



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

## FACULTAD DE INGENIERÍA

“DESARROLLO Y ANÁLISIS TÉCNICO DE UN NUEVO  
FLUIDO DE PERFORACIÓN BASE  
AGUA DE MAR”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA PETROLERA

P R E S E N T A N:

ING. RAUL VILLARREAL SANCHEZ

DIRECTOR:

QUIM. HERNÁNDEZ ÁLVAREZ ROSA DE JESÚS



MÉXICO, D.F. CD. UNIVERSITARIA

2009



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **AGRADECIMIENTOS**

### **A mi padre:**

Por apoyarme económica y moralmente, por darme consejos tan valiosos que ningún título o reconocimiento pueden igualar.

### **A mi madre:**

Por apoyarme en los momentos más difíciles en los que estuve a punto de flaquear, y darme ánimo para continuar hacia un futuro mejor.

### **A mi hermano:**

Por el apoyo incondicional que en mis peores momentos me sacaban adelante, el logro es de los tres.

### **A mis amigos:**

Fueron combustible para que llevara a cabo esta meta.

### **A mi tutor de tesis:**

Sin su apoyo y conocimientos no hubiera podido realizar este documento.

### **A mis maestros:**

Por todos los conocimientos impartidos y un agradecimiento especial al M. en C. Jaime Ortiz Ramírez que muchos de sus conocimientos impartidos se ven plasmados en esta tesis.

**Índice temático**

**Capítulo 1:**

<b>1. RESUMEN</b>	<b>1</b>
-------------------	----------

**Capítulo 2:**

<b>2. INTRODUCCIÓN</b>	<b>3</b>
------------------------	----------

**Capítulo 3:**

<b>3. OBJETIVO GENERAL</b>	<b>5</b>
3.1 Objetivo específico	5

**Capítulo 4:**

<b>4. ANTECEDENTES</b>	<b>6</b>
4.1 Lodos base agua	6
4.1.1 Sistemas Base Agua-Arcilla No Densificados	6
4.1.2 Sistemas Base Agua-Arcilla Densificados	7
4.1.3 Sistemas Base Agua-Inhibidores de pH	7
4.1.4 Sistemas Base Agua-Inhibidores de formaciones	8
4.2 Fluido base – aceite	8
4.3 Fluidos comerciales base agua de mar	10
4.4 Fluido desarrollado en el Laboratorio de fluidos de perforación de la UNAM	11

**Capítulo 5:**

<b>5. DESARROLLO DEL FLUIDO Y METODOLOGIA DE CALCULOS</b>	<b>12</b>
5.1 Fluido de perforación desarrollado	13
5.1.1 Desarrollo del fluido de perforación	13
5.1.1.1 Base del fluido	13
5.1.1.2 Material Viscosificante	14
5.1.1.3 Material Densificante	14
5.1.1.4 Dispersante	14
5.1.1.5 Inhibidor de pH	15
5.1.1.6 Inhibidor de formaciones	15
5.2 Pruebas al fluido de perforación	15
5.2.1 Medición de la densidad del fluido	15
5.2.3 Evaluación de propiedades reológicas y tixotrópicas mediante el Viscosímetro rotacional Fann 35	16
5.2.4 Prueba de Rolado	17
5.3 Metodología de Cálculo para determinar el comportamiento hidráulico del fluido desarrollado	17

## INDICE

---

5.3.1 Datos necesarios	17
5.3.1.1 Geometría del pozo	18
5.3.1.2 Propiedades del Fluido	18
5.3.1.3 Propiedades de los recortes	18
5.3.2 Constantes K y n	18
5.3.3 Viscosidad del fluido	20
5.3.3.1 Fluido Newtoniano	20
5.3.3.2 Fluido no Newtoniano	22
5.3.4 Hidráulica de la perforación	23
5.3.4.1 Velocidad del fluido	23
5.3.4.2 Numero de Reynolds	24
5.3.5 Caídas de presión	25
5.3.5.1 Factor de fricción	25
5.3.5.2 Longitud equivalente	27
5.3.5.3 Caída de presión	28
5.3.5.3.1 Caída de presión en la barrena	28
5.3.6 Presión de fondo	28
5.3.7 Perfil de presiones en el espacio anular	30
5.4 Arrastre de recortes	31
5.4.1 Velocidad de asentamiento	31
5.4.2 Caudal mínimo	33
5.4.3 Relación de transporte	34

### Capítulo 6:

#### 6. ANALISIS DE RESULTADOS

6.1 Resultados de las pruebas de laboratorio	35
6.1.2 Prueba de rolado	36
6.1.3 Lecturas del viscosímetro a diferentes temperaturas	37
6.2 Validación del simulador	38
6.2.1 Validación 1	40
6.2.2 Validación 2 (cambio en las condiciones de flujo y viscosidad del fluido)	43
6.2.3 Validación 3 (cambio en la geometría del pozo)	46
6.2.4 Velocidad de asentamiento	48
6.3 Comportamiento del fluido	51
6.3.1 Simulación 1 (Fluidos de densidad de 1.5 sin rolar)	52
6.3.2 Simulación 2 (Fluidos con densidad de 1.5 después de rolar)	55

### Capítulo 7:

7. CONCLUSIONES	59
-----------------	----

### Capítulo 8:

8. BIBLIOGRAFIA	60
-----------------	----

**ANEXO A1:**

**A1. SIMBOLOGIA**

**A1-1**

**ANEXO A2:**

**A2. CONCEPTOS Y DESARROLLO DE LAS ECUACIONES UTILIZADAS**

**A2-1**

A2.1 Reología

A2-1

A2.2 Hidráulica

A2-17

A2.3 Limpieza de pozo

A2-35

A2.4 Desarrollo de la ecuación de viscosidad

A2-41

### 1. RESUMEN

El fluido de perforación base agua de mar desarrollado está diseñado para sustituir el lodo base emulsión inversa en las operaciones costa afuera, este cambio disminuiría los costos de la operación debido a que el lodo base agua de mar tiene un costo de 250 USD por metro cubico, a diferencia del sistema base aceite el cual tiene un valor de 1000 USD, aunado a las ventajas económicas, los pros de utilizar este sistema son:

- Capacidad de inhibición de formaciones (inhibición de lutitas problemáticas a partir de una sal para prevenir la presión osmótica)
- Resistencia a altas temperaturas debido a que los componentes del sistema se mantienen homogéneos a temperaturas de 170 °C
- Sus propiedades reológicas y tixotrópicas no se ven afectadas por los cambios de temperatura.
- Debido a la naturaleza de los componentes y la base no esté fluido no tiene un impacto ambiental considerable.
- El fluido de perforación puede ser elaborado in situ, dándole continuidad a la operación.

Además de las ventajas ya enunciadas, se realizo un análisis hidráulico para los sistemas base agua de mar y emulsión inversa con el simulador Hidráulica de pozo desarrollado en esta tesis y validado con un simulador comercial, prediciendo y comparando el comportamiento de ambos fluidos para sustentar cuantitativamente la sustitución del lodo base aceite por el fluido desarrollado.

Para obtener dicho análisis se partió de las lecturas obtenidas por el viscosímetro fann 35, aplicando el modelo reologico de ley de potencias se calculo la viscosidad del fluido a diferentes condiciones de flujo y así predecir las caídas y perfiles de presión utilizando la ecuación de Bernoulli. Para calcular la capacidad de limpieza de los fluidos analizados (remoción de recortes), se aplico el método Sze-Foo Chien, recomendado por el Instituto Americano del Petróleo en su norma API 13D.

El análisis comparativo realizado a temperatura ambiente no dio una diferencia significativa entre ambos sistemas en los resultados obtenidos de presión de fondo, perfiles de presiones en el espacio anular y arrastre de recortes (menor al 1%), al ser sometidos a temperaturas de 170°C (prueba de rolado), el lodo base agua de mar conservo sus propiedades reológicas y tixotrópicas a diferencia de su similar comercial de emulsión inversa, esta degradación por parte del lodo base aceite provoco una deficiente remoción de sólidos de la formación (recortes).

A partir de los resultados ya descritos, se puede concluir que el sistema base agua de mar se comporta de manera similar al lodo base aceite a temperatura ambiente, pero al ser sometido a altas temperaturas el sistema base agua de mar presento una mayor resistencia conservando sus propiedades reológicas y

tixotrópicas, logrando así objetivo principal de esta tesis, y tomando en consideración los problemas intrínsecos del fluido de emulsión inversa, es ampliamente recomendable la sustitución del fluido de emulsión inversa por el lodo base agua de mar desarrollado en el laboratorio, debido a que este es en ciertos aspectos superior al fluido base aceite, como lo es su bajo costo derivado de la base del fluido, el bajo impacto ambiental y el ahorro de tiempo en la logística para el desarrollo del mismo.



### CAPITULO 2 INTRODUCCION

A continuación se hace se presentan los aspectos relevantes del análisis técnico de factibilidad para **reemplazar un fluido base aceite** (diesel como fase continua) por un fluido base agua de mar desarrollado en el laboratorio.

La importancia de utilizar preferentemente fluidos base agua de mar en operaciones costa afuera radica en la necesidad de la industria de reducir costos sin demeritar su eficiencia. Durante la fase experimental de los trabajos realizados se desarrollaron varios lodos base agua de mar variando el orden y cantidad de sus componentes hasta lograr un fluido con las características reológicas y tixotrópicas equivalente a los fluidos base aceite existentes en el mercado. Aunado a lo anterior se duplica la capacidad de almacenamiento debido a que el lodo puede prepararse in situ, requiriendo solo el tener un sitio adecuado para almacenar los componentes, lo que reduce los costos de transportación y requerimientos de área en la plataforma.

Durante la perforación es importante que el personal controle y verifique las condiciones de la operación, para garantizar que se desarrolle conforme al programa y en condiciones de seguridad. De esta manera la evaluación y monitoreo de las propiedades del fluido de control como: la densidad, las propiedades reológicas y las tixotrópicas son fundamentales para prevenir y corregir cualquier anomalía durante el proceso. Cada propiedad del fluido contribuye aporta sus características como se detalla a continuación:

- **Densidad:** Control de las presiones para impedir el influjo del fluido de la formación. Proporcionar la estabilidad del pozo a través de las zonas presurizadas o sometidas a esfuerzos mecánicos.
- **Propiedades reológicas:** Transmitir energía a la barrena para maximizar la Velocidad de Penetración (ROP). Disminuir las caídas de presión evitando viscosidades excesivas. Optimizar el arrastre de recortes durante el estado dinámico de la perforación.
- **Propiedades tixotrópicas:** Suspender los recortes y el material densificante durante los periodos estáticos.

Aunado a lo anterior el fluido debe permitir la adecuada separación de los recortes y el gas en la temblorina y el desgasificador respectivamente.

El equilibrio de las tres propiedades principales del fluido (densidad, propiedades reológicas y tixotrópicas) es fundamental para optimizar su comportamiento ya que el incremento de alguna de estas puede afectar de manera negativa. Un claro ejemplo de esto son los lodos con altas viscosidades que facilitan la remoción de recortes en estado dinámico, pero aumentan considerablemente las caídas de presión en el sistema con el consecuente consume de energía para su bombeo y desgaste del equipo.

Para el desarrollo del fluido se utilizó la metodología de prueba y error (capítulo 5) modificando la cantidad de los aditivos hasta alcanzar un equilibrio las tres propiedades principales.

Todos los fluidos desarrollados se compraron con un sistema comercial base aceite tratando de que sus propiedades reológicas y tixotrópicas fueran similares (con un rango de diferencia menor al 10%). Utilizando una balanza de lodos para la densidad y un Viscosímetro fann 35 para sus propiedades reológicas y tixotrópicas.

Para predecir el comportamiento del fluido final a condiciones específicas de presión de bombeo, geometría de pozo y profundidad, se desarrolló un simulador en lenguaje Visual Basic 6.0. Los resultados obtenidos fueron cotejados con un simulador comercial (Pipe Phase 9.0) mostrando resultados con un rango de aproximación del 90%, valores que se consideraron adecuados para el alcance de este trabajo.

A partir de las corridas del simulador desarrollado se comparó la hidráulica en la perforación con los sistemas base aceite (lodo comercial) y base agua de mar (sistema desarrollado para esta tesis) las cuales dieron resultados similares a las mismas condiciones de flujo, geometría de pozo y profundidad.

Dado que durante la perforación los fluidos pueden estar sometidos a altas temperaturas ya sea por gradiente geotérmico o a fricciones de la barrena con la formación, se realizaron pruebas de laboratorio los lodos base aceite comerciales y al base agua de mar final a condiciones de altas temperaturas para estimar su degradación y cuantificar su afectación a las propiedades reológicas y tixotrópicas se realizaron las pruebas de rolado y análisis reológico a diferentes temperaturas respectivamente (descritas en el capítulo 5 de esta tesis). Las pruebas tuvieron diferenciales de 10 °C hasta alcanzar 170°C. El comportamiento observado durante las pruebas de temperatura mostró que el sistema base aceite sufrió una degradación de sus propiedades, mientras que el sistema base agua de mar las conservó.

### **CAPITULO 3. OBJETIVO GENERAL:**

Desarrollar un fluido de perforación base de agua de mar para sustituir el lodo base aceite, y por medio de un análisis reológico, tixotrópico, hidráulico e inhibición de formaciones problemáticas concluir si es factible llevar a cabo esta sustitución.

#### **3.1 Objetivo específico:**

- Desarrollo de un fluido de perforación base agua de mar con las mismas propiedades reológicas, tixotrópicas y de inhibición de lutitas que un lodo base aceite.
- Realizar pruebas de laboratorio para obtener las propiedades reológicas, tixotrópicas por medio del viscosímetro fann 35 a temperatura ambiente, posteriormente realizar la prueba de rolado para verificar la resistencia y el comportamiento del fluido desarrollado al ser sometido a condiciones extremas de temperatura.
- Desarrollar un simulador de hidráulica de perforación.
- Validar el simulador desarrollado con el programa de hidráulica Pipe Phase 9.0.
- Hacer un análisis comparativo a partir de los resultados del simulador (viscosidad, presión de fondo, perfil de presiones en el espacio anular, velocidad de asentamiento de recortes y relación de transporte) entre fluido desarrollado y el fluido de emulsión inversa comercial, antes y después de ser sometidos a temperaturas de 170 °C.

### CAPITULO 4. ANTECEDENTES

A continuación se describen los fluidos de perforación utilizados en las operaciones costa afuera, que sirvieron de punto de partida para el desarrollo del fluido base agua de mar descrito en esta tesis, así como un análisis de los pros y contras de los mismos.

#### 4.1 Lodos base agua

En el año 1900, mientras se perforaba un pozo en Spindletop, Texas, se realizó el primer fluido de perforación de manera casual, el lodo originado fue una mezcla barrosa y viscosa de agua y arcilla proveniente del terreno, este se bombeó dentro del pozo con resultados favorables para la perforación. Los fluidos de perforación aún se denominan lodo, pero actualmente los ingenieros han encontrado otros métodos además del agua y la arcilla. En su lugar, actualmente diseñan con mucho cuidado los sistemas para satisfacer necesidades específicas como son el de alcanzar yacimientos cada vez con mayor profundidad y penetrar formaciones problemáticas.

Los sistemas de fluidos base agua como su nombre lo indica, son aquellos en los que el medio portador es el agua, a medida que la formación lo requiere a estos sistemas se les adiciona más aditivos para controlar problemas como son los gases ácidos, variar la densidad para operar dentro de la ventana operativa que dicta la formación (arriba de la presión de poro y debajo del gradiente de fractura), variar la viscosidad para disminuir caídas de presión o aumentar la capacidad de arrastre de recortes, los diferentes sistemas base agua son:

##### 4.1.1 Sistemas Base Agua-Arcilla No Densificados

Este sistema básico se compone esencialmente bentonita y agua por lo que es un sistema de viscosidad variable (Viscosidad dependiente de la cantidad de bentonita adicionada) y la densidad del fluido de perforación es la del agua utilizada. Normalmente es usado para iniciar la perforación de un pozo justo después de colocar la primera Tubería de revestimiento. A medida que la perforación continúa, los sólidos de la formación se incorporan dentro del fluido de perforación, debido a esto los equipos de

remoción de sólidos en superficie conocidos como temblorinas son esenciales para eliminar la mayor cantidad posible de sólidos procedentes de las formaciones (recortes).

La bentonita es una arcilla mormorillonítica sódica altamente hidratable que desarrolla propiedades reológicas y tixotrópicas, este material se ha venido empleando para elaborar los fluidos de perforación desde inicios del siglo pasado. Geológicamente, la bentonita es una capa de ceniza volcánica alterada, esta es usada para proporcionar viscosidad y estructura de gel.

### 4.1.2 Sistemas Base Agua-Arcilla Densificados

Este sistema es similar al anterior, con la única diferencia que se le agrega barita que le proporciona peso al fluido para controlar las presiones de las formaciones. La barita es un mineral de naturaleza arcillosa cuyo componente principal es el sulfato de bario  $BaSO_4$ , aparece frecuentemente con la calcita y el cuarzo debido a su composición se le clasifica como un sólido cristalino.

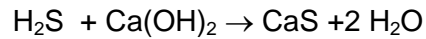
En este sistema es esencial el monitoreo de la calidad tanto de la barita como de la bentonita debido a que al no contar la calidad óptima de estas pueden generar problemas operativos como es un diferencial de presión en espacio anular resultando un embolamiento de la barrena provocado por el asentamiento de la barita en el fondo del pozo, dando así un índice de penetración bajo o nulo y/o atrapamiento de tuberías debido al asentamiento de materiales sólidos provenientes de la formación.

### 4.1.3 Sistemas Base Agua-Inhibidores de pH

En estos fluidos se le agrega una base al sistema para neutralizar los gases ácidos provenientes de las formaciones que se presentan durante la perforación, a algunos de estos sistemas por cuestiones de compatibilidad de los componentes se les agrega sosa caustica o Hidróxido de sodio el cual genera la siguiente reacción de neutralización:



La reacción anterior es reversible, esto debido a que la base es monovalente, solo se cuenta con un oxidrilo OH para neutralizar un ácido divalente como es el ácido sulfhídrico y el bióxido de carbono, debido a esto es necesario utilizar una base divalente como lo es la cal o hidróxido de calcio  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  como se muestra en la siguiente reacción:



Debido a que muchos sistemas no son compatibles con la cal utilizan sosa por lo que utilizan grandes cantidades de esta, afectando las propiedades reológicas y tixotrópicas, de los sistemas.

### **4.1.4 Sistemas Base Agua-Inhibidores de formaciones**

Estos sistemas no se usan generalmente debido a que la práctica común para formaciones problemáticas es hacer el cambio por un sistema de emulsión inversa, aun así es posible evitar la presión osmótica, esto se logra igualando la salinidad de la formación con la salinidad del fluido de perforación.

La formación funciona como una membrana, al haber una diferencia de concentración de iones entre el fluido de perforación y los fluidos de la formación se genera un intercambio de materia hasta que se igualan las concentraciones, esto puede generar un hinchamiento de la formación (si esta absorbe agua de la fluido de perforación debido a una mayor salinidad en los fluidos de la roca) o una deshidratación (cuando la formación aporta fluido al lodo de perforación) provocando así derrumbes y como consecuencia un atrapamiento de la barrena.

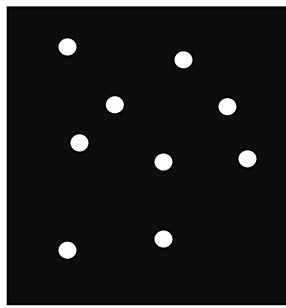
### **4.2 Fluido base - aceite**

El origen de los fluidos de perforación no acuosos se remonta a los años 1920, cuando se usaba el crudo como base para el fluido de perforación. Durante los años cuarenta, se desarrollaron lodos base aceite diesel que no solamente toleraban el agua, sino también usaban el agua emulsionada para controlar y mantener las propiedades. Las gotas de agua emulsionada reducían el filtrado y aumentaban la viscosidad. La fase aceitosa continua de estos lodos los hacía actuar como lodos de aceite humectando con una película de aceite e

impidiendo la interacción entre el agua emulsionada y las lutitas sensibles al agua y los recortes para proporcionar una buena estabilidad del pozo. Estos lodos eran emulsiones en todo sentido y recibieron el nombre de lodos de “emulsión inversa”. Hoy en día, un lodo de emulsión inversa es un fluido con aceite diesel, aceite mineral o fluido sintético como fase continua, y agua o salmuera como fase emulsionada. El agua o la salmuera emulsionada se dispersa dentro del aceite. El agua que forma parte del sistema consiste de pequeñas gotas que se hallan dispersas y suspendidas en el aceite. Cada gota de agua actúa como una partícula de sólidos. La adición de emulsificadores hace que el agua se emulsifique en el aceite y forme un sistema estable. Los emulsificantes que se utilizan en el sistema deben ser solubles tanto en agua como en aceite. Los fluidos de perforación de emulsión inversa son mezclas agua diesel (contienen cantidades de agua hasta del 50% con relación al aceite o diesel). Esta agua se descompone en pequeñas gotas y se dispersa uniformemente en la fase no acuosa externa. Estas gotas permanecen suspendidas en el aceite y agentes tensoactivos que actúan entre las dos fases impiden que las gotas se fusionen.

Los lodos de aceite ofrecen ciertas ventajas, como por ejemplo para lutitas problemáticas al evitar la hidratación excesiva de las mismas, zonas de sal debido a que esta no es absorbida por el fluido, anhídrita evitando la formación de yeso, carnalita y potasa y la perforación y extracción de núcleos pozos direccionales difíciles debido a que se puede disminuir la cantidad de sólidos en el sistema (misma que favorece la operación de los motores de fondo) sin disminuir la densidad de este.

Aunque los fluidos de emulsión inversa resuelven los problemas ya mencionados, estos pueden ser problemáticos si no están bien diseñados, la cantidad de agua con la que se diseña es parte esencial debido a que como lo muestra la Figura 4.2, mientras más agua se le agrega al sistema, es necesario que las partículas estén mejor distribuidas en la emulsión:



Fase externa (Aceite)

Fase Interna (Agua)

Figura 4.2-1 emulsión con 75% aceite y 25% de agua

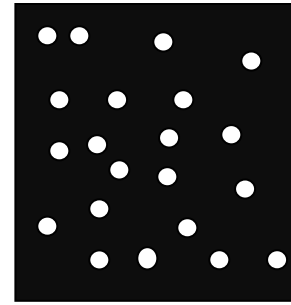


Figura 4.2-2 emulsión con 50% aceite y 50% de agua

Mientras más dispersas estén las gotas de agua en el aceite más estable será la emulsión debido a que es más difícil que se genere una coalescencia de gotas de agua (figura anterior), al presentarse este problema se pueden generar problemas serios debido a que al haber coalescencia de las gotas de agua puede traer como consecuencia una degradación en las propiedades reológicas y tixotrópicas provocando atrapamiento de tuberías por la deficiente remoción de y asentamiento de recortes de la perforación en el fondo del pozo.

Otra problemática de estos sistemas es que tienen un punto de ignición relativamente bajo, esto puede generar problemas de seguridad durante la operación si esta no es bien controlada.

Aunado a lo anterior otro aspecto en contra es el ambiental, la norma NOM-004-SEMARNAT-2002 especifica los límites máximos permisibles de contaminantes para su aprovechamiento y disposición final en instalaciones costa afuera, al no cumplir con estos parámetros se pueden generar multas aumentando el costo de la operación.

### 4.3 Fluidos comerciales base agua de mar

En el sector comercial ya se ha desarrollado un fluido similar al descrito en esta tesis, el sistema es de la compañía MI Swaco con el nombre de Ultradril, este fue desarrollado y presentado en el año 2005 para la perforación del campo Cantarell, el fluido ULTRADRIL muestra características de inhibición de formaciones problemáticas por lo que se espera perforar agujeros estables, y resulta una buena opción para sustituir al fluido de emulsión



inversa utilizado. Este fluido fue evaluado en Operaciones de Campo (Cantarell) en conjunto con personal de PEMEX.

### **4.4 Fluido desarrollado en el Laboratorio de fluidos de perforación de la UNAM**

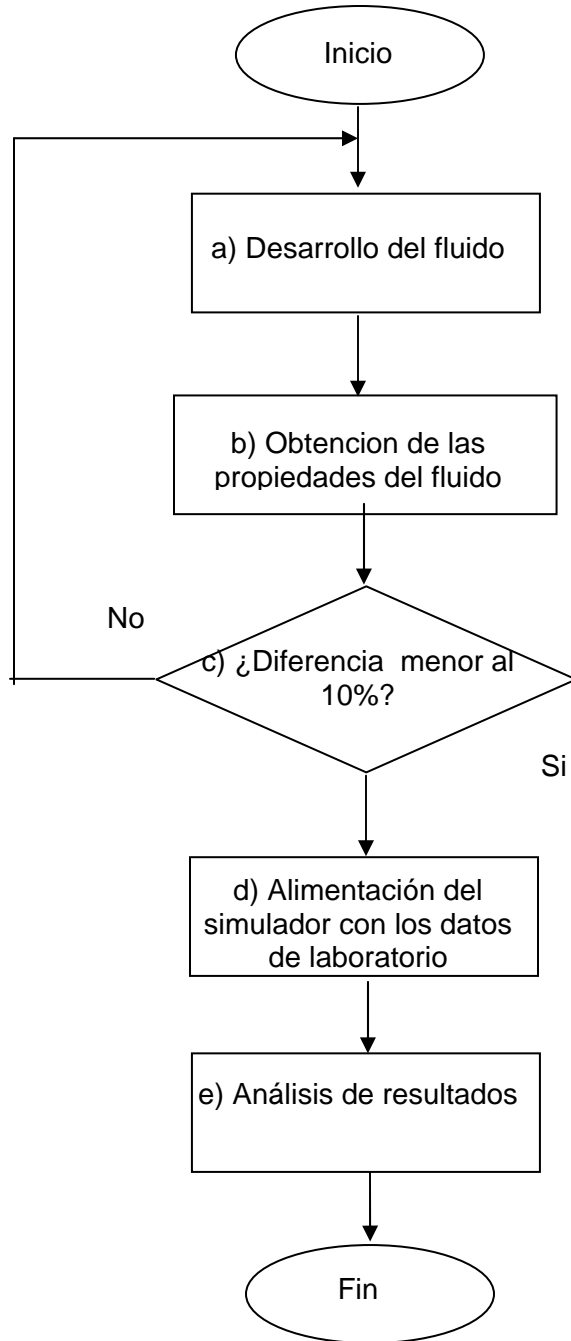
El fluido desarrollado tiene el mismo objetivo que su versión comercial, el cual es sustituir el uso de los fluidos de emulsión inversa, los pros de utilizar este sistema son:

- Capacidad de inhibición de formaciones (inhibición de lutitas problemáticas a partir de una sal para prevenir la presión osmótica)
- Resistencia a altas temperaturas debido a que el polímero utilizado le da consistencia (mantiene sus propiedades químicas y físicas) al sistema hasta los 170 °C
- Sus propiedades reológicas y tixotrópicas no se ven afectadas por el cambio de temperatura.
- Debido a la naturaleza de los componentes y la base no este fluido no tiene un impacto ambiental considerable.
- Disminuye el costo por metro perforado debido a que la base del sistema no tiene costo nominal, se genera un ahorro considerable en logística debido a que el fluido de perforación puede ser elaborado in situ, por lo que disminuye el tiempo de renta de barcos loderos y disminuye el tiempo de espera en caso de no contar con fluido. El metro cubico del sistema

Aunque este sistema tiene ventajas marcadas con respecto al sistema de emulsión inversa, es necesario un diseño a partir de la salinidad de los fluidos de las formaciones problemáticas, ya que al no tomar esto en cuenta se pueden llegar a atrapar las tuberías debido a un hinchamiento o derrumbe de las lutitas deleznableles provocado por la presión osmótica.

CAPITULO 5 DESARROLLO DEL FLUIDO Y METODOLOGIA DE CALCULOS

La metodología de trabajo, desde la elaboración del fluido de perforación desarrollado en el laboratorio, hasta la secuencia y aplicación de los modelos matemáticos utilizados para llevar los datos obtenidos de las mediciones en los equipos de laboratorio a una predicción del comportamiento del lodo desarrollado y el comercial para su posterior comparación, análisis de los resultados obtenidos y conclusiones, es descrita a continuación:



- a) El fluido de perforación base agua de mar se desarrollo a partir de la necesidad de obtener las propiedades reológicas, tixotrópicas e inhibición de lutitas problemáticas del lodo base aceite comercial, derivado de lo anterior se desarrollaron alrededor de 50 sistemas base agua de mar con diferentes componentes para su posterior evaluación.
- b) Las pruebas de consistencia y propiedades del fluido se llevaron a cabo a partir de pruebas de laboratorio (inciso 5.2) para tener un análisis cuantitativo de los sistemas.
- c) Una vez realizadas las pruebas, se compararon los resultados obtenidos del fluido base agua de mar desarrollado con el sistema base aceite utilizado actualmente en las perforaciones costa afuera. Si los resultados eran satisfactorios (diferencia propiedades descritas menor al 10% entre los dos fluidos) se continua al inciso d. En caso de que no se cumpliera se evaluaba el siguiente sistema.
- d) Al contar con los datos numéricos de las propiedades reológicas y tixotrópicas (esfuerzos y velocidades de corte), se alimenta el simulador Hidráulica de pozo.
- e) Se realizaron corridas para el sistema comercial y el lodo desarrollado, para comparación y análisis de resultados (presión de fondo, perfil de presiones en el espacio anular, velocidad de asentamiento y relación de transporte de recortes).

### 5.1 Fluido de perforación desarrollado

El fluido de perforación que se desarrollo tiene como objetivo el generar las mismas propiedades reológicas, de inhibición de lutitas a partir de una sal monovalente y control de presiones (densidad variable) de un fluido base aceite, lo anterior se llevo a cabo con los materiales enlistados y descritos a continuación.

#### 5.1.1 Desarrollo del fluido de perforación

Los materiales utilizados en el orden en el que se tienen que adicionar para obtener un fluido base agua de mar con propiedades reológicas y tixotrópicas similares al sistema de emulsión inversa (diferencia entre ambos menor al 10%) son:

- Base del fluido (agua de mar)
- Material viscosificante (polímero biodegradable)
- Densificante (barita)
- Dispersante (sulfonato)
- Inhibidor de Ph (base divalente)
- Inhibidor de formaciones (Sal monovalente)

##### 5.1.1.1 Base del fluido

La base del fluido es agua de mar, esta se obtuvo de las playas de Ciudad del Carmen Campeche, utilizandose 400 ml de muestra para cada evaluación, la principal aportación del fluido generado es la continuidad de la perforación costa afuera debido a que el fluido se puede generar en sitio, y un bajo costo debido a que la base del mismo no tiene costo nominal y es ilimitada para las operaciones marinas.

### 5.1.1.2 Material Viscosificante

El material utilizado fue un polímero en sustitución de la bentonita debido a que esta no es compatible con el agua de mar, se utilizó 0.8% de polímero o 8 kg de polímero por metro cúbico. Este polímero es resistente a las altas temperaturas en el fondo del pozo debido al gradiente geotérmico, por lo que el sistema no presenta variaciones en la reología o tixotropía del sistema al someterlo a altas temperaturas (Inciso 5.1.3).

### 5.1.1.3 Material Densificante

Se utilizó barita para llevar el fluido de perforación hasta alcanzar la densidad de 1.5 gr/cm<sup>3</sup> para perforar los intervalos en los que se utiliza el fluido de perforación base aceite, para el cálculo de esta se utilizó la ecuación de balance de materia:

$$m_{\text{barita}} = \frac{\rho_{\text{Lodo}} \left( V_{\text{H}_2\text{O}} + \frac{m_{\text{pol}}}{\rho_{\text{pol}}} \right) - \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot V_{\text{H}_2\text{O}} - m_{\text{pol}}}{1 - \frac{\rho_{\text{Lodo}}}{\rho_{\text{bar}}}}$$

Donde:

$m_{\text{barita}}$  = masa de barita en gr

$m_{\text{pol}}$  = masa del polímero en gr

$\rho_{\text{Lodo}}$  = Densidad lodo gr / cm<sup>3</sup>

$\rho_{\text{pol}}$  = Densidad polímero gr / cm<sup>3</sup>

$\rho_{\text{H}_2\text{O}}$  = Densidad agua de mar gr / cm<sup>3</sup>

$\rho_{\text{bar}}$  = Densidad barita gr / cm<sup>3</sup>

$V_{\text{H}_2\text{O}}$  = Volumen de agua

### 5.1.1.4 Dispersante

Este material fue utilizado para evitar que el inhibidor de pH secuestrara el agua del polímero y generara una separación de fases. Este aditivo fue esencial para que el sistema aceptara la base divalente (inhibidor de Ph), mismo que es requerido para la neutralización de gases ácidos procedentes de las formaciones (analizado en el capítulo 4 inciso 4.1.3).

### 5.1.1.5 Inhibidor de pH

Adicionado para neutralizar los gases ácidos divalentes (ácido sulfhídrico) presentes intervalos con desprendimiento de gas, mismos que pueden ser detectados a partir de registros geofísicos.

### 5.1.1.6 Inhibidor de formaciones

Basado en empleo de sales para el control de la presión osmótica e inhibir la hidratación de formaciones sensibles al hinchamiento, derrumbe y fracturamiento de lutitas deleznales.

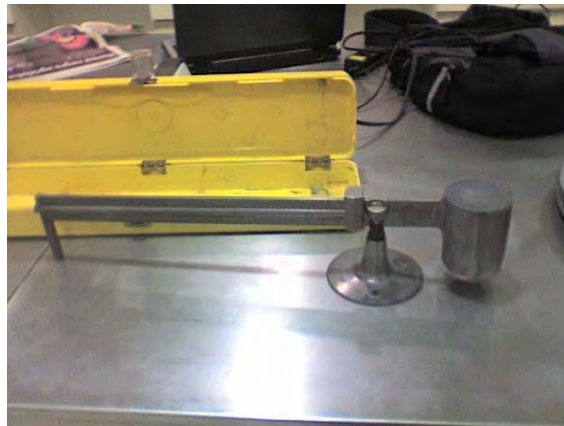
## 5.2 Pruebas al fluido de perforación

Para poder encontrar los datos necesarios para llevar a cabo la simulación y encontrar la factibilidad de trabajar con este fluido en campo, se llevaron a cabo las pruebas que se describen a continuación:

### 5.2.1 Medición de la densidad del fluido

Esta medición se efectúa por medio de la balanza de lodos, la cual se compone de una base sobre la cual descansa un brazo graduado integrado a un cilindro que se afora por medio de una tapa horadada, el brazo tiene además un nivel de burbuja de aire, contrapeso móvil y un vástago.

Para efectuar la medición previamente se calibrar la balanza con agua, una vez calibrada se procede a efectuar la medición de la densidad del fluido de perforación que aparece en el brazo graduado una vez que se alcanza el equilibrio.



El fluido de perforación generado en el laboratorio se le llevo a la densidad de 1.5 gr/cm<sup>3</sup> para atacar los intervalos de perforación de 800 a 3000 m en los cuales normalmente se hace el cambio de fluido de base agua por base aceite.

### 5.2.3 Evaluación de propiedades reológicas y tixotrópicas mediante el Viscosímetro rotacional Fann 35

Los viscosímetros de indicación directa son instrumentos de tipo rotativo accionados por un motor eléctrico o una manivela. El principio de este viscosímetro se basa en la ley de viscosidad de Newton, la cual consiste en un sistema que consta de 2 placas paralelas divididas por un fluido, la placa que se encuentra en movimiento genera una fuerza de oposición al flujo que es conocido como esfuerzo de corte, el viscosímetro rotacional fann 35 cuenta con 2 cilindros concéntricos debido a que la geometría del pozo se rige en forma circular, estos cilindros son equivalentes a las placas de la ley de viscosidad de Newton, por lo que uno esta en movimiento, mientras que el que se mantiene estático esta conectado a un resorte calibrado que mide el esfuerzo de corte generado por el fluido en movimiento.

El viscosímetro cuenta con 6 velocidades de corte, 3 altas y 3 bajas 600, 300, 200, 100, 6 y 3 RPM, para obtener de acuerdo al diseño del equipo los siguientes parámetros reológicos; viscosidad plástica, aparente cuyas unidades están en Cp y por factor de conversión se reportan en pascales además se tiene el punto de cedencia y la gelatinosidad, parámetros tixotrópicos derivados directamente de las lecturas que aporta el viscosímetro.

$$\text{Viscosidad}_\text{Aparente}(Cp) = \frac{L_{600}}{2}$$

$$\text{Viscosidad}_\text{Plastica}(Cp) = L_{600} - L_{300}$$

$$\text{Punto}_\text{cedencia}(lb / 100 ft^2) = 2 \cdot L_{300} - L_{600}$$

o en pascales

$$\text{Punto}_\text{cedencia}(Pa) = 0.4788 \cdot (2 \cdot L_{300} - L_{600})$$



Se llevaron a cabo mediciones en el viscosímetro fann 35 a diferentes temperaturas, de los 22 °C hasta los a 70 °C para definir el comportamiento reológico y tixotrópico del fluido antes y después de ser sometido a efectos de temperatura.

### 5.2.4 Prueba de Rolado

La prueba de rolado tiene como finalidad el determinar la estabilidad del fluido a 170 °C en estado dinámico (la celda se mantiene en movimiento), esta consistió en llenar una celda con el fluido de perforación desarrollado e introducirla al horno de rolado durante 18 horas, exponiéndolo a la temperatura programada para determinar cualitativamente la estabilidad del sistema a condiciones extremas de temperatura.



### 5.3 Metodología de Cálculo para determinar el comportamiento hidráulico del fluido desarrollado

Una vez analizada la reología y la tixotropía, se alimentó el simulador para obtener la hidráulica, para su posterior interpretación y análisis, a continuación se hace un análisis de los modelos matemáticos y los pasos realizados para llevar a cabo la acción antes descrita.

#### 5.3.1 Datos necesarios

Para simular el comportamiento del fluido de perforación se requieren datos obtenidos directamente del laboratorio (esfuerzos de corte, velocidad de corte, densidad y punto de cedencia), adicionales a estos se utilizaron datos de geometría de pozo y propiedades físicas de los recortes, los cuales se enlistan y clasifican:

### 5.3.1.1 Geometría del pozo

Estos datos son una descripción de la forma del pozo a partir de la cual se calculará la hidráulica:

- Diámetro de la tubería de perforación (Interna y externa)
- Longitud de la tubería de perforación
- Diámetro de la Barrena
- Diámetro de las toberas
- Numero de Toberas

### 5.3.1.2 Propiedades del Fluido

Las propiedades del fluido son medidas en el laboratorio, estas son la densidad obtenida en la balanza de lodo y las lecturas del viscosímetro fann 35:

- Densidad del fluido
- Lectura del viscosímetro a 600 RPM, 300 RPM, 200 RPM, 100 RPM, 6 RPM y 3 RPM

### 5.3.1.3 Propiedades de los recortes

Estos datos son utilizados para obtener la velocidad de asentamiento, el caudal mínimo y la relación de transporte.

- Diámetro de la partícula
- Densidad de la partícula

### 5.3.2 Constantes K y n

Estas constantes definen la forma del perfil de velocidades en condiciones de flujo laminar como se muestra en el anexo A2 inciso A2.1.5.2.1, a continuación se hace una descripción detallada para obtener estas constantes con valores reales del fluido desarrollado:

1. Se miden los valores del viscosímetro a las siguientes velocidades:

<i>Velocidad</i>	<i>Esfuerzo de corte (lb/100 ft<sup>2</sup>)</i>
<b>600 RPM</b>	131
<b>300 RPM</b>	97
<b>100 RPM</b>	61
<b>3 RPM</b>	23

Las primeras dos lecturas son representativas de la tubería de perforación así como las lecturas de 100 y de 3 RPM son del espacio anular, esto debido a que la tubería de



perforación presenta una menor área transversal de flujo en comparación al espacio anular, esto provoca una mayor velocidad en la tubería de perforación, de ahí que se tomen las mayores velocidades de corte para representar la tubería de perforación.

Las constantes  $n$  y  $K$  se deben calcular tanto para la tubería de perforación como para el espacio anular con las lecturas representativas de ambas:

$$n_{TP} = 3.32 \log\left(\frac{L_{600\_RPM}}{L_{300\_RPM}}\right)$$

$$n_{TP} = 3.32 \log\left(\frac{131}{97}\right)$$

$$n_{TP} = 0.433$$

$$n_{EA} = 0.657 \log\left(\frac{L_{100\_RPM}}{L_{3\_RPM}}\right)$$

$$n_{EA} = 0.657 \log\left(\frac{61}{23}\right)$$

$$n_{EA} = 0.2783$$

Donde los subíndices TP y EA representan la tubería de perforación y espacio anular respectivamente, los valores de  $n$  son adimensionales y para obtener estas constantes se introducen los valores directamente de las lecturas del viscosímetro fann 35.

Una vez contando con las constantes  $n$ , se calculan las constantes  $K$  representativas para la tubería de perforación y para el espacio anular, para esta constante se necesitan las velocidades y esfuerzos de corte del viscosímetro de las siguientes lecturas.

$$K_{TP} = 5.11 \left( \frac{L_{600\_RPM}}{\gamma_{600}^{n_{TP}}} \right)$$

La velocidad de corte del viscosímetro esta dada en RPM, por lo que hay que hacer la conversión a  $s^{-1}$ :

$$\gamma(\text{seg}^{-1}) = 600\_RPM \cdot 1.703$$

El factor de conversión 1.703 esta dado por la geometría de los cilindros concéntricos del viscosímetro fann 35.

$$\gamma(\text{seg}^{-1}) = 1021.8$$

$$K_{TP} = 5.11 \left( \frac{131}{1022^{0.433}} \right)$$

$$K_{TP} = 33.25 \frac{(Dina / seg^{-n})}{cm^2} o \frac{(Dina)}{cm^2 seg^{-n}}$$

$$K_{EA} = 5.11 \left( \frac{L_{100\_RPM}}{\gamma_{100}^{nEA}} \right)$$

$$K_{EA} = 5.11 \left( \frac{61}{170.2^{0.2783}} \right)$$

$$K_{EA} = 74.62 \frac{(Dina / seg^{-n})}{cm^2} o \frac{(Dina)}{cm^2 seg^{-n}}$$

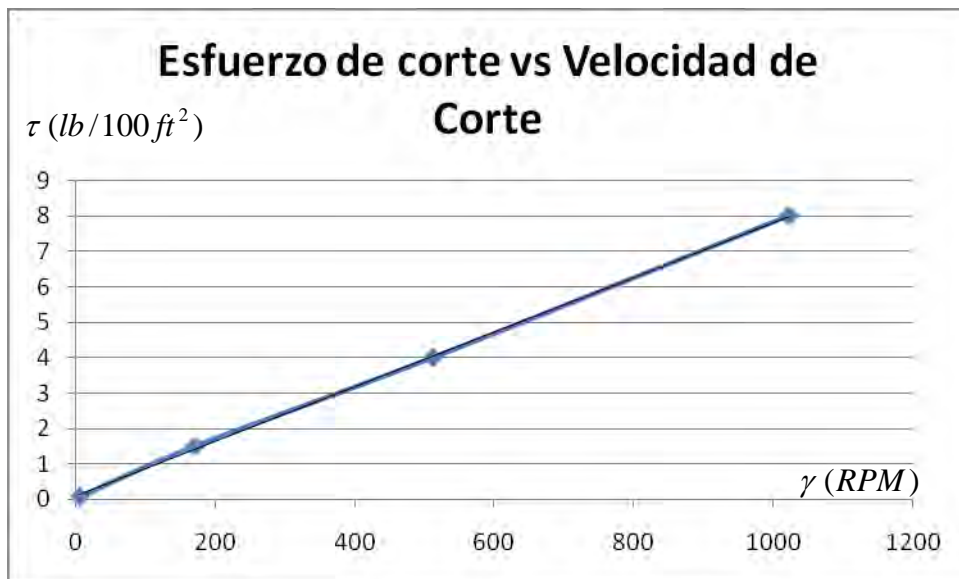
### 5.3.3 Viscosidad del fluido

La viscosidad del lodo de perforación puede ser dependiente o no de las condiciones de flujo, dependiendo si es no newtoniano o newtoniano respectivamente, a continuación se describe la metodología para obtener las viscosidades de los dos tipos de fluido.

#### 5.3.3.1 Fluido Newtoniano

Los fluidos newtonianos son aquellos en que existe una relación lineal entre el esfuerzo y la velocidad de corte, por lo que al graficar estas propiedades reológicas (esfuerzo de corte como la variable dependiente y velocidad de corte como la variable independiente) se forma una recta, la viscosidad de un fluido newtoniano es constante debido a que esta es la pendiente de la recta formada:

##### 1. Modelo de viscosidad de Newton:



<i>Velocidad</i>	<i>Esfuerzo de corte (lb/100 ft<sup>2</sup>)</i>
<b>600 RPM</b>	<b>8</b>
<b>300 RPM</b>	<b>4</b>
<b>100 RPM</b>	<b>1.5</b>
<b>3 RPM</b>	<b>0.08</b>

**Velocidad de corte:**

$$\gamma(\text{seg}^{-1}) = 600 \text{ _RPM} \cdot 1.703$$

$$\gamma(\text{seg}^{-1}) = 1021.8$$

$$\gamma(\text{seg}^{-1}) = 600 \text{ _RPM} \cdot 1.703$$

$$\gamma(\text{seg}^{-1}) = 1021.8$$

$$\gamma(\text{seg}^{-1}) = 300 \text{ _RPM} \cdot 1.703$$

$$\gamma(\text{seg}^{-1}) = 510.9$$

**Esfuerzo de corte:**

$$\tau = 8 \frac{\text{lb}_f}{100 \text{ ft}^2} \left( \frac{453 \text{ gr}_f}{1 \text{ lb}_f} \right) \cdot \left( \frac{100 \text{ ft}^2}{92903.04 \text{ cm}^2} \right) = 3.9 \frac{\text{gr}_f}{\text{cm}^2}$$

Utilizando la ecuación de viscosidad de Newton:

$$\tau = \mu \cdot \gamma$$

$$\mu = \frac{\tau}{\gamma}$$

$$\mu = \frac{3.9}{1021.8} = .0038 \text{ Poises}$$

Si llevamos a cabo los mismos pasos para la lectura de 300 RPM:

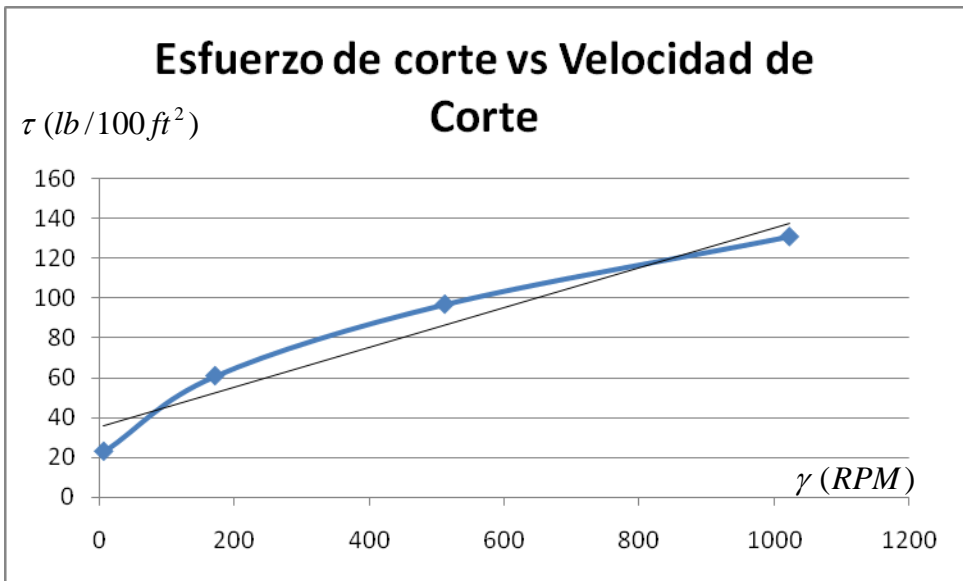
$$\tau = 4 \frac{\text{lb}_f}{100 \text{ ft}^2} \left( \frac{453 \text{ gr}_f}{1 \text{ lb}_f} \right) \cdot \left( \frac{100 \text{ ft}^2}{92903.04 \text{ cm}^2} \right) = 1.95 \frac{\text{gr}_f}{\text{cm}^2}$$

$$\mu = \frac{1.95}{510.9} = .0038 \text{ Poises}$$

A partir de la analogía anterior, no importa con que velocidades y esfuerzos de corte se obtenga la viscosidad, esta será siempre la misma debido a que como ya se menciono la viscosidad es la pendiente de la recta.

5.3.3.2 Fluido no Newtoniano

Velocidad	Esfuerzo de corte (lb/100 ft <sup>2</sup> )
600 RPM	131
300 RPM	97
100 RPM	61
3 RPM	23



$$\tau = 131 \frac{lb_f}{100 ft^2} \left( \frac{453 gr_f}{1 lb_f} \right) \cdot \left( \frac{100 ft^2}{92903.04 cm^2} \right) = 63.9 \frac{gr_f}{cm^2}$$

$$\mu = \frac{63.9 \frac{gr_f}{cm^2}}{1021.8 s^{-1}} = 0.062 \frac{gr_f}{cm^2 \cdot s^{-1}} = 0.062 \frac{gr_m \frac{cm}{s^2}}{cm^2 \cdot s^{-1}} = 0.062 gr_m \frac{cm}{cm^2 \cdot s^2 \cdot s^{-1}} = 0.062 \frac{gr_m}{cm \cdot s}$$

$$\mu = 0.062 Poise$$

Obteniendo la viscosidad a diferente velocidad de corte (300 RPM)

$$\tau = 97 \frac{lbf}{100 ft^2} \left( \frac{453 grf}{1 lbf} \right) \cdot \left( \frac{100 ft^2}{92903.04 cm^2} \right) = 47.36 \frac{grf}{cm^2}$$

$$\mu = \frac{47.36 \frac{grf}{cm^2}}{511 s^{-1}} = 0.092 \frac{grf}{cm^2 \cdot s^{-1}} = 0.092 \frac{grm \frac{cm}{s^2}}{cm^2 \cdot s^{-1}} = 0.092 grm \frac{cm}{cm^2 \cdot s^2 \cdot s^{-1}} = 0.092 \frac{grm}{cm \cdot s}$$

$$\mu = 0.092 Poise$$

Derivado de lo anterior se observa que la viscosidad en este tipo de fluidos no es constante, esta se ve afectada por las variaciones de velocidad tanto en el espacio anular como en la tubería de perforación, debido a esto hay que obtener la viscosidad a partir de la velocidad media del fluido (Anexo A2.4) como lo recomienda la norma API RP 13D.

- Tubería de perforación

$$\mu = \frac{0.0104K \cdot \bar{v}^{-n-1}}{d_{TP\_interno}^{n-1}} \left( \frac{\frac{1}{n} + 3}{0.0416} \right)^n$$

- Espacio anular

$$\mu = \frac{0.00694K \cdot \bar{v}^{-n-1}}{\left[ (d_{Barrena} - d_{TP\_externo})^{n-1} \right]} \left( \frac{\frac{1}{n} + 2}{0.0208} \right)^n$$

### 5.3.4 Hidráulica de la perforación

#### 5.3.4.1 Velocidad del fluido

La velocidad se obtiene a partir del área transversa de la tubería y el caudal o flujo de la bomba, por lo que como primer paso se debe obtener:

- **Área en la tubería de perforación:**

$$A_{TP} = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

Donde:

$A_{TP}$  = Area de la TP

$d$  = Diametro de la TP

Cabe mencionar que diámetro efectivo de la tubería de perforación es el diámetro interno de la misma.

- **Velocidad en la tubería de perforación:**

$$v_{TP} = \frac{q}{A_{TP}}$$

Para obtener la velocidad en espacio anular el área por donde fluiría el lodo está dada por el diámetro del agujero (diámetro de la barrena) tomando en cuenta la disminución de este provocada por la tubería de perforación:

- **Área en espacio anular:**

$$A_{EA} = \frac{\pi \cdot (d_{barr}^2 - d_{TPext}^2)}{4}$$

Donde:

$A_{an}$  = Area del espacio anular

$d_{barr}$  = Diametro de la barrena

$d_{TPext}$  = Diametro de la externo de la TP

- **Velocidad en espacio anular:**

$$v_{an} = \frac{q}{A_{EA}}$$

#### 5.3.4.2 Numero de Reynolds

El número de Reynolds es utilizado para la caracterización del flujo, este nos proporciona un factor de fricción utilizado para calcular la caída de presión (anexo A2 inciso A2.2.3):

- Para la tubería de perforación:

$$Nore = \frac{d \cdot \rho \cdot v}{\mu_{TP}}$$

- Para el espacio anular:

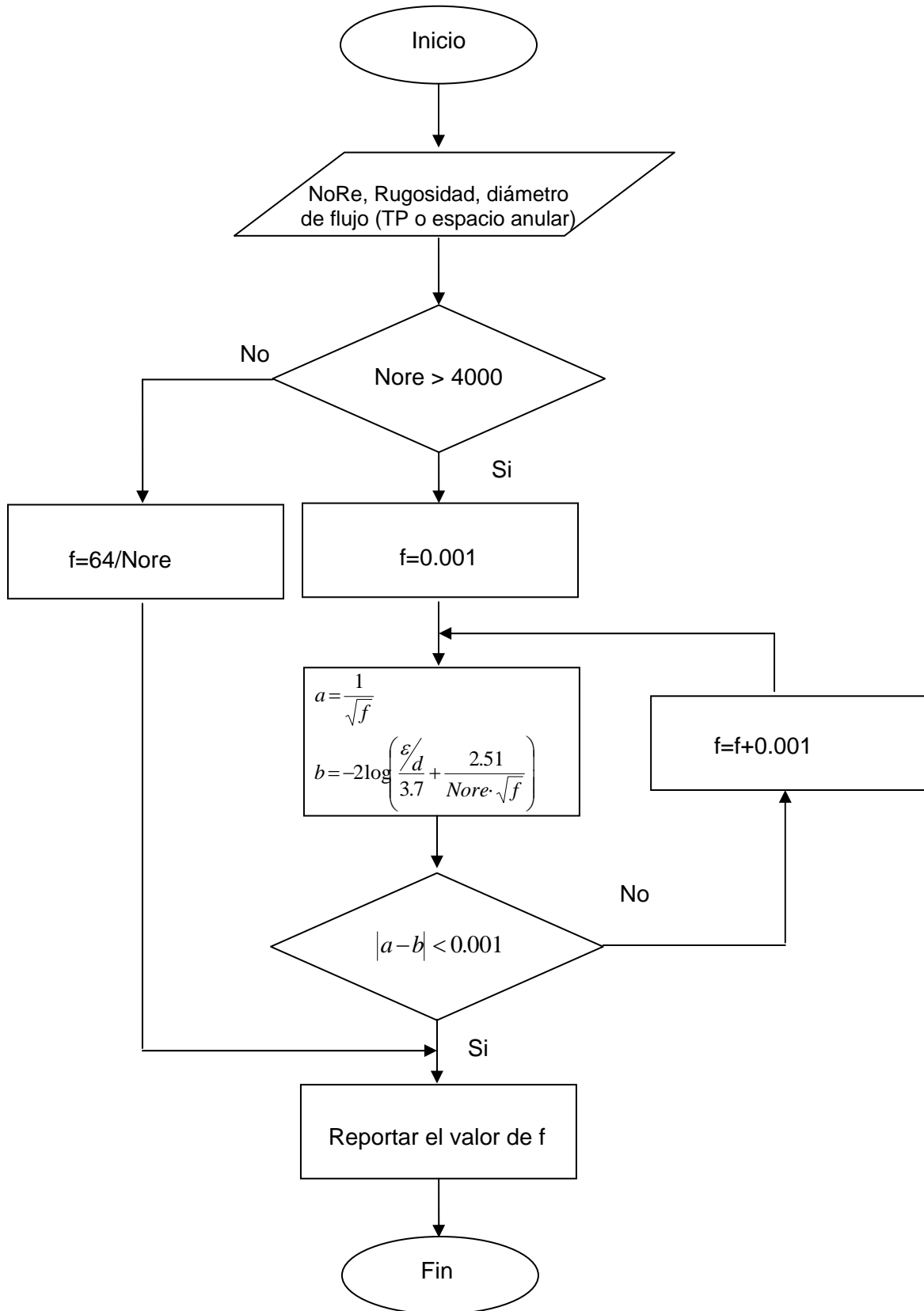
$$Nore = \frac{(d_{barr} - d_{TPext}) \cdot \rho \cdot v}{\mu_{anular}}$$

### 5.3.5 Caídas de presión

Para obtener las caídas de presión se lleva a cabo la siguiente secuencia de cálculos descritas a continuación (A2.2.5).

#### 5.3.5.1 Factor de fricción

Para encontrar el factor de fricción se lleva el procedimiento descrito por el siguiente diagrama de flujo:





Se analiza el valor del número de Reynolds en la tubería de perforación y el espacio anular, para obtener el factor de fricción:

Si el número de Reynolds es menor de 4000 (A2.2.6.1):

$$f = \frac{64}{Nore}$$

Si es mayor que 4000:

En este caso se utiliza la ecuación de Colebrook-White (A2.2.6.3):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon/d}{3.7} + \frac{2.51}{Nore \cdot \sqrt{f}} \right)$$

Debido a que no se puede despejar la ecuación es necesario iterar proponiendo valores de  $f$ , hasta que la diferencia entre ambos lados de la ecuación dan una diferencia menor a 0.001:

1. Se propone un valor inicial  $f = 0.001$  y sustituyendo los valores de el numero de Reynolds (previamente obtenido), el diámetro por el que atraviesa el flujo y la rugosidad (para la TP acero comercial, para el espacio anular concreto, Anexo A2 inciso A2.2.6.3) se procede a sustituir valores en la ecuación.

$$\frac{1}{\sqrt{0.001}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon/d}{3.7} + \frac{2.51}{Nore \cdot \sqrt{0.001}} \right)$$

Si la diferencia entre ambos lados de la ecuación es menor a 0.001 se llega a la conclusión que el factor de fricción es 0.001, en caso contrario se aumenta 0.001 al factor de fricción y se vuelve iterar.

### 5.3.5.2 Longitud equivalente

Una vez que se cuenta con el factor de fricción se sustituye el valor de este en la ecuación siguiente para calcular la longitud equivalente:

- **Para la tubería de perforación:**

$$h_f = f \cdot \left( \frac{L_{TP}}{D_{IntTP}} \right) \cdot \left( \frac{v_{TP}^2}{2g} \right)$$

- Para el espacio anular:

$$h_f = f \cdot \left( \frac{L_{TP}}{D_{Barrena} - D_{extTP}} \right) \cdot \left( \frac{v_{EA}^2}{2g} \right)$$

### 5.3.5.3 Caída de presión

Por último se calcula la caída de presión multiplicando la longitud equivalente por la densidad del fluido y la constante de gravedad (Para la tubería de perforación y el espacio anular es la misma fórmula pero se debe utilizar la longitud equivalente representativa para estas):

$$\Delta P = h_L \cdot \rho \cdot g$$

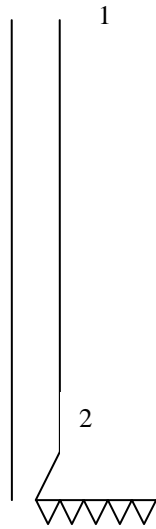
#### 5.3.5.3.1 Caída de presión en la barrena

La caída de presión generada por las toberas de la barrena se obtiene a partir de la siguiente fórmula:

$$\Delta P = 0.7 \frac{\rho_{fluido} \cdot q^2}{A_{Toberas}^2}$$

### 5.3.6 Presión de fondo

Para calcular la presión de fondo se aplicó la ecuación de Bernoulli (Anexo A2 inciso A2.2.7), para lo cual se hicieron las siguientes consideraciones:



El numero 2 representa la presión antes de pasar por las toberas, por lo que en ese punto  $\Delta P$  se considera como la caída de presión por fricción total de la tubería de perforación.

$$\frac{P1}{\rho1} + \frac{v^2}{2} + g \cdot Z1 = \frac{P2}{\rho2} + \frac{v^2}{2} + g \cdot Z2 + \Delta P$$

Si tomamos como referencia que  $Z1=0$  tenemos que  $Z2$  es la profundidad que se ha desarrollado, y consideramos que las velocidades son iguales en los dos puntos debido a que cuenta con misma área transversal, además el caudal constante y el fluido es incompresible la ecuación queda:

$$P2 = P1 + g \cdot Z2 \cdot \rho - \Delta P$$

Si sustituimos los subíndices de la ecuación por los correspondientes:

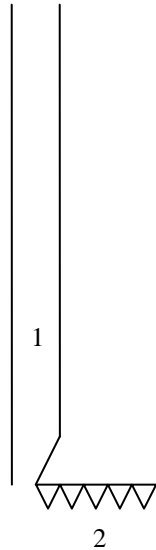
$$P2 = P_{Bombeo} + g \cdot longitud \cdot \rho_{fluido} - \Delta P_{tuberia}$$

Para obtener la presión de fondo se le resta la caída de presión generada por las toberas de la barrena:

$$P_{Fondo} = P2 - \Delta P_{Toberas}$$

### 5.3.7 Perfil de presiones en el espacio anular

Para construir el perfil de presiones en el espacio anular se hace una analogía similar a la utilizada para la presión de fondo, pero en este caso se toma el fondo del pozo como el punto 2 y el 1 como el espacio anular.



Si tomamos la ecuación de presión de fondo y despejamos la presión 1:

$$P2 = P1 + g \cdot Z2 \cdot \rho - \Delta P$$

$$P2 - g \cdot Z2 \cdot \rho + \Delta P = P1$$

$$P1 = P2 - g \cdot Z2 \cdot \rho + \Delta P$$

Poniendo la ecuación con los subíndices correspondientes:

$$P_{\text{espacio\_anular}} = P_{\text{Fondo}} - g \cdot \text{longitud} \cdot \rho_{\text{fluido}} + \Delta P_{EA}$$

Para generar este perfil se dividió la longitud del espacio anular en 10 intervalos, así mismo a la longitud equivalente:

$$h_{L1} = f \cdot \left( \frac{0.1 \cdot L_{TP}}{D_{Barrena} - D_{extTP}} \right) \cdot \left( \frac{v_{TP}^2}{2g} \right)$$

$$h_{L2} = f \cdot \left( \frac{0.2 \cdot L_{TP}}{D_{Barrena} - D_{extTP}} \right) \cdot \left( \frac{v_{TP}^2}{2g} \right)$$

$$h_{L3} = f \cdot \left( \frac{0.3 \cdot L_{TP}}{D_{Barrena} - D_{extTP}} \right) \cdot \left( \frac{v_{TP}^2}{2g} \right)$$

...

$$h_L = f \cdot \left( \frac{1 \cdot L_{TP}}{D_{Barrena} - D_{extTP}} \right) \cdot \left( \frac{v_{TP}^2}{2g} \right)$$

Se hace lo mismo para los 10 intervalos de caída de presión:

$$\Delta P_1 = h_{L1} \cdot \rho \cdot g$$

$$\Delta P_2 = h_{L2} \cdot \rho \cdot g$$

$$\Delta P_3 = h_{L3} \cdot \rho \cdot g$$

...

$$\Delta P = h_L \cdot \rho \cdot g$$

Y por último se genera el perfil de presiones:

$$P_{espacio\_anular1} = P_{Fondo} + g \cdot longitud \cdot \rho_{fluido} - \Delta P_1$$

$$P_{espacio\_anular2} = P_{Fondo} + g \cdot longitud \cdot \rho_{fluido} - \Delta P_2$$

$$P_{espacio\_anular3} = P_{Fondo} + g \cdot longitud \cdot \rho_{fluido} - \Delta P_3$$

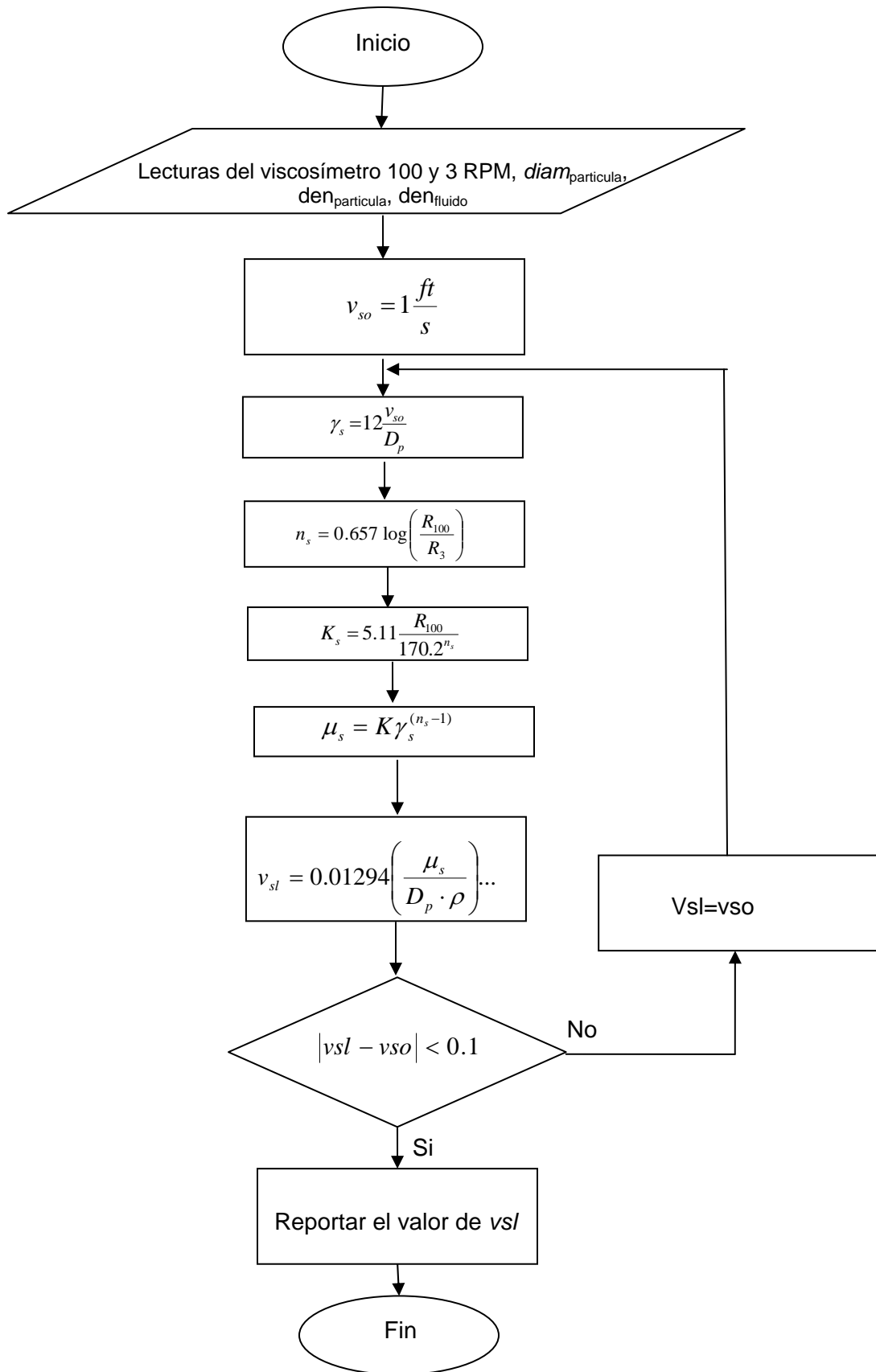
...

$$P_{espacio\_anular} = P_{Fondo} + g \cdot longitud \cdot \rho_{fluido} - \Delta P$$

## 5.4 Arrastre de recortes

### 5.4.1 Velocidad de asentamiento

A continuación se hace una descripción esquemática para el cálculo de la velocidad de asentamiento de partículas:



Para estimar la velocidad de asentamiento se utilizo el método de Chien descrito en el anexo A2 inciso A2.3.

1. Se calcula una constante  $n_s$  con las lecturas del viscosímetro fan 35 de 100 y 3:

$$n_s = 0.6571 \log \left( \frac{R_{100}}{R_3} \right)$$

2. Se calcula una constante  $K_s$  con la lectura de 100 RPM del viscosímetro fan35:

$$K_s = 5.11 \frac{R_{100}}{170.2^{n_s}}$$

3. Se calcula la velocidad de corte inicial de asentamiento con el diámetro de la partícula y asumiendo como velocidad de asentamiento es de 1 ft/s, lo anterior para iniciar la iteración:

$$\gamma_s = 12 \frac{v_{so}}{D_p}$$

4. Se sustituye la velocidad de corte descrita en el punto 3 en la ecuación de ley de potencias para obtener la viscosidad:

$$\mu_s = K \gamma_s^{(n_s-1)}$$

5. Se calcula la velocidad de asentamiento a partir de la viscosidad del punto 4, los datos de los recortes (densidad y diámetro de la partícula) y la densidad del fluido.

$$v_{sl} = 0.01294 \left( \frac{\mu_s}{D_p \cdot \rho} \right) \left( \sqrt{1 + (171106.35)(D_p) \left( \frac{\rho_p}{\rho} - 1 \right) \left( \frac{D_p \rho}{\mu_s} \right) - 1} \right)$$

6. Esta velocidad de asentamiento se sustituye en el punto 3 para realizar todo el procedimiento hasta que ya no haya variación en las velocidades de asentamiento obtenidas.

Cabe mencionar que cuando el fluido tiene viscosidad constante (fluido newtoniano), la velocidad de asentamiento solo se calcula una vez utilizando la fórmula del punto 5.

#### **5.4.2 Caudal mínimo**

Es el flujo mínimo para que la velocidad del fluido se iguale con la velocidad de asentamiento de los recortes, y se calcula de la siguiente manera:

$$q_{\min} = v_s \cdot A_{EA}$$

### 5.4.3 Relación de transporte

Es la relación que existe entre la velocidad de asentamiento de recortes y la velocidad alcanzada por el fluido de perforación en el espacio anular, y representa el porcentaje de arrastre de recortes por el flujo del lodo:

$$RT = 1 - \frac{v_s}{v_{EA}}$$



## CAPITULO 6. ANALISIS DE RESULTADOS:

A continuación se reportan y analizan los resultados obtenidos en las pruebas de laboratorio, los comportamientos simulados del fluido base agua de mar desarrollado y del sistema comercial de emulsión inversa con el software hidráulica de pozo.

### 6.1 Resultados de las pruebas de laboratorio

#### 6.1.1 Prueba de filtrado

En esta prueba se analizan cualitativamente dos aspectos del fluido de perforación, el primero es la cantidad de agua desprendida del sistema, sometiéndolo una presión de 100 psi por medio de una celda a la que se le inyecta nitrógeno, después de 30 minutos, se contabilizaron 6.5 mililitros, como se muestra en la figura siguiente:



Figura 6.1.1-1: Líquido arrojado por el fluido de perforación

El segundo aspecto a revisar fue el enjarre formado, este resultado elástico, difícil de desprender por fuerza hidráulica (agua a presión) y de espesor óptimo, como se muestra en las siguientes figuras:

- Elasticidad: Muestra comportamiento elástico lo cual es indicio de una adherencia óptima a las formaciones que perforadas.



Figura 6.1.1-2: Enjarre elástico

- **Espesor optimo:** Como se muestra en la siguiente figura el enjarre tiene un espesor de 3 milímetros, lo cual no representa una reducción considerable del área de flujo en el espacio anular.



Figura 6.1.1-3: Espesor optimo de enjarre

- **Difícil de desprender por fuerza hidráulica:** Como se muestra en la figura 6.1.1-4 el enjarre se mantiene de manera uniforme en el papel filtro después de ser sometido a un chorro de agua a presión, por lo que la película de sólidos adherida a la formación no será removida por regímenes de flujo alto.



Figura 6.1.1-4: Enjarre después de aplicar fuerza hidráulica

### 6.1.2 Prueba de rolado

Otra prueba que se le realizó al fluido fue la prueba de rolado, con resultados más que satisfactorios, el fluido mantuvo su homogeneidad después de ser sometido a temperaturas de 170 °C en estado dinámico (la celda se mantuvo en movimiento durante 18 horas):



Figura 6.1.2: Fluido de perforación después de la prueba de rolado

Al comprobar la resistencia del fluido a altas temperaturas, se procedió a obtener la reología y tixotropía del mismo, que es reportada en la tabla siguiente:

Lecturas del viscosímetro fann		
Velocidades (RPM)	Antes del rolado (lbf/100ft <sup>2</sup> )	Después del rolado (lbf/100ft <sup>2</sup> )
600	124	70
300	83	60
200	66	55
100	48	46
6	18	27
3	15	23

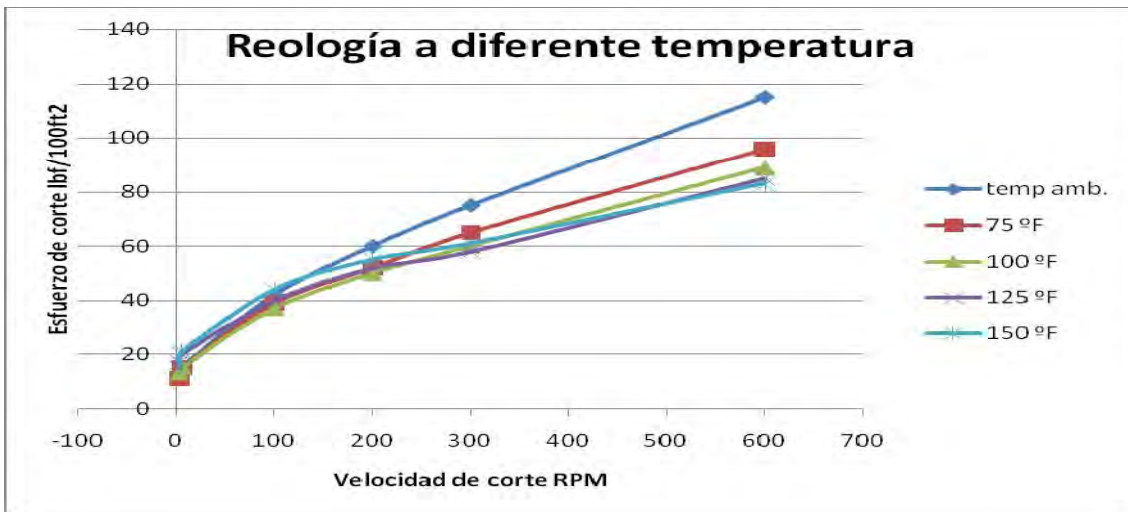
Como se observa en la tabla anterior los esfuerzos de corte medidos a 600, 300 y 200 RPM's disminuyeron después de la prueba, esto debido a que se tomaron las lecturas se arriba de la temperatura ambiente lo que provoco una disminución de su viscosidad en estado dinámico, el aumento en las lecturas de 6 y 3 (estado prácticamente estático) es causado a una pequeña cantidad de agua separada, generando un pequeño aumento en la relación del viscosificante con respecto al agua.

### 6.1.3 Lecturas del viscosímetro a diferentes temperaturas

Se tomaron las lecturas del viscosímetro a diferentes temperaturas (prueba descrita en el capítulo 5 inciso 5.2.3), los resultados se muestran a continuación:

## CAPITULO 6 ANALISIS DE RESULTADOS

Lecturas del viscosímetro fann a diferentes temperaturas					
Velocidades (RPM)	temp amb. (lbf/100ft <sup>2</sup> )	75 °F (lbf/100ft <sup>2</sup> )	100 °F (lbf/100ft <sup>2</sup> )	125 °F (lbf/100ft <sup>2</sup> )	150 °F (lbf/100ft <sup>2</sup> )
600	115	96	89	85	83
300	75	65	60	58	61
200	60	52	50	52	55
100	42	39	37	40	44
6	15	15	15	20	21
3	11	11	13	15	17



Como se observa en la grafica anterior una vez pasando los 75 °F no hay cambios significativos en la reología, y al igual que en la prueba de rolado muestra una disminución marcada en el esfuerzo de corte a con las lecturas de 600, 300 y 200 RPM, pero un aumento a bajas velocidades de corte (6 y 3 RPM), esto nos indica que con el aumento de la temperatura disminuirá la viscosidad en estado dinámico, pero aumentara el esfuerzo gel (tixotropía), por lo que en estado estático los recortes quedaran suspendidos.

### 6.2 Validación del simulador

Para facilitar los cálculos necesarios para la comparación de comportamiento hidráulico entre el fluido base agua de mar desarrollado y el lodo de emulsión inversa se desarrollo un simulador de hidráulica de pozo, una vez desarrollado, se procedió a validarlo con un simulador comercial, por la limitante de no contar con un simulador de perforación, se valido a partir de un simulador de flujo, este fue Pipe Phase 9.0.

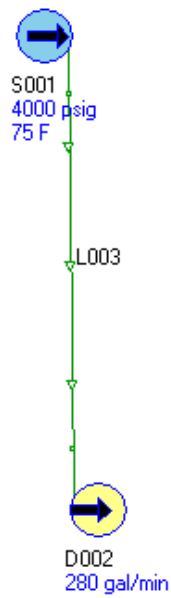


Figura 6.2: Análisis nodal del simulador Pipe Phase 9.0

En la figura anterior se muestra el modelo nodal que se hizo para la simulación de presión de fondo, a continuación se enunciarán los resultados más significativos los resultados a comparar están resaltados de color rojo en las tablas siguientes:

6.2.1 Validación 1

- Software generado

Datos con los que se alimento el simulador:

Diámetro de la barrena	8.00	In
Diámetro interno TP	3.00	In
Diámetro externo TP	3.50	In
Número de toberas	4.00	
Diámetro de toberas	0.3125	In

Diámetro de los recortes	<u>0.50</u>	In
Densidad de los recortes	<u>2.60</u>	gr/cm <sup>3</sup>
Flujo	<u>280.00</u>	gal/min
Presión de la bomba	<u>4,000.00</u>	Psi
Profundidad	<u>3,000.00</u>	m
Densidad del fluido	<u>0.9</u>	gr/cm <sup>3</sup>

Viscosidad	
Cpaise	
TP	50.00
Anular	50.00

Los resultados fueron:

Profundidad	Presión de fondo
mts	psi
300	3,502
600	3,728
900	3,954
1200	4,180
1500	4,406
1800	4,632
2100	4,858
2400	5,084
2700	5,310
<b>3000</b>	<b>5,537</b>

Velocidad	
ft/s	
<b>TP</b>	<b>12.69</b>
Anular	2.21

## CAPITULO 6 ANALISIS DE RESULTADOS

No. Reynolds	
Sin unidades	
TP	5,305.49
Anular	1,384.04

### Software comercial:

Datos:

Link Name	Device Type	Inside Diameter	Measured Length	Elevation Change	Std Oil Rate
		IN	FT	FT	GAL/MI N
L003	PI PE	3.00	9,842.52	-9,842.52	280.00

Resultados

Results Summary - Base Case							
Link Name	Device Name	Device Type	Seg 1 Mixture Flow Rate	Inlet Pressure	Outlet Pressure	Inlet Temperature	Outlet Temperature
			GAL/MI N	PSI G	PSI G	DEG C	DEG C
L003	P005	PI PE	282.19	4,000.00	6,354.77	30.00	30.00
L003	N007	NOZZ	282.19	6,354.77	5,013.75	30.00	30.00

Name	Device Type	Device Seg	Liquid Superficial Velocity	Mixture Velocity
			FT/SEC	FT/SEC
P005	PI PE	Seg 1	12.808	12.808

Name	Device Type	Friction Density	Friction Velocity	Friction Diameter	Friction Viscosity	Reynolds Number
		LB/FT3	FT/SEC	IN	CP	
P001	PI PE	55.779	12.808	3.000	50.000	5.315E+03

- **Comparación de los resultados:**

### **Presión de fondo del software:**

Desarrollado-Comercial

5,537-5,013= 523 psi

DI FERENCIA = 9.4 % (Tomando como referenci a el simul ador comerci al)

### **Velocidad del fluido del software:**

Desarrollado-Comercial

12.69-12.808 = -0.118 ft/s

DI FERENCIA = 0.9 % (Tomando como referenci a el simul ador comerci al)

### **Numero de Reynolds**

Desarrollado-Comercial

5,305.49-5.315E+03= -9.51

DI FERENCIA = 0.9 % (Tomando como referenci a el simul ador comerci al)



6.2.2 Validación 2 (cambio en las condiciones de flujo y viscosidad del fluido)

- **Software generado**

Datos con los que se alimento el simulador:

Diámetro de la barrena	8.00	In
Diámetro interno TP	3.00	In
Diámetro externo TP	3.50	In
Número de toberas	4.00	
Diámetro de toberas	0.3125	In

Diámetro de los recortes	0.50	In
Densidad de los recortes	2.60	gr/cm3
Flujo	320.00	gal/min
Presión de la bomba	5,000.00	Psi
Profundidad	3,000.00	m
Densidad del fluido	0.90	gr/cm3

Viscosidad	
Cpólise	
TP	100.00
Anular	100.00

Los resultados fueron:

Profundidad	Presión de fondo
mts	psi
300	4,182
600	4,310
900	4,437
1200	4,565
1500	4,693
1800	4,821
2100	4,949
2400	5,076
2700	5,204
<b>3000</b>	<b>5,332</b>

## CAPITULO 6 ANALISIS DE RESULTADOS

Velocidad	
ft/s	
TP	14.50
Anular	2.52

No. Reynolds	
Sin unidades	
TP	3,031.71
Anular	790.88

### Software comercial:

Datos:

Link Name	Device Type	Inside Diameter	Measured Length	Elevation Change	Std Oil Rate
		IN	FT	FT	GAL/MI N
L003	PI PE	3.00	9,842.53	-9,842.52	320.00

Resultados

Results Summary - Base Case							
Link Name	Device Name	Device Type	Seg 1 Mixture Flow Rate	Inlet Pressure	Outlet Pressure	Inlet Temperature	Outlet Temperature
			GAL/MI N	PSI G	PSI G	DEG C	DEG C
L003	P005	PI PE	322.50	5,000.00	6,581.32	30.00	30.00
L003	N007	NOZZ	322.50	6,581.32	4,829.80	30.00	30.00

Name	Device Type	Device Seg	Liquid Superficial Velocity	Mixture Velocity
			FT/SEC	FT/SEC
P005	PI PE	Seg 1	14.64	14.64

Name	Device Type	Friction Density	Friction Velocity	Friction Diameter	Friction Viscosity	Reynolds Number
		LB/FT3	FT/SEC	IN	CP	
P001	PIPE	55.779	14.638	3.000	100.000	3.037E+03

- Comparación de los resultados:

**Presión de fondo del software:**

Desarrollado-Comercial

5,332-4,829.80= 502.2 psi

DI FERENCIA = 10 % (Tomando como referenci a el simulador comercial)

Velocidad del fluido del software:

Desarrollado-Comercial

14.50-14.64 = -0.14 ft/s

DI FERENCIA = 0.9 % (Tomando como referenci a el simulador comercial)

**Numero de Reynolds**

Desarrollado-Comercial

3,031.71-3.037E+03= -5.29

DI FERENCIA = 0.174 % (Tomando como referenci a el simulador comercial)

6.2.3 Validación 3 (cambio en la geometría del pozo)

- Software generado

Datos con los que se alimento el simulador:

Diámetro de la barrena	10.00	In
Diámetro interno TP	4.00	In
Diámetro externo TP	4.50	In
Número de toberas	4.00	
Diámetro de toberas	0.4000	In

Diámetro de los recortes	0.50	In
Densidad de los recortes	2.60	gr/cm3
Flujo	280.00	gal/min
Presión de la bomba	4,000.00	Psi
Profundidad	3,000.00	m
Densidad del fluido	0.90	gr/cm3

Viscosidad	
Cpólise	
TP	50.00
Anular	50.00

Los resultados fueron:

Profundidad	Presión de fondo
mts	psi
300	4,076
600	4,422
900	4,768
1200	5,114
1500	5,461
1800	5,807
2100	6,153
2400	6,499
2700	6,845
<b>3000</b>	<b>7,191</b>

## CAPITULO 6 ANALISIS DE RESULTADOS

Velocidad	
ft/s	
<b>TP</b>	<b>7.14</b>
Anular	1.43

No. Reynolds	
Sin unidades	
<b>TP</b>	<b>3,979.11</b>
Anular	1,097.69

### Software comercial:

Datos:

Link Name	Device Type	Inside Diameter	Measured Length	Elevation Change	Std Oil Rate
		IN	FT	FT	GAL/MIN
L003	PIPE	3.00	9,842.53	-9,842.52	320.00

Resultados

Results Summary - Base Case							
Link Name	Device Name	Device Type	Seg 1 Mixture Flow Rate	Inlet Pressure	Outlet Pressure	Inlet Temperature	Outlet Temperature
			GAL/MIN	PSIG	PSIG	DEG C	DEG C
L003	P005	PIPE	282.19	4,000.00	7,437.40	30.00	30.00
L003	N007	NOZZ	282.19	7,437.40	<b>6,937.83</b>	30.00	30.00

Name	Device Type	Device Seg	Liquid Superficial Velocity	Mixture Velocity
			FT/SEC	FT/SEC
P005	PIPE	Seg 1	<b>7.20</b>	<b>7.20</b>

Name	Device Type	Friction Density	Friction Velocity	Friction Diameter	Friction Viscosity	Reynolds Number
		LB/FT3	FT/SEC	IN	CP	
P001	PI PE	55.779	7.205	4.000	50.000	3.987E+03

- **Comparación de los resultados:**

**Presión de fondo del software:**

Desarrollado-Comercial

7,191-6,937.83= 253 psi

DIFERENCIA = 3 % (Tomando como referencia el simulador comercial)

**Velocidad del fluido del software:**

Desarrollado-Comercial

7.14-7.20 = -0.06 ft/s

DIFERENCIA = 0.8 % (Tomando como referencia el simulador comercial)

**Numero de Reynolds:**

Desarrollado-Comercial

3,979.11-3.987E+03= -7.89

DIFERENCIA = 0.196 % (Tomando como referencia el simulador comercial)

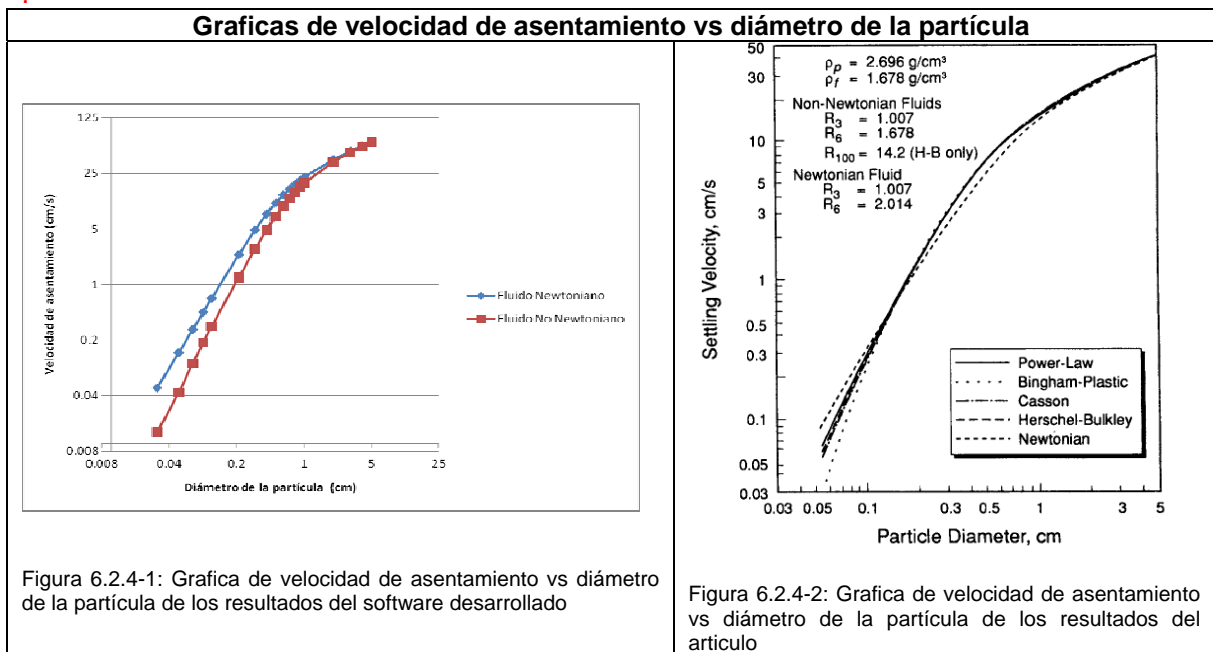
Las diferencias entre los simuladores (comercial y el desarrollado) no fueron mayores del 10% en las tres corridas realizadas, lo cual es un resultado aceptable para los alcances de esta tesis.

**6.2.4 Velocidad de asentamiento**

Otro aspecto validado en el simulador fue la velocidad de asentamiento, para esto se llevaron a cabo corridas en el simulador de hidráulica de pozo, graficando los resultados en Excel para comparar los resultados obtenidos del artículo "Settling velocity of irregularly shaped particles" de la autoría de Sze-Foo Chien (A2.3), comparación que se muestra a continuación:

## CAPITULO 6 ANALISIS DE RESULTADOS

Velocidades de asentamiento de recortes de diferente diámetro		
	Fluido newtoniano	Fluido no Newtoniano
Diámetro cm	Vs (cm/s)	Vs (cm/s)
0.03	0.05036484	1.38E-02
0.05	0.13985114	0.044001882
0.07	0.2738856	1.03E-01
0.09	0.4521009	1.85E-01
0.11	0.67386018	2.97E-01
0.21	2.38815015	1.23E+00
0.31	4.88450944	2.81E+00
0.41	7.759543	4.86E+00
0.51	10.675634	7.20E+00
0.61	13.4530825	9.70E+00
0.71	16.0300373	1.22E+01
0.81	18.4025436	1.44E+01
0.91	20.5884145	1.67E+01
1.01	22.6109229	1.89E+01
2.01	37.487859	3.47E+01
3.01	47.8011677	4.54E+01
4.01	56.1361147	5.43E+01
5.01	63.3226517	6.18E+01



En la tabla anterior la grafica en el lado izquierdo muestra los resultados obtenidos del simulador para un fluido newtoniano y un no newtoniano, del lado izquierdo los resultados

obtenidos por Sze–Foo Chien de manera experimental, las graficas comparadas muestran un comportamiento similar, así como una diferencia menor al 10% lo cual para el alcance de esta tesis se considera aceptable.

Aunado a lo anterior se realizo una prueba de laboratorio para corroborar la veracidad del programa, esta por su simplicidad y al no ser prueba para el fluido de perforación no se reporto en el capitulo de metodología.

Para esta prueba se utilizo una pastilla de sal (figura 6.2.4-3), esta se midió para obtener el volumen, el paso siguiente fue pesarla obteniendo así su masa, para posteriormente calcular su densidad:



Figura 6.2.4-3: Pastilla de sal utilizada

altura	0.7 cm
diámetro	1.25 cm
Volumen	0.85903125 cm <sup>3</sup>
Peso	2.7 gr
Densidad	3 gr/cm <sup>3</sup>

El paso siguiente fue soltar esta pastilla en un fluido de densidad y viscosidad conocidas (diesel), y cronometrar el tiempo que le tomo a la pastilla para recorrer la columna de líquido:



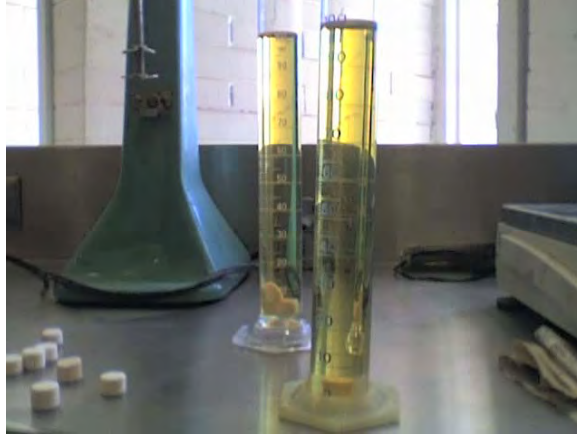


Figura 6.2.4-4: Probeta con diesel

El tiempo que le tomo a la pastilla en recorrer 18 cm de fluido fue de 0.3701 segundos, por lo que la velocidad de asentamiento fue de 48.63 cm/s.

La velocidad calculada por el software desarrollado fue:

<b>Velocidad de asentamiento</b>
<b>ft/s</b>
1. 81

Que haciendo la conversión es 55.16 cm/s, por lo que la diferencia entre lo medido en el laboratorio y el resultado obtenido por el programa es de 13%, lo cual se debe principalmente a que el software esta desarrollado para recortes de forma irregular, por lo que el resultado es aceptable.

### 6.3 Comportamiento del fluido

Debido a que el objetivo de la tesis es comparar el comportamiento hidráulico del fluido de perforación base agua de mar con el lodo base aceite, la geometría de pozo, el bombeo y la profundidad a perforar se mantendrá constante.

A continuación se reportan de manera comparativa los resultados más relevantes de las corridas que se le realizaron a los fluidos base aceite y base agua de mar en el simulador desarrollado, los reportes con todos los resultados obtenidos de las simulaciones se encuentran en el anexo A.3.

**6.3.1 Simulación 1 (Fluidos de densidad de 1.5 sin rolar)**

Datos con los que se alimento el simulador: (Base Aceite)

Diámetro de la barrena	8.00	In
Diámetro interno TP	3.00	In
Diámetro externo TP	3.50	In
Número de toberas	4.00	
Diámetro de toberas	0.3125	In

Diámetro de los recortes	0.60	In
Densidad de los recortes	2.60	gr/cm <sup>3</sup>
Flujo	280.00	gal/min
Presión de la bomba	4,000.00	Psi
Profundidad	3,000.00	m
Densidad del fluido	1.50	gr/cm <sup>3</sup>

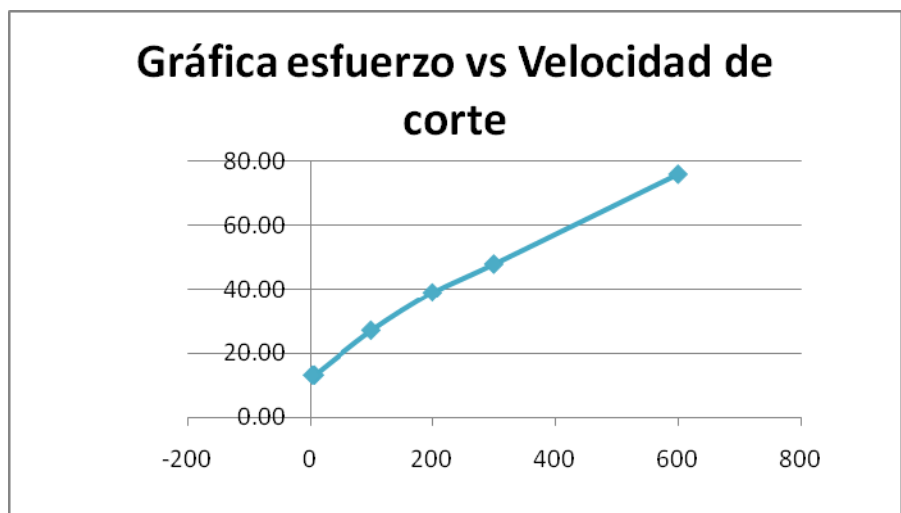
Datos con los que se alimento el simulador: (Base agua de mar)

Diámetro de la barrena	8.00	In
Diámetro interno TP	3.00	In
Diámetro externo TP	3.50	In
Número de toberas	4.00	
Diámetro de toberas	0.3125	In

Diámetro de los recortes	0.60	In
Densidad de los recortes	2.60	gr/cm <sup>3</sup>
Flujo	280.00	gal/min
Presión de la bomba	4,000.00	Psi
Profundidad	3,000.00	m
Densidad del fluido	1.50	gr/cm <sup>3</sup>

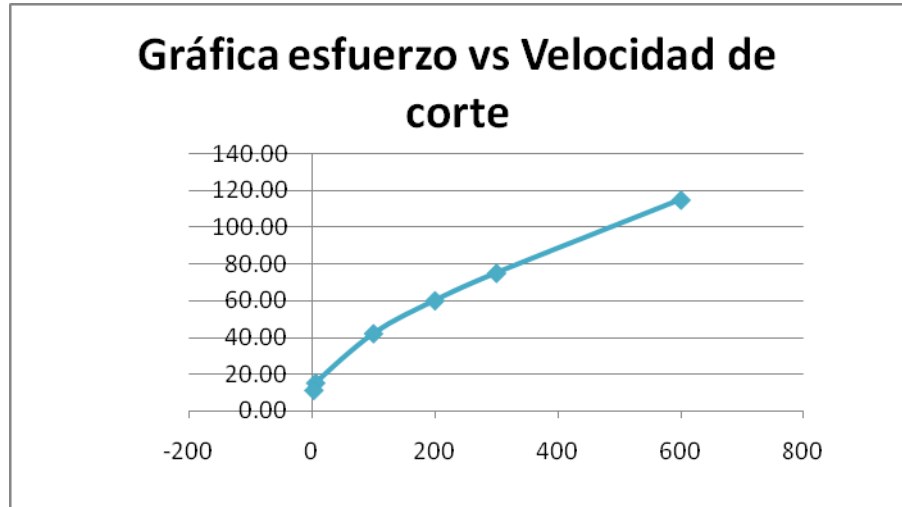
Reología (base aceite)

Velocidad de corte	Esfuerzo de corte
RPM	lb/100 ft <sup>2</sup>
L600	<u>76.00</u>
L300	<u>48.00</u>
L200	<u>39.00</u>
L100	<u>27.00</u>
L6	<u>13.00</u>
L3	<u>13.00</u>



Reología (base agua de mar)

Velocidad de corte	Esfuerzo de corte
RPM	lb/100 ft <sup>2</sup>
L600	115.00
L300	75.00
L200	60.00
L100	42.00
L6	15.00
L3	11.00



Como se muestra en las graficas anteriores los fluidos de perforación tienen el mismo comportamiento pseudoplástico, y aunque el lodo base agua tiene esfuerzos de corte mayores tiene un menor punto de cedencia.

Tabla comparativa de viscosidades			
Base aceite		Base agua de mar	
TP	Espacio Anular	TP	Espacio Anular
56.18	265.87	89.58	328.90

Las viscosidades generadas por el fluido base agua de mar son mayores que las generadas por el fluido base aceite.

**Presiones de fondo:**

Tabla comparativa de presiones de fondo			
Base aceite		Base agua de mar	
Profundidad	Presión (Psi)	Profundidad	Presión (Psi)
3000	6,561	3000	6,561

La presión de fondo es virtualmente la misma debido a que la caída de presión provocada que la diferencia de las viscosidades en los fluidos de agua de mar y emulsión inversa no es significativa, y aunado a esto la presión que le adiciona la columna hidrostática al fondo del pozo es alta.

Para corroborar la veracidad de los resultados, se procedió a realizar una corrida con el simulador comercial a diferentes viscosidades:

Results Summary - Base Case							
(a 50 Cp y 0.9 gr/cm3)							
Link Name	Device Name	Device Type	Seg 1 Mixture Flow Rate	Inlet Pressure	Outlet Pressure	Inlet Temperature	Outlet Temperature
			GAL/MI N	PSI G	PSI G	DEG C	DEG C
L003	P005	PI PE	282. 19	4, 000. 00	6, 354. 77	30. 00	30. 00
L003	N007	NOZZ	282. 19	6, 354. 77	<b>5, 855. 21</b>	30. 00	30. 00

Results Summary - Base Case							
(a 80 Cp y 0.9 gr/cm3)							
Link Name	Device Name	Device Type	Seg 1 Mixture Flow Rate	Inlet Pressure	Outlet Pressure	Inlet Temperature	Outlet Temperature
			GAL/MI N	PSI G	PSI G	DEG C	DEG C
L003	P005	PI PE	282. 19	4, 000. 00	6, 148. 30	30. 00	30. 00
L003	N007	NOZZ	282. 19	6, 148. 30	<b>5, 648. 73</b>	30. 00	30. 00

Al observar una diferencia en las dos presiones de fondo (resultados resaltados de color rojo) se realizaron corridas en el simulador generado con los mismos datos:

Presión de fondo con 50 Cp y densidad de 0.9 gr/cm3

Profundidad	Presión de fondo
mts	psi
3000	5, 537

Presión de fondo con 80 Cp y densidad de 0.9 gr/cm3

Profundidad	Presión de fondo
mts	psi
3000	5, 153

Como se observa en las tablas anteriores el simulador Hidráulica de pozo también muestra una diferencia en la presión de fondo al utilizar densidades bajas y diferencias en la viscosidad.

Derivado de lo anterior se llega a la conclusión que los resultados del simulador son confiables, por lo que el que no varíen las presiones de fondo entre los fluidos que se están comparando es debido a que al no haber cambios significativos en la viscosidad, no hay diferencia significativa en la presión de fondo, diferencia que el simulador redondea automáticamente.

**Perfil de presiones en el espacio anular**

Tabla comparativa de perfil de presiones en el espacio anular (Psi)		
Profundidad	Base aceite	Base agua de mar
300	874	889
600	1,506	1,519
900	2,138	2,150
1200	2,770	2,780
1500	3,402	3,410
1800	4,033	4,040
2100	4,665	4,670
2400	5,297	5,301
2700	5,929	5,931
3000	6,561	6,561

En la tabla anterior se reporta el perfil de presiones en el espacio anular es similar, siendo un poco mayor la caída de presión en el caso del fluido base aceite.

**Arrastre de recortes**

Velocidad de asentamiento	
Base aceite (ft/s)	Base agua de mar (ft/s)
0.46	0.46

Relación de transporte	
Base aceite (%)	Base agua de mar (%)
78.94	79.03

En la tabla comparativa anterior el arrastre de recortes obtenidos por los dos sistemas es prácticamente el mismo, por lo que el fluido desarrollado cumple con el objetivo principal, el cual era de desarrollar un sistema con las mismas características de un sistema de emulsión inversa.

**6.3.2 Simulación 2 (Fluidos con densidad de 1.5 después de rolar)**

La simulación No. 2 se llevo a cabo con las lecturas del viscosímetro fann 35 (propiedades reológicas y tixotrópicas) después de someter al sistema base agua de mar y al fluido base aceite comercial a la prueba de rolado, generando los siguientes resultados:

Datos con los que se alimento el simulador: (Base Aceite)

Diámetro de la barrena	8.00	In
Diámetro interno TP	3.00	In
Diámetro externo TP	3.50	In
Número de toberas	4.00	
Diámetro de toberas	0.3125	In

Diámetro de los recortes	0.60	In
Densidad de los recortes	2.60	gr/cm <sup>3</sup>
Flujo	280.00	gal/min
Presión de la bomba	4,000.00	Psi
Profundidad	3,000.00	m
Densidad del fluido	1.50	gr/cm <sup>3</sup>

Datos con los que se alimento el simulador: (Base agua de mar)

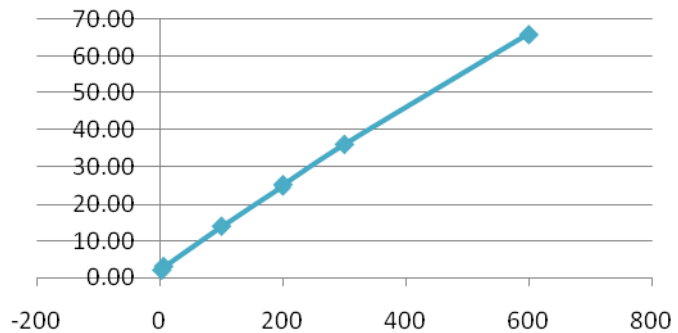
Diámetro de la barrena	8.00	In
Diámetro interno TP	3.00	In
Diámetro externo TP	3.50	In
Número de toberas	4.00	
Diámetro de toberas	0.3125	In

Diámetro de los recortes	0.60	In
Densidad de los recortes	2.60	gr/cm <sup>3</sup>
Flujo	280.00	gal/min
Presión de la bomba	4,000.00	Psi
Profundidad	3,000.00	m
Densidad del fluido	1.50	gr/cm <sup>3</sup>

Reología (base aceite)

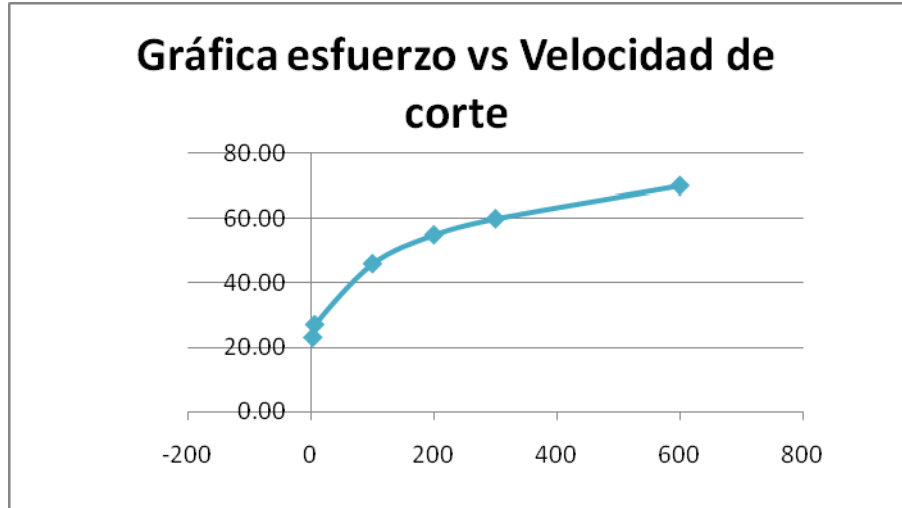
Velocidad de corte	Esfuerzo de corte
RPM	lb/100 ft <sup>2</sup>
L600	66.00
L300	36.00
L200	25.00
L100	14.00
L6	3.00
L3	2.00

Gráfica esfuerzo vs Velocidad de corte



Reología (base agua de mar)

Velocidad de corte	Esfuerzo de corte
RPM	lb/100 ft <sup>2</sup>
L600	70.00
L300	60.00
L200	55.00
L100	46.00
L6	27.00
L3	23.00



Como se muestra en las graficas anteriores el fluido base agua de mar conservo el comportamiento pseudoplástico, mientras que el base aceite se comporta como fluido newtoniano por lo que debió degradarse en la prueba de rolado.

Tabla comparativa de viscosidades			
Base aceite		Base agua de mar	
TP	Espacio Anular	TP	Espacio Anular
38.24	84.90	82.52	458.65

Las viscosidades generadas por el fluido base agua de mar son mayores que las generadas por el fluido base aceite.

Presiones de fondo:

Tabla comparativa de presiones de fondo			
Base aceite		Base agua de mar	
Profundidad	Presión (Psi)	Profundidad	Presión (Psi)
3000	7,200	3000	6,561

Debido a que la viscosidad fue mucho menor en el fluido base aceite, esto provoco una menor caída de presión en la tubería de perforación, generándose una mayor presión de fondo.

**Perfil de presiones en el espacio anular**

Tabla comparativa de perfil de presiones en espacio anular (Psi)		
Profundidad	Base aceite	Base agua de mar
300	1,470	921
600	2,107	1,547
900	2,743	2,174
1200	3,380	2,801
1500	4,017	3,427
1800	4,653	4,054
2100	5,290	4,681
2400	5,927	5,307
2700	6,564	5,934
3000	7,200	6,561

El fluido base aceite genera una menor caída de presión en el espacio anular derivado de su menor viscosidad derivando en una menor caída de presión.

**Arrastre de recortes**

Velocidad de asentamiento	
Base aceite (ft/s)	Base agua de mar (ft/s)
0.95	0.23

Relación de transporte	
Base aceite (%)	Base agua de mar (%)
56.99	89.65

Debido a la degradación del lodo base aceite por la prueba de rolado, afecto dramáticamente su capacidad de acarreo de recortes como se muestra en las tablas anteriores, el fluido base agua de mar desarrollado no presento degradación en sus propiedades reológicas y tixotrópicas, por consiguiente conserva su capacidad de acarrear y suspender recortes.



### CAPITULO 7 CONCLUSIONES

Según los resultados ya analizados, se comprobó la factibilidad desde el punto de vista hidráulico de la sustitución del fluido base aceite por el fluido desarrollado en el laboratorio.

El fluido base agua de mar mantuvo una homogeneidad de sus componentes lo cual comprueba que los elementos usados fueron compatibles, esto se corroboró debido a que el fluido mantuvo su consistencia y propiedades reológicas y tixotrópicas hasta 5 días después de ser elaborado, haciéndolo altamente eficaz en cambios de tubería y barrena (estado estático de la perforación).

Los resultados obtenidos de las pruebas de laboratorio arrojaron resultados alentadores, la prueba de filtrado arrojó un excelente comportamiento a la presión, debido a que este desprendió una cantidad de líquido aceptable y un enjarre con todas las características esperadas.

Para la prueba de rolado el fluido conservó su consistencia así como sus propiedades reológicas y tixotrópicas, a diferencia del fluido base aceite que al someterlo a esta prueba sufrió una degradación en estas propiedades haciéndolo ineficiente para la limpieza del pozo.

El fluido también mostró una consistencia reológica ante los cambios de temperatura, debido a que se elevó la temperatura del lodo para la medición de estas propiedades, lo cual dio como resultado cambio moderado en las lecturas del viscosímetro.

El análisis hidráulico se llevó a cabo en el simulador Hidráulica de pozo, mismo que es válido con el simulador comercial PIPE PHASE 9.0, este a temperatura ambiente no dio diferencias significativas de presión de fondo, perfiles de presiones en el espacio anular y arrastre de recortes (menor al 1%) entre ambos sistemas, al ser sometidos a temperaturas de 170°C (prueba de rolado), el lodo base agua de mar conservó sus propiedades reológicas y tixotrópicas a diferencia de su similar comercial de emulsión inversa, provocando una deficiente remoción de sólidos de la formación (recortes) de lodo base aceite..

Derivado de todos los problemas que acarrea el fluido de emulsión inversa, es ampliamente recomendable el sustituirlo con el fluido desarrollado en el laboratorio, debido a que el fluido base agua de mar es en ciertos aspectos superior al fluido base aceite, el principal de ellos es el aspecto de la alta resistencia a la temperatura, así como su bajo costo derivado de la base del fluido, el bajo impacto ambiental que este acarrea debido a que el polímero es biodegradable y del ahorro de tiempo en la logística para el desarrollo del mismo, esto debido a que se puede elaborar in situ.

### Libros:

- Byron, Bird R., Warren, Stewart, E., "Fenómenos de Transporte", Editorial Repla, Universidad de Wisconsin , E.U. 1992
- Erich, F., R., "Rheology: theory and applications" Ed. Academic press, Polytechnic institute of Brooklyn, E.U. 1960
- Swanson, W., M., "Fluid Mechanics" Ed. Holt, Rinehart and Winston, Universidad de Washington, E.U., 1970
- Darley, H., C. H., "Composition and proprieties of drilling and completion fluids ", Gulf publishing company, Huston E.U., 1988
- Moore, Preston, "Drilling practice manual" The petroleum publishing Co. Tulsa 1874
- Bourgoyne, Adam, "Applied drilling engineering " SPE, Richardson Texas, 1984
- Crane, "Flujo de fluidos en válvulas, accesorios y tuberías", McGraw Hill,
- API RP 13D "Recommended Practice on the Rheology of Hydraulics of Oil-Well Drilling Fluids"

### Artículos:

- Sze-Foo Chien, "Settling velocity of irregularly shaped particles" SPE, Texaco inc.
- Weintritt , D., J, "Factors Involved in High-Temperature Drilling Fluids" BAROID *International LEAD co.*, Houston, tex. 1965
- Annis , M., R., "High-Temperature Flow Properties of Water-Base Drilling Fluids" , ESSO Production research CO, 1967
- Dobson J.W., Harrison J.C., Hale A.H., Lau H.C., Bernardi Jr. L.A., Kielty J.M., Albrecht M.S. y Bruner S.D., "Laboratory Development and Field Application of a Novel Water-Based Drill-In Fluid for Geopressed Horizontal Wells" SPE, 2000.
- Chaser, B.G.; "Design consideration for an inhibitive, stable water- based mud system" SPE 1987
- Blomendal, J.W. , "Discussion of Application of oil muds", SPE, 1986.
- Berry, J. E. and Darby, J. B., "Reologically stable, nontoxic, high-temperature, water-based drilling fluid" SPE 1997

## 8 BIBLIOGRAFIA

---

Herzhaft, B., Rosseau, L. y Neau, L., "Influence of temperature and clays/emulsion microstructure on oil-based mud low shear rate rheology" SPE 2003

Wysocki, S. y Knes, D., "Environmental biodegradation and drilling performance of water based polyampholyte drilling fluid" SPE 2005

Koch, W., "The effect of elongational flow through the drill bit on the rheology of polymeric drilling fluids" SPE 2000

Friedheim, J. E., "Second generation of synthetic drilling fluids" SPE 1997

Koch, W., "Fluid mechanics of the drilling string" SPE 1957

Growcock, F., "Operational limits for synthetic drilling fluids" SPE 1994

Growcock, F., "Physicochemical properties of synthetic drilling fluids" SPE 1994

**ANEXO A1. SIMBOLOGIA**

$F$	Fuerza
$v$	Velocidad
$A$	Área
$\mu$	Viscosidad
$\mu_{efec}$	Viscosidad efectiva
$n$	Constante del modelo reológico Ley de potencias
$K$	Constante del modelo reológico Ley de potencias
$\tau$	Esfuerzo de corte
$\gamma$	Velocidad de corte
$\tau_0$	Punto cedente
$\rho$	Densidad
$Nore$	Numero de Reynolds
$v_c$	Velocidad critica
$P_h$	Presión hidrostática
$h$	Longitud (Profundidad)
$g$	Constante de gravedad
$h_c$	Longitud equivalente
$d_{TP}$	Diámetro de la tubería de perforación
$d_{an}$	Diámetro del espacio anular
$f$	Factor de fricción
$v^*$	Velocidad de fricción
$\nu$	Viscosidad cinemática
$k$	Constante de la ecuación de Prandtl
$c$	Constante de la ecuación de Prandtl
$\varepsilon$	Rugosidad
$W$	Peso
$m$	Masa
$a$	Aceleración
$P$	Presión
$C_D$	Coefficiente de arrastre
$\rho_f$	Densidad del fluido
$\rho_p$	Densidad de la partícula
$\Psi$	Relación entre las aéreas de una esfera y el recorte de perforación
$q$	Caudal
ROP	Velocidad de penetración (Rate Of Penetration)

### ANEXO A2. CONCEPTOS Y DESARROLLO DE LAS ECUACIONES UTILIZADAS:

El conocimiento de las propiedades físicas de los fluidos de perforación son esenciales para una operación exitosa, la densidad y las propiedades reológicas y tixotropicas deben ser monitoreadas antes y durante la perforación. Estas contribuyen a varios aspectos esenciales como son:

- Control de presiones
- Estabilidad del agujero
- Transmitir energía hidráulica a la barrena
- Extracción de recortes

En el siguiente anexo se describirán los modelos matemáticos, así como los conceptos utilizados para el para la predicción del comportamiento del fluido desarrollado en el laboratorio.

#### A2.1 Reología

Reología es la ciencia que trata de la deformación y del flujo de la materia. Al tomar ciertas medidas en un fluido, es posible determinar la manera en que dicho fluido se comportara bajo diversas condiciones, incluyendo la temperatura, la presión y la velocidad de corte.

##### A2.1.1 Viscosidad

La viscosidad se puede definir como la resistencia que opone una sustancia al flujo, este concepto físicamente se puede llevar a una ecuación mediante la analogía de la ley de viscosidad de newton.

Se tiene un sistema que consta de 2 placas paralelas divididas por un fluido como se muestra en la figura A2.1.1

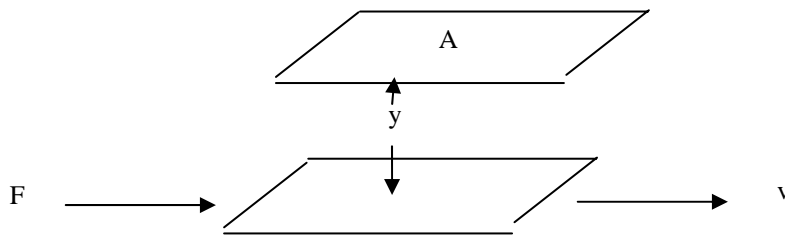


Figura A2.1.1: Experimento de Newton

A la placa superior se le aplica una fuerza  $F$ , esta acción da como resultado que la placa se mueva con una velocidad  $V$ , por lo tanto la fuerza es directamente proporcional a la fuerza:

$$F \propto v$$

Mientras mas grande es la placa mas fuerza necesita para alcanzar la velocidad  $v$ , por lo que el área también es directamente proporcional a la fuerza:

$$F \propto v \cdot A$$

Por otro lado, si se tiene una mayor cantidad de fluido entre las placas menos fuerza se requiere, por lo tanto la distancia es inversamente proporcional.

$$F \propto v \cdot A \cdot \frac{1}{y}$$

A todo esto se le agrega una constante de proporcionalidad a la cual se le representa con el símbolo  $\mu$ , mientras mas viscoso es el fluido mas fuerza se necesita para mover la placa, la ecuación queda de la siguiente forma:

$$F \propto \mu \cdot v \cdot A \cdot \frac{1}{y}$$

Haciendo un análisis dimensional la viscosidad queda con las siguientes dimensiones:

$$\mu = F \cdot \frac{1}{v} \cdot y \cdot \frac{1}{A} = \left( M \cdot \frac{L}{t^2} \right) \cdot \left( \frac{t}{L} \right) \cdot \left( \frac{1}{L^2} \right) \cdot (L) = \frac{M}{L \cdot t}$$

Donde:

M= masa

L= Longitud

t= Tiempo

En el campo petrolífero, se usan los siguientes términos para describir la viscosidad y las propiedades reológicas del fluido de perforación:

1. Viscosidad embudo (seg/qt o seg/l).
2. Viscosidad aparente (cP o mPa•seg).
3. Viscosidad efectiva (cP o mPa•seg).
4. Viscosidad plástica (cP o mPa•seg).
5. Punto cedente (lb/100 pies<sup>2</sup> o Pa).
6. Viscosidad a baja velocidad de corte y Viscosidad a Muy Baja Velocidad de Corte (LSRV) (cP o mPa•sec).
7. Esfuerzos de gel (lb/100 pies<sup>2</sup> o Pa).

**A2.1.1.1 Viscosidad embudo**

Es la viscosidad que se mide a partir de la prueba del embudo Marsh, consiste en medir el tiempo que tarda en pasar un volumen determinado por este, como esta medida es usada principalmente en campo para detectar cambios en el fluido de perforación, no se abordara mas a detalle en esta tesis, debido a que esta prueba no arroja resultados cuantitativos.

**A2.1.1.2 Viscosidad efectiva**

La viscosidad efectiva ( $\mu_e$ ) de un fluido es la viscosidad de un fluido bajo condiciones específicas. Estas condiciones incluyen la velocidad de corte, la presión y la temperatura, derivado de lo anterior se tiene que calcular la viscosidad efectiva para el espacio anular y la tubería de perforación debido a las variaciones de velocidad de corte provocadas por el cambio de geometría del área de flujo.

Las formulas para calcular la viscosidad para la tubería de perforación y el espacio anular son las siguientes:

- Tubería de perforación

$$\mu = \frac{0.0104K \cdot \bar{v}^{-n-1}}{d^{n-1}} \left( \frac{\frac{1}{n} + 3}{0.0416} \right)^n$$

- Espacio anular

$$\mu = \frac{0.00694K \cdot \bar{v}^{-n-1}}{[(d_2 - d_1)^{n-1}]} \left( \frac{\frac{1}{n} + 2}{0.0208} \right)^n$$

En las ecuaciones anteriores observamos que se introdujeron los términos de  $n$  y  $k$ , estos términos serán abordados con más detalle en los incisos A2.1.5.2.1 y A2.1.5.2.2 respectivamente.

Si analizamos estas ecuaciones, el segundo término de estas es una constante por lo tanto es adimensional, en el primer término observamos que tenemos las siguientes dimensiones:

$$\mu_{efec} = k \cdot \left( \frac{L}{t} \cdot \frac{1}{L} \right)^{n-1} = k \cdot \left( \frac{1}{t} \right)^{n-1}$$

La constante  $k$  tiene unidades de  $k = \left( \frac{dina}{cm^2 \cdot s^{-n}} \right)$  por lo que haciendo el análisis dimensional:

$$\mu_{efec} = \left( \frac{F}{L^2 \cdot t^{-n}} \right) \cdot \left( \frac{1}{t} \right)^{n-1} = \left( \frac{F}{L^2 \cdot t^{-n}} \right) \cdot \left( \frac{1}{t} \right)^n \cdot \left( \frac{1}{t} \right)^{-1}$$

$$\mu_{efec} = \left( \frac{F}{L^2} \right) \cdot t^n \cdot \left( \frac{1}{t} \right)^n \cdot \left( \frac{1}{t} \right)^{-1} = \left( \frac{F}{L^2} \right) \cdot \left( \frac{t}{t} \right)^{2n} \cdot \left( \frac{1}{t} \right)^{-1}$$

$$\mu_{efec} = \left( \frac{F}{L^2} \right) \cdot (t)$$

Si le damos las dimensiones correspondientes a la fuerza que es masa por aceleración nos queda:

$$\mu_{efec} = \left( M \cdot \frac{L}{t^2} \cdot \frac{1}{L^2} \right) \cdot (t) = \left( \frac{M}{t \cdot L} \right)$$

Una vez realizando el análisis dimensional, la formula es congruente al dar unidades de viscosidad.

### A2.1.1.3 Viscosidad plástica

La viscosidad plástica es la parte de la resistencia al flujo causada por la fricción mecánica, debido a esto esta relacionada con el tamaño y numero de partículas solidas del fluido en movimiento. Es por esto que cualquier aumento en el área superficial total de sólidos expuestos se reflejara en un aumento de la viscosidad plástica, esto puede traer como resultado cambios considerables en la presión de bombeo, y se vería reflejado en la energía hidráulica transmitida de las bombas a la barrena.

### A2.1.2 Esfuerzo de corte

El esfuerzo de corte esta relacionado con el símbolo  $\tau$  (tau), se define como el esfuerzo que es aplicado paralela o tangencialmente a la cara del material, este se opone a la fuerza normal el cual esta aplicado de manera perpendicular. Haciendo una analogía si se cuelga un objeto a una pared esta genera una fuerza debido al peso del mismo, el esfuerzo de corte seria la medida de la fuerza aplicada a la pared pero en sentido opuesto, matemáticamente se expresa:

$$\tau = \frac{F}{A}$$

### A2.1.3 Velocidad de corte

La velocidad de corte es un gradiente de velocidad, se podría describir como el perfil en el cual va disminuyendo o aumentando la velocidad con respecto a un punto de referencia. Esquemáticamente esto se ve:



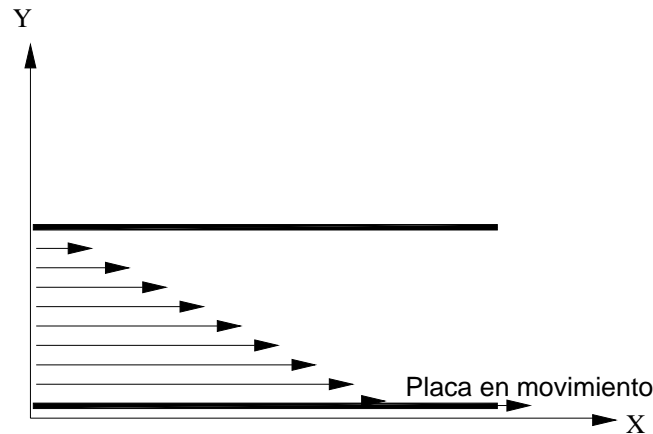


Figura A2.1.3: perfil de velocidades

Como se ve en el esquema la velocidad que imprime la placa al fluido se va disipando conforme se acerca a la placa fija, por lo que la ecuación que representa este fenómeno es:

$$\tau = -\mu \cdot \frac{dv}{dy}$$

Como podemos ver de la figura A2.1.3 mientras aumenta la altura (aumenta “y”) disminuye la velocidad (disminuye “v”) por esta razón se le da el signo negativo.

#### A2.1.4 Tipos de fluido

Los fluidos se pueden clasificar a partir de su comportamiento con respecto al esfuerzo aplicado y a la deformación de estos, a continuación se muestra de manera esquemática su clasificación:

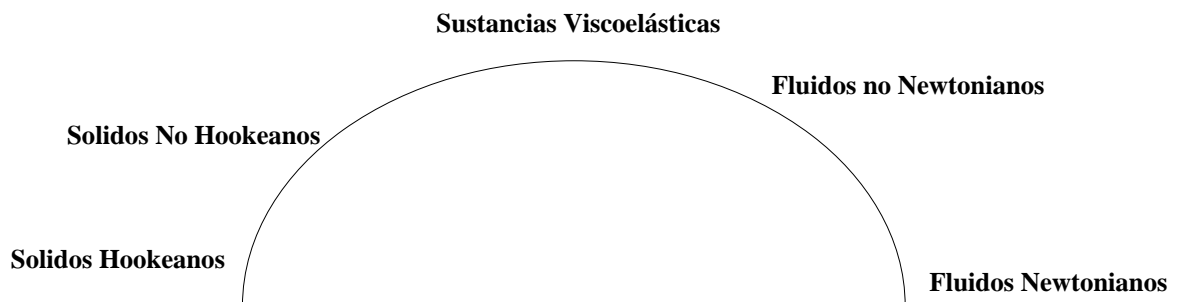


Figura A2.1.4: tipos de fluidos

Debido a que los fluidos de perforación se encuentran entre fluidos Newtonianos y no Newtonianos solo esos se describirán.

**A2.1.4.1 Fluido Newtoniano**

La clase más simple de fluidos es la clase de fluidos newtonianos. En estos fluidos, el esfuerzo de corte es directamente proporcional a la velocidad de corte, como se muestra en la siguiente figura:

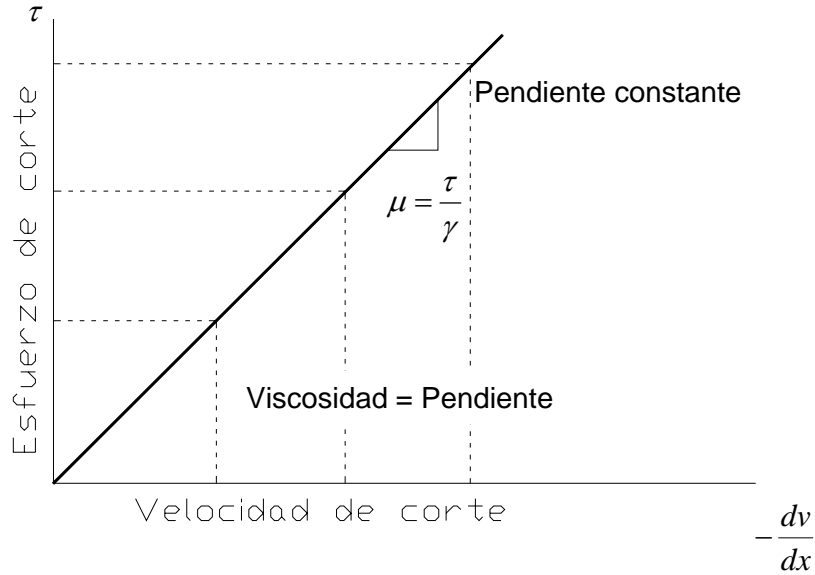


Figura A2.1.4.1-1: Grafica esfuerzo de corte vs Velocidad de corte

Los puntos forman una línea recta que pasa por el punto de origen (0, 0) de la imagen anterior según coordenadas cartesianas. La viscosidad de un fluido newtoniano es la pendiente de esta línea.

El modelo reológico de los fluidos newtonianos nos lleva a la misma analogía que se utilizó para encontrar la viscosidad complementándolo con el concepto de esfuerzo de corte que ya analizamos con anterioridad dentro de este mismo capítulo:

$$\tau = -\mu \frac{dv}{di} = \mu\gamma$$

Como se observa en esta ecuación la en la primera igualdad aparece un término expresado de manera diferencial, esto se debe a que es la forma general de la ecuación, la que se aplica a cualquier fluido newtoniano, el término *i* indica que puede ser cualquier eje o en nuestro caso r. En la segunda igualdad ya aparece la velocidad de corte.

El fluido newtoniano en régimen laminar tiene un comportamiento único debido a que tiene solo un punto en el que alcanza la velocidad máxima, esto se puede representar matemáticamente mediante un balance de cantidad de movimiento:

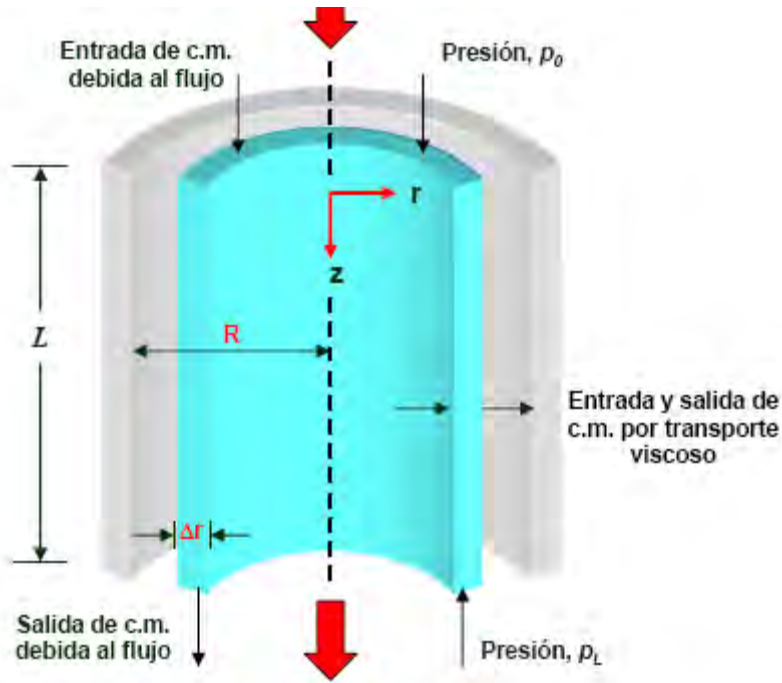


Figura A2.1.4.1-2: Volumen de control para el desarrollo de perfil de velocidad

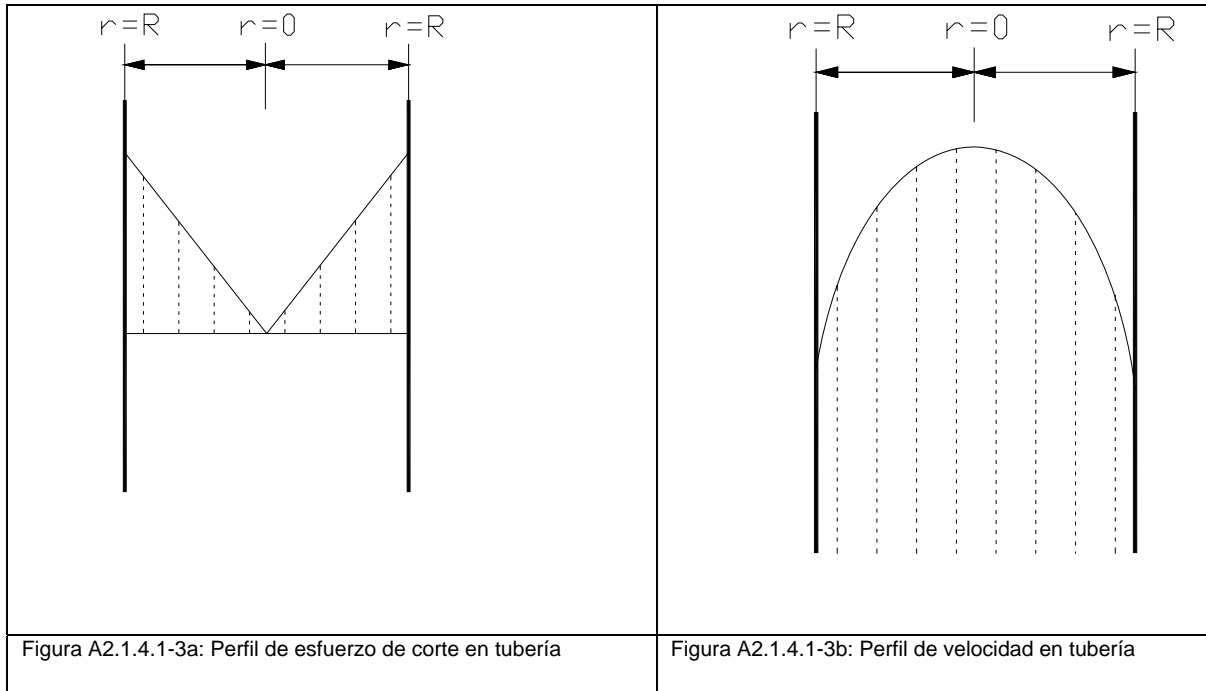
Las ecuaciones generadas a partir de este balance se muestran a continuación:

- Perfil de velocidad

$$v = \frac{\Delta\Phi}{4\mu L} (R^2 - r^2)$$

- Perfil de la densidad de flujo de cantidad de movimiento

$$\tau = \frac{\Delta\Phi}{2L} r$$



Como se muestra en los diagramas anteriores, existe una velocidad máxima se encuentra cuando el radio es igual a cero, no así el esfuerzo de corte que con este valor de radio es cero.

#### A2.1.4.2 Fluidos no newtoniano independientes del tiempo

Son aquellos cuyo comportamiento depende solo de la magnitud del esfuerzo cortante aplicado, más no de la duración de dicho esfuerzo. Una clasificación de estos fluidos puede hacerse con base en una gráfica de esfuerzo cortante vs. velocidad de corte

Estos al realizar la grafica de esfuerzo de corte vs velocidad de corte no parten del origen y/o tienen una relación no lineal, para el estudio de esta tesis los fluidos que se estudiaron son:

##### A2.1.4.2.1 Fluidos plástico de Bingham

Los fluidos en esta clasificación tienen el mismo comportamiento de viscosidad constante que presentan los fluidos Newtonianos, la única diferencia entre estos dos tipos de fluidos es que el plástico requiere de una cantidad de fuerza para iniciar su deformación, a esta fuerza se le conoce como punto de cedencia o punto cedente, este punto se representa esquemáticamente a continuación:

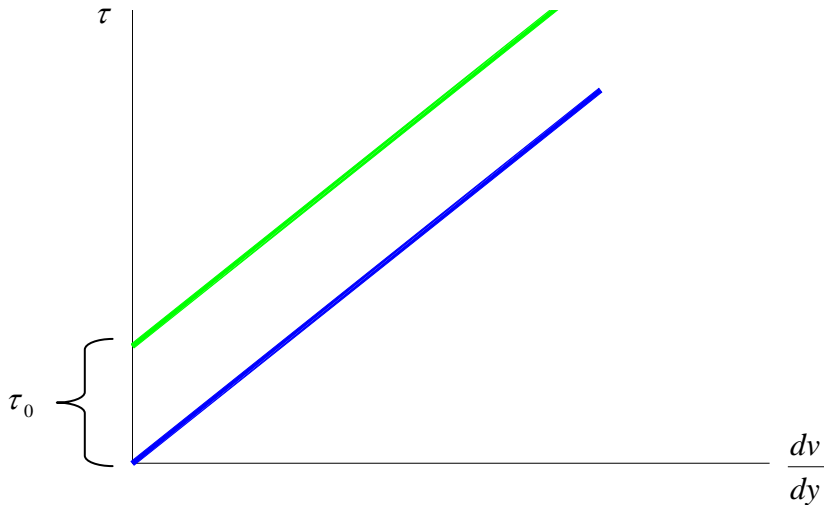


Figura A2.1.4.2.1: Comparación de comportamiento reológico entre un fluido newtoniano y un plástico de Bingham

Como se aprecia en el esquema anterior el comportamiento del fluido newtoniano (Azul) es el mismo que el del plástico de Bingham (Verde), con la diferencia que el primero comienza desde el origen, lo que nos indica que al aplicarle una fuerza por mas pequeña que esta sea inicia su deformación, no así el segundo que necesita vencer una fuerza inicial ( $\tau_0$ ) para iniciar su deformación.

#### A2.1.4.2.2 Fluidos pseudoplásticos

Para estos fluidos la relación entre el esfuerzo de corte y la velocidad de corte deja de comportarse de manera lineal y tiene un comportamiento más cercano al parabólico, esto como se muestra en la figura siguiente trae como consecuencia diferentes pendientes (viscosidades) dentro de la grafica:

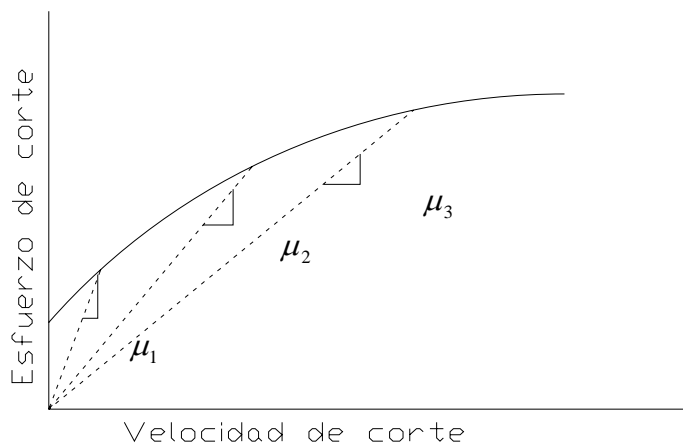


Figura A2.1.4.2.2-1: Comportamiento reológico de un fluido pseudoplástico

Las líneas punteadas de la grafica anterior representan las diferentes viscosidades efectivas, la viscosidad efectiva es la relación del esfuerzo de corte a una velocidad de

corte determinada, por lo que al hacer el análisis de este tipo de fluidos hay que trabajar con varias velocidades de corte para obtener los esfuerzos y así obtener una viscosidad efectiva.

A diferencia de los fluidos newtonianos, los no newtonianos no tienen un punto de velocidad máxima cuando se encuentran en régimen laminar, la velocidad máxima se no es un punto en el centro de la tubería, sino un rango de valores del radio como se muestra en la siguiente figura:

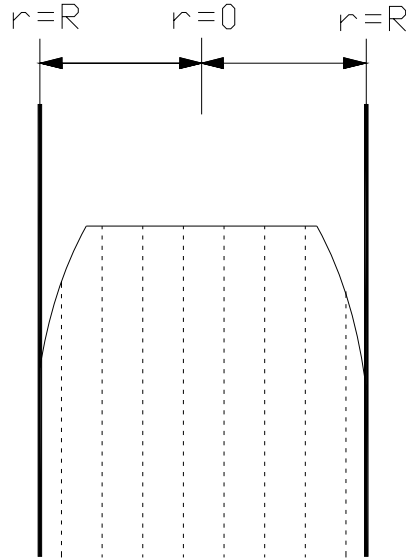


Figura A2.1.4.2.2-2: Perfil de velocidades de un fluido pseudoplástico

La importancia de trabajar con este tipo de fluido es que genera un mejor arrastre de sólidos producidos por la perforación, esto debido a que la velocidad máxima tiene una mayor área de contacto, dependiendo de la velocidad de corte aplicada al fluido esta área puede aumentar (menor velocidad de corte) o disminuir (mayor velocidad de corte).

### A2.1.4.3 Fluidos no newtoniano dependientes del tiempo

El comportamiento de estos fluidos es función de la historia y del tiempo de deformación, es decir, la viscosidad puede aumentar o disminuir con el tiempo aún cuando la velocidad de corte se mantenga constante.

#### A2.1.4.3.1 Fluidos tixotrópicos

La tixotropía es la propiedad demostrada por algunos fluidos que forman una estructura de gel cuando están estáticos, regresando luego al estado de fluido cuando se aplica un esfuerzo de corte.

Estos geles pueden ser progresivos o planos, los progresivos tienden a aumentar sus propiedades reológicas a medida que se les deja en estado estático, a diferencia de los geles planos que solo aumentan una pequeña proporción estas propiedades:

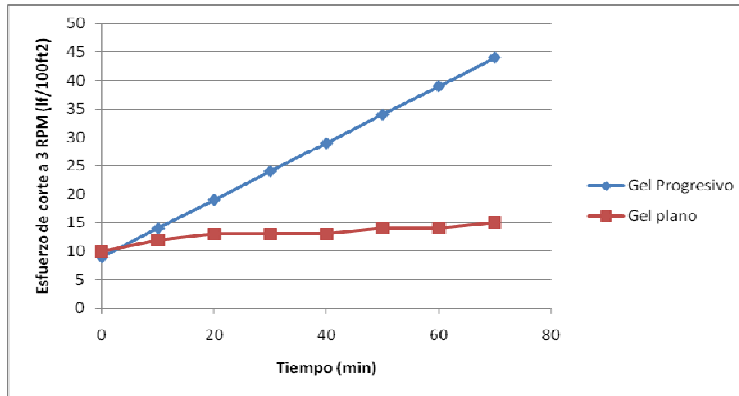


Figura A2. 1.4.3.1: Comportamiento de los reológico de los geles con respecto al tiempo

### A2.1.5 Modelos reológicos

El modelo reológico es una descripción matemática de la relación que existe entre el esfuerzo de corte y la tasa de cambio de velocidad (velocidad de corte) con respecto a un eje coordenado.

Existen varios modelos matemáticos para representar esta relación, el mas simple es la ley de viscosidad de newton, este modelo describe el comportamiento de flujo de los fluidos newtonianos en régimen laminar, este modelo ha sido descrito en los incisos A2.1.1 y A2.1.4.1 por lo que no se analizara en este inciso, no así los modelos de plástico de Bingham y el de ley de potencias.

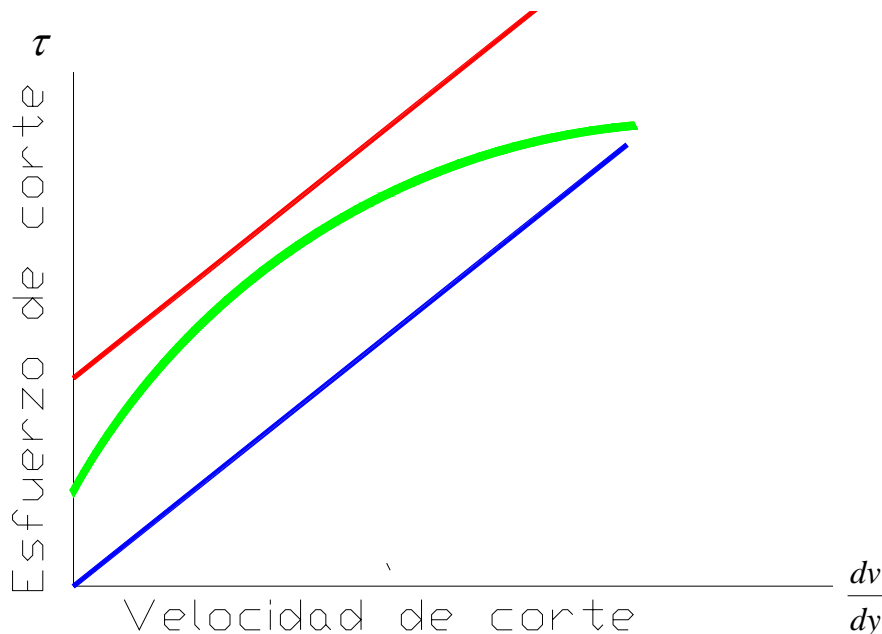


Figura A2.1.5: Comparación de comportamiento reológico entre un fluido newtoniano y fluidos no Newtonianos

Como se muestra en la figura anterior no todos los modelos reológico pueden describir el comportamiento de un fluido, lo anterior derivado a que no siempre tienen

comportamiento lineal, lo cual significa que varía su viscosidad dependiendo de las condiciones de flujo y/o el esfuerzo necesario para comenzar su deformación (comenzar a fluir), en los incisos siguientes se describirán los dos modelos utilizados para describir el comportamiento del fluido generado en el laboratorio.

### A2.1.5.1 Plástico de Bingham

Como ya se menciona en el apartado A2.1.4.2.1 el fluido plástico de Bingham es muy parecido al fluido newtoniano, por lo cual su modelo reológico también es muy similar, la diferencia como ya se menciona es la adición de una constante conocida como punto cedente, a continuación se muestra la expresión matemática que describe el comportamiento de este tipo de fluidos:

$$\tau = \tau_0 + \mu \left( \frac{dv}{dy} \right)$$

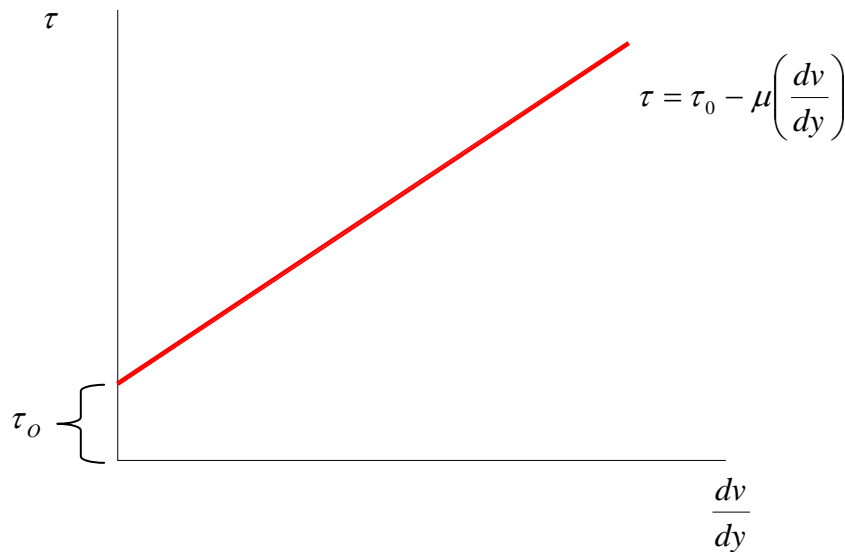


Figura A2.1.5.1: Representación gráfica y matemática del modelo plástico de Bingham

### A2.1.5.2 Ley de potencias

Este modelo se utiliza en la predicción de viscosidades para fluidos de perforación debido a su veracidad a bajas velocidades de corte si lo comparamos con el modelo plástico de Bingham, existen dos diferencias entre estos dos modelos, la primera es que el modelo ley de potencias no supone una relación lineal entre la velocidad de corte y el esfuerzo de corte como se muestra en la figura A2.5.1 donde se comparan gráficamente los modelos de ley de potencias, la segunda es que el modelo ley de potencias no toma en cuenta el punto de cedente.

Este modelo también conocido como el modelo de Ostwald-de Waele se expresa matemáticamente:



$$\tau = K \left( -\frac{dv}{dy} \right)^{n-1} \left( -\frac{dv}{dy} \right)$$

### A2.1.5.2.1 Constante $n$

La constante  $n$  indica numéricamente el comportamiento esperado de un fluido, el rango de esta va desde 0 a 1, cuando toma el valor de 1 el fluido es newtoniano, esto se ve esquemáticamente con la figura siguiente:

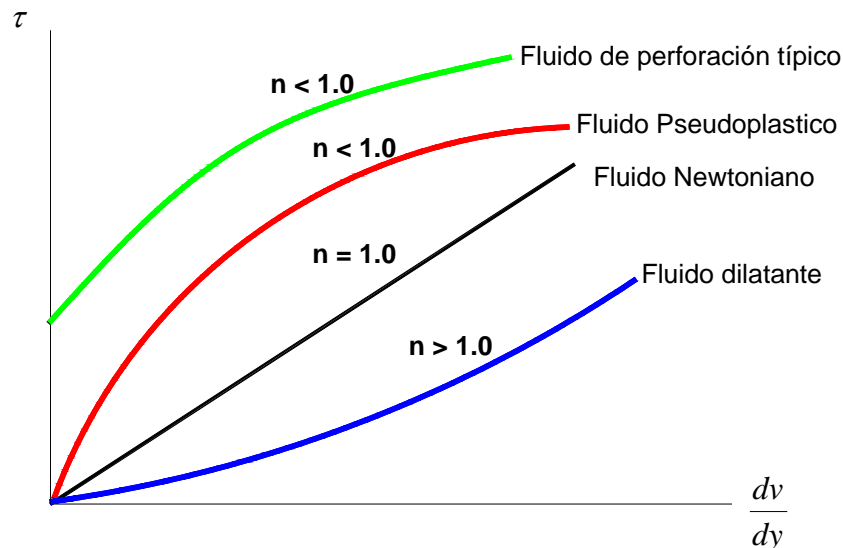


Figura A2.1.5.2.1-1: Comportamiento reológico del un fluido a partir de la constante  $n$

Como se muestra en la figura anterior el valor numérico de la constante  $n$  nos puede describir el comportamiento de un fluido de perforación

- Si  $n$  igual 1 o muy cercano a 1 el fluido se comportara como fluido newtoniano
- Si  $n$  es menor que 1: El fluido es un fluido no newtoniano que disminuye su viscosidad con el esfuerzo de corte.
- Si  $n$  es mayor que 1 el fluido se comporta como un fluido dilatante.

El conocer como se comportara un fluido es esencial en la perforación ya que si observamos en la figura anterior a altas velocidades de corte el lodo de perforación adquiere un comportamiento de fluido newtoniano (no existen variaciones marcadas en su viscosidad) y a bajas velocidades de corte tiene un comportamiento de no newtoniano.

El que un fluido de perforación tenga la versatilidad de cambiar su comportamiento a partir de las velocidades de corte es una de las propiedades primordiales para el arrastre de recortes de la perforación, debido a que a altas velocidades de corte (donde  $n$  toma

valores cercanos a 1) se necesita que el fluido se comporte como fluido newtoniano para reducir las pérdidas por fricción en la tubería de perforación, no así en el espacio anular que se manejan bajas velocidades de corte (donde  $n$  toma valores menores a 1) se requiere que el fluido proporcione un área mayor de velocidad máxima, lo cual se representa esquemáticamente en la figura siguiente:

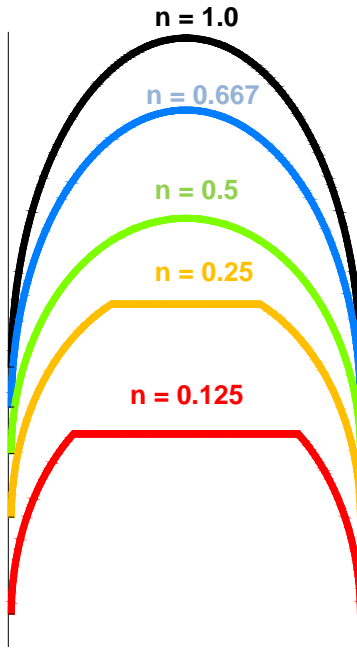


Figura A2.1.5.2.1-2: Comportamiento de flujo en tubería en régimen laminar a partir de la constante  $n$

La constante  $n$  matemáticamente es la pendiente de la recta formada en la gráfica logarítmica de esfuerzo de corte contra velocidad de corte:

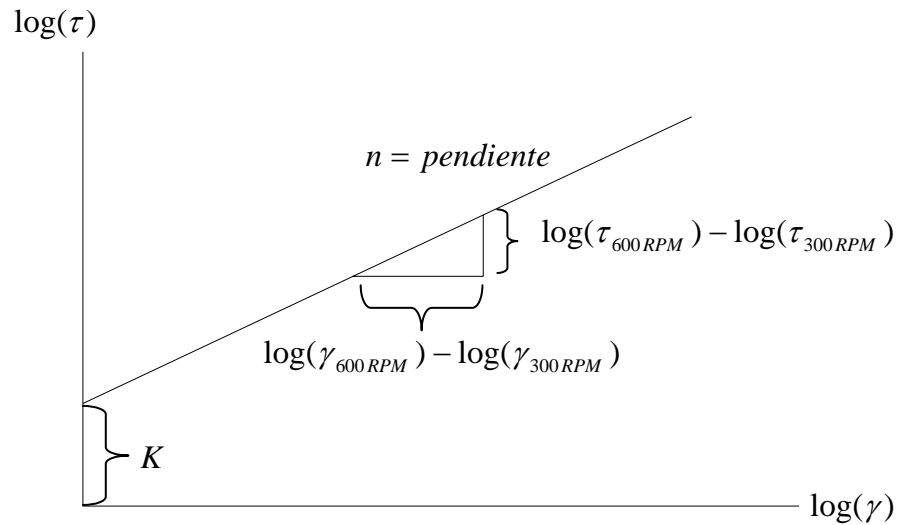


Figura A2.1.5.2.1-3: Grafica logarítmica del esfuerzo de corte vs la velocidad de corte

La ecuación de la pendiente de una recta es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Pero al tratarse de una grafica logarítmica la ecuación queda de la siguiente manera:

$$m = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)}$$

Simplificando la formula mediante propiedades de los logaritmos esta queda:

$$m = \frac{\log\left(\frac{y_2}{y_1}\right)}{\log\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}$$

Si llevamos la ecuación anterior a términos de esfuerzo y velocidad de corte en el intervalo de 600 a 300 RPM:

$$n = \frac{\log\left(\frac{\tau_{600}}{\tau_{300}}\right)}{\log\left(\frac{\gamma_{600}}{\gamma_{300}}\right)}$$

Donde las velocidades de corte son constantes debido a que se obtienen directamente de las velocidades del viscosímetro fann:

$$n = \frac{\log\left(\frac{\tau_{600}}{\tau_{300}}\right)}{\log\left(\frac{600}{300}\right)}$$

$$n = 3.32 \log\left(\frac{\tau_{600}}{\tau_{300}}\right)$$

A partir de la norma API RP 13D se calcula la constante n en la tubería de perforación con las velocidades de corte de 600 y 300 RPM (como se vio en la analogía anterior) que es para la tubería de perforación y con las velocidades de 100 y 3 RPM para el espacio anular.

#### A2.1.5.2.2 Constante K

La constante K es la viscosidad a una velocidad de corte de un segundo recíproco, la eficiencia de tanto de arrastre como de suspensión de los recortes en un fluido de perforación puede ser aumentada aumentando el valor de la constante K, esta constante se obtiene a partir de las lecturas del viscosímetro fann y al igual que la constante “n” se necesitan valores de K para la tubería de perforación y para el espacio anular, la misma se obtiene a partir del modelo de ley de potencias:

$$\tau = K\gamma^n$$

$$K = \frac{\tau}{\gamma^n}$$

$$K_{TP} = 5.11 \left( \frac{\tau_{600}}{\gamma_{600}^n} \right)$$

Donde el 5.11 es una constante de conversión de unidades.

### A2.2 Hidráulica

Una vez que las propiedades reológicas para un fluido han sido determinadas y modeladas para predecir el comportamiento del flujo, los cálculos de hidráulica son realizados para determinar el efecto que *este fluido en particular* tendrá sobre las presiones del sistema. Las presiones críticas son la presión total del sistema (presión de bombeo), la presión hidrostática, la pérdida de presión a través de la tubería de presión, la barrena y la pérdida de presión en el espacio anular así como la presión de fondo.

Muchos pozos son perforados bajo limitaciones de presión impuestas por el equipo de perforación y los equipos conexos. Las presiones nominales de las camisas interiores de las bombas y de los equipos superficiales, así como el número de bombas disponibles, limitan el sistema de circulación a una *presión máxima admisible de circulación*, debido a esto es necesario tener una predicción de la hidráulica lo mas cercana a la realidad, a continuación se describen los conceptos y formulas utilizadas para la predicción de la hidráulica en esta tesis.

#### A2.2.1 Densidad del líquido

En física, la densidad, simbolizada habitualmente por la letra griega  $\rho$  y denominada en ocasiones masa específica, es una magnitud referida a la cantidad de masa contenida en un determinado volumen, y puede utilizarse en términos absolutos o relativos. En términos sencillos, un objeto pequeño y pesado, como una piedra o un trozo de plomo, es más denso que un objeto grande y liviano, como un corcho o un poco de espuma.

La densidad absoluta o densidad normal, también llamada densidad real, expresa la masa por unidad de volumen. Cuando no se hace ninguna aclaración al respecto, el término densidad suele entenderse en el sentido de densidad absoluta. La densidad es una magnitud intensiva.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Donde  $\rho$  es la densidad absoluta,  $m$  es la masa y  $V$  es el volumen.

#### A2.2.2 Velocidad del fluido

La velocidad del fluido esta dada directamente con la cantidad de flujo manejado por las bombas y el área transversal que atraviesa. Al existir un flujo constante la velocidad media del fluido solo se ve afectada por los cambios en el diametro.

**A2.2.3 Número de Reynolds**

El número de Reynolds es un número dimensional utilizado en mecánica de fluidos y fenómenos de transporte para caracterizar el movimiento de un fluido, este se puede considerarse como la relación de las fuerzas dinámicas de la masa del fluido con respecto a los esfuerzos de deformación de ocasionados por la viscosidad, al igual que la velocidad del fluido se ve afectado directamente por la geometría del pozo, matemáticamente se expresa por la siguiente ecuación:

$$N_{ore} = \frac{d \cdot \rho \cdot v}{\mu}$$

A partir los experimentos de Osborne Reynolds demostró que el régimen de flujo en tuberías es dependiente de la densidad, la velocidad media del fluido, el diámetro por el cual atraviesa el fluido y la viscosidad del mismo. Por lo que la deducción se utiliza el teorema de Buckingham:

1. Se hace el análisis dimensional de las propiedades que intervienen en el fenómeno:

$$d = L$$

$$\rho = \frac{M}{L^3}$$

$$v = \frac{L}{T}$$

$$\mu = \frac{M}{L \cdot T}$$

2. El paso siguiente es el generar una matriz a partir de los exponentes de las dimensiones:

Dimensión	$d$	$\rho$	$v$	$\mu$
M	0	1	0	1
L	1	-3	1	-1
T	0	0	-1	-1

3. Se resta al numero de columnas se le resta el numero de filas para conocer la cantidad de variables que se requieren:

$$\text{Columnas-Filas} = 4 - 3 = 1$$

Por lo tanto solo se requiere de una ecuación ( $\pi$ )

*Nore*( $\pi_1$ )

$$\pi_1 = M^0 T^0 L^0 = \rho^{a1} v^{b1} \mu^{d1} d$$

Para M:

$$0 = a1(1) + (0)b1 + (1)d1 + 0$$

$$0 = a1 + d1$$

$$d1 = -a1$$

Para L

$$0 = a1(-3) + (1)b1 + (-1)d1 + 1$$

$$0 = -3a1 + b1 - d1 + 1$$

$$0 = -3a1 + b1 - (-a1) + 1$$

$$0 = -2a1 + b1 + 1$$

$$-1 = -2a1 + b1$$

Para T

$$0 = a1(0) + (-1)b1 + (-1)d1 + 0$$

$$b1 = -d1$$

$$b1 = -(-a1)$$

$$b1 = a1$$

Por lo tanto si regresamos a la ecuación para L

$$-1 = -2a1 + b1$$

$$-1 = -2a1 + (a1)$$

$$-1 = -a1$$

$$a1 = 1$$

∴

$$b1 = 1$$

Si regresamos a la ecuación para M

$$d1 = -a1$$

$$d1 = -1$$

Haciendo la sustitución de los exponentes en la siguiente ecuación:

$$Nore(\pi_1)$$

$$\pi_1 = M^0 T^0 L^0 = \rho^{a1} v^{b1} \mu^{d1} d$$

$$\pi_1 = M^0 T^0 L^0 = \rho^1 v^1 \mu^{-1} d$$

$$Nore = \rho^1 v^1 \mu^{-1} d$$

Este numero adimensional es utilizado como ya se había mencionado para la caracterización del flujo dentro de las diferentes geometrías del pozo, esto es esencial por cuestiones de caídas de presión y arrastre de recortes, la caracterización se hace a partir de rangos de valores:

### A2.2.3.1 Flujo Tapón:

El flujo Tapón se alcanza a valores muy bajos de número de Reynolds, esto sucede cuando se excede el esfuerzo de cedencia verdadero, el flujo comienza en la forma de un tapón sólido. En el flujo tapón, la velocidad es la misma a través del diámetro de la tubería o del espacio anular, excepto para la capa de fluido que está contra la pared del conducto.



Muchas veces se hace referencia al flujo de la pasta dentífrica dentro del tubo para describir un ejemplo de flujo tapón. El perfil de velocidad del flujo tapón es plano.

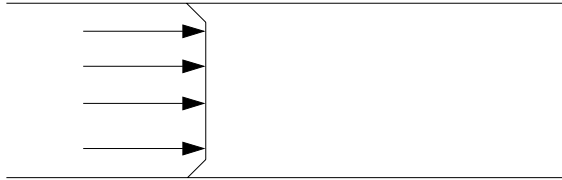


Figura A2.2.3.1: Comportamiento en tubería del Flujo tapón

### A2.2.3.2 Flujo Transición:

El primer régimen de transición es el que pasa de flujo tapón a régimen laminar, a medida que el caudal aumenta, los efectos de corte comenzarán a afectar las capas dentro del fluido y a reducir el tamaño del tapón en el centro del flujo. La velocidad aumentará desde el pozo hasta el borde del tapón central. El perfil de velocidad es plano a través del tapón que tiene la mayor velocidad, y decae o disminuye a cero en la pared del conducto.

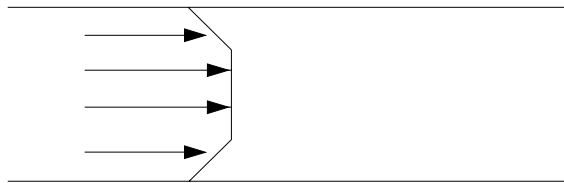


Figura A2.2.3.2: Comportamiento en tubería del Flujo de transición

### A2.2.3.3 Flujo laminar:

En este régimen de flujo las capas del fluido se mueven suavemente unas sobre otras en la dirección del flujo, en este régimen la velocidad alcanzará su nivel más alto en el centro del flujo y disminuirá a cero en la pared del conducto. El perfil de velocidad tiene la forma de una parábola. La velocidad del fluido está relacionada con la distancia a partir del espacio anular o de la pared de la tubería. Dentro de una tubería, se puede describir al flujo como una serie de capas telescópicas cuya velocidad aumenta de capa en capa

hacia el centro. Todo el fluido a través de la tubería o del espacio anular se moverá en la dirección de flujo, pero a diferentes velocidades. Esta etapa de flujo regular se llama *laminar* debido a las capas o láminas formadas por las diferentes velocidades.

El número de Reynolds debe ser menor a 2100 para poder observar el siguiente patrón:

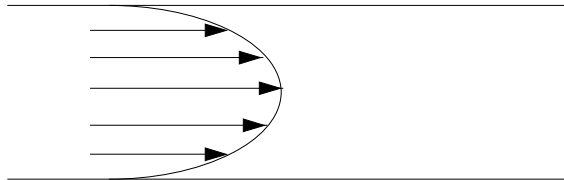


Figura A2.2.3.3: Comportamiento en tubería del Flujo laminar

### A2.2.3.4 Flujo de transición:

Al aumentar el caudal aumenta, el flujo regular comienza a descomponerse por lo que en este régimen puede existir tanto régimen laminar o turbulento.

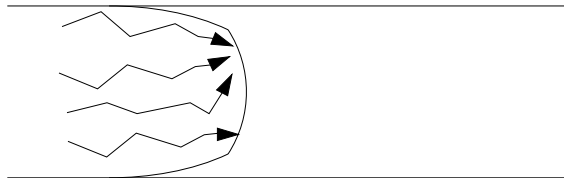


Figura A2.2.3.4: Comportamiento en tubería del Flujo de transición

Por lo tanto al iniciar este régimen ( $Re \geq 2100$ ) la velocidad del fluido a la que se encuentra se le conoce como velocidad crítica:

$$2100 = \frac{d \cdot \rho \cdot v}{\mu}$$

$$v_c = \frac{2100 \cdot \mu}{d \cdot \rho}$$

### A2.2.3.5 Flujo turbulento

En este régimen las partículas del fluido se comportan de manera caótica y el fluido tiene un flujo vorticial y turbulento. El movimiento del fluido total sigue siendo a lo largo del espacio anular o de la tubería en una dirección, pero la dirección del movimiento será imprevisible en cualquier punto dentro de la masa del fluido. Bajo estas condiciones, el flujo es turbulento. Una vez que estas condiciones han sido alcanzadas ( $Re > 4000$ ), cualquier aumento del caudal producirá simplemente un aumento de la turbulencia.

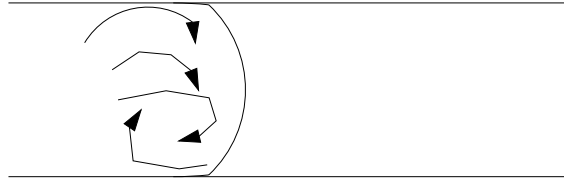


Figura A2.2.3.5: Comportamiento en tubería del Flujo turbulento

### A2.2.4 Presión

La presión se puede definir como la fuerza que ejerce un cuerpo sobre otro que se transmite en un área determinada, la presión se puede clasificar poniendo como referencia la presión atmosférica como se muestra en la figura siguiente:

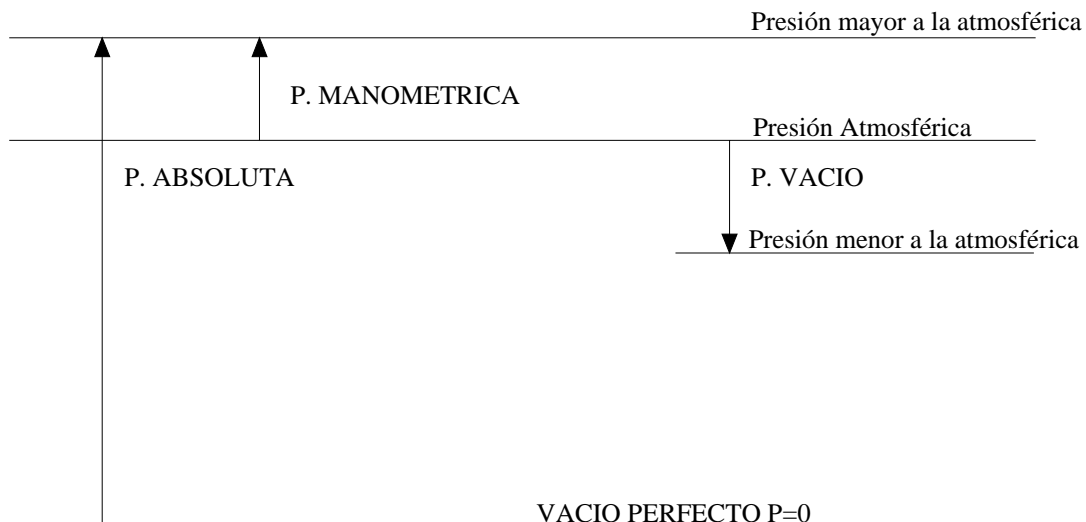


Figura A2.2.4: Representación grafica de los tipo de presión

- La presión Absoluta es la fuerza total por unidad de área ejercida por un fluido, y es igual a la presión manométrica más la presión atmosférica.
- La presión atmosférica es la presión que ejerce la columna de aire sobre la superficie terrestre la cual esta normalizada es 1 .01325 bar o 760 mm de mercurio.
- La presión manométrica usando la presión atmosférica como referencia es una medida de fuerza por unidad de área ejercida por un fluido, por encima de la presión atmosférica.
- Vacío es la depresión por debajo del nivel atmosférico, y se mide como la diferencia entre la presión medida y la presión atmosférica.
- El vacío perfecto es cuando la presión medida es igual a cero.

La referencia a las condiciones de vacío se hace a menudo expresando la presión absoluta en términos de altura de columna de mercurio o de agua. Las unidades utilizadas normalmente son milímetros de mercurio, micras de mercurio, pulgadas de agua y pulgadas de mercurio.

### **A2.2.4.1 Presión hidrostática**

La presión hidrostática es esencial para el control de la perforación debido a que esta afecta tanto a el estado estático como el dinámico de la perforación, en el estado estático es indispensable debido a que es indispensable para el control de las geopresiones de la formación, una baja presión hidrostática en zonas con altas presiones de poro puede generar un descontrol en el pozo, así mismo una alta presión hidrostática puede generar daños a la formación (fracturamiento) por lo que es necesario tener un programa de densidades que puedan evitar los problemas ya mencionados.

## ANEXO A2. CONCEPTOS Y DESARROLLO DE LAS ECUACIONES UTILIZADAS

En estado dinámico la presión hidrostática es adicionada a la presión de bombeo para así obtener la presión de fondo.

Esta presión es relativamente fácil de calcular a partir de la siguiente ecuación:

$$P_h = \rho \cdot g \cdot h$$

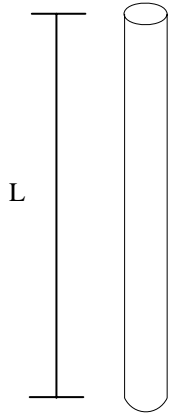
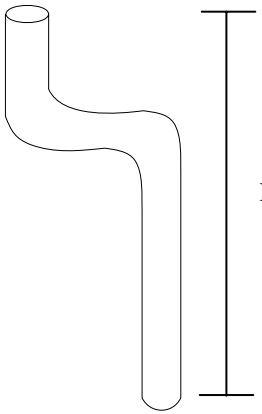
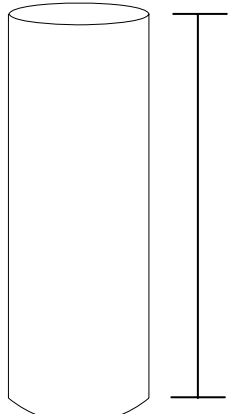
Donde:

$\rho =$  Densidad

$h =$  Longitud

$g =$  constante de gravedad

La presión hidrostática se calcula a partir de la longitud vertical y no de la desarrollada en la perforación.

		
<p>Figura A2.2.4.1-1 Diámetro pequeño con profundidad L y longitud de tubería L</p>	<p>Figura A2.2.4.1-2 Diámetro pequeño con profundidad L y longitud de tubería &gt; L</p>	<p>Figura A2.2.4.1-3 Diámetro grande con profundidad L y longitud de tubería L</p>

En los tres ejemplos anteriores la presión hidrostática es la misma sin importar la cantidad de fluido (tomando en cuenta que el fluido es el mismo a las mismas condiciones de temperatura y en estado estático) contenida en las tuberías.

### A2.2.5 Caídas de presión

Las pérdidas de presión en un sistema de tuberías se deben a varias características del sistema, que pueden clasificarse como sigue:

- Rozamiento en las paredes de la tubería, que es función de la rugosidad de la superficie interior de la misma, del diámetro interior de la tubería y de la velocidad, densidad y viscosidad del fluido.
- Cambios de dirección del flujo.
- Obstrucciones en el paso del flujo.
- Cambios repentinos o graduales en la superficie y contorno del paso del flujo.

### A2.2.6 Factor de fricción ( $f$ )

El factor de fricción o coeficiente de resistencia de Darcy-Weisbach ( $f$ ) es un parámetro adimensional que depende del número de Reynolds y de la rugosidad relativa.

#### A2.2.6.1 Factor de fricción en régimen laminar.

El cálculo de  $f$  en este caso es sencillo, y se obtiene igualando la fórmula que proporciona el valor de la pérdida de carga continua para régimen laminar de Hagen-Poiseuille con la ecuación de Darcy-Weisbach.

La ecuación de Darcy-Weisbach es una ecuación ampliamente usada en hidráulica. Permite el cálculo de la pérdida de carga debida a la fricción dentro una tubería.

La ecuación fue inicialmente una variante de la ecuación de Prony, desarrollada por el francés Henry Darcy. En 1845 fue refinada por Julius Weisbach, de Sajonia, hasta la forma en que se conoce actualmente:

$$h_c = \frac{64 \cdot \mu \cdot L \cdot v}{\delta \cdot d^2} = f \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

donde

$$\delta = \rho \cdot g$$

despejando:

$$f = \frac{64 \cdot \mu}{\rho \cdot d \cdot v}$$

$$f = \frac{64}{Nore}$$

### A2.2.6.2 Ecuación de Prandtl (factor de fricción en régimen turbulento)

Para encontrar esta ecuación se analizaron varios resultados de un desarrollo en serie de Taylor de la velocidad cerca de la pared, lo que llevo a la clasificación de 4 regiones de flujo:

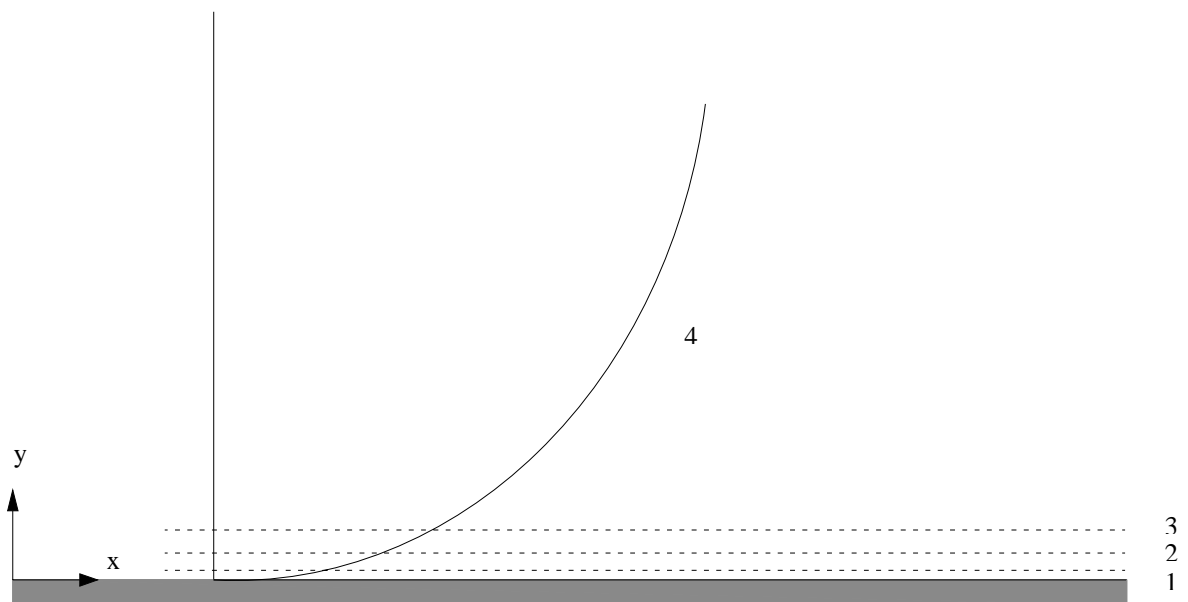


Figura A2.2.6.2 Representación grafica de las subcapas de flujo

1. Esta capa es la subcapa viscosa muy cerca de la pared, donde la viscosidad juega un papel muy importante.
2. La capa de transición donde ocurren la transición entre las subcapas viscosa e inercial
3. La subcapa inercial es el inicio de la corriente turbulenta principal, donde la viscosidad juega un papel menor.
4. La capa turbulenta es aquella donde la distribución de velocidad con respecto al tiempo es prácticamente plana y la viscosidad carece de importancia.

Si tenemos que el esfuerzo de corte con ajuste del tiempo es  $\tau_0$  que actúa sobre una pared en  $y=0$  si tenemos en cuenta lo anterior, el gradiente de velocidad (velocidad de corte) con ajuste de tiempo depende únicamente del esfuerzo de corte ( $\tau_0$ ), la densidad ( $\rho$ ) y la posición ( $y$ ), no así de la viscosidad debido a que la analogía se hace en la tercera subcapa. Por lo anterior la única combinación en la que estas tres cantidades den dimensiones de gradiente de velocidad es  $\sqrt{\tau_0 / \rho} / y$  para comprobarlo se hace el siguiente análisis dimensional:



$$\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho} \frac{1}{y}} = \sqrt{\frac{F}{L^2} \cdot \frac{1}{L}}$$

$$\sqrt{\frac{M \cdot \frac{L}{T^2}}{L^2} \cdot \frac{1}{L}}$$

$$\sqrt{\frac{M \cdot \frac{L}{T^2} \cdot L^3}{M \cdot L^2} \cdot \frac{1}{L}}$$

$$\sqrt{\frac{L^2}{T^2} \cdot \frac{1}{L}}$$

$$\frac{L}{T} \cdot \frac{1}{L}$$

$$\therefore$$

$$\frac{v}{y}$$

Ya comprobado lo anterior la ecuacion queda:

$$\frac{dv_x}{dy} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \frac{1}{y}$$

Donde k es una constante adimensional arbitraria que se determina experimentalmente, la expresión  $\sqrt{\tau_0 / \rho}$  se le conoce como velocidad de fricción al tener unidades de velocidad y queda expresada por  $v^*$ , la ecuación queda:

$$dv_x = \frac{v^*}{k} \frac{1}{y} dy$$

Integrando:

$$v_x = \frac{v^*}{k} \ln(y) + c$$

Para usar agrupamientos adimensionales la ecuación queda:

$$\frac{v_x}{v^*} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{y \cdot v^*}{\nu}\right) + c$$

Donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática que se incluyo a fin de construir el razonamiento adimensional del logaritmo. Experimentalmente se ha determinado los valores de las constantes k y c:

$$\frac{v_x}{v^*} = 2.5 \ln\left(\frac{y \cdot v^*}{\nu}\right) + 5.5$$

Si aplicamos las siguientes igualdades:

$$\frac{v_x}{v^*} = \frac{1}{\sqrt{f}}$$

Se despeja  $v^*$

$$v^* = v_x \sqrt{f}$$

La ecuación queda:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.5 \ln\left(\frac{y \cdot v_x \cdot \sqrt{f}}{\nu}\right) + 5.5$$

Si agrupamos los términos del logaritmo natural obtenemos el número de Reynolds debido a que el valor máximo de “y” es el diámetro de la tubería:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.5 \ln(Nore \cdot \sqrt{f}) + 5.5$$

Remplazando los valores de las constantes c y k queda la ecuación conocida como la “ecuación de Prandtl”:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4 \log(Nore \cdot \sqrt{f}) - 0.4$$

Esta ecuación es solo satisfactoria en los rangos de numero de Reynolds  $2.3 \times 10^3 < Re < 4 \times 10^6$  o para el caso particular de tuberías hidráulicamente lisas.

### A2.2.6.3 Ecuación de Colebrook-White

Ecuación usada para flujo turbulento, la formula de Colebrook-White:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon/d}{3.7} + \frac{2.51}{Nore \cdot \sqrt{f}} \right)$$

Esta ecuación es muy similar a la ecuación de Prandtl, con la diferencia de la adición del término de  $\varepsilon$  dentro del logaritmo, este término es conocido como rugosidad y dependiendo del material de este término es el valor que toma:

Material	mm
Concreto	0.9-9
Madera	0.5
Hierro galvanizado	0.15
Acero comercial	0.045

### A2.2.7 Ecuación de Bernoulli

El teorema de Bernoulli es una forma de expresión de la aplicación de la ley de la conservación de la energía al flujo de fluidos en una tubería.

Para obtener esta ecuación primero se hace el análisis de fuerzas:

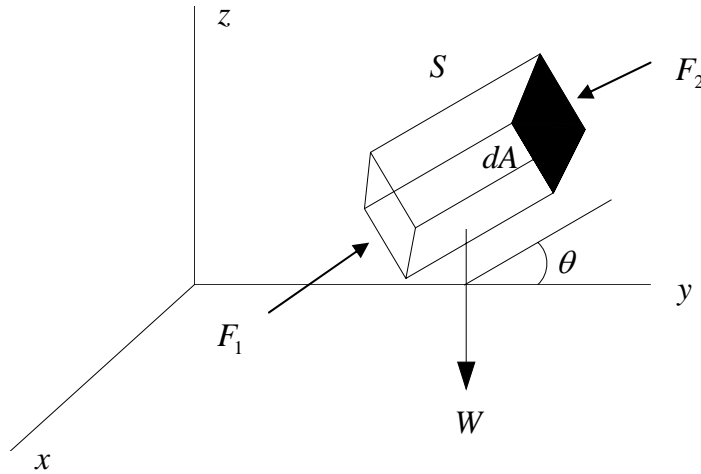


Figura A2.2.7-1 Diagrama de fuerzas que actúan en el volumen de control

Como se ve en el esquema hay tres fuerzas en este sistema, la primera es el peso ( $w$ ) del volumen de control, la segunda es la fuerza aplicada al volumen de control para que este se deforme y por ultimo la fuerza de fricción que se opone al flujo o a la deformación (todas actuando en una diferencial de área ( $dA$ ) y una superficie ( $S$ ) que forman el volumen de control), las tres fuerzas dan como resultado la fuerza total del sistema que es la masa por la aceleración:

$$F_s = F_1 - W \cdot \cos\theta - F_2 = m \cdot a_s$$

Si hacemos el análisis de las fuerzas involucradas queda:

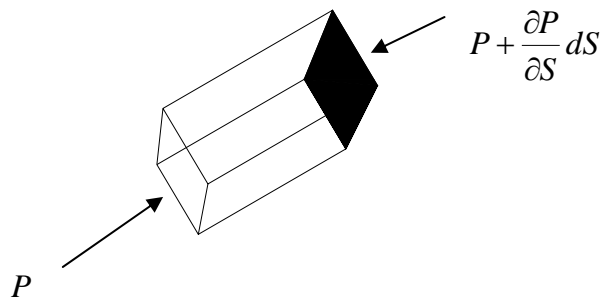


Figura A2.2.7-2 Diagrama de presiones que actúan en el volumen de control'

Para dejar todo en unidades de fuerza la presión se multiplica por un área, en este caso la diferencial de área que es representada por la parte sombreada:

$$F_1 = P \cdot dA$$

$$F_2 = \left( P + P + \frac{\partial P}{\partial S} dS \right) dA$$

Por lo que la ecuación queda:

$$m \cdot a_s = P \cdot dA - W \cdot \text{Cos}\theta - \left( P + P + \frac{\partial P}{\partial S} dS \right) dA$$

El peso del volumen de control es la masa del mismo por la constante de gravedad, y la masa es la multiplicación del volumen de control por su densidad, por lo que haciendo la sustitución queda:

$$m \cdot a_s = P \cdot dA - m \cdot g \cdot \text{Cos}\theta - \left( P + P + \frac{\partial P}{\partial S} dS \right) dA$$

$$\rho \cdot dA \cdot dS \cdot a_s = P \cdot dA - \rho \cdot dA \cdot dS \cdot g \cdot \text{Cos}\theta - \left( P + P + \frac{\partial P}{\partial S} dS \right) dA$$

Dividimos las dos partes de la ecuación por  $dA$  y  $dS$ :

$$\frac{\rho \cdot dA \cdot dS \cdot a_s}{dA \cdot dS} = \frac{P \cdot dA - \rho \cdot dA \cdot dS \cdot g \cdot \text{Cos}\theta - \left( P + P + \frac{\partial P}{\partial S} dS \right) dA}{dA \cdot dS}$$

$$\rho \cdot a_s = \frac{P}{dS} - \rho \cdot g \cdot \text{Cos}\theta - \frac{P}{dS} - \frac{\partial P}{\partial S}$$

$$\rho \cdot a_s = \rho \cdot g \cdot \text{Cos}\theta - \frac{\partial P}{\partial S}$$

Para definir el coseno se utiliza la siguiente analogía trigonométrica:

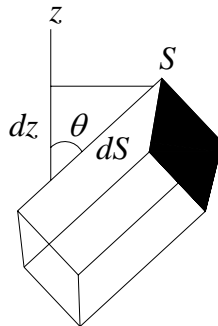


Figura A2.2.7-3 diagrama trigonométrico del volumen de control

El término coseno es la división entre el cateto adyacente sobre la hipotenusa, por lo que si el cateto adyacente es la derivada de z y la hipotenusa es la derivada de la superficie:

$$\rho \cdot a_s = \rho \cdot g \cdot \frac{dz}{dS} - \frac{\partial P}{\partial S}$$

Para sustituir la aceleración y quede en términos de velocidad:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Si la velocidad solo se ve afectada por la posición o superficie:

$$dv = \frac{\partial v}{\partial S} dS$$

Y la velocidad es igual a:

$$v = \frac{dS}{dt}$$

Por lo que aplicando las dos igualdades en la ecuación de la aceleración:

$$a = \frac{\frac{\partial v}{\partial S} dS}{dt} = \frac{\partial v}{\partial S} v$$

De ahí partimos a la ecuación que queda como sigue:

$$\rho \cdot \frac{\partial v}{\partial S} v = \rho \cdot g \cdot \frac{dz}{dS} - \frac{\partial P}{\partial S}$$

Debido a que la velocidad, la altura y la presión son solo dependientes de la superficie más no una de la otra:

$$\rho \cdot \frac{dv}{dS} v = \rho \cdot g \cdot \frac{dz}{dS} - \frac{dP}{dS}$$

Multiplicando los dos lados de la ecuación por dS:

$$\rho \cdot dv \cdot v = \rho \cdot g \cdot dz - dP$$

Se dividen los dos lados de la ecuación por la densidad:

$$v \cdot dv = g \cdot dz - \frac{dP}{\rho}$$

Haciendo la integral definida por los puntos 1 y 2:

$$\left[ \frac{v^2}{2} \right]_1^2 = [z]_1^2 g - \frac{[P]_1^2}{\rho}$$

$$\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} = z_2 g - z_1 g - \frac{P_2}{\rho} + \frac{P_1}{\rho}$$

Por ultimo se hace el siguiente arreglo algebraico:

$$\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{v^2}{2} + g \cdot Z_1 = \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{v^2}{2} + g \cdot Z_2$$

### A2.3 Limpieza de pozo

Además de transmitir la energía a la superficie de la barrena, el fluido de perforación también debería remover eficazmente los recortes por debajo de la barrena para maximizar la ROP. La limpieza puede ser mejorada de varios modos, ninguno de los cuales afecta la manera en que las pérdidas de presión y la energía en la barrena. Al aumentar la intensidad de la acción de chorro de las toberas sobre la superficie de la formación por debajo de la barrena mediante la extensión de las toberas, se mejora la limpieza del fondo del pozo. La obturación de una tobera mejorará el flujo transversal debajo de la barrena. Un chorro central mejora la limpieza de los conos para evitar el embolamiento de la barrena.

La acción de chorro es más fuerte cuando el lodo sale de las toberas y disminuye a medida que la distancia desde las toberas aumenta, debido a la interacción con el lodo circundante. El uso de toberas extendidas que colocan el punto de salida más cerca del fondo del pozo puede aumentar la intensidad del chorro sobre la formación. La intensidad del chorro también puede ser mantenida usando tamaños asimétricos de toberas (aumentando el tamaño de una tobera mientras se reduce el tamaño de las otras).

#### A2.3.1 Velocidad de Asentamiento

El modelo que se utilizó en esta tesis para la obtención de la velocidad de asentamiento es el desarrollado por Sze-Foo Chien el cual está avalado por la SPE (Society of Petroleum Engineers) y por la API (American Petroleum Institute) el cual lo usa como el método para encontrar la velocidad de asentamiento en la norma API-RP13D "Recommended Practice on the Rheology of Hydraulics of Oil-Well Drilling Fluids"

A continuación se describirá el desarrollo del modelo matemático, mientras que en el capítulo 5 se describirá el uso del mismo.

### A2.3.1.1 Coeficiente de arrastre

Este coeficiente esta directamente relacionado con el numero de Reynolds de la partícula, el coeficiente representa la energía cinética de la velocidad de asentamiento que vence la fuerza de arrastre generada en la partícula por el fluido de perforación, mientras que el numero de Reynolds es la relación entre el las fuerzas internas y viscosas del fluido, por lo que para partículas con un diámetro equivalente  $d$  el coeficiente de arrastre y el numero de Reynolds según la ley de Stokes están expresados por las ecuaciones:

$$C_D = \frac{1308.7d(\rho_p - \rho_f)}{v_s^2 \cdot \rho_f}$$

$$Nore = \frac{d \cdot v_s \cdot \rho_f}{10 \cdot \mu}$$

Haciendo un análisis del comportamiento del sistema a partir del número de Reynolds a partir de la velocidad de asentamiento da lo siguiente:

No. Reynolds de la partícula  $< 10$  implica fuerzas viscosas relativamente altas y un alto porcentaje de de las fuerzas de arrastre son usadas para vencer la resistencia generada por la viscosidad del fluido.

No. Reynolds de la partícula  $> 50$  las fuerzas internas predominan en el sistema y la densidad del fluido y la rugosidad y forma de la partícula afectan la fuerza de arrastre.

No. Reynolds de la partícula  $< 100$  el coeficiente de arrastre de la partícula se mantiene prácticamente constante.



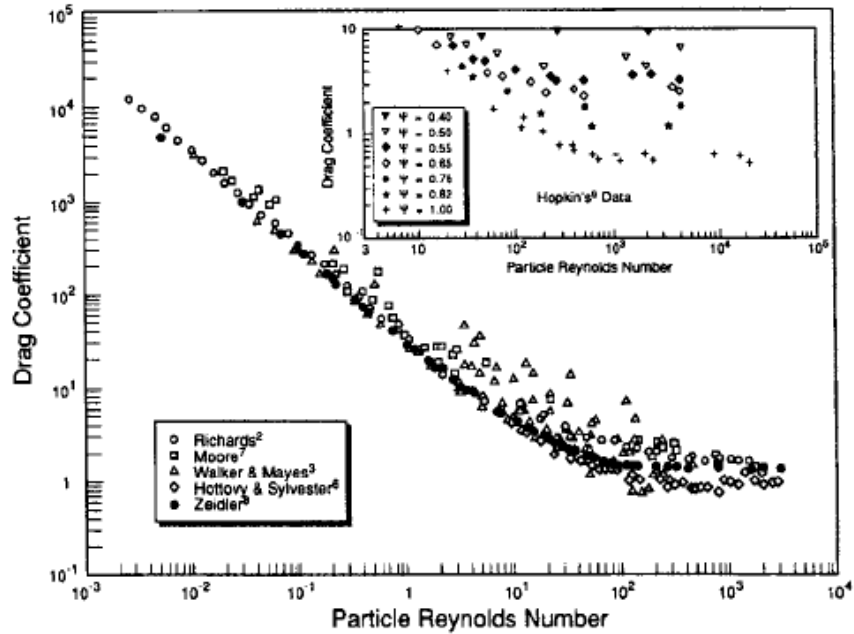


Figura A2.3.1.1-1 Grafica coeficiente de arrastre vs Numero de Reynolds de datos experimentales

La figura anterior muestra los datos experimentales de Richards, Moore, Walker and Mayes, Hottovy and Sylvester y Zaidler que relacionan el coeficiente de arrastre con el número de Reynolds, por lo que si generamos líneas de tendencia quedaría de la siguiente manera:

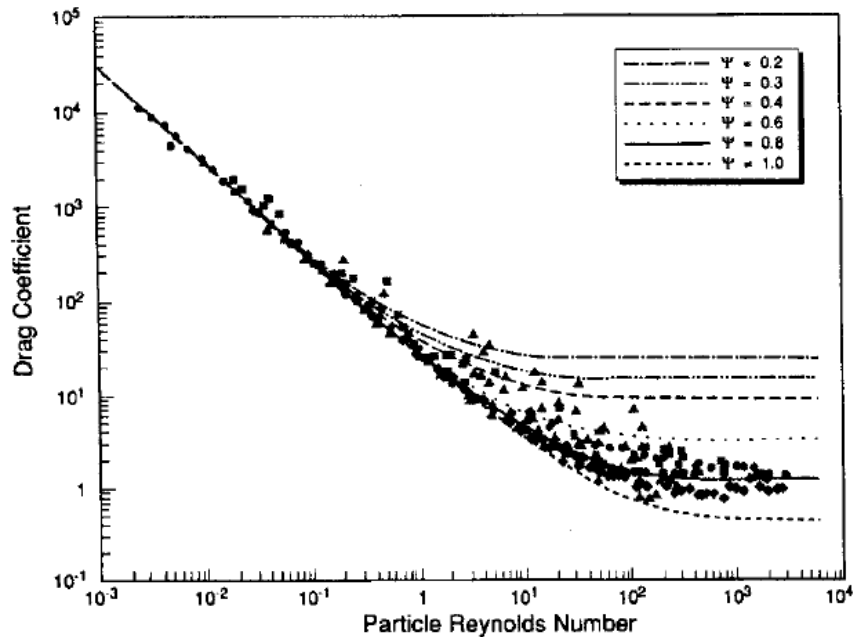


Figura A2.3.1.1-2 Líneas de tendencia de los resultados experimentales de coeficiente de arrastre vs Numero de Reynolds

Derivado de lo anterior el coeficiente de arrastre está directamente relacionado con el número de Reynolds de la partícula, otro término que es importante en el coeficiente de arrastre es la forma de la partícula, por lo que se introdujo el término de esfericidad, este

termino es la relación entre las áreas de la superficie de una esfera y un recorte del mismo volumen:

$$\psi = \frac{A_s}{A_p}$$

Donde:

$A_s$  = Area de la esfera

$A_p$  = Area de la partícula

Por lo que la ecuación que describe el comportamiento del coeficiente de arrastre a partir de la figura A2.3.1.1-2 es:

$$C_D = \left( \frac{30}{Nore} \right) + \left( \frac{67.289}{e^{5.030\psi}} \right)$$

Esta ecuación es valida para partículas de forma irregular en fluidos Newtonianos y no Newtonianos para números de Reynolds de 0.001 hasta 10,000, si relacionamos los coeficientes de arrastre obtenido a partir de las líneas de tendencia con el de la ley de Stokes:

$$1308.7 \frac{d \cdot (\rho_p - \rho_f)}{v_s^2 \cdot \rho_f} = \left( \frac{30}{Nore} \right) + \left( \frac{67.289}{e^{5.030\psi}} \right)$$

Ahora se sustituye el número de Reynolds:

$$1308.7 \frac{d \cdot (\rho_p - \rho_f)}{v_s^2 \cdot \rho_f} = \left( \frac{30}{\frac{v_s \cdot \rho_f \cdot d}{10\mu}} \right) + \left( \frac{67.289}{e^{5.030\psi}} \right)$$

$$1308.7 \frac{d \cdot (\rho_p - \rho_f)}{v_s^2 \cdot \rho_f} = \left( \frac{300\mu}{v_s \cdot \rho_f \cdot d} \right) + \left( \frac{67.289}{e^{5.030\psi}} \right)$$

$$1308.7(\rho_p - \rho_f) = \frac{v_s^2 \cdot \rho_f}{d} \left( \frac{300\mu}{v_s \cdot \rho_f \cdot d} \right) + \frac{v_s^2 \cdot \rho_f}{d} \left( \frac{67.289}{e^{5.030\psi}} \right)$$

$$\frac{v_s^2 \cdot \rho_f}{d} \left( \frac{300\mu}{v_s \cdot \rho_f \cdot d} \right) + \frac{v_s^2 \cdot \rho_f}{d} \left( \frac{67.289}{e^{5.030\psi}} \right) - 1308.7(\rho_p - \rho_f) = 0$$

$$\left( \frac{300\mu}{d^2} \right) v_s + \frac{v_s^2 \cdot \rho_f}{d} \left( \frac{67.289}{e^{5.030\psi}} \right) - 1308.7(\rho_p - \rho_f) = 0$$

$$\frac{d}{\rho_f} \left( \frac{e^{5.030\psi}}{67.289} \right) \left[ \left( \frac{300\mu}{d^2} \right) v_s + \frac{v_s^2 \cdot \rho_f}{d} \left( \frac{67.289}{e^{5.030\psi}} \right) - 1308.7(\rho_p - \rho_f) \right] = 0 \cdot \frac{d}{\rho_f} \left( \frac{e^{5.030\psi}}{67.289} \right)$$

$$v_s^2 + \left( \frac{300\mu \cdot e^{5.030\psi}}{67.289 \cdot d \cdot \rho_f} \right) v_s - 1308.7 \cdot d \left( \frac{e^{5.030\psi}}{67.289} \right) \left( \frac{(\rho_p - \rho_f)}{\rho_f} \right) = 0$$

$$v_s^2 + 4.58 \left( \frac{\mu \cdot e^{5.030\psi}}{d \cdot \rho_f} \right) v_s - 19.45 \cdot d \cdot e^{5.030\psi} \left( \frac{(\rho_p - \rho_f)}{\rho_f} \right)$$

Como se observa en la figura A2.3.1.1-2 la mayor concentración de resultados se encuentra en la línea de tendencia con un valor de  $\psi = 0.8$  por lo que podemos escribir la ecuación:

$$v_s^2 + 4.58 \left( \frac{\mu \cdot e^{5.030\psi}}{d \cdot \rho_f} \right) v_s - 19.45 \cdot d \cdot e^{5.030\psi} \left( \frac{(\rho_p - \rho_f)}{\rho_f} \right) = 0$$

$$v_s^2 + 4.58 \left( \frac{\mu \cdot e^{(5.030)(0.8)}}{d \cdot \rho_f} \right) v_s - 19.45 \cdot d \cdot e^{(5.030)(0.8)} \left( \frac{(\rho_p - \rho_f)}{\rho_f} \right) = 0$$

$$v_s^2 + 4.58 \left( \frac{\mu \cdot e^{(5.030)(0.8)}}{d \cdot \rho_f} \right) v_s - 19.45 \cdot d \cdot e^{(5.030)(0.8)} \left( \frac{(\rho_p - \rho_f)}{\rho_f} \right) = 0$$

$$v_s^2 + 240 \left( \frac{\mu}{d \cdot \rho_f} \right) v_s - 1046.87 \cdot d \cdot \left( \frac{\rho_p}{\rho_f} - 1 \right) = 0$$

Para obtener el valor de la velocidad de asentamiento se despeja por la ecuación cuadrática y queda:

$$v_s = \frac{-240\left(\frac{\mu}{d \cdot \rho_f}\right) + \sqrt{\left[240\left(\frac{\mu}{d \cdot \rho_f}\right)\right]^2 + 1046.87 \cdot d \cdot \left(\frac{\rho_p}{\rho_f} - 1\right)}}{2}$$

$$v_s = \frac{-240\left(\frac{\mu}{d \cdot \rho_f}\right) + \sqrt{\left[240\left(\frac{\mu}{d \cdot \rho_f}\right)\right]^2 + 1046.87 \cdot d \cdot \left(\frac{\rho_p}{\rho_f} - 1\right)}}{2}$$

$$v_s = \frac{-240\left(\frac{\mu}{d \cdot \rho_f}\right) + \sqrt{\left[240\left(\frac{\mu}{d \cdot \rho_f}\right)\right]^2 + \frac{\left[240\left(\frac{\mu}{d \cdot \rho_f}\right)\right]^2 + 1046.87 \cdot d \cdot \left(\frac{\rho_p}{\rho_f} - 1\right)}{\left[240\left(\frac{\mu}{d \cdot \rho_f}\right)\right]^2}}{2}$$

$$v_s = \frac{-240\left(\frac{\mu}{d \cdot \rho_f}\right) + 240\left(\frac{\mu}{d \cdot \rho_f}\right) \sqrt{1 + \frac{1046.87}{240^2} \cdot d \cdot \left(\frac{\rho_p}{\rho_f} - 1\right) \left[\left(\frac{d \cdot \rho_f}{\mu}\right)\right]^2}}{2}$$

$$v_s = -120\left(\frac{\mu}{d \cdot \rho_f}\right) + 120\left(\frac{\mu}{d \cdot \rho_f}\right) \sqrt{1 + 0.0727 \cdot d \cdot \left(\frac{\rho_p}{\rho_f} - 1\right) \left[\left(\frac{d \cdot \rho_f}{\mu}\right)\right]^2}$$

$$v_s = 120\left(\frac{\mu}{d \cdot \rho_f}\right) \left[ \sqrt{1 + 0.0727 \cdot d \cdot \left(\frac{\rho_p}{\rho_f} - 1\right) \left[\left(\frac{d \cdot \rho_f}{\mu}\right)\right]^2} - 1 \right]$$

Las constantes de esta ecuación pueden cambiar dependiendo de las unidades que se le utilizaron, para constatar la veracidad de este modelo se llevaron una serie de pruebas experimentales y matemáticas descritas en el capítulo 6.

**A2.4 Desarrollo de la ecuación de viscosidad**

**A2.4.1 Desarrollo de la ecuación de viscosidad para el espacio anular**

La ecuación que describe la viscosidad para fluidos no newtonianos se dedujo de la siguiente manera:

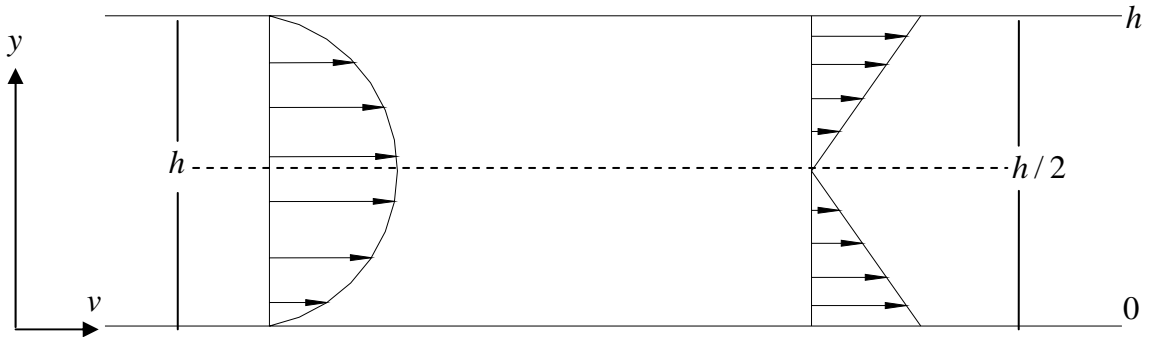


Figura A2.4: Perfil de velocidades y de esfuerzo de corte

Para hacer el análisis se empieza con el modelo reológico que describe el comportamiento del fluido que en este caso es el modelo de ley de potencias:

$$\tau = K \left( -\frac{dv}{dy} \right)^{n-1} \left( -\frac{dv}{dy} \right)$$

Como se muestra en la figura A2.4 se observan dos zonas en la tubería, la primera va desde 0 hasta h/2 (de la parte inferior de la tubería a la línea punteada), la segunda va desde h/2 hasta h (de la línea punteada a la parte superior de la tubería), debido a que se hará el análisis en la primera zona, se observa que en esta el gradiente de velocidades va aumentando (por lo que es positivo), y el esfuerzo de corte va en decremento (negativo) por lo que la ecuación queda:.

$$-\tau = K \left( \frac{dv}{dy} \right)^{n-1} \left( \frac{dv}{dy} \right)$$

$$-\tau = K \left( \frac{dv}{dy} \right)^n$$

$$\tau = -K \left( \frac{dv}{dy} \right)^n$$

Tomando en cuenta que el esfuerzo de corte es una medida de la fuerza que se opone a que una sustancia fluya, se puede expresar por la caída de presión:

$$\tau = y \frac{dp_f}{dL} + \tau_0$$

Sustituyendo las dos ecuaciones anteriores y tomamos en cuenta que el esfuerzo de corte en la zona estudiada es negativo:

$$y \frac{dp_f}{dL} + \tau_0 = -K \left( \frac{dv}{dy} \right)^n$$

$$y \frac{dp_f}{dL} - \tau_0 = -K \left( \frac{dv}{dy} \right)^n$$

Y sustituyendo el valor de  $\tau_0$  por un valor de caída de presión en el centro de la tubería:

$$y \frac{dp_f}{dL} - \frac{h}{2} \frac{dp_f}{dL} = -K \left( \frac{dv}{dy} \right)^n$$

$$\frac{dp_f}{dL} \left( y - \frac{h}{2} \right) = -K \left( \frac{dv}{dy} \right)^n$$

$$\left( \frac{dv}{dy} \right)^n = -\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \left( \frac{h}{2} - y \right)$$

$$\frac{dv}{dy} = \left( -\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \left( \frac{h}{2} - y \right) \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$dv = \left( -\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{h}{2} - y \right)^{\frac{1}{n}} dy$$

$$v = \frac{1}{\frac{1}{n} + 1} \left( -\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{h}{2} - y \right)^{\frac{1}{n} + 1} + c$$

Multiplicando los dos lados de la ecuación por  $\left( -\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right)$

$$\left( -\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right) v = \left( -\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right) \frac{1}{\frac{1}{n} + 1} \left( -\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{h}{2} - y \right)^{\frac{1}{n} + 1} + c$$

$$\left( -\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right) v = \left( -\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right) \frac{1}{\frac{1}{n} + 1} \left( -\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{h}{2} - y \right)^{\frac{1}{n} + 1} + c \left( -\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right)$$

$$v = \frac{\frac{1}{\frac{1}{n} + 1} \left( \frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n} + 1} \left( \frac{h}{2} - y \right)^{\frac{1}{n} + 1} + c \left( -\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right)}{\left( -\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right)}$$

$$v = \frac{-K}{\left( \frac{1}{n} + 1 \right) \frac{dp_f}{dL}} \left( \frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n} + 1} \left( \frac{h}{2} - y \right)^{\frac{1}{n} + 1} + c$$

Para encontrar la constante "c" sabemos que cuando y=0 el valor de v=0:

$$0 = \frac{-K}{\left(\frac{1}{n} + 1\right) \frac{dp_f}{dL}} \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{h}{2} - 0\right)^{\frac{1}{n}+1} + c$$

$$c = \frac{K}{\left(\frac{1}{n} + 1\right) \frac{dp_f}{dL}} \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1}$$

Sustituyendo el valor de c:

$$v = \frac{-K}{\left(\frac{1}{n} + 1\right) \frac{dp_f}{dL}} \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{h}{2} - y\right)^{\frac{1}{n}+1} + \frac{K}{\left(\frac{1}{n} + 1\right) \frac{dp_f}{dL}} \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1}$$

$$v = \frac{K}{\left(\frac{1}{n} + 1\right) \frac{dp_f}{dL}} \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}+1} \left[ \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1} - \left(\frac{h}{2} - y\right)^{\frac{1}{n}+1} \right]$$

$$v = \frac{1}{\left(\frac{1}{n} + 1\right)} \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \left[ \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1} - \left(\frac{h}{2} - y\right)^{\frac{1}{n}+1} \right]$$

Se obtiene el caudal teniendo las siguientes ecuaciones:

$$\frac{q}{2} = v \cdot dA$$

si

$$dA = w \cdot dy$$

Donde:

$$w = \pi(r_2 - r_1)$$

Sustituimos:



$$\frac{q}{2} = \frac{w}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \left[ \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1} - \left(\frac{h}{2}-y\right)^{\frac{1}{n}+1} \right] dy$$

$$\frac{q}{2} = \frac{w}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \int_0^{\frac{h}{2}} \left[ \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1} dy - \left(\frac{h}{2}-y\right)^{\frac{1}{n}+1} dy \right]$$

$$\frac{q}{2} = \frac{w}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \left[ \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1} y + \frac{\left(\frac{h}{2}-y\right)^{\frac{1}{n}+2}}{\frac{1}{n}+2} \right]_0^{\frac{h}{2}}$$

$$\frac{q}{2} = \frac{w}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \left\{ \left[ \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1} \frac{h}{2} + \frac{\left(\frac{h}{2}-\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+2}}{\frac{1}{n}+2} \right] - \left[ \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1} 0 + \frac{\left(\frac{h}{2}-0\right)^{\frac{1}{n}+2}}{\frac{1}{n}+2} \right] \right\}$$

$$\frac{q}{2} = \frac{w}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \left[ \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+2} - \frac{\left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+2}}{\frac{1}{n}+2} \right]$$

$$\frac{q}{2} = \frac{w}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \left[ \frac{\left(\frac{1}{n}+2\right) \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+2} - \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+2}}{\frac{1}{n}+2} \right]$$

$$\frac{q}{2} = \frac{w}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \left[ \frac{\left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+2} + 2 \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+2} - \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+2}}{\frac{1}{n}+2} \right]$$

$$\frac{q}{2} = \frac{w}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \left[ \frac{\left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+2} + \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+2}}{\frac{1}{n}+2} \right]$$

$$\frac{q}{2} = \frac{w}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \left[ \frac{\left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+2} \left(\frac{1}{n}+1\right)}{\frac{1}{n}+2} \right]$$

$$\frac{q}{2} = \frac{w \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{n}+2} \left[ \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+2} \right]$$

$$\frac{q}{2} = \frac{w \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}}}{\left(\frac{1}{n}+2\right) \cdot 2^{\frac{1}{n}+2}} \left[ h^{\frac{1}{n}+2} \right]$$

$$q = \frac{2w \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}}}{\left(\frac{1}{n}+2\right) \cdot 2^{\frac{1}{n}+2}} \left[ h^{\frac{1}{n}+2} \right]$$

$$q = \frac{w \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}}}{\left(\frac{1}{n}+2\right) \cdot 2^{\frac{1}{n}+1}} \left[ h^{\frac{1}{n}+2} \right]$$

$$q = \frac{w \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}}}{\left(\frac{1}{n}+2\right) \cdot 2^{\frac{1}{n}+2}} \left[ h^{\frac{1}{n}+2} \right]$$

$$q = \frac{w \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}}}{\left(\frac{2}{n}+4\right) \cdot 2^{\frac{1}{n}}} \left[ h^{\frac{1}{n}+2} \right]$$

Haciendo un arreglo algebraico:

$$q = \frac{\left( \frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}}}{\left( \frac{2}{n} + 4 \right) \cdot 2^{\frac{1}{n}}} w \left[ h^{\frac{1}{n}+2} \right]$$

$$q = \frac{\left( \frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}}}{\left( \frac{2}{n} + 4 \right) \cdot 2^{\frac{1}{n}}} w \left[ h \left[ h^{\frac{1}{n}+1} \right] \right]$$

Si:

$$w = \pi(r_2 - r_1)$$

$$h = (r_2 - r_1)$$

Sustituyendo:

$$q = \frac{\left( \frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}}}{\left( \frac{2}{n} + 4 \right) \cdot 2^{\frac{1}{n}}} \pi(r_2^2 - r_1^2) \left[ (r_2 - r_1)^{\frac{1}{n}+1} \right]$$

Sustituyendo el valor de caudal por la velocidad promedio del fluido que pasa por el área transversal de la tubería:

$$\frac{\bar{v}}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} = \frac{\left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}}}{\left(\frac{2}{n} + 4\right) \cdot 2^{\frac{1}{n}}} \pi(r_2^2 - r_1^2) \left[(r_2 - r_1)^{\frac{1}{n} + 1}\right]$$

$$\left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{\bar{v} \left(\frac{2}{n} + 4\right) \cdot 2^{\frac{1}{n}}}{\left[(r_2 - r_1)^{\frac{1}{n} + 1}\right]}$$

$$\left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right) = \frac{\bar{v}^n \left(\frac{2}{n} + 4\right)^n \cdot 2}{\left[(r_2 - r_1)^{1+n}\right]}$$

$$\left(\frac{dp_f}{dL}\right) = \frac{K \cdot \bar{v}^n \left(\frac{2}{n} + 4\right)^n \cdot 2}{\left[(r_2 - r_1)^{1+n}\right]}$$

Poniéndola en unidades de campo:

$$\left(\frac{dp_f}{dL}\right) = \frac{K \cdot \bar{v}^n}{144,000 \left[(d_2 - d_1)^{1+n}\right]} \left(\frac{\frac{1}{n} + 2}{0.0208}\right)^n$$

Para el fluido newtoniano se hace la misma analogía con el modelo de viscosidad de newton:

$$\tau = \mu \left(-\frac{dv}{dy}\right)$$

Donde:

$$\tau = y \frac{dp_f}{dL} + \tau_0$$

$$\mu \left(-\frac{dv}{dy}\right) = y \frac{dp_f}{dL} + \tau_0$$

Sustituyendo el valor de  $\tau_0$

$$\int dv = -\int \frac{y}{\mu} \frac{dp_f}{dL} dy + \frac{h}{2\mu} \frac{dp_f}{dL} \int dy$$

$$v = -\frac{y^2}{2\mu} \frac{dp_f}{dL} + \frac{h}{2\mu} \frac{dp_f}{dL} y + c$$

Cuando  $y=0$   $v=0$ , por lo tanto:

$$0 = \frac{0}{2\mu} \frac{dp_f}{dL} + \frac{h}{2\mu} \frac{dp_f}{dL} 0 + c$$

$$c = 0$$

Por lo que la ecuación queda:

$$v = -\frac{y^2}{2\mu} \frac{dp_f}{dL} + \frac{h}{2\mu} \frac{dp_f}{dL} y$$

$$v = \frac{1}{2\mu} \frac{dp_f}{dL} (h \cdot y - y^2)$$

Se obtiene el caudal teniendo las siguientes ecuaciones:

$$\frac{q}{2} = v \cdot dA$$

si

$$dA = w \cdot dy$$

Donde:

$$w = \pi(r_2 - r_1)$$

$$q = \frac{w}{2\mu} \frac{dp_f}{dL} (h \cdot y - y^2) dy$$

$$q = \frac{w}{2\mu} \frac{dp_f}{dL} \left( h \cdot \int_0^h y dy - \int_0^h y^2 dy \right)$$

$$q = \frac{w}{2\mu} \frac{dp_f}{dL} \left( \frac{h}{2} y^2 - \frac{y^3}{3} \right)_0^h$$

$$q = \frac{w}{2\mu} \frac{dp_f}{dL} \left[ \left( \frac{h}{2} h^2 - \frac{h^3}{3} \right) - \left( \frac{h}{2} 0 - \frac{0}{3} \right) \right]$$

$$q = \frac{w}{2\mu} \frac{dp_f}{dL} \left[ \left( \frac{h^3}{2} - \frac{h^3}{3} \right) \right]$$

$$q = \frac{w}{2\mu} \frac{dp_f}{dL} \left[ \left( \frac{3h^3 - 2h^3}{6} \right) \right]$$

$$q = \frac{w}{2\mu} \frac{dp_f}{dL} \left[ \left( \frac{h^3}{6} \right) \right]$$

$$q = \frac{w}{12\mu} \frac{dp_f}{dL} h^3$$

Si:

$$w = \pi(r_2 - r_1)$$

$$h = (r_2 - r_1)$$

La ecuación queda:

$$q = \frac{w}{12\mu} \frac{dp_f}{dL} h^3$$

$$q = \frac{1}{12\mu} \frac{dp_f}{dL} wh \cdot h^2$$

$$q = \frac{\pi}{12\mu} \frac{dp_f}{dL} (r_2^2 - r_1^2) \cdot (r_2 - r_1)^2$$

Sustituyendo el valor de caudal por la velocidad promedio del fluido que pasa por el área transversal de la tubería:

$$\frac{\bar{v}}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} = \frac{\pi}{12\mu} \frac{dp_f}{dL} (r_2^2 - r_1^2) \cdot (r_2 - r_1)^2$$

$$\bar{v} = \frac{1}{12\mu} \frac{dp_f}{dL} (r_2 - r_1)^2$$

$$\bar{v} = \frac{1}{12\mu} (r_2 - r_1)^2$$

$$\frac{dp_f}{dL} = \frac{12\mu \cdot \bar{v}}{(r_2 - r_1)^2}$$

Poniéndola en unidades de campo:

$$\frac{dp_f}{dL} = \frac{\mu \cdot \bar{v}}{1,000(d_2 - d_1)^2}$$

Se igualan las ecuaciones de ley de potencias con la de fluido newtoniano:

$$\left( \frac{dp_f}{dL} \right) = \frac{K \cdot \bar{v}^n}{144,000[(d_2 - d_1)^{1+n}]} \left( \frac{\frac{1}{n} + 2}{0.0208} \right)^n$$

$$\frac{\bar{v}}{1,000(d_2 - d_1)^2} = \frac{K \cdot \bar{v}^n}{144,000[(d_2 - d_1)^{1+n}]} \left( \frac{\frac{1}{n} + 2}{0.0208} \right)^n$$

$$\mu = \frac{0.00694K \cdot \bar{v}^{n-1}}{[(d_2 - d_1)^{n-1}]} \left( \frac{\frac{1}{n} + 2}{0.0208} \right)^n$$

#### A2.4.2 Ecuación de viscosidad para la tubería de perforación

Para el análisis del fluido newtoniano se comienza con la ecuación:

$$\int d(\tau \cdot r) = \frac{dp_f}{dL} \int r dr$$

$$\tau \cdot r = \frac{dp_f}{dL} \frac{r^2}{2} + c$$

$$\tau = \frac{dp_f}{dL} \frac{r}{2} + \frac{c}{r}$$

Debido a que  $\tau = 0$   $r=0$  se toma la constante  $c=0$  debido a que no puede ser indeterminada:

$$\tau = \frac{dp_f}{dL} \frac{r}{2}$$

Aplicando el modelo reológico de ley de viscosidad de newton:

$$\tau = \mu \left( -\frac{dv}{dy} \right)$$

$$\int dv = -\frac{dp_f}{\mu \cdot dL} \int \frac{r}{2} dr$$

$$v = -\frac{dp_f}{\mu \cdot dL} \frac{r^2}{4} + c_2$$

Cuando  $r=R$   $v=0$ , por lo tanto:

$$0 = -\frac{dp_f}{\mu \cdot dL} \frac{R^2}{4} + c_2$$

$$c_2 = \frac{dp_f}{\mu \cdot dL} \frac{R^2}{4}$$

Sustituyendo el valor de  $c_2$ :

$$v = -\frac{dp_f}{\mu \cdot dL} \frac{r^2}{4} + \frac{dp_f}{\mu \cdot dL} \frac{R^2}{4}$$

Se obtiene el caudal a partir de:



$$q = v(2\pi r)dr$$

$$q = \frac{dp_f}{2\mu \cdot dL} (R^2 - r^2)(2\pi r)dr$$

$$q = \frac{\pi \cdot dp_f}{2\mu \cdot dL} \int_{r1}^{r2} (R^2 r - r^3)(r)dr$$

$$q = \frac{\pi \cdot dp_f}{2\mu \cdot dL} \left[ \left( R^2 \frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right) \right]_0^R$$

$$q = \frac{\pi \cdot dp_f}{2\mu \cdot dL} \left[ \frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} \right]$$

$$q = \frac{\pi \cdot dp_f}{2\mu \cdot dL} \left[ \frac{2R^4 - R^4}{4} \right]$$

$$q = \frac{\pi \cdot dp_f}{8\mu \cdot dL} R^4$$

Sustituyendo el valor de caudal por la velocidad promedio del fluido que pasa por el área transversal de la tubería:

$$\bar{v}(\pi R^2) = \frac{\pi \cdot dp_f}{8\mu \cdot dL} R^4$$

$$\frac{dp_f}{dL} = \frac{8\mu \cdot \bar{v}}{R^2}$$

Poniéndola en unidades de campo:

$$\frac{dp_f}{dL} = \frac{\mu \cdot \bar{v}}{1,500d^2}$$

Ahora se hace la analogía para un fluido no newtoniano utilizando el modelo reológico de ley de potencias, como ya se menciono se hará la analogía a partir de la sustitución del modelo reológico

$$\tau = \frac{dp_f}{dL} \frac{r}{2}$$

$$\tau = K \left( -\frac{dv}{dr} \right)^{n-1} \left( -\frac{dv}{dr} \right)$$

$$K \left( -\frac{dv}{dr} \right)^{n-1} \left( -\frac{dv}{dr} \right) = \frac{dp_f}{dL} \frac{r}{2}$$

$$K \left( -\frac{dv}{dr} \right)^n = \frac{dp_f}{dL} \frac{r}{2}$$

$$\left( -\frac{dv}{dr} \right) = \left( \frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{r}{2} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$dv = - \left( \frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{r}{2} \right)^{\frac{1}{n}} dr$$

$$\int dv = - \left( \frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \int (r)^{\frac{1}{n}} dr$$

$$v = - \left( \frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n} + 1} (r)^{\frac{1}{n} + 1} + c$$

Cuando  $v=0$   $r=R$

$$0 = - \left( \frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n} + 1} (R)^{\frac{1}{n} + 1} + c$$

$$c = \left( \frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n} + 1} (R)^{\frac{1}{n} + 1}$$

Sustituimos el valor de  $c$ :

$$v = -\left(\frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n}+1} (r)^{\frac{1}{n}+1} + \left(\frac{1}{K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n}+1} (R)^{\frac{1}{n}+1}$$

$$v = \left(\frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n}+1} (R-r)^{\frac{1}{n}+1}$$

Se obtiene el caudal a partir de:

$$q = v(2\pi r)dr$$

$$q = \left(\frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n}+1} (R-r)^{\frac{1}{n}+1} (2\pi r)dr$$

$$q = (2\pi) \left(\frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n}+1} \left( R^{\frac{1}{n}+1} r - r^{\frac{1}{n}+2} \right) dr$$

$$q = (2\pi) \left(\frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n}+1} \left( R^{\frac{1}{n}+1} \int_0^R r dr - \int_0^R r^{\frac{1}{n}+2} dr \right)$$

$$q = (2\pi) \left(\frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n}+1} \left( R^{\frac{1}{n}+1} \frac{r^2}{2} - \frac{1}{\frac{1}{n}+3} r^{\frac{1}{n}+3} \right)_0^R$$

$$q = (2\pi) \left(\frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n}+1} \left( R^{\frac{1}{n}+1} \frac{R^2}{2} - \frac{1}{\frac{1}{n}+3} R^{\frac{1}{n}+3} - R^{\frac{1}{n}+1} \frac{0^2}{2} + \frac{1}{\frac{1}{n}+3} 0^{\frac{1}{n}+3} \right)$$

$$q = (2\pi) \left(\frac{1}{4K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n}+1} \left( \frac{R^{\frac{1}{n}+3}}{2} - \frac{1}{\frac{1}{n}+3} R^{\frac{1}{n}+3} \right)$$

$$q = (2\pi) \left(\frac{1}{4K} \frac{dp_f}{dL}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n}+1} \left( \frac{\left(\frac{1}{n}+3\right) R^{\frac{1}{n}+3} - 2R^{\frac{1}{n}+3}}{2\left(\frac{1}{n}+3\right)} \right)$$

$$q = (2\pi) \left( \frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n} + 1} \left( \frac{\frac{1}{n} R^{\frac{1}{n}+3} + 3R^{\frac{1}{n}+3} - 2R^{\frac{1}{n}+3}}{2 \left( \frac{1}{n} + 3 \right)} \right)$$

$$q = (2\pi) \left( \frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n} + 1} \left( \frac{\frac{1}{n} R^{\frac{1}{n}+3} + R^{\frac{1}{n}+3}}{2 \left( \frac{1}{n} + 3 \right)} \right)$$

$$q = (2\pi) \left( \frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\frac{1}{n} + 1} \left( \frac{\left( \frac{1}{n} + 1 \right) R^{\frac{1}{n}+3}}{2 \left( \frac{1}{n} + 3 \right)} \right)$$

$$q = (\pi) \left( \frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\left( \frac{1}{n} + 3 \right)} R^{\frac{1}{n}+3}$$

Sustituyendo el valor de caudal por la velocidad promedio del fluido que pasa por el área transversal de la tubería:

$$\bar{v}(\pi R^2) = (\pi) \left( \frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\left( \frac{1}{n} + 3 \right)} R^{\frac{1}{n}+3}$$

$$\left( \frac{1}{2K} \frac{dp_f}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} = \frac{\bar{v} \left( \frac{1}{n} + 3 \right)}{R^{\frac{1}{n}+1}}$$

$$\left( \frac{dp_f}{dL} \right) = \frac{2 \cdot K \cdot \bar{v}^n \left( \frac{1}{n} + 3 \right)^n}{R^{n+1}}$$

Poniéndola en unidades de campo:

$$\left( \frac{dp_f}{dL} \right) = \frac{K \cdot \bar{v}^n}{144,000 d^{n+1}} \left( \frac{1}{n} + 3 \right)^n$$

Se igualan las ecuaciones de ley de potencias con la de fluido newtoniano:

$$\frac{dp_f}{dL} = \frac{\mu \cdot \bar{v}}{1,500d^2}$$

$$\left( \frac{dp_f}{dL} \right) = \frac{K \cdot \bar{v}^n}{144,000d^{n+1}} \left( \frac{\frac{1}{n} + 3}{0.0416} \right)^n$$

$$\frac{\mu \cdot \bar{v}}{1,500d^2} = \frac{K \cdot \bar{v}^n}{144,000d^{n+1}} \left( \frac{\frac{1}{n} + 3}{0.0416} \right)^n$$

$$\mu = \frac{0.0104K \cdot \bar{v}^{n-1}}{d^{n-1}} \left( \frac{\frac{1}{n} + 3}{0.0416} \right)^n$$