



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

INSTITUTO DE ASTRONOMÍA
FACULTAD DE CIENCIAS

ESTUDIOS NUMÉRICOS EN DINÁMICA
DE GALAXIAS
E HIDRODINÁMICA INTERESTELAR

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE
DOCTORA EN CIENCIAS (ASTRONOMÍA)

PRESENTA

VERÓNICA LORA CASTELLANOS

DIRECTOR DE TESIS
ALEJANDRO C. RAGA RASMUSSEN

CODIRECTOR DE TESIS
FRANCISCO JAVIER SÁNCHEZ SALCEDO



México, D.F

2010



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A life without friends is possible
but meaningless.*

— based on Victor von Bülow

Agradecimientos

¡Gracias!

- Stu, weil Du immer liebevoll mit mir sprichst und weil wir zusammen durch das Leben gehen, y gracias porque has impulsado mi carrera académica indirectamente.
- A mi mama, por tu infinita paciencia, las pláticas, los buenos consejos y el cariño.
- A mi papa, por el apoyo incondicional y el cariño que me has dado siempre.
- A mis hermanas, Geo y Ale, porque seguimos siempre juntas.
- A Alex Raga, por apoyarme y apapacharme siempre. Además de hacer del café, una necesidad para mi.
- A Javier Sánchez, por ser mi tutor desde la maestría, por apoyarme en cada proyecto e incluirme en tus proyectos. Además gracias por las buenas pláticas y por compartir tu humor ácido.
- A la banda pava, Juan, Lirio, Liliana, Lucía, Alenka, Ary, Tomas, Mario, Andrés, por crear y creer en el Pavo, por las chelas, los chistes, la amistad y la carnalidad de años.
- A Primož y Giovanni, por las chelas, el té y la amistad de años.
- A Meche, por ser mi compañera de oficina estos años, y además una buena amiga.
- Al grupo de nucleares, Ary, Esquivel, Pablo y Raga, por ser colegas, maestros y más que nada, grandes amigos.

- A mis sinodales Javier Sánchez, Alejandro Raga, Jorge Cantó, Alejandro Esquivel y Bárbara Pichardo, por leer rápido mi tesis y por sus múltiples sugerencias para hacer esta tesis mucho mejor.
- A Virgilio Beltrán, por ser mi profesor los cuatro cursos de física clásica y por siempre tener tiempo para hablar de Astronomía conmigo. Aunque no estuviste este tiempo entre nosotros, siempre te recordé al entrar a la oficina de Raga.
- A William Lee, por todo el apoyo que me has dado y sobre todo por invitarme al congreso “triggering relativistic jets”.
- A Marco Martos, por abogar por mi para ser aceptada en la maestría.
- Rachel Somerville, because you gave me the opportunity to work with you twice, and opened my head a bit wider.
- Eva Grebel, for giving me the opportunity to work with you, and helping me going to the next step.
- A todos los maestros, amigos y compañeros con los que interactué a lo largo de estos años.
- Al personal de cómputo del instituto, Carmelo, Alf, Liliana y Francisco.
- A Bertha y a Silvia, por siempre sacarme de apuros.
- A todo el personal del instituto, sobre todo a doña Maru y doña Lupita.
- A todos los que pusieron una pluma de pavo en sus puertas ¡Gracias!

Contenido

Agradecimientos	iii
Contenido	v
Lista de Figuras	ix
Lista de Tablas	xi
1 N-cuerpos	1
1.1 Introducción	1
1.2 Métodos para resolver el problema de N -cuerpos	2
1.3 Integradores	6
2 Varone	15
2.1 Descripción del código Varone	15
2.2 Comprobando la precisión del código	18
3 Auto-gravedad + hidrodinámica	35
3.1 Método de SOR: gravedad + hidrodinámica	35
3.2 Ecuaciones de Euler	38
3.3 Flux vector splitting	39
3.4 Transporte radiativo	42
3.5 Ecuación de estado	43
4 Galaxias enanas	47
4.1 Introducción	47
4.2 Materia oscura en galaxias enanas esferoidales	50
4.3 Problemas abiertos con respecto a las galaxias enanas	53
4.4 Hoyos negros de masa intermedia	55
5 Límites a la masa y abundancia de objetos compactos oscuros y hoyos negros en los halos de galaxias enanas esferoidales	59
5.1 Resumen	60
5.2 Introducción	60

5.3	Restricciones de la supervivencia de los cúmulos globulares en Fornax	61
5.4	Persistencia de subpoblaciones dinámicamente frías	63
5.5	Discusión y conclusiones	69
6	Un límite superior a la masa del hoyo negro en la galaxia enana Ursa Minor	71
6.1	Resumen	72
6.2	Introducción	72
6.3	Condiciones iniciales y simulaciones de N cuerpos	74
6.4	Resultados	77
6.5	Discusión y conclusiones	81
7	Halos achatados	83
7.1	Halo tipo NFW esférico	85
7.2	Halo numérico	86
7.3	Halo esférico: Caso analítico Vs caso numérico	90
7.4	Halo triaxial tipo núcleo	93
8	Formación estelar	99
8.1	Etapas de la formación estelar	101
8.2	Formación estelar y trompas de elefante	104
9	El momento angular de condensaciones dentro de trompas de elefante	107
9.1	Resumen	108
9.2	Introducción	108
9.3	Código y parámetros iniciales	110
9.4	Resultados	114
9.5	Conclusiones	122
10	Flujos HH alineados perpendicularmente con trompas de elefante	125
10.1	Resumen	125
10.2	Introducción	126
10.3	La geometría del problema	127
10.4	Distribución del ángulo proyectado para un sistema localizado de trompas de elefante	129
10.5	Trompas de elefante distribuidas azarosamente	130
10.6	Comparación con observaciones	131
10.7	Conclusiones	133
	Conclusiones	137

Referencias	139
Constantes útiles	147

Lista de Figuras

1.1	Esquema de GRAPE	3
1.2	Método de Euler	7
1.3	Leap Frog	9
1.4	Runge-Kutta	12
2.1	Esquema del código <i>Varone</i>	16
2.2	Velocidad promedio en x como función del tiempo	20
2.3	Velocidad promedio en y como función del tiempo	21
2.4	Velocidad promedio en z como función del tiempo	22
2.5	Energía total, cinética y potencial, como función del tiempo	23
2.6	Simulaciones de un cúmulo y un hoyo negro a $t = 0, 2$, y 4 Gyr	25
2.7	Simulaciones de un cúmulo y un hoyo negro a $t = 6, 8$, y 10 Gyr	26
2.8	Mapa de densidad de masa para 0 y 2 Gyr	28
2.9	Mapa de densidad de masa 6 y 12 Gyr	29
2.10	Número máximo de partículas para distintos valores de N	30
2.11	Inyección de energía producida por un perturbador en una distribución de Plummer y una de Hernquist	31
2.12	Resultados de Kley et al. 2003	34
2.13	Resultados con los datos de Kley et al.	34
3.1	Caras de un cubo	36
4.1	Grupo Local de galaxias	48
4.2	Galaxias enanas esferoidales del Grupo Local	49
4.3	Masa de las galaxias satélite de la Galaxia	50
4.4	M_V vs. radio de la mitad de la luminosidad para galaxias y cúmulos estelares	51
4.5	M/L vs. magnitud absoluta para las galaxias enanas del Grupo Local	52
4.6	Correlación entre la masa del hoyo negro central y la dispersión de velocidades	55
4.7	Muestra de galaxias utilizadas en la figura 4.6	56
5.1	Diagrama de supervivencia de los cúmulos globulares en Fornax	62

5.2	Restricciones observacionales de VMOs de experimentos de microlentes	68
6.1	Simulación sin gravedad y con gravedad para la sobredensidad en UMi	77
6.2	Comparación entre dos simulaciones sin y con hoyo negro . .	78
6.3	Máximo número de partículas como función del tiempo . . .	80
7.1	Esferoides	84
7.2	Simulación de un halo tipo NFW	85
7.3	Evolución temporal de un halo esférico analítico y numérico .	91
7.4	Evolución temporal de un halo esférico analítico y numérico .	91
7.5	Máximo número de partículas en una parcela de 20×20 pc .	92
7.6	Evolución de un halo triaxial, $t=2, 4$ y 6 Gyr	93
7.7	Evolución de un halo triaxial, $t=8, 10$ y 12 Gyr	94
7.8	Máximo número de partículas para un halo esférico y triaxial	95
7.9	Simulación de un halo triaxial	96
8.1	Trompas de Elefante	100
8.2	HH 555	100
8.3	HH 666	101
8.4	Formación de núcleos en una nube molecular	102
8.5	Protoestrella con un disco	102
8.6	Flujos bipolares en una protoestrella	103
8.7	Estrella tipo T-Tauri	103
9.1	Evolución en el plano medio xy , de la densidad sin auto-gravedad	112
9.2	Evolución en el plano medio xy , de la densidad con auto-gravedad	113
9.3	Número de grumos neutros como función del tiempo	115
9.4	Fracción de grumos con diferentes orientaciones α	117
9.5	Momento angular como función de la masa del grumo (panel de arriba), y orientaciones de α para cada grumo como función de su masa (panel de abajo)	118
9.6	Evolución temporal del grumo más masivo de la simulación .	120
9.7	Estratificación de la densidad	121
10.1	Diagrama esquemático mostrando un sistema de flujos bipolares	127
10.2	Funciones de distribución	128
10.3	El valor medio y desviación estándar derivados para la distribución $D_\theta(\alpha)$	130
10.4	Distribución de la frecuencia del ángulo proyectado y observado α	132

Lista de Tablas

2.1	Parámetros iniciales del cúmulo	24
2.2	Parámetros utilizados en la aproximación de impulso	32
6.1	Parámetros de las simulaciones y tiempos de destrucción . . .	82
7.1	Parámetros del perfil NFW de galaxias enanas esferoidales . .	86
10.1	Constantes	147

Resumen

De los cuatro tipos de fuerzas fundamentales, la gravedad es la que domina cuando nos referimos a problemas astrofísicos. La gravedad es capaz de borrar y diluir estructura, pero también es la responsable de generar estructura. En esta tesis se utilizaron métodos numéricos para estudiar la dilución de estructura en un cúmulo estelar, al interactuar con un hoyo negro. También se utilizaron métodos numéricos para estudiar la formación de estructura, en particular se estudio la formación estelar.

Esta tesis se divide en tres partes:

- Parte I : Métodos numéricos
- Parte II : Galaxias enanas, materia oscura y hoyos negros de masa intermedia
- Parte III: Formación estelar

Métodos numéricos

El problema de N -cuerpos para un N (número de partículas) que represente un sistema astrofísico (i.e. cúmulos estelares, cúmulos globulares, galaxias etc.) es un reto computacional si se quiere resolver el problema mediante métodos de cálculo de fuerzas partícula-partícula. El número de operaciones que tiene que resolver un código de N -cuerpos en este caso, es proporcional al cuadrado del número de partículas que se tengan en la simulación ($\propto N^2$).

La primera parte de la tesis describe el problema de los N -cuerpos, se describen también algunos métodos para resolverlo, y se hace un resumen de los integradores utilizados.

En esta tesis se desarrolló un código de N -cuerpos (*Varone*) que reduce el tiempo de cómputo, utilizando un paso de tiempo individual, para cada partícula de la simulación. En esta parte se describe el código desarrollado y se muestran las pruebas realizadas para demostrar que los cálculos son correctos. Aplicaciones astrofísicas de este código se presentarán en la parte II de la tesis.

Finalmente en esta parte de la tesis se describe el método *Successive Over relaxation* que fue utilizado para incluir la auto-gravedad en simulaciones

hidrodinámicas (parte III de la tesis: formación estelar).

Galaxias enanas, materia oscura y hoyos negros de masa intermedia

En la segunda parte de la tesis se presenta el estudio de la composición de los halos oscuros en las galaxias enanas esferoidales. Se cree que objetos muy masivos (i.e. hoyos negros de masa intermedia u hoyos negros super-masivos) podrían formar parte del halo oscuro en estas galaxias. En este trabajo se establecieron restricciones dinámicas a la masa y abundancia de estos objetos, y se encontró que sólo el 1% de la masa del halo puede estar constituida por objetos con masas de $\sim 10^5 M_{\odot}$.

Un segundo trabajo presentado en esta parte de la tesis utiliza el código de N -cuerpos *Varone* para estudiar la evolución de subestructuras de densidad en las galaxias esferoidales enanas.

En particular, se consideró la galaxia esferoidal enana Ursa Minor. Esta galaxia tiene la peculiaridad de presentar un segundo pico en densidad. Se cree que esta sobredensidad (la que llamo en inglés *clump*) es tan vieja como su galaxia huésped, y la supervivencia del grumo sugiere que el halo oscuro de esta galaxia debe tener una distribución de densidad que se aplanada en el centro, y no cúspide (llamado *cusp* en inglés), como lo sugiere el modelo universal de materia oscura fría.

Las simulaciones de N -cuerpos realizadas suponen que la galaxia Ursa Minor tiene un halo oscuro tipo núcleo (*core* en inglés, el cual es aplanado en el centro), y que además alberga un hoyo negro (se verá que corresponde a un hoyo negro de masa intermedia) en su centro. Se probaron distintas masas para el hoyo negro central con la restricción de que la sobredensidad observada en Ursa Minor, tuviera que persistir sin ser destruida, por un tiempo ~ 12 Gyr. Con esto pudimos poner una cota superior a la masa del hoyo negro central en Ursa Minor.

Las simulaciones en los trabajos anteriores supusieron un halo oscuro tipo núcleo esférico. En esta tesis se exploraron otras configuraciones para el halo oscuro de Ursa Minor. Se desarrolló un programa que nos permite calcular el potencial si el halo oscuro no es esférico. Se estudiaron modelos triaxiales del halo oscuro en la galaxia Ursa Minor, tanto tipo núcleo, como

de cúspide (halos tipo NFW, (Navarro et al., 1997)). Los resultados se compararán con las simulaciones en halos esféricos.

Formación estelar

En la tercera parte de la tesis se estudia la formación estelar en las puntas de las llamadas trompas de elefante.

La radiación de las estrellas que acaban de formarse, fotoionizan la nube progenitora produciendo estructuras alargadas, a las que suele llamarse trompas de elefante. En la punta de las trompas la radiación de las estrellas recién formadas fotoionizan la nube neutra. En las puntas de las trompas de elefante, la interacción del choque (por un proceso de fotoevaporación) con perturbaciones previas en la nube, da como resultado la formación de grumos densos. Estos grumos pueden ser lo suficientemente masivos para ser auto-gravitantes y eventualmente formar estrellas jóvenes con flujos bipolares.

Se realizaron simulaciones 3D hidrodinámicas (incluyendo el transporte radiativo) de una nube neutra, que está siendo evaporada por el flujo de radiación de una estrella joven. Eventualmente en la simulación se observa la formación de grumos densos. Se calcularon los momentos angulares de los grumos más masivos y se encontró que estos grumos se encuentran alineados preferentemente en una dirección perpendicular a la de la radiación entrante, como se observa en los objetos HH 55, HH 333 y HH 666, entre otros.

Finalmente, con el fin de interpretar los alineamientos observados entre los flujos HH y las trompas de elefante, suponiendo que los flujos (objetos HH) eyectados por proto-estrellas de baja masa se alínean intrínsecamente de forma perpendicular a las trompas de elefante, se derivó la función de distribución esperada para el ángulo entre las proyecciones sobre el plano del cielo del eje del flujo, y de la trompa de elefante.

Parte I
Métodos Numéricos

1

N-Cuerpos

En este capítulo describiré la historia del problema de los N -cuerpos, algunos métodos para resolver este problema y algunos de los integradores más utilizados.

1.1 Introducción

A finales del siglo XIX se realizaban competencias matemáticas que ofrecían un premio. El objetivo era encontrar soluciones a problemas matemáticos específicos. El rey Oscar II de Suecia, para su cumpleaños número 60, el 21 de enero de 1889, convocó un concurso, cuyo fin era encontrar la solución al problema de N -cuerpos, el anuncio del concurso consistía en lo siguiente:

Dado un sistema arbitrario de muchas partículas de prueba, que se atraen una a otra de acuerdo con la ley de Newton, bajo la suposición de que dos partículas nunca colisionan, tratar de encontrar una representación de las coordenadas de cada punto, como una serie en una variable que sea una función conocida del tiempo.

Este premio fue ganado por Henry Poincaré. En el otoño de 1890, su memoria en *el problema de los tres cuerpos*, fue publicada en la revista *Acta Mathematica*. Hasta ahora nadie ha resuelto el problema de N -cuerpos para $N \geq 3$ exactamente.

Básicamente el problema de N -cuerpos se puede resumir de la siguiente manera: Sean N -cuerpos distribuidos en el espacio. Supóngase que todas

las masas, posiciones y velocidades son conocidas a un mismo tiempo, y que todos los cuerpos experimentan atracción gravitacional de acuerdo con las leyes de Newton. ¿Cuáles son las posiciones y velocidades de cada uno de estos N cuerpos a cada tiempo?

Ahora utilizamos computadoras y algoritmos para aproximar la solución del problema de los N -cuerpos. En astronomía es fundamental el estudio de la evolución de sistemas dinámicos como galaxias, cúmulos globulares, cúmulos de estrellas, etcétera. El desarrollo de una herramienta para estudiar la dinámica de estos sistemas, es crucial.

Un código de N -cuerpos consta de las siguientes partes:

- Condiciones iniciales
- Método para integrar las ecuaciones

A continuación se realizará una breve descripción de tres de los métodos más importantes, utilizados actualmente para resolver un sistema de N -cuerpos.

1.2 Métodos para resolver el problema de N -cuerpos

1.2.1 Métodos directos

La formulación clásica del problema de N -cuerpos, es descriptivamente sencilla. Dados valores iniciales de N masas, coordenadas y velocidades, el objetivo es calcular sus posiciones y velocidades futuras. A pesar de que los movimientos son, en principio, completamente determinados por las ecuaciones diferenciales, sólo se pueden encontrar soluciones precisas por medio de métodos numéricos.

Podemos empezar por enunciar el problema de N -cuerpos, en su forma matemática. Sean N valores iniciales de posiciones $\mathbf{q}_j(0)$ y velocidades $\dot{\mathbf{q}}_j(0)$ de las partículas, cada una con masa m_j , entonces la aceleración que siente la partícula j por la interacción con cada una de las partículas restantes, está dada por:

$$m_j \ddot{\mathbf{q}}_j = G \sum_{k=j} m_k m_j \frac{(\mathbf{q}_k - \mathbf{q}_j)}{|\mathbf{q}_k - \mathbf{q}_j|^3}; j=1,2,\dots,n \quad (1.1)$$

donde G es la constante de la gravitación universal ($G = 6.673 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}$).

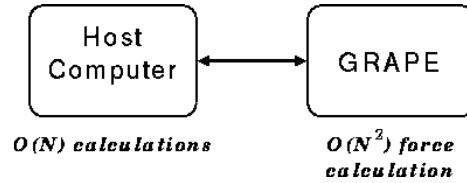


Figura 1.1 – Diagrama de la computadora GRAPE (GRAvity piPE).

En las simulaciones directas de N -cuerpos, las ecuaciones de movimiento de N partículas bajo la influencia de su mutua fuerza gravitacional, se integran numéricamente sin ninguna aproximación que simplifique el cálculo.

Generalmente, en Astronomía se busca estudiar sistemas como cúmulos estelares, cúmulos globulares, galaxias o cúmulos de galaxias. Estos sistemas involucran números de partículas muy grandes (de $\sim 10^4 - 10^8$ partículas), por lo que, el número de interacciones partícula-partícula que deben de ser calculadas crece enormemente con N al igual que los tiempos de cómputo.

Los métodos directos de partícula-partícula tienen un costo computacional muy alto: se necesitan $O(N^2)$ operaciones para evaluar las fuerzas de N partículas (el tiempo de cómputo crece cuadráticamente con N). La razón es que la gravedad es una fuerza atractiva de largo alcance y, por lo tanto, no se puede despreciar la contribución a la fuerza debida a partículas lejanas. En general, este método es factible si se está interesado en la dinámica del sistema a escalas pequeñas (galaxias pequeñas y cúmulos globulares), donde el número de partículas a considerar es del orden de 10^3 .

Existen tres aproximaciones diferentes al problema cuando se habla de aumentar la rapidez de las simulaciones de N -cuerpos directas: el uso de computadoras rápidas, el uso de algoritmos cuyos costos de cálculo sean menores y el desarrollo de algoritmos más eficientes.

Para resolver el problema de ‘tiempo computacional’, se han desarrollado técnicas que involucran al hardware, como por ejemplo la construcción de la computadora GRAPE (GRAvity piPE) en Tokyo (Sugimoto et al., 1990). Para acelerar las simulaciones de N -cuerpos, se desarrolló una serie de hardware de propósito especial (*special-purpose hardware* en inglés) para el cálculo de la fuerza gravitacional. El esquema básico puede verse en la figura 1.1. El hardware de propósito especial calcula las interacciones entre partículas, mientras la estación de trabajo (*host computer* en inglés) realiza todos los demás cálculos de la simulación.

1.2.2 Código de árbol

Como se ha mencionado antes, el método más simple para resolver el problema de N -cuerpos, es calcular la fuerza sobre cada partícula por medio de la suma directa de las contribuciones de las otras $N - 1$ partículas. El costo computacional en este caso es $\sim N^2$, lo que hace que este método se limite a sistemas con un número de partículas pequeño.

Cuando el número de partículas es lo suficientemente grande, la dinámica del sistema cambia, haciendo que los encuentros cercanos sean menos importantes cada vez. Esto ha ocasionado el desarrollo de métodos no-colisionales. Uno de éstos métodos es el *código de árbol* (tree code en inglés), para el cual el tiempo de cómputo escala $\sim N \log N$.

La idea del código de árbol es la siguiente; primero se construye una celda cúbica, la cual contiene a todo el sistema (llamada nodo raíz). Si una celda contiene más de una partícula, la celda se divide en ocho celdas hijas. Esto se hace consecutivamente hasta que a cada partícula le sea asignada una sola celda. Esta manera de dividir el dominio lleva como consecuencia que varias celdas se encuentren vacías.

Dada la estructura de árbol se pueden encontrar las fuerzas sobre cada partícula, por medio de un procedimiento recursivo que comienza en la celda raíz que contiene a todo el sistema. Supongamos que l es el tamaño de la celda en cuestión, y que D es la distancia del centro de masa de la celda a una partícula, entonces, si $l/D < \theta$, donde θ es la tolerancia o el ángulo de apertura (opening angle), las interacciones respectivas se suman, de lo contrario la celda es dividida en ocho celdas, y cada una de ellas es examinada de la misma manera. Este procedimiento continúa hasta que todas las partículas han sido incluidas, bien haya sido en grupos, o en sumas individuales.

En algunas simulaciones donde el potencial es suave, se toma el valor $\theta = 1$. Este valor del ángulo de apertura permite errores relativamente grandes en el cálculo de la fuerza. Para tener una mejor aproximación del cálculo de la fuerza se puede reducir el valor de θ , y así considerar más interacciones individuales. Es claro que si $\theta \rightarrow 0$ se regresa al caso de suma directa sobre las fuerzas.

1.2.3 Particle in cell

El método *particle in cell* (PIC por sus siglas en inglés) es, en principio, simple. Para obtener el campo gravitacional, primero se resuelve la ecuación

de Poisson y después se diferencia el potencial resultante, para así obtener la fuerza. A continuación esta fuerza se interpola a la posición de una partícula para obtener la nueva velocidad asociada a la partícula y, por lo tanto, encontrar la nueva posición de ésta. Cuando todas las partículas han avanzado, el sistema está listo para el siguiente paso en el tiempo.

Se pueden utilizar distintos esquemas para realizar los pasos anteriores. La selección de uno en particular es un balance entre la rapidez de cálculo y la precisión deseada.

Para aplicar este método, debemos conocer la densidad en cada celda de la malla computacional (supongamos que esta densidad en la malla computacional puede ser la densidad del gas, o la densidad de partículas, i.e. estrellas). Después resolvemos la ecuación de Poisson utilizando el método de *Successive Over Relaxation* (SOR).

Para resolver la ecuación de Poisson utilizando el método SOR, se hace lo siguiente: La ecuación de Poisson está dada por

$$\nabla^2 \rho = 4 \pi G \rho \quad (1.2)$$

en la que la densidad ρ depende de i, j y k , donde estos últimos son los puntos en la malla computacional.

En coordenadas cartesianas, el Laplaciano en tres dimensiones en diferencias finitas a segundo orden está dado por

$$\nabla^2 \rho = \frac{\rho(i+1, j, k) + \rho(i-1, j, k) + \rho(i, j+1, k) + \rho(i, j-1, k)}{\Delta x^2} + \frac{\rho(i, j, k+1) + \rho(i, j, k-1) - 6\rho(i, j, k)}{\Delta x^2}, \quad (1.3)$$

donde Δx es el espaciamiento de la malla (igual en las tres dimensiones). Entonces de 1.2 y 1.3 se sigue,

$$4 \pi G \rho = \frac{\rho(i+1, j, k) + \rho(i-1, j, k) + \rho(i, j+1, k) + \rho(i, j-1, k)}{\Delta x^2} + \frac{\rho(i, j, k+1) + \rho(i, j, k-1) - 6\rho(i, j, k)}{\Delta x^2}. \quad (1.4)$$

Sea $4 \pi G \rho = S$ entonces tenemos que

$$\rho(i, j, k) = \frac{\rho(i+1, j, k) + \rho(i-1, j, k) + \rho(i, j+1, k) + \rho(i, j-1, k)}{6} + \frac{\rho(i, j, k+1) + \rho(i, j, k-1) - S(i, j, k)\Delta x^2}{6}, \quad (1.5)$$

con lo que se obtiene Φ . Después de calcular Φ , se prosigue a realizar iteraciones, hasta encontrar el error menor a un cierto valor ϵ , entre el potencial calculado en dos iteraciones sucesivas. El error se calcula de la siguiente manera

$$error = \frac{\max[|\Phi(i, j, k) - \Phi_0(i, j, k)|]}{\Phi_0(i, j, k)}. \quad (1.6)$$

donde $\Phi_0(i, j, k)$ es el potencial a un paso de tiempo anterior. El potencial a $t = 0$ se toma como cero para todas las celdas.

Como $\vec{F} = -\nabla\Phi$, sólo resta diferenciar Φ para encontrar la fuerza en la celda i, j, k :

$$F_x = \frac{(\Phi(i-1, j, k) - \Phi(i+1, j, k))}{\Delta x} \quad (1.7)$$

$$F_y = \frac{(\Phi(i, j-1, k) - \Phi(i, j+1, k))}{\Delta x} \quad (1.8)$$

$$F_z = \frac{(\Phi(i, j, k-1) - \Phi(i, j, k+1))}{\Delta x}. \quad (1.9)$$

1.3 Integradores

Como se ha mencionado antes, un código de *N*-cuerpos básicamente resuelve las ecuaciones de movimiento, teniendo como condiciones iniciales para cada partícula, su masa, coordenadas espaciales (x_j, y_j, z_j) y velocidades $(v_{x,j}, v_{y,j}, v_{z,j})$. Esto nos da un conjunto de siete parámetros con los que el sistema está descrito totalmente. Una vez que se tienen las condiciones iniciales, se pasa a resolver las ecuaciones de movimiento. Esto quiere decir que se calculan las nuevas posiciones y velocidades para cada partícula dependiendo de las fuerzas que las $N - 1$ partículas restantes ejercen sobre ésta.

La fuerza que ejercen $N - 1$ partículas sobre una partícula j está dada por

$$\vec{F}_j = \sum_{i \neq j} \frac{Gm_j m_i}{r_{ij}^2} \hat{r} \quad (1.10)$$

donde r_{ij} es la distancia entre la partícula i y la partícula j . Las posiciones después de un intervalo Δt se calculan a partir de las velocidades. Por ejemplo para la componente en x

$$x_j(t + \Delta t) = x_j(t) + \Delta t v_{x,j}(t) \quad (1.11)$$

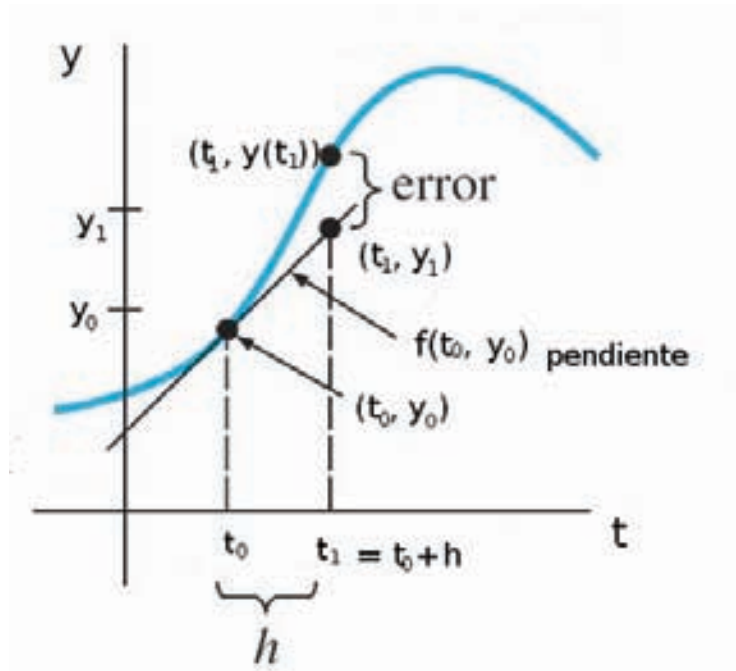


Figura 1.2 – Método de Euler Aproximación a la pendiente de la curva $f(t, y)$.

y las velocidades se actualizan de acuerdo a la aceleración promedio por la fuerza \vec{F} . Por ejemplo para la componente de la partícula j

$$v_{x,j} = v_{x,j} + \Delta t \frac{F_{x,j}}{m_j} . \quad (1.12)$$

Para resolver las ecuaciones de movimiento, se programaron distintos integradores con el fin de tener la opción en el código, para que el usuario pueda cambiar de integrador, dependiendo del problema que quiera estudiar.

1.3.1 Método de Euler

Consideremos un sistema de ecuaciones diferenciales valuadas de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= f(t, y) , \\ y(a) &= A . \end{aligned} \quad (1.13)$$

Supongamos que la solución $y(t)$ para la ecuación diferencial es única. El valor de la solución a un tiempo $t = a + h$ (donde h es el incremento en t) se puede aproximar usando el teorema de Taylor de la siguiente manera:

$$y(a + h) \approx y(a) + h \frac{dy}{dt}(a) , \quad (1.14)$$

y tenemos que

$$\frac{dy}{dt}(a) = f(a, y(a)) , \quad (1.15)$$

entonces

$$y(a + h) \approx y(a) + hf(a, y(a)) . \quad (1.16)$$

Definamos ahora $t_0 = a$, $y_0 = y(a)$, y $t_1 = a + h$ entonces podemos reescribir la ecuación (1.16) como

$$y_1 = y_0 + hf(t_0, y_0) . \quad (1.17)$$

A este método se le conoce como el método de Euler (Ver figura 1.2).

1.3.2 Predictor-corrector

El método de predictor-corrector es similar al método de Euler. Este método guarda las soluciones de las ecuaciones y utiliza estas soluciones para extrapolar la solución en un paso de tiempo posterior. Después se corrige la extrapolación utilizando información de la derivada en el nuevo punto.

Para el paso del *predictor* se utiliza el método de Euler, entonces suponemos que tenemos nuevamente la ecuación

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) , \quad (1.18)$$

donde los valores $y(t_0) = y_0$ y $f(t_0, y_0) = f_0$ son conocidos. Recordemos que $t_1 = t_0 + h$ donde h es el incremento en el tiempo. Entonces utilizando (1.17) se tiene que

$$y_1 = y_0 + hf_0 . \quad (1.19)$$

Llamemos a y_1 en la ecuación anterior y_p para notar que es el paso del predictor, entonces tenemos que

$$y_p = y_0 + hf_0 , \quad (1.20)$$

y tenemos la derivada de y en el punto y_p como

$$\frac{dy_p}{dt} = f(t_1, y_p) = f_p \quad (1.21)$$

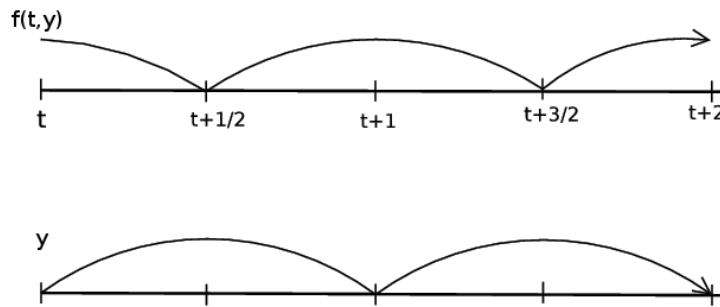


Figura 1.3 – Leap Frog: y calculada al tiempo t y f al tiempo $t + \frac{1}{2}$.

Ahora corregimos para y con el paso del corrector, y_c , de la siguiente manera

$$y_c = \frac{1}{2}(y_0 + y_p) + \frac{1}{2}hf_p . \quad (1.22)$$

Entonces tenemos finalmente la ecuación para y_1 como

$$y_1 = \frac{1}{2}(y_0 + y_p) + \frac{1}{2}hf_p . \quad (1.23)$$

En esta tesis se utilizó un algoritmo de predictor-corrector de segundo orden, pero utilizando un paso en el tiempo variable.

1.3.3 Leap frog

Supongamos que tenemos las ecuaciones antes mencionadas,

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) , \quad (1.24)$$

$$\frac{df(t, y)}{dt} = f'(t, y) . \quad (1.25)$$

Utilizando el método de Euler se tiene que

$$y_1 = y_0 + hf(t_0, y_0) , \quad (1.26)$$

donde h es el intervalo entre pasos de tiempo. Una mejor aproximación se obtiene al reemplazar $f(t_0, y_0)$ en la ecuación (1.26) por el valor de f en el punto medio del intervalo. Supongamos que conocemos este valor ($f_{\frac{1}{2}}$), entonces podemos reescribir la ecuación (1.26) como

$$y_1 = y_0 + hf_{\frac{1}{2}} . \quad (1.27)$$

Entonces, tenemos la ecuación para $f_{\frac{1}{2}+1}$ como

$$f_{\frac{3}{2}} = f_{\frac{1}{2}} + hf'(t_1, y_1) . \quad (1.28)$$

Ya que y_1 es conocida (ecuación 1.27), se puede seguir con el cálculo de $y_2 = y_1 + hf_{\frac{3}{2}}$, entonces se puede seguir el método para los demás pasos de la manera en la que se muestra en la figura 1.3. Lo que falta es conocer $f_{\frac{1}{2}}$. Para esto se puede hacer un medio paso de la siguiente manera:

$$f_{\frac{1}{2}} = f_0 + \frac{1}{2}hf'(t_0, y_0) . \quad (1.29)$$

Lo único que restaría por hacer es encontrar y y f al mismo tiempo t . Para esto lo más sencillo es considerar que la ecuación (1.28) está constituida por dos medios pasos de tiempo iguales, que sucesivamente relacionan a y_{n+1} con $y_{n+1/2}$, y a $f_{n+3/2}$ con f_{n+1} .

Al método de leap-frog para calcular y y f para el mismo tiempo t , se le conoce como *velocidad de Varlet*.

Finalmente el paso de tiempo queda descrito como sigue:

$$f_{n+\frac{1}{2}} = f_n + \frac{1}{2}hf'(t_n, y_n) , \quad (1.30)$$

$$y_{n+1} = y_n + hf_{n+\frac{1}{2}} , \quad (1.31)$$

$$f_{n+1} = f_{n+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}hf'(t_{n+\frac{1}{2}}, y_{n+\frac{1}{2}}) . \quad (1.32)$$

donde $n = 0, 1, 2, \dots$.

El método de leap-frog es un método simple de programar y rápido (por ser un método de segundo orden). Es computacionalmente menos costoso que el método de predictor-corrector, lo que puede ser una gran ventaja si se quiere hacer un gran número de cálculos, además conserva la energía incluso cuando se toman grandes pasos en el tiempo.

1.3.4 Runge-Kutta

Los algoritmos de Runge-Kutta son una familia de métodos numéricos iterativos (implícitos ó explícitos) para aproximar la solución de una ecuación diferencial ordinaria. Estos métodos propagan la solución sobre un intervalo, al combinar la información de varios pasos tipo Euler.

Como antes vimos, la fórmula de Euler está dada por

$$y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n) . \quad (1.33)$$

donde h es el intervalo de tiempo.

Ahora consideremos este método para el primer paso de tiempo, con el fin de hacer un paso de prueba (trial step) al punto medio del intervalo. Después utilizamos el punto medio tanto de t como de y para calcular el ‘paso real’ a lo largo de todo el intervalo. Entonces

$$k_1 = hf(t_n, y_n) , \quad (1.34)$$

$$k_2 = hf\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1\right) , \quad (1.35)$$

$$y_{n+1} = y_n + k_2 + O(h^3) . \quad (1.36)$$

El método anterior es conocido como *Runge-Kutta de segundo orden*.

El método de Runge-Kutta más utilizado es el llamado *Runge-Kutta de cuarto orden*, en el cual se asocia cada término con el de una serie de Taylor hasta el cuarto orden, como su nombre indica. El algoritmo para resolver una ecuación diferencial ordinaria es el siguiente

$$y_{n+1} = y_n + \omega_1 k_1 + \omega_2 k_2 + \omega_3 k_3 + \omega_4 k_4 , \quad (1.37)$$

donde las k 's están dadas por

$$k_1 = hf(t_n, y_n) , \quad (1.38)$$

$$k_2 = hf(t_n + a_1 h, y_n + b_1 k_1) , \quad (1.39)$$

$$k_3 = hf(t_n + a_2 h, y_n + b_2 k_1 + b_3 k_2) , \quad (1.40)$$

$$k_4 = hf(t_n + a_3 h, y_n + b_4 k_1 + b_5 k_2 + b_6 k_3) . \quad (1.41)$$

Ahora, al igualar cada término del algoritmo de Runge-Kutta con el correspondiente en la serie de Taylor, se obtiene un sistema de ecuaciones, y proponiendo ciertas condiciones para las dos incógnitas ($a_1 = \frac{1}{2}$ y $b_2 = 0$) se puede resolver el sistema, encontrando así los coeficientes para la fórmula de Runge-Kutta:

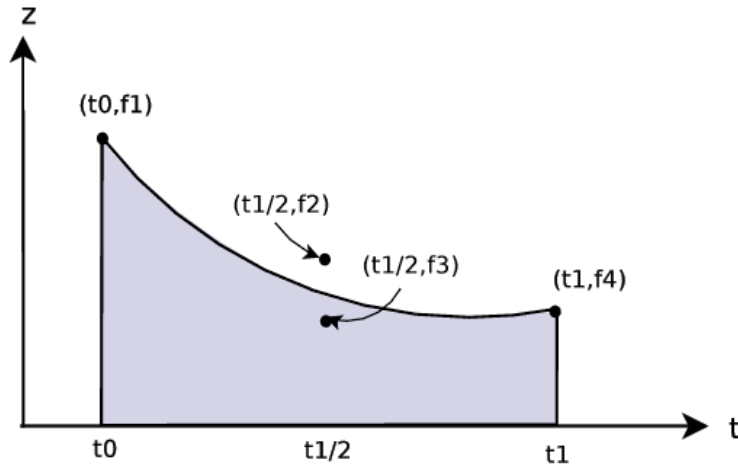


Figura 1.4 – Runge-Kutta de cuarto orden Aproximaciones a la pendiente de la curva f_1 es la aproximación a la pendiente por la izquierda, f_2 y f_3 aproximaciones en el punto medio, y finalmente f_4 la aproximación por el lado derecho.

$$a_2 = \frac{1}{2}, a_3 = 1, \quad (1.42)$$

$$b_1 = \frac{1}{2}, b_3 = \frac{1}{2}, b_4 = 0, b_5 = 0, b_6 = 1, \quad (1.43)$$

$$\omega_1 = \frac{1}{6}, \omega_2 = \frac{1}{3}, \omega_3 = \frac{1}{3}, \omega_4 = \frac{1}{6}. \quad (1.44)$$

Entonces tenemos que:

$$y_{n+1} = y_n + h \frac{f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4}{6}, \quad (1.45)$$

donde las f 's están dadas por

$$f_1 = f(t_n, y_n), \quad (1.46)$$

$$f_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}f_1\right), \quad (1.47)$$

$$f_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}f_2\right), \quad (1.48)$$

$$f_4 = f(t_n + h, y_n + hf_3). \quad (1.49)$$

Una manera de ver de donde se obtienen las ecuaciones anteriores, puede basarse en el método de Simpson que ya se ha mencionado. Consideremos la

figura 1.4 donde $y = y(t)$ en el intervalo $[t_0, t_1]$. El juego de funciones anteriores son aproximaciones a la pendiente de la curva; f_1 es la aproximación a la pendiente por la izquierda, f_2 y f_3 aproximaciones en el punto medio, y finalmente f_4 es la aproximación por el lado derecho. El paso en el tiempo se obtiene de la siguiente manera

$$y(t_1) - y(t_0) = \int_{t_0}^{t_1} f(t, y(t)) dt \quad (1.50)$$

Ahora, si aplicamos la antes mencionada fórmula de Simpson para el caso en el que el paso en t es $\frac{h}{2}$ se tiene que

$$\int_{t_0}^{t_1} f(t, y(t)) dt = \frac{h}{6} \left[f(t_0, y(t_0)) + 4f\left(t_{\frac{1}{2}}, y\left(t_{\frac{1}{2}}\right)\right) + f(t_1, y(t_1)) \right], \quad (1.51)$$

y si $f_1 = f(t_0, y(t_0))$, $f_4 = f(t_1, y(t_1))$, y además

$$f\left(t_{\frac{1}{2}}, y\left(t_{\frac{1}{2}}\right)\right) = \frac{f_2 + f_3}{2}, \quad (1.52)$$

se tiene que

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{6} \left(f_1 + \frac{4(f_2 + f_3)}{2} + f_4 \right), \quad (1.53)$$

que es equivalente a la fórmula de Runge-Kutta de cuarto orden.

En las simulaciones presentadas en los capítulos 2, 6 y 7 se utilizó el método de predictor-corrector, para integrar las ecuaciones de movimiento, pero utilizando un paso de tiempo variable. En el siguiente capítulo se describirá a detalle el código utilizado.

2

Varone

En este capítulo se describirá un código nuevo de N -cuerpos que he desarrollado y he utilizado en esta tesis, al que llamamos *Varone*. Este código cuenta con un paso de tiempo múltiple y el integrador utilizado es un predictor-corrector.

El esquema básico del código se muestra en la figura 2.1. Dadas las condiciones iniciales, el código asigna un Δt a cada una de las partículas en la simulación. Sólo la partícula cuyo tiempo asociado es el mínimo de entre todas las partículas, es avanzada en el tiempo. Este método de mover en el tiempo una partícula a la vez, reduce el tiempo de cómputo, y nos permite resolver sistemas con 1000 partículas en un tiempo relativamente corto. En este capítulo también se describirán las diferentes pruebas a las que se sometió al código, para comprobar su precisión.

2.1 Descripción del código Varone

Para comenzar, el código *Varone* necesita un archivo de condiciones iniciales, que contenga las posiciones (x, y, z) , las velocidades (v_x, v_y, v_z) y la masa (M) de las N partículas.

El código tiene la siguiente estructura:

- Inicialización

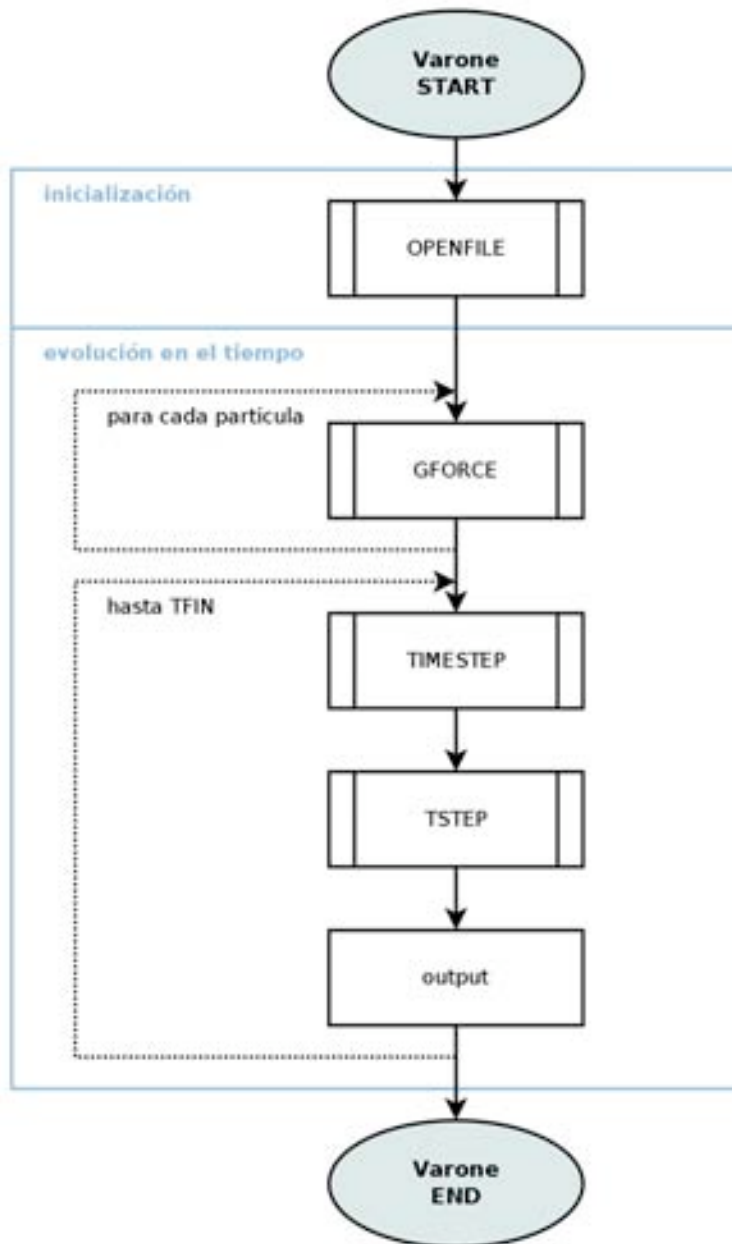


Figura 2.1 – Esquema del código Varone En la subrutina *OPEN FILE* se abre el archivo de parámetros iniciales. Después la subrutina *GFORCE* calcula la fuerza gravitacional entre las partículas. La rutina *TIMESTEP* busca la partícula con el menor tiempo asociado. *TSTEP* realiza el paso en el tiempo utilizando un integrador predictor-corrector. Finalmente en la subrutina *OUTPUT* se escriben los resultados en un archivo similar al que lee la subrutina *OPENFILE*.

Se lee el archivo de condiciones iniciales y se le asocia un tiempo t a cada partícula (empezando con un tiempo igual a cero en la inicialización).

- Cálculo de dt

Cada partícula en la simulación tiene asociado un tiempo $t(i)$. Se empieza identificando a la partícula con el tiempo menor, a la cual se identifica con la etiqueta IM , y se procede a asignarle un paso de tiempo iterando sobre las $N - 1$ partículas restantes (para $t = 0$ se asigna a todas las partículas en la simulación un tiempo igual a cero).

Tenemos que $dt^2(IM)$ está dado por

$$dt^2(IM) = \frac{(R^2)^{3/2}}{Gmax \{M(j), M(IM)\}} , \quad (2.1)$$

donde

$$R^2 = [x(j) - x(IM)]^2 + [y(j) - y(IM)]^2 + [z(j) - z(IM)]^2 , \quad (2.2)$$

es la distancia al cuadrado para cada partícula j (tomando en cuenta sólo los casos donde $j = IM$).

Se prosigue a buscar el mínimo dt^2 en todo el ciclo, de donde obtenemos dt como

$$dt = \eta \sqrt{\min(dt^2)} . \quad (2.3)$$

En la ecuación anterior, η indica la fracción del paso dt' que se tomará, con la condición de que $0 < \eta < 1$.

- Avance en el tiempo

La partícula IM será la única partícula que avanzará en el tiempo, lo que nos reduce el número de interacciones a resolver en cada paso de tiempo. Se calcula la fuerza que siente la partícula IM debido a las $N - 1$ partículas restantes, y se resuelven las ecuaciones de movimiento utilizando un integrador predictor-corrector (descrito en 1.3.2). Con esto tendremos las nuevas posiciones y velocidades asociadas a la partícula IM . Ahora se asigna el tiempo a la partícula IM como

$$t(IM) = t(IM) + dt . \quad (2.4)$$

En este momento se buscará nuevamente la partícula cuyo tiempo asociado sea el menor, y se avanza ésta en el tiempo. El procedimiento se repite hasta alcanzar el tiempo final deseado (especificado en las condiciones iniciales).

Este método simple nos permite resolver sistemas de 1000 partículas en tiempos de cómputo relativamente cortos.

2.2 Comprobando la precisión del código

Un código de N-cuerpos directo es, en principio, muy sencillo, pero en la práctica cuando se utiliza un algoritmo de paso múltiple, se deben realizar pruebas, que comprueben la precisión del código. A continuación se describirán los resultados de dichas pruebas.

En todas las simulaciones realizadas en el capítulo 6, se tomó un número de partículas $N = 600$. Este número de partículas nos permitió resolver las ecuaciones en tiempos de cómputo relativamente cortos.

Como estamos interesados en sistemas de muchas partículas se tiene que garantizar que los resultados obtenidos convergen cuando aumentamos el número de partículas N , por lo que una prueba de convergencia es necesaria.

Las simulaciones aquí presentadas consideran la evolución de un cúmulo de estrellas en interacción con una partícula masiva (i.e. hoyo negro).

Si el cúmulo estuviera aislado, su energía, en principio, tendría que conservarse a lo largo de la simulación. Es necesario saber qué tanto se conserva la energía total del cúmulo aislado (dicho cúmulo tiene una distribución de esfera de Plummer) durante la simulación.

Otra cuestión que se debe verificar es que la interacción entre las partículas del cúmulo y el hoyo negro central (partícula masiva) esté siendo resuelta correctamente. Para esto se hará uso de la aproximación de impulso. Se compararán los resultados obtenidos con nuestro código con resultados analíticos (Binney & Tremaine, 2008).

2.2.1 Esfera de Plummer aislada

En varios sistemas esféricos, como los cúmulos estelares y cúmulos globulares, la densidad es aproximadamente constante cerca del centro, y cae a cero a radios grandes. Entonces, el potencial de un sistema de este tipo será

proporcional a $r^2 + \text{constante}$ a radios pequeños, y proporcional a r^{-1} a radios grandes. Un potencial con estas propiedades es el modelo de Plummer

$$= \frac{GM_c}{\sqrt{r^2 + R_p^2}} \quad (2.5)$$

donde R_p es la escala de longitud de Plummer (radio de Plummer) y M_c es la masa total del sistema.

Tomemos el Laplaciano del potencial descrito en (2.5) en coordenadas esféricas

$$\Delta \Phi = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\Phi}{dr} \right) = \frac{3GM_c R_p^2}{(r^2 + R_p^2)^{5/2}} \quad (2.6)$$

entonces, de la ecuación de Poisson, $\Delta \Phi = 4\pi G\rho$, podemos obtener la densidad de Plummer

$$\rho(r) = \frac{3}{4\pi} \frac{M_c R_p^2}{(r^2 + R_p^2)^{5/2}}. \quad (2.7)$$

Como se mencionó en la sección anterior (2.2), las simulaciones presentadas en esta tesis constan de un cúmulo de estrellas y un hoyo negro central (partícula masiva). La distribución inicial de masa del cúmulo corresponde a una esfera de Plummer (Plummer, 1911) (ecuación 2.7).

Para nuestro caso tomamos la masa del cúmulo como $M_c = 2 \cdot 10^4 M_\odot$. Se debe notar que existe una relación entre el radio de Plummer y el radio que contiene la mitad de la masa $r_{1/2}$:

$$r_{1/2} = 1.3R_p. \quad (2.8)$$

En general se referirá al radio de la mitad de la masa (radio en el cual la mitad de la masa del cúmulo está contenida) para denotar el tamaño del cúmulo.

Para comprobar la precisión de nuestras simulaciones, se realizó una simulación del cúmulo aislado. Esto quiere decir que no incluimos ningún potencial externo. Se comprobó que, cuando el cúmulo se encuentra aislado, la configuración de Plummer es estacionaria, y la energía se conserva para un tiempo de 12 Gyr.

La energía cinética total y la energía potencial total del cúmulo están dadas por

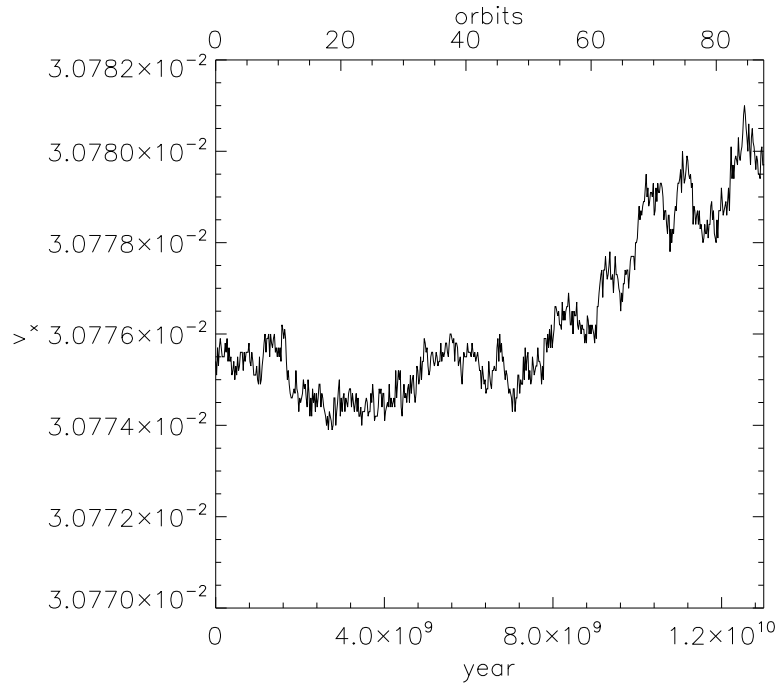


Figura 2.2 – *Velocidad promedio en x como función del tiempo de una esfera de Plummer con un radio de la mitad de la masa $r_{1/2} = 50$ pc sin fuerzas externas.*

$$K_{tot}(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i \bar{v}_i^2, \quad (2.9)$$

$$U_{tot}(t) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N \frac{Gm_i m_j}{|r_{ij}|}, \quad i = j, \quad (2.10)$$

donde m_i y m_j son las masas de las partículas i y j en la simulación. Como en las simulaciones todas las partículas tienen la misma masa, la energía cinética está determinada por las velocidades de las partículas.

Las figuras 2.2, 2.3, y 2.4 muestran el comportamiento de las velocidades promedio en cada dirección en función del tiempo.

$$\langle \bar{v} \rangle = \sum_i^N \bar{v}_i / N. \quad (2.11)$$

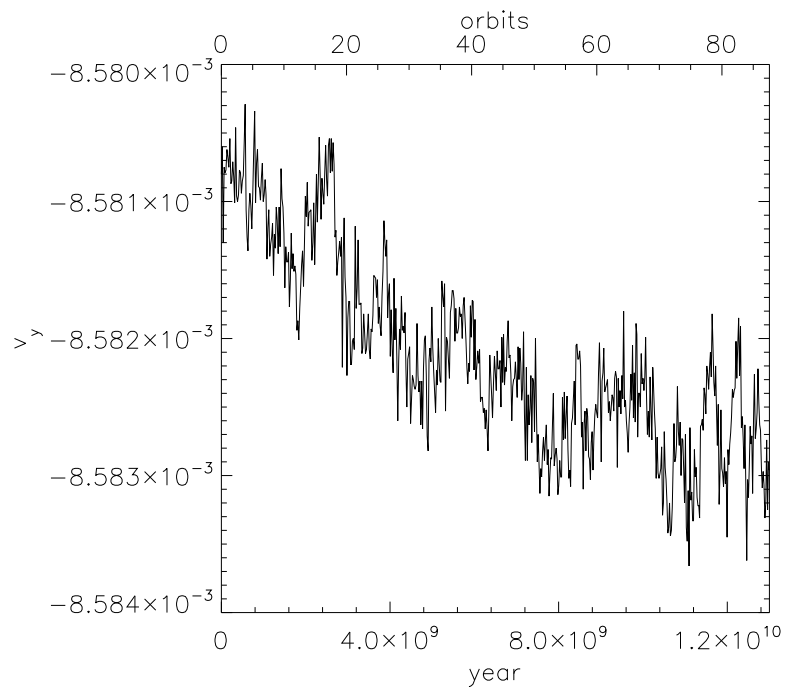


Figura 2.3 – *Velocidad promedio en y como función del tiempo de una esfera de Plummer con un radio de la mitad de la masa $r_{1/2} = 50$ pc sin fuerzas externas.*

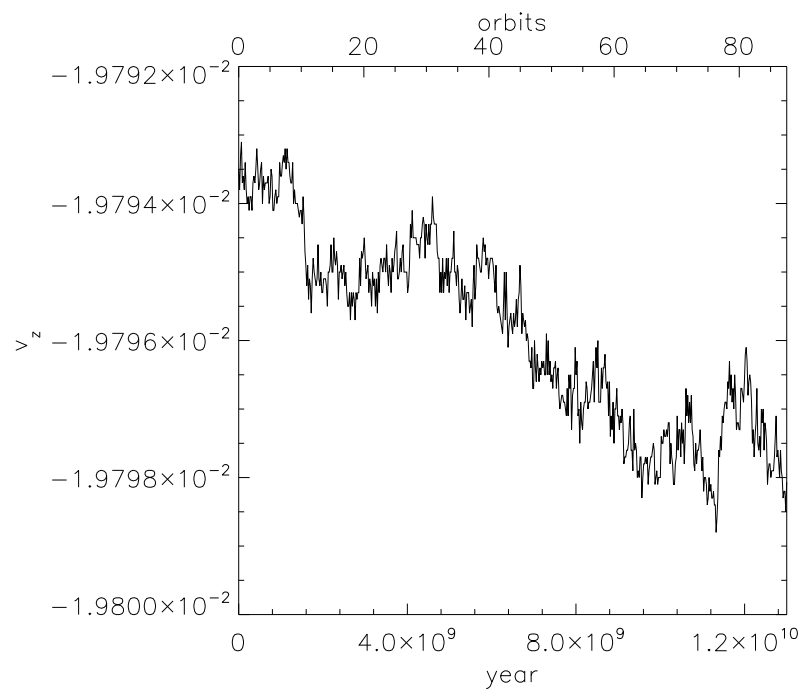


Figura 2.4 – *Velocidad promedio en z como función del tiempo de una esfera de Plummer con un radio de de la mitad de la masa $r_{1/2} = 50$ pc sin fuerzas externas.*

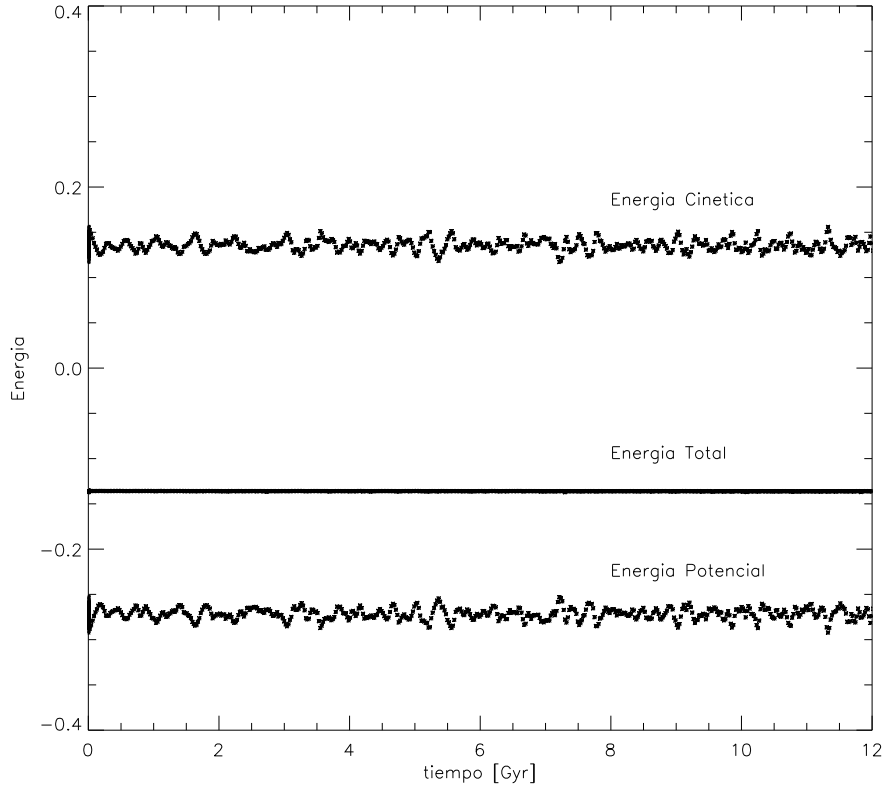


Figura 2.5 – Energía total, cinética y potencial, como función del tiempo de una esfera de Plummer con un radio de la mitad de la masa $r_{1/2} = 50$ pc sin fuerzas externas. Las unidades de energía en este caso son unidades del código, donde $G = 1$, y la masa total del cúmulo $M_c = 1$.

Podemos notar que cada componente de la velocidad hasta un tiempo de 12 Gyr se conserva.

Después calculamos la energía total del cúmulo a cada tiempo, la cual está dada por la suma de la energía cinética y la energía potencial

$$E_{tot}(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i \bar{v}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N \frac{G m_i m_j}{|r_{ij}|}, \quad i = j, \quad (2.12)$$

donde G es la constante de la gravitación y $|r_{ij}|$ es el módulo de la distancia entre la partícula i y la partícula j .

Tabla 2.1 – Parámetros iniciales del cúmulo para comprobar la convergencia del código *Varone*. En la tabla el subíndice *BH* se refiere al hoyo negro (black hole en inglés)

R_{core}	$R_{1/2}$	posición hoyo negro*	velocidad hoyo negro	M_{BH}
pc	pc	a $t = 0$ [pc]	a $t = 0$ [km s $^{-1}$]	M_{\odot}
510	50	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	3 10^4

* El cúmulo de estrellas se encuentra inicialmente en la posición (200, 0, 0).

La figura 2.5 muestra la energía cinética, la energía potencial y la energía total a lo largo de la simulación hasta un tiempo $t = 12$ Gyr. Del cálculo de las energías, pudimos observar que la energía total se conserva con una precisión de 0.2%, lo que nos indica que los cálculos utilizando el código *Varone*, son correctos.

2.2.2 Convergencia del código

Una propiedad que debe cumplir un código de N -cuerpos es el de la *convergencia*. Esto es, que al aumentar N se tienda a llegar a la misma solución. Las simulaciones de N -cuerpos con el código *Varone* realizadas para el trabajo que se muestra en el capítulo 6, fueron realizadas con un número de partículas $N = 600$.

Para comprobar la convergencia del código, se realizó la misma simulación cambiando el número de partículas. Se utilizaron $N = 1800, 600, 400$ y 200 para simular un cúmulo de estrellas con los parámetros mostrados en la tabla 2.1.

Se añadió un potencial de fondo esférico, debido a la materia oscura, con una distribución tipo esfera isoterma

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{(1 + [r/R_{\text{core}}]^2)^{1/2}} \quad (2.13)$$

donde ρ_0 es la densidad central, y R_{core} es el radio del núcleo para el halo oscuro. Esta distribución de densidad fue elegida por ser una distribución que corresponde a un halo oscuro tipo núcleo cuando $R_{\text{core}} > 0$, y que corresponde a un halo oscuro tipo cúspide cuando $R_{\text{core}} = 0$. A la simulación, además, se le añadió una partícula masiva en el centro del potencial, simulando un hoyo negro. El cúmulo se puso en una órbita en el plano $x - y$.

Las figuras 2.6 y 2.7 muestran instantáneas de las partículas en el plano de la órbita (x, y) variando el valor de N para los tiempos $t = 2, 4, 6, 8$ y

2.2 Comprobando la precisión del código

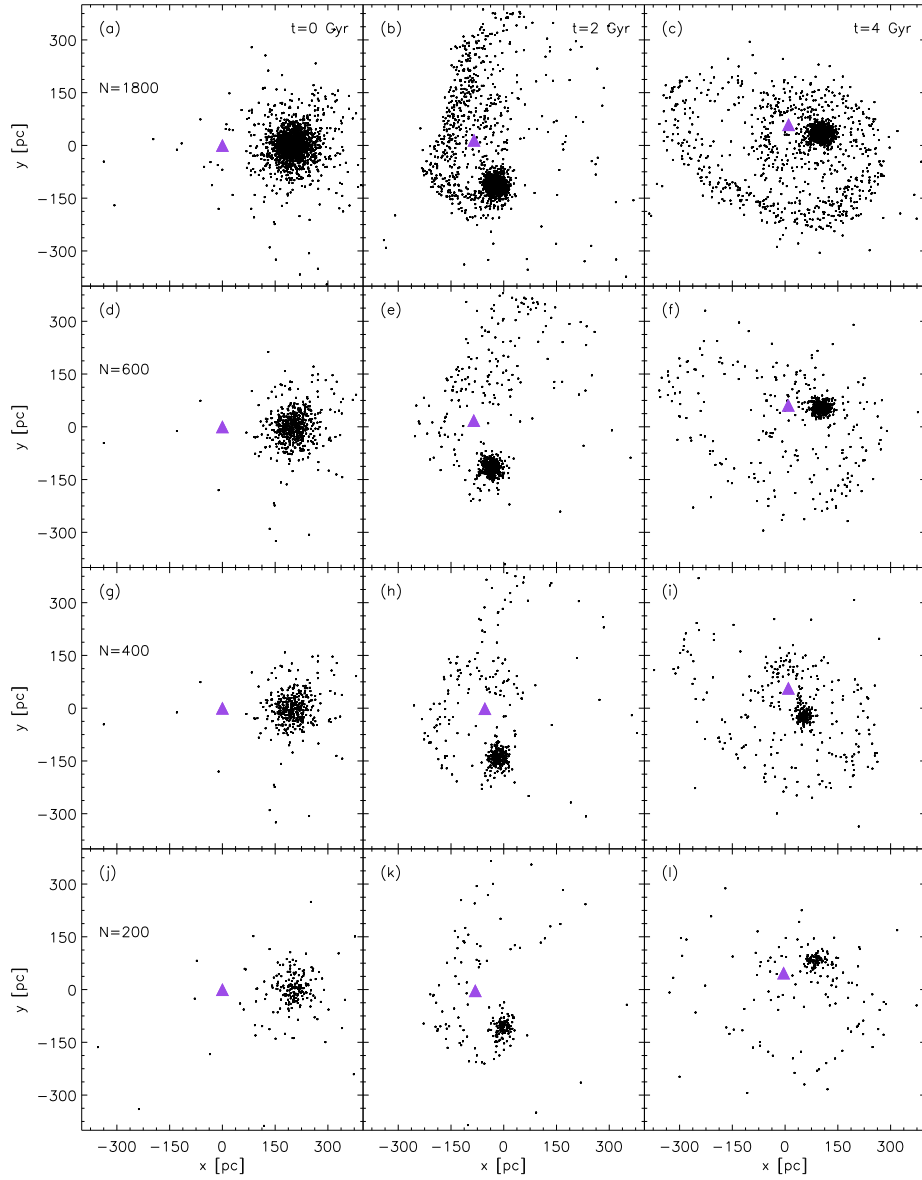


Figura 2.6 – Simulación de un cúmulo estelar y un hoyo negro (triángulo morado), para cuatro valores distintos de N para los tiempos de integración $t = 0, 2$ y 4 Gyr.

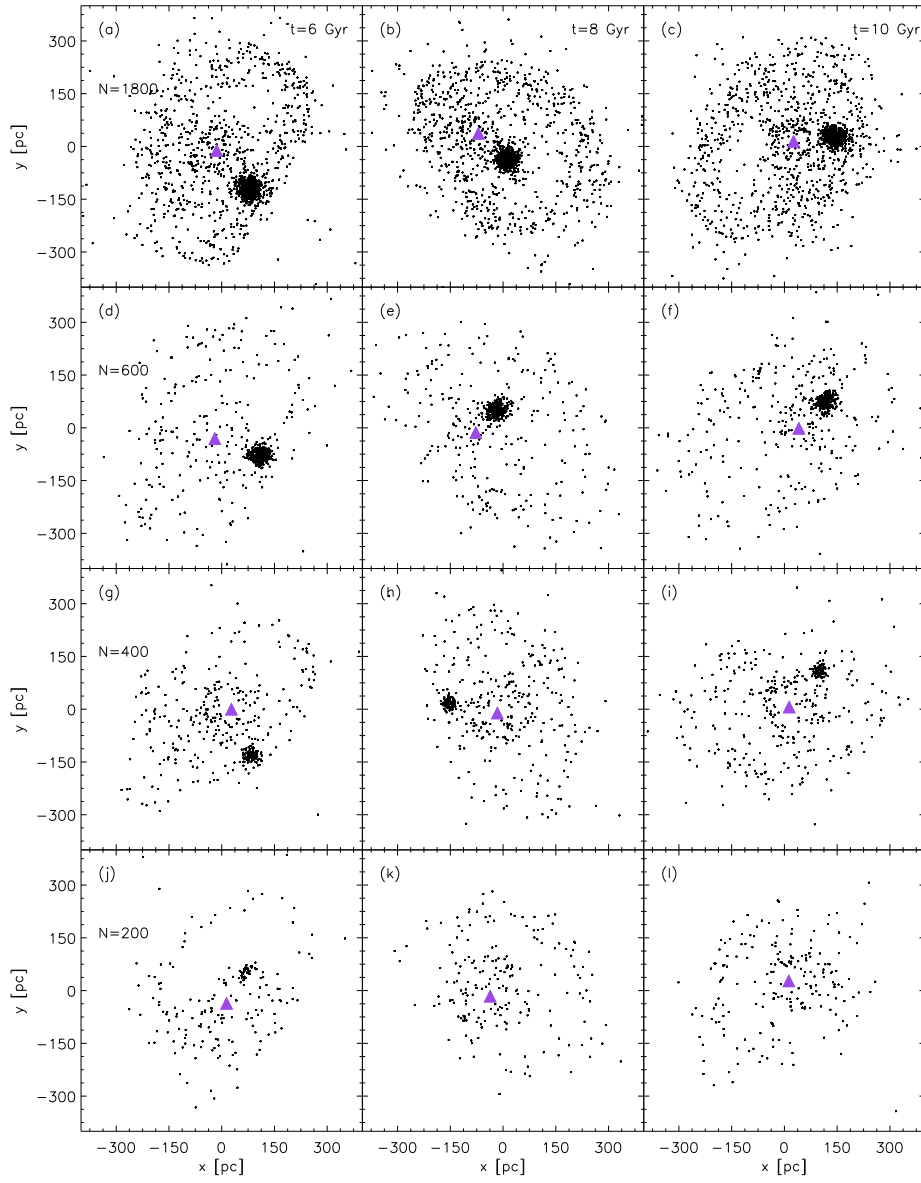


Figura 2.7 – Simulación de un cúmulo estelar y un hoyo negro, para cuatro valores distintos de N para los tiempos de integración $t = 6, 8$ y 10 Gyr.

10 Gyr. En estas figuras se puede ver la tendencia de tener una solución similar (el cúmulo sobrevive) para $N = 400$, mientras que $N = 200$ es claramente insuficiente (no converge a una misma solución, el cúmulo se destruye).

Para cuantificar de una mejor manera la evolución de nuestro cúmulo, se realizó un mapa de la densidad superficial de partículas, en el plano (x, y) , en función del tiempo t de la simulación. Se muestreó este mapa bidimensional buscando la parcela (con un tamaño de 20×20 pc) que contenía el máximo número de partículas que denotamos como N_{max} . Esta región está centrada en el remanente del cúmulo. El instante en que N_{max} decae fuertemente, indicará el tiempo en el que el cúmulo ha sido destruido. Un ejemplo de los mapas de densidad se muestra en las figuras 2.8 y 2.9, para el caso de $N = 200$. Los colores en la figura muestran la masa por celda 20×20 pc (i.e. número de partículas en la celda multiplicada por la masa por partícula).

La masa de la parcela del máximo número de partículas ($N_{max} \cdot m_p$ donde $m_p = M_c/N$ y M_c es la masa total del cúmulo) con respecto al tiempo, se muestra en la figura 2.10. De la figura 2.10, podemos ver que nuestro código converge para $N = 400$. Las simulaciones del capítulo 6 se realizaron con un número de partículas $N = 600$ lo que garantiza que la resolución es suficiente para derivar un tiempo de destrucción confiable.

2.2.3 Aproximación de impulso

Algunas de las interacciones entre sistemas estelares, ocurren a alta velocidad, donde ‘alta velocidad’ se refiere a que la duración del encuentro es corto en comparación con el tiempo de cruce del sistema. El efecto gravitacional en un encuentro a alta velocidad decrece cuando aumenta la velocidad de la interacción.

Consideremos un encuentro entre un sistema estelar de masa M_s (el sistema ‘sujeto’), y un perturbador (hoyo negro, nube de gas, halo oscuro, etc.) de masa M_p . Al momento de máximo acercamiento, los centros del sujeto, y perturbador, estarán separados una distancia b (parámetro de impacto), y tendrán una velocidad relativa V . Si esta velocidad relativa es lo suficientemente grande, la mayoría de las estrellas en el sistema estelar apenas se moverán de sus posiciones iniciales durante el encuentro. Por lo tanto, la fuerza gravitacional del perturbador se puede aproximar como un *impulso* de corta duración, el cual cambia la velocidad, pero no la posición, de cada estrella (Binney & Tremaine, 2008).

Sea $U(b/r_h)$ el cociente de la energía inyectada por la interacción con un perturbador puntual, donde r_h es el radio de la mitad de la masa del sistema

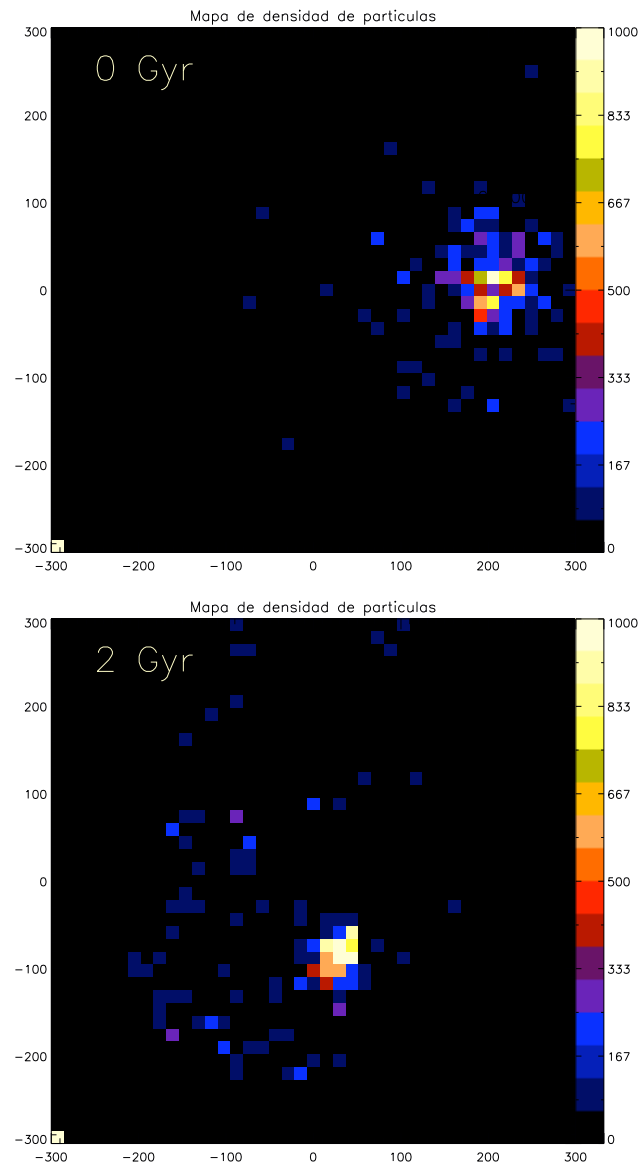


Figura 2.8 – Mapa de densidad de masa para cajas de 20×20 pc, para tiempos de 0 y 2 Gyr. La barra de colores muestra el número de partículas multiplicado por la masa por partícula para el caso donde $N = 200$ (la masa por partícula $m_p = 100 M_\odot$).

2.2 Comprobando la precisión del código

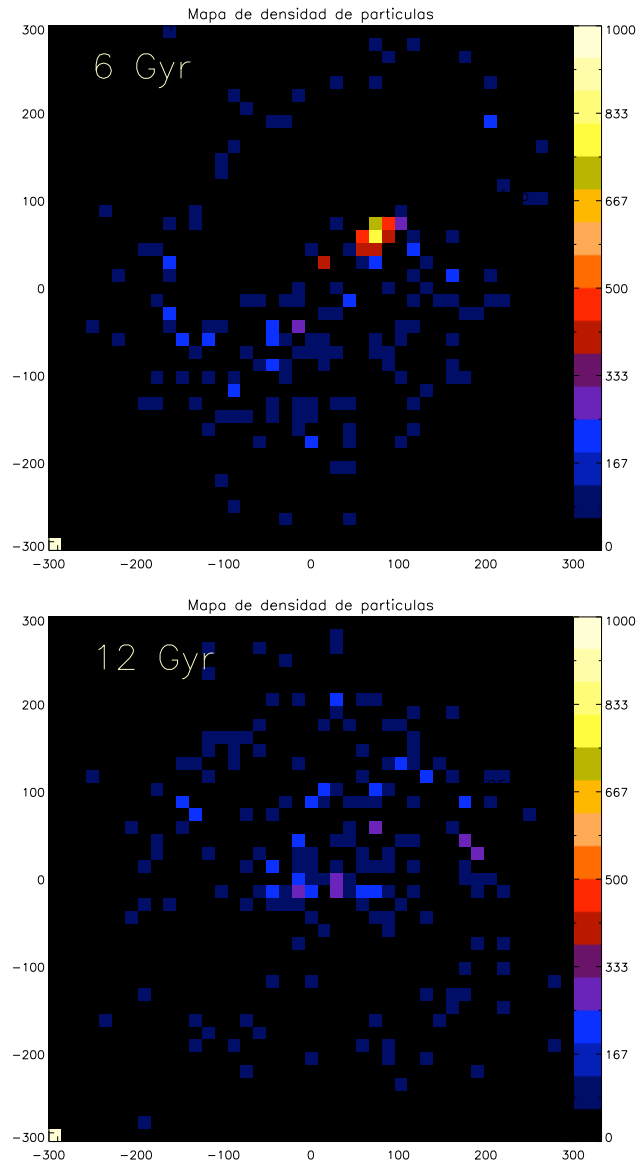


Figura 2.9 – Mapa de densidad de masa para cajas de 20×20 pc, para tiempos de 6 y 12 Gyr. La barra de colores muestra el número de partículas multiplicado por la masa por partícula para el caso donde $N = 200$ (la masa por partícula $m_p = 100 M_\odot$).

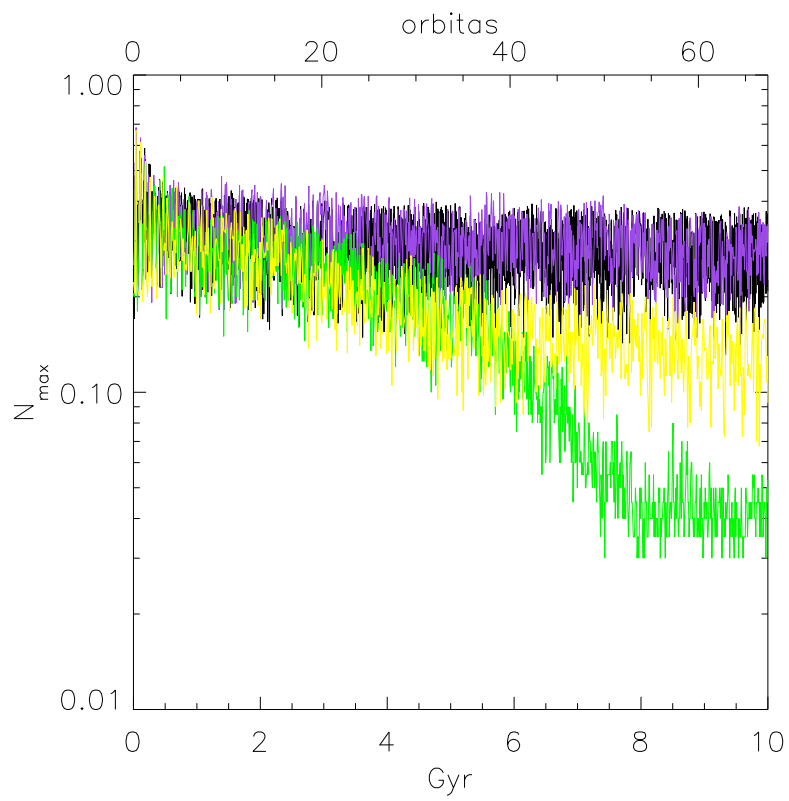


Figura 2.10 - Número máximo de partículas (N_{max}) en una caja de 20×20 pc para $N = 1800$ (negro), 600 (morado), 400 (amarillo) y 200 (verde).

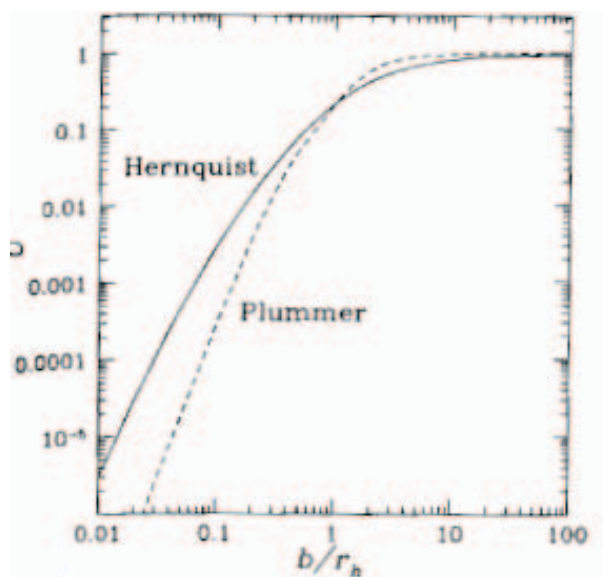


Figura 2.11 – Inyección de energía producida por un perturbador, sobre el blanco el cual sigue una distribución de Plummer y una de Hernquist. Esta inyección de energía sigue la ecuación 2.14, donde b corresponde al parámetro de impacto, r_h es el radio de la mitad de la masa del modelo de Plummer o Hernquist y U es la energía inyectada respecto a un perturbador puntual (Binney & Tremaine, 2008).

estelar. Entonces el aumento en la energía del sistema estelar, por el paso de un perturbador puntual, está dado por

$$\Delta E = \frac{4G^2 M_p^2 M_s}{3V^3 b^4} U(b/r_h) \langle r^2 \rangle . \quad (2.14)$$

En la figura 2.11 se muestra U en función de b/r_h para un sistema estelar de Plummer y para uno de Hernquist.

La aproximación de impulso es un buen parámetro para comprobar que nuestro código está resolviendo adecuadamente la interacción entre N partículas no masivas, y una masiva (hoyo negro). Se utilizó una distribución de masa de esfera de Plummer para nuestro cúmulo, y se lanzó contra el cúmulo, a una velocidad V , una partícula masiva, con tres distintos parámetros de impacto b . Con esto se calculó el cambio de energía en el cúmulo. Se comparó el aumento en la energía calculado analíticamente con el cambio en la energía calculado directamente de las simulaciones. Los resultados se resumen en la tabla 2.2. De los resultados podemos ver que el cambio en la energía del cúmulo, calculado de manera analítica y numérica son similares,

Tabla 2.2 – Parámetros de las simulaciones para comparar con la aproximación de impulso

r_h	M_s	M_p	V	b/r_h	$\Delta\tilde{E}$	$\Delta\tilde{E}^*$				
pc	M_\odot	M_\odot	km s $^{-1}$		M_\odot km 2 s $^{-2}$	M_\odot km 2 s $^{-2}$				
13	1	10^5	1	10^6	200	0.1	3.156	10^5	3.165	10^5
13	1	10^5	1	10^6	200	0.5	1.795	10^5	1.677	10^5
13	1	10^5	1	10^6	200	1	539.488		600.129	

* Cambio en la energía calculado numéricamente

por lo que se concluye que el código está resolviendo de manera adecuada el problema.

2.2.4 Rehaciendo las simulaciones de Kleyna

Kleyna et al. (2003) (que abreviaremos K03) estudiaron la galaxia esferoidal enana Ursa Minor (UMi). Esta galaxia, junto con la galaxia esferoidal enana Draco, son las galaxias enanas clásicas que más materia oscura contienen en relación a su luminosidad, con M/L del orden de ~ 100 .

En particular, UMi presenta una subestructura, en forma de un segundo pico en densidad. Se ha argumentado que esta subestructura podría ser transitoria. Sin embargo, K03 presentan evidencias de que la subestructura en UMi, tiene cinemática fría, y, como resultado, la subestructura encontrada en UMi es primordial. K03 utilizan simulaciones para demostrar que la existencia de subestructura en UMi, es incompatible con una densidad de halo de materia oscura cúspide (que crece rápidamente hacia el centro, i. e. Navarro et al. 1997) predichos por la CDM (Cold Dark Matter). Sin embargo, es consistente con un cúmulo estelar desligado, que va y viene dentro de un potencial casi armónico, de un halo de materia oscura tipo núcleo.

Para investigar la supervivencia del cúmulo en UMi, K03 integraron las ecuaciones de movimiento de un grupo de partículas desligadas, embebido en un halo oscuro. Debido a que UMi está dominada por el potencial del halo oscuro, la componente luminosa de la galaxia es despreciable. K03 tomaron una distribución de densidad para el halo como el dado en la ecuación 2.13, es decir,

$$\rho(r) \propto (a^2 + r^2)^{-1/2} . \quad (2.15)$$

Esta distribución permite un halo con núcleo para $a > 0$, o un halo tipo cúspide $\rho(r) \propto r^{-1}$ para $a = 0$.

Se modeló la subestructura como un cúmulo desligado (no autogravitante), en el potencial del halo oscuro. Y se tomó para la masa total del cúmulo $5 \cdot 10^7 M_{\odot}$ dentro de 600 pc (aproximadamente el radio máximo al cual se extiende la componente estelar). El radio inicial del cúmulo es de 12 pc, se encuentra a una distancia galactocéntrica de 150 pc y su órbita es casi radial.

En la figura 2.12 se muestran los resultados de K03. En las simulaciones que se muestran en el panel superior de la figura 2.12, el halo tiene un núcleo de 510 pc, y es claro que los remanentes de la subestructura persisten incluso por un tiempo $t = 12$ Gyr. Sin embargo si el cúmulo con las mismas propiedades se lanza en un potencial de halo tipo cúspide (panel inferior), el cúmulo se destruye completamente en el primer Gyr, lo que indica que para que la subestructura en UMi sobreviva hasta un tiempo $t = 12$ Gyr, se necesita un halo oscuro con núcleo.

Con nuestro código reproducimos las simulaciones de K03. Se utilizó un radio de la mitad de la masa $r_{1/2} = 15$ pc y una distribución de masa de esfera de Plummer, para facilitar la comparación con el caso de K03. El caso de K03 se presenta en la figura 2.12, y nuestra simulación se presenta en la figura 2.13.

La figura 2.13 muestra los resultados obtenidos con el código Varone. El panel inferior muestra la evolución temporal para un radio del núcleo del halo de 30 pc, lo que es esencialmente equivalente a tener un halo cúspide ($a = 0$). Se ve claramente que para un tiempo $t = 1$ Gyr, el cúmulo se encuentra prácticamente destruido, como se encontró en K03. El panel superior muestra la misma simulación, pero ahora con un núcleo de 510 pc. Comprobamos los resultados de K03, y vemos que incluso para tiempos $t = 12$ Gyr, la estructura del cúmulo aún persiste.

Con la reproducción de los resultados de K03 concluimos las pruebas realizadas a nuestro código Varone, comprobando que su precisión es adecuada.

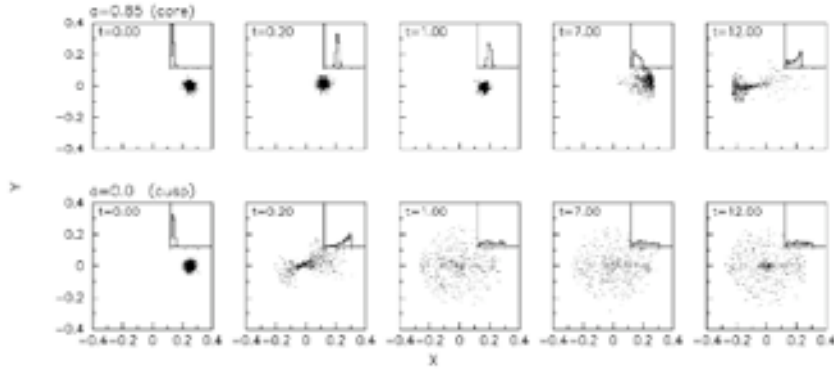


Figura 2.12 – Simulación de un cúmulo desligado sumergido en un halo oscuro. (Tomada del artículo de Kleyna et al. (2003)). El panel de arriba muestra un halo con un núcleo de 510 pc ($a = 510$ pc). El panel de abajo muestra la misma simulación en un halo con $a = 0$. Los histogramas muestran la distribución de la velocidad total ($v = (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^{1/2}$). Las marcas en el histograma están espaciadas cada 1 km s^{-1} .

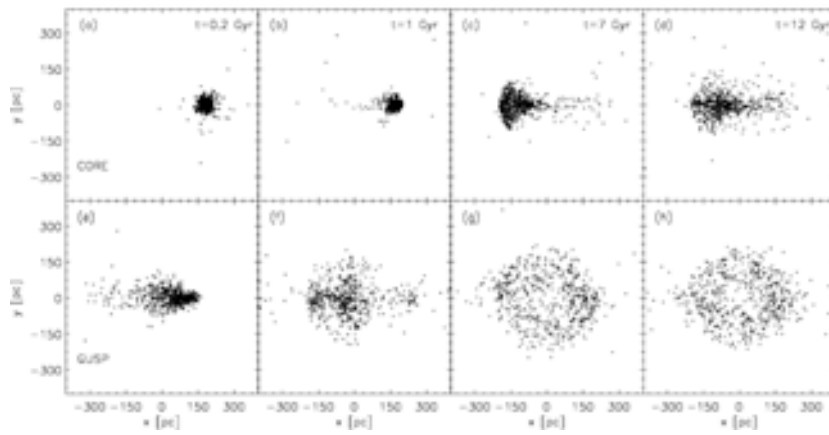


Figura 2.13 – Simulación de un cúmulo desligado sumergido en un halo oscuro. El panel superior muestra la evolución para un radio del núcleo de 510 pc para los tiempos $t = 0.2, 1, 7$ y 12 Gyr. El panel inferior muestra la misma simulación para un radio del núcleo del halo de 30 pc, lo que equivale a un halo tipo cúspide.

3

Auto-gravedad + hidrodinámica

Como parte de mi tesis, se construyó una subrutina a una versión de un código hidrodinámico Euleriano 3D, (Raga et al., 2009) para calcular la auto-gravedad del gas. La auto-gravedad del gas resulta crucial para problemas relacionados con formación estelar.

En el capítulo 9 se muestran algunas simulaciones utilizando esta subrutina de auto-gravedad, y se compara con el caso no-autogravitante. Como es de esperarse, para el caso con auto-gravedad del gas, se pueden formar estructuras mas densas que en el caso sin auto-gravedad.

3.1 Successive over relaxation: gravedad + hidrodinámica

El código que empleamos es un código hidrodinámico de malla (Raga et al., 2009), donde la densidad está definida en cada celda (i, j, k) del dominio de la simulación. Supongamos que la densidad está denominada por $\rho(i, j, k)$, entonces como se mencionó en la sección 1.2.3 podemos calcular el potencial gravitacional por medio del método iterativo *Successive Over Relaxation* (Roache, 1976)

$$\begin{aligned} \phi(i, j, k)' = & \frac{\phi_0(i+1, j, k) + \phi_0(i-1, j, k) + \phi_0(i, j+1, k) + \phi_0(i, j-1, k)}{6} + \\ & + \frac{\phi_0(i, j, k+1) + \phi_0(i, j, k-1) - S(i, j, k)\Delta x^2}{6}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

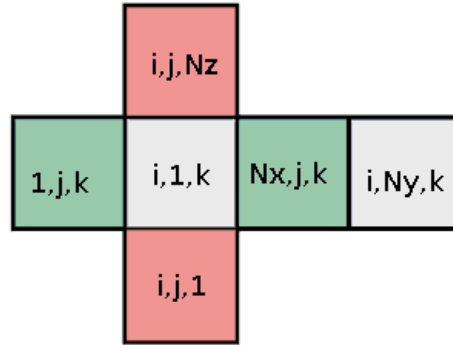


Figura 3.1 – Caras de un cubo.

donde $S(i, j, k) = 4\pi G\rho(i, j, k)$. Entonces se tiene el potencial gravitacional como

$$\phi(i, j, k) = (1 - \eta)\phi_0(i, j, k) + \eta\phi(i, j, k)' , \quad (3.2)$$

donde η es un número pequeño para las primeras iteraciones, y $\eta \rightarrow 1$, a medida que progresan las iteraciones.

Lo siguiente es establecer las condiciones de frontera del potencial gravitacional ϕ para las caras del cubo que forman el dominio. La figura (3.1) muestra las caras de un cubo Nx , Ny y Nz de lado.

Entonces imponemos el potencial en la cara $(1, j, k)$ y (Nx, j, k) del cubo como

$$\begin{aligned} \phi(1, j, k) &= 2\phi(2, j, k) - \phi(3, j, k) , \\ \phi(Nx, j, k) &= 2\phi(Nx - 1, j, k) - \phi(Nx - 2, j, k) , \end{aligned} \quad (3.3)$$

a este tipo de condiciones de frontera se le conoce como condiciones de gradiente constante. Estas condiciones corresponden al caso en que no haya material gravitante fuera de el dominio computacional.

El potencial en la cara $(i, j, 1)$ y (i, j, Nz) del cubo es

$$\begin{aligned} \phi(i, j, 1) &= \phi(i, j, Nz - 1) , \\ \phi(i, j, Nz) &= \phi(i, j, 2) , \end{aligned} \quad (3.4)$$

y el potencial en la cara $(i, 1, k)$ y (i, Ny, k) del cubo es

$$\begin{aligned} \phi(i, 1, k) &= \phi(i, Ny - 1, k) , \\ \phi(i, Ny, k) &= \phi(i, 2, k) , \end{aligned} \quad (3.5)$$

siendo estas últimas dos, condiciones periódicas.

Después se realizan iteraciones para aproximar la solución y encontrar ϕ . Una vez que se ha calculado el potencial asociado a la gravedad del gas, se pueden calcular las fuerzas como

$$\bar{F} = -\bar{\nabla}\phi . \quad (3.6)$$

Para ello, si $Xmax$, $Ymax$ y $Zmax$ son las dimensiones espaciales del dominio computacional, y Nx , Ny , Nz los puntos en cada dirección en el dominio computacional, entonces definimos el tamaño de cada celda en cada dirección

$$\begin{aligned} \Delta X &= \frac{Xmax}{Nx} , \\ \Delta Y &= \frac{Ymax}{Ny} , \\ \Delta Z &= \frac{Zmax}{Nz} , \end{aligned} \quad (3.7)$$

de manera que las componentes de la fuerza sobre la celda i, j, k son

$$\begin{aligned} F_x(i, j, k) &= \frac{\phi(i-1, j, k) - \phi(i+1, j, k)}{2\Delta x} , \\ F_y(i, j, k) &= \frac{\phi(i, j-1, k) - \phi(i, j+1, k)}{2\Delta y} , \\ F_z(i, j, k) &= \frac{\phi(i, j, k-1) - \phi(i, j, k+1)}{2\Delta z} . \end{aligned} \quad (3.8)$$

Para la fuerza en las fronteras del dominio computacional (caras del cubo) ponemos

$$\begin{aligned} \bar{F}(1, j, k) &= \bar{F}(2, j, k) , \\ \bar{F}(Nx, j, k) &= \bar{F}(Nx-1, j, k) , \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}(i, 1, k) &= \bar{F}(i, 2, k) , \\ \bar{F}(i, Ny, k) &= \bar{F}(i, Ny-1, k) , \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}(i, j, 1) &= \bar{F}(i, j, 2) , \\ \bar{F}(i, j, Nz) &= \bar{F}(i, j, Nz-1) . \end{aligned} \quad (3.11)$$

3.2 Ecuaciones de Euler

Las ecuaciones de Euler de la hidrodinámica en tres dimensiones usando coordenadas cartesianas pueden escribirse como

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = S, \quad (3.12)$$

donde

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho HI \end{pmatrix}, \quad (3.13)$$

\mathbf{U} son las variables de integración: densidad, momento en cada dirección y densidad de HI ((u, v, w) son las velocidades en las direcciones (x, y, z)).

\mathbf{F} se define como

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ (\rho u^2 + P) \\ \rho uv \\ \rho uw \\ \rho HI u \end{pmatrix}, \quad (3.14)$$

y es el flujo en la dirección x , \mathbf{G} es el flujo en la dirección y ,

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ (\rho v^2 + P) \\ \rho vw \\ \rho HI v \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

y \mathbf{H} es el flujo en la dirección z

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho wu \\ \rho wv \\ (\rho w^2 + P) \\ \rho HI w \end{pmatrix}, \quad (3.16)$$

P es la presión térmica, y S es un término fuente, que en este caso está dado por la fuerza gravitacional, de forma que

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho F_x \\ \rho F_y \\ \rho F_z \\ R_H \end{pmatrix}, \quad (3.17)$$

donde R_H es una tasa de formación/destrucción de HI (ver sección 3.4).

El método utilizado para resolver las ecuaciones es el llamado ‘flux vector splitting’, que se describe a continuación.

3.3 Flux vector splitting

El código 3D hidrodinámico utilizado (Raga et al., 2009), tiene una malla uniforme e integra las ecuaciones de Euler utilizando el método llamado ‘flux vector splitting’.

Los algoritmos de *flux vector splitting* (van Leer, 1982) para resolver las ecuaciones de Euler, están basados en dividir los flujos de masa, momento y energía en un ‘flujo dirigido hacia adelante’ (dirección positiva) \mathbf{F}^+ y un ‘flujo dirigido hacia atrás’ (dirección negativa) \mathbf{F}^- . Cuando la velocidad del flujo es supersónica, la información sólo puede propagarse en la dirección del flujo. Cuando la velocidad del flujo es subsónica, se divide el flujo en dos partes \mathbf{F}^+ y \mathbf{F}^- .

En el algoritmo de van Leer (1982), el flujo \mathbf{F}^+ para 3.14 está dado por

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^+ &= \mathbf{F} \text{ para } u < -c, \\ \mathbf{F}^+ &= \begin{pmatrix} \rho c \left(\frac{1}{2}(M_x + 1)\right)^2 \\ \rho c \left(\frac{1}{2}(M_x + 1)\right)^2 \frac{(\gamma-1)u+2c}{\gamma} \\ \rho c \left(\frac{1}{2}(M_x + 1)\right)^2 v \\ \rho c \left(\frac{1}{2}(M_x + 1)\right)^2 w \\ \rho_{HI} c \left(\frac{1}{2}(M_x + 1)\right)^2 \end{pmatrix} \text{ para } -c \leq u \leq c, \\ \mathbf{F}^+ &= 0 \text{ para } u > c, \end{aligned} \quad (3.18)$$

$M_x = u/c$ es el número de Mach en la dirección x , c es la velocidad del sonido, γ es el cociente de los calores específicos.

El flujo \mathbf{F}^- se obtiene de la condición

$$\mathbf{F}^+ + \mathbf{F}^- = \mathbf{F} . \quad (3.19)$$

De igual manera se divide el flujo \mathbf{G} (ecuación 3.15) en dos partes \mathbf{G}^+ y \mathbf{G}^-

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^+ &= \mathbf{G} \text{ para } v < -c , \\ \mathbf{G}^+ &= \begin{pmatrix} \rho c \left(\frac{1}{2}(M_y + 1)\right)^2 \\ \rho c \left(\frac{1}{2}(M_y + 1)\right)^2 u \\ \rho c \left(\frac{1}{2}(M_y + 1)\right)^2 \frac{(\gamma-1)v+2c}{\gamma} \\ \rho c \left(\frac{1}{2}(M_y + 1)\right)^2 w \\ \rho_{HI} c \left(\frac{1}{2}(M_y + 1)\right)^2 \end{pmatrix} \text{ para } -c \leq v \leq c , \\ \mathbf{G}^+ &= 0 \text{ para } v > c , \end{aligned} \quad (3.20)$$

donde $M_y = v/c$ es el número de Mach en la dirección y .

Se obtiene \mathbf{G}^- de la condición

$$\mathbf{G}^+ + \mathbf{G}^- = \mathbf{G} . \quad (3.21)$$

Por último también dividimos el flujo \mathbf{H} en dos partes \mathbf{H}^+ y \mathbf{H}^-

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^+ &= \mathbf{H} \text{ para } w < -c , \\ \mathbf{H}^+ &= \begin{pmatrix} \rho c \left(\frac{1}{2}(M_z + 1)\right)^2 \\ \rho c \left(\frac{1}{2}(M_z + 1)\right)^2 u \\ \rho c \left(\frac{1}{2}(M_z + 1)\right)^2 v \\ \rho c \left(\frac{1}{2}(M_z + 1)\right)^2 \frac{(\gamma-1)w+2c}{\gamma} \\ \rho_{HI} c \left(\frac{1}{2}(M_z + 1)\right)^2 \end{pmatrix} \text{ para } -c \leq w \leq c , \\ \mathbf{H}^+ &= 0 \text{ para } w > c , \end{aligned} \quad (3.22)$$

donde $M_z = w/c$ es el número de Mach en la dirección z .

Se obtiene \mathbf{H}^- de la condición

$$\mathbf{H}^+ + \mathbf{H}^- = \mathbf{H} . \quad (3.23)$$

Ahora, para integrar las ecuaciones primero se hace un medio paso de tiempo

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U}_{i,j,k}(t + \Delta t/2) &= \mathbf{U}_{i,j,k}(t) \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left(\mathbf{F}_{i-1,j,k}^+ + \mathbf{F}_{i+1,j,k}^- - \mathbf{F}_{i,j,k}^+ - \mathbf{F}_{i,j,k}^- \right) \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left(\mathbf{G}_{i,j-1,k}^+ + \mathbf{G}_{i,j+1,k}^- - \mathbf{G}_{i,j,k}^+ - \mathbf{G}_{i,j,k}^- \right) \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{2\Delta z} \left(\mathbf{H}_{i,j,k-1}^+ + \mathbf{H}_{i,j,k+1}^- - \mathbf{H}_{i,j,k}^+ - \mathbf{H}_{i,j,k}^- \right) \\
 &\quad + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{S}_{i,j,k}(t) , \tag{3.24}
 \end{aligned}$$

donde los flujos \mathbf{F}^+ , \mathbf{F}^- , \mathbf{G}^+ , \mathbf{G}^- , \mathbf{H}^+ , \mathbf{H}^- se calculan usando las ecuaciones 3.18, 3.20 y 3.22.

Posteriormente, conocidas $\mathbf{U}_{i,j,k}(t + \Delta t/2)$, se calculan las primitivas que se utilizarán para calcular los gradientes en cada lado de la celda en cuestión, entonces tenemos a las primitivas como

$$\mathbf{Prim} = \begin{pmatrix} \rho \\ u \\ v \\ w \\ \rho HI \end{pmatrix} . \tag{3.25}$$

Entonces definimos

$$\begin{aligned}
 \Delta_{x,ijk}^+ &= \mathbf{Prim}_{i+1,j,k} - \mathbf{Prim}_{i,j,k} , \\
 \Delta_{x,ijk}^- &= \mathbf{Prim}_{i,j,k} - \mathbf{Prim}_{i-1,j,k} , \\
 \Delta_{y,ijk}^+ &= \mathbf{Prim}_{i,j+1,k} - \mathbf{Prim}_{i,j,k} , \\
 \Delta_{y,ijk}^- &= \mathbf{Prim}_{i,j,k} - \mathbf{Prim}_{i,j-1,k} , \\
 \Delta_{z,ijk}^+ &= \mathbf{Prim}_{i,j,k+1} - \mathbf{Prim}_{i,j,k} , \\
 \Delta_{z,ijk}^- &= \mathbf{Prim}_{i,j,k} - \mathbf{Prim}_{i,j,k-1} , \tag{3.26}
 \end{aligned}$$

de donde calculamos los gradientes dentro de la celda

$$\begin{aligned}
 \Delta_x &= \text{Aver}(\Delta_x^+, \Delta_x^-) , \\
 \Delta_y &= \text{Aver}(\Delta_y^+, \Delta_y^-) , \\
 \Delta_z &= \text{Aver}(\Delta_z^+, \Delta_z^-) , \tag{3.27}
 \end{aligned}$$

(la función $\text{Aver}(A, B)$ (de *average*) calcula el promedio de A y B).

Las variables primitivas se extrapolan a los límites de las celdas con los gradientes de 3.27, de tal manera que

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Prim}_{i+1/2,j,k} &= \mathbf{Prim}_{i,j,k} + \frac{\Delta x_{ijk}}{2}, \\
 \mathbf{Prim}_{i-1/2,j,k} &= \mathbf{Prim}_{i,j,k} - \frac{\Delta x_{ijk}}{2}, \\
 \mathbf{Prim}_{i,j+1/2,k} &= \mathbf{Prim}_{i,j,k} + \frac{\Delta y_{ijk}}{2}, \\
 \mathbf{Prim}_{i,j-1/2,k} &= \mathbf{Prim}_{i,j,k} - \frac{\Delta y_{ijk}}{2}, \\
 \mathbf{Prim}_{i,j+,k+1/2} &= \mathbf{Prim}_{i,j,k} + \frac{\Delta z_{ijk}}{2}, \\
 \mathbf{Prim}_{i,j/2,k-1/2} &= \mathbf{Prim}_{i,j,k} - \frac{\Delta z_{ijk}}{2}.
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

Finalmente, con las nuevas variables primitivas se calculan los flujos en las fronteras de las celdas, y se realiza el paso de tiempo entero

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U}_{i,j,k}(t + \Delta t) &= \mathbf{U}_{i,j,k}(t) \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\mathbf{F}_{(i-1)+1/2,j,k}^+ + \mathbf{F}_{(i+1)-1/2,j,k}^- - \mathbf{F}_{i,j,k}^+ - \mathbf{F}_{i,j,k}^- \right) \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left(\mathbf{G}_{i,(j-1)+1/2,k}^+ + \mathbf{G}_{i,(j+1)-1/2,k}^- - \mathbf{G}_{i,j,k}^+ - \mathbf{G}_{i,j,k}^- \right) \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta z} \left(\mathbf{H}_{i,j,(k-1)+1/2}^+ + \mathbf{H}_{i,j,(k+1)-1/2}^- - \mathbf{H}_{i,j,k}^+ - \mathbf{H}_{i,j,k}^- \right) \\
 &\quad + \Delta t \mathbf{S}_{i,j,k}(t).
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

3.4 Transporte radiativo

El código hidrodinámico utilizado (Raga et al., 2009) también integra la ecuación del transporte radiativo a lo largo del eje x para los fotones ionizantes provenientes de una fuente estelar, la cual se supone que se encuentra lejos en la dirección $-x$. Para los fotones estelares, se considera un flujo ionizante F_* en la dirección x , estos fotones son atenuados por factores de

$$e^{\Delta\tau}, \text{ con } \Delta\tau = n_{HI} a_{\nu 0} \Delta x, \tag{3.30}$$

en cada celda sucesiva a lo largo del eje x . En la ecuación anterior tenemos que n_{HI} es la densidad de número de HI, $a_{\nu 0}$ es el coeficiente de absorción

de fotoionización en el límite Lyman, y Δx es el espaciamiento de la malla computacional.

Con el flujo ionizante calculamos la tasa de fotoionización como

$$\phi_H = F_* \sigma_{\nu 0} , \quad (3.31)$$

donde $\sigma_{\nu 0} = 6.3 \times 10^{-18} \text{ cm}^{-2}$ es la sección eficaz de fotoionización en el límite de Lyman, y la tasa neta (formación/destrucción) de HI como:

$$\begin{aligned} R_H &= n_e n_{HII} \alpha_H - n_{HI} (n_e c_H + \phi_H) , \\ \text{donde } n_e &= n_{HII} , \end{aligned} \quad (3.32)$$

c_H es el coeficiente de ionización colisional, y α_H es el coeficiente de recombinación radiativa de hidrógeno. Ambos coeficientes son funciones de la temperatura.

De esta forma, la fracción de ionización χ queda como

$$\chi = 1 - (\rho_{HI}/\rho) . \quad (3.33)$$

3.5 Ecuación de estado

Como antes se ha mencionado, en esta tesis se utilizó una versión modificada del código descrito en Raga et al. (2009), donde una de las variaciones principales es que contiene una ecuación de estado de ‘dos temperaturas’, además de que incluye auto-gravedad (sección 3.1).

Las ecuaciones de Euler se resuelven tomando el cociente de calores específicos $C_p/C_v = \gamma = 1$, en vez de resolver la ecuación para la energía. La temperatura se tomó como función de la fracción de ionización χ (Esquivel & Raga, 2007)

$$T(\chi) = (1 - \chi)T_e + \chi T_c \quad (3.34)$$

donde $T_c = 10 \text{ K}$, es la temperatura del material neutro, y $T_e = 10^4 \text{ K}$ es la temperatura del gas totalmente fotoionizado.

Parte II
Galaxias Enanas,
Materia Oscura y
Hoyos Negros de Masa Intermedia

4

Galaxias enanas

En este capítulo se hará notar el importante papel que juegan las galaxias enanas en la evolución de nuestra galaxia, los problemas relacionados con ellas y las preguntas aún abiertas que las involucran.

En general, se puede decir que las galaxias enanas son galaxias cuyas masas totales se encuentran en el intervalo de 10^7 a $10^{10} M_{\odot}$ aproximadamente. Son más difíciles de detectar que otro tipo de galaxias por sus bajos brillos superficiales. Algunas galaxias esferoidales tienen historias de formación estelar complicadas, así como historias de enriquecimiento químico complicadas.

Las galaxias enanas representan la población dominante del Universo en el presente (Marzke & da Costa, 1997), y se cree que en el pasado eran aún más numerosas (Ellis, 1997).

4.1 Introducción

Para entender y estudiar la naturaleza de las galaxias enanas, es una elección obvia mirar hacia nuestro Grupo Local de galaxias (figura 4.1), donde podemos encontrar una enorme variedad de galaxias enanas cercanas que pueden ser estudiadas en gran detalle.

El Grupo Local es un grupo de galaxias alrededor de la Vía Láctea y de M31. El tamaño del Grupo Local no se conoce bien, y el censo de galaxias se encuentra incompleto debido a las galaxias de bajo brillo superficial.

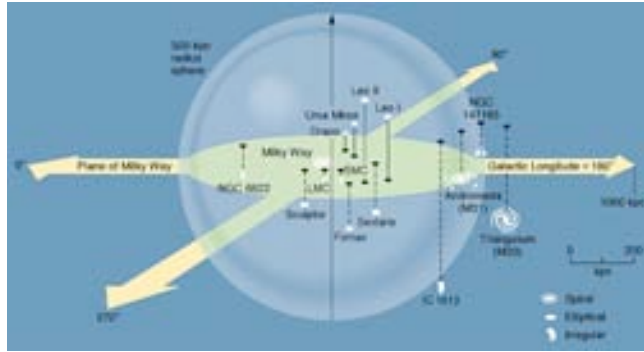


Figura 4.1 - Esquema del Grupo Local de galaxias (<http://abyss.uoregon.edu/~js/images/>).

El Grupo Local comprende una variedad de galaxias con diferentes tipos morfológicos, masas, edades y metalicidades. La cercanía de estas galaxias resulta ideal para estudiar las historias de formación estelar y de la evolución galáctica en general.

Las dos galaxias más masivas y más luminosas del Grupo Local son la Vía Láctea y M31, ambas son galaxias espirales ($M \approx 10^{12} M_{\odot}$, $M_V \lesssim 21$ mag). La tercera galaxia espiral más masiva y luminosa, M33, no tiene compañeros conocidos, y pertenece al subsistema de M31. Aproximadamente 2/3 de las galaxias se encuentran dentro de un radio de 300 kpc de las dos galaxias espirales, de las cuales la mayoría son galaxias enanas esferoidales y galaxias enanas elípticas. La definición de galaxia enana es un poco ambigua. Una manera de definir las, es a través de su magnitud visual (Grebel, 2001): galaxias con $M_V > 18$ mag se considerarán galaxias enanas. Se pueden distinguir 3 tipos básicos de galaxias enanas en el Grupo Local:

- Galaxias enanas irregulares (dIrr) con $M_V \gtrsim 18$ mag, $\mu_V \lesssim 23$ mag arcsec⁻², $R \lesssim 5$ kpc, $M_{HI} \lesssim 10^9 M_{\odot}$ y $M_{tot} \lesssim 10^{10} M_{\odot}$. Las dIrr son irregulares en su apariencia óptica, ricas en gas, y muestran formación estelar reciente. Algunas de estas dIrr contienen cúmulos abiertos y globulares.
- Galaxias enanas elípticas (dE) con $M_V \gtrsim 17$ mag, $\mu_V \lesssim 21$ mag arcsec⁻², $R \lesssim 4$ kpc, $M_{HI} \lesssim 10^8 M_{\odot}$ y $M_{tot} \lesssim 10^9 M_{\odot}$. En apariencia visual las dE son similares a cúmulos globulares, con una concentración

Object	L_V ($L_{V,\odot}$)	r_{half} (pc)	σ_{V_0} (km s $^{-1}$)	$M(r_{\text{half}})$ M_\odot	$\langle \rho \rangle$ $M_\odot \text{pc}^{-3}$
Carina	$2.4 \pm 1.0 \times 10^5$	137 ± 22	6.6 ± 1.2	$3.4 \pm 1.4 \times 10^6$	$3.2 \pm 1.2 \times 10^{-1}$
Draco	$2.7 \pm 0.4 \times 10^5$	221 ± 16	9.1 ± 1.2	$1.1 \pm 0.3 \times 10^7$	$2.3 \pm 0.6 \times 10^{-1}$
Fornax	$1.4 \pm 0.4 \times 10^7$	339 ± 36	11.7 ± 0.9	$2.7 \pm 0.5 \times 10^7$	$1.6 \pm 0.3 \times 10^{-1}$
Leo I	$3.4 \pm 1.1 \times 10^6$	133 ± 15	9.2 ± 1.4	$6.5 \pm 2.1 \times 10^6$	$6.6 \pm 2.1 \times 10^{-1}$
Leo II	$5.9 \pm 1.8 \times 10^5$	123 ± 27	6.6 ± 0.7	$3.1 \pm 0.9 \times 10^6$	$4.0 \pm 1.2 \times 10^{-1}$
Sculptor	$1.4 \pm 0.6 \times 10^6$	94 ± 26	9.2 ± 1.1	$4.6 \pm 1.7 \times 10^6$	1.3 ± 0.5
Sextans	$4.1 \pm 1.9 \times 10^5$	294 ± 38	7.9 ± 1.3	$1.1 \pm 0.4 \times 10^7$	$1.0 \pm 0.3 \times 10^{-1}$
UMi	$2.0 \pm 0.9 \times 10^5$	150 ± 18	9.5 ± 1.2	$7.8 \pm 2.2 \times 10^6$	$5.5 \pm 1.5 \times 10^{-1}$
Bootes 1	$3.0 \pm 0.6 \times 10^4$	242 ± 21	6.5 ± 2.0	$5.9 \pm 3.7 \times 10^6$	$1.0 \pm 0.6 \times 10^{-1}$
Bootes 2	$1.0 \pm 0.8 \times 10^3$	51 ± 17	10.5 ± 7.4	$3.3 \pm 3.3 \times 10^6$	5.9 ± 5.9
CVen I	$2.3 \pm 0.3 \times 10^5$	564 ± 36	7.6 ± 0.4	$1.9 \pm 0.2 \times 10^7$	$2.5 \pm 0.3 \times 10^{-2}$
CVen II	$7.9 \pm 3.6 \times 10^3$	74 ± 12	4.6 ± 1.0	$9.1 \pm 4.2 \times 10^5$	$5.3 \pm 2.5 \times 10^{-1}$
Coma	$3.7 \pm 1.7 \times 10^3$	77 ± 10	4.6 ± 0.8	$9.4 \pm 3.5 \times 10^5$	$4.9 \pm 1.8 \times 10^{-1}$
Hercules	$3.6 \pm 1.1 \times 10^4$	330 ± 63	3.7 ± 0.9	$2.6 \pm 1.4 \times 10^6$	$1.7 \pm 0.9 \times 10^{-2}$
Leo IV	$8.7 \pm 4.6 \times 10^3$	116 ± 30	3.3 ± 1.7	$7.3 \pm 7.3 \times 10^5$	$1.1 \pm 1.1 \times 10^{-1}$
Leo V	$4.5 \pm 2.6 \times 10^3$	42 ± 5	2.4 ± 1.9	$1.4 \pm 1.4 \times 10^5$	$4.5 \pm 4.5 \times 10^{-1}$
Leo T	$5.9 \pm 1.8 \times 10^4$	178 ± 39	7.5 ± 1.6	$5.8 \pm 2.8 \times 10^6$	$2.5 \pm 1.2 \times 10^{-1}$
Segue 1	$3.3 \pm 2.1 \times 10^2$	29 ± 7	4.3 ± 1.2	$3.1 \pm 1.9 \times 10^5$	3.0 ± 1.8
Segue 2	$8.5 \pm 1.7 \times 10^2$	34 ± 5	3.4 ± 1.8	$2.3 \pm 2.3 \times 10^5$	1.3 ± 1.3
UMa I	$1.4 \pm 0.4 \times 10^4$	318 ± 45	11.9 ± 3.5	$2.6 \pm 1.6 \times 10^7$	$2.0 \pm 1.2 \times 10^{-1}$
UMa II	$4.0 \pm 1.9 \times 10^3$	140 ± 25	5.7 ± 1.4	$2.6 \pm 1.4 \times 10^6$	$2.3 \pm 1.2 \times 10^{-1}$
Willman 1	$1.0 \pm 0.7 \times 10^3$	25 ± 6	4.3 ± 1.8	$2.7 \pm 2.3 \times 10^5$	4.1 ± 3.6
AndII	$9.3 \pm 2.0 \times 10^6$	1230 ± 20	9.3 ± 2.7	$6.2 \pm 3.6 \times 10^7$	$7.9 \pm 4.5 \times 10^{-3}$
AndIX	$1.8 \pm 0.4 \times 10^5$	530 ± 110	6.8 ± 2.5	$1.4 \pm 1.1 \times 10^7$	$2.3 \pm 1.7 \times 10^{-2}$
AndXV	$7.1 \pm 1.4 \times 10^5$	270 ± 30	11 ± 6	$1.9 \pm 0.2 \times 10^7$	$2.3 \pm 2.5 \times 10^{-1}$
Cetus	$2.8 \pm 0.9 \times 10^6$	590 ± 20	17 ± 2	$9.9 \pm 2.3 \times 10^7$	$1.1 \pm 0.2 \times 10^{-1}$
Sgr ^c	$1.7 \pm 0.3 \times 10^7$	1550 ± 50	11.4 ± 0.7	$1.2 \pm 0.6 \times 10^8$	$7.5 \pm 1.0 \times 10^{-3}$
Tucana	$5.6 \pm 1.6 \times 10^5$	274 ± 40	15.8 ± 3.6	$4.0 \pm 1.9 \times 10^7$	$4.6 \pm 2.2 \times 10^{-1}$

Figura 4.2 – Propiedades estructurales, dispersión de velocidades y masas estimadas de las galaxias enanas esferoidales del Grupo Local (Walker et al., 2009).

central pronunciada. Casi todas las dE contienen cúmulos globulares.

- Galaxias enanas esferoidales (dSph) con $M_V \gtrsim 14$ mag, $\mu_V \gtrsim 22$ mag arcsec $^{-2}$, $R \lesssim 3$ kpc, $M_{HI} \lesssim 10^5 M_\odot$ y $M_{tot} \lesssim 10^7 M_\odot$. Estas galaxias muestran poca concentración central y están dominadas por poblaciones estelares viejas y de edad media. Se conocen cúmulos globulares en sólo 3 de estas galaxias (Sagitario, Fornax y Andrómeda I). Una característica de las dSph es que son pobres en gas.

Algunas galaxias se encuentran clasificadas como en “transición”, y se cree que pueden ser dIrr de baja masa evolucionando a dSph. Este tipo de

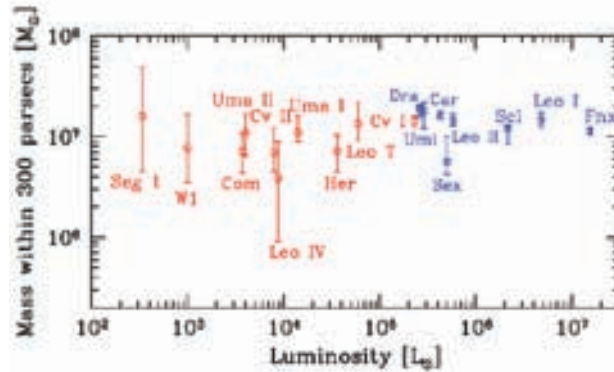


Figura 4.3 – Masa integrada de las galaxias satélite de la Galaxia hasta 300 pc, como función de su luminosidad total (Strigari et al., 2008).

galaxias se encuentran a distancias de $250 \text{ kpc} < D_{\text{transicion}} < 450 \text{ kpc}$.

El Grupo Local de galaxias contiene ~ 50 galaxias enanas, de las cuales la mayoría son galaxias esferoidales enanas. Las galaxias esferoidales enanas más representativas se muestran en la tabla 4.2. Las galaxias dSph tienen formas elipsoidales y brillo central bajo. Algunas de ellas han experimentado formación estelar tan reciente como hace algunos Gyr, pero se cree que ninguna de estas galaxias, puede ser capaz de producir nuevas estrellas ahora, ya que no contienen una cantidad de gas suficiente (Grebel et al., 2003).

4.2 Materia oscura en galaxias enanas esferoidales

Una característica importante que concierne a las galaxias dSph es que, si uno supone que estas galaxias se encuentran en equilibrio dinámico, entonces se necesita una componente significativa de materia oscura (DM) para entender el perfil de dispersión de sus velocidades radiales. Se sabe que el valor observado de $\sim 10 \text{ km s}^{-1}$ para la dispersión de velocidades en la línea de visión de las dSph del Grupo Local de galaxias, implica una razón masa/luminosidad (M/L), de hasta $\sim 100 M_{\odot}/L_{\odot}$ (Gilmore et al., 2007).

Strigari et al. (2008) han recopilado medidas de velocidad en la línea de visión de estrellas individuales en 18 galaxias enanas en el Grupo Local, y han determinado la masa de los halos de materia oscura dentro de 300 pc, es decir, hasta aproximadamente donde se extiende la componente estelar. Encontraron que las 18 galaxias enanas son consistentes con tener una

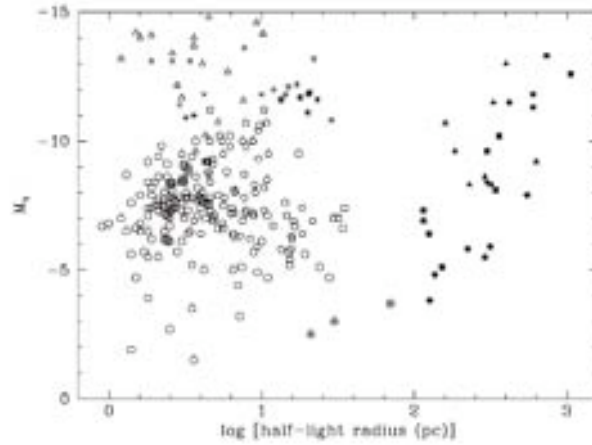


Figura 4.4 – Magnitud absoluta (M_v) vs. radio de la mitad de la luminosidad para sistemas estelares bien estudiados. Los símbolos rellenos muestran objetos clasificados como galaxias, mientras que los símbolos sin relleno y los asteriscos, muestran objetos clasificados como cúmulos estelares de diversos tipos (Gilmore et al., 2007).

masa dinámica de $10^7 M_\odot$ dentro de 300 pc del centro (figura 4.3). Si se comparan las galaxias dSph con cúmulos globulares, la componente de materia oscura sería una de las diferencias importantes entre ambos (no se necesita materia oscura en cúmulos globulares). Otras diferencias son los mayores radios de la mitad de la luminosidad (half-light radii) y la gran dispersión en metalicidad en dSph, opuesto a lo que se encuentra en las poblaciones compactas y simples de los cúmulos globulares.

Las distribuciones de luminosidad total y de dispersión de velocidades estelares centrales, para cúmulos de estrellas y para galaxias enanas, se traslapan. Las galaxias esferoidales más débiles tienen aproximadamente los mismos valores de estos parámetros físicos que los cúmulos globulares, para luminosidades galácticas hasta $\sim 10^3 L_\odot$, con dispersión de velocidades centrales en la línea de visión de $\sim 10 \text{ km s}^{-1}$. Sin embargo, el radio que contiene la mitad de la luminosidad total es significativamente mayor para las galaxias enanas (cientos de pc), que para los cúmulos globulares (a lo más decenas de pc). Esto tiene como consecuencia, aplicando el teorema del virial, que las masas de las galaxias enanas son mucho mayores que la de los cúmulos estelares con la misma luminosidad y la misma dispersión de velocidades (Gilmore et al., 2007).

La figura 4.4 muestra la magnitud absoluta contra el radio de la mitad de la luminosidad, para cúmulos estelares (símbolos sin relleno) y para galaxias

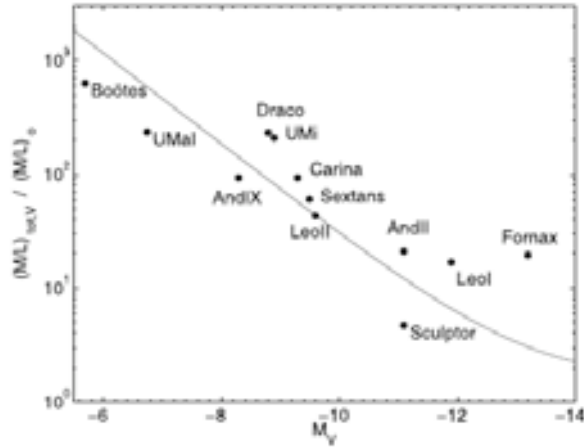


Figura 4.5 – M/L vs. magnitud absoluta para las galaxias enanas del Grupo Local (Gilmore et al., 2007).

enanas (símbolos rellenos). De esta figura se puede ver que los cúmulos estelares tienen un tamaño máximo de la mitad de la luminosidad de ~ 30 pc, mientras la escala mínima característica asociada a galaxias enanas es 4–5 veces mayor.

Los valores derivados para los cocientes M/L centrales y globales de las dSph pueden llegar a ser de varios cientos en unidades solares (Figura 4.5), lo que hace que sean los objetos que se encuentran más dominados por la materia oscura en el universo local. Por lo tanto, son laboratorios ideales para entender la naturaleza de la materia oscura (Ostriker & Steinhardt, 2003).

La siguiente combinación de la dispersión de velocidades central (σ_0), y el radio de la mitad de la luminosidad (r_h)

$$r_h^{-2} \sigma_0^{-1} \propto \rho_h \sigma_0^{-3} \quad (4.1)$$

es una medida de la densidad en el espacio fase, donde ρ_h es la densidad promedio dentro del radio de la mitad de la luminosidad. La similitud de la dispersión de velocidad para cúmulos globulares y galaxias esferoidales de la misma luminosidad, combinado con un factor ~ 10 de diferencia en los radios de la mitad de la luminosidad, implica una diferencia sistemática de alrededor de 2 órdenes de magnitud en el valor de la densidad en el espacio fase, a una masa estelar fija (Walcher et al., 2005). La explicación física para esta diferencia entre cúmulos estelares y galaxias enanas, es la presencia de

materia oscura en las galaxias enanas y su ausencia en los cúmulos estelares.

La naturaleza de la materia oscura es uno de los enigmas más importantes en la astronomía. Los modelos cosmológicos actuales suponen la existencia de una componente de materia oscura no bariónica fría, constituida por partículas no-relativistas, no-colisionales, cuya interacción con los bariones es sólo por medio de la fuerza de gravedad.

La materia oscura juega un rol principal en la formación y evolución de estructura en el Universo. Los modelos teóricos a partir de simulaciones de N-cuerpos, estudian la forma y los perfiles de densidad de los halos de materia oscura. Los modelos más aceptados predicen que los halos de materia oscura deben seguir un “perfil universal” del tipo

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{(r/R_s)(1 + r/R_s)^2}, \quad (4.2)$$

conocido como *NFW* (Navarro et al., 1997) donde ρ_0 es la densidad central y R_s es el radio de escala. Este perfil tiene una forma cerca del centro del halo que va como r^{-1} , y que va como r^{-3} a distancias grandes.

Sin embargo, al estudiar los halos de las galaxias se ha encontrado que en general, un perfil de densidad con núcleo se ajusta mucho mejor a los datos (Łokas, 2009; Kleya et al., 2003):

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{(1 + r/R_s)^3}. \quad (4.3)$$

En galaxias esferoidales también se ha encontrado que tanto un perfil de densidad con núcleo como *NFW* ajustan los datos satisfactoriamente. Strigari et al. (2006) encuentran que el núcleo en Fornax debe de tener $R_s \lesssim 300$ pc. También Kleya et al. (2003) concluyen que la galaxia esferoidal Ursa Minor debe tener un perfil tipo núcleo. Concluyen que las galaxias más dominadas por materia oscura (dSph) pueden tener perfiles con núcleo en vez de perfiles cúspide como el *NFW*.

4.3 Problemas abiertos con respecto a las galaxias enanas

La formación y evolución de las galaxias enanas satélite de la Vía Láctea es actualmente un problema abierto. De acuerdo con el escenario jerárquico, los halos más pequeños de materia oscura deberían colapsar antes que los halos más grandes, cuando la densidad del Universo era más alta (Kormendy & Freeman, 1998). Es probable que los satélites de la Vía

Láctea se formaran antes del “cuerpo principal” de la Galaxia. Sin embargo, dentro de la precisión actual de los métodos para calcular edades, se ha encontrado que las poblaciones viejas en las galaxias dSph y cúmulos globulares viejos son contemporáneos (Grebel & Gallagher, 2004).

Un problema, aún abierto, relacionado con las galaxias enanas, es el llamado “problema de los satélites faltantes”. Las simulaciones numéricas de halos en el paradigma Λ Cold Dark Matter (Λ CDM) predicen que un halo de materia oscura cuya masa sea comparable a la masa del halo oscuro de la Vía Láctea o M31, debe contener dentro de su radio virial varios cientos de objetos con velocidades internas similares a las observadas en las galaxias enanas del Grupo Local (Klypin et al. (1999); Moore et al. (1999)), pero este número no está de acuerdo con el número de galaxias enanas observadas alrededor de la Vía Láctea por un orden de magnitud.

Existen algunas propuestas para solucionar este problema de los satélites faltantes. Una posibilidad es la supresión de formación estelar en pequeños objetos, como galaxias enanas, debido a la presencia de un fondo fotoionizante. Si la supresión de la acreción de gas por halos pequeños después de la reionización se incluye en las simulaciones, se puede reproducir la función de luminosidad de las galaxias satélite en el Grupo Local (Somerville, 2002).

Otro problema interesante, que concierne a las galaxias enanas, es si albergan un hoyo negro en sus centros, como se ha encontrado en galaxias más grandes, con masas $M \sim 10^{12} M_{\odot}$. De acuerdo con la estrecha relación entre la masa del hoyo negro central y la dispersión de velocidades central σ (Gebhardt et al., 2000; Ferrarese & Merritt, 2000; Tremaine et al., 2002), o entre la masa del hoyo negro central y la masa del bulbo (Magorrian et al., 1998), una galaxia enana (o un cúmulo estelar denso) podría albergar un hoyo negro con masa de $\sim 10^2$ a $10^4 M_{\odot}$. Este intervalo de masa corresponde a un hoyo negro de masa intermedia (IMBH por sus siglas en inglés). Este tipo de hoyos negros completarían el “hueco” existente, entre los hoyos negros estelares, y los hoyos negros super masivos encontrados en los núcleos activos de galaxias. Tener estimaciones empíricas de la masa de hoyos negros en galaxias enanas sería de suma importancia para completar la relación $M_{BH}-\sigma$, pero la existencia de estos IMBH sigue siendo un problema abierto.

Existe evidencia de que algunas galaxias enanas esferoidales pudieran albergar hoyos negros. Por ejemplo, la galaxia enana esferoidal Ursa Minor (UMi), ha estado bajo sospecha de albergar un hoyo negro de masa $\sim 10^4 M_{\odot}$. Esta conclusión se basó en la detección de fuentes de radio cerca del centro de UMi (Maccarone et al., 2005). Se necesitan más observaciones y simu-

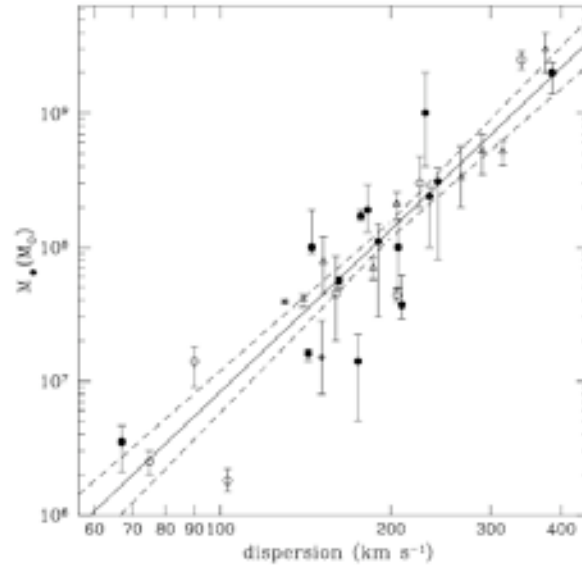


Figura 4.6 – Correlación entre la masa del hoyo negro y la dispersión de velocidades. La línea sólida muestra el mejor ajuste a la correlación descrita por la ecuación 4.4. Las líneas punteadas indican los límites 1σ para el mejor ajuste. Las medidas de la masa están basadas en cinemática estelar (círculos), en cinemática de gas (triángulos) y en cinemática de máseres (asteriscos) (Tremaine et al., 2002).

laciones (N-cuerpos) para determinar la existencia de hoyos negros de masa intermedia en los centros de galaxias enanas y cúmulos estelares.

4.4 Hoyos negros de masa intermedia (IMBH)

Uno de los resultados más importantes en los últimos años en dinámica de galaxias, ha sido la identificación de una estrecha correlación entre la masa del hoyo negro central y la dispersión de velocidades de las estrellas en el bulbo de la galaxia huésped, la llamada relación “ $M_{BH} - \sigma$ ” (Ferrarese & Merritt, 2000; Gebhardt et al., 2000). Esta relación tiene la forma

$$\log(M_{BH}/M_{\odot}) = \alpha + \beta \log(\sigma/\sigma_0). \quad (4.4)$$

Tremaine et al. (2002) encuentran valores para α y β , de 8.13 ± 0.06 y 4.02 ± 0.32 , respectivamente, para una $\sigma_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$. La figura 4.6 muestra la relación de Tremaine et al. (2002). Recientemente Gültekin et al. (2009), encuentran valores de $\alpha = 8.12 \pm 0.08$ y $\beta = 4.24 \pm 0.41$, para todas las galaxias, y de $\alpha = 8.23 \pm 0.08$ y $\beta = 3.96 \pm 0.42$ para galaxias elípticas.

4 Galaxias enanas

Galaxy	Type	M_B	M_{HI} (Low, High) (M_\odot)	Method	v_i (km s^{-1})	Distance (Mpc)	M/L Band
Milky Way	SBbc	-17.65	1.8×10^8 (1.5, 2.2)	s, p	103	0.008	1.0, <i>K</i>
N221 = M32	E2	-15.83	2.5×10^8 (2.0, 3.0)	s, 3l	75	0.81	1.85, <i>I</i>
N224 = M31	Sb	-19.00	4.5×10^7 (2.0, 8.5)	s	160	0.76	3, <i>I'</i>
N821	E4	-20.41	3.7×10^7 (2.9, 6.3)	s, 3l	209	24.1	5.8, <i>I'</i>
N1023	SBO	-18.40	4.4×10^7 (3.9, 4.9)	s, 3l	205	11.4	5.0, <i>I'</i>
N1068	Sb	-18.82	1.5×10^7 (1.0, 3.0)	m	151	15.0	---
N2778	E2	-18.59	1.4×10^7 (0.5, 2.2)	s, 3l	175	22.9	6.4, <i>I'</i>
N2787	SBO	-17.28	4.1×10^7 (3.6, 4.5)	g	140	7.5	---
N3115	S0	-20.21	1.0×10^8 (0.4, 2.0)	s	230	9.7	6.9, <i>I'</i>
N3245	S0	-19.65	2.1×10^8 (1.8, 2.6)	g	205	20.9	3.7, <i>R</i>
N3377	E5	-19.05	1.0×10^8 (0.9, 1.9)	s, 3l	143	11.2	2.7, <i>I'</i>
N3379	E1	-19.94	1.0×10^8 (0.3, 1.6)	s, 3l	206	10.6	4.6, <i>I'</i>
N3384	S0	-18.99	1.6×10^7 (1.4, 1.7)	s, 3l	143	11.6	2.8, <i>I'</i>
N3608	E2	-19.86	1.9×10^8 (1.3, 2.9)	s, 3l	182	22.9	3.7, <i>I'</i>
N4258	Sbc	-17.19	3.9×10^7 (3.8, 4.0)	m, a	130	7.2	---
N4261	E2	-21.09	5.2×10^8 (4.1, 6.2)	g	315	31.6	5.0, <i>I'</i>
N4291	E2	-19.63	3.1×10^8 (0.8, 3.9)	s, 3l	242	26.2	4.4, <i>I'</i>
N4342	S0	-17.04	3.0×10^8 (2.0, 4.7)	s, 3l	225	15.3	6.3, <i>I'</i>
N4459	S0	-19.15	7.0×10^7 (5.7, 8.3)	g	186	16.1	---
N4473	E5	-19.89	1.1×10^8 (0.31, 1.5)	s, 3l	190	15.7	6.3, <i>I'</i>
N4486 = M87	E0	-21.53	3.0×10^9 (2.0, 4.0)	g	375	16.1	4.0, <i>I'</i>
N4564	E3	-18.92	5.6×10^7 (4.8, 5.9)	s, 3l	162	15.0	1.9, <i>I'</i>
N4596	SBO	-19.48	7.8×10^7 (4.3, 12)	g	132	16.8	---
N4649	E1	-21.30	2.0×10^9 (1.4, 2.4)	s, 3l	385	16.8	9.0, <i>I'</i>
N4697	E4	-20.24	1.7×10^8 (1.6, 1.9)	s, 3l	177	11.7	4.8, <i>I'</i>
N4742	E4	-18.94	1.4×10^7 (0.9, 1.8)	s, 3l	90	15.5	---
N5845	E3	-18.72	2.4×10^8 (1.0, 2.8)	s, 3l	234	25.9	4.8, <i>I'</i>
N6251	E2	-21.81	5.3×10^8 (3.5, 7.0)	g	290	93.0	8.5, <i>I'</i>
N7052	E4	-21.31	3.3×10^8 (2.0, 5.6)	g	266	58.7	6.3, <i>I'</i>
N7457	S0	-17.69	3.5×10^8 (2.1, 4.6)	s, 3l	67	13.2	3.4, <i>I'</i>
IC 1459	E3	-21.39	2.5×10^8 (2.1, 3.0)	s, 3l	340	29.2	3.1, <i>I'</i>

Figura 4.7 – Muestra de galaxias utilizadas en la figura 4.6 (Tremaine et al., 2002)

Algunas observaciones recientes sugieren la existencia de IMBH en galaxias enanas o en cúmulos globulares. Por ejemplo, el cúmulo globular ω Centauri, el cual se cree que es el más grande y más masivo de los cúmulos globulares de la Galaxia, con un radio de marea $r_t \approx 69$ pc, y una masa de $\sim 5 \times 10^6 M_\odot$ (Harris, 1996), presenta un aumento en la dispersión de velocidades en el centro. Noyola et al. (2008) argumentan que el aumento en la dispersión de velocidades puede ser causado por un IMBH central con una masa de $\sim 4 \times 10^4 M_\odot$, aunque van der Marel & Anderson (2009) difieren de este resultado.

Otro ejemplo lo encontramos en Ibata et al. (2009), quienes reportaron la detección de una densidad estelar picuda y un incremento en la dispersión de velocidades en el centro del cúmulo globular M54, el cual está localizado en el centro de la galaxia enana esferoidal Sagitario. Modelando la cinemática y los perfiles de densidad superficial como una suma de modelos de King y una masa puntual, concluyen que M54 puede albergar un IMBH con una masa de $\sim 0.94 \times 10^4 M_\odot$.

Por otro lado, Dong et al. (2007), reportaron el descubrimiento de una galaxia enana activa Seyfert 1 con un candidato a IMBH a $z = 0.032$. Estimaron una masa de $\sim 7 \times 10^4 M_\odot$ para el IMBH.

La galaxia M32 es una galaxia enana elíptica, en la que se cree existe un hoyo negro. van der Marel & Anderson (2009) estudiaron M32, por medio de espectros ópticos, para designar las velocidades estelares cerca del centro de esta galaxia. Utilizaron modelos dinámicos generales para determinar que debe existir una concentración de materia oscura en el centro, dentro de una región de 0.3 pc, de $\sim 3.4 \times 10^6 M_\odot$. La explicación más probable es que haya un hoyo negro masivo en el centro de M32, aportando más evidencia de que puede haber hoyos negros en los centros de galaxias enanas.

Barth et al. (2004) reportaron imágenes ópticas y espectros de la galaxia Pox52, la cual contiene un núcleo activo. Los datos revelan un espectro de líneas de emisión muy similar a los de una galaxia Seyfert 1. La galaxia huésped es una galaxia elíptica enana. Basándose en la dispersión de velocidades de la galaxia huésped, concluyen que la masa del hoyo negro es $10^5 M_\odot$.

También Peterson et al. (2005) calcularon la masa del hoyo negro central en la galaxia enana Seyfert 1, NGC 4395, de $\sim 3.6 \times 10^5 M_\odot$, basándose en un programa de reverberación. Esta masa del hoyo negro cae en el intervalo de IMBH, siendo un ejemplo más que apoya la existencia de estos objetos en el centro de algunas galaxias enanas.

5

Bounds on the mass and abundance of dark compact objects and black holes in dwarf spheroidal galaxy halos

Sánchez-Salcedo, F. J. & Lora, V. 2007, ApJL, 658,83

Este artículo fue publicado en la revista *The Astrophysical Journal Letters* en abril de 2007.

La composición de los halos oscuros en las galaxias sigue siendo hasta hoy un tema abierto. Una parte de la componente bariónica del universo es oscura (enanas café, hoyos negros, etc.), y se cree podrían formar parte del halo en la forma de *objetos muy masivos* (*VMOs* por sus siglas en inglés: very massive objects) con masas $> 100 M_{\odot}$. Algunos candidatos a ser *VMOs* son los llamados MACHOs (por sus siglas en inglés *massive compact halo objects*), hoyos negros de masa intermedia u hoyos negros super masivos.

El objetivo de este estudio fue establecer restricciones dinámicas a la masa y abundancia de estos objetos compactos en el halo de galaxias enanas esferoidales (Ursa Minor y Fornax). Para la galaxia enana Ursa Minor, se

tomó que los *VMO* deberían preservar el segundo pico de densidad. Para el caso de Fornax, se tomó como condición preservar sus cúmulos globulares. Se encontró que *VMO*'s con masas $\sim 10^5 M_\odot$ solo pueden comprender una fracción ~ 0.01 de la masa del halo.

5.1 Abstract

We establish new dynamical constraints on the mass and abundance of compact objects in the halo of dwarf spheroidal galaxies. In order to preserve kinematically cold the second peak of the Ursa Minor dwarf spheroidal (UMi dSph) against gravitational scattering, we place upper limits on the density of compact objects as a function of their assumed mass.

The mass of the dark matter constituents cannot be larger than $10^3 M_\odot$ at a halo density in UMi's core of $0.35 M_\odot \text{ pc}^{-3}$. This constraint rules out a scenario in which dark halo cores are formed by two-body relaxation processes. Our bounds on the fraction of dark matter in compact objects with masses $\gtrsim 3 \times 10^3 M_\odot$ improve those based on dynamical arguments in the Galactic halo.

In particular, objects with masses $\sim 10^5 M_\odot$ can comprise no more than a halo mass fraction ~ 0.01 . Better determinations of the velocity dispersion of old overdense regions in dSphs may result in more stringent constraints on the mass of halo objects. For illustration, if the preliminary value of 0.5 km/s for the secondary peak of UMi is confirmed, compact objects with masses above $\sim 100 M_\odot$ could be excluded from comprising all its dark matter halo.

5.2 Introduction

The composition of dark halos around galaxies is a difficult problem. Many of the baryons in the universe are dark and at least some of these dark baryons could be in galactic halos in the form of very massive objects (VMOs), with masses above $100 M_\odot$. Astrophysically motivated candidates include massive compact halo objects (MACHOs) and black holes either of intermediate mass (IMBHs; $10^{1.3}$ to $10^5 M_\odot$) or massive ($\gtrsim 10^5 M_\odot$).

IMBHs are an intriguing possibility as they could contribute, in principle, to all the baryonic dark matter and may be the engines behind ultraluminous X-ray sources recently discovered in nearby galaxies.

A successful model in which VMOs are the dominant component of dark matter halos could resolve some long-standing problems (Lacey & Ostriker, 1985; Tremaine & Ostriker, 1999; Jin et al., 2005)

If the halos of dSphs are comprised by black holes of masses between $\sim 10^5$ and $10^6 M_\odot$, they evolve towards a shallower inner profile in less than a Hubble time, providing an explanation for the origin of dark matter cores in dwarf galaxies, and the orbits of globular clusters (GCs) do not shrink to the center by dynamical friction Jin et al. (2005) Very few observational limits on VMOs in dSph halos have been derived so far.

This Letter is aimed at constraining the mass and abundance of VMOs in the halos of dSphs by the disruptive effects they would have on GCs and cold long-lived substructures.

5.3 Constraints from the survival of Fornax GCs

Fornax is a dark dominated dSph galaxy with an unusually high GC frequency for its dynamical mass. In order to place dynamical constraints on the mass of VMOs by requiring that not too many GCs are disrupted, the density of VMOs ρ_h with mass M_h along the orbits of the GCs should be known.

Since the three-dimensional distances of the GCs to the center of Fornax are unknown, the density of VMOs at a mean distance of ~ 1 kpc will be adopted. By f we will denote the halo mass fraction in VMOs, i.e. $f \equiv \rho_h/\rho_{\text{dm}}$, where ρ_{dm} is the halo density; $\rho_{\text{dm}} = 0.02\text{--}0.05 M_\odot \text{pc}^{-3}$ at 1 kpc (Walker et al., 2006a).

Klessen & Burkert (1996) give the “survival diagram” of GCs, considering different encounter histories for $\rho_h = 0.026 M_\odot \text{pc}^3$ and a velocity dispersion of halo particles $\sigma_h = 120 \text{ km s}^{-1}$.

The survival diagram establishes the range of mass and concentration such that GCs with central densities between $10^3 M_\odot \text{pc}^{-3}$ and $10^4 M_\odot \text{pc}^{-3}$ (or, equivalently, core radii between 0.5 and 2 pc) have a probability of less than 1% to survive after 10 Gyr.

Since the dissolution timescale for a certain GC (and a given M_h) scales as $\propto \rho_h^{-1}\sigma_h$, and $\sigma_h \approx 20 \text{ km/s}$ in Fornax, it will be a factor of (5–12) f less in Fornax as compared to the Galactic case considered by Klessen & Burkert (1996) Therefore, the survival diagram for Fornax’s GCs can be

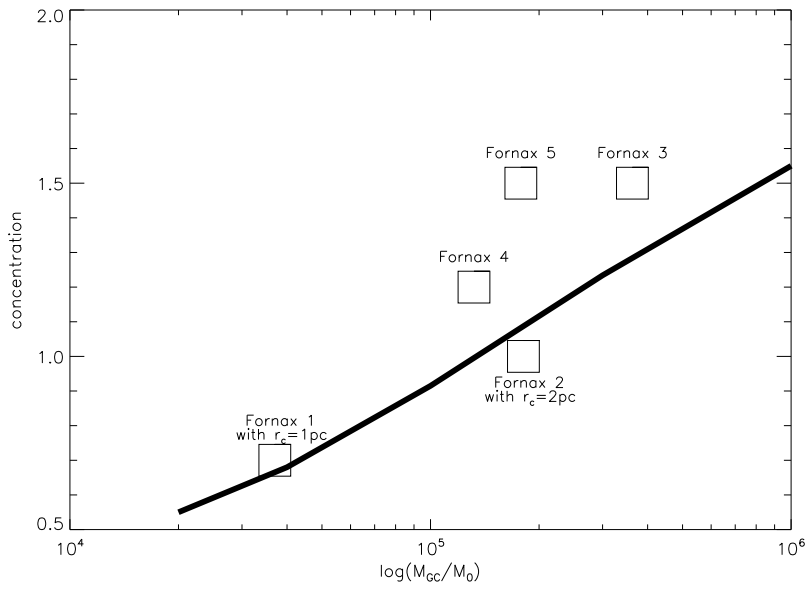


Figura 5.1 – *Survival diagram for GCs in Fornax’s halo for $\rho_h M_h = 10^3 M_\odot^2 \text{pc}^{-3}$. If GCs had core radii in the range from 0.5 to 2 pc, their probability of survival after 10 Gyr would be less than 1% in the region left and above the thick line. The core radii of Fornax 3, 4 and 5 lie within the mentioned range, but Fornax 1 and 2 present core radii of 10 and 5.6 pc, respectively (Mackey & Gilmore, 2003). Therefore, the probability of survival for the latter GCs will be much less than 1%.*

derived at once (see Fig. 5.1).

GCs in the region above the thick line have a probability of less than 1% to survive in a dark halo with $\rho_h M_h = 10^3 M_\odot^2 \text{pc}^{-3}$. For such a $\rho_h M_h$ value and if the present parameters of the GCs are representative of their parameters at the time they formed, we would be observing the lucky survivors of an initial population of $\gtrsim 500$ GCs of $\sim 2 \times 10^5 M_\odot$, which turns out to be very unrealistic for a galaxy with a V-band luminosity of $1.5 \times 10^7 L_\odot$.

It is possible to estimate the probability that we are observing only the survivors of a larger original population that are in the process of quick disruption (Tremaine & Ostriker, 1999). The distribution of the dissolution age of GCs is expected to follow a scale-free power law $F = C(t_{\text{dis}} + t_H)^{-q}$, where t_{dis} is the characteristic dissolution timescale and t_H is the age of the cluster population (Gnedin & Ostriker, 1997).

Fig. 5.1 shows that at least 4 GCs are above the thick line; this indicates that their present disruption timescales are $< 0.22t_H$. If the exponent of distribution of lifetimes is $q \sim 2$, as derived for Galactic GCs, (Gnedin & Ostriker, 1997), the probability to have 4 out of 5 GCs with lifetimes less than $0.22t_H$ is $\sim 1\%$, whereas the probability that the lifetimes of all the GCs are less than $0.5t_H$ is 0.4% . Hence the probability that the whole dark halo is comprised of objects with masses $> 5 \times 10^4 (\rho_h/0.02 M_\odot \text{pc}^{-3})^{-1} M_\odot$ is less than 1%. If only a fraction f of the dark mass is in compact objects of mass M_h , then $f < 5 \times 10^4 M_\odot/M_h$.

5.4 Persistence of dynamically-cold subpopulations

Localized regions with enhanced stellar density and, where data permit, extremely cold kinematics have been detected in some dSphs (e.g., Olszewski & Aaronson (1985); Kleyna et al. (2003), hereafter K03; Coleman et al. (2004); Walker et al. (2006b)).

In particular, UMi dSph has received the most attention. Collecting the velocity of stars in $6'$ radius aperture, K03 found that a two-Gaussian populations, one representing the underlying 8.8 km/s Gaussian and the other with velocity dispersion $\sigma_s = 0.5$ km/s, representing a subpopulation of fraction 0.7, is $> 3 \times 10^4$ times more likely than the default 8.8 km/s. The best-fit σ_s is ill-determined as it is much smaller than the median velocity errors (5 km/s). Nevertheless, even with these fiducial errors, we can be

certain that the velocity dispersion is < 2.5 km/s at $\sim 95\%$ confidence level.

The stars which form the secondary density peak are not distinguished in colour and magnitude from the remainder of the UMi population (Kleyna et al., 1998). In fact, UMi star formation history indicates that its stars have been formed in a single burst earlier than 10 Gyr ago (Carrera et al., 2002).

Although UMi has long been suspected of experiencing ongoing tidal disruption, regions with enhanced volume density and *cold kinematics* cannot be the result of tidal interactions because the coarse-grained phase-density, $\sim \rho/\sigma^3$, in collisionless systems must be constant or even decrease, thus implying that overdensity regions should appear dynamically hotter. This suggests that the clump is long-lived. An alternative explanation is that the density peak is a projection effect and that what we are seeing is a cold, low-density tidal tail. However, numerical experiments have shown that this scenario is very unlikely (Read et al., 2006).

The most plausible interpretation is that the clump is a disrupted stellar cluster, now surviving in phase-space because the underlying gravitational potential is harmonic (K03). Within this potential, gravitational encounters with the hypothetical VMOs will dominate the orbital diffusion of the stars once they become unbound from the progenitor cluster. The integrity of the cold clump may impose useful upper limits on the mass of VMOs. The fact that the subpopulation is orbiting within the dark matter core of UMi will greatly simplify its dynamical description.

Clump's stars will undergo a random walk in momentum space by the collisions with the population of VMOs. Here we are interested in the velocity change induced in a star relative to the clump center of mass. The mean-square velocity change of a star in an encounter with a VMO of mass M_h , and impact parameter $b \geq 5r_{1/2}$, with $r_{1/2}$ the clump's median radius, in the impulsive approximation is:

$$\Delta \overline{v^2} = \frac{2}{3} \left(\frac{2GM_h}{b^2V} \right)^2 \overline{r^2}, \quad (5.1)$$

where V is the maximum relative velocity between the clump and the perturber and $\overline{r^2}$ is the mean-square position of the stars in the clump (Spitzer, 1958).

In the opposite case of a head-on collision ($b = 0$), the mean change is comparable to that predicted by the tidal approximation when $b \simeq 1.4r_{1/2}$.

The usual way to proceed is to integrate $\Delta \overline{v^2}$ given in Eq. (5.1) for impact parameters b from $1.4r_{1/2}$ to infinity and correct for the encounters in which the tidal approximation fails by a factor $g \approx 3$ (e.g., Binney & Tremaine 2008; Gieles et al. 2006)

Doing so, and for a distribution of clumps and VMOs with a relative one-dimensional velocity dispersion σ_{rel} , we obtain:

$$\Delta \overline{v^2} = \frac{16\sqrt{\pi}gG^2\rho_h M_h \overline{r^2} \Delta t}{9\sigma_{\text{rel}} r_{1/2}^2}. \quad (5.2)$$

For UMi, the persistence of the clump for a large fraction of a Hubble time indicates a core of the dark halo of at least 2-3 times the size of the orbit of the clump, which is $\gtrsim 150$ pc. In terms of the stellar core radius (~ 200 pc), this makes a halo core 1.5–2 times the stellar core and, consequently, the velocity dispersion of the halo particles in the core is, at least ~ 1.5 –2 times the stellar velocity dispersion, corresponding to $\sigma_h \sim 15$ –20 km/s.

The impulsive approximation is valid for $b\omega \leq V$, where $\omega = \sigma_s/r_{1/2}$ and σ_s is the internal one-dimensional velocity dispersion of the subpopulation. For the encounters with $b \lesssim 5r_{1/2}$, responsible for most of the velocity impulse, this condition is well satisfied for $\sigma_h \gg 5\sigma_s$. Therefore, for $\sigma_s \sim 1$ km/s, this requirement is fulfilled within the isothermal dark core of UMi.

Since stars in the clump are unbound, the self-gravity of the clump in a first approximation can be ignored considering only orbit diffusion in the large-scale harmonic potential of the parent galaxy. In a one-dimensional harmonic potential, a velocity impulse Δv^2 produces a change in the velocity dispersion $\Delta \sigma^2 \equiv \Delta \langle v^2 \rangle = \Delta v^2/2$, where the brackets $\langle \dots \rangle$ refer to the mean value after averaging over one orbit. Combining this relation with Eq. (5.2), we find the change of σ_s in a time Δt :

$$\Delta \sigma_s^2 = \frac{8\sqrt{\pi}gG^2\rho_h M_h \overline{r^2} \Delta t}{27\sigma_h r_{1/2}^2}, \quad (5.3)$$

where $\sigma_{\text{rel}} \approx \sigma_h$ is assumed, since the population of clumps is expected to have a velocity dispersion similar to the stellar background, ~ 9 km/s in UMi.

The ratio $\eta \equiv \overline{r^2}/r_{1/2}^2$ depends on the model: for a Plummer cluster $\eta = 4$, whereas $\eta = 1.5$ for both a King profile with a dimensionless potential depth of $W_0 = 9$ (e.g., Gieles et al. (2006)) and a Gaussian density distribution. In order to take a conservative value and to facilitate comparison with

photometric and theoretical analysis that assume Gaussian models, we will adopt $\eta = 1.5$ constant in time.

By $t_{2.5}$ we will indicate the time required for a very cold group of unbound stars $\sigma_s \simeq 0$, to acquire a velocity dispersion of 2.5 km/s. From Eq. (5.3) with $g = 3$ we then obtain:

$$t_{2.5} = 5 \text{ Gyr} \left(\frac{\rho_h}{0.1 M_\odot/\text{pc}^3} \right)^{-1} \left(\frac{M_h}{5 \times 10^3 M_\odot} \right)^{-1} \left(\frac{\sigma_h}{20 \text{ km/s}} \right). \quad (5.4)$$

Since many of the recent dynamical models suggest mean dark matter densities within the stellar core radius of UMi $\gtrsim 0.1 M_\odot \text{ pc}^{-3}$, corresponding to a central mass-to-light ratio of $\gtrsim 15 M_\odot/L_\odot$ (Lake (1990); Pryor & Kormendy (1990); Irwin & Hatzidimitriou (1995); Mateo (1998), Wilkinson et al. 2006) $\rho_{\text{dm}} = 0.1 M_\odot \text{ pc}^{-3}$ will be accepted as a conservative reference value.

The mean-square radius of the subpopulation increases in time with σ_s , according to the relation $\overline{r^2} \simeq \sigma_s^2/\Omega^2$, where Ω is the orbital frequency in the constant-density core. If the core is dominated by the dark matter component $\rho_{\text{dm}}/\Omega^2 = (4\pi G/3)^{-1}$, then

$$\overline{r^2} = \overline{r_0^2} + \frac{f}{\sqrt{\pi}} \frac{GM_h}{\sigma_h} t. \quad (5.5)$$

If $\sigma_s = 2.5 \text{ km/s}$, the mean radius $\sqrt{\overline{r^2}} \simeq \sigma_s/\Omega \approx 60 \text{ pc}$. This corresponds to a 1σ radius of 25.5 pc for a Gaussian density profile, implying an angular size of almost $2'$ at the distance of UMi ($\sim 66 \text{ kpc}$). This value is comparable to but slightly larger than the observed 1σ radius of the secondary peak $\simeq 1.6'$. As a consequence $\sigma_s \lesssim 2.5 \text{ km/s}$; otherwise, the stellar subpopulation would appear more extended and diffuse than it is observed. This upper value is in agreement with the observations of K03.

Our estimates for the size and velocity dispersion of the subpopulation are independent of the eccentricity of the orbit because there is little variation of the macroscopic properties of the halo, ρ_h , σ_h or Ω , within the core where the clump is orbiting. Nevertheless, the dark halo could have suffered significant evolution due to two-body processes and tidal stirring.

For $M_h \lesssim 10^5 M_\odot$ relaxation processes induce an insignificant change in the internal properties of the halo (e.g., Jin et al. 2005). Tidal heating can lead to a reduction of both the density of dark matter particles and its velocity dispersion (e.g., Mayer et al. (2001); Read et al. (2006)).

Since the phase-space density, ρ_h/σ_h^3 , for collisionless systems is nearly constant or decreases with time, the rate of energy gained by the clump due to encounters with VMOs should have been more intense in the past. The inclusion of evolution of halo properties by tidal effects would lead to a stringent upper mass limit.

If the stellar progenitor cluster became unbound immediately after formation when supernovae expel the gas content (Goodwin, 1997), $t_{2.5}$ should be greater than the age of the cluster $t_H \sim 10$ Gyr. This requirement combined with Eq. (5.4) implies:

$$M_h \lesssim 2.5 \times 10^3 M_\odot \left(\frac{\rho_h}{0.1 M_\odot/\text{pc}^3} \right)^{-1} \left(\frac{\sigma_h}{20 \text{ km/s}} \right). \quad (5.6)$$

If initially the stellar cluster is gravitationally bound, the increase in the internal energy gained by encounters with VMOs will eventually exceed its binding energy after a time t_{be} . Let us estimate t_{be} , the time at which the cluster becomes unbound. K03 infer a total mass of the cluster, M_{cl} , of $3 \times 10^4 M_\odot$. If this cluster followed the recently observed relation between radius and mass of Larsen (2004), $r_{1/2} \approx 4$ pc.

Adopting the reference values of the dark matter halo ($\rho_{\text{dm}} = 0.1 M_\odot \text{ pc}^{-3}$ and $\sigma_h = 20$ km/s) and rescaling the survival diagram of Klessen & Burkert (1996) (their figure 11) for the parameters of UMi, we infer that more than 95% of the clusters with mass $3 \times 10^4 M_\odot$ will become unbound after $t_{be} \approx 3$ Gyr if $M_h \geq 3.5 \times 10^3 f^{-1} M_\odot$. Therefore, in order to have a dynamically cold subpopulation with $\sigma_s < 2.5$ km/s, as that observed in UMi at the present time $t_H \sim 10$ Gyr, we need $t_{2.5} \geq t_H - t_{be}$, which implies the following upper limit for M_h

$$M_h \lesssim 3.5 \times 10^3 M_\odot \left(\frac{\rho_h}{0.1 M_\odot/\text{pc}^3} \right)^{-1} \left(\frac{\sigma_h}{20 \text{ km/s}} \right). \quad (5.7)$$

Other corrosive effects such as mass loss by stellar evolution or tidal heating may also accelerate the dissolution of the cluster. Therefore, our estimates for t_{be} and, hence, for M_h , are upper limits.

The survival probability after collisions with VMOs increases for progenitors that are more compact. For instance, if the progenitor were a supercluster with a core radius $r_c \approx 0.5$ pc and central density $\sim 3 \times 10^4 M_\odot \text{ pc}^{-3}$, the probability of its remaining gravitationally bound after 6 Gyr is $\sim 25\%$, for $M_h = 6.5 \times 10^3 f^{-1} M_\odot$. Hence, there may be a non-negligible probability that such a supercluster has survived bound for 6 Gyr and that during the subsequent 4 Gyr it is dynamically heated by $6.5 \times 10^3 f^{-1} M_\odot$

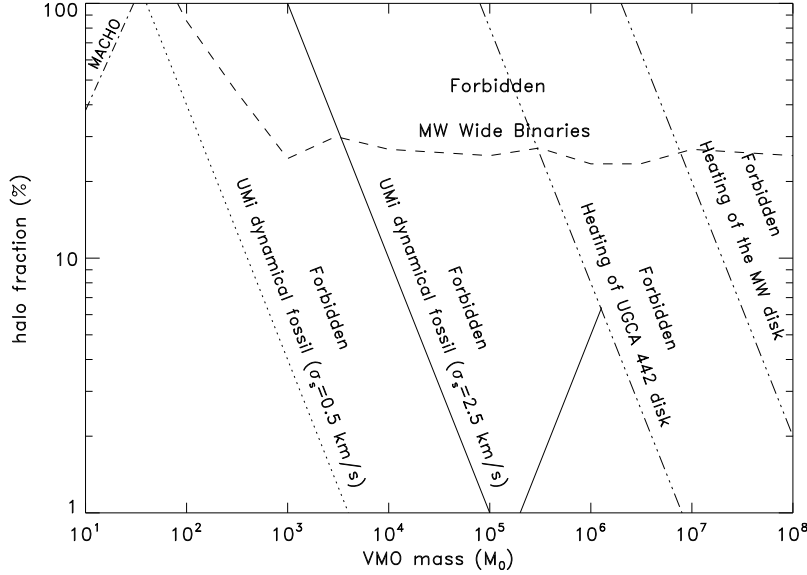


Figura 5.2 – Observational constraints on VMOs from MACHO microlensing experiments the distribution of wide binaries in the thoroughly validated *Bessel* mass model of the Milky Way (*Bissantz et al., 2003*), the heating of the Galactic disk, the heating of the stellar disk of *UGCA 442*, and the survival of *UMi*'s dynamical fossil in *UMi* with $\rho_{\text{dm}} = 0.35 M_{\odot} \text{pc}^{-3}$.

VMOs to reach $\sigma_s = 2.5 \text{ km/s}$ at the present time.

Unfortunately, the evaporation time for this supercluster, setting the scale for dynamical dissolution by internal processes, is very short. In fact, for such a stellar cluster, the evaporation time is $\sim 20t_{rh}$, with t_{rh} the half-mass relaxation time (*Gnedin & Ostriker, 1997*).

The resulting evaporation time is $\lesssim 1 \text{ Gyr}$ for an average stellar mass $\geq 1 M_{\odot}$ and, hence, internal processes would have produced a fast desintegration of such a cluster. We conclude that the upper limit given in Eq. (5.7) is realistic and robust.

Our approximations break down when the halo only contains a few VMOs; at least 5 objects within a radius of 600 pc are required, implying that our analysis is restricted to masses $M_h < 2 \times 10^7 f M_{\odot}$. In Fig. 5.2, the observational limits on VMOs over a wide range of masses and dark matter fractions are shown.

5.5 Discussion and conclusions

The analysis of the survival of Fornax’s GCs rules out the mass range that would be interesting for explaining the origin of dark matter cores in dwarf galaxies (K03, Goerdt et al. (2006), Sánchez-Salcedo et al. (2006)), because the relaxation timescale for VMOs of mass $\leq 5 \times 10^4 M_\odot$ exceeds the Hubble time. Moreover, it was found that the integrity of cold small-scale clustering seen in some dSphs imposes more stringent constraints on the mass of VMOs.

A source of uncertainty is the mean density of dark matter within the core of dSphs. In the particular case of UMi and according to the scaling relations compiled in Kormendy & Freeman (2004) the corresponding central dark matter density is $0.35 M_\odot \text{ pc}^{-3}$. A slightly larger value has been derived from its internal dynamics (Wilkinson et al. 2006).

At a density $\rho_{\text{dm}} = 0.35 M_\odot \text{ pc}^{-3}$, Eq. (5.7) implies that $M_h \lesssim 1000 f^{-1} M_\odot$. We strongly encourage better determinations of the velocity dispersion of cold density aggregates (bound or unbound) in dSphs. For instance, if the preliminary quoted value of 0.5 km/s for the secondary peak of UMi were confirmed, our upper limit for M_h would be immediately reduced by a factor of 25, implying a very tight bound $M_h \lesssim (40\text{--}120) f^{-1} M_\odot$, depending on the adopted dark matter density ($0.3 M_\odot \text{ pc}^{-3}$ to $0.1 M_\odot \text{ pc}^{-3}$).

In a unified scheme such as the ‘stirring scenario’ by Mayer et al. (2001), the composition of the dark halos of low-surface brightness and dSph galaxies should be the same. Rix & Lake (1993) found an upper limit of $10^4 M_\odot$ by examining the dynamical heating of the stellar disk of GR 8¹. Tremaine & Ostriker (1999) warn about the weakness of the argument of Rix & Lake (1993) because the rotation curve of GR 8 decays in a Keplerian fashion suggesting that GR 8 does not host a halo of dark matter, as expected if the dark halo has evaporated by two-body collisions.

However, there exist dwarf galaxies with flat rotation curves. From the sample of Hidalgo-Gómez (2004), we have selected dwarf galaxies with high inclination angles and estimated the maximum permitted value of M_h consistent with the thickness of the old stellar disk. Perhaps one of the most pristine cases is the edge-on galaxy UGCA 442.

This galaxy shows the typical flat rotation curve, implying the existence of a halo of dark matter with a central density of $0.07 M_\odot \text{ pc}^{-3}$ and a velocity dispersion $\sigma_h = v_c/\sqrt{2} \simeq 35 \text{ km/s}$ (Côté et al., 2000). The vertical stellar

¹The value has been updated according to the discussion in Sanchez-Salcedo (1999), §1.

velocity dispersion has been derived using vertical hydrostatic equilibrium $\sigma_z^2 = \pi G \Sigma h$, with Σ the total central surface density of the disk $\sim 65 M_\odot \text{pc}^{-2}$ and h the scale height of the old disk derived photometrically to be 350 pc. This yields $\sigma_z = 18 \text{ km/s}$. By requiring that $\Delta \sigma_z < \sigma_z$ for $\Delta t > 1.5 \text{ Gyr}$, which is the characteristic age of the old stellar population, the disk-heating argument establishes $M_h \lesssim 8 \times 10^4 f^{-1} M_\odot$ (Lacey & Ostriker, 1985)

Fig. 5.2 contains the most relevant dynamical constraints on VMOs. In the conservative case $\sigma_s = 2.5 \text{ km/s}$, the most stringent bound for masses between $10^2 M_\odot$ and $10^3 M_\odot$ comes from studies of the distribution of separations of wide stellar binaries in the Galactic halo (Yoo et al., 2004). Still, masses in that range are permitted if halo objects are slightly extended (sizes $\gtrsim 0.05 \text{ pc}$). Other sources of uncertainty in this approach are the orbital distribution of the binaries and the duration of perturbations they are subjected to Jin et al. (2005).

6

An upper limit on the mass of the black hole in Ursa Minor dwarf galaxy

Lora, V., Sánchez-Salcedo F. J., Raga, A. C. & Esquivel, A. 2009, ApJL, 699, 113

Este artículo fue publicado en la revista *The Astrophysical Journal Letters* en Junio de 2009. En este artículo se realizaron simulaciones de N-cuerpos utilizando el código *Varone* que fue descrito en la sección 2.

La galaxia Ursa Minor (UMi) es una galaxia enana esferoidal, satélite de la Vía Láctea. UMi tiene una $M/L \sim 100$, lo que nos indica que su dinámica está dominada por la materia oscura. UMi tiene la peculiaridad de tener una sobredensidad estelar.

En este artículo incluimos el potencial de fondo de UMi, tomando en cuenta sólo la componente oscura (halo), y modelamos el cúmulo (sobredensidad estelar) con una distribución tipo esfera de Plummer. A continuación incluimos una partícula masiva en el centro del potencial de la galaxia. Esta partícula masiva juega el rol de hoyo negro en nuestras simulaciones. Se varió la masa del hoyo negro, hasta encontrar la masa mínima para la cual,

después de un tiempo de Hubble, el cúmulo no se destruía. Encontramos un límite superior para la masa del ‘supuesto’ hoyo negro en el centro de UMi de $(2 - 3) \times 10^4 M_{\odot}$.

6.1 Abstract

The well-established correlations between the mass of massive black holes (BHs) in the nuclei of most studied galaxies and various global properties of their hosting galaxy lend support to the idea that dwarf galaxies and globular clusters could also host a BH in their centers. Direct kinematic detection of BHs in dwarf spheroidal (dSph) galaxies are seriously hindered by the small number of stars inside the gravitational influence region of the BH.

The aim of this Letter is to establish an upper dynamical limit on the mass of the putative BH in the Ursa Minor (UMi) dSph galaxy. We present direct N-body simulations of the tidal disruption of the dynamical fossil observed in UMi, with and without a massive BH. We find that the observed substructure is incompatible with the presence of a massive BH of $(2 - 3) \times 10^4 M_{\odot}$ within the core of UMi. These limits are consistent with the extrapolation of the $M_{BH} - \sigma$ relation to the $M_{BH} < 10^6 M_{\odot}$ regime. We also show that the BH may be off-center with respect to the center of symmetry of the whole galaxy.

6.2 Introduction

Intermediate-mass black holes (IMBH; $M_{BH} \sim 10^2 - 10^4 M_{\odot}$) accreting gas from their surroundings have been postulated to explain the engines behind ultraluminous X-ray sources recently discovered in nearby galaxies (see Colbert & Miller (2005) for a review). IMBHs would fill the existing gap between stellar and supermassive black holes found in active galactic nuclei. According to the tight relation between M_{BH} and the central velocity dispersion σ (Gebhardt et al., 2000; Ferrarese & Merritt, 2000; Tremaine et al., 2002), or between M_{BH} and the mass of the bulge (Magorrian et al., 1998), a natural place to look for these IMBHs are astrophysical systems less massive than normal galaxies, such as dense star clusters, globular clusters, and dwarf galaxies. If M_{BH} is correlated with the total gravitational mass of their host galaxy (Ferrarese, 2002; Baes et al., 2003), central BHs should be an essential element in dark matter dominated objects -such as dwarf spheroidal (dSph) galaxies. Estimates of the mass of BH in these systems

would be of great importance in completing the $M_{BH} - \sigma$ relation.

Direct and indirect searches for IMBH at the centers of globular clusters and small galaxies have been attempted (e.g., Gerssen et al. (2002, 2003); Valluri et al. (2005); Maccarone et al. (2005); Ghosh et al. (2006); Maccarone et al. (2007); Noyola et al. (2008)).

For instance, Noyola et al. (2008) have reported a central density cusp and higher velocity dispersions in their central field of the globular cluster omega Centauri, which could be due to a central BH ($M_{BH} \sim 4 \times 10^4 M_{\odot}$). However, a new analysis by Anderson & van der Marel (2009) and van der Marel & Anderson (2009), does not confirm the arguments given by Noyola et al. (2008), and provides an upper limit for the black hole mass of $1.2 \times 10^4 M_{\odot}$.

There is sparse evidence that BHs could be present in at least some dSph. The Ursa Minor (UMi) dSph galaxy has been also suspected to contain a BH of $\sim 10^6 M_{\odot}$ (Strobel & Lake, 1994; Demers et al., 1995). Maccarone et al. (2005) discuss the possibility that the radio source found near the core of UMi is, in fact, a BH with a mass $\sim 10^4 M_{\odot}$.

In this Letter, we examine the dynamical effects of putative IMBHs in the core of dSphs on the very integrity of cold, long-lived substructure as that observed on the northeast side of the major axis of UMi. Although UMi has long been suspected of experiencing ongoing tidal disruption, regions with enhanced volume density and cold kinematics cannot be the result of tidal interactions (Kleyna et al. (2003), hereafter K03; Read et al. (2006), Sánchez-Salcedo & Lora (2007)). This suggests that the secondary peak in UMi is a long-lived structure, surviving in phase-space because the underlying gravitational potential is close to harmonic (K03).

Sánchez-Salcedo & Lora (2007) derived an upper limit on the mass and abundance of massive dark objects in the halo of UMi to avoid a quick destruction of the clump by the continuous gravitational encounters with these objects. In this work, we will assume that the dark halo is comprised of a smooth distribution of elementary particles and then study the disintegration of the clump, placing constraints on the mass of a possible central IMBH in UMi.

6.3 Initial conditions and N -body simulations

6.3.1 Ursa Minor and its clump

Ursa Minor, located at a galactocentric distance of $R_{gc} = 76 \pm 4$ kpc (Carrera et al., 2002; Bellazzini et al., 2002), is one of the most dark matter-dominated dSphs in the Local Group, with a central mass-to-light ratio $M/L \gtrsim 100 M_{\odot}/L_{\odot}$ (e.g., Wilkinson et al. (2004)) The measured central velocity dispersion is 17 ± 4 km s $^{-1}$ (Muñoz et al., 2005) and the core radius of the stellar component along the semimajor axis is ~ 300 pc (Palma et al., 2003). UMi reveals several morphological peculiarities: (1) The shape of the inner isodensity contours of the surface density of stars appears to have a large ellipticity of 0.54, (2) the highest density of stars is not found at the center of symmetry of the outer isodensity contours but instead is offset southwest of center, (3) the secondary density peak on the northeast of the major axis is kinematically cold.

The secondary density peak has a 1σ radius of $\simeq 1.6'$ (~ 35 pc at a distance of 76 kpc) when fitted with a Gaussian profile. The stellar distribution that forms this density excess is elongated not along the major axis of the isodensity contours of the elliptized King model, but along a line at an intermediate angle between the major and minor axes of these contours (Palma et al., 2003). The bend in the isodensity contours indicates that such clump is gravitationally unbound.

Interestingly, K03 found that the velocity of stars within a $6'$ (130 pc) radius aperture on the clump are best fitted by a two-Gaussian population, one representing the underlying 8.8 km s $^{-1}$ population, and the other with a line-of-sight velocity dispersion of 0.5 km s $^{-1}$. Although the value of the cold population is ill determined, we can be certain that the velocity dispersion is < 2.5 km s $^{-1}$ at a 95% confidence level. The mean velocity of the cold population is equal to the systemic velocity of UMi, implying that either the orbit is radial and the clump is now at apocenter or the orbit lies in the plane of the sky (K03).

6.3.2 Initial conditions

We consider the evolution of a clump inside a rigid halo of dark matter with a density law:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\left(1 + [r/R_{\text{core}}]^2\right)^{1/2}}, \quad (6.1)$$

where ρ_0 is the central density and R_{core} is the dark halo core radius. This profile was chosen in order to facilitate comparison with K03. We explore

different values for R_{core} . Following K03, once R_{core} is fixed, we rescale the central density to have a dark matter mass of $5 \times 10^7 M_{\odot}$ inside 600 pc, which is approximately the maximum extent of the stellar distribution observed in UMi. Therefore, in all our models, we have a total mass-to-light ratio of $(M_{\text{tot}}/L_V) \approx 90M_{\odot}/L_{\odot}^V$ inside 600 pc, for a visual luminosity $L_V = 5.4 \times 10^5 L_{\odot}$ (Palma et al., 2003).

For a normal stellar population with $M/L_V = 2M_{\odot}/L_{\odot}^V$, the stellar mass within the core radius of the dwarf is $\sim 4.5 \times 10^5 M_{\odot}$, whereas the dark matter mass is $> 6.2 \times 10^6 M_{\odot}$. Therefore, the contribution to the potential of the baryonic mass was ignored.

The initial density profile of the clump follows a Plummer mass distribution,

$$\rho(r) = \frac{3}{4\pi} \frac{M_c R_p^2}{(r^2 + R_p^2)^{5/2}}, \quad (6.2)$$

where $M_c = 2 \times 10^4 M_{\odot}$ is the total mass of the clump and R_p is the Plummer radius. One should note that there is a simple relation for a Plummer model between R_p and the half-mass radius: $R_{1/2} = 1.3R_p$. We use $R_{1/2}$ values between 25 and 50 pc to initialize our simulations. The clump's self-gravity is included to have a realistic and complete description of its internal dynamics because, as we will see later, the tidal radius of the clump may be larger than $R_{1/2}$ when large values of R_{core} are used.

The clump is dropped at the apogalactocentric distance of 200 pc from the UMi center with a certain tangential velocity v_T , which defines the eccentricity e of the orbit. The orbit of the clump lies in the x - y plane, which is also the plane of the sky. For simulations with a central BH, it is clear that the evolution of the clump depends on its orbital eccentricity. For instance, we found that for a radial orbit, the BH dissolves the group of stars in its first passage through the galactic center.

In order to provide an upper limit on the mass of the BH and since there is more phase space available for nearly circular orbits than for radial ones, we will take, in most of our simulations, a rather circular orbit with $e = 0.5$, which corresponds to $v_T = 5.7 \text{ km s}^{-1}$ for $R_{\text{core}} = 510 \text{ pc}$. However, to our surprise, the disintegration time was found to be insensitive to the initial eccentricity of the clump's orbit as long as $e < 0.87$. Altogether, there are essentially three model parameters that we have explored in our simulations: R_{core} , $R_{1/2}$ and M_{BH} .

6.3.3 *N*-body simulations

We developed an *N*-body code that links an individual timestep to each particle in the simulation. Only for the particle that has the minimum associated time, the equations of motion are integrated (with a second order predictor-corrector method). This “multi-timestep” method reduces the typical CPU time of direct, particle-particle integrations ($\propto N^2$, with N the number of particles), and allows integrations of systems of ~ 1000 particles to be carried out with relatively short CPU times.

The cluster density is so tiny that the internal relaxation timescale is very long (~ 11 Gyr for an initial cluster with $R_{1/2} = 50$ pc). Therefore, although our code is suitable to include two- and three-body encounters, the cluster behaves as collisionless and internal processes such as evaporation do not contribute to the dissolution of the cluster. For the same reason, all the particles have the same mass, and the presence of binaries was ignored.

All the simulations presented in this paper used 600 particles, each one having a mass of $33M_{\odot}$. We chose a smoothing length of 0.7 pc, which is approximately 1/10th the typical separation among cluster particles within $R_{1/2}$ at the beginning of the simulation. The convergence of the results was tested by comparing runs with different softening length and N . The effect of adopting a different smoothing radius between 0.1 and 1 times the typical distance was found to be insignificant. We run the same simulation with different N ($N = 200, 400, 600$ and 1800 particles), and convergence was found for $N \geq 400$.

In order to validate our simulations, we checked that, when the cluster evolves at isolation, the Plummer configuration is stationary and that the energy is conserved over 12 Gyr. To be certain that the interaction with the BH is resolved well, we compared the change in kinetic energy of the cluster, when colliding with a particle of mass $10^5 M_{\odot}$, moving at 200 km s^{-1} , with the predictions in the impulse approximation (Binney & Tremaine, 2008), for different impact parameters, and found good agreement (differences less than 10%) between them.

We were also able to reproduce K03 simulations of the evolution of an unbound clump (ignoring self-gravity) in the gravitational potential created by the mass distribution given by Eq. (6.1). We confirm the K03 claim that even if the clump is initially very compact, with a 1σ radius of 12 pc, cusped halos cannot explain the survival of the substructure for more than 1 Gyr, while the substructure can persist for ~ 12 Gyr in halos with core radii 2–3 times the clump’s orbit.

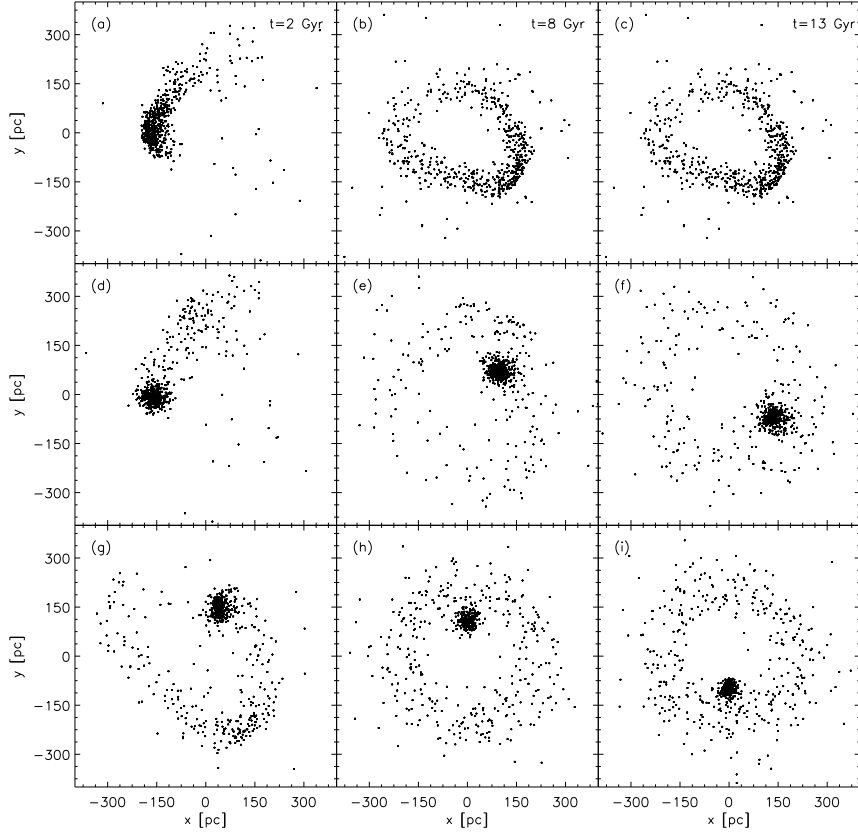


Figura 6.1 – Snapshots at $t = 2, 8$ and 13 Gyr for $R_{1/2} = 50$ pc and $R_{\text{core}} = 510$ pc without self-gravity (top panel) and with self-gravity (middle panel). For comparison, the snapshots for $R_{\text{core}} = 300$ pc and with self-gravity are also shown (bottom panel).

6.4 Results

6.4.1 Simulations without BH: the role of self-gravity

We have first examined the evolution of a clump with $R_{1/2} = 50$ pc embedded in a galaxy with a large core of 510 pc (see Fig. 6.1). Note that when self-gravity is included, an initial $R_{1/2}$ value of ~ 15 pc, as that used in K03, is no longer realistic because the clump remains too compact over its lifetime to explain its present appearance. With self-gravity, strong substructure continues to persist for a Hubble time, while in the non-self-gravitating case the substructure is completely erased in ~ 10 Gyr. The evolution of the same self-gravitating clump but in a galaxy with $R_{\text{core}} = 300$ pc is also shown in Fig. 6.1. As expected, when the size of the galaxy core is decreased, the

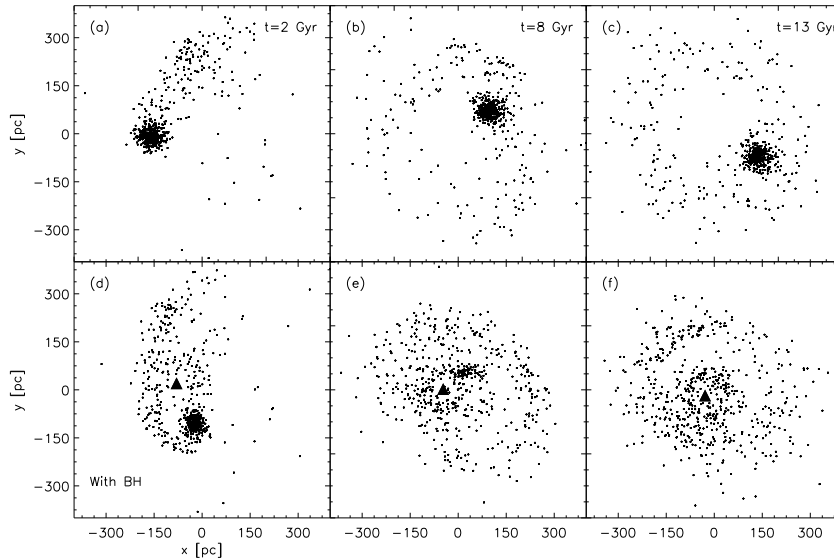


Figura 6.2 – *Snapshots at 2, 8 and 13 Gyr for a simulation with $R_{1/2} = 50$ pc and $R_{\text{core}} = 510$ pc (top panel), and the same simulation but with a BH (triangle) with mass $M_{\text{BH}} = 3 \times 10^4 M_{\odot}$ (bottom panel).*

clump does not survive so long, but we can have a galaxy core of 300 pc without causing the clump to disintegrate in 13 Gyr. We confirm the K03 claim that cored halos allow the structures to remain uncorrupted for a Hubble time. Moreover, we find that, when including self-gravity, a galaxy core of 1.5 times the clump’s orbit is enough to preserve the integrity of the clump.

6.4.2 Simulations with BH

If UMi hosts an IMBH, the density substructure is erased not only by the orbital phase mixing and the tidal field of the galaxy but also by the gravitational interaction with the hypothetical BH. Since the destructive effects depend on the mass of the BH, we can establish an upper limit on the mass of the BH in UMi by imposing that the BH must preserve the longevity of the clump for more than 10 Gyr.

We proceeded to add a massive particle of $3 \times 10^4 M_{\odot}$ at the center of the galaxy potential, emulating a BH. Figure 6.2 shows the evolution of a self-gravitating clump with an initial size of $R_{1/2} = 50$ pc in a galaxy with $R_{\text{core}} = 510$ pc. Under the influence of the gravitational pull exerted by the clump, the BH, initially at rest, is displaced from the center of UMi. The

azimuthal orbital lag angle of the BH in the (x, y) plane is $\approx \pi/2$.

As a consequence, the clump feels a gravitational drag and loses angular momentum which is transferred to the BH. Due to the angular momentum loss, the clump starts to spiral into the center. At 2 Gyr, we can see that, in fact, the clump has smaller orbital radius than it would have in the absence of the BH (see Fig. 6.2). The BH, on the other hand, spirals outwards to larger radii until it reaches its maximum galactocentric radius. At $t = 4$ Gyr, the clump reaches the galactic center and this “exchange” of orbits starts all over again. Therefore, when looking at the BH of UMi, one should bear in mind that the BH does not necessarily settle into the center of the galaxy.

It would be interesting to perform N-body simulations including the stellar background to elucidate if the two observed off-centered regions with the highest stellar density (e.g., Palma et al. (2003)) are a consequence of the dynamical response to the BH. The minimum distance between the BH and the center of mass of the clump is ~ 100 pc in this model. Since the orbits of the clump and the BH never cross, the tidal disruption of the group of stars can be described as a secular process of stellar diffusion in phase-space. This slow relaxation process forms a stellar debris of stripped stars that move on a galactic orbit very similar to that of the clump itself.

In Fig. 6.2 we see that, under the influence of the BH, the clump is completely dissolved at 8 Gyr. In order to quantify the clump’s evolution, we calculated a map of the surface density of particles in the (x, y) plane at any given time t . We sample this two-dimensional map searching for the parcel (of 20×20 pc size) that contains the highest number of stars $\mathcal{N}_{\max}(t)$. This region is centered at the remnant of the clump.

The number of stars \mathcal{N}_{\max} as a function of time is shown in Fig. 6.3. As expected, \mathcal{N}_{\max} decreases as the simulation evolves due to the spatial dilution of the clump caused by tidal heating. Once \mathcal{N}_{\max} drops a factor 2, which occurs in ~ 6 Gyr, the tidal disruption process is accelerated and \mathcal{N}_{\max} dramatically declines at $\simeq 8$ Gyr (around the orbit 55), which can be taken as the disruption time, denoted by t_d . The disruption of the clump was confirmed by visual inspection of the simulations.

Further simulations show that even if the eccentricity of the orbit is similar to that of the isodensity contours of the surface density of UMi background stars, the disruption time is essentially the same.

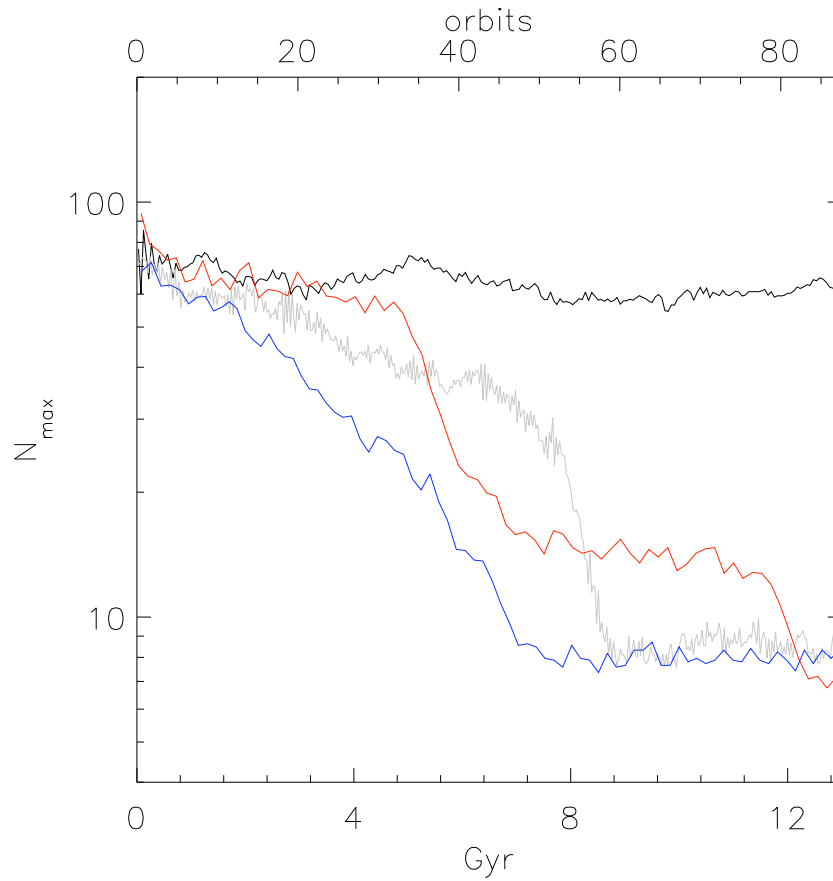


Figura 6.3 – Smoothed curves of N_{max} as a function of time for runs # 0 (black line), # 3 (grey line), # 5 (red line) and # 6 (blue line).

We carried out simulations with $R_{1/2} = 50$ pc, $R_{\text{core}} = 510$ pc and $e = 0.5$, but with different M_{BH} . We found that the substructure disintegrates in 11 Gyr for a $10^4 M_{\odot}$ BH, and in 2 Gyr for $M_{BH} = 10^5 M_{\odot}$. We also explored different combinations for R_{core} and $R_{1/2}$. A reduction of the core of the galaxy leads to a more stringent upper limit on the mass of the BH. However, one can increase the longevity of the structure if a smaller value for $R_{1/2}$ is adopted. For instance, we also find that $t_d \simeq 8$ Gyr for $R_{\text{core}} = 200$ pc, $R_{1/2} = 25$ pc and $M_{BH} = 3 \times 10^4 M_{\odot}$.

In the absence of any knowledge about the initial dynamical state of the BH, the most natural assumption is that the center of the galaxy was its presumed birth site¹. For completeness, we have also carried out simulations for an off-centered BH. A compilation of the models is given in Table 6.1. When the BH is on radial orbit, $t_d \simeq 4\text{--}9$ Gyr, for $M_{BH} = 3 \times 10^4 M_{\odot}$. Only in very special circumstances –when the BH is not on a radial orbit, the orbits are coplanar and the azimuthal lag angle is π –, the disruption of the cluster is less efficient because the separation between the clump and the BH is larger on average over the simulation.

We conclude that, if UMi’s clumpiness is a primordial artifact, then the survival of the secondary peak imposes an upper limit on the mass of the putative BH of $M_{BH} = (2 - 3) \times 10^4 M_{\odot}$, if the BH originally lurked at the center.

The extrapolation of the $M_{BH} - \sigma$ relation for elliptical galaxies (Gültekin et al., 2009) predicts $1.0 \pm_{0.9}^{5.0} \times 10^4 M_{\odot}$ BH for UMi. Therefore, our constraint is still consistent with both the extrapolated value and that inferred by Maccarone et al. (2005).

6.5 Discussion and conclusions

Our self-gravitating simulations confirm the claim of K03 that the dark halo of UMi must have a core radius of ~ 300 pc, comparable to the core radius of the underlying stellar population, in order to preserve the integrity of this clump. While the firm dynamical detection of an IMBH in any dSph galaxy is challenging because it requires observations of the velocity dispersion of stars deep into the core, we have demonstrated that the very integrity of kinematically cold substructure in dSph galaxies may impose useful limits not only on the core of the galaxy but also on the mass of putative BHs. In the case of UMi, the maximum mass of a BH

¹The BH candidate in UMi reported by Maccarone et al. (2005) is placed at about 7 pc from the center.

Tabla 6.1 – Relevant parameters and destruction times.

Run #	R_{core} pc	$R_{1/2}$ pc	BH position* at $t = 0$ [pc]	BH velocity at $t = 0$ [km s $^{-1}$]	M_{BH} M_{\odot}	t_d Gyr
0	510	50	--	--	0	> 14
1	510	50	0	0	5×10^3	> 14
2	510	50	0	0	1×10^4	11
3	510	50	0	0	3×10^4	8.3
4	510	50	0	0	1×10^5	1.7
5	200	25	0	0	3×10^4	7.8
6	510	50	(0,-50,0)	0	3×10^4	5.5
7	510	50	(0,0,-50)	0	3×10^4	8.5
8	510	50	(0,-50,0)	0	5×10^4	3.5
9	510	50	(0,0,-50)	0	5×10^4	5.0
10	510	50	(0,0,-50)	0	1×10^5	1.8

* The clump is initially at the position (200, 0, 0).

initially seated at the centre of the potential or initially on radial orbit, is $(2 - 3) \times 10^4 M_{\odot}$. When searching for direct detection of the possible IMBH in UMi (e.g., Maccarone et al. (2005)), one should keep in mind that the BH may be offset from the galactic center because of the gravitational pull exerted by the clump.

As pointed out by the referee, the contour map of the surface brightness of the nucleus of M31 also has a bright off-center source (Fig. 2 of Lauer et al. 1993), which was interpreted not as a separate stellar system but as the apoapsis region of an eccentric stellar disk orbiting a central massive BH (Tremaine, 1995; Lauer et al., 1996). The timing problem of the clump may be circumvented if one assumes that the secondary peak of UMi is the part of a ring close to apoapsis. Since the stars forming the secondary peak in UMi have a mean velocity equal to the systemic velocity of UMi, the ring should lie close to the plane of the sky and should be very eccentric.

A serious difficulty with this scenario is that the apsides of the orbits need to be extremely aligned. Our simulations have shown that this alignment is not possible if the ring is the tidal debris of a stellar cluster. We do not know a satisfactory mechanism to explain the formation of a very eccentric stellar ring at scales of a galaxy with the required apsidal alignment.

Initial conditions and N -body simulations

7

Halos achatados

Hasta ahora, en todas las simulaciones que se han presentado en este trabajo (incluyendo las simulaciones del capítulo 6) se ha utilizado un halo oscuro esférico con un perfil de densidad de masa tipo núcleo. En esta parte de la tesis, exploramos otra distribución de densidad para un halo esférico, el llamado perfil *NFW*, (Navarro et al., 1997).

Para entender las diferentes propiedades observadas de los halos de materia oscura en cúmulos de galaxias es importante tener una aproximación más realista que la esférica (Jing & Suto, 2002). Modelar halos no-esféricos analíticamente es casi imposible, por lo que son esenciales las aproximaciones numéricas.

En esta tesis se exploraron perfiles de densidad de halos de materia oscura no esféricos utilizando una densidad similar a la densidad dada por la ecuación

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{(1 + [r/R_{core}]^2)^{1/2}}, \quad (7.1)$$

y también utilizando una distribución de densidad esférica tipo *NFW* (Navarro et al., 1997).

La estructura tridimensional de los halos de materia oscura que albergan galaxias, grupos de galaxias, y cúmulos de galaxias, puede proveer información acerca de la formación y evolución galáctica (Bailin & Steinmetz, 2005). Los halos que se forman en las simulaciones cosmológicas son generalmente no esféricos, y pueden tener forma elipsoidal. Existen varios estudios de las

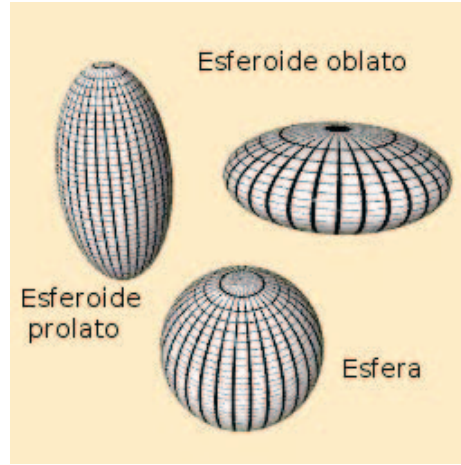


Figura 7.1 – Esferoides.

formas de los halos en simulaciones de N -cuerpos basados en el paradigma estándar de materia oscura fría (Frenk et al., 1988; Dubinski & Carlberg, 1991; Warren et al., 1992; Cole & Lacey, 1996). En estos estudios se ha encontrado que los halos de materia oscura son normalmente triaxiales, con preferencia presentan achatamiento prolato a pequeños radios, y oblatado a radios grandes.

Recordemos que un elipsoide triaxial es una superficie cuadrática cuya ecuación en coordenadas cartesianas está dada por

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 . \quad (7.2)$$

Si dos de las cantidades a , b o c de un elipsoide son iguales, la figura es llamada esferoide. Supongamos que tenemos un esferoide definido por la ecuación

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 , \quad (7.3)$$

entonces, si el eje de simetría c es menor que a , el esferoide es achatado (esferoide oblatado), y si el eje de simetría c es mayor que a , el esferoide es alargado (esferoide prolato). En el caso en el que $a = b = c$ tenemos una esfera (ver la figura 7.1).

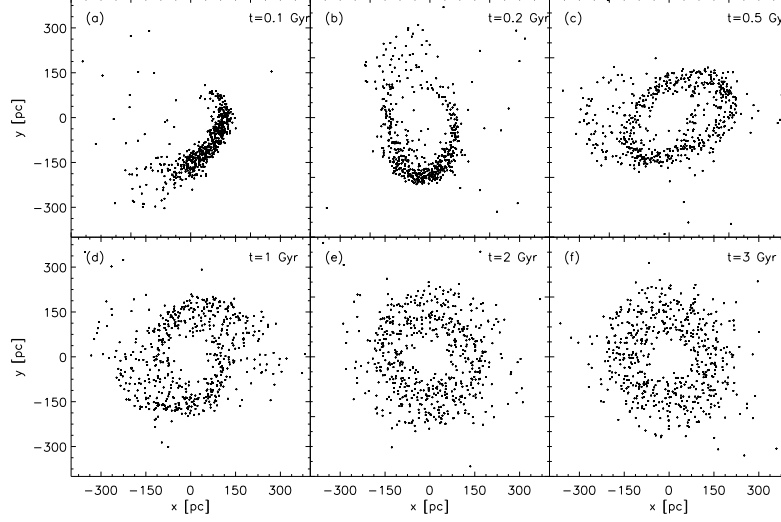


Figura 7.2 – Simulación de un halo tipo NFW Tomando los valores para UMi de la tabla 7.1, para un cúmulo con una masa $M_c = 2 \times 10^4 M_\odot$ y radio de la mitad de la masa de $r_{1/2} = 50$ pc para tiempos de integración de $t = 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2$ y 3 Gyr.

7.1 Halo tipo NFW esférico

Se exploró otro tipo de densidad para el halo de materia oscura, siguiendo el trabajo de Peñarrubia et al. (2009), donde se supone que las galaxias esferoidales enanas se encuentran sumergidas en un halo de materia oscura con un perfil de densidad tipo NFW (Navarro et al., 1997).

$$\rho_{NFW} = \frac{\rho_0}{(r/r_s)(1 + (r/r_s))^2}, \quad (7.4)$$

donde

$$\rho_0 = \frac{V_{max}^2 r_{max}}{4\pi G r_s^3 [\ln(1 + r_{max}/r_s) - r_{max}/r_s / (1 + r_{max}/r_s)]}. \quad (7.5)$$

En la ecuación anterior r_s es el radio de escala y $V_{max} \equiv V_c(r_{max})$ es la velocidad circular máxima. Para halos tipo NFW, $r_{max} \approx 2.17r_s$.

Peñarrubia et al. (2009), realizaron simulaciones de N cuerpos, de la destrucción de cúmulos globulares en galaxias enanas esferoidales como Fornax y Sagitario, los cuales se encuentran sumergidos en halos de materia oscura tipo NFW triaxiales.

Tabla 7.1 – Parámetros del perfil NFW de galaxias enanas esferoidales
(Peñarrubia et al., 2009)

Galaxia	r_{max} kpc	V_{max} km s ⁻¹
Sagitario	2.6	13.8
Fornax	4.1	20.6
Ursa Minor	5.5	29

Ellos encontraron que cúmulos globulares con una masa $M_{CG} \geq 10^5 M_{\odot}$, sobreviven a la destrucción por marea en cualquier galaxia enana en la Vía Láctea. Cúmulos globulares con $M_{CG} \leq 10^5 M_{\odot}$, son totalmente destruidos si sus órbitas los hacen estar cerca del centro de la galaxia, lo que introduce una gran dependencia entre el tiempo de supervivencia del cúmulo, y el tipo de órbita que tenga.

Utilizamos el programa que describimos en la sección 7.2 para calcular el potencial de fondo, para una distribución de densidad descrita por 7.4, para el caso de un halo esférico.

La simulación para un cúmulo con masa $M_c = 2 \times 10^4 M_{\odot}$ (con una distribución de esfera de Plummer) y un radio de la mitad de la masa $r_{1/2} = 50$ pc, con un perfil de densidad para el halo oscuro tipo NFW, se muestra en la figura 7.2. Se puede ver que para un tiempo de ~ 1 Gyr, el cúmulo se encuentra totalmente destruido.

La destrucción del cúmulo a un tiempo ~ 1 Gyr, es un resultado esperado, ya que un perfil tipo NFW, es de tipo cúspide y, de hecho, Kleyna et al. (2003) concluye (y se comprobó en esta tesis mediante el código *Varone* en el capítulo 2.2.4) que la supervivencia de un cúmulo de este tipo, como la subestructura en UMi, no es compatible con un perfil cúspide, ya que éste se destruye en el primer Gyr, como se muestra en la figura 7.2. Además, los resultados están en acuerdo con Peñarrubia et al. (2009).

7.2 Halo numérico

En las simulaciones anteriores, se tomó en cuenta un potencial de materia oscura de fondo (sección 2.2.2). La fuerza que siente cada partícula se divide en dos: la fuerza que siente debido a las $N - 1$ partículas restantes en la simulación, y la fuerza debido al potencial de fondo (o externo) del halo oscuro.

Para realizar simulaciones con halos no esféricos, se construyó un programa que calcula la fuerza que ejerce un potencial externo, sobre cada celda en una malla.

Supongamos que tenemos un potencial debido a una distribución de masa tipo 7.1, entonces definamos $r_{achatado}^2$ como

$$r_{achatado}^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}, \quad (7.6)$$

con $a > b > c$, y donde (x, y, z) son las coordenadas espaciales de la partícula. La densidad estará dada como

$$\rho(R) = \frac{\rho_0}{R^2}, \quad (7.7)$$

donde

$$R^2 = [1 + (r_{achatado}^2/R_{core}^2)]^{1/2}. \quad (7.8)$$

Para el caso en el que $a = b = c = 1$ la ecuación 7.7 se convierte en la ecuación 7.1.

La masa m de la celda (i, j, k) estará dada por

$$m(i, j, k) = \rho(i, j, k) vol, \quad (7.9)$$

donde vol es el volumen de la celda. Entonces asignamos esta masa a cada celda de la malla y las tratamos como “partículas”, calculando la aceleración que siente cada celda por interactuar con las $N - 1$ celdas restantes en la malla. Sea R_{pn} la distancia entre la celda p con coordenadas (i, j, k) en la malla, y cada una de las demás $N - 1$ celdas. Entonces, para calcular la aceleración sobre esta celda p sumamos las contribuciones a la fuerza debido a las demás $N - 1$ celdas,

$$\bar{A}_p(i, j, k) = \sum_{n \neq p}^{N-1} \frac{Gm_n}{R_{pn}^2} \hat{r}_{pn} \quad (7.10)$$

donde $\bar{A}_p(i, j, k)$ es la aceleración total que siente la celda p debido a todas las demás celdas, y \hat{r}_{pn} es el vector unitario en la dirección de la fuerza. Con esto obtenemos la aceleración que sentirá una partícula en el potencial de materia oscura descrito por la ecuación 7.1 (o cualquier distribución de densidad del halo oscuro).

Los valores de la fuerza gravitacional creada por el halo de materia oscura en cada celda, se escriben en un archivo que leerá el código *Varone*. Algunas cantidades que el código ocupa son:

$$\begin{aligned}
 NX &\rightarrow \text{puntos en la malla en el eje } x , \\
 NY &\rightarrow \text{puntos en la malla en el eje } y , \\
 NZ &\rightarrow \text{puntos en la malla en el eje } z ,
 \end{aligned}
 \tag{7.11}$$

$$\begin{aligned}
 Xmax &\rightarrow \text{distancia física del dominio en el eje } x , \\
 Ymax &\rightarrow \text{distancia física del dominio en el eje } y , \\
 Zmax &\rightarrow \text{distancia física del dominio en el eje } z ,
 \end{aligned}
 \tag{7.12}$$

el tamaño de cada celda computacional es:

$$\begin{aligned}
 Dx &= Xmax/NX , \\
 Dy &= Ymax/NY , \\
 Dz &= Zmax/NZ .
 \end{aligned}
 \tag{7.13}$$

Claramente podemos ver que el volumen (*vol*) en la ecuación 7.9 está dado por $vol = Dx Dy Dz$, correspondiendo al volumen de cada celda.

Ahora, para saber qué celda (con el origen en el centro de la malla) le corresponde a una partícula con coordenadas (x, y, z) calculamos

$$\begin{aligned}
 i &= \left[NX + \frac{(x - \frac{1}{2}Xmax)}{Dx} \right] , \\
 j &= \left[NY + \frac{(y - \frac{1}{2}Ymax)}{Dy} \right] , \\
 k &= \left[NZ + \frac{(z - \frac{1}{2}Zmax)}{Dz} \right] ,
 \end{aligned}
 \tag{7.14}$$

donde [...]="parte entera", y también calculamos

$$\begin{aligned}
 XX &= NX + \frac{(x - \frac{1}{2}Xmax)}{Dx} , \\
 YY &= NY + \frac{(y - \frac{1}{2}Ymax)}{Dy} , \\
 ZZ &= NZ + \frac{(z - \frac{1}{2}Zmax)}{Dz} .
 \end{aligned}
 \tag{7.15}$$

Sea $A(IC, i, j, k)$ la aceleración gravitacional de la celda con coordenadas (i, j, k) en la dirección IC ($IC = x, y, z$), entonces hacemos una interpolación utilizando las celdas vecinas. Definamos primero los índices

$$\begin{aligned} IP &= i + 1, \\ JP &= j + 1, \\ KP &= k + 1, \end{aligned} \tag{7.16}$$

y redefinimos

$$\begin{aligned} XX &= XX - i, \\ YY &= YY - j, \\ ZZ &= ZZ - k. \end{aligned} \tag{7.17}$$

Utilizando la ecuación 7.14 transformamos las coordenadas de una partícula (x, y, z) a (i, j, k) , e interpolamos el valor de la aceleración para la partícula con coordenadas (i, j, k)

$$\begin{aligned} A_{inter}(IC, i, j, k) &= A(IC, i, j, k)(1 - XX)(1 - YY)(1 - ZZ) \\ &+ A(IC, IP, j, k)(XX)(1 - YY)(1 - ZZ) \\ &+ A(IC, i, JP, k)(1 - XX)(YY)(1 - ZZ) \\ &+ A(IC, IP, JP, k)(XX)(YY)(1 - ZZ) \\ &+ A(IC, i, j, KP)(1 - XX)(1 - YY)(ZZ) \\ &+ A(IC, IP, j, KP)(XX)(1 - YY)(ZZ) \\ &+ A(IC, i, JP, KP)(1 - XX)(YY)(ZZ) \\ &+ A(IC, IP, JP, KP)(XX)(YY)(ZZ) \end{aligned} \tag{7.18}$$

Entonces, $A_{inter}(IC, i, j, k)$ será la aceleración gravitacional debido al potencial del halo oscuro, para una partícula con coordenadas (x, y, z) en la simulación.

En la siguiente sección presentaremos los resultados obtenidos al utilizar un halo esférico con el formalismo numérico que hemos descrito en esta sección.

Otra posible manera de simular un halo de materia oscura es suponer que el halo está compuesto de partículas. A este tipo de halos se les conoce como halos vivos. En esta tesis no se realizaron simulaciones de halos vivos, pero queda como trabajo futuro.

La diferencia entre utilizar un halo rígido y un halo vivo, por ejemplo para el caso analizado en el capítulo 6 (recordemos que este caso supone un cúmulo estelar con masa $M_c = 2 \times 10^4 M_\odot$ sumergido en un halo oscuro rígido, y un hoyo negro con una masa $\approx 3 \times 10^4 M_\odot$), resultaría en la destrucción del cúmulo en un tiempo anterior que en el caso en el que el cúmulo se encuentre sumergido en un potencial exterior fijo. Si el halo oscuro de la galaxia enana se encontrara constituido por partículas, habría fricción dinámica del cúmulo y del hoyo negro, con las partículas del halo. Las partículas del halo formarían una estela de materia oscura que seguirían al cúmulo y al hoyo negro, provocando que la distancia media entre el cúmulo y el hoyo negro fuera menor que cuando no hay fricción dinámica, y el cúmulo se disolvería en un tiempo menor que al utilizar un potencial de materia oscura exterior fijo.

Sería interesante realizar simulaciones para cuantificar el efecto de un halo vivo para el caso que hemos propuesto en esta tesis.

7.3 Halo esférico: Caso analítico Vs caso numérico

Utilizando el programa descrito en la sección 7.2, construimos un halo esférico con el perfil de densidad de masa antes utilizado (ecuación 7.1). Este tipo de densidad se puede utilizar para modelar el halo de la galaxia enana UMi.

Para este tipo de distribución, se puede encontrar la fuerza de marea analítica como se hizo en las simulaciones presentadas en el capítulo 6. Compararemos las simulaciones realizadas con el potencial analítico, con las simulaciones realizadas con el potencial numérico, para un halo esférico ($a = b = c = 1$).

Se realizaron dos simulaciones (una para el caso analítico y otra para el caso numérico) para un cúmulo con una distribución de densidad de esfera de Plummer, con un radio de la mitad de la masa $r_{1/2} = 50$ pc. Se tomó el potencial de un halo esférico con núcleo, descrito por la ecuación 7.1, donde $R_{core} = 510$ pc. Las figuras 7.3 y 7.4 muestran la evolución temporal de ambos casos, halo numérico (panel inferior) y halo analítico (panel superior), para tiempos de integración $t = 2, 4, 6$ y $t = 8, 10$ y 12 Gyr, respectivamente. En ambos casos el cúmulo sobrevive hasta un tiempo de

7.3 Halo esférico:
Caso analítico Vs caso numérico

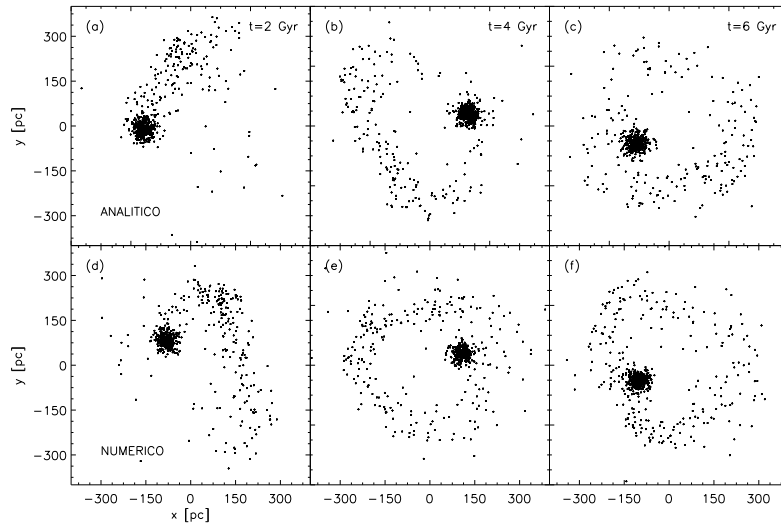


Figura 7.3 – Evolución temporal de un halo esférico analítico (panel superior) y numérico (panel inferior) descrito por la ecuación de halo oscuro tipo núcleo 7.1 a tiempos $t = 2, 4$ y 6 Gyr.

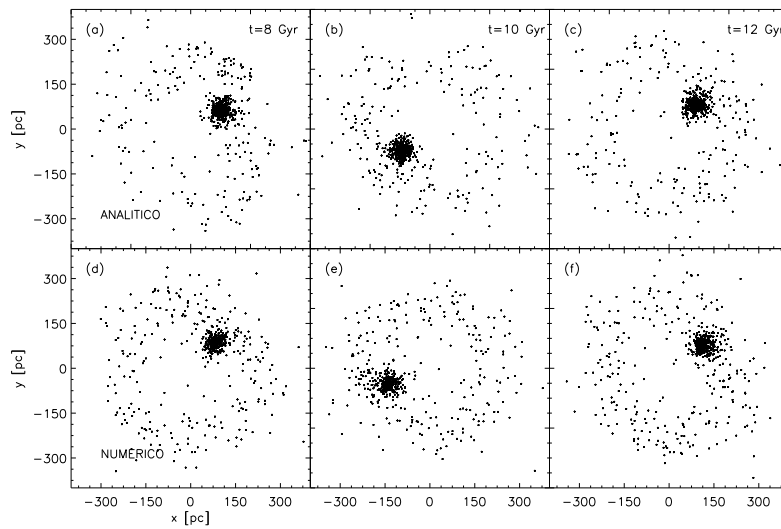


Figura 7.4 – Evolución temporal de un halo esférico analítico (panel superior) y numérico (panel inferior) descrito por la ecuación 7.1 a tiempos $t = 8, 10$ y 12 Gyr.

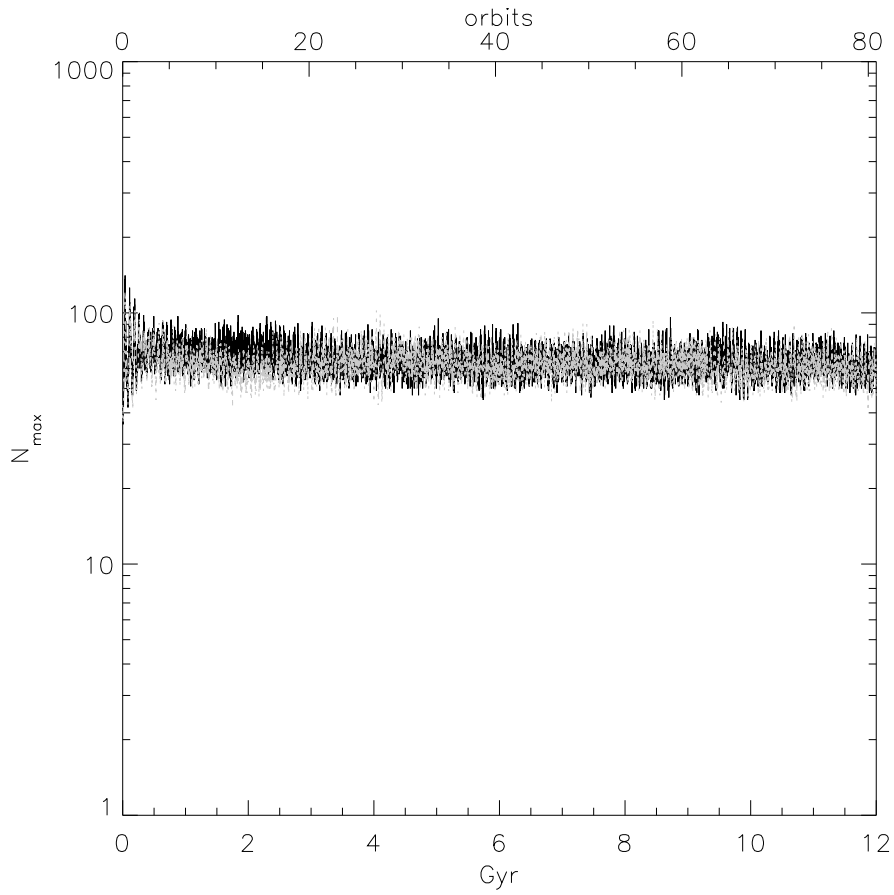


Figura 7.5 – Máximo número de partículas en una parcela de 20×20 pc, para el caso de un halo esférico descrito por 7.1, para la simulación con halo analítico (negro) y para el halo numérico (gris).

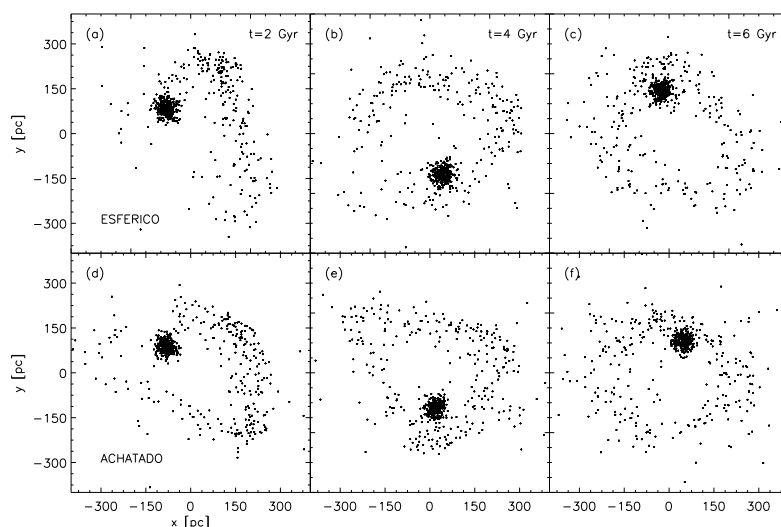


Figura 7.6 – Evolución de un halo triaxial, $t=2$, 4 y 6 Gyr para una distribución tipo núcleo, descrita por la ecuación 7.7 con valores $a=1$, $b=0.83$ y $c=0.50$, para un radio del núcleo de la galaxia de $R_c = 510$ pc y una masa $M_c = 2 \times 10^4 M_\odot$. El radio de la mitad de la masa es $r_{1/2} = 50$ pc para el cúmulo.

12 Gyr sin ser destruido. Más aún, los resultados son prácticamente iguales a lo largo de la simulación, lo que nos indica que el cálculo numérico de halo está siendo resuelto correctamente.

La figura 7.5 muestra el máximo número de partículas a cada tiempo, en una caja de 20×20 pc para ambos casos. En negro se muestra la simulación con un halo resuelto de manera analítica, y en gris, el halo resuelto de manera numérica. Se puede ver claramente que, en ambos casos, el máximo número de partículas, se mantiene constante hasta un tiempo $t = 12$ Gyr y, por lo tanto, el cúmulo sobrevive, como se esperaba.

Podemos concluir que el método numérico para obtener la fuerza (sección 7.2) reproduce los cálculos analíticos. Con esto podemos asegurar que también podemos resolver la evolución en un halo triaxial.

7.4 Halo triaxial tipo núcleo

El siguiente paso, después de comprobar que los resultados analíticos se pueden reproducir, para un halo esférico, es calcular la fuerza externa

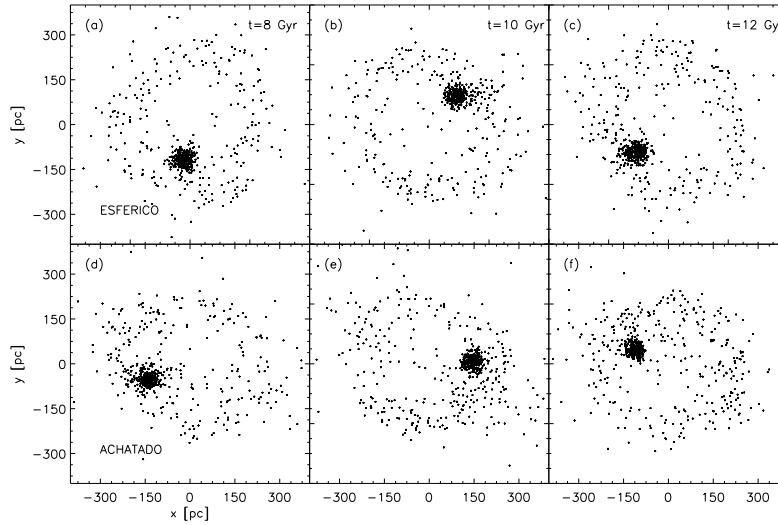


Figura 7.7 – Evolución de un halo triaxial, $t=8, 10$ y 12 Gyr para una distribución tipo núcleo, descrita por la ecuación 7.7 con valores $a=1, b=0.83$ y $c=0.50$, para un radio del núcleo de la galaxia de $R_{core} = 510$ pc y una masa $M_c = 2 \times 10^4 M_\odot$. El radio de la mitad de la masa de $r_{1/2} = 50$ pc para el cúmulo.

debida al potencial de un halo triaxial.

Tomamos la misma distribución de densidad 7.7-7.8, y seguimos el mismo procedimiento descrito en la sección 7.2, pero ahora tomando los valores $a = 1, b = 0.83$ y $c = 0.50$. Se tomó el radio de la mitad de la masa del cúmulo $r_{1/2} = 50$ pc, la masa del cúmulo $M_c = 2 \times 10^4 M_\odot$, y un núcleo del halo oscuro $R_{core} = 510$ pc. La evolución de la simulación se presenta en los paneles inferiores de las figuras 7.6 (para tiempos de $t = 2, 4$ y 6 Gyr) y 7.7 (para tiempos de $t = 8, 10$ y 12 Gyr). Para estas simulaciones la órbita del cúmulo se encuentra en el plano x - y , y el cúmulo parte de una posición $(200, 0, 0)$. Podemos comparar esta simulación con el caso esférico (panel superior de las figuras 7.6 y 7.7). La figura 7.8 muestra el máximo número de partículas como función del tiempo. En negro tenemos la simulación que calcula el potencial gravitacional de manera analítica, y en gris tenemos la misma simulación pero calculada numéricamente.

Para observar el máximo efecto sobre el cúmulo en el halo triaxial, se puso el cúmulo en una órbita inclinada 45° sobre el plano x - y . Los parámetros utilizados para esta simulación se fijaron en coordenadas esféricas:

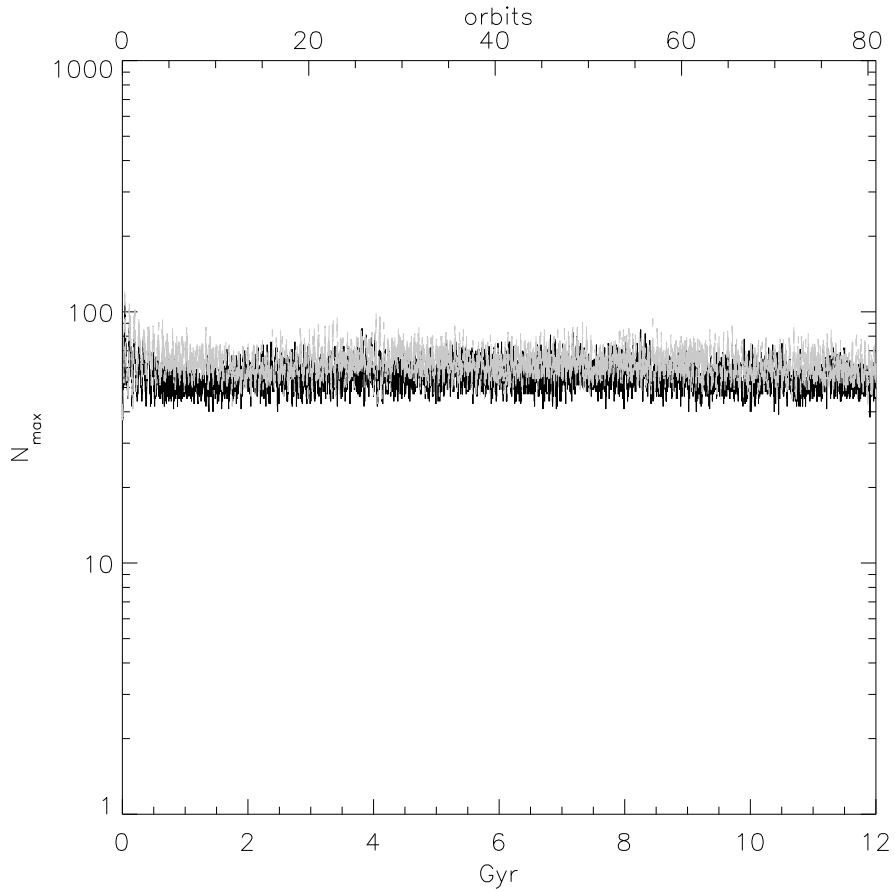


Figura 7.8 – Máximo número de partículas para un halo esférico y triaxial para un radio del núcleo de la galaxia de $R_c = 510$ pc y una masa $M_c = 2 \times 10^4 M_\odot$. El radio de la mitad de la masa de $r_{1/2} = 50$ pc para el cúmulo. La simulación para el caso esférico se encuentra en color negro, mientras la simulación para el caso triaxial se encuentra en color gris.

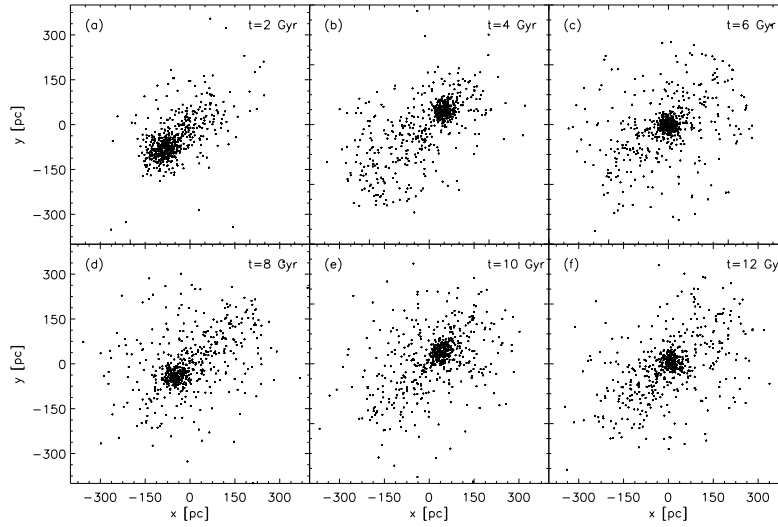


Figura 7.9 – Simulación de un halo triaxial para un cúmulo con una masa $M_c = 2 \times 10^4 M_\odot$ y radio de la mitad de la masa de $r_{1/2} = 50$ pc para tiempos de integración de $t = 2, 4, 6, 8, 10$ y 12 Gyr.

$$\begin{aligned}
 r &= 200 \text{ pc}, \\
 \theta &= 45^\circ \\
 \phi &= 45^\circ
 \end{aligned}
 \tag{7.19}$$

lo que equivale en coordenadas cartesianas a

$$\begin{aligned}
 x &= 100 \text{ pc}, \\
 y &= 100 \text{ pc}, \\
 z &= 141.421 \text{ pc}.
 \end{aligned}
 \tag{7.20}$$

Se realizó una simulación con un halo esférico y una con un halo achatado ($a = 1$, $b = 0.83$ y $c = 0.50$), los resultados se muestran en la figura 7.9. Podemos ver que para este caso, el halo achatado no causa ningún efecto en el cúmulo, y éste persiste sin ser destruido hasta un tiempo $t = 12$ Gyr.

Parte III
Formación Estelar

8

Formación estelar

En este capítulo se darán las ideas básicas sobre la formación estelar, y se describirá la formación estelar en las puntas de las llamadas *trompas de elefante*.

Las zonas exteriores de regiones HII contienen nubes neutras en forma de “clumps” o de estructuras alargadas. Estas estructuras alargadas usualmente apuntan como dedos hacia estrellas calientes, localizadas en el centro de la nebulosa primaria (Gahm et al., 2006). Estas estructuras son llamadas *trompas de elefante* por su morfología como se muestra en la figura 8.1.

Los flujos proto-estelares son indicadores de formación estelar y se denominan objetos Herbig-Haro (HH). Recientemente se ha encontrado una nueva categoría de estos objetos HH, los cuales se encuentran dentro de regiones HII, o cerca de estrellas tipo B o A. Bally & Reipurth (2003) reportaron el descubrimiento de objetos HH en la nube molecular asociada con la nebulosa del Pelícano (IC-5070). Entre estos objetos se incluye un chorro bipolar, HH 555 (figura 8.2), que emerge de la punta de una larga trompa de elefante. Estos flujos dan evidencia directa de que existe formación estelar en esta región.

En la parte sur de la nebulosa de Carina se encuentra el objeto HH 666 (llamado “el eje del mal”, Smith et al. 2004) el cual también emerge de una trompa de elefante, y está orientado aproximadamente perpendicular a la dirección hacia la estrella fotoionizante central.



Figura 8.1 – Tompas de elefante En el lado derecho se muestra una trompa de elefante, en cuya punta se encuentra un objeto HH orientado aproximadamente perpendicular a la dirección a la fuente fotoionizante, en la nebulosa Carina (Smith & Bally, Universidad de Colorado).

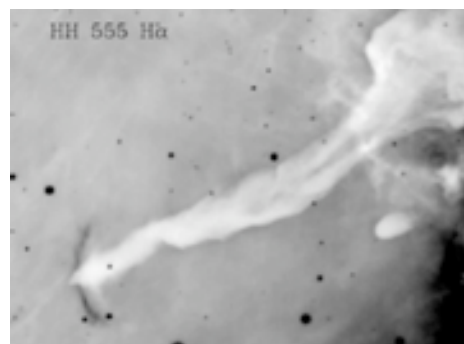


Figura 8.2 – HH 555 Imagen del flujo HH 555 in H_{α} , Bally & Reipurth (2003).

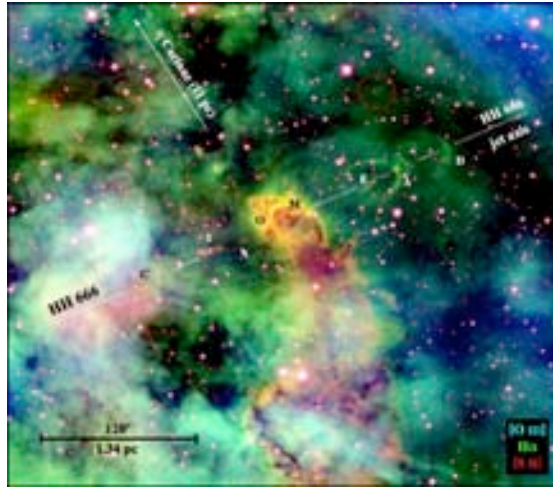


Figura 8.3 – HH 666 Imagen óptica del medio ambiente de HH 666. Se muestra la emisión de [OIII] en azul, la emisión de H_{α} en verde, y la emisión de [SII] en rojo, Smith et al. (2004).

8.1 Etapas de la formación estelar

La formación estelar constituye uno de los problemas básicos en la astrofísica. Las nubes moleculares son los sitios activos de formación estelar en nuestra galaxia. Una parte substancial de emisión de CO, y casi toda la masa total molecular se encuentra contenida en nubes moleculares gigantes con masas entre $10^5 - 3 \times 10^6 M_{\odot}$ y tamaños de varios pc (Solomon et al., 1979).

Existen diferentes fases en la formación estelar en nubes moleculares (Shu et al., 1987). La primera fase consta de la formación de núcleos de la nube que rotan lentamente (figura 8.4). Mientras el proceso de la formación del núcleo ocurre lentamente, los núcleos se acercarán a estados centralmente concentrados que se parecerán a una esfera singular isoterma. Sin embargo, estos estados finales no pueden ser alcanzados ya que son inestables.

La segunda fase comienza cuando el núcleo condensado de la nube, sobrepasa el límite de la inestabilidad dinámica y colapsa de *adentro hacia afuera* (inside-out) (figura 8.5). Esta fase en la evolución estelar se caracteriza por una protoestrella central y un disco, sumergidos en una envoltura de gas y polvo. El material que cae pasa a través de un choque de acreción mientras cae hacia la estrella central y el disco, el cual, junto con la acreción del disco, producen la contribución principal a la luminosidad de

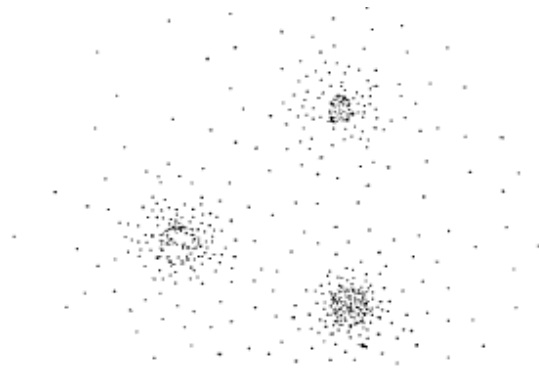


Figura 8.4 – Formación de núcleos en una nube molecular Los núcleos en las nubes moleculares se van formando cuando el soporte turbulento y magnético se pierde debido a difusión ambipolar. Imagen tomada de Shu et al. (1987).

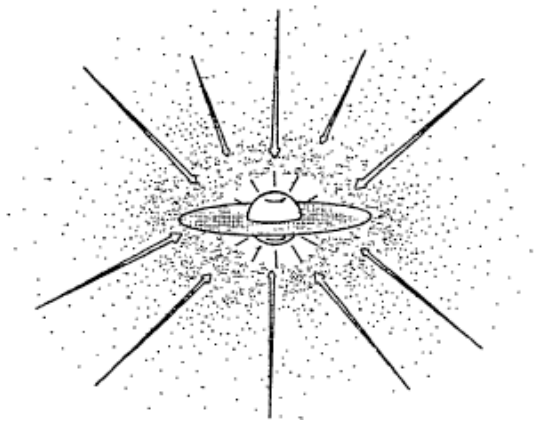


Figura 8.5 – La protoestrella con un disco se forma en el centro de los núcleos que colapsan de la nube de adentro hacia afuera. Imagen tomada de Shu et al. (1987).

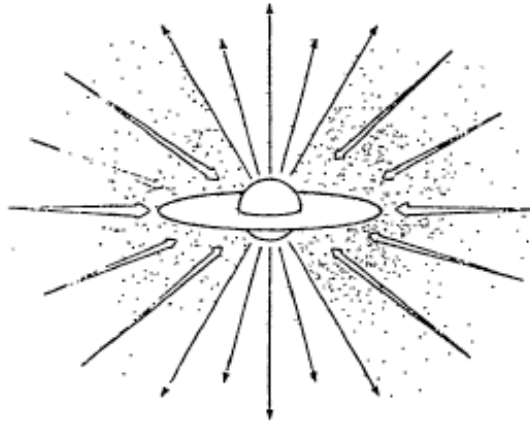


Figura 8.6 – *Flujos bipolares en una protoestrella* El viento estelar se escapa a lo largo del eje de rotación del sistema, creando un flujo bipolar. Imagen tomada de Shu et al. (1987).

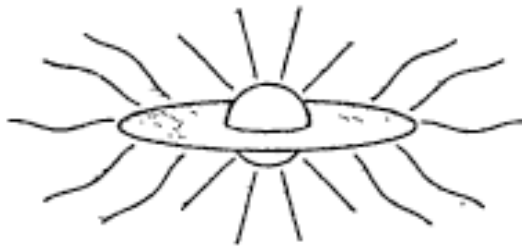


Figura 8.7 – *Estrella tipo T-Tauri* La caída de material termina, dando paso a una nueva estrella con un disco circunestelar. Imagen tomada de Shu et al. (1987).

las protoestrellas de baja masa.

A medida que una protoestrella va acretaando material, el deuterio eventualmente se encenderá en las regiones centrales y esto llevará a la protoestrella a ser casi totalmente convectiva si la masa es $< 2 M_{\odot}$. Si la convección y la rotación diferencial en la estrella se combinan para formar un dínamo, la estrella evolucionará de manera natural a un estado con viento estelar. El viento estelar se precipita a través de los canales de mínima resistencia (los polos de rotación) lo que da como resultado chorros colimados y flujos bipolares. Es entonces cuando la estrella entra en la siguiente fase de evolución, la fase de flujo bipolar (figura 8.6). Estos flujos bipolares dan origen a los llamados objetos HH.

Mientras el tiempo transcurre, va cayendo más material rotante, preferentemente hacia el disco y no directamente en la estrella. Eventualmente el ángulo de apertura del viento se irá ensanchando hasta barrer el material alrededor, y la estrella entrará a la siguiente fase. Para un YSO (young stellar object) de baja masa, esta fase corresponde a la de estrella tipo T-tauri, la cual tendrá un remanente de disco nebular (figura 8.7).

Se puede considerar una última fase en la evolución estelar, cuando el disco estelar desaparece, cuando el material forma planetas, compañeras estelares, o simplemente es dispersado por el flujo energético.

8.2 Formación estelar y trompas de elefante

Como ya se mencionó, las trompas de elefante son nubes oscuras y alargadas, que se encuentran en nubes moleculares y regiones HII, donde el gas es excitado por una o más estrellas masivas jóvenes (Carlqvist et al., 2003). En general, estas tropas se encuentran apuntando como dedos hacia las estrellas fotoionizantes.

La radiación del continuo de Lyman de un cúmulo de estrellas OB, genera un frente de ionización (I) en los alrededores de material neutro de la nube progenitora. Si este frente de ionización I se propaga subsónicamente (respecto de la velocidad del sonido en el material fotoionizado), debe ser precedido por un frente de choque S . Elmegreen & Lada (1977) investigaron la estabilidad gravitacional de la capa de alta densidad de gas neutro que se acumula entre los frentes I y S , para determinar si se puede disparar la formación estelar en esta zona.

Los resultados de Elmegreen & Lada (1977) muestran que una capa neutra chocada, será gravitacionalmente inestable, para frentes $I - S$ propagándose en una nube molecular de densidad $\gtrsim 10^3 \text{ cm}^{-3}$.

Las estrellas que pudieran formarse mientras la capa se colapsa, probablemente serán más masivas que las estrellas que se forman en la zona no-chocada de la nube molecular. Esto viene de la dependencia con la temperatura de la función de masa protoestelar (Silk 1976).

La formación de estrellas masivas OB, puede ocurrir en brotes secuenciales durante la vida de la nube molecular progenitora. El nacimiento de estrellas de baja masa (e.i. estrellas T-Tauri) puede suceder en las regiones chocadas, y con una frecuencia mucho mayor que las estrellas mas masivas.

En el siguiente capítulo (9) se mostrarán simulaciones hidrodinámicas de la formación de grumos en las puntas de trompas de elefante, y se verá que los momentos angulares de estos grumos se encuentran preferentemente alineados en la dirección perpendicular a la radiación de la estrella central.

9

The angular momentum of condensations within elephant trunks

Lora, V., Raga, A. C. & Esquivel, A. 2009, A&A, 503, 477

Este artículo fue publicado en la revista *Astronomy & Astrophysics* en Junio de 2009. En este artículo se realizaron simulaciones hidrodinámicas utilizando un código Euleriano. Esta versión del código que fue utilizado contiene una subrutina, la cual, por medio del método SOR (Successive Over Relaxation), calcula la autogravedad del gas (este método se encuentra descrito en detalle en el capítulo 3). Se realizaron simulaciones con y sin autogravedad de la nube neutra, y encontramos que una subestructura densa en el centro de la nube se produce, mientras que en el caso sin autogravedad esta estructura se encuentra ausente.

La radiación de las estrellas jóvenes fotoevaporan su nube molecular padre, dando paso a la formación de grumos densos, que eventualmente formarán estrellas. Al ser la nube padre fotoevaporada, se forman estructuras alargadas (trompas de elefante). En la punta de estas trompas se han encontrado objetos HH, los cuales son indicadores de que se está llevando a cabo formación estelar de baja masa. Como ejemplo, Bally & Reipurth

(2003) encontraron un objeto HH (HH 555) en la punta de una trompa de elefante (figura 8.2). Se puede ver en este caso que estos flujos se encuentran orientados perpendicularmente a la dirección de radiación de la estrella que fotoevapora la nube.

Realizamos simulaciones hidrodinámicas de una nube neutra, que está siendo fotoevaporada por una estrella tipo OB. Se buscaron a lo largo de la simulación grumos densos que podrían, eventualmente, formar estrellas. Se calcularon los momentos angulares de los grumos más masivos, encontrando que existe una dirección preferencial para los momentos angulares de estos grumos, la cual tiende a ser perpendicular a la dirección de la radiación ionizante incidente, lo que explica la morfología de los objetos HH como HH 555, HH 666 (en la parte sur de la nebulosa de Carina, Smith et al. 2004) y HH 333 (Rosado et al. 1999, Yusef-Zadeh et al. 2005).

9.1 Abstract

The radiation from newly born stars photoevaporates their parental neutral cloud, leading to the formation of dense clumps that will eventually form stars. We present 3D simulations of the interaction of a neutral cloud with an external ionising radiation field, and compute the angular momenta of these collapsing clumps. The angular momenta of these collapsing clumps show that they have preferential orient mostly perpendicular to the direction of the incident ionising photon field. Therefore, the axes of the jet systems that will be eventually ejected (from the *star + accretion disk* systems that will form) will be oriented approximately perpendicular to the direction to the photoionising source.

9.2 Introduction

The radiation from newly born stars photoionises and erodes the parental cloud, producing structures such as the so-called elephant trunks. At the head of an elephant trunk, the interaction of the shock (driven by the photoevaporation process) with previously existing density perturbations leads to the formation of dense clumps. Some of these clumps might have enough mass to be self-gravitating, and will eventually form young stars that eject bipolar outflows. We describe observed examples of this kind of configuration.

Bally & Reipurth (2003) discovered HH objects in the molecular cloud associated with the Pelican Nebula, including HH 555. This outflow emerges from the tip of a long elephant trunk, providing direct evidence of ongoing

star formation in this region. The outflow axis of HH 555 is approximately perpendicular to the elephant trunk, which is aligned with the direction to the photoionising source.

Another example of this kind of configuration is the HH 666 outflow in the Carina nebula. HH 666 also emerges from close to the tip of an elephant trunk, and its axis is almost perpendicular to the direction towards η Carinae (Smith et al., 2004). An HST image of this region (Bally et al., 2007), shows a second jet emerging from a nearby elephant trunk, with a direction almost parallel to the HH 666 outflow.

A final example is provided by HH 333. This jet emerges from the tip of an elephant trunk within the complex Trifid nebula (M20). It is a single-sided jet with measured radial velocities (Rosado et al., 1999) and proper motions (Yusef-Zadeh et al., 2005) that indicate it has the kinematical properties of a standard HH jet. Again HH 333 has an outflow direction approximately perpendicular to the direction to the ionising source.

Reach et al. (2009) presented observations of the elephant trunk of globule IC 1396A. They detected outflow activity from a number of young stars in the region. However, it is impossible to determine the outflow axes from these observations.

Even though the number of four outflows (two in the HH 666 region, see above) observed to be emerging from tips of elephant trunks is quite small, the alignment approximately perpendicular to the direction to the ionising photon source might be indicative of a systematic alignment. This alignment implies that the angular momenta of the low mass star+disk systems producing outflows from stellar sources in the tip of elephant trunks are more or less perpendicular to the direction of the ionising photon field (produced by the massive stars giving rise to the photoionised nebulae and elephant trunk structures). These angular momenta presumably preserve the direction of the rotation axes of the dense clumps that collapsed to form the outflow sources.

In the present paper, we explore the interaction between an ionising photon field and an environment with density perturbations. This interaction produces elongated structures reminiscent of elephant trunks, with dense, embedded clumps. In particular, we focus on whether or not these dense clumps have angular momenta preferentially oriented perpendicular to the direction towards the photoionising source.

Mellema et al. (2006) carried out 3D, radiation gasdynamic simulations of an H II region expanding in an ISM with power-law density perturbations. They find that this configuration naturally leads to the formation of dense, radially elongated structures, which resemble elephant trunks. Also, Gahm et al. (2006) study the role of magnetic fields in the formation of elephant trunks. Finally, Gritschneider et al. (2009) carried out a simulation of an initially plane ionising front travelling into a structured medium.

Our work emulates the approach of Mellema et al. (2006) and Gritschneider et al. (2009). We focus on a small region of the edge of an expanding H II region, and carry out a 3D radiation gasdynamic simulation (including the self-gravity of the gas) of the formation of a dense, neutral structure. We then identify high density clumps within this “elephant trunk”, and compute their angular momenta. Finally, we study the mass distribution of the clumps, and the distributions of the orientation and magnitude of their angular momenta.

The paper is organized as follows. In Sect. 9.3, we describe the gasdynamic code and the parameters used for the numerical simulation. The results from the simulation and the clump statistics are presented in Sect. 9.4. Finally, our results are summarised in Sect. 9.5.

9.3 Code & settings

9.3.1 Code

We carried out a 3D simulation with a code that solves the 3D gasdynamic equations, the Poisson equation for the gravitational field, and a rate equation for neutral hydrogen, including the transfer of ionising photons at the Lyman limit. The gas is initially atomic, and the models do not consider the photodissociation of molecular material because of the presence of a FUV radiation field. This code was described by Raga et al. (2009).

We modified the code of Raga et al. (2009) to include the “two temperature” equation of state described by Esquivel & Raga (2007) (hereafter E07). This equation of state assigns temperatures between 10 K (for neutral gas) and 10^4 K (for gas with fully ionised H) with a linear dependence on the H ionisation fraction. Therefore, instead of solving an energy equation with the appropriate heating and cooling terms (see Raga et al. 2008), we replace it with this two-temperature equation of state. We also included the self-gravity of the gas. We use a successive over relaxation (SOR) method to solve the Poisson equation for the gravitational potential, and then include

the gravitational force in the momentum and energy equations. We do not include a treatment of the diffuse, ionising photon field.

9.3.2 Settings

The computational domain has a size of $(3.0, 1.5, 1.5) \times 10^{18}$ cm (along the x -, y - and z -axes, respectively), which is resolved with a uniform grid of $256 \times 128 \times 128$ grid points. We impose transmission boundaries in the x -direction and periodic boundaries along the y and z -directions. The periodic conditions are imposed in the gasdynamic equations, in Poisson's equation (for the gravitational field), and in the radiative transfer equations.

We start with an inhomogeneous density structure with a power-law power-spectrum index of $-11/3$ (i.e. $P[k] \propto k^{-11/3}$, where k is the wavenumber), as described in Esquivel et al. (2003). The initial density structure does not have any motion. To simulate the edge of an HII region, the computational domain is divided into two portions with a dividing line at $x = 4 \times 10^{17}$ cm from the left edge of the domain. The portion to the left is filled with an ionised medium (with a temperature of 10^4 K, and the portion to the right is filled with a neutral medium (with a temperature of 10 K). The average density in the neutral medium is a factor of 100 higher than the one in the ionised medium, and the transition between the two (also in terms of temperature and ionisation fraction) follows a tanh profile with a width of ~ 10 pixels. The resulting neutral structure has a mass of $228 M_{\odot}$.

To calculate the gravitational field, we only consider the gravitational force resulting from the density perturbations. In other words, we subtract a density $\rho_0 = 3.51 \times 10^{-24}$ g cm $^{-3}$ (corresponding to the lower density regions in the initial distribution of neutral material) from the density used in Poisson's equation. In this way, we avoid a generalized collapse of the dense slab structure that fills the computational domain. We also run a simulation in which the gravitational force was "turned off" to illustrate the effect of the self-gravity of the gas.

A plane-parallel ionising photon field $F_0 = 8.8 \times 10^{10}$ cm 2 s $^{-1}$ is incident on the computational domain along the x -axis. This photon flux corresponds to a star with an ionising photon rate $S_* = 10^{48}$ s $^{-1}$, located at a distance $D = 9.5 \times 10^{17}$ cm from the edge of the computational domain in the $-x$ direction.

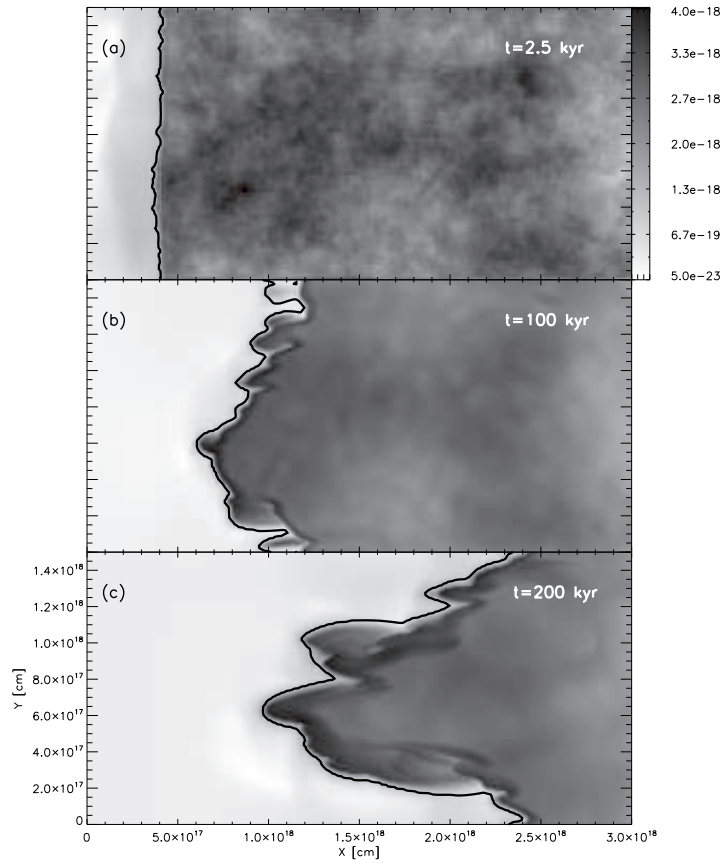


Figura 9.1 – Time evolution of the xy mid-plane density stratification without self-gravity. The three frames are labeled with the corresponding elapsed times. The density stratifications are shown with the logarithmic greyscale given (in $g\text{ cm}^{-3}$) by the top right bar. In the three frames we also show the contour corresponding to an H ionisation fraction of 50%, which indicates the position of the ionisation front. The x and y -axes are labeled in cm .

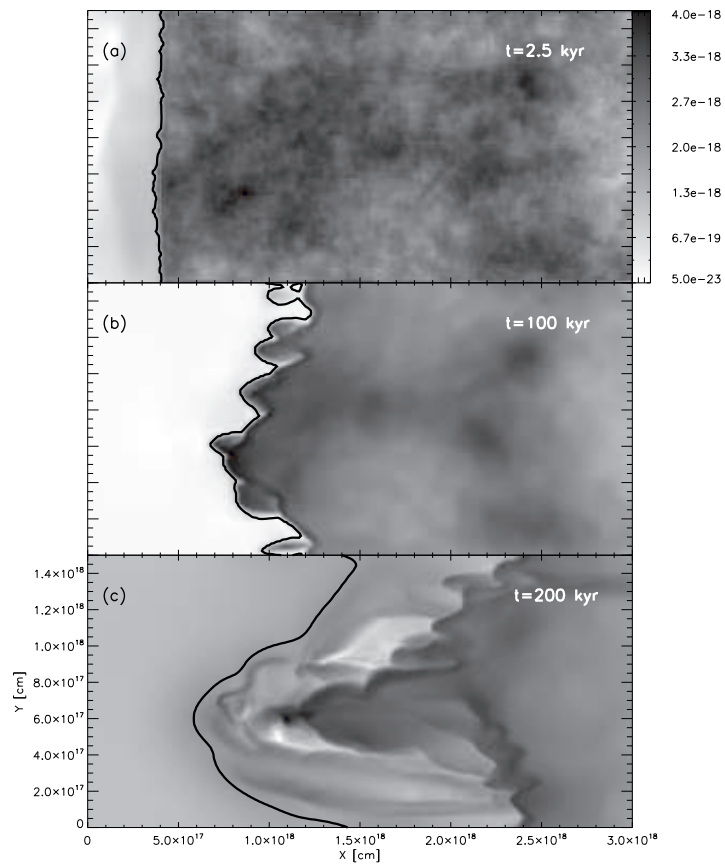


Figura 9.2 – Same as Fig. 9.1, but for the simulation that includes the self-gravity of the gas.

9.4 Results

We allowed the model to run from the initial conditions described in Sect. 9.3, to a $t = 200$ kyr evolutionary time. Figure 9.1 shows the time evolution in the mid-plane density stratification without including the self gravity of the gas. Figure 9.2 shows the same simulation but adding the force that arises from self-gravity.

From both Figs., it is evident that the ionisation front becomes highly corrugated with dense condensations at the tip of a number of protruding “fingers”. At $t = 100$ kyr, the effect of self-gravity is only to produce denser condensations at the tip of the fingers. At $t = 200$ kyr, however, the density structures obtained without (Fig. 9.1) and with self-gravity (Fig. 9.2) are quite different. In the self-gravitating simulation, a dense, central structure (detached from the ionisation front and absent in the non-gravitating simulation) is produced.

Given the important differences found when including self-gravity, we present an analysis of clump formation only for the flow obtained from the self-gravitating simulation. Interestingly, if one repeats the analysis for the non-gravitating simulation, similar results are found (these results are not shown in the present paper).

To quantify the number of clumps produced, following E07 we calculate the number of spatially connected neutral structures with densities above a specified cutoff density ρ_c . In particular, we choose cutoff values of $\rho_c = 3 \times 10^{-18}$, 10^{-19} and 10^{-20} g cm $^{-3}$.

The number of clumps (fragments) obtained for different density cutoffs, is shown as a function of time in Fig. 9.3. To determine the number of clumps, we consider time intervals of 20 kyr (corresponding to the width of the bins in the histograms of Fig. 9.3). We then calculate the number of clumps in 8 outputs within each of these time intervals, and then compute an average number of clumps for each time interval.

For the lowest cutoff density ($\rho_c = 10^{-20}$), the initial density distribution has ~ 80 clumps, and the number of clumps first decreases with time, stabilizes at ~ 5 for $40 < t < 170$ kyr, and then continues to increase a little at $t > 170$ kyr (see Fig. 9.3). For the intermediate cutoff density ($\rho_c = 10^{-19}$), the initial distribution has ~ 500 clumps and the number of clumps first decreases and then remains approximately constant as a function of time (with a value of ~ 20).

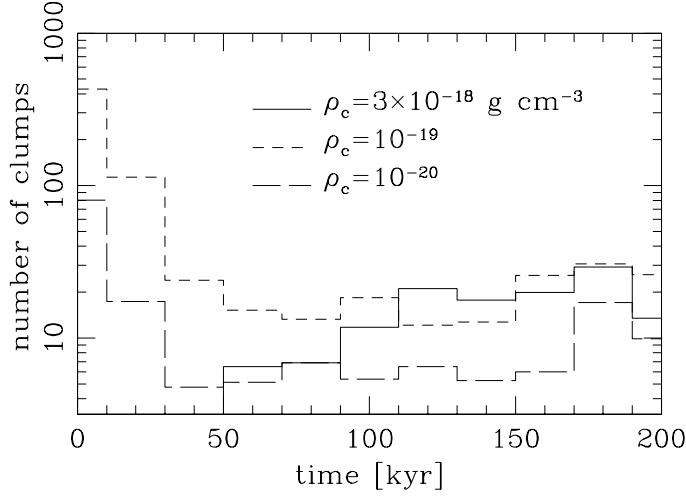


Figura 9.3 – Number of neutral clumps as a function of time, obtained for three different density cutoffs. The results correspond to the simulation which includes self-gravity (see Fig. 2).

The initial density distribution has no clumps with densities above the highest chosen cutoff density, $\rho_c = 3 \times 10^{-18} \text{ g cm}^{-3}$ (see above). Interconnected structures of sufficiently density only start to appear at $t \approx 30 \text{ kyr}$, and their number grows monotonically with time, stabilizing at a number of ~ 20 for $t > 110 \text{ kyr}$ (see Fig. 9.3). For each of the detected clumps, we first compute the position of the centre of mass :

$$\mathbf{R}_{CM} = \frac{1}{M} \int_V \rho \mathbf{r} d^3 \mathbf{x}, \quad (9.1)$$

where V is the contiguous volume of the clump and

$$M = \int_V \rho d^3 \mathbf{x}, \quad (9.2)$$

is its mass. We then compute the angular momentum with respect to the centre of mass of each clump

$$\mathbf{L} = \frac{1}{M} \int \rho (\mathbf{r} - \mathbf{R}_{CM}) \times \mathbf{v} d^3 \mathbf{x}. \quad (9.3)$$

We assume that we observe the computed flow along the z -axis (i. e., that the xy -plane of the computational domain is parallel to the plane of the sky). The angle

$$\alpha = |\arctan L_Y/L_X|, \quad (9.4)$$

(with \mathbf{L} given by equation 9.3) then corresponds to the orientation angle (with respect to the direction of the ionising photon field) of the angular

momentum of the clumps projected onto the plane of the sky. As discussed in Sect. 9.2, these directions correspond to the directions in which bipolar outflows will eventually be ejected when (and if) the clumps form star+accretion disk systems.

In Fig. 9.4, we show histograms indicating the fraction of clumps (obtained for a cutoff density $\rho_c = 3 \times 10^{-18} \text{g cm}^{-3}$) with different orientations α , for the three different elapsed times ($t = 95, 145,$ and 200 kyr). For early times, we find that the α values of the clumps are randomly distributed (between ~ 40 and 180°). For $t = 200$ kyr, $\approx 36\%$ of the clumps have $70^\circ < \alpha < 100^\circ$, and more than $\approx 55\%$ of the clumps have $60^\circ < \alpha < 100^\circ$. From this result, we conclude that the dense clumps being formed have angular momenta preferentially aligned in directions perpendicular to the direction of the incident ionising photon field (which is parallel to the x -axis).

The bottom panel of Fig. 9.5 shows the projected orientation α of the angular momentum as a function of clump mass for all of the clumps obtained with the $\rho_c = 3 \times 10^{-18} \text{g cm}^{-3}$ cutoff density, for elapsed times $t = 95$ and 200 kyr. We see that at $t = 95$ kyr most of the clumps (triangles) have masses $M_c < 0.3M_\odot$ and angular momenta with all α orientations. For $t = 200$ kyr (crosses, see bottom panel of Fig. 9.5), we see that all of the clumps with $1M_\odot < M_c < 60M_\odot$ have angular momenta with orientation angles $70^\circ < \alpha < 120^\circ$. The lower mass clumps (with $M_c < 0.3M_\odot$) have angular momenta with more widely distributed orientations.

We computed the moduli of the specific angular momenta (i. e., the momentum per unit mass) of the clumps. The values of L/M for $t = 95$ and 195 kyr are shown as a function of the clump mass M in the top panel of Fig. 5. For $t = 95$ kyr, we see that the clumps with $M_c < 0.3M_\odot$ have $M/L < 6 \times 10^{10} \text{ km}^2\text{s}^{-1}$. The more massive clumps (with $M_c > 1M_\odot$) have $M/L > 6 \times 10^{10} \text{ km}^2\text{s}^{-1}$. For $t = 200$ kyr, we see that the $M_c < 0.02M_\odot$ clumps have $M/L < 6 \times 10^{10} \text{ km}^2\text{s}^{-1}$, while the clumps with $M_c > 0.02M_\odot$ have $M/L > 6 \times 10^{10} \text{ km}^2\text{s}^{-1}$.

We now evaluate whether or not these specific angular momenta have values comparable to those observed in young star systems. Typical T Tauri stars have masses $M \approx 2M_\odot$ and accretion disks with radii $r_D \approx 50$ AU. The outer Keplerian orbit of the disk then has a specific angular momentum $(L/M)_D \approx 5 \times 10^{10} \text{ km}^2\text{s}^{-1}$. This outer orbit is determined by the material of the highest angular momentum in the core from which the star+disk system was formed (see, e. g., Ulrich (1976)).

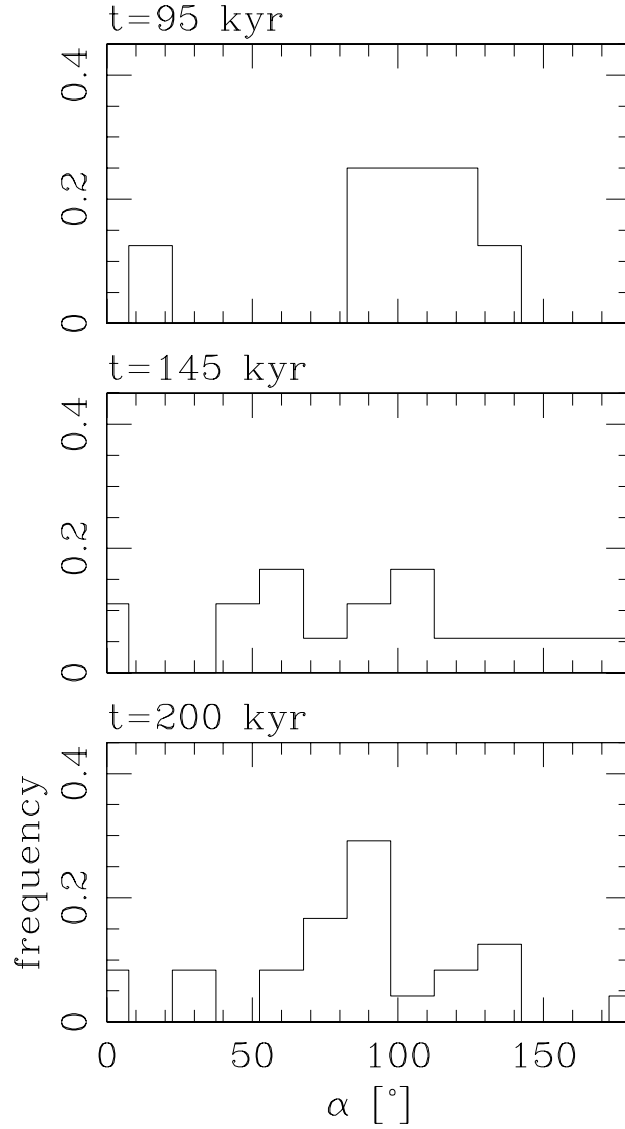


Figura 9.4 – Fraction of the clumps (obtained for a cutoff density $\rho_c = 3 \times 10^{-18} \text{ g cm}^{-3}$) with different orientations α (between the x -axis and the xy -projections of the angular momenta of the clumps). The panels are labeled with the elapsed time corresponding to the time-frames from which the three angular distributions were obtained. The results correspond to the simulation that includes self-gravity (see Fig. 2).

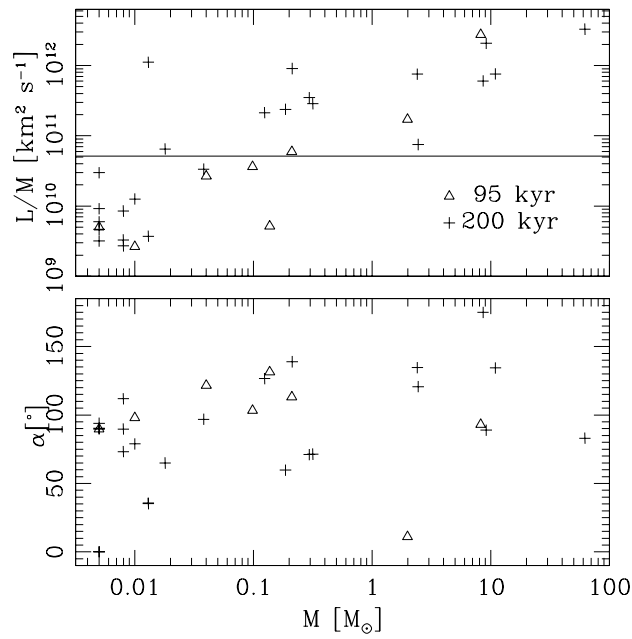


Figura 9.5 – The top panel shows the specific angular momentum (L/M) of each clump as a function of the clump’s mass. The black line shows the angular momentum associated with the outer orbit of an accretion disc radius of $r_D = 50 \text{ AU}$ around a $M = 2M_{\odot}$ star ($L/M \sim 5 \times 10^{10} \text{ km}^2 \text{s}^{-1}$, see the text). The bottom panel shows the orientation α (between the x -axis and the xy -projection of the angular momentum) for each clump, as a function of its mass. The triangles show the clumps found for an elapsed time of 95 kyr and the crosses for an elapsed time of 195 kyr. The clumps were obtained using a $\rho_c = 3 \times 10^{-18} \text{ g cm}^{-3}$ density cutoff, using the results from the simulation of Fig. 2.

This value of $(L/M)_D$ is shown with a horizontal line in the top panel of Fig. 9.5. It is clear that many of the clumps formed in our simulation have specific angular momenta that are substantially higher than deduced from the radius of disks around T Tauri stars. From this, we conclude that the angular momenta of the clumps generated in our simulation are substantial.

A relevant question is whether the clumps obtained in our simulations are resolved well enough for the calculations of angular momenta to be meaningful. As an example, we consider the clumps found for the $\rho_c = 3 \times 10^{-18} \text{ g cm}^{-3}$ cutoff density at time $t = 200 \text{ kyr}$. The lower mass clumps (see Fig. 9.5), of $M \approx 0.01 M_\odot$, are resolved with ~ 5 grid points. The clumps of $M \approx 0.1 M_\odot$ are resolved with ~ 50 grid points. The clumps with $1 < M < 100 M_\odot$ are resolved with ~ 500 to 5000 grid points. Therefore, for clumps with $M > 0.1 M_\odot$, the resolution of the internal structure of the clumps (with 50 grid points, corresponding to ~ 4 grid points along each axis) appears to be appropriate for obtaining a meaningful estimate of the angular momentum.

From the number of grid points N_c within the clumps, we can estimate the characteristic radii of the clumps to be $R_c = 0.012 \text{ pc} \times N_c^{1/3}/2$, where 0.012 pc is the resolution of the computational cells in our numerical simulation. From the values of N_c given in the previous paragraph, we then see that the clumps obtained from our simulation have characteristic radii $R_c \approx 0.01, 0.02, 0.05, \text{ and } 0.1 \text{ pc}$, for clump masses of $M \approx 0.01, 0.1, 1, \text{ and } 100 M_\odot$, respectively.

Finally, we study the evolution in the most massive, neutral clump (detected with $\rho_c = 3 \times 10^{-18} \text{ g cm}^{-3}$). As seen in Fig. 9.6, this clump has a mass that grows monotonically from $0.6 M_\odot$ at $t = 38 \text{ kyr}$, to $60 M_\odot$ at $t = 200 \text{ kyr}$. The orientation angle α (on the plane of the sky) of its angular momentum stabilizes rapidly at $\alpha \approx 90^\circ$ for $t > 70 \text{ kyr}$.

We compute the Jeans mass of this clump to

$$M_J = \frac{1}{6} \pi \bar{\rho} \left(\frac{\pi c_s^2}{G \bar{\rho}} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (9.5)$$

(see, e. g., E07) where G is Newton's constant, c_s is the sound speed of the neutral medium (see Sect. 9.3), and $\bar{\rho} = M_c/V^{1/3}$. We show the ratio M_c/M_J for the most massive clump as a function of time in the central panel of Fig. 9.6. It is clear that this clump is Jeans unstable for $\sim 160 \text{ kyr}$, which is a long enough timescale for the formation of a low mass star.

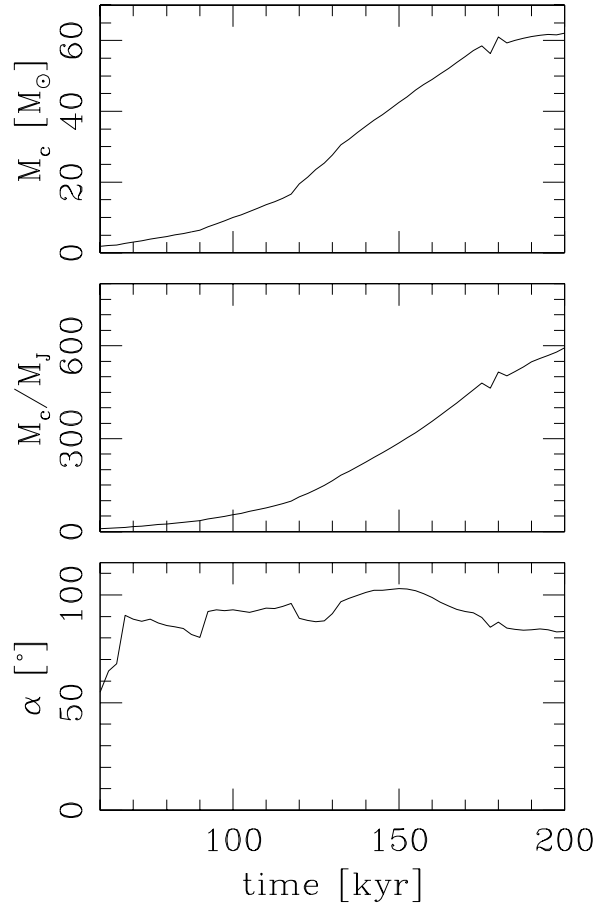


Figura 9.6 – Time evolution in the most massive, neutral clump obtained from the simulation with self-gravity (see Fig. 2). The top panel shows the mass, and the central panel shows the ratio of the clump mass to the Jeans mass as a function of time. The bottom panel shows the time evolution in orientation α of the angular momentum of this clump (where α is the angle between the x -axis and the xy -plane projection of the angular momentum).

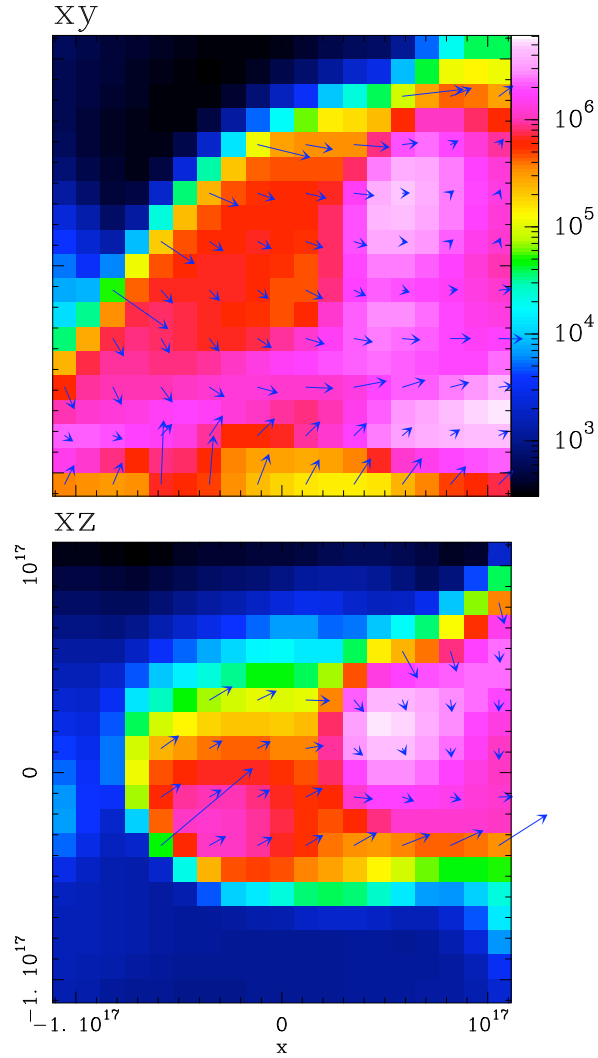


Figura 9.7 – Density stratification and flow field in a region around the centre of mass of the most massive clump at $t = 200$ kyr (see Fig. 6). The top panel shows the flow on a xy -cut and the bottom panel the flow on a xz -cut. The origin of the coordinate system coincides with the centre of mass of the clump (obtained with a $\rho_c = 3 \times 10^{-19} \text{ g cm}^{-3}$ density cutoff, which corresponds to a number density of $1.4 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$). The colour scale shows the logarithmic density distribution (given in cm^{-3} by the bar on the top right). The arrows show the flow velocities on the planes of the two cuts for densities $\rho > 10^{-19} \text{ g cm}^{-3}$. An arrow with a length equal to the separation between successive arrows corresponds to a flow velocity of 0.5 km s^{-1} .

Figure 9.7 shows the density and flow velocity distributions in the xy - and xz -planes, within a $(2 \times 10^{17} \text{ cm})^2$ region centred on the centre of mass of the most massive clump at $t = 200$ kyr. In the two cuts that are shown, we see that the region with densities higher than the $\rho_c = 3 \times 10^{-19} \text{ g cm}^{-3}$ density cutoff (which corresponds to a number density of $1.4 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$) has a number of density maxima, none of which coincides with the centre of mass of the structure. The xz -plane (bottom panel) shows the velocity field that gives rise to the angular momentum of the clump.

9.5 Conclusions

We have presented the results of numerical simulations of a neutral structure with power-law density perturbations that is photoevaporated by an incident, plane-parallel, ionising photon field, with and without the self gravity of the gas. In this interaction, a number of dense, neutral clumps are produced. Our simulations are similar to those presented by Gritschneider et al. (2009). The main difference is that while they started their simulations in a medium with turbulent motions, our simulations begin in a stationary medium with density perturbations. In our simulations, the velocity field that develops is therefore mainly the result of the interaction with the ionising photon field. Defining clumps as contiguous structures above a cutoff density ρ_c , we compute the statistics of the number of clumps as a function of elapsed time (for different values of ρ_c). We then fix the cutoff density at $\rho_c = 3 \times 10^{-18} \text{ g cm}^{-3}$, to focus on the denser clumps appearing at later elapsed times.

For these clumps, we compute the vector angular momenta, from which we obtain the direction of the rotation axes (projected on the plane of the sky) and the specific angular momenta. We find that as a function of evolutionary time we obtain orientations that are aligned increasingly perpendicular to the direction of the incident, ionising photon field.

For the most massive clump, we find that it has a mass that increases across the range $\approx 0.6\text{-}60 M_\odot$ (during the $t = 38 \rightarrow 200$ kyr period), and that the orientation angle α of its angular momentum eventually stabilizes at $\alpha \approx 90^\circ$ (i. e., the direction perpendicular to the direction of the incident photon field). We use an estimate of the Jeans mass of the clump to show that it is Jeans unstable throughout the $t = 38 \rightarrow 200$ kyr period. This timespan is long enough for a low mass star to form within the most massive clump. However, at the resolution of our simulation (with a grid spacing of ≈ 800 AU), we naturally do not succeed in form a star+disk system.

If we analyse our non-gravitating simulation (see Fig. 9.1), we obtain qualitatively similar results. Regardless of whether we consider the self-gravity of the gas or not, we produce clumps with angular momenta preferentially aligned perpendicular to the direction of the incident ionising photon field. Even though it is impossible to provide a full explanation of this alignment, it is possible to provide a qualitative explanation. During the interaction of the ionising photon field with a perturbed density structure, a corrugated ionisation front is produced. This ionisation front pushes a shock into the neutral gas, producing a sheared velocity field that is preferentially aligned with the x -axis (i. e., with the direction of the ionising photon field). This sheared velocity field eventually produces vortical motions that are perpendicular to both the x -axis and to the direction of the shear. This motion is seen in the xz -plane velocity field around the most massive clump in the $t = 200$ kyr frame shown in the bottom frame of Fig. 9.7.

We have shown that the dense clumps that form as the result of the photoevaporation of a dense, neutral structure in the ISM have angular momenta preferentially aligned in a direction perpendicular to the external ionising photon field. This result provides a natural explanation of the orientations observed in the HH 555 (Bally & Reipurth, 2003), HH 666 (Smith et al., 2004), and HH 333 (Rosado et al., 1999; Yusef-Zadeh et al., 2005) outflows, which emerge from elephant trunks in directions approximately perpendicular to the body of the trunks. Future observations of HH flows emerging from externally photoionised, neutral structures will show whether or not this kind of orientation is a general property of these outflows.

We note again that we have simulated an ionisation front travelling into an initially steady, neutral medium with density perturbations. In this way, our simulations follow the dynamics produced by the propagating ionisation front and associated shock waves, which result in the production of clumps with angular momenta preferentially aligned perpendicular to the direction of the ionising photon source. In the real ISM, a medium with density perturbations also has associated motions, and an initial vorticity field that will influence the angular momenta of clumps that might form (e. g., in the interaction with an ionisation front). If the initial vorticity field is strong enough, it will probably hide the effect of the vorticity generated by the shocks associated with the ionisation front, and the angular momentum alignment effect described in this paper will not be present.

An evaluation of whether or not the vorticity generated by the ionisation front will be hidden by the initial vorticity field of the cloud (present before the perturbations associated with the approaching ionisation front) can be completed on the basis of observations of the rotation of dense clumps in

molecular clouds. For example, Ohashi et al. (1997) observed the kinematics of a number of NH_3 cores in IRAS 04169+2702 and computed their specific angular momenta. They find that cores with radii in the $0.02 \rightarrow 0.1$ pc range have specific angular momenta $L/M \sim (0.3 \rightarrow 3) \times 10^{11} \text{ km}^2\text{s}^{-1}$ (clumps with larger radii having specific angular momenta up to an order of magnitude higher for a ~ 1 pc clump radius).

In our simulation, the clumps with radii in the $0.02 \rightarrow 0.1$ pc range (corresponding to clump masses in the $0.1 \rightarrow 100 M_\odot$ range, see Sect. 9.4), have angular momenta $L/M \sim (0.4 \rightarrow 20) \times 10^{11} \text{ km}^2\text{s}^{-1}$ (see Fig. 9.5). Therefore, our clumps have angular momenta with values ranging from the lower L/M values of the cores observed by Ohashi et al. (1997), up to a factor of ~ 10 times higher than the observed values. This result indicates that if the initial specific vorticity of the structure in the cloud were comparable to that of IRAS 04169+2702, the passage of an ionisation front would generate clumps of considerably higher specific vorticity, and therefore the angular momentum alignment effect described in this paper would indeed be present (at least for the more massive, higher angular momentum clumps).

As a final point, we note that in the simulations presented in this paper we consider only the photoionisation of a neutral structure. In the case of the interaction of the radiation of an O star with a molecular cloud, it is unavoidable that the region outside the ionisation front will be affected by the FUV radiation from the star, which at least partially photodissociates the initially molecular material. Gorti & Hollenbach (2002) computed models of the photodissociation of dense clumps, and concluded that clumps with central column densities $< 2 \times 10^{22} \text{ cm}^{-2}$ (for an assumed cold-to-dissociated gas sound speed ratio of $\sim 1/3$) will be rapidly photodissociated, and disappear as local density enhancements. In our simulations, the clumps that are produced have central column densities of $\sim (4, 9, 23, 47) \times 10^{22} \text{ cm}^{-2}$ for clump masses of 0.01, 0.1, 1, and $100 M_\odot$, respectively (these central column densities are estimated by multiplying the clump radii given in Sect. 9.4 by the cutoff density of $\sim 1.5 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$). Therefore, in all cases the clumps have high enough column densities to avoid their dissipation by the incident FUV field.

From the results of Gorti & Hollenbach (2002), we therefore conclude that the photodissociation caused by the FUV field will not destroy the clumps produced in our simulations. However, the early evolution of the flow (in which high density structures have not yet formed) might indeed be modified by the presence of a FUV field. It will therefore be interesting to carry out a future exploration of the formation of clumps within elephant trunks in the presence of both a photodissociating and a photoionising photon field.

10

HH jets aligned perpendicular to elephant trunks

Raga, A., Lora, V. & Smith, N.

Este artículo fue enviado a la *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica* en enero de 2010.

En este artículo consideramos un sistema de flujos eyectados por estrellas de baja masa sumergidas en las puntas de “trompas de elefante”. Suponemos que estos flujos tienen ejes que son intrínsecamente perpendiculares a los ejes de las trompas de elefante. Entonces, derivamos la función de distribución esperada para el ángulo entre las proyecciones sobre el plano del cielo de los ejes del flujo y de la trompa de elefante.

Estas funciones de distribución son útiles para interpretar los alineamientos (o falta de alineamientos) observados entre los ejes de flujos HH y trompas de elefante en regiones fotoionizadas.

10.1 Abstract

We consider a system of outflows ejected from low mass young stars embedded in the tips of elephant trunks. We assume that these outflows have

axes which are intrinsically perpendicular to the axes of the host elephant trunks. We then derive the distribution function expected for the angle between the projections of the outflow and elephant trunk axes on the plane of the sky. These distribution functions are useful for interpreting the alignments (or lack of) observed between HH outflow and elephant trunk axes in photoionized regions.

10.2 Introduction

A few cases of outflows ejected from low mass, young stars embedded in the tips of “elephant trunks” or other elongated structures have been reported in the literature. Examples of this are HH 555 (in the Pelican Nebula, see Bally & Reipurth (2003) and HH 666 (in the Carina Nebula, see Smith et al. 2004). These two outflows have orientations almost perpendicular to the axes of the elephant trunks (themselves aligned with the direction to the photoionizing sources).

These observations motivated the work of Lora et al. (2009), who used 3D gasdynamic+radiative transfer simulations to model the formation of an elephant trunk through the interaction of an impinging ionizing photon field and an environment with an inhomogeneous density structure. From their simulations, Lora et al. (2009) found that the vorticity of the more massive clumps formed by this interaction is preferentially aligned perpendicular to the direction towards the ionizing photon source. They suggested that the gravitational collapse of these clumps would result in accretion disks with orbital axes perpendicular to the axis of the elephant trunk (which is parallel to the direction towards the photoionizing source), producing jets along the disk axes.

In the present paper, we explore the observational signatures of jets with axes intrinsically perpendicular to the axes of the elephant trunks in which the outflow sources are embedded (see section 10.3). In particular, we derive the distribution functions predicted for the observed angle α between the projections of the outflow and elephant trunk axes on the plane of the sky. We consider the case of a localized system of elephant trunks (which share approximately the same orientation angle with respect to the line of sight, see section 10.4) and the case of a system of elephant trunks with arbitrary orientations (see section 10.5).

Our work is motivated by the recent paper of Smith et al. (2009), who present a survey of outflows in the Carina Nebula. These authors derive the distribution of projected angles α between outflow axes and the elongated,

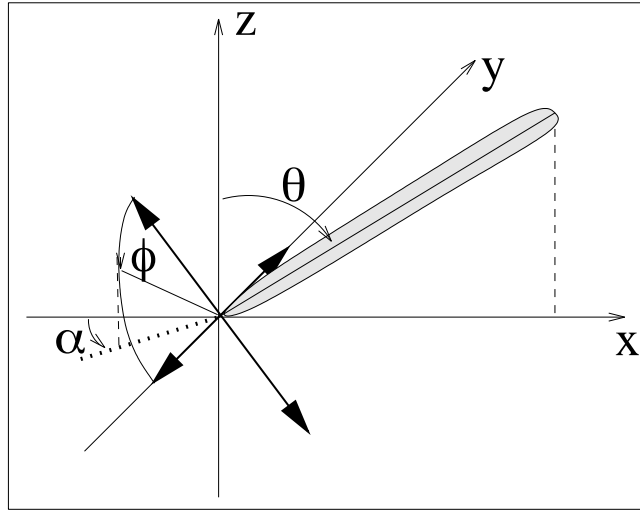


Figura 10.1 – Schematic diagram showing a bipolar outflow system (two possible directions shown by the thick, double arrows) ejected from a source located at the tip of an elephant trunk (grey, elongated structure at an angle θ with respect to the z -axis). The z -axis lies along the line of sight, the xy -plane is parallel to the plane of the sky, and the x -axis is located along the plane of the sky projection of the elephant trunk. The outflow axis is perpendicular to the axis of the elephant trunk, and can be rotated at an angle ϕ around the elephant trunk axis (with the outflow axis on the xz -plane for $\phi = 0$). The angle α is measured between the x -axis and the projection of the outflow axis on the xy -plane.

neutral structures (in which the outflow sources are embedded) for a number of outflows, for the first time obtaining a quantitative evaluation of the statistical distribution of this angle. We use the theoretical distribution functions that we have derived in order to model the observed angular frequency distribution (Smith et al., 2009) (see, section 10.6).

10.3 The geometry of the problem

It is clear that if the elephant trunk lies on the plane of the sky, the observed, projected angle between the elephant trunk and the outflow axis is always $\alpha = \pi/2$. Also, if the elephant trunk lies close to the line of sight, the angle between the projected directions (on the plane of the sky) of the elephant trunk and the outflow axis will have any value $0 \leq \alpha \leq \pi/2$.

The geometry of the problem for an arbitrary orientation θ between the elephant trunk and the line of sight is shown in Fig. 10.1. We consider a coordinate system with the z -axis along the line of sight, and the x -axis parallel to the projection of the elephant trunk on the plane of the sky.

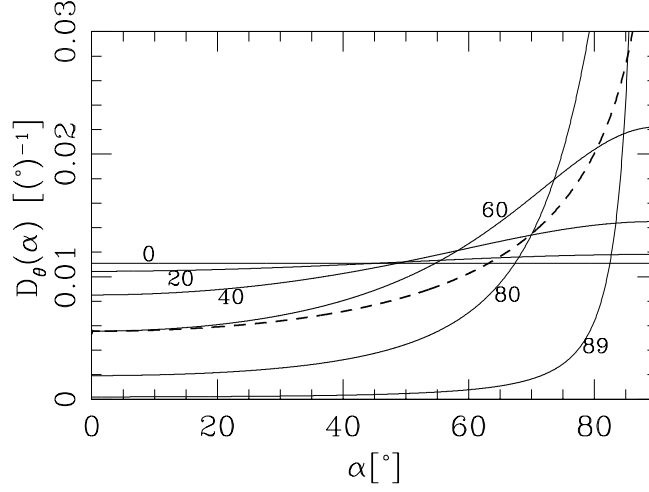


Figura 10.2 – Distribution functions The solid lines represent the distribution function $D_\theta(\alpha)$ (where α is the angle between the plane of the sky projections of the outflow and elephant trunk axes) for values of the orientation angle $\theta = 0, 20, 40, 60, 80$ and 89° between the elephant trunks and the line of sight (see Eq. 10.3). The dashed line gives $D(\alpha)$ (see Eq. 10.9) derived for a system of elephant trunks with randomly distributed directions. The distribution functions as shown (in units of $[\text{°}]^{-1}$) are obtained by multiplying Eqs. (10.3) and (10.9) by a factor of $\pi/180^\circ$.

The bipolar outflow is ejected perpendicular to the elephant trunk. The direction of the ejection is determined by the angle θ (between the elephant trunk and the line of sight, see Fig. 10.1) and the angle ϕ , measured on the plane defined by the rotation of the ejection direction around the elephant trunk axis. As is clear from Fig. 10.1, for $\phi = 0$ the outflow axis lies on the xz -plane, and for $\phi = \pi/2$ the outflow coincides with the y -axis. We define the angle α ($0 \leq \alpha \leq \pi/2$) between the x -axis and the projection on the plane of the sky of the outflow axis (see Fig. 10.1).

From the geometry of the problem, one finds the relations :

$$\sin \alpha = \frac{\sin \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi}}, \quad (10.1)$$

$$\sin \phi = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \tan^2 \theta \cos^2 \alpha}}, \quad (10.2)$$

between the angles α , θ and ϕ .

10.4 Distribution of the projected angles for a localized system of elephant trunks

We now assume that we have a localized system of elephant trunks, so that they all have approximately the same angle θ with respect to the line of sight. Then, if the “rotation angle” ϕ (see Fig. 10.1) is uniformly distributed (between 0 and π), the angle α (between the projected outflow and elephant trunk axes) will have a distribution

$$D_{\theta}(\alpha) = \frac{2}{\pi} \frac{d\phi}{d\alpha} = \frac{2}{\pi} \frac{\cos \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \alpha}, \quad (10.3)$$

where $d\phi/d\alpha$ is calculated for a constant θ from equations (10.1,10.2). This distribution function is normalized so that

$$\int_0^{\pi/2} D_{\theta}(\alpha) d\alpha = 1. \quad (10.4)$$

Fig. 10.2 shows the $D_{\theta}(\alpha)$ distribution for different values of the orientation θ between the elephant trunks and the line of sight. For $\theta = 0$, a uniform distribution is obtained, and for $\theta \rightarrow 90^\circ$, the distribution has a strong peak at $\alpha = 90^\circ$. We see from Fig. 10.2 that for $\theta < 45^\circ$ the $D_{\theta}(\alpha)$ distributions are quite flat, indicating that one will not see a significant preferential alignment between the plane of the sky projections of the outflow and elephant trunk axes.

However, for $\theta \geq 60^\circ$ (see Fig. 10.2), the fact that the outflow and elephant trunk axes are intrinsically perpendicular to each other is indeed reflected on the distribution of the projected angle α between the two axes. Therefore, in order to be able to prove observationally whether or not the outflow and elephant trunk axes are intrinsically perpendicular to each other, it is essential to choose elephant trunks which lie close to the plane of the sky.

Let us now calculate the average projected angle

$$\langle \alpha \rangle (\theta) = \int_0^{\pi/2} \alpha D_{\theta}(\alpha) d\alpha, \quad (10.5)$$

and the dispersion

$$\sigma(\theta) = \sqrt{\int_0^{\pi/2} [\alpha - \langle \alpha \rangle (\theta)]^2 D_{\theta}(\alpha) d\alpha}. \quad (10.6)$$

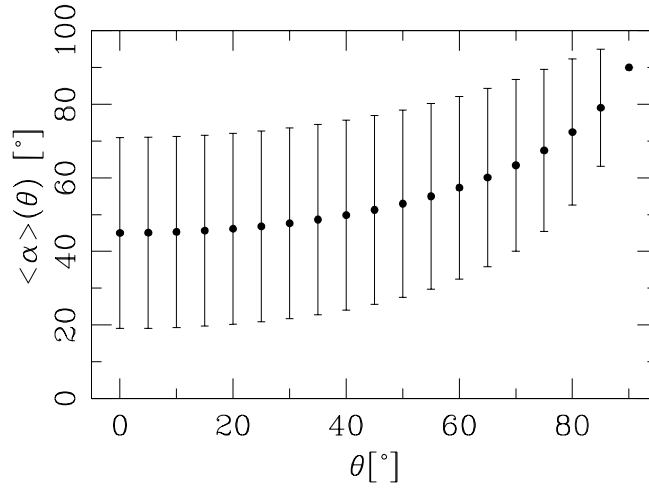


Figura 10.3 – The mean value (dots) $\langle \alpha \rangle(\theta)$ and standard deviation (error bars) $\sigma(\theta)$ (see Eqs. 10.5 and 10.6, respectively) derived for the $D_\theta(\alpha)$ distributions (see Eq. 10.3) as a function of the angle θ between the elephant trunks and the line of sight. For $\theta = 90^\circ$, we have $\langle \alpha \rangle = 90^\circ$ and $\sigma = 0$.

The results obtained from numerical integrations of Eqs. (10.5, 10.6) are shown in Fig. 10.3. In this figure, we see that $\langle \alpha \rangle(\theta)$ monotonically grows from 45° (for $\theta = 0$) to 90° (for $\theta = 90^\circ$). The dispersion $\sigma(\theta)$ monotonically decreases from 26° (for $\theta = 0$) to 0 (for $\theta = 90^\circ$).

As can be seen from Fig. 10.3, both $\langle \alpha \rangle(\theta)$ and $\sigma(\theta)$ are almost constant for low values of θ , and have a stronger dependence on θ when $\theta \rightarrow 90^\circ$. This is a direct result of the fact that the $D_\theta(\alpha)$ distribution function (see Eq. 10.3) shows substantial departures from a uniform distribution only for $\theta \geq 60^\circ$ (see Fig. 10.2).

10.5 Randomly distributed elephant trunks

Let us now assume that we have a system of elephant trunks with randomly distributed orientations with respect to the plane of the sky. This situation could be obtained if we observe elephant trunks associated with a shell-like structure completely surrounding a photoionizing source.

If the elephant trunks have uniformly distributed directions, the distribution $f(\theta)$ of the angle θ with respect to the line of sight follows the relation $f(\theta)d\theta \propto d\Omega$, from which we obtain

$$f(\theta) = \sin \theta, \quad (10.7)$$

using the normalization

$$\int_0^{\pi/2} f(\theta) d\theta = 1. \quad (10.8)$$

The distribution $D(\alpha)$ of the angles between the plane of the sky projections of the outflows and the elephant trunks (see Fig. 10.1) can then be calculated as

$$D(\alpha) = \int_0^{\pi/2} D_\theta(\alpha) f(\theta) d\theta = -\frac{2}{\pi \sin^2 \alpha} \ln(\cos \alpha), \quad (10.9)$$

where for the second equality we have used Eqs. (10.3) and (10.7).

This distribution function (see Eq. 10.9) is shown in Fig. 10.3. It is flat for $\alpha \leq 50^\circ$, and has a logarithmically divergent peak for $\alpha \rightarrow 90^\circ$. Using Eqs. (10.5, 10.6), we calculate a mean value $\langle \alpha \rangle = 60^\circ$ and a dispersion $\sigma = 26^\circ$ for $D(\alpha)$ (see Eq. 10.9).

10.6 A comparison with observations

Smith et al. (2009) carried a H α survey of outflows in the Carina Nebula. In their images, they detect 22 outflows from sources embedded in elongated neutral structures, for which they determine the angles α between the elongated structures and the outflow axes. With these objects, they compute a frequency histogram of number of outflows with α values within 5° wide bins (Fig. 34 of Smith et al. 2009). The resulting frequency diagram is quite noisy, with many bins having populations of 0 or 1 outflows only.

In order to improve the signal-to-noise of the frequency diagram we have rebinned the data into only three, 30° wide bins. The resulting frequencies are shown in Fig. 10.4.

We compare the observed frequency diagram with the ones predicted by sampling a theoretical distribution function. We choose two distribution functions:

1. a uniform distribution,
2. the $D(\alpha)$ distribution (Eq. 10.9), computed in §4 for a system of randomly oriented elephant trunks.

We normalize both distributions to a total of 22 outflows for the full, $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ range of projected angles between the outflow and the

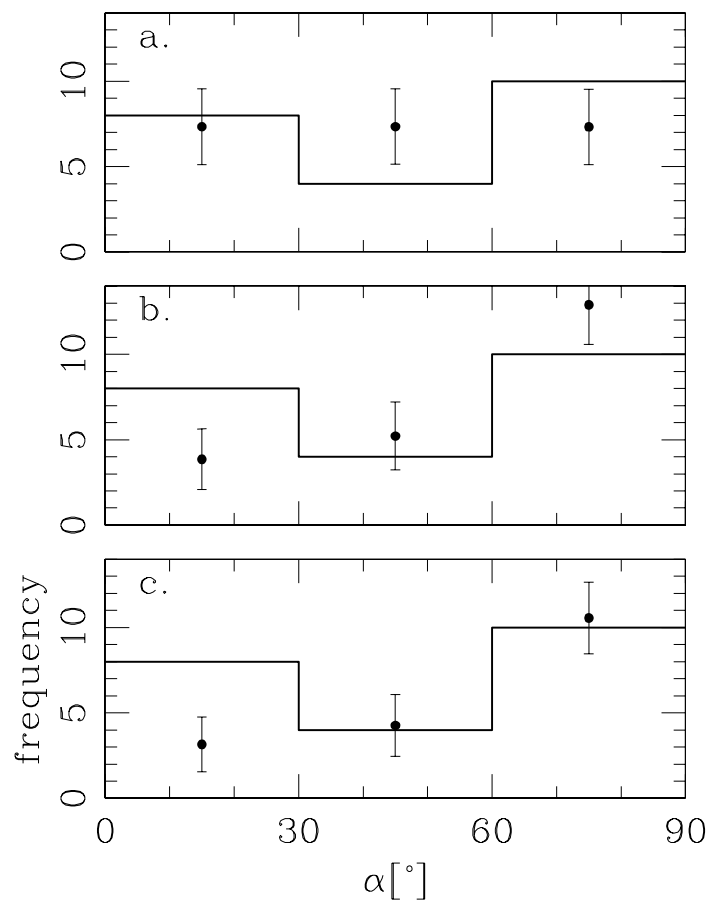


Figura 10.4 – The three-bin histogram shows the frequency distribution of the observed, projected angle α between 22 outflow axes and the axes of the elongated, neutral host structures derived from the Carina Nebula outflow survey of Smith et al. (2009). The dots and error bars show the predictions of the mean values and the standard deviations predicted from sampling: a uniform distribution normalized to a total count of 22 outflows (panel a.), the $D(\alpha)$ distribution (see Eq. 10.9) normalized to a count of 22 (panel b.) and the $D(\alpha)$ distribution normalized to a count of 18 (panel c.)

elongated host structure, and carry out a total of 10^5 “experiments” in which the distributions are sampled in order to create “theoretical” frequency distributions. From these frequency distributions we compute the mean population and the standard deviation for the three, 30° bins which we are considering.

In Fig. 10.4-a we show a comparison between the observed frequency diagram and the one predicted from sampling a uniform distribution. There seems to be a somewhat marginal indication that there is a deficit of outflows in the $30^\circ < \alpha \leq 60^\circ$ bins. However, the observed number of outflows within this bin is only $\approx 1.5\sigma$ away from the predicted average value.

In Fig. 10.4-b we show a comparison between the observed frequency diagram and the one predicted from sampling the $D(\alpha)$ distribution (see Eq. 10.9). The observed frequencies of the $30^\circ < \alpha \leq 60^\circ$ and $60^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ bins agree with the predictions obtained from the $D(\alpha)$ distribution, but the observed frequency of the $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$ bin lies $\sim 2\sigma$ above the theoretical prediction.

If we take these results at face value, we would conclude that there appears to be a surplus of outflows both in the low α and the high α bins. These could in principle be the result of the presence of two populations, one with outflows perpendicular to the elephant trunks (resulting in the $D(\alpha)$ distribution, see Eq. 10.9) and another one of outflows preferentially aligned with the neutral parent structures (which would increase the population of the low α bin).

The $D(\alpha)$ distribution can indeed predict the relative frequencies of the two, higher α bins. If we normalize the $D(\alpha)$ distribution to a total of 18 outflows (i. e., assuming that 4 of the outflows in the $0 \leq \alpha \leq 30^\circ$ bins are not part of this distribution) we obtain the predicted bin populations shown in Fig. 10.4-c The predicted populations then agree very well with the observations for the two higher α bins, and have a deficit of ~ 4 outflows for the lower α bin.

10.7 Conclusions

In this paper, we evaluate the implications for observations of the hypothesis that jets from young stars in the tip of elephant trunks are ejected perpendicular to the body of the trunks. To this effect, we compute the expected distribution function of the angle α between the projections on the plane of

the sky of the outflow and elephant trunk axes.

We find that if the elephant trunk lies close to the line of sight ($\theta \sim 0$, see Fig. 10.1), one obtains an approximately uniform distribution of α within $0 \rightarrow 90^\circ$ (see Fig. 10.2). Therefore, for such an orientation of the elephant trunk, the information of the fact that the outflow is perpendicular to the trunk is lost.

On the other hand, for an elephant trunk close to the plane of the sky ($\theta \sim 90^\circ$, see Fig. 10.1), the predicted distribution function has a strong peak at $\alpha = 90^\circ$. Therefore, for elephant trunks on the plane of the sky, one would expect to see outflows with projected orientations approximately perpendicular to the elephant trunk axes.

We have also computed the distribution function for a system of elephant trunks at arbitrary orientations with respect to the line of sight. The resulting distribution (see Fig. 10.2) has a logarithmically divergent peak at $\alpha = 90^\circ$, and results in an average orientation angle $\langle \alpha \rangle = 60^\circ$, with a standard deviation $\sigma = 26^\circ$ (for the individual outflows).

In order to illustrate a possible comparison with observations, we consider the sample of 22 outflows in the Carina Nebula for which Smith et al. (2009) have computed the α angles between the projected axes of the outflows and the elongated, neutral host structures from which they emanate (see section 10.6). We find that even if we restrict the sampling to only three 30° bins, the “square root” dispersion of the bin populations is quite large. Because of this, within a $\sim 1.5\sigma$ level, the observed values of α are consistent with both the $D(\alpha)$ distribution (calculated for a system of randomly oriented elephant trunks, see section 10.5) and a uniform distribution.

More satisfying results would be obtained if one restricted the observational sample to a group of elephant trunks which lie close to the plane of the sky. For such a case ($\theta \sim 90^\circ$, see Fig. 10.1), if the outflow axes are intrinsically perpendicular to the host elephant trunks one should also clearly see projected angles $\alpha \sim 90^\circ$ (see the $\theta = 80^\circ$ and 90° distributions in Fig. 10.2). It is possible that the elephant trunks from which emerge the impressively aligned HH 901 and HH 902 systems (see Fig. 5 of Smith et al. 2009) are an example of such a system.

In order to progress further, it will be necessary to obtain observations constraining the orientation with respect to the line of sight of elephant trunks. It might be possible to obtain such constraints purely from an analysis of the brightness distribution of the emission from the outer, pho-

toionized skins of the elephant trunks. However, kinematical information might prove to be essential for constraining the orientation of the elephant trunks.

Such observations could of course be combined with radial velocity and proper motion determinations of the outflow in order to directly obtain the true (de-projected) angle between the outflow and elephant trunk axes. This type of determination would directly tell us whether a mechanism leading to a preferential ejection perpendicular to the elephant trunk (such as the one studied by Lora et al. (2009)) is indeed present.

Conclusiones

Esta tesis se basó en estudios numéricos y analíticos de sistemas auto-gravitantes con aplicaciones tanto a problemas de dinámica galáctica como de formación estelar.

Como parte de esta tesis se desarrolló un código de N -cuerpos (*Varone*) el cual tiene la peculiaridad de asociar un tiempo a cada partícula en la simulación, y avanzar en el tiempo, mediante la integración de las ecuaciones de movimiento, a la partícula cuyo tiempo asociado sea el menor entre todas las partículas de la simulación. Este método reduce el tiempo de cómputo (que crece como N^2) típico para métodos directos.

Este código se utilizó para estudiar el caso en el que un hoyo negro de masa intermedia se encontrara en el centro de la galaxia enana Ursa Minor. La galaxia Ursa Minor tiene la peculiaridad de tener un segundo pico en densidad. Se cree que este cúmulo tiene una edad ~ 12 Gyr, con lo cual se pudo poner una cota superior a la masa del supuesto hoyo negro central, con la condición de que el clump no fuera destruido. Los resultados de este estudio fueron publicados en la revista *The Astrophysical Letters* (Lora, V., Sánchez-Salcedo F. J., Raga, A. C. & Esquivel, A. 2009, ApJ, 699, 113).

Se estudiaron diferentes modelos de halo oscuro para la galaxia Ursa Minor. Primero se utilizó un halo tipo esfera isoterma esférico, y después se extendió a un halo de esfera isoterma triaxial. También se estudió el caso de un perfil tipo NFW esférico. Para el caso de esfera isoterma triaxial, encontramos que los resultados son básicamente iguales a los resultados obtenidos utilizando una esfera isoterma esférica. Se necesitan realizar más simulaciones en otro tipo de sistemas dinámicos para estudiar (y notar) el efecto de un halo oscuro triaxial. Al estudiar el halo tipo NFW esférico, encontramos que el cúmulo se destruye a un tiempo ≈ 1 Gyr, lo que está en acuerdo con los resultados de Kley et al. (2003), donde concluye que un cúmulo en un potencial de halo oscuro tipo cúspide, no sobrevive más de un Gyr sin ser destruido.

Eventualmente el usuario de el código *Varone* podrá elegir un integrador (predictor-corrector, leap-frog o Runge-kutta), el perfil de densidad de halo

oscuro (esfera isoterma o NFW), y la forma del halo (esférico o triaxial).

En esta tesis también se exploró analíticamente el caso en el que el halo oscuro de una galaxia se encuentra formado por *objetos compactos del halo*. Se establecieron restricciones dinámicas sobre la masa y abundancia de estos objetos en el halo de galaxias enanas esferoidales (Ursa Minor y Fornax). Los resultados de este estudio fueron publicados en la revista *The Astrophysical Letters* (Sánchez-Salcedo, F. J. & Lora, V. 2007, ApJ, 658,83).

Para la parte que concierne la hidrodinámica de regiones de formación estelar, se estudió el caso de las *trompas de elefante*. Estas estructuras se forman cuando los fotones ionizantes de una estrella (tipo OB) ionizan la nube molecular progenitora. La presión del material fotoevaporado sobre la nube neutra comprime el gas dando como resultado la formación de grumos densos. Estos grumos eventualmente podrían convertirse en estrellas. Se calcularon los momentos angulares de los grumos más masivos y se encontró que estos se encuentran preferencialmente alineados perpendiculares a la dirección de la radiación ionizante incidente. Este resultado provee una explicación de la alineación perpendicular de objetos HH y trompas de elefante observada en objetos como HH 55, HH 333 y HH 666, entre otros. Los resultados de este estudio fueron publicados en la revista *Astronomy & Astrophysics* (Lora, V., Raga, A. C. & Esquivel, A. 2009, A&A, 503, 477).

Finalmente se estudió el caso en el que los flujos (objeto HH) eyectados de estrellas de baja masa en las puntas de trompas de elefante, se suponen con ejes intrínsecamente perpendiculares a los ejes de las trompas de elefante como lo sugiere el estudio del capítulo 9. Con el fin de interpretar los alineamientos observados entre los flujos HH y las trompas de elefante, se derivó la función de distribución esperada para el ángulo entre las proyecciones sobre el plano del cielo de los ejes del flujo, y de la trompa de elefante (Raga, A. C., Lora, V. & Smith N.).

Referencias

- Anderson, J., & van der Marel, R. P. 2009, ArXiv e-prints
- Baes, M., Buyle, P., Hau, G. K. T., & Dejonghe, H. 2003, MNRAS, 341, L44
- Bailin, J., & Steinmetz, M. 2005, ApJ, 627, 647
- Bally, J., & Reipurth, B. 2003, AJ, 126, 893
- Bally, J., Reipurth, B., & Davis, C. J. 2007, in Protostars and Planets V, ed. B. Reipurth, D. Jewitt, & K. Keil, 215–230
- Barth, A. J., Ho, L. C., Rutledge, R. E., & Sargent, W. L. W. 2004, ApJ, 607, 90
- Bellazzini, M., Ferraro, F. R., Origlia, L., Pancino, E., Monaco, L., & Oliva, E. 2002, AJ, 124, 3222
- Binney, J., & Tremaine, S. 2008, Galactic Dynamics: Second Edition, ed. D. N. Spergel (Princeton University Press)
- Bissantz, N., Englmaier, P., & Gerhard, O. 2003, MNRAS, 340, 949
- Carlqvist, P., Gahm, G. F., & Kristen, H. 2003, A&A, 403, 399
- Carrera, R., Aparicio, A., Martínez-Delgado, D., & Alonso-García, J. 2002, AJ, 123, 3199
- Colbert, E. J. M., & Miller, M. C. 2005, in The Tenth Marcel Grossmann Meeting. On recent developments in theoretical and experimental general relativity, gravitation and relativistic field theories, ed. M. Novello, S. Perez Bergliaffa, & R. Ruffini, 530–+
- Cole, S., & Lacey, C. 1996, MNRAS, 281, 716
- Coleman, M., Da Costa, G. S., Bland-Hawthorn, J., Martínez-Delgado, D., Freeman, K. C., & Malin, D. 2004, AJ, 127, 832
- Côté, S., Carignan, C., & Freeman, K. C. 2000, AJ, 120, 3027

Referencias

- Demers, S., Battinelli, P., Irwin, M. J., & Kunkel, W. E. 1995, *MNRAS*, 274, 491
- Dong, X., Wang, T., Yuan, W., Shan, H., Zhou, H., Fan, L., Dou, L., Wang, H., Wang, J., & Lu, H. 2007, *ApJ*, 657, 700
- Dubinski, J., & Carlberg, R. G. 1991, *ApJ*, 378, 496
- Ellis, R. S. 1997, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 35, 389
- Elmegreen, B. G., & Lada, C. J. 1977, *ApJ*, 214, 725
- Esquivel, A., Lazarian, A., Pogosyan, D., & Cho, J. 2003, *MNRAS*, 342, 325
- Esquivel, A., & Raga, A. C. 2007, *MNRAS*, 377, 383
- Ferrarese, L. 2002, *ApJ*, 578, 90
- Ferrarese, L., & Merritt, D. 2000, *ApJ*, 539, L9
- Frenk, C. S., White, S. D. M., Davis, M., & Efstathiou, G. 1988, *ApJ*, 327, 507
- Gahm, G. F., Carlqvist, P., Johansson, L. E. B., & Nikolić, S. 2006, *A&A*, 454, 201
- Gebhardt, K., Bender, R., Bower, G., Dressler, A., Faber, S. M., Filippenko, A. V., Green, R., Grillmair, C., Ho, L. C., Kormendy, J., Lauer, T. R., Magorrian, J., Pinkney, J., Richstone, D., & Tremaine, S. 2000, *ApJ*, 539, L13
- Gerssen, J., van der Marel, R. P., Gebhardt, K., Guhathakurta, P., Peterson, R. C., & Pryor, C. 2002, *AJ*, 124, 3270
- . 2003, *AJ*, 125, 376
- Ghosh, K. K., Suleymanov, V., Bikmaev, I., Shimansky, S., & Sakhbullin, N. 2006, *MNRAS*, 371, 1587
- Gieles, M., Portegies Zwart, S. F., Baumgardt, H., Athanassoula, E., Lamers, H. J. G. L. M., Sipiør, M., & Leenaarts, J. 2006, *MNRAS*, 371, 793
- Gilmore, G., Wilkinson, M. I., Wyse, R. F. G., Kleyna, J. T., Koch, A., Evans, N. W., & Grebel, E. K. 2007, *ApJ*, 663, 948
- Gnedin, O. Y., & Ostriker, J. P. 1997, *ApJ*, 474, 223
- Goerdt, T., Moore, B., Read, J. I., Stadel, J., & Zemp, M. 2006, *MNRAS*, 368, 1073

- Goodwin, S. P. 1997, *MNRAS*, 286, 669
- Gorti, U., & Hollenbach, D. 2002, *ApJ*, 573, 215
- Grebel, E. K. 2001, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 239, *Microlensing 2000: A New Era of Microlensing Astrophysics*, ed. J. W. Menzies & P. D. Sackett, 280–+
- Grebel, E. K., & Gallagher, III, J. S. 2004, *ApJ*, 610, L89
- Grebel, E. K., Gallagher, III, J. S., & Harbeck, D. 2003, *AJ*, 125, 1926
- Gritschneder, M., Naab, T., Walch, S., Burkert, A., & Heitsch, F. 2009, *ApJ*, 694, L26
- Gültekin, K., Richstone, D. O., Gebhardt, K., Lauer, T. R., Tremaine, S., Aller, M. C., Bender, R., Dressler, A., Faber, S. M., Filippenko, A. V., Green, R., Ho, L. C., Kormendy, J., Magorrian, J., Pinkney, J., & Siopis, C. 2009, *ApJ*, 698, 198
- Harris, W. E. 1996, *AJ*, 112, 1487
- Hidalgo-Gómez, A. M. 2004, *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica*, 40, 37
- Ibata, R., Bellazzini, M., Chapman, S. C., Dalessandro, E., Ferraro, F., Irwin, M., Lanzoni, B., Lewis, G. F., Mackey, A. D., Miocchi, P., & Varghese, A. 2009, *ApJ*, 699, L169
- Irwin, M., & Hatzidimitriou, D. 1995, *MNRAS*, 277, 1354
- Jin, S., Ostriker, J. P., & Wilkinson, M. I. 2005, *MNRAS*, 359, 104
- Jing, Y. P., & Suto, Y. 2002, *ApJ*, 574, 538
- Klessen, R., & Burkert, A. 1996, *MNRAS*, 280, 735
- Kleyna, J. T., Geller, M. J., Kenyon, S. J., Kurtz, M. J., & Thorstensen, J. R. 1998, *AJ*, 115, 2359
- Kleyna, J. T., Wilkinson, M. I., Gilmore, G., & Evans, N. W. 2003, *ApJ*, 588, L21
- Klypin, A., Kravtsov, A. V., Valenzuela, O., & Prada, F. 1999, *ApJ*, 522, 82
- Kormendy, J., & Freeman, K. C. 1998, in *Bulletin of the American Astronomical Society*, Vol. 30, *Bulletin of the American Astronomical Society*, 1281–+

Referencias

- Kormendy, J., & Freeman, K. C. 2004, in IAU Symposium, Vol. 220, Dark Matter in Galaxies, ed. S. Ryder, D. Pisano, M. Walker, & K. Freeman, 377–+
- Lacey, C. G., & Ostriker, J. P. 1985, *ApJ*, 299, 633
- Lake, G. 1990, *MNRAS*, 244, 701
- Larsen, S. S. 2004, *A&A*, 416, 537
- Lauer, T. R., Tremaine, S., Ajhar, E. A., Bender, R., Dressler, A., Faber, S. M., Gebhardt, K., Grillmair, C. J., Kormendy, J., & Richstone, D. 1996, *ApJ*, 471, L79+
- Lokas, E. L. 2009, *MNRAS*, 394, L102
- Lora, V., Raga, A. C., & Esquivel, A. 2009, *A&A*, 503, 477
- Maccarone, T. J., Fender, R. P., & Tzioumis, A. K. 2005, *MNRAS*, 356, L17
- Maccarone, T. J., Kundu, A., Zepf, S. E., & Rhode, K. L. 2007, *Nature*, 445, 183
- Mackey, A. D., & Gilmore, G. F. 2003, *MNRAS*, 340, 175
- Magorrian, J., Tremaine, S., Richstone, D., Bender, R., Bower, G., Dressler, A., Faber, S. M., Gebhardt, K., Green, R., Grillmair, C., Kormendy, J., & Lauer, T. 1998, *AJ*, 115, 2285
- Marzke, R. O., & da Costa, L. N. 1997, *AJ*, 113, 185
- Mateo, M. L. 1998, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 36, 435
- Mayer, L., Governato, F., Colpi, M., Moore, B., Quinn, T., Wadsley, J., Stadel, J., & Lake, G. 2001, *ApJ*, 559, 754
- Mellema, G., Arthur, S. J., Henney, W. J., Iliev, I. T., & Shapiro, P. R. 2006, *ApJ*, 647, 397
- Moore, B., Ghigna, S., Governato, F., Lake, G., Quinn, T., Stadel, J., & Tozzi, P. 1999, *ApJ*, 524, L19
- Muñoz, R. R., Frinchaboy, P. M., Majewski, S. R., Kuhn, J. R., Chou, M., Palma, C., Sohn, S. T., Patterson, R. J., & Siegel, M. H. 2005, *ApJ*, 631, L137
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1997, *ApJ*, 490, 493
- Noyola, E., Gebhardt, K., & Bergmann, M. 2008, *ApJ*, 676, 1008

- Ohashi, N., Hayashi, M., Ho, P. T. P., Momose, M., Tamura, M., Hirano, N., & Sargent, A. I. 1997, *ApJ*, 488, 317
- Olszewski, E. W., & Aaronson, M. 1985, *AJ*, 90, 2221
- Ostriker, J. P., & Steinhardt, P. 2003, *Science*, 300, 1909
- Palma, C., Majewski, S. R., Siegel, M. H., Patterson, R. J., Ostheimer, J. C., & Link, R. 2003, *AJ*, 125, 1352
- Peñarrubia, J., Walker, M. G., & Gilmore, G. 2009, *MNRAS*, 399, 1275
- Peterson, B. M., Bentz, M. C., Desroches, L., Filippenko, A. V., Ho, L. C., Kaspi, S., Laor, A., Maoz, D., Moran, E. C., Pogge, R. W., & Quillen, A. C. 2005, *ApJ*, 632, 799
- Plummer, H. C. 1911, *MNRAS*, 71, 460
- Pryor, C., & Kormendy, J. 1990, *AJ*, 100, 127
- Raga, A. C., Henney, W., Vasconcelos, J., Cerqueira, A., Esquivel, A., & Rodríguez-González, A. 2009, *MNRAS*, 392, 964
- Reach, W. T., Faied, D., Rho, J., Boogert, A., Tappe, A., Jarrett, T. H., Morris, P., Cambrésy, L., Palla, F., & Valdetaro, R. 2009, *ApJ*, 690, 683
- Read, J. I., Wilkinson, M. I., Evans, N. W., Gilmore, G., & Kleyana, J. T. 2006, *MNRAS*, 367, 387
- Rix, H., & Lake, G. 1993, *ApJ*, 417, L1+
- Roache, P. J. 1976, *Computational Fluid Dynamics*, ed. P. J. Roache
- Rosado, M., Esteban, C., Lefloch, B., Cernicharo, J., & García López, R. J. 1999, *AJ*, 118, 2962
- Sanchez-Salcedo, F. J. 1999, *MNRAS*, 303, 755
- Sánchez-Salcedo, F. J., & Lora, V. 2007, *ApJ*, 658, L83
- Sánchez-Salcedo, F. J., Reyes-Iturbide, J., & Hernandez, X. 2006, *MNRAS*, 370, 1829
- Shu, F. H., Adams, F. C., & Lizano, S. 1987, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 25, 23
- Smith, N., Bally, J., & Brooks, K. J. 2004, *AJ*, 127, 2793
- Smith, N., Bally, J., & Walborn, N. 2009, enviado a *MNRAS*

Referencias

- Solomon, P. M., Sanders, D. B., & Scoville, N. Z. 1979, in IAU Symposium, Vol. 84, The Large-Scale Characteristics of the Galaxy, ed. W. B. Burton, 35–52
- Somerville, R. S. 2002, *ApJ*, 572, L23
- Spitzer, L. J. 1958, *ApJ*, 127, 17
- Strigari, L. E., Bullock, J. S., Kaplinghat, M., Kravtsov, A. V., Gnedin, O. Y., Abazajian, K., & Klypin, A. A. 2006, *ApJ*, 652, 306
- Strigari, L. E., Bullock, J. S., Kaplinghat, M., Simon, J. D., Geha, M., Willman, B., & Walker, M. G. 2008, *Nature*, 454, 1096
- Strobel, N. V., & Lake, G. 1994, *ApJ*, 424, L83
- Sugimoto, D., Chikada, Y., Makino, J., Ito, T., Ebisuzaki, T., & Umemura, M. 1990, *Nature*, 345, 33
- Tremaine, S. 1995, *AJ*, 110, 628
- Tremaine, S., Gebhardt, K., Bender, R., Bower, G., Dressler, A., Faber, S. M., Filippenko, A. V., Green, R., Grillmair, C., Ho, L. C., Kormendy, J., Lauer, T. R., Magorrian, J., Pinkney, J., & Richstone, D. 2002, *ApJ*, 574, 740
- Tremaine, S., & Ostriker, J. P. 1999, *MNRAS*, 306, 662
- Ulrich, R. K. 1976, *ApJ*, 210, 377
- Valluri, M., Ferrarese, L., Merritt, D., & Joseph, C. L. 2005, *ApJ*, 628, 137
- van der Marel, R. P., & Anderson, J. 2009, ArXiv e-prints
- van Leer, B. 1982, in *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, Vol. 170, Numerical Methods in Fluid Dynamics, ed. E. Krause, 507–512
- Walcher, C. J., van der Marel, R. P., McLaughlin, D., Rix, H., Böker, T., Häring, N., Ho, L. C., Sarzi, M., & Shields, J. C. 2005, *ApJ*, 618, 237
- Walker, M. G., Mateo, M., Olszewski, E. W., Bernstein, R., Wang, X., & Woodroffe, M. 2006a, *AJ*, 131, 2114
- Walker, M. G., Mateo, M., Olszewski, E. W., Pal, J. K., Sen, B., & Woodroffe, M. 2006b, *ApJ*, 642, L41
- Walker, M. G., Mateo, M., Olszewski, E. W., Peñarrubia, J., Wyn Evans, N., & Gilmore, G. 2009, *ApJ*, 704, 1274

- Warren, M. S., Quinn, P. J., Salmon, J. K., & Zurek, W. H. 1992, ApJ, 399, 405
- Wilkinson, M. I., Kleyna, J. T., Evans, N. W., Gilmore, G. F., Irwin, M. J., & Grebel, E. K. 2004, ApJ, 611, L21
- Yoo, J., Chanamé, J., & Gould, A. 2004, ApJ, 601, 311
- Yusef-Zadeh, F., Biretta, J., & Wardle, M. 2005, ApJ, 624, 246

Referencias

Constantes útiles

Tabla 10.1 – Constantes útiles

Símbolo	Descripción	CGS	MKS
G	constante gravitacional	$6.67259 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{g s}^2$	$6.67259 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$
c	velocidad de la luz	$2.99792458 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$	$2.99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
M_{\odot}	masa solar	$1.989 \cdot 10^{33} \text{ g}$	$1.989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
R_{\odot}	radio solar	$6.960 \cdot 10^{10} \text{ cm}$	$6.960 \cdot 10^8 \text{ m}$
AU	unidad astronómica	$1.4959787 \cdot 10^{13} \text{ cm}$	$1.4959787 \cdot 10^{11} \text{ m}$
pc	parsec	$3.0857 \cdot 10^{18} \text{ cm}$	$3.0857 \cdot 10^{16} \text{ m}$
\mathcal{R}	constante universal de los gases	$8.31447 \cdot 10^7 \text{ erg/K mol}$	8.31447 J/K mol
A_{β}	aldebarán	900 s	15 min