



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**“MODELADO TRIDIMENSIONAL DE LAS
ESTRUCTURAS GEOLÓGICAS DE LA CUENCA DE
MÉXICO Y SU INFLUENCIA EN LA PROPAGACIÓN DE
ONDAS SÍSMICAS USANDO EL MÉTODO DE LAS
DIFERENCIAS FINITAS”**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO GEOFÍSICO

P R E S E N T A :

ORLANDO FABELA RODRIGUEZ

DIRECTOR: DR. JORGE AGUIRRE GONZÁLEZ



México, D.F.

2009



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

A mis padres y a mí hermano:

Por su dedicado apoyo y amor.

A mi familia y amigos, que considero parte de ella:

Por su aprecio y cariño.

A mis maestros:

Por compartir su tiempo y conocimientos.

Disculpen que no use sus nombres, pero temo caer en omisiones.

Mención especial para:

Dr. Jorge Aguirre González

Dr. Moisés Gerardo Contreras Ruiz Esparza

Ing. Ricardo Benjamín Olvera Acosta

Por su valiosa colaboración en este trabajo.

Este proyecto fue parcialmente financiado por: la Secretaría de Desarrollo Institucional, el proyecto IXTLI SDEI/00142/2008 y el proyecto interno 8543 del Instituto de Ingeniería.

Contenido

1. Resumen	1
2. Introducción	2
3. Antecedentes y Localización	4
3.1. Simulaciones numéricas de sismos en la cuenca de México	6
4. Fundamentos	9
4.1. Movimiento armónico simple	9
4.2. Principios de elasticidad	12
4.3. Ondas de cuerpo	14
4.4. Ondas Superficiales	16
4.5. Planteamiento del problema	17
4.6. Soluciones numéricas	19
4.7. Historia del Método de Diferencias Finitas	22
5. Método de Diferencias Finitas	24
5.1. Construcción de la malla	24
5.2. Aproximación de las derivadas	24
5.3. Aplicación del método	29
5.3.1. Caso SH	29
5.3.2. Caso P-SV	31
5.4. Condiciones de contorno y bordes absorbentes	32
5.5. Superficie libre	34
5.6. Fuente sísmica	37
6. Marco Geológico	39
6.1. Marco Estratigráfico	41
6.1.1. Depósitos Premesozoicos	41
6.1.2. Depósitos Mesozoicos (Ms)	42
6.1.3. Depósitos clásticos continentales del Terciario inferior (Ti)	43
6.1.4. Rocas volcánicas Terciarias (Tv)	44
6.1.5. Depósitos Plio-Cuaternarios	44
6.1.6. Depósitos Cuaternarios	46
7. Obtención del modelo geológico	49
7.1. Procedimiento	52
7.2. Seccionamiento	63
7.3. Corrección de desplazamiento por fallas	65
7.4. Reincorporación en fallas locales	70
7.5. Reincorporación en fallas extensas	74
7.6. Interpolación local	77
7.7. Proyección Superficial	81
8. Simulación de propagación de ondas sísmicas	83
9. Resultados	97
10. Conclusiones	106
11. Bibliografía	108

1. Resumen

Las condiciones geológicas de nuestro país favorecen una intensa actividad sísmica. El comprender la respuesta sísmica de la Ciudad de México permitiría prevenir daños en estructuras civiles. La simulación numérica permite el estudio de la propagación de ondas sísmicas. Los métodos de simulación numérica requieren de los parámetros y la distribución espacial del medio de propagación. Debido a la complejidad geológica de la cuenca de México, trabajos previos han utilizado modelos altamente simplificados produciendo análisis sísmicos incompletos que no logran explicar la larga duración del movimiento y algunas de sus peculiaridades, pero se cree que estas incertidumbres se resolverán al conocer mejor la estructura del subsuelo del Valle de México. Este problema de falta de información y la brecha de Guerrero, dejan la puerta abierta al desarrollo de modelos geológicos de mayor complejidad y realismo.

Se desarrolló un modelo geológico tridimensional, más robusto que sus antecesores, de 871 [km²] y 1.2 [km] de profundidad para la zona plana de la ciudad de México a partir de 20 secciones geológicas, que a su vez, se basan en estudios geológicos y geofísicos realizados en la zona desde 1975. El modelo está compuesto por cinco paquetes estratigráficos. El basamento lo constituye un estrato calcáreo de origen marino datado del Cretácico. La segunda capa corresponde a rocas de Andesita y Riolitas del Mioceno Superior. En la capa adyacente se agrupan los depósitos de lago antiguos y depósitos volcánicos no consolidados del Plioceno. Estas capas están altamente falladas. El cuarto estrato está integrado por depósitos aluviales y coladas volcánicas del Cuaternario. Finalmente, el último estrato está integrado por depósitos lacustres del Cuaternario. A cada capa se le asignaron velocidades de ondas P y S con base en datos de 5 pozos profundos (de 2 a 3.2 [km]).

En atención a la gran cantidad de fallas geológicas en la zona, se analizó el efecto de un medio fallado en la propagación de ondas sísmicas usando el método de las Diferencias Finitas bidimensional (2D). Las fallas retrasan el arribo de las ondas y los múltiples que provienen de ellas, modifican la forma del sismograma sintético generado. Por esto, se incrementó la precisión de los modelos interpolados con algoritmos aquí propuestos. Estos algoritmos están basados en la corrección de desplazamientos por fallas geológicas en 2D y su posterior reincorporación en el modelo tridimensional (3D). Se validó el modelo con información topográfica, levantamientos gravimétricos y de registros sísmicos y sismológicos.

Este modelo puede ser utilizado para hacer simulaciones de propagación de ondas sísmicas en 3D, en obras grandes de ingeniería civil, o por su presentación, con fines didácticos. Debido a la dimensión del área modelada, el trabajo permite la incorporación de estudios posteriores.

2. Introducción

La ciudad de México, una de las urbes más pobladas en el mundo, ha sido escenario en múltiples ocasiones de la destrucción que puede causar un sismo. Sus características geológicas la convierten en una zona de alto riesgo. Desde hace más de medio siglo, se han presentado trabajos que explican la historia geológica de zona, pero es a partir del temblor del 19 de septiembre 1985 que se pone mayor interés en el asunto.

Dentro de la actividad científica, el prevenir desastres naturales es una prioridad. Los sismos forman parte de este grupo de eventos naturales. Haciendo uso de las herramientas computacionales se pueden simular el comportamiento de diferentes fenómenos naturales, entre ellos el de la propagación de las ondas sísmicas y así, disminuir la vulnerabilidad sísmica.

La calidad de los resultados de las simulaciones numéricas depende de la correcta adaptación de un método numérico al fenómeno a simular, así como, contar con información realista de las propiedades del medio de ocurrencia. Por ejemplo, En la región de la falla de San Andrés, al sur de California se han desarrollan simulaciones exitosas gracias a su modelo geológico comunitario, continuamente actualizado (Olsen, 2006).

En la cuenca de México, se han realizado diferentes trabajos para simular la propagación de ondas en la zona. Seed (1988) presentó un modelo 1D de cinco capas, para explicar la amplificación, en la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT). Con el fin de explicar la duración de los eventos sísmicos, Chávez-García y Bard (1994) idealizan un perfil geológico de cuenca de forma elíptica y Chávez-Pérez (1993) estudió el efecto de las fallas en la propagación de ondas sísmicas por medio en las secciones sísmicas interpretadas por Pérez-Cruz.

Estos trabajos concluyen que las incertidumbres en la duración y algunas particularidades del movimiento en los registros sísmicos son debidas a la simplificación en los modelos, pero se irán disipando al conocer mejor la estructura del subsuelo de la Cuenca de México. Sánchez-Sema (1988) dice que existen arribos en los registros sísmicos que solo pueden ser explicados por modelos tridimensionales. Estos puntos justifican la construcción de un modelo 3D de la Cuenca de México.

Para entender la complejidad geológica de la Cuenca de México se han realizado diferentes levantamientos. En 1988 Petróleos Mexicanos (PEMEX), hace estudios sísmicos y perfora 5 pozos con profundidades superiores a los 4 [km] distribuidos en la zona. En el 2004 Mooser presenta 20 secciones geológicas de la zona de la cuenca, obtenidas a partir de estudios cuidadosos iniciados en 1975 con la construcción del drenaje profundo.

El objetivo principal de este trabajo es la construcción de un modelo geológico 3D realista de la Cuenca de México. La información de inicio son los estudios de PEMEX, las 20 secciones geológicas de Mooser y levantamientos gravimétricos de la zona de estudio.

En el capítulo III se detalla la ubicación de la zona de estudio y se hace una revisión de los trabajos previos en torno a la simulación de propagación de ondas sísmicas en la ciudad de México comentado los modelos geológicos que se emplearon. El capítulo IV es dedicado a la fundamentación de la propagación de ondas sísmicas y la ecuación de onda, antes de emplear un método numérico se tiene que tener certeza de lo que vamos a simular. En el capítulo V se revisan

los fundamentos del método de las diferencias finitas y su aplicación para la solución de la ecuación de onda. El capítulo VI es dedicado a la aplicación del método en una sección bidimensional de la Cuenca de México, en ausencia de fallas y con fallas, analizando las diferencias. El capítulo VII presenta la evolución geológica de la zona de estudio. En el siguiente capítulo se detalla el procedimiento para obtener el modelo 3D y se exponen los algoritmos desarrollados, para mejorar la precisión de la interpolación simple de Kriging. El capítulo IX muestra la precisión del modelo geológico 3D y la correlación con información topográfica y de levantamientos gravimétricos. Finalmente, en el capítulo X es destinado a las conclusiones de este trabajo.

3. Antecedentes y Localización

La Ciudad de México está asentada en la parte suroeste de la Cuenca de México (CM), a una altura promedio de 2240 m.s.n.m. La cuenca es alargada en dirección NNE-SSW con una longitud aproximada de 100 km y anchura de unos 30 km (De la Cserna et al., 1987). Está rodeada por sierras volcánicas y abanicos aluviales (Vázquez-Sánchez et al., 1988). Sus límites naturales son: al norte la Sierra de Pachuca; en el oriente la Sierra de Río Frío y la Sierra Nevada, en el sur por la Sierra de Chichinautzin y en el poniente por el Volcán Ajusco y la Sierra de las Cruces (Figura 3.1).

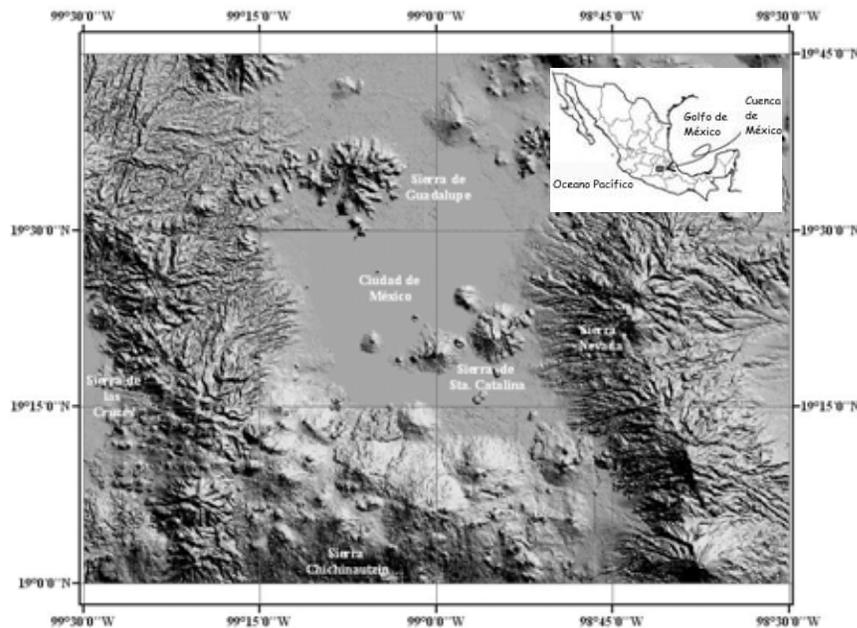


Figura 3. 1 Localización y sierras más importantes de la Cuenca de México. (INEGI, 2003)

México se encuentra sometido a gran cantidad de actividad sísmica. En promedio, en nuestro país, ocurren cinco sismos de magnitud mayor o igual a 6.5 cada 4 años (Kostoglodov y Pacheco, 1999). Por lo tanto, México es un país altamente sísmico.

Existen diferentes factores que incrementan el daño producido por un sismo: la densidad de población, el tipo de viviendas que ocupan, la naturaleza del evento sísmico, (profundidad del foco, magnitud) y el tipo de suelo (Nava, 1998). En la Cuenca de México el suelo está compuesto de arcillas lacustres extraordinariamente blandas y deformables (Santoyo *et al.*, 2005). Adicionalmente, el suelo está sujeto a bombeos, explotación para materiales de construcción y sobrecargas (Santoyo et al., 2005), lo que hace de la Ciudad de México, una zona altamente vulnerable al daño sísmico.

Se le llama sismo a cualquier movimiento de terreno Según Alexander von Humboldt, un sismo es producto de la fractura de una roca o del deslizamiento de una falla ya existente; aunque

también se puede asociar con actividad volcánica o a explosiones naturales o artificiales. Cuando dos placas tectónicas interactúan se almacena gran cantidad de esfuerzos. La fuerza llega a ser tan grande que vence la fricción entre las placas y en ese momento ocurre un sismo. La energía liberada deforma las rocas circundantes, o se transforma en calor. La energía de deformación viaja por el interior de la tierra y es llamada onda sísmica.

La mayoría de sismos de mayor magnitud **sentidos en la ciudad de México**, son debidos al contacto entre la placa Norteamericana, con las placas de Cocos y Rivera. Por ejemplo, el gran sismo de Jalisco de 1932 con una magnitud de 8.0 o el de Michoacán en 1985 de magnitud 8.1. Por otra parte, los sismos locales, que ocurren en el interior de la placa norteamericana, son otra fuente de perturbación en la ciudad. El sismo de Acambay, en el Estado de México, de 1912 que tuvo una magnitud de 7.0.

Poco después del sismo de 1985 PEMEX realizó una importante campaña para obtener datos geológicos de la cuenca de México. Con este fin, PEMEX perforó cinco pozos (cuatro de ellos en la ciudad de México, Figura 3.2), hizo levantamientos geoelectricos y sísmica de reflexión y refracción (Pérez-Cruz, 1988).



Figura 3. 2 Ubicación de los pozos de Pemex en la ciudad de México.

Pérez-Cruz (1988) a partir de registro de PEMEX hechos con vibroseis sugiere la presencia de un gran pilar en la zona de Mixhuca. Esta teoría fue sostenida por dos fuentes. La primera, en el pozo Mixhuca-1 y el Pozo Roma-1, se encontró el basamento de la cuenca a diferentes profundidades. La segunda es la interpretación de un registro gravimétrico en la zona (Pérez-Cruz, 1988). Pérez Cruz dice que, la existencia de esta estructura contribuiría a la amplificación y duración de los registros sísmicos.

Se han estudiado tanto los efectos de sitio como los efectos de viaje en la propagación de ondas sísmicas. Iglesias (2002), concluye que se producen amplificaciones en las frecuencias bajas ($0.1 < f < 2.0$ Hz) debido al importante contraste de impedancias entre los sedimentos de lago y materiales más profundos. Además, la duración del evento sísmico se alarga como resultado de la interacción de las ondas superficiales con la resonancia local 1D (Cárdenas, 2006). Referente a los efectos de viaje, las ondas sísmicas sufren un decaimiento de amplitud menor en la dirección perpendicular de la zona de subducción a la Ciudad de México en comparación con la dirección paralela (Cárdenas, 2006).

Al hacer simulaciones numéricas se busca conocer el movimiento del terreno para un sismo de características conocidas. Esta técnica resulta importante porque reduce la vulnerabilidad y las pérdidas por terremotos.

3.1 Simulaciones numéricas de sismos en la Cuenca de México.

Además de las diferencias finitas, existen diferentes técnicas que se han empleado para hacer simulaciones numéricas en la Cuenca de México. Las técnicas Estadísticas, donde se emplean todos los registros de una zona para estimar el cálculo de los espectros de respuesta en zonas sin registros. Otra técnica corresponde a las funciones de Green, en ella se usa el registro de un sismo pequeño ocurrido cerca del sitio donde se realizará la simulación para obtener movimientos de sísmicos fuertes.

Ordaz *et al.* (1988) usó sumas aleatorias de las funciones empíricas de Green basado en que el mismo número de celdas rompen en tiempos diferentes con una ley de escalamiento de ω^2 para todas las frecuencias, además propone una función de probabilidad para los tiempos de ruptura. Ordaz y Kamanori concluyen que un sismo de Magnitud 8.2 en Guerrero tendría respuestas más fuertes que las que se observaron en el sismo de Michoacán, excepto la componente EW.

Ordaz *et al.* (1992) hace una estimación del espectro de respuesta para la zona de lago en la Ciudad de México. Realiza relaciones entre todos los registros del sismo de 1985 de la zona de lago y la estación CU y aplica al teoría de vibraciones aleatorias para predecir el espectro respuesta de aceleración. El experimento arrojó resultados acertados en la zona centro y al este de CU, ambas con valores de aceleración elevados. Las incertidumbres en otras áreas se deben a que las arcillas no presentan un comportamiento lineal durante el sismo de 1984.

Kamanori (1993) usó las funciones de Green empíricas para simular el movimiento sísmico en la estación sísmica Central de Abastos (CDAO) de la ciudad de México. Kamanori ubicó la fuente de desplazamiento en la brecha de Guerrero y usó un modelo de escalamiento de ω^2 en tres procesos de ruptura distintos. Lo que lo llevó a concluir que: si el evento en Guerrero es parecido al de Michoacán, el movimiento tendría el doble de tamaño en periodos mayores a 2s.

Pérez Rocha (1998) calculó los espectros de respuesta en los nodos de una malla que cubre la ciudad de México usando los datos del sismo de Michoacán ($M=8.1$) y sismos postulados en la costa de Guerrero ($M=7.7$ y 8.1 , con una distancia hipocentral de 80 km). Pérez Rocha encontró que el sismo superaría las intensidades máximas esperadas, en comparación con la

respuesta del sismo de Michoacán. En Guerrero, la intensidad del evento sísmico sería 50% más grande usando un periodo estructural de 0 a 5 s.

Buscando entender mejor como el campo de ondas se propaga en la Cuenca de México, y por lo tanto, prevenir daños materiales y pérdidas humanas, diferentes autores han basado sus investigaciones en la técnica de las diferencias finitas. Por ejemplo, Seed (1988), Sánchez Sesma (1988), Chávez-Pérez (1993), Chávez García y Bard (1994), Ida y Kawase (2004) etc.

Los medios de propagación usados en las Diferencias Finitas, se construyen para explicar un fenómeno conciso de la propagación de las ondas sísmicas: la amplificación, la duración del evento sísmico o el efecto de las fallas.

Seed (1988) presentó un modelo 1D para la zona de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes, las propiedades de las arcillas se obtuvieron de mediciones y registros sísmicos. Para hacer la simulación, utiliza como fuente los registros de la estación Ciudad Universitaria (CUMV), en incidencia vertical con un amortiguamiento de 5%. El experimento de Seed explica la amplificación en los espectros de respuesta observados, pero no refleja ni la duración ni el movimiento verdaderos.

Varios investigadores están de acuerdo en que el modelado 1D es insuficiente ya que no presenta las heterogeneidades laterales en el medio.

Sánchez Sesma (1988) usó un perfil geológico de Chapultepec a Peñón con una capa de arcilla en configuración de valle triangular. Los registros del sismo de 1985 de la estación Tacubaya fueron tomados como componente de entrada. Con esta geometría se busca explicar la larga duración de los registros. Atribuye las diferencias entre los sismogramas originales y sus resultados a la complejidad geológica del área.

Los modelos 2D toman en cuenta los cambios estratigráficos laterales, pero la ausencia de información geológica complica la tarea de modelar la geometría del medio.

Chávez-Pérez (1993) Realiza simulaciones bidimensionales sobre las secciones sísmicas interpretadas por Pérez Cruz y concluye que, la larga duración del movimiento es debida a la inducción, debida al efecto de la cuenca cerrada, de ondas superficiales propagándose lateralmente en direcciones opuestas. Además dice que, las fallas tienen efectos mínimos en la respuesta sísmica. Las fallas solo introducen un retraso de pocos segundos en los primeros arribos de energía.

Chávez García y Bard (1994) usaron un modelo 2D y propusieron dos mecanismos de modelado. Uno de ondas gravitatorias propagándose en la capa suave y otro de ondas superficiales generadas en el límite de la cuenca. Encontraron que ni las ondas superficiales generadas en el límite de la cuenca ni las heterogeneidades en las capas superficiales del medio son responsables de la larga duración del registro.

Lomnitz *et al.* (1999) señala que la duración del evento sísmico puede deberse al acoplamiento de ondas P y Rayleigh. Sin embargo, Shapiro *et al.* (2001); Chavez-García y Salazar (2002); Ida y Kawase (2004) muestran que los trenes de onda monocromáticos se atribuyen al modo

fundamental de la ondas de Rayleigh. Varios autores están de acuerdo en que la larga duración de los registros es atribuida a la dispersión y los múltiples caminos entre la fuente y la cuenca.

Actualmente, no se ha develado el problema de la duración en los registros sísmicos ni algunas características de su movimiento, pero se cree que estas incertidumbres se resolverán al conocer mejor la estructura del subsuelo del Valle de México. Tanto este problema como la brecha de Guerrero, dejan la puerta abierta al desarrollo de un modelos estratigráficos de mayor complejidad y realismo, problema que aborda el presente trabajo.

4. Fundamentos

4.1 Movimiento armónico

En el siglo XVI, Galileo fijó su vista en una lámpara que se balanceaba y notó que, a pesar del cambio de la amplitud en el arco del viaje, cada oscilación de la lámpara tenía lugar en el mismo intervalo de tiempo. Se dice que Galileo, al no contar con un instrumento para cuantificar el tiempo, midió la duración de cada evento contando sus propias pulsaciones. En la actualidad, casi todos los sismómetros están basados en la idea del péndulo.

La segunda ley de Newton, fuerza igual a la masa por la aceleración, combinada con una fuerza recuperada conduce a un movimiento que se repite en periodos iguales de tiempo, produciendo lo que se conoce como Movimiento Armónico.

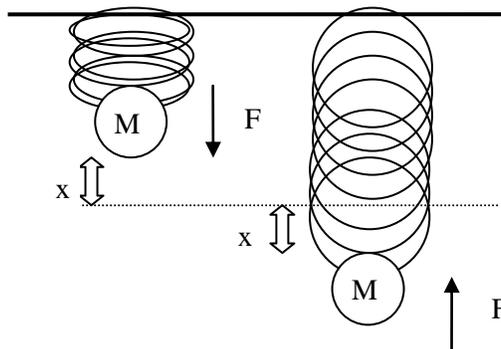


Figura 4. 1 Sistema de masa y resorte oscilando. F es la fuerza que el resorte imprime a la masa M , x es la deformación del resorte.

Se tiene un resorte con una masa sujeta a su extremo, el sistema está oscilando (Figura 4. 1); en una determinada posición todas las fuerzas están equilibradas, sin embargo, cuando el resorte está extendido tiende a tirar de la masa hacia su posición original. Cuanto más se desplace la masa mayor será la fuerza que el resorte ejerza sobre ella. El mismo principio funciona a la inversa, cuando el resorte está comprimido, trata de empujar la masa hacia su posición original. Cualquiera que sea la dirección en que se mueve la masa, aparece una fuerza para oponerse al desplazamiento. La combinación de esta fuerza y la inercia de la masa, producen un movimiento Armónico Simple. Cabe resaltar que, la fuerza neta es proporcional al desplazamiento de la masa.

$$F = -kx \quad (4.1),$$

donde F es la fuerza del resorte medida en Newton [N], k es el valor de la rigidez y depende de las características del resorte medida en [N/m] y x es el desplazamiento de la masa tomada desde su posición inicial, cuya unidad es el metro [m]. Esta ecuación es conocida como ley de Hook (1660).

Según la segunda ley de Isaac Newton (1687):

$$F = ma \quad (4.2),$$

$$F = m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad (4.3),$$

donde F es la fuerza de inercia medida en Newton [N], m es la masa suspendida en kilogramos [kg]; a es una aceleración [m/s^2] y t es tiempo en [s].

Las ecuaciones (1) y (3) dependen del desplazamiento x y las podemos igualar y escribir la ecuación diferencial, que describe el movimiento armónico simple.

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -kx \quad (4.4),$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{-k}{m} x \quad (4.5).$$

La ecuación (4.5) no solo describe el arreglo resorte masa, sino, a cualquier sistema físico que al ser perturbado tiende a recuperar su posición de equilibrio con una fuerza proporcional a la perturbación sufrida.

La solución de esta ecuación diferencial es:

$$x = A \bullet \text{sen}(\omega t) \quad (4.6).$$

La variable x describe la posición del sistema, A es el distanciamiento máximo; ω se le conoce como frecuencia angular en [rad/seg]. Para dar valor a omega:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \omega^2 A \bullet \text{sen}(\omega t) \quad (4.7),$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{k}{m} x \quad (4.8),$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (4.9),$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.10),$$

$$\omega = 2\pi f \quad (4.11),$$

En la ecuación (4.10), la frecuencia angular es proporcional a la constante del resorte k , mientras más rígido sea el muelle mayor será la frecuencia y es inversamente proporcional a la masa del sistema.

La energía potencial en el movimiento armónico, se puede visualizar como una parábola. De la definición de energía potencial y energía cinética.

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -F \quad (4.12),$$

U es la energía potencial con unidades de newton por metro [Nm] o Joules [J].

$$\int \partial U = k \int x \partial x \quad (4.13),$$

$$U = \frac{1}{2} k x^2 \quad (4.14),$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad (4.15),$$

$$\partial U = -m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \partial x \quad (4.16),$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{(v_f^2 - v_i^2)}{2 \partial x} \quad (4.17).$$

En la ecuación (4.17) v_f es la velocidad final y v_i es la velocidad inicial.

$$C = \frac{1}{2} m \left(\frac{\partial x^2}{\partial t^2} \right)^2 \quad (4.18),$$

C por su parte, es la Energía cinética en el sistema, medida también en unidades de energía [J].

$$C = \frac{1}{2} m v^2 \quad (4.19),$$

Tanto la energía potencial (4.14) como la energía cinética (4.19) se conservan. Existe un intercambio de energía entre energía cinética y energía potencial, pero la energía total siempre es constante. Cuando un oscilador armónico es perturbado existe una fuerza que lo devuelve a su posición inicial, pero la inercia lo mantiene en movimiento hasta que la fuerza de recuperación lo detiene, y esta fuerza lo hace retornar nuevamente esto es en esencia el movimiento armónico.

Se puede concluir que: el movimiento armónico simple es la respuesta de la naturaleza al estímulo sobre cualquier sistema en equilibrio estable.

4.2 Principios de elasticidad

Cuando una fuerza se aplica a un cuerpo, este se deforma. Las partículas del material son desplazadas de su posición original. Mientras la fuerza no exceda un valor crítico, los desplazamientos son reversibles y las partículas del material regresan a su posición original cuando la fuerza cesa, no hay deformación permanente. Esto es llamado comportamiento elástico.

Consideremos un cilindro con una longitud de n y una sección transversal A , sujeto a una fuerza F . El cilindro se extiende Δn figura 4. 2.

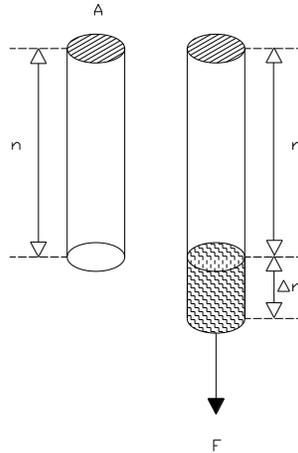


Figura 4. 2 Fuerza F actuando en una barra con una sección transversal A extendida Δn de su longitud original n .

La ley de Hook establece que:

$$\frac{F}{A} \propto \frac{\Delta n}{n} \quad (4.20),$$

la deformación Δn es directamente proporcional a la fuerza aplicada F y a la longitud n pero inversamente proporcional a A . Cuando el área A se hace muy pequeña, el límite de la relación fuerza entre área (F/A) es llamado esfuerzo σ , tiene las mismas unidades de presión [*pascal*]. Si al mismo tiempo n es muy pequeña, el cociente $\Delta n/n$ se llama deformación infinitesimal y es una medida adimensional.

Si un cuerpo experimenta una fuerza y conserva su volumen, se presentan tanto deformaciones longitudinales como transversales.

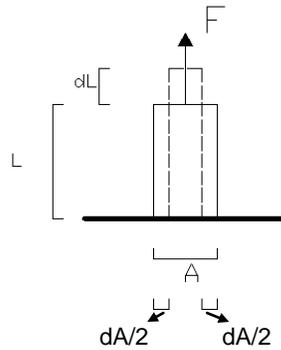


Figura 4. 3 Fuerza F sobre un cuerpo que se deforma longitudinalmente dL y transversalmente dA . (modificada de del Valle, 1987).

A partir de la figure se pueden obtener constantes que relacionan la deformación

$$E = \frac{\text{esfuerzo}_l}{\text{deformación}_l} \quad (4.21),$$

Donde E es el módulo de Young. Si se conserva el volumen, tanto el esfuerzo como la deformación son en dirección longitudinal y la constante E toma un valor menor a 0.5 (del Valle, 1987).

$$\nu = \frac{\Delta Tran}{\Delta Long} \quad (4.22).$$

En la ecuación (4.22) ν se conoce como el cociente de Poisson, $\Delta Tran$ y $\Delta Long$ son las deformaciones transversal y longitudinal respectivamente.

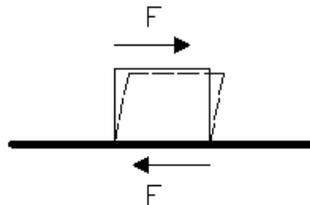


Figura 4. 4 Fuerza cortante F que actúa y modifica la forma del cuerpo (Del Valle, 1987).

A partir de la Figura 4. 4 se puede definir una constante elástica más.

$$\mu = \frac{\text{escort}}{\text{defang}} \quad (4.23),$$

la constante μ es la rigidez; σ es el esfuerzo cortante; γ es la deformación angular.

Si un cuerpo es sometido a esfuerzos compresivos en toda su superficie este se deforma y se define otra constante.

$$k = \frac{\Delta \text{presión}}{\Delta \text{vol}} \quad (4.24),$$

la constante k es conocida como compresibilidad, $\Delta \text{presión}$ es el cambio de presión en el cuerpo y Δvol es el cambio en volumen.

A partir de estas constantes se pueden definir las dos constantes elástica que Lamé propuso

$$\lambda = k - \frac{2\mu}{3} \quad (4.25),$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4.26),$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (4.27),$$

estas ecuaciones emplean las constantes elásticas: μ rigidez; k la compresibilidad; E el módulo de Yong y ν el cociente de Poison, para definir las constantes de lamé λ y μ .

Cuando la fuerza aplicada supera el límite elástico del medio, la relación de deformación-esfuerzo deja de ser lineal y la ley de Hooke deja de ser útil.

4.3 Ondas de cuerpo

Un terremoto ocurre cuando el esfuerzo aplicado en una roca de la corteza o de la parte superior del manto excede el límite de falla de la roca o excede el límite de fricción estática para fallas preexistentes. La energía que se almacenó en la roca viaja como ondas, llamadas ondas sísmicas, que se propagan por deformación elástica de las rocas.

Las ondas de cuerpo son ondas elásticas que viajan a través de la Tierra, las cuales pueden ser compresionales o de cizalla. La velocidad de propagación depende de las características físicas de los materiales que atraviesan, la densidad y sus propiedades elásticas. A continuación veremos dos tipos de ondas de cuerpo.

Las ondas P también conocidas como compresionales, primarias o irrotacionales se transmiten cuando las partículas del medio se desplazan en la dirección de propagación, produciendo compresiones y dilataciones en el medio (cambios volumétricos), Figura 4. 5. Por ejemplo, las ondas sonoras que son un tipo de onda primaria.

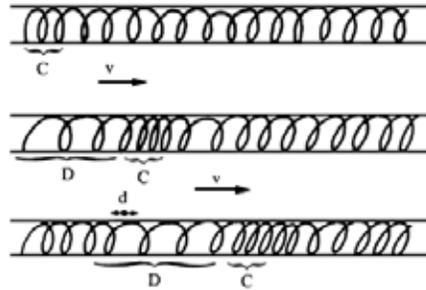


Figura 4. 5 Onda P propagándose en un resorte con velocidad v , C es la compresión y D indica dilatación. El desplazamiento de las partículas del resorte se produce en las direcciones indicadas por d . (tomada de Nava 1998.)

Las Ondas S son igualmente conocidas como: ondas de corte, de cizalla o equivolúmetricas. Son aquéllas en las cuales las partículas del medio se desplazan perpendicularmente a la dirección de propagación (Figura 4. 6), por lo que están asociadas con deformaciones del terreno de tipo de corte (no hay cambio de volumen, por lo que, no se propagan en fluidos). La luz es una onda transversal.

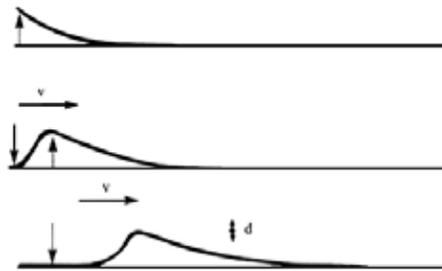


Figura 4. 6 Onda de corte propagándose con velocidad v a lo largo de una cuerda. El desplazamiento de las partículas de la cuerda se da en las direcciones indicadas por d . (tomada de Nava, 1998).

Las ondas P viajan más rápido que las S, por lo que, son detectadas primero, pero regularmente la amplitud de las ondas P es menor que el de las ondas S. El desplazamiento de las partículas en el terreno durante el paso de la onda puede ser en cualquier dirección (Figura 4. 7).

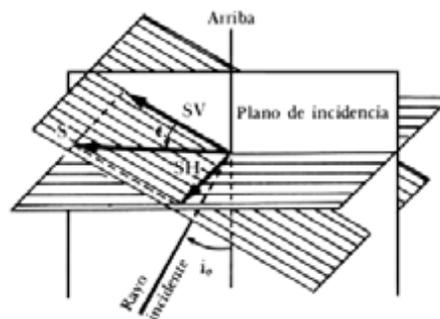


Figura 4. 7 La onda S y sus componentes SV y SH. (tomada de Nava, 1998).

Cuando una onda de cuerpo viaja a través de un medio e incide sobre una interfase (separación entre medios con distintas propiedades elásticas), parte de la energía es transmitida al segundo medio y parte es reflejada (Figura 4. 8).

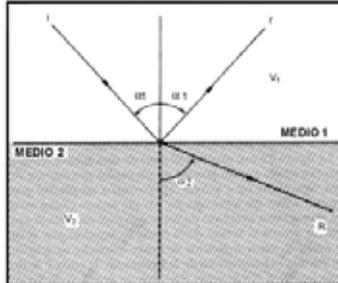


Figura 4. 8 Viaje de la onda en la interfase i rayo incidente, r rayo reflejado, R rayo refractado. (tomada de Nava, 1998).

La ley de snell relaciona el cambio de dirección de la onda con las propiedades de los medios en la interfase de la siguiente manera:

$$\frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad (4.28),$$

los ángulos α son medidos con respecto a la normal de la interfase; v es la velocidad de propagación de la onda en el medio; los subíndices indican el lado de la interfase. Si un rayo pasa de un medio de menor velocidad a otro de mayor velocidad se aleja de la normal, mientras que si pasa de un medio de mayor a otro de menor velocidad se acerca a la normal.

4. 4 Ondas Superficiales.

Cuando las ondas de cuerpo llegan a la superficie se produce otra clase de ondas, las ondas superficiales, estas viajan con una velocidad menor que las ondas S; su amplitud máxima está en la superficie y disminuye con respecto al aumento de la profundidad.

Las ondas de superficie a diferencia de las ondas de cuerpo, no están formadas por pulsos, sino por trenes de onda. Según sus características se clasifican como: Ondas de Rayleigh y Love.

Las ondas de Rayleigh, denotadas usualmente por R, se deben a la interacción entre las ondas P y las SV. Al paso de la onda, las partículas en la superficie presentan un movimiento elíptico retrogrado (Figura 4. 9).

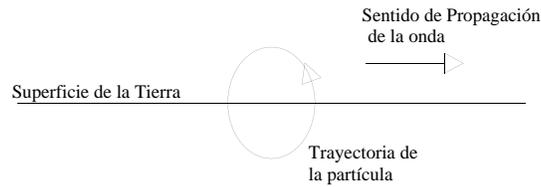


Figura 4. 9 Ondas de Rayleigh (tomada de Cruz-Gómez, 1996)

Las Ondas de Love son denotadas usualmente por L, se deben a la interferencia constructiva de ondas SH, por lo que no pueden existir en un semiespacio, requieren al menos una capa sobre el semiespacio, que polarice la energía en un solo plano. La amplitud de las ondas de Love es mayor que las ondas de Rayleigh, debido a que el movimiento no se ve afectado por el campo gravitatorio.

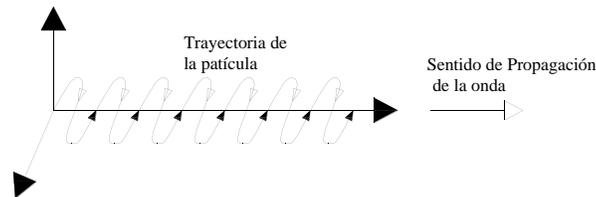


Figura 4. 10 Ondas de Rayleigh (tomada de Cruz Gómez, 1996).

4. 5 Planteamiento del problema

El problema consiste en simular la propagación de ondas en 2 dimensiones. Para simplificar el problema se puede dividir en dos partes: por un lado el desplazamiento producido por las ondas SH, y por el otro lado el movimiento producto de las ondas P – SV. Las ondas SH se verán perpendiculares a la dirección de propagación de onda; por su cuenta las ondas P-SV demandan un tratamiento vectorial.

En el caso de Ondas SH consideremos que estamos en el plano “xz” y el movimiento de partículas se da en la dirección “y”. La representación del desplazamiento queda como:

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + f_y \quad (4.29),$$

la v es desplazamiento en la dirección “y” cuya unidad es el [m], t es el tiempo en [s], μ es la constante de Lamé o rigidez definida en las ecuaciones (4.25) y (4.27) y f_y es una fuerza externa.

Otra representación de la misma ecuación es llamada formulación de desplazamientos-esfuerzos, en ella se toma en cuenta los cambios laterales en las propiedades del medio.

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} + f_y \quad (4.30),$$

$$\sigma_{xy} = \mu \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.31),$$

$$\sigma_{zy} = \mu \frac{\partial v}{\partial z} \quad (4.32),$$

las variables σ_{iy} son los esfuerzos cortantes, i puede ser la dirección x o z.

Las ondas P-SV En este caso no se presentan desplazamientos en la dirección y.

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \lambda \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial x} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + f_x \quad (4.33),$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} + \lambda \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + f_z \quad (4.34).$$

Estas dos ecuaciones se conocen como formulaciones de desplazamiento, donde u y w son movimientos en las direcciones x y z respectivamente, λ es la constante de lame ya fue definida en las ecuaciones (4.25) y (4.27).

La ecuación en términos de desplazamientos-esfuerzos queda de la siguiente manera:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + f_x \quad (4.35),$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + f_z \quad (4.36),$$

$$\sigma_{xx} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4.37),$$

$$\sigma_{zz} = \lambda \frac{\partial u}{\partial x} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4.38),$$

$$\sigma_{xz} = \mu \frac{\partial u}{\partial z} + \mu \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4.39).$$

4. 6 Soluciones Numéricas

Para resolver el problema de la propagación de ondas, se han desarrollado diferentes métodos numéricos. Se pueden englobar en los siguientes grupos:

- Teoría de Rayos.
- Métodos de Contorno.
- Métodos de Dominio.

La teoría de rayos es una técnica geométrica. Se realiza haciendo propagaciones asintóticas, para la longitud de onda $\lambda=0$; o de frecuencias muy altas. El problema se divide en dos partes: encontrar los caminos que recorre la señal y su amplitud.

El sistema de rayos foco receptor sirve de soporte para la construcción de un campo de ondas. La ecuación de ondas se soluciona en coordenadas centradas, en las cuales se satisface, localmente la aproximación parabólica en el entorno de cada rayo. La amplitud de onda tiene forma gaussiana alrededor del rayo central y la solución final es la superposición de los haces gaussianos correspondientes a cada rayo (Pérez, 2005).

El costo computacional no es elevado en comparación con otras técnicas, pero presenta otras limitaciones. Las soluciones no cuentan con el fenómeno de la difracción, además, las fronteras suelen ser suaves y las dimensiones de las irregularidades tienen que ser mucho más grandes que la longitud de onda característica de la onda incidente. No se aprecian las ondas de Rayleigh ni las ondas reflejadas más allá del ángulo crítico.

Los métodos de contorno evitan la introducción de fronteras ficticias en el medio, como ocurre con los métodos de dominio, reducido así las dimensiones del problema este hecho proporciona por lo tanto muchas ventajas al coste computacional. Se pueden emplear con métodos de elementos finitos, con lo que la región modelada con dichos elementos puede ser de la menor extensión. Los métodos de contorno engloban tres técnicas, basadas en:

- El uso de sistemas completos de soluciones.
- La representación del número de onda discreto.
- El uso de ecuaciones integrales.

Los métodos que usan los sistemas completos de soluciones están basados en que se puede encontrar la solución del problema a partir de la combinación lineal de funciones linealmente independientes las cuales satisfacen la ecuación diferencial, que representa el problema. Los coeficientes de dicha combinación se calculan mediante la imposición de las condiciones de contorno de cada caso de estudio (Pérez y Luzón, 2005).

Las condiciones de contorno implican tracciones nulas en las superficies libres y la continuidad de desplazamientos y tracciones en las superficies de separación de los medios distintos. Por medio de estos requisitos se encuentran los coeficientes de la combinación lineal de las soluciones simples y estos se pueden calcular con los esquemas de mínimos cuadrados cuando su número no coincide con las de las condiciones de contorno.

En el método de número de onda discreto, el campo de ondas se expresa como una superposición de ondas planas, incluyendo las ondas inhomogéneas, propagándose en todas direcciones desde la frontera del espacio elástico con amplitudes complejas desconocidas. El

movimiento total se obtiene mediante la integración sobre el número de onda horizontal. Esta integral es reemplazada por la suma infinita bajo la hipótesis de periodicidad horizontal de la irregularidad. La truncación de esta suma finita y la aplicación de las condiciones de contorno en el dominio del número de onda conducen a un sistema de ecuaciones lineales para las amplitudes desconocidas. Esta técnica se muestra eficiente en el cálculo computacional y expresa correctamente el campo de desplazamientos. Sin embargo, está limitado al estudio de irregularidades de pendiente suave y a frecuencias muy altas (Pérez, 2005).

Por último dentro de los métodos de contorno tenemos la solución de ecuaciones integrales, este método está basado en el hecho de que el campo de ondas admite una representación integral en términos de elementos sobre las fronteras del espacio considerado. Con la discretización de dicha frontera y con las condiciones de contorno se genera un sistema lineal de ecuaciones integrales. Hay varias formas de tratar esta aproximación de una de ellas es la formulación directa, las incógnitas del problema son los valores del desplazamiento y las tracciones.

En combinación con el método de número de onda discreto, el cual se ha usado para calcular las funciones de Green, que aparecen en la representación integral. Así autores como Arben Pitarka o Yoshimitsu Fukushima han estudiado problemas de difracción de ondas elásticas con la formulación directa e indirecta. Con este procedimiento, la integración a lo largo del contorno hace desaparecer las singularidades de las funciones de Green cuando coinciden la posición de la fuente y el punto de observación del desplazamiento o de la tracción. Aún así, el cálculo de dichas funciones de Green tiene un costo computacional elevado.

Cuando las funciones de Green son analíticas, las singularidades de la posición, de la fuente pueden ser integradas. De esta manera las fuentes pueden estar localizadas en la superficie y sus efectos pueden ser considerados de una forma más apropiada. A su vez, la incertidumbre de la localización de la fuente puede ser eliminada.

Estos métodos son formulados en términos de las funciones de Green del problema, las cuales representan la solución para una fuerza unitaria aplicada en un punto en cierto dominio de interés. La disposición de estas funciones es una seria limitación de los elementos de contorno. De hecho, las funciones de Green solo pueden ser obtenidas de una manera sencilla para medios homogéneos. Existe una amplia variedad de problemas para los cuales es razonable asumir un incremento de velocidades de propagación de las ondas con la profundidad. Para estos modelos también se han encontrado las funciones de Green (Sánchez-Sesma *et. al*, 1994).

Uno de los problemas actuales es la reducción del tiempo de computo, y los requisitos de la memoria. En estos cálculos, para mantener una relación razonable entre la longitud de onda mínima y el tamaño de los elementos, la dimensión de la matriz de coeficientes crece aproximadamente con el cuadrado de la frecuencia.

Los métodos de dominio utilizan una aproximación de la ecuación de onda o de las ecuaciones de elastodinámica, normalmente en intervalos de tiempo sucesivos. También se le llaman métodos directos. Se caracterizan porque propagan los campos de onda completos a través del medio. Entre ellos hablamos de:

- Método pseudoespectral.
- Método de elementos finitos.
- Método de diferencias finitas.

Los cuales permiten la solución de problemas complicados, pero el tiempo computacional es muy alto, y requieren de abundante memoria si la programación no se trabaja con cuidado.

El método pseudoespectral también es llamado método de Fourier. Las derivadas espaciales de las ecuaciones diferenciales son elevadas a lo largo de una fila o una columna de la rejilla espacial en un tiempo dado, usando la Transformada Rápida de Fourier (FFT), mientras que las derivadas temporales son calculadas mediante el método de diferencias finitas. En orden a derivar respecto a las coordenadas espaciales, la fila o la columna es transformada en el dominio del número de onda k (o frecuencia espacial); de esta manera multiplicando por ik , donde i es la unidad imaginaria, y posteriormente realizando la transformada inversa, conseguimos la correspondiente derivada espacial.

Este método tiene la particularidad de que necesita un discretizado, que tenga pocos puntos por longitud de onda (del orden de 4 a 5).

Los métodos de elementos finitos discretizan el medio que queremos estudiar y los desplazamientos son calculados en los nodos de estos elementos. La ventaja principal de esta técnica es, que los elementos no tendrán ni el mismo tamaño ni la misma forma. De esta manera podemos estudiar el dominio que queremos estudiar muy eficientemente. Una vez que hemos discretizado el dominio, los desplazamientos en cada nodo son relacionados con las fuerzas aplicadas en el medio de un sistema de ecuaciones diferenciales en función de la exactitud, operativa y necesidades de cada técnica usando procesadores escalares y vectoriales con capacidad de almacenamiento.

Cuando las matrices reducidas que aparecen en el sistema de ecuaciones son diagonales, los métodos más apropiados de integración son las diferencias centradas.

Existen ciertas limitaciones. Si queremos reproducir la respuesta del medio para altas frecuencias, el medio tendrá que ser dividido en un número mayor de elementos, por lo tanto se incrementa el coste computacional y los requerimientos de la memoria muy rápidamente. Este problema es resuelto mediante la imposición de contornos absorbentes para reducir el medio de estudio, aunque estos contornos introducen reflexiones que estropean la solución final, y los tiempos de análisis deben ser reducidos para evitarlo.

En el método de método de diferencias finitas se aproximan las ecuaciones de onda mediante las diferencias finitas. Las derivadas que aparecen en estas ecuaciones son transformadas en diferencias finitas mediante el truncado de la serie de Taylor, creando un conjunto de ecuaciones que pueden ser resueltas de forma iterativa. El modelo que se plantea resolver es discretizar el medio mediante una rejilla y los desplazamientos son aproximados en cada uno de los nodos de esta rejilla. Durante la segunda mitad del siglo XX muchos autores han trabajado con este método. Alguno de los resultados más realistas de propagación de ondas elásticas a la fecha se deben al empleo de este método. Ejemplo de ello son las simulaciones presentadas por el SCEC (South California Earthquake Center).

Actualmente la mayoría de los esfuerzos se concentran en tener una buena aproximación para la superficie libre, también para las fronteras absorbentes. Los grandes problemas aparecen al trabajar con modelos 3D en donde se acentúa la cantidad de información con la que tenemos que trabajar y los requerimientos de memoria. El futuro promete el empleo de nuevos códigos y lenguajes de computación que permitan optimizar el rendimiento de las máquinas y nos den la posibilidad de trabajar con cantidades más grandes de datos y con señales en altas frecuencias.

4. 7 Historia del Método de Diferencias Finitas

Alterman y Carral (1968) resuelven el problema de una capa sobre un semiespacio directamente aplicando las ecuaciones de contorno (continuidad de esfuerzos y desplazamientos en la interfase entre ambos medios y la nulidad de esfuerzos en la superficie libre), de manera que generan un esquema implícito el cual les obliga a resolver un sistema de ecuaciones. Ellos emplearon un esquema convencional en desplazamientos y desarrollaron su algoritmo para medios heterogéneos.

Boore (1972) y Nelly (1976) hacen evolucionar este algoritmo para medios heterogéneos e introducen la idea de promediar los parámetros del medio. Boore (1972) introdujo el llamado formalismo del vacío, para el problema SH en 2D, donde los parámetros de Lamé y la densidad se igualan a cero para simular la superficie libre.

Ilan (1977) y Rong-Song (1788) utilizaron el método de diferencia finitas para simular la propagación de ondas P - SV en un medio elástico con superficie libre poligonal. Estos esquemas requerían rejillas no uniformes introduciendo algunas complejidades y reduciendo la exactitud de la solución.

Levander (1988) desarrolla una técnica de imágenes para los esfuerzos, en la cual es necesario conocer los valores de las componentes del tensor de esfuerzos sobre la superficie libre. él desarrolló un esquema de velocidad esfuerzo con rejilla desplazada con aproximación de cuarto orden.

Graves (1996) empleó el mismo esquema de imágenes para un problema 3D y comparó la técnica de imágenes con los resultados que obtenía mediante el formalismo del vacío observando que obtenía mejores resultados con la técnica de imágenes.

Ohminato y Chouet (1997) discretizan la topografía de un problema 3D realizando la superposición de celdas unitarias en un esquema de velocidad-esfuerzos mediante una rejilla desplazada.

Madariaga (1998) propone una malla entrecruzada de cuarto orden con el fin de estudiar, la fallas dinámica en tres dimensiones. Implementa las condiciones de frontera para fallas, donde incluye la debilidad en el deslizamiento y la velocidad de dependencia. El deslizamiento es calculado entre puntos de la zona de falla, forzando que los esfuerzos de corte sean simétricos.

Hayashi (2001) emplea una técnica mixta la cual combinaba el método de imágenes generalizado y el formalismo del vacío en un esquema de velocidades-esfuerzos. Este esquema presentó dos problemas, por un lado al menos requiere treinta puntos de onda y por lo tanto la rejilla discontinua se presentó eventualmente inestable.

Ruud y Hesthom (2001) usaron un rejilla curva en un sistema de coordenadas (x, y) para modelar la topografía y realizando posteriormente un cambio en el sistema de coordenadas, todo esto en un sistema de desplazamiento-esfuerzo.

Kriskek (2002) usa una técnica diferente para modelar la superficie libre, llamada técnica AFDA, basada en el ajuste de la aproximación en diferencias finitas. Esta técnica es diferente a la técnica de imágenes, puesto que no necesita desplazamientos ni esfuerzos virtuales sobre la superficie libre. Moczo (2004) empleo esta técnica para calcular el movimiento del suelo de

modelos con discontinuidades laterales del material y superficie libre horizontal. Ambos autores emplearon esquemas de velocidad-esfuerzo, con rejillas desplazadas de cuarto orden de aproximación.

Min (2004) trabajó en el dominio de la frecuencia con un esquema de desplazamientos y propuso el llamado “esquema basado en celdas” donde los parámetros de Lamé son tomados en las celdas de la rejilla en lugar de tomarlos en los puntos nodales. Se lleva a cabo el cálculo de los valores medios de dichos parámetros en los puntos nodales y así se toman estos valores para las celdas de la rejilla.

5. Método de Diferencias Finitas.

El método de diferencias finitas (MDF) consiste en definir una malla de puntos en el espacio y el tiempo (t, X) , una vez definida sus dimensiones serán (n, m) en el caso espacial, y k para el temporal.

La idea básica del esquema del MDF es remplazar las derivadas de las ecuaciones diferenciales por diferencias finitas, es decir resolverlas en forma discreta.

En el caso de la ecuación de onda sus derivadas parciales son aproximadas con diferencias finitas, pero la malla propuesta debe cumplir con algunas condiciones que serán citadas más adelante.

5.1 Construcción de la Malla.

La malla estará integrada por puntos interiores y por puntos de frontera; Si se trabaja en un sistema cartesiano, los espaciamentos se denotan como $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ y Δt ; y la malla corresponde a un sistema rectangular coordenado.

En la mayoría de los casos es apropiado usar un espaciamento constante, $\Delta x = \Delta y = \Delta z = h$. Se llegan a utilizar otros tipos de rejilla dependiendo la geometría del problema (por ejemplo, formas de discontinuidades materiales o del propio modelo), esto con el fin de simplificar los cálculos.

5.2 Aproximación de derivadas.

Considere la función $\Phi(x)$. La expansión de Taylor puede ser usada para obtener aproximaciones de la primera derivada y las derivadas de orden mayor de la función.

Las expansiones de Taylor de la función Φ en $x+h$ y $x-h$ son:

$$\Phi(x+h) = \Phi(x) + \Phi'(x)h + \frac{1}{2}\Phi''(x)h^2 + \frac{1}{6}\Phi'''(x)h^3 + \dots \quad (5.1),$$

$$\Phi(x-h) = \Phi(x) - \Phi'(x)h + \frac{1}{2}\Phi''(x)h^2 - \frac{1}{6}\Phi'''(x)h^3 + \dots \quad (5.2),$$

donde h denota un desplazamiento, para el modelo de DF h son los espaciamentos de la rejilla; $\Phi'(x)$ es la derivada de la función, $\Phi''(x)$ es la derivada de segundo orden y así sucesivamente.

De la expansión (5.1) se despeja la derivada de la función, $\Phi'(x)$

$$\Phi(x+h) - \Phi(x) = \Phi'(x)h + \frac{1}{2}\Phi''(x)h^2 + \frac{1}{6}\Phi'''(x)h^3 + \dots \quad (5.3),$$

$$\Phi'(x) = \frac{1}{h}[\Phi(x+h) - \Phi(x)] - \frac{1}{2}\Phi''(x)h - \frac{1}{6}\Phi'''(x)h^2 - \dots \quad (5.4),$$

Esta ecuación se escribir como:

$$\Phi'(x) = \frac{1}{h}[\Phi(x+h) - \Phi(x)] - \Phi(h) \quad (5.5),$$

Aproximando la derivada tenemos la formula de diferencia directa (o hacia delante):

$$\Phi'(x) \cong \frac{1}{h}[\Phi(x+h) - \Phi(x)] \quad (5.6),$$

De forma similar, de la expresión (5.2) obtenemos

$$\Phi(x) - \Phi(x-h) = \Phi'(x)h - \frac{1}{2}\Phi''(x)h^2 + \frac{1}{6}\Phi'''(x)h^3 - \dots \quad (5.7),$$

$$\Phi'(x) = \frac{1}{h}[\Phi(x) - \Phi(x-h)] + \frac{1}{2}\Phi''(x)h - \frac{1}{6}\Phi'''(x)h^2 + \dots \quad (5.8),$$

$$\Phi'(x) = \frac{1}{h}[\Phi(x) - \Phi(x-h)] + O(h) \quad (5.9).$$

La formula de diferencia reversa o diferencia atrás

$$\Phi'(x) \cong \frac{1}{h}[\Phi(x) - \Phi(x-h)] \quad (5.10).$$

Ambas aproximaciones son de primer orden ya que el término al que dirige de la aproximación es proporcional a h .

Restando las ecuaciones (5.1) y (5.2)

$$\Phi(x+h) - \Phi(x-h) = 2\Phi'(x)h + \frac{2}{6}\Phi'''(x)h^3 + \dots \quad (5.11),$$

despejando la derivada:

$$\Phi'(x) = \frac{1}{2h} [\Phi(x+h) - \Phi(x-h)] - O(h^3) \quad (5.12),$$

se puede aproximar a:

$$\Phi'(x) \cong \frac{1}{2h} [\Phi(x+h) - \Phi(x-h)] \quad (5.13),$$

es la fórmula de diferencia centrada, la cual es una aproximación de segundo orden (debido a que se usan más términos de la serie).

Sumando las expansiones (5.1) y (5.2) obtenemos la aproximación de segundo orden de la segunda derivada:

$$\Phi''(x) \cong \frac{1}{h^2} [\Phi(x+h) - 2\Phi(x) + \Phi(x-h)] \quad (5.14);$$

El sistema tiene que permanecer estable, si esto ocurre cumplirá algunas condiciones.

La ecuación de onda unidimensional:

$$\rho \frac{\partial^2 d}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(E \frac{\partial d}{\partial x} \right) \quad (5.15),$$

la variable ρ es la densidad del medio de propagación, d es el desplazamiento y E es una constante elástica. Esta ecuación se puede escribir en términos de velocidad vel esfuerzo σ con derivadas de primer orden:

$$\frac{\partial vel}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \quad (5.16),$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = E \frac{\partial vel}{\partial x} \quad (5.17).$$

Aproximando las derivadas de velocidad y esfuerzo en (5.16) y (5.17) por medio de la fórmula de diferencias centradas obtenemos:

$$\frac{1}{2\Delta t} (vel_i^{k+1} - vel_i^{k-1}) = \frac{1}{\rho_i} \frac{1}{2\Delta x} (\sigma_{i+1}^k - \sigma_{i-1}^k) \quad (5.18),$$

$$\frac{1}{2\Delta t} (\sigma_i^{k+1} - \sigma_i^{k-1}) = E_i \frac{1}{2\Delta x} (vel_{i+1}^k - vel_{i-1}^k) \quad (5.19).$$

Consideremos los errores ($\varepsilon(T_i^k)$ para tracción y $\varepsilon(V_i^k)$ para velocidad) en $x=i\Delta x$ y $t=\omega \Delta t$ sean

$$\varepsilon(T_i^k) = A \exp(-i\omega\Delta t + iki\Delta x) \quad (5.20),$$

$$\varepsilon(V_i^k) = B \exp(-i\omega\Delta t + iki\Delta x) \quad (5.21).$$

Las variables w y k son la frecuencia natural en radianes/segundo y número de onda radianes/metro respectivamente; A y B son constantes.

Dado que los errores satisfacen las mismas ecuaciones como la solución en si misma sustituimos (5.20) y (5.21) en las ecuaciones diferenciales (5.16) y (5.17):

$$-i2Bsen\omega\Delta t = \frac{\Delta t}{\rho_i\Delta x} A2isenk\Delta x \quad (5.22),$$

$$-i2Asen\omega\Delta t = \frac{E_i\Delta t}{\Delta x} B2isenk\Delta x \quad (5.23),$$

eliminando A y B obtenemos:

$$(sen\omega\Delta t)^2 = \frac{E_i}{\rho_i} \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)^2 (senk\Delta x)^2 \quad (5.24),$$

$$sen\omega\Delta t = \pm \left(\frac{E_i}{\rho_i}\right)^{1/2} \frac{\Delta t}{\Delta x} senk\Delta x \quad (5.25).$$

La función seno toma valores entre -1 y 1, por lo que:

$$p = \left(\frac{E_i}{\rho_i}\right)^{1/2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (5.26),$$

donde $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ es la velocidad de muestreo y $c_0 = \left(\frac{E_i}{\rho_i}\right)^{1/2}$ es la velocidad de propagación de onda.

La condición de estabilidad establece que velocidad de muestreo debe ser mayor a la velocidad de onda.

Sustituyendo el número de onda $k = 2\pi/\lambda$, y usando un muestreo más fino $\Delta x/2$ y $\Delta t/2$ en la ecuación (5.25) obtenemos las relaciones para la velocidad de fase y la velocidad de grupo de la rejilla:

$$c^{rejilla} = \frac{\omega}{k} = \frac{\Delta x}{\pi \Delta t} \frac{\lambda}{\Delta x} \arcsin \left(c_0 \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin \frac{\pi \Delta x}{\lambda} \right) \quad (5.27),$$

$$v_g^{rejilla} = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{c_0 \cos \frac{\pi \Delta x}{\lambda}}{\left[1 - \left(c_0 \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin \frac{\pi \Delta t}{\lambda} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (5.28),$$

Asumiendo un medio homogéneo con velocidad de fase c_0 , es fácil ver la dependencia de $c^{rejilla}$ y $v_g^{rejilla}$ sobre un cociente de muestreo espacial $\Delta x/\lambda$ y cociente de estabilidad $c_0 \Delta t/\Delta x$, es decir, la llamada dispersión de rejilla, graficando ambas velocidades normalizadas por c_0 como se ilustra en la figura 5.1.

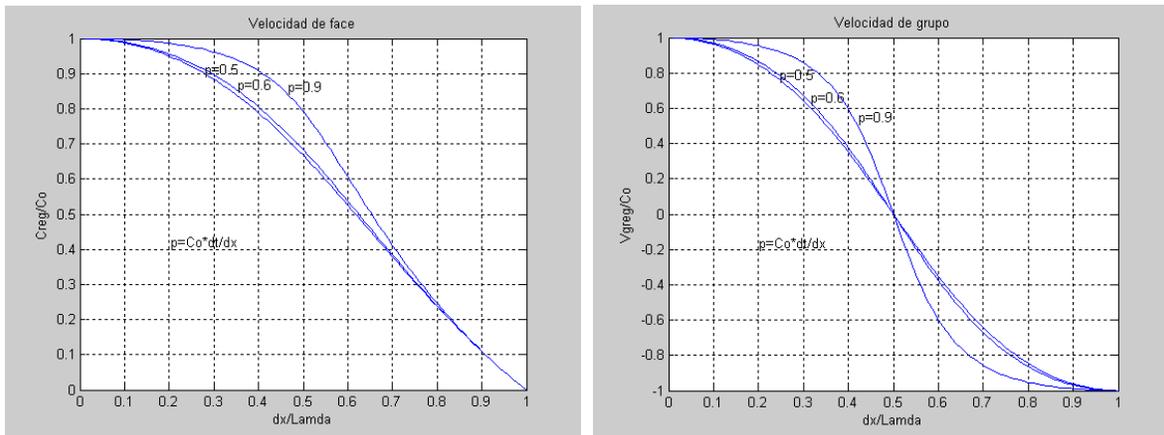


Figura 5. 1 Curvas de dispersión de rejilla para el esquema de diferencias finitas

Los valores de $c^{rejilla}$ y $v_g^{rejilla}$ tiene un valor cercano a la velocidad de fase y grupo real cuando $\Delta x/\lambda < 0.1$. Esto significa que al menos deberán usarse 10 espaciamentos de rejilla Δx para muestrear la longitud de onda λ para poder eliminar la dispersión de rejilla de las velocidades de fase y de grupo para la longitud de onda λ .

El grado de discretización, dependerá de la longitud de onda que se quiera ver y esta a su vez del tipo de perturbación.

$$\Delta x = \frac{\lambda}{10} \quad (5.29).$$

Si se quiere tener el cálculo en diferencias finitas exacto hasta la frecuencia de f_a , el espaciamento de la rejilla tiene que satisfacer el criterio de muestreo.

$$\Delta x < \frac{V_{\min}}{10 f_a} \quad (5.30),$$

donde V_{\min} es la velocidad mínima de propagación de onda.

5.3 Aplicación del Método

Una vez vistas las condiciones que tiene que cumplir el medio, se deben sustituir las derivadas parciales por diferencias finitas en la ecuación de onda (3.30). El primer miembro se descompone con la diferencia de segundo orden.

5.3.1 Caso SH

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\rho}{\Delta t^2} [v^{k+1}(i, j) - 2v^k(i, j) + v^{k-1}(i, j)] \quad (5.31).$$

Para resolver el segundo miembro de la ecuación de la ecuación (3.30), aplicamos la fórmula de diferencia hacia atrás.

$$\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} (\mu_x(i, j)v_x^k(i, j) - \mu_x(i-1, j)v_x^k(i-1, j)) \quad (5.32).$$

Derivando nuevamente la expresión anterior con la fórmula de diferencia directa.

$$\frac{\partial}{\partial x} \mu_x \frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x^2} [\mu_x(i, j)\{v_x^k(i+1, j) - v_x^k(i, j)\} - \mu_x(i-1, j)\{v_x^k(i, j) - v_x^k(i-1, j)\}] \quad (5.33).$$

Se reagrupan términos:

$$\frac{\partial}{\partial x} \mu_x \frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x^2} [\mu_x(i, j)v_x^k(i+1, j) - (\mu_x(i, j) + \mu_x(i-1, j))v_x^k(i, j) - \mu_x(i-1, j)v_x^k(i-1, j)] \quad (5.34).$$

Procedamos de igual forma para el siguiente término de la suma en la ecuación (3.30)

$$\frac{\partial}{\partial z} \mu_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{1}{\Delta z^2} [\mu_z(i, j)v_z^k(i, j+1) - (\mu_z(i, j) + \mu_z(i, j-1))v_z^k(i, j) - \mu_z(i, j-1)v_z^k(i, j-1)] \quad (5.35).$$

Agrupando toda la información:

$$\frac{\rho}{\Delta t^2} [v^{k+1}(i, j) - 2v^k + v^{k-1}] \cong \tag{5.36}$$

$$\left[\frac{1}{\Delta x^2} [\mu_x(i, j)v_x^k(i+1, j) - (\mu_x(i, j) + \mu_x(i-1, j))v_x^k(i, j) - \mu_x(i-1, j)v_x^k(i-1, j)] \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\Delta z^2} [\mu_z(i, j)v_z^k(i, j+1) - (\mu_z(i, j) + \mu_z(i, j-1))v_z^k(i, j) - \mu_z(i, j-1)v_z^k(i, j-1)] \right]$$

Al despejar $v^{k+1}(i, j)$ de (6) obtenemos.

$$v^{k+1}(i, j) = \frac{\Delta t^2}{\rho(i, j)} \left[\begin{aligned} &\frac{1}{\Delta x^2} [\mu_x(i, j)v_x^k(i+1, j) - (\mu_x(i, j) + \mu_x(i-1, j))v_x^k(i, j) \\ &- \mu_x(i-1, j)v_x^k(i-1, j)] \\ &+ \frac{1}{\Delta z^2} [\mu_z(i, j)v_z^k(i, j+1) - (\mu_z(i, j) + \mu_z(i, j-1))v_z^k(i, j) \\ &- \mu_z(i, j-1)v_z^k(i, j-1)] \end{aligned} \right] \tag{5.37}$$

$$+ 2v^k(i, j) - v^{k-1}(i, j)$$

En la figura 5.2 se puede ver de manera esquemática.

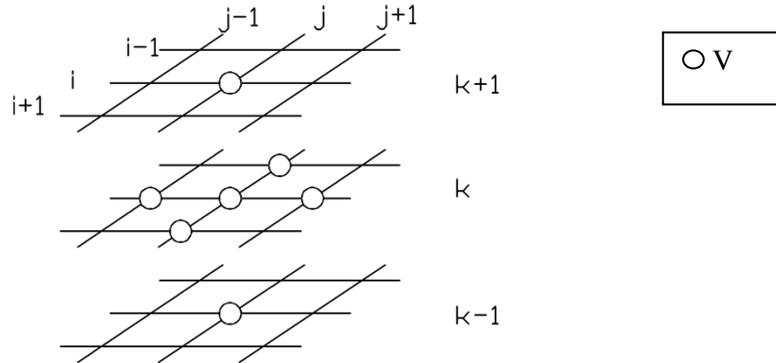


Figura 5. 2 Nodos de la malla empleados para calcular un desplazamiento temporal posterior ($v^{k+1}(i, j)$) en el caso SH empleando una formulación de desplazamiento.

5.3.2 Caso P-SV

El desplazamiento total será $u+w$ donde u^{k+1} y w^{k+1} son:

$$u_{i,j}^{k+1} = \frac{(\Delta t)^2}{\rho_{i,j}} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{(\Delta x)^2} [(\lambda + 2\mu)_{i,j}^{x^+} (u_{i,j+1}^k - u_{i,j}^k) - (\lambda + 2\mu)_{i,j}^{x^-} (u_{i,j}^k - u_{i,j-1}^k)] + \\ \frac{1}{(\Delta z)^2} [\mu_{i,j}^{z^+} (u_{i+1,j}^k - u_{i,j}^k) - \mu_{i,j}^{z^-} (u_{i,j}^k - u_{i-1,j}^k)] + \\ \frac{1}{(4\Delta z \Delta x)} \left[\lambda_{i,j}^{x^+} (w_{i+1,j+1}^k - w_{i-1,j+1}^k + w_{i+1,j}^k - w_{i-1,j}^k) - \right. \\ \left. \lambda_{i,j}^{x^-} (w_{i+1,j}^k - w_{i-1,j}^k + w_{i+1,j-1}^k - w_{i-1,j-1}^k) \right] + \\ \frac{1}{(4\Delta z \Delta x)} \left[\mu_{i,j}^{z^+} (w_{i+1,j+1}^k - w_{i+1,j-1}^k + w_{i,j+1}^k - w_{i,j-1}^k) - \right. \\ \left. \mu_{i,j}^{z^-} (w_{i,j+1}^k - w_{i,j-1}^k + w_{i-1,j+1}^k - w_{i-1,j-1}^k) \right] \end{array} \right\} + \\ + 2u_{i,j}^k - u_{i,j}^{k-1} + f_x \quad (5.38),$$

mientras para la componente vertical:

$$w_{i,j}^{k+1} = \frac{(\Delta t)^2}{\rho_{i,j}} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{(\Delta x)^2} [\mu_{i,j}^{x^+} (w_{i,j+1}^k - w_{i,j}^k) - \mu_{i,j}^{x^-} (w_{i,j}^k - w_{i,j-1}^k)] + \\ \frac{1}{(\Delta z)^2} [(\lambda + 2\mu)_{i,j}^{z^+} (w_{i+1,j}^k - w_{i,j}^k) - (\lambda + 2\mu)_{i,j}^{z^-} (w_{i,j}^k - w_{i-1,j}^k)] + \\ \frac{1}{(4\Delta z \Delta x)} \left[\mu_{i,j}^{x^+} (u_{i+1,j+1}^k - u_{i-1,j+1}^k + u_{i+1,j}^k - u_{i-1,j}^k) - \right. \\ \left. \mu_{i,j}^{x^-} (u_{i+1,j}^k - u_{i-1,j}^k + u_{i+1,j-1}^k - u_{i-1,j-1}^k) \right] + \\ \frac{1}{(4\Delta z \Delta x)} \left[\lambda_{i,j}^{z^+} (u_{i+1,j+1}^k - u_{i+1,j-1}^k + u_{i,j+1}^k - u_{i,j-1}^k) - \right. \\ \left. \lambda_{i,j}^{z^-} (u_{i,j+1}^k - u_{i,j-1}^k + u_{i-1,j+1}^k - u_{i-1,j-1}^k) \right] \end{array} \right\} + \\ + 2w_{i,j}^k - w_{i,j}^{k-1} + f_z \quad (5.39),$$

en estas ecuaciones las variaciones direccionales del medio son tomadas en cuenta como:

$$(\lambda + 2\mu)_{i,j}^{x^+} = \sqrt{(\lambda + 2\mu)_{i,j+1} \cdot (\lambda + 2\mu)_{i,j}} \quad (5.40),$$

$$(\lambda + 2\mu)_{i,j}^{x^-} = \sqrt{(\lambda + 2\mu)_{i,j} \cdot (\lambda + 2\mu)_{i,j-1}} \quad (5.41),$$

$$\lambda_{i,j}^{x^+} = \sqrt[4]{\lambda_{i+1,j+1} \cdot \lambda_{i-1,j+1} \cdot \lambda_{i+1,j} \cdot \lambda_{i-1,j}} \quad (5.42),$$

$$\mu_{i,j}^{z^+} = \sqrt[4]{\mu_{i,j+1} \cdot \mu_{i,j-1} \cdot \mu_{i-1,j+1} \cdot \mu_{i-1,j-1}} \quad (5.43),$$

Gráficamente lo podemos ver en la figura 5.3:

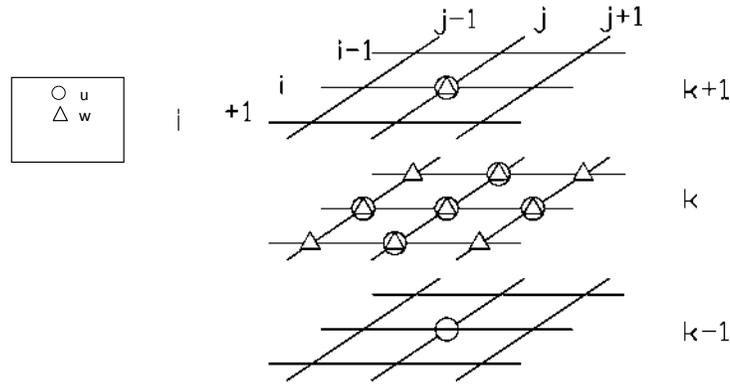


Figura 5. 3 Nodos de la malla empleados para calcular un desplazamiento temporal posterior ($u^{k+1}(i, j)$ y $w^{k+1}(i, j)$,) en el caso P-SV empleando una formulación de desplazamiento.

5.4 Las condiciones de contorno y los bordes absorbentes

Ya se cuenta con herramientas para propagar ondas a través de un medio heterogéneo infinito, pero los medios deben ser acotados. La acción de los bordes es absorber la energía de la onda para simular que la onda se desplaza en un medio infinito. Si las fronteras no cumplen con su función, aparecen ondas reflejadas generadas en forma artificial debidas al modelo finito.

Existen dos tipos de fronteras: anchas y de una sola línea. Los bordes de anchura n provocan una fuerte atenuación cuando las ondas inciden en esta zona. Por otra parte, los puntos en los bordes de una línea eliminan los desplazamientos en cada iteración, esta metodología disminuye el trabajo de cómputo.

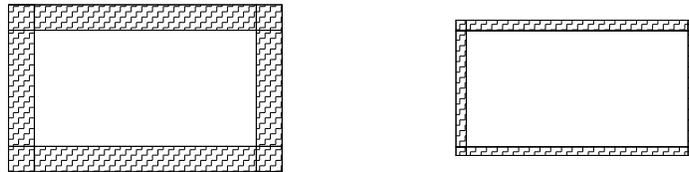


Figura 5. 4 A la izquierda bordes Absorbentes de anchura n, a la derecha bordes absorbentes mediante una sola línea

Si se utiliza la atenuación el desplazamiento en la línea superior se calcularía como sigue:

$$u_{0,j}^{k+1} = \begin{bmatrix} \gamma_{00}u_{0,j}^{k+1} + \gamma_{01}u_{1,j}^{k+1} + \gamma_{02}u_{2,j}^{k+1} + \\ \gamma_{10}u_{0,j}^k + \gamma_{11}u_{1,j}^k + \gamma_{12}u_{2,j}^k + \\ \gamma_{20}u_{0,j}^{k-1} + \gamma_{21}u_{1,j}^{k-1} + \gamma_{22}u_{2,j}^{k-1} \end{bmatrix} \quad (5.44),$$

los parámetros γ_{ij} son definidos en la siguiente tabla:

	Clayton & Engquist (1977)	Reynolds (1978)	Emerman & Stephen (1983)	Higdon (1991)
γ_{00}	0	0	0	0
γ_{01}	0	0	$\frac{\Delta t - h/c}{\Delta t + h/c}$	$-(q_{1x} + q_{2x})$
γ_{02}	0	0	0	$-(q_{1x}q_{2x})$
γ_{10}	$1 - \frac{c\Delta t}{h}$	$1 - \frac{c\Delta t}{h}$	$\frac{2h/c}{\Delta t + h/c}$	$-(q_{1t} + q_{2t})$
γ_{11}	$\frac{c\Delta t}{h}$	$1 + \frac{c\Delta t}{h}$	$\frac{2h/c}{\Delta t + h/c}$	$-(q_{1x}q_{2t} + q_{1t}q_{2x} + q_{1xt} + q_{2xt})$
γ_{12}	0	0	0	$-(q_{1x}q_{2xt} + q_{1xt}q_{2x})$
γ_{20}	0	0	$\frac{\Delta t - h/c}{\Delta t + h/c}$	$-q_{1x}q_{2xt}$
γ_{21}	0	$-1 - \frac{c\Delta t}{h}$	-1	$-(q_{1t}q_{2xt} + q_{2t}q_{1xt})$
γ_{22}	0	$\frac{c\Delta t}{h}$	0	$-q_{1xt}q_{2xt}$

Tabla 5.1 Valor de los Coeficientes de atenuación según diferentes autores, el desplazamiento temporal se denota como Δt , el espacial con la letra h, c es la velocidad de propagación de la onda.

Para el caso de las condiciones de Higdon (1991) tenemos que,

$$q_{ix} = \frac{b(a_i + p) - p}{(a_i + p)(1 - b)} \quad (5.45),$$

$$q_{it} = \frac{b(a_i + p) - a_i}{(a_i + p)(1 - b)} \quad (5.46),$$

$$q_{ixt} = \frac{b}{b - 1} \quad (5.47),$$

donde p está definida en la ecuación (5.26); a y b son constantes positivas; i puede tomar valores de 1 o 2.

No hay ecuaciones mejores, dependiendo del problema algunas condiciones resultan más convenientes que otras.

5.5 La superficie libre

Cuando se produce la incidencia de las ondas en la superficie libre, se produce la transformación de ondas reflejadas, además si las condiciones lo permiten ondas superficiales. La condición de superficie libre viene dada por los esfuerzos normales a la superficie:

$$T_j(\bar{u}, \bar{n}) = \sigma_{ij} n_i = 0 \quad (5.48),$$

sea n es el vector unitario normal a la superficie horizontal y la profundidad $z=0$. Las superficies reales presentan topografías irregulares por lo que Pérez-Ruiz y Luzón (2005) proponen la siguiente metodología:

Tipo de superficie libre	detalle	Ecuación	Punto
Esquina interior con material esquina debajo y a la derecha.		$-\sigma_{xx} - \sigma_{zz} = 0$ $-\sigma_{zz} - \sigma_{zx} = 0$	2
Esquina interior con material esquina debajo y a la izquierda.		$\sigma_{xx} - \sigma_{xz} = 0$ $-\sigma_{zz} + \sigma_{zx} = 0$	3
Esquina interior con material encima y a la derecha.		$-\sigma_{xx} + \sigma_{xz} = 0$ $\sigma_{zz} - \sigma_{zx} = 0$	4
Esquina interior con material esquina debajo y a la derecha.		$\sigma_{xx} + \sigma_{xz} = 0$ $\sigma_{zz} + \sigma_{zx} = 0$	5
Superficie libre horizontal con material debajo		$\sigma_{zz} = \sigma_{zx} = 0$	6
Superficie libre horizontal con material encima		$\sigma_{zz} = \sigma_{zx} = 0$	7
Superficie libre vertical con material a la derecha		$-\sigma_{xx} = \sigma_{xz} = 0$	8
Superficie libre vertical con material a la izquierda		$-\sigma_{xx} = \sigma_{xz} = 0$	9
Esquina exterior con material debajo y a la derecha		$-\sigma_{xx} - \sigma_{xz} = 0$ $-\sigma_{zz} - \sigma_{zx} = 0$	10
Esquina exterior con material debajo y a la izquierda		$\sigma_{xx} - \sigma_{xz} = 0$ $-\sigma_{zz} + \sigma_{zx} = 0$	11
Esquina exterior con material encima y a la derecha		$-\sigma_{xx} + \sigma_{xz} = 0$ $\sigma_{zz} - \sigma_{zx} = 0$	12
Esquina exterior con material encima y a la izquierda		$\sigma_{xx} + \sigma_{xz} = 0$ $\sigma_{zz} + \sigma_{zx} = 0$	13

Tabla 5.2 Condiciones de contorno para topografías irregulares Pérez-Ruiz y Luzón (2005).

El tensor en dirección opuesta al material será cero, porque no hay fuerza que se oponga al desplazamiento.

Los cálculos de la malla tienen que ser hechos ordenadamente. En primer lugar se calculan los puntos interiores 1. Una vez calculados estos puntos pasamos a los puntos que pertenecen a la superficie ficticia. Estos puntos serán calculados en el orden que indica la numeración de la tabla. Primero las esquinas interiores, después los puntos que pertenecen a las superficies horizontales y verticales, y posteriormente las esquinas exteriores. (Figura 5.5)

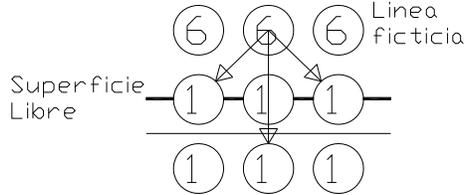


Figura 5. 5 Esquema del cálculo de desplazamiento, para los puntos que pertenecen a la superficie libre. El punto 6 de la línea ficticia requiere ser actualizado mediante los tres puntos señalados en la figura. Pérez-Ruiz y Luzón (2005).

Cada caso debe satisfacer las condiciones de la tabla, por ejemplo:

$$\sigma_{zz} = \sigma_{zx} = 0 \quad (5.49),$$

$$\sigma_{zz} = \lambda \frac{\partial u}{\partial x} + (\lambda + \mu) \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5.50),$$

$$\sigma_{zx} = \mu \frac{\partial u}{\partial z} + \mu \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (5.51).$$

Desarrollando estas ecuaciones con diferencias finitas centradas obtenemos que:

$$\lambda \left(\frac{u^k(i, j+1) - u^k(i, j-1)}{2\Delta x} \right) + (\lambda + 2\mu) \left(\frac{w^k(i+1, j) - w^k(i-1, j)}{2\Delta z} \right) = 0 \quad (5.52),$$

$$\mu \left(\frac{u^k(i+1, j) - u^k(i-1, j)}{2\Delta x} \right) + \mu \left(\frac{w^k(i, j+1) - w^k(i, j-1)}{2\Delta z} \right) = 0 \quad (5.53).$$

Despejando el desplazamiento en el punto (i-1,j) las ecuaciones finales para este tipo de puntos de la línea ficticia serán.

$$w^k(i-1, j) = w^k(i+1, j) + \left(\frac{\Delta z}{\Delta x}\right) \left(\frac{\lambda_x}{(\lambda + 2\mu)_z}\right) (u^k(i, j+1) - u^k(i, j-1)) \quad (5.54),$$

$$u^k(i-1, j) = u^k(i+1, j) + \left(\frac{\Delta z}{\Delta x}\right) \left(\frac{\mu_x}{\mu_z}\right) (w^k(i, j+1) - w^k(i, j-1)) \quad (5.55),$$

donde los parámetros de lamé se definen como:

$$\lambda_x(i, j) = \sqrt{\lambda(i+1, j) \cdot \lambda(i-1, j)} \quad (5.56),$$

$$(\lambda + 2\mu)_z(i, j) = \sqrt{(\lambda + 2\mu)(i, j+1) \cdot (\lambda + 2\mu)(i, j-1)} \quad (5.57),$$

$$\mu_x(i, j) = \sqrt{\mu(i+1, j) \cdot \mu(i-1, j)} \quad (5.58),$$

$$\mu_z(i, j) = \sqrt{\mu(i, j+1) \cdot \mu(i, j-1)} \quad (5.59).$$

5.6 La fuente sísmica

Para modelar una fuente se distribuyen fuerzas espacialmente, además tendrán un comportamiento que depende del tiempo. El patrón de radiación de la fuente dependerá directamente de la distribución espacial de las fuerzas. Por otro lado, el desplazamiento en el tiempo vendrá influido por la historia temporal de la función de fuente.

Para introducir una fuente puntual en el problema SH solo bastaría una fuerza puntual perpendicular al plano de estudio. En el problema P-SV deben existir tanto una fuerza puntual horizontal o como una fuerza puntual vertical en el mismo plano donde se produce el movimiento. (Figura 5.6).

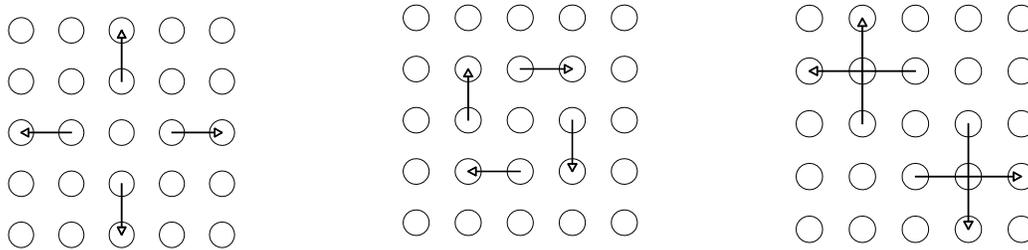


Figura 5.6 Distribución de fuerzas de diferentes patrones de radiación, de izquierda a derecha: explosión que genera una onda P; explosión que produce onda S y un doble par. Pérez-Ruiz y Luzón (2005).

La dependencia temporal de la fuente se puede expresar como pulsos de Ricker, pulsos de Gabor, Armónicos o Gaussianos, también se pueden usar pulsos triangulares. En un pulso de Ricker requerimos de dos parámetros t_p que representa la longitud del pulso y t_s que indica el retraso del mismo.

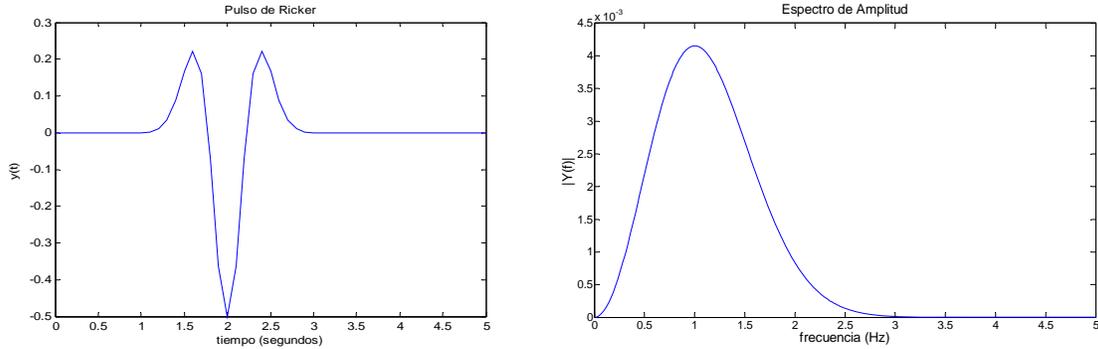


Figura 5. 7 Representación de la historia temporal de un pulso de Ricker caracterizado por $t_p=1$ [s] y $t_s=2$ [s] y repuesta en frecuencia del mismo pulso. Pérez-Ruiz y Luzón (2005).

A partir de la longitud del pulso podemos encontrar una relación que nos permita calcular una frecuencia máxima, esta relación es:

$$f_{\max} \approx 3 \frac{1}{t_p} \quad (5. 60),$$

donde t_p es la longitud del pulso. El espaciamiento de los puntos muestreados dependerá de la frecuencia máxima, ecuación (5.30).

6. Marco Geológico.

La Cuenca de México (CM) es una cuenca endorreica (cerrada) de desagüe artificial, que se formó al cerrarse el antiguo Valle de México como resultado de la obstrucción por la actividad andesítico- basáltica que edificó la Sierra de Chichinautzin al sur de la ciudad. La interrupción del drenaje natural propició la Formación de un lago que se azolvó paulatinamente; además durante esta etapa (hace 600 000 años), también existieron eventos volcánicos cortos de carácter local (Santoyo et al., 2005). El azolve cubrió discordantemente el terreno que para entonces era de topografía severamente disectada, de ahí la notable variación en su espesor (De Cserna, 1987), pero en términos generales, los espesores aumentan de norte a sur. El relleno está conformado por material volcánico retrabajado, interestratificado con tobas que se interdigitan con depósitos netamente lacustres hacia las partes centrales de la cuenca. El resto del material aluvial forma la zona de transición entre los depósitos lacustres y el basamento del relleno.

Las rocas más antiguas detectadas en los sondeos en el subsuelo de la CM son anhidritas, que subyacen a las calizas marinas del cretácico inferior cubiertas por calizas, lutitas y areniscas del Cretácico Superior. Hacia finales del Mesozoico, la secuencia cretácica sufrió plegamiento que fue seguido por un periodo de erosión. Debido a estos acontecimientos, aunque se desconoce con exactitud el espesor de estas rocas debajo del subsuelo de la Cuenca, se estima un espesor máximo entre 1400 y 2200 m (De Cserna, 1987).

Las rocas terciarias cubren discordantemente a las rocas cretácicas. La unidad basal de la secuencia terciaria está formada por depósitos clásticos continentales de color rojizo, con presencia local de yeso y de rocas volcánicas. La acumulación de la unidad basal se efectuó durante el Paleoceno –Eoceno en condiciones de drenaje obstruido por fallamiento en bloques e influyó en su distribución lateral y alcanzan aproximadamente 600m de espesor (De Cserna, 1987).

Las rocas volcánicas predominantemente andesíticas o dacíticas sobreyacen discordantemente a los depósitos clásticos continentales y tienen un espesor promedio de 600 - 700m habiéndose acumulado durante el Oligoceno tardío – Mioceno temprano (De Cserna, 1987). Estas rocas volcánicas tienen su origen en el proceso subductivo a lo largo de la costa occidental de México que finalizó hace 20 millones de años (magmato- tectónico).

Existe un conjunto de fallas que cruzan el centro de México con orientación N-S, NNW-SSE llamadas sistema de fallas Taxco, San Miguel de Allende (SFTSMA) (Demant, 1978). Es un límite tectónico entre la zona de plataformas continentales y una de mayor batimetría. Su principal manifestación es una anomalía gravimétrica significativa (Urrutia-Fucugauchi, 1996). En la cuenca de México existen al menos dos fallas importantes con la dirección del SFTSMA: la falla Mixhuca (Pérez Cruz, 1988) y la falla Chapultepec (Santoyo et al., 2005).

Alanís-Alvaréz (2005) concluye que la falla Mixhuca fue acomodada en el Eoceno y además habla de la existencia de una serie de fallas posteriores a la falla Mixhuca en el sur de la Ciudad de México. Este conjunto de fallas de orientación EW fue reconocido por Lermo et al., (1995) y le llamó Sistema de fallas la Pera (SFP).

El terreno formado por rocas volcánicas Oligo-Miocénicas quedó profundamente erosionado antes de las siguientes manifestaciones volcánicas regionales del final del Mioceno. Este nuevo periodo de magmatismo, de composición riolítica-dacítica-andesítica, y hasta basáltica, se inició después del arreglo geodinámico de la región del Pacífico Oriental en dirección NE-SW

actualmente activa. Los derrames volcánicos Oligo-Miocénicas y el material volcánico asociado conforman la mayor parte de las sierras que constituyen los límites oriental, septentrional y occidental de la CM, así como la masa principal de la Sierra de Guadalupe. Posteriormente durante las épocas Plio – Cuaternarias se presentaron depósitos volcánicos epiclásticos como abanicos aluviales coalescentes, desde las sierras hacia el antiguo Valle de México, que alcanzan espesores cercanos a los 650m en algunos sitios de la cuenca (De Cserna, 1987).

Al norte de la actual Faja Volcánica Transmexicana (FVTM) existieron tres eventos extensionales, en el Eoceno, Oligoceno y Mioceno (Alanís-Alvaréz, 2005). El evento de deformación más importante por su magnitud y sus efectos data del Oligoceno, tiene una dirección extensional de ENE-WSW, migró hasta abrir el Golfo de California (Alanís-Alvaréz, 2005). Al sur del CVM, en Taxco, Guerrero existieron dos eventos de deformación uno datado en el Eoceno y otro en el Oligoceno generando fallas laterales con direcciones N-S y NE-SW (Alanís-Alvaréz, 2005). Tanto la actividad deformativa al norte como al sur del CVM son importantes de considerar porque preparan el escenario para la actividad volcánica del cuaternario.

Durante el Mioceno, se concentró deformación en la zona del CVM. Lo que activó fallas normales del SFTSMA y desarrollo fallas NE- SW en Hidalgo, Sistema Apan Tlaloc (SFAT). En la CM este sistema se manifiesta como fosas y pilares de dirección (NNE-SSW) como la Zona de Cizalla Tenochtitlan (De Cserna et al., 1988).

Por lo tanto, La CM es cruzada por tres sistemas de fallas el SFAT, SFTSMA y SFP; pudiendo encontrar fallas con orientación NNE-SSW, N-S, NNW-SSE y hasta EW.



Figura 6. 1 Principales fallas geológicas en la Ciudad de México. Estas fallas son normales y conforman la Fosa Roma (Modificado de Santoyo et al., 2005)

Las manifestaciones volcánicas más trascendentales para el entorno geológico actual de la CM, aunque no son los más espectaculares, se formaron hace 600, 000 años (Santoyo et al., 2005) y consistieron en una veintena de conos en las partes meridionales del vaso de la cuenca. Esta actividad volcánica convirtió al antiguo valle en la actual cuenca (De Cserna et al., 1984).

La Cuenca de México, en especial la zona urbana de la Ciudad de México esta expuesta tanto a sismos generados en la zona frontal de subducción en la costa meridional de México, como también a sismos locales. Los efectos de estos sismos en zonas de depósitos lacustres se manifiestan por movimientos de mayor duración en comparación con el basamento. Las trazas de falla son propicias para la localización de epicentros de sismos locales y al mismo tiempo, pueden desempeñar un papel de reflectores y refractores de ondas sísmicas. Bajo estas circunstancias, tanto la estratigrafía como la geología estructural de la cuenca obtenidas a partir de métodos directos o indirectos de exploración constituyen factores fundamentales para el diseño y planeación de obras civiles en esta área.



Figura 5.2 Límites naturales de la cuenca de México.
[Zamorano-Orozco, Sánchez-Rubio 2002.]

6.1. Marco Estratigráfico

6.1.1. Depósitos del Premesozoico

Existen afloramientos de rocas metamórficas en la región de Izúcar de Matamoros y Teziutlan, en el estado de Puebla; Ixtapan de la Sal, México, y también en la zona de Molando Hidalgo. Las rocas metamórficas encontradas datan desde el Precámbrico hasta el Paleozoico (premesozoicas). Debido a su ubicación y a su edad, las rocas metamórficas premesozoicas son consideradas como basamento de la CM a una profundidad aproximada de 3000 m a 4000 m (de Cserna et al., 1984).

6.1.2. Depósitos del Mesozoico (Ms)

Algunas perforaciones profundas lograron penetrar la Formación Morelos, (Marsal y de Cserna et al., 1984). En el pozo Texcoco 1 se atravesó anhidrita entre los 1990 y 2045m de profundidad (Hacienda y Credito Público 1969 p. 32-33). Al sur de la CM la Formación Morelos (Fries,1960,1966) está integrada por calizas y dolomías de 900m de espesor que se acumularon sobre una cubierta de yesos y anhidritas. Por otro lado, Fries (1962) informó la presencia de la Formación el Doctor (Wilson *et al*, 1956) en el anticlinorio de Peña Colorada, Atotonilco Hidalgo. La Formación el Doctor cuenta con 200m de espesor y está constituida por capas delgadas de calizas y lutitas intercaladas, entre los estratos también hay nódulos y lentes de pedernal. Tanto la continuidad en la dirección de La Formación Morelos al sur, como la de la Formación el Doctor al norte permite suponer la existencia de rocas anteriores al Cretácico Inferior (de Cserna et al., 1984).

Subyaciendo a la Formación el Doctor y la Formación Morelos esta la Formación Cuautla (Fries 1960) del Turoniano (Cretácico Superior), consiste en caliza gris clara con espesores de 200m al norte de la cuenca hasta 750m en el sur.

Para finalizar esta época, En el en el Coniaciano-Satiniano (Cretácico Superior) se depositaron secuencias rítmicas de Turbiditas (areniscas de tipo Grauvaca) interestratificadas con limolitas y lutitas llamada Formación Mezcala (Fries 1960) con un espesor máximo de 1000m (de Cserna et al., 1984). Pérez Cruz comprueba esta teoría con dos secciones sísmicas, en ellas se presenta un basamento mesozoico a una profundidad de 2000 cerca del pozo Mixhuca.

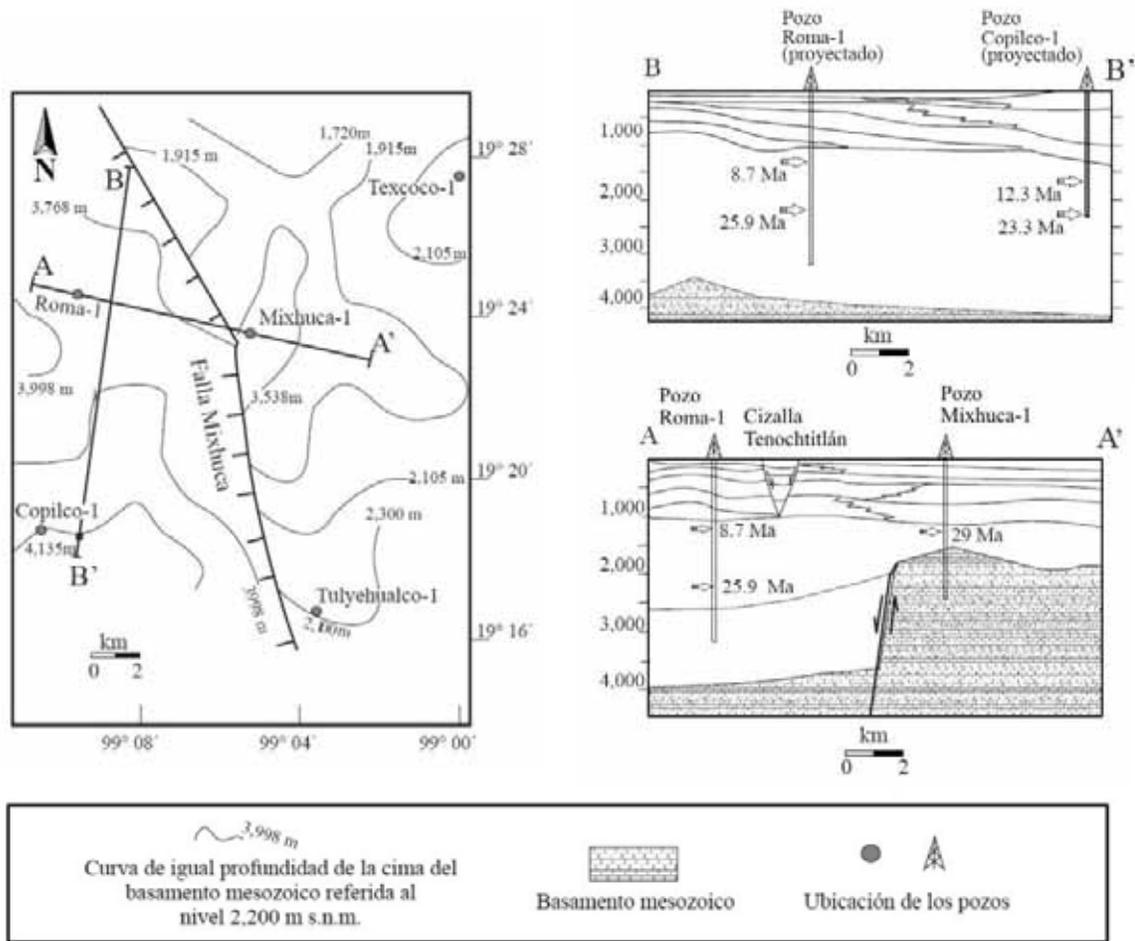


Figura 6. 2 A la izquierda, Basamento mesozoico en la Cuenca de México y a la derecha dos secciones geológicas obtenido a partir de las líneas sísmicas de reflexión de Pérez Cruz en 1988 (Alanís-Álvarez, 2005).

6.1.3 Depósitos Clásticos continentales del Terciario Inferior (Tic).

A finales del Cretácico, las rocas Mezosiocas marinas comenzaron a sufrir una importante deformación (plegamiento y cabalgamiento) en la zona poniente, esta deformación concluyó en Eoceno temprano, al oriente de la CM. Dadas las condiciones del medio, los depósitos se acumularon en áreas estructuralmente bajas y en función de su posición (poniente-oriente) su edad es Paleocénica-Eocénica (De Cerna et al 1980).

Este material sedimentario también llamado depósitos continentales consisten de conglomerados y en menor proporción areniscas, arcosas limonitas y hasta lutitas. Los conglomerados están formados de clastos principalmente calizas cretácicas que varían de bien redondeados a angulosos y por una matriz de arcilla calcarea rojiza. Se cree que los conglomerados fueron depositados por aguas torrenciales (De Cserna et al., 1984). Por su parte, los depósitos de granulometría fina se acumularon en la parte central de la cuenca donde también se formó yeso. Los depósitos continentales presentan interestratificaciones o intrusiones de rocas volcánicas,

principalmente de andesita aunque también se encuentran basaltos, diabasas y riolita (De Cserna et al., 1984).

Los depósitos continentales tienen 400m de espesor en la CM, mientras en Hidalgo alcanzan los 2 500m. Al conjunto de depósitos continentales y de rocas volcánicas del terciario inferior se les ha dado diferentes nombres según la región de estudio: Al norte de la cuenca, conglomerado Guanajuato (Edwards, 1956) o conglomerado El Morro (Simons y Mapes-Vázquez 1956); mientras que, hacia el sur, Formación Balsas (Fries 1960, De Cserna, 1965) y al suroriente, Formación Tehuacán (Calderón-García, 1956). El pozo Texcoco 1 (Hacienda y Crédito Público, 1969) alcanzó 600m de Formación Balsas.

6.1.4. Rocas Volcánicas Terciarias (Tv)

Al norte de la CM, en Pachuca-Real del Monte, Hidalgo, Los productos volcánicos de 3000m, composición andesítica-dacítica, fueron datados en el Oligoceno-Mioceno. Existen también horizontes de caliza lacustre de 400m de la misma edad. Tanto los productos volcánicos como los horizontes de caliza lacustre forman un paquete denominado: Grupo Pachuca (Segerstrom, 1962, Geyne et al. 1963) o Formación Las Espinas (Simons y Mapes-Vázquez, 1956).

En el estado de Morelos existe una secuencia volcánica es llamada Riolita Tilzapota (Fries 1960; De Cserna et al., 1984 y Fries 1981). la secuencia volcánica está compuesta por derrames piroclásticos principalmente por riolita y riodacita y cuenta con un espesor máximo de 400 m.

En la Cuenca de México existen afloramientos de tobas del mioceno con composiciones que van desde andesitas basálticas a traquiandesitas y dacitas. Los afloramientos se sitúan en la sierra Xochitepec, en algunas partes de la sierra Guadalupe, en el Cerro de Chapultepec, en el Peñon de los Baños, en el cerro de Zacatépetl así como en varios sitios de la sierra del Ajusco, Tlapacoya y Coatepec (Mooser 1956b y 1975). El pozo Texcoco 1 atravesó 623m de tobas con iguales características (Hacienda y Crédito Público, 1969).

6.1.5. Depósitos Plio-Cuaternarios

En la etapa del Plio- Pleistoceno existen dos tipos de rocas las netamente volcánicas (TQv) y las volcánicas epiclásticas (TQc) (De Cserna et al., 1984). Usualmente, los depósitos epiclásticos están cubiertos por Tefra holocénica.

Las rocas Volcánicas Terciarias (TQv) están ampliamente distribuidas en las sierras limítrofes de la CM y llegan a presentarse en su interior.

En el estado de Hidalgo, las TQv son integradas por derrames piroclásticos de composición ácida hasta derrames de lava andesita-basalto. En la zona de Pachuca los derrames fueron considerados como la Formación Zumate y tienen un espesor de 360m (Segerstrom 1962; Geyne et al. 1963).

Al poniente de la CM se encuentra la formación Tarango constituida por tobas, depósitos fluviales y flujos piroclásticos (lahares calientes y corrientes de lodo), originados por las erupciones de la Sierra de las Cruces (Soto *et al.*, 2000).

Al norte de la CM, la Formación Cristóbal (Geyne, 1963) está constituida por derrames pliocénicos de lava andesítica y basáltica y un espesor de 250 m. Al poniente de la cuenca está el Grupo San Juan (Segerstrom, 1962). Diferentes rocas como: andesita de horblenda, ortoconglomerado volcánico y toba lacustre constituyen el Grupo San Juan (Segerstrom, 1962). En la parte occidente de la cuenca descansa la Formación Tarango (Bryan, 1948; Arellano, 1951).

En Morelos no se han encontrado rocas correlacionables con las formaciones del norte de la cuenca, por su parte en la Sierra de las Cruces cubren andesitas del Terciario medio de la Formación Xochitepec (Mooser, 1956). La propia Sierra de las Cruces presenta rocas dacíticas (Mooser *et al.* 1974; Negendank *et al.*, 1981) con un espesor cercano a 600 m. La Sierra de las Cruces limita la Cuenca de México con el Valle de Toluca.

La parte septentrional de la Sierra de Río Frío corresponde al Mioceno temprano, su base la constituyen por derrames de lava riódacítica llamada Formación Tlaloc (Schlaepfer, 1968). Los derrames de lava riódacítica están cubiertos por derrames andesíticos del Mioceno-Plioceno denominados Grupo Sierra Superior (Negendank, 1972; Mooser *et al.* 1974).

Por su parte, La sierra Nevada está constituida por dos macizos volcánicos prominentes el Iztlacíhuatl y el Popocatepetl (5300 m.s.n.m.). El Iztlacíhuatl es datado por Nixon (1987) en un millón de años. En términos generales, la Formación Iztlacíhuatl esta constituida por dos tipos de rocas la más antigua andesitas de dos piroxenas y dacitas de entre 0.9-0.6 Ma (Schlaepfer, 1968). La Formación Popocatepetl cubre a la la Formación Iztlacíhuatl, integrada por andesitas porfídicas con horblenda y dacitas de cuarzo biotita y olivino, entre 0.6-0.3 Ma (Fries, 1966). El volcán Popocatepetl es el único volcán que puede considerarse activo ya que su última erupción histórica ocurrió en 1920 (Waitz, 1920).

La sierra Guadalupe se encuentra dentro de la Cuenca de la ciudad de México, en ella afloran dacitas en forma de derrames y domos del Plioceno Inferior (Mooser, 1956b). Las rocas de la Sierra de Guadalupe comparten características con las rocas Plio-Cuaternarias del norte de la CM.

Fries, en 1960, explicó que las rocas volcánicas Plio-Cuaternarias del centro-norte de la CM presentan un origen magmatotectónico debido a la continuación oriental de la zona de fractura Clarion (Menard, 1955).

Las rocas volcánicas TQc forman abanicos aluviales y en ocasiones presentan restos fósiles de vertebrados que sirven para su datación (Villarello y Böse, 1902).

Al norte de la CM, las partes superiores de los depósitos epiclásticos Plio-Cuaternarios fueron cartografiados como Formación Atotonilco El Grande (Segerstrom 1962) consiste en toba, brecha de toba y grava volcánica, interestratificados por numerosos derrames de lava basáltica y en menor medida con depósitos de lahar y capas de pómez. Los abanicos aluviales de la Formación Atotonilco El Grande tiene un espesor que varía de 600m a 200m. La Formación Tarango (Bryan, 1948, Arellano 1951), es muy parecida a la Formación Atotonilco el Grande, pero no tiene derrames de lava basáltica; su espesor es variable, en el pozo Texcoco 1 se atravesó un intervalo de 325m de la Formación Tarango (Hacienda y Crédito Público, 1969).

En el Estado de Morelos, los depósitos epiclásticos se cartografiaron como la Formación Cuernavaca (Fries, 1960). El conglomerado presenta clastos volcánicos y matriz tobacea. Por su parte, el material de este tipo en el Volcan Nevado de Toluca recibe la denominación Chontalcoatlán (De Cserna y Fries, 1981).

La Formación Tlayécac (Fries, 1966) se encuentra al sur oriente de Cuatla, Morelos. La Formación Tlayécac está constituida por capas masivas; las capas contienen trozos angulosos de riocacita de más de un metro de diámetro mezclado con otros materiales del hasta del grosor de la arena. La Formación Tlayécac se localiza a una profundidad de 505 hasta 814 m por debajo de la Formación Tarango en el pozo Texcoco 1 (Hacienda y Crédito Público, 1969). Por lo que, la Formación Tlayécac es ligeramente más antigua que la Formación Tarango (Fries 1966).

En algunos sectores del valle se formaron sedimentos hidrotermales, rocas calizas originadas por precipitación de los carbohidratos y sólidos en las charcas y canales por donde se acumulaban y escurrían las aguas calientes que brotaban de diferentes sitios. Estos sedimentos quedaron cubiertos por suelos y ahora son lentes de gran dureza (Carta geológica de México INEGI).

6.1.6. Depósitos Cuaternarios

Después del depósito de los materiales de pliocuaternarios, La región de la CM sufrió erosión durante el pleistoceno. La erosión se relaciona con el levantamiento de la región.

Exceptuando la actividad de los volcanes Iztaccihuatl y Popocatepetl, el volcanismo Pleistocénico y Holocénico de la CM ha sido de tipo monogenético formado por conos cineríticos domos volcánicos y derrames. Las rocas producto de esta actividad van de basaltos a dacitas (Martín del Pozzo, 1980). El cono cinerítico más reciente es el Xitle, que tiene menos de 1 700 años de antigüedad.

La Faja Volcánica Transmexicana (FVTM) es un arco volcánico activo de 1200 km de largo (García Palomo et al., 2000), resultado de la subducción de las placas de Rivera y de Cocos a lo largo de la Trinchera de Acapulco, en la costa del Pacífico mexicano. El CVM presenta oblicuidad en sus porciones central y oriental respecto a la Trinchera de Acapulco. Normalmente, como ocurre en su porción occidental. El frente volcánico debe ser paralelo a la trinchera. La falta de paralelismo, ha sido explicada al proponer que la placa que se subduce cambia su ángulo conforme pasa debajo del continente (Prado y Suárez 1993, 1995; Arzate *et al.*, 1995). Se estima que la actividad volcánica en el CVM ocurrió hace 2 millones de años (Demand, 1978, Nixon *et al.*, 1987). La actividad volcánica se ha caracterizado por pulsos de mayor intensidad separados por periodos de actividad reducida (Ferrari, 2000).

la FVTM está sometida a un régimen de esfuerzos principalmente en su parte oriental y central favoreciendo la activación de fallas (Sulter *et al.*, 2001). Sulter *et al.*, (2001) sostienen que la dirección de de esfuerzos extensivos es perpendicular al eje (aproximadamente de norte a sur) debido a la compensación isostática y que la corteza es muy delgada (en la parte central de la FVTM es de 30 a 40km, mientras en la parte oriental, donde no hay extensión cuaternaria, la corteza tiene un espesor de 40 a 50km).

La FVTM y la CM están relacionados porque comparten tanto su origen como algunas características.

Santoyo (2005) menciona que un rift provoca la apertura del golfo de México en la época superior del periodo Jurásico. Una vez concluida la actividad del rift, esta se transforma en una geosutura, produciendo a su vez el proto cinturón volcánico. Se producen esfuerzos a través de la geosutura, generándose a su vez fallamientos profundos, que serán reactivados en la época Miocénica para generar por fin el CVM debido a la subducción de la Placa de Cocos.

La Sierra Chichinautzin, al sur de la CM, está cubierta por rocas volcánicas del cuaternario (Qv) y es agrupada como la Formación Chichinautzin (Fries, 1960; Mooser *et al.*, 1974; Bloomfield, 1975; Matín del Pozzo, 1980). La Formación Chichinautzin que bloquea el Valle de México, tiene un espesor de 1800 m. Según Bloomfield (1975) la datación radiométrica del material le da un antigüedad de 40,000 años, pero el pedregal de San Ángel cuenta con apenas 2422 ±250 años (Arnold y Libby, 1951).

El evento geológico que dio origen a la sierra Chichinautzin creó más de un centenar de conos cineríticos (Fries, 1960) algunos ejemplos son: el Nevado de Toluca, la Malinche y el Pico de Orizaba.

Existen Rocas muy semejantes que se ubican al norte y nororiente de Texcoco en ciudad Sagún-Singulucan, Hidalgo (Ledesma-Guerrero, 1985).

Quedando el drenaje interrumpido, el antiguo río Amacuzac (Osorio-Tafall, 1946; Fries, 1960; Mooser, 1975) inició el depósito de material aluvial (Qal) y depósitos Lacustres (Ql). El vaso que se formó comenzó a rellenarse con abanicos aluviales coalescentes, depósitos lacustres y de tefra. Los materiales sedimentarios provienen de depósitos Plio-Cuaternarios (principalmente, material epiclásticos). La granulometría es gruesa en las serranías limítrofe de la CM pero cambia lateralmente a arenas, arenas limosas, y arcillas (Zeevaert, 1951; Marsal y Mazari, 1959). Si no hubiera habido hundimiento, el espesor del relleno alcanzaría los 600 m. El pozo Texcoco 1 registra un espesor de 180m para los depósitos Qal y Ql (Hacienda y Crédito Público, 1969). Existieron dos hundimientos principales debidos a fallas que están datan de hace 7500 y 10 000 años. La Figura (6.3) muestra una vista en planta de la geología de la ciudad de México.

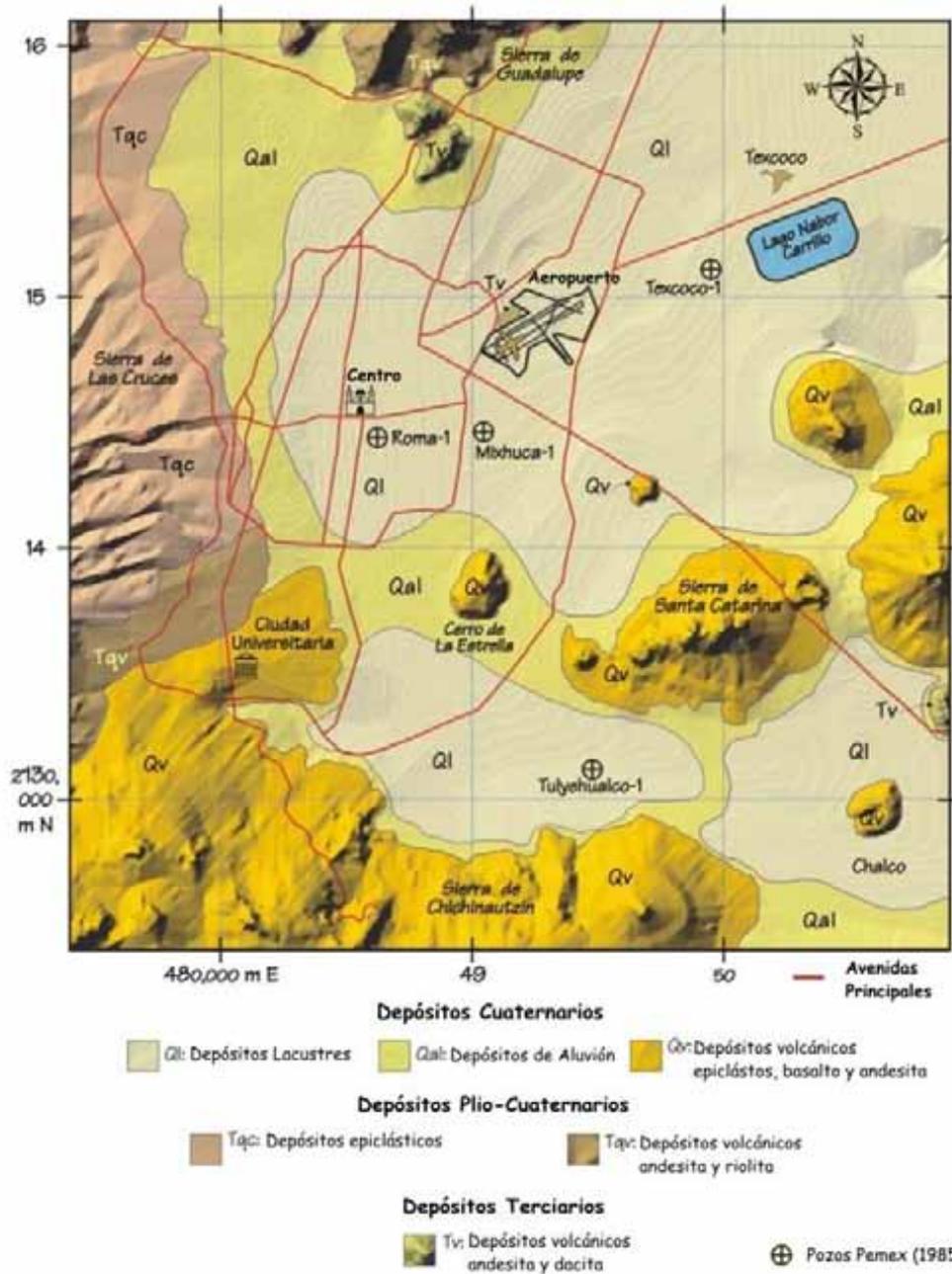


Figura 6. 3 Mapa litológico de la Cuenca de México, pozos Pemex y avenidas principales. (Flores-Estrella, 2007 modificado.)

7. Obtención del modelo geológico

Ya se ha visto la importancia de los modelos geológicos de la Ciudad de México y su historia geológica. Este capítulo está destinado a desarrollar una aproximación del modelo geológico de la Ciudad de México. Para llevar a cabo este proyecto se utilizaron 20 secciones geológicas de la cuenca de México. Estos cortes geológicos fueron realizados por Federico Mooser como parte de las Obras del sistema de Drenaje Profundo del Distrito Federal (Figura 7.1).

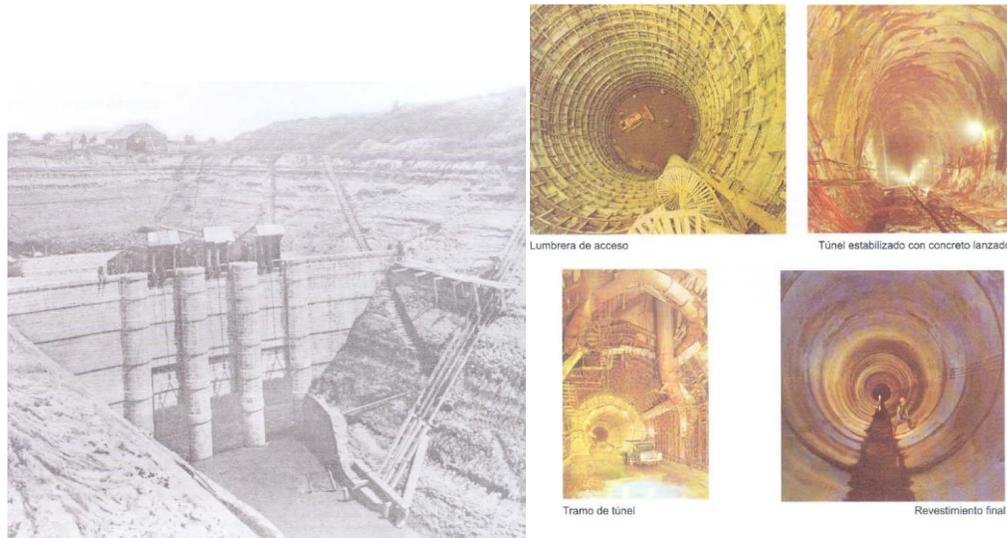


Figura 7. 1 Obras civiles del DDF, 1975 Presa con compuerta para el desagüe y túnel emisor de 40 km. (tomado de Memorias de Obras del sistema de Drenaje Profundo del Distrito Federal, 1975).

Las secciones geológicas de Mooser (1975) conjuntan información de levantamientos geofísicos (métodos sísmicos, gravimétricos y eléctricos) y geológicos de más de 450 pozos de entre 150 y 350m (Figura 7.2). En promedio Las secciones tienen una longitud que oscila entre los 15 km hasta los 30 km y una profundidad promedio de 1000 m. (ver figura 7.3).

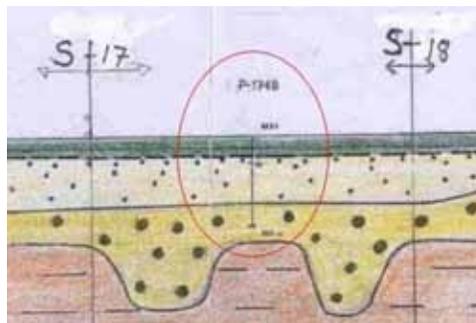


Figura 7. 2 Fragmento de la sección 6. La elipse roja muestra un pozo del levantamiento geológico con una profundidad de 235 m.

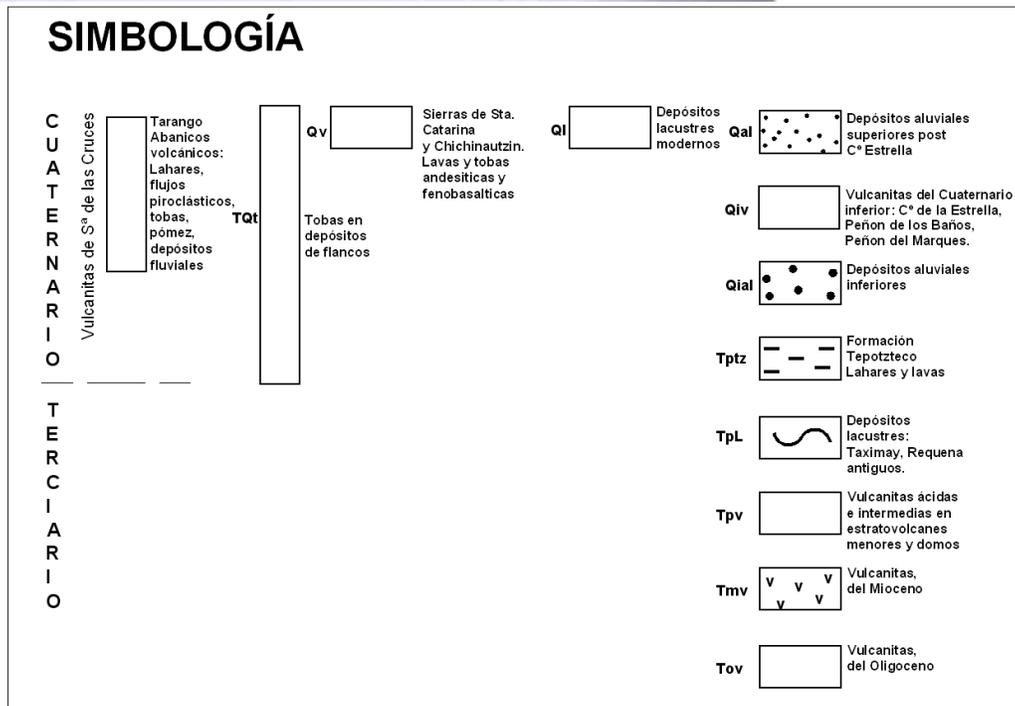
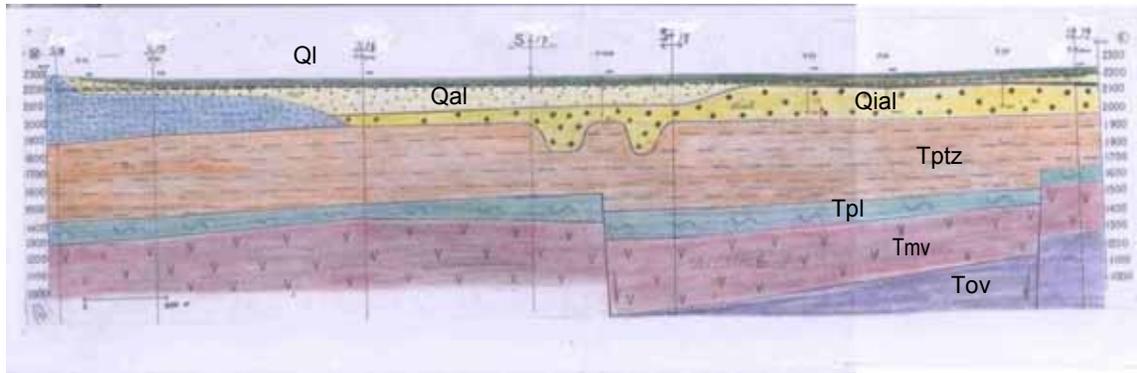


Figura 7. 3 Sexta sección geológica (Mooser,1975) que cruza las colonias: Roma, Obrera, y Ciudad Deportiva.

Las 20 secciones de Mooser se distribuyen de la siguiente manera: las 13 primeras van de Poniente a Oriente y las 7 restantes recorren la ciudad de Norte a Sur. (Figura 7.4).

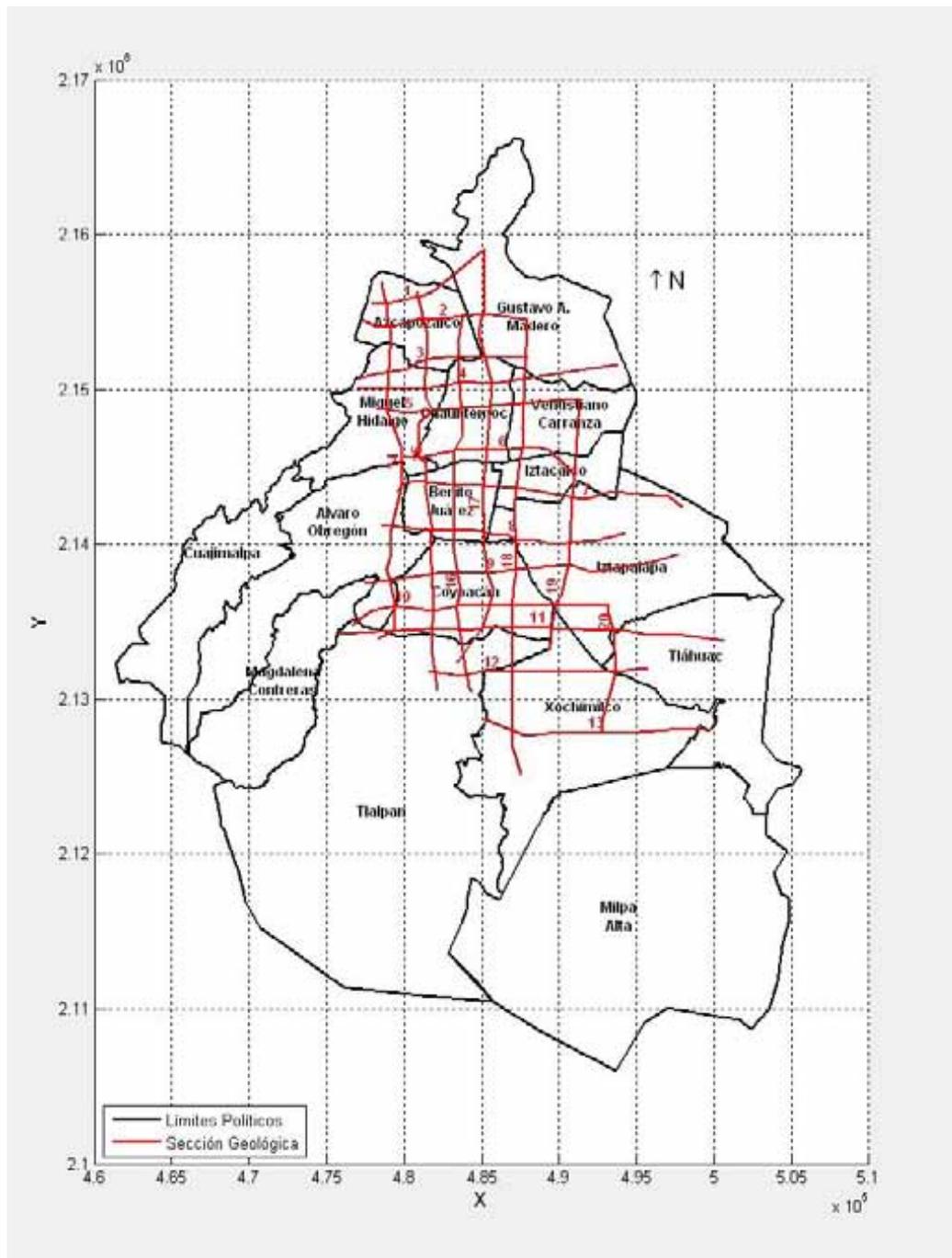


Figura 7. 4 Mapa del Distrito Federal y distribución de las secciones geológicas en coordenadas UTM.

7.1. Procedimiento

Los datos geológicos deben ser procesados computacionalmente, por lo tanto deben ser digitalizados. La digitalización es el procedimiento para traducir información a lenguaje computacional (números).

En primer lugar, se escanearon las imágenes de las secciones geológicas. En este punto se presentó el primer problema, el dibujo impreso en papel era demasiado grande para el escáner. La imagen original se fragmentó en dos o tres archivos digitales (Figura 7.5).

Los fragmentos digitalizados se debían unir nuevamente. Por lo tanto, el objetivo es hacer una sola imagen a partir de dos o más.

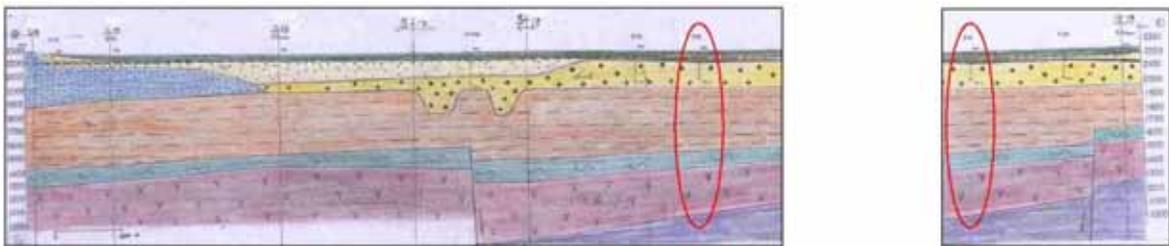


Figura 8.5 Para poder escanear las secciones completas se generaron varios archivos de imagen. La elipse marca la zona en que la sección debe unirse

Cualquier imagen en la computadora es una hipermatriz de $n \times m \times 3$, donde m y n definen el tamaño de la imagen (número de píxeles o cuadrícula fundamental). A cada cuadro m, n se le asigna combinación de 3 colores, frecuentemente RGB, rojo, verde y azul. La unión de los píxeles forma la imagen digital. Bajo esta premisa, se debe construir un programa que:

- Lea dos imágenes a unir.
- Marque una línea de corte y unión en cada imagen.
- Verifique que la línea de corte sea muy similar para unir las imágenes.
- Desarrolle una nueva imagen a partir de las dos anteriores respetando la línea de corte.

El programa desarrollado reproduce digitalmente lo se haría con unas tijeras. Físicamente las tijeras recortarían los sobrantes de la imagen más grande para que los bordes coincidan (Figura 7.6). En corte se respeta la parte de interés. Cuando los bordes coinciden, la las dos imágenes se unen (Figura 7.7).

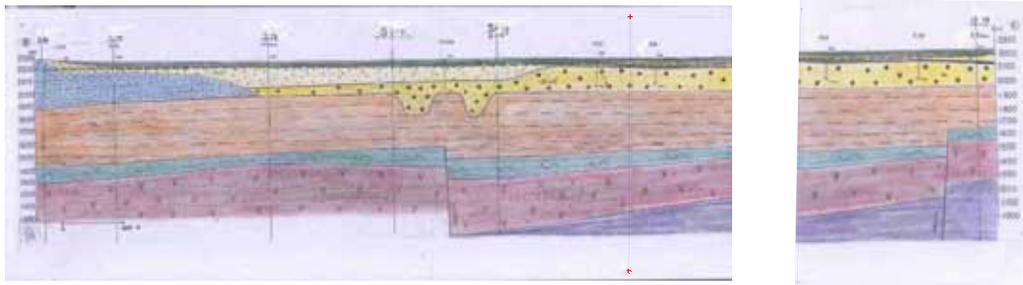


Figura 7.6 Programa para unir las imágenes en ejecución. Se asigna una línea de corte (línea azul) para las dos fracciones de la sección.

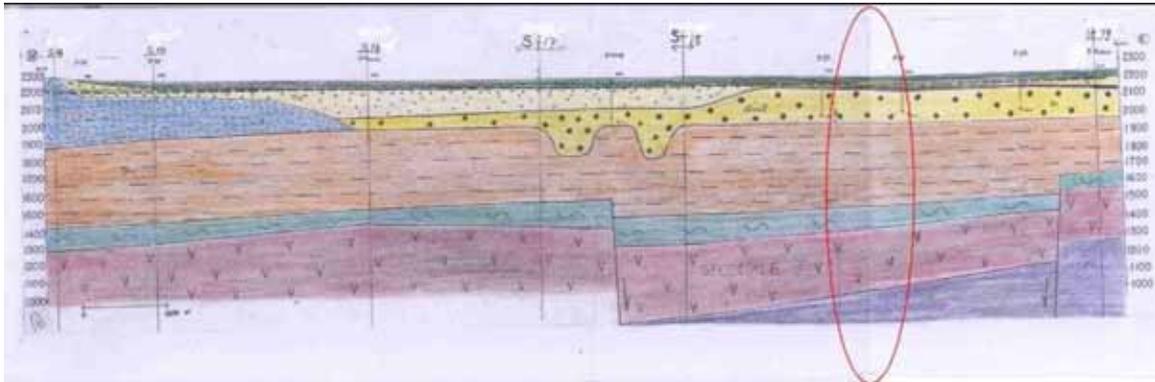


Figura 7.7 Resultado del proceso de pegado, la elipse marca la zona de recorte de la imagen.

Ya con las imágenes completas, se va a utilizar solo la parte de interés de la imagen en este caso solo se necesitan los límites estratigráficos, tanto la base como la cima de cada estrato. Este procedimiento se realizó con el programa Autocad.

Las superficies de estratificación son alabeadas (con curvas) y en algunos casos quebradas (si hay fallas). Cualquier curva puede ser vista como cierto número de rectas tangentes. Para definir una recta se requiere al menos de dos puntos (Figura 7.8). Por lo que, las superficies de estratificación pueden descomponerse en puntos y los puntos a su vez en coordenadas cartesianas. El proceso de ajuste entre rectas y curvas se conoce como vectorización y se repite las veces necesarias sobre cada límite estratigráfico, en cada estrato y cada sección.

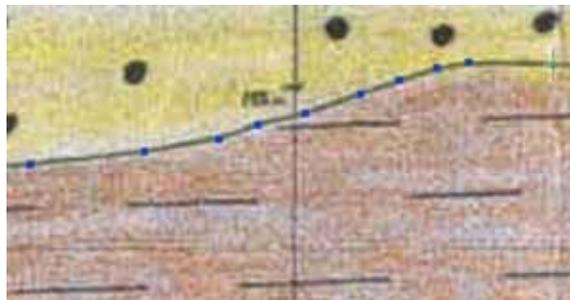


Figura 7.8 Vectorización sobre una superficie de estratificación, los cuadrados son los puntos asignados por el usuario. El número de puntos por sección va de menos de 500 a más de 1000 puntos por sección.

El origen del sistema bidimensional de coordenadas, en el que están referenciados los puntos vectorizados, está en una posición aleatoria y está en función de las dimensiones espaciales de la imagen de la sección. Las secciones representan cortes quebrados del interior de la Cuenca de México y están en tres dimensiones. Por lo tanto, se debe hacer un cambio de coordenadas de la información vectorizada de un sistema bidimensional a un sistema tridimensional georreferenciado.

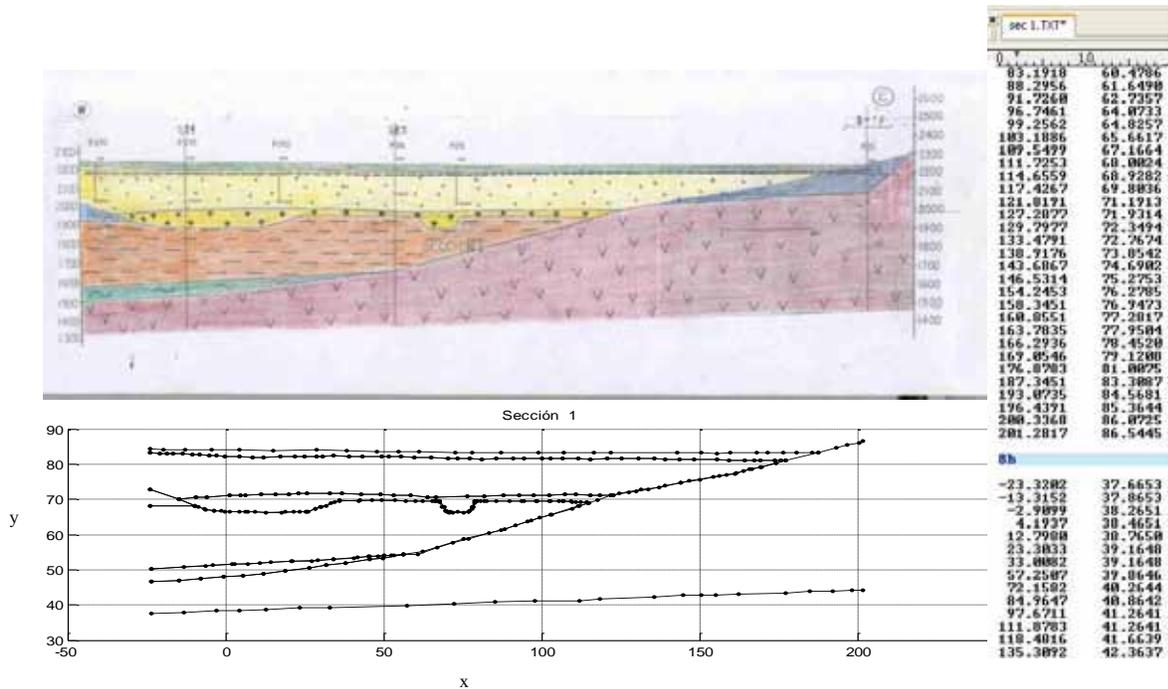


Figura 7.9 Sección original comparada con la sección que se digitalizó. En la parte superior derecha de la sección original existe una estructura geológica local (azul oscuro) que no se digitalizó debido a que no aparece en otras secciones. En la parte derecha, el listado de coordenadas cartesianas obtenidas de esta sección, el número 8b indica el comienzo de otra superficie de estratificación, en este caso la base del estrato 8 la superficie más profunda.

Las imágenes de las secciones geológicas presentaban una ligera inclinación. Al hacer el cambio de coordenadas es importante que las imágenes estén lo más horizontal posible. Para compensar los errores de escaneo se desarrollo el siguiente procedimiento.

La idea es girar la imagen desde un punto base o pivote de giro el cual no se mueve (ver Figura 7.10). El ángulo de corrección está en función del grado de inclinación de la imagen.

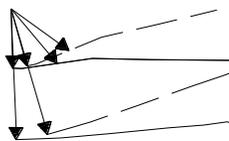


Figura 7.10 Modelo básico de rotación, las líneas punteadas son la posición antes del giro, las continuas representan la posición final, también se muestran los vectores de posición antes y después con respecto al origen se ubica en la esquina superior derecha. El proceso de rotación se aplica a todos los puntos de la línea.

Para hacer el giro:

Se propone un ángulo de corrección (el valor del ángulo depende del grado de inclinación de la imagen).

1. A partir de las coordenadas cartesianas vectorizadas se determina el ángulo de posición con respecto a uno de los ejes de referencia. Este ángulo es la dirección de vector de posición.
2. Se suma el ángulo de posición con el ángulo de corrección y se obtiene el ángulo de la nueva posición.
3. Se construye un vector unitario con la dirección del ángulo de la nueva posición.
4. Se proyecta el vector de posición y el vector unitario y se obtienen las nuevas coordenadas.

Este proceso se hace para todos los puntos digitalizados, al final se evalúa visualmente si el ángulo propuesto fue adecuado para la corrección o debe variarse. En caso de que el ángulo cambie, se repite todo el proceso. (Figura 7.11)



Figura 7.11 Ejemplo de giro en una fragmento de sección. A la izquierda una imagen mal escaneada y a la derecha, la misma imagen corregida.

Para continuar con el modelado de la Ciudad de México se deben georeferenciar las coordenadas de las secciones. Georeferenciar es cambiar coordenadas de cualquier sistema de referencia a un sistema de referencia terrestre equivalente (coordenadas espaciales terrestres). En este caso partimos de las coordenadas vectorizadas en un sistema cartesiano (x',y') para obtener coordenadas terrestres usando la proyección Universal Transversa de Mercator (UTM (x,y,z)) referenciadas en el geóide Clark 1867.

En cuanto a las coordenadas UTM horizontales (x, y) : las secciones no están contenidas en un solo plano vertical, sino que, la trayectoria de cada sección está descrita por varios planos verticales. Dentro de las secciones, los quiebres están definidos por los pozos. Mientras que la componente vertical z está se presenta en la escala izquierda y derecha de las secciones.

Para hacer el cambio de coordenadas se necesita una razón de proporción. La razón de proporción será un cociente entre distancias, las distancias se definen con dos puntos en los dos sistemas coordenados UTM y cartesiano. El problema se separa en dos casos el vertical y el horizontal.

En el caso vertical se utilizan los puntos extremos de la escala vertical de las secciones la altura reportada (que se denota como z) y la coordenada vectorizada (denotada con y'). Para el caso horizontal se usan los puntos UTM conocidos (x, y) , donde ocurren los quiebres en las secciones, y sus puntos vectorizados correspondientes (x') ubicados en los pozos de las secciones.

Para tomar en cuenta todos los quiebres de las secciones, los puntos para la transformación (tanto las coordenadas vectorizadas como las UTM) cambian dependiendo la aparte de la sección

que se este georeferenciando. Llevando a cabo este procedimiento se puede calcular la longitud real de la sección y graficarla contra la profundidad (Figura 7.12). Este procedimiento se puede hacer también para las imágenes de las secciones.

El programa de cambio de coordenada debe:

1. Leer archivos con las coordenadas UTM y sus coordenadas vectorizadas correspondientes en coordenadas cartesianas para sacar las razones de proporción.
2. Leer todas las coordenadas digitalizadas de las superficies de estratificación.
3. Emplear las razones de cada una de las coordenadas digitalizadas a UTM.
4. Agrupar las coordenadas UTM obtenidas en secciones y en superficies de estratificación.

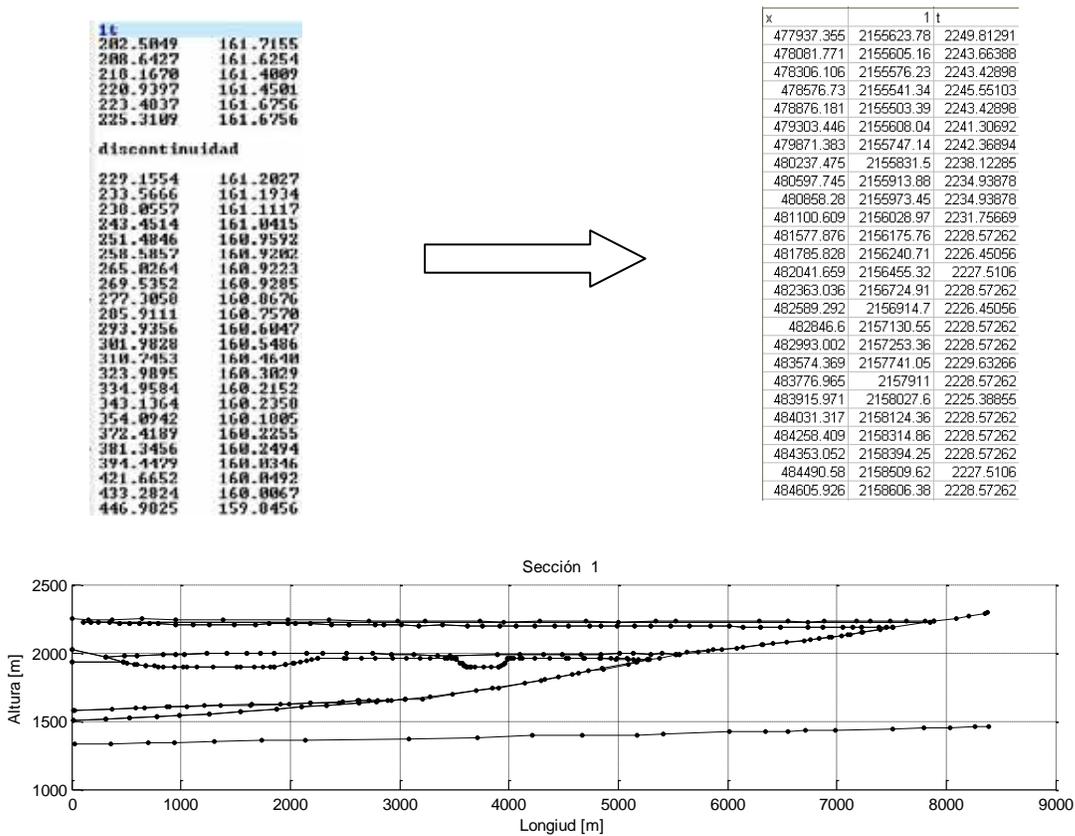


Figura 7. 12 Arriba a la izquierda coordenadas vectorizadas y la derecha su transformación a coordenadas UTM. Abajo Sección I en coordenadas UTM (distancia longitudinal y altura reales).

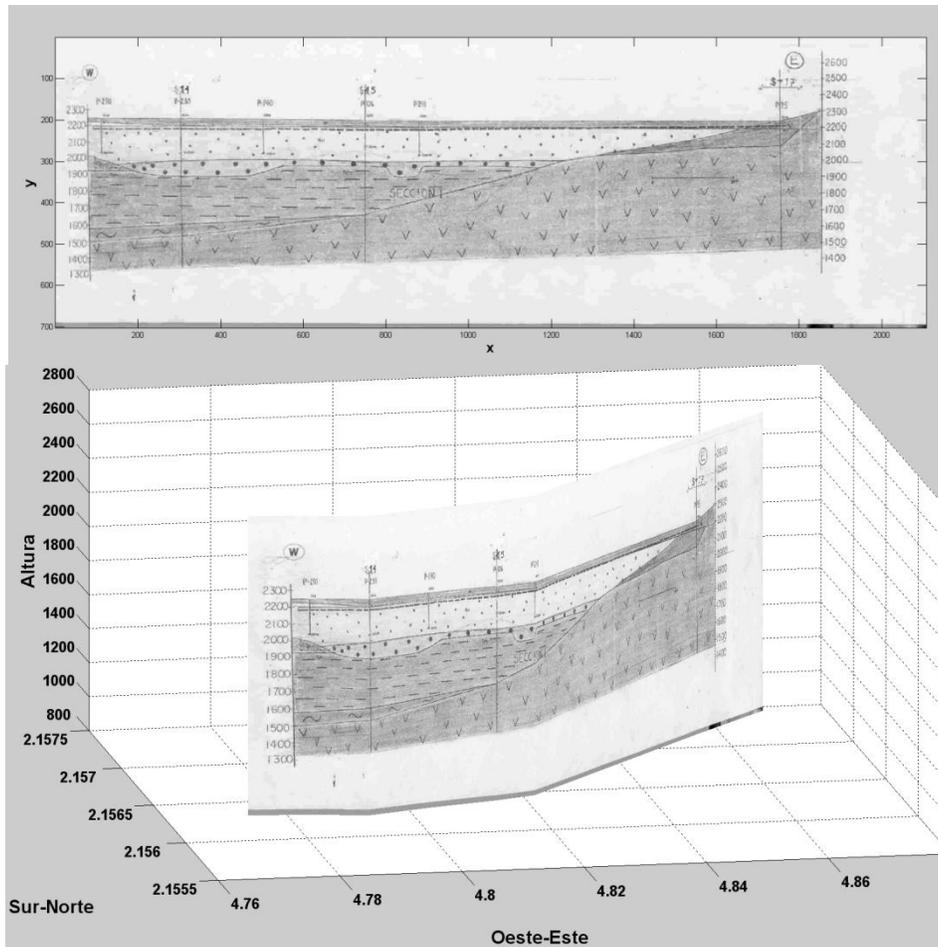
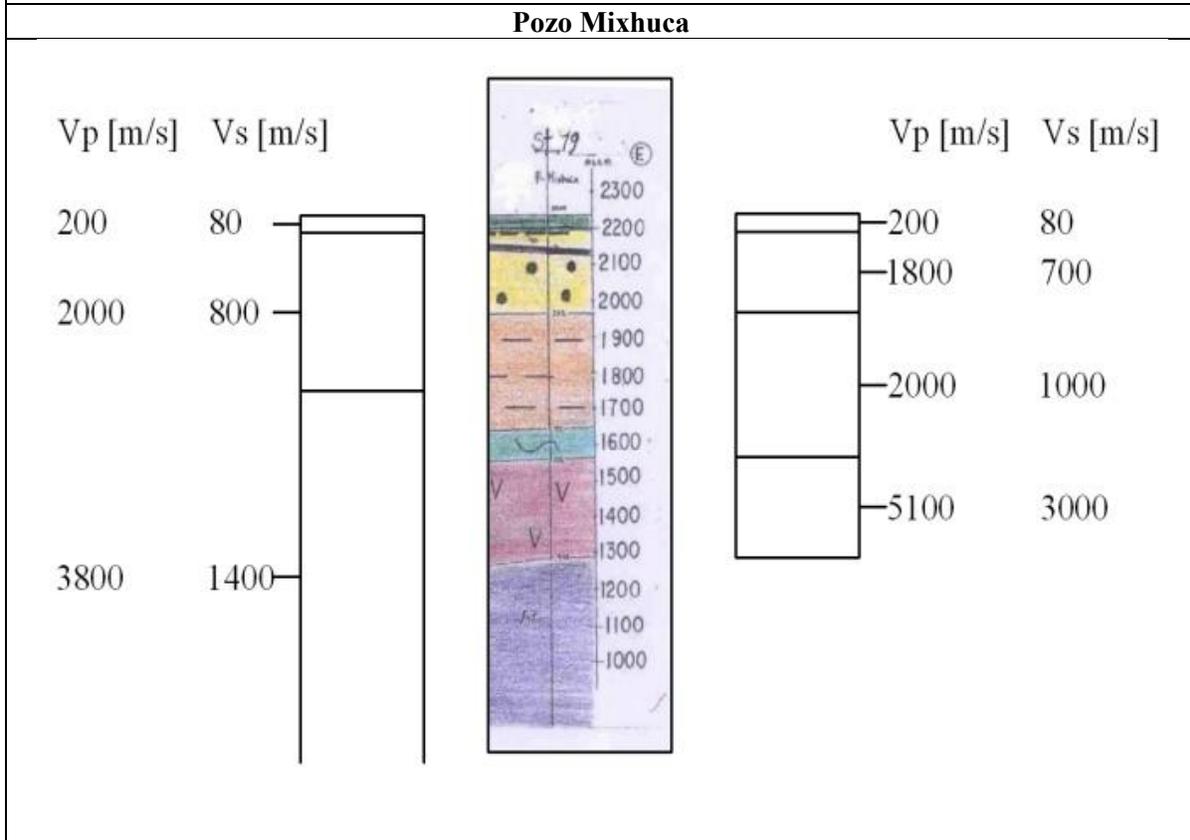
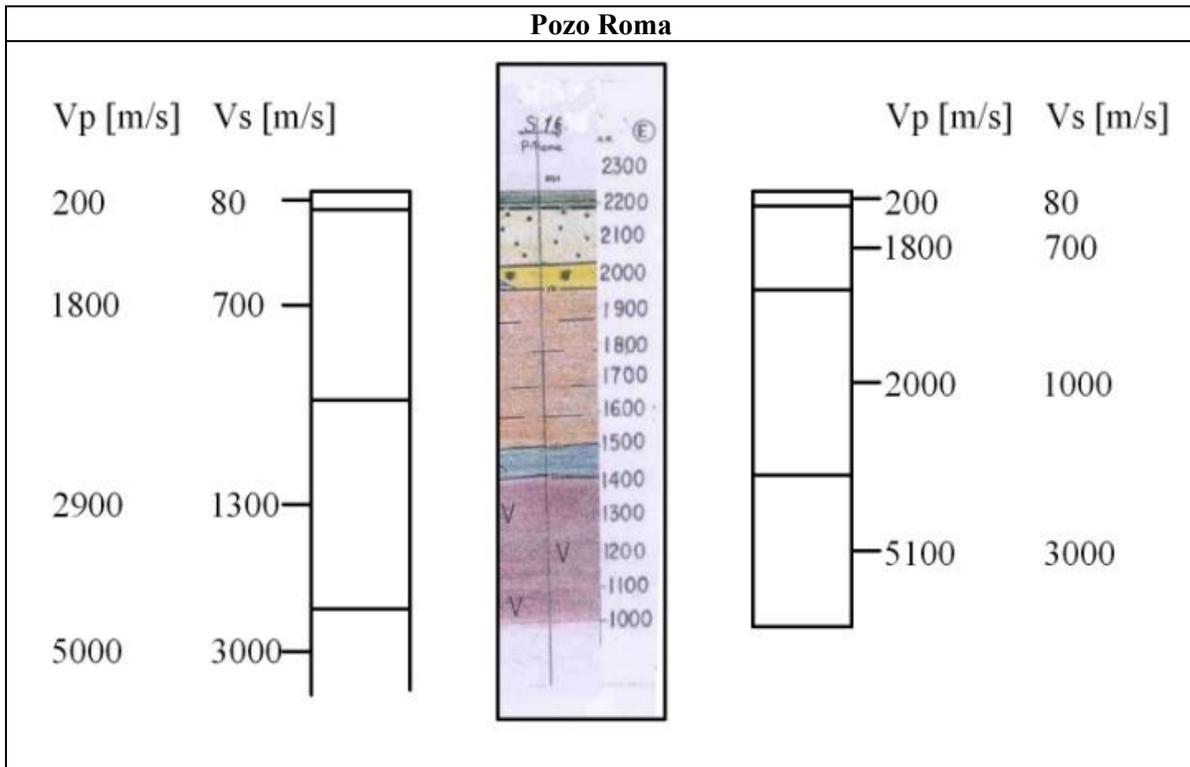


Figura 7. 13 Aplicación directa de la georeferenciación a la sección 1.

En este trabajo se busca obtener el modelo geológico de la ciudad de México que pueda ser utilizado con motivos sismológicos. Con este fin, es necesario conocer la velocidad de propagación de ondas sísmicas. La paraestatal Pemex (1986), determinó la velocidad de ondas P y ondas S en cuatro pozos en la ciudad de México. Por lo que, se debe relacionar la información litológica con la de velocidad de propagación de onda y obtener un modelo a partir de ambas.





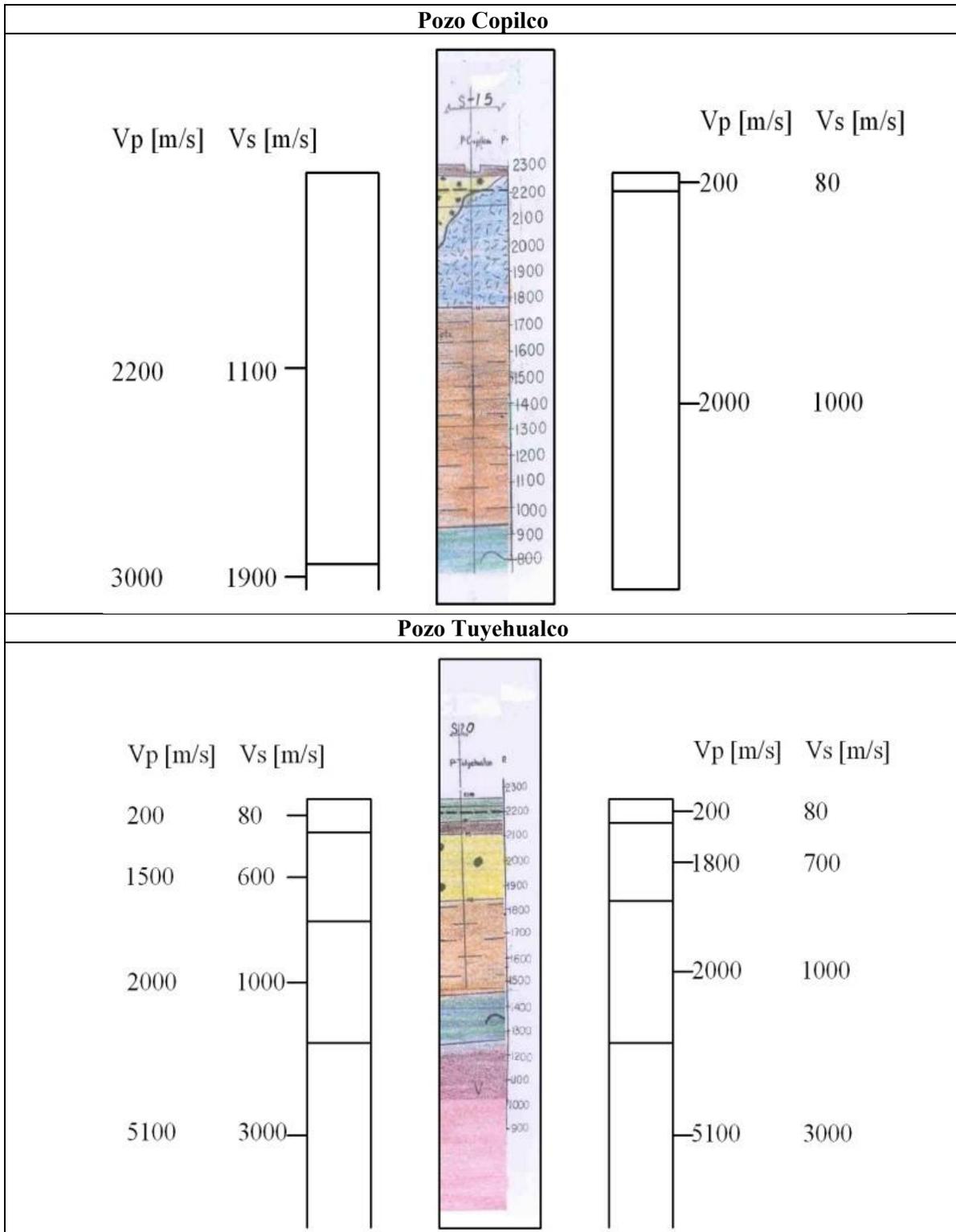


Figura 7. 14 Ubicación e información de Pozos de prospección de Pemex (1986), la columna de la izquierda es el modelo de velocidades de propagación de onda encontradas por Pemex, al centro la litología de la zona de pozos (Mosser, 1975) y la última columna es la correlación entre el modelo de velocidades de onda y los paquetes litológicos, en ella se toman en cuenta todas las velocidades de los pozos y los límites estratigráficos.

El modelo así obtenido fué acotado a 4 paquetes litológicos, de somero a profundo son:

- Depósitos lacustres modernos (Ql).
- Depósitos aluviales superiores e inferiores (Qal) y vulcanitas del cuaternario (Cerro de la Estrella, Peñon de los baños, Peñon de Marqués) (Qv).
- Formación Tepozteco (lahares, andesíticos y tobas pumicíticas del plioceno) y lavas (Tptz) y depósitos Lacustres antiguos (Tpl), Taximal y Requema.
- Vulcanitas del Mioceno (Tmv).

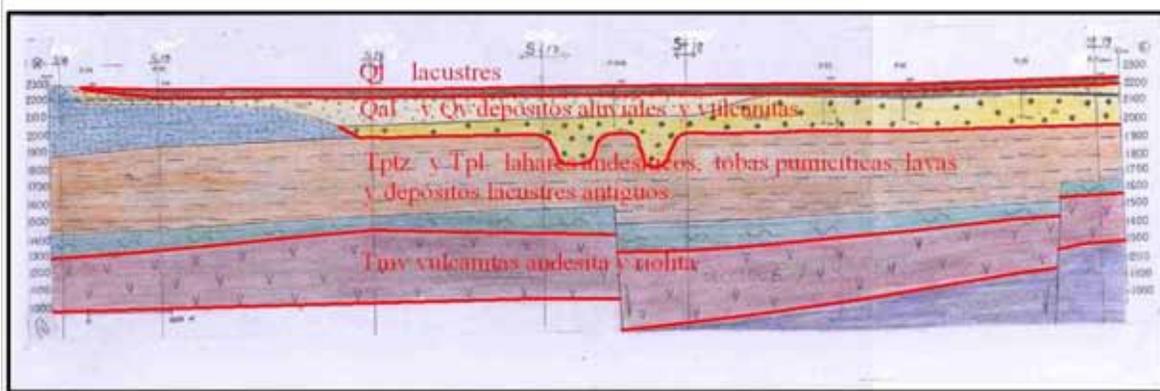
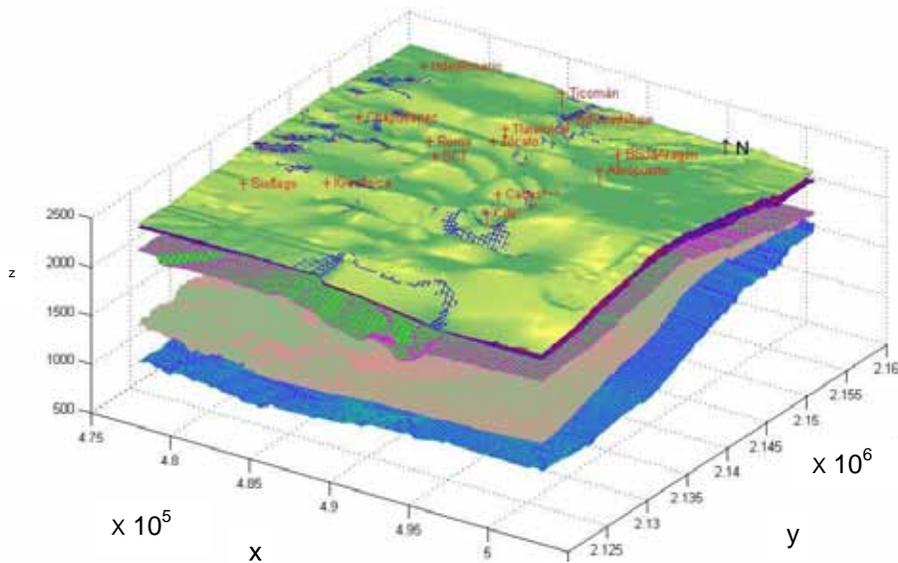


Figura 7. 15 Límites estratigráficos usados para generar el modelo tridimensional.

Usando los límites de estratigración seleccionados entre cada paquete litológico e interpolalos con el método de simple de Kriging se obtuvo el modelo de la figura 7.16.



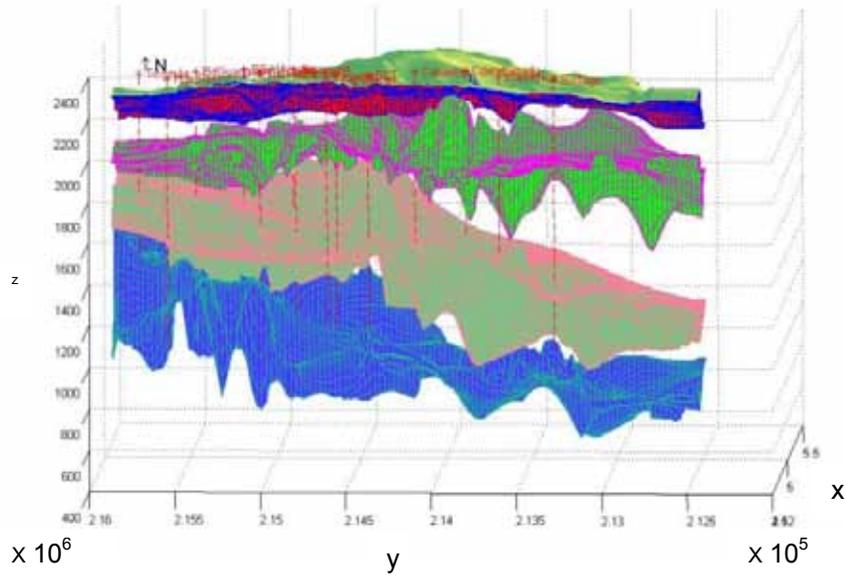


Figura 7. 16 Primera aproximación del modelo de la Ciudad de México (Interpolación simple). Se grafican las cinco superficies de estratificación que limitan los paquetes estratigráficos. Debido a que el estrato más superficial es muy delgado, las dos superficies más superficiales aparentan estar pegadas.

7.2. Seccionamiento

Una manera de determinar la calidad de la interpolación es seccionar nuevamente el modelo. Para seccionar el modelo 3D, se emplean las coordenadas x, y y se propone una línea que pase dentro de la proyección horizontal del modelo (plano horizontal).

Para poder hacer el seccionamiento se realiza lo siguiente:

1. Dar un par de puntos interiores a la zona del modelo. (ver figura 7.17)

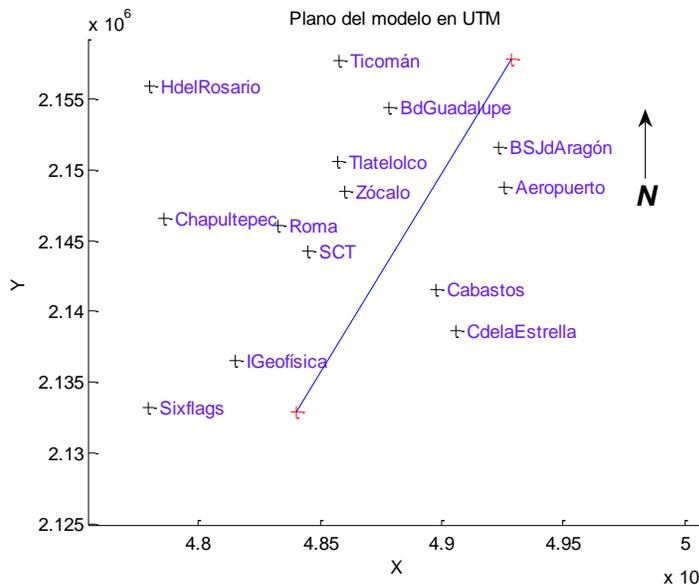


Figura 7. 17 Plano horizontal del modelo, en morado los puntos relevantes para la ubicación. La línea de corte es definida por las cruces rojas dadas por el usuario. Esta dirección nos servirá como ejemplo para realizar un corte en la figura 7.20.

2. Se obtienen las características de la recta resultante (pendiente y ordenada al origen).
3. Evaluar las intersecciones de la recta propuesta con las intersecciones del mallado (ver Figura 7.18).

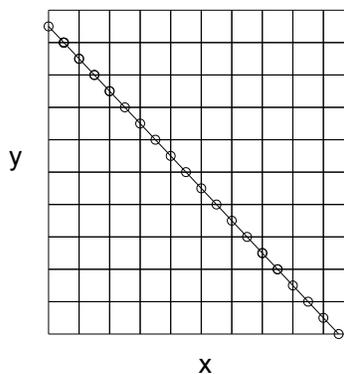


Figura 7. 18 Intersecciones entre la línea propuesta y las líneas del mallado.

4. De acuerdo a la posición de las intersecciones se asigna una altura proporcional con respecto a los puntos más cercanos pertenecientes a la recta del mallado. (Figura 7.19)

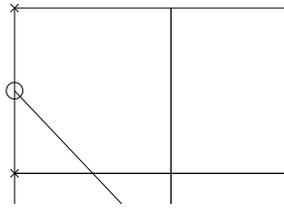


Figura 7. 19 Intersección marcada con un círculo, La cota del punto estima con alturas de los puntos marcados con una cruz

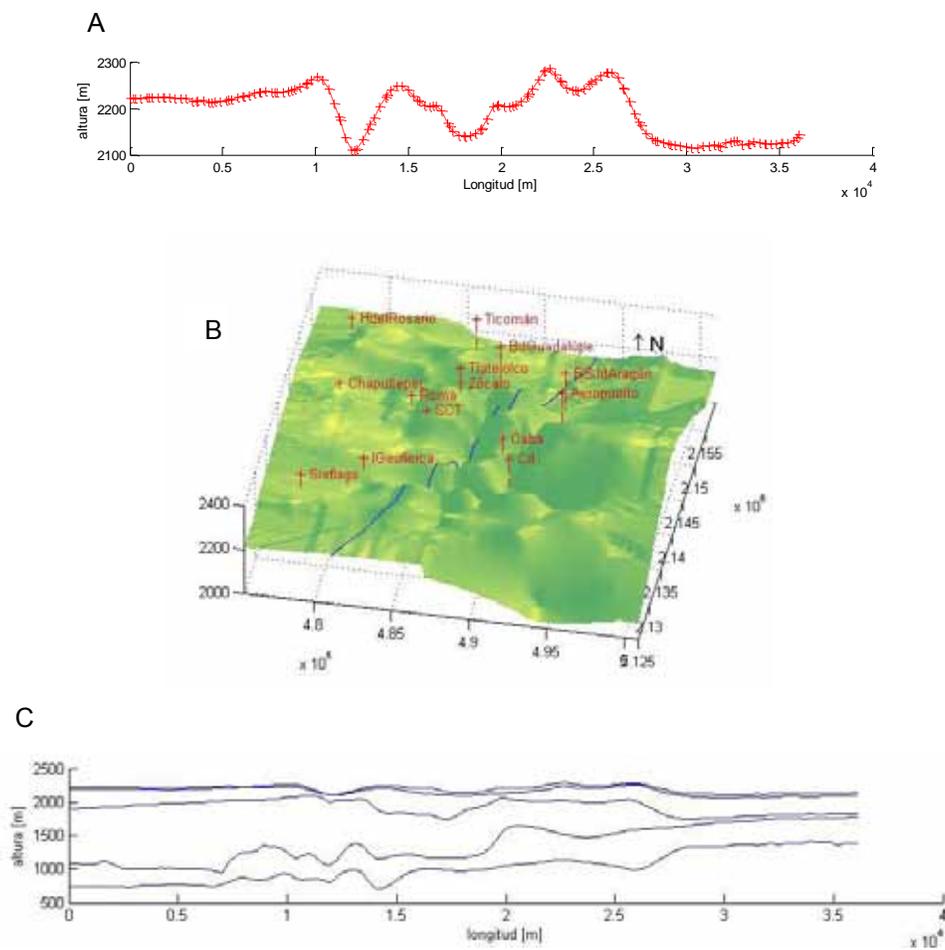


Figura 7. 20 La parte A se ilustra el corte del techo de la capa más superficial, las cruces rojas son las intersecciones; B es el mismo corte visto en 3D sobre la superficie de estratificación. C es el corte completo a las cinco superficies de estratificación.

7.3. Corrección del desplazamiento por fallas

Para obtener superficies de estratificación a partir de algunas muestras (como es este caso) es necesario hacer una interpolación. Como ya se ha visto en el capítulo de fundamentos, los métodos de interpolación suavizan los comportamientos abruptos como las fallas geológicas. Las fallas geológicas complican la geometría del medio. Las variaciones de la geometría del medio son importantes al modelar una zona geológica. Así, se debe tener especial cuidado en el modelado de las variaciones debidas a fallas geológicas. (ver Figura 7.21).



Figura 7. 21 El material depositado en el terciario sufrió una importante cantidad esfuerzos que derivaron en fallamientos. Debido a que estas estructuras geológicas son abundantes se deben tomar en cuenta su correcta presentación.

Para respetar el comportamiento de las fallas geológicas, primero se va corregir el desplazamiento de los bloques afectados. Después, se van a interpolar las superficies sin fallamientos y por último, se reincorporarán las fallas en el modelo 3D.

La primera parte de este proceso consiste en eliminar el desplazamiento de los puntos afectados por fallas geológicas. Para comenzar, hay que determinar qué puntos cambiaron de posición debido a una falla geológica y calcular cuál fue su desplazamiento. Para ubicar los puntos de quiebre se utiliza el criterio de la primera derivada.

Para evitar que el programa defina una falla donde no existe, se aplican los siguientes criterios de selección: se buscarán derivadas con pendientes mayores a 75° , este criterio elimina los acuñamientos y estructuras con pendientes menores (ver figura 7.22). Antes del fallamiento, la estructura tiene una tendencia, en la falla la pendiente cambia bruscamente y después continúa con su tendencia. Si se encuentra una pendiente alta, se revisa que la pendiente anterior y la pendiente posterior no sean mayores a 45° y se usa el criterio de la segunda derivada, esto evitar confundir paleocanles, sinclinales o anticlinales con fallas (ver figura 7.22).

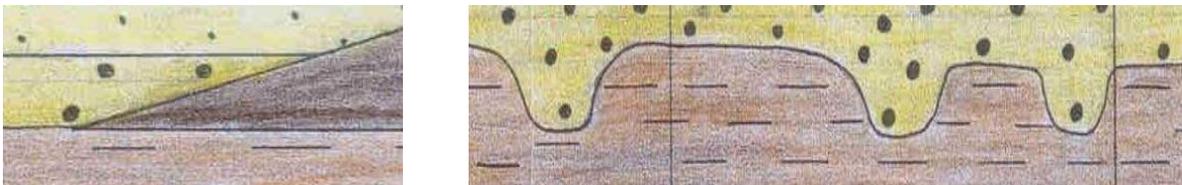


Figura 7. 22 A la izquierda acuñamiento en el depósito aluvial Cuaternario, a la derecha paleocanales en los depósitos epiclásticos del Terciario. Estas estructuras presentan un cambio de pendiente importante y se tienen que discriminar las fallas geológicas.

El algoritmo trabaja horizontalmente en cada superficie de estratificación en cada sección, calculando las diferencias horizontales y verticales entre el primer punto y el segundo, luego, el segundo y el tercero y así sucesivamente. Después con las deltas calculan las derivadas entre los puntos, con la primera derivada se calcula la segunda derivada y se aplican los criterios de selección del párrafo anterior.

Las superficies de estratificación que presentan fallas se fragmentan en bloques de desplazamiento (Figura 7.23). Cada bloque tendrá un desplazamiento constante. El desplazamiento del bloque de será el desplazamiento de la falla más profunda (ver Figura 7.24).

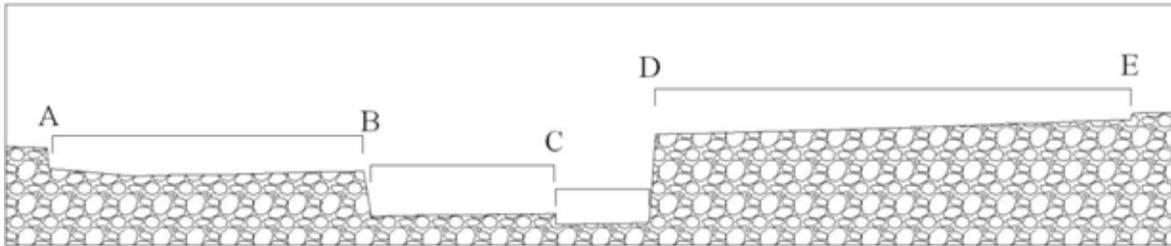


Figura 7. 23 Fragmentación del contacto estratigráfico de la figura 7.19. Se tienen cuatro bloques de desplazamiento AB, BC, CD y DE.

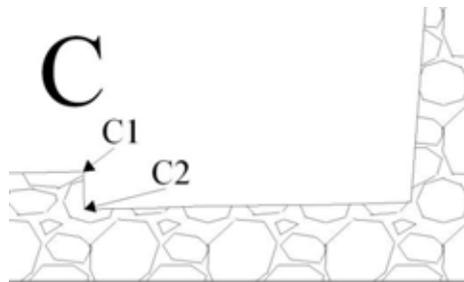


Figura 7. 24 Acercamiento del bloque CD de la figura anterior, la falla más profunda entre C y D es C, por lo tanto, el desplazamiento del bloque CD es C1-C2.

El orden de desplazamiento en los bloques, depende de la profundidad de la falla, en primer lugar se corrige la más profunda. Al desplazar un bloque se elimina una falla, y el antiguo bloque forma uno nuevo más grande. El procedimiento se repite secuencialmente hasta corregir la todas las fallas. Cuando se tiene una sola falla el límite del bloque será uno de los bordes de la sección (ver Figura 7.25).

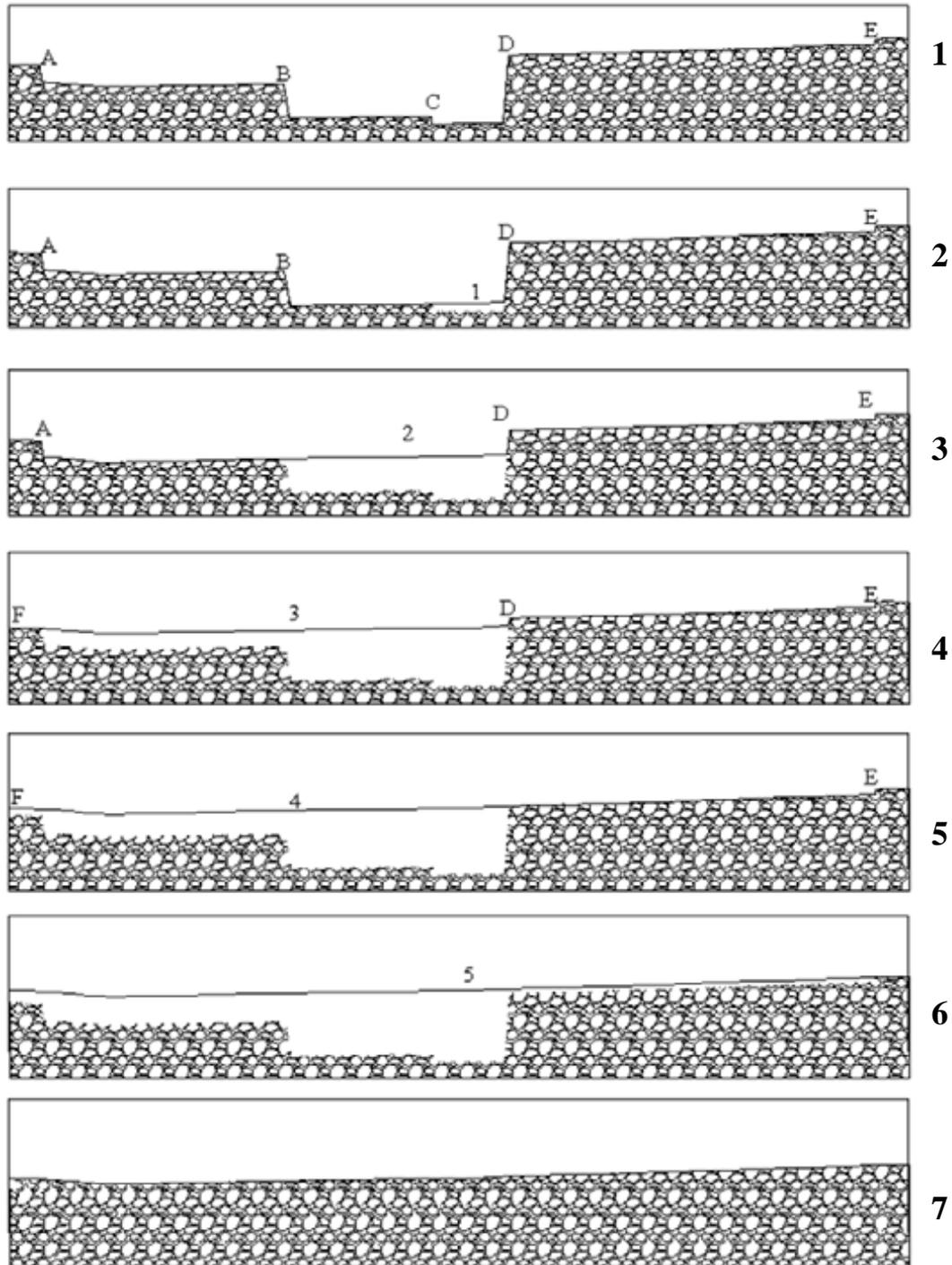
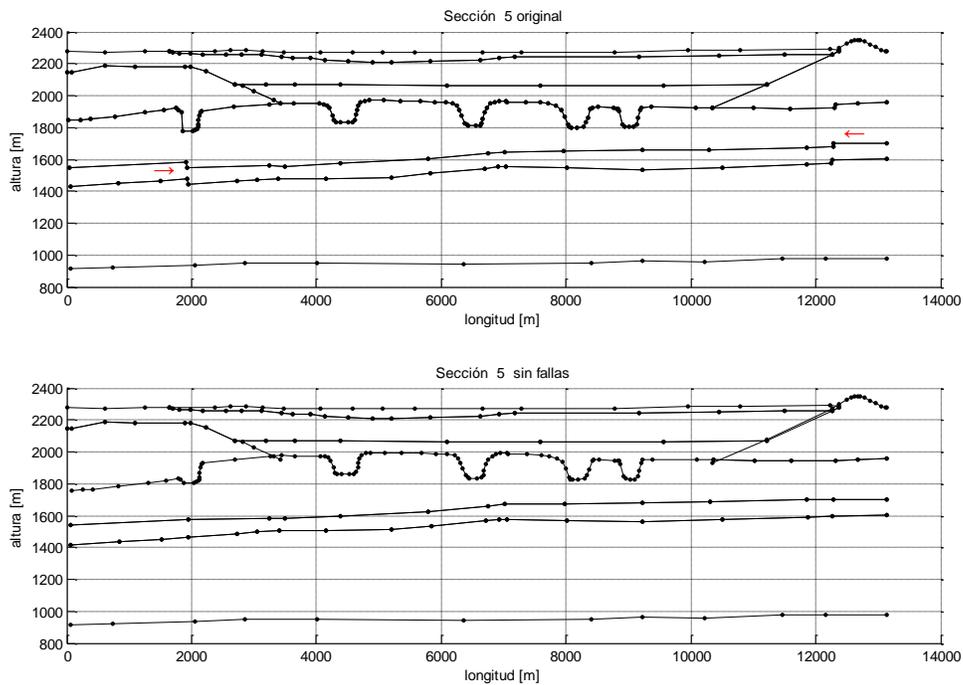


Figura 7. 25 Secuencia de desplazamiento de la figura 7.21. Arriba segmentación, la falla más profunda es C y afecta el bloque CD. La segunda figura es el desplazamiento del bloque CD, se pierde la falla C y el antiguo bloque CD ahora conforma el bloque BD. En la tercera figura al moverse BD se forma AD. En la cuarta figura ya no hay falla que limite el desplazamiento de la falla D por lo que ahora el límite del bloque será el límite de la sección (el punto F); la última figura es el resultado de todo este procedimiento.

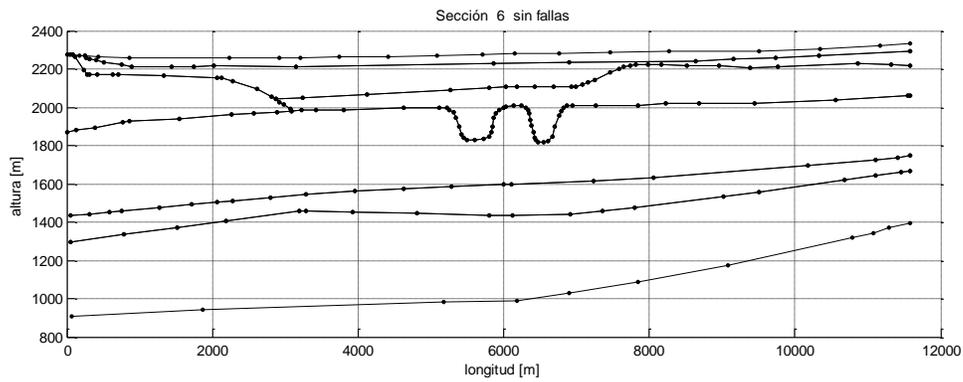
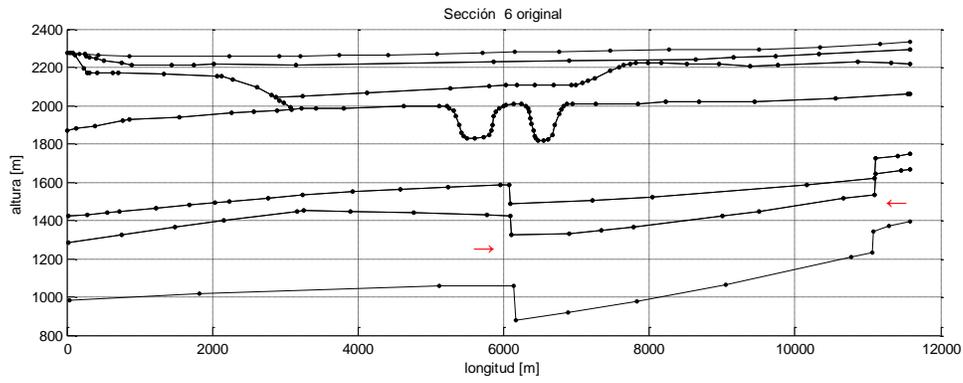
Cada vez que se mueve un bloque se almacenan su desplazamiento y sus límites para que, con una secuencia invertida, se regrese a los bloques a su la posición original en el modelo 3D después de la interpolación.

El procedimiento de corrección de fallas es previo al cambio de coordenadas, por lo que ahora en lugar de cambiar una sección se cambian dos una con fallas geológicas y otra sin fallas. Para que al restar las coordenadas se respete la posición de las secciones.

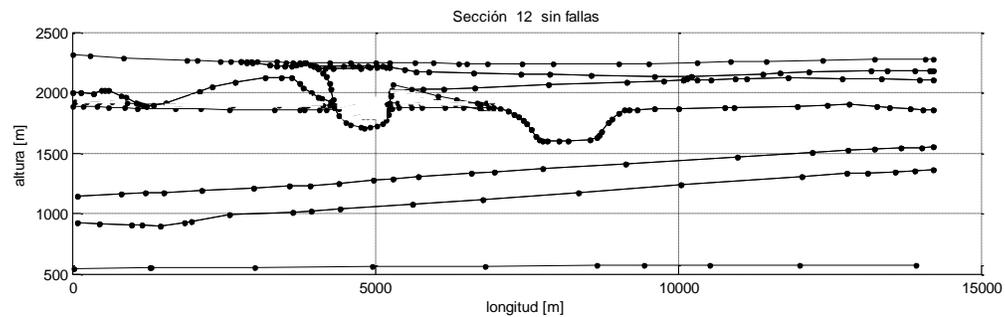
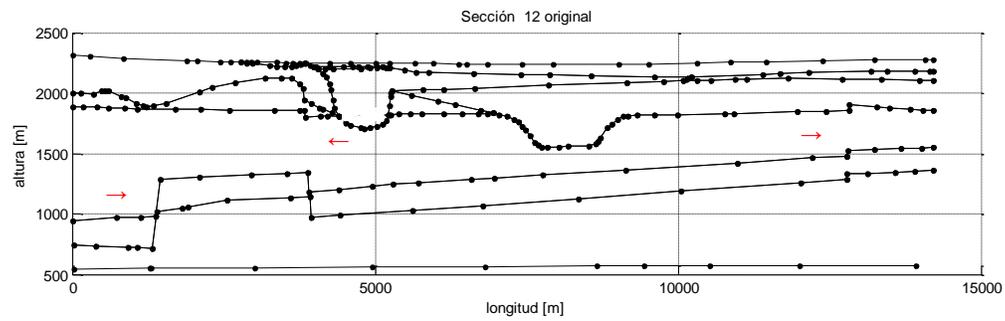
A continuación presento las secciones digitalizadas, una vez hecho el cambio de coordenadas a utm y su correspondiente sección eliminado los desplazamientos por fallas.



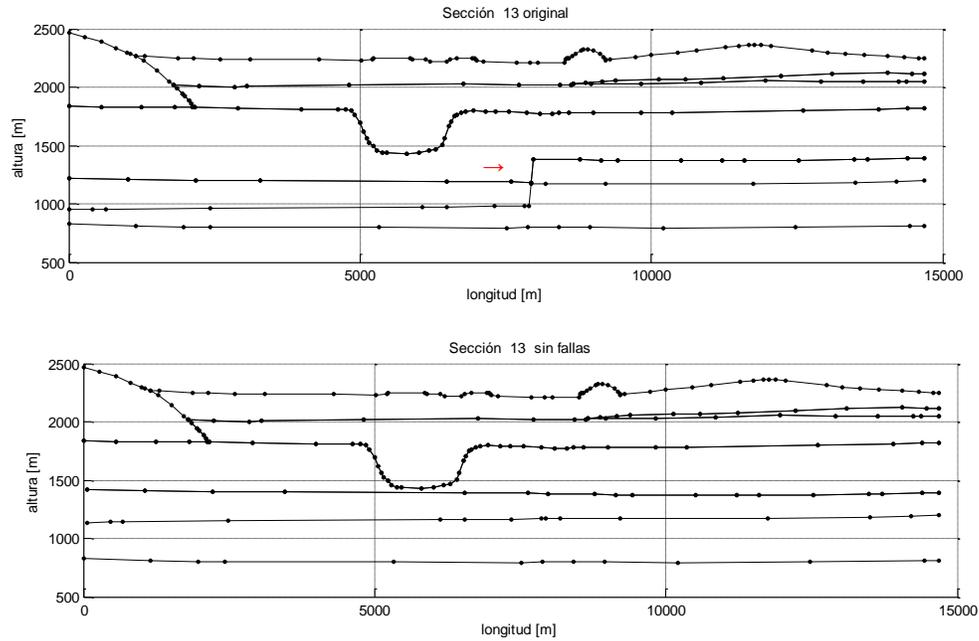
7.26a comparación de la sección 5 antes y después de la corrección.



7.26b comparación de la sección 6 antes y después de la corrección.



7.26c comparación de la sección 12 antes y después de la corrección.



7.26d comparación de la sección 5 antes y después de la corrección.

←, → falla geológica.

Figura 7. 26 Secciones originales comparadas con las secciones sin desplazamientos por fallas.

Todas las fallas han sido corregidas y se interpolaron los datos resultantes usando el método de Kriging. Ahora se deben reincorporar los desplazamientos de las fallas en el modelo tridimensional.

Contamos con la información del vector de desplazamiento y los puntos que limitan la zona afectada por la falla (Figura 7.27).

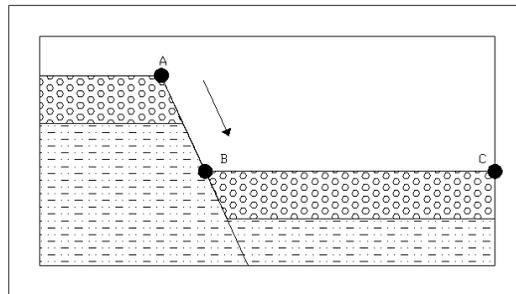


Figura 7. 27 Sección esquemática de falla, el vector de desplazamiento queda definido por los puntos A y B, los límites de falla son A y C.

7.4. Reincorporación en fallas locales

Para poder llevar esta información plana al modelo 3D, debemos darle una dimensión más. La dimensión adicional al plano vertical de la sección es perpendicular, pero qué ocurre con las fallas lateralmente. Se tienen dos casos, el primero trata de fallas locales cuyo desplazamiento lateral solo cruza una sección (figura 27). El segundo, donde los desplazamientos de la falla son

los suficientemente grandes para atravesar más de una sección. La manera de discriminar a que caso pertenece una falla es buscar una correspondencia tanto en las secciones paralelas como en las perpendiculares locales. Se determinó la correspondencia con la edad de la falla (el paquete litológico que afecta), y su inclinación o buzamiento (teniendo en cuenta que puede cambiar según la posición del corte de la sección).

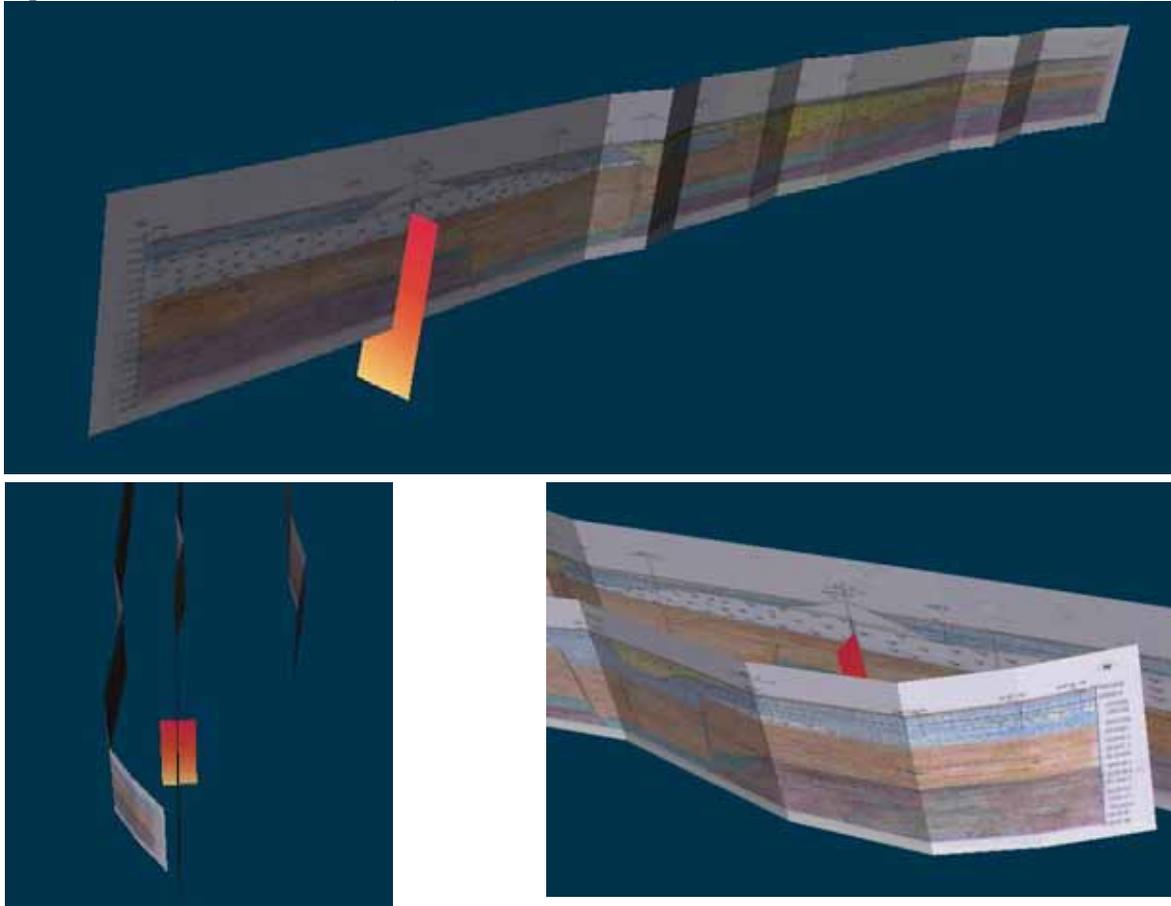


Figura 7. 28 Diferentes perspectivas de una falla local (caso 1), la falla solo afecta una sección geológica y no tiene correspondencia en las secciones laterales. En la figura de arriba se muestra la sección y el plano de falla que la cruza (en color rojo). Las dos figuras de abajo muestran dos vistas de las secciones vecinas, donde el plano de falla no llega. El plano de falla, provocó la intrusión que forma el cerro de Zacatépetl, al sur de la ciudad.

En el primer caso, cuando no hay correspondencia y por tanto no se tiene información, se asume que la falla corta perpendicularmente, bajo la premisa que, en la ciudad se pueden encontrar fallas en las direcciones NNE-SSW, N-S, NNW-SSE y EW, que corresponden a los sistemas de fallas SFAT, SFTSMA y SFP (ver capítulo 5).

Tanto el punto A como el C van a ser extendidos en dirección perpendicular a la sección. La zona que desplazamiento pasa de ser una recta a una área rectangular definida por cuatro puntos que llamaré puntos sombra (ver Figura 7.29).

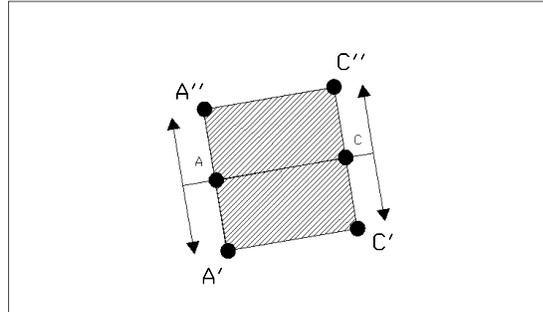


Figura 7. 29 Vista en planta de la sección de la figura anterior. Los puntos A y C son los puntos de la sección, A', A'', C' y C'' son los puntos sombra con los vectores de posición. La magnitud de los vectores de posición es proporcional a la magnitud del vector de desplazamiento (figura anterior) y su dirección es perpendicular a la dirección de la sección.

Al no tener más información de la falla se asume que el desplazamiento máximo se da en la sección y que la falla se atenúa lateralmente. La atenuación presenta una forma elíptica.

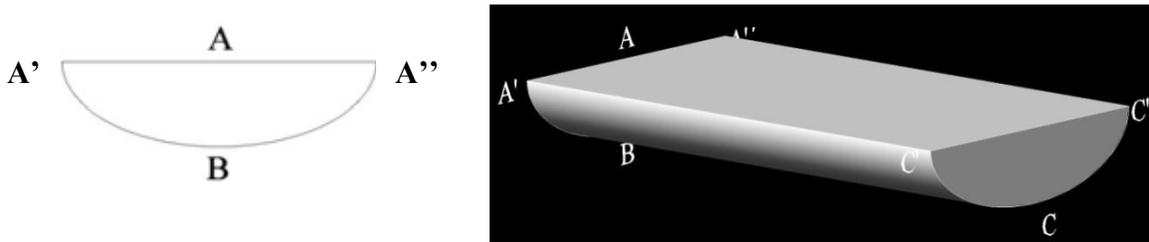


Figura 8. 30 A la izquierda vista frontal de la atenuación lateral propuesta, a la derecha la vista isométrica de la sección esquemática (Figura 6.25).

Para cada falla el programa para reincorporación haría lo siguiente:

1. Evaluar todos los puntos de cada superficie de estratificación buscando los puntos interiores a la región de desplazamiento. La región forma un polígono de cuatro lados. Para discriminar si un punto está dentro de un polígono, se evalúa la abscisa del el punto de la superficie con las cuatro ecuaciones de las rectas que limitan el polígono y se saca la diferencia entre el valor evaluado y la ordenada del punto. Si el punto es interior a la región, dos diferencias son positivas y dos negativas.
2. Se hace la proyección vectorial (Figura 7.31) para evaluar el valor de la elipse en ese punto.
3. El valor de la elipse se resta al desplazamiento del punto.

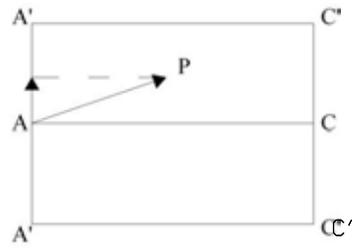


Figura 7. 31 Si el punto P es interior a la zona de desplazamiento, se obtiene el vector AP y se proyecta al vector AA'. Con la magnitud de la proyección se evalúa la elipse.

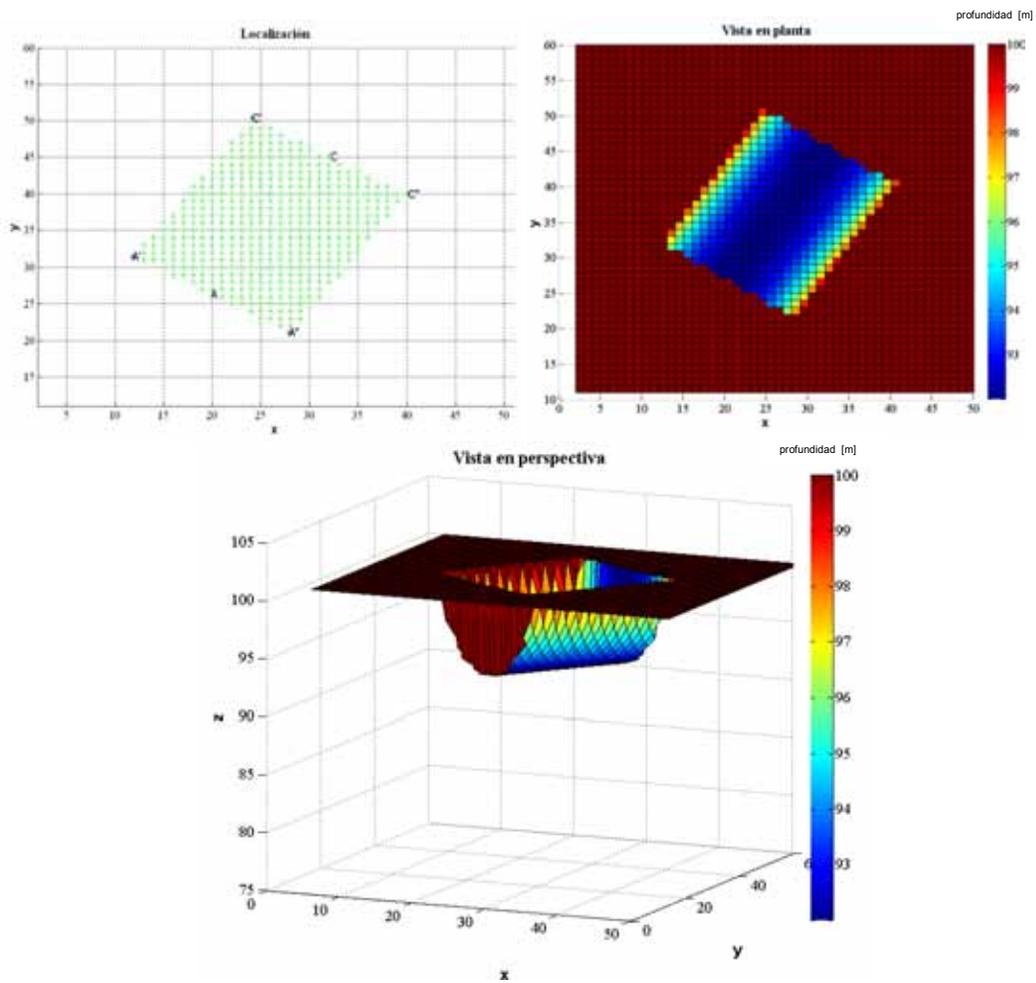


Figura 7. 32 Modelado de una falla sintética y su atenuación lateral elíptica. En la figura superior izquierda se determinan los puntos que quedan dentro de la región de desplazamiento. En la figura superior derecha se evalúa el desplazamiento de los puntos y la inferior es una vista isométrica del resultado.

7.5 Reincorporación Fallas extensas

El segundo caso, cuando una falla tiene correspondientes con otras secciones (Figura 7.33). La correspondencia marca el plano de falla. En la Cuenca de México existen fallas que se extienden por varios kilómetros y aparecen en diferentes secciones. En estos casos las fallas deben ser correlacionadas.

Las fallas mayores presentan diferentes desplazamientos en las secciones que cortan. El desplazamiento debido a la falla cambia en el trayecto entre una sección y otra. El programa propuesto debe presentar un cambio gradual de un desplazamiento a otro.



Figura 7.33 Perspectivas de una falla mayor (caso 2), la falla se manifiesta en más de una sección geológica. En este caso el plano corresponde a la falla Chapultepec.

Nuevamente a los extremos de la falla no se tiene información de lo que le ocurre, pero presenta una tendencia direccional. La falla será atenuada bajo el criterio elíptico, con la diferencia que en este caso la dirección de atenuación es conocida. El programa para reincorporar este tipo de desplazamientos trabaja bajo los mismos principios del primer caso, pero repite el algoritmo según el número de secciones que cruce la falla.

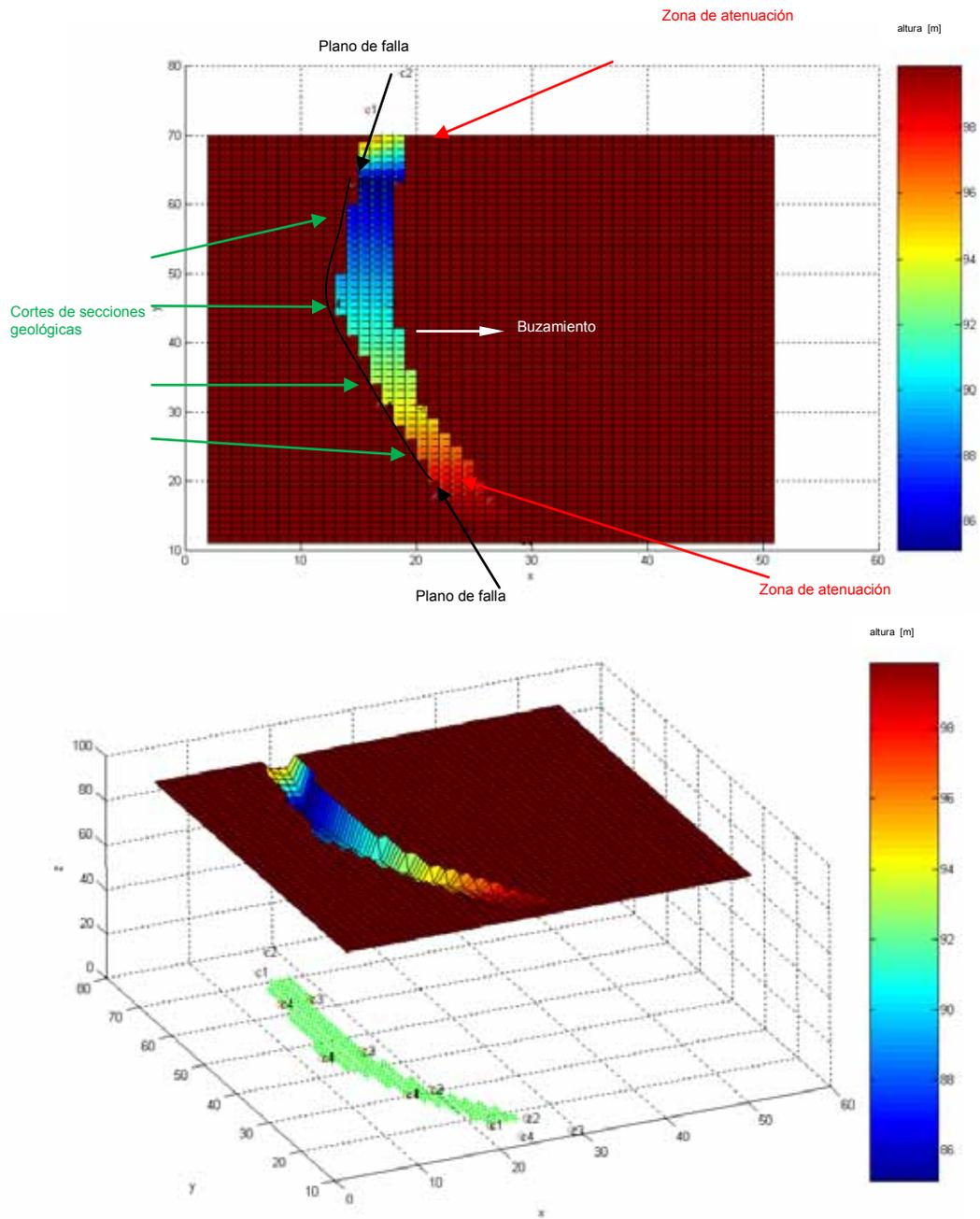


Figura 7.35a Falla sintética con dirección norte-sur sus planos son definidos por cuatro secciones geológicas. En la figura superior se aprecian todos los elementos de la falla en una vista en planta, y en la figura inferior una vista en perspectiva.

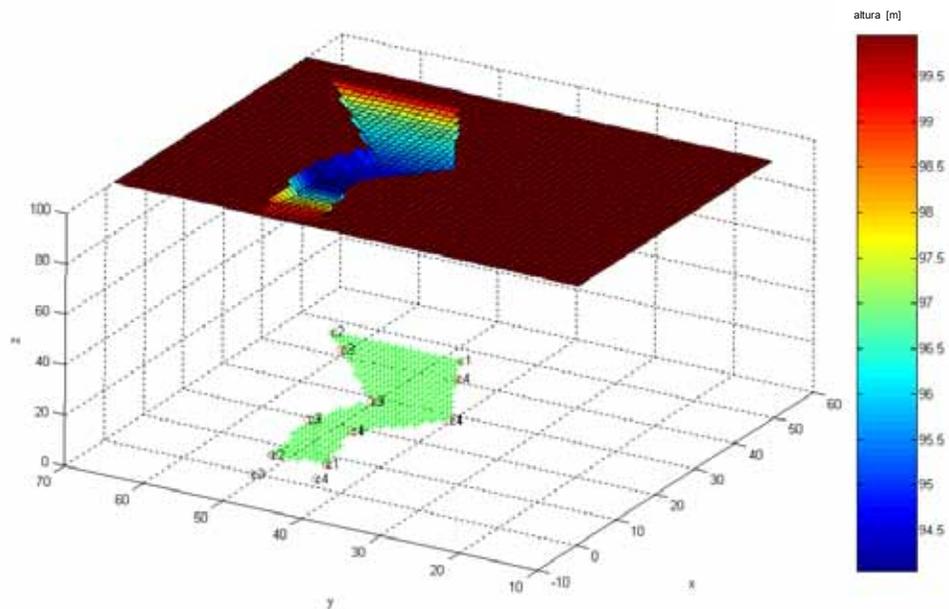
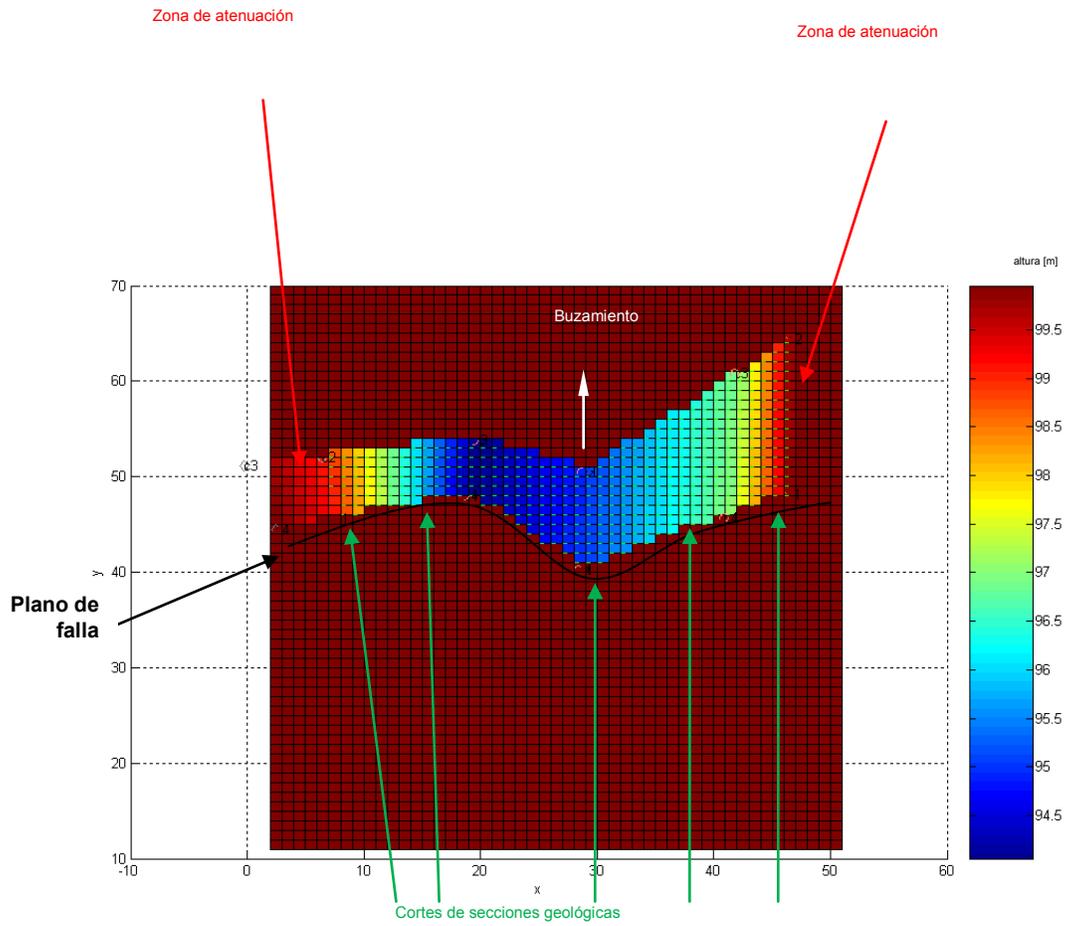


Figura 7.34b Falla sintética con dirección este-oeste sus planos son definidos por cinco secciones

7.6. Interpolación local

En apariencia el problema ha sido resuelto, pero al realizar la interpolación con los datos corregidos (sin fallas) las superficies suaves presentan picos. Los picos no son parte de la geología de la zona, siendo por tateo, un error que se debe corregir (Figura 7.37).

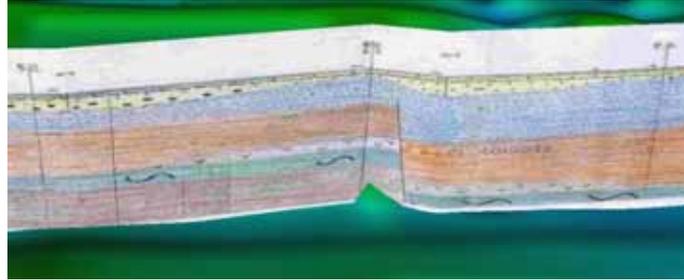


Figura 7.35 Pico en el cruce de las secciones 8 y 15. Error en el procedimiento de corrección de fallas.

Al revisar los lugares donde se presentan estos picos, se puede determinar que el problema se da en las intersecciones de las secciones. Los picos ocurren solamente cuando se desvanecen las fallas. El nivel de corrección es diferente en todas las secciones y está en función del desplazamiento de los bloques en cada sección. Gracias a estas premisas se puede determinar que, al desvanecer los desplazamientos por fallas el muestreo de las superficies de estratificación en las secciones no quedan a la misma altura (Figura 7.37).

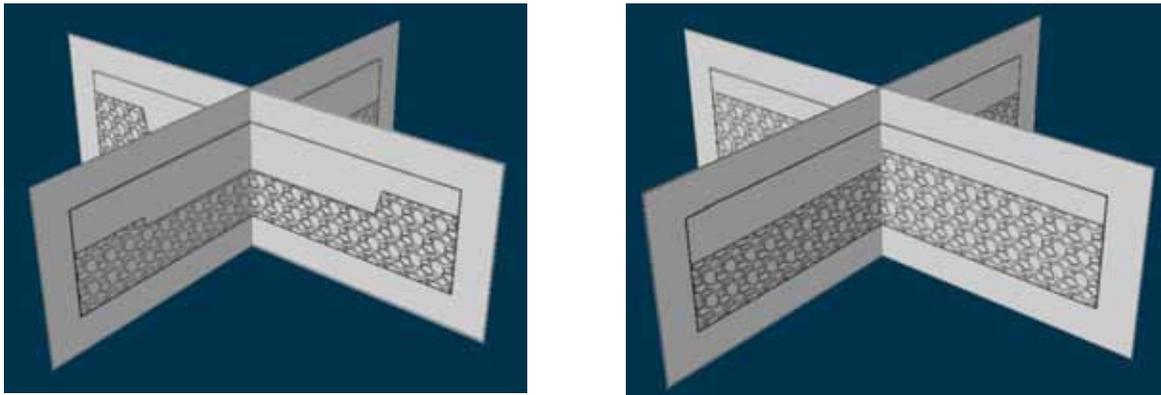


Figura 7.36 Cruce de dos secciones geológicas esquemáticas. Al lado derecho, las secciones están en su posición original el cruce es perfecto. En la izquierda, las mismas secciones han sido corregidas según los desplazamientos en las fallas que las integran. El nivel en la superficie de estratificación no coincide, al interpolar la malla de estratificación estos saltos se verán picos.

Si se tienen un punto con una altura atípica sobre una línea, el interpolador le dará el mismo peso a todos los puntos dando como resultado un pico.

Para solucionar el problema, se desarrolló un programa de interpolación local en una malla. La idea consiste en encerrar los puntos de la malla a corregir, con un polígono irregular e interpolar la altura de los puntos interiores con la altura de las aristas del polígono propuesto. El número de lados del polígono así como las propias aristas serán dadas por el usuario.

Las etapas del programa de corrección son las siguientes:

1.- Ubicación del error en una vista en perspectiva figura (7.38).

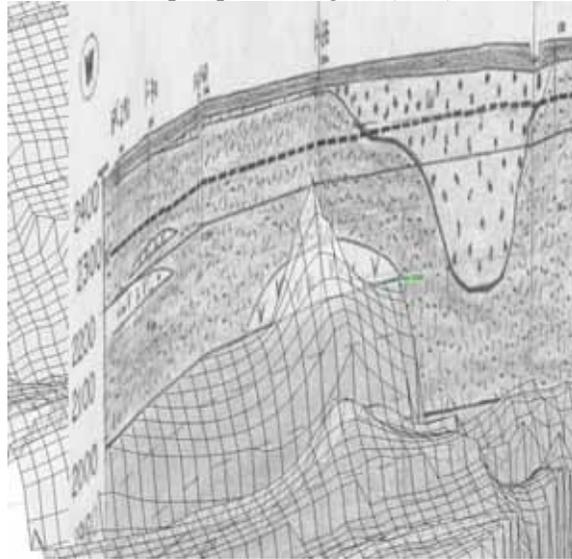


Figura 7. 37 En la figura se muestra la malla interpolada del segundo nivel estratigráfico y la sección geológica número 10 ge referenciada. El pico que se muestra será removido con el algoritmo de interpolación local.

2.- En la vista en planta, se hace un acercamiento en la zona a trabajar, y se seleccionan (con el ratón) las aristas del polígono. El número de aristas depende del cambio en el relieve de la zona, en geomorfologías más abruptas se necesitan mayor número de puntos.

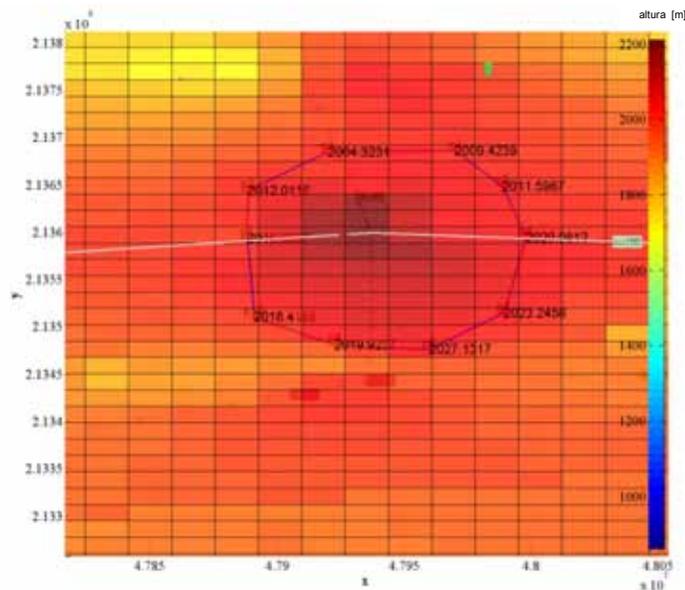


Figura 7. 38 Vista en planta de la figura anterior. En esta proyección se propone de manera manual el polígono que encerrará los puntos a ser modificados. Los números en los vértices es su valor de altura.

- 3.- Una vez cerrado el polígono, comienza un subprograma para asignar una altura a las aristas de acuerdo a su posición en la malla.
- 4.- En otro subprograma, basado en algoritmos radiales, se utilizan tanto el polígono como la malla para designar que puntos de la malla van a ser alterados.
- 5.- Ya con toda esta información, se vuelve a utilizar el algoritmo de altura pero ahora para designar las alturas de los puntos interiores del polígono, a partir de las alturas de las aristas del propio polígono. Se grafica el resultado y se decide si es adecuado, en caso de no serlo, se repite el procedimiento hasta tener resultados óptimos.

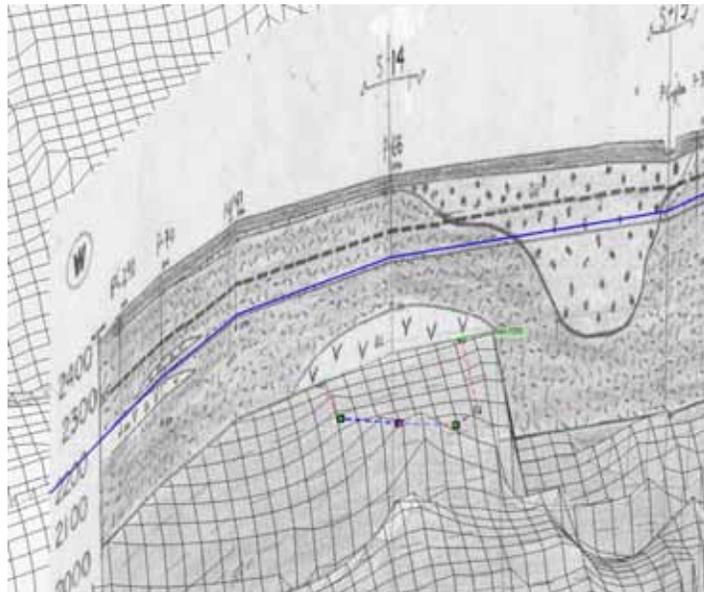


Figura 7.39 Resultado del algoritmo de interpolación local. Gracias a esta figura se decide si la corrección ha sido adecuada o si se debe repetir. En esta figura se nota en perspectiva el polígono de corrección.

En la figura 7.41 se muestra un esquema que resume todos los pasos realizados para la obtención del modelo. El punto de inicio son las secciones de Mooser y los programas utilizados para procesarlas son los siguientes: Matlab fue el lenguaje utilizado para desarrollar programas desde la unión de las secciones hasta la visualización; Autocad resultó útil en la vectorización de las secciones; las interpolaciones fueron hechas con Surfer y para la parte de visualización se emplearon Opendx, Ve3D, Rinhoceros y Amira.

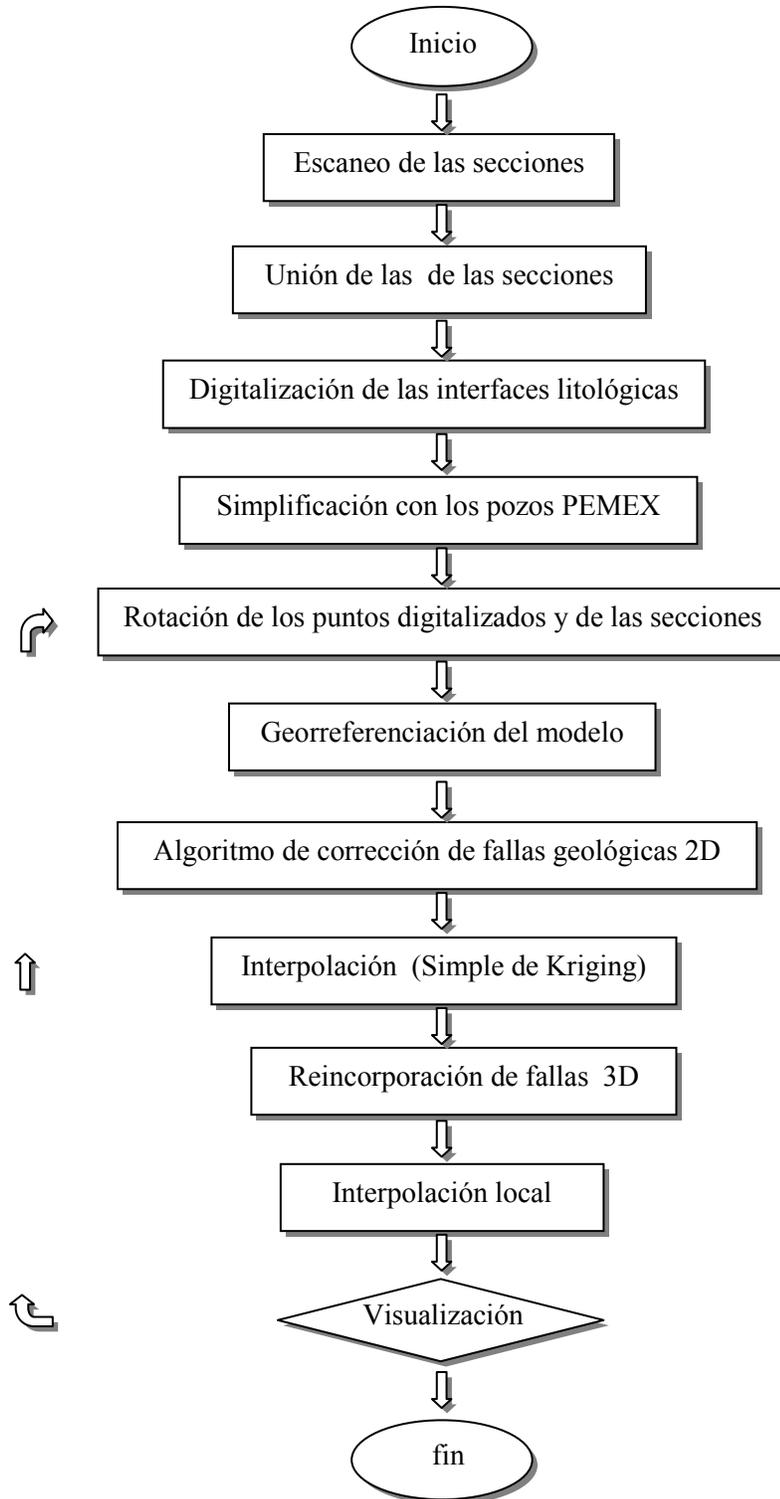


Figura 7. 40 Diagrama de flujo del procedimiento para obtener el Modelo Geológico de la Cuenca de México a partir de las secciones geológicas de Mooser.

7.7. Proyección Superficial

Las fallas más grandes se proyectaran verticalmente a la superficie. Para poder conocer la ubicación de un lugar en la ciudad resulta de utilidad dar como referencia una construcción importante. Este procedimiento permite correlacionar las estructuras geológicas profundas con la actual configuración urbana.

Las fallas con las que se ha trabajado son ciegas, esto quiere decir que no afloran, se encuentra a profundidades de entre 400 a 1000 m.

El presentar la información proyectada será útil para ubicar estudios posteriores en la Cuenca de México. Se puede afinar la ubicación de las estructuras con levantamientos sísmicos, gravimétricos, etc.

En la figura 7.42 se proyectaron las siete fallas principales del trabajo sobre una imagen satelital de la Ciudad de México. Las características de las fallas aparecen en la tabla 7.1.

Falla	Dirección	Buzamiento	Longitud [m]	Profundidad [m]
Chapultepec (A)	NW	NE	2500	450
Peñon (B)	EW	S	6100	400
Mixhuca (C)	NS	W	8400	650
Central(D)	NE	SE	6100	200
Iztapalapa (E)	NE	NW	14500	200
Circuito(F)	EW	S	8700	500
CU (G)	NE	SE	5400	500

Tabla 7. 1 Dirección y Buzamiento de las principales fallas localizadas en este trabajo. Los nombres se tomaron de las coincidencias entre el mapa de este trabajo Figura 7.42 y las propuestas por Santoyo Figura 7.43

En la figura 7.41 se notan coincidencias en la ubicación de las fallas propuestas por Santoyo, *et al* (2005) y las secciones de Mooser.

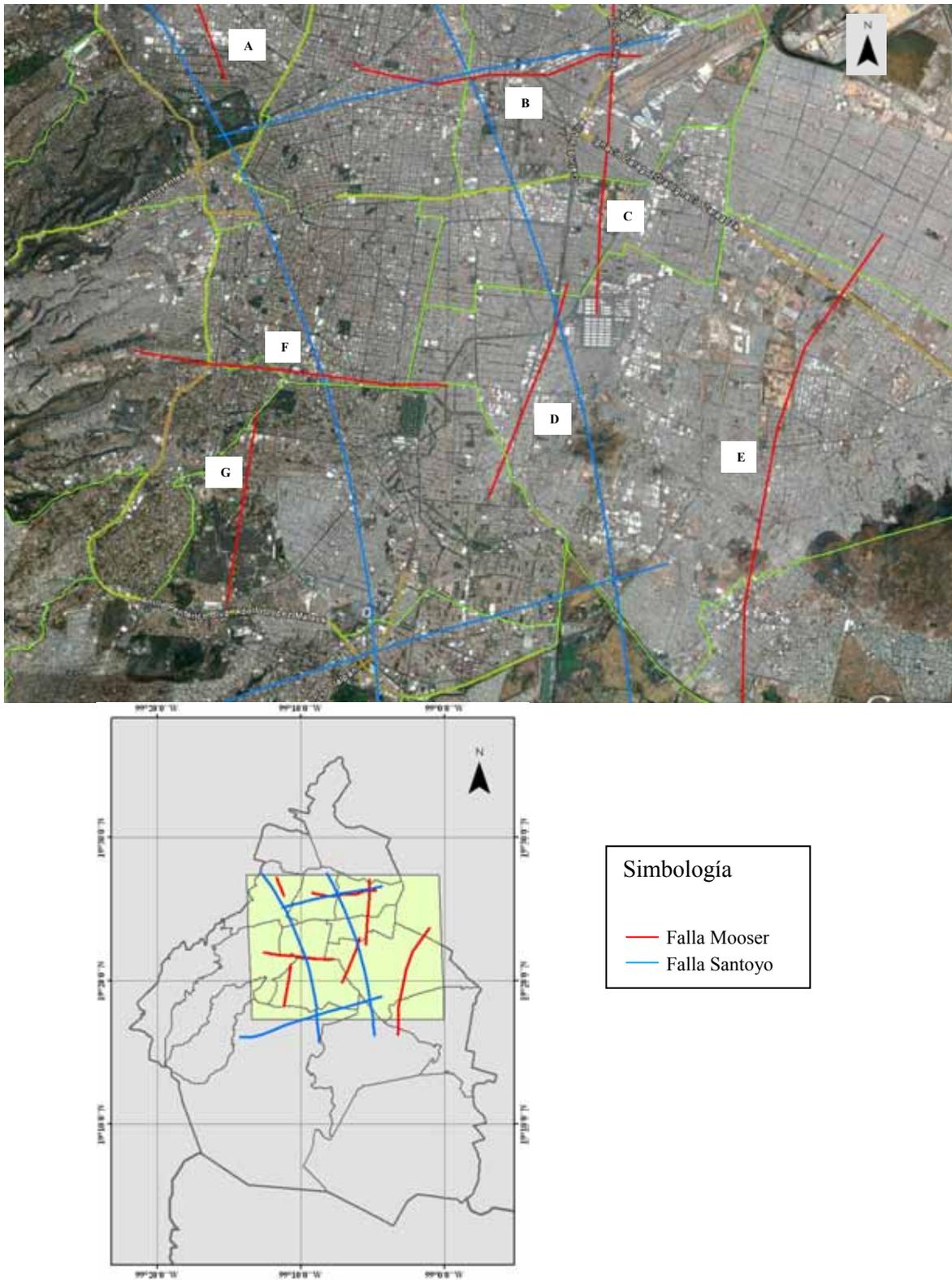


Figura 7. 41 Mapa de los principales fallamientos en la Ciudad de México obtenidas en este trabajo y las fallas propuestas por Santoyo, *et. al.* (2005) Las literales son empleadas en la tabla 7.1 para caracterizar las fallas. (Las fotos satelitales fueron tomadas de Google Earth).

8. Simulación de Propagación de Ondas Sísmicas

Para justificar la importancia de modelar apropiadamente las fallas geológicas en la propagación de ondas sísmicas se usará el programa de Plano SH de Arben Pitarka (1994), basado en el método de las Diferencias Finitas, para obtener sismogramas sintéticos. El método de Diferencias Finitas, como se ha visto en capítulos anteriores, necesita una descripción detallada de la geometría y de las propiedades físicas del medio. La información de la distribución litológica se tomó de las secciones de Mooser (1975) y las velocidades así como la densidad se tomaron de los pozos de PEMEX (1985).

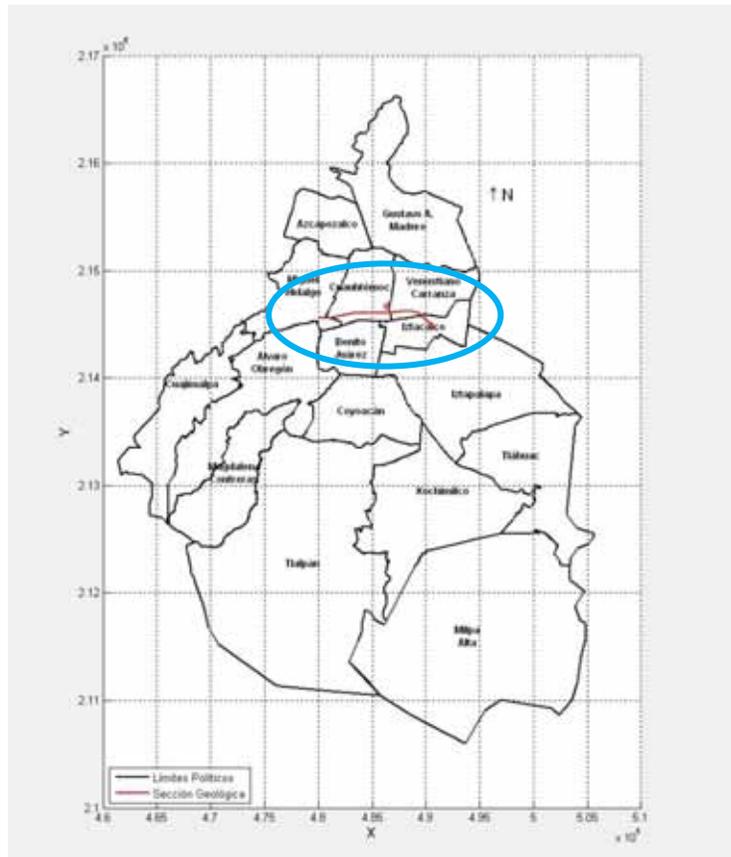
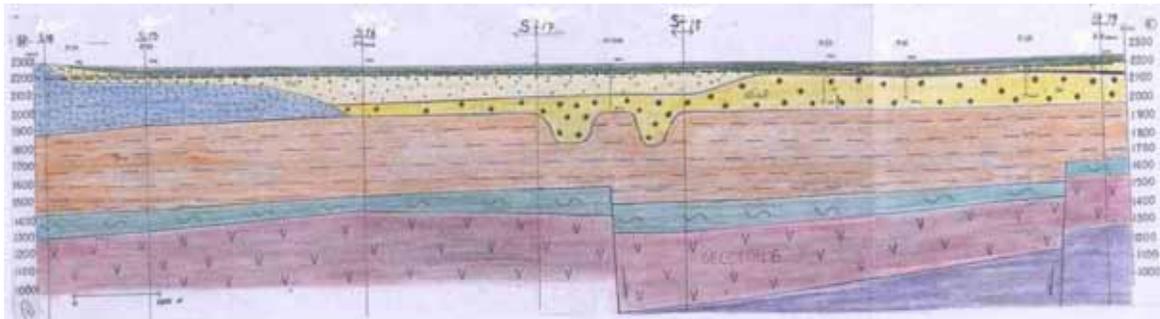


Figura 8. 1 La sección 6 de Mooser y su Ubicación en el mapa de delegaciones políticas del DF.

Buscando una sección con geometría sencilla y que cuente con al menos con una falla geológica, se escogió la sección 6 (Figura 8.1), en ella se localiza una fosa tectónica.

La geometría de la sección fue simplificada para poder interpretar los sismogramas y posteriormente estudiar la respuesta en medios más complejos. Para lo cual, se empleó un modelo de capas planas, donde la profundidad de cada capa es el promedio la superficie equivalente en la sección 6. Las propiedades de cada capa una aparecen en la Figura 8.2. La primera simulación se realizó con 60 sismodetectores distribuidos equidistantemente sobre la superficie libre, con un espaciamiento de 190[m] (triángulos invertidos en la Figura 8.2). La ubicación original del pulso esta marcada en el esquema con una línea punteada.

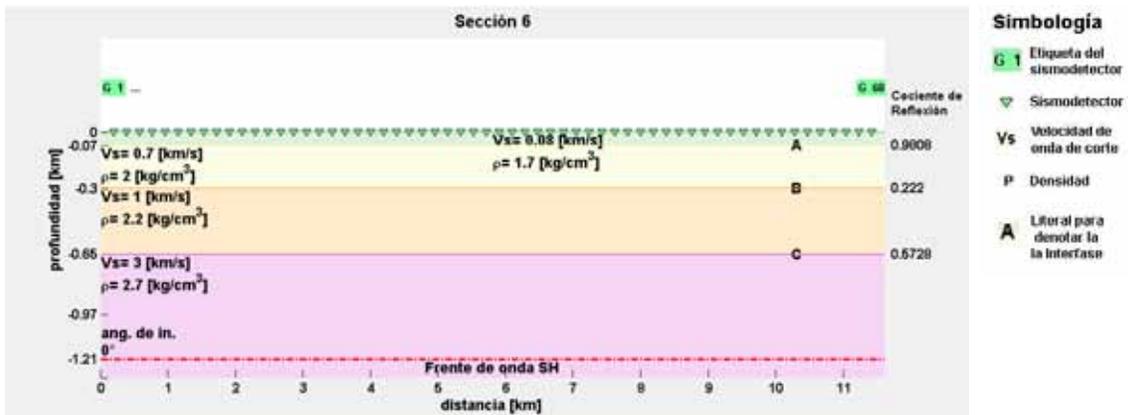


Figura 8. 2 Primera simplificación de la sección 6. En la parte izquierda la profundidad de cada interface, a la derecha los cocientes de reflexión con incidencia vertical, en la parte inferior se ubica la posición inicial del frente de onda SH plano.

Para perturbar el modelo, se usó un pulso de Ricker con un ancho, $t_p = 0.5198$ [s] y un retraso temporal de $t_s = 0.5$ [s]. (Figura 8.3).

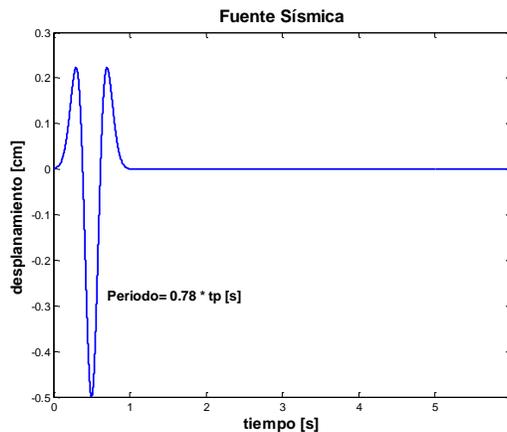


Figura 8. 3 Historia temporal del pulso de Ricker empleado como fuente de perturbación del medio. El parámetro t_p controla el ancho del pulso, y t_s su retraso temporal.

Antes de realizar el experimento, se debe conocer los grados de discretización para el experimento.

Para conocer el grado de discretización óptimo, se realizaron diferentes pruebas. Primero se varió el valor de la frecuencia máxima cubriendo las condiciones de estabilidad de diferencias finitas, (ecuaciones 8.1 a 8.3)

$$tp = 3 \frac{1}{f_{max}} \quad (8.1),$$

donde f_{max} es la frecuencia máxima del los sismogramas sintéticos, tp se relaciona con el ancho del pulso de perturbación.

$$\Delta x \leq \frac{\beta_{min}}{f_{max}(10)} \quad (8.2),$$

el grado de discretización espacial Δx queda definido con la velocidad mínima del medio, β_{min} y la frecuencia máxima, cuando menos se muestrearan 10 puntos de la longitud de onda.

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\beta_{max}\sqrt{2}} \quad (8.3),$$

el grado de discretización temporal, Δt , se define a partir de la velocidad máxima del medio, β_{max} y Δx . Por lo tanto, el grado de discretización depende de la frecuencia máxima que se quiera visualizar.

Conociendo los valores máximos de la discretización espacial, se realizaron dos experimentos. En el primero se hace coincidir la discretización con las interfaces del medio de propagación. La Figura 8.4 esquematiza lo anterior (la discretización son los puntos y la interface es la línea A). Se realiza la simulación y se examinaron los resultados con cálculos analíticos de las reflexiones (líneas punteadas verticales del sismograma). Los círculos enmarcan la diferencia entre el valor analítico y el resultado de la simulación con deferencias finitas.

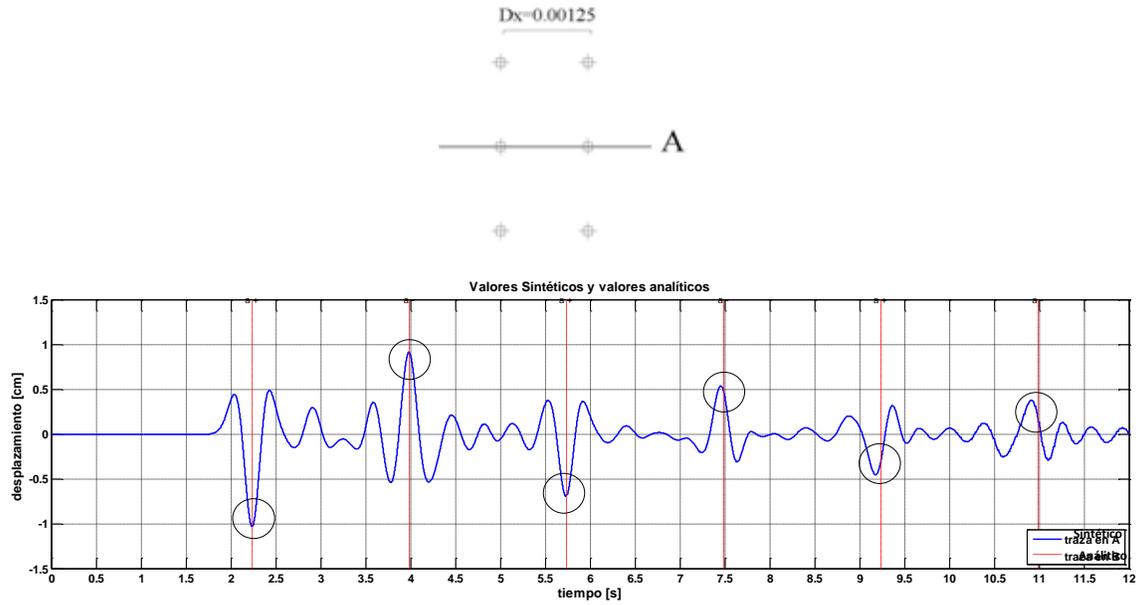


Figura 8. 4 En la parte superior, los puntos son la discretización espacial, la línea con la literal “A” representa la interfase dx es el valor de la discretización en kilómetros. En la parte inferior se calcula el tiempo de arribo y las reflexiones en “A” analíticamente (líneas punteadas perpendiculares al sismograma) y se compara con el valor sintético.

En el segundo experimento, la interfase (A) queda a la mitad de la digitalización espacial (Figura 8.5) las diferencias (enmarcadas en círculos) entre el valor analítico (línea punteadas verticales) y las reflexiones del sismograma.

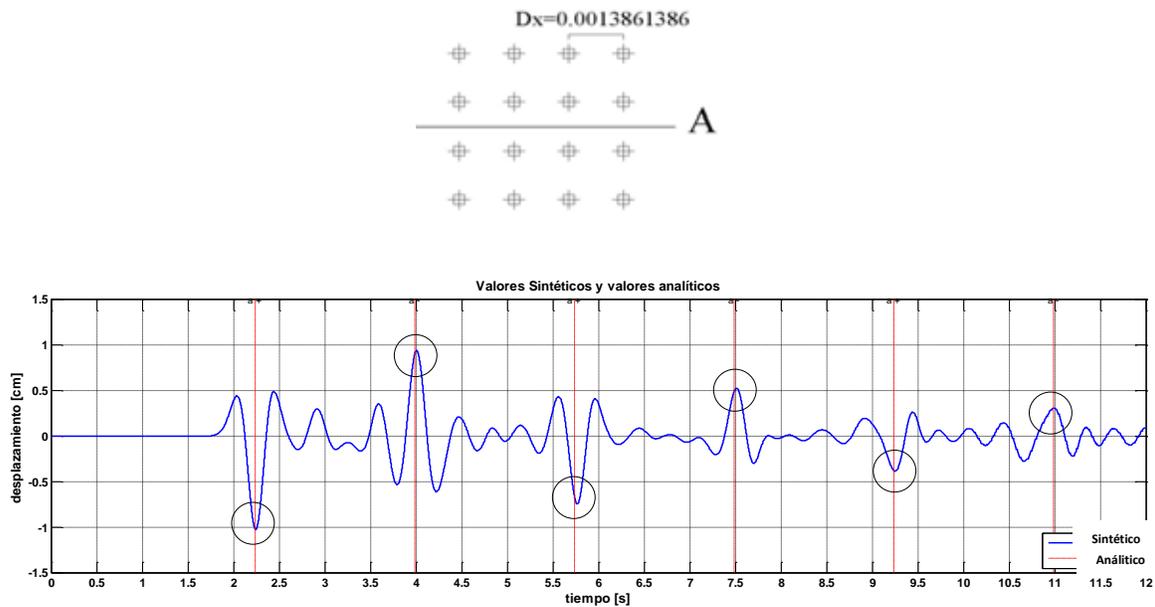


Figura 8. 5 Segundo tipo de discretización, en este caso la interface queda al centro del muestreo.

Las diferencias entre los valores simulados y los calculados son menores para el segundo experimento, por lo tanto, se va usar el criterio de ubicar la interface a la mitad de la discretización.

Una vez determinadas la discretización espacial (Δx) y se calcula la temporal (Δt) y los parámetros de la fuente y se realiza la simulación. En la Figura 8.6 se muestran los registros obtenidos y en el recuadro los valores de los parámetros para la simulación. Las líneas perpendiculares son las reflexiones calculadas analíticamente. La literal se asocia con la capa donde ocurre la reflexión (a es la más superficial) y el signo es la polaridad con la que arriba a la superficie la energía. Los múltiples en b y c se denotas como mc y mb aparecen en la Figura 8.7.

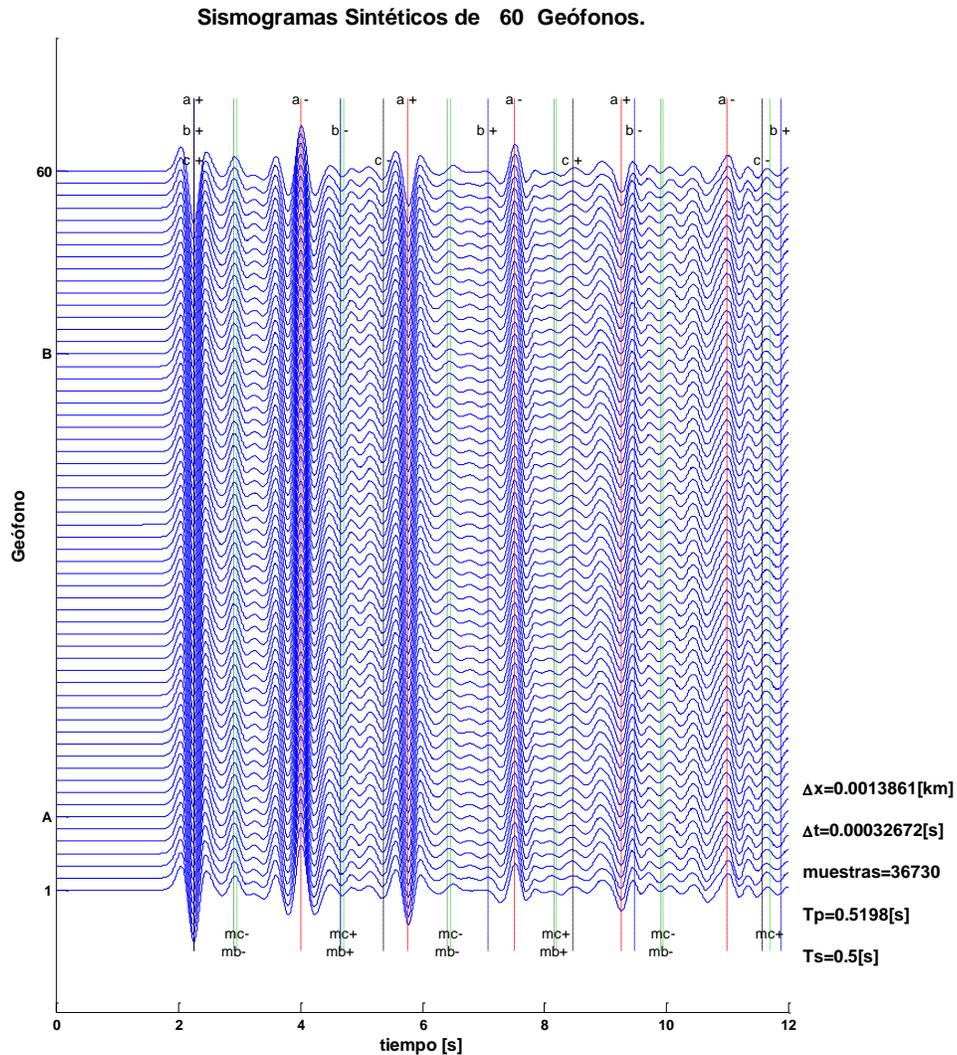


Figura 8. 6 Sismogramas sintéticos registrados en sesenta geófonos. En el recuadro lateral aparecen los parámetros de ingreso del programa de diferencias finitas. Los parámetros son: la discretización espacial y temporal, el número de muestras en el tiempo, el ancho del pulso y su tiempo de retraso. Las líneas que cruzan el sismograma marcan el tiempo de arribo de diferentes reflexiones, en la parte superior e inferior de las líneas, las literales denotan la capa donde ocurrió el reflejo y el signo especifica la polaridad del arribo.

En la Figura 8.6, tanto en la traza número 1 como en la 60 se ven ligeras deformaciones en comparación con el resto de trazas, estas deformaciones se deben a deficiencias en las fronteras absorbentes.

Antes de complicar la geometría del medio, se interpretó el sismograma. Para interpretar las trazas se elaboraron esquemas de la historia posicional de los arribos más energéticos. En la Figura 8.7 se grafica el modelo de capas planas, La flecha corresponde al recorrido que realiza el frente de onda para llegar a la geófono de la superficie. Aunque todos los arribos modifican la forma del sismograma, solo los arribos más energéticos quedan mejor manifestados en la traza sísmica.

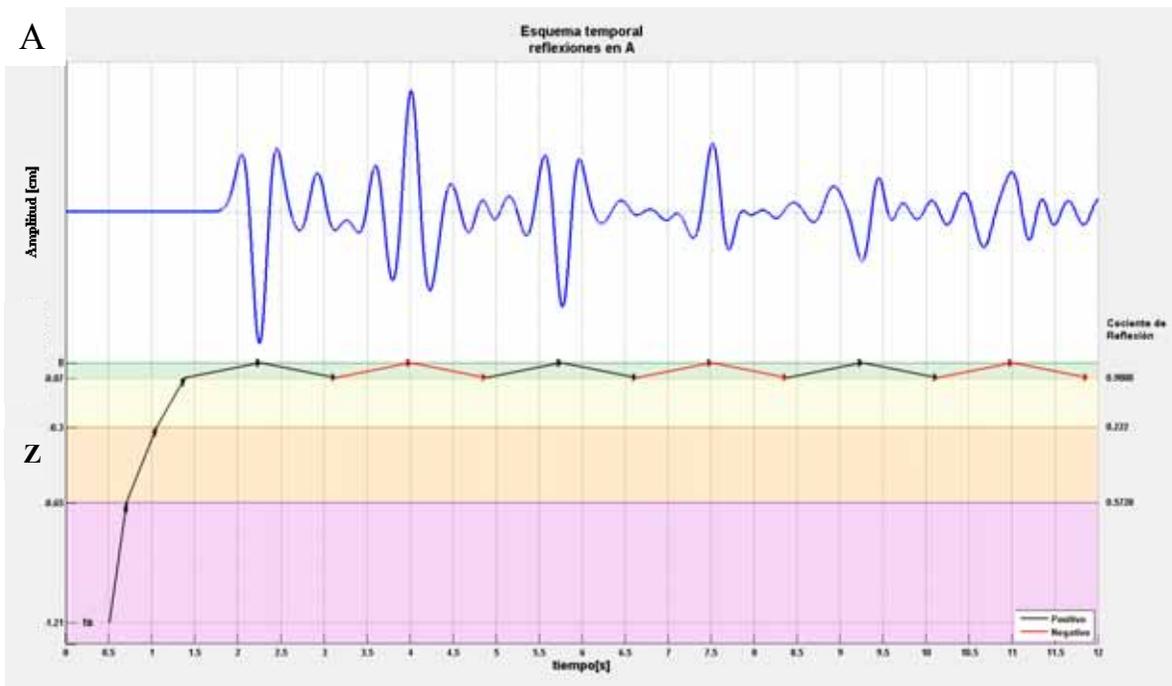


Figura 8.7a esquema de reflexiones en la interface A y su influencia en la forma del sismograma.

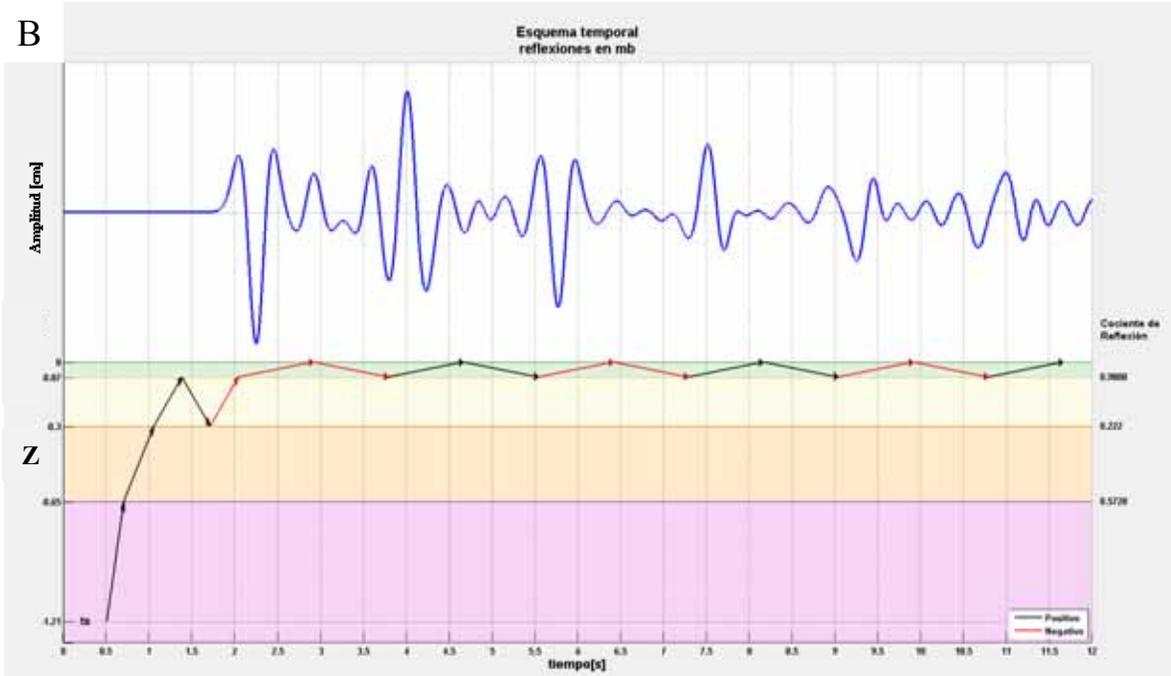


Figura 8.7b Esquema del múltiple mb y su reflexión en la interface A.

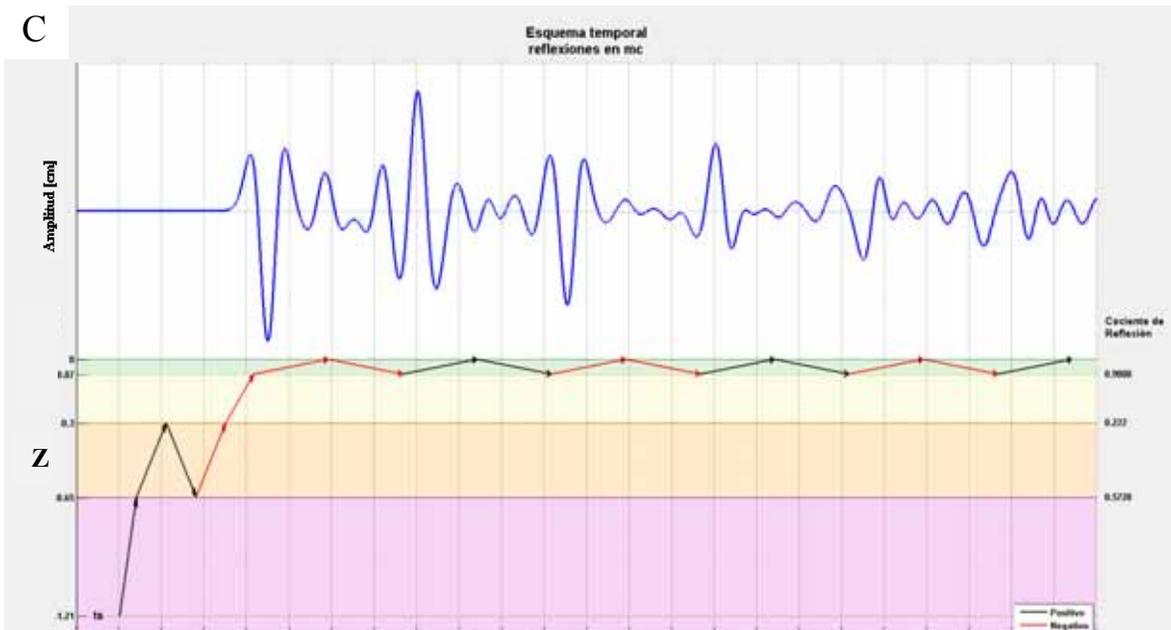


Figura 8.7c Esquema del múltiple mc y su reflexión en la interface A.



Figura 8.7d Esquema reflexiones en la interface b.

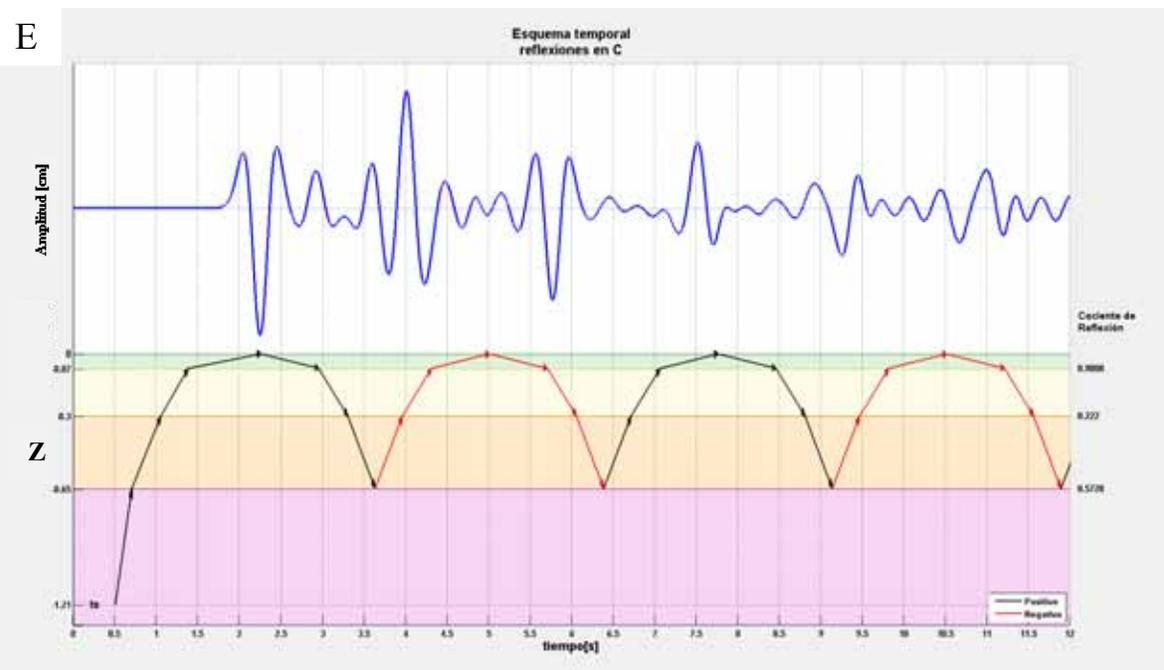


Figura 8. 7 Esquemas de la historia posicional de la energía. Cada figura corresponde a una reflexión en una capa distinta y su repercusión en superficie. La pendiente de las flechas corresponde a la velocidad con que viaja la onda en cada estrato. Las figuras A, B, C son los esquemas temporales de los arribos más energéticos.

La Figura 8.7 muestra que los arribos que viajan menos (A, B y C) contienen mayor energía y su contribución en la forma de la traza es acentuada.

Como cualquier medición, los parámetros que caracterizan el medio tienen algún grado de incertidumbre, la cual disminuye al calibrar el modelo, esto es, hacer comparaciones entre un sismograma sintético y otro observado (real).

La calibración requiere tomar en cuenta cierta incertidumbre en los datos (hacer variaciones en los parámetros), como la velocidad de propagación de onda sísmica, la densidad o el espesor de los estratos que componen el medio.

En esta parte se ilustrará un ejemplo de la incertidumbre de medición. Se escogió como parámetro a variar la velocidad de la capa de basamento (3 km/s). Se propone que la velocidad puede ser 20% mayor o 20% menor (el rango puede variar dependiendo el caso) y se realiza la simulación para cada valor propuesto.



Figura 8. 8 Sismogramas sintéticos al variar la velocidad de la capa de basamento en un 20%. El recuadro muestra un acercamiento a 7.5s en los sismogramas sintético, evidenciando tanto un cambio de fase como en amplitud en los sismogramas sintéticos.

Al hacer la variación de la velocidad de propagación de onda en la capa de basamento (Figura 8.8) se notan dos fenómenos importantes: el cambio de fase debido a la variación del tiempo de viaje y el cambio de amplitud por la variación en el coeficiente de reflexión (en la interface de la capa de basamento).

Este experimento puede sufrir innumerables variaciones, se puede variar un parámetro o varios a la vez siempre buscando aproximar los resultados a un valor observado. El registro observado debe cumplir como requisito que la incidencia sea vertical (asemejando al experimento).

A continuación se utiliza un medio de las mismas propiedades físicas, pero se modifica la geometría, en ella se considera la existencia de fallas geológicas (Figura 8.9).

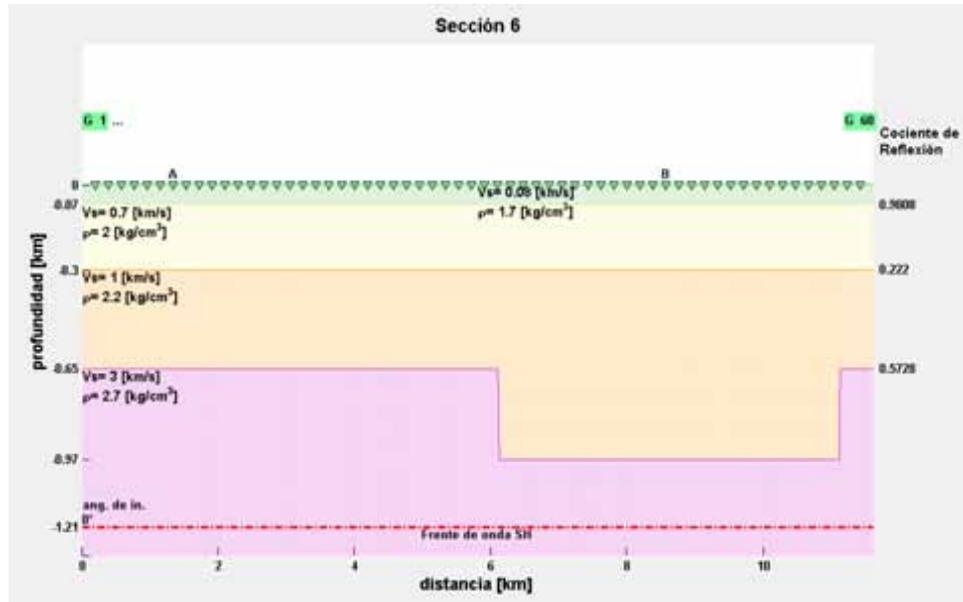


Figura 8. 9 Segunda aproximación del la sección 6, en este caso se toma en cuenta la presencia del graben en capa de basamento del esquema.

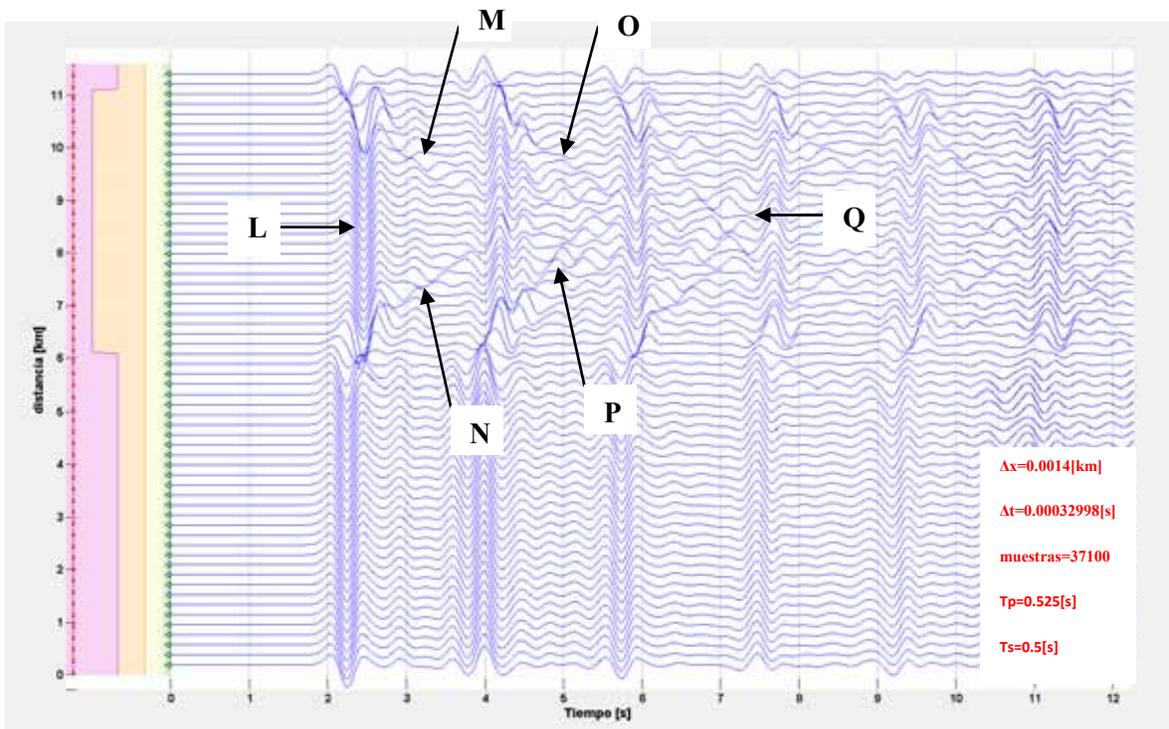


Figura 8. 10 Del lado izquierdo la geometría del medio que atraviesa la onda. La línea punteada de color rojo es la posición original del frente de onda. En la parte derecha los sesenta registros de los arribos de la onda SH en la superficie.

La primera manifestación de la presencia del graben en los registros sísmicos es un el retraso en la señal de la zona afectada por el graben (L) con $t= 2.3[s]$, debido al incremento de espesor en la capa más lenta (Figura 8.10). Después la llegada de dos frentes de onda inclinados (M, N) a $t= 3.3[s]$, estos frentes provienen de las paredes laterales del graben. Esta energía se refleja (O, P) $t= 4.7 [s]$ y queda enfocada al centro de la estructura (Q) $t=8.4 [s]$ (Figura 8.10).

Para ver más claramente la influencia de la estructura en la propagación de ondas sísmicas se grafican dos señales una del geófono que queda dentro del graben y otra fuera de ella. Figura 8.11. De primera instancia, se puede notar un retraso importante en el registro dentro de la falla (denotado con la literal B).

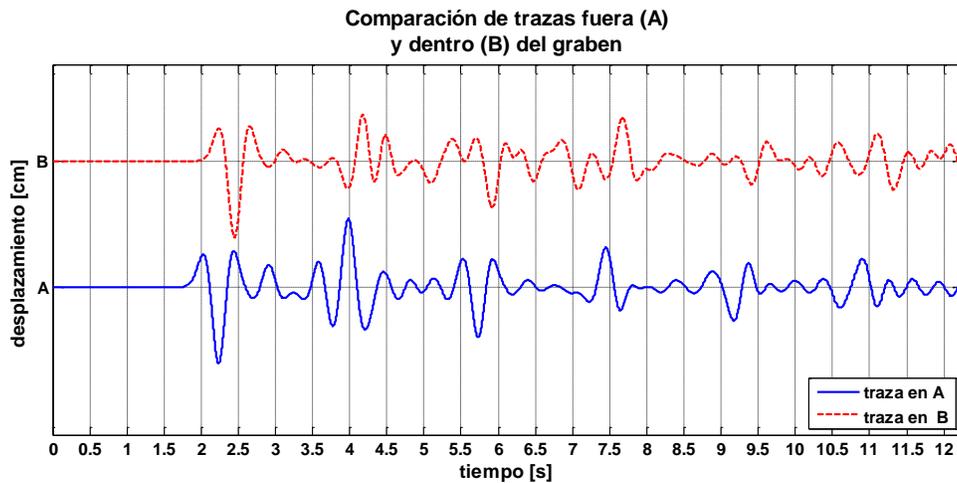


Figura 8. 11 Comparación de una señal dentro (B) y otra fuera del graben (A). Es perceptible el retraso que se genera por la presencia del graben.

En ocasiones las señales no cuentan con el tiempo absoluto, por lo que, es recomendable ajustar las señales con forme al primer arribo de una de ellas y compararlas. (Figura 8.10). En este análisis se nota no solo un retraso, sino también un cambio de forma entre ambos sismogramas.

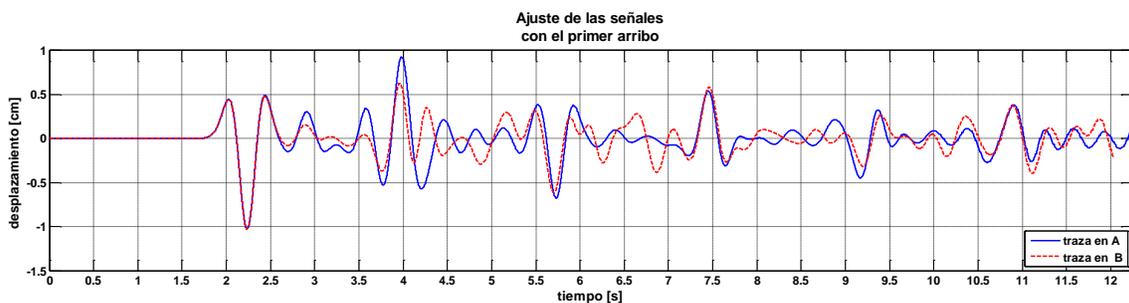


Figura 8. 12 Las señales de los sismodetectores en la posición A y B ajustando el arribo de B con respecto de A.

Las diferencias existentes entre los registros son explicables gracias al ejercicio previo de la historia posicional de la energía. Por ejemplo, poco antes del haber transcurrido 3 [s] la traza A tiene un pulso bien marcado, pero ese mismo evento en la traza B no alcanza la misma amplitud.

La diferencia se debe a que el arribo en A está constituido por dos múltiplos (m_b y m_c) (ver el segundo y tercer esquema de la Figura 8.7).

Nuevamente se hace incidir un frente de onda, en este caso el frente presenta una incidencia de 5° y posteriormente -5° (Figura 8.13). En ambos esquemas queda manifestada en los tiempos de arribo la dirección de incidencia del frente de onda.

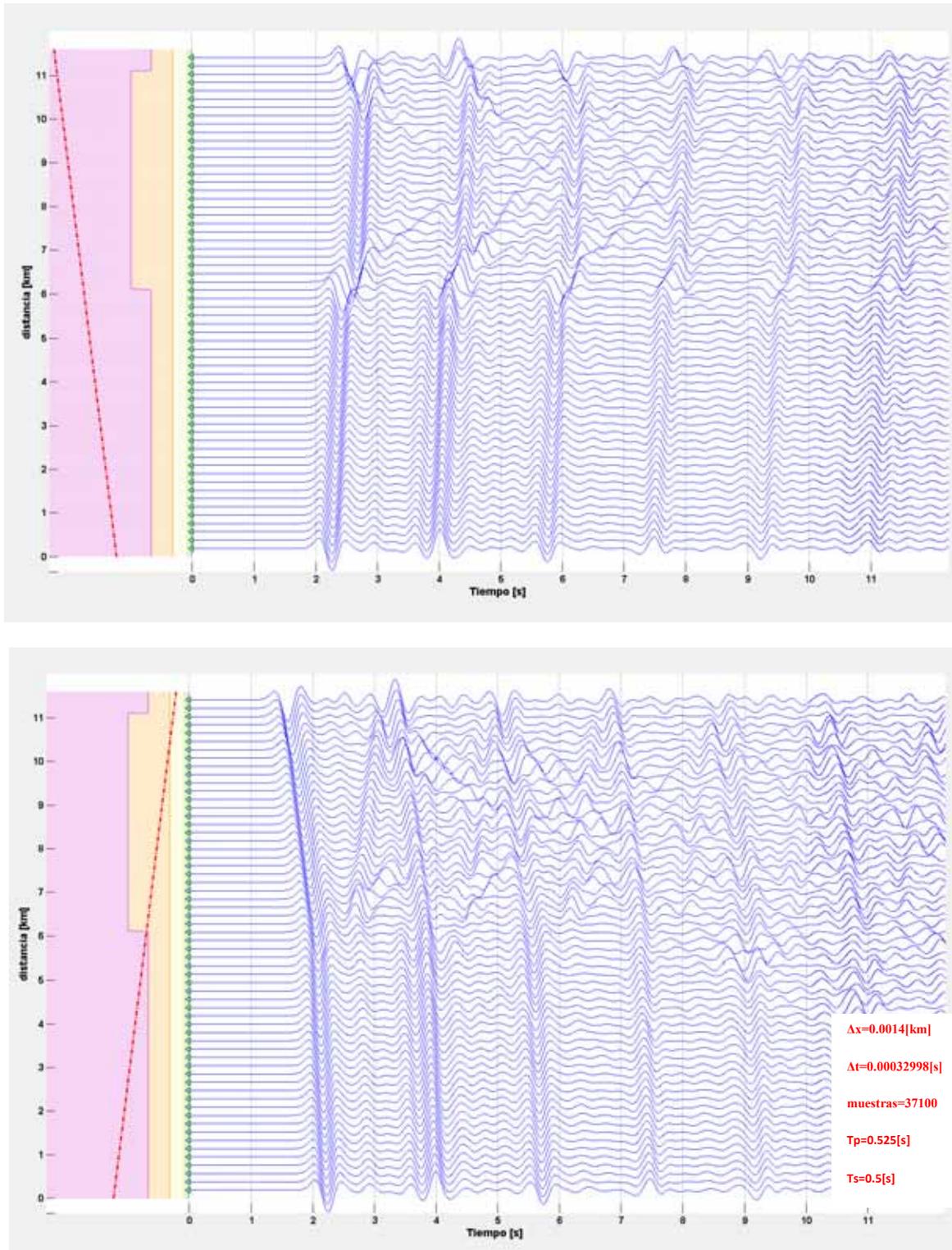


Figura 8. 13 Tanto las características del medio como los parámetros de discretización son iguales al caso anterior, pero en el esquema superior el ángulo de incidencia del frente de onda es de 5° y en el inferior de -5° .

Como se hizo anteriormente se empalman los registros para comparar su forma (Figura 8.13).

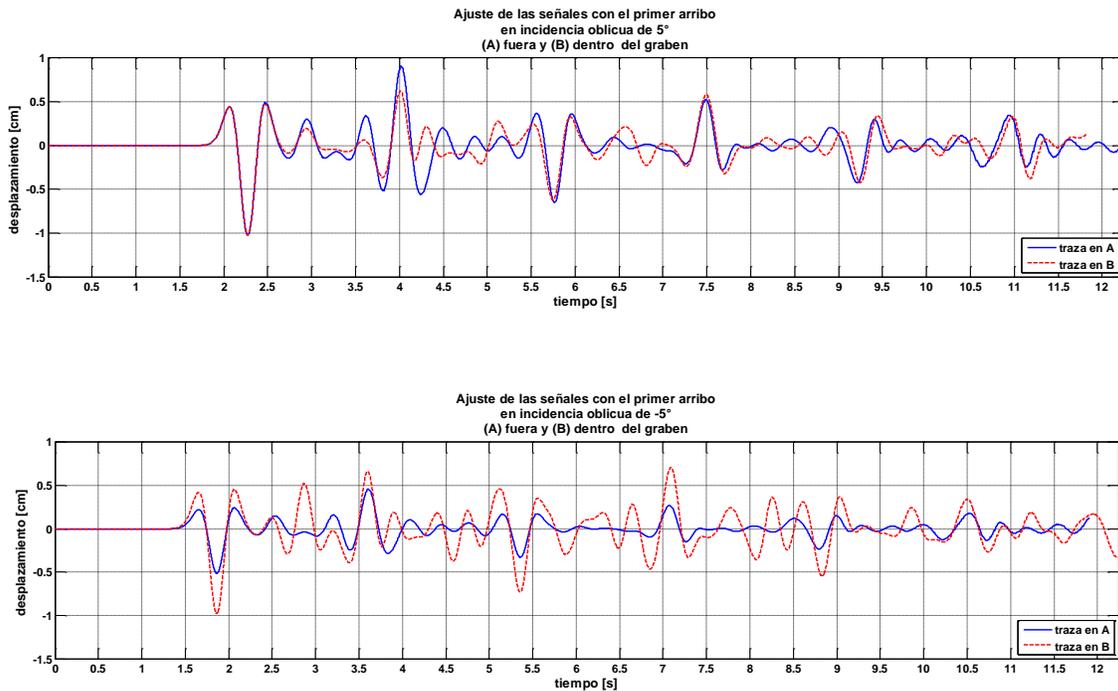


Figura 8. 14 Tanto las características del medio como los parámetros de discretización son iguales al caso anterior, pero en el esquema superior el ángulo de incidencia del frente de onda es de 5° y el inferior de -5° .

En el caso del ángulo de incidencia -5 se puede ver una importante diferencia en amplitud entre los sismogramas en A y B (Figura 8.14). Esto se debe a que la energía del frente de onda en la zona B (dentro del graben) se “ramifica” menos al atravesar menor número de interfaces que los de la zona A (Figura 8.12). Las diferencias en la forma se deben a los múltiplos en diferente fase.

A pesar del tipo de incidencia del frente de onda, se aprecia la influencia de la falla en los registros. Si se eligen perfiles adecuados a la posición de la fuente sísmica, se puede refinar el modelo.

Según Singk *et. al.* (1988), La Cuenca de México, genera grandes respuestas en los periodos 1 a 5 s. El modelo que se ha propuesto aquí tiene una respuesta importante a un periodo de 3.5 s. Durante el sismo de 1985 las máximas amplificaciones relativas se dieron a una frecuencia de 0.5 [Hz] En el este modelo existe una frecuencia dominante a 0.29 [Hz].

El uso del Método de Diferencias Finitas permite concluir que, las fallas geológicas son estructuras que modifican la respuesta del suelo en la propagación de las ondas sísmicas y deben ser consideradas en los medios de propagación.

9. Resultados

La naturaleza del trabajo me permitió hacer uso de herramientas de visualización tridimensional. A su vez, las herramientas tridimensionales fueron de gran utilidad para notar errores en el procesado de los datos y buscar alternativas para su corrección.

A continuación citaré algunos errores y su corrección:

- Error en la ubicación horizontal y vertical de las secciones.

El error en planta u horizontal se debió a deficiencias en el mapa de localización de las secciones. El problema se solucionó haciendo más dobleces sobre la sección, especialmente en las intersecciones.

Error en altura, la mayoría de las secciones presentaban pequeña inclinación. Al escanear la figura una décima de ángulo de inclinación se traducía en decenas de metros de error en altura. La solución fue girar las imágenes de las secciones así como los puntos digitalizados.

Para verificar que la ubicación de las secciones fuera correcta, se revisaron los cruces entre secciones. En la Figura 9.1 se compara la intersección de dos secciones antes de hacer el giro y después de corregidas. Para que se tome como una ubicación aceptable, las estructuras geológicas mapeadas (planos de estratificación, volcanes etc.) deben coincidir en la intersección. En la figura 9.1, el cerro de la estrella puede tomarse como punto de verificación, en la primera parte, no coinciden mientras en la segunda ya se corrigió.

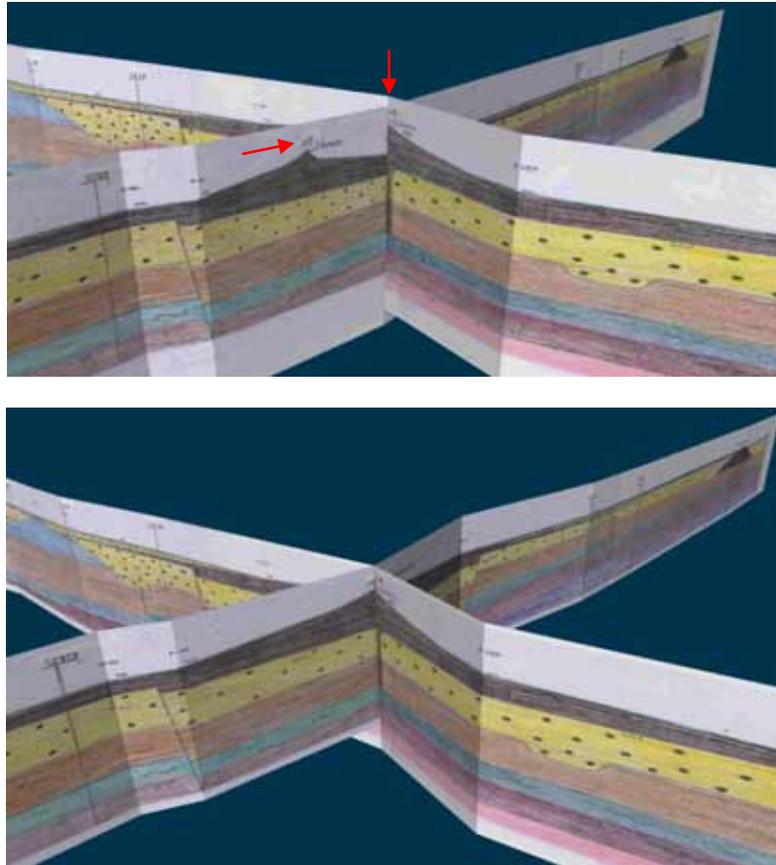


Figura 9. 1 En la parte de arriba se nota un importante desfase horizontal y vertical en las secciones que mapean el cerro de la estrella. Abajo ambas secciones fueron corregidas rotándolas e incorporando nuevos quiebres.

La correcta ubicación de las secciones es muy importante, ya que el trabajo está sustentado en las secciones.

- Direccionando las fallas

El siguiente problema a resolver fue guiar las fallas de acuerdo a los quiebres de la sección. Originalmente este asunto no se tomo en cuenta, pero la visualización permitió notar el problema. La solución está basada en segmentar la zona de corrección según los cambios de dirección en la sección.

En la Figura 9.2 comparo la misma zona de una falla que no se direcciono (aparece arriba), con otra en donde se tomaron en cuenta los quiebres de la sección (abajo). En la falla direccionada, se respeta la información de inicio y la forma de la falla queda bien definida.

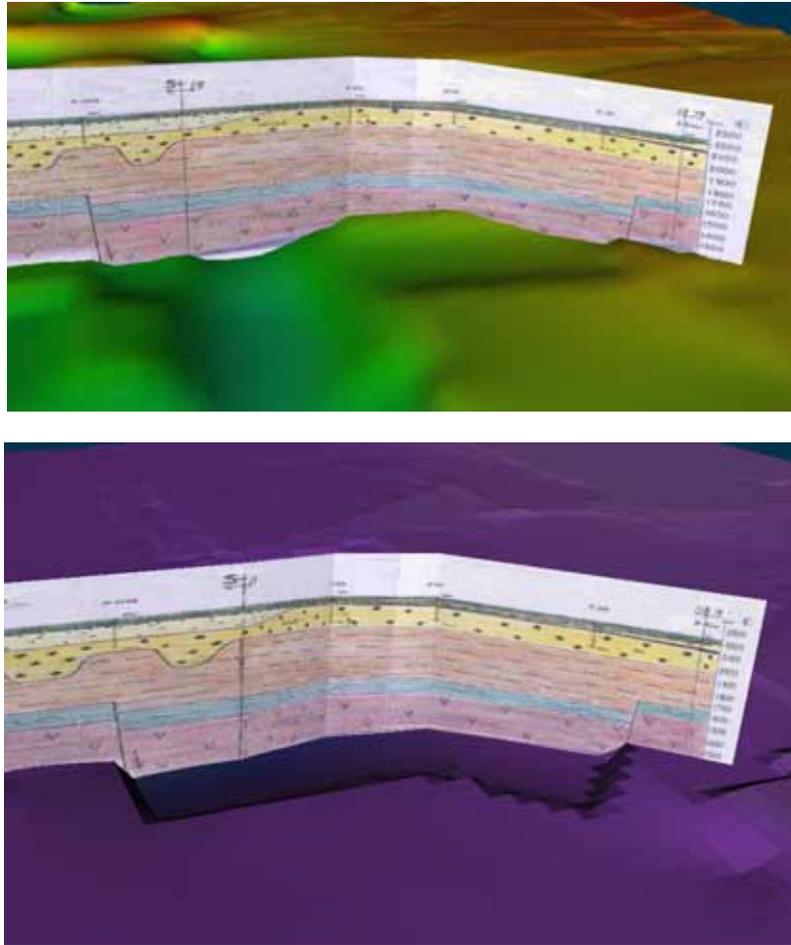


Figura 9. 2 Originalmente no se tomaron en cuenta los dobleces en las secciones en la parte de reincorporación de fallas. En la segunda figura ya se toma en cuenta esta situación.

Para sustentar el trabajo se correlacionó el modelo propuesto en este trabajo con la información disponible de la ciudad de México.

Se utilizó El Continuo de Elevaciones Mexicano (CEM) escala 1: 50 000 generada por el INEGI en 2003.

En la Figura 9.3 se hace una vista general de la topografía de la Ciudad de México, las bandas blancas sobresaliente son la parte superior de las secciones geológicas. La finalidad de la figura es ubicar el área que cubre el modelo.

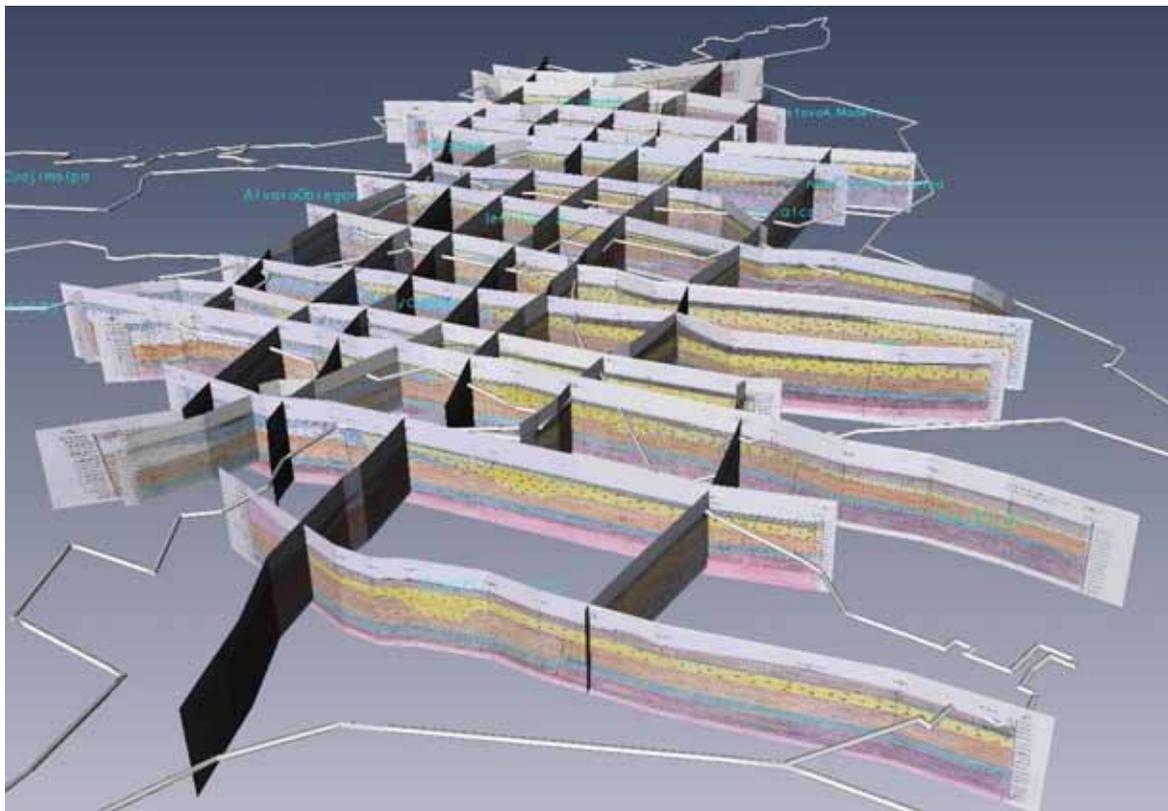
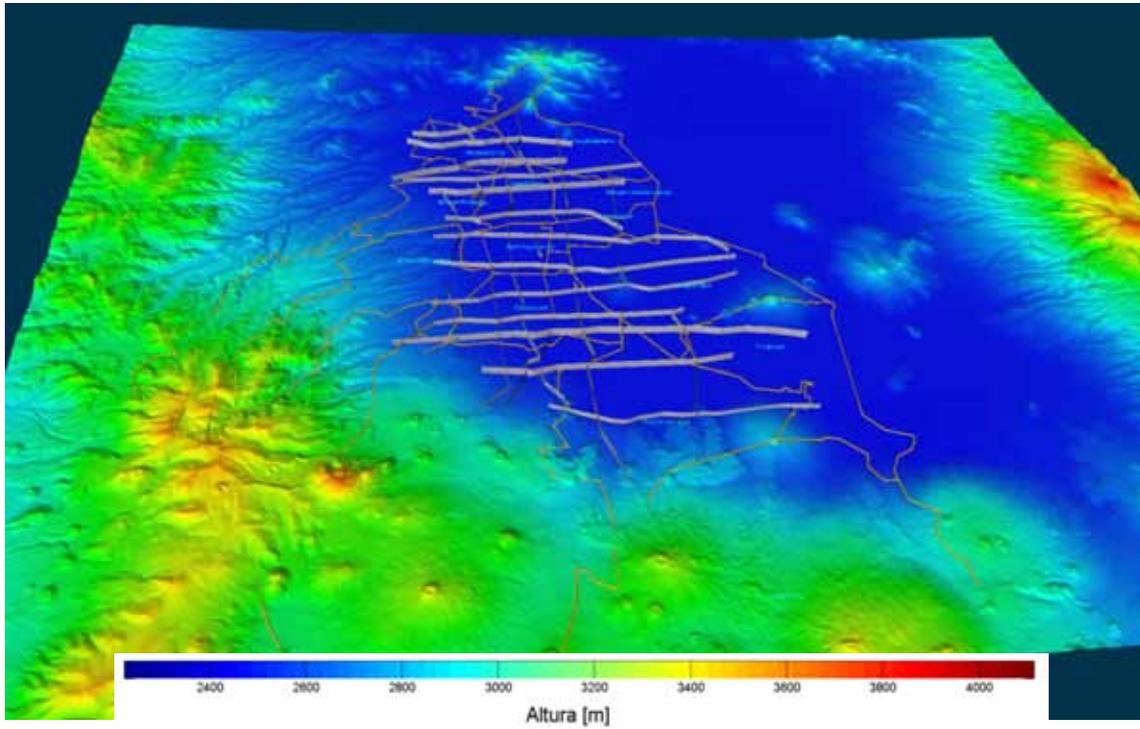


Figura 9. 3 Se muestra el mapa de elevaciones (INEGI, 2003), las secciones geológicas (Mooser 1975) y la división delegacional del D.F. En la figura inferior se ha suprimido la topografía y se hace un acercamiento a las secciones geológicas.

La figura 9.4 muestra la topografía de la zona de Iztapalapa. La elevación topográfica del cerro de la estrella en el mapa de INEGI (2003), coincide con la ubicación de las secciones de Mooser.

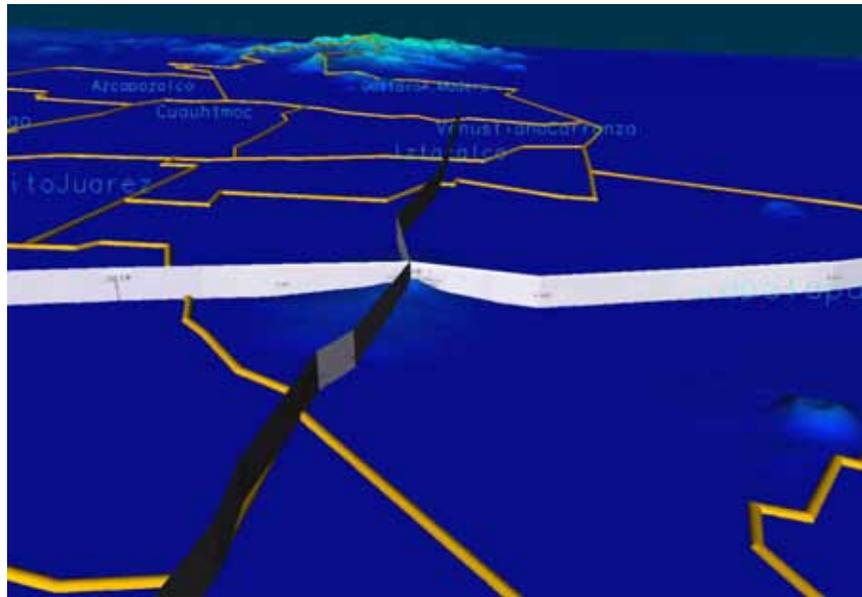


Figura 9. 4 Detalle de la zona de Iztapalapa. Correcta correlación entre el cerro de la estrella de las secciones geológicas y la topografía de INEGI. Con esto verificamos la ubicación de las secciones geológicas.

Se digitalizó el mapa gravimétrico de la Anomalía Residual de Bouger, levantado por Servicios Geofísicos S.A. 1953 y procesados por CIGSA.

El objeto de correlacionar el levantamiento gravimétrico con el modelo es verificar la distribución espacial de los cuerpos más densos. El cuerpo más denso será el estrato de vulcanitas del Mioceno Superior.

La Figura 9.5 se divide en tres partes. La primera parte es la Anomalía de Bouger, la segunda es el techo de las rocas volcánicas del Mioceno Superior y por último la superposición de los dos mapas. En la zona de Coyoacán (coordenadas 4.82×10^5 , 2.137×10^6) se nota un valor gravimétrico bajo y corresponde con una zona de graben en la capa Micénica. Al norte del modelo el valor alto de la anomalía de Bouger queda evidenciado con la elevación de las capas del mioceno.

En general, las zonas interpoladas con menor información geológica (los vértices del modelo) presentan una pobre correlación.

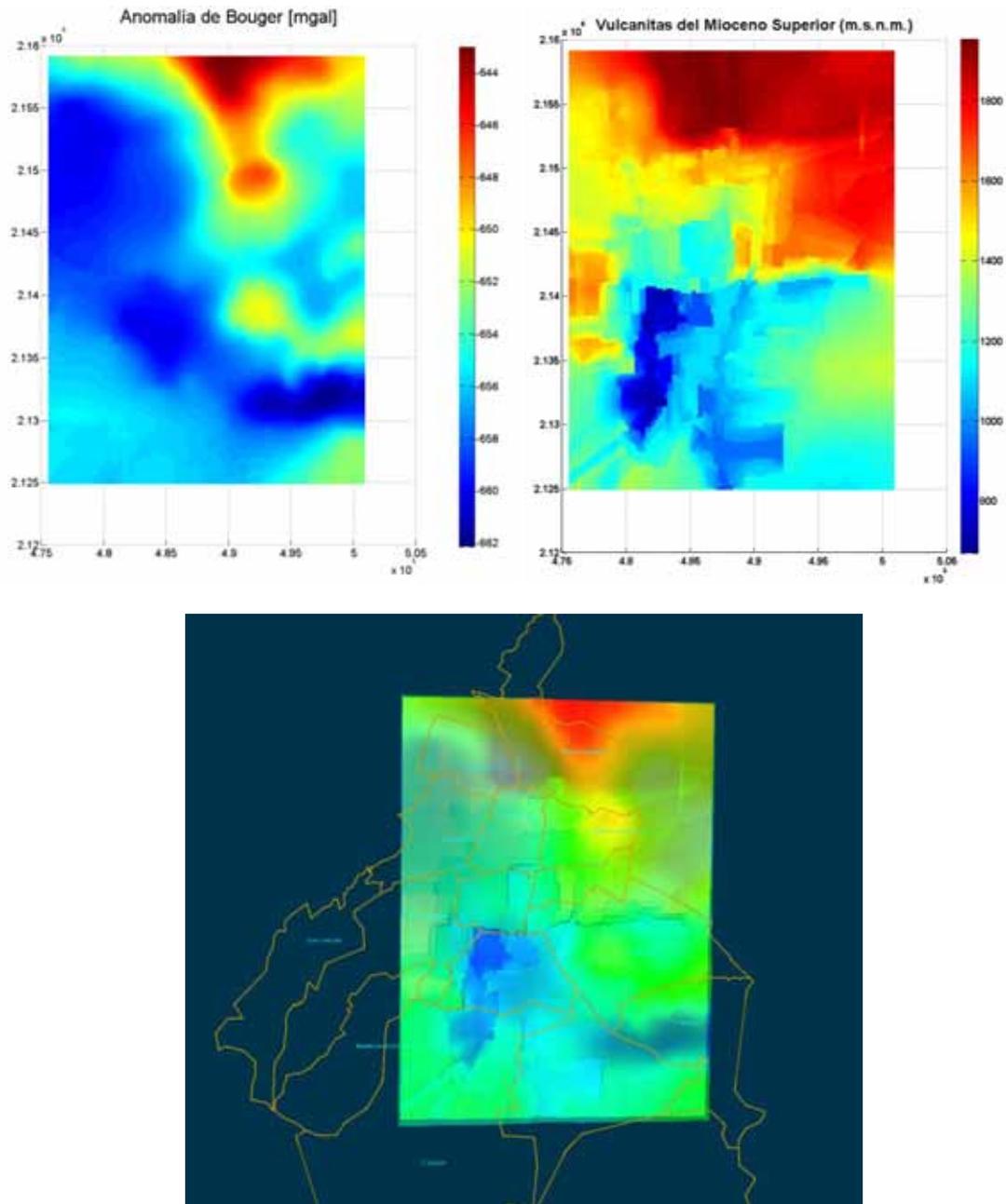


Figura 9. 5 Correlación de la información gravimétrica de la zona, con el techo de las rocas volcánicas de Andesita y Riolita del Mioceno Superior. Los dos mapas superiores se superponen en la figura de abajo.

Parte importante del trabajo se centro en darle mayor realidad a las fallas geológicas. La figura 9.6 muestra una comparación entre una interpolación simple y el algoritmo de corrección de fallas aquí propuesto. Siguiendo la base del estrato de depósitos lacustres antiguos (De color verde), se puede revisar que el método no suavizó la falla proporcionando más realidad.



Figura 8. 6 Comparación entre una interpolación simple (izquierda) y el algoritmo de corrección de fallas (derecha). El modelo de la derecha presenta mayor fidelidad en la en la base del estrato de depósitos lacustres antiguos (verde).

Haciendo una comparación entre los modelos antecesores y el modelo que se presenta en este trabajo, el modo es mejo porque es tridimensional, tiene más capas y presenta mayor detalle en las estructuras geológicas. Figuras 9.7 a 9.9.

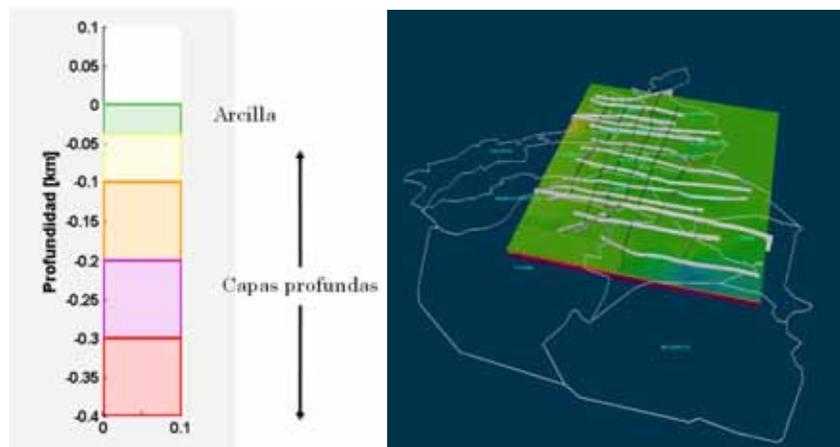


Figura 9. 7 a la izquierda, modelo 1 D propuesto por Seed en 1988 para la zona de la secretaría de comunicaciones y transportes (SCT), A la derecha el modelo de este trabajo con igual número de estratos pero mucho más amplio.

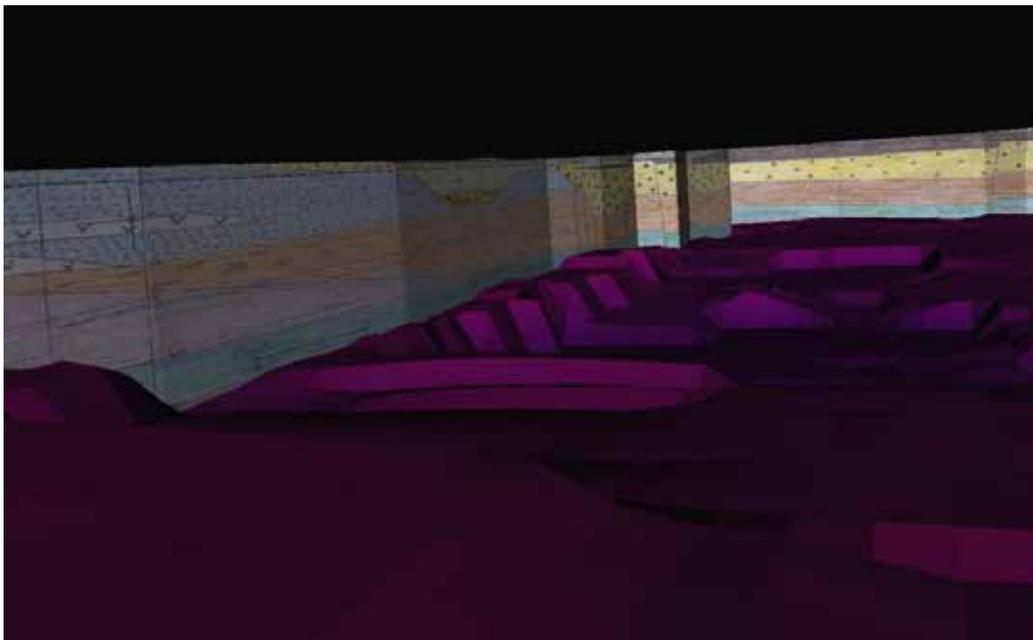
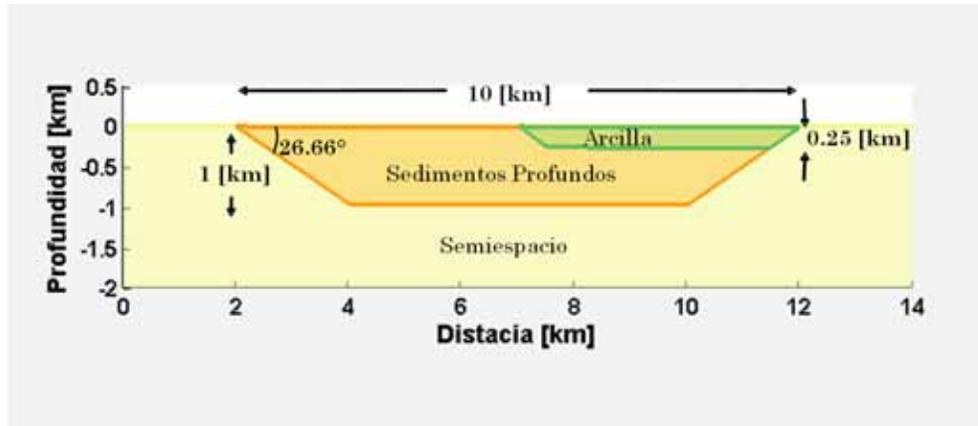


Figura 9. 8 Arriba, modelo trapezoidal bideimensional de la cuenca de México de Kawase y Aki (1989), en él se muestran cambios laterales pero no tiene detalle de la geología de la zona. La segunda figura es de una visualización inmersiva en el modelo 3D, este presenta los detalles de las fallas de uno de los estratos que lo conforman.

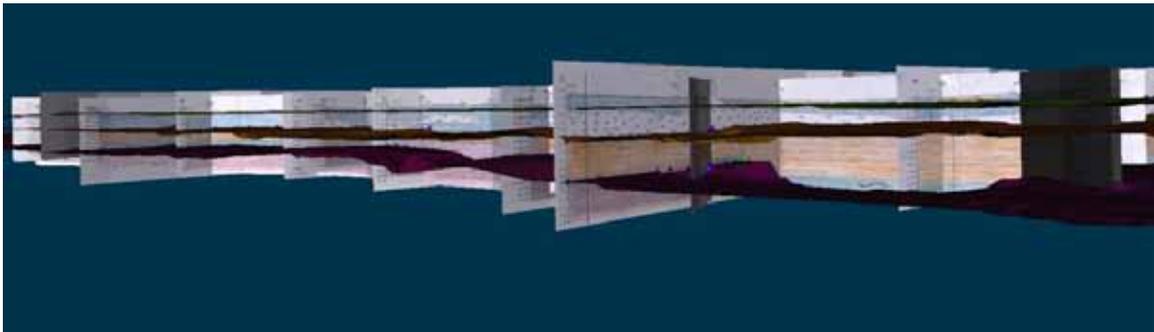
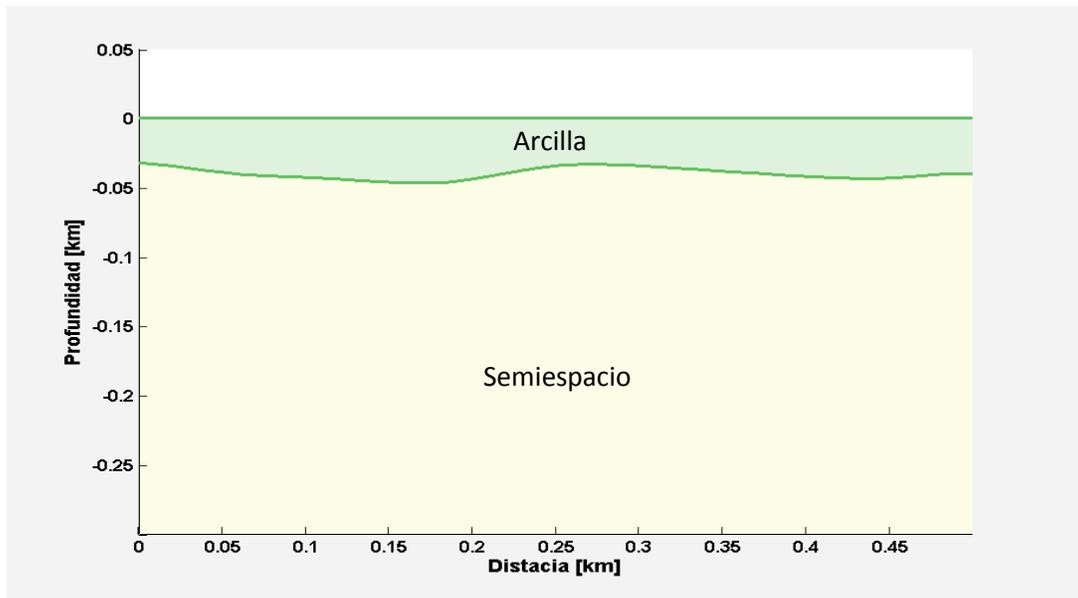


Figura 9. 9 Perfil del modelo 3D propuesto por Chávez-García y Bard en 1994. Este modelo presenta solamente una capa y el semiespacio. El modelo aquí desarrollado, también es en 3D pero presenta cinco capas.

10. Conclusiones

Al comienzo del trabajo, se reunió toda la información geológica y geofísica disponible de la Cuenca de México. Entre los datos recabados se encontraron 20 secciones geológicas. Dichas secciones fueron trazadas por Mooser desde la construcción del drenaje profundo del Distrito Federal (1975). Esta información, que originalmente estaba en papel, se digitalizó, vectorizó, georeferenció y finalmente se interpoló.

El producto principal fue un modelo tridimensional de 34 km en dirección N-S, 25 km al E-W, y 1.2 km en profundidad, cubriendo un área de 871 km² para la parte plana del Distrito Federal. El modelo agrupa cinco paquetes estratigráficos de litologías volcánicas y sedimentarias con densidades y velocidades obtenidas de los pozos perforados por PEMEX (1986).

Buscando dar mayor detalle al modelo, se desarrolló una metodología efectiva para mejorar la interpolación simple de Kriging, en fallas geológicas locales y extensas. De manera general, el método consiste en corregir los desplazamientos por fallas en las secciones geológicas. A partir de la información corregida, se realiza la interpolación con el método simple de Kriging y por último se reincorporan los desplazamientos en el modelo 3D.

Para sustentar el modelo, se vectorizó la información de los levantamientos gravimétricos de Servicios Geofísicos (1953), lo que nos permitió avalar la ubicación de las fallas más profundas en la zona de Coyoacán y la elevación de las capas al norte del modelo.

El uso de diferencias fintas permitió mostrar la importancia de modelar cuidadosamente una falla. De la comparación de un registro ubicado sobre una fosa con respecto a otro fuera de ella, se nota que, los registros no solo están desfasados, sino que tienen diferente forma debido a los múltiples. La presencia de fallas enfoca la energía sísmica e incrementa duración del evento. Aunque la presencia de fallas geológicas no explica la larga duración de los registros sísmicos en la zona de lago de la Cuenca de México, tal vez sus efectos tridimensionales sí puedan explicar las particularidades del movimiento que otros autores no han conseguido.

Además se emplearon herramientas de visualización tridimensional para el correcto despliegue y navegación inmersiva en el modelo geológico. Es decir, se puede revisar tanto el exterior como el interior del modelo fragmentándolo o viendo todos sus elementos en conjunto.

El modelo 3D se puede usar directamente o se puede simplificar a secciones en 2D en cualquier dirección. Estos modelos son útiles en la geofísica para evaluar problemas directos de los diferentes métodos de prospección. Además, se pueden hacer simulaciones de propagación de ondas sísmicas, en la planeación y proyección de obras de ingeniería civil o sencillamente con fines didácticos.

Debido a la extensión del área modelada, el trabajo no debe ser considerado como una versión acabada, puede ser mejorado o se puede detallar más incorporando nuevos estudios. Se debe calibrar el modelo empleando un sismograma real, lo que disminuirá las incertidumbres en las

mediciones de sus propiedades físicas. La fuente del sismograma real a de ser lejana, por ejemplo un sismo que ocurra en Chile, buscando con ello la incidencia vertical en la Cuenca de México.

Al realizar el presente trabajo se desarrollaron las capacidades creativas y como programador. Pienso que las herramientas de visualización 3D deben ser empleadas en general por todos los geocientíficos, porque ayudan a la correcta interpretación de los levantamientos en campo y mejoran su presentación.

11. Bibliografía

- Alaniz-Álvarez S, y Nieto-Samaniego A., (2005). *El sistema de fallas Taxco-San Miguel de Allende y la Faja Volcánica Transmexicana, dos fronteras tectónicas del centro de México activas durante el Cenozoico*. Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, 1, 65-82.
- Barr A., Blinn J. y Kajiya J., (1984). *The Mechanical Universe*, California Institute of Technology.
- Bloomfield K., (1975). *A late Quaternary monogenetic volcano field in central México*. Geol. Rundschau, v. 64, p. 476-497.
- Boore, D. M., (1972). *Finite difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials*, Methods in Computational Physics, B. A. Bolt (Editor), Vol. 11, Academic Press, New York, 1-37.
- Calderón-García A., (1956). *Bosquejo geológico de la región de San Juan Rava, Puebla*. Cong. Geol. Internal., 20, Libro-guía de la Excursión A-II, p. 9-27.
- Campillo M., Gariel J.C. Aki K. y Sánchez Sesma F. J., (1989). *Destructive Strong Ground Motion in Mexico City: Source Path and site effects during great 1985 Michoacán Earthquake*. Bull. Seism. Soc. Am., 79, 1718-1735.
- Cárdenas M., y Chavéz F. J., (2006). *Earthquake ground motion in Mexico City: An analysis of data recorded at Roma array*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering 27 475-486.
- Chavacán M., (2007). *Catálogo de Sismicidad Local para la cuenca de México*. UNAM, Facultad de Ingeniería, Tesis de maestría.
- Chávez-García F., Bard P., (1994). *Site effects in Mexico City eight years after the September 1985 Michoacan earthquake*, Soil Dyn. Earthquake Eng. 13, 229-247.
- Chávez-Pérez S., (1993). *Modelado sísmico de la cuenca de la ciudad de México*. Geofísica Internacional, 32, 111-130.
- CIGSA, (2000). *Integración de los estudios de Resistividad por SEV, Sísmica de Refracción y Gravimetría levantados en la cuenca de México*. CONAGUA, tomo I.
- Cruz-Gómez E., (1996). *Sismos y Terremotos en México y el mundo*.
- Cserna Z. de, y Fries-Carl Jr., (1981). *Resumen de la geología de la Hoja Taxco, Estados de Guerrero, México y Morelos*. UNAM, Inst. Geología, Carta Geológica de México, Serie de 1:100,000, mapa con texto de 47.p.
- Cserna, Z. de, Ortega-Cutiérrez F. y Palacios-Nieto M., (1980). *Reconocimiento geológico de la parte central de la cuenca de alto Río Balsas, Estados de Guerrero y Puebla*. México, D. F Soc. Geol. Mexicana, Libro-guía de la excursión geológica a la cuenca del alto Río Balsas p. 1-35.

- De Cserna Z., De la Fuente D. M., Palacios N. M., Triay L., Mitre S. L. M. y Mota P. R., (1987). *Estructura geológica, gravimetría, sismicidad y relaciones neotectónicas regionales de la cuenca de México*. UNAM, Instituto de Geología, Boletín 104, 71
- Del Valle E., (1987). *Prospección Sismológica*, UNAM, Facultad de ingeniería.
- Demant A., (1978). *Características del Eje Neovolcánico Transmexicano y sus problemas de interpretación*. UNAM, Inst. de Geología, Revista, 2, 172-187.
- Easley D. H, Borgman L. E. Borgman, y Shieve P. N., (1990). *Geostatistical simulation for geophysical applications*. Geophysics, 55,1435-1440.
- Ferrari, L., López-Martínez, M., Aguirre-Díaz, G., Carrasco-Núñez, G., (2000). *Space-time patterns of Cenozoic arc volcanism in central Mexico: from the Sierra Madre Occidental to the Mexican Volcanic Belt*. Geology, 27, 303-306.
- Flores-Estrella H., Yussim S., y Lomnitz C., (2007). *Seismic response of the Mexico City Basin: A review of twenty years of research*. Nat Hazards 40:357–372
- Fries C. Jr., (1960). *Bosquejo geológico de las partes central y occidental del Estado de Morelos y áreas contiguas de los Estados de Guerrero y México*. Cong. Geol. Internal., 20, Libro-guía de la Excursión C-9, p. 17-53.
- Fries C. Jr., (1966). *Resumen de la geología de la Hoja Cuernavaca, Estados de Morelos, México, Guerrero y Puebla UNAM*. Inst. Geología, Carta Geológica de México, Serie de 1:100,000, mapa con texto al reverso.
- Geyne A. R., Fries C Jr., Segerstrom K., Black R. F., y Wilson I.F., (1963). *Geología y yacimientos minerales del distrito de Pachuca-Real del Monte, Estado de Hidalgo*. Consejo de Recursos Naturales No Renovables (México), Publ. 5E, 222 p.
- Graves. R. W., (1996). *Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differencs*. Bull. Seism. Soc. Am., 86, 1091-1106.
- Hansen R. O., (1993). *Interpretive gridding by anisotropic kriging*. Geophysics, 58,1491-1497.
- Hayashi, K., Burns, D. R., y Toksóz, N. (2001). *Discontinuous-Grid Finite-Differece Seismic Modeling Including Surface Topography*. Bull. Seism. Soc. Am., 91, 1750-1764.
- Iglesias A., Singh S. K., Pacheco J. K., y Ordaz M., (2002). *A source and wave propagation study of the Copalillo México, earthquake of 21 July 2000 (M_w 5.9) Implications for seismic hazard in Mexico City from Inslab Earthquakes*. Bull. Seism.Soc. Am., 92,1060-1071.
- Iian A., (1977). *Finite difference modelling for P-pulse propagation in elastic media with arbitrary polygonal surface*, J. Geophys., 43, 41-58.

- Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática, (2003). *mapa continuo de elevaciones escala 1:50 000*.
- Jensen J., Lake L., y Corbett P., (2003). *Statistics for Petroleum Engineers and Geoscientists 2nd edition*. Pag. 255 - 263.
- Kamanori H., Jennings P., Singh S., y Astiz L., (1993). *Estimation of strong ground motion in Mexico City expected for large earthquakes in the Guerrero seismic Gap*, Bull. Seism. Soc. Am., 83, 811 - 829.
- Kawase H., y Aki K., (1989). *A study on the response of soft basin for incident S, P, and Rayleigh waves with special reference to the long duration observed in Mexico City*. Bull. Seism. Soc. Am., 79, 1361-1382.
- Kostoglodov V., y Pacheco F. J., (1999). *Cien años de Sismicidad en México*.
- Kristek, J., Moczo P., y Archuleta R. J., (2002). *Efficient methods to simulate planar free surface in the 3D 4th order staggered-grid finite-difference schemes*, Stud. Geophys. Geoci, 46, 355-381.
- Lay Thorne, Wallace T. C., (1995). *Modern Global Seismology*. Academic Press.
- Ledezma-Guerrero O., (1985). *Resumen de la geología de la Hoja Calpulalpan, Estados de Hidalgo, México y Tlaxcala*. UNAM, Instituto de Geología, Carta Geológica de México, Serie de 1:100,000. mapa con secciones y texto, 12 p.
- Lermo J., Nieto-Obregón J., Delgado-Granados H., Rodríguez-Gonzalez M., Huidrobo A., Silva C., Mendoza C., y Arellano J., (1995). *La Pera detachment fault sistem: Active Faulting south of Mexico City (I): Seismological evidence*. GEOS, num. 15 p. 67 (UGM, Puerto Vallarta, Jalisco).
- Levander A. R., (1988). *Fourth-Order finite-difference P-SV seismograms*, Geophysics, 53, 1425-1436.
- Lomnitz C., Flores J., Novaro O., Seligman H., y Esquivel R., (1999). *Seismic coupling of interface modes in sedimentary basins: A recipe for disaster*. Bull. Seism. Soc. Am., 89: 14 - 21.
- Lowrie W., (1997). *Fundamentals of Geophysics*. Cambridge University Press.
- Madariaga R., Olsen K. y Archuleta R., (1998). *Modeling dynamic rupture in a 3D earthquake fault model*. Bull. Seism. Soc. Am., 88: 1182-1197.
- Mazari M., (1969). *El subsuelo de la Ciudad de México*. UNAM, Fac. Ingeniería, 377 p.
- Menard H. W., (1955). *Deformation of the northeastern Pacific basin and the west coast of North America*. Geol. Soc. America Bull., v 66, p. 1149-1196.
- Min D. J., Shin Ch. y Yoo H. S., (2004). *Free-Surface boundary condition in Finite-Difference elastic wave modelling*, Bull. Seism. Soc. Am., 94, 237-250.

- Moczo P., (1988). *Introduction to Modeling Seismic Wave Propagation by the Finite-Difference Method*, lecture notes.
- Moczo. P., Kristek, J. y Gális, M., (2004). *Simulation of the planar surface with near-surface lateral discontinuities in the finite-difference modelling of seismic motion*, Bull. Seism. Soc. Am., 94, 760-768.
- Mooser F., (1975). *Memorias de Obras del sistema de Drenaje Profundo del Distrito Federal*. DDF. Secciones Geológicas.
- Mooser F., (1956). *Los ciclos del vulcanismo que formaron la Cuenca de México*. Cong. Geol. Internal No. 20. Simposio sobre Vulcanología del Cenozoico, v. 2 p337-348.
- Mooser F., (1961). *Informe sobre la Geología de de la Cuenca del Valle de México y sus zonas colindantes*. S.R.H. dir. Hidrol. Cunca del Valle de México.
- Mooser F., (1962). *Bosquejo geológico del extremo sur de la Cuenca de México*. Cong. Geol. Internal, 20, Libro-guía de la Excursión C-9, p. 9-16.
- Nava A., (1998). *Terremotos*, Fondo de Cultura Económica, Colección la Ciencia para Todos.+
- Negendank J. F., (1972). *Volcanics of the Valley of México*; part I, Petrography of the volcanics: N. Jb. Mineralogie, Abh., v. 116, p. 308-320.
- Negendank J. F., Emmermann R., Mooser F., Seifert-Kraus V. y Tobschall H. J., (1981). *Evolution of some Tertiary and Quaternary central volcanoes of the Trans-Mexican Volcanic belt and possible differet position of the Benioff Zone*. Zentralbl. Geol. u. Paläontologie, pte. 1, núm. 3/4, p. 183-194.
- Olsen K., Day S. M., y Cui Y., (2006). *Strong shaking in Los Angeles expected from southern San Andreas earthquake*, Geophysical Research Letters, vol. 33.
- Ordaz M., Reinoso E., Singh S., Vera E. y Jara M., (1989). *Espectros de respuesta de sitios del Valle de México ante temblores postulados en la brecha de Guerrero*. Memorias del VIII congreso de ingeniería Sísmica. A 187.
- PEMEX, (1988). *Cortes litológicos y registros geofísicos de los pozos profundos exploratorios Roma-I, Mixhuca-I, Tulyehulaco-I y Copulco-I*. Referencia indirecta a partir de Vázquez Sánchez y James-Palomera (1989).
- Pérez J., y Luzón F., (2005). *Modelado de la Propagación de Ondas Sísmicas Mediante el Método de Diferencias Finitas*. Instituto Andaluz de Geofísica.
- Pérez-Cruz G. A., (1988). *Estudio sismológico de reflexión del Subsuelo de la Ciudad de México*. UNAM, Facultad de Ingeniería, Tesis de maestría. 83 p.
- Pérez-Rocha E., (1998). *Respuesta sísmica estructural: Efectos de sitio e interacción suelo-estructura*. Tesis Doctoral, UNAM, Faculta de Ingeniería.

- Plesch A., Shaw J. H., y Benson C., (2007). *Community fault Model (CFM) for Southern California*. Bull. Seism. Soc. Am., 97,1793-1802.
- Prado M. y Suárez G., (1993). *Shape of the subducted Rivera and Cocos plate in southern Mexico: seismic and tectonic implications*. Journal of Geophysical Reserch Letters, no. 20, p 2391-2394.
- Ríos R., (1975). *Memoria de las obras del sistema de drenaje profundo del Distrito Federal Vol. 1*. Departamento del Distrito Federal (DDF).
- Ruud B. y Hestholm S., (2001). *2D surface topography boundary conditions in seismic wave modelling*, Geophysical Prospecting, 49, 445-460.
- Sánchez–Sesma F. J., (2002). *Propagación de Ondas Elásticas en la Vecindad de Pozos Petroleros*. Pemex; coordinación de Ingeniería Sismológica del Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Sánchez–Sesma F. J., Chávez–Pérez S., y Suarez M., (1988). *The Mexico Earthquake of September*. Earthquake Spectra, 4, 569-89 .
- Santoyo E., Ovando-Shelley E., Mooser F., y León P., (2005). *Síntesis Geotécnica de la Cuenca del Valle de México*.
- Schlaepfer C. J., (1968). *Resumen de la geología de la Hoja México, Distrito Federal y Estados de México y Morelos*. UNAM, Inst. Geología, Carta Geológica de México, Serie de 1:100,000, mapa con texto al reverso.
- Secretaría de Hacienda y Crédito Público, (1969). *Proyecto Texcoco; Memoria de los trabajos realizados y conclusiones: México D.F., Nacional Financiera, S.A.*
- Seed H., Romo M., Sun J., y Lysmer J., (1988). *Relations between soil conditions and earthquake ground motions* Earthquake Spectra, 4, 687-729.
- Segerstrom K., (1962). *Geología del suroeste del Estado de Hidalgo v del noreste del Estado de México*. Bol. Asoc. Mex. Geólogos Petroleros, v. 13, p. 147-168., v. 13, p. 147-168.
- Servicios Geofísicos S.A., (1953). *Mapa Gravimétrico en la Cuenca del Valle de México*. referencia inidirecta a partir de Cigsa (2000).
- Shapiro N., Singh S., y Alvarez-Moctezuma J., Almora J., (1999). *Evidence of domination of higher-mode surface waves in the lake-bed, zone of the Valley of Mexico*. Bull. Seism. Soc. Am., 89: 322-348.
- Simons, F., y Mapes-Vázquez E., (1956). *Geology and ore deposits ni the Zimapán mining district, State of Hidalgo, México*. U. S. Geol. Survey, Prof. Paper 284, 128 p La versión en castellano de esta obra fue publicada como Inst. Nac. para la Investigación de Recursos Minerales, Bol. 40, 282 p. (1957).
- Singh S. K., Mena E., y Castro R., (1988). *Some aspects of source characteristics of the 19 September 1985 Michoacan earthquake and ground motion amplification in and near Mexico City from strong motion data*. Bull. Seism. Soc. Am.,78, 451-477.

- Soto E., Mazari M., y Bojórquez L., (2000). *Entidades de la zona Metropolitana de la Ciudad de México propensas a la contaminación de agua subterránea*. Investigaciones Geográficas., 43, 60-75.
- Suter, M., López-Martínez, M., Quintero-Legorreta, O., Carrillo-Martínez, M., (2001). *Quaternary intra-arc extension in the central Trans-Mexican Volcanic Belt*. Geological Society of America Bulletin, 113, 693-703.
- Vázquez-Sánchez E., y James-Palomera R., (1989). *Geología de la Cuenca de México*. Geofísica Internacional, Vol. 28 Num. 2.
- Villareilo J. D., y Böse E., (1902). *Criaderos de fierro de la Hacienda de Vaquerías en el Estado de Hidalgo*. Inst. Geol. México, Bol. 16, p. 15-44.
- Waitz P., (1920). *La nueva actividad y el estado actual del Volcán Popocatepetl*. Mem. Soc. Cient. Antonio Álzate (México), v. 37, p.295-313.
- Zeevaert L., (1951). *Estratigrafía y problemas de ingeniería en los depositos de arcilla lacustre de la Ciudad de México*. México, D. F., UNAM, Cong. Cient. Mexicano, Mem., v. 5, p. 58-70.