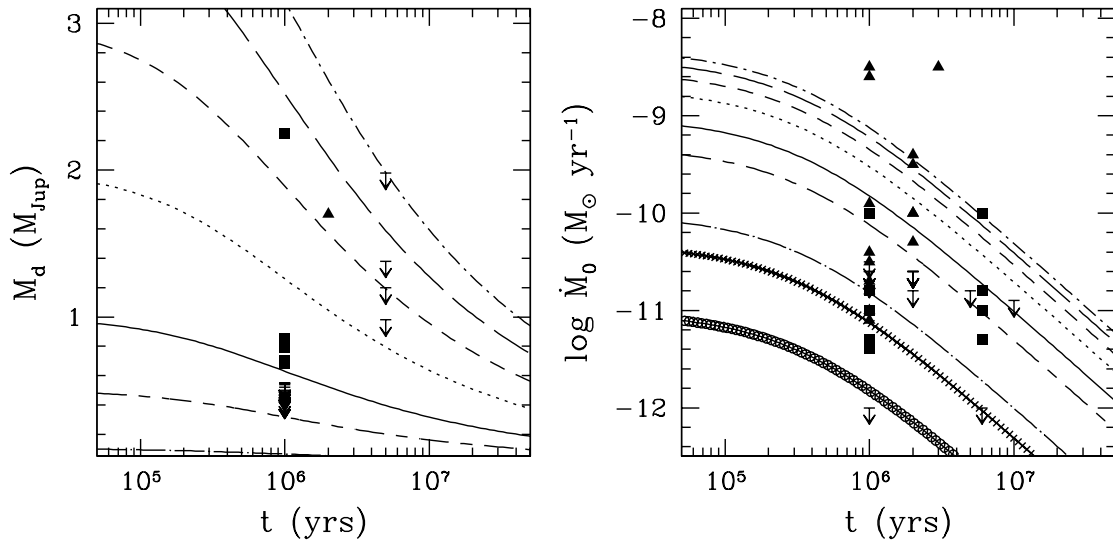
entre 1 y 2  $M_J$  puede explicar las detecciones de Scholz et al. (2006), y los discos con  $M_d(0) \gtrsim 2 M_J$  las detecciones y límites superiores de Klein et al. (2003).



**Figura 7.17:** Evolución temporal de la masa del disco (panel superior izquierdo), de la tasa de acreción de masa hacia la estrella (panel superior derecho), radio de transición  $R_T$  (panel inferior izquierdo) y radio  $R_{90}$  (panel inferior derecho) para los discos- $\beta$  con  $\gamma = 1/2$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05 M_\odot$ . Los modelos tienen la misma masa inicial ( $M_d(0) = 1 M_J$ ) y radio  $R_0 = 10$  AU. Cada curva representa un valor de  $\beta$  diferente:  $\beta = 10^{-8}$ , guión-punto;  $\beta = 10^{-7}$ , guión largo;  $\beta = 10^{-6}$ , guión;  $\beta = 10^{-5}$ , línea continua y  $\beta = 10^{-4}$ , línea punteada. Las masas observadas y límites superiores son tomadas de Scholz et al. (2006) (cuadros llenos) y de Klein et al. (2003) (triángulos llenos). Las tasas de acreción de masa, de Muzerolle et al. (2005) (cuadros llenos) y de Mohanty et al. (2005b) (triángulos llenos). El intervalo de radios presentado (20–40 AU, barra a  $10^6$  años) es tomado de Luhman, Adame, et al. (2007).

Aumentar el radio  $R_0$  equivale a incrementar el tiempo característico de la turbulencia como  $t_t \propto R_0^{3/2}$ ; ello explica por qué la evolución turbulenta inicia en  $t \sim 10^6$  años para  $R_0 \gtrsim 40$  AU, y ocurre mucho antes para  $R_0 \lesssim 10$  AU. Una vez que el tiempo de vida del disco sobrepasa  $t_t$ , la masa en el disco disminuye como  $t^{-1/3}$ , más lento que el disco- $\alpha$  ( $M_d(t) \propto t^{-1/2}$ ). Observacionalmente, la turbulencia- $\beta$  predice que podríamos detectar, en el milimétrico, discos a  $10^7$  años (dependiendo, claramente, de nuestras suposiciones iniciales) aún con los instrumentos actuales; que no sean detectados puede deberse a que no es la turbulencia- $\beta$  la operante en los discos protoplanetarios, o bien, a valores de masas iniciales y radios característicos pequeños.

Lo que es claro es que los discos- $\alpha$  predicen una rápida evolución temporal, independientemente de los valores iniciales supuestos; sólo discos con una  $\alpha$  baja (del orden de  $\lesssim 10^{-4}$ ) podrían ser detectados a edades mayores que  $\sim 10^7$  años (debido a que el tiempo característico de la turbulencia es relativamente alto), mientras que posiblemente los discos con  $\beta \lesssim 10^4$ , con valores de  $M_d(0)$  y  $R_0$  apropiados, deberían ser detectados fácilmente. Un estudio observacional detallado que abarque regiones de diversas edades podría validar la hipótesis de una turbulencia hidrodinámica: a edades mayores que  $10^6$  años inicia la discrepancia entre ambas prescripciones.

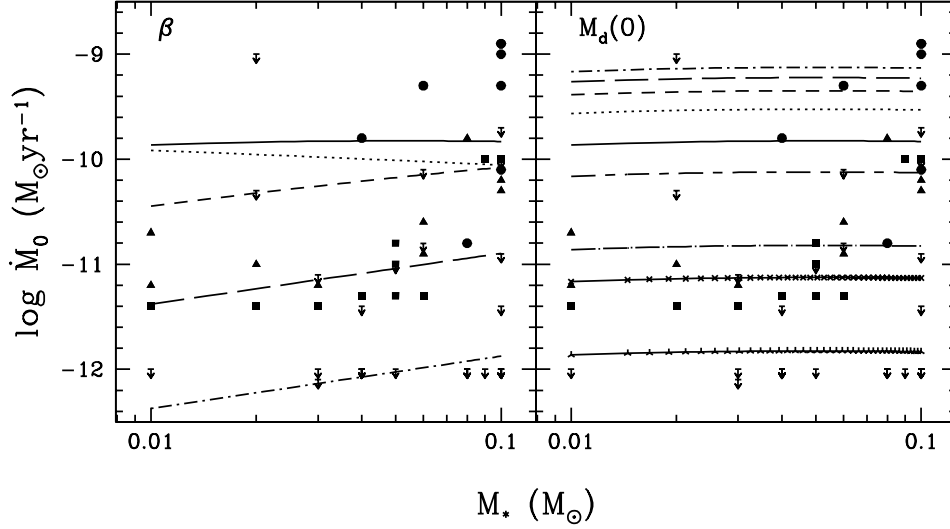


**Figura 7.18:** Evolución temporal de la masa del disco (panel izquierdo) y de la tasa de acreción de masa hacia la estrella (panel derecho) para el disco con  $\beta = 10^{-5}$  y  $\gamma = 1/2$ . Los modelos tienen el mismo radio  $R_0 = 10$  AU. La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05 M_\odot$ . Cada curva representa un valor de la masa inicial del disco,  $M_d(0)$ :  $0.01 M_J$ : línea continua más estrellas de tres picos,  $0.05 M_J$ : línea continua más estrellas de cuatro picos,  $0.1 M_J$ : guión largo-punto,  $0.5 M_J$ : guión largo-guion,  $1 M_J$ : línea continua,  $2 M_J$ : línea punteada,  $3 M_J$ : guión,  $4 M_J$ : guión largo,  $5 M_J$ : guión-punto. Las masas observadas y límites superiores son tomadas de Scholz et al. (2006) (cuadros llenos) y de Klein et al. (2003) (triángulos llenos). Las tasas de acreción de masa, de Muzerolle et al. (2005) (cuadros llenos) y de Mohanty et al. (2005b) (triángulos llenos).

#### 7.4.2.3. Tasa de acreción de masa a la enana

El resultado de variar  $\beta$  en la tasa de acreción de masa hacia la enana se muestra en la figura 7.17. Discos con  $10^{-6} \lesssim \beta \lesssim 10^{-4}$  predicen la misma tasa de acreción a  $10^6$  años (aunque no la misma masa) debido a los tiempos característicos; a  $10^7$  años, aún con un poco de dispersión en los valores, si  $\beta$  se encuentra entre  $10^{-7}$  y  $10^{-4}$ , la tasa de acreción de masa hacia la enana es muy similar entre los modelos. En general, si  $10^{-7} \lesssim \beta \lesssim 10^{-4}$ , las bajas tasas de acreción observadas pueden explicarse. Haciendo el mismo análisis de  $\dot{M}_0$  vs.  $M_*$  que se realizó para el disco- $\alpha$ , calculamos la tasa de acreción de masa hacia la enana a  $t = 10^6$  años, variando  $\beta$  y la masa de la enana central. En panel izquierdo de la figura 7.19 se grafica la tendencia:

manteniendo fijos  $M_0(0) = 1M$  y  $R_0 = 1$  AU,  $\dot{M}_0 \propto \beta M_*^{1/2}$ , en el caso en el que  $t \ll t_t$ ; si la turbulencia afecta la evolución,  $t \gg t_t$ , entonces  $\dot{M}_0 \propto \beta M_*^{1/2} T^{-1/3}$ .



**Figura 7.19:** Tasa de acreción de masa  $\dot{M}_0$  como función de la masa de la enana central, variando  $\beta$  (panel izquierdo) y variando  $M_d(0)$  (panel derecho). Cada curva indica un valor de  $\beta$  ( $\beta = 10^{-8}$ , guión-punto;  $\beta = 10^{-7}$ , guión largo;  $\beta = 10^{-6}$ , guión;  $\beta = 10^{-5}$ , línea continua y  $\beta = 10^{-4}$ , línea punteada) o de  $M_d(0)$  ( $0.01 M_J$ : línea continua más estrellas de tres picos,  $0.05 M_J$ : línea continua más estrellas de cuatro picos,  $0.1 M_J$ : guión largo-punto,  $0.5 M_J$ : guión largo-guión,  $1 M_J$ : línea continua,  $2 M_J$ : línea punteada,  $3 M_J$ : guión,  $4 M_J$ : guión largo,  $5 M_J$ : guión-punto). Las tasas de acreción observadas y límites superiores son tomadas de Natta et al. (2004) (círculos llenos), Muzerolle et al. (2005) (cuadros llenos) y de Mohanty et al. (2005b) (triángulos llenos).

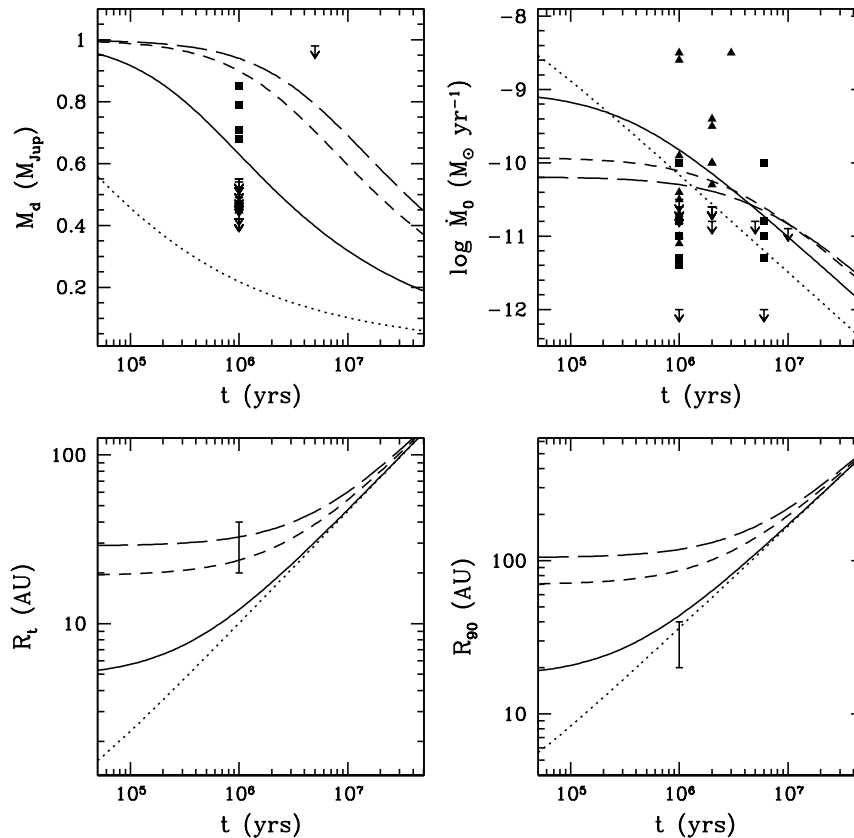
Exceptuando a las enanas más masivas, un disco con los valores iniciales descritos y  $10^{-7} \lesssim \beta \lesssim 10^{-4}$ ; variando  $M_d(0)$  y fijando  $\beta = 10^{-5}$ , también es posible explicar las tasas de acreción (panel derecho de la figura 7.19): para las enanas más masivas, discos con  $M_d(0) \gtrsim 0.1 M_J$  explican las tasas de acreción observadas, mientras que en el extremo menos masivo, discos con  $M_d(0) \lesssim 0.5 M_J$  deben suponerse. Esta tendencia,  $\dot{M} \propto M_d(0) \propto M_*^r$  (donde  $r$  es un valor desconocido, pero positivo), también se encuentra en los discos- $\alpha$ . Más que una tendencia en  $M_*$ , el declive de la tasa de acreción con la masa de la enana central se explica con un declive similar en la masa inicial del disco, la cual intuitivamente sí se encuentra relacionada directamente con el pozo de potencial gravitacional central. Debido a que otros factores deben afectar las condiciones iniciales en la formación de las enanas café, existe una dispersión en la masa inicial del disco, lo cual explica naturalmente el intervalo en las tasas de acreción observadas dada una masa/tipo espectral.

El panel derecho de la figura 7.18 muestra el efecto de variar  $M_d(0)$  para una masa central fija. La misma tendencia de la figura 7.8 se observa: bajas masas de disco iniciales dan como resultado bajas tasas de acreción, altas masas, tasas de acreción superiores. Si variamos el radio  $R_0$  (ver panel superior derecho de la figura 7.20) para  $\beta$ ,  $M_*$  y  $M_d(0)$  fijas, los diferentes tiempos característicos garantizan que a  $t \sim 10^6$  años

las tasas de acreción de masa hacia la enana no sean muy diferentes, independientemente de qué tan grande o pequeño sea inicialmente el disco.

#### 7.4.2.4. Radios característicos

La lenta evolución de los discos- $\beta$  se hace evidente en cómo se incrementan los radios de transición y  $R_{90}$  (paneles inferiores de la figura 7.17), ya que  $R \propto t^{2/3}$  (en cambio, los discos- $\alpha$  crecen proporcionalmente al tiempo,  $R \propto t$ ). El disco alrededor de la enana 2MASS J04381486 + 2611399 puede tener una  $\beta$  entre  $10^{-7}$  y  $10^{-5}$ , lo cual apunta también a un estado evolutivo temprano, como el modelo de disco- $\alpha$  que explica su emisión. Si suponemos que  $\beta = 10^{-5}$  y variamos  $R_0$ , el tamaño inicial del disco debería ser menor a  $\sim 10$  AU (paneles inferiores de la figura 7.20). A edades mayores a  $10^6$  años, la evolución borra la memoria de cualquier radio inicial del disco, ya que tanto  $R_T$  como  $R_{90}$  se vuelven muy similares.



**Figura 7.20:** Evolución temporal de la masa del disco (panel superior izquierdo), de la tasa de acreción de masa hacia la estrella (panel superior derecho), radio de transición  $R_T$  (panel inferior izquierdo) y radio  $R_{90}$  (panel inferior derecho) para el disco con  $\beta = 10^{-5}$ ,  $\gamma = 1$  y  $M_d(0) = 1 M_J$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05 M_\odot$ . Cada curva representa un valor de  $R_0$ : 1 AU, línea punteada; 10 AU, línea continua; 40 AU, guión y 60 AU, guión largo. Las masas observadas y límites superiores son tomadas de Scholz et al. (2006) (cuadros llenos) y de Klein et al. (2003) (triángulos llenos). Las tasas de acreción de masa, de Muzerolle et al. (2005) (cuadros llenos) y de Mohanty et al. (2005b) (triángulos llenos). El intervalo de radios presentado (20–40 AU, barra a  $10^6$  años) es tomado de Luhman, Adame, et al. (2007).



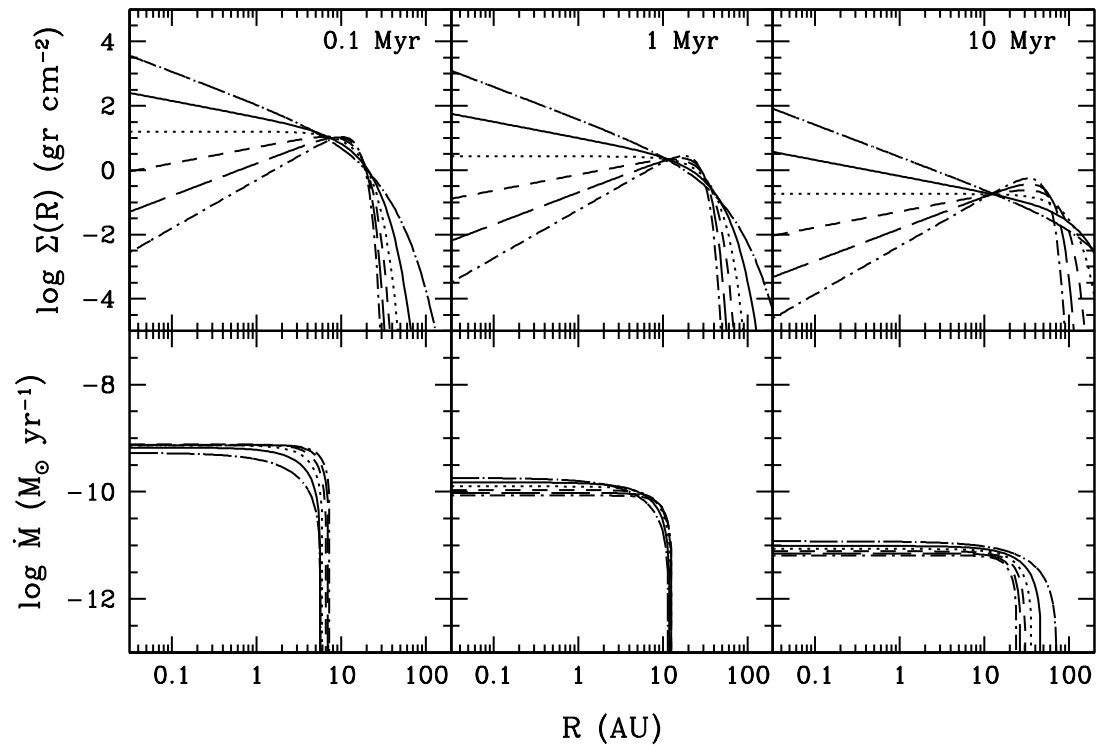
#### 7.4.2.5. Disco- $\beta$ , $\gamma \neq 1/2$

La única manera de cambiar la dependencia radial de la viscosidad turbulenta  $\beta$  es a través del parámetro  $\beta$ ; en este caso,  $v_t$  no dependería únicamente del potencial central, y habría que entender la razón por la cual  $\beta$  pudiera variar radialmente. Definimos entonces un parámetro  $\beta$  tal que

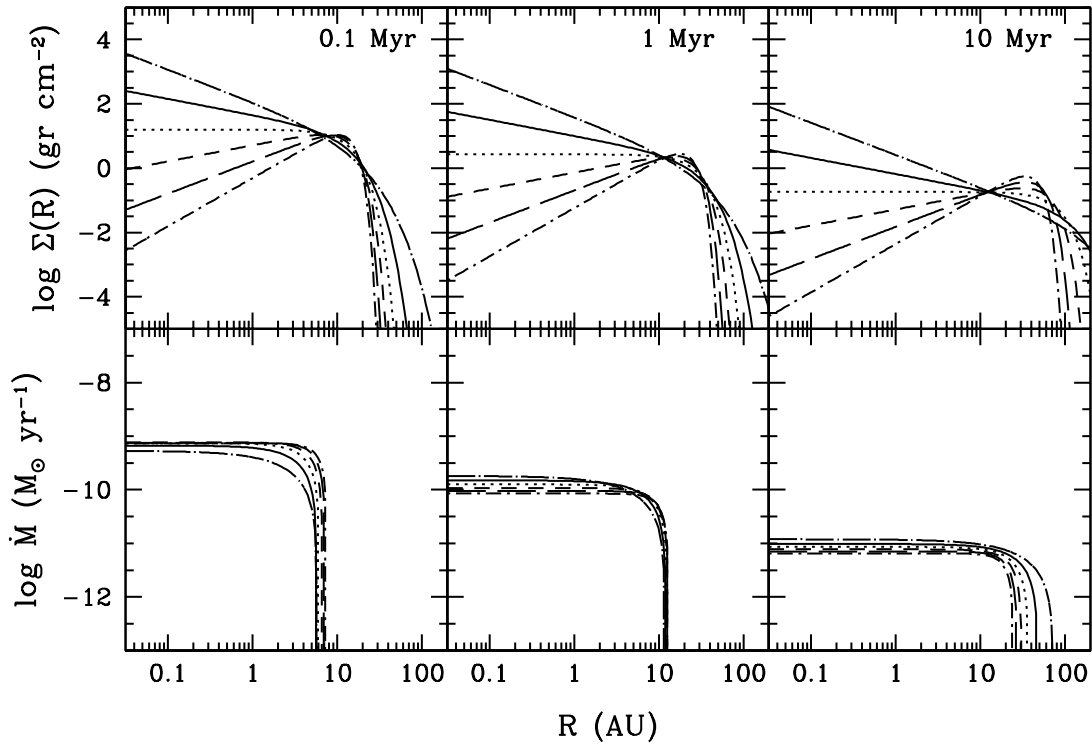
$$\beta = \beta_0 \left( \frac{R}{R_0} \right)^{-s}, \quad (7.33)$$

donde  $\beta_0$  es el valor del parámetro  $\beta$  al radio  $R_0$ , y así,  $\gamma = 1/2 - s$ . Como en este caso  $\gamma \leq 1/2$  (suponiendo que la eficiencia de la turbulencia decrece radialmente hacia afuera), el tiempo característico de la turbulencia disminuye, así que debemos observar una rápida evolución para  $R \lesssim R_0$  y debido a que  $\beta$  decrece hacia radios mayores, los anillos exteriores a  $R_0$  evolucionan lentamente. Como prueba presentamos los casos para los cuales  $s = -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5$  y  $2$ . Los resultados se presentan en las figuras 7.22 y 7.23.

Al igual que en el disco- $\alpha$ , variar radialmente el parámetro de la viscosidad turbulenta  $\beta$  modifica la pendiente de la densidad; si  $\beta$  disminuye con el radio, eso significa que la eficiencia de la turbulencia para transportar masa/momento/energía decrece para los radios más externos, así que la masa contenida en tales anillos tarda mucho más tiempo en transportarse hacia la enana mientras que las regiones más internas prácticamente ya se evacuaron de la masa que contenían inicialmente. Entre más grande sea en magnitud el exponente  $s$ , menor será la densidad superficial de los anillos más internos y mucho menor el tiempo característico de la turbulencia, que escala con  $\sim 1/(3/2 + s)^2$  (ver la figura 7.22). Ello explica la rápida evolución en los casos con  $s > 0$ ; en la figura 7.23 se muestra la evolución de la masa de los discos. Cuando la edad de los discos es menor a  $10^6$  años, la masa total de los discos con  $s > 0$  es ligeramente menor a los casos con  $s \leq 0$  debido a los diferentes tiempos característicos son distintos, y los anillos más internos de los discos con  $s > 0$  han cedido su masa hacia la estrella. En  $t \sim 10^6$  años, la tendencia se revierte: la evolución procedió de tal forma que los anillos internos de los discos con  $s > 0$  se quedaron con muy poca masa, pero los anillos externos, con una eficiencia más baja que la de los discos con  $s \leq 0$ , contienen mucha más masa que estos últimos (por ejemplo para el disco con  $s = 2$ , la masa a  $\sim 5 \times 10^7$  años es de aproximadamente  $0.4 M_J$ , contrastando con la masa de  $\sim 0.1M$  para el disco con  $s = -0.5$ ): los anillos más externos tienen una mayor densidad superficial (como se aprecia en la figura 7.22 para  $10^6$  y  $10^7$  años).



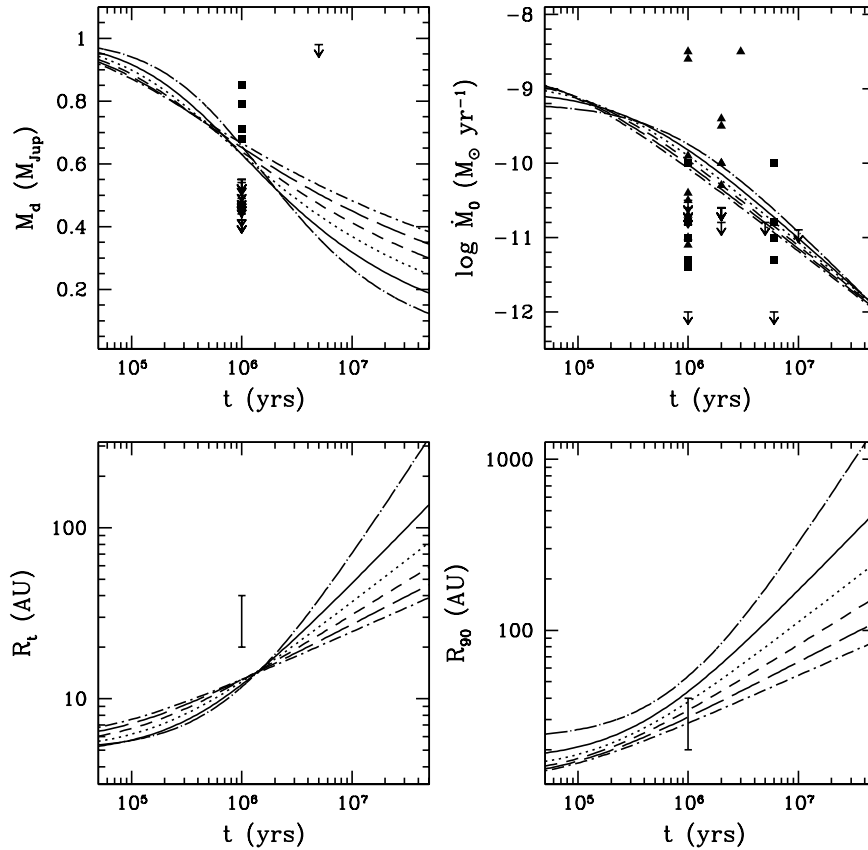
**Figura 7.21:** Evolución temporal de la densidad superficial  $\Sigma(R,t)$  (paneles superiores) y de la tasa de acreción de masa  $\dot{M}(R,t)$  (paneles inferiores), variando  $\gamma$  a través del superíndice  $s$ . En cada panel se indica el tiempo transcurrido (en  $10^6$  años). Los modelos tienen las siguientes condiciones iniciales:  $R_0 = 10$  AU y  $M_d(0) = 1 M_J$ ;  $\beta_0 = 10^{-5}$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05 M_{\odot}$ . Cada curva representa un valor de  $s$  diferente:  $s = -0.5$ , guión largo-punto;  $s = 0$ , línea continua;  $s = 0.5$ , línea punteada  $s = 1$ , guión ,  $s = 1.5$ , guión largo y  $s = 2$  guión-punto.



**Figura 7.22:** Evolución temporal de la densidad superficial  $\Sigma(R,t)$  (paneles superiores) y de la tasa de acreción de masa  $\dot{M}(R,t)$  (paneles inferiores), variando  $\gamma$  a través del superíndice  $s$ . En cada panel se indica el tiempo transcurrido (en  $10^6$  años). Los modelos tienen las siguientes condiciones iniciales:  $R_0 = 10$  AU y  $M_d(0) = 1 M_J$ ;  $\beta_0 = 10^{-5}$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05 M_{\odot}$ . Cada curva representa un valor de  $s$  diferente:  $s = -0.5$ , guión largo-punto;  $s = 0$ , línea continua;  $s = 0.5$ , línea punteada;  $s = 1$ , guión ,  $s = 1.5$ , guión largo y  $s = 2$  guión-punto.

A tiempos mucho menores a la evolución turbulenta, la tasa de acreción de masa escala con  $(3/2 + s)^2$ , lo cual explica por qué la tasa de acreción de masa es superior con  $s > 0$ ; físicamente esto se debe a que la eficiencia turbulenta es mucho mayor y la enana acreta masa con una tasa mayor a tiempos iniciales. Conforme la masa en los anillos interiores se agota, la tasa de acreción baja debido a que la acreción de masa de anillos externos procede lentamente. Y aunque la eficiencia sea menor, a un anillo dado, si  $s \leq 0$ , la cantidad de masa en los anillos sigue siendo mucho mayor, así que el disco puede acretar a una tasa mayor a edades del orden o mayores a  $\gtrsim 10^5$  años.

El radio de transición tiene dos zonas de comportamiento distinguibles: al principio, como  $R_T$  se encuentra en anillos internos a  $R_0$  y la turbulencia es más eficiente para  $s > 0$ , el radio se mueve rápidamente hacia afuera. Una vez sobrepasado  $R_0$ , la eficiencia decrece en esa zona para los modelos con  $s > 0$  y el radio crece lentamente en estos casos, mientras que para  $s \leq 0$  ocurre lo contrario. El radio máximo del disco, en cambio, siempre crece más lento en los casos con  $s < 0$ .



**Figura 7.23:** Evolución temporal de la masa del disco (panel superior izquierdo), de la tasa de acreción de masa hacia la estrella (panel superior derecho), radio de transición  $R_T$  (panel inferior izquierdo) y radio  $R_{90}$  (panel inferior derecho) para los discos- $\beta$  variando  $\gamma$  a través del superíndice  $s$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05M_\odot$ . Los modelos tienen las siguientes condiciones iniciales:  $R_0 = 10 \text{ AU}$  y  $M_d(0) = 1 M_J$ ;  $\beta_0 = 10^{-5}$ . La masa de la enana central es de  $M_* = 0.05M_\odot$ . Cada curva representa un valor de  $s$  diferente:  $s = -0.5$ , guión largo-punto;  $s = 0$ , línea continua;  $s = 0.5$ , línea punteada;  $s = 1$ , guión ;  $s = 1.5$ , guión largo y  $s = 2$  guión-punto. Las masas observadas y límites superiores son tomadas de Scholz et al. (2006) (cuadros llenos) y de Klein et al. (2003) (triángulos llenos). Las tasas de acreción de masa, de Muzerolle et al. (2005) (cuadros llenos) y de Mohanty et al. (2005b) (triángulos llenos). El intervalo de radios presentado (20–40 AU, barra a  $10^6$  años) es tomado de Luhman, Adame, et al. (2007).

El comportamiento evolutivo es similar al de los discos- $\alpha$ : los anillos más internos se evacúan de masa (a la manera descrita por Chiang & Murray-Clay 2007), y el disco externo funciona como un reservorio que supe lentamente masa, explicando por qué el fenómeno de la acreción continúa aún cuando los anillos internos han sido limpiados de gas. Se ha observado que los discos en transición (los cuales poseen anillos internos evacuados de polvo, lo que en la distribución espectral de energías se traduce en un déficit de flujo en el mediano infrarrojo, es decir, de polvo caliente) todavía se encuentran acretando, así que bajo este escenario (de  $\alpha(R)$  o  $\beta(R)$ ) puede explicarse cualitativamente la acreción y la evacuación de polvo y gas de los anillos internos. El modelo de Chiang & Murray-Clay (2007) (un modelo estacionario) es matemáticamente una función escalón de  $\alpha$ : en los anillos más internos, al ser ionizados por los rayos-X estelares, se activa la inestabilidad magneto-rotacional, permitiendo que el disco interno acrete material (en el contexto de los

discos- $\alpha$ ); el resto del disco permanece inactivo ( $\alpha = 0$ ) hasta que los rayos-X pueden penetrar la pared de polvo, ionizando el gas y activando la inestabilidad. En este sentido,  $\alpha = \alpha(R, t)$ . La prescripción  $\beta$  supone turbulencia hidrodinámica, generada y mantenida por la atracción gravitacional que el objeto central ejerce sobre el gas del disco; así que a menos que la masa de la enana varíe en el tiempo,  $\beta$  permanece constante en el tiempo. Se puede argumentar que la eficiencia  $\beta$  puede variar debido a que la atracción gravitacional disminuye para los anillos cada vez más externos, decrementando su valor y aumentando la resistencia a ser acretados hacia la estrella.

## 7.5

---

### Discos de baja/alta eficiencia turbulenta

Con las discusiones de las secciones anteriores, emerge un escenario que puede explicar por qué un alto porcentaje (75%) de las enanas de Tauro, del estudio milimétrico de Scholz et al. (2006), no pudieron ser detectadas y por qué el porcentaje restante sí.

Usando los modelos de estructura vertical detallada de los discos de acreción de Paola D'Alessio y colaboradores (D'Alessio 1996; D'Alessio et al. 1998, 2006), modificados en esta tesis para poder ser usados en el contexto subestelar y que discutimos en los capítulos anteriores, construimos una malla de flujos milimétricos sintéticos con el propósito de agilizar la búsqueda de la combinación  $\epsilon - R_d - \alpha$  que ajuste la emisión de los discos alrededor de las enanas CFHT-6, CFHT-4 y J04442713. Encontramos que son necesarios valores de  $\alpha$  o  $\beta$  mucho menores a los valores encontrados en el caso estelar (Andrews & Williams 2007; Andrews et al. 2009; Hartmann et al. 1998; Hueso & Guillot 2005; Isella et al. 2009; Kitamura et al. 2002) para poder explicar la emisión de estos discos, y el modelaje previo del disco alrededor de 2MASS J04381486 + 2611399 arroja un resultado similar (Luhman, Adame, et al. 2007). Los discos que no fueron detectados en el milimétrico pueden tener  $\alpha \gtrsim 5 \times 10^{-5}$  o  $\beta \gtrsim 5 \times 10^{-7}$ , dependiendo de la tasa de acreción de masa (estos valores representan los límites inferiores para una tasa de acreción de masa del orden de  $\sim 10^{-12} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ ; tasas de acreción superiores requieren parámetros de viscosidad turbulenta superiores para manter el cociente  $\log \dot{M}/\alpha < -7$  o  $\log \dot{M}/\beta < -5.7$ ), o posiblemente valores menores de  $\alpha$  o  $\beta$  con un radio mucho menor a  $\sim 10$  AU. Aunque la densidad superficial de los discos turbulentos irradiados no es una cantidad que sea dada como parámetro de entrada, sino que es el resultado de la conservación de momento angular más la conservación del flujo de masa, los cocientes  $\dot{M}/\alpha$  o  $\dot{M}/\beta$  modulan el valor de la densidad superficial a un radio dado, y finalmente, la masa total del disco. Debido a que la irradiación subestelar es el mecanismo de calentamiento dominante para la mayor parte del disco, excepto en el plano medio de los anillos interiores del disco, tomamos ventaja del hecho de que modelos con un mismo cociente  $\dot{M}/\alpha$  o  $\dot{M}/\beta$  tienen la misma estructura física una vez que la irradiación incidente dicta la estructura vertical de temperaturas del disco; más aún, la distribución espectral de energías de los discos con un mismo cociente  $\dot{M}/\alpha$  o  $\dot{M}/\beta$  resulta ser idéntica hacia longitudes de onda largas.

De las secciones anteriores en las cuales desarrollamos los modelos evolutivos de los discos turbulentos circunsubestelares, encontramos que la evolución procede de forma lenta para los discos con  $\alpha$  o  $\beta$  pequeñas respecto a los casos de parámetros turbulentos canónicos. Esta diferencia en los tiempos evolutivos es crucial para entender por qué un bajo porcentaje de discos circunsubestelares ha sido detectado en los estudios milimétricos hacia enanas de diferentes edades (Klein et al. 2003; Scholz et al. 2006): suponiendo condiciones iniciales (al inicio de la fase T Tauri subestelar) similares en las enanas, discos con alta eficiencia turbulenta habrán acretrado la mayor parte de su masa hacia la enana a tiempos  $\sim 10^6$  años, mientras que discos con baja eficiencia turbulenta (parámetros viscosos pequeños) conservan intacta su masa original. Esto explica el sesgo observacional en el milimétrico: sólo los discos suficientemente masivos ( $M_d \gtrsim 0.6 M_J$ ) pueden ser observados, y ellos son el producto de una baja  $\alpha$  o  $\beta$ . Un trabajo más detallado (en proceso) muestra que tanto la masa del disco como la baja tasa de acreción de la muestra de enanas detectadas en el milimétrico es, efectivamente, el resultado de una población de discos con baja  $\alpha$  ( $10^{-5} \lesssim \alpha \lesssim 10^{-4}$ ), con masas iniciales entre 0.5 y 1  $M_J$  y radio  $R_0 \sim 10$  AU. Las no detecciones son, posiblemente, discos con una  $\alpha \gtrsim 10^{-3}$ , baja masa inicial, aunque no es posible descartar que para los casos con baja tasa de acreción de masa, la no detección se explique con discos de baja eficiencia turbulenta y  $M_d(0) \lesssim 0.5 M_J$ . Con el advenimiento del arreglo de radiotelescopios ALMA será posible observar con una sensibilidad límite de  $\sim 0.1$  mJy, lo cual, a la distancia de la región de formación de Tauro, significa que podrán detectarse discos con masas de apenas  $\sim 0.03 M_J$ . Ello permitirá observar los discos de acreción de alta eficiencia alrededor de enanas café jóvenes.



*Mi obra está ahora (1859) casi terminada; pero como el completarla me llevará aún muchos años y mi salud dista de ser robusta, he sido instado, para que publicase este resumen.*

Charles Darwin, Introducción,  
en *El Origen de las Especies*



## Conclusiones

### 8.1

#### Trabajo realizado

El formalismo construido por D'Alessio (1996); D'Alessio et al. (1998, 2006) ha sido extendido hacia el régimen subestelar, para el cual bajas tasas de acreción de masa, masas de disco pequeñas, luminosidades y masas centrales al menos un orden de magnitud menor al de una estrella de baja masa, son el común denominador. Las bajas tasas de acreción, junto con la baja masa de la enana café central, implican que la disipación turbulenta, como mecanismo de calentamiento del disco, tiene un rol importante sólo en las regiones más internas de los discos; aún así, el efecto que pueda tener en dichas regiones es velado por la irradiación subestelar. A pesar de que el calentamiento por la radiación subestelar domina la estructura de temperaturas y la emisión del disco, la densidad superficial de masa queda caracterizada por dos condiciones físicas: la conservación de masa y la conservación de momento angular, esta última dependiente del comportamiento de la turbulencia en el disco. La turbulencia es modelada suponiendo la hipótesis de Boussinesq (el tensor de esfuerzos turbulentos es matemáticamente equivalente al tensor de esfuerzos viscosos) y además, escogiendo dos prescripciones algebraicas para la viscosidad turbulenta: la bien conocida prescripción- $\alpha$  (para la cual, el producto de la rapidez y la longitud característica de las parcelas turbulentas es menor o igual al producto de la rapidez del sonido local y la escala de altura del gas del disco, o bien,  $\nu_t = \alpha c_s H_p$ ) y la prescripción- $\beta$  (en este caso, la viscosidad turbulenta es  $\nu_t = \beta R^3 \left| \frac{\partial \Omega}{\partial R} \right|$ ). Los coeficientes de viscosidad turbulenta  $\alpha$  o  $\beta$  parametrizan la *eficiencia* de los movimientos turbulentos para transportar masa y momento angular dentro del disco. A continuación resumimos el trabajo realizado para esta tesis:

- ★ Se actualizaron los códigos que resuelven iterativamente la estructura vertical de un disco turbulento  $\alpha$  irradiado (D'Alessio 1996; D'Alessio et al. 1998, 2006) para poder ser usados en el caso subestelar. Esto incluye el haber actualizado las tasas de calentamiento por decaimiento radioactivo, aunque este mecanismo sólo es importante en regiones suficientemente densas donde la irradiación estelar/subestelar no domine (por ejemplo, en anillos ocultos por el disco interno).



- ★ Los códigos de estructura vertical detallada de los discos- $\alpha$  (D'Alessio 1996; D'Alessio et al. 1998, 2006) fueron modificados para resolver también la estructura de un disco con prescripción- $\beta$  para la viscosidad turbulenta.
- ★ Para ambas versiones del código ( $\alpha$  o  $\beta$ ), es posible resolver la estructura de un disco geoméricamente delgado (es decir,  $\Omega \equiv \Omega_K(R)$  y  $g_z \equiv z^2 \Omega_K(R)$ .)
- ★ El formalismo de Calvet et al. (1991) fue generalizado para incluir múltiples fuentes de irradiación externa, e implementado en el código (D'Alessio et al. 2005) que resuelve la estructura y emisión de la pared vertical de polvo. Además, se incluyó la aproximación  $\delta$ -Eddington (Joseph et al. 1976) para tratar la dispersión de los fotones estelares como un tratamiento más general, sin suponer a priori que la dispersión es isotrópica.
- ★ Se modeló la emisión de discos circunsubestelares en regiones de formación estelar como IC 348 y Tauro observados por el Telescopio Espacial Spitzer (Luhman, Adame, et al. 2005b, 2007; Muzerolle, Adame, et al. 2006).
- ★ Se construyeron redes de modelos usando los códigos de estructura vertical (para ambas prescripciones algebraicas de la turbulencia), variando parámetros fundamentales para la estructura física de los discos.
- ★ Se construyó una mediana observacional para objetos de tipo espectral más tardío o igual que M6 en Tauro, usando la fotometría IRAC y el flujo a  $24 \mu\text{m}$  reportados en la literatura.
- ★ Para explicar la existencia de discos de baja viscosidad turbulenta, se construyeron modelos evolutivos para la densidad superficial de masa (usando el modelo de Hartmann et al. 1998) tanto para discos- $\alpha$  como para discos- $\beta$ .

## 8.2

---

### Resultados

Los resultados más importantes de esta tesis se discuten a continuación:

- ★ Con el modelaje de la emisión del flujo milimétrico y la construcción de modelos evolutivos, encontramos que la mayoría de los discos circunsubestelares en Tauro no pueden ser observados con las técnicas observacionales actuales debido a que son el producto de una rápida evolución turbulenta, es decir, los discos no pueden ser observados debido a que la masa inicial que poseían al inicio de la fase T Tauri *subestelar* fue acretada ya hacia la enana central. Eso indica que la turbulencia ha sido eficiente en remover la masa del disco para entregarla a la enana:  $\alpha \sim 0.01$ , o bien,  $\beta > 10^{-5}$ . En cambio, los discos detectados en el milimétrico son el producto de una baja eficiencia turbulenta,  $\alpha \ll 0.01$  o  $\beta < 10^{-5}$ : estos discos preservan intactas sus condiciones al inicio de la fase T Tauri, debido a que la turbulencia

(hidrodinámica o magnetohidrodinámica) ha sido ineficiente en entregar la masa del disco hacia la enana y de mover hacia afuera el momento angular en exceso. Este resultado es importante, puesto que explica el por qué existe un sesgo observacional (el por qué sólo pueden detectarse discos circunsubestelares suficientemente masivos,  $M_d > 0.5 M_J$  a la edad y distancia de Tauro) y además predice que con la capacidad de ALMA, los discos circunsubestelares con  $\alpha \sim 0.01$ , o que posean masas mayores a  $\sim 0.03 M_J$  podrán finalmente ser observados. Debido a la importancia de esta *bimodalidad* en la eficiencia de la turbulencia, o equivalentemente, en el estadio evolutivo de los discos (un estadio evolutivo tardío para los discos de alta eficiencia turbulenta, mientras que un estadio evolutivo temprano/ninguna evolución turbulenta para los discos de baja eficiencia turbulenta), parte del capítulo 7 se ha convertido en un artículo (en proceso). Además, los discos que sí han sido detectados en longitudes de onda milimétricas son un laboratorio, todavía no muy explotado, para estudiar las condiciones iniciales de la formación de los objetos subestelares y de sus discos.

- ★ Debido a esta bimodalidad tanto en  $\alpha$  como en  $\beta$  (que en principio es producto de la sensibilidad actual de los radiotelescopios, pero como vimos a lo largo de la tesis, los modelos para los extremos en los valores de los parámetros de viscosidad turbulenta tienen estructura y emisión distinguibles cuando son comparados), los modelos para la estructura física de los discos circunsubestelares no son únicos. Los modelos de los discos de alta eficiencia turbulenta, caracterizados por parámetros de viscosidad altos, predicen las siguientes características físicas:
  - \* A partir de  $\sim 1$  AU, los discos poseen una profundidad óptica hacia la radiación subestelar de  $\lesssim 100$ , mientras que para anillos externos a  $\sim 10$  AU, dicha profundidad óptica disminuye a menos de  $\sim 10$  (en el caso  $\alpha \approx 0.01$ ; para el disco- $\beta$  con  $\beta = 10^{-4}$  esta profundidad óptica se alcanza en anillos aún más externos), volviendo al disco ópticamente mediano a la radiación subestelar, y posiblemente ópticamente delgado si el disco se extiende más allá de  $\sim 100$  AU.
  - \* En estas zonas ópticamente *medias*, la estructura de temperaturas radial se comporta cuasi-isotérmicamente ( $T(R) \sim \text{constante}$ ).
  - \* Para los discos- $\alpha$ , la superficie de irradiación,  $z_s$ , que define la altura a la cual la profundidad óptica del disco a la radiación estelar/subestelar es 1, y es donde se deposita la mayor parte del flujo de irradiación, puede llegar a ser  $\sim 0.5R$ . En cambio, la altura máxima del disco,  $z_\infty$ , normalizada al radio, puede llegar a ser mayor que 1. La aproximación de disco delgado puede ser válida, pero las alturas características del disco,  $z_s$  y  $z_\infty$ , son sensibles al valor de la presión superficial en el disco. Por otro lado, los discos- $\beta$  de alta eficiencia turbulenta predicen alturas características mayores que el caso- $\alpha$ , de tal forma que  $z/R \sim 1$ ; en este caso, el disco es geoméricamente mediano, y la aproximación de disco delgado deja de ser válida.

- \* Debido a la baja densidad superficial de masa (puesto que  $\Sigma \propto \dot{M}/\alpha$  o  $\dot{M}/\beta$ ), y conforme la atmósfera del disco se agota de granos de polvo de tamaño característico del medio interestelar, la superficie de irradiación se asemeja a la de un disco geoméricamente plano, lo cual hace que el flujo emitido siga que  $\lambda F_\lambda \propto \lambda^{-4/3}$ .
- ★ Los discos de baja eficiencia turbulenta, caracterizados por valores de parámetros de viscosidad turbulenta pequeños, difieren de los anteriores debido a su alta densidad superficial de masa y radio máximo del disco menor a 100 AU.
  - \* La profundidad óptica total es, para cada anillo, mucho mayor a 1 ( $\tau_s \gtrsim 30$ ), es decir, los discos de baja eficiencia turbulenta siempre son ópticamente gruesos a la radiación subestelar incidente.
  - \* La estructura de temperaturas de los discos corresponde al caso ópticamente grueso (por ejemplo, la variación radial de la temperatura en el plano medio es aproximadamente  $T_c \sim R^{-1/2}$ ).
  - \* Debido a la alta densidad superficial de masa (y al valor de la presión superficial supuesto), la superficie de irradiación se localiza en capas muy altas del disco, pudiendo llegar a ser  $z_s/R \sim 1$  (para el caso  $\alpha$  bien mezclado) o  $z_s/R > 1$  (para el caso- $\beta$ ). La altura máxima del disco es  $z_\infty/R > 1$  para  $R \gtrsim 1$  AU. En los casos de baja eficiencia turbulenta, la aproximación de disco delgado no es válida.
  - \* Aún en los casos donde el disco se acerca a una configuración asentada, con granos de polvo que han crecido de tamaño, el coseno del ángulo de incidencia indica que el disco no puede ser tratado como un disco geoméricamente plano, así que los índices espectrales en el infrarrojo son planos o menos inclinados respecto al caso plano.
  - \* Estos discos son una versión *escalada* de los discos de acreción circunestelares, pero debido a que menos del  $\sim 20\%$  de los discos estudiados en el milimétrico son de este tipo, la mayoría de los discos circunsubestelares (hasta el momento) son diferentes a los discos circunestelares.
- ★ Comparamos la estructura física y emisión de los bien conocidos discos- $\alpha$  con los discos- $\beta$ . Para los discos- $\beta$ , la densidad superficial de masa siempre sigue que  $\Sigma(R) \propto R^{-1/2}$ , y es independiente de las condiciones físicas del disco, mientras que la prescripción- $\alpha$  depende de la temperatura local y la densidad superficial de masa es una consecuencia de la variación radial de la temperatura. A pesar de esta diferencia (que hace que los anillos más internos de los discos- $\beta$  sean mucho menos masivos que los del disco- $\alpha$ ), la estructura de temperaturas es básicamente la misma (para una misma tasa de acreción de masa) debido a que el mecanismo de calentamiento dominante es la irradiación subestelar; ello puede generar distribuciones espectrales de energías semejantes (lo cual también depende de la densidad superficial de masa de los anillos donde emerge la radiación del disco), haciendo difícil distinguir observacionalmente cuál es la turbulencia operante en los discos.

- ★ La disipación turbulenta sólo es importante, como mecanismo de calentamiento del gas, en las regiones cercanas al plano medio de los anillos centrales ( $R \ll 1$  AU). El calentamiento por la ionización de la molécula  $H_2$  (por rayos cósmicos o decaimiento radioactivo) resulta ser despreciable debido a que para las zonas donde podría importar en los discos de alta eficiencia turbulenta, la densidad superficial de masa es demasiado baja, mientras que para los discos de baja eficiencia, la densidad es muy alta y la estructura de temperaturas está dominada por la irradiación subestelar. La irradiación es, para estos discos de bajas tasas de acreción, el mecanismo más importante de calentamiento; dicta la temperatura en las capas más altas de las zonas donde la disipación turbulenta es importante, mientras que para anillos localizados a  $R \gtrsim 1$  AU, es la responsable única de la estructura vertical de temperaturas y finalmente de la emisión del disco.
- ★ Gracias al resultado anterior, para tasas de acreción de masa suficientemente bajas (y siempre que las opacidades características sean suficientemente altas en los anillos donde ocurre la disipación turbulenta) la emisión de los discos a longitudes de onda más largas que  $\sim 5 \mu\text{m}$  es idéntica entre modelos con un mismo cociente  $\dot{M}/\alpha$  o  $\dot{M}/\beta$  (si  $\dot{M} \lesssim 10^{-10} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ ). Fijando la tasa de acreción de masa  $\dot{M}$  y variando el parámetro de la viscosidad turbulenta, se hace un muestreo en densidades superficiales (puesto que  $\Sigma \propto \dot{M}/\alpha$ ) barriendo el espacio de parámetros  $\dot{M}/\alpha$  (o  $\dot{M}/\beta$ ). Esta propiedad facilita la búsqueda de modelos que ajusten la emisión de un disco.
- ★ Para discos con alta  $\dot{M}/\alpha$ - $\dot{M}/\beta$ , la emisión en el mediano-lejano infrarrojo corresponde a la de un disco ópticamente grueso, siendo el índice espectral plano; la emisión submilimétrica-milimétrica depende del perfil radial de temperaturas de los anillos de donde emerge la radiación. En general, los índices espectrales de los discos de alta  $\dot{M}/\alpha$ - $\dot{M}/\beta$  se alejan del caso geoméricamente plano. La emisión de los discos con baja  $\dot{M}/\alpha$ - $\dot{M}/\beta$ , en cambio, tienen índices espectrales más inclinados, acercándose a una configuración geoméricamente plana.
- ★ Las zonas de emisión en cierta región del espectro dependen de la densidad superficial de masa del disco, ya que ella determina la estructura vertical de temperaturas a través de la transferencia radiativa. El cercano infrarrojo es formado en anillos del disco muy internos ( $R \ll 0.1$  AU) y calientes, donde la temperatura es lo suficientemente alta; la banda de silicatos se forma dentro de  $\sim 1$  AU, aunque esta zona se reduce al decrecer la luminosidad de la enana, la tasa de acreción de masa, y al aumentar el valor del parámetro de viscosidad turbulenta. También el crecimiento de los granos de polvo en la atmósfera del disco disminuye radialmente la región donde se forma la banda de silicatos (y el continuo en el cercano-mediano infrarrojo); este es un aspecto que se explorará en subsecuentes trabajos.
- ★ Construimos una mediana observacional para objetos subestelares (con tipos espectrales más tardíos que M6) en Tauro, usando la fotometría IRAC, los flujos a  $24 \mu\text{m}$  y  $70 \mu\text{m}$  de MIPS y los flujos a

1.3 mm reportados en la literatura. Con ella se podrá determinar, a partir del espectro en el mediano infrarrojo, la existencia de discos evacuados internamente (discos *en transición*).

- ★ Se construyeron modelos sintéticos para explicar la emisión de discos circunsubestelares peculiares observados con los instrumentos IRAC, MIPS e IRS a bordo del Telescopio Espacial Spitzer y con la cámara WFPC2 a bordo del Telescopio Espacial Hubble (ver el Apéndice C):
  - \* Se caracterizó el primer disco descubierto alrededor de un objeto subestelar con masa planetaria ( $M_* \approx 8 M_J$ ), Cha 110913-773444 (Luhman, Adame, et al. 2005b). La importancia de este objeto radica en que no sólo alrededor de enanas café jóvenes y estrellas existen discos de polvo, sino también alrededor de objetos cuya masa no es suficiente para ser consideradas siquiera enanas café.
  - \* Usando el instrumento MIPS, fueron detectados a  $24 \mu\text{m}$  seis discos de polvo alrededor de objetos de baja masa y subestelares en la región de formación estelar IC 348 (Muzerolle, Adame, et al. 2006). En conjunto con la fotometría IRAC, se descubrió que dos de estos discos (alrededor de las enanas IC 348 316 e IC 348 30003) sólo pueden ser explicados si la temperatura máxima del polvo es mucho menor a la temperatura de sublimación de los silicatos + grafito, es decir, si los anillos internos del disco se encuentran evacuados de polvo caliente. Estos fueron los primeros discos *en transición* descubiertos alrededor de enanas café.
  - \* La primera enana café joven observada en multifrecuencias, 2MASS J04381486+2611399, con evidencia de un disco de canto ópticamente grueso gracias a la imagen óptica de luz subestelar dispersada, fue modelada (Luhman, Adame, et al. 2007): debido a la cantidad de información observacional sin precedentes, se pudo constreñir el tamaño del disco ( $20 \lesssim R_d \lesssim 40 \text{ AU}$ ) y el valor de  $\alpha$  ( $\sim 10^{-4}$ ) necesarios para poder explicar el espectro observado de  $0.8 \mu\text{m}$  hasta  $1.3 \text{ mm}$  en conjunto con la emisión bipolar extendida observada en el óptico (la imagen obtenida con el Telescopio Espacial Hubble).
- ★ Aunque no es parte esencial de este trabajo, encontramos que la suposición de dispersión isotrópica para el polvo no siempre es una buena suposición; deja de ser válida cuando el tamaño característico de los granos ha crecido a tamaños mayores que  $\sim 1 \mu\text{m}$ . En este caso, la dispersión se acerca al caso límite *forward-scattering*, esto es, dispersión *hacia adelante*. Usar la aproximación  $\delta$ -Eddington puede ayudar a caracterizar esta situación; este formalismo fue implementado en el código de estructura para la pared de polvo.
- ★ Múltiples fuentes de irradiación deben ser caracterizadas por diferentes opacidades promedio que describen el transporte radiativo en la longitud de onda característica de cada fuente. Bajo la suposición de que toda la energía incidente es re-irradiada por la pared (Calvet et al. 1991), se obtuvo la estructura

de temperaturas para la pared irradiada por múltiples fuentes (en este caso, por los choques de acreción y por la fotosfera subestelar). Esta prescripción general fue implementada para el código de estructura de la pared.

## 8.3

### Trabajo futuro

Hemos extendido la validez de los códigos de estructura vertical detallada para los discos- $\alpha$  irradiados de D'Alessio (1996); D'Alessio et al. (1998, 2006) hacia el régimen subestelar y los hemos reconstruido para que también puedan resolver la estructura de los discos turbulentos bajo la prescripción de una viscosidad turbulenta puramente hidrodinámica, los llamados discos- $\beta$ . Con estas herramientas podremos en el futuro estudiar ciertos aspectos (teóricos) importantes de los discos alrededor de objetos jóvenes:

- ★ Las simulaciones numéricas de la inestabilidad magneto-rotacional (ver por ejemplo Papaloizou & Nelson 2003) indican que el parámetro de viscosidad turbulenta  $\alpha$  varía tanto en el tiempo como espacialmente; además, la existencia de discos *en transición* puede ser el resultado de que los anillos más internos de los discos, directamente ionizados por los rayos X estelares, tengan una eficiencia turbulenta más alta que el disco externo que no alcanza a ser penetrado por los rayos X (el modelo de la evacuación de adentro hacia afuera de Chiang & Murray-Clay 2007). Se puede relajar la suposición de  $\alpha$  (o  $\beta$ ) espacialmente constante y generalizarla para que el parámetro varíe radialmente en los códigos de estructura vertical.
- ★ Especialmente en los discos circunsubestelares, la suposición básica de que la tasa de acreción de masa  $\dot{M}$  es constante en todo el disco deja de ser válida para los anillos externos de los discos para los cuales el parámetro de la viscosidad turbulenta es pequeño; este resultado proviene de la evolución temporal de la densidad superficial de masa. Para los discos- $\beta$ , debido a la independencia de la viscosidad turbulenta (y por consiguiente, la densidad superficial de masa) del estado físico del disco, es posible obtener modelos detallados a una edad si los códigos se modifican para aceptar como parámetro de entrada la densidad superficial de masa.
- ★ Una exploración más rigurosa de las diferencias observacionales entre los discos- $\alpha$  y  $\beta$  es obligatoria. Dados los datos observacionales disponibles (más aún, con los espectros IRS y observaciones a longitudes de onda submilimétrica y milimétrica), es un trabajo factible que puede determinar si es posible discriminar entre modelos de viscosidad turbulenta, o equivalentemente, entre distintos perfiles de densidad superficial de masa.
- ★ Conforme los granos de polvo en el disco crecen y se asientan, la suposición de dispersión isotrópica ya no es válida; la estructura y emisión del disco puede cambiar si se toma en cuenta el factor de asimetría de la dispersión. Las ecuaciones de transporte radiativo en el código de estructura vertical del disco

pueden ser generalizadas usando la aproximación  $\delta$ -Eddington (descrita en el Apéndice B) para aceptar factores de asimetría distintos de cero.

- ★ Los rayos-X coronales y los choques de acreción pueden ser importantes no sólo ionizando las capas superiores del disco, sino también calentando el gas (y el polvo) en las regiones más internas del disco. Construyendo tablas de opacidades promedio a las temperaturas características de estas dos fuentes de irradiación, y modificando las ecuaciones de transporte radiativo y la tasa de calentamiento debido a otras fuentes de irradiación (usando la forma general del formalismo de Calvet et al. 1991, y descrita en el Apéndice B) sería posible estudiar el efecto de tener varias fuentes de irradiación, de distintas longitudes de onda características, en la estructura y emisión de los discos.

La región más interna del disco circunsubestelar, la pared, es desconocida — si se compara el conocimiento teórico y observacional que se tiene de dicha región en los discos alrededor de estrellas T Tauri o Herbig Ae/Be. Con el mejoramiento de las técnicas de interferometría en el infrarrojo cercano/mediano, será posible conocer las similitudes o diferencias entre los discos y verificar las siguientes suposiciones:

- ★ Además de poder modificar la estructura de las capas superiores del disco, los rayos-X coronales y la emisión ultravioleta (que proviene del choque de acreción), son especialmente importantes en dicha región interna debido a la cercanía de ella con estas fuentes de calentamiento externo. Esto debe modificar no sólo la estructura de temperatura sino también la forma de la pared. Sin embargo, no está claro si la emisión energética UV o X puede ser importante en *esculpir* (curvar) la pared de polvo en los discos circunsubestelares, debido a las bajas tasas de acreción medidas y a la emisión de los rayos-X también disminuida.
- ★ La región más interna de los discos alrededor de las estrellas Herbig Ae/Be parece ser más curvo que vertical (Monnier et al. 2006), y se piensa que dicha curvatura es producto de la dependencia de la temperatura de evaporación del polvo en la densidad del gas (Isella & Natta 2005) y/o debido al crecimiento y subsecuente asentamiento del polvo (Tannirkulam et al. 2007). En el caso subestelar, la emisión entre  $\sim 4$  y  $\sim 8 \mu\text{m}$  ha podido ser explicada suponiendo que la pared es geoméricamente vertical, pero desconocemos hasta qué punto esta es una suposición válida. Debido a la luminosidad y la tasa de acreción de masa subestelares son bajas (respecto al caso estelar), la zona tibia (con temperaturas características entre  $\sim 1000$  y  $\sim 1400$  K) está confinada a anillos sub-AU ( $\sim 0.01 \lesssim R < 1$  AU), donde los movimientos turbulentos son capaces de procesar rápidamente el polvo. Así, la región más interna (el llamado *borde* en el caso curvo) en el caso subestelar debería tener una extensión radial inferior respecto a los bordes de los discos alrededor de estrellas T Tauri o Herbig Ae/Be, lo cual podría significar que la suposición de que el borde del disco circunsubestelar es geoméricamente vertical y no curvo puede ser correcta.

- ★ El calentamiento por la disipación turbulenta no se toma en cuenta en la mayoría de los modelos para la pared/ borde interno de los discos. Como vimos en esta tesis, esta fuente de calentamiento es importante en los anillos más cercanos a la enana, y puede ser tan importante que contribuye a la emisión en el cercano infrarrojo (ver también Akeson et al. 2005). Sobre todo en los discos circunsubestelares, la disipación turbulenta como mecanismo de calentamiento compite con la irradiación subestelar en la región interna, puesto que en dicha zona ocurre la mayor producción de energía turbulenta. Además, debido al abrupto cambio de opacidad (lo que define a la pared, el cambio de opacidad dominada por el polvo hacia la opacidad dominada por gas), el gradiente radial de la profundidad óptica hacia la radiación estelar/subestelar puede ser similar o menor al gradiente vertical, por lo que el campo de radiación del disco puede ser transportado hacia adentro (hacia la enana): el flujo de energía turbulenta puede ser advechado, y no transportado verticalmente hacia afuera del disco. En cualquier caso, la disipación turbulenta es un mecanismo de calentamiento que puede jugar un papel muy importante en la estructura física y la emisión de la región más interna de los discos.

El modelaje es un aspecto esencial de esta tesis y del trabajo futuro: gracias a los discos *peculiares* de las enanas café, los códigos de estructura vertical detallada fueron adaptados para poder modelar discos de baja eficiencia turbulenta. Cuando ALMA sea operacional, se podrá verificar (o descartar) que para la mayoría de los discos circunsubestelares,  $\alpha \sim 0.01$ ; aunque con el Observatorio Espacial Herschel podrá vislumbrarse si  $\alpha$  (o  $\beta$ ) se acerca al valor canónico para los anillos más externos de los discos. La construcción de una malla amplia y detallada de distribuciones espectrales de energía sintéticas puede ayudar a distinguir cuáles son los parámetros que caracterizan la emisión de los discos circunsubestelares, y ayudar a los observadores a caracterizar los discos, y a los modeladores, a constreñir el espacio de parámetros para agilizar la búsqueda de modelos de mejor ajuste.





# Apéndices



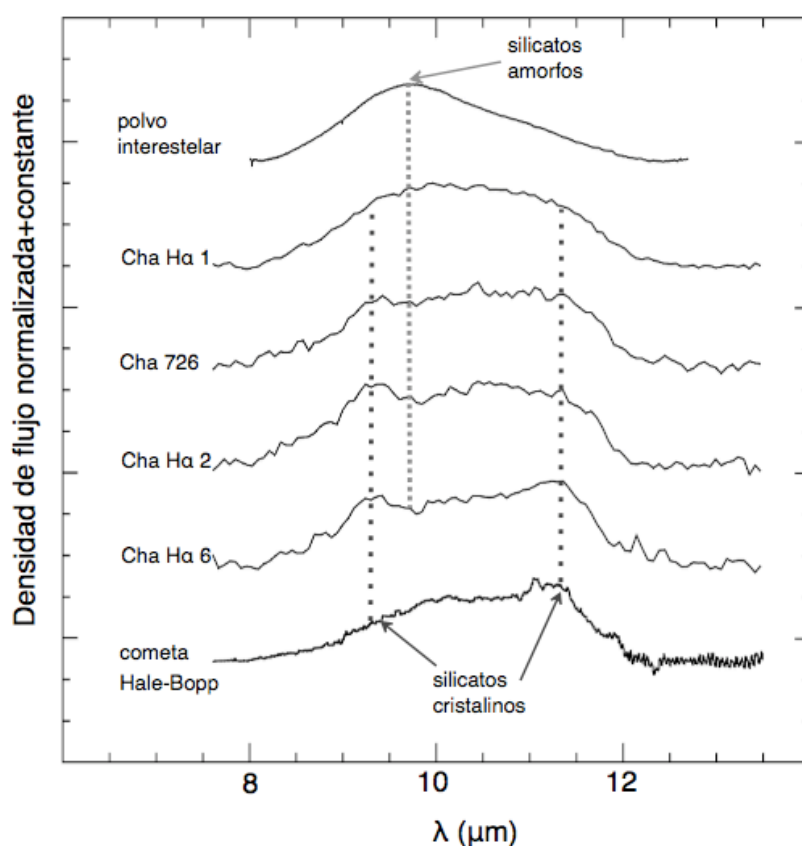
## Opacidad del polvo

Un aspecto importante en el cálculo de los modelos de estructura vertical detallada de los discos y de su emisión es el modelo de polvo adoptado. A temperaturas bajas ( $T \lesssim 1400$  K), la fuente de opacidad dominante es el polvo; para los discos circunsubestelares, debido a la baja luminosidad de la enana central y a las bajas tasas de acreción, las temperaturas características de los anillos centrales no llegan a rebasar la temperatura de destrucción de los silicatos, por lo que para la mayor parte del disco, si no todo, la principal fuente de opacidad es el polvo. En el caso en que  $T > 1400$  K, el polvo se sublima y la opacidad se debe a diferentes especies atómicas y moleculares en estado gaseoso; se discute a detalle la opacidad del gas en Calvet et al. (1991) y D'Alessio (1996).

En esta tesis, el modelo de polvo supuesto contiene sólo dos tipos de granos: *silicatos astronómicos* [compuesto de olivinas amorfas,  $(\text{Mg}, \text{Fe})_2 \text{SiO}_4$ ] y *grafito*. Este es el modelo de Draine & Lee (1984), el cual explica razonablemente bien la curva de extinción galáctica en el infrarrojo conocida en ese entonces, si se supone una distribución de tamaños de los granos dada por  $dn(a) \propto a^{-3.5} da$ , con  $a_{\min} = 0.005 \mu\text{m}$  y  $a_{\max} \approx 0.25 \mu\text{m}$  (Mathis et al. 1977). Con el mejoramiento de las técnicas observacionales, la curva de extinción observacional, y el modelo de polvo que la explica, han ido cambiando (e.g. Draine 2003; Indebetouw et al. 2005) e incluyendo nuevas especies como los hidrocarburos aromáticos policíclicos (PAH, por sus siglas en inglés), que constituyen la población de granos carbonáceos de radios pequeños ( $a \lesssim 0.005 \mu\text{m}$ , Draine 2003; Li & Draine 2001).

Si bien es cierto que existe evidencia convincente de que en los discos protoplanetarios el polvo es procesado (esto es: crece en tamaño, se asienta hacia el plano medio y debido a procesos térmicos, se cristaliza), un amplio porcentaje de los objetos presenta aún características en el espectro atribuibles, en cierta medida, a granos de polvo *primordiales* (no procesados), a la edad de las regiones de formación estelar. En el régimen subestelar, empero, el crecimiento de los granos de polvo primordiales (e.g. Apai et al. 2004) y el grado de cristalización de los silicatos (Apai et al. 2005; Pascucci et al. 2009; Riaz 2009) parece ocurrir en un mayor número de discos respecto al caso estelar (Riaz 2009), probablemente porque la región donde se forma la banda de silicatos se encuentra en los anillos centrales del disco, calentados tanto por la enana central y por

la turbulencia disipativa (en nuestros modelos,  $R \lesssim 0.5$  AU; ver Kessler-Silacci et al. 2007; Pascucci et al. 2009). Sólo el modelaje fino de la banda de silicatos y otras características espectrales puede revelar el grado de procesamiento del polvo y su composición química; en la figura A.1 se muestra cómo varía la forma de la banda de silicatos (centrada en  $9.8 \mu\text{m}$  cuando la emisión proviene de silicatos amorfos, sin procesar) con el procesamiento (crecimiento de los granos de polvo en la atmósfera del disco y la cristalización). Como en este trabajo sólo discutimos sobre las propiedades físicas generales del disco, la selección del modelo de polvo de Draine & Lee (1984) es apropiada para la población de polvo en las capas superiores del disco (puesto que es necesaria para explicar la banda de silicatos, una característica conspicua en los discos protoplanetarios jóvenes).



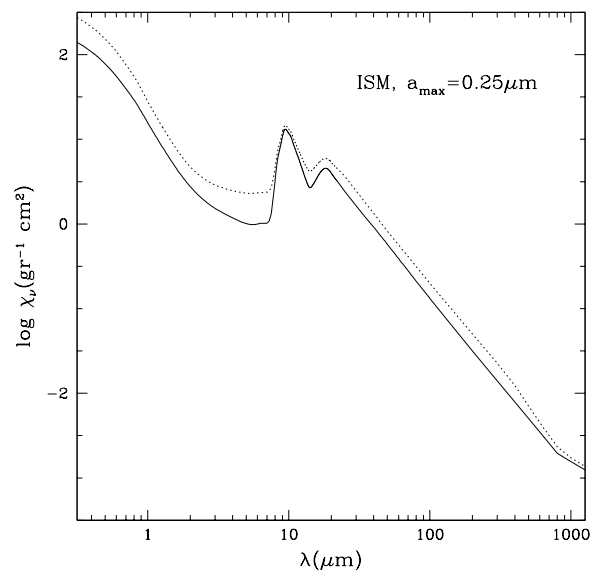
**Figura A.1:** Comparación entre la emisión del polvo del medio interestelar (silicatos amorfos) y la de polvo en los discos de las enanas café jóvenes Cha H $\alpha$  1, Cha 726, Cha H $\alpha$  2, Cha H $\alpha$  6 y en el cometa Hale Bopp (silicatos procesados/cristalinos). Adaptada de Apai et al. (2005). Crédito: NASA/JPL-Caltech/D. Apai (University of Arizona).

## A.1

### Modelo de Draine & Lee

El polvo de este modelo es una mezcla de silicatos (fracción de masa  $\zeta_{sil} = 0.004$ , densidad  $\rho_{sil} = 3.3 \text{ gr cm}^{-3}$ ) y grafito ( $\zeta_{graf} = 2.5 \times 10^{-3}$ ,  $\rho_{graf} = 2.26 \text{ gr cm}^{-3}$ ), con las secciones de absorción y dispersión de Draine & Lee (1984) (ver también D'Alessio 1996). Las tablas de opacidades para este modelo fueron calculadas por P. D'Alessio (lo cual agiliza el cómputo de la estructura del disco), y ellas son usadas para obtener las opacidades promedio de Rosseland y de Planck del disco. Para la pared, debido a su simpleza, las opacidades monocromáticas son calculadas dentro del código, suponiendo que los granos de polvo son esféricos, la distribución de tamaños del polvo sigue la distribución de (Mathis et al. 1977),  $n(a) \sim a^{-p}$ , donde suponemos que  $p = 3.5$  y  $a_{min} = 0.005 \mu\text{m}$ , con  $a_{max} = 0.25 \mu\text{m}$  o  $a_{max} = 1 \text{ mm}$  (para las capas cercanas al plano medio, en el caso de disco asentado); la opacidad monocromática y el factor de asimetría (relacionado con la dispersión) se obtienen usando el código MIEV0 —el cual está basado en la teoría de Mie para calcular la dispersión y la absorción de la radiación electromagnética por una esfera (Wiscombe 1979; Wiscombe 1980)—, que calcula las secciones eficaces de la extinción, dispersión y el factor de asimetría a partir de las constantes ópticas de Draine (ver también D'Alessio et al. 2005)

La figura A.2 muestra la variación de la opacidad monocromática total  $\chi_\nu$  con la longitud de onda para dos posibles configuraciones: sólo silicatos ( $T_{graf} < T < T_{sil}$ , donde  $T_{graf} \approx 1200 \text{ K}$  y  $T_{sil} \approx 1400 \text{ K}$ ), y silicatos+grafito ( $T < T_{graf}$ ). Las bandas a  $9.7 \mu\text{m}$  y  $18 \mu\text{m}$  se deben a la liga Si-O, y el grafito es un importante contribuyente a la opacidad hacia el lado azul de la banda de silicatos, cuando existe.



**Figura A.2:** Variación de la opacidad monocromática  $\chi_\nu$  como función de  $\lambda$ . En línea continua, la opacidad total monocromática para el polvo con  $T_{graf} < T < T_{sil}$ , y en línea punteada, la opacidad para  $T < T_{graf}$ , donde  $T_{sil}$  y  $T_{graf}$  son las temperaturas de sublimación de los silicatos y grafitos, respectivamente.



## Transferencia radiativa en una atmósfera dispersora.

Los granos de polvo, presentes en los discos de acreción alrededor de objetos jóvenes, no sólo son capaces de absorber energía (proveniente de la estrella central, o del propio disco) sino además pueden dispersar la radiación incidente, esto es, cambiar la dirección del haz incidente (en el caso de una dispersión coherente), creando un campo de fotones difusos que están disponibles para ser absorbidos o nuevamente dispersados en el disco. Como el polvo es la fuente de opacidad más importante en el disco es necesario incluir en la ecuación de transporte radiativo un término fuente, el cual proviene del campo de fotones que han sido dispersados.

### B.1

#### Planteamiento del problema

El campo de radiación externo incide sobre una superficie plano-paralela (que puede tratarse como unidimensional para cada anillo debido a la simetría azimutal del disco), con cierta inclinación respecto a la normal de la superficie del disco, caracterizada por los ángulos de incidencia  $\theta_0$  y  $\phi_0$ , esto es,

$$\hat{n}_0 = \text{sen } \theta_0 \text{sen } \phi_0 \hat{i} + \text{sen } \theta_0 \cos \phi_0 \hat{j} + \cos \theta_0 \hat{k}, \quad (\text{B.1})$$

respecto al sistema de referencia situado en la superficie del disco,  $\hat{k}$ ; la figura B.1 muestra la geometría del problema. Así,  $\cos \theta_0 = \hat{k} \cdot \hat{n}_0$  es el ángulo de incidencia del campo radiativo externo, que suponemos se comporta como un haz colimado monocromático, esto es

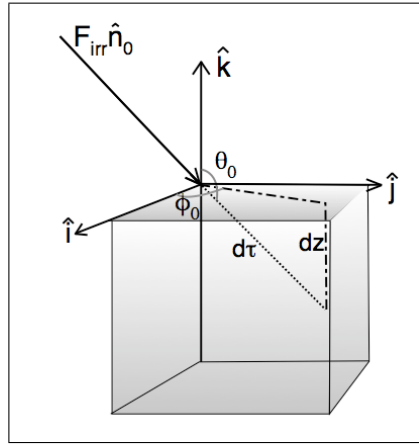
$$I_0^c = I_0^{ext}(z=0)\delta(1 - \hat{n} \cdot \hat{n}_0), \quad (\text{B.2})$$

donde  $\delta(1 - \hat{n} \cdot \hat{n}_0)$  es la función  $\delta$  de Dirac, con la propiedad de que  $\delta = 1$  cuando  $\hat{n} = \hat{n}_0$ , y  $\delta = 0$ , cuando  $\hat{n} \neq \hat{n}_0$ . Ello representa que el haz incidente está colimado, y tiene una dirección de incidencia bien definida.

La ecuación de transferencia radiativa para el campo de fotones con longitudes de onda del haz incidente es entonces,

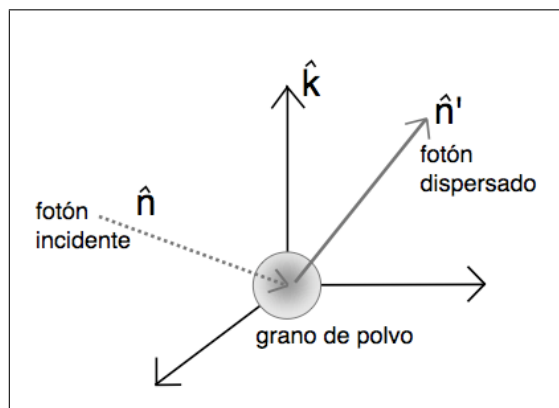
$$\mu \frac{dI_\nu}{dz} = -\chi_\nu I_\nu + \int_{4\pi} \sigma_\nu I_\nu \Phi_\nu(\hat{n} \cdot \hat{n}') d\Omega', \quad (\text{B.3})$$





**Figura B.1:** Geometría para el haz incidente de radiación subestelar:  $\hat{n}_0$  denota la dirección de incidencia, respecto al sistema coordenado centrado en la superficie del disco, y donde  $\theta_0$  y  $\phi_0$  son los ángulos de incidencia. El haz viaja una distancia  $d\tau \sim \chi dz'/\cos\theta_0$  hacia adentro del anillo.

para la cual se ha supuesto que el disco no emite en la frecuencia del haz incidente. Los coeficientes  $\chi_v = \sigma_v + \kappa_v$  y  $\sigma_v$  son, respectivamente, el coeficiente de opacidad total y el coeficiente de dispersión monocromáticos. La notación  $\oint_{4\pi} d\Omega'$  indica que la función se integra sobre todos los ángulos sólidos,  $4\pi$  sr. Con la función fase  $\Phi_v(\hat{n} \cdot \hat{n}')$  rescatamos la noción de que la radiación incidente es dispersada en una dirección preferencial (siendo la dispersión isotrópica un caso particular), y dicha dirección depende tanto de las propiedades ópticas del material dispersor (en el caso del disco, los granos de polvo) como de la longitud de onda del haz incidente. En la figura B.2 mostramos un esquema de la dispersión. En la ecuación de transferencia (B.3), la función fase actúa como una función de peso: el haz, de dirección incidente  $\hat{n}$ , puede ser dispersado en cualquier dirección  $\hat{n}'$ , y es dispersado sin cambiar su longitud de onda (la dispersión es coherente). La probabilidad de que sea dispersado de  $\hat{n}$  a  $\hat{n}'$  es simplemente  $\Phi_v(\hat{n} \cdot \hat{n}')$ .



**Figura B.2:** Dispersión de la radiación incidente por una partícula de polvo. El fotón incide con una dirección  $\hat{n}$ , y es dispersado, coherentemente, por la partícula hacia una nueva dirección  $\hat{n}'$ .

### B.1.1. Funciones fase

El caso más simple de una función fase es el de la dispersión isotrópica,

$$\Phi_{\nu}(\hat{n} \cdot \hat{n}') = \frac{1}{4\pi}, \quad (\text{B.4})$$

caso que siempre está contenido en cualquier función fase. La integral sobre todas las posibles direcciones de dispersión para esta función fase es la unidad,

$$\int_{4\pi} \Phi_{\nu}(\hat{n} \cdot \hat{n}') d\Omega' = 1. \quad (\text{B.5})$$

Esta relación se cumple cualesquiera sea la función fase (i.e., las funciones fase están normalizadas a la unidad). Por simplicidad, en adelante se omitirá el subíndice  $\nu$ , sin olvidar que el tratamiento sigue siendo monocromático.

Una función fase ampliamente usada en el caso astrofísico es la de Henyey-Greenstein (Henyey & Greenstein 1941),

$$\Phi_{HG}(\hat{n} \cdot \hat{n}') = \frac{1}{4\pi} \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g(\hat{n} \cdot \hat{n}'))^{3/2}}, \quad (\text{B.6})$$

en la cual  $g$  mide la asimetría de la función fase: si  $g = 0$ , la función fase se reduce al caso isotrópico, y si  $g = -1$ , significa que los fotones incidentes serán dispersados en la misma dirección de incidencia (*forward scattering*). El valor de  $g$ , el cual depende de la longitud de onda de la radiación incidente y de la fuente de opacidad, no es un valor arbitrario y puede ser calculado junto con las opacidades promedio.

Una aproximación analítica y simple es la llamada aproximación  $\delta$ -Eddington (Joseph et al. 1976),

$$\Phi_{\delta-E}(\hat{n} \cdot \hat{n}') = \frac{1}{4\pi} \left[ 2f\delta(1 - \hat{n} \cdot \hat{n}') + (1 - f)(1 + 3g'\hat{n} \cdot \hat{n}') \right], \quad (\text{B.7})$$

donde los coeficientes  $g' = g/(1 + g)$  y  $f = g^2$ , dependen de  $g \equiv \oint \Phi(\hat{n} \cdot \hat{n}') (\hat{n} \cdot \hat{n}') d\Omega'$ , el cual es el promedio del ángulo de dispersión  $\hat{n} \cdot \hat{n}'$ . Los términos  $2f\delta(1 - \hat{n} \cdot \hat{n}')$  y  $(1 - f)(1 + 3g'\hat{n} \cdot \hat{n}')$  representan, al ser usados en la ecuación de transferencia, la cantidad de fotones que serán dispersados en dirección del haz incidente ( $f$ ) y aquellos que serán dispersados para formar el campo de fotones difusos ( $1 - f$ ), respectivamente (e.g., Prah 1988). En realidad la ecuación (B.7) es una expansión particular de la aproximación  $\delta$ -Eddington, la cual se obtiene a partir de la suposición de que cualquier función fase puede escribirse como una serie infinita en polinomios de Legendre (Meador & Weaver 1979; Star 1995): truncando la serie a los primeros tres términos y comparando con la función fase  $\Phi_{HG}$ , es como se obtiene la aproximación (B.7). Siguiendo ese esquema, la aproximación  $\delta$ -Eddington en su caso más general,  $\delta$ -E( $N$ ) (Meador & Weaver 1979) puede escribirse como

$$\Phi_{\delta-E(N)} = \frac{1}{4\pi} \left[ 2g^N \delta(1 - \hat{n} \cdot \hat{n}') + \sum_{n=0}^{N-1} (2n + 1)(g^n - g^N) P_n(\hat{n} \cdot \hat{n}') \right]. \quad (\text{B.8})$$

En esta aproximación,  $P_n(\hat{n} \cdot \hat{n}')$  es el polinomio de Legendre de orden  $n$ .

## B.2

### Aproximación $\delta$ -E(N)

La ecuación de transferencia radiativa monocromática (B.3) se convierte en

$$\mu \frac{dI}{dz} = -\chi' I + \frac{\sigma'}{4\pi} \sum_{n=0}^{N-1} (2n+1) \frac{g^n - g^N}{1 - g^N} \oint_{4\pi} IP_n(\hat{n} \cdot \hat{n}') d\Omega', \quad (\text{B.9})$$

donde los nuevos coeficientes de opacidad total y de dispersión,  $\chi' \equiv \chi - \sigma g^N$  y  $\sigma' \equiv \sigma - \sigma g^N$ , se encuentran disminuidos respecto al caso de dispersión isotrópica. Antes de continuar, hacemos la distinción entre dos campos radiativos que conforman el campo externo que penetra al disco (Prahl 1988):

$$I = \begin{cases} I^c + I^d, & \hat{n} = \hat{n}_0 \\ I^d, & \hat{n} \neq \hat{n}_0. \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

Esta es la llamada transformación de campo difuso-directo. En otras palabras, la ecuación de transferencia busca resolver dos campos de radiación que emergen de la interacción de la radiación externa incidente con el polvo del disco (la fuente dominante de opacidad en los discos protoplanetarios): a cada altura (o profundidad óptica), la radiación externa  $I_0^c$ , la cual incide en una dirección dada  $\hat{n}_0$ , es disminuida porque el polvo lo puede absorber (y esta energía es eventualmente reemitida en las longitudes de onda características del disco), generando indirectamente un haz colimado disponible para profundidades mayores,  $I^c$ , pero también lo puede dispersar, generando un campo de radiación difuso,  $I^d$ , en las longitudes de onda características del campo de radiación externo. Debido a la linealidad, la ecuación (B.3) puede dividirse en dos ecuaciones que siguen cada una la interacción de ambos campos con el polvo. Primero, la absorción del campo directo (o colimado),

$$\mu_0 \frac{dI^c}{dz} = -\chi' I^c, \quad (\text{B.11})$$

y es claro que, a partir del coeficiente disminuido  $\chi'$ , la intensidad del campo es no sólo disminuida a cada altura por la absorción total verdadera, sino también es aumentada por los fotones que son dispersados hacia la dirección del haz en una cantidad  $\sigma g^N$ . Integrando de  $z_\infty$  a  $z$ , y usando la condición de frontera (B.2), la solución a (B.11) es

$$I^c(z, \hat{n}) = I_0^c e^{-\tau'/\mu_0}, \quad (\text{B.12})$$

para la cual la profundidad óptica  $\tau'$  está definida como

$$\tau'(z) \equiv \int_{z_\infty}^z \chi' z' dz'. \quad (\text{B.13})$$

Es importante notar que las opacidades discutidas son dependientes de la presión y de la temperatura en la profundidad  $z$ , las cuales son modificadas respecto al caso únicamente turbulento al incluir una fuente de radiación externa. Esto implica que  $\tau'$  es la profundidad óptica vertical para el campo de radiación externo, con temperatura característica  $T_*$ .

Para el campo difuso, la ecuación de transferencia radiativa es, usando la función fase  $\delta$ -Eddington hasta N-términos (B.8),

$$\mu' \frac{dI^d}{dz} = -\chi' I^d + \frac{\sigma'}{4\pi} \sum_{n=0}^{N-1} (2n+1) \frac{g^n - g^N}{1 - g^N} \oint_{4\pi} (I^d + I^c) P_n(\hat{n} \cdot \hat{n}') d\Omega'. \quad (\text{B.14})$$

El término  $\oint_{4\pi} I^c P_n(\hat{n} \cdot \hat{n}') d\Omega'$  representa todos los fotones del campo colimado que son dispersados en direcciones diferentes a  $\hat{n}_0$ , la cual denotamos con  $\mu'$ , los cuales son agregados al campo difuso. Conocida la solución al campo colimado (B.12), la ecuación de transferencia radiativa del campo difuso es finalmente

$$\mu' \frac{dI^d}{dz} = -\chi' I^d + \eta_s^d + \eta_s^c, \quad (\text{B.15})$$

con

$$\eta_s^c \equiv \frac{\sigma'}{2} I_0^c e^{-\tau'/\mu_0} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(2n+1)(g^n - g^N)}{1 - g^N} P_n(\hat{n} \cdot \hat{n}_0), \quad (\text{B.16})$$

y

$$\eta_s^d \equiv \frac{\sigma'}{4\pi} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(2n+1)(g^n - g^N)}{1 - g^N} \oint_{4\pi} I^d P_n(\hat{n} \cdot \hat{n}') d\Omega', \quad (\text{B.17})$$

los coeficientes de emisividad debido a la dispersión del campo colimado y del difuso, respectivamente, las cuales en total son la energía agregada al campo difuso debido a la dispersión coherente del mismo campo difuso y del campo colimado. Así, al usar la aproximación  $\delta$ -E(N) y la transformación difuso-directo, queda claro el papel que juega la dispersión de la radiación en el calentamiento del disco.

### B.2.1. Momentos de la ecuación de transferencia

El momento de orden cero resulta de integrar sobre el ángulo sólido la ecuación de transferencia (B.15),

$$\frac{dH^d}{dz} = -\kappa J^d + \sigma' \frac{I_0^c}{2} e^{-\tau'/\mu_0} \quad (\text{B.18})$$

con  $H^d$  el flujo de Eddington y  $J^d$  el campo medio del campo difuso. El término  $\sigma' \frac{I_0^c}{2} e^{-\tau'/\mu_0}$  representa la ganancia de energía debido a la dispersión de fotones del haz colimado hacia el campo difuso.

El momento de primer orden es, usando la aproximación de difusión  $K^d = \frac{1}{3} J^d$

$$\frac{dJ^d}{dz} \hat{k} = -3\chi'' \vec{H}^d + \sigma'' \frac{I_0^c}{2} e^{-\tau'/\mu_0} \hat{n}_0, \quad (\text{B.19})$$

la cual es una ecuación vectorial. Aparecen en dicha ecuación dos nuevos coeficientes de opacidad disminuidos,  $\chi'' \equiv \chi - \sigma g$  y  $\sigma'' \equiv \sigma g - \sigma g^N$ . En un caso de dispersión isotrópica el coeficiente de dispersión disminuida es nulo,  $\sigma'' = 0$ , y así, el cambio en la energía difusa (representado por  $\frac{dJ^d}{dz}$ ) siempre es negativo. Si la dispersión es anisotrópica, el flujo neto del campo de fotones que ha sido dispersado del haz incidente no es nulo (ya que

tiene una dirección preferencial), y esta contribución aparece como el término  $\sigma'' \frac{I_0^c}{2} e^{-\tau'/\mu_0} \hat{n}_0$ . Combinando los momentos (B.18) y (B.19), se obtiene una ecuación diferencial de segundo orden para el campo medio  $J^d$ ,

$$\frac{d^2 J^d}{dz^2} - 3\kappa \chi'' J^d = -3(\sigma' \chi'' + \sigma'' \chi') \frac{I_0^c}{2} e^{-\tau'/\mu_0}, \quad (\text{B.20})$$

la cual es la ecuación de Helmholtz modificada para  $J^d$ . Su solución queda especificada al dar las condiciones de frontera.

Los momentos derivados en esta sección son válidos únicamente para  $N \geq 2$ .

### B.2.2. Opacidades y factor de asimetría

Para las opacidades en la región de sublimación del polvo (o bien, en la región de truncamiento interno del disco), las opacidades del polvo para la radiación estelar/subestelar incidente y el factor de asimetría se promedian usando  $B_\nu(T_*)$  como función de peso (las opacidades son un promedio de Planck). Así, definimos las opacidades promedio de  $\sigma_\nu g_\nu$  y  $\sigma_\nu g_\nu^N$  como,

$$\sigma_{1,*} \equiv \frac{\int_0^\infty \sigma_\nu g_\nu B_\nu(T_*) d\nu}{\int_0^\infty B_\nu(T_*) d\nu}, \quad (\text{B.21})$$

y,

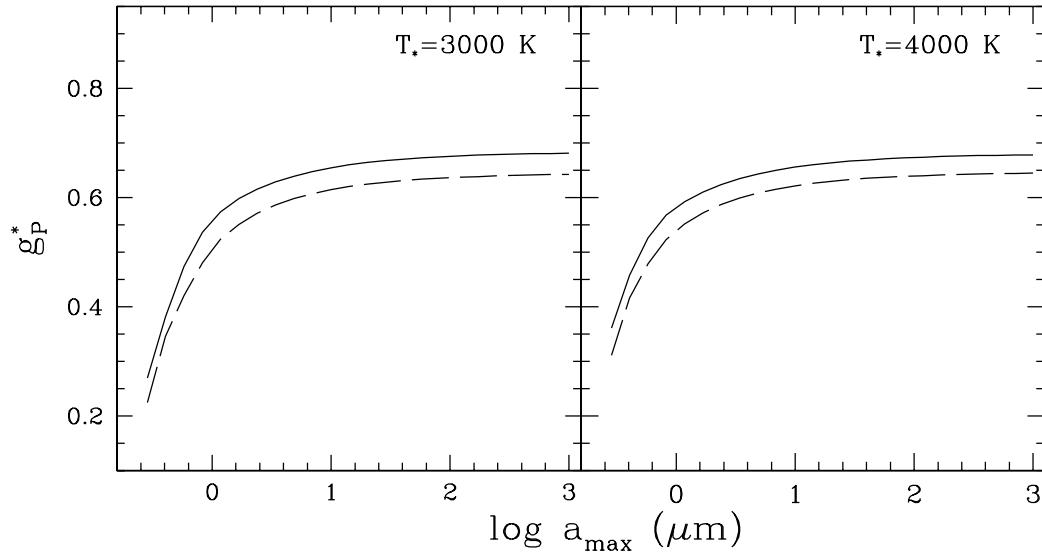
$$\sigma_{N,*} \equiv \frac{\int_0^\infty \sigma_\nu g_\nu^N B_\nu(T_*) d\nu}{\int_0^\infty B_\nu(T_*) d\nu}, \quad (\text{B.22})$$

Con dichos coeficientes de dispersión disminuidos, las opacidades disminuidas pueden definirse como,

$$\begin{aligned} \chi'_* &\equiv \chi_P^* - \sigma_{N,*}, \\ \sigma'_* &\equiv \sigma_P^* - \sigma_{N,*}, \\ \chi''_* &\equiv \chi_P^* - \sigma_{1,*}, \\ \sigma''_* &\equiv \sigma_{1,*} - \sigma_{N,*}. \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

En el caso de dispersión isotrópica,  $\chi'_* = \chi''_* = \chi^*$ ,  $\sigma'_* = \sigma^*$  y  $\sigma'' = 0$ .

Como se dijo anteriormente, el factor de asimetría de la dispersión depende de la fuente de opacidad y de la longitud característica de la radiación incidente. La primera depende del modelo de polvo usado y de la temperatura a la que se encuentra la pared (por lo general, ciertos componentes del polvo pueden o no estar presentes dada su temperatura de sublimación). En este trabajo, el modelo de polvo para la pared es el descrito en D'Alessio et al. (2005): el polvo puede estar compuesto de silicatos (con fracción de masa  $\zeta_{sil} = 0.003$ , temperatura de sublimación  $T_{sil} = 1400K$ ), troilita ( $\zeta_{troi} = 7.68 \times 10^{-4}$ ,  $T_{troi} = 680K$ ), orgánicos ( $\zeta_{org} = 0.0041$ ,  $T_{org} = 425K$ ) y hielo de agua ( $\zeta_{ice} = 5.6 \times 10^{-4}$ ,  $T_{ice} = 120K$ ). Las opacidades se calculan como se describe en D'Alessio et al. (2005): se asume que los granos de polvo son esferas, cuyos radios se distribuyen de acuerdo a la distribución de Mathis et al. (1977) ( $n(a) \sim a^{-3.5}$ ); las opacidades y el factor de asimetría se calculan usando el código MIEVO (el cual se basa en la teoría de Mie para calcular la dispersión y la absorción de la radiación electromagnética de una esfera, Wiscombe 1979).



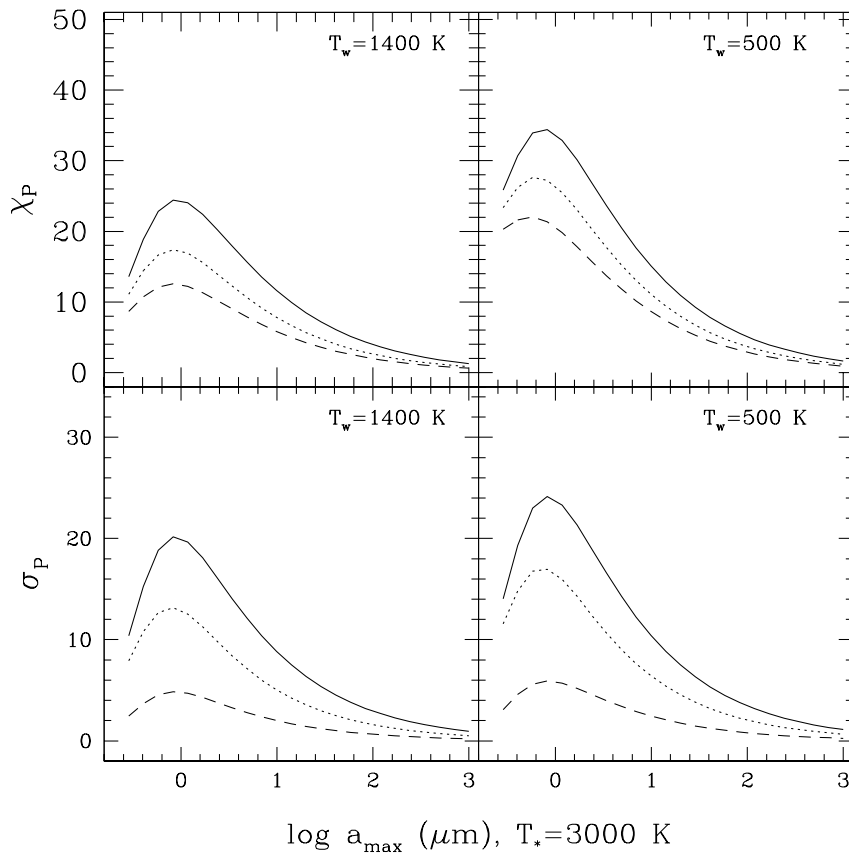
**Figura B.3:** Factor de asimetría promedio de Planck calculado para el modelo de polvo descrito en el texto, a diferentes temperaturas de la pared. De lado izquierdo,  $g_p^*$  para  $T_* = 3000K$ , de lado derecho, para  $T_* = 4000K$ . En línea continua,  $T_w = 1400K$  (en este caso, sólo los silicatos están presentes), y en línea discontinua,  $T_w = 500K$  (silicatos y troilita únicamente).

En la figura B.3 se muestra el factor de asimetría promedio de Planck,  $g_p^*$ , para el modelo de polvo descrito, variando el radio máximo de los granos de polvo (de  $a_{max} = 0.2\mu\text{m}$  a  $1\text{mm}$ , manteniendo el radio mínimo como  $a_{min} = 0.005\mu\text{m}$ ). Para polvo con  $a_{max} \gtrsim 1\mu\text{m}$ , el factor de asimetría difiere notablemente del valor isotrópico, aproximándose asintóticamente a  $g_p^* \sim 0.7$ : el polvo en la pared *tiende a dispersar hacia adelante y no isotrópicamente*. Esto apoya la idea de usar funciones fase no isotrópicas, como las descritas en §B.1.1.

Las opacidades modificadas (B.23) son calculadas para dos diferentes temperaturas características de la radiación incidente (esto es, para una enana café y una estrella T Tauri típicas) y a su vez, para dos temperaturas de la pared ( $T_w = 500, 1400K$ ), variando el tamaño máximo de los granos de polvo,  $a_{max}$ . Por comparación mostramos los coeficientes de opacidad total y de dispersión para el caso isotrópico. Podemos distinguir características notables en las opacidades promedio. Por ejemplo, existe un radio  $a_{max}$  para el cual son máximos los coeficientes de opacidad total y de dispersión (y a su vez también aquellos coeficientes modificados, ver figuras B.4 y B.6); para  $T_w = 1400K$  esto ocurre a  $a_{max} \sim 1\mu\text{m}$ , mientras que para  $T_w = 500K$  ocurre a una  $a_{max} < 1\mu\text{m}$  (debido a la inclusión de troilita). Sin embargo, la máxima diferencia entre las opacidades isotrópicas y las modificadas ocurre para  $a_{max} \gtrsim 1\mu\text{m}$  (ver figura B.5) y para  $T_w = 1400K$ , debido a que  $g_p^*$  es mayor en este caso respecto a la  $g_p^*$  para polvo con silicatos y troilita. Un comportamiento similar ocurre cuando  $T_* = 4000K$  (figura B.6).

Debido a lo anterior, es plausible considerar funciones fase no isotrópicas para resolver el problema del transporte radiativo en regiones donde el polvo domina la opacidad del disco. Sobre todo, para discos/paredes

donde el polvo ha aumentado de tamaño y/o se ha asentado sobre el plano medio, esta parece ser la forma correcta de resolver el problema.

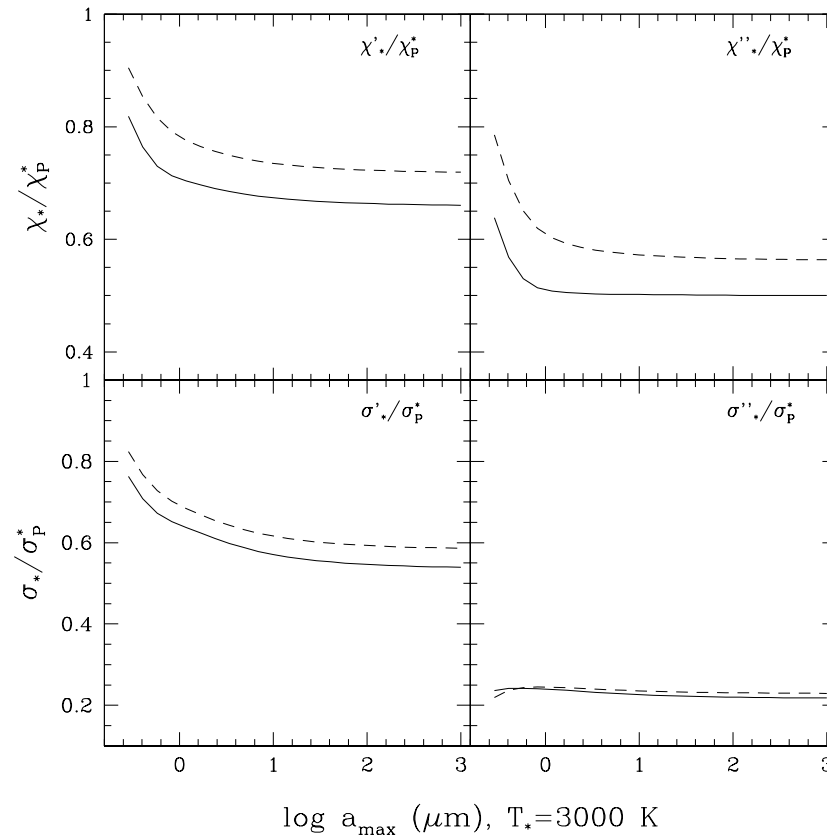


**Figura B.4:** Opacidades modificadas (ec. B.23) para radiación incidente con temperatura característica de  $T_* = 3000\text{K}$ , variando  $a_{\max}$  en  $\mu\text{m}$ . Panel superior: opacidad total  $\chi_P^*$  en línea continua,  $\chi_P^{\prime}$  en línea punteada y  $\chi_P^{\prime\prime}$  en línea discontinua. Panel inferior: coeficiente de dispersión  $\sigma_P^*$  en línea continua,  $\sigma_P^{\prime}$  en línea punteada,  $\sigma_P^{\prime\prime}$  en línea discontinua. En cada panel se muestra la temperatura de la pared.

## B.3

### La pared de polvo

La distribución espectral de energías del sistema estrella-disco circunestelar (o, en nuestro caso, enana café - disco circunsubestelar) no está completa sin la inclusión de la emisión de la región de transición de opacidad más cercana al objeto central, la llamada *pared* de polvo. Esquemáticamente, la pared no es más que una región cercana al radio de truncamiento del disco cuya fuente principal de opacidad es el polvo; esto es, la pared es una zona de transición abrupta que marca el inicio de un disco de gas y *polvo* gracias a la suficientemente baja temperatura para permitir la existencia de polvo (en el caso en que el gas y el polvo se encuentren bien acoplados,  $T_{\text{gas}} = T_{\text{polvo}}$ , y si  $T \approx T_{\text{sub}}$ , el polvo es destruido; el valor de dicha temperatura



**Figura B.5:** Opacidades modificadas (ec. B.23) normalizadas para radiación incidente con temperatura característica de  $T_* = 3000\text{K}$ , variando  $a_{\max}$  en  $\mu\text{m}$ . En cada panel se indica la opacidad normalizada graficada. En línea continua,  $T_w = 1400\text{K}$ ; línea punteada,  $T_w = 500\text{K}$ .

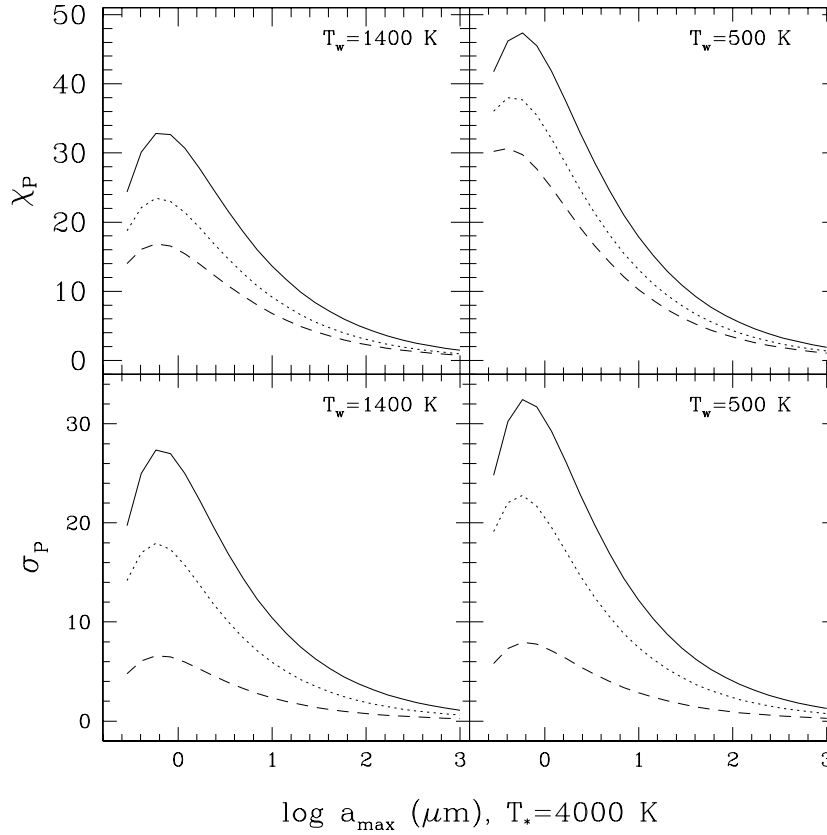
de sublimación depende de la densidad del gas y de los ingredientes que componen el polvo, ver por ejemplo D'Alessio 1996). Ello implica la existencia de una zona del disco, la más cercana a la estrella central, libre de polvo y por tanto, de baja opacidad a la radiación estelar, lo cual significa que la estrella irradia frontalmente a la pared (Muzerolle et al. 2004), como se muestra en la figura B.7.

En esta sección extenderemos el tratamiento radiativo planteado por D'Alessio et al. (2005); Muzerolle et al. (2003) para obtener la localización radial y estructura de temperatura de la pared vertical, en el caso en que la radiación estelar/subestelar es dispersada, no necesariamente de forma isotrópica, por el polvo. En este caso la dispersión es tratada bajo la aproximación delta-Eddington, descrita en §B.2.

### B.3.1. Campo de fotones incidente

En el caso más simple, la pared de polvo (ver figura B.7) se supone como una región cilíndrica que circunda el objeto central. En nuestro caso, consideraremos un sistema coordenado cartesiano, cuyo eje  $x$  coincide con el eje cilíndrico  $R$ . De esta forma modificaremos un problema curvilíneo para tratar la transferencia radiativa





**Figura B.6:** Opacidades modificadas (ec. B.23) para radiación incidente con temperatura característica de  $T_* = 4000\text{K}$ . Ver pie de la figura B.4.

en una región plano-paralela. La normal de dicha superficie es paralela al plano medio del disco,  $\hat{n}_s = -\hat{i}$ .

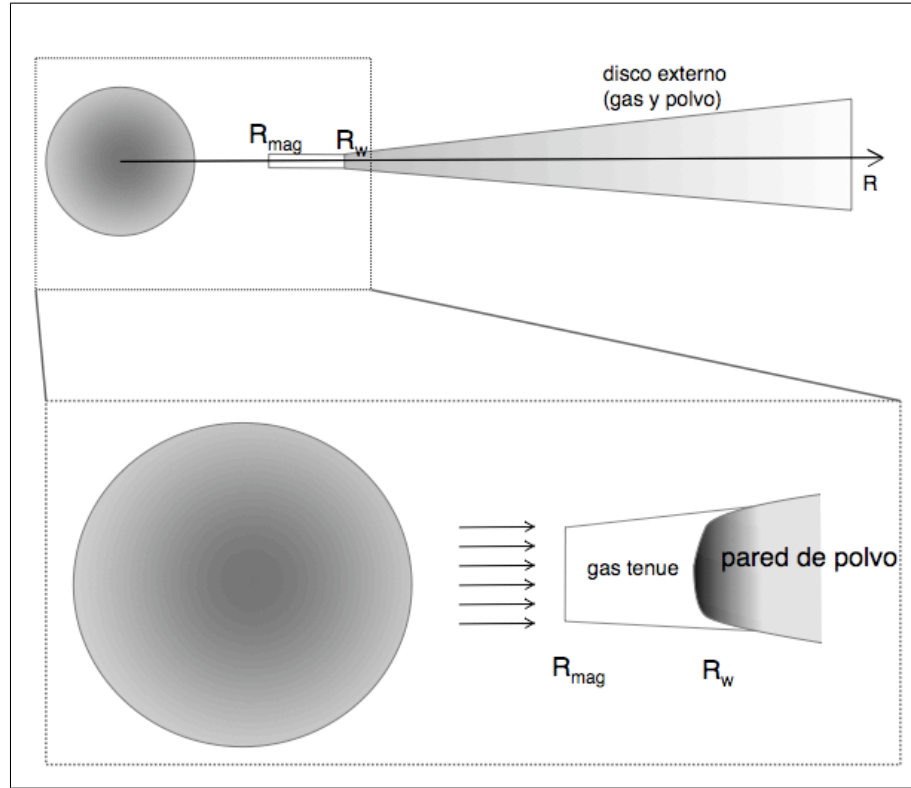
Suponemos que la radiación estelar, que en principio incide isotrópicamente sobre la superficie, penetra esta región de alta opacidad perpendicularmente a la superficie,

$$I_c^0 = I_0(R_w)\delta(1 - \hat{n} \cdot \hat{n}_0), \quad (\text{B.24})$$

donde la dirección de incidencia es  $\hat{n}_0 = \hat{i}$ . Con la función  $\delta$  de Dirac modelamos la incidencia colimada del haz: para direcciones  $\hat{n} \neq \hat{n}_0$  la función  $\delta$  es cero, mientras que para  $\hat{n} = \hat{n}_0$ ,  $\delta(1 - \hat{n} \cdot \hat{n}_0) = 1$ . El radio  $R_w$  marca el inicio de la pared.

En un medio dispersor, caracterizado por el valor de la asimetría de la dispersión  $g^*$  (promediado con la función de Planck evaluada en  $T_*$ , la temperatura característica de la radiación incidente), el haz colimado incidente es absorbido, en la aproximación delta-Eddington (cf. §B.2) como

$$I_c(\tau^*) = I_c^0 e^{-\tau^*}, \quad (\text{B.25})$$



**Figura B.7:** Esquema de la pared vertical de polvo: para un disco normal, truncado a  $R_{mag}$  debido a la acción de la magnetósfera estelar sobre el disco, existe una zona de alta opacidad, llamada la pared, debida a la baja temperatura del disco ( $T \lesssim 1400 K$ ), la cual inicia en el radio  $R_w$ . Para zonas con  $R \lesssim R_w$ , las temperaturas en el disco son tan altas que inhiben la presencia de granos de polvo, y la opacidad se encuentra dominada por gas; para anillos situados a  $R \gtrsim R_w$ , el polvo existe y domina la opacidad del disco. La pared de polvo se encuentra irradiada frontalmente por la enana central, suponiendo que el gas es ópticamente delgado.

donde  $\tau'_*$  es la profundidad óptica *modificada* de la pared para la radiación incidente,  $\tau'_*(R) = \int_{R_w}^R \chi'_* \rho dR$  (en §B.2.2 se definen los coeficientes de opacidad promedio usados). Tomando que  $\tau'_*$  es la profundidad óptica real de la pared para la radiación incidente (debido a la imposibilidad de distinguir los fotones de longitudes de onda similares a la radiación incidente que son dispersados hacia el haz colimado), definimos los siguientes coeficientes modificados adimensionalizados respecto a  $\chi'_*$ :

$$\begin{aligned}
 a_* &= \frac{\kappa_*}{\chi'_*}, \\
 a'_* &= \frac{\chi''_*}{\chi'_*}, \\
 s'_* &= \frac{\sigma'_*}{\chi'_*}, \\
 s''_* &= \frac{\sigma''_*}{\chi'_*}, \\
 s'''_* &= s'_* a'_* + s''_*.
 \end{aligned}
 \tag{B.26}$$

### B.3.2. Campo difuso de fotones

Usando los coeficientes de opacidad adimensionalizados, la ecuación modificada de Helmholtz para el campo medio del disco puede escribirse como (cf. ec. B.20)

$$\frac{d^2 J_d}{d\tau_*^2} - 3a_* a'_* H_d = -3s_*''' H_{c,0} e^{-\tau_*'}, \quad (\text{B.27})$$

la cual difiere de la ecuación (5.10), construida para el campo difuso isotrópico, por los coeficientes  $a'_*$  y  $s_*'''$ . En el caso de un medio que dispersa isotrópicamente,  $a'_* = 1$  y  $s_*''' = s_* = \sigma_p^*/\chi_p^*$ , y por tanto la ecuación (B.27) se reduce a la ecuación de Helmholtz para el caso isotrópico (5.10). Los coeficientes  $a$  y  $s$  son los coeficientes de absorción y de dispersión normalizados con el coeficiente de absorción total, todos promedio de Planck. Si la pared se aproxima a un medio semi-infinito, la solución para el flujo de Eddington del campo difuso es,

$$H_d(\tau_*') = \frac{\beta[s_*'''(2+3a'_*) - 2s_*''(1-\beta^2)]}{3a_*'^2(1+2a_*/\beta)(1-\beta^2)} H_{c,0} e^{-\beta\tau_*'} + \frac{s_*''(1-\beta^2) - s_*'''}{a_*(1-\beta^2)} H_{c,0} e^{-\tau_*'}, \quad (\text{B.28})$$

y para la intensidad promedio  $J_d$ ,

$$J_d(\tau_*') = \frac{s_*'''(2+3a'_*) - 2s_*''(1-\beta^2)}{a_*(1+2a_*/\beta)(1-\beta^2)} H_{c,0} e^{-\beta\tau_*'} - \frac{3s_*'''}{1-\beta^2} H_{c,0} e^{-\tau_*'}, \quad (\text{B.29})$$

con  $\beta^2 \equiv 3a_* a'_*$ .

#### B.3.2.1. Caso isotrópico

Suponiendo que las dispersiones son isotrópicas, el factor de asimetría toma el valor  $g_v = 0$ . Los primeros dos momentos angulares de la intensidad del campo difuso en este caso son (cf. Calvet et al. 1991; D'Alessio et al. 2005):

$$J_d(\tau_*) = \frac{5s_*}{(1+2a_*/\beta)(1-\beta^2)} H_{c,0} e^{-\beta\tau_*} - \frac{3s_*}{1-\beta^2} H_{c,0} e^{-\tau_*}, \quad (\text{B.30})$$

y

$$H_d(\tau_*) = \frac{5s_*\beta}{3(1+2a_*/\beta)(1-\beta^2)} H_{c,0} e^{-\beta\tau_*} - \frac{s_*}{(1-\beta^2)} H_{c,0} e^{-\tau_*}. \quad (\text{B.31})$$

En este caso,  $\beta^2 \equiv 3a_*$ .

### B.3.3. Estructura de temperaturas y localización radial de la pared

Si suponemos que toda la energía (de longitudes de onda características de la estrella o de la fuente de irradiación) que incide sobre la pared es re-irradiada, la ecuación de conservación de energía es (e.g. reflexión de Milne, Calvet et al. 1991)

$$-\vec{H}_*(\tau_*') = \vec{H}_d(\tau_*') + \vec{H}_w(\tau_*'), \quad (\text{B.32})$$

es decir, el flujo emergente, el cual consiste de fotones del campo difuso y del propio calentamiento de la pared debido a la irradiación, debe ser igual en magnitud pero de dirección opuesta al flujo incidente. Esta condición de flujo neto nulo da como resultado que

$$H_w(\tau'_*) = a_* H_{c,0} [(1 + C_1)e^{-\tau'_*} + C_2 e^{-\beta\tau'_*}], \quad (\text{B.33})$$

para la cual

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{3s''' - (3 + \beta^2)(1 - \beta^2)}{\beta^2(1 - \beta^2)}, \\ C_2 &= \frac{2s''(1 - \beta^2) - s'''(2 + 3a'_*)}{\beta a''_*(1 + 2a_*/\beta)(1 - \beta^2)}. \end{aligned} \quad (\text{B.34})$$

Conocido el valor del flujo radiativo emergente de la pared, podemos obtener su estructura de temperatura. Si toda la energía es transportada por radiación, entonces, a través de los primeros dos momentos de la ecuación de transferencia radiativa y la aproximación de difusión de Eddington para cerrar el sistema,

$$\frac{dH_w}{d\tau'_w} = a_w [B_w(T_w) - J_w], \quad (\text{B.35})$$

y

$$\frac{dJ_w}{d\tau'_w} = -3H_w, \quad (\text{B.36})$$

la Planckiana  $B_w(T_w)$ , que contiene la información sobre la temperatura de la pared, es

$$B_w[T_w(\tau'_w)] = a_* H_{c,0} [C'_1 + C'_2 e^{-q\tau'_w} + C'_3 e^{-\beta q\tau'_w} + C'_{3w}]. \quad (\text{B.37})$$

En la derivación de (B.37) se supone que las opacidades son constantes en la región, de tal forma que  $\tau'_* = q\tau'_w$ . La profundidad óptica de la pared se define como  $\tau'_w = \int_{R_w}^R \chi'_w \rho dR$ . Las opacidades promedio a la temperatura de la pared,  $\chi'_w = \chi_w - \sigma'_w$  y  $\sigma'_w = \frac{\int_0^\infty \sigma_v g_v B_v(T_w) dv}{\int_0^\infty B_v(T_w) dv}$ , son las opacidades modificadas usando la función fase Henyey-Greenstein para los fotones con longitudes de onda características de la temperatura de la pared (Henyey & Greenstein 1941, y §B.1.1). Las constantes  $C'_1$ ,  $C'_2$  y  $C'_3$  se definen como

$$\begin{aligned} C'_1 &= -[(1 + C_1)(2 + \frac{3}{q}) + C_2(2 + \frac{3}{q\beta})], \\ C'_2 &= (1 + C_1)(\frac{3}{q} - \frac{q}{a_w}), \\ C'_3 &= C_2(\frac{3}{q\beta} - \frac{q\beta}{a_w}), \end{aligned} \quad (\text{B.38})$$

las cuales dependen de las opacidades promedio a la temperatura de la radiación incidente y de la propia radiación de la pared. El flujo incidente en la superficie de la pared  $H_{c,0}$  tiene el valor  $H_{c,0} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{L_*}{4\pi R_w^2} \right)$ , ya que la fuente de irradiación tiene una luminosidad  $L_*$ .

Evaluando (B.37) en  $\tau'_w = 0$ , y suponiendo que la pared tiene una temperatura superficial  $T_{w,0}$ , podemos encontrar el radio de la pared,

$$R_w = \left( \frac{L_*}{16\pi\sigma} \right)^{1/2} T_{w,0}^{-2} a_*^{1/2} (C'_1 + C'_2 + C'_3)^{1/2}, \quad (\text{B.39})$$

y para valores característicos de una enana café joven, suponiendo que la temperatura superficial de la pared

es aproximadamente la temperatura de sublimación del polvo ( $\sim 1400$  K):

$$\frac{R_w}{R_*} \approx 2.3 \left( \frac{R_*}{0.5 R_\odot} \right) \left( \frac{T_*}{3000 \text{ K}} \right)^2 \left( \frac{T_{w,0}}{1400 \text{ K}} \right)^{-2} \alpha_*^{1/2} (C'_1 + C'_2 + C'_3)^{1/2}. \quad (\text{B.40})$$

Este resultado es muy importante: si es válido suponer que la pared únicamente reprocesa los fotones subestelares incidentes, la transferencia radiativa implica que el radio mínimo para la existencia del polvo es  $R_w$ , dado por (B.39); en el régimen subestelar, dicho radio puede ser menor al valor canónico del radio de truncamiento magnetosférico,  $\sim 3R_*$ , así que el disco de polvo puede extenderse hasta regiones más internas respecto a los discos circunsubestelares, para los cuales  $R_w \sim 4R_*$  (usando los valores típicos para una T Tauri,  $T_* = 4000$  K,  $R_* = 2R_\odot$ , D'Alessio et al. 1998).

Estudiando (B.39), la localización de la pared depende de tres factores importantes:

**Luminosidad de la fuente central** Para las fuentes menos luminosas, el disco de polvo (el cual, bajo nuestra suposición, se encuentra bien mezclado con el gas) puede extenderse hacia radios cada vez más internos y cercanos al radio de corotación del disco con la estrella (zonas ópticamente delgadas en las cuales sólo existiría gas debido a la alta temperatura, superior a la temperatura de sublimación del polvo, ver por ejemplo Najita et al. 2007, y referencias allí citadas.)

**Temperatura de la pared** Un disco de acreción *normal* es truncado debido a la interacción del campo magnético estelar con el disco (ver la discusión en §1); pero, ¿qué sucede cuando debido a la baja luminosidad subestelar y las bajas tasas de acreción de masa las temperaturas características del disco, aún en radios cercanos al radio de truncamiento, son menores a las temperaturas de sublimación del polvo? Ello implica que la pared del polvo no necesariamente debe alcanzar temperaturas del orden de  $T_{sub} \sim 1400$  K; el modelamiento de las regiones internas de discos circunsubestelares (e.g. el caso de la enana café joven 2MASS J04381486+2611399, la cual se encuentra acretao aún material de su disco Luhman, Adame, et al. 2007; Muzerolle et al. 2005) indica que la temperatura del polvo en la pared es menor a  $T_{sub}$ . Así, para temperaturas de la pared cada vez menores, el radio de la pared se localiza cada vez más lejos del objeto central. Temperaturas de la pared menores a la de sublimación del polvo son posibles también en el caso en que el truncamiento del disco de polvo se deba a la evolución del disco (los llamados discos *en transición*, para los cuales las zonas internas se han *limpiado* de polvo, Calvet et al. 2005, fenómeno que puede haber ocurrido para la enana café L316, Muzerolle, Adame, et al. 2006) o en discos circumbinarios (el caso de CoKu Tau/4, el cual se creía era un disco en transición, D'Alessio et al. 2005; Ireland & Kraus 2008)

**Modelo del polvo** En las constantes  $C'_1$ ,  $C'_2$  y  $C'_3$  se encuentra la información de cómo es absorbido y dispersado el polvo. Para un modelo de polvo dado, las constantes se modifican respecto al caso de dispersión isotrópica, y en consecuencia, la localización de la pared puede aumentar o disminuir. También es cierto que si las opacidades promedio cambian debido a la inclusión/exclusión de, por

ejemplo, elementos refractarios (i.e. silicatos, grafito), la posición de la pared es modificada (un efecto explorado ampliamente para CoKu Tau/4, D'Alessio et al. 2005)

Por otra parte, la temperatura mínima de la pared se obtiene en el límite  $\tau_w \rightarrow \infty$ ,

$$T_{w,\infty} = T_{w,0} \left( 1 + \frac{C'_1 + C'_2}{C'_3} \right)^{-1/4}, \quad (\text{B.41})$$

es decir, depende únicamente de las propiedades del polvo de la pared (ver §B.2.2), dada la temperatura superficial de ella (la cual en la realidad depende de la irradiación estelar/subestelar y también de la disipación turbulenta en el disco).

### B.3.3.1. Caso isotrópico

En este caso, las constantes para el flujo radiativo de la pared son

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{3s_* - (3 + \beta^2)(1 - \beta^2)}{\beta^2(1 - \beta^2)}, \\ C_2 &= -\frac{5s_*}{\beta(1 + 2a_*/\beta)(1 - \beta^2)}, \end{aligned} \quad (\text{B.42})$$

(el valor de  $C_1$  es diferente al de Calvet et al. 1991; D'Alessio et al. 2005, debido a nuestro sistema de referencia) cambiando los valores las constantes definidas en la ecuación (B.38), que definen la planckiana de la pared (que también dispersa isotrópicamente,  $g_P(T_w) = 0$ ).

### B.3.4. Múltiples fuentes de irradiación externa

El análisis presentado en esta sección puede extenderse para incluir otras fuentes de irradiación externa, como lo son los choques de acreción sobre la superficie estelar/subestelar (Calvet & Gullbring 1998) o los rayos-X coronales (Glassgold et al. 1997, 2004). Suponiendo incidencia normal para todas las fuentes de irradiación (el caso más general puede obtenerse rápidamente), la conservación de energía (o el efecto de reflexión de Milne, cf. ecuación B.32) implica, en nuestro sistema de referencia, que

$$H_w(\tau'_w) = \sum_i [-H_{inc,i}(q_i \tau'_w) - H_{dif,i}(q_i \tau'_w)], \quad (\text{B.43})$$

donde  $H_{inc,i}$  es la magnitud del flujo de la radiación incidente de la fuente  $i$ ,  $H_{dif,i}$  aquella del campo difuso de fotones creado por la dispersión del haz incidente en las longitudes de onda características de la fuente  $i$  (cuyo valor se obtiene al resolver la ecuación diferencial de Helmholtz modificada), y  $q_i = \tau'_i/\tau'_w$ , donde  $\tau'_i$  es la profundidad óptica de la pared a la fuente de irradiación  $i$ . La estructura de temperatura de la pared se obtiene resolviendo los dos primeros momentos de la ecuación de transferencia en las longitudes de onda características de la pared, de tal forma que

$$B_w[T_w(\tau'_w)] = -\sum_i \left\{ \frac{1}{a_w} \frac{dH_{inc,i}}{d\tau'_w} + 3 \int H_{inc,i} d\tau'_w \right\} + \left\{ \frac{1}{a_w} \frac{dH_{dif,i}}{d\tau'_w} + 3 \int H_{dif,i} d\tau'_w \right\}, \quad (\text{B.44})$$

y cuya solución formal es

$$B_w[T_w(\tau'_w)] = \sum_i \alpha_i H_{0,i} [C'_{1,i} + C'_{2,i} e^{-q_i \tau'_w} + C'_{3,i} e^{-q_i \beta_i \tau'_w}]. \quad (\text{B.45})$$

Finalmente, el radio de la pared a una temperatura dada  $T_{w,0}$ , irradiada por varias fuentes externas, es

$$R_w = T_{w,0}^{-2} \left[ \sum_i \alpha_i \left( \frac{L_{*,i}}{16\pi\sigma} \right) (C'_{1,i} + C'_{2,i} + C'_{3,i}) \right]^{1/2}. \quad (\text{B.46})$$

El efecto neto de incluir fuentes de irradiación es aumentar el radio donde se localiza la pared.

Estos resultados fueron implementados en el código que genera la estructura y la emisión de la pared.



## Modelos publicados

Con el advenimiento del Telescopio Espacial Spitzer (SST, por sus siglas en inglés) ha sido posible observar con gran detalle la emisión de discos de polvo alrededor de enanas café jóvenes tanto en el cercano como en el mediano infrarrojo. Usando la versión- $\alpha$  de los discos de acreción desarrollados por D'Alessio y colaboradores, y modificados para ser usados en el intervalo subestelar como se describió en la tesis, hemos modelado exitosamente la emisión de discos circunsubestelares *normales* y *peculiares*. A continuación se describirán los casos extraordinarios en los cuales el modelaje de la emisión en exceso respecto a una enana café ha servido para extender nuestro conocimiento respecto a ellas y su mecanismo de formación o su estado de evolución. Los artículos en los cuales el trabajo de modelaje fue publicado están contenidos en este apéndice.

### C.1

---

#### Disco alrededor de un objeto de masa planetaria

La enana café joven Cha 110913-773444, ubicada en la región de formación estelar Camaleón I, es el **primer objeto de masa planetaria** ( $M \approx 0.008^{+0.007}_{-0.003} M_{\odot}$ , siendo  $M \approx 0.013 M_{\odot}$  la masa límite inferior para que un objeto pueda quemar deuterio en su interior, Burrows et al. 2001) **con exceso** detectado en las bandas  $5.8\mu\text{m}$  y  $8\mu\text{m}$  del instrumento IRAC (Infrared Array Camera) a bordo del SST (Luhman, Adame, et al. 2005b). El descubrimiento de un disco de polvo alrededor de un objeto de masa planetaria implica que el mecanismo de formación de una estrella puede extenderse a objetos, que flotan libremente -los llamados *free-floating objects*- de masas pequeñas y similares a las de un planeta.

Debido a que la distribución espectral de energías del sistema objeto de masa planetaria-disco sólo abarcaba las regiones del óptico hasta el mediano infrarrojo (desde  $0.8\mu\text{m}$  a  $8.0\mu\text{m}$ ), y la información sobre el posible disco circunsubestelar está contenida en dos longitudes de onda del espectro, obtener conclusiones certeras sobre los distintos parámetros del disco (como la tasa de acreción de masa, el radio máximo del disco, su ángulo de inclinación, el grado de asentamiento de los granos de polvo y la composición del polvo) no es posible debido a la gran degeneración de los modelos: variando ciertos parámetros del disco, es siempre posible obtener un modelo que ajuste los dos puntos observacionales. Más aún, el grado de asentamiento del polvo



no puede resolverse debido a la falta de información observacional alrededor de  $10\mu\text{m}$  (la banda de silicatos). Por simplicidad, se supuso que el disco no se encontraba asentado, y el tamaño máximo del radio de los granos de polvo se tomó como  $a_{max} = 0.25\mu\text{m}$ . En este caso, el disco que mejor ajustaba las observaciones tiene los siguientes parámetros: tasa de acreción de masa  $\dot{M} = 10^{-12}M_{\odot}\text{yr}^{-1}$ , ángulo de inclinación  $i = 15^{\circ}$ . El radio máximo del disco, debido a la baja inclinación (cuyo valor puede suponerse correcto debido a la casi nula extinción que produce el disco sobre el objeto central), no se encuentra constreñido. Por otra parte, el disco se trunca al radio donde la pared tiene una temperatura de  $\sim 1300\text{K}$ , lo que ocurre en  $2.1R_{\star}$ .

A pesar de la poca restricción en los parámetros físicos del disco, es evidente que tal configuración espacial del polvo explica el exceso observado en las dos bandas de IRAC, implicando la presencia de material para la formación futura del equivalente a planetas en un objeto de masa planetaria.

## DISCOVERY OF A PLANETARY-MASS BROWN DWARF WITH A CIRCUMSTELLAR DISK

K. L. LUHMAN,<sup>1</sup> LUCÍA ADAME,<sup>2</sup> PAOLA D’ALESSIO,<sup>3</sup> NURIA CALVET,<sup>4</sup> LEE HARTMANN,<sup>4</sup> S. T. MEGEATH,<sup>5</sup> AND G. G. FAZIO<sup>5</sup>  
*Received 2005 September 23; accepted 2005 October 17; published 2005 November 29*

### ABSTRACT

Using the *Hubble Space Telescope*, the 4 m Blanco Telescope at the Cerro Tololo Inter-American Observatory, and the *Spitzer Space Telescope*, we have performed deep imaging from 0.8 to 8  $\mu\text{m}$  of the southern subcluster in the Chamaeleon I star-forming region. In these data, we have discovered an object, Cha 110913–773444, whose colors and magnitudes are indicative of a very low mass brown dwarf with a circumstellar disk. In a near-infrared spectrum of this source obtained with the Gemini Near-Infrared Spectrograph, the presence of strong steam absorption confirms its late-type nature ( $\geq M9.5$ ) while the shapes of the *H*- and *K*-band continua and the strengths of the Na I and K I lines demonstrate that it is a young, pre-main-sequence object rather than a field dwarf. A comparison of the bolometric luminosity of Cha 110913–773444 to the luminosities predicted by the evolutionary models of Chabrier & Baraffe and Burrows and coworkers indicates a mass of  $8_{-3}^{+7} M_J$ , placing it fully within the mass range observed for extrasolar planetary companions ( $M \lesssim 15 M_J$ ). The spectral energy distribution of this object exhibits mid-infrared excess emission at  $\lambda > 5 \mu\text{m}$ , which we have successfully modeled in terms of an irradiated viscous accretion disk with  $\dot{M} \lesssim 10^{-12} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ . Cha 110913–773444 is now the least massive brown dwarf observed to have a circumstellar disk, and indeed is one of the least massive free-floating objects found to date. These results demonstrate that the raw materials for planet formation exist around free-floating planetary-mass bodies.

*Subject headings:* accretion, accretion disks — planetary systems: protoplanetary disks — stars: formation — stars: low-mass, brown dwarfs — stars: pre-main-sequence

### 1. INTRODUCTION

Planets are born from disks of gas and dust that surround newly formed stars. These disks exist around stars covering a wide range of masses and have even been found around objects at substellar masses (e.g., Comerón et al. 1998). In fact, the least massive brown dwarf discovered with a disk (Luhman et al. 2005c) has a mass near the upper limit of extrasolar planetary companions ( $M \sim 15 M_J$ ; Marcy et al. 2005). These measurements raise the question of whether even smaller brown dwarfs at planetary masses possess disks out of which planets might form.

The Chamaeleon I star-forming region is a prime location in which to search for planetary-mass brown dwarfs with disks. Because of its close proximity to the Sun ( $d = 160\text{--}170 \text{ pc}$ ; Whittet et al. 1997; Wichmann et al. 1998; Bertout et al. 1999), substellar members of this cluster have relatively bright apparent magnitudes. In addition, the cluster is compact enough that it can be mapped in a reasonable amount of observing time. Taking advantage of these attractive characteristics, we have obtained deep broadband images of the southern subcluster in Cha I from 0.8 to 8  $\mu\text{m}$  with the *Hubble Space Telescope* (*HST*), the 4 m Blanco Telescope at the Cerro Tololo Inter-American Observatory, and the *Spitzer Space Telescope*. In this Letter, we describe these imaging observations, use the resulting photometry to identify a promising candidate brown

dwarf with a disk, confirm it as a young brown dwarf with near-infrared (IR) spectroscopy, estimate its extinction, luminosity, and mass, and compare its mid-IR excess emission to our model predictions for emission from a circumstellar disk.

### 2. 0.8–8 $\mu\text{m}$ IMAGING OF CHAMAELEON I

We used the Advanced Camera for Surveys (ACS) aboard *HST* to image a  $13'.3 \times 16'.7$  area centered at  $\alpha = 11^{\text{h}}07^{\text{m}}45^{\text{s}}$ ,  $\delta = -77^{\circ}40'00''$  (J2000.0) during several dates in 2004 and 2005. ACS provided a plate scale of  $0''.05 \text{ pixel}^{-1}$  and a field of view of  $3'.4 \times 3'.4$ . The target area was imaged with a  $4 \times 5$  map of contiguous fields of view. At a given cell in the map, we obtained one 850 s exposure in the F775W filter (0.775  $\mu\text{m}$ ) and one 350 s exposure in the F850LP filter (0.85  $\mu\text{m}$ ) at each position in a two-point dither pattern. The resulting images were processed and calibrated by automated software at the Space Telescope Science Institute. On the nights of 2004 April 28 and 29, we obtained images of a  $20' \times 20'$  area centered at  $\alpha = 11^{\text{h}}07^{\text{m}}45^{\text{s}}$ ,  $\delta = -77^{\circ}38'20''$  (J2000.0) with the Infrared Side Port Imager (ISPI) of the 4 m Blanco Telescope at the Cerro Tololo Inter-American Observatory. ISPI provided a plate scale of  $0''.3 \text{ pixel}^{-1}$  and a field of view of  $10'.25 \times 10'.25$ . The target area was imaged with a  $2 \times 2$  map of contiguous fields of view through the *J*, *H*, and *K<sub>s</sub>* filters (1.25, 1.6, and 2.2  $\mu\text{m}$ , respectively). At each cell in the map, short exposures were obtained at closely separated dither positions such that a total exposure time of 24 minutes was achieved in each filter. These data were processed using standard image reduction methods and were calibrated with photometry from the Two Micron All Sky Survey. As a part of the guaranteed time observations of the instrument team for the Infrared Array Camera (IRAC; Fazio et al. 2004), we obtained images of two overlapping  $20' \times 15'$  areas in Cha I at 3.6, 4.5, 5.8, and 8.0  $\mu\text{m}$  with IRAC aboard the *Spitzer Space Telescope* (Werner et al. 2004). The details of these observa-

<sup>1</sup> Department of Astronomy and Astrophysics, The Pennsylvania State University, University Park, PA 16802; kluhman@astro.psu.edu.

<sup>2</sup> Instituto de Astronomía, UNAM, Apartado Postal 70-264, Ciudad Universitaria, México DF, CP 04510, México; adamel@astroscu.unam.mx.

<sup>3</sup> Centro de Radioastronomía y Astrofísica, UNAM, Apartado Postal 72-3 (Xangari), Morelia, Michoacán, CP 58089, México; p.dalessio@astrosmo.unam.mx.

<sup>4</sup> Department of Astronomy, The University of Michigan, 500 Church Street, 830 Dennison Building, Ann Arbor, MI 48109; ncalve@umich.edu, lhartm@umich.edu.

<sup>5</sup> Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, 60 Garden Street, Cambridge, MA 02138; tmegeath@cfa.harvard.edu, gfazio@cfa.harvard.edu.

tions and the analysis of the resulting data are provided by Luhman et al. (2005d).

### 3. IDENTIFICATION OF A CANDIDATE BROWN DWARF WITH A DISK

We measured photometry for all point sources appearing in the ACS, ISPI, and IRAC images. We then searched these data for objects exhibiting the colors and magnitudes expected of brown dwarfs with disks. This was done by first identifying objects that appeared to be cool and faint according to diagrams of  $m_{775}$  versus  $m_{775} - m_{850}$  (Luhman et al. 2005a) and  $m_{775} - K_s$  versus  $J - H$  (Luhman 2000). For these candidate brown dwarfs, we checked the mid-IR colors  $[3.6] - [4.5]$ ,  $[4.5] - [5.8]$ , and  $[5.8] - [8.0]$  for values that were indicative of excess emission from disks (Luhman et al. 2005d). This process produced one promising candidate for a planetary-mass brown dwarf with a disk. The coordinates of the candidate are  $\alpha = 11^{\text{h}}09^{\text{m}}13^{\text{s}}.63$ ,  $\delta = -77^{\circ}34'44''.6$  (J2000.0), and we assign to it the name Cha 110913-773444 (hereafter Cha 1109-7734). For this object, we measured photometry of  $m_{775} = 23.19$ ,  $m_{850} = 21.59$ ,  $J = 17.45$ ,  $H = 16.34$ ,  $K_s = 15.61$ ,  $[3.6] = 14.70$ ,  $[4.5] = 14.38$ ,  $[5.8] = 14.11$ , and  $[8.0] = 13.49$ . The errors are 0.02 and 0.04 for the former seven and the latter two measurements, respectively.

### 4. SPECTRAL CLASSIFICATION

To determine if Cha 1109-7734 is a young brown dwarf, we observed it spectroscopically with the Gemini Near-Infrared Spectrograph (GNIRS) at Gemini South Observatory during the nights of 2005 March 23 and 25. The observing and analysis procedures were the same as those used for the Chamaeleon brown dwarf OTS 44 (Luhman et al. 2004). The resulting spectrum of Cha 1109-7734 is shown in Figure 1. The spectrum exhibits strong  $\text{H}_2\text{O}$  absorption bands, demonstrating that Cha 1109-7734 is a cool object rather than an early-type field star or an extragalactic source. Both young brown dwarfs and low-mass field stars have cool atmospheres, but their surface gravities differ significantly. Therefore, we can distinguish between these two possibilities for Cha 1109-7734 by examining spectral features that are sensitive to gravity, such as the shapes of the  $H$ - and  $K$ -band continua that are induced by the  $\text{H}_2\text{O}$  absorption bands and the strengths of Na I and K I absorption lines (Luhman et al. 1998; Lucas et al. 2001; Gorlova et al. 2003; McGovern et al. 2004). To do this, we compare in Figure 1 the spectrum of Cha 1109-7734 to GNIRS data for the young brown dwarf OTS 44 and the cool field dwarf LHS 2065. Cha 1109-7734 has a sharply peaked, triangular continuum and weak Na I and K I lines like OTS 44 rather than the broad plateau and strong absorption lines that characterize LHS 2065. Based on this comparison, we conclude that Cha 1109-7734 is a young member of Cha I rather than a field dwarf in the foreground or the background of the cluster. Further evidence of the youth and membership of Cha 1109-7734 is provided below when we demonstrate that it has a disk. In addition to surface gravity, the spectral type of Cha 1109-7734 is constrained by the  $\text{H}_2\text{O}$  absorption bands. The strengths of these bands for Cha 1109-7734 are similar to those of OTS 44, which was classified as  $\geq M9.5$  through a comparison to an optically classified young brown dwarf (Luhman et al. 2004). We therefore apply this spectral type to Cha 1109-7734 as well. Because the variation of  $\text{H}_2\text{O}$  absorption with optical spectral type is unknown for young objects later than M9, we can only place a limit on the spectral type.

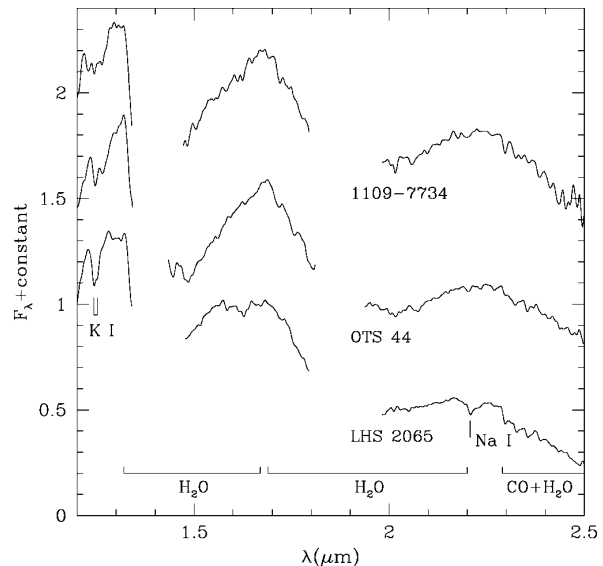


FIG. 1.—GNIRS spectrum of the candidate young brown dwarf Cha 1109-7734 compared to spectra of the known young brown dwarf OTS 44 and the old cool dwarf LHS 2065 (M9 V). Like the latter two objects, Cha 1109-7734 exhibits broad, deep absorption in  $\text{H}_2\text{O}$ , demonstrating that it has a late spectral type. The weak K I and Na I absorption lines and the triangular shape of the continuum between 1.5 and 1.8  $\mu\text{m}$  in the spectrum of Cha 1109-7734 indicate a low surface gravity, and hence young age, like that of OTS 44. The spectra are displayed at a resolution of  $R = 200$  and are normalized at 1.68  $\mu\text{m}$ .

### 5. EXTINCTION, LUMINOSITY, AND MASS

Now that Cha 1109-7734 has been spectroscopically confirmed as a young brown dwarf, we estimate its extinction, luminosity, and mass. By comparing the near-IR spectrum and colors of Cha 1109-7734 to those of the known brown dwarfs OTS 44 ( $A_J = 0.3$ ; Luhman et al. 2004) and KPNO 4 ( $A_J = 0$ ; Briceño et al. 2002), we derive an extinction of  $A_J = 0.3 \pm 0.3$ . We estimate a bolometric luminosity of  $\log L_{\text{bol}} = -3.22$  for Cha 1109-7734 by combining our measurement of  $H$ , a distance modulus of 6.05, an  $H$ -band bolometric correction of  $BC_H = 2.7$  (Leggett et al. 2001; Reid et al. 2001; Dahn et al. 2002), and an absolute bolometric magnitude for the Sun of  $M_{\text{bol}, \odot} = 4.75$ . The combined uncertainties in  $A_H$ ,  $H$ ,  $BC_H$ , and the distance modulus ( $\sigma \sim 0.2, 0.02, 0.2$ , and 0.13, respectively) correspond to an uncertainty of  $\pm 0.12$  in  $\log L_{\text{bol}}$ .

We convert the luminosity estimate to a mass using theoretical relationships between luminosity, mass, and age. For the age of Cha 1109-7734, we adopt the median value of 2 Myr exhibited by the known members of Cha I (Luhman 2004). These members are spread across a range of luminosities at a given temperature, which could reflect either a range of ages ( $\tau \sim 0.5$ –10 Myr) or other phenomena, such as extinction uncertainties, unresolved binaries, and variability. Regardless of the source of this luminosity spread, we can account for it in our mass estimate by adopting lower and upper limits of 0.5 to 10 Myr for the age of Cha 1109-7734. In diagrams of luminosity versus age in Figure 2, we plot Cha 1109-7734 with the luminosities predicted as a function of age for masses of  $5M_J$ ,  $10M_J$ , and  $15M_J$  by Burrows et al. (1997) and Chabrier et al. (2000). Cha 1109-7734 has a mass of  $8_{-3}^{+7}M_J$ , according to both sets of evolutionary models. Mass estimates of this kind

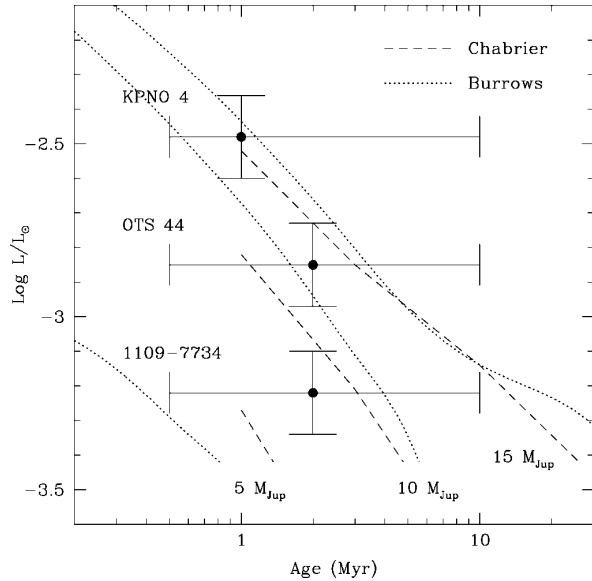


FIG. 2.—Luminosities of the young brown dwarfs KPNO 4, OTS 44, and Cha 1109–7734 (filled circles, top to bottom) are compared to the luminosities as a function of age predicted by the theoretical evolutionary models of Chabrier et al. (2000; dashed line) and Burrows et al. (1997; dotted line) for masses of  $5M_J$ ,  $10M_J$ , and  $15M_J$ , respectively. Cha 1109–7734 has a mass of  $8^{+7}_{-3}M_J$ , according to these models.

are prone to systematic errors within the models (Baraffe et al. 2002), but these errors do not appear to be large if the models are used properly (Luhman et al. 2005b; Luhman & Potter 2005). Thus, considering that the observed upper limit of extrasolar planetary companions is near  $15M_J$  (Marcy et al. 2005), the mass of Cha 1109–7734 is very likely in the planetary regime. For comparison, we also include in Figure 2 the young brown dwarfs KPNO 4 and OTS 44. We have revised the previous luminosities of these objects (Briceño et al. 2002; Luhman et al. 2004) using the values of  $BC_H$  and  $M_{\text{bol},\odot}$  adopted in this work for Cha 1109–7734, arriving at  $\log L_{\text{bol}} = -2.48$  and  $-2.85$  for KPNO 4 and OTS 44, respectively. Cha 1109–7734 is more than twice as faint as OTS 44, which is the least massive brown dwarf known to have a disk prior to this study (Luhman et al. 2005c).

## 6. INFRARED EXCESS EMISSION

Cha 1109–7734 was originally identified as an object that might have a disk, on the basis of mid-IR colors that were suggestive of excess emission from cool dust. We now examine this evidence of a disk in more detail. As done in our previous analysis of the disk-bearing brown dwarf OTS 44 (Luhman et al. 2005c), we use the young brown dwarf KPNO 4 to represent the stellar photosphere of Cha 1109–7734. In Figure 3, we plot the spectral energy distribution (SED),  $\lambda F_\lambda$ , for Cha 1109–7734 after an extinction correction of  $A_V = 0.3$ . The SED of KPNO 4 is scaled to match the  $H$ -band flux of Cha 1109–7734 and is included in Figure 3. As in the case of OTS 44 (Luhman et al. 2005c), the fluxes of Cha 1109–7734 are photospheric in the optical and near-IR bands, while significant excess emission is present at wavelengths longer than  $5 \mu\text{m}$ . We compared this excess emission from Cha 1109–7734 with the predictions of a model of an irradiated accretion disk. For these calculations, we adopted a stellar mass of  $M_* = 8M_J$ , a

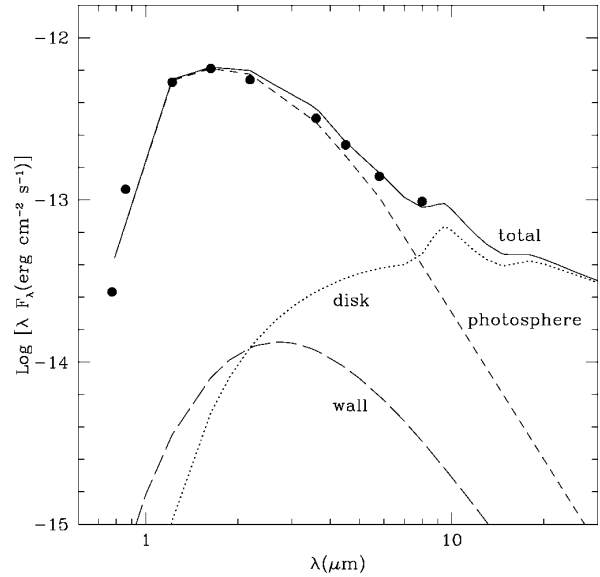


FIG. 3.—Spectral energy distribution of the young brown dwarf Cha 1109–7734 (filled circles). Relative to the distribution expected for its photosphere (short-dashed line), this brown dwarf exhibits significant excess emission at wavelengths longer than  $5 \mu\text{m}$ . The excess flux is modeled in terms of emission from a circumstellar accretion disk (dotted line) and a vertical wall at the inner disk edge ( $R_{\text{wall}} = 2.1R_*$ ,  $H_{\text{wall}} = 0.17R_*$ ; long-dashed line). The sum of this disk model and the photosphere (solid line) is a reasonable match to the data for Cha 1109–7734.

stellar radius of  $R_* = 1.8R_J$ , a uniform grain size distribution characterized by the standard power law  $n(a) \sim a^{-3.5}$ , with minimum and maximum grain sizes  $a_{\text{min}} = 0.005 \mu\text{m}$  and  $a_{\text{max}} = 0.25 \mu\text{m}$  (Mathis et al. 1977), a uniform mass accretion rate, and a disk inclination of  $i = 15^\circ$ . Standard disk models include a vertical wall at the dust destruction temperature of 1400 K. However, because of the low luminosity of Cha 1109–7734, the dust destruction radius is  $\sim 1.8R_*$ . Under the assumption that magnetospheric accretion is taking place in this object, we have truncated the disk and placed the wall at a typical magnetospheric radius of  $\sim 2.1R_*$  (Muzerolle et al. 2005), which corresponds to a temperature of 1300 K. For the height of the disk wall, we have used  $H_{\text{wall}} = 0.17R_*$ , which was derived from equations in Muzerolle et al. (2004). Descriptions of the method used to calculate the disk structure and emergent intensity are provided in our previous work (D’Alessio et al. 1998, 1999, 2001, 2005; Muzerolle et al. 2003). We find that models with accretion rates of  $\dot{M} > 10^{-12} M_\odot \text{yr}^{-1}$  produce too much mid-IR excess emission. Meanwhile, we can place only an upper limit of  $\dot{M} \lesssim 10^{-12} M_\odot \text{yr}^{-1}$  on the accretion rate, because irradiation rather than accretion dominates the heating of the inner disk for  $\dot{M} < 10^{-12} M_\odot \text{yr}^{-1}$ . In Figure 3, we show the disk SED produced by the model with  $\dot{M} = 10^{-12} M_\odot \text{yr}^{-1}$ , which fits the observed excess emission reasonably well.

We have presented the discovery of the faintest brown dwarf known to harbor a circumstellar disk. Our best estimate of the mass of this object ( $M = 8^{+7}_{-3}M_J$ ) places it within the mass range of extrasolar planetary companions ( $M < 15M_J$ ). Thus, the basic ingredients for making planets are present around free-floating planetary-mass bodies. Additional observational and theoretical work is needed to determine if and how planets form in these disks.

We acknowledge support from grant NAG-5-11627 from the NASA Long-Term Space Astrophysics program and grant GO-10138 from the Space Telescope Science Institute (K. L. L.), grant 172854 from CONACyT (L. A.), grants from CONACyT and PAPIIT/DGAPA, México (P. D.), and NASA grants NAG-5-9670 and NAG-5-13210 (N. C., L. H.). This work is based on observations made with the *Spitzer Space Telescope*, the *HST*, Cerro Tololo Inter-American Observatory, and Gemini Observatory. *Spitzer* is operated by the Jet Propulsion Laboratory at the California Institute of Technology under NASA contract 1407. Support for the IRAC instrument was provided by NASA through contract 960541, issued by JPL. The *HST*

observations were obtained at the Space Telescope Science Institute, which is operated by the Association of Universities for Research in Astronomy (AURA), Inc., under NASA contract NAS 5-26555. Cerro Tololo Inter-American Observatory is operated by AURA, Inc., under a contract with the NSF. Gemini Observatory is operated by AURA, Inc., under a cooperative agreement with the NSF on behalf of the Gemini partnership: the National Science Foundation (US), the Particle Physics and Astronomy Research Council (UK), the National Research Council (Canada), CONICYT (Chile), the Australian Research Council (Australia), CNPq (Brazil), and CONICET (Argentina).

## REFERENCES

- Baraffe, I., Chabrier, G., Allard, F., & Hauschildt, P. H. 2002, *A&A*, 382, 563  
 Bertout, C., Robichon, N., & Arenou, F. 1999, *A&A*, 352, 574  
 Briceño, C., Luhman, K. L., Hartmann, L., Stauffer, J. R., & Kirkpatrick, J. D. 2002, *ApJ*, 580, 317  
 Burrows, A., et al. 1997, *ApJ*, 491, 856  
 Chabrier, G., Baraffe, I., Allard, F., & Hauschildt, P. H. 2000, *ApJ*, 542, 464  
 Comerón, F., Rieke, G. H., Claes, P., Torra, J., & Laureijs, R. J. 1998, *A&A*, 335, 522  
 Dahn, C. C., et al. 2002, *AJ*, 124, 1170  
 D'Alessio, P., Calvet, N., & Hartmann, L. 2001, *ApJ*, 553, 321  
 D'Alessio, P., Calvet, N., Hartmann, L., Lizano, S., & Cantó, J. 1999, *ApJ*, 527, 893  
 D'Alessio, P., Canto, J., Calvet, N., & Lizano, S. 1998, *ApJ*, 500, 411  
 D'Alessio, P., et al. 2005, *ApJ*, 621, 461  
 Fazio, G. G., et al. 2004, *ApJS*, 154, 10  
 Gorlova, N. I., Meyer, M. R., Rieke, G. H., & Liebert, J. 2003, *ApJ*, 593, 1074  
 Leggett, S. K., Allard, F., Geballe, T. R., Hauschildt, P. H., & Schweitzer, A. 2001, *ApJ*, 548, 908  
 Lucas, P. W., Roche, P. F., Allard, F., & Hauschildt, P. H. 2001, *MNRAS*, 326, 695  
 Luhman, K. L. 2000, *ApJ*, 544, 1044  
 — — —. 2004, *ApJ*, 602, 816  
 Luhman, K. L., Briceño, C., Rieke, G. H., & Hartmann, L. 1998, *ApJ*, 493, 909  
 Luhman, K. L., McLeod, K. K., & Goldenson, N. 2005a, *ApJ*, 623, 1141  
 Luhman, K. L., Peterson, D. E., & Megeath, S. T. 2004, *ApJ*, 617, 565  
 Luhman, K. L., & Potter, D. 2005, *ApJ*, in press  
 Luhman, K. L., Stauffer, J. R., & Mamajek, E. E. 2005b, *ApJ*, 628, L69  
 Luhman, K. L., et al. 2005c, *ApJ*, 620, L51  
 — — —. 2005d, *ApJ*, 631, L69  
 Marcy, G., et al. 2005, *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, 158, 24  
 Mathis, J. S., Rumpl, W., & Nordsieck, K. H. 1977, *ApJ*, 217, 425  
 McGovern, M. R., Kirkpatrick, J. D., McLean, I. S., Burgasser, A. J., Prato, L., & Lowrance, P. J. 2004, *ApJ*, 600, 1020  
 Muzerolle, J., Calvet, N., Hartmann, L., & D'Alessio, P. 2003, *ApJ*, 597, L149  
 Muzerolle, J., D'Alessio, P., Calvet, N., & Hartmann, L. 2004, *ApJ*, 617, 406  
 Muzerolle, J., Luhman, K. L., Briceño, C., Hartmann, L., & Calvet, N. 2005, *ApJ*, 625, 906  
 Reid, I. N., Burgasser, A. J., Cruz, K. L., Kirkpatrick, J. D., & Gizis, J. E. 2001, *AJ*, 121, 1710  
 Werner, M. W., et al. 2004, *ApJS*, 154, 1  
 Whittet, D. C. B., Prusti, T., Franco, G. A. P., Gerakines, P. A., Kilkenny, D., Larson, K. A., & Wesselius, P. R. 1997, *A&A*, 327, 1194  
 Wichmann, R., Bastian, U., Krautter, J., Jankovics, I., & Ruciński, S. M. 1998, *MNRAS*, 301, L39

## C.2

### Discos en transición alrededor de objetos subestelares

L316, una enana café joven de masa  $\approx 0.075M_{\odot}$ , ubicada en el cúmulo IC 348, es la **primera de su tipo con un hoyo interno o disco truncado internamente** ( $0.5\text{AU} \lesssim R_{in} \lesssim 0.9\text{AU}$ , Muzerolle, Adame, et al. 2006) Dicho truncamiento puede pensarse como una región evacuada de polvo (en la cual es posible la existencia de gas ópticamente delgado); el por qué no existe polvo caliente en una amplia zona entre la enana café y el disco truncado aún no puede ser dilucidado, pero una explicación físicamente plausible es el crecimiento de planetesimales en dicha región, lo que explicaría la baja opacidad en dicha zona.

L316 fue observada con los instrumentos IRAC (3.6, 4.5, 5.8 y  $8\mu\text{m}$ ) y MIPS (Multiband Imaging Photometer for Spitzer,  $24\mu\text{m}$ ) a bordo del SST, junto con otros objetos estelares y subestelares como parte de una investigación sobre el cúmulo. El flujo observado a  $24\mu\text{m}$  potencialmente puede proveer una nueva restricción a las observaciones de IRAC para los discos. Para L316, el flujo en las bandas de IRAC (excepto a  $8\mu\text{m}$ ) es consistente con la fotosfera estelar (es decir, no se observa emisión en exceso, atribuible a un disco de polvo circundante). Sin embargo, el flujo a  $24\mu\text{m}$  muestra claramente que se encuentra dominado por una emisión en exceso respecto a la fotosfera subestelar.

Debido a la falta de información sobre el estado del polvo (e.g., las bandas de silicatos o la emisión en radio), es siempre posible ajustar modelos con  $a_{max} = 0.25\mu\text{m}$  o con  $a_{max} = 1\text{mm}$  (o con cualquier  $a_{max}$  y/o factor de depleción de los granos de polvo pequeños en la atmósfera del disco,  $\epsilon$ ). Más aún, debido a que sólo dos puntos observacionales se encuentran en exceso respecto a la fotosfera estelar, diversas combinaciones de  $\dot{M}$  y  $\alpha$  (por ejemplo) pueden explicar tales flujos. Para el caso de L316, sin embargo, la emisión de una pared vertical irradiada frontalmente por el objeto central explica en su totalidad los flujos observados a 8.0 y  $24\mu\text{m}$ , si ella tiene una temperatura superficial entre 200 y 250K. La falta de polvo caliente (a temperaturas cercanas a 1400K) alrededor de un objeto subestelar joven es una cuestión interesante y abre un nuevo campo de estudio, los **discos en transición alrededor de objetos subestelares**.

## 24 $\mu\text{m}$ DETECTIONS OF CIRCUM(SUB)STELLAR DISKS IN IC 348: GRAIN GROWTH AND INNER HOLES?

JAMES MUZEROLLE,<sup>1</sup> LUCÍA ADAME,<sup>2</sup> PAOLA D’ALESSIO,<sup>3</sup> NURIA CALVET,<sup>4</sup> KEVIN L. LUHMAN,<sup>5</sup> AUGUST A. MUENCH,<sup>6</sup>  
CHARLES J. LADA,<sup>6</sup> GEORGE H. RIEKE,<sup>1</sup> NICK SIEGLER,<sup>1</sup> DAVID E. TRILLING,<sup>1</sup> ERICK T. YOUNG,<sup>1</sup>  
LORI ALLEN,<sup>6</sup> LEE HARTMANN,<sup>4,6</sup> AND S. THOMAS MEGEATH<sup>6</sup>

Received 2005 August 29; accepted 2006 January 27

### ABSTRACT

We present observations of six late-type members of the young cluster IC 348 detected at 24  $\mu\text{m}$  with the Multiband Imaging Photometer for *Spitzer* (MIPS). At least four of the objects are probably substellar. Combining these data with ground-based optical and near-infrared photometry and complementary observations with the Infrared Array Camera (IRAC), we have modeled the spectral energy distributions using detailed models of irradiated accretion disks. We are able to fit the observations with models using a range of maximum grain sizes from ISM-type dust to grains as large as 1 mm. Two objects show a lack of excess emission at wavelengths shortward of 5.8–8  $\mu\text{m}$  but significant excess at longer wavelengths, indicative of large optically thin or evacuated inner holes. Our models indicate an inner hole of radius  $\sim 0.5$ –0.9 AU for the brown dwarf L316; this is the first brown dwarf with evidence for an AU-scale inner disk hole. We examine several possible mechanisms for the inner disk clearing in this case, including photoevaporation and planet formation.

*Subject headings:* accretion, accretion disks — circumstellar matter — infrared: stars — stars: low-mass, brown dwarfs — stars: pre-main-sequence

*Online material:* color figures

### 1. INTRODUCTION

Brown dwarfs have been found in increasingly large numbers, particularly in young star-forming regions, where their larger luminosities and effective temperatures make them easier to detect. Observations of young substellar objects provide important clues to understanding how brown dwarfs themselves form and, more generally, the nature of the initial mass function. Of particular interest is the study of circumsubstellar disks. Since disks are the primary conduits of accretion onto stars and the likely birthplaces of planetary systems, characterization of disks around brown dwarfs in comparison to their stellar counterparts is key to constraining formation mechanisms and exploring the range of conditions under which planets may form.

Recent investigations by many groups have revealed strong evidence that disk accretion is an important mechanism in brown dwarf formation, apparently identical to the processes that operate in higher mass T Tauri and Herbig Ae/Be stars. A remarkable similarity exists among objects of widely different masses in terms of both optical and infrared properties associated with the disk accretion process. A wealth of permitted emission lines such as H  $\gamma$  Balmer are common in substellar objects; high-resolution spectroscopy reveals these to be broadened by ballistic infall of gas, as expected in magnetospheric accretion scenarios (e.g., Mohanty et al. 2005; Muzerolle et al. 2005). Disk mass accretion rates ( $\dot{M}$ ) have been measured for brown dwarf disks using a variety of methods, including optical veiling (White & Basri

2003), H $\alpha$  profile modeling (Muzerolle et al. 2000, 2003a, 2005), near-infrared emission lines (Natta et al. 2004), and the Ca II triplet (Mohanty et al. 2005). The derived values are extremely small, typically  $\lesssim 10^{-10} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ , demonstrating that most, if not all, disks around low-mass objects must be irradiation-dominated.

Near-infrared excess indicative of optically thick circumstellar disks has been detected around many young substellar objects, although often at a marginal level (e.g., Luhman 1999; Muench et al. 2001; Jayawardhana et al. 2003; Liu et al. 2003). Because of the low luminosities of the central sources, the disk excess produced by irradiation is very small and difficult to measure at  $K$  band and in many cases even at  $L$  band. Thus, observations at longer wavelengths are necessary to find and characterize disk emission in detail. Mid-infrared observations such as ground-based 10  $\mu\text{m}$  photometry (Apai et al. 2004; Mohanty et al. 2004), *Infrared Space Observatory* 6.7 and 14  $\mu\text{m}$  photometry (e.g., Coméron et al. 1998, 2000), and photometry and spectroscopy with the *Spitzer Space Telescope* (Furlan et al. 2005; Luhman et al. 2005a, 2005b) have revealed significant excess emission around dozens of known young objects near and below the hydrogen-burning limit. The shape of the infrared spectral energy distributions (SEDs) of these brown dwarf disks is qualitatively similar to that of stellar disks (e.g., Natta & Testi 2001), with suggestions of a wide range of substellar disk structure and dust properties (Natta et al. 2002; Pascucci et al. 2003; Mohanty et al. 2004; Apai et al. 2004). Further observations such as these are crucial to determining the properties and complete statistics of brown dwarf disks in star-forming regions and young clusters.

Here we present detections of very low mass and substellar members of the 1–3 Myr old cluster IC 348 with the 24  $\mu\text{m}$  channel of the Multiband Imaging Photometer for *Spitzer* (MIPS). These data are part of a larger, more comprehensive *Spitzer* GTO imaging study of the cluster (Lada et al. 2006), a prime target since its stellar and substellar population has been well characterized from the ground (e.g., Luhman et al. 2003). The MIPS observations provide the longest wavelength infrared photometric measurements of brown dwarfs to date and thus potentially allow much more stringent constraints on brown dwarf disk structure than

<sup>1</sup> Steward Observatory, 933 North Cherry Avenue, University of Arizona, Tucson, AZ 85721.

<sup>2</sup> Instituto de Astronomía, UNAM, Apartado. Postal 70-264, Ciudad Universitaria 04510, Mexico, D.F., Mexico.

<sup>3</sup> Centro de Radioastronomía y Astrofísica, Apartado Postal 72-3 (Xangari), 58089 Morelia, Mexico.

<sup>4</sup> University of Michigan, 825 Dennison Building, 501 East University Avenue, Ann Arbor, MI 48109-1090.

<sup>5</sup> Department of Astronomy and Astrophysics, Pennsylvania State University, University Park, PA 16802.

<sup>6</sup> Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, 60 Garden Street, Cambridge, MA 02138.

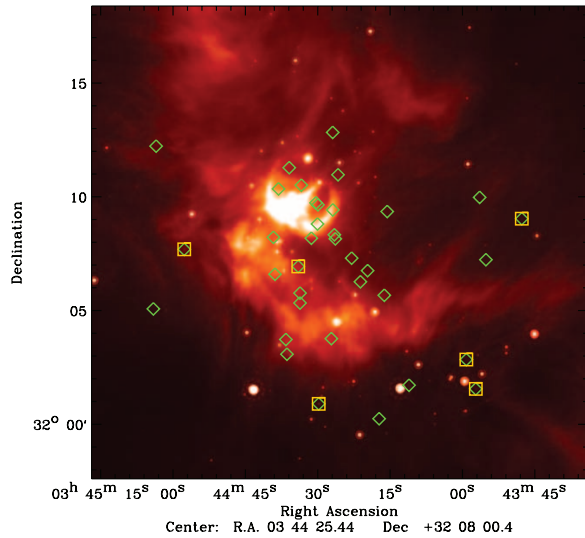


Fig. 1.—Central  $\sim 30' \times 30'$  portion of the  $24 \mu\text{m}$  map of IC 348. The positions of all known members with spectral types M6 or later are marked with green diamonds; those with measurable  $24 \mu\text{m}$  fluxes are shown with yellow squares.

heretofore possible. Six objects of spectral type M6 and later, near and below the substellar limit, are detected at  $24 \mu\text{m}$ , exhibiting emission in excess of expected photospheric levels and clearly indicative of emission from circum(sub)stellar disks. In combination with complementary ground-based optical and near-infrared and *Spitzer* Infrared Array Camera (IRAC) observations, we present full SEDs from  $\lambda \sim 0.8$  to  $24 \mu\text{m}$  for these six objects. We calculate models of irradiated accretion disk emission including appropriate (sub)stellar parameters and examine their capabilities and limitations in describing the observed SEDs and constraining disk properties such as surface flaring, inner holes, and dust properties.

## 2. OBSERVATIONS

We have measured  $24 \mu\text{m}$  photometry from our GTO observations of IC 348 taken in 2004 February with MIPS (Rieke et al. 2004). The cluster was mapped using scan mode with 12 scan legs of length  $0.5^\circ$  and half-array cross-scan overlap, resulting in a total map size of about  $0.5^\circ \times 1.5^\circ$  including overscan. The total effective exposure time per point is about 80 s. Data at 70 and  $160 \mu\text{m}$  were taken simultaneously; however, we do not consider these here since the sensitivity limits and strong background emission preclude detection of anything but the brightest mid-infrared sources.

The  $24 \mu\text{m}$  images were processed using the MIPS instrument team Data Analysis Tool, which calibrates the data and applies a distortion correction to each individual exposure before combining into a final mosaic (Gordon et al. 2005). Point source photometry was performed on the mosaicked image using point-spread function (PSF) fitting with *daophot*. The  $3\sigma$  detection limit is on average roughly 1 mJy, as high as 10 mJy in the central regions of the cluster where the background is strong and highly structured, and as low as 0.7 mJy in the lowest background regions of the map. In most cases the measurement errors are dominated by the 10% uncertainties in the flux calibration.

## 3. ANALYSIS

### 3.1. $24 \mu\text{m}$ Properties

The membership of IC 348 has been well characterized in various ground-based optical and near-infrared investigations

TABLE 1  
THE LOW-MASS/SUBSTELLAR  $24 \mu\text{m}$  SAMPLE

ID	$\alpha$ (J2000.0)	$\delta$ (J2000.0)	Spectral Type	$A_V$	$M_*$ ( $M_\odot$ )	$R_*$ ( $R_\odot$ )	$L_{\text{bol}}$ ( $L_\odot$ )
L199 <sup>a</sup> .....	03 43 57.22	32 01 33.9	M6.5	9.2	0.08	1.15	0.087
L205 <sup>b</sup> .....	03 44 29.80	32 00 54.6	M6	2.3	0.1	1.15	0.095
L291 <sup>c</sup> .....	03 44 34.05	32 06 56.9	M7.25	1.0	0.05	0.74	0.032
L316 <sup>c</sup> .....	03 44 57.73	32 07 41.9	M6.5	1.2	0.075	0.71	0.033
L1707 <sup>a</sup> .....	03 43 47.63	32 09 02.7	M7	1.0	0.06	0.53	0.017
L30003 <sup>a</sup> .....	03 43 59.17	32 02 51.3	M6	8.0	0.1	0.54	0.021

NOTE.—Units of right ascension are hours, minutes, and seconds, and units of declination are degrees, arcminutes, and arcseconds.

<sup>a</sup> Lada et al. (2006).

<sup>b</sup> Luhman (1999).

<sup>c</sup> Luhman et al. (2003).

(Luhman et al. 2003 and references therein). The low-mass pre-main-sequence population has been confirmed primarily via spectroscopic indicators of youth such as H $\alpha$  emission, Li absorption, and various gravity sensitive features. Here we restrict our analysis to cluster members near or below the substellar limit, selecting only objects with spectral types M6 or later. This cutoff roughly corresponds to a mass of about  $0.1 M_\odot$  at the age of IC 348 (roughly 1–3 Myr) using the pre-main-sequence evolutionary tracks of Baraffe et al. (1998) and the temperature scale of Luhman et al. (2003).

Figure 1 shows the positions of the 36 known  $\geq M6$  members superposed on the  $24 \mu\text{m}$  image. Six of these were clearly detected and measurable at  $24 \mu\text{m}$ , while of the remainder, one is an unresolved companion to a much higher mass cluster member, and two others are marginally detected but unmeasurable due to significant background contamination. The (sub)stellar properties of the detected objects are listed in Table 1; the IRAC and MIPS fluxes are listed in Table 2. Here we refer to these six objects as the low-mass/substellar  $24 \mu\text{m}$  sample (four objects are below the substellar limit according to the Baraffe tracks). The matching to optical/near-infrared positions in all cases is within about  $1''$ , consistent with the typical pointing accuracy of MIPS. Confusion with red background objects is extremely unlikely; in the flux range of the sample, extragalactic source counts predict roughly 1–10 sources per square degree (Papovich et al. 2004), resulting in a chance alignment probability of  $\sim 10^{-6}$ . The  $24 \mu\text{m}$  detections lie primarily at the outskirts of the cluster, probably reflecting a bias toward lower background regions of the map where our detection limits are lower.

The  $24 \mu\text{m}$  fluxes of our low-mass sample are all strongly in excess of expected photospheric levels by factors of 100 or more, not surprising since the sensitivity limit of our observations is too high to detect photospheric or weak excess emission from M dwarfs at the distance of IC 348. The large mid-infrared excess luminosity implied by our observations indicates that these objects all harbor significant optically thick disks. Previous detections of accretion activity on at least two of the six (L205 and L291; Muzerolle et al. 2003a; Mohanty et al. 2005) corroborate this conclusion. Since the flux at  $24 \mu\text{m}$  is completely dominated by the excess emission, it offers optimal new constraints on the properties of disks around very low-mass objects.

Inferences of disk structure are greatly dependent on theoretical models, which, as we show, can be quite degenerate. However, as an initial guide, we can examine the observed fluxes in comparison with other higher mass objects and simple theoretical expectations. In Figure 2 we show the ratio of the flux at  $24 \mu\text{m}$  to the flux at  $4.5 \mu\text{m}$  measured from complementary



TABLE 2  
*Spitzer* FLUXES

ID	$F_{3.6}$	$F_{4.5}$	$F_{5.8}$	$F_8$	$F_{24}$
L199 .....	$4.87 \pm 0.28$	$4.08 \pm 0.18$	$3.92 \pm 0.22$	$3.84 \pm 0.12$	$5.58 \pm 0.24$
L205 .....	$6.12 \pm 0.06$	$5.81 \pm 0.13$	$6.06 \pm 0.31$	$6.79 \pm 0.18$	$10.58 \pm 0.32$
L291 .....	$4.73 \pm 0.09$	$4.25 \pm 0.10$	$3.90 \pm 0.14$	$4.35 \pm 0.22$	$5.35 \pm 0.23$
L316 .....	$2.53 \pm 0.02$	$1.79 \pm 0.06$	$1.25 \pm 0.08$	$1.02 \pm 0.16$	$6.57 \pm 0.22$
L1707 .....	$1.79 \pm 0.03$	$1.62 \pm 0.02$	$1.38 \pm 0.07$	$1.58 \pm 0.06$	$2.45 \pm 0.09$
L30003 .....	$0.75 \pm 0.04$	$1.03 \pm 0.03$	$1.30 \pm 0.12$	$2.27 \pm 0.13$	$3.06 \pm 0.35$

NOTES.—Fluxes in mJy. MIPS 24  $\mu\text{m}$  flux uncertainties are the formal errors from the PSF-fitting procedure and do not include the 10% calibration uncertainty.

IRAC observations (Lada et al. 2006; Luhman et al. 2005a) as a function of the 24  $\mu\text{m}$  flux. We chose 4.5  $\mu\text{m}$  as a reference since in most cases it is the shortest wavelength with relatively unambiguous excess emission in the lowest mass objects (although there are a few exceptions; see below). The low-mass/substellar sample spans a range in the flux ratio of about 0.5 dex, roughly a factor of 50–100 above the theoretical flux ratio of an M6.5 photosphere. In comparison, we also plot a flux ratio upper limit for a flat, optically thick and geometrically thin disk. All six low-mass/substellar 24  $\mu\text{m}$  detections lie well above this line, suggesting that the disks are not “flat” but likely have some amount of flaring. However, detailed modeling is required to draw more definitive conclusions, as we discuss in the next section.

As a further comparison, Figure 2 shows the median flux ratio of IC 348 late-type stellar members in the range M4–M5 that exhibit excesses indicative of optically thick disks (Lada et al. 2006). Four of the six objects in our low-mass/substellar sample lie within the  $1\sigma$  range of this median ratio, suggesting no significant differences in disk surface structure for these particular objects. The other objects, L316 and L30003, exhibit significantly higher flux ratios than the M4–M5 stellar median. A closer look at the SED of L316, shown in Figure 3, reveals a lack of excess emis-

sion compared to the photosphere at wavelengths shorter than  $\sim 8\ \mu\text{m}$ . A similar result is seen in the SED of L30003, but with a cutoff at a slightly shorter wavelength. This behavior indicates a significant depletion of small dust grains, or perhaps no material at all, within the inner  $\sim 1$  AU of the disk. Truncated inner disks associated with the magnetospheric disruption or dust destruction radius have been previously diagnosed in T Tauri disks on the basis of the near-infrared excess spectrum (Muzerolle et al. 2003b), interferometry (e.g., Akeson et al. 2005), and CO gas emission lines (Najita et al. 2003). Such truncation radii are typically  $< 0.1$  AU for typical low-mass (sub)stellar parameters. However, the inferred “hole” sizes for L316 and L30003 are much larger, more akin to “transition” disks found around higher mass stars such as CoKu Tau/4 (D’Alessio et al. 2005) and TW Hya (Calvet et al. 2002), and thus require a different creation mechanism. We examine several possibilities in detail in  $\S$  4.2.

### 3.2. SED Modeling

We next compare the observed infrared emission of each of the low-mass/substellar objects in our sample with detailed vertical structure models of irradiated accretion disks. The assumptions,

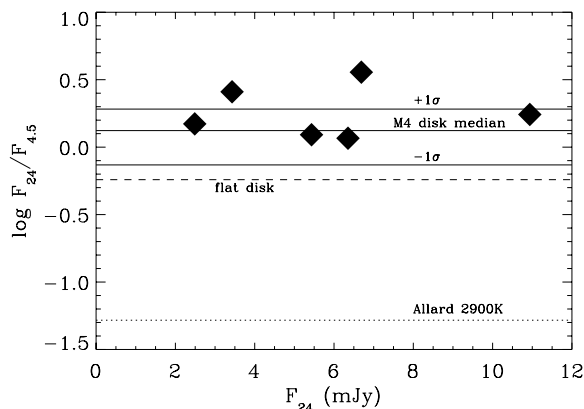


FIG. 2.—Ratio of fluxes at 24 and 4.5  $\mu\text{m}$  as a function of the 24  $\mu\text{m}$  flux for the six low-mass/substellar 24  $\mu\text{m}$  detections (filled diamonds), all dereddened using  $A_V$  determined empirically from optical photometry and spectral types (Luhman et al. 2003) and the Mathis (1990) reddening law. The theoretical flux ratio for an M6.5 photosphere, derived from an Allard et al. (2001) AMES-COND model for  $T_{\text{eff}} = 2900$  K, is shown with the dotted line. The dashed line shows the flux ratio upper limit for a spectral slope  $\lambda F_\lambda \propto \lambda^{-4/3}$  corresponding to a geometrically thin, optically thick flat disk, assuming negligible contribution to the 4.5  $\mu\text{m}$  flux from the photosphere. The solid line shows the median slope, and the dot-dashed lines show the  $\pm 1\sigma$  values for  $\sim 15$  members of IC 348 with spectral types M4–M5 with excesses indicative of optically thick disks, as defined in Lada et al. (2006).

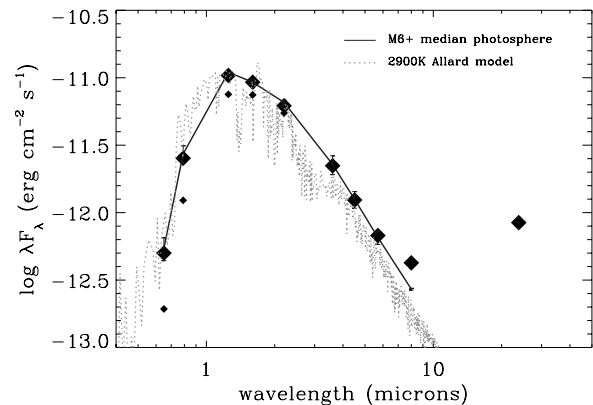


FIG. 3.—Observed SED for the substellar object L316 (diamonds). Ground-based optical and near-infrared photometry are taken from Luhman et al. (2003), IRAC data from Lada et al. (2006) and Luhman et al. (2005). All fluxes have been dereddened using the observed  $A_V$  and the reddening law of Mathis (1990) (large diamonds); the original reddened fluxes are also shown (small diamonds). The median SED and  $1\sigma$  dispersion for 8 IC 348 members with spectral types later than M6 which lack infrared excess, normalized to the L316 SED at  $J$ , are shown with the solid line and error bars (from Lada et al. 2006). For further comparison, a photospheric model with  $T_{\text{eff}} = 2900$  K from Allard et al. (2001) is shown with the dotted line. Note the systematically lower flux of this model compared to the empirical photosphere at the first 3 IRAC bands, which might cause a false inference of excess emission if one relied only on the model to represent the intrinsic substellar photosphere. [See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.]

equations and description of the method used to calculate the disk structure and emergent intensity are given in D’Alessio et al. (1998, 1999, 2001); we defer the details to these papers. In brief, the disks are assumed to be in steady state, with dust and gas well mixed and thermally coupled and the mass accretion rate uniform throughout the entire disk. We adopt a viscosity parameter  $\alpha = 0.01$ , as is typically assumed for T Tauri disks (but not well constrained; see e.g., Hartmann et al. 1998). The dust grain size distribution is given by the standard power law  $n(a) \sim a^{-3.5}$  (Mathis et al. 1977), with minimum grain size  $a_{\min} = 0.005 \mu\text{m}$  and maximum grain size varied to be either  $a_{\max} = 0.25 \mu\text{m}$  (consistent with interstellar medium [ISM] dust; D’Alessio et al. 1999) or  $a_{\max} = 1 \text{ mm}$  (the maximum grain size of the model that best fits the median SED of classical T Tauri stars in Taurus; D’Alessio et al. 2001) as a preliminary exploration of dust grain growth within these disks. The inner disk radius  $R_{\text{wall}}$  for a “normal” disk is given by the dust sublimation radius  $R_{\text{sub}}$ , where  $T_{\text{sub}} \sim 1400 \text{ K}$ . In a few cases, we also consider larger inner radii (“truncated”) as the observed near-infrared emission dictates. We include the emission of a vertical wall at the inner edge, where the dust has been heated by frontal irradiation from the central object (see Muzerolle et al. 2003b and D’Alessio et al. 2005 for details of the treatment). If an object is actively accreting and has a dust sublimation radius larger than the corotation radius (as is usually the case), a pure gaseous disk must be present interior to  $R_{\text{sub}}$ . Since emission from this component is negligible at low accretion rates (Muzerolle et al. 2004), we neglect it in our models.

The maximum disk radius is fixed at 100 AU; no constraints on disk radii are available for the objects under study here, but in any case the model SEDs are not very sensitive to this parameter in the wavelength range we consider.

For comparison to the observed SEDs, we adopted (sub)stellar parameters as shown in Table 1 and a distance to IC 348 of 315 pc. The observed fluxes were corrected for extinction according to the Mathis (1990) reddening law given the empirical  $A_V$  values shown in Table 1. For each object, we explored a range of inclination angles to the line of sight, and three mass accretion rates ( $10^{-12}$ ,  $10^{-11}$ , and  $10^{-10} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ ) that are in the typical range for young very low mass stars and brown dwarfs (Muzerolle et al. 2003a, 2005). The height of the inner disk wall was then adjusted to fit the observed flux in the 2–8  $\mu\text{m}$  range. Table 3 shows the input parameters of the best-fit models for each observed SED and the resultant physical parameters of the wall and disk. The SEDs are shown in Figure 4.

For objects L199, L205, L291, and L1707, “normal” disk models with a range of  $a_{\max}$  are capable of reproducing the observed SEDs. The emission arising from the inner disk wall is required in order to match the fluxes in the 2–8  $\mu\text{m}$  range, while the outer disk is only responsible for the emission redward of  $\sim 10 \mu\text{m}$ ; Figure 5 shows the relative contributions of the various components of a typical model. We find that a disk with  $\dot{M} = 10^{-11} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ ,  $a_{\max} = 0.25 \mu\text{m}$ , and an inclination angle of  $60^\circ$  provides reasonable fits for L205, L291, and L1707. In the case of L199, we can only match the observed SED with  $a_{\max} = 0.25 \mu\text{m}$  for a relatively extreme combination of pole-on disk with small accretion rate  $\dot{M} = 10^{-12} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ . Disks with larger maximum grain sizes up to  $a_{\max} = 1 \text{ mm}$  can also fit the observed SEDs if the accretion rates are increased by 1 or more orders of magnitude and the inclination angles are changed significantly (nearly pole-on orientations for L205, L291, and L1707 and  $60^\circ$  for L199). To fit the near-infrared fluxes we also have to change the wall height to compensate for the change in model flux as a result of orientation effects (i.e., the wall emission decreases as the inclination becomes more pole-on because of our assumed vertical geometry).

TABLE 3  
DISK MODEL PARAMETERS

Object	$T_{\text{wall}}$ (K)	$\log \dot{M}$	$\cos i$	$R_{\text{wall}}$ ( $R_{\odot}$ )	$H_{\text{wall}}$ ( $R_{\odot}$ )	$F_{\text{wall}}^{\text{pred}}$ ( $R_{\odot}$ )
$a_{\max} = 0.25 \mu\text{m}$						
L199.....	1400	−12	0.9	4.5	0.1	0.22
L205.....	1400	−11	0.5	4.7	0.2	0.23
L291.....	1400	−11	0.5	4.1	0.4	0.25
L316.....	200	−12	0.8	276.2	8.0	...
L1707.....	1400	−11	0.5	4.1	0.2	0.26
L30003.....	500	−12	0.5	45.5	2.0	1.3
$a_{\max} = 1 \text{ mm}$						
L199.....	1400	−10	0.5	4.5	0.1	0.22
L205.....	1400	−10	0.8	4.7	0.2	0.23
L291.....	1400	−10	0.9	4.1	0.6	0.26
L316.....	250	−12	0.5	165.4	8.0	...
L1707.....	1400	−10	0.9	4.1	0.3	0.27
L30003.....	500	−12	0.5	45.5	2.0	1.3

NOTES.—In the third column,  $\dot{M}$  is in units of  $M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ . In the fifth column,  $R_{\text{wall}}$  is the radius of the wall at the inner edge of the dust disk, corresponding to the dust sublimation radius for all except L316 and L30003. In the sixth column  $H_{\text{wall}}$  is the height of the wall that provides the best fit to the observed SEDs; uncertainties in the exact level of the underlying photosphere at  $\lambda \sim 2\text{--}8 \mu\text{m}$  yield typical uncertainties on  $H_{\text{wall}}$  of about  $0.1R_{\odot}$  ( $0.5R_{\odot}$ – $1R_{\odot}$  for the large holes).  $F_{\text{wall}}^{\text{pred}}$  is the predicted wall height for  $a_{\max} = 0.25 \mu\text{m}$  according to the treatment of Muzerolle et al. (2004).

The adopted heights are shown in Table 3, along with the expected height given  $a_{\max} = 0.25 \mu\text{m}$  in the wall and equations (5) and (6) from Muzerolle et al. (2004). Figure 5 compares models with the two maximum grain size extrema; the overall disk flux is similar in both models owing to the adjustments in  $\dot{M}$  and inclination, but the 10 and 20  $\mu\text{m}$  silicate features, produced in the atmosphere of the outer disk, are markedly weaker for  $a_{\max} = 1 \text{ mm}$  (see also D’Alessio et al. 2001). Spectra of these features are obviously important to discriminate between the two cases.

As already mentioned, objects L316 and L30003 exhibit a lack of excess emission at wavelengths smaller than 5.8–8  $\mu\text{m}$ , indicating a lack of hot dust. We could not obtain a good fit with any “normal” disk model; thus, we have calculated the emission from a disk truncated at radii larger than the dust sublimation radius, following the treatment of Muzerolle et al. (2003b) and D’Alessio et al. (2005). The inner wall in this case is the transition between an optically thin or completely evacuated hole and an optically thick outer flared disk that contributes to the SED only at longer wavelengths, generally  $> 10 \mu\text{m}$ . Again we assume that  $a_{\max} = 0.25 \mu\text{m}$ ; the maximum grain size is varied between 0.25  $\mu\text{m}$  and 1 mm for the outer disk only. Figure 6 shows the emission components for one such model run for L316. The emission redward of 8  $\mu\text{m}$  is dominated entirely by the vertical wall, which is located near 1 AU and hence has a significantly lower surface temperature ( $\sim 200 \text{ K}$ ) than the dust sublimation point. We have set  $\dot{M} = 10^{-12} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  for models of both L316 and L30003, but observational constraints are lacking. This level is probably an upper limit for L316 since its small H $\alpha$  equivalent width (3 Å) indicates either very weak or completely blocked accretion onto the central object.

## 4. DISCUSSION

### 4.1. Grain Growth and Dust Settling?

Comparisons of disks around low-mass stars and brown dwarfs can in principle provide clues to differences or similarities in

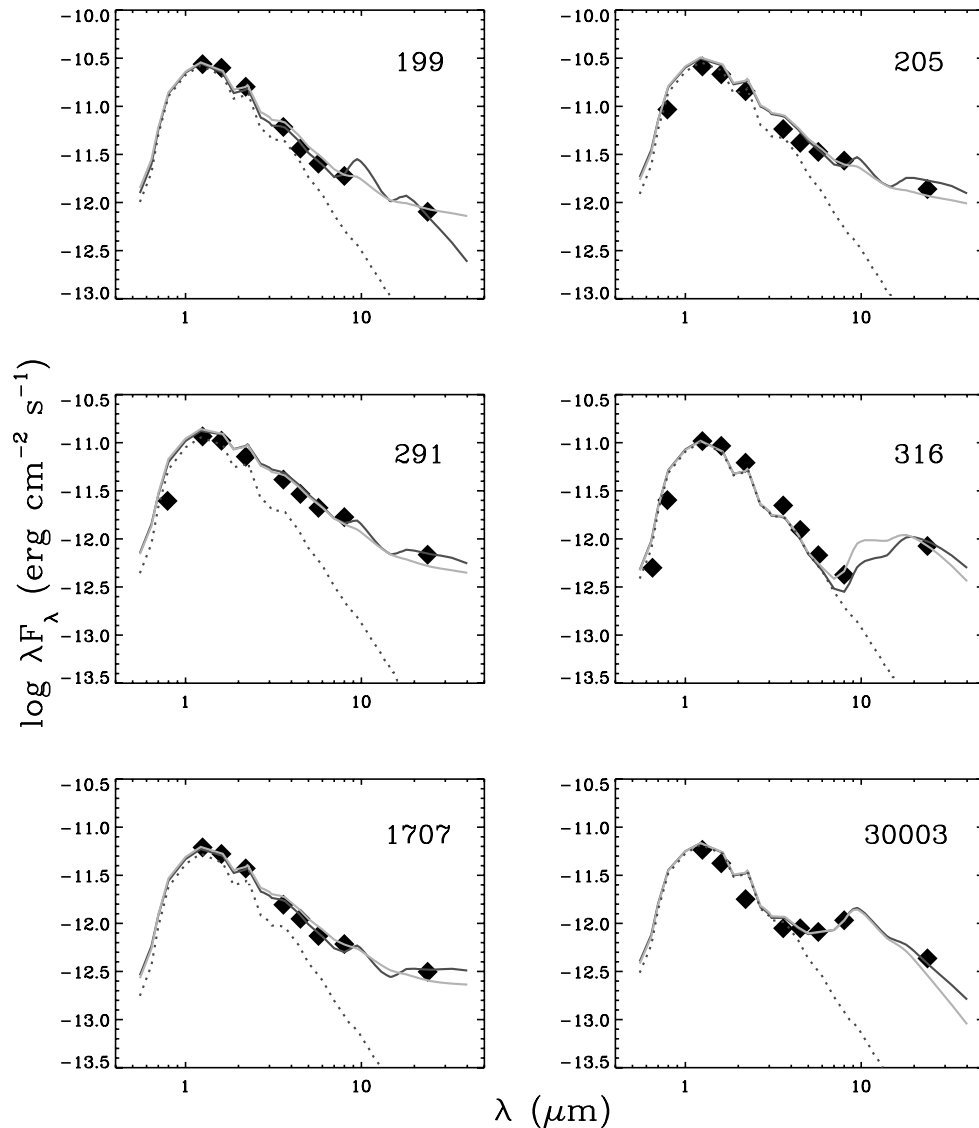


FIG. 4.—Observed SEDs for all 24  $\mu\text{m}$  detections with spectral types M6 or later (*diamonds*). Ground-based optical and near-infrared photometry are taken from Luhman et al. (2003, 2005a), IRAC data from Lada et al. (2006) and Luhman et al. (2005). All fluxes have been dereddened using the observed  $A_V$  and the reddening law of Mathis (1990). Best-fit disk models with maximum grain size  $a_{\text{max}} = 0.25 \mu\text{m}$  and 1 mm are shown with the dark and light solid lines, respectively. These models include a photospheric component using the theoretical models of Allard et al. (2001) appropriate for the spectral type of each object, smoothed versions of which are shown separately with the dotted lines. [See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.]

formation mechanisms, as well as put limits on the possibility of planet formation. Mid-infrared measurements probe dust emission from the terrestrial zone of disks and provide a useful point of comparison for investigating bulk dust properties. Of particular interest has been the detection of infrared signatures of disk evolution via grain growth and settling. Evidence for such processes has been inferred for “mature” T Tauri disks at ages of up to 5–10 Myr (Calvet et al. 2005a; Sicilia-Aguilar et al. 2006). As mentioned in § 1, previous measurements of thermal dust emission from a small number of brown dwarfs have indicated a range of disk properties, from surface flaring and dust grain sizes typical of most 1 Myr old T Tauri stars to flatter disks with evidence for significant dust grain growth and settling toward the disk mid-plane. These inferences are based primarily on observed fluxes out

to 14  $\mu\text{m}$  and rough silicate emission strengths from narrowband 10  $\mu\text{m}$  imaging (Apai et al. 2004; Mohanty et al. 2004; Sterzik et al. 2004). Our 24  $\mu\text{m}$  observations potentially offer an even more sensitive indicator of the disk surface geometry since they probe a more distant range of disk radii (roughly 0.5–1 AU for a central substellar object) where the disk height is up to 30% greater (D’Alessio et al. 1999).

The flux ratios shown in Figure 2 suggest that the disks in our sample are not flat but must have some amount of flaring, to a degree not dissimilar to that seen in the low-mass stellar population of IC 348 in general. Lada et al. (2006) compare stellar SEDs as a function of spectral type and find that the latest type stars (>M4) with disks exhibit steeper spectral slopes than seen in earlier type stars with disks, possibly indicating a higher frequency of dust

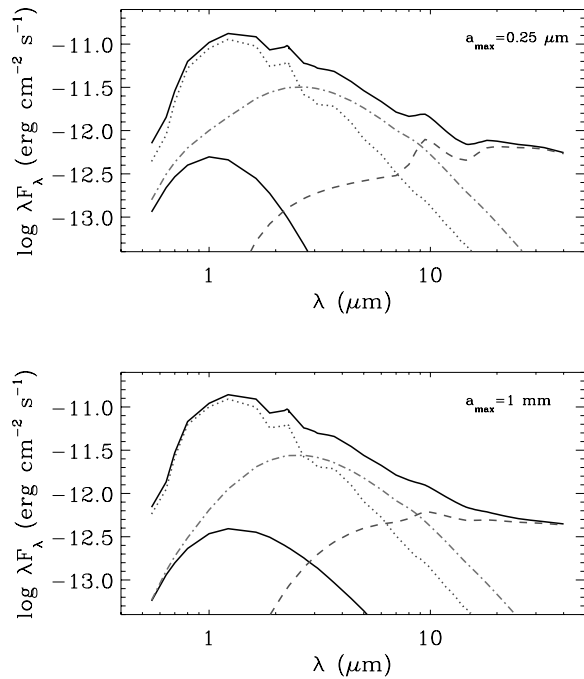


FIG. 5.—Brown dwarf disk models for L291 parameters: (top) for  $a_{\max} = 0.25 \mu\text{m}$ ; (bottom) for  $a_{\max} = 1 \text{ mm}$ . Dotted lines are Allard et al. (2001) model atmospheres with  $T_{\text{eff}} = 2900 \text{ K}$ ,  $\log(g) = 3.5$ ; dashed lines are the emission from the disk surface; dash-dotted lines are the emission from the inner disk wall; dash-double-dotted lines are the contribution from scattered light; and solid lines are the total emission. [See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.]

settling around lower mass objects. However, our disk model comparisons indicate that we cannot easily constrain the dust properties for most of the low-mass/substellar sample. Without additional information such as the mass accretion rate or the 10 and 18  $\mu\text{m}$  silicate features, the observed excess emission out to 24  $\mu\text{m}$  can be explained by a wide range of maximum dust grain sizes, from ISM-type to as large as 1 mm. Observational constraints on the disk mass accretion rates are available only for L205 ( $\dot{M} = 10^{-10} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ ; Muzerolle et al. 2003a) and L291 (an upper limit of  $\dot{M} < 10^{-11} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ ; Mohanty et al. 2005). These would seem to argue against the  $a_{\max} = 0.25 \mu\text{m}$  model for L205 since the model accretion rate is a factor of 10 lower. If this is the case, we may be seeing evidence of grain growth in the L205 disk. For object L199, the  $a_{\max} = 0.25 \mu\text{m}$  model only fits for rather extreme values of  $\dot{M}$  (small) and inclination (pole-on), which may not be realistic particularly since pole-on orientations should be statistically rare. Similarly, the  $a_{\max} = 1 \text{ mm}$  models may not hold for L291 and L1707 since they also require pole-on orientations.

One suggestion of dust settling may be seen in the vertical heights of the inner disk wall component of the models. The heights required to match the short-wavelength excess of objects L199 and L205 are factors of 1.5–2 smaller than the expected heights derived from equation (6) of Muzerolle et al. (2004). It is possible that grain growth and settling in the inner disk can result in smaller than expected wall heights. However, the exact values constrained by our models are limited by uncertainties in the level of the underlying photosphere (see Table 3), as well as the uncertain structure of the inner wall. Models incorporating the wall with the outer disk in a self-consistent manner, including the effects of

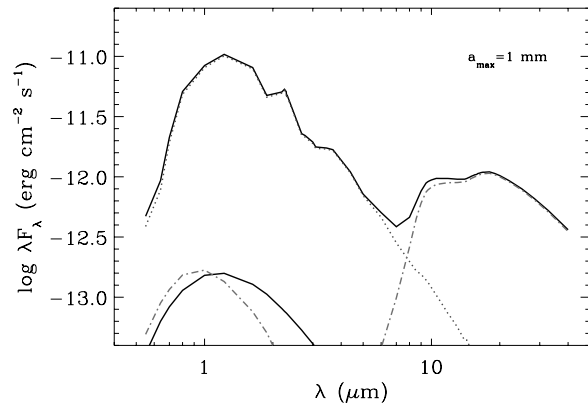


FIG. 6.—Same as in Fig. 5 with  $a_{\max} = 1 \text{ mm}$  for the case of a large ( $\sim 1 \text{ AU}$ ) inner disk hole. [See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.]

dust settling to the disk midplane, must be explored before definitive conclusions can be made. Again, mid-infrared spectra covering the silicate features are also crucial observational constraints that should be obtained. We further caution that all the “normal” disk models presented here implicitly assume that the wall radius is at the dust sublimation point. Given the cool and faint radiation fields of very low mass objects, the sublimation radius is quite small (Table 3) and may in fact be smaller than the radius at which the (sub)stellar magnetosphere truncates the gas disk. If this is the case, the dust edge should then be at the magnetospheric radius and can have a dust temperature less than 1400 K, yielding weaker near-infrared excess emission (a lower temperature might also provide a better fit to the spectral slope at the IRAC bands in L205). Since estimates for the magnetospheric truncation radii are highly uncertain, we leave this complication for a future study.

We must also point out that all of the models we consider here assume the same constant value of the viscosity parameter  $\alpha$ . The model SED at  $\lambda > 10 \mu\text{m}$  can be modified significantly if  $\alpha$  is changed by just an order of magnitude. There is no theoretical nor observational impediment, at this time, to adopting different values of  $\alpha$ . For smaller values, the disk density will increase assuming a constant  $\dot{M}$ , since  $\Sigma \propto (\dot{M}/T_c \alpha)$ , where  $T_c$  is the temperature at the disk midplane. If the density increases, the height of the irradiation surface, defined as the height where the mean optical depth to the (sub)stellar radiation is unity, also increases. The higher the irradiation surface, the larger the fraction of incident (sub)stellar flux is intercepted and reprocessed by the disk. On the other hand, the mean opacity to the (sub)stellar radiation is smaller with increasing  $a_{\max}$  from ISM-like values to millimeter sizes. Thus, different combinations of  $\dot{M}$ ,  $\alpha$ , and  $a_{\max}$  can fit the same SED. A full exploration of the effects on the structure of disks around very low mass objects produced by varying  $\alpha$  are beyond the scope of this work. In any case, 10  $\mu\text{m}$  spectra and millimeter observations are required for a more rigorous test of the grain growth hypothesis for objects L199 and L205. Models including the effects of dust settling to the disk midplane should also be explored.

#### 4.2. Inner Disk Clearing

Two objects, L316 and L30003, show evidence for inner disk clearing beyond what could be explained by magnetospheric truncation or the dust destruction radius alone. L316 is the first young brown dwarf known to exhibit a significant inner disk “hole.” This result has potentially significant impact on our

understanding of disk clearing mechanisms since the low object masses provide stringent constraints on theoretical models previously proposed to explain similar “transition” disks around higher mass young stars. We discuss two possibilities: photoevaporation by the UV flux of the central object and clearing via grain growth or planet formation.

#### 4.2.1. Photoevaporation

Clarke et al. (2001), building on the pioneering work of Hollenbach et al. (1994), first proposed a photoevaporative wind as a means of producing inside-out clearing of circumstellar accretion disks. In brief, the model treats mass loss from the disk surface as a result of photoevaporation caused by the impinging UV radiation of the central star. This loss occurs beyond a characteristic “gravitational radius” ( $R_g$ ) that depends on the mass of the central object and the sound speed of the photoionized gas. As the disk viscously evolves with time its mass accretion rate decreases steadily; once the accretion rate drops below the photoevaporative mass-loss rate, the disk experiences a net loss of material outside  $R_g$ . A gap quickly forms at  $R_g$  ( $\sim 5\text{--}10$  AU for typical T Tauri stellar parameters), and the continuing mass loss prevents replenishment by accreting material from outside. The inner disk, now decoupled at  $R_g$ , drains onto the star in a viscous time (a few times  $10^5$  yr for typical T Tauri stars), leaving a hole in the disk of size  $R_g$ . The outer disk then continues to evaporate away more slowly.

The main difficulty with this model has been the origin of sufficient UV flux. Matsuyama et al. (2003) showed the excess hot continuum produced by typical T Tauri accretion shocks does not produce enough UV flux, particularly when the decrease in mass accretion rate with time expected by viscous evolution is folded in. We can now place more stringent constraints on the timescales for this process to operate by inference from the very low mass objects that show inner disk clearing. In particular, the hole radius we infer for object L316 with the  $a_{\text{max}} = 1$  mm model is similar to the gravitational radius  $R_g = GM_*/a^2 = 0.5$  AU, where  $a$  is the sound speed of the ionized gas with assumed  $T = 10^4$  K. Ruden (2004) gives useful scaling relations for the photoevaporative mass loss using a framework similar to that of Matsuyama et al., assuming that the accretion shock is the only source of significant EUV photons and emits blackbody radiation with characteristic temperature 15,000 K. Most applicable for our purposes is the characteristic timescale for disk removal,  $t_e = 3.4 \times 10^7 \text{ yr} (M_{d0}/10^{-2} M_\odot)^{2/3} (M/M_\odot)^{-5/6} (\alpha/10^{-2})^{-1/3}$ , and the total mass removed,  $\Delta M_w = 0.3 M_J (M_{d0}/10^{-2} M_\odot)^{2/3} (M/M_\odot)^{7/6} (\alpha/10^{-2})^{-1/3}$ .

We adopt an initial disk mass  $M_{d0} = 10 M_J$  as a plausible upper limit,<sup>7</sup> and a viscosity parameter  $\alpha = 0.01$ . With these assumptions, we estimate that a total of only  $\sim 4.7 M_\oplus$  can be removed via a photoevaporative wind in about 300 Myr, some 300 times longer than the age of the object. Smaller values of  $\alpha$  will only increase the evaporative timescale; smaller initial disk masses will decrease the timescale but also vastly decrease the mass removed. Thus, we conclude that a photoevaporative wind generated by UV radiation from a substellar accretion shock cannot have produced the inner disk hole we see in L316. In fact, there may be no accretion shock at all on L316 if accretion has indeed shut off, as its H $\alpha$  equivalent width seems to suggest

<sup>7</sup> This gives a ratio  $M_{\text{disk}}/M_* \sim 0.1$ , at the high end of the range measured in T Tauri stars and close to the limit for gravitational instability. The only published disk-mass measurements for substellar objects are from Klein et al. (2003), who estimated values in the ranges  $0.4 M_J\text{--}2.4 M_J$  and  $1.7 M_J\text{--}5.7 M_J$  for the brown dwarfs CFHT-BD-Tau 4 and IC 348 613, respectively.

(although a resolved line profile would provide a better indicator). An alternative source of the UV flux may arise from the chromosphere; however, it would need to provide a steady flux of  $\Phi \gtrsim 10^{40} \text{ s}^{-1}$  (Ruden 2004), which is difficult to imagine for such a low-mass object. However, measurements of the chromospheric UV flux in young objects of any mass are lacking.

#### 4.2.2. Planetesimal Growth and/or Planet Formation

Significant grain growth and settling in the inner disk may lead naturally to rapid formation of meter- or kilometer-sized planetesimals. Models of dust coagulation in protoplanetary disks predict growth at a rate proportional to the square of the orbital period, with faster timescales in the inner disk because of the higher velocities (e.g., Weidenschilling 1997). Recent simulations along these lines by Dullemond & Dominik (2005) demonstrated that small grains can be removed quickly from the inner regions of T Tauri disks, so long as they are not replenished. In fact, the process appears to act too quickly, in less than 1 Myr, and replenishment by aggregate fragmentation from high-speed collisions was suggested by Dullemond & Dominik as a way to extend disk lifetimes to agree with observations. Larger scale effects associated with the dissipation of the gas in the disk may also cause planetesimal orbits to shift and create additional collisions since the system will never reach a static state until the gas is gone. Other proposed mechanisms for the removal of small dust grains in disks around low-mass stars, such as corpuscular wind drag (Plavchan et al. 2005), only apply once the gas has completely dispersed. Therefore, the attribution of cleared inner disks to clearing by planet formation brings its own set of complications. It may mean a system of planetesimals akin to the asteroid belt within the cleared inner zone at a time away from major collision events, or it may suggest the very rapid formation of a massive planet within a few AU of the central object, as has been suggested for T Tauri stars with similar evidence for inner disk holes such as TW Hya (Calvet et al. 2002), GM Aur (Rice et al. 2003; Calvet et al. 2005b), and CoKu Tau/4 (D’Alessio et al. 2005).

The case of L316 may illustrate the latter of these possibilities. Accretion has probably ceased altogether, and if so there is likely little or no gas inside the hole. In order to prevent accretion from the outer disk from proceeding through the hole onto the star, dynamical perturbation from a planetary-mass object might be required. Hydrodynamic simulations by Quillen et al. (2004) have shown that planetary companions around young stars can disrupt the inner disk and prevent further accretion from the outer disk if they are sufficiently massive. They estimate this lower limit in the case of the inner disk hole-bearing T Tauri star CoKu Tau/4 using the gap formation criterion that the ratio of the planetary and primary masses  $q \geq 40 \text{ Re}^{-1}$ , where the Reynolds number  $\text{Re}$  is a function of the disk viscosity (Nelson et al. 2000). For the  $\alpha$ -disk prescription,  $\text{Re} = \alpha^{-1} (v_c/c_s)^2$ , where  $v_c$  is the Keplerian velocity of a particle at a given radius in the disk and  $c_s$  is the sound speed at the same radius. In the case of object L316, we adopt an inner hole size of 1 AU, the temperature at the disk edge  $T \sim 200$  K, and the Keplerian velocity at the edge given the mass of L316. Assuming  $\alpha = 0.01$ , we then derive a rough lower limit  $M_p \gtrsim 0.8 M_J$  for the planetary mass necessary to maintain the observed hole.

The initial disk around L316 most likely did not have enough material within 0.5–1 AU to form a planet this large. We have simulated a possible initial disk using a standard model with  $\alpha = 0.01$ , inner edge at the dust sublimation radius, and a much larger accretion rate of  $10^{-9} M_\odot \text{ yr}^{-1}$  (a plausible initial value based on the observed range of accretion rates in brown dwarfs; Muzerolle et al. 2005). The resulting model contains about 2–3  $M_\oplus$  of total dust + gas inside 0.5 AU. However,  $\alpha$  is not known; values of  $10^{-4}$

to  $10^{-3}$  are theoretically plausible and would give smaller lower limits to the planetary mass necessary to maintain the inner hole,  $M_p \gtrsim 2.5\text{--}25 M_{\oplus}$ , as well as more mass in the initial disk. A lower  $\alpha$  could for instance be indicative of a disk in which the midplane is inactive (“dead zone”; Gammie 1996), with very low or zero equivalent  $\alpha$ , and accretion occurs only in an active layer with larger  $\alpha$ . The same initial disk model with these smaller values of  $\alpha$  results in disk masses within 0.5 AU of up to  $60 M_{\oplus}$ . Thus, a sufficient reservoir of material could have been present around L316 initially for this scenario to hold. However, the mean age of IC 348 members then requires a fast planet formation timescale of a few Myr or less. The surface densities of the initial disk models are too low by several orders of magnitude for the disk instability model of Boss (1997) to apply. More work needs to be done to evaluate whether the traditional models of core formation (or even “super-Earth” formation) via planetesimal collisions can build an object in the mass range we estimate in the time required.

### 5. SUMMARY

We have reported on the detection at  $24 \mu\text{m}$  of dust emission from six very low mass or substellar members of the 1–3 Myr old cluster IC 348. The amount of excess emission in all cases is consistent with an origin in optically thick disks. In combination with ground-based and *Spitzer* IRAC photometry, we find that the SED shapes of four objects are similar to those of most of the disks around M stars in the same cluster, indicating similar flared disk geometries. Models of irradiated accretion disks with maximum grain sizes no larger than 1 mm fit the SEDs; however, in

most cases we cannot confidently rule out smaller maximum grain sizes. Measurements of mass accretion rates, spectra of the  $10 \mu\text{m}$  silicate feature, and/or millimeter-wave observations are needed to better constrain the models. The two objects with dissimilar SEDs exhibit a lack of excess emission shortward of  $5\text{--}8 \mu\text{m}$  indicative of evacuated inner holes. Our models constrain the size of the inner hole in object L316 to  $R_{\text{in}} \sim 0.5\text{--}1$  AU. This is the first brown dwarf seen to exhibit evidence for a transition disk with an AU-scale inner hole. Processes related to planet formation may have contributed to the clearing of the inner disk, either via planetesimal coagulation to asteroid-sized bodies or formation of a single “super-Earth.” If true, this suggests that planet formation can occur around objects across the full range of stellar and substellar masses, and puts strong constraints on the formation timescale of a few Myr or less. Further models of grain growth and planetesimal coagulation in such environments need to be advanced in order to assess these possibilities, or whether a different clearing mechanism is required.

This work is based in part on observations made with the *Spitzer Space Telescope*, which is operated by the Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, under NASA contract 1407. Support for this work was provided by NASA through contract 960785 issued by JPL/Caltech. L. A. acknowledges support from CONACyT grant 172854, and P. D. acknowledges grants from DGAPA, UNAM, and CONACyT, México. K. L. was supported by grant NAG5-11627 from the NASA Long-Term Space Astrophysics program.

### REFERENCES

- Akeson, R. L., et al. 2005, *ApJ*, 622, 440  
 Allard, F., Hauschildt, P. H., Alexander, D. R., Tamanai, A., & Schweitzer, A. 2001, *ApJ*, 556, 357  
 Apai, D., et al. 2004, *A&A*, 426, L53  
 Baraffe, I., Chabrier, G., Allard, F., & Hauschildt, P. H. 1998, *A&A*, 337, 403  
 Boss, A. P. 1997, *Science*, 276, 1836  
 Calvet, N., Briceño, C., Hernández, J., Hoyer, S., Hartmann, L., Sicilia-Aguilar, A., Megeath, S. T., & D’Alessio, P. 2005a, *AJ*, 129, 935  
 Calvet, N., D’Alessio, P., Hartmann, L., Wilner, D., Walsh, A., & Sitko, M. 2002, *ApJ*, 568, 1008  
 Calvet, N., et al. 2005b, *ApJ*, 630, L185  
 Clarke, C. J., Gendrin, A., & Sotomayor, M. 2001, *MNRAS*, 328, 485  
 Coméron, F., Neuhäuser, R., & Kaas, A. A. 2000, *A&A*, 359, 269  
 Coméron, F., Rieke, G. H., Claes, P., Torra, J., & Laureijs, R. J. 1998, *A&A*, 335, 522  
 D’Alessio, P., Calvet, N., & Hartmann, L. 2001, *ApJ*, 553, 321  
 D’Alessio, P., Calvet, N., Hartmann, L., Lizano, S., & Cantó, J. 1999, *ApJ*, 527, 893  
 D’Alessio, P., Cantó, J., Calvet, N., & Lizano, S. 1998, *ApJ*, 500, 411  
 D’Alessio, P., et al. 2005, *ApJ*, 621, 461  
 Dullemond, C. P., & Dominik, C. 2005, *A&A*, 434, 971  
 Furlan, E., et al. 2005, *ApJ*, 621, L129  
 Gammie, C. 1996, *ApJ*, 457, 355  
 Gordon, K., et al. 2005, *PASP*, 117, 503  
 Hartmann, L., Calvet, N., Gullbring, E., & D’Alessio, P. 1998, *ApJ*, 495, 385  
 Hollenbach, D., Johnstone, D., Lizano, S., & Shu, F. 1994, *ApJ*, 428, 654  
 Jayawardhana, R., Ardila, D. R., Stelzer, B., & Haisch, K. E. 2003a, *AJ*, 126, 1515  
 Klein, R., Apai, D., Pascucci, I., Henning, T., & Waters, L. B. F. M. 2003, *ApJ*, 593, L57  
 Lada, C. J., et al. 2006, *AJ*, 131, 1574  
 Liu, M. C., Najita, J., & Tokunaga, A. T. 2003, *ApJ*, 585, 372  
 Luhman, K. L. 1999, *ApJ*, 525, 466  
 Luhman, K. L., Stauffer, J. R., Muench, A. A., Rieke, G. H., Lada, E. A., Bouvier, J., & Lada, C. J. 2003, *ApJ*, 593, 1093  
 Luhman, K. L., et al. 2005a, *ApJ*, 620, L51  
 ———. 2005b, *ApJ*, 631, L69  
 Mathis, J. S. 1990, *ARA&A*, 28, 37  
 Mathis, J. S., Rumpl, W., & Nordsieck, K. H. 1977, *ApJ*, 217, 425  
 Matsuyama, I., Johnstone, D., & Hartmann, L. 2003, *ApJ*, 582, 893  
 Mohanty, S., Jayawardhana, R., & Basri, G. 2005, *ApJ*, 626, 498  
 Mohanty, S., Jayawardhana, R., Natta, A., Fujiyoshi, T., Tamura, M., & Barrado y Navascués, D. 2004, *ApJ*, 609, L33  
 Muench, A. A., Alves, J., Lada, C. J., & Lada, E. A. 2001, *ApJ*, 558, L51  
 Muzerolle, J., Briceño, C., Calvet, N., Hartmann, L., Hillenbrand, L. A., & Gullbring, E. 2000, *ApJ*, 545, L141  
 Muzerolle, J., Calvet, N., Hartmann, L., & D’Alessio, P. 2003a, *ApJ*, 597, L149  
 Muzerolle, J., D’Alessio, P., Calvet, N., & Hartmann, L. 2004, *ApJ*, 617, 406  
 Muzerolle, J., Hillenbrand, L., Calvet, N., Briceño, C., & Hartmann, L. 2003b, *ApJ*, 592, 266  
 Muzerolle, J., Luhman, K., Briceño, C., Hartmann, L., & Calvet, N. 2005, *ApJ*, 625, 906  
 Najita, J., Carr, J. S., & Mathieu, R. D. 2003, *ApJ*, 589, 931  
 Natta, A., & Testi, L. 2001, *A&A*, 376, L22  
 Natta, A., Testi, L., Comeron, F., Oliva, E., D’Antona, F., Baffa, C., Comoretto, G., & Gennari, S. 2002, *A&A*, 393, 597  
 Natta, A., Testi, L., Muzerolle, J., Randich, S., Comeron, F., & Persi, P. 2004, *A&A*, 424, 603  
 Nelson, R. P., Papaloizou, J. C. B., Masset, F., & Kley, W. 2000, *MNRAS*, 318, 18  
 Papovich, C., et al. 2004, *ApJS*, 154, 70  
 Pascucci, I., Apai, D., Henning, T., & Dullemond, C. P. 2003, *ApJ*, 590, L111  
 Plavchan, P., Jura, M., & Lipsy, S. J. 2005, *ApJ*, 631, 116  
 Quillen, A. C., Blackman, E. G., Frank, A., & Varnière, P. 2004, *ApJ*, 612, L137  
 Rice, W. K. M., Wood, K., Armitage, P. J., Whitney, B. A., & Bjorkman, J. E. 2003, *MNRAS*, 342, 79  
 Rieke, G. H., et al. 2004, *ApJS*, 154, 25  
 Ruden, S. P. 2004, *ApJ*, 605, 880  
 Sicilia-Aguilar, A., et al. 2006, *ApJ*, 638, 897  
 Sterzik, M. F., Pascucci, I., Apai, D., van der Blik, N., & Dullemond, C. P. 2004, *A&A*, 427, 245  
 Weidenschilling, S. 1997, *Icarus*, 127, 290  
 White, R. J., & Basri, G. 2003, *ApJ*, 582, 1109

## C.3

---

### Disco visto casi de canto alrededor de una enana café

La enana café joven 2MASS J04381486+2611399, localizada en la región de formación estelar Tauro, fue descubierta por Luhman (2004), y sus colores en el cercano infrarrojo indicaban la presencia de un disco de polvo con una inclinación casi de canto alrededor de ella. Observaciones con los Telescopios Espaciales IRTF (NASA Infrared Telescope Facility, a  $0.8 \leq \lambda \leq 2.5 \mu\text{m}$ ), Hubble (imágenes a  $\lambda = 0.675, 0.719$  y  $0.850 \mu\text{m}$  tomadas con la cámara WFPC2) y Spitzer (fotometría en las cuatro bandas IRAC,  $\lambda = 3 - 8 \mu\text{m}$ , espectro IRS a  $5.3 \leq \lambda \leq 14 \mu\text{m}$  y fotometría a  $\lambda = 24 \mu\text{m}$  de MIPS), en conjunto con fotometría en el cercano infrarrojo del estudio Two Micron All Sky Survey y milimétrica (a  $\lambda = 1.3 \text{mm}$  del Telescopio IRAM de 30 m), fue posible confirmar por primera vez la existencia de un disco de polvo alrededor de una enana café joven visto *casi de canto*. Dichas observaciones multilongitudes permitieron la construcción de parámetros del disco como el ángulo de inclinación ( $i \sim 70^\circ$ , debido al espectro en el óptico, el cual es formado principalmente por la luz subestelar dispersada por el disco, a la banda de silicatos del disco que aparece en absorción y finalmente a las imágenes del WFPC2 que son reproducidas por los modelos sintéticos), el radio interno del disco ( $R_{in} \approx 0.3 \text{AU}$ , a partir de la fotometría IRAC) y el radio externo ( $20 \lesssim R_d \lesssim 40 \text{AU}$ ; dicha construcción proviene del flujo milimétrico). Respecto al estado del polvo del disco, el flujo milimétrico apuntaba a la existencia de granos de polvo crecidos en las regiones más externas del disco, mientras que la emisión en el mediano infrarrojo es explicada por granos de polvo pequeños en la atmósfera del disco. Este disco fue además el primero para el cual el valor de  $\alpha$  fue constreñido ( $\alpha \sim 10^{-4}$ ).

## HUBBLE AND SPITZER OBSERVATIONS OF AN EDGE-ON CIRCUMSTELLAR DISK AROUND A BROWN DWARF<sup>1</sup>

K. L. LUHMAN,<sup>2,3</sup> LUCÍA ADAME,<sup>4</sup> PAOLA D’ALESSIO,<sup>5</sup> NURIA CALVET,<sup>6</sup> KIM K. MCLEOD,<sup>7</sup> C. J. BOHAC,<sup>8</sup>  
WILLIAM J. FORREST,<sup>8</sup> LEE HARTMANN,<sup>6</sup> B. SARGENT,<sup>8</sup> AND DAN M. WATSON<sup>8</sup>

Received 2007 March 16; accepted 2007 June 1

### ABSTRACT

We present observations of a circumstellar disk that is inclined close to edge-on around a young brown dwarf in the Taurus star-forming region. Using data obtained with SpeX at the NASA Infrared Telescope Facility, we find that the slope of the 0.8–2.5  $\mu\text{m}$  spectrum of the brown dwarf 2MASS J04381486+2611399 cannot be reproduced with a photosphere reddened by normal extinction. Instead, the slope is consistent with scattered light, indicating that circumstellar material is occulting the brown dwarf. By combining the SpeX data with mid-infrared photometry and spectroscopy from the *Spitzer Space Telescope* and previously published millimeter data from Scholz and coworkers, we construct the spectral energy distribution (SED) for 2MASS J04381486+2611399 and model it in terms of a young brown dwarf surrounded by an irradiated accretion disk. The presence of both silicate absorption at 10  $\mu\text{m}$  and silicate emission at 11  $\mu\text{m}$  constrains the inclination of the disk to be  $\sim 70^\circ$ , i.e.,  $\sim 20^\circ$  from edge-on. Additional evidence of the high inclination of this disk is provided by our detection of asymmetric bipolar extended emission surrounding 2MASS J04381486+2611399 in high-resolution optical images obtained with the *Hubble Space Telescope*. According to our modeling for the SED and images of this system, the disk contains a large inner hole that is indicative of a transition disk ( $R_{\text{in}} \approx 58R_\star \approx 0.275$  AU) and is somewhat larger than expected from embryo ejection models ( $R_{\text{out}} = 20\text{--}40$  AU vs.  $R_{\text{out}} < 10\text{--}20$  AU).

*Subject headings:* accretion, accretion disks — planetary systems: protoplanetary disks — stars: formation — stars: low-mass, brown dwarfs — stars: pre-main-sequence

### 1. INTRODUCTION

Measurements of the properties of circumstellar accretion disks around young stars are important because they represent constraints on the initial conditions of planet formation. A unique set of measurements can be performed on a disk in the rare case in which it is seen close to edge-on. Because an edge-on disk occults the central star, scattered light from the disk surface dominates the total emergent flux at optical and near-infrared (IR) wavelengths, making it possible to spatially resolve the disk with high-resolution imaging (Burrows et al. 1996). At mid-IR wavelengths, the outer disk is seen in absorption against the star and inner disk, allowing spectroscopic measurements of the disk composition (Watson et al. 2004; Pontoppidan et al. 2005). The sample of edge-on disks discovered to date remains small. Some of the most notable examples are Orion 114-426 (McCaughrean & O’Dell 1996), Haro 6-5B (Krist et al. 1998), HH 30 (Burrows

et al. 1996), IRAS 04302+2247 (Lucas & Roche 1997; Padgett et al. 1999), DG Tau B (Padgett et al. 1999), OphE-MM3 and CRBR 2422.8-3423 (Brandner et al. 2000), HK Tau B (Stapelfeldt et al. 1998; Koresko 1998), HV Tau C (Monin & Bouvier 2000), LkH $\alpha$  263C (Jayawardhana et al. 2002; Chauvin et al. 2002), 2MASS J1628137–243139 (Grosso et al. 2003), and PDS 144 (Perrin et al. 2006). Additional young stars in Taurus exhibit dust lanes that may also trace edge-on disks (Hartmann et al. 1999; Padgett et al. 1999).

Because young stars with edge-on disks are seen only in scattered light at optical and near-IR wavelengths, they appear much fainter than unocculted young stars at a given spectral type. Recent spectroscopic surveys of nearby star-forming regions have identified a number of objects that are subluminescent in this manner (Fernández & Comerón 2001; Luhman et al. 2003; Slesnick et al. 2004). One of these sources, 2MASS J04381486+2611399 in Taurus (hereafter 2M 0438+2611), appears to be a brown dwarf with a mass near  $0.05 M_\odot$  (Luhman 2004). This brown dwarf also exhibits anomalous near-IR colors and strong forbidden line emission, which are characteristics that are frequently observed in stars with edge-on disks. To definitively establish whether 2M 0438+2611 has an edge-on disk, we have observed it with near- and mid-IR spectroscopy and high-resolution optical imaging. In this paper, we present these new data (§ 2) and fit them with the predictions of accretion disk models to constrain the inclination and other physical properties of the disk around 2M 0438+2611 (§ 3).

### 2. OBSERVATIONS AND ANALYSIS

#### 2.1. Near-Infrared Spectroscopy

To investigate the possibility that 2M 0438+2611 is seen in scattered light, we first obtained a low-resolution near-IR spectrum of it with SpeX (Rayner et al. 2003) at the NASA Infrared Telescope Facility (IRTF). These data were collected on the night of

<sup>1</sup> Based on observations made with the NASA/ESA *Hubble Space Telescope* and the *Spitzer Space Telescope*. The *HST* observations are associated with proposal ID 10511 and were obtained at the Space Telescope Science Institute, which is operated by the Association of Universities for Research in Astronomy, Inc., under NASA contract NAS 5-26555. *Spitzer* is operated by the Jet Propulsion Laboratory at the California Institute of Technology under NASA contract 1407.

<sup>2</sup> Department of Astronomy and Astrophysics, The Pennsylvania State University, University Park, PA 16802; kluhman@astro.psu.edu.

<sup>3</sup> Visiting Astronomer at the Infrared Telescope Facility, which is operated by the University of Hawaii under cooperative agreement NCC 5-538 with the National Aeronautics and Space Administration, Office of Space Science, Planetary Astronomy Program.

<sup>4</sup> Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México, Apartado Postal 70-264, Ciudad Universitaria, México DF, Mexico.

<sup>5</sup> Centro de Radioastronomía y Astrofísica, Universidad Nacional Autónoma de México, 58089 Morelia, Michoacán, Mexico.

<sup>6</sup> Department of Astronomy, University of Michigan, Ann Arbor, MI 48109.

<sup>7</sup> Whitin Observatory, Wellesley College, Wellesley, MA 02481.

<sup>8</sup> Department of Physics and Astronomy, University of Rochester, Rochester, NY 14627-0171.



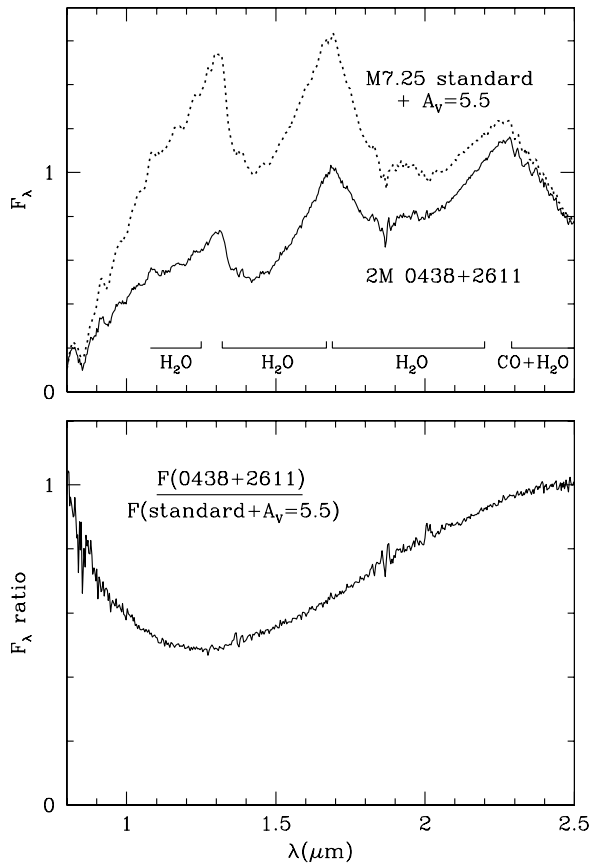


FIG. 1.— *Top*: Near-IR spectrum of the young brown dwarf 2M 0438+2611 (solid line) compared to data for a standard young brown dwarf with the same optical spectral type (dotted line). The spectrum of 2M 0438+2611 is normalized at  $1.68 \mu\text{m}$ . The standard spectrum has been reddened by  $A_V = 5.5$  so that it has the same relative fluxes at  $0.8$  and  $2.5 \mu\text{m}$  as 2M 0438+2611. The overall shape of 2M 0438+2611 cannot be reproduced by applying reddening to the standard. *Bottom*: The anomalous slope of 2M 0438+2611 is further illustrated by the ratio of the spectra of these two objects (solid line), which departs significantly from the constant ratio expected for normal reddening of a photosphere. The absence of significant residuals in this ratio near the steam bands confirms that the two objects have similar spectral types.

2004 November 12. They were reduced with the Spextool package (Cushing et al. 2004) and corrected for telluric absorption (Vacca et al. 2003). The final spectrum extends from  $0.8$  to  $2.5 \mu\text{m}$  and exhibits a resolving power of  $R = 100$ .

For most of the young brown dwarfs that we have observed in previous studies (e.g., Luhman et al. 2006), the differences in the slopes of their  $0.8$ – $2.5 \mu\text{m}$  spectra are consistent with differences in extinction. However, this is not the case for 2M 0438+2611, which has an anomalous slope that differs significantly from those of other objects, regardless of any correction for extinction using standard reddening laws (Rieke & Lebofsky 1985; Cardelli et al. 1989). This behavior is illustrated in Figure 1, where we compare 2M 0438+2611 to a typical unreddened young brown dwarf with the same optical spectral type.<sup>9</sup> The standard was

<sup>9</sup> For the standard spectrum, we use SpeX data for 2MASS 04442713+2512164 (hereafter 2M 0444+2512; Luhman 2004) after dereddening it by  $A_V = 2.3$ , which is the extinction implied by a comparison to other young brown dwarfs and to dwarf standards. Based on that comparison, the SpeX data for 2M 0444+2512 do not exhibit excess emission from a disk.

artificially reddened according to the reddening law of Cardelli et al. (1989) to the point that it has the same relative fluxes at  $0.8$  and  $2.5 \mu\text{m}$  as 2M 0438+2611. However, the shape of this reddened spectrum between  $0.8$  and  $2.5 \mu\text{m}$  differs significantly from that of 2M 0438+2611. An alternative demonstration of this effect is shown in Figure 1 through the quotient of these two spectra, which departs from the constant value expected for normal reddening. Thus, reddening cannot explain the observed slope of 2M 0438+2611. Instead, relative to the flux at  $0.8 \mu\text{m}$ , the spectrum of 2M 0438+2611 becomes redder more slowly with longer wavelengths than expected from standard extinction laws, which is consistent with the presence of (blue) scattered light in the spectrum. Meanwhile, the absence of significant residuals in the quotient of 2M 0438+2611 and the standard demonstrates the close match in the depths of the steam absorption bands, supporting the similarity in spectral types indicated by previous optical spectroscopy.

## 2.2. Mid-Infrared Spectroscopy

Photometry at  $2 \mu\text{m}$  from the Two Micron All Sky Survey (2MASS; Skrutskie et al. 2006), at  $3$ – $8 \mu\text{m}$  from the Infrared Array Camera (IRAC; Fazio et al. 2004) aboard the *Spitzer Space Telescope* (Werner et al. 2004), and at  $1.3 \text{ mm}$  from the  $30 \text{ m}$  telescope at the Institut de Radio Astronomie Millimétrique (IRAM) have previously revealed excess emission in 2M 0438+2611 that is indicative of circumstellar dust (Luhman 2004; Luhman et al. 2006; Scholz et al. 2006). To better constrain the properties of this material, we obtained a mid-IR spectrum of 2M 0438+2611 on 2005 March 19 with the *Spitzer* Infrared Spectrograph (IRS; Houck et al. 2004) as a part of the Guaranteed Time Observations of the IRS instrument team. These observations (AOR 12705792) were performed with the short-wavelength, low-resolution module of IRS, providing data from  $5.3$  to  $14 \mu\text{m}$  with a resolving power of  $R = 90$ . The spectrum was processed with the S14 pipeline at the *Spitzer* Science Center. The remaining reduction was performed with the methods that have been previously applied to IRS data for other low-mass members of Taurus (Furlan et al. 2005). We have also measured photometry at  $24 \mu\text{m}$  for 2M 0438+2611 from archival images obtained with the Multiband Imaging Photometer for *Spitzer* (MIPS; Rieke et al. 2004). Using the methods described by Allen et al. (2007) we measured a flux of  $62.5 \pm 3.3 \text{ mJy}$  from these MIPS data.

We present the spectra from SpeX and IRS and the photometry from 2MASS, IRAC, MIPS, and IRAM for 2M 0438+2611 in Figure 2. The IRAC and IRS data agree well with each other, while the 2MASS photometry and the SpeX data differ significantly in both color and flux level. The SpeX data are consistent with a smooth extension of the IRAC and IRS data, while the 2MASS measurements appear to be discontinuous from the latter. The IRAC and IRS observations were performed only 4 months after the SpeX observations, while the 2MASS data were obtained 6 years earlier. Thus, one explanation for the discrepancy in the 2MASS photometry relative to the other data is variability, which is plausible for any young star and is particularly likely for an object that is seen in scattered light because of changes in the geometry of the occulting material. Therefore, we exclude the 2MASS photometry for the purposes of modeling the spectral energy distribution (SED) of 2M 0438+2611 in § 3.

## 2.3. Optical Imaging

Because of the initial evidence indicating that the SED of 2M 0438+2611 might be dominated by scattered light at optical and

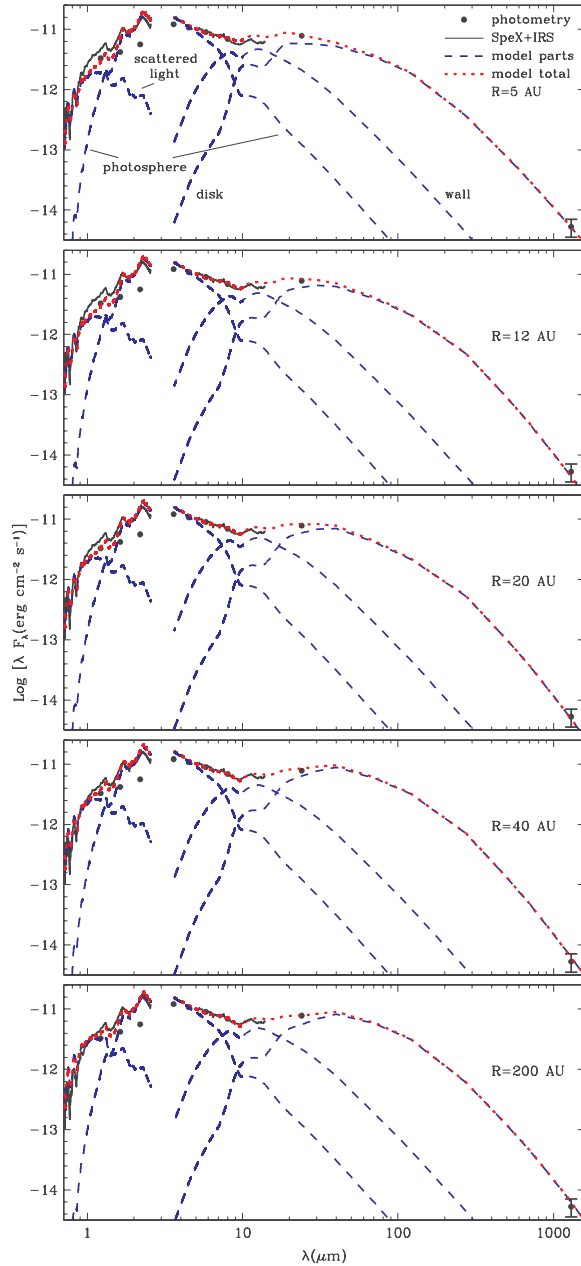


FIG. 2.—SED of the young brown dwarf 2M 0438+2611 compared to models for its circumstellar accretion disk. The data for 2M 0438+2611 consist of photometry from 2MASS, IRAC, MIPS, and IRAM (circles) and spectroscopy from SpeX and IRS (solid lines). The components of the model for 2M 0438+2611 consist of the stellar photosphere, light from the stellar photosphere scattered by the disk surface, emission from the inner disk wall, and emission from the disk (dashed lines). We show the best-fit models to the SED for  $R_{\text{out}} = 5\text{--}200$  AU (top to bottom; Table 1). For each of these models, the sum of the model components (dotted lines) agrees with most of the data, except for the 2MASS photometry, which is discrepant from all of the other measurements. The IRAC and IRAM data are from Luhman et al. (2006) and Scholz et al. (2006), respectively. All other measurements are from this work. With the exception of the millimeter measurement, the uncertainties for the photometric measurements are smaller than the points.

near-IR wavelengths (Luhman 2004; § 2.1), we sought to detect spatially resolved scattered light through high-resolution broadband optical imaging with the *Hubble Space Telescope* (*HST*). In addition, given the presence of forbidden line emission in optical spectra of this brown dwarf (Luhman 2004), we performed narrowband imaging centered on [O I] at  $6300 \text{ \AA}$  in an attempt to detect resolved line emission from a jet or an outflow. Using the Wide Field Planetary Camera (WFPC2) aboard *HST*, we obtained images of 2M 0438+2611 through the F675W, F791W, F850LP, and F631N filters on 2005 October 22. The target was placed near the center of the PC, which has a plate scale of  $0.046'' \text{ pixel}^{-1}$ . Two images were taken in each filter, each with exposure times of 160 s for F675W, F791W, and F850LP, and 300 s for F631N. Each pair of images at a given filter was combined to create a single image.

In the [O I] image, 2M 0438+2611 is unresolved and no extended emission is detected. Meanwhile, each of the three broadband images reveals both a point source and spatially resolved emission, as shown in Figure 4. The extended emission is elongated and reaches  $0.4''\text{--}0.5''$  from one side of the point source at a position angle of  $245^\circ$ . Analysis of these images with the point-spread function of WFPC2 indicates that a small amount ( $\sim 0.1''$ ) of extended emission is present on the opposite side of the point source as well.

### 3. DISK MODEL

#### 3.1. Model Parameters

We have modeled the SED of 2M 0438+2611 in Figure 2 following the procedures from D’Alessio et al. (1998, 1999, 2001, 2006). In short, we solve the equations for the disk vertical structure, assuming it is an  $\alpha$ -disk heated by viscous dissipation and by stellar irradiation. The relatively high flux at 1.3 mm of this object (Scholz et al. 2006) suggests the presence of grains that are larger than typical grains in the interstellar medium. At the same time, the presence of the  $10 \mu\text{m}$  silicate band and the shape of the extinction of the stellar SED are indicative of small grains. Therefore, we have constructed a disk model in which a large fraction of the dust has settled in the midplane, growing to a maximum size of  $\sim 1$  mm, while a small fraction of the dust remains in the upper layers in the form of small interstellar-like grains (D’Alessio et al. 2006). The dust is assumed to be segregated spheres of “astronomical” silicates and graphite with abundances and optical constants from Draine & Lee (1984) and Weingartner & Draine (2001), and a size distribution of  $n(a) \sim a^{-3.5}$ , where  $a$  is the grain radius (Mathis et al. 1977). For the small grains in the upper layers, the minimum and maximum grain radii are  $a_{\text{min}} = 0.0005$  and  $a_{\text{max}} = 0.25 \mu\text{m}$ . For the large grains at the disk midplane, we use  $a_{\text{min}} = 0.0005 \mu\text{m}$  and  $a_{\text{max}} = 1$  mm. The dust-to-gas mass ratio of the small grains is parameterized in terms of  $\epsilon$ , which is the ratio normalized by the standard interstellar value of  $\sim 0.01$ . We have calculated models for  $0.01 < \epsilon < 1$ . The dust-to-gas mass ratio of the large grains at the midplane is calculated assuming that the total mass in grains is conserved at each radius.

In our model, the dusty disk is truncated at a radius  $R_{\text{in}}$ , where the inner wall of the disk receives radiation from the brown dwarf and accretion shocks at the stellar surface with a normal incidence. A natural explanation for a wall of this kind is that the silicates are sublimated inside  $R_{\text{in}}$  (Dullemond et al. 2001; Muzerolle et al. 2004). In this case, the temperature at the inner edge of the disk is  $T_{\text{wall}} = T(R_{\text{in}}) \sim 1400$  K. However, disks can be truncated at larger radii, corresponding to lower temperatures (i.e., transitional disks). Therefore, we have modeled the wall emission

following the procedures of D’Alessio et al. (2005), varying the temperature of the optically thin dust in the wall from 300 to 1400 K. We have adopted an accretion rate of  $3 \times 10^{-11} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  for our disk model, which is similar to the value derived by Muzerolle et al. (2005) for 2M 0438+2611 through modeling of the profile of its H $\alpha$  emission line.

Although the disk surface density,  $\Sigma$ , is not an input parameter for our models, we are able to modify it through the viscosity parameter  $\alpha$ , since  $\Sigma \sim (M/\alpha)$  for an  $\alpha$ -disk. When fitting the millimeter flux, decreasing  $\alpha$  (i.e., increasing  $\Sigma$ ) has the effect of decreasing the outer radius of the disk. After exploring models for  $10^{-6} \leq \alpha \leq 10^{-2}$ , we find that the observed millimeter flux constrains  $\alpha$  to the low end of this range if the accretion rate in the outer disk is the same as the accretion rate onto the brown dwarf.<sup>10</sup> For a brown dwarf disk,  $\alpha \leq 10^{-4}$  implies a viscous timescale of  $t_{\nu} \geq 25$  Myr, which is too long to justify our assumption of a steady disk with a constant accretion rate throughout the disk. It is possible that the accretion rate increases with disk radius, as in the disk model from Gammie (1996). A higher accretion rate in the outer disk would correspond to lower  $\alpha$  and shorter  $t_{\nu}$ . In a disk of this kind, material would accumulate in the inner disk, perhaps in a dead zone. Exploring this possibility in detail would require a disk model that includes a dead zone.

For the photosphere of 2M 0438+2611, we have adopted an effective temperature of 2838 K (Luhman 2004). Because this object is seen in scattered light at optical and near-IR wavelengths (Luhman 2004; § 2.1), its extinction cannot be measured from its colors. As a result, we cannot reliably measure its luminosity with the normal method of applying an extinction correction to photometry in these bands. Therefore, we have performed the disk calculations for a range of luminosities that are typical of members of Taurus near the spectral type of 2M 0438+2611, namely  $L_{\text{bol}} = 0.04, 0.06, 0.08,$  and  $0.1 L_{\odot}$ . For 2M 0438+2611, we adopt a mass of  $0.05 M_{\odot}$ , which is the value implied by its spectral type for a member of Taurus (Luhman 2004). As shown in Luhman (2004) and § 2.1, 2M 0444+2512 has the same optical and IR spectral types as 2M 0438+2611. In addition, although it exhibits mid-IR excess emission that indicates the presence of a disk (Luhman et al. 2006), 2M 0444+2512 does not show excess emission at wavelengths shortward of  $2.5 \mu\text{m}$  in a comparison to SpeX data for diskless brown dwarfs near the same spectral type (Luhman 2006). Therefore, we have adopted the extinction-corrected SpeX data for 2M 0444+2512 described in § 2.1 to represent the  $0.8\text{--}2.5 \mu\text{m}$  SED of the photosphere of 2M 0438+2611. We assume that both 2M 0438+2611 and 2M 0444+2512 are at the average distance of members of Taurus ( $d = 140$  pc; Wichmann et al. 1998). We measured the average colors between 2MASS  $K_s$  and the IRAC bands ( $3.6, 4.5, 5.8,$  and  $8.0 \mu\text{m}$ ) for diskless late-type members of Taurus (Hartmann et al. 2005; Luhman et al. 2006) and applied them to the SpeX data for 2M 0444+2512 to extend the photospheric SED to  $8.0 \mu\text{m}$ . The SED was extrapolated to wavelengths beyond  $8.0 \mu\text{m}$  with a Rayleigh-Jeans distribution.

### 3.2. Best-Fit Model

A given portion of the observed SED provides constraints on specific properties of the disk. We use the  $K$ -band flux to estimate the optical depth to the brown dwarf, which in turn constrains the inclination, outer radius, and viscosity parameter of the disk. The silicate feature near  $10 \mu\text{m}$  is sensitive to both the inclination and the presence of small grains in the upper layers

of the disk. The abundance of these small grains is constrained by the  $24 \mu\text{m}$  flux relative to the emission at shorter wavelengths. The flux at  $3\text{--}10 \mu\text{m}$  depends on the inner radius of the disk and the stellar luminosity, while the millimeter flux is determined by a combination of the outer radius and the surface density. In this section, we discuss each of these constraints in detail for 2M 0438+2611 and present the resulting best-fit model for its disk.

The best fit to the flux at  $3\text{--}10 \mu\text{m}$  is provided by a stellar luminosity of  $0.06 L_{\odot}$  (corresponding to  $R_{*} = 1.02 R_{\odot}$ ) and a radius of  $R_{\text{in}} \approx 58 R_{*} \approx 0.275$  AU for the wall, which corresponds to a wall temperature of 400 K. For models with the wall placed at the dust destruction radius, the predicted fluxes at  $3\text{--}10 \mu\text{m}$  are brighter than the observed values. Thus, our modeling indicates that the disk is inwardly truncated. The inner disk of 2M 0438+2611 shows the same physical properties as disks that have been identified in the literature as “transitional disks,” and that have been shown to have truncated optically thick disks at various distances from the central stars, from both SED modeling (Calvet et al. 2002, 2005; D’Alessio et al. 2005; Muzerolle et al. 2006) and millimeter interferometry (Hughes et al. 2007). Disks of this kind are thought to harbor forming planets that are opening gaps in the disk (Rice et al. 2003; Quillen et al. 2004). Photoevaporation is an alternative explanation for these disk gaps, but it is unlikely for 2M 0438+2611 given the low ultraviolet fluxes that are expected from a brown dwarf (Muzerolle et al. 2006).

For all reasonable choices of model parameters, the reddened flux from the stellar photosphere should dominate the total emergent flux at  $\sim 2\text{--}3 \mu\text{m}$ . Combining the luminosity of  $0.06 L_{\odot}$  and the observed  $K$ -band flux produces a value of  $\tau_{2.25 \mu\text{m}} \approx 1.3$  for the optical depth to the photosphere.

The  $10 \mu\text{m}$  silicate profile of 2M 0438+2611 is distinctive, showing both absorption and emission components. This profile tightly constrains the disk inclination because small angles produce only emission and large ones produce only absorption, as illustrated for the face-on and edge-on disks around FM Tau and DG Tau B in Figure 3 (Watson et al. 2004; Furlan et al. 2006). For  $i \sim 70^{\circ}$ , the model predicts silicate emission from the disk and silicate absorption from the highly extinguished wall that combine to form absorption and emission features at  $10$  and  $11 \mu\text{m}$ , which closely matches the data, as shown in Figure 3. While modeling IR and millimeter photometry for 2M 0438+2611, Scholz et al. (2006) also used a high inclination angle of  $i \sim 80^{\circ}$  for their model of this disk. A high inclination was produced by their model because 2M 0438+2611 is much fainter than the photosphere of typical young brown dwarfs, so a highly inclined, obscuring disk was needed to suppress the near- and mid-IR fluxes of their adopted photospheric template to the observed levels. Thus, their evidence for a high inclination disk was equivalent to that presented by Luhman (2004), who showed that 2M 0438+2611 is anomalously faint at near-IR wavelengths for its spectral type and might be occulted by circumstellar material. The distinctive silicate features in our IRS spectra (as well as the extended emission in the WFPC2 images) represent new evidence of a highly inclined disk around 2M 0438+2611. Scholz et al. (2006) suggested that the disk around 2M 0444+2512 also might have a high inclination. However, the slope of its near-IR spectrum is consistent with a small amount of extinction and a normal reddening law, and thus does not indicate the presence of scattered light. In addition, an unpublished IRS spectrum of 2M 0444+2512 does not show the silicate absorption that is seen in 2M 0438+2611 and other highly inclined disks (Fig. 3).

The flux at  $24 \mu\text{m}$  is sensitive to the degree of dust settling in the disk. We find that small grain abundances of  $0.03 < \epsilon < 0.09$

<sup>10</sup> Disks around T Tauri stars have been modeled with  $\alpha \sim 0.01$  (D’Alessio et al. 1998).

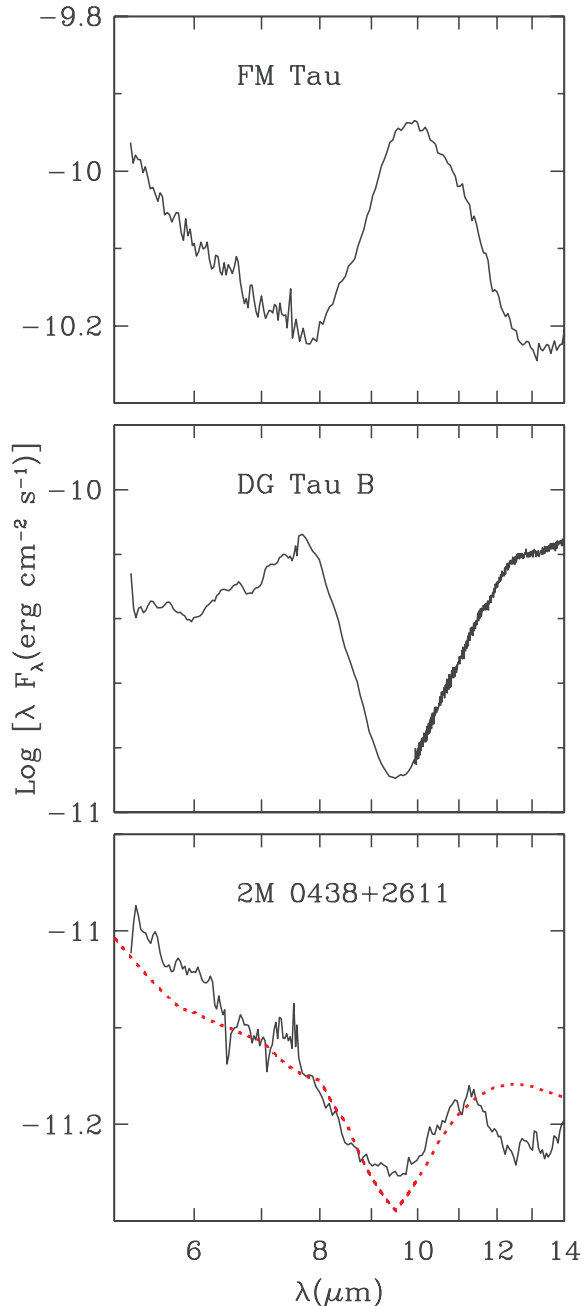


FIG. 3.—Mid-IR spectrum of the young brown dwarf 2M 0438+2611 compared to data for a face-on disk (FM Tau; Furlan et al. 2006) and an edge-on disk (DG Tau B; Watson et al. 2004), which exhibit silicate emission and absorption, respectively. To reproduce both the emission and the absorption observed in the spectrum of 2M 0438+2611, our models for its disk (*dotted line*) require an inclination near  $\sim 70^\circ$  (i.e.,  $20^\circ$  from edge-on). The disk model shown here is for  $R_{\text{out}} = 40$ .

in the upper layers of the disk are required to explain the observed  $24 \mu\text{m}$  flux. For values of  $\epsilon$  that are outside of this range, the predicted slope of the mid- and far-IR SED is smaller or larger than the observed one.

In Table 1 we summarize the models that provide the best fits to the SED of 2M 0438+2611 for five values of  $\alpha$ . The SEDs pro-

TABLE 1  
DISK MODELS FOR 2M 0438+2611

$\alpha$ ( $10^{-4}$ )	$R_{\text{out}}$ (AU)	$M_{\text{disk}}$ ( $M_{\oplus}$ )	$i$ (deg)	$\epsilon$
0.05.....	5	700	68	0.04
0.5.....	12	140	70	0.03
0.8.....	20	130	71	0.03
1.....	40	190	67	0.09
2.....	200	340	70	0.09

duced by these models are shown with the observed SED in Figure 2. These models reproduce the observed SED longward of  $2 \mu\text{m}$  equally well, while the model for  $\alpha = 10^{-4}$  provides a somewhat better match to the flux at shorter wavelengths. The disk radii of these models range from 5 to 200 AU. Thus, the SED alone does not provide a useful constraint on the outer radius of the disk.

To estimate the disk radius for 2M 0438+2611, we compare the images produced by each of our five models to the WFPC2 images in Figure 4. The WFPC2 data show a central peak surrounded by asymmetric bipolar emission. In comparison, the model images for  $R_{\text{out}} = 5$  and 12 AU show a point source and no detectable extended emission, and the model for  $R_{\text{out}} = 200$  AU produces too much extended emission. Meanwhile, the images from the models for  $R_{\text{out}} = 20$  and 40 AU agree reasonably well with the WFPC2 images of 2M 0438+2611. The relative fluxes of the two lobes of emission are better matched by the model for  $R_{\text{out}} = 20$  AU, while the length of the extended emission is better matched by  $R_{\text{out}} = 40$  AU. Thus, the WFPC2 images constrain the disk radius to be  $R_{\text{out}} = 20\text{--}40$  AU and confirm the high inclination that is implied by the SED analysis. In addition, given that the model images are formed by stellar light scattered at the disk surface and extinguished by the outer disk, the agreement between the optical SED and the predicted scattered-light spectrum and flux level (Fig. 2) is further evidence supporting our estimate of the depletion factor of small grains in the upper disk layers.

#### 4. CONCLUSIONS

The young brown dwarf 2M 0438+2611 exhibits several characteristics that are often observed in stars with edge-on disks, such as unusually faint near-IR fluxes for its spectral type, strong emission in forbidden transitions, and anomalous near-IR colors (Luhman 2004). Through observations presented in this paper, we have confirmed that 2M 0438+2611 is occulted by a highly inclined disk. This new evidence is summarized as follows.

1. Based on a comparison to other young brown dwarfs, the slope of the  $0.8\text{--}2.5 \mu\text{m}$  spectrum of 2M 0438+2611 cannot be explained as a photosphere reddened by a standard extinction law and instead is consistent with scattered light, which suggests that the brown dwarf is occulted by circumstellar material.

2. The presence of silicate absorption at  $\sim 10 \mu\text{m}$  and silicate emission at  $\sim 11 \mu\text{m}$  constrains the disk inclination angle to be near  $\sim 70^\circ$  (i.e.,  $20^\circ$  from edge-on) because higher or lower inclinations would produce only absorption or emission, respectively.

3. We detect asymmetric bipolar emission in WFPC2 images of 2M 0438+2611, which is consistent with simulated scattered-light images produced by our model of a highly inclined disk around this brown dwarf.

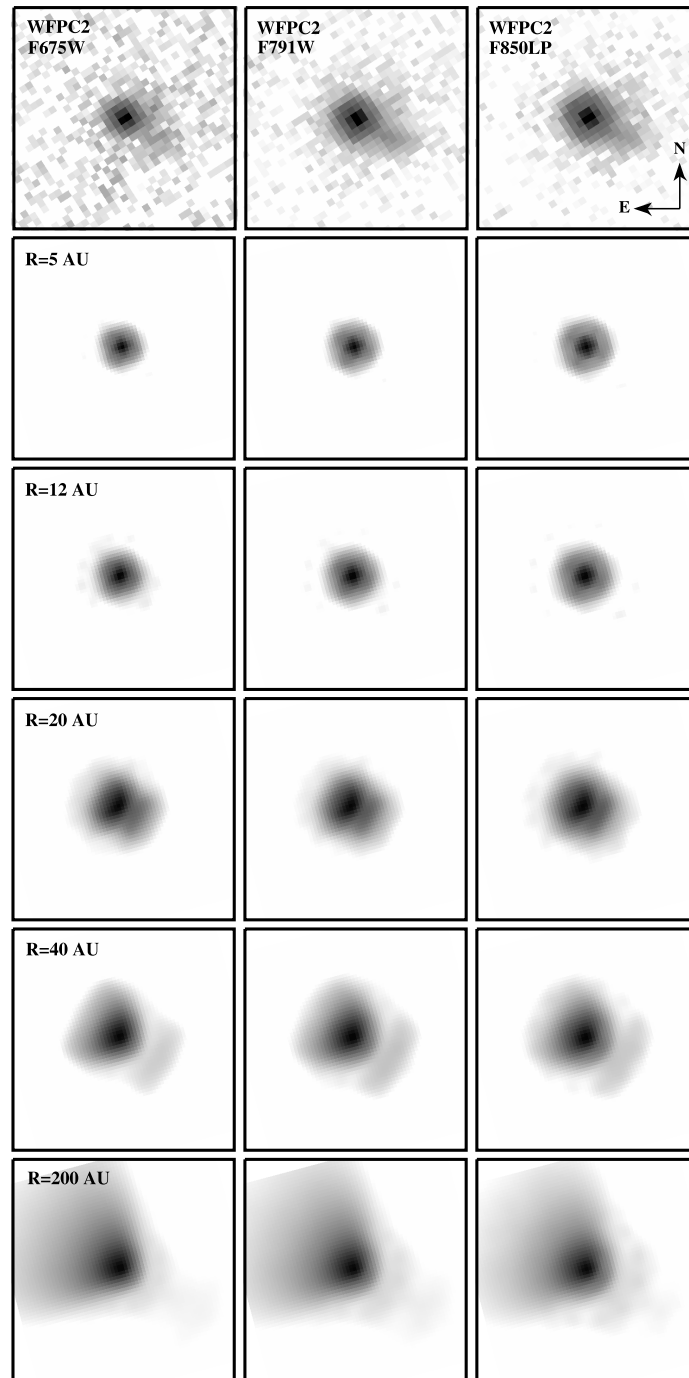


FIG. 4.— WFPC2 images of 2M 0438+2611 (*top row*) and simulated images produced by the disk models that fit the SED in Fig. 2 (*bottom five rows*). In the model images, the disk is close to edge-on ( $i \sim 70^\circ$ ) and is aligned close to north-south. Thus, the extended emission in the horizontal direction is above and below the disk. For each image, the intensity is displayed on a logarithmic scale and the size is  $1.5'' \times 1.5''$ .

In addition to its inclination, we have been able to constrain several other properties of the disk around 2M 0438+2611 through modeling of its SED and high-resolution images. These constraints are made possible by the unusual wealth of data available for this disk, although achieving a self-consistent model

that simultaneously reproduces those data has proved to be quite challenging. In our best-fit models, the disk has an inclination of  $\sim 70^\circ$ , an inner radius of  $58R_\oplus \approx 0.275$  AU, an outer radius of 20–40 AU, a total mass of 100–200  $M_\oplus$ , and an abundance of small grains in its upper layers of  $0.03 \lesssim \epsilon \lesssim 0.09$ , indicating a large

degree of settling to the midplane. Our estimate of the inner radius suggests the presence of a large inner hole, which is a characteristic of transitional disks (Calvet et al. 2002, 2005; D'Alessio et al. 2005; Muzerolle et al. 2006). Meanwhile, the outer radius of the disk around 2M 0438+2611 is somewhat larger than expected from models of embryo ejection ( $R_{\text{out}} < 10\text{--}20$  AU; Bate et al. 2003).

We acknowledge support from grant GO-10511 from the Space Telescope Science Institute and grant AST 05-44588 from the National Science Foundation (K. L.), grant 172854 from CONACyT (L. A.), grants from CONACyT and PAPIIT/DGAPA, México (P. D.), and NASA grants NAG5-9670 and NAG5-13210 (N. C. and L. H.).

## REFERENCES

- Allen, P. R., et al. 2007, *ApJ*, 655, 1095  
 Bate, M. R., Bonnell, I. A., & Bromm, V. 2003, *MNRAS*, 339, 577  
 Brandner, W., et al. 2000, *A&A*, 364, L13  
 Burrows, C. J., et al. 1996, *ApJ*, 473, 437  
 Calvet, N., D'Alessio, P., Hartmann, L., Wilner, D., Walsh, A., & Sitko, M. 2002, *ApJ*, 568, 1008  
 Calvet, N., et al. 2005, *ApJ*, 630, L185  
 Cardelli, J. A., Clayton, G. C., & Mathis, J. S. 1989, *ApJ*, 345, 245  
 Chauvin, G., et al. 2002, *A&A*, 394, 949  
 Cushing, M. C., Vacca, W. D., & Rayner, J. T. 2004, *PASP*, 116, 362  
 D'Alessio, P., Calvet, N., & Hartmann, L. 2001, *ApJ*, 553, 321  
 D'Alessio, P., Calvet, N., Hartmann, L., Franco-Hernández, R., & Servín, H. 2006, *ApJ*, 638, 314  
 D'Alessio, P., Calvet, N., Hartmann, L., Lizano, S., & Cantó, J. 1999, *ApJ*, 527, 893  
 D'Alessio, P., Canto, J., Calvet, N., & Lizano, S. 1998, *ApJ*, 500, 411  
 D'Alessio, P., et al. 2005, *ApJ*, 621, 461  
 Draine, B. T., & Lee, H. M. 1984, *ApJ*, 285, 89  
 Dullemond, C. P., Dominik, C., & Natta, A. 2001, *ApJ*, 560, 957  
 Fazio, G. G., et al. 2004, *ApJS*, 154, 10  
 Fernández, M., & Comerón, F. 2001, *A&A*, 380, 264  
 Furlan, E., et al. 2005, *ApJ*, 621, L129  
 ———. 2006, *ApJS*, 165, 568  
 Gammie, C. F. 1996, *ApJ*, 457, 355  
 Grosso, N., Alves, J., Wood, K., Neuhäuser, R., Montmerle, T., & Bjorkman, J. E. 2003, *ApJ*, 586, 296  
 Hartmann, L., Calvet, N., Allen, L., Chen, H., & Jayawardhana, R. 1999, *AJ*, 118, 1784  
 Hartmann, L., et al. 2005, *ApJ*, 629, 881  
 Houck, J. R., et al. 2004, *ApJS*, 154, 18  
 Hughes, A. M., et al. 2007, *ApJ*, 664, 536  
 Jayawardhana, R., Luhman, K. L., D'Alessio, P., & Stauffer, J. R. 2002, *ApJ*, 571, L51  
 Koresko, C. D. 1998, *ApJ*, 507, L145  
 Krist, J. E., et al. 1998, *ApJ*, 501, 841  
 Lucas, P. W., & Roche, P. F. 1997, *MNRAS*, 286, 895  
 Luhman, K. L. 2004, *ApJ*, 617, 1216  
 ———. 2006, *ApJ*, 645, 676  
 Luhman, K. L., Stauffer, J. R., Muench, A. A., Rieke, G. H., Lada, E. A., Bouvier, J., & Lada, C. J. 2003, *ApJ*, 593, 1093  
 Luhman, K. L., Whitney, B. A., Meade, M. R., Babler, B. L., Indebetouw, R., Bracker, S., & Churchwell, E. B. 2006, *ApJ*, 647, 1180  
 Mathis, J. S., Rumpl, W., & Nordsieck, K. H. 1977, *ApJ*, 217, 425  
 McCaughrean, M. J., & O'Dell, R. C. 1996, *AJ*, 111, 1977  
 Monin, J.-L., & Bouvier, J. 2000, *A&A*, 356, L75  
 Muzerolle, J., D'Alessio, P., Calvet, N., & Hartmann, L. 2004, *ApJ*, 617, 406  
 Muzerolle, J., Luhman, K. L., Briceño, C., Hartmann, L., & Calvet, N. 2005, *ApJ*, 625, 906  
 Muzerolle, J., et al. 2006, *ApJ*, 643, 1003  
 Padgett, D. L., et al. 1999, *AJ*, 117, 1490  
 Perrin, M. D., Duchêne, G., Kalas, P., & Graham, J. R. 2006, *ApJ*, 645, 1272  
 Pontoppidan, K. M., et al. 2005, *ApJ*, 622, 463  
 Quillen, A. C., Blackman, E. G., Frank, A., & Varnière, P. 2004, *ApJ*, 612, L137  
 Rayner, J. T., et al. 2003, *PASP*, 115, 362  
 Rice, W. K. M., Wood, K., Armitage, P. J., Whitney, B. A., & Bjorkman, J. E. 2003, *MNRAS*, 342, 79  
 Rieke, G. H., & Lebofsky, M. J. 1985, *ApJ*, 288, 618  
 Rieke, G. H., et al. 2004, *ApJS*, 154, 25  
 Scholz, A., Jayawardhana, R., & Wood, K. 2006, *ApJ*, 645, 1498  
 Skrutskie, M., et al. 2006, *AJ*, 131, 1163  
 Slesnick, C. L., Hillenbrand, L. A., & Carpenter, J. M. 2004, *ApJ*, 610, 1045  
 Stapelfeldt, K. R., et al. 1998, *ApJ*, 502, L65  
 Vacca, W. D., Cushing, M. C., & Rayner, J. T. 2003, *PASP*, 115, 389  
 Watson, D. M., et al. 2004, *ApJS*, 154, 391  
 Weingartner, J. C., & Draine, B. T. 2001, *ApJ*, 548, 296  
 Werner, M. W., et al. 2004, *ApJS*, 154, 1  
 Wichmann, R., Bastian, U., Krautter, J., Jankovics, I., & Ruciński, S. M. 1998, *MNRAS*, 301, L39



## Referencias

- Abramowicz, M. A., Czerny, B., Lasota, J. P., & Szuszkiewicz, E. 1988, *ApJ*, 332, 646
- Abramowicz, M. A., Lanza, A., & Percival, M. J., 1997, *ApJ*, 479, 179
- Adame, L.**, Cantó, J., D'Alessio, P., & Muzerolle, J. 2005, *Protostars and Planets V*, 8500
- Adams, F. C., Lada, C. J., & Shu, F. H. 1987, *ApJ*, 312, 788
- Akeson, R. L., et al. 2005, *ApJ*, 622, 440
- Allard, F., Hauschildt, P. H., Alexander, D. R., & Starrfield, S. 1997, *ARA&A*, 35, 137
- Allard, F., Hauschildt, P. H., Alexander, D. R., Tamanai, A., & Schweitzer, A. 2001, *ApJ*, 556, 357
- Anderson, D. A., Tannehill, J. C., & Pletcher, R. H., 1984, *Computational fluid mechanics and heat transfer*, McGraw-Hill Book Co.
- Andre, P., Ward-Thompson, D., & Barsony, M. 1993, *ApJ*, 406, 122
- Andrews, S. M., & Williams, J. P. 2005, *ApJ*, 631, 1134
- Andrews, S. M., & Williams, J. P. 2007, *ApJ*, 659, 705
- Andrews, S. M., Wilner, D. J., Hughes, A. M., Qi, C., & Dullemond, C. P. 2009, *ApJ*, 700, 1502
- Apai, D., Pascucci, I., Sterzik, M. F., van der Blik, N., Bouwman, J., Dullemond, C. P., & Henning, T. 2004, *A&A*, 426, L53
- Apai, D., Pascucci, I., Bouwman, J., Natta, A., Henning, T., & Dullemond, C. P. 2005, *Science*, 310, 834
- Balbus, S. A., & Hawley, J. F., 1991, *ApJ*, 376, 214
- Balbus, S. A., & Hawley, J. F. 1998, *Reviews of Modern Physics*, 70, 1



- Balbus, S., 2010, *Magnetohydrodynamics of Protostellar Disks*, en *Physical Processes in Circumstellar Disks Around Young Stars*, ed. P. Garcia, (University of Chicago Press: Chicago)
- Bally, J., Reipurth, B., & Davis, C. J. 2007, *Protostars and Planets V*, 215
- Baraffe, I., Chabrier, G., Allard, F., & Hauschildt, P. H. 2002, *A&A*, 382, 563
- Barrado, D., et al. 2009, *A&A*, 508, 859
- Basri, G. 2000, *ARA&A*, 38, 485
- Batchelor, G. K., 2000, *An Introduction to Fluid Dynamics*, Cambridge University Press.
- Bate, M. R., Bonnell, I. A., & Bromm, V. 2002, *MNRAS*, 332, L65
- Bate, M. R., Bonnell, I. A., & Bromm, V. 2003, *MNRAS*, 339, 577
- Beckwith, S. V. W., Sargent, A. I., Chini, R. S., & Guesten, R. 1990, *AJ*, 99, 924
- Bell, K. R., Cassen, P. M., Klahr, H. H., & Henning, T., 1997, *ApJ*, 486, 372
- Bergin, E. A., Plume, R., Williams, J. P., & Myers, P. C., 1999, *ApJ*, 512, 724
- Bizzarro, M., Baker, J. A., & Haack, H., 2004, *Nature*, 431, 275
- Blandford, R. D., & Payne, D. G., 1982, *MNRAS*, 199, 883
- Bonnell, I. A., Clark, P., & Bate, M. R. 2008, *MNRAS*, 389, 1556
- Bouvier, J., Cabrit, S., Fernandez, M., Martin, E. L., & Matthews, J. M., 1993, *A&A*, 272, 176
- Bouy, H., et al. 2008, *A&A*, 486, 877
- Briceño, C., Hartmann, L., Stauffer, J., & Martín, E. 1998, *AJ*, 115, 2074
- Briceño, C., Luhman, K. L., Hartmann, L., Stauffer, J. R., & Kirkpatrick, J. D. 2002, *ApJ*, 580, 317
- Burrows, A., Hubbard, W. B., Lunine, J. I., & Liebert, J., 2001, *Reviews of Modern Physics*, 73, 719
- Calvet, N., Patino, A., Magris, G. C., & D'Alessio, P., 1991, *ApJ*, 380, 617
- Calvet, N., Magris, G. C., Patino, A., & D'Alessio, P. 1992, *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica*, 24, 27
- Calvet, N., & Gullbring, E., 1998, *ApJ*, 509, 802
- Calvet, N., D'Alessio, P., Hartmann, L., Wilner, D., Walsh, A., & Sitko, M. 2002, *ApJ*, 568, 1008

- Calvet, N., et al. 2005, *ApJ*, 630, L185
- Calvet, N. & D'Alessio, P., 2010, *Protoplanetary disk structure and evolution* En *Physical Processes in Circumstellar Disks Around Young Stars*, ed. P. Garcia, (University of Chicago Press: Chicago)
- Carpenter, J. M., Mamajek, E. E., Hillenbrand, L. A., & Meyer, M. R. 2006, *ApJ*, 651, L49
- Chabrier, G., & Baraffe, I., 2000, *ARA&A*, 38, 337
- Chabrier, G., Baraffe, I., Allard, F., & Hauschildt, P. 2000, *ApJ*, 542, 464
- Chandrasekhar, S., 1960, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 46, 1, 136
- Chiang, E. I., & Goldreich, P. 1997, *ApJ*, 490, 368
- Chiang, E. I., & Goldreich, P. 1999, *ApJ*, 519, 279
- Chiang, E., & Murray-Clay, R. 2007, *Nature Physics*, 3, 604
- Cieza, L., & Baliber, N., 2006, *ApJ*, 649, 862
- Comerón, F., Neuhäuser, R., & Kaas, A. A. 2000, *A&A*, 359, 269
- Consolmagno, G. J., & Jokipii, J. R., 1978, *Moon and Planets*, 19, 253
- Courant, R., 1988, *Differential & Integral Calculus*, Vol. 1, Wiley-IEEE.
- D'Alessio, Paola, 1996, *Discos de acreción alrededor de estrellas jóvenes*, Tesis Doctoral, UNAM.
- D'Alessio, P., Canto, J., Calvet, N., & Lizano, S., 1998, *ApJ*, 500, 411
- D'Alessio, P., Cantó, J., Hartmann, L., Calvet, N., & Lizano, S., 1999, *ApJ*, 511, 896
- D'Alessio, P., Calvet, N., & Hartmann, L. 2001, *ApJ*, 553, 321
- D'Alessio, P., et al., 2005, *ApJ*, 621, 461
- D'Alessio, P., Calvet, N., Hartmann, L., Franco-Hernández, R., & Servín, H. 2006, *ApJ*, 638, 314
- Dalgarno, A., Yan, M., & Liu, W., 1999, *ApJS*, 125, 237
- Davidson, P.A., 2004, *Turbulence: an introduction for scientists and engineers*, Oxford University Press.
- Dolginov, A. Z., & Stepinski, T. F., 1994, *ApJ*, 427, 377
- Draine, B. T., & Lee, H. M. 1984, *ApJ*, 285, 89
- Draine, B. T. 2003, *ARA&A*, 41, 241

- Draine, B. T. 2003, *ApJ*, 598, 1017
- Dubrulle, B., Marié, L., Normand, C., Richard, D., Hersant, F., & Zahn, J.-P., 2005, *A&A*, 429, 1
- Dullemond, C. P., Dominik, C., & Natta, A. 2001, *ApJ*, 560, 957
- Dullemond, C. P., & Dominik, C. 2004, *A&A*, 417, 159
- Dullemond, C. P., & Dominik, C. 2004, *A&A*, 421, 1075
- Duschl, W. J., Strittmatter, P. A., & Biermann, P. L., 2000, *A&A*, 357, 1123
- Fazio, G. G., et al. 2004, *ApJS*, 154, 10
- Finocchi, F., & Gail, H.-P., 1997, *A&A*, 327, 825
- Frank, King, & Raine, 1992, *Accretion Power in Astrophysics*. Cambridge University Press.
- Gammie, C. F., 1996, *ApJ*, 457, 355
- Glassgold, A. E., Najita, J., & Igea, J. 1997, *ApJ*, 480, 344
- Glassgold, A. E., Najita, J., & Igea, J. 2004, *ApJ*, 615, 972
- Goldsmith, P. F., & Langer, W. D., 1978, *ApJ*, 222, 881
- Ghosh, P., & Lamb, F. K., 1979, *ApJ*, 232, 259
- Grosso, N., et al. 2007, *A&A*, 468, 391
- Guieu, S., Dougados, C., Monin, J.-L., Magnier, E., & Martín, E. L. 2006, *A&A*, 446, 485
- Guieu, S., et al. 2007, *A&A*, 465, 855
- Hayashi, C., 1981, *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 70, 35
- Hartmann, L., Hewett, R., & Calvet, N. 1994, *ApJ*, 426, 669
- Hartmann, L., 1998, *Accretion processes in star formation*, Cambridge University Press. (Cambridge astrophysics series ; 32)
- Hartmann, L., Calvet, N., Gullbring, E., & D'Alessio, P., 1998, *ApJ*, 495, 385
- Hartmann, L., Megeath, S. T., Allen, L., Luhman, K., Calvet, N., D'Alessio, P., Franco-Hernandez, R., & Fazio, G. 2005, *ApJ*, 629, 881
- Hartmann, L., D'Alessio, P., Calvet, N. & Muzerolle, J., *ApJ*, 648, 484

- Hawley, J. F., Gammie, C. F., & Balbus, S. A. 1995, *ApJ*, 440, 742
- Heney, L. G., & Greenstein, J. L. 1941, *ApJ*, 93, 70
- Herbst, W., Eislöffel, J., Mundt, R., & Scholz, A., 2007, *Protostars and Planets V*, 297
- Herczeg, G. J., & Hillenbrand, L. A. 2008, *ApJ*, 681, 594
- Herczeg, G. J., Cruz, K. L., & Hillenbrand, L. A. 2009, *ApJ*, 696, 1589
- Hubeny, I., 1990, *ApJ*, 351, 632
- Hueso, R., & Guillot, T., 2005, *A&A*, 442, 703
- Huré, J.-M., 2000, *A&A*, 358, 378
- Huré, J.-M., Richard, D., & Zahn, J.-P., 2001, *A&A*, 367, 1087
- Hoshi, R., 1981, *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 70, 181
- Indebetouw, R., et al. 2005, *ApJ*, 619, 931
- Ireland, M. J., & Kraus, A. L., 2008, *ApJ*, 678, L59
- Isella, A., & Natta, A. 2005, *A&A*, 438, 899
- Isella, A., Carpenter, J. M., & Sargent, A. I. 2009, *ApJ*, 701, 260
- Jaroszynski, M., Abramowicz, M. A., & Paczynski, B., 1980, *Acta Astronomica*, 30, 1
- Jayawardhana, R., Ardila, D. R., Stelzer, B., & Haisch, K. E., Jr. 2003, *AJ*, 126, 1515
- Ji, H., Burin, M., Schartman, E., & Goodman, J., 2006, *Nature*, 444, 343
- Joergens, V., Fernández, M., Carpenter, J. M., & Neuhäuser, R., 2003, *ApJ*, 594, 971
- Joseph, J. H., Wiscombe, W. J., & Weinman, J. A. 1976, *Journal of Atmospheric Sciences*, 33, 2452
- Kenyon, S. J., & Hartmann, L. 1987, *ApJ*, 323, 714
- Kenyon, S. J., & Hartmann, L. 1995, *ApJS*, 101, 117
- Kessler-Silacci, J. E., et al. 2007, *ApJ*, 659, 680
- Kirkpatrick, J. D. 2005, *ARA&A*, 43, 195
- Kitamura, Y., Momose, M., Yokogawa, S., Kawabe, R., Tamura, M., & Ida, S. 2002, *ApJ*, 581, 357

- Klein, R., Apai, D., Pascucci, I., Henning, T., & Waters, L. B. F. M. 2003, *ApJ*, 593, L57
- Königl, A. 1991, *ApJ*, 370, L39
- Kraus, A. L., & Hillenbrand, L. A. 2007, *ApJ*, 662, 413
- Krolik, Julian Henry, 1999, *Active Galaxy Nuclei: From the central black hole to the galactic environment*. Princeton University Press.
- Krumholz, M. R., McKee, C. F., & Klein, R. I. 2005, *Nature*, 438, 332
- Kuchner, M. J. 2004, *ApJ*, 612, 1147
- Kumar, S. S., 1963, *ApJ*, 137, 1121
- Lamm, M. H., Mundt, R., Bailer-Jones, C. A. L., & Herbst, W., 2005, *A&A*, 430, 1005
- Landau, L. D., & Lifshitz, E. M., 2004, *Fluid mechanics*, 2nd Edition, Elsevier
- Le Bars, M., & Le Gal, P., 2007, *Physical Review Letters*, 99, 064502
- Lee, T., Papanastassiou, D. A., & Wasserburg, G. J., 1977, *ApJ*, 211, L107
- Leggett, S. K., Allard, F., Geballe, T. R., Hauschildt, P. H., & Schweitzer, A. 2001, *ApJ*, 548, 908
- Li, A., & Draine, B. T. 2001, *ApJ*, 554, 778
- Liu, M. C., Najita, J., & Tokunaga, A. T. 2003, *ApJ*, 585, 372
- Lodders, K., 2003, *ApJ*, 591, 1220
- Long, M., Romanova, M. M., & Lovelace, R. V. E., 2005, *ApJ*, 634, 1214
- Luhman, K. L., Briceño, C., Stauffer, J. R., Hartmann, L., Barrado y Navascués, D., & Caldwell, N. 2003a, *ApJ*, 590, 348
- Luhman, K. L., Stauffer, J. R., Muench, A. A., Rieke, G. H., Lada, E. A., Bouvier, J., & Lada, C. J. 2003b, *ApJ*, 593, 1093
- Luhman, K. L., 2004, *ApJ*, 617, 1216
- Luhman, K. L., et al. 2005, *ApJ*, 631, L69
- Luhman, K. L., **Adame, L.**, D'Alessio, P., Calvet, N., Hartmann, L., Megeath, S. T., & Fazio, G. G., 2005, *ApJ*, 635, L93

- Luhman, K. L., Whitney, B. A., Meade, M. R., Babler, B. L., Indebetouw, R., Bracker, S., & Churchwell, E. B. 2006, *ApJ*, 647, 1180
- Luhman, K. L. 2006, *ApJ*, 645, 676
- Luhman, K. L., Joergens, V., Lada, C., Muzerolle, J., Pascucci, I., & White, R., 2007, *Protostars and Planets V*, 443
- Luhman, K. L., **Adame, L.**, D'Alessio, P. et al., 2007, *ApJ*, 666, 1219
- Luhman, K. L., Hernández, J., Downes, J. J., Hartmann, L., & Briceño, C. 2008, *ApJ*, 688, 362
- Lynden-Bell, D., & Pringle, J. E. 1974, *MNRAS*, 168, 603
- Marshak, R. E., 1943, *Phys. Rev.*, 71, 443
- Masciadri, E., & Raga, A. C., 2004, *ApJ*, 615, 850
- Martín, E. L., Dougados, C., Magnier, E., Ménard, F., Magazzú, A., Cuillandre, J.-C., & Delfosse, X. 2001, *ApJ*, 561, L195
- Mathis, J. S., Rumpl, W., & Nordsieck, K. H., 1977, *ApJ*, 217, 425
- Mathis, J. S. 1990, *ARA&A*, 28, 37
- McKee, C. F., & Ostriker, E. C., 2007, *ARA&A*, 45, 565
- Meador, W. E., & Weaver, W. R., 1979, *Appl. Opt.*, 18, 1204
- Miesch, M. S., Scalo, J., & Bally, J., 1999, *ApJ*, 524, 895
- Mohanty, S., Jayawardhana, R., & Basri, G., 2005a, *Memorie della Societa Astronomica Italiana*, 76, 303
- Mohanty, S., Jayawardhana, R., & Basri, G., 2005b, *ApJ*, 626, 498
- Monnier, J. D., et al. 2006, *ApJ*, 647, 444
- Morrow, A. L., et al. 2008, *ApJ*, 676, L143
- Mostefaoui, S., Lugmair, G. W., & Hoppe, P., 2005, *ApJ*, 625, 271
- Muzerolle, J., Calvet, N., & Hartmann, L., 1998, *ApJ*, 492, 743
- Muzerolle, J., Briceño, C., Calvet, N., Hartmann, L., Hillenbrand, L., & Gullbring, E., 2000, *ApJ*, 545, L141
- Muzerolle, J., Calvet, N., & Hartmann, L., 2001, *ApJ*, 550, 944

- Muzerolle, J., Calvet, N., Hartmann, L., & D'Alessio, P., 2003, *ApJ*, 597, L149
- Muzerolle, J., D'Alessio, P., Calvet, N., & Hartmann, L., 2004, *ApJ*, 617, 406
- Muzerolle, J., Luhman, K. L., Briceño, C., Hartmann, L., & Calvet, N. 2005, *ApJ*, 625, 906
- Muzerolle, J., **Adame, L.**, D'Alessio, P. et al., 2006, *ApJ*, 643, 1003
- Najita, J. R., Carr, J. S., Glassgold, A. E., & Valenti, J. A., 2007, *Protostars and Planets V*, 507
- Nakajima, T., Oppenheimer, B. R., Kulkarni, S. R., Golimowski, D. A., Matthews, K., & Durrance, S. T. 1995, *Nature*, 378, 463
- Nakano, T., & Umebayashi, T., 1986, *MNRAS*, 218, 663
- Narayan, R., Mahadevan, R., & Quataert, E. 1998, *Theory of Black Hole Accretion Disks*, 148
- Natta, A., Meyer, M. R., & Beckwith, S. V. W. 2000, *ApJ*, 534, 838
- Natta, A., & Testi, L. 2001, *A&A*, 376, L22
- Natta, A., Testi, L., Muzerolle, J., Randich, S., Comerón, F., & Persi, P. 2004, *A&A*, 424, 603
- Nelson, R. P., & Papaloizou, J. C. B. 2003, *MNRAS*, 339, 993
- Oasa, Y., Tamura, M., & Sugitani, K. 1999, *ApJ*, 526, 336
- Oppenheimer, B. R., Kulkarni, S. R., Matthews, K., & van Kerkwijk, M. H., 1998, *ApJ*, 502, 932
- Paczynski, B., & Bisnovaty-Kogan, G. 1981, *Acta Astronomica*, 31, 283
- Paczynsky, B., & Wiita, P. J., 1980, *A&A*, 88, 23
- Papaloizou, J. C. B., & Nelson, R. P. 2003, *MNRAS*, 339, 983
- Pascucci, I., Apai, D., Henning, T., & Dullemond, C. P. 2003, *ApJ*, 590, L111
- Pascucci, I., Apai, D., Luhman, K., Henning, T., Bouwman, J., Meyer, M. R., Lahuis, F., & Natta, A. 2009, *ApJ*, 696, 143
- Phan-Bao, N., et al. 2008, *ApJ*, 689, L141
- Pollack, J. B., Hollenbach, D., Beckwith, S., Simonelli, D. P., Roush, T., & Fong, W., 1994, *ApJ*, 421, 615
- Prahl, S. A., 1988, *Light Transport in Tissue*, Tesis Doctoral, University of Texas at Austin.
- Pringle, J. E. 1981, *ARA&A*, 19, 137

- Pudritz, R. E., & Norman, C. A., 1983, *ApJ*, 274, 677
- Pudritz, R. E., & Norman, C. A., 1986, *ApJ*, 301, 571
- Pudritz, R. E., Ouyed, R., Fendt, C., & Brandenburg, A., 2007, *Protostars and Planets V*, 277
- Ray, T., Dougados, C., Bacciotti, F., Eislöffel, J., & Chrysostomou, A., 2007, *Protostars and Planets V*, 231
- Rebull, L. M., Stauffer, J. R., Megeath, S. T., Hora, J. L., & Hartmann, L., 2006, *ApJ*, 646, 297
- Reipurth, B., & Clarke, C., 2001, *AJ*, 122, 432
- Riaz, B. 2009, *ApJ*, 701, 571
- Riaz, B., Lodieu, N., & Gizis, J. E. 2009, *ApJ*, 705, 1173
- Richard, D., & Zahn, J.-P. 1999, *A&A*, 347, 734
- Rieke, G. H., et al. 2004, *ApJS*, 154, 25
- Rüdiger, G., Elstner, D. & Tschäpe, R., 1988, *Acta Astronomica*, 38, 299.
- Scholz, A., & Eislöffel, J., 2005, *A&A*, 429, 1007
- Scholz, A., & Jayawardhana, R. 2006, *ApJ*, 638, 1056
- Scholz, A., Jayawardhana, R., & Wood, K., 2006, *ApJ*, 645, 1498
- Scholz, A., Jayawardhana, R., Wood, K., Meeus, G., Stelzer, B., Walker, C., & O'Sullivan, M. 2007, *ApJ*, 660, 1517
- Shakura, N. I., & Syunyaev, R. A., 1973, *A&A*, 24, 337
- Shakura, N.I., Sunyaev, R.A. & Zilitinkevich, S.S., 1978, *A&A*, 62, 179.
- Shalybkov, D., & Rüdiger, G., 2005, *A&A*, 438, 411
- Shang, H., Li, Z.-Y., & Hirano, N., 2007, *Protostars and Planets V*, 261
- Shu, F., Najita, J., Ostriker, E., Wilkin, F., Ruden, S., & Lizano, S., 1994, *ApJ*, 429, 781
- Shukolyukov, A., & Lugmair, G. W. 1993, *Science*, 259, 1138
- Sicilia-Aguilar, A., et al. 2006, *ApJ*, 638, 897
- Sicilia-Aguilar, A., Hartmann, L. W., Watson, D., Bohac, C., Henning, T., & Bouwman, J. 2007, *ApJ*, 659, 1637



- Skrutskie, M. F., et al. 2006, *AJ*, 131, 1163
- Star, W.M., *Diffusion theory of light transport* en *Optical-Thermal Response of Laser Irradiated Tissue*, A. J. Welch and M. J. C. van Gemert, eds. (Plenum, New York, 1995), pp. 131–206.
- Stelzer, B., Scholz, A., & Jayawardhana, R. 2007, *ApJ*, 671, 842
- Stepinski, T. F., 1992, *Icarus*, 97, 130
- Strittmatter, P. A., 1974, *A&A*, 32, 7
- Tachibana, S., Huss, G. R., Kita, N. T., Shimoda, G., & Morishita, Y. 2006, *ApJ*, 639, L87
- Tannirkulam, A., Harries, T. J., & Monnier, J. D. 2007, *ApJ*, 661, 374
- Taylor, G. I., 1936, *Proc. Roy. Soc. London A*, 157, 546
- Thrane, K., Bizzarro, M., & Baker, J. A., 2006, *ApJ*, 646, L159
- Toomre, A. 1964, *ApJ*, 139, 1217
- Umebayashi, T., & Nakano, T., 1981, *PASJ*, 33, 617
- Urey, H. C., 1955, *Proceedings of the National Academy of Science*, 41, 127
- Vorobyov, E. I., & Basu, S. 2008, *ApJ*, 676, L139
- Vorobyov, E. I., & Basu, S. 2009, *ApJ*, 703, 922
- Wadhwa, M., Amelin, Y., Davis, A. M., Lugmair, G. W., Meyer, B., Gounelle, M., & Desch, S. J., 2007, *Protostars and Planets V*, 835
- Walker, C., Wood, K., Lada, C. J., Robitaille, T., Bjorkman, J. E., & Whitney, B., 2004, *MNRAS*, 351, 607
- Weidenschilling, S. J. 1977, *Ap&SS*, 51, 153
- Weiss, A., Hillebrandt, W., Thomas, H.-C., & Ritter, H. 2004, *Cox and Giuli's Principles of Stellar Structure*, by A. Weiss, W. Hillebrandt, H.-C. Thomas, H. Ritter. Cambridge, UK: Princeton Publishing Associates Ltd, 2004.
- Werner, M. W., et al. 2004, *ApJS*, 154, 1
- Whelan, E. T., Ray, T. P., Bacciotti, F., Natta, A., Testi, L., & Randich, S., 2005, *Nature*, 435, 652
- Whelan, E. T., Ray, T. P., Randich, S., Bacciotti, F., Jayawardhana, R., Testi, L., Natta, A., & Mohanty, S., 2007, *ApJ*, 659, L45

- 
- Whelan, E. T., Ray, T. P., Podio, L., Bacciotti, F., & Randich, S. 2009, *ApJ*, 706, 1054
- White, R. J., & Basri, G. 2003, *ApJ*, 582, 1109
- Whitworth, A., Bate, M. R., Nordlund, Å., Reipurth, B., & Zinnecker, H., 2007, *Protostars and Planets V*, 459
- Williams, J. P., Bergin, E. A., Caselli, P., Myers, P. C., & Plume, R., 1998, *ApJ*, 503, 689
- Wiscombe, W.J., 1979, *Mie Scattering Calculations: Advances in Technique and Fast, Vector-Speed Computer Codes*, NCAR Technical Note NCAR/TN-140+STR (National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colo. 8030).
- Wiscombe, W. J. 1980, *Appl. Opt.*, 19, 1505
- Woodall, J., Agúndez, M., Markwick-Kemper, A. J., & Millar, T. J., 2007, *A&A*, 466, 1197
- Young, C. H., et al. 2004, *ApJS*, 154, 396
- Yusef-Zadeh, F., Wardle, M., & Roy, S., 2007, *ApJ*, 665, L123