



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE ESTUDIOS PROFESIONALES ARAGÓN**

**“ANÁLISIS Y DISEÑO DE ARCOS PARA  
PUENTES PEATONALES LIGEROS”**

**T E S I S**

**PARA OBTENER EL TÍTULO DE :**

**INGENIERO CIVIL**

**P R E S E N T A :**

**ALVARO MOTA ROBLES**

**ASESOR:**

**DR. DANIEL VELÁZQUEZ VÁZQUEZ**



**MÉXICO**

**2009**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# AGRADECIMIENTOS

En primer lugar deseo expresar mi agradecimiento a mis padres, por confiar en mi y darme la libertad de elegir mi propio camino. A mi madre Ángela Robles por todos su sacrificio, por enseñarme que en la vida hay que ser honestos, responsables, agradecidos y sobre todo gracias por tu amor y comprensión.

A mis hermanos que siempre confiaron en mí, siempre apoyándome sin cuestionarme nada. Gracias (Rogelio, Laura, Mari, Fernando y Blanca).

A mis amigos que han estado en los momentos buenos y malos, que saben mas cosas de mi que mi familia y se que puedo confiar en ustedes. (Raúl, José, Víctor, Juan, Samuel, Carlos, Gustavo y Luis).

A mi asesor de tesis Dr. Daniel Velázquez Vázquez. Por la dedicación y apoyo que ha brindado a este trabajo, por el respeto y la libertad que dio al mismo, y por las facilidades que brindo para que este trabajo fuese expuesto lo mas rápido posible, y sobre todo gracias por portarse siempre como un amigo.

Al Ing. Manuel Martínez Ortiz. Por su apoyo desinteresado, por sus consejos de vida, por ser un maestro diferente, puedo decir que a influido en mi forma de pensar, y en mi forma de ver la vida, le agradezco que se allá preocupado por acelerar mi proceso de titulación y por haberme dado la oportunidad de dar clases en la universidad. Gracias por ser un amigo.

A Lulú. Por ser parte de mi vida durante esta etapa donde elabore la tesis, agradezco por que encontré el amor contigo y porque has logrado entrar en mi mundo que tenia cerrado, gracias por hacerme una mejor persona.

Gracias a mis profesores y a todas las personas que de alguna forma han intervenido en mi vida para que el día de mi titulación haya llegado.

Y sobre todo gracias a Dios por que me ha rodeado de personas valiosas y me ha dado una vida placentera.

Gracias a todos

# Índice.

<b>Introducción</b>	1
<b>Capítulo I</b>	
<b>Tipos de puentes</b>	
<b>Objetivo</b>	3
I.1 Puente definición	3
I.2 Clasificación	3
I.3 Composición de un puente	4
I.3.1 Superestructura	4
I.3.2 Intraestructura	6
I.3.3 Tableros de concreto	9
I.3.4 Tableros metálicos	12
I.3.4.1 Puentes de fundición	13
I.3.4.2 Puentes de hierro forjado	13
I.3.4.3 Puentes de acero	14
I.3.4.4 Puentes con tablero móvil	16
I.3.4.5 Puentes de elevación vertical	16
I.3.4.6 Puentes giratorios	18
I.3.4.7 Puentes basculantes	19
I.3.4.8 Puente transbordador	20
<b>Capítulo II</b>	
<b>Puentes en arco.</b>	
<b>Objetivo</b>	24
II.1 Arco	24
II.1.1 Arcos con tablero superior	29
II.1.2 Arcos con tablero inferior	29
II.1.3 Arcos con tablero intermedio	29
II.2 Imágenes de puentes en arco	31
II.3 Procedimientos de construcción	39
<b>Capítulo III</b>	
<b>Análisis y diseño de arcos.</b>	
<b>Objetivo</b>	51
III.1 Análisis estático de arcos poligonales	51
III.1.1 Análisis general	51
III.1.2 Arco poligonal en equilibrio	56
III.2 Análisis estático de arcos continuos triarticulados	58
III.2.1 Distribución horizontal uniforme de carga	59
III.3 Arco semicircular	63
III.3.1 Arco en equilibrio	65
III.3.2 Distribución uniforme de carga sobre el eje del arco	66
III.4 Arco parabólico	70

III.4.1 Arco en equilibrio . . . . .	72
--------------------------------------	----

**Capitulo IV**

**Resultados**

<b>Objetivo</b> . . . . .	76
IV.1 Primer diseño primer caso . . . . .	76
IV.1.1 Primer diseño segundo caso . . . . .	81
IV.1.2 Primer diseño tercer caso . . . . .	86
IV.2 Segundo diseño primer caso . . . . .	91
IV.2.1 Segundo diseño segundo caso . . . . .	96
IV.2.2 Segundo diseño tercer caso . . . . .	101
IV.3 Tercer diseño primer caso . . . . .	106
IV.3.1 Tercer diseño segundo caso . . . . .	111
IV.3.2 Tercer diseño tercer caso . . . . .	116

<b>Conclusiones</b> . . . . .	121
-------------------------------	-----

<b>Bibliografía</b> . . . . .	122
-------------------------------	-----

## INTRODUCCIÓN

El arco es un elemento estructural en la arquitectura y en la ingeniería civil, que lleva a cabo como funciones cubrir claros, soportar cargas, así como constituir un elemento estético. Una amplia gama de formas geométricas de arcos han sido construidos desde la antigüedad. Los romanos usaron el arco semicircular en puentes, acueductos y arquitectura de gran escala; este tipo de arco consistía en la unión de bloques de tabique o piedra, dispuestos en forma circular. En estas estructuras los bloques se mantenían en su posición debido a su geometría y a la fuerza de compresión que actúa a lo largo del eje del arco. Los principios geométricos jugaron un papel muy importante en el diseño de arcos estructurales a través de la historia, especialmente en tiempos anteriores al conocimiento de las leyes físicas. Otros diseños de arcos han pasado a la historia, los que fueron concebidos más por su forma estética que por su funcionalidad.

Tal es el caso del arco de herradura en las mezquitas árabes, el arco gótico de la Edad Media, así como el *arco falso* en los templos mayas. Además de estas formas continuas, se han diseñado arcos en forma de estructuras poligonales, cuya construcción en algunos casos ofrece ventajas prácticas.

Los arcos modernos son hechos de acero, concreto y madera laminada y se construyen en una variedad de combinaciones de elementos estructurales, donde algunos de estos elementos trabajan a compresión y otros a tensión.

Dentro de los campos de la ingeniería civil y de materiales, el diseño de estructuras en arco en una dimensión o eje curvo (o bien cascarones en dos dimensiones), encierra un gran interés, tanto por sus aplicaciones, como por el análisis teórico del equilibrio y la estabilidad de este tipo de estructuras. En la literatura sobre el campo encontramos que existen, estructuras hiperestáticas e isostáticas. En las hiperestáticas o estáticamente indeterminadas las restricciones reactivas del material son más que las estrictamente necesarias para la estabilidad. Estas estructuras podemos decir que siempre trabajan en equilibrio, a expensas de la resistencia del material, y esto hace necesario incorporar al análisis estático, el comportamiento elástico y otras propiedades de los elementos de la estructura. Por otro lado, en las estructuras isostáticas o estáticamente determinadas podemos calcular los parámetros físicos que actúan sobre la estructura, y analizar condiciones de equilibrio estático, independientemente de la intervención de la resistencia del material. En estructuras tridimensionales utilizadas en la construcción, en general dicho equilibrio siempre está garantizado por la geometría de la estructura y por los múltiples apoyos de ésta. Sin embargo, en la estructura de arco simple, domo o cascarón, donde podemos tener claros grandes y pocos apoyos, el equilibrio estático y la estabilidad pueden ser factores clave en el diseño.

Cabe destacar una estrecha relación entre el equilibrio de los arcos y

su estabilidad. En la práctica un arco construido de piedra, madera o hierro, puede tener una cierta estabilidad aún bajo una geometría arbitraria, debido a la resistencia del material, es decir que cada sección del arco puede quedar sometida a esfuerzos y momentos considerables, los cuales son contrarrestados por fuerzas y momentos reactivos. Sin embargo, si su diseño obedece a una geometría de equilibrio, las fuerzas y momentos reactivos serán pequeños y sólo actúan para evitar la desviación de la estructura de ese equilibrio.

Estudiaremos tanto el caso de estructuras discretas, formadas por la concatenación de segmentos rectos, como el caso de estructuras continuas. Observaremos cómo las condiciones de equilibrio impuestas nos llevan, en el caso discreto a sistemas de ecuaciones trascendentes, mientras que en el caso continuo, se obtienen ecuaciones algebraicas o bien diferenciales no lineales, cuya solución obtenemos en forma analítica, para dos distintas distribuciones de carga dadas. En la siguiente sección iniciamos nuestro estudio con el caso discreto, es decir con arcos poligonales. Consideraremos aquí que los arcos están sometidos a su propio peso. Se hace un análisis estático de momentos y fuerzas que actúan en los distintos vértices; se plantea entonces el problema de encontrar la forma geométrica del arco, es decir, las pendientes de cada segmento del arco, que llevan a una estructura libre de momentos flexionantes en todos sus vértices. Se establecen las ecuaciones que dan la solución, y se hace ver que dichas ecuaciones resultan ser trascendentes, por lo que se hace necesario implementar un método numérico de solución.

Las ecuaciones planteadas en el capítulo 3, son en arcos teóricos, en forma general.

Los resultados que se tienen en el capítulo 4, son de arcos propuestos para condiciones establecidas y la solución se obtuvo por medio del programa computacional SAP, las normas y lineamientos que sigue este programa se establecieron en el capítulo 4.



# CAPITULO I

## TIPOS DE PUENTES

**OBJETIVO:** Hacer una reseña histórica de sobre el uso que la humanidad a dado a los puentes, así como definir que es un puente y clasificarlo según su uso y diseño.

### I.1 PUENTE. DEFINICIÓN

Definiremos como Puente a una estructura que permite salvar obstáculos naturales como ríos, valles, lagos o brazos de mar; y obstáculos artificiales como vías férreas o carreteras, que se presentan en una determinada vía de comunicación. Esto debe entenderse en un sentido amplio, de forma tal que la vía puede ser desde un camino peatonal hasta un oleoducto.

La expresión "*obra de arte*" incluye tanto a los puentes como a las alcantarillas, así como a cualquiera otra estructura perteneciente a la obra vial (conductos, túneles, muros de sostenimiento, etc).

### I.2 CLASIFICACIÓN

Los puentes se pueden clasificar de diversas formas, por ejemplo:

- Destino o uso: Carretero, ferroviario, peatonal, mixto, puente-canal, etc.
- Características del obstáculo a salvar: río, arroyo, brazo de mar, carreteras o vías férreas, precipicios, etc.
- Zona de emplazamiento: Rural, urbana, semiurbana o periférica.
- Sus dimensiones relativas: Grandes claros, claros moderados, claros reducidos (por convención, se aplica cuando son  $\leq 5,00$  m y se las denomina "alcantarillas").
- Características estáticas: Tramos isostáticos, vigas continuas, en arco, colgantes, atirantados.
- Características constructivas: "in situ", prefabricación parcial o total, voladizos sucesivos, rotados, empujados, etc.

Podríamos seguir catalogando a los puentes de acuerdo con un sinnúmero de variables de diseño o proyecto: materiales, geometría, ubicación altimétrica, etc.

### **I.3 COMPOSICIÓN DE UN PUENTE. TERMINOLOGIA**

Definiremos a continuación las partes constitutivas de un puente, con la terminología habitual en nuestro país. Esta descripción es aplicable en términos generales, a cualquier tipo de puente de acuerdo con las diversas clasificaciones antes desarrolladas; esto es, en forma absolutamente independiente de si se trata de un puente metálico o de concreto, o si es un puente de claros moderados o grandes.

La obra civil de un puente puede dividirse básicamente en:

- Puente propiamente dicho
- Accesos

Los accesos pueden ser terraplenes o constituir en sí otras estructuras de puentes; en este sentido, se reserva la palabra "viaducto" cuando se quiere referir a los puentes largos, que presentan gran cantidad de vanos y altura constante.

**Dentro del puente propiamente dicho se distinguen 4 partes.**

- Superestructura
- Infraestructura
- Apoyos
- Obras complementarias

**I.3.1 Superestructura:** está constituida por todos los elementos estructurales o constructivos, que forman parte de la obra que permite el tránsito sobre la misma para salvar el obstáculo. Este conjunto se denomina "tablero" y en él se identifican los siguientes elementos y materiales:

**Losa de tablero:** estructura que soporta en forma directa las cargas del tránsito y la carpeta de rodamiento, transmitiéndolas a las vigas de tablero (en los puentes viga) o directamente a los pilares y estribos (en los puentes losa y alcantarillas).

**Vigas longitudinales o principales:** son los elementos de mayor relevancia portante en la superestructura de los puentes viga (no existen en los puentes y alcantarillas tipo losa). Transmiten las cargas del tablero a los apoyos.

## **MATERIALES:**

1. Metálico (con tablero superior o inferior)
  - viga de alma llena
  - viga de reticulado
    - rectangular
    - parabólica
  - Placas corrugadas metálicas
  
2. Concreto
  - Puente losa
    - losa maciza
    - losa nervurada
    - losa aligerada
  - Puente Viga
    - viga placa
    - vigas cajón
  - formas especiales.
  
3. Mixto (metálico + concreto)
  
4. Mampostería
  
5. Madera

Vigas transversales o de arriostramiento: unen transversalmente a las vigas principales, distribuyendo las cargas y dándole rigidez al conjunto.

Calzada: es la zona de tránsito vehicular.

Capa o Carpeta de Rodamiento o de Desgaste: se agrega a la losa de calzada para protegerla del desgaste producido por el tránsito y para protegerla de la infiltración de agua y otros líquidos.

- materiales: bituminosa
  - concreto simple o armado
  - epoxídicas
  - madera tratada (vida útil de 16 a 25 años)

Juntas: permiten la dilatación de la estructura.

- tipos de juntas perfiles metálicos y burlete
  - armada
  - tipo peine
  - elástica

Barandas o defensas: protegen el tránsito peatonal y/o vehicular de desvíos y caídas.

- tipos de barandas defensas metálicas (flex beam)
  - defensas de concreto (New Jersey)
  - barandas de concreto
  - baranda peatonal metálica
  - mixta (hormigón + metálica)

**I.3.2 Infraestructura:** está formada por todas las estructuras que dan apoyo a la superestructura, transmitiendo las cargas al suelo. Dentro de la infraestructura consideraremos incluidas a las fundaciones. Los apoyos intermedios se denominan "pilas", en tanto que los extremos se denominan "estribos" y sirven como identificación con los terraplenes de acceso. *Estribos:* pueden ser cerrados (actúan además como contención frontal del terraplén) o abiertos (dejan caer el terraplén con su talud natural; requieren protección de taludes).

**Materiales:** Concreto armado "in situ" elementos premoldeados

- Mampostería
- Tablestacas
- Gaviones
- tierra armada

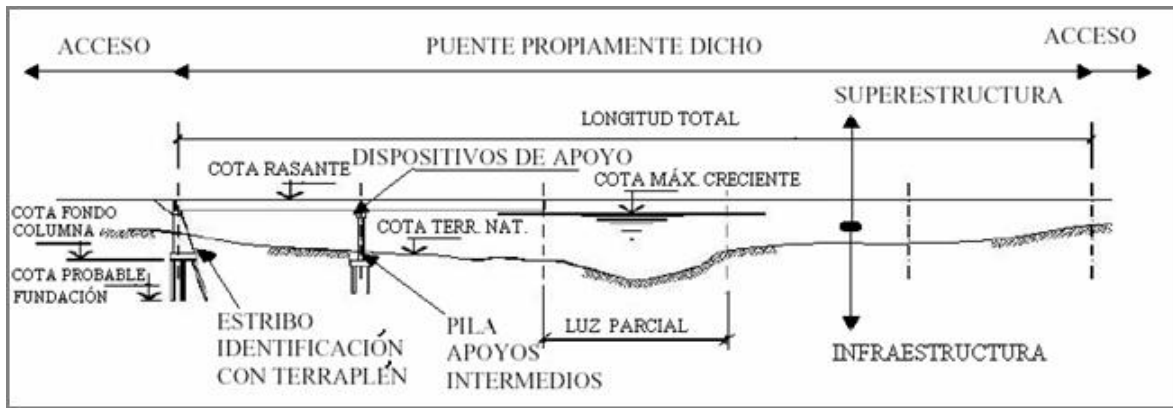
**Pilas:**

- columnas (cuando la sección es circular)
- pared corrida
- sección hueca
- formas especiales

Fundaciones: Ubicadas bajo pilas y estribos, reciben las fuerzas que actúan en ellos y las distribuyen en el suelo para que las soporte. Pueden ser:

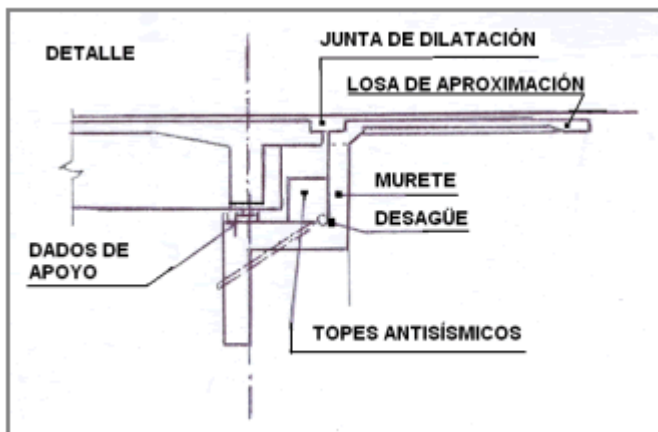
- directas

- indirectas; de acuerdo con las características físico-mecánicas de los suelos en el lugar de emplazamiento.



Existen elementos intermedios entre la superestructura y la infraestructura, llamados Dispositivos de Apoyo, a través de los cuales se transmiten las acciones de una a la otra:

- almohadilla de neopreno
- almohadilla de neopreno con superficie de deslizamiento de teflón
- de rodillo
- fijo
- de guía



### Obras complementarias:

Estos trabajos se ejecutan con el objeto de mejorar las condiciones de operación de la estructura; ellos son:

Losa de aproximación: vincula la losa de calzada (rígida) con el suelo (flexible).

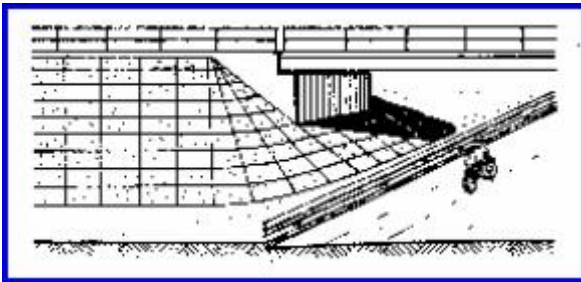
**Veredas:** posibilitan el tránsito peatonal.

- tipos de veredas: macizas con canalizaciones para pasaje de servicios públicos

Guardarrueda: Cordón que delimita los extremos de la calzada y protege y guía al tránsito vehicular. A diferencia de las veredas, su ancho (= 0.50 m ) no permite el tránsito peatonal.

**Desagües:** aseguran el escurrimiento de las aguas pluviales.

- Ubicación de los desagües
  - tablero
  - extremos



**Protecciones :** contra erosión de

- taludes
- márgenes
- cauce
- 

impacto de embarcaciones

- témpanos
- rodados

- señalización

- horizontal
- vertical
- luminosa
  - caminera
  - balizamiento fluvial
  - balizamiento aéreo

- limpieza de cauce

- iluminación

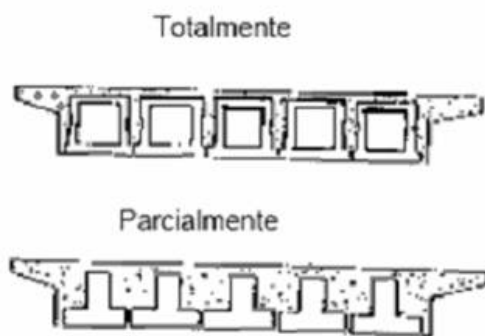
- forestación

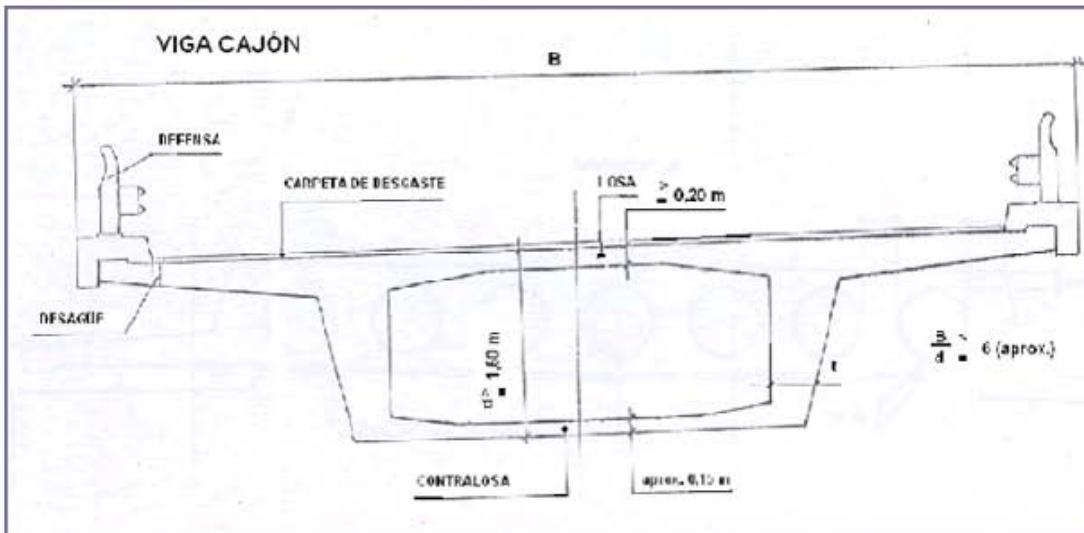
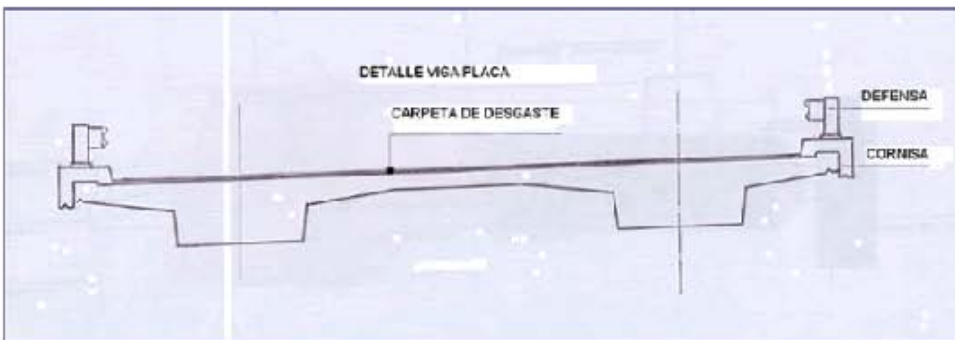
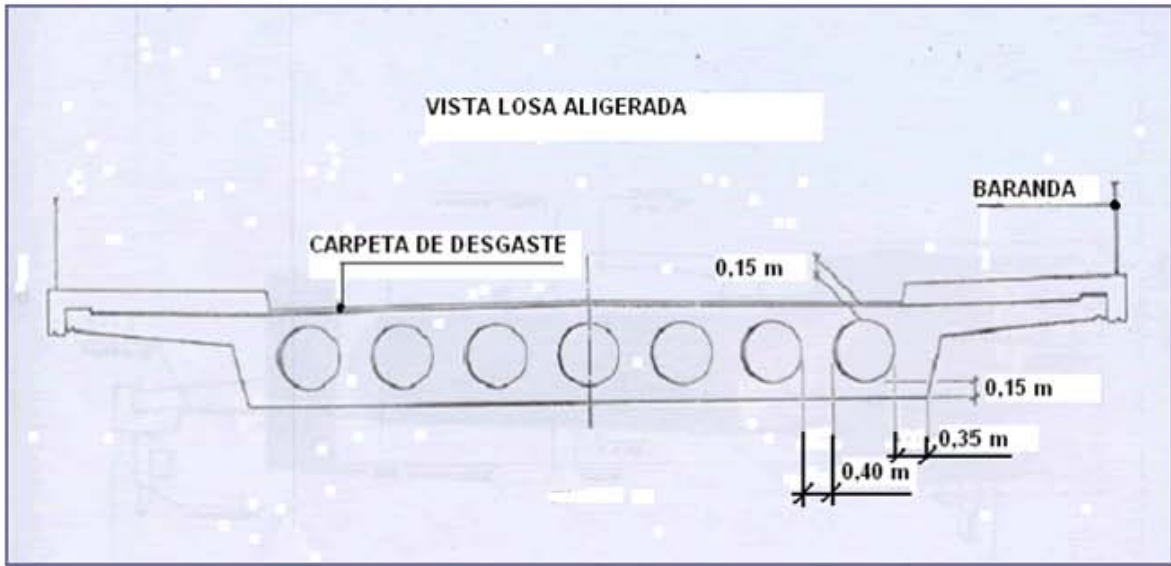
### I.3.3 TABLEROS DE CONCRETO:

- Premoldeados.
- "In situ".
- Tableros con vigas premoldeadas:
  - viga con losa parcialmente incorporada.
  - viga separada de la losa, que se ejecuta totalmente "in situ".

Para seleccionar estas soluciones existen diferentes criterios:

- cantidad de vigas iguales.
- peso de las vigas.
- sección regular, etc.
- Tableros de concreto "in situ":
  - losa maciza claro parcial hasta  $\sim 24,00$  m
  - vigas placa claro parcial de 20,00 m a 30,00 m
  - losa nervurada claro parcial de 20,00 m a 25,00 m
  - losa aligerada claro parcial de 20,00 m a 30,00 m
  - vigas cajón claro parcial de 30,00 m a 100,00 m
  - soluciones atirantadas claro parcial  $> 100,00$  m

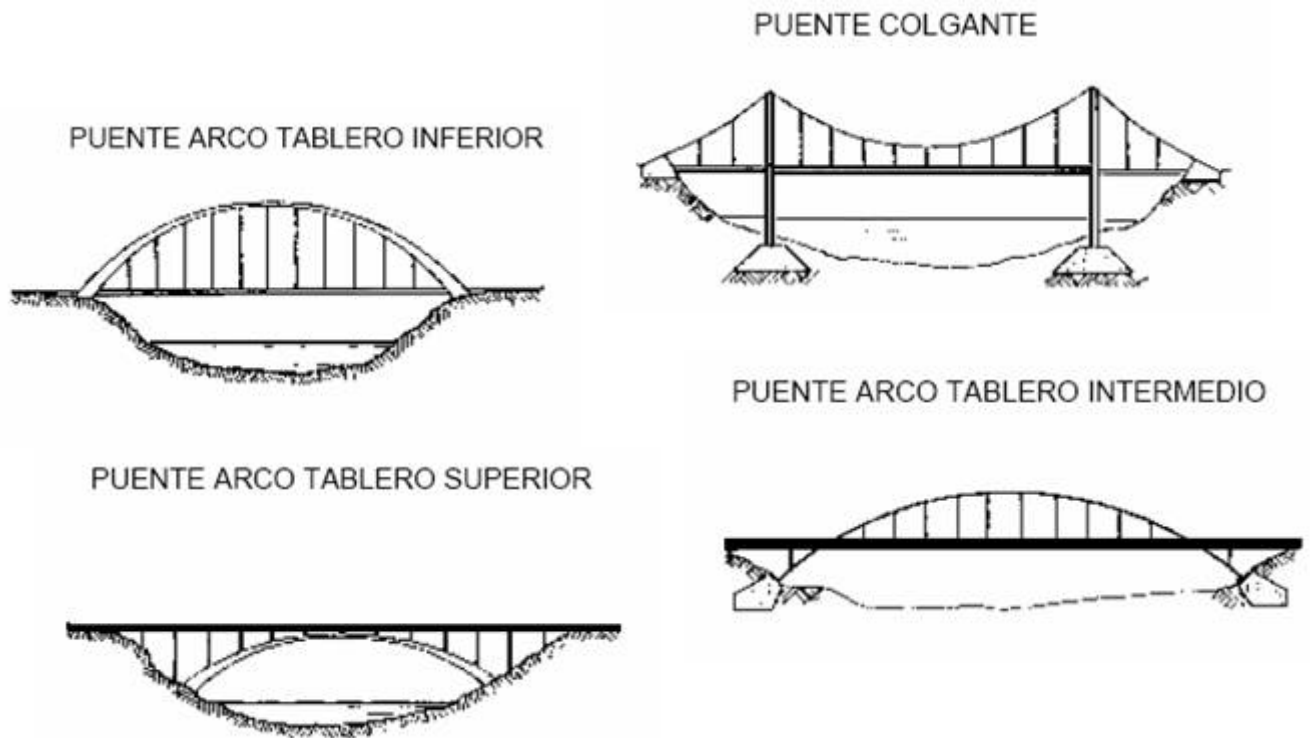




Cada una de estas secciones tiene su ámbito de correcta aplicación; la elección para cada caso debe ser objeto de un cuidadoso análisis.



Todas las secciones presentadas corresponden a tableros ejecutados con concreto armado pretensado. Si se tratara de secciones que se construirán con concreto armado convencional, son más sencillas: la más habitual es el puente-viga formado con vigas de sección rectangular y la losa separada totalmente de ellas.



El primer puente de concreto armado fue la pasarela de Chazelet, que se construyó en 1875 con un claro de 16.50 m y 4.00 m de ancho, por Joseph Monier jardinero de París. Luego, el concreto armado se extendió rápidamente por toda Europa; a ello contribuyó el arco de exhibición construido en la exposición universal de Düsseldorf de 1880, que sirvió para dar a conocer este nuevo material.

Con concreto armado se llegaron a hacer puentes viga de gran claro; el mayor fue el de Ivry sobre el río Sena, una pasarela triangulada de 134.5 m de claro, construida en 1930; uno de los mayores fue el puente de Villeneuve-St. Georges también sobre el Sena cerca de París, una viga continua de alma llena con un claro de 78.00 m, terminado en 1939.

Después de la Segunda Guerra Mundial se construyeron puentes de concreto armado, algunos de ellos de claro grande, pero rápidamente se impuso el concreto pretensado y los puentes de concreto armado han quedado reducidos a las losas de pequeños claros.

### **I.3.4 TABLEROS METÁLICOS:**

El empleo del hierro significó una transformación radical en la construcción en general, y en los puentes en particular; sus posibilidades eran mucho mayores que las de los materiales conocidos hasta entonces, y por ello se produjo un desarrollo muy rápido de las estructuras metálicas, que pronto superaron en dimensiones a todas las construidas anteriormente. Hoy en día sigue siendo el material de las grandes obras, y en especial de los grandes puentes, si bien el hierro que se utiliza ahora no es el mismo que se utilizó en los orígenes, porque el material también ha evolucionado significativamente; hay diferencia considerable de características y de calidad entre los aceros actuales, y el hierro fundido que se utilizó en un principio.

El puente de Coalbrookdale era un arco de medio punto de 30 m de claro con una estructura poco clara, pero marcó el principio de una nueva era en los puentes, que dio lugar a su espectacular desarrollo en el siglo XIX., con la construcción del puente de Firth of Forth (ver figura) como su mayor exponente: un puente cantiléver para ferrocarril con 2 vanos de 521 m de claro, terminado en 1890.



El rápido desarrollo de los puentes metálicos a principios del siglo XIX se debió básicamente a 2 causas fundamentales:

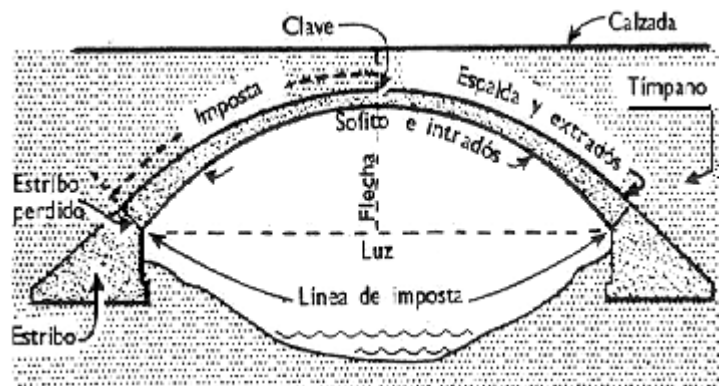
- En primer lugar, el nuevo material tenía muchas más posibilidades que los que se utilizaban hasta ese entonces, porque su capacidad resistente era mucho más alta.
- En segundo lugar, se empezó a conocer con cierto rigor el comportamiento resistente de las estructuras, lo que permitió, a la hora de proyectar un puente, dimensionar sus distintos elementos cuantificando su grado de seguridad, y con ello ajustar al máximo sus dimensiones.

Los materiales derivados del hierro que se han utilizado sucesivamente en la construcción han sido: la fundición, el hierro forjado y el acero.

### I.3.4.1 Puentes de fundición:

Los primeros puentes metálicos se hicieron de hierro fundido; la mayoría tienen estructuras poco claras, heredadas de los de piedra y de madera. En el ya nombrado puente de Coalbrookdale sobre el río Severn, el primero de los puentes metálicos, construido en 1779, se aligeraron los tímpanos mediante anillos concéntricos como se había hecho en muchos puentes de madera. En el puente de Buildwas, también sobre el Severn, construido en 1796, Thomas Telford, uno de los ingenieros que más contribuyó al desarrollo de los puentes metálicos, se basó en los puentes de madera de los hermanos Grubenmann; igual que el puente de Coalbrookdale, se fabricó en la fundición de Abraham Darby III.

De hierro fundido son todos los puentes arco de Thomas Telford y de John Rennie, que en 1819 construyó en Londres el puente de Southwark sobre el Támesis, con 3 arcos de 64 m + 73 m + 64 m de claro, el mayor de todos los puentes de hierro fundido que se han construido en el mundo.



### I.3.4.2 Puentes de hierro forjado:

El hierro forjado es un hierro tratado a base de golpeo para aumentar su resistencia y mejorar su regularidad. Actualmente se lamina en caliente para fabricar chapas y perfiles metálicos, elementos que han conformado en gran medida las estructuras metálicas.

Los primeros puentes grandes que se construyeron con hierro forjado fueron el de Conway, y el Britannia en los estrechos de Menai, dos puentes en viga cajón de grandes dimensiones para ferrocarril, hechos por Robert Stephenson, hijo del inventor de la máquina de vapor. En estas vigas el tren circulaba por su interior.

El primero se terminó en 1849; es una viga simplemente apoyada de 125 m de claro. El segundo es una viga continua con 4 vanos de 70 m + 2 x 142 m + 70

m de claro, terminado en 1850. Estos puentes han sido unos de los más innovadores de la historia porque, además de emplear el hierro forjado por primera vez en una gran obra, fueron los primeros puentes-viga de grandes dimensiones que se han construido, y también las primeras vigas cajón, es decir, vigas con sección rectangular o trapezoidal cuyos contornos están formados por paredes delgadas.

La construcción del puente Britannia también fue innovadora; las vigas se construyeron en tierra, se transportaron por flotación hasta la vertical de su posición definitiva, y se elevaron con gatos para situarlas a su cota. El hierro forjado es el material de los puentes de la segunda mitad del siglo XIX, la época de los grandes viaductos de ferrocarril en viga triangulada; de este material son las vigas en celosía y los arcos de Eiffel.



#### **1.3.4.3 Puentes de acero**

A finales del siglo XIX, 100 años después de la iniciación de los puentes metálicos, se empezó a utilizar el acero para construir puentes.

Conseguir que los materiales de construcción sean dúctiles y no frágiles, es uno de los logros importantes de su tecnología. El acero se conocía mucho antes de que se empezara a fabricar industrialmente a finales del siglo XIX, y de hecho se había utilizado en algún puente aislado; ejemplo de ello son las cadenas del puente colgante sobre el Canal del Danubio en Viena, de 95 m de claro, terminado en 1828. Pero era un material caro hasta que en 1856 el inglés Henry Bessemer patentó un proceso para hacer acero barato y en cantidades industriales, mediante un convertidor donde se insuflaba aire en el hierro fundido que reducía las impurezas y el contenido de carbono.

El primer gran puente cuya estructura principal es de acero es el de San Luis sobre el río Mississippi en los Estados Unidos, proyecto de James B. Eads en 1874, con 3 arcos de 152 m + 157 m + 152 m de claro. Los 2 grandes puentes de finales del siglo XIX fueron también de los primeros que se hicieron con acero: el puente de Brooklyn –que puede apreciarse en la figura-; y el ya

mencionado puente de Firth of Forth. Desde finales del siglo XIX el acero se impuso como material de construcción sobre el hierro, y por ello, a partir de entonces, todos los puentes se han hecho de acero.

Actualmente, la versatilidad de este tipo de estructuras permite presentar y poner a disposición del usuario los denominados Puentes Modulares de Acero, que son de rápido armado y cuyo diseño está concebido para ser instalados en forma permanente y definitiva, ya que sus partes se unen mediante bulones o atornillándolas sin requerir ninguna soldadura en la obra. Su armado puede insumir:

- 1- Para un puente-viga de alma llena de 3,00 m a 25,00 m de largo. . . . . 1 a 3 días.
- 2- Para un puente de vigas laterales parabólicas de 30,00 m de largo. . . . . 5 días.
- 3- Para un puente de vigas laterales parabólicas de 40,00 m de largo. . . . . 7 días.
- 4- Para un puente similar al anterior, de 50,00 m de largo. . . . . 10 días.
- 5- Para un puente similar al anterior, de 65,00 m de largo. . . . . 25 días.

En la figura: puente-viga de alma llena, para claros parciales de 3,00 m a 25,00 m (para mayor longitud se deben usar pilares intermedios):

Los tiempos que se han indicado se consideran con el empleo de una cuadrilla compuesta por 5 obreros y una grúa, sin necesidad de otros equipos.

En la figura: puente con vigas laterales de reticulado parabólicas (o rectangulares), para claros parciales de 20,00 m a 65,00 m , dependiendo del ancho de calzada (para mayor longitud se deben construir pilares intermedios



Los tableros de rodadura que pueden utilizarse son los siguientes:

- 1- Madera tratada químicamente a presión, con una vida útil de 16 a 25 años.
- 2- Tablero Metálico.
- 3- Tablero de placas corrugadas metálicas, para colar o fundir el concreto o asfalto en obra. Las placas metálicas corrugadas van atornilladas sobre las vigas del piso, en obra se vierte el concreto ó asfalto.

#### **I.3.4.4 Puentes con tablero móvil**

Hasta ahora, tanto en puentes de concreto como en puentes metálicos, se han visto distintas alternativas que corresponden a estructuras cuyos tableros son fijos, situación esta que obliga a la consideración de gálibos de importancia cuando se trata el cruce de vías navegables.

Las estructuras metálicas, por su menor peso por unidad de longitud, permiten diseñar soluciones que contemplen la movilidad del tablero, circunstancia que se da cuando se produce el cruce de las embarcaciones cuyas dimensiones exceden los parámetros geométricos de la vía que lo cruza. Las hay de distintos tipos, a saber:

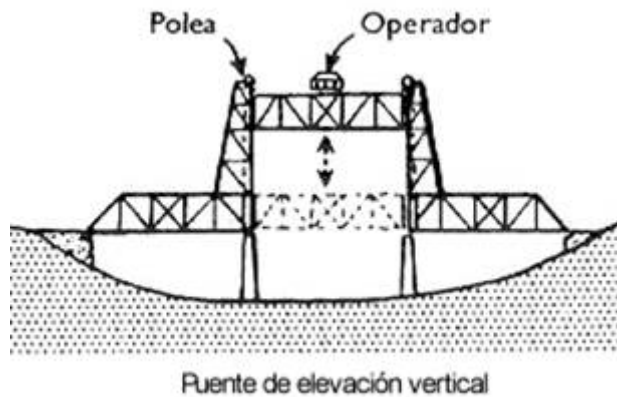
- Puentes de elevación vertical.
- Puentes giratorios.
- Puentes basculantes.
- Puente transbordador.

#### **I.3.4.5 Puentes de elevación vertical**

Los puentes de desplazamiento vertical son tableros simplemente apoyados, cuyos apoyos se pueden mover verticalmente para elevarlos a la cota que requiere el gálibo de navegación.

Normalmente se elevan tirando de sus cuatro esquinas, y por ello requieren 2 ó 4 torres, en las que se aloja la maquinaria de elevación y los contrapesos necesarios para equilibrarlos durante la maniobra de desplazamiento vertical. En algún puente de claro pequeño se han evitado las torres y los contrapesos, accionándolo mediante gatos hidráulicos situados bajo el tablero, y por ello, a puente cerrado nada evidencia su condición de móvil; así es el puente de la avenida de St. Paul en Milwaukee sobre el río del mismo nombre, Estados Unidos, terminado en 1966, con un claro de 16.00 m y un desplazamiento vertical de 4.50 m.

El puente de desplazamiento vertical es adecuado y resulta más económico que los de otros tipos para claros grandes; por ello los mayores puentes móviles son de este sistema. El mayor de todos ellos es el Arthur Kill cerca de Nueva York, con 170.00 m de luz y un gálibo de navegación de 41.00 m con el puente levantado; se terminó de construir en 1959 y sustituyó a uno giratorio con 2 vanos de 76.0 m de claro.



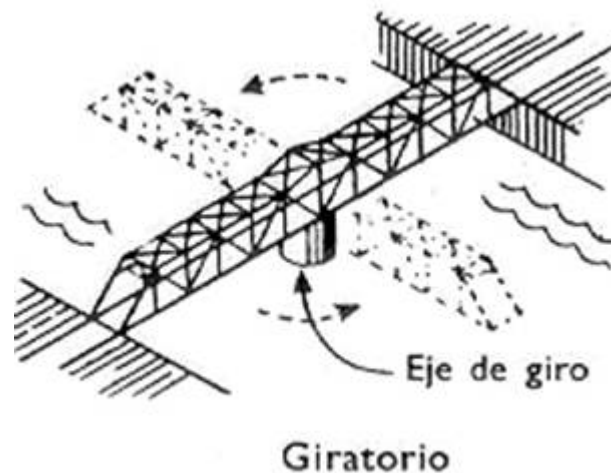
Un sistema peculiar de puentes de desplazamiento vertical es el de T. Rall; la elevación se consigue en este sistema mediante el accionamiento simultáneo de 2 balancines superiores, uno sobre cada pila del tramo a elevar, y por tanto sólo puede dar lugar a elevaciones limitadas, las debidas al giro del balancín.



Después de la Segunda Guerra Mundial los puentes de desplazamiento vertical, como todos los metálicos, han evolucionado significativamente, sobre todo en Europa. En muchos de ellos se han hecho las torres de concreto, cada una de ellas formada por 2 pilas unidas en la parte superior, y la triangulación de las vigas se ha hecho más diáfana y limpia. Hay muchos puentes en Europa con esta nueva configuración; entre ellos el puente de Hamburgo sobre el río Elba, de 106.00 m de claro, construido en 1973.

### I.3.4.6 Puentes giratorios

En los puentes giratorios de eje vertical caben, igual que en los basculantes, 2 posibilidades de apertura: o bien girar 2 vanos simétricos sobre una pila situada en el centro del canal de navegación, aunque en algún caso excepcional puede estar situada en un borde; o bien girar 2 semivanos con sus compensaciones, sobre 2 pilas situadas en los bordes del canal. El clásico puente giratorio es el primero, con una fisonomía muy característica, análoga en casi todos los construidos; es una viga triangulada con tablero inferior y altura variable (muy acusada), máxima en el apoyo central y mínima en los extremos, y una pila amplia en el centro que aloja la maquinaria de giro.



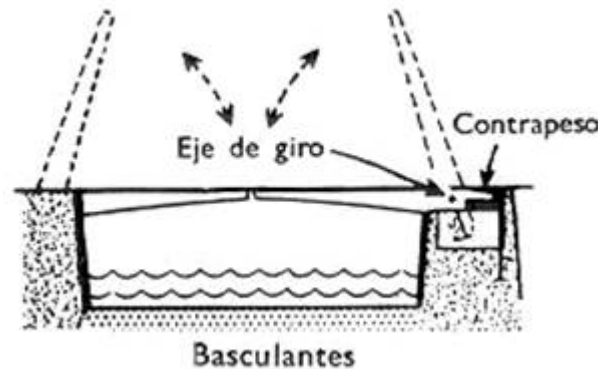
La solución de 2 semivanos compensados que giran sobre las pilas laterales se ha utilizado en raras ocasiones, si bien los de mayor claro son de esta forma; uno de los primeros fue el de Brest sobre el río Penfeld; tenía un claro de 117.30 m y se terminó en 1868; fue un puente excepcional en su momento, y seguirá siendo de los más grandes, el segundo de mayor claro en el mundo; pero desgraciadamente ya no existe porque fue destruido en la Segunda Guerra Mundial. El puente de Firdan sobre el canal de Suez en Egipto, es también de 2 semivanos compensados, tiene 168.00 m de luz y es el mayor puente giratorio del mundo. De este tipo es también la pasarela de Ondarroa en Vizcaya sobre el río Artibay, cerca de su desembocadura. La maquinaria para el giro es siempre parecida; consiste en una cremallera circular sobre la que se mueve un piñón al que se aplica la fuerza motriz. El movimiento del piñón por la cremallera circular es lo que hace girar el puente. Generalmente toda la maquinaria está alojada en una gran pila circular, o está a la vista.

La estructura de la mayoría de los puentes giratorios de 2 vanos simétricos es una viga continua de 2 vanos con el puente cerrado, y un doble voladizo con el puente abierto. Los puentes giratorios de 2 vanos son clásicos del río Harlem en Nueva York, donde se construyeron más de 10; hoy en día siguen 7 en servicio



porque los demás se sustituyeron por puentes de desplazamiento vertical de claro doble.

El mayor de los puentes giratorios de Nueva York y uno de los mayores del mundo no estaba sobre el río Harlem, sino sobre el canal que separa Staten Island del estado de New Jersey; fue el puente Arthur Kill, con 2 vanos simétricos de 76.00 m de claro, construido en 1890, y sustituido en 1959 por un puente de desplazamiento vertical de claro doble.



### 1.3.4.7 Puentes basculantes

Los puentes basculantes son los que giran alrededor de un eje horizontal situado en una línea de apoyos; se incluyen por tanto en ellos los levadizos y los basculantes según la clasificación de Gauthey. Son los más clásicos de los puentes móviles y los que más se utilizan actualmente. Son también los primeros, porque los famosos puentes levadizos medievales eran de este tipo.

Los puentes levadizos iniciales de madera consistían en un tablero simplemente apoyado a puente cerrado, y atirantado durante el movimiento. Eran siempre de una hoja, porque giraban sobre un apoyo y se elevaban tirando del otro. Los tirantes, formados por cadenas o cuerdas, se recogían con un cabrestante manual, y ello hacía girar el tablero sobre uno de sus apoyos, mediante una rótula. También se utilizaron puentes levadizos de 2 hojas, con el vano móvil dividido en dos semivanos que se levantaban desde sus extremos; en ellos la estructura cerrada tiene que seguir estando atirantada para ser estable; es por tanto una estructura atirantada en las 2 situaciones, abierto y cerrado.

Se han construido muchos puentes de ambos sistemas, y cada uno tiene sus ventajas e inconvenientes, pero en general, si el claro no es grande, es más sencillo y económico el de 1 sola hoja porque requiere un único mecanismo y se centraliza toda la operación de movimiento. Ahora bien, como en todos los puentes, en los móviles, al crecer el claro, crecen los esfuerzos proporcionalmente al cuadrado de ésta, y por ello, para claros grandes resulta

más económico desdoblarse los voladizos, porque a los efectos del movimiento es una estructura de mitad de claro que la de 1 sola hoja.



El puente de la torre de Londres, con un claro de 79.00 m, sigue siendo uno de los puentes basculantes más grandes del mundo; su movimiento se debe al giro del conjunto tablero-contrapeso sobre una rótula simple situada en el centro de gravedad del sistema, y se acciona mediante un sistema hidráulico. Este sistema es el que se utiliza hoy día en la mayoría de los puentes basculantes. El conjunto del puente es una estructura muy singular, porque sobre las pilas del tramo móvil hay unas torres neogóticas que soportan una pasarela superior que sirve para dar paso a los peatones con el puente abierto y para compensar los tramos colgados asimétricos laterales, cuya estructura resistente es rígida. Su singularidad hace de este puente una de las estampas más típicas de Londres, y el puente móvil más conocido del mundo. Este puente, con 100 años de vida, sigue todavía en servicio, aunque la maquinaria ha sido renovada en varias ocasiones; la última vez en 1972.

Otra solución que se utilizó con mucha frecuencia en los puentes basculantes de madera es la de balancín superior. Uno de los más antiguos, el de Langlois, está situado sobre el canal de Arlés en Francia, cerca de la ciudad, aunque su emplazamiento actual no es el original.

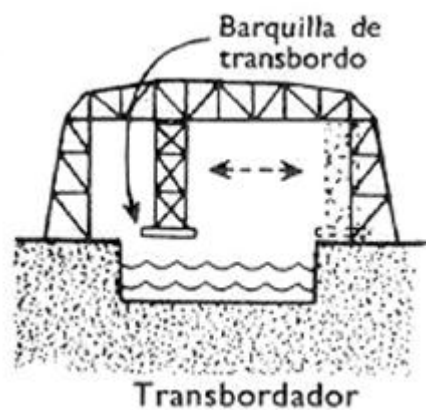
#### **I.3.4.8 Puente transbordador**

Los puentes transbordadores han estado y estarán siempre unidos al nombre del ingeniero francés Ferdinand Arnodin, porque fue el primero que patentó la idea, e intervino en la mayoría de los que se han construido. Sin embargo, realmente, quien inició este sistema fue el arquitecto español Alberto del

Palacio con el transbordador sobre la ría del Nervión al unir Portugalete con Getxo, cerca de Bilbao.

El transbordador consiste en una viga fija, situada a la altura requerida por el gálibo, de la que se cuelga una plataforma móvil, generalmente mediante cables, que transporta los vehículos de una orilla a la opuesta; con esta solución se puede llegar a claros análogos a las de los puentes colgantes porque no se plantean problemas en la estructura fija, diferentes a los de los puentes normales. Alberto de Palacio estudió la comunicación sobre la ría de Bilbao, e inicialmente propuso la solución que se había utilizado en el transbordador de Saint-Malo en Francia, que unía Saint-Malo con Saint-Servan, separados por un brazo de mar de 90 m de ancho. Este transbordador consistía en una estructura metálica que rodaba sobre unas vías situadas en el fondo del agua.

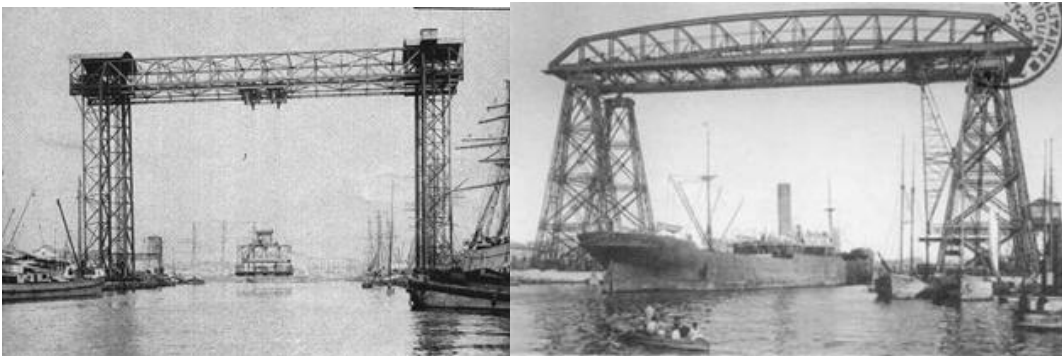
El puente transbordador es una forma diferente de resolver el conflicto que plantean 2 corrientes de tránsito incompatibles, esto es: vehículos entre 2 orillas situadas a poca altura sobre el agua; y barcos en el río o ría a salvar, que requieren un gálibo de navegación de gran altura. La solución que se ha utilizado normalmente para resolver este problema es el puente móvil de cualquiera de los tipos ya estudiados, pero si el claro es muy grande esta solución puede resultar difícil o imposible de hacer, y por ello surgieron los transbordadores.



El transbordador de Portugalete es una estructura suspendida, con un claro de 164.00 m y un gálibo de navegación de 45.00 m. Se terminó de construir en 1893. Su esquema resistente consiste de: la zona central está suspendida de los cables principales mediante péndolas, y las zonas laterales están atirantadas desde las cabezas a las torres. Lamentablemente, este transbordador fue reconstruido después de la Guerra Civil Española y se modificó su estructura, al dejar la nueva viga soporte suspendida exclusivamente de los cables principales con péndolas verticales.

Los puentes transbordadores pasaron rápidamente de moda; desde 1916 no se ha vuelto a construir ninguno. Únicamente se construyó en 1933 el Sky Ride en Chicago (ver figura) para la exposición universal llamada "El siglo del Progreso",

con 564.00 m de claro y una altura de 19100 m, fue proyectado por D. B. Steinman y Robinson y fue el mayor transbordador de todos los que se han construido en el mundo; se planteó como una solución con futuro, pero no dio lugar a ningún otro puente transbordador. La estructura era atirantada, con una viga de altura variable, máxima en el centro. Como la mayoría de los transbordadores, no ha llegado a nuestros días; estuvo poco tiempo en servicio porque se desmontó poco después de la exposición. En total se construyeron en el mundo, 20 puentes de estas características en áreas portuarias, de los que actualmente sólo 8 quedan en pie.



CAPITULO II

# PUENTES EN ARCO



**OBJETIVO:** Hacer un recorrido histórico, para saber desde cuando la humanidad utiliza el arco como elemento estructural, así como también conocer los diferentes tipos de arcos.

## II.1 EL ARCO

Entre las «formas activas» a compresión, el arco ha sido la forma estructural que más ha perdurado en la construcción de puentes y una de las más hermosas conquistas del espíritu humano. Los romanos difundieron esta forma en todos los territorios conquistados hace más de dos mil años. Aún perduran muchos arcos de piedra contruidos para acueductos y puentes en Europa y Asia menor.

Como las fuerzas internas principales son de compresión, en la antigüedad fue ampliamente usado con materiales como la piedra y la mampostería de ladrillo de arcilla, de buena resistencia a la compresión, y en formas circulares que producían básicamente compresión.

Después de la caída del Imperio Romano el arco cayó en desuso. Se revitalizó como forma estructural en el siglo XVIII con el desarrollo del hierro. Gustavo Eiffel debería tener su mayor mérito como ingeniero estructural por la construcción de sus puentes en arco para ferrocarril, hechos en hierro en el siglo XIX, entre los cuales se destaca el viaducto de Garabit en Francia. Sin embargo, pasó a la historia de la ingeniería estructural por su torre en París: «la torre Eiffel».

A principios del siglo XX el arco como forma estructural llegó a un nuevo clímax con las obras en concreto reforzado diseñadas y construidas por Maillart en Suiza (figura 3.21).

Contemporáneamente, Santiago Calatrava ha impulsado al arco hacia condiciones inesperadas, aprovechando las características del acero estructural, creando proyectos en que se exige al máximo el material y alejándose de los principios tradicionales del diseño de puentes en arco: la simetría y los arcos paralelos. En muchos de sus proyectos solo usa un arco, situado asimétricamente y aún inclinándolo, para compensar la asimetría, como en el caso de la «Alameda» (Valencia, España).



Figura 2.1 Puente « la Alameda », Valencia; arco asimétrico de acero, inclinado; Calatrava

El arco no posee la liviandad, ni la flexibilidad geométrica del cable, porque la sección transversal de un miembro sometido a compresión debe tener mucho más masa que la de un cable, con el fin de evitar el pandeo bajo los esfuerzos de compresión.

### Forma activa a compresión

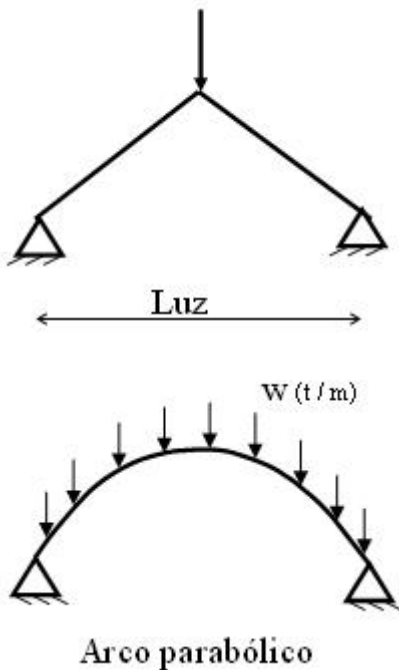


Figura 2.2: Formas activas a compresión

Las formas para compresión (como los arcos) pueden obtenerse invirtiendo las formas a tensión (polígonos funiculares). Este procedimiento le ha servido a muchos constructores para proyectar sus obras; entre ellos es conocido el uso dado por GAUDI a los polígonos funiculares para diseñar la famosa Catedral de la Sagrada Familia en Barcelona, aún inconclusa.

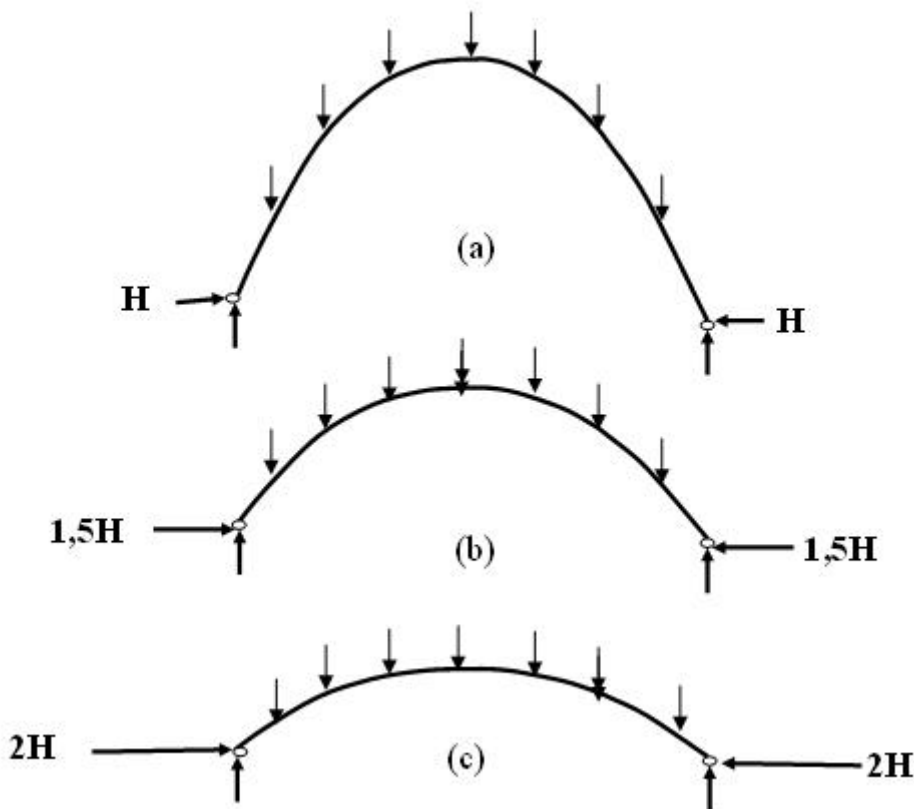


Figura 2.3: variación de la reacción horizontal con la flecha

Además de la reacción vertical es necesaria la existencia de una fuerza horizontal en los apoyos, hacia adentro, que contrarreste la fuerza horizontal hacia afuera que hace el arco. La presencia de esta reacción horizontal se facilita cuando los apoyos se hacen en macizos rocosos; también puede darse en el caso de arcos de luces múltiples, en los que las fuerzas horizontales se anulan en los apoyos interiores o con el uso de tirantes, que unan los extremos del arco o mediante pilotajes en suelos blandos.

Los arcos pueden usarse para cubrir superficies, ya sea colocándolos paralelos, resultando en una superficie en forma de cilindro, o radialmente, dando una superficie de domo.



El acero ha permitido la construcción de arcos de grandes luces y muy livianos, usando secciones tubulares, para aligerar el consumo de material y aumentar su eficiencia a compresión, con el control de la tendencia al pandeo.

Los arcos se clasifican según las restricciones de los apoyos en:

Biempotrados (fig a)

Biarticulados (fig b)

Triarticulados (fig c)

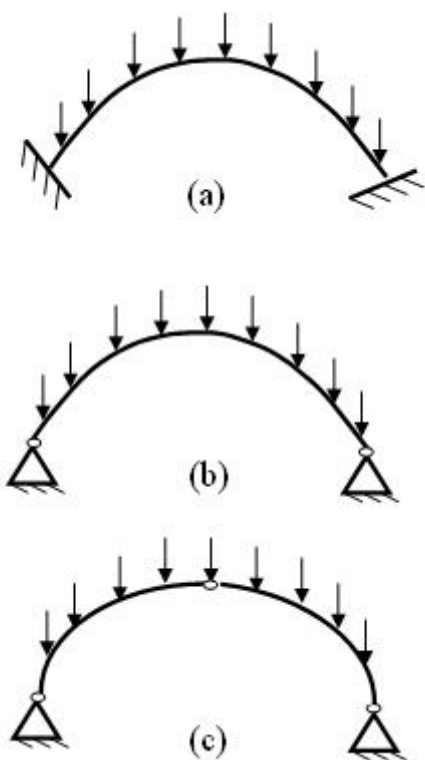


Figura 2.4: tipos de arcos según reacciones en los apoyos

Los arcos biempotrados se construyen generalmente en concreto reforzado y en cañones profundos, donde los apoyos pueden soportarse en roca resistente.

Los biarticulados (figura 4.12 b) son los más comunes. En estos, la reacción horizontal algunas veces se da por el terreno y en otras mediante un elemento interno a tensión, son los denominados arcos «atirantados».

Los arcos triarticulados se construyen generalmente en madera estructural laminada o en acero y son estructuras insensibles al asentamiento de los apoyos y pueden analizarse mediante los métodos de la Estática , estudiados hasta el presente.



Figura 2.5: galpón con arcos triarticulados de madera laminada

Maillart popularizó las formas de arcos en concreto reforzado. El puente triarticulado de Salginatobel en Suiza es su ejemplo más notable. Para el análisis de los demás arcos se requiere recurrir a condiciones de deformación que se estudiarán en capítulos posteriores.



Figura 2.6 Puente triarticulado de Salginatobel, concreto reforzado, Maillart

Como los arcos son usados ampliamente en la construcción de puentes, según la colocación del tablero del mismo también se clasifican en:

**II.1.1 ARCOS CON TABLERO SUPERIOR.** (fig a), en los cuales las cargas se transmiten al arco mediante elementos a compresión, denominados «montantes o paraleles».

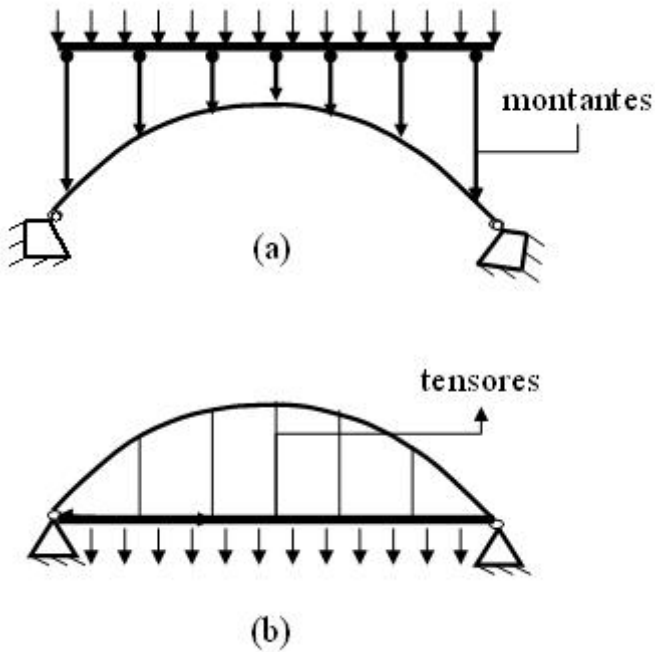


Figura 2.7: arco biarticulado con tablero superior e inferior

**II.1.2 ARCOS CON TABLERO INFERIOR.** En los cuales las cargas son transmitidas al arco mediante elementos a tensión denominados «tirantes o tensores».

**II.1.3 LOS ARCOS CON TABLERO INTERMEDIO.** Son menos comunes y se presentan en varios arcos en serie en los cuales el tablero se sostiene mediante elementos a compresión cerca de los apoyos y con tensores en la luz central.

Aunque los esfuerzos internos preponderantes en los arcos son de compresión, también se presentan momentos flectores por causa de cargas concentradas, generalmente excéntricas.

La eficiencia del arco para soportar cargas con respecto a las vigas se presenta por la acción de la reacción horizontal en los apoyos, que disminuye los momentos flectores de viga que se presentarían en la estructura.

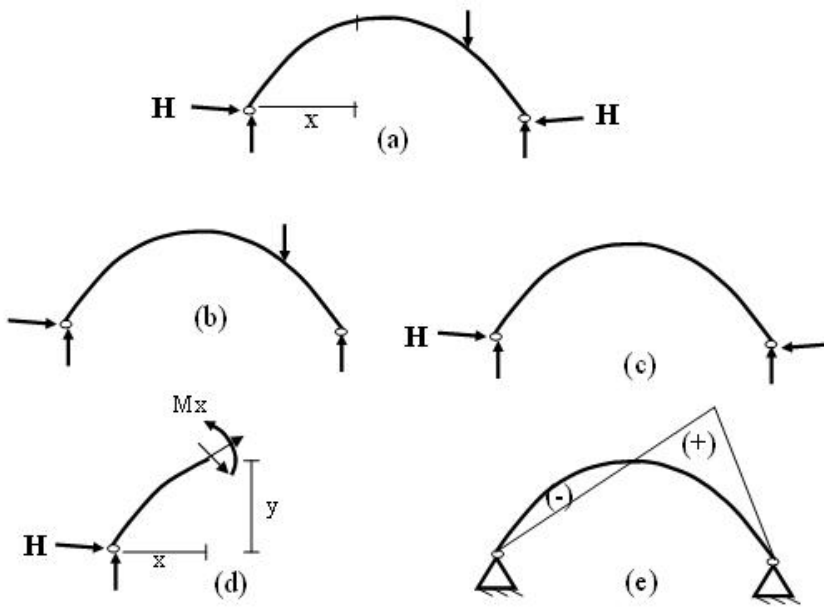


Figura 2.8: arco biarticulado, momentos flectores

En el arco biarticulado mostrado, se puede mostrar el efecto de la acción de arco. Si se separa la acción de las reacciones vertical y horizontal, aplicando el principio de superposición, se puede ver que el momento en una sección a una distancia  $x$ , puede obtenerse sumando los momentos en las dos estructuras (figuras b, c):

$$M_x = A_y \cdot x - H \cdot y$$

La primera parte es el momento que se presenta en una viga de la misma luz y carga; la segunda parte es el momento que produce la reacción horizontal, el cual contrarresta el momento de viga. Si no existiese reacción horizontal como puede ser en una viga curva con apoyo de primer grado, la flexión sería mayor. El diagrama de momentos puede obtenerse restando las áreas de momentos, para obtener un momento menor fig. (e).

En un tema adicional se presenta un ejemplo en el cual se muestra el efecto de cargas concentradas en los arcos y la determinación de las fuerzas internas para el caso de arcos triarticulados, que son los que se pueden analizar con las ecuaciones de la Mecánica conocidas hasta el momento; se dibujarán los diagramas de momento y se estudiará la variación de fuerza axial a lo largo del arco, la cual generalmente es mínima en la corona (parte superior del arco) y máxima en los apoyos.

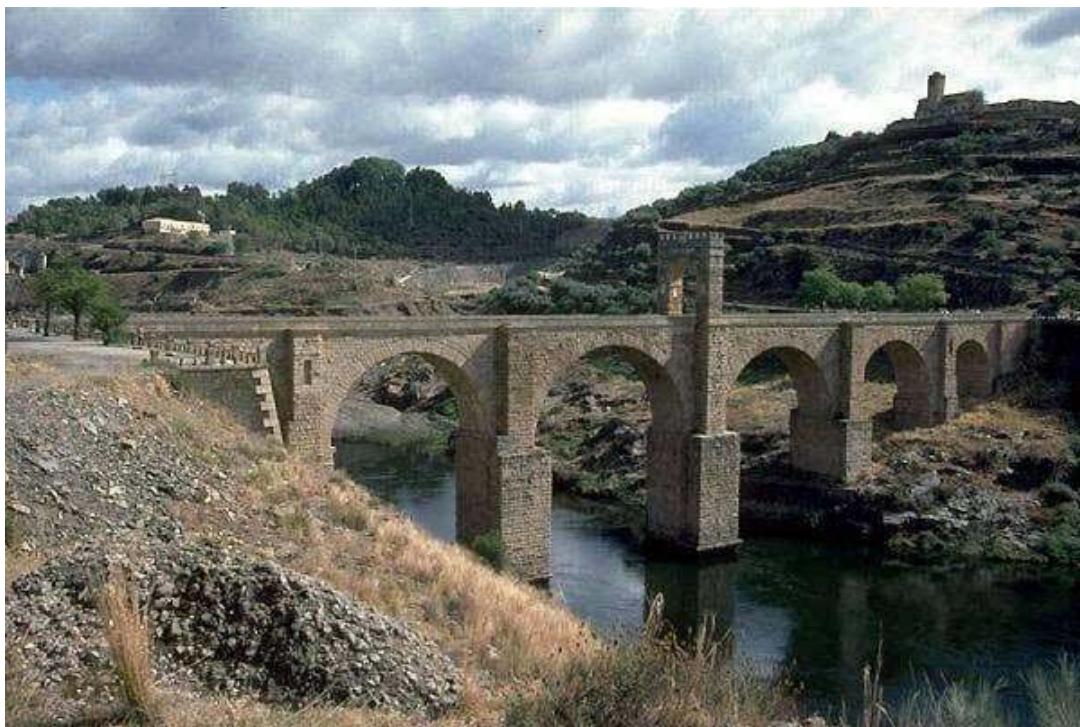
## II.2 IMÁGENES DE PUENTES EN ARCO

Puentes de piedra romanos

Puente Aelius (Puente de S. Angelo), Roma, año 134.



Puente de Alcántara, año 104.



## Puentes de piedra medievales

Puente sobre el río Ebro, Zaragoza.



Puente Vecchio, Florencia (Italia).



## Puentes de piedra renacentistas y barrocos

Puente de Mostar, (Bosnia-Herzegovina), 1566.



Puente de Rialto, Venecia, 1592.



## PUENTES DE FUNDICIÓN

Puente de Coalbrookdale, (U.K.), 1779.



Pasarela de las Artes, París (Francia), 1804.





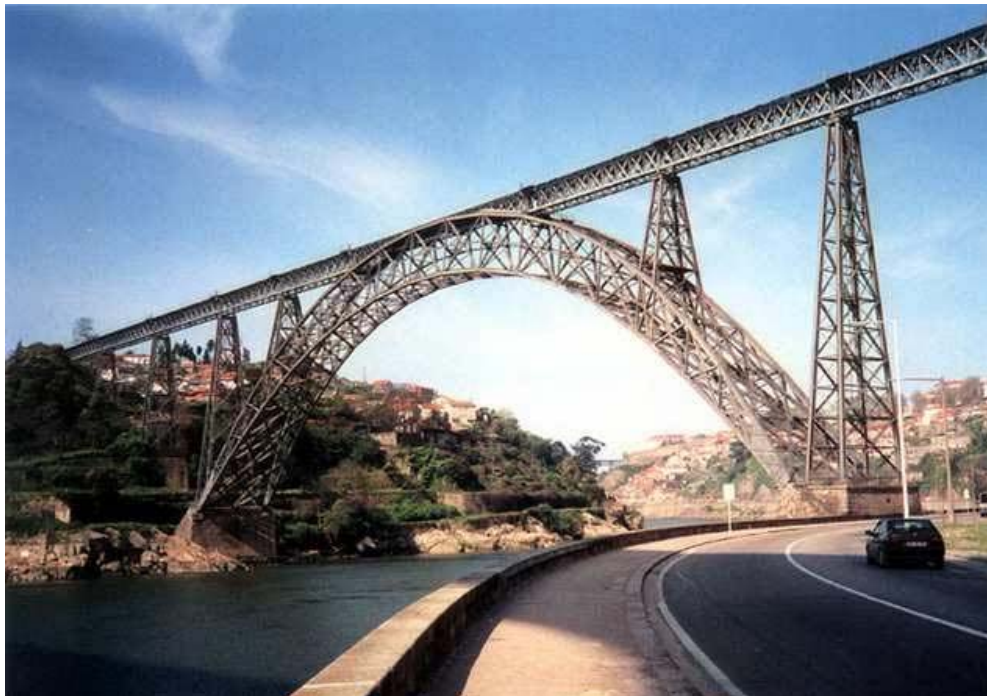
Viaducto de Garabit, (Francia), Gustavo Eiffel, 1884.

Longitud del vano central: 165 m.



Puente de María Pía, (Oporto), Gustavo Eiffel, 1887.

Longitud del vano central: 160 m.



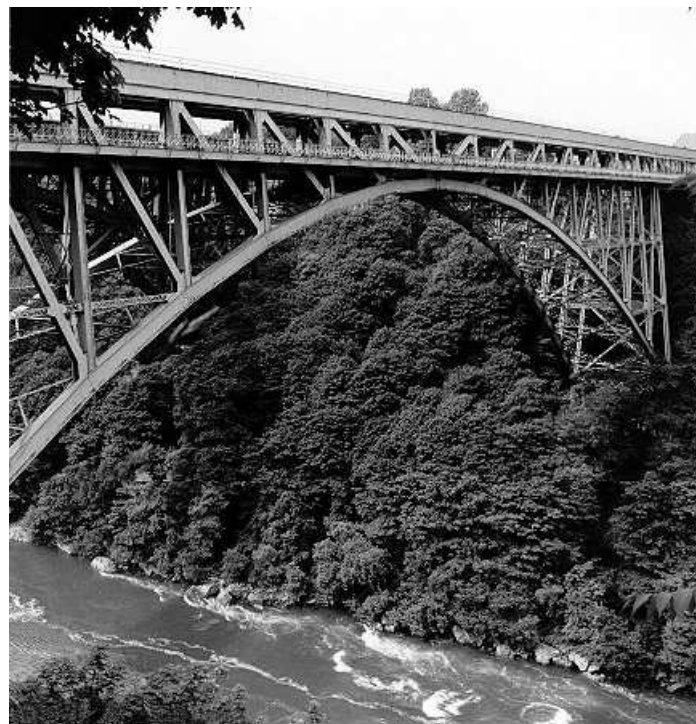
Puente Luis I, (Oporto), Theophile Seyrig, 1885.

Longitud del vano: 172 m.



Puente sobre el Niágara (USA), Leffert L. Buck, 1897.

Longitud del vano: 167.6 m.

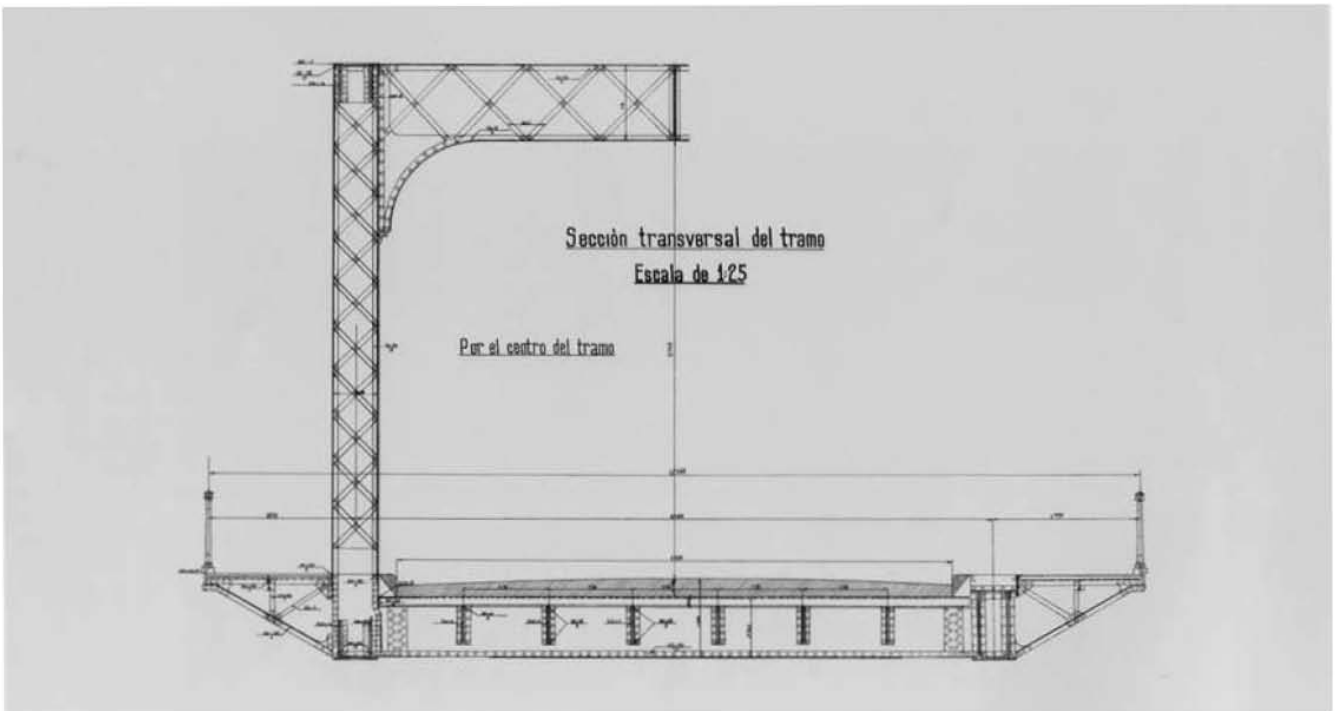
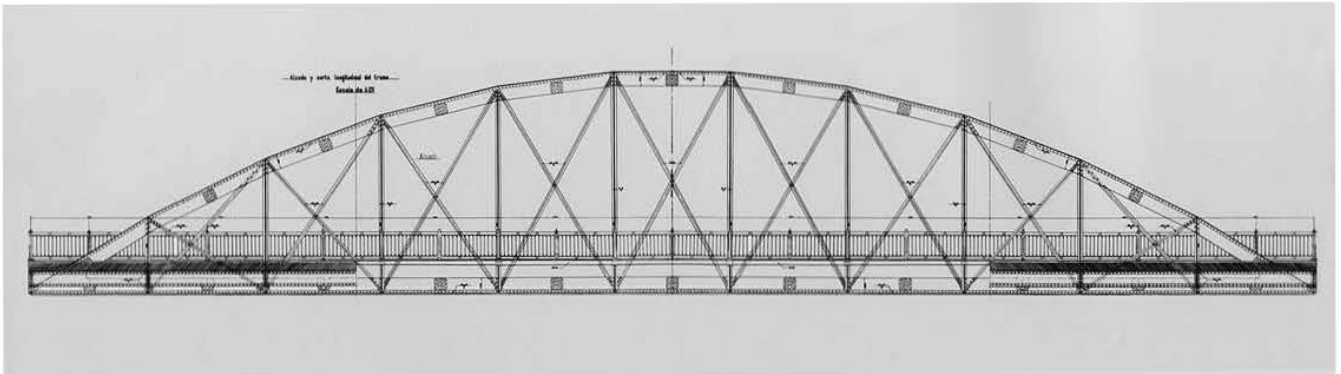


## PUENTES DE TABLERO INFERIOR

Puente sobre el Ebro, Zaragoza 1885.



Puente sobre el Ebro, Zaragoza 1885. (Cont.).



## **II.3 PROCEDIMIENTOS DE CONSTRUCCIÓN**

- Construcción con cimbra sobre andamiajes
- Avance en voladizo con rigidización por tirantes
- Construcción del arco con voladizos compensados
- Construcción del arco apoyado en el tirante
- Construcción del arco con estabilización por tirantes
- Prefabricación de semiarcos y colocación directa
- Prefabricación de semiarcos y colocación mediante giro en estribos

## Construcción con cimbra sobre andamiajes

Ejemplo práctico: Puente Albrechtsgraben, (Alemania)

Longitud del vano: 160 m.

Altura de la clave: 80 m.

Vista general de cimbra y andamiaje.



Detalle de cimbra y encofrados



Detalle de sección en cajón del arco





## AVANCE EN VOLADIZO CON RIGIDIZACIÓN POR TIRANTES

Ejemplo práctico: Arco de Ricobayo

Longitud del vano: 168 m.

Imagen del puente

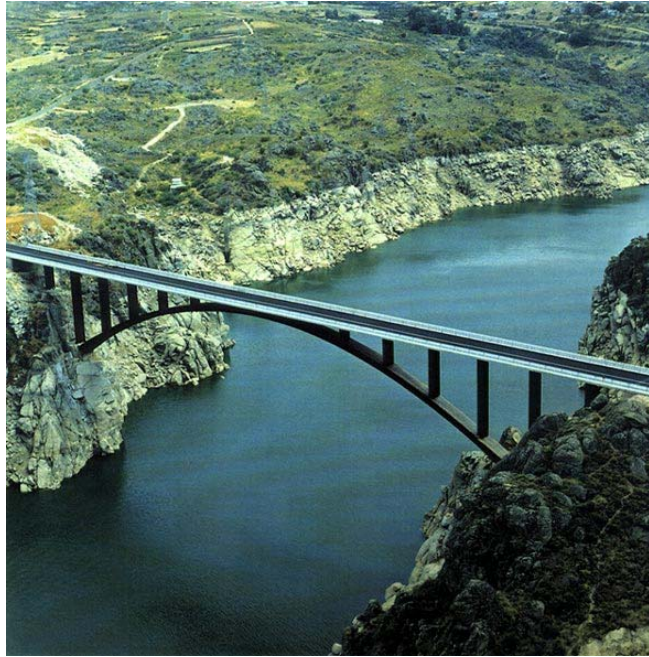
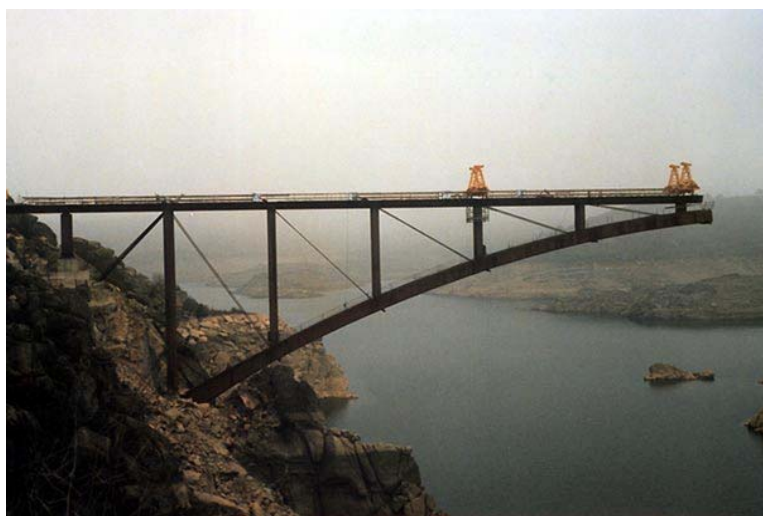


Imagen de medio arco en voladizo con los tirantes a tracción



Vista del tablero provisional. Obsérvese los perfiles en I para conexión entre la sección de acero y las losas de hormigón.



Conexión entre losas y sección de acero. Obsérvese los huecos de hormigonado final.



Imagen de los dos voladizos y la viga de lanzamiento de dovelas

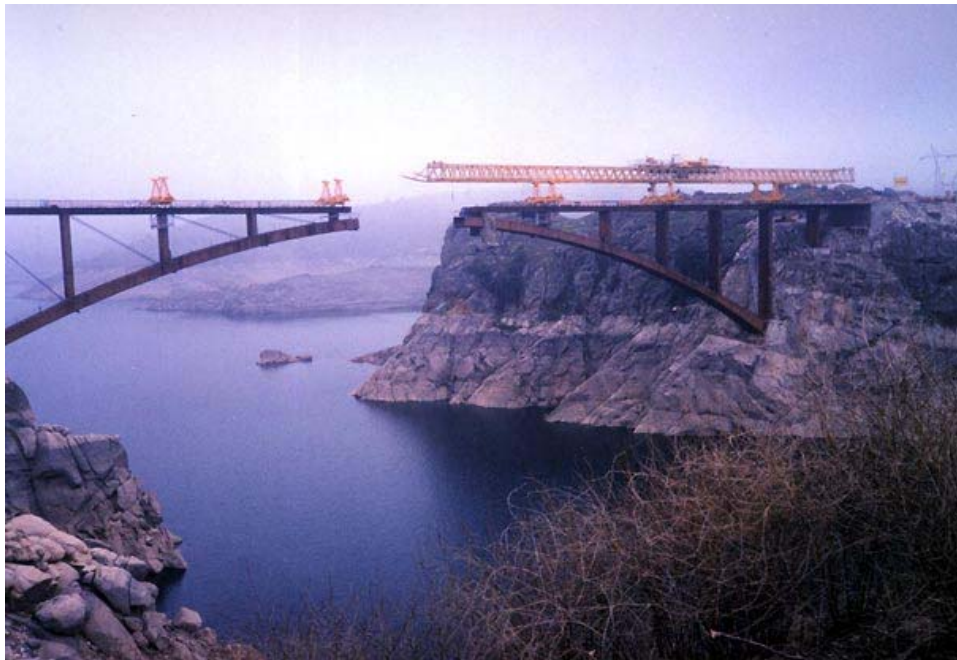


Imagen de los dos voladizos. Obsérvese la ausencia de la losa superior del tablero, sustituido temporalmente por tabloncillos de madera.



Lanzamiento y colocación de dovela del arco.



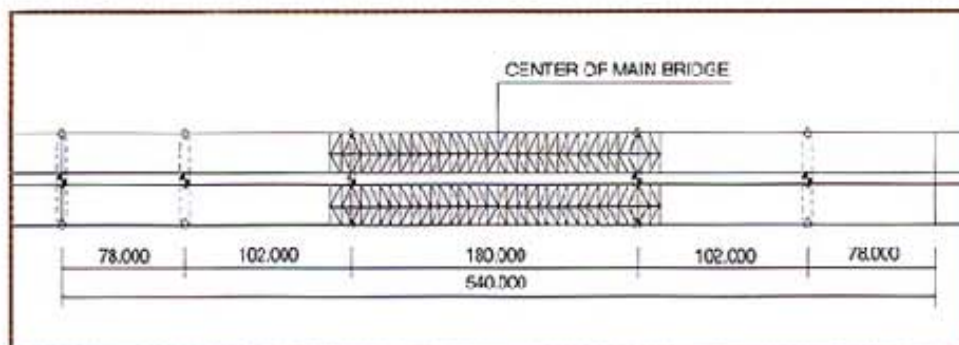
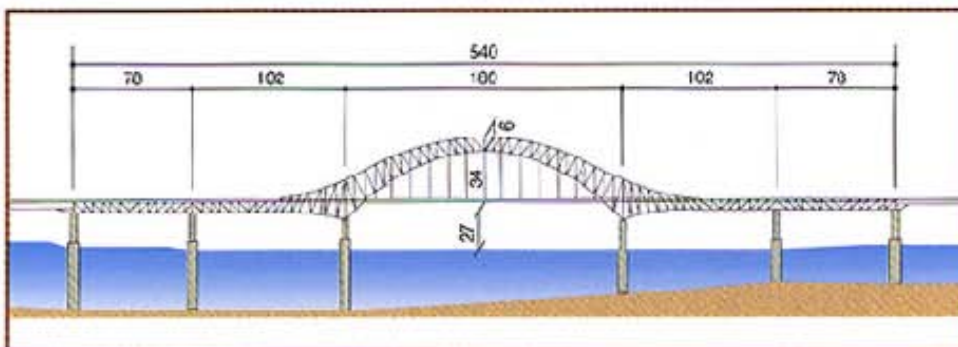
Losas prefabricadas del tablero de hormigón acopladas en obra.



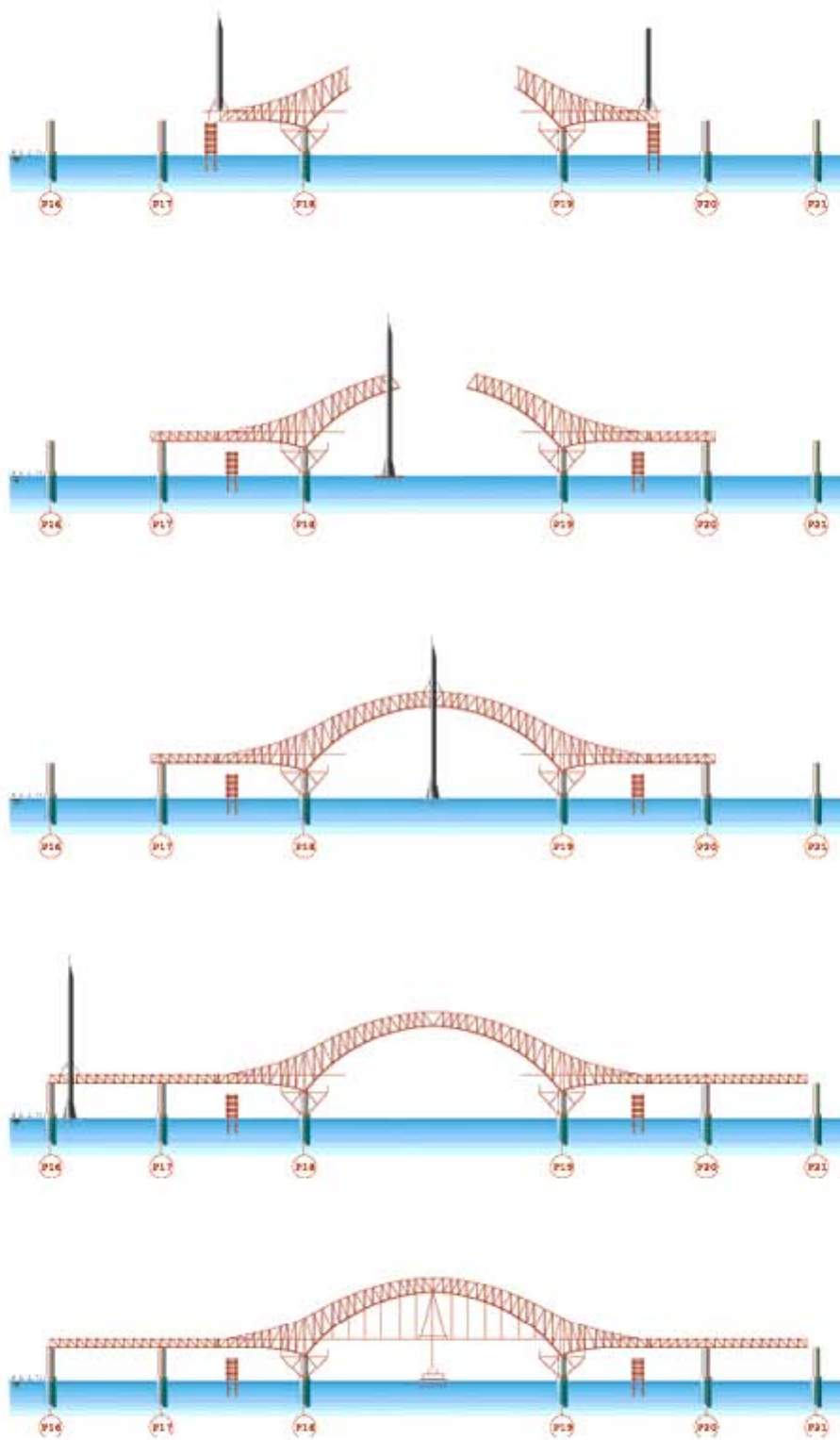
# CONSTRUCCIÓN DEL ARCO CON VOLADIZOS COMPENSADOS

Ejemplo práctico: Puente Yeongjang, Corea del Sur

Longitud del vano: 180 m.



## Esquema de etapas de la construcción



## Colocación de dovelas del arco



## Colocación de la dovela central del arco



## Construcción de vanos de aproximación



## Colocación del tablero y los tirantes





# ANÁLISIS Y DISEÑO DE PUENTES EN ARCO

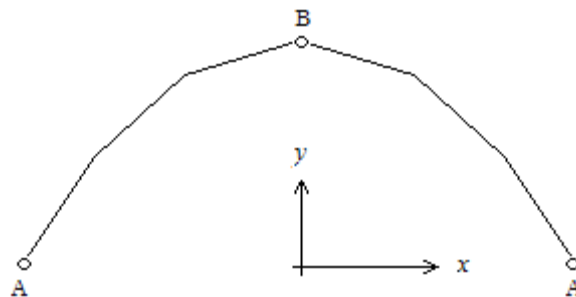
**Objetivo:** Analizar las ecuaciones de equilibrio de los diferentes tipos de arcos sometidos a distintas condiciones de cargas.

## III.1 ANÁLISIS ESTÁTICO DE ARCOS POLIGONALES

### III.1.1 ANÁLISIS GENERAL

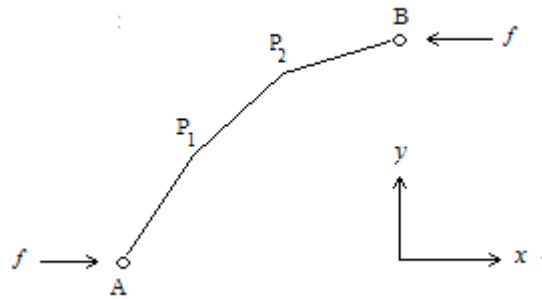
Consideremos el caso de arcos simétricos triarticulados formados por la concatenación de un cierto número de segmentos rectilíneos. Supongamos que la carga sobre el arco es debida a su peso propio. Esta suposición resulta más natural, que otro tipo de distribuciones de carga, para el análisis que haremos y además permite la comparación con posibles modelos hechos a pequeña escala.

Consideremos específicamente el caso de seis segmentos (tres en el semiarco). Utilizaremos un sistema de coordenadas  $xy$ , ver figura 1. Vemos que por las condiciones de simetría nos basta analizar el diagrama de un semiarco.



**FIGURA 3.1.** Arco simétrico poligonal de seis segmentos, articulado en su base, puntos  $A$ , y en su cúspide, punto  $B$ .

El semiarco, figura 3.2, se encuentra articulado en los puntos  $A$  y  $B$ . Por lo tanto, por simetría de ambas mitades del arco y tomando en cuenta la tercera ley de Newton, en el punto  $B$  no puede actuar ninguna fuerza vertical, ya que de ser así, en dicho punto (cúspide) esas fuerzas estarían actuando en sentidos opuestos en cada mitad, lo cual estaría en contra de la simetría supuesta para el arco. Por lo tanto en el punto  $B$  (figura 2) sólo actúa la fuerza horizontal  $f$  dirigida hacia la izquierda del eje  $x$ . Por condición de equilibrio sobre el eje horizontal, esta fuerza es precisamente el *coceo* que la estructura ejerce en el punto de apoyo  $A$ .



**FIGURA 3.2** Semiarco con extremos  $A$  y  $B$  y vértices intermedios  $P_1$  y  $P_2$ . La fuerza horizontal  $f$  es la fuerza de coceo.

Los puntos  $A$  y  $B$  quedan, por hipótesis, libres de momento flexionante; calcularemos entonces momentos y fuerzas que actúan en los puntos  $P_1$  y  $P_2$ . Supongamos que los segmentos rectos tienen longitudes  $r_1$ ,  $r_2$  y  $r_3$ , en el sentido que va de  $A$  a  $B$ , y todos ellos, un peso por unidad de longitud  $\lambda$ .

Asignando signo positivo a los momentos individuales

que tienden a flexionar al arco en contra de su curvatura, examinaremos por separado el diagrama de fuerzas para cada uno de los tres segmentos. De la figura 3a tenemos, para el momento respecto a  $P_2$

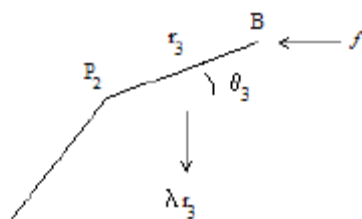
$$M_2 = r_3 [f \operatorname{sen} \theta_3 - \lambda (r_3 / 2) \cos \theta_3] .$$

De la figura 3b tenemos para el momento respecto a  $P_1$

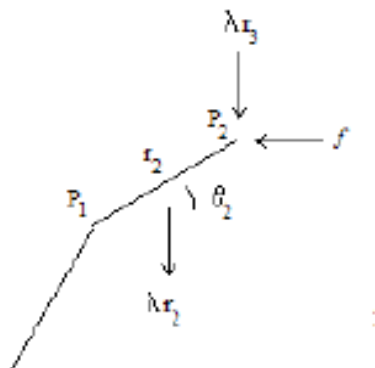
$$M_1 = r_2 [f \operatorname{sen} \theta_2 - \lambda ((r_2 / 2) + r_3) \cos \theta_2] ,$$

y de la figura 3c tenemos que, como ya se dijo, el momento respecto a  $A$  debe anularse por ser este un punto articulado, lo que nos permite despejar  $f$  mediante la relación

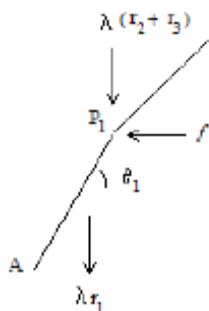
$$f = \lambda [(r_1 / 2) + r_2 + r_3] \cot \theta .$$



**FIGURA 3a.** Los dos segmentos superiores del semiarco. En la gráfica aparecen las fuerzas que actúan sobre el segmento  $r_3$  y que ejercen momento respecto al punto  $P_2$ . Notar que  $\lambda r_3$  es el peso del segmento y por tanto actúa sobre su punto medio, o sea su centroide.



**FIGURA 3b.** Los dos segmentos inferiores del semiarco. En la gráfica aparecen las fuerzas que actúan sobre el segmento  $r_2$  que ejercen momento respecto al punto  $P_1$ .



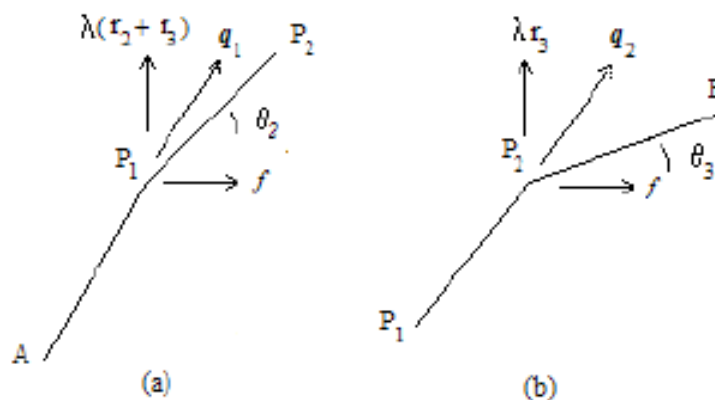
**FIGURA 3c.** Segmento inferior del semiarco. En la gráfica aparecen las fuerzas que actúan sobre el segmento  $r_1$  que ejercen momento o torca respecto al punto A. El momento neto se anula.

Ahora bien, a lo largo del arco podemos considerar dos direcciones perpendiculares entre sí, la normal y la tangencial al arco en cada punto. Esto tiene un sentido muy físico ya que al considerar las componentes de la fuerza en cada punto del arco, a lo largo de estos ejes, se tienen dos tipos de fuerza sobre el arco con efectos claramente diferentes. Por un lado, la fuerza cortante en la dirección normal, que actúa como esfuerzo cortante del arco, y por otro, la fuerza tangencial o también llamada axial, que es una fuerza de compresión del

arco en cada punto a lo largo de la estructura. En el caso de arcos hechos a base de bloques de piedra, es evidente que la estructura puede resistir grandes fuerzas axiales y no así esfuerzos cortantes considerables. En cambio un arco formado con una viga de acero podrá resistir ambos tipos de esfuerzos, tanto cortantes como axiales. De este modo, el objetivo ahora es expresar la fuerza neta que actúa en cada uno de los vértices del arco poligonal, en sus componentes normal y tangencial, es decir, queremos calcular las fuerzas cortante y tangencial en cada uno de los vértices.

Respecto a las fuerzas cortantes, así como las tangenciales en los puntos  $P_1$  y  $P_2$ , en el análisis de fuerzas nos encontramos aquí con la característica de que en cada uno de estos vértices tenemos dos direcciones normales y dos tangenciales, debido a que hay una discontinuidad en la derivada de la curva del arco.

En la figura 4a tenemos la fuerza  $q_1$  que en el vértice  $P_1$  actúa con iguales magnitudes, pero en sentidos opuestos (tercera ley de Newton), sobre el segmento superior y el inferior. De esta fuerza queremos encontrar las componentes normal y tangencial, respecto a las diferentes direcciones que tienen los segmentos contiguos.



**FIGURA 3.3.** En (a) tenemos el diagrama de fuerzas aplicadas al segmento 2, sobre  $P_1$ , y en (b) tenemos el diagrama de fuerzas aplicadas al segmento 3, sobre  $P_2$

La fuerza  $q_1$  tiene el valor

$$q_1 = f\mathbf{i} + \lambda(r_2 + r_3)\mathbf{j}.$$

Estamos haciendo uso de los vectores unitarios  $\mathbf{i}$  y  $\mathbf{j}$  en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.

En el punto  $P1$  los vectores unitarios en direcciones normal y tangencial al eje del segmento 2 son

$$e_{n_2} = -\text{sen}\theta_2 \mathbf{i} + \cos\theta_2 \mathbf{j},$$

$$e_{t_2} = \cos\theta_2 \mathbf{i} + \text{sen}\theta_2 \mathbf{j}.$$

Mientras que en el mismo  $P1$  los vectores unitarios en direcciones normal y tangencial al eje del segmento 1 son

$$e_{n_1} = -\text{sen}\theta_1 \mathbf{i} + \cos\theta_1 \mathbf{j},$$

$$e_{t_1} = \cos\theta_1 \mathbf{i} + \text{sen}\theta_1 \mathbf{j}.$$

Por tanto, las fuerzas cortante y tangencial que actúan sobre el segmento 2 en su extremo  $P1$ , son

$$f_{s_2}^{(R)} = q_1 \cdot e_{n_2} = -f \text{sen}\theta_2 + \lambda(r_2 + r_3) \cos\theta_2,$$

$$f_{t_2}^{(R)} = q_1 \cdot e_{t_2} = -f \cos\theta_2 + \lambda(r_2 + r_3) \text{sen}\theta_2,$$

y las fuerzas cortante y tangencial que actúan sobre el segmento 1 en su extremo  $P1$ , son

$$f_{s_1}^{(R)} = -q_1 \cdot e_{n_1} = f \text{sen}\theta_1 - \lambda(r_2 + r_3) \cos\theta_1,$$

$$f_{t_1}^{(R)} = -q_1 \cdot e_{t_1} = f \cos\theta_1 + \lambda(r_2 + r_3) \text{sen}\theta_1.$$

Aquí hacemos notar que sobre el segmento 1 en el punto  $P1$ , por tercera ley de Newton, actúa la fuerza  $-q_1$ . En forma análoga, consideramos ahora el punto  $P2$  en la figura 4b. La fuerza  $q_2$  tiene el valor

$$q_2 = f \mathbf{i} + \lambda r_3 \mathbf{j}.$$

En este punto,  $P2$ , los vectores unitarios en direcciones normal y tangencial al eje del segmento 3 son (ver figura 4b)

$$e_{n_3} = -\text{sen}\theta_3 \mathbf{i} + \cos\theta_3 \mathbf{j},$$

$$e_{t_3} = \cos\theta_3 \mathbf{i} + \text{sen}\theta_3 \mathbf{j}.$$

Por lo tanto, las fuerzas cortante y tangencial que actúan sobre el segmento en su extremo  $P2$  son

$$f_{e_3}^{(P_2)} = q_2 \cdot e_{n_3} = -f \operatorname{sen} \theta_3 + \lambda r_3 \cos \theta_3,$$

$$f_{t_3}^{(P_2)} = q_2 \cdot e_{t_3} = f \cos \theta_3 + \lambda r_3 \operatorname{sen} \theta_3,$$

y las fuerzas cortante y tangencial que actúan sobre el segmento 2 en su extremo  $P2$  son

$$f_{e_2}^{(P_2)} = -q_2 \cdot e_{n_2} = f \operatorname{sen} \theta_2 - \lambda r_3 \cos \theta_2,$$

$$f_{t_2}^{(P_2)} = -q_2 \cdot e_{t_2} = f \cos \theta_2 + \lambda r_3 \operatorname{sen} \theta_2.$$

En las ecuaciones anteriores tenemos las fórmulas generales que nos proporcionan los momentos flexionantes, fuerzas tangenciales, cortantes y de coceo en el arco poligonal simétrico sometido a su peso propio, todo esto en términos de los valores de los parámetros que son la densidad lineal de los segmentos, sus longitudes y los ángulos que forman cada uno con la horizontal. A continuación consideramos las condiciones de equilibrio del arco poligonal. Es decir, queremos determinar si existe una geometría de nuestro arco poligonal para la cual, además del equilibrio de fuerzas ya considerado aquí, el momento flexionante en los vértices intermedios,  $P1$  y  $P2$  se anule.

### III.1.2 ARCO POLIGONAL EN EQUILIBRIO

La condición de equilibrio que buscamos significa físicamente el encontrar una geometría en la que en el arco considerado aquí de siete vértices, aun cuando todos ellos estuvieran articulados, tendría una estructura que se mantendría en pie, al estar sometida exclusivamente a su propio peso.

Supongamos que queremos diseñar un arco poligonal simétrico de seis segmentos idénticos de longitud  $r$ . (Si los segmentos se consideran con longitudes diferentes, por parejas, las expresiones serían un poco menos compactas y los resultados no serían mucho más ilustrativos).

Supongamos además que los segmentos tienen todos una densidad lineal  $\lambda$  y que el claro y la flecha (ancho y altura) del semiarco son valores dados,  $a$  y  $b$ , respectivamente. Nos planteamos el problema de encontrar los parámetros geométricos del arco, para los cuales se anule el momento flexionante en los vértices intermedios  $P1$  y  $P2$ . Es decir, para las condiciones

señaladas, necesitamos determinar el valor de cuatro parámetros: la longitud  $r$  y los ángulos de elevación de los tres segmentos,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  y  $\theta_3$ . O bien, si  $r$  es dato entonces la flecha queda por determinarse. Para esto tomamos las ecuaciones (1) a (3); haciendo cero los momentos  $M_1$  y  $M_2$  obtenemos las tres igualdades.

$$f = (1/2)\lambda r \cot \theta_3,$$

$$f = (3/2)\lambda r \cot \theta_2,$$

$$f = (5/2)\lambda r \cot \theta_1,$$

(ésta última se obtiene de la ecuación (3)). De estas tres expresiones para  $f$  despejamos  $\tan \theta_2$  y  $\tan \theta_1$  en términos de  $\tan \theta_3$ , y obtenemos las siguientes relaciones entre las pendientes de los tres segmentos de cada semiarco:

$$\tan \theta_2 = 3 \tan \theta_3,$$

$$\tan \theta_1 = 5 \tan \theta_3.$$

Hacemos notar aquí la tendencia que nos da este resultado que relaciona las pendientes de los segmentos a medida que los tomamos de arriba hacia abajo. Está claro que si hubiéramos considerado cuatro segmentos, en lugar de tres, en cada semiarco, la pendiente del cuarto arco hacia abajo sería 7 veces el valor de la pendiente del primero, y así sucesivamente para un número aún mayor de segmentos. Esta relación es una condición de equilibrio del arco.

Agregamos a éstas, dos relaciones que vienen de las características geométricas del arco ya establecidas:

$$a = r(\cos \theta_1 + \cos \theta_2 + \cos \theta_3),$$

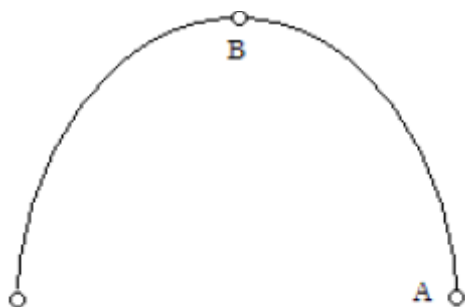
$$b = r(\sin \theta_1 + \sin \theta_2 + \sin \theta_3).$$

Obtenemos así en las ecuaciones a, cuatro ecuaciones trascendentes en las incógnitas  $r$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  y  $\theta_3$ . La solución de este sistema sólo puede obtenerse en forma numérica ya que se trata de ecuaciones trascendentes. Esta solución puede obtenerse en forma sencilla en un programa de computadora. La idea es partir de un cierto valor para uno de los ángulos, digamos  $\theta_3$ , que puede ser cero, y entonces ir incrementando en una magnitud muy pequeña dicho valor hasta que

las igualdades se cumplan. Para esta estructura en equilibrio, podemos calcular las fuerzas cortantes que actúan en ambos extremos de cada segmento rectilíneo.

### III.2 ANÁLISIS ESTÁTICO DE ARCOS CONTINUOS TRIARTICULADOS

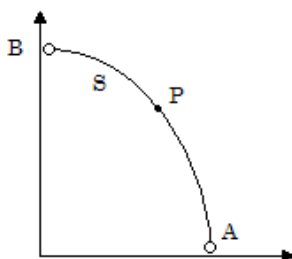
Consideremos ahora un arco continuo simétrico, en un plano vertical, como se muestra en la figura 5. Por condición de isostaticidad suponemos que el arco está articulado en ambos puntos de su base y en el punto de altura máxima.



**FIGURA 5.** Arco continuo simétrico articulado en ambos puntos de su base y en su cúspide.

Consideremos otra vez que  $xy$  es un plano de coordenadas cartesianas por medio del cual describiremos la forma geométrica del arco, de tal manera que el eje  $y$  es el eje de simetría del arco y  $A$  y  $B$  son las intersecciones de la curva con los ejes  $x$  y  $y$ , respectivamente.

Si suponemos de nuevo que el arco lo sometemos a cargas con una distribución simétrica respecto al eje vertical, entonces podemos hacer el análisis de fuerzas y momentos tomando solamente la mitad del arco, el que va del punto  $A$  al punto  $B$ , como se muestra en la figura 6. Por la misma condición de simetría en geometría y carga, y por tercera ley de Newton, observamos que la fuerza sobre el punto  $B$  del semiarco deberá estar dirigida horizontalmente, en el sentido positivo del eje  $x$ . Sea  $P(x, y)$  un punto cualquiera sobre el arco, cuya curva está dada por una función  $y(x)$  sin precisar por el momento.





El objetivo del análisis es calcular el momento flexionante, la fuerza cortante y la fuerza tangencial (compresión) que actúan en el punto  $P$ , tomando en cuenta para ello el diagrama de fuerzas que están actuando sobre el segmento de arco  $S$  que va de  $B$  a  $P$ . Para esto necesitamos ahora incorporar al análisis la distribución de carga que queremos introducir.

Consideramos en este análisis dos tipos de distribución de carga: una distribución horizontal uniforme y una distribución uniforme a lo largo del eje del arco.

### III.2.1 DISTRIBUCIÓN HORIZONTAL UNIFORME DE CARGA

Suponemos que tenemos una carga por unidad de longitud  $\lambda$  a lo largo del eje  $x$ , la cual actúa sobre el arco, como se muestra en figura 7. Aquí hacemos notar que por propósitos didácticos, no vamos a considerar en forma simultánea dos distribuciones de carga diferentes. Al hacerlo, el análisis se hace un tanto más complicado y puede perderse algo de la claridad del procedimiento. También podríamos decir que en este primer caso estamos suponiendo una situación en la que el peso del arco es muchísimo menor que la carga horizontalmente distribuida que soporta la estructura.

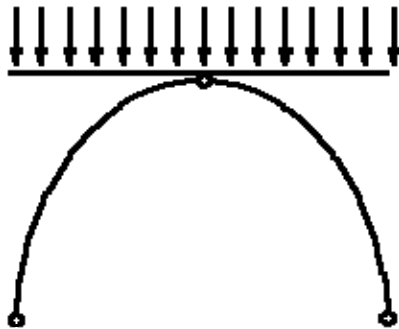


FIGURA 7. El diagrama indica que en este caso la carga sobre el arco se encuentra distribuida uniformemente sobre el eje horizontal.

En este caso el diagrama de fuerzas aparece en la figura 8. Podemos considerar que son cuatro fuerzas las que están actuando sobre el segmento de arco  $S$ , que va de  $B$  a  $P$ .

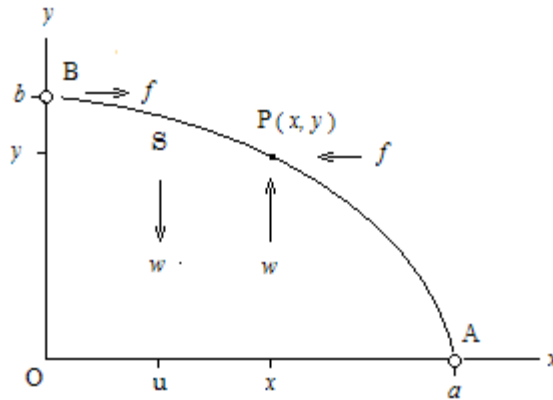


FIGURA 8. Diagrama de fuerzas que actúan sobre el segmento de arco S.

Dos fuerzas horizontales de igual magnitud  $f$  y sentidos opuestos y dos verticales también de iguales magnitudes  $w$  y sentidos opuestos. Aquí se está considerando que se cumple la condición de equilibrio de fuerzas sobre el segmento. Es decir, tenemos, en forma vectorial:

$f$  es la fuerza horizontal aplicada por la otra mitad del arco sobre el punto  $B$ , (esta es la fuerza de coceo).

–  $f$  es la fuerza horizontal sobre el punto  $P$ , ejercida por el segmento de arco que va de  $A$  a  $P$  (la que equilibra al segmento en el eje horizontal)

$w = -\lambda x \mathbf{j}$  es la carga del segmento  $S$ , es una fuerza vertical aplicada sobre un punto  $u$  del segmento,

–  $w = \lambda x \mathbf{j}$  es la fuerza vertical aplicada sobre el punto  $P$ , (la que equilibra al segmento en el eje vertical)  $u$  es la posición horizontal promedio de la carga en el segmento. Por ser uniforme la distribución de carga,  $u = x/2$ .

Ahora calculamos el momento flexionante (torca) que ejercen cada una de estas fuerzas con respecto al punto  $P$ . De las fuerzas anteriores sólo dos de ellas producen momento respecto a dicho punto (las que no están aplicadas precisamente sobre  $P$ ): la fuerza  $f$  que actúa sobre  $B$ , cuyo brazo de palanca es  $b-y$  (distancia vertical de  $B$  a  $P$ ) y la carga vertical  $-\lambda x \mathbf{j}$  cuyo brazo de palanca es  $x-u$  (distancia horizontal de  $u$  al punto  $P$ ). Como estamos suponiendo una distribución horizontal uniforme el valor de  $u$  es simplemente  $u = x/2$ . Estas dos fuerzas producen momentos en sentidos opuestos; tomando como positivo el momento que tiende a rotar al segmento  $S$ , respecto a  $P$ , en contra de su curvatura, obtenemos para el

$$M = f(b-y) - \lambda x(x-u).$$

momento neto sobre el segmento

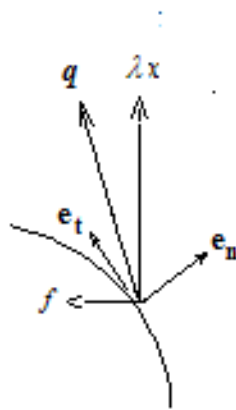
Ahora, considerando el semiarco entero que va de  $A$  a  $B$ , articulado en ambos puntos, sabemos que el momento flexionante respecto a cualquiera de estos puntos debe ser igual a cero. Expresando dicho equilibrio de momentos respecto al punto  $A$  obtenemos  $f b = \lambda a (a - X)$ , ya que  $\lambda a$  es la carga vertical sobre todo el semiarco y  $X$  representa la componente horizontal del centroide del semiarco, que por ser una distribución uniforme se obtiene  $X = a/2$ . Por tanto despejando  $f$  se tiene

$$f = \lambda a^2 / 2b .$$

Esta fuerza  $f$  que se transmite a través del arco, siempre en dirección horizontal, constituye, como en el caso discreto, la llamada fuerza de *coceo* que todo arco ejerce horizontalmente en sus bases. Sustituyendo la ecuación (26) en la ecuación (25) obtenemos:

$$M(x, y) = (\lambda / 2)[(a^2 / b)(b - y) - x^2] .$$

Para calcular las fuerzas cortante y tangencial consideremos el siguiente diagrama, figura 9



**FIGURA 9.** Diagrama de fuerzas aplicadas sobre el punto P.

Como ya dijimos, sobre el segmento  $S$  están actuando en el punto  $P$ , físicamente dos fuerzas: una vertical  $\lambda x$  hacia arriba y una horizontal  $f$  hacia la izquierda. Al vector resultante de estas dos fuerzas le llamamos  $\mathbf{q}$  y lo podemos expresar en la forma

$$\mathbf{q} = -f\mathbf{i} + \lambda x\mathbf{j}.$$

Ahora queremos expresar este vector  $\mathbf{q}$  en sus dos componentes en direcciones normal y tangencial a la curva  $\gamma(x)$  en el punto  $P$ . Sean  $\mathbf{en}$  y  $\mathbf{et}$  vectores unitarios en direcciones normal y tangencial respectivamente, a la curva  $\gamma(x)$  en el punto  $P(x, y)$ ; podemos expresar estos vectores en la forma

$$\mathbf{e}_n = k\mathbf{i} - h\mathbf{j},$$

$$\mathbf{e}_t = h\mathbf{i} + k\mathbf{j},$$

donde  $h$  y  $k$  son cosenos directores, y por ser componentes de vectores unitarios se cumple la relación

$$h^2 + k^2 = 1.$$

La pendiente del vector  $\mathbf{et}$  es precisamente la derivada de la función  $\gamma(x)$  en el punto  $P$ , es decir

$$y'(x)_p = k/h.$$

De las expresiones (29) a (32) podemos escribir

$$h = \frac{-1}{\sqrt{1+y'^2(x)}},$$

$$k = \frac{-y'(x)}{\sqrt{1+y'^2(x)}}.$$

Ahora expresamos las fuerzas cortante y tangencial, como los productos punto (productos escalares) de los vectores  $\mathbf{q}$  y  $\mathbf{en}$  y los vectores  $\mathbf{q}$  y  $\mathbf{et}$ , respectivamente. Por lo tanto,

$$f_c = \frac{\lambda[(a^2/2b)y' + x]}{\sqrt{1+y'^2}},$$

$$f_t = \frac{\lambda[(a^2/2b) - xy']}{\sqrt{1+y'^2}}.$$

Las ecuaciones (26), (27), (35) y (36) son los momentos y fuerzas cortante y tangencial en cualquier punto de un arco simétrico de cualquier geometría, sometido a una distribución horizontal uniforme de carga. Estos momentos y fuerzas, en general son distintos de cero, y como se ha dicho, usualmente son contrarrestados por momentos y fuerzas de reacción producidos por la resistencia del material de la estructura.

### III.3. ARCO SEMICIRCULAR

Para ilustrar los resultados anteriores, tomemos a manera de ejemplo un arco circular, el cual nos permite una solución analítica, y cuya ecuación es

$$y = \sqrt{a^2 - x^2}.$$

En este caso el parámetro  $b$  de las ecuaciones es igual a  $a$  y la derivada de  $y(x)$  la expresamos como

$$y'(x) = -x/\sqrt{a^2 - x^2},$$

y obtenemos así, de dichas fórmulas generales las expresiones para el arco circular, bajo la condición de carga mencionada

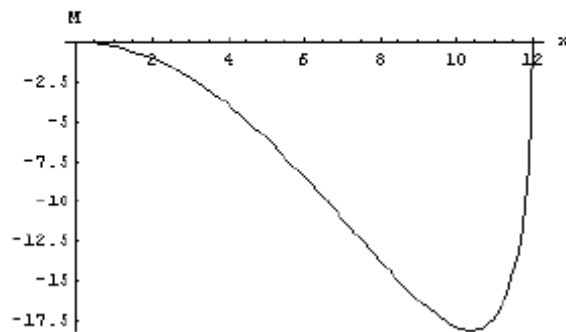
$$M(x) = (\lambda/2)[a(a - \sqrt{a^2 - x^2}) - x^2],$$

$$f_c(x) = \lambda x[\sqrt{1 - x^2/a^2} - 1/2],$$

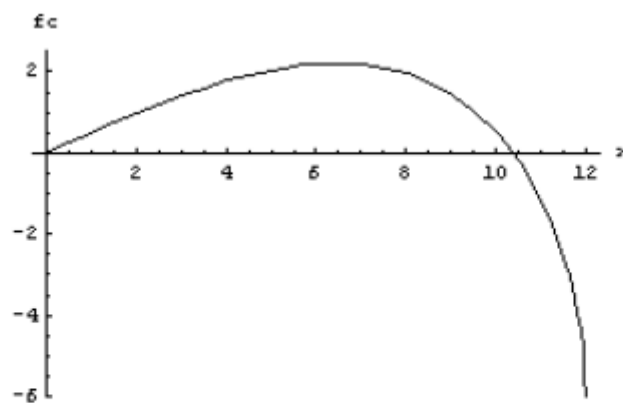
$$f_t(x) = (\lambda/a)[(a/2)\sqrt{a^2 - x^2} + x^2].$$

Y de la ecuación (26), con  $a = b$ , la fuerza de coceo es

$$f = \lambda a / 2 .$$



En la figura 10, observamos las gráficas de las tres funciones anteriores. Cada uno de estos tres parámetros tiene un comportamiento peculiar, como función de  $x$ . Las tres curvas muestran ya sea máximo o mínimo en algún punto en el intervalo. Este comportamiento se debe al tipo de distribución de carga (horizontal) y a la geometría circular elegida. Observamos que este arco estará sometido a un alto momento flexionante en puntos cercanos a la base de apoyo. La fuerza cortante parte de cero en la cúspide y tiene un máximo local, termina con una magnitud grande (valor negativo) también en la base de apoyo, y pasa por un valor de cero en un cierto punto del arco; mientras que la fuerza tangencial parte del valor fijo de la fuerza de coceo, en la cúspide y de ahí crece hasta un valor máximo situado muy cerca de la base. Al ver estas gráficas resulta evidente que el arco semicircular no es una estructura cercana al equilibrio, para una distribución horizontal uniforme de carga.



**FIGURA 10b.** Gráfica de la fuerza cortante, la función  $f_c(x)$ , para un arco semicircular,  $a=12\text{m}$ . y distribución horizontal uniforme de carga,  $\lambda = 1 \text{ kg/m}$ . La coordenada  $x$  va desde  $x=0$  (eje vertical) hasta  $x = a$ .

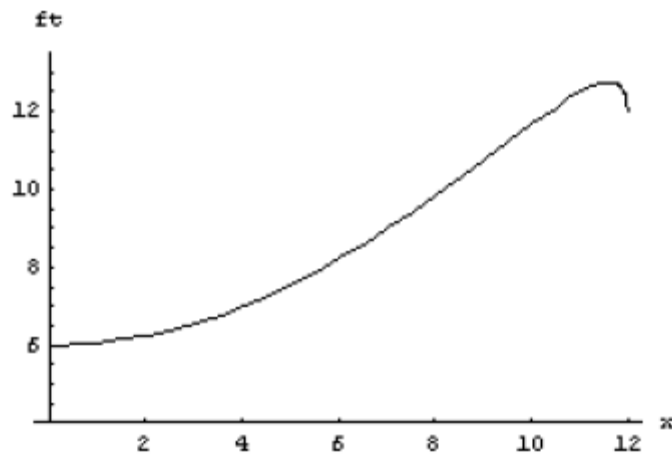


FIGURA 10c. Gráfica de la fuerza tangencial, la función  $f_t(x)$ , para un arco semicircular,  $a=12\text{m}$ . y distribución horizontal uniforme de carga,  $\lambda = 1 \text{ kg/m}$ . La coordenada  $x$  va desde  $x=0$  (eje vertical) hasta  $x=a$ .

### III.3.1. ARCO EN EQUILIBRIO

Nos planteamos el problema de encontrar si existe una geometría del arco, o sea una función  $y(x)$  para la cual el momento flexionante se anule en todo punto del arco. Físicamente esta condición significa que el arco no tendería a flexionarse en ningún punto.

El problema se resuelve haciendo  $M = 0$  en la ecuación (27) y obtenemos una función que puede escribirse en la forma

$$y(x) = b[-(x^2 / a^2) + 1].$$

Es, como vemos, la ecuación de una parábola cuyo eje de simetría es el eje  $y$ , ver figura 11.

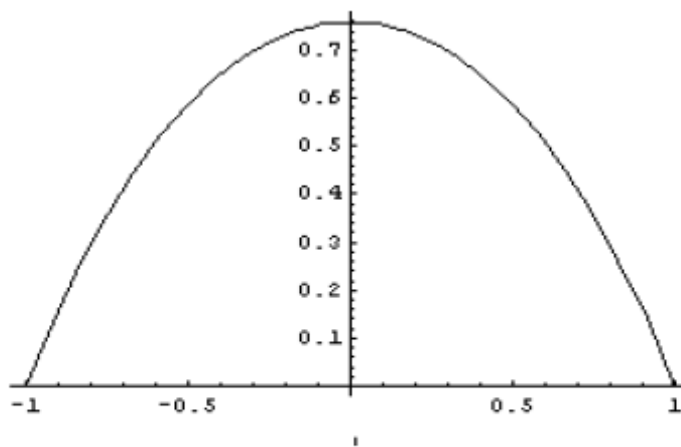


FIGURA 11. Bajo la condición de carga distribuida uniformemente sobre el eje horizontal del arco, la forma parabólica queda libre de momento flexionante, así como de fuerza cortante a lo largo de todo el arco.

Ahora bien, esta función  $y(x)$  además de hacer cero el momento flexionante en todo el arco, nos da algo más, ya que si ahora tomamos su derivada y sustituimos en la ecuación (35) para la fuerza cortante, obtenemos como resultado que para la misma curva  $y(x)$  también se anula dicha fuerza.

Esto significa que al hacer  $M = 0$  obtenemos una integral de la ecuación que resulta de hacer  $f_c = 0$ . Es decir, estamos obteniendo que para la geometría parabólica, ecuación (43), tanto  $M$  como  $f_c$  son cero para todo punto  $(x, y)$  del arco. En otras palabras, este resultado nos dice que para una distribución horizontal uniforme de carga, el arco parabólico simétrico es una estructura no solo en equilibrio de fuerzas, sino que se encuentra libre de momento flexionante y de fuerzas cortantes a lo largo del arco.

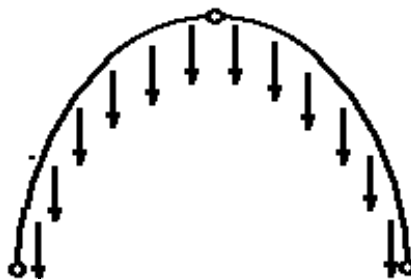
Solamente la fuerza tangencial (o axial) es diferente de cero y se expresa por la ecuación

$$f_t = \frac{\lambda[(a^4/2b) + 2bx^2]}{\sqrt{a^4 + 4b^2x^2}},$$

que es la fuerza de compresión, como función de la coordenada horizontal, a la que queda sometido el arco bajo estas condiciones. Como caso particular, si evaluamos esta expresión en  $x = 0$ , se obtiene la fuerza de compresión en la cúspide del arco, que es precisamente la fuerza de coceo dada por la ecuación.

### III.3.2 DISTRIBUCIÓN UNIFORME DE CARGA SOBRE EL EJE DEL ARCO

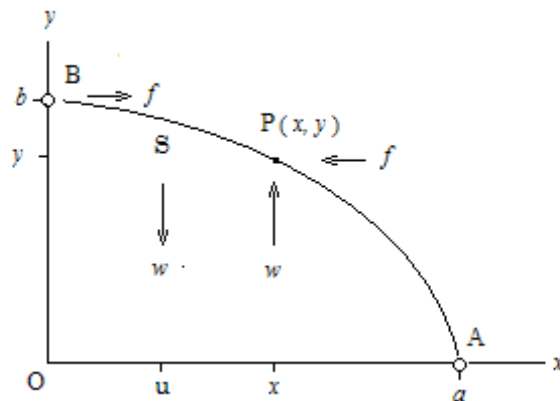
Consideremos ahora el caso en el que la carga que soporta el arco se debe solamente a su propio peso. Suponiendo que tenemos una sección y una distribución de masa uniformes, entonces tenemos una carga, es decir el peso por unidad de longitud  $\lambda$ .



**FIGURA 12.** El diagrama indica una distribución uniforme de carga a lo largo del arco.



Observamos en la figura 13 que el diagrama de fuerzas es muy similar al de la figura 8; sin embargo, algunas de las fuerzas muestran diferencias importantes.



**FIGURA 13.** Diagrama de fuerzas que actúan sobre el segmento de arco  $S$ .

En este caso tenemos también, como en el anterior, dos fuerzas horizontales de igual magnitud  $f$  y sentidos opuestos y dos verticales también de iguales magnitudes  $w$  y sentidos opuestos. Aquí se cumple también la condición de equilibrio de fuerzas sobre el segmento. Pero a diferencia del caso anterior, ahora la carga sobre el segmento  $S$  es su propio peso y es igual a  $\lambda S$ . Al cambiar el sistema de fuerzas, cambiarán también las ecuaciones para el equilibrio. Es decir, tenemos, en forma vectorial:  $f$  es la fuerza horizontal aplicada sobre el punto  $B$ , (fuerza de coceo),  $-f$  es la fuerza horizontal sobre el punto  $P$  (la que equilibra al segmento en el eje horizontal),

$w = -\lambda S \mathbf{j}$  es el peso del segmento  $S$ , y es una fuerza vertical aplicada sobre un punto  $x = u$ ,

$-w = \lambda S \mathbf{j}$  es la fuerza vertical aplicada sobre el punto  $P$ , (la que equilibra al segmento en el eje vertical),  $u$  es la componente horizontal del centroide del segmento  $S$  (es decir de la posición promedio de la carga en el segmento).

$X$  es la componente horizontal del centroide del semiarco completo (este punto no se muestra en la figura).

Ahora calculamos el momento flexionante (torca) que ejercen estas fuerzas con respecto al punto  $P$ . Como vimos en la sección anterior, de estas fuerzas sólo dos de ellas producen momento respecto a dicho punto: la fuerza  $f$  que actúa sobre  $B$ , cuyo brazo de palanca es  $b-y$  y la carga vertical  $\lambda S \mathbf{j}$  cuyo brazo de palanca es  $x-u$ . Observemos que en este caso  $u$  es la componente horizontal del centroide del arco  $S$ , y como veremos es necesario hacer una integral para determinar su valor. Las dos fuerzas que actúan sobre  $P$  producen momentos en sentidos opuestos; tomando como positivo el momento que tiende a rotar

al segmento  $S$ , respecto a  $P$ , en contra de su curvatura, obtenemos para el momento neto sobre el segmento

$$M = f(b-y) - \lambda S(x-u).$$

Ahora en este caso, tanto las longitudes de arco como los centroides del arco  $S$  y del semiarco completo, deben expresarse en términos de integrales de línea sobre el arco, que a su vez pueden escribirse como integrales sobre la variable  $x$ . Si llamamos  $L$  a la longitud de todo el semiarco, que va de  $A$  a  $B$ , entonces, donde la diferencial de arco es:

$$L = \int_0^a ds \qquad ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + y'^2} dx.$$

Por lo tanto, tenemos:

$$L = \int_0^a \sqrt{1 + y'^2} dx.$$

Por definición de centroide, escribimos para el producto  $LX$

$$LX = \int_0^a x \sqrt{1 + y'^2} dx.$$

En forma similar expresamos la longitud  $S$  del segmento, así como el producto  $Su$  en la forma

$$S = \int_0^x \sqrt{1 + y'^2} dx,$$

$$Su = \int_0^x x \sqrt{1 + y'^2} dx.$$

Como el semiarco entero lo suponemos articulado en sus dos extremos  $A$  y  $B$ , el momento flexionante sobre él debe anularse, lo que se expresa por la ecuación

$$f_b = \lambda L(a - X).$$

Sustituyendo las ecuaciones donde por comodidad estamos definiendo

$$M = \lambda \left[ \left( a \int_0^x \phi(x) dx - \int_0^a x \phi(x) dx \right) (1 - y/b) - x \int_0^x \phi(x) dx + \int_0^x x \phi(x) dx \right]$$

Para calcular las fuerzas cortante y tangencial hacemos el mismo análisis vectorial de la sección (III A), con la diferencia de que para la carga vertical, en lugar de la fuerza  $\lambda x$  (distribución horizontal), ahora tenemos la fuerza  $\lambda S$  (distribución sobre el eje). Con lo cual el vector  $\mathbf{q}$  definido como la resultante de las fuerzas horizontal y vertical que actúan sobre  $P$ , es ahora

$$\mathbf{q} = -f\mathbf{i} + \lambda x\mathbf{j}.$$

Ahora queremos expresar este vector  $\mathbf{q}$  en sus dos componentes en direcciones normal y tangencial a la curva  $\gamma(x)$  en el punto  $P$ . Si, como en la sección anterior,  $\mathbf{e}_n$  y  $\mathbf{e}_t$  vectores unitarios en direcciones normal y tangencial respectivamente, a la curva  $\gamma(x)$  en el punto  $P(x, y)$ , podemos expresar estos vectores en la forma

$$\mathbf{e}_n = -[iy'(x) - j] / \phi(x),$$

$$\mathbf{e}_t = [i + y'(x)j] / \phi(x).$$

Ahora expresamos las fuerzas cortante y tangencial como los productos punto de los vectores  $\mathbf{q}$  y  $\mathbf{e}_n$  y los vectores  $\mathbf{q}$  y  $\mathbf{e}_t$  respectivamente, por lo tanto

$$f_c = [f y'(x) + \lambda S] / \phi(x),$$

$$f_t = [f - \lambda S y'(x)] / \phi(x).$$

Las expresiones son las fórmulas generales para el momento flexionante, así como fuerzas de coceo, cortante y tangencial (axial), para un arco simétrico de cualquier geometría, sometido a una distribución de carga uniforme a lo largo de su eje, o sea a su propio peso. Estos momentos y fuerzas en general son distintos de cero, para geometrías arbitrarias y deberán ser contrarrestados por momentos y fuerzas reactivas producidos por la resistencia de la estructura.

### III.4 ARCO PARABÓLICO

Continuando con el caso de carga distribuida a lo largo del arco, como segundo ejemplo consideremos ahora un arco parabólico cuya ecuación la escribimos en la forma

$$y(x) = b(1 - x^2 / a^2)$$

Con esta función tenemos otra vez que la altura del arco es  $b$  y el semiancho es  $a$ . La derivada de la función es  $y'(x) = -2bx / a^2$  y la función  $\phi$  en la ecuación es en este caso

$$\phi(x) = \sqrt{1 + (4b^2 / a^4)x^2}.$$

Necesitamos ahora evaluar las cuatro integrales de la ecuación. Para esto utilizamos dos fórmulas de integrales definidas que son las siguientes

$$\int \phi(x) dx = (x/2)\phi(x) + (a^2 / 4b) \operatorname{arcsenh}(2b / a^2).$$

$$\int x\phi(x) dx = \left( \frac{a^4}{12b^2} \right) \phi(x)^3.$$

Estamos usando en la ecuación la función inversa de  $\operatorname{senh}z = \frac{1}{2}[e^z - e^{-z}]$ . Sustituyendo esto en la ecuación se obtiene

$$L = \int_0^a \phi(x) dx = (a/2)\phi(a) + (a^2 / 4b) \operatorname{arcsenh}(2b / a)$$

$$LX = \int_0^a x\phi(x) dx = (a^4 / 12b^2) [\phi^3(a) - 1]$$

$$S = \int_0^x \phi(x) dx = (x/2)\phi(x) + (a^2 / 4b) \operatorname{arcsenh}[(2b/a^2)x],$$

$$Su = \int_0^x x\phi(x) dx = (a^4 / 12b^2) [\phi^3(x) - 1].$$

Finalmente sustituimos estas expresiones,

$$M(x) = (b/a^2)fx^2 + [(x^2/2)\phi(x) + x(a^2/4b)\operatorname{arcsenh}[(2b/a^2)x] - (a^4/12b^2)[\phi^3(x) - 1]],$$

$$f_c(x) = \frac{1}{\phi(x)} [-(2b/a^2)fx + \lambda[(x/2)\phi(x) + (a^2/4b)\operatorname{arcsenh}[(2b/a^2)x]]],$$

$$f_t(x) = \frac{1}{\phi(x)} [f + \lambda(2b/a^2)x[(x/2)\phi(x) + (a^2/4b)\operatorname{arcsenh}[(2b/a^2)x]]],$$

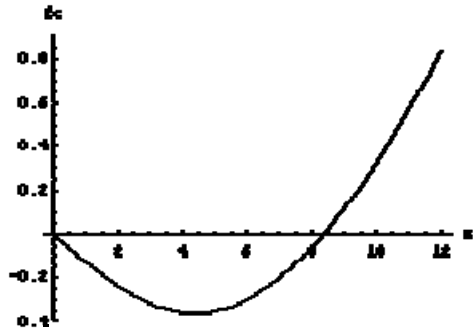
donde la fuerza de coceo  $f$  tiene el valor

$$f = \lambda(a^2/2b)[\phi(a) + (a/2b)\operatorname{arcsenh}(2b/a) - (a^2/6b^2)[\phi^3(a) - 1]].$$

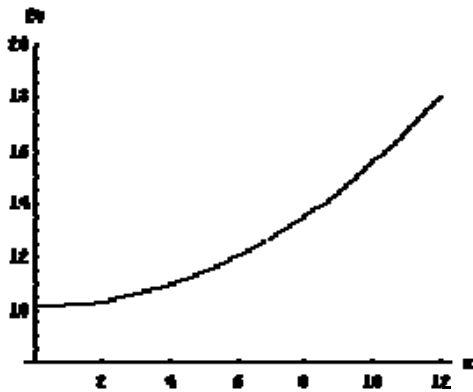
En las figuras 15 observamos las gráficas de las tres funciones anteriores. El momento flexionante así como la fuerza cortante exhiben un máximo y un mínimo respectivamente, y un comportamiento muy diferente al del caso del arco semicircular, en cuanto al sentido de ambos parámetros. Recordemos, de acuerdo con nuestra definición, que un momento flexionante positivo significa que el arco, dejado en libertad, tiende a flexionarse en sentido contrario a su curvatura. Notamos que, como también ocurre en los casos anteriores, la fuerza cortante se hace cero sólo en un punto preciso del arco. El arco parabólico, al igual que el semicircular, no son estructuras de equilibrio para una distribución uniforme de carga sobre el eje.



**FIGURA 15a.** Gráfica del momento flexionante, la función  $M(x)$ , para un arco parabólico, con  $a = 12\text{m}$  y una distribución uniforme de carga sobre el arco,  $\lambda = 1\text{ kg/m}$ . La coordenada  $x$  va desde  $x=0$  (eje vertical) hasta  $x=a$ .



**FIGURA 15b.** Gráfica de la fuerza cortante, la función  $f_c(x)$ , para un arco parabólico, con  $a = 12\text{m}$  y una distribución uniforme de carga sobre el arco,  $\lambda = 1 \text{ kg/m}$ . La coordenada  $x$  va desde  $x = 0$  (eje vertical) hasta  $x = a$ .



**FIGURA 15c.** Gráfica de la fuerza tangencial, la función  $f_t(x)$ , para un arco parabólico, con  $a = 12\text{m}$  y una distribución uniforme de carga sobre el arco,  $\lambda = 1 \text{ kg/m}$ . La coordenada  $x$  va desde  $x = 0$  (eje vertical) hasta  $x = a$ .

### III.4.1 ARCO EN EQUILIBRIO

Partimos ahora de los resultados obtenidos para la distribución uniforme de carga a lo largo del eje del arco, válidos para una geometría arbitraria. Como en el caso de la distribución horizontal de carga, formulamos ahora el siguiente problema:

Encontrar si para una distribución uniforme sobre el eje del arco existe una cierta geometría para la cual el arco quede libre de momento flexionante y/o fuerza cortante en todos sus puntos.

Igualando a cero la ecuación para  $M(x, y)$ , dada por la ecuación (52), podemos escribir la relación

$$(f/\lambda)(b-y) = x \int_0^x \phi(x) dx - \int_0^x x \phi(x) dx .$$

Vemos que aquí intervienen la variable  $x$ , la función  $y(x)$ , así como dos integrales en la variable  $x$ . Del lado izquierdo tenemos el factor  $f/\lambda$  que no depende de  $x$  (recordemos que la fuerza de coceo tiene el mismo valor en todo punto del arco). Con el objeto de tener una relación entre  $y$  y  $x$  derivamos la expresión anterior y se obtiene

$$(-f/\lambda)y'(x) = x \int_0^x \phi(x) dx ,$$

la cual volvemos a derivar para eliminar la integral y obtenemos así una ecuación diferencial de segundo orden para la función  $y(x)$ ,

$$y''(x) + (\lambda/f)\phi(x) = 0 .$$

Esta ecuación diferencial es no lineal, por la forma de la función  $\phi(x) = \sqrt{1+y^2}$

Podemos comprobar, por sustitución, que una solución de esta ecuación, que satisface las condiciones en la frontera de nuestro caso, es

$$y(x) = b[2 - \cosh(x/b)] ,$$

donde estamos usando la función hiperbólica

$$\cosh(z) = (1/2)[e^z + e^{-z}] .$$

Al sustituir la solución, ecuación (84) en la ecuación (83), obtenemos que la fuerza de coceo resulta ser

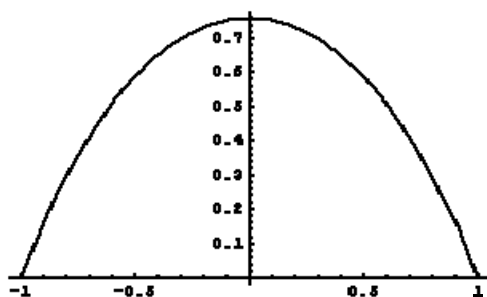
$$f = \lambda b .$$

Ahora bien, nos encontramos otra vez con una propiedad interesante de esta solución para la curva  $y(x)$ . Si por otro lado imponemos la condición de que la fuerza cortante sea cero, para todo punto del arco, con el fin de encontrar qué forma geométrica satisface dicha condición, encontramos la misma ecuación diferencial, ecuación (83), que fue obtenida bajo la condición de hacer cero el momento flexionante para todo punto el arco.

Este resultado tiene interés matemático ya que las ecuaciones para  $M[y(x)]$  y  $f_c[y(x)]$  son en realidad funcionales, o sea funciones que van de las curvas  $y(x)$  a funciones de  $x$ . Se demuestra directamente, de las ecuaciones (52) y (57), que haciendo  $M = 0$  y derivando con respecto a  $x$  se obtiene exactamente la expresión que resulta de hacer  $f_c = 0$ . Por tanto, al derivar dos veces la expresión obtenida con  $M = 0$  se obtiene una ecuación diferencial para la que identificamos dos integrales de movimiento:  $M = 0$  y  $f_c = 0$ .

La solución de dicha ecuación diferencial, ecuación

(83), expresada en la ecuación (84) es la ecuación de una catenaria (ver figura 16). Esto significa físicamente que el arco sometido a su propio peso y cuya forma geométrica es una catenaria, se encuentra en equilibrio total, es decir, libre de fuerzas y libre de momento flexionante y fuerza cortante. Cabe señalar que la catenaria es una forma muy conocida relacionada con otro sistema también en equilibrio, y nos referimos a la curva que describe una cadena flexible al colgarla de sus extremos; la diferencia entre estas dos catenarias estriba en que la de nuestro arco es convexa y la de la cuerda colgante es cóncava [9].



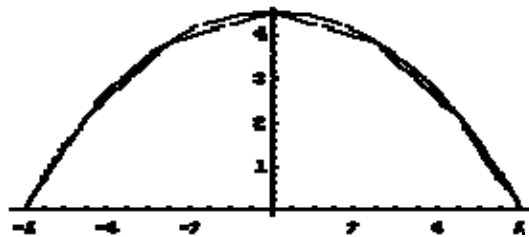
**FIGURA 16.** Bajo la condición de carga uniformemente distribuida sobre el arco, la forma catenaria queda libre de momento flexionante así como de fuerza cortante a lo largo de todo el arco.



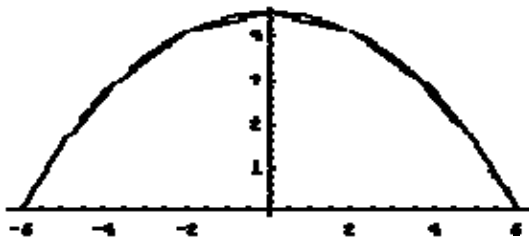
Hagamos una comparación de las geometrías de equilibrio, entre el arco continuo y el poligonal, sometidos a su peso propio. En el caso continuo, como ya observamos, la curva es una catenaria convexa. Si esta curva la superponemos con la gráfica de la solución numérica para el caso poligonal, con un número cada vez mayor de segmentos, obtenemos que los vértices del arco discreto tiendan a acercarse cada vez más a la catenaria. Esto corresponde al límite continuo del arco poligonal. Aún con un número reducido de segmentos es posible percibir con claridad esta tendencia.

En la figura 17 mostramos la superposición de estas gráficas: en el caso (a) tenemos la catenaria dada por la ecuación (84) y un arco poligonal de seis segmentos idénticos, mientras que en el caso (b) tenemos la misma catenaria y un arco poligonal de ocho segmentos idénticos.

Ambos arcos están cubriendo un claro total de 12 unidades. La geometría poligonal se obtiene por medio de un programa numérico.



**FIGURA 17a.** Superposición de la catenaria dada por la ecuación (84), con un arco poligonal de 6 segmentos iguales. Al imponer la condición de que ambos arcos tengan el mismo claro, observamos que sus flechas también coinciden. La forma poligonal se acerca a la curva continua, por debajo de ella.



**FIGURA 17b.** Superposición de la catenaria dada por la ecuación (84), con un arco poligonal de 8 segmentos iguales. Observamos aquí que el arco poligonal se acerca aún más a la curva continua.

## CAPITULO IV. RESULTADOS

OBJETIVO: Obtener el modelo óptimo de un arco para el diseño de puentes peatonales, con condiciones previas establecidas.

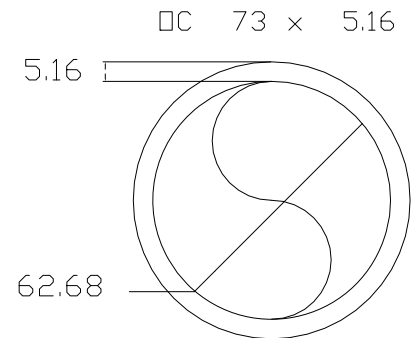
### IV.1 Primer Diseño

Condiciones iniciales:

- Claro 30 m
- Ancho 1.5 m
- Altura 2.5 m
- 6
- Cv 100 kg/m<sup>2</sup>
- Espacio entre montantes 3 m

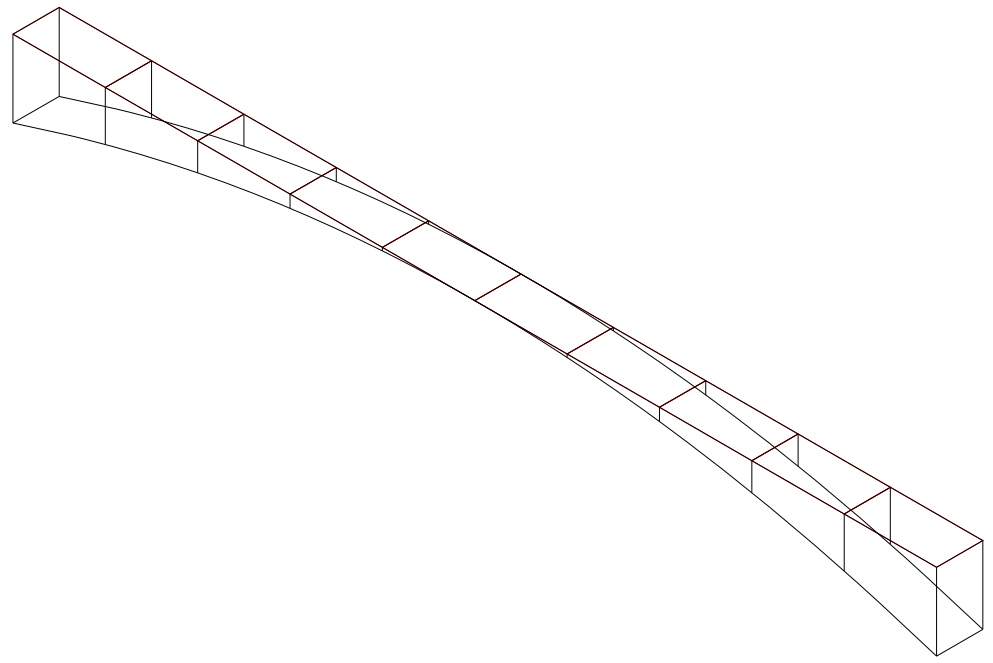
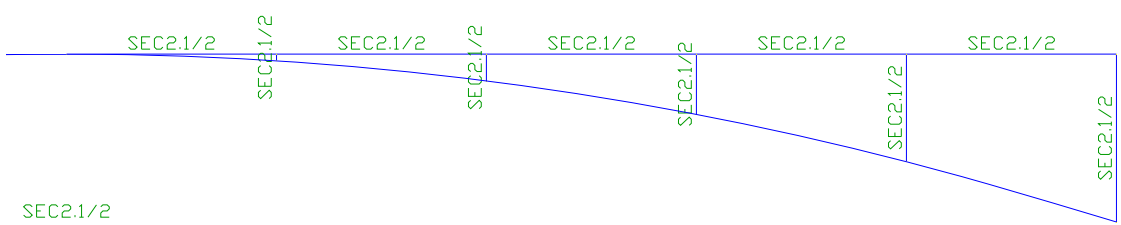
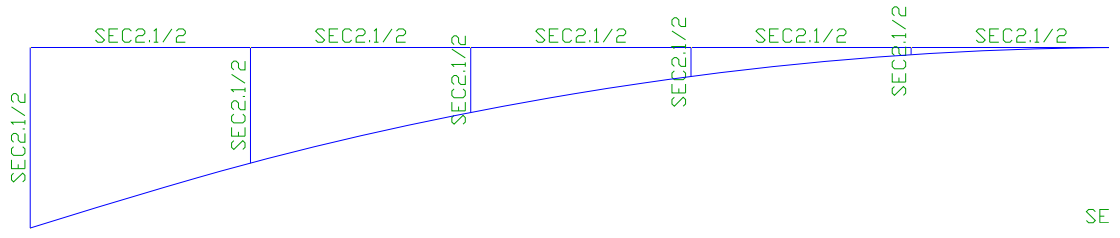
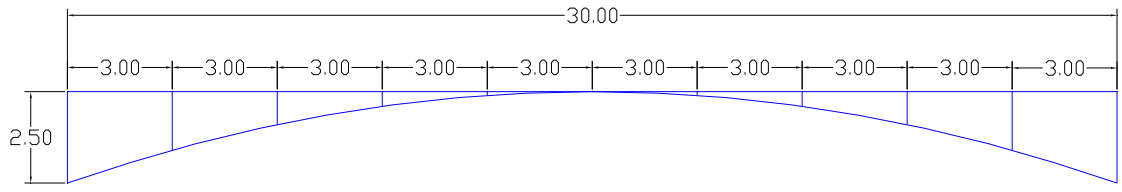
### Armadura de acero

- Sección tubular (Diámetro nominal 2 1/2 pulg)  
(etiquetado en el plano como SEC2.1/2)
- D x t = 73 x 5.16 mm
- Peso 8.63 kg/m
- Diámetro interior 62.68 mm
- Área 11 cm<sup>2</sup>



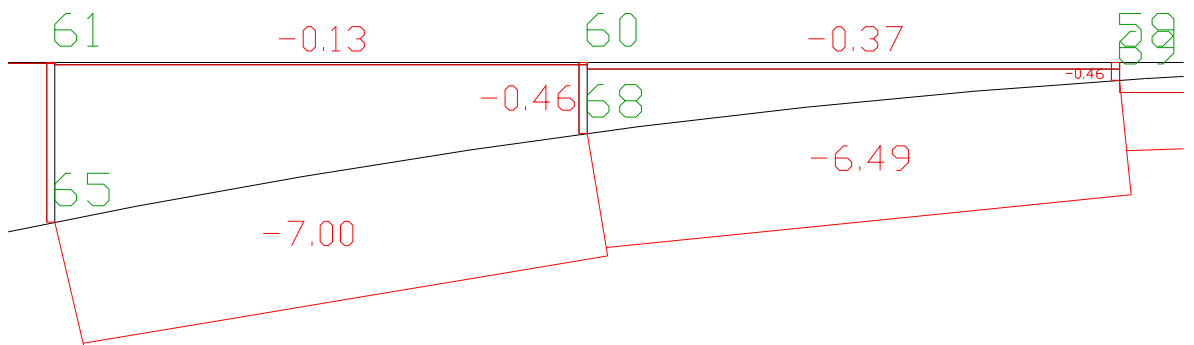
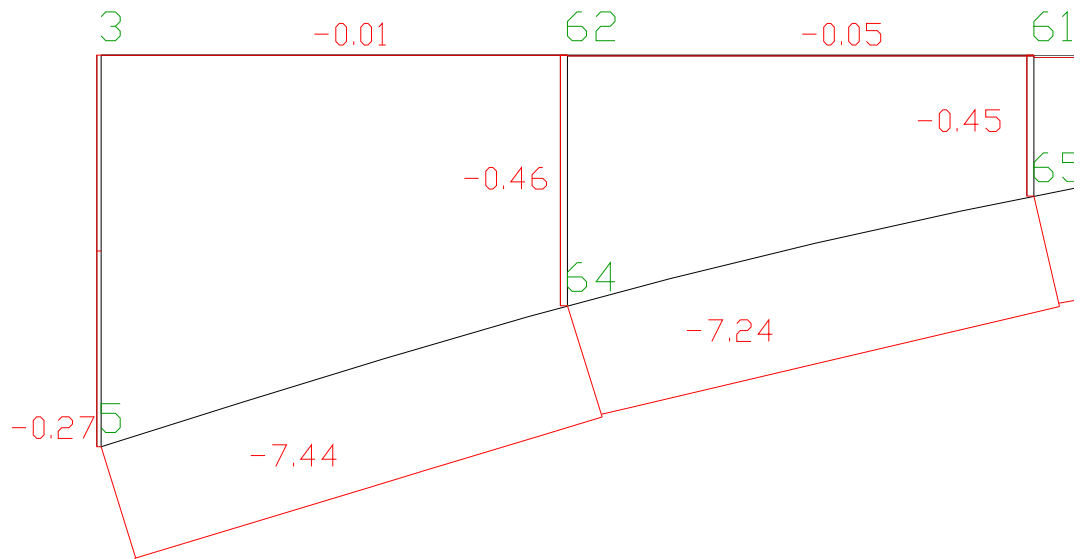
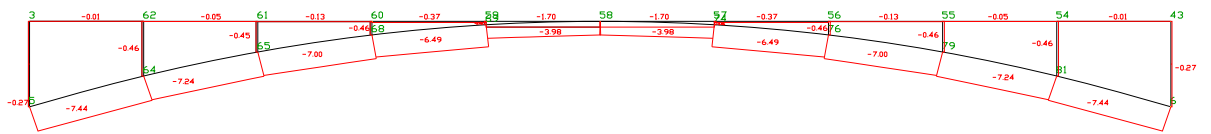
### Diámetros nominales obtenidos del IMCA

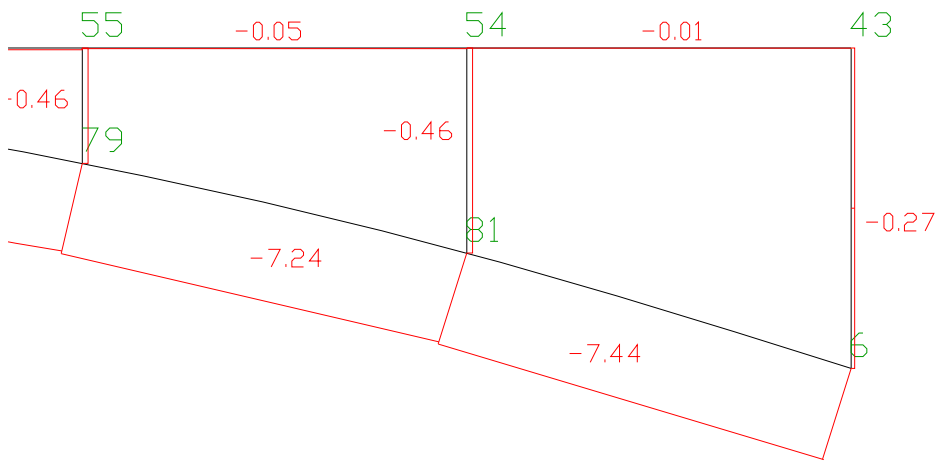
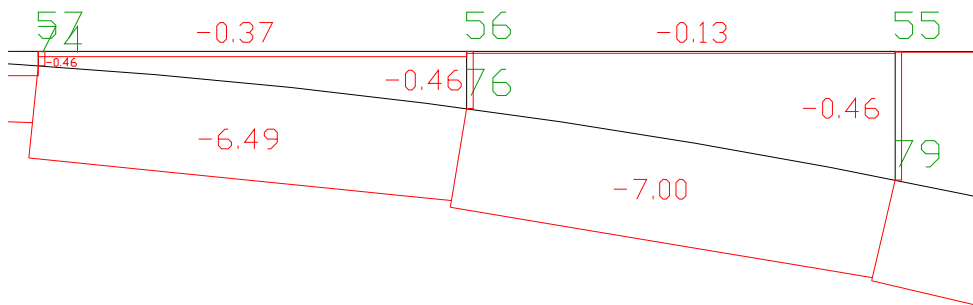
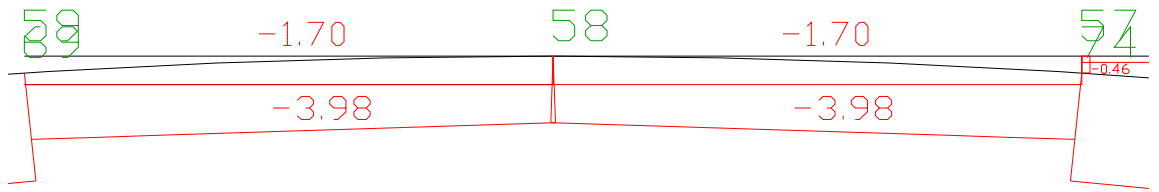
Nota: El programa de computadora SAP uso por Default las propiedades del acero establecidas en Las normas ASTM A36



## Resultados

### Fuerza Axial

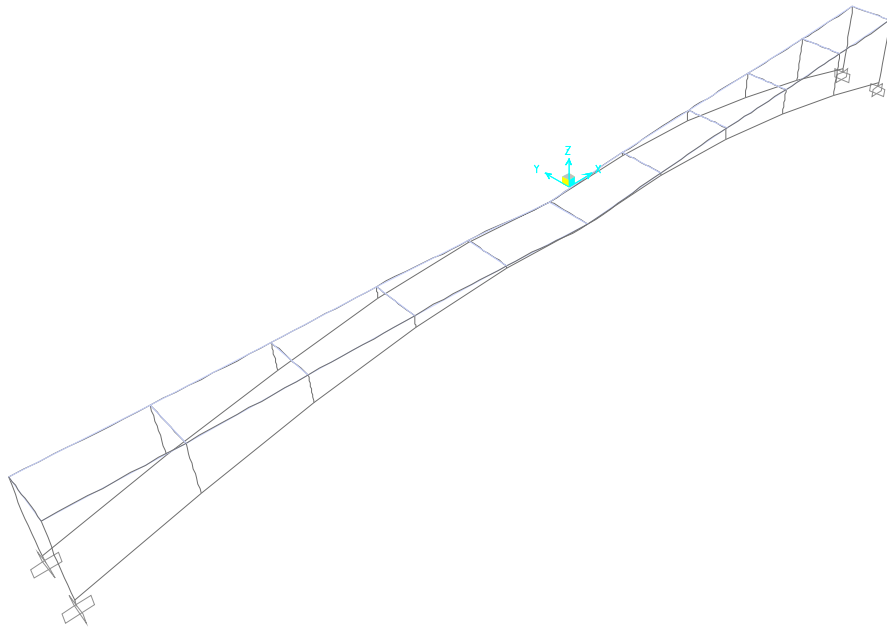




Nota:

Los números en color rojo nos representan que el elemento está sujeto a compresión, el color azul nos indica que el elemento está sujeto a tensión y los números en verde nos indican el número con el cual fueron etiquetados los nodos de la armadura.

Deformaciones



Deformación de la estructura sometida a cargas vivas y muertas, presenta una flecha máxima al centro de 2.96cm.

**Cantidad total de Acero 1.38 ton**

53 piezas

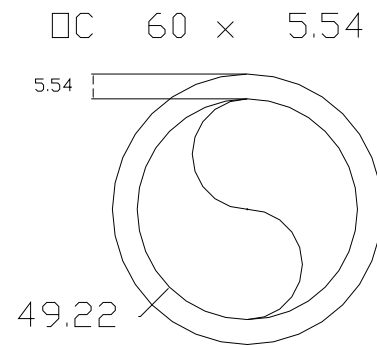
#### IV.1.1 Primer Diseño. Segundo caso

Condiciones iniciales:

- Claro 30 m
- Ancho 1.5 m
- Altura 3.0 m
- Cv 100 kg/m<sup>2</sup>
- Espacio entre montantes 3 m

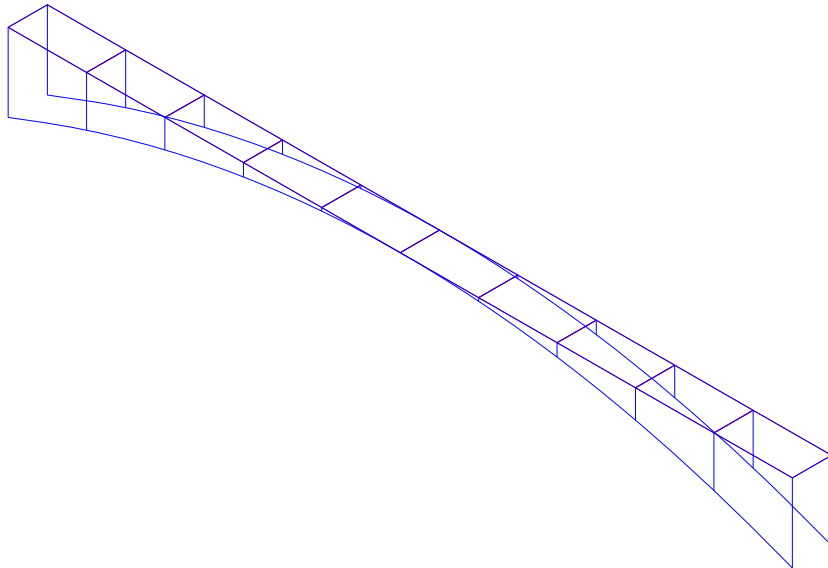
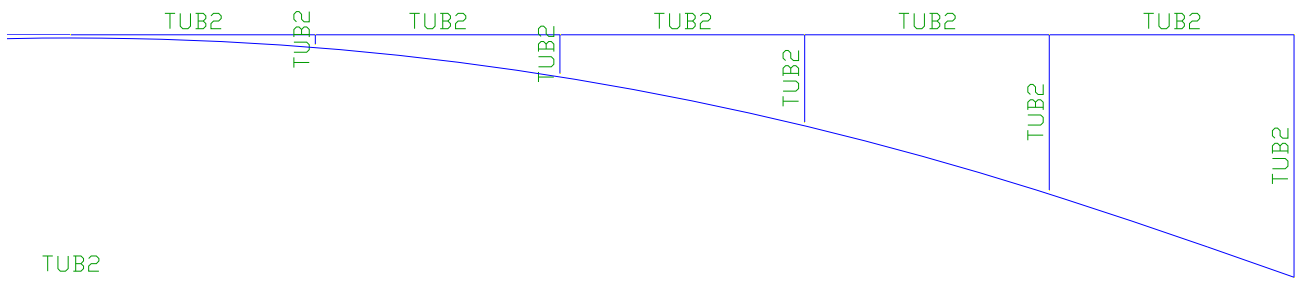
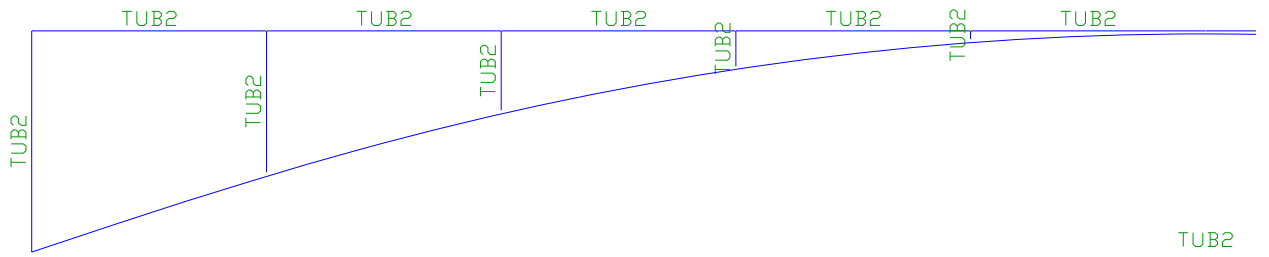
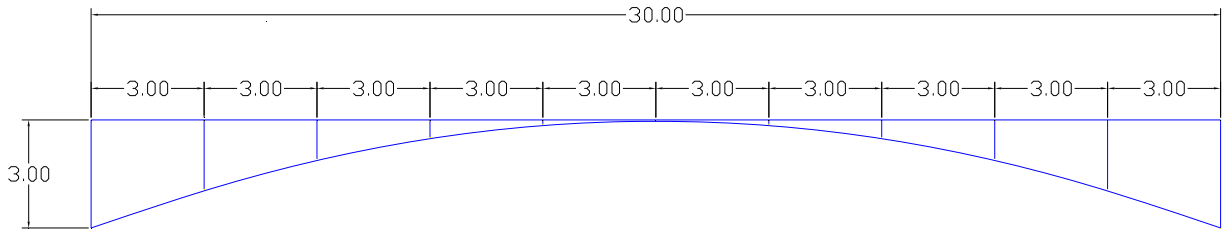
Armadura de acero

- Sección tubular (Diámetro nominal 2 pulg)  
(etiquetado en el plano como TUB2)
- D x t = 60 x 5.54 mm
- Peso 7.48 kg/m
- Diámetro interior 49.22 mm
- Área 9.53 cm<sup>2</sup>



Diámetros nominales obtenidos del IMCA

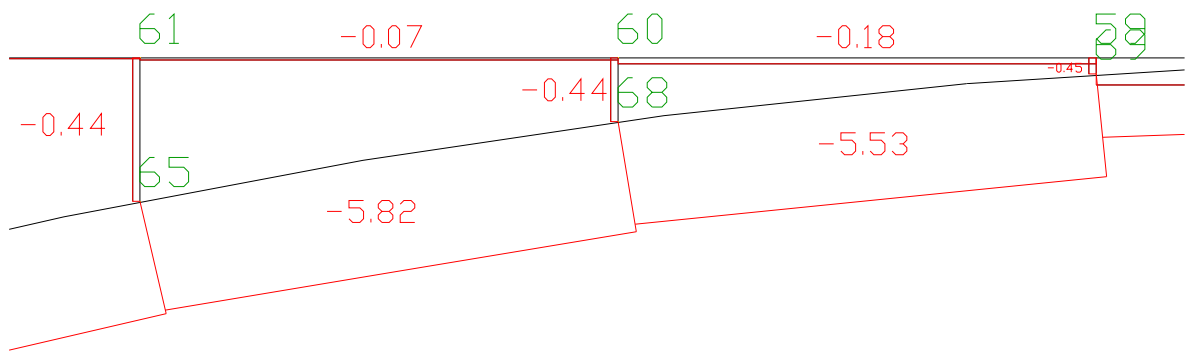
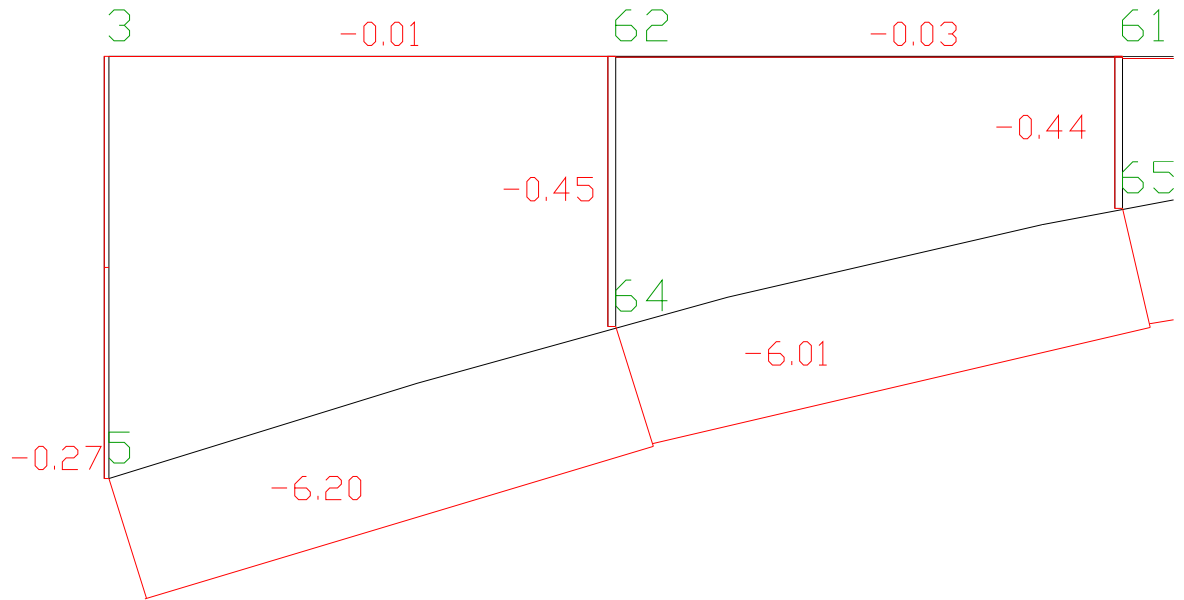
Nota: El programa de computadora SAP uso por Default las propiedades del acero establecidas en Las normas ASTM A36

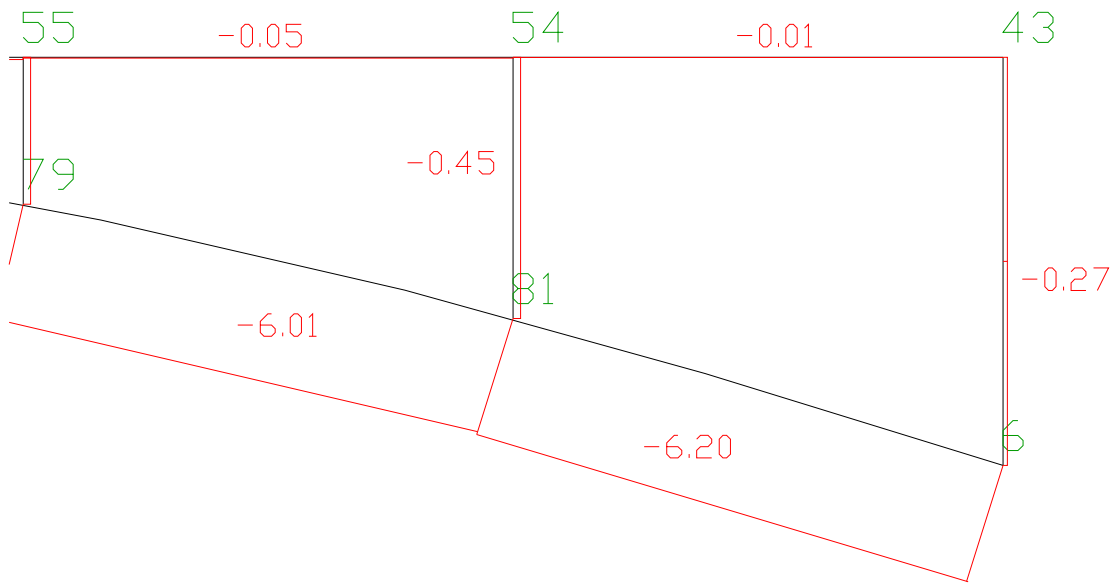
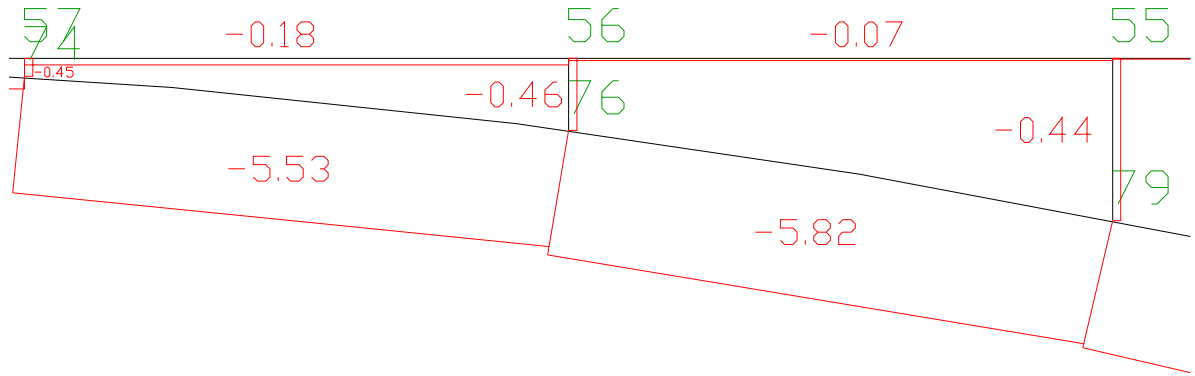
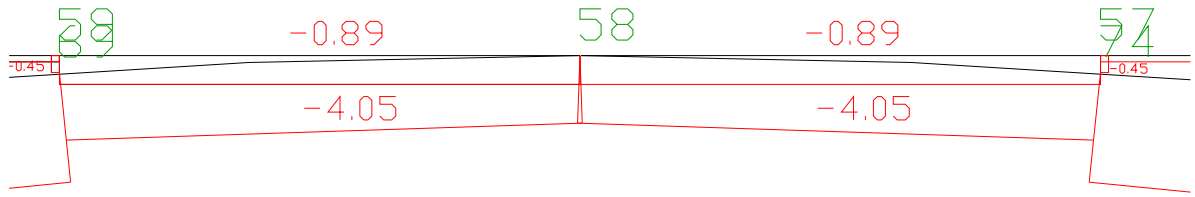




Resultados

Fuerza Axial

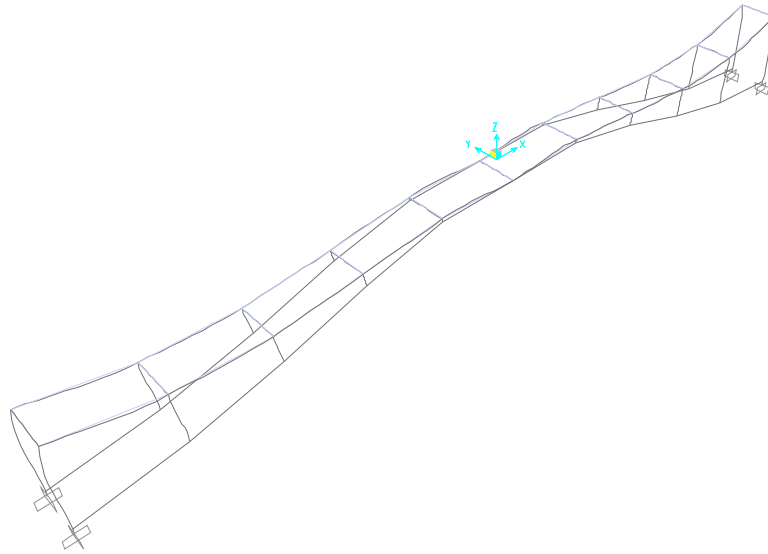




Nota:

Los números en color rojo nos representan que el elemento está sujeto a compresión, el color azul nos indica que el elemento está sujeto a tensión y los números en verde nos indican el número con el cual fueron etiquetados los nodos de la armadura.

Deformaciones



Deformación de la estructura sometida a cargas vivas y muertas, presenta una flecha máxima al centro de 2.1cm.

**Cantidad total de Acero 1.22 ton**

53 piezas

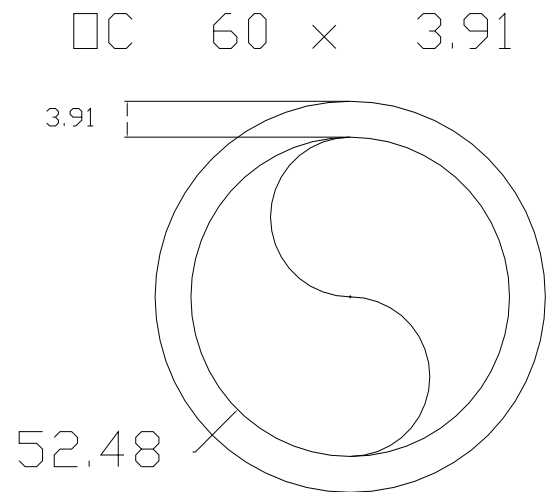
#### IV.1.2 Primer diseño. Tercer caso

Condiciones iniciales:

- Claro 30 m
- Ancho 1.5 m
- Altura 3.5 m
- Cv 100 kg/m<sup>2</sup>
- Espacio entre montantes 3.5 m

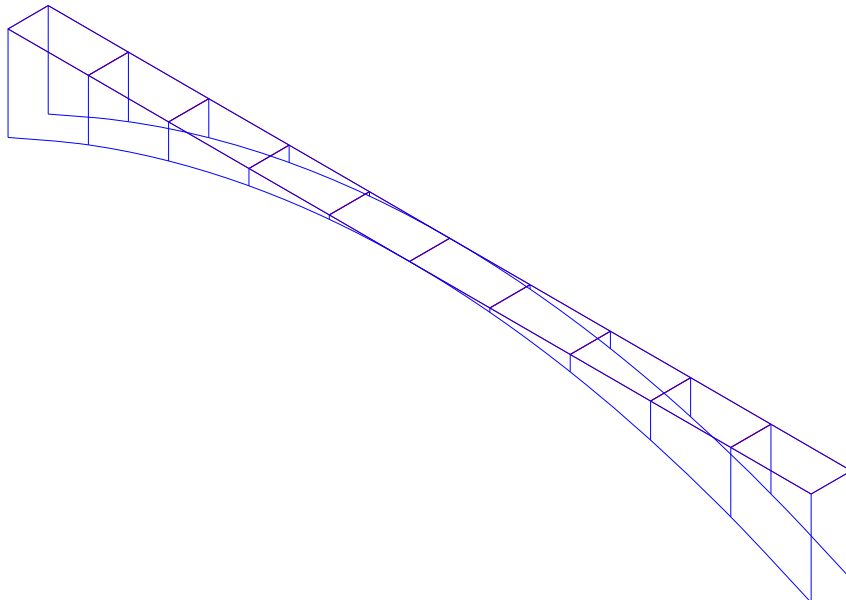
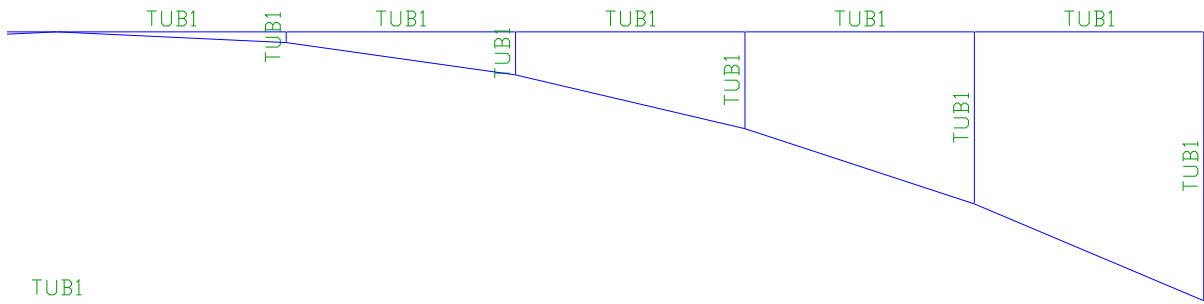
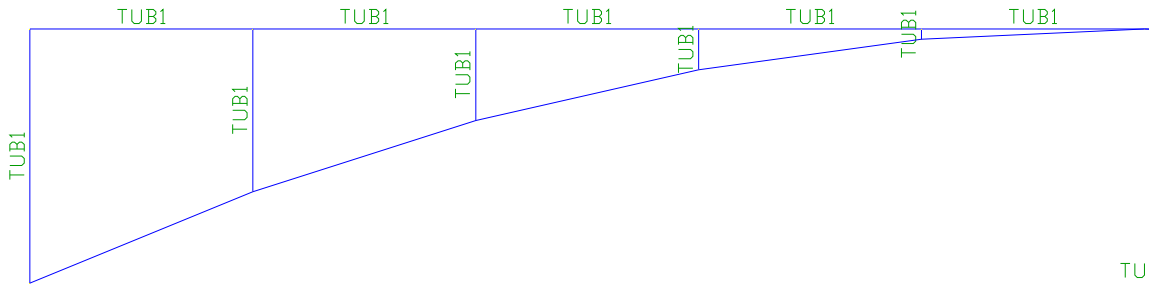
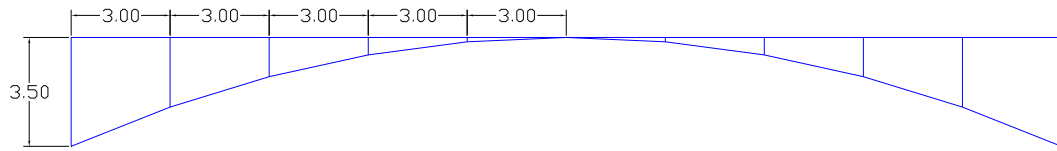
Armadura de acero

- Sección tubular (Diámetro nominal 2 pulg)  
(etiquetado en el plano como TUB2)
- D x t = 60 x 3.91 mm
- Peso 5.44 kg/m
- Diámetro interior 52.48 mm
- Área 6.93 cm<sup>2</sup>



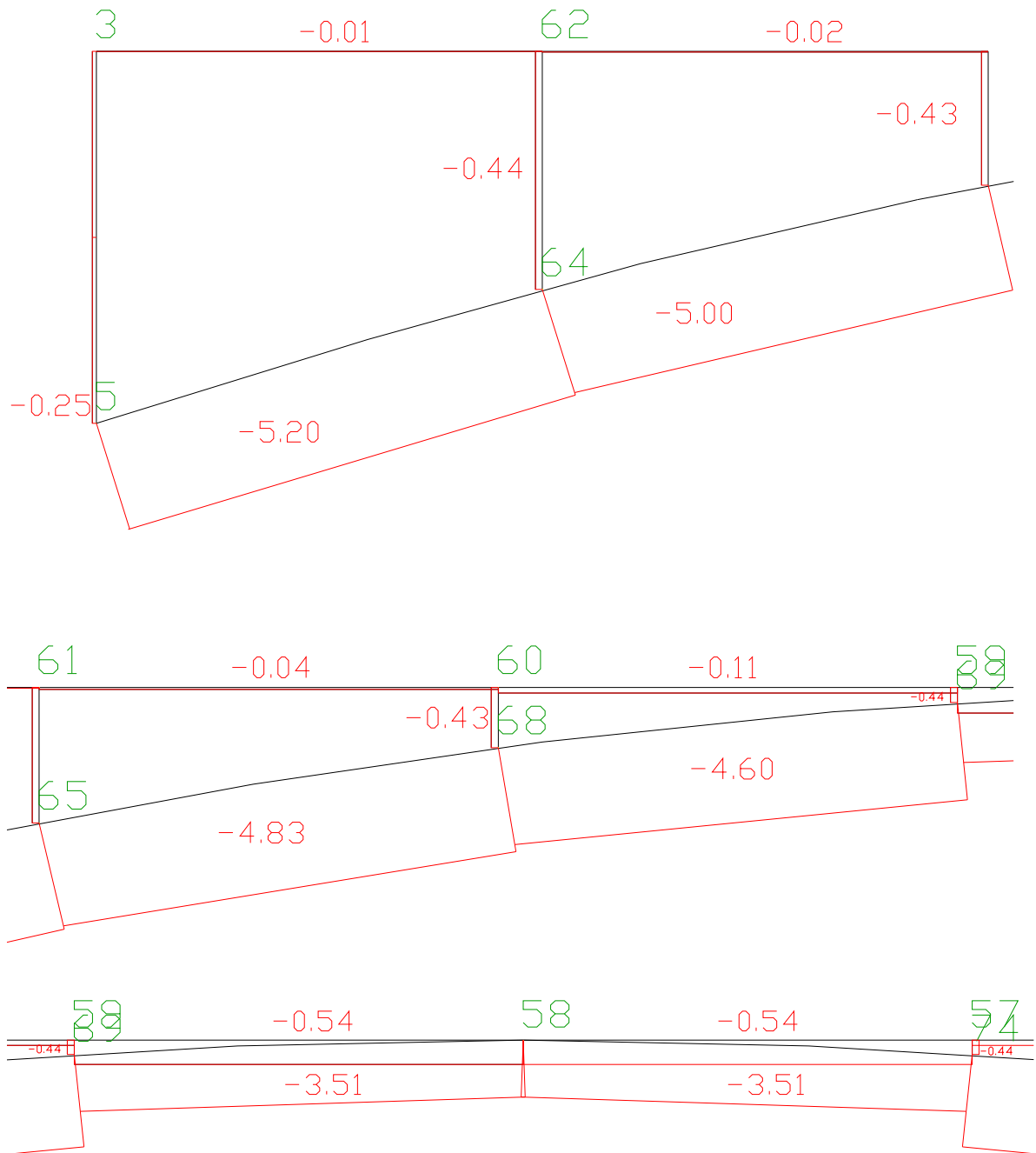
Diámetros nominales obtenidos del IMCA

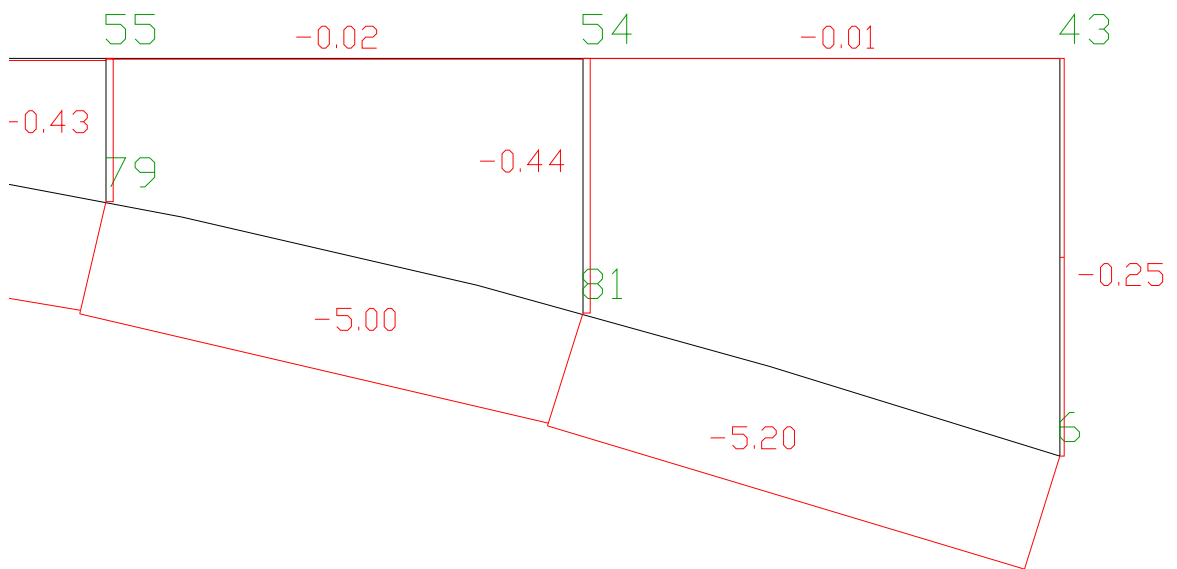
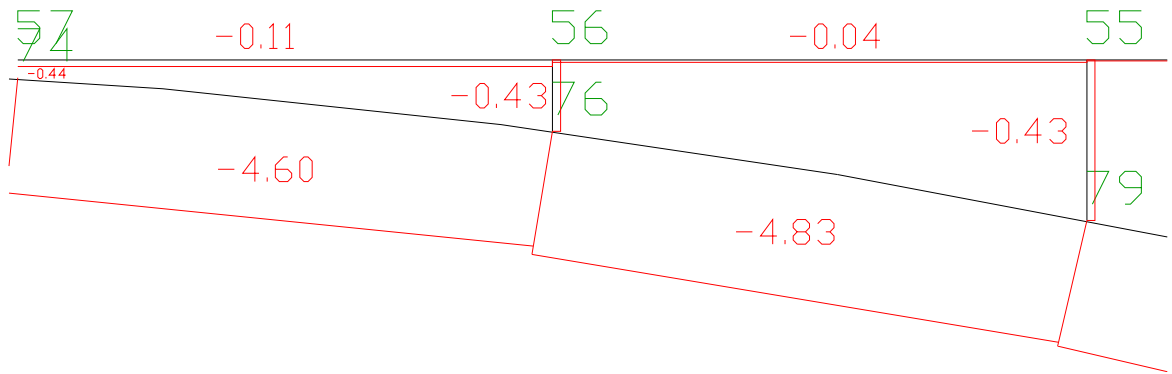
Nota: El programa de computadora SAP uso por Default las propiedades del acero establecidas en Las normas ASTM A36



Resultados

Fuerza Axial

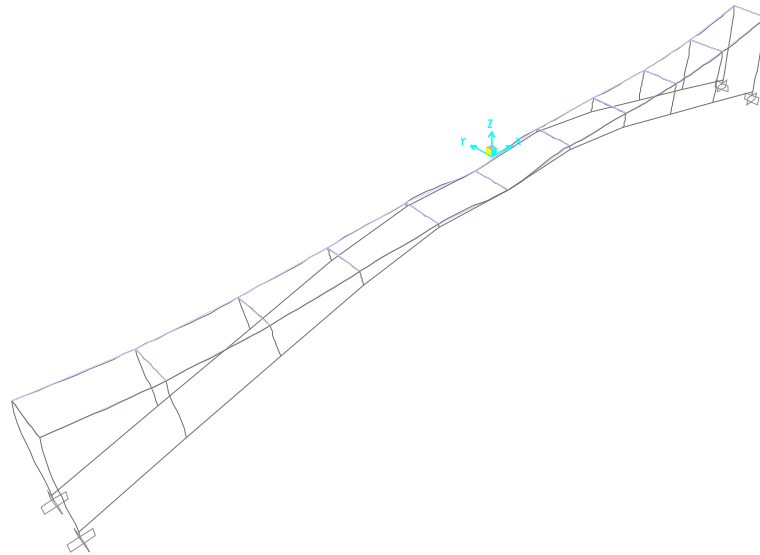




Nota:

Los números en color rojo nos representan que el elemento está sujeto a compresión, el color azul nos indica que el elemento está sujeto a tensión y los números en verde nos indican el número con el cual fueron etiquetados los nodos de la armadura.

Deformaciones



Deformación de la estructura sometida a cargas vivas y muertas, presenta una flecha máxima al centro de 1.83cm.

**Cantidad total de Acero 0.92 ton**

53 piezas



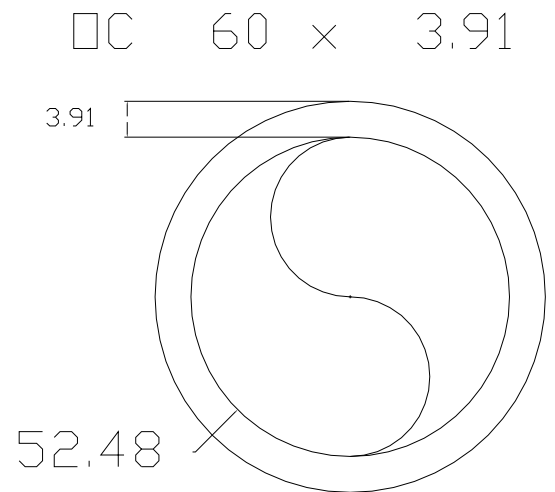
#### IV.2 Segundo diseño. Primer caso

Condiciones iniciales:

- Claro 30 m
- Ancho 1.5 m
- Altura 3.0 m
- Cv 100 kg/m<sup>2</sup>
- Espacio entre montantes 3.5 m

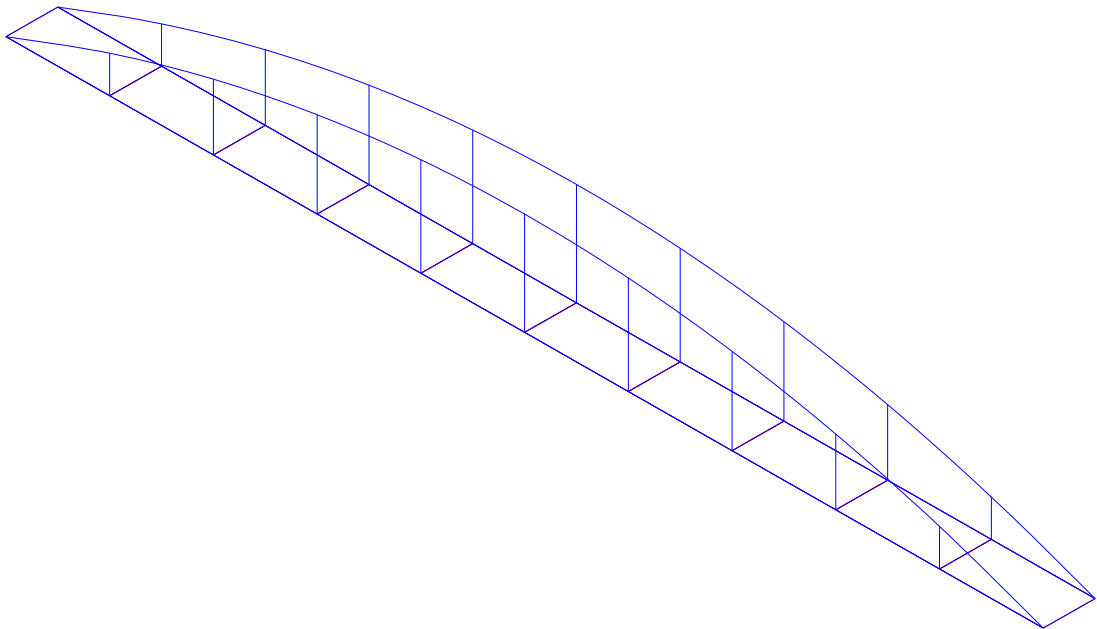
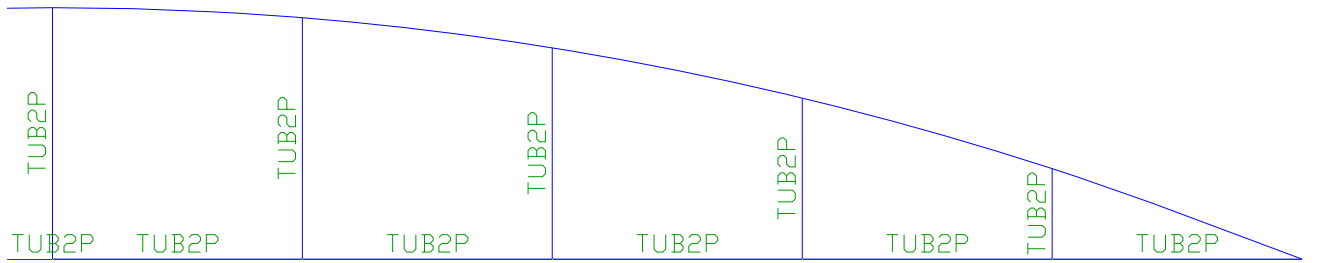
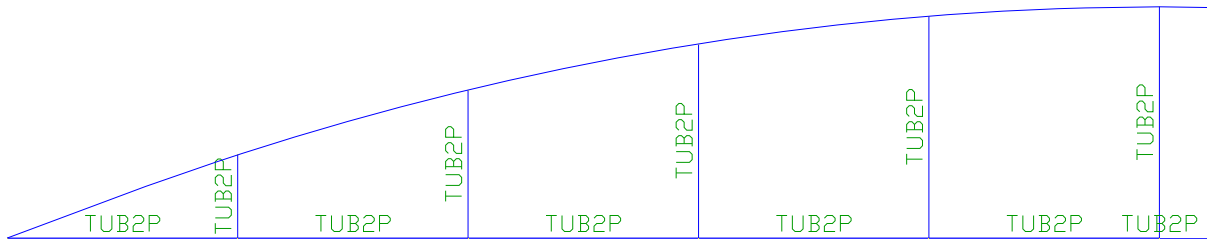
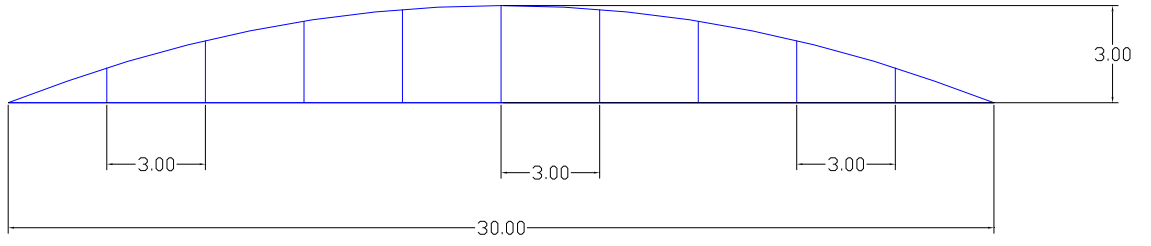
Armadura de acero

- Sección tubular (Diámetro nominal 2 pulg)  
(etiquetado en el plano como TUB2)
- D x t = 60 x 3.91 mm
- Peso 5.44 kg/m
- Diámetro interior 52.48 mm
- Área 6.93 cm<sup>2</sup>



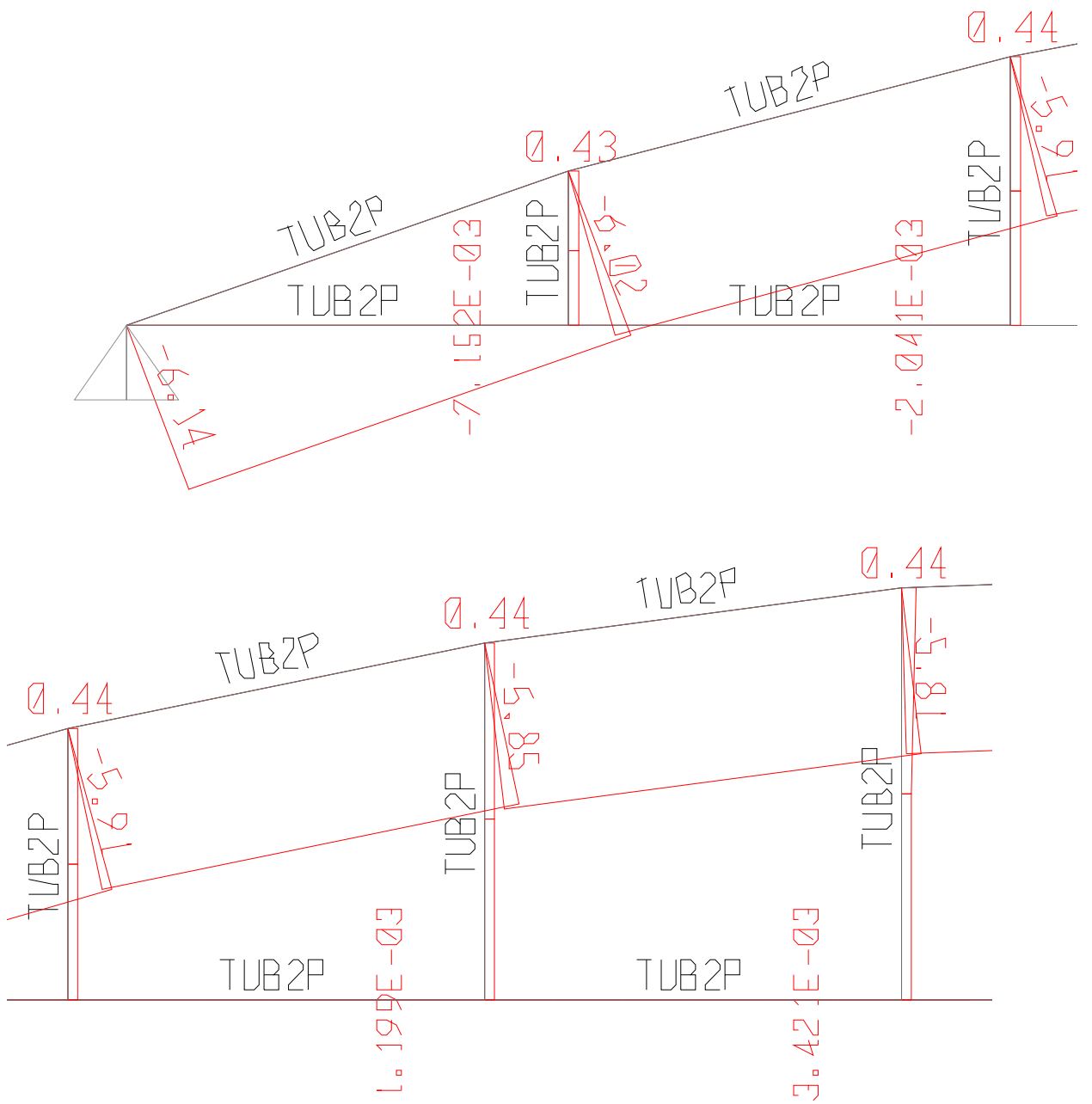
Diámetros nominales obtenidos del IMCA

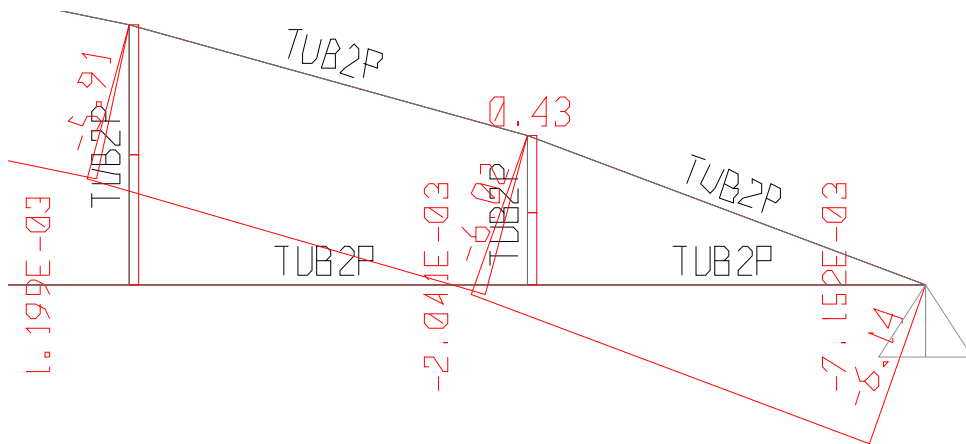
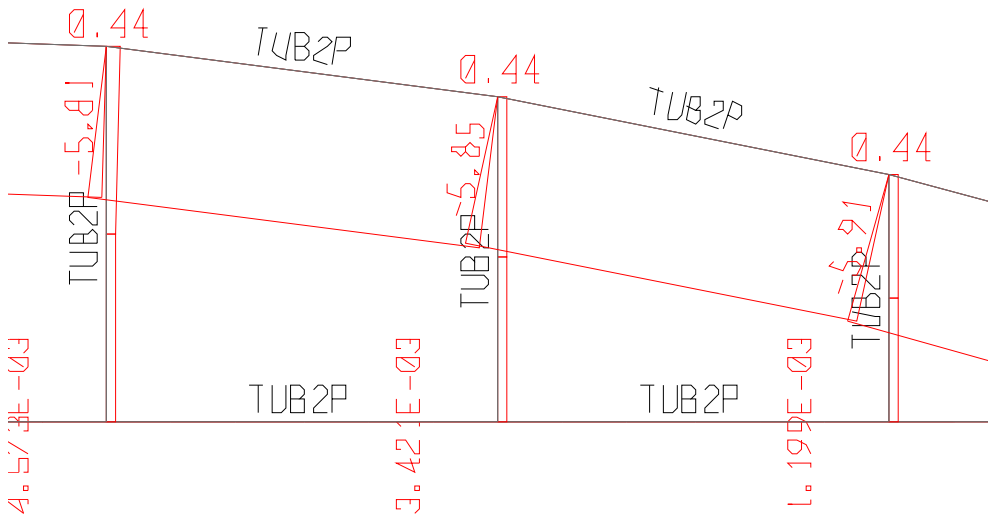
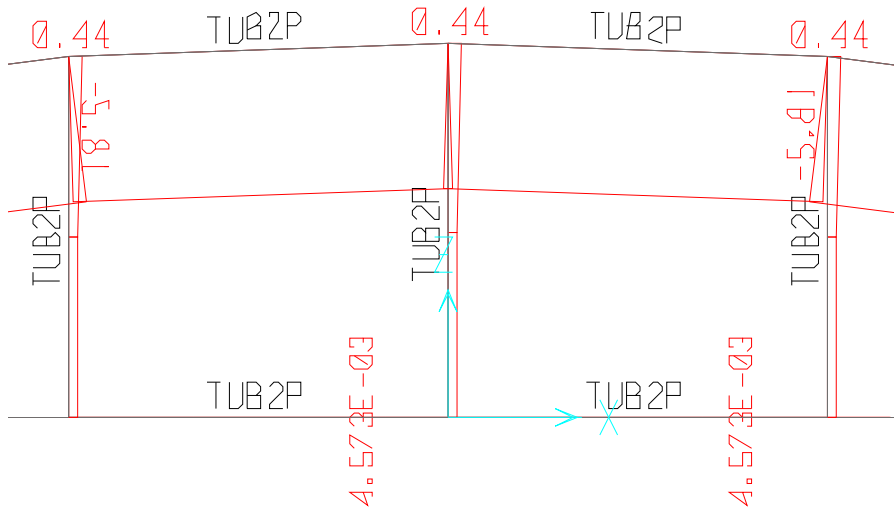
Nota: El programa de computadora SAP uso por Default las propiedades del acero establecidas en Las normas ASTM A36



Resultados

Fuerza Axial

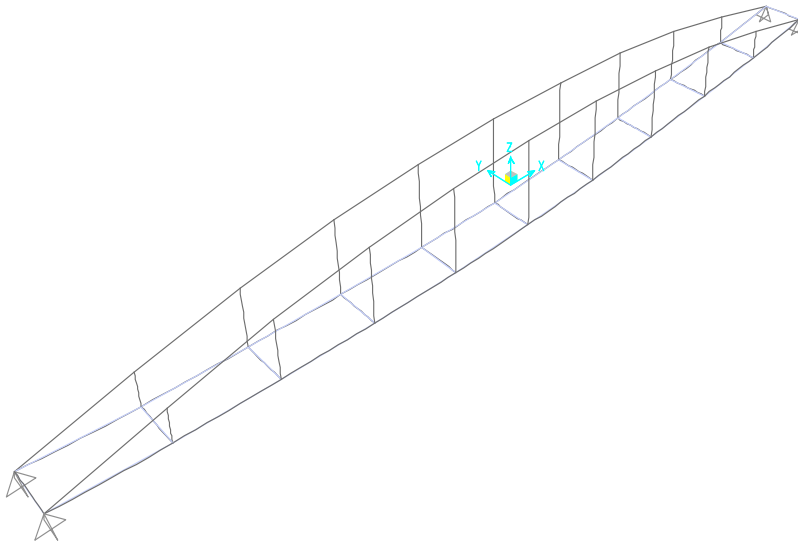




Nota:

Los números en color rojo nos representan que el elemento está sujeto a compresión, el color azul nos indica que el elemento está sujeto a tensión y los números en verde nos indican el numero con el cual fueron etiquetados los nodos de la armadura.

Deformaciones



Deformación de la estructura sometida a cargas vivas y muertas, presenta una flecha máxima al centro de 2.62cm.

**Cantidad total de Acero 0.96 ton**

51 piezas

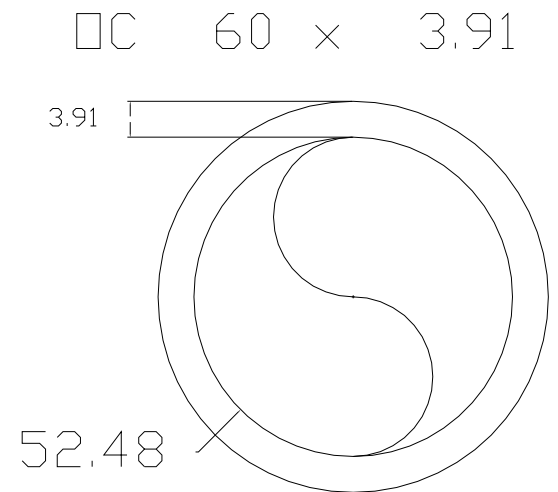
#### IV.2.1 Segundo Diseño. Segundo caso

Condiciones iniciales:

- Claro 30 m
- Ancho 1.5 m
- Altura 2.5 m
- Cv 100 kg/m<sup>2</sup>
- Espacio entre montantes 3 m

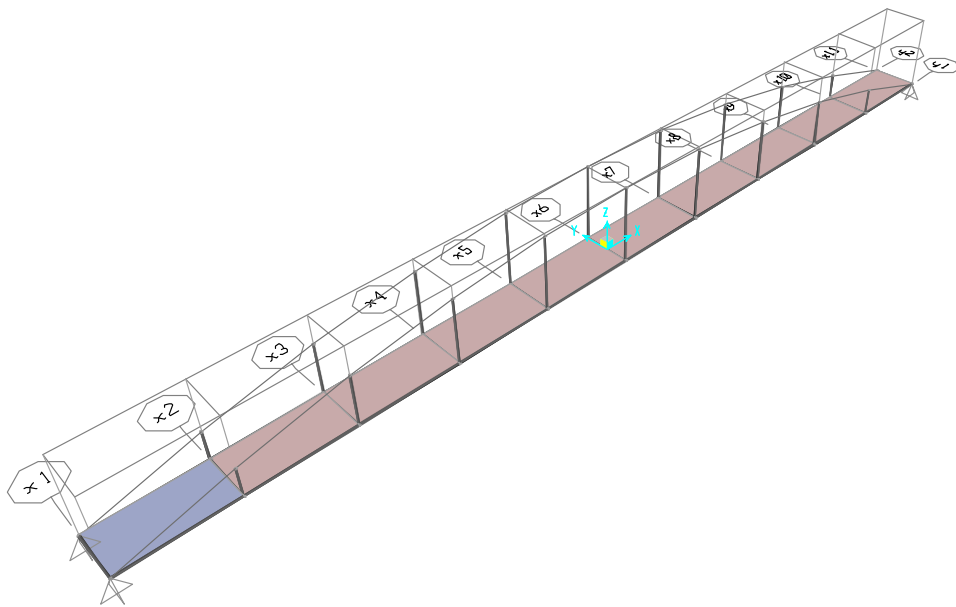
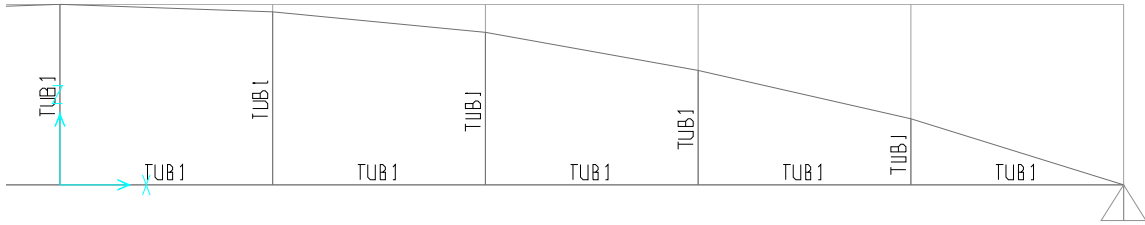
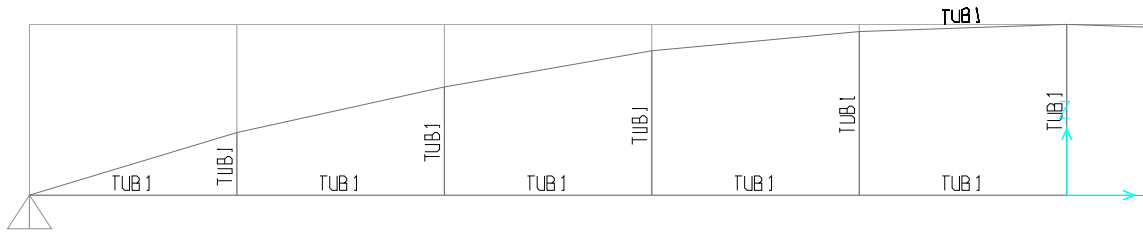
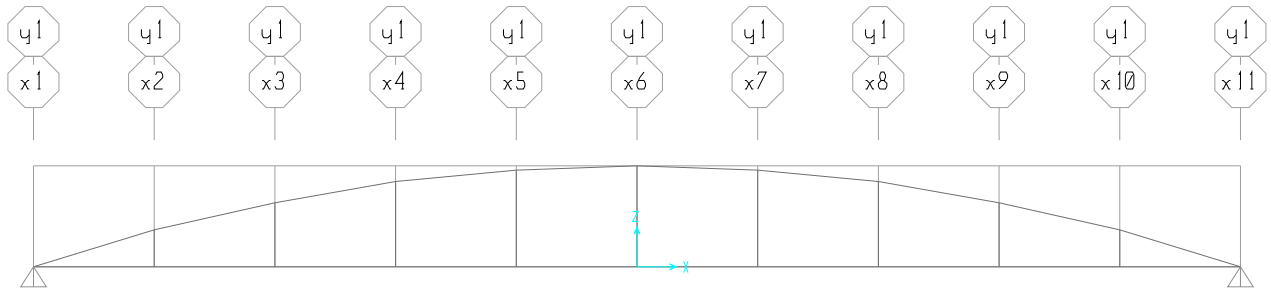
Armadura de acero

- Sección tubular (Diámetro nominal 2 pulg)  
(etiquetado en el plano como TUB2)
- D x t = 60 x 3.91 mm
- Peso 5.44 kg/m
- Diámetro interior 52.48 mm
- Área 6.93 cm<sup>2</sup>



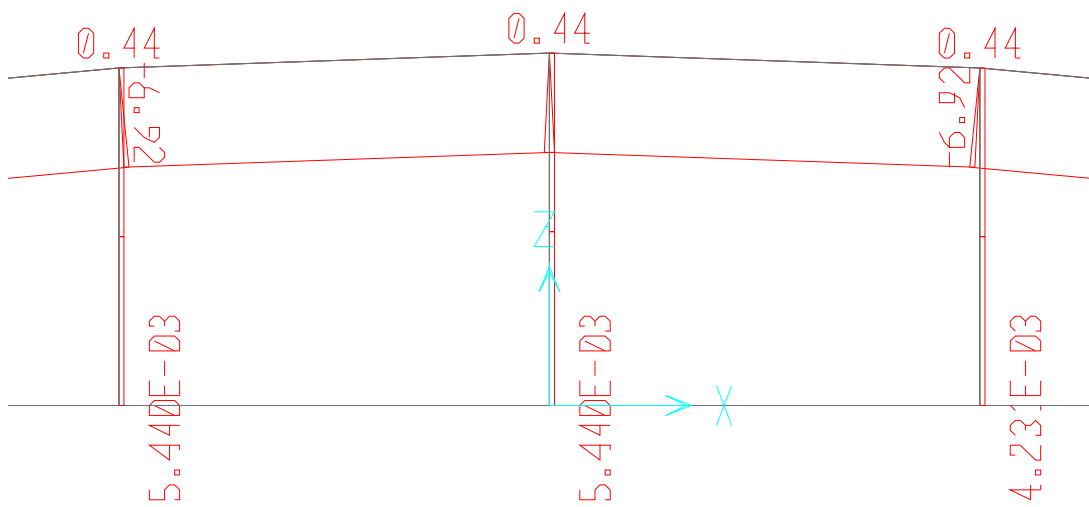
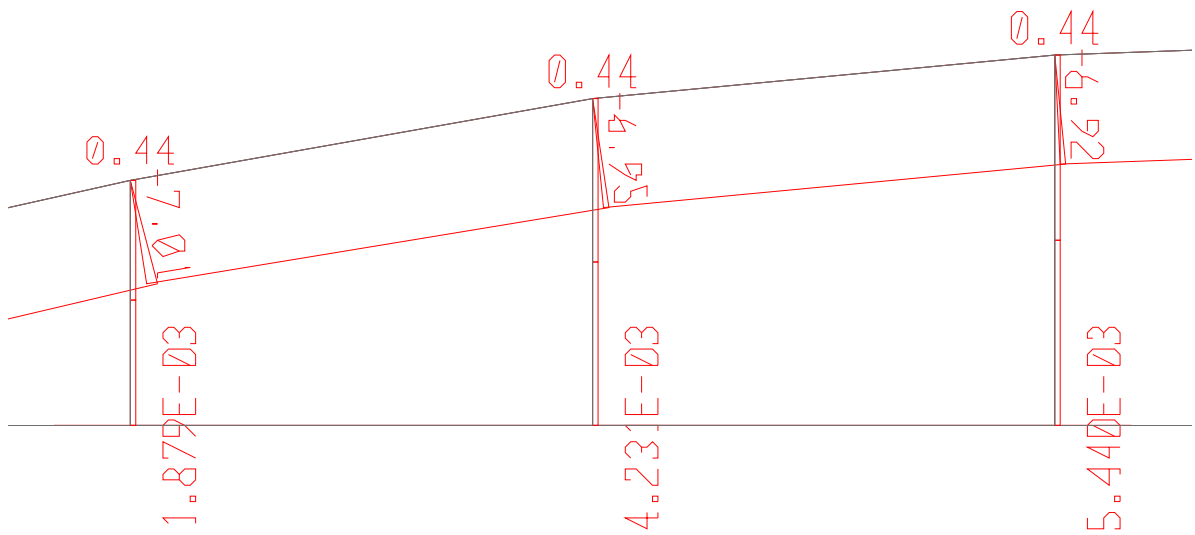
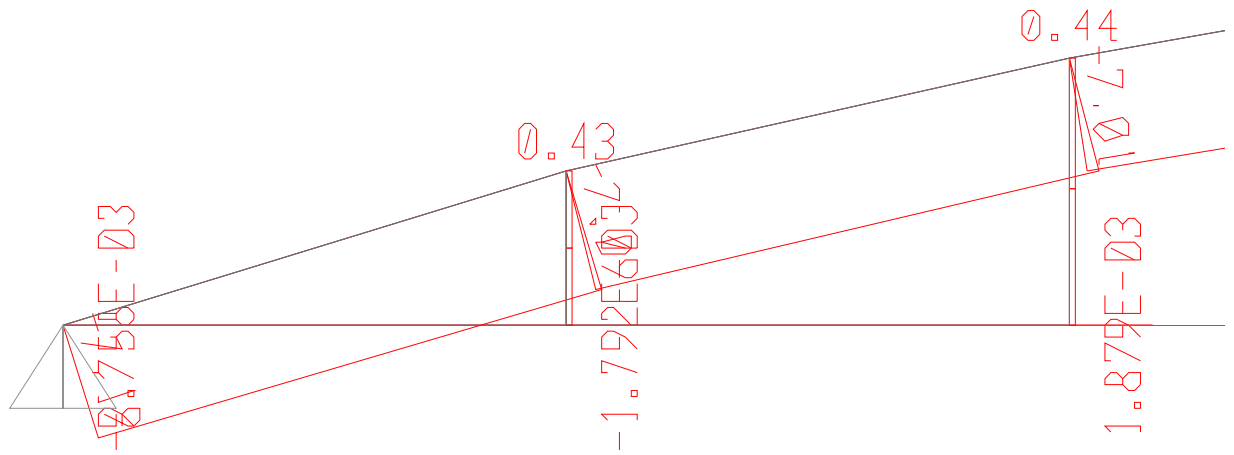
Diámetros nominales obtenidos del IMCA

Nota: El programa de computadora SAP uso por Default las propiedades del acero establecidas en Las normas ASTM A36

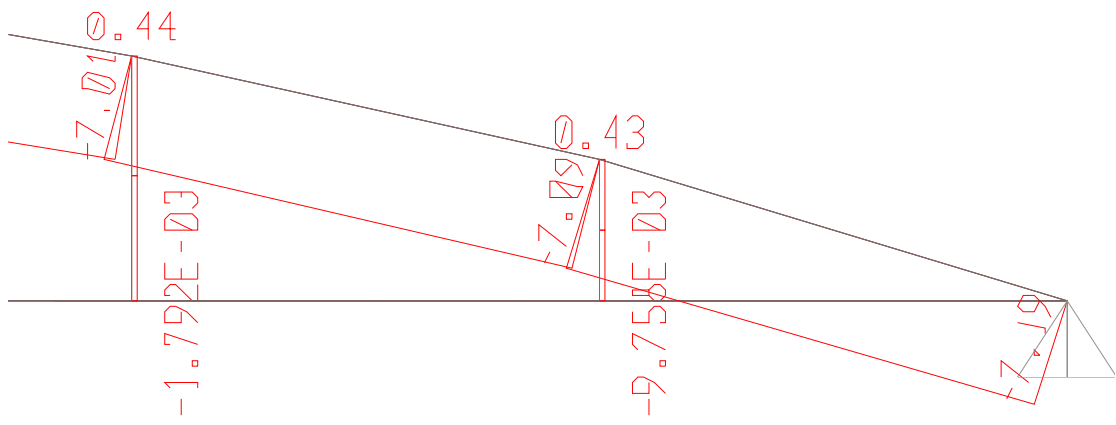
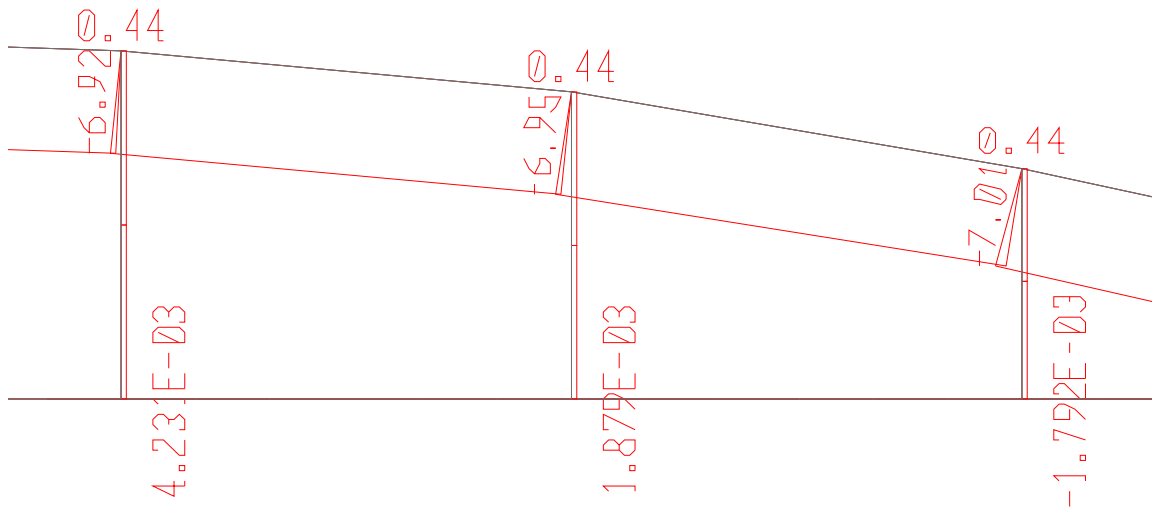


Resultados

Fuerza Axial



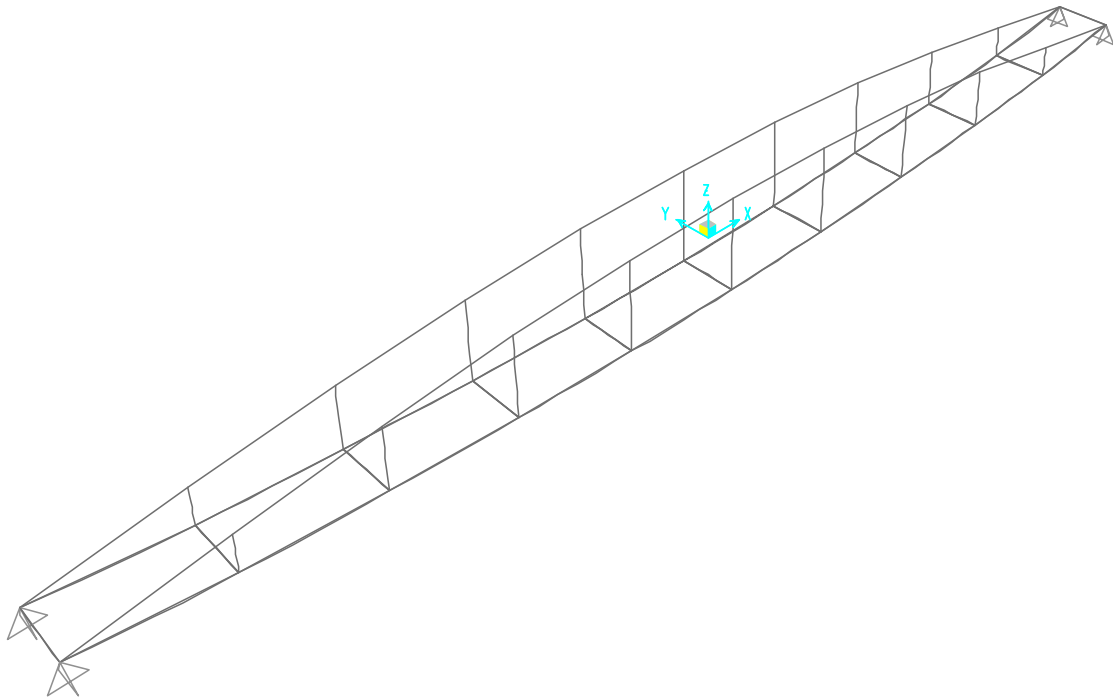




Nota:

Los números en color rojo nos representan que el elemento está sujeto a compresión, el color azul nos indica que el elemento está sujeto a tensión y los números en verde nos indican el numero con el cual fueron etiquetados los nodos de la armadura.

Deformaciones



Deformación de la estructura sometida a cargas vivas y muertas, presenta una flecha máxima al centro de 3.50cm.

**Cantidad total de Acero 0.92 ton**

51 piezas

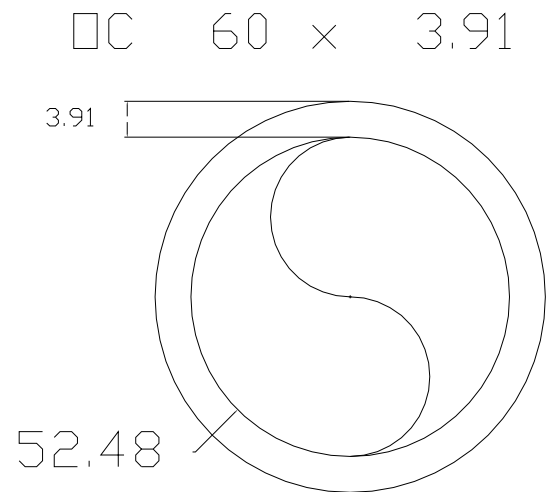
#### IV.2.2 Segundo Diseño. Tercer caso

Condiciones iniciales:

- Claro 30 m
- Ancho 1.5 m
- Altura 3.5 m
- Cv 100 kg/m<sup>2</sup>
- Espacio entre montantes 3 m

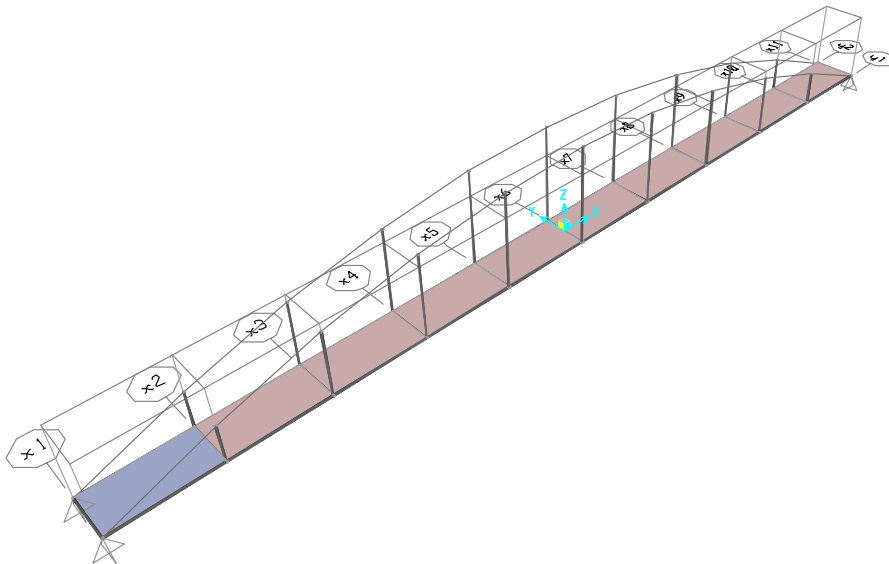
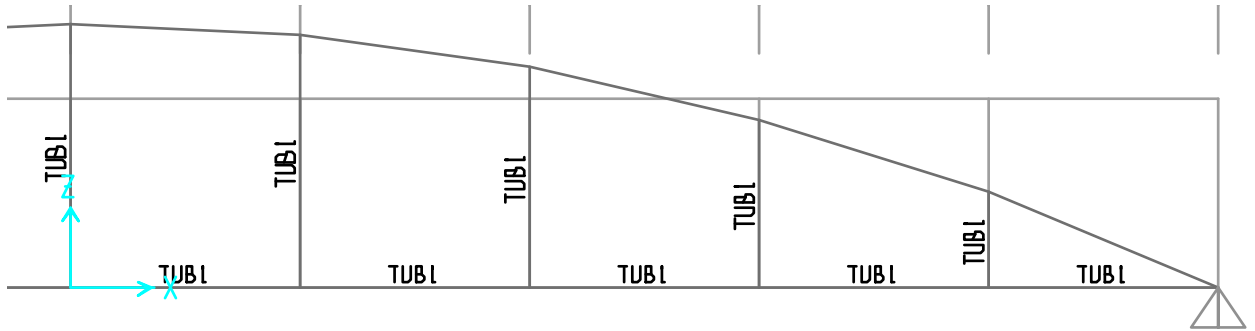
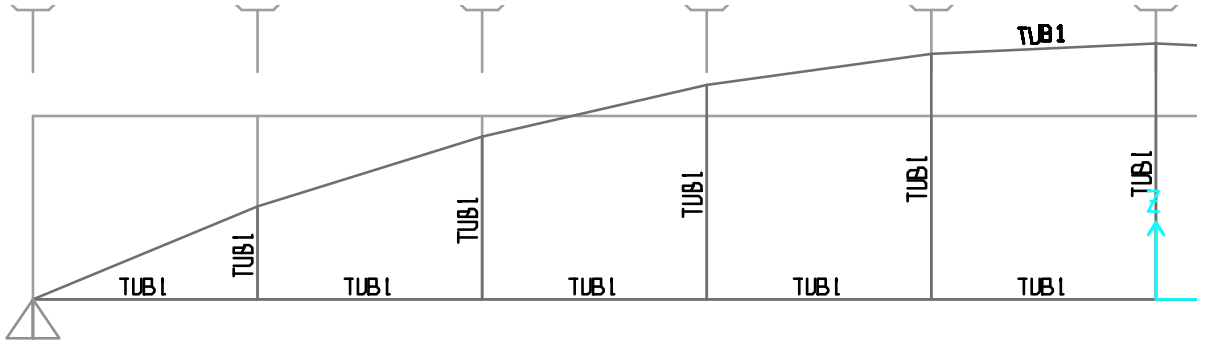
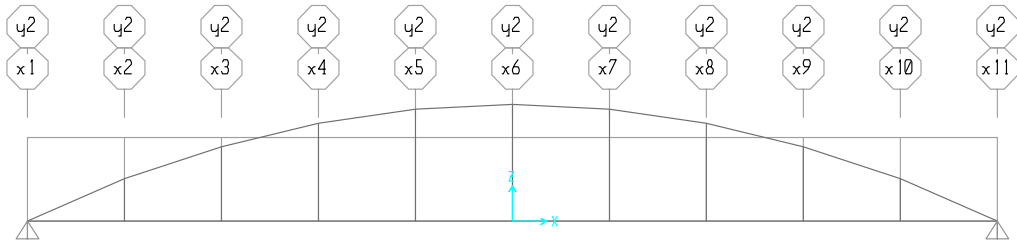
Armadura de acero

- Sección tubular (Diámetro nominal 2 pulg)  
(etiquetado en el plano como TUB2)
- D x t = 60 x 3.91 mm
- Peso 5.44 kg/m
- Diámetro interior 52.48 mm
- Área 6.93 cm<sup>2</sup>



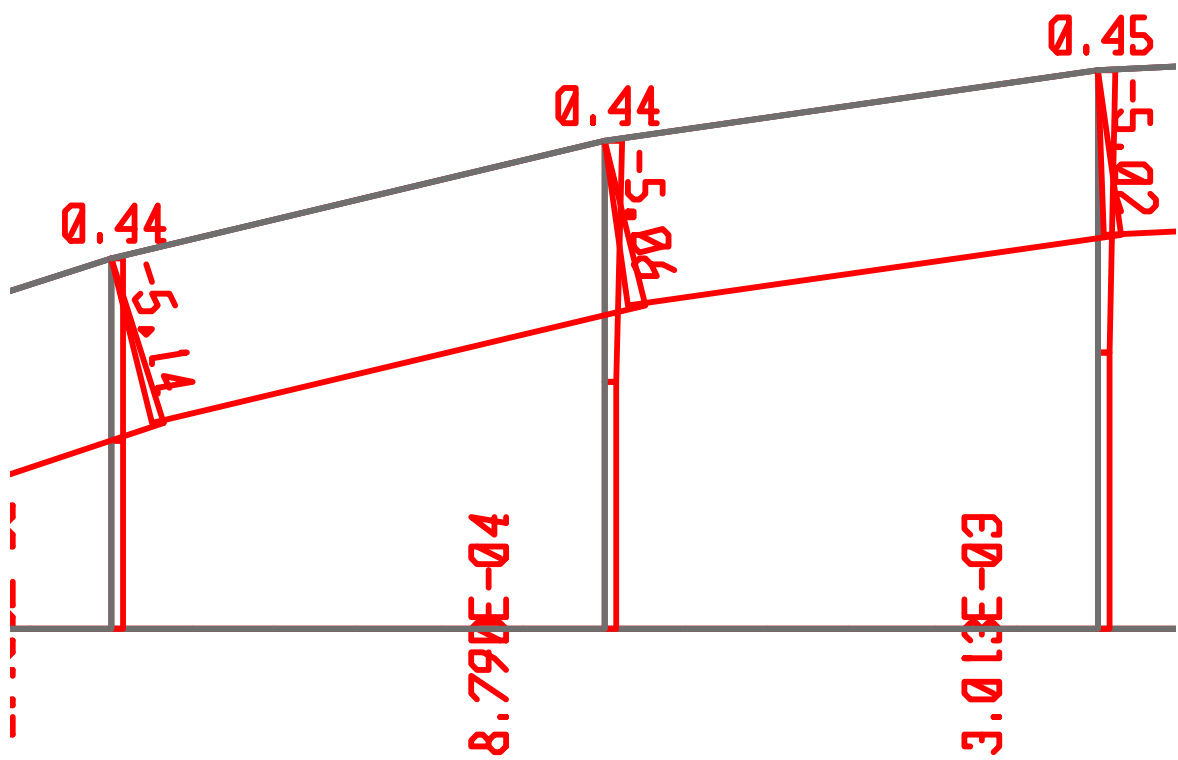
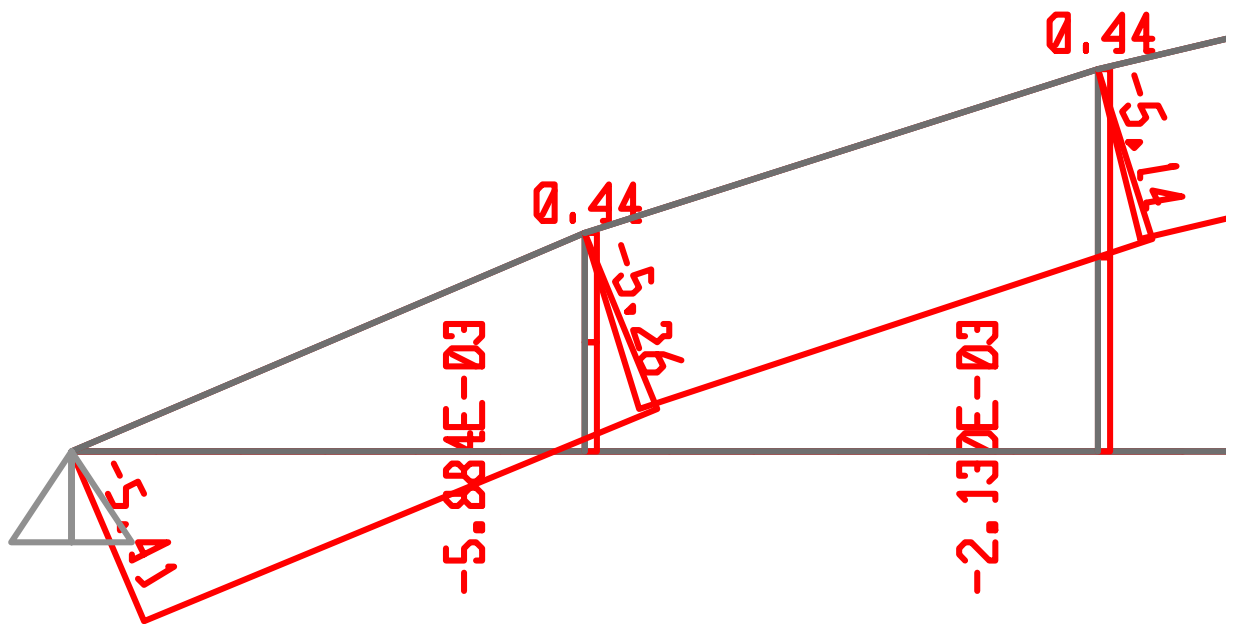
Diámetros nominales obtenidos del IMCA

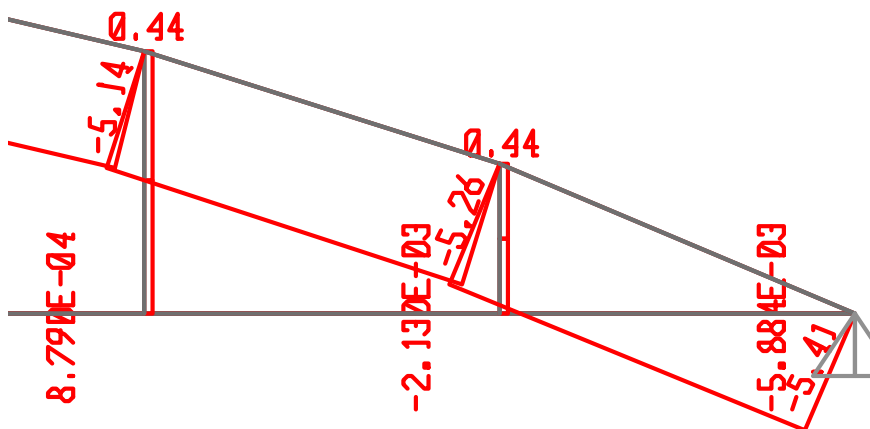
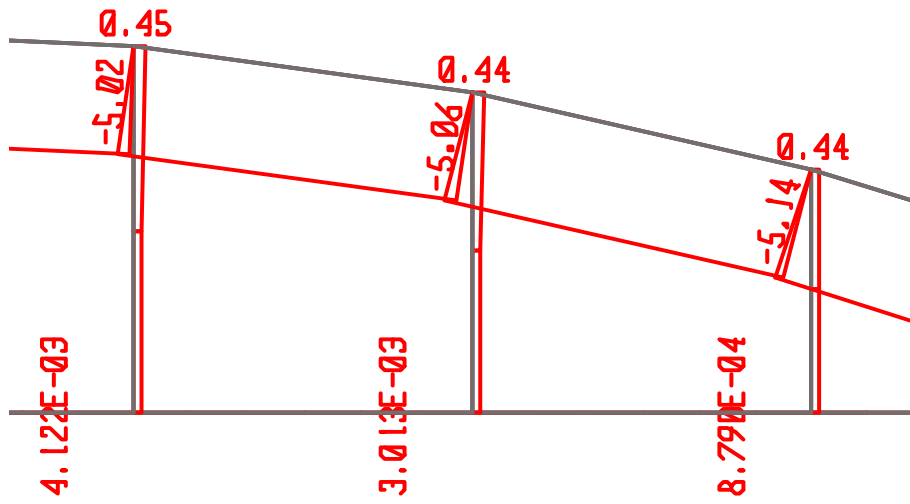
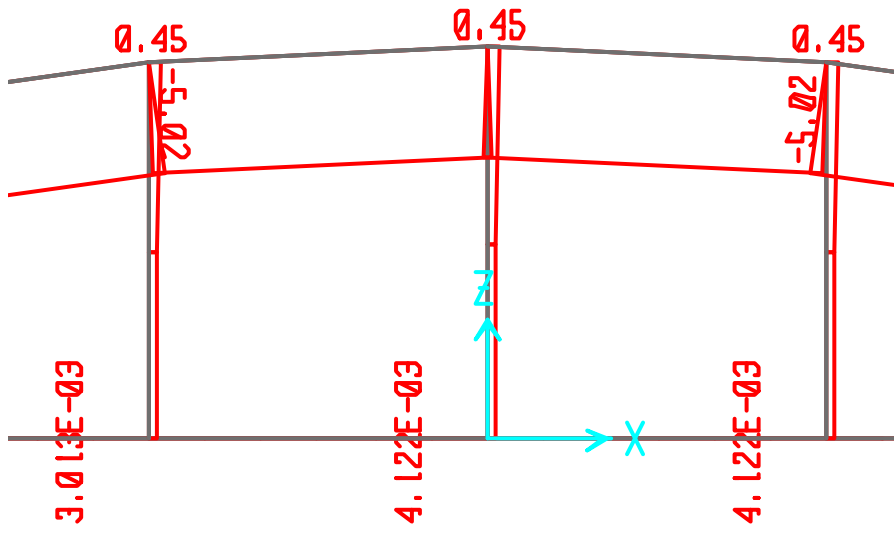
Nota: El programa de computadora SAP uso por Default las propiedades del acero establecidas en Las normas ASTM A36



Resultados

Fuerza Axial

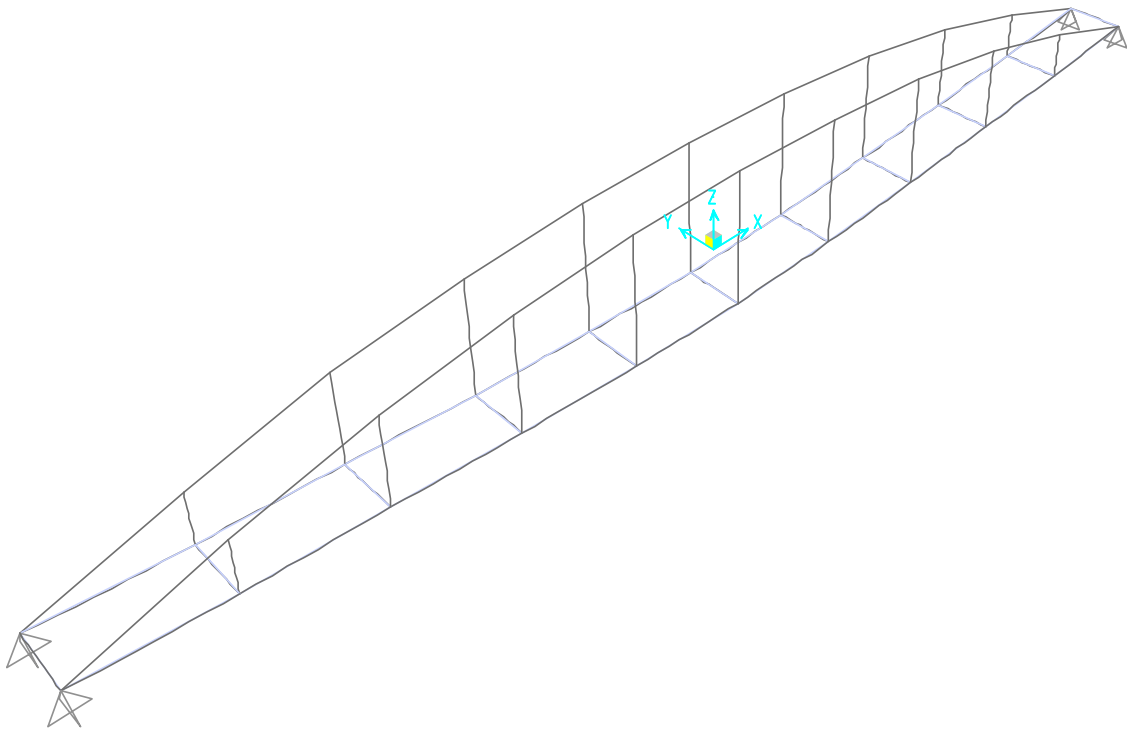




Nota:

Los números en color rojo nos representan que el elemento está sujeto a compresión, el color azul nos indica que el elemento está sujeto a tensión y los números en verde nos indican el numero con el cual fueron etiquetados los nodos de la armadura.

Deformaciones



Deformación de la estructura sometida a cargas vivas y muertas, presenta una flecha máxima al centro de 2.12cm.

**Cantidad total de Acero 1.00 ton**

51 piezas

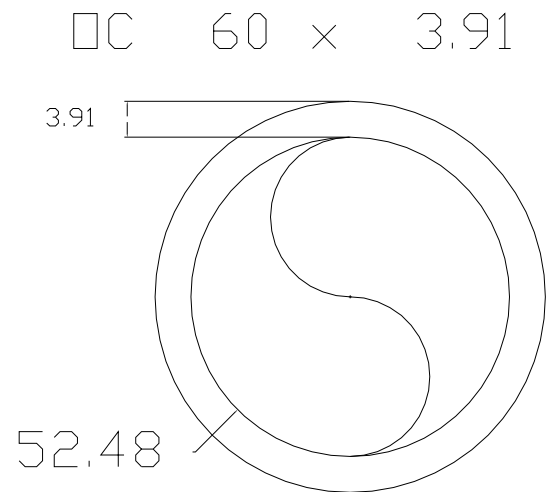
#### IV.3 Tercer Diseño. Primer caso

Condiciones iniciales:

- Claro 30 m
- Ancho 1.5 m
- Altura 1 m abajo y 1.5 arriba
- Cv 100 kg/m<sup>2</sup>
- Espacio entre montantes 3 m

Armadura de acero

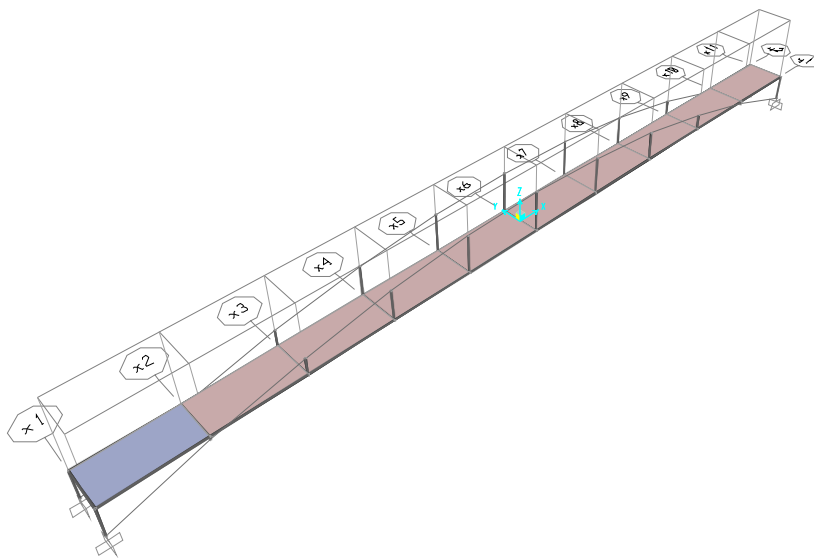
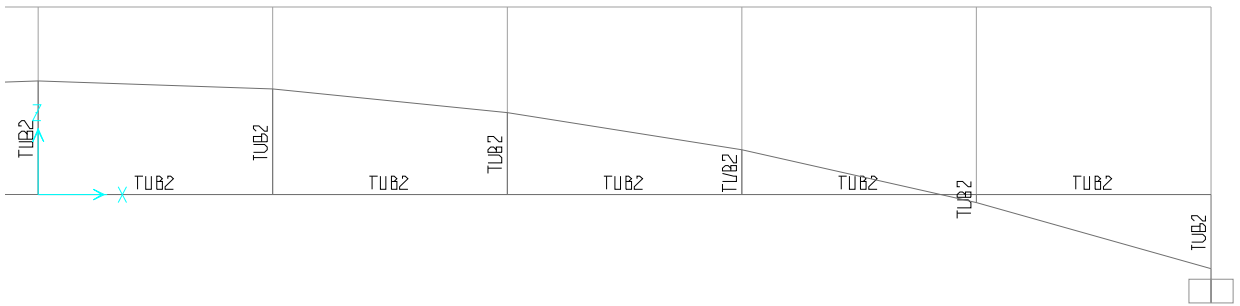
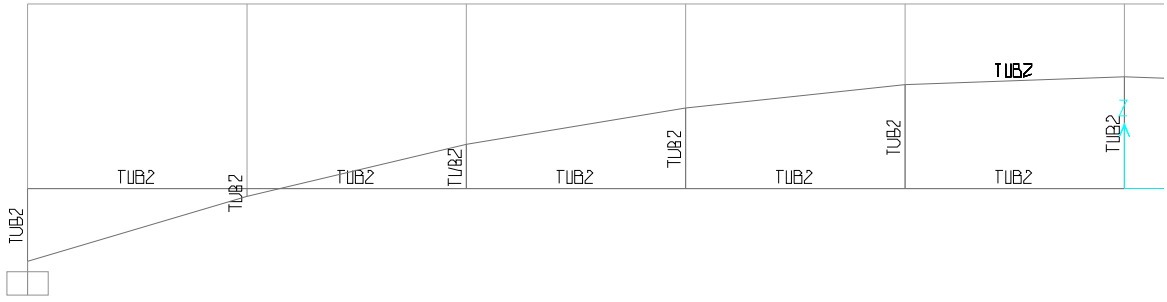
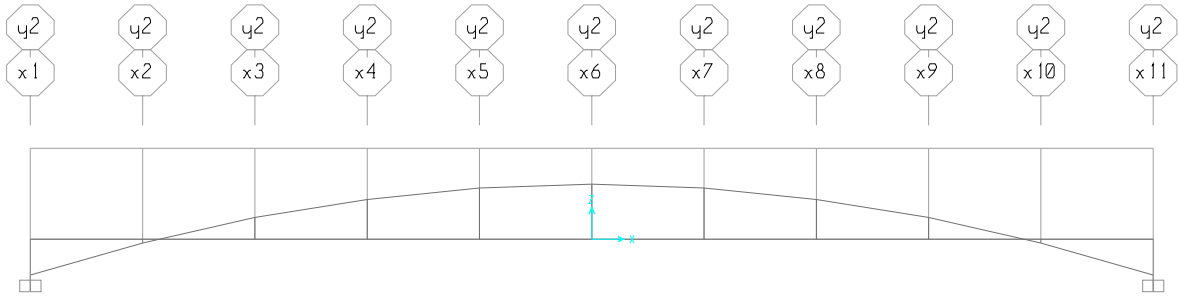
- Sección tubular (Diámetro nominal 2 pulg)  
(etiquetado en el plano como TUB2)
- D x t = 60 x 3.91 mm
- Peso 5.44 kg/m
- Diámetro interior 52.48 mm
- Área 6.93 cm<sup>2</sup>



Diámetros nominales obtenidos del IMCA

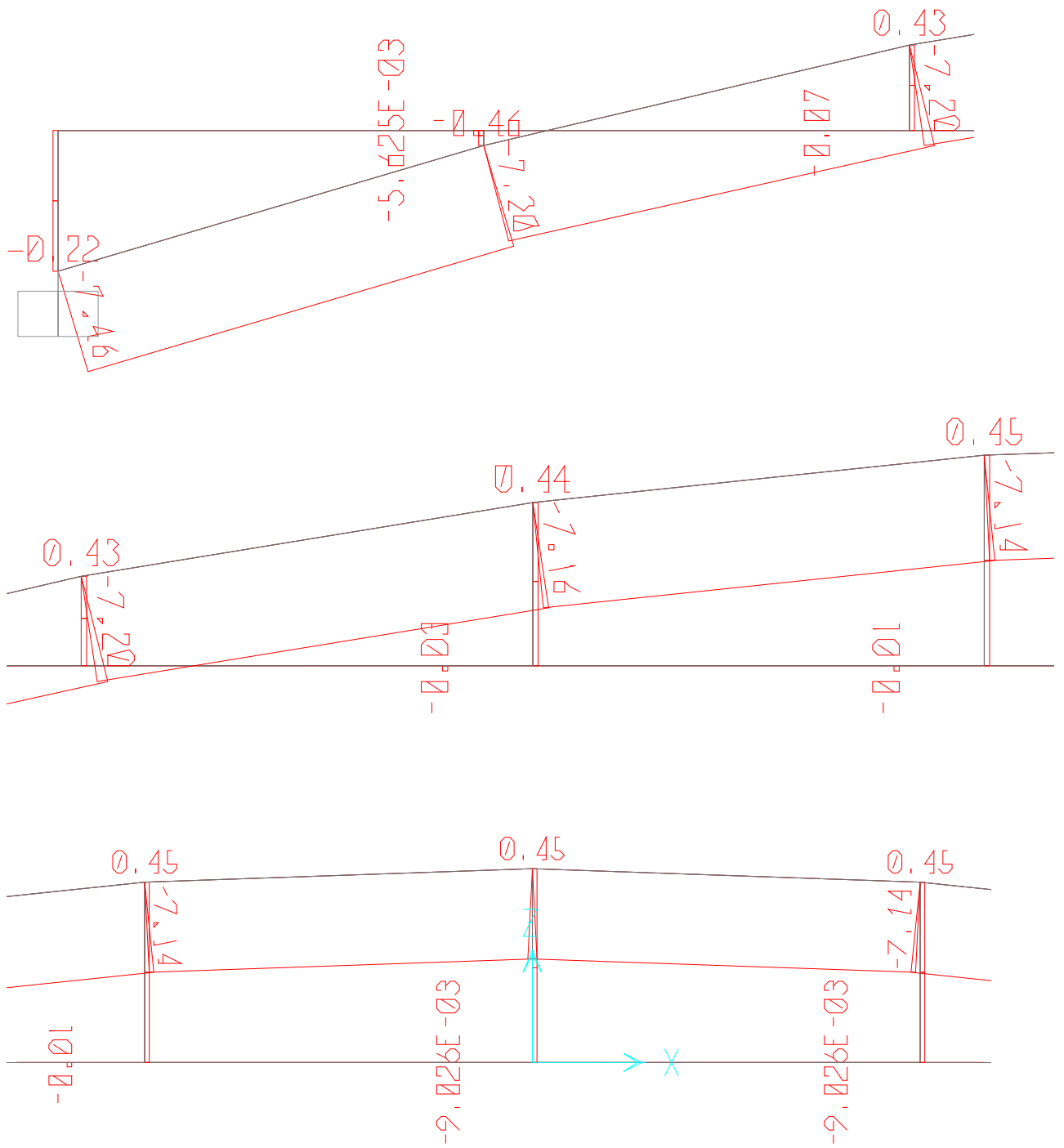
Nota: El programa de computadora SAP uso por Default las propiedades del acero establecidas en Las normas ASTM A36

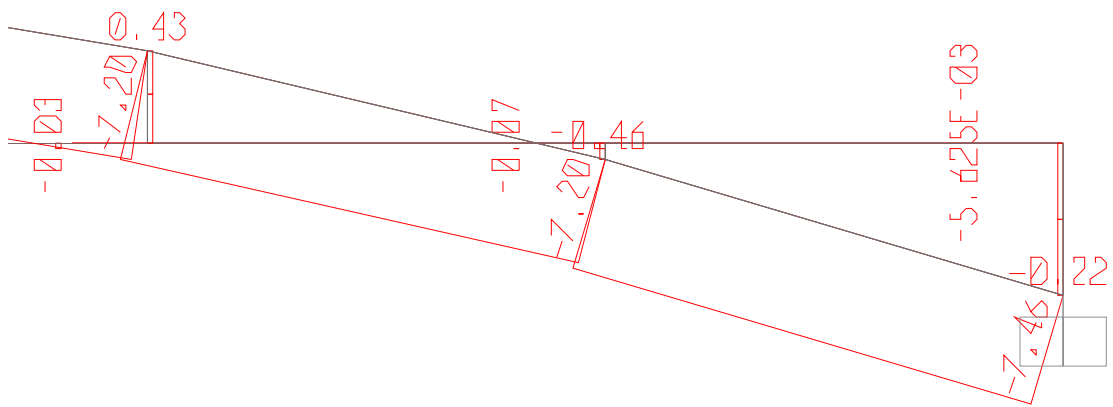
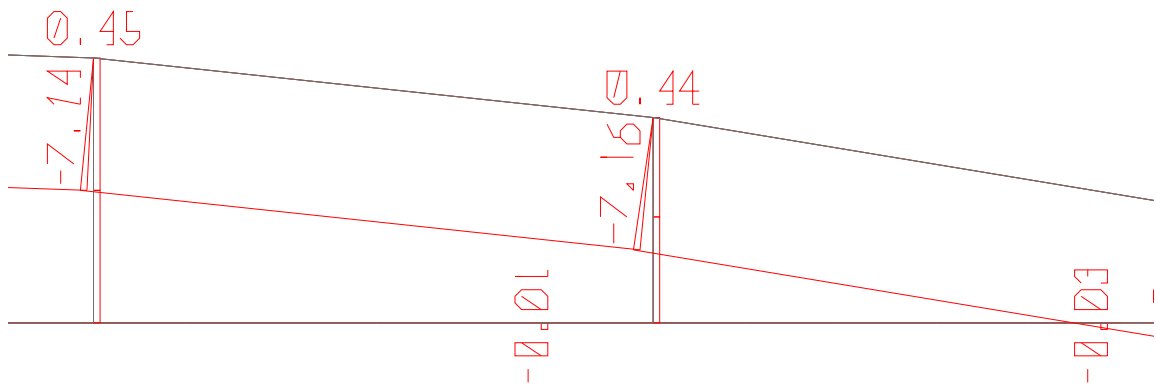




# Resultados

## Fuerza Axial

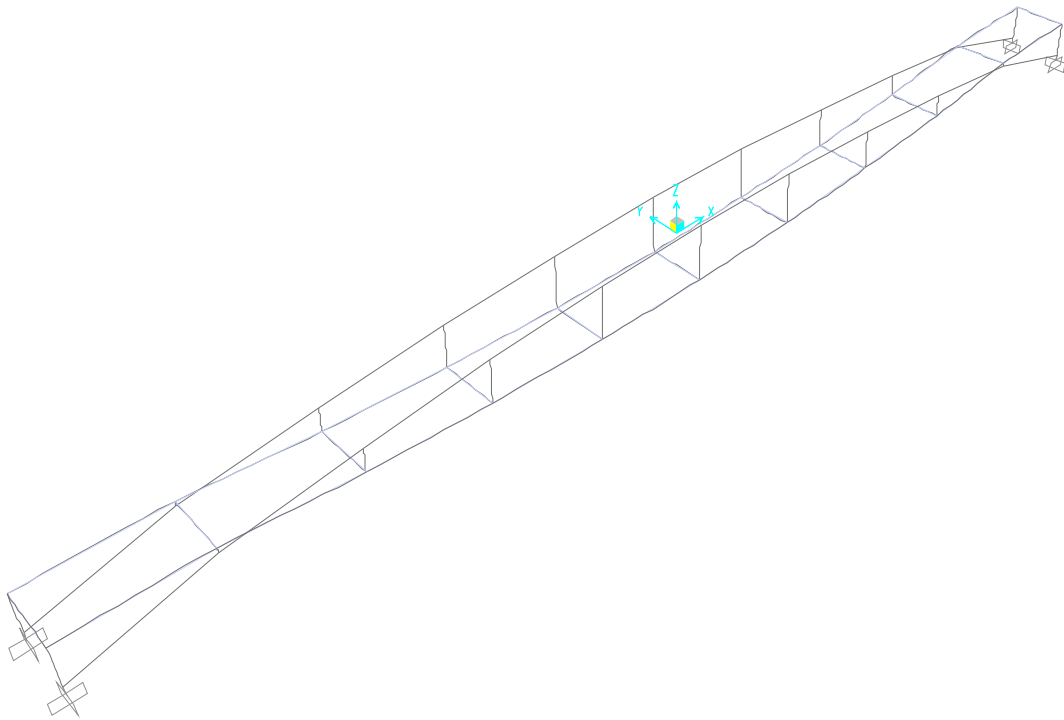




Nota:

Los números en color rojo nos representan que el elemento está sujeto a compresión, el color azul nos indica que el elemento está sujeto a tensión y los números en verde nos indican el numero con el cual fueron etiquetados los nodos de la armadura.

Deformaciones



Deformación de la estructura sometida a cargas vivas y muertas, presenta una flecha máxima al centro de 3.07cm.

**Cantidad total de Acero 1.17 ton**

55 piezas

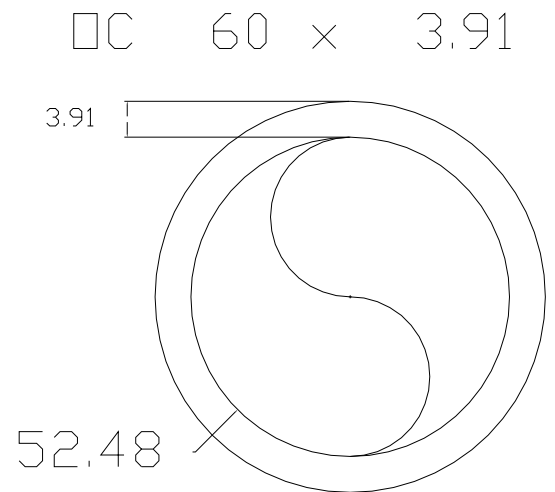
#### IV.3.1 Tercer Diseño. Segundo caso

Condiciones iniciales:

- Claro 30 m
- Ancho 1.5 m
- Altura 1.5 m abajo y 1.5 m arriba
- Cv 100 kg/m<sup>2</sup>
- Espacio entre montantes 3 m

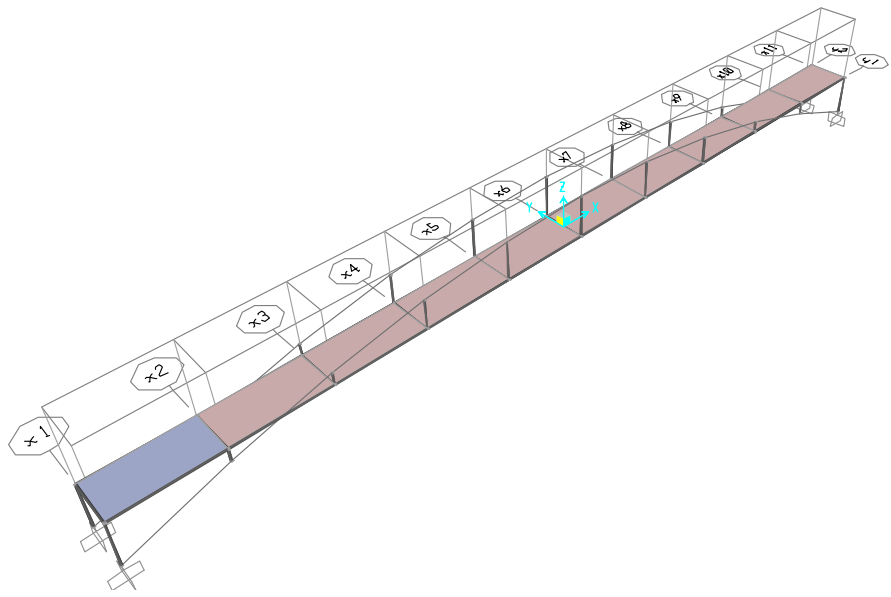
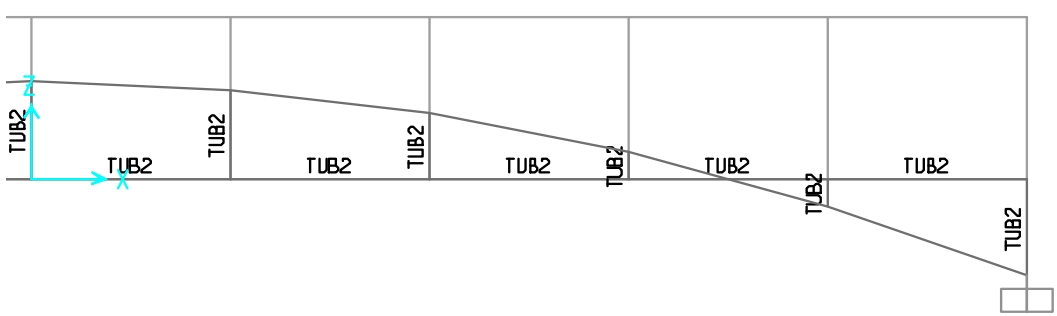
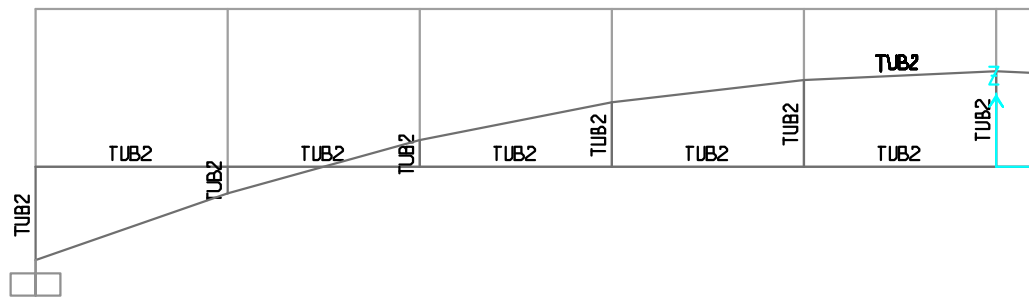
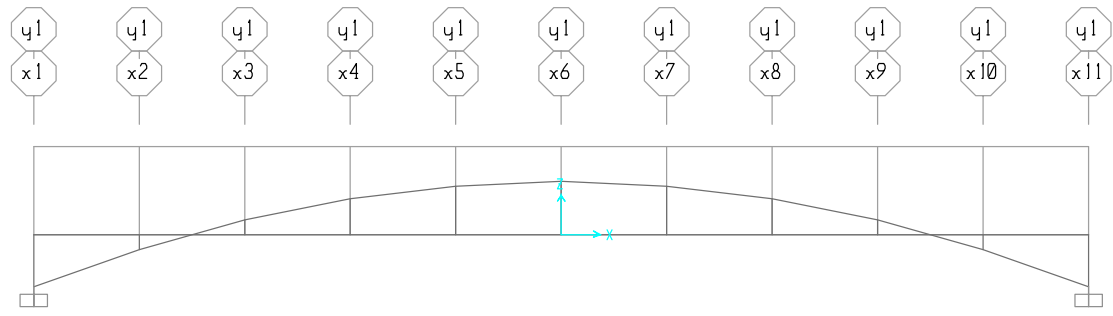
Armadura de acero

- Sección tubular (Diámetro nominal 2 pulg)  
(etiquetado en el plano como TUB2)
- D x t = 60 x 3.91 mm
- Peso 5.44 kg/m
- Diámetro interior 52.48 mm
- Área 6.93 cm<sup>2</sup>



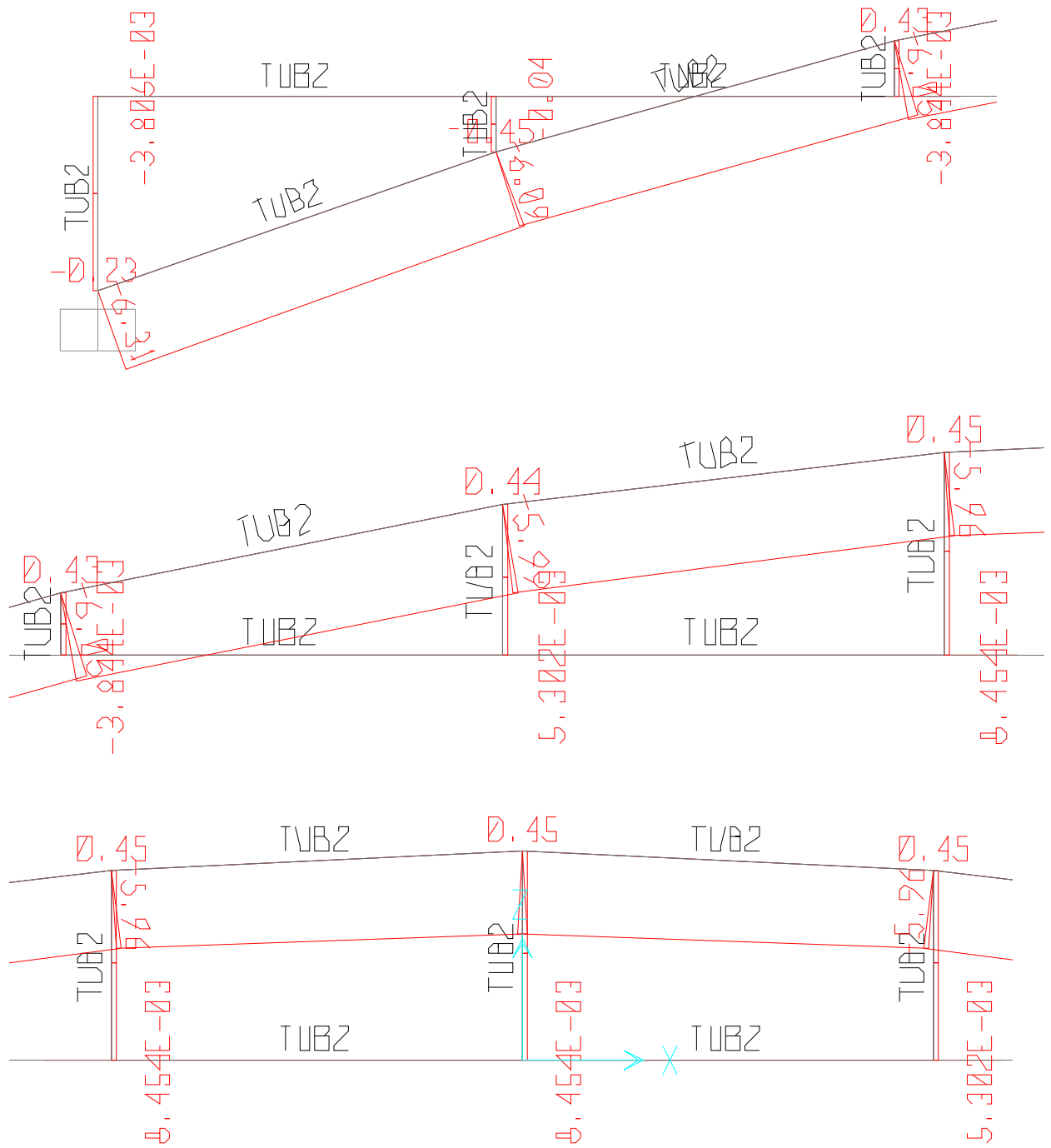
Diámetros nominales obtenidos del IMCA

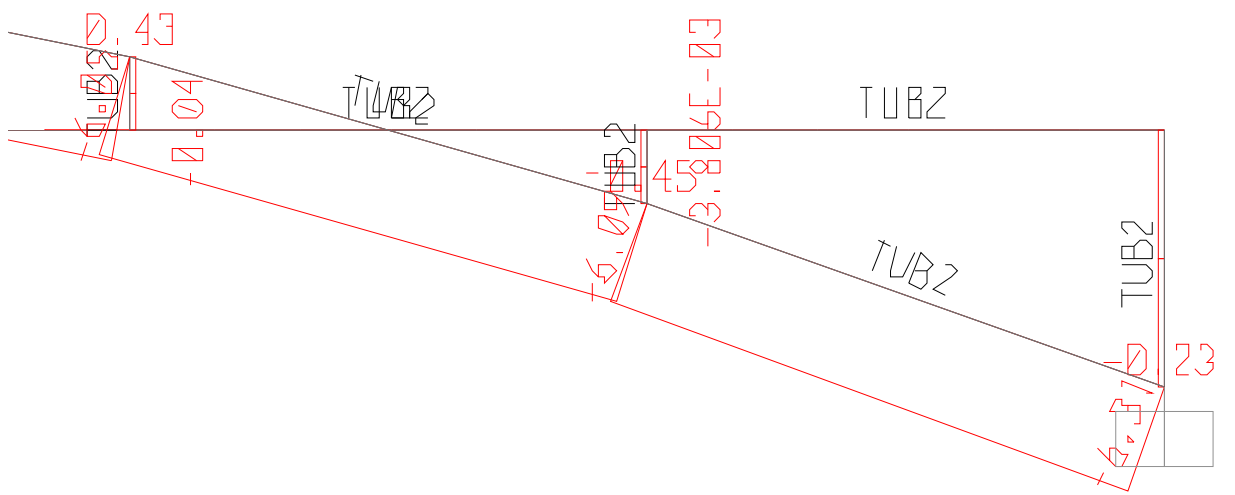
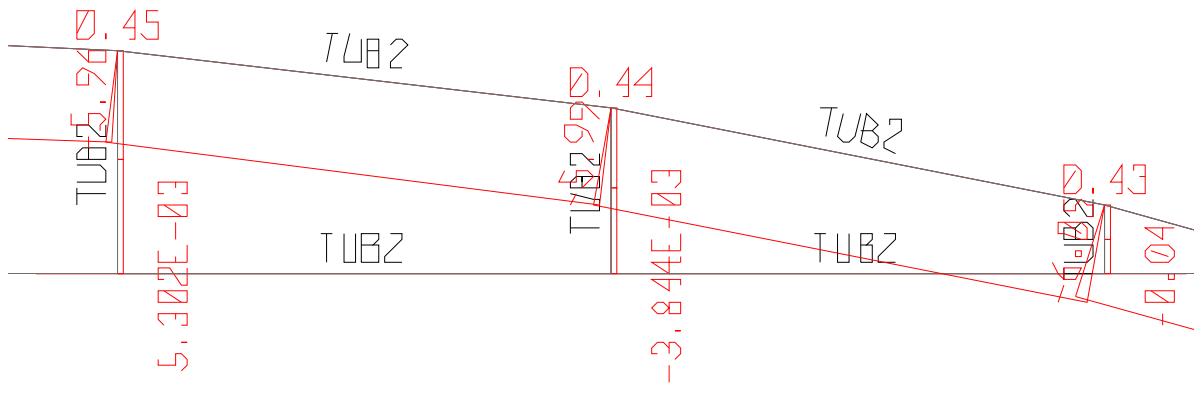
Nota: El programa de computadora SAP uso por Default las propiedades del acero establecidas en Las normas ASTM A36



# Resultados

## Fuerza Axial



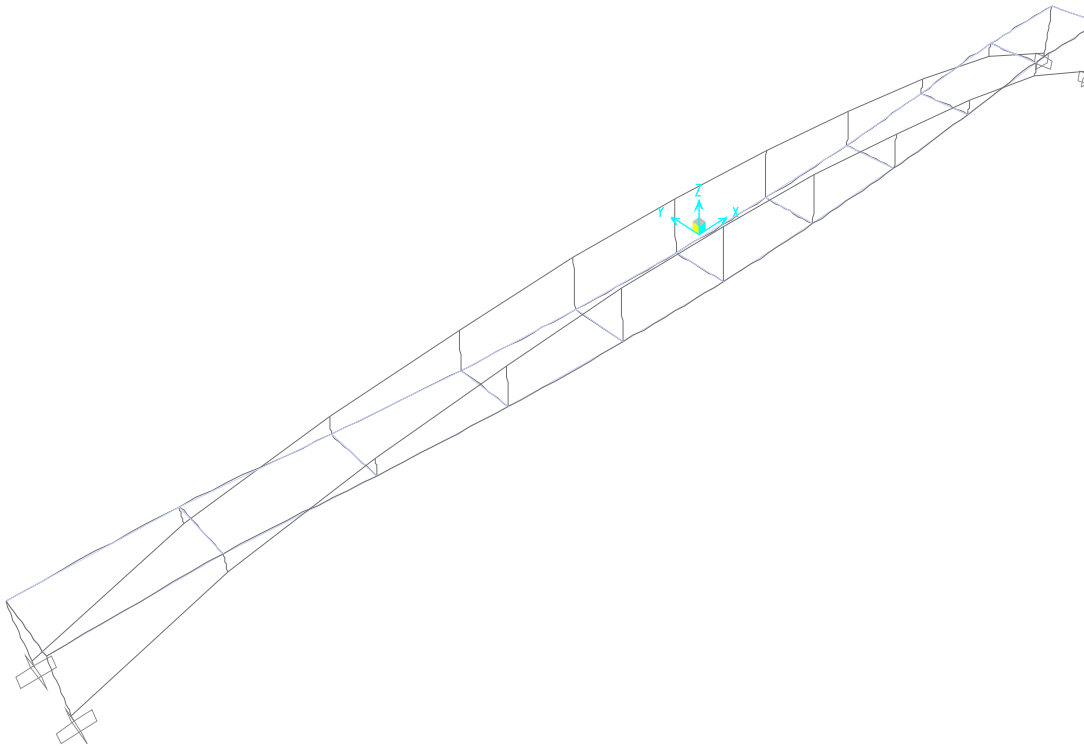




Nota:

Los números en color rojo nos representan que el elemento está sujeto a compresión, el color azul nos indica que el elemento está sujeto a tensión y los números en verde nos indican el numero con el cual fueron etiquetados los nodos de la armadura.

Deformaciones



Deformación de la estructura sometida a cargas vivas y muertas, presenta una flecha máxima al centro de 2.27cm.

**Cantidad total de Acero 1.19 ton**

55 piezas

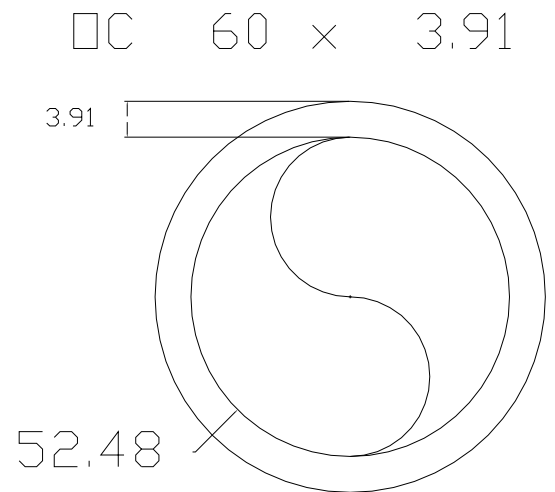
#### IV.3.2 Tercer Diseño. Tercer caso

Condiciones iniciales:

- Claro 30 m
- Ancho 1.5 m
- Altura 2 m abajo y 1.5 arriba
- Cv 100 kg/m<sup>2</sup>
- Espacio entre montantes 3 m

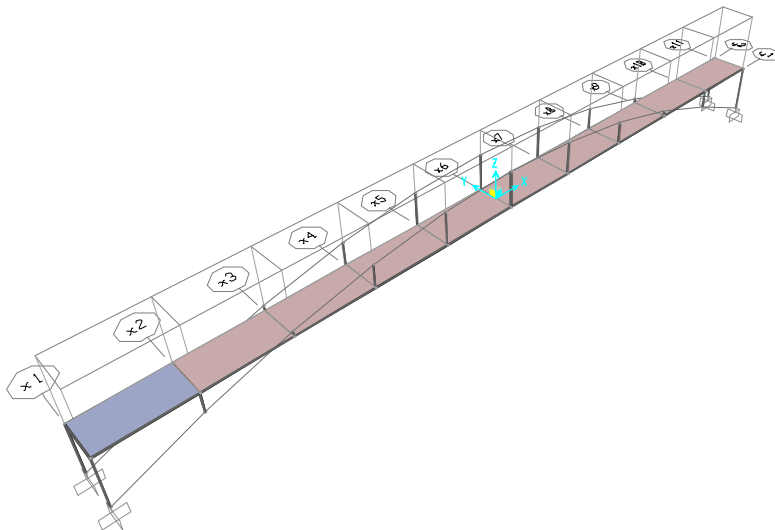
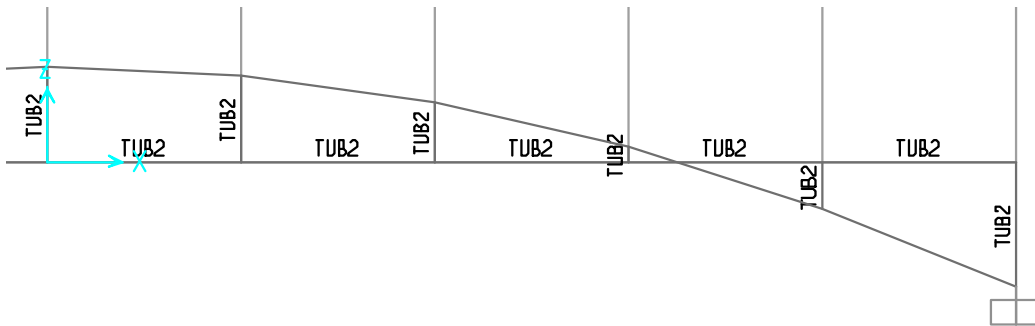
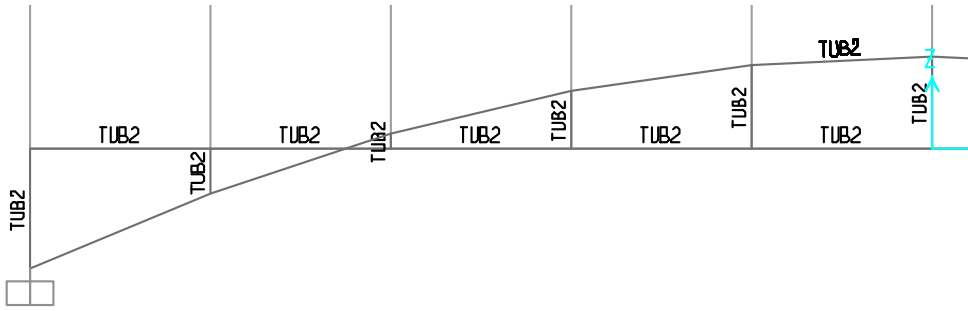
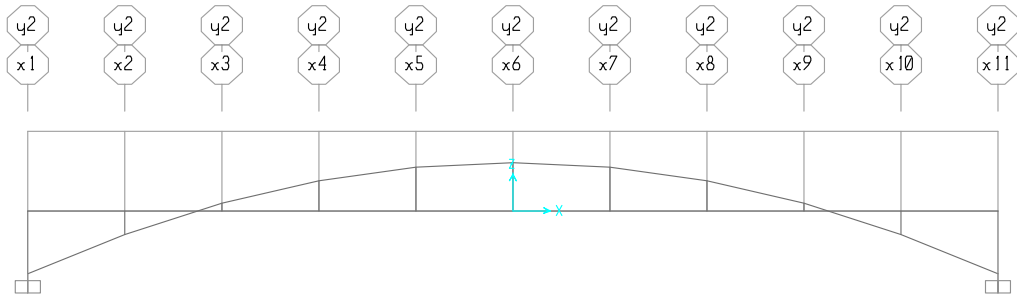
Armadura de acero

- Sección tubular (Diámetro nominal 2 pulg)  
(etiquetado en el plano como TUB2)
- D x t = 60 x 3.91 mm
- Peso 5.44 kg/m
- Diámetro interior 52.48 mm
- Área 6.93 cm<sup>2</sup>



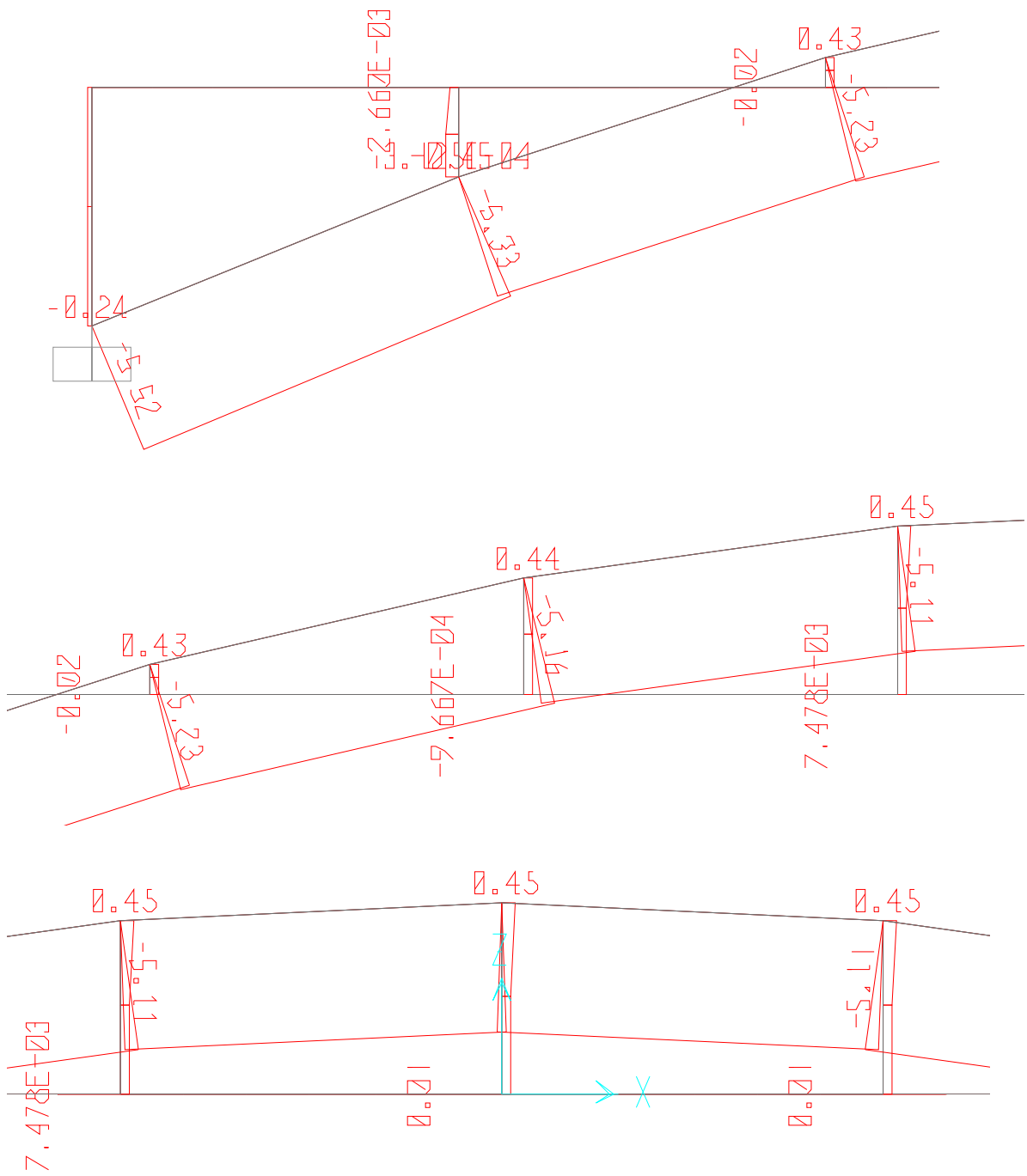
Diámetros nominales obtenidos del IMCA

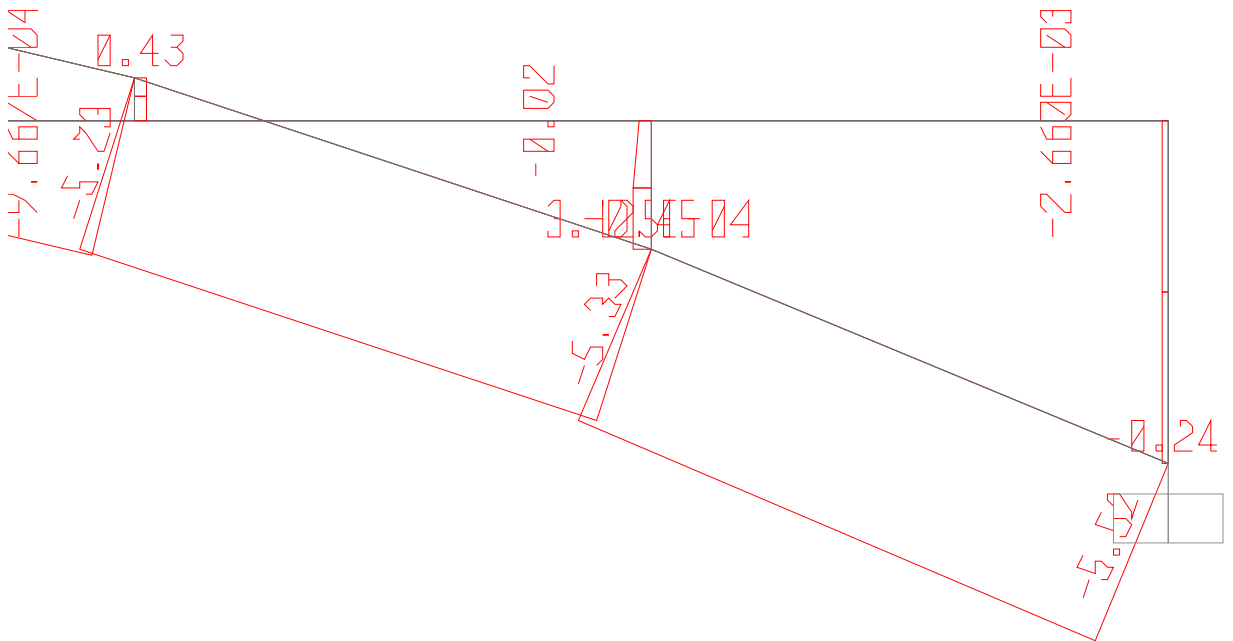
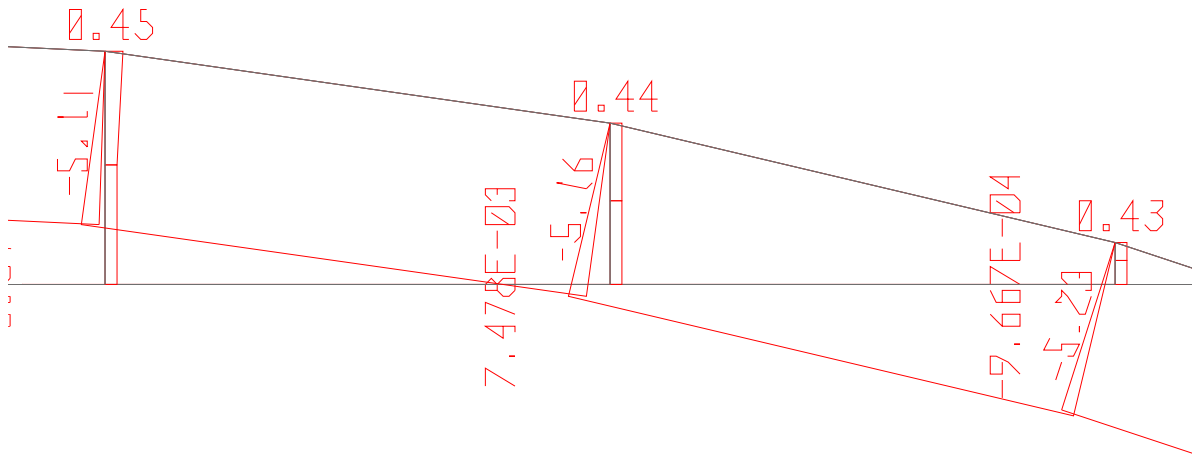
Nota: El programa de computadora SAP uso por Default las propiedades del acero establecidas en Las normas ASTM A36



# Resultados

## Fuerza Axial

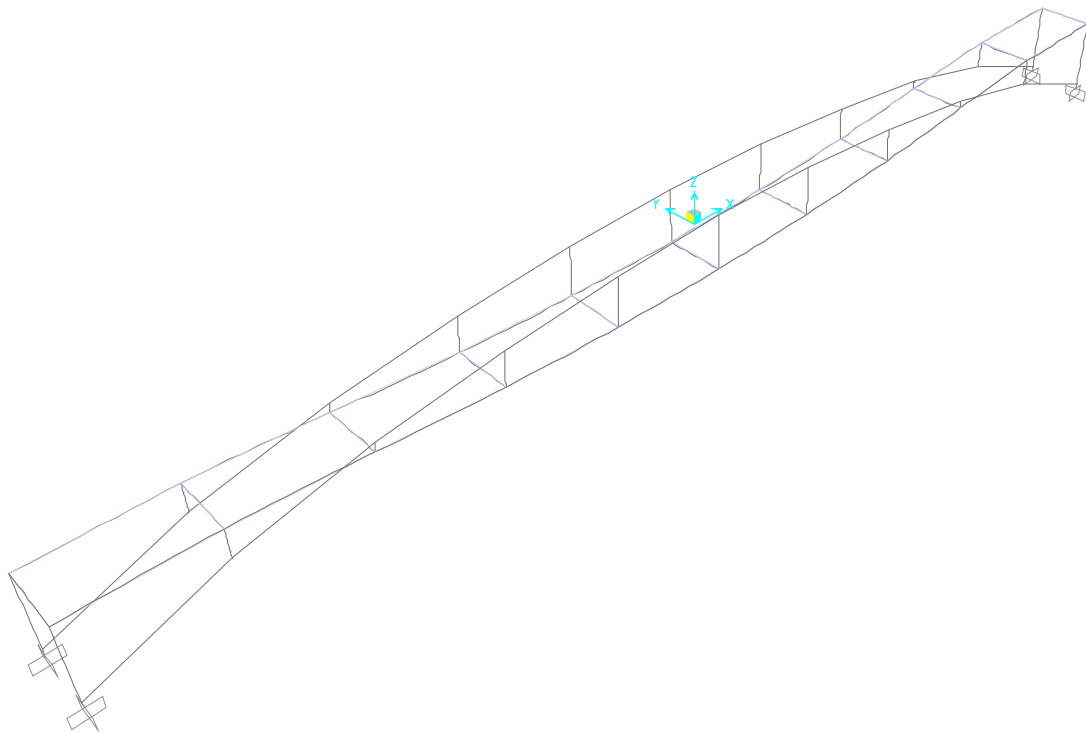




Nota:

Los números en color rojo nos representan que el elemento está sujeto a compresión, el color azul nos indica que el elemento está sujeto a tensión y los números en verde nos indican el número con el cual fueron etiquetados los nodos de la armadura.

Deformaciones



Deformación de la estructura sometida a cargas vivas y muertas, presenta una flecha máxima al centro de 1.78cm.

**Cantidad total de Acero 1.21 ton**

55 piezas

# CONCLUSIÓN

El trabajo presentado en esta tesis defiende al arco como un elemento estructural ideal para la construcción de puentes. Ya que como se estudio el arco es una forma natural que soporta los esfuerzos de compresión, como se pueden ver en ejemplos de la naturaleza como las cavernas y cuevas.

Durante la elaboración de este trabajo se pusieron a prueba varios modelos de arco, y como resultado final, se obtuvo que los más ligeros eran los de arco en forma parabólica. Al referirme a más ligeros quiero decir que son los que ocuparon menor acero para obtener la resistencia a los esfuerzos y la seguridad requerida.

Dentro de este estudio se probaron puentes de arco de tablero inferior, puentes de arco de tablero superior, y puente de arco de tablero intermedio, a diferentes alturas. Quedando como el arco más optimo el arco de tablero inferior a 2.5m de altura.

Durante el estudio se pudo observar que entra mayor era la altura del arco, los esfuerzos normales en la estructura eran menores. (Hay que recordar que en las armaduras los esfuerzos más significativos son los normales, ya que la fuerza cortante y el momento pueden casi despreciarse.) Al encontrar estos datos solo había que optimizar las iteraciones, ya que entre mas alto era el arco menor era su fuerza normal, pero esto también implicaba una mayor cantidad de acero, por lo que se tuvo que escoger un valor en el que el esfuerzo fuera el menor a la menor cantidad de acero posible.

Comparando los arcos con las estructuras rectas, podemos decir que el arco tiene una gran ventaja sobre las armaduras rectas ya que el arco solo trabaja a compresión y por su forma natural es altamente resistente a esos esfuerzos, comparando varios modelos de armaduras rectangulares, con armaduras de arco se pudo observar que las armaduras en arco necesitaban menor cantidad de acero para cubrir los esfuerzos a los que se veían sometidos.

Entre las desventajas que se pueden discutir es de que el proceso constructivo de los arcos es mas complejo y laborioso, pero con la tecnología que existe actualmente y la que se esta desarrollando este proceso se puede ver simplificado y mejorado.

## BIBLIOGRAFÍA

-Geometría de equilibrio de estructuras en arco  
Emilio Cortés  
Departamento de Física UAM

-Métodos de cálculo de arcos y bóvedas basados  
en los tratados y su aplicación en la restauración  
Javier Avendaño Pereda  
José Luis Javier Pérez Martín  
María Aurora Flórez de la Colina  
U. Coruña, CEHOPU 1998

-Comportamiento sísmico de puentes arco  
Un panorama del estado de conocimiento  
José de Jesús Álvarez Sereno y  
Ángel Carlos Aparicio Bengoechea  
Revista de Ingeniería Sísmica No. 68 21-53 (2003)

-Arco Parabólico  
Revista gunt Hamburgo

Winter, G. y Nilson, A. (1977). Proyecto de Estructuras de Hormigón. Bogotá,  
Colombia: Editorial  
Reverté Colombiana, S.A.

Salvadori, M. y Heller, R. (1963). Structure in Architecture. s/d: Prentice-Hall.

Salvadori, M. y Heller, R. (1998). Estructuras para Arquitectos. Buenos Aires,  
Argentina: Kliczkowski  
Publisher.

Puente peatonal  
TEODORO GONZALES DE LEON

<http://members.tripod.com/ARQUITRON>