



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

INSTITUTO DE INGENIERÍA

ESTUDIO COMPARATIVO DE ANÁLISIS SÍSMICOS SIMPLIFICADOS Y EL ANÁLISIS DINÁMICO INCREMENTAL EN EL CÁLCULO DE LA CURVA DE CAPACIDAD

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS
P R E S E N T A:

RAMÓN CÁRDENAS SOTO

TUTOR:

DR. A. GUSTAVO AYALA MILIÁN



**INSTITUTO
DE INGENIERÍA
UNAM**

México D.F, Enero 2010



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

| | |
|-----------------------------|--------------------------------|
| Presidente: | Dr. López Bátiz Oscar |
| Secretario: | Dr. Terán Gilmore Amador |
| Vocal: | Dr. Ayala Milián Amado Gustavo |
| 1 ^{er} . Suplente: | M.I. Jean Perrilliat Raul |
| 2 ^{do} . Suplente: | M.I. García Domínguez Octavio |

Lugar donde se realizó la tesis:
INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Ayala Milián Amado Gustavo

DEDICATORIA

A mi familia por su respaldo incondicional, mi padre Ramón Cárdenas Arredondo, mi madre Graciela Soto Pérez y mi hermano Mauricio Cárdenas Soto. Para todos ellos, mi gratitud eterna.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Gustavo Ayala Milián por su apoyo durante la elaboración y culminación de la tesis, al brindarme sus conocimientos y ofrecerme la oportunidad de participar en su grupo de trabajo.

A mis sinodales, al M.I. Octavio García Domínguez, M.I. Raúl Jean Perrilliat, Dr. Oscar López Bátiz y Dr. Amador Terán Gilmore

A mis amigos y compañeros de cubículo, muy especialmente a Mabel Mendoza Pérez y Marco Antonio Escamilla García por su invaluable ayuda.

A mi alma mater, la UNAM, su Instituto de Ingeniería y su Facultad de Ingeniería.

A la DGAPA, por la beca otorgada al inicio de la maestría y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por el apoyo económico brindado durante los últimos semestres de mis estudios de maestría y para concluir la tesis.

*El mundo académico se nutre de la circulación
libre de información. Cada uno aporta (literalmente)
un granito de arena, y así se hace cada ladrillo.
A veces viene un Newton, un Galileo, un Newmark
o un Rosenblueth y trae él solo treinta ladrillos,
pero en general es así: granito a granito.*

ANÓNIMO

CONTENIDO

| | |
|---|-----|
| Contenido | i |
| Resumen | iii |
| Abstract | iii |
| | |
| Capítulo 1 INTRODUCCIÓN | 1 |
| 1.1 Definición del problema | 1 |
| 1.2 Objetivos | 2 |
| 1.3 Contenido del trabajo | 3 |
| | |
| Capítulo 2 MÉTODOS SIMPLIFICADOS DE EVALUACIÓN SÍSMICA | 4 |
| 2.1 Introducción | 4 |
| 2.2 Método del Espectro de Capacidad | 5 |
| 2.2.1 ATC-40 | 6 |
| 2.2.2 Método N2 | 10 |
| 2.2.3 Otras opciones | 13 |
| 2.3 Metodo de los Coeficientes | 13 |
| 2.4 Método simplificado de evaluación sísmica propuesto | 14 |
| | |
| Capítulo 3 CURVA DE CAPACIDAD | 16 |
| 3.1 Introducción | 16 |
| 3.2 Análisis Dinámico Incremental | 17 |
| 3.2.1 Análisis dinámico no lineal paso a paso | 19 |
| 3.2.1.1 Método Beta de Newmark | 20 |
| 3.2.1.2 Matriz de amortiguamiento | 21 |
| 3.2.2 Modelado no lineal de elementos | 22 |
| 3.3 Análisis de Empujón | 23 |
| 3.3.1 Análisis del empujón convencional | 23 |
| 3.3.2 Análisis del empujón adaptable | 25 |
| 3.3.3 Modelado no lineal de elementos | 26 |
| 3.4 Análisis Modal Espectral Evolutivo | 26 |
| 3.4.1 Modificación propuesta a la metodología original | 26 |
| 3.4.1.1 Amortiguamiento viscoso equivalente | 27 |
| 3.4.1.2 Algoritmo | 29 |
| 3.4.2 Modelado no lineal de elementos | 33 |
| 3.5 Ventajas y desventajas de cada método | 33 |
| | |
| Capítulo 4 COMPORTAMIENTO HISTERÉTICO | 35 |
| 4.1 Introducción | 35 |
| 4.2 Clasificación de los tipos de comportamiento histerético | 36 |
| 4.2.1 Modelos basados en el comportamiento físico de los materiales estructurales | 36 |
| 4.2.2 Modelos empíricos | 36 |
| 4.3 Diversas Propuestas de modelos empíricos | 37 |
| 4.3.1 Modelo de Takeda | 37 |
| 4.3.2 Modelo de los tres parámetros | 38 |
| 4.3.3 Modelos incluidos en CANNY-E | 38 |

| | | |
|--------------------|---|----|
| Capítulo 5 | EJEMPLO ILUSTRATIVO | 41 |
| 5.1 | Introducción | 41 |
| 5.2 | Descripción de los marcos utilizados | 41 |
| | 5.2.1 Modelo M8N | 42 |
| | 5.2.2 Modelo M17N | 44 |
| 5.3 | Registro Sísmico | 45 |
| Capítulo 6 | PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS | 47 |
| 6.1 | Introducción | 47 |
| 6.2 | Curva de capacidad | 47 |
| 6.3 | Curva de capacidad con diferentes parámetros histeréticos | 50 |
| Capítulo 7 | CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES | 54 |
| 7.1 | Conclusiones | 54 |
| 7.2 | Recomendaciones | 55 |
| Referencias | | 57 |

RESUMEN

Esta tesis presenta el estudio de un procedimiento empleado en la construcción de la curva de capacidad de una estructura; se presenta una comparación de resultados obtenidos de los análisis de empujón, análisis modal espectral evolutivo y el análisis dinámico incremental, tomando como referencia este último; con la finalidad de mostrar sus alcances y limitaciones.

Adicionalmente, se discute la influencia de los modelos de histéresis al utilizar análisis dinámicos incrementales en la construcción de la curva de capacidad. En la evaluación del método propuesto se investiga dos modelos de marco de concreto reforzado, de 8 y 17 niveles. Se presentan las conclusiones derivadas de este estudio y las recomendaciones para estudios futuros.

ABSTRACT

This thesis presents an investigation of a procedure used in the construction of the capacity curve of a structure; it presents a comparison of results obtained from pushover, evolutive modal spectral and incremental dynamic; using as a reference last one; with the aim of showing their virtues and limitations.

Additionally, the influence of the hysteretic model used in the incremental dynamic analysis for the construction of the capacity curve is discussed. In the evaluation of the proposed method the seismic capacity of the models of two reinforced concrete frames 8 and 17 storeys tall are investigated. Finally the conclusions derived from the investigation and the recommendations of future studies are given.

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Definición del problema

Los últimos eventos sísmicos, ciudad de México (1985), Loma Prieta (1989), Northridge (1994), Kobe (1995), Turquía (1999), India (2001) y Sichuan (2008) (ver fig. 1.1) han dejado al descubierto las limitaciones de los procedimientos actuales de diseño y evaluación, al no proporcionar un nivel de desempeño adecuado. Desgraciadamente esto ha tenido como consecuencia grandes pérdidas de vidas y económicas.

El empleo de métodos de análisis y evaluación no lineales para calcular la respuesta de una estructura, con el paso de los años será una realidad en los despachos de ingeniería estructural. Sin embargo, el modelado y análisis inelástico requiere de mayor tiempo, esfuerzo y conocimiento, comparado con los métodos propuestos en las *NTCDS (2004)* basados en análisis elásticos con una acción sísmica reducida. Los procedimientos de evaluación presentes en la mayoría de los reglamentos tienen una gran incertidumbre, esto debido en gran medida a la naturaleza aleatoria de la acción sísmica y al comportamiento no lineal de la estructura. Es importante contar con métodos de análisis simplificados lo más aproximados a un método de análisis “exacto”, con el objetivo de disminuir la incertidumbre asociada al análisis.

La finalidad del diseño sísmico es crear estructuras seguras y económicas, por ello se acepta que las estructuras disipen, a través de daño, parte de la energía que el sismo le transmite. Por lo que es importante poder estimar adecuadamente el comportamiento de las estructuras cuando estas incursionan en el intervalo inelástico. Para ello se cuenta con diversos métodos de evaluación de estructuras, entre los que se encuentran el método de los coeficientes del *FEMA 356 (2000)* y el método del espectro de capacidad de *Freeman et. al (1975)*, de este último existen dos versiones conocidas como el método del *ATC-40 (1996)* y método N2 por *Fajfar (1996)*

Los métodos de evaluación simplificados emplean procedimientos de análisis no lineal, que generalmente involucran un análisis del empujón, debido a la sencillez de su aplicación. Sin embargo, en el análisis del empujón se obtienen resultados que distan de la realidad física, es por ello que en los últimos años se ha estado trabajando en otras alternativas, como el análisis del empujón adaptable (Requena y Ayala, 2000), el análisis modal espectral evolutivo (Alba, 2005), entre muchos otros. Estos métodos son una alternativa cuando la estructura no justifica el nivel de aproximación y tiempo que requiere un análisis no lineal paso a paso. Es importante señalar, que los métodos de análisis no lineal simplificados serán una alternativa real, en cuanto estos estén implementados en un programa de cómputo.



Figura 1.1 Colapso de escuelas y edificios departamentales, sismo Sichuan (2008)

El comportamiento sísmico de estructuras sujetas a sismos de gran intensidad, en el que sus elementos están sujetos a una demanda de deformaciones inelásticas, habrá un cambio y degradación de sus propiedades mecánicas. Es posible modelar estas características a partir de reglas de histéresis, en las que se representa el comportamiento de un elemento bajo cargas cíclicas reversibles. Existen diversas propuestas analíticas que intentan representar diversas propiedades físicas como la degradación de rigidez y resistencia, el modelo a utilizar dependerá de lo que se conozca del comportamiento particular de los elementos y en ocasiones de lo que se requiera representar de su comportamiento no lineal. Estas propuestas son formuladas con base en resultados experimentales. Los parámetros que más influyen en el comportamiento histerético son, la rigidez en las ramas de carga y descarga, el adelgazamiento de los ciclos de histéresis y la degradación de la rigidez y resistencia.

1.2 Objetivos

El objetivo del presente trabajo es comprobar y analizar diversos métodos de evaluación y métodos de análisis simplificados, mostrando sus alcances y limitaciones. Los métodos de evaluación son el método del espectro de capacidad con sus diversas variantes, el método de los coeficientes y un nuevo método propuesto en esta tesis. Los métodos de análisis simplificados son el análisis del empujón y el análisis modal espectral evolutivo.

Otro objetivo es obtener la influencia del tipo de regla de histéresis empleada y los parámetros utilizados para definir el comportamiento no lineal de un elemento de concreto reforzado.

1.3 Contenido del trabajo

El presente trabajo consta de 7 capítulos, los cuales se describen a continuación:

- *Capítulo 1.-* Se define el problema y presentan los objetivos.
- *Capítulo 2.-* Se presenta una breve descripción de algunos métodos simplificados existentes para encontrar el desplazamiento objetivo, con la finalidad de mostrar la importancia de la curva de capacidad en la aplicación de estos métodos. Los métodos descritos son el método de los coeficientes, el método del espectro de capacidad y se hace la propuesta de un nuevo método de evaluación basado en los resultados obtenidos en el desarrollo de la tesis.
- *Capítulo 3.-* Se describen detalladamente los diversos métodos de análisis para construir la curva de capacidad, mostrando las ventajas y desventajas de cada uno. Estos métodos son el Análisis Dinámico Incremental como solución exacta, el análisis modal evolutivo y el análisis del empujón como alternativas aproximadas. Se presenta el concepto de amortiguamiento equivalente, ya que este es necesario para la aplicación consistente del análisis modal evolutivo.
- *Capítulo 4.-* Se presentan los modelos de histéresis empleados en el modelado no lineal de los elementos, presentando y analizando los parámetros que rigen su comportamiento. Los parámetros de interés son la degradación de rigidez, deterioro de resistencia y el estrangulamiento de los lazos de histéresis conocido como “pinching”.
- *Capítulo 5.-* Se describen los modelos utilizados para la realización del ejemplo ilustrativo, se presentan las consideraciones de modelado y las señales utilizadas.
- *Capítulo 6.-* Se muestra el análisis de resultados de la construcción de la curva de capacidad realizada con los diferentes métodos descritos en el capítulo 3.
- *Capítulo 7.-* Se presentan las conclusiones y recomendaciones para estudios futuros.

Capítulo 2

MÉTODOS SIMPLIFICADOS DE EVALUACIÓN SÍSMICA

2.1 Introducción

En un contexto general, cuando se diseñan o revisan estructuras resistentes a sismos, un ingeniero debiera determinar la resistencia y el desplazamiento lateral máximo de la estructura resultado de la acción del sismo. Sin embargo, considerando que la tendencia y los estudios actuales han probado que el desempeño de las estructuras está más ligado a los desplazamientos que a las fuerzas, diversos investigadores han creado métodos con la finalidad de estimar el desplazamiento lateral máximo de edificios, con base en resultados analíticos y experimentales. Estos métodos pueden ser agrupados en dos categorías, los metodos basados en resistencia y los metodos basados en desplazamientos (*Brandon et al, 2006*).

Los métodos de evaluación simplificados surgieron de la necesidad de contar con una herramienta eficiente, para conocer el comportamiento de una estructura sujeta a un sismo, que proporcione parte de la informacion de un análisis no lineal, pero de sencilla y clara aplicación.

En este capítulo se estudian algunos métodos simplificados para estimar el desplazamiento lateral causado por un evento sísmico. El primero de ellos es el método del espectro de capacidad desarrollado por *Freeman et al (1975)*, años más tarde se presentaron algunas modificaciones de este último como la del *ATC-40 (1996)* y el Método N-2 por *Fajfar (1996)*. Otro método es el llamado de los Coeficientes presente en el *FEMA 356 (2000)* y por último se realiza una propuesta de método de evaluación simplificado con base en los resultados encontrados en el presente trabajo.

2.2 Método del espectro de capacidad

Este método propuesto por *Freeman et al (1975)*, es utilizado como un procedimiento relativamente rápido para evaluar la vulnerabilidad sísmica de edificios. Emplea un método estático no lineal para calcular la curva de capacidad del edificio y un espectro de respuesta elástico para representar la demanda sísmica. El análisis estático no lineal se hace utilizando un análisis del empujón convencional, que consiste en aplicar al modelo analítico de la edificación cargas laterales en cada nivel, este método de análisis se explica a detalle en la sección 3.3.1 . La curva de capacidad, así definida, y la de demanda se superponen en el mismo gráfico , para estimar el desempeño de la estructura con la intersección de las dos curvas (ver fig. 2.1). En este procedimiento se asume un amortiguamiento equivalente para modificar el espectro de respuesta elástico para que coincida con los efectos de comportamiento no lineal de la estructura. *Brandon W. et al (2006)*.

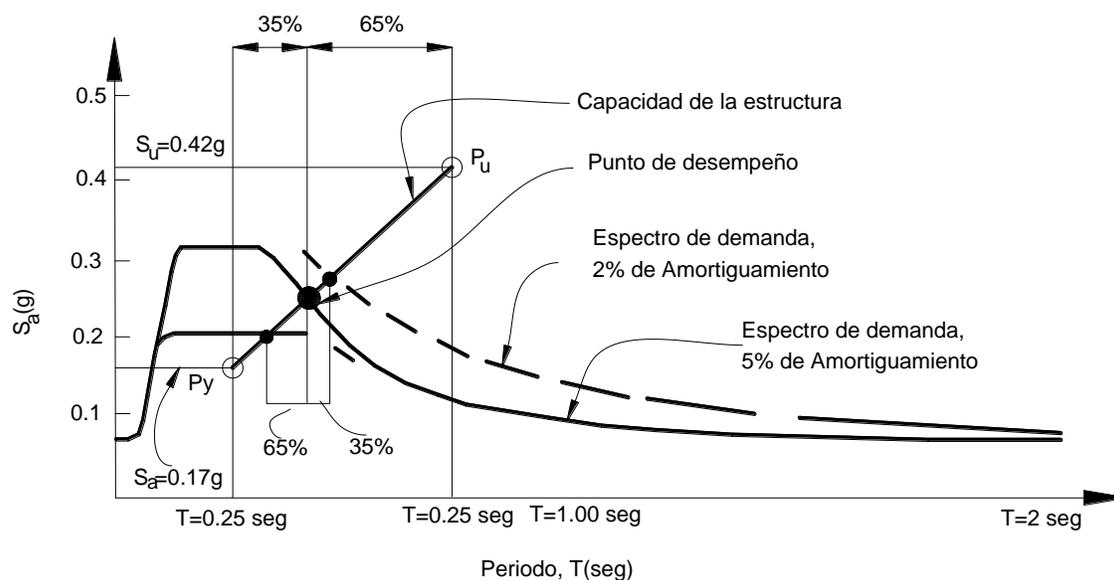


Figura 2.1 Método del espectro de capacidad propuesto por Freeman (1979)

En la fig. 2.1 se ilustra la aplicación del método del espectro de capacidad, en donde P_y es la fluencia del primer elemento de la estructura, S'_a es la aceleración espectral correspondiente a P_y , P_u es la capacidad última y S_u es la aceleración correspondiente a la capacidad última.

Por algún tiempo la idea propuesta por Freeman fue olvidada y hasta hace unos años retomada, a continuación se presentan algunas modificaciones a la idea original.

2.2.1 ATC-40

En el procedimiento propuesto en el *ATC-40 (1996)*, el espectro inelástico se obtiene a partir de una reducción del espectro elástico, por medio de un amortiguamiento histerético equivalente ζ_{eq} . El punto de desempeño cumplirá con la condición de que debe estar sobre el espectro de capacidad y el espectro de demanda inelástico. Verificar este requisito en general requiere de un proceso iterativo, para ello el *ATC-40* especifica tres diferentes procedimientos denominados Método A, B y C para estimar la demanda de desplazamiento inducida por la acción sísmica. Los procedimientos A y B son numéricos y el C es totalmente gráfico, los tres están basados en los mismos principios pero implementados de manera diferente.

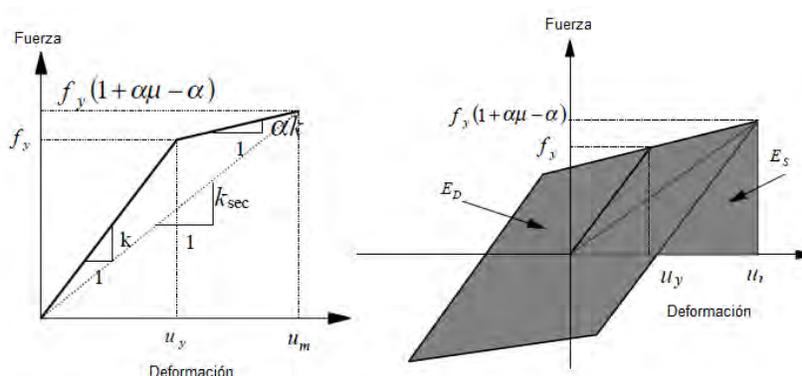


Figura 2.2 Obtención de un amortiguamiento equivalente para una estructura de un grado de libertad

Para calcular el ζ_{eq} es necesario obtener un sistema lineal equivalente realizando una bilinealización de la curva de capacidad y aplicando la ec. 2.2, que se obtiene de la fig. 2.2 y ec. 2.1 (*Chopra, 1995*).

$$\zeta_{eq} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_S} \quad (2.1)$$

$$\zeta_{eq} = \frac{2}{\pi} \frac{(\mu-1)(1-\alpha)}{\mu(1+\alpha\mu-\alpha)} \quad (2.2)$$

Para tomar en cuenta el tipo de comportamiento histerético, se propone el empleo de un factor de modificación κ a la ec. 2.2, por ello se clasifica en 3 tipos el comportamiento estructural. El tipo A denota un comportamiento histerético estable y sin degradación, el tipo C representa un estructura con importante degradación y estrangulamiento de los ciclos histeréticos y el tipo B es un comportamiento histerético intermedio entre el tipo A y C. En la fig. 2.3 se graficaron las funciones propuestas en el *ATC-40(1996)*

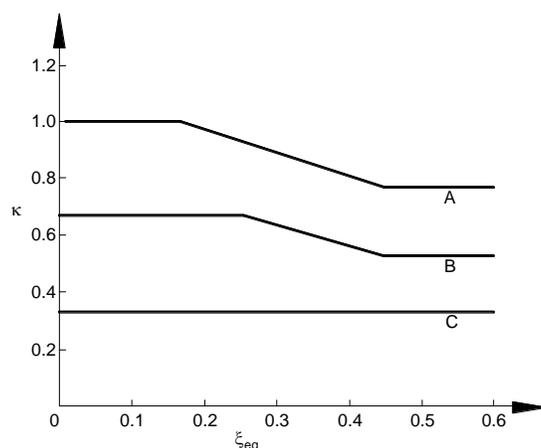


Figura 2.3 Variación del factor de modificación con respecto al amortiguamiento equivalente

Krawinkler (1994) hizo notar dos carencias al método propuesto por el ATC 40. La primera de ellas es que no existe principio físico que justifique la existencia de una relación estable entre la disipación por energía histerética y el amortiguamiento viscoso equivalente. El segundo inconveniente es que el periodo asociado con la intersección de la curva de capacidad, puede tener poco significado de la respuesta dinámica del sistema inelástico para un espectro altamente amortiguado.

El método propuesto por el ATC-40 es el siguiente:

1. Obtención de la curva de capacidad de la estructura, utilizando algún método de análisis no lineal simplificado, por ejemplo un análisis del empujón convencional.

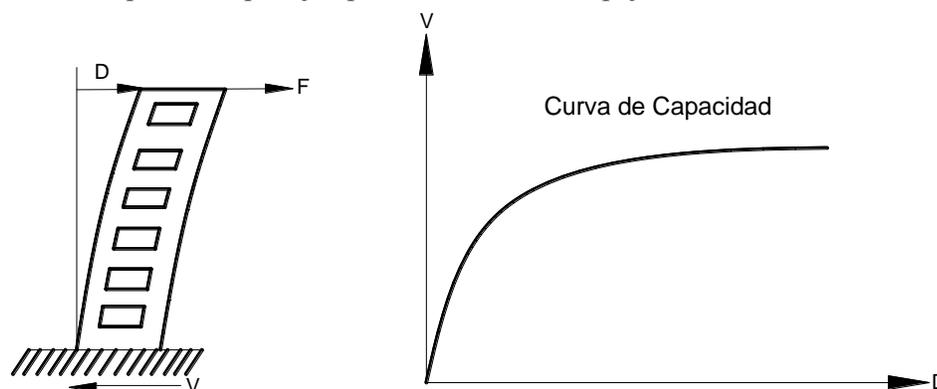


Figura 2.4 Curva de capacidad

2. Convertir la curva de capacidad y el espectro de diseño elástico al formato espectral ADRS "Acceleration Displacement Response Spectra" S_a contra S_d , conocido con el nombre de espectro de capacidad. Una forma de transformar la curva de capacidad a espectro de capacidad es la explicada a continuación.

Calcular las propiedades dinámicas de la estructura, factor de participación modal con la ec. 2.3 y masa modal efectiva ec. 2.4.

$$\Gamma_1 = \frac{\sum_{j=1}^N m_j \phi_{j1}}{\sum_{j=1}^N m_j \phi_{j1}^2} \quad (2.3)$$

$$M_1^* = \frac{\left(\sum_{j=1}^N m_j \phi_{j1} \right)^2}{\sum_{j=1}^N m_j \phi_{j1}^2} \quad (2.4)$$

$$S_a = \frac{V}{M_1^*} \quad (2.5)$$

$$S_d = \frac{D}{\Gamma_1 \phi} \quad (2.6)$$

donde S_a , S_d son la aceleración y el desplazamiento espectral respectivamente, V es el cortante basal, W el peso total, M_1^* es la masa modal efectiva del primer modo o modo fundamental, D es el desplazamiento en el último piso, Γ es el factor de participación modal y ϕ es el desplazamiento modal en el último nivel.

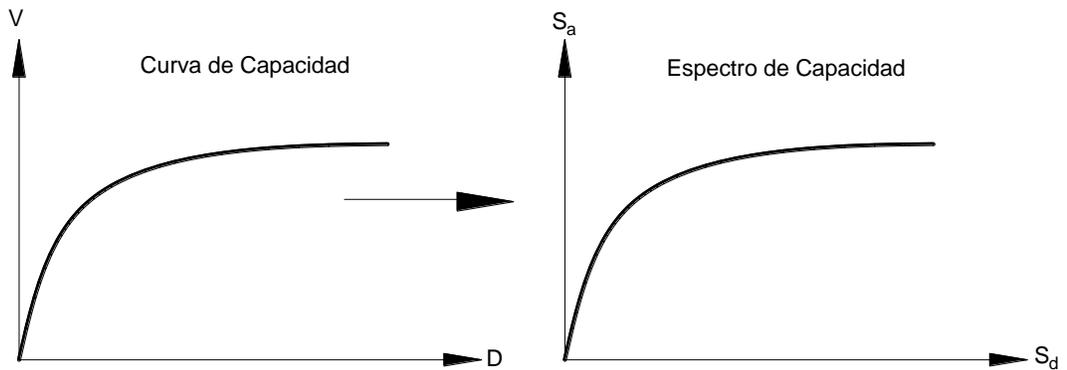


Figura 2.5 Transformación de curva de capacidad a Espectro de Capacidad

Para realizar esta transformación, se asume que la respuesta de la estructura es gobernada por un sólo modo, usualmente el modo correspondiente al período fundamental. Aunque las ecs. 2.5 y 2.6 están referidas al primer modo de la estructura, pueden ser aplicadas a cualquier otro modo que predomine su respuesta.

3. Convertir el espectro de demanda elástico en formato ADRS con la ec. 2.7. Por lo que cada punto del espectro de demanda elástico corresponderá a un punto del espectro de demanda en formato ADRS

$$S_{d_i} = \frac{T_i^2}{4\pi^2} S_{a_i} g \quad (2.7)$$

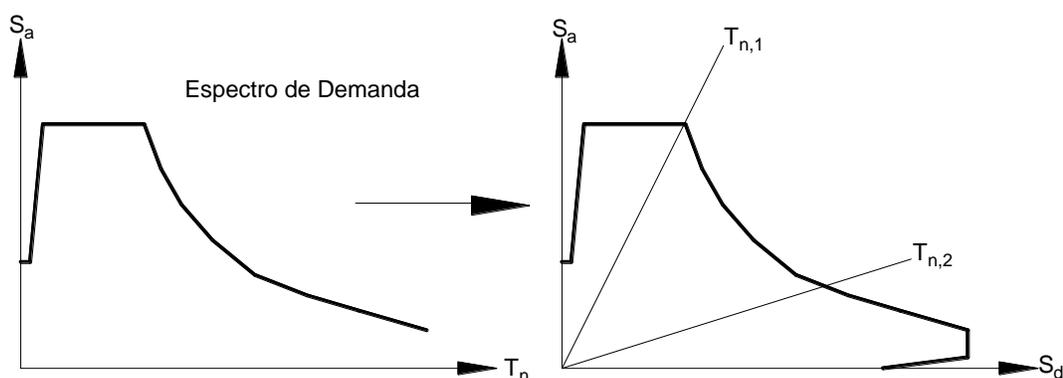


Figura 2.6 Transformación de espectro de demanda a formato ADRS

- Superponer el diagrama de demanda reducido (espectro inelástico) y el espectro de capacidad, para determinar la intersección de las curvas lo que define una demanda de desplazamiento, conocido como punto de desempeño (V_{pd}, d_{pd}). Para ello aplicar el método A, B o C (ver fig. 2.7)

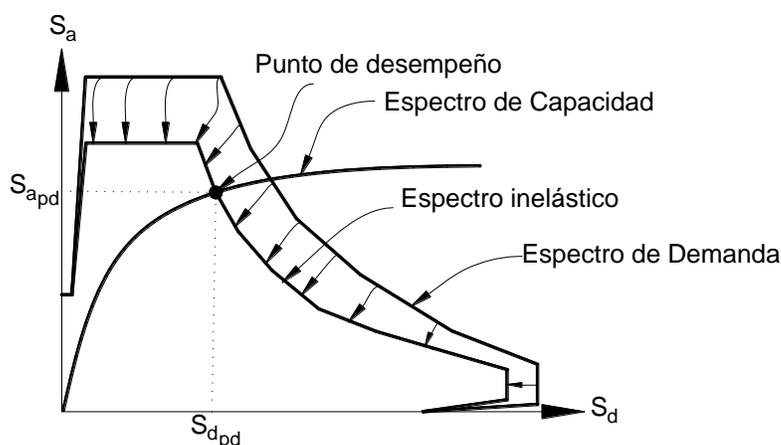


Figura 2.7 Determinación del punto de desempeño

- El punto de intersección representa el desempeño estructural correspondiente al modo fundamental de vibración en formato ADRS, por lo que es posible obtener la respuesta en términos de cortante basal V y desplazamiento de azotea D , empleando las expresiones 2.8 y 2.9, en donde solo se realizó un despeje de las ecs. 2.5 y 2.6.

$$V_{pd} = S_{a,pd} M_1^* \quad (2.8)$$

$$D_{pd} = \Gamma_1 \phi S_{d,pd} \quad (2.9)$$

- Comparar la demanda de desplazamiento con los umbrales de desplazamiento, para determinar el desempeño esperado ante la demanda sísmica.

2.2.2 Método N2

El método N2 ha sido desarrollado por *Fajfar (1996)* en la Universidad de Ljubljana, donde la N representa “*nonlinear analysis*” y el 2 por requerir dos modelos matemáticos. Actualmente el método N2 se encuentra incorporado al Eurocode-8 (EC8, 2003). Consiste en los siguientes pasos *Fajfar (2000)*:

1. Convertir el espectro elástico de demanda al formato espectral ADRS

$$S_{de} = \frac{T^2}{4\pi^2} S_{ae} \quad (2.10)$$

2. Determinar el espectro inelástico para una ductilidad constante μ , donde R_μ es el factor de reducción por ductilidad

$$S_a = \frac{S_{ae}}{R_\mu} \quad (2.11)$$

$$S_d = \frac{\mu}{R_\mu} S_{de} \quad (2.12)$$

$$R_\mu = (\mu - 1) \frac{T}{T_c} + 1 \quad T \leq T_c \quad (2.13)$$

$$R_\mu = \mu \quad T \geq T_c \quad (2.14)$$

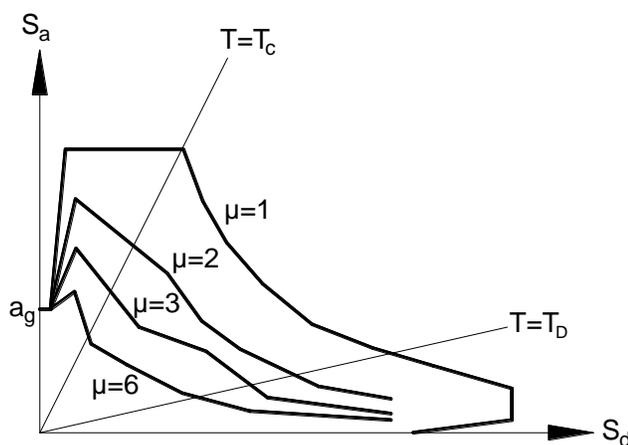


Figura 2.8 Espectro inelástico

3. Obtención de la curva de capacidad de la estructura, por medio de un análisis de empujón no lineal. *Fajfar (1996)* propone un análisis de empujón basado en fuerzas, donde la distribución de cargas a lo alto de la estructura permanecerá constante durante todos los incrementos.

La fuerza lateral P , aplicada en el análisis del empujón, será calculada de la siguiente forma:

- a) Se asume una deformada modal Φ , *Fajfar (1996)* recomienda una deformada de acuerdo al tipo de estructuración
- b) Determinar la distribución de cargas laterales

$$P = M\Phi \quad (2.15)$$

- c) Estimar la curva de capacidad con un análisis del empujón convencional, aplicando la distribución de fuerzas P.
4. Transformar la relación fuerza-desplazamiento de la estructura de MGDL (Múltiples grados de libertad) en un sistema equivalente de 1GDL (Un grado de libertad), para ello primero se obtiene el factor de participación modal con la ec. 2.16 y posteriormente aplicar las ecs. 2.17 y 2.18.

$$\Gamma_1 = \frac{\sum_{j=1}^N m_j \phi_{j1}}{\sum_{j=1}^N m_j \phi_{j1}^2} \quad (2.16)$$

$$V^* = \Gamma V \quad (2.17)$$

$$D^* = \Gamma D \quad (2.18)$$

- 5. Hacer una bilinealización de la curva de capacidad transformada en el paso 2 y así obtener F_y^* y D_y^* (ver fig. 2.9)

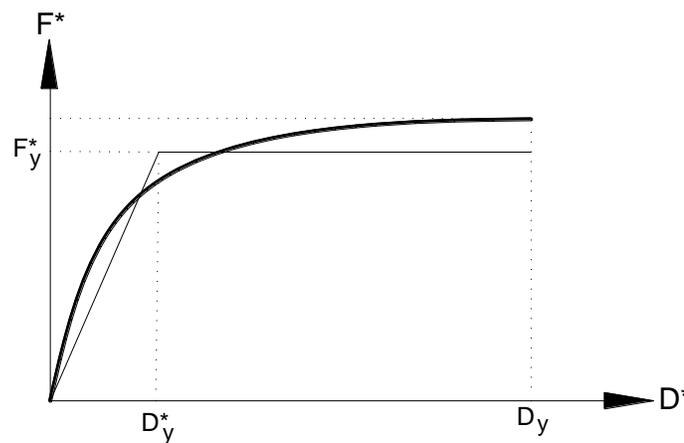


Figura 2.9 Bilinealización de la curva de capacidad

Se calcula la masa efectiva ec. 2.19, periodo efectivo ec. 2.20 y rigidez efectiva ec. 2.21

$$m^* = \sum_{j=1}^N m_j \varphi_{j1} \quad (2.19)$$

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^* D_y^*}{F_y^*}} \quad (2.20)$$

$$k^* = \frac{F_y^*}{D_y^*} \quad (2.21)$$

6. Transformar la curva obtenida en el paso 5 a un formato ADRS

$$S_a = \frac{F^*}{m^*} \quad (2.22)$$

7. Determinar la demanda de desplazamiento sísmica del sistema de 1GDL.

Calcular el factor de reducción por ductilidad R_μ

$$R_\mu = \frac{S_{ae}}{S_{ay}} \quad (2.23)$$

La demanda de desplazamiento $S_d = D^*$ se calcula con las ecs. 2.24 o 2.25, según corresponda (ver fig.2.10)

$$S_d = \frac{S_{de}}{R_\mu} \left(1 + (R_\mu - 1) \frac{T_c}{T^*} \right) \quad T^* \leq T_c \quad (2.24)$$

$$S_d = S_{de} \quad T^* \geq T_c \quad (2.25)$$

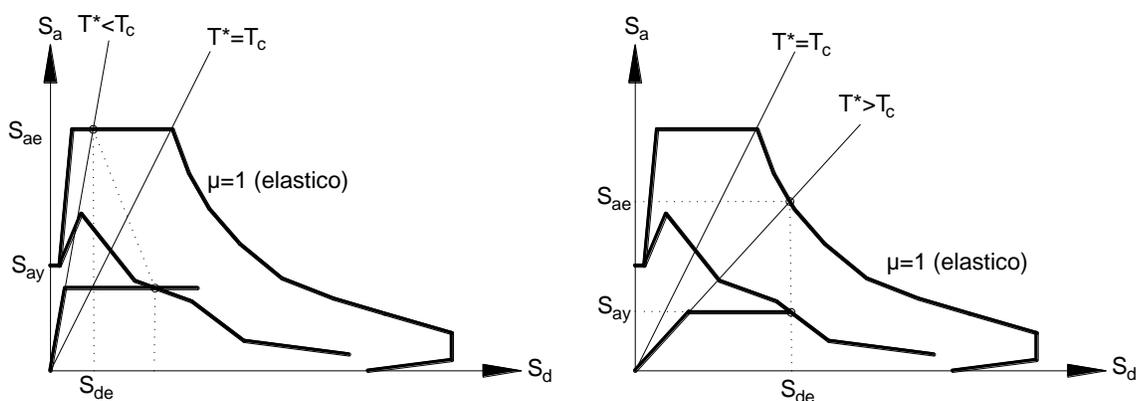


Figura 2.10 Cálculo de la demanda de desplazamiento

8. Una vez obtenido el desplazamiento no lineal del sistema equivalente de *IGDL*, basta multiplicarlo por la constante de transformación Γ para obtener el desplazamiento en la azotea δ_i de la estructura de *MGDL*

$$\delta_i = \Gamma D^* \quad (2.26)$$

9. Evaluar el desempeño a nivel local y global.

2.2.3 Otras opciones

Además de las dos opciones expuestas, existen muchas otras, entre las que se encuentran las propuestas de *Chopra y Goel (1999)*, *Abanesi, Nuti, y Vanzi (2000)* y *Ling y Chang (2003)*.

2.3 Método de los coeficientes

La Agencia Federal para la Administración de Emergencias (*FEMA 356,2000*), propone encontrar el punto de desempeño de una estructura mediante el cálculo de un desplazamiento objetivo, una curva de capacidad y la definición de límites de desempeño o umbrales de desplazamiento. Los cuales son: operación inmediata *IO*, seguridad de vida *LS* y prevención de colapso *CP*. (ver fig. 2.11). A continuación se exponen los pasos del método de coeficientes de desplazamientos:

1. Definición de un nodo de control, normalmente el centro de masas del nivel de azotea, que será el punto de referencia de la curva de capacidad, es decir, será el punto sobre el cual se obtendrá el desplazamiento objetivo o demanda máxima de desplazamiento de la estructura.
2. Aplicación de un análisis de empujón a la estructura, ya sea basado en fuerzas o en desplazamientos, definiendo como mínimo dos patrones de distribución de carga diferentes, que sean congruentes con la distribución que se esperaría de las fuerzas inerciales al momento de que un sismo excitara la estructura.
3. Realizar una idealización bilineal de la curva de capacidad de la estructura siguiendo el procedimiento propuesto en *FEMA 356 (2000)* (ver fig. 2.11).
4. Obtención de un período equivalente T_e mediante la ec. 2.27, en donde T_i es el período fundamental elástico, K_i es la rigidez elástica inicial de la estructura y K_e es la rigidez efectiva de la primera rama de la curva de capacidad idealizada.

$$T_e = T_i \sqrt{\frac{K_i}{K_e}} \quad (2.27)$$

5. Cálculo del desplazamiento objetivo del nudo de control δ_i , que será el desplazamiento máximo esperado durante el sismo de diseño, mediante la ec. 2.28.

$$\delta_i = C_0 C_1 C_2 C_3 S_a \frac{T_e^2}{4\pi^2} g \quad (2.28)$$

En donde S_a es la pseudoaceleración espectral correspondiente al periodo fundamental efectivo, g es la aceleración de la gravedad, y los coeficientes de desplazamiento se definen como sigue: C_0 es la constante que relaciona el desplazamiento espectral y el desplazamiento esperado en el punto de control; C_1 es la constante que relaciona el desplazamiento no lineal esperado con el desplazamiento lineal obtenido. Para esta relación se utiliza la regla de iguales desplazamientos para períodos mayores al período característico del suelo y se realiza una corrección para períodos cortos; C_2 es la constante utilizada para considerar la forma del comportamiento histerético de la estructura. Este factor dependerá del sistema estructural y del nivel de desempeño que se pretenda cumplir para el sismo de diseño; C_3 es la constante que considera posibles incrementos en el desplazamiento último debido a efectos $P-\Delta$, considera la pendiente de la rama de posfluencia definida en la idealización bilineal, la relación entre la pseudoaceleración elástica y la inelástica, y el coeficiente de estabilidad θ . (FEMA 356,2000).

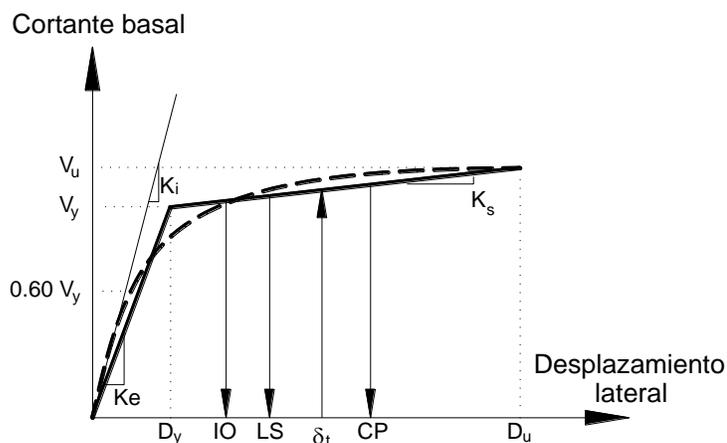


Figura 2.11 Determinación del punto de desempeño empleando el método de los coeficientes

2.4 Método simplificado de evaluación sísmica propuesto

Considerando que la curva de capacidad obtenida con el análisis modal espectral evolutiva es una buena aproximación a la curva de capacidad empleando la técnica del análisis dinámico incremental, es posible utilizar esta curva para realizar la evaluación directa de la estructura, ya que la demanda está incluida en la curva (ver fig. 2.12). A continuación se presenta el procedimiento:

1. **Construir la curva de capacidad.**- Empleando el análisis modal espectral evolutivo, utilizando tres espectros de peligro uniforme con periodos de retorno correspondientes a sismo frecuente, raro y muy raro.

2. **Definir los umbrales de desplazamiento.**- Con la finalidad de revisar los estados límites correspondientes a ocupación inmediata, preservación de la vida y prevención del colapso, se definen los umbrales siguiendo el procedimiento propuesto por el FEMA 356 o algún otro criterio que se considere conveniente.

3. **Revisar el desempeño**

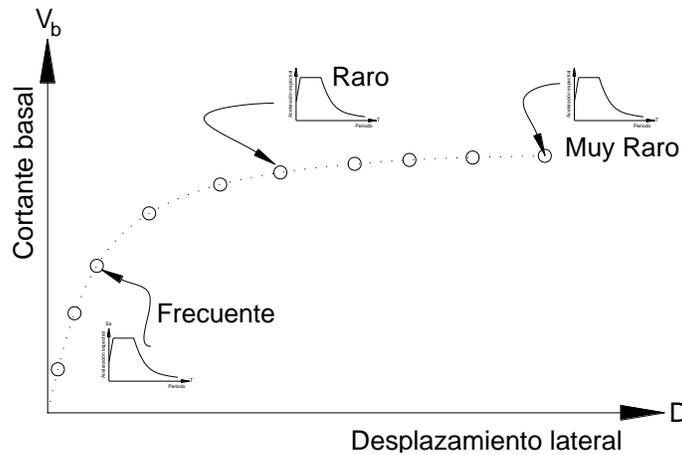


Figura 2.12 Determinación del punto de desempeño empleando método simplificado propuesto

Para realizar la evaluación empleando esta metodología es muy simple, a comparación de los otros métodos anteriormente descritos en este mismo capítulo. Por lo que resulta una alternativa de evaluación superior, debido a su sencillez y rapidez.

Capítulo 3

CURVA DE CAPACIDAD

3.1 Introducción

La acción sísmica puede ser representada matemáticamente en el análisis por 2 tipos de acciones, estática o dinámica. El análisis estático se realiza a partir de fuerzas estáticas equivalentes a la acción sísmica, este método posee grandes limitaciones desde el punto de vista de alcance y exactitud, ha tenido una muy buena aceptación, a pesar de que la acción estática representa de una manera muy simple el efecto del sismo, ya que la realidad sísmica es dinámica. El análisis dinámico a su vez puede ser espectral o paso a paso. El análisis dinámico paso a paso, permite obtener la respuesta en el tiempo, posee una base matemática y física rigurosa, pero es complejo y tardado de procesar los resultados obtenidos. El análisis espectral permite un análisis simple, pero tiene el inconveniente de utilizar una regla de combinación modal, fuente de incertidumbre (ver tabla 3.1)

Tabla 3.1 Métodos de análisis sísmico

| <i>Acción</i> <i>Modelado</i> | <i>ESTÁTICO</i> | <i>DINÁMICO</i> |
|----------------------------------|----------------------|------------------------------------|
| Elástico | Fuerzas Equivalentes | Modal Espectral |
| | | Paso a Paso |
| No lineal | Unimodal (Empujón) | Análisis modal espectral evolutivo |
| | Multimodal (Empujón) | IDA (Paso a paso) |

Para aplicar los métodos simplificados de evaluación, es necesario contar con una representación del comportamiento no lineal global de la estructura ante una demanda sísmica. Usualmente se utiliza la curva de capacidad, que nos muestra la relación existente entre el cortante basal y el desplazamiento de un punto de control, generalmente el centro de masa del nivel superior (ver fig. 3.1).

Para obtener la curva de capacidad, por un lado se tiene la opción del análisis dinámico incremental (*IDA*, por sus siglas en inglés), este procedimiento tiene una base analítica sólida. Una opción menos compleja es el uso de los llamados métodos de análisis simplificados, que se presentan como una alternativa a los análisis en el tiempo y que proporcionan resultados dentro de límites razonables al ser comparados con las respuestas “exactas”. Entre estos se encuentran los análisis estáticos no lineales basados en fuerzas o desplazamientos y el análisis modal espectral evolutivo.

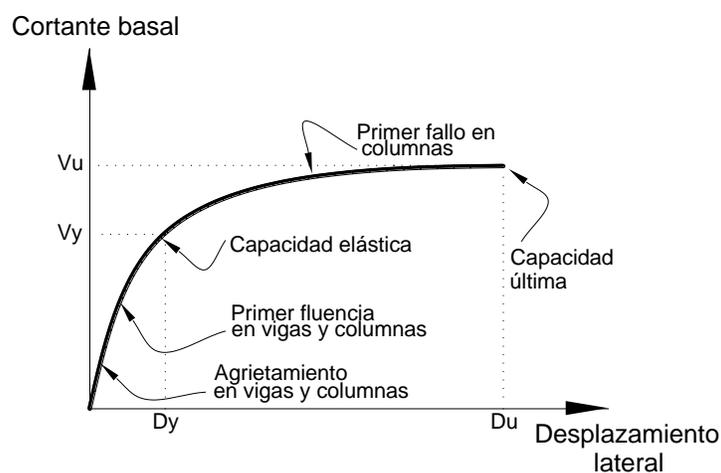


Figura 3.1 Curva de capacidad típica

3.2 Análisis Dinámico Incremental

El IDA es un método de análisis paramétrico que recientemente surge para estimar el comportamiento de una estructura bajo cargas sísmicas. (Vamvatsikos y Cornell, 2002). Consiste en realizar una serie de análisis dinámicos no lineales, que tienen como demanda, uno ó varios registros sísmicos escalados a diversas intensidades. Estas intensidades deben caracterizar el desempeño de la estructura, iniciando en el rango elástico, posteriormente incursionando en el intervalo no lineal y finalmente llegando al estado limite considerado (ver fig. 3.2).

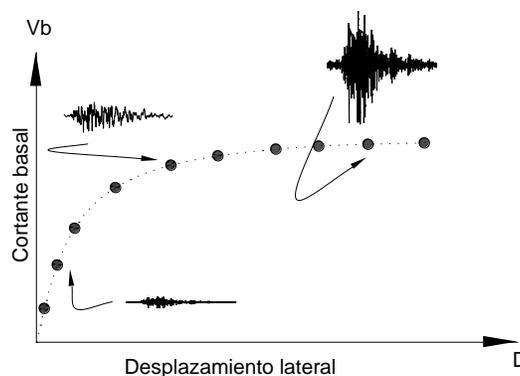


Figura 3.2 Curva de capacidad empleando un IDA, CCR

La curva de capacidad empleando un análisis dinámico incremental es denominada CCR “Curva de Capacidad de Referencia” y su obtención consiste en los siguientes pasos:

1. Construir un modelo analítico en algún programa que permita realizar análisis dinámico no lineal paso a paso. Algunos de los programas de análisis no lineal más conocidos son CANNY-E (Li, 1996), DRAIN-3DX (Powell, 1993), ZeusNL (Elanashai et al, 2002), DYNDIR (Gillies, 1979), RAUMUKO (Carr, 2002), entre otros. Cabe señalar que el programa ZeusNL es el único programa que realiza un IDA directamente, sin necesidad de escalar la demanda y seleccionar la respuesta. En el presente trabajo se utilizó la herramienta de análisis CANNY-E, pero se pudo haber empleado cualquiera de los programas antes mencionados.
2. Seleccionar una demanda representada por un registro sísmico. (ver fig. 3.3)

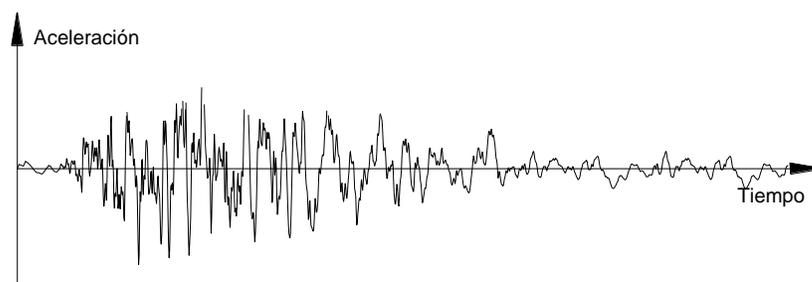


Figura 1 Registro de aceleración del suelo debido a un sismo

3. Realizar un análisis dinámico no lineal paso a paso. (ver fig. 3.4)

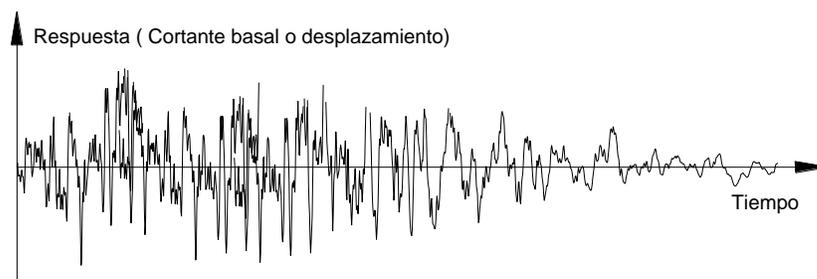


Figura 3.4 Variación de la respuesta de la estructura en el tiempo

4. Establecer un punto de la curva de capacidad, obtenido de la respuesta máxima en el tiempo, es decir, el cortante basal y desplazamiento máximo, cabe señalar que no necesariamente el desplazamiento y cortante máximo se presentaran el mismo instante de tiempo. Por lo que también podrán graficarse los pares dinámicos relacionados a cortante basal máximo contra su correspondiente desplazamiento y desplazamiento máximo contra su correspondiente cortante basal, generalmente estos pares son correctos, si la respuesta de la estructura es gobernada por el primer modo.
5. Escalar la demanda del punto 2 y repetir el proceso hasta llegar a un estado limite predeterminado.

3.2.1 Análisis dinámico no lineal paso a paso

El análisis dinámico no lineal paso a paso es un método donde la acción es variable con el tiempo y los elementos de la estructura están modelados con características no lineales. En cualquier instante de tiempo, la ecuación diferencial de movimiento es la siguiente:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K_T]\{x\} = \{P\} \quad (3.1)$$

En donde $\{\ddot{x}\}, \{\dot{x}\}, \{x\}$ es el vector de incrementos de aceleración, velocidad y desplazamiento nodal respectivamente, $\{P\}$ es el incremento de las cargas aplicadas es decir representa las fuerzas externas a las que se somete la edificación generalmente representado por un registro sísmico, $[M], [K_T], [C]$ es la matriz de masa, matriz de rigidez tangente y matriz de amortiguamiento respectivamente.

Para un intervalo de tiempo Δt , la ec. 3.1 queda como

$$[M]\{\Delta\ddot{x}\} + [C]\{\Delta\dot{x}\} + [K]\{\Delta x\} = \{\Delta P\} \quad (3.2)$$

En donde la matriz de rigidez y amortiguamiento corresponde al estado de la estructura al inicio del paso de integración.

La solución de la ecuación diferencial 3.2, es compleja ya que las matrices de amortiguamiento C y rigidez K son variables cuando la estructura incursiona en el intervalo de comportamiento no lineal, es decir, se tiene una ecuación de equilibrio dinámico diferente para cada instante en el que fluye una sección y cada instante en el que las fuerzas externas son diferentes.

Existen varios procedimientos numéricos para resolver o realizar la integración numérica de la ecuación de movimiento 3.2, por ejemplo, el conocido como Beta de Newmark, y sus modificaciones posteriores, entre las que se encuentra el método Teta de Wilson. (Chopra, 1995).

3.2.1.1 Método Beta de Newmark

El método de Newmark es uno de los procedimientos más difundidos en el ámbito de la ingeniería, utilizado en el presente trabajo para la integración de la ecuación de movimiento. Para ello se empleó el programa CANNY-E.

En el método de *Newmark* los incrementos de aceleración y velocidad en un intervalo de análisis dado, se expresan en términos de incrementos de desplazamiento y por valores de aceleración y velocidad en un paso previo de análisis, para estimar los valores al final del intervalo. Estos valores se verifican y ajustan hasta que se cumpla el equilibrio de la ec. 3.2, con un error aceptable (*Wilson*, 2002)

Usando la serie de Taylor se pueden obtener las siguientes dos ecuaciones

$$x = \Delta x + \Delta t \Delta \dot{x} + \frac{\Delta t^2}{2} \Delta \ddot{x} + \frac{\Delta t^3}{6} \Delta \dddot{x} + \dots \quad (3.3)$$

$$\dot{x} = \Delta \dot{x} + \Delta t \Delta \ddot{x} + \frac{\Delta t^2}{2} \Delta \dddot{x} + \dots \quad (3.4)$$

En el método de Newmark se truncan las ecs. 3.3 y 3.4, expresándose de la siguiente forma

$$x = \Delta x + \Delta t \Delta \dot{x} + \frac{\Delta t^2}{2} \Delta \ddot{x} + \beta \Delta t^3 \ddot{x} \quad (3.5)$$

$$\dot{x} = \Delta \dot{x} + \Delta t \Delta \ddot{x} + \gamma \Delta t^2 \ddot{x} \quad (3.6)$$

Si suponemos una aceleración lineal en cada paso de tiempo, \ddot{x} puede ser expresada de la siguiente manera

$$\ddot{x} = \frac{\ddot{x} - \Delta \ddot{x}}{\Delta t} \quad (3.7)$$

Substituyendo la ec.3.7 en las ecs.3.5 y 3.6, se obtiene

$$x = \Delta x + \Delta t \Delta \dot{x} + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \Delta t^2 \Delta \ddot{x} + \beta \Delta t^2 \ddot{x} \quad (3.8)$$

$$\dot{x} = \Delta \dot{x} + (1 - \gamma) \Delta t \Delta \ddot{x} + \gamma \Delta t \ddot{x} \quad (3.9)$$

En la formulación original de Newmark las ecs. 3.8, 3.9 y 3.2 se resuelven por iteraciones para cada paso de tiempo. Por su parte *Wilson (1962)*, formuló el método de tal manera que no fuera necesario iterar, esto requiere reescribir las ecs.3.8 y 3.9 de la siguiente forma

$$\ddot{x} = b_1(x - \Delta x) + b_2\Delta\dot{x} + b_3\Delta\ddot{x} \quad (3.10)$$

$$\dot{x} = b_4(x - \Delta x) + b_5\Delta\dot{x} + b_6\Delta\ddot{x} \quad (3.11)$$

donde las constantes de integración b_1 a b_6 quedan definidas por las ecs. 3.12 a 3.17

$$b_1 = \frac{1}{\beta\Delta t^2} \quad (3.12)$$

$$b_2 = \frac{1}{\beta\Delta t} \quad (3.13)$$

$$b_3 = \beta - \frac{1}{2} \quad (3.14)$$

$$b_4 = \gamma\Delta t b_1 \quad (3.15)$$

$$b_5 = 1 + \gamma\Delta t b_2 \quad (3.16)$$

$$b_6 = \Delta t(1 + \gamma b_3 - \gamma) \quad (3.17)$$

Los valores típicos de los parámetros β y γ son 0.25 y 0.5 respectivamente.

3.2.1.2 Matriz de amortiguamiento

Existen diversas formas de definir la matriz de amortiguamiento $[C]$, una de ellas usada muy comúnmente es el amortiguamiento de Rayleigh, en donde $[C]$ es proporcional a la matriz de masa y rigidez, quedando representada por la siguiente función matricial:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (3.18)$$

Los factores de proporcionalidad α y β , se calculan solucionando la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{w_i} & w_i \\ \frac{1}{w_j} & w_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

donde:

$[\zeta_i]$ es el porcentaje de amortiguamiento crítico para el modo i

$[\zeta_j]$ es el porcentaje de amortiguamiento crítico para el modo j

$[\omega_j]$ es la frecuencia para el modo j

$[\omega_i]$ es la frecuencia para el modo i

Basados en resultados experimentales (Chopra, 1995) es razonable considerar $\zeta_i = \zeta_j$ en la ec.3.20, se llega a:

$$\alpha = \zeta \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad (3.21)$$

$$\beta = \zeta \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (3.22)$$

Para el presente trabajo se emplea la matriz de amortiguamiento de Rayleigh por ser conveniente para resolver la ec.3.2 y obtener la respuesta dinámica no lineal.

Al presentar daño los elementos estructurales, la matriz de rigidez cambia de un instante a otro, por ello, si se supone un amortiguamiento dependiente de la rigidez, la matriz de amortiguamiento cambiará en cada paso de integración. Esto introduce un desbalance en el equilibrio al inicio del nuevo paso de integración, para corregirlo se aplica una fuerza de corrección $-\{\Delta F_c\} = -\beta[\Delta K]\{\dot{x}\}$ y la ecuación de equilibrio dinámico queda:

$$[M]\{\Delta\ddot{x}\} + [C]\{\Delta\dot{x}\} + [K]\{\Delta x\} = \{\Delta P\} - \{\Delta F_c\} \quad (3.19)$$

3.2.2 Modelado no lineal de elementos

El análisis no lineal intenta representar el comportamiento estructural lo más cercano a la realidad, para ello se recurre a las reglas de histéresis (ver fig. 3.5) que son tratadas a detalle en el *capítulo 5*.

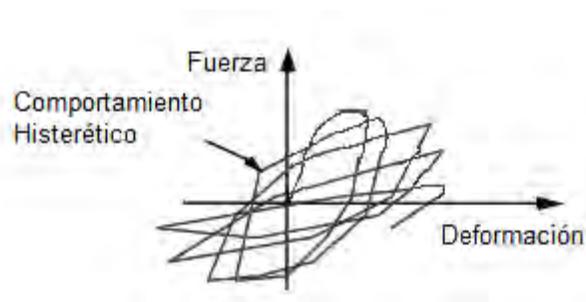


Figura 2.5 Modelo de comportamiento no lineal empleado en un IDA

3.3 Análisis de empujón

3.3.1 Análisis del empujón convencional

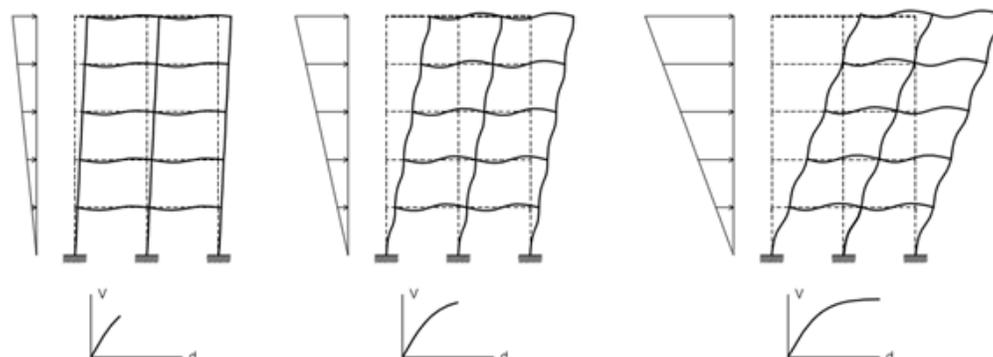


Figura 3.6 Análisis del empujón convencional

El análisis de empujón, mejor conocido como “pushover”, es un análisis utilizado con frecuencia en la evaluación y diseño sísmico de estructuras, por ser un procedimiento relativamente simple que consiste en aplicar a la estructura cargas laterales en forma monotónica incremental, hasta llevarla a un estado límite predeterminado. La primera propuesta de este método es comúnmente llamado análisis del empujón convencional, donde la distribución de carga lateral es invariante en una serie de análisis elásticos secuenciales. Este procedimiento consiste en lo siguiente:

1. Construir el modelo matemático de la estructura.
2. Realizar un análisis estructural por cargas verticales y aplicar una carga lateral suficiente para producir la fluencia de una sección, encontrándose el primer punto de la curva de capacidad. Posteriormente, adicionar la articulación plástica al modelo analítico, encontrándose una estructura con una rigidez degradada. (ver fig. 3.7)

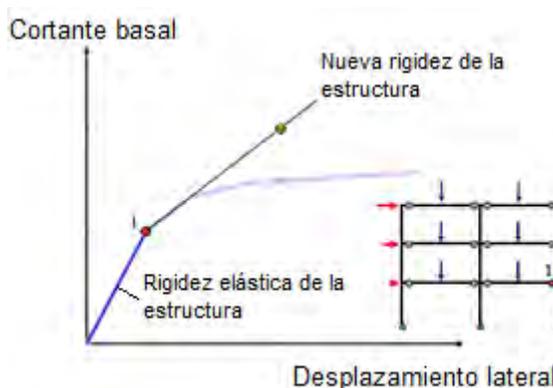


Figura 3.7 Primer punto de la curva de capacidad

3. Repetir el procedimiento, es decir, aplicar una carga lateral suficiente para producir la fluencia de una segunda sección, encontrándose el siguiente punto de la curva de capacidad y adicionar la articulación plástica correspondiente. (ver fig. 3.8)

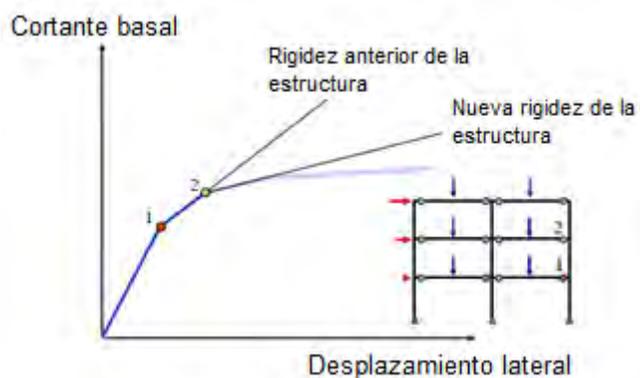


Figura 3.8 Segundo punto de la curva de capacidad

4. Y así sucesivamente hasta llegar a un estado límite previamente definido (ver fig. 3.9)

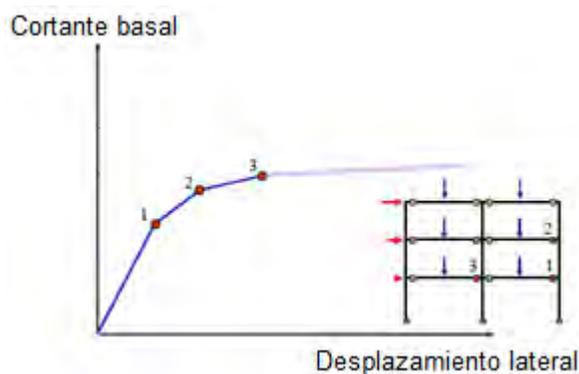


Figura 3.9 Tercer punto de la curva de capacidad

El análisis del empujón ha sufrido una serie de modificaciones desde su concepción original, una de las primeras fue la propuesta de *Bracci et al. (1997)* en donde se considera por primera vez cambios en el patrón de carga utilizado para empujar la estructura, reflejando el daño que se va presentando a lo largo del análisis. El patrón de carga debe ser tan similar como sea posible a las fuerzas de inercia generadas por los movimientos sísmicos impuestos. El primer método en considerar la contribución de modos superiores de vibrar es el propuesto por *Sasaki et al. (1998)*, consiste en obtener la curva de capacidad para cada uno de los modos por medio de un análisis del empujón tradicional, la demanda sísmica total se obtiene combinando las respuestas por modo, de acuerdo a alguna regla de combinación modal, por ejemplo, la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS). (ver fig.3.10)

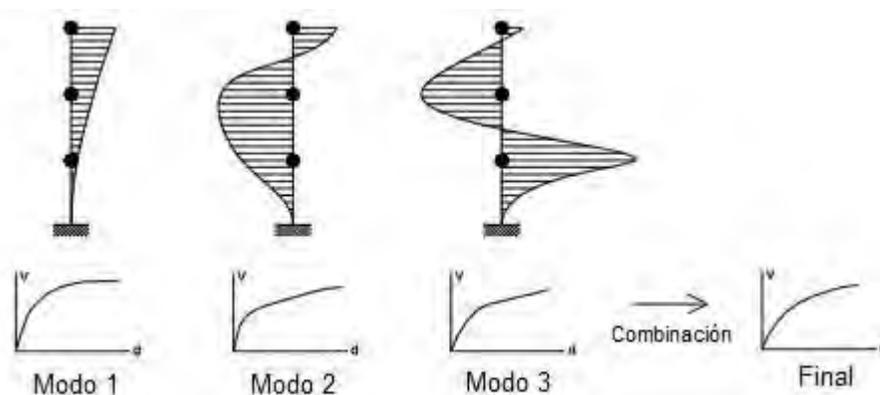


Figura 3.10 Modificación de Sasaki et al.(1998)

De igual manera que en *Sasaki et al. (1998)*, *Chopra y Goel (2001)*, redescubren este procedimiento llamándolo pushover modal, en donde se obtiene la curva de capacidad para cada modo empleando un pushover convencional, posteriormente se suman las respuestas por medio de una regla de combinación modal, usando distribuciones de fuerzas laterales proporcionales a las formas modales, con el supuesto de que éstas no cambian después que la estructura entra en el intervalo de comportamiento inelástico.

3.3.2 Análisis del empujón adaptable

En los análisis del empujón en donde el patrón de cargas varía con cada incremento que se aplica a la estructura, se conocen como “*Adaptive Pushover Procedure*”. Entre los trabajos basados en esta idea se encuentran los siguientes, *Requena y Ayala (2000)*, *Aydinoglu (2003)* y *Antoniou y Pinho (2004)*. En donde la principal característica es que la carga horizontal se va actualizando en cada paso de análisis, congruente con la realidad física en donde al haber daño en la estructura la distribución modal cambia. (ver fig. 3.11)

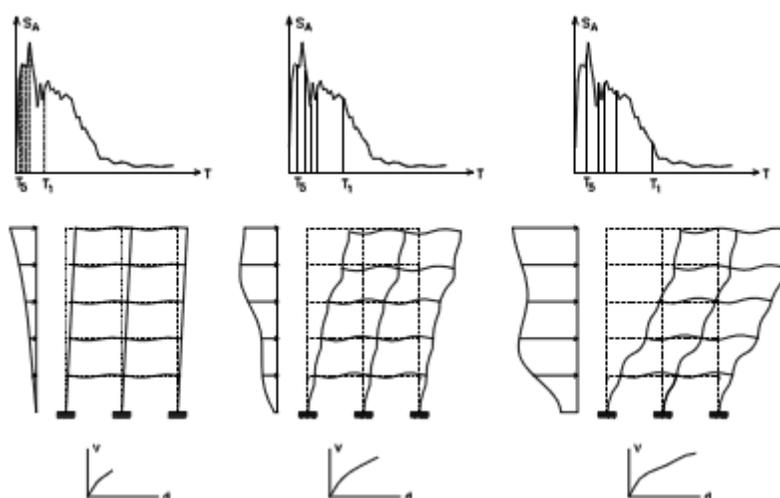


Figura 3.11. La distribución de carga horizontal es actualizada en cada paso de análisis

3.3.3 Modelado no lineal de elementos

En un análisis del empujón convencional se emplea la envolvente de la regla de histéresis, tal como se muestra en la fig. 3.12, no es posible modelar la degradación de rigidez, deterioro de resistencia y el efecto de la reducción del ancho de los ciclos histeréticos.

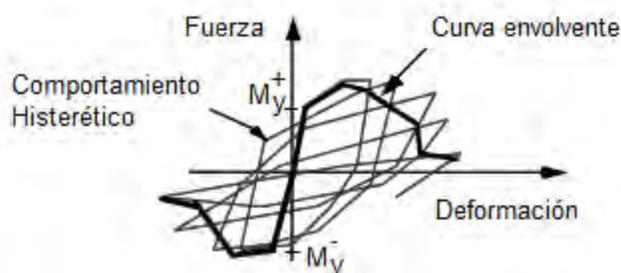


Figura 3.12 Modelo de comportamiento no lineal empleado en el análisis del empujón

3.4 Análisis Modal Espectral Evolutivo

Aplicando éste método se obtiene la curva de capacidad mediante una serie de análisis modales espectrales, en donde cada uno de ellos corresponde a un nivel de daño diferente. Estrictamente es necesario realizar tantos análisis como articulaciones plásticas ocurran antes de que se alcance la capacidad máxima de la estructura, es decir, antes que se presente una inestabilidad a nivel local o global. Tiene como base la metodología desarrollada por Requena y Ayala (2000), y Alba (2005).

3.4.1 Modificación propuesta a la metodología original

La ecuación del movimiento para un sistema elastoplástico es

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + f_s(u, \dot{u}) = -m\ddot{u}_g(t) \quad (3.23)$$

Al integrar la ecuación dinámica 3.23 entre la posición inicial u_0 y la posición final u , se obtiene la ecuación de equilibrio energético 3.24, con la que es posible obtener la variación en el tiempo de energías de la estructura o de un elemento en particular (ver fig. 3.13).

$$\int_{u_0}^u m\ddot{u}(t) du + \int_{u_0}^u c\dot{u}(t) du + \int_{u_0}^u f_s(u, \dot{u}) du = - \int_{u_0}^u m\ddot{u}_g(t) du \quad (3.24)$$

$$E_K + E_\xi + E_S + E_H = E \quad (3.25)$$

En donde:

E_K es la energía por movimiento o energía cinética

E_ξ es energía disipada por amortiguamiento viscoso

E_S es la energía por deformación elástica

E_H es la energía por deformación inelástica (histerética)

E es la energía impartida por el sismo

Al realizar un análisis dinámico no lineal todos los tipos de energía son considerados, pero al efectuar un análisis no lineal simplificado como pudiera ser un análisis modal evolutivo, no se considera la energía disipada por amortiguamiento histerético, debido al tipo de análisis y modelado de los elementos que componen la estructura.

En un análisis modal espectral evolutivo, el elemento solo disipa energía una vez, y en un análisis paso a paso esta disipación se lleva a cabo en cada ciclo de carga y descarga, acumulándose la energía disipada. (ver fig. 3.13)

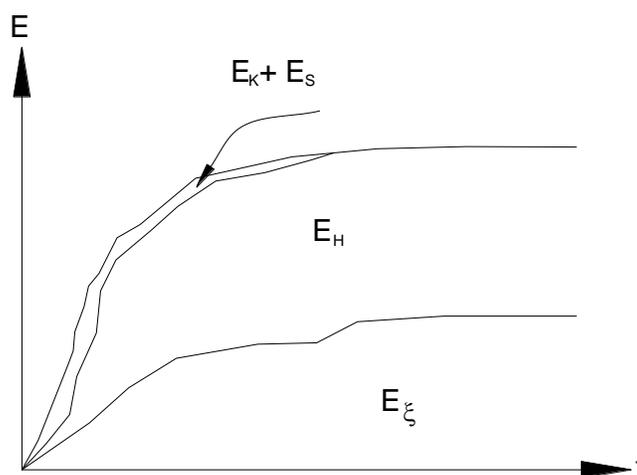


Figura 3 Variación en el tiempo de los tipos de energía en una análisis no lineal

3.4.1.1 Amortiguamiento viscoso equivalente

El concepto de amortiguamiento viscoso equivalente fue primero propuesto por *Jacobsen (1930)* para obtener soluciones aproximadas de sistemas no lineales de un grado de libertad sujetos a fuerzas sinusoidales. Este concepto fue aplicado a sistemas elastoplásticos (*Gulkan y Sozen, 1974*) con base en pruebas de sismos simulados de sistemas de concreto de un grado de libertad, es posible describir la respuesta inelástica de una estructura de concreto de un solo grado de libertad por medio de un análisis de un sistema viscoelástico lineal sustituto (ver fig. 2.2). Este sistema sustituto tendrá una rigidez reducida (rigidez efectiva) y amortiguamiento equivalente. Para sistemas de múltiples grados de libertad estos principios pueden ser implementados tal como sugiere *Shibata y Sozen (1976)*.

Para obtener el amortiguamiento equivalente existen diversas propuestas. Presentándose a continuación algunas de ellas.

Rosenblueth y Herrera (1964). Fue el primer método en utilizar la rigidez secante a máxima deformación, se contempló una excitación de tipo armónico. La relación del amortiguamiento viscoso equivalente está dada por:

$$\xi_{eq} = \frac{2}{\pi} \left[\frac{(1-\alpha)(\mu-1)}{\mu - \alpha\mu + \alpha\mu^2} \right] \quad (3.26)$$

Donde μ es la ductilidad de desplazamiento y α es la pendiente de post fluencia.

Para un sistema elastoplástico ($\alpha=0$) la ec.3.26 queda :

$$\xi_{eq} = \frac{2}{\pi} \left[1 - \frac{1}{\mu} \right] \quad (3.27)$$

Gülkan y Sozen (1974). Se utilizó una excitación sísmica, empleando el modelo hysterético de Takeda (1970) y resultados experimentales de mesa vibradora de marcos de concreto a escala reducida, se propuso la siguiente ecuación empírica, teniendo el inconveniente de no considerar α :

$$\xi_{eq} = 0.2 \left[1 - \frac{1}{\sqrt{\mu}} \right] \quad (3.28)$$

Iwan (1980). Utilizando un modelo hysterético derivado de la combinación conjunta de elementos elásticos y “coulomb slip” con resultados de la respuesta de análisis paso a paso, empleando 12 registros sísmicos de aceleraciones, se derivó la siguiente ecuación empírica

$$\xi_{eq} = 0.0587(\mu-1)^{0.371} \quad (3.29)$$

Newmark y Rosenblueth (1971). Con base en un modelo elastoplástico perfecto, se formuló

$$\xi_{eq} = \frac{\xi_0}{\mu} \left[\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \mu^{\frac{3}{2}} \right] + \frac{1}{\pi\mu} [\mu - 1 - \ln \mu] \quad (3.30)$$

Perez y Ordaz propusieron la siguiente calibración, con base en un sismo registrado en la ciudad de México el 25 de abril de 1989 con epicentro en Guerrero. Plantearon la siguiente expresión:

$$\xi_{eq} = \frac{\xi_0}{\mu} \left[\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \mu^{\frac{3}{2}} \right] + \frac{4}{\pi\mu} [\mu - 1 - \ln \mu] \quad (3.31)$$

Kowalsky (1994). Empleando la rigidez secante asociada a la deformación máxima y utilizando el modelo hysterético de Takeda, el cual considera la degradación de rigidez y la disipación de energía en un ciclo de vibración de un sistema inelástico La expresión propuesta es la siguiente:

$$\xi_{eq} = \frac{1}{\pi} \left[1 - \mu^n \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} - \alpha \right) \right] \quad (3.32)$$

donde α es la relación de endurecimiento por deformación, μ es la relación de ductilidad, n es el factor de degradación de rigidez.

Ling y Chang (2003). Estudiaron la respuesta obtenida con el modelo de *Kowalsky (1994)*, aplicándolo en el método del espectro de capacidad, obteniendo resultados aceptables. Sugieren usar $n=0$ para estructuras de acero y $n=0.5$ para estructuras de concreto. Utilizando un factor de rigidez en la descarga $n=0.5$, se obtuvo la siguiente ecuación:

$$\xi_{eq} = \frac{1}{\pi} \left[1 - \frac{1-\alpha}{\sqrt{\mu}} - \alpha\sqrt{\mu} \right] \quad (3.33)$$

Para sistemas con rigidez posfluencia cero $\alpha=0$

$$\xi_{eq} = \frac{1}{\pi} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{\mu}} \right] \quad (3.34)$$

3.4.1.2 Algoritmo

Con base en las ideas expuestas en la *sección 3.4.1.1*, a continuación se presenta una metodología para considerar indirectamente la energía hysterética disipada, por medio de un amortiguamiento viscoso equivalente. Además de incluir la disipación hysterética, se incluye el amortiguamiento viscoso inherente que para estructuras de concreto es frecuente considerar igual a 0.05, para así obtener un amortiguamiento sustituto.

$$\xi_s = \xi_{eq} + 0.05 \quad (3.35)$$

En el presente trabajo para obtener el amortiguamiento equivalente se utilizó la expresión propuesta por *Rosenblueth y Herrera (1964)*. Se supone que este amortiguamiento representa la energía histerética disipada durante la respuesta inelástica de una estructura de concreto reforzado sometida a un sismo.

La metodología del análisis modal espectral evolutivo es la que se presenta a continuación y se resume en la fig. 3.15.

- i. **Definición de la demanda sísmica.** Se define con un espectro de peligro uniforme, que tiene la misma probabilidad de excedencia en todo el rango de ordenadas espectrales *Niño (2008)*.
- ii. **Cálculo de momentos de fluencia.** Con base en los modelos de comportamiento de los materiales y el armado de las secciones estructurales, los momentos de fluencia de cada sección quedan definidos por su diagrama momento-curvatura. En este trabajo se utilizaron las expresiones propuestas por *Panagiotakos y Fardis (2001)*.

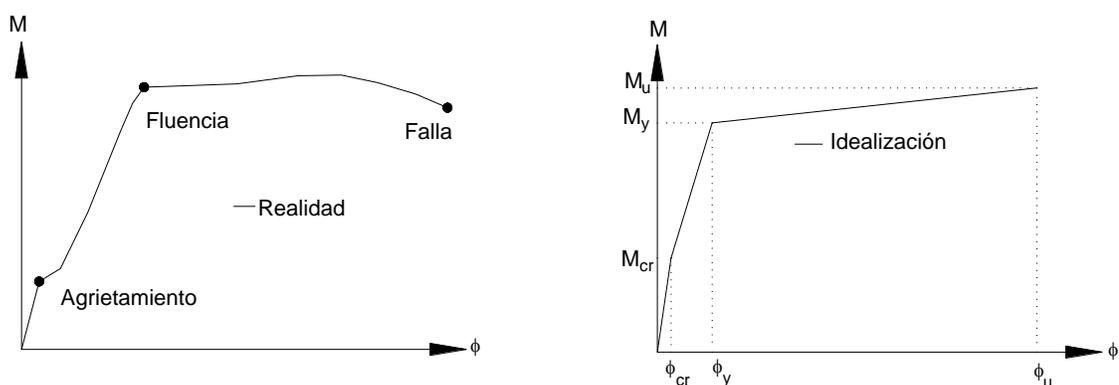


Figura 3.14 Relación momento-curvatura de una sección

- iii. **Realizar un análisis modal espectral y por cargas verticales.** Se realiza un análisis por cargas verticales M_{cv} y un análisis modal espectral con el espectro completo, para obtener en cada sección el momento interno $M_{int(1)}$ y un momento actuante $M_{ac(1)} = M_{CV}$.

Así mismo, este análisis permitirá obtener el cortante basal V y desplazamiento D del punto de control para una intensidad sísmica del 100%.

- iv. **Obtener un factor de escala mínimo.** Este factor nos permite identificar la sección que requiere la menor demanda para alcanzar la fluencia y poder asignar el daño en el paso siguiente, así como obtener el punto de la curva de capacidad correspondiente a la demanda escalada.

a) *Primer incremento.* Para cada extremo de sección del elemento y con lo obtenido en los pasos ii y iii , obtener un momento remanente:

$$M_{rem(1)} = M_y - M_{CV} \quad (3.36)$$

$$Sf_{(1)} = \frac{M_{rem(1)}}{M_{int(1)}} \quad (3.37)$$

Con lo que se puede calcular el primer punto de la curva de capacidad.

$$V_1 = Sf_1 V \quad (3.38)$$

$$D_1 = Sf_1 D \quad (3.39)$$

b) *Incrementos subsecuentes.* Es el factor corregido en el paso vii

- v. **Localización de daño en la estructura.** Identificar la sección a la que le corresponde el factor de escala mínimo y asignar una articulación plástica.
- vi. **Realizar un análisis modal espectral a la estructura con daño.** Calcular el incremento de cortante y desplazamiento, para obtener las coordenadas de la curva de capacidad (D , V_b).
- vii. **Obtener el factor de escala correspondiente al incremento.**

$$M_{ac(j)} = M_{ac(j-1)} + M_{int(j-1)} \cdot SF_{(j-1)} \quad (3.40)$$

$$M_{rem(j)} = M_y - M_{ac(j)} \quad (3.41)$$

$$\Delta Sf_{(j)} = \frac{M_{rem(j)}}{M_{int(j)}} \quad (3.42)$$

$$\Delta V_j = \Delta Sf_j V \quad (3.43)$$

$$\Delta D_j = \Delta Sf_j D \quad (3.44)$$

$$V_{(j)} = V_{j-1} + \Delta V \quad (3.45)$$

$$D_{(j)} = D_{j-1} + \Delta D \quad (3.46)$$

viii. Corrección del incremento.

a) Calcular un amortiguamiento equivalente, empleando alguna de las expresiones propuestas en la sección 3.4.1.1, en el presente trabajo se empleó la de *Rosenblueth y Herrera (1964)*.

b) Incluir el amortiguamiento equivalente al modelo analítico.

c) Realizar un análisis modal espectral, para obtener el cortante basal V y el desplazamiento lateral D corregido.

d) Revisar si hay convergencia del punto obtenido y seguir al paso *ix*, en caso contrario, realizar una nueva corrección, para ello ir al paso *viii.a*.

ix. Obtener el factor de escala corregido. Utilizar la ec. 3.42, empleando el M_{int} y M_{rem} obtenido en la última corrección.

x. Revisar si se obtuvo el desplazamiento objetivo. Si no se obtuvo, repetir el procedimiento desde el paso *iv.b* utilizando las ecs.3.40 a 3.46, útiles para los incrementos subsiguientes.

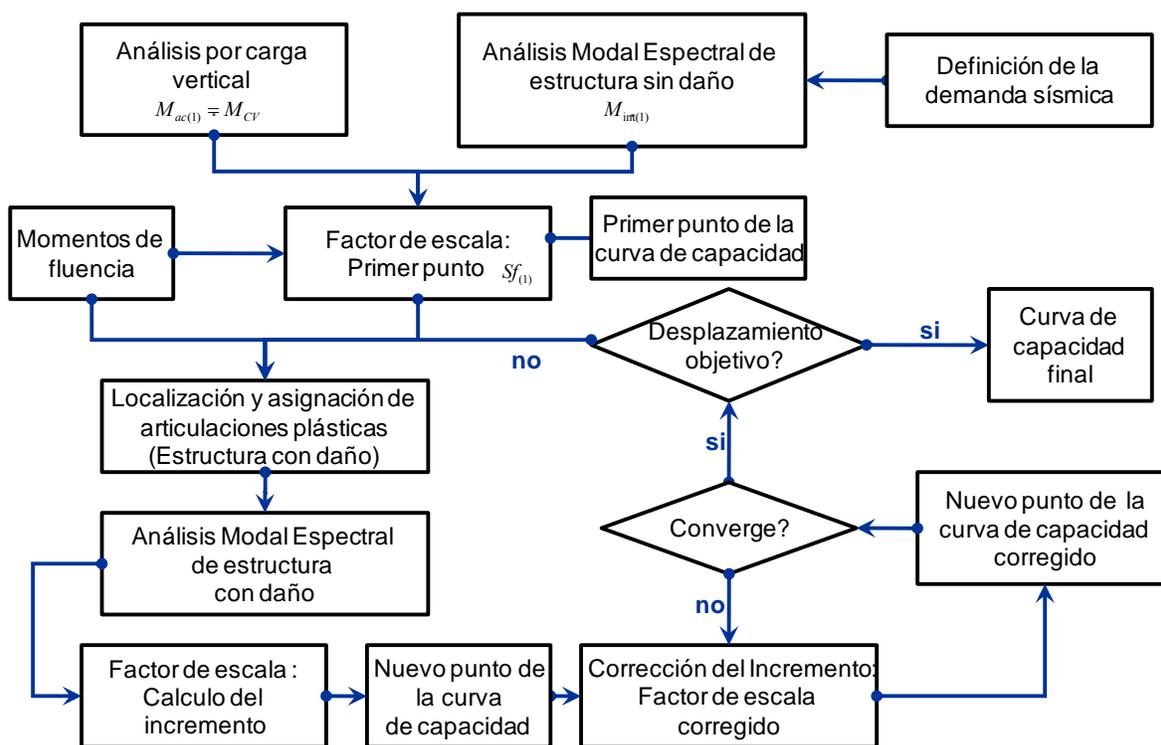


Figura 3.15 Diagrama de flujo para construir la curva de capacidad empleando un análisis modal espectral evolutivo

Cabe señalar que, el paso *viii* es la nueva contribución a este método, ya que en trabajos anteriores no se consideraba el cambio de amortiguamiento debido a la disipación de energía histerética, lo que tiene como consecuencia la obtención de una respuesta menor a la esperada en un análisis dinámico incremental, tal como se muestra más adelante en la presentación y análisis de resultados.

3.4.2 Modelado no lineal de elementos

El modelo utilizado es elastoplástico perfecto (ver fig. 3.16), pero una vez que se tenga implementada la metodología en algún programa de análisis estructural, se podrá hacer uso de modelos como el utilizado en el análisis del empujón.

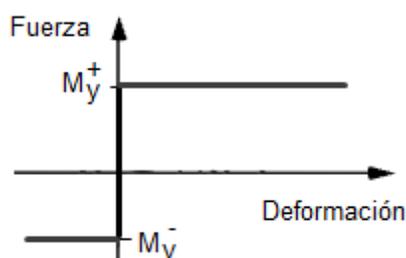


Figura 3.16 Modelo de comportamiento no lineal empleado en el análisis del empujón

3.5 Ventajas y desventajas de cada método

El IDA es un análisis paso a paso no lineal, al contrario de los otros métodos que son análisis elásticos secuenciales, utiliza reglas de histéresis en donde se puede considerar la degradación de rigidez y resistencia. Es posible aplicarlo a marcos planos o espaciales. Como puntos negativos se tiene que demanda mayor tiempo de modelado, análisis y procesamiento de resultados en comparación a los otros dos métodos, por lo que resulta un método extremadamente laborioso.

El análisis del empujón convencional es de aplicación rápida, da una aceptable aproximación de la secuencia de formación de articulaciones plásticas. Entre los inconvenientes que presenta es que se complica su aplicación a estructuras tridimensionales debido a tener un modo rotacional, la forma de la distribución de fuerzas aplicada influye en la determinación de la curva de capacidad, desprecia la energía de amortiguamiento histerético, así que no es posible estimar la capacidad de disipación de energía de la estructura, por lo que los métodos de evaluación que emplean este tipo de análisis, consideran la disipación histerética de manera indirecta, por ejemplo, el método de los coeficientes hace uso del factor C_2 para este fin.

El análisis modal evolutivo, descrito en la sección 3.4.1.2, es un método simplificado de rápida y sencilla aplicación, considera indirectamente el cambio de amortiguamiento debido a la disipación de energía histerética, además de posible aplicación a estructuras tridimensionales. Cabe mencionar, que el análisis modal espectral evolutivo es un análisis del empujón adaptable y comparten algunas características, tales como el empleo de análisis dinámicos no lineales simplificados, sin embargo, los análisis del empujón adaptables no consideran la disipación de energía por deformación inelástica. Este método será una alternativa real, cuando este implementado en un programa de computo.

Capítulo 4

COMPORTAMIENTO HISTERÉTICO

4.1 Introducción

Una estructura al estar sometida a un movimiento sísmico, indudablemente se verá afectada por ciclos de carga y descarga, induciendo deformaciones plásticas y daños permanentes, por lo que surge la necesidad de contar con modelos matemáticos que representen ese comportamiento. Estos modelos son los llamados de histéresis y se pueden encontrar desde reglas simples hasta las más complejas.

Los factores que influyen en el comportamiento histerético en elementos de concreto reforzado son: el ancho de los ciclos de histéresis o estrangulamiento “pinching”, la degradación de la rigidez en la rama de carga y descarga y deterioro de resistencia. (ver fig. 4.1).

La degradación de rigidez es causada por falla de adherencia del refuerzo longitudinal y la degradación de resistencia por falta de refuerzo transversal adecuado, es decir, el elemento falla por esfuerzos cortantes o falta de confinamiento. Los sistemas dúctiles de concreto reforzado exhiben poca degradación de resistencia, esto se consigue con un buen detallado de los elementos para garantizar el fallo por flexión antes que el de cortante, este es uno de los conceptos del llamado diseño por capacidad.

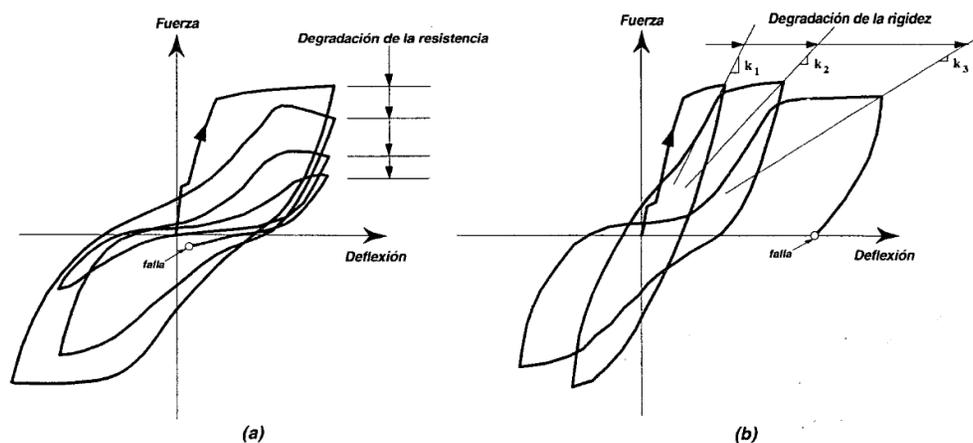


Figura 4.1 Parámetros que rigen el comportamiento de un modelo histerético

En zonas sísmicas se procura el diseño de estructuras dúctiles, por lo que, un edificio bien diseñado no exhibirá degradación de resistencia. En el comportamiento real de un elemento de concreto reforzado es muy difícil observar un comportamiento histerético sin pérdida gradual de resistencia, lo que no es aceptable es una pérdida súbita.

Se estudiará la influencia de los modelos histeréticos en la respuesta de la estructura, con la finalidad de aportar las bases con las que se puedan modificar las metodologías de obtención de la curva de capacidad, en particular en el análisis modal evolutivo.

4.2 Clasificación de los tipos de comportamiento histerético

El comportamiento histerético de los elementos y estructuras de concreto reforzado se puede modelar a diferentes niveles y maneras. En términos generales existen dos tipos de modelos, uno es el basado en el comportamiento físico de los materiales estructurales y otros son los modelos empíricos.

4.2.1 Modelos basados en el comportamiento físico de los materiales estructurales.

A partir de la definición de las curvas esfuerzo-deformación de los materiales estructurales y las reglas de interacción, se define el comportamiento no lineal de la sección. (ver fig. 4.2)

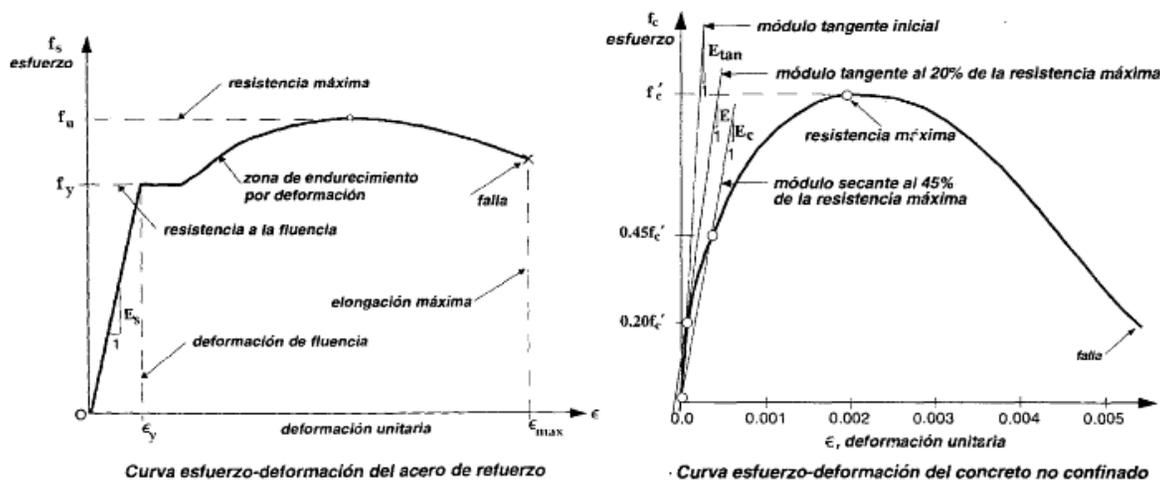


Figura 4.2 Curvas esfuerzo-deformación unitaria del material

4.2.2 Modelos empíricos

Los modelos empíricos se formulan a partir de resultados experimentales de elementos de concreto reforzado sujetos a una carga cíclica reversible, en donde el comportamiento histerético a nivel elemento se modela directamente.

Existe una gran variedad de modelos propuestos entre los que se tienen el modelo de *Ramber y Osgood (1943)* y modificado por *Jennings (1963)*, el modelo de *Clough y Johnston (1966)* que ha sido muy utilizado por su simplicidad, la regla de *Takeda* también muy empleada, el modelo Q de *Saiidi y Sozen (1981)*, el modelo de los tres parámetros de *Park et al (1987)*, y muchos otros.

En el presente trabajo se emplearon las reglas de histéresis definidas en el programa CANNY-E, utilizando tres tipos de reglas histeréticas HN2, HN5 y HN14, las dos primeras consideran solo la degradación de rigidez, mientras que la tercera considera tanto degradación de rigidez como degradación de resistencia. El modelo HN2 es elastoplástico, el HN5 tiene algunas similitudes con el modelo de Takeda y el modelo HN14 es parecido al modelo de los 3 parámetros.

4.3 Diversas Propuestas de modelos empíricos

4.3.1 Modelo de Takeda

Una regla histerética muy usada es la ajustada a resultados experimentales carga-desplazamiento de elementos de concreto reforzado en una mesa vibratoria (Takeda et al ,1970). El modelo tiene 16 reglas para descarga y recarga cubriendo todas las secuencias posibles de carga. (ver fig. 4.3). Este modelo ha sido ampliamente empleado en investigación, pero tiene la desventaja de ser muy complejo, por lo que se han propuesto modificaciones como la de Sina y Otani.

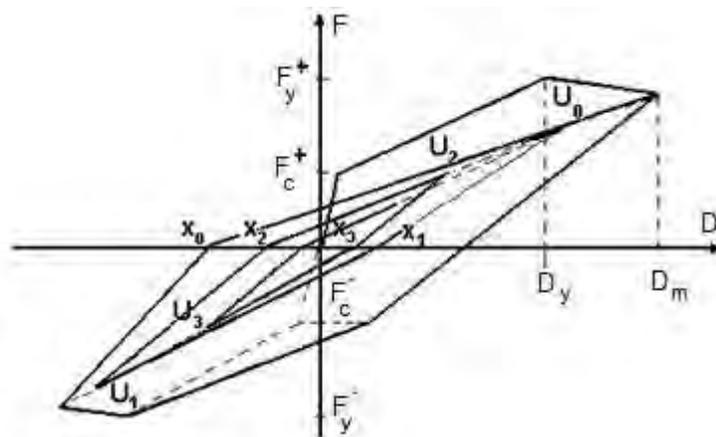


Figura 4.3 Modelo de histéresis de Takeda (1970)

Tomando en cuenta la historia de deformaciones se propuso la ec. 4.1, en donde mediante el exponente γ se controla la variación de la rigidez

$$K_d = \frac{F_c + F_y}{D_c + D_y} \left(\frac{D_y}{D_m} \right)^\gamma \quad (4.1)$$

donde: K_d es la rigidez de descarga; D_y es desplazamiento de fluencia; y D_m la rotación máxima alcanzada.

4.3.2 Modelo de los tres parámetros

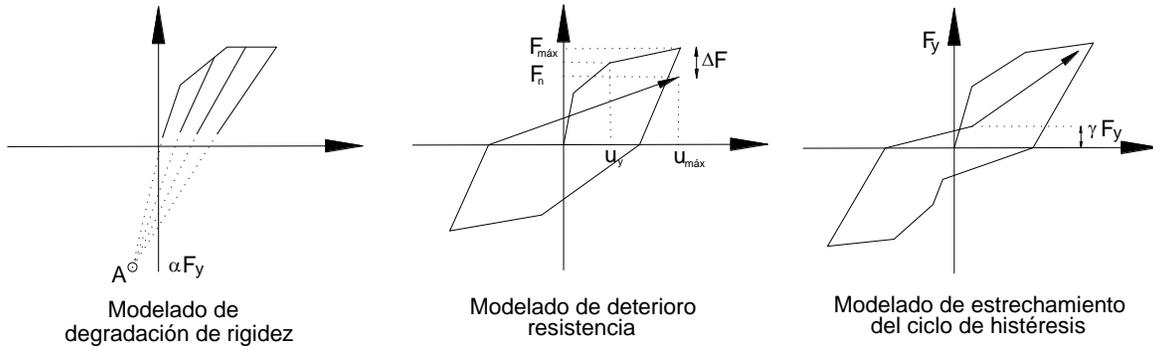


Figura 4.4 Parámetros de control para el modelo histérico de los 3 parámetros Park (1987)

El método propuesto por Park, et. al (1987) llamado el modelo de los tres parámetros, originalmente ideado para ser empleado en el programa IDARC. En donde cada parámetro considera una propiedad, α toma en cuenta la degradación de rigidez, β el deterioro de resistencia y γ el adelgazamiento de la curva histérica (ver fig. 4.4). Es importante mencionar, que el parámetro β es usado actualmente en la definición del índice de daño de Park y Ang.

4.3.3 Modelos incluidos en CANNY-E

Modelo de histéresis HN2

Para la rama de carga y descarga:

$$K_u = K_0 \left(\frac{d_y - d'_y}{d_m - d'_m} \right)^\gamma \tag{4.2}$$

donde $d_m \geq d_y$ y $d'_m \leq d'_y$

$$0 \leq \gamma \leq 0.5$$

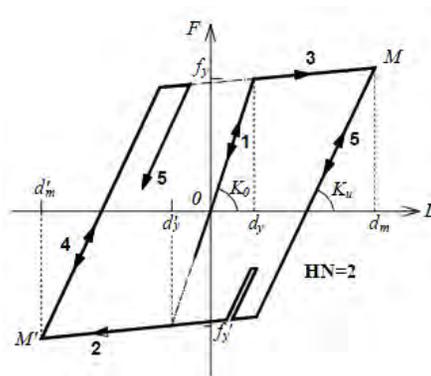


Figura 4.5 Modelo histérico HN2

Modelo de histéresis HN5

Para el lazo interior, rama de descarga y carga respectivamente:

$$K_4 = K_0 \left(\frac{d_y}{d_m} \right)^\gamma \tag{4.3}$$

$$K_5 = K_0 \left(\frac{d'_y}{d'_m} \right)^\gamma \tag{4.4}$$

$$0 \leq \gamma \leq 0.5$$

Para el lazo exterior, rama de descarga y carga respectivamente:

$$K'_4 = \xi K_4 \tag{4.5}$$

$$K'_5 = \xi K_5 \tag{4.6}$$

$$0.5 \leq \xi \leq 1$$

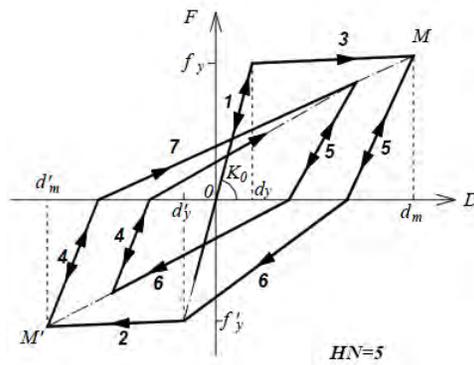


Figura 4.6 Modelo histérico HN5

Modelo de histéresis HN14

Degradación de rigidez

Para la rama de carga y descarga:

$$K_u = K_0 \left(\frac{d_y - d'_y}{d_{\max} - d'_{\max}} \right)^\gamma \tag{4.7}$$

$$d_{\max} \geq d_y \text{ y } d'_{\max} \leq d'_y$$

$$0 \leq \gamma \leq 0.4$$

El caso de $\gamma=0$, implica que $K_u=K_0$, representa un modelo sin degradación de rigidez y $\gamma=0.4$ un modelo con máxima degradación de rigidez.

Degradación de resistencia

Este modelo corresponde una simplificación del HN15 y por lo tanto una simplificación a la propuesta del modelo de los tres parámetros, en la que solo se considera la ductilidad como parámetro de la degradación de rigidez.

$$\bar{F}_y = F_y \left(1 - \lambda_u \left(1 - \frac{1}{u} \right) \right) \tag{4.8}$$

donde u es la ductilidad, el parámetro de control es λ_u y toma valores de 0 a 1.0. Si $\lambda_u = 0$ implica que la degradación de rigidez es nula.

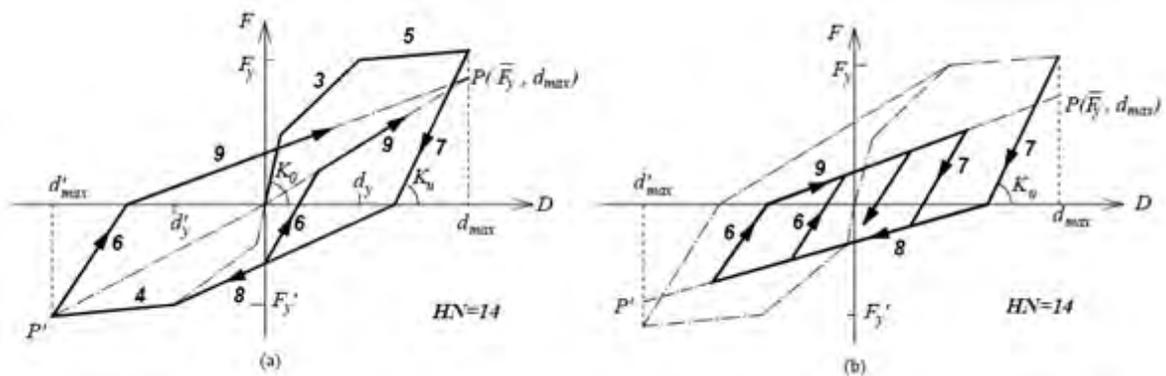


Figura 4.7 Modelo histerético HN14, a) Lazo exterior y b) Rama bilineal para el lazo más pequeño

Capítulo 5

EJEMPLO ILUSTRATIVO

5.1 Introducción

Para ilustrar la aplicación de los métodos de construcción de la curva de capacidad y con la finalidad de mostrar sus alcances y limitaciones. Se estudiaron dos marcos planos, en donde se evaluó su comportamiento y revisaron las diferencias en la respuesta. Además, se aplicó el IDA para estimar la curva de capacidad utilizando diferentes reglas de histéresis, con el propósito de estudiar la influencia de la degradación de rigidez y resistencia.

5.2 Descripción de los marcos utilizados

Para los análisis se utilizaron dos edificios, de 8 y 17 niveles (*M8N* y *M17N*), diseñados por *Ortega (2001)* y *Varela (1996)* respectivamente. El modelo *M8N* tiene cuatro crujías de 8m en dirección “X” y tres crujías de 7m en dirección “Y”, cuenta con trabes secundarias en el sentido longitudinal al centro de cada crujía de 7m y altura de entrepiso en todos los niveles de 3.30m. El modelo *M17N*, consta de cuatro marcos formados por tres crujías de 8m en cada dirección. La altura de entrepiso de 3.20m de los niveles 2 a 17, y el primero de 4m. De ambos modelos se eligió un marco; del *M8N* un marco exterior, mientras que del *M17N* un marco interno (ver fig. 5.1).

Para el diseño estructural de los modelos se consideró las siguientes propiedades nominales en materiales: concreto Tipo I, resistencia a compresión $f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$, modulo de elasticidad $E_c=221,359 \text{ kg/cm}^2$ y peso específico $\gamma=2,400 \text{ kg/m}^3$; para el acero estructural un esfuerzo de fluencia de $f_y=4,200 \text{ kg/cm}^2$ y un modulo elástico $E_s=2 \times 10^6 \text{ kg/m}^2$

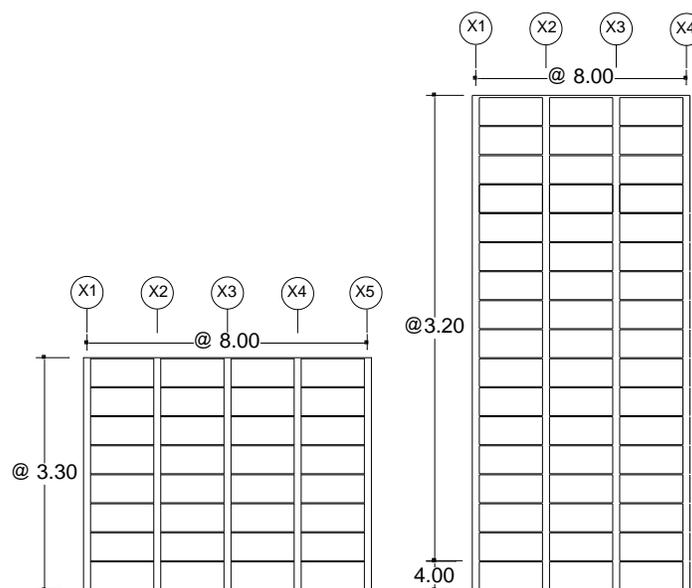


Figura 5.1 Modelos M8N y M17N , dimensiones en metros

Tabla 5.1 Dimensiones de elementos estructurales

| MODELO | NIVEL | ELEMENTO ESTRUCTURAL | DIMENSION (m) |
|--------|-------|----------------------|---------------|
| M8N | 1-8 | Columnas | 0.80x0.80 |
| | | Vigas Principales | 0.80x0.40 |
| | | Vigas Secundarias | 0.60x0.25 |
| M17N | 1-17 | Vigas Principales | 0.35x0.90 |
| | 1-7 | | 1.10x1.10 |
| | 8-10 | | 0.90x0.90 |
| | 11-13 | Columnas | 0.75x0.75 |
| | 13-17 | | 0.60x0.60 |

5.2.1 Modelo M8N

La estructura está destinada para uso de oficinas, por lo que se clasifica en el grupo B, localizado en la zona del lago zona IIIa y le corresponde un coeficiente sísmico de 0.4. , con un espesor de losa de 12cm. El edificio fue diseñado con $Q=4$, por lo que tiene detallado dúctil, lo que le da a sus elementos gran capacidad de rotación, evitando fallas de tipo frágil como la de cortante, con lo que el comportamiento de los elementos está regido por flexión.

Las cargas vivas consideradas para la combinación de cargas muerta y viva máximas fueron de 100.0 kg/m^2 para la azotea y de 250 kg/m^2 para los demás niveles de la estructura. Las cargas vivas instantáneas utilizadas para la combinación por sismo fueron de 70 kg/m^2 y 100 kg/m^2 para la azotea y demás niveles, respectivamente. Las cargas muertas fueron 523 kg/m^2 para la azotea y 575 kg/m^2 para los niveles intermedios. Para llevar a cabo los análisis, bajo carga muerta y viva máximas, carga muerta y viva instantánea, y por fuerzas sísmicas se utilizó el programa SAP2000 (CSI, 2009).

Tabla 5.2 Pesos por nivel para el modelo M8N

| Nivel | Peso ton |
|--------------|---------------------|
| 1 | 128.482 |
| 2 | 128.482 |
| 3 | 128.482 |
| 4 | 128.482 |
| 5 | 128.482 |
| 6 | 128.482 |
| 7 | 128.482 |
| 8 | 101.887 |

En la Tabla 5.3 se presentan las cuantías de refuerzo resultante para las trabes y para las columnas del edificio la distribución de refuerzo propuesto por *Ortega (2001)* es simétrico, tal como se muestra en la Tabla 5.4

En la tabla 5.3 y 5.5 se especifican los momentos de fluencia de cada sección, para obtenerlos se emplearon las expresiones propuestas por *Panagiotakos y Fardis (2001)* y comprobándose con el programa Section Builder 8 (CSI, 2008).

Tabla 5.3 Armado de las vigas para el modelo M8N

| Tipo | Localización Nivel | Lecho inferior | Estribos #3 | Lecho superior | Momento de fluencia | |
|-------------|-------------------------------|---------------------------|------------------------|---------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| | | | | | M_y pos ton m | M_y neg ton m |
| 1 | 1-4 | 2#8+2#6 | @15 cm | 4#8+1#6 | 46.22 | 66.34 |
| 2 | 5 y 6 | 2#8+1#5 | @13 cm | 3#8+1#6 | 35.54 | 52.12 |
| 3 | 7 | 3#6 | @13 cm | 2#8+1#5 | 25.23 | 35.36 |
| 4 | 8 | 3#6 | @15 cm | 3#6 | 25.19 | 25.19 |

Tabla 5.4 Armado de las columnas para el modelo M8N

| Tipo | Localización Nivel/ Ejes | Armado Longitudinal | Estribos #4 | Momento de fluencia | |
|-------------|-------------------------------------|--------------------------------|------------------------|---|---|
| | | | | M_x (pos y neg) ton m | M_y (pos y neg) ton m |
| 1 | 1-4 / 1 y 5 | 12#10+4#8 | 4 ramas @10 cm | 126.18 | 126.18 |
| 2 | 1-4 / 2,3 y 4 | 8#10+8#8 | 4 ramas @10 cm | 120.45 | 120.45 |
| 3 | 5-6 / 1 al 5 | 4#10+8#8 | 4 ramas @10 cm | 86.50 | 86.50 |

5.2.2 Modelo M17N

Las cargas vivas consideradas para la combinación de cargas muerta y viva máximas fueron de 100 kg/m² para la azotea y de 250 kg/m² para los demás niveles de la estructura. Las cargas vivas instantáneas utilizadas para la combinación por sismo fueron de 70 kg/m² y 180 kg/m² para la azotea y demás niveles, respectivamente. El espesor de la losa es de 10 cm. en todos los niveles.

La distorsión angular máxima de entrepiso debida a fuerza cortante fue fijada en 0.012. Las secciones de los elementos estructurales fueron diseñadas para que no se excediera este valor. Para llevar a cabo los análisis, bajo carga muerta y viva máximas, carga muerta y viva instantánea, y por fuerzas sísmicas se usó el programa SAP2000.

Tabla 5.4 Pesos por nivel para el modelo M8N

| Nivel | Peso | Nivel | Peso |
|--------------|-------------|--------------|-------------|
| | ton | | ton |
| 1 | 159.805 | 10 | 118.309 |
| 2 | 131.748 | 11 | 114.581 |
| 3 | 131.454 | 12 | 110.853 |
| 4 | 131.258 | 13 | 110.755 |
| 5 | 131.062 | 14 | 107.714 |
| 6 | 130.865 | 15 | 104.575 |
| 7 | 124.783 | 16 | 104.771 |
| 8 | 118.701 | 17 | 86.622 |

A fin de calcular las acciones debidas al sismo se utilizó el método dinámico modal espectral. En la Tabla 5.5 se presentan las cuantías de refuerzo resultante para las trabes y en la Tabla 5.6 para las columnas del edificio. *Varela (1996)*.

Se supuso que el edificio es para oficinas, que los marcos son dúctiles con cimentación a base de pilotes de punta, apoyados en la primera capa dura, y está localizado en la zona III. Se diseñó de acuerdo con el *RCDF (1993)* y sus *NTCDS (1993)*.

Tabla 5.5 Armado de las vigas para el modelo M17N

| Tipo | Localización Nivel | Lecho inferior | Estribos #3 | Lecho superior | Momento de fluencia | |
|------|-----------------------|-------------------|----------------|-------------------|---------------------|-------------|
| | | | | | M_y , pos | M_y , neg |
| | | | | | ton m | ton m |
| 1 | 1,2,9,10 | 4#8+2#6 | @15 | 8#8 | 131.484 | 87.06 |
| 2 | 3-8 | 6#8+2#6 | @13 | 10#8 | 163.957 | 119.911 |
| 3 | 11,12 | 4#8 | @13 | 6#8+2#6 | 117.144 | 68.598 |
| 4 | 13,14,15 | 2#8+2#6 | @15 | 6#8 | 99.132 | 54.097 |
| 5 | 16 | 3#6 | @15 | 5#6 | 48.217 | 30.093 |
| 6 | 17 | 1#8+2#6 | @15 | 4#6 | 39.225 | 37.219 |

Tabla 5.4 Armado de las columnas para el modelo M8N

| Tipo | Localización Nivel | Armado Longitudinal | Estribos #3 | Momento de fluencia | |
|------|-----------------------|------------------------|----------------|---------------------|-------------------|
| | | | | M_x (pos y neg) | M_y (pos y neg) |
| | | | | ton m | ton m |
| 1 | 1,2,3,4 | 32#10 | 4 ramas @10 cm | 467.29 | 467.29 |
| 2 | 5,6,7 | 16#10 | 4 ramas @10 cm | 260.68 | 260.68 |
| 3 | 8,9,10,11 | 12#10 | 4 ramas @10 cm | 162.54 | 162.54 |
| 4 | 12,13,14 | 16#8 | 4 ramas @10 cm | 106.45 | 106.45 |
| 5 | 15,16,17 | 20#8 | 4 ramas @10 cm | 92.17 | 92.17 |

5.3 Registro sísmico

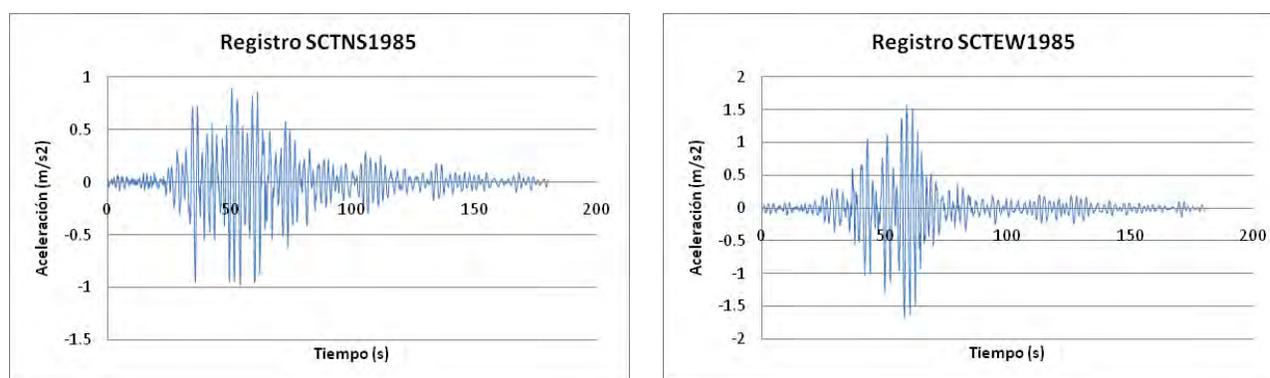


Figura 5.2 Registro sísmico

Para evaluar el comportamiento sísmico de los modelos, se emplearon señales sísmicas obtenidas en suelo blando, registradas en la estación de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), durante el sismo del 19 de Septiembre de 1985 en la ciudad de México, utilizando la componente horizontal SCT-NS para el modelo M8N y la SCT-EW para el modelo M17N. (ver fig. 5.2).

Tabla 5.6 Características principales del evento sísmico considerado

| <i>Sismo</i> | <i>Duración</i> (s) | <i>Aceleración máxima</i> <i>m/s²</i> | | <i>Numero de datos</i> |
|------------------------|-----------------------------|---|------------|------------------------|
| | | <i>E-W</i> | <i>N-S</i> | |
| <i>México D.F, SCT</i> | <i>Componente E-W y N-S</i> | <i>E-W</i> | <i>N-S</i> | |
| 19/09/1985 | 180.08 | 1.58 | 0.89 | 18,008 |

Capítulo 6

PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

6.1 Introducción

Como la parte más importante del proceso de evaluación, se construyó la curva de capacidad de los modelos M8N y M17N mediante las técnicas de IDA, análisis del empujón y análisis modal espectral evolutivo.

6.2 Curva de capacidad

Aquí se presentó la dificultad de comparar la curva de capacidad obtenida con el método modal evolutivo al haber inconsistencia entre la demanda de desplazamiento a iguales intensidades (ver fig. 6.1). De ahí que se propusiera un algoritmo de corrección a la curva de capacidad mediante el cálculo de amortiguamientos equivalentes, para obtener una curva de capacidad no solo consistente en forma si no en cuanto a la relación de desplazamientos e intensidades, para poder ser comparada con la curva CCR (ver fig. 6.4).

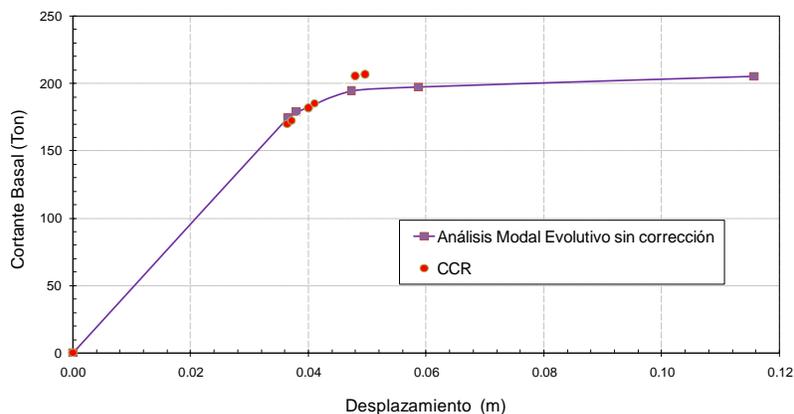


Figura 6.1 Curva de capacidad para el modelo M8N

De acuerdo a los resultados y tomando como referencia la curva de capacidad obtenida empleando un análisis dinámico incremental, denominada como curva CCR (Curva de Capacidad de Referencia), se observa que el método del empujón presenta una mayor diferencia que el método modal evolutivo, en cuanto a rigidez elástica, rigidez de posfluencia, desplazamiento y cortante basal. (ver fig. 6.2 y 6.3).

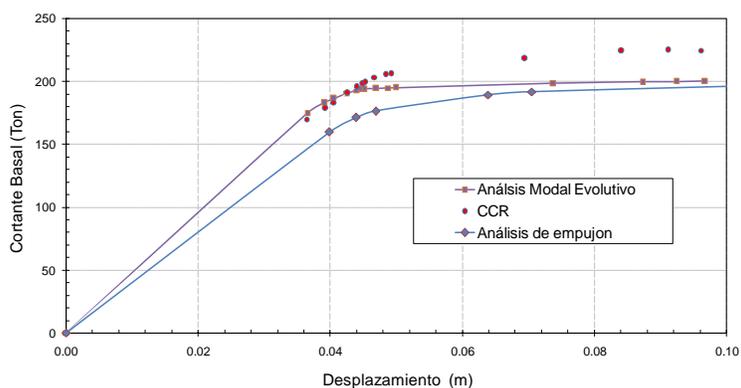


Figura 6.2 Curvas de capacidad para el modelo M8N

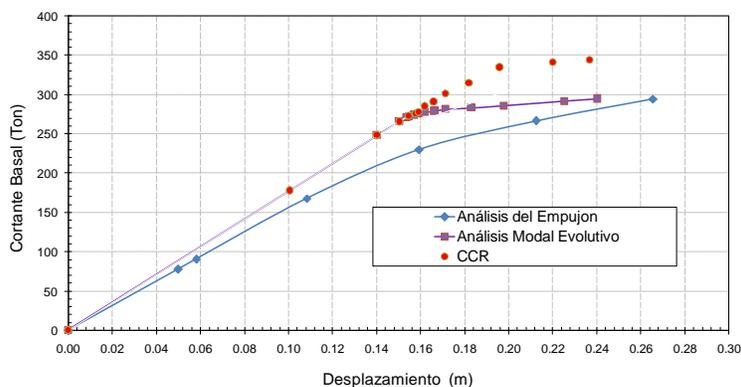


Figura 6.3 Curvas de capacidad para el modelo M17N

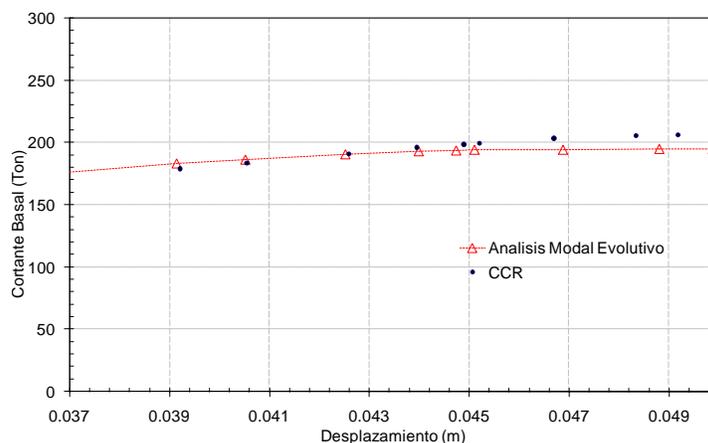


Figura 6.4 Confrontación de respuesta a una misma intensidad, modelo M8N

El método modal evolutivo presenta una rigidez elástica similar, la demanda de desplazamiento es comparable con la CCR a intensidades iguales, verificable gráficamente con el acercamiento de la fig. 6.4. Sin embargo, la resistencia obtenida es menor.

En las figs. 6.5 y 6.6 se grafican los porcentajes de error acumulado para diferentes factores de intensidad sísmica, por ejemplo, un factor de uno implica que la demanda es aplicada al 100%.

Las diferencias de desplazamiento a una misma intensidad aumentan a medida que se incrementa el daño. En términos de porcentaje se observa, que cuando el daño es mínimo el error acumulado es menor al 2% y cuando se presenta el daño máximo el error acumulado llega hasta un 9%. (ver fig. 6.5 y 6.6). Es importante señalar, que aplicando otros métodos o el mismo análisis modal evolutivo sin corrección (ver fig. 6.1) se obtienen errores mayores al 9%, ya que estos métodos no consideran cambio de amortiguamiento debido a la disipación de energía histerética. En el caso del análisis del empujón no es posible contar con la información de la respuesta a cierta intensidad por ser un análisis estático no lineal; no obstante, es posible calcularla empleando un método simplificado de evaluación sísmica como los expuestos en el capítulo 2.

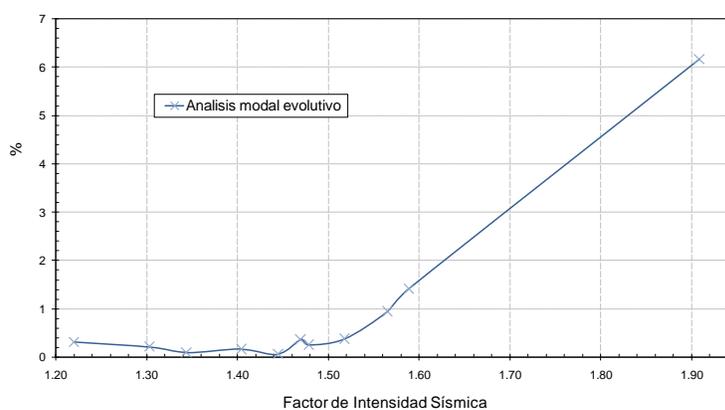


Figura 6.5 Porcentajes de error acumulado para el modelo M8N

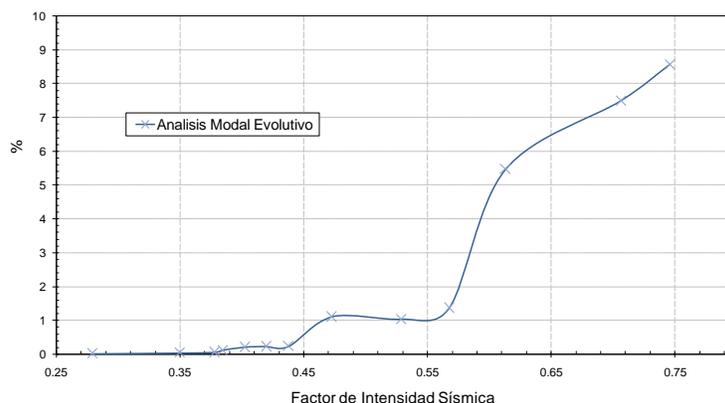


Figura 6.6 Porcentajes de error acumulado para el modelo M17N

6.3 Curva de capacidad con diferentes parámetros histeréticos

Se observa a continuación las curvas de capacidad del modelo M8N obtenidas mediante análisis dinámicos incrementales y utilizando tres tipos de reglas de histéresis HN2 (ver figura 6.7), HN5 (ver fig. 6.8) y HN14 (ver fig. 6.9) definidas en el programa CANNY-E. Se utilizó la siguiente nomenclatura para identificar los diferentes modelos: DRI significa que el modelo tiene degradación de rigidez, DRE que el modelo tiene degradación de resistencia y DRYR cuando cuenta con degradación de rigidez y resistencia. En la fig. 6.10 se incluyen todas las curvas de capacidad obtenidas.

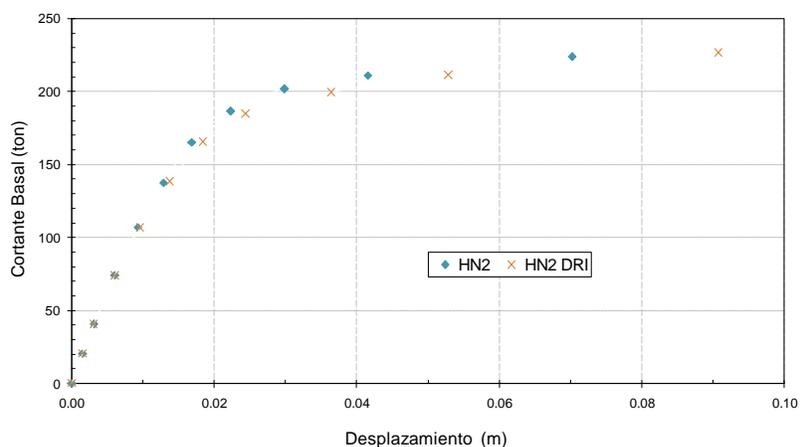


Figura 6.7 Curvas de capacidad con modelo histerético HN2 (Modelo M8N)

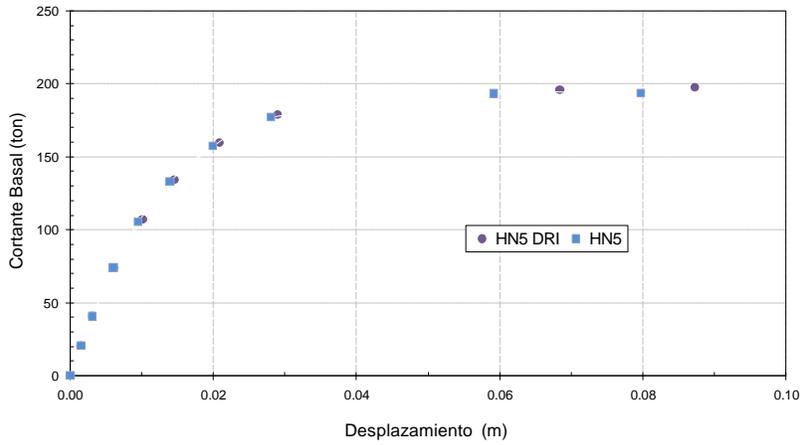


Figura 6.8 Curvas de capacidad con modelo histerético HN5 (Modelo M8N)

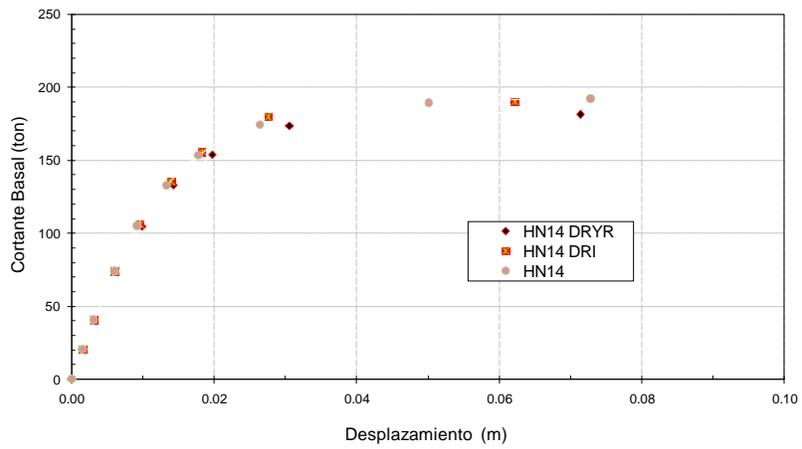


Figura 6.9 Curvas de capacidad con modelo histerético HN14 (Modelo M8N)

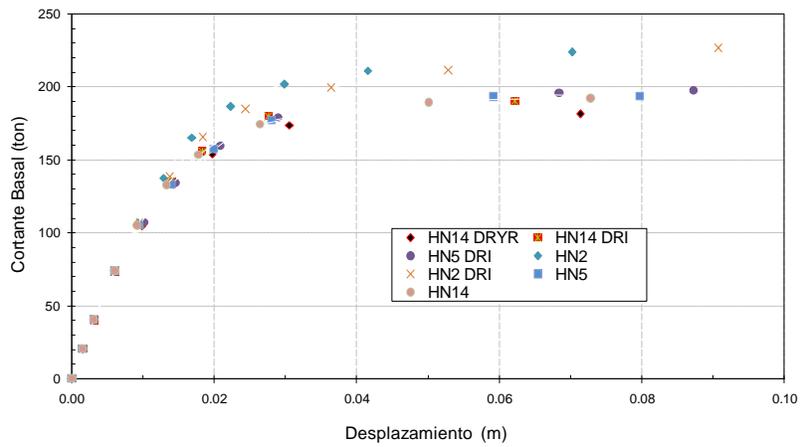


Figura 6.10 Curvas de capacidad con modelos histeréticos

En las figuras 6.11 y 6.12 se obtuvo el porcentaje de diferencia en desplazamiento y cortante basal respectivamente, para cada intensidad sísmica. A medida que se incrementa el daño las diferencias se incrementan, esto debido a que una mayor cantidad de elementos incursionan en el intervalo de comportamiento no lineal.

Para evaluar la degradación de rigidez se comparan los modelos HN2 y HN2 DRI, encontrándose una diferencia máxima de 22% en desplazamientos y 1.1% en cortante basal, para los modelos HN5 y HN5 DRI la diferencia es de 15.61% en desplazamientos y 1.6% en cortante basal y por último para HN14 y HN14 DRI es 24.11% en desplazamientos y 3.18% en cortante basal. (ver figs. 6.11 y 6.12)

En la figura 6.12, se observa que las diferencias en cortante basal en su mayoría son menores al 2%, estos son relativamente bajos, por lo que se concluye que la degradación de rigidez y resistencia no afecta de manera significativa la capacidad de cortante basal.

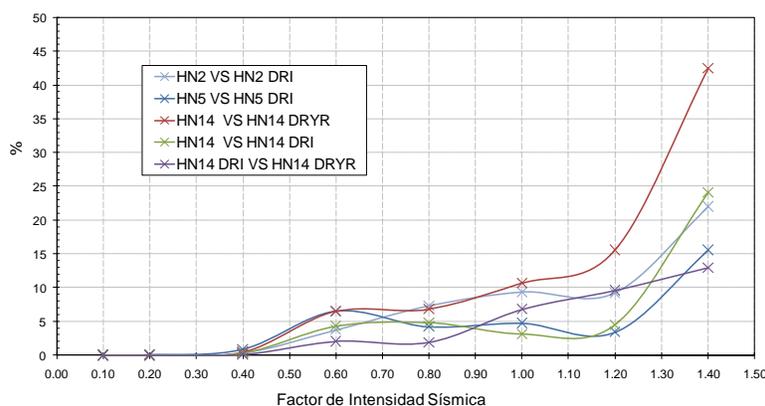


Figura 6.11 Porcentaje de diferencia en desplazamiento a diferentes intensidades

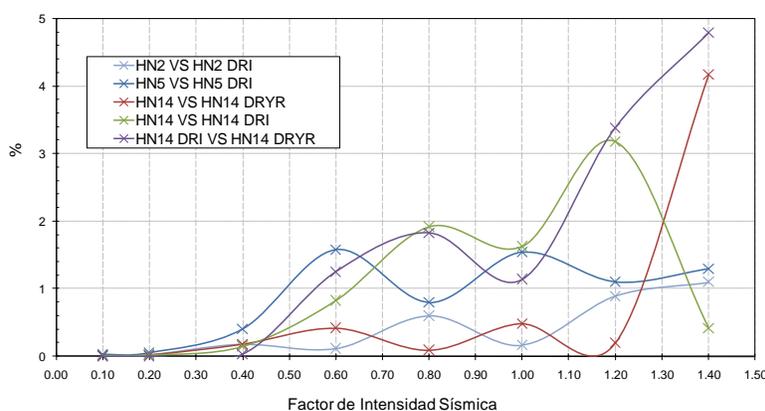


Figura 6.12 Porcentaje de diferencia en cortante basal a diferentes intensidades

Para evaluar simultáneamente la degradación de rigidez y resistencia comparamos HN14 y HN14 DRYR obtenemos 42.53% en desplazamiento y 4.18% en cortante basal. (ver figs. 6.11 y 6.12)

Al aumentar el daño, generalmente las diferencias en desplazamientos aumentan, encontrándose la diferencia máxima a la intensidad máxima (ver figura 6.11). El tipo de regla de histéresis empleado tendrá un efecto de hasta un 66.67% en desplazamiento y 10% en cortante basal. En la tabla 6.1 se resumen algunos resultados.

Tabla 6.1 Diferencias máximas en desplazamiento

| | Modelos Comparados | %Diferencia Máxima | |
|--|-------------------------------|---------------------------|-----------------|
| | | Desplazamiento | Cortante |
| <i>Degradación de rigidez</i> | HN2 VS HN2 DRI | 22 | 1.1 |
| <i>Degradación de rigidez y resistencia</i> | HN14 VS HN14 DRYR | 42.53 | 4.18 |
| <i>Tipo de regla de histeresis</i> | HN2 VS HN14 DRYR | 66.67 | 10 |

El valor de 66.67% para desplazamiento y 10% para cortante basal parecen valores elevados, pero se debe tomar en cuenta que se comparó el modelo HN2 que es elastoplástico sin ningún tipo de degradación y un modelo complejo como el HN14 con degradación de rigidez y resistencia.

Capítulo 7

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 Conclusiones

- El análisis modal evolutivo, tal como lo plantea *Alba (2005)*, presenta respuestas inconsistentes en el comportamiento, tomando como referencia la respuesta estimada empleando un IDA, la curva de capacidad es parecida en forma, pero a iguales intensidades presenta una respuesta significativamente diferente.
- Se propone un algoritmo de corrección basado en el cálculo sucesivo de porcentajes de amortiguamiento equivalente, para incluir a la estructura un amortiguamiento sustituto. Este, es un artificio para considerar en el análisis modal evolutivo la disipación por energía de deformación inelástica.
- Con base en los resultados, se puede concluir que la curva de capacidad construida con un análisis modal espectral evolutivo, tal como se explica en la sección 3.4.1.2, es una aproximación razonable a la curva que se obtendría empleando un Análisis Dinámico Incremental. Es una buena alternativa para estimar el comportamiento no lineal global de una estructura de concreto reforzado, ya que este método tiene la ventaja de que no solo genera una curva de capacidad que muestra el comportamiento global de la estructura, logrando relacionar de una manera muy aproximada los niveles de demanda de desplazamiento con niveles de intensidades sísmica comparables a los que se obtendrían con un *IDA*. El error acumulado máximo en desplazamiento generalmente es menor al 9%.

- Se puede utilizar la curva construida empleando el análisis modal espectral evolutivo, como un medio de evaluación sísmica directo, claro y sencillo, comparado con los métodos de evaluación existentes, entre los que se encuentran el método del espectro de capacidad y el método de los coeficientes.
- En el análisis dinámico no lineal la respuesta estructural es muy sensible a los parámetros que sirven para modelar el comportamiento histérico, encontrándose diferencias de hasta el 66.67%, estos parámetros deberán ser seleccionados con fundamentos para tener una respuesta con un nivel aceptable de certidumbre. Por ello, para el análisis no lineal de estructuras de concreto reforzado, es necesario calibrar los valores de los parámetros realizando pruebas experimentales.
- La degradación de rigidez y resistencia se ve reflejada generalmente en un aumento del desplazamiento de 42.53 %, para nivel de intensidad sísmica elevada
- La regla de histéresis empleada tendrá un efecto en el valor del cortante basal y desplazamiento, encontrándose diferencias del 10% y 66.67% respectivamente, cuando en la estructura se presente un daño considerable.
- La influencia de la degradación de rigidez y resistencia tiene un efecto despreciable en el valor del cortante basal, siendo menor al 5%.

7.2 Recomendaciones

Para estudios posteriores, es recomendable realizar lo siguiente:

- Comparar el comportamiento de los edificios a nivel local (secuencia de formación de articulaciones plásticas, nivel de rotación de elementos, etc.), utilizando los métodos de construcción de la curva de capacidad.
- Emplear modelos de edificios tridimensionales con la finalidad de considerar los efectos de la torsión y comprobar o modificar la metodología del análisis modal espectral evolutivo.
- Modificar el procedimiento del análisis modal espectral evolutivo para considerar los efectos de la degradación de rigidez y deterioro de resistencia.
- Considerar efectos P- Δ e interacción suelo estructura.

- Estudiar la influencia de otras reglas de histéresis y otros parámetros de interés como el “pinching”, en la construcción de la curva de capacidad. El modelo HN15 del CANNY es una buena alternativa, ya que considera la degradación de rigidez, deterioro de resistencia y adelgazamiento de los ciclos histeréticos, es un modelo con grandes similitudes al modelo de los 3 parámetros de Park.
- Evaluar el comportamiento de la estructura con el método propuesto y compararlo con el método de los coeficientes y el método del espectro de capacidad.

REFERENCIAS

Alba F. (2005), **“Método para la evaluación del desempeño sísmico de marcos planos”**, Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

Albanesi T., Nuti C. y Vanzi I. (2000) **“A Simplified Procedure to Asses the Seismic Response of Nonlinear Structures”**, Earthquake Spectra. vol.16, pp.715-734

Antoniou S. y Pinho R., (2004), **“Development and verification of a displacement-based adaptativo pushover procedure”**, Journal of Earthquake Engineering, vol 8(4), pp. 497-522

ATC-40 (1996), **“Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings”**, Applied Technology Council, Redwood City, California.

Aydinoglu M.N. (2003), **“An incremental response spectrum analysis based on inelastic spectral displacements for multi-mode seismic performance evaluation”**, Bulletin of Earthquake Engineering, Vol.1, pp. 3-36.

Bracci J., Kunnath S. y Reinhorn A., (1997), **“Seismic performance and retrofit evaluation of reinforced concrete structures”**, Journal of Structural Engineering, vol 123(1), pp. 3-10. .

Brandon W., Joann B. y Matamoros A. (2006) **“A simplified method to estimate nonlinear response with an approximate linear analysis for reinforced concrete structures ”** Structural engineering and materials laboratory, University of Kansas, SM Report No.83. pp. 116

Carr J. A. (2002), **“Ruaumoko, Inelastic Dynamic Analysis Computer Program”**, University of Canterbury, Christ Church, Nueva Zelanda .

Chopra A. K., (1995) **“Dynamic of Structures – Theory and Applications to Earthquake Engineering”** Prentice-Hall Inc, Englewood Cliffs, NJ, EUA 729p

Chopra A. y Goel R., (1999), **“Capacity-Demand-Diagram methods for estimating seismic deformation of inelastic structures: SDF systems”**, Report No. PEER-1999/02, Pacific Earthquake Engineering Research Center, pp. 73.

-
- Chopra A. y Goel R., (2001), **“A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings”**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 31, pp. 561-582.
- Clough, R.W, y Johnston S. B. (1966), **“Effect of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirements”**, Proceedings, Second Japan National Conference on Earthquake Engineering, pp. 227-232.
- Clough R. W., Penzien J., (1993) **“Dynamic of Structures”** Second Edition, McGraw-Hill, Nueva York, NY, EUA, 648p
- CSI (2009), **“SAP 2000, Integrated finite element analysis and design of structures”**, Computers and Structures Inc; Berkley, CA. EUA.
- CSI (2008), **“Section Builder, Generation of steel, concrete and composite cross sections”**, Computers and Structures Inc; Berkley, CA. EUA.
- EC8 (2003), **“Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. General rules, seismic actions and rules for buildings”**, EN1998-1:2003, British Standards Institution, London
- Elanashai A., Papanikolaou V. y Lee D. (2002), **“Zeus-NL Program for Inelastic Dynamic Analysis of Structures, User Manual”**, Mid-América Earthquake Center, University of Illinois at Urbana Champaign.
- Fajfar P. (2000), **“A Nonlinear Analysis Method for Performance Based Seismic Design”**, Earthquake Spectra, Vol. 16, No.3, pp. 573-592.
- Fajfar P. y Gaspersic P. (1996), **“The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings”**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 25, pp. 31-46.
- FEMA (2000), **“FEMA 356, Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings”**, Federal Emergency Management Agency, Washington D.C. EUA.
- Freeman S. A., Nicoletti, J. P. y Tyrell, J. V. (1975). **“Evaluations of existing buildings for seismic risk a case study of Puget Sound Naval shipyard, Bremerton, Washington”**, Proceedings of the 1st U.S National Conference on Earthquake Engineering, EERI, Berkeley, Cal, pp. 113-122
- Freeman S. (1978), **“Prediction of response of concrete buildings to severe earthquake motions”**, Proceedings of Douglas McHenry International Symposium on Concrete and Concrete Structures, Detroit, pp. 589-605.
- Gillies A.(1979), **“Post-elastic dynamic analysis of three-dimensional frame structures”**, Report No. 218, Dept. of Civil Eng; Univ. of Auckland, School of Eng; Nueva Zelanda.
- Gulkan P, Sozen M. (1974), **“Inelastic response of reinforced concrete structures to earthquake motions”**, ACI Journal, vol. 71, pp. 604-610
-

-
- Iwan WD. (1980), **“Estimating inelastic response spectra from elastic spectra”**, Earthquake Engineering and Structural Dynamic, vol. 8, pp. 375-388
- Jacobsen LS. (1930), **“Steady forced vibrations as influenced by damping”**, Transactions ASME, vol. 52, pp. 169-181
- Jennings P.C. (1963), **“Response of Simple Yielding Structures to Earthquake Excitation”**, Ph.D. Thesis, California Institute of Technology, Pasadena.
- Kowalsky MJ (1994), **“Displacement-based design a methodology for seismic design applied to RC bridge columns”**, Master’s Thesis, University of California at San Diego, La Jolla, California.
- Krawinkler H. (1994) **“New trends in seismic design methodology”**, Proceedings of the Tenth European Conference on Earthquake Engineering. Vienna, Balkema, Rotterdam. vol.2, pp.821-830
- Li, K. N.(1996), **“CANNY-E, Three-Dimensional Nonlinear Dynamic Structural Analysis Computer Program Package, Users and Technical Manual”**, Canny Consultants PTE LTD, Singapur.
- Lin Y.Y. y Chang K. C. (2003) **“An Improved Capacity Spectrum Method for ATC-40”**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol.32, pp.2013-2025
- Newmark, N.M. (1959) **“A Method of Computation for Structural Dynamics”**, ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division. Vol. 85 No. EM3
- Newmark N. , Rosenblueth E. (1971), **“Fundamentals of Earthquake Engineering”**, Prentice Hall: Englewood.
- Niño M. (2008), **“Desarrollo y aplicación de espectros de peligro uniforme en la evaluación y diseño sísmico de estructuras basadas en el desempeño”**, Tesis de Doctorado, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- NTCDS (2004), **“Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo”**, Gaceta Oficial del Distrito Federal
- Ortega, J. (2001), **“Efecto de la variación del periodo fundamental en la respuesta sísmica inelástica de edificios torsionalmente acoplados”**, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- Otani, S. (1974), **“Inelastic analysis of R/C frame structures”**, Journal of Structural Division, ASCE, pp. 1433-1449.
- Panagiotakos B. y Fardis M. N. (2001), **“Deformations of reinforced concrete members at yielding and ultimate”**, ACI Structural Journal, vol.98(2), pp.135–148
- Park, Y. J; Reinhorn, A. M. , y Kunnath, S. K. (1987), **“IDARC: Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Frame – Shear – Wall Structures”**, Technical Report NCEER-87-0008, State University of New York at Buffalo, Buffalo N.Y. EUA.
-

Powell G. y Campbell S. (1993), **“DRAIN-3DX: Static and Dynamic Analysis of Inelastic 3D Structures”**, University of California, Berkeley California.

RCDF (2004), **“Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal”**, Gaceta Oficial del Distrito Federal.

Ramber, W., y Osgood W.R. (1943), **“Description of Strees-Strain Curves by Three Parameters”**, National Advisory Committee on Aeronautics, Technical Note 902.

Requena M. y Ayala G. (2000), **“Evaluation of a simplified method for the determination of the nonlinear seismic response of RC frames”**, Proceedings of the Twelfth World Conference on Earthquake Engineering, Auckland, Nueva Zelanda, artículo No. 2109.

Rosenblueth E. y Herrera I., (1964), **“On a kind of hysteretic damping”**. Journal of Engineering Mechanics Division ASCE, vol, 90, pp.37– 48.

Saiidi. M. y Sozen M. A. (1981), **“Simple nonlinear seismic analysis of R/C structures”**, Journal of Structural División ASCE, vol 107, pp. 937-952.

Sasaki, K.K., Freeman, S.A. and Paret, T.F (1998), **“Multimodal Pushover Procedure (MMP) A Method to Identify the Effects of Higher Modes in a Pushover Analysis”**, Proceedings of the Sixth US National Conference on Earthquake Engineering, Oakland, California, 12p

Shibata A y Sozen M. (1976), **“Substitute structure method for seismic design in R/C”**, Journal of Structural División ASCE, vol 102, pp. 1-18.

Takeda, T., Sozen, M. A., y Nielsen, N. N. (1970). **“Reinforced concrete response to simulated earthquakes”**, Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 96, N°ST12, pp. 2557-2573.

Vamvatsikos D. y Cornell C. A., (2002), **“Incremental Dynamic Analysis”**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 31(3), pp. 491-514

Varela J. (1996), **“Evaluación del comportamiento de un edificio alto de concreto reforzado, diseñado con los reglamentos de México y Japón”**, Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

Wilson E. (2002) **“Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures A Physical Approach With Emphasis on Earthquake Engineering”** Third Edition, Computers and Structures, Inc, Berkeley California, EUA.

Wilson E. L. (1962) **“Dynamic Response by Step By Step Matrix Analysis”**, Proceedings, Symposium On The Use of Computers in Civil Engineering. Laboratorio Nacional de Engenharia Civil. Lisbon, Portugal.

