

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

Máquinas del tiempo en la relatividad general.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

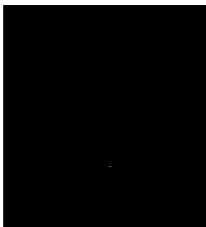
FÍSICO

P R E S E N T A:

ALAN HEIBLUM ROBLES

**DIRECTOR DE TESIS:
DR. MIGUEL ALCUBIERRE MOYA**

2009





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Máquinas del tiempo en la relatividad general

Alan Heiblum Robles

2009

Hoja de datos del jurado

1. Datos del alumno

HEIBLUM

ROBLES

ALAN

04455 54 62 82 74

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

FÍSICA

401048010

2. Datos del asesor y sinodal 1

Dr

ALCUBIERRE

MOYA

MIGUEL

3. Datos del sinodal 2

Dr

NUÑEZ

ZUÑIGA

DARÍO

4. Datos del sinodal 3

Dr

MATOS

CHASSIN

TONATIUH

5. Datos del sinodal 4

Dr

PATIÑO

JAIDAR

LEONARDO

6. Datos del sinodal 5

Dr

MORALES

TECOTL

HUGO

7. Datos del trabajo escrito

Máquinas del tiempo en la relatividad general

125 p.

2009

2

Agradecimientos

Agradezco a los Doctores Miguel Alcubierre, Shahen Hacyan, Leonardo Patiño, Hugo Morales y Tonatiuh Matos la lectura del presente trabajo y sus útiles comentarios.

Índice

0.1	Prefacio	6
0.2	Notación y convenciones	8
I	Preludio	9
1	Sobre la relatividad especial	11
1.1	Introducción	11
1.2	Mecánica clásica	12
1.3	Transformaciones de Lorentz	12
1.4	El espacio-tiempo de 4 dimensiones	13
1.5	La dilatación del tiempo	14
1.6	El cono de luz	14
1.7	Paradoja de los gemelos	16
1.8	Máquinas del tiempo	17
1.9	Viajes al futuro	19
1.10	Viajes al pasado	19
2	Sobre la relatividad general	23
2.1	Introducción	23
2.2	Variedades	24
2.3	Tensores	25
2.4	Métrica	26
2.5	Mecánica relativista	27
2.6	Derivadas covariantes y símbolos de Christoffel	28
2.7	Curvatura y el Riemann	29
2.8	Principio de equivalencia	31
2.9	Relatividad general	31
2.10	Aceleraciones de marea	32

2.11	Tensor de energía-momento	33
2.12	Ecuaciones de Einstein	34
2.13	Constante cosmológica	36
2.14	Cantidades conservadas	37
2.15	Polvo	38
3	Hoyos negros	39
3.1	Schwarzschild	39
3.2	Un poco de historia	45
3.3	Las estrellas y su devenir	46
3.4	Horizontes	47
3.5	Topología de un hoyo negro cargado	47
3.6	Kerr	48
4	Condiciones de energía	51
4.1	Condiciones de energía	51
4.1.1	Condición fuerte de energía (CFE)	51
4.1.2	Condición débil de energía (CDE)	52
4.1.3	Condición nula de energía (CNE) y efecto Casimir	52
II	Fuga	55
5	Máquinas del tiempo	57
5.1	Máquinas del tiempo	57
5.2	Espacio-tiempos globalmente hiperbólicos	57
5.3	Billares en el tiempo	58
5.4	Línea del tiempo	60
5.5	Van Stockum y la primera máquina	61
5.6	El universo de Gödel	63
5.7	La máquina de Kerr	64
5.8	Cuerdas cósmicas	66
5.9	La máquina del tiempo de Gött	67
5.10	Warp Drive o impulso por distorsión	69
5.11	Problemas del impulso por distorsión	71
5.12	Del impulso a la máquina del tiempo	71
5.13	Mallet	72
5.14	Resumen	74

6	Agujeros de Gusano	75
6.1	De la ficción a la investigación	75
6.2	Taxonomía	76
6.3	Agujeros de gusano en Schwarzschild	77
6.4	Los hoyos negros no son puentes	78
6.5	Materia exótica	79
6.6	Agujeros de gusano transitables	80
6.7	La propuesta de Thorne y Morris	80
6.8	Del Agujero de gusano a la máquina del tiempo	84
6.9	Dónde habitan los agujeros de gusano	85
6.10	Resumen: construcción de la máquina del tiempo	87
7	Paradojas	89
7.1	Paradojas	89
8	Las 4 Vías	95
8.1	Conjetura de la reescritura radical	95
8.1.1	Hausdorff o no-Hausdorff	96
8.2	Conjetura aburrida	97
8.3	La conjetura de la protección cronológica	98
8.3.1	Agujeros de anillo	100
8.3.2	Anillo "Romano"	101
8.4	Principio de auto-consistencia	102
8.4.1	El principio de auto-consistencia como implicación del principio de mínima acción	103
8.4.2	Otro enfoque	107
III	Conclusiones	111
9	Digresiones y conclusiones	113
9.1	Sobre el tiempo	113
9.2	Sobre el libre albedrío y la conciencia	117
9.3	Sin referencias empíricas	117
9.4	En suma	118

0.1 Prefacio

En los albores del siglo XX despierta una nueva visión del tiempo. La simultaneidad absoluta es desterrada, y, tanto el espacio absoluto como el tiempo absoluto newtonianos, la acompañan en el exilio. No más espacio y no más tiempo, sino simplemente el espacio-tiempo. Dentro de la teoría de la relatividad especial cualquier evento queda inscrito dentro de un cono de luz, cono causal. Sin embargo, el espacio-tiempo según la teoría de la relatividad general, está curvo, lo que en primera instancia permite sugerir una trayectoria curva cerrada tanto en el espacio como en el tiempo. Es por esto que el tema de las máquinas del tiempo se discute en el contexto de la teoría de la relatividad general.

El estudio de las máquinas del tiempo en la relatividad general es más que el conjunto de especulaciones teóricas de un grupo imaginativo de investigadores. Es una herramienta para probar los aspectos profundos de la teoría de la relatividad y el mundo que surge del modelo. Los viajes en el tiempo no tienen un referente en el universo en que vivimos, sin embargo, la mejor teoría con que contamos para describir el espacio-tiempo, en primera apariencia, no los desmiente. ¿Por qué? Debemos hacerle esta pregunta y obligarla a responder por qué son imposibles, o si no lo son, cómo fabricarlos.

Cuando uno intenta conocer genera modelos. Se definen axiomas y postulados. Ahora bien, uno no conoce la totalidad de las consecuencias de dichos postulados, no se sabe con detalle el conjunto total de elementos que existen vía esos axiomas. Por esto se debe empujar la teoría a los casos excéntricos, para indagar los abismos más oscuros que la teoría pinta. En este sentido, el estudio de los viajes en el tiempo dentro de la relatividad general es una herramienta epistemológica para clarificar las bases de nuestras teorías sobre el espacio, el tiempo, el espacio-tiempo y sus implicaciones. Hoy día estamos frente a la construcción incierta de una teoría cuántica de la gravitación; la dimensión e implicaciones que el estudio de los viajes en el tiempo arroje debe tomarse como una herramienta metodológica para ayudarnos a la cristalización de una teoría del todo.

El presente trabajo está construido como una monografía y se presenta en tres partes: preludio, fuga y conclusiones.

El preludio comienza con un capítulo que versa sobre la teoría de la

relatividad especial. Se definen los conceptos más significativos y se establece la existencia de viajes al futuro, pero se señala la imposibilidad tecnológica de alcanzar futuros lejanos. Por último, se discute la posibilidad de regresar al pasado vía máquinas de taquiones.

El preludeo continua con un segundo capítulo donde se expone la teoría de la relatividad general. El objetivo de este capítulo, tanto como del anterior, es que cualquier persona que sepa física básica, pero no relatividad, entienda las ideas básicas y las herramientas matemáticas de la teoría.

Proseguimos con el tercer capítulo de nombre "agujeros negros". El lector encontrará en él las soluciones de Schwarzschild, Reissner - Nordstrom y Kerr. Este capítulo se pretende una terraza desde donde se aprecia como funciona la teoría de la relatividad general, qué universo y qué objetos pinta.

La primera parte concluye con un capítulo sobre las condiciones de energía. Pareciera ser que en el universo en que vivimos, la energía es siempre positiva según las mediciones desde cualquier sistema de referencia. Modelos cuánticos desmienten visiones como ésta. De allí que sea importante un capítulo en el que se expongan los supuestos de los teoremas de cosmología.

La segunda parte titulada "Fuga", comienza con un capítulo que está concebido como un zoológico donde se aprecian las diferentes máquinas del tiempo. Se discuten sus supuestos y posibilidades. El siguiente capítulo está dedicado de lleno al estudio de los agujeros de gusano, con especial énfasis en su proceso de metamorfosis (su transformación en máquina del tiempo). Inevitablemente tenía que llegar un capítulo donde se hable y se clasifiquen las paradojas que conllevan los viajes en el tiempo. Por último, el cuarto capítulo de esta parte, capítulo octavo del presente trabajo, discute las cuatro posibles respuestas que la física puede dar a las diversas situaciones paradójicas.

La tercera y última parte son las conclusiones. Un capítulo dividido en varias secciones. En la primera de ellas, me doy licencia para discutir el tema desde una plataforma más filosófica además de mi personal punto de vista. La última sección pretende ser un resumen de lo expuesto a lo largo del trabajo, en ella se da un mapa conceptual de la discusión.

0.2 Notación y convenciones

En la mayor parte del presente trabajo la velocidad de la luz y la constante de gravitación universal son iguales a 1 ($c = G = 1$). El factor de Lorentz queda como $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} = (1 - v^2)^{-1/2}$.

En cuestión de índices, los griegos ocupan la coordenada temporal y las tres coordenadas espaciales ($\alpha = 0, 1, 2, 3$), mientras que los latinos sólo denotan las coordenadas espaciales ($i = 1, 2, 3$).

Si el caso lo permite y conviene a la exposición, los problemas son reducidos a movimiento en un sólo eje, el eje x .

También se utiliza la bien conocida convención de la suma de Einstein.

$$\sum a^\mu b_\mu = a^\mu b_\mu.$$

En el sistema internacional de medidas tenemos:

$$\hbar = 1.054572 \times 10^{-34} Js, \quad (1)$$

$$c \equiv 2.99792458 \times 10^8 ms^{-1}, \quad (2)$$

$$G = 6.67259 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-1}. \quad (3)$$

Las constantes se pueden combinar para dar de manera única: la masa de Planck, la longitud de Planck y el tiempo de Planck:

$$m_p \equiv \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2.17671 \times 10^{-8} kg, \quad (4)$$

$$l_p \equiv \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1.616048 \times 10^{-35} m, \quad (5)$$

$$T_p \equiv \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = 5.390557 \times 10^{-44} s. \quad (6)$$

Utilizaremos $G = c = 1$, $m_p = l_p = T_p = \sqrt{\hbar}$. De esta manera tiempo, longitud y masa quedan en metros.

Parte I
Preludio

Capítulo 1

Sobre la relatividad especial

1.1 Introducción

A finales del siglo XIX la mecánica newtoniana respetaba el principio de relatividad del movimiento rectilíneo uniforme; dos observadores inerciales cualesquiera, animados por ese movimiento, observan las mismas leyes físicas; el movimiento es relativo. Por el contrario, la teoría electromagnética apostaba al éter, cuya presencia permitía definir un movimiento absoluto. Einstein se propuso resolver este entuerto. Pensemos en un imán en movimiento no paralelo a un hilo conductor en reposo y, después, en el hilo conductor en movimiento respecto del imán en reposo. La corriente que circula en el hilo, es idéntica en ambas situaciones, sólo depende del movimiento relativo y no del movimiento absoluto. Ahora bien, la teoría física tiene diferentes explicaciones para cada situación: si el imán está en movimiento, la corriente es causada por un campo eléctrico, mientras que, si el hilo conductor es quien se mueve, la corriente es producto de un campo magnético sin la presencia de ningún campo eléctrico. Según el principio la "identidad de lo indiscernible" - principio al que Einstein se adhirió -, si dos situaciones son experimentalmente indiscernibles es porque son fundamentalmente idénticas. Por lo tanto Einstein creó una teoría (más tarde conocida como relatividad especial), donde se afirma el principio de relatividad, se salva y se refundamenta la teoría electromagnética, además de que se ignora al éter; el movimiento no es en relación entre un cuerpo y el espacio (absoluto) o el éter, es sólo una relación entre cuerpos. El punto fino fue reconocer que la simultaneidad no es experimentalmente verificable, es un concepto desprovisto de carácter

absoluto.

1.2 Mecánica clásica

En la teoría newtoniana del movimiento encontramos el siguiente postulado **POSTULADO UNO**: Las leyes de la mecánica son las mismas para todos los sistemas inerciales. Por sistema inercial entendemos aquel donde se cumple la primera ley de Newton, es decir donde tenemos en ausencia de fuerzas movimiento rectilíneo uniforme. Si S es un sistema inercial, todo sistema cuya velocidad relativa a S sea constante también es un sistema inercial.

Para pasar la descripción de un sistema inercial S_1 a otro S_2 , con velocidad de referencia v en la dirección x , utilizamos las transformaciones de Galileo:

$$t' = t, \quad x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z.$$

$t' = t$ significa que el tiempo fluye independiente del sistema de referencia de manera absoluta. Esto implica que todos los observadores concuerdan en el intervalo de tiempo entre cualesquiera dos sucesos. Equivalentemente, si dos sucesos son simultáneos para un observador inercial son simultáneos para cualquier otro. Como consecuencia, según la mecánica clásica todos habitamos el mismo presente, esperamos el mismo futuro (cualquier momento posterior) y dejamos el mismo pasado (cualquier momento anterior). El pasado y el futuro están muertos, sólo existe el presente, el eterno instante donde el pasado determina al futuro.

1.3 Transformaciones de Lorentz

En 1905 aparecen 5 artículos de un joven llamado Albert Einstein. Uno de ellos está dedicado a resolver las inconsistencias existentes entre el electromagnetismo y la relatividad galileana de los sistemas inerciales. En esta teoría Einsteneana del movimiento conocida como la relatividad especial, encontramos la siguiente cadena de ideas:

La experiencia muestra como cierto:

POSTULADO UNO': Las leyes de la física son las mismas para todos los sistemas inerciales.

POSTULADO DOS: La velocidad de la luz en el vacío es una constante independiente de la fuente que la emite y de la velocidad de quien la mide.

Asumiendo además que la luz y las partículas libres se mueven en movimiento uniforme rectilíneo y que las transformaciones entre sistemas son lineales, de los postulados se derivan las transformaciones de Lorentz,

$$t' = \gamma(t - vx), \quad (1.1)$$

$$x' = \gamma(x - vt), \quad (1.2)$$

$$y' = y, \quad (1.3)$$

$$z' = z. \quad (1.4)$$

Donde

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}} \quad (1.5)$$

es el factor de Lorentz y el movimiento es sobre el eje x .

Una primera consecuencia que tienen estas transformaciones simétricas es la aniquilación de la simultaneidad absoluta. Para el sistema \mathcal{S}_1 , a $t = 0$, son simultáneos los eventos sobre el eje x . En cambio a $t = 0$ las coordenadas en \mathcal{S}_2 son $t' = -\gamma vx$. Esto significa que para \mathcal{S}_2 son simultáneos los eventos que ocurren en el eje x' y no los eventos sobre el eje x . La simultaneidad no es absoluta, es sólo una ilusión del marco de referencia.

Referencias: [30].

1.4 El espacio-tiempo de 4 dimensiones

Los eventos son absolutos, esto es, si el evento existe en un marco de referencia existe en todos. Los eventos ocurren en un lugar y a un tiempo, por ello son puntos que encontramos con 4 coordenadas. Tanto la distancia euclidiana espacial $dr^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$, como el intervalo temporal $dt = \sqrt{dt^2}$ no permanecen invariantes bajo las transformaciones de Lorentz, esto es, son relativos a cada observador y el consenso es inalcanzable. En cambio, si al igual que Minkowski definimos la distancia espaciotemporal entre dos eventos

como $ds^2 = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$, el intervalo ds^2 permanece invariante, es un absoluto y tenemos consenso.¹

1.5 La dilatación del tiempo

Definamos el tiempo propio como el tiempo que mide un reloj en reposo relativo al observador inercial. En otras palabras, el tiempo propio es el tiempo que mide un reloj que no cambia de posición y sólo se mueve en la coordenada temporal. Dado que $dl'^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 = 0$ en el sistema primado, obtenemos $ds^2 = -dt'^2 = -d\tau^2$, donde τ denota al tiempo propio. Aplicando las transformaciones de Lorentz, obtenemos $dt = \gamma d\tau$ en el sistema original, que no significa sino que todo reloj en movimiento respecto al sistema inercial correrá más lento. Este hecho es conocido como la dilatación del tiempo.

1.6 El cono de luz

Puesto que el invariante ds^2 es una propiedad de los eventos y no de los observadores, nos sirve para clasificar la relación entre sucesos.

$ds^2 = 0$, Nulo.

El intervalo de tipo luz o nulo corresponde a eventos que se relacionan a la velocidad de la luz. Así respecto de un evento a todos los eventos con intervalo nulo forman el cono de luz de a .

$ds^2 > 0$, Espacialoide.

El intervalo de tipo espacio corresponde a eventos que se relacionan con velocidades supralumínicas (fuera del cono de luz). Dados cualesquiera dos eventos con intervalo de tipo espacio, siempre existe un sistema de referencia para el cual son simultáneos. Esto significa que los eventos con separación más espacial que temporal, no tienen un orden temporal universal, y como las causas anteceden a los efectos, los eventos con intervalo de tipo espacio deben estar desconectados causalmente. A modo de sentencia: "**Ninguna**

¹El nombre de "relatividad" no refleja del todo a la teoría, porque una buena parte de ella se basa en encontrar absolutos: los invariantes.

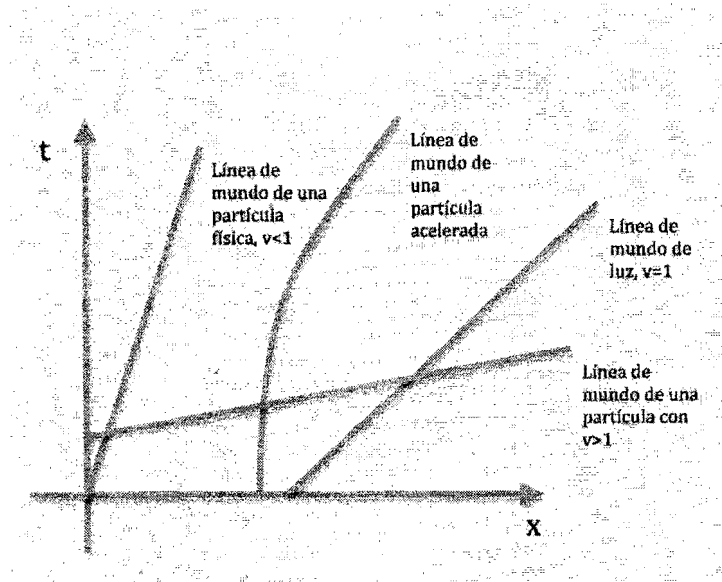


Figure 1.1: Líneas de mundo.

interacción física puede superar la velocidad de la luz."

$ds^2 < 0$, Temporaloide.

El intervalo de tipo tiempo corresponde a eventos que se relacionan viajando a velocidades sublumínicas (dentro del cono de luz). Un análisis dinámico y energético nos revela que la velocidad de la luz es una cota para la velocidad en el universo, nada que tenga masa puede alcanzar la velocidad de la luz.² Por lo tanto, toda línea de mundo de una partícula con masa distinta de cero, siempre es de tipo tiempo.

Sólo los eventos con separación temporaloide o nula están ordenados temporalmente de manera absoluta, esto es, si para \mathcal{S}_1 el evento \mathcal{A} precede al evento \mathcal{B} esto ocurrirá para todo \mathcal{S}_2 . Es por esto que sólo están relacionados causalmente los eventos con separación tipo tiempo o tipo luz. Dentro y sobre del cono pasado de \mathcal{A} están todos los eventos que pudieron afectarlo, por esto el cono pasado y su interior reciben el nombre de pasado de \mathcal{A} . Todos

²Tenemos para la energía cinética $E_c = \gamma m - m \rightarrow \infty$ si $v \rightarrow 1$.

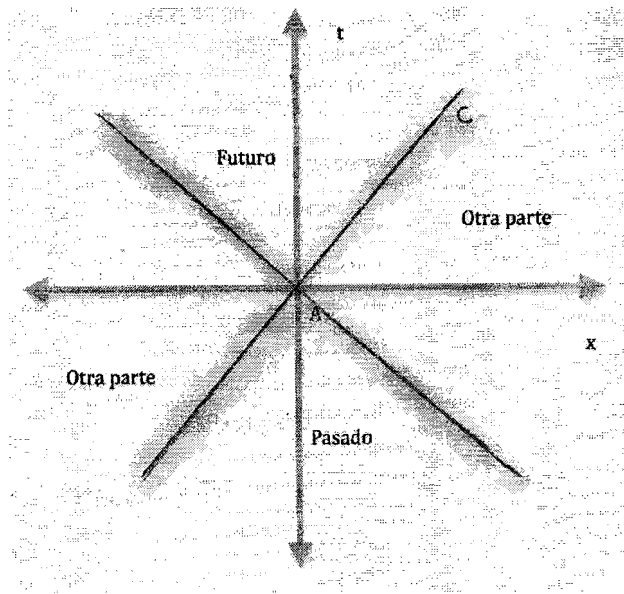


Figure 1.2: El cono de luz o cono causal.

los eventos que \mathcal{A} pueda afectar están dentro o sobre de su cono futuro, por lo tanto este cono y su interior reciben el nombre de futuro de \mathcal{A} . Todos los eventos fuera de los conos de luz, no pudieron ni podrán afectar al evento \mathcal{A} , de igual manera \mathcal{A} no pudo ni podrá afectar a cualquier evento que esté fuera sus conos de luz, por lo tanto la región externa a los conos de luz es llamada, no el pasado ni el presente ni el futuro, sino "otra parte". Un evento de aquella "otra parte" fue, es o será dependiendo del marco de referencia. Referencias: [30]

1.7 Paradoja de los gemelos

Supongamos que Dionisio y Baco son un par de gemelos. Dionisio permanecerá en la Tierra, mientras Baco viajará a velocidades relativistas, 5 años a velocidad constante con dirección a cierta estrella, para luego girar sobre sus pasos y regresar después de otros 5 años (con velocidad constante) a la Tierra. Según lo que hemos aprendido todos los relojes - incluido el corazón y el flujo de pensamiento - de Baco se dilatarán como consecuencia de su velocidad, así que los 10 años medidos por Baco podrían ser cientos

de años según Dionisio u otro observador en reposo clavado en la Tierra. De manera que cuando Baco regrese no encontrará a su hermano ni a la civilización helénica de la cual partió, sino que arribará dentro de la incipiente república romana unas centenas de años después. El lector puede aquí levantar la voz y acusarnos de sofistas. Pues ¿no es cierto que dijimos que el principio de relatividad equipara todos los sistemas inerciales? y ¿qué no eso significa aquí que Baco puede argumentar que el estuvo siempre en reposo, mientras que fue Dionisio y la Tierra entera quienes emprendieron el viaje? De esta manera es Baco quién vio correr el tiempo en la Tierra y en su hermano de manera lenta y cadenciosa.

Esta "paradoja", como muchas otras nacidas por la relatividad, viene de asignar como independientes del sistema de referencia magnitudes que en verdad son completamente dependientes del sistema de referencia. La solución es que realmente no tenemos una situación simétrica. En la mitad de su viaje Baco frena y da vuelta, igualmente hay aceleraciones en el despegue y el aterrizaje. En esos momento siente fuerzas inerciales puesto que está cambiando de sistema de referencia. Nada parecido ocurre para Dionisio o la Tierra. Es la asimetría en el viaje la que ocasiona la diferencia en el envejecimiento de los gemelos.

Véase el diagrama 1.3, Baco parte de A a M , durante este intervalo del viaje en verdad el tiempo en la tierra corre según él en cámara lenta. Llegando a M se acelera y cambia de sistema de referencia. Durante este breve momento ve acelerarse enormemente el tiempo en la Tierra. Ahora regresa vía la trayectoria que va de M a A' . Numéricamente Baco envejece 10 años mientras que en la Tierra han pasado centurias. Referencias: [30]

1.8 Máquinas del tiempo

La discusión científica sobre máquinas del tiempo se hace posible hasta el siglo XX, gracias a la teoría de la relatividad especial. Mantenerse quieto respecto de las coordenadas espaciales es casi siempre trivial, sin embargo mantenerse quieto respecto de la coordenada temporal pareciera imposible; imposible al grado de querer encontrar en este constante fluir la esencia del tiempo. Absurdo pareciera querer adelantarse en el flujo de tiempo y, peor aún, intentar moverse en su contra. Pero este sentido común, reticente a escuchar hablar sobre máquinas del tiempo, está construido con un campo muy limitado de experiencia: velocidades y energías en muy estrecha gama

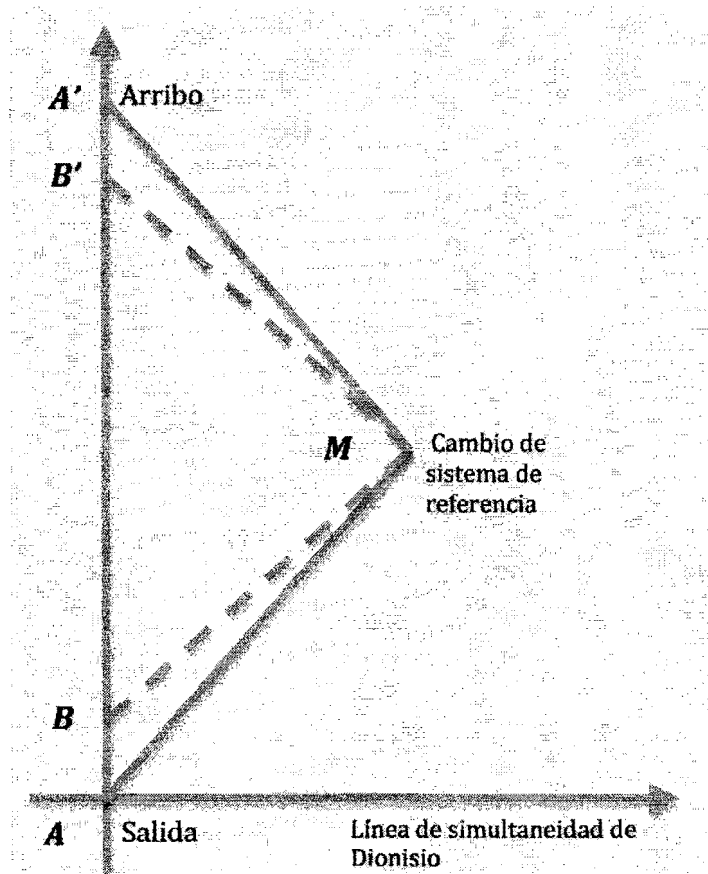


Figure 1.3: La paradoja está libre de contradicción pues el viaje no es simétrico. Para Baco los eventos B y M son simultáneos, pero tan pronto como cambia de sistema de referencia ahora los eventos B' y M son simultáneos. Baco ve envejecer centurias a Dionisio en tan sólo unos instantes.

y de baja escala.

1.9 Viajes al futuro

Comencemos aclarando que con viajar al futuro estamos pensando en la experiencia de tránsito entre presentes **pero** a mayor velocidad... atravesar los siglos sin esperar cientos de años.

Viajar al futuro es posible. De hecho es inevitable, es una consecuencia del movimiento relativo de los marcos inerciales de referencia, como lo demuestra la dilatación del tiempo

$$dt' = \gamma d\tau. \quad (1.6)$$

Para una velocidad $v = 0.99$, el factor gamma equivale a $\gamma \approx 7$, esto significa que cada año de un navegante que viaje al 99% de la velocidad de la luz respecto de la Tierra equivale a 7 años Terrestres. Si alguien quiere conocer como será la Tierra en 70 años sólo debe realizar un viaje de ida y vuelta durante 10 años al 99% de la velocidad de la luz. Lo único que nos impide viajar al futuro es nuestra limitada tecnología.

1.10 Viajes al pasado

Intuitivamente un viaje de ida y vuelta en el espacio es trivial. Dado que la teoría de la relatividad especial muestra una equivalencia entre las coordenadas espaciales y la coordenada temporal, podríamos preguntar si no existen también los viajes de ida y vuelta en el tiempo. La respuesta es bien conocida: es posible siempre y cuando se utilicen velocidades que excedan la velocidad de la luz.

Sea u la velocidad de un objeto moviéndose en el sistema original de referencia

$$u = \frac{dx}{dt}. \quad (1.7)$$

Sustituyendo en la transformación para la coordenada temporal de Lorentz en el sistema primado tenemos que

$$dt' = \gamma(1 - uv)dt. \quad (1.8)$$

$\gamma \in \mathbb{R} \Leftrightarrow v < 1$, por lo tanto si

$$u > \frac{1}{v} > 1 \Rightarrow dt' < 0. \quad (1.9)$$

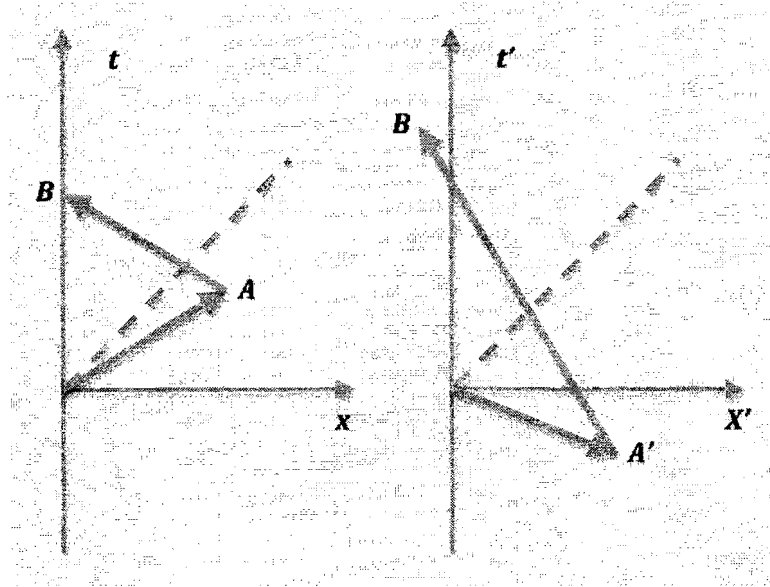


Figure 1.4: La señal o partícula supralumínica, $u > 1$, viaja al pasado en el sistema primado de referencia con velocidad relativa $v < 1$ respecto del sistema no primado.

La partícula supralumínica en movimiento respecto del sistema inercial original viaja al pasado según las mediciones de un sistema inercial primado en movimiento respecto del laboratorio. Véase la fig.??

La maquina del tiempo se construye de la siguiente manera: una partícula con velocidad $u > 1$ se emite por una fuente moviéndose con velocidad $v < 1$ respecto del laboratorio y satisfaciendo 1.9, la partícula se detecta a un cierto tiempo $|dt'|$ antes de haber sido emitida. Si con una fuente con velocidad v similar, la partícula se manda de regreso, regresa a su punto de origen en un tiempo $2|dt|$ antes de haber sido emitida según el laboratorio.

Supongamos que existen partículas que viajen más rápido que la luz llamadas Taquiones (del griego $\tau\alpha\xi\eta$ =veloz). Puesto que su curva de mundo es de tipo espacio, existen sistemas de referencia para los cuales la detección fue previa a la emisión. Dije con anterioridad que ninguna partícula puede alcanzar la velocidad de la luz, por lo que hablar de corpúsculos como los taquiones pudiera parecer una necesidad. Lo que ocurre es, que de existir, estas partículas estarían supeditadas a siempre viajar con velocidades supralumínicas, la velocidad de la luz sería una cota inferior natural. Con-

forme la partícula desacelerara su energía aumentaría, $E_c \rightarrow \infty$ si $v \rightarrow 1$, de igual manera perdería energía al acelerar, $E_c \rightarrow 0$ si $v \rightarrow \infty$. Esto porque la prohibición es tener masa diferente de cero y alcanzar la velocidad de la luz.

Ahora bien, cómo serían estas partículas. El factor de dilatación sería imaginario, en efecto

$$u > 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \in \Im, \quad (1.10)$$

si además tenemos que la masa es imaginaria, $m \in \Im$, la energía y el momento quedan en los reales

$$P^\mu = \gamma m u^\mu \in \Re. \quad (1.11)$$

Las interacciones que conocemos son no-supralumínicas. No queda ni remotamente claro cómo se podría identificar e interactuar con un taquión. Además, pareciera ser que de poder hacerlo se necesitaría infinita energía, pues de lo contrario ¿cómo desacelerarlo y cambiarlo de dirección?

Creo que queda claro que la investigación sobre maquinas del tiempo dentro de la relatividad especial es poco fecunda. No nos queda sino adentrarnos en la teoría de la relatividad general, teoría que versa sobre la gravitación.

Referencias: [7]

Capítulo 2

Sobre la relatividad general

2.1 Introducción

Esta tesis nace de una pregunta ¿se puede discutir rigurosamente el tema de los viajes en el tiempo? Hemos visto que la respuesta científica es sí y el camino es la relatividad. Es por esto que ahora daremos un rápido repaso sobre la teoría de la relatividad general, teoría que vio la luz en 1916 cuando Einstein, con ayuda del matemático Grossman, pudo formular en un lenguaje tensorial sus ideas sobre la naturaleza del espacio y el tiempo.

Para Newton la aceleración era absoluta. Un observador acelerado comprueba la presencia de fuerzas inerciales. Para Einstein, no existe un experimento que discierna entre los efectos de una fuerza gravitacional y los efectos de la fuerza ficticia que experimenta un observador sometido a un movimiento acelerado. Una vez más, invocando el principio de *identidad entre indiscernibles*, Einstein no podía aceptar que dos situaciones diferentes provocaran los mismos efectos, así que consideró que la fuerza de gravitación y las fuerzas ficticias de aceleración son la manifestación de una misma realidad física.

Hasta el siglo XIX se pensaba que el espacio que habitamos estaba cautivo dentro de la geometría elaborada por Euclides en el siglo III a.n.e. Sin embargo, cierto misterio rodeaba el quinto postulado, que puede enunciarse como que dado un punto fuera de una línea, exista una y sólo una paralela que pase por dicho punto; o aquel que dice que 180° suman los ángulos inter-

nos de cualquier triángulo. Este postulado parecía superfluo, se pensaba que no era independiente, sino más bien un teorema derivable de los otros cuatro postulados. En el siglo XIX, independientemente Lobatchevski, Bolyai y Riemann, demostraron que su negación abría la puerta a diferentes geometrías, matemáticamente coherentes pero con distintas propiedades que la euclidiana. Por ejemplo: triángulos con tres ángulos rectos. ¿Cuál entonces era correcta para describir nuestro universo? Mach decía, en el principio que lleva su nombre, que las propiedades locales de inercia de un cuerpo están determinadas por la distribución de la totalidad de la materia del Universo. Inspirado, Einstein pensó que la geometría debería quedar determinada por la distribución de materia y energía. Fue así que buscó un lenguaje que representara el estatuto de que las leyes de la física deben tener la misma forma para todos los observadores y encontró los tensores. Además encontró en las geometrías riemannianas un receptáculo donde verter sus ideas de equivalencia entre gravitación y aceleración.

Referencias: [1, 30, 32].

2.2 Variedades

La idea de variedad describe bien nuestra situación en la Tierra, sabemos que es curva (globalmente), pero nos parece plana (localmente). La física que estamos por conocer habla de curvaturas globales cubiertas localmente por parches planos así que requiere de variedades, espacio-tiempos más generales que \mathbb{R}^n .

Un espacio Topológico es un conjunto X , con una familia de subconjuntos llamados **conjuntos abiertos**, que satisface:

1. El conjunto vacío y X mismo son abiertos.
2. Si $U, V \subseteq X$ son abiertos, también lo es la intersección $U \cap V$
3. Si los conjuntos $U_\alpha \subseteq X$ son abiertos también lo es la unión $\cup U_\alpha$.

Si X y Y son espacios topológicos, la función $f : X \rightarrow Y$ es **continua** si dado cualquier conjunto $U \subseteq Y$, la imagen inversa $f^{-1}U \subseteq X$ es abierta. De esta manera garantizamos que la función mande puntos cercanos a puntos cercanos. De aquí podemos definir **mapeo** como una función continua φ

que va de un conjunto abierto U contenido en el espacio topológico X a \mathfrak{R}^n , $\varphi : U \rightarrow \mathfrak{R}^n$, con la inversa definida en $\varphi(U)$ también continua.

Finalmente decimos que una variedad es un espacio topológico cubierto por mapas $\varphi_\alpha : U_\alpha \rightarrow \mathfrak{R}^n$ donde los U_α son conjuntos abiertos que cubren por completo a M .

Referencias:[3]

2.3 Tensores

Por el principio general de covariancia (principio de relatividad) necesitamos que las leyes de la física sean las mismas en todos los sistemas coordenados. Por eso utilizamos tensores, pues aunque sus componentes varían bajo transformaciones de coordenadas, los tensores, como objetos abstractos, son invariantes ante cambios de coordenadas.

La noción intuitiva de vector tangente al punto p es la de un vector que yace en el plano tangente a la variedad M en el punto p . Si F denota una colección de funciones suaves que van de la variedad M a \mathfrak{R} , definimos el vector tangente v del punto $p \in M$ como el mapeo lineal $v : F \rightarrow \mathfrak{R}$ que satisface

$$v(af + bg) = av(f) + bv(g), \forall f, g \in F; a, b \in \mathfrak{R}, \quad (2.1)$$

$$v(fg) = f(p)v(g) + g(p)v(f). \quad (2.2)$$

Si los vectores van de las funciones a los reales, podemos pensar ahora en otros entes que vayan de los vectores a los reales. Si a la colección V^* de mapeos lineales $\alpha : V \rightarrow \mathfrak{R}$ donde V es un espacio vectorial, le adicionamos la adición y el producto escalar de manera conveniente, se obtiene una estructura de espacio vectorial. Llamamos a V^* espacio dual de V y a los elementos de V^* vectores duales o uno-formas. Si v_1, \dots, v_n son base de V podemos definir v^1, \dots, v^n elementos de la base dual V^* como

$$v^\mu(v_\nu) = \delta_\nu^\mu \quad (2.3)$$

Donde $\delta_\nu^\mu = 1$ si $\mu = \nu$ y $\delta_\nu^\mu = 0$ si $\mu \neq \nu$. Tenemos así una correspondencia entre vectores base y uno-formas base $v_\mu \longleftrightarrow v^\mu$. Las uno-formas no se representan con flechas como los vectores, sino con series de superficies cuya separación la determina su magnitud. El número real que se genera al contraerse, es el número de superficies que atraviesa el vector. Si el vector es tridimensional, las uno-formas serán series de planos.

Abstractamente los tensores $\binom{m}{n}$ son funciones lineales que necesitan m uno-formas y n vectores para dar un número real, son mapeos multilineales.

Un tensor $\binom{0}{n}$ toma n vectores y da un escalar. Por ejemplo el tensor métrico $g_{\mu\nu}$ de rango $\binom{0}{2}$ que toma dos vectores y nos da un real.

Los escalares quedan definidos como tensores de rango $\binom{0}{0}$, los vectores como tensores contravariantes de rango $\binom{1}{0}$, las uno-formas como tensores covariantes de rango $\binom{0}{1}$, etc.

Referencias: [30, ?]

2.4 Métrica

En una variedad puede o no estar definida la distancia entre dos puntos. En relatividad especial existe una distancia definida por el intervalo invariante entre dos eventos del espacio-tiempo plano.

$$ds^2 = \eta_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \quad (2.4)$$

donde

$$\eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dada una variedad M la distancia o métrica estará definida por un tensor g simétrico, no degenerado, de rango 2, que define el producto punto entre dos vectores:

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = g_{\alpha\beta} v^\alpha u^\beta. \quad (2.5)$$

Además el tensor métrico asocia vectores a 1-formas de manera única, esto es, sirve para subir o bajar índices

$$v_\alpha = g_{\alpha\beta} v^\beta, \quad (2.6)$$

si $v = u$, entonces $g_{\alpha\beta}v^\alpha v^\beta = v^\alpha v_\alpha = |v|^2$ es la magnitud del vector. El intervalo infinitesimal entre dos puntos sobre la variedad queda como

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta, \quad (2.7)$$

para recuperar la relatividad especial sólo falta hacer: $g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta}$.

Cuando una métrica es siempre positiva $(+, +, +, +)$ o siempre negativa $(-, -, -, -)$ es llamada euclidiana. Lorentziana es el nombre de métricas como la de la relatividad especial, con un eigenvalor positivo y los demás negativos o viceversa $(-, +, +, +)$. Utilizaremos variedades con métrica lorentziana que localmente sean el espacio-tiempo plano de Minkowski. También nos serviremos de $g^{\mu\nu}$ que es la matriz inversa de $g_{\mu\nu}$.

Referencias: [30]

2.5 Mecánica relativista

Algunas definiciones que nos serán útiles. La 4-velocidad en términos del tiempo propio τ ,

$$\vec{u} = \frac{d\vec{x}}{d\tau}, \quad (2.8)$$

que es unitaria,

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = u^\alpha u_\alpha = \gamma_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta = \gamma_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} = \frac{ds^2}{d\tau^2} = \frac{-d\tau^2}{d\tau^2} = -1. \quad (2.9)$$

Puesto que para la luz los intervalos son nulos, no se tiene una definición de 4-velocidad. Esto lo podemos leer como que no existe un marco de referencia donde la luz está en reposo.

La 4-aceleración:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{u}}{d\tau} \quad (2.10)$$

por (2.9) tenemos: $a^\alpha u_\alpha = 0$.¹

Haciendo un símil newtoniano tenemos para el 4-momento:

$$p^\alpha = mu^\alpha \quad (2.11)$$

¹Puesto que $\vec{u} \cdot \vec{u} = -1$ es una constante, tenemos que $\frac{d(\vec{u} \cdot \vec{u})}{d\tau} = 2\vec{u} \cdot \frac{d\vec{u}}{d\tau} = 0$

donde m es la masa en reposo de la partícula. Como \vec{p} es un 4-vector, tenemos

$$p^\alpha = (p^0, p^1, p^2, p^3) \quad (2.12)$$

donde $p^0 = E$ es la energía de la partícula en el sistema x^α . Así pues el 4-momento generaliza la noción de energía y momento, haciendo de la energía ya no un escalar, sino la componente de un 4-vector, mientras que el momento se queda con las tres componentes denotadas por índices latinos. Haciendo producto punto logramos

$$p^\alpha p_\alpha = -m^2. \quad (2.13)$$

La energía de una partícula con 4-momento \vec{p} medida por un observador moviéndose con 4-velocidad \vec{u} en la misma posición de la partícula es:

$$E \equiv -v^\alpha p_\alpha. \quad (2.14)$$

En relatividad especial esto se reduce a $E = \gamma m$, con γ el factor de Lorentz. Al tratarse de un espacio-tiempo plano, la medición local de la energía puede ser definida globalmente. En relatividad general, al no existir un familia preferente de observadores, un observador sólo puede definir la energía de una partícula localmente, pero no de partículas lejanas.

Referencias: [30]

2.6 Derivadas covariantes y símbolos de Christoffel

Cuando se deriva² un vector, no solamente hay que derivar sus componentes sino también hay que considerar el cambio de los vectores no constantes de la base. Esto es la derivada covariante de un vector \vec{V} , en coordenadas generalizadas queda como

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial x^\beta} = \frac{\partial V^\alpha}{\partial x^\beta} \vec{e}_\alpha + V^\alpha \frac{\partial \vec{e}_\alpha}{\partial x^\beta} \quad (2.15)$$

Puesto que la derivada del vector base respecto de las coordenadas también es un vector, la podemos escribir como una combinación lineal de los vectores

²notación: derivada $\equiv \frac{\partial V^\alpha}{\partial x^\beta} = V_{,\beta}^\alpha$ y derivada covariante $\equiv (\nabla \vec{V}_\beta)^\alpha = (\nabla_\beta \vec{V})^\alpha = V_{;\beta}^\alpha$

base

$$\frac{\partial \vec{e}_\alpha}{\partial x^\beta} = \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \vec{e}_\mu \quad (2.16)$$

Donde las $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$, los coeficiente de cada elemento son llamados los símbolos de Christoffel.

También podemos escribir los símbolos de Christoffel en relación a la métrica. Partiendo de que la derivada covariante de un tensor covariante de rango 2 es:

$$T_{\mu\nu;\beta} = T_{\mu\nu,\beta} - T_{\alpha\nu}\Gamma_{\mu\beta}^\alpha - T_{\mu\alpha}\Gamma_{\nu\beta}^\alpha, \quad (2.17)$$

se sigue:

$$g_{\alpha\beta;\mu} = g_{\alpha\beta,\mu} - \Gamma_{\alpha\mu}^\nu g_{\nu\beta} - \Gamma_{\beta\mu}^\nu g_{\alpha\nu}, \quad (2.18)$$

aprovechando que

$$\Gamma_{\nu\mu}^\alpha = \Gamma_{\mu\nu}^\alpha, \quad (2.19)$$

y que

$$g^{\alpha\mu} g_{\alpha\nu} = \delta^\mu_\nu, \quad (2.20)$$

junto con la condición de que

$$g_{\alpha\beta;\mu} = 0 \quad (2.21)$$

se logra escribir a los Christoffel en términos del tensor métrico.

$$\Gamma_{\beta\mu}^\nu = \frac{1}{2} g^{\alpha\nu} (g_{\alpha\beta,\mu} + g_{\alpha\mu,\beta} - g_{\beta\mu,\alpha}). \quad (2.22)$$

Referencias: [30]

2.7 Curvatura y el Riemann

Toca hablar ahora de otro objeto protagónico en esta historia, el tensor de curvatura de Riemann

$$R^\alpha_{\beta\mu\nu} = \partial_\mu \Gamma_{\beta\nu}^\alpha - \partial_\nu \Gamma_{\beta\mu}^\alpha + \Gamma_{\rho\mu}^\alpha \Gamma_{\beta\nu}^\rho - \Gamma_{\rho\nu}^\alpha \Gamma_{\beta\mu}^\rho. \quad (2.23)$$

El Riemann $R^\alpha_{\beta\mu\nu}$ es un 1-3 tensor, posee 256 componentes y por su definición satisface las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$R^\alpha_{\beta\mu\nu;\lambda} + R^\alpha_{\beta\lambda\mu;\nu} + R^\alpha_{\beta\nu\lambda;\mu} = 0, \quad (2.24)$$

bien conocidas como las identidades de Bianchi. Además tiene las siguientes simetrías:

$$R_{\alpha\beta\mu\nu} = -R_{\beta\alpha\mu\nu} = -R_{\alpha\beta\nu\mu} = R_{\mu\nu\alpha\beta}, \quad (2.25)$$

$$R^{\alpha}{}_{\beta\mu\nu} + R^{\alpha}{}_{\mu\nu\beta} + R^{\alpha}{}_{\nu\beta\mu} = 0. \quad (2.26)$$

por lo que sólo tiene $n^2(n^2 - 1)/12$ componentes independientes, para $n=4$ dimensiones esto implica 20 componentes independientes. La contracción nos da el tensor de Ricci:

$$R^{\alpha}{}_{\mu\alpha\nu} \equiv R_{\mu\nu} \quad (2.27)$$

que es simétrico y por lo tanto tiene 10 componentes libres. Una nueva contracción nos da el escalar de Ricci:

$$R^{\mu}{}_{\mu} = R. \quad (2.28)$$

Para entender la relevancia del Riemann, hagamos un breve experimento: transportemos un vector paralelamente a lo largo de un circuito cerrado, primero en un plano, después en una esfera. El vector de salida y de llegada coinciden en el plano, no así en la esfera. Éste resultado puede generalizarse. En una variedad plana, bajo transporte paralelo, un vector no cambia al completar un circuito; mientras que en una variedad curva sí. La conclusión es que no existe una noción global de paralelismo en variedades curvas. La definición invariante de transporte paralelo de \vec{v} a lo largo de \vec{u} es:

$$u^{\beta}v^{\alpha}{}_{;\beta} = 0 \quad , \text{ en el punto } P \quad (2.29)$$

La derivada covariante es cero a lo largo de la línea de mundo.

Si uno toma un circuito infinitesimal definido por las líneas coordenadas, se puede mostrar que el cambio de las componentes del vector \vec{v} mientras es transportado paralelamente está dado por:

$$\delta v^{\alpha} = R^{\alpha}{}_{\beta\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu} v^{\beta}. \quad (2.30)$$

El cambio vía transporte paralelo de las componentes de un vector queda en términos de los símbolos de Christoffel, pues estos entran siempre que se trata de una derivada covariante. Es por esto que el Riemann se define como lo hicimos en 2.23.

Una variedad plana es aquella donde existe una noción global de paralelismo, por lo tanto $R^{\alpha}{}_{\beta\mu\nu} = 0 \iff$ variedad plana. Así el Riemann condensa la idea de curvatura.

Referencias: [30]

2.8 Principio de equivalencia

La así llamada fuerza de gravedad es distinguible de las otras fuerzas en muchos sentidos. Puesto que la masa inercial y la masa gravitatoria son iguales, todos los cuerpos caen del mismo modo sin importar su constitución, mientras que las otras fuerzas discriminan. También con estas otras fuerzas es posible definir experimentalmente la trayectoria de una partícula libre de fuerza que permanezca en reposo en un sistema inercial, mientras que con la gravitación esto es imposible, pues los únicos sistemas libres de campo gravitacional son aquellos en caída libre. Este es justo el postulado con el que Einstein echa a andar su teoría.

PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA: Localmente sistemas en aceleración constante son indistinguibles de sistemas dentro de un campo gravitatorio. O su reverso: un sistema en caída libre es equivalente a un sistema inercial.

El triunfo de la relatividad General es haber identificado la gravitación con la curvatura del espacio-tiempo. La relatividad especial estudia los sistemas inerciales, i.e. aquellos donde se cumple la primera ley de Newton, y los describe utilizando como variedad un espacio-tiempo plano donde la métrica es la de Minkowski y las coordenadas naturales son las cartesianas. Ahora bien, si los únicos sistemas inerciales que existen son locales y en caída libre, significa que no existe un conjunto natural de coordenadas, porque estos sistemas no pueden ser pegados para formar un sistema de referencia inercial global.

La gravitación es incompatible con la relatividad especial, pues en la relatividad especial existen sistemas inerciales que cubren todo el espacio-tiempo, mientras que en la teoría de la relatividad general, donde el espacio es curvo, no existe una noción global de sistemas inerciales. Los sistemas inerciales sólo existen localmente cuando el espacio es curvo. Es así que la relatividad general engloba a la relatividad especial. Siendo esta última el caso límite de no curvatura.

Referencias: [30, 1]

2.9 Relatividad general

Esta teoría asume que el espacio-tiempo es un una variedad curva de 4 dimensiones con métrica lorentziana. Sus dos postulados son:

Principio fuerte de equivalencia: leyes en sistemas en caída libre se reducen a su forma en la relatividad especial.

Principio general de covariancia: las leyes de la física están escritas en forma tensorial.

La forma matemática que adopta el principio de equivalencia es el principio de mínimo acoplamiento, esto es, toda ley válida en la relatividad especial puede ser generalizada substituyendo simultáneamente la métrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$ por una métrica general $g_{\mu\nu}$ y las derivadas " $\partial \equiv ,$ " por las derivadas covariantes " $\nabla \equiv ;$ ".

Veamos como funciona todo esto, obtengamos un primer resultado. Si en un sistema en caída libre la partícula se mueve en línea recta (trayectoria extrema en el plano) de tipo tiempo según la relatividad especial, esto significa que en una variedad curva la partícula debe moverse en geodésicas (trayectoria de distancia extrema) de tipo tiempo. Hemos generalizado la primera ley de Newton.

Una recta en relatividad especial cumple con que su vector tangente \vec{u} es constante ($u^\alpha = \text{cte}$). De aquí se sigue que $\frac{du^\alpha}{d\tau} = 0$. Entonces tenemos que la ecuación de un movimiento en línea recta en un espacio plano es

$$u^\beta \partial_\beta u^\alpha = 0. \quad (2.31)$$

Por el principio de equivalencia al sustituir la derivada por una derivada covariante generalizamos la expresión. La ecuación de la geodésica tomando como parámetro el tiempo propio queda

$$u^\beta \nabla_\beta u^\alpha = \frac{d^2 x^\alpha}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0. \quad (2.32)$$

Referencias: [30, 1]

2.10 Aceleraciones de marea

Si la fuerza gravitatoria desaparece en los sistemas en caída libre, no es más "real" que cualquiera de las otras fuerzas inerciales. Lo que nunca desaparece son las fuerzas de marea. Objetos en caída libre no mantienen su distancia relativa pues son atraídos hacia el centro de gravedad. De la misma manera un cuerpo es deformado pues la atracción depende de la distancia. Son

estas no uniformidades del campo gravitatorio las que impiden que podamos construir un sistema global inercial, son las responsables de las mareas y de allí reciben su nombre: fuerzas de marea.[30]

Las fuerzas de marea también están dadas en términos del Riemann. La cantidad

$$v^\alpha = u^\beta \nabla_\beta x^\alpha, \quad (2.33)$$

indica el cambio a lo largo de las geodésicas del desplazamiento entre geodésicas infinitesimalmente cerca. Podemos hacer un símil con la aceleración e interpretar

$$a^\alpha = u^\gamma \nabla_\gamma v^\alpha = u^\gamma \nabla_\gamma (u^\beta \nabla_\beta x^\alpha), \quad (2.34)$$

como la aceleración entre geodésicas infinitesimalmente vecinas. Esta expresión la podemos poner en términos del Riemann.

$$a^\alpha = -R^\alpha_{\gamma\beta\delta} x^\beta v^\gamma v^\delta. \quad (2.35)$$

Queda la ecuación de desviación geodésica. Indica que si el espacio-tiempo no es plano existirán aceleraciones de marea; recíprocamente $a^\alpha = 0$ sí y sólo sí el espacio-tiempo es plano. Referencias: [37]

2.11 Tensor de energía-momento

Definimos las componentes del tensor $T^{\mu\nu}$ de energía-momento como:

$T^{00} \equiv$ densidad de energía

$T^{0i} \equiv$ densidad de momento (flujo de energía)

$T^{ij} \equiv$ flujo del momento i en la dirección j

Entenderemos por materia a todo tensor de energía-momento no nulo.

Toda teoría Física que se aprecie de serlo debe de responder satisfactoriamente a cuestiones del tipo: la conservación de la energía y el momento. La ecuación de la conservación de energía-momento ³

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad (2.36)$$

queda bellamente generalizada como

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad (2.37)$$

³Esta expresión viene de considerar la ecuación de continuidad, donde el cambio en el tiempo de la densidad de, digamos, partículas, viene de la dirección en el flujo, esto es si entran o salen. Por ejemplo para la ecuación de conservación de la energía tenemos $\frac{\partial T^{00}}{\partial x^0} + \frac{\partial T^{0i}}{\partial x^i} = 0$.

Referencias: [30]

2.12 Ecuaciones de Einstein

Para construir nuestras ecuaciones que describan la gravitación como manifestación de la curvatura del espacio-tiempo hacemos un símil con Newton.

En Newton tenemos que se cumple la ley de Poisson

$$\nabla^2 \phi = 4\pi\rho. \quad (2.38)$$

De un lado tenemos al potencial gravitacional ϕ que está relacionado con la aceleración, del otro tenemos a la ρ , a la masa como fuente de gravitación.

Por la identidad masa-energía el candidato a ser la generalización de la fuente de gravitación es el tensor de energía-momento. $\rho \longleftrightarrow T_{\mu\nu}$.

En el mundo de Newton las aceleraciones de marea están dadas por

$$a = -(\vec{x} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\nabla} \phi. \quad (2.39)$$

En el mundo de Einstein las aceleraciones de marea son

$$a^\alpha = -R^\alpha_{\gamma\beta\delta} x^\beta v^\gamma v^\delta. \quad (2.40)$$

Por esto podríamos asociar $\nabla^2 \phi \longleftrightarrow R_{\mu\nu}$.

Siguiendo el símil, un primer candidato para ser la ecuación de Einstein sería

$$R_{\mu\nu} = 4\pi T_{\mu\nu}. \quad (2.41)$$

En sí ésta ecuación fue propuesta por Einstein y desechada porque el tensor de energía-momento satisface

$$\nabla^\mu T_{\mu\nu} = 0, \quad (2.42)$$

mientras que el Ricci no lo hace.

Por otra parte la contracción de las identidades de Bianchi implica:

$$\nabla^\mu (R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R) = 0. \quad (2.43)$$

Nuestro candidato para representar la estructura del espacio-tiempo en la nueva ley de gravitación debe ser entonces

$$G^{\mu\nu} = R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R, \quad (2.44)$$

ya que si le aplicamos la contracción de Ricci a las identidades de Bianchi obtenemos las siguientes 4 ecuaciones

$$G^{\mu\nu}_{;\nu} = 0, \quad (2.45)$$

que implican la conservación de energía-momento.

$$G^{\alpha\beta}_{;\beta} = 0 \implies T^{\alpha\beta}_{;\beta} = 0. \quad (2.46)$$

Por fin quedan las ecuaciones de Einstein, que relacionan la curvatura del espacio-tiempo con la distribución de energía-momento

$$G^{\mu\nu} = 8\pi T^{\mu\nu}. \quad (2.47)$$

El 8π es necesario para obtener el límite newtoniano correcto. Son 10 ecuaciones porque $G^{\mu\nu}$ y $T^{\mu\nu}$ son tensores de rango 2 simétrico. Si conocemos la disposición de energía-momento, por ejemplo con simetría esférica, polvo, el vacío, etc., ésta ecuación nos permite entender como se afecta la estructura del espacio-tiempo. Si por el contrario conocemos la estructura del espacio-tiempo, podemos obtener las propiedades de la materia que involucra. El mapa conceptual es el siguiente:

$$\begin{array}{c} ds^2 = g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta \\ \downarrow \\ \Gamma^\nu_{\beta\mu} = \frac{1}{2}g^{\alpha\nu}(g_{\alpha\beta,\mu} + g_{\alpha\mu,\beta} - g_{\beta\mu,\alpha}) \\ \downarrow \\ R^\alpha_{\beta\mu\nu} = \partial_\mu\Gamma^\alpha_{\beta\nu} - \partial_\nu\Gamma^\alpha_{\beta\mu} + \Gamma^\alpha_{\rho\mu}\Gamma^\rho_{\beta\nu} - \Gamma^\alpha_{\rho\nu}\Gamma^\rho_{\beta\mu} \\ \downarrow \\ G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \\ \downarrow \\ G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} \end{array}$$

El lector debe proceder cauteloso. Las flechas hacia abajo, partir de la métrica y hallar las componentes del tensor de energía y momento, significan muchos cálculos, una tarea ardua mas realizable. Por el contrario, las flechas

hacia arriba, significan una labor titánica no siempre posible. Se trata, nada más ni menos, de resolver un sistema de 10 ecuaciones diferenciales parciales de segundo grado, acopladas, en 4 dimensiones y no lineales; pocas son las soluciones exactas que se han encontrado. Hoy día la resolución de las ecuaciones por métodos numéricos de aproximación es un campo con auge en la investigación.

Referencias: [30, 1]

2.13 Constante cosmológica

Einstein lee en sus ecuaciones un universo dinámico, en expansión o contracción. Para arreglar esto y pintar el universo estático que buscaba, comete un triste error (según sus propias palabras), introduce la constante cosmológica Λ .

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} \quad (2.48)$$

Esta ecuación todavía cumple con la conservación de energía-momento $\nabla_{\mu}T^{\mu\nu} = 0$ (pues $\nabla_{\mu}g^{\mu\nu} = 0$). Sin embargo, no es el universo que Einstein buscaba, pues se demuestra que es estático pero inestable.

El efecto de la constante es indistinguible del efecto provocado por una energía y momento intrínsecos del vacío, por lo que también se puede escribir

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu}. \quad (2.49)$$

Bien puede uno redefinir el tensor de energía momento:

$$T^{\mu\nu}_{total} = T^{\mu\nu} + T^{\mu\nu}_{\Lambda}, \quad (2.50)$$

donde

$$T^{\mu\nu}_{\Lambda} = \frac{\Lambda}{8\pi}g^{\mu\nu}, \quad (2.51)$$

leyéndose el nuevo término como un tensor de energía-momento del vacío.

Referencias: [30, 34]

Cabe señalar - sin meternos en ningún detalle -, que uno de los peores resultados de la física moderna se encontró al tratar de estimar su tamaño. Se tiene que la constante en el punto cero de energía usando primeros principios

de relatividad y mecánica cuántica es $\Lambda_{zpe} = \lambda_{zpe} \frac{8\pi}{l_p^2}$ donde $\lambda_{zpe} \approx 1$, compárese ahora con el estimado canónico aplicado a los datos observacionales $|\lambda| < 3 \times 10^{-123}$. [34]

2.14 Cantidades conservadas

El formalismo matemático con el que ya contamos es poderoso en extremo. Rescatemos pues, un resultado de la mecánica que puede sernos útil.

La ecuación geodésica en términos del momento es

$$P^\alpha P_{\beta;\alpha} = 0 \quad (2.52)$$

o queda en términos de los christoffel como

$$P^\alpha P_{\beta;\alpha} - \Gamma^\mu_{\beta\alpha} P^\alpha P_\mu = 0. \quad (2.53)$$

Trabajando un poco esto implica:

$$m \frac{dP_\beta}{d\tau} = \frac{1}{2} g_{\nu\alpha,\beta} P^\nu P^\alpha, \quad (2.54)$$

lo cual nos permite saber cuando una cantidad se conserva. En efecto

$$g_{\nu\alpha,\beta} = 0 \Rightarrow P_\beta = cte \quad (2.55)$$

para un β fijo.

Es decir, simetrías en la métrica implican cantidades conservadas:

$$\partial_t g_{\mu\nu} = 0 \Rightarrow p_0 = cte, \quad (2.56)$$

conservación de la energía.

$$\partial_\varphi g_{\mu\nu} = 0 \Rightarrow p_\varphi = cte, \quad (2.57)$$

conservación del momento angular.

Referencias: [30, 1].

2.15 Polvo

Para concluir este capítulo hablemos del Polvo, un modelo muy usado dentro de la relatividad. Modela, por ejemplo, los anillos de Saturno, pues representa un fluido sin presión, un conjunto de partículas que se mueven juntas sin chocar.

El polvo es definido como una colección de partículas en reposo para cierto sistema lorentziano de referencia O . La densidad de energía viene dada por el producto de la masa m de la partícula y el número n de partículas por unidad de volumen (por simplicidad asumimos que todas las partículas tienen la misma masa)

$$\rho = mn. \quad (2.58)$$

En el sistema en reposo O las componentes del tensor de energía momento son triviales

$$T^{00} = \rho = mn \quad \text{y} \quad T^{0i} = T^{i0} = T^{ij} = 0. \quad (2.59)$$

Para cambiar a otro sistema \bar{O} necesitamos dos transformaciones, una para el volumen otra más para la energía.

$$\Lambda_{\bar{O}}^{\bar{O}} = (1 - v^2)^{1/2}. \quad (2.60)$$

Si $U^\alpha = (\frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{v^i}{\sqrt{1-v^2}})$, es fácil ver que el siguiente tensor es el invariante que conviene al modelo que estamos pensando

$$T^{\alpha\beta} = \rho U^\alpha U^\beta. \quad (2.61)$$

Las componentes quedan

$$T^{00} = \rho/(1 - v^2), \quad (2.62)$$

$$T^{i0} = T^{0i} = \rho v^i/(1 - v^2), \quad (2.63)$$

$$T^{ij} = v^i v^j/(1 - v^2). \quad (2.64)$$

Nota: por las definiciones se cumple

$$\rho \geq 0. \quad (2.65)$$

$$\rho + p_j \geq 0. \quad (2.66)$$

Donde $\vec{p} = m \vec{u}$ es el cuadrimomento.

Referencias: [30].

Capítulo 3

Hoyos negros

3.1 Schwarzschild

Einstein presenta, en plena guerra mundial, su tratado sobre relatividad general en 1916 donde encuentra una solución aproximada a sus complicadas ecuaciones de campo. Esta solución implica un corrimiento en el perihelio de Mercurio, efecto que ya había sido notado por astrónomos pero carecía de una explicación. La solución también le permitía calcular la curvatura del rayo de luz de una estrella distante por el campo gravitatorio solar. Fenómeno que fue años más tarde medido por Eddington durante un eclipse solar. No obstante lo complicado de las ecuaciones, pocos meses después de publicadas, un convaleciente Karl Schwarzschild encontró la primera solución exacta. Su proceder fue elegante e inteligente, redujo el problema a una situación más maniobrable, se planteó la siguiente pregunta: ¿cómo es el espacio-tiempo en la región externa de un campo estático y con simetría esférica? Si todas las componentes de la métrica son independientes del tiempo, se dice que el espacio-tiempo es estacionario. Si además de ser estacionario cumple que la geometría no cambia cuando el tiempo se invierte, esto es, $g_{\alpha\beta} = g_{\alpha'\beta'}$ si $t \rightarrow -t$, lo llamaremos estático. Trabajar con simetría esférica simplifica enormemente el problema, siendo una consideración realista pues esta es la forma de las estrellas y planetas.

Deduzcamos la solución de Schwarzschild. Queremos que bajo el cambio de coordenadas $(t, r, \theta, \phi) \rightarrow (-t, r, -\theta, -\phi)$ la geometría sea la misma.

$$g'_{0i} = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^0} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^i} g_{\alpha\beta} = -g_{0i} \Rightarrow g_{0i} = 0. \quad (3.1)$$

Trabajando similar para g_{ij} resulta que la métrica tiene la forma

$$ds^2 = -g_{00}dt^2 + g_{11}dr^2 + g_{22}d\theta^2 + g_{33}d\phi^2. \quad (3.2)$$

Ya que $\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial t} = 0$ y que hay invarianza ante rotaciones, g_{00} no puede sino depender únicamente de r ,

$$g_{00} = A(r). \quad (3.3)$$

En las líneas radiales ($t, \theta, \phi = \text{cte}$), g_{11} sólo puede depender de r .

$$g_{11} = B(r). \quad (3.4)$$

Además, si $t, r = \text{cte}$ debemos tener una 2-esfera $dl^2 = r_0^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$. Identificando términos obtenemos

$$g_{22} = r^2, \quad (3.5)$$

$$g_{33} = r^2 \sin^2\theta. \quad (3.6)$$

La métrica se muestra finalmente como:

$$ds^2 = -A(r)dt^2 + B(r)dr^2 + r^2d\Omega^2, \quad (3.7)$$

donde

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2. \quad (3.8)$$

Para hallar $A(r)$ y $B(r)$ recurramos a las ecuaciones de Einstein en el vacío.

$$T_{\mu\nu} = 0 \Rightarrow R_{\mu\nu} = 0, \quad (3.9)$$

pero

$$R_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\alpha\nu}^{\alpha} = \partial_{\alpha}\Gamma_{\mu\alpha}^{\alpha} - \partial_{\nu}\Gamma_{\mu\alpha}^{\alpha} + \Gamma_{\rho\alpha}^{\alpha}\Gamma_{\mu\nu}^{\rho} - \Gamma_{\rho\nu}^{\alpha}\Gamma_{\mu\alpha}^{\rho}. \quad (3.10)$$

Tenemos los siguientes resultados después de calcular los Christoffel

$$\Gamma_{01}^0 = -A'/2A \quad \Gamma_{00}^1 = -A'/2B \quad \Gamma_{11}^1 = -B'/2B$$

$$\Gamma_{22}^1 = r/B \quad \Gamma_{33}^1 = r \sin^2\theta/B \quad \Gamma_{12}^2 = 1/r$$

$$\Gamma_{33}^2 = -\sin\theta \cos^2\theta \quad \Gamma_{13}^3 = 1/r \quad \Gamma_{23}^3 = \cot\theta$$

Donde $f' = df/dr$. Ahora sólo falta sustituir. Por fortuna el $R_{\mu\nu}$ resulta idénticamente cero para $\mu \neq \nu$, así que tenemos:

$$R_{00} = \frac{A''}{2B} - \frac{A'}{4B} \left(\frac{A'}{A} + \frac{B'}{B} \right) + \frac{A}{rB} = 0, \quad (3.11)$$

$$R_{11} = \frac{A''}{2A} + \frac{A'}{4A} \left(\frac{A'}{A} + \frac{B'}{B} \right) + \frac{B'}{rB} = 0, \quad (3.12)$$

$$R_{22} = \frac{1}{B} + 1 - \left(\frac{A'}{A} + \frac{B'}{B} \right) = 0, \quad (3.13)$$

$$R_{33} = \sin^2 \theta R_{22} = 0. \quad (3.14)$$

Jugando con 3.11 y 3.12 tenemos que

$$AB' + BA' = 0 \Rightarrow AB = \text{cte.} = K, \quad (3.15)$$

sustituyendo en 3.13

$$A + rA' = K, \quad (3.16)$$

integrando

$$A(r) = K(1 + S/r), \quad (3.17)$$

se sigue

$$B(r) = (1 + S/r)^{-1}. \quad (3.18)$$

Para encontrar el valor de K y S usamos la aproximación de campo débil,

$$g_{\mu\nu} \approx \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad (3.19)$$

esto es, el espacio-tiempo plano de Minkowski más una pequeña perturbación $h_{\mu\nu} \ll 1$. Puesto que las velocidades son muy bajas la contribución dominante está dada por la coordenada temporal, comparando

$$g_{00} = K(1 + S/r) \approx c^2(1 + 2GM/r). \quad (3.20)$$

Encontramos $K = c^2$ y $S = 2GM/c^2$. Finalmente la solución de Schwarzschild en unidades naturales.

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1}dr^2 + r^2d\Omega^2, \quad (3.21)$$

donde

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2. \quad (3.22)$$

En el lenguaje clásico decimos que muy lejos de un cuerpo el campo es tan débil que lo podemos pensar como nulo. En el lenguaje relativista decimos que muy lejos de una fuente, el espacio-tiempo es casi plano. Vemos que la solución de Schwarzschild comienza bien.

$$\lim g_{00}(r) = \lim g_{rr}(r) = 1 \text{ cuando } r \longrightarrow \infty. \quad (3.23)$$

Como las estrellas son acotadas, en lontananza el espacio-tiempo es el de Minkowski.

La solución está construida para $r \gg 1$, es incapaz de narrar lo que ocurre dentro de la estrella, sin embargo, podemos pensar en una masa puntual. Un rápido análisis nos muestra que la solución se indetermina para dos valores $r = 0$ y $r = 2m$. Que exista una singularidad en $r = 0$ es lo esperado, lo sabíamos desde Newton, para $r = 0$ tenemos fuerzas de marea infinitamente poderosas. Pero ¿qué significa una singularidad en $r = 2M$? Primero veamos como son los conos de luz en estas coordenadas:

$$ds^2 = 0 \Rightarrow \frac{dt}{dr} = \pm \frac{1}{1 - \frac{2m}{r}} \text{ si } \theta \text{ y } \phi \text{ son constantes.} \quad (3.24)$$

Significa que un objeto de tipo tiempo nunca alcanzará el horizonte $r = 2M$. Si pensamos que el objeto si lo alcanza, la conclusión sería que las coordenadas no son buenas.

En 1935 Einstein y Rosen dan un tratamiento distinto del problema. Proponen el siguiente cambio de coordenadas $u^2 = r - 2M$; la ecuación toma la forma

$$ds^2 = \frac{-u^2}{u^2 + 2M} dt^2 + 4(u^2 + 2M) du^2 + (u^2 + 2M) d\Omega^2 \quad (3.25)$$

la singularidad en $r = 2M$ desaparece. En sí, queda descartada toda la región $r \in [0, 2M)$. En estas nuevas coordenadas el área de las superficies esféricas tomando $u = \text{cte}$ es

$$A(u) = 4\pi(u^2 + 2M)^2 \quad (3.26)$$

El mínimo lo encontramos en

$$A(0) = 16\pi M^2 \quad (3.27)$$

y recibe el nombre de garganta, mientras que sus vecindades son conocidas como el puente. Esta interpretación del problema es conocida como el túnel Einstein -Rosen o agujero de gusano de Schwarzschild.

En 1960 las coordenadas Kruskal-Szekers revelan que el puente no se puede atravesar, más allá, tratar de cruzarlo significa caer en el hoyo negro. La solución tiene este nuevo rostro

$$ds^2 = -\frac{32M^3}{r}e^{-r/2M}(dv^2 - du^2) + r^2d\Omega^2 \quad (3.28)$$

donde r ya no es la coordenada sino una función de u y v

$$u = \left(\frac{r}{2M} - 1\right)^{1/2}e^{r/4M} \cosh \frac{t}{4M} \quad (3.29)$$

$$v = \left(\frac{r}{2M} - 1\right)^{1/2}e^{r/4M} \sinh \frac{t}{4M} \quad (3.30)$$

y para $r > 2M$

$$u = \left(1 - \frac{r}{2M}\right)^{1/2}e^{r/4M} \sinh \frac{t}{4M} \quad (3.31)$$

$$v = \left(1 - \frac{r}{2M}\right)^{1/2}e^{r/4M} \cosh \frac{t}{4M} \quad (3.32)$$

vemos que la singularidad en $r = 0$ se mantiene, mientras que no queda rastro del problema $r = 2M$. Una línea nula $ds = d\Theta d\Phi = 0$ implica que $dv = \pm du$, esto es, que los conos de luz son como en relatividad especial. De la definición de u y v obtenemos

$$\left(\frac{r}{2M} - 1\right)e^{r/2M} = u^2 - v^2 \quad (3.33)$$

para r fija tenemos hipérbolas con asíntota en $r = 2M$. Lo que aquí tenemos son cuatro regiones. La región I es el universo tal como lo concebimos, el exterior del horizonte $r = 2M$. La región II, donde $r < 2M$, es el interior, allí está la singularidad, que es la hipérbola para $r = 0$. Vemos que la singularidad no es un lugar sino el futuro de todo observador adentro de la región II, excepto de las líneas nulas montadas sobre el horizonte. Pero ¿quienes son las regiones III Y IV? la región III es del todo idéntica a la región I. Es decir es un universo paralelo del que estamos totalmente desconectados, no nos es posible acceder a él, ni nada de él puede interactuar con nosotros. En la zona II todas las trayectorias de tipo tiempo o de tipo luz son inevitablemente destruidas por la singularidad. La región IV pareciera ser igual a la región II, pero por la orientación de los conos de luz vemos que es justo su opuesto, su singularidad es el pasado de todo observador. Nadie puede caer, de ella todos salen. Es así que escupe cosas por igual a los dos universos paralelos. Estos

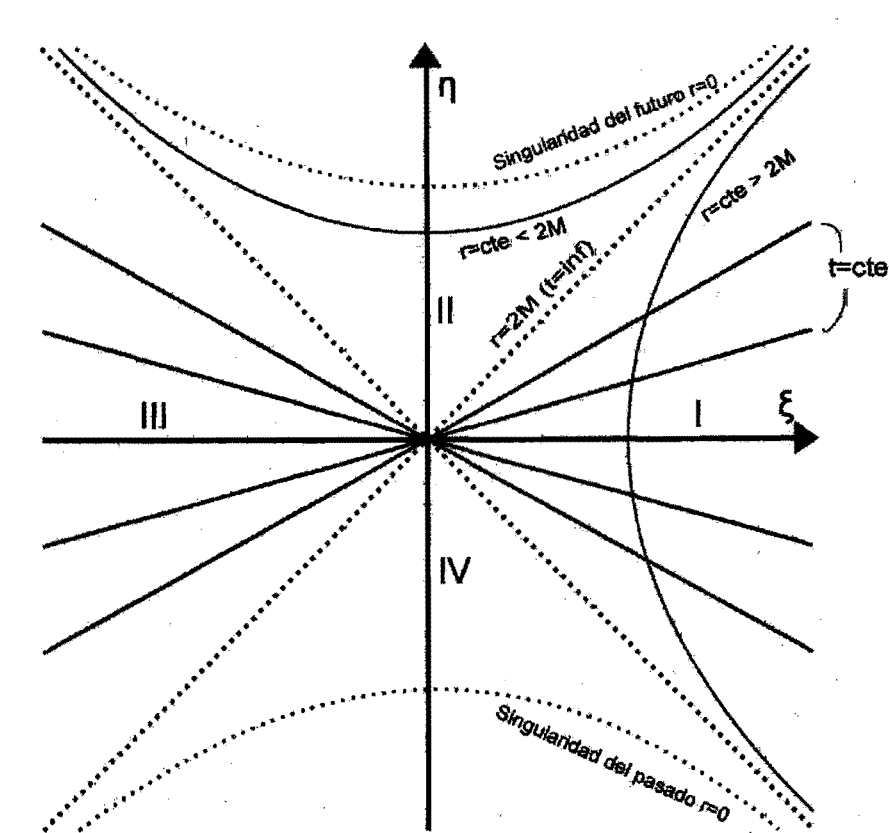


Figure 3.1: Agujero de gusano de Schwarzschild en coordenadas Kruskal-Szekers. La región I es nuestro universo, la región II es la morada de la singularidad futura (hoyo negro). Acaso es la región III un universo paralelo y la región IV la morada de la singularidad pasada (hoyo blanco)

permanecen descomunicados para luego volverse a unir dentro del horizonte de la región II y sucumbir en la singularidad. Véase la figura 3.1.

Referencias: [30, 1, 34].

3.2 Un poco de historia

Laplace, gran físico y matemático, publicó una versión condensada de su mecánica celeste en la Francia de 1793, esta magna obra explora las consecuencias de la gravitación newtoniana reformuladas en un lenguaje matemático cuyo rigor desembocó en la formulación actual. En su estudio dedica su atención a cuestiones como las siguientes. Algunas estrellas pueden explotar tan terriblemente que su luz ilumine incluso de día nuestro firmamento. Ya a Tycho le tocó observar una de estas súper novas en 1572. Laplace escribió un pasaje algo misterioso acerca de las estrellas que han aparecido y las que han desaparecido.

"Todos estos cuerpos vueltos invisibles se encontraban en el mismo lugar donde fueron vistos, pues no se movieron de ahí durante su aparición; existen pues, en los espacios celestes, cuerpos oscuros tan considerables, y quizás en mismas cantidades que las estrellas. Un astro luminoso de la misma densidad que la tierra, y cuyo diámetro fuera 250 veces más grande que el sol, debido a su atracción no permitiría a ninguno de sus rayos llegar hasta nosotros; es posible, por lo tanto, que, por esa razón, los cuerpos luminosos más grandes del universo sean invisibles."

Este pasaje es clarooscuro. "Oscuro", puesto que no hay nada en la mecánica newtoniana que nos haga suponer que partículas sin masa como la luz, sean sensible al campo gravitatorio. "Claro", porque podemos desarrollar el siguiente razonamiento. Igualando la fuerza centrípeta y la fuerza gravitatoria

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \quad (3.34)$$

obtenemos:

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \quad (3.35)$$

Si uno quiere escapar del campo gravitatorio de un astro, sólo debe superar la velocidad de escape. Interesante resulta que dada cierta velocidad siempre

podemos encontrar valores al radio y a la masa para que el escape resulte imposible.

$$r_g = \frac{2GM}{v^2} \quad (3.36)$$

Sustituyendo la masa del sol y la velocidad de la luz, obtenemos que si el radio solar fuera de 3km la luz no podría escapar. Sería un cuerpo oscuro de Laplace.

Referencias: [14].

3.3 Las estrellas y su devenir

Podemos entender las estrellas como la poderosa guerra entre dos procesos, la gravitación que tiende a contraerlas y las presiones que tienden a expandirlas. Para que nazca una estrella debe haber suficiente masa como para que su atracción encienda el mecanismo de fusión, es por esto que un planeta gigante como Júpiter no constituyó una estrella, pues su masa sigue siendo pequeña en comparación a la del Sol. La estrella comienza fusionando sus átomos de hidrogeno, formando átomos de helio y liberando el excedente de la energía en forma de radiación. Este proceso continua pasando por toda la tabla periódica hasta llegar al hierro, pues resulta que a partir de este elemento la fusión es endotérmica en lugar de exotérmica, por lo que se necesita más energía de la que se obtiene. Los otros elementos se pueden formar en las violentas explosiones de estrellas muy masivas; es común que las estrellas liberen enormes cantidades de su masa en violentas explosiones.

La presión del gas incandescente controla la bestial atracción gravitatoria, este equilibrio lo encontramos en nuestro astro rey. Si la gravitación no se compensa y la estrella se colapsa, sus electrones se acercarán demasiado entre sí y en virtud del principio de Pauli - que proclama que dos fermiones no pueden tener los mismos números cuánticos -, su velocidad se incrementará (se degeneran), aumentando la presión de la estrella. Si la masa de la estrella no es superior a 1.4 masas solares el colapso se detendrá y la estrella acabará como una enana blanca, con un radio típico de 20×10^3 km y una densidad promedio de 100 kg/cm^3 . Si la masa es superior a dicho límite, los electrones degenerados no pueden evitar el colapso, esto implica que los electrones se funden con los protones y se forma una estrella de neutrones. Algunas estrellas de neutrones son llamadas Pulsares, pues emiten un pulso

de radiación bien dirigido. El radio de estas estrellas es de apenas 10 km. Su densidad es igual a la densidad del núcleo atómico: $1 \times 10^8 \text{ cm}^3$. Los neutrones también participan del principio de exclusión por lo que la presión de los neutrones degenerados mantendrá el equilibrio siempre que la masa no rebase de 2 a 5 masas solares. Si la masa es mayor que 2-5 masas solares el colapso proseguirá generando estados que aún no conocemos. Si la masa es aún mayor se concentra más y más, aumentando la gravedad en su superficie, llega un momento $r = 2M$ o en unidades del sistema internacional $r = \frac{2GM}{c^2}$, donde incluso la luz es incapaz de escapar, la estrella devine en hoyo negro. Es notable que el radio del cuerpo oscuro calculado por Laplace sea igual al radio de Schwarzschild, más tarde llamado horizonte de sucesos.

Referencias: [14, 32].

3.4 Horizontes

Describimos un horizonte vía dos propiedades:

- 1) Es una membrana de un sentido.
- 2) Visto desde un observador lejano el tiempo se alenta mientras uno se acerca, hasta detenerse cuando uno lo encuentra.

Para cada región asintóticamente plana del espacio-tiempo el asociado horizonte de sucesos u horizonte absoluto es definido como la frontera de la región en que las curvas causales pueden alcanzar asintóticamente el infinito nulo.

Referencias: [34].

3.5 Topología de un hoyo negro cargado

Existen otras soluciones exactas a las ecuaciones de Einstein. La solución Reissner- Nordstrom para el exterior de un campo con simetría esférica y carga es

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)^{-1}dr^2 + r^2d\Omega^2 \quad (3.37)$$

Haciendo $g_{00} \rightarrow 0$ encontramos que tenemos dos horizontes:

$$r_{1,2} = 2M \pm 2Mr + Q^2. \quad (3.38)$$

Que haya dos horizontes hace posible el viaje entre universos paralelos, solo hace falta cruzar el primero pero no el segundo. En principio uno puede arribar a cualquier tiempo al nuevo universo. En este sentido cruzar universos es viajar en el tiempo.

Referencias: [30].

3.6 Kerr

En 1963 Kerr encuentra otra solución a las ecuaciones de campo de Einstein. Su solución es estacionaria

$$g_{\mu\nu,t} = 0 \quad (3.39)$$

y axialmente simétrica

$$g_{\mu\nu,\varphi} = 0 \quad (3.40)$$

Dejo al lector cara a cara con la métrica de un hoyo negro en rotación

$$ds^2 = -\frac{\Delta - a^2 \sin^2 \theta}{p^2} dt^2 - 2a \frac{2Mr \sin^2 \theta}{p^2} dt d\varphi \\ + \frac{(r^2 + a^2)^2 - a^2 \Delta \sin^2 \theta}{p^2} \sin^2 \theta d\varphi^2 \\ + \frac{p^2}{\Delta} dr^2 + p^2 d\theta^2.$$

Donde

$$a \equiv J/M, \quad (3.41)$$

es el cociente del momento angular J y la masa M ,

$$\Delta \equiv r^2 - 2Mr + a^2, \quad (3.42)$$

$$p^2 \equiv r^2 + a^2 \cos^2 \theta. \quad (3.43)$$

Lo primero a notar es que la métrica no es diagonal, para comprender las implicaciones que esto pueda tener, revisemos como se ve un fotón moviéndose a $r, \theta = cte$:

$$0 = -g_{tt} dt^2 + 2g_{t\varphi} dt d\varphi + g_{\varphi\varphi} d\varphi^2, \quad (3.44)$$

de donde

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{g_{t\varphi}}{g_{\varphi\varphi}} \pm \left(\left(\frac{g_{t\varphi}}{g_{\varphi\varphi}} \right)^2 - \frac{g_{tt}}{g_{\varphi\varphi}} \right)^{1/2}, \quad (3.45)$$

si $g_{tt} = 0$ tenemos dos opciones

$$\frac{d\varphi}{dt} = -2 \frac{g_{t\varphi}}{g_{\varphi\varphi}}, \quad (3.46)$$

o

$$\frac{d\varphi}{dt} = 0. \quad (3.47)$$

Cálculos [30] revelan que la primera posibilidad representa un fotón girando en la dirección del hoyo negro, en cambio, la segunda expresión es la de un fotón que intenta girar en contra de él. Esto último significa que el fotón que intenta moverse en sentido opuesto al torbellino de espacio tiempo queda completamente detenido. Por supuesto cualquier partícula con menor velocidad no puede sino ser arrastrada.

Así queda definida la ergosfera a un r_0 , como una superficie dentro de la cual ninguna partícula puede permanecer a un r, θ, Φ fijos.

$$g_{tt} = 0 \longrightarrow r_0 = M + (M^2 - a^2 \cos^2 \theta)^{1/2} \quad (3.48)$$

Calculamos el horizonte r_h para $g_{rr} \rightarrow \infty$, tenemos que $\Delta = 0$ implica:

$$r_h = M \pm (M^2 - a^2)^{1/2} \quad (3.49)$$

Existen dos horizontes. La ergosfera queda por fuera del horizonte exterior u horizonte de sucesos, coincidiendo en los polos. La región intermedia es nombrada ergoregión. Una región donde todo es arrastrado en derredor del hoyo negro.

Referencias: [30].

Capítulo 4

Condiciones de energía

4.1 Condiciones de energía

Las así llamadas condiciones de energía son una variedad de diferentes formas de hacer la noción de densidad de energía positiva local más precisa. Al asumir ciertas formas de las condiciones como hipótesis se han podido demostrar teoremas importantes como los de singularidades (colapso gravitacional y/o big-bang), o el teorema de energía positiva que asegura que desde el infinito la masa de un sistema se verá positiva no obstante lo complejo del sistema, o el teorema de censura topológica cósmica que impide la existencia, bajo ciertas circunstancias, de agujeros de gusano transitables.

El estado actual de las condiciones de energía es curioso, pues para todas existe al menos algún caso estudiado donde se violan. Por ejemplo, la condición, popular en los 60, de que la traza del tensor de energía-momento siempre debe de ser negativa, esta actualmente en total desuso. Su abandono comenzó cuando ciertas ecuaciones de estado, apropiadas para describir las estrella de neutrones, la violaban.

Referencias: [34].

4.1.1 Condición fuerte de energía (CFE)

La suma de la densidad de energía y las presiones debe ser no negativa

$$T_{\mu\nu}u^\mu u^\nu + \frac{1}{2}T^\mu{}_\mu \geq 0. \quad (4.1)$$

Las ecuaciones de campo implican en este caso que

$$R_{\mu\nu} \geq 0 \quad (4.2)$$

También es consenso que la CFE está muerta, pues muchas teorías de campos escalares la violan. Además si uno cree en la teoría inflacionaria o en la actual expansión acelerada del universo (de las cuales no se hablará en el presente trabajo), la CFE es violada en escala cosmológica.

Referencias: [34].

4.1.2 Condición débil de energía (CDE)

Esta condición es:

$$T_{\mu\nu}u^\mu u^\nu \geq 0 \quad (4.3)$$

Todo observador - vector unitario tipo tiempo (u^μ)-, debe ver positiva a la densidad de energía $\rho \geq 0$.

Referencias: [34].

4.1.3 Condición nula de energía (CNE) y efecto Casimir

Condición que está dada por la siguiente expresión:

$$T_{\mu\nu}n^\mu n^\nu \geq 0 \Rightarrow \rho + p \geq 0, \quad (4.4)$$

donde n^μ es un vector tipo luz.

De la CDE y la CNE podríamos decir, como Matt Visser, que están moribundas, pues siguen funcionando más son violadas por importantes resultados actuales. Pareciera ser que su sentencia final será decretada por la gravitación cuántica - siempre y cuando logre ser construida-. Un ejemplo de violación de estas condiciones es la producida por el Efecto Casimir.

Casimir encontró uno de esos maravillosos resultados teóricos que dan dolores de cabeza a los experimentales. Si pusiéramos delgadas placas paralelas conductoras en el vacío veríamos que se acercan. Este efecto es producto de lo intrincado que resulta el vacío cuántico. Los estados de energía que pueden existir dentro de las placas son menos que los estados que existen afuera, hay menos modos normales por las condiciones de frontera. Ahora bien, ésta

desigualdad genera una presión que tiende a juntarlas. Si la presión externa es la del vacío, significa que dentro tenemos una presión aún menor, esto es, dentro tenemos una densidad de energía negativa. El efecto Casimir se debe a la distorsión que provoca la presencia de conductores eléctricos en el punto cero de energía del vacío electrodinámico-cuántico.

Consideremos el oscilador armónico cuántico, sabemos que la energía esta dada por:

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) \quad (4.5)$$

en el punto cero tenemos

$$E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega \quad (4.6)$$

Casimir hizo el cálculo para dos placas conductoras paralelas a una distancia a . Si las placas yacen en el plano xy entonces la componente z del vector de onda esta dada por

$$k_z = \frac{n\pi}{a} \quad (4.7)$$

Pensemos ahora cómo podría ser el tensor de energía-momento asociado al punto cero de energía. Por simetría sólo puede depender de: la métrica, y como la geometría es plana $g^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu}$, del vector normal \hat{z}^μ , de la distancia entre las placas a y posiblemente de la coordenada z . Haciendo un análisis dimensional tenemos que el tensor bien podría verse

$$T_{casimir}^{\mu\nu} \equiv \frac{\hbar}{a^4} [f_1(z/a)\eta^{\mu\nu} + f_2(z/a)\hat{z}^\mu\hat{z}^\nu], \quad (4.8)$$

donde f_1 y f_2 son dos funciones constantes y adimensionales. Aprovechamos que

$$T \equiv T^{\mu\nu}\eta_{\mu\nu} = 0, \quad (4.9)$$

pues la traza para el campo electromagnético es cero, y obtenemos $f_2 = -4f_1$. Robando el resultado del propio Casimir para la constante de proporcionalidad tenemos

$$T_{casimir}^{\mu\nu} = \frac{\pi^2}{720} \frac{\hbar}{a^4} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

La densidad de energía es negativa

$$T^{00} = \rho = -\frac{\pi^2}{720} \frac{\hbar}{a^4}, \quad (4.11)$$

esto significa que se violan las condiciones débil y dominante de energía. Además claramente se cumple

$$\rho + p_z < 0, \quad (4.12)$$

que no significa sino que la condición nula y fuerte de energía son también violadas.

Referencias: [34].

Parte II

Fuga

Capítulo 5

Máquinas del tiempo

5.1 Máquinas del tiempo

Una máquina del tiempo es cualquier objeto, dispositivo, sistema, etc. que permita viajar al pasado. Utilizando un lenguaje más técnico decimos que tenemos viajes en el tiempo si el espacio-tiempo contiene curvas causales cerradas (ccc). Básicamente hay dos tipos de espacio-tiempos con ccc: los que son cubiertos completamente por ellas y aquellos donde las ccc sólo existen en una región. En estos últimos, las regiones que albergan ccc y las que no, están separadas por un horizonte de Cauchy.

Referencias:[34].

5.2 Espacio-tiempos globalmente hiperbólicos

¹ Sea M una variedad temporalmente orientable. Se define el futuro causal de un evento p $J^+(p)$ como el conjunto de todos los eventos de M conectados a p por una curva causal (una curva de tipo tiempo o luz) dirigida al futuro. Si reducimos el tratamiento a curvas de tipo tiempo, obtenemos $I^+(p)$, el futuro cronológico. Los pasados causal y cronológico se definen de manera análoga. Definimos un conjunto acronal, como un subconjunto S de M , donde no hay dos eventos de S en que uno esté en el futuro cronológico del otro. Dado un S , definimos $D^+(S)$, dominio de dependencia futura, como el conjunto

¹Todo espacio-tiempo que se pueda describir en el formalismo 3+1 no contiene curvas causales cerradas, porque el formalismo 3+1 sólo trabaja con espacio-tiempos globalmente hiperbólicos.

de eventos $p \in M$, donde toda curva causal directa del pasado a través de p intersecta S . Sea $D^-(S)$ el dominio de dependencia pasado de S definido de manera similar. Llamamos a la unión $D^+(S) \cup D^-(S)$ y a su frontera $H(S)$ horizonte de Cauchy. Si para un $S = \Sigma$ se tiene $D(\Sigma) = M$ o su equivalente $H(\Sigma) = \emptyset$, entonces decimos que Σ es una superficie de Cauchy. Ahora bien si existe una superficie de Cauchy M es globalmente hiperbólica.

Referencias:[34, 1].

5.3 Billares en el tiempo

Construyamos un primer modelo de viajes en el tiempo con base en un billar clásico. La partícula comienza en la posición \vec{r}_i al tiempo t_i . Entra en la buchaca A (entrada de la máquina del tiempo) con posición \vec{r}_a y tiempo $t_1 + t^*$. Sale por la buchaca B (salida de la máquina del tiempo) al tiempo t_1 con posición \vec{r}_b . Y por fin se localiza en \vec{r}_f al tiempo t_f . Se está pensando en el caso

$$t_i < t_1 < t_1 + t^* < t_f$$

Nuestra máquina tiene una capacidad $\Delta t = -t^*$, de viaje al pasado y suponemos que el tiempo que demora la partícula "dentro" de la máquina es despreciable. Demos por conocidas las posiciones a la entrada y salida de la máquina e igualmente el factor t^* . Podemos dividir el caso en tres etapas:

Etapa I. Donde sólo existe la partícula 1.

$$t_i < t < t_1 \tag{5.1}$$

Etapa II. Donde encontramos dos partículas. La partícula 1 y la partícula 2. Siendo esta última la partícula 1 pero después de viajar en el tiempo.

$$t_1 < t < t_1 + t^* \tag{5.2}$$

Etapa III. Donde sólo existe la partícula 2, la partícula viajera.

$$t_1 + t^* < t < t_f \tag{5.3}$$

Ahora bien, preguntémosnos cuál es la energía del sistema. Durante la primera etapa tenemos

$$E_1 = E_{p1} + E_{mt} \tag{5.4}$$

Donde E_{p1} es la energía de la partícula 1 y E_{mt} es la energía de la máquina del tiempo. De manera análoga tenemos la energía para la tercera etapa

$$E_3 = E_{p2} + E_{mt} \quad (5.5)$$

Asumiendo que la energía de la partícula se conserva a la entrada y salida de la máquina ocurre que

$$E_{p1} = E_{p2} \implies E_1 = E_3. \quad (5.6)$$

Sin embargo pensemos que es lo que acontece durante la segunda etapa. La etapa II tiene el siguiente intervalo $(t_1, t_1 + t^*)$, es claro que su duración es la capacidad t^* de brincar al pasado de la máquina. En el tiempo t_1 la partícula 1 va a en algún tramo de su trayectoria hacia la buchaca A, mientras que es justo el instante en que la partícula viajera o partícula 2, sale de la buchaca B. Por otra parte, en el tiempo $t_1 + t^*$ la partícula 2 va en algún tramo de su trayectoria con fin en t_f , mientras que es el momento en que la partícula 1 entra en la Buchaca A. La energía de la segunda etapa esta dada por

$$E_2 = E_{p1} + E_{p2} + E_{mt} = 2E_{p1} + E_{mt} \quad (5.7)$$

Si queremos que la energía del sistema se conserve durante las tres etapas, tenemos que suponer ad hoc que la energía de la máquina del tiempo sufre durante la etapa II una disminución de energía $\Delta E = -E_{p1}$ por un lapso $\Delta t = t^*$. No tenemos nada más que nos ayude a esclarecer la naturaleza de esta fluctuación, sólo sabemos que ocurre súbitamente cuando la máquina expulsa a la partícula 2 y termina igualmente abrupto cuando la máquina recibe a la partícula 1. Si ahora pensamos que las partículas están cargadas, cuestiones igualmente incómodas aparecen. Sea el sistema neutro, una manera de que esto pase es que la carga de la partícula sea positiva y la cantidad total de carga de la máquina sea igual pero de signo negativo. Con un análisis por etapas encontramos que el viaje en el tiempo complica la conservación de carga del sistema. Una reflexión más profunda muestra que ninguna de estas situaciones es alarmante pues las leyes de conservación funcionan localmente, para hacerlas globales hay que integrar sobre superficies de Cauchy que la máquina del tiempo nos impide tener.

Retomaremos este análisis en el siguiente capítulo. Por el momento sirve para que el lector se haga una idea clara de lo que está maquinando, no caiga en pseudo problemas y dimensione los verdaderos conflictos que implican los viajes en el tiempo. Las próximas secciones están destinadas a contestar la pregunta ¿cómo es una máquina del tiempo?

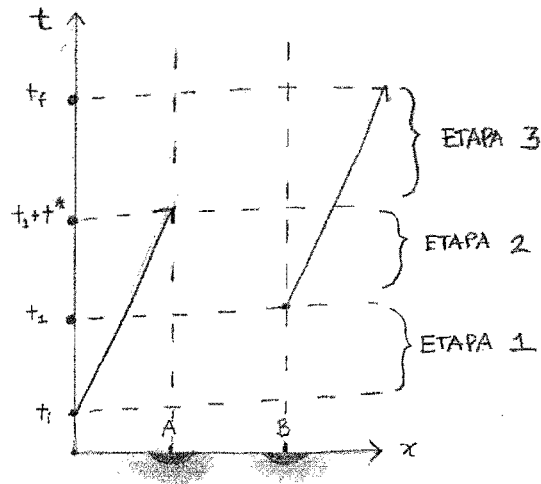


Figure 5.1: Primera aproximación a la máquina del tiempo como billar clásico.

5.4 Línea del tiempo

- 1905** Einstein publica "Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento", la relatividad especial entra en escena. Los viajes al futuro (más rápido de lo normal) son ya una realidad teórica.
- 1915** Einstein termina su teoría de la relatividad general.
- 1916** Schwarzschild encuentra la primera solución exacta a las ecuaciones de campo de Einstein.
- 1917** Einstein propone la constante cosmológica (1ª conjetura de antigravedad).
- 1935** Puente de Einstein-Rosen.
- 1937** W.J. Van Stockum propone la primera solución que alberga curvas cerradas causales (ccc).
- 1948** En el universo rotante de Gödel existen ccc.
- 1963** La solución de Kerr para hoyos negros rotantes contiene ccc.

- 1967** Tipler muestra ccc cerca de cilindros infinitos rotantes.
- 1985** Carl Sagan escribe contacto (pide ayuda a Kip Thorne).
- 1989** Morris-Thorne escriben sus artículo sobre agujeros de gusano y sugieren su utilización como máquina del tiempo. Polchiski modela con billares las paradojas.
- 1990** Hawking propone la conjetura de protección cronológica.
- 1991** Gott propone utilizar cuerdas cósmicas para lograr ccc.
- 1994** Alcubierre advierte que su impulso por distorsión puede devenir en máquina del tiempo.
- 2003** Mallet interviene en la discusión.

Referencias: [6].

5.5 Van Stockum y la primera máquina

El espacio-tiempo de Van Stockum es posiblemente la primera solución a las ecuaciones de campo de Einstein que alberga curvas cerradas causales (ccc). Al menos no encontramos evidencia alguna que sugiriera algún ejemplo tácito anterior. La solución de Van Stockum es estacionaria y con simetría cilíndrica, describe a un cilindro infinitamente largo de polvo rodeado por vacío. El cilindro rota rápidamente, la fuerza centrífuga equilibra la atracción gravitatoria.

Puesto que es estacionaria y cilíndricamente simétrica, la métrica en coordenadas (t, ϕ, r, z) puede ser vista como

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -C & B/2 & 0 & 0 \\ B/2 & A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D \end{pmatrix}$$

o en términos del intervalo

$$ds^2 = -C(r)dt^2 + B(r)d\phi dt + A(r)d\phi^2 + D(r)[dr^2 + dz^2], \quad (5.8)$$

donde el rango de las variables es

$$t, z \in (-\infty, \infty), \quad r \in (0, \infty), \quad \phi \in [0, 2\pi). \quad (5.9)$$

Consideremos cualquier curva azimutal γ , con (r, z, t) fijos. Por construcción tenemos una curva cerrada, integrando, la circunferencia de la curva es:

$$s_\gamma = \int g_{\phi\phi}^{1/2}(r) d\phi = 2\pi g_{\phi\phi}^{1/2}(r), \quad (5.10)$$

que implica

$$s_\gamma^2 = 4\pi^2 g_{\phi\phi}(r) = 4\pi^2 A(r). \quad (5.11)$$

Si $g_{\phi\phi}(r) = A(r) \leq 0$, entonces las curvas azimutales son ccc.

Para analizar cuánto nos introducimos al pasado, podemos analizar curvas azimutales nulas, para r, z fijos. Partamos de que el intervalo es de tipo luz

$$ds^2 = 0 \Rightarrow \frac{ds^2}{dt^2} = 0 = -C + B\dot{\phi} + A\dot{\phi}^2, \quad (5.12)$$

y que la forma de la solución es la de cualquier ecuación cuadrática:

$$\dot{\phi} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 + 4AC}}{2A}, \quad (5.13)$$

o en términos de su inverso:

$$\frac{dt}{d\phi} = \frac{2A}{-B \pm \sqrt{B^2 + 4AC}}. \quad (5.14)$$

Sabemos ya, que si $A(r)$ es negativo viajamos al pasado. Integramos para dar una vuelta completa en dirección azimutal, así nos adentramos al pasado un intervalo

$$\Delta T = \frac{2\pi|2A|}{-B \pm \sqrt{B^2 + 4A|C|}} \quad (5.15)$$

en el tiempo.

Hasta aquí lo analizado es en general, bien podemos ahora invocar a las ecuaciones de campo y conocer el universo de Van Stockum. Sea $r = R$ la superficie del cilindro y ω su velocidad angular. En 1939 W.J. Van Stockum resuelve para el interior del cilindro

$$ds^2 = -dt^2 + 2\omega r^2 d\phi dt + r^2(1 - \omega^2 r^2) d\phi^2 + e^{(-\omega^2 r^2)} [dr^2 + dz^2]. \quad (5.16)$$

Es claro que nuestras curvas azimutales devienen en ccc si

$$r\omega > 1. \quad (5.17)$$

Sin embargo $r\omega = v$, donde v es la velocidad de rotación. Si $v > 1$, entonces hay un problema, pues significa que para que tengamos ccc la velocidad de rotación de las superficies debe superar la velocidad de la luz, y así, el tensor de energía-momento, que de entrada, por ser simple e inofensivo polvo, cumplía con todas las condiciones de energía, puede violarlas.

Considero que al menos esta máquina del tiempo tiene tres fuertes problemas:

- 1) La solución necesita que el cilindro sea infinito.
- 2) El espacio-tiempo no es asintóticamente plano.
- 3) La velocidad de rotación para viajar al pasado es supra-lumínica.

Triada de factores que la pintan de irreal y poco física. Su imposibilidad respecto de nuestro universo la hace poco atractiva. Por último me gustaría señalar que si bien es cierto que pensamos que cilindros finitos no generan ccc, nadie lo ha demostrado.

Referencias:[34, 19]

5.6 El universo de Gödel

Una década después, en 1949, Kurt Gödel encuentra otra solución exacta a las ecuaciones de campo de Einstein. Su solución describe un universo rotatorio que contiene polvo y una constante cosmológica distinta de cero. El tensor de energía-momento de Gödel es [34]:

$$T_{\text{total}}^{\mu\nu} = \rho u^\mu u^\nu - \frac{\Lambda}{8\pi} g^{\mu\nu}. \quad (5.18)$$

El tensor métrico nos da el siguiente intervalo invariante [34]:

$$\begin{aligned} ds^2 = & -dt^2 + 4\omega^{-1} \sinh^2(\sqrt{2}\omega r) d\varphi dt \\ & + 2\omega^{-2} \sinh^2(\sqrt{2}\omega r) [1 - \sinh^2(\sqrt{2}\omega r)] d\varphi^2 \\ & + dr^2 + dz^2, \end{aligned} \quad (5.19)$$

donde se aprecia la simetría rotacional alrededor del eje $r = 0$, la falta de estructura en z y la velocidad de rotación $\omega r = v$. Ahora damos un tratamiento idéntico al del cilindro de Van Stockum. Las curvas cerradas azimutales con t, r, z fijos son de tipo tiempo si

$$\sinh(\sqrt{2}\omega r) > 1, \quad (5.20)$$

o puesto de otra forma

$$\omega r > \frac{\ln(1 + \sqrt{2})}{\sqrt{2}} \approx 0.62. \quad (5.21)$$

Una objeción contra la máquina gödeliana del tiempo es que observacionalmente no ajusta a nuestro universo, ya que el nuestro no rota, al menos no mucho.

Referencias:[34, 19, 7]

5.7 La máquina de Kerr

Para ver que el espacio-tiempo dado por la solución de Kerr también cuenta con ccc retomemos la métrica descrita en el capítulo 3 [30].

$$ds^2 = -\frac{\Delta - a^2 \sin^2 \theta}{p^2} dt^2 - 2a \frac{2Mr \sin^2 \theta}{p^2} dt d\varphi \\ + \frac{(r^2 + a^2)^2 - a^2 \Delta \sin^2 \theta}{p^2} \sin^2 \theta d\varphi^2 \\ + \frac{p^2}{\Delta} dr^2 + p^2 d\theta^2.$$

Con

$$\Delta \equiv r^2 - 2Mr + a^2, \quad (5.22)$$

$$p^2 \equiv r^2 + a^2 \cos^2 \theta. \quad (5.23)$$

El horizonte externo ocurre en

$$r_+ = M + \sqrt{M^2 - a^2}. \quad (5.24)$$

El horizonte interno está en

$$r_- = M - \sqrt{M^2 - a^2}. \quad (5.25)$$

Consideremos curvas ecuatoriales (t, r, θ) fijos con $\theta = \pi/2$. Del intervalo de Kerr sabemos que tendremos ccc si:

$$\frac{(r^2 + a^2)^2 - a^2(r^2 - 2Mr + a^2)}{r^4} \leq 0, \quad (5.26)$$

que nos impone como condición la siguiente ecuación cúbica:

$$r^3 + a^2r + 2Ma^2 \leq 0. \quad (5.27)$$

Utilizando el método de Cardano encontramos la única raíz real:

$$r = \frac{1}{3}(-27Ma^2 + 3\sqrt{3a^6 + 81M^2a^4})^{1/3} - \frac{a^2}{(-27Ma^2 + 3\sqrt{3a^6 + 81M^2a^4})^{1/3}}. \quad (5.28)$$

La ecuación y desigualdad 5.27 se cumple si y sólo si $r < 0$. Pero r negativa tiene significado físico, por lo que sí podemos hablar de curvas causales (el lector puede encontrar la justificación en el libro de Ellis y Hawking "La estructura del universo a larga escala"). Así que existen ccc en el espacio-tiempo de un hoyo negro rotante. Si $M > a$ la máquina del tiempo está dentro del horizonte interno (5.25), que es el horizonte de Cauchy. Si $M < a$ entonces no tenemos horizontes, la singularidad está desnuda y las ccc pueden permear el espacio-tiempo entero.

Si $M > a$ la máquina de tiempo de Kerr no es muy preocupante por las siguientes razones:

1. Las ccc están dentro del horizonte interno, lo que significa que no tienen interacción con el universo externo.
2. Falta evidencia para asegurar que en un colapso estelar real la solución de Kerr modele correctamente el espacio-tiempo dentro de los horizontes.

Por otra parte si la conjetura de censura cósmica es correcta, entonces no existen singularidades desnudas y nos libramos del peligroso caso $M < a$.

Referencias:[34, 30]

5.8 Cuerdas cósmicas

Las cuerdas cósmicas, predichas por modelos de gran unificación, son hipotéticos entes del universo caracterizados de la siguiente manera: una cuerda finita que rota en derredor del eje z , con una función delta como fuente; μ como su masa por unidad de longitud; τ , su tensión; y J como su momento angular por unidad de longitud.

Suponiendo las cuerdas infinitamente largas, la solución a las ecuaciones de Einstein nos da el siguiente intervalo invariante del espacio-tiempo:

$$ds^2 = -(dt + 4Jd\phi)^2 + dr^2 + (1 - 4\mu)^2 r^2 d\phi^2 + dz^2, \quad (5.29)$$

donde el rango de las coordenadas es el mismo que (5.9). Volviendo a tomar una curva azimutal encontramos que curvas temporales cerradas (ctc) aparecen cuando se satisface la siguiente condición:

$$r < \frac{4J}{1 - 4\mu}. \quad (5.30)$$

Para entender más el engranaje de esta máquina del tiempo hagamos el siguiente cambio de coordenadas:

$$t' = t + 4J\phi, \quad \phi' = (1 - 4\mu)\phi. \quad (5.31)$$

La métrica, entonces, se reescribe como

$$ds^2 = -dt'^2 + dr^2 + r^2 d\phi'^2 + dz^2. \quad (5.32)$$

Ahora las coordenadas cubren

$$t, z \in (-\infty, \infty), \quad r \in (0, \infty), \quad \phi \in [0, (1 - 4\mu)2\pi). \quad (5.33)$$

Es claro que para $r > 0$ la métrica es localmente plana. En sí, se parece mucho al espacio-tiempo plano de Minkowski salvo una grata diferencia: damos una vuelta completa a la cuerda con un ángulo menor que 2π . Esto es, falta una rebanada de espacio cuyo ángulo es:

$$\Delta\theta \equiv 8\pi\mu. \quad (5.34)$$

Peor aún, al dar una vuelta se avanza hacia el pasado un brinco de tamaño

$$\Delta t = 8\pi J. \quad (5.35)$$

Los mismos argumentos que hemos empleado en contra de las máquinas anteriores, pueden volver a ser usados en este caso. No existen cuerdas infinitamente largas e infinitamente delgadas. Un modelo más realista necesita reemplazar la función delta por un núcleo no infinitamente delgado. Investigaciones así, revelan que cuando el radio del núcleo de la cuerda rebasa el momento por unidad de área, $R > J$, las ccc dejan de existir.

Referencias:[29, 7, 34].

5.9 La máquina del tiempo de Gött

J. Richard Gött III es un investigador y divulgador apasionado del tema, un ejemplo es como relaciona los viajes en el tiempo con el inicio del universo:

"The question of first-cause has troubled philosophers and cosmologists alike. Now that it is apparent that our universe began in a Big Bang explosion, the question of what happened before the Big Bang arises. Inflation seems like a very promising answer, but as Borde and Vilenkin have shown, the inflationary state preceding the Big Bang could not have been infinite in duration, it must have had a beginning also. Where did it come from? Ultimately, the difficult question seems to be how to make something out of nothing. This paper explores the idea that this is the wrong question, that that is not how the Universe got here. Instead, we explore the idea of whether there is anything in the laws of physics that would prevent the Universe from creating itself." [13]²

Pasemos a revisar su propuesta para la construcción de una máquina del tiempo con cuerdas cósmicas no rotantes. Ya vimos que el espacio-tiempo asociado a una cuerda cósmica es básicamente el de Minkowski salvo un gajo. Un espacio-tiempo semejante puede ser llamado cónico, pues es bien conocido que para, digamos, construir un cono de papel, es necesario cortar

²"La cuestión de la primera causa ha perturbado a filósofos y cosmólogos por igual. Ahora, cuando aparentemente el universo comenzó con la gran explosión, surge la pregunta de que pasó antes del "Big-Bang". La inflación parece ser una respuesta prometedora, sin embargo, como muestran Borde y Vilenkin, el estado inflacionario precedente a la Gran Explosión no puede haber sido infinito en duración, debe igualmente tener un inicio. ¿De dónde vino? En última instancia la pregunta difícil parece ser cómo surge algo de la nada. Este artículo explora la idea de qué esa pregunta es errónea, que no es cómo el universo logró llegar aquí. En cambio, nosotros exploramos la idea de si es que hay algo en las leyes de la física que prevenga al universo de crearse a sí mismo."

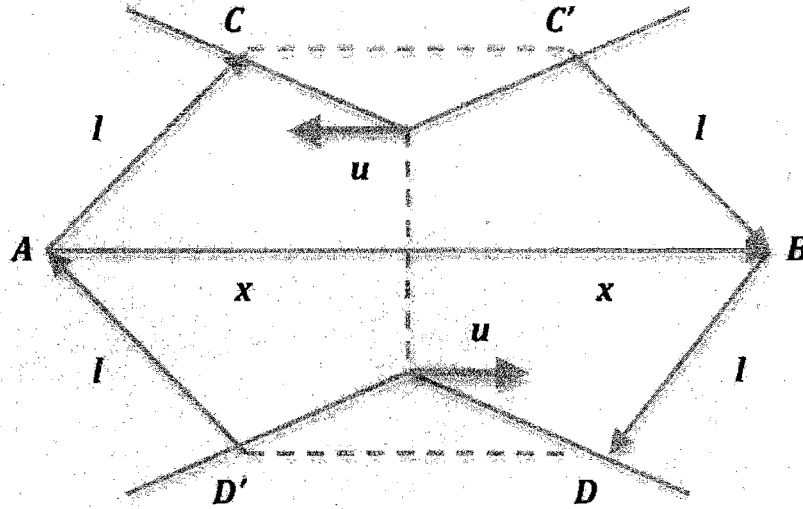


Figure 5.2: Máquina del tiempo de Gött.

una rebanada del mismo y luego pegar. A una distancia R del centro, una circunferencia en el plano es mayor que la trazada en un cono. La idea es aprovechar ese déficit como un atajo. Véase la figura 5.2, si $\overline{ACC'B}$ es más corto que \overline{AB} , entonces es posible que una señal con velocidad $u < 1$ llegue a B antes que un pulso lumínico viajando por \overline{AB} . Tenemos así un viaje globalmente más rápido que la luz y sin entrar en contradicción con la relatividad especial, pues localmente la velocidad de la señal (cualquiera que esta sea), es siempre menor que 1. Como consecuencia, tenemos que existe un sistema para el cual la señal viaja al pasado. Sin embargo aún no garantizamos que la señal este viajando al cono pasado de la emisión, es decir, aún no tenemos una curva de tipo tiempo cerrada (ctc). Gött pensó que la mejor manera de hacer esto es con dos cuerdas cósmicas con movimiento opuesto. El camino $\overline{ACC'BDD'A}$ es una ctc. Cada cuerda cósmica es parametrizada con: una velocidad, una masa por unidad de longitud y un vector de posición de dos dimensiones. Fuera de la región habitada por el par de cuerdas cósmicas la geometría es la de un universo vacío y plano. Gott muestra que las ctc no pueden formarse si la masa y la velocidad son ambas pequeñas, la única esperanza son cuerdas cósmicas realmente pesadas y de velocidades casi luminíferas.

A.Ori muestra que las ccc pueden deformarse lo suficiente como para entrar en el infinito futuro y pasado. Siguiendo esto, nace la siguiente objeción: si existen ccc inicialmente desde $t = \infty$, el hecho de que el resto del espacio-tiempo no sea bien comportado no es sorpresa. Aunado a lo poco realista de un par de cuerdas cósmicas **infinitamente** largas, la propuesta de Gott resulta poco realista.

Referencias:[29, 7, 34, 13].

5.10 Warp Drive o impulso por distorsión

En 1994 el investigador mexicano Miguel Alcubierre, trabajando en la Universidad de Gales, elucubra un modelo para viajar globalmente más rápido que la velocidad de la luz. Su idea consiste en generar, dentro del marco de la relatividad general, una distorsión del espacio-tiempo que rodee una nave espacial - digamos la Enterprise -, de manera que el espacio se contraiga en el frente y se expanda por detrás de ella. La nave es empujada por su origen y remolcada por su destino, finalizando su viaje, por lejano que sea, en un tiempo arbitrariamente corto. Definiendo la velocidad relativa como el cociente de la distancia y el tiempo propios, la enterprise puede alcanzar velocidades muy superiores a la de la luz. Esto, sin embargo, no significa que la nave viaje localmente más veloz que la luz, pues ella se mantiene siempre dentro de su cono luminoso. No hay paradoja alguna, pues el modelo respeta la máxima relativista: no viajarás localmente más veloz que la luz.

La idea puede ser entendida en analogía con la fase inflacionaria del universo. Dos observadores pueden alejarse el uno respecto del otro con velocidades relativas mayores que la de la luz y sin embargo, permanecer dentro de sus conos de luz. Esta enorme velocidad es producto de la expansión del espacio en sí mismo.

La métrica que empuja a la nave a lo largo de la trayectoria $x_s(t)$ la encontramos como:

$$ds^2 = -d\tau^2 = -dt^2 + (dx - v_s f(r_s) dt) + dy^2 + dz^2 \quad (5.36)$$

donde

$$v_s = \frac{dx_s(t)}{dt} \quad (5.37)$$

$$f(r_s) = \frac{\tanh(\sigma(r_s + R)) - \tanh(\sigma(r_s - R))}{2 \tanh(\sigma R)} \quad (5.38)$$

con R y σ parámetros arbitrarios, y:

$$r_s(t) = [(x - x_s(t))^2 + y^2 + z^2]^{1/2} \quad (5.39)$$

Esta métrica tiene las siguientes propiedades. Para r y σ grandes f tiende a la nulidad, dejando un espacio asintóticamente plano.

Además, sin importar el valor de v_s , a lo largo de la trayectoria, esto es, sustituyendo $x = x_s$ en la métrica, el tiempo coordenado coincide con el tiempo propio de la nave

$$\tau = t. \quad (5.40)$$

Esto significa que la nave viaja en curvas tipo tiempo (dentro de su cono de luz), sin sufrir ningún efecto relativista, puesto que el tiempo coordenado marca el mismo pulso que los relojes de observadores lejanos en el espacio plano. En sí, se puede disfrutar de un placentero viaje mientras σ sea muy grande y R sea mayor que el largo de la nave, porque entonces f es pequeña en la región $R > r_s$ y podemos esperar fuerzas de marea casi nulas. Todo lo contrario se espera del caso $R \simeq r_s$, donde las fuerzas de marea pueden ser terribles. También se puede mostrar que la nave sigue una trayectoria geodésica, de esto se sigue que no importando el valor de la aceleración coordenada, la aceleración propia es cero.

Manteniendo la condición

$$R \ll D \quad (5.41)$$

el tiempo total empleado para viajar de ida y regreso una distancia D , partiendo desde el reposo con una distorsión espacio-temporal que acelera la nave de cero a una constante a , es

$$\tau = T = 2\sqrt{\frac{D}{a}} \quad (5.42)$$

T es tan pequeño como hayamos podido incrementar a . Esto significa que podemos viajar a la exploración de nuevos y extraños mundos, al descubrimiento de nuevas formas de vida y nuevas civilizaciones, hasta alcanzar lugares donde nadie ha podido llegar; y estar de vuelta para la hora del Té, al punto de partida, en un tiempo arbitrariamente corto, tanto medido por la nave, como por las estrellas del universo plano. La similitud con la ciencia ficción llevo a Miguel a bautizar su distorsión como Warp Drive (que traduzco aquí como impulso por distorsión). En las siguientes secciones comentaremos ciertos problemas y cómo es que deviene en máquina del tiempo.

Referencias: [2].

5.11 Problemas del impulso por distorsión

El tensor de energía-momento que se conecta a la métrica de 5.36 viola todas las condiciones de energía. Al igual que los agujeros de gusano transitables- como más tarde veremos-, necesita de materia exótica para ser.

Un observador que cumpla:

$$u^\mu = \frac{1}{\alpha}(1, \beta^i), \quad u_\mu = -(\alpha, 0) = -(1, 0) \quad (5.43)$$

encontrará una densidad de energía dada por

$$T^{00} = \frac{1}{8\pi} G^{00} = -\frac{1}{8\pi} \frac{v_s^2 \rho^2}{4r_c^2} \frac{df^2}{dr_s^2}. \quad (5.44)$$

Como el impulso por distorsión necesita materia exótica, viola la condición débil de energía no importando la magnitud de la velocidad. Este resultado aparenta reforzar la conjetura de que el viaje más allá de la velocidad de la luz implica densidades negativas de energía [25].³

Referencias: [2]

5.12 Del impulso a la máquina del tiempo

En el artículo Warp drive and causality [9], Everett hace explícito el caso en que el impulso por distorsión provoca ccc.

Se considera el caso de dos estrellas E_1 y E_2 en reposo para el sistema de coordenadas de 5.36 localizadas en $x = 0$ y $x = D$.⁴ Tenemos una nave en el centro de la burbuja, suponemos que la burbuja comienza con velocidad cero pero con aceleración uniforme a . Si

$$a > 4/D \quad (5.45)$$

la nave que partió de E_1 arriva a E_2 con coordenadas $x = D$ y $t = 2\sqrt{D/a} \equiv T$. El intervalo es de tipo espacio así que la nave llega a E_2 antes que un pulso de luz,

$$D^2 - T^2 = D^2(1 - 4/(aD)) > 0. \quad (5.46)$$

³Otro problema del warp drive de Alcubierre es que la nave se encuentra totalmente desconectada causalmente de la burbuja.

⁴Pero respecto de 5.39 hacemos la diferencia $r_0 = [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2]^{1/2}$ y $y_0 \ll D$

Respecto de un nuevo sistema primado de coordenadas tenemos $x' = X'$ y $t' = T'$ para el arribo de la nave a E_2 , donde $X' = \gamma(D - \beta 2\sqrt{D/a})$, $T' = \gamma(2\sqrt{D/a} - \beta D)$ con $\gamma = 1/(1 - \beta^2)^{1/2}$.⁵

$T' < 0$ implica $a > 4/(D\beta^2)$ que es consistente con 5.45 ya que $\beta < 1$. El hecho de que la nave llegue a E_2 con $t' < 0$, no implica ccc. Para conseguir las supongamos un navegante que deja E_1 viajando en su nave uniformemente acelerada y luego uniformemente desacelerada sumergida en la burbuja del impulso por distorsión, comenzando en $t = t' = 0$ y moviéndose a lo largo de la línea $y = y_0$. Alcanza E_2 en $t \approx 0$ y $t' = T' \approx -\gamma BD$, ya que podemos considerar tanto v, v' como a y a' tan grandes como se quiera. En E_2 la nave llega en reposo. El viajero ahora atraviesa la pequeña distancia $y = -y_0$ con velocidad sublumínica a través del espacio plano (sin pérdidas significativas de tiempo ya que $y_0 \ll D$) y aborda una segunda nave-burbuja en el sistema primado, regresando a E_1 a un tiempo $t = T_1 = -BD$ ⁶ que es bastante antes de haber salido, dejando abiertas todas las puertas para las paradojas temporales.

Referencias: [9, 16]

5.13 Mallet

Posiblemente el único autor revisado en este trabajo, que verdaderamente cree que los viajes en el tiempo puedan ser una realidad, es Mallet. Su padre muere prematuramente cuando Mallet es sólo un párvulo de diez años. Tiempo después, entre fantasía e investigación seria, Mallet entra en el estudio de máquinas del tiempo dentro de la relatividad general. Inspirado por los interesantes efectos asociados a distribuciones rotantes de materia (Gödel, Stockum, Kerr), investiga las ecuaciones asociadas a un cilindro de láser que circula al infinito unidireccionalmente. Las soluciones, para su espacio-tiempo estático y con simetría cilíndrica en el exterior del cilindro de luz, contienen curvas cerradas causales. El intervalo queda [20]

$$ds^2 = -fdt^2 + wtdt\phi + ld\phi^2 + e^\mu(dp^2 + dz^2). \quad (5.47)$$

⁵ β es el parámetro de velocidad del boost de Lorentz.

⁶Asumiendo, otra vez, que las aceleraciones son muy grandes, el viaje de regreso a E_1 nos da $\Delta t' \approx 0$ y $\Delta t = T_1 - T \approx T_1$, tenemos que $\Delta x = -D \approx \gamma\delta x'$ y $\Delta t \approx \gamma\beta\Delta x'$, de donde se sigue $T_1 \approx -\beta D < 0$

Para t, ρ, z fijos se obtiene

$$ds^2 = +ld\phi^2. \quad (5.48)$$

Previamente Mallett había encontrado [20],

$$l = \rho\alpha - \lambda\rho\alpha \ln(\rho/\alpha), \quad (5.49)$$

donde α es una constante positiva y λ otra constante pero proporcional a la densidad de energía. Así, tenemos que si

$$\ln(\rho/\alpha) > 1 \Rightarrow l < 0, \quad (5.50)$$

el intervalo 5.48 es de tipo tiempo y cerrado. El trabajo de Mallet es una especie de modelo de laboratorio del universo de Van Stockum. La solución no es asintóticamente plana. Además, un cilindro infinito es siempre poco realista y nada asegura que un cilindro finito de luz conserve las ccc.

En el artículo "¿Puede un haz circulante de láser producir una máquina del tiempo?" [24], Ollum y Everett dan una respuesta demoledora a la propuesta de Mallet,

Primero: se tiene que la energía por unidad de distancia del dispositivo está dada por

$$\mu = \frac{\pi P \rho_0}{cr}, \quad (5.51)$$

donde P es la potencia, ρ_0 el radio del cilindro y r es el radio del haz de láser. Sustituyendo valores realistas $P = 1kw$, $\rho_0 = 0.5m$ y $r = 1mm$ obtienen que la distancia respecto del eje del cilindro a la que se forman las ccc es por mucho mayor al radio del universo visible

$$\rho > 10^{10^{46}} \rho_0. \quad (5.52)$$

Queda totalmente descartada la posibilidad de dicho artefacto en escalas terrestres. Sin embargo, la propuesta de Mallet es importante, pues es de enorme interés si ccc pueden ser creadas, aunque sea sólo en principio, dentro de un laboratorio. Lamentablemente para Mallet, la respuesta de Ollum y Everett no termina aquí,

Segundo: muestran que la solución tiene una singularidad en el eje del cilindro,

$$R^{\alpha\beta\gamma\delta} R_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{3}{4\alpha\rho^3}, \quad (5.53)$$

claramente diverge al origen, para $\rho = 0$. Al ser 5.53 un escalar nos asegura que dicha divergencia es real y no un problema de coordenadas.

La situación es aún peor, pues no tenemos dependencia de la energía del haz. Esto significa que el espacio-tiempo tiene una singularidad incluso cuando no hay láser. Por lo tanto, Mallet parte de un espacio-tiempo patológico, parecido al de Minkowski, salvo por la singularidad en el eje del cilindro. Si se comienza con un universo patológico no es sorpresa que arroje resultados patológicos. Mallet no ha dado todavía una respuesta.

Referencias: [20, 24]

5.14 Resumen

Encontramos máquinas del tiempo dentro de la relatividad general, que o bien están relacionadas con efectos de rotación y la "inclinación" que ocasionan en los conos de luz, o están más relacionada con la idea de provocar un atajo en el espacio-tiempo para viajar más rápido que la luz, en este sentido están más próximas a los agujeros de gusano que estudiaremos en el siguiente capítulo.

Capítulo 6

Agujeros de Gusano

6.1 De la ficción a la investigación

La historia que aquí debe contarse, comienza con una novela y la búsqueda de su autor por volverla profunda. En 1987 Carl Sagan escribe *Contacto*, pero insatisfecho con la verosimilitud científica de su relato pide ayuda a su buen amigo Kip Thorne. Kip hace una lectura concienzuda y argumenta que el requisito para que Eleonor Arroway (protagonista de la pieza) pueda viajar de la Tierra a las vecindades de la estrella Vega, a 26 años luz de distancia respecto del sistema solar, no es un hoyo negro, como en principio propuso Sagan, sino un agujero de gusano. Ahora bien, un atajo en el espacio-tiempo, en principio, siempre puede transformarse en una máquina del tiempo. En efecto:

*There once was a lady named Brighth, who traveled far faster than light.
She departed one day in a relative way and came home the previous night.*

Thorne puso énfasis y dedicación al estudio de los agujeros de gusano. Trabajo que desemboca en el "entusiasmo" de los miembros de la comunidad científica por el tema de las máquinas del tiempo. A continuación estudiaremos más al respecto de agujeros de gusano, de cómo volverlos transitables y de cómo podrían constituir máquinas del tiempo.

Referencias: [32]

6.2 Taxonomía

Definición 1. *Se entiende por agujero de gusano una región compacta Ω del espacio-tiempo con una frontera topológica simple pero de interior no trivial.*[34]

Podemos clasificar los así bautizados agujeros de gusano por Wheeler, de la siguiente manera:

CLASIFICACIÓN:

Regnum: *Agujero de gusano*

Phylum: $\begin{cases} \textit{lorentzaiata} \\ \textit{euclideata} \end{cases}$

Species: $\begin{cases} \textit{permanentes} \\ \textit{transitorios} \end{cases}$

Subspecies: $\begin{cases} \textit{microscopicos} \\ \textit{macroscopico} \end{cases}$

Subsubspecies: $\begin{cases} \textit{intra-universos} \\ \textit{inter-universos} \end{cases}$

La división de Phylo está dada por la métrica del espacio tiempo; si es riemanniana (euclidiana) o pseudoriemanniana (lorentziana).

La conexión que establece un agujero de gusano es intra-universos si se establece entre diferentes universos del multiverso. En oposición, la conexión inter-universo se establece entre diferentes regiones del mismo universo. Localmente es imposible saber si el agujero de gusano conecta distintas regiones del mismo universo o es un puente entre universos distintos.

Los agujeros de gusano (quasi)permanentes son básicamente objetos tridimensionales cuya existencia tiene una duración finita no cero. Más exactamente, una región de espacio tiempo alberga un agujero de gusano (quasi)permanente, si contiene una región acotada Ω cuya topología sea de la forma $\Omega \sim \mathbb{R} \times \Sigma$, donde Σ es una 3-variedad de topología no trivial y su frontera es una 2-esfera. En contraste tenemos a los de tipo transitorio, esto es, que nunca obtienen la forma $\Omega \sim \mathbb{R} \times \Sigma$, son intrínsecamente objetos cuatridimensionales. Por ejemplo, una región compacta Ω con frontera $d\Omega \sim S^3$, cuya topología sea no-trivial.

Decimos que un agujero de gusano es microscópico o macroscópico con referencia a la escala de Planck.

Resulta que el Phylum euclideata es en general transitorio, si a esto se le suma esto que *el espacio-tiempo debe ser en todo punto lorentziano* para que se cumpla *el principio fuerte de equivalencia*. Resulta que es el phylum Lorentziata el de interés para el presente trabajo.

Referencias: [34].

6.3 Agujeros de gusano en Schwarzschild

La solución de Schwarzschild para un tiempo fijo en el plano ecuatorial se ve:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\phi^2. \quad (6.1)$$

Por otra parte, en un espacio-tiempo euclidiano de tres dimensiones es válido el teorema de Pitágoras, así que las distancias se miden:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2. \quad (6.2)$$

Lo que queremos hacer es sumergir 6.1 en un espacio plano tridimensional. Queremos una superficie dada por:

$$z = f(r), \quad (6.3)$$

esto implica

$$dz = \frac{f(r)}{dr} dr. \quad (6.4)$$

Por lo tanto, en coordenadas cilíndricas resulta:

$$ds^2 = dz^2 + dr^2 + r^2 d\phi^2 = \left(1 + \frac{f(r)^2}{dr^2}\right) dr^2 + r^2 d\phi^2 \quad (6.5)$$

Comparando 6.1 con 6.5 obtenemos:

$$1 + \frac{f(r)^2}{dr^2} = \frac{1}{1 - \frac{2M}{r}}. \quad (6.6)$$

Finalmente tenemos para dz :

$$dz = \sqrt{\frac{2M}{r - 2M}} dr. \quad (6.7)$$

Si integramos obtenemos

$$z = \pm \sqrt{8M} \sqrt{r - 2M}. \quad (6.8)$$

Encontramos entonces que el agujero de gusano de la solución de Schwarzschild se puede visualizar como un paraboloides de revolución:

$$r = 2M + \frac{z^2}{8M}. \quad (6.9)$$

Referencias:[38].

6.4 Los hoyos negros no son puentes

Los hoyos negros no sirven para viajes inter-universos por las siguientes razones:

1. El horizonte de sucesos es una membrana de una vía.
2. Las fuerzas de marea son gigantes. Sólo en un hoyo con masa mayor a 1×10^4 masas solares, cuya circunferencia supera los $10^5 km$ ($4\pi GM/C^2$), las mareas serían soportables.
3. Si el viajero lograra salir (Kerr o Reissner-Nordstrom), saldría de un hoyo blanco cuyo horizonte es inestable. Justo cruzando el horizonte le aniquilaría la luz proveniente de todo el universo (pues según un observador en infinito el viajero tarda infinito tiempo en cruzarlo).
4. Está demostrado que Kerr es el caso más general de un hoyo giratorio independiente del tiempo. Pero esto es un tratamiento externo, no hay nada que nos deje asegurar que el colapso deviene realmente en el descrito por la solución interior de Kerr.
5. Sí el interior llegase a ser el de Kerr, también tendríamos horizontes de Cauchy. La teoría de perturbaciones a primer orden muestra que son inestables. Las ondas de luz se corren infinitamente al azul, colapsando al túnel en una singularidad.
6. Si las fluctuaciones se llegasen a controlar, aún resta el problema de los flujos de partículas asesinas de alta energía rodeando al túnel, que no tardarían en destruir al curioso.
7. Justo en la singularidad no sabemos decir nada.

Referencias:[22]

6.5 Materia exótica

Según Kip Thorne [32], "Todo agujero de gusano esférico en el cual puedan viajar rayos de la luz producirá un efecto de lente divergente". En efecto, rayos paralelos de luz que caigan en el agujero se empezarán a juntar conforme se acerquen a la garganta, pero una vez atravesada, comenzarán a separarse. Véase la figura 6.1 Veamos a donde nos lleva esto, tomemos prestada la

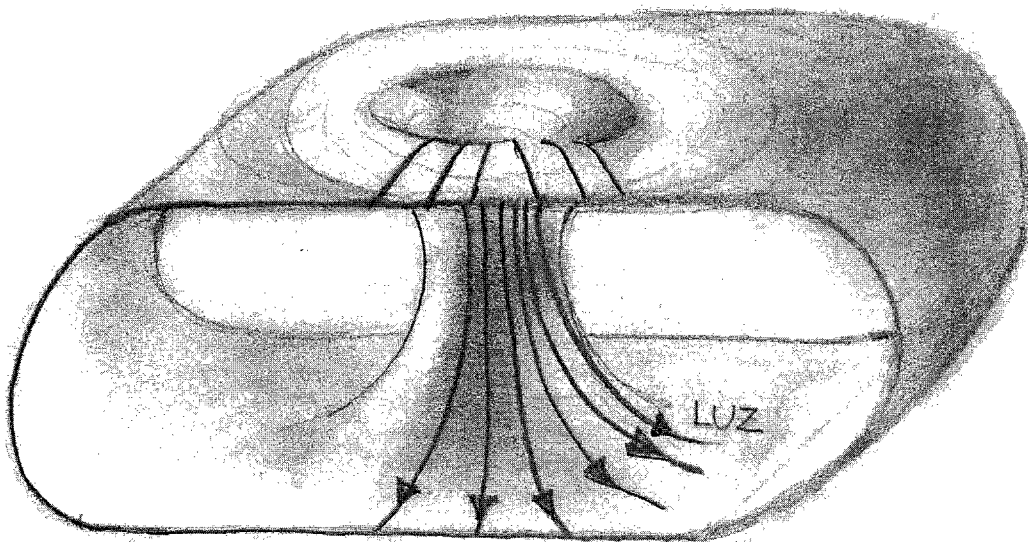


Figure 6.1: Un agujero de gusano tiene un efecto de lente divergente sobre la luz.

ecuación del físico indio Amal Kumar Raychandhuri para la expansión angular θ de una hypersuperficie ortogonal con congruencia nula, ecuación clave para el análisis de la cosmología relativista y los teoremas de singularidades en la segunda mitad del siglo XX,

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = -\frac{1}{2}\theta^2 - \sigma_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu} - R_{\mu\nu}n^\mu n^\nu, \quad (6.10)$$

donde λ es el parámetro afin; $\sigma^{\mu\nu}$ el tensor de distorsión. No aparece el tensor de vorticidad ω porque en nuestro caso el movimiento es radial. Al recorrer un agujero de gusano los rayos de luz primero convergen y luego divergen. Si queremos que θ aumente necesitamos que $d\theta/d\lambda > 0$. Esto ocurre si

$R_{\mu\nu}n^\mu n^\nu < 0$, pues los otros términos son negativos. Por las ecuaciones de campo

$$R_{\mu\nu}n^\mu n^\nu < 0 \implies T_{\mu\nu}n^\mu n^\nu < 0. \quad (6.11)$$

Pero $T_{\mu\nu}n^\mu n^\nu < 0$ significa que CEN es violada. Es la materia exótica la responsable de repeler los rayos de luz.

Referencias:[4, 34].

6.6 Agujeros de gusano transitables

Para volver transitable un agujero de gusano necesitamos que se cumplan los siguientes requisitos:

1. La solución debe obedecer las ecuaciones de campo de Einstein. Esto es, se asume que la teoría de la relatividad general es correcta.
2. El agujero debe tener un cuello que conecte dos regiones asintóticamente planas.
3. Debe estar ausente de horizontes, pues queremos un viaje ida y regreso.
4. Las fuerzas de marea deben ser pequeñas $\sim 1g$.
5. El viajero debe cruzar el agujero en un tiempo finito y no muy grande, del orden de años.
6. El tensor de energía-momento debe ser "físicamente razonable", con esto se quiere decir, que sea construible, cuya realización sea lograble desde la ingeniería.
7. La solución debe ser estable ante perturbaciones.
8. El agujero debe de ser creable, esto es, que su realización requiera mucha menos masa que la masa total del universo y mucho menos tiempo que la edad del universo.

Referencias:[22]

6.7 La propuesta de Thorne y Morris

Revisemos ahora una solución que sí es transitable.

En [22] tenemos para el intervalo la siguiente expresión:

$$ds^2 = -e^{2\Phi} dt^2 + \frac{dr^2}{(1 - b_0^2/r^2)} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (6.12)$$

que en el plano ecuatorial y para un tiempo fijo queda como

$$ds^2 = \frac{dr^2}{(1 - b_0^2/r^2)} + r^2 d\varphi^2, \quad (6.13)$$

donde b_0 es el radio del cuello, la garganta que todo agujero de gusano debe de tener.

Para visualizarlo le damos un tratamiento similar al de Schwarzschild, lo sumergimos en un espacio-tiempo plano de tres dimensiones y obtenemos para dz^1 :

$$dz = \pm \sqrt{\frac{b_0^2}{r^2 - b_0^2}} dr. \quad (6.15)$$

Substituyendo $r = b_0 \cosh(\theta)$ para integrar dz , encontramos que:

$$z = \pm b_0 \cosh^{-1}\left(\frac{r}{b_0}\right). \quad (6.16)$$

Concluimos que el agujero de gusano de Thorne y Morris se puede dibujar como una curva catenaria de revolución,

$$r = \pm b_0 \cosh\left(\frac{z}{b_0}\right). \quad (6.17)$$

[38]

Ya sabemos como pintarlo, ahora imponemos condiciones para que sea transitable.

No queremos horizontes y sabemos que cuando la componente temporal de la métrica se anula los tenemos

$$g_{00} \longrightarrow 0 \implies \exists \text{ horizonte.} \quad (6.18)$$

Pero, de 6.12 sabemos que se cumple

$$g_{00} \equiv -e^{2\Phi}. \quad (6.19)$$

¹Observamos que muy lejos del cuello

$$\frac{dz}{dr} \approx 0, \quad (6.14)$$

lo que significa que lejos del cuello la superficie es casi paralela a un plano perpendicular al eje axial del agujero.

Así que mientras Φ sea finita, $g_{00} \neq 0$, lo que hace posible viajes de ida y regreso. [22]

Sabemos que para $T^{\mu\nu} = 0$ tenemos la solución de Schwarzschild, la cual no es transitable. Esto implica que no se trabajará en el vacío. Las componentes del tensor de energía-momento, definidas en el sistema de un observador estático quedan

$$T_{tt} = \rho(r), \quad (6.20)$$

$$T_{rr} = -\tau(r), \quad (6.21)$$

$$T_{\theta\theta} = T_{\varphi\varphi} = p(r). \quad (6.22)$$

Donde $\rho(r)$ es la densidad de energía, $\tau(r)$ es la tensión por unidad de área medida en la dirección radial y $p(r)$ son las las presiones medidas en las direcciones angulares. [22]

La aceleración de marea está dada por la siguiente expresión

$$\Delta a^\alpha = R^\alpha_{\beta\mu\nu} u^\beta \xi^\mu u^\nu \quad (6.23)$$

que sale de considerar dos partículas separadas una distancia ξ cayendo en geodésicas. Sea $\xi \approx 2m$ (tamaño humano). Además es de tipo espacio. R_{k0k0} es función de Φ' y de Φ'' . Pedir que las aceleraciones de marea sean del orden de la gravedad terrestre ($|\Delta a| \leq 1g$), es poner condiciones al coeficiente métrico Φ . En sí, $\Phi' = 0$ cumple. [22]

El resultado que Thorne y Morris obtienen es que pedir aceleraciones pequeñas significa que se cumpla la siguiente desigualdad

$$|e^{-\Phi} \frac{d}{dt}(\gamma e^\Phi)| \leq g. \quad (6.24)$$

[22]

A su vez, encuentran para la tensión en el cuello:

$$\tau_0 = \frac{1}{8\pi G c^{-4} b_0^2} 5 \times 10^{11} \left(\frac{10m}{b_0}\right)^2, \quad (6.25)$$

si $b_0 \approx 3km$ tenemos que $\tau_0 \approx 10^{37} \frac{dyn}{cm^2}$, que es aproximadamente la presión en el centro de una estrella de neutrones. [22]

Para examinar las condiciones de energía definen una función adimensional

$$\zeta \equiv \frac{\tau - \rho}{|\rho|}, \quad (6.26)$$

y encuentran que para la vecindad de $r = b = b_0$, la vecindad del cuello o garganta, ocurre:

$$\zeta_0 \equiv \frac{\tau_0 - \rho_0}{|\rho_0|} \geq 0. \quad (6.27)$$

De esta última consideración surge el siguiente problema

$$\tau_0 > \rho_0. \quad (6.28)$$

Llamaremos a todo material que cumpla 6.28 exótico. Un observador a velocidades cercanas a la de la luz ($\gamma \gg 1$), ve una densidad de energía - proyección del tensor de energía-momento en el vector base temporal-

$$T_{0'0'} = \gamma^2 T_{tt} \pm 2\gamma^2 (u)^2 T_{tr} + \gamma^2 (u)^2 T_{rr} = \gamma(\rho_0 - \tau_0) + \tau_0 \quad (6.29)$$

Si γ es lo suficientemente grande la densidad de energía puede ser negativa para el observador. Tenemos así que la materia exótica viola la condición débil de energía. [22]

Ante esto podemos citar a Morris y Thorne "el descubrimiento de Hawking de los hoyos negros no rotantes se pueden evaporar, y correspondientemente, que sus superficies pueden disminuir (violando la segunda ley de la termodinámica de los hoyos negros), deja claro que en ciertos estados cuánticos el valor renormalizado del tensor de energía-momento viola todas las condiciones de energía". En muchas ocasiones detrás de una violación de las condiciones de energía se encuentra la creación cuántica de partículas. [22]

A veces se argumenta que la materia exótica macroscópica está prohibida porque la velocidad de propagación en el material exótico estaría dada por

$$|\tau/\rho|^{1/2} > 1, \quad (6.30)$$

que excede la velocidad de la luz. A manera de contrargumento se puede manifestar que en los plasmas la velocidad de grupo resultó mucho más complicada de lo previsto. Así que falta un estudio dinámico exhaustivo para respaldar el argumento anterior. [22]

Otra manera para disminuir el agravio de haber violado las condiciones de energía es explicar que con anterioridad se creía (por ejemplo Oppenheimer y Wheeler) que la siguiente condición era siempre válida

$$p \leq \rho/3. \quad (6.31)$$

Zel'dovich lo refuta en 1961 construyendo un caso explícito donde macroscópicamente se tiene [22]

$$p = \rho \quad (6.32)$$

Puesto que en todo sentido el uso de materia exótica es problemático, conviene minimizarla. Para hacer esto releguemos su uso a una pequeña región central $-l_c < l < +l_c$ alrededor del cuello; rodeando a su vez esta región con materia convencional. [22]

6.8 Del Agujero de gusano a la máquina del tiempo

Si los agujeros de gusano funcionan como atajos en el espacio-tiempo, uno podría pensar en cierto acomodo, análogo a la máquina de taquiones del primer capítulo, para generar una máquina del tiempo. Cruzar el primer agujero de gusano, esto es, transitar unos cuantos kilómetros, salir en las proximidades de Vega a una distancia de 26 años luz medida por el espacio exterior al agujero de gusano. Cambiar de sistema de referencia y atravesar un segundo agujero de gusano en movimiento respecto del primero, desde el cual, por la relatividad de la simultaneidad, nos podemos encontrar de regreso en la Tierra antes de haber salido.

Sin embargo, parece mucho más interesante estudiar el caso en que un sólo agujero de gusano deviene en máquina del tiempo.

Inicialmente una de las bocas, digamos la boca B , se encuentra en reposo en las cercanías de la boca A . Después B es acelerada y alcanza velocidades relativistas para después regresar a las cercanías de A . La boca B regresa "más joven". Un reloj que fuera en B marca menos tiempo que el que estuviera en A por efecto de dilatación del tiempo. El reloj en movimiento se ha alentado $\Delta T_A - \Delta T_B$. Ahora bien, este movimiento puede realizarse sin que el cuello del hoyo de gusano sufra cambio alguno. Si la distancia del cuello permanece aproximadamente igual, ambos relojes han permanecido prácticamente quietos el uno respecto del otro. Esto significa que un observador desde dentro del cuello del agujero verá que ambos relojes marcan el mismo tiempo, cuando, en comparación desde el espacio exterior se registra una diferencia de tiempo $\Delta T_A - \Delta T_B$. Si un viajero osa cruzar la boca B digamos al tiempo t_0 (evento p_0) de un agujero cuyo cuello sea muy pequeño

podrá salir al espacio exterior por la boca A (evento p'_0) en un tiempo $t_0 + \epsilon$. En principio ϵ puede ser tan chica como corto el cuello del agujero y grande la velocidad para transitarlo, entonces el viajero saldrá de A cuando el reloj en A marca aproximadamente el mismo tiempo t_0 . Pero el tiempo del reloj de A coincide con el tiempo que marca la boca B una vez que realizó el viaje relativista. Esto significa que el observador emergerá del agujero de gusano directo en el pasado, habiendo dado un brinco en el tiempo de $\Delta T_A - \Delta T_B$. Si el intervalo con que uno se adentra en el pasado es mayor que el tiempo necesitado por una señal luminosa para propagarse por el espacio exterior de la boca A a la boca B , en nuestro caso $\Delta T_A - \Delta T_B > L/c$, entonces el evento p'_0 yace en el pasado causal del evento p_0 , y decimos que las bocas yacen en la región de violación cronológica.²

Referencias: [10, 34, 32].

6.9 Dónde habitan los agujeros de gusano

En el libro "La estructura del universo a gran escala" tenemos los siguientes teoremas:

Teorema 1. En un espacio-tiempo Lorentziano, si existe una conexión de tipo tiempo entre superficies de diferente topología, entonces el interior del tubo conector contiene ccc.

Esto significa que cambios topológicos en una región acotada del espacio-tiempo establecen violaciones de la causalidad.

²También se puede conseguir un máquina del tiempo por efecto gravitatorio. Pensemos qué ocurre en un cohete acelerado que tenga un reloj en la cola y uno en la punta, que a cada segundo emitan un destello luminoso. Puesto que el cohete está acelerado, la velocidad ira en incremento. Respecto de un observador en el centro de la nave, el reloj de la punta avanza más rápido, pues el cohete intercepta los pulsos cortando la trayectoria. De manera opuesta, el reloj de la base corre más despacio, pues el pulso persigue la punta del cohete que se aleja cada vez más y más. Por el principio de equivalencia, los mismos efectos deben ocurrir en un campo gravitatorio. En la cima de una montaña el tiempo pasa más rápido que en la sima el valle. Ahora bien, para inducir un desfase temporal en las bocas de nuestro agujero de gusano, podemos aprovechar la curvatura inducida por los campos gravitatorios. El tiempo fluirá menos vivo en la boca más próxima a la interacción con una fuente de campo gravitacional. Así logramos un desfase temporal entre las bocas. Para tener una máquina del tiempo ya sólo se necesita llevar las bocas dentro de la región de violación cronológica.

Teorema 2. En cualquier espacio-tiempo estable de Lorentz, si existe un tubo conector tipo tiempo que conecte dos hipersuperficies entonces ambas tienen la misma topología.

Esto significa que la causalidad prohíbe cambios localizados de topología.

En espacio-tiempos causales bien comportados la topología del espacio no cambia como función del tiempo.

En espacio-tiempos causales mal comportados la topología del espacio puede cambiar como función del tiempo.

Todo esto nos lleva a lo que sigue: parece ser que con causalidad y espacio-tiempos clásicos no pueden haber cambios de topología. Entonces no se puede construir un agujero de gusano, en cuanto que implica hacer un cambio en la topología. Un agujero de gusano sólo podría existir habiendo nacido junto al universo. La aparición de agujeros de gusano, devengan o no en máquinas del tiempo, atenta contra la causalidad.

Ahora bien, que ocurre en universos no clásicos. Wheeler tenía la siguiente opinión

"Porque está en la esencia misma de la mecánica cuántica que todas las historias del campo contribuyan a la amplitud de probabilidad... no sólo puede contener (el universo cuántico) métricas conectadas de forma múltiple; debe de tenerlas". Wheeler estaba seguro de que

Fluctuaciones cuánticas de la métrica \implies Fluctuaciones de la topología del espacio-tiempo

Muchos otros autores no están tan seguros y en la actualidad todo apunta a que Wheeler se equivocó.

Referencias: [34].

6.10 Resumen: construcción de la máquina del tiempo

El instructivo para hacerse de una máquina del tiempo cuenta con tan sólo tres pasos.

Paso 1. Adquirir un agujero de gusano transitable.

Paso 2. Inducir una desfase temporal entre las bocas (la diferencia de tiempo entre las bocas definirá la capacidad de la máquina para viajar al pasado).

Paso 3. Volver a juntar las bocas. [34].

Empezando por el Paso 1, nada nos asegura que el instructivo sea realizable. No sabemos si existen agujeros de gusano, pero podemos pensar que, en principio, una civilización infinitamente avanzada podría encontrarlos (o inflar los pequeños agujeros de gusano de la "espuma" de Planck). Tampoco queda resuelto el asunto de la estabilidad [4], pues parece que el destino de un agujero de gusano es su colapso en hoyo negro o una permanente expansión inflacionaria como muestran numéricamente Shinkai y Hayward [31]. Ante esto un agujero de gusano rotando es mejor opción, aunque no el remedio, como señalan Matos y Nuñez [21].

Puesto que el espacio-tiempo puede ser curvo y múltiple conexo, la relatividad general alberga ccc. No hay palabras últimas sobre su existencia física mientras no tengamos una teoría consistente de la gravitación cuántica.

Capítulo 7

Paradojas

7.1 Paradojas

*Zénon! Cruel Zénon! Zénon d'elée!
M'as-tu percé de cette flèche ailée
Qui vibre, vole, et qui ne vole pas!
Le son m'enfante et la flèche me tue!
Ah! le soleil... quelle ombre de tortue
Pour l'ame, Achille immobile á grands pas!*
P. Valery

Uno de los aspectos más formidables de la teoría de la relatividad general es que la curvatura del espacio-tiempo y la presencia de topologías no triviales, permiten la existencia de curvas cerradas causales (ccc). Asociados a los viajes en el tiempo encontramos situaciones paradójicas. Estas paradojas pueden ser de dos tipos:

1. Paradojas causales.
2. Paradojas de bucle.

Permítaseme ilustrar las paradojas causales con un ejemplo:

Un aventurero del tiempo encuentra y mata a su yo del pasado, impidiendo así el viaje en el tiempo y el asesinato. Puesto que el asesinato no ocurre, el viajero se adentra en la máquina del tiempo y mata a su yo del pasado, etc. etc. etc.

Dadas unas condiciones iniciales el sistema evoluciona. Localmente, el desarrollo hacia el futuro del sistema es consistente, es decir, está limpio de contradicciones. El sistema sigue su línea de mundo, como ésta es cerrada, en algún momento los eventos futuros influyen los eventos pasados. Si llega a ocurrir que el evento futuro implica una modificación en las condiciones iniciales, decimos que ha surgido una paradoja causal. El sistema localmente consistente, es, no obstante, globalmente inconsistente.

Podemos reformular las paradojas causales en términos de billares en el tiempo. Regresemos a nuestro billar con dos buchacas A y B donde A es la entrada y B la salida de una máquina del tiempo. La partícula viaja y se embuchaca en A , sale al pasado por B , colisiona consigo misma, desviándose lo suficiente como para impedir que la partícula del pasado entre en la buchaca A . Puesto que la partícula no entra en la máquina del tiempo nunca colisiona con la partícula del pasado, esto implica que la partícula sí entra por A , saliendo al pasado por B y colisionado con la partícula del pasado, etc. etc. etc. Con este ejemplo recuperamos íntegramente la paradoja causal del suicidio sin meternos en problemas adicionales como el libre albedrío. Véase la figura 7.1.

Prosigamos a ilustrar las paradojas de bucle.

Emocionado con el tema de una fuga, un aventurero viaja al pasado para dar con el compositor, digamos Bach. Luego de dar sus respetos, el viajero insiste en escuchar la fuga interpretada por el mismo autor. Bach se declara ignorante respecto a la fuga que el viajero demanda. Entonces el aventurero toca el tema en el clavecín del maestro. Bach queda prendado del tema y decide encerrarse a componerle una fuga.

La paradoja está en la identidad del creador del tema. ¿Quién compuso el tema? No fue Bach, puesto que él se lo escuchó al viajero. Tampoco fue el viajero, pues el lo aprendió de las partituras de Bach. El origen del tema es un misterioso suceso en el espacio-tiempo. Nunca fue creado, nunca será destruido. Y, por más perpleja y paradójica que parezca la situación, no alberga contradicción lógica y "física" alguna, las paradojas de información son sólo paradojas en apariencia. El tema de la fuga vive encerrado en un bucle consistente y fuera del sentido común. Es así, que de existir ccc, debemos estar preparados a admitir que no toda la información tiene un origen. Para algunos autores el problema no es muy diferente de por ejemplo

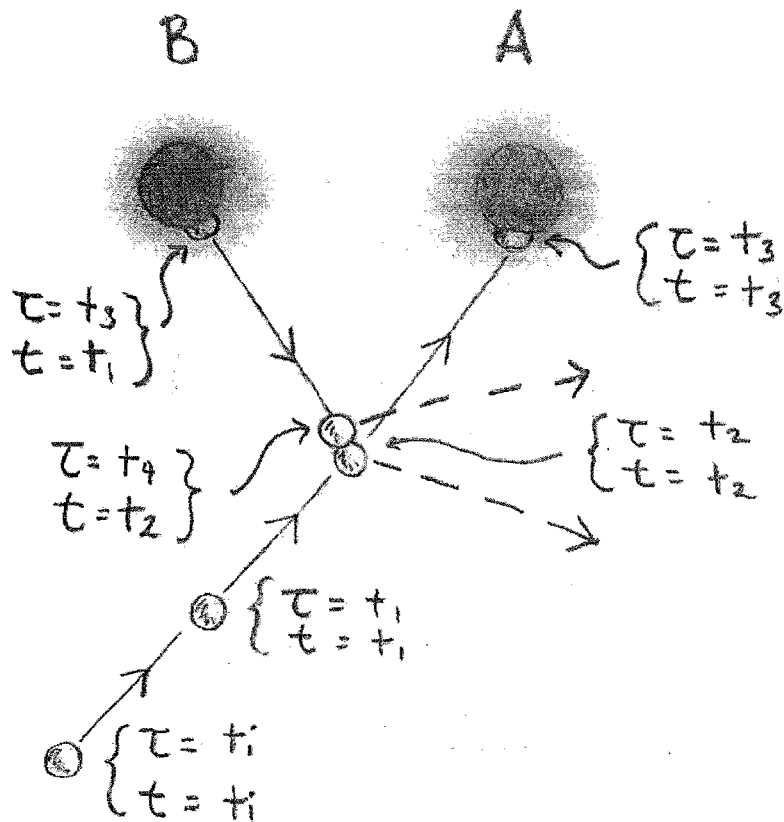


Figure 7.1: Paradoja causal en términos de billar clásico. Una partícula viaja en el tiempo y previene que su doble del pasado viaje en el tiempo albergando una situación contradictoria.

el inicio del universo o el profundo y original inicio de cualquier cosa.

Un problema parecido se encuentra cuando uno analiza el conocimiento en general. Mi tía, por ejemplo, desde la década de los 80 hasta un día del 2007, vivió creyendo en un concepto que terminó siendo no más que un simple error de traducción. El concepto de mi tía ¿quién lo creó? No fue ella pero tampoco el autor - el conocimiento es social -. La diferencia con las verdaderas paradojas de información es, que en éstas, la información no tiene un origen. En cambio, en la paradoja del concepto de mi tía, la información sí tuvo un origen, en su cerebro. Exactamente igual que cuando un error en la replicación de la información genética crea una mutación, esta mutación no vino ni se dio en la nada.

Permítaseme ahora crear otra imagen:

Despechado por la expulsión del paraíso Adán busca venganza. Para esto, reingresa al cielo por un extraño rizoma (máquina del tiempo) y se dirige al árbol del conocimiento a cuya sombra descansan los hijos pródigos de la creación. Maliciosamente, y disfrazado de serpiente, Adán le entrega a Eva la manzana que fue causa de su expulsión. Eva le lleva la manzana al otro e inocente Adán que la come presa de la tentación.

La pregunta ahora es por la naturaleza de la manzana. No es fruto del árbol, pues a Eva se la otorgó el Adán terrorista, mientras que el Adán inocente la recibió de Eva. Así tenemos una manzana que nadie creo, una manzana sin nacimiento ni origen, un objeto auto-existente.

Pero revisemos bien la historia de la manzana bajo la mirada de Heráclito y la termodinámica. Supongamos que la manzana que Eva da a Adán está verde. Luego, cuando dios se da cuenta del percance, la manzana ya es roja madura. Para cuando Adán logra descubrir la puerta (máquina del tiempo) que lo regresa al paraíso, la manzana ya está pasada, caduca, podrida y es esta la manzana que entrega a Eva. Lo que en realidad ocurre es que las situaciones con objetos auto-consistentes devienen en paradojas causales. El tiempo pasa, los objetos no pueden ser nunca los mismos, no pueden coincidir con su situación inicial. Para existir en un bucle eterno el objeto tendría que no envejecer. Mientras un objeto envejezca es claro que no puede ser un objeto auto-existente.

En resumen, la existencia de objetos auto-existentes implica una paradoja causal. Por otra parte la información auto-existente - o cualquier otra entidad

que no envejezca-, no conforma ningún problema de causalidad, simplemente se mantiene como una entidad bizarra, sin origen ni final, cautiva por la eternidad en un bucle paradójico.

Referencias: [34, 7, 19, 28].

Capítulo 8

Las 4 Vías

Hasta ahora hemos visto que la física permite una discusión seria sobre las máquinas del tiempo y que las paradojas en que un viajero temporal puede sumergirse son uno de los argumentos más fuertes a favor de su imposibilidad. Este capítulo está destinado a revisar cómo responde la física a esta situación.

8.1 Conjetura de la reescritura radical

Una posibilidad cuando se enfrenta el extraño y bizarro mundo que originan las máquinas del tiempo es aceptarlo sin reservas. Abrazar todos los efectos que los viajes en el tiempo impliquen y abandonar el entendimiento causal hasta ahora construido. El conjunto de ideas que intenta reconstruir el edificio de la física desde sus cimientos, incluyendo viajes en el tiempo, se denomina "conjetura de la reescritura radical".

Conviene señalar que en toda la literatura no encontré ni un sólo autor adscrito en esta postura. Esto no es extraño si consideramos que no existe ni un sólo hecho o evidencia empírica que sustente dicha posibilidad. Por lo que todo lo que se diga desde esta conjetura resulta gravemente hipotético.

Para lidiar con las paradojas de bucle; objetos auto-existentes y otras quimeras, y las paradojas de consistencia; entidades con más de una historia, debemos pedir al universo la posibilidad de múltiples líneas del tiempo. La noción ordinaria de espacio-tiempo como una variedad diferenciable Hausdorff resulta inadecuada para dicha empresa.

Referencias: [34]

8.1.1 Hausdorff o no-Hausdorff

Definición: una topología es Hausdorff si y solo si para cualesquiera dos puntos distintos $x \neq y$ existen dos vecindades abiertas O_x y O_y tales que si $x \in O_x$ y $y \in O_y$ entonces $O_x \cap O_y = \emptyset$. Una manera de conseguir topologías no Hausdorff es construyendo el siguiente conjunto

$$\bar{X}_n = [X - \bar{\Omega}] \bigcup [U_{i=1}^N \bar{\Omega}_i], \quad (8.1)$$

donde

$$\bar{\Omega} \equiv \text{la cerradura de } \Omega, \quad (8.2)$$

$$\partial\Omega = \bar{\Omega} - \Omega. \quad (8.3)$$

Primero se quita la cerradura del conjunto después se reemplaza por n copias de la misma. Así obtenemos una topología no Hausdorff para todo $x \in \partial\Omega_i$ con $i = 1, 2, \dots, N$, pues podemos encontrar vecindades abiertas que contengan elementos disímiles pero su intersección sea no vacía.

Físicamente, una variedad no-Hausdorff puede ser arbitrariamente complicada y sin embargo, localmente, permanecer bien comportada dentro de pequeños "parches".

Pongamos el caso de un viajero del tiempo que al momento x que da un paso fuera de la máquina y arriba a su pasado, ingresa en una nueva línea del tiempo, inaugurando una nueva historia y dejando atrás el universo de donde partió. Las distintas historias son independientes salvo porque comparten una región asintótica. Entonces resulta que el tratamiento no-Hausdorff es bueno para lidiar con las múltiples historias dentro de un cosmos que acepta viajes en el tiempo. Sin embargo, conviene resaltar que una topología no-Hausdorff no implica por ella misma la existencia de viajes en el tiempo. De manera análoga, las máquinas del tiempo no obligan a usar variedades con topología no-Hausdorff.

Estamos cuestionando la idea de que el presente tiene una historia pasada única y fija, pues en un espacio-tiempo no-Hausdorff existen puntos en las coincidencias del enramado de los universos. Resulta difícil entender desde esta perspectiva cómo se podría recuperar la noción de predictibilidad, así como cualquier descripción retroactiva. Peor aún, esta concepción vuelve inseguro el universo para los historiadores ya que indetermina la noción de "historia única".

Referencias: [34]

8.2 Conjetura aburrida

Los físicos nombran así a la idea de que los viajes en el tiempo son simple y llanamente imposibles. El adjetivo de aburrido viene de que sólo hace falta agregar algún postulado *ad hoc* a la teoría de la relatividad general con el que se excluya la existencia de curvas cerradas causales.

En mi opinión creo que filosóficamente no tiene nada de aburrido esta conjetura, pues se está diciendo que el *Mundo* es de manera tal que el tiempo fluye sin bucles.

Popper dice que,

"una solución *ad hoc* no es satisfactoria, pero mientras no se modifiquen las ecuaciones para excluir las soluciones con ccc, se puede depender del *principio de conexión ininterrumpida de las líneas de mundo: cualquier observador (sistema inercial) puede en cualquier momento, iniciar un registro (pista causal); hacer anotaciones sucesivas en dicho registro, y disponer la conservación del registro durante cualquier periodo de tiempo finito*. Adoptándose este principio, cualquier sistema inercial cuya línea de mundo sea cerrada, lleva a una contradicción; porque la existencia de dicha línea (que por razones de coherencia debe ser infinita y absolutamente repetitiva), entrañaría la destrucción de cada uno de los registros, de lo contrario, la pista no sería repetitiva sino que se enriquecería en cada renovación del itinerario... La adopción de un principio así - que es plenamente satisfactorio para la noción del tiempo del sentido común -, implica que es la estructura temporal la que determina la disposición de la energía y momento en este mundo. Otra posibilidad menos *ad hoc* es la introducción de un principio indeterminista, pues así se elimina toda cosmología capaz de albergar curvas cerradas causales." [26]

Insisto, no veo nada de aburrido en decir que puesto que el mundo es indeterminista y el futuro está abierto, los viajes en el tiempo son irrealizables, debilitando además, una visión idealista del tiempo.

Aceptar la conjetura aburrida, significa abolir todos los mecanismos que devengan en máquinas del tiempo. Para erradicar los agujeros de gusano transitables bastaría con pedir un estricto cumplimiento en las condiciones de energía, pero entonces quedaríamos en una posición incómoda respecto de resultados como el efecto Casimir, o el caso plausible de agujeros transitables sin región de violación cronológica y, por si fuera poco, existen regiones

con violación cronológica, como el universo de Gödel, donde no hay violación de las condiciones de energía. También se puede pensar en pedir la no existencia de cuerdas cósmicas o la trivialidad en la topología. Sin embargo, existe violación cronológica en regiones de universos con topología trivial (como es el caso en el espacio-tiempo de Van Stockhum). Para exterminar los viajes en el tiempo se necesitan postulados adicionales y no queda claro como deberían formularse. Según Visser [34] posiblemente tengamos una buena oportunidad si consideramos la conjetura aburrida como un corolario de la versión fuerte de la conjetura de censura cósmica. En la versión de Penrose de la conjetura fuerte de la censura cósmica, tenemos la siguiente concatenación:

conjetura fuerte de la censura cósmica

\Updownarrow

espacio-tiempo globalmente hiperbólico

\Updownarrow

causalidad fuerte

\Updownarrow

\exists función global de tiempo

En este caso la conjetura aburrida hereda todos los problemas que la conjetura fuerte de censura cósmica alberga.

Referencias: [34, 26]

8.3 La conjetura de la protección cronológica

¿No tendría que automáticamente destruirse un agujero de gusano en cuanto una civilización arbitrariamente avanzada (CAA) lo intentara convertir en máquina de tiempo? Pues en cuanto las bocas se acerquen y se cruce el cono de luz, formándose geodésicas nulas cerradas, la radiación se sumará así misma reforzándose. Lo que es más, en cada vuelta cada fotón será

todavía más energético, corrido al azul debido al efecto Doppler, producto del movimiento relativo entre las bocas. Así, lo que empieza como una cantidad arbitrariamente pequeña de energía resulta en la creación de un haz letal de radiación con suficiente energía como para colapsar el agujero de gusano.

Lo que realmente ocurre es que cada vez que el haz de radiación pasa a través del agujero de gusano, la geometría de éste lo hace divergir. La energía se dispersa, así que sólo una minúscula parte de ella reentra en la boca y viaja al pasado para sumarse así misma. Cálculos [32] corroboran que el haz final no es lo suficientemente fuerte como para alterar la curvatura del espacio-tiempo al grado de destruir el agujero de gusano.

Un cálculo análogo para las fluctuaciones electromagnéticas del vacío no ofrece la misma solución, pues a pesar del efecto de lente divergente del agujero de gusano, las fluctuaciones resultan atraídas, logrando entrar en la boca y viajando de regreso en el tiempo de manera que se apilan sobre sí mismas hasta formar un intenso haz de energía. Letal o no es la siguiente pregunta. El razonamiento de Thorne [32] fue el siguiente, el haz es sólo infinitamente intenso por un periodo infinitesimal de tiempo centrado en el horizonte de Cauchy, esto es, cuando el agujero deviene en máquina del tiempo. Ahora bien, las leyes de la gravitación cuántica, en su estado incompleto, aparentan decir que no existe un lapso infinitesimal de tiempo. Las fluctuaciones de la curvatura del espacio-tiempo vuelven carente de sentido tiempos por debajo del tiempo de Planck $10^{-43}s$. Sin un antes y después pareciera que no tiene sentido hablar de la evolución de las fluctuaciones, así que durante un intervalo de duración $10^{-43}s$ centrado en el instante en que la máquina de tiempo se forma debe haber un corte en el crecimiento de las fluctuaciones. Como resultado de este corte el haz queda mermado y es incapaz de destruir el agujero. La perturbación de la métrica queda del orden de $10^{-35}cm$ lo cuál está muy lejos de $10^{-19}cm$ que es el máximo valor que podemos detectar. La respuesta no se hizo esperar, en 1991 se publica el artículo de S.W. Hawking titulado "La conjetura de protección cronológica" [15]. Hawking coincide en que habrá un corte llegando a la escala de Planck, pero pregunta: ¿según el tiempo de quién? No se puede esperar que el corte involucre el tiempo de un observador cualquiera. Hawking utiliza como marco las propias fluctuaciones. Esto implica que el corte ocurre cuando la distancia invariante al horizonte es del tamaño de la longitud de Planck. Hawking encuentra que cuando se da el corte, a un tiempo de $10^{-95}s$ según el observador en reposo respecto del agujero de gusano, las perturbaciones en la métrica quedan del orden de 1, esto cambia por completo el espacio-tiempo, presumiblemente

hace imposible poder cruzar el horizonte de Cauchy para alcanzar la región de curvas cerradas causales y viajar en el tiempo. La perturbación podría o bien generar un efecto repulsivo gravitacional que prevendría que el espacio-tiempo se deformase lo suficiente para abrigar ccc, o por el contrario, un efecto atractivo que colapsaría al espacio-tiempo en una singularidad. Concluye de la siguiente manera: "Parece, pues, que hay razones teóricas para creer en la conjetura de protección cronológica: Las leyes de la física previenen la aparición de curvas cerradas causales."

El artículo de Hawking [15] tiene más alcance que el solo hecho de desvirtuar máquinas del tiempo basadas en agujeros de gusano, pues muestra que ccc no pueden ser creadas en espacio-tiempos asintóticamente planos y libres de singularidad si la condición débil de energía no es violada. Lo cuál disminuye la importancia de la creación de máquinas del tiempo utilizando sistemas con densidad de energía positiva, ya que en este caso tendríamos singularidades y todo apuntaría a que las ccc quedarían escondidas detrás de un horizonte de sucesos.

Li, Xu y Liu señalan, en 1993, que aunque el valor esperado del tensor de energía-momento del vacío diverja en el horizonte de Cauchy no significa que se haya impelido la formación de ccc, porque el tensor sólo diverge en el horizonte mientras que es bien comportado en la región que contiene ccc; además la divergencia no asegura la destrucción del horizonte, sólo muestra que, cerca de él, debe de considerarse un efecto gravitatorio cuántico (que aún no conocemos con plenitud).

Referencias: [15, 34, 32, 39, 9]

8.3.1 Agujeros de anillo

Pedro F. Gonzales-Díaz trabaja, en un artículo de 1996 [12], la posibilidad de fabricar máquinas del tiempo a partir de agujeros de gusano con simetría toroidal. Los resultados son bastante interesantes. A diferencia del efecto de lente divergente que encontramos en los agujeros de gusano esféricos, los agujeros de anillo muestran, según la región, comportamiento de lente divergente más también de convergente. Así mismo, las regiones de materia exótica pueden ser ubicadas de manera tal que un viajero que quisiera atravesar el agujero de anillo podría recorrerlo sin encontrarse con densidades negativas de energía en ningún momento. Se encuentran dos estados polarizados de la energía de vacío, uno positivo y otro negativo del lado contrario

del horizonte. El horizonte angular cerca del cuello del agujero se comporta como una membrana de un sólo sentido, lo que presumiblemente conduce a que los modos polarizados se vean atrapados, anulándose mutuamente; de esta manera, las fluctuaciones cuánticas de energía de vacío son presuntamente incapaces de destruir el agujero de anillo y prevenir la formación de la máquina de tiempo.

8.3.2 Anillo "Romano"

En 1997 Matt Visser introduce una configuración de agujeros de gusano transitables, nombrada el anillo de Roman¹, en el que el valor del tensor de energía-momento del vacío puede volverse arbitrariamente pequeño.

El anillo está formado por N agujeros de gusano idénticos y en reposo, caracterizados por un brinco en el espacio de ΔL y un desfase ΔT en el tiempo, donde $\Delta T \ll \Delta L$. La distancia exterior que separa a una de las bocas de la boca del agujero próximo es Δl . Se quiere que el viaje que lleva de la salida de un agujero a la entrada de otro, sea mucho menor que la distancia salteada por haber atravesado el agujero, es entonces que se cumple $\Delta l \ll \Delta L$. El intervalo considerando una geodésica que transita por un agujero es $\Delta s_1^2 = \Delta L^2 - \Delta T^2 \gg 0$. A su vez el intervalo considerando una geodésica que envuelve el arreglo poligonal en conjunto puede volverse fácilmente de tipo tiempo, pues la distancia espacial total puede ser cero. Cada agujero es individualmente bien comportado, mientras que el anillo como tal puede ser llevado tan cerca como se quiera de la formación de ccc. Sin entrar en más detalles se muestra que el valor de expectación del tensor de polarización del vacío tiende a cero conforme más y más agujeros se incorporan al anillo. Inclusive en la garganta del agujero, cuando el sistema alcanza el horizonte de confianza (la zona en que la gravitación cuántica semi-clásica deja de ser confiable pues el sistema se hunde en la escala de Planck), tenemos que si el número de agujeros tiende a infinito, el valor de expectación del tensor se acerca a la nulidad. Este arreglo sirve de contraejemplo a una formulación de la conjetura de protección cronológica en términos de la región de confiabilidad y de la gravitación cuántica semi-clásica. Así, una medida física que nos libere de las "aberraciones" que conllevan las máquinas de tiempo deberá estar dada en términos de una teoría completa de la gravitación cuántica.

¹Roman fue el que se percató que los agujeros de gusano transitables de Morris y Thorne devenían en máquinas del tiempo. El juego de palabras "Roman ring" se pierde en la traducción.

Para los detractores de la conjetura de protección cronológica, este ejemplo puede tomarse como una reivindicación de existencia de las máquinas del tiempo. Para aquellos que la apoyan, el anillo de Roman es el argumento por el cuál si la conjetura de protección cronológica es cierta, debe serlo en el contexto de una teoría más desarrollada de la gravitación cuántica.

Referencias: [36].

8.4 Principio de auto-consistencia

Supongamos que un viajero temporal quiere modificar su presente para lo cual regresa al pasado. Justo cuando va a cambiar la historia - así como el ángel detiene la mano asesina de Abraham -, una situación repentina propicia la sucesión de eventos que desembocan en el exacto futuro del que el viajero quería escapar. Este pequeño relato motiva la idea del principio de auto-consistencia.

Las únicas soluciones que pueden existir localmente en el universo real son aquellas globalmente auto-consistentes. Esto significa que los eventos dentro de una misma curva causal cerrada deben influir unos con otros, local y globalmente, de manera consistente. Así los viajes temporales son posibles y están limpios de contradicciones causales.

Ya vimos que las paradojas generadas por los viajes en el tiempo son de dos tipos, causales y de bucles. Las paradojas causales quedan excluidas por el principio de auto-consistencia. Analicemos ahora la situación de las paradojas de bucle. Las paradojas de bucle implican la existencia de objetos auto-existentes e información auto-existente. Si formulamos el principio de auto-consistencia en términos de que las soluciones de **todas** las leyes de la física deben de ser local y globalmente consistentes, queda claro que los objetos auto-existentes están estrictamente prohibidos, puesto que todo cambio en la entropía vuelve el bucle inconsistente. Para ver esto supongamos que el objeto auto-existente es, por simplicidad, un ente perecedero, digamos una manzana. La termodinámica implica que conforme transcurre el tiempo propio del objeto su entropía crece. En el caso de la manzana esto se reduce a que la manzana madura y caduca, por lo que es imposible que se mantenga por siempre en el bucle. Así aunque regresa en el tiempo el objeto cambia, no es la mismo. Otro ejemplo más. Si en el conjunto de leyes que debe ser satisfecho consistentemente incluimos las leyes genéticas, entonces ningún vi-

ajero puede convertirse en su propio padre o madre o ambos. Así, gracias al principio de auto-consistencia, se pueden prevenir una serie de situaciones y objetos bizarros, manteniendo la posibilidad de viajar en el tiempo.

No existe un análisis similar para la información auto-existente, por lo que aún habiendo reformulado el principio de auto-consistencia estas identidades paradójicas pueden existir y el sentido común no queda a salvo. Aquel que no esté dispuesto a aceptar información auto-creada, auto-existente, debe poner sus esperanzas en la imposibilidad de las máquinas del tiempo, esto es, en la conjetura de protección cronológica o en la conjetura aburrida.

Referencias: [34]

8.4.1 El principio de auto-consistencia como implicación del principio de mínima acción

Es común encontrar a I. Novikov como el principal representante del principio de auto-consistencia. En el artículo [5], se sugiere que el principio de auto-consistencia no es un postulado extra de la física, sino se puede entender como una implicación del principio de mínima acción. La idea es trabajar con una máquina del tiempo con base en un agujero de gusano, definir globalmente de forma consistente los parámetros de un billar clásico donde la interacción de la partícula consigo misma es modelada con un potencial V , y verificar si hay valores de los parámetros para los cuales la acción total evaluada a lo largo de la trayectoria tiene un mínimo. Este análisis implica que la única posible trayectoria clásica para la cual la acción es mínima es globalmente auto-consistente. Retomemos intacto el billar definido en el capítulo 5, véase la figura 8.1, donde las buchacas que eran la entrada y salida de la máquina del tiempo son ahora las bocas de un agujero de gusano. La acción total está dada por la suma de la acción en las diferentes etapas,

$$S = \frac{m}{2} \int_{t_i}^{t_1} dt \dot{\vec{r}}_1^2(t) + \frac{m}{2} \int_{t_1+t^*}^{t_f} dt \dot{\vec{r}}_2^2(t) + \int_{t_1}^{t_1+t^*} dt \left\{ \frac{m}{2} \dot{\vec{r}}_1^2(t) + \frac{m}{2} \dot{\vec{r}}_2^2(t) - V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \right\}, \quad (8.4)$$

donde

$$\vec{r}_1(t_1 + t^*) = \vec{r}_a \quad \text{y} \quad \vec{r}_2(t_1) = \vec{r}_b. \quad (8.5)$$

Procedamos a resolver por separado.

Etapas I y III. Denotando con S_1 y S_2 las correspondientes acciones de las

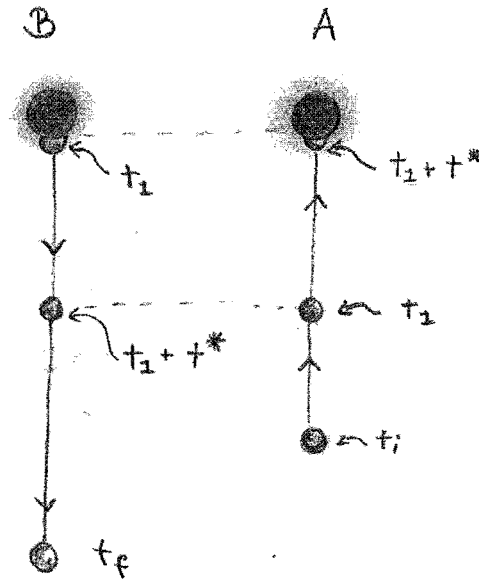


Figure 8.1: Máquina del tiempo en billar clásico.

etapas I y III tenemos

$$\frac{dS_1}{dr_1} = 0 \implies m\ddot{r}_1 = 0, \quad (8.6)$$

$$\frac{dS_2}{dr_2} = 0 \implies m\ddot{r}_2 = 0. \quad (8.7)$$

Interpretamos estas ecuaciones como descripciones de movimiento rectilíneo uniforme.

Etapa II. En la acción de la etapa II S_{12} , debemos involucrar la interacción de la partícula consigo misma:

$$\frac{dS_{12}}{dr_1} = 0 \implies m\ddot{r}_1 = V'(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \frac{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}, \quad (8.8)$$

$$\frac{dS_{12}}{dr_2} = 0 \implies m\ddot{r}_2 = -V'(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \frac{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}. \quad (8.9)$$

En general, para un potencial dependiente de la posición, ya no tenemos un movimiento lineal. Redefinamos

$$\vec{R} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 \quad y \quad \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1. \quad (8.10)$$

Sumando 8.8 y 8.9 obtenemos

$$m\ddot{\vec{R}} = 0 \implies \dot{\vec{R}} = \vec{U} \equiv \text{constante.} \quad (8.11)$$

Restando 8.8 y 8.9 obtenemos

$$m\ddot{\vec{r}} = -2V'\hat{r} \implies \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + 2V = E \equiv \text{constante.} \quad (8.12)$$

El lado derecho de 8.11 es la ley de conservación del momento, mientras que el consecuente de 8.12 no es sino la ley de la conservación de la energía, para las dos partículas.

El análisis depende ahora del potencial que consideremos, escojamos pues, un potencial de corto alcance. Despreciando la interacción de las partículas a lo largo de la etapa 2 salvo por un instante: la posible colisión, que asumimos será (como buenas bolas duras de billar) elástica. Además pedimos que se cumpla

$$V[r(t_1 + t^*)] = V[r(t_1)], \quad (8.13)$$

que tiene como implicación

$$[\dot{r}_1(t_1 + t^*)]^2 = [\dot{r}_2(t_1)]^2, \quad (8.14)$$

cuyo significado es que la energía de la partícula entrando a la máquina por la boca A, es la misma que la energía de la partícula saliendo de la máquina por la boca B. La condición de que la energía de la partícula a la entrada y salida del agujero de gusano se conserva es identificada por Kip Thorne como una de las "reglas de transversibilidad" en agujeros de gusano. Ahora nos resta reconocer que para valores iniciales y finales fijos y la condición de cruzar una vez el agujero de gusano, nos quedan dos posibles opciones:

1. Trayectorias sin auto-colisión. Donde el movimiento de la partícula 1 es lineal desde su posición inicial en t_0 hasta su entrada en el agujero al tiempo $t_1 + t^*$. Así mismo el movimiento de la partícula 2 es lineal desde su salida de la máquina al tiempo t_1 hasta su posición final en t_f .

2. Trayectorias con auto-colisión. Es idéntico, en cuanto lineal, al caso anterior en las etapas 1 y 3. En la etapa 2 el movimiento de las partículas es lineal salvo por el instante de la colisión que sucede en la posición

$$r_1(t_c) = r_2(t_c) \equiv r_c, \quad (8.15)$$

donde

$$t_1 < t_c < t_1 + t^*. \quad (8.16)$$

Obviamente la dirección del movimiento antes y después del choque cambia.

Trayectorias sin auto-colisión

Las ecuaciones 8.6, 8.7, 8.8 y 8.9 describen el movimiento completo del sistema, con condiciones a la frontera

$$\vec{r}_1(t_i) = \vec{r}_i \quad \text{y} \quad \vec{r}_2(t_f) = \vec{r}_f \quad (8.17)$$

y tienen como soluciones las siguientes trayectorias lineales

$$\vec{r}_1(t; t_1) = \frac{(t - t_i)\vec{r}_a + (t_1 + t^* - t)\vec{r}_i}{(t_1 + t^* - t_i)}, \quad (8.18)$$

$$\vec{r}_2(t; t_1) = \frac{(t_f - t)\vec{r}_b + (t - t_1)\vec{r}_f}{(t_f - t_1)}. \quad (8.19)$$

Procedamos ahora a realizar el cálculo variacional. La acción sólo depende del parámetro t_1 y de los términos cinéticos,

$$S_{\text{sac}} = \frac{m}{2} \left[\frac{(\vec{r}_a - \vec{r}_i)^2}{(t_1 + t^* - t_i)} + \frac{(\vec{r}_f - \vec{r}_b)^2}{(t_f - t_1)} \right]. \quad (8.20)$$

La variación de S con respecto a t_1 nos devuelve la condición 8.14, que tiene como solución para t_1

$$t_1 = \frac{[t_f \pm (t_i - t^*) \left(\frac{\vec{r}_f - \vec{r}_b}{\vec{r}_a - \vec{r}_i} \right)]}{[1 \pm \left(\frac{\vec{r}_f - \vec{r}_b}{\vec{r}_a - \vec{r}_i} \right)]}. \quad (8.21)$$

Para respetar la condición impuesta en el capítulo 4,

$$t_i < t_1 < t_f - t^*, \quad (8.22)$$

tomamos el signo positivo en 8.21. Sustituyendo en las soluciones 8.18 y 8.19 logramos finalmente la forma explícita de las trayectorias:

$$\vec{r}_1(t) = \vec{r}_i + [(\vec{r}_f - \vec{r}_b) + (\vec{r}_a - \vec{r}_i)] \frac{(t - t_i)}{(t_f - t_i + t^*)}, \quad (8.23)$$

$$\vec{r}_2(t) = \vec{r}_f + [(\vec{r}_f - \vec{r}_b) + (\vec{r}_a - \vec{r}_i)] \frac{(t - t_f)}{(t_f - t_i + t^*)}. \quad (8.24)$$

El punto t_1 (8.21) es un punto estacionario mínimo, como lo muestra la siguiente ecuación

$$\frac{d^2 S_{\text{sac}}}{dt_1^2} = \frac{m}{2} \left[\frac{(\vec{r}_a - \vec{r}_i)^2}{(t_1 + t^* - t_i)^3} + \frac{(\vec{r}_f - \vec{r}_b)^2}{(t_f - t_1)^3} \right] > 0. \quad (8.25)$$

Se concluye que dadas las condiciones iniciales y finales de un billar clásico sujeto a una máquina del tiempo con base en agujero de gusano y sin auto-colisiones, la única solución globalmente auto-consistente se encuentra como una derivación del principio de mínima acción. [5]

El caso para trayectorias con auto-colisión es un poco más complejo, el lector puede encontrarlo detalladamente en la referencia [5]. Basta con señalar aquí la conclusión: se prueba que el modelo de una partícula constreñida a atravesar una máquina del tiempo con base en un agujero de gusano y una auto-interacción vía un potencial del tipo "hard-sphere" tiene un conjunto completo de trayectorias clásicas globalmente auto-consistentes que pueden encontrarse simplemente aplicando el principio de mínima acción. Véase la figura 8.2.

Referencias:[5, 32].

8.4.2 Otro enfoque

Hrvoje Nikolic trata el problema de manera un tanto distinta [23]. Declara que las paradojas causales son un artificio creado a partir de una identificación errónea entre la coordenada relativista temporal y el *tiempo físico* dado por la flecha temporal de origen termodinámico.

Sea $s(x)$ la densidad de entropía definida en cualquier región del universo. En forma relativista defínase la flecha temporal como el gradiente de s

$$t_\mu = \partial_\mu s. \quad (8.26)$$

Se procede a descomponer el vector t_μ en sus componente paralela y perpendicular a la línea de mundo

$$t_\mu = t_\mu^\perp + t_\mu^\parallel, \quad (8.27)$$

donde el vector t_μ^\parallel define la orientación local de la curva. Es por esto que el tiempo físico, la flecha del tiempo viene descrita por t_μ^\parallel .

De 8.27 y 8.26 la integral de cualquier curva cerrada es cero

$$\oint dx^\mu t_\mu^\parallel = 0. \quad (8.28)$$

El gradiente es irrotacional, una curva cerrada no puede tener una orientación física temporal global. El autor argumenta que sin una dirección

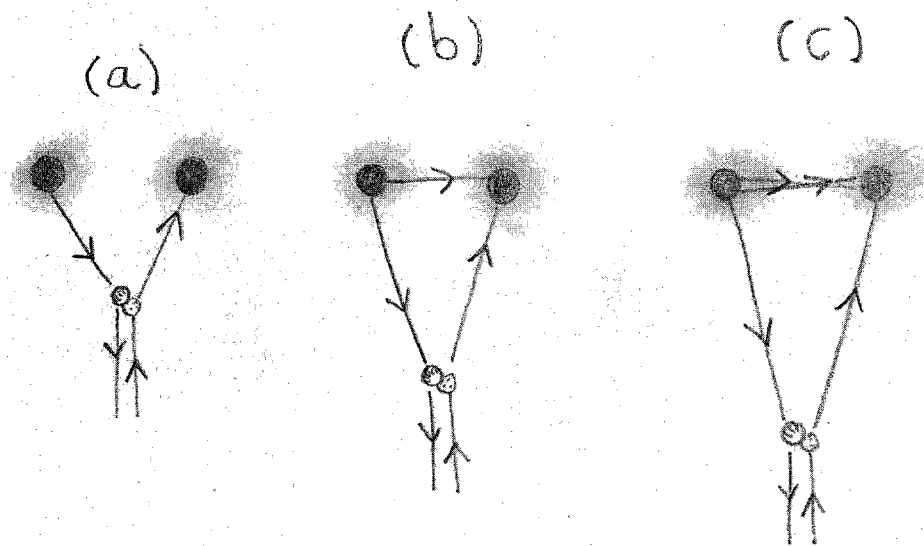


Figure 8.2: Existen infinitas trayectorias con las mismas condiciones iniciales que satisfacen las leyes clásicas de la física. Tenemos tres ejemplos auto-consistentes, en (a) la partícula viaja en el tiempo y choca con su doble del pasado que aún así entra en la máquina del tiempo. En (b) la partícula sale de la máquina del tiempo, vuelve a ella por lo que retrocede más en el tiempo y golpea en un tiempo anterior a su doble del pasado. La diferencia con (c) es que la partícula viaja tres veces al pasado por lo que el golpe con su doble del pasado es mucho anterior. Queda claro que la colisión siempre puede ser un poco antes abriendo la posibilidad para un infinito de trayectorias auto-consistentes. La pregunta fuerte es, si existieran máquinas del tiempo ¿cómo escogería la naturaleza que trayectoria debería seguir la partícula?

temporal se pierde la causalidad y sin causalidad no hay lugar para paradojas causales. Desde su punto de vista el principio de auto-consistencia es una mera tautología que no necesita una justificación extra. Si se parte de que toda condición inicial tiene una solución, se llega a paradojas causales. Es claro que, en general, dado un problema, las condiciones a la frontera no tienen que poder ser arbitrarias; nadie encuentra nada paradójico en poner restricciones a las condiciones (espaciales) en la frontera. Pues bien, si el tiempo debe de ser tratado en el mismo estadio que el espacio, así como hay ocasiones en que no toda condición en la frontera encuentra una solución consistente, no siempre toda condición inicial está obligada a dar una solución consistente. No hay paradojas por viajar en el tiempo justo como no hay paradojas por viajar en el espacio.

En el artículo se expone que una posible explicación de estos presuntos errores de identificación nace del intento de compaginar el libre albedrío con las leyes de la física. Si el libre albedrío permite determinar las condiciones iniciales, una restricción sobre estas sería una limitante en aquel, lo cual más de uno encontrará descorazonante. La noción de libre albedrío esta relacionada con la percepción psicológica de la flecha del tiempo. El autor afirma que la experiencia psicológica del paso desde el pasado hacia el futuro del tiempo es una consecuencia del hecho de que nuestro cerebro recuerda el pasado mas no el futuro. La conclusión sería que una noción "fundamental del libre albedrío" compatible con las leyes fundamentales de la física debe tratar al tiempo al mismo nivel que al espacio, por lo que no hay ninguna razón a priori para que el libre albedrío se manifieste en términos de condiciones iniciales.

Referencias: [23].

Parte III
Conclusiones

Capítulo 9

Digresiones y conclusiones

9.1 Sobre el tiempo

¿Cómo es posible el cambio? ¿Cómo es posible que algo cambie sin perder su identidad? Pues si permanece no cambia y si cambia no permanece.

La solución de Heráclito a este problema - que denotaré como problema del cambio -, es que no hay cosas sino procesos, no hay estabilidad ni permanencia, sólo transición y cambio.

Para Parménides esta solución era lógicamente inadmisibles. La solución de Parménides - inspirada por la diosa Diké -, es que el cambio es una ilusión, en realidad nada cambia, el universo es un bloque inalterable, igual a sí mismo, que permanece.

Un bosquejo de la prueba deductiva de Parménides pudiera ser:

Sólo es lo que es \rightarrow La nada o vacío no puede ser \rightarrow El mundo es pleno, un bloque continuo sin divisiones \rightarrow El movimiento es imposible.

La escuela atomista de Leucipo y Demócrito se fundó como una refutación a la visión de Parménides. Un bosquejo de su refutación paso a paso pudiera ser:

El movimiento existe \rightarrow El mundo no es un sólo bloque indivisible, está compuesto de muchos pequeños bloques indivisibles (átomos) \rightarrow Existe el vacío \rightarrow El universo está constituido por átomos y vacío.

Así la teoría atómica, cuya consolidación fue uno de los triunfos de ciencia del siglo XX, da una resolución fecunda al problema del cambio, pues lo explica en términos del movimiento de partículas indivisibles e inmutables en el espacio vacío.

Sostengo que paralelo al problema del cambio discurre el problema del tiempo¹, pues parece imposible tener tiempo sin cambio o cambio sin tiempo. El problema del tiempo también encuentra una "solución" dicotómica. Por un lado, la visión idealista del tiempo, donde se afirma que el tiempo es sólo una ilusión y, por lo tanto, en un mundo invariante todo cambio es un espejismo. Por otra parte, tenemos la visión realista, donde el tiempo tiene realidad y el cambio es, por lo mismo, el meollo de la cosmología.

Representantes de la visión idealista o Parmenidea del tiempo son Boltzmann, Minkowski, Weyl, Schrödinger, Gödel y Einstein, entre otros.

Cito a Boltzmann en su Lectura sobre la teoría del gas:

"Para el universo en su conjunto, ambas direcciones del tiempo son indistinguibles, a la manera en que en el espacio no hay arriba y abajo. Con todo, del mismo modo que en un determinado lugar de la superficie de la Tierra llamamos "abajo" a la dirección que va hacia el centro de la Tierra, un ser vivo que se encuentre en un lugar de no equilibrio del mundo, puede caracterizar la dirección del tiempo como la que va de estados menos probables a estados más probables (los primeros serían el "pasado" y los segundos el "futuro"), y en virtud de dicha caracterización hallará que esta región, aislada del resto del universo, está siempre "inicialmente" en un estado improbable." [27]

En "Una observación sobre la relación entre la Teoría de la Relatividad General y la filosofía idealista", Gödel escribe lo siguiente:

"El mero hecho de la compatibilidad con las leyes de la naturaleza de los universos en los que no se puede distinguir un tiempo absoluto y, por lo tanto, en los que no puede existir un lapso objetivo de tiempo, arroja luz sobre el significado del tiempo también en los universos en los que se puede definir un tiempo absoluto. Pues si alguien afirma que este tiempo absoluto está transcurriendo, debe aceptar como consecuencia que la existencia o inexistencia del lapso objetivo de tiempo (i.e. la existencia o inexistencia de

¹Distinto problema pero conocido por el mismo nombre, el problema del tiempo en mecánica cuántica se refiere al hecho de que ciertas reglas de cuantización asumen un tiempo absoluto, que es inexistente en la teoría de la relatividad general.

un tiempo en el sentido corriente del término) depende del modo particular en que la materia y su movimiento están distribuidos en el universo. Esto no es una contradicción directa; no obstante, es difícil considerar como satisfactoria una concepción filosófica que lleve a tales consecuencias."[11]

La cosmología determinista de Einstein es la de un universo parmenídeo en un bloque de cuatro dimensiones. Esta postura queda de lleno clara en las palabras de Weyl:

"Un mundo de cuatro dimensiones en el que espacio y el tiempo se conectan entre sí indisolublemente... nuestra conciencia avanza por una porción de este mundo y experimenta el trozo con que se encuentra y que pasa detrás de ella, como la historia, que es un proceso que progresa en el tiempo... El mundo objetivo sencillamente es, no ocurre. Sólo ante la mirada de la conciencia cobra vida una sección de este mundo como una efímera imagen en el espacio que cambia continuamente el tiempo."[27]

El discurso puede sintetizarse como sigue: puesto que la relatividad elimina la simultaneidad absoluta, eventos que ya ocurrieron para un observador aún no ocurren para otro. Una generalización de este simple argumento nos lleva a la conclusión de que el conjunto completo de eventos futuros ya ocurrió y que el pasado sigue existiendo. Las soluciones de la Relatividad General determinan el acomodo de masa-energía en todo punto del espacio y a todo tiempo. Por lo tanto el universo es un bloque inmutable de cuatro dimensiones.

De la postura realista en el problema del tiempo, Popper es un apasionado defensor, como se puede ver en su ensayo "Más allá de la búsqueda de invariantes":

"Tengo la firme convicción de: a) que el cambio y por ende el tiempo son objetivos; b) que no se han ofrecido buenos argumentos en contra de este punto de vista (la construcción de Gödel de una máquina del tiempo sería un argumento muy poderoso si sus premisas fuesen válidas); c) que la teoría idealista del tiempo es irrefutable, aunque criticable."[27]

En estos mismos textos encontramos que

"Newton no creía en la reversibilidad a pesar de la obvia reversibilidad de la dinámica newtoniana, y además, sus argumentos podrían tildarse hoy día de argumentos termodinámicos, pues entre otras cosas recurría a la fricción derivada de las mareas." [27]

Me asumo como realista y creo que no resuelve el problema del tiempo hacer del cambio una simple ilusión. Aunque sea en verdad todo este movimiento en el cual estoy inmerso un artilugio de mi conciencia, no queda resuelto el origen de la ilusión sin que mi conciencia esté sujeta, a su vez, a un proceso y cambio. Por ejemplo: la ilusión de movimiento en el cine está provocada por un movimiento real en el carrete que conforman las imágenes fijas.

Además tampoco soy partícipe de la creencia de que habitamos un universo determinista. Yo creo que el tiempo existe, que el futuro aún no ocurre sino que es creable, que el universo no es un bloque muerto. Como sostiene Popper:

"Lo único que diré aquí sobre el determinismo metafísico es que me parece contrario al sentido común. Y si bien las opiniones de sentido común deben ser abandonadas si hay fuertes argumentos racionales en su contra, no deberían abandonarse (aunque deberían ensayarse puntos de vista opuestos) a menos que los argumentos racionales sean poderosos. No me parecen en absoluto fuertes en cuestión de determinismo... Creo que de acuerdo con el sentido común, deberíamos suponer que en cualquier instante de tiempo t_n , el futuro de t_n está esencialmente *abierto*: podemos alterarlo y en parte, aunque sólo en parte, podemos preverlo. También está determinado en parte, tanto en el sentido de predictibilidad científica como en un sentido metafísico (o tal vez ontológico); pero *sólo en parte*. (Cualquier sistema que no esté plenamente determinado habrá de calificarse, naturalmente, de indeterminista.)

Si consideramos que el futuro está abierto en este sentido, entonces todas las interpretaciones de la física que consideren al tiempo o al cambio de cualquier otra manera no sólo resultarán metafísicas, sino también arbitrarias. Como todas las formas de idealismo, son irrefutables. El idealista que (como Berkeley o Schopenhauer) afirme que el mundo es una idea suya o un sueño suyo, no puede ser refutado. Pero tampoco puede pretender que su tesis posea carácter científico, ya que es incontrastable. De modo semejante, la tesis de la espacialización del tiempo es incontrastable a menos, por supuesto, que podamos construir una máquina del tiempo, idea que (según creo, en contra de Gödel) lleva a dificultades insuperables... Sugiero que, con

toda probabilidad, lo que no se puede explicar por el método parmenídeo de invariantes es el problema del cambio y del propio tiempo, especialmente el problema de la flecha del tiempo."[27]

La existencia de máquinas del tiempo aprueba la visión idealista del tiempo, su inexistencia apoya la visión realista.

Para volver realista la teoría de la relatividad general, tendríamos que empezar por encontrar un postulado no *ad hoc* que la librase de ccc.

9.2 Sobre el libre albedrío y la conciencia

En la literatura consultada para esta tesis encontré decir a los autores que se ahorrarían la discusión en términos de libre albedrío. De allí la sugerencia de Polchinski de modelar las paradojas con billares. Nadie dice explícitamente por qué se ahorran la discusión. Es claro que viene para simplificar el problema, si las máquinas del tiempo son por sí mismas problemáticas para qué aumentar la dificultad sumando problemas ajenos. También se lee entre líneas que la física es incapaz y no pretende, todavía, dar respuestas serias, contundentes y claras, sobre el problema de la conciencia. Conciencia, libre albedrío y tiempo están vinculados estrechamente. El concepto de tiempo parece ser uno de los más fundamentales, es así que se podría hacer una revisión histórica de toda la filosofía como una revisión del problema del cambio [33].

9.3 Sin referencias empíricas

El tema de viajes en el tiempo no cuenta con referentes empíricos. Hawking clama: "No hemos sido invadidos por hordas de turistas del futuro"[15]. Exponiéndolo como una pregunta hay al menos 3 respuestas firmes y una alternativa:

¿Por qué no hemos sido invadidos por hordas de turistas temporales del futuro?

1. Porque no existen los viajes en el tiempo. (Conjetura aburrida, protección cronológica.)

2. Porque, aún cuando los viajes en el tiempo son posibles - las leyes de la física los permiten -, nunca se generaron máquinas del tiempo. (En el universo no acaece todo lo que puede ser, por ejemplo, pude no haber sido y, sin embargo, soy.)

3. Porque las máquinas del tiempo que existirán no tienen una capacidad ilimitada de viaje al pasado. Una máquina del tiempo con base en un agujero de gusano tiene como límite de viaje al pasado su fecha de creación.

Alternativamente podemos argumentar que no tenemos la certeza de no estar siendo visitados, o que no somos visitables por razones ajenas a la problemática de las máquinas del tiempo.

El tiempo para viajar es enorme y nuestra época no tiene -en principio- más interés que otras, así los turistas se reparten y la densidad de turismo es baja en general, dificultando el reconocimiento de ajenos y profanos; más si en el futuro se tiene la consigna de pasar por inadvertidos.²

La primera respuesta es la única que niega las máquinas del tiempo y no violenta la noción realista del tiempo. Si consideramos que el futuro no es igual al pasado, sino que está abierto, el destino se quiebra y sólo sobre nosotros cae la responsabilidad y libertad para consagrarnos.

9.4 En suma

Las ecuaciones de Einstein, al ser diferenciales parciales, son locales:

$$G^{\mu\nu} = 8\pi T^{\mu\nu}. \quad (9.1)$$

No generan restricciones para características globales del espacio-tiempo como la topología.

En consecuencia, la gravitación de Einstein, la mejor teoría con que contamos para hablar sobre la relación de la materia y el espacio-tiempo, está infestada en principio de máquinas del tiempo:

1. La máquina de Van Stockum.

²En este tenor uno puede echar a vuelo la imaginación... Acaso ocurre un evento tan especial que oscurece el resto de la historia, lo cual provoca que nuestros tiempos carezcan de significación para los viajeros.

2. El universo de Gödel.
3. El hoyo de Kerr.
4. El agujero de Thorne.
5. Las cuerdas de Gött.
6. La distorsión de Alcubierre.
7. El dispositivo de Mallet.

Cualquier curva cerrada causal (ccc) es una máquina del tiempo. Según los casos revisados en esta tesis los viajes en el tiempo aparecen en espacio-tiempos con efectos de rotación (1,2,3,5,7) o en espacio-tiempos con "atajos" (4,5,6). Cuando las ccc se extienden en la totalidad del espacio-tiempo, no hay mucho de qué preocuparse, pues no es alarmante que un universo patológico arroje resultados patológicos. En cambio, si las ccc están confinadas en cierta región del espacio-tiempo, sí tenemos un problema, porque los viajes en el tiempo resultan paradójicos además de que no cuentan con ningún sustento empírico.

Para lidiar con este asunto podemos escoger alguna de las 4 vías:

1. La conjetura aburrida.
2. La conjetura de protección cronológica.
3. El principio de autoconsistencia.
4. La conjetura de la reescritura radical.

La primera conjetura descarta de principio los viajes en el tiempo. Simplemente no son posibles. La segunda conjetura indica que existen mecanismos en el universo que incapacitan la formación de máquinas del tiempo. La tercera opción no descarta viajar en el tiempo, pero sí la posibilidad de cambiar la historia. Por último, la cuarta conjetura significa que nociones básicas como causalidad, o historicidad, están erradas, así que debemos reescribir todo con base en la realidad de los viajes en el tiempo.

Las paradojas se dan en dos tipos: causales y de bucle. Las causales albergan contradicciones del tipo A y noA . Mientras que las de bucle generan situaciones oscuras e inquietantes como información sin origen ni final.

Para exterminar las paradojas de causalidad basta con exigir el cumplimiento del principio de auto-consistencia.

Si uno considera las paradojas de bucle lo suficientemente aberrantes como para intentar purgar a la relatividad general de máquinas del tiempo, puede andar los siguientes caminos:

- Reformular la teoría para que sea indeterminista e irreversible en el tiempo y, sin embargo, que mantenga sus majestuosos éxitos experimentales y teóricos. Empresa titánica que no sabemos si es posible.
- Poner condiciones astrofísicas plausibles a los espacio-tiempos a estudiar. De esta manera se elimina el universo rotatorio de Gödel, el universo cilíndrico de Van Stockum, las cuerdas cósmicas infinitas, el caso de Mallet. Pero se salvan los agujeros lorentzianos y el impulso por distorsión. Es un resultado de la mecánica cuántica la existencia microscópica de materia exótica, afortunadamente las máquinas de Thorne o Alcubierre parecieran necesitar cantidades macroscópicas. En principio podemos pensar en una civilización infinitamente avanzada cuyos ingenieros manejan con maestría los materiales exóticos y son capaces de construir agujeros de gusano transitables o naves con impulso por distorsión. En este caso la esperanza se encuentra en la existencia de mecanismos que destruyan cualquier dispositivo en cuanto origine ccc. En este sentido la conjetura de protección cronológica es la más interesante de todas las alternativas, pues justamente ofrece un mecanismo, y (parafraseando a Visser) permite estructuras y objetos interesantes sin dejar que las cosas se pongan "demasiado interesantes". Además es un principio organizador que fuerza a la comunidad a pensar en una teoría cuántica de la gravitación y su límite clásico.

Claramente hemos abordado un tema altamente especulativo y con muchas preguntas abiertas (¿existen los agujeros de gusano?, ¿se puede probar de primeros principios alguna de las 4 vías?), pero este trabajo muestra que la discusión de máquinas en el tiempo es sugerente y fecunda para cuestionar la física, apuntalar posibles programas de investigación y revisar las aristas teóricas de los modelos relativistas. Además, por su carácter fascinante, es una valiosa herramienta de divulgación. Por otra parte, es importante señalar su cariz bizantino en cuanto que adolece de sustento empírico e im-

pacto social. Es por esto que hay que darle su justo lugar: una temática que la academia debe de estudiar, pero lejos de un lugar protagónico.

Bibliografía

- [1] Miguel Alcubierre. Introduction to 3+1 numerical relativity, Oxford University Press, New York. 2008.
- [2] Miguel Alcubierre. "The warp drive: hyper-fast travel within general relativity", Class. Quantum Grav. 11(1994) L73-L77. Printed in the UK.
- [3] John Baez and Javier P. Muniain. Gauge Fields, Knots and Gravity. 2001 World Scientific.
- [4] Roman V. Buniy and Stephen D.H. Hsu. "Semi-classical wormholes and time machines are unstable", Phys.Lett.B632(2006) 127-130
- [5] A. Carlini, V. P. Frolov, I. D. Novikov, H. Soleng. "Time machines: the Principle of Self-Consistency as a consequence of the Principle of Minimal Action", Int.Mod.Phys.D4(1996)99.
- [6] Paul Davies. "How to build a Time Machine", Penguin Books. 2001.
- [7] S. Deser, R.Jackiw. "Time Travel?", Comments Nucl. Part. Phys. 20 337. 1992.
- [8] Albert Einstein. "Sobre la teoría de la relatividad especial y general". Altaya. España.(1999).
- [9] Allen E. Everett. (1995) Warp drive and causality", Phys.Rev.D Vol53, Num12. (1996) 7365-7368.
- [10] Valery P. Frolov and Igor D. Novikov. "Physical effects in wormholes and time machines", Phys.Rev.D.Vol.42,Num.4 (1990) 1057-1065.
- [11] Kurt Gödel. "Obras completas". Edición de Jesús Mosterín. Alianza Editorial. España 1981.

- [12] Pedro F. Gonzales-Díaz. "Ringholes and closed timelike curves", *Phys.Rev.D*54(1996)6122-6131.
- [13] J. Richard Gott, III and Li-Xin Li. "Can the Universe Create Itself ". *Phys.Rev.D*58(1998) 023501.
- [14] Shahan Hacyan. "Los hoyos negros y la curvatura del espacio-tiempo", *La ciencia para todos, fce, méx.* (2003).
- [15] S.W.Hawking. "Chronology protection conjecture", *Phys.Rev.D.Vol.46,Num.2*(1992)603-611.
- [16] William A. Hiscock. From Wormholes to the Warp Drive: Using theoretical physics to place ultimate bounds on technology. *arXiv:physics/0211114 v1* 27 Nov 2002
- [17] S.V. Krasnikov. "Paradoxes of time travel", *arXiv:gr-qc/9603042v1* 25 Mar 1996.
- [18] S. Krasnikov. "The time travel paradox", *Phys.Rev. D*65 (2002) 064013.
- [19] F. Lobo and P. Crawford, "Time, Closed Timelike Curves and Causality", *NATO Sci.Ser.II* 95 (2003)289-296.
- [20] Mallet. *The Gravitational Field of a Circulating Light Beam. Foundation of physics*, vol33, no9, sep 2003
- [21] Darío Núñez y Tonatiuh Matos, Rotating scalar field wormhole. *Class. Quantum Grav.* 23 (2006) 4485-4495
- [22] Micheal S. Morris and Kip S. Thorne. "Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: a tool for teaching general relativity", *Am.J.Phys.*56(5),May (1988) 395-412.
- [23] Hrvoje Nikolic. "Causal paradox: a conflict between relativity and the arrow of time", *Found. Phys. Lett.* 19 (2006) 259-267.
- [24] Ken D. Ollum and Allen Everett."Can a circulating light beam produce a time machine?", *Found. Phys.Lett* 18(2005) 379-385.
- [25] Ken D. Ollum."Superluminal travel requires negative energies", *Phys.Rev.Lett.*81(1998)3567-3570.

- [26] Karl R. Popper. "El universo abierto", Tecnos, España.(1984).
- [27] Karl R. Popper. "El mundo de Parménides", Paidós Básica. España.(1999).
- [28] Gustavo E. Romero and Diego F. Torres. "Self-existing objects and auto-generated information in chronology-violated space-times:a philosophical discussion", *Mod.Phys.Lett A*16(2001) 1213-1222.
- [29] G. M. Shore. "Constructing Time Machines", *Int.Mod.Phys.A*18(2003) 4169-4200.
- [30] Bernard F. Schutz. "A first course in general relativity". Cambridge University Press. UK. (1990).
- [31] Shinkai H and Hayward S A 2002 *Phys. Rev. D* 66 044005 (Preprint gr-qc/0205041)
- [32] Kip S. Thorne. "Black Holes and time warps", Norton. E.U. (1994).
- [33] José Maria Vico. "Quadrivium", Roca. Mex. (1982).
- [34] Matt Visser. "Lorentzian whormholes", American Institute of Physics. (1995).
- [35] Matt Visser. "From whormhole to time machine: remarks on Hawking's chronology protection conjecture", *Phys.Rev. D*47.Num2.(1993) 554-565.
- [36] Matt Visser. "Traversable wormholes: the Roman ring". *Phys.Rev.D*55(1997) 5212-5214.
- [37] Robert M. Wald. *General Relativity*. 1984 The University of Chicago Press.
- [38] Frank Y. Wang. "The image of a wormhole", arXiv:physics/0505108v1 16May2005.
- [39] James F. Woodward. "Making the univers safe for historians: Time travel and the laws of physics", *Foundation of Physics Letters*, Vol. 8, No. 1,(1995) 1-39.