

Tesis

SISTEMA PARA ANÁLISIS FOTOACÚSTICO DIFERENCIAL

presentada por

Físico Jorge Andrade Herrera

Para obtener el grado en
maestría en Ingeniería eléctrica.
(opción instrumentación)

Director de tesis

Dr. Mayo Villagrán Muniz

DEPFI, UNAM.

septiembre de 2005



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis padres

y

a mi familia.

Agradecimientos.

Al Dr. Mayo Villagrán Muniz por su amistad, sus conocimientos que me transmitió, su guía académica y los ánimos que me dió para la realización de este trabajo.

Al resto del jurado compuesto por el Dr. Marcos Ley Koo, Dr. Guillermo Monsivaís Galindo, Dra. Margarita Navarrete Montesinos y a la Dra. Catalina Stern Forgach, por sus comentarios a este trabajo, que fueron de mucha utilidad y me sirvieron para enriquecer el contenido de la tesis.

A la Dra. Rosalba Castañeda Guzmán por su amistad, compartir sus conocimientos en el análisis de transiciones de fase por efecto fotoacústico y proporcionarme las muestras con las que hice parte de este trabajo.

Al Dr. Hugo Martín Sobral por su amistad y por compartir sus conocimientos de óptica y los de manipulación de los instrumentos del laboratorio.

Agradezco a mis amigos el Dr. Enrique López Moreno y a la Dra. Patricia Goldstein Menache por sus comentarios y aclaración de algunos conceptos acerca de óptica y procesos termodinámicos.

También quiero agradecer a mis maestros del posgrado los valiosos conocimientos que me enseñaron. A mis amigos que me animaron en esta parte profesional como el Dr. Rodolfo P. Martínez y Romero, Físico Juan Américo González Menéndez y los demás compañeros de trabajo.

Por último quiero dar las gracias a la UNAM por el uso de sus instalaciones y el apoyo en general para la realización de mis estudios de posgrado y el llevar a cabo este trabajo.

CONTENIDO

ÍNDICE TEMÁTICO	1
RESUMEN	3
INTRODUCCIÓN	4
CAPÍTULO 1 TÉCNICAS DE ANÁLISIS TÉRMICO.	6
1.1 Termogravimétrica (TG o TGA).	6
1.2 Termogravimétrica derivativa (DTG).	7
1.3 Termodiferencial (DTA).	7
1.4 Calorimétrica diferencial de barrido (DSC).	8
1.5 Calorimétrica diferencial de barrido modulado (MDSC).	9
1.6 Termodilatometría (TMA).	9
1.7 Termomecanometría dinámica o mecánica dinámica (DMA).	9
1.8 Termoacustometría.	10
1.9 Termosonometría (TS).	10
1.10 Termooptometría.	11
1.11 Térmica de muestra controlada (SCTA).	11
1.12 Celda fotoacústica.	12
1.13 Fotoacústica con láser pulsado.	12
CAPÍTULO 2 ULTRASONIDO.	14
2.1 Velocidad de propagación de las ondas en sólidos.	14
2.2 Velocidad de propagación de las ondas en líquidos.	17
2.3 Velocidad de propagación de las ondas en gases.	19
2.4 Impedancia acústica característica.	19
2.5 Reflexión y transmisión de ondas que inciden perpendicularmente en la interfaz plana de dos medios.	22
2.6 Guía acústica.	24
2.7 Detectores de ultrasonido.	24
2.7.1 Coeficiente de acoplamiento y un circuito eléctrico equivalente de un piezoelectrico.	25
2.7.2 Respuesta eléctrica de un piezoelectrico al aplicar presión que varía con el tiempo.	27
CAPÍTULO 3 INTERACCIÓN DE LUZ CON MATERIA.	32
3.1 Energía de una onda electromagnética.	32
3.2 Modos de oscilación de una cavidad láser	39
3.3 Irradiancia de luz láser.	41
3.4 Reflexión y transmisión.	41
3.5 Longitud de penetración óptica.	42

3.6	Conversión de energía luminosa a energía acústica: efecto fotoacústico. . . .	45
CAPÍTULO 4 DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y FUNCIONAMIENTO.		
4.1	Fuente de luz.	48
4.2	Expansión, colimación y enfoque.	50
4.3	Divisor de haz.	50
4.4	Medición de la energía luminosa.	50
4.5	Director del haz de luz.	51
4.6	Detección de la señal acústica.	52
4.6.1	Transductor piezoeléctrico.	52
4.6.2	Guías acústicas.	61
4.7	Horno.	63
4.8	Muestras.	64
4.9	Procesamiento y programa de control.	66
4.9.1	Procesamiento de las señales.	66
4.9.2	Programa computacional.	71
4.9.2.1	Obtención de los datos.	71
4.9.2.2	Revisión de los datos después de terminar el proceso. . . .	74
CAPÍTULO 5 FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA.		
CONCLUSIONES.		
	Recomendaciones y comentarios.	87
APÉNDICE A		
A.1	Energía y potencia promedio.	90
A.2	Función de correlación.	90
A.2.1	Para secuencia continua e infinita de datos.	90
A.2.2	Para secuencia discreta infinita y finita de datos.	94
A.2.2.1	Incertidumbre de la correlación cruzada normalizada para desplazamiento nulo de dos secuencias discretas y finitas de datos.	97
APÉNDICE B		
ESPECTRO DE DENSIDAD DE ENERGÍA DE UN OSCILADOR LINEAL AMORTIGUADO.		
		99
APÉNDICE C		
MEDICIÓN DE DATOS ACÚSTICOS DE SÓLIDOS.		
		104
APÉNDICE D		
INTERFASE DEL MOTOR A PASOS.		
		106
REFERENCIAS		
		110

RESUMEN

Se construye un sistema automatizado que registra los cambios en las propiedades acústicas de una o dos muestras sólidas en función de la temperatura en tiempo real. Además, hay la opción de registrar la energía luminosa aplicada a cada muestra en función de la temperatura.

El sistema se compone de: un láser pulsado, un director del haz de luz, dos guías acústicas, dos detectores acústicos, un osciloscopio, un horno con control de temperatura, un radiómetro (opcional) y una computadora personal. El registro y el análisis de datos se realiza conforme aumenta (o disminuye) la temperatura. Para cada temperatura el proceso es como sigue: pulsos de luz láser inciden sobre una muestra, la luz absorbida genera ondas acústicas que se propagan en la muestra y luego en una guía acústica conectada a un detector acústico, que proporciona la señal eléctrica que es registrada por el osciloscopio. Éste envía el oscilograma promedio a la computadora en donde se aplica el análisis de las señales en base de la correlación cruzada normalizada con desplazamiento nulo (CCNDN).

Los diferentes valores de la CCNDN en función de la temperatura de la muestra se despliegan en la pantalla de la computadora. La gráfica desplegada presenta un perfil de comportamiento acústico durante el proceso térmico.

También se realiza el desarrollo teórico de la aplicación de la CCNDN a dos funciones sinusoidales amortiguadas que contienen frecuencias y constantes de amortiguamiento iguales, que la función respuesta eléctrica del detector acústico. Se encuentra que el valor de la CCNDN es función solamente de las fases entre las dos funciones correlacionadas.

Se concluye que, por efecto fotoacústico con pulsos de luz de 532 nm y 1064 nm el sistema registra el cambio de las propiedades acústicas de muestras con espesores desde 10 micrómetros hasta 10 mm en función de la temperatura, desde temperatura ambiente hasta 770 K, en tiempo real.

INTRODUCCIÓN

En el Laboratorio de fotofísica del CCADET desde hace tiempo se realizan investigaciones de las propiedades de materiales en función de la temperatura o a temperatura ambiente usando el efecto fotoacústico con láser pulsado. En la investigación del cambio de las propiedades del material en función de la temperatura, es necesario que el investigador esté manipulando frecuentemente los instrumentos durante mucho tiempo. En función de la rapidez del cambio de la temperatura de la cavidad a donde está la muestra, el tiempo de registro puede ser desde unas 2 hasta 10 horas.

Debido a la necesidad de incrementar los estudios acerca de las propiedades de materiales se ha planteado la necesidad de contar con algún instrumento o sistema instrumental que libere al investigador de la repetición en la manipulación de los instrumentos.

Con esta idea y por el hecho de que hay conocimiento suficiente acerca de lo que el sistema instrumental debe realizar, se propuso la realización de este trabajo, el cual tiene la finalidad de construir un sistema instrumental que después de que el usuario ha preparado, colocado la muestra y configurado el sistema, éste registre y procese automáticamente los datos.

La presentación de este trabajo es como sigue:

- El capítulo 1 es un resumen de las técnicas más utilizadas con las que se realiza análisis de las propiedades de los materiales en función de la temperatura, incluyendo la técnica fotoacústica.

- En el capítulo 2 se presenta la teoría acerca de las ondas en medios elásticos, como son las ondas volumétricas, longitudinales y transversales. No se presenta la teoría correspondiente a las ondas que aparecen en geometrías particulares entre dos medios.

Con el propósito de comprender los requisitos de dos medios elásticos para que haya la mayor transferencia de energía acústica, se explica qué es la impedancia acústica. Se discute lo que ocurre cuando una onda llega a la interfaz plana entre dos medios elásticos y los requisitos de una guía acústica para que se transmita la mayor cantidad de energía acústica.

También se plantean los requisitos que debe tener un sensor acústico piezoeléctrico que es utilizado en la detección de señales acústicas que contienen componentes de frecuencias menores que 100 MHz.

- En el capítulo 3 se presenta la teoría de cómo una onda electromagnética, en particular la luz, lleva energía y cómo es depositada al llegar a la superficie de un medio o interfaz entre dos medios.

Con base en propiedades ópticas, mecánicas y termodinámicas se discute en qué condiciones ocurre el efecto fotoacústico.

Se calcula el intervalo de frecuencias acústicas obtenidas por efecto fotoacústico, cuando ocurre un incremento de la irradiancia sobre un sólido.

- En el capítulo 4 se describe qué es el *sistema para análisis fotoacústico diferencial* con las características de cada una de sus componentes, se presenta la teoría del procesamiento que se hace a los datos y se describe el funcionamiento del sistema y cómo se presentan los resultados al usuario.
- El capítulo 5 contiene los resultados obtenidos con dos muestras analizadas. Se discute otras formas de procesar los datos, cómo se determina el *intervalo de confianza* o también denominada *incertidumbre* del procesamiento. También se presentan los comportamientos de algunas partes del sistema y sugerencias para mejorar el funcionamiento de éste.
- En conclusiones se hace una revisión de los beneficios y limitaciones de este sistema instrumental. Además, con el propósito de limitar y mejorar el funcionamiento del sistema se hacen algunas recomendaciones para modificar sus componentes.
- Para finalizar, se presentan los apéndices de A) la teoría de la correlación cruzada normalizada y el desarrollo teórico para obtener el intervalo de confianza de la correlación cruzada normalizada, B) la teoría que describe la respuesta eléctrica de los detectores acústicos utilizados, C) algunas mediciones para conocer las características acústicas de los materiales usados en la construcción de las componentes acústicas del sistema y D) la descripción de la interfase para controlar el motor a pasos que es usado para girar el espejo que orienta al haz de luz.

TÉCNICAS DE ANÁLISIS TÉRMICO.

En forma breve se presentan algunas técnicas para analizar propiedades de materiales en función de la temperatura.

1.1 Termogravimétrica (TG o TGA).

Con esta técnica se mide la masa m de la muestra en función de la temperatura T o el tiempo [1, 2, 3].

La descripción general del instrumento es A) una balanza que tiene en general capacidad de 1 g y sensibilidad de 1 μg , B) la muestra con su sensor de temperatura está dentro de una cámara en la que se puede introducir algún gas que fluya a presión atmosférica o que se mantenga a determinada presión.

La gráfica $m(T)$ se presenta en una graficadora o en una computadora, según sea el fabricante. Si se usa computadora, con los programas hechos por el fabricante se presentan algunos valores característicos de la gráfica $m(T)$.

La información que se puede obtener de la gráfica $m(T)$ es:

- Reacción con el gas, registrado como cambio de masa. Por ejemplo si hay oxidación el cambio de masa es registrado como incremento de ella [1].
- Si la temperatura está incrementándose y si ocurre disminución de masa, en función del tipo de muestra y a la temperatura en que ocurre la disminución de masa, se conoce el tipo de gas expelido y por lo tanto la estequiometría de la reacción que puede resultar en sublimación, descomposición o combustión [1].
- Proporción de compuestos. Por ejemplo en aceites minerales se busca la proporción de compuestos orgánicos e inorgánicos [1, 2, 3].
- Presión de vapor [1, 2, 3].

En función de los tamaños de la cámara y de la muestra, la rapidez de calentamiento es de 10 a 100 K/minuto [1, 2].

[1] Antes de hacer el análisis es común precalentar la muestra para deshidratarla. El precalentamiento puede ser, aumentar la temperatura del recipiente o irradiarlo con luz infrarroja o con microondas. Cuando se utiliza microondas a veces la muestra es mezclada con alúmina Al_2O_3 u óxido de titanio TiO_2 para aumentar la absorción de las microondas.

Los recipientes de la muestra y referencia son de teflón o sílice para reducir la absorción de las microondas por cada recipiente.

La cámara se llena con algún gas, que puede ser inerte, oxidante, reductor o corrosivo, con flujo continuo a presión atmosférica, 100 kPa, o con presión entre 100 μ Pa y 3 MPa. Para cada gas, presión, temperatura y volumen de la muestra se hace la corrección del efecto del empuje de Arquímedes. Si la presión del gas es entre 10 mPa y 270 Pa se hace la corrección por efecto del flujo ascendente del gas sobre la muestra.

También es necesario hacer la corrección por el aumento de masa aparente debido al empuje que ejercen los gases expelidos por la muestra a menos que se determine la presión de vapor y por las fuerzas debidas a carga electrostática.

Hay que tomar en cuenta que la temperatura de la muestra puede estar retrasada hasta en 30 K respecto a la del recipiente debido a, la rapidez del cambio de la temperatura del recipiente o por la rapidez de difusión de la energía térmica o por lo que ocurre en la muestra.

Si $dm/dt = 0$, se puede perder información o ésta es errónea acerca de lo que sucede en la muestra [2], por tal causa se automatiza el instrumento para que ocurra la condición $dT/dt \neq 0$. Si ocurre que $dm/dt \neq 0$ el instrumento se autoconfigura para que la condición sea $dT/dt = 0$. La técnica que tiene estas modificaciones se denomina *Análisis termogravimétrico de resolución alta* (HG-TGA).

1.2 Termogravimétrica derivativa (DTG).

Si en un instrumento que se utiliza para TGA es difícil reconocer el inicio o el final de un cambio en la gráfica $m(T)$, en el mismo instrumento se elige la opción de procesar los datos de tal manera que se presente la grafica dm/dT [1, 2, 3]. Con este procesamiento es posible identificar cambios suaves que ocurren en la muestra.

1.3 Termodiferencial (DTA).

Es la técnica más utilizada en la cual se registra la diferencia de temperatura ΔT entre la muestra que se analiza y una muestra de referencia.

[1] Las muestras están en dos recipiente idénticos cada uno con su sensor de temperatura. Los recipientes están dentro de otro recipiente de mayor masa y conductividad térmica alta. Esto último es para transmitir rápidamente la energía térmica a las muestras. Todo el conjunto se encuentra dentro de una cámara para que se pueda introducir algún gas.

El principio de funcionamiento del instrumento está basado en que si se supone que en la muestra:

- A. Hay un proceso endotérmico, entonces la muestra absorbe energía térmica de sus alrededores, principalmente de su recipiente. El cambio de temperatura ΔT en este recipiente es el que registra el sensor de temperatura que está cerca de la muestra.
- B. Hay un proceso exotérmico, entonces la muestra libera de energía y en consecuencia el recipiente de la muestra incrementa su temperatura. Este cambio de temperatura ΔT es también detectado por el sensor térmico.

Por lo tanto en la gráfica $\Delta T(T)$ se presenta la ocurrencia de procesos endotérmicos y exotérmicos. En esta gráfica se tiene que especificar en el eje ΔT hacia dónde se grafica el cambio de temperatura para reconocer cuándo ocurre uno de estos procesos.

Cuando se deshidrata la muestra con microondas, como éste es un proceso de absorción de energía, en la gráfica $\Delta T(T)$ es registrado como un evento endotérmico.

Hay que recordar que debido al tiempo de difusión de la energía térmica, debe transcurrir cierto tiempo para que la muestra regrese a la temperatura que tenía antes del cambio.

Algunos ejemplos de lo que se puede determinar con DTA son: la temperatura de fusión y la posterior generación del diagrama de fases, la temperatura de cristalización y la temperatura de Curie.

1.4 Calorimétrica diferencial de barrido (DSC).

[1, 2] Hay dos tipos de DSC:

- *Compensado en potencia*: la muestra por analizar y la muestra de referencia son calentadas independientemente de tal forma que la diferencia de temperatura ΔT entre ellas sea 0. ΔT se obtiene con dos sensores de temperatura, cada uno colocado cerca de cada muestra. Cuando en alguna de ellas ocurre un proceso exotérmico o endotérmico entonces $\Delta T \neq 0$. El instrumento utiliza a ΔT para automáticamente disminuir o aumentar la potencia eléctrica ΔP en la muestra, donde ocurre el proceso exotérmico o endotérmico, hasta que $\Delta T = 0$.
- *Compensado en temperatura*: ambas muestras son calentadas por la misma fuente, por lo que se supone que entre ellas $\Delta T = 0$. Cuando en una de ellas ocurre un proceso exotérmico o endotérmico entonces $\Delta T \neq 0$. Con esta ΔT el instrumento calcula la ΔP equivalente.

En ambas técnicas al usuario se le presenta la gráfica $\Delta P(T)$ o $\Delta T(T)$, en las cuales se tiene que especificar cómo es representado el proceso endotérmico y cómo el exotérmico respecto a la *línea base* que representa a un proceso muy lento. Esta línea base muestra los cambios en las propiedades de la muestra que no son de interés o los cambios en las propiedades de las componentes eléctricas o electrónicas del instrumento en función de la temperatura. Esto último es una de las causas más comunes que afectan a los instrumentos y es denominado *deriva instrumental*.

[1, 2, 3] Con DSC se puede determinar el cambio de entalpía, temperatura de fusión y la posterior generación del diagrama de fases, temperatura y fases de cristalización, temperatura de Curie, temperatura de sublimación, temperatura de evaporización, pureza de muestras, transiciones de fase sólido a sólido, capacidad calorífica, conductividad y difusividad térmica, polimerización, deshidratación, curado y oxidación.

1.5 Calorimétrica diferencial de barrido modulado (MDSC).

En el DSC tradicional como la temperatura aplicada a la cámara es una función lineal del tiempo, en el registro de ΔP o ΔT están mezclados cambios que son debidos a procesos reversibles y a los no reversibles, procesos que proporcionan más información si se pueden separar sus efectos.

Para reconocer la reversibilidad del proceso es necesario que la temperatura aumente y disminuya. Por tal causa a la función que describe la temperatura de la cámara $T_{cam}(t)$ se le añade un término que haga que la temperatura aumente y disminuya frecuentemente. La función adicional más fácil de implementar es del tipo sinusoidal. Con esta implementación cuando ocurre en una muestra un proceso endotérmico o exotérmico a determinada temperatura de la cámara, la energía fluye en ambos sentidos entre la muestra y su recipiente, para un proceso reversible el flujo neto es 0 y para uno irreversible es diferente de 0. Esta diferencia hace que el cambio transitorio de la temperatura del recipiente de la muestra sea diferente y por lo tanto la potencia calculada, en caso de ocurrir alguno de esos procesos. Después de procesar la señal de ΔP se obtiene la gráfica que un DSC clásico obtiene, la gráfica de lo correspondiente a procesos reversibles y la gráfica correspondiente a procesos irreversibles.

1.6 Termodilatometría (TMA).

Se mide la expansión, contracción, flexión o torsión de la muestra en función de fuerzas aplicadas a temperaturas diferentes [1, 2].

[1] Se puede determinar el coeficiente de expansión lineal, temperatura de cristalización y temperatura de fusión.

1.7 Termomecanometría dinámica o mecánica dinámica (DMA).

La muestra es expuesta a una deformación que varía sinusoidalmente con el tiempo; la tensión resultante es sinusoidal pero fuera de fase. Esta diferencia de fase implica que parte de la energía mecánica aplicada es convertida en energía térmica de la muestra, lo que significa amortiguamiento [1, 2].

El propósito del análisis es, para frecuencia de oscilación fija, variar la temperatura y registrar el cambio de la fase. Las frecuencias aplicadas a la muestra pueden llegar hasta cerca de 100 kHz [3].

Como parte adicional del dispositivo, se puede introducir algún gas inerte, oxidante o reductor para determinar la respuesta de la muestra.

Con esta técnica se determina la temperatura de cristalización, cambios en la cristalización, características de cadenas moleculares, transición de segundo orden y esfuerzos en la muestra.

1.8 Termoacustometría.

[1, 3] La muestra es colocada entre las dos caras de una prensa (como emparedado) y de esta forma al variar la distancia entre las caras se varía la presión sobre la muestra. Para medir la presión ejercida, un sensor piezoeléctrico es colocado en cada cara de la prensa. Uno de los piezoeléctricos es el productor de vibraciones y el otro es el receptor. En la práctica la muestra es colocada en contacto con cada piezoeléctrico. Con esta configuración, el cambio de las propiedades de la muestra modifica el sonido que pasa por ella.

El emparedado se coloca en una cámara con el propósito de variar la temperatura. La dilatación de la muestra es sensada por un detector de desplazamiento conectado a una de las caras.

Se determina la temperatura de cristalización, temperatura de fusión y con exactitud la velocidad de las ondas acústicas longitudinales y transversales en función de la temperatura.

Un ejemplo de la utilización de este instrumento es para determinar el grado de aceites minerales. El grado del aceite está relacionado con el contenido orgánico contenido en el aceite. Al variar la temperatura del aceite se cambian las propiedades de este contenido, cambio que resulta en la disminución de las velocidades de las ondas acústicas longitudinales y transversales.

1.9 Termosonometría (TS).

[1, 3] A la muestra se le aplica sonido que tiene forma de pulsos sinusoidales amortiguados. La frecuencia de aplicación de los pulsos van desde unidades de kilohertz a varios megahertz. En función de la temperatura se detectan las variaciones acústicas de los pulsos, variaciones debidas al cambio de las propiedades de la muestra.

La señal detectada consiste en una serie de señales amortiguadas, de las cuales se puede obtener A) el promedio de las vibraciones, B) la distribución de las componentes de frecuencias de los pulsos y C) la amplitud media, con la cual es calculada la energía media de los pulsos detectados.

La muestra es colocada en un recipiente que está sobre una varilla. Esta varilla tiene dos funciones, una es emitir el sonido sobre la muestra y la otra es recibir el sonido modificado por la muestra hacia el detector acústico. Esto significa que la varilla debe comportarse como *guía acústica*. Para que la muestra y la varilla tengan la misma temperatura, estas se colocan dentro de una cámara.

En general, el sensor de temperatura es un termopar. Lo adecuado es colocar el sensor en contacto con la muestra, pero esto resulta en el amortiguamiento del sonido. Por tal causa el sensor se coloca cerca de la muestra.

El material seleccionado para la construcción de la varilla debe ser uno en el que el coeficiente de absorción acústico sea de valor pequeño, es decir la absorción de la energía acústica sea pequeña a lo largo de la longitud de la guía. Esta característica del material se denomina *factor de calidad acústico* Q . Los materiales que cumplen con esta característica y que comunmente se utilizan, son: el cuarzo, algunas cerámicas y metales que no reaccio-

nen con la atmósfera que hay dentro de la cámara. Para que en los extremos de la varilla haya la mayor transferencia de energía acústica es decir, la existencia de un buen contacto acústico, estos están pulidos y además se utiliza aceite de silicona.

El detector acústico utiliza un sensor piezoeléctrico que está fuera de la cámara para evitar alteraciones con la temperatura.

Con esta técnica se determina la temperatura de transición y la energía para que ocurra esta transición, la temperatura de cristalización y la formación de micro fracturas.

1.10 Termooptometría.

[1, 3] Se mide las propiedades ópticas en función de la temperatura. Se analiza con polarizadores la luz reflejada y la transmitida, por lo que esta técnica es útil para muestras delgadas.

Su aplicación es el estudio de los cambios en la estructura cristalina, deshidratación, descomposición y fases en muestras no metálicas. Los análisis con esta técnica en general son acompañados de análisis con TGA, DTA y DSC.

1.11 Térmica de muestra controlada (SCTA).

[4] La experiencia con las técnicas e instrumentos antes descritos, ha mostrado que: se obtienen resultados satisfactorios o se han encontrado problemas para realizar determinadas mediciones o se ha mejorado la medición o se ha tenido el problema de no poder medir determinadas variables. Esta experiencia se ha incluido en el desarrollo de instrumentos basados en microprocesadores, que sensan lo que sucede en la muestra, ya sea con la variable de interés o con variables que acompañan al proceso.

Después de que el microprocesador realiza cálculos con los datos actuales de la muestra así como de la historia del proceso, el mismo microprocesador modifica alguna(s) variable(s) como: la rapidez de variación de la potencia o la temperatura o el flujo del gas. Lo que resulta en retroalimentación continua con el microprocesador, para que éste tenga el control del proceso.

Como ejemplo se puede tener un instrumento que mantenga constante la salida de gas de la muestra con el propósito de: permitir una reacción más uniforme o evitar fracturas o que el gradiente de temperatura de la muestra sea mínimo.

Se han desarrollado pocos instrumentos con este esquema, sólo se han hecho modificaciones a los instrumentos para análisis térmico clásico. El problema principal es tener los sensores adecuados, en general pequeños, para la variable que sirve en la retroalimentación. Ejemplo de un instrumento modificado, es el utilizado para HG-TGA.

1.12 Celda fotoacústica.

En el interior de una cámara abiabática se coloca una muestra delgada sobre la cual incide luz modulada a través de una ventana. La muestra al absorber la luz, calienta periódicamente una capa delgada de gas junto a ella. Esto produce ondas acústicas en la cavidad de la cámara. La variación de presión ocasionada por estas ondas es detectada por un micrófono cuya señal eléctrica es registrada en sincronía con una señal del modulador de luz.

[5] La luz puede provenir de una fuente incoherente continua o de un láser ya sea continuo o pulsado, con longitud de onda desde $30 \mu\text{m}$ hasta 200 nm .

[5] Cuando la luz no proviene de un láser pulsado, la modulación puede ser sinusoidal, cuadrada, transitoria, modulada en frecuencia o barrido espacial. Cuando se utiliza una fuente de luz continua, la modulación se realiza en función del tipo de fuente, así hay: A) con un obturador mecánico rotatorio que gira entre 1 Hz y decenas de kilohertz, B) con la modulación de la corriente eléctrica en la fuente emisora, C) con utilizar un modulador optoacústico o D) con un modulador electroóptico.

El micrófono que detecta las ondas acústicas de la cámara es un piezoeléctrico que funciona hasta la frecuencia acústica de interés, que puede ser hasta de 1 MHz .

[6] Esta técnica es usada en muestras delgadas para obtener valores de índice de refracción y espesor de películas, difusividad, coeficiente de expansión térmica, conductividad térmica y capacidad calorífica [7].

Para la aplicación de esta técnica en gases, en vez de incidir luz sobre una muestra sólida, el gas de la cámara absorbe la luz. [5] Por ejemplo se usa para detectar la concentración del gas, componentes del gas o contaminantes en él.

Como extensión de esta técnica se ha desarrollado lo que se llama *espectrometría fotoacústica* que tiene la característica de que se puede variar la longitud de onda de la luz incidente en la muestra.

1.13 Fotoacústica con láser pulsado.

Esta técnica está basada en el principio de que cuando la luz absorbida por un medio tiene un incremento de su irradiancia en determinado tiempo y en consecuencia produce un incremento de la temperatura en un volumen del medio, entonces se producen ondas acústicas en el medio si la onda produce deformación mecánica en un tiempo mayor o igual que el tiempo que requiere el cambio de temperatura para deformar al medio.

En general este incremento de temperatura implica incremento de la energía térmica del medio. Parte de esta energía puede generar ondas acústicas y la otra parte de la energía siempre genera ondas térmicas debido a la difusión térmica del medio.

[8, 9] Los láseres usados en esta técnica emiten pulsos con duración de decenas de picosegundos a decenas de nanosegundos. Las frecuencias acústicas presentes van desde decenas de gigahertz hasta unidades de megahertz. Estas frecuencias permiten hacer la investigación sin preocuparse de las vibraciones mecánicas de fondo.

En función de la temperatura, el ultrasonido generado con luz láser es usado en: la

detección de propiedades de la superficie [9], las características de interfases [9], uniones [9], desarrollo de procesos termodinámicos [9], transiciones de fase [10 a 12], estabilidad térmica [11], calor específico [12] y microscopia acústica [8, 9].

ULTRASONIDO.

[8, 13] Las ondas elásticas se clasifican en función de si el tipo de medio en el que se propagan es *infinito*, es decir la longitud de onda de la perturbación es mucho menor que el tamaño del medio y nunca se llega a la frontera del éste, si la onda se presenta en la interfaz entre dos medios infinitos o finitos, o si la onda es modificada por propiedades no elásticas.

En este capítulo se estudian brevemente las ondas longitudinales, transversales y volumétricas, y un caso particular en el que parte de la frontera del medio es finita.

2.1. Velocidad de propagación de las ondas en sólidos.

[8, 13] Para describir los diferentes conceptos físicos que ocurren en el material se define el sistema de coordenadas espaciales correspondientes. Sea $\{a_i\} = \{a_1, a_2, a_3\}$ el conjunto de coordenadas espaciales donde $i = 1, 2, 3$ es la dirección correspondiente a la coordenada a_i . Entonces, si en el material se producen los desplazamientos u_i , u_j y u_k en las direcciones i, j y k respectivamente, con $i, j, k = 1, 2, 3$ la forma general del tensor de deformación S_{ij} es:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right)$$

donde i es la dirección de la superficie y j es la dirección de la deformación. Cuando se tiene la deformación S_{ii} , se dice que se trata de una deformación de tensión o compresión. La deformación S_{ij} con $i \neq j$ corresponde a una deformación cortante.

Si los u_i son pequeños, entonces:

$$S_{ij} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Según el concepto de *tensor*, un tensor de orden cero es una variable escalar, un tensor de orden uno o primer orden es un vector de 3 componentes, un tensor de orden dos es un *vector* de 9 componentes, un tensor de orden tres es aquel que tiene 27 componentes, un tensor de orden cuatro tiene 81 componentes. En general un tensor de orden n o n -ésimo orden tiene 3^n componentes.

Entonces tomando en cuenta los valores que toman i y j y la definición de S_{ij} se concluye que S_{ij} consta de 9 elementos, es decir es un tensor de segundo orden.

A temperatura constante y para desplazamientos u_i pequeños el tensor de deformación S_{kl} y el tensor de esfuerzo T_{ij} están relacionados por la *Ley de Hooke generalizada*:

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} \quad \text{y} \quad S_{kl} = s_{kl ij} T_{ij}$$

donde:

- T_{ij} : Tensor de esfuerzo. El índice i significa la dirección de la superficie y el índice j significa la dirección del esfuerzo. Ejemplos: T_{ii} es un esfuerzo de tensión o compresión y T_{ij} con $i \neq j$ es un esfuerzo cortante. Es un tensor de segundo orden.
- c_{ijkl} : Tensor de constantes elásticas o también denominadas de *rigidez*. Es un tensor de cuarto orden.
- s_{ijkl} : Tensor de constantes elásticas o también denominadas de *susceptibilidad elástica*. Es un tensor de cuarto orden.
- l : Dirección l -ésima, con $l = 1, 2, 3$.

[8, 13] Para obtener una relación simple entre la deformación y el esfuerzo, se hace referencia a las definiciones de las propiedades elásticas de un material:

- A. Si la deformación del material es tal que éste regresa a su condición original se dice que el material es *elástico*.
- B. Un material es *isótropo* elásticamente si sus constantes elásticas c_{ijkl} y s_{ijkl} son invariantes bajo rotación de coordenadas.
- C. Si las propiedades físicas del material son idénticas para cada punto en él, se dice que el material es *homogéneo*. Dicho de otra forma, un material es homogéneo si sus propiedades físicas son invariantes bajo traslaciones.

Al aplicar el resultado de las propiedades A, B y C en un sólido que cumple con las condiciones de ser elástico, isótropo, homogéneo, lineal y además los u_i son pequeños, se obtiene que:

$$T_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu S_{ij} \tag{2.1}$$

donde

- λ y μ : Constantes de Lamé.
- δ_{ij} : Delta de Kronecker. Con valor 1 si $i = j$ y 0 si $i \neq j$.
- θ : Expansión para deformaciones pequeñas del elemento de volumen y definida como

$$\theta \approx S_{11} + S_{22} + S_{33} = \nabla \cdot \mathbf{u} \tag{2.2}$$

donde $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$.

[13, 14] Como la forma general para la propagación de ondas elásticas en sólidos con las condiciones mencionadas es:

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial a_j} = \rho_m \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (2.3)$$

donde

ρ_m : Densidad de masa del sólido.

t : Variable tiempo.

Al combinar las ecuaciones (2.1), (2.2) y (2.3) se tiene

$$(\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \nabla \cdot (\nabla \mathbf{u}) = \rho_m \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

donde al operador $\nabla \cdot (\nabla)$ es el *laplaciano*.

[13] Con las condiciones dadas al sólido si se supone que el desplazamiento del elemento de volumen se puede escribir como:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_L + \mathbf{u}_T \quad (2.5)$$

con la condición de que el desplazamiento longitudinal no contiene componente transversal es decir $\nabla \times \mathbf{u}_L = 0$, y para el desplazamiento transversal $\nabla \times \mathbf{u}_T \neq 0$ y $\nabla \cdot \mathbf{u}_T = 0$, entonces al sustituir la ecuación (2.5) en la ecuación (2.4) se tiene

$$\left(\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_m} \right) \nabla \cdot (\nabla \mathbf{u}_L) = \frac{\partial^2 \mathbf{u}_L}{\partial t^2} \quad (2.6a)$$

y para el desplazamiento transversal

$$\left(\frac{\mu}{\rho_m} \right) \nabla \cdot (\nabla \mathbf{u}_T) = \frac{\partial^2 \mathbf{u}_T}{\partial t^2} \quad (2.6b)$$

Las ecuaciones (2.6a) y (2.6b) tienen la forma de una ecuación de onda, por lo tanto el coeficiente en el miembro izquierdo de cada ecuación está relacionado con la velocidad de cada onda.

Para la onda longitudinal se obtiene:

$$v_L = \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_m} \right)^{1/2} \quad (2.7a)$$

y para la onda transversal

$$v_T = \left(\frac{\mu}{\rho_m} \right)^{1/2} \quad (2.7b)$$

Las ecuaciones (2.7a) y (2.7b) son para un medio material infinito (no acotado). Cuando el medio es finito (acotado) como es el caso de una varilla de sección circular, se tienen dos casos [8]:

1. Cuando la longitud de onda es mayor que el diámetro de la varilla, a la velocidad longitudinal de la onda se le denomina con el adjetivo *extensional* y es

$$v_E = \sqrt{\frac{E}{\rho_m}} \quad (2.8)$$

donde E es el módulo de Young para una varilla *libre* y está definido como la razón del esfuerzo axial entre la deformación axial:

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$$

2. Cuando la longitud de onda es menor que el diámetro de la varilla, la velocidad longitudinal del sonido es:

$$v_L = \left[\frac{E}{\rho_m} \frac{1 - \sigma}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)} \right]^{1/2} \quad (2.9)$$

donde σ es la razón de Poisson definida como la razón de la deformación transversal entre la deformación longitudinal, lo que resulta en:

$$\sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

En la Tabla 2.1 se presentan los valores de constantes elásticas de algunos materiales.

2.2. Velocidad de propagación de las ondas en líquidos.

Se conoce que en líquidos no viscosos existen solamente ondas longitudinales. [8] Si se supone que a donde ocurre la onda es un sistema adiabático y allí se cumple que:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.10)$$

donde x es la coordenada espacial y p la *diferencia de presión* o también denominada *compresión*, definida como:

Medio	λ (G Pa)	μ (G Pa)	σ	E (G Pa)	Referencia
Acero	113.2	80.9	0.28 a 0.29	192.4 a 210 195	[8, 13] [15]
Aluminio	61.4	25.0	0.34 a 0.36	67.6 a 70	[8, 13, 15]
Bronce	†	†	0.35	90 a 100	[13, 16]
Cobre	178.2	46.0	0.35 a 0.40	120 a 128.6	[8, 13, 15]
Cuarzo	16.3	30.9	0.17 a 0.18	72.5 a 74	[8, 13, 15]
Latón	114.7	38.1	0.38	100 a 104.8	[8, 15]
Lucita	5.60	1.39	0.35 a 0.4	3.9 a 5	[8, 13, 15]
Plomo	90.8	12.1	0.44	16 a 34.7	[8, 13, 15]
Porcelana	†	†	0.23	60	[13]
Vidrio pyrex	23.4	24.21	0.25	60.3	[8, 15]

† no hay información.

Tabla 2.1. Constantes elásticas de algunos sólidos isotrópicos.

$$p = -K \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.11)$$

donde K es el *módulo elástico de compresión adiabático* también denominado *módulo de compresión volumétrico* o simplemente *módulo de compresión*. En la tabla 2.2 se presentan valores de K de líquidos conocidos.

Al derivar respecto a x la ecuación (2.11) e igualar con la ecuación (2.10):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\rho_m}{K} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

la cual tiene forma de ecuación de onda. Entonces se define la velocidad del sonido en el líquido como $v_s \equiv v_L$, con:

$$v_s = \sqrt{\frac{K}{\rho_m}} \quad (2.12)$$

Medio	K (G Pa)	Referencia
Agua	2.2	[8, 13]
Glicerina	5	[13]

Tabla 2.2. Constantes elásticas de algunos líquidos.

2.3. Velocidad de propagación de las ondas en gases.

Los gases también son fluidos en los que sólo existen ondas longitudinales. Para aplicar la misma suposición que en los líquidos de que se tiene un sistema adiabático, debe ocurrir que la trayectoria libre media entre interacciones de las moléculas sea mucho menor que la longitud de la onda acústica, y que para cierta longitud el tiempo de propagación de la onda sea mucho mayor que los tiempos de interacción entre moléculas. [13] Con estas condiciones se puede aplicar la ecuación (2.12) pero con $K = \gamma P$ donde γ es la razón de la capacidad calorífica molar a presión constante entre la capacidad calorífica molar a volumen constante y P es la presión hidrostática del gas.

[15] Como ejemplo sea una atmósfera estándar con $T = 288.15$ K, $P = 101325$ Pa, $\rho_m = 1.225$ kg/m³ y $\gamma = 1.4$, entonces $v_s = 340$ m/s.

2.4. Impedancia acústica característica.

[8, 13, 17] Si en un medio isótropo se tiene una onda plana acústica con potencial $\phi(\mathbf{r}, t)$ de la forma

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \Phi e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

donde

- \mathbf{r} : Vector de posición a donde se evalúa a $\phi(\mathbf{r}, t)$.
- Φ : Amplitud del potencial.
- $\omega = 2\pi f$: Frecuencia angular de la onda.
- f : Frecuencia de la onda.
- $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \hat{\mathbf{k}}$: Vector de onda.
- $\hat{\mathbf{k}}$: Vector de onda unitario.
- $\lambda = \frac{v_0}{f}$: Longitud de la onda.
- v_0 : Magnitud de la velocidad de la onda.

Entonces la presión $p(\mathbf{r}, t)$ es definida como:

$$p(\mathbf{r}, t) = \rho_m \frac{\partial \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \tilde{i} \rho_m \omega \phi(\mathbf{r}, t) \quad (2.13a)$$

y la velocidad de propagación es definida como:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = -\nabla \phi(\mathbf{r}, t) = \tilde{i} \mathbf{k} \phi(\mathbf{r}, t) \quad (2.13b)$$

Si la onda plana viaja sólo en la dirección x , al dividir la ecuación (2.13a) entre la ecuación (2.13b):

$$\frac{p(x, t)}{v(x, t)} = \frac{\rho_m \omega}{k_x}$$

donde se hizo la transformación de $\mathbf{k} \rightarrow k_x$. Entonces

$$\frac{p(x, t)}{v(x, t)} = \rho_m v_0$$

El producto $\rho_m v_0$ es característico del medio. Entonces se define $z \equiv \rho_m v_0$ y se le denomina *impedancia acústica característica* del medio.

Como en un fluido no viscoso se tiene que $v_0 = v_s$, entonces $z = \rho_m v_s$ es una propiedad característica en cualquier parte del fluido.

Cuando dos medios, sean fluidos o sólidos, forman una interfaz, en las vecindades de ésta, la impedancia acústica característica en el medio 1 es $z_1 = \rho_{m1} v_1$ y en el medio 2 es $z_2 = \rho_{m2} v_2$, con v_1 y v_2 las velocidades de las ondas acústicas en cada medio, entonces al hacer uso de las propiedades que z tiene en los sistemas eléctricos o mecánicos se tiene que la mayor transferencia de energía ocurre cuando $z_1 = z_2$ [8, 13, 17].

En la tabla 2.3 se presentan valores de impedancia acústica característica para algunos materiales, donde:

- ρ_m : densidad de masa, en $\text{Mg}/\text{m}^3 = 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$.
- v_L : velocidad del sonido en la dirección longitudinal también denominada velocidad, *compresional*, en km/s . Para fluidos también se denomina v_s .
- v_T : velocidad del sonido en la dirección transversal también denominada velocidad de *corte*, en km/s .
- v_E : velocidad *extensional* en varillas, en km/s .
- z_L : impedancia acústica característica en la dirección longitudinal, en $\text{MRayls} \equiv \text{Gg}/(\text{m}^2 \text{s}) = 10^6 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{s})$. Para fluidos también se denomina z_s .
- z_T : impedancia acústica característica en la dirección transversal, en MRayls .
- z_E : impedancia acústica característica asociada a v_E , en MRayls .

Medio	ρ_m	v_L	v_T	v_E	z_L	z_T	z_E^*	Ref.
Aceite de silicona	1.1	1.35	-	-	1.5	-	-	[8]
Acero	7.8	5.86	3.2	5.2	46	25	41	[8, 13, 15]
Acero inox.	†	†	†	†	47	†	†	[18]
Agua	1.0	1.49	-	-	1.5	-	-	[8, 13, 15, 16, 18]
Aire (293 K)	0.00129	343	-	-	0.00044	-	-	[13, 18]
Aluminio	2.70	6.3	3.06	5.00	17.0	8.3	13.5	[8, 13, 15, 18]
Bronce	8.8	4.4	2.1	†	39	18	†	[13, 16, 18]
Cloruro de polivinilo (PVC)	1.4	2.3	†	†	3.2	†	†	[8]
Cobre	8.92	4.8	2.3	3.78	43	21	33.7	[8, 13, 15, 18]
Cuarzo	2.2	6.0	3.77	5.76	13.*	8.3*	13	[8, 13, 15, 18]
Glicerina	1.26	1.92	-	-	2.42*	-	-	[8, 13, 18]
Latón	8.64	4.70	2.11	3.48	40.6	18.2	30.1	[8, 15]
Lucita	1.17	2.68	1.11	1.84	3.14	1.3	2.15	[8, 13, 15]
Nitrógeno líquido	0.85	0.86	-	-	0.73*	-	-	[8, 15]
Plomo	11.4	2.06	0.69	1.20	24	7.9	13.7	[8, 13, 15, 18]
Porcelana	2.41	5.34	3.12	†	12.9	7.5	†	[13]
Vidrio pyrex©	2.25	5.65	3.28	5.17	12.7	7.38	11.6	[8, 15, 18]

† no hay información.

- no tiene.

* evaluada por el autor.

Tabla 2.3. Velocidades e impedancias acústicas características de algunos medios.

2.5 Reflexión y transmisión de ondas que inciden perpendicularmente en la interfaz plana de dos medios.

[8, 13] La interfaz entre dos medios puede estar formada por A) fluido y fluido, B) fluido y sólido, C) sólido y sólido y D) sólido y vacío. Si se supone que, 1) la energía de las ondas superficiales o de interfaz es mucho menor que las ondas que viajan en los medios que forman la interfaz, 2) que en un fluido se producen solamente ondas longitudinales y 3) que en un sólido se producen ondas longitudinales y transversales, entonces una descripción general de la generación y propagación de las ondas en los casos A a D es como sigue:

A. En el inicio una onda viaja en el primer fluido, esta onda \mathbf{u}_i es la onda incidente en la interfaz. Después de interactuar con la interfaz es reflejada en una onda \mathbf{u}_r en el mismo fluido y otra onda \mathbf{u}_t es transmitida en el segundo fluido.

B. Si se supone que el sólido es elástico, isótropo, homogéneo y lineal, hay dos casos:

B.1. La onda \mathbf{u}_i viaja inicialmente en el fluido y después de interactuar con la interfaz una onda \mathbf{u}_r es reflejada en el mismo fluido y en el sólido se transmite una onda longitudinal \mathbf{u}_{L_t} y en una onda transversal \mathbf{u}_{T_t} .

B.2. En el sólido viajan inicialmente una onda longitudinal \mathbf{u}_{L_i} y una onda transversal \mathbf{u}_{T_i} después de interactuar con la interfaz, son reflejadas en el sólido una onda longitudinal \mathbf{u}_{L_r} y una onda transversal \mathbf{u}_{T_r} y transmitida en el líquido otra onda \mathbf{u}_t .

C. Si se supone que los dos sólidos son elásticos, isótropos, homogéneos y lineales, inicialmente viajan una onda longitudinal \mathbf{u}_{L_i} y una onda transversal \mathbf{u}_{T_i} , después de interactuar con la interfaz, son reflejadas una onda longitudinal \mathbf{u}_{L_r} y una onda transversal \mathbf{u}_{T_r} . Las ondas transmitidas son una onda longitudinal \mathbf{u}_{L_t} y una onda transversal \mathbf{u}_{T_t} .

D. Para un sólido elástico, isótropo, homogéneo y lineal, viajan inicialmente dos ondas, una longitudinal \mathbf{u}_{L_i} y una transversal \mathbf{u}_{T_i} , al interactuar con la interfaz son reflejadas dos ondas una longitudinal \mathbf{u}_{L_r} y otra transversal \mathbf{u}_{T_r} .

Las situaciones de los casos A a D se han desglosado teniendo en cuenta el principio de conservación de la energía, o sea que si \mathcal{E}_a es la energía antes de incidir en la interfaz y \mathcal{E}_d es la energía después de la incidencia, entonces $\mathcal{E}_a = \mathcal{E}_d$. Si esta relación es expresada en términos de la energía incidente \mathcal{E}_i , la energía reflejada \mathcal{E}_r y la energía transmitida \mathcal{E}_t entonces:

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_r + \mathcal{E}_t \quad (2.14)$$

y en términos de los coeficientes de reflexión \mathcal{R} y de transmisión \mathcal{T} de la energía, la ecuación (2.14) es convertida en

$$1 = \mathcal{R} + \mathcal{T} \quad (2.15)$$

En las referencias [8] y [13] se resuelven los casos anteriores en el caso general cuando la(s) onda(s) incidente(s) no es (son) perpendicular(es) al plano formado por la interfaz. En este trabajo se presenta solamente el resultado de una onda longitudinal (subíndice L) o transversal (subíndice T) que incide perpendicularmente en la interfaz.

Si se denomina medio 1 al medio donde viaja inicialmente la onda y medio 2 al medio después de la interacción con la interfaz, para los casos A a D se tiene:

A. Los coeficientes de reflexión R_v y transmisión T_v para la velocidad son

$$R_v = \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} \quad \text{y} \quad T_v = \frac{2z_1}{z_1 + z_2} \quad (2.16a)$$

Para la presión

$$R_p = \frac{z_2 - z_1}{z_1 + z_2} \quad \text{y} \quad T_p = \frac{2z_2}{z_1 + z_2} \quad (2.16b)$$

Para la energía

$$\mathcal{R} = \left(\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} \right)^2 \quad \text{y} \quad \mathcal{T} = \frac{4z_1 z_2}{(z_1 + z_2)^2} \quad (2.16c)$$

De las ecuaciones (2.16a) y (2.16b) se observa que $R_v = -R_p$.

B. Los coeficientes de reflexión y transmisión tienen la misma forma que las ecuaciones (2.16a) y (2.16b) tanto para la onda longitudinal como para la onda transversal.

Para la energía al aplicar la ecuación (2.14) se tiene:

B.1. Si la onda se propaga inicialmente en el fluido:

$$\mathcal{E}_{i1L} = \mathcal{E}_{r1L} + \mathcal{E}_{t2L} + \mathcal{E}_{t2T}$$

B.2. Si la onda se propaga inicialmente en el sólido:

$$\mathcal{E}_{i1L} + \mathcal{E}_{i1T} = \mathcal{E}_{r1L} + \mathcal{E}_{r1T} + \mathcal{E}_{t2L}$$

C. También los coeficientes de reflexión y transmisión tienen la misma forma que las ecuaciones (2.16a) y (2.16b) tanto para la onda longitudinal como para la onda transversal.

Para la energía al aplicar la ecuación (2.14) se tiene:

$$\mathcal{E}_{i1L} + \mathcal{E}_{i1T} = \mathcal{E}_{r1L} + \mathcal{E}_{r1T} + \mathcal{E}_{t2L} + \mathcal{E}_{t2T}$$

D. Se aplican las ecuaciones (2.16a) y (2.16b) pero con $z_2 = 0$. Para la energía se aplica lo de B.2 pero con $\mathcal{E}_{t2} = 0$

Es de observar que en B, C y D no se tiene una forma simple de \mathcal{R} y \mathcal{T} como en A. No es el propósito de este trabajo presentar todos los resultados o desarrollos, por lo tanto no se escriben los coeficientes de reflexión y transmisión para la energía.

Para los casos A, B y C se observa que $T_v > 0$ o $T_p > 0$, lo que significa que la onda transmitida tiene la misma fase que la onda incidente. Este resultado es de esperar ya que para encontrar la solución de una onda que incide en una interfaz se condiciona a que la función y su derivada, ya sea la función desplazamiento, velocidad o presión, deben ser iguales en ambos lados de la interfaz.

2.6. Guía acústica.

[8] Si se quiere transmitir el sonido a distancias mucho mayores que su longitud de onda, debe tenerse un medio poco dispersivo a las ondas acústicas y la onda debe estar restringida a propagarse en determinada geometría del medio o la formada por dos medios. Tal requerimiento ha hecho posible el diseño de diferentes guías de onda en función de los modos que se quiere transmitir.

Si se tiene una guía acústica de sección cuadrada, para que se transmita sólo el modo longitudinal, se requiere la condición de que la dimensión transversal de la guía sea menor a $\lambda/2$ de la onda transversal. Cuando la onda transversal es tal que $\lambda/2$ es igual a la sección transversal se produce resonancia. En el caso general, la resonancia ocurre cuando la dimensión transversal de la guía es $m\lambda/2$ de la onda transversal, con $m = 1, 2, \dots$. Para no tener las singularidades cuando ocurre $m\lambda/2$ que implica la no propagación de las ondas en la dirección longitudinal y por lo tanto deformación en la señal, es mejor tener una guía en que ocurran frecuencias transversales antes de que ocurra $m = 1$ es decir antes de que se tenga la frecuencia fundamental del modo transversal, condición en la cual se puede utilizar la ecuación (2.8).

Cuando la guía tiene sección circular, con cierta aproximación se puede aplicar la condición de la resonancia en el modo transversal, aunque en el caso de sección circular se generan además los modos de una cavidad cilíndrica.

Además de la condición anterior, está implícito que el coeficiente de reflexión de la energía entre la guía (medio 1) y el medio que la rodea (medio 2) es $\mathcal{R} \approx 1$, esto quiere decir que la impedancia acústica característica, z_2 , del medio que rodea a la guía debe ser mucho mayor o mucho menor que z_1 de la guía, pero con:

- I. $z_1 = z_T$ con z_T la impedancia para la onda transversal si el medio 1 es sólido.
- II. $z_1 = z_s$ con z_s la impedancia volumétrica si el medio 1 es líquido.

2.7 Detectores de ultrasonido.

[8] Es convención llamar infrasonido a vibraciones mecánicas que tienen frecuencias menores de 20 Hz, sonido a las de frecuencias que van de 20 Hz hasta 20 kHz, ultrasonido a las de frecuencias mayores de 20 kHz hasta 1 GHz e hipersonido a las de frecuencias mayores de 1 GHz [19]. La frecuencia de la señal acústica aquí estudiada es mayor de 100 KHz lo que la ubica en el ultrasonido, por lo que se comenta acerca de los detectores comunmente utilizados en este intervalo.

El cristal resonador es el más antiguo detector, luego se utilizaron los materiales

piezoeléctricos. Como se recuerda, el efecto piezoeléctrico es aquel en que una deformación del material produce un voltaje eléctrico e inversamente. [8, 19, 20] Así se utilizó el cristal piezoeléctrico de titanato de bario BaTiO_3 , después las cerámicas piezoeléctricas como el titanato de plomo PbTiO_3 , óxido de plomo con óxido de estaño $\text{PbO}:\text{SnO}_2$, materiales no considerados cerámicas como el circonato de plomo PbZrO_3 y el hafnato de plomo PbHfO_3 .

Las cerámicas han sido muy utilizadas ya que se pueden formar con características específicas añadiendo otros elementos, tratamiento en el proceso, etc., además de que su costo es más bajo que el del cristal piezoeléctrico. [8, 19, 21] También se han utilizado las cerámicas piezoeléctricas en forma de compositos para aplicaciones específicas. [8, 20] En aplicaciones recientes han surgido las películas piezoeléctricas de ZnO . [8, 16, 22, 19] También recientemente son utilizados los polímeros piezoeléctricos como el difluoruro de polivinilideno PVF_2 o también denominado PVDF que es el más conocido, usado en forma de película y utilizado comunmente en medicina ultrasónica.

Debido a la gran cantidad de sensores, sólo se presenta el análisis de un detector, construido con un sensor que es una cerámica piezoeléctrica. [10 a 12, 23, 24, 41] Este sensor ha sido utilizado en varios trabajos en este laboratorio debido a que es fácil de comprar, la magnitud del voltaje que proporciona es grande y su impedancia acústica característica es cercana a la de los materiales con que se construye el contenedor o cubierta del piezoeléctrico.

2.7.1 Coeficiente de acoplamiento y un circuito eléctrico equivalente de un piezoeléctrico.

Uno de los parámetros importantes del piezoeléctrico es el coeficiente de acoplamiento electromecánico efectivo k_{ef} . Para el proceso denominado *directo* que es cuando se introduce energía mecánica \mathcal{E}_m en el piezoeléctrico y de él se obtiene energía eléctrica \mathcal{E}_{me} , se define [19, 25, 26]

$$k_{ef}^2 = \frac{\mathcal{E}_{me}}{\mathcal{E}_m} \quad (2.17a)$$

Para el proceso denominado *inverso* que es cuando se introduce energía eléctrica \mathcal{E}_e en el piezoeléctrico y se obtiene de él energía mecánica \mathcal{E}_{em} , se define

$$k_{ef}^2 = \frac{\mathcal{E}_{em}}{\mathcal{E}_e} \quad (2.17b)$$

De las ecuaciones (2.17a) y (2.17b) se tiene que $k_{ef} \leq 1$, donde el valor de 1 es en el caso reversible ideal.

[19, 26] Un resonador piezoeléctrico puede ser representado por A) componentes distribuidos como una línea de transmisión o B) componentes concentrados como circuito eléctrico resonante. [19, 25] Con cierta aproximación y para campos eléctricos pequeños, menor que 1 V/mm y cuando el piezoeléctrico oscila sinusoidalmente cerca de su frecuencia natural de oscilación, el resonador piezoeléctrico es representado por componentes concentrados como en los circuitos eléctricos de la figura 2.1.

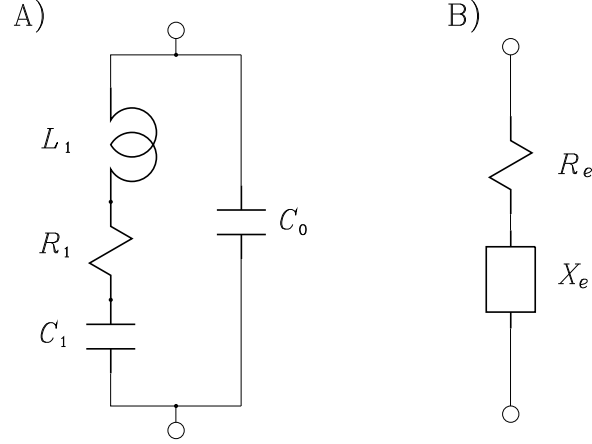


Figura 2.1. Dos de los circuitos eléctricos equivalentes de un resonador piezoeléctrico. Representaciones en A) paralelo y B) serie.

El circuito de la figura 2.1.A es la representación en paralelo, donde C_0, C_1, L_1 y R_1 son constantes y no son funciones de la frecuencia de oscilación. R_1 es asociado con la disipación mecánica del resonador.

El circuito de la figura 2.1.B es la representación en serie y además es el circuito equivalente del circuito de la figura 2.1.A, donde R_e es la resistencia equivalente y X_e es la reactancia equivalente.

En la representación en paralelo cuando la reactancia $X_1 = 2\pi f L_1 - (2\pi f C_1)^{-1}$ vale 0 se define a la frecuencia f como f_s . Cuando en la representación en serie R_e es máxima se define la frecuencia f_p . Con estas dos definiciones se define el coeficiente eléctrico k_E del resonador piezoeléctrico como

$$k_E^2 = \frac{f_p^2 - f_s^2}{f_p^2} \quad (2.18)$$

Por otra parte, se define el factor de calidad Q de un componente eléctrico o de un circuito eléctrico como [27]

$$Q = 2\pi \left(\frac{\text{energía almacenada máxima}}{\text{energía disipada por ciclo}} \right)$$

que es una medida de la disipación de la energía.

Así para el circuito de la figura 2.1.A el factor de calidad Q es [26]:

$$Q = \frac{\left(\frac{L_1}{C_1}\right)^{1/2}}{R_1}$$

Cuando Q es mayor o igual a 100, la ecuación (2.18) se reduce a

$$k_E^2 \approx \frac{f_n^2 - f_m^2}{f_n^2} \quad (2.19)$$

donde f_n es la frecuencia para impedancia máxima y f_m es la frecuencia para impedancia mínima del circuito de la figura 2.1.A.

Si el modelo del circuito eléctrico del resonador piezoeléctrico es el correcto, entonces se hace la equivalencia de las ecuaciones (2.17) y (2.19) de tal forma que $k_E \equiv k_{ef}$. Cuando el modelo eléctrico no se comporta como el resonador piezoeléctrico, al circuito se le añaden más componentes eléctricas en serie o paralelo hasta que se tiene un comportamiento satisfactorio.

2.7.2 Respuesta eléctrica de un piezoeléctrico al aplicar presión que varía con el tiempo.

En un piezoeléctrico para obtener la ecuación de la energía mecánica introducida y la del voltaje que genera, se utilizará el sistema de coordenadas descrito por los ejes (o direcciones) ortogonales denominados 1, 2 y 3 para el análisis de piezoeléctricos [19, 26].

Sea un piezoeléctrico de forma cilíndrica de longitud L , área A de cada superficie circular y con su eje longitudinal paralelo al eje 3. Al aplicar una fuerza F sobre A y en la dirección 3, se transfiere energía mecánica \mathcal{E}_m al piezoeléctrico como [19]

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} s_{33}^D \frac{F^2 L}{A} \quad (2.20)$$

donde

s_{33}^D : [13] Susceptibilidad elástica en la dirección 3 al haber deformación (debido a F) en la dirección 3 (también conocida con el anglicismo de *compliance* elástica) y en condición de desplazamiento eléctrico \mathbf{D} constante. Condición también denominada *a circuito abierto* [13].

Como resultado de aplicar esta fuerza se genera un desplazamiento eléctrico \mathbf{D} y por lo tanto de un campo eléctrico \mathbf{E} . Si se toma en cuenta la componente eléctrica de \mathbf{D} paralela al eje 3, aparece un voltaje V entre las superficies circulares, dirección 3, y por lo tanto energía eléctrica \mathcal{E}_{me} definida como

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{me} &= \frac{1}{2} C V^2 \\ &= \frac{1}{2} \left(\epsilon_{33}^S \frac{A}{L} \right) V^2 \end{aligned} \quad (2.21)$$

donde

- C : Capacitancia de las superficies circulares.
 ϵ_{33}^S : Permitividad eléctrica en la dirección 3 al aplicar campo eléctrico en la dirección 3 y en condición de deformación S constante. Condición también denominada *sujetada*.

Al sustituir las ecuaciones (2.20) y (2.21) en la ecuación (2.17a) y despejando a V^2 :

$$V^2 = \frac{k_{33}^2 s_{33}^D}{\epsilon_{33}^S} \frac{F^2 L^2}{A^2} \quad (2.22)$$

donde

- k_{33} : Factor de acoplamiento cuando se aplica la deformación en la dirección 3 y se registra el campo eléctrico en la dirección 3.

Para un piezoeléctrico de forma cilíndrica cuando su longitud es mayor que el diámetro (en este trabajo la longitud es un poco mayor que el diámetro), se tienen las relaciones [19]:

$$k_{33}^2 = \frac{g_{33}^2 \epsilon_{33}^T}{s_{33}^E} \quad (2.23)$$

$$\epsilon_{33}^S \approx \epsilon_{33}^T (1 - k_{33}^2) \quad (2.24)$$

$$s_{33}^D = s_{33}^E (1 - k_{33}^2) \quad (2.25)$$

donde

- g_{33} : Coeficiente piezoeléctrico en la dirección 3.
 ϵ_{33}^T : Permitividad eléctrica en la dirección 3 y en condición de esfuerzo T constante. También denominada *permitividad eléctrica libre* en la dirección 3.
 s_{33}^E : Susceptibilidad elástica en la dirección 3 y en condición de campo eléctrico \mathbf{E} constante, condición también denominada *circuito en corto*, .

Al sustituir las ecuaciones (2.23), (2.24) y (2.25) en la ecuación (2.22) se tiene

$$V = g_{33} \frac{F L}{A}$$

Si F es función del tiempo t y definida como $f(t)$, y el voltaje en función del tiempo es $v(t)$

$$v(t) = g_{33} \frac{f(t) L}{A} \quad (2.26)$$

Material	T_c	ρ_m	v_E	z_E	d_{33}	$\epsilon_{33}^T/\epsilon_0$	g_{33}	k_{33}	Referencia
Ba Ti O ₃	403	5.7	-	25	190	1700 a 1900	0.89 a 0.99	0.49	[19, 22, 28]
Li Nb O ₃	1483	4.64	-	-	6	29	1.8	0.17	[19]
P V F ₂		1.78 a 1.8	2.1 a 2.3	2 a 4.7	-35 a -10	10 a 15	-5.9 a -31	0.11 a 0.12	[16, 18, 21, 22]
Pb Nb ₂ O ₆	833	5.9	-	-	80 a 85	225	3.1 a 3.3	0.38	[19, 21]
Pb Ti O ₃	767	7.12	-	-	47 a 53	203 a 230	1.8 a 2.3	0.35	[18, 19, 21]
Pb Zr Ti O ₃ (PZT)	693 a 588	7.5 a 7.9	3.2	25	268 a 480	1200 a 1800	1.3 a 3.5	0.62 a 0.74	[19, 21, 22, 28, 29]

Tabla 2.4. Datos de algunos materiales piezoeléctricos.

Como la presión mecánica en función del tiempo $p(t)$ es definida como:

$$p(t) = \frac{f(t)}{A}$$

entonces la ecuación (2.26) se convierte en:

$$v(t) = g_{33} L p(t) \quad (2.27)$$

La ecuación (2.27) expresa que un buen sensor acústico es aquel que para proporcionar un voltaje alto debe tener un valor alto del coeficiente piezoeléctrico g_{33} [19].

En la tabla 2.4 se presenta una lista de los piezoeléctricos más comunes y valores típicos de sus parámetros, donde:

T_c : Temperatura de Curie, en K.

ρ_m : Densidad de masa, en $\text{Mg/m}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$.

v_E : Velocidad del sonido, en km/s . Aunque en las referencias no se especifica, el autor supone que es la velocidad extensional.

z_E : Impedancia acústica, en MRayls. Aunque en las referencias no se especifica, el autor supone que es la correspondiente a la velocidad extensional.

d_{33} : Coeficiente dieléctrico al haber la deformación, en pC/N.

$\epsilon_{33}^T/\epsilon_0$: constante dieléctrica en la dirección 3 y en condición de esfuerzo T constante.
ϵ_{33}^T	: Permitividad eléctrica, en $C/(V\cdot m)$.
ϵ_0	: Permitividad del vacío, igual a $8.8542 \text{ pC}/(V\cdot m)$.
$g_{33} = d_{33}/\epsilon_{33}^T$: coeficiente piezoeléctrico en la dirección 3, en $\text{pV}\cdot\text{m}/\text{N}$. Evaluado por el autor.
k_{33}	: Factor de acoplamiento electromecánico.

En la tabla 2.4 se observa que el niobato de plomo, el titanato de bario y el PZT tienen un valor alto del coeficiente dieléctrico g_{33} y son eficientes porque su factor de acoplamiento k_{33} es alto, aunque el PZT supera en valor del factor de acoplamiento a los demás piezoeléctricos que se presentan en esta tabla.

Al transformar la ecuación (2.20) en función del tiempo, sustituir en ella la ecuación (2.27) y usar la definición de $p(t)$, se obtiene que:

$$\mathcal{E}_m(t) = \frac{1}{2} \frac{s_{33}^D}{g_{33}^2} \frac{A}{L} v^2(t)$$

[19] Para un piezoeléctrico cilíndrico que responde a frecuencia diferente a la de resonancia f_p la susceptibilidad elástica s_{33}^D es:

$$s_{33}^D = \frac{1}{4\rho_m f_p^2 L^2}$$

donde ρ_m es la densidad de masa del piezoeléctrico, entonces $\mathcal{E}_m(t)$ queda como

$$\mathcal{E}_m(t) = \frac{A}{8\rho_m L^3 f_p^2 g_{33}^2} v^2(t) \quad (2.28)$$

Las ecuaciones (2.27) y (2.28) expresan que el voltaje en función del tiempo que se registra en las superficies circulares del piezoeléctrico, proporciona información de la presión y energía mecánica aplicada en esas superficies. En el caso particular, la presión mecánica aplicada es la presión acústica.

Con referencia en la ecuación (2.27), para elegir un piezoeléctrico con el que se pueda obtener la forma de la onda acústica, se debe tomar en cuenta que:

- A) Los parámetros del piezoeléctrico no cambien es decir, se utilice en la *región lineal*.
- B) La frecuencia máxima del espectro de frecuencias de la presión mecánica sea menor que la frecuencia de resonancia f_p o en la práctica, sea menor que la frecuencia de resonancia del piezoeléctrico cuando está dentro de su cubierta.

La tabla 2.4 está incompleta para elegir el piezoeléctrico con el que se registra una señal mecánica que es variable en función del tiempo, ya que falta los datos de la rapidez con que se genera y extingue el voltaje entre los electrodos del piezoeléctrico, incluso falta el intervalo de frecuencias en que el piezoeléctrico se utiliza.

La causa de que no se presente esta información es que el intervalo de frecuencias es función de las propiedades intrínsecas del piezoeléctrico así como de su forma geométrica.

Por ejemplo, la frecuencia máxima de uso está implícita en la denominada *constante de frecuencia* N del piezoeléctrico.

[25, 29] Para los PZT los valores de las N tienen magnitud cercana a 2000, entonces para tener frecuencia de resonancia de 10 MHz el PZT debe tener dimensión longitudinal de $200 \mu\text{m}$. Si ahora se supone que la señal acústica tiene espectro de frecuencias tal que la frecuencia máxima está entre 10^7 Hz y 10^8 Hz, es necesario tener un piezoeléctrico con espesor de 20 a $200 \mu\text{m}$ y tamaño transversal a lo más igual al espesor.

INTERACCIÓN DE LUZ CON MATERIA.

La luz por ser una onda electromagnética tiene las propiedades de energía y momento [30 a 37]. Cuando la luz interactúa con un medio, parte de estas propiedades son transferidas al medio, lo que resulta en diferentes efectos. Uno de estos efectos es el denominado *efecto fotoacústico*, que consiste en la conversión de energía luminosa en energía acústica [5, 9].

El efecto fotoacústico es generado por variaciones temporales en la intensidad luminosa, ya sea desde la simple obturación mecánica de la luz que proviene de una fuente luminosa no monocromática e incoherente hasta pulsos de luz con duración de 10^{-15} s provenientes de un láser.

En este capítulo se analizan las propiedades que debe tener la luz para generar el efecto fotoacústico.

3.1 Energía de una onda electromagnética.

[35] Sea una onda electromagnética plana, monocromática, polarizada linealmente, que viaja en el vacío y que está compuesta por:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \Re[\tilde{\mathbf{E}}_0(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}] \tag{3.1}$$

y

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \Re[\tilde{\mathbf{B}}_0(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}] \tag{3.2}$$

donde:

- $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$: Vector campo eléctrico, en representación real.
- $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$: Vector campo magnético, en representación real.
- \mathbf{r} : Vector de posición a donde se calcula el campo.
- t : Tiempo en que se evalúa el campo.
- $\Re[\tilde{\mathbf{a}}]$: Función que obtiene la parte real del complejo $\tilde{\mathbf{a}}$.
- $\tilde{\mathbf{E}}_0(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_A(\mathbf{r}) + i\mathbf{E}_B(\mathbf{r})$: Vector campo eléctrico, en representación compleja.
- $\mathbf{E}_A(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_C(\mathbf{r}) \text{Cos}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$: Vector campo eléctrico, en representación real.
- $\mathbf{E}_B(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_C(\mathbf{r}) \text{Sen}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$: Vector campo eléctrico, en representación real.
- $\mathbf{E}_C(\mathbf{r})$: Vector campo eléctrico, en representación real.
- $\tilde{\mathbf{B}}_0(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_A(\mathbf{r}) + i\mathbf{B}_B(\mathbf{r})$: Vector campo magnético, en representación compleja.
- $\mathbf{B}_A(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_C(\mathbf{r}) \text{Cos}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$: Vector campo magnético, en representación real.

$\mathbf{B}_B(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_C(\mathbf{r}) \text{ Sen}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$: Vector campo magnético, en representación real.
$\mathbf{B}_C(\mathbf{r})$: Vector campo magnético, en representación real.
\tilde{i}	: Número complejo que es totalmente imaginario, cuya magnitud es $\sqrt{-1}$.
$\omega = 2\pi f$: Frecuencia angular de cada campo y de la onda electromagnética.
f	: Frecuencia de oscilación.
$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} \hat{\mathbf{k}}$: Vector de onda.
$\hat{\mathbf{k}}$: Vector de onda unitario.
$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$: Velocidad de la onda electromagnética (o luz) en el vacío.
ϵ_0	: Permitividad eléctrica del vacío.
μ_0	: Permeabilidad magnética del vacío.

Entonces la *potencia por unidad de área* también denominada *vector flujo de energía instantáneo* o también *vector de Poynting* $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t)$, es el producto vectorial de $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ y $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ [30 a 37]:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \\ &= c^2 \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \end{aligned} \quad (3.3a)$$

donde $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t)$ es un vector en representación real.

Algunos autores utilizan notación simplificada tal que $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \rightarrow \mathbf{S}$, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \rightarrow \mathbf{E}$ y $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \rightarrow \mathbf{B}$. Por lo tanto el vector de Poynting queda representado como:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B} \\ &= c^2 \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B} \end{aligned} \quad (3.3b)$$

Para calcular el promedio temporal de $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t)$ hay que recordar que el promedio de una función $f(\eta)$ en el intervalo $[a, b]$ es definido como:

$$\langle f(\eta) \rangle_{[a, b]} \equiv \frac{1}{b-a} \int_a^b f(\xi) d\xi$$

Entonces si se combina la notación simplificada con la notación explícita, el promedio de \mathbf{S} en el intervalo temporal $[t_1, t_2]$, es:

$$\begin{aligned}
\langle \mathbf{S} \rangle_{[t_1, t_2]} &= \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{S} dt \\
&= \frac{c^2 \epsilon_0}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{E} \times \mathbf{B} dt \\
&= \frac{c^2 \epsilon_0}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \left[\tilde{\mathbf{E}}_0(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} \right] \times \left[\tilde{\mathbf{B}}_0(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} \right] dt
\end{aligned}$$

A continuación se usa la notación simplificada de $\tilde{\mathbf{E}}_0(\mathbf{r}) \rightarrow \tilde{\mathbf{E}}_0$ y $\tilde{\mathbf{B}}_0(\mathbf{r}) \rightarrow \tilde{\mathbf{B}}_0$. Entonces el producto vectorial es:

$$\begin{aligned}
\langle \mathbf{S} \rangle_{[t_1, t_2]} &= \frac{c^2 \epsilon_0}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{4} \left[\left(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0 \right) e^{-2i\omega t} + \left(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0^* \right) + \left(\tilde{\mathbf{E}}_0^* \times \tilde{\mathbf{B}}_0 \right) \right. \\
&\quad \left. + \left(\tilde{\mathbf{E}}_0^* \times \tilde{\mathbf{B}}_0^* \right) e^{2i\omega t} \right] dt
\end{aligned}$$

donde el asterisco (*) significa complejo conjugado.

Al distribuir coeficientes y agrupar términos se obtiene:

$$\begin{aligned}
\langle \mathbf{S} \rangle_{[t_1, t_2]} &= \frac{c^2 \epsilon_0}{4(t_2 - t_1)} \left[\int_{t_1}^{t_2} \left(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0 \right) e^{-2i\omega t} dt + \int_{t_1}^{t_2} \left(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0^* \right) dt \right. \\
&\quad \left. + \int_{t_1}^{t_2} \left(\tilde{\mathbf{E}}_0^* \times \tilde{\mathbf{B}}_0 \right) dt + \int_{t_1}^{t_2} \left(\tilde{\mathbf{E}}_0^* \times \tilde{\mathbf{B}}_0^* \right) e^{2i\omega t} dt \right] \\
&= \frac{c^2 \epsilon_0}{4} \left[\frac{\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} e^{-2i\omega t} dt + \frac{\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0^*}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt + \frac{\tilde{\mathbf{E}}_0^* \times \tilde{\mathbf{B}}_0}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \right. \\
&\quad \left. + \frac{\tilde{\mathbf{E}}_0^* \times \tilde{\mathbf{B}}_0^*}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} e^{2i\omega t} dt \right] \tag{3.4} \\
&= \frac{c^2 \epsilon_0}{4} \left[\left\{ \left(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0^* \right) + \left(\tilde{\mathbf{E}}_0^* \times \tilde{\mathbf{B}}_0 \right) \right\} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \right. \\
&\quad + \left(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0 \right) \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} e^{-2i\omega t} dt \\
&\quad \left. + \left(\tilde{\mathbf{E}}_0^* \times \tilde{\mathbf{B}}_0^* \right) \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} e^{2i\omega t} dt \right]
\end{aligned}$$

Al resolver cada integral de la ecuación (3.4) junto con el coeficiente $1/(t_2 - t_1)$, se obtiene:

A. Para la primera integral:

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt = \frac{1}{t_2 - t_1} \left[t \right]_{t_1}^{t_2} = \frac{t_2 - t_1}{t_2 - t_1} = 1 \quad (3.3)$$

B. Para la segunda integral:

$$\begin{aligned} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} e^{-2\tilde{i}\omega t} dt &= \frac{1}{t_2 - t_1} \left(\frac{-1}{2\tilde{i}\omega} \right) \left[e^{-2\tilde{i}\omega t} \right]_{t_1}^{t_2} \\ &= \frac{-1}{2\tilde{i}\omega} \frac{1}{t_2 - t_1} [\text{Cos}(-2\omega t) + \tilde{i} \text{Sen}(-2\omega t)] \\ &= \frac{-1}{2\tilde{i}\omega} \frac{1}{t_2 - t_1} [\text{Cos}(2\omega t) - \tilde{i} \text{Sen}(2\omega t)] \\ &= \frac{-1}{2\tilde{i}\omega} \frac{1}{t_2 - t_1} \left\{ \left[\text{Cos}(2\omega t) \right]_{t_1}^{t_2} - \left[\tilde{i} \text{Sen}(2\omega t) \right]_{t_1}^{t_2} \right\} \quad (3.6) \\ &= \frac{\tilde{i}}{2\omega} \frac{1}{t_2 - t_1} \left\{ \left[\text{Cos}(2\omega t) \right]_{t_1}^{t_2} - \tilde{i} \left[\text{Sen}(2\omega t) \right]_{t_1}^{t_2} \right\} \end{aligned}$$

Si $t_1 = t_0 - q \frac{T}{2}$ y $t_2 = t_0 + q \frac{T}{2}$, donde $t_0 = (t_1 + t_2)/2$, $T = 2\pi/\omega$ es el período de la onda y q es un número real tal que $0 < q < \infty$. Entonces al sustituir en cada uno de los dos sumandos que están entre las llaves de la ecuación (3.6), se obtiene:

B.1. Para el primer sumando:

$$\begin{aligned} \left[\text{Cos}(2\omega t) \right]_{t_1}^{t_2} &= \text{Cos} \left(2\omega \left[t_0 + q \frac{T}{2} \right] \right) - \text{Cos} \left(2\omega \left[t_0 - q \frac{T}{2} \right] \right) \\ &= \text{Cos}(2\omega t_0 + \omega q T) - \text{Cos}(2\omega t_0 - \omega q T) \\ &= [\text{Cos}(2\omega t_0) \text{Cos}(\omega q T) - \text{Sen}(2\omega t_0) \text{Sen}(\omega q T)] \\ &\quad - [\text{Cos}(2\omega t_0) \text{Cos}(\omega q T) + \text{Sen}(2\omega t_0) \text{Sen}(\omega q T)] \\ &= -2 \text{Sen}(2\omega t_0) \text{Sen}(\omega q T) \end{aligned} \quad (3.7)$$

B.2. Para el segundo sumando:

$$\begin{aligned} \left[\text{Sen}(2\omega t) \right]_{t_1}^{t_2} &= \text{Sen} \left(2\omega \left[t_0 + q \frac{T}{2} \right] \right) - \text{Sen} \left(2\omega \left[t_0 - q \frac{T}{2} \right] \right) \\ &= \text{Sen}(2\omega t_0 + \omega q T) - \text{Sen}(2\omega t_0 - \omega q T) \\ &= [\text{Sen}(2\omega t_0) \text{Cos}(\omega q T) + \text{Cos}(2\omega t_0) \text{Sen}(\omega q T)] \\ &\quad - [\text{Sen}(2\omega t_0) \text{Cos}(\omega q T) - \text{Cos}(2\omega t_0) \text{Sen}(\omega q T)] \\ &= 2 \text{Cos}(2\omega t_0) \text{Sen}(\omega q T) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Al sustituir las ecuaciones (3.7) y (3.8) en la ecuación (3.6), y también sustituir $t_1 = t_0 - q \frac{T}{2}$ y $t_2 = t_0 + q \frac{T}{2}$, se obtiene:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} e^{-2\tilde{i}\omega t} dt &= \frac{\tilde{i}}{2\omega} \frac{1}{\left(t_0 + q\frac{T}{2}\right) - \left(t_0 - q\frac{T}{2}\right)} \{-2\text{Sen}(2\omega t_0)\text{Sen}(\omega qT) \\
&\quad - \tilde{i}[2\text{Cos}(2\omega t_0)\text{Sen}(\omega qT)]\} \\
&= \frac{\tilde{i}}{\omega qT} \{-\text{Sen}(2\omega t_0)\text{Sen}(\omega qT) - \tilde{i}\text{Cos}(2\omega t_0)\text{Sen}(\omega qT)\} \\
&= -\tilde{i}\text{Sen}(2\omega t_0)\text{Senc}(\omega qT) + \text{Cos}(2\omega t_0)\text{Senc}(\omega qT)
\end{aligned}$$

donde la función $\text{Senc}()$ es definida como:

$$\text{Senc}(\theta) \equiv \frac{\text{Sen}(\theta)}{\theta} \quad (3.9)$$

Al tener a $\text{Senc}(\omega qT)$ como factor común y utilizar la representación de Euler:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} e^{-2\tilde{i}\omega t} dt &= [-\tilde{i}\text{Sen}(2\omega t_0) + \text{Cos}(2\omega t_0)]\text{Senc}(\omega qT) \\
&= e^{-2\tilde{i}\omega t_0}\text{Senc}(\omega qT)
\end{aligned}$$

Como $T = 2\pi/\omega$, entonces:

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} e^{-2\tilde{i}\omega t} dt = e^{-2\tilde{i}\omega t_0}\text{Senc}(2\pi q) \quad (3.10)$$

C. Para la tercera integral, al realizar un desarrollo similar que en el inciso B, se obtiene el resultado:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} e^{2\tilde{i}\omega t} dt &= [-\tilde{i}\text{Sen}(2\omega t_0) + \text{Cos}(2\omega t_0)]\text{Senc}(2\omega pT) \\
&= e^{2\tilde{i}\omega t_0}\text{Senc}(2\pi q)
\end{aligned} \quad (3.11)$$

Al sustituir las ecuaciones (3.3), (3.10) y (3.11) en la ecuación (3.4), y hacer el cambio $[t_1, t_2] \rightarrow qT$, se obtiene:

$$\begin{aligned}
\langle \mathbf{S} \rangle_{qT} &\equiv \langle \mathbf{S} \rangle_{[t_1, t_2]} \\
&= \frac{c^2 \epsilon_0}{4} \left[(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0^*) + (\tilde{\mathbf{E}}_0^* \times \tilde{\mathbf{B}}_0) + (\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0) e^{-2\tilde{i}\omega t_0} \text{Senc}(2\pi q) \right. \\
&\quad \left. + (\tilde{\mathbf{E}}_0^* \times \tilde{\mathbf{B}}_0^*) e^{2\tilde{i}\omega t_0} \text{Senc}(2\pi q) \right] \\
&= \frac{c^2 \epsilon_0}{4} \left[(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0^*) + (\tilde{\mathbf{E}}_0^* \times \tilde{\mathbf{B}}_0) \right. \\
&\quad \left. + \{(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0) e^{-2\tilde{i}\omega t_0} + (\tilde{\mathbf{E}}_0^* \times \tilde{\mathbf{B}}_0^*) e^{2\tilde{i}\omega t_0}\} \text{Senc}(2\pi q) \right]
\end{aligned}$$

$$= \frac{c^2 \epsilon_0}{4} \left[2 \Re(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0^*) + \{(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0) e^{-2i\omega t_0} + (\tilde{\mathbf{E}}_0^* \times \tilde{\mathbf{B}}_0^*) e^{2i\omega t_0}\} \text{Senc}(2\pi q) \right]$$

donde $\Re(\tilde{\mathbf{a}}) = \Re[\tilde{\mathbf{a}}]$.

Al simplificar el resultado anterior, se obtiene el vector de Poynting promedio en el intervalo temporal que contiene q períodos de la onda electromagnética:

$$\langle \mathbf{S} \rangle_{qT} = \frac{c^2 \epsilon_0}{2} \left[\Re(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0^*) + \{(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0) e^{-2i\omega t_0} + (\tilde{\mathbf{E}}_0^* \times \tilde{\mathbf{B}}_0^*) e^{2i\omega t_0}\} \text{Senc}(2\pi q) \right]$$

La magnitud de $\langle \mathbf{S} \rangle_{qT}$ es denominada *irradiancia* I , así que:

$$I \equiv \left| \langle \mathbf{S} \rangle_{qT} \right| = \frac{c^2 \epsilon_0}{2} \left| \Re(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0^*) + \{(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0) e^{-2i\omega t_0} + (\tilde{\mathbf{E}}_0^* \times \tilde{\mathbf{B}}_0^*) e^{2i\omega t_0}\} \text{Senc}(2\pi q) \right| \quad (3.12)$$

Al analizar la ecuación (3.12) se observa que en su miembro derecho:

1. El primer sumando es constante.
2. El segundo sumando es oscilante, sólo en casos particulares es 0, pero converge a 0 cuando $q \rightarrow \infty$ debido al comportamiento de la función $\text{Senc}(2\pi q)$.

En la figura 3.1 se presenta la gráfica de la función $\text{Senc}(\theta)$ definida por la ecuación (3.9). Cuando $\theta = 0$ se obtiene $\text{Senc}(\theta) = 1$ que es el pico de magnitud máxima y cuando $\theta = \pm 32.5\pi$ se obtiene un pico con magnitud $\text{Senc}(\theta) = 0.0098$. Esto significa que si el intervalo $[t_1, t_2] \rightarrow qT$ contiene al menos 16.25 períodos de la onda $\tilde{\mathbf{S}}$, entonces se dice que la I obtenida tiene variaciones menores del 0.98% respecto al valor promedio esperado.

Ejemplos para la ecuación (3.12) con la condición de que la onda electromagnética sea continua, tenga frente de onda plano, polarización lineal y que viaje en el vacío:

A. Si $f = 1$ MHz, su período T es:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10^6 \text{ Hz}} = 1 \mu\text{s}$$

así que deben transcurrir $16.25T = 16.25 \mu\text{s}$ para obtener en promedio el 99% de la irradiancia. Para una onda electromagnética que viaja en el vacío, este tiempo equivale a aproximadamente 4.88 km de recorrido.

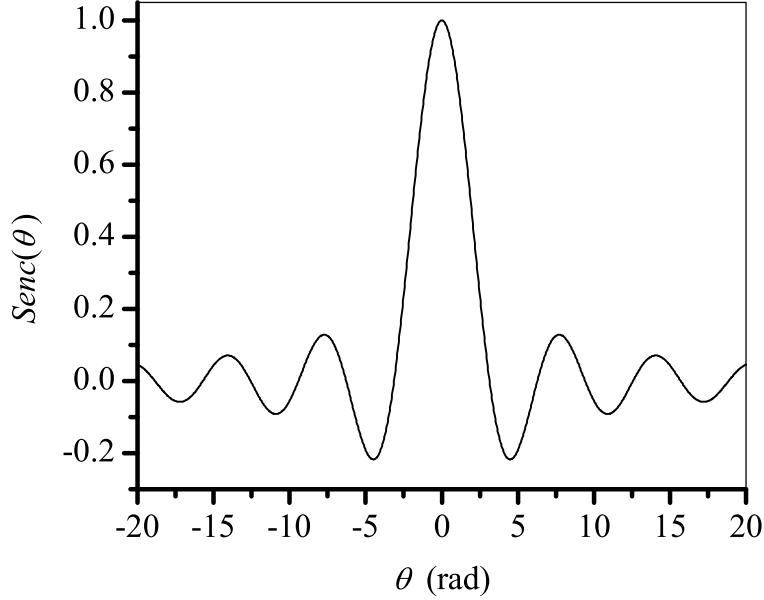


Figura 3.1 Función $Senc(\theta)$.

B. Para luz monocromática de 600 nm, su período T es:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{c} \approx \frac{6 \times 10^{-7} \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2 \text{ fs}$$

entonces deben transcurrir $16.25T = 32.5 \text{ fs}$ para obtener en promedio el 99% de la irradiancia. Este tiempo equivale a aproximadamente $9.8 \mu\text{m}$ de recorrido.

Se propone que si:

- A) En general, para una onda electromagnética si las variaciones en $|\langle \mathbf{S} \rangle_{qT}|$ son menores que el 1%.
- B) En lo particular, para ondas electromagnéticas como la luz que tienen frecuencias tan altas que no se cuenta con algún dispositivo para detectar al menos unidades de longitud de onda.

Entonces se puede considerar que en ambos casos se obtiene el valor de la I promedio constante. Al usar esta proposición en la ecuación (3.12) se obtiene la aproximación:

$$I \approx \frac{c^2 \epsilon_0}{2} \left| \Re(\tilde{\mathbf{E}}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_0^*) \right|$$

Al utilizar el hecho de que en el vacío $|\tilde{\mathbf{E}}_0|$ y $|\tilde{\mathbf{B}}_0|$ son proporcionales, en la forma:

$$|\tilde{\mathbf{E}}_0| = c |\tilde{\mathbf{B}}_0| \quad (3.13)$$

y al hacer las equivalencias de $|\tilde{\mathbf{E}}_0| \tilde{\mathbf{a}}_1 \equiv \tilde{\mathbf{E}}_0$ y $|\tilde{\mathbf{B}}_0| \tilde{\mathbf{a}}_2 \equiv \tilde{\mathbf{B}}_0$ donde $\tilde{\mathbf{a}}_1$ y $\tilde{\mathbf{a}}_2$ son los vectores unitarios y complejos en los sentidos de $\tilde{\mathbf{E}}_0$ y $\tilde{\mathbf{B}}_0$, entonces:

$$I = \frac{c^2 \epsilon_0}{2} \left| \Re \left(\left[|\tilde{\mathbf{E}}_0| \tilde{\mathbf{a}}_1 \right] \times \left[|\tilde{\mathbf{B}}_0| \tilde{\mathbf{a}}_2^* \right] \right) \right|$$

donde se utiliza que $|\tilde{\mathbf{B}}_0^*| = |\tilde{\mathbf{B}}_0|$.

Al continuar con el desarrollo:

$$\begin{aligned} I &= \frac{c^2 \epsilon_0}{2} \left| \Re \left(\left[|\tilde{\mathbf{E}}_0| \tilde{\mathbf{a}}_1 \right] \times \left[\frac{|\tilde{\mathbf{E}}_0|}{c} \tilde{\mathbf{a}}_2^* \right] \right) \right| \\ &= \frac{c^2 \epsilon_0}{2} \left| \frac{|\tilde{\mathbf{E}}_0|^2}{c} \Re \left(\tilde{\mathbf{a}}_1 \times \tilde{\mathbf{a}}_2^* \right) \right| \\ &= \frac{c \epsilon_0}{2} |\tilde{\mathbf{E}}_0|^2 \left| \Re \left(\tilde{\mathbf{a}}_1 \times \tilde{\mathbf{a}}_2^* \right) \right| \end{aligned}$$

Como $\left| \Re \left(\tilde{\mathbf{a}}_1 \times \tilde{\mathbf{a}}_2^* \right) \right| = 1$, entonces:

$$I = \frac{c \epsilon_0}{2} |\tilde{\mathbf{E}}_0|^2 \quad (3.14a)$$

Al elevar al cuadrado la ecuación (3.13) y utilizar la relación $c^2 = 1/(\epsilon_0 \mu_0)$, se obtiene:

$$\begin{aligned} |\tilde{\mathbf{E}}_0|^2 &= c^2 |\tilde{\mathbf{B}}_0|^2 \\ &= \frac{|\tilde{\mathbf{B}}_0|^2}{\epsilon_0 \mu_0} \end{aligned}$$

así al sustituir este resultado en la ecuación (3.14a):

$$I = \frac{c}{2 \mu_0} |\tilde{\mathbf{B}}_0|^2 \quad (3.14b)$$

se obtiene otra forma equivalente para la irradiancia promedio de una onda electromagnética con frente de onda plano y con polarización lineal que se propaga en el vacío.

3.2 Modos de oscilación de una cavidad láser.

Se conoce al láser como una *cavidad óptica* en la cual la luz se propaga en una dirección preferente. Como una cavidad óptica es básicamente una *cavidad electromagnética*, a continuación se explica este concepto.

En general, una cavidad electromagnética es una cavidad cerrada que en su interior contiene ondas electromagnéticas. En el caso ideal si la cavidad tiene paredes con conductividad infinita, en éstas hay solamente nodos del campo eléctrico, por condiciones de la frontera de cada componente del campo eléctrico que compone al campo electromagnético.

Si la cavidad tiene forma de paralelepipedo rectangular tal que sus aristas son paralelas a los ejes cartesianos x, y y z , y sus caras (o paredes) son metálicas con conductividad infinita, entonces para determinadas frecuencias de oscilación de la onda, hay números enteros n_x, n_y y n_z de medias longitudes de onda en las tres direcciones definidas por cada eje.

En el láser la luz se propaga en una dirección preferente debido a que 2 paredes opuestas son espejos, uno semitransparente y otro reflectante. Estos tienen determinada forma y configuración geométrica para que haya la mayor cantidad de reflexiones de la luz entre ellos.

Cuando el medio de la cavidad láser es excitado y emite luz, hay varias reflexiones entre los espejos, de tal forma que la amplitud del campo eléctrico de la onda electromagnética se incrementa con la luz que vuelve a emitir el medio al ser excitado. Finalmente por el espejo semitransparente sale luz que tiene determinado frente de onda, frente que es función de los modos de oscilación de la onda electromagnética en el interior de la cavidad.

En la dirección preferente de propagación de la luz se producen los denominados *modos longitudinales*, que ocurren cuando la longitud de la cavidad en esta dirección es un número entero de medias longitudes de onda (o de nodos). En algunos láseres se puede modificar el número de nodos con la variación de la longitud en esta dirección.

Como el medio emisor de luz ocupa determinado volumen en el que existen ondas electromagnéticas que se pueden analizar con componentes en tres direcciones ortogonales, entonces si por ejemplo, la dirección de propagación de la luz es en el eje x , significa que también hay componentes de la onda electromagnética en los ejes y y z . El láser es diseñado de tal forma que en tres direcciones ortogonales los modos de oscilación son múltiplos enteros de media longitud de onda.

Si los modos de oscilación de un láser son descritos por los números enteros n_x, n_y y n_z , se usa la nomenclatura $TEM_{n_z n_y n_x}$ para referirse a los modos de oscilación de la luz emergente de la cavidad. TEM se refiere a que los campos eléctricos y magnéticos son ortogonales a la dirección de propagación. Los índices especifican los nodos (o líneas nodales) del campo eléctrico que hay entre las paredes.

Como puede haber una gran cantidad (y en general arbitraria) de nodos de oscilación en la dirección de propagación, además de que en general la longitud de la cavidad en la dirección de propagación es constante, se suprime el índice n_x , por lo que la nomenclatura es reducida a $TEM_{n_z n_y}$.

Ejemplos de $TEM_{n_z n_y}$ (la luz se propaga en el eje x):

- TEM_{00} , el haz no tiene líneas nodales en ninguno de los ejes z y y .
- TEM_{10} , el haz tiene una línea nodal en el eje z y no tiene línea nodal en el eje y .
- TEM_{01} , el haz no tiene línea nodal en el eje z y tiene una línea nodal en el eje y .
- TEM_{11} significa una línea nodal en cada eje z y y .

3.3 Irradiancia de luz láser.

En el caso de un haz de luz láser emitida en el modo TEM₀₀ el cual se supone gaussiano y que viaja en la dirección del eje x , su irradiancia es:

$$I(r, x) = I(0, x) e^{-2r^2/r_x^2} \quad (3.15)$$

donde

- r : Distancia radial, perpendicular al eje del haz.
- x : Distancia sobre el eje del haz y a partir donde se localiza el *cinturón* del haz.
- $I(0, x)$: Irradiancia en el eje del haz a la distancia x .
- r_x : Distancia radial donde la irradiancia del haz ha disminuido a $I(0, x)/e^2$, definida como:

$$r_x = \left[\frac{\lambda^2 x^2}{\pi^2 r_0^2} + r_0^2 \right]^{1/2}$$

donde

- $\lambda = c/f$: Longitud de onda de la luz del láser.
- r_0 : Radio del cinturón del haz.

Según la ecuación (3.15), para cualquier distancia después del cinturón del haz, la energía del haz disminuye conforme aumenta la distancia radial respecto al eje del haz.

3.4 Reflexión y transmisión.

Si se tiene un frente de onda plano con irradiancia I_1 que se propaga en un medio 1 con permitividad eléctrica ϵ_1 y permeabilidad magnética μ_1 , después de incidir perpendicularmente en la superficie de un medio 2 con permitividad eléctrica ϵ_2 y permeabilidad magnética μ_2 , el frente incidente es dividido en dos partes, un frente es reflejado al medio 1 y otro es transmitido en el medio 2.

[36, 37] Los frentes de onda están relacionados por los coeficientes de amplitud de Fresnel de reflexión r y de transmisión t , aplicables a las componentes paralela y perpendicular a la superficie de incidencia del campo eléctrico reflejado y transmitido respecto a las componentes del campo eléctrico incidente.

Para las irradiancias, en el caso de incidencia perpendicular del haz, se tiene que la reflectancia \mathcal{R} es

$$\mathcal{R} = \frac{I_r}{I_i} = r^2$$

y la transmitancia \mathcal{T} es

$$\mathcal{T} = \frac{I_t}{I_i} = \frac{n_2}{n_1} t^2$$

donde:

I_i : irradiancia incidente.

I_r : irradiancia reflejada.

I_t : irradiancia transmitida.

n_1 : índice de refracción del medio 1.

n_2 : índice de refracción del medio 2.

Para la obtención de \mathcal{R} y \mathcal{T} se aplica el principio de conservación de energía tal que $\mathcal{R} + \mathcal{T} = 1$.

3.5 Longitud de penetración óptica.

Sean 2 medios, el medio 1 es no absorbente ópticamente es decir su índice de refracción absoluto n_1 es real, el medio 2 tiene densidad de carga eléctrica neta 0 y es absorbente ópticamente es decir su índice de refracción absoluto es complejo de la forma $\tilde{n}_2 = n_2(1 + i\kappa)$, donde κ es el *índice de atenuación* también denominado *coeficiente de extinción*.

Si una onda electromagnética viaja en el medio 1 e incide perpendicularmente en el medio 2, el vector de onda complejo en el medio 2 es [36]:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{k}}_2 &= \omega \frac{\tilde{n}_2}{c} \tilde{\mathbf{k}}_2 \\ &= \frac{\omega n_2}{c} (1 + i\kappa) \tilde{\mathbf{k}}_2 \end{aligned} \quad (3.16)$$

Si además la onda viaja en la dirección del eje x , al sustituir la ecuación (3.16) en la ecuación (3.1) con $\tilde{\mathbf{E}}_2(\mathbf{r}, t) \rightarrow \tilde{\mathbf{E}}_2(x, t)$ y $\tilde{\mathbf{k}}_2 \cdot \mathbf{r} \rightarrow \tilde{\mathbf{k}}_2 x$, en el medio 2 se obtiene:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_2(x, t) &= \tilde{\mathbf{E}}_{02} e^{-i(\omega t - \tilde{\mathbf{k}}_2 x)} \\ &= \tilde{\mathbf{E}}_{02} e^{-i(\omega t - \frac{\omega n_2}{c} [1 + i\kappa] x)} \\ &= \tilde{\mathbf{E}}_{02} e^{-\frac{\omega n_2 \kappa}{c} x} e^{-i\omega(t - \frac{n_2}{c} x)} \end{aligned} \quad (3.17)$$

En la ecuación (3.17), la parte

$$\tilde{\mathbf{E}}_{02} e^{-\frac{\omega n_2 \kappa}{c} x}$$

significa que la amplitud de $\tilde{\mathbf{E}}_2(x, t)$ decrece exponencialmente y la parte

$$e^{-i\omega(t - \frac{n_2}{c} x)}$$

significa que $\tilde{\mathbf{E}}_2(x, t)$ es oscilante.

La ecuación (3.14a) es aplicable a una onda electromagnética que se propaga en el vacío. Si la onda se propaga en un medio que no tiene densidad volumétrica de carga eléctrica como el medio 2, la ecuación (3.14a) se convierte en:

$$I_2(x) \approx \frac{v_2 \epsilon_2}{2} |\tilde{\mathbf{E}}_{02} e^{-\frac{\omega n_2 \kappa}{c} x}|^2$$

donde

v_2 : Velocidad de la luz en el medio 2.

ϵ_2 : Permitividad eléctrica del medio 2.

En la aproximación de I_2 se supone que $\epsilon_2 \approx |\tilde{\epsilon}_2|$ y por lo tanto $v_2 \approx |\tilde{v}_2|$, donde

$\tilde{\epsilon}_2 = \epsilon_2 + i \frac{\sigma_2}{\omega}$: Permitividad eléctrica del medio 2, en representación compleja.

σ_2 : Conductividad eléctrica del medio 2.

$\tilde{v}_2 = c/\sqrt{\mu_2 \tilde{\epsilon}_2}$: Velocidad de la luz en el medio 2, en representación compleja.

$$\begin{aligned} I_2(x) &= \frac{v_2 \epsilon_2}{2} |\tilde{\mathbf{E}}_{02}|^2 e^{-\frac{2\omega n_2 \kappa}{c} x} \\ &= I_{02} e^{-2\alpha x} \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde:

$$I_{02} = \frac{v_2 \epsilon_2}{2} |\tilde{\mathbf{E}}_{02}|$$

es la irradiancia de la onda al entrar en el medio 2 y

$$\alpha = \frac{\omega n_2 \kappa}{c}$$

es el denominado *coeficiente de atenuación* en el medio 2.

Cuando $\alpha x = 1$, de la ecuación (3.17) se obtiene que:

$$\left| \tilde{\mathbf{E}}_2\left(\frac{1}{\alpha}, t\right) \right| = |\tilde{\mathbf{E}}_2(0, t)| e^{-1}$$

y de la ecuación (3.18):

$$I_2\left(\frac{1}{\alpha}\right) = I_2(0) e^{-2}$$

En esta condición se define la *profundidad de piel* o también denominada *longitud de penetración óptica* δ como [5, 36, 37]

$$\delta \equiv x = \frac{1}{\alpha} \quad (3.19)$$

De la ecuación (3.16), se tiene que

$$\begin{aligned} \omega \frac{\tilde{n}_2}{c} &= \omega \tilde{v}_2 \\ &= \omega \sqrt{\mu_2 \tilde{\epsilon}_2} \\ &= \omega \sqrt{\mu_2 \left(\epsilon_2 + i \frac{\sigma_2}{\omega} \right)} \end{aligned}$$

Tomando en cuenta que $\tilde{n}_2 = n_2(1 + i\kappa)$, entonces al quitar el factor común ω y elevar al cuadrado cada miembro se tiene:

$$\left(\frac{n_2}{c} \right)^2 (1 + 2i\kappa - \kappa^2) = \mu_2 \epsilon_2 + i \frac{\mu_2 \sigma_2}{\omega}$$

y al igualar los términos complejos

$$2 \left(\frac{n_2}{c} \right)^2 \kappa = \frac{\mu_2 \sigma_2}{\omega}$$

así

$$n_2 \kappa^{1/2} = c \sqrt{\frac{\mu_2 \sigma_2}{2\omega}} \quad (3.20)$$

[5, 36] si $0 < \kappa \leq 1$ y $1 \leq n_2 \leq 10$, se propone que $n_2 \kappa^{1/2} \approx n_2 \kappa$, entonces se hace el cambio en la ecuación (3.20) y luego la sustitución en la ecuación (3.19), así

$$\delta \approx \sqrt{\frac{2}{\mu_2 \sigma_2 \omega}} \quad (3.21)$$

Por ejemplo sea el medio 1 el vacío, si una onda electromagnética tiene longitud de onda $\lambda_1 = 600 \text{ nm}$ o sea $\omega = ck = 2\pi c/\lambda_1 = 3.14 \times 10^{15} \text{ rad Hz}$, significa que se analiza una onda que tiene frecuencia en el intervalo de frecuencias ópticas, específicamente en el visible. Entonces en este intervalo:

1. [15] Los parámetros típicos para los metales son $\sigma_2 = 10^7 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$ y $\mu_2 \approx \mu_0 = \mu_1 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ [15]. Al utilizar la ecuación (3.21) se obtiene $\delta \approx 7 \text{ nm}$.
2. [15] Si se tiene un semiconductor como el silicio con $\sigma_2 = 10^3 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$ y $\mu_2 \approx \mu_0 = \mu_1$, entonces $\delta \approx 700 \text{ nm}$.

Lo que significa que para luz en el visible en los metales δ es fracción de la longitud de onda que tiene la luz en el vacío (o aire) y para semiconductores o aislantes δ es aproximadamente igual a la longitud de onda de la luz cuando se propaga en el vacío.

3.6 Conversión de energía luminosa a energía acústica: efecto fotoacústico.

La energía electromagnética, en este caso luminosa, que ha sido absorbida (*atenuada*) en el medio puede modificar el estado o la estructura del medio y parte de esta energía puede ser convertida o reemitida.

El caso de interés en este trabajo es cuando el medio es un sólido y la luz absorbida no produce daño en él. Si la iluminación es continua, después de cierto tiempo la temperatura en el sólido llega a un estado estacionario, ya sea porque el sólido está en contacto con sus alrededores o está aislado y emite energía por efecto de radiación de *cuerpo negro*.

Si en el inicio el sólido está iluminado y en cierto momento hay incremento de la energía luminosa o en el inicio el sólido no está iluminado y en cierto momento es iluminado, es decir en ambos casos ocurre un incremento de la irradiancia, entonces en la región del sólido en donde ocurre el incremento, se produce un incremento de la temperatura.

Sea ΔV el volumen inicial a donde ocurre el incremento de irradiancia, entonces durante el tiempo en que ocurre el incremento se puede diferenciar dos casos:

A1. Hay flujo de energía térmica más allá de la frontera de ΔV . Lo que significa que ocurre el fenómeno de difusión térmica, por lo tanto hay incremento de la temperatura en ΔV y sus alrededores.

B1. No hay flujo de energía térmica más allá de la frontera de ΔV . Lo que significa que sólo en ΔV hay incremento de la temperatura. Otra forma de decirlo es que en este caso en ΔV ocurre un proceso adiabático fuera de equilibrio [38, 39].

En el momento en no hay incremento de la irradiancia, también se diferencian dos casos en función de cuál caso acaba de ocurrir. Estos casos son:

A2. Ocurrió el caso A1, entonces continuará la difusión térmica hasta que la temperatura del sólido llegue a un estado estacionario.

B2. Ocurrió el caso B1, entonces la frontera de ΔV aumenta, lo que produce deformación en el sólido, que resulta en la generación de una onda acústica.

Si la frontera adiabática delimita el volumen a donde se deposita la energía, entonces para un elemento de volumen δV de ΔV el cambio de energía interna es el cambio de entalpía $\Delta H_{\delta V}$ y descrita como

$$\Delta H_{\delta V} = m_{\delta V} c \Delta T_{\delta V}$$

donde: $m_{\delta V} = \rho_m \delta V$ es la masa de δV y ρ_m la densidad de masa.

c el calor específico.

$\Delta T_{\delta V}$ el cambio de temperatura en δV .

Un haz de luz proporciona energía como lo especifica la ecuación (3.3a). Cuando hay un cambio de \mathbf{E} o de \mathbf{B} hay un cambio de \mathbf{S} , lo que significa que hay un cambio en la energía depositada en ΔV . Entonces en δV ocurre $\Delta H_{\delta V}$ que produce $\Delta T_{\delta V}$. Cuando termina el cambio de \mathbf{S} no necesariamente implica que en ΔV hay ΔT máxima si $|\mathbf{S}|$ aumenta, puede existir cierto retraso, esto es función del proceso de absorción.

Para hacer el análisis de la existencia de ΔT en función del cambio de \mathbf{S} con las condiciones de proceso adiabático aquí definidas, no fue necesario asignar alguna característica especial a la luz, lo que significa que ΔT puede producirse con luz polarizada o no, coherente o incoherente, longitud de onda visible o no, pulsada o continua, cuando es pulsada si son pulsos con varias longitudes de onda o fracción de longitud de onda de duración, en el caso de continua si hay aumento o disminución rápida de la fluencia, incidencia cualquiera siempre que parte de la luz sea absorbida por el medio, o desfaseamiento entre \mathbf{E} y \mathbf{B} .

Entonces si ΔT es resultado de iluminar el medio, que en este caso es un sólido, para que se produzcan ondas acústicas se requieren dos condiciones. Que:

1. La velocidad de la luz en el medio sea mucho mayor que la velocidad de las ondas acústicas en el medio.
2. En el intervalo temporal en que ocurre el incremento de I , ΔV no cambie.

De 1 y 2 y si el índice de refracción no es función de $|\langle \mathbf{S} \rangle_{qT}|$, ΔV es el volumen formado por la sección transversal del haz de luz A y una distancia x que es mayor que la longitud de penetración δ , es decir $\Delta V = xA$. Se define la longitud x a partir de la interfaz entre los dos medios y hasta la distancia en que la energía de $|\langle \mathbf{S} \rangle_{qT}|$ es igual a la energía de las fluctuaciones térmicas en el medio 2.

La condición 1 en general se cumple. Para la condición 2 se usa la ecuación (3.18) con $I_{02} \gg I_2(x)$. Por ejemplo si $I_{02} = 100I_2(x)$, entonces $e^{-2\alpha x} = e^{-2x/\delta} = 0.01$ donde se ha usado la ecuación (3.19), así que $x = 2.3\delta$. Al aplicar este resultado, se tiene que en los metales $x \approx 16$ nm y en un semiconductor como el silicio $x \approx 1.6$ μm .

En los casos en que se aplica la ecuación (3.21), se dice que la energía es absorbida en una capa delgada del material. Esto debe tomarse en cuenta como criterio para elegir el espesor mínimo del material, que se propone sea mayor que x , para suponer que toda la luz que penetra en el material es casi toda absorbida.

Cuando ocurre ΔI la temperatura en cada punto de ΔV no es la misma, como lo expresa la ecuación (3.18) el cambio de temperatura en la superficie de incidencia es mayor que en puntos más adentro del medio. Si el haz es gaussiano, de la ecuación (3.15) se deduce que la temperatura o el cambio de temperatura en la superficie de incidencia es mayor en el eje del haz.

Esta distribución de temperatura implica que el modelo matemático que describe el frente de onda acústico generado es complicado. [9] Los modelos matemáticos menos complicados son para los casos en que el volumen en que ocurre el aumento de temperatura genera una onda acústica con frente plano u onda acústica con frente esférico.

Para determinar las frecuencias acústicas generadas por $\Delta I/\Delta t$ se supone que la temperatura $T_{\delta V}$ cambia asintóticamente desde su valor inicial $T_{\delta V,i}$ hasta su valor final $T_{\delta V,f}$ como:

$$T_{\delta V} = T_{\delta V,i} + \Delta T_{\delta V,fi} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (3.22)$$

donde:

- $\Delta T_{\delta V,fi} = T_{\delta V,f} - T_{\delta V,i}$: Cambio de temperatura en δV .
 $\tau = 1/(2\pi f_{cs})$: Constante de tiempo.
 f_{cs} : [40] Frecuencia de corte superior, que es cuando la magnitud de la señal a disminuido a la mitad de su valor máximo. En este trabajo también se le denomina *frecuencia máxima*.

El *tiempo de respuesta* t_r de δV a cambiar de temperatura, se define desde $\Delta T_{\delta V} = 0.1 \Delta T_{\delta V,fi}$ hasta $\Delta T_{\delta V} = 0.9 \Delta T_{\delta V,fi}$. Entonces de la ecuación (3.22):

$$0.1 = 1 - e^{-t_{0.1}/\tau} \quad \text{y} \quad 0.9 = 1 - e^{-t_{0.9}/\tau}$$

Con estas condiciones se tiene que:

$$t_r = t_{0.9} - t_{0.1} = 2.2 \tau \quad (3.23)$$

y

$$f_{cs} = \frac{0.35}{t_r} \quad (3.24)$$

La ecuación (3.24) proporciona un criterio con el cual se puede determinar la frecuencia máxima del espectro acústico generado por un cambio temporal de la irradiancia incidente en un material.

DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y FUNCIONAMIENTO.

El *sistema para análisis fotoacústico diferencial* además de que contiene los instrumentos básicos que se han utilizado en investigar las transiciones de fase en cerámicas [10 a 12, 23, 24, 41], para este trabajo se le han incorporado los dispositivos y programa computacional para que se realice automáticamente el control y la transferencia de datos, el procesamiento de estos datos y la presentación de los resultados en tiempo real.

En la figura 4.1 se muestra el diseño del sistema. Algunas componentes del sistema deben ser rígidas y otras móviles. En el caso de las componentes móviles su posición debe ser repetible. Por tal causa algunas componentes son colocadas en una cubierta rectangular perforada para mesa óptica, cuyas dimensiones son de 1.2 m por 0.9 m. En esta cubierta se colocan: el divisor de haz, la sonda del radiómetro, el espejo giratorio, el fotodiodo PIN, el motor de pasos, el horno, las guías acústicas con las muestras, el escudo para radiación y los transductores acústicos (ver sección 4.6.1).

En la figura 4.1 se presenta el esquema general del sistema y a continuación se describe cada parte de éste.

4.1 Fuente de luz.

La fuente es un láser Nd:YAG marca Continuum modelo Surelite I que emite con frecuencia de hasta 10 Hz, pulsos de luz de 1064 nm de longitud de onda, luz que está en la región del infrarrojo. Además cuenta con accesorios para producir dos armónicos, de 532 nm (luz verde) y 355 nm (luz ultravioleta). Se utiliza luz de 1064 nm y de 532 nm para conocer el funcionamiento del sistema para análisis fotoacústico diferencial.

El ancho temporal del pulso δt es medido con un fotodiodo PIN marca Motorola parte MRD500 que tiene tiempo de respuesta $t_{r,diodo} \approx 1$ ns, acoplado a un osciloscopio marca Tektronix modelo TDS 540 de 500 MHz de ancho de banda y tiempo de respuesta $t_{r,osc} \approx 2$ ns. La impedancia de entrada del osciloscopio es configurada en 50Ω .

El ancho temporal experimental δt_m del pulso láser (medido por el autor) es de 8 ns sin tomar en cuenta a $t_{r,diodo}$ ni a $t_{r,osc}$. Si se toman en cuenta estos tiempos, debe suceder que $\delta t < \delta t_m$. Según el fabricante $\delta t \approx 5$ ns.

Si se supone que en el tiempo que dura el pulso láser:

- A. El volumen no cambia donde es absorbida parte de la luz del pulso.
- B. La temperatura incrementa asintóticamente en ese volumen, ecuación (3.22).

ANÁLISIS FOTOACÚSTICO DIFERENCIAL

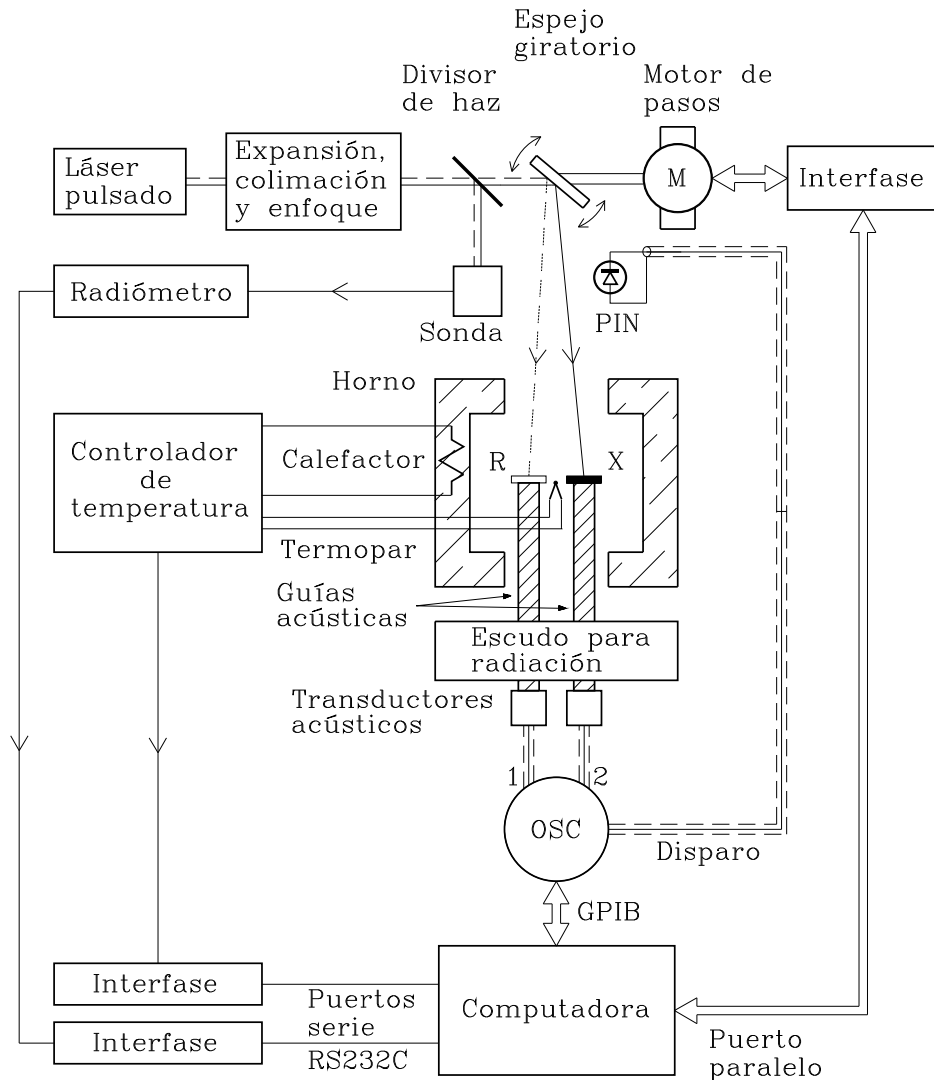


Figura 4.1. Sistema para análisis fotoacústico diferencial.

Entonces δt proporciona el criterio de que se puede generar un espectro de frecuencias cuya frecuencia máxima es obtenida con la ecuación (3.24):

$$f_{cs} = \frac{0.35}{0.9\delta t - 0.1\delta t} > \frac{0.35}{0.9\delta t_m - 0.1\delta t_m} = 55 \text{ MHz}$$

Al expandirse el volumen en donde es absorbido el pulso, las deformaciones mecánicas (sonido) en el material tendrán un espectro de frecuencias no mayor que f_{cs} .

4.2 Expansión, colimación y enfoque.

El propósito de esta parte es seleccionar el tamaño de la sección transversal del haz que incide en la muestra. Si se supone que en la muestra ocurre que $I(x) \ll I_0$, ecuación (3.18), es decir la muestra es opaca a la luz con longitud de onda seleccionada y que el haz del láser es gaussiano, ecuación (3.15), entonces la temperatura por unidad de área en la muestra es función de la sección transversal que tenga el haz. Por lo tanto al analizar una muestra con un haz de luz que le incide perpendicularmente, debe tomarse en cuenta que:

A) Si se desea que sobre toda la superficie de incidencia haya el mismo cambio de temperatura, entonces debe llegar la misma irradiancia en toda ella, así que debe expandirse y colimarse el haz de tal forma que su sección transversal sea mayor que la sección transversal de la muestra. Con esta configuración se favorece la generación de un frente de onda acústico plano a partir de la superficie de incidencia.

B) Si sólo se desea hacer un análisis *local*, entonces el haz debe expandirse, colimarse y enfocarse en un área pequeña de la muestra, de esta forma se incrementa localmente la temperatura y consecuentemente se favorece la generación de un frente de onda acústico esférico.

Para facilitar la alineación de incidencia perpendicular del haz, el sistema óptico debe tener una distancia focal grande.

También esta configuración es útil cuando el espesor de la muestra es pequeño respecto a su tamaño transversal, ya que se puede separar temporalmente la señal acústica que se propaga a lo largo del espesor, de la señal acústica que se propaga a lo largo de la dimensión transversal.

En este trabajo el diámetro del haz no es modificado, ya que primero se quiere conocer si el sistema construido puede registrar la existencia de cambios físicos en la muestra (transiciones de fase) cuando inciden pulsos de luz y la temperatura externa es modificada.

4.3 Divisor de haz.

La luz procedente del láser es dividida en dos partes por el divisor, la parte que es transmitida va a un espejo giratorio y de ahí a las muestras, y la reflejada va a la sonda detectora del medidor de energía. El divisor es un cubreobjetos de $160 \mu\text{m}$ de espesor y su plano forma un ángulo de $\pi/4$ respecto al sentido de propagación de la luz.

4.4 Medición de la energía luminosa.

Para conocer la energía incidente en cada muestra y en cada ciclo durante el funcionamiento del sistema fotoacústico diferencial, el haz de luz es dividido en dos partes,

una que se dirige a cada muestra y otra que va a un sensor de energía luminosa (radiómetro).

Antes de colocar el horno y las guías acústicas en la cubierta perforada, se coloca alternadamente el sensor de energía luminosa en las posiciones a donde se colocan las muestras y a donde se coloca el sensor durante el funcionamiento normal. De esta forma para luz de 532 nm se obtiene una razón de 4.4 entre la energía que llega a donde se colocan las muestras y la energía que llega a donde se coloca normalmente el sensor de energía luminosa.

La sonda del radiómetro contiene un sensor de energía luminosa que detecta a la luz por el efecto piroeléctrico. La sonda es modelo RjP-735 conectado a un radiómetro modelo RJ-7620, ambos marca Laser Precision Corp. La sonda es sensible a luz de longitud de onda desde 400 nm a 3 μm y detecta pulsos de luz que duran menos de 1 ns y hasta 1 ms. El radiómetro es configurado manualmente en la escala de energía que se utiliza durante todo el proceso y siempre para obtener la energía promedio de 100 pulsos de luz.

El radiómetro tiene una salida analógica de voltaje a la cual se conecta un multímetro marca Metex modelo M-3850D que tiene interfase con protocolo RS232. La relación entre la energía en joule y el voltaje en volt, y la escala de energía seleccionada están incluidas en el programa de cómputo, con el propósito de llevar el registro de la energía incidente en cada muestra.

4.5 Director del haz de luz.

Después de que la luz sale del divisor de haz, ésta llega a un espejo que gira alternadamente en los dos sentidos en cada ciclo, así que la luz reflejada en la primera superficie del espejo incide también alternadamente y casi perpendicular sobre cada muestra. El espejo se coloca en la flecha de un motor a pasos de tal forma que la superficie reflectora es paralela al eje de la flecha. La luz incide en la zona del espejo por donde pasa el eje de la flecha y de esta forma para cada cambio del ángulo de giro $\Delta\Theta$, el haz es reflejado $2\Delta\Theta$ respecto a la normal al espejo.

El motor a pasos más fácil de conseguir y de menor ángulo entre dos pasos consecutivos es el motor bifilar de 4 fases que proporciona 200 pasos en cada vuelta. Si las fases del motor son A, B, C y D, entonces al activar secuencialmente las fases A, B, C, D, ... o A, B, A, B, ..., entre dos pasos consecutivos se tiene $\Delta\Theta = 1.8^\circ = \pi/100$. Sin embargo en este tipo de motor es posible activar dos fases simultáneamente, por ejemplo si la activación es A, AB, B, BC, C, ... o A, AB, A, AB, ..., de esta manera se tiene entre dos pasos consecutivos el ángulo de giro mínimo que es $\Delta\theta = \Delta\Theta/2 = \pi/200$.

Para este trabajo se diseña y construye una interfase electrónica, apéndice D, que hace posible que la computadora por medio del puerto paralelo usado comúnmente para impresora con protocolo Centronics, envíe los pulsos que hacen girar el motor cada ciclo y también detecta la posición angular del espejo definida como 0 radianes. En el programa de control se han incluido las rutinas que determinan el momento en que el motor debe de girar para que el haz láser incida en cada muestra, realizar mediciones, y volver a girar para dirigir el haz hacia la otra muestra.

Como la activación de las fases es con pulsos cuadrados, el rotor del motor a pasos

no queda estático al cambiar de ángulo, así que previamente se determina qué tanto oscila amortiguadamente. Para tal propósito, en un plano a 7 m de distancia del espejo giratorio se observa el comportamiento de la mancha del haz y se observa que al haber cambio de ángulo, ésta permanece en la misma región para tiempo menor de 1 s. Por lo que como dato en el programa de control, al incidir el haz en una muestra, el programa debe esperar a que transcurra 1 s para empezar las mediciones en cada muestra.

Para conocer la distancia máxima que debe estar el espejo de las muestras dentro del horno, debe tomarse en cuenta lo siguiente:

1. La separación s de dos regiones a donde incide el haz de luz para el ángulo mínimo que gira el motor de pasos es de

$$s \approx D(2 \Delta\theta) \quad (4.1)$$

para $D \gg s$, donde D es la distancia del plano donde está s .

2. Como el haz debe incidir a la mitad de la longitud de la cavidad del horno, la separación de las dos muestras en estas condiciones es a lo más, el valor del diámetro útil de la cavidad del horno menos el valor igual a un diámetro de la guía acústica, el valor resultante es de 45 mm. Este valor es asignado a s y al aplicar la ecuación (4.1) se tiene que $D \leq 1.4$ m.

La distancia mínima D está condicionada por el calentamiento del espejo debido a la radiación emitida por el horno, así que se elige $D = 35$ cm. Esta distancia es la misma que la distancia entre el espejo y el fotodiodo PIN. La igualdad en estas distancias es para disminuir las correcciones de los tiempos medidos entre el momento de incidencia de la luz en cada muestra (detectada simultáneamente por el fotodiodo, el cual inicia el barrido horizontal del osciloscopio) y el inicio de la señal acústica.

4.6 Detección de la señal acústica.

El haz láser al incidir en cada muestra produce el efecto fotoacústico, sección 3.6, la onda acústica generada en la muestra viaja por una guía acústica y llega a un detector acústico que envía una señal de voltaje variable al osciloscopio.

4.6.1 Transductor piezoeléctrico.

Por la rapidez de la señal que se tiene que detectar, se elige un sensor común para este tipo de sucesos que es en el que se produce el efecto piezoeléctrico, sección 2.7. Existe gran variedad de este tipo de sensores, pero con el que se realiza este trabajo es una cerámica piezoeléctrica de la marca APC tipo 850 cuyo compuesto básico es titanato circonato de plomo $\text{Pb}(\text{Ti}_{1-x}\text{Zr}_x)\text{O}_3$ que es del tipo de cerámica piezoeléctrica conocida como PZT [29].

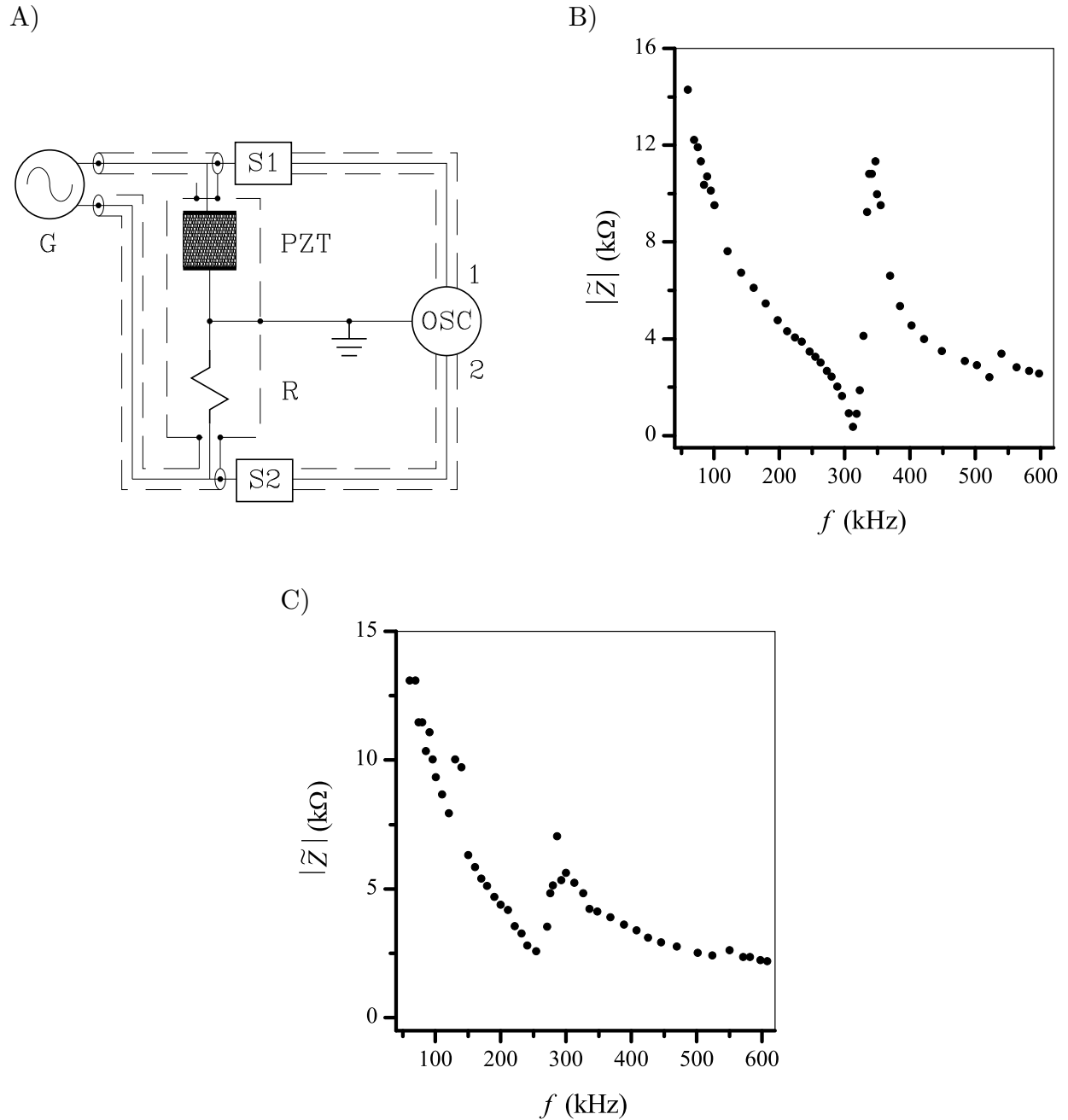


Figura 4.2. Obtención de la magnitud de la impedancia eléctrica $|\tilde{Z}|$ del PZT, A) circuito para obtener los datos, B) PZT sin cubierta y C) PZT con la cubierta que se presenta en la figura 4.3.

En este trabajo, experimentalmente se encuentran las frecuencias de resonancia f_m , f_n y el factor de acoplamiento k_{ef} , ecuación (2.19). Para esto se construye el circuito de la figura 4.2.A, donde G es un generador marca Wavetek modelo 180 que tiene salida en la que ninguna terminal está conectada eléctricamente a tierra. OSC es un osciloscopio marca Hewlett Packard modelo HP54602B, para este estudio configurado en promedio de

64 trazas; el canal 1 mide el voltaje del PZT y el canal 2 mide el voltaje en el resistor R de $4.716 \Omega \pm 5 \text{ m}\Omega$ con el cual se obtiene la corriente eléctrica.

Para medir ambos voltajes lo más adecuado es usar sondas de poca capacitancia y resistencia eléctrica alta, por ejemplo sondas activas. Como no se tienen tal tipo de sonda, se utilizan sondas pasivas, donde S1 es sonda de 10X y S2 es sonda de 1X. Todos los cables de conexión son coaxiales y para disminuir el ruido eléctrico de fondo captado por el PZT y R, estos se colocan dentro de un escudo electromagnético.

El PZT es de forma cilíndrica con longitud $L_{\text{PZT}} = 4.0 \text{ mm}$ y diámetro $2R_{\text{PZT}} = 3.8 \text{ mm}$. Además tiene dos electrodos circulares metálicos depositados por evaporación en cada superficie circular, así que se puede confiar en el buen contacto eléctrico con alambres o cables. Sin embargo, como más adelante se muestra, la frecuencia de resonancia del PZT es función de la presión que ejercen en él los alambres de conexión eléctrica. Por tal hecho, con un dinamómetro mecánico se mide la fuerza ejercida que es de $200 \pm 50 \text{ mN}$. Como los extremos de los alambres tienen forma de disco de 1.5 mm de diámetro cada uno, resulta una presión de 10 MPa .

El procedimiento para obtener la respuesta en frecuencia del PZT es: con el generador se aplica señal sinusoidal desde 60 Hz hasta 2 MHz de tal manera que a cualquier frecuencia en el PZT la amplitud del voltaje sea de 1 V , equivalente a un campo eléctrico de 250 mV/mm sobre el PZT.

La impedancia del PZT tiene una parte resistiva como una parte reactiva, por lo que esta impedancia se considera que compleja, denominándola \tilde{Z} . Así que para cada valor de frecuencia se obtienen datos de la amplitud de voltaje $|\tilde{V}_{\text{PZT}}|$ en el PZT como la amplitud de voltaje V_{R} que hay en R.

La magnitud de la impedancia eléctrica en el PZT se calcula como $|\tilde{Z}| = |\tilde{V}_{\text{PZT}}|/I_{\text{R}}$, donde $I_{\text{R}} = V_{\text{R}}/R$. En las figuras 4.2.B y 4.2.C se presenta cómo es $|\tilde{Z}|$ en función de la frecuencia f para uno de los PZT.

Para la incertidumbre en $|\tilde{Z}|$ se obtiene que va desde 220Ω hasta 35Ω . Valores de incertidumbre que corresponden respectivamente desde la aplicación de voltaje con frecuencia más baja hasta la aplicación de voltaje con frecuencia más alta.

De las mediciones y como presenta la figura 4.2.B, se obtienen $f_m = 313 \pm 6 \text{ kHz}$ y $f_n = 347 \pm 6 \text{ kHz}$. [29] Según el fabricante la constante de frecuencia longitudinal del APC850 es $N_L = f_L L_{\text{PZT}} = 1500$, por lo tanto según la definición de N_L su frecuencia de resonancia longitudinal es $f_L = 375 \text{ kHz}$, valor cercano a f_n .

Al usar los valores obtenidos para f_m y f_n en la ecuación (2.19) se obtiene que $k_{ef} = 0.437$. [29] Según el fabricante, para su PZT tipo 850 el coeficiente de acoplamiento k_{ef} tiene valores entre 0.30 a 0.72 dependiendo de en qué eje se aplica el esfuerzo y en qué eje se mide el voltaje generado por efecto piezoeléctrico.

Con el propósito de comparar con los modos de oscilación de otra forma geométrica del PZT, si se supone que el PZT es un disco, aunque su longitud es casi del mismo valor que su diámetro, la constante de frecuencia de espesor (espesor=longitud) es $N_E = f_E L_{\text{PZT}} = 2032$ y la constante de frecuencia radial es $N_R = 2f_R R_{\text{PZT}} = 1980$ [29]. Por lo tanto teóricamente las frecuencias de resonancia respectivas son $f_E = 508 \text{ kHz}$ y $f_R = 521 \text{ kHz}$. De los resultados obtenidos se concluye que en la figura 4.2.B el pico en 540 kHz es una frecuencia crítica de otro modo de oscilación [25].

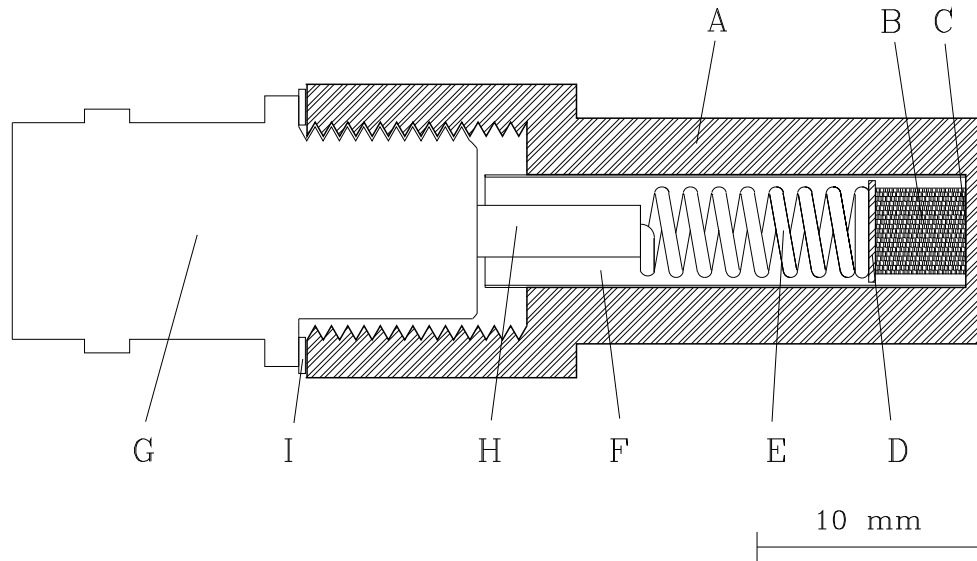


Figura 4.3. Transductor piezoeléctrico, corte longitudinal. A) cubierta, B) piezoeléctrico, C) grasa, D) disco, E) resorte, F) aislante eléctrico, G) conector, H) electrodo e I) arandela.

La cubierta metálica del PZT funciona como escudo electromagnético, figura 4.3, lo que resulta en la reducción del ruido eléctrico en la señal que proporciona el PZT. En estas condiciones $|\tilde{Z}|$ en función de la frecuencia f es como lo presenta la figura 4.2.C. De los datos correspondientes se obtiene que para la $|\tilde{Z}|$ mínima $f = 255$ kHz y para la $|\tilde{Z}|$ máxima $f = 288$ kHz.

Estos cambios en las frecuencias características sugieren que la respuesta del PZT es función de su sujeción dentro de su cubierta es decir, de las condiciones de frontera del PZT. Por ejemplo la presión que en él ejercen los cables de conexión o si se cubre con un forro aislante que le quede ajustado.

Se aclara que como los datos de las gráficas son obtenidos manualmente, las frecuencias son ajustadas a que ocurran los valores de V_R mínima o máxima en el circuito de la figura 4.2.A.

Es común llamar *sensor* a aquella componente física que detecta la presencia de determinada variable física, química, biológica, etc.

La respuesta del sensor a la variable de interés A) puede no ser eléctrica por lo que (en la actualidad) hay que convertirla en señal eléctrica, B) es eléctrica pero de magnitud pequeña, por lo que es necesario aumentarla con un amplificador, C) es eléctrica pero se necesita convertirla en otro tipo de variable eléctrica, por ejemplo voltaje o D) es tal que, es necesario *filtrarla* con algún propósito. A la componente que realiza esta función se le llama *conformador de la señal*.

Al conjunto de sensor y conformador de la señal se le denomina *transductor*.

El piezoeléctrico es una componente que cuando se le deforma genera un voltaje. Por lo que el piezoeléctrico es un sensor de deformación. Cuando el piezoeléctrico está dentro de su cubierta, la señal es modificada, pero medible con los instrumentos se tiene. Por lo

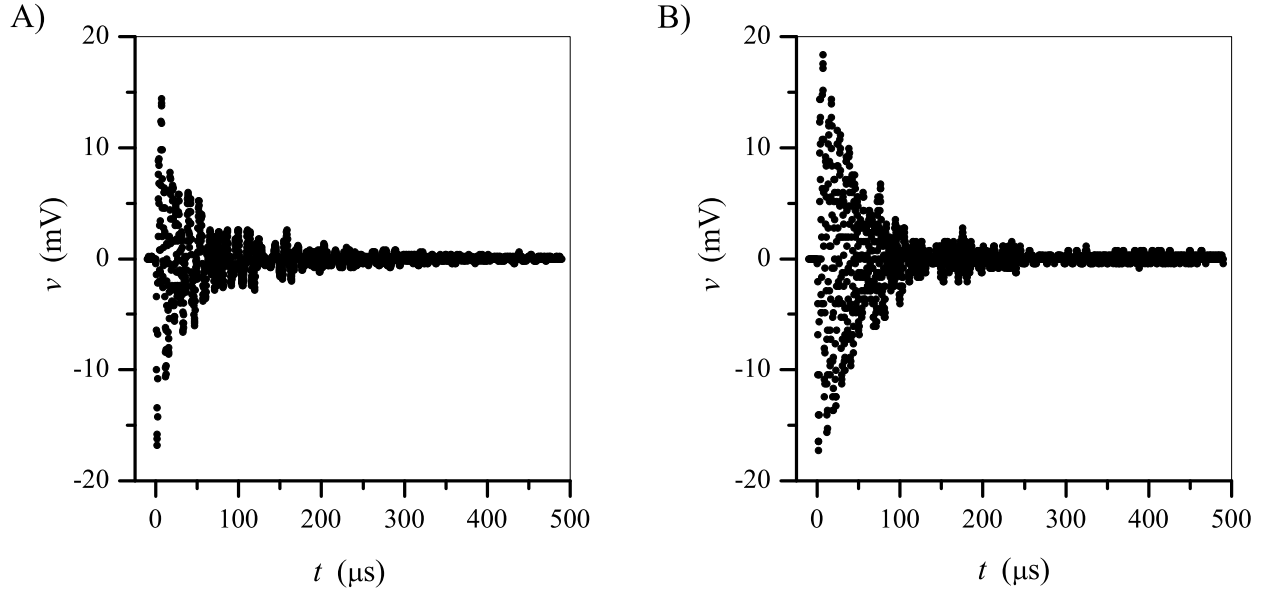


Figura 4.4. Voltaje en el transductor piezoeléctrico producido por la onda acústica generada por pulsos de luz láser. A) para un transductor y B) para el otro transductor.

tanto al conjunto de sensor más cubierta aquí se le denomina *transductor piezoeléctrico*. Cuando la deformación es debida a una onda acústica se le denomina *transductor acústico*.

El transductor piezoeléctrico es la componente principal del detector acústico. Su construcción es parecida a la reportada en la referencia [43] y al utilizado en investigaciones realizadas en el laboratorio de fotofísica [10 a 12, 23, 24, 41].

La descripción de las partes del transductor acústico, figura 4.3, y su función es descrita a continuación:

La cubierta (A) tiene las funciones de electrodo común del PZT y escudo electromagnético. Está maquinado en acero inoxidable AISI T-316.

El PZT (B) tiene electrodos metalizados en cada una de sus superficies circulares para hacer contacto eléctrico. Con el propósito de que haya buen acoplamiento acústico se aplica una película de grasa de silicona (C) en una área pequeña de la superficie interna de la cubierta y en la superficie circular de un electrodo del PZT. Aunque esta grasa es aislante eléctrico, al presionar con el resorte (E) al PZT, el exceso de grasa es expulsada y sólo son llenadas las irregularidades superficiales entre las superficies del electrodo del PZT y la cubierta con el propósito de que sea mayor la transferencia de energía acústica, sección 2.5.

El aislante eléctrico (F) es una película de poliéster denominada *mylar*®. Esta película es de 52 μm de espesor y se enrolla en forma tubular para que dentro esté el PZT y el resorte, de esta forma se evita que el resorte haga contacto con la superficie interna de la cubierta.

El resorte acerado (E) transmite la señal al electrodo central (H) del conector (G) tipo BNC hembra, conector al cual se le conectan cables coaxiales y así se evita la superposición del ruido eléctrico externo a la señal del PZT.

El disco (D) de acero inoxidable y de 0.3 mm de espesor, sirve para evitar daños a uno de los electrodos del PZT.

La arandela (I) es para mejorar el asentamiento entre el conector y la cubierta.

Para conocer como responden los transductores, con el mismo láser en 1.2 mJ y 532 nm, se les hace incidir perpendicularmente a la superficie circular de la cubierta, pulsos de luz para simular la excitación a la función impulso.

El osciloscopio utilizado tiene el problema de que aunque se le indique que la línea base (0 V) del canal a donde llega la señal del transductor acústico quede en 0 V, no se obtiene este resultado. Por tal causa las trazas obtenidas no dan un promedio de 0 V, dicho de otra forma no oscilan alrededor de 0 V, aunque el final de la traza sea de magnitud muy pequeña respecto de su inicio. Para corregir este problema, a la traza promedio se le resta el promedio de todos los puntos que la forman, de esta manera la traza corregida oscila alrededor de 0 V.

En la figura 4.4 se presentan las señales temporales promedio de 154 trazas y 175 trazas respectivamente para cada transductor, incluida la corrección del problema de 0 V. Como se observa, las señales promedio se parecen a funciones sinusoidales amortiguadas.

Cada señal (traza) promedio consta de 2500 puntos con un intervalo temporal de 200 ns entre dos puntos consecutivos, es decir cada traza es obtenida con una frecuencia de muestreo de $(200 \text{ ns})^{-1} \equiv 5 \times 10^6$ puntos/segundo. Por lo tanto la componente con frecuencia máxima contenida en la señal tiene la frecuencia $(5 \times 10^6 \text{ s}^{-1})/2 = 2.5 \text{ MHz} = f_{Nq}$, donde f_{Nq} es la frecuencia de Nyquist.

Para cada transductor, con la señal temporal promedio es obtenida la respuesta a la frecuencia al aplicarle la transformada rápida de Fourier (FFT) con ventana rectangular. Así para un transductor, en la figura 4.5.A se presenta la magnitud de las componentes de la señal en función de la frecuencia y en la figura 4.5.B las fases de esas componentes en función de la frecuencia. Similarmente, la respuesta a la frecuencia del otro transductor se presenta en las figuras 4.5.C y D. Sólo se grafica en el intervalo de 0 a $600 \text{ kHz} < f_{Nq}$ porque para frecuencias mayores las magnitudes de las componentes son pequeñas y azarosas, lo cual se interpreta como ruido.

En las figuras 4.5.A y C se observa que los transductores piezoeléctricos responden en la frecuencia cercana de 300 kHz menor que f_m , y también cercana a 90 kHz, parecida a $f_m/3$, ambos comportamientos también observables en el cambio de fase en esas frecuencias, figuras 4.5.B y D. La respuesta en la frecuencia cercana a 300 kHz es congruente con lo obtenido en la figura 4.2.C, sin embargo el pico a frecuencia cercana a 90 kHz no es observable en las figura 4.2.B o C.

En la figuras 4.5.A y C, el pico en la frecuencia más alta significa que el PZT oscila en su frecuencia natural de oscilación, como lo sugieren las figuras 4.2.B y C. Este tipo de respuesta en frecuencia no es el adecuado para conocer cómo es cualquier tipo de señal que excita al transductor, ya que frecuencias puras menores o mayores a la de resonancia no excitan al PZT. Sólo es excitado por señales que contengan un espectro de frecuencias que contenga a la de resonancia del PZT.

Los parámetros que definen el comportamiento amortiguado de la señal del transductor son los descritos en el modelo del apéndice B. Tomando como referencia los resultados de

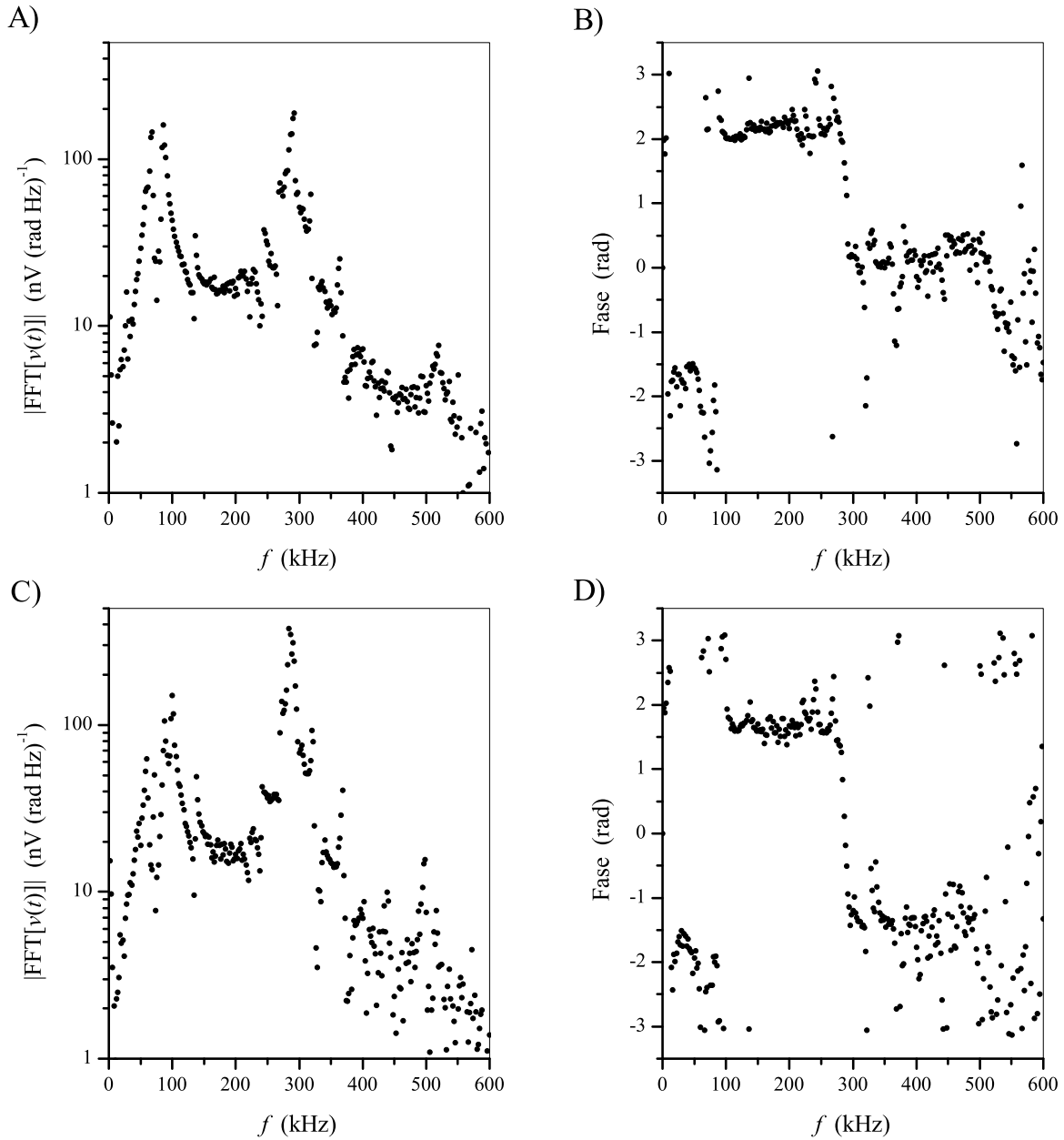


Figura 4.5. Respuesta a pulsos de luz láser de cada transductor piezoeléctrico. A y B son para un transductor, y C y D para el otro.

la tabla B.1 del apéndice B, se hace un ajuste manual de las funciones teóricas y se busca que se cumplan simultáneamente las siguientes tres condiciones:

- 1) La mayoría de los puntos del producto de la transformada de Fourier rápida FFT por su conjugada FFT^* de los datos experimentales estén lo más cerca de la curva obtenida con la ecuación (B.8.2) del apéndice B, figuras 4.6.A y B.
- 2) La envolvente exponencial decreciente contenga a los datos experimentales $v(t)$, figuras

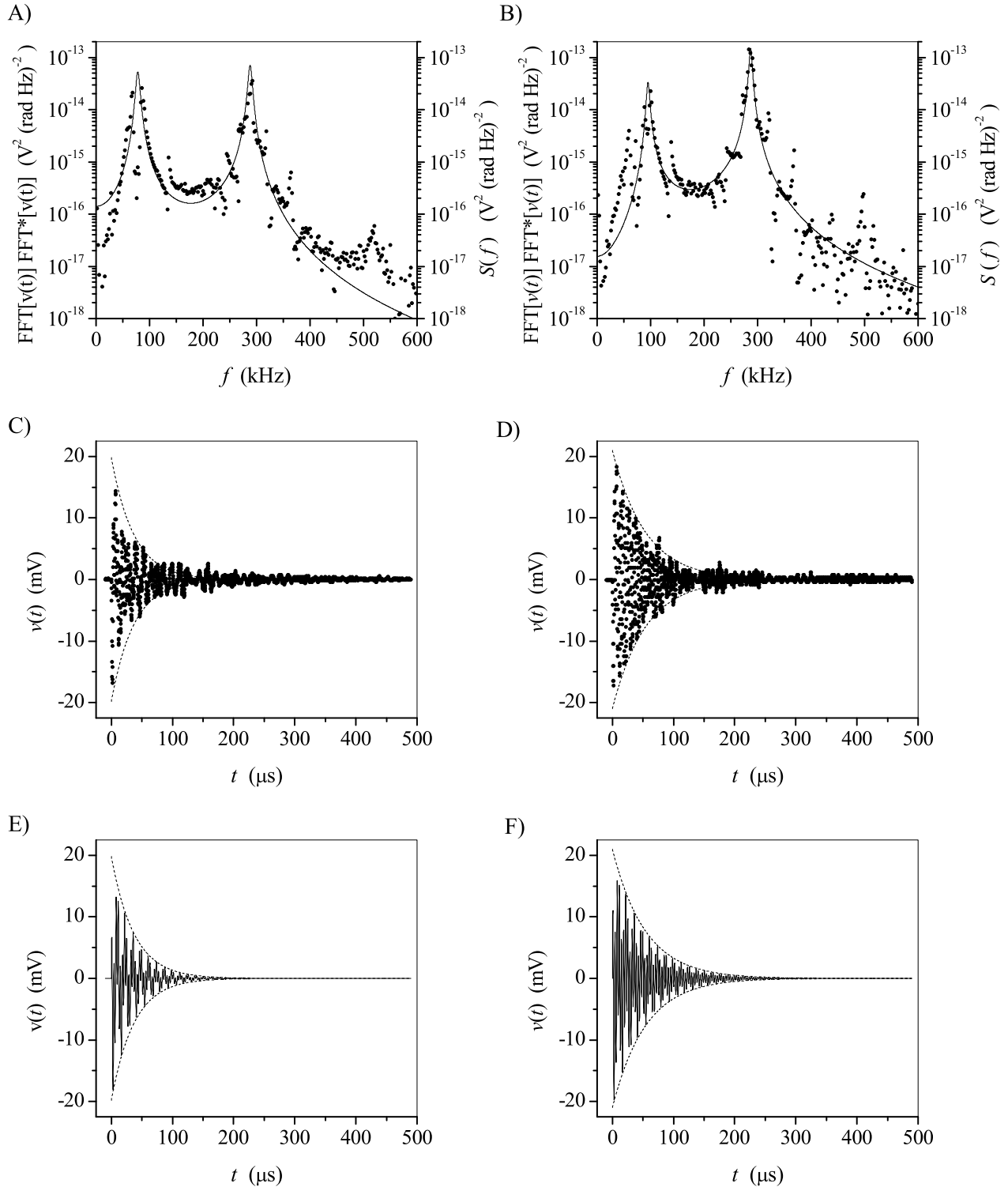


Figura 4.6. Respuesta a pulsos de luz láser de cada transductor piezoeléctrico. A, C y E son para un transductor, y B, D y F para el otro. Los puntos son datos experimentales, las líneas continuas y las líneas segmentadas son resultado del modelo teórico del apéndice B.

4.6.C y D.

3) La gráfica de las funciones teóricas del voltaje y de la envolvente exponencial decreciente en función del tiempo, ecuación (B.7) del apéndice B, sea lo más parecida a lo obtenido con la condición 2.

Con estas condiciones, los parámetros en las ecuaciones (B.7), (B.8.1) y (B.8.2) del apéndice B que describen el comportamiento de los transductores acústicos son:

Transductor para la muestra <i>referencia</i>		Transductor para la muestra <i>ignota</i>	
$A_1 = 10.5 \text{ mV}$	$A_2 = 9.3 \text{ mV}$	$A_1 = 14.0 \text{ mV}$	$A_2 = 7.0 \text{ mV}$
$f_1 = 288 \text{ kHz}$	$f_2 = 78 \text{ kHz}$	$f_1 = 287 \text{ kHz}$	$f_2 = 95 \text{ kHz}$
$\tau_1 = 37 \mu\text{s}$	$\tau_2 = 37 \mu\text{s}$	$\tau_1 = 55 \mu\text{s}$	$\tau_2 = 52 \mu\text{s}$
	$\alpha = \pi$		$\alpha = \pi$

En las figuras 4.6.A, C y E se presentan los resultados para un transductor y en las figuras 4.6.B, D y F para el otro transductor.

En cada una de las figuras 4.6.A y B aparece un pico cerca de 500 kHz, éste no lo incluye el modelo teórico del apéndice B porque el pico tiene un valor de amplitud que es entre 500 y 1000 veces menor que los otros dos picos.

[44, 45] En la teoría del análisis de señales si se tiene un sistema en el que la señal continua de entrada $x(t)$ y la señal continua de salida $y(t)$ tienen una relación lineal y las características del sistema no cambian con el tiempo, dicho en otras palabras, la relación entre causa y su efecto son lineales y el sistema es invariante en el tiempo, entonces la función que relaciona a $x(t)$ con $y(t)$ en el tiempo t , es

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t - \tau) d\tau \quad (4.2.A)$$

donde $*$ significa convolución y $h(t)$ es la respuesta del sistema a la función impulso unitario $\delta(t)$.

Entonces si se tiene la señal de salida $y(t)$ y la respuesta del sistema $h(t)$, para conocer a $x(t)$ se requiere que

$$x(t) = h_I(t) * y(t) = h_I(t) * h(t) * x(t) \quad (4.2.B)$$

lo que significa que hay que encontrar la función inversa $h_I(t)$. A esta acción se le denomina *deconvolución*. La existencia de $h_I(t)$ única, significa que debe haber una relación uno a uno entre lo que ocurre en la entrada y lo que ocurre en la salida aunque exista retardo temporal.

En la figura 4.7 se presenta un ejemplo de la señal eléctrica del transductor acústico cuando inciden pulsos de luz en una muestra. Su señal temporal es obtenida con frecuencia de muestreo de 1×10^7 muestras/segundo, lo que resulta en $f_{Nq} = 5 \text{ MHz}$.

Como se observa en la figura 4.7, la mayor cantidad de energía está en las frecuencias

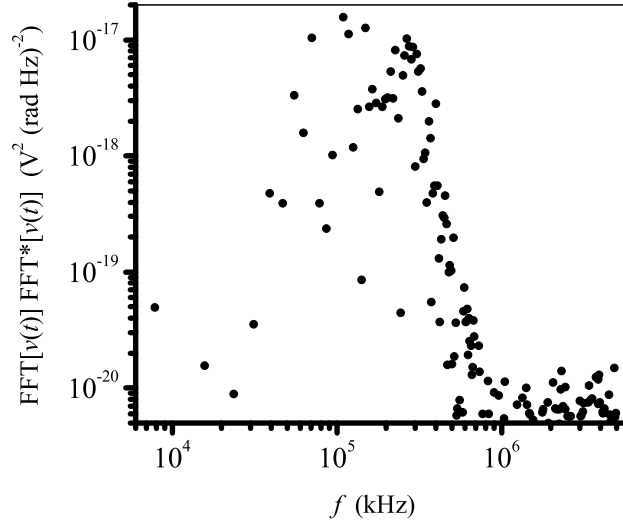


Figura 4.7. Espectro de densidad de energía de la señal del transductor acústico cuando inciden pulsos de luz láser en una muestra.

iguales o cercanas a las de resonancia del transductor, lo que significa que la presión acústica que llega al transductor sigue siendo como una función impulso que contiene gran cantidad de componentes de frecuencia, menores que las de resonancia del transductor, las de resonancia y mayores que éstas.

De lo anterior se concluye que el transductor construido para este trabajo está limitado en responder a señales muy rápidas, es decir su intervalo de frecuencias de funcionamiento también denominado *ancho de banda* no es amplio y en particular su frecuencia superior de corte es menor que las frecuencias que contiene la señal acústica proveniente de una muestra, por lo tanto la distorsión producida por el transductor acústico no permite conocer la forma de la señal acústica.

Otra manera de explicar la respuesta del transductor acústico es decir que, la señal de entrada no tiene relación lineal con la señal eléctrica de salida, por lo tanto no es aplicable la ecuación (4.2.A) ni tampoco la ecuación (4.2.B). En consecuencia no se puede conocer cómo es la señal de entrada, que en este caso es la señal acústica.

4.6.2 Guías acústicas.

Otra componente del detector son las guías acústicas, sección 2.6, que transmiten la señal desde la muestra hasta el transductor acústico. Las guías son dos varillas sólidas de vidrio pyrex de longitudes $L_1 = 350.5 \pm 0.3$ mm y $L_2 = 349.5 \pm 0.3$ mm, y de sección circular de 5.00 ± 0.05 mm de diámetro hechas del mismo tramo de varilla. Como el programa de cómputo requiere el tiempo adecuado para que el osciloscopio capte la señal de interés proveniente del transductor, entonces en este trabajo se construye el arreglo para medir el tiempo que le lleva a la señal acústica ir de un extremo a otro de la guía, denominado *tiempo de tránsito* t_t .

Para tal propósito se prepara la guía y el transductor acústico en forma similar a como

se utiliza en todo este trabajo, es decir, en un extremo de la guía se adhiere el transductor acústico con grasa de silicona y en el otro extremo adherido también con grasa de silicona un disco de acero inoxidable de 4.5 mm de diámetro y $200 \pm 50 \mu\text{m}$ de espesor pintado de negro en la superficie libre para que absorba la mayor cantidad de energía de los pulsos de luz del láser. Junto al disco de acero se coloca el fotodiodo PIN detector de luz, MRD500, que dispara el barrido del osciloscopio. Este acercamiento es con el propósito de disminuir las correcciones a los tiempos medidos. Entonces para cada guía al proporcionar 128 pulsos de luz que inciden perpendicularmente en la superficie pintada, entre el inicio del disparo del detector de luz y el inicio de la señal eléctrica del transductor acústico se obtiene un tiempo promedio de $t_t = 67.71 \pm 0.15 \mu\text{s}$ para una guía y $t_t = 67.20 \pm 0.15 \mu\text{s}$ para la otra.

Por otra parte, cuando se realiza la obtención de datos de las muestras, para disminuir las correcciones a los tiempos medidos y evitar la reconfiguración del osciloscopio al cambiar de canal al que está conectado cada transductor acústico, los cables coaxiales que llevan las señales eléctricas del fotodiodo PIN y de cada transductor acústico al osciloscopio son de la misma longitud.

Relacionado con t_t hay un tiempo desde el momento en que la señal llega al transductor y una fracción de ésta es reflejada de vuelta hacia la muestra, luego otra fracción es reflejada en la interfase entre la muestra y la guía acústica, y esta fracción llega al transductor, denominado *tiempo de reflexión* t_{rm} y definido como

$$t_{rm} = 2t_t = \frac{2L}{v_E} \quad (4.3)$$

donde L es la longitud de cualquier guía acústica, en este caso $L = 0.35 \text{ m}$ y v_E es la velocidad extensional, ecuación (2.8). De la tabla C.1 del apéndice C, para el pyrex $v_E = 5206 \text{ m/s}$, entonces $t_{rm} = 135 \mu\text{s}$.

Además como la señal eléctrica de cada transductor acústico en función del tiempo proporciona información de la señal acústica proveniente de las muestras, entonces es necesario conocer cuánto tiempo tarda en amortiguarse la señal eléctrica. A este tiempo se le denomina *tiempo de amortiguamiento* t_a , que se define como el tiempo desde que se detecta la señal en el transductor hasta que la amplitud de la señal disminuye casi a 0 con un valor menor que la resolución del instrumento.

En este trabajo el instrumento que detecta la magnitud de la señal eléctrica es un osciloscopio digital. Se propone que la envolvente positiva de la señal en $t = 0$ tiene el valor de voltaje máximo de la deflexión vertical es decir tiene el valor máximo de pixel, $2^b - 1$, y decrece exponencialmente en la forma $e^{-t/\tau}$ hasta que la envolvente tiene un valor menor que el asociado a un pixel de cambio respecto al nivel 0 V. De esta manera se tiene que

$$t_a = \tau \text{Ln}(2^b - 1) \quad (4.4)$$

donde b es la cantidad de bits del convertidor analógico a digital para la deflexión vertical. Si se evalúa para $b = 8$ bits y el valor máximo de constante de tiempo para cada transductor acústico τ_1 o τ_2 , entonces t_a vale entre $205 \mu\text{s}$ y $305 \mu\text{s}$.

Se ha obtenido que $t_a > t_{rm}$ para cualquiera de los transductores acústicos utilizados en este trabajo, lo que significa que la señal no se amortigua lo suficiente antes de que sea detectada la reflexión proveniente del otro extremo de la guía. Por tal causa se utiliza a t_{rm} como el tiempo de registro de la señal eléctrica del transductor.

Como t_a o t_{rm} son menores que el período de emisión de pulsos del láser, 0.1 s de sección 4.1, entonces se puede suponer que la muestra está en su régimen termoelástico (mismas condiciones mecánicas) cuando inicia cada pulso.

Las varillas de vidrio pyrex funcionan como guías acústicas cuando el diámetro de la varilla cumple la condición de sección 2.6, entonces con el dato de v_T de la tabla 2.3, se tiene:

$$f < \frac{v_T}{\lambda} = m \times \frac{3300 \text{ m/s}}{2 \times 5 \text{ mm}} = m \times 330 \text{ kHz}$$

con $m = 1, 2, \dots$.

Al aplicar la ecuación (2.16b) a las guías construidas, como para el vidrio pyrex, tabla 2.3, $z_T = 7.38 \text{ Tg}/(\text{m}^2\text{s})$ y para el aire $z_L = 0.44 \times 10^{-3} \text{ Tg}/(\text{m}^2\text{s})$, se obtiene que $6 \times 10^{-5} z_1 \approx z_2$ por lo que de la ecuación (2.16c) $\mathcal{R} \approx 1$ y de la ecuación (2.16b) $R_p \approx -1$, lo que significa que la onda es reflejada casi totalmente con diferencia de fase casi igual a $-\pi$.

También de la ecuación (2.16c) se concluye que para la mayor transferencia de energía acústica entre la guía y el transductor, debe de usarse un medio deformable que rellene las irregularidades entre las superficies y con impedancia acústica característica que tenga un valor que esté entre los valores de la impedancia de la guía y del transductor. De la tabla 2.3 se ve que la mayoría de los líquidos tienen impedancias menores que las requeridas. Hasta la fecha, en las investigaciones realizadas en el laboratorio se ha utilizado grasa de silicona tanto por los resultados aceptables que se han obtenido como por el comentario de un autor [9].

Como sugerencia, el medio utilizado para el buen contacto acústico debe ser de un espesor más delgado que la longitud de onda acústica mínima útil que cruza el medio, tanto para evitar la generación de ondas acústicas estacionarias en ese medio como para disminuir la atenuación de las ondas longitudinales que ocurre en los fluidos como la grasa. Ambos fenómenos distorsionan la señal acústica proveniente de la muestra.

4.7 Horno.

Para cambiar la temperatura de las muestras y registrarla se requiere un controlador automático de la temperatura del horno, con el cual pueda variarse la rapidez de calentamiento y medir la temperatura en la cavidad donde están las muestras. Comercialmente existe este tipo de controlador, sin embargo en este trabajo se utiliza un horno marca Thermolyne modelo F21135 con estabilidad en la temperatura de $\pm 5 \text{ K}$ que tiene incluido un controlador electrónico de temperatura con rampa desde 0.1 hasta 50.0 K/minuto y como sensor de temperatura un termopar tipo K (alambres de cromel y alumel) con constante de tiempo de 0.3 s.

El controlador es programado manualmente y no tiene interfase para controlarlo con un microprocesador o con una computadora, pero se tienen las terminales a donde se conecta el termopar que sensa la temperatura, así que allí se conecta en paralelo un multímetro del mismo modelo que el usado con el radiómetro, la incertidumbre del multímetro en el modo de termómetro es de $\pm(3.0 \%$ de la lectura + 5 dígitos) con resolución de 1 K en el intervalo de 233 a 473 K y de $\pm(3.0 \%$ de la lectura + 2 dígitos) con resolución de 1 K en el intervalo de 473 a 1473 K. Para evitar la generación de voltajes al conectar el multímetro con las terminales a donde se conecta el termopar al controlador, también se utilizan alambres de cromel y alumel en cada terminal correspondiente. Se verifica que la lectura de temperatura que presenta el controlador no cambia cuando se conecta y desconecta el multímetro en modo de termómetro, para temperatura ambiente y a 773 K. Desde 293 K hasta 873 K se obtiene el ajuste por mínimos cuadrados entre la temperatura que hay en el centro de la cavidad y la temperatura que presenta el multímetro que está en paralelo con el controlador; la temperatura en el centro de la cavidad es medida con un termopar Cole Parmer tipo K conectado a otro multímetro Metex M-3850D. La función de ajuste es incluida en una de las subrutinas del programa con el propósito de registrar la temperatura de la cavidad a donde están las muestras. Del centro de la cavidad al extremo de cada muestra se deja aproximadamente 1 cm de separación.

Cuando el horno se calienta, emite radiación que calienta los objetos cercanos y principalmente a los que están enfrente de las aberturas de la cavidad del horno. Como los transductores se colocan enfrente de una de las aberturas, en estos fácilmente puede aumentar su temperatura y por lo tanto en el PZT se puede modificar e incluso perder la propiedad piezoeléctrica. Por tal causa se construyó un escudo metálico doble para radiación de 19 cm por 19 cm de cada área y 3 cm de separación entre las áreas, que se coloca a 10 cm de distancia de la abertura por donde penetran las guías. Para temperatura cercana a la del ablandamiento del vidrio pyrex, 820 K, y colocado el escudo, el cambio de temperatura en el transductor es menor de 10 K.

[29] El fabricante proporciona la temperatura a la cual se pierde la propiedad piezoeléctrica del PZT utilizado, la cual se denomina *temperatura de Curie* y cuyo valor es de 630 K.

Como información adicional del horno:

1. Para introducir las muestras con sus guías acústicas que las soportan y además pueda penetrar la luz láser en las muestras, sólo es utilizable una cavidad cilíndrica de 34 cm de longitud por 5 cm de diámetro.
2. La temperatura máxima operable es de 1470 K.

4.8 Muestras.

El sistema permite trabajar con una o dos muestras. En el caso de dos, estas son denominadas *referencia* e *ignota*. En la figura 4.1 la muestra referencia es etiquetada como R y la muestra ignota es etiquetada como X. Como en cada muestra son idénticos los pasos para obtener datos, también se les puede denominar indistintamente *muestra 1* y *muestra 2*.

Cuando se usan dos muestras el propósito puede ser:

- A) Una muestra puede ser utilizada como referencia, es decir que ya se conozcan las temperaturas en las cuales ocurren cambios físicos que modifican a la onda acústica, así se tiene un patrón de calibración simultáneo conforme se analiza a la otra muestra de la que se quieren conocer la existencia de propiedades dependientes de la temperatura y que modifican la onda acústica que se propaga en ella. La muestra referencia es útil cuando el medidor de temperatura está descalibrado o la energía de la luz incidente tiene fluctuaciones que pueden provocar daños en las muestras, tal registro permite conocer si se tiene o no régimen termoelástico.
- B) En las dos muestras el material es el mismo, pero difieren en el tratamiento particular que se le aplicó a una de ellas. Entonces cuando se varía la temperatura en ellas, el sistema sirve para identificar las diferencias en las propiedades físicas entre las dos muestras, que afectan a la onda acústica que se propaga en cada una de ellas.

Los casos en que utiliza una muestra, son cuando:

- A) Se desea conocer los cambios producidos en la muestra conforme cambia la temperatura, para diferentes tratamientos en la muestra previos al proceso. El conocimiento de estos cambios puede ser cualitativo o cuantitativo en función de si ocurre lo del caso B siguiente.
- B) La temperatura del horno y la energía de la luz incidente son bastante estables durante el tiempo que puede durar el proceso de obtención de datos.

Las características que deben tener las muestras para el sistema construido en este trabajo son:

1. Sólidas.
2. Opacas a la longitud de onda de la luz utilizada. Esto significa que la longitud óptica de penetración δ , ecuación (3.21), sea mucho menor que el espesor de la muestra, para que sea absorbida la mayor cantidad de energía luminosa.
3. δ sea mucho menor que la longitud de la onda mecánica. Por ejemplo, si la velocidad del sonido en la muestra es de 5 km/s y la frecuencia acústica máxima es 1 MHz, resulta que la mínima longitud de onda mecánica es 5 mm, que es mucho mayor que δ de un semiconductor como el silicio (sección 3.5).
4. El tamaño de la muestra debe ser tal que:
 - 4.1 La dimensión radial al eje de la guía debe permitir que dos muestras del mismo tamaño quepan en el diámetro efectivo del horno sin tocarse o tocar otro objeto para evitar la distorsión de la onda acústica.
 - 4.2 La dimensión en la dirección axial a la guía sin tomar en cuenta la dilatación térmica de la muestra más la de la guía, debe ser a lo más la longitud correspondiente al porcentaje del tiempo de registro antes de que se presente la primera reflexión. En este sistema el porcentaje es 5 % de $3t_t = 203 \mu s$, o sea $t_{5\%} = 10 \mu s$; si se propone que en la muestra la velocidad del sonido es $c_m = 1000$ m/s, entonces $c_m t_{5\%} = 1.0$ cm es la longitud máxima de la muestra. Esta longitud es aceptable, si se toma en cuenta que el volumen de la muestra debe ser isotérmico.
5. La impedancia acústica característica de la muestra debe ser casi del mismo valor que

la de la guía en todo el intervalo de temperatura del proceso. Esto es con el propósito de que la mayor cantidad de energía acústica sea transmitida en la guía y luego llegue al transductor acústico. Esta condición es difícil de cumplir ya que en general una muestra no tiene impedancia acústica característica cercana al del valor de la guía.

6. El adhesivo con que se adhieren a la guía no cambie sus propiedades mecánicas con la temperatura y en lo posible que la impedancia acústica característica del adhesivo tenga un valor medio entre los valores de impedancia acústica característica de la muestra y de la guía, en caso de no ser posible, el adhesivo debe ser mucho más delgado que la muestra. En este trabajo el adhesivo utilizado es cerámica Sauereisen útil hasta 1700 K, coeficiente de expansión térmica de $4.68 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ y densidad de masa de $2.56 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.

4.9 Procesamiento y programa de control.

El programa de control de los instrumentos y el procesamiento de datos está hecho con lenguaje Quick Basic 4.5, en ambiente MS-DOS y ejecutado en una computadora de 90 MHz. Las rutinas de programas para el control de la tarjeta GPIB en ambiente MS-DOS son los que proporciona el fabricante [46]. Las instrucciones de configuración del multímetro las proporciona el fabricante [47]. Las instrucciones de configuración y el programa para la transferencia de la traza lo proporciona el fabricante del osciloscopio aunque se usaron algunas instrucciones de programación ya implementadas aquí en el laboratorio para su uso frecuente en las investigaciones con fotoacústica [48, 49].

En la figura 4.8 se presenta en forma breve el flujo completo del programa de cómputo para realizar fotoacústica diferencial y tiene dos opciones, una es obtener los datos experimentales de muestras, parte derecha de la figura, y la otra es presentar los datos obtenidos en alguna sesión anterior, parte izquierda de la figura.

4.9.1 Procesamiento de las señales.

El procesamiento realizado a los datos, es para encontrar si existe diferencia entre dos trazas promedio consecutivas. A ellas se les aplica la correlación cruzada normalizada con desplazamiento nulo, ecuación (A.20) del apéndice A, que en el caso de secuencia discreta de datos el desplazamiento es para $i = n$, con n la cantidad de datos de cada secuencia.

En la sección 4.6.1 se encuentra que el comportamiento de los transductores tiene la forma de la ecuación (B.7) del apéndice B. Esta ecuación es escrita como:

$$g(t) = A [\text{Sen}(\omega_1 t) e^{-t/\tau_1} + r \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha) e^{-t/\tau_2}]$$

donde $A = A_1$ y $r = A_2/A_1$. Para aplicar la ecuación (A.9) del apéndice A, primero se escriben las funciones de dos trazas $X(t)$ y $Y(t)$ con amplitud y fase diferentes:

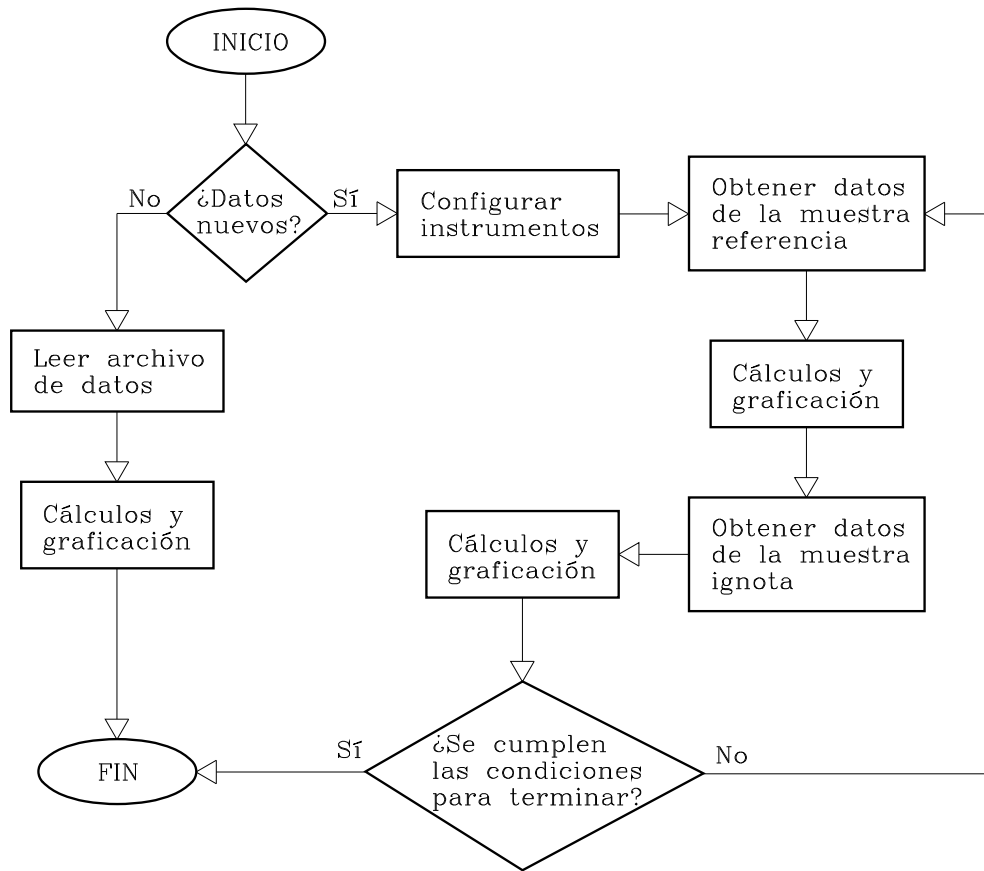


Figura 4.8. Secuencia para realizar fotoacústica diferencial.

$$X(t) = A [\text{Sen}(\omega_1 t + \beta_1) e^{-t/\tau_1} + r \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha + \beta_1) e^{-t/\tau_2}] \quad (4.5)$$

$$Y(t) = B [\text{Sen}(\omega_1 t + \beta_2) e^{-t/\tau_1} + r \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha + \beta_2) e^{-t/\tau_2}]$$

$X(t)$ y $Y(t)$ son funciones reales y se cumple que $X(t) = X^*(t)$ y $Y(t) = Y^*(t)$ por lo tanto las correlaciones cruzadas R también son funciones reales. Así al aplicar la ecuación (A.3) del apéndice A con $\tau = 0$ (τ tiene significado diferente que τ_1 y τ_2):

$$\begin{aligned}
R_{XY}(0) &= \int_{-\infty}^{\infty} A[\text{Sen}(\omega_1 t + \beta_1) e^{-t/\tau_1} + r \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha + \beta_1) e^{-t/\tau_2}] \\
&\quad B[\text{Sen}(\omega_1 t + \beta_2) e^{-t/\tau_1} + r \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha + \beta_2) e^{-t/\tau_2}] dt \\
&= AB \int_0^{\infty} \left[\text{Sen}(\omega_1 t + \beta_1) e^{-t/\tau_1} + r \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha + \beta_1) e^{-t/\tau_2} \right] \\
&\quad \left[\text{Sen}(\omega_1 t + \beta_2) e^{-t/\tau_1} + r \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha + \beta_2) e^{-t/\tau_2} \right] dt \\
&= AB \left[\int_0^{\infty} \text{Sen}(\omega_1 t + \beta_1) \text{Sen}(\omega_1 t + \beta_2) e^{-2t/\tau_1} dt \right. \\
&\quad + r \int_0^{\infty} \text{Sen}(\omega_1 t + \beta_2) \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha + \beta_1) e^{-t(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2})} dt \\
&\quad + r \int_0^{\infty} \text{Sen}(\omega_1 t + \beta_1) \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha + \beta_2) e^{-t(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2})} dt \\
&\quad \left. + r^2 \int_0^{\infty} \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha + \beta_1) \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha + \beta_2) e^{-2t/\tau_2} dt \right] \\
&= AB \left\{ \tau_1 \left[\frac{(1 + \tau_1^2 \omega_1^2) \text{Cos}(\beta_1 - \beta_2) - \text{Cos}(\beta_1 + \beta_2) + \tau_1 \omega_1 \text{Sin}(\beta_1 + \beta_2)}{4 + 4\tau_1^2 \omega_1^2} \right] \right. \\
&\quad - \frac{1}{2} r \tau_1 \tau_2 \left[\frac{(\tau_1 + \tau_2) \text{Cos}(\alpha + \beta_1 + \beta_2) - \tau_1 \tau_2 (\omega_1 + \omega_2) \text{Sen}(\alpha + \beta_1 + \beta_2)}{2\tau_1 \tau_2 + \tau_2^2 + \tau_1^2 (1 + \tau_2^2 \{\omega_1 + \omega_2\}^2)} \right. \\
&\quad \quad \left. - \frac{(\tau_1 + \tau_2) \text{Cos}(\alpha + \beta_1 - \beta_2) - \tau_1 \tau_2 (-\omega_1 + \omega_2) \text{Sen}(\alpha + \beta_1 - \beta_2)}{2\tau_1 \tau_2 + \tau_2^2 + \tau_1^2 (1 + \tau_2^2 \{\omega_1 - \omega_2\}^2)} \right] \\
&\quad - \frac{1}{2} r \tau_1 \tau_2 \left[\frac{(\tau_1 + \tau_2) \text{Cos}(\alpha + \beta_1 + \beta_2) - \tau_1 \tau_2 (\omega_1 + \omega_2) \text{Sen}(\alpha + \beta_1 + \beta_2)}{2\tau_1 \tau_2 + \tau_2^2 + \tau_1^2 (1 + \tau_2^2 \{\omega_1 + \omega_2\}^2)} \right. \\
&\quad \quad \left. - \frac{(\tau_1 + \tau_2) \text{Cos}(\alpha - \beta_1 + \beta_2) - \tau_1 \tau_2 (-\omega_1 + \omega_2) \text{Sen}(\alpha - \beta_1 + \beta_2)}{2\tau_1 \tau_2 + \tau_2^2 + \tau_1^2 (1 + \tau_2^2 \{\omega_1 - \omega_2\}^2)} \right] \\
&\quad + \left[\frac{r^2 \tau_2}{4 + 4\tau_2^2 \omega_2^2} \right] \left[(1 + \tau_2^2 \omega_2^2) \text{Cos}(\beta_1 - \beta_2) - \text{Cos}(2\alpha + \beta_1 + \beta_2) \right. \\
&\quad \quad \left. + \tau_2 \omega_2 \text{Sen}(2\alpha + \beta_1 + \beta_2) \right] \left. \right\}
\end{aligned}$$

En la obtención de $R_{XY}(0)$ los límites de integración son cambiados porque se utiliza que $X(t)$ y $Y(t)$ son cero para $t \leq 0$.

Ahora al aplicar la ecuación (A.4) del apéndice A:

$$\begin{aligned}
R_{XX}(0) &= A^2 \left\{ \int_0^\infty \text{Sen}^2(\omega_1 t + \beta_1) e^{-2t/\tau_1} dt \right. \\
&\quad + 2r \int_0^\infty \text{Sen}(\omega_1 t + \beta_1) \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha + \beta_1) e^{-t(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2})} dt \\
&\quad \left. + r^2 \int_0^\infty \text{Sen}^2(\omega_2 t + \alpha + \beta_1) e^{-2t/\tau_1} dt \right\} \\
&= A^2 \left\{ \tau_1 \left[\frac{1 + \tau_1^2 \omega_1^2 - \text{Cos}(2\beta_1) + \tau_1 \omega_1 \text{Sin}(2\beta_1)}{4 + 4\tau_1^2 \omega_1^2} \right] \right. \\
&\quad - r\tau_1\tau_2 \left[\frac{(\tau_1 + \tau_2)\text{Cos}(\alpha + 2\beta_1) - \tau_1\tau_2(\omega_1 + \omega_2)\text{Sen}(\alpha + 2\beta_1)}{2\tau_1\tau_2 + \tau_2^2 + \tau_1^2(1 + \tau_2^2\{\omega_1 + \omega_2\}^2)} \right. \\
&\quad \quad \left. - \frac{(\tau_1 + \tau_2)\text{Cos}(\alpha) - \tau_1\tau_2(-\omega_1 + \omega_2)\text{Sin}(\alpha)}{2\tau_1\tau_2 + \tau_2^2 + \tau_1^2(1 + \tau_2^2\{\omega_1 - \omega_2\}^2)} \right] \\
&\quad \left. + \left[\frac{r^2\tau_2}{4 + 4\tau_2^2\omega_2^2} \right] \left[1 + \tau_2^2\omega_2^2 - \text{Cos}(2\{\alpha + \beta_1\}) + \tau_2\omega_2\text{Sen}(2\{\alpha + \beta_1\}) \right] \right\}
\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
R_{YY}(0) &= B^2 \left\{ \int_0^\infty \text{Sen}^2(\omega_1 t + \beta_2) e^{-2t/\tau_1} dt \right. \\
&\quad + 2r \int_0^\infty \text{Sen}(\omega_1 t + \beta_2) \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha + \beta_2) e^{-t(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2})} dt \\
&\quad \left. + r^2 \int_0^\infty \text{Sen}^2(\omega_2 t + \alpha + \beta_2) e^{-2t/\tau_2} dt \right\} \\
&= B^2 \left\{ \tau_1 \left[\frac{1 + \tau_1^2 \omega_1^2 - \text{Cos}(2\beta_2) + \tau_1 \omega_1 \text{Sen}(2\beta_2)}{4 + 4\tau_1^2 \omega_1^2} \right] \right. \\
&\quad - r\tau_1\tau_2 \left[\frac{(\tau_1 + \tau_2)\text{Cos}(\alpha + 2\beta_2) - \tau_1\tau_2(\omega_1 + \omega_2)\text{Sen}(\alpha + 2\beta_2)}{2\tau_1\tau_2 + \tau_2^2 + \tau_1^2(1 + \tau_2^2\{\omega_1 + \omega_2\}^2)} \right. \\
&\quad \quad \left. - \frac{(\tau_1 + \tau_2)\text{Cos}(\alpha) + \tau_1\tau_2(-\omega_1 + \omega_2)\text{Sen}(\alpha)}{2\tau_1\tau_2 + \tau_2^2 + \tau_1^2(1 + \tau_2^2\{\omega_1 - \omega_2\}^2)} \right] \\
&\quad \left. + \left[\frac{r^2\tau_2}{4 + 4\tau_2^2\omega_2^2} \right] \left[1 + \tau_2^2\omega_2^2 - \text{Cos}(2\{\alpha + \beta_2\}) + \tau_2\omega_2\text{Sen}(2\{\alpha + \beta_2\}) \right] \right\}
\end{aligned}$$

Estas correlaciones cruzadas son para dos trazas provenientes de un mismo transductor, entonces si se propone que los parámetros $\alpha, r, \tau_1, \tau_2, \omega_1$ y ω_2 del transductor no cambian durante todo el proceso, los términos contenidos en las llaves de $R_{XY}(0)$, $R_{XX}(0)$ y $R_{YY}(0)$ sólo cambian con las fases β_1 y β_2 . Sean $Q_{XY}(\beta_1, \beta_2)$, $Q_{XX}(\beta_1, \beta_2)$ y $Q_{YY}(\beta_1, \beta_2)$ las funciones de los términos entre llaves, entonces al aplicar la ecuación (A.9):

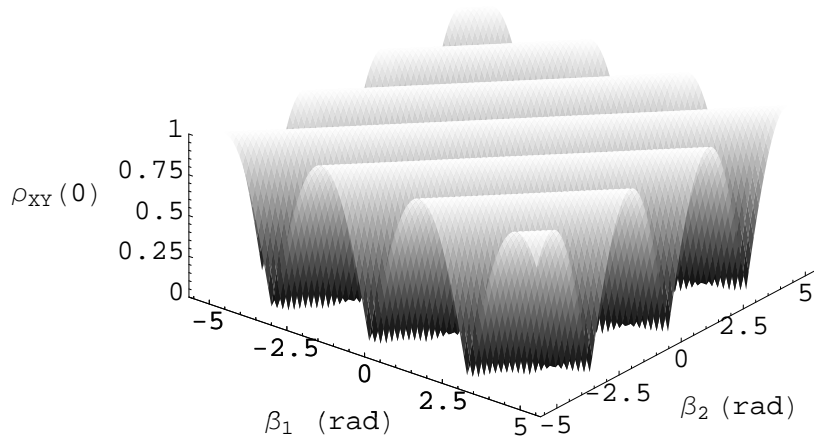


Figura 4.9. Correlación cruzada normalizada para desplazamiento nulo $\rho_{XY}(0)$ en función de las fases β_1 y β_2 de dos señales del transductor piezoeléctrico.

$$\begin{aligned} \rho_{XY}(0) &= \frac{|AB Q_{XY}(\beta_1, \beta_2)|}{+\sqrt{A^2 Q_{XX}(\beta_1, \beta_2) B^2 Q_{YY}(\beta_1, \beta_2)}} \\ &= \frac{|Q_{XY}(\beta_1, \beta_2)|}{+\sqrt{Q_{XX}(\beta_1, \beta_2) Q_{YY}(\beta_1, \beta_2)}} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Al substituir en la ecuación (4.6) los valores de los parámetros de uno de los transductores obtenidos en la sección 4.6.1, se obtiene la gráfica de la figura 4.9. Las gráficas $\rho_{XY}(0)$ en función de las fases son casi iguales para cualquier de los dos transductores construidos en este trabajo.

Algunas observaciones acerca de la ecuación (4.6) y su gráfica:

1. Es de período π para β_1 o β_2 .
2. $0 \leq \rho_{XY}(0) \leq 1$ de acuerdo con la ecuación (A.9).
3. En el intervalo $n\pi/2 < \beta_k < (n+1)\pi/2$ con $k = 1, 2$ y $n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$, $\rho_{XY}(0)$ tiene al menos valor mínimo o valor 1.
4. Tiene valor diferente si $\beta_2 - \beta_1$ es constante es decir la diferencia de fase entre las señales $X(t)$ y $Y(t)$ es constante aunque β_1 y β_2 cambien de valor simultáneamente.

Se aclara que ρ_{XY} (desplazamiento *cero*) es para secuencia continua de datos y ρ_{xy} (desplazamiento *nulo*) es para secuencia discreta y finita de datos, esta diferencia se hace en los índices, en el primer caso es en mayúscula y en el segundo en minúscula.

El programa computacional de este trabajo evalúa, con precisión simple es decir 7 dígitos en la mantisa más exponente de dos dígitos, la $\rho_{xy}(n)$ de dos señales $v(t)$ consecutivas, y la gráfica de ella en función del parámetro de interés indica si la fase cambia para dos valores consecutivos del parámetro.

Como las fases β_1 y β_2 son funciones de la fase de cada onda acústica, sección 2.5, que llega al transductor piezoeléctrico, y la fase de la onda acústica es modificada por los cambios que la muestra produce, entonces $\rho_{xy}(n)$ cambia en función de los cambios de fase de la onda acústica producidos por los cambios de las propiedades acústicas de la muestra en función del parámetro. En este trabajo el parámetro de interés es la temperatura de la muestra.

Otra observación acerca de la ecuación (4.6) es que $\rho_{xy}(0)$ no es función de las amplitudes A y B de las dos funciones que se están correlacionando, ecuación (4.5). Como este resultado es extensivo para cuando se realiza $\rho_{xy}(n)$, esto significa que si el instrumento con que obtiene a las secuencias discretas de datos es digital, entonces la $\rho_{xy}(n)$ tiene el mismo valor siempre y cuando el cambio de un pixel a otro del convertidor le corresponda el mismo cambio de voltaje durante el proceso, por lo tanto el nivel 0 V puede estar desplazado.

4.9.2 Programa computacional.

4.9.2.1 Obtención de datos.

Para la realización de fotoacústica diferencial, figura 4.8 parte derecha, las instrucciones son:

- Configuración inicial de variables.
- Lectura de los valores asociados a las fases del motor a pasos.
- Lectura de los parámetros del transductor acústico, frecuencia de resonancia y tiempo de amortiguamiento.
- Longitud de la guía acústica y velocidad en ella.
- Cantidad máxima de pixeles en el barrido del tiempo del osciloscopio.
- Cantidad de trazas a promediar.
- Cantidad máxima de temperaturas registrables.
- Cantidad máxima de $\rho_{xy}(n)$ registrables.
- Búsqueda de las $\rho_{xy}(n)$ mínimas y máximas para la muestra referencia (paso 20 para la muestra referencia) y también para la muestra ignota.
- Otras variables.

2. Detección y configuración del osciloscopio, esta rutina detecta al modelo de osciloscopio Tektronix, puede ser TDS210, TDS220, TDS224, TDS524, y TDS540. Luego, según el modelo de osciloscopio detectado, el programa le indica al usuario en qué canal se conecta cada uno de los dos transductores acústicos y el fotodiodo PIN que proporciona la señal de disparo.

El barrido horizontal se determina como sigue: desde el momento en que la luz incide en el extremo donde está la muestra llega al transductor acústico, es reflejada y viaja hacia la muestra, es reflejada en la muestra y regresa al transductor, todo este tiempo es $3t_t = t_t + t_{rm}$. Se calcula que 95% de $3t_t$ ocupe la memoria del osciloscopio, de este criterio se obtiene un barrido horizontal. Si este barrido no existe, es seleccionado el barrido inmediato más lento, en tal caso la señal no ocupa toda la memoria.

Cuando el osciloscopio termina de promediar la cantidad de trazas definidas, sólo parte de la traza es transferida a la computadora, desde el pixel correspondiente a t_t hasta

el pixel que corresponde al 95 % de $3t_t$, intervalo temporal igual a $2t_t$ en el que debe estar contenida la señal del transductor acústico. Después de estos cálculos el osciloscopio es configurado por el programa.

El principio de la señal de voltaje registrada en el osciloscopio no es fijo, éste es función de la velocidad con se propaga la señal acústica en la muestra como en la guía, es decir la velocidad del sonido en cada medio, además es función de la dilatación térmica de la muestra como de la guía. Si T se incrementa con el tiempo, es de aumento en la longitud de la guía como disminución o aumento de la longitud de la muestra. Aunque estos cambios de longitud son menores que la longitud de la guía, se elige arbitrariamente a $0.95t_t$ como el inicio del barrido horizontal.

3. Activación de las fases del motor e instrucciones a éste para que gire a la posición 0 radianes, luego se le pide al usuario que por medio del teclado de la computadora ubique la luz láser en la muestra referencia.

4. Detección del termómetro, en este caso un multímetro con función de temperatura. El programa pide al usuario la temperatura inicial T_i , la temperatura final T_f y los pasos de temperatura ΔT cuando se inicia cada ciclo. Con ΔT el programa calcula la cantidad de ciclos aproximada en el intervalo $|T_f - T_i|$. El programa funciona para los casos en que $T_i < T_f$ o $T_i > T_f$.

5. Solicitud al usuario si necesita medir la energía promedio de los pulsos de luz, en caso afirmativo la rutina detecta a la interfase del radiómetro. En este trabajo el usuario configura manualmente el radiómetro, sección 4.4.

6. El programa solicita al usuario para qué valor de cambio, en valor absoluto, de $\rho_{xy}(n)$ se marcan los mínimos y máximos en la gráfica $(T, \rho_{xy}(n))$. A este cambio se le denomina $\Delta\rho_{xy}$.

7. Creación de una carpeta donde son almacenados todos los archivos del proceso.

8. Creación de las ventanas en pantalla donde se presenta:

- La carpeta donde se guarda la información.
- La gráfica $(T, \rho_{xy}(n))$.
- Las trazas para cada muestra en cada ciclo.
- Las temperaturas en las que ocurren los valores mínimos y máximos en la gráfica $(T, \rho_{xy}(n))$ para cada muestra.
- En su caso la gráfica de la energía promedio de los pulsos de luz incidente en función de la temperatura, (T, E) , sobre cada muestra en cada ciclo.
- Las coordenadas en cada ciclo para cada muestra en las gráficas $(T, \rho_{xy}(n))$ y (T, E) .
- El tiempo transcurrido y el tiempo remanente del proceso, que se calcula en cada ciclo.

9. Asignación de $T = T_i$ donde T es la temperatura en la que se harán las mediciones. Esperar hasta que la temperatura del horno T_h sea mayor o igual a T , cuando esto sucede el primer ciclo empieza, $m = 1$, e inicia el conteo del tiempo.

10. Se calculan y presentan los tiempos transcurrido y remanente.

11. El motor ubica la luz en la muestra referencia, luego pausa de 1 s.

12. Esperar a que $T_h \geq T$. En el primer ciclo como $T = T_i$ entonces no hay tiempo de espera.

13. Lectura de la fracción de la energía del haz de luz y cálculo de la energía E incidente en la muestra, y lectura de la temperatura T de la cavidad.

14. El programa configura al osciloscopio para que registre una sólo traza y obtenga el valor máximo y mínimo de ella; con estos valores se determina si la traza ocupa más del 80 % o menos del 32 % del intervalo dinámico del convertidor analógico a digital A/D para la deflexión vertical. Si alguna de estas condiciones ocurre entonces hay escalamiento automático que significa incrementar o disminuir el factor de escala vertical. Se obtiene otra traza y se repite el autoescalamiento hasta que la traza esté entre el 32 % y el 80 % del intervalo dinámico del A/D o hasta que se tenga el factor de deflexión vertical mínimo de 1 mV/div. El criterio del 80 % es con la suposición de que la amplitud del ruido eléctrico aleatorio o la amplitud de señales eléctricas no sincronizadas con la señal eléctrica asociada a la señal acústica sea hasta un 10 % de esta última. El 32 % es porque los factores de deflexión vertical tienen la secuencia 1, 2 y 5, así que la razón máxima entre cada par de ellas es 2.5, al aplicar esta razón al voltaje pico a pico V_{pp} de alguna señal con todo y ruido eléctrico, es decir elegir un factor de deflexión más sensible, V_{pp} no debe exceder el 80 %, por lo tanto V_{pp} debe ser menor al 32 % en el factor de deflexión anterior.

Después de este procedimiento el programa configura al osciloscopio en promediar 128 trazas, cantidad modificable en la rutina de valores iniciales. Esta cantidad de trazas es las veces que pulsos de luz inciden en cualquier muestra. Como el láser emite pulsos con frecuencia de 10 Hz, esta actividad dura 12.8 s. El programa transfiere del osciloscopio a la computadora la traza promedio, la cual es modificada restándole el nivel de voltaje promedio de esa señal. El programa guarda posteriormente en un archivo numerado secuencialmente, valor de m , la traza promedio modificada en formato ascii.

15. Lectura de T y lectura de la fracción de la energía del haz con la que se calcula E . Con estos valores y los obtenidos antes de la obtención de la traza promedio, se calcula la temperatura y la energía medias.

16. Evaluación del tiempo transcurrido.

17. Evaluación de $\rho_{xy}(n)$, ecuación (A.20), entre la traza promedio anterior y la traza promedio actual de la muestra referencia, figura A.1 del apéndice A. En el primer ciclo la traza anterior es igual a la actual, por lo tanto se evalúa la autocorrelación normalizada $\rho_{xx}(n)$ que debe valer 1.

18. Se añaden al archivo historia del proceso .HST

- El número de ciclo m .
- Las temperaturas antes y después de promediar las trazas, en Kelvin.
- La temperatura media presentada en las gráficas, en Kelvin.
- El valor de $\rho_{xy}(n)$ de la muestra referencia en el ciclo m .
- La energía media, en Joule. Si se eligió no medir la energía, se escribe 0.
- El tiempo transcurrido, en segundos.
- El nombre del archivo de la traza promedio anterior.
- El nombre del archivo de la traza promedio actual.

19. Graficación de $(T_m, \rho_{xy}(n)_m)$ y presentación de los valores de esta coordenada. La representación $\rho_{xy}(n)_m$ significa $\rho_{xy}(n)$ en T_m . La incertidumbre de $\rho_{xy}(n)_m$ no es graficada ya que se encontró que el programa Quick Basic 4.5 indica error por falta de memoria para la creación de un arreglo del mismo tamaño que el de las $\rho_{xy}(n)$ que se podrían evaluar.

20. Determinación de si $\rho_{xy}(n)$ en T_{m-1} es mínima o máxima:

- A) Si se busca una mínima se verifica si $\rho_{xy}(n)_m - \rho_{xy}(n)_{m-1} > 0$:

- A.1) Si es verdadero, verificar si $|\rho_{xy}(n)_{m-1} - \rho_{xy}(n)_{ma}| \geq \Delta\rho_{xy}$, donde $\rho_{xy}(n)_{ma}$ es la máxima anterior, entonces:
- A.1.1) Si es verdadero, $(T_{m-1}, \rho_{xy}(n)_{m-1})$ es marcada como mínima y ahora el programa tiene la instrucción de buscar una máxima en los ciclos siguientes.
Continúa el paso 21
- A.1.2) Si es falso continúa el paso 21.
- A.2) Si es falso, continúa el paso 21.
- B) Si se busca una máxima se verifica si $\rho_{xy}(n)_m - \rho_{xy}(n)_{m-1} < 0$:
- B.1) Si es verdadero, verificar si $|\rho_{xy}(n)_{m-1} - \rho_{xy}(n)_{mi}| \geq \Delta\rho_{xy}$, donde $\rho_{xy}(n)_{mi}$ es la mínima anterior, entonces:
- B.1.1) Si es verdadero, $(T_{m-1}, \rho_{xy}(n)_{m-1})$ es marcada como máxima y ahora el programa tiene la instrucción de buscar una mínima en los ciclos siguientes.
Continúa el paso 21
- B.1.2) Si es falso continúa el paso 21.
- B.2) Si es falso, continúa el paso 21.
21. En su caso, se grafica (T, E) y se presenta los valores de T y E para la muestra referencia.
22. El programa detecta si el usuario teclea C, P o T, donde P es pausa, C es continuar en caso de que antes se haya tecleado P y T es terminar el proceso después de obtener los datos de la muestra ignota.
23. El motor gira para ubicar el haz de luz en la muestra ignota, hay pausa de 1 s.
24. Para la muestra ignota se realizan pasos similares a los pasos 13 a 22 de la muestra referencia.
24. Se incrementa la variable m del ciclo en 1 y se evalúa la siguiente temperatura como $T = T + \Delta T$.
25. Evaluación de:
- Si el usuario tecleó T.
 - Si $|T + (\Delta T/2) - T_i| < |T_f - T_i|$.
- en caso de que ambas sean falsas se realiza el paso 10. Si alguna es verdadera se realiza el paso 27.
27. Presentación de los tiempos transcurrido y remanente.
28. Guardar en un archivo .MYM, en formato ascii, las temperaturas en las cuales hay mínimas y máximas en la gráfica $(T, \rho_{xy}(n))$.
29. Guardar la configuración.
30. Cierre de las direcciones asociadas a los instrumentos.
31. Desactivación de las fases del motor.

4.9.2.2 Revisión de los datos después de terminar el proceso.

La parte de revisión de los datos obtenidos con fotoacústica diferencial es como sigue:

1. Lectura de los valores iniciales, igual al paso 1 de la parte experimental de la obtención de los datos .
2. Lectura del archivo historia del proceso .HST.
3. Solicitud al usuario de $\Delta\rho_{xy}$, igual al paso 6 de la parte experimental.

4. El programa determina si la energía de la luz fue medida.
5. Presentación de:
 - La carpeta donde se guarda la información.
 - La gráfica $(T, \rho_{xy}(n))$.
 - Las últimas trazas para cada muestra.
 - Las temperaturas en las que ocurren los valores mínimos y máximos en la gráfica $(T, \rho_{xy}(n))$ para cada muestra.
 - Si el resultado del paso 4 es verdadero se presenta la gráfica de la energía promedio de los pulsos de luz incidente en función de la temperatura, (T, E) , sobre cada muestra en cada ciclo.
 - Las coordenadas del último ciclo para cada muestra en las gráficas $(T, \rho_{xy}(n))$ y (T, E) .
 - El tiempo transcurrido del proceso.
6. Marcación de los mínimas y máximas, igual al paso 20 de la parte experimental.
7. Guardar las mínimas y las máximas que cumplan con $\Delta\rho_{xy}$, similar al paso 28 de la parte experimental. El programa da nombre al archivo creado en función del valor de $\Delta\rho_{xy}$, por lo que hay sustitución (reescritura) sólo si $\Delta\rho_{xy}$ proporcionado en esta parte es igual a la $\Delta\rho_{xy}$ dada en la parte experimental.

FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA.

En el capítulo 4 se determinó que la señal acústica y en particular su fase es modificada por los cambios en los parámetros acústicos del material así como por el cambio de tamaño del material cuando está en contacto con otro medio en la dirección de propagación de la onda. Debido a que en este laboratorio se tiene experiencia en el estudio del efecto fotoacústico cuando la onda acústica es modificada por las transiciones de fase, en este capítulo se presenta el funcionamiento del sistema cuando ocurren estas transiciones en un material.

El material colocado como referencia es una muestra sólida de titanato de plomo con samario $\text{Pb}_{1-x}\text{Sm}_x\text{TiO}_3$ en el que ocurren transiciones de fase en determinado intervalo de temperatura. Como ignota se coloca una muestra sólida de alúmina de forma cuadrada, de 10 mm por 10 mm y 0.8 mm de espesor. Ambas muestras adheridas a cada guía acústica con cerámica marca Sauereisen. Para este proceso, el láser es configurado en 1.2 mJ, 532 nm y 10 Hz, y el horno en 2.0 K/minuto de rapidez de calentamiento

La figura 5.1 es el contenido que aparece en el archivo .CFG que es creado por el programa. En él están la configuración de cada instrumento y los datos seleccionados para realizar el procesamiento. La información de este archivo es:

1. La frecuencia de resonancia del transductor acústico se usa para calcular el intervalo temporal mínimo en que cabe la traza, sección 4.6.2. Con este cálculo se obtiene el barrido horizontal inicial del osciloscopio en caso de que este intervalo sea menor que el calculado con datos del punto 2.
2. La longitud y la velocidad para la guía acústica de vidrio pyrex, apéndice C, son usadas para obtener el tiempo transcurrido entre cada señal recibida por el transductor acústico y la misma señal reflejada en el extremo opuesto al transductor acústico, sección 4.6. Con estos datos es calculado el intervalo temporal máximo donde cabe la traza y de este cálculo es seleccionado el barrido horizontal inicial del osciloscopio, en caso de que este intervalo sea menor que el calculado con el dato del punto 1.
3. Las temperaturas inicial y final, que definen el intervalo en el que se realizarán mediciones.
4. El paso de temperatura es el cambio de temperatura mínimo que debe ocurrir para hacer otro ciclo de medición.
5. La rapidez de la temperatura de la cavidad es que tan rápido cambia la temperatura de la cavidad del horno. Programado en el controlador de temperatura.
6. La serie del osciloscopio Tektronix utilizada.
7. Los canales del osciloscopio usados para cada muestra y el disparo de la señal proveniente del fotodiodo PIN.

Frecuencia de resonancia del transductor acústico:	288000 Hz
Longitud de la guía acústica:	0.350 m
Velocidad del sonido en la guía acústica:	5206 m/s
Temperatura inicial:	515.0 K
Temperatura final:	715.0 K
Paso de temperatura:	1.0 K
Rapidez de la temperatura de la cavidad:	2.0 K/min
Osciloscopio Tektronix:	TDS 540
Canal para la muestra referencia:	1
Canal para la muestra ignota:	2
Canal de disparo:	4
Barrido horizontal:	5E-6 s/div
Cantidad de trazas promediadas:	128
Cantidad de puntos de cada traza:	2500
Cantidad de puntos útiles de la traza usados en la correlación:	1276
Punto de la traza donde inicia la señal a correlacionar:	637
Punto de la traza donde termina la señal a correlacionar:	1912
Para la referencia, último factor de desviación vertical:	.001 V/div
Para la ignota, último factor de desviación vertical:	.001 V/div
Voltaje del láser:	1.10 kV
Longitud de la luz del láser:	532 nm
Escala del radiómetro:	200.0 μ J
Cantidad de muestras de energía promediadas	100
Razón entre las energías incidente y medida:	4.4
Las correlaciones marcadas son para cambios de al menos:	.1

Figura 5.1. Configuración de los instrumentos y del programa, para obtener el proceso A07.DPA .

8. Barrido horizontal del osciloscopio, seleccionado por la frecuencia de resonancia del transductor acústico o la longitud y la velocidad asociados a la guía acústica.
9. La cantidad de trazas (oscilogramas) promediadas para disminuir el ruido eléctrico y las vibraciones captadas por el transductor acústico que no corresponden al proveniente de las muestras.
10. La cantidad de puntos de cada traza es la definida por el usuario pero no debe exceder a la que puede contener la memoria del osciloscopio.
11. La cantidad de pixeles (puntos) de la traza que es usada en la correlación cruzada normalizada para desplazamiento nulo $\rho_{xy}(n)$. En este proceso la traza empieza en el pixel 637 y termina en el pixel 1912, así que la cantidad de puntos de la traza es $(1912-637)+1=1276$.
12. La última deflexión vertical del osciloscopio para detectar la señal de cada muestra. Este dato se usa para saber si se requiere más amplificación de la señal del transductor piezoeléctrico para realizar el estudio.
13. Los parámetros del láser.

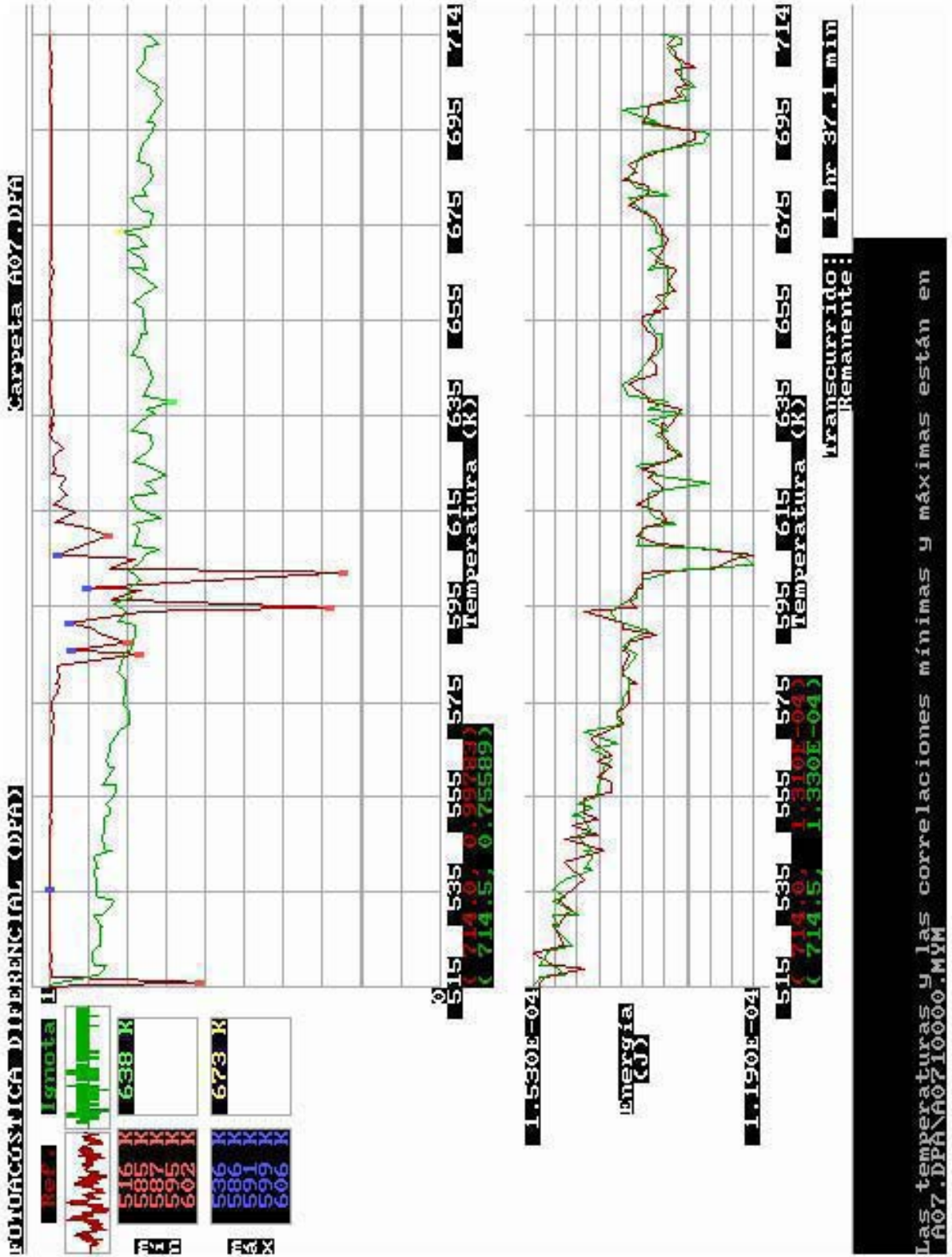


Figura 5.2. Pantalla de presentación de las mediciones del proceso A07.DPA con fotoacústica diferencial. En este proceso las temperaturas anotadas son para cuando $\Delta\rho_{xy}$ ha cambiado al menos en ± 0.1 .

Carpeta A07.DPA
Archivo A0710000.MYM

En la gráfica de la CORRELACIÓN NORMALIZADA para desplazamiento N en función de la TEMPERATURA, las mínimas y máximas son para cuando la diferencia entre una mínima y una máxima consecutivas o viceversa es al menos 0.10000 .

Para la muestra referencia.

a) En las correlaciones mínimas:

516 K 0.6129982
585 K 0.7677078
587 K 0.7975743
595 K 0.2785792
602 K 0.2463821
610 K 0.8498623

b) En las correlaciones máximas:

536 K 0.9983824
586 K 0.9459003
591 K 0.9522079
599 K 0.9026664
606 K 0.9817811
642 K 0.9986187

Para la muestra ignota.

a) En las correlaciones mínimas:

638 K 0.6869823
701 K 0.7098417

b) En las correlaciones máximas:

673 K 0.8203738

Figura 5.3. Archivo que contiene las T y sus $\rho_{xy}(n)$ cuando $\rho_{xy}(n)$ es mínima o máxima.

14. La escala del radiómetro y la razón entre energías para determinar cuánta energía luminosa recibe cada muestra y poder eventualmente investigar la cantidad de energía luminosa convertida en energía acústica, cuánta se requiere para detectar cambios acústicos o cuánta se requiere para producir daño en cada muestra en particular.

15. El cambio mínimo $\Delta\rho_{xy}$ desde que $\rho_{xy}(n)$ se había marcado como mínima o máxima, para así marcar la nueva mínima o máxima en la gráfica $(T, \rho_{xy}(n))$.

La figura 5.2 es la pantalla que se le presenta al usuario cuando se revisan datos ya

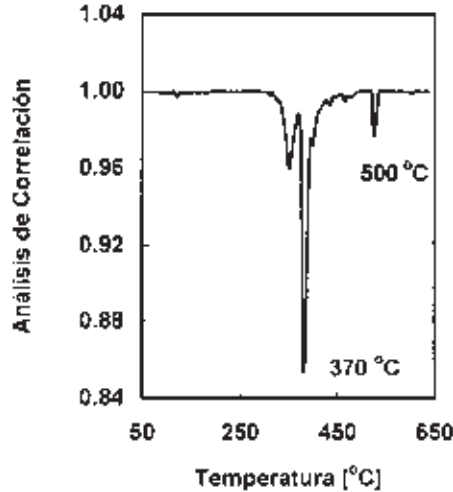


Figura 5.4. $\rho_{xy}(i)$ máxima para una muestra de $\text{Pb}_{0.88}\text{Sm}_{0.08}\text{TiO}_3$ [10].

realizados. Cuando se está realizando las mediciones, la pantalla es similar, solo que la parte de abajo de la gráfica (T , E) es para que el programa informe al usuario qué está haciendo, además la presentación de los tiempos transcurridos y remanente hasta el ciclo presente. En la parte superior derecha de la pantalla aparece el nombre del proceso, en este caso A07.DPA. La información que aparece de color rojo corresponde a la muestra referencia y la de color verde a la muestra ignota.

Otros comentarios acerca de la figura 5.2 son:

Al usuario se le presentan simultáneamente en la misma área de graficación los datos medidos de las muestras referencia e ignota, para evitar pérdida de información al haber superposición de puntos en la pantalla, se unen con líneas las coordenadas de datos consecutivos.

En la parte superior izquierda en forma de columnas aparece información de las dos muestras. La columna de la izquierda corresponde a la muestra referencia, en la parte superior se presenta el oscilograma para la temperatura T_m correspondiente al ciclo m , luego abajo las temperaturas en las cuales $\rho_{xy}(n)$ obtenida con la ecuación (A.20) del apéndice A es mínima cuando hubo el cambio de al menos $\Delta\rho_{xy} = 0.1$. Más abajo las temperaturas en las cuales $\rho_{xy}(n)$ es máxima cuando ha habido el cambio de al menos $\Delta\rho_{xy} = 0.1$.

Sólo se presentan 5 valores de correlaciones mínimas o máximas para cada muestra, esto es en el caso de ya se conozca cuánto es el $\Delta\rho_{xy}$ adecuado. En el caso de que haya más de 5 valores de correlaciones mínimas o máximas, el programa los almacena en memoria y al final del proceso crea un archivo .MYM que contiene cada T y su $\rho_{xy}(n)$ correspondiente, figura 5.3.

Se observa que existe una $\rho_{xy}(n)$ mínima casi al inicio del proceso, en $T = 516$ K como se lee en el archivo .MYM y que corresponde al ciclo $m = 2$. Esta mínima no se toma en cuenta porque la $\rho_{xy}(n)$ del primer ciclo, $m = 1$, es una autocorrelación normalizada, y como el primer oscilograma en general es diferente al segundo oscilograma, la $\rho_{xy}(n)$ es

menor que 1 para las secuencias de datos del ciclo $m = 1$ con el ciclo $m = 2$.

Para la muestra referencia en $T < 575$ K o $T > 630$ K, $\rho_{xy}(n) \approx 1$, lo que significa que cada par de oscilogramas consecutivos son muy parecidos.

Para el mismo proceso, la computadora genera el archivo A0710000.MYM donde se presentan para cada muestra todos los valores para las $\rho_{xy}(n)$ mínima y máxima, y las temperaturas en que ocurren, cuando $|\Delta\rho_{xy}|$ ha cambiado al menos en 0.1, figura 5.3.

Para la referencia, se puede creer que $\rho_{xy}(n)$ mínima en $T \approx 600$ K, ocurre debido a la disminución de la energía luminosa incidente E . Sin embargo al revisar el archivo historia .HST generado durante el proceso, se lee que $\rho_{xy}(n)$ mínima ocurre en $T = 601.5$ y $T = 602$ K, y que la disminución de E ocurre entre $T = 605.5$ y $T = 606$ K, que también en ese archivo se lee que corresponde a 141 s de diferencia entre las dos mínimas. Por lo tanto las mínimas de $\rho_{xy}(n)$ en $T \approx 602$ K y la de E en $T \approx 606$ K no tienen relación.

Con el propósito de comparar lo obtenido por este sistema y su programa computacional con otros trabajos, en la figura 5.4 se presentan los resultados para una muestra de titanato de plomo con samario obtenida también en el laboratorio de fotofísica del CCADET [10]. El eje vertical de la figura 5.4 **Análisis de Correlación** corresponde al valor máximo de $\rho_{xy}(i)$ entre dos secuencias consecutivas de n datos cada una, para el desplazamiento $i = 1$ hasta $i = 2n - 1$.

En la figura 5.4 después de convertir la escala de temperatura, los tres picos que corresponden a las 3 correlaciones mínimas están en las temperaturas 622 K, 643 K y 773 K. Las temperaturas de los dos primeros picos difieren un poco de las temperaturas de los dos picos más grandes en la figura 5.2. Si se supone que los resultados de las dos figuras corresponden a muestras con las mismas características físicas, entonces las temperaturas en las que ocurren los cambios de las propiedades acústicas deberían ser similares.

La diferencia puede ser debida a que en la figura 5.4, el *análisis de correlación* es obtenido con el criterio de graficar la máxima correlación cruzada normalizada de dos secuencias finitas de datos y consecutivas. Hay que recordar que en la figura 5.2 se ha utilizado el criterio de graficar la correlación cruzada normalizada para desplazamiento cero (nulo) de dos secuencias finitas de datos y consecutivas.

Acercas de las diferencias que se pueden obtener al aplicar diferentes criterios de correlación, es útil hacer referencia a la ecuación (A.18) del apéndice A y en especial a las propiedades de la ecuación (4.6). De esta última ecuación, una de las propiedades es si las secuencias de datos $x(t)$ y $y(t)$ no son consecutivas, entonces se obtiene otro valor para $\rho_{xy}(n)$.

Como ejemplo de aplicar diferentes criterios de correlación, en la figura 5.5 se presentan los resultados al aplicar diferentes criterios en las muestras utilizadas para obtener la figura 5.2:

A. La figura 5.5.A para la referencia, con dos criterios para la correlación: 1) correlación para desplazamiento cero y las secuencias de datos son consecutivas, y 2) cuando una de las secuencias de datos de $\rho_{xy}(n)$ es fija, en este caso es la primera secuencia de datos del proceso y la correlación se evalúa para desplazamiento cero.

B. La figura 5.5.B para la ignota, con los mismos criterios que para la referencia.

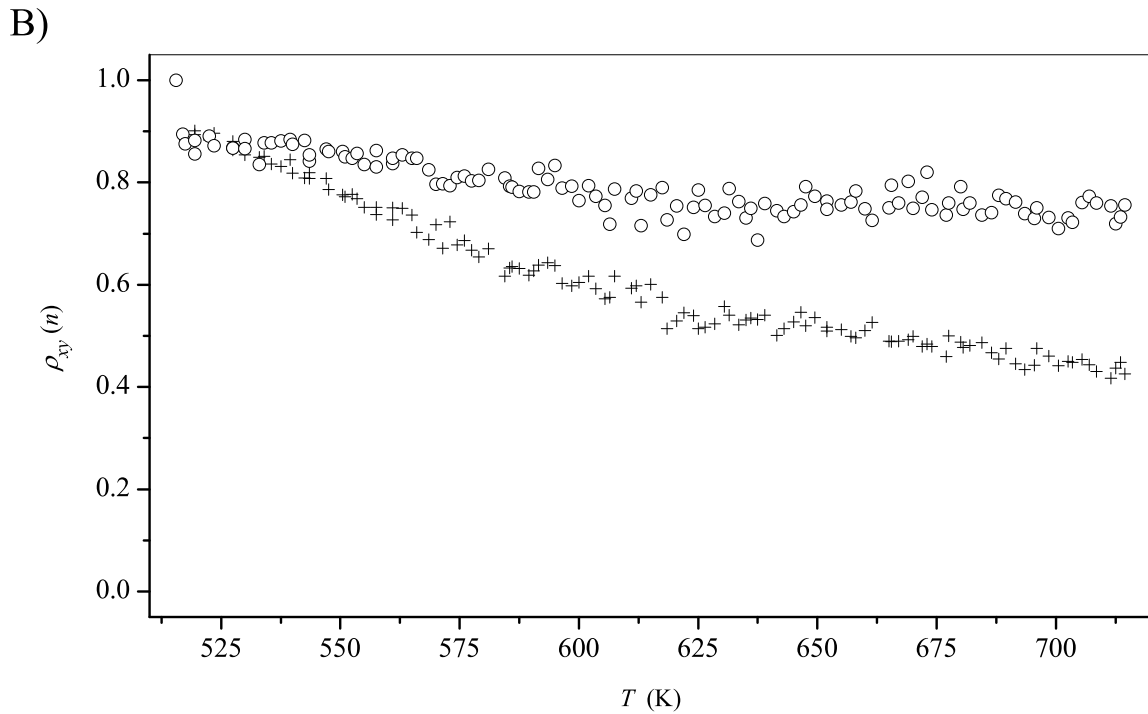
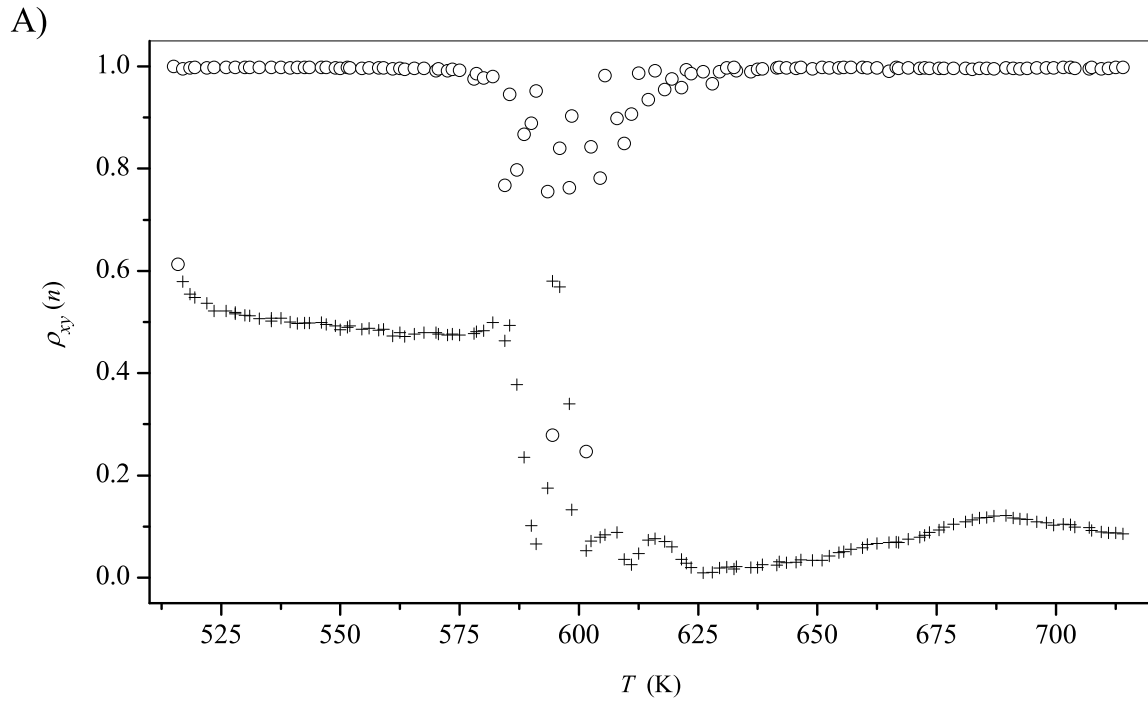


Figura 5.5. $\rho_{xy}(n)$ con $n=1276$ (desplazamiento cero), cuando la secuencia de datos x es el primer oscilograma (+) o las secuencias de datos x y y son dos oscilogramas consecutivos (\circ). A) para la muestra referencia y B) para la muestra ignota.

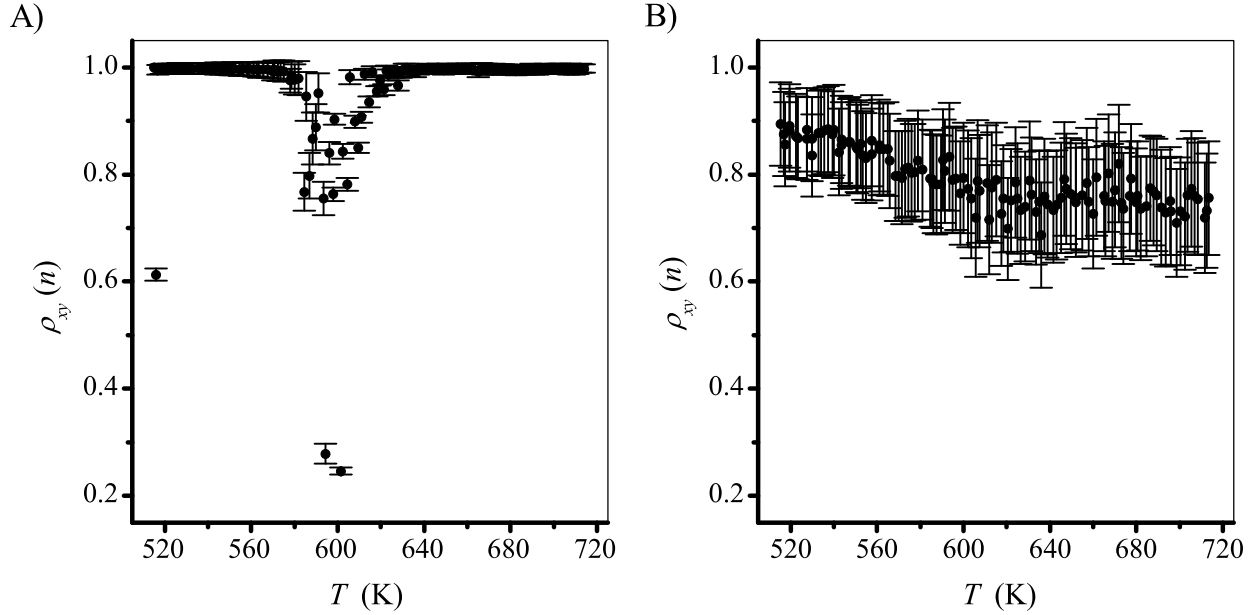


Figura 5.6. $\rho_{xy}(n)$ con su incertidumbre $s\rho$ para el proceso de la figura 5.2, A) para la muestra referencia y B) para la muestra ignota.

Aunque los valores de $\rho_{xy}(n)$ son diferentes para la muestra referencia, figura 5.5.A, la transición en el intervalo $575 \text{ K} < T < 630 \text{ K}$ es observable. Tal resultado indica que no importa cuales sean las secuencias de datos. Sin embargo cuando $\rho_{xy}(n)$ es evaluada con la primera secuencia de datos fija, se observa un cambio con poca pendiente en $T = 687 \text{ K}$.

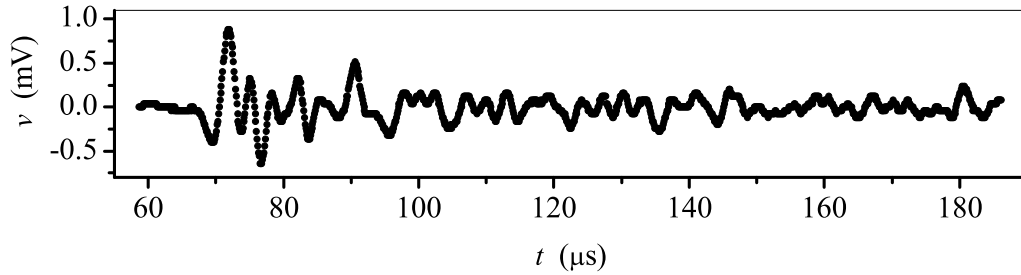
Para la muestra ignota no importa como se haya obtenido $\rho_{xy}(n)$, figura 5.5.B, su comportamiento es monótonamente decreciente. Esto se interpreta como la no existencia de cambios acústicos observables.

El programa no presenta los resultados de más de un criterio de correlación porque al compilar con Quick Basic no se permiten más líneas de código por falta de memoria. Esta limitación implica que lo presentado en la figura 5.5 se obtiene después de analizadas las muestras, para ello se utiliza la ecuación (A.20) y la rutina de programación presentada en la figura A.1 del apéndice A.

Con base en el resultado de la figura 5.5, si se desea presentar a $\rho_{xy}(n)$ en función del parámetro $-T$ en este caso- de tal manera que fácilmente se obtenga información de cambios acústicos en la muestra, se proponen dos criterios:

1. Si los cambios acústicos en la muestra son monótonos conforme cambia el parámetro de tal manera que se pueda obtener secuencias de datos que registran pequeños cambios en las propiedades acústicas y por lo tanto pequeños cambios de fase en la onda acústica, entonces el calcular $\rho_{xy}(n)$ donde una secuencia de datos es fija, es la que nos proporciona la información de ese cambio y sería como lo describe la ecuación (4.6) y lo presenta la figura 4.9. Sin embargo, si en este caso se calcula $\rho_{xy}(n)$ para secuencias de datos consecutivas será casi siempre de valor 1, ya que los cambios de fase de la onda son pequeños y por lo

A) $T=515$ K



B) $T=714$ K

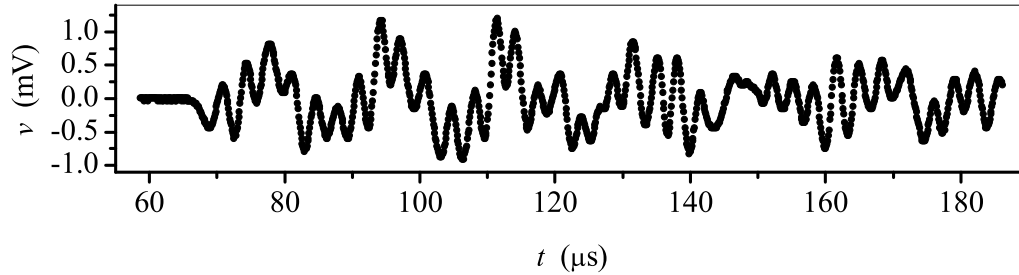


Figura 5.7. Para el proceso A07.DPA: A) primer oscilograma, $m=1$, $T=515$ K y B) último oscilograma, $m=124$, $T=714$ K.

tanto las secuencias de datos x y y son muy parecidas.

2. Si los cambios acústicos en la muestra no son monótonos conforme cambia el parámetro, de tal manera que al obtener cada secuencias de datos la fase de la onda acústica haya cambiado bastante, entonces el calcular $\rho_{xy}(n)$ con secuencias de datos consecutivas o no, se observará cuándo ocurre esos cambios. En este caso hay que controlar cuánto cambia el parámetro, porque como la secuencia de datos es obtenida cuando se tiene un valor nuevo del parámetro, puede ocurrir que entre dos valores consecutivos del parámetro ocurra un cambio acústico transitorio, por lo tanto no será registrado.

El programa no puede presentar la incertidumbre de la correlación debido a que no se puede incluir más código en el programa. Por tal causa, posterior al análisis de las muestras, se calcula la incertidumbre $s\rho$ de $\rho_{xy}(n)$ para las figuras 5.2 ó 5.4.

Se utilizan las ecuaciones (A.20) y (A.26) del apéndice A, con la suposición de que sx_j y sy_j es el cambio de voltaje mínimo (también denominado *sensibilidad*) de cada muestra en la escala del osciloscopio utilizada en cada ciclo del proceso, en este caso $40 \mu\text{V}$ para ambas muestras y para todos los ciclos. En otras palabras, en este caso sx_j y sy_j son iguales a la sensibilidad del convertidor analógico a digital utilizado en la deflexión vertical del osciloscopio.

Aunque la *resolución* del convertidor analógico a digital para la deflexión vertical es de 8 bits, o sea 256 pixeles, para este modelo de osciloscopio el fabricante utiliza 251 pixeles

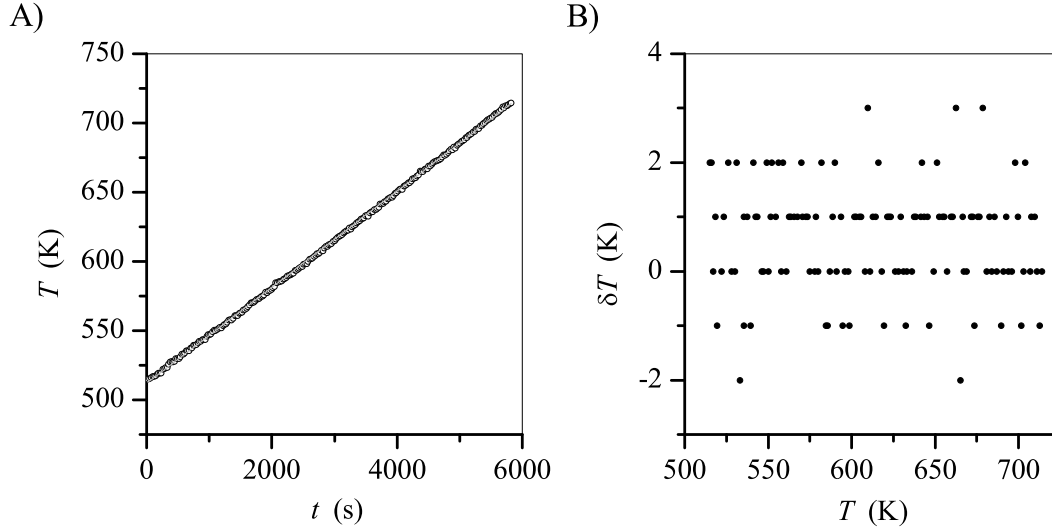


Figura 5.8. A) Temperatura del horno y B) Cambio de temperatura antes y después de obtener el oscilograma promedio para cada muestra en cada temperatura media (cada ciclo).

para 10 divisiones verticales. Entonces en la escala de 1 mV/div un cambio de un pixel es $40 \mu\text{V}$, por tal causa se observa que están separados los puntos de las gráficas en la figura 5.7.

En la figura 5.6 se presentan los resultados, se observa que para la referencia su ρ en general es menor que para la ignota, aunque $\rho_{xy}(n)$ de la ignota sea monótonamente decreciente.

En la figura 5.7 se presenta los oscilogramas promedio para los ciclos $m = 1$ y $m = 124$ de este proceso. Se observa que el intervalo en que cambia el voltaje es de aproximadamente $2 \mu\text{V}$ comparado con el intervalo de deflexión máxima en esa escala, $10 \mu\text{V}$. Esto último obtenido de la información que aparece en la figura 5.1 acerca de la deflexión vertical del último oscilograma, que es de 1 mV/div.

Como los oscilogramas de la figura 5.7 tienen magnitudes de voltaje pequeñas respecto al intervalo máximo de la escala utilizada, entonces la señal está formada por pocos niveles de voltaje. Esto es porque el mínimo cambio de nivel de voltaje es la sensibilidad del convertidor, que es de $40 \mu\text{V}$. Esto implica que la incertidumbre del voltaje de cada punto de la señal aumenta. Dicho de otra manera, si la magnitud de la señal es más cercana a la sensibilidad del convertidor analógico a digital, la incertidumbre de $\rho_{xy}(n)$ incrementa.

En caso de que la señal utilice la escala más sensible, para disminuir la incertidumbre de $\rho_{xy}(n)$ debe aumentarse la magnitud de la señal. Para este aumento se tienen dos opciones, a) aumentar la energía del láser o b) amplificar la señal proveniente del transductor acústico. La primera opción es útil si la muestra continúa en el régimen termoelástico, en caso contrario debe elegirse la otra opción.

En la figura 5.7 se observa también que la señal no está atenuada completamente, lo cual es cierto debido a que $t_a > t_{rm}$, sección 4.6.2.

Como parte del análisis del comportamiento del sistema de medición, se verifica la aplicación de la temperatura. Antes de iniciar el proceso el horno es programado manual-

mente en 2.0 K/minuto, y de la figura 5.8.A, resultado de este proceso, se obtiene con ajuste de cuadrados mínimos, $34.7 \text{ mK/s} = 2.08 \text{ K/minuto}$.

En la figura 5.8.B se muestra cuánto cambia la temperatura mientras son promediados los oscilogramas en el osciloscopio y transferido el oscilograma promedio a la computadora. Se ve que estas variaciones de temperatura son hasta de 3 K, intervalo de temperatura en el cual pueden cambiar las propiedades acústicas de la muestra.

Para otros procesos de prueba realizados en el laboratorio no se obtuvo linealidad de $T(t)$ en temperaturas altas y además $\delta T(T)$ fue mayor que el mostrado en la figura 5.8.B. Estas variaciones son:

- A) Porque las pérdidas de energía térmica son mayores en temperaturas altas que en bajas debido a efectos de radiación de *cuerpo negro*.
- B) El horno responde lentamente.
- C) La poca resolución en la medida de la temperatura. Los dos primeros problemas se pueden resolver, en cierto grado, si manualmente durante el proceso se modifican los parámetros del programa PID del controlador.

Para mejorar el control en la temperatura, se recomienda:

- Modificar el horno para que su tiempo de respuesta sea más pequeño.
- Utilizar termopares más pequeños, con tiempos de respuesta más pequeños y que se puedan colocar más cerca de la muestra.
- Utilizar un controlador con mejor resolución en la temperatura y con interfase de comunicación con la computadora para que el programa modifique los parámetros del controlador en función de lo que se esté registrando [4]. El controlador debe ser del tipo que continuamente mantiene la corriente en el horno pero la aumenta y disminuye según los requerimientos.

CONCLUSIONES.

Con excepción de la preparación de muestras con espesores desde $\approx 10^{-5}$ hasta 10^{-2} m y la ubicación inicial del haz del láser sobre cada muestra, el sistema automatizado que se diseña y construye muestra que en tiempo real por efecto fotoacústico producido con pulsos de luz de 532 nm y 1064 nm de longitud de onda, se puede realizar la totalidad del análisis del cambio de las propiedades acústicas de las muestras en función de la temperatura, desde temperatura ambiente hasta 770 K.

El resultado del análisis del cambio es presentado simultáneamente al procesamiento de los datos, por lo que el usuario tiene solamente que vigilar que no ocurra algún suceso imprevisto con los instrumentos o alguna falla en el programa de control.

También en este trabajo se estudia que la determinación del cambio de las propiedades acústicas de cada muestra, es solamente posible con el diseño adecuado y la evaluación de las componentes acústicas. Por ejemplo, se obtiene la función respuesta del transductor acústico y al aplicarle el análisis de señal apropiado, que en este caso es la correlación cruzada normalizada para desplazamiento cero (nulo), se encuentra que el valor de la correlación es solamente función de la diferencia de fase entre las señales que se comparan.

Otro resultado que también se obtiene del estudio de la correlación cruzada normalizada, es que el cambio en las propiedades acústicas de la muestra se puede obtener en función de cuáles son las señales procesadas. Este resultado indica que las señales deben de cambiar suavemente con la temperatura. Para esto se requiere que la A) temperatura del sistema debe ser más estable y B) la temperatura de cada muestra debe ser medida con más resolución y con mayor frecuencia.

Recomendaciones y comentarios.

El sistema se puede mejorar en diferentes aspectos que se describen a continuación:

1. En este sistema, la temperatura es medida a 3 cm de distancia de la muestra, pero como el horno no está cerrado, existe gradiente de temperatura entre la muestra y el sensor de temperatura, y cuando ocurren cambios endotérmicos o exotérmicos en la muestra, la temperatura de la cavidad no es la de la muestra, entonces se recomienda que el sensor de temperatura esté en la muestra y de que el horno sea una cavidad pequeña y cerrada. De esta forma se tiene el registro confiable de la temperatura de la muestra.

2. La unión termopar es frecuentemente utilizada como sensor de temperatura en los instrumentos tradicionales de análisis térmico. Esta elección es porque puede ser A) pequeña y colocada cerca de o en la muestra, B) su intervalo de temperaturas de operación es muy grande y alcanza hasta los 1500 K y C) la instrumentación asociada es barata y fácilmente de implementar. La temperatura máxima de operación del sensor que es de 1500 K, es un valor indicativo para elegir el material para construir la guía acústica.

El cuarzo y la porcelana son materiales que pueden ser seleccionados para la construcción de la guía, porque A) tienen conductividad térmica baja, B) a la onda acústica casi no la atenúan, C) tienen temperatura alta de operación, D) sus propiedades acústicas no cambian en su intervalo de temperatura de operación y E) no son costosos.

Por ejemplo, si la guía es de cuarzo de diámetro de 2 mm y con velocidad extensional de 5.8 km/s, su comportamiento como guía acústica es hasta 1.45 MHz. Esta frecuencia indica que se debe utilizar un transductor acústico que tenga frecuencia de resonancia mayor que 1.45 MHz.

3. El sistema está construido con materiales que no tienen las propiedades acústicas idóneas, por lo que se recomienda utilizar materiales A) con impedancias acústicas características que tengan valores muy parecidos, para transferir la mayor cantidad de energía acústica, B) que tengan tamaños adecuados si se utilizarán como guías acústicas, C) que tengan un coeficiente de atenuación acústico tal que sea mínima la disminución de la amplitud de la onda acústica y D) con propiedades acústicas constantes en el intervalo de temperatura en que funciona el sistema.

En general la muestra y la guía acústica no tienen impedancias acústicas características similares, por lo que se recomienda utilizar un adhesivo del que se conozca el valor de impedancia acústica, que debe ser el valor medio de las impedancias acústicas de la muestra y de la guía.

4. Como la correlación cruzada normalizada es aplicada a señales registradas consecutivamente, es conveniente que cada registro ocurra en temperaturas cercanas. Con este procedimiento se determina con más exactitud el intervalo de temperatura en el que ocurre un cambio abrupto de las propiedades acústicas de la muestra.

Por tal motivo se recomienda sustituir el controlador de temperatura por otro con más resolución, por ejemplo de 0.01 K, que además tenga interfase de comunicación con computadora para modificar la rapidez de calentamiento al incrementar la temperatura.

5. El láser pulsado que es utilizado en este trabajo tiene un costo alto debido a la duración del pulso y porque proporciona energía en un intervalo amplio. Lo último no es conveniente ya que se puede alcanzar la ablación en la muestra y por lo tanto no medir el cambio en las propiedades acústicas. Por tal causa se recomienda la sustitución por otro que proporcione menos energía, entre 1 μ J y 1 mJ.

Acerca de la duración del pulso, es suficiente con 250 ns que equivalen a 1.4 MHz de frecuencia superior de corte, compatible con lo comentado en el punto 2.

6. En este trabajo se utiliza un osciloscopio para registrar y transferir la señal a la computa-

dora. El osciloscopio puede ser sustituido por una tarjeta digitalizadora que esté dentro de la computadora con el propósito de disminuir el volumen del sistema y el costo. Las características de la tarjeta son:

6.A. Ancho de banda de 2 MHz, como resultado del punto 2.

6.B. Sensibilidad de 1 mV/div o mejor. En caso de no obtenerse esta característica, se deberá utilizar entre el transductor piezoeléctrico y la tarjeta un preamplificador estable con sensibilidad de 10 μ V y ancho de banda de 2 MHz.

6.C. Debido a que el valor de la correlación cruzada normalizada de dos señales es función de la diferencia de fase entre ellas, es recomendable que cada señal sea lo más suave posible. Esto se logra si el convertidor analógico a digital tiene resolución aceptable, por ejemplo de 8 a 12 bits. Mientras más bits es mejor, pero tal que el cambio de un bit sea a lo menos de 10 μ V.

7. Con el lenguaje de programación (compilador) que se usa en este sistema hay limitaciones en la memoria requerida, por lo que el compilador no acepta más código fuente. Como ejemplos de problemas se tienen A) el referido al procesamiento y la presentación de la correlación cruzada normalizada del oscilograma actual con el primer oscilograma y B) el autoescalamiento del eje horizontal en caso de tener otra guía acústica. Por lo tanto se recomienda utilizar un compilador que no limite el procesamiento de los datos y el control.

8. Para este sistema de análisis, las muestras deben cumplir requisitos con determinadas propiedades ópticas y acústicas, y de tamaño. Estos requisitos están en función de la luz incidente, sección acústica y cavidad térmica (horno). Es más fácil encontrar datos acústicos y térmicos de materiales en las referencias, que datos del efecto fotoacústico en materiales. Por lo tanto es difícil la selección de las muestras.

Para facilitar el diseño y construcción de este tipo de sistema se necesita un estudio más amplio acerca del efecto fotoacústico en materiales sólidos y opacos en el régimen termoelástico.

APÉNDICE A

A.1 Energía y potencia promedio.

Sea una secuencia continua de datos de un proceso aleatorio y estacionario tal que de esta secuencia se obtenga información de todo el conjunto de secuencias del proceso, al que también se le denomina proceso ergódico [44, 45], y sea $\tilde{f}(t)$ una función compleja con t real que describe al proceso y $\tilde{f}^*(t)$ la conjugada de $\tilde{f}(t)$, entonces se define

$$\begin{aligned} E &= \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{f}(t)|^2 dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(t) \tilde{f}^*(t) dt \end{aligned} \tag{A.1}$$

como el *contenido de energía* o simplemente la *energía* de $\tilde{f}(t)$.

De la definición de E se nota que, si $\tilde{f}(t)$ es no periódica entonces $E \leq \infty$, y si $\tilde{f}(t)$ es periódica o ruido aleatorio como el *ruido blanco*, entonces $E = \infty$.

Si al utilizar la definición de la ecuación (A.1) E es infinita, entonces es preferible utilizar la definición

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |\tilde{f}(t)|^2 dt \tag{A.2}$$

donde P es denominada *potencia promedio* de $\tilde{f}(t)$.

Cabe aclarar que la energía E y la potencia promedio P definidas por las ecuaciones (A.1) y (A.2) respectivamente, en general no corresponden a los conceptos físicos de *energía* y *potencia*.

A.2 Función de correlación.

A.2.1 Para secuencia continua e infinita de datos.

Sean $\tilde{X}(t)$ y $\tilde{Y}(t)$ funciones complejas asociadas a un proceso ergódico, y $\tilde{X}^*(t)$, $\tilde{Y}^*(t)$ sus conjugadas; si al aplicar la ecuación (A.1) a cada una de ellas, se obtiene que $E_X < \infty$ y $E_Y < \infty$, entonces se definen [42, 44, 50 a 54]:

1.1. La función *correlación cruzada* $\tilde{R}_{XY}(\tau)$ de $\tilde{X}(t)$ y $\tilde{Y}(t)$ como:

$$\tilde{R}_{XY}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(t) \tilde{Y}^*(t - \tau) dt \quad (\text{A.3})$$

1.2. La función *autocorrelación* $\tilde{R}_{XX}(\tau)$ de $\tilde{X}(t)$ como:

$$\tilde{R}_{XX}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(t) \tilde{X}^*(t - \tau) dt \quad (\text{A.4})$$

donde τ es denominado *desplazamiento*.

La función autocorrelación de $\tilde{Y}(t)$ es definida en forma similar a la ecuación (A.4).

Si al aplicar la ecuación (A.1) a $\tilde{X}(t)$ y a $\tilde{Y}(t)$ la energía es infinita para una de ellas o para ambas funciones, entonces se aplica la ecuación (A.2) que en general resulta en $P < \infty$, y en este caso se definen:

2.1. la función *correlación cruzada promedio* $\overline{\tilde{R}}_{XY}(\tau)$ de $\tilde{X}(t)$ y $\tilde{Y}(t)$ como:

$$\overline{\tilde{R}}_{XY}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \tilde{X}(t) \tilde{Y}^*(t - \tau) dt \quad (\text{A.5})$$

2.2. la función *autocorrelación promedio* $\overline{\tilde{R}}_{XX}(\tau)$ de $\tilde{X}(t)$ como:

$$\overline{\tilde{R}}_{XX}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \tilde{X}(t) \tilde{X}^*(t - \tau) dt \quad (\text{A.6})$$

La función autocorrelación promedio de $\tilde{Y}(t)$ es definida en forma similar a la ecuación (A.6).

En las ecuaciones (A.3) a (A.6), a τ se le denomina *desplazamiento*, y para ciertos procesos *retardo*.

Algunas propiedades de la función correlación útiles en este trabajo, son:

Propiedad 1: La función correlación es par. Aplicable a las ecuaciones (A.3), (A.4), (A.5) y (A.6).

Demostración: Sólo se demuestra para las ecuaciones (A.3) y (A.4). Si $t = \xi + \tau$, entonces

$$\begin{aligned}
\tilde{R}_{XY}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(t) \tilde{Y}^*(t - \tau) dt \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(\xi + \tau) \tilde{Y}^*(\xi + \tau - \tau) d(\xi + \tau) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(\xi + \tau) \tilde{Y}^*(\xi) d(\xi) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{Y}^*(\xi) \tilde{X}(\xi + \tau) d(\xi) \\
&= \left(\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{Y}(\xi) \tilde{X}^*(\xi + \tau) d(\xi) \right)^*
\end{aligned}$$

La última integral es la función correlación $\tilde{R}_{YX}(-\tau)$, entonces

$$\tilde{R}_{XY}(\tau) = \tilde{R}_{YX}^*(-\tau) \quad (\text{A.7})$$

Si en la ecuación (A.4) también se sustituye t por $\xi + \tau$ se tiene

$$\tilde{R}_{XX}(\tau) = \tilde{R}_{XX}^*(-\tau) \quad (\text{A.8})$$

De las ecuaciones (A.7) y (A.8) se concluye que la función de correlación es par.

Propiedad 2: $|\tilde{R}_{XY}(\tau)| \leq +\sqrt{R_{XX}(0) R_{YY}(0)}$ aplicable a las ecuaciones (A.3) y (A.5).

Demostración: Sólo se demuestra para la ecuación (A.3). Sean las funciones complejas $\tilde{X}(t)$, $\tilde{Y}(t - \tau)$, y que cumple cada una con la ecuación (A.1), entonces al aplicar la desigualdad de Schwartz se tiene

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(t) \tilde{Y}^*(t - \tau) dt \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{X}(t)|^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{Y}(t)|^2 dt$$

Al usar las ecuaciones (A.1) y (A.4) en el miembro derecho, y la ecuación (A.3) en el miembro izquierdo, se tiene

$$|\tilde{R}_{XY}(\tau)|^2 \leq R_{XX}(0) R_{YY}(0)$$

donde $R_{XX}(0)$ y $R_{YY}(0)$ son funciones reales, ya que para $\tau = 0$ la ecuación (A.4) queda de la misma forma que la ecuación (A.1) en la que E es real. Al continuar con la demostración se tiene

$$|\tilde{R}_{XY}(\tau)| \leq +\sqrt{R_{XX}(0) R_{YY}(0)}$$

o también

$$\rho_{XY}(\tau) = \frac{|\tilde{R}_{XY}(\tau)|}{+\sqrt{R_{XX}(0) R_{YY}(0)}} \leq 1 \quad (\text{A.9})$$

Si $\tilde{Y}(t) = \tilde{X}(t)$ entonces

$$\frac{|\tilde{R}_{XX}(\tau)|}{|R_{XX}(0)|} \leq 1 \quad (\text{A.10})$$

Propiedad 3: Sean $\tilde{X}(t)$ los datos (o información) útiles y $\tilde{S}(t)$ ruido aleatorio con energía finita (o potencia finita si es el caso) mezclado con esos datos, si $\tilde{X}(t)$ no es modificada por $\tilde{S}(t)$ y viceversa, de tal forma que se puede crear a $\tilde{G}(t) = \tilde{X}(t) + \tilde{S}(t)$, entonces $\tilde{R}_{GG}(\tau) = \tilde{R}_{XX}(\tau) + \tilde{R}_{SS}(\tau)$, aplicable a las ecuaciones (A.3) y (A.5).

Demostración: Sólo se demuestra para la ecuación (A.3).

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{GG}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}(t) \tilde{G}^*(t - \tau) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} [\tilde{X}(t) + \tilde{S}(t)][\tilde{X}(t - \tau) + \tilde{S}(t - \tau)]^* dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} [\tilde{X}(t) + \tilde{S}(t)][\tilde{X}^*(t - \tau) + \tilde{S}^*(t - \tau)] dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} [\tilde{X}(t) \tilde{X}^*(t - \tau) + \tilde{S}(t) \tilde{X}^*(t - \tau) + \tilde{X}(t) \tilde{S}^*(t - \tau) + \tilde{S}(t) \tilde{S}^*(t - \tau)] dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(t) \tilde{X}^*(t - \tau) dt + \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(t) \tilde{X}^*(t - \tau) dt + \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(t) \tilde{S}^*(t - \tau) dt \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(t) \tilde{S}^*(t - \tau) dt \\ &= \tilde{R}_{XX}(\tau) + 0 + 0 + \tilde{R}_{SS}(\tau) \end{aligned}$$

por lo tanto

$$\tilde{R}_{GG}(\tau) = \tilde{R}_{XX}(\tau) + \tilde{R}_{SS}(\tau)$$

Propiedad 4: Sean $\tilde{F}(t) = \tilde{X}(t) + \tilde{S}(t)$ y $\tilde{G}(t) = \tilde{Y}(t) + \tilde{Q}(t)$ con $\tilde{X}(t)$ y $\tilde{Y}(t)$ datos útiles, y $\tilde{S}(t)$, $\tilde{Q}(t)$ ruido aleatorio con energía finita (o potencia finita si es el caso), entonces $\tilde{R}_{FG}(\tau) = \tilde{R}_{XY}(\tau)$, aplicable a las ecuaciones (A.3) y (A.5).

Demostración: Sólo se demuestra para la ecuación (A.3).

$$\begin{aligned}
\tilde{R}_{FG}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{F}(t) \tilde{G}^*(t - \tau) dt \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} [\tilde{X}(t) + \tilde{S}(t)] [\tilde{Y}(t - \tau) + \tilde{Q}(t - \tau)]^* dt \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} [\tilde{X}(t) + \tilde{S}(t)] [\tilde{Y}^*(t - \tau) + \tilde{Q}^*(t - \tau)] dt \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} [\tilde{X}(t) \tilde{Y}^*(t - \tau) + \tilde{S}(t) \tilde{Y}^*(t - \tau) + \tilde{X}(t) \tilde{Q}^*(t - \tau) + \tilde{S}(t) \tilde{Q}^*(t - \tau)], dt \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(t) \tilde{Y}^*(t - \tau) dt + \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(t) \tilde{Y}^*(t - \tau) dt + \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(t) \tilde{Q}^*(t - \tau) dt \\
&\quad + \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(t) \tilde{Q}^*(t - \tau) dt \\
&= \tilde{R}_{XY}(\tau) + 0 + 0 + 0
\end{aligned}$$

por lo tanto

$$\tilde{R}_{FG}(\tau) = \tilde{R}_{XY}(\tau) \quad (\text{A.11})$$

A.2.2 Para secuencia discreta infinita y finita de datos.

Si $\{z_j = z(t_j)$, para $j = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty\}$ secuencia de datos discreta, infinita y de valores reales (no complejos), [45] se define la energía en forma similar a la ecuación (A.1), como

$$\mathcal{E}_z = \sum_{j=-\infty}^{\infty} z_j^2 \delta t_{z,j} \quad (\text{A.12})$$

donde $\delta t_{z,j} = t_j - t_{j-1}$.

Si los datos están uniformemente distribuidos, es decir $\delta t_{z,j} \equiv \delta t$ constante para cualquier valor entero de j , entonces

$$\mathcal{E}_z = \delta t \sum_{j=-\infty}^{\infty} z_j^2 \quad (\text{A.13})$$

Si se define

$$\mathcal{P}_x = \frac{\mathcal{E}_z}{\delta t}$$

entonces la ecuación (A.13) se convierte en

$$\mathcal{P}_z = \sum_{j=-\infty}^{\infty} z_j^2 \quad (\text{A.14})$$

Ahora, sean $\{v_j\}$ y $\{w_j\}$ secuencias con las mismas propiedades que $\{z_j\}$ y tal que $\mathcal{P}_v < \infty$ y $\mathcal{P}_w < \infty$ entonces se define la correlación cruzada $r_{vw}(i)$ de v y w como

$$r_{vw}(i) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} v_j w_{j-i} \quad (\text{A.15})$$

y por ejemplo, la autocorrelación de v es

$$r_{vv}(i) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} v_j v_{j-i} \quad (\text{A.16})$$

para $i = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty$. i es denominada *desplazamiento* en similitud de las ecuaciones (A.15) y (A.16) con las ecuaciones (A.3) y (A.4).

Como para cualquier experimento del mundo real, las secuencias de datos son finitas es decir se tienen n datos con n finito, y además i y j inician con valor 1. Entonces si $\{x_j\}$ y $\{y_j\}$ son secuencias finitas, se tendrá

$$r_{xy}(i) = \sum_{j=1}^i x_j y_{n+j-i} \quad \text{para } i = 1, \dots, n \quad (\text{A.17a})$$

más

$$r_{xy}(n-1+i) = \sum_{j=1}^{n+1-i} x_{i+j-1} y_j \quad \text{para } i = 2, \dots, n \quad (\text{A.17b})$$

Cuando se aplican las ecuaciones (A.17a) y (A.17b) a cualquier secuencia finita de datos se obtienen $2n-1$ valores para r .

Por la forma definida para la correlación de secuencia de datos finita, las propiedades para secuencia infinita de datos también son aplicables. Así que por ejemplo tomando como referencia a la ecuación (A.9), en el caso de n finita se define la correlación cruzada normalizada $\rho_{xy}(i)$ como

$$\rho_{xy}(i) = \frac{|r_{xy}(i)|}{\sqrt{r_{xx}(n) r_{yy}(n)}} \leq 1 \quad \text{para } i = 1, \dots, 2n-1 \quad (\text{A.18})$$

```

SUB corr.norm

' Correlación cruzada normalizada de los arreglos xt(npuntos%) y
' yt(npuntos%) que tienen npuntos% .

' -----
' Evaluación de la correlación cruzada rxynpuntos para i=npuntos% , el
' denominador de normalización rxy0, y la correlación cruzada normalizada
' rxynpuntos.

rxx0 = 0
ryy0 = 0
rxynpuntos = 0

FOR i% = 1 TO npuntos%
  rxx0 = rxx0 + xt(i%) * xt(i%)
  ryy0 = ryy0 + yt(i%) * yt(i%)
  rxynpuntos = rxynpuntos + xt(i%) * yt(i%)
NEXT i%

' Normalización de rxynpuntos.
rxynpuntos = ABS(rxynpuntos) / SQR(rxx0 * ryy0)
END SUB

```

Figura A.1. Rutina en lenguaje Quick Basic para la correlación cruzada normalizada para desplazamiento nulo.

donde $r_{xx}(n)$ es la autocorrelación de x y $r_{yy}(n)$ es la autocorrelación de y obtenidas cuando $i = n$ en la ecuación (A.17a), es decir

$$r_{xx}(n) = \sum_{j=1}^n x_j^2 \quad \text{y} \quad r_{yy}(n) = \sum_{j=1}^n y_j^2 \quad (\text{A.19})$$

Cuando $i = n$, a $\rho_{xy}(n)$ en este trabajo se le denomina correlación cruzada normalizada para desplazamiento *nulo*.

Las ecuaciones (A.18) y (A.19) con $i = n$ son programadas en lenguaje Quick Basic 4.5, figura A.1, para usarlas como parte integral del programa. Los valores obtenidos por esta programación son iguales a los obtenidos con los programas computacionales Mathematica 5 y Matlab 5.

A.2.2.1 Incertidumbre de la correlación cruzada normalizada para desplazamiento nulo de dos secuencias discretas y finitas de datos.

La ecuación (A.18) para desplazamiento nulo con n la cantidad de puntos de cualquiera de las secuencias de datos x y y , queda como:

$$\rho_{xy}(n) = \frac{|r_{xy}(n)|}{\sqrt{r_{xx}(n) r_{yy}(n)}} \quad (\text{A.20})$$

donde

$$r_{xy}(n) = \sum_{j=1}^n x_j y_j \quad (\text{A.21})$$

es un valor de la ecuación (A.17a).

Si se propone que es válida la ecuación para determinar la incertidumbre sq de q función de las variables z_k con $k = 1, \dots, m$:

$$sq = \sqrt{\sum_{k=1}^m \left[\frac{\partial q}{\partial z_k} \right]^2 s z_k^2}$$

donde sz_k es la incertidumbre de z_k , entonces la incertidumbre $s\rho$ de $\rho_{xy}(n)$ respecto a cada elemento x_j de la secuencia x y y_j de la secuencia y queda como

$$\begin{aligned} s\rho &= \sqrt{\sum_{j=1}^n \left[\frac{\partial \{\rho_{xy}(n)\}}{\partial x_j} \right]^2 s x_j^2 + \sum_{j=1}^n \left[\frac{\partial \{\rho_{xy}(n)\}}{\partial y_j} \right]^2 s y_j^2} \\ &= \sqrt{\sum_{j=1}^n \left(\left[\frac{\partial \{\rho_{xy}(n)\}}{\partial x_j} \right]^2 s x_j^2 + \left[\frac{\partial \{\rho_{xy}(n)\}}{\partial y_j} \right]^2 s y_j^2 \right)} \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Al usar la ecuación (A.20) el primer término entre corchetes es

$$\begin{aligned} \frac{\partial \{\rho_{xy}(n)\}}{\partial x_j} &= \frac{1}{\sqrt{r_{xx}(n) r_{yy}(n)}} \frac{\partial |r_{xy}(n)|}{\partial x_j} - \frac{|r_{xy}(n)|}{2 [r_{xx}(n) r_{yy}(n)]^{3/2}} \frac{\partial \{r_{xx}(n) r_{yy}(n)\}}{\partial x_j} \\ &= \frac{1}{\sqrt{r_{xx}(n) r_{yy}(n)}} \left[\frac{r_{xy}(n)}{|r_{xy}(n)|} \frac{\partial r_{xy}(n)}{\partial x_j} \right] \\ &\quad - \frac{|r_{xy}(n)|}{2 [r_{xx}(n) r_{yy}(n)]^{3/2}} \left[r_{yy}(n) \frac{\partial r_{xx}(n)}{\partial x_j} + r_{xx}(n) \frac{\partial r_{yy}(n)}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

en la ecuación (A.23) se ha utilizado que $|z| \equiv \sqrt{z^2}$.

Ahora al utilizar las ecuaciones (A.19) y (A.21) en la ecuación (A.23)

$$\begin{aligned} \frac{\partial\{\rho_{xy}(n)\}}{\partial x_j} &= \frac{1}{+\sqrt{r_{xx}(n)r_{yy}(n)}} [\text{Signo}\{r_{xy}(n)\} y_j] - \frac{|r_{xy}(n)|}{2[r_{xx}(n)r_{yy}(n)]^{3/2}} [r_{yy}(n) 2x_j] \\ &= \frac{1}{+\sqrt{r_{xx}(n)r_{yy}(n)}} \left[\text{Signo}\{r_{xy}(n)\} y_j - \frac{r_{yy}(n)|r_{xy}(n)|}{|r_{xx}(n)r_{yy}(n)|} x_j \right] \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

donde

$$\text{Signo}\{r_{xy}(n)\} = \begin{cases} -1 & \text{si } r_{xy}(n) < 0 \\ 0 & \text{si } r_{xy}(n) = 0 \\ 1 & \text{si } r_{xy}(n) > 0 \end{cases}$$

y otra vez es utilizada $|z| \equiv \sqrt{z^2}$.

Para el segundo término entre corchetes de la ecuación (A.22) se realizan los mismos pasos y se obtiene

$$\frac{\partial\{\rho_{xy}(n)\}}{\partial y_j} = \frac{1}{+\sqrt{r_{xx}(n)r_{yy}(n)}} \left[\text{Signo}\{r_{xy}(n)\} x_j - \frac{r_{xx}(n)|r_{xy}(n)|}{|r_{xx}(n)r_{yy}(n)|} y_j \right] \quad (\text{A.25})$$

Al sustituir las ecuaciones (A.24) y (A.25) en la ecuación (A.22) se tiene

$$\begin{aligned} s\rho &= \frac{1}{+\sqrt{r_{xx}(n)r_{yy}(n)}} \left\{ \sum_{j=1}^n \left(\left[\text{Signo}\{r_{xy}(n)\} y_j - \frac{r_{yy}(n)|r_{xy}(n)|}{|r_{xx}(n)r_{yy}(n)|} x_j \right]^2 s x_j^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left[\text{Signo}\{r_{xy}(n)\} x_j - \frac{r_{xx}(n)|r_{xy}(n)|}{|r_{xx}(n)r_{yy}(n)|} y_j \right]^2 s y_j^2 \right) \right\}^{1/2} \end{aligned}$$

Cuando se sustituye en la ecuación anterior $s x_j > 0$ ó $s y_j > 0$, para cualquier valor de $\rho_{xy}(n)$ siempre se obtiene $s\rho = 0$, la causa son los signos negativos de la ecuación anterior. Por lo tanto se propone cambiar los signos negativos por signos positivos, aparentemente la selección para $s\rho$ máxima. De esta forma se tiene que la incertidumbre de $\rho_{xy}(n)$ es

$$\begin{aligned} s\rho &= \frac{1}{+\sqrt{r_{xx}(n)r_{yy}(n)}} \left\{ \sum_{j=1}^n \left(\left[\text{Signo}\{r_{xy}(n)\} y_j + \frac{r_{yy}(n)|r_{xy}(n)|}{|r_{xx}(n)r_{yy}(n)|} x_j \right]^2 s x_j^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left[\text{Signo}\{r_{xy}(n)\} x_j + \frac{r_{xx}(n)|r_{xy}(n)|}{|r_{xx}(n)r_{yy}(n)|} y_j \right]^2 s y_j^2 \right) \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

APÉNDICE B

ESPECTRO DE DENSIDAD DE ENERGÍA DE UN OSCILADOR LINEAL AMORTIGUADO.

CASO 1. Sea $g(t)$ una función que describe el amortiguamiento de un oscilador lineal amortiguado, y definida como

$$g(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ A \operatorname{Sen}(\omega_0 t) e^{-t/\tau} & \text{para } 0 \leq t \leq \infty \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

donde A , $\omega_0 = 2\pi f_0 \geq 0$ y $\tau > 0$ parámetros reales, figura B.1

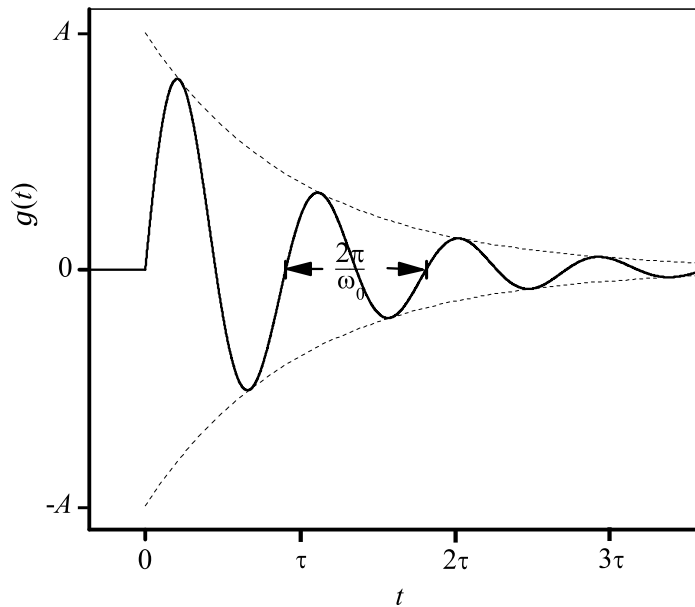


Figura B.1. $g(t)$ (línea continua) y su envolvente exponencial (línea segmentada).

y sea

$$\tilde{\mathcal{F}}(\omega) \equiv \tilde{\mathcal{F}}[g(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i\omega t} dt$$

la transformada de fourier de $g(t)$ [50, 52], entonces al aplicar $\tilde{\mathcal{F}}$ a la ecuación (B.1)

$$\begin{aligned}\tilde{\mathcal{F}}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} A \operatorname{Sen}(\omega_0 t) e^{-t/\tau} e^{-i\omega t} dt \\ &= \int_0^{\infty} A \operatorname{Sen}(\omega_0 t) e^{-t/\tau} e^{-i\omega t} dt\end{aligned}$$

el límite de integración inferior se cambia porque $g(t) = 0$ para $t < 0$. Al hacer la integración se tiene

$$\tilde{\mathcal{F}}(\omega) = \frac{A\tau^2\omega_0}{(\tau\omega_0)^2 - (\tau\omega - i)^2} \quad (\text{B.2})$$

donde i es el complejo $\sqrt{-1}$.

Ahora se crea la función real $S(\omega)$ tal que

$$S(\omega) = \tilde{\mathcal{F}}(\omega) \tilde{\mathcal{F}}^*(\omega) \quad (\text{B.3})$$

con $\tilde{\mathcal{F}}^*(\omega)$ la conjugada de $\tilde{\mathcal{F}}(\omega)$, así que al usar el resultado de la ecuación (B.2) se tiene

$$S(\omega) = \frac{(A\tau^2\omega_0)^2}{[(\tau\omega)^2 - (\tau\omega_0)^2 - 1]^2 + 4(\tau\omega)^2} \quad (\text{B.4.1})$$

y en función de la frecuencia $f = \omega/2\pi$

$$S(f) = \frac{(2\pi A\tau^2 f_0)^2}{[(2\pi f\tau)^2 - (2\pi f_0\tau)^2 - 1]^2 + 4(2\pi f\tau)^2} \quad (\text{B.4.2})$$

Al analizar la ecuación (B.1), se observa que $g(t)$ sólo existe cuando $t \geq 0$ y además converge a 0 cuando $t \rightarrow \infty$, entonces se puede aplicar la ecuación (A.1) con lo que se obtendrá un resultado finito, por consiguiente $|g(t)|^2$ es densidad de energía, y por el teorema de parseval [52]

$$\int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{\mathcal{F}}(\omega)|^2 d\omega$$

Se observa que $|g(t)|^2 = g^2(t)$ por ser $g(t)$ una función real y $|\tilde{\mathcal{F}}(\omega)|^2 = \tilde{\mathcal{F}}(\omega) \tilde{\mathcal{F}}^*(\omega) = S(\omega)$ también es una función real. A $S(\omega)$ se le denomina *densidad de energía espectral*. Además la integral de $S(\omega)$ en todo el intervalo de ω resultará en la energía total.

En la figura B.2 se muestra como es el perfil de $S(\omega)$, sus coordenadas características son:

1. La coordenada cuando $S(\omega)$ es máxima, para esto se procede como sigue:
 - 1.1. Obtener la primera derivada respecto a ω

$$\frac{dS(\omega)}{d\omega} = \frac{4A^2\tau^6\omega_0^2(\tau^2\omega^3 - \tau^2\omega\omega_0^2 + \omega)}{\{[(\tau\omega)^2 - (\tau\omega_0)^2 - 1]^2 + 4(\tau\omega)^2\}^2}$$

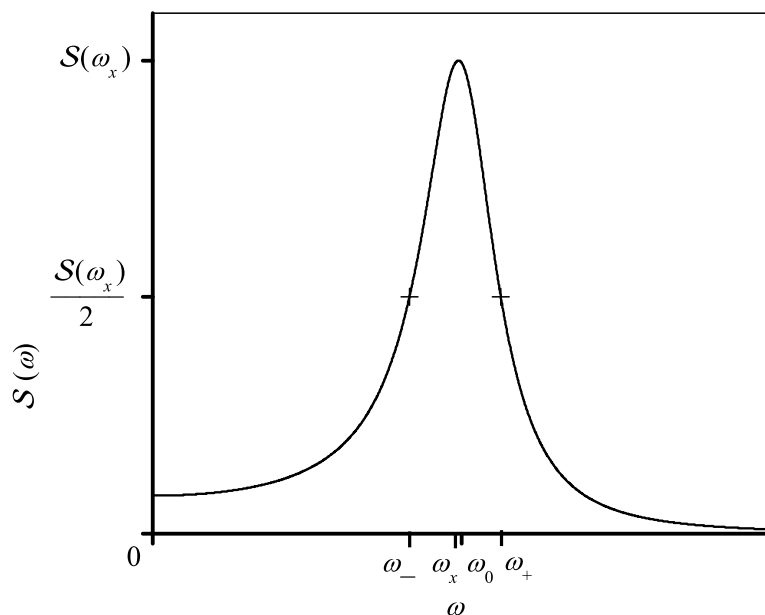


Figura B.2. Perfil general de la densidad de energía espectral $S(\omega)$ con sus coordenadas características.

1.2. Resolver cuando

$$\frac{dS(\omega)}{d\omega} = 0$$

cuyas soluciones son

$$\omega = \begin{cases} \frac{\sqrt{(\tau \omega_0)^2 - 1}}{\tau} \\ -\frac{\sqrt{(\tau \omega_0)^2 - 1}}{\tau} \end{cases}$$

entonces como interesa la solución para $\omega \geq 0$, y como $S(\omega) \geq 0$, las componentes de la coordenada son

$$S(\omega_x) = \left[\frac{A}{\left(\frac{\omega_x}{\tau}\right)} \right]^2 \quad \text{para} \quad \omega_x = \frac{\sqrt{(\tau \omega_0)^2 - 1}}{\tau} \quad (\text{B.5})$$

donde ω_x es la frecuencia angular cuando se obtiene $S(\omega)$ máxima.

2. Las coordenadas cuando se obtiene $S(\omega_x)/2$:

De la figura B.2 se observa que hay dos coordenadas, lo que significa que debe haber dos soluciones de la ecuación (B.4.1) tal que

$\tau \omega_0$	ω_x	ω_-	ω_+	$S(\omega_x)$
10	$\sqrt{0.99} \omega_0$	$\sqrt{0.79} \omega_0$	$\sqrt{1.19} \omega_0$	$25 \left[\frac{A}{\omega_0} \right]^2$
100	$\sqrt{0.9999} \omega_0$	$\sqrt{0.9799} \omega_0$	$\sqrt{1.0199} \omega_0$	$2500 \left[\frac{A}{\omega_0} \right]^2$
$\gg 1$	ω_0	$\omega_0 - \frac{1}{\tau}$	$\omega_0 + \frac{1}{\tau}$	$\left[\frac{A\tau}{2} \right]^2$

Tabla B.1. Valores característicos para la ecuación (B.4.1) cuando A y ω_0 son constantes.

$$S(\omega) = \frac{S(\omega_x)}{2}$$

las soluciones son:

$$\omega_- = \frac{\sqrt{(\tau \omega_0 - 1)^2 - 2}}{\tau} \quad (\text{B.6.1})$$

y

$$\omega_+ = \frac{\sqrt{(\tau \omega_0 + 1)^2 - 2}}{\tau} \quad (\text{B.6.2})$$

Para analizar como cambia el perfil de $S(\omega)$ si se mantiene a ω_0 constante, se construye la tabla B.1 con ayuda de las ecuaciones (B.5), (B.6.1) y (B.6.2).

En la tabla B.1 se ve que conforme aumenta τ la curva se adelgaza más porque $\Delta\omega = \omega_+ - \omega_-$ disminuye y también la altura $S(\omega_x)$ aumenta cuadráticamente. Para el caso del renglón inferior la curva es muy delgada con ancho $\Delta\omega = 2/\tau$, $\omega_x \approx \omega_0$ y con el máximo $S(\omega_x)$ que es mucho mayor que $[A/\omega_0]^2$, en este caso la curva se llama *perfil Lorentziano* [37, 51].

CASO 2. Sea $g(t)$ una función que describe el amortiguamiento de un oscilador lineal, y definida como

$$g(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ g_1(t) + g_2(t) = A_1 \text{Sen}(\omega_1 t) e^{-t/\tau_1} + A_2 \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha) e^{-t/\tau_2} & \text{para } 0 \leq t \leq \infty \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

donde A_1 , A_2 , α , $\omega_1 = 2\pi f_1 \geq 0$, $\omega_2 = 2\pi f_2 \geq 0$, $\tau_1 > 0$ y $\tau_2 > 0$ son parámetros reales y α es la fase de $g_2(t)$ respecto a $g_1(t)$, entonces similarmente a como se realiza en el caso 1:

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathcal{F}}(\omega) &\equiv \tilde{\mathcal{F}}[g(t)] \\
&= \tilde{\mathcal{F}}[g_1(t) + g_2(t)] \\
&= \tilde{\mathcal{F}}[g_1(t)] + \tilde{\mathcal{F}}[g_2(t)] \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t) e^{-i\omega t} dt + \int_{-\infty}^{\infty} g_2(t) e^{-i\omega t} dt \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} A_1 \text{Sen}(\omega_1 t) e^{-t/\tau_1} e^{-i\omega t} dt + \int_{-\infty}^{\infty} A_2 \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha) e^{-t/\tau_2} e^{-i\omega t} dt \\
&= \int_0^{\infty} A_1 \text{Sen}(\omega_1 t) e^{-t/\tau_1} e^{-i\omega t} dt + \int_0^{\infty} A_2 \text{Sen}(\omega_2 t + \alpha) e^{-t/\tau_2} e^{-i\omega t} dt \\
&= \frac{A_1 \tau_1^2 \omega_1}{(\tau_1 \omega_1)^2 - (\tau_1 \omega - i)^2} + \frac{A_2 \tau_2 [\tau_2 \omega_2 \text{Cos}(\alpha) + \text{Sen}(\alpha) + i \tau_2 \omega \text{Sen}(\alpha)]}{(\tau_2 \omega_2)^2 - (\tau_2 \omega - i)^2}
\end{aligned}$$

y en función de la frecuencia $f = \omega/2\pi$

$$\tilde{\mathcal{F}}(f) = \frac{2\pi A_1 f_1 \tau_1^2}{(2\pi f_1 \tau_1)^2 - (2\pi f \tau_1 - i)^2} + \frac{A_2 \tau_2 [2\pi f_2 \tau_2 \text{Cos}(\alpha) + \text{Sen}(\alpha) + i 2\pi f \tau_2 \text{Sen}(\alpha)]}{(2\pi f_2 \tau_2)^2 - (2\pi f \tau_2 - i)^2}$$

La densidad de energía espectral es

$$\begin{aligned}
S(\omega) &= \tilde{\mathcal{F}}(\omega) \tilde{\mathcal{F}}^*(\omega) \\
&= \left\{ \frac{A_1 \tau_1^2 \omega_1}{(\tau_1 \omega_1)^2 - (\tau_1 \omega - i)^2} + \frac{A_2 \tau_2 [\tau_2 \omega_2 \text{Cos}(\alpha) + i \tau_2 \omega \text{Sen}(\alpha)]}{(\tau_2 \omega_2)^2 - (\tau_2 \omega - i)^2} \right\} \quad (\text{B.8.1}) \\
&\quad \left\{ \frac{A_1 \tau_1^2 \omega_1}{(\tau_1 \omega_1)^2 - (\tau_1 \omega - i)^2} + \frac{A_2 \tau_2 [\tau_2 \omega_2 \text{Cos}(\alpha) + i \tau_2 \omega \text{Sen}(\alpha)]}{(\tau_2 \omega_2)^2 - (\tau_2 \omega - i)^2} \right\}^*
\end{aligned}$$

y en función de f

$$\begin{aligned}
S(f) &= \left\{ \frac{2\pi A_1 f_1 \tau_1^2}{(2\pi f_1 \tau_1)^2 - (2\pi f \tau_1 - i)^2} + \frac{A_2 \tau_2 [2\pi f_2 \tau_2 \text{Cos}(\alpha) + \text{Sen}(\alpha) + i 2\pi f \tau_2 \text{Sen}(\alpha)]}{(2\pi f_2 \tau_2)^2 - (2\pi f \tau_2 - i)^2} \right\} \\
&\quad \left\{ \frac{2\pi A_1 f_1 \tau_1^2}{(2\pi f_1 \tau_1)^2 - (2\pi f \tau_1 - i)^2} + \frac{A_2 \tau_2 [2\pi f_2 \tau_2 \text{Cos}(\alpha) + \text{Sen}(\alpha) + i 2\pi f \tau_2 \text{Sen}(\alpha)]}{(2\pi f_2 \tau_2)^2 - (2\pi f \tau_2 - i)^2} \right\}^* \quad (\text{B.8.2})
\end{aligned}$$

Si $A_1 = 0$ y $\alpha = 0$ o $A_2 = 0$ las ecuaciones (B.8.1) y (B.8.2) son reducidas a las ecuaciones (B.4.1) y (B.4.2) respectivamente.

El perfil de las curvas $g(t)$ y $S(f)$ cambia en función de la relación entre los parámetros A_1 , A_2 , α , ω_1 , ω_2 , τ_1 y τ_2 , por lo tanto se hará sólo en el caso que interesa.

APÉNDICE C

MEDICIÓN DE DATOS ACÚSTICOS DE SÓLIDOS.

Material	Densidad de masa ρ_m ($\times 10^3$ kg/m ³)	Velocidad del sonido v_E (m/s)	Impedancia acústica característica z_E ($\times 10^6$ kg/(m ² s))
Acero inoxidable AISI T-316	8.08 ± 0.16	5005 ± 15	40.4 ± 0.8
Aluminio	2.75 ± 0.09	5112 ± 16	14.1 ± 0.5
Bronce	8.49 ± 0.17	3503 ± 8	29.7 ± 0.6
Cloruro de poli- vinilo (PVC)	1.44 ± 0.10	1757 ± 4	2.53 ± 0.18
Cobre	8.97 ± 0.18	3921 ± 9	35.2 ± 0.7
Latón	8.43 ± 0.17	3642 ± 8	30.7 ± 0.6
Lucita	1.19 ± 0.07	2258 ± 3	2.69 ± 0.16
Plomo	12.4 ± 1.22	1813 ± 6	22.5 ± 2.2
Vidrio pyrex	2.25 ± 0.05	5206 ± 18	11.7 ± 0.3

Tala C.1. Datos de algunos materiales obtenidos por el autor en el laboratorio.

En la tabla C.1 la velocidad del sonido es obtenida por el hecho de que en un sólido amorfo la componente longitudinal de la onda acústica viaja más rápido que su componente transversal, ecuación (2.7). Así en un sólido de forma cilíndrica de longitud L se mide el tiempo desde que en un extremo es excitado el cilindro hasta que en el otro extremo el inicio de la señal acústica empieza a ser detectada, este intervalo de tiempo es t_t , entonces la velocidad del sonido, ecuación (2.8), es $v_E = L/t_t$, y la impedancia es $z_E = \rho_m v_E$ con $\rho_m = m/V$, m la masa y V el volumen del cilindro.

Para obtener las mediciones, los materiales utilizados son varillas sólidas cilíndricas

de 5 mm de diámetro y la mayoría de ellos cerca de 0.1 m de longitud, excepto la de vidrio pyrex que es de 350.5 mm de longitud. A cada varilla analizada le es adherida en uno de sus extremos con grasa de silicona el transductor acústico, y el otro extremo de ella es pintado de negro. A la varilla de pyrex no se le pinta el extremo por causa de que la pintura no es lo suficientemente opaca a la luz láser incidente, por tal causa también con grasa de silicona, se le adhiere un disco de acero inoxidable de $200 \pm 50 \mu\text{m}$ de espesor pintado de negro. Se utilizan pulsos de luz láser de 532 nm y de 8 ns de duración temporal, los cuales inciden perpendicularmente a la superficie pintada. La luz incidente en el extremo de la varilla también excita un fotodiodo PIN cuya señal dispara el barrido temporal de un osciloscopio. La señal eléctrica del transductor acústico y la del fotodiodo viajan hacia un osciloscopio por cables coaxiales de la misma longitud.

El osciloscopio para registrar las señales es de marca Tektronix modelo TDS 224 configurado para hacer promedio de 128 trazas en cada canal. Las trazas son transferidas a una computadora y en ésta es medido el lapso temporal Δt_L entre el inicio de la señal de disparo y el inicio de la señal eléctrica producida por la presión acústica. Esto último es propuesto si se supone que el efecto piezoeléctrico del sensor PZT inicia en el momento de que en él empieza la presión de la señal acústica.

El primer material analizado es el de acero inoxidable, debido a que para los otros materiales es necesario hacer corrección a Δt_L , esto es, hay que restar el tiempo que la señal acústica viaja en la cubierta de acero inoxidable del transductor acústico (figura 4.3) y en el disco adherido a la varilla de vidrio pyrex, así el tiempo resultante es el que viaja la señal acústica en la guía, a este tiempo se le denominará *tiempo de tránsito* t_t .

Las incertidumbres s en la tabla C.1 son calculadas con la ecuación en su forma general

$$s_f = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 s_{x_i}^2}$$

donde f es en cada caso ρ_m , v_E o z_E . x_i son las variables de f y s_{x_i} la incertidumbre de cada x_i .

INTERFASE DEL MOTOR A PASOS.

El motor del espejo rotatorio es controlado con una interfase que se comunica con el puerto paralelo comúnmente utilizado en las computadoras IBM PC compatibles para conectar la impresora.

El puerto paralelo consta de tres direcciones de un byte cada una que funcionan como entrada o salida de información en la computadora, se les asignan las direcciones hexadecimales 378h, 379h y 37Ah. La dirección 378h es usada comúnmente como salida y la 379h como entrada.

En el diagrama de la interfase, figura D.1, se distinguen tres secciones, cada una alimentada por una fuente, V_1 , V_2 y V_3 , figura D.2, para disminuir el ruido eléctrico producido en cada fuente durante la conmutación de los pulsos de voltaje. Las secciones son:

Sección 1. Comunicación.

- A : es el bit 0 de la 378h. Si el bit vale 1 la fase MA del motor está activada, si el bit vale 0 la fase MA está desactivada.
- B : es el bit 1 de la 378h. Si el bit vale 1 la fase MB del motor está activada, si el bit vale 0 la fase MB está desactivada.
- C : es el bit 2 de la 378h. Si el bit vale 1 la fase MC del motor está activada, si el bit vale 0 la fase MC está desactivada.
- D : es el bit 3 de la 378h. Si el bit vale 1 la fase MD del motor está activada, si el bit vale 0 la fase MD está desactivada.
- E : es el bit 0 de la 37Ah y es de lógica invertida. Si el bit vale 1 el LED del optoacoplador (interruptor óptico) H21A1 está encendido y si vale 0 el LED está apagado.
- F : es el bit 3 de la 379h. Si el bit vale 1 significa que el interruptor óptico está obstruido es decir no llega luz al fototransistor del H21A1. Si el bit vale 0 significa que no hay obstrucción, esto último significa que el rotor del motor ha girado tal ángulo que se encontró la ranura que indica posición 0 radianes.
- G : es el común de la etapa de comunicación digital y también el común de la computadora.

El valor 0 de cada bit corresponde a voltajes menores que 1 V para lógica no invertida y mayor que 3 V para lógica invertida. El valor 1 de cada bit corresponde a voltajes mayores que 3 V para lógica no invertida y menor que 1 V para lógica invertida.

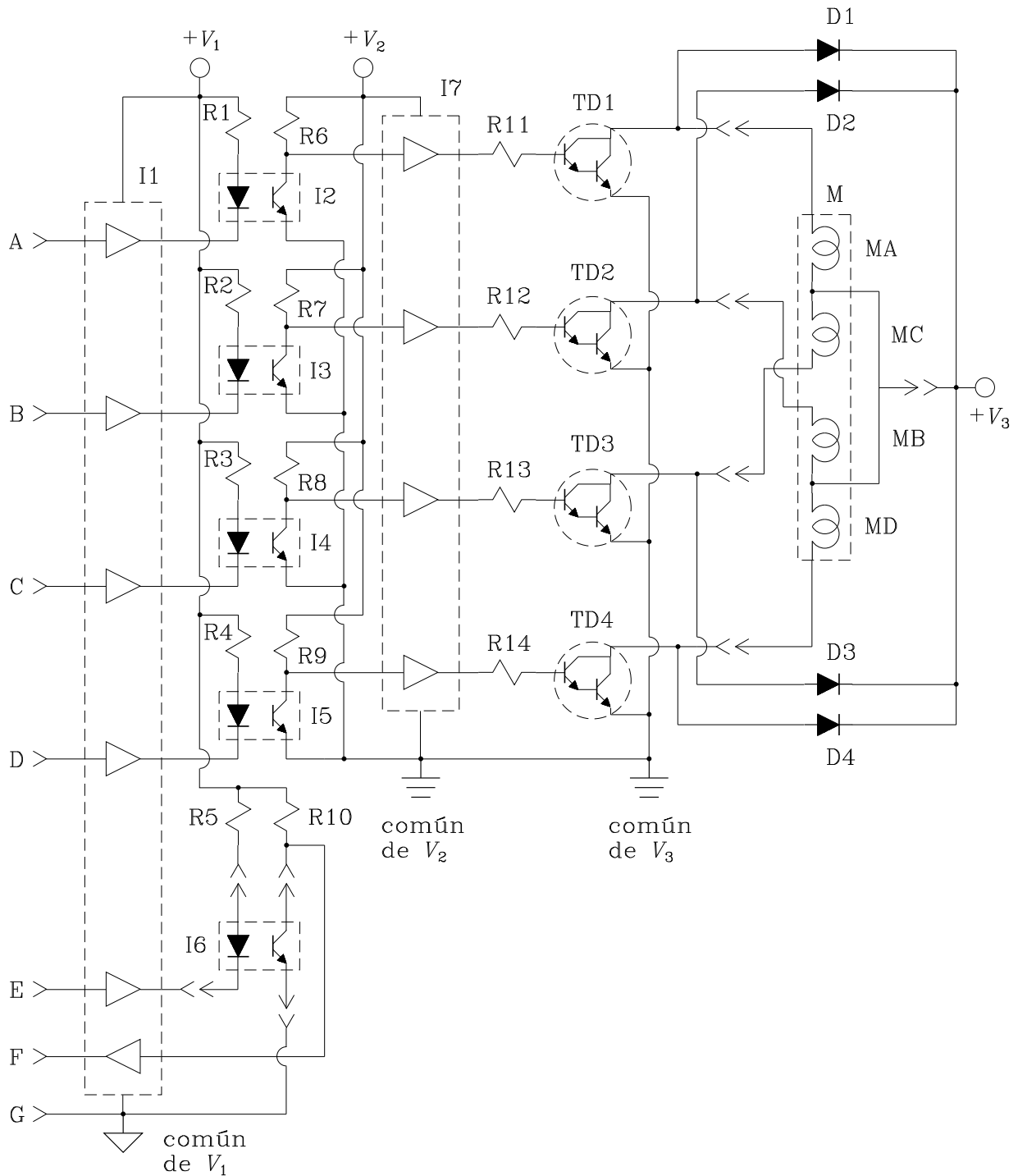


Figura D.1. Interfase del motor.

Sección 2. Conformación del pulso de voltaje.

El fototransistor del optoacoplador PC817 no proporciona pulsos que estén en los

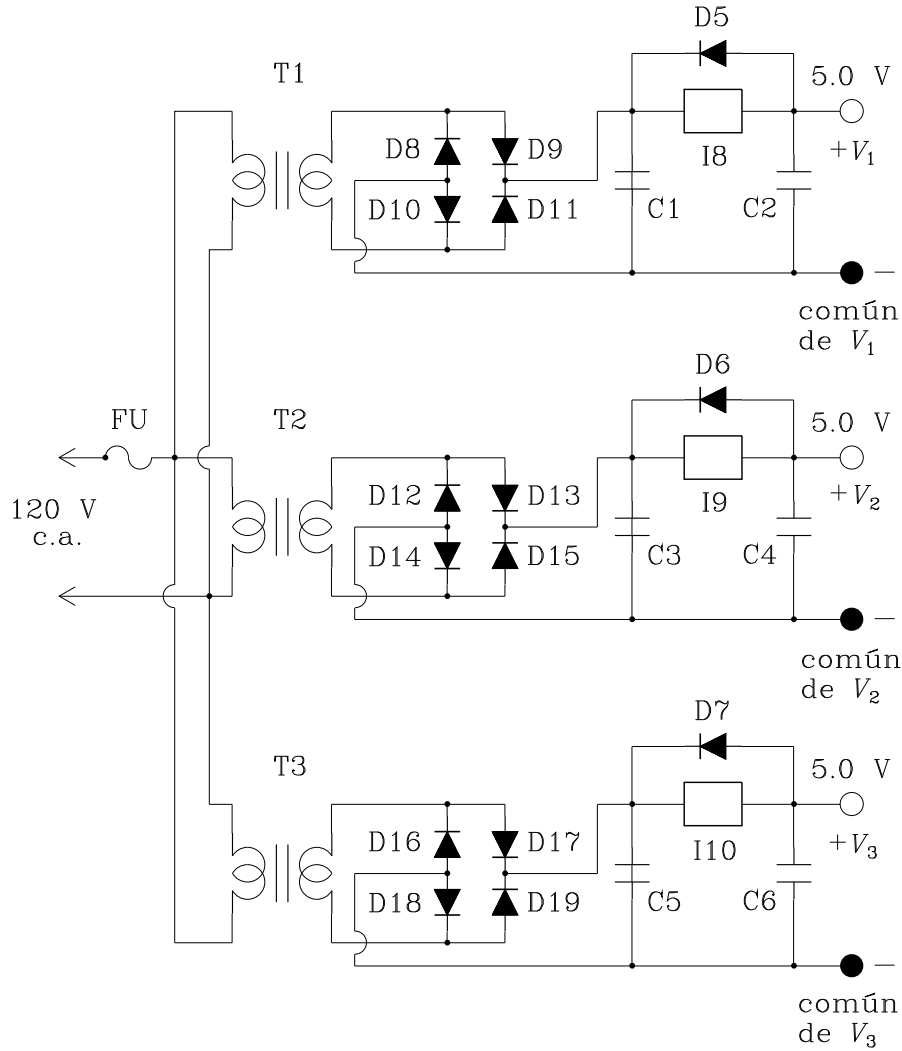


Figura D.2. Fuentes de la interfase del motor.

niveles de 0 V ó 5 V, por tal causa en esta sección se utilizan compuertas no inversoras para que el pulso de voltaje cambie entre 0 V ó 5 V.

Sección 3. Potencia.

El pulso de voltaje proporcionado por la sección anterior hace que el arreglo Darlington conduzca o no para así activar o desactivar cada fase del motor, MA, MB, MC o MD. Los diodos en paralelo con cada fase es para evitar que el arreglo Darlington sea dañado por la fem producida al interrumpir abruptamente la corriente en el embobinado de cada fase.

Las componentes electrónicas descritas en los diagramas de las figuras D.1 y D.2 son:

D1 a D7 : diodo 1N4001.

D8 a D19 : diodo 1N4007.

C1, C3 y C5 : capacitor de 4.7 mF para ≥ 10 V.

C2, C4 y C6 : capacitor de 100 nF para ≥ 10 V.

FU : fusible de 100 mA y 250 V.

I1 e I7 : 74LS367 circuito integrado con 6 compuertas no inversoras.

I2 a I5 : optoacoplador PC817.

I6 : optoacoplador H21A1.

I8 a I10 : regulador de voltaje 7805 de 5 V.

M : motor a pasos, 1.8° por paso. MA, MB, MC y MD son sus fases que tienen resistencia de 80 Ω .

R1 a R5 : resistor de 390 Ω y $\frac{1}{8}$ W.

R6 a R10 : resistor de 2.2 k Ω y $\frac{1}{8}$ W.

R11 a R14 : resistor de 150 Ω y 0.25 W.

TD1 a TD4 : TIP110 transistores en arreglo Darlington.

T1 y T2 : transformador de 120 V a 9 V y 120 mA.

T3 : transformador de 120 V a 9 V y 500 mA.

REFERENCIAS

- [1] Michael E. Brown; *Introduction to Thermal Analysis; Techniques and Applications*; Chapman and Hall (1988).
- [2] Peter J. Haines; *Thermal Methods of Analysis; Principles, Applications and Problems*; Blackie Academic & Professional (Chapman & Hall) (1995).
- [3] Wesley Wm. Wendlandt; *Thermal Analysis*; John Wiley & Sons (1986).
- [4] O. Toft Sorensen, J. Rouquerol; *Sample Controlled Thermal Analysis*; Klumer Academic Publishers (2003).
- [5] Darryl Almond, Pravin Patel; *Photothermal Science and Techniques*; Chapman & Hall (1996).
- [6] C. García-Segundo, M. Villagrán-Muniz, S. Muhl; *Determination of thin film optical properties by the photoacoustic OPC technique*; J. Phys. D: Appl. Phys. v. **39** (1997).
- [7] J. L. Pichardo, J. J. Alvarado-Gil, A. Cruz, J. G. Mendoza, G. Torres; *Photoacoustic study of the effect of aluminum content on the thermal and thermomechanical properties of $\text{Al}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ on GaAs in the range $(0 \leq y \leq 1)$* ; Journal of Applied Physics, v. **87**, n. 11, (1 june 2000).
- [8] J. David N. Cheeke; *Fundamentals and Applications of Ultrasonic Waves*; CRC Press LLC (2002).
- [9] C. B. Scruby, L. E. Drain; *Laser Ultrasonics, Techniques and Applications*; Adam Hilger (1990).
- [10] Castañeda Guzmán Rosalba; *Análisis de transiciones de fase en materia condensada por fotoacústica de láser pulsado*; tesis de doctorado, IIM, UNAM (2002).
- [11] Castañeda-Guzmán R., Pérez-Ruiz S. J., Villagrán-Muniz M., Saniger-Blesa J. M.; *Thermal stability and phase transition by photoacoustic signal analysis*; Analytical Sciences v. **17**, S122-S125 Sp. Iss. SI (2001).
- [12] R. Castañeda-Guzmán, M. Villagrán-Muniz, J. M. Saniger-Blesa, S. J. Pérez-Ruiz; *Photoacoustic analysis of the ferroelectric ceramic specific heat*; Applied Physics Letters v. **77**, n. 19 (6 november 2000).
- [13] V. A. Shutilov; *Fundamental physics of ultrasound*; Gordon and Breach Science Publishers (1988).
- [14] Raymond L. Bisplinghoff, James W. Marr, Theodore H. H. Pian, *Statics of Deformable Solids*; Dover Publications, Inc. (1965).
- [15] David R. Lide (ed.); *Handbook of Chemistry and Physics*; CRC, 83RD edition (2002-2003).
- [16] H. R. Gallantree; *Review of transducer applications of polyvinylidene fluoride*; IEEE Proceedings v. **130**, 210-224 (1983).
- [17] Leo L. Beranek; *Acústica*; Editorial hispano americana, S. A. (1961).
- [18] R. C. Asher; *Ultrasonic Sensors*; Institute of Physics Publishing (1997).
- [19] A. J. Moulson, J. M. Herbert; *Electroceramics; materials, properties, applications*; Chapman & Hall (1995).

- [20] B. Jaffe, R. S. Roth, S. Marzullo; *Properties of Piezoelectric Ceramics in the Solid-Solution Series Lead Titanate-Lead Zirconate-Lead Oxide: Tin Oxide and Lead Titanate-Lead Hafnate*; Journal of Research of the National Bureau of Standards, v. **55**, 239-254 (1955).
- [21] A. Safari, G. Sa-Song, J. Giniewicz, R. E. Newnham; *Composite piezoelectric sensors*; Proceedings of the 21st University Conference on Ceramic Science, v. **20**, 445-454 (1986).
- [22] A. L. Lovinger; *Ferroelectric polymers*; Science v. **220**, 1115-1121 (1983).
- [23] Castañeda Guzmán Rosalba; *Fotoacústica aplicada al estudio de transiciones de fase estructurales en cerámicas ferroeléctricas.*; tesis de maestría en ciencias (Física), Facultad de Ciencias, UNAM (1997).
- [24] M. Villagrán-Muniz, M. Navarrete, E. V. Mejía-Uriarte; *Photoacoustic determination of phase transition in BaTiO₃ induced by high pressure at room temperature*; Review of Scientific Instruments, v. **74**, n. 1 (january 2003).
- [25] STELCO Piezokeramik, <http://www.stco-stettner.com/> .
- [26] *IEEE Standard on Piezoelectricity*; ANSI/IEEE Std 176-1987; The IEEE, Inc.(1988).
- [27] Joseph A. Edminister; *Circuitos eléctricos*; serie de compendios Schaum, McGraw-Hill (1985).
- [28] Ichiro Neda, Seiji Ikegami; *Piezoelectric Properties of Modified PbTiO₃ Ceramics*; Japanese Journal of Applied Physics, v. **7**, pp. 236-242 (1968).
- [29] American Piezo Ceramics Inc., <http://www.americanpiezo.com/> .
- [30] Paul Lorrain, Dale R. Corson, François Lorrain; *Electromagnetic Fields and Waves*; W. H. Freeman and Company (1988).
- [31] C. A. Coulson, T. J. Boyd; *Electricity*; Longman Group Limited (1979).
- [32] John R. Reitz, Frederick J., Milford, Robert W. Christy; *Fundamentos de la teoría electromagnética*; Addison-Wesley Iberoamericana, S. A. (1986).
- [33] José Manuel Cabrera, Fernando Jesús López, Fernando Agulló-López; *Óptica electromagnética, fundamentos*; Addison-Wesley Iberoamericana, S. A. (1993).
- [34] John David Jackson; *Classical Electrodynamics*; John Wiley & Sons, Inc. (1999).
- [35] Max Born & Emil Wolf; *Principles of Optics*; Cambridge University Press (1980).
- [36] Robert Guenther; *Modern Optics*; John Wiley & Sons (1990).
- [37] Eugene Hecht; *Optics*; Addison Wesley Longman, Inc. (1998).
- [38] Marcelo Alonso, Edward J. Finn; *Fundamental University Physics*; vol. 1: *Mechanics and Thermodynamics*; Addison Wesley Publishing Company (1980).
- [39] S. R. De Groot, P. Mazur; *Non-Equilibrium Thermodynamics*; Dover Publications, Inc. (1984).
- [40] James J. Brophy; *Basic electronics for scientists*; McGraw-Hill Book Company (1983).
- [41] Castañeda-Guzmán R, Villagrán-Muniz M., Saniger-Blesa J. M., Lascano L., Fernández J. F.; *Photoacoustic study of phase transition in Aurivillius type ceramics*; Ferroelectrics v. **273**, p. 2705-2710 (2002).
- [42] Athanasios Papoulis; *The Fourier Integral and its Applications*; McGraw-Hill (1962).
- [43] C. K. N. Patel, A. C. Tam; *Pulsed optoacoustic spectroscopy of condensed matter*; Reviews of Modern Physics, vol. **53**, no. 3 (june 1981).

- [44] Julius S. Bendat and Allan G. Piersol; *Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis*; John Wiley & Sons, Inc. (1993).
- [45] John G. Proakis, Dimitris G. Manolakis; *Tratamiento digital de señales*; Prentice Hall (1998).
- [46] GPIB-PC v. C13, National Instruments (1992).
- [47] Manual del Metex M-3850D, Gepruffe Sicherheit.
- [48] *TDS 200 series oscilloscopes, Programmer Manual*; Tektronix, Inc.
- [49] *TDS Family (400, 500, 600) Programmer Manual*; Tektronix, Inc.
- [50] Ronald Newfold Bracewell; *The Fourier Transform and its Applications*; McGraw-Hill (1986).
- [51] Grant R. Fowles; *Introduction to Modern Optics*; Dover Publication, Inc. (1968).
- [52] Hwei P. Hsu; *Fourier Analysis*; Simon & Schuster, Inc. (1970).
- [53] Kenneth G. McConnell; *Vibration testing: theory and practice*; John Wiley & Sons, Inc. (1995).
- [54] H. Joseph Weaver; *Theory of Discrete and Continuous Fourier Analysis*; John Wiley & Sons (1989).