



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA TIERRA**

**“ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA VISCOSIDAD  
DE ACEITES PRODUCIDOS EN MÉXICO”**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
**INGENIERA PETROLERA**  
P R E S E N T A:  
**MARLENE ANABEL REYES CASTILLO**

**DIRECTOR DE TESIS  
DR. EDGAR RAMÍREZ JARAMILLO**



**CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO D.F.**

**JUNIO 2010**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

---

## Agradecimientos

**Mamá** gracias por todo tu apoyo y confianza, por consentirme y cuidarme. Por hacerme quien soy, pero sobre todo por ser como eres, me has enseñado mucho y me he divertido más.

**Juan Carlos** gracias por acompañarme y ayudarme durante todo el camino, por escucharme y ser paciente, por conocer lo mejor y lo peor de mí, y aun así permanecer a mi lado durante tanto tiempo, gracias por ser mi mejor amigo y por amarme tanto.

**Rolando Castillo Blanco** y **Manuel Ramos Félix**, gracias por su ayuda y consejos, no importa que suceda siempre he sentido su apoyo y respaldo, gracias por sus enseñanzas y el cariño que me han dado.

**Sandra Castillo** gracias por tu cariño y por mantener siempre una sonrisa, por hacerme sentir siempre como en casa, y por ser tu consentida, gracias.

**Adrián, Gabriel** y **Patricio** gracias por acudir a mí cuando necesitan ayuda y por soportar mis gritos y regaños, lo hago por que importan y los quiero.

**Cecilia, Dalilah** y **Sixto** (los risueños de mi familia), gracias por sus locuras y ocurrencias por la paz y tranquilidad que transmiten y por todo el amor que nos dan. Sobre todo por ese clan de deschavetados que trajeron al mundo, gracias.

A mis compañeros y amigos **José Luis Hernández, Fernando Atlahua, Claudio Vera, Uziel Hernández, Caludia Marttelo, Jorge Morales, Dalía Martínez, París León, Janice Velázquez, Angeles Domínguez, Javier Mendoza** y **Estefanny Sánchez**, gracias por confiar en mí, por lo que compartieron conmigo y por esos momentos cómicos que no olvidare.

Al **Doctor Edgar Ramírez Jaramillo** por su ayuda en la realización de este trabajo, por su compromiso y paciencia y por el tiempo dedicado, gracias.

A mis sinodales, los **Doctores, Rafael Rodríguez Nieto** por enseñar algo más que ingeniería, a la **Doctora Rocío de la Torre Sánchez**, por su ayuda y atención. A los **ingenieros Octavio Steffani Vargas** por la confianza, amabilidad y por esa forma tan peculiar que tiene de ser, **Israel Castro Herrera** por sus comentarios. A todos muchas gracias, por el tiempo que dedicaron a la revisión de este trabajo y por las observaciones que hicieron del mismo.

---



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA  
60-I-332

**SRITA. MARLENE ANABEL REYES CASTILLO**  
**Presente**

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor Dr. Edgar Ramírez Jaramillo y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Petrolero:

**ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA V ... ACEITES PRODUCIDOS EN MÉXICO**

- I INTRODUCCIÓN
- II ANTECEDENTES
- III REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE
- IV ANÁLISIS DE ESTUDIOS PVT
- V AJUSTE DE DATOS EXPERIMENTALES
- DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS
- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES
- APÉNDICES
- BIBLIOGRAFÍA

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo, le recuerdo que la ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

Atentamente

**“POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU”**

CD. Universitaria, D. F., a 12 de Abril de 2010

El Presidente del Comité de Titulación de Ingeniería en Ciencias de la Tierra

**DR. RICARDO JOSÉ PADILLA Y SÁNCHEZ**

RJPYS\*RGTS\*srs

---

# Contenido

	Página
<b>Resumen</b>	<b>iii</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Tablas</b>	<b>ix</b>
<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Antecedentes</b>	<b>3</b>
1.1 Tipos de Yacimientos	3
1.2 Clasificación de los Yacimientos Petroleros de Acuerdo al Fluido que Contienen	5
1.3 Componentes del Aceite	8
1.3.1 Hidrocarburos	8
1.3.2 Componentes no Hidrocarburos	9
1.3.3 Clasificación de los Aceites	11
1.4 Fluidos Producidos	12
1.5 Estudio pVT	14
1.6 Ecuaciones Constitutivas Reológicas	23
1.6.1 Ley de Newton de la Viscosidad	24
1.6.2 Fluidos no Newtonianos	25
1.6.3 Teoría de la Viscosidad de los Gases de Baja Densidad	31
1.6.4 Teoría de la Viscosidad de los Líquidos	33
1.7 Correlaciones para el Cálculo de la Viscosidad	34

---

<b>2. Revisión del Estado del Arte</b>	<b>37</b>
2.1 Correlaciones de Viscosidad	37
2.2 Parámetros Utilizados en las Correlaciones de Viscosidad	51
<b>3. Análisis de Estudios pVT</b>	<b>55</b>
3.1 Comparación Gráfica de la Viscosidad con otras Propiedades	55
3.2 Base de Datos para el Análisis	59
3.3 Viscosidad del Aceite como Función de Diferentes Propiedades Físicas Medidas	63
<b>4. Ajuste de Datos Experimentales</b>	<b>75</b>
4.1 Ajuste con Correlaciones de Viscosidad	75
4.2 Ajuste con un Modelo de Regresión Lineal Múltiple	92
<b>5. Discusión y Análisis de Resultados</b>	<b>97</b>
5.1 Correlaciones Publicadas	97
5.2 Modelos de Regresión Lineal Múltiple	100
<b>Conclusiones y Recomendaciones</b>	<b>103</b>
<b>Apéndice A</b>	<b>105</b>
<b>Apéndice B</b>	<b>111</b>
<b>Referencias</b>	<b>121</b>

---

## Resumen

En general, no hay una regla simple o teoría para predecir el cambio de la viscosidad del aceite con la temperatura, presión, o con la composición. En el laboratorio, la viscosidad se mide isotérmicamente a varias presiones usando la composición inicial de los fluidos del yacimiento. Debido a que la composición cambia durante la declinación del yacimiento, es difícil obtener una muestra representativa durante su vida productiva, por lo que los valores de viscosidad obtenidos experimentalmente se usan para evaluar, calibrar o desarrollar modelos que permitan obtener la mejor aproximación para determinar la viscosidad del aceite.

Es por esto, que en este trabajo se analizan varios estudios pVT de diferentes campos productores de México, teniendo como objetivos: evaluar las correlaciones publicadas en la literatura y determinar un modelo estadístico que permita describir el comportamiento de la viscosidad.

Los estudios pVT abarcaron un gran rango de viscosidades que van desde aceites súper ligeros hasta extra pesados. De todo el grupo de reportes pVT, se seleccionaron los más representativos de cada tipo de aceite para ser evaluados con las correlaciones publicadas en la literatura; para esto se desarrolló un programa de cómputo en Visual Basic 6 ®, para facilitar y agilizar los ajustes.

Además, en este trabajo se desarrollaron dos modelos estadísticos; el primero para aceites pesados y extra pesados, y el segundo para medianos y ligeros, esto mediante la técnica de regresión lineal múltiple, dando como resultado correlaciones de viscosidad en función de las propiedades físicas del aceite como: relación de solubilidad, presión, temperatura, densidad, factor de volumen, compresibilidad, entre otras. Estos modelos

---

proporcionan una estimación satisfactoria de la viscosidad para un número importante de aceites de cada tipo, y en algunos casos, un mejor desempeño que las correlaciones publicadas.

Los errores en las mediciones de laboratorio son los principales factores que afectan la eficiencia de las correlaciones y consecuentemente de los modelos planteados. Los resultados obtenidos para ambos casos se analizan en términos de errores estadísticos, los comentarios correspondientes se hacen al final de este trabajo.



---

## Lista de Figuras

Figura		Página
1.1	Diagrama p-T para un Sistema Multicomponente.	4
1.2	Diagramas de Fases para Diferentes Tipos de Crudos y Gases.	6
1.3	Series de Hidrocarburos.	8
1.4	Equipo para análisis pVT.	15
1.5	Proceso de Separación Flash.	16
1.6	Presión de Burbuja a partir de Información de la Separación Flash.	16
1.7	Proceso de Separación Diferencial.	17
1.8	Prueba del Separador.	18
1.9	Comportamiento de la Viscosidad como Función de la Presión a T= cte.	20
1.10	Presión Óptima de Separación.	21
1.11	Formación del Perfil de Velocidad en Estado Estacionario para un Fluido Contenido entre dos Láminas.	24
1.12	Modelos no Newtonianos en Estado Estacionario.	26
1.13	Viscosidad Reducida en Función de la Temperatura Reducida, para Distintos Valores de Presión Reducida	29
1.14	Viscosidad Reducida en Función de la Presión y Temperatura Reducidas.	30
3.1	Relación entre Viscosidad y Temperatura de Yacimiento.	56
3.2	Relación entre Viscosidad y Densidad del Aceite en el Tanque de Almacenamiento.	56
3.3	Relación entre Viscosidad del Aceite y Relación de Solubilidad.	57
3.4	Relación entre Viscosidad del Aceite y Presión.	58
3.5	Relación entre la Viscosidad del Aceite y la Densidad.	58
3.6	Composición del aceite contra densidad del aceite en el tanque para pozos de 5 – 10 °API.	60

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
3.7	Composición del aceite contra densidad del aceite en el tanque para pozos de 10 - 15 °API.	60
3.8	Composición del aceite contra densidad del aceite en el tanque para pozos de 15 - 20 °API.	61
3.9	Composición del aceite contra densidad del aceite en el tanque para pozos de 20 - 30 °API.	61
3.10	Composición del aceite contra densidad del aceite en el tanque para pozos de 30 - 35 °API.	62
3.11	Composición del aceite contra densidad del aceite en el tanque para pozos de °API > 35.	62
3.12	Viscosidad del aceite medida a; a) presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra presión de yacimiento.	64
3.13	Viscosidad del aceite medida a; a) presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra temperatura de yacimiento.	65
3.14	Viscosidad del aceite medida a; a) presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra presión de burbuja.	67
3.15	Viscosidad del aceite medida a; a) presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra la compresibilidad del aceite.	68
3.16	Viscosidad del aceite medida a; a) presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra la densidad líquido medida a temperatura de yacimiento.	70
3.17	Viscosidad del aceite medida a; a) presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra la densidad del aceite medida a temperatura de 60°F.	71
3.18	Viscosidad del aceite medida a; a) presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra el factor de volumen del aceite.	72
3.19	Viscosidad del aceite medida a; a) presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra la relación de solubilidad a condiciones de saturación.	74
4.1	Ajuste de correlaciones de Viscosidad para el Pozo A.	77
4.2	Ajuste de correlaciones de Viscosidad para el Pozo B.	78
4.3	Ajuste de correlaciones de Viscosidad para el Pozo C.	79
4.4	Ajuste de correlaciones de Viscosidad para el Pozo D.	80
4.5	Ajuste de correlaciones de Viscosidad para el Pozo E.	81
4.6	Ajuste de correlaciones de Viscosidad para el Pozo F.	83
4.7	Ajuste de correlaciones de Viscosidad para el Pozo G.	84
4.8	Ajuste de correlaciones de Viscosidad para el Pozo H.	85
4.9	Ajuste de correlaciones de Viscosidad para el Pozo I.	86

---

<b>Figura</b>	<b>Página</b>
4.10 Ajuste de correlaciones de Viscosidad para el Pozo J.	87
4.11 Ajuste de correlaciones de Viscosidad para el Pozo K.	88
4.12 Porcentaje de Error para Aceites de 6.7 a 19.43 °API.	94
4.13 Porcentaje de Error para Aceites de 20 a 43.54 °API.	95
5.1 Porcentaje de Error de las correlaciones para Aceite Muerto.	97
5.2 Porcentaje de Error de las correlaciones para Aceite en el Punto de Burbuja.	98
5.3 Porcentaje de Error de las correlaciones para Aceite Bajo Saturado.	99
5.4 Viscosidad del Aceite Bajo Saturado Calculada y Medida (pesados y extra pesados)	100
5.5 Viscosidad del Aceite Bajo Saturado Calculada y Medida (medianos y ligeros).	101
A.1 Presentación	105
A.2 Pantalla de Inicio	106
A.3 Pantalla Datos de Entrada	106
A.4 Convertidor de Unidades	107
A.5 Ejemplos del Programa	107
A.6 Correlaciones de Aceite Muerto.	108
A.7 Correlaciones en el Punto de Burbuja	108
A.8 Correlaciones para el Aceite Bajo Saturado	109
A.9 Gráficas de Viscosidad	109
A.10 Gráfica con valores de Viscosidad Negativos.	110
A.11 Mensaje de Error para Valores Calculados	110



---

## Lista de Tablas

Tabla		Página
1.1	Características de los Fluidos de cada Yacimiento.	7
1.2	Alcanos.	8
1.3	Clasificación del Aceite de Acuerdo a su Densidad.	12
1.4	Clasificación de las Mezclas de Aceite.	12
1.5	Unidades para la Ley de Newton de la Viscosidad.	25
2.1	Parámetros Necesarios para las Correlaciones Publicadas de Viscosidad del Aceite Muerto.	52
2.2	Parámetros Necesarios para las Correlaciones Publicadas de Viscosidad del Aceite Saturado.	52
2.3	Parámetros Utilizados en las Correlaciones Publicadas de Viscosidad del Aceite Bajo Saturado.	53
3.1	Información de las Propiedades de los Fluidos (100 estudios pVT)	59
3.2	Composición de los Fluidos Producidos (100 estudios pVT)	63
3.3	Resumen de las Propiedades Ajustadas	74
4.1	Propiedades del Fluido del Pozo A.	76
4.2	Propiedades del Fluido del Pozo B.	77
4.3	Propiedades del Fluido del Pozo C.	78
4.4	Propiedades del Fluido del Pozo D.	80
4.5	Propiedades del Fluido del Pozo E.	81
4.6	Propiedades del Fluido del Pozo F.	82
4.7	Propiedades del Fluido del Pozo G.	83
4.8	Propiedades del Fluido del Pozo H.	84
4.9	Propiedades del Fluido del Pozo I.	85

---

<b>Tabla</b>	<b>Página</b>
4.10 Propiedades del Fluido del Pozo J.	87
4.11 Propiedades del Fluido del Pozo K.	88
4.12 Porcentajes de Error para cada una de las Correlaciones de Viscosidad del  Aceite Muerto.	89
4.13 Porcentajes de Error para cada una de las Correlaciones de Viscosidad del Aceite Saturado.	90
4.14 Porcentajes de error para cada una de las correlaciones de viscosidad del Aceite Bajo Saturado.	91
4.15 Resumen de las Correlaciones Ajustadas para cada Pozo.	92
4.16 Variables Utilizadas en la Regresión Lineal Múltiple	93
4.17 Pozos Ajustados con el Modelo de la Ecuación (62)	94
4.18 Pozos Ajustados con el Modelo de la Ecuación (63)	96
B.1 Matriz X	117

## Introducción

La viscosidad es una de las propiedades más importantes de los fluidos, y es usada dentro de la ingeniería petrolera para la clasificación de las reservas de hidrocarburos, así como para el diseño de sistemas artificiales. Es una propiedad necesaria para calcular la recuperación de aceite, ya sea por recuperación primaria o para técnicas de recuperación secundaria. La viscosidad del aceite se puede obtener mediante un análisis pVT o usando correlaciones.

Un análisis pVT es la metodología estándar para evaluar las propiedades volumétricas de cualquier fluido, pero el tiempo y el costo son los principales obstáculos de éste método. Por lo tanto, las correlaciones representan un camino para disminuir las dificultades en la determinación y predicción de la viscosidad, cuando un reporte pVT no está disponible. Las ventajas de esta aproximación no son sólo facilitar el proceso de cálculo, además, en algunos casos proveen valores con alta precisión.

Desde hace mucho tiempo las correlaciones de viscosidad han sido usadas en la industria, muchas de ellas se encuentran en varios software comerciales para ser utilizadas en procesos de simulación.

Las correlaciones publicadas se pueden agrupar en dos tipos, basados en la información que se requiere para el cálculo. El primer grupo está basado en el método de balance de materia y utiliza información composicional. El segundo está basado en una relación empírica que requiere información que se encuentra disponible en el campo. El propósito de este trabajo se enfoca en el segundo grupo de correlaciones. Estas correlaciones de viscosidad se desarrollan para tres condiciones: arriba de la presión de burbuja, a la presión de burbuja y para el aceite estabilizado (muerto).

Para saber cuáles de las correlaciones publicadas se ajustan mejor a los aceites mexicanos, o si un nuevo modelo basado en las propiedades de éstos es la mejor opción, este trabajo se estructuró como se describe a continuación.

En el capítulo 1 se definen los conceptos previos al análisis: clasificación de los yacimientos, clasificación de los aceites, así como sus principales componentes. Se describe que es un estudio pVT y qué propiedades de los fluidos se pueden obtener de éste. Además se presenta una breve explicación de la teoría de la viscosidad de los gases y de los líquidos.

En el Capítulo 2 se tiene la revisión de todas las correlaciones de viscosidad disponibles en la literatura, que además de servir de antecedente, gran parte de ellas fueron utilizadas para el ajuste de los aceites mexicanos.

En el Capítulo 3 se presenta el análisis de 100 estudios pVT de diferentes yacimientos de México, los cuales se agruparon por propiedades e intervalos de valores. Estos estudios representan la base de datos con la que se ajustaron las correlaciones del capítulo 2, y con la que se construyó el modelo de viscosidad. Se presenta también un análisis de algunas propiedades y el comportamiento que tienen en relación a la viscosidad.

En el Capítulo 4 se indica el comportamiento que tuvieron las correlaciones al ser evaluadas con la información disponible en la base de datos. Los resultados se tienen expresados en términos de errores estadísticos absolutos. También se muestran los modelos de regresión lineal obtenidos y de igual forma los resultados que éstos arrojaron se encuentran expresados en términos de errores estadísticos.

En el Capítulo 5 se tiene la discusión y el análisis de los resultados obtenidos en el capítulo 4, así como las posibles causas de los errores presentados. Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones.

En el Apéndice A se tiene la descripción del programa de cómputo utilizado para el ajuste de las correlaciones, mientras que en el Apéndice B se tiene el fundamento y el detalle de la regresión lineal múltiple.



# 1. Antecedentes

El objetivo de este capítulo es presentar una breve revisión de los conceptos básicos de la ingeniería de yacimientos. Partiendo de la definición de los tipos de yacimientos y aceites, así como sus principales componentes, enseguida se describen los procedimientos que intervienen en un análisis pVT y las propiedades de los fluidos que éstos arrojan, mismas que sirven para determinar los parámetros requeridos en las correlaciones de viscosidad.

## 1.1 Tipos de Yacimientos

Los Yacimientos petroleros generalmente se clasifican en yacimientos de gas o aceite. Esta clasificación se subdivide a su vez en:

- La composición de la mezcla de hidrocarburos en el yacimiento.
- La presión y temperatura iniciales del yacimiento.
- Presión y temperatura de producción en superficie.

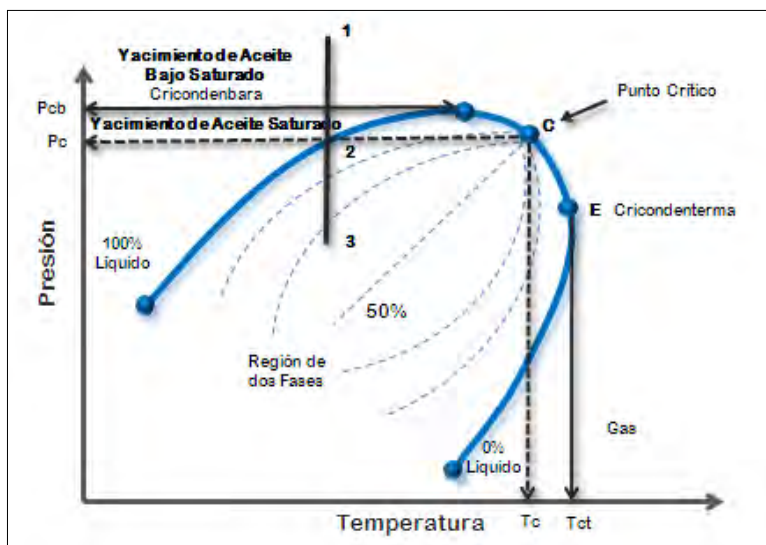
En un yacimiento petrolero normalmente se encuentran:

- Fase Líquida: aceite, condensado y agua.
- Fase Gaseosa: gas disuelto en la fase líquida o libre.

Una *Fase* es cualquier parte de un sistema que contiene una sustancia homogénea que físicamente es distinta y que está separada por superficies fronterizas de otras partes del sistema. El cambio que existe entre las fases se llama *comportamiento de fase*, y describe las condiciones de presión y temperatura para las cuales pueden existir las diferentes fases. Éstas se identifican por su volumen o densidad.

### Diagrama de Fases

Son gráficas o diagramas, que representan las condiciones bajo las cuales se pueden presentar las diferentes fases de una sustancia. La **Figura 1.1** representa un diagrama típico de presión – temperatura de un sistema multicomponente con una composición específica. Aunque los sistemas de hidrocarburos pueden tener diferentes diagramas de fase, la configuración general es semejante para cada tipo de aceite existente.



**Figura 1.1** Diagrama P-T para un Sistema Multicomponente (Modificado Tarek A,2000)

Para un mejor entendimiento de la **Figura 1.1** es necesario tomar en cuenta las siguientes definiciones:

*Punto crítico.* Es el estado de presión y temperatura para el cual las propiedades intensivas de las fases líquida y gaseosa son idénticas.

*Cricodenterma y Cricondenbara.* Son la máxima temperatura y presión respectivamente, a las cuales las fases líquida y gaseosa pueden coexistir en equilibrio, en un sistema multicomponente.

Una vez entendido esto, podemos decir que en general, los yacimientos se clasifican de acuerdo a la localización del punto que representa la presión inicial del yacimiento  $p_i$  y la temperatura  $T$ , con respecto al diagrama presión-temperatura del yacimiento. En consecuencia los yacimientos se pueden clasificar en dos tipos, en función de la  $T_y$ :

- **Yacimientos de Aceite.** Si la temperatura del yacimiento  $T_y$  es menor que la temperatura crítica  $T_c$  del fluido del yacimiento.

- **Yacimientos de Gas.** Si la temperatura del yacimiento es mayor que la temperatura crítica del fluido hidrocarburo.

## Yacimientos de Aceite

Dependiendo de la presión inicial del yacimiento  $p_i$ , los yacimientos pueden ser subclasificados en las siguientes categorías:

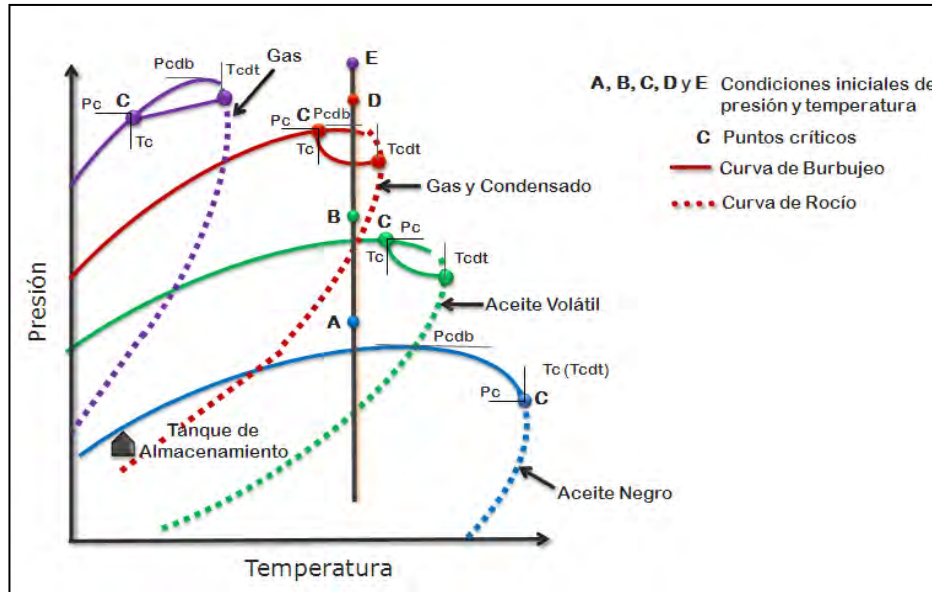
- 1) **Yacimiento Bajo saturado.** Si la presión inicial  $p_i$  (como está representada en el punto 1 de la **Figura 1.1**), es mayor que la presión en el punto de burbuja  $p_b$  del fluido.
- 2) **Yacimiento de Aceite saturado.** Cuando la presión inicial del yacimiento es igual a la presión en el punto de burbuja, como se muestra en la **Figura 1.1** por el punto 2
- 3) **Yacimiento de Aceite Saturado con gas libre.** Si la presión inicial del yacimiento esta debajo del punto de burbuja, como se encuentra indicado por el punto 3 de la **Figura 1.1**, el yacimiento de aceite tiene gas libre, ya sea disperso o en forma de casquete.

## Yacimientos de Gas

Si la temperatura del yacimiento se encuentra por encima de la temperatura crítica del sistema hidrocarburo, el yacimiento se clasifica como de gas natural.

## 1.2 Clasificación de los Yacimientos Petroleros de Acuerdo al Fluido que Contienen.

El comportamiento de un yacimiento durante la producción se determina por la forma de su diagrama de fases y la posición de su punto crítico. Un análisis de los diferentes tipos de envolvente de fases de acuerdo al tipo de yacimiento es el que se muestra en la **Figura 1.2**.



**Figura 1.2** Diagramas de Fases para Diferentes Tipos de Crudos y Gases (Danesh Ali, 1994).

En la **Figura 1.2** la línea vertical muestra el cambio típico de presión en un yacimiento como consecuencia de la explotación del campo. En términos generales el proceso puede describirse como una declinación isotérmica, ya que la reducción importante de temperatura se da en la superficie. En la figura se aprecian también las condiciones de presión y temperatura en el tanque de almacenamiento.

### Yacimiento de aceite negro

En este caso, tanto la envolvente de fases, las condiciones de presión y temperatura iniciales, mostradas en la Figura 1.2 indican que el fluido del yacimiento es *bajo saturado*. Durante la vida productiva del yacimiento la presión va disminuyendo, hasta que ésta alcanza la presión de burbuja; es en este punto donde se inicia la liberación de gas, cuya cantidad y composición es dependiente de la composición química de la mezcla de hidrocarburos. A este tipo de fluido del yacimiento se le conoce como *aceite negro* y *aceite crudo de bajo encogimiento*.

### Yacimiento de aceite volátil

El comportamiento de fases de los aceites volátiles es cualitativamente similar al de los aceites negros, pero en este caso, la cantidad de gas liberado es mucho mayor. Este comportamiento se debe a la gran cantidad de componentes intermedios en la mezcla de hidrocarburos (etano, propano, butano, pentano y hexano), mismos que se liberan de la fase líquida junto con los componentes más ligeros. Por esta razón, a estos fluidos se les conoce como aceites de *alto encogimiento*.

## Yacimiento de gas y condensado

En este caso, la temperatura de yacimiento es mayor que la temperatura crítica y menor que la temperatura cricondenterma, y la región de dos fases se extiende hacia la derecha del punto crítico; por lo tanto, cuando la presión se reduce y se cruza la curva de rocío, una pequeña cantidad de gas se condensa en fase líquida, siguiendo un comportamiento inverso con respecto a los aceites (que tienden a vaporizarse con la declinación). Por esta razón, a estos fluidos se les llama retrógrados.

## Yacimiento de gas seco

La temperatura de yacimiento siempre es mayor que la temperatura cricondenterma, aun durante una declinación isotérmica, por lo que no se forma líquido en el yacimiento. Las condiciones de presión y temperatura de separación caen fuera de la región de dos fases, por lo tanto no presenta formación de líquidos en el yacimiento, ni en superficie (con excepción de alguna cantidad de agua condensada). El gas seco es principalmente metano con un porcentaje menor de intermedios.

## Yacimiento de gas húmedo

La situación es similar a la de los yacimientos de gas seco, ya que no se forma líquido en el yacimiento durante la declinación. Sin embargo, las condiciones de presión y temperatura de separación caen dentro de la región de dos fases, por lo que en algunos casos se condensa líquido en la superficie.

Algunos parámetros medidos en superficie nos permiten distinguir los diferentes tipos de yacimientos petroleros. La **Tabla 1.1** muestra para cada tipo de yacimiento, un resumen de los rangos comúnmente aceptados.

	<b>Aceite Negro</b>	<b>Aceite Volátil</b>	<b>Gas y Condensado</b>	<b>Gas Húmedo</b>	<b>Gas Seco</b>
<b>RGA [pie<sup>3</sup>/bl]</b>	< 2000	2000 – 6000	6000 – 20000	20000-100000	> 100000
<b>Color</b>	Negro a Verde	Café	Café a incoloro	Incoloro	Incoloro
<b>Densidad °API</b>	10 – 45	40 – 50	45 – 65	-	-
<b>Composición</b>	C <sub>7</sub> <sup>+</sup> : > 40%	C <sub>7</sub> <sup>+</sup> : 12.5-40%	C <sub>7</sub> <sup>+</sup> : 2-12.5%	Principalmente C <sub>1</sub> -C <sub>2</sub>	Principalmente C <sub>1</sub>
<b>Bo [bl/bl]</b>	< 2.0	> 2.0	-	-	-

### 1.3 Componentes del Aceite

Una vez descritos los principales tipos de yacimientos, es necesario hablar con más detalle de los fluidos que contienen, sus componentes y de qué manera afectan su clasificación.

#### 1.3.1 Hidrocarburos

Los hidrocarburos son compuestos químicos que contienen sólo dos elementos: hidrógeno y carbono. Los componentes hidrocarburos se han dividido en diferentes grupos, de acuerdo a su estructura molecular.

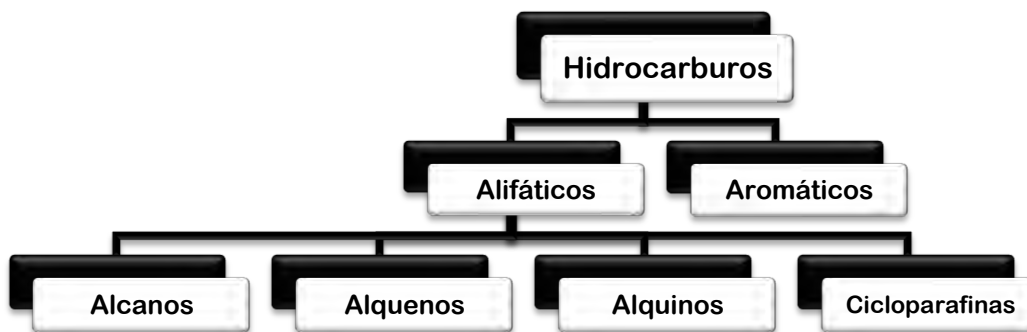


Figura 1.3 Series de Hidrocarburos (Modificado McCain W. D, 1990)

#### Alcanos

Son estructuras de cadena abierta simple, su nombre consta de dos partes, la primera expresa el número de átomos de carbono y la segunda, la terminación *ano* (lo que clasifica al componente como un alcano). Los componentes de esta familia son llamados también *hidrocarburos saturados* porque los átomos de carbono se ligan, tanto como les sea posible a los átomos de hidrógeno. Estos alcanos también son llamados *parafinas*. Su fórmula general es  $C_nH_{2n+2}$ , y algunos ejemplos de este grupo se muestran en la **Tabla 1.2**.

Átomos de Carbono, n	Fórmula Química	Nombre
1	CH <sub>4</sub>	Metano
2	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	Etano
3	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	Propano
4	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	Butano
5	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	Pentano
6	C <sub>6</sub> H <sub>14</sub>	Hexano
7	C <sub>7</sub> H <sub>16</sub>	Heptano
8	C <sub>8</sub> H <sub>18</sub>	Octano
9	C <sub>9</sub> H <sub>20</sub>	Nonano
10	C <sub>10</sub> H <sub>22</sub>	Decano

## Alquenos

La serie de los alquenos también es llamada *hidrocarburos no saturados* u *oleofinas*. En general su fórmula es  $C_nH_{2n}$ . Son cadenas abiertas relativamente estables, por lo tanto poco usuales en los aceites crudos. Algunos ejemplos son: n-hepteno, n-octeno, n-hexeno, etc.

## Alquinos

Los alquinos (acetilenos), son cadenas abiertas no saturadas, con enlaces triples y simples, su fórmula general es  $C_nH_{2n-2}$ . Un ejemplo de esta familia es el etino (acetileno).

## Cicloparafinas (Cicloalcanos)

También conocidas como *naftenos*, son una cadena de estructuras de parafinas normales que forman anillos con enlaces simples de carbón-carbón. Su fórmula general es  $C_nH_{2n}$ , esta fórmula es compartida con los alquenos, los cuales tienen una estructura similar a la de los alcanos, excepto por el hecho de que uno o más pares de átomos de carbón tienen doble enlace, con la consecuente pérdida de estabilidad del compuesto.

## Aromáticos

Son compuestos no saturados donde alternan enlaces simples y dobles, en una cadena cerrada de seis carbonos, formando anillos llamados *bencenos*. Muchos de los componentes que contienen anillos de benceno tienen una aroma agradable (aunque son un poco tóxicos), por esta razón es que se conocen como hidrocarburos aromáticos.

### 1.3.2 Componentes no Hidrocarburos

Nitrógeno, bióxido de carbono y ácido sulfhídrico son los componentes no hidrocarburos que comúnmente son constituyentes del petróleo. Estos tres, son moléculas ligeras y se encuentran principalmente en el gas en la superficie.

El petróleo también contiene componentes en los cuales los átomos de azufre, oxígeno y/o nitrógeno están combinados con el carbono y el hidrógeno. Estos elementos regularmente se combinan con estructuras de anillo complejas que dan lugar a grandes moléculas de petróleo. Estos componentes grandes no hidrocarburos generalmente se conocen como *resinas* y *asfaltenos*.

## Ácido Sulfhídrico

El ácido sulfhídrico  $H_2S$ , es un gas incoloro que tiene un olor muy desagradable. El  $H_2S$  es venenoso; inhalar gases con cantidades moderadas de este componente puede ser fatal.

Regularmente el ácido sulfhídrico es removido del gas natural mediante absorción con aminas. Algunos gases naturales que contienen altas concentraciones de  $H_2S$  se usan en la producción de sulfuro.

## Componentes de oxígeno

Componentes grandes con varios anillos, tanto aromáticos como nafténicos, contienen oxígeno, y han sido aislados de muchos crudos. El oxígeno puede ser parte de un anillo o puede tomar forma como aldehído, alcohol o ácido.

## Resinas y Asfaltenos

La estructura básica de resinas y asfaltenos es similar. Ambos pueden formarse por oxidación de hidrocarburos aromáticos policíclicos. Por otro lado ambos pueden ser reducidos a hidrocarburos por hidrogenación. Las resinas pueden ser convertidas a asfaltenos por oxidación.

Los asfaltenos no se disuelven en petróleo, están dispersos como coloides, mientras que las resinas se disuelven fácilmente. Los asfaltenos puros son sólidos, polvos secos no volátiles. Las resinas puras son líquidos pesados o sólidos pegajosos y son tan volátiles como los hidrocarburos del mismo tamaño.

Es conocido que los asfaltenos son responsables de la alta viscosidad de los aceites pesados y que el color del petróleo es determinado en gran medida por la cantidad de resinas y asfaltenos presentes.

Estos componentes pesados pueden estar presentes en suspensión coloidal en el aceite del yacimiento, y precipitarse por cambios en la presión, temperatura o composición, durante la producción.



### 1.3.3 Clasificación de los Aceites

Los aceites se pueden clasificar por sus propiedades físicas o por la estructura química de las moléculas constituyentes. Las estructuras químicas son más difíciles de medir que las propiedades físicas.

#### Clasificación física

El valor comercial del petróleo se puede estimar rápidamente midiendo las siguientes características físicas:

- Densidad relativa
- Contenido de gasolinas y keroseno
- Contenido de sulfuro
- Contenido asfáltico
- Punto de escurrimiento (pour point)
- Punto de nube (cloud point)

El punto de escurrimiento es la temperatura más baja, expresada como múltiplo de 5 °F, a la cual se observa que el líquido deja de fluir cuando se ha enfriado bajo condiciones recomendadas. El punto de nube es la temperatura a la cual una cera parafínica comienza a solidificar y es identificado por el principio de turbidez conforme la temperatura es disminuida. Ambas pruebas miden cualitativamente el contenido de parafinas en el líquido.

#### Clasificación Química

Las clasificaciones químicas de petróleo se depende de los componentes presentes en mayor cantidad en el aceite. Donde las moléculas más pequeñas, de seis átomos de carbono o menos, son predominantemente parafinas. Esta clasificación se basa en el contenido de alcanos normales e isoalcanos, cicloalcanos (naftenos) y compuestos aromáticos (bencenos).

- 1) **Aceites Parafínicos.** Contienen en mayor proporción alcanos normales e isoalcanos, presentan un contenido de azufre menor al 1%.
- 2) **Aceites Parafínico – Nafténicos.** Normalmente degradados de los aceites aromáticos – nafténicos contienen tanto alcanos normales como cicloalcanos, su contenido de azufre es menor al 1%.
- 3) **Aceites Aromáticos Intermedios.** Degradados de los aceites aromáticos – asfálticos, contienen menos del 50% de hidrocarburos saturados y por lo general alto contenido de azufre (mayor al 1%).

## 1.4 Fluidos Producidos

### Aceite Crudo

Los yacimientos de aceite crudo están constituidos por hidrocarburos líquidos, a las condiciones de presión y temperatura del yacimiento, con una viscosidad menor o igual a 10,000 cp. Esta viscosidad es medida a la temperatura original del yacimiento y a presión atmosférica, como un líquido estabilizado libre de gas.

Las clases de aceite crudo se expresan en una escala normalizada por el Instituto Estadounidense del Petróleo (American Petroleum Institute). Esta escala es de densidad *API* o conocida como grados *API*.

**Tabla 1.3** Clasificación del Aceite de Acuerdo a su Densidad

Aceite Crudo	Densidad [gr/cm <sup>3</sup> ]	Densidad [°API]
Extra pesado	> 1.0	<10.0
Pesado	1.00 - 0.92	10.0-22.3
Mediano	0.92 - 0.87	22.3-31.1
Ligero	0.87 - 0.83	31.1-38.9
Super ligero	< 0.83	>38.9

Para propósitos comerciales y asegurar un mejor valor económico de los hidrocarburos mexicanos, los aceites crudos que se venden nacional e internacionalmente son mezclas de aceites de diversas densidades y se clasifican de la siguiente forma:

**Tabla 1.4** Clasificación de las Mezclas de Aceite

Tipo de Aceite	Clasificación	Densidad °API
Maya	Pesado	22
Istmo	Ligero	32
Olmecca	Super ligero	39

### Petróleo crudo equivalente

Es la forma de representar el inventario total de hidrocarburos; corresponde a la adición del aceite crudo de los condensados, de los líquidos en planta y del gas seco convertido a líquido. Este último corresponde a la conversión del volumen de gas seco que de acuerdo a su poder calorífico es equivalente a cierto volumen de aceite crudo.

## Gas Natural

Es la fracción del crudo constituida por cantidades variables de hidrocarburos gaseosos, tales como: metano, etano, propano, butano e iso-butano y ocasionalmente pequeñas cantidades de hidrocarburos líquidos (pentano y hexano preferentemente), e impurezas tales como bióxido de carbono, ácido sulfhídrico, nitrógeno y helio. Cuando las impurezas alcanzan valores por encima de cierta norma, este gas es tratado a fin de eliminar estas concentraciones. Cuando esto ocurre el gas es denominado *gas natural amargo*. Por otro lado cuando la cantidad de impurezas no impide su uso como combustible no corrosivo, se le denomina *gas natural dulce*.

## Gas seco

Es el gas natural constituido básicamente por metano, exento de condensados del tipo de la gasolina. El gas seco contiene menos de 0.1 galones de vapores líquidos por cada 1000 pies cúbicos de gas.

## Gas húmedo

Es un gas natural que contiene metano e hidrocarburos gaseosos más pesados. Presenta aproximadamente de 0.3 más galones de líquido por cada 1000 pies cúbicos del gas.

Hemos visto aquí que toda clasificación tanto de aceites como gases, se hace de acuerdo a la composición y magnitud de las propiedades de los fluidos, esto nos permite conocer la calidad y la cantidad de los fluidos a producir. Pero para llegar a este punto es necesario hacer una serie de pruebas que simulan el proceso de recuperación, dichas pruebas se hacen en lo que se conoce como Estudio pVT.

## 1.5 Estudio pVT

El estudio pVT de un fluido de un yacimiento de aceite consiste en una serie de procedimientos de laboratorio que proveen los valores de las propiedades físicas requeridas en el método conocido como *balance de materia*. Dicho estudio está compuesto de cinco procedimientos principales que se realizan con muestras del fluido del yacimiento. Las propiedades que se pueden determinar como resultado del estudio son:

- Presión de burbuja o de saturación,  $p_b$
- Factor de volumen del aceite,  $B_o$
- Relación gas disuelto en aceite (relación de solubilidad),  $R_S$
- Factor de volumen total,  $B_t$
- Coeficiente de compresibilidad isotérmica del aceite,  $c_o$
- Viscosidad del aceite,  $\mu_o$

Estas propiedades se obtienen como función de la presión conforme esta descende desde la presión inicial  $p_i$  pasando por la presión de burbuja  $p_b$  hasta presiones muy bajas. También de este estudio se obtienen:

- Factor de desviación,  $z$
- Factor de volumen del gas,  $B_g$
- Viscosidad del gas,  $\mu_g$

Adicionalmente se obtienen cantidades y propiedades de:

- Gas en el separador
- Gas en el tanque
- Aceite en el tanque

Hay cinco procedimientos principales, que son:

- 1) Medición de la composición
- 2) Separación (vaporización) Flash (Instantánea)
- 3) Separación Diferencial
- 4) Pruebas del separador
- 5) Mediciones de viscosidad

En la **Figura 1.4** se muestra de forma esquemática el equipo utilizado para hacer el estudio pVT.

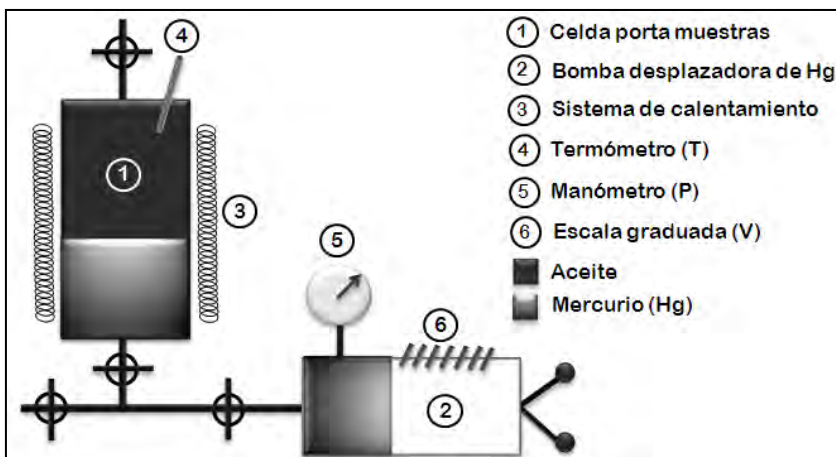


Figura 1.4 Equipo para Análisis pVT (Modificado Villamar, V. M, 2008)

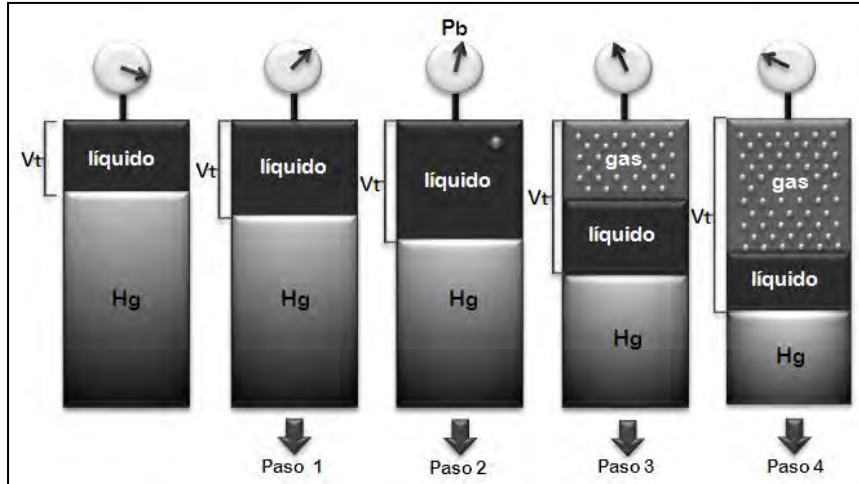
## Composicional

Aunque es difícil determinar la composición de un aceite, en este estudio se determinan los componentes ligeros y todos los componentes pesados se agrupan junto a la fracción más pesada. Los componentes más pesados consisten en cientos de especies químicas.

El análisis regular da la composición en fracción mol o por ciento mol, de los hidrocarburos ligeros desde metano hasta hexanos. La fracción reportada como hexanos contiene varios isómeros de hexano, así como algunos de los naftenos más ligeros. Los componentes remanentes están incluidos en el heptano y más pesados ( $C_7^+$ ). El peso molecular aparente y la densidad relativa de la fracción de heptano y más pesados se mide con la intención de caracterizar sus propiedades.

## Separación Flash

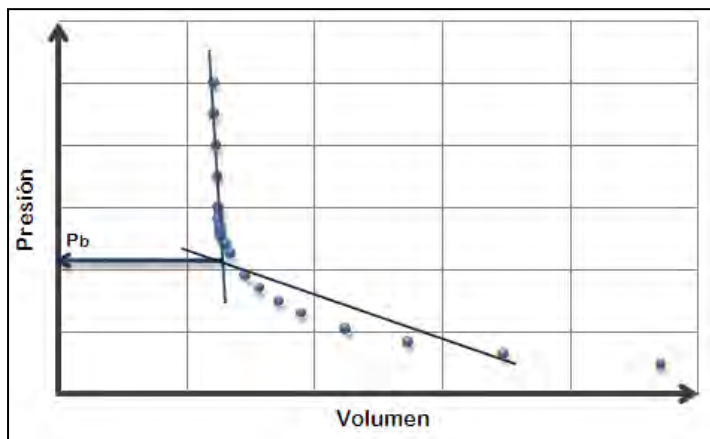
En este proceso se coloca una muestra de aceite en una celda a una presión mayor o igual a la presión inicial del yacimiento como se observa en la **Figura 1.5**, se disminuye la presión del sistema (a temperatura y masa constante) incrementando el volumen de líquido. La celda se agita con regularidad para asegurar que el contenido este en equilibrio sin que se remueva gas o líquido de la celda.



**Figura 1.5** Proceso de Separación Flash (Modificado McCain W. D, 1990)

Durante cada paso se miden la presión y el volumen del fluido del yacimiento, donde el volumen es llamado volumen total,  $V_t$ . Para las presiones menores o iguales a la presión de burbuja el gas disuelto en el aceite se libera, de modo que el volumen  $V_t$ , incluye ambos gas y líquido.

Se grafica presión contra volumen como se muestra en la **Figura 1.6**, dado que los gases son más compresibles que los líquidos, arriba de la presión de burbuja se tendrá una relación directa entre presión y volumen, por lo que en la presión de burbuja habrá un punto de inflexión.

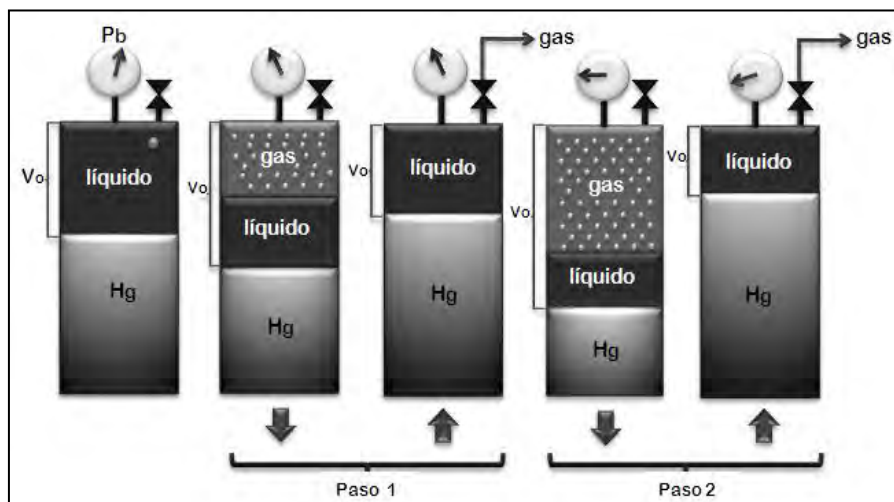


**Figura 1.6** Presión de Burbuja a partir de Información de la Separación Flash

Todos los valores de *volumen total*  $V_t$ , se dividen entre el volumen en el punto de burbuja,  $V_b$ ,  $(V_t / V_b)$ , y los datos se reportan como un volumen relativo.  $(V_t / V_b)_F$ , es el volumen total dividido entre el volumen a la presión de burbuja por la separación flash.

## Separación Diferencial

Después de encontrar la presión de burbuja, las muestras de aceite se sujetan a este procedimiento. Se introduce una muestra representativa en una celda, estableciendo las mismas condiciones de saturación del yacimiento. Posteriormente se reduce la presión en la celda, al mismo tiempo que se incrementa el volumen, se estabiliza la mezcla (gas y líquido) mediante agitación. Se extrae todo el gas libre de la celda, mientras la presión se mantiene constante por la reducción de volumen, quedando en la misma únicamente líquido.



**Figura 1.7** Proceso de Separación Diferencial (Modificado McCain W. D, 1990)

El gas extraído se cuantifica y se mide su densidad relativa, también se mide el volumen de líquido remanente en la celda  $V_o$ . Este proceso se muestra en la **Figura 1.7**, se repite en pasos hasta alcanzar la presión atmosférica. Se reduce la temperatura hasta 60 °F y se mide el volumen remanente de líquido. Éste se conoce como *aceite residual de la separación diferencial* o *aceite residual*.

Cada uno de los valores del volumen de líquido de la celda,  $V_o$ , se divide por el volumen de aceite residual; al resultado se le llama *volumen relativo del aceite* y está dado por  $B_{OD}$ .

El volumen de gas removido durante cada paso se mide a condiciones de celda (yacimiento) y a condiciones estándar. De modo que el factor de desviación  $z$ , se calcula con:

$$z = \frac{V_y p_y T_{cs}}{V_{cs} p_{cs} T_y}$$

El factor de volumen de gas extraído de la celda, es:

$$B_g = 0.0282 \frac{zT}{p} \left[ \frac{\text{pie}^3 \text{ de gas a cy}}{\text{pie}^3 \text{ de gas a cs}} \right]$$

El volumen total de gas extraído durante el proceso completo, es la cantidad de gas en solución en el punto de burbuja. Este volumen total se divide entre el volumen de aceite residual y las unidades son convertidas a pies cúbicos de gas a condiciones estándar/barriles de aceite residual. El símbolo  $R_{SDb}$ , representa los pies cúbicos de gas removido de la celda por barril de aceite residual.

El gas remanente en solución a una presión baja se calcula restando la suma del gas total extraído incluyendo el volumen total de gas removido a la presión de interés. El resultado es dividido entre el volumen de aceite residual, convertido a pies cúbicos de gas a condiciones estándar entre barriles de aceite residual y se representa como  $R_{SD}$ .

El volumen total relativo  $B_{tD}$ , a una presión dada se calcula:

$$B_{tD} = B_{oD} + B_g(R_{SDb} - R_{SD})$$

El subíndice D indica que fueron obtenidos en la separación diferencial.

### Prueba del Separador

En una celda se coloca una muestra de aceite y se lleva a la presión de burbuja y a la temperatura del yacimiento, posteriormente se extrae el líquido de la celda en dos etapas de separación, como se muestra en la **Figura 1.8**.

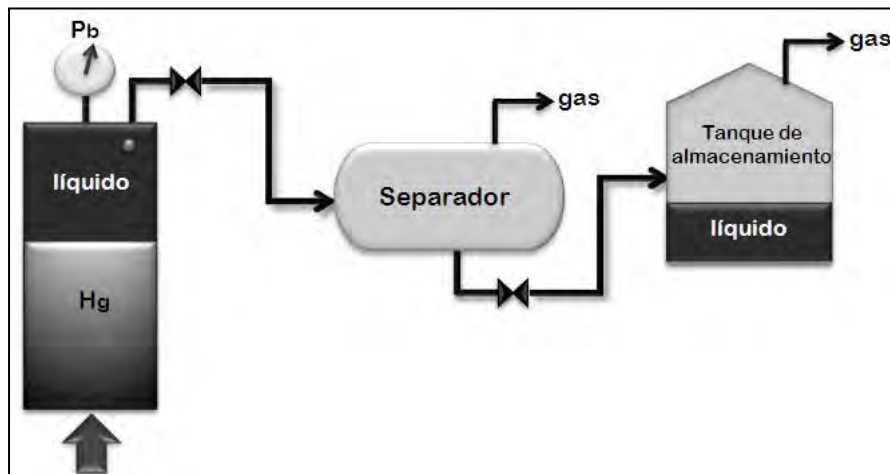


Figura 1.8 Prueba del Separador



El factor de volumen del aceite se calcula como:

$$B_{osb} = \frac{\text{volumen de líquido extraído de la celda}}{\text{volumen de líquido en el tanque de almacenamiento}}$$

El subíndice *S* indica que estos resultados fueron obtenidos en las pruebas del separador y el subíndice *b* indica que es en el punto de burbuja a condiciones de yacimiento. El volumen extraído de la celda es medido a las condiciones de saturación. El volumen en el tanque de almacenamiento es medido a condiciones estándar.

De modo que la relación de solubilidad se calcula:

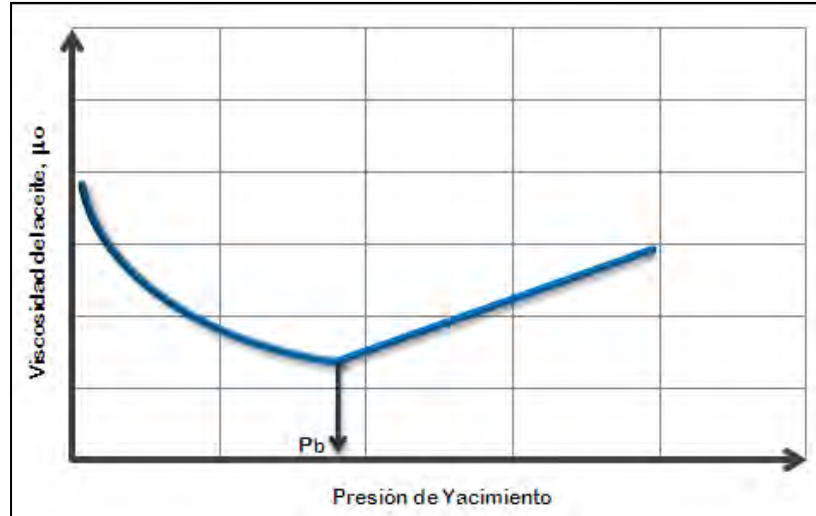
$$R_{sSb} = \frac{\text{volumen de gas en el separador} + \text{volumen de gas en el tanque}}{\text{volumen de líquido en el tanque}}$$

Con todos los volúmenes ajustados a condiciones estándar, se miden las densidades relativas del gas, incluyendo la del gas que se encuentra en el tanque. En algunas ocasiones también se determina la composición del gas en el separador. Finalmente se calcula el factor de volumen a las condiciones de separación, este es el volumen del líquido en el separador medido a condiciones de separador, dividido entre el volumen de aceite en el tanque de almacenamiento a condiciones estándar.

## Viscosidad del Aceite

La viscosidad es la medida de la facilidad de un fluido para fluir como resultado de la aplicación de un esfuerzo de corte. La viscosidad es función de la temperatura y presión, un incremento en la temperatura causa una disminución en la viscosidad, así como también un decremento en la presión causa una disminución.

Si se considera un proceso isotérmico, la viscosidad es sólo dependiente de la presión y muestra un comportamiento como el que se muestra en la **Figura 1.9**. La presión inicial provee la máxima viscosidad para la etapa de bajo saturación, conforme la presión disminuye, la viscosidad también lo hace, hasta llegar a la presión de burbuja, en este punto la presión ya no causa reducción en la viscosidad, en esta etapa se tiene un incremento, ya que con la liberación de gas, se van los componentes más ligeros, por lo que el aceite se vuelve más pesado.



**Figura 1.9** Comportamiento de la Viscosidad como Función de la Presión a Temperatura constante.

La viscosidad del aceite se mide en un viscosímetro rotacional o viscosímetro capilar, diseñado para simular la liberación diferencial. Las medidas se hacen para diferentes valores de presión en un proceso de pasos. El líquido que se utiliza en cada medición es el líquido remanente después de haber sido removido el gas a presión.

### Viscosidad del gas

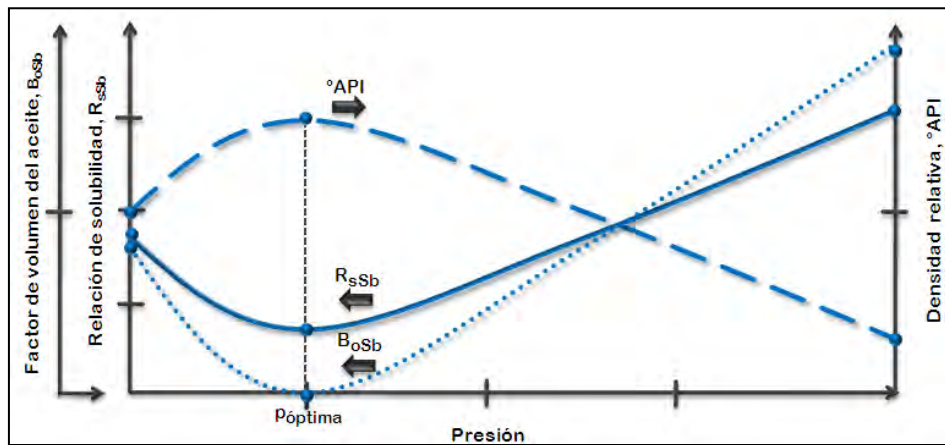
Las mediciones para la viscosidad del gas son muy laboriosas. La viscosidad del gas se estima utilizando correlaciones a partir de las densidades relativas, medidas en el proceso diferencial.

### Propiedades de los fluidos a partir del estudio pVT

El proceso en el yacimiento para presiones debajo de la presión de saturación, puede ser simulado mediante la *separación diferencial*, y el proceso de la cabeza del pozo al tanque de almacenamiento se puede simular con la *prueba del separador*. Por lo tanto las propiedades del fluido a condiciones debajo del punto de burbuja se pueden calcular combinando información de la separación diferencial y la prueba del separador, y para presiones arriba del punto de burbuja, se pueden calcular combinando información de la separación flash y de la prueba del separador.

### Condiciones del Separador

El primer paso es seleccionar las condiciones del separador, éstas pueden ser muy específicas en cuanto a la presión de separación, dependiendo del campo. Pero si no se conocen, se selecciona la presión que produzca la máxima cantidad de líquidos en el tanque de almacenamiento. Esta presión se denomina *presión óptima de separación*. Esta presión se identifica con el resultado de una mínima relación de solubilidad  $R_{sSb}$ , un mínimo factor de volumen del aceite  $B_{oSb}$  (a presión de saturación) y una máxima densidad relativa ( $^{\circ}API$ ) del aceite en el tanque de almacenamiento como se muestra en la **Figura 1.10**.



**Figura 1.10** Presión Óptima de Separación

### Factor de volumen del aceite, $B_o$

El factor de volumen del aceite se calcula combinando los datos de la separación flash y datos de las pruebas del separador.

$$B_o = \left(\frac{V_t}{V_b}\right)_F B_{oSb} \quad \text{para} \quad p \geq p_b$$

Dónde  $(V_t / V_b)_F$  es un volumen relativo de la separación Flash y  $B_{oSb}$  es el factor de volumen del aceite obtenido de la prueba del separador.

Las unidades correspondientes son:

$$B_o = \left(\frac{\text{bl de aceite @ } cy}{\text{bl de aceite @ } p_b}\right) \left(\frac{\text{bl de aceite @ } p_b}{\text{bl de aceite @ } ct}\right) = \frac{\text{bl de aceite @ } cy}{\text{bl de aceite @ } ct}$$

Para las presiones debajo del punto de burbuja, el factor de volumen se calcula combinando datos de la separación diferencial y datos obtenidos de las pruebas del separador.

$$B_o = B_{oD} \frac{B_{oSb}}{B_{oDb}} \quad \text{para} \quad p \leq p_b$$

Donde  $B_{oD}$  y es el volumen relativo del aceite obtenido de la separación diferencial,  $B_{oSb}$  y  $B_{oDb}$  son los factores de volumen del aceite de las pruebas de separador y diferencial, respectivamente.

Sus unidades son:

$$B_o = \left( \frac{\text{bl de aceite @ cy}}{\text{bl de aceite residual por sep. dif.}} \right) \frac{\left( \frac{\text{bl de aceite @ } p_b}{\text{bl de aceite @ c t}} \right)}{\left( \frac{\text{bl de aceite @ } p_b}{\text{bl de aceite residual por sep. dif.}} \right)}$$

$$B_o = \frac{\text{bl de aceite @ cy}}{\text{bl de aceite @ c t}}$$

### **Relación gas disuelto aceite o relación de solubilidad**

La relación de solubilidad a presiones por arriba de la presión de burbuja, es una constante igual a la relación de solubilidad en el punto de burbuja.

$$R_s = R_{sSb} \quad \text{para} \quad p \geq p_b$$

La relación de solubilidad a presiones por debajo de la presión de burbuja es una combinación de los datos de la separación diferencial y pruebas del separador.

$$R_s = R_{sSb} - (R_{sDb} - R_{sD}) \frac{B_{oSb}}{B_{oDb}} \quad \text{para} \quad p < p_b$$

$R_{sSb}$  : relación de solubilidad obtenida de la prueba del separador.

$R_{sDb}$ : relación de solubilidad en el punto de burbuja obtenida de la separación diferencial.

$R_{sD}$ : relación de solubilidad a baja presión, obtenida de la separación diferencial.

### **Factor de volumen total o factor de la fase mixta**

$$B_t = B_o + B_g(R_{sb} - R_s)$$

Usando las propiedades del fluido calculadas del estudio si se conoce volumen relativo total  $B_{tD}$ , el factor de volumen total se puede calcular como:

$$B_t = B_{tD} \frac{B_{oSb}}{B_{oDb}}$$

### Viscosidades

Las viscosidades del gas y el aceite reportadas en el estudio pVT se pueden utilizar directamente, no se requieren calcular.

### Coefficiente de compresibilidad isotérmica del aceite o compresibilidad del aceite

$$c_o(p_2 - p_1) = -\ln \frac{V_2}{V_1} \quad \text{para} \quad p \geq p_b$$

La ecuación anterior se utiliza con información de la separación flash para calcular la compresibilidad del aceite para presiones arriba del punto de burbuja. Dando como resultado un valor de  $c_o$  que corresponde al intervalo entre las presiones  $p_1$  y  $p_2$  a la temperatura del yacimiento.

Para presiones debajo del punto de burbuja aplica la siguiente ecuación:

$$c_o = \frac{1}{B_o} \left[ \left( \frac{\partial B_o}{\partial p} \right)_T - \left( \frac{\partial R_s}{\partial p} \right)_T \right] \quad \text{para} \quad p < p_b$$

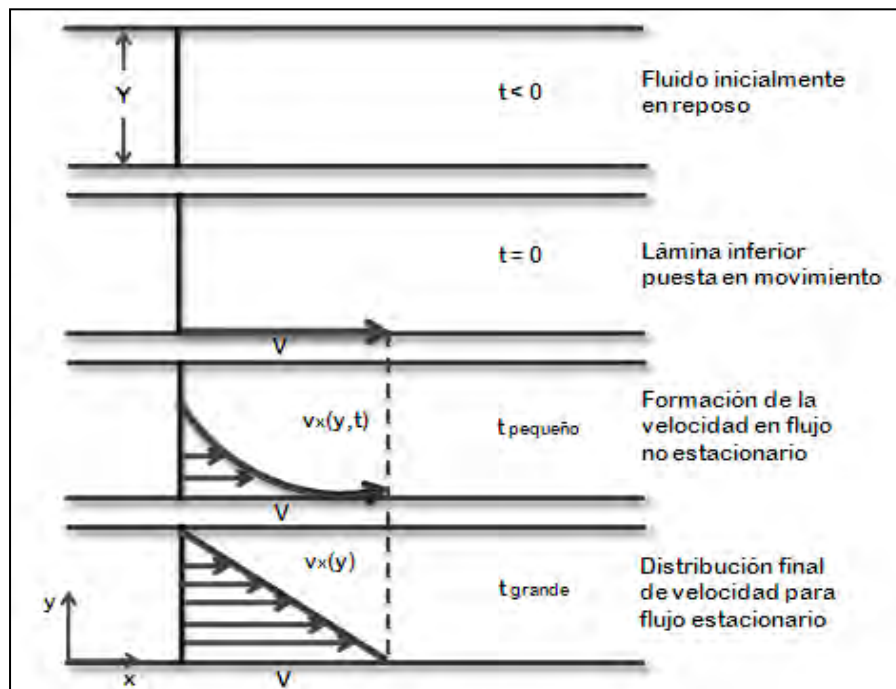
Estas son las propiedades que permiten caracterizar los fluidos, pero además de eso, es necesario describir las cualidades de los mismos; es decir, propiedades de flujo. Por definición la viscosidad es la resistencia que ofrece un fluido a deformarse (fluir), es por eso que la reología juega un papel importante para este propósito. A continuación se presentan los aspectos y modelos reológicos más importantes.

## 1.6 Ecuaciones Constitutivas Reológicas

La reología es la ciencia del flujo que estudia el flujo y la deformación de un cuerpo sometido a esfuerzos externos, estudia las propiedades de los gases, líquidos, plásticos, sustancias asfálticas y materiales cristalinos. Su estudio es esencial en muchas industrias, incluyendo la industria petrolera.

### 1.6.1 Ley de Newton de la Viscosidad

Si se considera un fluido contenido entre dos láminas planas y paralelas, de área  $A$ , separadas por una distancia pequeña  $Y$ , (**Figura 1.11**) y se supone que el sistema está inicialmente en reposo, pero que al cabo del tiempo  $t=0$ , la lámina inferior se pone en movimiento en la dirección del eje  $x$ , con una velocidad constante  $V$ .



**Figura 1.11** Formación del Perfil de Velocidad en Estado Estacionario para un Fluido Contenido entre dos Láminas (Bird R.B, 2002)

A medida que transcurre el tiempo, el fluido gana cantidad de movimiento, y finalmente se establece el perfil de velocidad en régimen estacionario de movimiento, es preciso aplicar una fuerza constante  $F$  para conservar el movimiento de la lámina inferior. Esta fuerza está dada por la expresión (suponiendo que el flujo es laminar):

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{V}{Y}$$

La fuerza por unidad de área es proporcional a la disminución de la velocidad con la distancia  $Y$ . La constante de proporcionalidad  $\mu$  es la viscosidad del fluido.

El esfuerzo cortante que se ejerce en la dirección  $x$ , sobre la superficie de un fluido, situada a una distancia constante  $y$ , por el fluido existente en la región donde  $y$  es menor,

se designa por  $\tau_{yx}$ , y el componente  $x$ , del vector de velocidad del fluido, por  $v_x$ . De acuerdo con lo anterior, la ecuación queda de la siguiente forma:

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$$

Es decir, que el esfuerzo de corte por unidad de área es proporcional al gradiente negativo de la velocidad local. Esta es la *ley de Newton de la viscosidad*, y los fluidos que la cumplen se denominan *fluidos newtonianos*.

Existen tres tipos de viscosidad:

- 1) **Viscosidad dinámica o absoluta**, denominada  $\mu$  y definida con la ley de Newton de la viscosidad.
- 2) **Viscosidad aparente** se define como el cociente entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación. Este término es el que se utiliza al hablar de viscosidad para fluidos no newtonianos.
- 3) **Viscosidad cinemática**,  $\nu$  relaciona la viscosidad dinámica con la densidad del fluido utilizado.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Las unidades correspondientes a las magnitudes previamente definidas se resumen en la **Tabla 1.5**.

Tabla 1.5 Unidades para la Ley de Newton de la Viscosidad			
	S.I.	c.g.s	Británico
$\tau_{yx}$	Pa	dina/cm <sup>2</sup>	poundal/pie <sup>2</sup>
$v_x$	m/s	cm/s	pie/s
$y$	m	cm	pie
$\mu$	Pa·s	gm/cm·s=poise	lb <sub>m</sub> /pie·s
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	m <sup>2</sup> /s	pie <sup>2</sup> /s

### 1.6.2 Fluidos no Newtonianos

De acuerdo con la ley de la viscosidad de Newton, al representar gráficamente  $\tau_{yx}$  contra  $-(dv_x/dy)$  para un fluido determinado, debe de obtenerse una línea recta que pasa por el origen de coordenadas, y cuya pendiente es la viscosidad del fluido a una cierta temperatura y presión. Sin embargo, existen algunos materiales que no se comportan de

ésta forma, a estas sustancias se les conoce con el nombre de *fluidos no newtonianos*. En la **Figura 1.12** se observa un resumen de los modelos no newtonianos, se incluye el newtoniano para comparación.

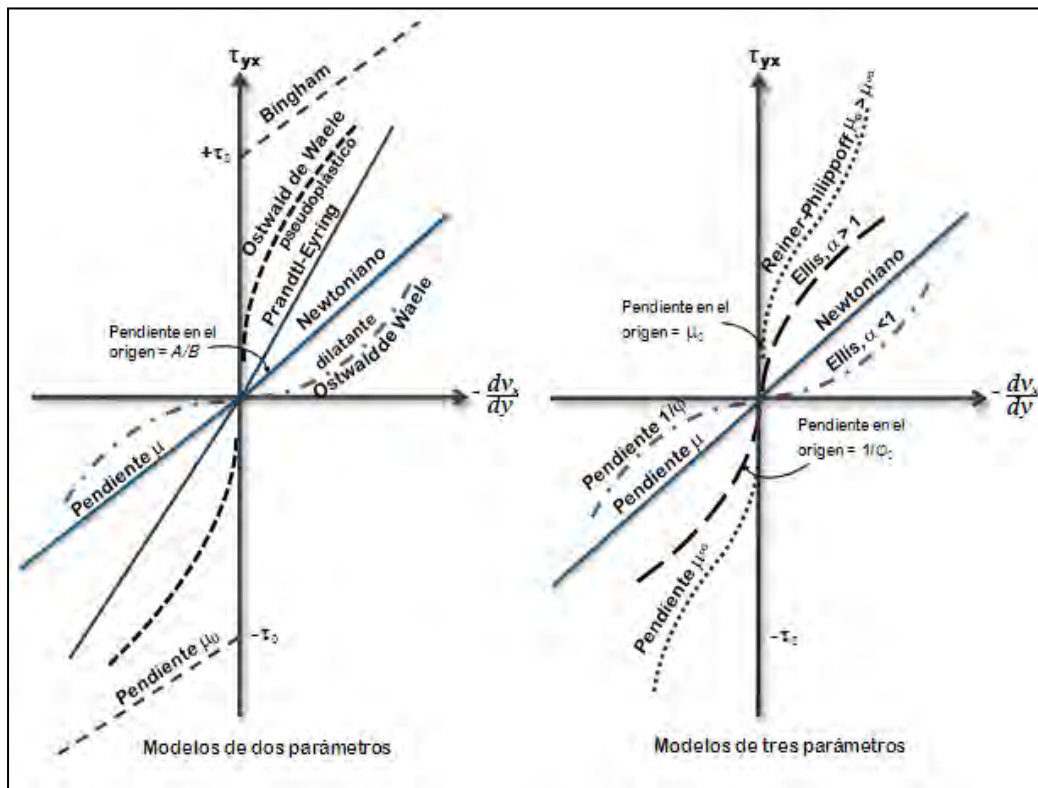


Figura 1.12 Modelos no Newtonianos en Estado Estacionario (Bird R.B, 2002).

### Modelo de Bingham

$$\tau_{yx} = -\mu_0 \frac{dv_x}{dy} \pm \tau_0 \quad \text{si } |\tau_{yx}| > \tau_0$$

$$\frac{dv_x}{dy} = 0 \quad \text{si } |\tau_{yx}| < \tau_0$$

La primera ecuación se utiliza con signo + si  $\tau_{yx}$  es positivo, y con signo – si es negativo. Toda sustancia que se comporta de acuerdo a este modelo se denomina *plástico de Bingham*; permanece rígida mientras el esfuerzo cortante es menor de un determinado valor de  $\tau_0$  por encima del cual se comporta de forma semejante a un fluido newtoniano.



### Modelo de Ostwald de Waele

$$\tau_{yx} = -m \left| \frac{dv_x}{dy} \right|^{n-1} \frac{dv_x}{dy}$$

Esta ecuación de dos parámetros se conoce como *ley de potencias*. Para  $n=1$  se transforma en la ley de viscosidad de Newton, siendo  $m = \mu$ ; por lo tanto la desviación del valor de  $n$  con respecto a la unidad es una medida del grado de desviación del comportamiento newtoniano. Cuando  $n$  es menor a 1, el comportamiento es pseudoplástico, mientras que para valores superiores a la unidad es dilatante.

### Modelo de Eyring

$$\tau_{yx} = A \operatorname{arcsenh} \left( -\frac{1}{B} \frac{dv_x}{dy} \right)$$

Este modelo se deriva de la teoría cinética de los líquidos, predice el comportamiento pseudoplástico para valores finitos de  $\tau_{yx}$ , y tiende asintóticamente a la ley de la viscosidad de Newton cuando  $\tau_{yx}$  tiende a cero, siendo en este caso  $\mu=A/B$ .

### Modelo de Ellis

$$-\frac{dv_x}{dy} = \left( \varphi_0 + \varphi_1 |\tau_{yx}|^{\alpha-1} \right) \tau_{yx}$$

Este modelo consta de tres parámetros positivos ajustables:  $\varphi_0$ ,  $\varphi_1$  y  $\alpha$ . Si se toma para  $\alpha$  un valor mayor que la unidad, el modelo tiende hacia la ley de Newton para valores bajos de  $\tau_{yx}$ , mientras que si se elige para  $\alpha$  un valor menor que la unidad, la ley de Newton se establece para valores elevados de  $\tau_{yx}$ . El modelo presenta una gran flexibilidad, y en él están comprendidas, como casos particulares, tanto la ley de Newton (para  $\varphi_1 = 0$ ), como la ley de potencias (para  $\varphi_0 = 0$ ).

### Modelo de Reiner Philippoff

$$-\frac{dv_x}{dy} = \left( \frac{1}{\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + (\tau_{yx}/\tau_s)^2}} \right) \tau_{yx}$$

Este modelo contiene también tres parámetros positivos ajustables:  $\mu_0$ ,  $\mu_\infty$  y  $\tau_s$ . Y dado que el comportamiento newtoniano se presenta, tanto para valores muy bajos como muy elevados del gradiente de velocidad, la ecuación anterior se plantea con el fin de que se transforme en estos dos casos límite de la ley de Newton de la viscosidad, haciéndose  $\mu = \mu_0$  y  $\mu = \mu_\infty$ , respectivamente. La curva que resulta al representar gráficamente  $\tau_{yx}$  frente a  $dv_x/dy$  muestra dos puntos de inflexión, que corresponden a valores de  $\tau_{yx} = \pm \tau_s \sqrt{3\mu_0/\mu_\infty}$ .

### Influencia de la Presión y la Temperatura sobre la Viscosidad

Cuando se carecen de datos experimentales y estos no pueden ser determinados, la viscosidad puede estimarse por métodos empíricos, utilizando otros datos de la sustancia en cuestión.

La **Figura 1.13** es una representación gráfica de viscosidad reducida  $\mu_r = \mu / \mu_c$ , que es la viscosidad a una determinada temperatura y presión, dividida entre la viscosidad correspondiente al punto crítico. En la figura están representados la viscosidad reducida frente a la temperatura  $T_r = T/T_c$  y a la presión  $p_r = p/p_c$  reducidas. Se observa que la viscosidad de un gas tiende hacia un valor límite definido; el límite de baja densidad, cuando la presión se aproxima a cero, para la mayoría de los gases éste límite se alcanza a la presión de 1 atm. La viscosidad de un gas de baja densidad aumenta con la temperatura, mientras que la de un líquido disminuye.

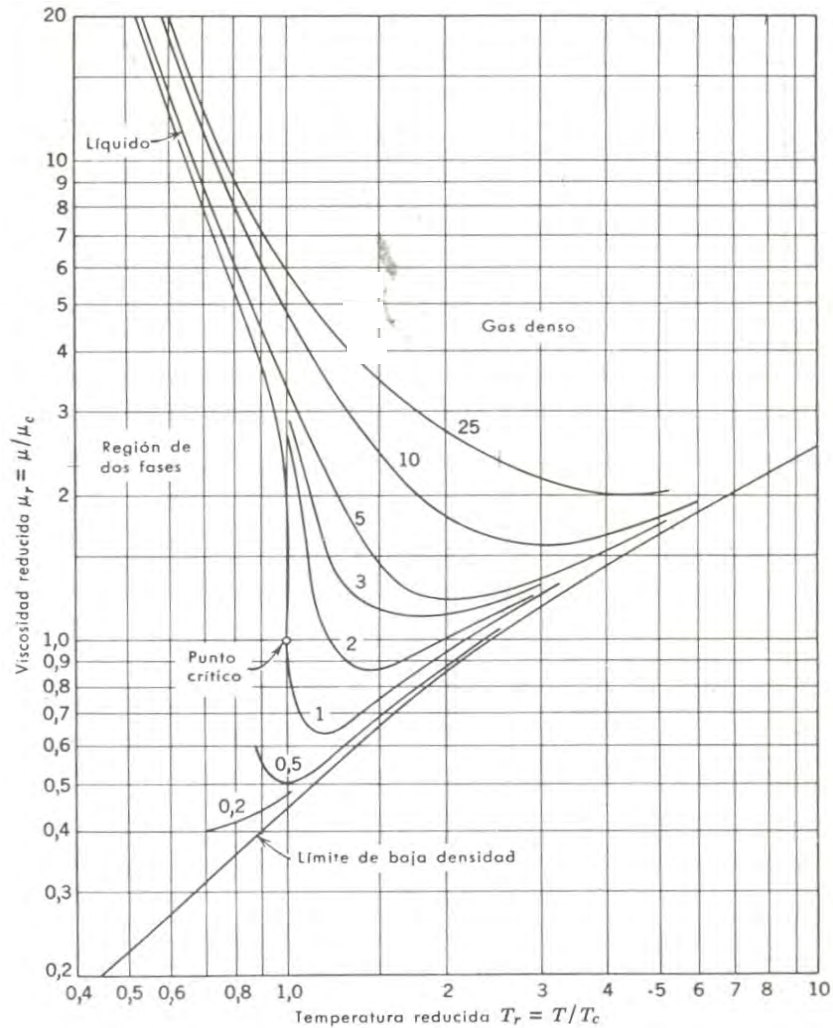
Cuando no se conoce el valor experimental de  $\mu_c$ , se puede estimar por medio de estos procedimientos:

- Si se conoce el valor de la viscosidad para una cierta temperatura y presión reducidas, si es posible a las condiciones más próximas a las deseadas,  $\mu_c$  se puede calcular con la expresión  $\mu_c = \mu / \mu_r$ .

- Si sólo se conocen los valores críticos de presión, temperatura y volumen,  $\mu_c$  puede estimarse a partir de las ecuaciones:

$$\mu_c = 61.1(MT_c)^{1/2}(\tilde{V}_c)^{-2/3} \quad \text{ó} \quad \mu_c = 7.70M^{1/2}p_c^{2/3}T_c^{-1/6}$$

En las que  $\mu_c$  está expresado en micropoises,  $p_c$  en atmósferas,  $T_c$  en °K y  $\tilde{V}_c$  en  $cm^3/gr \text{ mol}$ .



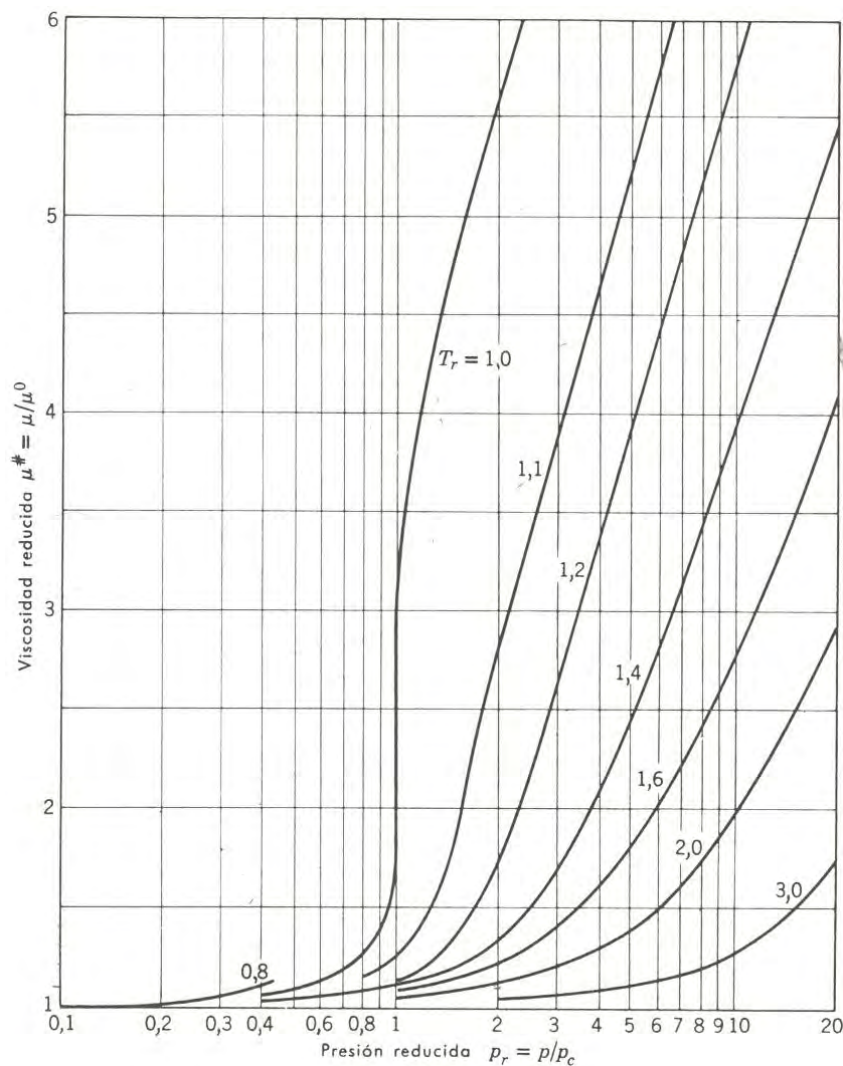
**Figura 1.13** Viscosidad Reducida en Función de la Temperatura Reducida, para Distintos Valores de Presión Reducida (Bird R. B, 2002)

La **Figura 1.13** puede utilizarse para calcular de forma aproximada las viscosidades de las mezclas de los gases densos de  $n$  componentes, usando las propiedades pseudocríticas definidas empíricamente por las ecuaciones:

$$p'_c = \sum_{i=1}^n x_i p_{ci} \quad T'_c = \sum_{i=1}^n x_i T_{ci} \quad \mu'_c = \sum_{i=1}^n x_i \mu_{ci}$$

En vez de  $p_c$ ,  $T_c$ , y  $\mu_c$ , se calculan en este caso  $p'_c$ ,  $T'_c$ , y  $\mu'_c$ , procediendo después como si se tratara de un fluido puro. Este método no es muy exacto si las sustancias que forman la mezcla tienen distinta constitución química o sus propiedades críticas difieren considerablemente.

En la **Figura 1.14** se da una representación gráfica de  $\mu^\# = \mu / \mu^0$ , que es la viscosidad a una determinada temperatura y presión, dividida entre la viscosidad a la misma temperatura y a la presión atmosférica. Esta variable también está representada en función de la temperatura y presión reducidas. A partir de las condiciones críticas se pueden determinar  $p_r$  y  $T_r$ , y utilizar estos valores para obtener en la gráfica  $\mu / \mu^0$ . El valor obtenido se multiplica por  $\mu^0$ , que puede ser un dato experimental.



**Figura 1.14** Viscosidad Reducida en Función de la Presión y Temperatura Reducidas (Bird R. B, 2002)

Mediante esta gráfica puede seguirse un método análogo al de la **Figura 1.13**.

### 1.6.3 Teoría de la Viscosidad de los Gases de Baja Densidad

Se considera un gas puro constituido por moléculas esféricas, rígidas y que no se atraen, de diámetro  $d$ , y masa  $m$ , con una concentración de  $n$  moléculas por unidad de volumen, y que  $n$  es suficientemente pequeña, de forma que la distancia media entre las moléculas sea mucho mayor que su diámetro. Para determinar la viscosidad de este gas en función de las propiedades moleculares, a partir de la ley de la viscosidad de Newton se expresa de la siguiente forma:

$$\tau_{yx} = -\frac{1}{3}nm\bar{u}\lambda \frac{dv_x}{dy}$$

Donde;  $\mu = \frac{1}{3}nm\bar{u}\lambda = \frac{1}{3}\rho\bar{u}\lambda$  (Obtenida por Maxwell, 1860)

$\bar{u}$ = velocidad promedio molecular relativa a la velocidad  $v$  de un fluido

$\lambda$ = recorrido libre medio (distancia que recorre una molécula entre dos colisiones consecutivas).

Con lo que posteriormente se obtiene:

$$\mu = \frac{2}{3\pi^{3/2}} \frac{\sqrt{m\kappa T}}{d^2}$$

que corresponde a la viscosidad de un gas de baja densidad, constituido por esferas rígidas, donde  $\kappa$  es la constante de Boltzmann ( $1.3805 \times 10^{-16}$  [erg/molécula $^\circ$ K]). Esta ecuación, donde  $\mu$  es independiente de la presión da buenos resultados comparada con resultados experimentales de hasta 10 atm de presión. No así con respecto a la temperatura, ya que experimentalmente se ha probado que  $\mu$  varía más rápidamente con respecto a  $T$ , por lo que se deben analizar las fuerzas moleculares más cuidadosamente.

Por otro lado el coeficiente de viscosidad de un gas monoatómico puro de peso molecular  $M$ , a la temperatura  $T$ , viene dado en función de los parámetros  $\sigma$  y  $\epsilon$  por la siguiente ecuación:

$$\mu = 2.6693 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{MT}}{\sigma^2 \Omega_\mu}$$

Donde:  $\sigma$  = diámetro característico de la molécula (diámetro de colisión)

Las unidades correspondientes a la ecuación son:  $\mu$  [g/cm · seg],  $T$  [°K],  $\sigma$  [Å] y  $\Omega_\mu$  es una función ligeramente decreciente del número adimensional  $\kappa T/\epsilon$ ;  $\epsilon$  = energía

característica de la interacción entre moléculas (energía de atracción máxima entre dos moléculas). Aunque esta ecuación se dedujo para los gases monoatómicos, también resulta adecuada para los gases poliatómicos. La variación de  $\mu$  con respecto a la temperatura que predice la ecuación concuerda con la línea de baja densidad en la gráfica de viscosidad reducida de la **Figura 1.14**. *La viscosidad de los gases de baja densidad aumenta con la temperatura.*

Si no se conocen los valores de  $\sigma$  y  $\epsilon$ , pueden calcularse a partir de las propiedades del fluido en el punto crítico ( $c$ ), de la temperatura normal de ebullición del líquido ( $b$ ), o del punto de fusión del sólido ( $m$ ), mediante las siguientes ecuaciones empíricas:

$$\begin{aligned} \epsilon/\kappa &= 0.777T_c & \sigma &= 0.841\tilde{V}_c^{1/3} & \text{ó} & 2.44\left(\frac{T_c}{p_c}\right)^{1/3} \\ \epsilon/\kappa &= 1.15T_b & \sigma &= 1.166\tilde{V}_{b,lq}^{1/3} \\ \epsilon/\kappa &= 1.92T_m & \sigma &= 1.222\tilde{V}_{m,sol}^{1/3} \end{aligned}$$

En las que  $\epsilon/\kappa$  y  $T$  están en  $^{\circ}K$ ,  $\sigma$  en unidades Angstrom\*,  $\tilde{V}$  en  $cm^3/g$  mol y  $p_c$  en  $atm$ .

Si el gas estuviese constituido por esferas rígidas de diámetro  $\sigma$  (en lugar de moléculas reales con fuerzas atractivas y repulsivas),  $\Omega_{\mu}$  valdría la unidad. Por lo tanto la función  $\Omega_{\mu}$  se interpreta como la desviación respecto al comportamiento de la esfera rígida.

Para incluir las mezclas gaseosas de varios componentes Wilke (1950) desarrolló la siguiente ecuación empírica:

$$\mu_{mezcl} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i \mu_i}{\sum_{j=0}^n x_j \Phi_{ij}}$$

En la que

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_i}{M_j}\right)^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j}\right)^{1/2} \left(\frac{M_j}{M_i}\right)^{1/4}\right]^2$$

En estas ecuaciones,  $n$  es el número de especies químicas existentes en la mezcla;  $x_i$  y  $x_j$  son las fracciones molares de las especies  $i$  y  $j$ ;  $\mu_i$  y  $\mu_j$  son las viscosidades de  $i$  y  $j$  a la temperatura y presión del sistema; y  $M_i$  y  $M_j$  son los pesos moleculares correspondientes,  $\Phi_{ij}$  es un número adimensional y que  $\Phi_{ij} = 1$  cuando  $i = j$ .

\* Unidad Angstrom =  $10^{-8} cm = 10^{-10} m$ . La unidad Angstrom  $\text{Å}$  es la unidad normal de medida para las dimensiones moleculares.

### 1.6.4 Teoría de la Viscosidad de los Líquidos

Aquí se explicará brevemente la teoría de Eyring y colaboradores que describe el mecanismo que tiene lugar, y permite estimar aproximadamente la viscosidad a partir de otras propiedades físicas.

En un líquido puro en reposo, las moléculas están en constante movimiento, pero debido al compacto empaquetamiento, el movimiento queda reducido a la vibración de cada molécula dentro de una “jaula” formada por las moléculas más próximas. Esta jaula está representada por la barrera de energía potencial de altura. Eyring sugirió que un líquido en reposo sufre reordenaciones continuas, durante las cuales una molécula escapa desde una “jaula” a un “hueco” adyacente, y que de esta forma, las moléculas se mueven en cada una de las direcciones de las coordenadas cartesianas, dando saltos de longitud y frecuencia por molécula. A partir del modelo de Eyring que concuerda con la ley de Newton de la viscosidad y aproximando mediante la regla de Trouton queda la siguiente ecuación:

$$\mu = \frac{\tilde{N}h}{\tilde{V}} e^{3.8 T_b/T}$$

Donde;  $\tilde{N}$  = Número de Avogadro ( $6.023 \times 10^{23}$  [moléculas/g mol])

$h$  = constante de Plank ( $6.624 \times 10^{-27}$  [erg seg ó  $cm^2/seg$ ])

Esta ecuación indica que la viscosidad disminuye exponencialmente con la temperatura, lo que está de acuerdo con el comportamiento observado para la mayor parte de los líquidos. Esta ecuación no es muy exacta, ya que da errores grandes, pero es útil para hacer una estimación aproximada, y sirve de guía para la interpolación y extrapolación de datos incompletos de viscosidad. No es útil para moléculas lineales muy largas, como, por ejemplo,  $n - C_{20}H_{42}$ , que se desvían notablemente.

## 1.7 Correlaciones para el Cálculo de la Viscosidad

La viscosidad de un aceite crudo es una propiedad física importante que controla e influye en el flujo de aceite a través del medio poroso y las tuberías, y dado que en el proceso de desarrollo de un yacimiento sobre todo si trata de aceites pesados, la viscosidad es un parámetro significativo, es necesario el uso de modelos de viscosidad que permitan predecir su magnitud con exactitud, ya que se podrán reducir tanto el costo como el tiempo que se requiere para hacer mediciones experimentales.

Se han propuesto numerosas correlaciones de viscosidad, sin embargo ninguna se ha usado como un método estándar en la industria. Debido a que la composición del aceite es compleja y en ocasiones indefinida, muchas correlaciones son dependientes de la localización geográfica que se esté tratando. Pero en general las correlaciones pueden ser de aceite negro o composicionales.

Las correlaciones composicionales derivan primordialmente del principio de estados correspondientes y sus extensiones, predicen la viscosidad del aceite como función de la temperatura, presión, composición de la mezcla, propiedades pseudocríticas y la viscosidad de una sustancia de referencia, quiere decir, que estos métodos requieren al menos un fluido de referencia. Entre las correlaciones más importantes se encuentran: *Lohrenz y col. (1964)*, *Ely y Hanley (1975)* y *Pedersen y col. (1987)*.

Las correlaciones de aceite negro predicen viscosidades a partir de información medida en el campo y son en las que se enfoca este trabajo. Las correlaciones de aceite crudo se han desarrollado para tres situaciones:

- Aceite bajo saturado,  $\mu_o$
- Condiciones de saturación,  $\mu_{ob}$
- Aceite muerto,  $\mu_{od}$

El aceite muerto es aceite sin gas en solución a presión atmosférica. Debajo del punto de burbuja la composición de la mezcla de aceite es constante y la viscosidad cambia como resultado de la compresibilidad; el fluido se vuelve más pesado y la viscosidad se incrementa. En algún punto durante la producción, la presión cae debajo de la presión de burbuja, el gas se libera y la composición del aceite cambia continuamente, el aceite se vuelve más pesado y más viscoso, y en el yacimiento fluyen dos fases.



Algunas de las correlaciones empíricas más conocidas son las propuestas por: *Beal* (1946), *Chew y Connally* (1959), *Aziz, Govier y Forgarasi* (1972), *Beggs y Robinson* (1975), *Standing* (1977), *Vázquez y Beggs* (1980), *Glaso* (1980), *Ng y Egbogah* (1983), *Khan y col.* (1987), *Kartoatmodjo y Schimidt* (1991), *Labedi* (1992), *Ghetto, Paone y Villa* (1994), *Petrosky y Farshad* (1995), *Elsharkawy y Alikhan* (1999), *Elsharkawy y Gharbi* (2001), etc.

Estas correlaciones están en función de parámetros medidos en campo o laboratorio como: temperatura ( $T$ ), presión ( $p$ ), densidad relativa del gas separado ( $\gamma_g$ ), y densidad relativa del aceite ( $^{\circ}API$ ). La viscosidad del aceite muerto ( $\mu_{od}$ ) está expresada como una función de la densidad en  $^{\circ}API$  del aceite y la temperatura del yacimiento. La viscosidad del aceite saturado ( $\mu_{ob}$ ) está correlacionada a la viscosidad del aceite muerto y a la relación gas disuelto aceite ( $R_s$ ). En la determinación de la viscosidad del aceite bajo saturado ( $\mu_o$ ), esta es primordialmente dependiente de la presión.



## 2. Revisión del Estado del Arte

La historia de las correlaciones de viscosidad en la industria petrolera, comenzó hace varias décadas. Se han presentado una gran cantidad de ecuaciones matemáticas para predecir las viscosidades del aceite muerto, aceite saturado y aceite bajo saturado, usando mediciones disponibles en campo, como densidad del aceite en el tanque de almacenamiento, relación gas disuelto aceite, etc. Se han publicado numerosas correlaciones, mismas que se han resumido en este capítulo para describir su desarrollo histórico.

### 2.1 Correlaciones de Viscosidad

En 1946, **Beal** publicó un artículo que contenía métodos gráficos para determinar la viscosidad del aceite muerto, saturado y bajo saturado a alta presión y temperatura. El autor construyó una base de datos usando información de fluidos de varios campos de Estados Unidos. Mencionó que la temperatura del yacimiento, la densidad del aceite en el tanque de almacenamiento, la relación gas disuelto aceite, y la presión del yacimiento son parámetros importantes para correlacionar la viscosidad del aceite del yacimiento. La densidad del aceite en el tanque y la temperatura del yacimiento, son las variables más efectivas para correlacionar la viscosidad del aceite muerto.

En 1959, **Chew y Connally** propusieron una correlación y una interpretación gráfica para la viscosidad del aceite saturado usando 457 muestras de aceite de las áreas productoras más importantes de Estados Unidos, Canadá y Sudamérica. Los autores consideraron que la relación entre la viscosidad del aceite muerto y saturado, a  $R_s$  constante, puede representarse como una línea recta en escala logarítmica. El concepto de correlación del aceite saturado se describe como sigue:

$$\mu_{ob} = A\mu_{od}^B \dots\dots\dots (1)$$

Generalmente, los coeficientes A y B pueden ser representados como una función de la relación gas disuelto aceite. La adaptación de este concepto ha sido usada por varios autores para crear sus correlaciones de viscosidad.

En 1972, **Aziz, Govier y Forgarasi** modificaron el concepto de Chew y Connally para crear la viscosidad del aceite saturado usando 48 sistemas de aceite. La viscosidad, de acuerdo a estos autores, puede ser calculada como sigue:

$$\begin{aligned} \mu_{ob} &= A\mu_{od}^B \\ A &= 0.20 + (0.80 \times 10^{-0.00081 R_s}) \dots\dots\dots (2) \\ B &= 0.43 + (0.57 \times 10^{-0.00072 R_s}) \end{aligned}$$

En 1975, **Beggs y Robinson** usaron 600 sistemas de aceite, incluyendo 2533 puntos de información para correlacionar viscosidades del aceite muerto y saturado como función de la densidad en el tanque de almacenamiento y la temperatura del yacimiento, aplicaron el concepto de Chew y Connally para correlacionar la viscosidad del aceite saturado. La correlación de Beggs y Robinson para el aceite saturado es una de las más usadas en la industria debido a que predice la viscosidad con cierta exactitud, y cubre un gran rango de información. La viscosidad del aceite saturado y muerto se puede calcular como sigue:

Viscosidad del aceite muerto

$$\begin{aligned} \mu_{od} &= 10^C - 1 \dots\dots\dots (3) \\ C &= 10^{3.0324 - 0.02023 API T^{-1.63}} \end{aligned}$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\begin{aligned} \mu_{ob} &= A\mu_{od}^B \\ A &= 10.715(R_s + 100)^{-0.515} \dots\dots\dots (4) \\ B &= 5.44(R_s + 150)^{-0.338} \end{aligned}$$

En 1977, **Standing** desarrolló correlaciones para predecir las viscosidades del aceite muerto, saturado y bajo saturado aplicando el método gráfico de la correlación de Beal. El autor modificó el concepto de la correlación de Chew y Connally para crear nuevas correlaciones. Las correlaciones de Standing para predecir viscosidades son interpretadas como sigue:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = \left(0.32 + \frac{1.8 \times 10^7}{API^{4.53}}\right) \left(\frac{360}{T+200}\right)^D \dots\dots\dots (5)$$

$$C = 10^{\left(0.43 + \frac{8.33}{API}\right)}$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = A\mu_{od}^B$$

$$A = 10^{(2.2 \times 10^{-7} R_S - 7.4 \times 10^{-4}) R_S} \dots\dots\dots (6)$$

$$B = \left(\frac{0.65}{10^{8.62 \times 10^{-5} R_S}}\right) + \left(\frac{0.25}{10^{1.10 \times 10^{-3} R_S}}\right) + \left(\frac{0.062}{10^{3.74 \times 10^{-3} R_S}}\right)$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} + 0.001(p - p_b)(0.024\mu_{ob}^{1.6} + 0.038\mu_{ob}^{0.56}) \dots\dots\dots (7)$$

En 1980, **Vázquez y Beggs** aplicaron técnicas de regresión a más de 600 estudios PVT para crear una correlación de viscosidad del aceite bajo saturado como función de la presión del yacimiento, presión de saturación y de la viscosidad en el punto de burbuja. Los autores utilizaron una gran base de datos para ampliar el rango de información en su correlación, y recomiendan la correlación del aceite saturado de Beggs y Robinson.

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} \left(\frac{p}{p_b}\right)^E \dots\dots\dots (8)$$

$$E = 2.6p^{1.187} \exp(-11.513 - 8.98 \times 10^{-5} p)$$

En 1980, **Glaso** uso 26 muestras de aceite del Mar del Norte para correlacionar la viscosidad del aceite muerto. El autor propuso que la viscosidad del aceite muerto está en términos de la temperatura del yacimiento y la densidad del aceite en el tanque de almacenamiento. La correlación de Glaso, regularmente tiene un comportamiento similar a la de Beggs y Robinson. La ecuación está indicada como sigue:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = 3.141 \times 10^{10} T^{-3.444} (\log API)^{10.313 \log(T) - 36.447} \dots\dots\dots (9)$$

En 1983, **Ng y Egbogah** presentaron dos correlaciones para predecir la viscosidad del aceite muerto. Para la primera, los autores usaron cerca de 400 reportes PVT para modificar la correlación de Beggs y Robinson. Para la segunda correlación introdujeron un nuevo parámetro; temperatura de escurrimiento ( $T_p$ ), lo que resulta poco práctico, ya que la temperatura de escurrimiento es difícil de medir y no puede obtenerse de un PVT ordinario. Las correlaciones de Ng y Egbogah son las siguientes:

Viscosidad del aceite muerto

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = 1.8653 - 0.025086 API - 0.5644 \log(T) \dots\dots\dots (10)$$

Viscosidad del aceite muerto

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = -1.7095 - 0.0087917 T_p + 2.7523 API + (-1.2943 + 0.0033214 T_p + 0.958195 API) \log(T - T_p) \dots\dots\dots (10')$$

Posteriormente en un trabajo presentado por Trevor Bennison en 1998, se utiliza una correlación de viscosidad del aceite muerto propuesta por **Egbogah - Jacks**, sin punto de escurrimiento:

Viscosidad del aceite muerto (sin punto de escurrimiento)

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = -1.7095 + \left( \frac{389.45}{\text{API} + 131.5} \right) + \left( -1.2943 + \left( \frac{389.45}{\text{API} + 131.5} \right) \right) \times \log \left( (T - 32) \times \frac{5}{9} \right) \dots\dots\dots (11)$$

En 1984, **Sutton y Farshad** evaluaron el comportamiento de varias correlaciones de viscosidad publicadas, usando 31 muestras de diferentes aceites del Golfo de México. Los autores concluyeron que las correlaciones de Glaso, Beggs y Robinson, Vázquez y Beggs dan la mejor predicción de viscosidad del aceite muerto, aceite saturado y bajo saturado en el Golfo de México. Los resultados están dados en funciones de error, de análisis estadístico.

En 1987 **Khan y colaboradores** propusieron un juego de correlaciones usando métodos de mínimos cuadrados y regresión lineal. Sus ecuaciones se basan en 75 muestras de aceite de Arabia Saudita. Los autores probaron el comportamiento de las correlaciones previamente mencionadas, en términos de funciones estadísticas. Los resultados indicaron que sus correlaciones proveen una buena estimación de viscosidad para aceites árabes; pero requieren de varios parámetros de entrada, lo que es un inconveniente. Las correlaciones se muestran a continuación:

Aceite Saturado

$$\mu_{ob} = \frac{0.09\sqrt{\gamma_g}}{\sqrt[3]{R_S \left(\frac{T+459.67}{459.67}\right)^{4.5} \left(1 - \frac{141.5}{API+131.5}\right)^3}} \dots\dots\dots (12)$$

Aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} \left(\frac{p}{p_b}\right)^{-0.14} \exp(-2.5 \times 10^{-4}(p - p_b)) \dots\dots\dots (13)$$

Aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} \exp(9.6 \times 10^{-5}(p - p_b)) \dots\dots\dots (14)$$

En 1987, **Al-Khafaji, Abdul-Majeed y Hassoon** desarrollaron correlaciones para predecir la viscosidad del aceite muerto, saturado y bajo saturado usando 300 muestras de la región del Medio Este. Los autores aplicaron la correlación grafica de Beal, para la viscosidad del aceite muerto, y modificaron la correlación de Chew y Connally con un rango más amplio de relaciones gas disuelto aceite para el aceite saturado. También crearon una nueva correlación de aceite bajo saturado como función de la densidad del aceite en el tanque, presión del yacimiento y presión de burbuja. Las correlaciones son las siguientes:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = \frac{10^{4.9563-0.00488 T}}{\left(API + \frac{T}{30} - 14.29\right)^{2.709}} \dots\dots\dots (15)$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = A\mu_{od}^B$$

$$A = 0.247 + 0.2824 \log(R_S) + 0.5657(\log(R_S))^2 - 0.4065(\log(R_S))^3 + 0.0631(\log(R_S))^4 \dots\dots\dots (16)$$

$$B = 0.894 + 0.0546 \log(R_S) + 0.07667(\log(R_S))^2 - 0.0736(\log(R_S))^3 + 0.01008(\log(R_S))^4$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} + 10^F$$

$$F = -0.3806 - 0.1845 API + 0.004034 API^2 - 3.716 \times 10^{-5} + 1.11 \log(p - p_b) \dots\dots\dots (17)$$

En 1990, **Abdul-Majeed, Kattan, y Salman** introdujeron una nueva correlación para predecir la viscosidad del aceite bajo saturado. La ecuación se mostró como función de la presión del yacimiento, relación gas disuelto aceite, y densidad del aceite en el tanque, fue desarrollada usando 41 muestras de aceite del Norte de África y del Medio Este. La correlación es directamente derivada de una escala logarítmica, que indica una serie de líneas rectas con un salto constante y varios cortes; y estos cortes pueden ser representados como una función de la relación gas disuelto aceite y la densidad del aceite en el tanque. La correlación es la siguiente:

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} + 10^G$$

$$G = 1.9311 - 0.8994 \ln(5.614 R_{sb}) - 0.001194 API^2 + 9.2545 \times 10^{-3} API \ln(5.614 R_{sb}) - 5.2106 + 1.11 \log(p - p_b) \dots\dots\dots (18)$$



En 1991, **Kartoatmodjo y Schmidt** usaron varios reportes PVT de diferentes locaciones geográficas como; el sur este de Asia, Norte América, Medio Este y Latinoamérica, para modificar las correlaciones de Glaso; Chew y Connally; y Standing de aceite muerto, saturado y bajo saturado, respectivamente. Las correlaciones de Kartoatmodjo y Schmidt son las siguientes:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = 10.0 \times 10^8 T^{-2.5177} (\log API)^{5.7526} \log(T)^{-26.9718} \dots\dots\dots (19)$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = -0.06821 + 0.9824H + 0.0004034H^2$$

$$H = (0.2001 + 0.8428 \times 10^{-0.000845 R_S}) \mu_{od}^{(0.43+0.5165I)} \dots\dots\dots (20)$$

$$I = 10^{-0.00081 R_S}$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = 1.00081\mu_{ob} + 0.0001127(p - p_b)(-0.006517\mu_{ob}^{1.8148} + 0.038\mu_{ob}^{1.59}) (21)$$

Posteriormente, los autores compararon el comportamiento de su correlación modificada, con las publicadas anteriormente, el análisis lo hicieron en términos de error relativo promedio, error absoluto promedio, desviación estándar y coeficiente de determinación. Los resultados mostraron que su correlación modificada provee la mejor predicción de la viscosidad del aceite muerto y saturado.

En 1991, **Abu-Khamsin y Al-Marhoun** propusieron una nueva alternativa para correlacionar la viscosidad en el punto de burbuja, usando solo la densidad del aceite en el punto de burbuja como parámetro de entrada. La correlación fue desarrollada aplicando regresión no lineal en 62 muestras de aceite de Medio Este y de Canadá. Los autores no mencionaron nada de la aplicación de su correlación para el aceite bajo saturado. Teóricamente, las formas típicas de la viscosidad y densidad del aceite muestran una tendencia similar para cualquier presión. Por esta razón la correlación Abu-Khamsin y Al-Marhoun puede ser usada para predecir las viscosidades del aceite saturado y bajo saturado.

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = \exp(-2.652294 + 8.484462\rho_{ob}^4) \dots\dots\dots (22)$$

En 1992, **Labedi** introdujo un juego de correlaciones para predecir las viscosidades del aceite muerto, saturado y bajo saturado. El autor utilizó la técnica de regresión lineal múltiple para correlacionar sus ecuaciones usando alrededor de 100 muestras de aceite de Libia. Cabe mencionar que la relación gas disuelto aceite parámetro importante, no está incluido en sus ecuaciones. El autor mencionó que las ecuaciones funcionan bastante bien para los aceites de Libia y de otras áreas geográficas como Medio Este, el Mar del Norte y algunas partes de América. Las correlaciones deben ser usadas con un rango importante de datos de entrada, y se recomienda que no se usen en densidades de aceite en el tanque menores a 32 °API. Las correlaciones de Labedi se muestran a continuación:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = \frac{10^{9.224}}{API^{4.7013}T^{0.6739}} \dots\dots\dots (23)$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = (10^{2.344-0.03542 API}) \frac{\mu_{od}^{0.6447}}{p_b^{0.426}} \dots\dots\dots (24)$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} - \left[ \left( 1 - \frac{p}{p_b} \right) \left( \frac{10^{-2.488} \mu_{od}^{0.9036} p_b^{0.6151}}{10^{0.01976 API}} \right) \right] \dots\dots\dots (25)$$

En 1992, **Bergman** propuso dos correlaciones para estimar la viscosidad del aceite muerto y saturado, estas correlaciones fueron publicadas por Whitson y Brule en 1994. El autor uso la base de datos de Beggs y Robinson y un poco de información adicional para desarrollar sus ecuaciones. Aplicó el concepto de Chew y Connally a esa base de datos para crear una correlación para el aceite saturado. Y utilizó la correlación de aceite muerto de Beggs y Robinson, concluyendo que no trabajaba efectivamente para temperaturas menores a 70 °F. Las correlaciones de Bergman son las siguientes:

Viscosidad del aceite muerto

$$\ln \ln(\mu_{od} + 1) = 22.33 - 0.194API + 0.00033API^2 - (3.20 - 0.0185API)\ln(T + 310) \dots\dots\dots (26)$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = A\mu_{od}^B$$

$$A = \exp(4.768 - 0.8359\ln(R_S + 300)) \dots\dots\dots (27)$$

$$B = 0.555 + \frac{133.5}{R_S + 300}$$

En 1994, **De Ghetto, Paone y Villa** introdujeron una estrategia para correlacionar las ecuaciones de viscosidad, basado en diferentes rangos de densidad del aceite en el tanque, como sigue:

- Correlaciones de aceite extra pesado ( $^{\circ}API \leq 10$ )
- Correlaciones de aceite pesado ( $10 < ^{\circ}API \leq 22.3$ )
- Correlaciones de aceite mediano ( $22.3 < ^{\circ}API \leq 31.1$ )
- Correlaciones de aceite ligero ( $^{\circ}API > 31.1$ )

Además los autores probaron algunas de las correlaciones publicadas con anterioridad usando 195 muestras de aceite tomadas de la Cuenca del Mediterráneo, África, Golfo Pérsico y Mar del Norte. La mejor correlación para cada rango de densidad y para toda la base de datos seleccionada; así como los coeficientes numéricos fueron recalculados usando regresión lineal múltiple y regresión no lineal. Los autores mencionaron que el comportamiento no Newtoniano de los fluidos altamente viscosos podría afectar las mediciones de laboratorio, así como el comportamiento de las correlaciones. Las correlaciones de viscosidad modificadas son las siguientes:

Viscosidad del aceite muerto

Aceite extra pesado: Modificada de Ng y Egbogah

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = 1.90296 - 0.012629API - 0.61748\log(T) \dots (28)$$

Aceite pesado: Modificada de Ng y Egbogah

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = 2.06492 - 0.0179API - 0.70226\log(T) \dots\dots\dots (29)$$

Aceite mediano: Modificada de Kartoatmodjo

$$\mu_{od} = 220.15 \times 10^9 T^{-3.556} \log(API)^{12.5428} \log(T)^{-45.7874} \dots (30)$$

Aceite ligero: Modificada de Ng y Egboah

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = 1.67083 - 0.017628API - 0.61304 \log(T) \dots (31)$$

Todas las muestras: Modificada de Ng y Egboah

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = 1.8513 - 0.025548API - 0.56238 \log(T) \dots (32)$$

Viscosidad del aceite saturado

Aceite extra pesado: Modificada de Kartoatmodjo

$$\begin{aligned} \mu_{ob} &= 2.3945 + 0.8927H + 0.001567H^2 \\ H &= (-0.0335 + 1.0785 \times 10^{-0.000845 R_S}) \mu_{od}^{(0.5798+0.3432I)} \dots (33) \end{aligned}$$

$$I = 10^{-0.00081 R_S}$$

Aceite pesado: Modificada de Kartoatmodjo

$$\begin{aligned} \mu_{ob} &= -0.6311 + 1.078H + 0.003653H^2 \\ H &= (0.2478 + 0.6114 \times 10^{-0.000845 R_S}) \mu_{od}^{(0.4731+0.5158I)} \dots (34) \end{aligned}$$

$$I = 10^{-0.00081 R_S}$$

Aceite mediano: Modificada de Kartoatmodjo

$$\begin{aligned} \mu_{ob} &= 0.0132 + 0.9821H + 0.005215H^2 \\ H &= (0.2038 + 0.8591 \times 10^{-0.000845 R_S}) \mu_{od}^{(0.3855+0.5664I)} \dots (35) \end{aligned}$$

$$I = 10^{-0.00081 R_S}$$

Aceite ligero: Modificada de Beggs y Robinson

$$\mu_{ob} = [25.1921(R_S + 100)^{-0.6487}] \mu_{od}^{2.7516(R_S+150)^{-0.2135}} \dots (36)$$

Todas las muestras: Modificada de Kartoatmodjo

$$\begin{aligned} \mu_{ob} &= -0.032124 + 0.9289H + 0.02865H^2 \\ H &= (0.1615 + 0.7024 \times 10^{-0.000583 R_S}) \mu_{od}^{(0.172+0.7881I)} \dots (37) \end{aligned}$$

$$I = 10^{-0.000396 R_S}$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

Aceite extra pesado: Modificada de Labedi

$$\mu_o = \mu_{ob} - \left[ \left( 1 - \frac{p}{p_b} \right) \left( \frac{10^{-2.19} \mu_{od}^{1.055} p_b^{0.3132}}{10^{0.0099} API} \right) \right] \dots\dots\dots (38)$$

Aceite pesado: Modificada de Kartoatmodjo

$$\mu_o = 0.9886\mu_{ob} + 0.002763(p - p_b) \dots\dots\dots (39)$$

$$(-0.01153\mu_{ob}^{1.7933} + 0.0316\mu_{ob}^{1.5939})$$

Aceite Mediano: Modificada de Labedi

$$\mu_o = \mu_{ob} - \left[ \left( 1 - \frac{p}{p_b} \right) \left( \frac{10^{-3.8055} \mu_{od}^{1.4131} p_b^{0.6957}}{10^{-0.00288} API} \right) \right] \dots\dots\dots (40)$$

Todas las muestras: Modificada de Labedi

$$\mu_o = \mu_{ob} - \left[ \left( 1 - \frac{p}{p_b} \right) \left( \frac{10^{-1.9} \mu_{od}^{0.7423} p_b^{0.5026}}{10^{0.0243} API} \right) \right] \dots\dots\dots (41)$$

En 1995, **Petrosky y Farshad** propusieron correlaciones para el cálculo de la viscosidad del aceite muerto, saturado y bajo saturado, usando 126 estudios PVT del Golfo de México. Los autores usaron regresión múltiple no lineal para crear sus correlaciones y usaron funciones estadísticas de error, para evaluar y comparar el comportamiento de sus ecuaciones con los publicados anteriormente. Sus correlaciones de viscosidad de aceite muerto y bajo saturado, dieron mejores resultados que las otras. Aseguraron que sus ecuaciones pueden ser aplicadas a aceites de otras regiones, pero deben ser usadas dentro de un rango de información. Las correlaciones de Petrosky y Farshad son las siguientes:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = 2.3511 \times 10^7 T^{-2.10255} \log (API)^J \dots\dots\dots (42)$$

$$J = 4.59388 \log(T) - 22.82792$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = A\mu_{od}^B$$

$$A = 0.1651 + (0.6165 \times 10^{-6.0866 \times 10^{-4} R_s}) \dots\dots\dots (43)$$

$$B = 0.5131 + (0.5109 \times 10^{-1.1831 \times 10^{-3} R_s})$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} + 1.3449 \times 10^{-3} (p - p_b) \times 10^K \dots\dots\dots (44)$$

$$K = -1.0146 + 1.3322 \log(\mu_{ob}) - 0.4876 \log(\mu_{ob})^2 - 1.15036 (\mu_{ob})^3$$

En 1997, **Almehaideb** desarrolló dos correlaciones de viscosidad usando como base de datos reportes PVT de 15 yacimientos diferentes de los Emiratos Árabes Unidos. El autor uso métodos de regresión lineal para obtener sus correlaciones de aceite saturado y bajo saturado; y el comportamiento de estas correlaciones fue comparado con las correlaciones de Aziz, Standing, Beggs y Vázquez. El autor, no menciona nada de la aplicación de sus ecuaciones para otras regiones geográficas. Las correlaciones de viscosidad de aceite saturado y bajo saturado de Almehaideb se presentan a continuación:

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = 6.59927 \times 10^5 R_s^{-0.597627} T^{-0.941624} \gamma_g^{-0.555208} API^{-1.487449} \dots\dots\dots (45)$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} \left( \frac{p}{p_b} \right)^L \dots\dots\dots (46)$$

$$L = 0.134819 + 1.94345 \times 10^{-4} R_{sb} - 1.93106 \times 10^{-9} R_{sb}^2$$

En 1997, **Hanafy y colaboradores** introdujeron una correlación de viscosidad simple para el aceite en el punto de burbuja, basada en 324 muestras de aceite. Los autores indicaron que su correlación puede predecir la viscosidad del aceite a cualquier presión específica usando su correspondiente valor de densidad en la ecuación. Los autores probaron el comportamiento de su correlación con otras previamente publicadas y concluyeron que su correlación da la mejor predicción de viscosidad. Este concepto es similar al propuesto por Abu-Khamsin y Al-Marhoun en 1991.

Viscosidad del aceite en el punto de burbuja

$$\mu_{ob} = \exp(7.296\rho_{ob}^3 - 3.095) \dots\dots\dots (47)$$

En 1998, **Bennison** introdujo una correlación de viscosidad para aceite muerto para aceites pesados del Mar del Norte. Sólo utilizo 16 puntos de información, es el autor con la menor base de datos que se menciona en el presente trabajo, razón por la cual no es muy recomendable. La correlación de Bennison es la siguiente:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = 10^{(0.10231API^2 - 3.9464API + 46.5037)} T^{(-0.4542API^2 + 1.70405API - 19.18)} \dots\dots\dots (48)$$

En 1999, **Elsharkawy y Alikhan** publicaron correlaciones de viscosidad para aceite muerto, saturado y bajo saturado. Las correlaciones de Beggs y Robinson de aceite muerto y saturado, fueron modificadas con 254 muestras de aceite del Medio Este. Los autores desarrollaron la correlación para el aceite bajo saturado usando regresión lineal múltiple e introdujeron la viscosidad de aceite muerto, como parámetro de entrada. Para aceites del Medio Este, la exactitud de estas correlaciones es mejor que otras ya publicadas.

Viscosidad del aceite muerto

$$\log \cdot \log(\mu_{od} + 1) = 2.16924 - 0.02525API - 0.68875 \log(T) \dots\dots\dots (49)$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = A\mu_{od}^B$$

$$A = 1241.932(R_S + 641.026)^{-1.1241} \dots\dots\dots (50)$$

$$B = 1768,841(R_S + 1180.335)^{-1.06622}$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} + 10^{-2.0771}(p - p_b)(\mu_{od}^{1.19279} + \mu_{ob}^{-0.40712} p_b^{-0.7941}) \dots\dots\dots (51)$$

En 2001, **Elsharkawy y Gharbi** compararon la técnica clásica de regresión lineal con un concepto moderno de regresión, que es la técnica de regresión neutral. Los autores usaron ambas regresiones para desarrollar sus correlaciones de viscosidad basadas en 56 sistemas de aceite de Kuwait. Mencionaron que la correlación creada por la regresión neutral, provee mejor comportamiento que la creada con la otra técnica. Pero el proceso de regresión neutral consiste en varios pasos complicados que no pueden ser hechos sin herramientas de software. De cualquier forma la regresión lineal clásica es el método preferido para las correlaciones de viscosidad.

Viscosidad del aceite muerto

$$\log(\mu_{od}) = 10.7580 - 3.9145 \log(API) - 1.9364 \log(T) \dots\dots\dots (52)$$

Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = 10^{0.82604p - 0.38678} \mu_{od}^{0.79903} \dots\dots\dots (53)$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} + M(p - p_b) \dots\dots\dots (54)$$

$$M = (-5612 + 9481\mu_{od} - 1459\mu_{od}^2 + 81\mu_{od}^3) \times 10^{-8}$$

En 2001, **Dindoruk y Christman** usaron más de 90 reportes PVT del Golfo México para correlacionar la viscosidad del aceite muerto, saturado y bajo saturado. Estas correlaciones fueron desarrolladas usando la herramienta de Microsoft Excel y su comportamiento fue comparado con las correlaciones de Standing y Petrosky y Farshad. Cabe destacar que además de utilizar la densidad del aceite en el tanque y la presión del yacimiento, también se requiere la presión en el punto de burbuja y la relación gas disuelto aceite, para calcular la viscosidad del aceite muerto. Los autores aseguran que sus correlaciones tienen un mejor comportamiento para un rango grande de datos y pueden ser usadas en otras regiones geográficas; pero contienen 24 coeficientes numéricos y requieren de varios parámetros de entrada. Las correlaciones de Dindoruk y Christman son las siguientes:

Viscosidad del aceite muerto

$$\mu_{od} = \frac{9.36579 \times 10^9 T^{-4.194017808} \log(API)^{14.505357625} \log(T)^{-44.868655416}}{-3.1461171 \times 10^{-9} p_b^{4.740729 \times 10^{-4}} + 0.010433654 R_{Sb}^{-0.00077688}} \dots\dots (55)$$



Viscosidad del aceite saturado

$$\mu_{ob} = A\mu_{od}^B$$

$$A = \frac{1}{\exp(4.740729 \times 10^{-4} R_S)} + \frac{-1.023451 \times 10^{-2} R_S^{0.6600358}}{\exp(1.07508 \times 10^{-3} R_S)} \dots\dots\dots (56)$$

$$B = \frac{1}{\exp(-2.191172 \times 10^{-5} R_S)} + \frac{-1.66098 \times 10^{-2} R_S^{0.4233179}}{\exp(-2.273945 \times 10^{-4} R_S)}$$

Viscosidad del aceite bajo saturado

$$\mu_o = \mu_{ob} + 6.334 \times 10^{-5} (p - p_b) \times 10^0$$

$$O = 0.776644115 + 0.987658646 \log(\mu_{ob}) - 0.190564677 \log(R_{sb}) \dots\dots (57)$$

$$+ 9.147711 \times 10^{-3} \mu_{ob} \log(R_{sb}) - 1.9111 \times 10^{-5} (p - p_b)$$

## 2.2 Parámetros Utilizados en las Correlaciones de Viscosidad

Es importante conocer los parámetros generales usados en las correlaciones de viscosidad para poder desarrollar la que mejor describa el comportamiento de los aceites producidos en México. En las siguientes tablas se muestra un resumen de las correlaciones mencionadas en el punto anterior, así como las variables necesarias para cada caso.

La **Tabla 2.1** muestra los parámetros necesarios para las correlaciones publicadas de viscosidad del aceite muerto. Todas las correlaciones son función de la temperatura del yacimiento y la densidad del aceite en el tanque de almacenamiento, que corresponde a la viscosidad propuesta por Beal.

**Tabla 2.1** Parámetros Necesarios para las Correlaciones Publicadas de Viscosidad del Aceite Muerto

Autor	Ecuación	T [°F]	Densidad [°API]	p <sub>b</sub> [lb/pg <sup>2</sup> ]	R <sub>sb</sub> [pie <sup>3</sup> /bl]
Beggs - Robinson	(3)	x	x		
Standing	(5)	x	x		
Glaso	(9)	x	x		
Ng Egbogah	(10)	x	x		
Egbogah - Jacks	(11)	x	x		
Al-Khafaji, Abdul-Majeed y Hassoon	(15)	x	x		
Kartoatmodjo - Schmidt	(19)	x	x		
Labedi	(23)	x	x		
Bergman	(26)	x	x		
De Ghetto-Paone - Villa	(28)-(32)	x	x		
Petrosky - Farshad	(42)	x	x		
Bennison	(48)	x	x		
Elsharkawy - Alikhan	(49)	x	x		
Elsharkawy - Gharbi	(52)	x	x		
Dindoruk - Christman	(55)	x	x	x	x

La **Tabla 2.2** muestra todos los parámetros del fluido del yacimiento, utilizados en las correlaciones publicadas de aceite saturado. El concepto de Chew y Connally que relacionó la viscosidad del aceite saturado como función de la viscosidad del aceite muerto y la relación gas disuelto aceite, es usado por la mayoría de las correlaciones, excepto por Khan y colaboradores y Labedi.

**Tabla 2.2** Parámetros Necesarios para las Correlaciones Publicadas de Viscosidad del Aceite Saturado.

Autor	Ecuación	μ <sub>od</sub> [cp]	R <sub>sb</sub> [pie <sup>3</sup> /bl]	Densidad [°API]	p [lb/pg <sup>2</sup> ]	p <sub>b</sub> [lb/pg <sup>2</sup> ]	γ <sub>g</sub>	ρ <sub>ob</sub> [lb/pie <sup>3</sup> ]
Aziz-Govier - Forgarasi	(2)	x	x					
Beggs - Robinson	(4)	x	x					
Standing	(6)	x	x					
Khan y colaboradores	(12)		x	x			x	
Al-Khafaji, Abdul-Majeed, Hassoon	(16)	x	x					
Kartoatmodjo - Schmidt	(20)	x	x					
Abu-Khamsin y Al-Marhoun	(22)							x
Labedi	(24)	x		x		x		
Bergman	(27)	x	x					
De Ghetto - Paone - Villa	(33)-(37)	x	x					
Petrosky - Farshad	(43)	x	x					
Almehaideb	(45)		x	x			x	
Hanafy y colaboradores	(47)							x
Elsharkawy - Alikhan	(50)	x	x					
Elsharkawy - Gharbi	(53)	x			x			
Dindoruk - Christman	(56)	x	x					

Los parámetros para todas las correlaciones publicadas de aceite bajo saturado, se muestran en la **Tabla 2.3**. La mayoría de los autores recomiendan usar su correlación de aceite saturado para estimar la viscosidad del aceite bajo saturado.

**Tabla 2.3** Parámetros Utilizados en las Correlaciones Publicadas de Viscosidad del Aceite Bajo Saturado

Autor	Ecuación	$\mu_{ob}$ [cp]	$\rho$ [lb/pg <sup>2</sup> ]	$\rho_b$ [lb/pg <sup>2</sup> ]	$\mu_{od}$ [cp]	Densidad [°API]	$R_{sb}$ [pie <sup>3</sup> /bl]
Standing	(7)	x	x	x			
Vázquez - Beggs	(8)	x	x	x			
Khan y colaboradores	(14)	x	x	x			
Al-Khafaji, Abdul-Majeed y Hassoon	(17)	x	x	x		x	
Abdul-Majeed, Kattan - Salman	(18)	x	x	x		x	x
Kartoatmodjo - Schmidt	(21)	x	x	x			
Labedi	(25)	x	x	x	x	x	
De Ghetto - Paone - Villa	(38)-(41)	x	x	x		x	
Petrosky - Farshad	(44)	x	x	x			
Almehaideb	(46)	x	x	x			x
Elsharkawy - Alikhan	(51)	x	x	x	x		
Elsharkawy - Gharbi	(54)	x	x	x	x		
Dindoruk - Christman	(57)	x	x	x			x



## 3. Análisis de Estudios pVT

En este capítulo se analizan las variables utilizadas en las correlaciones de viscosidad del aceite y se presenta la base de datos con la que se evaluarán las correlaciones del capítulo anterior. Además, se muestran los ajustes gráficos obtenidos con mediciones de viscosidad del aceite muerto, saturado y bajo saturado contra otras propiedades del fluido.

### 3.1 Comparación Gráfica de la Viscosidad con otras Propiedades

Para describir la relación entre viscosidad del aceite y los otras propiedades del fluido como: temperatura de yacimiento, densidad del aceite en el tanque de almacenamiento, relación gas disuelto aceite, presión y densidad del aceite, es necesario hacer un análisis de cada una de ellas, teniendo como objetivo, explicar porque se han utilizado estas variables en las correlaciones de viscosidad publicadas en la literatura.

El análisis se hace a partir de una comparación gráfica del comportamiento de la viscosidad y los demás parámetros; cabe mencionar que las gráficas que se presentan en esta sección representan un comportamiento ideal.

Usualmente, la temperatura de yacimiento se considera constante, observándose una línea recta, que no muestra ninguna relación con el comportamiento de la viscosidad como se observa en la **Figura 3.1**. Es por esta razón que los autores de correlaciones del aceite saturado y bajo saturado, consideran que la temperatura tiene un efecto pequeño en la viscosidad del aceite a estas condiciones. Sin embargo, para el aceite muerto, es un

parámetro importante, ya que es en la superficie donde se presenta el cambio significativo de temperatura.

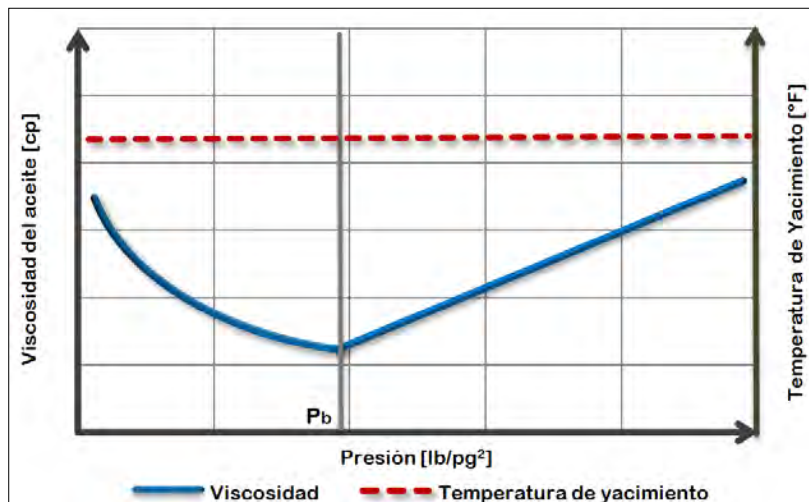


Figura 3.1 Relación entre Viscosidad y Temperatura de Yacimiento

En la **Figura 3.2** se muestra que la densidad del aceite en el tanque de almacenamiento se considera constante, ya que ésta se mide únicamente a condiciones estándar (cuando el aceite se ha estabilizado), por lo tanto, no depende de la presión. De modo que es un parámetro importante sólo para la viscosidad del aceite muerto.

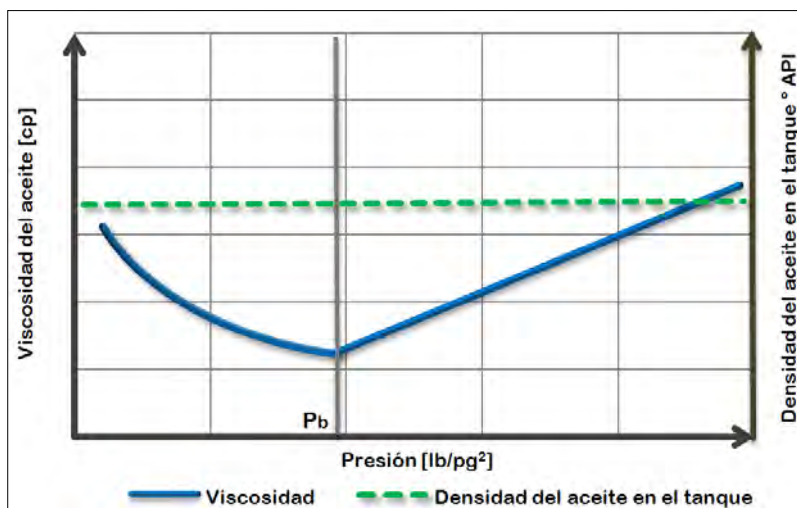
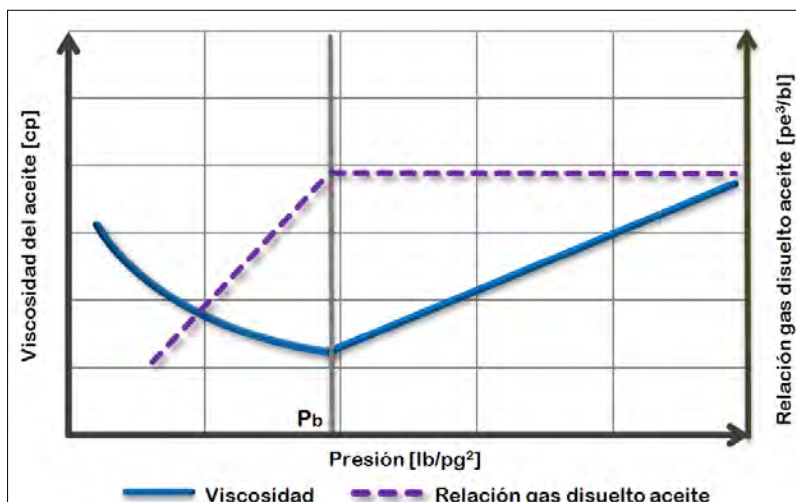


Figura 3.2 Relación entre Viscosidad y Densidad del Aceite en el Tanque de Almacenamiento.

La forma típica de la relación gas disuelto-aceite tiene un comportamiento distinto para presiones menores al punto de burbuja y para la etapa de bajo saturación, como se muestra en la **Figura 3.3**. Para el aceite bajo saturado no hay cambio en la cantidad de gas en solución desde la presión de yacimiento a la presión de burbuja, lo que se

manifiesta como una línea horizontal. La relación de solubilidad no tiene relación con el aceite bajo saturado y no es parámetro potencial para correlacionar la viscosidad en estas condiciones.

Para presiones menores a la presión de burbuja, el decremento de la relación de solubilidad es función de la presión; debido a que el gas que se encontraba disuelto, se libera del fluido. Con la liberación de gas, los componentes pesados permanecen en el líquido remanente, causando un incremento substancial en la viscosidad del aceite. Lógicamente, este proceso hace que la relación de solubilidad aparezca en varias de las correlaciones del aceite saturado. Por lo tanto, es un parámetro efectivo para correlacionar la viscosidad del en este punto.



**Figura 3.3** Relación entre Viscosidad del Aceite y Relación de Solubilidad.

Las formas típicas de presión y viscosidad del aceite se muestran en la **Figura 3.4**. Para aceite bajo saturado, la presión del yacimiento provee la máxima viscosidad para esta etapa. Posteriormente un decremento en la compresibilidad del aceite, mientras la presión inicial cae hasta la presión de burbuja, causa una reducción en la viscosidad del aceite. Este fenómeno representa la relación entre ambos parámetros, por lo que en todas las correlaciones publicadas, la presión del yacimiento se asocia a la presión de burbuja, ya sea en una diferencia ( $p - p_b$ ), o en una relación ( $p/p_b$ ).

Una vez que se alcanza el punto de burbuja, la presión ya no causa reducción en la viscosidad del aceite, para esta etapa el principal factor que afecta el incremento de la viscosidad es la relación de solubilidad.

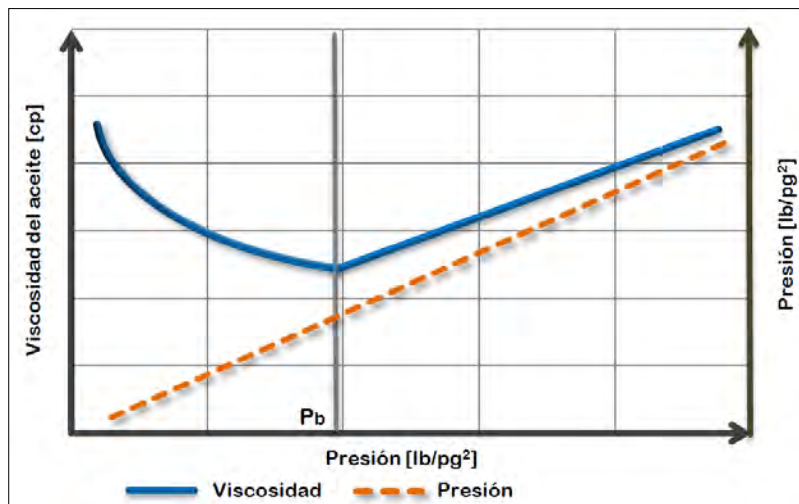


Figura 3.4 Relación entre Viscosidad del Aceite y Presión.

La densidad del aceite es el último parámetro que se analiza en esta sección. Las formas típicas de viscosidad y densidad muestran una fuerte relación tanto para aceite saturado y bajo saturado, como se muestra en la **Figura 3.5**. Con regularidad los factores que afectan a la viscosidad del aceite, pueden causar un efecto similar en la densidad. El efecto de compresibilidad en las moléculas de líquido para aceite bajo saturado, cambia ambos, viscosidad y densidad del aceite en la misma forma, y para el aceite saturado un decremento en la cantidad de gas en solución también causa un incremento en ambos parámetros. Sin embargo sólo es parámetro de entrada en dos correlaciones Abu-Khamsin y Al-Marhoun (1991), y Hanafy y colaboradores (1997), para determinar la viscosidad a la presión de burbuja.

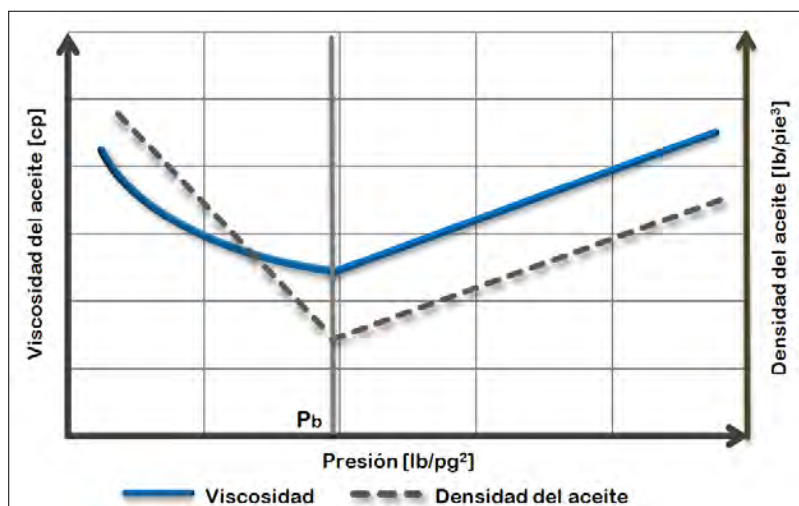


Figura 3.5 Relación entre la Viscosidad del Aceite y la Densidad



## 3.2 Base de Datos para el Análisis

Una vez estudiados los parámetros que influyen en la viscosidad del aceite, es necesario obtener mediciones experimentales de dichos parámetros, con el fin de analizar la efectividad de las correlaciones de viscosidad publicadas en la literatura, estas mediciones también servirán para obtener un modelo matemático de viscosidad del aceite como función de los demás parámetros.

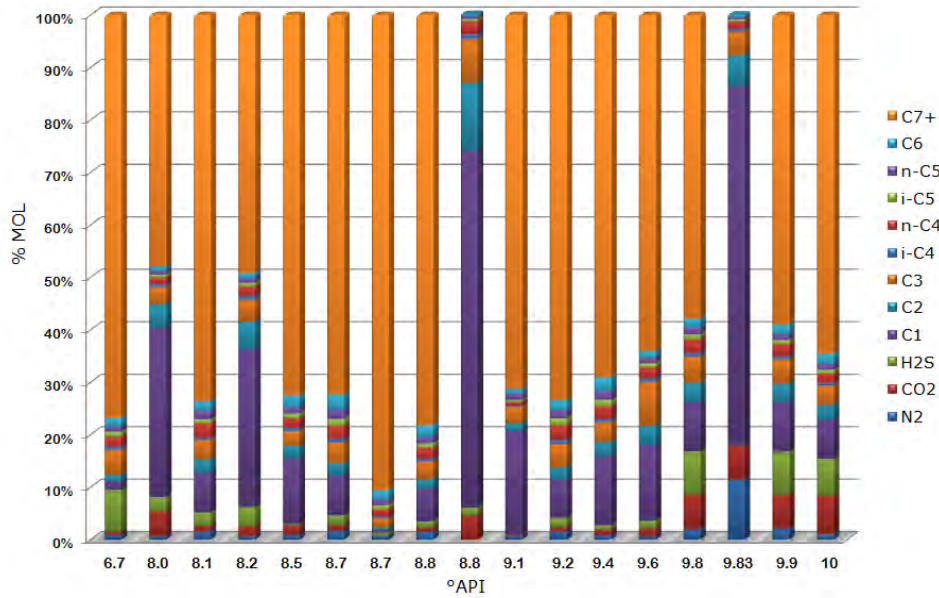
Se utilizaron 100 estudios pVT, de pozos de todas las regiones de México, realizados por distintos laboratorios comerciales. Con estos estudios se formó una base de datos, con las propiedades de los fluidos producidos, así como la composición de los mismos. Cabe mencionar que se consideró que los fluidos se encuentran libres de agua, es decir; aceite neto, ya que en los pVT no se reportaba corte de agua. En la **Tabla 3.1** se muestra el rango de valores correspondientes a cada una de las propiedades utilizadas, adicionalmente se muestran los símbolos y las unidades.

Propiedad	Símbolo	Unidades	Valor mínimo	Valor promedio	Valor máximo
Presión de Yacimiento	$P_y$	kg/cm <sup>2</sup>	53.70	323.44	1100.00
Temperatura de Yacimiento	$T_y$	°C	42.60	102.81	181.94
Presión de Burbuja	$P_b$	kg/cm <sup>2</sup>	8.90	164.70	396.00
Compresibilidad del Aceite	$C_o$	(kg/cm <sup>2</sup> ) <sup>-1</sup>	$2.99 \times 10^{-7}$	$1.87 \times 10^{-5}$	$8.41 \times 10^{-5}$
Densidad del Líquido	$\rho_L$	gr/cm <sup>3</sup>	0.4635	0.7290	0.9740
Densidad del Aceite	$\rho_o$	gr/cm <sup>3</sup>	0.7496	0.8925	1.0240
Densidad en el tanque	API	°API	6.7	25.4	41.9
Factor de volumen del aceite	$B_o$	m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>	1.0110	1.4338	3.3816
Relación de Solubilidad	$R_s$	m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>	78.20	149.24	870.30
Viscosidad del Aceite @ $P_y$ .	$\mu_o$	cp	0.0437	189.36	5850.40
Viscosidad del Aceite @ $P_b$	$\mu_{ob}$	cp	0.0400	77.10	1999.3
Viscosidad del Aceite @ Patm.	$\mu_{od}$	cp	0.4500	181.46	2254.7

### Composición de los Fluidos

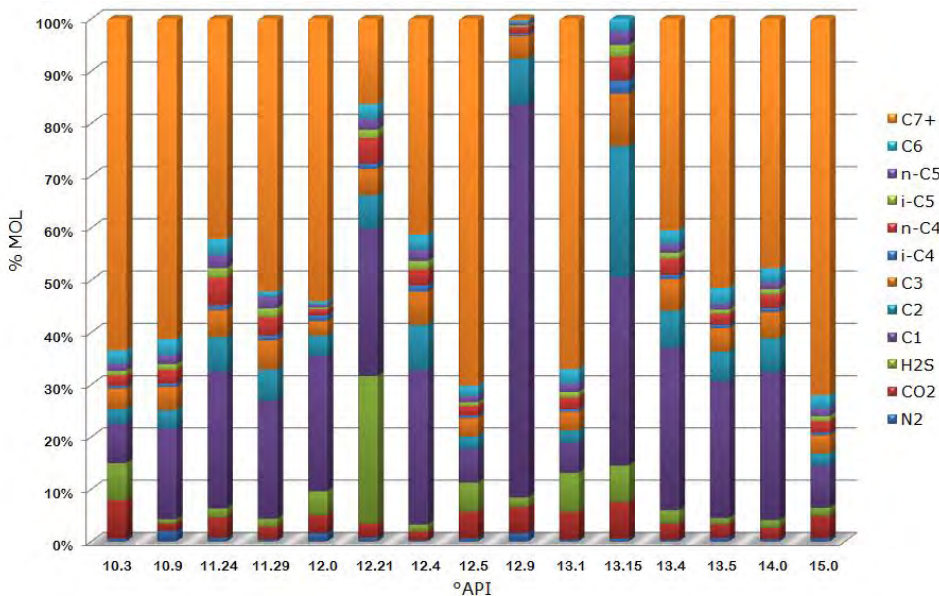
Las **Figuras 3.6 a 3.11** muestran el comportamiento de la composición respecto a la densidad en °API de todos los pozos y se encuentran agrupados en intervalos de 5 y 10 °API.

En la **Figura 3.6**, correspondiente a los aceites más pesados, puede observarse que el porcentaje mayor corresponde a la fracción más pesada (pseudocomponente)  $C_7^+$ . Según la composición reportada en los pVT, en los aceites correspondientes a 8.8 y 9.83 °API, ésta fracción es nula.

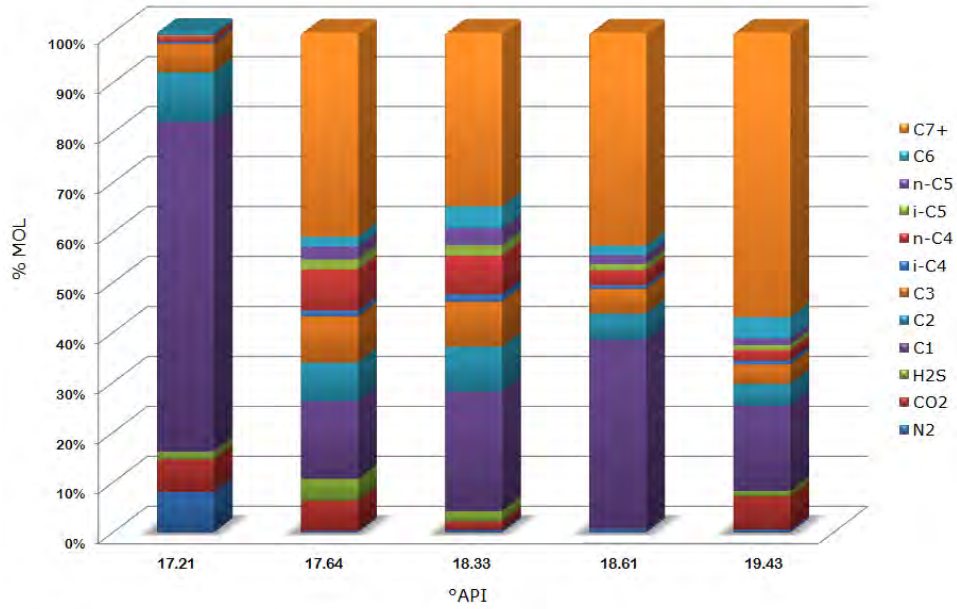


**Figura 3.6** Composición del aceite contra densidad del aceite en el tanque para pozos de 5 - 10 °API

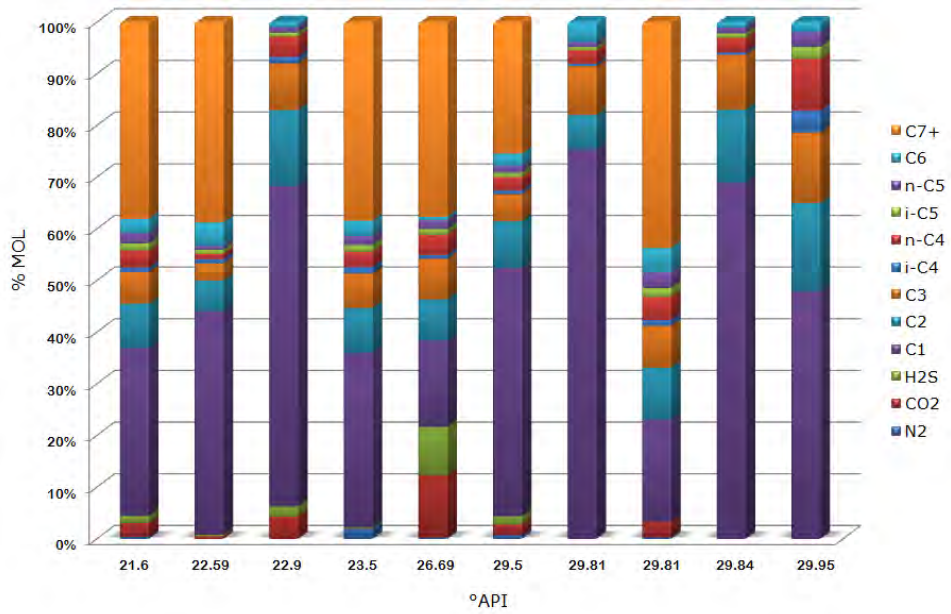
En las **Figuras 3.7 a 3.10** se observa cómo va disminuyendo la fracción pesada, conforme se va incrementando la densidad en °API, y puede distinguirse de acuerdo a la composición reportada, que el aceite de 13.15 °API solo llega al hexano.



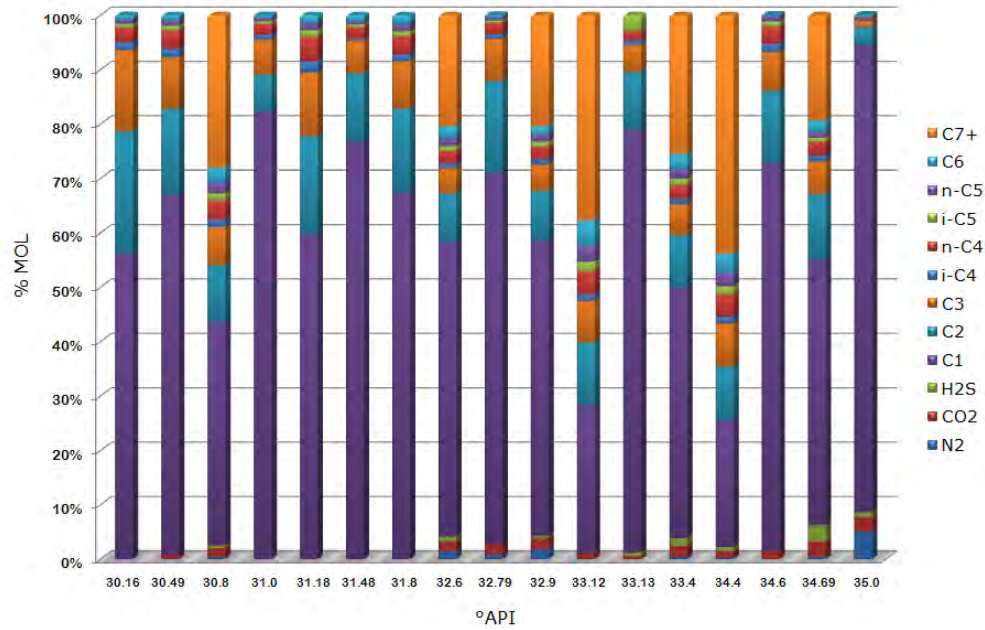
**Figura 3.7** Composición del aceite contra densidad del aceite en el tanque para pozos de 10 - 15 °API



**Figura 3.8** Composición del aceite contra densidad del aceite en el tanque para pozos de 15 - 20 °API

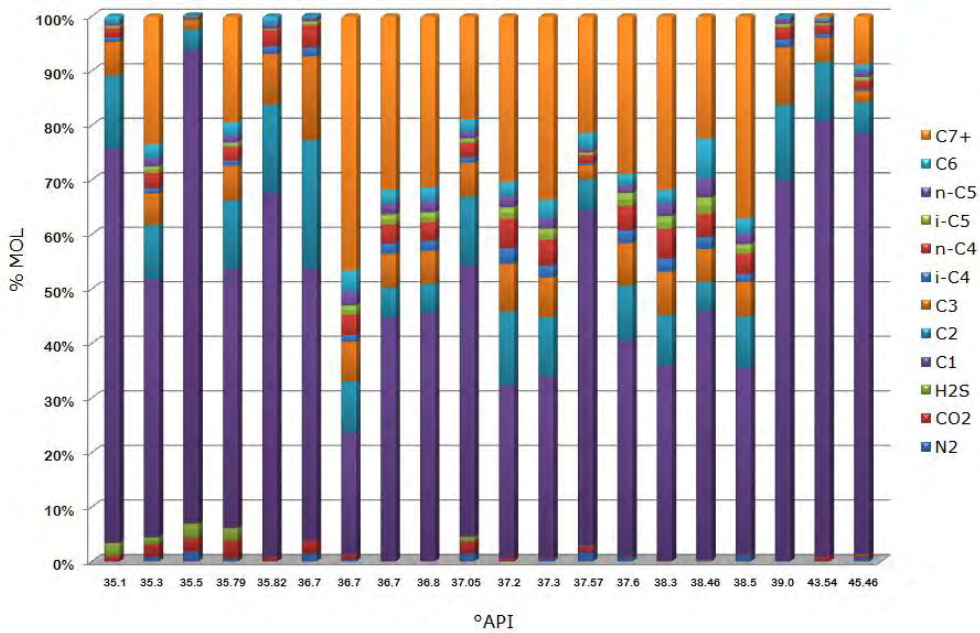


**Figura 3.9** Composición del aceite contra densidad del aceite en el tanque para pozos de 20 - 30 °API



**Figura 3.10** Composición del aceite contra densidad del aceite en el tanque para pozos de 30 - 35 °API

En la **Figura 3.11**, correspondiente a los aceites más ligeros (menos viscosos), puede observarse aún, un buen porcentaje de componentes pesados, y en algunos casos esta fracción es similar a la ligera.



**Figura 3.11** Composición del aceite contra densidad del aceite en el tanque para pozos de °API > 35



En la **Tabla 3.2** se presenta un resumen de las composiciones reportadas en los estudios pVT, al igual que las propiedades de los fluidos, se presenta el menor y el mayor valor correspondiente a cada componente, así como el valor promedio.

**Tabla 3.2** Composición de los Fluidos Producidos (100 estudios pVT)

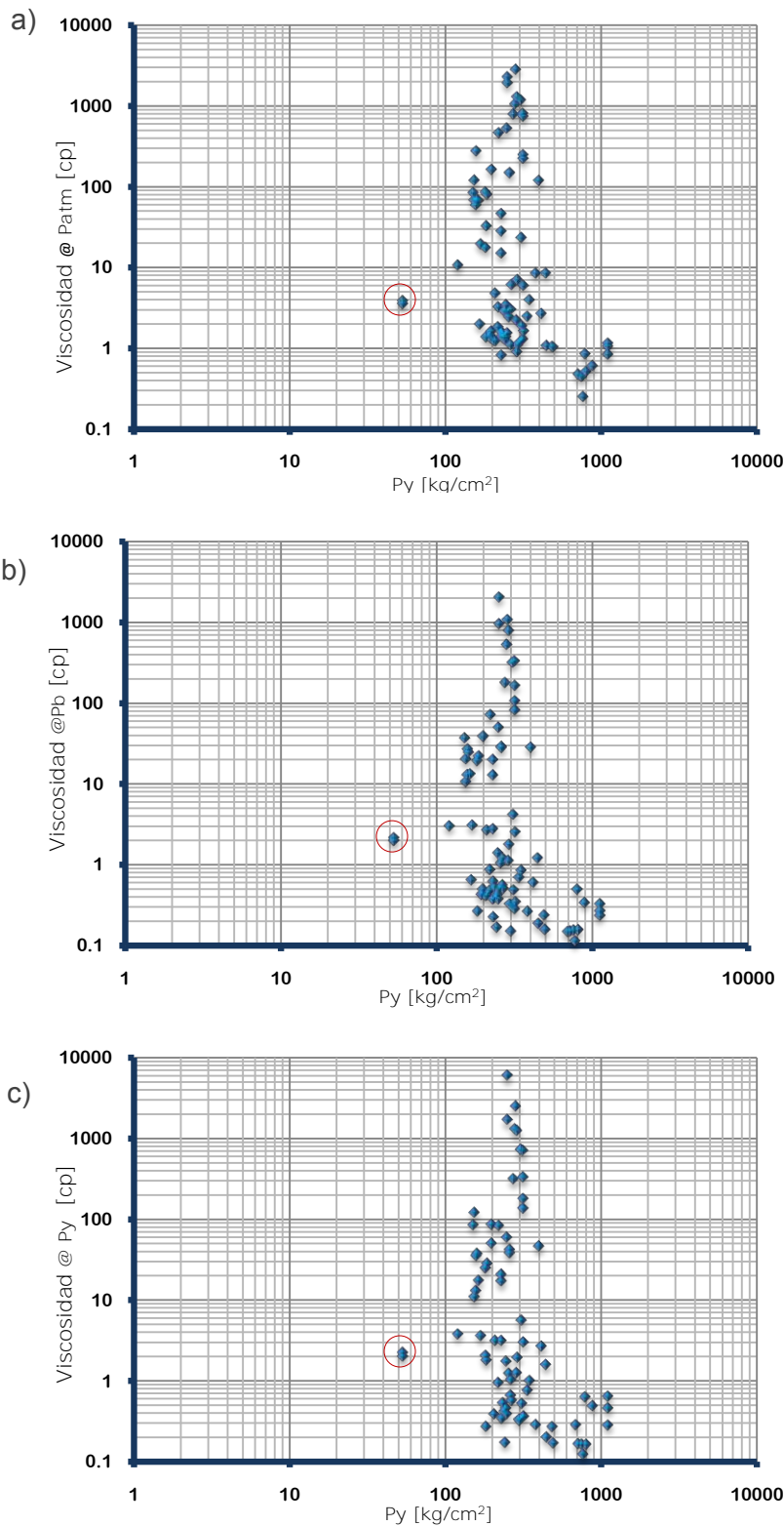
Componente	Símbolo	% Mol mínimo	% Mol promedio	% Mol máximo
Nitrógeno	N <sub>2</sub>	0.00	0.91	11.41
Bióxido de Carbono	CO <sub>2</sub>	0.00	2.20	12.05
Acido Sulfhídrico	H <sub>2</sub> S	0.00	1.93	28.24
Metano	C <sub>1</sub>	0.59	39.26	86.86
Etano	C <sub>2</sub>	0.54	8.22	22.44
Propano	C <sub>3</sub>	1.15	5.98	14.98
i-Butano	i-C <sub>4</sub>	0.17	0.99	4.23
n-Butano	n-C <sub>4</sub>	0.71	2.83	10.03
i-Pentano	i-C <sub>5</sub>	0.23	1.06	3.03
n-Pentano	n-C <sub>5</sub>	0.29	1.39	3.39
Hexano	C <sub>6</sub>	0.11	1.99	4.59
Heptano y más pesados	C <sub>7</sub> <sup>+</sup>	0.33	39.49	90.46

### 3.3 Viscosidad del Aceite como Función de Propiedades Físicas Medidas

En esta sección se analizará la relación entre la variable dependiente (viscosidad) y diferentes variables independientes, como: temperatura de yacimiento, densidad del aceite, relación gas disuelto aceite, compresibilidad del aceite, factor de volumen del aceite, etcétera, obtenidas a partir de los estudios pVT mencionados.

A continuación, se muestra gráficamente el comportamiento de la viscosidad del aceite a presión de yacimiento, presión de burbuja y presión atmosférica, con respecto a los demás parámetros del yacimiento. Cabe mencionar que de la base de datos formada, sólo se usaron las mediciones correspondientes a un rango de 70 - 80 reportes pVT, ya que en algunos no se contaba con uno o más parámetros medidos.

Con el fin de analizar y ajustar alguna curva que represente este comportamiento, se presentan las gráficas en escala logarítmica y semilogarítmica.

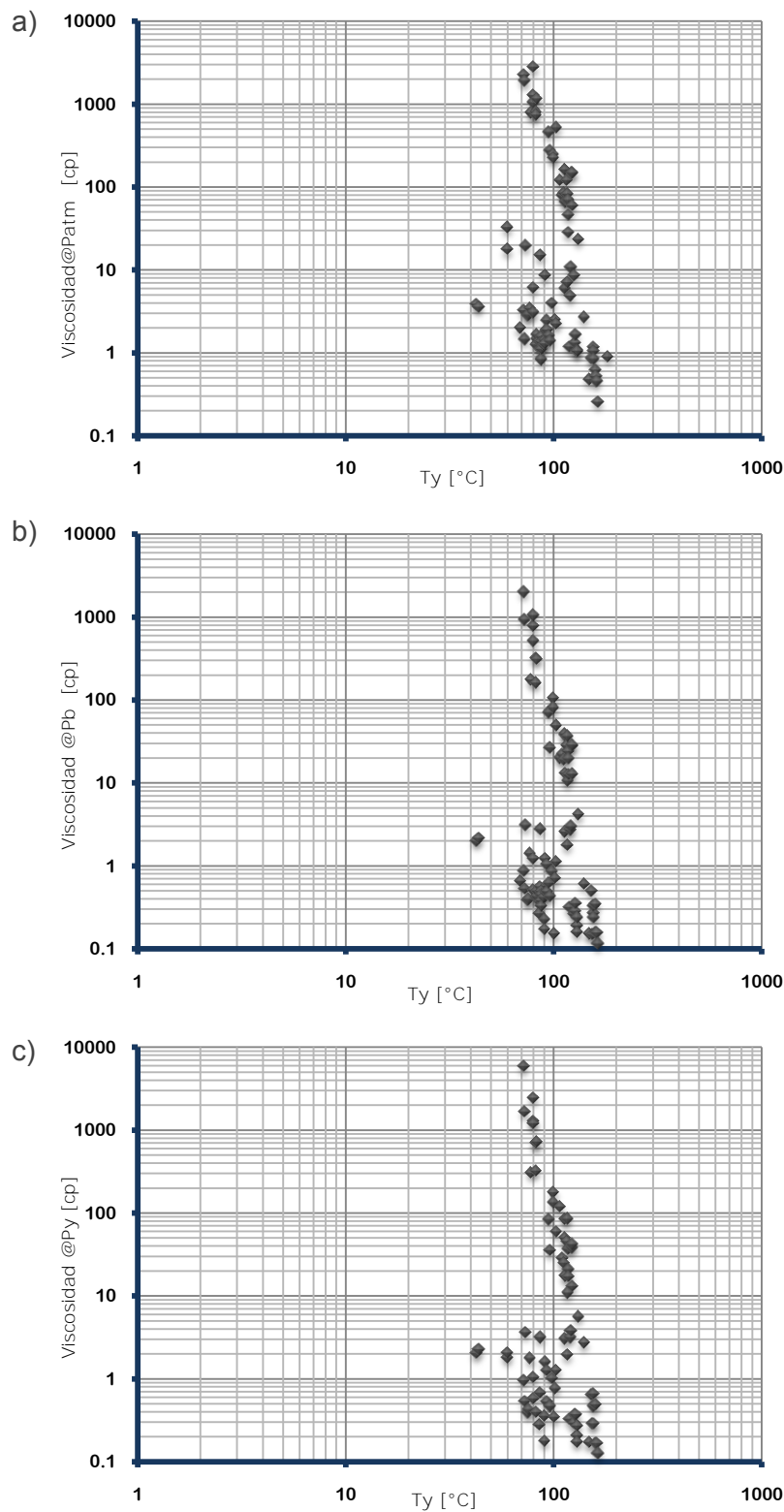


La **Figura 3.12** muestra el comportamiento de la viscosidad del aceite; a) muerto, b) en el punto de burbuja y c) aceite saturado, respecto a la presión de yacimiento.

Aquí puede observarse que las mediciones no siguen ninguna tendencia, aunque el comportamiento es similar en los tres casos.

También se pueden distinguir dos puntos casi sobrepuestos (encerrados en el círculo), notablemente separados del resto. Para las tres condiciones de viscosidad estos puntos corresponden a dos pozos del mismo campo con características muy similares. Estos fluidos son aceites ligeros, cuya presión de yacimiento es pequeña en comparación con aceites con propiedades ( $^{\circ}$ API y viscosidad) similares.

**Figura 3.12** Viscosidad del aceite medida a; a) presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra presión de yacimiento.



En la **Figura 3.13** se observa el comportamiento que tiene la viscosidad del aceite; a) muerto, b) en el punto de burbuja y c) aceite saturado, con la temperatura de yacimiento.

Al igual que el caso anterior se muestra una gran dispersión, y en ningún caso se observa una tendencia a la cual pueda ajustarse una curva.

**Figura 3.13** Viscosidad del aceite medida a; a) presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra temperatura de yacimiento.

En la **Figura 3.14** el comportamiento de la viscosidad del aceite a) muerto, b) en el punto de burbuja y c) aceite saturado, con respecto a la presión de burbuja se presenta en escala logarítmica. Aquí se muestra una tendencia a la cual se le ajustó una curva, cuya ecuación se muestra en cada una de las gráficas. En el caso de la viscosidad del aceite bajo saturado y del aceite muerto, los puntos correspondientes a los aceites medianos de los que se habló en la **Figura 3.12**, se eliminaron, ya que de igual forma aparecían como puntos distantes de los demás.

Las ecuaciones se evaluaron con todos los puntos utilizados en las gráficas. Utilizando el análisis de error estadístico para determinar la eficiencia del ajuste. El error promedio absoluto esta dado por la siguiente expresión:

$$\%EA = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{\mu_{calc} - \mu_{med}}{\mu_{med}} \right| \dots\dots\dots (58)$$

Donde  $\mu_{calc}$  y  $\mu_{med}$  son las viscosidades calculadas y medidas y  $N$  es el número total de puntos utilizados de la base de datos.

Al evaluar las ecuaciones se tiene:

a) Para el aceite muerto:

$$\mu_{od} = 7 \times 10^6 p_b^{-2.726}; \text{ Error promedio} = 200.97 \%$$

b) Para el aceite a la presión de burbuja:

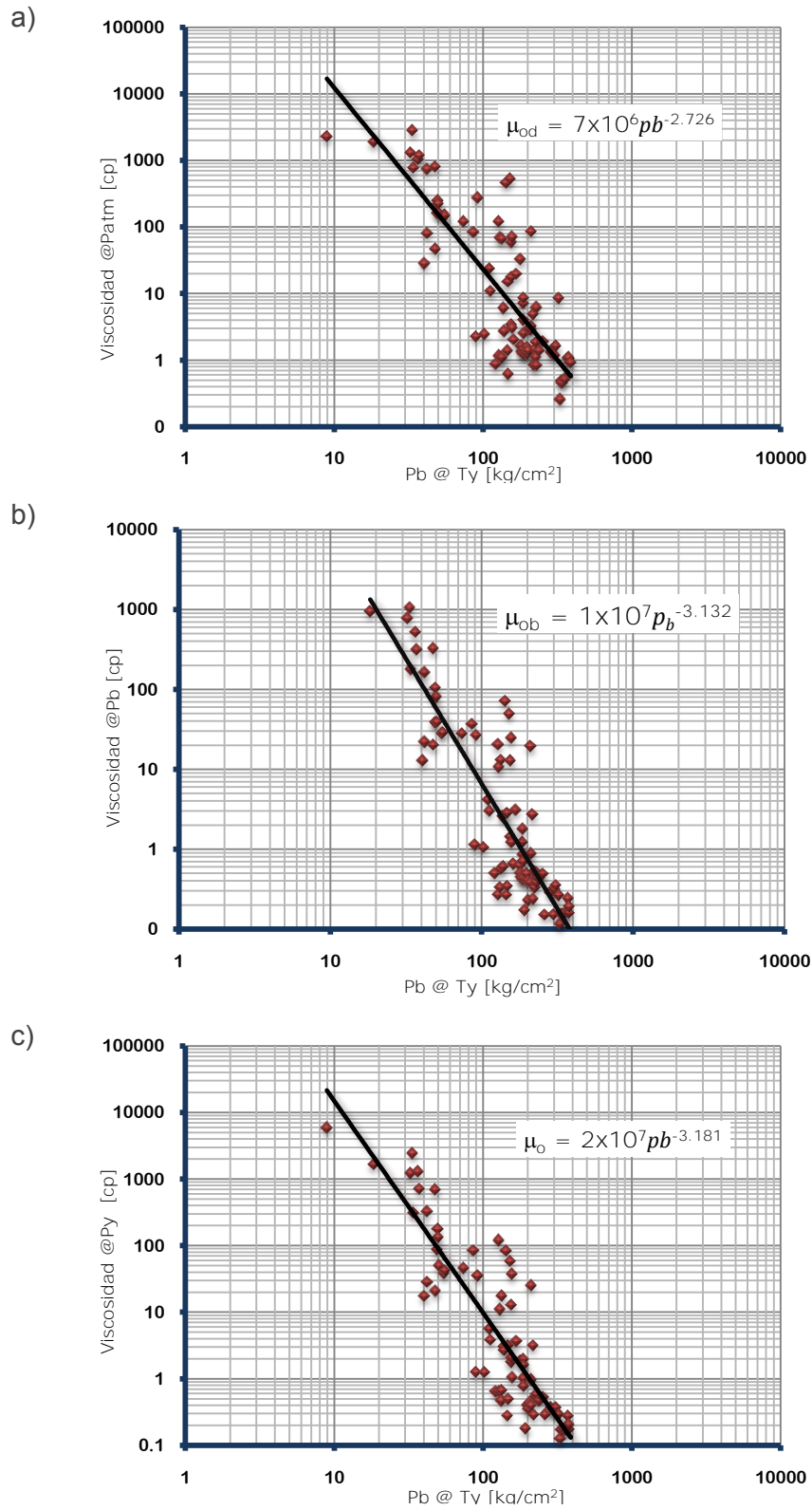
$$\mu_{ob} = 1 \times 10^7 p_b^{-3.132}; \text{ Error promedio} = 108.60 \%$$

c) Para el aceite bajo saturado:

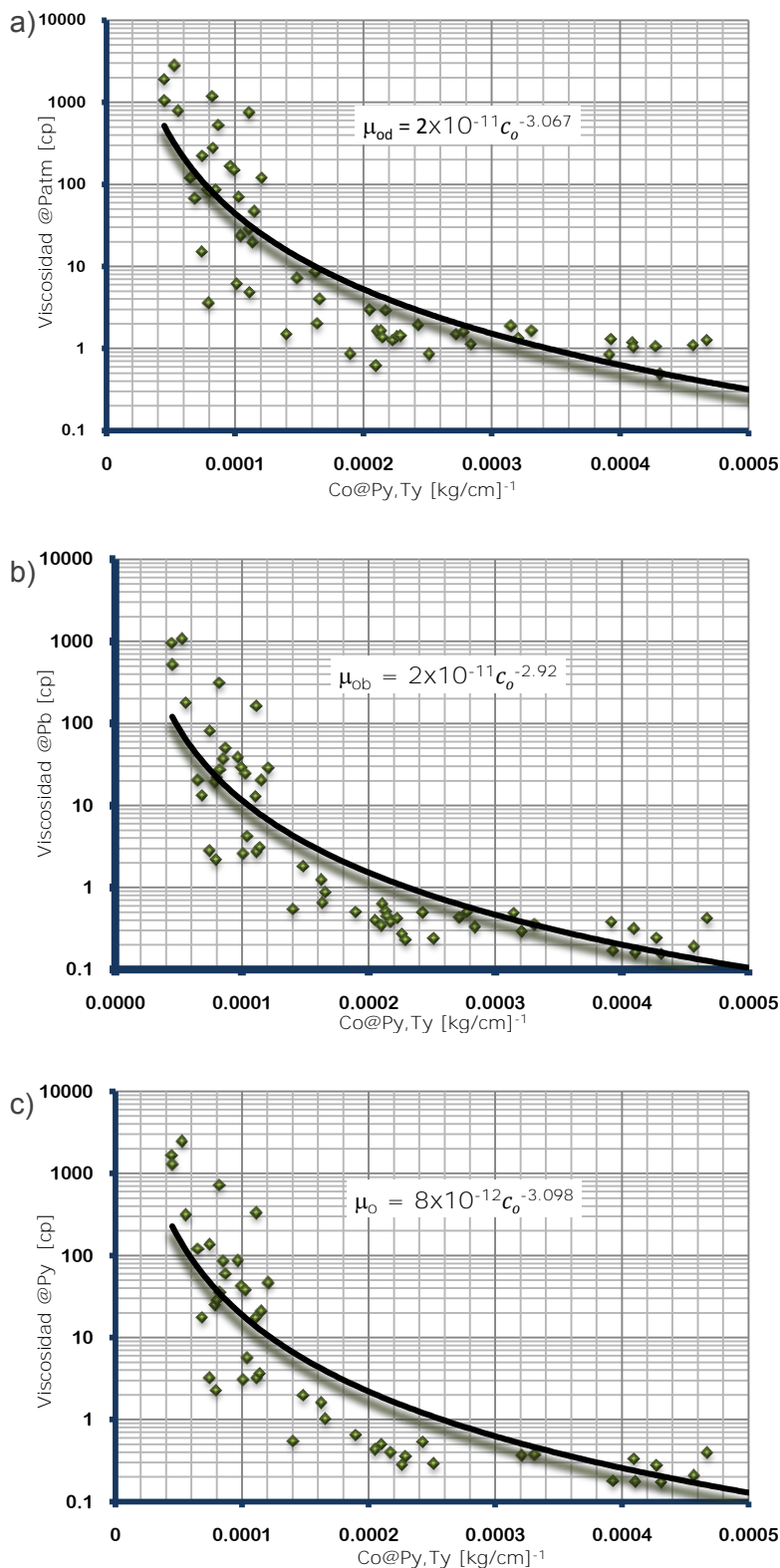
$$\mu_o = 2 \times 10^7 p_b^{-3.181}; \text{ Error promedio} = 135.26\%$$

Se puede observar un margen de error grande en los tres casos, pero este es mayor en el caso c), lo cual puede darnos un indicio de porqué la presión de burbuja no es un parámetro de entrada en las correlaciones de aceite muerto publicadas en la literatura.





**Figura 3.14** Viscosidad del aceite medida a; a) presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra presión de burbuja.



La **Figura 3.15** muestra que el comportamiento de la viscosidad del aceite a) muerto, b) en el punto de burbuja y c) aceite saturado, con respecto a la compresibilidad del aceite, tiene una tendencia a la cual se le ajustó una curva de tipo potencial y cuya ecuación se muestra en cada una de las gráficas. Igual que en el caso anterior, se calculó el error promedio evaluando para todos los puntos de la gráfica.

Al evaluar las ecuaciones se tiene:

a) Para el aceite muerto:

$$\mu_{od} = 2 \times 10^{-11} c_o^{-3.06};$$

Error promedio = 137.49 %.

b) Para el aceite a la presión de burbuja:

$$\mu_{ob} = 2 \times 10^{-11} c_o^{-2.92};$$

Error promedio = 115.40 %

c) Para el aceite bajo saturado:

$$\mu_o = 8 \times 10^{-12} c_o^{-3.098};$$

Error promedio = 207.67%

Los errores son grandes, esto se debe a pesar de que la tendencia en los tres casos es visible, los puntos se encuentran muy dispersos.

**Figura 3.15** Viscosidad del aceite medida a; a) presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra la compresibilidad del aceite

Las **Figuras 3.16 y 3.17** muestran el comportamiento de la viscosidad del aceite a) muerto, b) en el punto de burbuja y c) aceite saturado, con la densidad del líquido medida a Temperatura de yacimiento y la densidad del aceite medida a una temperatura de 60°F, respectivamente. Aquí es posible ver cómo estos parámetros tienen una relación directa con la viscosidad, ya que ambos casos se muestra que un incremento en la densidad del aceite corresponde a un incremento en la viscosidad, lo que nos da una tendencia bien definida. En cada una de las gráficas se incluye la ecuación correspondiente. Los resultados obtenidos de éste ajuste quedan como sigue:

### Figura 3.16

a) Para el aceite muerto:

$$\mu_{od} = 1 \times 10^{-5} e^{16.725\rho_L}; \text{ Error promedio} = 131.59 \%$$

b) Para el aceite a la presión de burbuja:

$$\mu_{ob} = 2 \times 10^{-5} e^{17.684\rho_L}; \text{ Error promedio} = 159.13 \%$$

c) Para el aceite bajo saturado:

$$\mu_o = 5 \times 10^{-6} e^{-2.91\rho_L}; \text{ Error promedio} = 109.98 \%$$

### Figura 3.17

a) Para el aceite muerto:

$$\mu_{od} = 1 \times 10^{-12} e^{31.534\rho_o}; \text{ Error promedio} = 84.94 \%$$

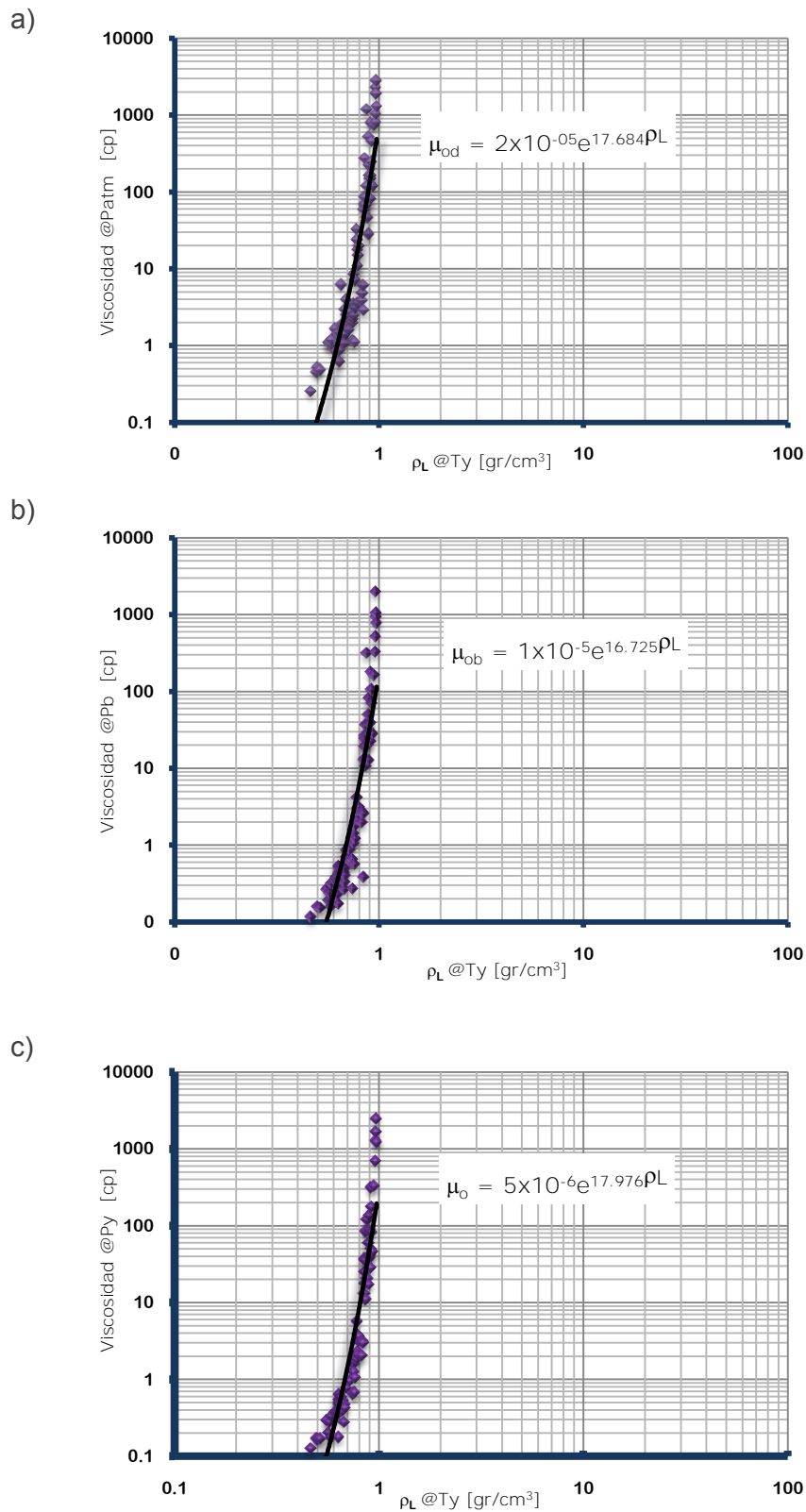
b) Para el aceite a la presión de burbuja:

$$\mu_{ob} = 5 \times 10^{-13} e^{33.715\rho_o}; \text{ Error promedio} = 74.35 \%$$

c) Para el aceite bajo saturado:

$$\mu_o = 6 \times 10^{-15} e^{37.377\rho_o}; \text{ Error promedio} = 101.72 \%$$

Para ambos casos; densidad del líquido y densidad del aceite, se observan porcentajes de error grandes, pero para el caso de la densidad del aceite, éstos son considerablemente más pequeños.



**Figura 3.16** Viscosidad del aceite medida a; a) presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra la densidad líquido medida a temperatura de yacimiento.

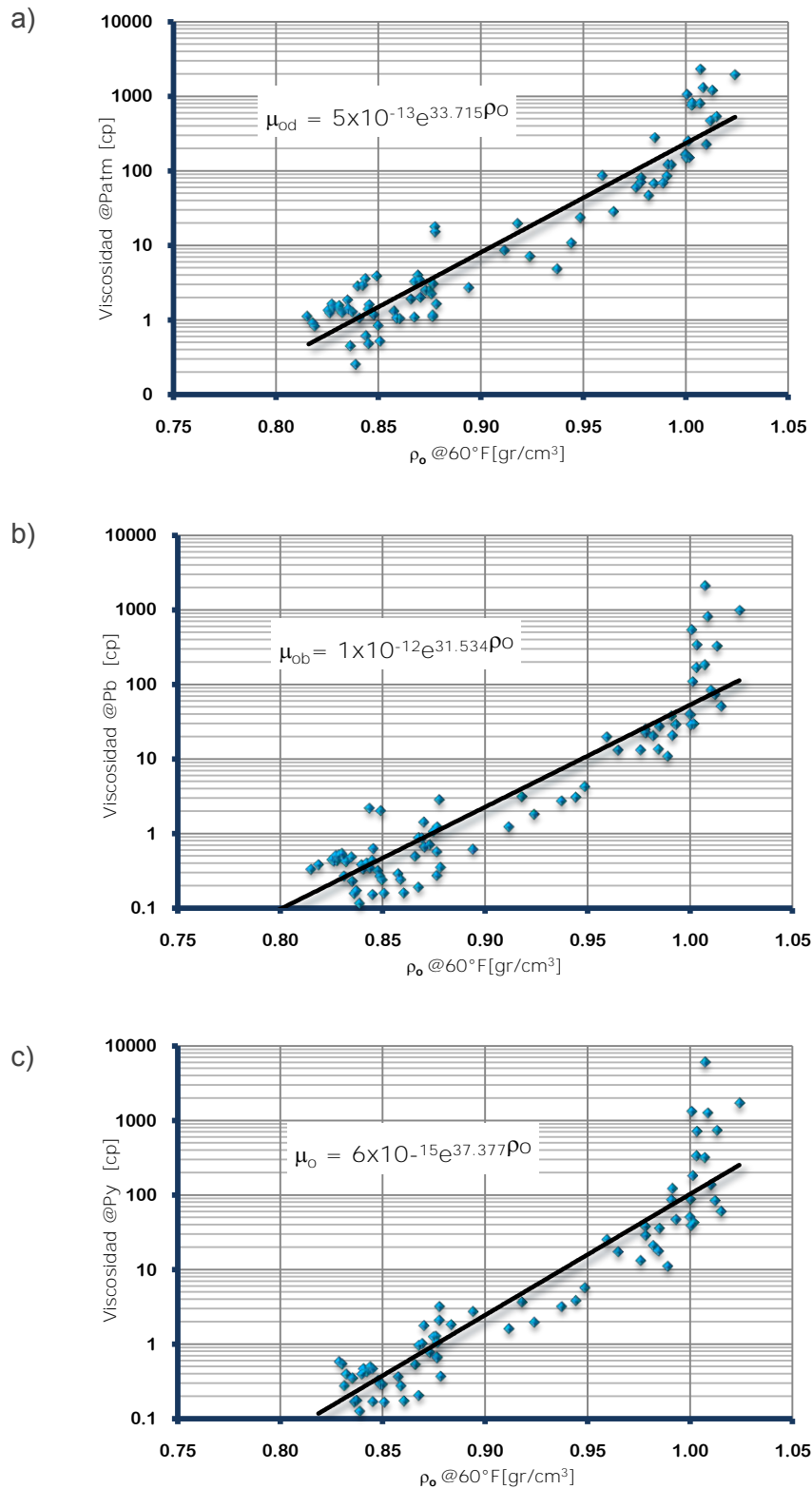
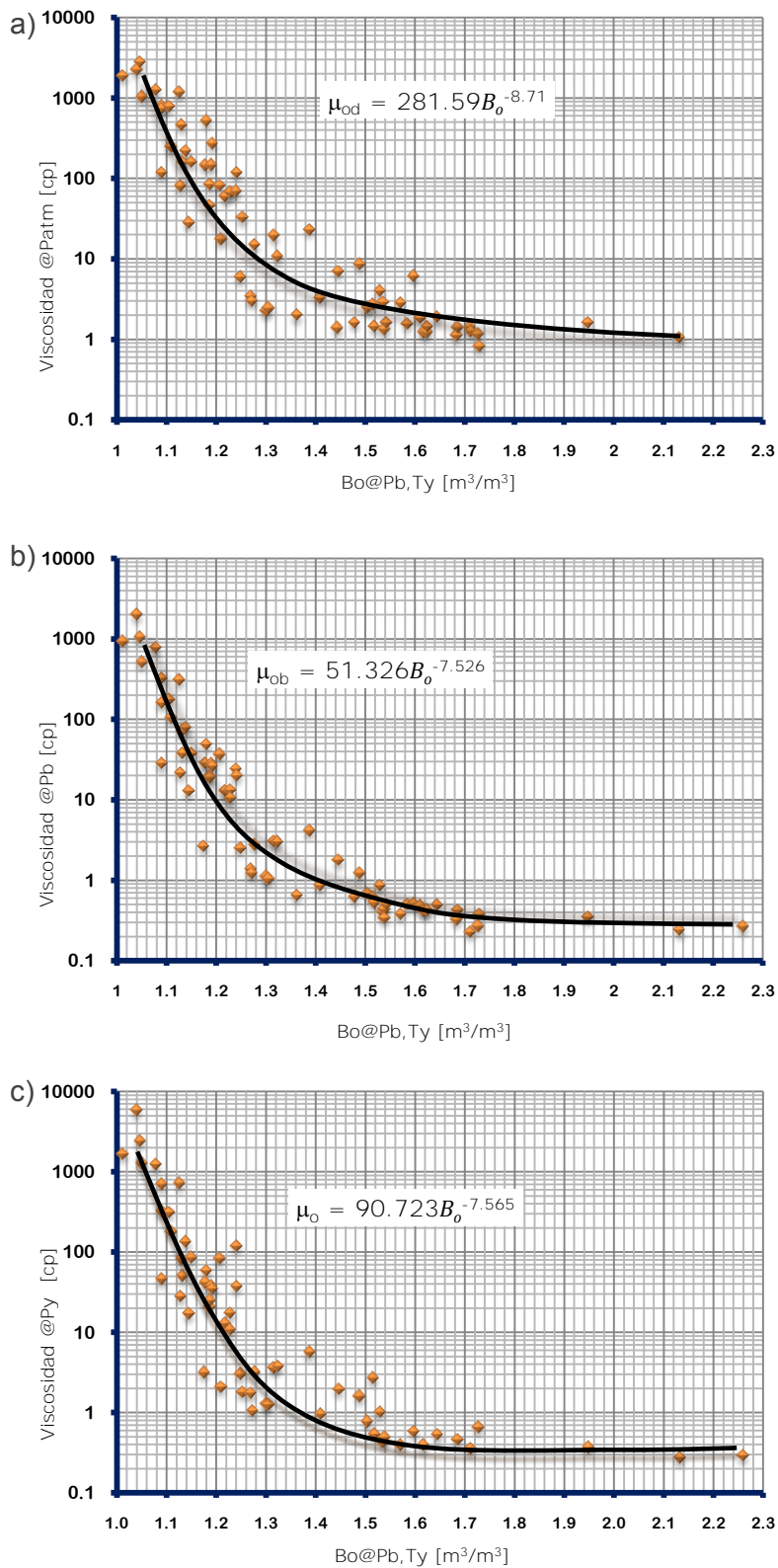


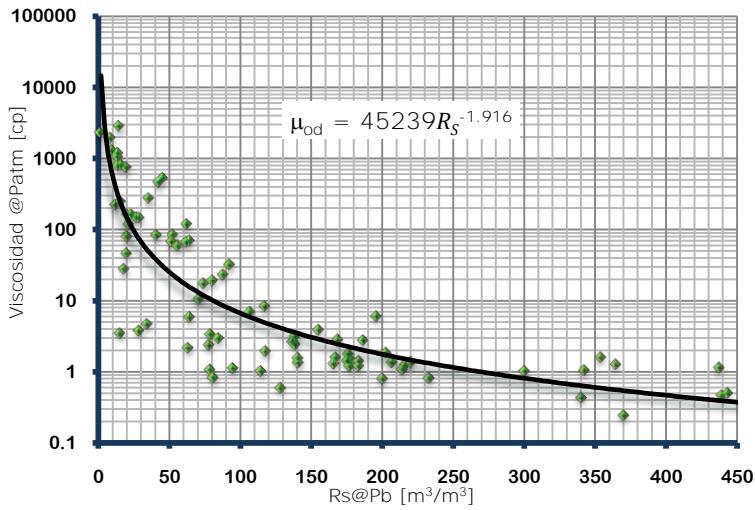
Figura 3.17 Viscosidad del aceite medida a; a) presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra la densidad del aceite medida a temperatura de 60°F.



La **Figura 3.18** muestra el comportamiento de la viscosidad del aceite a) muerto, b) en el punto de burbuja y c) aceite saturado con respecto al factor de volumen del aceite. Aquí se presenta un comportamiento similar al de la compresibilidad del aceite. De igual forma se ajustó una curva y los resultados obtenidos son los siguientes:

- a) Para el aceite muerto:  
 $\mu_{od} = 281.59B_o^{-8.71}$ ;  
 Error promedio = 187.20 %.
- b) Para el aceite a la presión de burbuja:  
 $\mu_{ob} = 51.326B_o^{-7.52}$ ;  
 Error promedio = 394.81 %
- c) Para el aceite bajo saturado:  
 $\mu_o = 90.723B_o^{-7.565}$  ;  
 Error promedio = 243.36 %

**Figura 3.18** Viscosidad del aceite medida a) a) presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra el factor de volumen del aceite.



En la **Figura 3.19** se presenta la viscosidad del aceite a) muerto, b) en el punto de burbuja y c) aceite saturado contra la relación de solubilidad. Se observan puntos ligeramente dispersos, sin embargo es posible ajustar una curva de tipo potencial, que al evaluar la ecuación correspondiente se tiene:

a) Para el aceite muerto:

$$\mu_{od} = 17453R_s^{-1.988};$$

Error promedio = 136.75 %.

b) Para el aceite a la presión de burbuja:

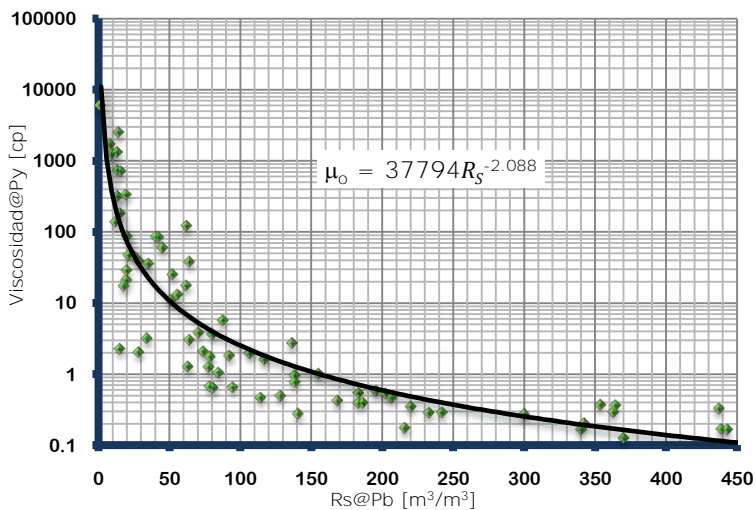
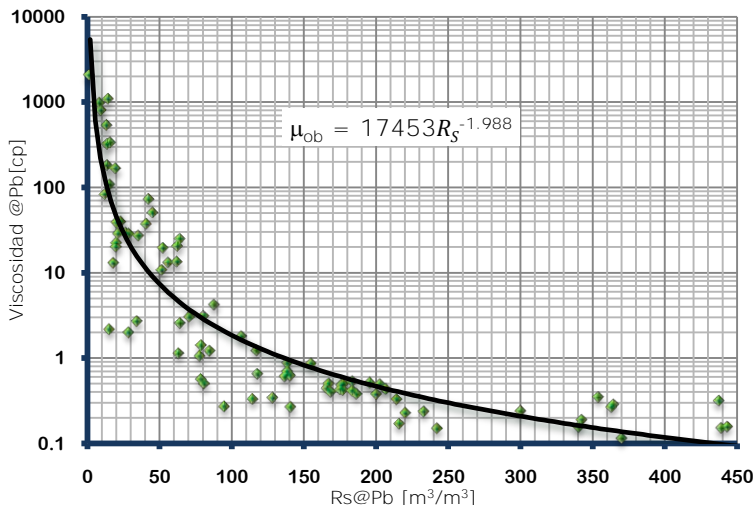
$$\mu_{ob} = 45239R_s^{-1.916};$$

Error promedio = 121.77 %

c) Para el aceite bajo saturado:

$$\mu_o = 37794R_s^{-2.088};$$

Error promedio = 104.16 %



**Figura 3.19** Viscosidad del aceite medida a) a presión atmosférica, b) presión de burbuja y c) presión de yacimiento, contra la relación de solubilidad a condiciones de saturación.

En la **Tabla 3.3** Se muestra un resumen de los errores obtenidos con los ajustes de las propiedades mencionadas.

Variable	Símbolo	$\mu_{od}$ % Error	$\mu_{ob}$ % Error	$\mu_o$ % Error
Presión de Burbuja	$p_b$	200.97	108.06	135.26
Compresibilidad del Aceite	$c_o$	137.49	115.4	207.67
Densidad del Líquido	$\rho_L$	131.59	159.13	109.98
Densidad del Aceite	$\rho_o$	84.94	74.35	101.72
Factor de volumen del aceite	$B_o$	187.20	394.81	243.36
Relación de Solubilidad	$R_s$	136.75	121.77	104.16

En la tabla se observa que ninguna de las propiedades medidas se ajusta a un modelo gráfico, ya que en todos los casos se tienen errores grandes. Sin embargo, se distingue que en la densidad del aceite medida a temperatura de yacimiento presenta el menor error de todos. Esto se debe, como se comentó al principio de este capítulo, a que la densidad del aceite tiene una relación directa con la viscosidad, es decir, ambas se ven afectadas por los mismos factores: presión, temperatura, etc.



## 4. Ajuste de Datos Experimentales

En esta sección se muestra el comportamiento que tienen las correlaciones publicadas en la literatura, al ser evaluadas con la base de datos descrita en el capítulo anterior. Además se presentan los modelos construidos a partir de la misma, así como los resultados obtenidos con estos.

### 4.1 Ajuste con Correlaciones de Viscosidad

El procedimiento fue el siguiente, de la base de datos se seleccionaron 11 pozos, mismos que cuentan con todos los parámetros de entrada requeridos y que representan el intervalo de datos que se tiene. Para cada pozo, se determinó la viscosidad del aceite muerto con todas las correlaciones cuyos parámetros de entrada son:  $T$ ,  $^{\circ}API$  y en algunos casos  $R_S$ ; de los resultados obtenidos se eligió la que representaba el menor error respecto al valor real, y con este valor se calculó la viscosidad del aceite saturado con todas las correlaciones cuyos parámetros de entrada son:  $\mu_{od}$ ,  $R_S$ ,  $p$ ,  $p_b$  y  $^{\circ}API$ . Al igual que en el caso anterior se eligió el valor de  $\mu_{ob}$  con el menor error para calcular la viscosidad del aceite bajo saturado; para la cual se utilizaron diferentes valores de presión. Aquí se evaluaron todas las correlaciones citadas en el capítulo 2 para el aceite a estas condiciones.

Todo esto se hizo con un programa elaborado para este propósito en el lenguaje de programación orientado a objetos, Visual Basic 6 ®, dicho programa funciona siguiendo el procedimiento antes mencionado y se detalla en el Apéndice A.

Los resultados obtenidos para cada pozo y las gráficas comparativas de las correlaciones que más se aproximan al comportamiento real reportado en los estudios pVT, se muestran a continuación.

Cabe mencionar que en todas las gráficas, las viscosidades del aceite muerto y saturado han sido unidas por una línea recta, esto debido a que la viscosidad entre los dos puntos no puede ser representada por las correlaciones publicadas en la literatura, ya que ninguna de ellas predice valores de viscosidad para presiones mayores a la de estabilización y menores a la presión de burbuja.

En la **Tabla 4.1** se tiene la información del pozo A, utilizada para evaluar las correlaciones, donde  $\mu_{od}$  (*med*),  $\mu_{ob}$  (*med*) y  $\mu_o$  (*med*) indican los valores de las viscosidades (medidas) reportadas en los estudios pVT correspondientes al aceite muerto, saturado y bajo saturado respectivamente.

Tabla 4.1 Propiedades del Fluido del Pozo A			
Pozo A @ 162.32 °F			
Propiedades del Aceite muerto y saturado		Propiedades del Aceite bajo saturado	
<b>°API</b>	6.70	<b>p [lb/pg<sup>2</sup>]</b>	<b><math>\mu_o</math> (<i>med</i>) [cp]</b>
<b>R<sub>Sb</sub> [pie<sup>3</sup>/bl]</b>	49.98	7500.0	2814.0
<b>p<sub>b</sub> [lb/pg<sup>2</sup>]</b>	261.00	6800.0	2584.0
<b><math>\mu_{ob}</math> (<i>med</i>) [cp]</b>	938.00	6100.0	2327.0
<b><math>\mu_{od}</math> (<i>med</i>) [cp]</b>	1897.00	5400.0	2159.0
		4700.0	1938.0
		3900.0	1743.0
		3200.0	1593.0
		2500.0	1407.0
		1800.0	1257.0
		1000.0	1106.0
		261.0	938.0
		15.0	1897.0

La **Figura 4.1** muestra el ajuste obtenido con las correlaciones, la viscosidad del aceite muerto se ajustó con Elsharkawy y Gharbi (2001), cuya correlación arrojó un valor de 1754.55 [cp], teniendo un error de 7.51%. La viscosidad en el punto de burbuja se ajustó con Al - Khafaji, Abdul - Majeed y Hassoon (1987), con un valor de 935.62 [cp] y un error de 0.25%. Estos valores dan un ajuste aceptable, como puede observarse en la gráfica, a diferencia de las correlaciones de aceite bajo saturado, que tienen una buena aproximación para valores de presión cercanos a la presión de burbuja, pero conforme ésta se va incrementando ninguna de las correlaciones proporciona un error promedio menor al 9%.

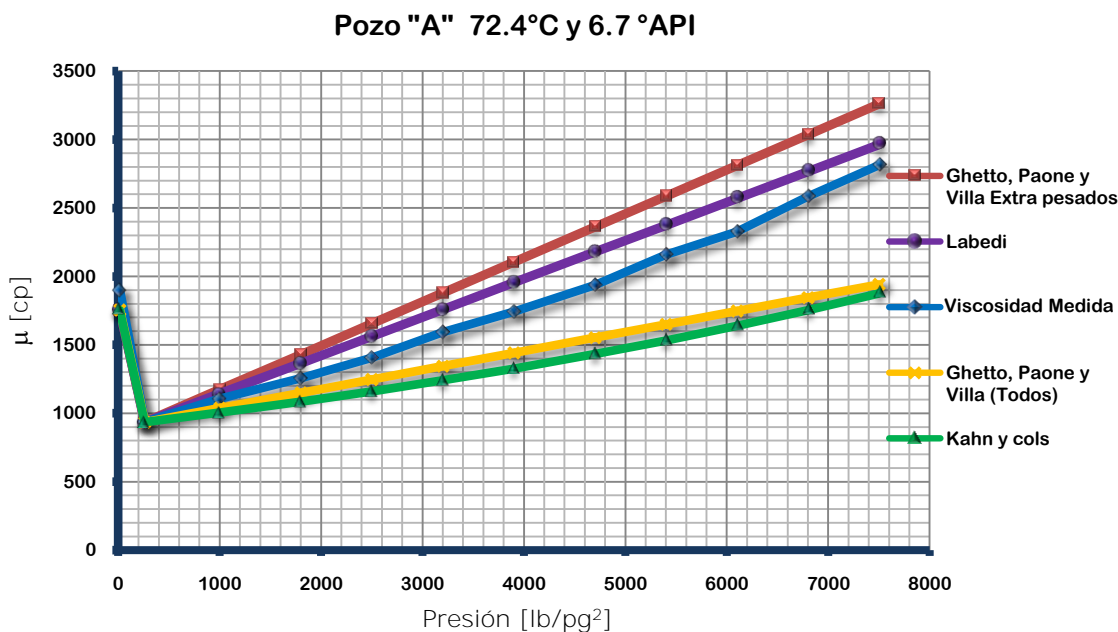
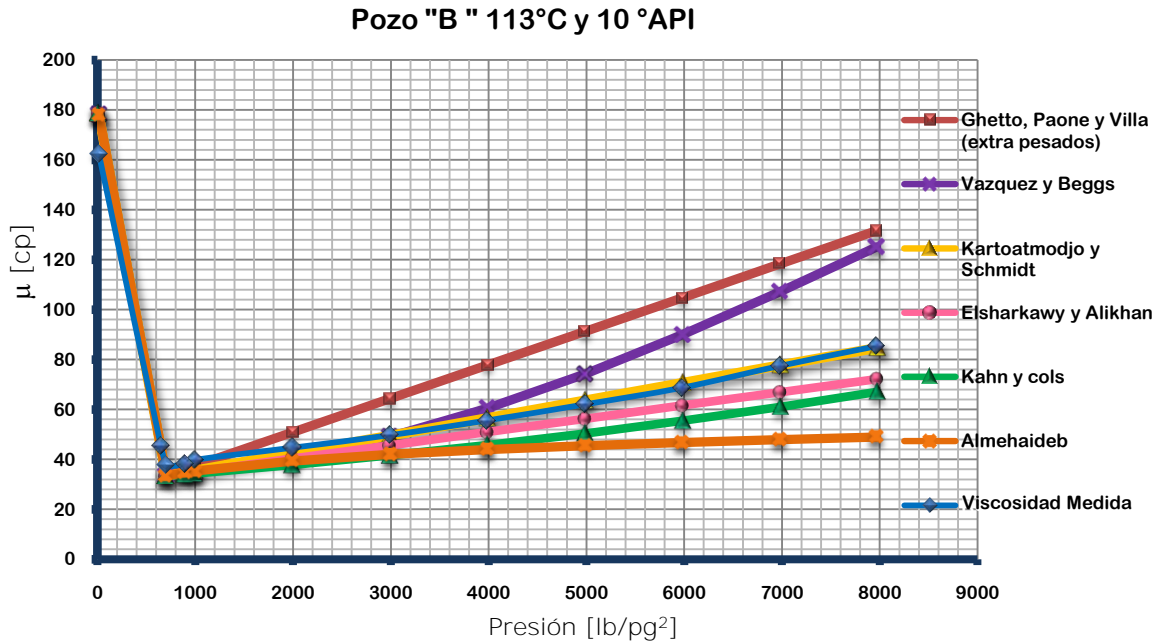


Figura 4.1 Ajuste de Correlaciones de Viscosidad para el Pozo A.

La información correspondiente al pozo B se tiene en la **Tabla 4.2** y en la **Figura 4.2** se tiene la gráfica de las correlaciones que más se aproximan al comportamiento medido.

Tabla 4.2 Propiedades del Fluido del Pozo B			
Pozo B @ 235.4 °F			
Propiedades del Aceite muerto y saturado		Propiedades del Aceite bajo saturado	
°API	10.00	<b>p [lb/pg²]</b>	<b>μo (med) [cp]</b>
<b>R<sub>Sb</sub> [pie³/bi]</b>	116.24	7967.5	85.37
<b>p<sub>b</sub> [lb/pg²]</b>	701.20	6979.3	77.47
<b>μ<sub>ob</sub> (med) [cp]</b>	37.98	5982.2	68.76
<b>μ<sub>od</sub> (med) [cp]</b>	162.46	4985.2	62.06
		3988.1	55.64
		2991.2	49.72
		1944.1	44.71
		997.1	39.86
		897.3	38.10
		648.1	45.61
		14.6	162.46

La viscosidad del aceite muerto se ajustó con Egbogah y Jacks (1998), con un valor de 178.04 [cp] y un error de 9.59%, la viscosidad del aceite saturado se ajustó con Elsharkawy y Gharbi (2001), correlación que arrojó el valor más cercano al reportado, 33.39 [cp] y 12.1% de error. Ambos errores son fácilmente visibles en la gráfica; en el primer caso el valor calculado se encuentra arriba del valor medido y en segundo caso pasa lo contrario.



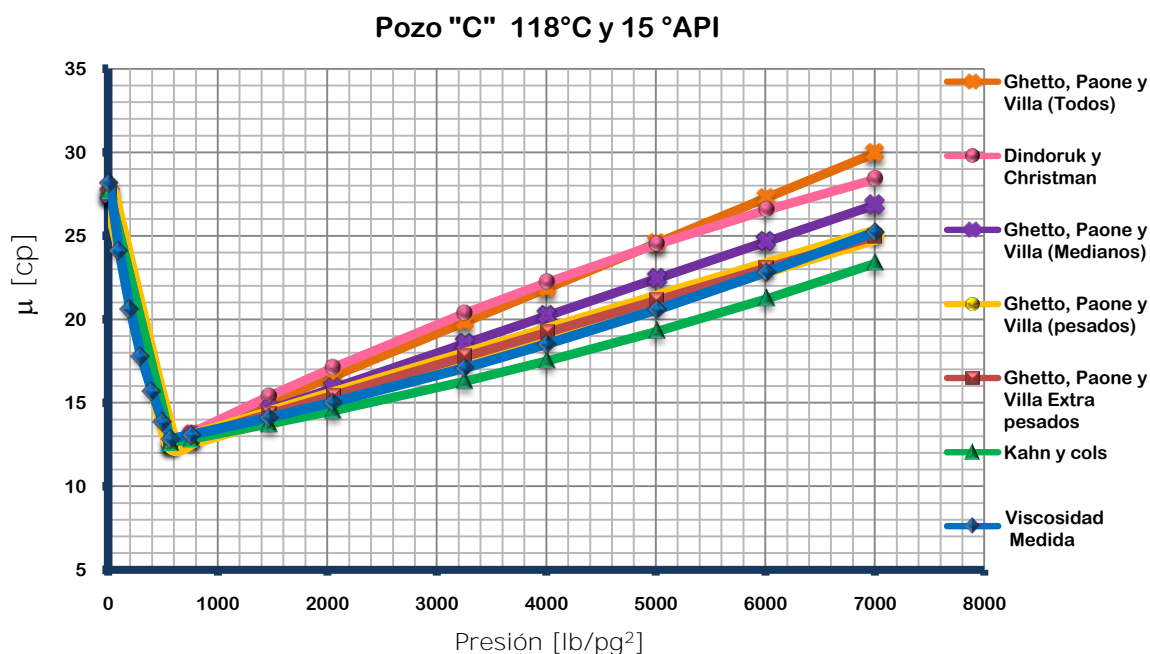
**Figura 4.2** Ajuste de Correlaciones de Viscosidad para el Pozo B.

Para este pozo, a diferencia del anterior, la aproximación para la viscosidad del aceite bajo saturado fue la que proporcionó el menor error promedio para los valores de presión dados, siendo éste de 3.66%, con la correlación de Kartoatmodjo y Schmidt (1991). En la figura puede apreciarse cómo la forma de la curva de viscosidad medida, prácticamente esta sobrepuesta sobre ésta correlación (color amarillo).

La **Tabla 4.3** corresponde a los datos del pozo C utilizados en las correlaciones para obtener la **Figura 4.3**, donde la viscosidad del aceite muerto se ajustó con un valor de 27.54 [cp] con la correlación de Glaso (1980) y un error de 2.10%, para el punto de burbuja. La viscosidad se ajusto bien con Elsharkawy y Alikhan (1999), con 1.91% de error y un valor de 12.59 [cp].

<b>Tabla 4.3 Propiedades del Fluido del Pozo C</b>			
<b>Pozo C @ 244.4 °F</b>			
<b>Propiedades del Aceite muerto y saturado</b>		<b>Propiedades del Aceite bajo saturado</b>	
<b>°API</b>	15.00	<b>p [lb/pg²]</b>	<b>μo (med) [cp]</b>
<b>R<sub>Sb</sub> [pie³/bl]</b>	103.89	7000.0	25.21
<b>p<sub>b</sub> [lb/pg²]</b>	576.00	6008.0	22.81
<b>μ<sub>ob</sub> (med) [cp]</b>	12.84	5011.0	20.58
<b>μ<sub>od</sub> (med) [cp]</b>	28.13	4008.0	18.52
		3257.0	17.09
		2056.0	15.03
		1473.0	14.12
		766.0	13.10

En este pozo se observa un mayor ajuste con los valores medidos de viscosidad para las tres condiciones de presión, y no sólo eso, en la gráfica se aprecia como varias de las correlaciones para la etapa de bajo saturación se van aproximando entre sí, disminuyendo los errores para valores altos de presión. Las correlaciones que se ajustan más en esta etapa son De Ghetto, Paone y Villa (1994), para aceites pesados y extra pesados con un error de 2.21% y 2.06% respectivamente.



**Figura 4.3** Ajuste de Correlaciones de Viscosidad para el Pozo C.

Aquí podemos observar, que la curvas de viscosidad de los fluidos en el rango que va de la viscosidad del aceite muerto a la viscosidad en el punto de burbuja, de éste y los dos pozos anteriores, tienen un comportamiento casi lineal, que se ajusta perfectamente a la recta que forman las viscosidades del aceite muerto y saturado calculadas con correlaciones.

Para el pozo D la información utilizada para evaluar las correlaciones se muestra en la **Tabla 4.4**.

Tabla 4.4 Propiedades del Fluido del Pozo D			
Pozo D @ 241 °F			
Propiedades del Aceite muerto y saturado		Propiedades del Aceite bajo saturado	
°API	21.60	p [lb/pg <sup>2</sup> ]	μo (med) [cp]
R <sub>sb</sub> [pie <sup>3</sup> /bl]	600.85	5000.0	2.08
p <sub>b</sub> [lb/pg <sup>2</sup> ]	2654.00	4500.0	2.01
μ <sub>ob</sub> (med) [cp]	1.78	4000.0	1.95
μ <sub>od</sub> (med) [cp]	7.08	3500.0	1.89
		3000.0	1.81
		2654.0	1.78
		2400.0	1.85
		1900.0	2.03
		900.0	2.83
		350.0	4.20
		0.0	7.08

El ajuste para este pozo se hizo con la correlación de De Ghetto, Paone y Villa (1994); para todos los tipos de aceite. Para la viscosidad del aceite muerto, dando un valor de 7.16 [cp] y un error de 1.14%. La viscosidad del aceite en el punto de burbuja calculada con Aziz, Govier y Fogarasi (1972), fue la que arrojó el menor error, 8.64% y un valor de viscosidad de 1.63 [cp]. Gráficamente, el ajuste se observa en la **Figura 4.4**. En este caso la viscosidad del aceite bajo saturado se ajusta muy bien con varias correlaciones, por lo que en la gráfica no se distinguen unas de otras, sin embargo De Ghetto, Paone y Villa (1994); para aceites medianos, dio el menor error promedio; 3.15% para los valores de presión dados.

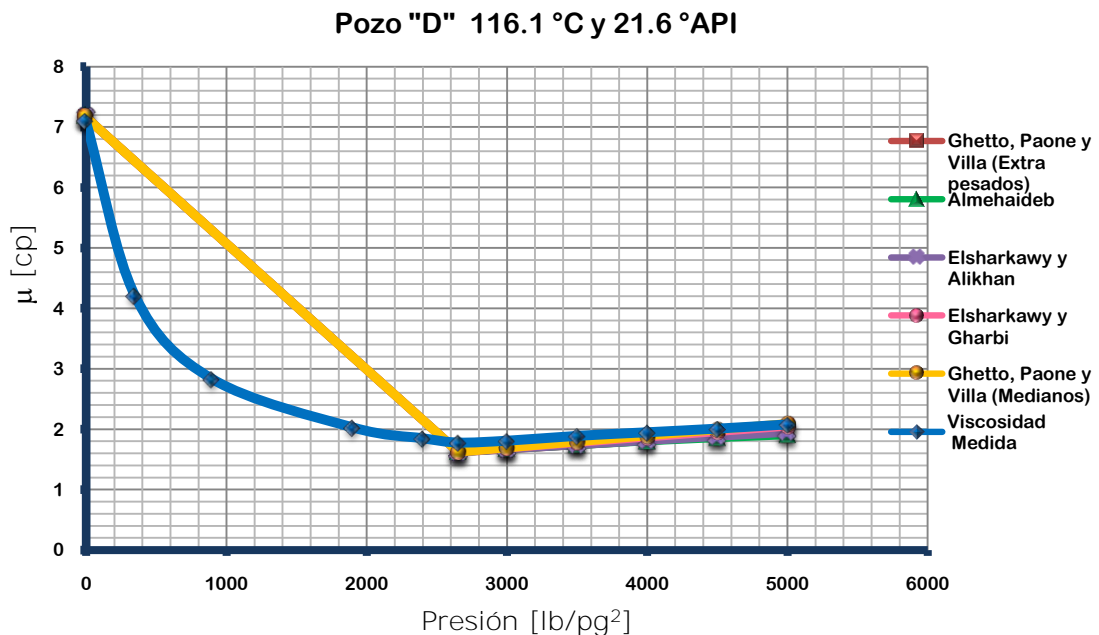


Figura 4.4 Ajuste de Correlaciones de Viscosidad para el Pozo D.

En este fluido se puede ver que el comportamiento real se aleja de la línea recta que forman las viscosidades del aceite muerto y saturado, siendo la curva que se forma, reflejo de la expansión del gas liberado, ya que dada la magnitud de la relación de solubilidad, éste se encuentra en mayor cantidad que en los ejemplos anteriores.

En la **Tabla 4.5** se tiene la información del fluido del pozo E y la gráfica correspondiente se muestra en la **Figura 4.5**.

Tabla 4.5 Propiedades del Fluido del Pozo E			
Pozo E @ 284 °F			
Propiedades del Aceite muerto y saturado		Propiedades del Aceite bajo saturado	
°API	26.69	$\rho$ [lb/pg <sup>2</sup> ]	$\mu_o$ (med) [cp]
R <sub>sb</sub> [pie <sup>3</sup> /bl]	768.59	4266.0	0.9690
p <sub>b</sub> [lb/pg <sup>2</sup> ]	1976.6	3555.0	0.8530
$\mu_{ob}$ (med) [cp]	0.6070	2844.0	0.7400
$\mu_{od}$ (med) [cp]	2.7050	2488.5	0.6850
		2133.0	0.6300
		1422.0	0.7860
		995.4	1.1400
		0.0	2.1050

Para este fluido se obtuvo un valor de 2.6948 [cp] para la viscosidad del aceite muerto con la correlación de Petrosky y Farshad (1995) y un error de 0.38%, con Kartoatmodjo y Schmidt (1991), tiene una viscosidad en el punto de burbuja de 0.5933 [cp] con un error de 2.26%.

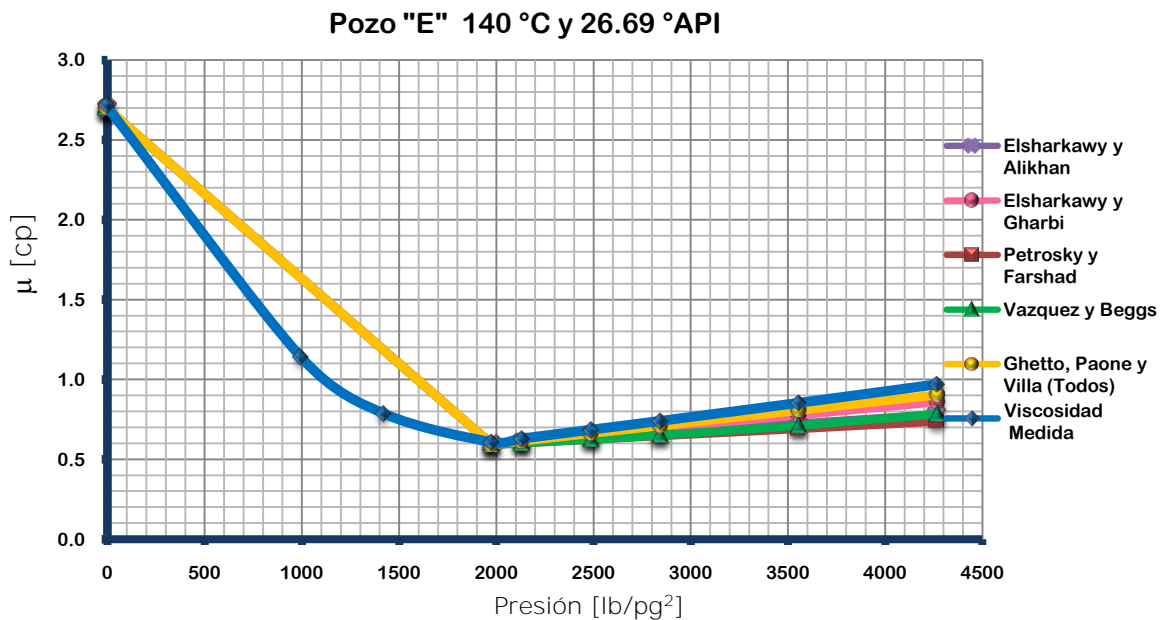


Figura 4.5 Ajuste de Correlaciones de Viscosidad para el Pozo E.

Se observa una aproximación aceptable para estos dos puntos, sin embargo al igual que el caso anterior; para las presiones dentro de este rango, las viscosidades no siguen un comportamiento lineal.

Para la zona de bajo saturación, la correlación con la que se tiene el menor error promedio fue la de De Ghetto, Paone y Villa (1994); para todas las muestras de aceite, 4.37%, pero también se observa que otras correlaciones tienen un comportamiento aceptable.

El fluido del pozo F, también corresponde a un aceite mediano cuyas propiedades se muestran en la **Tabla 4.6**.

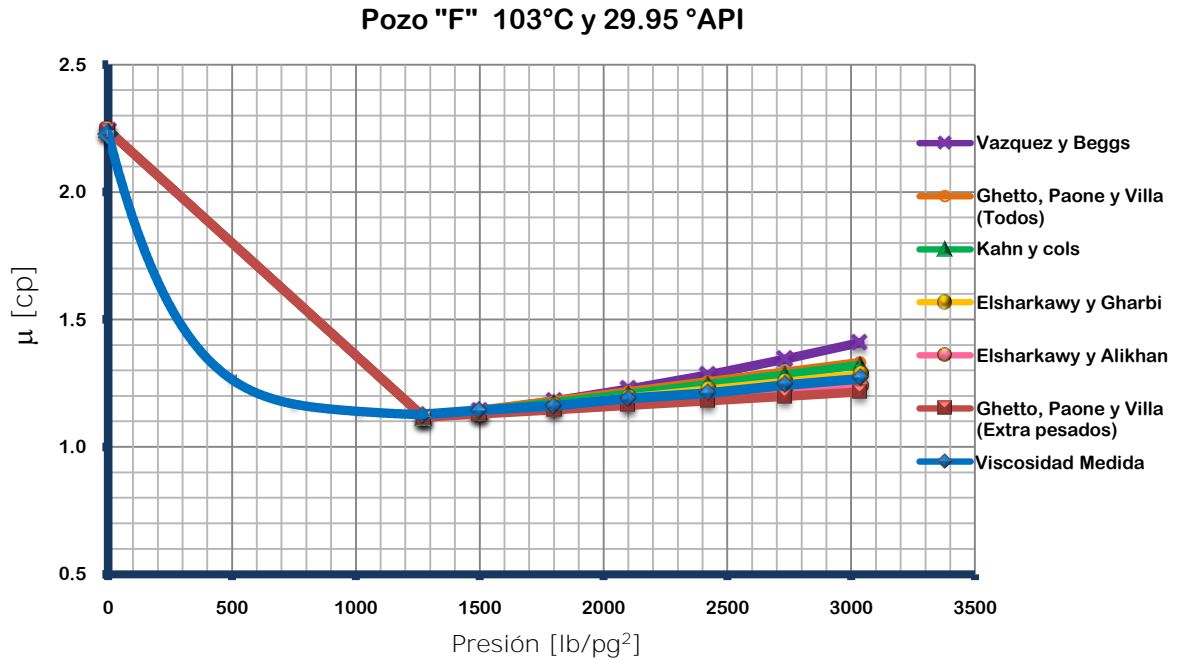
Propiedades del Aceite muerto y saturado		Propiedades del Aceite bajo saturado	
°API	29.95	p [lb/pg <sup>2</sup> ]	μo (med) [cp]
Rsb [pie <sup>3</sup> /bl]	356.86	3034.5	1.2672
pb [lb/pg <sup>2</sup> ]	1274.8	2730.2	1.2423
μob (med) [cp]	1.1270	2420.2	1.2110
μod (med) [cp]	2.2289	2100.3	1.1900
		1800.3	1.1619
		1500.2	1.1445
		1274.8	1.1270
		999.7	1.1400
		739.4	1.1700
		489.2	1.2711
		0.0	2.2289

La gráfica donde se muestran las correlaciones que mejor se ajustan a estos datos medidos se encuentra en la **Figura 4.6**.

La viscosidad del aceite muerto que mejor se ajustó al valor medido, se calculó con Beggs y Robinson (1975); 2.2421 [cp] con error del 0.59%, para el aceite saturado la correlación que arrojó el menor error fue Aziz, Govier y Fogarasi (1972); 1 % y un valor de 1.1158 [cp]. Nuevamente para estos dos puntos el ajuste es bueno, pero de igual forma el comportamiento entre ellos no logra ser ajustado.

Para el aceite bajo saturado la tendencia sigue siendo la misma, una buena parte de las correlaciones se encuentran cerca de la curva que representa los valores medidos, pero fue la de Elsharkawy y Gharbi (2001), la que representa el menor error promedio: 1.03%.





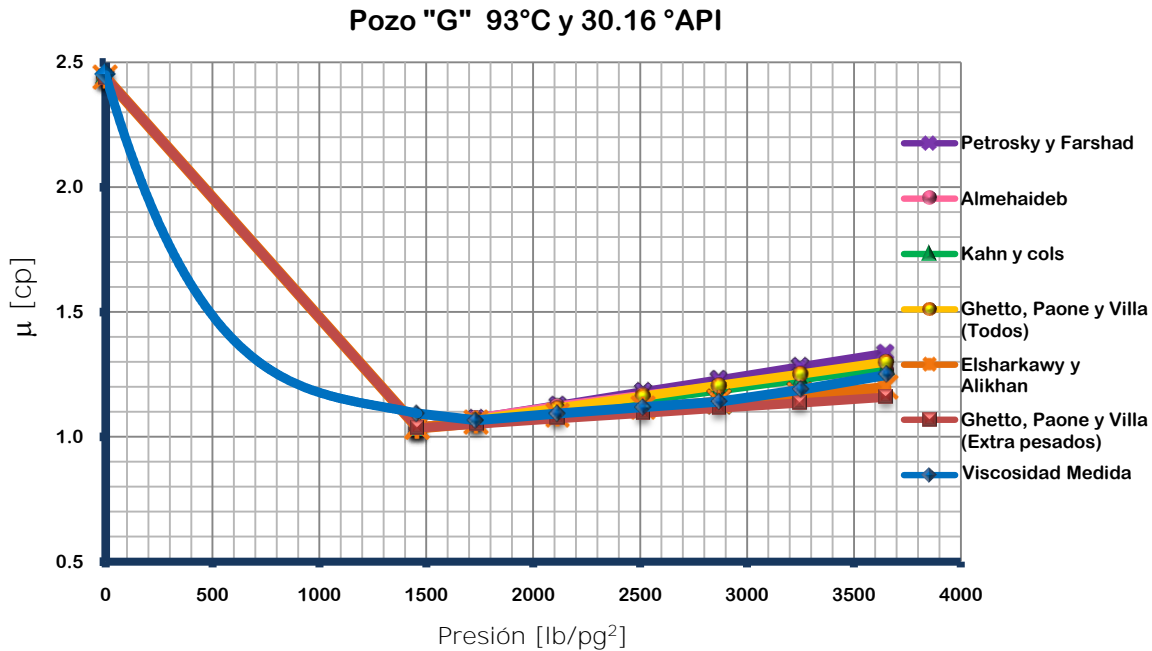
**Figura 4.6** Ajuste de correlaciones de viscosidad para el pozo F

El fluido del pozo G presenta un comportamiento similar al pozo F, ya que ambos pertenecen al mismo campo, la información utilizada se muestra en la **Tabla 4.7**.

<b>Tabla 4.7 Propiedades del Fluido del Pozo G</b>			
<b>Pozo G @ 199.4 °F</b>			
<b>Propiedades del Aceite muerto y saturado</b>		<b>Propiedades del Aceite bajo saturado</b>	
<b>°API</b>	30.16	<b>p [lb/pg<sup>2</sup>]</b>	<b>μ<sub>o</sub> (med) [cp]</b>
<b>R<sub>Sb</sub> [pie<sup>3</sup>/bl]</b>	439.13	3649.3	1.2473
<b>pb [lb/pg<sup>2</sup>]</b>	1459.7	3249.4	1.1883
<b>μ<sub>ob</sub> (med) [cp]</b>	1.0935	2869.5	1.1407
<b>μ<sub>od</sub> (med) [cp]</b>	2.4494	2514.7	1.1183
		2114.7	1.0936
		1734.7	1.0666
		1459.7	1.0935
		1154.8	1.1428
		884.8	1.2148
		659.8	1.3388
		0.0	2.4494

Como se observa en la **Figura 4.7**, se tiene un ajuste aceptable para la viscosidad del aceite muerto, con un valor calculado de 2.2373 [cp], mientras se tiene un error del 0.49% con la correlación de De Ghetto, Paone y Villa (1994). Para aceites ligeros, a diferencia de la viscosidad a la presión de burbuja, el error es mayor a 5.26% respecto a la calculada, siendo ésta de 1.0359 [cp].

Para las presiones superiores a la presión de burbuja, las viscosidades que mejor se ajustan al comportamiento reportado en el pVT es Elsharkawy y Alikhan (1999), con un error promedio de 1.93%. En general, en este pozo los errores en la viscosidad para las presiones de este rango muestran una disminución, por lo que para la mayoría de las correlaciones el error promedio es menor al 10%.



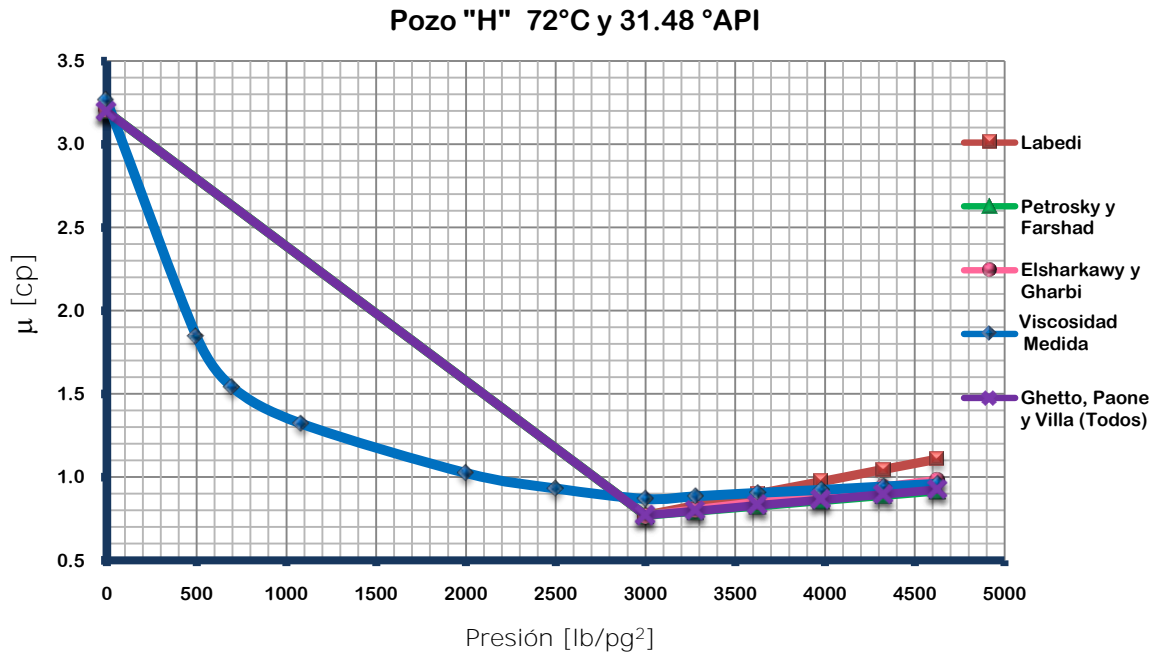
**Figura 4.7** Ajuste de Correlaciones de Viscosidad para el Pozo G.

A partir del pozo H, se tratará con aceites ligeros por lo que se tienen más mediciones para presiones menores a la de burbuja, de modo que la forma de la curva de viscosidad medida se ve incrementada para este rango. La información que se utilizó en las correlaciones se tiene en la **Tabla 4.8**.

**Tabla 4.8** Propiedades del Fluido del Pozo H.  
Pozo H @ 161.6 °F

Propiedades del Aceite muerto y saturado		Propiedades del Aceite bajo saturado	
<b>°API</b>	31.48	<b>p [lb/pg²]</b>	<b>μo (med) [cp]</b>
<b>Rsb [pie³/bl]</b>	779.31	4624.1	0.9594
<b>pb [lb/pg²]</b>	3000.0	4423.2	0.9436
<b>μob (med) [cp]</b>	0.8850	3979.2	0.9233
<b>μod (med) [cp]</b>	3.2606	3624.3	0.9054
		3279.4	0.8850
		2500.0	0.9320
		2000.0	1.0248
		1084.9	1.3206
		700.0	1.5395
		500.0	1.8438

La **Figura 4.8** representa la viscosidad de este fluido y se construyó con los valores calculados de 3.1947 [cp] correspondiente a la viscosidad de aceite muerto con un error de 2.20% con la correlación de Standing (1977), y una viscosidad de aceite saturado de 0.7696 [cp] y 11.14% con la correlación de Al - Khafaji, Abdul - Majeed y Hassoon (1987). Los puntos para la etapa de bajo saturación que más se ajustaron, se calcularon con la correlación de Elsharkawy y Gharbi (2001), con un error promedio de 4.01%.



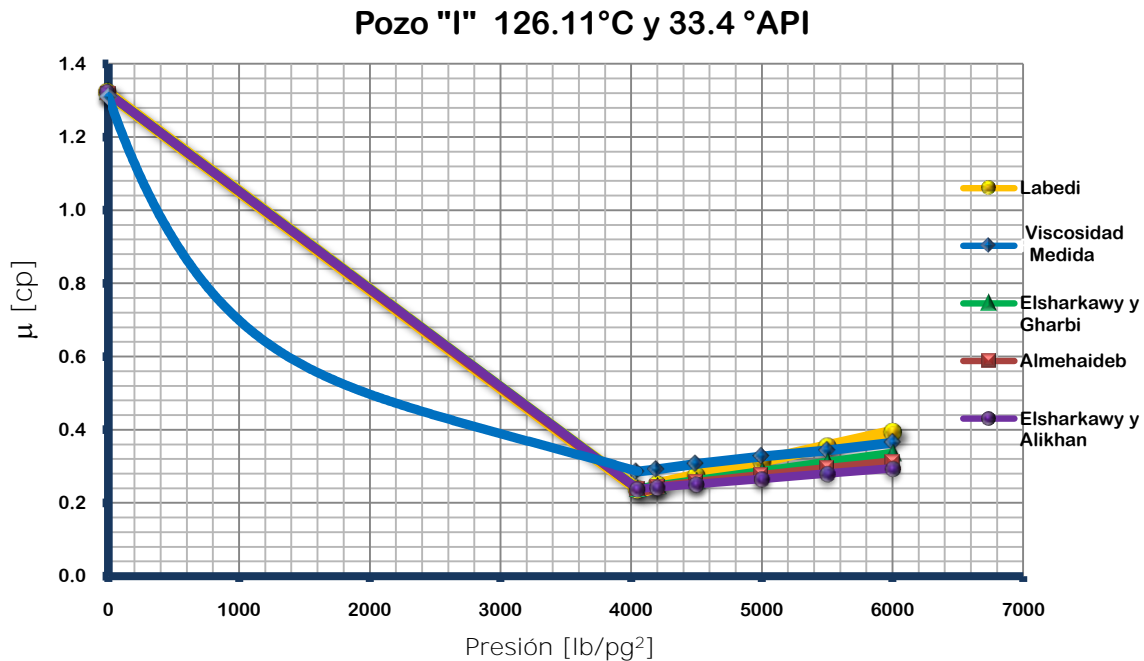
**Figura 4.8** Ajuste de Correlaciones de Viscosidad para el Pozo H.

La información del fluido del pozo I se muestra en la **Tabla 4.9** y la **Figura 4.9** representa el comportamiento de la viscosidad medida y las obtenidas con las correlaciones.

<b>Tabla 4.9 Propiedades del Fluido del Pozo I</b>			
<b>Pozo I @ 259 °F</b>			
Propiedades del Aceite muerto y saturado		Propiedades del Aceite bajo saturado	
°API	33.40	p [lb/pg²]	μo (med) [cp]
<b>Rsb [pie³/bl]</b>	2944.94	6000.0	0.3640
<b>pb [lb/pg²]</b>	4049.00	5500.0	0.3430
<b>μob (med) [cp]</b>	0.2860	5000.0	0.3270
<b>μod (med) [cp]</b>	1.3100	4500.0	0.3070
		4200.0	0.2920
		3900.0	0.3020
		3600.0	0.3310
		2700.0	0.4190
		2250.0	0.4670
		0.0	1.3100

Para la viscosidad del aceite muerto se tiene un valor calculado de 1.3188 [cp] con un error de 0.67% con Elsharkawy y Gharbi (2001), sin embargo la viscosidad del punto de burbuja tiene uno de los errores de ajuste más grandes; 16.5% con un valor de 0.2388 [cp] con De Ghetto, Paone y Villa (1994); para aceites medianos. Probablemente tiene que ver con la alta relación de solubilidad que se tiene como dato, ya que ésta es un parámetro importante en todas las correlaciones de aceite saturado.

Para el aceite bajo saturado tampoco se observan muy buenos resultados, porque aunque se tiene el menor error promedio de 8.01% con la correlación de Labedi (1992), ésta tiene una pendiente distinta al comportamiento real y las otras correlaciones tienden a desviarse con los valores altos de presión.



**Figura 4.9** Ajuste de Correlaciones de Viscosidad para el Pozo I.

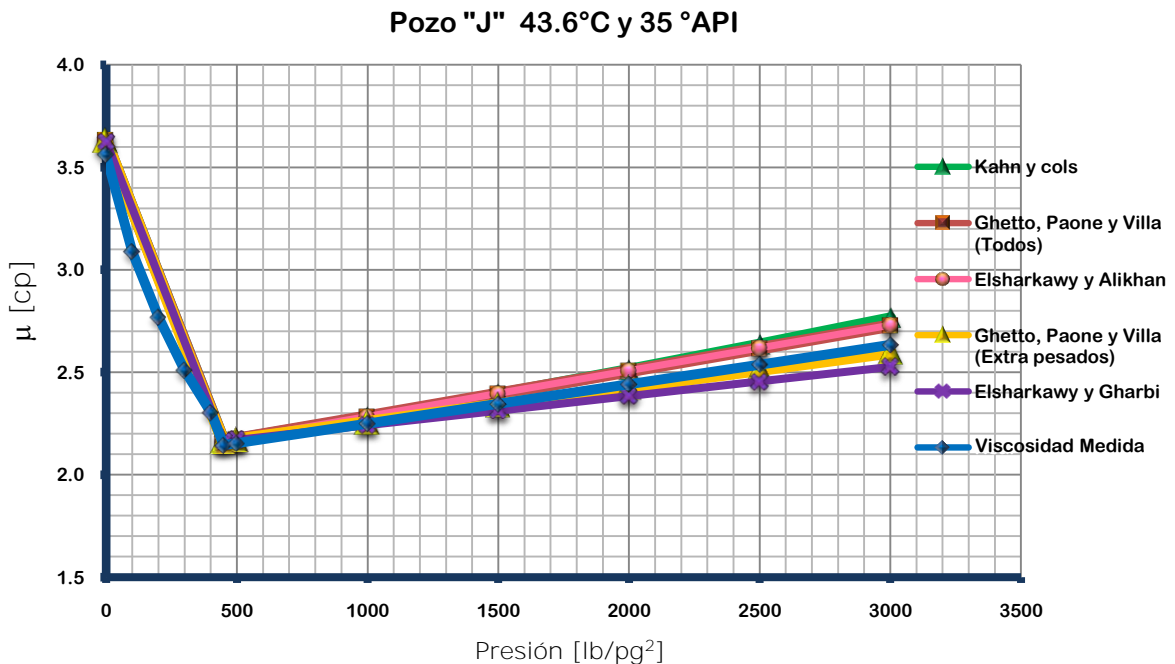
El fluido del pozo J es también un aceite ligero, pero a diferencia de los dos anteriores, éste tiene una relación de solubilidad baja, misma que afecta la forma de la curva que representa la viscosidad, es decir, de la presión de burbuja a la presión de estabilización se observa un comportamiento casi lineal como se aprecia en la **Figura 4.10**.

Los datos utilizados para evaluar cada una de las correlaciones de viscosidad se encuentran en la **Tabla 4.10**.

**Tabla 4.10 Propiedades del Fluido del Pozo J**  
**Pozo J @ 259 °F**

Propiedades del Aceite muerto y saturado		Propiedades del Aceite bajo saturado	
°API	35.00	<b>p [lb/pg<sup>2</sup>]</b>	<b>μ<sub>o</sub> (med) [cp]</b>
<b>R<sub>sb</sub> [pie<sup>3</sup>/bl]</b>	87.52	3000.0	2.6328
<b>p<sub>b</sub> [lb/pg<sup>2</sup>]</b>	449.4	2500.0	2.5369
<b>μ<sub>ob</sub> (med) [cp]</b>	2.1440	2000.0	2.4410
<b>μ<sub>od</sub> (med) [cp]</b>	3.5571	1500.0	2.3453
		1000.0	2.2496
		500.0	2.1538
		449.4	2.1440
		401.0	2.3027
		300.0	2.5092
		200.5	2.7669
		99.5	3.0860
		0.0	3.5571

En la gráfica se utilizó la viscosidad del aceite muerto calculada con Glaso (1980); 3.6251 [cp] y con Labedi (1992), se calculó la viscosidad del aceite saturado; 2.1621 [cp], 1.91% y 0.85% de error respectivamente. Las viscosidades para las presiones mayores a la presión de burbuja se ajustaron mejor con De Ghetto, Paone y Villa (1994); para aceites extra pesados, con un error promedio para las presiones dadas de 0.70%. Sin duda el fluido de este pozo es el que mejor se ajustó en la etapa de bajo saturación.

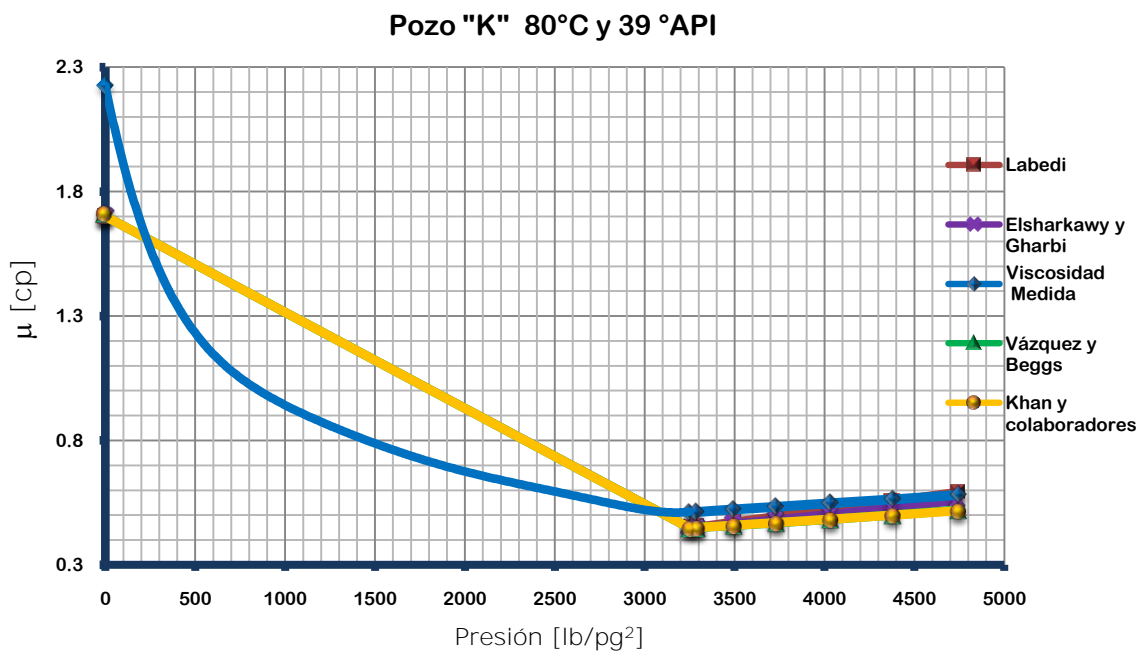


**Figura 4.10** Ajuste de Correlaciones de Viscosidad para el Pozo J.

El último fluido a ajustar es un aceite súper ligero perteneciente al pozo K, la información utilizada en las correlaciones se presenta en la **Tabla 4.11**.

Tabla 4.11 Propiedades del Fluido del Pozo K			
Pozo K @ 176 °F			
Propiedades del Aceite muerto y saturado		Propiedades del Aceite bajo saturado	
<b>°API</b>	39.00	<b>p [lb/pg<sup>2</sup>]</b>	<b>μ<sub>o</sub> (med) [cp]</b>
<b>R<sub>Sb</sub> [pie<sup>3</sup>/bl]</b>	1099.51	4738.1	0.5806
<b>p<sub>b</sub> [lb/pg<sup>2</sup>]</b>	3249.3	4374.1	0.5629
<b>μ<sub>ob</sub> (med) [cp]</b>	0.5113	4028.5	0.5476
<b>μ<sub>od</sub> (med) [cp]</b>	2.2254	3728.5	0.5335
		3493.9	0.5230
		3289.1	0.5129
		3249.3	0.5113
		3070.0	0.5216
		2800.0	0.5427
		2524.0	0.5874
		2220.0	0.6488
		1924.1	0.6880
		1650.3	0.7405
		1320.0	0.8470
		1004.5	0.9380
		0.0	2.2254

Y la gráfica con las correlaciones de viscosidad que más se aproximan a este comportamiento se muestra en la **Figura 4.11**.



**Figura 4.11** Ajuste de Correlaciones de Viscosidad para el Pozo K.

Este fluido es el que tiene el mayor error de ajuste para la viscosidad del aceite muerto con un error de 23.57% y un valor de 1.7008 [cp] con la correlación de Labedi (1992), y aunque éste valor fue el utilizado en el cálculo de la viscosidad del aceite saturado, proporciona un error de 12.22% con un valor 0.4488 [cp], con la correlación de Elsharkawy y Gharbi (2001). Las viscosidades de la etapa de bajo saturación que más se ajustaron fueron las que arrojó la correlación de Labedi (1992), con un error de 6.01%. Se observa que para los valores de presión más altos el ajuste es mejor.

Los errores calculados para cada una de las correlaciones utilizadas para determinar la viscosidad del aceite muerto para todos los pozos aquí analizados se muestran en la **Tabla 4.12**.

**Tabla 4.12** Porcentajes de Error Para cada una de las Correlaciones de Viscosidad del Aceite Muerto.

**Predicción de la viscosidad del aceite muerto ( $\mu_{od}$ )**

Correlación	Ecuación	Pozo A	Pozo B	Pozo C	Pozo D	Pozo E	Pozo F	Pozo G	Pozo H	Pozo I	Pozo J	Pozo K	Error Promedio
Beggs - Robinson	(3)	93.11	91.31	75.67	48.28	36.14	<b>0.59</b>	7.18	13.33	3.52	88.70	24.42	43.84
Standing	(5)	26.95	89.96	60.58	38.04	52.83	15.45	6.18	<b>2.20</b>	38.51	19.96	46.70	36.12
Glaso	(9)	448.63	31.17	<b>2.10</b>	9.92	21.17	2.57	5.31	4.88	10.01	<b>1.91</b>	45.56	53.02
Ng - Egbogah	(10)	65.51	53.15	17.47	12.59	27.14	43.67	40.18	14.36	45.23	7.20	27.70	32.20
Egbogah - Jacks	(11)	19.99	<b>9.59</b>	16.95	20.15	28.86	39.41	35.33	10.36	42.63	11.50	26.31	23.73
Al - Khafaji, Abdul - Majeed y Hassoon	(15)	*	27.06	43.99	47.82	67.73	27.03	14.84	2.88	53.70	28.23	46.78	36.01
Kartoatmodjo - Schmidt	(19)	660.14	104.33	24.10	4.58	24.82	4.15	0.55	7.99	21.88	5.83	50.46	82.62
Labedi	(23)	273.88	417.12	332.84	212.65	170.92	129.01	113.75	51.26	107.40	8.84	<b>23.57</b>	167.39
Bergman	(26)	91.28	61.44	45.00	23.80	24.98	13.31	18.94	13.21	2.34	23.95	30.41	31.70
De Ghetto - Paone - Villa (Extra pesados)	(28)	62.11	29.23	93.80	286.24	364.29	590.04	624.62	630.08	563.00	969.46	375.02	417.08
De Ghetto - Paone - Villa (Pesados)	(29)	84.49	72.43	29.91	31.31	62.32	120.36	124.55	108.68	121.99	158.31	40.86	86.84
De Ghetto - Paone - Villa (Medianos)	(30)	*	398.69	93.24	6.81	25.75	21.24	21.65	36.69	36.12	47.23	71.42	75.88
De Ghetto - Paone - Villa (Ligeros)	(31)	98.06	92.90	76.85	47.18	20.87	1.29	<b>0.49</b>	14.56	15.63	7.43	30.93	36.93
De Ghetto - Paone - Villa (Todos)	(32)	71.37	59.20	26.90	<b>1.14</b>	15.08	30.15	26.64	2.70	32.62	4.63	34.40	27.71
Petrosky - Farshad	(42)	214.39	49.17	16.34	5.60	<b>0.38</b>	15.65	15.07	2.61	7.70	2.70	39.89	33.59
Bennison	(48)	48.50	83.68	48.60	54.66	94.10	90.77	83.21	28.73	99.69	*	92.15	72.41
Elsharkawy - Alikhan	(49)	46.87	49.49	14.55	15.32	24.09	49.02	48.58	27.84	44.34	31.96	22.76	34.07
Elsharkawy - Gharbi	(52)	<b>7.51</b>	9.64	20.42	17.95	1.87	27.26	33.20	27.12	<b>0.67</b>	60.71	31.74	21.64
Dindoruk - Christman	(55)	194.27	37.39	41.21	33.57	36.56	11.06	8.12	15.45	18.13	8.68	48.68	41.19

\* La correlación presenta incongruencias matemáticas o valores que se salen de rango.

Los errores correspondientes a las viscosidades del aceite saturado se tienen en la **Tabla 4.13**. Al igual que en la tabla anterior y en la siguiente se presentan los errores calculados, así como el autor y el número de la ecuación utilizada, según se presentan en el capítulo 2, además se incluye el error promedio para cada una de ellas.

**Tabla 4.13** Porcentajes de Error para cada una de las Correlaciones de Viscosidad del Aceite Saturado

Predicción de la viscosidad del aceite saturado ( $\mu\text{ob}$ )													Error Promedio
Correlación	Ecuación	Pozo A	Pozo B	Pozo C	Pozo D	Pozo E	Pozo F	Pozo G	Pozo H	Pozo I	Pozo J	Pozo K	
Aziz - Govier - Fogarasi	(2)	23.83	135.78	36.63	<b>5.26</b>	15.48	<b>1.00</b>	<b>8.64</b>	12.01	19.84	34.67	21.82	28.63
Beggs - Robinson	(4)	23.91	26.49	13.38	35.40	7.38	30.71	35.40	29.70	33.50	1.65	29.48	24.27
Standing	(6)	99.71	95.94	90.07	74.22	38.82	45.85	74.22	57.59	87.23	52.26	44.34	69.11
Al - Khafaji, Abdul - Majeed y Hassoon	(16)	<b>0.25</b>	92.45	18.75	9.46	15.80	8.02	9.46	<b>11.14</b>	21.06	25.17	20.50	21.10
Kartoatmodjo - Schmidt	(20)	12.21	85.70	16.16	20.98	<b>2.26</b>	11.10	20.98	25.31	45.32	24.74	38.46	27.57
Labedi	(24)	52.22	345.48	186.10	163.70	208.29	36.27	163.70	36.07	75.94	<b>0.85</b>	19.34	117.09
Bergman	(27)	2.32	87.28	14.47	10.53	11.81	14.97	10.53	13.21	43.64	19.96	23.73	22.95
De Ghetto - Paone - Villa (Extra pesados)	(33)	63.04	90.55	24.21	93.67	353.54	186.26	93.67	220.41	726.24	124.26	391.06	215.17
De Ghetto - Paone - Villa (Pesados)	(34)	323.84	54.89	12.18	42.26	80.85	60.30	42.26	78.44	213.39	6.35	133.77	95.32
De Ghetto - Paone - Villa (Medianos)	(35)	393.27	13.51	7.76	20.08	9.24	4.15	20.08	17.89	<b>16.50</b>	28.49	22.85	50.35
De Ghetto - Paone - Villa (Ligeros)	(36)	20.99	53.70	2.21	24.64	2.79	24.28	24.64	25.04	44.47	18.63	31.81	24.84
De Ghetto - Paone - Villa (Todos)	(37)	*	325.31	42.11	20.81	2.39	16.39	29.81	22.19	51.08	1.39	32.49	54.40
Petrosky - Farshad	(43)	7.01	99.69	18.20	37.29	109.57	17.95	37.29	60.88	130.98	17.41	80.58	56.08
Elsharkawy - Alikhan	(50)	30.53	54.18	<b>1.91</b>	23.65	1.77	16.99	23.65	22.92	53.04	7.49	29.23	24.12
Elsharkawy - Gharbi	(53)	67.54	<b>12.10</b>	36.85	14.01	29.44	28.68	14.01	11.89	17.61	17.63	<b>12.22</b>	23.82
Dindoruk - Christman	(56)	17.08	80.87	9.20	9.19	9.10	14.81	9.19	15.29	41.04	14.54	25.70	22.36

\* La correlación presenta incongruencias matemáticas o valores que se salen de rango.



Los errores presentados para las viscosidades del aceite bajo saturado se calcularon como promedio de los valores de viscosidad correspondientes a cada presión superior a la presión de burbuja reportada en los estudios pVT. Los resultados se encuentran en la **Tabla 4.14**.

**Tabla 4.14** Porcentajes de Error para cada una de las Correlaciones de Viscosidad del Aceite Bajo Saturado.

Predicción de la viscosidad del aceite bajo saturado ( $\mu\text{o}$ )													Error Promedio
Correlación	Ecuación	Pozo A	Pozo B	Pozo C	Pozo D	Pozo E	Pozo F	Pozo G	Pozo H	Pozo I	Pozo J	Pozo K	
Standing	(7)	231.19	34.35	56.73	75.84	74.95	81.12	87.02	74.20	104.18	75.38	65.12	87.28
Vázquez - Beggs	(8)	43.40	19.92	31.51	4.02	12.22	5.03	5.78	8.17	19.66	14.90	11.61	16.02
Khan y colaboradores	(14)	23.67	17.22	4.89	4.48	13.81	2.21	2.70	8.50	19.33	2.61	11.65	10.10
Al - Khafaji, Abdul - Majeed y Hassoon	(17)	28.46	138.20	64.65	193.73	183.36	83.70	94.32	83.06	210.70	28.99	45.55	104.97
Abdul-Majeed, Kattan - Salman	(18)	46.08	38.03	135.37	16.33	21.65	7.12	8.53	16.58	26.44	9.36	17.26	31.16
Kartoatmodjo - Schmidt	(21)	44.10	<b>3.66</b>	2.19	11.19	19.57	3.65	5.08	14.07	25.26	3.34	15.92	13.46
Labedi	(25)	<b>9.05</b>	76.55	33.52	21.88	8.15	10.44	12.89	7.74	<b>8.01</b>	14.06	<b>6.01</b>	18.94
De Ghetto - Paone - Villa (Extra pesados)	(38)	17.16	33.42	2.21	6.86	14.70	2.57	3.51	12.05	22.54	<b>0.70</b>	15.03	11.89
De Ghetto - Paone - Villa (Pesados)	(39)	446.74	7.05	<b>2.06</b>	9.63	19.29	2.91	4.32	13.65	25.40	1.32	16.13	49.86
De Ghetto - Paone - Villa (Medianos)	(40)	162.18	115.83	6.34	<b>3.15</b>	14.91	3.44	4.11	10.66	22.15	3.23	14.55	32.78
De Ghetto - Paone - Villa (Todos)	(41)	18.68	30.67	27.85	6.96	<b>4.37</b>	2.81	3.80	6.72	15.34	2.32	12.59	12.01
Petrosky - Farshad	(44)	46.08	38.03	27.41	3.27	13.59	5.01	5.23	7.21	19.59	5.89	11.85	16.65
Almehaideb	(46)	23.25	23.18	13.57	7.73	12.84	3.77	3.46	9.90	15.18	8.76	11.86	12.14
Eisharkawy - Alikhan	(51)	36.99	10.84	9.86	7.05	11.24	1.32	<b>1.93</b>	9.92	18.18	2.37	12.86	11.14
Eisharkawy - Gharbi	(54)	*	*	12.49	4.22	6.80	<b>1.03</b>	2.60	<b>4.01</b>	12.09	2.03	8.34	5.96
Dindoruk - Christman	(57)	*	41.47	98.44	3.86	13.76	4.06	3.93	8.14	20.86	8.96	11.76	21.52

\* La correlación presenta incongruencias matemáticas o valores que se salen de rango.

De estos errores y de la comparación gráfica podemos concluir que con excepción de los aceites extra pesados, los aceites producidos en México se pueden ajustar con las correlaciones existentes, ya que para un buen número de ellas se tienen errores menores al 5%.

De la **Tabla 4.15** Se observa que Elsharkawy y Gharbi, Labedi y De Ghetto, Paone y Villa; para las tres condiciones, son las correlaciones de viscosidad que más se ajustan, sin embargo no podemos utilizar una correlación para cada tipo de aceite, es decir, para elegir una correlación no basta con la clasificación basada en la densidad en °API, es necesario tener en cuenta el resto de las propiedades del fluido, razón por la cual es importante contar con herramientas que nos permitan hacer una evaluación rápida y sencilla para un ajuste adecuado.

**Tabla 4.15** Resumen de las Correlaciones Ajustadas para Cada Pozo

Pozo	Tipo	°API	$\mu_{od}$	$\mu_{ob}$	$\mu_o$
A	Extra pesado	6.7	Elsharkawy - Gharbi	Al-Khafaji, Abdul Majeed y Hassoon	Labedi
B	Extra pesado	10	Egbogah - Jacks	Elsharkawy - Gharbi	Kartoatmodjo - Schmidt
C	Pesado	15	Glaso	Elsharkawy - Alikhan	De Ghetto, Paone y Villa (Pesados)
D	Pesado	21.6	De Ghetto, Paone y Villa (Todos)	Aziz - Govier - Fogarasi	De Ghetto, Paone y Villa (Medianos)
E	Mediano	26.69	Petrosky - Farshad	Kartoatmodjo - Schmidt	De Ghetto, Paone y Villa (Todos)
F	Mediano	29.95	Beggs - Robinson	Aziz - Govier - Fogarasi	Elsharkawy - Gharbi
G	Mediano	30.16	De Ghetto, Paone y Villa (Ligeros)	Aziz - Govier - Fogarasi	Elsharkawy - Alikhan
H	Ligero	31.48	Standing	Al-Khafaji, Abdul Majeed y Hassoon	Elsharkawy - Gharbi
I	Ligero	33.4	Elsharkawy - Gharbi	Ghetto, Paone y Villa (medianos)	Labedi
J	Ligero	35	Glaso	Labedi	De Ghetto, Paone y Villa (Extra pesados)
K	Super ligero	39	Labedi	Elsharkawy - Gharbi	Labedi

## 4.2 Ajuste con un Modelo de Regresión Lineal Múltiple.

En esta sección se describe el procedimiento seguido, así como los resultados obtenidos del modelo de regresión lineal múltiple que se construyó a partir de la base de datos descrita en el capítulo 3.

En los métodos estadísticos hay dos subdivisiones principales de análisis de regresión; aproximación paramétrica y no paramétrica. La aproximación paramétrica es comúnmente usada y es la que se aplicó en este trabajo para el desarrollo de un modelo de viscosidad del aceite bajo saturado. Consiste en establecer una relación funcional entre las variables dependiente e independiente, para ello es necesario contar con un buen número de datos medidos, y el objetivo es obtener una ecuación que represente el comportamiento deseado.

El modelo a obtener es un modelo de regresión lineal múltiple que tiene la forma de la ecuación (59); se construye a partir de parámetros finitos conocidos o completamente descritos, que en este caso son las propiedades de los fluidos de los pozos que forman nuestra base de datos.

$$\mu_{Y|x_1, x_2, \dots, x_k} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k \dots\dots\dots (59)$$

La ecuación (59) es un modelo lineal donde:  $\mu_{Y|x_1, x_2, \dots, x_k}$  es la variable de respuesta; la viscosidad del aceite bajo saturado,  $x_1, x_2, \dots, x_k$  son las variables de las que depende;  $p_y, T, \text{°API}, R_s$ , etcétera, y  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$  los coeficientes a determinar a partir del método de mínimos cuadrados. Al que se le da solución expresando el modelo lineal en forma matricial (ecuación 60).

$$Y = X\beta + E \dots\dots\dots (60)$$

El procedimiento completo de regresión lineal múltiple se describe detalladamente en el Apéndice B.

Este proceso se realizó tres veces, en todos los casos las variables se definieron de acuerdo a lo establecido en la **Tabla 4.16**.

**Tabla 4.16** Variables Utilizadas en la Regresión Lineal Múltiple

$\mu_o$ (y)	$p_y$ ( $x_1$ )	$T_y$ ( $x_2$ )	$p_b @ T_y$ ( $x_3$ )	$c_o$ ( $x_4$ )	$\rho_L$ ( $x_5$ )	$B_o$ ( $x_6$ )	$\rho_o @ 60^\circ F$ ( $x_7$ )	$R_s$ ( $x_8$ )	$API$ ( $x_9$ )	$\mu_{ob}$ ( $x_{10}$ )	$\mu_{od}$ ( $x_{11}$ )
[cp]	[lb/pg <sup>2</sup> ]	[°F]	[lb/pg <sup>2</sup> ]	[lb/pg <sup>2</sup> ] <sup>-1</sup>	[lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup> ]	[bl/bl]	[lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup> ]	[pie <sup>3</sup> /bl]	[°API]	[cp]	[cp]

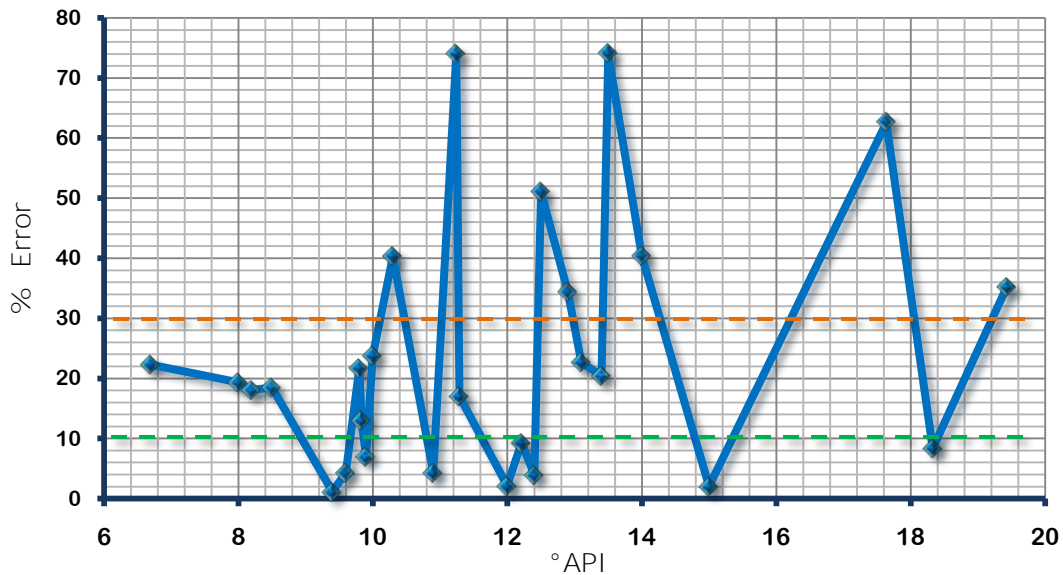
El primer análisis de regresión se hizo para los fluidos de 75 pozos, mismos que contaban con los parámetros mencionados. El resultado fue el modelo representado por la ecuación (61); que al evaluarlo presentó errores muy grandes en la predicción de la viscosidad, siendo los de menor magnitud 31.36% y 20.30% para los aceites más pesados.

$$\begin{aligned} \mu_o = & -745.364614 - 0.00168831p_y - 0.13054137T_y - 0.01076883p_b \\ & + 158744.296c_o - 6.94066327\rho_L - 6.37911007B_o + 18.8024875\rho_o \dots\dots\dots (61) \\ & - 0.0092553R_s + 3.48127047^\circ API + 3.30505376\mu_{ob} - 0.49795709\mu_{od} \end{aligned}$$

El segundo análisis se hizo eliminando los aceites que se encontraban fuera de un intervalo razonable, es decir, los pozos que mostraban incongruencias en comparación con el resto, quedando únicamente las variables que intervienen en 64 pozos. El resultado es la siguiente ecuación de viscosidad:

$$\begin{aligned} \mu_o = & 50711399 - 0.00030863p_y + 0.01391274T_y + 0.0021141p_b \\ & -517386.806c_o - 0.03438359\rho_L + 8.50838476B_o - 1.12200247\rho_o \dots\dots\dots (62) \\ & -0.00129501R_s - 0.09231722^\circ API + 2.31070597\mu_{ob} - 0.06458929\mu_{od} \end{aligned}$$

Para probar la eficiencia de este modelo se utilizaron los 64 aceites antes mencionados, incluidos los 11 que se ajustaron con correlaciones en la primera parte de este capítulo. Se sustituyeron las propiedades de cada aceite de la base de datos y se comparó el valor de viscosidad obtenido con el reportado en su respectivo estudio pVT. Los resultados se muestran en términos del porcentaje de error en la **Figura 4.12**. Aquí se muestran los aceites que van desde 6.7 a 19.43 °API, cada punto de la gráfica representa el aceite correspondiente a cada pozo.



**Figura 4.12** Porcentaje de error para aceites de 6.7 a 19.43 °API

En la **Figura 4.12** se observa que se tiene un ajuste aceptable para la mayoría de los aceites pesados y extra pesados. Los detalles del ajuste para los aceites de los pozos analizados en la primera parte se muestran en la **Tabla 4.17**.

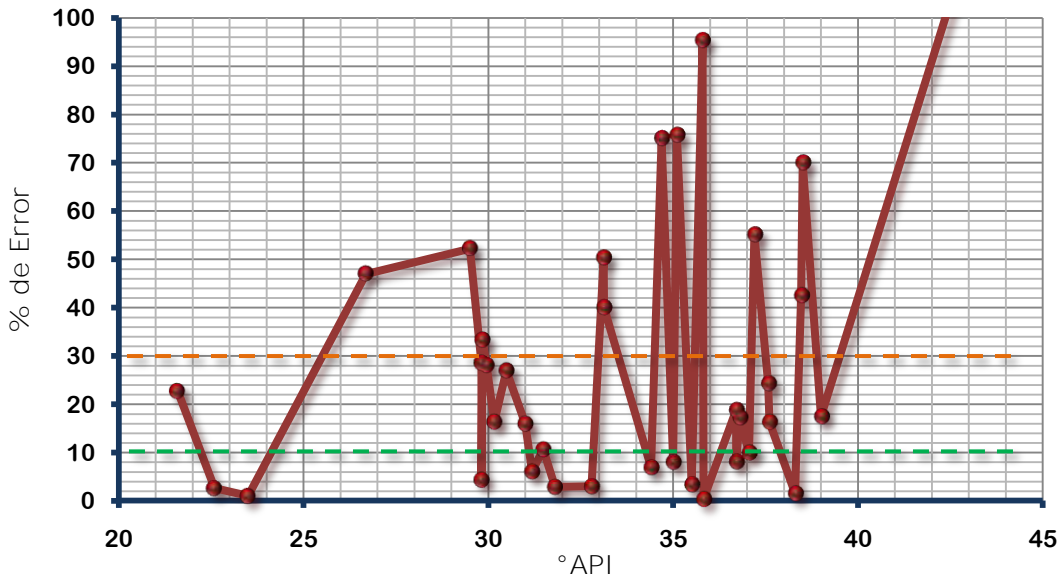
Pozo	°API	$\mu_o$ Real [cp]	$\mu_o$ Calculada [cp]	%Error
A	6.7	1660.000	2029.824	22.28
B	10.0	85.366	65.073	23.77
C	15.0	17.100	16.755	2.02
E	21.6	2.700	2.727	1.01

Para el resto de los pozos, de 28 muestras, 19 tienen un error menor al 30%, de los cuales 9 se encuentran por debajo del 10%.

En términos generales para los aceites con densidades mayores a 20 °API, los resultados no fueron buenos, ya que a excepción del aceite del pozo E, los porcentajes de error se encuentran arriba del 100%. De modo que, el proceso de regresión lineal se repitió una vez más, pero solo para los aceites medianos y ligeros, un total de 37 pozos, el modelo obtenido es la ecuación:

$$\begin{aligned} \mu_o = & -3.64707842 - 5.5283 \times 10^{-5}p_y + 0.00546491T_y - 0.00015546p_b \\ & +70.4709019c_o + 0.0004926\rho_L + 0.01994875B_o + 0.06587028\rho_o \dots\dots\dots (63) \\ & -0.00011686R_s - 0.00166887^\circ API + 0.7687854\mu_{ob} + 0.3514204\mu_{od} \end{aligned}$$

Esta ecuación se evaluó con todos los aceites, y como era de esperarse no se tiene un buen ajuste con los pesados y extra pesados, al igual que la ecuación (62), la eficiencia de este nuevo modelo se expresa en términos del porcentaje de error en la **Figura 4.13**.



**Figura 4.13** Porcentaje de error para aceites de 20 a 43.54 °API

Con éste modelo los porcentajes de error en la predicción de la viscosidad para los 7 pozos restantes queda como se muestra en la **Tabla 4.18**.

**Tabla 4.18** Pozos ajustados con el Modelo de Ecuación (63)

Pozo	°API	$\mu_o$ Real [cp]	$\mu_o$ Calculada [cp]	%Error
D	21.60	1.9500	2.3941	22.77
F	29.95	1.2672	1.6231	28.08
G	30.16	1.2473	1.4511	16.34
H	31.48	0.9594	0.8571	10.66
I	33.40	0.3640	0.4389	20.58
J	35.00	2.2496	2.0676	8.09
K	39.00	0.5806	0.4787	17.55

De estos resultados se observa una disminución considerable en los porcentajes de error, con este nuevo modelo, sin embargo, siguen siendo grandes.

Para el resto de los aceites se tiene lo siguiente: de los 37 pozos utilizados; 25 presentan errores menores al 30% y 14 se encuentran debajo del 10%.

## 5. Discusión y Análisis de Resultados

### 5.1 Correlaciones Publicadas

Se evaluaron las correlaciones publicadas en la literatura en función de error estadístico como se mostró en las **Tablas 4.12 a 4.14** del capítulo anterior. Estos resultados se muestran también en graficas de error. En la **Figura 5.1** se observa el comportamiento de las correlaciones que se ajustaron con las propiedades de los fluidos de los 11 pozos seleccionados en el capítulo 4 para el aceite muerto.

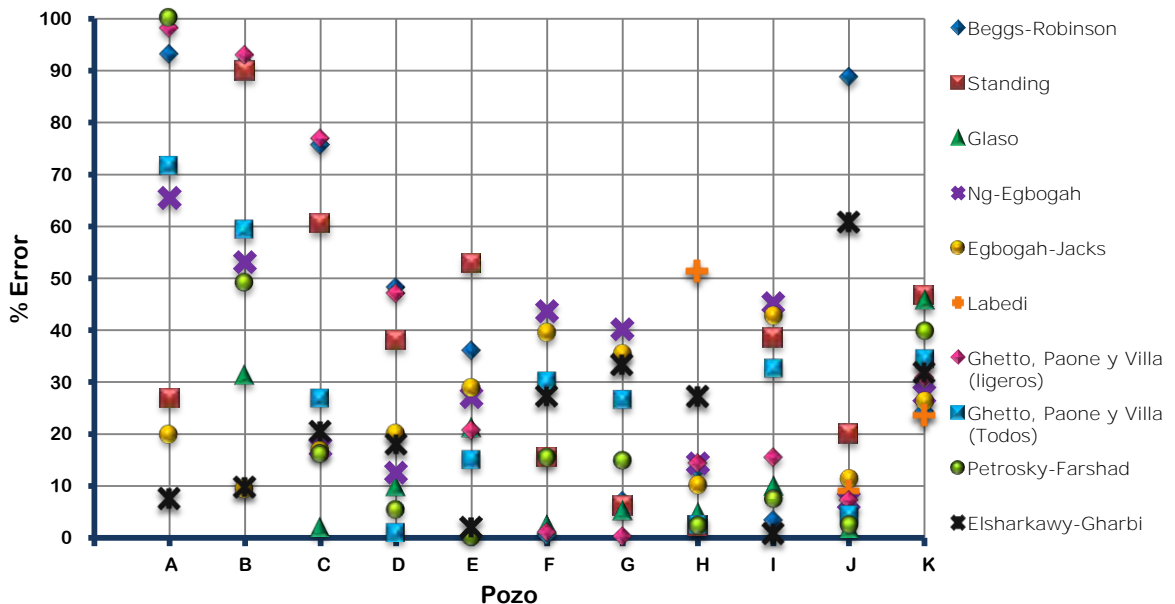
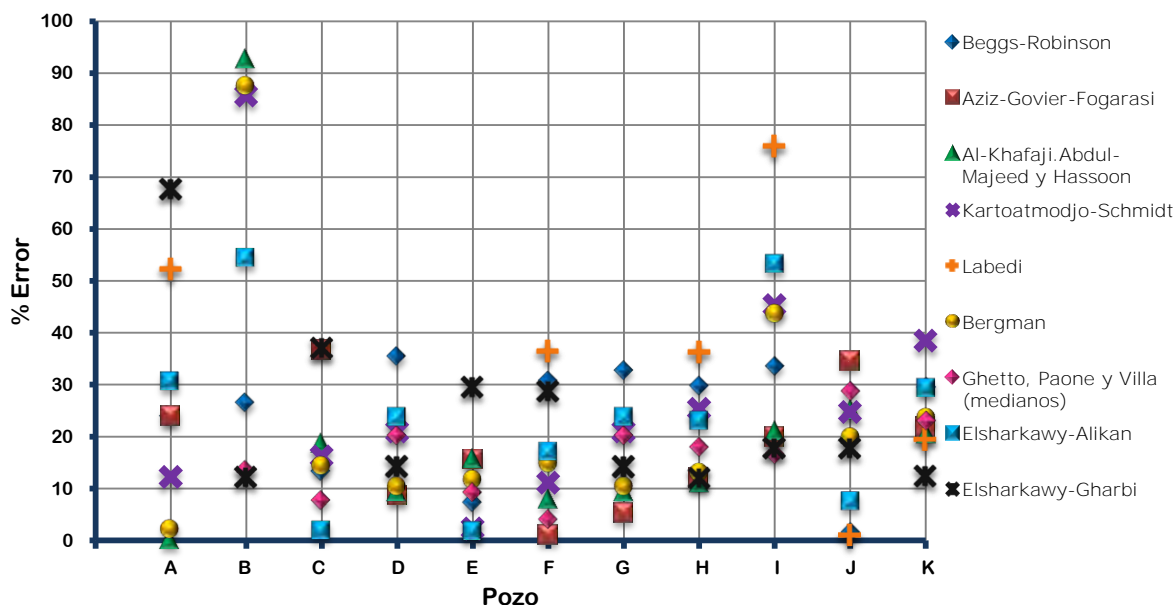


Figura 5.1 Porcentaje de Error de las Correlaciones para Aceite Muerto.

De la gráfica se puede observar que para estas condiciones no hay una correlación que nos arroje el error mínimo para cada tipo de aceite. A pesar de que el pozo B se ajustó con

Egbogah y Jacks (1998), para poder generalizar, podemos decir que la correlación que tiene un mejor desempeño en los aceites pesados es Elsharkawy y Gharbi (2001). Para los aceites medianos y los ligeros, la que presenta errores de entre 2 y 16% es Petrosky y Farshad (1995). El aceite correspondiente al pozo K (el más ligero) no dio buenos resultados en su ajuste ya que ninguna correlación proporciono un error menor al 20%, sin embargo en la gráfica es posible ver que la mayoría de las correlaciones están agrupadas entre el 20 y 50%.

En la **Figura 5.2** se tiene la gráfica de los ajustes hechos para la viscosidad a la presión de burbuja y como se observa en este caso es difícil generalizar, ya que aunque se obtuvieron buenos ajustes individualmente, todas las correlaciones tienen un comportamiento disperso, pero se puede concluir que: estadísticamente para los aceites medianos quien mejor se ajusta es Aziz, Govier y Fogarasi (1972), mientras que para los más ligeros (pozo G al K) se observa que Elsharkawy y Gharbi (2001), mantiene un error entre el 10 y el 20%



**Figura 5.2** Porcentaje de Error de las Correlaciones para Aceite en el Punto de Burbuja.

En la **Figura 5.3** se tienen los errores de ajuste para el aceite bajo saturado, en este caso se muestra una disminución general en los porcentajes de error, concluyendo lo siguiente: al igual que para el aceite muerto Elsharkawy y Gharbi (2001), funcionan bien para los aceites pesados con errores menores al 10%, para los medianos; Petrosky y Farshad (1995), y para los ligeros Labedi (1992), es la mejor opción de ajuste.



En general para las tres condiciones de viscosidad, los aceites más pesados tienen los mayores porcentajes de error, éstos disminuyen en los medianos y vuelven a tener un incremento en los ligeros. Probablemente esto se debe a que las correlaciones se desarrollaron originalmente, asumiendo que el aceite del yacimiento se comporta como un fluido Newtoniano, hecho que no siempre se cumple para sistemas de viscosidad alta.

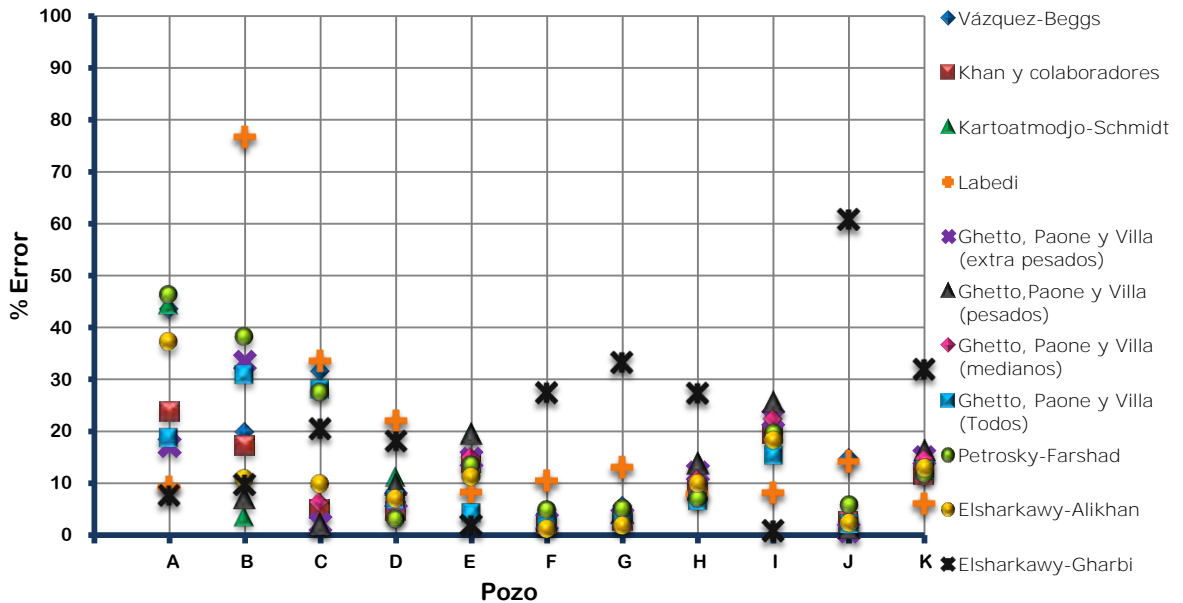


Figura 5.3 Porcentaje de Error de las Correlaciones para Aceite Bajo Saturado.

Regularmente, un aceite que tiene una viscosidad menor a 10 cp se considera como un fluido Newtoniano, de otra forma podría ser No Newtoniano. Este comportamiento No Newtoniano afecta la eficiencia del viscosímetro en el laboratorio y causa una desviación en la viscosidad medida. Aunque se trate de la misma muestra de fluido, llega a haber diferencias hasta de un 10% entre dos mediciones hechas por dos equipos diferentes y es común en altos rangos de viscosidad (Kulchanyavivat, 2005). La mayoría de los autores, no tomaron en cuenta este problema, y desarrollaron sus correlaciones usando información errónea.

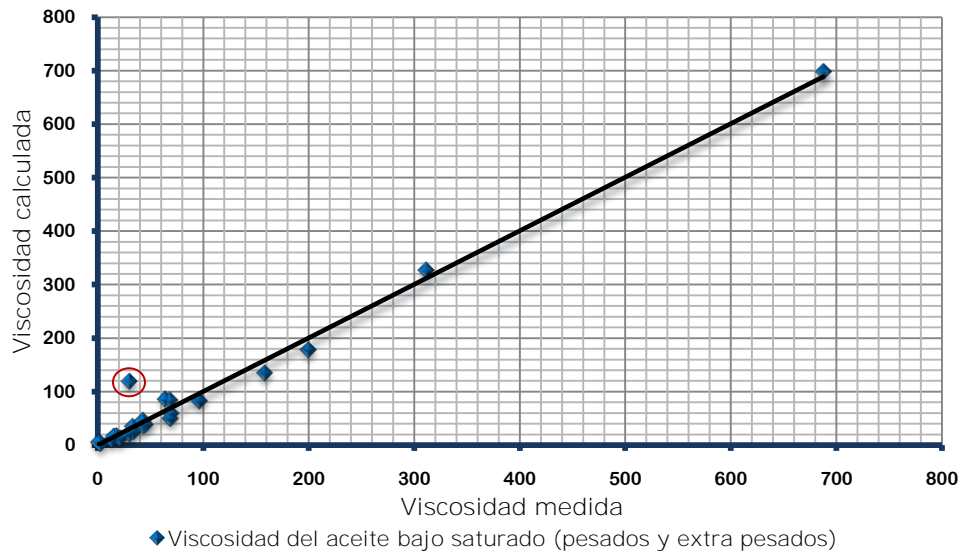
De acuerdo a los resultados obtenidos y teniendo en cuenta lo antes descrito, se puede decir que las correlaciones previamente publicadas son una buena opción de ajuste, y una vez que se determina la que representa el comportamiento del fluido en estudio, ésta nos permitirá determinar la viscosidad del aceite a una presión diferente a las reportadas en el estudio pVT.

## 5.2 Modelos de Regresión Lineal Múltiple

Primero se analizará el modelo de regresión para aceites pesados y extra pesados:

$$\begin{aligned} \mu_o = & 50711399 - 0.00030863p_y + 0.01391274T_y + 0.0021141p_b \\ & -517386.806c_o - 0.03438359\rho_L + 8.50838476B_o - 1.12200247\rho_o \dots\dots\dots (62) \\ & -0.00129501R_S - 0.09231722^\circ API + 2.31070597\mu_{ob} - 0.06458929\mu_{od} \end{aligned}$$

En la **Figura 5.4** se tiene una gráfica de viscosidad del aceite bajo saturado calculada contra la viscosidad medida. Se observa que a pesar de tener pocas mediciones para estas condiciones, es posible ver la tendencia de una recta con pendiente igual a 1, especialmente en los valores más pequeños. Esta tendencia recta con un ángulo de 45° representa en términos prácticos un ajuste aceptable.



**Figura 5.4** Viscosidad del Aceite Bajo Saturado Calculada y Medida (pesados y extra pesados)

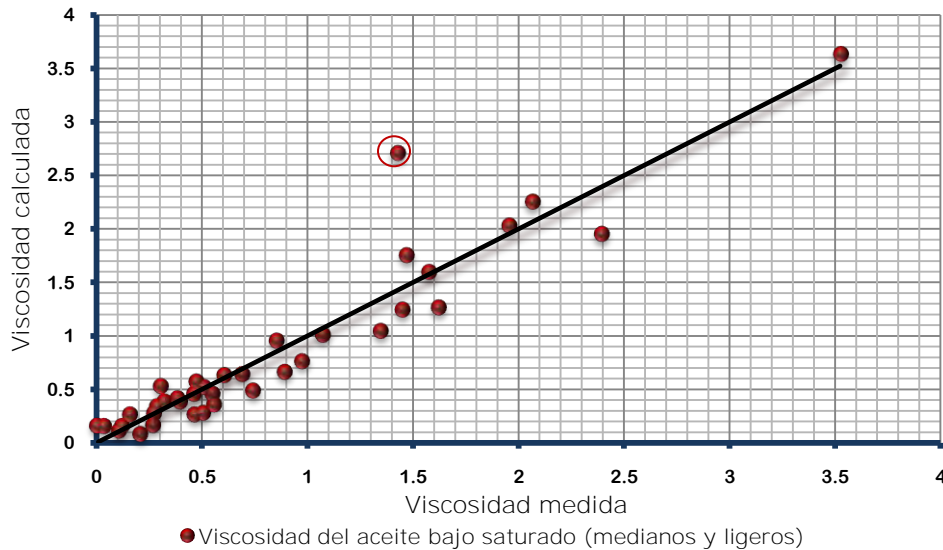
En la gráfica se puede ver un punto que se encuentra fuera de la tendencia, este punto representa un fluido con un valor de viscosidad medida, cuya magnitud es doble, que el anterior y el siguiente; aceites con sólo una diferencia de 0.34 y 0.05 °API respectivamente. Las propiedades de estos tres aceites son similares, a excepción de las presiones. La particularidad radica en que el fluido en cuestión, llega rápidamente a la presión de saturación, ya que la diferencia entre la presión de yacimiento y la de burbuja es solo de 16 kg/cm<sup>2</sup>.

Pero debido a que la viscosidad medida a presión de yacimiento, muestra una diferencia de 73.26 y 35.41 [cp] con el fluido anterior y el siguiente y las presiones de yacimiento son similares en los tres casos, probablemente se trate de un error en la medición.

Ahora analizando el modelo para aceites medianos y ligeros:

$$\begin{aligned} \mu_o = & -3.64707842 - 5.5283 \times 10^{-5} p_y + 0.00546491 T_y - 0.00015546 p_b \\ & + 70.4709019 c_o + 0.0004926 \rho_L + 0.01994875 B_o + 0.06587028 \rho_o \dots\dots\dots (63) \\ & - 0.00011686 R_s - 0.00166887 \text{°API} + 0.7687854 \mu_{ob} + 0.3514204 \mu_{od} \end{aligned}$$

Y la gráfica correspondiente a la viscosidad calculada contra medida se muestra en la **Figura 5.5**.



**Figura 5.5** Viscosidad del Aceite Bajo Saturado Calculada y Medida (medianos y ligeros).

En este caso se tienen más mediciones por lo es posible ver una mayor dispersión, sin embargo, los puntos siguen la tendencia de la recta que presenta un buen ajuste, y al igual que el caso anterior, las mejores predicciones se dan en los aceites con las viscosidades más pequeñas.

De igual forma se observa un punto que se encuentra fuera de la zona ajustada, este punto representa un aceite con una viscosidad medida de 2.7 [cp] y una viscosidad calculada de 1.43 [cp]. Nuevamente al compararlo con el anterior y el siguiente se tiene una diferencia de 3.19 °API en ambos casos, las propiedades son similares para los tres fluidos, pero el modelo funciona bien para los otros dos, de modo que una vez más, se adjudica el error a una mala medición o un mal manejo de muestras.

De las **Figuras 5.4** y **5.5** se puede concluir que ambos modelos de regresión lineal tienen un ajuste aceptable para los aceites mexicanos, pero su eficiencia depende de la calidad en las mediciones.

## Conclusiones y Recomendaciones

Con regularidad, los aceites se clasifican por su densidad en °API en: extra pesado, pesado, mediano, ligero y súper ligero, y algunas correlaciones fueron desarrolladas para cada uno de estos tipos. Su aplicación y exactitud depende del área geográfica que se trate. Para los aceites producidos en México, en la mayoría de los casos, estas correlaciones dan una buena predicción de la viscosidad, aunque no hayan sido ajustadas al tipo de aceite para el que fueron desarrolladas originalmente.

En los estudios PVT analizados se encuentra la razón por la que lo anterior ocurre; para dos aceites con diferencias de  $\pm 0.5$  °API, se tiene una diferencia en los valores de viscosidad del doble o el triple. De un análisis comparativo de las propiedades reportadas en los PVT, se puede concluir lo siguiente:

- 1) La viscosidad no siempre tiene una relación directa con la densidad en °API.
- 2) Los errores en las mediciones de viscosidad son directamente proporcionales al tipo de fluido.
- 3) De mediciones de viscosidad hechas para el mismo fluido por diferentes laboratorios, se puede tener una desviación arriba del 20%.
- 4) El aceite con una gran cantidad de gas en solución representa una fuente de error en la medición y en la predicción de la viscosidad del aceite, ya que en la realidad los tiempos de estabilización son grandes. Y para fines prácticos estos tiempos tienen que ser acortados, de modo que la medición a condiciones estándar, lleva este error implícito.

Además de afirmaciones anteriores hay otros factores ocultos que pueden ser causa de errores en la medición. Un error que puede afectar la eficiencia y comportamiento de las correlaciones, es el comportamiento No Newtoniano de los fluidos altamente viscosos.

Algunas veces los fluidos se encuentran en estado transitorio mientras cambia la presión del yacimiento y no hay viscosímetros que puedan medir la viscosidad del aceite en este estado.

Un factor a considerar es la cantidad de partículas sólidas presentes en el fluido, por ejemplo, los asfaltenos, como se mencionó en el capítulo 1, están formados de moléculas grandes que no se disuelven, y son las causantes de la alta viscosidad de los aceites pesados. Hecho que modifica substancialmente los valores en la viscosidad, por lo que según Kulchanyavivat (2005), este es un problema que la mayoría de los viscosímetros no puede manejar.


Otros factores menores que afectan la viscosidad y causa errores en las mediciones son: la temperatura, el esfuerzo de corte, tiempo, presión, condiciones de medición, composición y aditivos.

Mientras la información utilizada para correlacionar la viscosidad del aceite, provenga de mediciones erróneas, no habrá técnicas estadísticas o matemáticas que puedan crear correlaciones de alta eficiencia. De modo que, es necesario tener en cuenta que al desarrollar un modelo deben esperarse algunos errores en la información experimental y admitir la calidad de las correlaciones, si estas tienen un buen porcentaje de exactitud.

De estas conclusiones, la principal recomendación que se plantea, es el uso de las correlaciones publicadas. Pero como no es posible afirmar cuál se ajusta a los diferentes aceites producidos en México, es necesario evaluar cada una de ellas con la información de cada fluido, para así determinar la que mejor representa el comportamiento medido.

Sin duda, hacer los cálculos correspondientes a cada correlación conlleva una inversión importante de tiempo, por lo que además de este trabajo escrito, se proporciona una herramienta que simplifica todo el procedimiento; el programa de Ajuste de Viscosidades.

## A. Programa de Ajuste de Viscosidades

Para efectos prácticos se desarrolló un programa con el que se hizo el ajuste descrito en el capítulo 4, el programa se construyó en lenguaje Visual Basic 6®, por mostrar una interfaz fácil y amigable al usuario. Este se incluye dentro del CD que acompaña al trabajo escrito y se puede identificar por el icono  y el nombre **Ajuste de Viscosidades**.

### **Presentación**

Cuando se inicia la aplicación aparece una pantalla que muestra la información del programa y el objetivo de su creación, la imagen permanecerá por diez segundos antes de mostrar la siguiente pantalla.



Figura A.1 Presentación

### **Inicio**

Posterior a la presentación se muestra una pantalla donde se describe brevemente el procedimiento que sigue el programa, así como los resultados que se obtendrán de este, la pantalla de la que se habla se presenta en la **Figura A.2**.

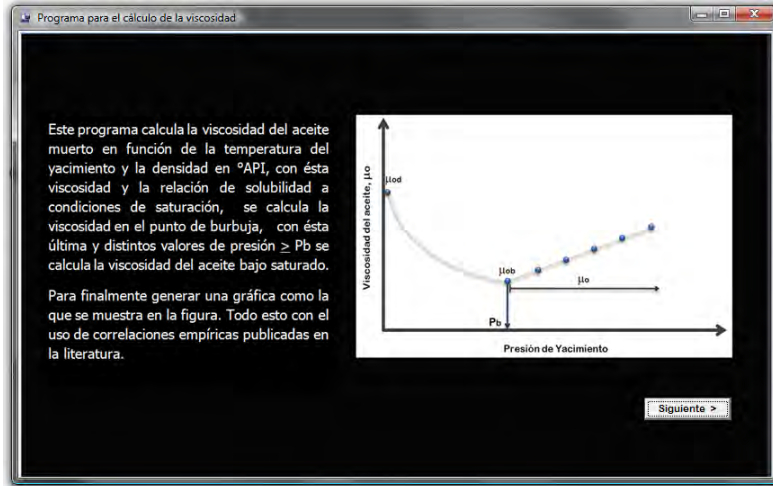


Figura A.2 Pantalla de Inicio

### Uso del Programa

Una vez que el usuario ha entendido cómo funciona el programa, se requiere dar click en el botón *siguiente*. Y a continuación se mostrará la pantalla de la **Figura A.3**.

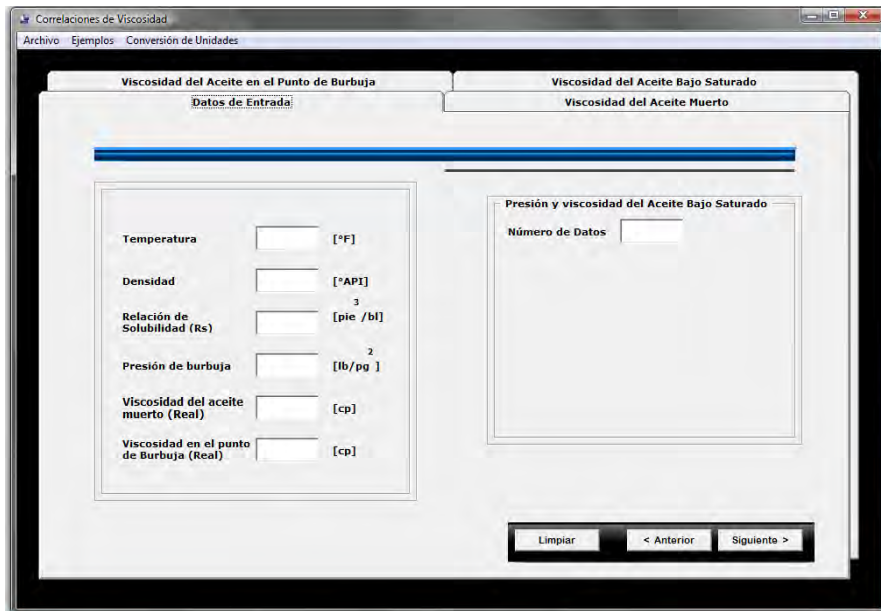

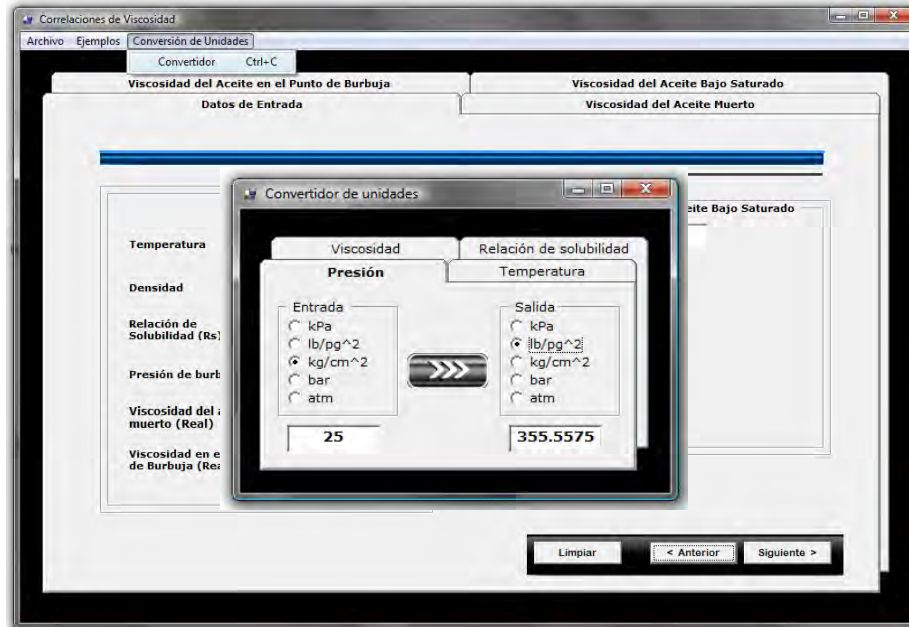


Figura A.3 Pantalla Datos de Entrada

En esta pantalla se capturan los parámetros que permitirán evaluar las correlaciones, se indica qué propiedades y en qué unidades deben ser ingresadas. En el lado derecho se introducen los valores de presión del aceite bajo saturado, el primer paso es escribir el número de mediciones que se tienen para esta etapa, en el espacio disponible junto al texto: *número de datos*, después se desplegará una tabla donde se introducirá la presión y su correspondiente valor de viscosidad.

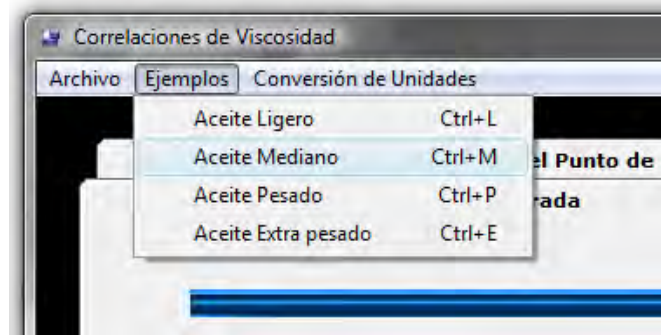


El botón limpiar permite borrar todos los valores capturados en esta pantalla. Adicionalmente, aquí se cuenta con una barra de menú, en la que se encuentra el convertidor de unidades por si el usuario lo requiere, **Figura A.4**. Para hacer una conversión solo se requiere teclear la magnitud, las unidades de origen y las que se desea obtener, posteriormente solo es necesario dar un click al botón .



**Figura A.4** Convertidor de Unidades

En la misma barra se observa el menú *Ejemplos*, si el usuario no cuenta con información de algún aceite y desea ver el funcionamiento del programa se tienen cuatro ejemplos cargados (analizados en el capítulo 4). El ejemplo *Extra Pesado* corresponde al pozo A, *Pesado* al C, *Mediano* al F y *Ligero* al J (**Figura A.5**).



**Figura A.5** Ejemplos del Programa

Una vez ingresados los datos y después de dar click al botón siguiente, se cambiará a la pestaña: *Viscosidad del Aceite Muerto* (**Figura A.6**). Aquí se mostraran todas las correlaciones analizadas en este trabajo. Al dar click en el botón *Calcular*, se obtendrá el valor de la viscosidad a estas condiciones, para cada una de las correlaciones, además se tendrá a la vista el valor medido ingresado (en color rojo), para poder compararlo con los valores calculados y así elegir la correlación que más se ajuste.

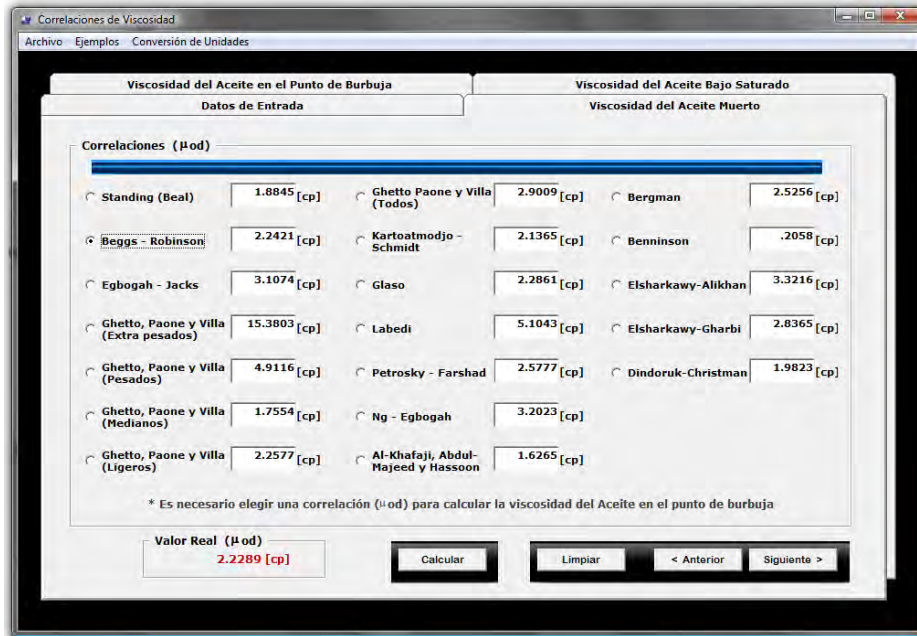


Figura A.6 Correlaciones del Aceite Muerto

Una vez seleccionada la correlación de aceite muerto que más se aproxima al valor real, y dar click al botón siguiente se cambiará a la pestaña *Viscosidad en el punto de burbuja*. Con el valor obtenido en la pestaña anterior, se calculará la viscosidad a la presión de saturación, el procedimiento es el mismo, también se mostrará la viscosidad medida (en color azul). Las correlaciones para esta condición se presentan en la **Figura A.7**.

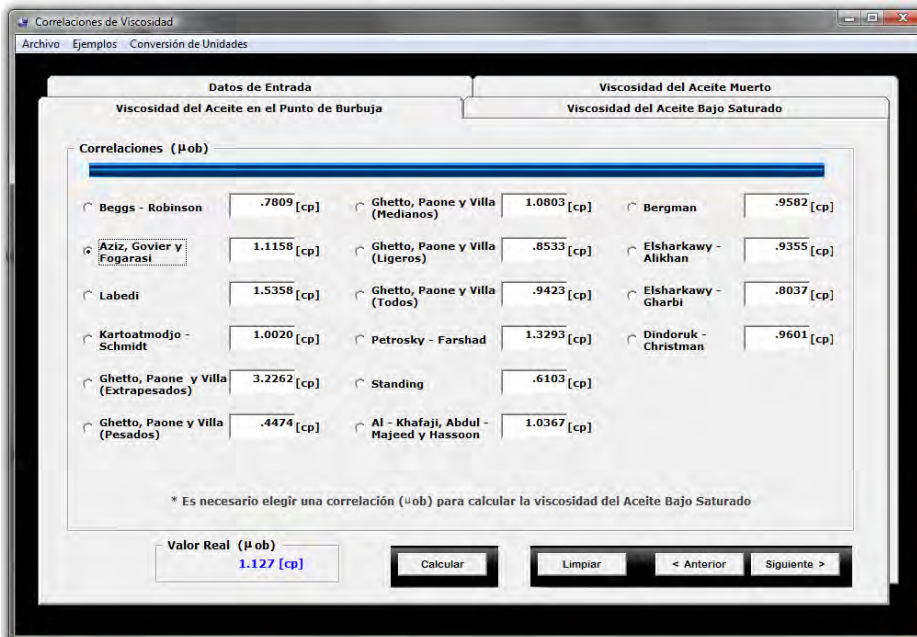
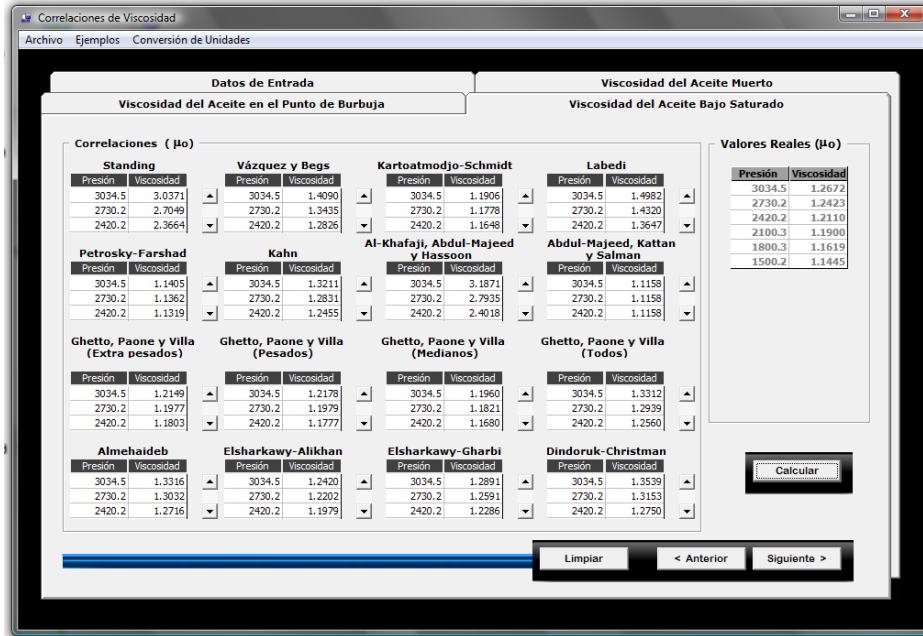


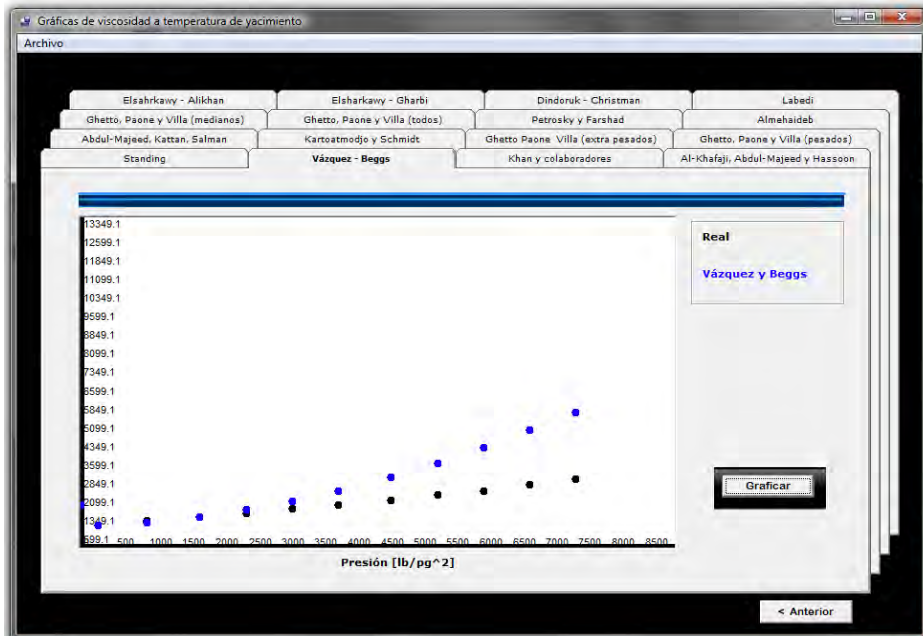
Figura A.7 Correlaciones en el Punto de Burbuja

Con la viscosidad del aceite saturado y los valores de presión ingresados en la pestaña: *Datos de Entrada*, para la etapa de bajo saturación, se calcularán sus correspondientes viscosidades, con las correlaciones que se tienen en la **Figura A.8**. De igual forma que en los casos anteriores se presentan los valores medidos para comparación.



**Figura A.8** Correlaciones para el Aceite Bajo Saturado.

Con las viscosidades medidas y las calculadas durante todo este proceso, se construirán las graficas que se presentaran después de dar click en el botón siguiente.

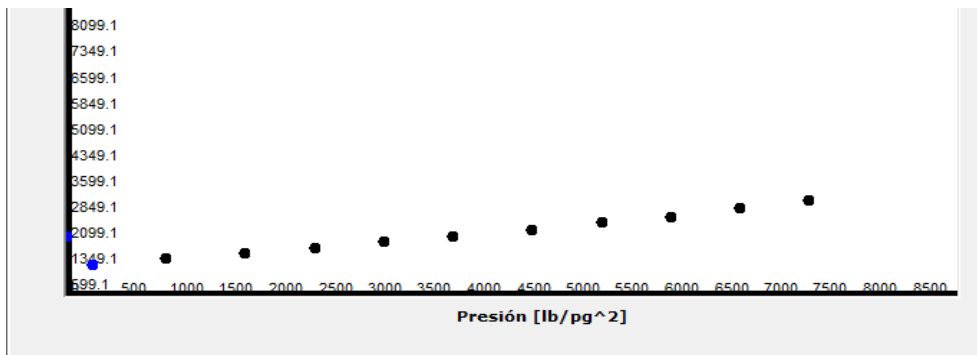


**Figura A.9** Gráficas de Viscosidad.

En la pantalla representada por la **Figura A.9** se muestran todas las correlaciones con las que se construirá la parte de bajo saturación. Para ver el ajuste obtenido con cada una de ellas, solo es necesario situarse en la pestaña deseada y dar click en el botón *Graficar*, para que la gráfica sea visible. En todos los casos aparecerán en color negro los valores de viscosidad medidos y en un color diferente los calculados.

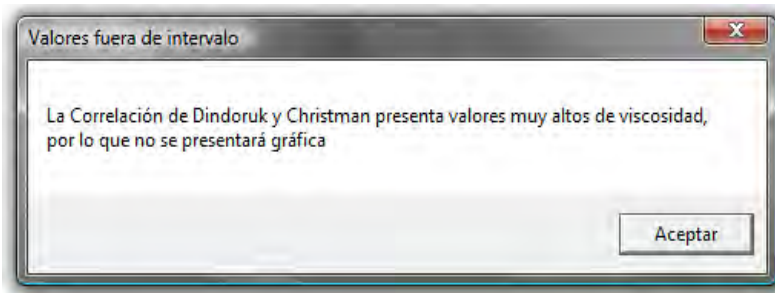
Las gráficas aparecen en forma individual, debido a que en algunos tipos de aceite, se ajusta más de una correlación y al igual que en otros programas solo se podría ver la última que se graficó.

Por otro lado, es posible que en algunas correlaciones los valores calculados sean negativos, esto depende las magnitudes de las propiedades del fluido en cuestión. Debe tenerse en cuenta que ninguna de las correlaciones aquí presentadas, fue desarrollada para aceites mexicanos. En la **Figura A.10** se muestra un ejemplo de este problema; no se podrán observar las viscosidades para el aceite bajo saturado, y solo aparecerán las del aceite estabilizado y a la presión de burbuja.



**Figura A.10** Gráfica con valores de viscosidad negativos.

Otro problema con el que usuario puede encontrarse, es que los valore calculados queden totalmente fuera de un intervalo razonable, esto puede ocurrir cuando se analizan fluidos muy pesados. En este caso se mostrará un mensaje como el que observa en la **Figura A.11**, no aparecerá la gráfica correspondiente y el programa automáticamente lo enviará a la siguiente pestaña.



**Figura A.11** Mensaje de error para valores calculados.

## B. Regresión Lineal Múltiple

En un modelo de regresión lineal simple se expresa la idea de que la media de una variable de respuesta  $Y$  depende del valor de una variable de predicción única  $X$ . En un modelo de regresión lineal múltiple, pueden usarse dos o más variable de predicción distinta. Las técnicas empleadas en ambos casos son similares y sencillas. Sin embargo, más adelante se demostrará que, salvo en casos muy sencillos, el análisis es complicado cuando se involucran de muchas variables y muchas mediciones (Milton J. S, 2004).

### B.1 Modelo de Regresión Lineal Múltiple

El modelo de regresión lineal múltiple expresa la media de la variable de respuesta  $Y$  como función de una o más variables de predicción distintas  $X_1, X_2, \dots, X_k$ . Asume la forma siguiente:

$$\mu_{Y|x_1, x_2, \dots, x_k} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k \quad \dots\dots\dots (B.1)$$

En este modelo se trata de  $k$  variables de predicción distintas, cada una de primer grado.

La aplicación del método de mínimos cuadrados a la estimación de los parámetros  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$  se efectúa al rescribir el modelo en la siguiente forma:

$$Y|_{x_1, x_2, \dots, x_k} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + E$$

Donde  $Y|_{x_1, x_2, \dots, x_k}$ , denota la variable de repuesta cuando las variables de predicción  $X_1, X_2, \dots, X_k$  asumen los valores  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , y  $E$  denota la diferencia aleatoria entre  $Y|_{x_1, x_2, \dots, x_k}$  y su valor medio. Una muestra aleatoria de tamaño  $n$  consiste en un conjunto de  $n(k+1)$ -tuplos y tiene la forma:

$$\{(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}, Y | x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}) : i = 1, 2, 3, \dots, n\}$$

Donde cada uno de los primeros  $k$  miembros de cada  $n(k+1)$ -tuplo denota un número real, y el último, una variable aleatoria. Al omitir la notación condicional, se expresa la muestra como:

$$\{(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}, Y_i) : i = 1, 2, 3, \dots, n\}$$

Donde:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + E_i$$

Se parte del supuesto de que los errores aleatorios  $E_1, E_2, \dots, E_n$ , son independientes, con media 0 y varianza común  $\sigma^2$ .

La curva de regresión estimada de  $Y$  sobre  $X_1, X_2, \dots, X_k$  es:

$$\hat{y} = \hat{\mu}_{Y|x_1, x_2, \dots, x_k} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_k x_k$$

Donde  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_k$  son los estimadores de mínimos cuadrados de  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ , respectivamente. Minimizar la suma de los cuadrados de los residuos requiere hacerlo con:

$$SEE = \sum_{i=1}^n e_i^2 + \sum_{i=1}^n [y_i - (b_0 + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + \dots + b_k x_{ki})]^2$$

Al tomar las  $k+1$  derivadas parciales, se tiene:

$$\frac{\partial SEE}{\partial b_0}, \frac{\partial SEE}{\partial b_1}, \frac{\partial SEE}{\partial b_2}, \dots, \frac{\partial SEE}{\partial b_k}$$

Y al igualarlas cada una a 0, se obtienen las ecuaciones normales que siguen:

$$\begin{aligned} b_0 n + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{ki} &= \sum_{i=1}^n y_i \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{ki} &= \sum_{i=1}^n x_{1i} y_i \\ &\vdots \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{ki}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{2i} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{ki} &= \sum_{i=1}^n x_{ki} y_i \end{aligned}$$

**(B.2) Ecuaciones normales de modelo de regresión lineal múltiple**



Estas ecuaciones se resuelven simultáneamente para  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_k$ .

En lo conceptual, es relativamente sencilla la idea de estimar un modelo de regresión lineal múltiple con el método de mínimos cuadrados. Sólo se amplían los conceptos de regresión lineal simple a un modelo más complejo.

A continuación se explica cómo expresar este modelo en una forma matricial general. Esto reduce considerablemente las dificultades de notación existentes, además de simplificar las ecuaciones relacionadas con el estudio del modelo.

### B.2 Enfoque Matricial de Mínimos Cuadrados

Con lo observado en la sección anterior, es difícil la identificación de fórmulas para los estimadores de mínimos cuadrados en modelos complejos. Para evitar estos problemas se hace uso del álgebra matricial. En resumen se hace lo siguiente:

- 1) Expresar el modelo lineal general en forma matricial.
- 2) Encontrar una expresión matricial de las ecuaciones normales de ese modelo.
- 3) Encontrar una expresión matricial de las estimaciones de mínimos cuadrados al despejar las ecuaciones normales.
- 4) Aplicar los resultados obtenidos a los modelos de regresión lineal múltiple.

El modelo de regresión general tiene la forma:

$$\mu_{Y|x_1, x_2, \dots, x_k} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k$$

Y también puede escribirse como:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + E_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

La formulación matricial del modelo se aprecia al escribir esas ecuaciones en forma expandida, como se muestra:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \beta_0 + \beta_1 x_{11} + \beta_2 x_{21} + \dots + \beta_k x_{k1} + E_1 \\ Y_2 &= \beta_0 + \beta_1 x_{12} + \beta_2 x_{22} + \dots + \beta_k x_{k2} + E_2 \\ Y_3 &= \beta_0 + \beta_1 x_{13} + \beta_2 x_{23} + \dots + \beta_k x_{k3} + E_3 \quad \dots \dots \dots (B.3) \\ &\vdots \\ Y_n &= \beta_0 + \beta_1 x_{1n} + \beta_2 x_{2n} + \dots + \beta_k x_{kn} + E_n \end{aligned}$$

Definiendo los vectores columna:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_3 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix}$$

$Y$  es el vector de respuestas,  $\beta$  es el vector de parámetros del modelo y  $E$  es el vector de errores aleatorios. También es necesario definir una matriz  $n \times (k+1)$ , denotada con  $X$ . El primer miembro de cada fila de la matriz es 1. Los elementos restantes de la  $i$ -ésima fila, para cada  $i$ , consisten en valores que asumen las  $k$  variables de predicción que originan la respuesta  $Y_i$ . En otras palabras la  $i$ -ésima fila tiene la forma:

$$1 \quad x_{1i} \quad x_{2i} \quad x_{3i} \quad \dots \quad x_{ki}$$

La matriz  $X$  está dada por:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & x_{31} & \dots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & x_{32} & \dots & x_{k2} \\ 1 & x_{13} & x_{23} & x_{33} & \dots & x_{k3} \\ & & & \vdots & & \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & x_{3n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix}$$

Se hace referencia a ésta como la *matriz de especificación del modelo*. La razón del nombre es que para cambiar de un modelo a otro basta cambiar  $X$ . En este sentido,  $X$  determina o especifica la forma precisa del modelo de estudio.

$X$  es de dimensión  $n \times (k+1)$ , y  $\beta$ , de dimensión  $(k+1) \times 1$ , de modo que  $X$  y  $\beta$  son conformables. Su producto  $X\beta$  es un vector  $n \times 1$ . Haciendo un cálculo sencillo el sistema de ecuaciones (B.3) puede expresarse en forma matricial como:

$$Y = X\beta + E \quad \dots\dots\dots (B.4)$$

**Forma matricial del modelo de regresión múltiple**

**Ecuaciones Normales**

Para encontrar la formulación matricial de las ecuaciones normales, la matriz  $X'X$ , donde  $X'$  denota la transpuesta de la matriz de especificación del modelo:

$$X'X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2n} \\ & & \vdots & & \\ x_{k1} & x_{k2} & x_{k3} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \dots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \dots & x_{k2} \\ 1 & x_{13} & x_{23} & \dots & x_{k3} \\ & & \vdots & & \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix}$$



$$X'X = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_{1i} & \sum_{i=1}^n x_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{ki} \\ \sum_{i=1}^n x_{1i} & \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{ki} \\ \sum_{i=1}^n x_{2i} & \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} & \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{2i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_{ki} & \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{1i} & \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{ki}^2 \end{bmatrix}$$

Considerando también el vector  $X'y$ , de la forma:

$$X'y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k1} & x_{k2} & x_{k3} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$$X'y = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{1i} y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{2i} y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_{ki} y_i \end{bmatrix}$$

Y  $b$  denota el vector de los parámetros del modelo estimado, entonces:

$$b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix}$$

Haciendo un cálculo matricial rápido permiten que las ecuaciones del sistema (B.2), correspondientes al modelo lineal general están dadas, en notación matricial por:

$$(X'X)b = X'y \quad \dots\dots\dots (B.5)$$

**Forma matricial de las ecuaciones normales**

**Solución de las Ecuaciones Normales**

Para encontrar la formulación matricial de las estimaciones de mínimos cuadrados de  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ , se resuelve el sistema:

$$(X'X)b = X'y$$

Se sabe que si las columnas de  $X$  son linealmente independientes, es decir, que ninguna de esas columnas puede expresarse como una combinación lineal de las demás, entonces  $X'X$  tiene inversa, que se denota con  $(X'X)^{-1}$ . Resolver las ecuaciones normales para  $b$  requiere multiplicar ambos miembros de la ecuación:

$$(X'X)b = X'y$$

Por  $(X'X)^{-1}$  para obtener:

$$b = (X'X)^{-1}X'y$$

En teoría, para encontrar las estimaciones de mínimos cuadrados de los parámetros del modelo basta calcular:

$$\hat{\beta} = b = (X'X)^{-1}X'y \quad \dots\dots\dots (B.6)$$

**Estimación de mínimos cuadrados de  $\beta$**

**B.3 Regresión Lineal Múltiple Aplicada al cálculo de Viscosidad de Mezclas de Hidrocarburos.**

En esta sección se mostrará el procedimiento seguido para construir el modelo de viscosidad, este procedimiento se utilizó para los tres modelos presentados en el capítulo 4, por lo que solo se mostrara el modelo de aceites medianos y ligeros (Ecuación 63). Como se trata varios cálculos, solo se mostraran las matrices planteadas y el resultado obtenido.

Para este modelo, se utilizaron las propiedades de los fluidos de 37 estudios pVT, estos estudios se ordenaron según la densidad en °API de cada uno de los aceites, en orden ascendente. Y las variables de las que depende el modelo se establecieron de acuerdo a lo expresado en la **Tabla 4.16** del capítulo 4.

Para determinar los coeficientes de la ecuación que representará la viscosidad, se utilizará la estimación de mínimos cuadrados para resolver las ecuaciones normales:

$$\hat{\beta} = b = (X'X)^{-1}X'y$$

Con la base de datos ordenada, la matriz  $X$  se definió como se observa en la **Tabla B.1**.

		X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	X <sub>9</sub>	X <sub>10</sub>	X <sub>11</sub>
Pozo		P <sub>y</sub>	T <sub>y</sub>	Pb @T <sub>y</sub>	Co@T <sub>y</sub>	ρ <sub>L</sub>	Bo @ Pb	ρ <sub>o</sub> @60 °F	Rs @Pb	°API	μ <sub>o</sub> @Pb	μ <sub>o</sub> @Patm
1	1	4122.95	241.00	2653.88	1.04E-05	47.41	1.4457	57.70	600.86	21.60	1.7800	7.0800
2	1	2406.17	163.58	2388.96	8.04E-06	49.68	1.3157	57.33	454.01	22.59	3.0700	19.4700
3	1	6278.70	195.26	2664.40	1.15E-05	46.88	1.4880	56.93	659.60	23.50	1.2140	8.5130
4	1	5882.81	284.00	1976.58	1.46E-06	45.08	1.5151	55.84	768.59	26.69	0.6070	2.7050
5	1	4529.93	260.60	4390.97	2.33E-05	37.86	1.9480	54.86	1985.81	29.50	0.3490	1.6400
6	1	3752.66	176.00	2235.38	7.59E-08	47.68	1.2722	54.76	477.32	29.81	1.2118	3.0510
7	1	11192.28	305.60	1731.43	1.34E-05	39.85	1.2143	47.37	456.48	29.81	0.4990	0.8560
8	1	3745.55	186.80	1909.75	8.86E-08	47.36	1.2797	54.75	443.62	29.84	0.5624	1.1100
9	1	4076.87	217.40	1274.82	8.72E-08	46.46	1.3002	54.71	356.87	29.95	1.1270	2.2289
10	1	3649.28	199.40	1459.68	7.67E-08	46.89	1.3042	54.64	439.13	30.16	1.0464	2.4494
11	1	4773.65	215.60	2680.47	1.40E-07	43.36	1.5047	54.53	779.43	30.49	0.7000	2.5000
12	1	3500.96	170.60	2199.83	9.70E-08	47.07	1.2695	54.36	444.75	31.00	1.3998	3.4497
13	1	4940.03	208.40	2673.36	1.17E-05	43.39	1.5287	54.30	871.53	31.18	0.8550	3.9820
14	1	3118.45	161.60	2999.42	1.34E-07	45.00	1.4095	54.20	779.32	31.48	0.8693	3.2605
15	1	4409.62	199.40	3597.66	1.71E-05	41.43	1.6451	54.09	1138.26	31.80	0.4900	1.9000
16	1	15624.94	312.80	3111.34	1.77E-05	26.00	2.4320	53.09	1308.68	32.79	0.2368	0.8445
17	1	12482.32	318.20	2094.46	1.48E-05	39.87	1.5382	52.73	722.32	33.12	0.3420	0.6130
18	1	6889.59	266.00	5318.28	3.01E-05	35.68	2.1320	53.66	1684.65	33.13	0.2390	1.0600
19	1	15642.00	311.00	1834.38	6.00E-06	46.57	1.7270	54.75	534.03	34.40	0.2700	1.1600
20	1	11365.34	318.74	5048.10	4.47E-05	31.30	2.4710	53.15	2486.45	34.69	0.1578	0.5200
21	1	763.61	110.48	449.35	5.59E-06	48.88	1.0950	52.71	87.52	35.00	2.1440	3.5571
22	1	5406.44	257.00	4560.35	2.45E-07	34.62	2.2596	53.03	2036.74	35.10	0.2655	8.4850
23	1	763.61	108.68	449.92	6.09E-07	51.40	1.0547	53.05	162.85	35.50	1.9809	3.8715
24	1	10110.42	298.40	4806.36	3.03E-05	32.09	2.4320	52.80	2462.89	35.79	0.1520	0.4800
25	1	3493.85	204.80	3384.36	1.87E-07	39.90	1.6856	52.80	1161.29	35.82	0.4300	1.4000
26	1	15642.00	311.00	1894.10	5.24E-06	42.17	1.3040	52.52	644.10	36.70	0.3290	1.0600
27	1	3411.52	168.19	2897.89	1.44E-05	42.33	1.5350	52.63	947.67	36.70	0.4000	2.9000
28	1	3522.01	167.10	2996.01	1.53E-05	52.50	1.5700	52.47	1047.68	36.80	0.3780	2.8410
29	1	10868.35	325.40	4692.60	4.21E-05	28.94	2.5320	52.41	2076.79	37.05	0.1149	0.2550
30	1	3440.19	194.54	2743.36	2.77E-05	39.58	1.7120	52.31	1212.95	37.20	0.1700	1.2840
31	1	10631.73	321.80	4834.80	4.25E-05	30.95	2.2770	52.25	1909.63	37.57	0.1560	0.4500
32	1	3281.23	193.82	2880.32	1.61E-05	38.89	1.7110	52.19	1237.09	37.60	0.2270	1.4060
33	1	2927.31	180.50	2804.34	3.29E-05	41.26	1.6160	52.00	1031.01	38.30	0.4150	1.2500
34	1	3331.18	162.86	3161.25	9.87E-06	39.57	1.5177	51.87	1031.17	38.46	0.5320	1.4600
35	1	2602.39	185.36	2073.51	1.59E-05	42.14	1.4440	51.94	791.79	38.50	0.2670	1.3870
36	1	3792.47	176.00	3249.27	8.79E-08	40.72	1.5975	51.78	1099.51	39.00	0.5113	6.1627
37	1	4099.63	359.49	5525.75	4.27E-05	29.27	3.3816	51.11	4268.90	43.54	0.0900	0.9080

Tabla B.1 Matriz X

Una parte de la matriz transpuesta  $X'$  se presenta por:

1	2	3	4	5	6	...	33	34	35	36	37
1	1	1	1	1	1	...	1	1	1	1	1
4122.95	2406.17	6268.7	5882.81	4529.23	3752.66	...	2927.31	3331.18	2602.39	3792.47	4099.63
241	163.58	195.26	284	260.6	176	...	180.5	162.86	185.36	176	359.49
2653.88	2388.96	2664.4	1976.58	4390.97	2235.28	...	2804.34	3161.25	2073.51	3249.27	5525.75
1.04E-05	8.04E-06	1.15E-05	1.46E-06	2.33E-05	7.59E-08	...	3.29E-05	9.87E-06	1.59E-05	8.79E-08	4.27E-05
47.41	49.68	46.88	45.08	37.86	47.68	...	41.26	39.57	42.14	40.72	29.27
1.4457	1.3157	1.488	1.5151	1.948	1.2722	...	1.616	1.5177	1.444	1.5975	3.3816
57.7	57.33	56.93	55.84	54.86	54.76	...	52	52.87	51.94	51.78	51.11
600.86	454.01	659.6	768.59	1985.81	477.32	...	1031.01	1031.17	791.79	1099.51	4268.9
21.6	22.59	23.5	26.69	29.5	29.81	...	38.3	38.46	38.5	39	43.54
1.78	3.07	1.214	0.607	0.349	1.2118	...	0.415	0.532	0.267	0.5113	0.09
7.08	19.47	8.513	2.705	1.64	3.051	...	1.25	1.46	1.387	6.1627	0.908

El siguiente paso es tener el producto  $X'X$  que está representado por la matriz:

37	220472.03	8437.397	107646.71	0.0005126	1530.036	62.4655	1977.62	40601.3	1232.16	25.5889	107.5503
220461.3	1.935E+09	58349051	682970067	3.705358	8611939.7	399419.5	11731133	266005041	7383412	106802.99	463974.5
8437.4	58351192	2083385.6	26163482	0.1351524	337610.3	15064.23	450050.5	10432884	282361.4	4927.4802	21456.85
107646.6	682999247	26163457	371929139	1.9486247	4216177.5	201274.5	5740933	151478637	3654664	57400.903	288209.3
0.000513	3.7054881	0.1351525	1.9486246	1.421E-08	0.0188163	0.001053	0.027082	0.8700774	0.018063	0.0001951	0.000883
1530.03	8612544	337610.63	4216177.3	0.0188165	64859.277	2481.557	81974.82	1523893.4	50425.54	1163.7969	4786.739
62.4655	399435.69	15064.227	201274.67	0.0010525	2481.5611	114.2039	3331.026	82361.804	2117.678	36.430435	165.1418
1978.62	11735132	450214.03	5744108.1	0.027092	82014.724	3332.546	105881.3	2155146.2	65654.95	1392.0276	5875.948
40601.29	266012869	10432885	151478652	0.8700773	1523896.1	82361.78	2154118	68652060	1421322	17055.195	91827.41
1232.16	7383667.3	282361.31	3654668	0.0180626	50425.744	2117.678	65616.55	1421322.4	41863.71	783.69336	3256.305
25.5889	106815.38	4927.4756	57401.05	0.0001951	1163.8174	36.43043	1391.485	17055.191	783.6934	33.584742	135.8964
107.5503	464060.78	21456.827	288209.68	0.0008834	4786.8412	165.1418	5874.464	91827.464	3256.305	135.89637	753.7485

La técnica de regresión lineal múltiple mediante la formulación matricial, ciertamente resulta fácil de entender, sin embargo, la parte compleja, radica en aplicar el álgebra de matrices. Por lo que para obtener la matriz inversa  $(X'X)^{-1}$ , se recomienda el uso de la computadora.

La matriz  $(X'X)^{-1}$  calculada, está dada por:

1.041E+02	2.636E-04	-4.128E-02	-6.294E-04	-2.243E+04	1.954E-02	2.821E+00	-1.475E+00	1.965E-03	-6.721E-01	-6.980E-01	-2.905E-02
2.536E-04	1.247E-08	-8.256E-07	-1.064E-08	-1.583E-01	5.303E-07	-4.928E-05	-5.864E-07	8.411E-08	-3.117E-06	1.275E-06	-1.117E-06
-4.030E-02	-8.266E-07	8.065E-05	1.451E-06	-1.356E+00	1.192E-05	1.680E-04	2.281E-04	-5.637E-06	4.454E-04	1.140E-03	7.647E-05
-7.007E-04	-1.057E-08	1.453E-06	1.702E-07	-2.458E+00	8.906E-06	1.008E-04	-1.359E-05	-2.604E-07	1.171E-05	1.334E-04	-1.266E-05
-1.919E+04	-1.616E-01	-1.430E+00	-2.455E+00	4.163E+08	-1.781E+01	-3.790E+03	5.849E+02	-3.526E-01	-2.531E+01	-3.982E+03	5.833E+02
3.737E-02	5.774E-07	5.187E-06	9.361E-06	-3.832E+01	4.740E-03	6.478E-02	-6.009E-03	-2.197E-05	-8.095E-04	1.334E-03	-8.844E-04
3.257E+00	-4.806E-05	-2.668E-06	1.125E-04	-4.316E+03	6.466E-02	3.113E+00	-1.576E-01	-1.460E-03	-3.238E-02	-2.148E-02	-1.579E-02
-1.491E+00	-8.022E-07	2.510E-04	-1.522E-05	6.592E+02	-5.701E-03	-1.501E-01	3.078E-02	4.543E-05	8.085E-03	-8.896E-03	1.482E-03
1.856E-03	8.374E-08	-5.590E-06	-2.638E-07	-2.002E-01	-2.185E-05	-1.458E-03	4.723E-05	1.365E-06	-2.741E-05	-8.876E-05	2.016E-06
-6.877E-01	-3.177E-06	4.532E-04	1.116E-05	-8.914E-01	-7.732E-04	-3.161E-02	8.324E-03	-2.751E-05	6.854E-03	1.496E-02	9.041E-04
-7.931E-01	1.307E-06	1.148E-03	1.328E-04	-3.959E+03	8.585E-04	-3.387E-02	-6.825E-03	-8.500E-05	1.557E-02	3.643E-01	-3.385E-02
-1.880E-02	-1.124E-06	7.589E-05	-1.263E-05	5.820E+02	-8.278E-04	-1.431E-02	1.254E-03	1.575E-06	8.335E-04	-3.389E-02	7.621E-03

Por otro lado, para encontrar el producto  $X'y$  basta multiplicar la matriz por el vector  $y$ , que representa los valores medidos de viscosidad para el aceite bajo saturado, el resultado es:

31.2
141872.6
6293.5
69648.5
0.0
1416.5
44.8
1700.9
20974.9
944.4
39.0
162.0

Finalmente la matriz de coeficientes  $\hat{\beta}$ , resultado del producto:  $(X'X)^{-1}X'y$ , es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} -3.6470784 \\ -0.0000553 \\ 0.0054649 \\ -0.0001555 \\ 70.4709019 \\ 0.0004926 \\ 0.0199488 \\ 0.0658703 \\ -0.0001169 \\ -0.0016689 \\ 0.7687854 \\ 0.0351420 \end{bmatrix}$$

El modelo formado por esta matriz de coeficientes se encuentra representado por la ecuación:

$$\begin{aligned} \mu_o = & -3.64707842 - 5.5283 \times 10^{-5}p_y + 0.00546491T_y - 0.00015546p_b \\ & + 70.4709019c_o + 0.0004926\rho_L + 0.01994875B_o + 0.06587028\rho_o \dots\dots\dots (63) \\ & - 0.00011686R_S - 0.00166887^\circ API + 0.7687854\mu_{ob} + 0.3514204\mu_{od} \end{aligned}$$

## Referencias

- 1) **Al-Maamari R. S, Houache O, Abdul-Wahab S. A.** "New Correlating Parameter for the Viscosity of Heavy Crude Oils" *Energy & Fuels* (2006), 20, 2586-2592.
- 2) **Bennison Trevor G.** "Prediction of Heavy Oil Viscosity", AEA Technology plc, Presented at the IBC Heavy Oil Field Development Conference, London 1998.
- 3) **Bird Byron R., Stewart Warren E., Lightfoot Edwin N.** "Transport Phenomena", Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- 4) **Cosentino Luca,** "Integrated Reservoir Studies", Institut Francais du Pétrole Publications, Editions Technip, 2001.
- 5) **Dake L. P.** "Fundamentals of Reservoir Engineering", Developments in Petroleum Science 8, Shell, Learning and Development, 1998.
- 6) **Danesh Ali,** "PVT and Phase Behaviour of Petroleum Reservoir Fluids", Elsevier Science B. V, 1998.
- 7) **De Ghetto G, Paone F, Villa M.** "Pressure-Volume-Temperature Correlations for Heavy and Extra Heavy Oils", SPE 30316, 1995.
- 8) **De Ghetto G, Paone F, Villa M.** "Reliability Analysis on pVT Correlations", SPE 28904, 1994.
- 9) **Elsharkawy Adel M, Hassan Suad A, Hashim Yousef S. Kh, Fahim Mohamed A.** "Compositional Model for Calculating the Viscosity of Crude Oils", Petroleum

- Engineering and Chemical Engineering Departments, Kuwait University, 42, 4132-4142, 2003.
- 10) **Gabito J, Barrufet M**, "*Experimental and Theoretical Determination of Heavy Oil Viscosity under Reservoir Conditions*", Texas A&M University, Petroleum Engineering Department, 2003.
  - 11) **Grosso J. L, Rodriguez L, Leal G, Afanador E, Guzman E, Barrero R**. "*Rheologic Behavior of Asphaltene/Heavy Crude Oil Mixtures*", ECOPETROL - Instituto Colombiano del Petróleo.
  - 12) **Hinkle Amy, Shin Eun-Jae, Liveratore Matthew W, Herring Andrew M, Batzle Mike**, "*Correlating the Chemical and Physical properties of a set of Heavy Oils from Around the World*", Fuel 87, 3065-3070, 2008.
  - 13) **Kulchanyavivat Sawn**, "*The Effective Approach for Predicting Viscosity of Saturated and Undersaturated Reservoir Oil*", Texas A&M University, 2005.
  - 14) **McCain William D. Jr.** "*The Properties of Petroleum Fluids*", Second Edition, Penn Well Books, 1990.
  - 15) **Mekawy M, Afifi H, El-Nagar Kh.** "*Comparision between different Methods for Viscosity Measurements*", National Institue for Standard. Egypt.
  - 16) **Milton J. S, Arnold J. C.** "*Probabilidad y Estadística con Aplicaciones para Ingeniería y Ciencias Computacionales*", Cuarta Edición, McGraw-Hill Interamericana, 2004.
  - 17) **Pierre C, Barré L, Pina A, Moan M.** "*Composition and Heavy Oil Rheology*", Oil & Gas Science and Technology-Rev. IFP, Vol. 59, No. 5, pp 489-501, 2004.
  - 18) **R. Bucarelly C. M.** "*Visual Basic 6.0 Orientado a Bases de Datos*", Grupo Experto Bucarelly, Segunda Edición, 2008.
  - 19) **Sabido Alcántara J. C.** "*Programación Avanzada para Ingenieros Petroleros*", Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2007.
  - 20) **Tarek Ahmed**, "*Reservoir Engineering Handbook*", Gulf Publishing Company, 2000.
  - 21) **Villamar Vigueras M. J.** "*Caracterización Estática de Yacimientos*", Apuntes de Clase, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2008.



- 22) **Wilson R. V.** *"Propiedades de los Fluidos Petroleros"*, Apuntes de Clase, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2006.
- 23) **Zhao Li Xin, Wu Yan, Guo Xu Qiang, Yang Lan Ying,** *"New Compositional Correlation for Calculating the Viscosity of Crude Oils"*, Department of Geoscience and Information, Stalte Key Laboratory of Heavy Oil Processing, China University of Petroleum, Beijing, 2007.

