UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

El análisis de inversiones en contratos de opciones

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Actuario

P R E S E N T A :

Héctor Alonso Olivares Aguayo

DIRECTORA DE TESIS:

Act. María Aurora Valdés Michell

2009

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno
   Apellido paterno: Olivares
   Apellido materno: Aguayo
   Nombre(s): Héctor Alonso
   Teléfono: 53536223
   Universidad: Universidad Nacional Autónoma de México
   Facultad: Facultad de Ciencias
   Carrera: Actuaría
   No. de cuenta: 303335508

2. Datos del tutor
   Grado: Act
   Nombre(s): María Aurora
   Apellido Paterno: Valdés
   Apellido materno: Michell

3. Datos del sinodal 1
   Grado: Act
   Nombre(s): David Josafat
   Apellido Paterno: Santana
   Apellido materno: Cobian

4. Datos del sinodal 2
   Grado: M en I
   Nombre(s): Jorge Luis
   Apellido Paterno: Silva
   Apellido materno: Haro.

5. Datos del sinodal 3
   Grado: M en I
   Nombre(s): José Antonio
   Apellido Paterno: Climent
   Apellido materno: Hernández

6. Datos del sinodal 4
   Grado: Act.
   Nombre(s): Marina
   Apellido Paterno: Castillo
   Apellido materno: Garduño

7. Datos del trabajo escrito.
   Título: El análisis de inversiones en contratos de opciones.
   Subtítulo:
   No.de páginas: 90 p.
   Año:2009

AGRADECIMIENTOS

Mis más sinceros y profundos agradecimientos a Dios, mis padres, mi familia, sinodales, profesores, amigos y compañeros que me han apoyado en mi formación humana y profesional.

Y en particular agradezco a mi hermana quien ha sido la razón de mi superación día con día a lo largo de mi vida.

“Todo son en él rabias y más rabias, disgustos y más disgustos, pesares y más pesares; si el que compra algunas partidas, ve que bajan, rabia de haber comprado, si suben, rabia de que no compró más; si compra, suben, vende, gana, y vuelan aún a más alto precio del que ha vendido, rabia de que vendió por menor precio; y si no compra ni vende, y van subiendo, rabia de que habiendo tenido impulsos de comprar, no llegó a lograr los impulsos...”.

Confesión de Confesiones.
José de la Vega, 1688.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

En la actualidad hay crisis financiera a nivel mundial y es cierto que dicha crisis conlleva una serie de problemas a la humanidad; sin embargo desde el punto de vista financiero el cual es de interés en esta tesis; se tiene que el inversionista puede ser beneficiado financieramente por la volatilidad de los activos subyacentes que están en el mercado; claro que para que sea posible que obtenga ganancias financieras al invertir en ciertos activos tiene que ser muy cuidadoso al tomar sus decisiones de inversión; es decir no es recomendable que invierta a la deriva; por el contrario debe de realizar un cierto análisis de inversión.

En esta tesis se busca que el inversionista obtenga un panorama favorable de inversión; es decir que dicha inversión genere mayor rendimiento que la tasa nacional libre de riesgo (CETES), ya que asume un riesgo en el mercado financiero de derivados; pero es importante que dicha inversión no sea muy volátil por lo que se analizan los contratos de opciones a corto plazo; ya que a largo plazo provocan mayor incertidumbre en la inversión.

También se emplean técnicas gráficas, sobre todo en el tema de estrategias de inversión para que el inversionista pueda decidir en qué tipo de estrategia le conviene invertir según su especulación.

Adicionalmente se exponen diversos problemas prácticos; con el objetivo de brindarle al inversionista la oportunidad de analizar sus inversiones en contratos de opciones y encontrar el precio que tiene que pagar por ellas de acuerdo a la especulación que tenga sobre el precio del activo subyacente; dicho análisis se desarrolla, en los temas de método binomial y método Black and Scholes. Gracias a estos métodos se puede valuar el precio de los contratos de las opciones; pero también se da a conocer el tipo de opciones que pueden valuar los métodos anteriormente mencionados.

Además se consideran herramientas de probabilidad y estadística para evaluar las posibles ganancias que el inversionista puede obtener al término de la vigencia del contrato. También se observan las diferencias que existen en los factores de influencia sobre el activo subyacente al contratar opciones americanas o europeas; es decir, si dichos factores afectan al precio de la opción de manera positiva o negativa según sea el caso y por qué razones pasa esto.

Finalmente, cabe mencionar que se tiene la intención de exponer de una manera sencilla lo dicho anteriormente; para que las personas que por primera vez entren al mundo de los contratos de opciones; lo puedan entender y analizar de manera fácil.

CAPÍTULO 1

Introducción a los productos derivados financieros.

1.1 Aspectos teóricos de los derivados.

1.1.1 Derivado

Un derivado[1] es un instrumento financiero; es decir un acuerdo entre dos partes cuyo valor del activo subyacente es determinado por el precio de ciertos factores. A grandes rasgos se dice que un derivado es una apuesta que se hace sobre el precio futuro de un producto.

Por ejemplo al suponer que desea llegar al acuerdo con otra persona, de que si el precio del azúcar dentro de un año es de más de \$5, entonces se tiene que pagar \$1 a esa persona. Sin embargo si el precio del azúcar dentro de un año es menor a \$5, entonces dicha persona pagará \$1. Por lo que este acuerdo es un ejemplo de un derivado; ya que el precio del azúcar dentro de un año depende de ciertos factores.

Este tipo de contrato otorga un seguro a ambas partes. Para aclarar lo anterior, al suponer que ahora se vende azúcar y otra persona la compra. Si el precio del azúcar dentro de un año baja, entonces la persona que ha comprado pagará \$1 y compensa lo que se dejo de ganar; pero si sucede lo contrario, es decir si el precio del azúcar dentro de un año sube, entonces se tiene que pagar \$1 a la persona que la compró para ayudar con este aumento. En este caso se dice que el contrato protege ambas partes y reduce el riesgo de grandes pérdidas.

También los derivados se utilizan para especular. Por ejemplo al suponer que el precio del azúcar puede ser de \$9 dentro de un mes y se desea asegurar un precio de compra de \$7 para ese tiempo. Si ocurre lo que se supuso se obtienen ganancias; en caso contrario, se tienen pérdidas.

---

[1] *Un instrumento cuyo precio depende; o se deriva, del precio de otro activo.*

1.1.2 *Características de los derivados financieros.*

- Instrumentos financieros (futuros, forwards, swaps, opciones, etc.)
- Su valor deriva de un activo subyacente (índice, divisas, acciones, tasas, etc.)
- Cobertura de riesgo (cambio de los precios).
- Se pueden comercializar en el MexDer[2].

1.1.3 *Cámara de Compensación.*

La Cámara de Compensación (Clearing House) es una entidad que garantiza el pago a los clientes por concepto de sus contratos derivados a través de un fideicomiso[3]; y su función es disminuir el riesgo de impago. Además la Cámara de Compensación tiene otro objetivo, monitorear las posiciones de los clientes, así como los precios de los activos subyacentes y otros índices.

Cuando un inversionista toma una o varias posiciones en el mercado de derivados, ya sea como coberturista[4], o especulador la cámara de compensación le pedirá un depósito de no más del 10% del precio de ejercicio del activo subyacente. Cuando el plazo del instrumento llega a su término entonces ya deberá cobrar, o en su caso, pagar la diferencia.

1.1.4 *Llamadas al margen.*

---

[2] MexDer, Mercado Mexicano de Derivados, S.A. de C.V. es la Bolsa de Derivados de México, la cual inició operaciones el 15 de diciembre de 1998 al listar contratos de futuros sobre subyacentes financieros, siendo constituida como una sociedad anónima de capital variable, autorizada por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP). Este hecho, constituye uno de los avances más significativos en el proceso de desarrollo e internacionalización del Sistema Financiero Mexicano. MexDer y su Cámara de Compensación (Asigna) son entidades autorreguladas que funcionan bajo la supervisión de las Autoridades Financieras (SHCP, Banco de México y la Comisión Nacional Bancaria y de Valores-CNBV).

[3] Es un contrato mercantil mediante el cual una persona física o jurídica destina sus bienes o derechos a la realización de una finalidad lícita y determinada encargado a una institución fiduciaria el llevar a cabo esa finalidad en beneficio propio o de otra persona. Los elementos personales son: fideicomitente, quien es la persona que crea el fideicomiso, o sea el que da los bienes; fiduciario, entidad jurídica que maneja el patrimonio dado en fideicomiso; fideicomisario, persona beneficiada del fideicomiso.

[4] Un individuo que gestiona operaciones de cobertura.

Una llamada al margen es cuando un cliente del mercado de derivados toma una posición y durante la vigencia de su contrato el precio del mercado del activo subyacente se le viene en contra, la Cámara le llama y le pide que realice un depósito extra.

Cabe mencionar que un retiro de utilidades es el caso contrario de una llamada al margen. Es decir cuando un cliente toma una posición, el mercado se le viene a favor, entonces puede hacer un retiro de utilidades.

1.1.5 Socio liquidador.

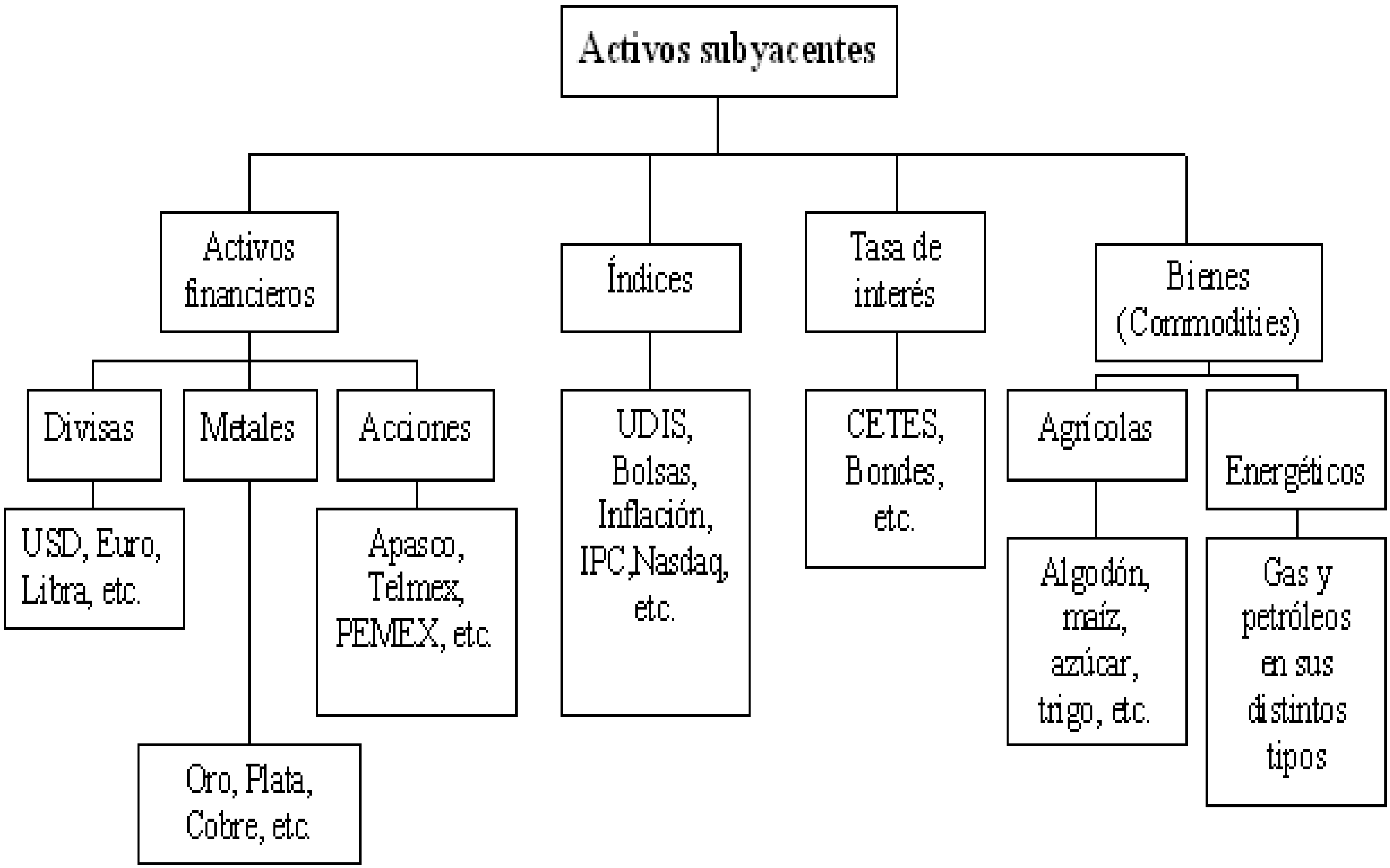
Es un intermediario del mercado de derivados entre la Cámara de Compensación y el cliente. Es decir el cliente no puede pasar por la Cámara; primero tiene que pasar por el socio y luego por la Cámara.

El socio liquidador se compromete a responder por su cliente ante la Cámara. El socio liquidador le realiza un estudio de riesgo (capacidad de pago) y cuando el cliente tiene una decisión el socio liquidador debe dar su aprobación. Si el cliente no cumple, el socio cumple por él.

1.1.6 Activo subyacente.

Es el activo al cual está referenciado el instrumento financiero.

A continuación se muestran los activos subyacentes de los instrumentos financieros derivados:



Activos subyacentes
Activos financieros
Índices
Tasa de interés
Bienes (Commodities)
Divisas
Metales
Acciones
USD, Euro, Libra, etc.
Oro, Plata, Cobre, etc.
Apasco, Telmex, PEMEX, etc.
UDIS, Bolsas, Inflación, IPC,Nasdaq, etc.
CETES, Bondes, etc.
Agrícolas
Energéticos
Algodón, maíz, azúcar, trigo, etc.
Gas y petróleos en sus distintos tipos

1.2 Compra y venta de activos financieros.

1.2.1 Diferencial demanda oferta (bid-offer).

"Casi todos los mercados organizados de opciones utilizan un sistema de creadores de mercado. Un creador de mercado es un individuo que está dispuesto a cotizar un bid (precio al cual está dispuesto a comprar) y un offer (precio al cual está dispuesto a vender). Los creadores de mercado incrementan la liquidez[5] del mercado y aseguran que no haya demoras en la ejecución de órdenes. Ellos obtienen un beneficio de la diferencia entre sus precios bid y offer (conocidos como diferencia bid-offer). El mercado tiene unas reglas que especifican los límites superiores para los diferenciales bid-offer."[6]

Es decir al comprar o vender un activo financiero[7], se observa que existen dos precios. El precio de compra (bid) y el precio de venta (offer). Donde el precio de venta es mayor al de compra ya que debe de obtener ganancias el creador del mercado; dicha ganancia es denominada bid-offer.

1.2.2 Venta larga.

Transacción que se da cuando el inversionista compra un activo financiero a precio bajo, y al pasar cierto tiempo el inversionista decide venderlo más caro.

---

[5] Facilidad con la que un activo financiero puede transformarse en dinero.
[6] Hull, Jhon C., Introducción a los mercados de futuros y opciones, 4ª ed., Madrid, Pearson Educación, 2002. p 201

[7] Producto, pagaré, letra, bono, acciones que el emisor utiliza para financiarse. Por tanto, es el inversor quien adquiere este activo financiero.

1.2.3 Venta en corto.

A grandes rasgos, una venta en corto es cuando el inversionista vende un activo financiero que aún no posee "a un precio alto", pensando que en el futuro el precio del activo financiero puede ser menor.

El tiempo que dure la venta en corto depende de cuánto tiempo el corredor pueda prestar al inversionista el activo financiero, cuando ese plazo se cumpla el inversionista debe comprar el activo financiero para entregárselo al corredor. Es decir, cuando un inversionista vende en corto; el corredor le presta el activo financiero ya sea del inventario de la propia casa corredora o de otra firma corredora. Estos activos financieros son vendidos y los beneficios son acreditados a la cuenta del inversionista.

Las ventas en corto no están permitidas en el mercado de valores de México, pero, en los mercados en que éstas existen, adquieren una gran importancia para controlar movimientos especulativos y excesivos al alza, pues cuando el precio de un activo financiero sube demasiado, salen los vendedores en corto, que tienen la expectativa de que el precio puede caer y por ende puede ser más bajo.

En general el riesgo de estas operaciones es prácticamente ilimitado y no así su rendimiento, pues el precio del activo financiero puede seguir subiendo sin límite alguno; ocasionando una mayor pérdida al inversionista.

1.2.4 El riesgo de crédito en las ventas en corto.

El riesgo de crédito es otro factor que se tienen que tomar en cuenta en una venta en corto:

El riesgo de crédito en las ventas en corto *s*e da cuando el dueño del activo financiero (acción) se preocupa porque no se le devuelva su acción debido a que ésta suba de precio; por lo que se tiene como solución lo siguiente: que la persona que le pidió prestado el activo financiero (acción); venda dicha acción y entonces el dueño del activo financiero puede exigirle el dinero de la venta. De aquí se observa que si no le puede regresar su acción al dueño del activo financiero entonces se queda con el dinero de dicha venta de la persona a la que le prestó el activo financiero.

Cabe mencionar que si la persona dueña del activo financiero piensa que su acción puede subir de precio, entonces puede pedir un monto extra de lo que recibió por la venta de dicha acción.

1.3 Algunos contratos de los productos financieros derivados.

1.3.1 Forwards.

Al suponer que el inversionista necesita comprar una acción o algún otro activo subyacente entonces se debe cumplir con los pasos siguientes:

- Fijar el precio que se debe pagar por la adquisición del activo subyacente.

- Transferencia de efectivo del comprador al vendedor.

- Transferencia de la acción del vendedor al comprador.

De aquí es claro que una venta al contado cumple con estos tres puntos de forma simultánea. Sin embargo se puede utilizar un contrato forward; es decir fijar el precio del activo subyacente al inicio del contrato; ya sea que éste se compre o se venda y la transferencia de el activo subyacente y el dinero ocurre en cierto tiempo, cuando se cumpla la fecha de término o expiración de dicho contrato.

Las características de un contrato forward son las siguientes:

- Se estipula de manera exacta la cantidad y el tipo de activo subyacente que el vendedor debe entregar al comprador.

- Se estipula de manera exacta la vigencia del contrato, el lugar y la fecha de entrega.

- Se estipula de manera exacta el precio del activo subyacente que el comprador debe pagar al vendedor al realizar la entrega del activo subyacente.

- A ambas partes se obligan a cumplir con las condiciones acordadas en el contrato; es decir se obliga al comprador a comprar el activo subyacente y al vendedor a vender el activo subyacente.

- No requiere un pago inicial o prima[8], excepto por el concepto de comisiones.

En estos contratos, una posición espera que el precio del activo subyacente al final del contrato sea mayor al precio forward y su contraparte espera lo contrario; es decir que sea menor al precio del activo subyacente al final del contrato. Por lo que es claro que las ganancias de una posición son las pérdidas de la otra.

En el lenguaje financiero, se dice que el inversionista que compra el activo subyacente tiene la posición larga, mientras que el vendedor del activo subyacente tiene la posición corta.

Ambas partes fijan las condiciones de intercambio de activos, es decir son contratos a la medida, no son estandarizados y no se negocian en mercados organizados.

1.3.2 Futuros.

A grandes rasgos los contratos de futuros son contratos forwards estandarizados de intercambio que se comercializan en el MexDer y se negocian en mercados organizados.

Al ser los futuros contratos estandarizados, es decir, que tienen las características de: fecha de entrega, lugares y procedimientos regulados por un mercado[9] y una Cámara de Compensación[10]. Los contratos futuros pueden ser estipulados en mercados de negocio o de forma electrónica; cabe señalar que cada mercado tiene una Cámara de Compensación determinada, la cual se encarga de relacionar las compras y ventas de los contratos futuros durante el día; además de observar las obligaciones requeridas y el pago a las partes negociantes. Por lo que básicamente la Cámara de Compensación es la parte contraria tanto del comprador como del vendedor.

---

[8] *El precio de una opción.*

[9] *Lugar de encuentro de la oferta y la demanda. No tiene porque ser un sitio físico, sino que puede ser un lugar o entorno electrónico.*

[10] *Empresa que garantiza la actuación de las partes en una transacción de derivados en un mercado organizado.*

A continuación se observan algunas diferencias entre los contratos futuros y los forwards:

Forwards	Futuros
No son valuados diariamente.	Son valuados diariamente.
Son negociados en el mercado extrabursátil (over the counter); es decir no son negociados en mercados organizados; debido a que los contratos son negociados por los involucrados.	Son negociados en el mercado organizado.
No estandarizados.	Estandarizados.
Se corre el riesgo de impago, es decir, el riesgo de sufrir pérdidas a consecuencia de un incumplimiento de la parte contraria en una transacción de derivados.	Minimiza el riesgo de crédito.

1.3.3 Swaps.

Un contrato forward fija el precio de un activo al inicio del contrato es decir al tiempo inicial t_0, para la transacción que ocurre en el futuro. Pero al suponer que a una empresa le interesa fijar el precio del activo subyacente para la entrega de éste en fechas futuras, es decir le interesa fijar dicho precio en el tiempo cero para más de una transacción financiera en el futuro.

Y al suponer que a partir de hoy a dicha empresa le interesa comprar una gran cantidad de litros de agua al término de un año y al término de dos años respectivamente; entonces le interesa obtener el precio del agua en dichos años.

Una alternativa para la empresa, puede ser, realizar varios contratos forwards que le permiten fijar el precio del agua en el tiempo inicial, con fechas de término de la vigencia de los contratos dependientes de las necesidades de la propia empresa.

Pero como en este caso se realizan varios contratos esto puede implicar una fuerte cantidad a pagar por concepto de comisiones para la empresa por lo que se puede considerar otra alternativa; dicha alternativa cubre las entregas de los litros de agua que tiene que realizar la empresa en distintos períodos y mediante un solo contrato. Este contrato es llamado contrato swap el cual especifica transacciones de pagos y entregas de activos subyacentes (en este caso litros de agua); al transcurrir cierto tiempo; es decir un contrato swap es una generalización de los contratos forwards, ya que cubre muchos contratos forwards en diferentes períodos.

Por lo anterior se puede decir que es más fácil para la empresa tener un solo contrato swap para varias ventas futuras; fijando un solo precio, que tener muchos contratos forwards con diferentes precios a las fechas de expiración respectivas.

1.3.4 Opciones.

Una opción es definida por el profesor Climent como un "Contrato estandarizado, en el cual el comprador, mediante el pago de la prima, adquiere del vendedor el derecho, pero no la obligación, de comprar o vender el activo subyacente al precio pactado en la fecha futura y el vendedor se obliga a vender o comprar, según corresponda, el activo subyacente al precio convenido.

El comprador puede ejercer dicho derecho, según se haya acordado en el contrato respectivo. Si en el contrato de opción se pacta el ejercicio en efectivo, no se realiza la entrega del activo subyacente."[11]

Es decir se puede ver como un contrato estandarizado en el cual el poseedor (comprador), por el pago de una prima adquiere el poder de decisión de ejercer o no el contrato, ya sea por la compra o venta del activo subyacente a un precio establecido (precio de ejercicio) durante la vigencia o al final del contrato. Cabe señalar que al emisor del activo (vendedor) se le obliga a vender o comprar el activo subyacente al precio establecido ya que éste recibe la prima.

Además se tiene que un mercado organizado debe de especificar las condiciones en que se negocian los contratos de opciones. Ya que debe de especificar la vigencia del contrato, el precio de ejercicio del activo subyacente y el tamaño del contrato. En EE.UU. un contrato de

---

[11] *Climent Hernández José Antonio, Vínculos Matemáticos No. 38, Facultad de Ciencias, 2005, p. 10.*

opciones sobre acciones otorga a la persona propietaria de éste el derecho a comprar o emitir 100 acciones.

También es importante decir que no todos los contratos de opciones se realizan en los mercados organizados. Debido a que otros contratos de opciones se organizan por teléfono en el mercado over the counter.[12]

Hay dos tipos de opciones que son las de compra (call) y las de venta (put), ambas tienen la posición larga y la posición corta.

1.3.4.1 Posición larga.

- La opción de compra larga le otorga al poseedor de la opción el derecho de comprar el activo subyacente a un precio de ejercicio[13] en una fecha determinada. Dicho derecho se le otorga por el pago de la prima al estipular el contrato; obligando al vendedor del activo subyacente a venderlo.

- La opción de venta larga le otorga al poseedor de la opción el derecho de vender el activo subyacente a un precio de ejercicio en una fecha determinada. Dicho derecho se le otorga por el pago de la prima; obligando al comprador del activo subyacente a comprarlo.

1.3.4.2 Posición corta.

- La opción de compra corta es la contraparte de la opción de compra larga, ésta contraparte tiene la obligación de vender el activo subyacente a un cierto precio en una fecha determinada al poseedor de la opción de compra larga debido a que recibe de éste una prima.

- La opción de venta corta es la contraparte de la opción de venta larga, ésta contraparte tiene la obligación de comprar el activo subyacente a un cierto precio en una fecha determinada al poseedor de la opción de venta larga debido a que recibe de éste una prima.

---

[12] *Un mercado donde los operadores negocian por teléfono. Los operadores suelen ser instituciones financieras, corporaciones y gestores de fondo.*

[13] *El precio al cual debe comprarse o venderse el activo subyacente en un contrato de opción.*

1.3.4.3 Notación de los contratos de opciones.

Factores	Explicación
S	Precio del activo subyacente a partir del cual ambas posiciones del contrato pueden obtener ganancias o pérdidas; dicho precio es conocido como precio de ejercicio.
M_0	Precio del activo subyacente al inicio del contrato.
M	Precio del activo subyacente al final del contrato.
c	Prima que paga el poseedor del activo subyacente por el derecho de ejercer la opción europea de compra.
C	Prima que paga el poseedor del activo subyacente por el derecho de ejercer la opción americana de compra.
p	Prima que paga el poseedor del activo subyacente por el derecho de ejercer la opción europea de venta.
P	Prima que paga el poseedor del activo subyacente por el derecho de ejercer la opción americana de venta.
T	Tiempo de vigencia de la opción.
t	Tiempo actual de la opción.
i	Tasa de interés nacional libre de riesgo.
σ	Volatilidad del activo subyacente.
r	Tasa de interés extranjera.
D_i	Dividendo del activo subyacente en el período i-ésimo.
μ =i-r	Tasa de interés nacional menos la extranjera.
252 días	Año financiero debido a que no se realizan operaciones en la BMV los días sábado y domingo.

Cabe mencionar que el valor intrínseco[14] de una opción es muy importante ya que cuando dicho valor es mayor a cero y se es poseedor de la opción; entonces el valor intrínseco garantiza no perder la totalidad de la prima; es decir para las opciones de compra y venta respectivamente se tienen los valores intrínsecos siguientes:

$$I_c = Max(M - S, 0)$$
$$I_p = Max(S - M, 0)$$

Una opción puede estar dentro de dinero, en dinero o fuera de dinero es decir:

[14] *Para una opción de compra, es el mayor valor entre cero y la diferencia entre el precio del activo y el precio de ejercicio. Para una opción de venta, es el valor mayor entre cero y la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio del activo subyacente.*

- Dentro de dinero: cuando el poseedor de la opción obtiene ganancias.

- Fuera de dinero: cuando el poseedor de la opción no obtiene ganancias.

- En dinero: cuando el precio del activo subyacente al final del contrato es el mismo que el precio de ejercicio del activo subyacente pactado por el inversionista o poseedor de la opción.

Opción	Dentro de dinero	Fuera de dinero	En dinero
Call	M>S	S>M	S=M
Put	S>M	M>S	S=M

1.3.4.4 Ecuación de paridad compra venta (put-call).

La ecuación de paridad compra venta relaciona una opción de venta con una opción de compra, siempre y cuando tengan los mismos valores en sus factores de influencia; es decir que estén valuadas ambas opciones en el mismo período; entonces al calcular la prima de una opción de compra; se puede obtener de manera inmediata la prima de una opción de venta por la siguiente ecuación denominada paridad put-call:

$$c + Se^{-i(T-t)} = p + M_0$$

Esta ecuación es de suma importancia en el mundo financiero; la cual se deduce a partir de la condición de no arbitraje[15]

Las opciones también se pueden clasificar por su estilo, principalmente en opciones americanas y europeas, aunque también existen opciones bermudas; las cuales se definen a continuación para que el lector se pueda dar una idea de en que consisten:

- *Americana:* Puede ser ejercida por el poseedor de la opción en cualquier período durante la vigencia del contrato.

---

[15] *Hacer dinero de la nada, es decir, obtener ganancia sin riesgo alguno.*

- *Europea:* Solo puede ser ejercida por el poseedor de la opción al término de la vigencia del contrato.

- *Bermuda:* Es cuando el comprador solamente puede ejercer sobre ciertos períodos específicos, pero no sobre toda la vigencia del contrato.

También las opciones americanas y europeas pueden ser de compra o venta según las necesidades del inversionista o el poseedor de la opción. De aquí se puede conjeturar que al comprador de una opción americana le debe costar más la prima, que al comprador de una opción europea bajo los mismos factores de influencia sobre el precio del activo subyacente, ya que la contraparte tiene la incertidumbre de que se puede ejercer en cualquier instante dentro del plazo pactado.

1.3.4.5 Funcionamiento de un contrato de opciones en la práctica.

Lo primero que tiene que realizar un inversionista es darle instrucciones a su agente de bolsa para comprar un contrato[16] de opción ya sea de compra o venta de una acción de la empresa a un cierto precio de ejercicio S, fecha de término de la vigencia del contrato T y de inicio del contrato en t=0 tal que t va a ser el tiempo de vida de la opción en el contrato estipulado ya que t={0,1,2,3,…, T}.

Después de que el comprador de la opción haya encontrado al agente de bolsa; entonces el agente le da estas instrucciones al agente de bolsa de piso de la Bolsa de Opciones y Futuros. Prosiguiendo este último en tratar de conseguir a otro agente o inversionista que esté dispuesto a ser la contraparte del poseedor del contrato de opción; donde dicha contraparte también acepta el mismo precio de ejercicio de las acciones de la empresa.

Una vez que ambos son identificados, el precio del contrato es negociado en el valor de la prima ya sea $c en el caso de la opción de compra o $p en el caso de la de venta, dicho valor es por opción; el precio del contrato tiene 100 opciones que depende del precio en el que se encuentre el activo subyacente, en este caso la acción de la empresa.

Después el poseedor de la opción entrega al vendedor de la misma $100 p o $100 c según sea el caso, cantidad que se transfiere a nombre del vendedor a la Cámara de Compensación; ya que dicho

---
[16] *Instrumento legal en el que se establecen las partes obligadas.*

vendedor tiene el derecho de esta prima a cambio de no tener el poder o la decisión de ejercer el contrato; ya que está obligado a aceptar la voluntad del poseedor de la opción.

En el caso de que el poseedor de la opción, haya optado por la opción de compra (call) entonces ha obtenido a un costo de $100 c el derecho a comprar 100 acciones de la empresa a un cierto precio de ejercicio S en una fecha específica. Mientras que la contraparte ha recibido $100 c y se ha comprometido a vender 100 acciones a precio de ejercicio S cada una, si el poseedor de la opción ejerce. Por lo que espera el poseedor de la opción que $M>S$ y el vendedor espera que $S \geq M$ para quedarse con la prima pagada por el poseedor de la opción de compra.

En el caso de que el poseedor de la opción, haya optado por la opción de venta (put) entonces ha obtenido a un costo de $100 p el derecho a vender 100 acciones de la empresa con precio de ejercicio S en una fecha predeterminada. Mientras que la contraparte ha recibido $100 p y se ha comprometido a comprar 100 acciones a precio de ejercicio S cada una si el poseedor de la opción ejerce. Por lo que espera el poseedor de la opción que $S>M$ y el vendedor espera que $M \geq S$ para quedarse con la prima pagada por el poseedor de la opción de compra.

1.3.4.6 Opciones sobre divisas.

Este tipo de opciones se caracterizan por tener además de la tasa de interés nacional, una tasa de interés extranjera denotada por r la cual puede ser menor a la nacional.

Además el valor de la divisa está afectado por diversos factores como son:

- Inflación
- Problemas políticos
- Problemas climáticos
- Problemas externos

1.3.4.7 Opciones que pagan dividendos.

Cuando las acciones pagan dividendos se tiene que hay una disminución de los posibles valores del activo subyacente en el período donde se paga el dividendo[17]; cabe mencionar que pueden ser varios períodos en donde se pagan los dividendos.

Para dejar más claro el comportamiento de dichos contratos de opciones, así como las estrategias de inversión, se presenta en el capítulo 2 el comportamiento gráfico de las opciones.

---

[17] *Un pago en efectivo realizado al propietario de una acción.*

CAPÍTULO 2

Comportamiento gráfico de las opciones.

1.1 Opciones de acuerdo a su posición.

1.1.1 Opción de compra larga (call).

El comprador de la opción de compra, espera que el precio del activo subyacente suba; es decir que dicho precio sea mayor que el precio de ejercicio y dicha gráfica tiene ganancias infinitas.

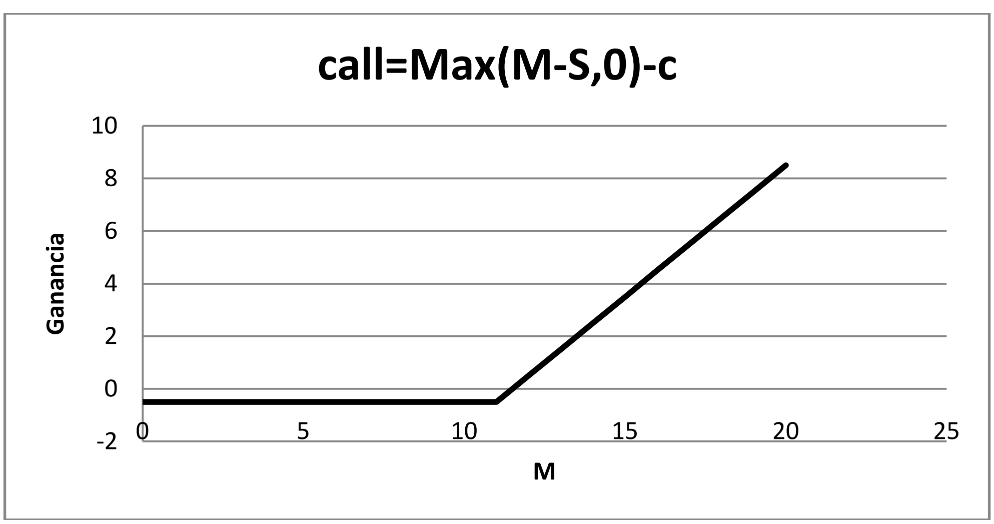
EJEMPLO:

Dados los valores siguientes:

$$S=11$$
$$M_0=7$$
$$T=1/4$$
$$c=0.5$$

Graficar la ganancia de la opción de compra larga.

Solución:



M	Ganancias
0	-0.5
1	-0.5
2	-0.5
3	-0.5
4	-0.5
5	-0.5
6	-0.5
7	-0.5
8	-0.5
9	-0.5
10	-0.5
11	-0.5
12	0.5
13	1.5
14	2.5
15	3.5
16	4.5
17	5.5
18	6.5
19	7.5
20	8.5

1.1.2 Opción de compra corta (short call).

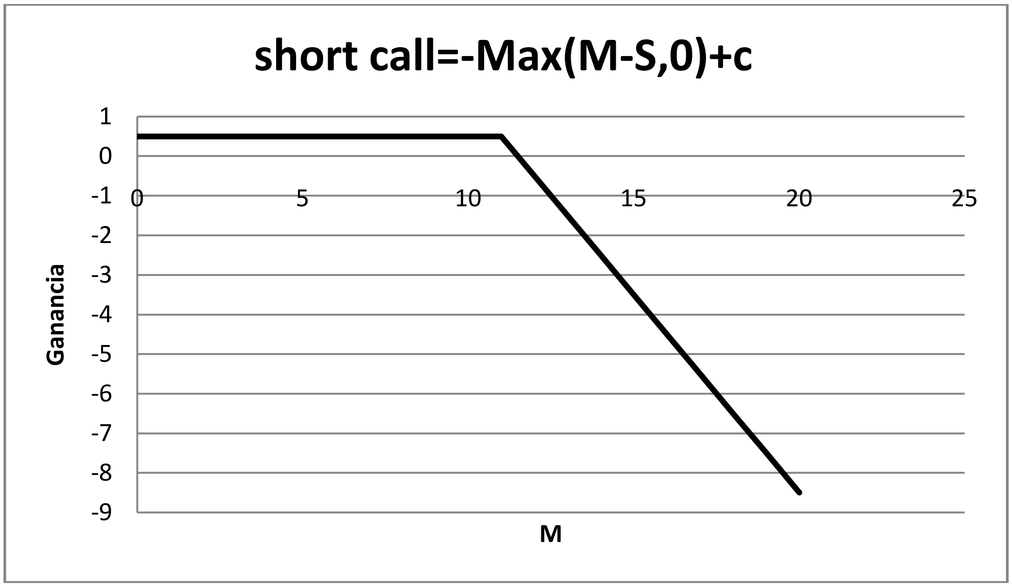
Es la contraparte de la opción de compra larga; pues si el precio del activo subyacente baja; es decir, es menor al precio de ejercicio, entonces la ganancia que obtiene el poseedor de la opción de compra corta es la prima que le pagó el poseedor de la opción de compra larga.

EJEMPLO:

Dados los valores siguientes:

$$S=11$$
$$M_0=7$$
$$T=1/4$$
$$c=0.5$$

Graficar la ganancia de la opción de compra corta:



M	Ganancias
0	0.5
1	0.5
2	0.5
3	0.5
4	0.5
5	0.5
6	0.5
7	0.5
8	0.5
9	0.5
10	0.5
11	0.5
12	-0.5
13	-1.5
14	-2.5
15	-3.5
16	-4.5
17	-5.5
18	-6.5
19	-7.5
20	-8.5

De aquí se observa que las ganancias que obtiene el inversionista del problema 2.1.1; son las pérdidas del inversionista del problema 2.1.2; y viceversa, pues 2.1.1; es contraparte de 2.1.2; ya que se puede observar que 2.1.1 tiene ganancias cuando M $\in (11, \infty)$ mientras que 2.1.2 tiene ganancias cuando M $\in [0,11]$. También es importante observar que las pérdidas de 2.1.1 están acotadas mientras que las de 2.1.2 no lo están.

1.1.3 Opción de venta larga (put).

El comprador de la opción de venta, espera que el precio del activo subyacente baje; es decir que dicho precio sea menor que el precio de ejercicio pactado y dicha gráfica tiene ganancias finitas a lo más el precio de ejercicio del activo subyacente.

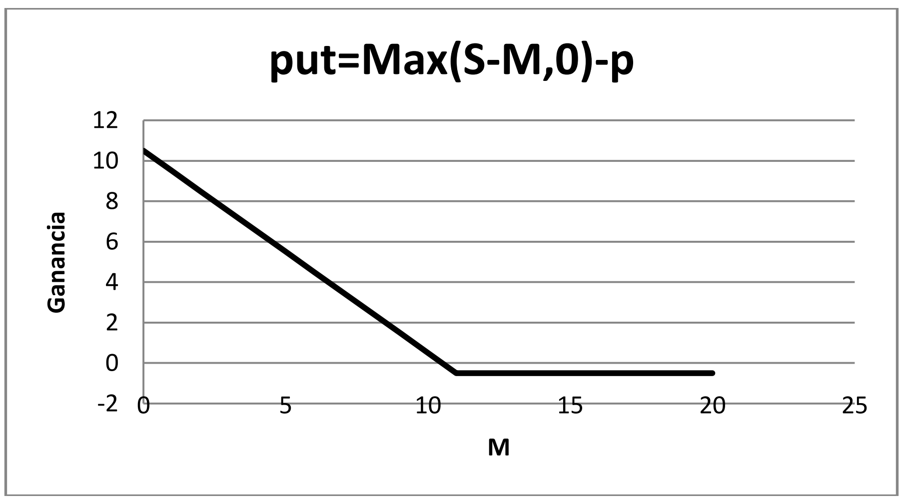
EJEMPLO:

Dados los valores siguientes:

$$S=11$$
$$p=0.5$$
$$T=1/4$$
$$M_0=16$$

Graficar la ganancia de la opción de venta larga:

M	Ganancias
0	10.5
1	9.5
2	8.5
3	7.5
4	6.5
5	5.5
6	4.5
7	3.5
8	2.5
9	1.5
10	0.5
11	-0.5
12	-0.5
13	-0.5
14	-0.5
15	-0.5
16	-0.5
17	-0.5
18	-0.5
19	-0.5
20	-0.5



1.1.4 Opción de venta corta (short put).

Es la contraparte de la opción de venta larga; pues si el precio del activo subyacente sube; es decir es mayor al precio de ejercicio entonces la ganancia que obtiene el poseedor de la opción de venta corta es la prima que le paga el poseedor de la opción de venta larga.

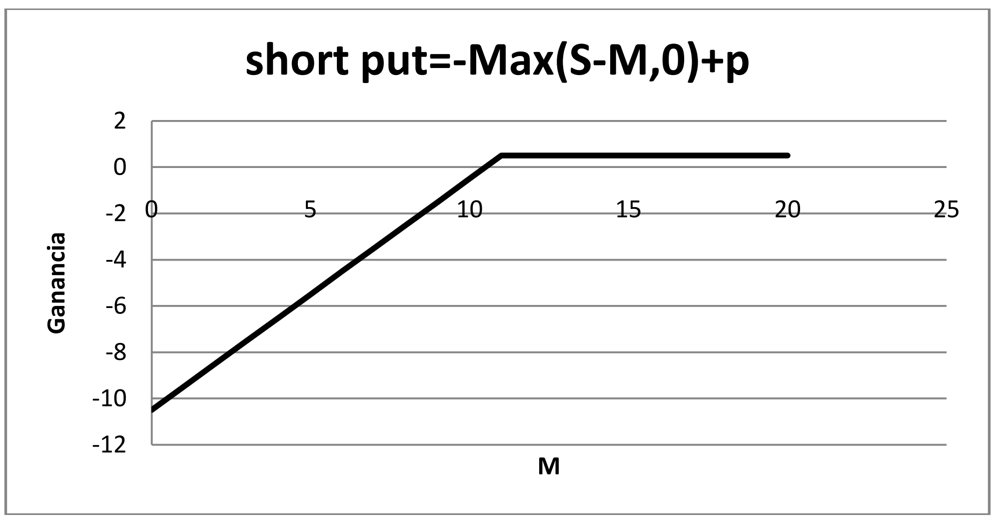
EJEMPLO:

Dados los valores siguientes:

$$S=11$$
$$p=0.5$$
$$T=1/4$$
$$M_0=16$$

Graficar la ganancia de la opción de venta corta:

M	Ganancias
0	-10.5
1	-9.5
2	-8.5
3	-7.5
4	-6.5
5	-5.5
6	-4.5
7	-3.5
8	-2.5
9	-1.5
10	-0.5
11	0.5
12	0.5
13	0.5
14	0.5
15	0.5
16	0.5
17	0.5
18	0.5
19	0.5
20	0.5



De aquí se observa que las ganancias que obtiene el inversionista del problema 2.1.3 son las pérdidas del inversionista 2.1.4 y viceversa pues es 2.1.3 es contraparte de 2.1.4; ya que se puede observar que 2.1.3 tiene ganancias cuando M$\in[0,11)$ mientras que 2.1.4 tiene ganancias cuando M$\in[11,\infty]$. También es importante observar que tanto las pérdidas de 2.1.3 Como de 2.1.4 están acotadas.

En resumen se puede hacer notar el siguiente cuadro en donde el inversionista puede decidir invertir:

Opción	Ganancias	Intervalo de ganancias	Pérdidas	Intervalo de pérdidas	Especulación sobre el activo subyacente
Compra larga	No acotadas	M$\in[S,\infty)$	Acotadas	$M\in[0,S)$	Alza
Compra corta	Acotadas	$M\in[0,S)$	No acotadas	M$\in[S,\infty)$	Baja
Venta larga	Acotadas	$M\in[0,S)$	Acotadas	M$\in[S,\infty)$	Baja
Venta corta	Acotadas	M$\in[S,\infty)$	Acotadas	$M\in[0,S)$	Alza

1.2 Estrategias de Inversión.

Estas estrategias sirven para proporcionar cobertura de una mejor manera al comprar o vender opciones; o por las posibles combinaciones de las posiciones de al menos dos opciones; de acuerdo a la especulación que se tiene.

Es importante decir que en esta tesis se hace referencia a las estrategias de coberturas y las de volatilidad[1].

1.2.1 Coberturas (spreads).

Una cobertura se define como la combinación entre opciones de compra largas y opciones de venta largas, compradas como vendidas que ofrecen diferentes estrategias financieras principalmente de especulación.

Algunos tipos de coberturas son:

- Bull Spread
- Bear Spread
- Ratio Spread

De aquí se analizan las gráficas de las estrategias bull spread y bear spread debido a que la estrategia ratio spread es una generalización de las estrategias bull y bear ya que en dicha estrategia se tiene que:

Por una parte si se compran n opciones de compra largas a un cierto precio de ejercicio entonces se venden m opciones de compra largas a otro precio de ejercicio; y por otra parte si se venden n opciones de compra largas a un cierto precio de ejercicio entonces se compran m opciones de compra largas a otro precio de ejercicio.

---

[1] *Una medida de la incertidumbre en el rendimiento obtenido con un activo.*

Nota:

- Vender una opción de compra larga es equivalente a comprar una opción de compra corta.

- Vender una opción de venta larga es equivalente a comprar una opción de venta corta.

- Una opción de compra es equivalente a una opción de compra larga.

- Una opción de venta es equivalente a una opción de venta larga.

1.2.1.1 Cobertura a la alza (bull spread).

La estrategia bull spread se utiliza cuando el inversionista especula que el precio del activo subyacente puede subir; pero el inversionista está protegido en caso de baja en dicho precio; al realizar la estrategia bull; el inversionista tiene que pagar una prima menor por la estrategia que si solo compra la opción de compra larga debido a que recibe una prima por concepto de la emisión de otra opción de compra larga. Por lo que la estrategia consiste en lo siguiente:

Tener la posición larga en una opción de compra a menor precio de ejercicio y tener la posición corta en una opción de compra a mayor precio de ejercicio del mismo activo subyacente con la misma fecha de expiración[2].

EJEMPLO:

Dados los valores siguientes:

$$M_0=35$$
$$T=1/4$$

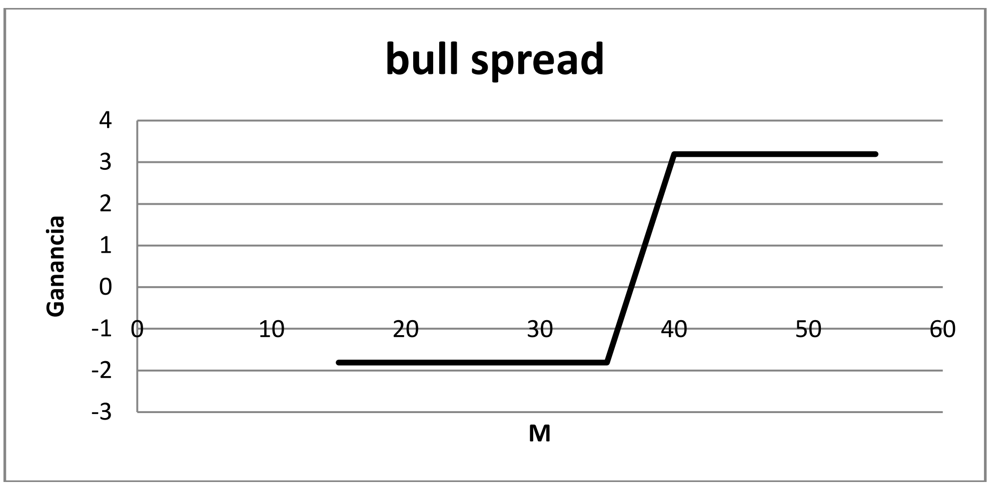
Comprar una opción de compra con S=35 y c= 2.78
Vender una opción de compra con S=40 y c=0.97

[2] *La fecha final de vigencia de un contrato.*

Graficar la estrategia bull spread:

Solución:

M	ganancia call comprado con S=35	ganancia call vendido con S=40	ganancia de la estrategia
15	-2.78	0.97	-1.81
20	-2.78	0.97	-1.81
25	-2.78	0.97	-1.81
30	-2.78	0.97	-1.81
35	-2.78	0.97	-1.81
40	2.22	0.97	3.19
45	7.22	-4.03	3.19
50	12.22	-9.03	3.19
55	17.22	-14.03	3.19



Es importante recalcar que se obtiene el mismo resultado si se toma la posición larga en una opción de venta; a bajo precio de ejercicio S=35 y se toma la posición corta en una opción de venta a un alto precio de ejercicio S=40.

1.2.1.2 Cobertura a la baja (bear spread).

La estrategia bear spread es utilizada cuando el inversionista especula que el precio del activo subyacente se puede bajar; pero el inversionista está protegido en caso de alza en dicho precio; esta estrategia es contraria a la bull spread; es decir consiste en lo siguiente:

Tener la posición larga en una opción de compra a mayor precio de ejercicio y tener la posición corta en una opción de compra a menor precio de ejercicio.

EJEMPLO:

Dados los datos:

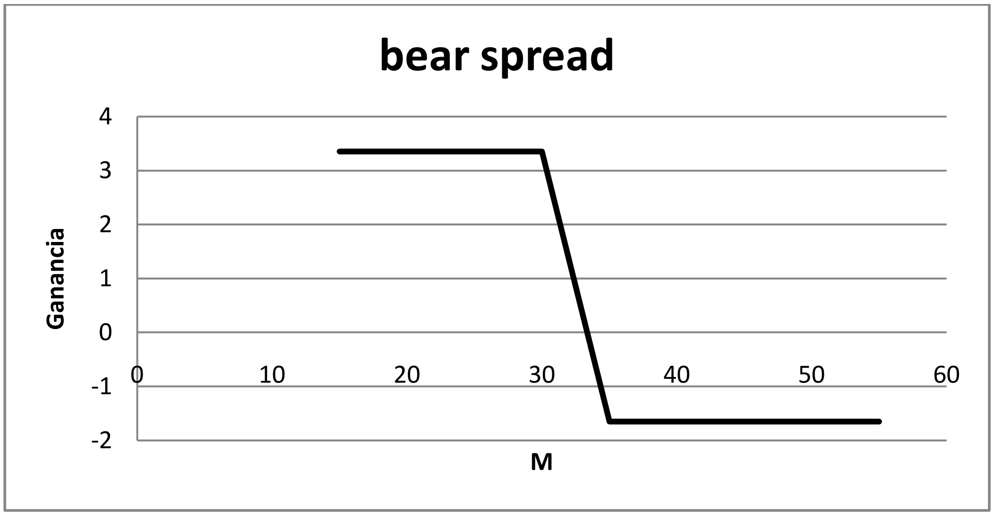
$$M_0 = 35$$
$$T = 1/4$$

Comprar una opción de compra con S=35 y c= 2.78
Vender una opción de compra con S=30 y c=6.13

Graficar la estrategia bear spread:

Solución:

M	ganancia call comprado con S=35	ganancia call vendido con S=30	ganancia de la estrategia
15	-2.78	6.13	3.35
20	-2.78	6.13	3.35
25	-2.78	6.13	3.35
30	-2.78	6.13	3.35
35	-2.78	1.13	-1.65
40	2.22	-3.87	-1.65
45	7.22	-8.87	-1.65
50	12.22	-13.87	-1.65
55	17.22	-18.87	-1.65



1.2.2 Especulación de volatilidad.

Otra forma en la que puede especular el inversionista es por medio de la volatilidad o variabilidad en el precio del activo subyacente; en donde puede crear estrategias para obtener ganancias cuando haya alta volatilidad; es decir con las estrategias straddle y strangle; y como es de esperarse por el contrario cuando el inversionista especula baja volatilidad, tenemos a las estrategias straddle short y strangle short.

1.2.2.1 Montar (straddle).

Cuando el inversionista especula que puede haber gran volatilidad en el precio del activo subyacente, es decir, que el precio del activo subyacente puede subir demasiado o bajar demasiado; entonces el inversionista puede construir un straddle. Ya que si el precio del activo subyacente sube, entonces el inversionista obtiene ganancias con la opción de compra, mientras que si el precio del activo subyacente baja entonces se tienen ganancias con él la opción de venta.

Cabe decir que el costo de la prima de la estrategia para el inversionista es más alto que si opta por invertir en una opción de compra larga o en una opción de venta larga por separado ya que en esta estrategia hay que pagar ambas primas. Además en este caso el inversionista piensa que es poco probable que el activo subyacente este cercano al precio de ejercicio que haya pactado. Por lo que la estrategia consiste en lo siguiente:

Tener la posición larga en una opción de compra y en una opción de venta con el mismo precio de ejercicio en ambos casos.

EJEMPLO:

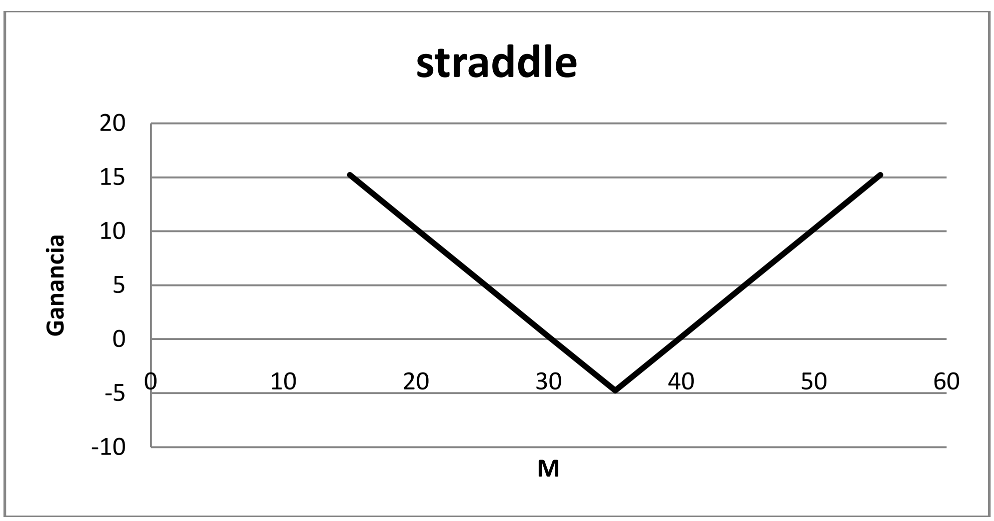
Dados los datos, graficar la estrategia Straddle:

$$M_0=35$$
$$T=1/4$$

Comprar una opción de compra con S=35 y c= 2.78
Comprar una opción de venta con S=35 y p=1.99

Solución:

M	Ganancia call comprado con S=35	Ganancia put comprado con S=35	Ganancia de la estrategia
15	-2.78	18.01	15.23
20	-2.78	13.01	10.23
25	-2.78	8.01	5.23
30	-2.78	3.01	0.23
35	-2.78	-1.99	-4.77
40	2.22	-1.99	0.23
45	7.22	-1.99	5.23
50	12.22	-1.99	10.23
55	17.22	-1.99	15.23



Como se puede observar el problema de esta estrategia es que la prima que debe de pagar el inversionista es muy alta; por lo que para solucionar este problema se puede construir la estrategia strangle.

1.2.2.2 Estrangular (strangle).

Esta estrategia; es de gran utilidad para el inversionista cuando especula alta volatilidad, porque disminuye el costo de la prima de la estrategia straddle, ya que el inversionista puede construir la estrategia strangle. La cual consiste en lo siguiente:

Tomar la posición larga en una opción de compra a un precio de ejercicio mayor y tomar la posición larga en una opción de venta a un precio de ejercicio menor.

EJEMPLO:

Dados los siguientes datos:

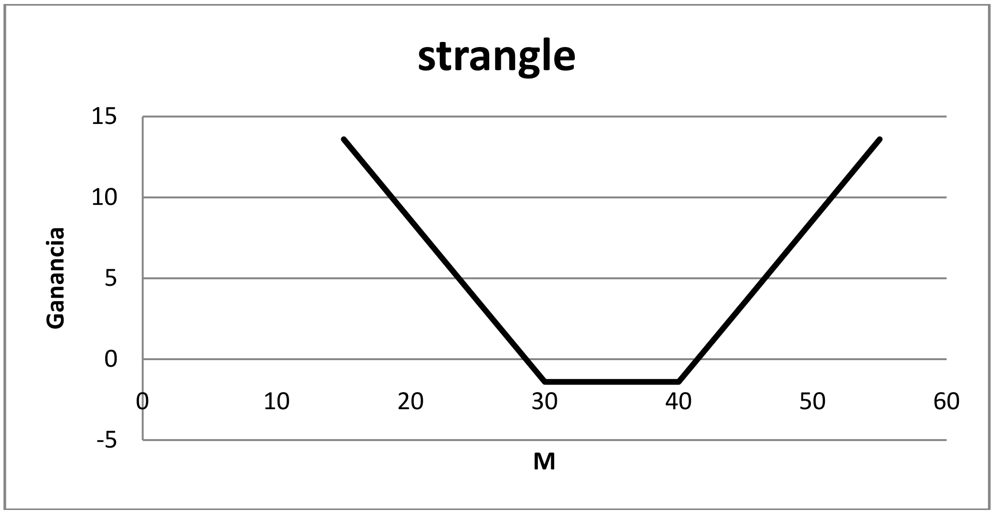
$$M_0=35$$
$$T=1/4$$

Comprar una opción de compra con S=40 y c=0.97
Comprar una opción de venta con S=30 y p=0.44

Graficar la estrategia strangle:

Solución:

M	Ganancia call comprado con S=40	Ganancia put comprado con S=30	Ganancia de la estrategia
15	-0.97	14.56	13.59
20	-0.97	9.56	8.59
25	-0.97	4.56	3.59
30	-0.97	-0.44	-1.41
35	-0.97	-0.44	-1.41
40	-0.97	-0.44	-1.41
45	4.03	-0.44	3.59
50	9.03	-0.44	8.59
55	14.03	-0.44	13.59



A través de esta gráfica podemos observar que se disminuye el costo de la prima de la estrategia pero también se disminuyen las ganancias.

1.2.2.3 Montar corta (short straddle).

Esta estrategia es contraria a la estrategia straddle; ya que esta estrategia prevé baja volatilidad en el precio del activo subyacente. La estrategia consiste en:

Tener la posición corta en una opción de compra y en una opción de venta con el mismo precio de ejercicio.

EJEMPLO:

$M_0=35$

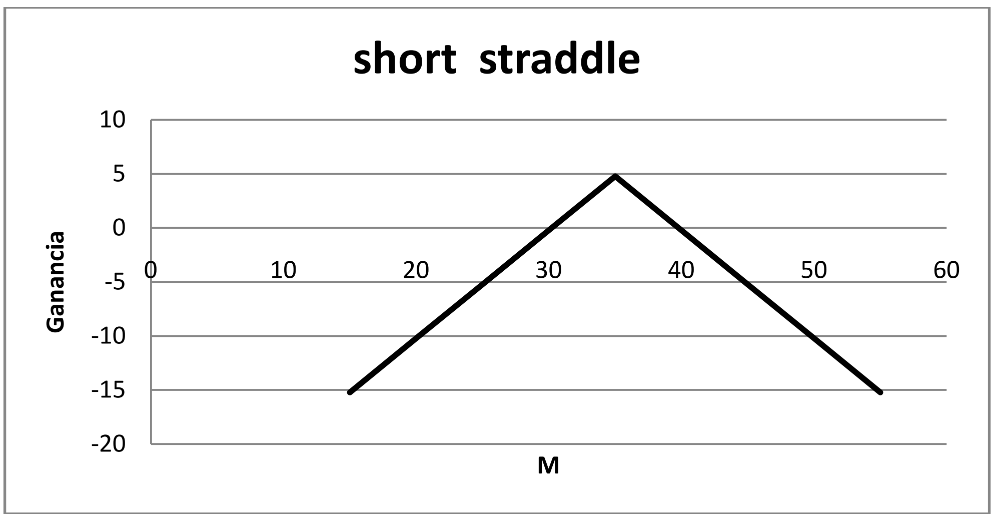
$T=1/4$

Vender una opción de compra larga con S=35 y c= 2.78
Vender una opción de venta larga con S=35 y p=1.99

Graficar la estrategia short straddle:

Solución:

M	ganancia call vendido con S=35	ganancia put vendido con S=35	ganancia de la estrategia
15	2.78	-18.01	-15.23
20	2.78	-13.01	-10.23
25	2.78	-8.01	-5.23
30	2.78	-3.01	-0.23
35	2.78	1.99	4.77
40	-2.22	1.99	-0.23
45	-7.22	1.99	-5.23
50	-12.22	1.99	-10.23
55	-17.22	1.99	-15.23



1.2.2.4 Estrangular corta (short strangle).

Esta estrategia es contraria a la estrategia strangle; ya que esta estrategia prevé baja volatilidad en el precio del activo subyacente. La estrategia consiste en:

Tener la posición corta en una opción de compra con precio de ejercicio mayor y tener la posición corta en una opción de venta con precio de ejercicio menor.

EJEMPLO:

$M_0 = 35$

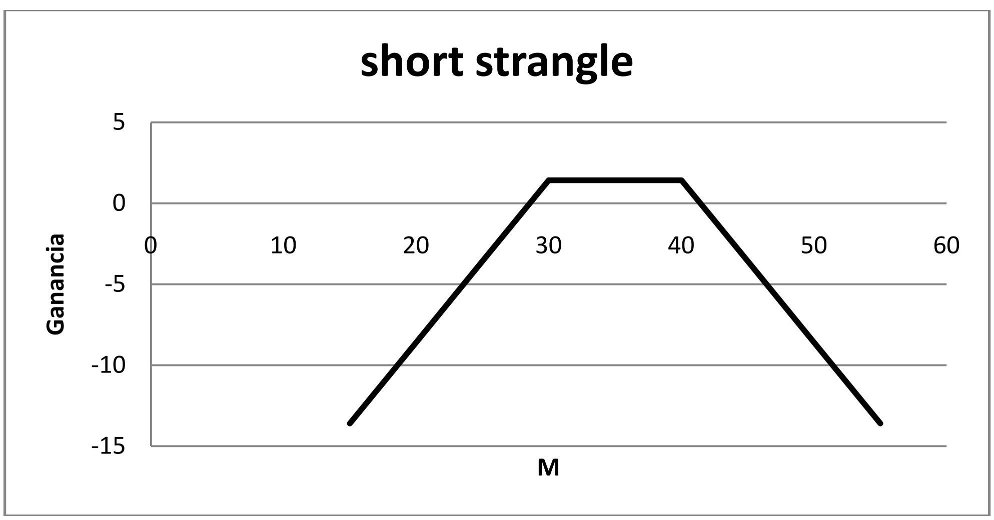
$T = 1/4$

Vender una opción de compra con S=40 y c=.97
Vender una opción de venta con S=30 y p=.44

Graficar la estrategia short strangle:

Solución:

M	Ganancia call vendido con S=40	Ganancia put vendido con S=30	Ganancia de la estrategia
15	0.97	-14.56	-13.59
20	0.97	-9.56	-8.59
25	0.97	-4.56	-3.59
30	0.97	0.44	1.41
35	0.97	0.44	1.41
40	0.97	0.44	1.41
45	-4.03	0.44	-3.59
50	-9.03	0.44	-8.59
55	-14.03	0.44	-13.59



1.2.2.5 Mariposa (Butterfly)

Cuando el inversionista vende un straddle; es decir obtiene un short straddle ya que especula a baja volatilidad, entonces adquiere el riesgo[3] de tener una gran pérdida si el precio del activo subyacente sube o baja demasiado y de manera rápida.

Esto se puede prevenir con la estrategia butterfly, ya que dicha estrategia permite al inversionista la posibilidad de vender si el precio del activo subyacente baja y la posibilidad de comprar si el precio del activo subyacente sube; por lo que el inversionista compra una opción de venta con precio de ejercicio menor y una opción de compra con precio de ejercicio mayor, es decir se compra un strangle. Por lo que la estrategia butterfly consiste en:

Tener la posición larga de un strangle y tener la posición corta de un straddle.

EJEMPLO:

$$M_0=35$$
$$T=1/4$$

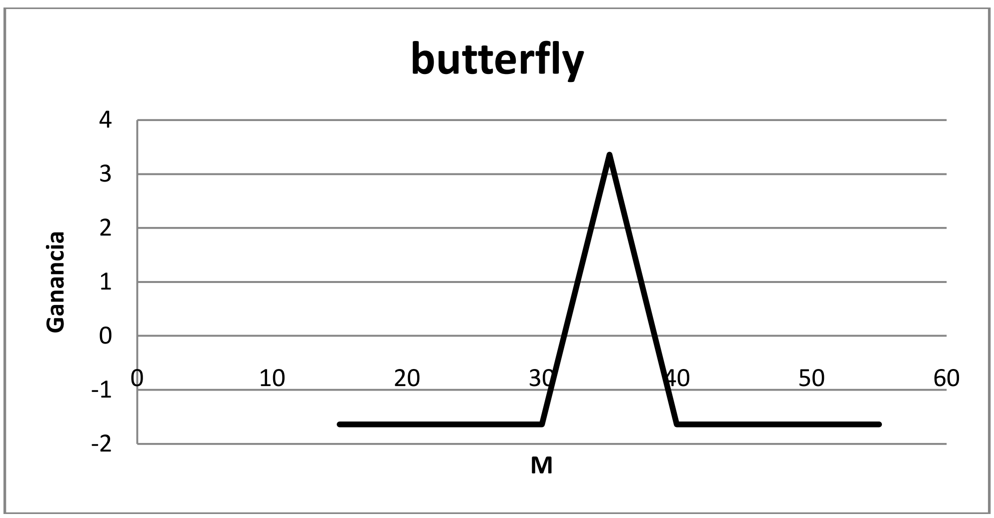
Comprar una opción de compra con S=40 y c=0.97
Comprar una opción de venta con S=30 y p=0.44
Vender una opción de compra con S=35 y c= 2.78
Vender una opción de venta con S=35 y p=1.99

Graficar la estrategia Butterfly:

[3] *La posible ocurrencia de un evento capaz de provocar una serie de pérdidas.*

Solución:

M	Ganancia call vendido con S=35	Ganancia put vendido con S=35	Ganancia call comprado con S=40	Ganancia put comprado con S=30	Ganancia de la estrategia
15	2.78	-18.01	-0.97	14.56	-1.64
20	2.78	-13.01	-0.97	9.56	-1.64
25	2.78	-8.01	-0.97	4.56	-1.64
30	2.78	-3.01	-0.97	-0.44	-1.64
35	2.78	1.99	-0.97	-0.44	3.36
40	-2.22	1.99	-0.97	-0.44	-1.64
45	-7.22	1.99	4.03	-0.44	-1.64
50	-12.22	1.99	9.03	-0.44	-1.64
55	-17.22	1.99	14.03	-0.44	-1.64



CAPÍTULO 3

Métodos para la valuación de opciones.

1.1 Método Binomial.

En general dicho modelo tiene como objetivo encontrar el precio de la prima de la opción al final de la vigencia del contrato que tiene que pagarle el inversionista que adquiere la posición larga en la opción a su contraparte en dicho contrato, dado el valor del activo subyacente M_0 en este momento o bien en el período 0; dicho valor puede bajar y tener como valor Md o subir y tomar el valor Ma; en el período 1 con probabilidad θ o π respectivamente; para el período 2 se tiene entonces tres posibles valores para el activo subyacente ya que cuando baja con probabilidad θ el valor Ma, se tiene el mismo valor que cuando sube con probabilidad π el valor Md, por lo que en el último período de la vigencia del contrato; es decir en el período n-ésimo se tendrán n+1 posibles valores del activo subyacente.

Ahora bien para aplicar el algoritmo de regresión al diagrama de árbol ya encontrado se le tiene que restar a todos los posibles valores del subyacente el precio de ejercicio S pactado por el tenedor del contrato; es decir se calcula el valor intrínseco de la opción de compra y dichos valores van a subir con probabilidad θ y bajar con probabilidad π ; en donde de igual manera se tienen n períodos para encontrar el valor de la prima que tiene que pagar el poseedor de la opción.

Es importante decir que para las opciones de venta que no pagan dividendos se tiene que tomar su valor intrínseco correspondiente y el cálculo es de manera análoga que el de las opciones de compra que no pagan dividendos que es el caso anteriormente descrito.

Dicho procedimiento es válido para las opciones de compra tanto europeas como americanas y las de venta europeas; para las de venta americanas se utiliza un procedimiento similar; más adelante se observa de manera más desarrollada el método binomial en los casos de opciones con pago de dividendos, sin pago de dividendos y sobre divisas; esperando sea más claro para el lector; pero antes se da una demostración de la valoración en el mundo neutral al riesgo para obtener dichos factores que influyen en el método binomial:

1.1.1 Valoración neutral al riesgo.

Sea la esperanza del precio del activo subyacente a tiempo T dada por:

$$E(X_T) = Xe^{iT} = Xa\pi + Xd(1-\pi) \Rightarrow e^{iT} = a\pi + d(1-\pi)$$

Donde X_T es la ganancia que tiene el inversionista al realizar el contrato de opciones

Sea la varianza del precio del activo subyacente a tiempo T la siguiente ecuación:

$$\mathrm{var}(X_T) = \sigma^2 T = (a-d)^2 \pi(1-\pi)$$

De aquí se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones de 2 x 2:

$$e^{iT} = a\pi + d(1-\pi) \qquad (1)$$

$$\sigma^2 T = (a-d)^2 \pi(1-\pi) \qquad (2)$$

De (1) tenemos que:

$$\pi = \frac{e^{iT} - d}{a-d} \Rightarrow (1-\pi) = \frac{a - e^{iT}}{a-d} = \theta$$

Ahora haciendo $u = e^{iT}$

$$\Rightarrow \sigma^2 T = (u-d)(a-u)$$

Agregando la restricción $ad = 1$ propuesta por Cox, Ross & Rubinstein a el sistema para que tenga solución; ya que se tiene como incógnitas a $\pi, a\ y\ d$ entonces se tiene el siguiente sistema de 3 x 3:

$$u = a\pi + d(1-\pi) \qquad (1)$$
$$\sigma^2 T = (u-d)(a-u) \qquad (2)$$
$$ad = 1 \qquad (3)$$

Por demostrar que los valores de $a = e^{\sigma\sqrt{T}}$, $d = e^{-\sigma\sqrt{T}}$ y $\pi = \dfrac{u-d}{a-d}$ son soluciones del sistema; utilizando el método de aproximación de Taylor:

Demostración:

Caso 1:

Sea $a = f(\sigma) = e^{\sigma\sqrt{T}}$ aplicando Taylor tenemos que:

$$f(\sigma) = \sum_{k=0}^{n} \frac{\sigma^k f^k(0)}{k!}$$

Para k=0 $\Rightarrow f(\sigma) = 1$

Para k=1 $\Rightarrow f'(\sigma) = \sqrt{T} e^{\sigma\sqrt{T}} \Rightarrow f(\sigma) = \sigma\sqrt{T}$

Para k=2 $\Rightarrow f''(\sigma) = T e^{\sigma\sqrt{T}} \Rightarrow f(\sigma) = \dfrac{\sigma^2 T}{2!}$

$$\Rightarrow f(\sigma) = 1 + \sigma\sqrt{T} + \frac{\sigma^2 T}{2!} + \ldots$$

Caso 2:

Sea $d = f(\sigma) = e^{-\sigma\sqrt{T}}$ aplicando Taylor tenemos que:

$$f(\sigma) = \sum_{k=0}^{n} \frac{\sigma^k f^k(0)}{k!}$$

Para k=0 $\Rightarrow f(\sigma) = 1$

Para k=1 $\Rightarrow f'(\sigma) = -\sqrt{T} e^{-\sigma\sqrt{T}} \Rightarrow f(\sigma) = -\sigma\sqrt{T}$

Para k=2 $\Rightarrow f''(\sigma) = T e^{-\sigma\sqrt{T}} \Rightarrow f(\sigma) = \dfrac{\sigma^2 T}{2!}$

$$\Rightarrow f(\sigma) = 1 - \sigma\sqrt{T} + \frac{\sigma^2 T}{2!} + \ldots$$

Ahora bien haciendo $u = e^{iT} \Rightarrow u^2 = e^{2iT}$, de aquí se obtienen otros casos:

Caso 3:

Sea $u = f(T) = e^{iT}$ aplicando Taylor se tiene que:

$$f(T) = \sum_{k=0}^{n} \frac{T^k f^k(0)}{k!}$$

Para k=0 $\Rightarrow f(T) = 1$

Para k=1 $\Rightarrow f'(T) = ie^{iT} \Rightarrow f(T) = Ti$

Para k=2 $\Rightarrow f''(T) = i^2 e^{iT} \Rightarrow f(T) = \dfrac{T^2 i^2}{2!}$

$$\Rightarrow f(T) = 1 + Ti + \frac{T^2 i^2}{2!} + \ldots$$

Caso 4:

Sea $u^2 = f(T) = e^{2iT}$ aplicando Taylor se tiene que:

$$f(T) = \sum_{k=0}^{n} \frac{T^k f^k(0)}{k!}$$

Para k=0 $\Rightarrow f(T) = 1$

Para k=1 $\Rightarrow f'(T) = 2ie^{2iT} \Rightarrow f(T) = 2Ti$

Para k=2 $\Rightarrow f''(T) = 4i^2 e^{2iT} \Rightarrow f(T) = \dfrac{4T^2 i^2}{2!}$

$$\Rightarrow f(T) = 1 + 2Ti + \frac{4T^2 i^2}{2!} + \ldots$$

Truncando hasta los dos primeros sumandos de las $f(\sigma)$ y $f(T)$ respectivamente en los casos anteriores y sustituyendo en (2) se tiene que:

$$\sigma^2 T = (u-d)(a-u) = au - u^2 - ad + du$$

$$= (1+\sigma\sqrt{T})(1+Ti) - (1+2iT) - (1-\sigma^2 T) + (1-\sigma\sqrt{T})(1+Ti)$$

$$= 1 + Ti + \sigma\sqrt{T} + \sigma iT\sqrt{T} - 1 - 2iT - 1 + \sigma^2 T + 1 + Ti - \sigma\sqrt{T} - \sigma iT\sqrt{T} = \sigma^2 T$$

$\therefore$ Se satisface la ecuación (2) del sistema.

Ahora bien se sabe que la ecuación (1) está dada por:

$$u = a\pi + d(1-\pi) = a\left[\frac{u-d}{a-d}\right] + d\left[\frac{a-u}{a-d}\right] = \frac{au - ad + ad - ud}{a-d} = \frac{u(a-d)}{a-d} = u$$

$\therefore$ Se satisface la ecuación (1) del sistema.

Y como la restricción (3) nos dice que $ad = 1$ esta es inmediata de ver; ya que $ad = e^{\sigma\sqrt{T}} e^{-\sigma\sqrt{T}} = 1$

$\therefore$ Se satisface la ecuación (3) del sistema.

$\therefore$ Los valores de a y d están dadas por $a = e^{\sigma\sqrt{T}}$ y $d = e^{-\sigma\sqrt{T}}$ y $\pi = \frac{u-d}{a-d}$ son soluciones del sistema.

□ Q.E.D.

Nota:

Al generalizar este resultado para n períodos se tiene que $a = e^{\sigma\sqrt{\delta T}}$ y $d = e^{-\sigma\sqrt{\delta T}}$ ya que $\delta = \frac{1}{periodicidad} = \frac{1}{n}$ tal que:

$$0 < d \leq e^{i\delta T} \leq a$$

A continuación se calculan los precios de las opciones europeas y americanas; de compra o venta mediante el método binomial utilizando el diagrama de árbol binomial[1].

[1] *Un árbol que representa como el precio de un activo puede evolucionar a través del modelo binomial.*

1.1.2 Árbol binomial y algoritmo de regresión para el cálculo de la opción según su estilo y posición.

1.1.2.1 Precio de la opción europea de compra.

Período	1	2	…	n-1	n	n	n-1	…	2	1	
					Ma…a=M_1	max{M_1 -S,0}					
				Ma…a			Va…a				
		Maa			Ma…ad=M_2	max{M_2 -S,0}			Vaa		
	Ma			.	.	.	.			Va	
M_0		Mad	…	.	.	.	.	…	Vad		c
	Md			.	.	.	.			Vd	
		Md d			Md…da=M_n	max{M_n -S,0}			Vdd		
				Md…d			Vd… d				
					Md…d=M_{n+1}	max{M_{n+1} -S,0}					

En donde:

Ma es el aumento de M_0 con probabilidad π

Md es el decremento de M_0 con probabilidad θ

n es la periodicidad

S es el precio de ejercicio pactado en el contrato

Va…a= $[\max\{M_1\text{-S}, 0\}\pi + \max\{M_2\text{-S}, 0\}\theta]e^{-i\delta T}$

Vd…d= $[\max\{M_n\text{-S}, 0\}\ \pi + \max\{M_{n+1}\text{-S}, 0\}\theta]e^{-i\delta T}$

Vaa= $[\text{Vaaa}\,\pi + \text{Vaad}\,\theta]e^{-(n-2)i\delta T}$

Vad= $[\text{Vaad}\,\pi + \text{Vadd}\,\theta]e^{-(n-2)i\delta T}$

Vaa= $[\text{Vadd}\,\pi + \text{Vddd}\,\theta]e^{-(n-2)i\delta T}$

Va= $[\text{Vaa}\,\pi + \text{Vad}\,\theta]e^{-(n-1)i\delta T}$

Vd= [Vad π +Vdd θ] $e^{-(n-1)i\delta T}$

c= [Va π +Vd θ] e^{-iT} ya que $\delta = \frac{1}{periodicidad} = \frac{1}{n}$

De aquí es importante señalar que el precio de una opción de compra europea es el mismo que el de una opción de compra americana $\Rightarrow$ c=C.

1.1.2.2 Precio de la opción europea de venta.

Período	1	2	...	n-1	n	n	n-1	...	2	1	
					Ma…a=M_1	max{S-M_1,0}					
				Ma…a			Va…a				
		Maa			Ma…ad=M_2	max{S-M_2,0}			Vaa		
	Ma			.	.	.	.			Va	
M_0		Mad	…	.	.	.	.	…	Vad		p
	Md			.	.	.	.			Vd	
		Mdd			Md…da=M_n	max{S-M_n,0}			Vdd		
				Md…d			Vd…d				
					Md…d=M_{n+1}	max{S-M_{n+1},0}					

En donde:

Ma es el aumento de M_0 con probabilidad π

Md es el decremento de M_0 con probabilidad θ

n es la periodicidad

S es el precio de ejercicio pactado en el contrato

Va…a= [max {S-M_1,0} π + max {S-M_2 ,0} θ] $e^{-i\delta T}$

Vd…d= [max {S-M_n ,0} π + max {S-M_{n+1} ,0} θ] $e^{-i\delta T}$

Vaa= [Vaaa π +Vaad θ] $e^{-(n-2)i\delta T}$

Vad= [Vaad π +Vadd θ] $e^{-(n-2)i\delta T}$

Vdd= [Vaddπ +Vdddθ] $e^{-(n-2)i\delta T}$

Va= [Vaaπ +Vadθ] $e^{-(n-1)i\delta T}$

Vd= [Vadπ +Vddθ] $e^{-(n-1)i\delta T}$

p= [Vaπ +Vdθ] e^{-iT} ya que $\delta = \frac{1}{periodicidad} = \frac{1}{n}$

1.1.2.3 *Precio de la opción americana de venta.*

Período	1	2	…	n-1	n	n	n-1	…	2	1	
					Ma…a=M_1	max{S-M_1,0}					
				Ma…a			Va…a				
		Maa			Ma…ad=M_2	max{S-M_2,0}			Vaa		
	Ma			.	.	.	.			Va	
M_0		Mad	…	.	.	.	.	…	Vad		P
	Md			.	.	.	.			Vd	
		Mdd			Md…da=M_n	max{S-M_n,0}			Vdd		
				Md…d			Vd…d				
					Md…d=M_{n+1}	max{S-M_{n+1},0}					

En donde:

Ma es el aumento de M_0 con probabilidad π

Md es el decremento de M_0 con probabilidad θ

n es la periodicidad

S es el precio strike pactado en el contrato

Va…a=max{[(max{S-M_1,0})π +(max{S-M_2,0})θ] $e^{-i\delta T}$, max{S-Ma…a,0}}

Vd…d=max{[(max{S-M_n,0})π +(max{S-M_{n+1},0})θ] $e^{-i\delta T}$, max{S-Md…d,0}}

Vaa= max{[Vaaaπ + Vaadθ] $e^{-i\delta T}$,max{S-Maa,0}}

Vad =max{[Vaad π + Vadd θ] $e^{-i\delta T}$,max{S-Mad,0}}

Vdd= max{[Vadd π + Vddd θ] $e^{-i\delta T}$,max{S-Mdd,0}}

Va= max{[Vaa π + Vad θ] $e^{-i\delta T}$,max{S-Ma,0}}

Vd= max{[Vad π + Vdd θ] $e^{-i\delta T}$,max{S-Md,0}}

P =max{[Va π + Vd θ] $e^{-i\delta T}$,max{S-M,0}}

1.1.3 Opciones que pagan dividendos.

Se tiene que el pago de dividendos influye en el precio de la opción sobre acciones; al modelar el precio del activo subyacente a través del árbol binomial; con excepción de cuando se pagan en el último período.

Cuando el activo subyacente realiza dichos pagos a tiempo τ_k ; donde $\tau_k \in T$ y las τ_k representan el tiempo en el que se realizaran dichos pagos dentro del contrato; entonces lo que se tiene que hacer para resolver este tipo de problemas se observa en los ejemplos siguientes:

Sean los datos para los ejemplos 3.1.3.1, 3.1.3.2, 3.1.3.3:

Datos:

i=0.08

T=49/252 como 49/3=16.3<17 por lo tanto se quita dividendo en el segundo período

$\sigma = 0.19$

M_0=13.3

S=13.7

D_1=1

$\tau_1 = 17/252$

n=3

$\delta = 0.33333333$

Solución:

1.1.3.1 Opción europea de compra.

$a = 1.04956063$

$d = 0.95277964$

$\pi = 0.54162507$

$\theta = 0.45837493$

Período	1	2	3	3	2	1	
			14.32753	0.62753			
		13.65098			0.33989 $e^{-i\delta T}$		
			13.00638	0			
	13.95916					0.18409 $e^{-2i\delta T}$	
			12.90960	0			
13.3		12.3			0		0.09971 e^{-iT} $\Rightarrow$ c=0.09817=C
			11.71919	0			
	12.67197					0	
			11.62241	0			
		11.07359			0		
			10.55070	0			

1.1.3.2 Opción europea de venta.

Período	1	2	3	3	2	1	
			14.32753	0			
		13.65098			0.31794 $e^{-i\delta T}$		

			13.00638	0.69362					
	13.95916					$0.78462\ e^{-2i\delta T}$			
			12.90960	0.79040					
13.3		12.3			$1.33606\ e^{-i\delta T}$		$1.29640\ e^{-iT}$	$\Rightarrow$	p=1.27639
			11.71919	1.98081					
	12.67197					$1.90113\ e^{-2i\delta T}$			
			11.62241	2.07759					
		11.07359			$2.56884\ e^{-i\delta T}$				
			10.55070	3.1493					

1.1.3.3 Opción americana de venta.

Período	1	2	3	3	2	1	
			14.32753	0			
		13.65098			0.31630		
			13.00638	0.69362			
	13.95916					0.80883	
			12.90960	0.79040			
13.3		12.3			1.4		P=1.32594
			11.71919	1.98081			
	12.67197					1.95201	
			11.62241	2.07759			
		11.07359			2.62641		
			10.55070	3.1493			

1.1.4 Opciones sin pago de dividendos.

Al valuar el mismo ejercicio pero sin pagos de dividendos:

1.1.4.1 Opción europea de compra.

Período	1	2	3	3	2	1	
			15.37709	1.67709			
		14.65068			1.02715 $e^{-i\delta T}$		
			13.95916	0.25916			
	13.95916					0.62067 $e^{-2i\delta T}$	
13.3		13.3			0.14037 $e^{-i\delta T}$		0.37102 e^{-iT} $\Rightarrow$ c=0.36529=C
			12.67197	0			
	12.67197					0.07603 $e^{-2i\delta T}$	
		12.07359			0		
			11.50347	0			

1.1.4.2 Opción europea de venta.

Período	1	2	3	3	2	1	
			15.37709	0			
		14.65068			0		
			13.95916	0			
	13.95916					0.216 $e^{-2i\delta T}$	
13.3		13.3			0.47122 $e^{-i\delta T}$		0.56251 e^{-iT} $\Rightarrow$ p=0.55383
			12.67197	1.02803			
	12.67197					0.97196 $e^{-2i\delta T}$	
		12.07359			1.56364 $e^{-i\delta T}$		
			11.50347	2.19653			

1.1.4.3 Opción americana de venta.

Período	1	2	3	3	2	1	
			15.37709	0			
		14.65068			0		

			13.95916	0			
	13.95916					0.21376	
13.3		13.3			.46878		P=0.583970165
			12.67197	1.02803			
	12.67197					1.02803	
		12.07359			1.6264		
			11.50347	2.19653			

1.1.5 Opciones sobre divisas.

Al igual que las opciones que no pagan dividendos, las opciones sobre divisas tienen la ecuación de paridad compra venta siguiente:

$$c + Se^{-i(T-t)} = p + M_0\, e^{-r(T-t)}$$

Si no se cumple dicha ecuación entonces puede haber oportunidad de arbitraje.

El análisis del método binomial para opciones sobre divisas se deben a los dividendos que otorga la tasa extranjera r por lo que ahora se plantea el sistema de ecuaciones de 3 x 3 de la manera siguiente:

$$e^{(i-r)\delta T} = a\pi + d(1-\pi) \ldots \text{ (1)}$$

$$\sigma^2 \delta T = (u-d)(a-u) \ \ldots \text{ (2)}$$

$$ad = 1 \qquad\qquad \ldots \text{ (3)}$$

La demostración es análoga a la ya demostrada anteriormente; por lo que la solución del sistema para opciones sobre divisas es:

$$\pi = \frac{e^{(i-r)\delta T} - d}{a-d} \Rightarrow (1-\pi) = \frac{a - e^{(i-r)\delta T}}{a-d} = \theta$$

$$a = e^{\sigma\sqrt{\delta T}}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\delta T}}$$

Tal que:

$$0 < d \leq e^{(i-r)\delta T} \leq a$$

Calcular los siguientes ejercicios 3.1.5.1, 3.1.5.2 y 3.1.5.3 con los datos que se dan a continuación:

Datos:

i=0.08

r =0.05

T=49/252

$\sigma = .19$

M_0=13.3

S=13.7

n=3

$\delta =$ 0.33333333

1.1.5.1 Opción europea de compra.

Solución:

a=1.04956063

d=0.95277964

$\pi = 0.50802018$

$\theta = 0.49197982$

Período	1	2	3	3	2	1			
			15.37709	1.67709					
		14.65068			$0.9795\, e^{-i\delta T}$				
			13.95916	0.25916					
	13.95916					$0.56238\, e^{-2i\delta T}$			
13.3		13.3			$0.13166\, e^{-i\delta T}$		$0.3186\, e^{-iT}$	$\Rightarrow$	c=0.31369=C
			12.67197	0					
	12.67197					$0.06688\, e^{-2i\delta T}$			
		12.07359			0				
			11.50347	0					

1.1.5.2 *Opción europea de venta.*

Período	1	2	3	3	2	1			
			15.37709	0					
		14.65068			0				
			13.95916	0					
	13.95916					$.24883\, e^{-2i\delta T}$			
13.3		13.3			$.50577\, e^{-i\delta T}$		$0.64079\, e^{-iT}$	$\Rightarrow$	p=0.6309
			12.67197	1.02803					
	12.67197					$1.04554\, e^{-2i\delta T}$			
		12.07359			$1.60291\, e^{-i\delta T}$				
			11.50347	2.19653					

1.1.5.3 *Opción americana de venta.*

Período	1	2	3	3	2	1	
			15.00437	0			
		14.41326			0		
			13.84545	0			

	13.84545					0.24626	
13.3		13.3			0.50315		P=0.63852
			12.77604	1.02803			
	12.77604					1.05031	
		12.27272			1.62641		
			11.78923	2.19653			

1.1.6 Modelación del precio subyacente como un proceso Markoviano de dos períodos.

A continuación se muestra un ejemplo al modelar el precio subyacente como un proceso Markoviano de dos períodos bajo los supuestos de Cox, Ross & Rubinstein:

Datos:

$$T=\frac{1}{12}$$

$$M_0=11$$

$$S=11.5$$

$$n=2$$

$$\sigma_1=0.08$$

$$\sigma_2=0.16$$

$$\mu_1=0.07$$

$$\mu_2=0.08$$

Solución:

$$\delta=\frac{1}{n}=\frac{1}{2}$$

$$a_1 = 1.01646399$$

$$d_1 = 0.98380268$$

$$\pi_1 = 0.58534831$$

$$\theta_1 = 0.41465169$$

$$\mu_1 \delta T = 0.00291667$$

$$a_2 = 1.03319905$$

$$d_2 = 0.96786771$$

$$\pi_2 = 0.54294286$$

$$\theta_2 = 0.45705714$$

$$\mu_2 \delta T = 0.00333333$$

1.1.6.1 Europea de compra.

Período	1	2	2	1		
		11.55231	0.05230596			
	11.1811			0.0284 $e^{-\mu_2 \delta T}$		
		10.82183	0			
11					0.01657 $e^{-\mu_1 \delta T}$	0.01652=c=C
		11.1811	0			
	10.82183			0		
		10.4741	0			

1.1.6.2 Europea de venta.

Período	1	2	2	1	
		11.55231	0		
	11.1811			0.30996 $e^{-\mu_2 \delta T}$	

		10.82183	0.67817			
11					0.44617 $e^{-\mu_1 \delta T}$	0.444868963=p
		11.1811	0.3189			
	10.82183			0.64204 $e^{-\mu_2 \delta T}$		
		10.4741	1.0259			

1.1.6.3 *c) Americana de venta.*

Período	1	2	2	1	
		11.55231	0		
	11.1811			0.3189	
		10.82183	0.67817		
11					0.5=P
		11.1811	0.3189		
	10.82183			0.67817	
		10.4741	1.0259		

1.1.7 *Fórmula General del Método Binomial.*

Como se ha mencionado el método binomial ha sido desarrollado por Cox, Ross y Rubinstein quienes mediante varios cálculos matemáticos obtuvieron una fórmula general para el valor de la prima de la opción europea de compra o de venta como se muestra a continuación:

$$c=\left[\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\pi^{k}\theta^{n-k}\max\left\{Ma^{k}d^{n-k}-S,0\right\}\right]e^{-iT}$$

$$p=\left[\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\pi^{k}\theta^{n-k}\max\left\{S-Ma^{k}d^{n-k},0\right\}\right]e^{-iT}$$

A continuación se comprueban algunos de los resultados que se obtienen mediante el algoritmo de regresión:

1.1.7.1 Opción europea de compra sin pago de dividendos.

Solución:

$$c=\left[\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\pi^{k}\theta^{n-k}\max\left\{Ma^{k}d^{n-k}-S,0\right\}\right]e^{-iT}$$

$$\Rightarrow c=\left[\sum_{k=0}^{3}\binom{3}{k}\pi^{k}\theta^{3-k}\max\left\{Ma^{k}d^{3-k}-S,0\right\}\right]e^{-iT}$$

$$\Rightarrow c=\left[\binom{3}{2}\pi^{2}\theta\max\left\{Ma^{2}d-S,0\right\}+\binom{3}{3}\pi^{3}\max\left\{Ma^{3}-S,0\right\}\right]e^{-iT}$$

$\Rightarrow$ c= (3*0.0348482+ 0.26647313) *0.98456481

$\therefore$ c=0.36529=C

1.1.7.2 Opción europea de venta sin pago de dividendos.

$$p=\left[\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\pi^{k}\theta^{n-k}\max\left\{S-Ma^{k}d^{n-k},0\right\}\right]e^{-iT}$$

$$\Rightarrow \text{p}=\left[\sum_{k=0}^{3}\binom{3}{k}\pi^{k}\theta^{3-k}\max\left\{S-Ma^{k}d^{3-k},0\right\}\right]e^{-iT}$$

$$\Rightarrow \text{p}=\left[\binom{3}{0}\theta^{3}\max\left\{S-Md^{3},0\right\}+\binom{3}{1}\pi\theta^{2}\max\left\{S-Mad^{2},0\right\}\right]e^{-iT}$$

$\Rightarrow$ p= (0.21154305+ 3* 0.11698942) * 0.98456481

$\therefore$ p=0.55383

1.1.7.3 Opción europea de compra sobre divisas.

Solución:

$$\text{c}=\left[\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\pi^{k}\theta^{n-k}\max\left\{Ma^{k}d^{n-k}-S,0\right\}\right]e^{-iT}$$

$$\Rightarrow \text{c}=\left[\sum_{k=0}^{3}\binom{3}{k}\pi^{k}\theta^{3-k}\max\left\{Ma^{k}d^{3-k}-S,0\right\}\right]e^{-iT}$$

$$\Rightarrow \text{c}=\left[\binom{3}{2}\pi^{2}\theta\max\left\{Ma^{2}d-S,0\right\}+\binom{3}{3}\pi^{3}\max\left\{Ma^{3}-S,0\right\}\right]e^{-iT}$$

$\Rightarrow$ c= (3* 0.0329057+ 0.21988723) *0.98456481

$\therefore$ c=0.31369=C

1.1.7.4 Opción europea de venta sobre divisas:

$$\text{p}=\left[\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\pi^{k}\theta^{n-k}\max\left\{S-Ma^{k}d^{n-k},0\right\}\right]e^{-iT}$$

$$\Rightarrow \text{ p=}\left[\sum_{k=0}^{3}\binom{3}{k}\pi^{k}\theta^{3-k}\max\left\{S-Ma^{k}d^{3-k},0\right\}\right]e^{-iT}$$

$$\Rightarrow \text{ p=}\left[\binom{3}{0}\theta^{3}\max\left\{S-Md^{3},0\right\}+\binom{3}{1}\pi\theta^{2}\max\left\{S-Mad^{2},0\right\}\right]e^{-iT}$$

$\Rightarrow$ p= (0.26156407+ 3* 0.12641007) *0.98456481

$\therefore$ p=0.6309

1.1.8 Cuadro de resultados para el precio de las opciones:

Con pago de dividendos.	Sin pago de dividendos.	Sobre divisas.	Mediante un proceso Markoviano de dos períodos.
c=.09817	c=.36529	c=.31369	c=.01652
p=1.27639	p=.55383	p=.6309	p=.44487
P=1.32594	P=.58397	P=.63852	P=.5

Observación 1: Al emplear la fórmula general solo se pueden calcular opciones europeas que no paguen dividendos o bien sobre divisas.

Observación 2: En los ejemplos cuando no se pagan dividendos y cuando son sobre divisas se observa que el procedimiento para obtener el precio de la opción es el mismo solamente que varían los valores de π y θ ya que estos son afectados por la tasa extranjera r=5%.

Observación 3: Para opciones con pago de dividendos y mediante el proceso Markoviano; así como para el cálculo de las opciones americanas de compra se tiene que utilizar el algoritmo de regresión.

1.2 Método Black and Scholes.

Este método continuo está relacionado con el método del inciso A) de éste capítulo pero con la diferencia que mediante en el método Black and Scholes[2] los subperíodos son más reducidos que en el Binomial; además se tienen los supuestos siguientes (Hull, 2002):

1) El comportamiento del precio de las acciones corresponde al modelo lognormal con μ y σ constantes.

2) No hay costes de transacción o impuestos. Todos los activos financieros son perfectamente divisibles.

3) No hay dividendos sobre las acciones durante la vida de la opción.

4) No hay oportunidades de arbitraje libres de riesgo.

5) La negociación de valores financieros es continua.

6) Los inversores pueden prestar o pedir prestado al mismo tipo de interés libre de riesgo.

7) El tipo de interés libre de riesgo a corto plazo, i, es constante.

---

[2] *Un modelo para valorar opciones europeas sobre acciones ya sean de compra o de venta, desarrollado por Fisher Black, Myron Scholes y Robert Merton.*

Por demostrar que si $f(t,M)=\ln(M)$ tal que $0\le t\le T$ y $f(t,M)\sim N\left(\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)T,\sigma^2 T\right) \Rightarrow M$ se distribuye lognormal:

Demostración:

Sea $df(t,M)=\ln(M)-\ln(M_0)$ puesto que el precio del activo subyacente está cambiando

$$\Rightarrow \ln(M)-\ln(M_0)\sim N\left(\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)T,\sigma^2 T\right)$$

Aplicando el Teorema del Limite Central; es decir al estandarizar se tiene que:

$$z=\frac{\ln(M)-\ln(M_0)-\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T)}{\sigma\sqrt{T}} \quad \ldots (1)$$

$$\Rightarrow \ln(M)\sim N\left(\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)T+\ln(M_0),\sigma^2 T\right)$$

Pero de (1) tenemos que:

$$\sigma\sqrt{T}z=\ln(M)-\ln(M_0)-\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)T$$

$$\Rightarrow M=e^{\left(\ln(M_0)+\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)T+\sigma\sqrt{T}z\right)}$$

$$\Rightarrow M=M_0\, e^{\left(\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)T+\sigma\sqrt{T}z\right)}$$

$\therefore$ M se distribuye lognormal[3]

□ Q.E.D.

---

[3] *Una variable tiene distribución lognormal cuando el logaritmo de esta variable tiene una distribución normal.*

1.2.1 Cálculo del precio de las opciones europeas de compra y venta sin pago de dividendos.

Para el cálculo de estas opciones se tiene lo siguiente:

$$c = M_0 N\left(-\psi + \sigma\sqrt{T}\right) - Se^{-iT} N(-\psi)$$

$$\psi = -\frac{\ln\left(\frac{M_0}{S}\right) + kT}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$k = i - \frac{\sigma^2}{2}$$

$$d_1 = -\psi + \sigma\sqrt{T}$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{\ln\left(\frac{M_0}{S}\right) + kT}{\sigma\sqrt{T}} + \sigma\sqrt{T} = \frac{\ln\left(\frac{M_O}{S}\right) + kT + \sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{\ln\left(\frac{M_0}{S}\right) + T\left(k + \sigma^2\right)}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$= \frac{\ln\left(\frac{M_0}{S}\right) + T\left(i - \frac{\sigma^2}{2} + \sigma^2\right)}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{\ln\left(\frac{M_0}{S}\right) + \left(i + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = -\psi = \frac{\ln\left(\frac{M_0}{S}\right) + \left(i - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$\Rightarrow c = M_0 N(d_1) - Se^{-iT} N(d_2)$$

Al emplear la ecuación de paridad compra venta vista anteriormente se tiene que:

$$p = M_0 N(d_1) - Se^{-iT} N(d_2) + Se^{-iT} - M_0 = M_0 (N(d_1) - 1) - Se^{-iT} (N(d_2) - 1)$$
$$= - M_0 (N(- d_1)) + Se^{-iT} (N(- d_2))$$

$$\Rightarrow p = Se^{-iT} (N(- d_2)) - M_0 (N(- d_1))$$

1.2.2 Cálculo del precio de las opciones europeas de compra y venta sobre divisas.

Aquí se tiene que la tasa $\mu = i - r$ pues no solamente se considera la tasa nacional libre de riesgo; ya que hay que diferenciar esta con la extranjera, por tal motivo se tiene que el precio del activo subyacente M esta dado por la siguiente expresión:

$$M = M_0\, e^{\left(\left((i-r)-\frac{\sigma^2}{2}\right)T+\sigma\sqrt{T}z\right)}$$

$$\Rightarrow c = M_0 e^{-rT} N(d_1) - Se^{-iT} N(d_2)$$

Al utilizar nuevamente la ecuación de paridad compra venta tenemos que:

$$\Rightarrow p = Se^{-iT} (N(- d_2)) - M_0 e^{-rT} (N(- d_1))$$

1.2.3 Intervalo de confianza para el precio del activo subyacente al término de la vigencia del contrato de opciones.

Por lo visto anteriormente sabemos que:

$$\ln(M) \sim N\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \ln(M_0), \sigma^2 T\right)$$

Estandarizando tenemos que:

$$z = \frac{\ln(M) - \ln(M_0) - \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$\Rightarrow P\left[-a_{\frac{\alpha}{2}} < z < \beta_{\frac{\alpha}{2}}\right] = (1-\alpha)\%$$

$$\Rightarrow -a_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\sqrt{T} + \ln(M_0) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T < \ln(M) < \beta_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\sqrt{T} + \ln(M_0) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T$$

$$\therefore M \in \left(M_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T - a_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\sqrt{T}}, M_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \beta_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\sqrt{T}}\right)$$

Tal que:

$a_{\frac{\alpha}{2}}$ y $\beta_{\frac{\alpha}{2}}$ son los cuantiles de la distribución N(0,1) .

1.2.4 Probabilidad de que la opción europea de compra se encuentre dentro de dinero.

1.2.4.1 Posibles ganancias netas.

Lo que se quiere encontrar es la probabilidad de que el inversionista se encuentre dentro de dinero con posibles ganancias netas; es decir:

$$P(M > S) = \int_{S}^{\infty} \left(\frac{\exp\left[\dfrac{-(\ln(u) - \mu_y)^2}{2\sigma^2{}_y} \right]}{u\sigma_y \sqrt{2\pi}} \right) du$$

Al estandarizar se obtiene el siguiente valor de z:

$$z = \frac{\ln(S) - \mu_y}{\sigma_y}$$

Al invertir los límites de integración se tiene que:

$$P(M > S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-z} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

Por lo que $P(M > S)$ ya es fácil de calcular mediante tablas de $N(0,1)$.

1.2.4.2 Ganancias no netas.

Lo que se quiere encontrar es la probabilidad de que el inversionista obtenga ganancias; pero que dichas ganancias no sean netas.

Como se sabe que la ganancia de una opción de compra europea está dado por max{M-S,0}-c; entonces al igualar dicha expresión a cero; se tiene lo siguiente:

max{M-S,0}-c=0 $\Rightarrow$ max{M-S,0}=c pero la única manera de que ocurra esto es cuando M-S=c; por lo que es claro que M=S+c.

Por lo mencionado anteriormente, ya se puede definir bien el intervalo para calcular la probabilidad deseada de la manera siguiente:

$$P(S<M<S+c)=\int_{S}^{S+c}\left(\frac{\exp\left[\frac{-(\ln(u)-\mu_y)^2}{2\sigma^2{}_y}\right]}{u\sigma_y\sqrt{2\pi}}\right)du$$

Al estandarizar se obtienen los siguientes valores para z_1 y z_2:

$$z_1=\frac{\ln(S)-\mu_y}{\sigma_y} \text{ y } z_2=\frac{\ln(S+c)-\mu_y}{\sigma_y}$$

Al separar la integral vista y al invertir los límites de integración se tiene que:

$$P(S<M<S+c)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-z_1}e^{-\frac{u^2}{2}}du-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-z_2}e^{-\frac{u^2}{2}}du$$

Por lo que $P(S<M<S+c)$ ya es fácil de calcular mediante tablas de $N(0,1)$.

1.2.5 Probabilidad de que la opción europea de venta se encuentre dentro de dinero.

1.2.5.1 Posibles ganancias netas.

Lo que se quiere encontrar es la probabilidad de que el inversionista se encuentre dentro de dinero con posibles ganancias netas; es decir:

$$P(S > M) = \int_{-\infty}^{S} \left(\frac{\exp\left[\frac{-(\ln(u) - \mu_y)^2}{2\sigma^2{}_y} \right]}{u\sigma_y \sqrt{2\pi}} \right) du$$

Al estandarizar se obtiene el siguiente valor de z :

$$z = \frac{\ln(M_0) - \mu_y}{\sigma_y}$$

Entonces se tiene que:

$$P(S > M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

Por lo que $P(S > M)$ ya es fácil de calcular mediante tablas de $N(0,1)$

1.2.5.2 Ganancias no netas.

Lo que se quiere encontrar es la probabilidad de que el inversionista obtenga ganancias; pero que dichas ganancias no sean netas.

Como se sabe que la ganancia de una opción de venta europea está dado por max{S-M,0}-p; entonces al igualar dicha expresión a cero; se tiene lo siguiente:

max{S-M,0}-p=0 $\Rightarrow$ max{S-M,0}=p pero la única manera de que ocurra esto es cuando S-M=p; por lo que es claro que S=M+p o bien M=S-p

Por lo mencionado anteriormente ya se puede definir bien el intervalo para calcular la probabilidad deseada de la manera siguiente:

$$P(S-p<M<S)=\int_{S-p}^{S}\left(\frac{\exp\left[\frac{-(\ln(u)-\mu_y)^2}{2\sigma^2{}_y}\right]}{u\sigma_y\sqrt{2\pi}}\right)du$$

Al estandarizar se obtienen los siguientes valores para z_1 y z_2:

$$z_1=\frac{\ln(M_0)-\mu_y}{\sigma_y} \text{ y } z_2=\frac{\ln(M_0+p)-\mu_y}{\sigma_y}$$

Al separar la integral vista y al invertir los límites de integración se tiene que:

$$P(S-p<M<S)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z_2}e^{-\frac{u^2}{2}}du-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z_1}e^{-\frac{u^2}{2}}du$$

Por lo que $P(S-p<M<S)$ ya es fácil de calcular mediante tablas de $N(0,1)$.

Observación: Al calcular la probabilidad de obtener ganancias netas o ganancias no netas en las opciones europeas de venta no se invierten los límites de integración después de estandarizar.

1.2.6 Ejemplos de opciones sobre divisas y sin pago de dividendos.

Con los siguientes datos calcular el precio de las opciones europeas de compra y venta; además decir cuál es la probabilidad de estar dentro de dinero con posibles ganancias netas y la probabilidad de ganancias no netas; así como dar un intervalo de confianza del 95% para el precio del activo subyacente M sobre divisas y sin pago de dividendos respectivamente: 3.2.6.1, 3.2.6.2, 3.2.6.3 y 3.2.6.4:

Datos:

i=0.0867

T= $\frac{1}{12}$

$\sigma = 0.0535$

$M_0 = 11.35$

S=11.3

r=0.0208

μ =0.0659

Solución:

Al sustituir los datos en las ecuaciones respectivas para obtener la solución del problema deseado se tienen los cálculos siguientes:

1.2.6.1 Europea de compra sobre divisas.

d_1 = 0.6491

d_2 = 0.6337

c =0.1391

Ahora bien para obtener la probabilidad de estar dentro de dinero con posibles ganancias netas y la probabilidad de obtener ganancias no netas; se tiene que encontrar la distribución del precio del activo subyacente; ya que se sabe que dicha distribución está dada por:

$$\ln(M) \sim N\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \ln(M_0), \sigma^2 T\right)$$

Al sustituir los datos se tiene que:

$$\ln(M) \sim N\ (2.43459015,\ 0.000238521)$$

Al estandarizar se tiene que:

$$z_1 = \frac{\ln(11.3) - 2.43459015}{\sqrt{.000238521}} = -0.6337$$

Interpolando con los valores N(0.63) y N(0.64) se tiene que:

$$P(M > 11.3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{.6337} e^{-\frac{u^2}{2}} du = 0.7368$$

La cual es la probabilidad de estar dentro de dinero con la posibilidad de obtener ganancias netas.

Para encontrar la probabilidad de obtener ganancias no netas se tiene que definir una nueva variable z_2 de la manera siguiente:

$$z_2 = \frac{\ln(S + c) - \mu_y}{\sigma_y}$$

Sustituyendo los valores se tiene que:

$$z_2 = \frac{\ln(11.3 + .139131186) - 2.43459015}{\sqrt{.000238521}} = .1586$$

Interpolando con los valores N(-.15) y N(-.16) y utilizando el resultado anterior se tiene que:

$$P(S < M < S + c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{.6337} e^{-\frac{u^2}{2}} du - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-.1586} e^{-\frac{u^2}{2}} du = .7368 - .4369 = 0.2999$$

La cual es la probabilidad de obtener ganancias no netas.

$$\therefore\ P(11.3 < M < 11.4391312) = 0.2999$$

Ahora se encuentra el intervalo del 95% de confianza para M, ya que:

$$M \in \left(M_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T - a_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\sqrt{T}}, M_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \beta_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\sqrt{T}} \right)$$

Entonces al sustituir los valores en las variables correspondientes se tiene que:

$$M \in \left(11.35 e^{\left(.0659 - \frac{.0535^2}{2}\right)\left(\frac{1}{12}\right) - .50997257 * .0535\sqrt{\frac{1}{12}}}, 11.35 e^{\left(.0659 - \frac{.0535^2}{2}\right)\left(\frac{1}{12}\right) + .50997257 * .0535\sqrt{\frac{1}{12}}} \right)$$

$$\therefore\ M \in (12.02661856, 12.21756366)$$

1.2.6.2 Europea de venta sobre divisas:

Como se tienen los mismos datos para la opción europea de compra y de venta entonces se puede utilizar la ecuación de paridad[4], por lo que la prima que paga el inversionista es:

$$p = Se^{-iT}\left(N(-d_2)\right) - M_0 e^{-rT}\left(N(-d_1)\right)$$

Al sustituir los valores se tiene que:

$$p = 11.3 e^{-.0867\left(\frac{1}{12}\right)}\left(N(-.6337)\right) - 11.35 e^{-.0208\left(\frac{1}{12}\right)}\left(N(-.6491)\right)$$

$$\therefore\ p = 0.02747$$

Como se sabe que la distribución del precio del activo subyacente que se calculó en el inciso anterior está dada por:

$$\ln(M) \sim N\ (2.43459015,\ 0.000238521)$$

---

[4] *La relación entre el precio de una opción de compra europea y el precio de una opción de venta europea cuando tienen el mismo precio de ejercicio y fecha de vencimiento.*

Al estandarizar se tiene que:

$$z_1 = \frac{\ln(M_0) - \mu_y}{\sigma_y}$$

Al sustituir se tiene que:

$$z_1 = \frac{\ln(11.35) - 2.43459015}{\sqrt{.000238521}} = -0.3478$$

Interpolando con los valores N(-.34) y N(-.35) se tiene que:

$$\therefore\ P(11.3 > M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-.3478} e^{-\frac{u^2}{2}} du = 0.3640$$

La cual es la probabilidad de estar dentro de dinero con la posibilidad de obtener ganancias netas.

Para encontrar la probabilidad de ganancias no netas se tiene que definir una nueva variable z_2 de la manera siguiente:

$$z_2 = \frac{\ln(M_0 + p) - \mu_y}{\sigma_y}$$

Sustituyendo los valores se tiene que:

$$z_2 = \frac{\ln(11.35 + .027439204) - 2.43459015}{\sqrt{.000238521}} = -.1915$$

Interpolando con los valores N(-.19) y N(-.20) y utilizando el resultado anterior se tiene que:

$$P(S - p < M < S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-.1915} e^{-\frac{u^2}{2}} du - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-.3478} e^{-\frac{u^2}{2}} du = .4241 - .3640 = 0.0601$$

La cual es la probabilidad de obtener ganancias no netas.

$$\therefore\ P(11.2725608 < M < 11.3) = 0.0601$$

1.2.6.3 Europea de compra sin pago de dividendos.

$$d_1 = 0.7614$$

$$d_2 = 0.7459$$

$$c = 0.1540$$

Para obtener la probabilidad de estar dentro de dinero con posibles ganancias netas y la probabilidad de obtener ganancias no netas; se tiene que encontrar la distribución del precio del activo subyacente; ya que se sabe que dicha distribución está dada por:

$$\ln(M) \sim N\left(\left(i - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \ln(M_0), \sigma^2 T\right)$$

Al sustituir los datos se tiene que:

$$\ln(M) \sim N\ (2.436323484,\ 0.000238521)$$

Al estandarizar se tiene que:

$$z_1 = \frac{\ln(11.3) - 2.436323484}{\sqrt{.000238521}} = -0.7459$$

Interpolando con los valores N(.74) y N(.75) se tiene que:

$$P(M > 11.3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{.7459} e^{-\frac{u^2}{2}} du = 0.7721$$

La cual es la probabilidad de estar dentro de dinero con la posibilidad de obtener ganancias netas.

Para encontrar la probabilidad de ganancias no netas se tiene que definir una nueva variable z_2 de la siguiente manera:

$$z_2 = \frac{\ln(S + c) - \mu_y}{\sigma_y}$$

Sustituyendo los valores se tiene que:

$$z_2 = \frac{\ln(11.3 + .15406157) - 2.436323484}{\sqrt{.000238521}} = .1308$$

Interpolando con los valores N(-.13) y N(-.14) y utilizando el resultado anterior se tiene que:

$$P(S < M < S + c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{.7459} e^{-\frac{u^2}{2}} du - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-.1308} e^{-\frac{u^2}{2}} du = .7721 - .4479 = .3242$$

La cual es la probabilidad de obtener ganancias no netas.

$$\therefore\ P(11.3 < M < 11.4540616) = 0.3242$$

Ahora se encuentra el intervalo del 95% de confianza para M, ya que:

$$M \in \left(M_0 e^{\left(i - \frac{\sigma^2}{2}\right)T - a_{\frac{\alpha}{2}} \sigma \sqrt{T}}, M_0 e^{\left(i - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \beta_{\frac{\alpha}{2}} \sigma \sqrt{T}} \right)$$

Entonces al sustituir los valores en las variables correspondientes se tiene que:

$$M \in \left(11.35 e^{\left(.0867 - \frac{.0535^2}{2}\right)\left(\frac{1}{12}\right) - .50997257 * .0535 \sqrt{\frac{1}{12}}}, 11.35 e^{\left(..0867 - \frac{.0535^2}{2}\right)\left(\frac{1}{12}\right) + .50997257 * .0535 \sqrt{\frac{1}{12}}} \right)$$

$$\therefore\ M \in (12.27939195, 12.47435031)$$

1.2.6.4 Europea de venta sin pago de dividendos.

Como se tienen los mismos datos para la opción europea de compra y de venta sin pago de divisas entonces se puede utilizar la ecuación de paridad, por lo que la prima que paga el inversionista es:

$$p = Se^{-iT}\left(N(-d_2)\right) - M_0\left(N(-d_1)\right)$$

Al sustituir los valores se tiene que:

$$p = 11.3e^{-.0867\left(\frac{1}{12}\right)}\left(N(-.7459)\right) - 11.35\left(N(-.7614)\right)$$

$$\therefore p = 0.02285$$

Como se sabe que la distribución del precio del activo subyacente que se calculó en el inciso anterior está dada por:

$$\ln(M) \sim N\ (2.436323484,\ 0.000238521)$$

Al estandarizar se tiene que:

$$z_1 = \frac{\ln(11.35) - 2.436323484}{\sqrt{.000238521}} = -0.46$$

$$\Rightarrow P(11.3 > M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-.46} e^{-\frac{u^2}{2}}\, du = 0.3228$$

La cual es la probabilidad de estar dentro de dinero con la posibilidad de obtener ganancias netas.

Para encontrar la probabilidad de ganancias no netas se tiene que definir una nueva variable z_2 de la siguiente manera:

$$z_2 = \frac{\ln(M_0 + p) - \mu_y}{\sigma_y}$$

Sustituyendo los valores se tiene que:

$$z_2 = \frac{\ln(11.35 + .022713294) - 2.436323484}{\sqrt{.000238521}} = -.3306$$

Interpolando con los valores N(-.33) y N(-.34) y utilizando el resultado anterior se tiene que:

$$P(S - p < M < S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-.3306} e^{-\frac{u^2}{2}} du - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-.46} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

$$= 0.3704 - 0.3228 = 0.0476$$

La cual es la probabilidad de obtener ganancias no netas.

$$\therefore\ P(11.2772867 < M < 11.3) = 0.0476$$

1.2.6.5 Cuadro de resultados.

Europea de compra sobre divisas	Europea de venta sobre divisas	Europea de compra sin pago de dividendos	Europea de venta sin pago de dividendos
c=0.1391	p=0.02747	c=0.1540	p=0.02285
P(posibles ganancias netas)=0.7368	P(posibles ganancias netas)=0.3640	P(posibles ganancias netas)=0.7721	P(posibles ganancias netas)=0.3228
P(ganancias no netas)=0.2999	P(ganancias no netas)=0.0601	P(ganancias no netas)=0.3242	P(ganancias no netas)=0.0476

CONCLUSIONES

En esta tesis se han observado métodos gráficos como analíticos para que el inversionista tenga un mejor análisis de inversión de acuerdo a su especulación.

Como método gráfico se expuso el método de estrategias de inversión donde el inversionista se ha podido dar cuenta de la existencia de algunas estrategias de inversión como son las coberturas y las de volatilidad.

Estas estrategias son importantes ya que en algunos casos ayudan a disminuir el precio que tiene que pagar el inversionista por la obtención de la estrategia; es decir cuando el inversionista emite al menos una opción, pero como se ha observado en las gráficas, en éstos casos las ganancias están acotadas; sin embargo si el inversionista decide optar por aumentar la posibilidad de tener ganancias; entonces deberá pagar una prima mayor por la obtención de la estrategia; ya que dicha estrategia puede tener ganancias infinitas.

Como se ha visto a lo largo de esta tesis existen factores de influencia en el precio de la opción ya sea de compra o de venta; dichos factores son: precio del activo subyacente al inicio del contrato (M_0), precio de ejercicio (S), tasa de interés nacional libre de riesgo (i), tiempo de vigencia de la opción (T), volatilidad subyacente (σ) y los dividendos (D_i).

Mediante los métodos analíticos se ha observado lo siguiente:

Primero al comparar los resultados obtenidos para el precio de las opciones que pagan dividendos, se tiene que el precio de la opción europea de compra es menos costosa que la opción europea de venta; debido a que los dividendos tienen una influencia positiva en el precio de la opción europea de venta; ya que al quitarle dividendos al precio del activo subyacente en el primer período entonces es más probable que la opción europea de venta esté dentro de dinero por lo que es más costosa que la europea de compra; ya que en ésta ocurre lo contrario.

Además el precio del activo subyacente al inicio del contrato es menor que el precio de ejercicio; entonces se ha observado que ambos factores tienen una influencia positiva en el precio de la opción europea de venta, ya que al ocurrir esto es muy probable que el inversionista obtenga ganancias; por lo que ocurre lo contrario en la opción europea de compra.

También se ha observado que la tasa de interés libre de riesgo no es muy grande, por lo que el precio de la opción europea de compra no es afectada en gran medida por este factor; sin embargo la opción europea de venta sí lo es; debido a que tiene una relación negativa con ésta, es decir si la tasa de interés tiende a cero entonces el precio de la opción europea de venta será mayor.

En cuanto a las opciones sin pago de dividendos se ha observado en primera instancia que el precio de la opción europea de compra crece en comparación con la opción europea de compra que paga dividendos; y también es claro el decrecimiento del precio de la opción europea de venta respecto al precio de la opción europea de venta que paga dividendos; esto se da por la ausencia de dividendos.

Aunque no se pagan dividendos y es cierto el crecimiento del precio de la opción europea de compra, y el decrecimiento de la opción europea de venta; es importante observar que el precio de la opción europea de compra sigue siendo menor al precio de la opción europea de venta; esto se debe porque el precio del activo subyacente al inicio del contrato es menor que el precio de ejercicio pactado por el inversionista; además de que el factor tasa de interés libre de riesgo no ayuda en gran parte al crecimiento del precio de la opción puesto que es la misma con la que se realizaron los cálculos en las opciones que pagan dividendos, y dicha tasa es pequeña.

El inversionista también ha apreciado en los ejemplos de opciones sobre divisas la influencia de la tasa de interés extranjera; cabe decir que dicha influencia hacia el precio de la opción europea de venta en los casos que se han visto es positiva, ya que al disminuir la tasa de interés nacional, entonces ocasiona un mayor costo en el precio de la opción europea de venta; esto es porque se sabe que si una tasa de interés tiende a cero entonces su valor presente aumenta; en este caso dicho valor presente incrementa el precio de la opción.

Además la influencia de la tasa de interés extranjera en el precio de la opción es clara de apreciar al comparar los resultados obtenidos en los precios de las opciones sin pago de dividendos respecto a las que son sobre divisas; en donde se ha observado un ligero decrecimiento en el precio de la opción europea de compra, y por otra parte un ligero crecimiento en el precio de la opción europea de venta.

Cabe decir que la influencia del factor de la volatilidad sobre el precio del activo subyacente siempre es positiva tanto para el precio de una opción de compra, como para el precio de una opción de venta; es decir mientras más volátil sea el precio del activo subyacente; entonces mayor será el costo de la opción que desee obtener el inversionista.

Y por último tenemos la influencia del factor tiempo; ésta influencia a grandes rasgos se da en el estilo de ejercicio de la opción de venta en donde se tiene una relación negativa hacia la opción europea de venta; es decir a mayor tiempo el precio de la opción de venta será menor; ya que como se mostró en los ejercicios en donde se calculó el precio de la opción americana de venta; se ha observado que siempre ésta tiene un precio mayor a la opción europea de venta; debido a que el poseedor de la opción americana de venta le genera una gran incertidumbre a su contraparte; ya que le puede ejercer en cualquier momento durante la vigencia del contrato y esto implica una mayor posibilidad de obtener ganancias.

También es importante decir que la fórmula general es una herramienta muy útil, ya que como se observó, es cierto que nos simplifica el análisis al querer saber el precio de las opciones europeas de compra o venta ya sean sin pago de dividendos o sobre divisas.

Pero dicha fórmula no puede calcular las opciones americanas; de aquí, es importante mencionar que el inversionista se debe de dar cuenta de que tiene una gama de métodos analíticos para analizar el precio de las opciones; como pueden ser los árboles de forma binomial utilizando el algoritmo de regresión, o bien el método Black and Scholes.

En el método Black and Scholes; el inversionista se puede dar cuenta de que también se sigue cumpliendo la influencia de factores hacia el precio de la opción; por las razones ya antes mencionadas; sin embargo es importante recalcar que el método de Black and Scholes es un análisis más amplio que el binomial; pues aquí el inversionista puede obtener probabilidades de obtener posibles ganancias netas o bien ganancias no netas; las cuales pueden ser de gran ayuda para que se decida a invertir o no, además de que puede obtener un intervalo de confianza para el precio del activo subyacente.

El inversionista también observó que se puede simplificar el trabajo y realizar un análisis más rápido mediante la ecuación de paridad compra venta tanto en el método binomial como Black and Scholes.

Por último es importante decir que aunque la probabilidad de obtener ganancias en una cierta inversión sea muy alta; esto no garantiza que ocurrirá el evento, simplemente nos dice que es más probable que ocurra ya que si los eventos en los mercados financieros fueran seguros; entonces no tendría sentido el análisis realizado.

APÉNDICE A

Tabla de N(0,1) cuando x≥0

Esta tabla incluye los valores de N(x) cuando x≥0. Para valores intermedios, debería usarse la interpolación.

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9985	0,9986
3,0	0,9986	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

APÉNDICE B

Glosario de Términos

Arbitrajista:
Operador que realiza arbitrajes.

Arbitraje:
Una estrategia de negociación que aprovecha las diferencias de precios entre dos o más valores.

Árbol:
La representación de la evolución del valor de una variable del mercado con el propósito de valorar una opción u otros derivados.

Calificación de crédito:
Una medida de la solvencia de una emisión de bonos.

Clase de opción:
Todas las opciones del mismo tipo (opción de compra o de venta) sobre una acción en particular.

Clearing margin:
Margen de garantía que mantiene los miembros de la cámara de compensación.

Cobertura:
Una operación propuesta para reducir el riesgo.

Cobertura estática:
Cobertura que no tiene que cambiarse una vez que se ha iniciado.

Combinación:
Posición que incluye opciones de compra y de venta sobre el mismo activo subyacente.

Confirmación:
Contrato que confirma un acuerdo verbal entre dos partes sobre un acuerdo en el mercado over the counter.

Contrato a plazo o de plazo (Forward contract):

Un contrato que obliga a las partes a comprar o vender un activo a un precio predeterminado en un período de tiempo futuro predeterminado.

Contrato de futuros:
Un contrato que obliga al poseedor a comprar o vender un activo a un precio de entrega predeterminado en un período de tiempo futuro especificado. El contrato se ajusta diariamente.

Costes de transacción:
El coste de realizar una operación (comisiones más la diferencia entre el precio obtenido y el punto medio del diferencial bid-offer) .

Creador de mercado (Market Maker):
Un operador que está dispuesto a operar a los precios ofertado y demandado de cotización de un activo.

Cuna:
Una posición larga en una opción de compra y en una opción de venta con diferentes precios de ejercicio.

Distribución normal:
La distribución estándar campaniforme utilizada en estadística.

Dividendo en acciones:
Un dividendo pagado en la forma de acciones adicionales.

Ejercicio anticipado:
Ejercicio de una opción en una fecha previa a la fecha de vencimiento.

Especialista:
Individuo responsable de ejecutar las órdenes límites en algunos mercados organizados. El especialista no pone a disposición de otros operadores las órdenes límites existentes.

Fecha ex-dividendo:
Cuando se declara un dividendo, se especifica una fecha ex–dividendo. Los inversores propietarios de acciones reciben el dividendo inmediatamente antes de la fecha ex–dividendo.

Función acumulada de distribución:
La probabilidad de que una variable sea menor a x como función de x.

Garantía o margen inicial:

El efectivo requerido como garantía para un contrato de futuros en el momento de inicio del contrato

<u>Intermediario financiero:</u>
Un banco u otra institución financiera que facilita el flujo de capitales entre diferentes entidades económicas.

<u>Intermediarios a comisión:</u>
Individuos que realizan transacciones para terceros a cambio de una comisión.

<u>Intradía:</u>
Operación comenzada y finalizada el mismo día.

<u>Investigación empírica:</u>
Investigación basada en datos históricos del mercado.

<u>Mercado invertido:</u>
Un mercado donde los precios del futuro decrecen con el vencimiento.

<u>Mercado normal:</u>
Un mercado en donde los precios de futuros crecen con el vencimiento.

<u>Mercados over the counter:</u>
Un mercado donde los operadores negocian por teléfono. Los operadores suelen ser instituciones financieras, corporaciones y gestores de fondo.

<u>Modelo binomial:</u>
Un modelo donde el precio de un activo es supervisado a lo largo de períodos cortos sucesivos de tiempo. En cada uno de estos períodos se suponen que solo son posibles dos movimientos de precios.

<u>Modelo de mercado:</u>
Modelo de uso muy común entre los operadores.

<u>Mundo neutral al riesgo:</u>
Un modelo en donde se supone que los inversores no requieren rendimiento medio extra por asumir riesgos.

<u>Opción:</u>
Derecho de comprar o vender un activo.

<u>Opción sobre acciones para ejecutivos:</u>

Una opción sobre acciones emitida por una empresa sobre sus propios accionistas y entregada a sus ejecutivos como parte de su remuneración.

<u>Opción en dinero:</u>
Una opción donde el precio de ejercicio iguala al activo subyacente.

<u>Opción americana:</u>
Una opción que puede ejercerse en cualquier momento hasta su fecha de vencimiento.

<u>Opción bermuda:</u>
Una opción que puede ser ejercida en fechas específicas a lo largo de su vida.

<u>Opción de compra cubierta:</u>
Una opción corta en una opción de compra sobre un activo combinada con una posición larga en el activo.

<u>Opción dentro de dinero:</u>
Se trata de una opción de compra en la que el precio del activo es mayor que el precio de ejercicio o bien una opción de venta en la que el precio del activo es menor que el precio de ejercicio.

<u>Opción europea:</u>
Una opción que puede ejercerse solamente en su fecha de vencimiento.

<u>Opción fuera de dinero:</u>
Puede ser una opción de compra donde el precio del activo es menor que el precio de ejercicio, o bien una opción de venta donde el precio del activo es mayor que el precio de ejercicio.

<u>Opción sobre divisas:</u>
Opción sobre un tipo de cambio.

<u>Posición corta:</u>
Posición que supone la venta de un activo.

<u>Posición descubierta:</u>
Una posición corta en una opción de compra que no está combinada con una posición larga en el activo subyacente.

<u>Posición larga:</u>
Posición que supone la adquisición de un activo.

Precio al contado:
El precio de entrega inmediata.

Precio a plazo (Forward Price):
El precio de entrega de un contrato a plazo tal que el valor del contrato es cero.

Precio ofertado (Bid Price):
El precio que un intermediario está dispuesto a pagar por un activo.

Precio ofrecido (Ask price, Asked Price, offer Price):
El precio que un intermediario ofrece para la venta de un activo.

Prima:
El precio de una opción.

Ratio de cobertura:
El ratio entre el tamaño de una posición en un instrumento de cobertura y el tamaño de la posición a cubrir.

Rendimiento por dividendo:
El dividendo expresado como porcentaje del precio de la acción.

Riesgo no sistemático:
Riesgo que puede eliminarse mediante la diversificación.

Riesgo sistemático:
Riesgo que no puede eliminarse mediante la diversificación.

Riesgo de finanzas:
Probabilidad de no recibir un pago completo o incompleto; en una fecha futura

Saldo de garantía:
El saldo e efectivo (o depósito de seguridad) requerido a un operador en futuros u opciones.

Scalper:
Un operador que toma posiciones durante un período de tiempo muy corto.

Seguro de cartera:

Entrar en negociaciones para asegurar que el valor de una cartera no caerá por debajo de un cierto nivel.

Series de opciones:
Todas las opciones de una cierta clase con los mismos precios de ejercicio y fecha de vencimiento.

Simulación histórica:
Una simulación basada en datos históricos.

Supuesto de no arbitraje:
Supuesto de que no hay oportunidades de arbitraje en precios del mercado.

Swap:
Un acuerdo para intercambiar flujos de caja en el futuro conforme a una fórmula fijada.

Tasa de rendimiento:
Rentabilidad obtenida con un instrumento.

Tipo de cambio a plazo (Forward Exchange Rate):
El precio a plazo de una unidad de divisa extranjera.

Tipo de interés a plazo (Forward interés rate):
El tipo de interés para un período futuro de tiempo y que está implícito en los tipos vigentes hoy en el mercado.

Tipo de interés a corto plazo:
El tipo de interés aplicado durante un período de tiempo muy corto.

Tipo de interés libre de riesgo:
El tipo de interés que se puede ganar sin asumir riesgos.

Transacciones o diferenciales:
Una posición en dos o más opciones del mismo tipo.

Transacciones preprogramadas:
Un procedimiento donde las operaciones son generadas automáticamente por un ordenador y transmitidas al parqué de un mercado organizado.

Valor final:

El valor al vencimiento.

Valoración neutral al riesgo:
La valoración de una opción u otros derivados asumiendo que el mundo es un mundo neutral al riesgo. La valoración neutral al riesgo es el precio correcto para un derivado en todos los entornos, no solo en el mundo neutral al riesgo.

Variable estocástica:
Una variable cuyo valor futuro es incierto.

Variable subyacente:
Una variable de la que depende el precio de una opción u otros derivados.

Volatilidad histórica:
Volatilidad obtenida a partir de datos históricos.

BIBLIOGRAFÍA

Amat Salas, José Oriol, La Bolsa, 7ª ed., Barcelona, Ediciones Deusto, 2004.

Baye, Michael R., Economía de empresa y estrategia empresarial, 5ª ed., Madrid, Mc Graw-Hill Interamericana, 2006.

Bodie, Zvi, Kane, Alex, Marcus, Alan J., Investments, 7ª ed., Boston, McGraw-Hill, 2007.

Brealey, Richard A., Principios de finanzas corporativas, Madrid, McGraw-Hill Interamericana, 2006.

Climent Hernández, José Antonio, Valuación de opciones, Vínculos Matemáticos No. 38, Facultad de Ciencias, 2005.

Cox, Jhon, Rubinstein, Mark, Option Markets, New Jersey, Prentice Hall, 1985.

Das, Satyaji, Risk Management and Financial Derivatives: A Guide to the Mathematics, EUA, McGraw-Hill, 1998.

Díaz Tinoco, Jaime, Futuros y opciones financieras, 3ª ed., México, Limusa, 2002.

Dubofsky, David, Options and Financial Futures: Valuations and Uses, EUA, McGraw-Hill,1992.

Figlewksi, S., Silber W., Subrahmanyan, M., Financial Options: From Theory to Practice, EUA, Donnelley and Sons Company, 1990.

Hull, Jhon C., Introducción a los mercados de futuros y opciones, 4ª ed., Madrid, Pearson Educación, 2002.

Hull, Jhon C., Options, Futures and other Derivatives Securities, 3ª ed., EUA, Prentice Hall Internacional Inc., 1998.

Jorion, Philippe, Valor en riesgo, 1ª ed., México, Limusa, 1999.

Lamothe Fernández, Prosper, Opciones Financieras: Un enfoque fundamental, Madrid, McGraw-Hill, 1993.

Mascareñas, Juan, El Método Binomial de Valoración de Opciones, Universidad Complutense de Madrid, 2000.

Meigs Walter B., Jonson Charles E., Keller Thomas F.,Valor Presente, México, Mc Graw-Hill, 1970.

Roman, Steven, Introduction to the mathamatics of finance: from risk management to options pricing, New York, Springer, 2004.

Ross, Stephen A., Fundamentos de Finanzas Corporativas, México, Mc Graw-Hill Interamericana, 2006.

Ross, Stephen A., Westerfield Randolph W., Finanzas Corporativas, 7ª ed., México, Mc Graw-Hill Interamericana, 2005.

Ross, Stephen A., Westerfield, Randolph W., Bradford, D. Jordan, Fundamentos de Finanzas Corporativas, 5ª ed., México, Mc Graw-Hill Interamericana, 2005.

Weiers, Ronald M., Introducción a la estadística para negocios, México, International Thomson, 2006.

Mercado Mexicano de Derivados, diciembre de 2008, <http://www.mexder.com.mx/MEX/paginaprincipal.html>.