

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

**DETERMINACIÓN ESTADÍSTICA DEL VALOR DE b SÍSMICO POR LOS
MÉTODOS DE UTSU Y DE REGRESIÓN APLICADOS AL VOLCÁN EL
CHICHÓN**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE MATEMÁTICO

PRESENTA:

DAVID CONTRERAS ÁLVAREZ

DIRECTOR DE TESIS: DRA. ARACELI ZAMORA CAMACHO



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicado:

A Porfirio Contreras Godínez, Guadalupe Álvarez, Gloria Contreras, Mónica Contreras, Porfirio Contreras.

A mi hermano Fernando, y a Verónica Alejo.

A mis amigos y todos quienes han aportado su presencia para hacer de mí quien soy.

AGRADECIMIENTOS

Deseo agradecer a todas las personas e instituciones que han hecho posible la realización de este trabajo, así como mi formación académica:

A la Dra. Araceli Zamora Camacho, un agradecimiento especial por ser directora y guía de este trabajo, así como de mi estancia en el Instituto de Geofísica.

Muy especialmente al Dr. Juan Manuel Espíndola Castro, por el apoyo y las enseñanzas que de él he recibido.

A la Dra. Margarita Elvira Chávez Cano, al Dr. José Luís Bravo Cabrera y al Dr. Jaime Yamamoto Victorio por aceptar revisar este trabajo y por sus valiosas recomendaciones

Al Dr. Zenón Jiménez por facilitarme el catalogo de eventos utilizado en el trabajo.

A Gloria y Hugo, sin cuya ayuda habría sido complicado este proceso.

A Porfirio, Guadalupe, Mónica, Porfirio C. A., Fernando, Verónica A., Gala, Nazareno, José C., José I., Noé, Belgica Porras, Verónica E., Ruth F., Miguel H., Beatriz B, David C.

A la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), en particular a la Facultad de Ciencias por la educación que me ha brindado, y por la beca PFEL otorgada. Al Instituto de Geofísica por del apoyo para la realización de mi servicio social. Además de poner a mi disposición su infraestructura docente y material para contribuir a mi formación académica.

Adicionalmente a CONACYT, por la beca otorgada en mi estancia como ayudante de investigador.

1. Datos del alumno
Contreras
Álvarez
David
57 02 33 83
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Matemáticas
301038746
2. Datos del tutor
Doctor
Araceli
Zamora
Camacho
3. Datos del sinodal 1
Doctor
Juan Manuel
Espíndola
Castro
4. Datos del sinodal 2
Doctor
Margarita Elvira
Chávez
Cano
5. Datos del sinodal 3
Doctor
Jaime
Yamamoto
Victorio
6. Datos del sinodal 4
Doctor
José Luis
Bravo
Cabrera
7. Datos del trabajo escrito
Determinación estadística del valor de b sísmico por los métodos de Utsu y de Regresión aplicados al volcán El Chichón
65 p.
2009

ÍNDICE

1.	RESUMEN	1
2.	INTRODUCCIÓN	2
3.	LA ERUPCIÓN DE 1982 DEL VOLCÁN EL CHICHÓN. ANTECEDENTES	5
	3.1 Sismicidad del volcán El Chichón	6
4.	ESTADÍSTICA DE SISMOS	11
	4.1 Descripción del método de Regresión.	12
	4.2 Descripción del método de Utsu.	15
5.	APLICACIÓN ESTADÍSTICA Y SISMICIDAD DE LA ERUPCIÓN DEL VOLCÁN EL CHICHÓN EN 1982	19
	5.1 Descripción del procedimiento para la comparación de los métodos.	19
6.	RESULTADOS.	24
7.	CONCLUSIONES	41
8.	BIBLIOGRAFÍA	44
9.	APÉNDICE A Sismicidad Volcánica	46
10.	APÉNDICE B Código de los programas utilizados en el lenguaje de programación “R”.	57

RESUMEN

Una de las propiedades estadísticas de la actividad sísmica en nuestro planeta es la referente a la distribución en términos de magnitud o “tamaño” de los eventos sísmicos. La relación entre el logaritmo del número de temblores mayores a una magnitud dada (m) y esta magnitud es lineal y satisface la llamada relación de Gutenberg-Richter (1944), misma que puede expresarse como $\log_{10} N(m) = a - bm$, donde m es la magnitud, $N(m)$ es el número de temblores con magnitud mayor que m , a es el número de temblores de magnitud 0 o mayor, y b el valor de la pendiente. Se ha observado que el valor de b es característico de las diferentes regiones sísmicas del mundo y de los procesos que originan los sismos, por ejemplo el fallamiento de las rocas, ó la actividad volcánica. En particular se ha observado que en la sismicidad asociada a la actividad volcánica los valores anómalamente altos de b están asociados a los volúmenes de roca en que se encuentra acumulado el magma que causa dicha actividad.

En este trabajo se hace un análisis del valor de b para la sismicidad asociada a la erupción de 1982 del volcán Chichón (Chiapas, México). El análisis se realizó considerando los focos sísmicos ocurridos en volúmenes discretos bajo el volcán. El valor de b para cada volumen se determinó por el método de regresión (o mínimos cuadrados) y por el método abreviado de Utsu -ampliamente utilizado en sismología por su forma reducida- para comparar los resultados obtenidos por cada método.

El análisis nos permitió encontrar una región de valores anómalamente altos de b que señala la posición que tuvo la cámara magmática, esto es, lugar donde reside el magma que dio origen a la erupción. Por otra parte se encontró que el Método de Utsu no ofrece los mismos valores que el método de regresión pero los resultados relativos son similares por lo que puede ser utilizado para un análisis global del fenómeno.

Para poder llevar a cabo el análisis estadístico y la comparación de los métodos se utilizaron programas implementados en el paquete estadístico y lenguaje de programación llamado “R”. (Apéndice B)

2. INTRODUCCIÓN

La actividad volcánica es una de las consecuencias más evidentes de los procesos internos en nuestro planeta. Por este motivo su estudio es ya uno de los más importantes que se han planteado en las ciencias naturales. Sus efectos, a veces catastróficos sobre las actividades humanas, le confieren además adicional importancia.

El fenómeno volcánico consiste en la transferencia de masa desde el interior de la Tierra hacia la superficie. Descrito así el proceso parece muy simple, sin embargo, su ocurrencia implica una gran cantidad de procesos físicos y químicos, muchos de los cuales no son aún bien entendidos. Gran parte de las limitaciones que la Tierra impone para el estudio de los fenómenos del interior de la Tierra provienen de la inaccesibilidad a las grandes profundidades en que éstos se originan. Así, la comprensión de estos fenómenos sólo puede lograrse a través del estudio indirecto de los efectos de estos procesos.

A pesar de tales limitaciones en el entendimiento de las características de los fenómenos internos de la Tierra, sabemos que algunas de sus manifestaciones en la superficie son la sismicidad y el vulcanismo. En el caso de éste último, muchos de nuestros conocimientos sobre las condiciones en que se producen se han obtenido a partir del estudio de la sismicidad asociada al fenómeno. La razón, entre otros factores, estriba en que el movimiento de material magmático hacia la superficie supone la intrusión de material de origen profundo en las capas superficiales y quebradizas de nuestro planeta. Tal comportamiento va acompañado de una serie de procesos que involucran fracturamiento y fallamiento en la roca encajonante, así como la circulación de fluidos magmáticos. Estos últimos procesos generan señales sísmicas que pueden ser registradas en la superficie y que revelan indirectamente las características de los procesos que ocurren en la profundidad. La relación causal entre las señales sísmicas y los fenómenos subsuperficiales no es, sin embargo, inmediata y los esfuerzos de investigación van encausados a establecer tal relación.

Dado que la actividad sísmica en erupciones volcánicas ocurre como enjambres sísmicos, se han estudiado las características estadísticas de estos conjuntos de eventos. Entre estos estudios destaca el análisis estadístico para la obtención del valor de b , el cual nos plantea una idea acerca de los procesos físicos en áreas volcánicas.

A mediados del siglo pasado Gutenberg y Richter (1954) encontraron que los conjuntos de sismos que ocurren en una región sísmo-tectónica obedecen en general la relación $\log_{10} N(m) = a - bm$ donde m es la magnitud, $N(m)$ es el número de eventos sísmicos con magnitud mayor que m , a es una constante y b es la pendiente de la recta ajustada. En general un alto valor de b , implica que ocurren más sismos pequeños que grandes y viceversa. Para los sismos tectónicos característicos de una región dada del planeta por ejemplo la región Acapulco-San Marcos los valores de b obtenidos en un tiempo razonable para completar la estadística, son prácticamente constantes y oscilan alrededor de 1. Valores del mismo orden de magnitud son observados en los enjambres de réplicas que suceden a los sismos tectónicos. Por otra parte en enjambres de sismos asociados a la actividad magmática los valores de b son generalmente más altos. Estas observaciones ponen de manifiesto que la distribución de magnitudes de los sismos está relacionada con los procesos que los generan: fallamiento en el primer caso, intrusión magmática en el segundo. Un valor considerado normal para b se encuentra, por ejemplo, en el área de Koaiki-Hilea, en Hawái, el cual es de 0.8 a una profundidad de 10 km. En contraste tenemos que valores de b calculados bajo el flanco sur del volcán Kilauea son tomados como “anormalmente” altos y varían entre 1.3 hasta 1.7, a profundidades entre 4 y 8 km, Wyss, et al (2001). Recientemente Wiemer y Mc.Nutt (1997) y Wyss, et al. (2001) encontraron que en zonas volcánicas un valor alto de b asociado a los focos sísmicos ocurridos en volúmenes discretos de roca está asociado a los lugares en que se estableció un cuerpo magmático.

Para un análisis que implique la estimación de b es necesario contar con un catálogo de los eventos ocurridos en el área dada, en el que se especifican las coordenadas del foco o hipocentro de cada evento, así como su magnitud. La escala más conocida de magnitud es la de Richter, que determina el tamaño relativo de un sismo tomando en consideración su registro en un sismograma.

En el presente trabajo se hace un análisis del valor de b para el proceso eruptivo del volcán El Chichón localizado en el Estado de Chiapas, que tuvo una erupción explosiva en 1982, con el objeto de localizar los volúmenes en que existen valores anómalos de b . Además, se describen y comparan los resultados entre dos métodos: el Método de Regresión y el que propuso Utsu en 1934, (Aki, 1965), para estimar este valor. Este último

método fue introducido como una forma rápida de estimar este valor sin necesidad de llevar a cabo la clasificación del catalogo completo de eventos; sin embargo su aplicación se hace con base en la suposición de ciertas características del catalogo de eventos analizado, mismos que son estudiados en el presente trabajo.

El volcán Chichón tuvo erupciones explosivas mayores los días 28 de marzo, y el 3 y 4 de abril de 1982. Los datos sísmicos de la actividad del volcán posteriores a la erupción fueron registrados por la entonces red fija de la Comisión Federal de Electricidad instalada para monitorear la presa de Chicoasen y por redes temporales instaladas por los institutos de Geofísica e Ingeniería de la UNAM. Estos registros fueron analizados por Jiménez y Espíndola (1999) quienes conformaron un catálogo de eventos que fue el utilizado en este trabajo.

Entre los resultados obtenidos con el análisis de los datos señalados, se conjetura que la correcta interpretación de los valores calculados, más allá de una dependencia del método utilizado, descansa en gran parte en una relación existente entre el número de divisiones que se hacen con el número de eventos considerados en cada área particular. Lo que sugiere un número óptimo de sismos a considerar con respecto al número total de eventos en el catálogo, en función del número de divisiones que se llevaron a cabo en el volumen sismogénico.

3. LA ERUPCIÓN DE 1982 DEL VOLCÁN EL CHICHÓN. ANTECEDENTES

El volcán el Chichón ($17^{\circ}22'N$, $93^{\circ}14'W$; 1100msnm) es un volcán activo localizado en el noroeste del estado de Chiapas, es parte de una zona geológica conocida como el Arco Volcánico Chiapaneco. Se piensa que esta región es el resultado de la subducción de la cresta de Tehuantepec, una cresta de la placa de Cocos en la costa del Pacífico mexicano. La actividad eruptiva registrada, motivo de esta tesis, comenzó en marzo 29 y terminó el 4 de abril de 1982, y causó daños severos en un radio de 12 kilómetros a la redonda, dejando alrededor de 2000 víctimas humanas quienes vivían cerca del volcán.



Figura 1. Mapa de localización del volcán El Chichón.

3.1 Sismicidad del volcán El Chichón

El proceso eruptivo del volcán el Chichón se inició después de varias semanas de actividad sísmica local y de algunas manifestaciones fumarólicas. La primera erupción freatomagmática ocurrió el 28 de marzo a las 23:15 horas, y la última y más intensa a las 5:30 del 4 de abril de 1982. Le sucedió una actividad sísmica que fue decayendo durante los 23 días siguientes.

La sismicidad pre-eruptiva fue anómala a finales de 1980, llegó a ser significativa al final de 1981 y se incrementó hacia el 28 de marzo de 1982, cuando tuvo lugar el primer evento eruptivo. Una característica notable dentro de los 7 días de disturbio fue la ocurrencia de tres enjambres de terremotos antes de la explosión del 3 y 4 de abril de 1982. La periodicidad y apariencia de estos enjambres sugiere una gran sobrepresión en el sistema magmático, ya que es poco probable que los sismos ocurrieran espontáneamente. La sismicidad post-eruptiva ocurrió en su mayoría en un radio de 5km desde el cráter y a una profundidad de 11 a 15km lo que sugiere que en esta zona se encontraba el reservorio del magma expulsado y que al vaciarse se colapsaron las paredes del mismo.

En marzo 28 de 1982 a las 23:32 hrs hora local, el Chichón hizo erupción produciendo una columna pliniana que excedía los 20km de altura. Dos explosiones mayores el 3 y 4 de abril produjeron columnas plinianas que penetraron la estratosfera, produjeron flujos y oleadas piroclásticas que mataron a un número desconocido con precisión de personas, probablemente más de 2000. Aunque la actividad premonitoria sísmica duró varios meses, la erupción con sus diferentes fases duró sólo 7 días mientras que la sismicidad continuó por alrededor de 4 semanas con el decremento en el número de eventos a niveles casi normales después de este período.

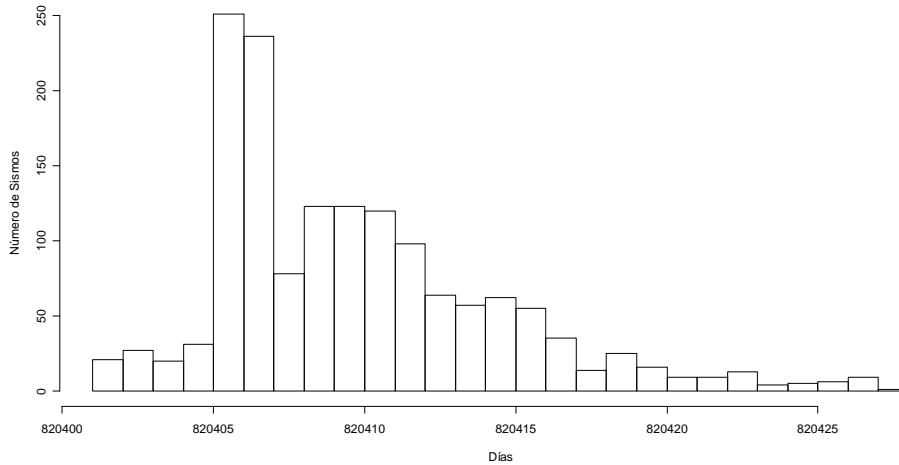


Figura 2. Histograma de los días con el total de sismos del catálogo.

La actividad sísmica fue registrada casualmente por la red cercana de sismógrafos que la Comisión Federal de Electricidad tenía instalada con el fin de monitorear la sismicidad inducida de la presa de Chicoasén. Esta red fue completada después de la primera explosión por una red temporal instalada exclusivamente para vigilar el volcán. Las características generales de la sismicidad fueron reportadas poco después de la erupción al igual que el análisis en detalle de los resultados (Yokoyama, 1992).

Los datos usados en el trabajo de Jimenez y Espindola (1999) fueron obtenidos de los registros en papel producidas por los sismógrafos de la red permanente de Chicoasén, ubicada aproximadamente a 45km del volcán; y los sismogramas de papel ahumado de las redes sísmicas temporales instaladas después de la explosión del 28 de marzo por investigadores del Instituto de Geofísica y de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. La red de Chicoasén produjo una base de datos que contiene 1550 eventos sísmicos localizados, con sus polaridades cuando éstas eran claras y sus magnitudes, las cuales fueron calculadas usando HYPO-71PC y el modelo de velocidad estimado de los datos geológicos aportados por Canul y Rocha en 1981, Espíndola, et al (1991), Jimenez y Espindola (1999).

El período eruptivo de 1982 fue precedido por una fuerte actividad sísmica. Un examen de los eventos registrados por la red de la CFE desde que entró en operación revelaba para diciembre de 1980 un número anormal de sismos del tipo tectónico.

En el período que va de enero de 1980 a febrero de 1982, los eventos registrados son híbridos (es decir con altas y bajas frecuencias) con una magnitud $M > 2.0$, Espíndola, et al (2006).

No parece haber un patrón claro en las ocurrencias de los sismos excepto que la mayoría de los eventos ocurrieron a una profundidad de 25km desde la superficie. Es difícil establecer si la profundidad de 20km de los sismos de tipo tectónico está relacionada con la actividad del volcán. Así, es sólo el incremento en la frecuencia de los eventos dentro del volcán lo que revela la actividad futura.

Desde el 26 de febrero de 1982, sin embargo, la sismicidad consistía sólo de eventos híbridos, lo cual está claramente relacionado con la actividad del volcán. Estos eventos fueron localizados a profundidades de hasta 20 km, aunque la mayoría ocurrió entre los primeros 10km. Esto sugiere que los eventos marcan un aumento en la presión en la cámara magmática. Es interesante notar que en este período hubo tanta energía liberada como en el período post-eruptivo, aunque ocurrieron muchos más eventos en la última fase. Yokoyama et al (1992) estimó que $\sim 10^{12}$ J de energía sísmica fue liberada en ambos períodos. En el intervalo entre la primera erupción y la última fase de la sismicidad involucró predominantemente actividad período largo. Ahora parece claro que tal actividad es precursora de las siguientes erupciones destructivas del 3 y 4 de abril, las cuales fueron las causantes de la mayoría de los decesos mencionados. Entre los eventos registrados en este período, Jiménez et al (1999) señalaron la ocurrencia de tres enjambres sísmicos en intervalos alrededor de las 24h del 31 de marzo y del 1 y 2 de abril. Dichos enjambres empezaron alrededor de la media noche y terminaron aproximadamente a las 16:00 horas. Los tres enjambres consistieron de 23, 26 y 65 eventos respectivamente como indica la estación CR3, ubicada a 35km del volcán. Estos eventos son de período largo con fases P emergentes, fases S difícilmente discernibles y magnitudes de coda que van de 1.2 a 2.0. La regularidad de la ocurrencia de estos enjambres sugiere un desencadenamiento causado por un fenómeno periódico como el de la marea terrestre. Varios investigadores se han referido a este proceso como un mecanismo de desencadenamiento de erupciones volcánicas y sismos tectónicos. Aunque tal relación no ha sido confirmada en el caso de sismos tectónicos, para sismos volcánicos se han encontrado relación significativa entre sismos de período largo y la marea de tierra, Espíndola et al, (2006).

En el sistema altamente presurizado del volcán, parece probable que la deformación de la marea facilite la intrusión en el sistema de rupturas con la subsiguiente oscilación del fluido dentro de las fallas registradas para producir eventos de período largo. Hay que notar que estos enjambres de sismos comenzaron cerca del máximo de la tensión volumétrica de la marea.

La actividad sísmica después de la erupción consistió casi exclusivamente de eventos volcano-tectónicos. De acuerdo con Yokoyama et al (1992), el valor de b de las estadísticas post-erupción fue de 3.14, valor que es característico de varios enjambres volcánicos. Se pudo observar que el volumen sobre el cual la sismicidad tuvo lugar no se redujo significativamente durante los días que siguieron a la erupción, aunque el número de eventos decreció. La mayoría de los eventos ocurrieron entre 0 y 20 km hasta abril 16 cuando la distribución se reduce al intervalo entre 5 y 20 km con la actividad decayendo a sólo unos pocos eventos para abril 27. Es probable que este patrón se deba a la caída repentina de presión que siguió al vaciado de las reservas de magma. Así, los sismos menos profundos, hasta 5 km de profundidad, ocurren en el sitio del sistema de conducción externa, donde se alcanza estabilidad más rápido que a mayor profundidad donde residía mayor cantidad de magma.

En conclusión, la sismicidad asociada a la erupción de El Chichón siguió un patrón que sugiere el siguiente curso de eventos. Los eventos anticipados marcaron el comienzo de la sobre-presión en la reserva de magma. Tal sobrepresión produjo la intrusión de fluidos al interior del sistema de fracturas. Por lo que la sismicidad pasó de volcano-tectónico a híbrido, y finalmente a LP (período largo). Con más aumento en la presión, el magma fue introducido en los niveles altos de la corteza a profundidades que van de 7 a 8km, de donde finalmente fue expulsada. La ubicación en donde el magma se estancó corresponde aproximadamente a la zona inactiva sugerida anteriormente por Jiménez et al (1999). Aunque esta zona inactiva es de alguna manera dudosa pues fue definida mediante los focos de los eventos de la preerupción localizados únicamente por la red de la Comisión Federal de Electricidad, basándose en la solubilidad del sulfuro, se estimó que la presión de equilibrio de fusión antes de la erupción en 2kbar, correspondiente a una profundidad de entre 7 y 8km, Espíndola, et al (2006).

Los enjambres de sismos de período largo ocurridos durante la primera y las últimas dos explosiones sugieren una fuerte desgasificación ubicada en lo más profundo de la cámara magmática. Estos enjambres, provocados por la sobrepresión, señalan al estado crítico del sistema en aquél tiempo. Los últimos dos eventos probablemente expulsaron magma desde el reservorio mas profundo, cuyas paredes colapsaron después del vaciado, produciendo la sismicidad volcanotectónica observada. El hecho de que el mayor número de sismos ocurrieran entre 11 y 15km sugiere que la presunta cámara magmática más profunda estaba localizada en su mayoría en esta zona desde el colapso después del retiro magmático sería más severo en donde mayor cantidad de magma fuera recuperado, Espíndola et al (2006).

4. ESTADÍSTICA DE SISMOS

Se ha observado que la ocurrencia de sismos sigue la relación de Gutenberg-Richter, $\log_{10}N(m) = a - bm$, con los parámetros: $a > 0$, $b > 0$, y $N(m)$ = número de sismos que exceden la magnitud m durante un período específico. El valor de b es el valor positivo de la pendiente de una recta “ideal” estimada de manera que se parezca lo más posible al gráfico de frecuencia contra magnitud de ciertos registros. Esto se consigue al ajustar un modelo lineal a la gráfica de $\log_{10}N(m)$ contra m , como se muestra en la Figura 3.

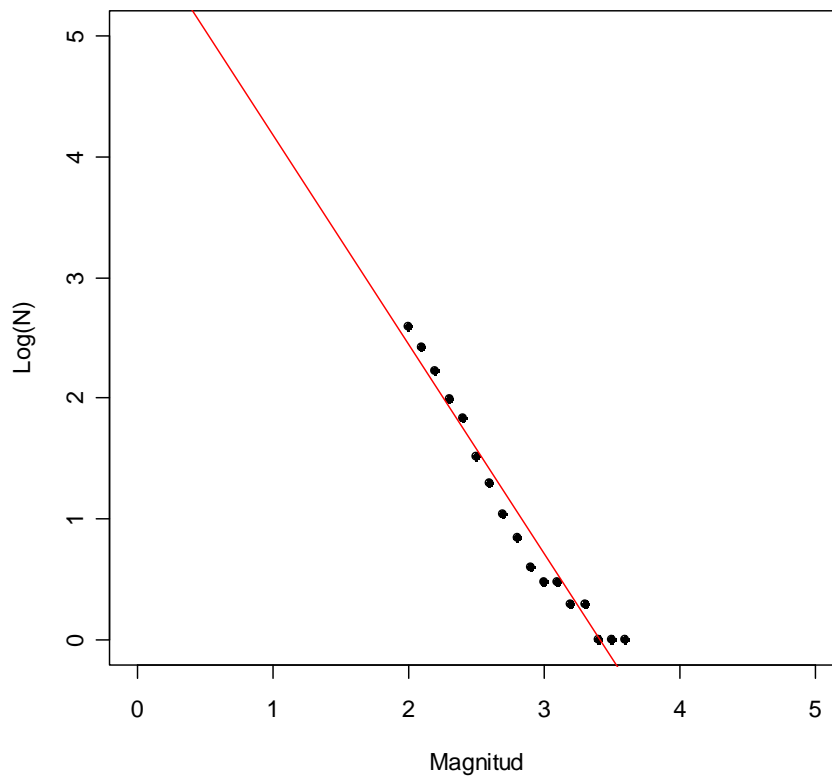


Figura 3. Gráfica de $\log_{10}N(m)$ contra m para ajustar un modelo lineal.

Así, un valor alto de b , de 1.7 por ejemplo, significa que en un área dada, ocurre una gran cantidad de sismos pequeños por cada sismo mayor; mientras que un valor pequeño, alrededor de 0.3, implica que ocurren pocos sismos de pequeña magnitud o alternativamente, que proporcionalmente ocurren mas sismos de magnitud grande. Por la razón anterior, la estimación del valor b es de gran relevancia para la estimación del riesgo sísmico en un área dada.

El valor de b en esta relación ha sido muy útil en investigaciones sobre sismicidad y en experimentos de laboratorio sobre rocas. La ocurrencia de micro-sismos sigue un patrón similar, y el valor de b está inversamente relacionado con el nivel de esfuerzo o energía liberada, así como por la heterogeneidad del material. Para algunas secuencias sísmicas se reporta que este valor cambia antes del sismo principal. Esta propiedad es consistente con un alto nivel inicial de stress seguido por una caída repentina atribuida a la ocurrencia del sismo de mayor intensidad, lo cual ha sido tomado en cuenta en la predicción de eventos, Shi y Bolt (1982).

Este valor de b será calculado directamente por el método teórico de Regresión lineal obtenido por mínimos cuadrados. También por el método propuesto por Utsu, Aki (1965), el cual se concentra únicamente en la aproximación

de b (no presta atención al cálculo de la ordenada al origen) basándose en la relación de Gutenberg-Richter, asignando una distribución y obteniendo un estimador por máxima verosimilitud. El objetivo del método anterior implica únicamente el conocimiento de las magnitudes de los eventos registrados y la media de las mismas para obtenerlo, lo que simplifica los cálculos pues no es necesario construir gráficas de dispersión.

En el presente trabajo se hará un contraste entre los resultados arrojados por estos dos métodos, aplicados a la sismicidad asociada a la erupción de 1982 del volcán El Chichón, localizado en el estado de Chiapas, México.

4.1 Descripción del método de Regresión.

En este proceso se busca describir el comportamiento de una variable de interés (dependiente) con respecto de otra (variable independiente).

Se considera únicamente una variable independiente y se establece que la media teórica de la variable dependiente cambia a razón constante cuando el valor de la variable independiente crece o decrece. Lo cual da lugar a la relación:

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X$$

donde β_0 es la intercepción de esta recta con el eje Y , el valor de $E(Y)$ para $X=0$; β_1 es la pendiente, esto es, la razón de cambio en $E(Y)$ por unidad de cambio en X .

Se considera que la información con la que se cuenta consta de n parejas de observaciones sobre $X Y$, tal como $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$, que se grafican una contra otra como se muestra en la siguiente Figura 4:

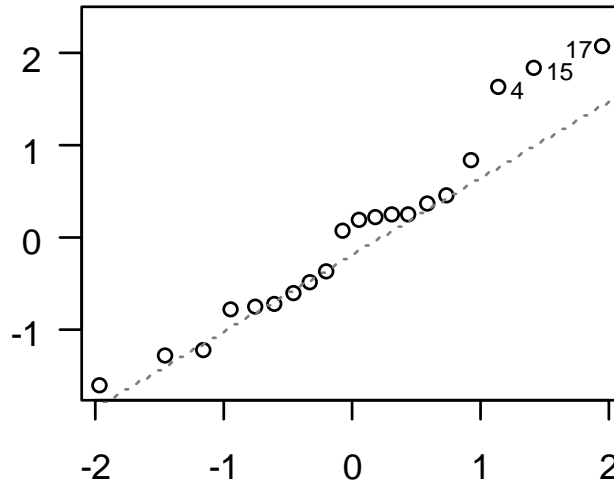


Figura 4: Gráfica de dispersión con recta teórica punteada.

Suponemos que las observaciones sobre la variable dependiente Y_i son observaciones aleatorias de poblaciones de variables aleatorias con media dada por $E(Y_i)$. La desviación de una observación de su media poblacional $E(Y_i)$ (línea teórica), se toma en cuenta sumando un error aleatorio para dar el modelo estadístico:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i ; i = 1, 2, \dots, n$$

con X_i considerada como una medida sin error, constante.

Existen dos suposiciones que se tomaron en cuenta. Primero, que el modelo es lineal en los parámetros, esto es, los parámetros entran al modelo como coeficientes simples sobre las variables independientes o funciones de ellas. Segundo, suponemos que la media de los errores es cero, $E(\varepsilon_i) = 0$, ya que se espera que en promedio no haya errores; se supone también que la varianza de los errores es constante, común y desconocida, $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$; esto quiere decir que se espera que los errores no se distribuyan de manera irregular alrededor de la línea media; además de que las fluctuaciones no están correlacionadas entre sí, $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$, i diferente de j .

Como ε_i es el único elemento aleatorio del modelo, esto implica que Y_i es variable aleatoria, todas con varianza común σ^2 y mutuamente independientes.

El modelo lineal simple

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i ; i = 1, 2, \dots, n$$

tiene dos parámetros, β_0 y β_1 , que serán estimados a partir de los datos.

El procedimiento o método de mínimos cuadrados tiene el siguiente criterio: el mejor ajuste debe dar la suma de cuadrados de las desviaciones verticales de las Y_i observadas de los valores estimados lo más pequeña posible. Estas desviaciones son conocidas como los residuales e_i

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i ; i = 1, 2, \dots, n$$

Llamamos a $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ estimadores de los parámetros β_0 y β_1 respectivamente. Sea

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i ; i = 1, 2, \dots, n$$

el valor estimado de Y para cada X_i , $i = 1, 2, \dots, n$. La anterior es conocida como la recta estimada o recta ajustada.

El principio de mínimos cuadrados consiste en minimizar

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n e_i^2$$

Sustituyendo e_i :

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i)^2$$

Derivando con respecto a $\hat{\beta}_0$ y a $\hat{\beta}_1$ e igualando a cero para encontrar el valor mínimo

$$n \hat{\beta}_0 + \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) \hat{\beta}_1 = \sum_{i=1}^n Y_i$$

$$\left(\sum_{i=1}^n X_i \right) \hat{\beta}_0 + \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 \right) \hat{\beta}_1 = \sum_{i=1}^n X_i Y_i$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones para $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ se obtienen los estimadores para β_0 y β_1 .

Multiplicando por $\sum_{i=1}^n X_i / n = \bar{X}$ y restando al resultado la segunda ecuación se tiene:

$$\hat{\beta}_0 \left(\bar{X} \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n X_i^2 \right) = \bar{X} \sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n X_i Y_i$$

por lo que

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i (X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n X_i)^2}{n}} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

donde $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}$ y $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = \sum_{i=1}^n Y_i (X_i - \bar{X})$

Ahora, dividiendo la primera ecuación entre n y despejando β_0 :

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \bar{X} \hat{\beta}_1 = \bar{Y} - \sum_{i=1}^n X_i \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

Con los estimadores de los parámetros encontramos la ecuación de regresión:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$$

Los estimadores por mínimos cuadrados tienen propiedades importantes:

a) Por ejemplo los dos estimadores son insesgados, es decir, $E(\hat{\beta}_0) = \beta_0$ y

$$E(\hat{\beta}_1) = \beta_1.$$

b) Son lineales en el sentido de que son combinaciones lineales de las X_i 's

c) Los dos estimadores no son independientes

d) Si se calcula los estimadores de máxima verosimilitud para este modelo, coinciden con los estimadores obtenidos por mínimos cuadrados

e) Son los mejores estimadores insesgados, en el sentido de varianza mínima

4.2 Descripción del método de Utsu.

En el método propuesto por Utsu, Aki (1965), éste toma un conjunto de eventos con magnitudes mayores que la magnitud mínima M_0 y considera que la distribución de la magnitud, vista como variable aleatoria, es una exponencial con media $1/b'$, por lo que su función de densidad de probabilidad es:

$$f(M, b') = b' e^{-b'(M-M_0)} ; M_0 \leq M$$

También Utsu asume que la relación entre el parámetro de dicha densidad, b' , y el valor de la pendiente b que se quiere estimar es: $b' = b/\log_{10}e$.

Primero suponemos una muestra aleatoria de M_1, M_2, \dots, M_n magnitudes. Definimos entonces:

$$y_i = \frac{d}{db'} \log f(M_i, b'),$$

y

$$Y = \sum_{i=1}^n y_i$$

Ahora se prueba que y_i tiene esperanza y varianza finitas:

$$\begin{aligned} y_i &= \frac{d}{db'} \log f(M_i, b') \\ &= \frac{d(\log b' - b'(M_i - M_0))}{db'} \\ &= \frac{1}{b'} + M_0 - M_i \end{aligned}$$

por lo que:

$$\begin{aligned} E(y_i) &= \int_{M_0}^{\infty} y_i f(M_i, b') dM_i = \int_{M_0}^{\infty} \left(\frac{1}{b'} + M_0 - M_i \right) b' e^{-b'(M_i - M_0)} dM_i \\ E(y_i) &= \int_{M_0}^{\infty} e^{-b'(M_i - M_0)} dM_i - \int_{M_0}^{\infty} (M_i - M_0) b' e^{-b'(M_i - M_0)} dM_i \\ &= \frac{e^{-b'(M_i - M_0)}}{-b'} \Big|_{M_0}^{\infty} - \frac{1}{b'} = 0 \end{aligned}$$

En el caso de la varianza:

$$\begin{aligned}
 E(y_i^2) &= \int_{M_0}^{\infty} y_i^2 f(M_i, b') dM_i \\
 &= \int_{M_0}^{\infty} \left(\frac{1}{b'} + M_0 - M_i \right)^2 b' e^{-b'(M_i - M_0)} dM_i \\
 &= \int_{M_0}^{\infty} \left(\frac{1}{b'^2} + \frac{2(M_0 - M_i)}{b'} + (M_0 - M_i)^2 \right) b' e^{-b'(M_i - M_0)} dM_i \\
 &= \int_{M_0}^{\infty} \frac{e^{-b'(M_i - M_0)}}{b'} dM_i + \int_{M_0}^{\infty} 2(M_0 - M_i) e^{-b'(M_i - M_0)} dM_i + \int_{M_0}^{\infty} (M_0 - M_i)^2 b' e^{-b'(M_i - M_0)} dM_i \\
 &= \frac{1}{b'^2} - \frac{2}{b'^2} + \frac{2}{b'^2} = \frac{1}{b'^2}
 \end{aligned}$$

Por lo anterior podemos aplicar el Teorema del Límite Central. Esto implica que, para n suficientemente grande, Y se distribuye como Gaussiana con media 0 y varianza n/b'^2 .

Se sigue que para que $Z = b'Y/\sqrt{n}$, que es la variable estandarizada, esté entre $-d\varepsilon$ y $d\varepsilon$, cuantiles al 95%, $d\varepsilon$ tiene que ser 1.96.

Escribiendo esto en general y en términos de b' :

$$-d\varepsilon \leq \frac{b'Y}{\sqrt{n}} \leq d\varepsilon$$

sustituyendo el valor de Y :

$$-d\varepsilon \leq \frac{b' \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)}{\sqrt{n}} \leq d\varepsilon$$

y como $y_i = \frac{1}{b'} + M_0 - M_i$:

$$-d\varepsilon \leq \frac{b' \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{b'} + M_0 - M_i \right) \right]}{\sqrt{n}} \leq d\varepsilon$$

multiplicando por $\frac{1}{\sqrt{n}}$:

$$\frac{-d\varepsilon}{\sqrt{n}} \leq \frac{nb'}{nb'} + \frac{b' \sum_{i=1}^n (M_0 - M_i)}{n} \leq \frac{d\varepsilon}{\sqrt{n}}$$

$$\frac{-d\varepsilon}{\sqrt{n}} - 1 \leq b' \left(M_0 - \sum_{i=1}^n M_i/n \right) \leq \frac{d\varepsilon}{\sqrt{n}} - 1$$

multiplicando por -1 y simplificando:

$$1 - \frac{d\varepsilon}{\sqrt{n}} \leq b' \left(\sum_{i=1}^n M_i/n - M_0 \right) \leq 1 + \frac{d\varepsilon}{\sqrt{n}}$$

$$\frac{1 - d\varepsilon/\sqrt{n}}{\left(\sum_{i=1}^n M_i/n - M_0 \right)} \leq b' \leq \frac{1 + d\varepsilon/\sqrt{n}}{\left(\sum_{i=1}^n M_i/n - M_0 \right)}$$

El valor central:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1 + d\varepsilon/\sqrt{n}}{\left(\sum_{i=1}^n M_i/n - M_0 \right)} + \frac{1 - d\varepsilon/\sqrt{n}}{\left(\sum_{i=1}^n M_i/n - M_0 \right)} \right) = \frac{1}{\sum_{i=1}^n M_i/n - M_0} = b'$$

hace que $Y=0$, lo cual corresponde al valor máximo de la verosimilitud, que es el estimador propuesto por Utsu en 1934, Aki (1965).

Para los dos métodos anteriores es necesario comentar que el primero es el método teórico que se utiliza en casos en que se busca ajustar un modelo lineal a ciertos datos por medio de un gráfico de dispersión, minimizando el cuadrado de las distancias, es necesario además verificar que se cumplen las hipótesis del modelo ajustado, esto es: que el modelo cumpla con la linealidad entre los parámetros, que en promedio no haya errores, que tengan una variación constante y que no exista correlación entre ellos, Drapper (1998). El segundo método omite verificar lo anterior, presuponiendo la completez del catálogo considerado, y sólo se concentra en la estimación de b calculando un cociente que utiliza la media y el máximo de las magnitudes del catálogo de datos, lo que simplifica considerablemente el cálculo.

5. APLICACIÓN ESTADÍSTICA Y SISMICIDAD DE LA ERUPCIÓN DEL VOLCÁN EL CHICHÓN EN 1982

5.1 Descripción del procedimiento para la comparación de los métodos.

En este capítulo y en adelante consideraremos los datos sobre los sismos a partir del 1° de abril de 1982, que tuvieron lugar después de las erupciones. El catálogo está compuesto esencialmente de sismos volcano-tectónicos, lo cual sugiere que se presentó como consecuencia del vaciado del reservorio magmático.

Para comenzar con el análisis consideraremos la cámara magmática como un cubo y tomaremos las coordenadas de los eventos en el espacio y sus magnitudes.

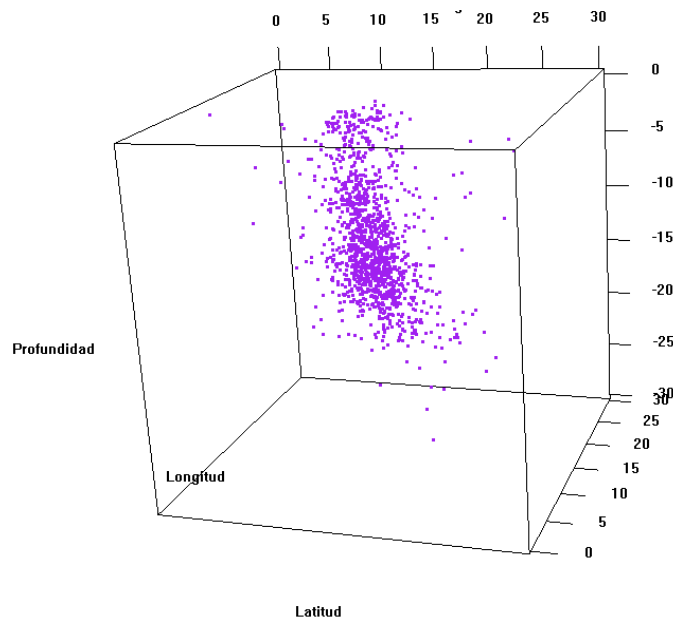


Figura 5. Total de eventos considerados, en el espacio.

Después la dividiremos para formar cubos más pequeños a cuyos vértices llamaremos nodos.

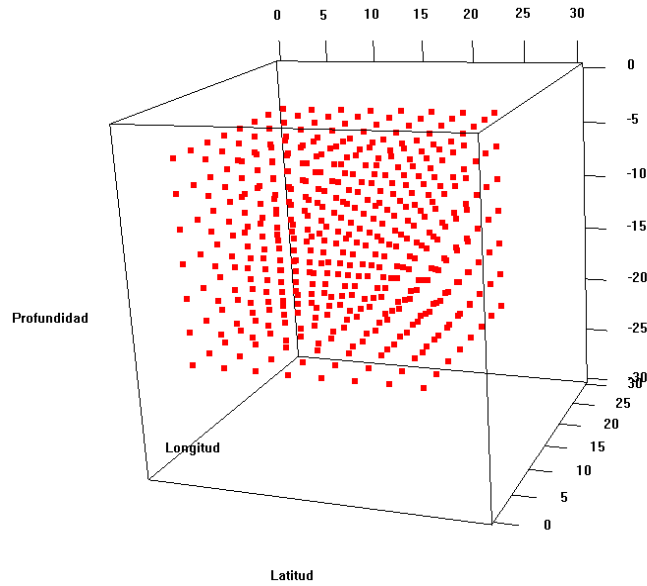


Figura 6. Ejemplo de una posible división de la cámara magmática.

El paso siguiente es considerar cierto número de eventos (color amarillo) alrededor de cada nodo de la cámara y sus magnitudes para poder aplicar la estadística mencionada y el cálculo por regresión:

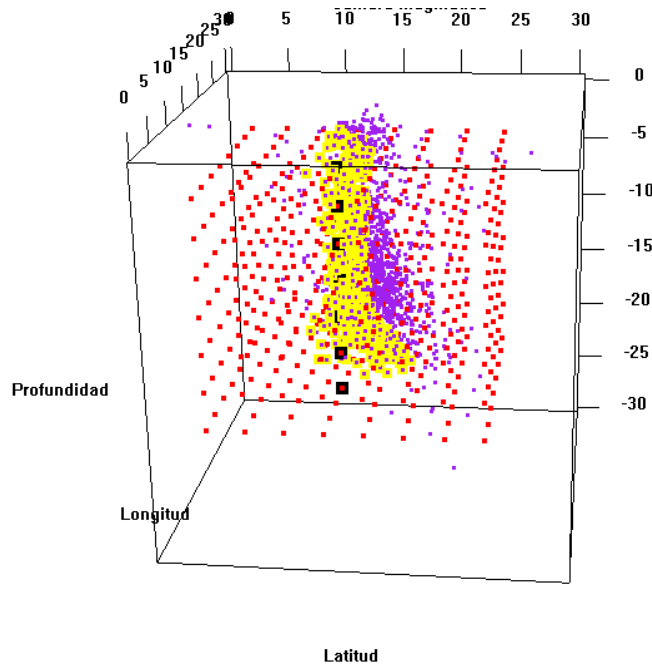


Figura 7. Sismos de la base de datos (morado), sismos considerados para los cálculos (amarillo), nodos a los que se les aplica el análisis (rojo-negro).

Tomaremos en cuenta los nodos centrales (color negro) de la cámara magmática, a los que se les aplicará el análisis, como objeto de estudio pues en esta área se encuentra la mayor concentración de eventos.

Para calcular el valor de b por el método de Utsu sólo tomamos en cuenta el número n de eventos más cercanos a cada nodo y sus magnitudes. Esto se consigue con un programa (Función 5, apéndice B) que toma las coordenadas del nodo y calcula una matriz con dimensión igual al número n de eventos seleccionados, calcula la distancia euclidiana a cada sismo de la base de datos, luego carga la matriz con los n sismos más cercanos y aplica la estadística propuesta por Utsu. Luego aplicamos esto a cada nodo central (Función 5, apéndice B).

En el caso del cálculo por el método de regresión debemos obtener, al igual que en el método anterior, una matriz con los n sismos más cercanos además de construir un gráfico de dispersión para poder realizar un ajuste lineal, lo cual se logra dividiendo el número que resulta de restar el mínimo del máximo de las magnitudes de los sismos de la matriz anterior, por una cantidad propuesta. Esta cantidad puede ser arbitraria por ejemplo tomaremos 0.1, pues generalmente encontramos un incremento igual en los registros de las mediciones sobre las magnitudes.

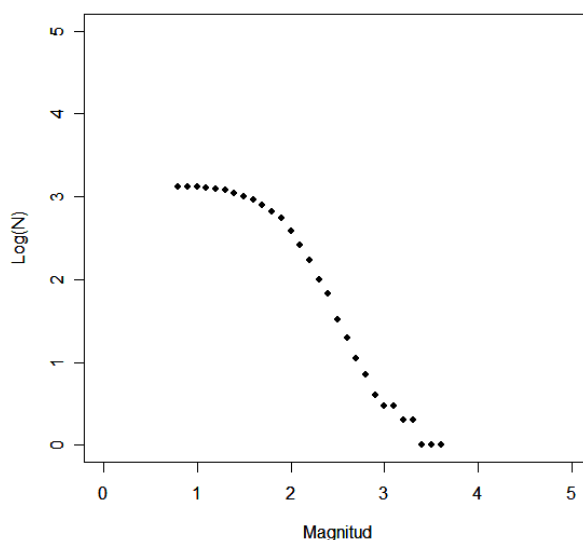


Figura 8. Ejemplo de gráfico de dispersión.

En este momento hay que hacer una filtración sobre los datos que se toman en cuenta para hacer el análisis de regresión, esto es, eliminar aquéllos datos que puedan

provocar un ajuste impreciso del valor b . Debemos de eliminar de nuestra base los posibles out-lyers, es decir, los sismos con magnitud menor que 2.

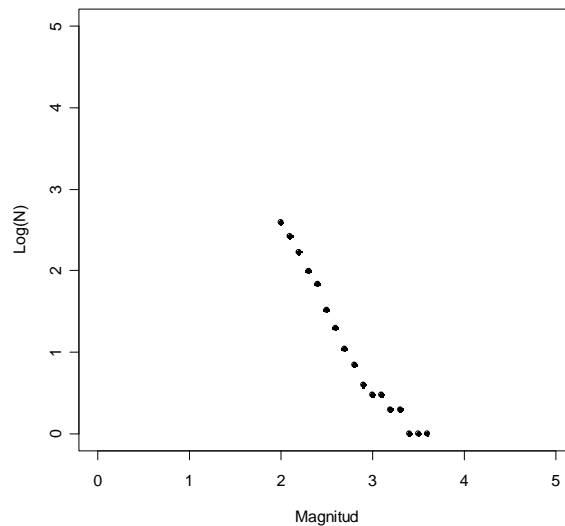


Figura 9. Ejemplo de gráfico de dispersión tomando datos para un correcto análisis de regresión.

Ahora podemos ajustar un modelo lineal a esta gráfica de dispersión, obteniendo así el estimador por el Método de Regresión. Luego trazaremos dos rectas: la primera (en rojo) la recta de Regresión, y la segunda (en azul) es una recta construida con el estimador de Utsu como pendiente y ajustada de tal manera que pueda ser comparada con la recta anterior. Esto es, pasa por un punto con coordenada X igual a la del punto medio entre el máximo y el mínimo de las magnitudes. La imagen Y de este punto es tomada como la imagen de X bajo la ecuación de regresión.

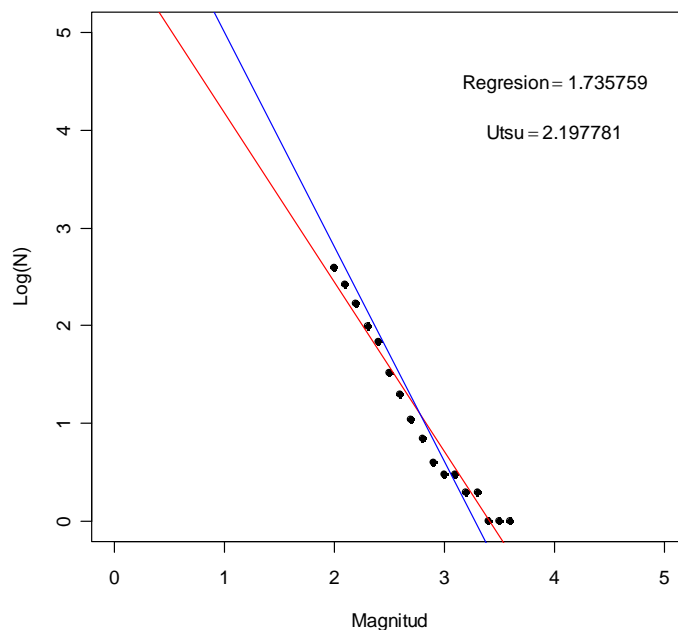


Figura 10. Ejemplo de gráfico de dispersión con dos rectas con pendientes estimadas por cada uno de los dos métodos.

Los valores de la parte superior derecha son los estimadores para b . Después de obtener estos valores para cada nodo central por ambos métodos, haremos, para cada método, una gráfica de profundidad contra el valor estimado de b para poder compararlos.

El paso siguiente será hacer variar tanto la distancia entre cada nodo como los sismos tomados en cuenta para observar si existen diferencias significativas en la interpretación de los resultados arrojados.

6. RESULTADOS.

Gran número de estudios sobre la relación de magnitud-frecuencia de terremotos propuesta por Gutenberg-Richter, tomada como una función del tiempo, del espacio y de la profundidad, fueron llevados a cabo inicialmente por Gutenberg y Richter (1944) y Wiemer y McNutt (1997), en los cuales introdujeron la relación entre la frecuencia en la ocurrencia de eventos y la magnitud de los mismos: $\log_{10}N(m) = a - bm$, cuyas variables se han explicado en capítulos anteriores. El valor de la pendiente, o valor b , de esta recta ha sido exhibido en experimentos de laboratorio, minas, y simulaciones numéricas, como dependiente de la variación de las condiciones ambientales. Algunos autores han explicado tales variaciones en la relación como debidas a las propiedades del material (e. g. heterogeneity, Mogi, 1962), la magnitud del estrés aplicado desde el exterior (Scholz, 1968, Urbancic et al., 1992) y temperatura gradiente (Warren y Latham, 1970).

Es común que las áreas volcánicas tengan un valor alto de b reportado, Warren y Latham (1970), y algunos autores han investigado sobre el cambio en el valor de b en función de la profundidad, como lo hicieron por ejemplo Zobin en 1979, y Wiemer y McNutt en 1997. Éstos últimos analizaron el cambio del valor de b como una función de la profundidad a la que se calculaba tal valor, en el monte St. Helens, en Washington, y en el monte Spurr, en Alaska. Ellos hicieron los cálculos de b por dos métodos, el Método de Regresión (Mínimos Cuadrados) y el Método de Máxima Verosimilitud (Utsu), trabajo en que se ha basado principalmente esta tesis.

Se utilizaron estos dos métodos pues ambos tienen sus respectivas ventajas, además de compararlos con el fin de corroborar que los resultados son independientes del método usado, Wiemer y McNutt (1997).

Comenzaré el análisis con una gráfica que aporta el valor de b calculado por ambos métodos con todos los registros del volcán desde el día 01 de abril de 1982 hasta el 27 de abril del mismo año:

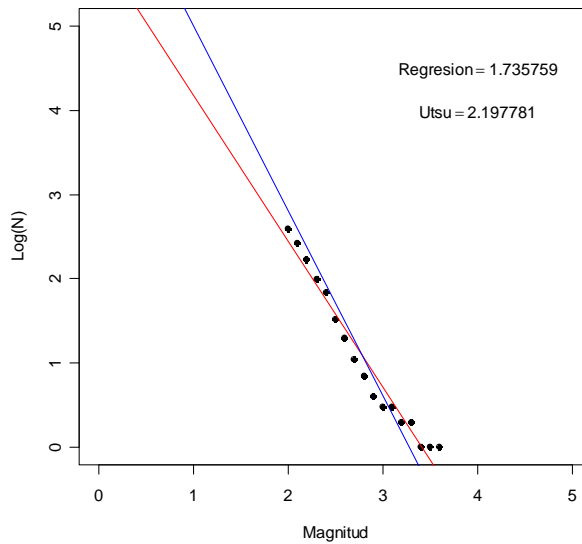


Figura 11. Gráfico de dispersión de eventos con magnitud mayor que 2 y rectas ajustadas por ambos métodos.

Se tomaron en cuenta únicamente los eventos con magnitud mayor a 2 de la base de datos original, pues suele haber un margen de error significativo en la medición de los eventos con magnitud entre 0 y 1, con esto se eliminan aquellos sismos que hacen que el análisis por Regresión sea poco preciso, pues son violados los supuestos de no correlación e independencia sobre los errores. En este punto hay que hacer énfasis en la conservación de los datos sobre sismos con magnitudes mayores a 3, pues si bien pueden causar algunos inconvenientes sobre la verificación de los supuestos (como es el caso de los sismos con magnitud menor que 2), el criterio para conservar esta información es la precisión con la que fueron tomados, ya que si despreciáramos dichos eventos, habría información relevante que se omitiría en los cálculos de b .

Se observa que el valor estimado por el método de Utsu difiere del valor de Regresión, aproximadamente 0.45 unidades.

Lo anterior se debe a que el método de aproximación de Utsu comienza con una muestra de un catálogo completo, es decir, toma en cuenta los eventos con magnitud pequeña que se omiten en Regresión por cuestiones antes mencionadas.

El primer análisis al interior del volcán se hará con los valores en los parámetros como sigue: de la matriz de datos sólo los eventos con magnitud mayor a 2, dividiremos la cámara magmática en cubos de 5 Km. de arista; para cada nodo central tomaremos en cuenta

los 20 sismos más cercanos y sus magnitudes y construiremos la gráfica para realizar la regresión con una separación en la magnitud de 0.1 unidades (instrucción `valbgraf(datos,1,20,3,0.1)`).

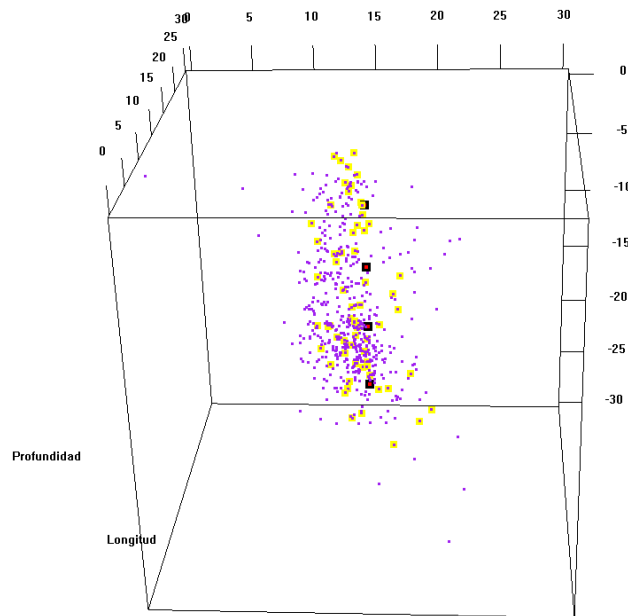


Figura 12. Gráfica en tres dimensiones del total de eventos (morado), nodos (rojo-negro) y eventos utilizados (amarillo).

La siguiente tabla muestra los resultados de los valores estimados para cada nodo central:

No y ubicación del nodo	Utsu	Regresión	Diferencia entre los valores
[1,] 15 15 -5	1.551052	0.8974457	0.6536060
[2,] 15 15 -10	2.068069	1.7022152	0.3658538
[3,] 15 15 -15	1.930198	1.2456494	0.6845483
[4,] 15 15 -20	2.554673	3.1141104	0.5594369

Se observa que los valores estimados distan entre sí en menor grado en comparación con el gráfico Ejemplo. Los valores máximo y mínimo de las diferencias entre los dos estimadores son: **0.6845483** y **0.3658538** respectivamente. Las gráficas de magnitud contra frecuencia de los nodos con estos valores estimados son:

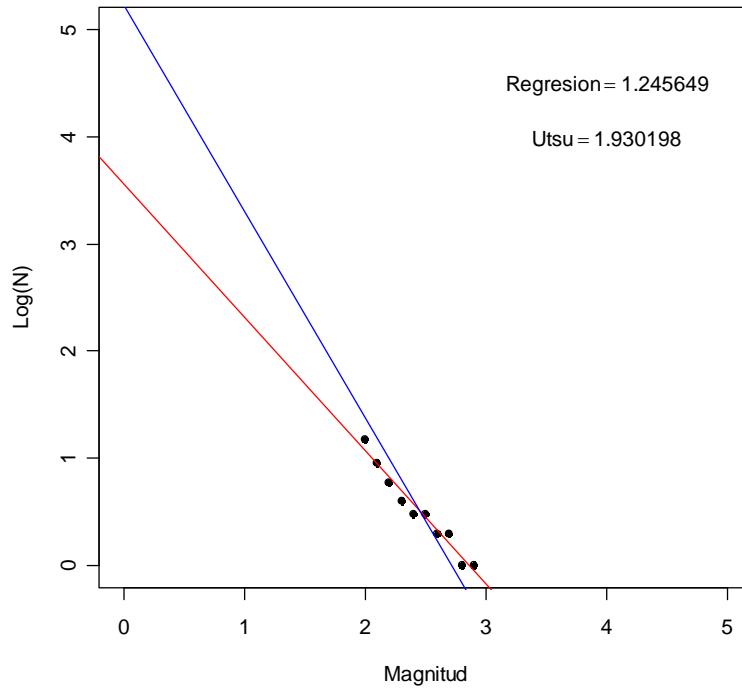


Figura 13. Gráfico de dispersión con rectas ajustadas para el nodo que presenta mayor discrepancia entre ajustes con los parámetros antes mencionados.

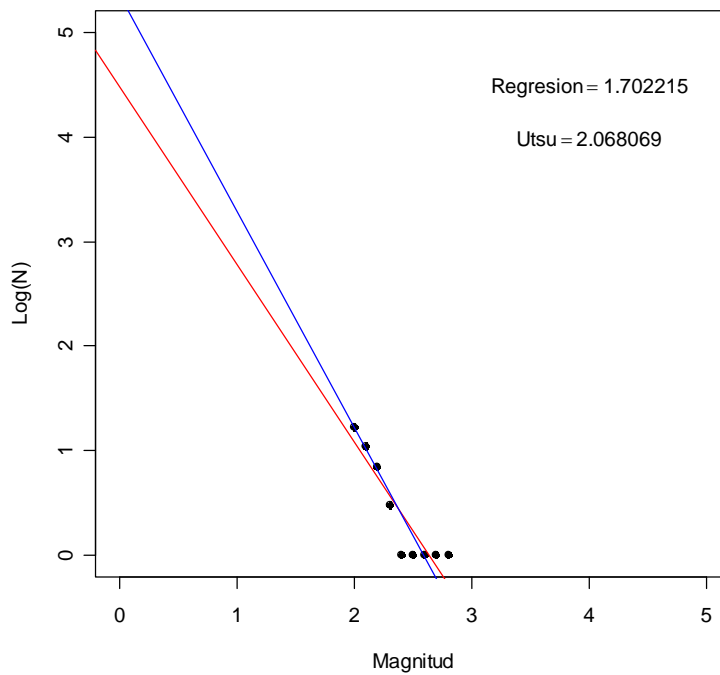


Figura 14. Gráfico de dispersión con rectas ajustadas para el nodo que presenta menor discrepancia entre ajustes con los parámetros antes mencionados.

La tabla y las gráficas anteriores sugieren una variación pequeña entre las estimaciones de b , pues todos los demás valores calculados, así como las gráficas respectivas, se encuentran, en términos de variación, entre el máximo y mínimo anteriores.

El gráfico de profundidad contra el valor estimado de b es:

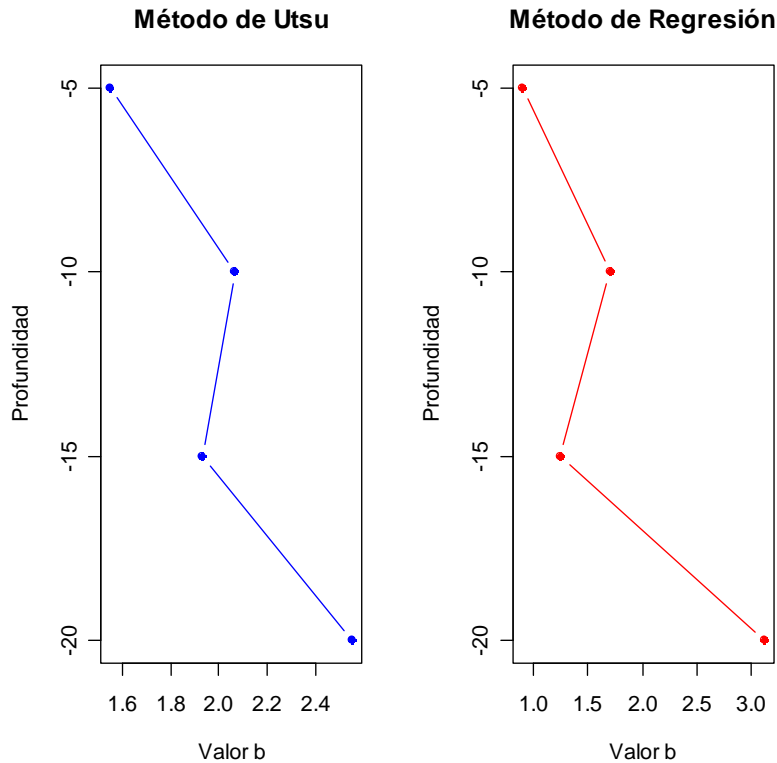


Figura 15. Gráficas de profundidad contra valor b calculado por ambos métodos.

La gráfica de la izquierda dice que el valor máximo de b se encuentra aproximadamente a 20km de profundidad, además de un máximo local alrededor de los 10km.

Con el fin de tener más elementos para hacer un contraste, continuamos con un análisis en el que permanecen constantes todos los parámetros anteriores a excepción del número de sismos, el cual varía de 20 a 150. La instrucción en R es: `valbgraf(datos,2,150,5,0.1)`.

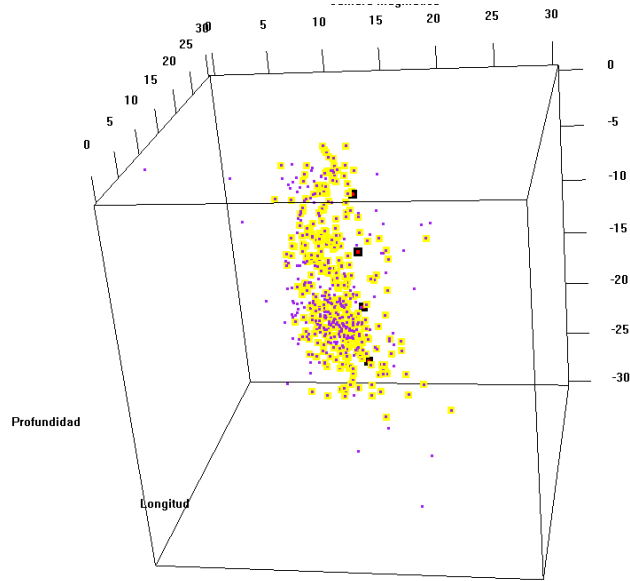


Figura 16. Gráfica en tres dimensiones del total de eventos (morado), nodos (rojo-negro) y eventos utilizados (amarillo).

No y ubicación del nodo	Utsu	Regresión	Diferencia entre los valores
[1,] 15 15 -5	1.866595	1.338327	0.5282683
[2,] 15 15 -10	1.980066	1.318026	0.6620397
[3,] 15 15 -15	2.449029	2.058933	0.3900959
[4,] 15 15 -20	2.403844	2.070934	0.3329100

Aquí, los valores máximo y mínimo de las diferencias entre los dos estimadores son: 0.6620397 y 0.3329100 respectivamente. Las gráficas de magnitud contra frecuencia de los nodos con estos valores estimados son:

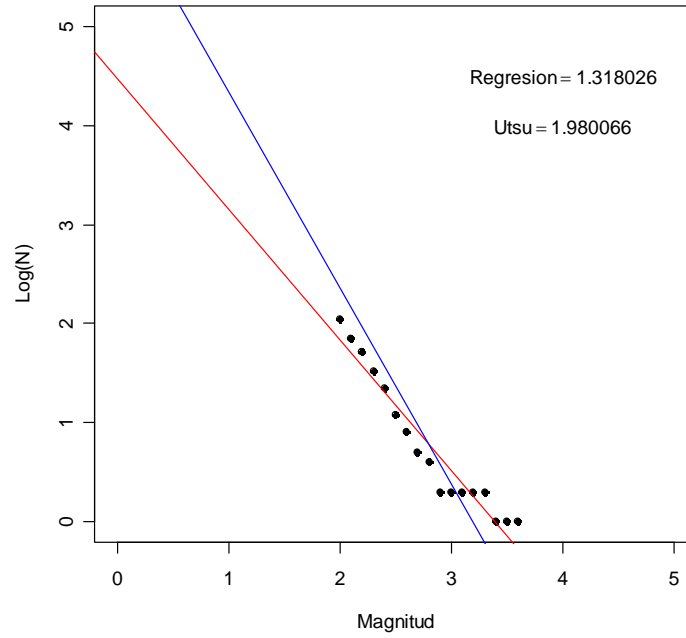


Figura 17. Gráfico de dispersión con rectas ajustadas para el nodo que presenta mayor discrepancia entre ajustes con los parámetros antes mencionados.

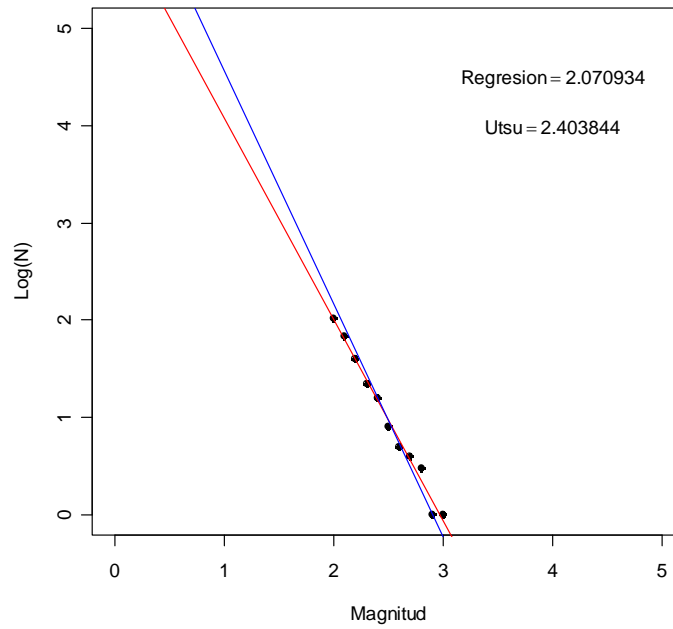


Figura 18. Gráfico de dispersión con rectas ajustadas para el nodo que presenta menor discrepancia entre ajustes con los parámetros antes mencionados.

El gráfico de profundidad contra el valor estimado de b :

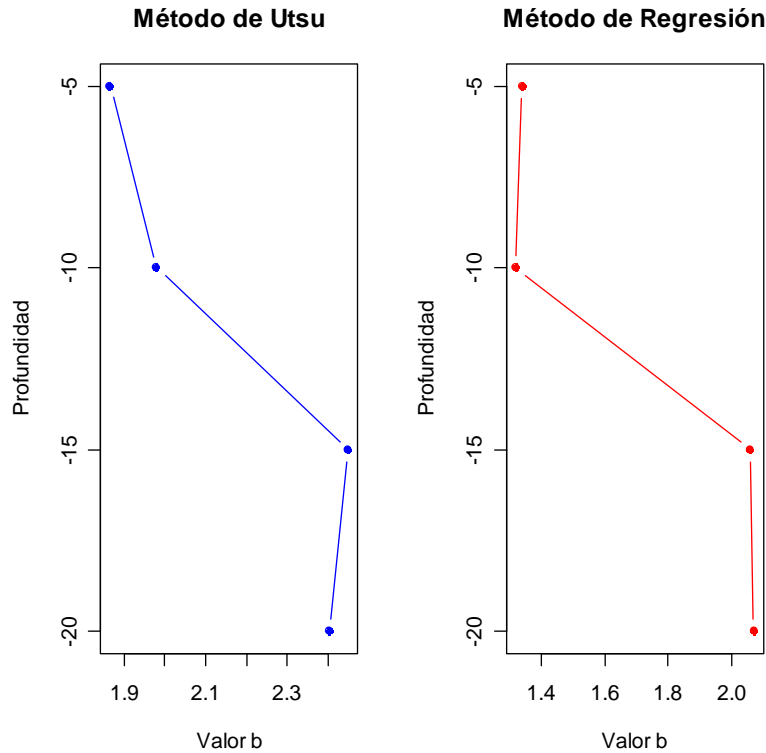


Figura 19. Gráficas de profundidad contra valor b calculado por ambos métodos.

En este caso las variaciones entre el valor por regresión y por el método de Utsu difieren al análisis anterior. La Figura 19 sugiere que la relación entre la cantidad de sismos con magnitudes pequeñas con respecto a los de magnitudes mayores es más pronunciada aproximadamente a 15km de profundidad, mientras que en los resultados de la gráfica 15 parece suceder a los 20km de profundidad.

Es plausible pensar que las diferencias entre el primer análisis, `valbgraf(datos,2,20,5,0.1)`, y el segundo, `valbgraf(datos,2,150,5,0.1)`, al parecer significativas, se deben a que: en el primero se toman 20 sismos alrededor de un nodo cuyas coordenadas difieren 5km de los demás en una región en la que se encuentra una cantidad grande de eventos. La distancia entre nodos es considerablemente grande con relación al número 20, pues en este caso se toma en cuenta información local muy cercana a cada nodo. Por lo que en el caso de 150 sismos, éste puede resultar un número más adecuado en

relación al tamaño de los cubos formados. Esto se ilustra en las siguientes imágenes en tres dimensiones, de la cámara magmática y un nodo como ejemplo:

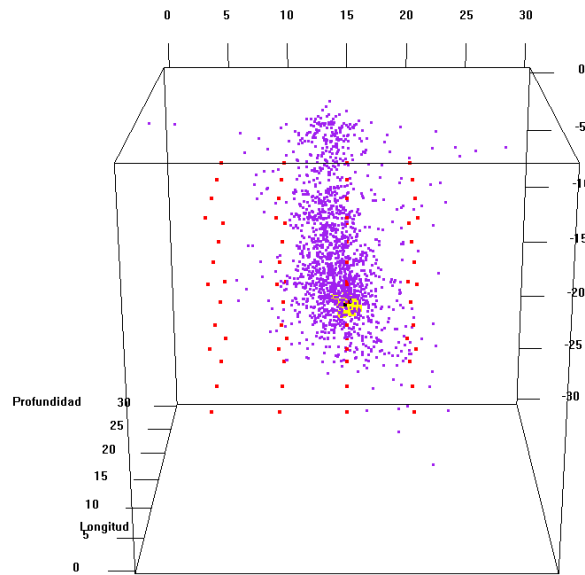


Figura 20. Nodo de ejemplo (rojo-negro), total de nodos (rojo), total de sismos (morado) y 20 sismos considerados para el cálculo (amarillo).

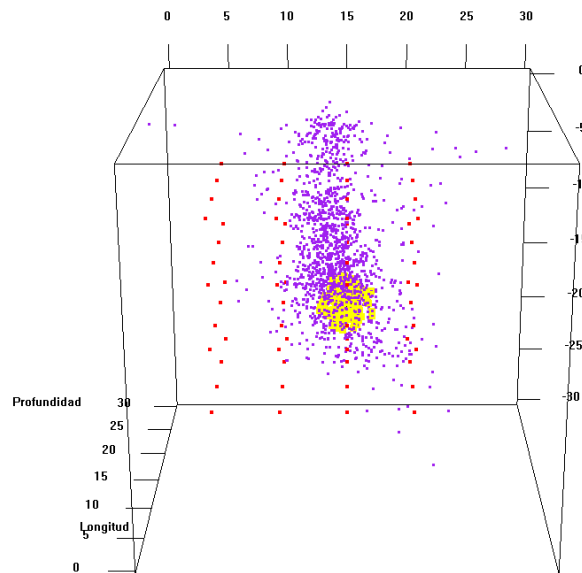


Figura 21. Nodo de ejemplo (rojo-negro), total de nodos (rojo), total de sismos (morado) y 150 sismos considerados para el cálculo (amarillo).

Intuitivamente se puede conjeturar que existe un número óptimo de sismos para cada separación entre nodos.

Con el fin de observar con más detalle lo que ocurre al interior del volcán, tomaremos ahora de la matriz de datos los eventos con magnitud mayor a 2, dividiremos la

cámara magmática en cubos de 1 Km. de arista; para cada nodo central consideraremos las magnitudes de los 20 sismos más cercanos y construiremos las gráfica para la regresión con una separación de 0.1 unidades.

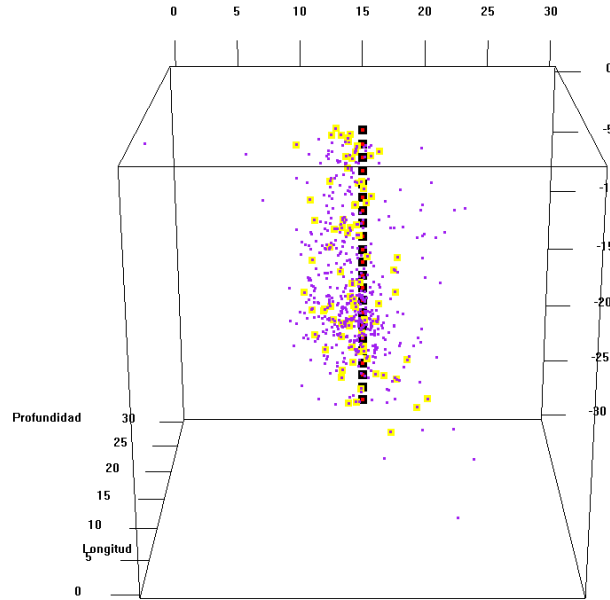


Figura 22. Gráfica en tres dimensiones del total de eventos (morado), nodos (rojo-negro) y eventos utilizados (amarillo).

No y ubicación del nodo		Utsu	Regresión	Diferencia entre los valores
[1,]	15 15	-1 1.703116	1.5728998	0.1302157989
[2,]	15 15	-2 1.423916	1.7148972	0.2909808465
[3,]	15 15	-3 1.357170	1.7607628	0.4035925449
[4,]	15 15	-4 1.772631	1.6464454	0.1261851645
[5,]	15 15	-5 2.171472	1.8115138	0.3599585672
[6,]	15 15	-6 2.554673	1.6957348	0.8589386478
[7,]	15 15	-7 1.772631	0.6721537	1.1004768451
[8,]	15 15	-8 1.772631	0.6473804	1.1252501622
[9,]	15 15	-9 2.285760	2.2969156	0.0111551990
[10,]	15 15	-10 2.019974	1.4373201	0.5826542418
[11,]	15 15	-11 2.412747	1.3128763	1.0998708243
[12,]	15 15	-12 2.285760	1.6172674	0.6684930386
[13,]	15 15	-13 2.019974	1.2359118	0.7840625800
[14,]	15 15	-14 2.171472	1.3601813	0.8112911249
[15,]	15 15	-15 1.974066	1.4035879	0.5704779565
[16,]	15 15	-16 2.481683	1.2502290	1.2314537471
[17,]	15 15	-17 2.632088	2.1830732	0.4490145543
[18,]	15 15	-18 2.895297	2.8962506	0.0009540164
[19,]	15 15	-19 2.801900	2.9523080	0.1504081264
[20,]	15 15	-20 2.554673	3.1141104	0.5594369336

```

[21,] 15 15 -21 2.554673 3.1141104 0.5594369336
[22,] 15 15 -22 2.412747 2.6617149 0.2489677729
[23,] 15 15 -23 2.285760 2.7363979 0.4506374321

```

Los valores máximo y mínimo de las diferencias entre los dos estimadores son: 1.2314537471 y 0.0509540164 respectivamente. Las gráficas de magnitud contra frecuencia de los nodos con estos valores estimados son:

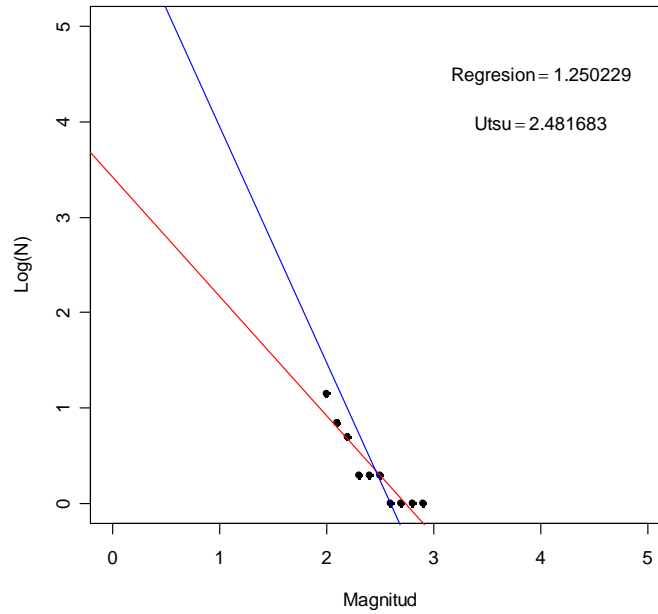


Figura 23. Gráfico de dispersión con rectas ajustadas para el nodo que presenta mayor discrepancia entre ajustes con los parámetros antes mencionados.

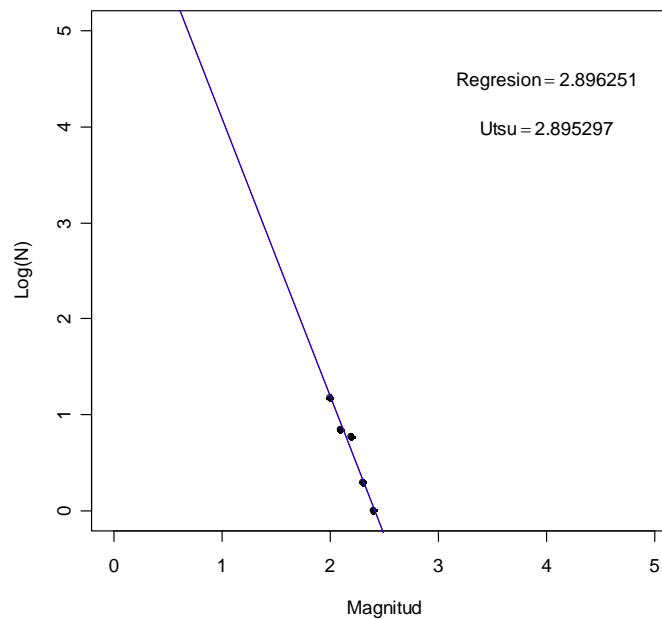


Figura 24. Gráfico de dispersión con rectas ajustadas para el nodo que presenta menor discrepancia entre ajustes con los parámetros antes mencionados.

El gráfico de profundidad contra el valor estimado de b es:

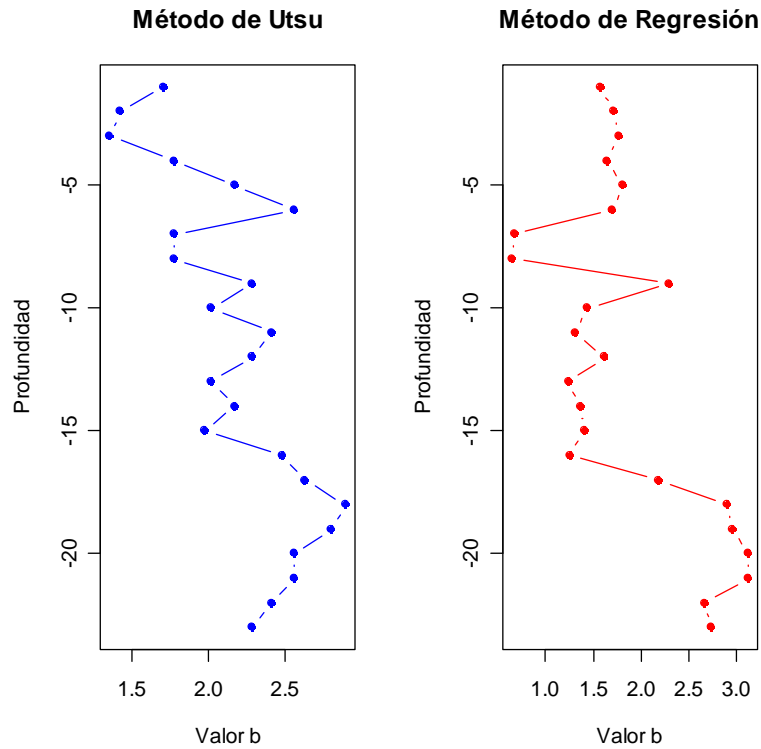


Figura 25. Gráficas de profundidad contra valor de b calculado por ambos métodos.

Resalta la gran similitud que existe entre las gráficas anteriores. La interpretación de los resultados es casi idéntica al presentar profundidades muy similares en las que se encuentra el mayor y menor valor local de b , es decir, la profundidad en la que se encuentran valores altos de b sugieren una probable localización de la cámara magmática en ambas gráficas.

Los resultados siguientes fueron obtenidos luego de tomar el número de sismos igual a 150 y los demás parámetros igual al análisis anterior.

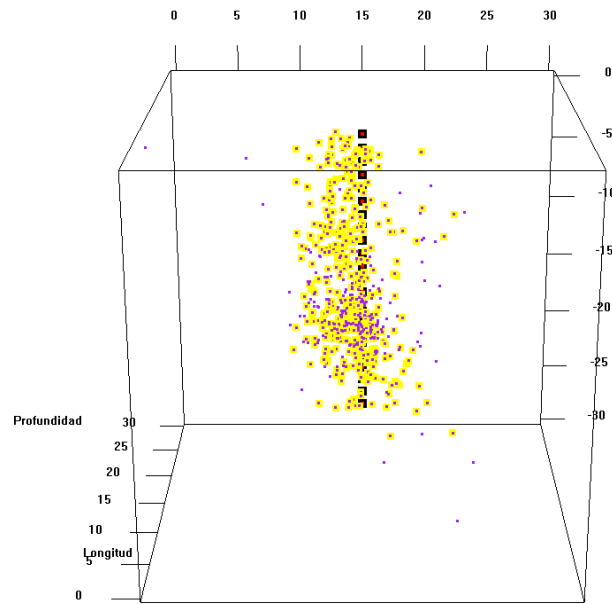


Figura 26. Gráfica en tres dimensiones del total de eventos (morado), nodos (rojo-negro) y eventos utilizados (amarillo).

No y ubicación del nodo	Utsu	Regresión	Diferencia entre los valores
[1,] 15 15 -1	1.950424	1.397073	0.553351035
[2,] 15 15 -2	1.916005	1.404007	0.511997999
[3,] 15 15 -3	1.877354	1.315317	0.562036782
[4,] 15 15 -4	1.814601	1.330294	0.484306830
[5,] 15 15 -5	1.814601	1.358046	0.456554534
[6,] 15 15 -6	1.755908	1.374265	0.381642582
[7,] 15 15 -7	1.871959	1.341959	0.530000043
[8,] 15 15 -8	2.042137	1.301087	0.741050206
[9,] 15 15 -9	2.081283	1.411693	0.669590376
[10,] 15 15 -10	2.055021	1.412275	0.642746660
[11,] 15 15 -11	2.200817	2.274806	0.073989652
[12,] 15 15 -12	2.277768	2.271388	0.006380526
[13,] 15 15 -13	2.293809	2.081463	0.212346377
[14,] 15 15 -14	2.449029	2.044121	0.404907737
[15,] 15 15 -15	2.515219	2.110360	0.404859142
[16,] 15 15 -16	2.430753	2.048468	0.382285141
[17,] 15 15 -17	2.403844	2.069093	0.334750968
[18,] 15 15 -18	2.505545	2.038513	0.467031664
[19,] 15 15 -19	2.524968	2.071965	0.453002426
[20,] 15 15 -20	2.544694	2.064070	0.480624256
[21,] 15 15 -21	2.524968	2.069604	0.455364391
[22,] 15 15 -22	2.574868	2.057826	0.517042874
[23,] 15 15 -23	2.544694	2.065321	0.479372889

Con los datos anteriores tendremos nodos con un máximo entre las diferencias de 0.741050206 y un mínimo 0.006380526 , cuyas gráficas de magnitud contra frecuencia son:

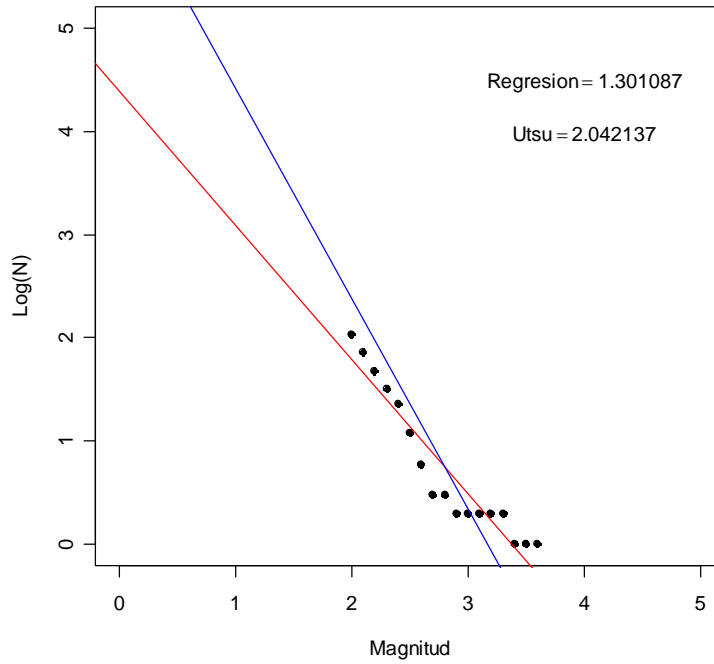


Figura 27. Gráfico de dispersión con rectas ajustadas para el nodo que presenta mayor discrepancia entre ajustes con los parámetros antes mencionados.

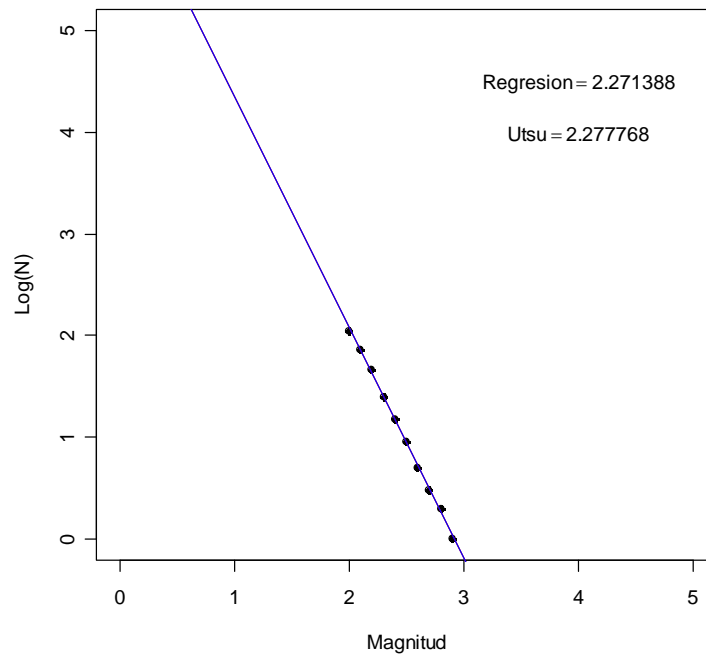


Figura 28. Gráfico de dispersión con rectas ajustadas para el nodo que presenta menor discrepancia entre ajustes con los parámetros antes mencionados.

El gráfico de profundidad contra el valor estimado de b es:

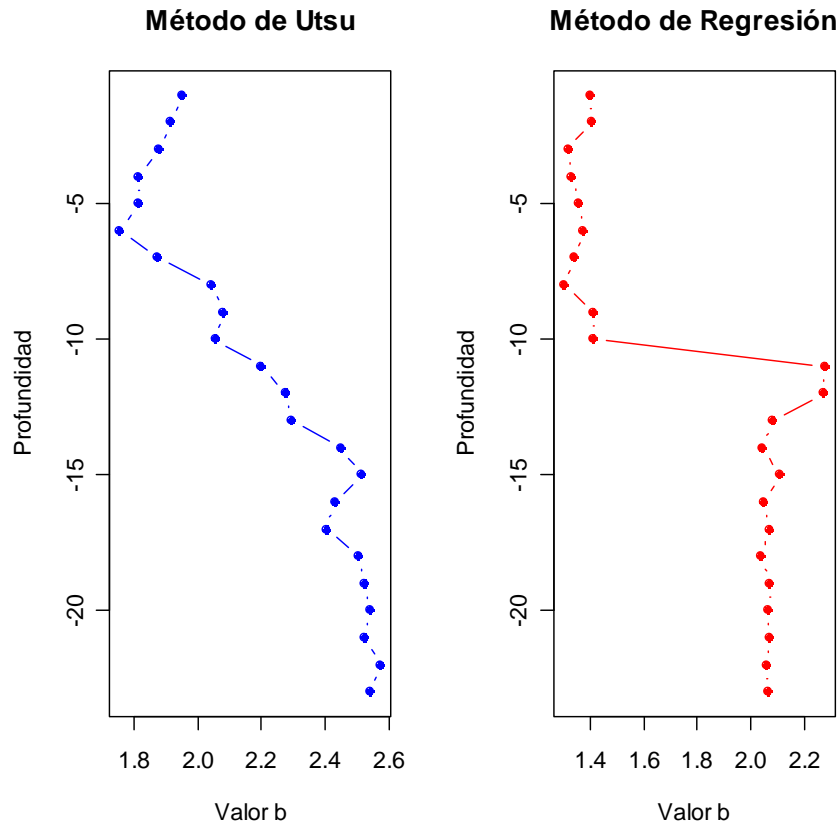


Figura 29. Gráficas de profundidad contra valor b calculado por ambos métodos.

Estos últimos dos análisis ilustran mucho mejor lo que intuitivamente se pensaba acerca de la relación que existe entre la distancia entre nodos y el número de eventos utilizados.

Lo más relevante aquí es que no sólo hay diferencia entre las gráficas de Utsu contra Regresión, hay diferencias significativas entre las gráficas del cálculo hecho únicamente por el método de regresión. Para explicar esto es necesario prestar atención a los gráficos en 3D de los diferentes análisis para un nodo como ejemplo:

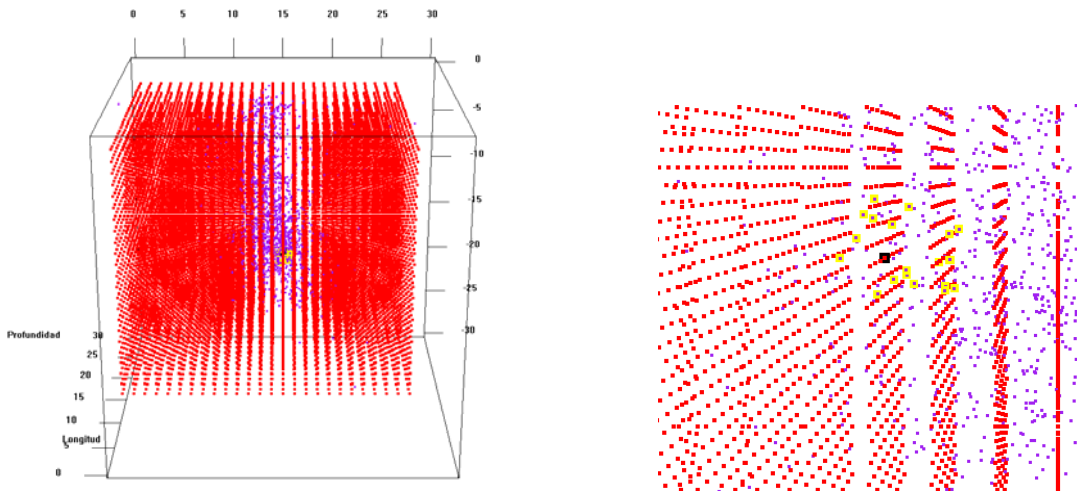


Figura 30. Gráfica en el espacio de un nodo al que se le aplica el análisis (negro) con 20 sismos, los demás nodos (rojo) los eventos tomados para los cálculos (amarillo) y el resto de éstos (morado).

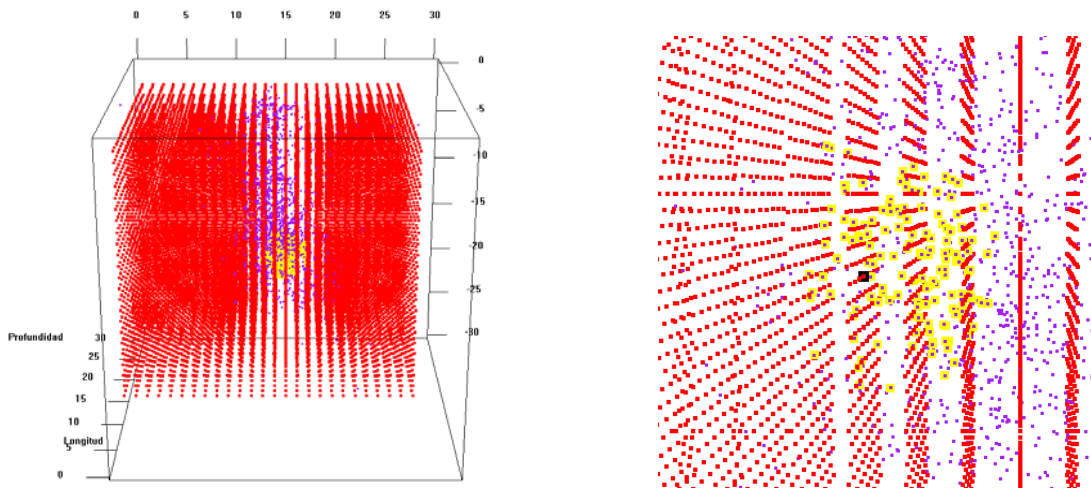


Figura 31. Gráfica en el espacio de un nodo al que se le aplica el análisis (negro) con 150 sismos, los demás nodos (rojo) los eventos tomados para los cálculos (amarillo) y el resto de éstos (morado).

Al comparar con los gráficos de los dos primeros análisis se observa la importancia de la separación entre nodos. En los primeros se considera la información a grandes rasgos, 5km entre cada nodo. En éstos, es plausible tomar una cantidad grande de sismos, tal vez mayor a 20 pero sin excederse del total de eventos en la base, que es de 543, tomando 150.

En los últimos dos análisis se producen resultados más detallados en términos de la profundidad, pues la división es más pequeña, lo que implica la existencia de un número

mucho mayor de nodos. Resalta la relevancia de la cantidad de sismos cercanos. Si tenemos una separación pequeña parece ser mas conveniente tomar 20 eventos a 150, pues en el segundo caso la información local de cada nodo se mezcla con la de los nodos adyacentes, lo que implica una gráfica de valor b contra profundidad con máximos, mínimos y tendencias muy diferente en cada uno de los últimos dos casos.

7. CONCLUSIONES

Es necesario aclarar que las diferencias entre las profundidades a las cuales se encuentra el valor más alto (o bajo) de b , están sujetas a todos los valores adyacentes, es decir, los resultados deben interpretarse en conjunto y no individualmente.

El fenómeno físico no depende del método con el que se modela. Por lo que es importante resaltar que se debe prestar menos atención a la relevancia de los valores como números independientes y poner especial interés en las relaciones globales del análisis que están involucrados en el problema (gráficas, máximos y mínimos globales). El desarrollo anterior sugiere que en diversos análisis se puede encontrar un valor de b distinto para una misma profundidad, lo cual se debe a:

1) El método utilizado para calcular el valor de b es de aproximación, como es el caso del método propuesto por Utsu; o

2) Si tomamos en cuenta una división muy pequeña de la cámara magmática (lo que implica un número muy grande de nodos) y consideramos una gran cantidad de sismos para el mismo análisis, lo que se hace es “alejarse de cada nodo” conforme más eventos se toman en cuenta, es decir, se considera una gran cantidad de información global y no local; esto nos arroja menor confiabilidad en el valor de b para ambos métodos.

Los resultados de los análisis (Figura 15) nos dicen que, en el primer caso tomando una separación de 5 km y 20 sismos alrededor de cada uno, hay valores altos de b a partir de profundidades aproximadamente de 7 km, lo que implica que existe una relación creciente entre la cantidad de sismos con magnitudes pequeñas en relación con los sismos de magnitud mayor. La preponderancia de eventos sísmicos de magnitud pequeña puede ser debida a la creciente heterogeneidad del material al interior del volcán o al nivel de estrés presentado en dicha zona. En el segundo análisis (Figura 19), el cual se llevó a cabo tomando la misma separación entre los nodos pero con la diferencia en tomar 150 sismos en lugar de 20, se observa una interpretación de los resultados similar a la anterior, coincidiendo, tal vez no en los valores locales sino en conjunto, con valores altos de b a partir de profundidades similares a los 7 km, las cuales aumentan conforme lo hace la profundidad.

Los resultados del tercer análisis (Figura 25) indican valores altos de b , aproximadamente a profundidades de 5, 9 y 18 km. Para lo anterior hay que tener presente

que nos referimos a la observación de los resultados como conjunto, no como valores aislados, lo que nos da como resultado una interpretación muy similar entre las gráficas de las estimaciones por ambos métodos, pues las profundidades a las cuales se observan valores altos y bajos de b , así como crecimiento y decrecimiento de los mismos, coinciden en su mayoría en ambos métodos.

En el cuarto análisis (Figura 29), el cual tomo los parámetros de separación entre nodos de 1 km y 150 sismos alrededor de cada uno, existen grandes diferencias como por ejemplo el inicio de cada gráfica: el cambio que presenta el valor de las estimaciones de b por el método de Utsu nos diría que hay una liberación importante aproximadamente a los cero km seguida de un decremento en los valores de b hasta una profundidad aproximada de 6 km, lo cual no coincide con la gráfica de valores calculados por el método de Regresión pues ésta sugiere valores homogéneos de b a dichas profundidades. Otra diferencia importante es el crecimiento relativamente suave en los valores b en la gráfica de Utsu entre las profundidades de 10 a 20 km, la cual contrasta de manera importante con la misma región en la gráfica de mínimos cuadrados, la cual muestra un crecimiento repentino entre los 11 y 12 km para luego decrecer a profundidades mayores.

De lo anterior es necesario hacer una observación acerca de la relación entre el valor global calculado de b y los valores que se generaron en los nodos. El valor b es estimado generalmente para conocer la sismicidad que ha acontecido a un área en particular, generalmente en áreas tectónicas o volcánicas, por lo que la relación existente entre el valor b obtenido para el volcán, el cual es una representación de la sismicidad en toda el área considerada, siendo los valores sobre los nodos una información particular sobre un volumen menor, una información interior y local. Lo que se entiende por esto es que el valor estimado de b para el volcán El Chichón es de 1.73 por el método de Regresión y de 2.19 por el método de Utsu, que en cualquiera de los casos es típico de la sismicidad volcánica. Por otro lado, tomando como referencia el tercer análisis realizado (Figura 25), podemos decir que en el interior puede existir uno o más valores mayores o menores que el valor general y que estos resultados nos dicen a qué profundidades es probable que se haya encontrado el cuerpo magmático que ocasionó la sismicidad (Wyss et al., 2001).

Acerca de la relación entre la separación entre los nodos y el número de sismos tomados en cuenta, la elección está dada por la confiabilidad estadística que da el número

de sismos considerados; es decir el criterio es construir una malla de nodos con separaciones tan pequeñas como sea posible pero solo hasta el punto en que el número de sismos considerados sea apropiado. La variación sobre los resultados obtenidos depende en gran parte de la cantidad de información que se toma. Dicha variación se observó a través de múltiples ensayos, eligiendo de todos aquellos resultados los análisis en los cuales las discrepancias fueran comparables, es decir, para efectos de este trabajo el tercer análisis fue en el cual se encontró mayor compatibilidad entre las estimaciones de ambos métodos, pues los altos y bajos valores coinciden en ambas gráficas para profundidades similares. Todo esto sugiere que la relación óptima mencionada depende de la cantidad de ensayos practicados sobre cada región en particular, pues hay que tener presente que dicha región no se conoce *a priori*, que los métodos expuestos son precisamente para reconstruir un evento eruptivo basándose en sus características sísmicas.

Para finalizar diremos que ambos métodos son equivalentes dependiendo de la interpretación que se dé a los resultados y de los fines que se persigan, colocando al método de Regresión como teórico y con estimaciones más precisas y al método de Utsu como el método con mayor economía en cuestión del cálculo, debido a que no es necesario verificar los supuestos para cada regresión (cap regresión). Ambos métodos coinciden en el fin para el cual son utilizados, teniendo en el segundo una mayor velocidad de estimación a cambio de la precisión que en el primero se consigue.

8. BIBLIOGRAFÍA

Aki, K., (1965). Maximum likelihood estimate of b in the formula $\log_{10}N(m) = a - bm$ and its confidence limits, Bull. Earthquake Res. Inst., Tokyo Univ. 43, 237-239.

Draper, N., (1998). Applied regression analysis. New York : J. Wiley pp 142-170.

Espíndola, J.M., Muñoz, E., Medina, F. y de la Cruz Reina, S. (1991). Bases geofísicas y geoquímicas de la vigilancia de volcanes activos. Revista Ciencia, No 42, 185-205.

Espíndola, J.M., Zamora-Camacho A., Jiménez, Z., (2006). Some aspects of the seismicity associated with the 1982 eruption of El Chichon Volcano, Chiapas, México. Instituto de Geofísica, Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F.

Gutenberg, B. and C. F. Richter, (1944). Frequency of earthquakes in California. Bull. Seism. Soc. Am., 34, 185-188.

Gutenberg, B. and C. F. Richter, (1954). Seismicity of the Earth, 2nd ed., Princeton University, Princeton, New Yersey.

Jiménez, Z., Espíndola, J. M., (1999). Evolution of the seismic activity from the 1982 eruption of El Chichón volcano, Chiapas, Mexico. Bull. Volcanol., 61, 411-422.

Mogi, K., (1962). Magnitude-Frequency relation for elastic shocks accompanying fractures of various materials and some related problems in earthquakes. Bull. Earth. Res. Inst., 40, 831-853.

Shi, Y. and Bolt, B. A., (1982). The standard error of the magnitude-frequency b value, Bull. Seismological Society of America, vol. 72 No.5, 1677-1687.

Urbancic, T. I., Trifu, C. L., Long, J. M., and Young R. P., (1992). Space-time correlations of b values with stress release, *PAGEOPH*, 139, 449-462.

Utsu, T. (1934). A method of determining the value of b in formula $\log_{10}N(m) = a - bm$ showing the magnitude-frequency relation for earthquakes, *Geophys. Bull. Hokkaido Univ.* 13, 99-103.

Warren, N. N., and Latham G. B., (1970). An experimental study of Thermally Induced Micro-Fracturing and its relation to Volcanic Seismicity. *J. Geophys. Res.*, 75, 4455-4464.

Wiemer, S. and Mc.Nutt S. R., (1997). Variations in the frequency-magnitude distribution with depth in two volcanic areas: Mount St. Helens, Washington, and Mt. Spurr, Alaska. *Geophysical Research Letters*, 24, 189-192.

Wyss, M., Klein, F., Nagamine, Wiemer, S., (2001). Anomalously high b-values in the South Flank of Kilauea volcano, Hawaii: evidence for the distribution of magma below Kilauea's east rift zone. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 106, 23-37.

Yokoyama, I., De la Cruz Reina, S., and Espíndola, J. M., (1992). Energy partition in the 1982 eruption of El Chichón volcano, Chiapas, Mexico. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 51, 1-21.

Zobin, V. M., (1979). Variations of volcanic earthquakes source parameters before volcanic eruptions. *J. Volcanic. Geotherm. Res.*, 6, 279-293.

9. APÉNDICE A Sismicidad Volcánica

El grupo de trabajo sobre Estudios Estadísticos de Peligros Naturales de la UNESCO, define Riesgo como la posibilidad de pérdida, tanto en vidas humanas como en bienes o en capacidad de producción. Esta definición involucra tres aspectos relacionados por la siguiente fórmula:

Riesgo = Vulnerabilidad x Valor x Peligro.

En esta relación, el valor se refiere al número de vidas humanas amenazadas o, en general, cualquiera de los elementos económicos (capital, inversión, capacidad productiva, etc) expuestos a un evento destructivo. La vulnerabilidad es una medida del porcentaje del valor que puede ser perdido en el caso de que ocurra un evento destructivo determinado. Peligro, peligrosidad o amenaza, es la probabilidad de que un área en particular sea afectada por alguna de las manifestaciones destructivas del vulcanismo. Esta variable depende, en general, del estado interno del volcán que causa el riesgo, es decir, la probabilidad de que sufra un paroxismo destructivo y de la proximidad y situación topográfica del área considerada con respecto al volcán.

Por lo anterior, es claro que el riesgo sólo puede reducirse por medio de una planeación en el uso del terreno y de la vigilancia de los volcanes activos. En particular, es de vital importancia un pronóstico adecuado del peligro volcánico; su sobre o subevaluación puede conducir a grandes catástrofes y pérdidas económicas de gran magnitud.

Desde el punto de vista de riesgo, Tazieff (1979 1983) hace notar que más que predecir una erupción, la situación típica reclama la estimación de la probabilidad de que una situación crítica evolucione hacia una de paroxismo destructivo. En general, señala este autor, la mayoría de las erupciones paroxísmicas son precedidas con anticipación de días o semanas, por manifestaciones más o menos violentas que actúan como advertencia de una posible catástrofe. Sin embargo, la evolución de una situación crítica sólo puede hacerse con base en la información previa sobre la conducta del volcán en cuestión. Por lo tanto, el estudio geológico de los depósitos dejados por las erupciones previas de un volcán proporciona información valiosa que puede revelar el estilo de las erupciones anteriores (y su evolución tanto en estilo como en composición) y la historia eruptiva del mismo. Esta información sirve como base para la elaboración de mapas de riesgo y como guía en la interpretación de los cambios geofísicos y geoquímicos que puedan darse en situaciones de crisis.

Los datos de estos últimos tipos nos informan sobre los valores de estos parámetros durante períodos de calma y su evolución en períodos eruptivos. La evaluación de riesgo volcánico basada en datos geofísicos y geoquímicos es esencialmente empírica. Aunque en las últimas décadas se ha progresado notablemente en la formulación de modelos teóricos para explicar la naturaleza de los fenómenos que preceden y acompañan a las erupciones volcánicas, distan aún de permitir un tratamiento determinista en la predicción de paroxismos volcánicos. Aun así, la evaluación puede hacerse con cierta seguridad si se observan simultáneamente los cambios en los diferentes parámetros geofísicos y geoquímicos que acompañan a la actividad eruptiva. Estas variaciones han sido observadas en varios volcanes en fase eruptiva y son la base para evaluar la probabilidad de la renovación de la actividad volcánica. Aunque no todas estas variaciones proceden necesariamente de la actividad eruptiva, la determinación del mayor número de ellas permite un mejor pronóstico. Por esta razón, es de vital importancia reunir información sobre la mayor cantidad posible de parámetros geofísicos y geoquímicos.

Las rocas que componen el interior de nuestro planeta se comportan, para esfuerzos aplicados en períodos cortos de tiempo, como un cuerpo elástico. Toda liberación o aplicación súbita de esfuerzos da origen a ondas elásticas que se propagan por la superficie e interior del planeta. Un mecanismo usual por el que se puede presentar esta liberación o relajación de esfuerzos es el de fallamiento del terreno a consecuencia de los esfuerzos que impone la dinámica de las placas tectónicas que componen la corteza terrestre. Este tipo de proceso puede modelarse matemáticamente por medio de un doble par de fuerzas aplicadas en el origen. El campo dinámico de desplazamientos que produce un doble par de fuerzas se caracteriza por tener un patrón especial de radiación para las ondas P y S. Con el desarrollo de la red mundial de estaciones sismológicas fue posible observar, en las décadas de los cincuenta y los sesenta, que la sismicidad global se genera por este tipo de mecanismo. Actualmente se sabe que dichos fallamientos se presentan preferentemente en los bordes de las placas que componen la litosfera. Los temblores que presentan estas características de fallamiento en su origen se conocen como sismos tectónicos.

Estas consideraciones iniciales ofrecen un marco de referencia para la comparación de la sismicidad volcánica. Toda erupción volcánica implica un transporte de magma hacia la superficie que produce esfuerzos mecánicos en las rocas circundantes. Esta actividad se traduce en perturbaciones que generan ondas sísmicas. Así, pueden presentarse fallamientos producidos por la intrusión magmática o por la evacuación del magma. Por otro lado, la apertura de fracturas

y el movimiento del magma o de los gases que de él se desprenden actúan a veces como fuentes de una actividad sísmica que por la variedad de fuentes posibles se torna muy compleja.

La discusión anterior pone de manifiesto la variedad de mecanismos de generación de ondas sísmicas que pueden tener lugar en un área volcánica y dar origen a movimientos del terreno que son registrados por los sismógrafos en forma de señales con características particulares. Estas señales son un elemento observacional disponible tanto para el estudio del mecanismo que las genera como para la interpretación del estado de actividad de un volcán. Para el estudio de estos registros es necesario, en primer lugar, clasificarlos. Si se conociera el mecanismo por el que son generados, la clasificación sería un mero ejercicio semántico, sin embargo, parte del problema estriba en conocer el mecanismo a partir de las señales que genera. La clasificación de los sismos es descriptiva y se basa en las características que presentan en los sismogramas en los volcanes en los que se ha logrado obtener datos significativos.

Una de las clasificaciones más antiguas es la debida a Omori, quien clasificó los temblores originados en el volcán Asama como de los tipos A y B. Llamó temblores del tipo B a los producidos o acompañados por eventos explosivos y del tipo A al resto de las señales registradas. Esta descripción, muy general, sirvió de modelo para una más detallada desarrollada por Minakami quien examinó la sismicidad de algunos volcanes japoneses y hawaianos y estableció la siguiente clasificación:

- a) Tipo A. Son sismos con origen bajo el edificio volcánico, a profundidades entre 1 y 20 km y poseen las mismas características de los sismos tectónicos de la actividad sísmica normal. En las zonas volcánicas ocurren frecuentemente en forma de enjambres, su magnitud es generalmente inferior a 6 y poseen fases P y S bien definidas.
- b) Tipo B. Son eventos con hipocentros muy superficiales (cerca de 1 km alrededor del cráter activo). Sus magnitudes son pequeñas (< 3), no presentan una fase S clara y poseen frecuencias más bajas que los sismos tectónicos locales. Sus períodos dominantes se encuentran entre 0.2 y 1.0.
- c) Explosiones. Son los sismos registrados durante la fase explosiva de una erupción. Su magnitud está directamente relacionada con la explosión y muestran generalmente la fase aérea debido a la transmisión del sonido en el aire. Las frecuencias y formas de onda de estos registros son similares a los del tipo B.
- d) Tremor volcánico. Es una vibración continua que Minakami describe como un enjambre de temblores del tipo B y de explosión.

Las observaciones volcánicas llevadas a cabo en decenas de volcanes en los últimos años han puesto de manifiesto que la clasificación de Minakami difícilmente puede aplicarse, tal como fue establecida originalmente, a la actividad sísmica de todos los volcanes. Así, Aki y Koyanagi (1981), Alter (1981), Havsov *et al* (1983) y Malone (1983) por ejemplo, han encontrado señales de baja frecuencia a profundidades someras. Diferencias como estas, y la posibilidad de distinguir subgrupos de señales, ha motivado a establecer clasificaciones *ad hoc* para describir la actividad de ciertos volcanes en particular. Aun así, en todas ellas podemos encontrar la división en dos grandes grupos de sismos; aquellos con mecanismos de fallamiento (tipo A) y aquellos registrados solamente en áreas volcánicas, caracterizados, entre otras cosas, por su deficiencia en altas frecuencias (con respecto a los tipo A) y la ausencia de fase bien definidas. En la actualidad se continua empleando la terminología de Minakami aunque en una forma menos restringida y existe la tendencia a designar a los eventos simplemente como de alta o de baja frecuencia. Los diferentes grupos de señales son seleccionados con base en alguno o varios de los siguientes aspectos: a) presencia y característica de las diferentes fases sísmicas, b) contenido espectral, c) profundidad hipocentral, y d) amplitud.

Una pregunta importante que surge al considerar alguna de estas características se refiere al origen de las mismas, esto es, si le son impartidas por la fuente o por el medio en que se propaga la señal. La información actual apunta a la fuente como origen de las mismas.

La actividad sísmica significativa en regiones volcánicas ocurre en forma de enjambres, la evidencia sobre actividad sísmica premonitoria a largo plazo es aún inconclusa. La liberación de energía sísmica en estos enjambres indica existencia de esfuerzos producidos por la intrusión de material magmático desde las profundidades. Hemos mencionado que los sismos tipo A pueden ser descritos por un doble par de fuerzas y son, por tanto, causadas por un mecanismo de fallamiento, es de esperarse entonces, que sus mecanismos focales revelen los esfuerzos tensionales producidos por el frente del cuerpo magmático. Lamentablemente, se tiene poca información a este respecto; sin embargo, Nishi (1988) reportó la existencia de mecanismos de falla normal para los temblores registrados durante la fase activa del volcán Sakurajima en Japón. Esta situación no siempre se presenta y la razón puede deberse a varios factores: uno de ellos es la existencia de los esfuerzos regionales a los que se presuponen los generados por el cuerpo magmático. Por otro lado, no es claro cómo tiene lugar el ascenso del cuerpo magmático ya que esto es función de su viscosidad y de su densidad, de manera que el campo de esfuerzos que resulta es menos previsible. Por otra parte, es claro que la sismicidad asociada a una

erupción volcánica tiene características diferentes en las fases pre-eruptiva y pos-eruptiva. El análisis de la sismicidad asociada con las erupciones recientes de los volcanes Santa Elena y Chichón indica que la actividad posterior a una erupción es primordialmente del tipo A y refleja los esfuerzos regionales (Weaver *et al*, 1981; Jiménez *et al*, 1990).

Con respecto a la localización de los hipocentros, se ha observado que los sismos de tipo A ocurren en profundidades que varían de algunos kilómetros a varias decenas de ellos, usualmente se localizan en el intervalo de los primeros 30 kilómetros. Los eventos de baja frecuencia son superficiales u ocurren en una profundidad de algunos kilómetros. Esta relación no se observa en todos los volcanes pero puede considerarse típica. Quizá una de las excepciones más notables es la de los volcanes hawaianos que en los que se observan sismos de baja frecuencia y temblor volcánico en profundidades de hasta 50 km (Aki y Koyanagi, 1981). Independientemente de la profundidad de los eventos, las evidencias actuales señalan que la deficiencia en altas frecuencias es debida a la fuente y no al medio de propagación; sin embargo, en áreas volcánicas también pueden registrarse sismos con llegadas impulsivas, presencia de fases S acentuadas y deficiencia en altas frecuencias, características que probablemente son debidas al medio en el que se propagan las ondas: una matriz altamente fracturada con porciones de material en estado de fusión total o parcial (Malone, 1983, Latter, 1981).

Con respecto a las magnitudes de los sismos volcánicos, los del tipo A alcanza mayores las magnitudes, generalmente menores de 5.5.

Una característica importante de la sismicidad es la relación entre magnitud y frecuencia de ocurrencia de sismos, que suele expresarse por las fórmulas de Ishimoto de Iida (1939) y Richter (1958):

$$N = cA^{-m}, \quad \text{Ishimoto-Iida (1939),}$$

$$N(M) = a + bM, \quad \text{Richter, (1944),}$$

donde M es la magnitud, A es el valor de la tasa de mayor amplitud en el sismograma del evento; a , b y c constantes y N la frecuencia acumulada. La gráfica de $\log N$ contra M , como ya se mencionó, es una recta de pendiente b .

Estas expresiones se ajustan bien para magnitudes no muy altas, aunque se ha encontrado que en ciertos casos, la estadística para un intervalo amplio de magnitudes muestra desviaciones. El valor de b es característico para la sismicidad normal de diferentes regiones geológicas. Para los

enjambres de temblores premonitorios, b es usualmente menor a 1, mientras que para las réplicas es mayor a 1.

Es interesante conocer el valor de b para enjambres de sismos volcánicos; para el tipo A, Minakami en 1960 reportó valores semejantes a los de sucesiones de premonitorios tectónicos; pero en algunos casos se han encontrado enjambres con valores más altos de b , por ejemplo, Dorel y Feuillard (1980) reportan un valor de $b = 1.6$ para el enjambre de 1976 en la Azufrera de Guadalupe. Sin embargo, incluso estos valores altos de b para sismos tipo A contrastan con los observados para sismos de baja frecuencia, los que usualmente se encuentran entre 1.6 y 3.5 Minakami, (1960); McNutt, (1986); Medina *et al.*, (1989). Este patrón de comportamiento también tiene sus excepciones; Yokoyama *et al.* (1981) reportan que la relación magnitud-frecuencia para la actividad registrada durante las erupciones de 1977 y 1978 del volcán Usu es irregular debido a la ausencia de eventos de pequeña magnitud.

Los datos más recientes sobre señales de baja frecuencia (sismos “tipo B”) y señales continuas (tremor volcánico) sugieren que ambas son generadas por las mismas fuentes: por facilidad de presentación, nos referimos al tremor volcánico en primer lugar. McNutt (1985), luego de un análisis exhaustivo de la información reportada en la literatura presenta los siguientes datos sobre tremor volcánico: se han reportado más de 1100 casos de ocurrencia de tremor volcánico en 83 volcanes. De estos, el 60% acompañaron a erupciones y el 40% no; el temer precedió a las erupciones en un 20% de los casos. Su duración es extremadamente variable, del origen de minutos (61%), horas (10%), días (10%) y aún semanas (3%). Estos datos sugieren que existen fuentes de tremor volcánico de diferentes tipos.

Es preciso hacer una aclaración. Como ya se ha manifestado, el apelativo tremor se aplica, en general, a cualquier señal continua (es decir, con duración mayor a la de los sismos locales). Definido de esta manera, se puede llamar tremor al proveniente de las más diversas fuentes; Kubotera y Otsuka (1970), por ejemplo, reportan la existencia de un tremor de origen externo a la caldera de Aso al que identifica como la resonancia del edificio volcánico. Sin embargo, es el llamado tremor armónico el que por sus características y por su ocurrencia frecuente durante la actividad volcánica adquiere especial importancia.

Algunas características importantes del tremor es su monocromaticidad y su estabilidad en el tiempo, esto es, el espectro de frecuencia del tremor volcánico muestra unas pocas muestras dominantes que varían lentamente a lo largo de un proceso de emisión de material o de gases.

Las frecuencias usuales del tremor armónico se encuentran entre los 0.2 y los 7 s. en 1935 Sassa publicó una clasificación del tremor volcánico basada en sus observaciones en el volcán Aso (citado en Kubotera, 1974). La clasificación de Sassa es la siguiente:

Tipo 1. tremor con período de alrededor de 1 s con velocidad de propagación de 1 Km/s y movimiento de tipo de ondas de Love (éstas son ondas superficiales en las que el movimiento de la partícula está polarizado en el plano horizontal).

Tipo 2. Con período dominante entre 3.5 y 7 s, que Sassa interpretó como debidas a la oscilación de la cámara magmática.

Tipo 3. Con período dominante entre 0.4 y 0.6 s, cuyo movimiento es de tipo ondas de Rayleigh (éstas son ondas superficiales en las que el movimiento de la partícula traza una elipse horizontal en el plano de propagación de la onda).

Tipo 4. Con período dominante de alrededor de 0.2 s, y relacionado con actividad eruptiva superficial.

Esta clasificación ha sido poco utilizada en la literatura pero ilustra los intervalos de frecuencias dominantes que puede presentar el tremor armónico. Como se ha señalado anteriormente, es posible que las características de las señales de baja frecuencia les sean impartidas tanto por la fuente que las genera como por el medio en que se propagan. Así, el origen del tremor puede explicarse en términos de estos efectos.

Con recientes observaciones se ha puesto de manifiesto que, en general, las características del tremor volcánico le son impartidas por la fuente; por otro lado, se ha hecho cada vez más evidente, como ya lo había señalado Minakami (1960 y 1974), que tanto el tremor como las otras señales discretas de baja frecuencia son probablemente debidos a un mismo mecanismo.

Algunos investigadores consideran que la generación del tremor se debe a la apertura súbita de fracturas por efecto de la presión ejercida por un fluido, en este caso, el magma y las burbujas de gas contenidas en el mismo (Aki *et al*, 1977 y 1981; Chouet, 1981; Aki, 1984). Estos autores encuentran que este modelo puede explicar el tremor observado en el Kilauea si se supone una red de fracturas conectadas por canales. El modelo es adecuado para explicar la actividad en Hawaii en donde se ha registrado actividad sísmica de baja frecuencia en profundidades mayores que 50 Km.; sin embargo, en varios volcanes esta actividad es más superficial y generalmente está relacionada con manifestaciones también superficiales de la actividad volcánica. Estos eventos hayan mejor explicación en modelos del tipo hidráulico, es

decir, se considera una cavidad llena de un fluido en un medio elástico. La generación de ondas se lleva a cabo por oscilaciones en la presión del fluido contenido. Un modelo de este tipo debe contener una cierta geometría para el sistema y un mecanismo que cause las oscilaciones de presión. Estas últimas pueden deberse a diversos procesos, por ejemplo, los transitorios causados en el fluido por la apertura súbita de una fractura, por flujo turbulento, por transiciones de flujo, etc. Adicionalmente, debe considerarse al fluido responsable de los cambios de presión; este puede ser el magma, los gases magmáticos, una mezcla de los dos, o magma, gas y material sólido. Como puede verse existen varias posibilidades y los modelos fisicomatemáticos son bastante complejos. El modelo de Kubotera (1974) es de este tipo, considera al tremor volcánico como producido por la oscilación del fluido producido en la cámara magmática. Consiste en una esfera fluida contenida en un medio infinito y elástico. El acoplamiento entre los modos de una esfera líquida vibrante, y los generados por una esfera vibrante en un medio elástico, permite obtener relaciones entre las frecuencias, el amortiguamiento y algunas características del medio y del fluido.

Chouet (1985) presenta un modelo de tremor en el cual los nodos de vibración de un conducto cilíndrico son excitados por el movimiento del fluido contenido en él en respuesta a una perturbación repentina en la presión. El cilindro se encuentra cerrado en sus extremos por un disco y un hemisferio que contiene un gas cuya expansión súbita causa las oscilaciones del líquido contenido. El autor atribuye tal perturbación al cambio abrupto del agua subterránea a vapor. Por un procedimiento numérico obtiene sismogramas sintéticos y encuentra las contribuciones a la radiación de las diferentes partes del sistema. Asimismo, entre otros resultados, se obtiene que el movimiento es dominado por ondas de Rayleigh a distancias mayores a los 3km. Otros mecanismos pueden ser responsables de la creación de las variaciones repentinas de presión que excitan a los sistemas hidráulicos, por ejemplo Steimberg y Steimberg (1975) sugiere un proceso de auto-oscilación debido a la transfusión de flujo de subsónico a supersónico.

Como se ha mencionado anteriormente, la mayoría de las erupciones volcánicas son precedidas por actividad sísmica. El incremento de tal actividad en un área volcánica es, por sí misma, una primera advertencia de la posibilidad de inicio de una nueva fase eruptiva.

La aparición de los eventos de baja frecuencia es una advertencia adicional. Sassa (1935, citado por Kubotera, 1974) estudio un patrón de comportamiento del tremor volcánico de las erupciones del volcán Aso y observó que la amplitud del tremor se incrementaba rápidamente,

permanecía constante, decaía abruptamente y finalmente se presentaba un período de calma tras el cual ocurría la erupción. Lamentablemente, tales patrones no siempre se presentan y es un hecho que no a toda actividad sísmica en un área volcánica le corresponde una erupción. Por fortuna, el análisis de varios aspectos de la actividad sísmica ofrece otros elementos para el pronóstico del comportamiento volcánico. En este sentido, Yokoyama (1988) presentó una excelente revisión sobre los métodos que han sido utilizados con propósitos predictivos. Éstos son:

- 1) Frecuencia diaria de temblores volcánicos, especialmente de tipo B. Minakami (1974) reportó que las erupciones vulcaneas de 1960 y 1966 del volcán Asama en Japón fueron precedidas por un aumento abrupto de temblores tipo B; sin embargo la relación entre ese aumento y la erupción no era clara puesto que ésta se presentaba en ocasiones 1 ó 2 días después del incremento abrupto y 2 ó 3 días después en otras ocasiones. Para salvar esta ambigüedad, Minakami construyó un histograma formado por la suma acumulada de la frecuencia sísmica en períodos de 5 días y obtuvo una distribución de valores N_i . Tales valores pueden ser agrupados en un histograma $F(N)$ para los períodos 0 a 50 días, 51 a 100 días, 101 a 150 días, etc. A partir de éste se construyó el histograma $F'(N)$ considerando los valores de N de 1 a 5 previos a una erupción, los coeficientes F'/F para cada grupo N_i nos ofrece una medida de la probabilidad de una erupción. Este procedimiento, que se empleó para el análisis de los eventos durante el período de octubre de 1954 a diciembre de 1960, y después fue revisado con los eventos del período octubre de 1954 a diciembre de 1966 arrojó excelentes resultados; sin embargo en 1973, luego de 11 años de calma, el Asama hizo erupción sin que se presentara el esperado aumento en la sismicidad del tipo B. este hecho revela que el patrón de sismicidad puede cambiar para un mismo volcán sin que pueda determinarse *a priori* su comportamiento. F'/F
- 2) Migración de hipocentros. Puede suponerse con cierta seguridad que en su ascenso hacia la superficie, el magma genera la actividad sísmica que resulta de perturbar el medio circundante. En tal caso puede esperarse que los hipocentros migren hacia la superficie, trazando el ascenso del magma hacia la misma. En estos volcanes se han observado razones de ascenso de 10km y de 600m en 9 meses respectivamente.

- 3) Cambios en los parámetros del mecanismo focal y en los períodos dominantes. Nishi (1978) reportó un cambio en el mecanismo focal de los temblores asociados con las erupciones del volcán Sakurajima de 1975 a 1977; de tipo transcurrente, durante la fase previa a la erupción, a tipo normal, durante la fase activa. Zobin (1979) reportó un cambio abrupto en la orientación de los esfuerzos y en los valores de la caída de esfuerzos cuatro días antes de la erupción de 1975 del volcán Tolbachik en Kamchatka. Por otro lado, Yokoyama (1985), reportó un cambio en el valor de los períodos dominantes (de 0.2 a 0.5) antes de la erupción del 7 de agosto de 1977 en el volcán Usu.
- 4) Aumento en la energía y deformación acumulativa liberada. Tokarev (1963 y 1971) encontró que la suma acumulada de la raíz cuadrada de la energía sísmica de los enjambres volcánicos previos a las erupciones de los volcanes Bezymianny de 1958 y Tokachi de 1962 tienen una forma hiperbólica. Esto es, si se define la “deformación elástica” como:

$$u = C\sqrt{E_s},$$

donde C es una constante relacionada con las constantes elásticas y E es la energía sísmica, puede escribirse la suma acumulada de $E_s^{1/2}$ como:

$$\sum E_s^{1/2} = p + q/(T - t),$$

donde p y q son constantes, t el tiempo en días contando desde el comienzo de la serie de temblores y T el valor asintótico de t . durante el transcurso de la actividad previa a una erupción pueden determinarse p , q y T . la figura 9 muestra la suma acumulada de la raíz cuadrada de la energía sísmica para las erupciones de Bezymianny en 1958 y del Tocachi en 1962. de acuerdo con Yokoyama (1958), la relación encontrada por Tokarev y los resultado experimentales de Nagumo y Hoshimo (1967) indican que una erupción ocurre cuando el magma que asciende a la superficie del cráter ha fracturado un cierto volumen de roca, o cuando la energía elástica acumulada en ese volumen ha sido liberada. Es claro entonces que la validez de la ley de Tokarev depende de las características del sistema volcánico. Además de esta relación, Tokarev (1985) comparó la energía liberada de las erupciones explosivas de 1956 de Bezymianny, de 1964 del Shiveluch y de 1985 del Santa Elena y encontró las

siguientes conductas en la liberación de energía sísmica que podrían ser útiles en el pronóstico de la erupción de un volcán andesítico: 1) fase inicial con enjambres de temblores que liberan de 10^{12} a 10^{15} ergs, algunas semanas o meses antes de la erupción, 2) aumento continuo de la energía sísmica liberada 2 ó 3 semanas antes del comienzo de la erupción, 3) enjambres de temblores con liberación de 10^{16} y $10^{17.5}$ ergs de 8 a 11 y de 2 a 6 días antes de la erupción.

Sin embargo, aunque estas características revelan un comportamiento que usualmente culmina en una erupción por salida del material magmático, debe recordarse que el comportamiento superficial del volcán también está determinado por otras condiciones sísmicas alrededor del mismo y éstas pueden modificar sustancialmente el comportamiento del sistema. Por ejemplo, el agua contenida en el medio puede ocasionar erupciones freáticas, antes de que se complete el proceso de liberación de energía, o inhibir una ocurrencia de una erupción de tipo magmático.

Espíndola, J.M., Muñoz, E., Medina, F. y de la Cruz Reina, S. (1991). Bases geofísicas y geoquímicas de la vigilancia de volcanes activos. *Revista Ciencia*, No 42, 185-205.

10. APÉNDICE B

CÓDIGO DE LOS PROGRAMAS UTILIZADOS EN EL LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN “R”.

Primero establecemos un directorio de trabajo y la matriz a analizar:

```
setwd("J:/WORKONTESIS")
```

```
datos=read.table("DATOS.dat", header=TRUE, fill=TRUE)
```

Cargamos el paquete “rgl”:

```
datos=read.table("DATOS.dat", header=TRUE, fill=TRUE)
```

FUNCIÓN 1

```
##### graf #####
```

Esta función grafica la distribución del número de sismos contra frecuencia, de una matriz "m" con incrementos "a" e imprime los valores "b" de Regresión y del Método de Utsu.

Parámetros:

m=matriz de datos

a=cantidad de incremento en la magnitud

Retorna:

Plot de magnitud contra frecuencia.

Parámetro estimado de la Regresión y parámetro estimado por el Método de Utsu.

```
graf<-function(m,a){  
  
  r=(max(m[,4])-min(m[,4]))/a  
  x=matrix(0,ncol=2,nrow=(round(r,0)+1))  
  names(x)[1]="Magnitud"  
  names(x)[2]="Log(N)"  
  for (i in 1:dim(x)[1]) {  
    x[i,1]=min(m[,4])+(i-1)*a  
    y=matrix(0,ncol=1,nrow=dim(m)[1])  
    for (j in 1:dim(m)[1]){  
      if (m[j,4]>(min(m[,4])+(i-1)*a)) y[j]=1 else y[j]=0 }  
    if (sum(y)>0) x[i,2]=log10(sum(y)) else x[i,2]=0 }  
  
  b=(log10(exp(1)))/(mean(m[,4])-min(m[,4]))  
  q=lm(x[,2]~x[,1])  
  a=matrix(0,ncol=2,nrow=1)  
  names(a)[1]="Regresión"  
  a[1,1]=(-1)*(q$coefficients[2])  
  names(a)[2]="Utsu"  
  a[1,2]=b  
  
  A=(max(m[,4]) + min(m[,4]))/2  
  x11()  
  plot(x[,1],x[,2],main="Grafica de Frecuencia", xlab="Magnitud", ylab="Log(N)", xlim=c(0,5),  
  ylim=c(0,5), pch=16)  
  text(4.4,as.expression(substitute(Regresion==r,list(r=a[1,1]))))  
  text(4.4,as.expression(substitute(Utsu==r,list(r=a[1,2]))))  
  abline(q$coefficients[1],q$coefficients[2],col="red")  
}
```

```

abline((q$coefficients[1]+(q$coefficients[2]+a[1,2])*A),(-1)*b,col="blue")
a
}

```

FUNCIÓN 2

```
##### conver #####
```

Esta función toma una matriz y convierte sus coordenadas de grados a kilómetros de distancia a un punto imaginario ubicado en la longitud y latitud mínimas.

Parámetros:

m=matriz de datos

Retorna:

Matriz de datos convertida

```

conver<-function(m){
  x=matrix(0, ncol=(dim(m)[2]), nrow=dim(m)[1])
  y=min(m[,1])
  z=min(m[,2])
  for (i in 1:dim(x)[1]){
    x[i,1]=(pi*((6371)*2)*(m[i,1]-y))/360
    x[i,2]=(pi*((6371)*2)*(m[i,2]-z))/360
  }
  x[,3]=m[,3]
  x[,4]=m[,4]
  x[,5]=m[,5]
  x
}

```

FUNCIÓN 3

```
##### malla #####
```

Esta función toma una matriz y construye una malla de cubos sobre las coordenadas de los sismos.

Parámetros:

m=matriz de datos

n=longitud en kilómetros de la arista de los cubitos

Retorna:

Matriz con las coordenadas de los nodos.

```

malla<-function(m,n){
  A=(max(m[,1])-min(m[,1]))/n
  B=(max(m[,2])-min(m[,2]))/n
  C=(max(m[,3])-min(m[,3]))/n
  x=matrix(0,ncol=3, nrow=(round(A,0)-1)*(round(B,0)-1)*(round(C,0)-1)+1)

```



```

for (k in 1:(round(C,0)-1)){
  for (j in 1:(round(B,0)-1)){
    for (i in 1:(round(A,0)-1)){
      x[i+(j-1)*(round(A,0)-1)+(k-1)*(round(A,0)-1)*(round(B,0)-1),1]=i*n
      x[i+(j-1)*(round(A,0)-1)+(k-1)*(round(A,0)-1)*(round(B,0)-1),2]=j*n
      x[i+(j-1)*(round(A,0)-1)+(k-1)*(round(A,0)-1)*(round(B,0)-1),3]=k*n
    }
  }
}
X=matrix(0,ncol=dim(x)[2], nrow=dim(x)[1])
X[,1]=x[,1]
X[,2]=x[,2]
if (min(m[,3])<0)X[,3]=(-1)*(x[,3])      else      X[,3]=x[,3]

X[dim(X)[1],1]=round((round(A,0))/2,0)*n
X[dim(X)[1],2]=round((round(B,0))/2,0)*n
X[dim(X)[1],3]=-1*n
X
}

```

FUNCIÓN 4

valorb #####
 Esta función toma la matriz de datos convertida a km's y la matriz de nodos, calcula las distancias de cada nodo a todos los sismos, selecciona los "n" más próximos y calcula "b" por el Método de Utsu y por el de Regresión para cada nodo.

Parámetros:

m=matriz de datos convertida a km's
 r=matriz de nodos
 n=número de sismos más próximos a considerar
 a=incremento en las magnitudes para calcular los puntos de regresión

Retorna:

Matriz con las coordenadas y el valor calculado de "b" para cada nodo.

```
valorb<-function(m,r,n,a){
```

```

Z=matrix(0, ncol=(dim(r)[2]+2), nrow=dim(r)[1])
for (i in 1:dim(r)[2]) {Z[,i]=r[,i]}
for (x in 1:dim(r)[1]){
  X=matrix(0,ncol=(dim(m)[2]+1), nrow=dim(m)[1])
  for (i in 1:(dim(m)[2])) {X[,i]=m[,i]}
  for (i in 1:dim(X)[1]) {X[i,dim(X)[2]]=sqrt(((m[i,1]-r[x,1])^2)+((m[i,2]-
  r[x,2])^2)+((m[i,3]-r[x,3])^2))}
  y=matrix(0, ncol=dim(X)[2], nrow=n)

  R=X
  for (i in 1:n){
    y[i,]=R[which.min(R[,dim(m)[2]+1]),]
    R=R[-which.min(R[,dim(m)[2]+1]),]
  }
  Z[x,(dim(Z)[2]-1)]=(log10(exp(1)))/(mean(y[,4])-min(y[,4]))

  s=(max(y[,4])-min(y[,4]))/a
  A=matrix(0,ncol=2,nrow=(round(s,0)+1))

```

```

    for (i in 1:dim(A)[1]) {
      A[i,1]=min(y[,4])+(i-1)*a
      Y=matrix(0,ncol=1,nrow=dim(y)[1])
      for (j in 1:dim(y)[1]){
        if (y[j,4]>(min(y[,4])+(i-1)*(a))) Y[j]=1 else Y[j]=0 }
      A[i,2]=log10(sum(Y))
      if (sum(Y)==0) A[i,2]=0 }

    q=lm(A[,2]~A[,1])
    Z[x,dim(Z)[2]]=(-1)*(q$coefficients[2])
  }
  M=Z[-dim(Z)[1],]
  M
}

```

FUNCIÓN 5

ejemplo

Esta función toma la matriz de datos convertida a km's y un nodo de la matriz de nodos al cual calcula su valor "b" considerando "k" sismos y regresa éste y una gráfica de la frecuencia de los mismos.

Parámetros:

m=matriz de datos convertida a km's
 r=matriz de nodos
 n=índice del nodo
 k=número de sismos a considerar
 a=incrementos en la gráfica

Retorna:

Valor "b" del nodo "n" considerando "k" sismos
 Plot de la frecuencia de los sismos consideraos después del umbral "u"
 Coeficientes de la regresión

ejemplo<-function(m,r,n,k,a){

```

  x=r[n,]
  Y=matrix(0,ncol=dim(m)[2]+1,nrow=dim(m)[1])
  for (i in 1:dim(m)[2]) { Y[i]=m[,i] }
  for (i in 1:dim(m)[1]) {
    Y[i,dim(Y)[2]]=sqrt(((x[1]-m[i,1])^2)+((x[2]-m[i,2])^2)+((x[3]-m[i,3])^2)) }
  Z=matrix(0,ncol=dim(Y)[2],nrow=k)
  R=Y
  for (i in 1:k) {
    Z[i,]=R[which.min(R[,dim(Y)[2]]),]
    R=R[-which.min(R[,dim(Y)[2]]),] }

  plot3d(m[,1],m[,2],m[,3],xlab="Latitud",ylab="Longitud",zlab="Profundidad",pch=16,size=3,col="purple",xlim=c(0,30),ylim=c(0,30),zlim=c(-30,0),box=TRUE,axes=TRUE,main="Camara Magmatica",add=FALSE)
  A=r[-dim(r)[1],]
  plot3d(A[,1],A[,2],A[,3],pch=18,size=4,col="red",xlim=c(0,30),ylim=c(0,30),zlim=c(-30,0),add=TRUE)
  plot3d(Z[,1],Z[,2],Z[,3],pch=16,size=8,col="yellow",xlim=c(0,30),ylim=c(0,30),zlim=c(-30,0),add=TRUE)
  plot3d(x[1],x[2],x[3],pch=18,size=10,col="black",xlim=c(0,30),ylim=c(0,30),zlim=c(-30,0),add=TRUE)
}

```

```

    graf(Z,a)
}

```

FUNCIÓN 6

ejemplos #####
 Esta función toma la matriz de datos convertida a km's, la matriz de nodos, toma los nodos centrales del volcán y calcula los valores "b" y de regresión para cada uno. Devuelve un plot de los nodos y los sismos considerados.

Parámetros:

m=matriz de datos convertida a km's
 r=matriz de nodos
 k=número de sismos a considerar
 a=incrementos en la gráfica

Retorna:

Valor "b" del nodo "n" considerando "k" sismos.
 Plot de la frecuencia de los sismos consideraos después del umbral "u".
 Coeficientes de la regresión.

```

ejemplos<-function(m,r,k,a){
  A=r[dim(r)[1],]
  B=r[-dim(r)[1],]
  C=r[which((B[,1]==A[1]) & (B[,2]==A[2])),]
  plot3d(m[,1],m[,2],m[,3],xlab="Latitud",ylab="Longitud",zlab="Profundidad",type="p",col="purple",size=3,xlim=c(0,30),ylim=c(0,30),zlim=c(-30,0),box=TRUE,axes=TRUE,main="Camara Magmatica")
  X=matrix(0,ncol=2, nrow=dim(C)[1])
  for (i in 1:dim(C)[1]){
    X[i,]=ejemplo(m,r,which((B[,1]==C[i,1]) & (B[,2]==C[i,2]) & (B[,3]==C[i,3])),k,a)
  }
  X
}

```

FUNCIÓN 7

valbgraf #####
 Esta función calcula todo lo necesario para el análisis hasta la matriz de nodos con valores "b" y hace una gráfica de profundidad contra el valor "b" y otra con los valores de regresión para los nodos centrales de la malla.

Parámetros:

m=matriz de datos
 u=umbral de la magnitud
 k=número de sismos a considerar
 r=incremento en la colocación de los nodos(profundidad)
 a=incrementos sobre la magnitud en la gráfica

Retorna:

Gráficas de: profundidad contra valor "b" calculado con los dos métodos.

```
valbgraf<-function(m,u,k,r,a){  
  if (u>0) n=m[-which(m[,4]<u),] else n=m  
  
  A=conver(n)  
  B=malla(A,r)  
  C=B[which((B[,1]==B[dim(B)[1],1]) & (B[,2]==B[dim(B)[1],2])),]  
  D=valorb(A,C,k,a)  
  E=matrix(0,ncol=dim(D)[2]+1,nrow=dim(D)[1])  
  for (i in 1:dim(D)[2]) E[,i]=D[,i]  
  for (i in 1:dim(D)[1]) E[i,dim(E)[2]]=abs(D[i,4]-D[i,5])  
  ejemplos(A,C,k,a)  
  X=(D[,3])  
  x11()  
  layout(matrix(1:2,1,2))  
  plot(D[,4],X,xlab="Valor b",ylab="Profundidad",main="Método de  
  Utsu",type="b",pch=16,col="blue")  
  plot(D[,5],X,xlab="Valor b",ylab="Profundidad",main="Método de  
  Regresión",type="b",pch=16,col="red")  
  E  
}
```
