



UNIVERSIDAD VILLA RICA

**ESTUDIOS INCORPORADOS A LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**“PROGRAMA DE CÁLCULO PARA EL
DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES DE
CONCRETO REFORZADO POR
FLEXOCOMPRESIÓN, FLEXIÓN Y CORTANTE EN
BASE A LAS NTC DEL D.F.”**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO CIVIL

PRESENTA:

PEDRO ANGEL ROMERO BARAJAS

Director de Tesis:

ING. GILBERTO NICOLAS GARCÍA TORRES

BOCA DEL RÍO, VER.

Revisor de Tesis

ING. JOSÉ VLADIMIRO SALAZAR SIQUEIROS

2009



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

Introducción	1
Capítulo I.- Características del Concreto y Acero	4
1.1.- Estructuras de Concreto Reforzado	4
1.2.- Resistencia de Elementos Estructurales	7
1.3.- Dimensionamiento de Elementos Estructurales	9
1.4.- Norma Aplicable al Cemento	11
1.5.- Generalidades del Acero	13
1.6.- Norma Aplicable al Acero	14
Capítulo II.- Columnas Cortas Bajo Carga Axial Simple	16
2.1.- Comportamiento, modos de falla y resistencia de elementos sujetos a compresión axial	16
2.1.1.- Normas técnicas complementarias (NTC-04) del Reglamento del Distrito Federal	24
2.2.- Ejemplos de cálculos de resistencia de columnas cortas bajo carga axial	27

Capítulo III.- Columnas Cortas Bajo Carga Axial Excéntrica en una	
Dirección	33
3.1.- Introducción	33
3.2.- Comportamiento y modos de falla de elementos	
sujetos a flexocompresión	37
3.3.- Cálculo de Resistencias	39
3.3.1.- Determinación de Diagrama de Interacción	39
3.3.2.- Obtención de la resistencia por tanteos	
utilizando hipótesis simplificadoras	42
3.3.3.- Procedimiento General	43
3.4.- Ejemplos	46
Capítulo IV.- Columnas Cortas Bajo Carga Axial Excéntrica en	
dos direcciones	55
4.1.- Introducción	55
4.2.- Comportamiento y Modos de Falla de Elementos	
sujetos a Flexocompresión	56
4.3.- Solución por Tanteos	56

4.3.1.- Fórmula de Bresler	57
4.4.- Ejemplo	62
Capítulo V.- Efectos de Esbeltez	66
5.1.- Introducción	66
5.2.- Comportamiento y Variables Principales	71
5.2.1.- Rigidez a Flexión de Vigas que Restringen a la Columna	72
5.2.2.- Rigidez a Flexión de la Columna	72
5.2.3.- Relación de Excentricidades en los dos Extremos de la Columna y Tipo de Curvatura	73
5.2.4.- Desplazamiento Lateral Relativo Entre los dos Extremos de la Columna	75
5.2.5.- Duración de la Carga	77
5.3.- Métodos de Dimensionamiento	77
5.3.1.- Método de Amplificación de Momentos	80
5.4.- Cálculo de los Efectos de Esbeltez	81
5.4.1.- Método del Reglamento ACI	81

5.4.2.- Método del Reglamento del Distrito Federal	92
5.5.- Ejemplo	95
Capítulo VI.- Flexión en Vigas Simplemente Armadas	96
6.1.- Introducción	96
6.2.- Comportamiento y Modos de Falla de Elementos Sujetos a Flexión Simple	96
6.3.- Resistencia de Elementos Sujetos a Flexión Simple	105
6.3.1.- Hipótesis Generales	105
6.3.2.- Hipótesis de Algunos Reglamentos de Construcción	106
6.3.3.- Procedimientos para Determinar la Resistencia a Flexión	110
6.4.- Ejemplo	119
Capítulo VII.- Flexión en Vigas Doblemente Armadas	123
7.1.- Introducción	123

7.2.- Comportamiento de Vigas Doblemente Armadas	
Bajo Flexión	123
7.3.- Solución por Tanteos y por Método de Ecuaciones	
Mediante el Reglamento ACI 318-02	124
7.4.- Solución por Tanteos y por Método de Ecuaciones	
Mediante el Reglamento de NTC-04	131
7.5.- Ejemplo	131
Capítulo VIII.- Flexión en Vigas T	134
8.1.- Introducción	134
8.2.- Comportamiento de Vigas T Bajo Flexión	134
8.3.- Solución por Tanteos y por Método de Ecuaciones	
Mediante el Reglamento ACI 318-02	135
8.4.- Solución por Tanteos y por Método de Ecuaciones	
Mediante el Reglamento de NTC-04	144
8.5.- Ejemplo	145
Conclusiones	148

LISTA DE TABLAS

Tabla 1.1 Norma Aplicable al Cemento	11
Tabla 6.1 Características de elementos con distintos índices de refuerzo.	104

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Curvas carga-deformación unitaria de columnas cortas bajo compresión axial.	20
Figura 2.2 Diagramas de cuerpo libre de una sección con hélice.	22
Figura 3.1 Elementos equivalentes sujetos a Flexocompresión.	34
Figura 3.2 Diagrama de interacción típico para una sección rectangular.	36
Figura 3.3 Espécimen para ensaye en flexocompresión con agrietamiento típico.	38
Figura 3.4 Evaluación de acciones interiores.	44
Figura 3.5 Diagrama de interacción para el elemento de la figura 3.4	45
Figura 3.6.- Diagrama de Interacción.	54
Figura 4.1 Superficie de interacción.	59
Figura 4.2.- Diagrama de Interacción A.	64
Figura 4.3.- Diagrama de Interacción B.	65

Figura 5.1 Momentos adicionales en una columna por efecto de esbeltez.	66
Figura 5.2 Momentos adicionales en una columna por desplazamiento lateral relativo.	68
Figura 5.3 Momentos adicionales en una columna por efecto del desplazamiento lateral relativo.	69
Figura 5.4 Comparación del comportamiento entre columna corta y una columna esbelta.	70
Figura 5.5 Efecto de la rigidez flexionante de las vigas que restringen a una columna.	72
Figura 5.6 Efecto de esbeltez en columnas con doble curvatura.	74
Figura 5.7 Efecto de esbeltez en columnas con curvatura simple.	75
Figura 5.8 Estructura con muros rígidos.	77
Figura 5.9 Incrementos sucesivos de deformaciones debidos a momentos de segundo orden.	79
Figura 5.10 Valores de dimensionamiento en los métodos de amplificación de momentos.	80
Figura 5.11 Longitud efectiva de pandeo para diferentes	

condiciones de apoyo.	87
Figura 5.12 Factores para obtener las longitudes efectivas de pandeo para marcos contraventeados.	89
Figura 5.13 Factores para obtener las longitudes efectivas de pandeo para marcos no contraventeados.	90
Figura 6.1 Espécimen típico para estudio de flexión simple.	97
Figura 6.2 Gráfica carga-deflexión de un elemento, con un porcentaje usual de tensión.	98
Figura 6.3 Agrietamiento en la falla de vigas sujetas a flexión.	100
Figura 6.4 Gráficas carga-deflexión de elementos con porcentajes variables de acero (sección, f'_c y f_y constantes) sujetos a flexión simple.	101
Figura 6.5 Distribuciones de deformaciones y esfuerzos en una sección sujeta a flexión.	106
Figura 6.6 Hipótesis ACI 318-02 sobre la distribución de deformaciones y esfuerzos en la zona de compresión.	107
Figura 6.7 Hipótesis de las NTC-04 sobre la distribución de deformaciones y esfuerzos en la zona de compresión.	109

Figura 6.8 Momento resistente nominal de elementos rectangulares con esfuerzo de tensión únicamente, de acuerdo con el Reglamento ACI 318-02.	115
Figura 6.9 Gráfica para Diseño por Flexión.	122
Figura 7.1 Momento resistente nominal de secciones rectangulares doblemente armadas, de acuerdo con el Reglamento ACI 318-02.	125
Figura 7.2 Deformaciones unitarias en una viga subreforzada.	127
Figura 8.1 Momento resistente nominal de secciones T, de acuerdo con el Reglamento ACI 318-02.	137

Todas las figuras fueron tomadas del libro:
González Cuevas, y Robles, *Aspectos fundamentales del concreto reforzado*, 4a ed., México, Limusa, 2006.

INTRODUCCIÓN

El concreto reforzado es el más popular y desarrollado de los materiales de construcción, ya que aprovecha en forma muy eficiente las características de buena resistencia en compresión, durabilidad, resistencia al fuego y moldeabilidad del concreto, junto con las de alta resistencia en tensión y ductilidad del acero, para formar un material compuesto que reúne muchas de las ventajas de ambos materiales componentes. Manejando de manera adecuada la posición y cuantía del refuerzo, se puede lograr un comportamiento notablemente dúctil en elementos sujetos a flexión.

Por el contrario, el comportamiento es muy poco dúctil cuando la falla está regida por otros estados límite como cortante, torsión, adherencia y carga axial de compresión. En este último caso puede eliminarse el carácter totalmente frágil de la falla si se emplea refuerzo transversal en forma de zuncho. El concreto está sujeto a deformaciones importantes por contracción y flujo plástico que hacen que sus propiedades de rigidez varíen con el tiempo. Estos fenómenos deben ser considerados en el diseño, modificando adecuadamente los resultados de los análisis elásticos y deben tomarse precauciones en la estructuración y el dimensionamiento para evitar que se presenten flechas excesivas o agrietamientos por cambios volumétricos.

Por su moldeabilidad, el concreto se presta a tomar las formas más adecuadas para el funcionamiento estructural requerido y, debido a la libertad con que se puede colocar el refuerzo en diferentes cantidades y posiciones, es posible lograr

que cada porción de la estructura tenga la resistencia necesaria para las fuerzas internas que se presentan. El monolitismo es una característica casi obligada del concreto colado en sitio; al prolongar y anclar el refuerzo en las juntas pueden transmitirse los esfuerzos de uno a otro elemento y se logra continuidad en la estructura. Las dimensiones generalmente robustas de las secciones y el peso volumétrico relativamente alto del concreto hacen que el peso propio sea una acción preponderante en el diseño de las estructuras de este material y en el de las cimentaciones que las soportan. Los concretos elaborados con agregados ligeros se emplean con frecuencia en muchos países para reducir la magnitud del peso propio. Se incrementan, sin embargo, en estos casos las deformaciones por contracción y flujo plástico y se reduce el módulo de elasticidad para una resistencia dada.

Mediante una dosificación adecuada de los ingredientes, puede proporcionarse la resistencia a compresión más conveniente para la función estructural que debe cumplirse. Aunque para las estructuras comunes resulta más económico emplear resistencias cercanas a 250 kg/cm^2 , éstas pueden variarse con relativa facilidad entre 150 y 500 kg/cm^2 y pueden alcanzarse valores aún mayores con cuidados muy especiales en la calidad de los ingredientes y el proceso de fabricación. La variabilidad de las propiedades mecánicas es reducida si se observan precauciones rigurosas en la fabricación, en cuyo caso son típicos coeficientes de variación de la resistencia en compresión poco superiores a 10 por ciento. Se tienen dispersiones radicalmente mayores cuando los ingredientes se dosifican por volumen y sin tomar en cuenta la influencia de la humedad y la absorción de los agregados en las cantidades de agua necesarias en la mezcla. Coeficientes de variación entre 20 y 30 por ciento son frecuentes en estos casos para la resistencia en compresión. Una modalidad más refinada del concreto reforzado permite eliminar o al menos reducir, el inconveniente del agrietamiento del concreto que es consecuencia natural de los esfuerzos elevados de tensión a los que se hace trabajar al acero de refuerzo.

El empleo de programas de cómputo son cada vez son más útiles en el ámbito de la construcción y, por supuesto, son un apoyo muy importante a lo que en cuestión de cálculo de diseño se refiere, ya que ellos permiten automatizar varios de los cálculos con una precisión inmejorable. Es por eso que esta tesis pretende desarrollar un programa para dimensionar dos de los elementos más importantes en el ramo del diseño estructural, las columnas y vigas de concreto reforzado. Este programa de cálculo se desarrollará con base en el criterio del Reglamento de Construcción del Distrito Federal.

CAPÍTULO I

CARACTERISTICAS DEL CONCRETO Y ACERO

Antes de estudiar los elementos sujetos a flexocompresión es importante tener ciertos conocimientos de la estructuras de concreto reforzado, su resistencia y su dimensionamiento, por lo que a continuación estos aspectos son tratados de manera general.

1.1 Estructuras de Concreto Reforzado

Una estructura puede concebirse como un sistema, es decir, como un conjunto de partes o componentes que se combinan en forma ordenada para cumplir una función dada. Además, la estructura debe cumplir la función a la que está destinada con un grado razonable de seguridad y de manera que tenga un comportamiento adecuado en las condiciones normales de servicio.

Las estructuras de concreto reforzado tienen ciertas características derivadas de los procedimientos usados en su construcción, que las distinguen de las estructuras de otros materiales.

El concreto se fabrica en estado plástico, lo que obliga a utilizar moldes que lo sostengan mientras adquiere resistencia suficiente para que la estructura sea auto soportante. Esta característica impone ciertas restricciones, pero al mismo tiempo aporta algunas ventajas. Una de estas es su moldeabilidad, propiedad que brinda al proyectista gran libertad en la elección de formas. Gracias a ella, es posible construir estructuras tales como cascarones o membranas, que en otro material serian muy difícil de lograr.

Otra característica importante es la facilidad con que puede obtenerse la continuidad en la estructura, con todas las ventajas que esto supone. Mientras que en estructuras metálicas el logro de continuidad en las conexiones entre los elementos implica serios problemas en el diseño y en la ejecución, en las estructuras de concreto reforzados el monolitismo es consecuencia natural de las características de construcción.

Existen dos procedimientos principales para construir estructuras de concreto.

Cuando los elementos estructurales se forman en su posición definitiva, se dice que la estructura ha sido colocada *in situ* o colocada en el lugar. Si se fabrican en un lugar distinto al de su posición definitiva en la estructura, el procedimiento recibe el nombre de prefabricación.

El primer procedimiento obliga a una secuencia determinada de operaciones, ya que para iniciar cada etapa es necesario esperar a que se haya concluido la anterior. Por ejemplo, no puede procederse a la construcción de un nivel en un edificio hasta que el nivel inferior haya adquirido la resistencia adecuada. Además, es necesario, a menudo, construir obras falsas muy elaboradas y transportar el concreto fresco del lugar de fabricación a su posición definitiva, operaciones que influyen decisivamente en el costo.

Con el segundo procedimiento se economiza tanto en la obra falsa como en el transporte del concreto fresco y se pueden realizar simultáneamente varias etapas de construcción. Por otra parte, este procedimiento presenta el inconveniente del costo adicional de transporte y montaje de los elementos prefabricados y, además, el problema de desarrollar conexiones efectivas entre los elementos.

El proyectista debe elegir entre estas dos alternativas, guiándose siempre por las ventajas económicas, constructivas y técnicas que pueden obtenerse en cada caso. Cualquiera que sea la alternativa que escoja, esta elección influye de manera importante en el tipo de estructuración que se adopte.

Otra característica peculiar de las estructuras de concreto reforzado es el agrietamiento, que debe tenerse en cuenta al estudiar su comportamiento bajo condiciones de servicio, así como el efecto de la permanencia de cargas en lo que a las deformaciones por flujo plástico se refiere.

1.2 Resistencia de elementos estructurales

Una estructura debe ser segura contra el colapso y funcional en su uso para que cumpla con sus propósitos. El funcionamiento requiere que las deflexiones sean suficientemente pequeñas, que las grietas, si existen, se mantengan bajo límites tolerables, que las vibraciones se minimicen, etc. La seguridad requiere que la resistencia de la estructura sea la adecuada para todas las cargas que previsiblemente pueden llegar a actuar sobre ella. Si la resistencia de la estructura, construida como se diseñó, pudiera predecirse exactamente y, si las cargas y sus efectos internos (momentos, cortantes, fuerzas axiales) se conocieran con precisión, la seguridad podría garantizarse proporcionando una capacidad de carga ligeramente superior que la que requieren las cargas conocidas. Sin embargo, existen diversas razones de incertidumbre en el análisis, el diseño y la construcción de estructuras de concreto reforzado. Estas fuentes de incertidumbre, que requieren un margen de seguridad definido, pueden relacionarse así:

- 1.- Las cargas reales pueden diferir de las supuestas
- 2.- Las cargas reales pueden estar distribuidas de manera diferente de la supuesta.
- 3.- Las premisas y simplificaciones inherentes a cualquier análisis pueden resultar en efectos calculados, momentos, cortantes, etc., diferentes de aquéllos que de hecho actúan sobre la estructura.
- 4.- El comportamiento estructural real puede diferir del supuesto, debido a conocimientos limitados.

5.- Las dimensiones reales de los elementos pueden diferir de las especificadas.

6.- Es posible que el refuerzo no esté en su posición correcta.

7.- Las resistencias reales de los materiales pueden diferir de las especificadas.

La resistencia de una estructura depende de la resistencia de los materiales que la conforman. Por esta razón se especifican en forma estándar las resistencias mínimas de los materiales. Las resistencias reales de los materiales no pueden conocerse en forma precisa y, por tanto, también constituyen variables aleatorias. Además, la resistencia de la estructura depende también del cuidado que se tenga en la construcción, que a su vez refleja la calidad de la supervisión y de la inspección. El tamaño de los elementos puede diferir de las dimensiones especificadas, el refuerzo puede estar fuera de sitio, el concreto mal vaciado puede presentar vacíos, etc.

La resistencia de toda la estructura o de una cantidad de estructuras repetitivas, como por ejemplo un conjunto de pasos elevados en carreteras, también se puede considerar como variable aleatoria con una función de densidad probabilística. En el caso de las cargas, la forma exacta de esta función no puede conocerse, pero se puede aproximar mediante datos conocidos, como por ejemplo con estadísticas sobre resistencias reales de materiales y elementos o con información similar.

1.3 Dimensionamiento de elementos estructurales

Se entiende por dimensionamiento de elementos de concreto reforzado la determinación de las propiedades geométricas de los elementos estructurales y de la cantidad y posición del acero de refuerzo.

El procedimiento de dimensionamiento tradicional, basado en esfuerzos de trabajo, consiste en determinar los esfuerzos correspondientes a acciones interiores obtenidas de un análisis elástico de la estructura, bajo sus supuestas acciones de servicio. Estos esfuerzos se comparan con esfuerzos permisibles, especificados como una fracción de las resistencias del concreto y el acero. Se supone que así se logra, a la par, un comportamiento satisfactorio en condiciones de servicio y un margen razonable de seguridad.

El factor de seguridad de los elementos de una estructura dimensionados por el método de esfuerzos de trabajo no es uniforme, ya que no puede medirse en todos los casos el factor de seguridad por la relación entre las resistencias de los materiales y los esfuerzos permisibles. En otras palabras, la relación entre la resistencia del material y los esfuerzos de trabajo no es siempre igual a la relación entre la resistencia del elemento y su sollicitación de servicio.

El procedimiento más comúnmente utilizado en la actualidad es el denominado método plástico, de resistencia o de resistencia última, según el cual, los elementos o secciones se dimensionan para que tengan una resistencia determinada.

El procedimiento consiste en definir las acciones interiores, correspondientes a las condiciones de servicio, mediante un análisis elástico y multiplicarlas por un factor de carga que puede ser constante o variable según los distintos elementos, para así obtener las resistencias de dimensionamiento. El factor de carga puede introducirse también incrementando las acciones exteriores y realizando después un análisis elástico de la estructura. El dimensionamiento se hace con la hipótesis de comportamiento inelástico.

El procedimiento de dimensionamiento plástico puede también aplicarse a los resultados de un análisis límite, del cual se obtienen directamente las acciones interiores correspondientes a la carga de falla que convierte la estructura en un mecanismo. El dimensionamiento a partir de un análisis límite no es todavía de aplicación práctica, debido a las incertidumbres que se tienen sobre mecanismos de colapso, la inestabilidad general de la estructura y la capacidad de rotación de los elementos de la misma.

El análisis límite no debe confundirse con el criterio general de dimensionamiento, denominado de estados límite. El enfoque de estados límite no es sino un formato en el que se consideran todos los aspectos del diseño en forma ordenada y racional y que permite la fácil incorporación de criterios probabilistas.

De hecho, se trata de lograr que las características acción-respuesta de un elemento estructural o de una estructura estén dentro de límites que se consideran aceptables. Según este método, una estructura o un elemento estructural deja de ser útil cuando alcanza un estado, llamado estado límite, en el que deja de realizar la función para la cual fue diseñado.

1.4 Norma Aplicable al Cemento

Tabla 1.1 Norma Aplicable al Cemento

Producto	Normas de Calidad	Características y campos de aplicación
Cemento Portland Ordinario	NMX-C-414-ONNCCE-1999	El Cemento Portland Ordinario es excelente para construcciones en general, zapatas, columnas, trabes, castillos, dalas, muros, losas, pisos, pavimentos, guarniciones, banquetas, muebles municipales (Bancas, mesas, fuentes, escaleras), etc. Ideal para la elaboración de productos prefabricados (Tabicones, adoquines, bloques, postes de luz, lavaderos, balaustradas, pilteas etc.
Cemento Portland Compuesto	NMX-C-414-ONNCCE-1999	Presenta excelente durabilidad en prefabricados para alcantarillados y a los concretos les proporciona una mayor resistencia química y menor desprendimiento de calor. Este cemento es compatible con todos los materiales de construcción convencionales como arenas, gravas, piedras, cantera, mármol, etc.; así como con los

		pigmentos (preferentemente los que resisten la acción solar) y aditivos, siempre que se usen con los cuidados y dosificaciones que recomienden sus fabricantes.
Cemento Portland Puzolánico	NMX-C-414-ONNCCE-1999	<p>Ideal para la construcción de zapatas, pisos, columnas, castillos, dalas, muros, losas, pavimentos, guarniciones, banquetas, muebles municipales (Bancas, mesas, fuentes, escaleras), etc.</p> <p>Especialmente diseñado para la construcción sobre suelos salinos. El mejor para obras expuestas a ambientes químicamente agresivos.</p> <p>Alta durabilidad en prefabricados para alcantarillados como brocales para pozos de visita, coladeras pluviales, registros y tubería para drenaje.</p>
Cemento Portland Ordinario Blanco	NMX-C-414-ONNCCE-1999	<p>Excelente para obras ornamentales o arquitectónicas como fachadas, monumentos, lápidas, barandales, escaleras, etc.</p> <p>Gran rendimiento en la producción de mosaicos, terrazos, balaustradas, lavaderos, W.C. rurales, tiroles, pegazulejos, junteadores, etc.</p> <p>En fachadas y recubrimiento de muros, ahorra gastos de repintado. Este producto puede pigmentarse con facilidad; para obtener el color deseado se puede mezclar con los</p>

		materiales de construcción convencionales, siempre y cuando estén libres de impurezas. Por su alta resistencia a la compresión tiene los mismos usos estructurales que el cemento gris.
Cemento Portland Ordinario Resistente a los Sulfatos	NMX-C-414-ONNCCE-1999	El Cemento Portland Ordinario Resistente a los sulfatos proporciona mayor resistencia química para concretos en contacto con aguas o suelos agresivos (aguas marinas, suelos con alto contenido de sulfatos o sales), recomendable para la construcción de presas, drenajes municipales y todo tipo de obras subterráneas.
Cemento para albañilería (Mortero)	NMX-C-021-ONNCCE-2004	Diseñado especialmente para trabajos de albañilería: junteo o pegado de bloques, tabiques, ladrillos, piedra y mampostería; aplanados, entortados, enjarres, repellados y resanes; firmes, plantillas y banquetas. No debe utilizarse en la construcción de elementos estructurales.

1.5 Generalidades del Acero

Acero es el nombre que se da a las aleaciones de hierro (Fe) y carbono (C), en las que el conjunto de ambos minerales no sobrepasa el 5%. El acero también

contiene otros minerales en menor proporción, como fósforo (P), azufre (S) y nitrógeno (N). Los aceros aleados contienen además otros elementos como manganeso (Mn), silicio (Si), cromo (Cr), níquel (Ni) y molibdeno (Mo).

Se considera que una aleación de hierro es acero si contiene menos de un 2% de carbono. El contenido de carbono tiene un efecto fundamental en las propiedades del acero. A medida que crece el contenido de carbono, aumenta la dureza y la resistencia del acero, pero también aumenta su fragilidad y disminuye la ductilidad. A menor contenido de carbono, el acero presenta mejor soldabilidad. El acero es un material dúctil, maleable, forjable y soldable.

Clasificación de los aceros en función del contenido de carbono:

- Acero no aleado, el contenido de carbono es inferior al 0,2%
- Acero de baja aleación, contiene carbono en cantidad superior al 0,2% y una cantidad total de otros elementos no superior al 5%.
- Acero de alta aleación, contiene una cantidad total de otros elementos superior al 5%. En este grupo se encuentran los aceros inoxidable, que contienen un mínimo del 10,5% de cromo y un máximo del 1,2% de carbono.

1.6 Norma Aplicable al Acero

NMX-C-407-ONNCCE-2001 "INDUSTRIA DE LA CONSTRUCCIÓN.- VARILLA CORRUGADA DE ACERO PROVENIENTE DE LINGOTE Y PALANQUILLA PARA REFUERZO DE CONCRETO - ESPECIFICACIONES Y MÉTODOS DE PRUEBA"

Las varillas según las normas aplicables, se clasifican, por su esfuerzo de fluencia nominal, en 3 grados: Grado 30, Grado 42 y Grado 52.

Composición Química:

- Análisis de Colada: El contenido de fósforo en el acero no debe exceder a 0.050%, en masa.
- Análisis del Producto: El contenido de fósforo en la varilla no debe exceder a 0.062%, en masa.

Longitud de las Corrugaciones: Debe ser tal que la separación entre los extremos de las mismas, sobre lados opuestos de la varilla, no sea mayor de 12.5% de su perímetro nominal. Cuando los extremos de las corrugaciones terminen en una costilla longitudinal, el ancho de la costilla debe considerarse como tal separación.

La suma total entre los extremos de las corrugaciones no debe excederse de 25% del perímetro nomina.

CAPÍTULO II

COLUMNAS CORTAS BAJO CARGA AXIAL SIMPLE

2.1 Comportamiento, modos de falla y resistencia de elementos sujetos a compresión axial

En este capítulo se presentan los procedimientos necesarios para determinar la resistencia de elementos de concreto reforzado sujetos a la acción de carga axial simple. Se consideran aquí únicamente elementos muy cortos, en los que no existen problemas de esbeltez. Se supondrán conocidas la geometría del elemento, incluyendo la cantidad y distribución del acero de refuerzo, la calidad del concreto, definida por una cierta resistencia nominal (f'_c), y la calidad del acero, definida por su esfuerzo de fluencia (f_y).

En la figura 2.1 se representan las curvas carga-deformación unitaria para tres tipos de elementos de concreto sujetos a compresión axial. Las curvas son típicas de las que se obtienen de ensayos de columnas relativamente cortas. Si las

columnas fueran muy esbeltas, la resistencia estaría afectada en forma importante por los efectos de la deflexión lateral debida a excentricidades accidentales en la aplicación de la carga.

La curva A, correspondiente a un espécimen de concreto simple, representa la curva característica carga-deformación de una columna con relaciones de esbeltez mayor que 2 pero menor que 10 ó 12. Como es el caso de cilindros de control, la carga máxima se alcanza cuando se llega a una deformación unitaria del orden de 0.002.

Es importante recordar que la resistencia de un prisma disminuye al aumentar la relación de esbeltez, hasta llegar a un valor mínimo aproximadamente igual al 85 por ciento de la resistencia de un prisma con relación de esbeltez igual a dos. Por consiguiente, la resistencia de un elemento de concreto simple sujeto a compresión axial puede estimarse como el producto del 85 por ciento del esfuerzo medido en un cilindro de control (f'_c), ensayado en las mismas condiciones, por el área de la sección transversal del elemento.

Este factor de reducción, 0.85, es sólo un promedio de resultados de ensayos en miembros colados verticalmente. Se han encontrado valores para este factor desde 0.69 hasta 0.95.

Si se adiciona refuerzo longitudinal a un espécimen de concreto simple y se utiliza el refuerzo transversal necesario para mantener las barras longitudinales en su posición durante el colado, la carga máxima se obtiene bajo las mismas condiciones que en un prisma de concreto simple, es decir, a una deformación

unitaria del orden de 0.002. La falla, como en el caso anterior, se produce a una deformación de 0.003 ó 0.004, si el ensaye es de corta duración. A esa deformación, el concreto se agrieta longitudinalmente, o según planos con una inclinación aproximada de 45°, dependiendo de las restricciones en los extremos del espécimen, y las barras longitudinales se pandean entre estribos al faltarles el soporte lateral del concreto.

Conviene hacer hincapié en que el término “falla” suele usarse de un modo confuso. En unos casos indica la resistencia y en otros el colapso final que ocurre a una carga generalmente menor que la resistencia. En este caso se utilizará para indicar el colapso final.

La característica acción-respuesta de un espécimen con refuerzo longitudinal es una curva como la B de la figura 2.1. La resistencia adicional sobre la de un prisma de concreto simple es debida a la contribución del refuerzo longitudinal en compresión. Se puede estimar esta contribución como el producto del área de acero por el esfuerzo de fluencia, f_y .

Por lo tanto, la resistencia o carga máxima que un prisma de concreto con refuerzo longitudinal y estribos transversales es capaz de alcanzar, está dada por la expresión:

$$P_o = 0.85 f'_c A_g + A_s f_y \quad (2.1)$$

En ella, A_g representa el área total de concreto, sin descontar el área ocupada por las barras. En rigor debe descontarse esta área pero, como normalmente es pequeña, el error que se comete al no hacerlo también es pequeño. Para porcentajes altos, del orden de 5 por ciento o más del área de la sección, vale la pena descontar el área de las barras.

Si el elemento, además de refuerzo longitudinal, tiene refuerzo helicoidal continuo a todo lo largo, su comportamiento bajo carga queda representado por las curvas C de la figura 2.1. Inicialmente su comportamiento es similar al de un prisma con estribos, hasta llegar al primer máximo, a una deformación unitaria del orden de 0.002. Aproximadamente a esta deformación, el recubrimiento de la hélice o zuncho empieza a desprenderse y, por tanto, la capacidad de carga del elemento disminuye. Al deformarse lateralmente el concreto en forma apreciable por el efecto de Poisson, la hélice se alarga, produciendo como reacción una presión confinante en el núcleo de concreto limitado por el zuncho. De acuerdo con las características de la hélice, la recuperación en capacidad de carga del espécimen será mayor o menor.

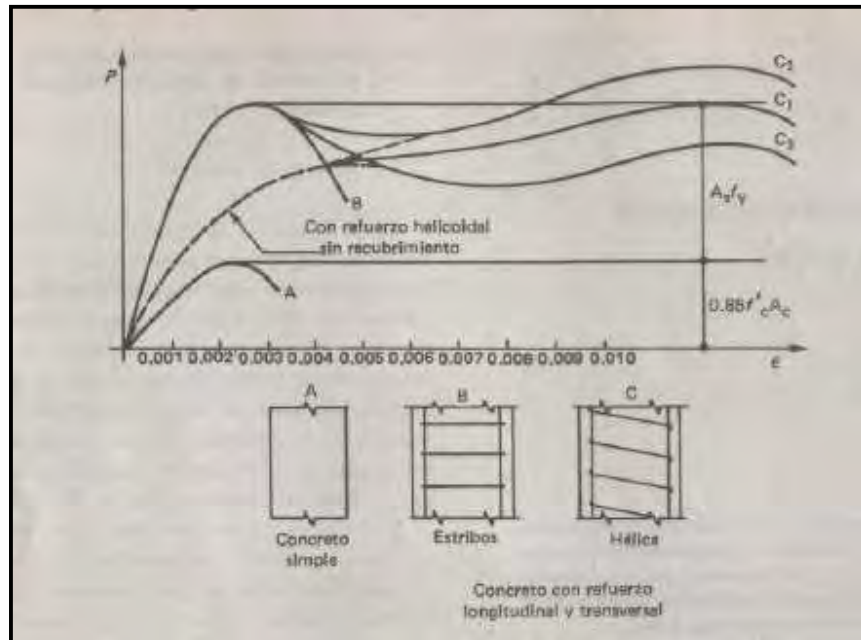


Figura 2.1 Curvas carga-deformación unitaria de columnas cortas bajo compresión axial.

Si el confinamiento proporcionado por el zuncho es suficiente, puede alcanzarse una segunda carga máxima superior a la alcanzada inicialmente, pero a deformaciones considerablemente mayores, como muestra la curva C_2 .

Por el contrario, si el confinamiento no es suficiente, nunca se alcanzará una carga como la del primer máximo (C_3). Si se ensaya un espécimen con hélice y refuerzo longitudinal, pero sin recubrimiento, la etapa inicial quedará representada por la línea de trazo interrumpido con una pendiente menor que la del espécimen con recubrimiento, ya que el área de concreto es menor. La parte final de ambas curvas será igual, puesto que el espécimen con recubrimiento lo habrá perdido a estas deformaciones.

Se puede considerar, entonces, que la resistencia en compresión axial de un elemento de concreto reforzado se obtiene de la contribución de cuatro factores: el concreto del núcleo, el acero longitudinal, el concreto de recubrimiento y el refuerzo helicoidal. Estas dos últimas contribuciones no pueden existir simultáneamente, ya que, como se ha visto, el refuerzo helicoidal actúa en forma apreciable sólo cuando la deformación longitudinal del elemento es igual o mayor que la que produce la caída del recubrimiento.

La contribución a la resistencia aportada por el concreto, tanto el del núcleo como el del recubrimiento, puede valuarse como el producto del 85 por ciento de la resistencia de un cilindro de control por el área correspondiente, y la contribución del acero longitudinal, como el producto del esfuerzo de fluencia por el área de acero (ecuación 2.1). Para evaluar la contribución del refuerzo helicoidal, puede utilizarse la información sobre el comportamiento de prismas de concreto sujetos a compresión triaxial.

Es posible evaluar la contribución de la hélice o espiral en función de las propiedades mecánicas del acero y del porcentaje volumétrico de refuerzo helicoidal. Este último se define como:

$$\rho_s = \frac{\text{volumen de acero en un paso de hélice}}{\text{volumen del núcleo de concreto en un paso de hélice}}$$

Denominando d al diámetro del núcleo, centro a centro de la hélice, A_s al área del alambre helicoidal, y s al paso, se tiene:

$$\rho s = \frac{\pi * d * A_s}{\frac{\pi * d^2 * s}{4}} = \frac{4 * A_s}{s * d} \quad (2.2)$$

La presión confinante se puede expresar en función de la tensión del refuerzo helicoidal, partiendo de las condiciones de equilibrio mostrado en la figura (2.2). Por sencillez, se supone que la hélice está contenida en un plano normal al eje del elemento. También se supone que el esfuerzo en la hélice ha alcanzado el límite de fluencia, lo cual se ha comprobado experimentalmente.

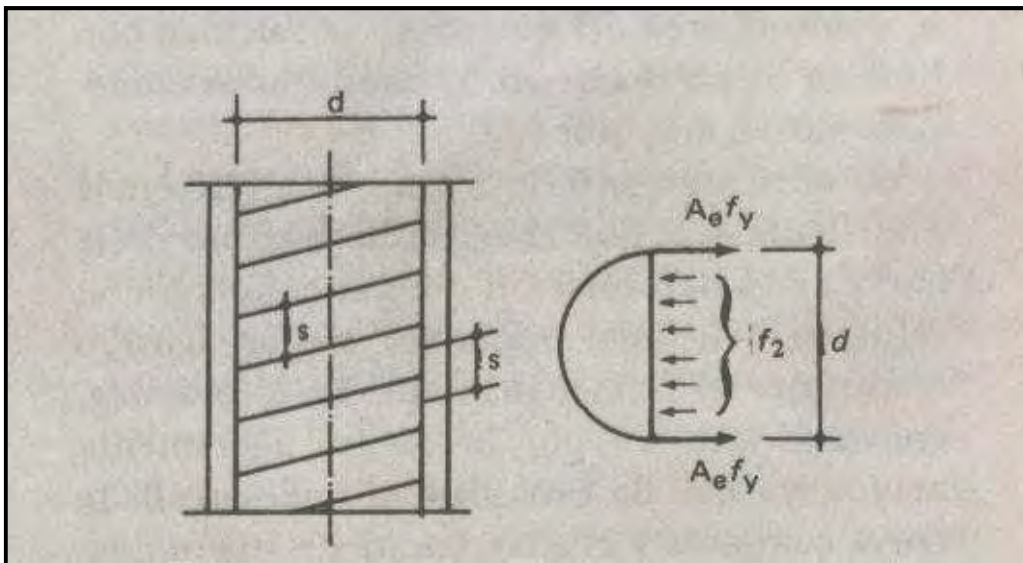


Figura 2.2 Diagramas de cuerpo libre de una sección con hélice.

Del equilibrio de las fuerzas mostradas se obtiene:

$$2 A_e f_y = f_2 s d \quad (2.3)$$

Donde f_y representa el esfuerzo de la hélice y f_2 , la presión confinante que actúa en el plano medio del elemento. Usando la definición de ρ_s de la ecuación (2.2) resulta:

$$f_2 = \frac{\rho_s * f_y}{2} \quad (2.4)$$

El efecto de la presión confinante de una hélice es comparable al de la presión de aceite en un ensaye de compresión triaxial, como se ha comprobado experimentalmente en ensayos de prismas con refuerzo helicoidal sin recubrimiento. De acuerdo con la expresión $f_1 = f_c + 4.1 f_2$, el refuerzo máximo que un espécimen de concreto simple es capaz de soportar es igual al esfuerzo máximo sin presión confinante mas 4.1 veces el esfuerzo confinante, f_2 . Por consiguiente, la contribución de la hélice será aproximadamente $4.1 f_2 A_c$, o sea, $2.05 \rho_s f_y A_c$, donde A_c es el área del núcleo.

La validez de este coeficiente fue comprobada en forma aproximada en la investigación del American Concrete Institute (ACI) sobre columnas. En lo sucesivo, el coeficiente 2.05 se redondeará a 2.0. En la demostración anterior se ha medido el diámetro d centro a centro de la hélice. Sin embargo, en los reglamentos de construcción suele medirse entro los paños exteriores, y tanto la

cuantía ρ_s como el área del núcleo A_c se calculan con base en dicho diámetro. Los resultados numéricos varían muy poco.

Se mencionó anteriormente, con referencia a la figura (2.1), que el segundo máximo de la curva-deformación de una columna con refuerzo helicoidal podía ser mayor, igual o menor que el primer máximo. En la práctica, conviene que sea por lo menos ligeramente mayor, ya que de esta manera se desarrolla la curva completa y el elemento tiene mayor ductilidad, lo cual es muy conveniente desde el punto de vista estructural. Para que esto suceda, la contribución de la hélice, $2 \rho_s f_y A_c$, debe ser ligeramente mayor que la contribución del recubrimiento de concreto que se desprende al alcanzarse el primer máximo. Esta condición puede lograrse haciendo que el porcentaje de refuerzo helicoidal, ρ_s , sea suficientemente grande.

2.1.1 Normas técnicas complementarias (NTC-04) del Reglamento del Distrito Federal

La ecuación para calcular la resistencia es:

$$P_{ro} = f''_c A_g + A_s f_y \quad (2.5)$$

Donde f''_c representa un esfuerzo uniforme en toda la sección transversal de la columna y los otros términos tienen el significado de las expresiones anteriores.

Esta ecuación es equivalente a la (2.1) pero en vez del esfuerzo uniforme $0.85 f'_c$ de esta última se emplea f''_c , el cual es igual a:

$$f''_c = 0.85 f^*_c, \text{ si } f^*_c \leq 280 \text{ Kg/cm}^2 \quad (2.6)$$

$$f''_c = 0.85 f^*_c, \text{ si } f^*_c \leq 28 \text{ MPa}$$

$$f''_c = (1.05 - \frac{f^*_c}{1400}) f^*_c, \text{ si } f^*_c > 280 \text{ Kg/cm}^2 \quad (2.7)$$

$$f''_c = (1.05 - \frac{f^*_c}{140}) f^*_c, \text{ si } f^*_c > 28 \text{ MPa}$$

El término f^*_c es una medida de la resistencia del concreto en la estructura, la cual por lo general es menor que la de los cilindros de control, y se calcula con la expresión siguiente:

$$f_c^* = 0.8 f_c' \quad (2.8)$$

La relación de refuerzo helicoidal, ρ_s , no debe ser menor que:

$$0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \left(\frac{f_c'}{f_y} \right) \quad \text{ni que} \quad 0.12 \left(\frac{f_c'}{f_y} \right) \quad (2.9)$$

Con lo cual se logra que el segundo máximo de la gráfica carga-deformación sea ligeramente mayor que el primero (figura 2.1). También se especifica que el claro libre de la hélice no sea mayor de 7 cm.

La resistencia calculada con la ecuación (2.5) es la resistencia nominal. La resistencia de diseño, P_{RO} , o sea, la que debe usarse para el diseño final de los elementos estructurales, se obtiene multiplicando la resistencia nominal por el factor reductor, F_R , que para el caso de las columnas con carga axial tiene un valor de 0.70 para columnas con estribos y de 0.80 para columnas con refuerzo helicoidal o con estribos que cumplan requisitos especiales en cuanto a su separación y diámetro.

2.2 Ejemplos de cálculos de resistencia de columnas cortas bajo carga axial

Cálculo de la resistencia de una columna corta rectangular de estribos, sujeta a carga axial de compresión. Sistema de unidades MKS

Datos:

Base: 50 cm

Altura: 35 cm

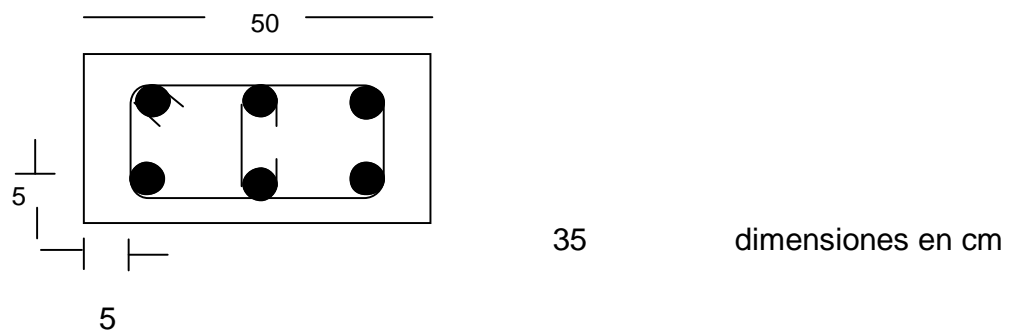
Recubrimiento horizontal: 5 cm

Recubrimiento vertical: 5 cm

f'_c : 280 kg/cm²

f_y : 4200 kg/cm²

A_s : 30.48 cm²



Valores de constantes:

f'_c	224 kg/cm ²
f''_c	190.4 kg/cm ²
A_g	1750 cm ²
ρ	0.0174

Resistencia nominal

- a) Sin descontar el área de las barras: P_o 461.22 ton
- b) Descontando el área de las barras: A_n 1719.52 cm² P_o 455.4 ton

Resistencia de diseño

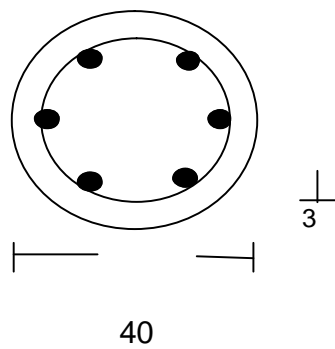
- a) Sin descontar el área de las barras: $P_o R$ 323 ton

- b) Descontando el área de las barras: $P_o R$ 319 ton

Cálculo de la resistencia de una columna corta circular de estribos sujeta a carga axial de compresión Sistema de unidades MKS

Datos:

Diámetro	40 cm
Recubrimiento	3 cm
f'_c	300 kg/cm ²
f_y	4200 kg/cm ²
A_s	30.48 cm ²



Valores constantes:

f^*c	240 kg/cm ²
$f''c$	204 kg/cm ²
A_g	1256.64 cm ²
ρ	0.0243

Resistencia nominal:

Po 384 ton

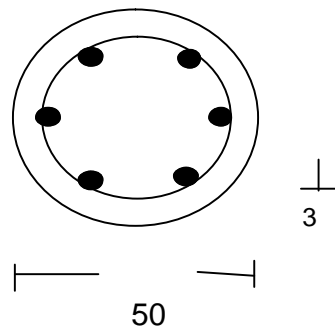
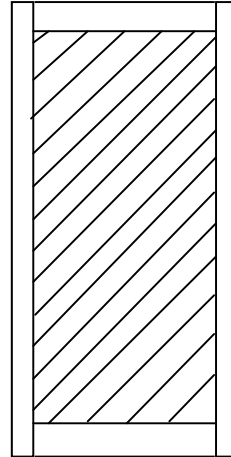
Resistencia de diseño:

Po R 269 ton

Cálculo de la resistencia de una columna corta circular zunchada de estribos sujeta a carga axial de compresión fuerzas dadas en MKS

Datos:

D	45 cm
rec	3 cm
D est	39 cm
f'c	250 kg/cm ²
fy	4200 kg/cm ²
As	40.56 cm ²
fyz	4200 kg/cm ²
Az	0.71 cm ²
s	5 cm



Valores constantes:

f*c	200 kg/cm ²
f" c	170 kg/cm ²

Ag	1590.43 cm ²
Ac	1194.59 cm ²
ρ	0.0255
ρ_s	0.0146

Resistencia nominal:

Primer máximo

Po	441 ton
----	---------

Revisión del refuerzo helicoidal

ρ_s	0.0146
----------	--------

0.00888

0.00714

Correcto por ρ_s

Correcto por s

Segundo máximo

Po	520 ton
----	---------

Resistencia de diseño:

Po R	416 ton
------	---------

CAPÍTULO III

COLUMNAS CORTAS BAJO CARGA AXIAL EXCÉNTRICA EN UNA DIRECCIÓN

3.1 Introducción

En este capítulo se presentan los procedimientos necesarios para determinar la resistencia de elementos de concreto reforzado sujetos a la acción de carga axial y momento flexionante. Se consideran aquí únicamente elementos muy cortos, en los que no existen problemas de esbeltez. Se supondrán conocidas la geometría del elemento, incluyendo la cantidad y distribución del acero de refuerzo, la calidad del concreto, definida por una cierta resistencia nominal (f'_c), y la calidad del acero, definida por su esfuerzo de fluencia (f_y).

Considerando el problema de un modo general, se puede suponer que la carga axial, P , y el momento flexionante, M , varían independientemente. En la figura (3.1 a) se muestra una representación esquemática de un elemento bajo la acción de P y M , y en la figura (3.1 b), un sistema estáticamente equivalente en el que

$M = Pe$. Es importante señalar que en algunas estructuras P y M varían en la misma proporción en una sección transversal dada al variar las condiciones de carga externa. Esto equivale a afirmar que la excentricidad, e , permanece constante. Sin embargo, en otros casos P y M pueden variar en distinta forma y entonces e no es constante.

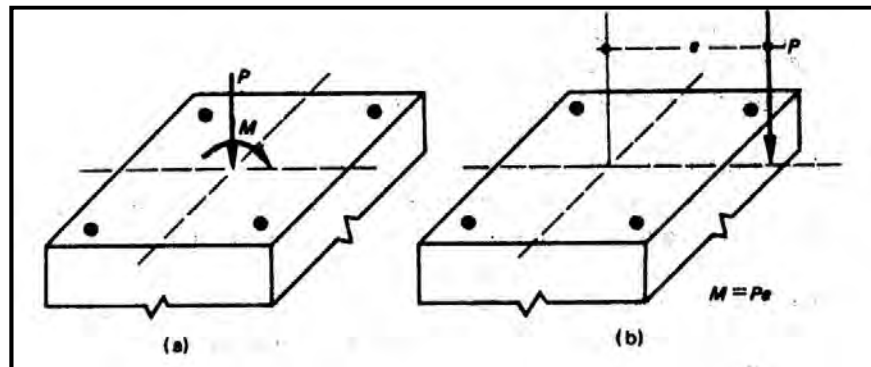


Figura 3.1 Elementos equivalentes sujetos a Flexocompresión.

Un elemento puede alcanzar su resistencia bajo innumerables combinaciones de carga axial y momento flexionante. Estas combinaciones varían desde una carga axial máxima, P_o , de tensión o compresión, y un momento nulo, hasta un momento M_o , aunado a una carga axial nula. El lugar geométrico de las combinaciones de carga axial y momento flexionante con las que un elemento puede alcanzar su resistencia, se representa gráficamente por medio de un diagrama de interacción. La figura (3.2) muestra un diagrama típico para una sección rectangular sin refuerzo simétrico. Cualquier punto en la curva de trazo continuo representa una combinación de momento y carga axial que hace que el elemento alcance su resistencia.

Puede observarse que si únicamente se aplicara carga axial de compresión, el valor máximo, o resistencia, correspondería al punto P_{oc} . De igual manera, la carga axial máxima de tensión sería la correspondiente a P_{ot} . Si la sección se sujetara solo a momento flexionante, el máximo que podría aplicarse sería el marcado con M_o . Vale la pena notar que el máximo momento flexionante que la sección es capaz de resistir no es el que corresponde a la carga axial nula.

Cuando al aumentar la carga externa el momento y la carga axial crecen en la misma proporción, la historia de carga queda representada por una recta desde el origen, con una pendiente igual al cociente $P/M = 1/e$. Para las combinaciones de carga representadas por la recta OA de la figura (3.2), la resistencia correspondería a la combinación M_a, P_a .

En la figura se observa también que para un mismo momento, M_b , existen dos valores de carga axial, que hacen que la sección alcance su resistencia. Finalmente, la línea OC representa una historia de carga cualquiera.

El diagrama de interacción de la figura (3.2) corresponde a un elemento definido perfectamente en su geometría y materiales, y representa el conjunto de valores de acciones interiores máximas que el elemento es capaz de soportar.

El conocimiento necesario para llegar a esta representación se ha ido acumulando de investigaciones experimentales sobre el comportamiento de elementos de concreto reforzado sujetos a flexión y carga axial. Estos estudios abarcan desde ensayos en vigas simplemente apoyadas con cargas concentradas simétricas,

hasta ensayos en elementos de concreto reforzado sujetos a compresión axial o a compresión excéntrica.

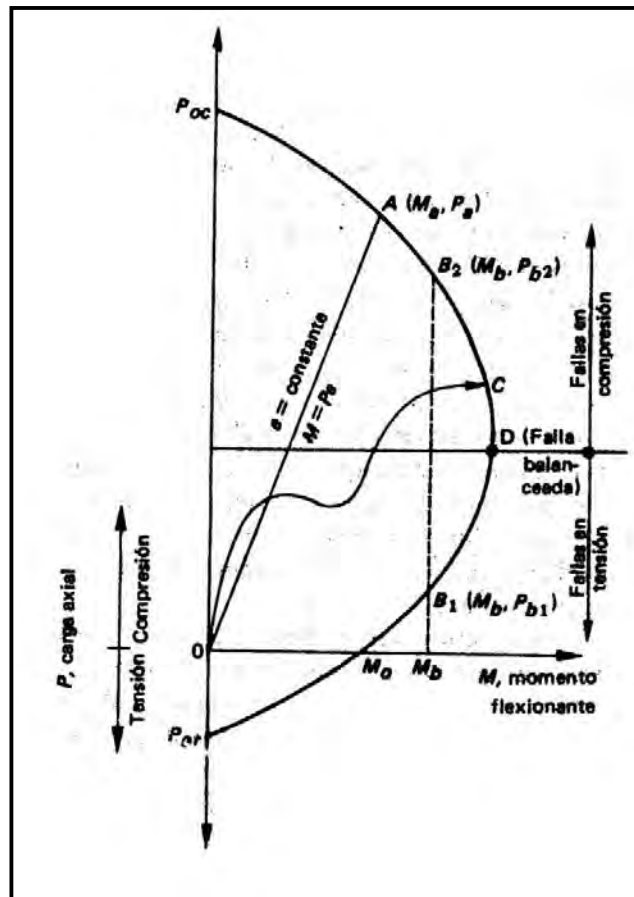


Figura 3.2 Diagrama de interacción típico para una sección rectangular.

También se han llevado a cabo algunos estudios, mucho más reducidos, de elementos sujetos a flexotensión. Con base en esta información, ha sido posible elaborar teorías apoyadas en hipótesis razonables, por medio de las cuales se puede predecir la resistencia de un elemento con un grado tolerable de precisión utilizando cualquiera de estas teorías como el mostrado en la figura (3.2).

En la actualidad se puede predecir la resistencia de un elemento de concreto reforzado sujeto a flexión y carga axial con un error no mayor del 25 por ciento de la capacidad real que se obtendría si dicho elemento se ensayase hasta la falla. En estos casos usuales, con flexión en torno a uno de los ejes principales, el error es del orden del 10 por ciento. Esta aproximación es satisfactoria para fines de diseño estructural.

3.2 Comportamiento y modos de falla de elementos sujetos a flexocompresión.

El tipo de espécimen usado en investigaciones de elementos sujetos a flexo compresión es semejante al de la figura 3.3, donde se indican esquemáticamente el refuerzo usual y una posible configuración de agrietamiento. Generalmente la carga P se aplica a una excentricidad constante. Esto hace que toda la zona prismática del espécimen esté sujeta a una carga axial y a un momento flexionante que crecen en la misma proporción, hasta el colapso.

Existen dos modos principales de falla de elementos sujetos a flexo compresión: falla en compresión y falla en tensión. En el primer caso, la falla se produce por el aplastamiento del concreto. El acero del lado más comprimido fluye, en tanto que el del lado opuesto no fluye en tensión.

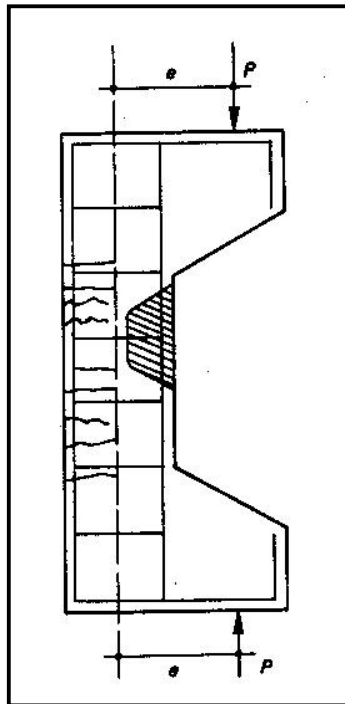


Figura 3.3 Espécimen para ensaye en flexocompresión con agrietamiento típico.

El segundo modo de falla se produce cuando el acero de un lado fluye en tensión antes que se produzca el aplastamiento del concreto en el lado opuesto, más comprimido.

El tipo de falla depende esencialmente de la relación entre momento y carga axial en el colapso. En el diagrama de interacción mostrado en la figura (3.2), el punto *D* separa la zona de fallas en compresión de la de fallas en tensión; recibe el nombre de punto de falla balanceada.

Se ha observado que el efecto del refuerzo helicoidal sobre la resistencia disminuye apreciablemente en cuanto la carga axial tiene cierta excentricidad, aunque la hélice sigue aumentando la ductilidad del elemento.

También, en este caso, cabe notar que las mediciones de deformaciones han indicado que éstas varían linealmente a lo largo del peralte, es decir, las secciones transversales se mantienen planas antes y después de la deformación.

3.3 Cálculo de resistencias.

3.3.1 Determinación del diagrama de interacción.

En la sección 3.1 se dijo que un diagrama de interacción es la representación gráfica del lugar geométrico de las combinaciones de carga axial y momento flexionante que hacen que un elemento alcance su resistencia. Así, si se cuenta con el diagrama de interacción de un elemento dado, se conocen todas las combinaciones de carga axial y momento que puede soportar.

El diagrama de interacción de un elemento puede obtenerse a partir de las hipótesis generales de resistencia de elementos sujetos a flexión simple:

- a) La distribución de deformaciones unitarias en la sección transversal de un elemento es plana.
- b) Se conoce la distribución de esfuerzos en la zona de compresión del elemento.
- c) No existen corrimientos relativos de consideración entre el acero y el concreto que lo rodea.
- d) El concreto no resiste esfuerzos de tensión longitudinales.
- e) El elemento alcanza su resistencia a una cierta deformación unitaria máxima útil del concreto.

Pueden usarse las hipótesis simplificadoras sobre la forma del diagrama de esfuerzos de compresión en el concreto y sobre la deformación unitaria máxima útil de concreto, o bien, puede aplicarse el procedimiento general sobre las hipótesis simplificadoras para cálculos de resistencias. El primer enfoque se ilustra en el ejemplo (3.1) y el segundo en la figura (3.4).

El diagrama de interacción se obtiene determinando varios puntos que lo definan. El procedimiento para encontrar un punto cualquiera es, esencialmente, el mismo usado en flexión para calcular las fuerzas de compresión y de tensión, una vez supuesta la profundidad del eje neutro. Sin embargo, no es necesario hacer varios tanteos hasta igualar ambas fuerzas, ya que su diferencia representa la fuerza normal, P , y el momento respecto al eje geométrico representa el momento flexionante, M , que corresponden al estado de deformaciones determinado por la profundidad supuesta del eje neutro. Por lo tanto, para cada estado de deformaciones se obtiene un valor P y uno de M , que definen un punto del diagrama de interacción.

Los diagramas de interacción tienen la forma general mostrada en la figura (3.2).

Se puede definir un diagrama en forma aproximada estimando los siguientes puntos, o puntos cercanos a ellos:

- a) El punto P_{oc} , que corresponde a carga axial de compresión pura, para el cual se supone un estado de deformaciones unitarias de compresión uniforme (en secciones simétricas).
- b) El punto D , que corresponde a la falla balanceada, para el cual se supone un estado de deformaciones unitarias definido por e_{cu} en la fibra extrema en compresión y por e_y en el acero de tensión. Este estado de deformaciones es el que se tiene cuando, simultáneamente, el concreto alcanza su deformación máxima útil y el acero su límite de fluencia.
- c) El punto M_o , que corresponde a momento sin carga axial, para el cual se supone un estado de deformaciones semejante a los que se obtienen para cálculos de resistencia a flexión.
- d) Un punto adicional entre los puntos P_{oc} y D , y otros dos puntos entre los puntos D y M_o .

En la mayoría de los casos, estos puntos son suficientes para definir con precisión adecuada el diagrama de interacción. En ocasiones se determinan puntos en la zona de flexotensión. La determinación de estos puntos se tratará más adelante.

El procedimiento con hipótesis simplificadoras se ilustran en el ejemplo (3.1), en el que se han usado las hipótesis del Reglamento del ACI 318-83. Se trata de calcular el diagrama de interacción de una sección con porcentajes iguales de refuerzo de compresión y de tensión, como es usual en columnas.

La sección tiene también dos barras a medio peralte y en el ejemplo se ha considerado la contribución de estas barras.

El primer punto que se determina es el que corresponde a compresión sin momento (punto P_{oc} , de la figura (3.1)). Debido a que la sección es simétrica, el estado de deformaciones correspondiente es uniforme, como se muestra en el diagrama del ejemplo. Este caso resulta igual al de una columna sujeta a carga axial pura (capítulo 2) y la resistencia puede calcularse con la ecuación 2.1, la cual expresa que la resistencia total es la suma de las contribuciones del concreto y del acero. En secciones no simétricas, si se supone un estado uniforme de deformaciones se obtiene también un momento, por lo que el punto que se calcula no cae sobre el eje de ordenadas del diagrama de interacción. Sin embargo, tal punto resulta útil, ya que por lo general está localizado cerca del eje de ordenadas y sirve para determinar gráficamente la intersección del diagrama con el eje.

3.3.2 Obtención de la resistencia por tanteos utilizando hipótesis simplificadoras.

El procedimiento descrito en la sección anterior, que consiste en obtener la resistencia a partir del diagrama de interacción, es apropiado cuando se va a

determinar la resistencia de una sección para distintas combinaciones de P y M , o para distintas excentricidades de la carga aplicada. Cuando se trata de calcular la resistencia para una sola combinación de P y M , resulta más conveniente el procedimiento de tanteos descrito en esta sección.

Este procedimiento consiste en calcular los valores de P y M para una configuración supuesta de deformaciones unitarias, de la misma manera que en el ejemplo 3.1. Se determina después la excentricidad, $e = M/P$, y se compara con la excentricidad de la carga externa. Si coinciden las dos excentricidades el problema está resuelto, y si no coinciden se hacen otros tanteos combinando la configuración de deformaciones unitarias hasta lograr la coincidencia.

3.3.3 Procedimiento General.

En las secciones anteriores se ha indicado la manera de obtener las acciones internas máximas en una sección, utilizando hipótesis simplificadoras referentes a la deformación unitaria máxima útil del concreto y al diagrama de esfuerzos de compresión.

En la figura (3.4) se ilustra la obtención de los valores de P_n y M_n para una sección determinada suponiendo el estado de deformaciones unitarias indicado en la figura (3.4 b). Aplicando el procedimiento para distintas configuraciones de deformaciones unitarias, se obtiene el diagrama de interacción de la figura (3.5).

Debe observarse que, para obtener los valores correspondientes a las resistencias, es necesario hacer tanteos variando la deformación máxima en el concreto, pero manteniendo la excentricidad constante, hasta obtener un valor máximo de M_n .

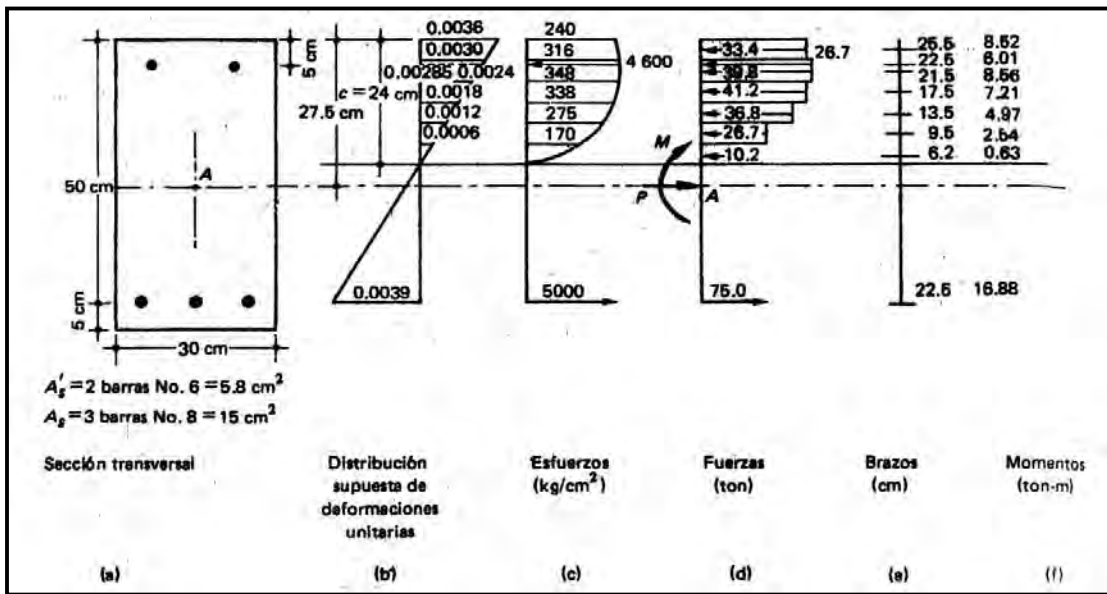


Figura 3.4 Evaluación de acciones interiores.

De ahí que en la figura (3.5) los diagramas de deformaciones unitarias correspondientes a los distintos puntos del diagrama de interacción mostrados, tienen diferentes valores de deformación máxima en compresión.

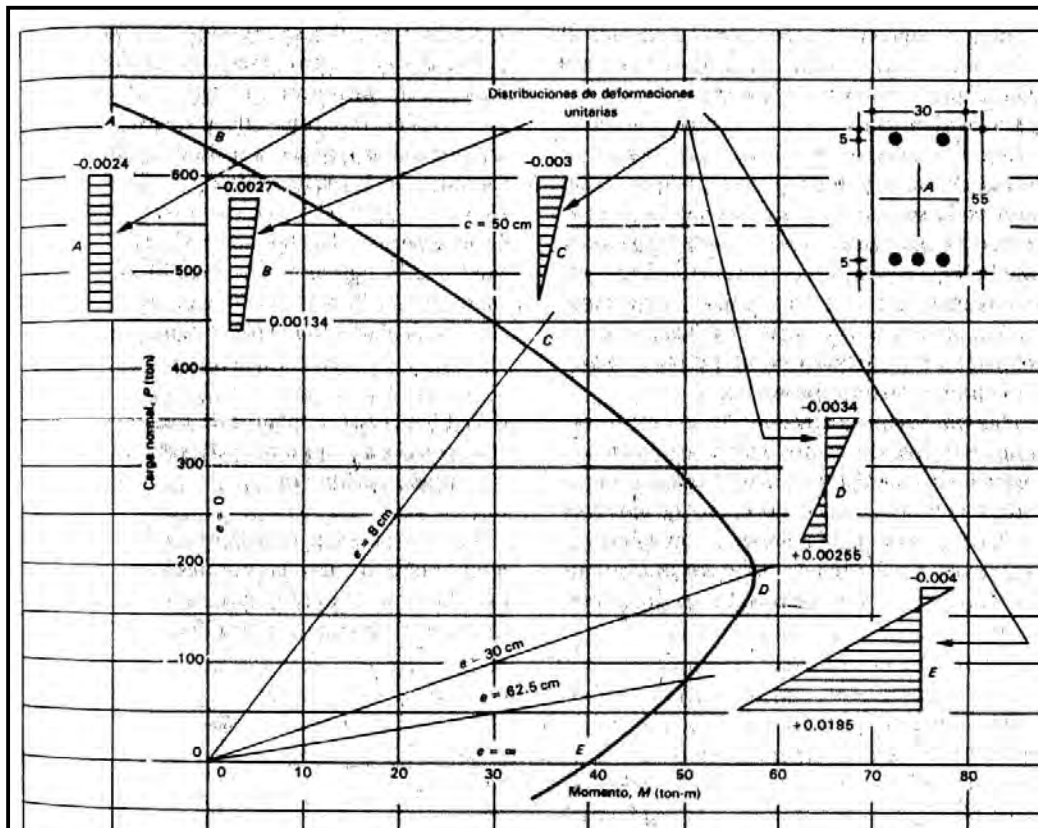


Figura 3.5 Diagrama de interacción para el elemento de la figura 3.4

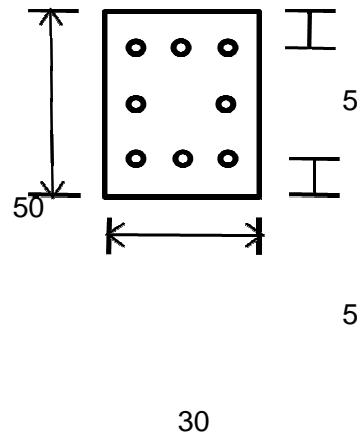
3.4 Ejemplos

Ejemplo 3.1

Determinación del Diagrama de Interacción de una Columna

Datos:

Altura= 50 cm
 Base= 30 cm
 Rec. Inf.= 5 cm
 Rec. Sup.= 5 cm
 $f'c=$ 200 kg/cm²
 $f_y=$ 4000 kg/cm²
 $A_s=$ 40,525984 cm²
 $\beta_1=$ 0,85



Calculo de β_1 si $f'c > 280$ kg/cm²

$\beta_1=$ 0,907

Valores Constantes:

$f^*c=$ 160 kg/cm²
 $f''c=$ 136 kg/cm²
 $\epsilon_y=$ 0,002
 $A_g=$ 1500 cm²

Datos del Acero:	Φ	#		
	8	#	8	5,065748
# de varillas en la parte superior	3	As1	15,197244	
# de varillas en la parte media	2	As2	10,131496	
# de varillas en la parte inferior	3	As3	15,197244	

Obtención de Poc:		
Poc=	366,1 Ton	
M=	0 T*m	
Obtención del Punto de Falla Balanceada		$\epsilon_s = \epsilon_y$
Deformaciones en el Acero		Esfuerzos en el Acero
Datos:		
$\epsilon_{cu} =$	0,003	$f_{s1} =$ 4000 kg/cm ²
$\epsilon_{s3} =$	0,002	$f_{s2} =$ 444,4 kg/cm ²
		$f_{s3} =$ -4000 kg/cm ²
c=	27 cm	
a=	22,95 cm	Fuerzas en el Acero
$\epsilon_{s1} =$	0,0024	$C_{s1} =$ 60,79 Ton
$\epsilon_{s2} =$	0,0002	$C_{s2} =$ 4,50 Ton
$\epsilon_{s3} =$	-0,002	$T_{s3} =$ -60,79 Ton
Fuerza del Concreto		
		$C_c =$ 117,045 Ton
Calculo de P:		
P=	121,55 Ton	(Compresión)
Brazos:		Momentos
$B_{s1} =$	0,2 m	$M_{s1} =$ 12,16 T*m
$B_{s2} =$	0 m	$M_{s2} =$ 0,00 T*m
$B_{s3} =$	-0,2 m	$M_{s3} =$ 12,16 T*m
$B_c =$	0,135 m	$M_c =$ 15,83 T*m
Calculo de M:		Excentricidad:
M=	40,15 T*m	e= 0,33 m

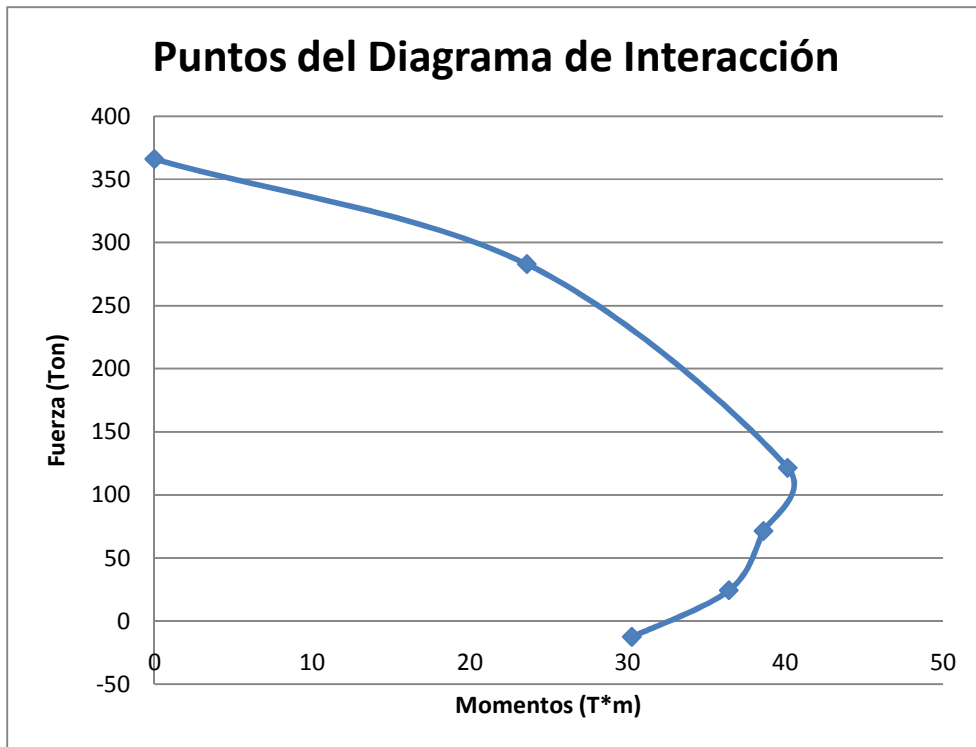
Determinación de un Punto Cercano a Mo:			
Deformaciones en los Aceros		Esfuerzos en el Acero	
Datos:			
$\epsilon_{cu} =$	0,003	$f_{s1} =$	3000 kg/cm ²
		$f_{s2} =$	-4000 kg/cm ²
proponiendo c:		$f_{s3} =$	-4000 kg/cm ²
c=	10 cm		
a=	8,5 cm	Fuerzas en el Acero	
$\epsilon_{s1} =$	0,0015	$C_{s1} =$	45,59 Ton
$\epsilon_{s2} =$	-0,0045	$T_{s2} =$	-40,53 Ton
$\epsilon_{s3} =$	-0,0105	$T_{s3} =$	-60,79 Ton
		Fuerza del Concreto	
		$C_c =$	43,35 Ton
Calculo de P:			
P=	-12,37 Ton	(Tensión)	
Brazos:			
		Momentos	
$B_{s1} =$	0,2 m	$M_{s1} =$	9,12 T*m
$B_{s2} =$	0 m	$M_{s2} =$	0,00 T*m
$B_{s3} =$	-0,2 m	$M_{s3} =$	12,16 T*m
$B_c =$	0,208 m	$M_c =$	9,00 T*m
Calculo de M:		Excentricidad:	
M=	30,27 T*m	e=	-2,45 m

Obtención de un Punto entre el 1° y el 2°		$\epsilon s_3=0$	
Deformaciones en los Aceros		Esfuerzos en el Acero	
Datos:			
$\epsilon_{cu} =$	0,003	$f_{s1} =$	4000 kg/cm ²
		$f_{s2} =$	2667 kg/cm ²
proponiendo c:		$f_{s3} =$	0 kg/cm ²
c =	45 cm		
a =	38,25 cm	Fuerzas en el Acero	
$\epsilon s_1 =$	0,0027	$C_{s1} =$	60,79 Ton
$\epsilon s_2 =$	0,0013	$C_{s2} =$	27,02 Ton
$\epsilon s_3 =$	0	$T_{s3} =$	0,00 Ton
Fuerza del Concreto			
		$C_c =$	195,08 Ton
Calculo de P:			
P =	282,88 Ton	(Compresión)	
Brazos:		Momentos	
$B_{s1} =$	0,2 m	$M_{s1} =$	12,16 T*m
$B_{s2} =$	0 m	$M_{s2} =$	0,00 T*m
$B_{s3} =$	-0,2 m	$M_{s3} =$	0,00 T*m
$B_c =$	0,059 m	$M_c =$	11,46 T*m
Calculo de M:		Excentricidad:	
M =	23,62 T*m	e =	0,08 m

Obtención del punto en la zona de Falla por Tensión			
Deformaciones en los Aceros		Esfuerzos en el Acero	
Datos:			
$\epsilon_{cu} =$	0,003	$f_{s1} =$	4000 kg/cm ²
		$f_{s2} =$	-1500 kg/cm ²
proponiendo c:		$f_{s3} =$	-4000 kg/cm ²
c=	20 cm		
a=	17 cm	Fuerzas en el Acero	
$\epsilon_{s1} =$	0,0023	$C_{s1} =$	60,79 Ton
$\epsilon_{s2} =$	-0,0008	$T_{s2} =$	-15,20 Ton
$\epsilon_{s3} =$	-0,0038	$T_{s3} =$	-60,79 Ton
Fuerza del Concreto			
		$C_c =$	86,7 Ton
Calculo de P:			
P=	71,50 Ton	(Compresión)	
Brazos:		Momentos	
$B_{s1} =$	0,2 m	$M_{s1} =$	12,16 T*m
$B_{s2} =$	0 m	$M_{s2} =$	0,00 T*m
$B_{s3} =$	-0,2 m	$M_{s3} =$	12,16 T*m
$B_c =$	0,165 m	$M_c =$	14,31 T*m
Calculo de M:		Excentricidad:	
M=	38,62 T*m	e=	0,54 m

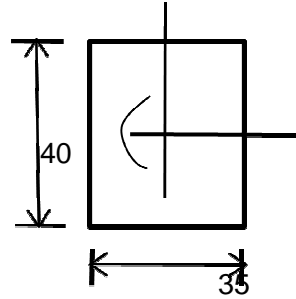
Obtención del punto en la zona de Falla por Tensión			
Deformaciones en los Aceros		Esfuerzos en el Acero	
Datos:			
$\epsilon_{cu} =$	0,003	$f_{s1} =$	4000 kg/cm ²
		$f_{s2} =$	-4000 kg/cm ²
proponiendo c:		$f_{s3} =$	-4000 kg/cm ²
c=	15 cm		
a=	12,75 cm	Fuerzas en el Acero	
$\epsilon_{s1} =$	0,002	$C_{s1} =$	60,79 Ton
$\epsilon_{s2} =$	-0,002	$T_{s2} =$	-40,53 Ton
$\epsilon_{s3} =$	-0,006	$T_{s3} =$	-60,79 Ton
Fuerza del Concreto			
		$C_c =$	65,025 Ton
Calculo de P:			
P=	24,50 Ton	(Compresión)	
Brazos:		Momentos	
$B_{s1} =$	0,2 m	$M_{s1} =$	12,16 T*m
$B_{s2} =$	0 m	$M_{s2} =$	0,00 T*m
$B_{s3} =$	-0,2 m	$M_{s3} =$	12,16 T*m
$B_c =$	0,186 m	$M_c =$	12,11 T*m
Calculo de M:		Excentricidad:	
M=	36,43 T*m	e=	1,49 m

Puntos del Diagrama de Interacción		
	P	M
Punto 1	366	0
Punto 4	283	24
Punto 2	122	40
Punto 5	72	39
Punto 6	24	36
Punto 3	-12	30



Ejemplo 3.2

Dimensionamiento de una Columna Rectangular Corta		
Sistema de Unidades: MKS		
Datos:		
Altura=	40 cm	
Base=	35 cm	
f'_c =	280 kg/cm ²	
f_y =	4200 kg/cm ²	
P=	120 Ton	
M_y =	25 T*m	
F_R =	0,7	
F_c =	1,1	
rec=	4 cm	
Cargas de Diseño:		
P_u =	132 Ton	
M_u =	27,5 Ton*m	
Constantes:		
f^*_c =	224 kg/cm ²	
f''_c =	190,4 kg/cm ²	
Datos para el Uso del Diagrama de Interacción:		
d=	36 cm	
d/h=	0,9	
K=	0,48	
R=	0,25	
q=	1,15	
Calculo del Area de Acero:		
ρ =	0,0521	
A_s =	72,99 cm ²	
Propuesta de Armado:		
A_s =	8 # 11	9,58 cm ²
A_s =	76,64 cm ²	



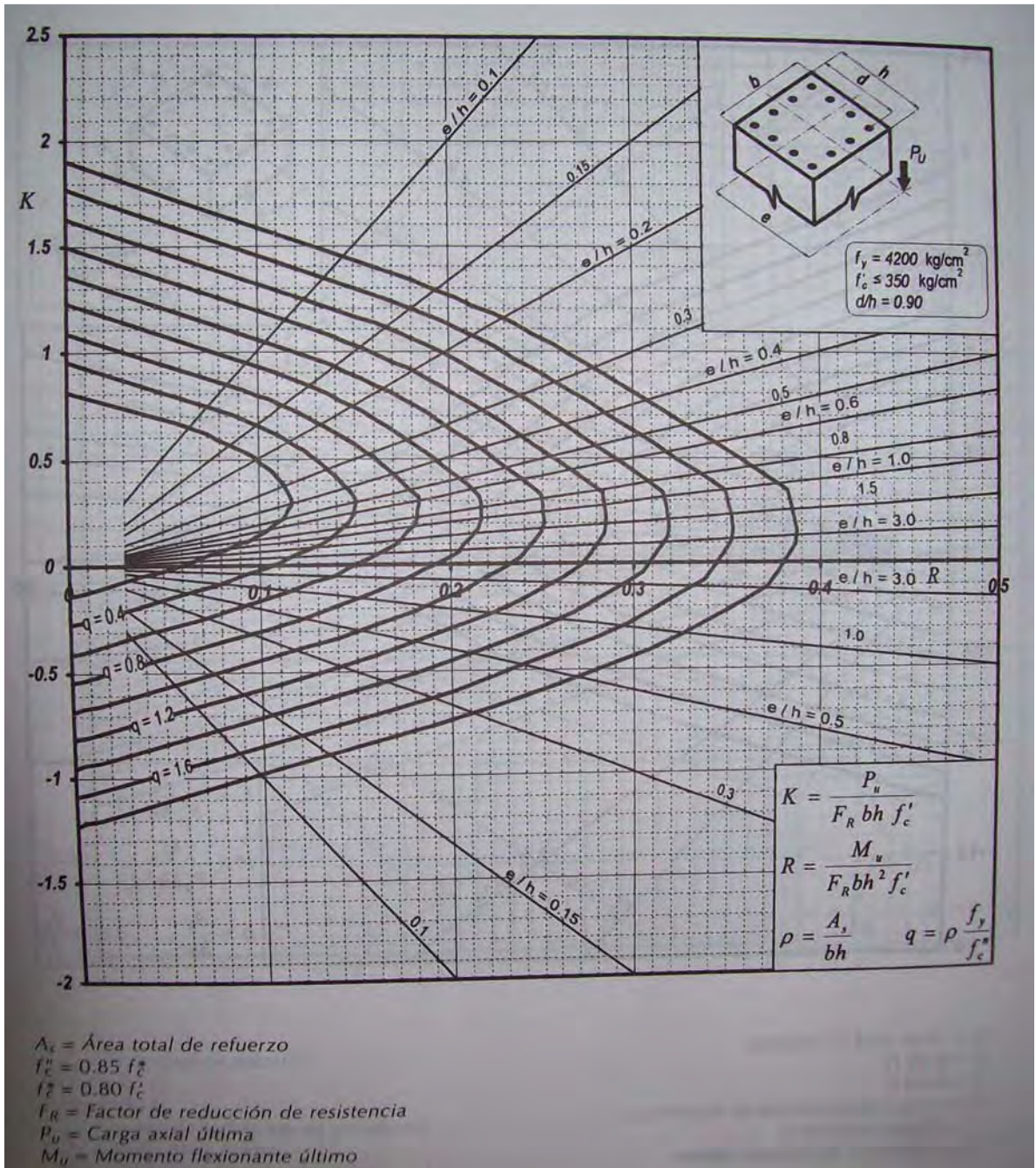


Figura 3.6.- Diagrama de Interacción.

CAPÍTULO IV

COLUMNAS CORTAS BAJO CARGA AXIAL EXCÉNTRICA EN DOS DIRECCIONES

4.1 Introducción

En este capítulo se presentan los procedimientos necesarios para determinar la resistencia de elementos de concreto reforzado sujetos a la acción de carga axial y momento flexionante en dos direcciones. Se consideran aquí únicamente elementos muy cortos, en los que no existen problemas de esbeltez. Se supondrán conocidas la geometría del elemento, incluyendo la cantidad y distribución del acero de refuerzo, la calidad del concreto, definida por una cierta resistencia nominal (f'_c), y la calidad del acero, definida por su esfuerzo de fluencia (f_y).

4.2 Comportamiento y modos de falla de elementos sujetos a flexocompresión

El comportamiento y modo de falla de columnas cortas bajo carga axial excéntrica en dos direcciones es igual al de las columnas cortas bajo carga axial excéntrica en una sola dirección. Se recomienda recordar estos aspectos vistos en el Capítulo III de este escrito.

4.3 Solución por tanteos

El problema consiste en encontrar el valor máximo de la carga axial P que actúa fuera de los planos de simetría, a distancias e_x y e_y de ellos. Esta condición es estáticamente equivalente a considerar el elemento sujeto a una carga axial P y a dos momentos flexionantes:

$$M_x = Pe_x \text{ y } M_y = Pe_y.$$

Para un elemento de geometría y excentricidades dadas, aplicando las hipótesis simplificadoras o el procedimiento básico a partir de características esfuerzo-deformación, por tanteos sucesivos se puede obtener el valor máximo de la carga P que actúa a las excentricidades dadas.

4.3.1 Fórmula de Bresler

Bresler ha desarrollado una expresión sumamente simple para calcular los valores máximos de la carga de compresión que actúa a excentricidades e_x y e_y en secciones rectangulares con refuerzo simétrico. La expresión que propone es:

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_x} + \frac{1}{P_y} - \frac{1}{P_o} \quad (4.1)$$

Donde:

P_n = carga normal máxima que actúa a excentricidades e_x y e_y

P_x = carga normal máxima a una excentricidad e_x contenida en un plano de simetría ($e_y = 0$)

P_y = carga normal máxima a una excentricidad e_y contenida en un plano de simetría normal al anterior ($e_x = 0$)

P_o = carga axial máxima que puede resistir el elemento ($e_x = e_y = 0$)

Puede verse que la ecuación (4.1) reduce el problema a una combinación de soluciones más simples: dos de flexocompresión en un plano de simetría y una de compresión axial.

Para elementos simétricos, con una carga normal que actúe en un punto cualquiera del plano de la sección del elemento, el lugar geométrico de los valores máximos de carga axial que el elemento es capaz de resistir es una superficie de interacción (figura (4.1)) cuyas trazas con los planos x y y serán los diagramas de interacción para flexión en una dirección que se han mostrado anteriormente.

La expresión propuesta por Bresler representa una familia de planos que aproximan los puntos de la superficie de interacción, Esta expresión es válida para valores de P_n mayores que $0.1 P_o$, aproximadamente, La ecuación (4.1) verifica los resultados de los ensayos disponibles dentro de un veinte por ciento de aproximación.

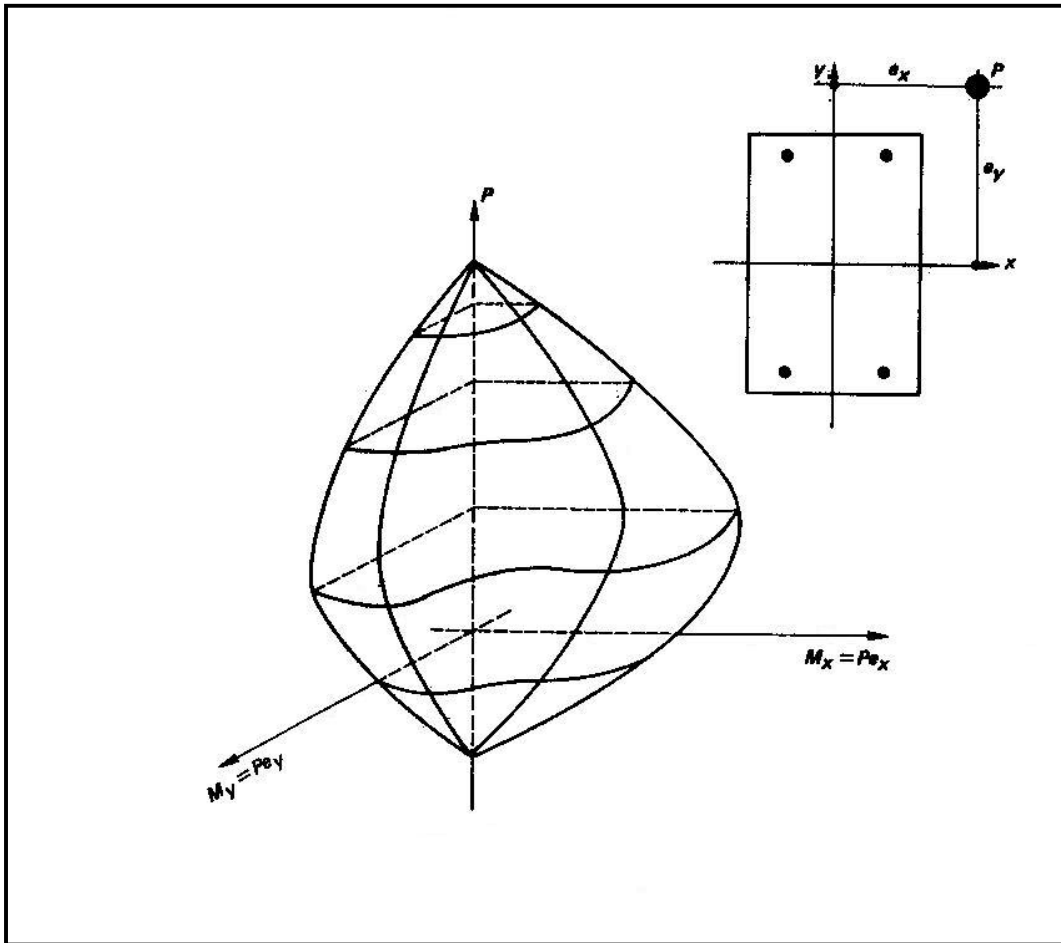


Figura 4.1 Superficie de interacción.

Ahora bien, si dividimos la ecuación (4.1) por $F_R bh f''_c$ y recordando que:

$$K = \frac{P_R}{F_R * b * h * f''_c} \quad (4.2)$$

Se obtiene:

$$\frac{1}{K_R} = \frac{1}{K_{Rx}} + \frac{1}{K_{Ry}} - \frac{1}{K_{Ro}} \quad (4.3)$$

Donde:

$$K_{Ro} = 1+q \quad (4.4)$$

Las ecuaciones (4.2) y (4.3) solo son válidas si:

$$\frac{P_R}{P_{Ro}} \geq 1 \quad (4.5)$$

En caso contrario, debe emplearse la siguiente expresión:

$$\frac{M_{ux}}{M_{Rx}} + \frac{M_{uy}}{M_{Ry}} = 0 \quad (4.6)$$

Donde:

M_{ux} = es el momento de diseño alrededor del eje x



M_{uy} = es el momento de diseño alrededor del eje y

M_{Rx} = es el momento resistente de diseño alrededor del eje x

M_{Ry} = es el momento resistente de diseño alrededor del eje y

4.4 Ejemplo

Dimensionamiento de una Columna corta de Sección Rectangular sujeta a Compresión Flexión Biaxial	
Sistema de Unidades	MKS
Datos:	
$f'_c=$	300 kg/cm ²
$f_y=$	4.200 kg/cm ²
$F_r=$	0,7
Altura=	70 cm
Base=	40 cm
ρ supuesto=	0,03
$e_x=$	35 cm
$e_y=$	20 cm
$r_{ec}=$	6 cm
$P_R=$	100 Ton
Constantes:	
$f^*c=$	240 kg/cm ²
$f''c=$	204 kg/cm ²
$A_g=$	2.800 cm ²

Cuantia de Acero:					
As=	84	cm ²			
	10	#	10	=	7,917
					cm ² c/u
As=	79,17	cm ²			
Nuevo ρ :					
ρ =	0,0283	≈	0,03		
q=	0,58				
Determinación de la Resistencia Pr					
Cálculo de P _{RO} :					
P _{RO} =	632.600	Kg			
Cálculo de P _{RX} :					
d/h=	0,91				
e _x /h=	0,5			K _x =	0,35
q=	0,58				
P _{RX} =	205.800	Kg			
Cálculo de P _{RY} :					
d/b=	0,85				
e _y /b=	0,5			K _y =	0,31
q=	0,58				
P _{RY} =	182.280	Kg			
Cálculo de P _R :					
P _R =	114.098	Kg	>	100.000	Kg
	O.K				

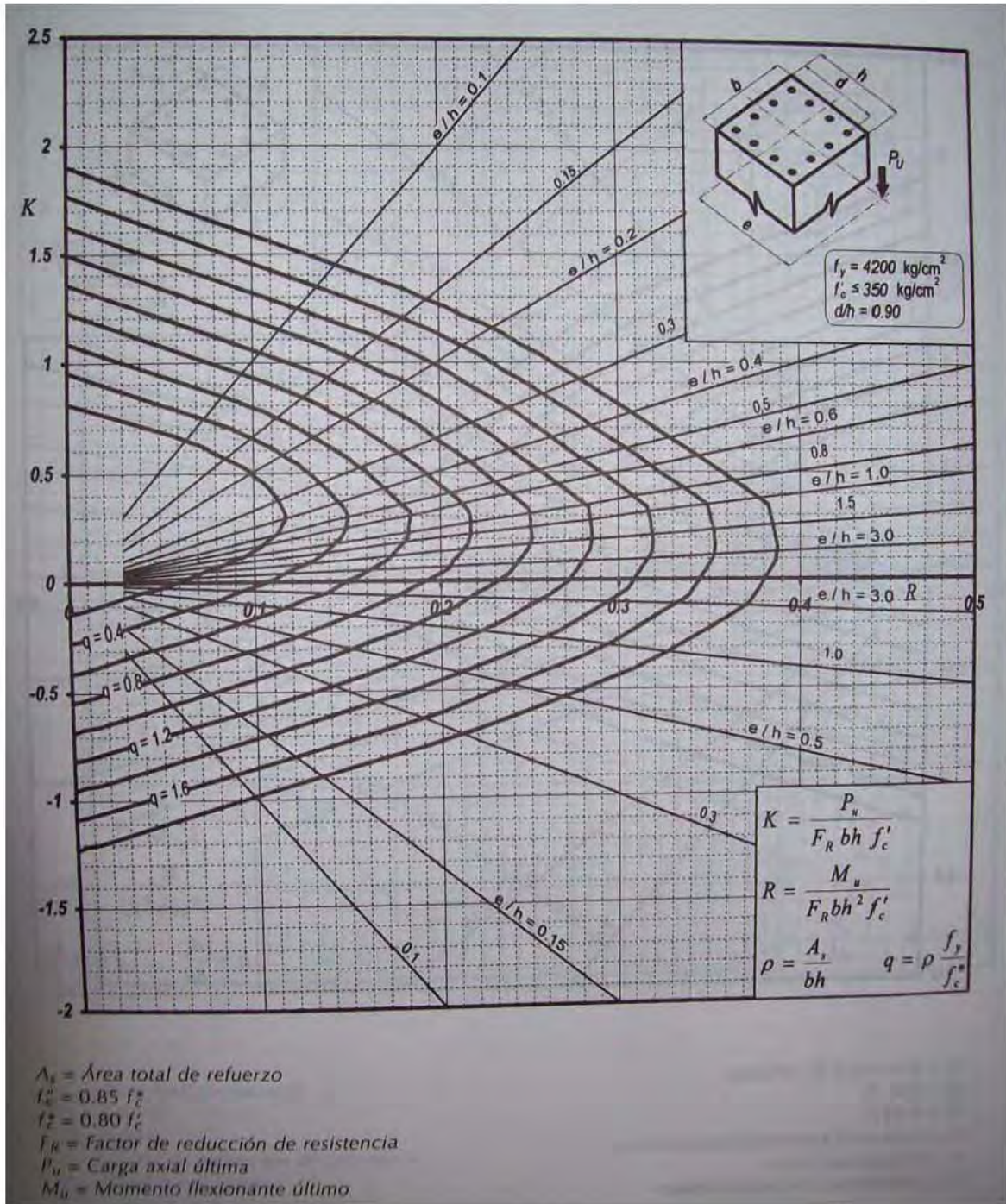


Figura 4.2.- Diagrama de Interacción A.

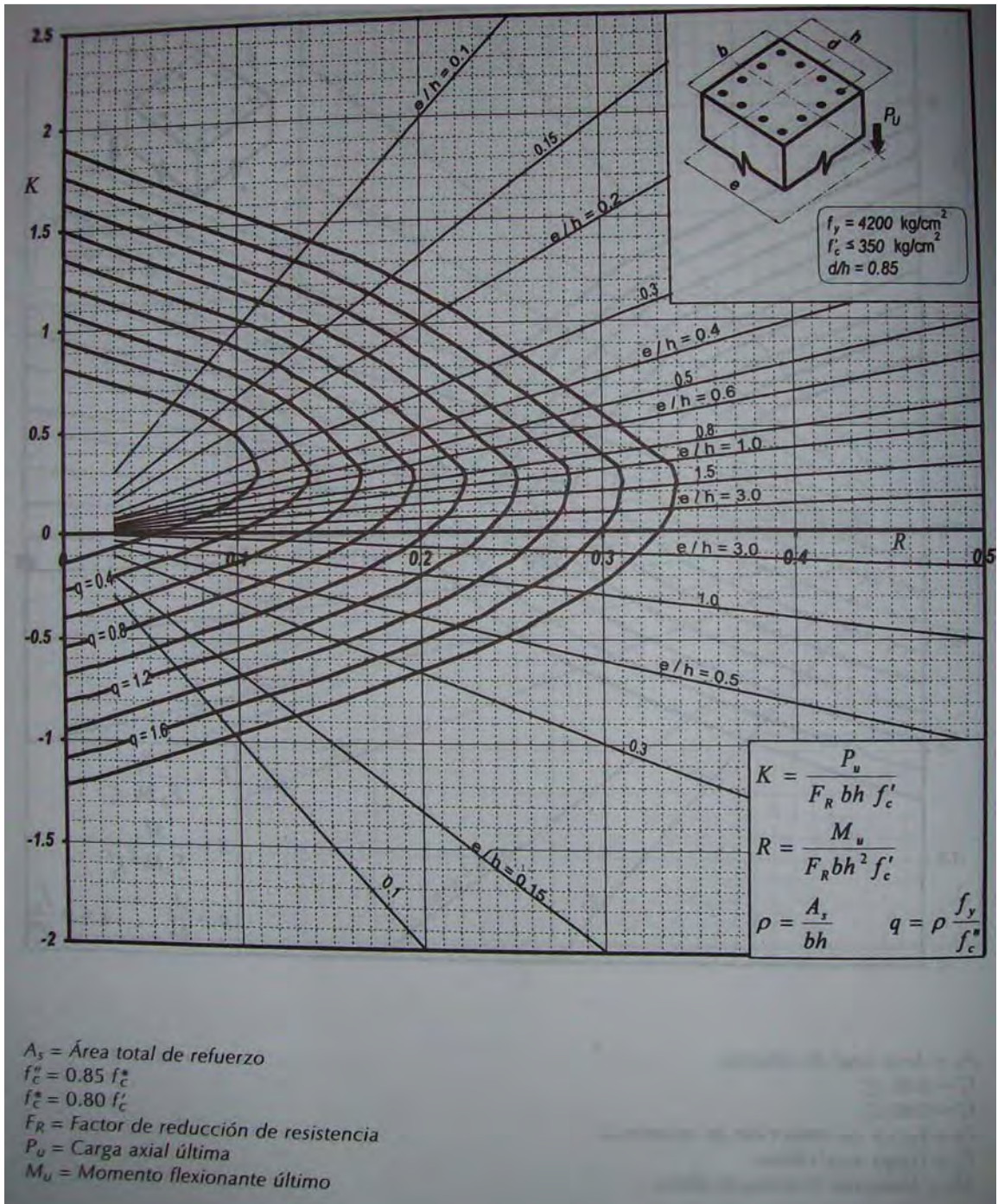


Figura 4.3.- Diagrama de Interacción B.

CAPÍTULO V

EFECTOS DE ESBELTEZ

5.1 Introducción

Se entiende por efecto de esbeltez la reducción de resistencia de un elemento sujeto a la compresión axial o a flexocompresión, debida a que la longitud del elemento es grande en comparación con las dimensiones de su sección transversal. Para ilustrar este efecto, considérese una columna articulada en sus extremos, sujeta a carga axial y momento flexionante (figura 5.1 a).

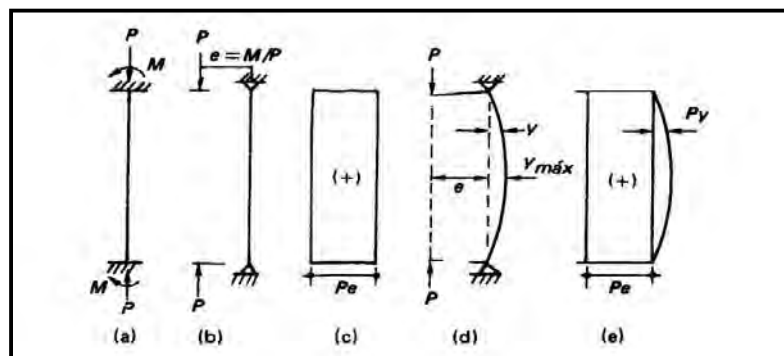


Figura 5.1 Momentos adicionales en una columna por efecto de esbeltez.

Esta columna es equivalente al sistema mostrado en la figura (5.1 b), y tiene el diagrama de momentos flexionantes de la figura (5.1 c). Al aplicar la carga P al sistema de la figura (5.1 b), éste se deforma, como se muestra en la figura (5.1 d), y, como consecuencia de esta deformación, aumenta la distancia de la línea de acción de las cargas P al eje de la columna, lo cual equivale a que crezca la excentricidad de la carga en una cantidad Py , por lo tanto, el momento flexionante real en una sección cualquiera de la columna es:

$$M = Pe + Py = P (e + y) \quad (5.1)$$

El momento es máximo, para este ejemplo, a la mitad de la altura, donde alcanza el valor:

$$M = P (e + y_{\max}) \quad (5.1)$$

Como consecuencia de los momentos adicionales Py , la resistencia del elemento se reduce respecto a la resistencia que tendría si solo se aplicase el momento Pe . Esta reducción de resistencia se conoce como efecto de esbeltez.

Éste se presenta cualquiera que sea la longitud del elemento, pero es importante únicamente en elementos cuya relación longitud-peralte es grande, o sea, en elementos esbeltos. Solo en estos elementos la magnitud de los momentos adicionales, Py , es significativa en relación con los momentos Pe .

La reducción de resistencia por esbeltez puede deberse también a desplazamiento lateral relativo entre los dos extremos de la columna, como sucede en marcos no contraventeados sujetos a carga lateral o que presentan asimetría en carga o en geometría. En la figura (5.2 a) se muestra un marco de este tipo. La columna A-B de este marco tiene el diagrama de momentos de primer orden mostrado en la figura (5.2 b). (Se entiende por momentos de primer orden los que no consideran las deformaciones de la columna). Por efecto del desplazamiento lateral relativo entre los extremos de la columna (figura (5.2 c)) se presentan en la columna A-B los momentos de segundo orden mostrados en la figura (5.2 d). (Se entiende por momentos de segundo orden, los momentos adicionales debidos a las deformaciones de la columna). El diagrama de momentos totales es el de la figura (5.2 e).

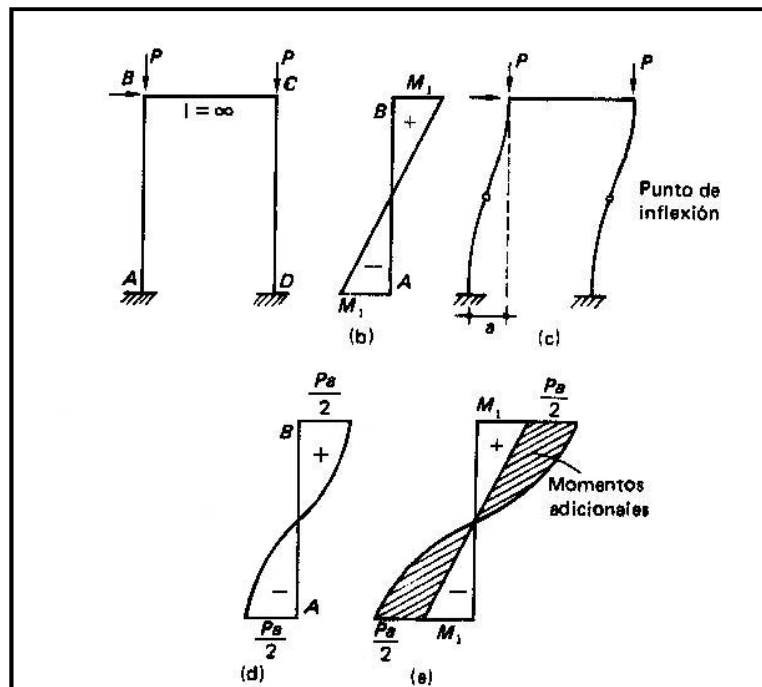


Figura 5.2 Momentos adicionales en una columna por desplazamiento lateral relativo.

El caso representado en la figura (5.2) corresponde a un ejemplo hipotético en el que la rigidez de la viga superior es infinita, o sea, que la columna esta empotrada en sus dos extremos. Cuando la rigidez de la viga es finita, los momentos adicionales son diferentes en los dos extremos de la columna, como se muestra en la figura (5.3). Los momentos adicionales se pueden calcular aplicando la carga P en el punto de inflexión de la columna, y multiplicando dicha carga por el desplazamiento de los extremos respecto al punto de inflexión. La reducción de resistencia por esbeltez es mayor cuando los extremos de la columna pueden sufrir desplazamiento lateral relativo que cuando están restringidos contra el mencionado desplazamiento.

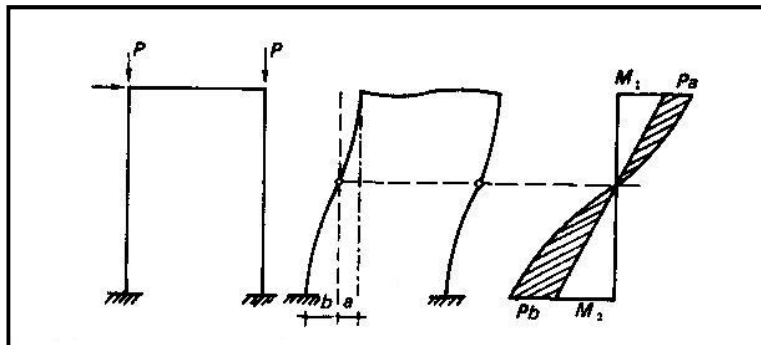


Figura 5.3 Momentos adicionales en una columna por efecto del desplazamiento lateral relativo.

En la figura (5.4 b) se ha trazado con línea llena el diagrama de interacción de una columna corta en la que los efectos de esbeltez son despreciables. Si en esta columna se aumenta la carga progresivamente, manteniendo constante la excentricidad, las combinaciones de P y M quedan representadas por la recta 0-1. La intersección de la recta 0-1 con el diagrama de interacción representa la resistencia de la columna corta.

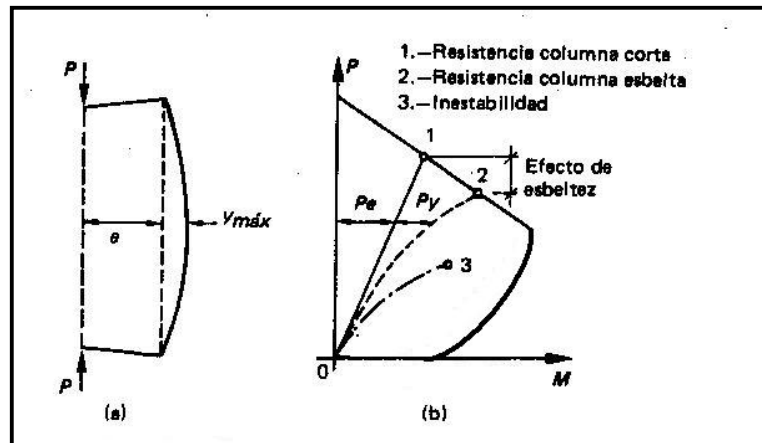


Figura 5.4 Comparación del comportamiento entre columna corta y una columna esbelta.

Si en una columna esbelta, como la de la figura (5.4 a), la carga aumenta progresivamente en la misma forma, las combinaciones de P y M quedan representadas por la curva 0-2. La diferencia en las abscisas de los puntos de las dos líneas correspondientes a un nivel dado de carga, se debe precisamente a los momentos adicionales P_y . La resistencia de la columna esbelta esta representada por la intersección de la línea 0-2 con el diagrama de interacción. Como puede verse en la figura, es menor que la resistencia de la columna corta.

En la figura (5.4 *b*) se ha indicado también, con línea punteada, la historia de carga de una columna sumamente esbelta que falla por inestabilidad. La característica de este tipo de falla, es que la carga aplicada alcanza su valor máximo antes de que la línea que representa la historia de carga corte al diagrama de interacción. La falla, en este caso, ocurre por pandea súbito del elemento, mientras que en el caso anterior, la falla ocurre por aplastamiento del concreto, en forma similar a la falla de una columna corta. Debido a que los elementos de concreto reforzado son de sección transversal relativamente grande, es raro que fallen por inestabilidad. De manera ordinaria, se presenta únicamente una reducción de resistencia por efecto de esbeltez. En este capítulo se describen métodos para calcular esta reducción de resistencia.

5.2 Comportamiento y variables principales

El comportamiento de una columna que forma parte de una estructura de concreto reforzado es complejo, debido a que las estructuras generalmente son monolíticas y a que las columnas están restringidas por otros elementos estructurales que influyen en su comportamiento. Se han realizado ensayos de columnas esbeltas que forman parte de marcos de concreto. Sin embargo, la interpretación de su comportamiento requiere un estudio previo del comportamiento de estructuras hiperestáticas. Solo se describirá aquí la influencia de algunas variables sobre la resistencia de columnas esbeltas que forman parte de estructuras.

5.2.1 Rigidez a flexión de vigas que restringen a la columna

Mientras mayor sea esta rigidez a flexión, es mayor el grado de empotramiento o restricción de la columna en sus extremos y, por tanto, son menores las deflexiones de la columna y los momentos adicionales $P\delta$. Este efecto puede verse en la figura (5.5), en la cual se comparan una columna restringida por vigas flexibles (figura (5.5 a)) y otra restringida por vigas rígidas (figura (5.5 b)).

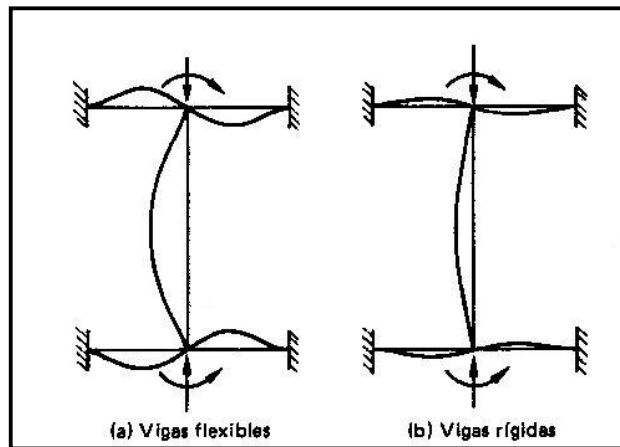


Figura 5.5 Efecto de la rigidez flexionante de las vigas que restringen a una columna.

5.2.2 Rigidez a Flexión de la Columna.

La rigidez a flexión de la propia columna tiene influencia sobre la reducción de resistencia por esbeltez, ya que mientras más rígida sea la columna, son menores sus deflexiones y, por lo tanto, el valor de los momentos adicionales $P\delta$. La rigidez a flexión de la columna depende principalmente del tamaño de la sección

transversal, del módulo de elasticidad del concreto, del porcentaje de refuerzo longitudinal y de la longitud de la columna. El efecto combinado del tamaño de la sección transversal y de la longitud, suele tomarse en cuenta en los métodos de dimensionamiento mediante el parámetro llamado esbeltez de la columna, que se define como la relación entre la longitud y el radio de giro de la sección transversal. A veces, la esbeltez se define también en función de la relación entre la longitud y la dimensión menor de la columna.

5.2.3 Relación de excentricidades en los dos extremos de la columna y tipo de curvatura.

La relación de excentricidades, o sea, la relación entre los momentos en los dos extremos de la columna, influye en la magnitud de las deflexiones y, por tanto, en los momentos adicionales por esbeltez. Considérese, por ejemplo, el caso mostrado en la figura (5.6 a), en que los momentos de apoyo sobre barra son del mismo signo, y el diagrama de momentos flexionantes de primer orden es el indicado en la figura (5.6 b). La columna deformada tiene la forma mostrada en la figura (5.6 c), y el diagrama final de momentos, que se obtiene sumando el diagrama de la figura (5.6 b) con los momentos adicionales $P\delta$, es el mostrado en la figura (5.6 d). Puede verse que, en este caso, el momento máximo de primer orden y el momento máximo adicional, $P\delta_{\max}$, ocurren en secciones diferentes de la columna. Por consiguiente, el momento máximo total no es la suma de los momentos máximos de primer y segundo orden, sino un valor menor.

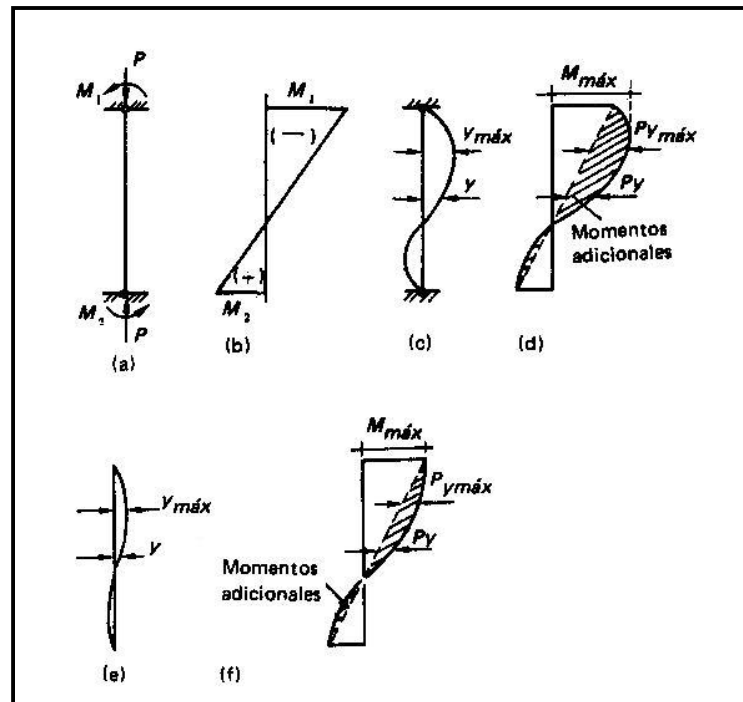


Figura 5.6 Efecto de esbeltez en columnas con doble curvatura.

Para que haya reducci3n de resistencia por esbeltez en columnas de este tipo, es necesario que los momentos adicionales sean lo suficientemente grandes para desplazar la secci3n de momento máximo, como se muestra en la figura (5.6 d). Puede suceder que la columna no sea lo suficientemente esbelta para que ocurra este desplazamiento. En este caso no habrá reducci3n de resistencia, como se muestra en las figuras (5.6 e) y (5.6 f). Cuando hay reducci3n de resistencia, esta es relativamente pequeña, ya que el momento máximo no difiere mucho del momento aplicado en el extremo.

Considérese ahora el caso en que los momentos de apoyo sobre barra son iguales y de signo contrario (figura (5.7 a)). Aquí, el momento flexionante de primer orden es constante a lo largo de la columna (figura (5.7 b)), y la columna se

deforma con curvatura simple (figura (5.7 c)). El momento máximo es igual a la suma del momento constante y el momento adicional al máximo $P\delta_{m\acute{a}x}$, que ocurre a la mitad de la altura (figura (5.7 d)). En estas columnas siempre hay reducción de resistencia por esbeltez, cualquiera que sea su longitud, y esta reducción es mayor que en el caso de la figura (5.6), puesto que el momento máximo total es la suma de los dos momentos máximos.

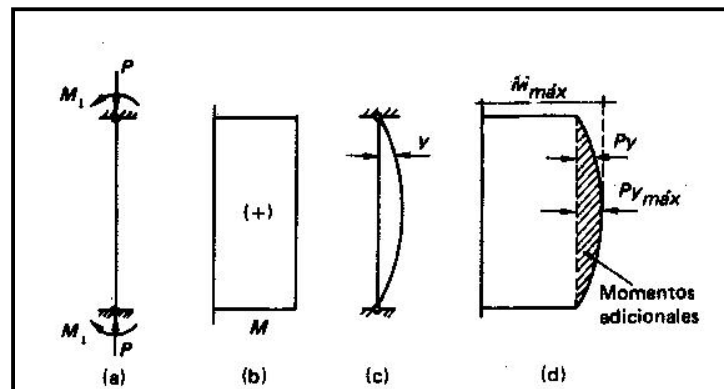


Figura 5.7 Efecto de esbeltez en columnas con curvatura simple.

5.2.4 Desplazamiento lateral relativo entre los dos extremos de la columna.

Se ha mencionado que las columnas pueden formar parte de marcos que no tengan posibilidad de sufrir deformaciones laterales, por estar contraventeados o unidos a otras estructuras muy rígidas, o de marcos cuya resistencia a cargas laterales dependa exclusivamente de la resistencia a flexión de sus miembros, y que, por lo tanto, puedan sufrir deformaciones laterales. También se ha mencionado que cuando los marcos pueden desplazarse lateralmente los momentos adicionales son mayores que cuando los marcos no pueden hacerlo. Esto se debe a que, en el primer caso, los momentos adicionales máximos se

presentan generalmente donde son máximos los momentos de primer orden, como puede verse en las figuras (5.2) y (5.3).

La magnitud del desplazamiento lateral relativo depende de la rigidez a flexión de las columnas y de las vigas de los marcos. Si la rigidez a flexión de las vigas es pequeña, en relación con la rigidez a flexión de las columnas, la rotación de los extremos de las columnas es grande y aumenta, por lo tanto, el desplazamiento lateral relativo. El desplazamiento lateral también depende del tipo de carga que actúa sobre el marco. Por lo general, es mayor el desplazamiento cuando el marco está sujeto a cargas laterales que cuando está sujeto únicamente a cargas verticales.

Para evaluar el desplazamiento lateral debe considerarse la estructura en conjunto y no solamente un marco separado. Por ejemplo, la estructura de la figura 5.8, en la que existen muros rígidos en los ejes A y D , si actúa la fuerza horizontal F sobre dicha estructura, los marcos B y C no sufrirán desplazamientos laterales importantes, a pesar de no estar contraventeados, ya que lo impiden los marcos A y D que son muy rígidos por la presencia de muros. Se supone en este ejemplo que existe una losa de piso lo suficientemente rígida para obligar a que todos los marcos se deformen en conjunto.

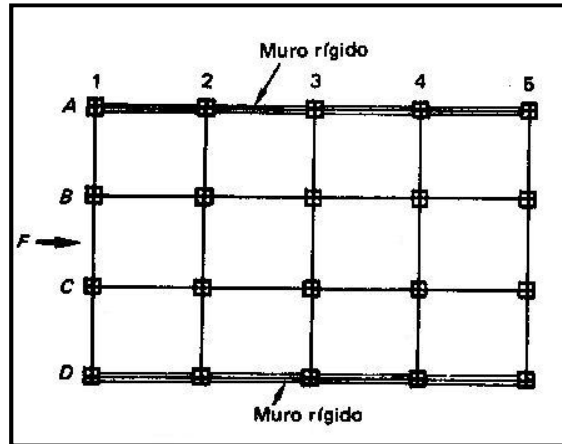


Figura 5.8 Estructura con muros rígidos.

5.2.5 Duración de la Carga.

Cuando la carga actúa por un periodo prolongado de tiempo, las deflexiones aumentan por efecto de la contracción y el flujo plástico del concreto. Por lo tanto, aumentan también los momentos adicionales y la reducción de resistencia por efecto de esbeltez. La influencia de la duración de la carga es más importante mientras mayores sean las deflexiones adicionales.

5.3 Métodos de Dimensionamiento

Del análisis anterior sobre la influencia de las distintas variables en la reducción de resistencia por esbeltez, puede deducirse que la solución rigurosa del

problema consiste en calcular las deflexiones adicionales y los momentos de segundo orden. La suma de estos momentos y de los de primer orden es igual a los momentos totales de diseño. Sin embargo, el cálculo de los momentos de segundo orden, que se conoce con el nombre de análisis estructural de segundo orden, resulta demasiado laborioso para fines de dimensionamiento de estructuras comunes.

Algunas de las razones que complican este análisis son las siguientes. Es difícil evaluar con precisión las deflexiones de los elementos de la estructura en todas las etapas de carga, ya que debe tomarse en cuenta el comportamiento inelástico del concreto reforzado y los efectos del agrietamiento, contracción y flujo plástico. Las rigideces relativas de los elementos varían con la etapa de carga, ya que algunos alcanzan su momento de fluencia antes que otros y, por lo tanto, pierden su rigidez más rápidamente.

El análisis debe hacerse por aproximaciones sucesivas, ya que los momentos adicionales producen deflexiones adicionales, las que a su vez incrementan nuevamente los momentos.

Por ejemplo, si consideramos que en la figura 5.9, la línea 1 representa la columna deformada por efectos de los momentos de primer orden; los momentos adicionales, P_y_1 , incrementan las deformaciones, y la columna deformada queda representada ahora por la línea 2, pero esto incrementa los momentos adicionales que ahora tienen el valor P_y_2 ; las deflexiones también vuelven a aumentar al aumentar los momentos adicionales, y así sucesivamente.

El procedimiento de aproximaciones sucesivas se realiza calculando los momentos y las deformaciones de la manera descrita, hasta que los incrementos entre dos etapas sucesivas sean muy pequeños en comparación con los momentos totales. Puede suceder que el procedimiento no converja y entonces la estructura es inestable.

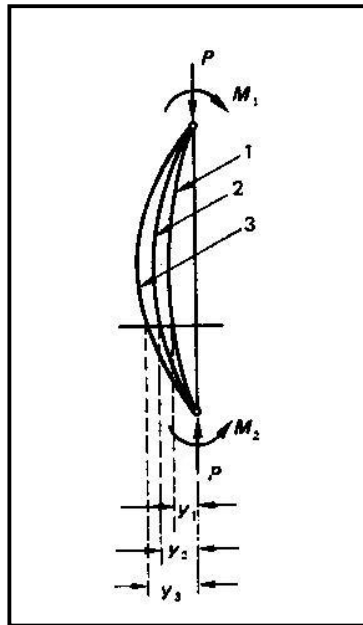


Figura 5.9 Incrementos sucesivos de deformaciones debidos a momentos de segundo orden.

El dimensionamiento de columnas esbeltas en estructuras comunes suele hacerse con métodos simplificados, en los que no es necesario desarrollar análisis de segundo orden. Dichos métodos simplificados pueden reunirse en tres grupos: Método de amplificación de momentos, Método del momento complementario y Método del factor de reducción. Nosotros nos dedicaremos a estudiar el método de amplificación de momentos.

5.3.1 Método de Amplificación de Momentos.

Este método consiste en obtener el valor de la carga axial, P , y el momento flexionante, M , en las columnas de una estructura por medio de un análisis de primer orden, y dimensionar las columnas para el mismo valor de P y para un momento amplificado, δM , donde δ es un factor siempre mayor que la unidad. En la figura 5.10 se ilustra este concepto. Si despreciáramos el efecto de esbeltez, la columna se dimensionaría para los valores de P y M , y su resistencia sería la correspondiente al punto 1 del diagrama de interacción mostrado con la línea punteada. Los incrementos de carga con un valor constante de la excentricidad estarían representados por puntos sobre la línea recta 0-1.

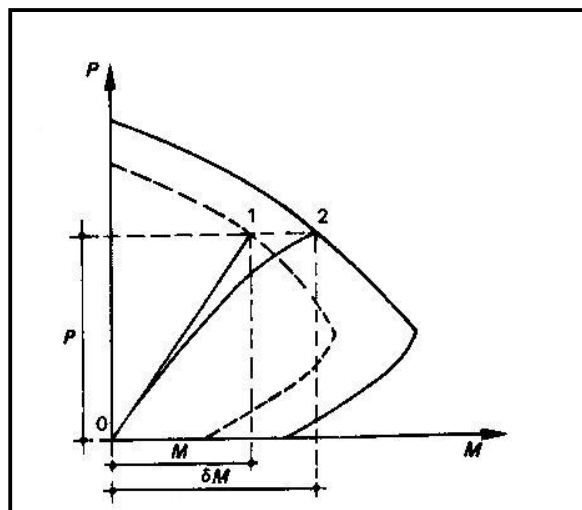


Figura 5.10 Valores de dimensionamiento en los métodos de amplificación de momentos.

Para tomar en cuenta el efecto de esbeltez, la columna se diseña para los valores P y δM , y su resistencia es la que corresponde al punto 2 del diagrama de

interacción mostrado con la línea llena. Los incrementos de carga están representados por los puntos sobre la línea 0-2, en la cual la excentricidad aumenta con el nivel de carga, puesto que el valor de δ depende, en estos métodos, del valor de la carga P .

5.4 Cálculo de los Efectos de Esbeltez

5.4.1 Método del Reglamento ACI.

En apego al reglamento del ACI, pueden calcularse los efectos de esbeltez con un momento complementario que está basado en el análisis elástico de elementos esbeltos sujetos a carga axial y flexión, los cuales se denominan frecuentemente “vigas columna”. El análisis riguroso de estos elementos se puede efectuar aplicando una ecuación diferencial de segundo orden o un procedimiento numérico de aproximaciones sucesivas. Sin embargo, al análisis simplificado indica que el momento máximo en una viga-columna que se deforma en curvatura simple puede calcularse aproximadamente con la ecuación:

$$M_{m\acute{a}x} = M_o \frac{P * a_o}{1 - \frac{P}{P_c}} \quad (5.3)$$

Donde M_o y a_o son el momento y la deflexión máxima de primer orden, respectivamente, P es la carga axial, y P_c es la carga crítica de Euler.

En el caso de vigas-columna que se deforman en curvatura simple, y que tienen momentos iguales en ambos extremos, la ecuación (5.3) puede aproximarse por la ecuación:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{M_o}{1 - \frac{P}{P_c}} \quad (5.4)$$

Y para otros casos la ecuación:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{C_m * M_o}{1 - \frac{P}{P_c}} \quad (5.5)$$

Donde C_m es un factor que hace equivalente el diagrama de momentos flexionantes del elemento, al diagrama de un elemento con momentos iguales en ambos extremos. La ecuación (5.5) puede expresarse de la forma:

$$M_{m\acute{a}x} = \delta M_o \quad (5.6)$$

Donde:

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P}{P_c}} \quad (5.7)$$

El término δ de la ecuación (5.6) es el factor de amplificación de momentos. Los resultados de análisis teóricos y las mediciones efectuadas en ensayos de marcos de concreto reforzado, indican una conveniencia de distinguir entre los momentos producidos por cargas que no provocan desplazamientos laterales de la estructura y los momentos producidos por cargas que sí los provocan, y de establecer factores de amplificación distintos para ambos tipos de momentos. Por lo tanto, el Reglamento ACI establece que los elementos se dimensionen usando la carga axial, P_u , afectada del factor de carga y obtenida de un análisis elástico convencional de primer orden, y un momento amplificado M_c definido por la ecuación:

$$M_c = \delta_b M_{2b} + \delta_s M_{2s} \quad (5.8)$$

M_{2b} es el mayor de los momentos en los extremos del elemento producido por cargas que no provocan desplazamiento lateral apreciable y M_{2s} es el correspondiente a cargas que pueden provocar desplazamiento. Al final de esta sección se hace un comentario sobre lo que puede considerarse un desplazamiento lateral apreciable.

Los factores de amplificación δ quedan definidos por las siguientes ecuaciones:

$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\phi P_c}} \geq 1 \quad (5.9)$$

$$\delta_s = \frac{\sum C_m}{1 - \frac{\sum P_u}{\phi \sum P_c}} \geq 1 \quad (5.10)$$

Para estructuras no contraventeadas, o sea, que pueden sufrir desplazamientos laterales, deben calcularse δ_b y δ_s ; para estructuras contraventeadas puede considerarse que δ_s vale cero. Puede verse que la ecuación (5.9) es igual a la (5.7), con la inclusión únicamente del factor de reducción f que tiene los valores indicados en la sección 3.3.1 para miembros sujetos a flexocompresión. La ecuación (5.10) se deriva también de la (5.7), haciendo C_m igual a uno y sumando las cargas P_u y P_c de todas las columnas de un piso en vez de considerar cada columna en forma aislada. Esto último se hace para tomar en cuenta que cuando las columnas están unidas por una losa rígida que trabaja como diafragma horizontal, todas tienen el mismo desplazamiento lateral. A continuación se presenta la forma de valuar C_m y P_c , términos que aparecen en la ecuaciones (5.9) y (5.10).

Valuación de C_m :

En el método ACI se proponen las siguientes expresiones para calcularlo:

- 1) Para elementos sin posibilidad de desplazamiento lateral relativo y sin cargas transversales entre sus apoyos:

$$C_m = 0.6 + 0.4 \left(\frac{M_{1b}}{M_{2b}} \right) \quad (5.11)$$

2) Para elementos con posibilidad de desplazamiento lateral relativo o con cargas transversales entre sus apoyos:

$$C_m = 1 \quad (5.12)$$

Los momentos M_{1b} y M_{2b} son los momentos flexionantes en los extremos del elemento, siendo M_{2b} el momento numéricamente mayor. El término $0.4 (M_{1b} / M_{2b})$ es positivo si el elemento se flexiona en curvatura simple y negativo si se flexiona en curvatura doble. Cabe observar que cuando $M_{1b} = M_{2b}$, y el elemento se flexiona en curvatura simple, el valor de C_m es igual a la unidad, y la ecuación (5.5) se transforma en la ecuación (5.4). Para el caso de columnas con desplazamiento lateral relativo entre sus extremos, el valor de C_m siempre es igual a la unidad, ya que en estas columnas el momento máximo de segundo orden ocurre en la misma sección que el momento máximo de primer orden, como sucede también en columnas con curvatura simple y momentos iguales en sus extremos.

Valuación de P_c :

La siguiente es la ecuación de la carga crítica de pandeo o carga crítica de Euler de elementos de comportamiento lineal

$$P_c = \frac{\pi^2 * E * I}{(klu)^2} \quad (5.13)$$

Donde E es el módulo de elasticidad del material, I es el menor momento de inercia de la sección transversal, y kl_u es la longitud efectiva de pandeo. La ecuación (5.13) no es rigurosamente aplicable a elementos de concreto reforzado, ya que su comportamiento no es lineal. Sin embargo, puede usarse, en forma aproximada, si el valor de EI se calcula con una de las siguientes ecuaciones:

$$EI = \frac{\left(\frac{E_c * I_g}{5}\right) + E_s * I_s}{1 + \beta_d} \quad (5.14)$$

ó

$$EI = \frac{\left(\frac{E_c * I_g}{2.5}\right)}{1 + \beta_d} \quad (5.15)$$

En estas ecuaciones, E_c es el módulo de elasticidad del concreto, E_s , el módulo de elasticidad del acero, I_g , el momento de inercia de la sección gruesa, I_s , el momento de inercia del refuerzo respecto al eje centroidal de la columna, y β_d es la relación entre el momento producido por la carga muerta y el momento total.

La ecuación (5.15) es más sencilla de usar que la ecuación (5.14) pero no se recomienda para columnas con relaciones muy elevadas de refuerzo. El término β_d toma en cuenta que la rigidez del elemento, la cual se puede medir en términos de EI , se reduce bajo la acción de cargas permanentes de larga duración.

La longitud efectiva de pandeo, $k l_u$, depende del grado de restricción de la columna en sus extremos y de la posibilidad de que exista desplazamiento lateral relativo. En la figura (5.11) se muestran las longitudes efectivas de pandeo de columnas con condiciones ideales de restricción (perfectamente articulada o perfectamente empotrada).

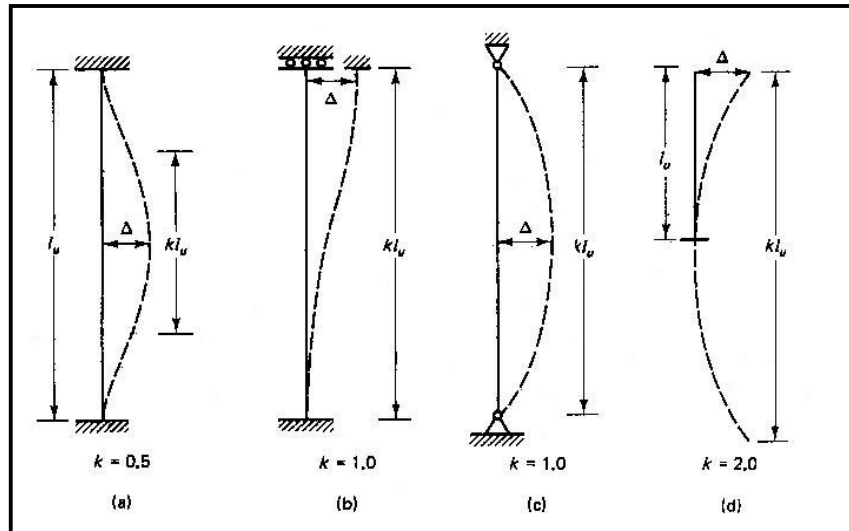


Figura 5.11 Longitud efectiva de pandeo para diferentes condiciones de apoyo.

En estructuras de concreto reforzado, las columnas se encuentran restringidas parcialmente por los sistemas de piso, sin que existan articulaciones o empotramientos perfectos. El grado de restricción depende de la relación entre las rigideces de las columnas y del sistema de piso, la cual puede definirse en la siguiente forma:

$$\varphi = \frac{\sum K_{col}}{\sum K_{piso}} \quad (5.16)$$

En esta ecuación, K es la rigidez EI/L ; $\sum K_{col}$ se refiere a las columnas que concurren en un nudo en la estructura; y $\sum K_{piso}$ se refiere a los elementos que forman el sistema de piso y que están contenidos en el plano del marco estructural que se analiza; o sea, que no se incluyen en la suma las rigideces de las vigas perpendiculares al marco.

El cálculo de la longitud efectiva de pandeo en función del grado de restricción, Φ , puede hacerse utilizando los nomogramas de la figura (5.12), en los que Φ_A y Φ_B son los valores de Φ en los extremos A y B de la columna. Para valores dados de Φ_A y Φ_B , las longitudes efectivas son mayores para columnas de marcos con posibilidad de desplazamiento lateral. Esto refleja el hecho de que los momentos de segundo orden son mayores en ese tipo de marcos, como ya se ha señalado anteriormente. La longitud efectiva de las columnas de estos marcos tiende a infinito cuando la rigidez del sistema de piso tiende a cero, o sea, cuando las columnas están articuladas. En este caso se tiene una columna inestable. En cambio, en columnas sin posibilidad de desplazamiento lateral, la longitud efectiva, kl_u , nunca es mayor que la longitud real, l_u . Los nomogramas de la figura (5.12) se desarrollaron para columnas de comportamiento lineal, pero pueden utilizarse en forma aproximada para columnas de concreto reforzado.

Una vez calculados los valores de C_m y P_c , de la manera descrita, pueden determinarse los factores de amplificación, δ , con las ecuaciones (5.9) y (5.10), y el momento máximo de diseño con la ecuación (5.8). En el caso de que los momentos máximos se presenten en los extremos de las columnas, los momentos de primer orden en los extremos del sistema de piso también deben incrementarse con el mismo factor de amplificación, ya que la resistencia del sistema de piso debe ser congruente con la de las columnas.

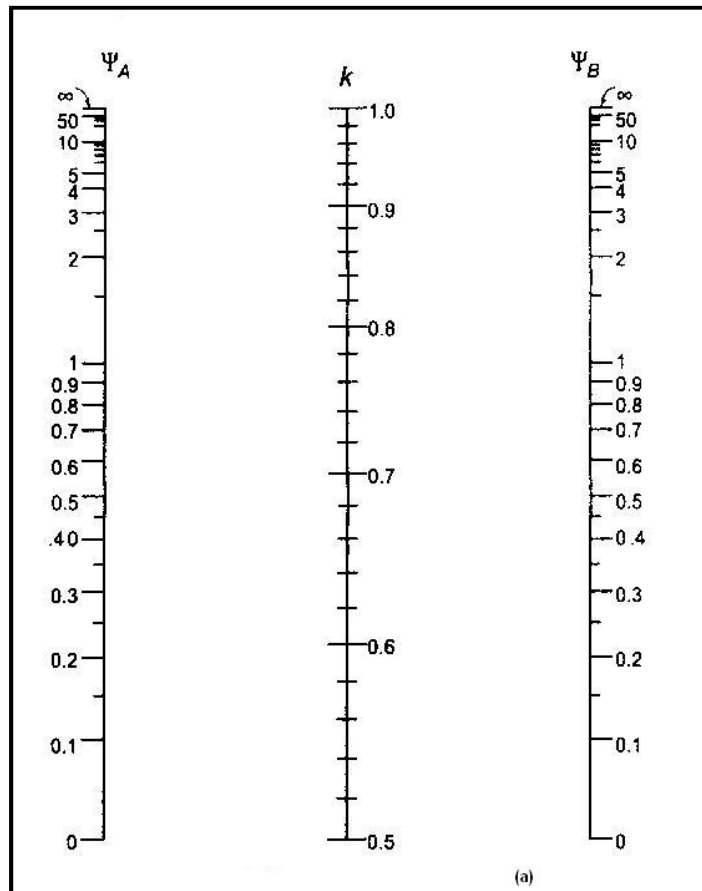


Figura 5.12 Factores para obtener las longitudes efectivas de pandeo para marcos contraventeados.

En el reglamento del ACI se recomienda que se tomen en cuenta los efectos de esbeltez en columnas en las que el término klu / r es mayor que $34 - 12 M_{1b} / M_{2b}$, o que 22, según se trate, respectivamente, de marcos sin desplazamiento lateral o con desplazamiento lateral. El término r es el radio de giro de la sección, que puede estimarse como 0.30 veces el lado menor para columnas rectangulares, o 0.25 veces el diámetro para columnas circulares. Cuando el valor de klu / r es mayor que 100, no se permite el método simplificado descrito en esta sección, sino que debe usarse un análisis de segundo orden.

En este método se hace una diferenciación importante entre estructuras que puedan sufrir desplazamientos laterales importantes y las que no pueden. Es por lo tanto necesario distinguir ambos tipos de estructuras. Los sistemas estructurales a base de marcos no contraventeados o sin muros de cortante, que estén sujetos a cargas laterales de sismo o viento, sí sufren desplazamientos laterales y para ellas debe incluirse el factor de amplificación δ_s . También debe incluirse en estructuras asimétricas en carga o geometría cuando la relación entre el desplazamiento lateral y altura de la columna es mayor de 1/1500.

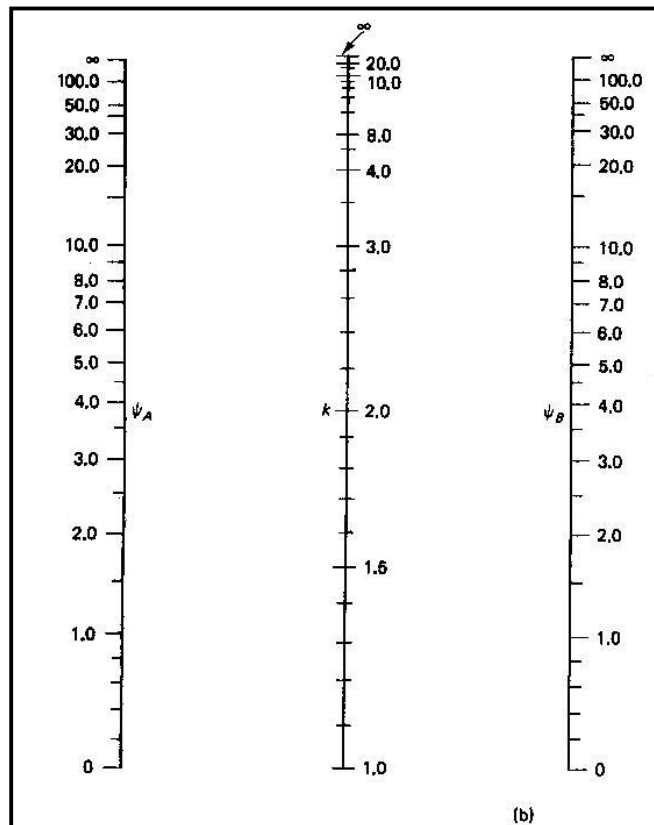


Figura 5.13 Factores para obtener las longitudes efectivas de pandeo para marcos no contraventeados.

Cuando existen contravientos o muros de cortante suficientemente rígidos se reducen los desplazamientos laterales a valores muy pequeños y entonces puede considerarse que δ_s vale cero. Para calcular si los contravientos o muros de cortante son suficientemente rígidos, el comentario al Reglamento del ACI recomienda dos métodos:

1) Índice de estabilidad:

$$Q = \frac{\sum Pu * \Delta u}{Hu * h_s} \quad (5.17)$$

Donde:

Δ_u = desplazamiento lateral en el nivel de piso calculado en un análisis elástico de primer orden.

H_u = fuerza cortante en el piso considerado.

h_s = altura del entrepiso medida centro a centro de los pisos superior e inferior.

Si el índice de estabilidad es menor que 0.04 puede considerarse que los momentos debidos a desplazamientos laterales no exceden del 5 por ciento de los momentos de primer orden y que por lo tanto la estructura esta suficientemente contraventeada.

El segundo método consiste en calcular la rigidez de los contravientos o muros de cortante y compararla con la rigidez del sistema de columnas. Si el primero es por lo menos seis veces mayor que el segundo, la estructura puede considerarse contraventeada. El cálculo de las rigideces de los contravientos, muros de cortante y sistema de columnas puede hacerse con diversos grados de precisión.

5.4.2 Método del Reglamento del Distrito Federal.

Este método es semejante al del Reglamento ACI. También distingue entre estructuras que pueden desplazarse lateralmente. Sin embargo, no separa los momentos debidos a las cargas que producen el desplazamiento lateral y los momentos por cargas que no lo producen. Por lo tanto, el momento amplificado se calcula siempre con la ecuación:

$$M_c = F_{ab} * M_2 \quad (5.18)$$

Donde F_{ab} es el factor de amplificación y M_2 es el mayor de los momentos en los extremos de la columna, o sea, es la suma de los momentos M_{2b} y M_{2s} de la ecuación (5.8).

Para miembros que no puedan desplazarse lateralmente, el factor de amplificación se calcula con la ecuación:

$$Fa = \frac{C_m}{1 - \frac{Pu}{0.75Pc}} \geq 1 \quad (5.19)$$

La cual es igual a la ecuación (5.7). El término C_m se calcula con la ecuación (5.11), pero en lugar de los momentos M_{1b} y M_{2b} se usan los momentos totales M_1 y M_2 en los extremos de las columnas. La carga crítica, P_c , se calcula con la ecuación:

$$Pc = \frac{F_R * \pi^2 * EI}{H'} \quad (5.20)$$

Esta ecuación es igual a la (5.13), usando la notación H' para la longitud efectiva de pandeo e incluyendo el factor de reducción F_R . Para calcular EI , el RCDF especifica la ecuación (5.15) únicamente.

Para miembros que puedan desplazarse lateralmente se utiliza la ecuación:

$$Fa = \frac{C_m}{1 - \frac{\sum Pu}{\phi \sum Pc}} \geq 1 \quad (5.21)$$

Equivalente a la ecuación (5.10). También debe calcularse el factor de amplificación con la ecuación (5.19), como si la columna tuviera sus extremos restringidos lateralmente, y tomarse el mayor de los dos factores.

Las recomendaciones respecto a los casos en que pueden despreciarse los efectos de esbeltez, aquellos en que se puede usar el método presentado anteriormente, y a las situaciones en que se requiere un análisis de segundo orden son iguales a las del Reglamento del ACI, nada más sustituyendo M_{1b} y M_{2b} por M_1 y M_2 , respectivamente.

En el RCDF, la estructura puede considerarse suficientemente contraventeada contra desplazamientos laterales si el índice de estabilidad calculado con la ecuación (5.17) es menor que 0.08, o si la rigidez de los contravientos o muros de cortante es por lo menos el 85 por ciento de la rigidez total de entrepiso.

Se establece una restricción adicional respecto a la losa considerada como diafragma horizontal; su rigidez no debe ser menor que diez veces la rigidez de entrepiso del marco a que pertenece la columna en estudio. La rigidez de un diafragma horizontal con relación a un eje de columnas se define como la fuerza que debe aplicarse al diafragma en el eje en cuestión para producir una deflexión unitaria sobre dichos ejes, estando el diafragma libremente apoyado en los elementos que dan restricción lateral.

5.5 Ejemplo

Ejemplo 5.1

Efecto de Esbeltez de una Columna Sub Desplazamiento Lateral																																				
<p>Datos:</p> <table> <tr> <td>$P_u =$</td> <td>150 Ton</td> </tr> <tr> <td>$(M_{BA})_b =$</td> <td>10 T*m</td> </tr> <tr> <td>$(M_{AB})_b =$</td> <td>8 T*m</td> </tr> <tr> <td>$f'_c =$</td> <td>200 kg/cm²</td> </tr> <tr> <td>$f_y =$</td> <td>4200 kg/cm³</td> </tr> <tr> <td>$\psi_A = \psi_B =$</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>$l_u =$</td> <td>600 cm</td> </tr> <tr> <td>$b =$</td> <td>40 cm</td> </tr> <tr> <td>$h =$</td> <td>60 cm</td> </tr> </table>	$P_u =$	150 Ton	$(M_{BA})_b =$	10 T*m	$(M_{AB})_b =$	8 T*m	$f'_c =$	200 kg/cm ²	$f_y =$	4200 kg/cm ³	$\psi_A = \psi_B =$	4	$l_u =$	600 cm	$b =$	40 cm	$h =$	60 cm																		
$P_u =$	150 Ton																																			
$(M_{BA})_b =$	10 T*m																																			
$(M_{AB})_b =$	8 T*m																																			
$f'_c =$	200 kg/cm ²																																			
$f_y =$	4200 kg/cm ³																																			
$\psi_A = \psi_B =$	4																																			
$l_u =$	600 cm																																			
$b =$	40 cm																																			
$h =$	60 cm																																			
<p>Longitud Efectiva de Pandeo.</p> <table> <tr> <td>$k =$</td> <td>0,91 (Se obtiene de la figura 5.12)</td> </tr> <tr> <td>$kl_u =$</td> <td>546 cm</td> </tr> </table>		$k =$	0,91 (Se obtiene de la figura 5.12)	$kl_u =$	546 cm																															
$k =$	0,91 (Se obtiene de la figura 5.12)																																			
$kl_u =$	546 cm																																			
<p>Verificación de Esbeltez:</p> <p>a) Radio de Giro</p> <p style="margin-left: 40px;">$r =$ 18 cm</p> <p>b) Relación de Esbeltez</p> <p style="margin-left: 40px;">$(kl_u/r) =$ 30,33 < 100 (puede usarse método simplificado)</p> <p>c) Valor máximo</p> <p style="margin-left: 40px;">24,4 < (kl_u/r)</p> <p style="margin-left: 40px;">(Es necesario revisar efectos de esbeltez)</p>																																				
<p>Cálculo de Momentos Amplificados:</p> <table> <tr> <td>$C_m =$</td> <td>0,92</td> <td>\geq</td> <td>0,4</td> <td>OK</td> </tr> <tr> <td>$E_c =$</td> <td>113.137</td> <td>kg/cm²</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$I_g =$</td> <td>720.000</td> <td>cm⁴</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>u (sup) =</td> <td>0,5</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$EI =$</td> <td>21722320318</td> <td>kg*cm²</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$P_c =$</td> <td>719.152</td> <td>kg</td> <td>=</td> <td>719 Ton</td> </tr> <tr> <td>$F_{ab} =$</td> <td>1,27</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>		$C_m =$	0,92	\geq	0,4	OK	$E_c =$	113.137	kg/cm ²			$I_g =$	720.000	cm ⁴			u (sup) =	0,5				$EI =$	21722320318	kg*cm ²			$P_c =$	719.152	kg	=	719 Ton	$F_{ab} =$	1,27			
$C_m =$	0,92	\geq	0,4	OK																																
$E_c =$	113.137	kg/cm ²																																		
$I_g =$	720.000	cm ⁴																																		
u (sup) =	0,5																																			
$EI =$	21722320318	kg*cm ²																																		
$P_c =$	719.152	kg	=	719 Ton																																
$F_{ab} =$	1,27																																			
<table border="1"> <tr> <td>$M_c =$</td> <td>12,74 T*m</td> </tr> </table>		$M_c =$	12,74 T*m																																	
$M_c =$	12,74 T*m																																			

CAPITULO VI

FLEXION EN VIGAS SIMPLEMENTE ARMADAS

6.1 Introducción

Son frecuentes los elementos estructurales sujetos a flexión, tales como vigas o losas que trabajan en una sola dirección. Generalmente, la flexión se presenta acompañada de fuerza cortante. Sin embargo, la resistencia a flexión puede estimarse con suficiente precisión despreciando el efecto de la fuerza cortante. En este capítulo se describen el comportamiento de elementos sujetos a flexión y el efecto de las principales variables, y se presentan los métodos para calcular la resistencia.

6.2 Comportamiento y modos de falla de elementos sujetos a flexión simple

Se ha llevado a cabo un gran número de ensayos en flexión utilizando vigas simplemente apoyadas, sometidos a 2 cargas concentradas de modo simétrico, en las que existe una zona sujeta solo a momento flexionante (figura 6.1)

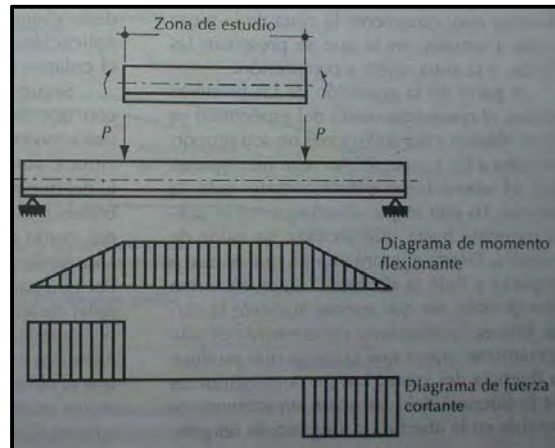


Figura 6.1 Espécimen típico para estudio de flexión simple.

Por simplicidad se describieran exclusivamente el comportamiento de un elemento de concreto con refuerzo de tensión. La figura 6.2 muestra la gráfica carga-deflexión de un elemento con un porcentaje de acero usual en la práctica. Al empezar a cargar, el comportamiento de la pieza es esencialmente elástico y toda la sección contribuye a resistir el momento exterior. Cuando la tensión en la fibra más esforzada de alguna sección excede de la resistencia del concreto a la tensión, empiezan a aparecer grietas. A medida que se incrementa la carga, estas grietas aumentan en número, en longitud y en la abertura. Se puede observar muy claramente en la zona de la pieza sujeta a tensión, en la que se presentan las grietas, y la zona sujeta a compresión.

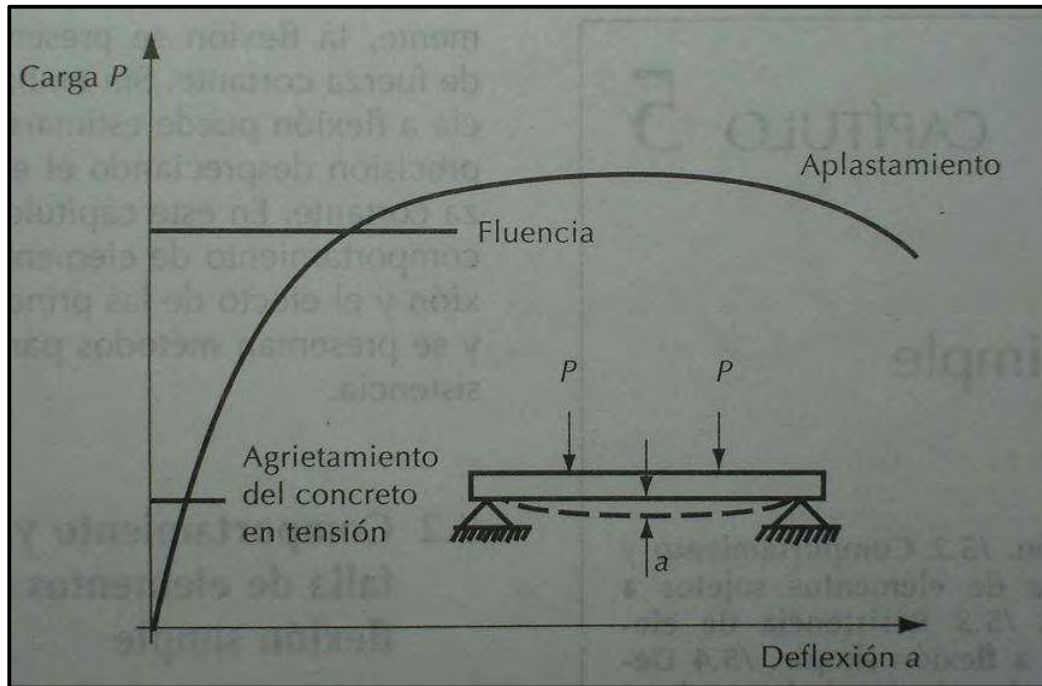


Figura 6.2 Gráfica carga-deflexión de un elemento, con un porcentaje usual de tensión.

A partir de la aparición de las primeras grietas, el comportamiento del espécimen ya no es elástico y las deflexiones no son proporcionales a las cargas. En las regiones agrietadas, el acero toma prácticamente toda la tensión. En esta etapa, el esfuerzo en el acero aumenta hasta que alcanza su valor de fluencia. Desde el momento en que el acero empieza a fluir, la deflexión crece en forma considerable, sin que apenas aumente la carga. Esto es, la resistencia del elemento es sólo ligeramente mayor que la carga que produce la fluencia del acero. Los primeros síntomas de la fluencia del acero son un incremento notable en la abertura y longitud de las grietas y un quiebre marcado en las curva carga-deflexión. A medida que aumenta la longitud de las grietas, la zona de compresión se va reduciendo, hasta que el concreto en esta zona es incapaz de tomar la compresión y se aplasta. El primer indicio del aplastamiento es el desprendimiento

de escamas en la zona de compresión. Cuando esto ocurre, la carga disminuye con mayor o menor rapidez, dependiendo de la rigidez del sistema de aplicación de la carga, hasta que se produce el colapso final.

Según la cantidad de acero longitudinal con que está reforzada la pieza, éste puede fluir o no antes de que se alcance la carga máxima. Cuando el acero fluye, el comportamiento del miembro es dúctil; es decir, se producen deflexiones considerables antes del colapso final, como se muestra en la figura 6.2. En este caso se dice que el elemento es subreforzado. Por otra parte, si la cantidad de acero longitudinal de tensión es grande, este no fluye antes del aplastamiento y se dice entonces que el elemento es sobrerreforzado. Puede suceder que el elemento alcance su resistencia precisamente cuando el acero empieza a fluir. En este caso se dice que el elemento es balanceado.

Los términos sobrerreforzado y subreforzado, aplicados al caso de elementos con acero sin un límite de fluencia bien marcado, no tienen más sentido que el de indicar el grado de ductilidad. En este caso la condición Balanceada no está claramente definida.

En la figura 6.3 se presentan los esquemas de agrietamiento correspondientes a vigas con diferentes porcentajes de acero. En el caso de un elemento sobrerreforzado, la zona de aplastamiento del concreto es mayor que en el caso de otro subreforzado, y, a la falla, las grietas del primero son de longitud y abertura menores.

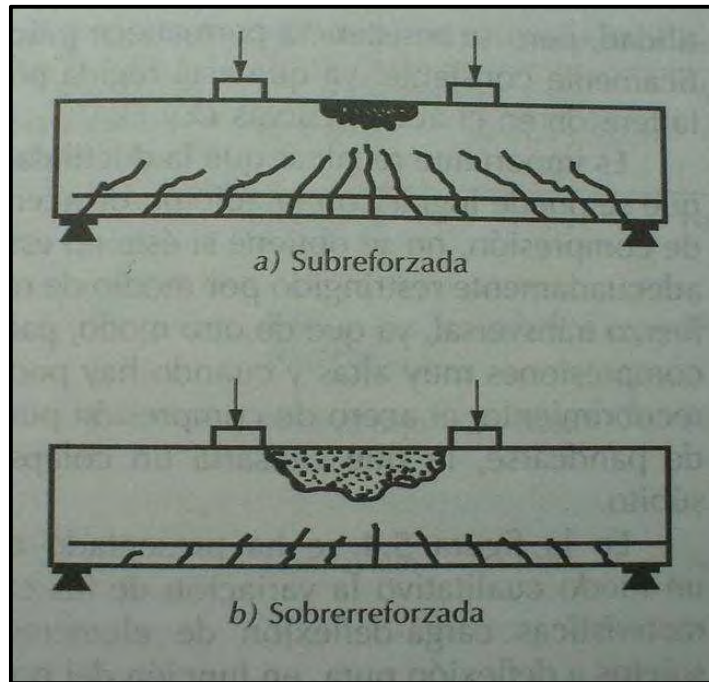


Figura 6.3 Agrietamiento en la falla de vigas sujetas a flexión.

La figura 6.4 muestra la variación en el comportamiento de elementos que tienen distintos porcentajes de hacer. Cada curva de trazo lleno representa la gráfica carga-deflexión de un elemento reforzado con una cantidad diferente de acero de tensión, desde una viga de concreto simple hasta otra con un porcentaje muy alto de acero, del orden del 7%. Se puede observar de inmediatamente el efecto de la cantidad y distribución del acero longitudinal.

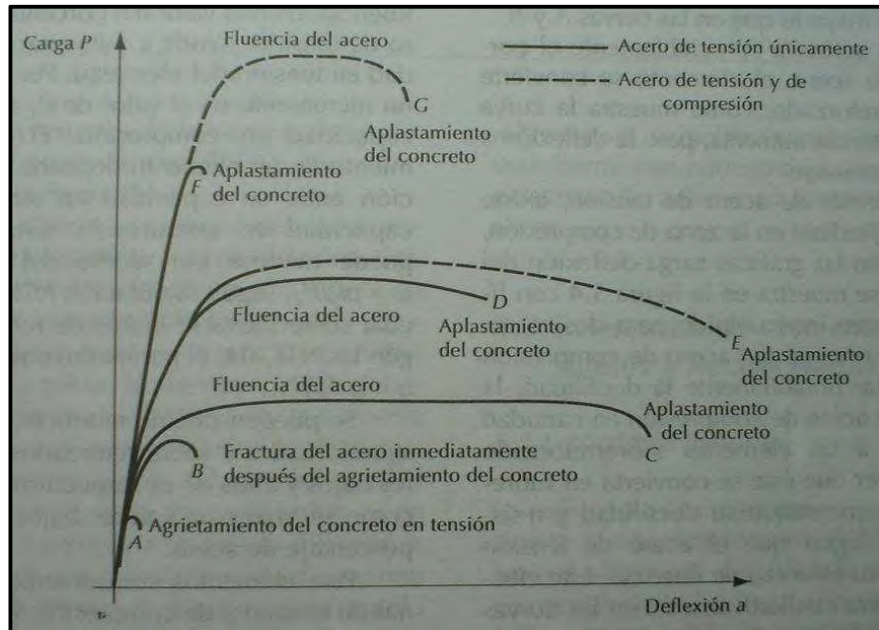


Figura 6.4 Gráficas carga-deflexión de elementos con porcentajes variables de acero (sección, f'_c y f_y constantes) sujetos a flexión simple.

Un elemento de concreto simple (curva A) alcanza su resistencia y falla al agrietarse el concreto en la fibra más tensada, con una deflexión muy pequeña. La falla es repentina, de tipo frágil.

Adicionar refuerzo longitudinal en cantidades muy pequeñas, hace que la capacidad de miembro aumente al mismo tiempo que su deflexión de la falla (curva B). En las primeras etapas de carga, el comportamiento es muy parecido al de un elemento de concreto simple. Una vez agrietado el concreto, la tensión en el acero se incrementa rápidamente al aumentar la carga, hasta que el refuerzo se fractura. Este tipo de falla ocurren en elementos con porcentajes muy pequeños del acero, del orden de 0.1 por ciento o menos. La falla es frágil y se produce a una deflexión pequeña.

Las curvas C y D son típicas de elementos con porcentajes usuales de acero de tensión (de 0.5 a 2 porcientos). Se puede observar que la resistencia y la deflexión son sustancialmente mayores que en las curvas A y B.

Si se aumenta apreciablemente el porcentaje de acero, el elemento se convierte en sobrerreforzado, como muestra la curva F. La resistencia aumenta, pero la deflexión a la falla disminuye.

Si además de acero de tensión, existe acero longitudinal en la zona de compresión (capítulo 7), su efecto en las gráficas carga-deflexión del elemento se muestra en la figura 6.4 con líneas de trazo interrumpido para dos casos. El efecto principal del acero de compresión es aumentar notablemente la ductilidad; la adición de acero de compresión en cantidad suficiente a un elemento sobrerreforzado puede hacer que estas se convierta en subreforzado, aumentando su ductilidad y resistencia, al lograr que el acero de tensión desarrolle su esfuerzo de fluencia. Este efecto se muestra cualitativamente en las curvas F y G de la figura 6.4.

La adición de refuerzo de compresión a un elemento subreforzado aumenta su ductilidad, pero su resistencia permanece prácticamente constante, ya que está regida por la tensión en el acero (curvas D y E).

Es importante recalcar que la ductilidad que se puede lograr con adición de acero de compresión, no se obtienen si éste no está adecuadamente restringido por medio de refuerzo transversal, ya que de otro modo, para compresiones muy altas y cuando hay poco recubrimiento, el acero de compresión puede pandearse, lo que causaría un colapso súbito.

En la figura 6.4 se ha presentado de un modo cualitativo la variación de las características carga-deflexión de elementos sujetos a deflexión pura, en función del porcentaje de acero, suponiendo que los índices de resistencia de los materiales, f'_c y f_y , permanecen constantes. Las características carga-deflexión son también función de las propiedades mecánicas de los materiales, expresados

por sus índices de resistencia. Un incremento en el Valor del esfuerzo de fluencia, o en el Valor del porcentaje de acero de tensión, tiende a aumentar la capacidad en tensión del elemento. Por otra parte, un incremento en el Valor de $f'c$ aumenta la capacidad en compresión. El comportamiento de un elemento depende de la relación entre su capacidad en tensión y su capacidad en compresión. Esta relación puede medirse por medio del parámetro $\omega = \rho * (f_y / f'c)$, según la notación ACI 318-04, el cual suele llamarse índice de refuerzo. (Según las NTC-04, el parámequivalente es $q = \rho * (f_y / f'c)$).

Se pueden definir, entonces, elementos subreforzado y sobrerreforzado para valores bajos y altos de ω , respectivamente, tal y como se hizo para valores bajos y altos del porcentaje de acero.

Para elementos con refuerzo longitudinal de tensión y de compresión, el índice de esfuerzos es $\omega = (\rho - \rho') * f_y / f'c$, donde ρ' representa el porcentaje de acero longitudinal en compresión.

Como resumen de lo expuesto anteriormente, se presenta la tabla 6.1, que complementa la figura 6.4.

Curva típica correspondiente de la figura 5.4	Porcentaje de acero		Índice de refuerzo ω	Tipo de elemento	Modo de falla	Grado de ductilidad
	de tensión ρ	de compresión ρ'				
A	Nulo	Nulo	Nulo	Concreto simple	Concreto en tensión	Frágil
B	Muy pequeño	Nulo	Muy pequeño	Muy subreforzado	Fractura del acero, frágil	Poco dúctil
C	Normal bajo	Nulo	Normal bajo	Subreforzado	Aplastamiento después de la fluencia	Muy dúctil
D	Normal alto	Nulo	Normal alto	Subreforzado	Aplastamiento después de la fluencia	Dúctil
E	Normal alto	Del orden del de tensión	Normal bajo	Subreforzado	Aplastamiento después de la fluencia	Muy dúctil
F	Muy alto	Nulo	Muy alto	Sobrerreforzado	Aplastamiento sin fluencia del acero	Frágil
G	Muy alto	Del orden del de tensión	Normal bajo	Subreforzado	Aplastamiento después de la fluencia	Dúctil

Tabla 6.1 Características de elementos con distintos índices de refuerzo.

Otro aspecto importante del comportamiento de elementos sujetos a flexión simple, es la distribución de deformaciones en el peralte. Las mediciones hechas en el laboratorio indican que en una sección normal al eje de la pieza, la distribución de deformaciones longitudinales es aproximadamente lineal para casi todos los niveles de carga. Normalmente se miden deformaciones en el concreto, en la zona de compresión, y en el acero. La presencia de grietas dificulta la medición de deformaciones en el concreto en zonas de tensión. A pesar de esto, cuando se han usado procedimientos minuciosos, se ha comprobado que las deformaciones del concreto en tensión y del acero colocado al mismo nivel coinciden sensiblemente si se usan barras con corrugación adecuada para garantizar la adherencia entre concreto y acero.

6.3 Resistencia de Elementos Sujetos a Flexión Simple.

6.3.1 Hipótesis Generales.

La resistencia de elementos sujetos a flexión simple puede determinarse a partir de una serie de hipótesis simplificadoras ligadas al comportamiento básico y al mecanismo acción-respuesta descritos anteriormente. Las hipótesis que se hacen comúnmente son las siguientes:

- a) La distribución de deformaciones unitarias en la sección transversal de un elemento es plana. Esta hipótesis ha sido verificada mediante mediciones y es correcta, excepto para longitudes de medición muy pequeñas y en la rama descendente de la gráfica carga-deflexión.
- b) Se conoce la distribución de esfuerzos en la zona de compresión del elemento. Los reglamentos de construcción presentan distribuciones simplistas, con las cuales se obtienen valores de la resistencia suficientemente aproximados.
- c) No existen corrimientos relativos de consideración entre el acero y el concreto o que lo rodea. Para concreto reforzado con barras corrugadas, la hipótesis es bastante realista. Es decir, se puede suponer que la deformación unitaria es la misma en el acero y en el concreto que se encuentra al mismo nivel.
- d) El concreto no resiste esfuerzos de tensión longitudinales. Despreciar la magnitud de estos esfuerzos no influye apreciablemente en las resistencias calculadas.
- e) El elemento alcanza su resistencia a una cierta deformación unitaria máxima útil del concreto, ϵ_{cu} . Los reglamentos recomiendan valores de ϵ_{cu} que varían de 0.003 a 0.004.

6.3.2 Hipótesis de Algunos Reglamentos de Construcción.

En la figura 6.5 se muestra los estados de deformaciones y esfuerzos en la sección transversal de una viga sujeta a flexión. Se puede apreciar que la forma del diagrama de esfuerzos de compresión es similar a la curva esfuerzo-deformación de un espécimen ensayado a compresión. El área del diagrama de esfuerzos de compresión y la posición de la resultante de compresión, pueden determinarse a partir del trece parámetros adimensionales, β_1 , β_2 y β_3 . El parámetro β_3 relacionara el esfuerzo máximo en flexión con la resistencia de los cilindros de control. El parámetro β_1 indica la relación entre el esfuerzo promedio y el esfuerzo máximo en la zona de compresión, y el parámetro β_2 indica la posición de la resultante de compresión. El área del diagrama de compresiones y la posición de la resultante pueden definirse también estableciendo expresiones matemáticas que permiten idealizar el diagrama de esfuerzos de compresión.

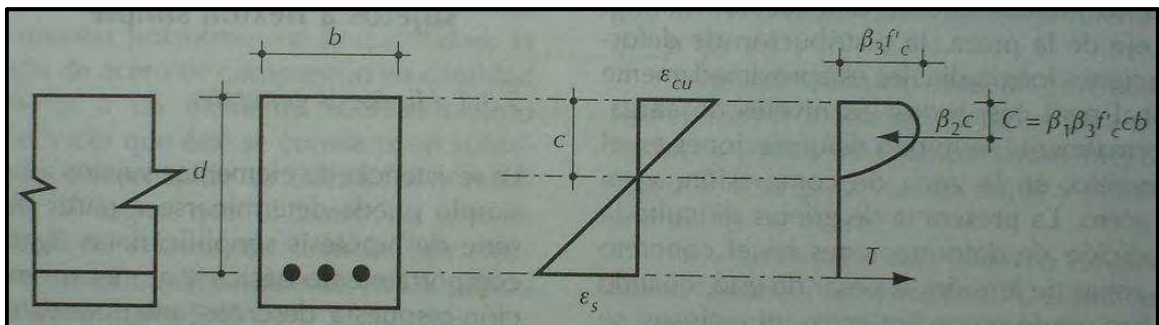


Figura 6.5 Distribuciones de deformaciones y esfuerzos en una sección sujeta a flexión.

Se han propuesto numerosos valores para los parámetros β_1 , β_2 y β_3 , así como diversas configuraciones del diagrama de esfuerzos de compresión. En fecha reciente se han empezado a utilizar los llamados concretos de muy alta resistencia, con valores de f'_c mayores a 400 kg/cm^2 . Investigaciones llevadas a cabo para determinar las características estructurales de estos concretos indican

que los parámetros mencionados, especialmente β_3 , quizá deban revisarse cuando se apliquen a estos concretos.

Con el objeto de desarrollar métodos sencillos de cálculo, los reglamentos de construcción recurren a hipótesis simplificadoras en las cuales se fija un valor de la deformación unitaria máxima útil del concreto, ϵ_{cu} , y donde se definen diagramas idealizados de los esfuerzos de compresión, de tal manera que el área del diagrama de esfuerzos y la posición de la resultante de compresión sean semejantes a las que corresponderían a una distribución real.

Hipotesis ACI

El Reglamento del Instituto Americano del Concreto (ACI 318-02) utiliza las hipótesis simplificadoras que se resumen en la figura 6.6. En lugar de la distribución real de esfuerzos, se propone una distribución rectangular, con una profundidad igual a β_1 veces la del eje neutro. Se acepta que el elemento alcanza su resistencia a una deformación unitaria máxima útil del concreto en compresión igual a 0.003, con una distribución lineal de deformaciones unitarias.

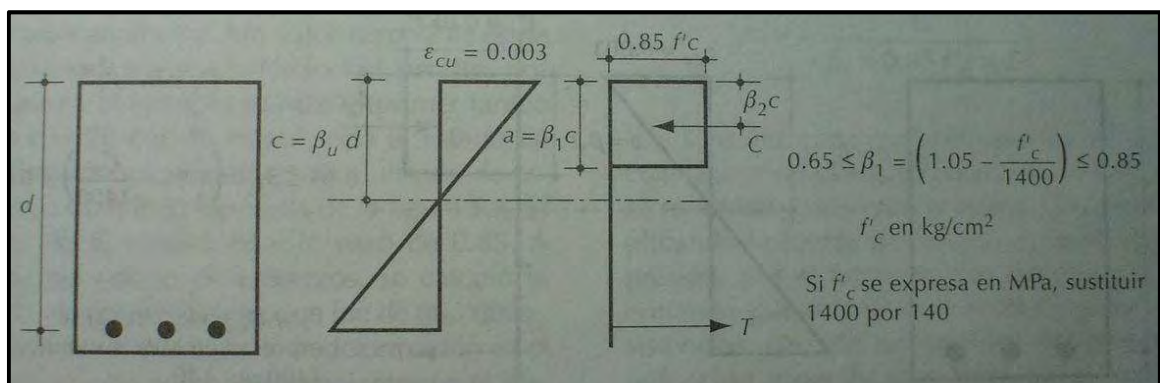


Figura 6.6 Hipótesis ACI 318-02 sobre la distribución de deformaciones y esfuerzos en la zona de compresión.

El parámetro β_1 se hace depender de la resistencia nominal f'_c , de acuerdo con la ecuación mostrada en la figura 6.6. El valor de β_1 es constante e igual a 0.85 para $f'_c \leq 280 \text{ kg/cm}^2$. Esta variación tiene por objeto tomar en cuenta el cambio en la forma de la curva esfuerzo-deformación del concreto al incrementar su resistencia, ya que el área del rectángulo equivalente debe ser aproximadamente igual al área bajo la curva esfuerzo-deformación. La hipótesis del bloque equivalente de esfuerzos es aplicable a secciones de cualquier forma.

Hipótesis de las Normas Técnicas Complementarias (NTC-04) del Reglamento del Distrito Federal (México)

Las Normas Técnicas Complementarias habían especificado un bloque equivalente de esfuerzos diferentes al del Reglamento ACI. En vez de un esfuerzo uniforme y una profundidad variable del eje neutro, como en la figura 6.6, profundidad constante del eje neutro. La utilización de este bloque equivalente tenía ventajas para la elaboración de ayudas de diseño. Sin embargo, no proporcionaba buenos resultados para concretos de resistencias altas, por lo que se cambió, a partir de 2004, por un bloque muy parecido al del Reglamento ACI. La única diferencia radica en el uso del parámetro f'_c , que sustituye en las ecuaciones correspondientes a f'_c . El bloque resultante, usando la notación de las NTC, se muestra en la figura 6.7

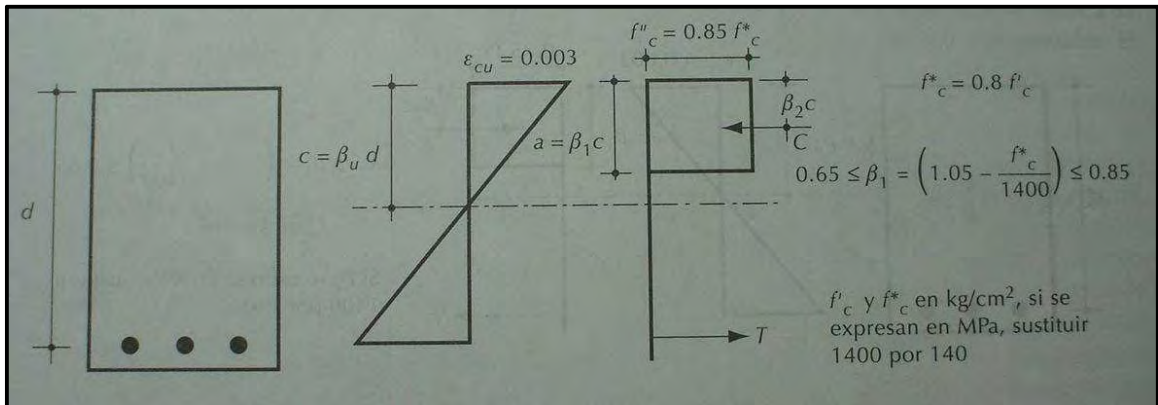


Figura 6.7 Hipótesis de las NTC-04 sobre la distribución de deformaciones y esfuerzos en la zona de compresión.

Hipótesis de Otros Reglamentos

Algunas investigaciones indican que los bloques equivalentes mencionados requieren revisarse cuando se usan concretos de muy alta resistencia, y para tomar esto en cuenta ciertos reglamentos especifican cambiar tanto el esfuerzo uniforme como la profundidad del bloque. Por ejemplo, el reglamento de Nueva Zelanda especifica una profundidad del bloque de “ γ ” veces la profundidad del eje neutro y un esfuerzo uniforme de “ $\alpha f'c$ ”, donde “ γ ” y “ α ” tienen los valores:

$$\gamma = 0.85 - 0.008(f'c - 300)$$

Y

$$\alpha = 0.85 - 0.004(f'c - 550)$$

El reglamento canadiense contiene una disposición semejante con los siguientes valores de “ γ ” y “ α ”:

$$\gamma = (0.97 - 0.00025 * f'c) \geq 0.67$$

$$\alpha = (0.85 - 0.00015 * f'c) \geq 0.67$$

En las ecuaciones anteriores, f'_c está en kg/cm^2 . Puede verse que para concretos de resistencias usuales, los valores obtenidos con los diferentes reglamentos son muy parecidos.

6.3.3 Procedimientos para Determinar la Resistencia a Flexión.

Los procedimientos consisten en establecer un estado de deformación tal, que la sección se encuentre en equilibrio, o sea, que la suma de las fuerzas de compresión que actúan en una sección transversal, sea igual a la suma de las fuerzas de tensión. Una vez establecido dicho estado de equilibrio, se calcula el momento de todas las fuerzas internas con respecto a un eje cualquiera. Este momento es la resistencia a flexión de la sección. El estado de equilibrio interno puede determinarse por medio de tanteos o algebraicamente. En los siguientes incisos se ilustra la determinación de la resistencia de diversos tipos de secciones.

En esta sección se presentan ejemplos en los que se usan los Reglamentos ACI y del Distrito Federal.

SECCIONES RECTANGULARES SIMPLEMENTE ARMADAS – REGLAMENTO ACI 318-02

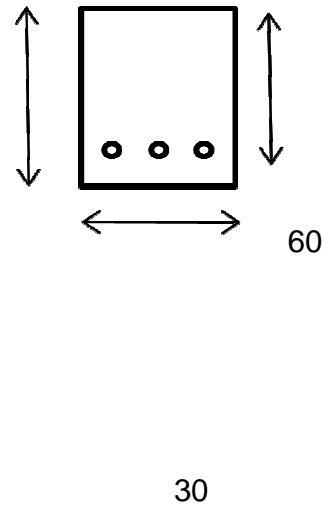
En el ejemplo 6.1.1 se calcula la resistencia de una sección simplemente armada. Se ilustran tres procedimientos posibles.

Ejemplo 6.1.1

Determinación de la resistencia a flexión de una sección rectangular, usando las hipótesis ACI 318-02.

Datos:

$f'c=$	200	kg/cm ²	
$f_y=$	4200	kg/cm ²	
$A_s=$	15	cm ²	(3 del # 8)
$h=$	65	cm	
$d=$	60	cm	
$b=$	30	cm	



Determinación de la Resistencia por Tanteos

1° Tanteo

$c=$	20	cm
$\epsilon_{cu}=$	0,003	
$\beta_1=$	0,85	

Calculo de β_1 si $f'c > 280$ kg/cm²

$$\beta_1 = 0,907$$

$$C = 86.700 \text{ kg}$$

Por Triangulos Semejantes:

$$\varepsilon_s = 0,006$$

$$\varepsilon_y = 0,0021 < \varepsilon_s = 0,006$$

$$f_s = f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$T = 63.000 \text{ kg} < C = 86.700 \text{ kg}$$

2° Tanteo

$$c = 14,53 \text{ cm}$$

$$C = 63.000 \text{ kg}$$

$$\varepsilon_s = 0,0094 > \varepsilon_y \quad \text{por tanto: lo } f_s = f_y$$

$$T = 63.000 \text{ kg}$$

$$C = T$$

$$z = 53,82 \text{ cm}$$

$$M_n = 33,91 \text{ T}\cdot\text{m}$$

$$\Phi M_n = 30,52 \text{ T}\cdot\text{m}$$

Determinación de la Resistencia Nominal Mediante la Ecuación de la Figura 6.8.		
$\rho=$	0,0083	
$\omega=$	0,175	
$Mn=$	33,90	T*m
Determinación de la Resistencia Nominal Mediante la Gráfica del Apéndice A		
Para $\omega=$	0,175	
valor del Apéndice A=		0,16
$Mn=$	34,56	T*m

El primero es un procedimiento de tanteos. Como primer paso en la solución, se eligió un estado de deformaciones que queda definido por el valor de ϵ_{cu} y un valor de la profundidad del eje neutro, c . Según el Reglamento ACI 318-02, el valor de ϵ_{cu} es 0.003 (figura 6.6). El valor de “ c ” es tentativo y se eligió arbitrariamente. Un valor razonable es de aproximadamente un tercio del peralte, por lo que en el ejemplo se hizo el primer tanteo con $c= 20\text{cm}$. Ya establecido el estado de deformaciones, se determinó el estado de esfuerzos usando la hipótesis de la figura 6.6. El valor de β_1 resultó en este caso de 0.85. A partir del estado de esfuerzos, se calculó la fuerza de compresión C , que fue de 86'700 kg. A continuación se calculó la deformación en el acero, usando triángulos semejantes

en el diagrama de deformaciones unitarias. En el ejemplo se obtuvo un valor de 0.006, que es mayor que la deformación de fluencia ϵ_y .

Esto significa que el acero está fluyendo. Según las hipótesis ACI 318-02, puede considerarse que el acero que en una grafica esfuerzo-deformación elasto-plástica, por lo cual, el esfuerzo es igual al esfuerzo de fluencia f_y para cualquier valor de ϵ_y . Esta hipótesis equivale a desprestigiar la zona de endurecimiento por deformación del acero; por lo tanto, el esfuerzo del acero en el ejemplo es igual a f_y , y la fuerza de tensión se obtiene multiplicando el área de acero, A_s , por el valor de f_y . Resultó, de esta manera, un valor de T de 63'000 kg. Cuando la deformación ϵ_s es menor que ϵ_y , el esfuerzo correspondiente puede encontrarse por medio de la ecuación $f_s = \epsilon_s * E_s$, o bien, directamente en la grafica esfuerzo-deformación del acero.

Si el Valor supuesto de la profundidad del eje neutro, c , hubiese sido correcto, las fuerzas C y T habrían resultado iguales. En el ejemplo no resultaron así, por lo que fue necesario ajustar el valor. Ya que la fuerza de compresión resultó mayor que la de tensión, el valor de c deberá ser menor que el supuesto inicialmente. Esto implica que ϵ_s seguirá siendo mayor que ϵ_y y que el acero fluye también en este caso.

Por lo tanto, puesto que $C=T$, el valor correcto de c puede calcularse a partir de la ecuación:

$$c = \frac{C}{\beta_1 * 0.85 * f'_c * b}$$

Una vez encontrado valor de c con el cual la sección estaba en equilibrio, se calculó el momento resistente nominal, M_n , multiplicando la fuerza de tensión, o la de compresión, por el brazo de par interno, z . (Se entiende por resistencia nominales las resistencias sin afectar por los factores de reducción especificadas

tanto en el reglamento ACI 318-02 como en las NTC-04.) Se obtuvo de esta manera un momento resistente de 33.9 Ton*m. Según las recomendaciones ACI, los valores de M_n deben reducirse multiplicándolos por el factor Φ para obtener el momento resistente de diseño, $\Phi^* M_n$. Para el caso de flexión, su valor es de 0.90. El Valor del momento resistente de diseño fue, en el ejemplo, de 30.5 Ton*m.

El segundo procedimiento es aplicable únicamente en secciones rectangulares subreforzadas, con esfuerzo de tensión únicamente y consiste en el ejemplo de la ecuación deducida en la figura 6.8, que tiene la ventaja de proporcionar de modo directo el momento nominal resistente.

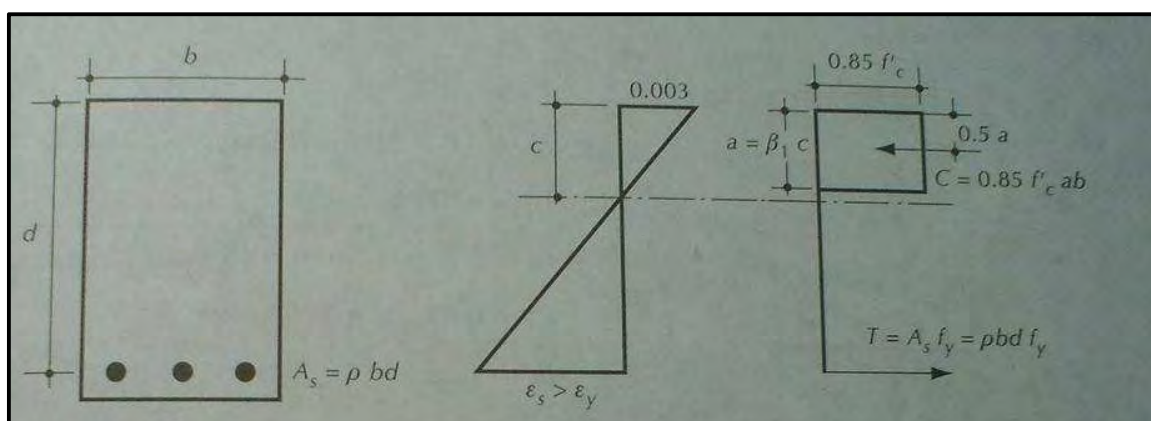


Figura 6.8 Momento resistente nominal de elementos rectangulares con esfuerzo de tensión únicamente, de acuerdo con el Reglamento ACI 318-02.

Por equilibrio:

$$C=T$$

$$0.85f'c ab = \rho b d f_y$$

$$a = \frac{\rho d f_y}{0.85 f' c} \quad (i)$$

Tomando momentos con respecto al acero de tensión

$$M_n = C \left(d - \frac{a}{2} \right) = 0.85 f' c a b d \left(1 - \frac{a}{2d} \right)$$

Sustituyendo “a” de la ecuación (i) y tomando en cuenta que $\omega = \frac{\rho f_y}{f'_c}$

$$Mn = bd^2 f'_c \omega (1 - 0.59\omega)$$

En el tercer procedimiento, el momento resistente de la sección propuesta se obtuvo usando la gráfica del apéndice A. Esta gráfica es la representación de la ecuación de la figura 6.8; se incluye también una representación de la fórmula equivalente que se derivan de las hipótesis de las NTC-04.

El procedimiento de tanteos tiene la ventaja de poder aplicarse fácilmente a secciones no rectangulares o con esfuerzos de tensión y compresión. Aunque es posible en estos casos obtener expresiones analíticas siguiendo un procedimiento semejante al mostrado en la figura 6.8, se llega a ecuaciones muy complicadas o a sistemas de ecuaciones simultáneas cuya solución resulta más laboriosa que el procedimiento de tanteos.

Los procedimientos de obtención de resistencia por medio de la ecuación de la figura 6.8 y por medio de la gráfica del apéndice A son muy sencillos y rápidos. Debe siempre verificarse si la sección es subreforzada, ya que estos procedimientos, como se mencionó anteriormente, son sólo aplicables a estas secciones.

SECCIONES RECTANGULARES SIMPLEMENTE ARMADAS – NTC-04

En el ejemplo 6.1.2 se ilustra el cálculo de la resistencia de la misma sección rectangular según las NTC-04, también por tres procedimientos. El esfuerzo uniforme, f'_c , y el parámetro β_1 se calcularon de acuerdo con las expresiones de la figura 6.7. Como β_1 resultó mayor que 0.85, se usó este valor. El procedimiento

de tanteos es semejante al empleado en el ejemplo 6.1.1. El ajuste del valor de “c” para el segundo tanteo se hizo aplicando la ecuación:

$$c = \frac{T}{0.85 * f''c * b}$$

Al calcular resistencias de acuerdo con las NTC-04 debe hacerse una reducción de 2 cm en ciertas dimensiones de los elementos estructurales, a no ser que se tomen precauciones para garantizar que las dimensiones de cálculo se conserven durante el proceso constructivo.

Esta reducción deberá hacerse cuando la dimensión en cuestión sea menor de 20 cm. En vigas y losas, las dimensiones sujetas a reducción son el ancho y el peralte efectivo del esfuerzo del lecho superior. En los ejemplos de este texto, para mayor sencillez, se supondrán que no es necesario hacer estas reducciones.

Según las NTC-04, el Valor del factor de reducción, F_R , que debe utilizarse para calcular la resistencia de diseño de elementos sujetos a flexión es 0.9.

En el segundo procedimiento se aplicó una ecuación equivalente a la deducida en la figura 6.8, utilizando las hipótesis de la figura 6.7.

Para el tercer procedimiento se utilizó la gráfica del apéndice A, que permite calcular los momentos resistentes nominales de las vigas rectangulares con base en las hipótesis de las NTC-04. La pequeña discrepancia con respecto al valor calculado según el primer procedimiento, se debe a la precisión con que se puede leer la gráfica.

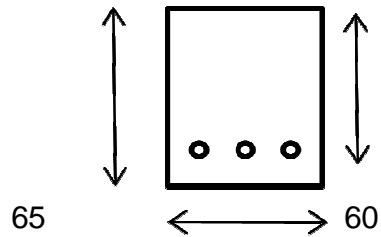
El momento resistente $M_R = M_u = F_R * M_n$ puede obtenerse directamente a partir de la cuantía de acero “p” con la ayuda de las tablas del apéndice “B”. (Las NTC-04 distinguen entre M_u , el momento actuante de diseño, y M_R , el momento resistente de diseño. Idealmente los dos términos deben de ser iguales, por lo que en este texto se utilizaran indistintamente.)

En este ejemplo queda claro que la única diferencia entre el reglamento ACI y las NTC es el uso de la resistencia reducida f^*c en estas últimas. Todas las ecuaciones y procedimientos del reglamento ACI para flexión se pueden usar en las NTC sustituyendo $f'c$ por f^*c . No hay que olvidar, sin embargo, que los factores de carga son diferentes en ambos reglamentos. También hay que notar una diferencia en las definiciones de “ ω ” en el reglamento ACI y “ q ” en las NTC. La primera está definida en términos de $f'c$, mientras que la segunda lo está en términos de f^*c , como puede verse en el recuadro de la gráfica del apéndice A.

6.4 Ejemplo

Ejemplo 6.1.2

Determinación de la resistencia a flexión de una sección rectangular,
usando las hipótesis de las NTC-04.



Datos:

f'_c =	200	kg/cm ²
f^*c =	160	kg/cm ²
f_y =	4200	kg/cm ²
A_s =	15	cm ²
$f''c$ =	136	kg/cm ²
β_1 =	0,85	
h =	65	cm
d =	60	cm
b =	30	cm

Calculo de β_1 si $f^*c > 280$
kg/cm²

$$\beta_1 = 0,936$$

Determinación de la Resistencia por
Tanteos

1° Tanteo

c =	20	cm
ϵ_{cu} =	0,003	
C =	69.360	kg

Por triángulos semejantes:

$$\epsilon_s = 0,006$$

$$\epsilon_y = 0,0021 < \epsilon_s$$

$$\text{por lo tanto } f_s = f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$T = 63.000 \text{ kg} < C$$

por lo tanto debe reducirse el valor de c

2° Tanteo

$$c = 18,17 \text{ cm}$$

$$C = 63.000 \text{ kg}$$

$$\epsilon_s = 0,0069 > \epsilon_y \quad \text{por lo tanto: } f_s = f_y$$

$$T = 63.000 \text{ kg}$$

$$C = T$$

$$z = 52,28 \text{ cm} \quad FR = 0,9$$

$$M_n = 32,94 \text{ T} \cdot \text{m}$$

$$MR = 29,64 \text{ T} \cdot \text{m}$$

Determinación de la Resistencia Mediante la Ecuación del Apéndice A:		
$\rho=$	0,0083	
$q=$	0,257	
$Mn=$	32,94	
Determinación de la Resistencia Mediante la Gráfica del Apéndice A		
Para $q=$	0,257	
Valor del Apéndice A=		0,23
$Mn=$	33,78	T^*m

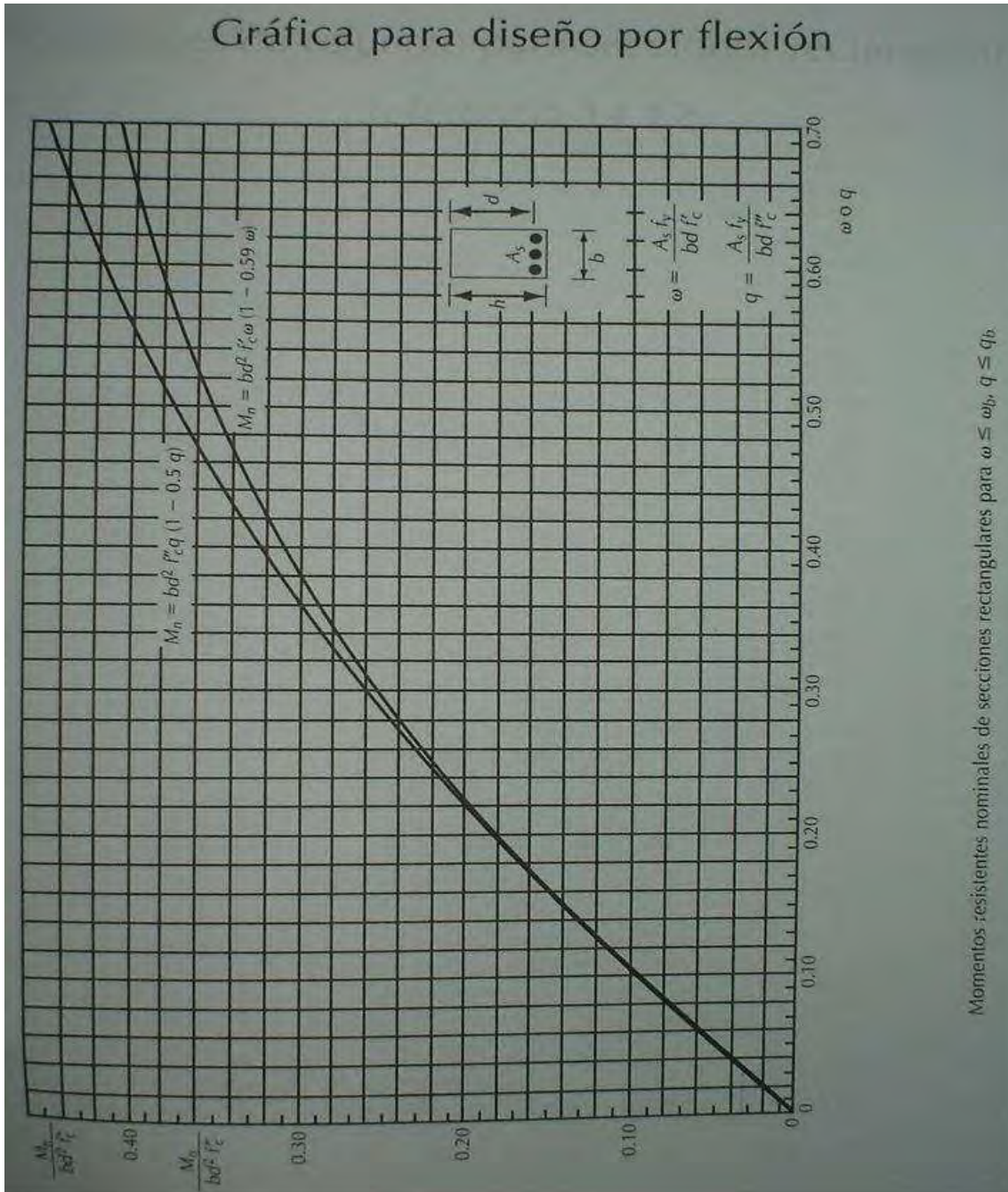


Figura 6.9 Gráfica para Diseño por Flexión.

CAPITULO VII

FLEXION EN VIGAS DOBLEMENTE ARMADAS

7.1 Introducción

En este capítulo se presentan los procedimientos necesarios para determinar la resistencia de elementos de concreto reforzado sujetos a flexión. Se supondrán conocidas la geometría del elemento, incluyendo la cantidad y distribución del acero de refuerzo, la calidad del concreto, definida por una cierta resistencia nominal (f'_c), y la calidad del acero, definida por su esfuerzo de fluencia (f_y).

7.2 Comportamiento de Vigas Doblemente Armadas Bajo Flexión

El comportamiento de vigas doblemente armadas bajo flexión es igual al de vigas simplemente armadas sometidas a flexión. Se recomienda recordar estos aspectos vistos en el Capítulo 6 de este escrito.

7.3 Solución por Tanteos y por Método de Ecuaciones Mediante el Reglamento ACI 318-02

El procedimiento más sencillo es el de tanteos, el cual se ilustra en el ejemplo 7.1.1. Los pasos a seguir son, en forma esencial, los mismos que en el ejemplo 6.1, con la diferencia de que la fuerza total de compresión es la suma de la fuerza de compresión en el concreto, C_1 , y de la fuerza de compresión en el acero, C_2 . Para determinar C_2 es necesario calcular la deformación al nivel del acero de compresión, ϵ'_s , y obtener, a partir de dicha deformación, el esfuerzo en el acero, f'_s . Este esfuerzo puede ser menor o igual al de fluencia.

En el primer tanteo, la fuerza total de compresión resultó mayor que la de tensión. Por esta razón, en el segundo tanteo se disminuyó la profundidad del eje neutro, con lo cual las dos fuerzas quedaron con valores lo suficientemente aproximados para fines prácticos. En secciones doblemente armadas, la fuerza total de compresión no es directamente proporcional a la profundidad del eje neutro, por lo que en esta profundidad, para la configuración de deformaciones unitarias correspondiente al equilibrio de la sección, no puede obtenerse estableciendo una relación de proporcionalidad después del primer tanteo, como en el caso de secciones simplemente armadas. Con la configuración final de deformaciones unitarias, el acero de compresión no fluye, ya que ϵ'_s es menor que ϵ_y , mientras que el de tensión sí fluye. En algunas secciones en las que el recubrimiento del acero de compresión es grande, puede suceder que la deformación ϵ'_s resulte de tensión. En estos casos, el acero de compresión ya no actuar como tal sino como refuerzo de tensión, y su contribución a la resistencia suele ser muy pequeña. Una vez obtenida la configuración de deformaciones para la cual la sección estaba en equilibrio, se calculó el momento flexionante, tomando momentos de primer orden con respecto al eje geométrico de la sección. En realidad, para la flexión pura se pueden tomar momentos de primer orden con respecto al cualquier eje y se obtiene el mismo momento flexionante.

El momento resistente de diseño se obtuvo multiplicando el momento resistente, M_n , por el factor de reducción Φ , que para este caso vale también 0.9.

También pueden derivarse ecuaciones para calcular el momento resistente nominal de secciones rectangulares doblemente armadas, equivalentes a la obtenida en la figura 6.8 para secciones con refuerzo de tensión únicamente. Esto se ha hecho en la figura 7.1 usando las hipótesis del ACI.

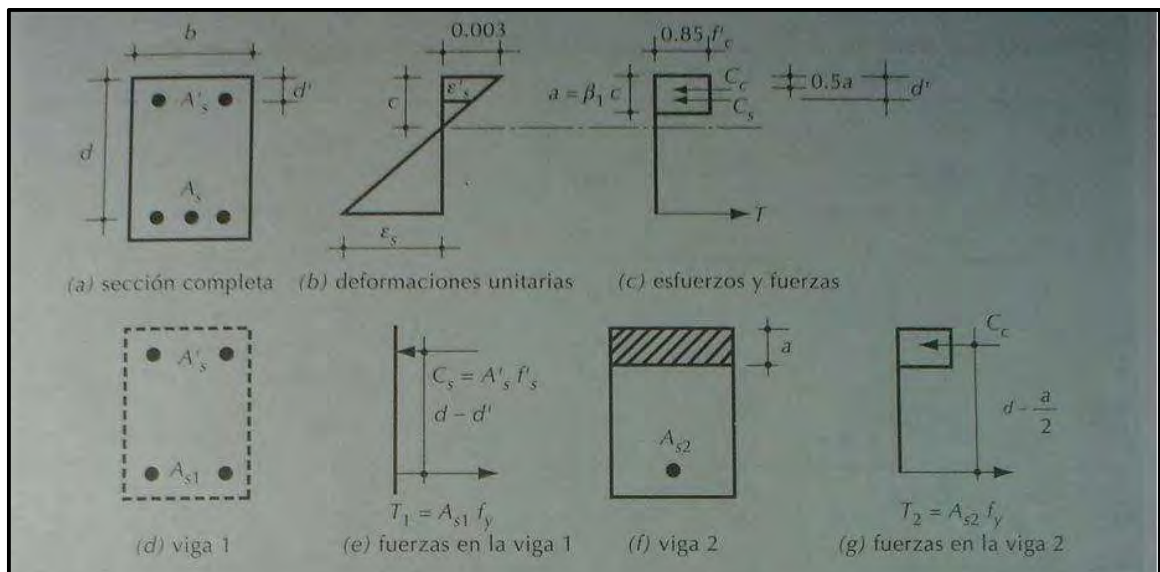


Figura 7.1 Momento resistente nominal de secciones rectangulares doblemente armadas, de acuerdo con el Reglamento ACI 318-02.

Caso 1. El Acero de Compresión fluye ($f'_s = f_y$)

De la fig. (e):

$$A'_s f_y = A_{s1} f_y$$

$$A'_s = A_{s1}$$

Momento de la viga 1:

$$M_1 = T_1 (d - d') = A'_s f_y (d - d')$$

Momento de la viga 2:

$$M_2 = T_2 \left(d - \frac{a}{2} \right) = A_{s2} f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$As_2 = As - As_1 = As - A's$$

Sustituyendo As_2 :

$$M_2 = (As - A's) fy \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

Momento nominal total:

$$Mn = M_1 + M_2$$

$$Mn = A'sfy(d - d') + (As - A's) fy \left(d - \frac{a}{2}\right) \quad (\text{ecuación 1})$$

El valor de "a" se encuentra por equilibrio en la fig. (g):

$$As_2 fy = 0.85 f'c ab$$

Puesto que $As_2 = As - A's$

$$a = \frac{(As - A's) fy}{0.85 f'c b} \quad (\text{ecuación 2})$$

Caso 2. El Acero de compresión no fluye ($f's < fy$)

Por triángulos semejantes de la fig. (b):

$$\varepsilon'_s = \frac{0.003(c - d')}{c} = 0.003\left(1 - \frac{\beta_1 d'}{a}\right)$$

Las fuerzas de la fig. (c) tienen los siguientes valores:

$$Cs = Es \varepsilon'_s A's = 0.003 Es \left(1 - \frac{\beta_1 d'}{a}\right) A's \quad (\text{ecuación 3})$$

$$Cc = 0.85 f'c a b \quad (\text{ecuación 4})$$

$$T = As fy$$

Por equilibrio en la fig. (c)

$$Cc + Cs = T = As fy \quad (\text{ecuación 5})$$

Sustituyendo las ecuaciones 3 y 4 en la ecuación 5 y poniendo "a" como incógnita:

$$(0.85 f'c b)a^2 + (0.003 Es A's - As fy)a - (0.003 Es A's \beta_1 d') = 0 \quad (\text{ecuación 6})$$

Una vez despejado el valor de "a", el momento nominal puede obtenerse tomando momentos de Cc y Cs, dados por las ecuaciones 3 y 4, con respecto a T:

$$Mn = Cc (d - 0.5 a) + Cs (d - d') \quad (\text{ecuación 7})$$

Resulta necesario distinguir dos casos, según fluya o no fluya el acero de compresión. En cualquiera de los dos casos, las ecuaciones resultantes son válidas siempre que fluya el acero de tensión, o sea, que el porcentaje de refuerzo sea menor o igual al porcentaje balanceado. El cálculo del porcentaje balanceado para secciones doblemente armadas se muestra en la figura 7.2. Se puede ver que es función de los porcentajes de refuerzo de tensión y de compresión.

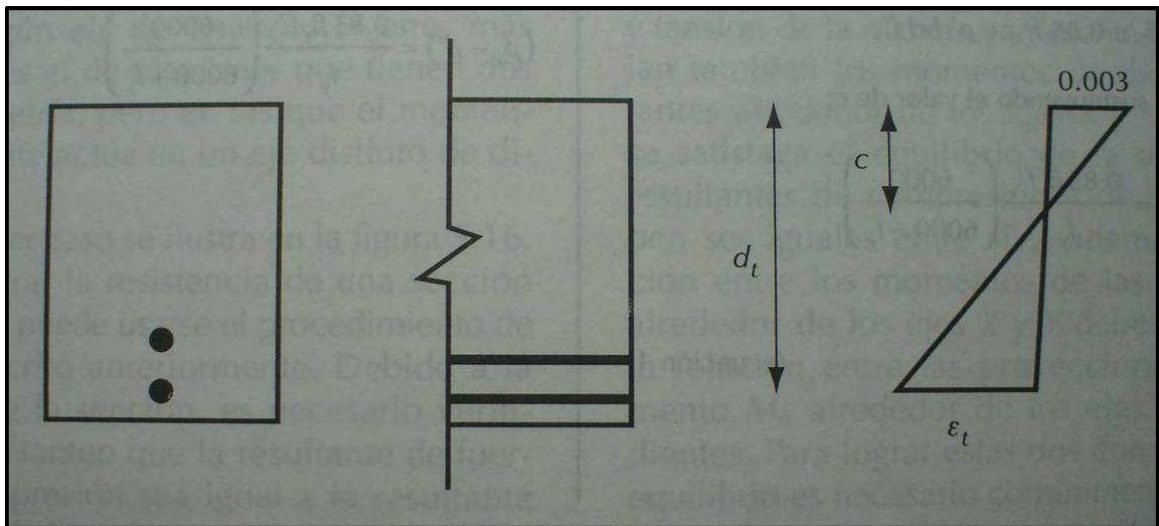


Figura 7.2 Deformaciones unitarias en una viga subreforzada.

Puesto que no se sabe de antemano si el acero de compresión fluye o no lo hace, conviene iniciar el cálculo suponiendo que sí fluye, o sea, aplicando las ecuaciones del caso 1. Lo primero que se hace es calcular el valor de "a" con la ecuación 2 de la figura 7.1.

Conocido este valor, se calcula ϵ'_s , que por triángulos semejantes de la figura 7.1 (b) tienen el valor:

$$\epsilon'_s = 0.003\left(1 - \frac{\beta_1 d'}{a}\right)$$

Si ϵ'_s es mayor o igual a ϵ_y , la hipótesis de estar en el caso 1 es correcta y se calcula el momento nominal con la ecuación 1 de la figura 7.1. Si ϵ'_s es menor que ϵ_y , la hipótesis no es correcta y entonces se calcula un nuevo valor de “a” con la ecuación 6, y el momento nominal con la ecuación 7.

Las ecuaciones para calcular el momento resistente nominal de una sección doblemente armada son más complicadas que las de una sección con refuerzo de tensión únicamente, en especial en caso de que no fluya el acero de compresión. Por esto, generalmente resulta más sencillo el procedimiento de tanteos. Sin embargo, las ecuaciones son más convenientes para elaborar programas de computadora.

En la segunda parte del ejemplo 7.1.1 se calcula el momento resistente por el procedimiento de ecuaciones. Se determinó en primer término el valor de “a” suponiendo que se estaba en el caso 1. Como el valor de ϵ'_s calculado un a partir de este valor de “a” resultó menor que ϵ_y , la hipótesis no fue correcta, por lo que se volvió al calcular “a” con la ecuación 6 que corresponde al caso 2. A partir de este nuevo valor de “a” se calcularon las fuerzas de compresión en el acero y en el concreto, C_s y C_c , respectivamente, el momento nominal, M_n , y el momento de diseño, ΦM_n . Las pequeñas diferencias en el resultado con respecto al procedimiento de tanteos se deben a que en este último no coinciden totalmente las fuerzas de compresión y tensión.

Ejemplo 7.1.1

Determinación de la resistencia a flexión de una sección doblemente armada usando el Reglamento ACI 318-02

Datos:				
$f'_c =$	250	kg/cm ²		
$f_y =$	4200	kg/cm ²		
$A_s =$	25	cm ² (5 del # 8)		
$A'_s =$	15	cm ² (3 del # 8)		
$h =$	80	cm		
$d =$	75	cm		
$b =$	40	cm		
$d' =$	4	cm		

Determinación de la Resistencia por el Procedimiento de Tanteos

1° Tanteo

$c =$	20	cm	Calculo de β_1 si $f'_c > 280$ kg/cm ²
$\epsilon_{cu} =$	0,003		
$\beta_1 =$	0,85		
			$\beta_1 =$ 0,871
$C_1 =$	144.500	kg	

Por Triángulos Semejantes:

$\epsilon'_s =$	0,0024		$\epsilon'_s =$	0,0024
$\epsilon_y =$	0,0021	<		
$f'_s = f_y =$	4200	kg/cm ²		
$C_2 =$	63.000	kg		
$C =$	207.500	kg		

Por Triángulos Semejantes:			
$\epsilon_s =$	0,00825	>	ϵ_y
$f_s = f_y =$	4200		kg/cm ²
T =	105.000	kg	< C
2° Tanteo			
c =	8	cm	Calculo de β_1 si $f'_c > 280$ kg/cm ² $\beta_1 = 0,871$
$\epsilon_{cu} =$	0,003		
$\beta_1 =$	0,85		
C1 =	57.800	kg	
Por Triángulos Semejantes:			
$\epsilon'_s =$	0,0015	<	ϵ_y
$f'_s =$	3.000		kg/cm ²
C2 =	45.000	kg	
C =	102.800	kg	
Por Triángulos Semejantes:			
$\epsilon_s =$	0,025	>	ϵ_y
$f_s = f_y =$	4200		kg/cm ²
T =	105.000	kg	\approx C
Cálculo del Momento			
Tomando momentos con respecto al eje geométrico de la sección:			
Fuerza (Ton)	Brazo (cm)	Momento (Ton*m)	
C1 =	57,80	36,6	2115
C2 =	45	36	1620
T =	105	35	3675

	Mn=	7410	
	Mn=	74,10	Ton*m
Momento resistente de diseño:			
ϕM_n =	66,7		Ton*m

7.4 Solución por Tanteos y por Método de Ecuaciones Mediante el Reglamento de NTC-04

El Procedimiento es igual al ilustrado en el ejemplo 7.1.1, basta sustituir f'_c por f^*c . Si se emplea el método de ecuaciones, pueden usarse las de la figura 7.1 haciendo la misma sustitución.

7.5 Ejemplo

Ejemplo 7.1.2

Determinación de la resistencia a flexión de una sección doblemente armada usando el Reglamento NTC-04																																							
<p>Datos:</p> <table> <tr> <td>f'_c=</td> <td>250</td> <td>kg/cm²</td> <td></td> </tr> <tr> <td>f^*c=</td> <td>200</td> <td>kg/cm²</td> <td></td> </tr> <tr> <td>f_y=</td> <td>4200</td> <td>kg/cm²</td> <td></td> </tr> <tr> <td>A_s=</td> <td>25</td> <td>cm²</td> <td>(5 del # 8)</td> </tr> <tr> <td>A'_s=</td> <td>15</td> <td>cm²</td> <td>(3 del # 8)</td> </tr> <tr> <td>h=</td> <td>80</td> <td>cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>d=</td> <td>75</td> <td>cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>b=</td> <td>40</td> <td>cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>d'=</td> <td>4</td> <td>cm</td> <td></td> </tr> </table>				f'_c =	250	kg/cm ²		f^*c =	200	kg/cm ²		f_y =	4200	kg/cm ²		A_s =	25	cm ²	(5 del # 8)	A'_s =	15	cm ²	(3 del # 8)	h =	80	cm		d =	75	cm		b =	40	cm		d' =	4	cm	
f'_c =	250	kg/cm ²																																					
f^*c =	200	kg/cm ²																																					
f_y =	4200	kg/cm ²																																					
A_s =	25	cm ²	(5 del # 8)																																				
A'_s =	15	cm ²	(3 del # 8)																																				
h =	80	cm																																					
d =	75	cm																																					
b =	40	cm																																					
d' =	4	cm																																					

Determinación de la Resistencia por el Procedimiento de Tanteos			
1° Tanteo			
c=	20	cm	Calculo de β_1 si $f^*c > 280$ kg/cm ²
ϵ_{cu} =	0,003		
β_1 =	0,85		
			$\beta_1 = 0,907$
C1=	115.600	kg	
Por Triángulos Semejantes:			
ϵ'_s =	0,0024		
ϵ_y =	0,0021	<	$\epsilon'_s = 0,0024$
$f'_s = f_y$ =	4200	kg/cm ²	
C2=	63.000	kg	
C=	178.600	kg	
Por Triángulos Semejantes:			
ϵ_s =	0,00825	>	ϵ_y
$f_s = f_y$ =	4200	kg/cm ²	
T=	105.000	kg	< C
2° Tanteo			
c=	8	cm	Calculo de β_1 si $f^*c > 280$ kg/cm ²
ϵ_{cu} =	0,003		
β_1 =	0,85		
			$\beta_1 = 0,907$
C1=	46.240	kg	

Por Triángulos Semejantes:		
$\epsilon's=$	0,0015	< ϵy
$f's=$	3.000	kg/cm ²
C2=	45.000	kg
C=	91.240	kg
Por Triángulos Semejantes:		
$\epsilon s=$	0,025	> ϵy
$f_s=f_y=$	4200	kg/cm ²
T=	105.000	kg \approx C
Cálculo del Momento		
Tomando momentos con respecto al eje geométrico de la sección:		
Fuerza (Ton)	Brazo (cm)	Momento (Ton*m)
C1= 46,24	36,6	1692
C2= 45	36	1620
T= 105	35	3675
		Mn= 6987
		Mn= 69,87 Ton*m
Momento resistente de diseño:		
$\Phi M_n=$	62,9	Ton*m

CAPITULO VIII

FLEXION EN VIGAS T

8.1 Introducción

En este capítulo se presentan los procedimientos necesarios para determinar la resistencia de elementos de concreto reforzado sujetos a flexión. Se supondrán conocidas la geometría del elemento, incluyendo la cantidad y distribución del acero de refuerzo, la calidad del concreto, definida por una cierta resistencia nominal (f'_c), y la calidad del acero, definida por su esfuerzo de fluencia (f_y).

8.2 Comportamiento de Vigas T Bajo Flexión

El comportamiento de vigas T bajo flexión es igual al de vigas simplemente armadas sometidas a flexión. Se recomienda recordar estos aspectos vistos en el Capítulo 6 de este escrito.

8.3 Solución por Tanteos y por Método de Ecuaciones Mediante el Reglamento ACI 318-02

En el ejemplo 8.1.1 se ilustra el procedimiento a seguir. La sección propuesta es similar a la del ejemplo 6.1.1, pero con un patín de compresión. La diferencia con respecto al caso de una sección rectangular estriba en el cálculo de la fuerza de compresión. En el primer tanteo, el eje neutro supuesto estaba por debajo del patín; el límite inferior del bloque equivalente de esfuerzos también quedó por debajo del patín. El bloque de esfuerzos, por lo tanto, fue de ancho variable. En los 10 cm, superiores tenía un ancho de 110 cm, o sea, el ancho del patín; en cambio, en la parte inferior, el ancho del bloque fue igual al ancho del alma de la viga. Por esta razón, la fuerza de compresión se calculó en dos partes, como se muestra en el ejemplo. En este primer tanteo, la fuerza de compresión resultó mayor que la de tensión.

Para el siguiente tanteo se partió de la base de que el acero de tensión también fluía, ya que si se elevaba el eje neutro, la deformación unitaria del acero sería aún mayor que en el primer tanteo. Conocida entonces la fuerza de tensión, se calculó el valor de la profundidad del eje neutro suponiendo que todo el bloque de compresión quedaba dentro del patín, ya que la fuerza de compresión, C_1 , del tanteo anterior era mayor que el valor de T . El valor de “ c ” obtenido de esta manera resultó de 4 cm, con lo cual se verificó la hipótesis de que el bloque quedaba dentro del patín, como en este caso, el comportamiento de la sección es igual al de una sección rectangular cuyo ancho es el del patín.

También puede determinarse el momento resistente nominal de secciones T mediante ecuaciones. Es necesario distinguir dos casos, según que el bloque de esfuerzos de compresión caiga totalmente dentro del patín o que una parte caiga dentro del alma. En la figura 8.1 se muestra el procedimiento a seguir y se deducen las ecuaciones correspondientes.

Se supone que el bloque de esfuerzos de compresión cae totalmente dentro del patín y se calcula su profundidad a partir de la condición de equilibrio de fuerzas (véase la ecuación “7” de la figura 6.8). Esto equivale a suponer que la sección funciona como una sección rectangular cuyo ancho es el del patín.

Si la profundidad del bloque de esfuerzos, a , resulta menor que el grosor del patín, t , la hipótesis del paso anterior era correcta y se procede a calcular el momento resistente nominal con la ecuación deducida en la figura 6.8

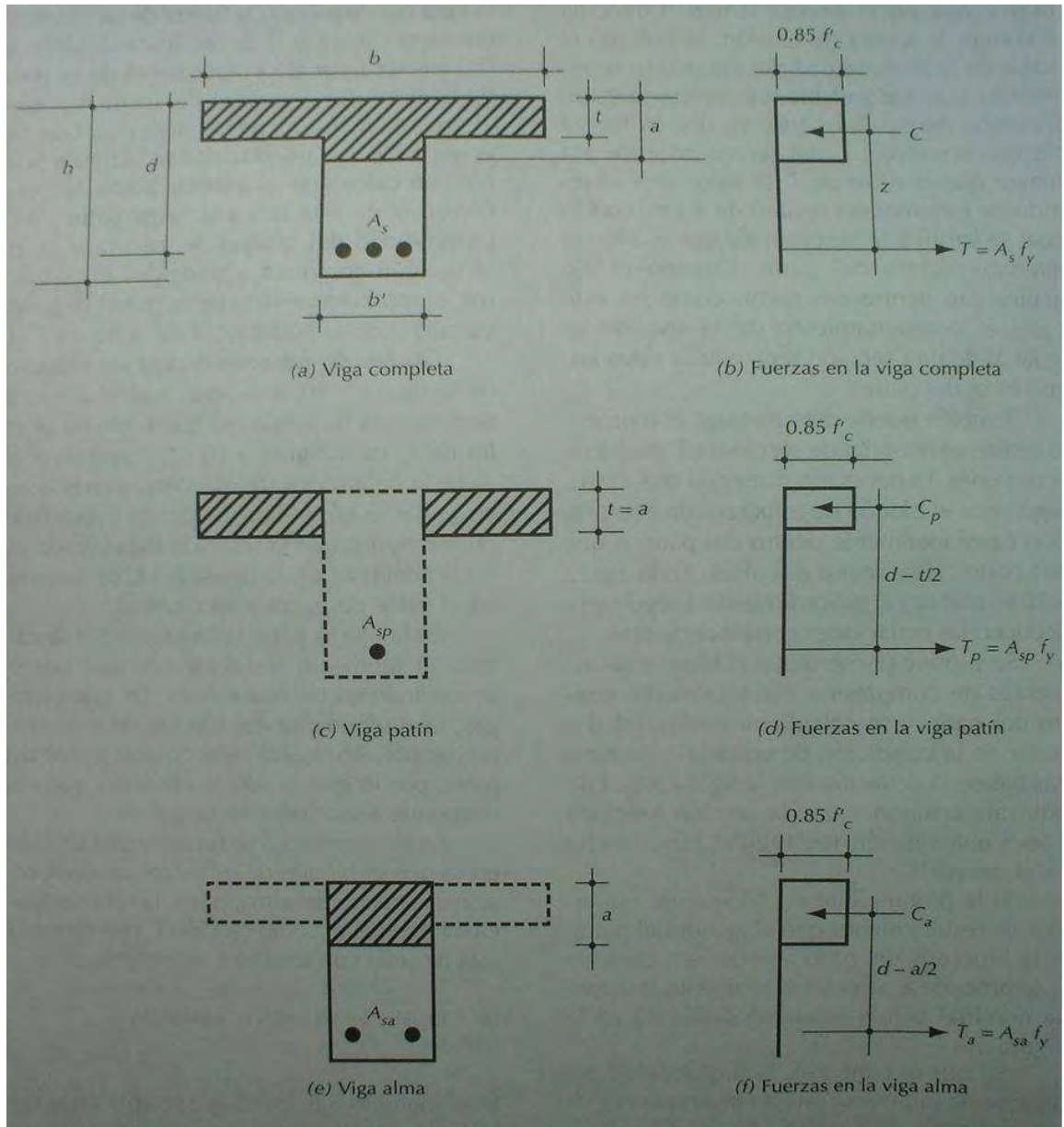


Figura 8.1 Momento resistente nominal de secciones T, de acuerdo con el Reglamento ACI 318-02.

1. Cálculo de "a" suponiendo que todo el bloque de esfuerzos de compresión cae dentro del patín

$$C = T$$

$$0.85 f'c b a = A_s f_y$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

Si $a \leq t$, se continúa con el paso 2

Si $a > t$, se continúa con el paso 3

2. Se calcula el momento resistente nominal como si se tratase de una sección con refuerzo de tensión únicamente y con un ancho igual al del patín (figura 6.8)

$$M_n = b d^2 f'_c \omega (1 - 0.59 \omega)$$

$$\text{Donde } \omega = \frac{\rho f_y}{f'_c}$$

3. A continuación se deducen las ecuaciones correspondientes a este caso

De las figuras (c) y (d):

$$C_p = T_p$$

$$C_p = 0.85 f'_c t (b - b')$$

$$T_p = A_{sp} f_y$$

De donde:

$$A_{sp} = \frac{0.85 f'_c t (b - b')}{f_y} \quad (\text{ecuación 1})$$

De las figuras (e) y (f):

$$C_a = T_a$$

$$C_a = 0.85 f'_c b' a$$

$$T_a = A_{sa} f_y$$

De Donde:

$$a = \frac{A_{sa} f_y}{0.85 f'_c b'} \quad (\text{ecuación 2})$$

$$A_{sa} = A_s - A_{sp}$$

Luego:

$$a = \frac{(A_s - A_{sp})f_y}{0.85f'_c b'} \quad (\text{ecuación 3})$$

De las figuras (d) y (f):

$$Mn = T_p \left(d - \frac{t}{2} \right) + T_a \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$Mn = A_{sp} f_y \left(d - \frac{t}{2} \right) + (A_s - A_{sp}) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (\text{ecuación 4})$$

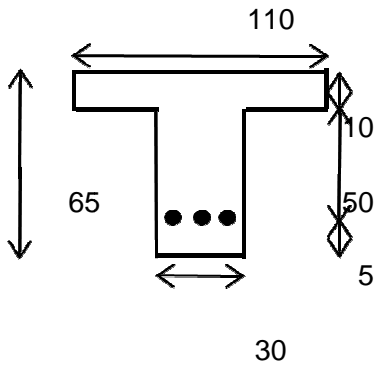
Calculando A_{sp} con la ecuación 1 y "a" con la ecuación 3, puede calcularse el momento nominal con la ecuación 4.

Si, por el contrario, la profundidad del bloque de esfuerzos resulta mayor que el grosor del patín, la hipótesis no era correcta y es necesario deducir otras ecuaciones. Esta deducción se hace en el paso 3 de la figura 8.1. El procedimiento consiste en dividir la sección T completa, mostrada en las figuras 8.1 (a) y (b), en dos secciones: la de las figuras 8.1 (c) y (d), que está formada por las alas del patín y un área de acero A_{sp} necesaria para equilibrar la fuerza de compresión correspondiente, y la de las figuras 8.1 (e) y (f), formada por el complemento de la zona de compresión y un área de acero A_{sa} igual al área total, A_s , menos el área A_{sp} . Con las ecuaciones 1 y 3 deducidas en la figura 8.1 pueden calcularse el área de acero A_{sp} , que corresponde a la llamada "viga patín", y la profundidad del bloque de esfuerzos, a , de la sección completa. Conocidos estos valores, el momento resistente nominal se puede calcular con la ecuación 4 de la figura 8.1.

Obsérvese que en la deducción mostrada en la figura 8.1 se supone que el acero de tensión está fluyendo, ya que tanto en el Valor de T_p de la figura 8.1 (d) como en el de T_a de la figura 8.1 (f), el esfuerzo en el acero es f_y . Por lo tanto, la relación de acero "ρ" debe ser menor que la relación balanceada "ρ_b".

En la última parte del ejemplo 8.1.1 se calcula el momento resistente nominal por el procedimiento o de ecuaciones. En este ejemplo, la profundidad del bloque de esfuerzos de compresión resultó menor que el grosor del patín, por lo que se usó la ecuación que corresponde a secciones rectangulares.

Ejemplo 8.1.1

Determinación de la resistencia a flexión de una sección T usando el Reglamento ACI 318-02.																												
Datos: <table style="width: 100%; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="width: 15%;">f'c=</td> <td style="width: 35%;">200 kg/cm²</td> <td style="width: 50%;"></td> </tr> <tr> <td>fy=</td> <td>4200 kg/cm²</td> <td></td> </tr> <tr> <td>As=</td> <td>15 cm²</td> <td>(3 del # 8)</td> </tr> <tr> <td>H=</td> <td>65 cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>da=</td> <td>50 cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>t=</td> <td>10 cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>B=</td> <td>110 cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>b=</td> <td>30 cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>rec=</td> <td>5 cm</td> <td></td> </tr> </table>	f'c=	200 kg/cm ²		fy=	4200 kg/cm ²		As=	15 cm ²	(3 del # 8)	H=	65 cm		da=	50 cm		t=	10 cm		B=	110 cm		b=	30 cm		rec=	5 cm		
f'c=	200 kg/cm ²																											
fy=	4200 kg/cm ²																											
As=	15 cm ²	(3 del # 8)																										
H=	65 cm																											
da=	50 cm																											
t=	10 cm																											
B=	110 cm																											
b=	30 cm																											
rec=	5 cm																											
Determinación de la Resistencia por el Procedimiento de Tanteos																												
1° Tanteo																												
<table style="width: 100%; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="width: 15%;">c=</td> <td style="width: 35%;">20 cm</td> <td style="width: 50%;"></td> </tr> <tr> <td>εcu=</td> <td>0,003</td> <td></td> </tr> <tr> <td>β1=</td> <td>0,85</td> <td></td> </tr> <tr> <td>a=</td> <td>17 cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>C1=</td> <td>187.000</td> <td>kg</td> </tr> <tr> <td>C2=</td> <td>35.700</td> <td>kg</td> </tr> <tr> <td>C=</td> <td>222.700</td> <td>kg</td> </tr> </table>	c=	20 cm		εcu=	0,003		β1=	0,85		a=	17 cm		C1=	187.000	kg	C2=	35.700	kg	C=	222.700	kg	Calculo de β1 si f'c > 280 kg/cm ² β1= 0,907						
c=	20 cm																											
εcu=	0,003																											
β1=	0,85																											
a=	17 cm																											
C1=	187.000	kg																										
C2=	35.700	kg																										
C=	222.700	kg																										

$\epsilon'_s =$	0,006		$\epsilon'_s =$	0,006
$\epsilon_y =$	0,0021	<		
$f'_s = f_y =$	4200 kg/cm ²			
T=	63.000 kg	<	C	(debe reducir "c")
2° Tanteo				
c=	4 cm	<	t	
C=	63.000 kg			
T=	63.000 kg			
C	=	T		
Cálculo del Momento				
z=	58,3 cm			
Mn=	3.673.877 kg*cm	=	36,74	Ton*m
Momento Resistente de Diseño:				
$\Phi M_n =$	33,06			Ton*m
Determinación de la Resistencia Mediante Ecuaciones				
Se supone primero que todo el bloque de esfuerzos cae dentro del patín:				
a=	3,4			
como:	a	<	t	
$\omega =$	0,048			
Mn=	3.673.559 kg*cm	=	36,74	Ton*m
Momento Resistente de Diseño:				
$\Phi M_n =$	33,06			Ton*m

En el ejemplo 8.1.2 se resuelve en una sección en el que el bloque de esfuerzos de compresión cae dentro del alma, o sea, la sección funciona realmente como sección T. Este ejemplo está resuelto con unidades del sistema SI.

Ejemplo 8.1.2

<p>Determinación de la resistencia a flexión de una sección T usando el Reglamento ACI 318-02. Sistema SI</p>																												
<p>Datos:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">f'c=</td> <td style="width: 30%;">20 MPa</td> <td style="width: 40%;"></td> </tr> <tr> <td>fy=</td> <td>420 MPa</td> <td></td> </tr> <tr> <td>As=</td> <td>4000 mm²</td> <td>(8 del # 8)</td> </tr> <tr> <td>H=</td> <td>550 mm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>d=</td> <td>470 mm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>t=</td> <td>80 mm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>B=</td> <td>900 mm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>b=</td> <td>300 mm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>rec=</td> <td>80 mm</td> <td></td> </tr> </table>	f'c=	20 MPa		fy=	420 MPa		As=	4000 mm ²	(8 del # 8)	H=	550 mm		d=	470 mm		t=	80 mm		B=	900 mm		b=	300 mm		rec=	80 mm		
f'c=	20 MPa																											
fy=	420 MPa																											
As=	4000 mm ²	(8 del # 8)																										
H=	550 mm																											
d=	470 mm																											
t=	80 mm																											
B=	900 mm																											
b=	300 mm																											
rec=	80 mm																											
<p>Determinación de la Resistencia por el Procedimiento de Tanteos</p>																												
<p>1° Tanteo</p>																												
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">c=</td> <td style="width: 30%;">100 mm</td> <td style="width: 40%;"></td> </tr> <tr> <td>ε_{cu}=</td> <td>0,003</td> <td></td> </tr> <tr> <td>β₁=</td> <td>0,85</td> <td></td> </tr> <tr> <td>a=</td> <td>85 cm</td> <td></td> </tr> </table>	c=	100 mm		ε _{cu} =	0,003		β ₁ =	0,85		a=	85 cm		<p>Calculo de β₁ si f'c > 28 MPa</p> <p>β₁= 0,907</p>															
c=	100 mm																											
ε _{cu} =	0,003																											
β ₁ =	0,85																											
a=	85 cm																											
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">C₁=</td> <td style="width: 30%;">1.224.000</td> <td style="width: 40%;">MPa*mm²</td> </tr> <tr> <td>C₂=</td> <td>25.500</td> <td>MPa*mm²</td> </tr> <tr> <td>C=</td> <td>1.249.500</td> <td>MPa*mm²</td> </tr> <tr> <td>C=</td> <td>1.249.500</td> <td>N</td> </tr> </table>	C ₁ =	1.224.000	MPa*mm ²	C ₂ =	25.500	MPa*mm ²	C=	1.249.500	MPa*mm ²	C=	1.249.500	N																
C ₁ =	1.224.000	MPa*mm ²																										
C ₂ =	25.500	MPa*mm ²																										
C=	1.249.500	MPa*mm ²																										
C=	1.249.500	N																										
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">ε'_s=</td> <td style="width: 30%;">0,0111</td> <td style="width: 40%;"></td> </tr> <tr> <td>ε_y=</td> <td>0,0021</td> <td>< ε'_s= 0,0111</td> </tr> <tr> <td>f'_s=f_y=</td> <td>420 MPa</td> <td></td> </tr> </table>	ε' _s =	0,0111		ε _y =	0,0021	< ε' _s = 0,0111	f' _s =f _y =	420 MPa																				
ε' _s =	0,0111																											
ε _y =	0,0021	< ε' _s = 0,0111																										
f' _s =f _y =	420 MPa																											

T=	1.680.000	N	>	C	(debe aumentarse "c")
2° Tanteo					
c=	200	mm			
ϵ_{cu} =	0,003				
a=	170	mm			
C ₁ =	1.224.000	N			
C ₂ =	459.000	N			
C=	1.683.000	N			
ϵ'_s =	0,004				
ϵ_y =	0,0021	<	ϵ'_s =	0,00405	
f's=f _y =	420	MPa			
T=	1.680.000	N	≈	C	
Cálculo del Momento					
Tomando Momento con Respecto a la Fuerza de Tensión					
	Fuerza(N)	Brazo(mm)	Momento (N*mm)		
C ₁	1.224.000	430	526.320.000		
C ₂	459.000	345	158.355.000		
		Mn=	684.675.000		
Momento de diseño:					
ΦMn =	6,16E+08	N*mm			
Determinación de la Resistencia por el Procedimiento de Ecuaciones					
a=	110	mm			

como $a > t$, el bloque de esfuerzos cae fuera del patín y es necesario usar las ecuaciones del paso 3 de la figura 8.1			
Asp=	1,943	mm ²	(ecuación 1)
a=	169	mm	(ecuación 3)
Mn=	6.84E+08	N*mm	
Momento de Diseño			
ΦMn=	6.15E+08	N*mm	

8.4 Solución por Tanteos y por Método de Ecuaciones Mediante el Reglamento de NTC-04

En el ejemplo 8.1.3, en el que se aplicaron las NTC-04, el eje neutro quedó debajo del lecho inferior del patín. Al igual que en el ejemplo 8.1.1, se hizo un tanteo inicial en el cual resultó que, para la profundidad ensayada, el acero fluía y que la fuerza de compresión era mayor que la de tensión. Por ello, en el segundo tanteo se supuso una profundidad del eje neutro menor, lo que automáticamente garantiza que el acero fluye. Puesto que la fuerza de compresión desarrollada por el patín, C_1 , no era suficiente para equilibrar la tensión proporcionada por el acero, fue necesario considerar una contribución de la nervadura. La magnitud de esta contribución, C_2 , se determinó por la diferencia entre T y C_1 , ya que $T=C$ y $C=C_1+C_2$. Conocido el valor de C_2 , se determinó la profundidad, s , parte de la nervadura en compresión. El momento resistente se calculó tomando momentos de las fuerzas de compresión con respecto al centro de gravedad del acero.

La parte final del ejemplo 8.1.3 se calcula el momento resistente por el procedimiento de ecuaciones. Nótese que las ecuaciones 1 y 3 de la figura 8.1 han sido modificadas para adaptarlas a las hipótesis sobre distribución de

esfuerzos de compresión de las NTC (figura 6.7). Como en el caso de las vigas doblemente armadas, la modificación consiste en sustituir $f'c$ por f^*c .

8.5 Ejemplo

Ejemplo 8.1.3

Determinación de la Resistencia a Flexión de una sección T usando las NTC-04																												
<p>Datos:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">f*c=</td> <td style="width: 30%;">200 kg/cm²</td> <td style="width: 40%;"></td> </tr> <tr> <td>fy=</td> <td>4200 kg/cm²</td> <td></td> </tr> <tr> <td>As=</td> <td>30 cm²</td> <td>(6 del # 8)</td> </tr> <tr> <td>H=</td> <td>55 cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>d=</td> <td>47 cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>t=</td> <td>8 cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>B=</td> <td>100 cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>b=</td> <td>30 cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>rec=</td> <td>8 cm</td> <td></td> </tr> </table>	f*c=	200 kg/cm ²		fy=	4200 kg/cm ²		As=	30 cm ²	(6 del # 8)	H=	55 cm		d=	47 cm		t=	8 cm		B=	100 cm		b=	30 cm		rec=	8 cm		
f*c=	200 kg/cm ²																											
fy=	4200 kg/cm ²																											
As=	30 cm ²	(6 del # 8)																										
H=	55 cm																											
d=	47 cm																											
t=	8 cm																											
B=	100 cm																											
b=	30 cm																											
rec=	8 cm																											
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">f*c=</td> <td style="width: 30%;">160 kg/cm²</td> <td style="width: 40%;"></td> </tr> <tr> <td>f''c=</td> <td>136 kg/cm²</td> <td></td> </tr> <tr> <td>β1=</td> <td>0,85</td> <td></td> </tr> </table>	f*c=	160 kg/cm ²		f''c=	136 kg/cm ²		β1=	0,85		<p>Calculo de β1 si f*c > 280 kg/cm²</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">β1=</td> <td style="width: 30%;"></td> <td style="width: 40%;">0,936</td> </tr> </table>	β1=		0,936															
f*c=	160 kg/cm ²																											
f''c=	136 kg/cm ²																											
β1=	0,85																											
β1=		0,936																										
Determinación de la Resistencia por el Procedimiento de Tanteos																												
1°Tanteo																												
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">c=</td> <td style="width: 30%;">20 cm</td> <td style="width: 40%;"></td> </tr> <tr> <td>a=</td> <td>17 cm</td> <td></td> </tr> <tr> <td>εcu=</td> <td>0,003</td> <td></td> </tr> </table>	c=	20 cm		a=	17 cm		εcu=	0,003																				
c=	20 cm																											
a=	17 cm																											
εcu=	0,003																											
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">C1=</td> <td style="width: 30%;">108.800</td> <td style="width: 40%;">kg</td> </tr> <tr> <td>C2=</td> <td>36.720</td> <td>kg</td> </tr> <tr> <td>C=</td> <td>145.520</td> <td>kg</td> </tr> </table>	C1=	108.800	kg	C2=	36.720	kg	C=	145.520	kg																			
C1=	108.800	kg																										
C2=	36.720	kg																										
C=	145.520	kg																										
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">εs=</td> <td style="width: 30%;">0,0041</td> <td style="width: 40%; text-align: center;">> εy</td> </tr> <tr> <td>f's=fy=</td> <td>4200 kg/cm²</td> <td></td> </tr> </table>	εs=	0,0041	> εy	f's=fy=	4200 kg/cm ²																							
εs=	0,0041	> εy																										
f's=fy=	4200 kg/cm ²																											

T=	126.000	kg	
C	>	T	(debe reducir c)
2° Tanteo			
T=	126.000	kg	
C ₁ =	108.800	kg	
C=T			
C=C ₁ +C ₂			
C ₂ =	17.200	kg	
s=	4,2	cm	
Cálculo del Momento			
Tomando Momentos con respecto a la fuerza de Tensión.			
	Fuerza(Ton)	Brazo (m)	Momento (Ton*m)
C ₁	108,8	0,43	46,78
C ₂	17,2	0,369	6,35
		Mn=	53,13
Momento Resistente de Diseño:			
M _R =	47,82	Ton*m	
Determinación de la Resistencia Por el Procedimiento de Ecuaciones			
a=	9,3	cm	

Como $a > t$, se aplican las ecuaciones del paso 3 de la figura 8.1, modificadas para las NTC

Asp=	18,1	cm ²	(ecuación 1a)
a=	12,2	cm	(ecuación 3a)
Mn=	5.312.945	kg*cm	= 53,13 Ton*m

Momento Resistente de Diseño:

MR=	47,82	Ton*m
-----	-------	-------

CONCLUSIONES

La hoja de cálculo creada en esta tesis para, calcular el dimensionamiento de columnas (rectangulares y circulares) y, vigas (simplemente armadas, doblemente armadas y vigas T) de concreto reforzado, cumple con la función de facilitar el cálculo del dimensionamiento, en base a la resistencia de diseño.

Todos los cálculos considerados en la presente tesis, tienen su fundamento, en las normas aplicables: “NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS DEL REGLAMENTO DEL DISTRITO FEDERAL”. Que a su vez, están basadas en el Reglamento del ACI (*American Concrete Institute*).

Debo mencionar, que el cálculo no es totalmente automático en el sentido estricto, ya que para obtener el cálculo del refuerzo en columnas, es necesario leer el diagrama de interacción correspondiente al problema.

Con el avance tecnológico desarrollado en las últimas décadas del siglo XX y lo que va del siglo XXI, existen herramientas que permiten realizar los mismos cálculos desarrollados en esta tesis, de una manera consistente y sistemática, sin embargo aplicar las mencionadas herramientas, implica invertir una suma de dinero, porque, las herramientas a las que hago referencia tienen un costo para poderlas utilizar, debido a las patentes y los derechos de autor. Es por eso, que la propuesta de cálculo mediante tablas indicadas en esta tesis, tiene vigencia.

De hecho, ambos métodos se complementan, pues uno de ellos sirve de comprobación del otro y, viceversa.

Es recomendable que, además de conocer y aplicar los métodos de cálculo para los elementos que se proponen en esta tesis, así como, el método de vanguardia a través de un software, el Ingeniero Calculista, debe saber realizar los cálculos, de una manera totalmente manual, apoyado desde luego con el uso de una calculadora. El dominio del método manual, tiene la gran ventaja, que le permite al Ingeniero Calculista, entender el funcionamiento del método de cálculo a través del software y también entender, el uso de las hojas de cálculo propuestas en estas tesis.

Los 3 métodos de cálculo para columnas y vigas (software, hoja de cálculo y manual), no están exentos del error humano, dado que en el método por software, el Calculista debe introducir los parámetros motivo del cálculo, en el software y, es ahí donde se puede cometer el error. Lo mismo sucede para el cálculo a través de la hoja de cálculo, donde, también el Calculista introduce las variables.

Finalmente en el método de cálculo manual el riesgo de error aumenta, dado que el Calculista no solamente debe utilizar las variables posicionándolas en una fórmula, sino que, también debe realizar las operaciones matemáticas a través de una calculadora ó inclusive manualmente.

BIBLIOGRAFÍA

<http://www.imcyc.com/cementohistoria/index.htm>

<http://www.imcyc.com/normas/NMX-C-407-ONNCCE-2000.pdf>

<http://cgservicios.df.gob.mx/prontuario/index.php?MPrincipal=mlocal&apartado=13>

González Cuevas, y Robles, *Aspectos fundamentales del concreto reforzado*, 4a ed., México, Limusa, 2006, p. 802.