



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES DE  
ACATLÁN**

**PARÁMETROS DE RIESGO PARA CÁMARAS DE  
COMPENSACIÓN Y LIQUIDACIÓN EN EL  
MERCADO DE DERIVADOS**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**LICENCIADO EN MATEMÁTICAS  
APLICADAS Y COMPUTACIÓN**

**P R E S E N T A:**

**DENISSE LÓPEZ JIMÉNEZ**



**ASESOR:  
Dr. Pablo Pérez Akaki**

**Agosto 2009**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A mis padres, que siempre han estado y estarán  
apoyándome, muchas gracias.*

*Doy gracias a Dios por todas las bendiciones.*

*Tres cosas son esenciales para lograr en la  
vida tus mejores metas: Seguridad en tí  
mismo. Ser tenaz en grado sumo. No basarse  
nunca en la opinión ajena.*

# ÍNDICE GENERAL

|   |           |
|---|-----------|
| <b>PRÓLOGO.....</b>   | <b>IV</b> |
| <b>INTRODUCCIÓN.....</b>  | <b>VI</b> |
| <b>1 MODELO DE MARGINACIÓN.....</b>   | <b>9</b>  |
| 1.1 THEORETICAL INTERMARKET MARGIN SYSTEM (TIMS).....                       | 17        |
| 1.2 PARÁMETROS BÁSICOS DEL MODELO TIMS .....                                | 18        |
| 1.2.1 Variación Máxima Esperada (VME).....                                  | 19        |
| 1.2.2 Grupo Clase-Grupo Producto .....                                      | 19        |
| 1.2.3 Factor de Compensación (Correlación).....                             | 20        |
| 1.2.4 Parámetro AIM Opuesta.....  | 21        |
| 1.2.5 Parámetro AIM Entrega.....  | 22        |
| 1.2.6 Parámetro de Margen Mínimo para Opciones Cortas .....                 | 23        |
| 1.3 AIM FUTUROS .....   | 23        |
| 1.3.1 AIM por Riesgo Futuros .....  | 24        |
| 1.3.2 AIM por Entrega Futuros .....   | 27        |
| 1.3.3 AIM Opuesta Futuros .....   | 28        |
| 1.4 AIM OPCIONES .....  | 30        |
| 1.4.1 AIM por Riesgo Opciones.....  | 30        |
| 1.4.2 AIM por Entrega Opciones.....   | 33        |
| 1.4.3 AIM por Prima Opciones.....   | 34        |
| 1.5 AIM PARA PORTAFOLIO DE FUTUROS Y OPCIONES .....                         | 36        |
| <b>2 MODELOS PARA EL CÁLCULO DE LA VARIACIÓN MÁXIMA ESPERADA (VME).....</b> | <b>39</b> |
| 2.1 SUPUESTO DE NORMALIDAD .....  | 40        |
| 2.2 MÉTODO HISTÓRICO .....  | 43        |
| 2.3 MÉTODO PARAMÉTRICO .....  | 45        |
| 2.4 MÉTODO MONTE CARLO.....   | 51        |
| 2.5 MÉTODO DE INTERVALOS DE VOLATILIDAD .....                               | 56        |
| 2.6 EVALUACIÓN EMPÍRICA .....   | 59        |
| <b>3 METODOLOGÍAS NO NORMALES PARA EL CÁLCULO DE LA VME .....</b>           | <b>63</b> |
| 3.1 PRUEBA DE NORMALIDAD.....   | 63        |
| 3.2 PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE .....                                       | 66        |
| 3.3 METODOLOGÍAS NO NORMALES .....  | 69        |
| 3.3.1 Teoría de Valores Extremos .....                                      | 69        |
| 3.3.2 Modelo de picos sobre el umbral (POT).....                            | 71        |
| 3.3.3 Valor en Riesgo con valores extremos.....                             | 74        |
| 3.3.4 Pérdida Esperada Condicional .....                                    | 75        |
| 3.4 MEDIDAS COHERENTES DE RIESGO.....                                       | 76        |
| 3.5 EVALUACIÓN EMPÍRICA .....   | 79        |
| 3.6 BENCHMARK .....   | 85        |
| 3.6.1 Backtesting .....   | 86        |
| 3.6.2 Benchmark.....  | 87        |
| <b>4 CONCLUSIONES.....</b>  | <b>91</b> |
| <b>5 BIBLIOGRAFÍA.....</b>  | <b>93</b> |

## Prólogo

El presente trabajo aborda el tema del cálculo del riesgo de mercado a las que se enfrentan las Cámaras de Compensación y Liquidación en los Mercados de Derivados Organizados, como protección de primera instancia ante el incumplimiento de sus miembros. Cabe mencionar que la tesis se enfoca al Mercado Mexicano de Derivados (MexDer), es decir, se aplica específicamente a Asigna, Compensación y Liquidación.

El primer capítulo de la tesis, *“Modelo de Marginación”*, se explican algunos modelos de marginación utilizados por las Cámaras de Compensación (Clearing Houses) en el mundo, con especial enfoque en el modelo Theoretical Intermarket Margin System (TIMS). El modelo TIMS es utilizado por Asigna, Compensación y Liquidación para el cálculo del requerimiento de margen inicial. En este primer capítulo se desglosan los parámetros del modelo TIMS utilizados para el cálculo del margen inicial, así como la metodología para cálculo de dicho margen para portafolios de Futuros, Opciones y de portafolios que contengan Futuros y Opciones.

El segundo capítulo, *“Modelos para cálculo de la Variación Máxima Esperada (VME)”*, se empieza con el tema del supuesto de normalidad en los rendimientos de los activos financieros. Después se desglosan las metodologías actuales utilizadas por Asigna, Compensación y Liquidación para el cálculo de la Variación Máxima Esperada (VME): el Método Histórico, Paramétrico, Monte Carlo y de Intervalos de Volatilidad. Se aplican dichas metodologías a dos de los activos subyacentes existentes en el MexDer: Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) y dólar estadounidense.

En el tercer capítulo, *“Metodologías no normales para cálculo VME”*, es donde se proponen metodologías alternas a las utilizadas por la Cámara de Compensación y Liquidación del MexDer para el cálculo de la VME. Empezamos

a analizar teóricamente la prueba de normalidad y de bondad de ajuste que se aplicarán al IPC y dólar estadounidense. Posteriormente, se desarrollan teóricamente las metodologías no normales, en este caso la Teoría de Valores Extremos (EVT), para el cálculo de la VME.

Se continúa con la evaluación empírica de dichas metodologías no normales para el IPC y dólar estadounidense. Después se realiza un benchmark entre las metodologías para el cálculo de la VME utilizadas por Asigna, Compensación y Liquidación y las propuestas en el presente trabajo considerando los conceptos de Medidas Coherentes de Riesgo y Backtesting.

En el capítulo cuarto se presentan las conclusiones obtenidas a través del desarrollo de la tesis. Y finalmente se proporciona la bibliografía consultada, así como los anexos de la misma.

## Introducción

El mercado de derivados, en los últimos años, se ha convertido en una de las principales herramientas para cubrir los riesgos procedentes de movimientos extremos en las principales variables macroeconómicas y financieras. Es por ello, que en la actualidad el papel de las cámaras de compensación en el mundo es de importante presencia en los mercados financieros.

Las cámaras de compensación garantizan el cumplimiento de las obligaciones adquiridas en la negociación de contratos y con ello dotan de certidumbre a los mercados de derivados organizados. En el desempeño de esta función, las cámaras de compensación están expuestas a varios riesgos, principalmente en el riesgo crédito que se deriva del incumplimiento de sus participantes. Para protegerse a sí mismas, las cámaras de compensación han mostrado una creciente preocupación por implementar nuevas y mejores técnicas para controlar y mitigar los riesgos asociados con las operaciones realizadas en dichos mercados.

El gran reto que enfrentan las cámaras de compensación es el cumplimiento de todas las operaciones concertadas en el mercado de derivados, así como también su provisión de liquidez. Es por ello, que el cálculo de márgenes iniciales<sup>1</sup> representa uno de los principales mecanismos de administración de riesgo para las cámaras, ya que los márgenes iniciales buscan proteger de variaciones extremas en precios a los participantes en el mercado, pero este margen inicial no debe de ser tan alta ya que repercute en la liquidez del mercado y puede provocar un desuso de la cámara de compensación.

---

<sup>1</sup> El Margen inicial es un depósito que se les requiere a los miembros de las cámaras de compensación como requerimiento para mantener una cuenta abierta en las mismas. El margen inicial es la protección primaria que disponen las cámaras, los cuales se estructuran bajo el supuesto del costo de neutralizar de manera inmediata un portafolio. Por tal motivo, los requerimientos de margen simulan el costo máximo de neutralización durante una estructura de tiempo dada (generalmente un día).

## ***Planteamiento del problema***

Evidencias considerables indican que la distribución de los rendimientos, particularmente en mercados de futuros y opciones, exhiben colas pesadas, indicando grandes probabilidades de movimientos extremos en los precios. La inadecuada suposición de normalidad en los rendimientos de los activos subyacentes en los modelos actualmente utilizados (Monte Carlo, Paramétrico, Histórico e Intervalos de Volatilidad) nos lleva a requerir modelos que consideren estas colas pesadas de los rendimientos.

Una determinación ineficiente del requerimiento de margen inicial de cada uno de los portafolios desprotege a las Cámaras de Compensación y Liquidación (Clearing Houses) en contra de los movimientos extremos en los precios de los subyacentes. Considerando que este requerimiento de margen no debe ser tan alto ya que repercute en la liquidez del mercado y puede también desalentar la utilización de las Cámaras de Compensación.

## ***Hipótesis***

Con la implementación de metodologías no normales como parámetro de riesgo de mercado (Variación Máxima Esperada) se obtendrá un mejor cálculo de la marginal inicial.

## ***Objetivo general***

Determinar los parámetros de riesgo de mercado para las cámaras de compensación y liquidación de los mercados de derivados mediante métodos no normales que mejoren el requerimiento de margen.



## ***Justificación***

El fallo en las “*Clearing Houses*” puede ocurrir, y esto lo corroboramos con hechos del pasado, como por ejemplo los casos de París en 1973, Kuala Lumpur en 1983, y Hong Kong en 1987. Además es importante considerar que el uso de los instrumentos financieros derivados permite el apalancamiento, es por ello que las pérdidas son mayores y hay un mayor riesgo de incumplimiento.

La protección de primera instancia de las Cámaras de Compensación es su margen inicial, en donde el parámetro que considera las fluctuaciones en los precios de los activos subyacentes es fundamental. Los activos financieros presentan una alta curtosis, sobre todo en periodos de alta volatilidad, que las Cámaras de Compensación deben de tomar en cuenta para prevenir el incumplimiento de sus miembros con el objeto de dotar de certidumbre y solidez a los mercados financieros, garantizando el cumplimiento de las obligaciones concertadas por sus miembros.

.

# 1 Modelo de Marginación

Los modelos de marginación utilizados por las distintas cámaras de compensación en el mundo tienen como principal objetivo el cubrir posibles pérdidas derivadas de movimientos extremos en los precios de los activos subyacentes en un periodo específico de tiempo.

De acuerdo con la teoría de portafolio, el riesgo de una cartera de activos diversificada siempre es menor a la suma de los riesgos individuales de cada activo que forma parte del portafolio. El propósito de aplicar un modelo de marginación de futuros y opciones consiste en optimizar la marginación de portafolios con futuros y opciones, tomando en cuenta la disminución del riesgo ocasionada por la diversificación, es decir, considerando las correlaciones entre los distintos grupos productos del portafolio.

Los principales modelos de marginación utilizados por las diferentes cámaras en el mundo son los siguientes:

## ✓ ***EUREX Risk Based Methodology (EUREX)***

El principal objetivo del modelo EUREX es estimar el costo máximo potencial de liquidar un portafolio en caso de incumplimiento, esto sin sobrestimar el costo de cobertura de dicho portafolio. El modelo de marginación de EUREX esta compuesto por tres componentes principales:

- *Margen por Prima.*- Cubre el costo total de liquidar las posiciones a precio de mercado.
- *Margen Adicional.*- Tiene como propósito cubrir cualquier costo adicional que pudiera derivarse de liquidar las posiciones a precios de mercado. Estos costos adicionales podrían darse en caso de

que ocurriera una variación extrema en los precios de los activos subyacentes antes de que las cuentas sean liquidadas.

- *Margen Spread.*- Este margen tiene el propósito de cubrir el riesgo de las posiciones cortas y largas de un mismo activo subyacente en un portafolio, en donde esta compensación tiene el riesgo de que las posiciones opuestas con diferentes fechas de vencimientos no tienen una correlación perfecta.

### Componentes del Modelo EUREX

| <b>Modelo de Marginación</b>       |  | <b>Componentes</b>                                |  |  |  |
|------------------------------------|--|---|--|--|--|
| EUREX Risk Based Methodology EUREX |  | Margen Total Requerido<br><b>Margen Total (=)</b> | Margen Prima Liquidación Mercado<br><b>(+)</b> | Margen Adicional Fluctuación Precios<br><b>(+)</b> | Margen Spread Correlación Incompleta<br><b>(+)</b> |

**Tabla 1.1** Fuente: Información disponible en la página de Internet de EUREX Clearing AG<sup>2</sup>.

El modelo de marginación EUREX reconoce la correlación entre los distintos activos subyacentes, formando grupos clase. Este proceso de compensación de posiciones promueve la liquidez en el mercado debido a que los requerimientos de margen se reducen considerablemente.

#### ✓ **Factores Primitivos de Riesgo (FRP)**

El modelo de marginación Factores Primitivos de Riesgo (FRP) calcula el valor de la marginal de garantía con la finalidad de que esta sea suficiente para cubrir el costo de liquidar la posición de compra y venta de un portafolio. Por tal motivo, el valor del margen de garantía de una cartera debe ser suficiente para cubrir el costo de liquidación a precios vigentes y a precios que consideren una alteración en el valor de los activos subyacente. Los componentes del modelo FRP se describen a continuación:

<sup>2</sup> [http://www.eurexchange.com/about/corporate/eurex\\_clearing\\_en.html](http://www.eurexchange.com/about/corporate/eurex_clearing_en.html).

- *Costo de Liquidación de la Cartera.*- Cubre el costo total de liquidar las posiciones a precio de mercado.
- *Riesgo de Mercado.*- Cubre el costo total de liquidar las posiciones ante fluctuaciones en los precios de los activos subyacentes. Este riesgo de mercado, en el caso de los futuros, es calculado en base a las variaciones en sus factores primitivos de riesgo, las cuales son creados conforme a la metodología de stress testing. Mientras que los factores primitivos de riesgo, en los contratos de opciones, son el precio de los activos subyacentes y las sensibilidades de los mismos.

#### Componentes del Modelo FRP

| <b>Modelo de Marginación</b>             | <b>Componentes</b>                            |   |  |
|--|---|---|--|
| Factores Primitivos de Riesgo <b>FRP</b> | Margen Garantía<br><b>Margen Total</b><br>(=) | Costo de Liquidación de la Cartera<br><b>Liquidación Mercado</b><br>(+) | Riesgo de Mercado<br><b>Fluctuación Precios</b><br>(+) |

**Tabla 1.2** Fuente: Información disponible en la página de Internet de BM&FBOVESPA<sup>3</sup>.

Siendo el FRP un modelo de marginación, además de estimar el costo de liquidar un portafolio a precios de mercado y a precios considerando sus respectivas fluctuaciones, el modelo FRP también compensa posiciones que incluyen el mismo activo subyacente o cuando se trata del mismo componente de riesgo.

#### ✓ ***Mercado Español de Futuros Financieros (MEFFCOM2)***

El modelo de marginación MEFFCOM2 es utilizado para calcular las garantías diarias a nivel cuenta en la cámara de compensación del Mercado Español de Futuros Financieros (MEFF). Para ello, MEFFCOM2 estima el costo de cerrar la posición abierta de la cuenta al cierre de sesión.

<sup>3</sup> <http://www.bmf.com.br/portal/portal.asp>.

Los componentes principales del modelo MEFFCOM2 son los siguientes:

- *Garantía por Prima.*- Cubre el costo total de liquidar las posiciones a precio de mercado, siendo que ante fluctuaciones de los precios de los activos subyacentes haya requerimientos adicionales de margen por prima.
- *Garantía por Posición Neta.*- A efectos del cálculo de los depósitos de garantías, se considera el total de las posiciones compradoras y vendedoras en cada contrato hasta obtener la posición neta. Para ello, se considera la volatilidad y el precio hipotético del activo subyacente simulando escenarios con el objetivo de cubrirse ante movimientos extremos en los activos subyacentes.
- *Adición Distinto Subyacente.*- Este componente toma en cuenta la correlación entre los distintos activos subyacentes.
- *Descuento Distinto Grupo Compensación.*- Los contratos que tienen un alto grado de correlación forman los grupos compensación, los cuales permiten la aplicación de posiciones compensadas<sup>4</sup>. Este componente toma en cuenta los Spreads entre distintos grupos de compensación.

### Componentes del Modelo MEFFCOM2

| <b>Modelo de Marginación</b>                    | <b>Componentes</b>                           |  |  |  |   |
|---|--|--|--|--|---|
| Mercado Español de Futuros Financieros MEFFCOM2 | Garantías Diarias<br><b>Margen Total (=)</b> | Garantía por Prima<br><b>Liquidación Mercado (+)</b> | Garantía por Posición Neta<br><b>Fluctuación Precios (+)</b> | Adición Distinto Subyacente<br><b>Correlación Incompleta (+)</b> | Descuento Distinto Grupo Compensación<br><b>Correlación con Otros (-)</b> |

Tabla 1.3 Fuente: Información disponible en la página de Internet de MEFF<sup>5</sup>.

El modelo de marginación MEFFCOM2 divide los contratos en grupos de futuros y opciones de un mismo activo subyacente.

<sup>4</sup> Como por ejemplo, “Time Spreads” o el tratamiento conjunto de opciones y futuros.

<sup>5</sup> <http://www.meff.com/>.

## ✓ **Portfolio Margin Methodology (OMS II)**

El modelo de marginación Portfolio Margin Methodology (OMS II) tiene como principal propósito el calcular los márgenes para cubrir a la cámara de compensación de pérdidas eventuales derivadas de las posiciones de sus participantes. El intervalo de tiempo necesario para neutralizar una cuenta incumplida puede afectar los precios de mercado de las posiciones de dicha cuenta. Por ello, el costo de neutralizar las posiciones de un cliente incumplido puede cambiar significativamente en el intervalo de tiempo en que se neutraliza completamente. El intervalo de tiempo depende principalmente de dos factores, el tiempo que tarda en detectarse la situación de incumplimiento y el requerido para neutralizar una cuenta.

Los componentes principales del modelo OMS II son los siguientes:

- *Margen por Prima.*- Representa el costo de liquidar el portafolio a precios de mercado, de esta manera, la fluctuación de los precios de un activo representa requerimientos adicionales.
- *Margen por Riesgo de Exploración.*- Este margen representa el máximo movimiento que puede experimentar un activo subyacente en el intervalo de tiempo requerido para neutralizar una cuenta incumplida. Este máximo movimiento se representa mediante la volatilidad implícita del activo subyacente.
- *Método de la ventana.*- El método de ventana considera la correlación entre dos instrumentos diferentes, para ello establece el máximo movimiento para una serie de activos que muestran una correlación importante (altamente correlacionados).

### Componentes del Modelo OMS II

| <b>Modelo de Marginación</b>        | <b>Componentes</b>                                |   |   |   |
|-------------------------------------|---|---|---|---|
| Portfolio Margin Methodology OMS II | Margen Total Requerido<br><b>Margen Total (=)</b> | Cargo Prima<br><b>Liquidación Mercado (+)</b> | Cargo por Riesgo de Exploración<br><b>Fluctuación Precios (+)</b> | Window Method<br><b>Correlación con Otros (-)</b> |

**Tabla 1.4** Fuente: Información disponible en la página de Internet de Athens Derivatives Exchange<sup>6</sup>.

#### ✓ **Standard Portfolio Analysis of Risk (SPAN)**

Desarrollado e implementado por el Chicago Mercantile Exchange en 1988, el modelo de marginación Standard Portfolio Analysis of Risk (SPAN) calcula escenarios de pérdida en el peor caso de un portafolio de derivados, ajustando esta pérdida por el costo o beneficio de la prima neta de liquidar cualquier posición en opciones y, finalmente, ajustando para compensar cualquier ganancia generada por portafolios correlacionados cercanamente en otros contratos de derivados.

El modelo SPAN esta compuesto por cuatro componentes, principalmente:

- *Margen por Prima.*- Cubre el costo total de liquidar las posiciones a precio de mercado.
- *Margen por Riesgo de Exploración.*- Tiene como propósito cubrir el riesgo de mercado, es decir, las variaciones extremas en los precios de los activos subyacentes.
- *Margen Inter-Mensual.*- El margen Inter-Mensual cubre el riesgo base calendario que puede existir para portafolios que contienen futuros con diferentes fechas de expiración.
- *Crédito Inter-Mercancia.*- Su propósito consiste en reconocer los aspectos de reducción de riesgo del portafolio que contiene posiciones en contratos relacionados.

<sup>6</sup><http://www.adex.ase.gr/AdexHomeEN/index.html>.

### Componentes del Modelo SPAN

| <b>Modelo de Marginación</b>                      | <b>Componentes</b>                                     |   |   |  |   |
|---|--|---|---|--|---|
| Systematic Portfolio Analysis of Risk <b>SPAN</b> | SPAN Cargo por Riesgo Total<br><b>Margen Total (=)</b> | Cargo Prima<br><b>Liquidación Mercado (+)</b> | Cargo por Riesgo de Exploración<br><b>Fluctuación Precios (+)</b> | Cargo Inter-Mensual<br><b>Correlación Incompleta (+)</b> | Crédito Inter-Mercancia<br><b>Correlación con Otros (-)</b> |

**Tabla 1.5** Fuente: Información disponible en la página de Internet de Internet de Chicago Mercantile Exchange<sup>7</sup>.

El modelo de marginación SPAN divide los contratos en grupos de futuros y opciones de un mismo subyacente.

#### ✓ **Theoretical Intermarket Margin System (TIMS)**

Desarrollado e implementado por The Options Clearing Houses (OCC) en 1986, en donde su principio principal consiste en neutralizar las pérdidas de cada uno de los portafolios, considerando el costo de liquidar el portafolio a precios de mercado (margen por prima) y un requerimiento que permita cubrir el riesgo de un cambio de precios adversos (margen por riesgo).

### Componentes del Modelo TIMS

| <b>Modelo de Marginación</b>                      | <b>Componentes</b>                                |  |   |  |
|---|---|--|---|--|
| Theoretical Intermarket Margin System <b>TIMS</b> | Margen Total Requerido<br><b>Margen Total (=)</b> | Margen Prima<br><b>Liquidación Mercado (+)</b> | Margen por Riesgo<br><b>Fluctuación Precios (+)</b> | Margen Spread<br><b>Correlación Incompleta (+)</b> |

**Tabla 1.6** Fuente: Información disponible en la página de Internet de The Options Clearing Corporation<sup>8</sup>.

El modelo TIMS reconoce la disminución de riesgo derivada de los productos con el mismo activo subyacente y de los productos con distintos activos subyacentes altamente correlacionados.

<sup>7</sup><http://www.cme.com/>.

<sup>8</sup><http://www.optionsclearing.com/>.



## Modelos de Marginación en el Mundo

| CÁMARA   | METODOLOGÍAS |     |       |          |        |       |      |        |      |    |
|--|--------------|-----|-------|----------|--------|-------|------|--------|------|----|
|  | EUREX        | FRP | FUTOP | MEFFCOM2 | OMS II | PRIME | SPAN | TAIFEX | TIMS | WB |
| <i>Asigna, Compensación y Liquidación</i>                      |              |     |       |          |        |       |      |        | ✓    |    |
| <i>Athens Derivatives Exchange Clearing House</i>              |              |     |       |          | ✓      |       |      |        |      |    |
| <i>Australian Exchange Clearing House</i>                      |              |     |       |          |        |       |      |        | ✓    |    |
| <i>Bolsa de Mercadorias &amp; Futuros Clearing House</i>       |              | ✓   |       |          |        |       |      |        |      |    |
| <i>Casa di Compensazione e Garanzia</i>                        |              |     |       |          |        |       |      |        | ✓    |    |
| <i>Canadian Derivatives Clearing Corporation</i>               |              |     |       |          |        |       | ✓    |        | ✓    |    |
| <i>Companhia Brasileira de Liquidacao e Custodia</i>           |              |     |       |          |        |       |      |        | ✓    |    |
| <i>Chicago Mercantile Exchange Clearing</i>                    |              |     |       |          |        |       | ✓    |        |      |    |
| <i>Eurex Clearing AG</i>                                       | ✓            |     |       |          |        |       |      |        |      |    |
| <i>FUTOP Clearing Centre</i>                                   |              |     | ✓     |          |        |       |      |        |      |    |
| <i>Hong Kong Exchange and Clearing</i>                         |              |     |       |          |        | ✓     |      |        |      |    |
| <i>Hungarian Clearing for Derivatives</i>                      |              |     |       |          |        |       | ✓    |        |      |    |
| <i>Japan Securities Clearing Corporation</i>                   |              |     |       |          |        |       | ✓    |        |      |    |
| <i>Kansas City Board of Trade Clearing Corporation</i>         |              |     |       |          |        |       | ✓    |        |      |    |
| <i>Korea Securities Exchange Clearing</i>                      |              |     |       |          |        |       |      |        | ✓    |    |
| <i>London Clearing House Clearnet</i>                          |              |     |       |          |        |       | ✓    |        |      |    |
| <i>MEFF Cámara de Compensación</i>                             |              |     |       | ✓        |        |       |      |        |      |    |
| <i>National Depository for Securities, Poland</i>              |              |     |       |          |        |       | ✓    |        |      |    |
| <i>New York Clearing Corporation</i>                           |              |     |       |          |        |       | ✓    |        |      |    |
| <i>NOS Clearing</i>  |              |     |       |          |        |       | ✓    |        |      |    |
| <i>Options Clearing Corporation</i>                            |              |     |       |          |        |       |      |        | ✓    |    |
| <i>Sydney Futures Exchange Clearing</i>                        |              |     |       |          |        |       | ✓    |        |      |    |
| <i>Singapore Exchange Clearing</i>                             |              |     |       |          |        |       | ✓    |        |      |    |
| <i>Stockholmsborsen Clearing</i>                               |              |     |       |          | ✓      |       |      |        |      |    |
| <i>Taiwan Futures Exchange Clearing</i>                        |              |     |       |          |        |       |      | ✓      |      |    |
| <i>The Clearing Corporation</i>                                |              |     |       |          |        |       | ✓    |        |      |    |
| <i>Tokyo International Financial Futures Exchange Clearing</i> |              |     |       |          |        |       | ✓    |        |      |    |
| <i>Wiener Borse Clearing</i>                                   |              |     |       |          |        |       |      |        |      | ✓  |
| <i>WCE Clearing Corporation</i>                                |              |     |       |          |        |       | ✓    |        |      |    |
| <b>Total</b>   | 1            | 1   | 1     | 1        | 2      | 1     | 14   | 1      | 7    | 1  |

**Tabla 1.7** Fuente: Asigna, Compensación y Liquidación con información de las Cámaras de Compensación seleccionadas.

Es importante mencionar que todas las cámaras de compensación del mundo aplican un margen mínimo para opciones cortas que se encuentran muy fuera del dinero ya que los precios valuados y el peor escenario de pérdida serán muy cercanos a cero, por lo que los márgenes por Prima y por Riesgo son casi cero. Por lo tanto, este cargo adicional tiene como finalidad otorgar cobertura ante movimientos extremos en la volatilidad de los activos subyacentes para opciones que se encuentre fuera del dinero.

Así también, las cámaras de compensación en el mundo reconocen el riesgo existente de la entrega física o en especie del activo subyacente (cuando este sea el caso) entre la fecha de vencimiento y la fecha de liquidación de las obligaciones con un margen llamado generalmente “margen por entrega”.

En este capítulo nos enfocaremos al modelo Theoretical Intermarket Margin System (TIMS), ya que es el modelo de marginación utilizado por Asigna, Compensación y Liquidación para efectuar el cálculo de las Aportaciones Iniciales Mínimas (márgenes iniciales) requeridas para mantener posiciones en el mercado.

### **1.1 *Theoretical Intermarket Margin System (TIMS)***

The Options Clearing Houses (OCC) desarrolló en 1986 un modelo de marginación llamado *Theoretical Intermarket Margin System (TIMS)*, el cual está diseñado para calcular el requerimiento de margen inicial en un mercado de derivados organizado. Está diseñado para medir el riesgo en portafolios de futuros, opciones y opciones sobre futuros. El modelo TIMS fue desarrollado para permitir a las cámaras de compensación monitorear los portafolios de sus miembros, ya que las cámaras de compensación garantizan todas las transacciones del mercado de derivados.

El modelo TIMS es utilizado para calcular el margen inicial, también llamados Aportaciones Iniciales Mínimas (AIM's), de futuros y opciones, en donde su principio consiste en neutralizar las pérdidas de cada uno de los portafolios, considerando el costo de liquidar el portafolio a precios de mercado (AIM por prima) y un requerimiento que permita cubrir el riesgo de un cambio de precios adversos (AIM por riesgo).

### Componentes del Modelo TIMS

| Productos    | Hoy                           | Hoy                        | Hoy            | Hoy               |
|--------------|-------------------------------|----------------------------|----------------|-------------------|
|              | AIM por Prima<br>Valor Opción | AIM por Prima<br>Variación | AIM por Riesgo | AIM Futuro Spread |
| Opciones     | Aplica                        |                            | Aplica         |                   |
| Futuros      |                               | Aplica                     |                | Aplica            |
| Opciones S/F |                               | Aplica                     | Aplica         |                   |

**Tabla 1.1.1** Fuente: Asigna, Compensación y Liquidación

El cálculo de Aportaciones Iniciales Mínimas por el modelo TIMS incorpora cuatro elementos básicos:

- *AIM por Riesgo.*- Mide la pérdida máxima esperada durante un día de operación para un portafolio de opciones y/o futuros ante un cambio adverso en los precios de los activos subyacentes.
- *AIM Opuesta.*- Cubre el riesgo de correlación inter-mensual entre posiciones cortas y largas de una clase de futuros con distintas fechas de vencimientos.
- *AIM por Prima.*- Calcula el costo de liquidación de un portafolio de opciones.
- *AIM por entrega.*- Esta Aportación considera los efectos de un cambio adverso en los precios en los contratos en fecha de vencimiento para entrega en especie que estén en periodo de liquidación.

## **1.2 Parámetros Básicos del Modelo TIMS**

La efectividad de cualquier modelo de marginación depende de la calidad de sus parámetros utilizados para obtener los requerimientos de márgenes de cada uno de los portafolios. A continuación se describen los parámetros básicos del modelo TIMS, tales como la Variación Máxima Esperada (VME), Grupo Clase-Grupo Producto, el factor de compensación, el parámetro AIM Opuesta y AIM por entrega, así como el parámetro para opciones que se encuentran fuera del dinero.

### **1.2.1 Variación Máxima Esperada (VME)**

La suficiencia de márgenes iniciales es esencial para cubrir posibles pérdidas derivadas de movimientos extremos en los precios de los subyacentes en un periodo específico de tiempo. Por tal motivo el parámetro fundamental y probablemente el parámetro mas importante del modelo TIMS para determinar los márgenes requeridos para un contrato de futuro o un contrato de opción es la Variación Máxima Esperada (VME), también conocida como intervalo de margen.

La Variación Máxima Esperada define la posible máxima fluctuación a la alza o a la baja en el precio del activo subyacente para un horizonte de tiempo y considerando un nivel de confianza. Es decir, permite determinar el riesgo asociado a un portafolio de opciones y/o futuros simulando los precios de los activos subyacentes.

La Variación Máxima Esperada es calculada a través de la estimación de la volatilidad de los activos subyacentes así como también por distintas herramientas estadísticas como lo son la simulación paramétrica, la simulación histórica, la simulación MonteCarlo, entre otras.

### **1.2.2 Grupo Clase-Grupo Producto**

Cuando hablamos del modelo TIMS también estamos hablando de teoría de portafolios, y como tal el modelo TIMS reconoce la correlación existente entre los precios, así como los riesgos asociados a los activos subyacentes. Para ello, el modelo TIMS agrupa a todos los contratos de futuros y opciones referenciados al mismo activo subyacente en Grupos Clase<sup>9</sup>. Y cuando existen

---

<sup>9</sup> Algunos ejemplos de Grupo Clase son los siguientes contratos de Futuros u opciones que están referenciados a los siguientes activos subyacentes: Grupo Clase AXL referenciados a las acciones representativas de América Móvil, S.A.B. de C.V. (AMX L), Futuro (AXL) y opción (AX); Grupo Clase NA referenciados a los Certificados de Participación Ordinaria (CPO) que constituyen una parte de las acciones fideicomitidas y efectivo que simula al Índice de Precios y Cotizaciones (IPC), las opciones (NA);

productos con distintos activos subyacentes que presentan una alta correlación entre sí, el modelo TIMS agrupa los Grupos Clase en Grupos Producto<sup>10</sup>.

Los Grupos Clase y Producto se evalúan aisladamente. La formación de Grupos Clase permite compensar las pérdidas simuladas con las ganancias simuladas de opciones así como de futuros al 100%. Y para los contratos integrados en Grupos Productos, en donde la compensación puede ser realizada parcialmente a través de un factor de correlación, también conocido como factor de compensación. Las posiciones que comprenden tanto los Grupos Clase y Producto son marginados como una cartera integra, ya que finalmente el cálculo del requerimiento de margen se obtiene con la suma de cada uno.

### 1.2.3 Factor de Compensación (Correlación)

Para la compensación de los Grupos Productos, se realiza parcialmente a través de un Factor de compensación, el cual es el porcentaje que descuenta las ganancias teóricas de un portafolio, antes de ser utilizadas para cubrir pérdidas simuladas. El grado de correlación se obtiene para cada par de activos subyacentes, mediante el cálculo de su coeficiente de correlación.

Este factor de compensación indica la fuerza y la dirección de una relación lineal entre dos variables aleatorias. La correlación se encuentra entre -1 y 1 y se determina de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\text{Corr}(r_i, r_j) = \rho_{ij} = \frac{\text{Cov}(r_i, r_j)}{\sigma_i \sigma_j} \quad (1.2.3.1)$$

---

Grupo Clase TXL referenciados a las acciones representativas de Teléfonos de México, S.A.B. de C.V. (TELMEX L), los Futuros (TXL); Grupo Clase IPC referenciados al Índice de Precios y Cotizaciones (IPC), Futuro (TXL) y la opción sobre el Futuro del IPC (IP). Todos los productos anteriormente mencionados cotizan en el Mercado Mexicano de Derivados (MexDer).

<sup>10</sup> Un ejemplo de un Grupo Producto es el Grupo Producto de Instrumentos del Mercado de Capitales que esta conformado por los siguientes Grupos Clase: Grupo Clase AXL, Grupo Clase NA, Grupo Clase TXL y Grupo Clase IPC, en donde se toma en cuenta la correlación existente entre los activos subyacentes de América Móvil L, NAFTRAC, Telmex L, y el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC), respectivamente.

Donde,

$\rho_{ij}$  = Correlación entre los activos  $i$  y  $j$ .

$Cov(r_i, r_j)$  = Covarianza entre los activos  $i$  y  $j$ .

$\sigma_i$  = Volatilidad del activo  $i$ .

$\sigma_j$  = Volatilidad del activo  $j$ .

Definiendo Covarianza como sigue.

$$Cov(R_i, R_j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [r_i - \mu_i][r_j - \mu_j] \quad (1.2.3.2)$$

Siendo ésta una medida de relación lineal entre dos variables aleatorias describiendo el movimiento conjunto entre éstas.

#### 1.2.4 Parámetro AIM Opuesta

El modelo TIMS determina un parámetro de margen considerando la reducción de riesgo por mantener posiciones opuestas, es decir, tener contratos de futuros dentro del portafolio tanto en posiciones cortas (venta) como en posiciones largas (compra) sobre el mismo activo subyacente (misma clase) pero con distintas fechas de vencimiento (diferentes series), es decir posiciones opuestas.

Para ello, el modelo TIMS calcula el parámetro de margen opuesta en función a la Variación Máxima Esperada, el tamaño del contrato y el coeficiente de correlación entre las distintas series. El parámetro de margen opuesta se calcula con la siguiente fórmula:

$$\alpha_o = VME \times T \times (1 - \omega) \quad (1.2.4.1)$$

Donde,

$\alpha_o$  = Parámetro de AIM por posiciones opuestas.

$VME$  = Variación Máxima Esperada.

$T$  = Número de activos subyacentes que ampara cada futuro u opción o factor multiplicador del contrato.

$\omega$  = Coeficiente de Correlación entre los vencimientos del contrato.

### 1.2.5 Parámetro AIM Entrega

Cuando se tienen contratos de opciones y/o futuros en donde la liquidación es en especie, es decir, a la fecha de vencimiento se ejerce la obligación de entrega del activo subyacente al que esta referenciado el contrato, el modelo TIMS considera el riesgo de mercado entre la fecha de vencimiento y la de liquidación del activo subyacente a entregar. A esta consideración se le conoce como AIM por entrega (margen por entrega).

A continuación se muestra la fórmula para el cálculo de la AIM por entrega:

$$\alpha_E = VME \times T \times f \tag{1.2.5.1}$$
$$\alpha_E = VME \times T \times \sqrt{n}$$

Donde,

$\alpha_E$  = Parámetro AIM Entrega.

$VME$  = Variación Máxima Esperada.

$T$  = Número de activos subyacentes que ampara cada futuro u opción o factor multiplicador del contrato.

$f$  = Factor de liquidez calculado a través de la agregación del tiempo a la volatilidad diaria. Raíz del número de días entre la fecha de liquidación y la fecha de vencimiento.

## 1.2.6 Parámetro de Margen Mínimo para Opciones Cortas

Para opciones cortas que se encuentren fuera del dinero (OTM)<sup>11</sup>, el modelo TIMS considera el riesgo de que estas opciones cortas puedan ubicarse en el dinero (ATM)<sup>12</sup> o inclusive dentro del dinero (ITM)<sup>13</sup> ante los posibles movimientos de los activos subyacentes. Para ello, el modelo TIMS considera el máximo entre el peor escenario de prima teórica simulada y el 20% de la VME del activo subyacente.

$$O_{OTM} = \text{Max}\{PS_{C_{U5}, P_{D5}}, .2vme\} \quad (1.2.6.1)$$

$O_{OTM}$  = Margen Mínimo para opciones cortas.

$PS_{C_{U5}, P_{D5}}$  = Peor escenario de prima teórica simulada.

$VME$  = Variación Máxima Esperada

A continuación se muestra la metodología para el cálculo de los márgenes en un portafolio de Futuros y Opciones.

## 1.3 AIM Futuros

La Aportación Inicial Mínima para un portafolio de futuros financieros contempla tres componentes para el cálculo del margen total: AIM por riesgo, AIM por entrega y AIM opuesta.

---

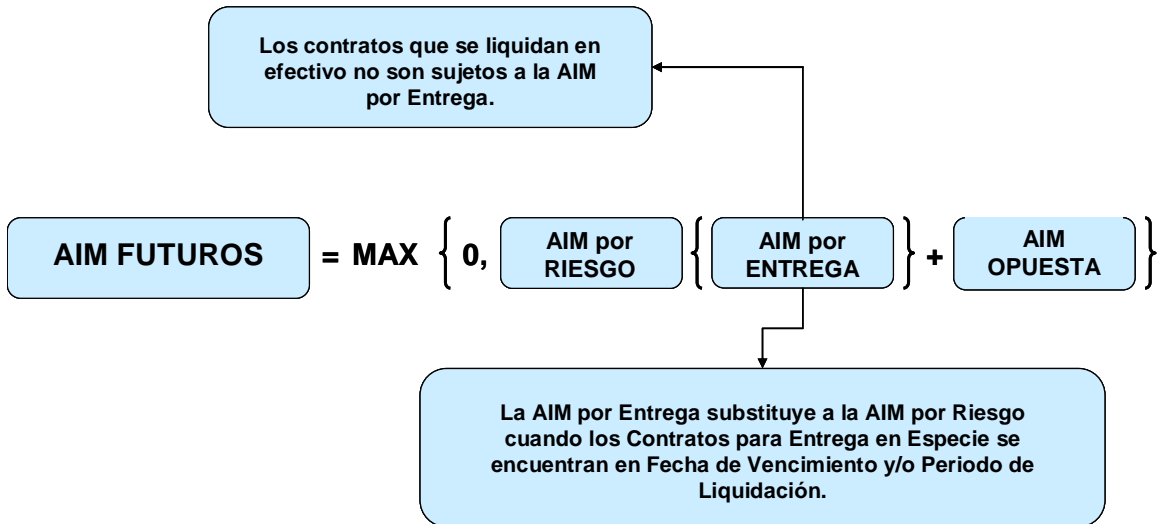
<sup>11</sup> Out-of-The-Money (OTM) aplica a las opciones, ya sea call o put. Si es una opción call el precio del activo subyacente se encuentra por debajo del precio de ejercicio (strike price). En caso de que sea una opción put, el precio del activo subyacente es mayor al precio de ejercicio.

<sup>12</sup> At-The-Money (ATM) aplica a las opciones, ya sea call o put. En ambos casos, el precio de ejercicio es igual al precio del activo subyacente.

<sup>13</sup> In-The-Money (ITM) aplica a las opciones, ya sea call o put. En una opción call, se dice que esta ITM cuando el precio del activo subyacente es mayor al precio de ejercicio. En tanto una opción put, se dice que esta ITM cuando el precio del activo subyacente es menor al precio de ejercicio.



## Aportación Inicial Mínima Futuros



**Cuadro 1.3.1** Fuente: Asigna, Compensación y Liquidación

### 1.3.1 AIM por Riesgo Futuros

Para el cálculo de la AIM por Riesgos en Futuros Financieros, TIMS contempla 10 escenarios para cubrir el riesgo de mercado, es decir, la pérdida potencial máxima esperada ante movimientos adversos en los precios de los activos subyacentes durante un día de operación (Mark-To-Market).

Estos diez escenarios son calculados en base a la Variación Máxima Esperada, en donde el modelo TIMS proyecta las pérdidas y ganancias simuladas de cada serie de futuro de acuerdo al precio de su respectivo activo subyacente.

|            |  |
|------------|--|
| Alza + 5/5 | $\alpha_{i,j}^{+5/5} = VME_{i,j} \times (+5/5) \times M_{i,j}$ |
| Alza + 4/5 | $\alpha_{i,j}^{+4/5} = VME_{i,j} \times (+4/5) \times M_{i,j}$ |
| Alza + 3/5 | $\alpha_{i,j}^{+3/5} = VME_{i,j} \times (+3/5) \times M_{i,j}$ |
| Alza + 2/5 | $\alpha_{i,j}^{+2/5} = VME_{i,j} \times (+2/5) \times M_{i,j}$ |
| Alza + 1/5 | $\alpha_{i,j}^{+1/5} = VME_{i,j} \times (+1/5) \times M_{i,j}$ |

|            |  |
|------------|--|
| Baja - 1/5 | $\alpha_{i,j}^{-1/5} = VME_{i,j} \times (-1/5) \times M_{i,j}$ |
| Baja - 2/5 | $\alpha_{i,j}^{-2/5} = VME_{i,j} \times (-2/5) \times M_{i,j}$ |
| Baja - 3/5 | $\alpha_{i,j}^{-3/5} = VME_{i,j} \times (-3/5) \times M_{i,j}$ |
| Baja - 4/5 | $\alpha_{i,j}^{-4/5} = VME_{i,j} \times (-4/5) \times M_{i,j}$ |
| Baja - 5/5 | $\alpha_{i,j}^{-5/5} = VME_{i,j} \times (-5/5) \times M_{i,j}$ |

**Tabla 1.3.1.1** Escenarios de valuación TIMS Futuros

En donde,

$\alpha_{i,j}^{\pm z/5}$  = Parámetro de margen por riesgo de cada escenario simulado del futuro u opción estilo futuro perteneciente al activo subyacente  $i$  y las series  $j$ . En donde  $z$  es igual a +1 hasta +5 y desde -1 hasta -5.

$VME_{i,j}$  = Variación máxima esperada del futuro u opción estilo futuro correspondiente al activo subyacente  $i$  y serie  $j$ .

$M_{i,j}$  = Número de activos subyacente  $i$  que ampara un futuro u opción estilo futuro correspondiente a la serie  $j$ .

En el caso de la existencia de un Grupo Clase, el modelo TIMS calcula las pérdidas y ganancias simuladas para todo el portafolio, sumando las pérdidas y ganancias hipotéticas para las posiciones que utilizan la misma Variación Máxima Esperada (VME), es decir, el mismo criterio de las fluctuaciones de precios. Con esto, el modelo TIMS compensa totalmente las pérdidas y ganancias de posiciones que están influenciadas por fluctuaciones de precios opuestas (en spread). En el caso de la existencia de un Grupo Producto, las ganancias simuladas son reducidas multiplicándolas por el factor de correlación del respectivo Grupo Producto antes de ser utilizadas en la simulación de escenarios para cubrir pérdidas.

Para neutralizar las pérdidas y por cuestiones de cobertura, el modelo TIMS representa las posiciones cortas (vendedoras) con un signo positivo y las posiciones largas (compradoras) las representa con un signo negativo. Con esto, el modelo TIMS determina la posición neta por riesgo del contrato perteneciente al grupo clase  $i$  a partir de la diferencia de la suma de posiciones netas largas de las series  $j$  con la suma de posiciones netas cortas de las series  $j$ .

$$F_{i,j} = \sum_{j=1}^n FC_j - \sum_{j=1}^n FL_j \quad (1.3.1.1)$$

En donde,

$F_{i,j}$  = Posición neta por riesgo del futuro o de la opción estilo futuro.

$FL_j$  = Posiciones netas largas de las series (desde  $j = 1$  hasta  $n$ ) del futuro o de la opción estilo futuro.

$FC_j$  = Posiciones netas cortas de las series (desde  $j = 1$  hasta  $n$ ) del futuro o de la opción estilo futuro.

Posteriormente, se determina el peor o mejor escenario (según sea el caso) del futuro del grupo clase  $i$ , a partir de las simulaciones del TIMS en el alza y la baja en el precio del activo subyacente, respectivamente.

$$\text{Alza} \quad \alpha_{i,j}^{zu/5} \times F_{i,j} = \text{Peor/Mejor Escenario} \left\{ \alpha_{i,j}^{+z/5} \times F_{i,j} \mid z = 1,..5 \right\} \quad (1.3.1.2)$$

$$\text{Baja} \quad \alpha_{i,j}^{zd/5} \times F_{i,j} = \text{Peor/Mejor Escenario} \left\{ \alpha_{i,j}^{-z/5} \times F_{i,j} \mid z = 1,..5 \right\} \quad (1.3.1.3)$$

En donde,

$\alpha_{i,j}^{\pm z/5}$  = Parámetro de margen por riesgo de cada escenario simulado del

futuro u opción estilo futuro perteneciente al activo subyacente  $i$  y las series  $j$ . En donde  $z$  es igual a +1 hasta +5 y desde -1 hasta -5.

$\alpha_{i,j}^{\pm zu/5}$  = Parámetro de margen por riesgo a la alza de cada escenario simulado del futuro u opción estilo futuro perteneciente al activo subyacente  $i$  y las series  $j$ . En donde  $z$  es igual a +1 hasta +5.

$\alpha_{i,j}^{\pm zd/5}$  = Parámetro de margen por riesgo a la baja de cada escenario simulado del futuro u opción estilo futuro perteneciente al activo subyacente  $i$  y las series  $j$ . En donde  $z$  es igual a -1 hasta -5.

$F_{i,j}$  = Posición neta por riesgo del futuro o de la opción estilo futuro.

Para finalizar, la Aportación Inicial Mínima (AIM) por Riesgo perteneciente al grupo clase  $i$  se determina considerando el peor o el mejor escenario simulado del futuro.

$$\begin{aligned} AIM_{i,j}^{RF} &= \alpha_{i,j}^Z \times F_{i,j} \\ &= \text{Peor Escenario/Mejor Escenario } \left\{ \alpha_{r,i}^{zd/5} \times P_{r,i}, \alpha_{r,i}^{zu/5} \times P_{r,i} \right\} \end{aligned} \quad (1.3.1.4)$$

### 1.3.2 AIM por Entrega Futuros

Los contratos Futuros cuya entrega es en especie, cuando se encuentran en su fecha de vencimiento, pueden experimentar cambios adversos en los precios debido a la oferta y demanda de los productos sujetos a entrega cuando la fecha de liquidación se aproxima. La Aportación Inicial Mínima por entrega en contratos Futuros tiene el objetivo de cubrir el riesgo de mercado durante la entrega física del activo subyacente. Debido a que la AIM por Entrega Futuros cubre el riesgo de mercado entre las fechas de vencimiento y liquidación, esta sustituye a la AIM por Riesgo.

$$AIM_{i,j}^{EF} = \alpha_e P_{e,i} \quad (1.3.2.1)$$

En donde,

$AIM_{i,j}^{EF}$  = Aportación Inicial Mínima por entrega física del futuro correspondiente al grupo clase i.

$P_{e,i}$  Posición neta al vencimiento, ofertada o en período de liquidación.

$\alpha_e$  Parámetro de AIM por entrega física del contrato.

### 1.3.3 AIM Opuesta Futuros

En el caso de la existencia de contratos de Futuros de una misma clase pero con distintas fechas de vencimientos en un portafolio de futuros, es necesario considerar la alta correlación existente entre estos. También es importante considerar la alta correlación de los contratos de Futuros de posiciones largas y cortas de una clase de Futuros con distintas fechas de vencimientos (posiciones opuestas). Tomando en consideración la alta correlación y que la valuación de los contratos de Futuros se realiza de forma lineal las posiciones opuestas también pueden compensarse ya que sus riesgos se mitigan parcialmente, sin embargo, los contratos de Futuros con posiciones opuestas no muestran una correlación perfecta.

Bajo este escenario, el modelo TIMS determina la AIM por posiciones largas y cortas de una clase de Futuros con distintas fechas de vencimiento multiplicando las posiciones opuestas<sup>14</sup> por el parámetro de AIM opuesta, con el cual se cubre el riesgo de correlación intermensual entre posiciones opuestas.

$$S_{i,j} = \text{Min} \left\{ \sum_{j=1}^n FL_{i,j}, \sum_{j=1}^n FC_{i,j} \right\} \quad (1.3.3.1)$$

En donde,

---

<sup>14</sup> Las posiciones largas y cortas con distintas fechas de vencimientos se determinan para los contratos largos y cortos como el mínimo entre las posiciones cortas y largas de una clase de Futuros.

$S_{i,j}$  = Posición Opuesta del futuro o de la opción estilo futuro.

$FL_{i,j}$  = Posiciones netas largas de las series (desde  $j = 1$  hasta  $n$ ) del futuro o de la opción estilo futuro.

$FC_{i,j}$  = Posiciones netas cortas de las series (desde  $j = 1$  hasta  $n$ ) del futuro o de la opción estilo futuro.

$$AIM_{i,j}^{OF} = 2\alpha_{i,j}S_{i,j} \quad (1.3.3.2)$$

En donde,

$AIM_{i,j}^{OF}$  = Aportación Inicial Mínima por posición opuesta del futuro correspondiente al grupo clase  $i$ .

$S_{i,j}$  = Posición opuesta del futuro o de la opción estilo futuro.

$\alpha_{i,j}$  = Parámetro de margen por posición opuesta del futuro o de la opción estilo futuro.

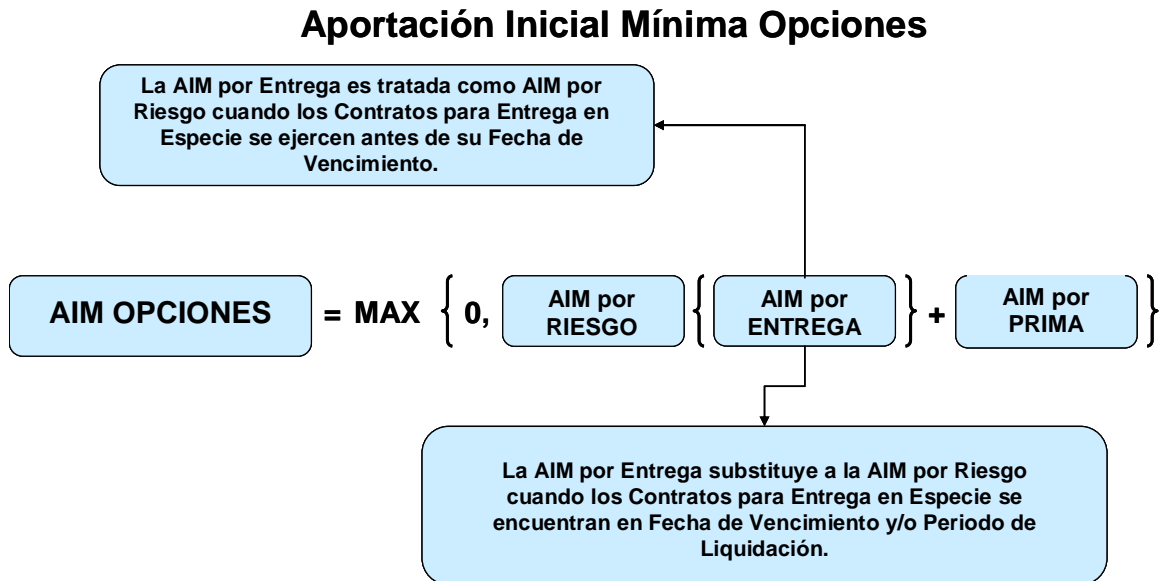
En el caso de que se presentasen problemas de estabilidad en el coeficiente que determina el parámetro de AIM en posición opuesta y que se presentasen también diferencias entre los plazos, por ejemplo que los contratos del mes de vencimiento inmediato tuviera un comportamiento diferente con el resto de los meses, es posible manejar un margen por posición opuesta para los futuros en el mes de vencimiento. Circunstancia que no ha sido incorporado en el mercado<sup>15</sup>.

---

<sup>15</sup> Díaz-Tinoco J (2007), “Metodología de Determinación de Márgenes para Portafolios de Contratos Derivados”.

## 1.4 AIM Opciones

La Aportación Inicial Mínima para un portafolio de opciones financieras contempla tres componentes para el cálculo del margen total: AIM por riesgo, AIM por entrega y AIM por prima.



Cuadro 1.4.1 Fuente: Asigna, Compensación y Liquidación<sup>16</sup>

### 1.4.1 AIM por Riesgo Opciones

La Aportación Inicial Mínima por riesgo en opciones representa la pérdida máxima potencial durante un día ante un cambio adverso en los precios de los activos subyacentes asociados a los contratos de las opciones correspondientes. Al igual que el margen por riesgo en futuros, la AIM por riesgo opciones es calculada en base a la simulación de diez escenarios calculando a su vez diez primas teóricas<sup>17</sup>. Teniendo como base una serie de parámetros, de los cuales tenemos a la volatilidad ( $\sigma$ ), tasa de interés ( $r$ ), tasa de dividendos

<sup>16</sup> Cuando la AIM por Entrega es tratada como AIM por Riesgo cuando los Contratos para Entrega en Especie se ejercen antes de su Fecha de Vencimiento, existe las excepciones en cuando los Contratos fueron ejercidos un día antes de vencimiento y se encuentran en su Fecha de Vencimiento.

<sup>17</sup> Estas primas teóricas son calculadas utilizando Teoría de Valuación de Opciones, las cuales abarcan Black-Scholes-Merton, Binomial, Black's Model o Barone Adesi&Whaley.

( $q$ ), plazo ( $T$ ), precio de ejercicio ( $X$ ) y precio del subyacente ( $S$ ) multiplicado por la Variación Máxima Esperada, el modelo de valuación de opciones utilizado fijara los valores teóricos de una posición a un precio específico del activo subyacente, mostrándose dicha operación en la siguiente tabla.

|            |  |
|------------|--|
| Alza + 5/5 | $\varphi_{i,j}^{+5/5} = \left\{ P_{i,j}^{+5/5} \mid S_{i,j} + \frac{5}{5} VME_{i,j}, X_{i,j}, r_{i,j}, q_{i,j}, T_{i,j}, \sigma_{i,j} \right\} \times M_{i,j}$ |
| Alza + 4/5 | $\varphi_{i,j}^{+4/5} = \left\{ P_{i,j}^{+4/5} \mid S_{i,j} + \frac{4}{5} VME_{i,j}, X_{i,j}, r_{i,j}, q_{i,j}, T_{i,j}, \sigma_{i,j} \right\} \times M_{i,j}$ |
| Alza + 3/5 | $\varphi_{i,j}^{+3/5} = \left\{ P_{i,j}^{+3/5} \mid S_{i,j} + \frac{3}{5} VME_{i,j}, X_{i,j}, r_{i,j}, q_{i,j}, T_{i,j}, \sigma_{i,j} \right\} \times M_{i,j}$ |
| Alza + 2/5 | $\varphi_{i,j}^{+2/5} = \left\{ P_{i,j}^{+2/5} \mid S_{i,j} + \frac{2}{5} VME_{i,j}, X_{i,j}, r_{i,j}, q_{i,j}, T_{i,j}, \sigma_{i,j} \right\} \times M_{i,j}$ |
| Alza + 1/5 | $\varphi_{i,j}^{+1/5} = \left\{ P_{i,j}^{+1/5} \mid S_{i,j} + \frac{1}{5} VME_{i,j}, X_{i,j}, r_{i,j}, q_{i,j}, T_{i,j}, \sigma_{i,j} \right\} \times M_{i,j}$ |
| Baja - 1/5 | $\varphi_{i,j}^{-1/5} = \left\{ P_{i,j}^{-1/5} \mid S_{i,j} - \frac{1}{5} VME_{i,j}, X_{i,j}, r_{i,j}, q_{i,j}, T_{i,j}, \sigma_{i,j} \right\} \times M_{i,j}$ |
| Baja - 2/5 | $\varphi_{i,j}^{-2/5} = \left\{ P_{i,j}^{-2/5} \mid S_{i,j} - \frac{2}{5} VME_{i,j}, X_{i,j}, r_{i,j}, q_{i,j}, T_{i,j}, \sigma_{i,j} \right\} \times M_{i,j}$ |
| Baja - 3/5 | $\varphi_{i,j}^{-3/5} = \left\{ P_{i,j}^{-3/5} \mid S_{i,j} - \frac{3}{5} VME_{i,j}, X_{i,j}, r_{i,j}, q_{i,j}, T_{i,j}, \sigma_{i,j} \right\} \times M_{i,j}$ |
| Baja - 4/5 | $\varphi_{i,j}^{-4/5} = \left\{ P_{i,j}^{-4/5} \mid S_{i,j} - \frac{4}{5} VME_{i,j}, X_{i,j}, r_{i,j}, q_{i,j}, T_{i,j}, \sigma_{i,j} \right\} \times M_{i,j}$ |
| Baja - 5/5 | $\varphi_{i,j}^{-5/5} = \left\{ P_{i,j}^{-5/5} \mid S_{i,j} - \frac{5}{5} VME_{i,j}, X_{i,j}, r_{i,j}, q_{i,j}, T_{i,j}, \sigma_{i,j} \right\} \times M_{i,j}$ |

**Tabla 1.4.1.1** Escenarios de valuación TIMS Opciones.

Una vez teniendo los valores teóricos de la posición a un precio específico del activo subyacente se prosigue a calcular los escenarios de la opción correspondiente al subyacente  $i$  y serie  $j$  considerando que las posiciones



largas (compradoras) son representadas con signo negativo y las posiciones cortas (vendedoras) son representadas con signo positivo.

|            |   |
|------------|---|
| Alza + 5/5 | $CR_{i,j}^{+5/5} = (\varphi_{i,j}^{+5/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j}$ |
| Alza + 4/5 | $CR_{i,j}^{+4/5} = (\varphi_{i,j}^{+4/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j}$ |
| Alza + 3/5 | $CR_{i,j}^{+3/5} = (\varphi_{i,j}^{+3/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j}$ |
| Alza + 2/5 | $CR_{i,j}^{+2/5} = (\varphi_{i,j}^{+2/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j}$ |
| Alza + 1/5 | $CR_{i,j}^{+1/5} = (\varphi_{i,j}^{+1/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j}$ |
| Baja - 1/5 | $CR_{i,j}^{-1/5} = (\varphi_{i,j}^{-1/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j}$ |
| Baja - 2/5 | $CR_{i,j}^{-2/5} = (\varphi_{i,j}^{-2/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j}$ |
| Baja - 3/5 | $CR_{i,j}^{-3/5} = (\varphi_{i,j}^{-3/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j}$ |
| Baja - 4/5 | $CR_{i,j}^{-4/5} = (\varphi_{i,j}^{-4/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j}$ |
| Baja - 5/5 | $CR_{i,j}^{-5/5} = (\varphi_{i,j}^{-5/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j}$ |

**Tabla 1.4.1.2** Escenarios de valuación TIMS Opciones.

Después se determina el peor o mejor escenario simulado de la opción correspondiente al subyacente  $i$  y serie  $j$ , a partir de las alzas y bajas en el precio del activo subyacente.

$$(\varphi_{i,j}^{+zu/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j} = \text{Peor/Mejor Escenario} \left\{ (\varphi_{i,j}^{+z/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j} \mid z = 1, \dots, 5 \right\} \quad (1.4.1.1)$$

$$(\varphi_{i,j}^{-zu/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j} = \text{Peor/Mejor Escenario} \left\{ (\varphi_{i,j}^{-z/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j} \mid z = 1, \dots, 5 \right\} \quad (1.4.1.2)$$

Así pues, la Aportación Inicial Mínima por riesgo opciones correspondiente al subyacente  $i$  y serie  $j$  es,

$$AIM_{i,j}^{RO} = (\varphi_{i,j}^Z - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j} = \text{Peor Escenario/Mejor Escenario} \left\{ (\varphi_{i,j}^{+zu/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j}, (\varphi_{i,j}^{-zu/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j} \right\} \quad (1.4.1.3)$$

## 1.4.2 AIM por Entrega Opciones

En caso de que la entrega sea en especie, la Aportación Inicial Mínima por entrega para opciones cubre el riesgo de la entrega física del activo subyacente considerando los cambios adversos en los precios durante la fecha de vencimiento y/o periodo de liquidación, siempre y cuando la opción sea ejercida.

$$AIM_{i,j}^{EO} = \alpha_{\varepsilon} \times P_{i,j} \quad (1.4.2.1)$$

En donde,

$AIM_{i,j}^{EO}$  = Aportación Inicial Mínima por entrega física de la opción correspondiente al subyacente  $i$  de la serie  $j$ .

$\alpha_{\varepsilon}$  Parámetro de margen por entrega física del contrato.

$P_{i,j}$  Posición neta de la opción ejercida o a la fecha de vencimiento de la opción correspondiente al subyacente  $i$  y serie  $j$ .

Debido a la existencia de opciones que pueden ser ejercidas antes de su expiración, la marginal por entrega incorpora una diferencial. Esta marginal es ajustado de la siguiente manera:

$$\alpha_{\varepsilon}^* = \alpha_{\varepsilon} \frac{\sqrt{t_2}}{\sqrt{t_1}} \quad (1.4.2.2)$$

Este ajuste permite agregar el tiempo real a la volatilidad de los contratos, asumiendo una distribución normal en los rendimientos de dichos contrato evitando el requerimiento de recursos adicionales para cubrir el riesgo de mercado entre las fechas de vencimiento y liquidación de los contratos.

### 1.4.3 AIM por Prima Opciones

Al momento de que se concreta una operación en la cual se involucra la compra y venta de un contrato tipo Opción, la posición larga (compradora) paga una prima que le da el derecho, más no la obligación, de tomar la posición del activo subyacente<sup>18</sup>. Para ello, la Aportación Inicial Mínima por prima incorpora el costo de liquidar un contrato Opción a precio de mercado. Este requerimiento es nulo para la posición larga ya que su máximo riesgo es la pérdida total de la prima, al momento de que expira el contrato y no ejerció su derecho. Sin embargo, el modelo determina diariamente el valor de estos contratos, con el propósito de acreditar márgenes para disminuir requerimientos por otras obligaciones.

La posición corta es quien asume la obligación de depositar la AIM por prima, es decir, la prima de mercado constituye un débito o requerimiento, debido a que representa el costo de recompra de la opción en caso de un incumplimiento por parte de él hacia la Cámara. Este es un componente de suma importancia en el margen total y debe de ser valuado diariamente de acuerdo a los Precios de Liquidación que determina y publica el mercado.

Para obtener el componente de margen por prima, primeramente se calculan el parámetro de margen por prima de la opción y la posición neta de la opción. El parámetro de margen por prima de la opción se determina como,

$$\varphi_{i,j} = P_{i,j} \times M_{i,j} \quad (1.4.3.1)$$

En donde,

$\varphi_{i,j}$  = Parámetro de margen por prima o costo de liquidación de la opción

---

<sup>18</sup> Particularmente, en MexDer se negocian opciones estilo *premium-up-front*, en las cuales el pago de las primas negociadas se efectúa en la fecha de concertación del contrato (importes por prima) y el ejercicio de los derechos ocurre hasta el ejercicio de la opción. Las opciones *premium-up-front* no liquidan diariamente las pérdidas y ganancias.

a precio de mercado correspondiente al subyacente  $i$  y serie  $j$ .

$P_{i,j}$  = Prima de mercado (liquidación) de la opción correspondiente al subyacente  $i$  y serie  $j$ .

$M_{i,j}$  = Número de activos subyacentes que ampara cada opción correspondiente al subyacente  $i$  y serie  $j$ .

La posición neta de la opción correspondiente al subyacente  $i$  y serie  $j$ , se determina como:

$$O_{i,j} = OC_{i,j} - OL_{i,j} \quad (1.4.3.2)$$

En donde,

$O_{i,j}$  = Posición neta de la opción correspondiente al subyacente  $i$  y serie  $j$ .

$OC_{i,j}$  = Total de contratos de venta correspondientes al subyacente  $i$  y serie  $j$ .

$OL_{i,j}$  = Total de contratos de compra correspondientes al subyacente  $i$  y serie  $j$ .

Finalmente, obtenemos el margen por prima en donde se multiplica el parámetro de margen por prima y la posición neta de la opción.

$$AIM_{i,j}^{PO} = \varphi_{i,j} \times O_{i,j} \quad (1.4.3.3)$$

En donde,

$AIM_{i,j}^{PO}$  = Componente de margen por prima de la opción correspondiente al subyacente  $i$  y serie  $j$ .

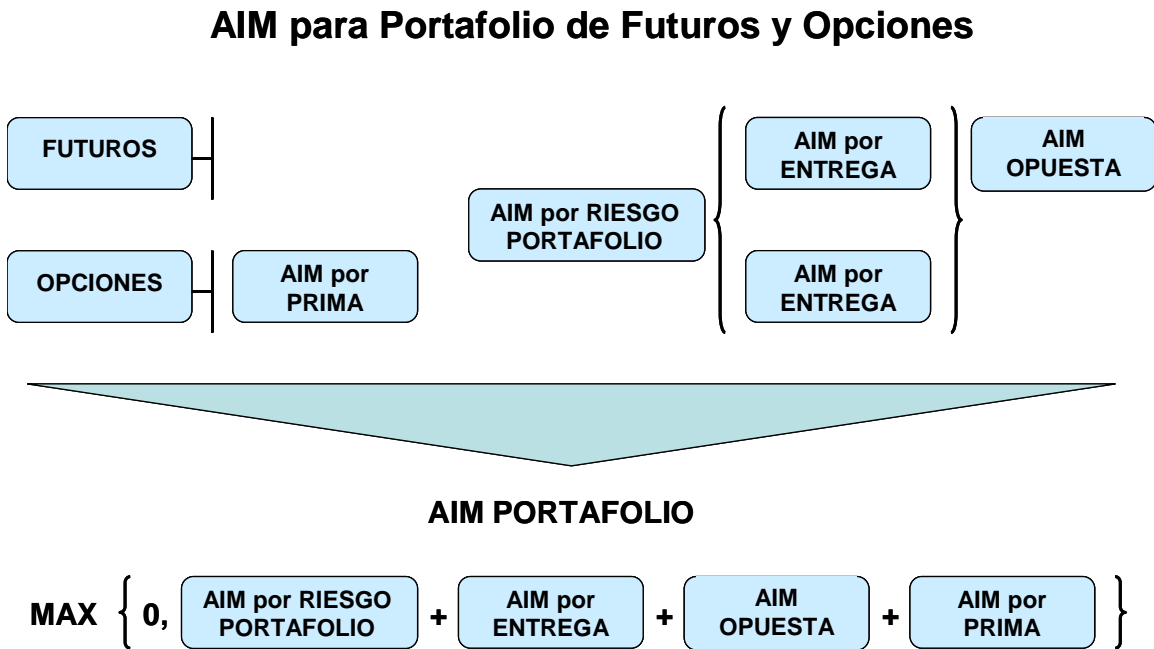
$\varphi_{i,j}$  = Parámetro de margen por prima de la opción correspondiente al

subyacente  $i$  y serie  $j$ .

$O_{i,j}$  = Posición neta de la opción correspondiente al subyacente  $i$  y serie  $j$ .

### 1.5 AIM para Portafolio de Futuros y Opciones

La marginal para un portafolio integrado por futuros y opciones, suma la marginal por prima, la marginal por entrega y la marginal opuesta de cada grupo clase o grupo producto. Sin embargo, para la marginal por riesgo tenemos que tomar en cuenta que las opciones son producto no lineales en su precio y en este caso las peores pérdidas en una simulación no necesariamente son los extremos de los precios simulados.



Cuadro 1.5.1 Fuente: Asigna, Compensación y Liquidación

Al calcular la AIM por riesgo para un portafolio integrado por futuros y opciones con diferentes activos subyacentes se tiene que tomar en consideración la correlación existente entre los distintos activos subyacentes. El modelo de la marginación considera esta correlación determinando si el grupo clase es parte de algún grupo producto. Dado el caso, cada uno de los escenarios simulados

por AIM por riesgo que representen un crédito (signo negativo) es multiplicado por un factor de correlación, previamente calculado por la cámara de compensación. Este factor es utilizado dado que no se desea usar todo el crédito, indicando una correlación total. A continuación se muestra el cálculo de la AIM por riesgo para un grupo producto.

$$AIMP = \left\{ \text{Max} \left\{ \sum_{i=1}^n (\varphi_{i,j}^{+zu/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j}, \sum_{i=1}^n (\varphi_{i,j}^{-zu/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j} \right\} \right\} \quad (1.5.1)$$

En donde,

$AIMP$  = Margen por Riesgo del Grupo Producto.

$(\varphi_{i,j}^{+zu/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j}$  = Peores (mejores) escenarios a la alza por Grupo

Clase.

$(\varphi_{i,j}^{-zu/5} - \varphi_{i,j}) \times O_{i,j}$  = Peores (mejores) escenarios a la baja por Grupo

Clase.

Como se expuso en este primer capítulo, el objetivo de todo modelo de marginación de un portafolio de futuros y opciones es cubrir a la cámara de compensación de las pérdidas derivadas ante los movimientos extremos en los precios de los activos subyacentes en un intervalo de tiempo dado. Todo esto, considerando las correlaciones existentes entre los distintos instrumentos que conforman el portafolio.

Cada uno de ellos, en esencia consideran el costo de liquidar un portafolio a precios de mercado, el costo de liquidar un portafolio ante movimientos extremos en los activos subyacentes, la correlación existente entre los futuros y opciones con el mismo activo subyacente y/o la correlación existente entre los futuros y opciones con distintos activos subyacentes. Además, según sea el caso, consideran un margen por entrega (en caso de que la entrega del subyacente

sea en especie), así como una marginal para las opciones cortas fuera del dinero.

Es importante resaltar el papel que juega el parámetro de Variación Máxima Esperada (VME), específicamente en el modelo TIMS, ya que como hemos visto es de real importancia. Esto se debe a que es el parámetro que toma en cuenta el principal objetivo de éste y en general el de los modelos de marginación: las fluctuaciones en los precios de los activos subyacentes.

Considerando la importancia de la Variación Máxima Esperada (VME) en los modelos de marginación, en el siguiente capítulo profundizaremos en los cálculos para estimarla, tomando en cuenta los modelos utilizados por la Cámara de Compensación y Liquidación del Mercado Mexicano de Derivados.

## 2 Modelos para el cálculo de la Variación Máxima Esperada (VME)

El objetivo de este capítulo, es proporcionar las metodologías para el cálculo de la Variación Máxima Esperada (VME) utilizadas por Asigna, Compensación y Liquidación.

Para medir el riesgo, uno tiene que definir en principio la variable de interés, que en nuestro caso son los activos subyacentes de los contratos listados en el MexDer. Los riesgos financieros son creados por los efectos de los factores financieros de los activos subyacentes.

Las pérdidas pueden ocurrir mediante la combinación de dos factores: la volatilidad de la variable financiera subyacente y la exposición a esta fuente de riesgo. El Value at Risk (VaR) combina el efecto de la volatilidad subyacente y la exposición al riesgo financiero.

La volatilidad ocurre por un largo e inesperado cambio en los precios, ya sea positivo o negativo. Este trato simétrico es lógico porque los inversionistas en el mercado traen consigo posiciones cortas o largas, domésticas o foráneas. La volatilidad de los mercados financieros crean riesgos y oportunidades que deben ser medidas y manejadas.

El riesgo puede ser medido como la dispersión de los posibles resultados. Una distribución ancha indica mayor riesgo que una distribución estrecha. En general, el riesgo puede ser medido por los cuantiles (o también llamados percentiles) de la distribución, los cuales son definidos como los valores  $q$  en donde el área de la derecha (o izquierda) representa una probabilidad dada  $c$ .

$$c = \text{prob}(X \geq q) = \int_q^{+\infty} f(x)dx = 1 - F(q) \quad (2.1)$$



Suponga que se tiene una posición en un instrumento financiero del cual tenemos precios históricos  $P_t$  dentro de un periodo de tiempo  $t = 1, \dots, T$ . Como administradores de riesgos queremos tener una medida cuantitativa en un determinado tiempo. Por ello, estos precios los transformamos en una variable aleatoria cuya distribución esperamos sea estacionaria (lo que quiere decir que los parámetros son estables a través del tiempo y pueden ser inferidos de datos históricos).

## **2.1 Supuesto de Normalidad**

Los resultados teóricos más conocidos se han obtenido bajo la hipótesis de normalidad. Es por ello, que el concepto de distribución normal ha sido esencial para el desarrollo de la teoría financiera y económica. El supuesto de que el precio de un activo financiero sigue una distribución log-normal, o bien, que sus rendimientos son normales es bastante común, además por simplicidad de los cálculos.

Existe un consenso en el mundo académico en el sentido de que los precios de las acciones en los mercados organizados se comportan de acuerdo a una caminata aleatoria, es decir, que el precio de una acción al día de hoy es independiente de los precios observados en días anteriores y que, por tanto, los mercados no tienen memoria y no son predecibles. Ésta es la base para considerar que el supuesto de normalidad en los rendimientos de los precios de los instrumentos financieros es un supuesto razonable, aunque existen evidencias considerables de que movimientos extremos ocurren mayormente que aquellos con distribución normal.

A continuación se modela el comportamiento de los rendimientos de un activo financiero. Considere pues un registro histórico de los precios diarios de un activo financiero.

$$r_t = \left( \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \right) \quad (2.1.1)$$

Donde,

$r_t$  = Rendimiento en el periodo  $t$ .

$P_t$  = Precio de la serie del activo subyacente del día  $t$ .

$P_{t-1}$  = Precio de la serie del activo subyacente del día  $t-1$ .

En donde el rendimiento del activo financiero es el cambio de valor que registra en un periodo de tiempo (a un día) con respecto a su valor inicial. El valor medio de los rendimientos del activo está dado por:

$$\mu = \left( \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N r_t \right) \quad (2.1.2)$$

Y la varianza en un periodo de tiempo de los rendimientos del activo es:

$$\sigma^2 = \left( \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N (r_t - \mu)^2 \right) \quad (2.1.3)$$

Si se estandarizan los rendimientos  $\tilde{R}_t = (r_t - \mu)/\sigma$  y el histograma de frecuencias de  $\tilde{R}_t$  coincide con la función densidad de una variable aleatoria  $\varepsilon \sim N(0,1)$ , entonces los rendimientos tienen una distribución normal con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ .

$$\left( \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \right) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N r_t + \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=0}^N (r_t - \mu)^2} \varepsilon = \mu + \sqrt{\sigma^2} \varepsilon \quad (2.1.4)$$

Donde  $\varepsilon \sim N(0,1)$ . Además,

$$E\left[\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}\right] = \mu \quad (2.1.5)$$

$$Var\left[\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}\right] = \sigma^2 \quad (2.1.6)$$

Si  $\Delta t$  denota una unidad de tiempo que separa a las observaciones  $P_t, t = 1, 2, \dots, N$ , se tiene que

$$\left(\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}\right) = \mu\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\varepsilon, \quad (2.1.7)$$

Donde  $\varepsilon \sim N(0,1)$ . Equivalentemente,

$$\frac{\Delta P_t}{P_{t-1}} = \mu\Delta t + \sigma\Delta W_t, \quad (2.1.8)$$

Donde  $\Delta W_t \sim N(0, \Delta t)$ , es decir,  $\Delta W_t$  es normal con  $E[\Delta W_t] = 0$  y  $Var[\Delta W_t] = \Delta t$ . Si se supone ahora que  $\Delta t$  se hace cada vez más y más pequeño, entonces el límite se tiene que,

$$\frac{dP_t}{P_t} = \mu dt + \sigma dW_t, \quad (2.1.9)$$

Donde  $dW_t \sim N(0, dt)$ . En este caso, se dice que  $\mu$  es el rendimiento medio esperado y  $\sigma$  es la volatilidad del activo en cuestión. La variable aleatoria  $dW_t$  modela las fluctuaciones en los rendimientos que se observan día a día. Ahora observe que  $P_t$  es función de la variable continua  $t$ . Se dice, en este caso, que el

precio  $P_t$  del activo sigue un movimiento geométrico Browniano<sup>19</sup>, o bien, que el precio  $P_t$  es log-normal.

Los precios de los activos comienzan en valores diferentes de cero y no pueden ser normales ya que éstos son positivos. Además tienen incrementos con medias diferentes de cero, varianzas que no son proporcionales al tiempo y covarianzas diferentes de cero. El movimiento geométrico Browniano se obtiene por una transformación exponencial del movimiento Browniano estándar. Específicamente, si  $W_t$  es un movimiento Browniano estándar,  $\mu$  es una constante (tendencia),  $\sigma$  es una constante positiva (volatilidad) y  $P_t$  es un precio inicial conocido.

$$P_t = P_0 \exp\left\{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t\right\} \quad (2.1.10)$$

Es llamado movimiento geométrico Browniano. A continuación se muestra la media  $\mu$  y varianza  $\sigma$  de un precio log-normal, respectivamente.

$$\mu = \varepsilon - \sigma\sqrt{T-t} \quad (2.1.11)$$

$$\sigma^2(P_t) = E(P_t^2) - E[(P_t^2)]^2 = P_t^2 e^{2\mu(T-t)} (e^{\sigma^2(T-t)} - 1) \quad (2.1.12)$$

## 2.2 Método Histórico

El método de simulación histórica es una aproximación paramétrica en la que no hace una suposición específica acerca de la distribución de los factores de riesgos.

---

<sup>19</sup> El proceso de un movimiento geométrico Browniano fue introducido por primera vez por Paul Samuelson en 1965. Samuelson lo llamó movimiento económico Browniano pero el nombre de movimiento geométrico Browniano a tenido mayor aceptación, ya que es una versión continua y estocástica del crecimiento geométrico.

El método utilizado por Asigna, Compensación y Liquidación<sup>20</sup> toma en consideración los precios diarios de la serie del activo subyacente<sup>21</sup> y calcula las pérdidas y ganancias diarias.

$$\Pi_t = P_t - P_{t-1} \quad (2.2.1)$$

Donde,

$P_t$  = Precio de la serie del activo subyacente del día  $t$ .

$P_{t-1}$  = Precio de la serie del activo subyacente del día  $t - 1$ .

Para determinar la VME de una posición larga del activo subyacente, se toma en consideración el percentil 1% ( $q = 0.01$ ).

$$VaR_t^{PL}(\alpha) = F^{-1}(\alpha)\Pi_t, \text{ siendo } \alpha = 0.99 \quad (2.2.2)$$

Donde  $F^{-1}(\alpha)\Pi_t$  es el  $q^{th}$  cuantil ( $q = 1 - \alpha$ ) de la distribución de la muestra.

De igual forma, se calcula la VME de una posición corta del activo subyacente pero ahora considerando el percentil al 99% ( $q = 0.99$ ).

$$VaR_t^{PL}(\alpha) = F^{-1}(\alpha)\Pi_t, \text{ siendo } \alpha = 0.01 \quad (2.2.3)$$

Donde  $F^{-1}(\alpha)\Pi_t$  es el  $q^{th}$  cuantil ( $q = 1 - \alpha$ ) de la distribución de la muestra.

---

<sup>20</sup> Existen varias formas de calcular el Value-At-Risk por el método histórico, entre ellos se encuentran el cálculo por crecimientos absolutos, logarítmicos y relativos; la metodología de bootstrapping, entre otras.

<sup>21</sup> Se toman las observaciones, con un mínimo de 250 observaciones (1 año) y máximo 500 observaciones (2 años).

Finalmente, para determinar la VME del activo subyacente será la pérdida máxima entre ambas.

$$VME = \text{Max}\{VaR_t^{PL}(0.99), VaR_t^{PL}(0.0.1)\} \quad (2.2.4)$$

Para determinar la Aportación Inicial Mínima (AIM) para el contrato de un futuro basta con multiplicar la Variación Máxima Esperada (VME) por el tamaño del contrato de futuros, es decir, el numero de activos subyacentes que amparan un contrato de futuro.

Aunque la metodología de simulación histórica no asume ninguna distribución en específico, es necesaria la hipótesis de que los rendimientos, o como es el caso, las pérdidas y ganancias, sean i.i.d. (independientes e idénticamente distribuidas) exigiéndose pues que la distribución permanezca estable a lo largo del tiempo. De este supuesto se derivan varios problemas, primeramente la distribución de las pérdidas y ganancias tengan la misma distribución (en la que por razones de simplicidad, se asume una distribución normal). En segundo lugar, es el tamaño de la muestra ya que los datos históricos deben de ser suficientemente grandes para poder hacer una inferencia estadística significativa pero teniendo el cuidado de que la muestra no sea tan grande porque se corre el riesgo de tomar en cuenta observaciones no relevantes.

### **2.3 Método Paramétrico**

El Método Paramétrico es llamado "*Paramétrico*" porque involucra la estimación de parámetros para su cálculo, como lo es la desviación estándar (volatilidad), en vez de solamente leer el cuantil de una distribución empírica.

Bajo el supuesto de normalidad y media de rendimientos igual a cero, el modelo Paramétrico que determina el VaR de una posición de un activo financiero es el siguiente:

$$VaR = Z \times P \times \sigma \times \sqrt{t} \quad (2.3.1)$$

Donde,

$Z$  = Nivel de confianza.

$P$  = Precio del activo subyacente.

$\sigma$  = Volatilidad diaria de los rendimientos del activo subyacente.

$\sqrt{t}$  = Horizonte de tiempo.

En Asigna, compensación y Liquidación se toma en consideración los precios de liquidación o precios teóricos de cada una de las series del activo subyacente de los rendimientos diarios del activo subyacente<sup>22</sup> tomando en cuenta la serie de precios diarios de estos.

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (2.3.2)$$

Donde,

$r_t$  = Rendimiento en el periodo  $t$ .

$P_t$  = Precio de la serie del activo subyacente del día  $t$ .

$P_{t-1}$  = Precio de la serie del activo subyacente del día  $t-1$ .

Posteriormente se realiza una transformación con el objetivo de obtener rendimientos absolutos además de otorgar mayor peso a las últimas

---

<sup>22</sup> Se toman las observaciones, con un mínimo de 250 observaciones (1 año) y máximo 500 observaciones (2 años).

observaciones a través del factor lambda o decay<sup>23</sup>. Empecemos con las transformaciones absolutas.

$$R_t = (r_t)^2 \quad (2.3.3)$$

Donde,

$R_t$  = Rendimiento en el periodo  $t$ .

$r_t$  = Rendimiento en el periodo  $t$ .

Ahora continuamos con la segunda parte de esta transformación, en donde se toma una mayor importancia a las observaciones más recientes.

$$R_t = (R_{t-1}) * (\lambda) + (r_t)^2 * (1 - \lambda) \quad (2.3.4)$$

Donde,

$R_t$  = Rendimiento en el periodo  $t$ .

$R_{t-1}$  = Rendimiento en el periodo  $t - 1$ .

$r_t$  = Rendimiento en el periodo  $t$ .

$\alpha$  = Factor decay o lambda.

A continuación se calcula la Variación Máxima Esperada a un nivel de confianza del 99% para cada precio de la serie.

$$VaR_t = \sqrt{R_t} \times Z \times P_t \times \sqrt{t} \quad (2.3.5)$$

---

<sup>23</sup> Mas adelante se explicará la metodología que utiliza Asigna, Compensación y Liquidación para estimar este parámetro.



Donde,

$VaR_t$  = Variación Máxima Esperada calculada para cada  $R_t$ .

$R_t$  = Rendimiento transformado en el tiempo  $t$ .

$Z$  = Nivel de confianza al 99% equivalente a 3.5 desviaciones estándar.

$P_t$  = Precio del activo subyacente en el tiempo  $t$ .

$\sqrt{t}$  = Horizonte de tiempo a un día, es decir,  $\sqrt{t} = \sqrt{1}$ .

Se considera como la Variación Máxima Esperada al  $VaR_t$  correspondiente a la fecha del cálculo porque esta incorpora la historia de los cambios de toda la serie.

Para determinar la Aportación Inicial Mínima (AIM) para el contrato de un futuro basta con multiplicar la Variación Máxima Esperada (VME) por el tamaño del contrato de futuros, es decir, el número de activos subyacentes que amparan un contrato de futuro.

En el método paramétrico, el parámetro a estimar es la volatilidad y para ello se utilizan los métodos de volatilidad histórica, volatilidad dinámica o con suavizamiento exponencial, así como los modelos Autorregresivos con Heterocedasticidad Condicional (volatilidad estimada).

Para el cálculo de la volatilidad histórica, se calcula la desviación estándar de los rendimientos del activo subyacente:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (r_t - \bar{r})^2} \quad (2.3.6)$$

$\sigma_H$  = Volatilidad histórica.

$n$  = Número de observaciones.

$r_t$  = Rendimiento del activo subyacente en el tiempo  $t$ ,  $r_t = \text{Ln}\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ .

$\bar{r}$  = Media de rendimientos del activo subyacente.

La volatilidad dinámica o con suavizamiento exponencial confiere mayor peso a las últimas y más recientes observaciones que a las primeras o más alejadas en el tiempo, con el objetivo de capturar el comportamiento de la volatilidad. La principal ventaja que representa la volatilidad dinámica es que capta rápidamente fuertes variaciones de precios en los mercados gracias a su ponderación.

Supóngase que la media de los rendimientos es igual a cero, como se vio anteriormente, la volatilidad histórica es como sigue:

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^T r_{t-i}^2 \quad (2.3.7)$$

Asignamos al cuadrado de los rendimientos un peso específico  $w$ .

$$\sigma_t^2 = \sum_{i=0}^T w_i r_{t-i}^2 \quad (2.3.8)$$

Si hacemos que  $w_i = \lambda^{i-1}(1-\lambda)$  donde  $0 < \lambda < 1$  entonces tendremos la siguiente expresión:

$$\sigma_t = \sqrt{(1-\lambda) \sum_{i=1}^n \lambda^{i-1} r_{t-i}^2}, \text{ donde } 0 < \lambda < 1 \quad (2.3.9)$$

El parámetro  $\lambda$ , conocido como *factor de decaimiento (decay factor)*, determina los pesos que se aplican a las observaciones y la cantidad efectiva de datos que se utilizarán para estimar la volatilidad. Entre mas pequeño es  $\lambda$ , mayor peso

tienen los datos mas recientes. Otra característica importante de la volatilidad dinámica es que puede ser expresada en forma recursiva<sup>24</sup>.

Para determinar una  $\lambda$  óptima que minimice el error pronosticado de la varianza, se utiliza el método RMSE (Root Mean Squared Error) que esta dado por:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [r_{t+1}^2 - \sigma_{t+1}^2(\lambda)]^2} \quad (2.3.10)$$

La estimación para el factor  $\lambda$  se basa en encontrar el menor RMSE para diferentes valores de  $\lambda$ , es decir, se busca el factor decaimiento que produzca la mejor estimación (que minimice la medida del pronóstico).

Los modelos Arch (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)<sup>25</sup> y Garch (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)<sup>26</sup>, son una de las técnicas más utilizadas para modelar y estimar la volatilidad ya que captura en gran medida la heterocedasticidad<sup>27</sup>.

El proceso Garch( $p, q$ ) esta dado por:

$$\varepsilon_t / \psi_{t-1} \sim N(0, h_t), \quad (2.3.11)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} = \alpha_0 + A(L)\varepsilon^2 + \beta(L)h_t \quad (2.3.12)$$

<sup>24</sup> La volatilidad dinámica o exponencial es un caso particular del modelo Garch (1,1).

<sup>25</sup> Engle Robert, "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity With Estimates of the Variance of U.K. Inflation" *Econometrica* 50 (1982): 987-1008.

<sup>26</sup> Introducida por Bollerslev Tim, "Generalized autorregresive conditional heteroskedasticity", *Journal of econometrics* April 1986, 31: 307-327

<sup>27</sup> La volatilidad muestra períodos turbulentos, con cambios bruscos, seguidos por otros períodos de calma con apenas fluctuaciones.

En donde  $p \geq 0$ ,  $q > 0$ ,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, q$ , y  $\beta_i \geq 0, i = 1, \dots, p$ . Si  $p = 0$  el proceso se reduce a un Arch( $q$ ) y si  $p = q = 0$  entonces  $\varepsilon_t$  es ruido blanco. En el Arch( $q$ ) la varianza condicional está especificada como una función lineal de las varianzas pasadas únicamente, mientras que el Garch( $p, q$ ) permite que en la función entren también valores rezagados de las varianzas condicionales. Engle (1987)<sup>28</sup> proponen una extensión del modelo Garch donde la media condicional es una función explícita de la varianza condicional. Este modelo es conocido como Garch-M. Los rendimientos de los mercados accionarios pueden ser modelados por un Garch( $p, q$ )-M como a continuación se denota:

$$Y_t = u_t + \delta_t h_t^{1/2} + \varepsilon_t \quad (2.3.13)$$

$$\varepsilon_t / \psi_{t-1} \sim N(0, h_t), \quad (2.3.14)$$

$$h_t = \omega + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} + \sum_{j=1}^q \alpha_j (\varepsilon_{t-j})^2 \quad (2.3.15)$$

Donde  $Y_t$  es el rendimiento de las acciones,  $u_t$  es la media condicional a la información pasada  $\psi_{t-1}$  y las siguientes restricciones de desigualdad  $\omega > 0$ ,  $\alpha_j \geq 0$ , y  $\beta_j \geq 0$  son impuestas para asegurar que la varianza condicional  $h_t$  sea positiva. La presencia de  $h_t^{1/2}$  es un indicador del nivel de volatilidad.

## 2.4 Método Monte Carlo

El método Monte Carlo es un método paramétrico en el cual se crean escenarios de precios o rendimientos de un activo<sup>29</sup> mediante la generación de números

<sup>28</sup> Engle Robert; David Liline; Russell Robins; "Estimating time varying risk premia in the term structure: The Arch-M model" *Econometrica*, March 1987, Vol 55 pp, 391-407

<sup>29</sup> En este caso se generan precios o rendimientos del activo subyacente.

pseudo-aleatorios de las distribuciones paramétricas estimadas (distribución normal)<sup>30</sup>.

Por su flexibilidad, el método Monte Carlo es la aproximación más poderosa del Value-At-Risk, sin embargo envuelve un alto costo de implementación y procesamiento computacional. A continuación se explica el procedimiento que lleva a cabo Asigna, Compensación y Liquidación para el Método de Monte Carlo.

Tomando en cuenta los precios de liquidación o los precios teóricos de la serie del activo subyacente<sup>31</sup> se da paso a calcular los rendimientos.

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (2.4.1)$$

Donde,

$r_t$  = Rendimiento en el periodo  $t$ .

$P_t$  = Precio de la serie del activo subyacente del día  $t$ .

$P_{t-1}$  = Precio de la serie del activo subyacente del día  $t-1$ .

Posteriormente se define la matriz de rendimientos y el vector de lambdas ( $\lambda$ ).

Sea

$$R_{n \times m} \quad (2.4.2)$$

La matriz de rendimientos de tamaño  $n \times m$  en donde

---

<sup>30</sup> Alternativamente, los precios o rendimientos pueden ser generados a través de un muestreo (con reemplazo) de los datos históricos existentes por medio de la técnica de bootstrapping.

<sup>31</sup> Se toman las observaciones, con un mínimo de 250 observaciones (1 año) y máximo 500 observaciones (2 años).

$n$  = Número de datos de la serie de rendimientos.

$m$  = Número de componentes considerados para el cálculo del precio futuro.

En cuanto al vector de lambdas ( $\lambda_{n \times 1}$ ) se tiene que a cada rendimiento le corresponde un factor de decaimiento,  $\lambda_1 = (1-\lambda)(\lambda)^n$ ,  $\lambda_2 = (1-\lambda)(\lambda)^{n-1}$ , ...,  $\lambda_n = (1-\lambda)(\lambda)^{n-(n-1)}$  tal que  $\sum_i^n \lambda_i = 1$ .

Ahora corresponde calcular la matriz de correlaciones y de varianza-covarianza.

Matriz de Correlaciones

$$\rho_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} r_t^x r_t^y \lambda_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} (r_t^x \lambda_i) r_t^x} \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} (r_t^y \lambda_i) r_t^y}} \quad (2.4.3)$$

Donde,

$\rho_{xy}$  = Nivel de correlación asociado a  $xy$ .

$r_t$  = Rendimiento del contrato de Futuro, del activo subyacente o del factor de riesgo.

$\lambda$  = Factor de decaimiento o lambda.

Matriz de Varianza-Covarianza

$$CoV = \left[ \frac{1}{n} \sum (r_{it} - \bar{r}_{it})(r_{jt} - \bar{r}_{jt}) \right] \times \lambda \quad (2.4.4)$$

Donde,

$CoV$  = Nivel de correlación asociado a  $xy$ .

$r_{it}$  = Rendimiento del activo  $i$  en el tiempo  $t$ .

$r_{jt}$  = Rendimiento del activo  $j$  en el tiempo  $t$ .

$\bar{r}_{it}$  = Rendimiento medio del activo  $i$  en el tiempo  $t$ .

$\bar{r}_{jt}$  = Rendimiento medio del activo  $j$  en el tiempo  $t$ .

$\lambda$  = Factor de decaimiento o lambda.

Posteriormente se determina el vector de descomposición de varianza de Cholesky ( $K$ )<sup>32</sup>.

Teniendo todo lo anterior, seguimos con la obtención de la Matriz de Simulaciones con tamaño  $s \times m$  ( $S_{s \times m}$ ), en donde  $s$  es el número de simulaciones y  $m$  el número de componentes involucrados en el cálculo (variables de riesgo). Generando valores pseudo-aleatorios con distribución normal  $N(0,1)$  obtenida a través de la transformación de Box-Muller<sup>33</sup>, tal que en cada entrada de la matriz este dada por este número obtenido.

Posteriormente la matriz de simulaciones ( $S_{s \times m}$ ) es multiplicada por la matriz de descomposición de Cholesky ( $K$ ), para obtener simulaciones preliminares de precios y de factores de riesgo.

---

<sup>32</sup> La descomposición de Cholesky se usa comúnmente en el método de Monte Carlo para simular sistemas con variables múltiples correlacionadas: La matriz de correlación intra variables es descompuesta, para obtener la triangular inferior L. Aplicando ésta a un vector de ruidos simulados incorrelacionados, u produce un vector Lu con las propiedades de covarianza del sistema a ser modelado.

<sup>33</sup> Dado dos variables pseudo-aleatorios  $\xi_1$  y  $\xi_2$  distribuidos uniformemente entre cero y uno, tenemos que la transformación es

$$z_1 = \sqrt{-2 \ln \xi_1} \cos 2\pi \xi_2$$

$$z_2 = \sqrt{-2 \ln \xi_1} \sin 2\pi \xi_2$$

En donde  $z_1$  y  $z_2$  son dos números pseudo-aleatorios independientes con distribución normal estándar.

$$X_s = SK^T \quad (2.4.5)$$

En donde,

$X$  = Simulaciones preliminares de cada uno de los factores de riesgo del contrato de futuro.

$S$  = Matriz de simulaciones.

$K$  = Vector de descomposición de Cholesky.

Tomando en consideración los precios diarios de la serie del activo subyacente<sup>34</sup> y calcula las pérdidas y ganancias diarias.

$$\Pi_t = P_t - P_{t-1} \quad (2.4.6)$$

Donde,

$P_t$  = Precio de la serie del activo subyacente del día  $t$ .

$P_{t-1}$  = Precio de la serie del activo subyacente del día  $t - 1$ .

Para determinar la VME de una posición larga del activo subyacente, se toma en consideración el percentil 1% ( $q = 0.01$ ).

$$VaR_t^{PL}(\alpha) = F^{-1}(\alpha)\Pi_t, \text{ siendo } \alpha = 0.99 \quad (2.4.7)$$

Donde  $F^{-1}(\alpha)\Pi_t$  es el  $q^{th}$  cuantil ( $q = 1 - \alpha$ ) de la distribución de la muestra.

De igual forma, se calcula la VME de una posición corta del activo subyacente pero ahora considerando el percentil al 99% ( $q = 0.99$ ).

---

<sup>34</sup> Generalmente se toman las últimas 386 observaciones.



$$VaR_t^{PL}(\alpha) = F^{-1}(\alpha)\Pi_t, \text{ siendo } \alpha = 0.01 \quad (2.4.8)$$

Donde  $F^{-1}(\alpha)\Pi_t$  es el  $q^{th}$  cuantil ( $q = 1 - \alpha$ ) de la distribución de la muestra.

Finalmente, para determinar la VME del activo subyacente será la pérdida máxima entre ambas.

$$VME = \text{Max}\{VaR_t^{PL}(0.99), VaR_t^{PL}(0.0.1)\} \quad (2.4.9)$$

Para determinar la Aportación Inicial Mínima (AIM) para el contrato de un futuro basta con multiplicar la Variación Máxima Esperada (VME) por el tamaño del contrato de futuros, es decir, el numero de activos subyacentes que amparan un contrato de futuro.

## **2.5 Método de Intervalos de Volatilidad**

El método propio de la Cámara de Compensación y Liquidación del Mercado Mexicano de Derivados es mejor conocido como el método de *Intervalos de Volatilidad*.

Tomando en consideración los precios de liquidación o los precios teóricos de la serie del activo subyacente<sup>35</sup> se calcula los rendimientos diarios.

$$r_t = \text{In}\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (2.5.1)$$

Donde,

$r_t$  = Rendimiento en el periodo  $t$ .

---

<sup>35</sup> Se toman las observaciones, con un mínimo de 250 observaciones (1 año) y máximo 500 observaciones (2 años).

$P_t$  = Precio de la serie del activo subyacente del día  $t$ .

$P_{t-1}$  = Precio de la serie del activo subyacente del día  $t - 1$ .

Posteriormente se determina los promedios y la volatilidad histórica de los rendimientos del activo subyacente de los últimos 3, 6 y 9 meses.

### *Promedios*

$$\bar{\mu}_{3,t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i, \quad (2.5.2)$$

siendo  $n$  el numero de datos de los últimos 3 meses

$$\bar{\mu}_{6,t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i \quad (2.5.3)$$

siendo  $n$  el numero de datos de los últimos 6 meses

$$\bar{\mu}_{9,t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i \quad (2.5.4)$$

siendo  $n$  el numero de datos de los últimos 9 meses

Donde,

$\mu_{n,t}$  = Rendimiento promedio en el periodo  $t$ , para el precio futuro en el plazo  $n$ .

$r_t$  = Rendimiento en el periodo  $t$ .

### *Volatilidades*

$$\sigma_{3,t} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}, \quad (2.5.5)$$

siendo  $n$  el numero de datos de los últimos 3 meses

$$\sigma_{6,t} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2} \quad (2.5.6)$$

siendo  $n$  el numero de datos de los últimos 6 meses

$$\sigma_{9,t} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2} \quad (2.5.7)$$

siendo  $n$  el numero de datos de los últimos 9 meses

Donde,

$\sigma_{n,t}$  = Volatilidad en el periodo  $t$ , para el precio futuro en el plazo  $n$ .

$r_i$  = Rendimiento en el periodo  $t$ .

Una vez obtenida los promedios y la volatilidad se designa un intervalo de confianza del 99% para los plazos de 3, 6 y 9 meses.

$$\alpha_{n,t} = z \times \sigma_{n,t} \quad (2.5.8)$$

Donde,

$\alpha_{n,t}$  = Intervalo de volatilidad en el periodo  $t$  bajo un nivel de confianza en el plazo  $n$ .

$\sigma_{n,t}$  = Volatilidad en el periodo  $t$ , para el precio futuro en el plazo  $n$ .

$z$  = Intervalo de confianza con 3.5 desviaciones estándar.

Para determinar la Variación Máxima Esperada tenemos lo siguiente:

$$VME = \text{Max}\{\alpha_{1,t}, \alpha_{2,t}, \dots, \alpha_{n,t}\} \times P_t \quad (2.5.9)$$

Para determinar la Aportación Inicial Mínima (AIM) para el contrato de un futuro basta con multiplicar la Variación Máxima Esperada (VME) por el tamaño del contrato de futuros, es decir, el número de activos subyacentes que amparan un contrato de futuro.

## **2.6 Evaluación Empírica**

Así como se desarrollaron las metodologías utilizadas por Asigna, Compensación y Liquidación de forma teórica, en este subcapítulo aplicaremos dichas metodologías. Para ello, trabajaremos en concreto con los siguientes activos subyacentes de los contratos de futuros y opciones que cotizan en el Mercado Mexicano de Derivados<sup>36</sup>.

- ✓ **Dólar**, moneda de curso legal en los Estados Unidos de América.

El dólar es la moneda de curso legal de los Estados Unidos de América. El tipo de cambio es, por convención, siempre igual a 1. Este es el valor contra el que todos los demás tipos de cambio se miden. Los contratos de futuros y opciones listados en MexDer referenciados a este activo subyacente se muestran a continuación<sup>37</sup>:

- *Futuro sobre el Dólar de los Estados Unidos de América (DEUA).*
- *Opción sobre el Dólar de los Estados Unidos de América (DA).*

---

<sup>36</sup> Los datos históricos fueron tomados de Bloomberg.

<sup>37</sup> Sus descripciones se presentan en el Anexo 1, respectivamente.

✓ **Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores S.A. de C.V. (BMV)**

El IPC es el principal indicador del comportamiento del mercado accionario de la BMV, en donde su principal objetivo es el constituirse como un indicador altamente representativo y confiable del mercado accionario mexicano. El IPC expresa el rendimiento del mercado accionario mexicano tomando como referencia las variaciones de precios de una muestra balanceada, ponderada y representativa del total de los títulos accionarios cotizados en la BMV.

La muestra se revisa anualmente y se integra por alrededor de 35 emisoras de distintos sectores de la economía. El criterio de selección para formar parte de la muestra del IPC depende de tres factores: Bursatilidad (alta y media), valor de capitalización y restricciones adicionales.

El IPC es calculado por capitalización de mercado. Pondera la participación de cada una de las empresas que comprende la muestra con base en el valor total de mercado de sus acciones en circulación. La mecánica de cálculo, y ajuste por derechos, es definida por BMV. Este índice es actualizado en tiempo real.

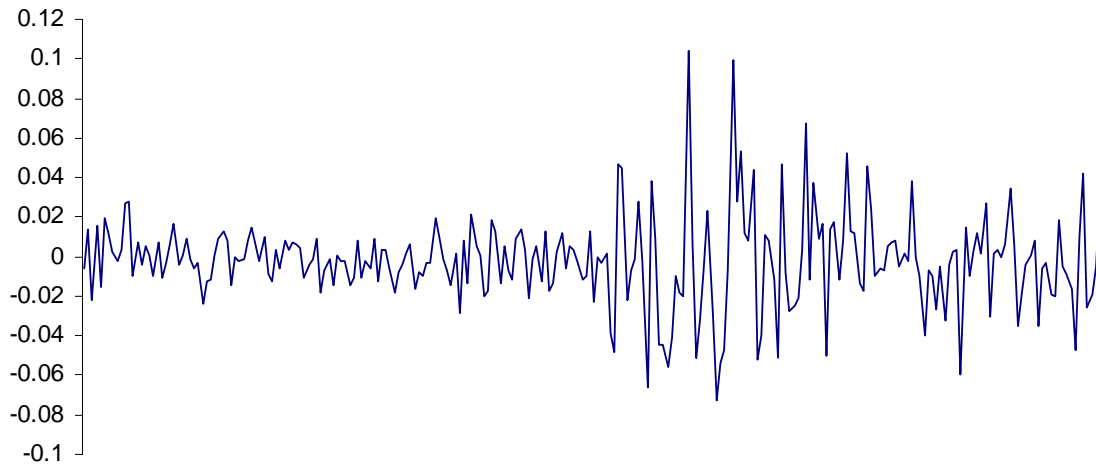
El contrato futuro listado en MexDer referenciado al Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) es el siguiente<sup>38</sup>:

- *Futuro sobre el Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores S.A. de C.V. (IPC).*

---

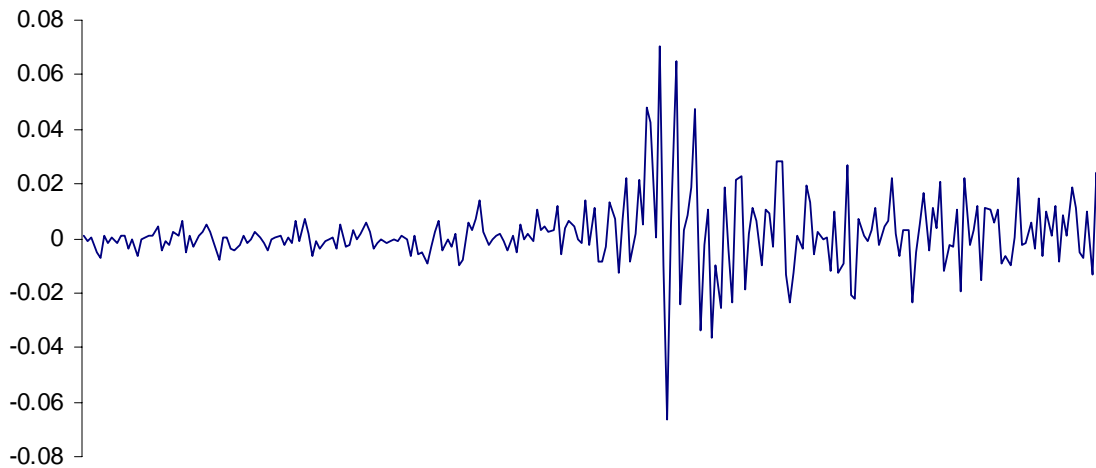
<sup>38</sup> Sus descripciones se presentan en el Anexo 2, respectivamente.

## IPC



**Figura 2.6.1** Rendimientos del Índice de Precios y Cotizaciones.  
(11/03/2008-10/03/2009)

## Dólar estadounidense



**Figura 2.6.2** Rendimientos del Dólar estadounidense.  
(25/03/2008-10/03/2009)

Los resultados de las metodologías actualmente utilizadas por la Cámara de Compensación y Liquidación del MexDer para el cálculo de la VME al 10 de marzo de 2009 son los siguientes para el IPC y dólar estadounidense, respectivamente.

### Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)

| Histórico | Paramétrico | Monte Carlo | Int. Vol. |
|-----------|-------------|-------------|-----------|
| 2,179.99  | 1,568.85    | 2,005.52    | 1,712.74  |

**Tabla 2.6.1** Variación Máxima Esperada (VME) al 10 de marzo de 2009.

### Dólar estadounidense

| Histórico | Paramétrico | Monte Carlo | Int. Vol. |
|-----------|-------------|-------------|-----------|
| 0.89527   | 0.74493     | 0.96189     | 0.87130   |

**Tabla 2.6.2** Variación Máxima Esperada (VME) al 10 de marzo de 2009.

Como podemos observar en el resumen anterior, la metodología de Intervalos de Volatilidad es mayor al método Paramétrico ya que siempre toma la mayor volatilidad estimada. También observamos que el Método Histórico es una de las estimaciones más altas junto con el método de Monte Carlo.

### **3 Metodologías no normales para el cálculo de la VME**

Las propiedades estadísticas de los precios de acciones, commodities, divisas, índices de mercado, y en general de los instrumentos financieros, han sido estudiadas utilizando datos de varios mercados e instrumentos por muchos años. La disponibilidad de estos datos y los métodos computacionales han permitido el análisis de sus propiedades, lo cual a abierto un nuevo horizonte de investigación contribuyendo a nuevas aproximaciones en el modelaje financiero así como generando nuevos retos.

A principios de 1960, Mandelbrot señaló la insuficiencia de la distribución normal para modelar la distribución marginal en los rendimientos de los activos financieros, así como la propiedad de colas pesadas. Desde entonces, la característica de no normalidad en la distribución de los precios y rendimientos de los activos financieros ha sido estudiada en varios mercados del mundo. En resumen, diferentes estudios e investigaciones han concluido que la distribución de los precios y rendimientos de los activos financieros están lejos de ser normales. Además, concluyen que una de las características más importantes de los activos financieros, es su alta variabilidad, revelada por sus colas pesadas en la distribución y la probabilidad (no despreciable) de la aparición de movimientos violentos en los mercados.

El objetivo de este capítulo es proponer metodologías alternas para el cálculo de la Variación Máxima Esperada (VME) a las mencionadas en el capítulo anterior, las cuales se revisarán tanto teóricamente como en la práctica.

#### ***3.1 Prueba de Normalidad***

A continuación se hace una breve descripción de la prueba de normalidad que se utilizará en la evaluación empírica de los activos subyacentes IPC y dólar



estadounidense, así como de las medidas que nos sirven para medir el peso de las colas en la distribución.

La prueba estadística de **Jarque-Bera** es utilizada para probar si una serie de datos se distribuye normalmente. Esta prueba estadística mide la diferencia entre la asimetría y la curtosis de una serie para producir una prueba general de normalidad.

$$JB = \frac{N - k}{6} \left( S^2 + \frac{1}{4}(K - 3)^2 \right) \quad (3.1.1)$$

En donde,  $S$  representa la asimetría,  $K$  la curtosis y  $k$  es el número de coeficientes estimados usados para crear la serie de datos. De acuerdo con la hipótesis nula, de que las observaciones son independientes y normalmente distribuidas, el estadístico de Jarque-Bera se distribuye de acuerdo con la variable  $\chi^2$ , con dos grados de libertad en muestras grandes.

La **curtosis** de una variable aleatoria es una medida del espesor de los extremos de su curva de distribución, en relación con la distribución normal. La curtosis de una variable aleatoria normal es igual a 3. Si la curtosis es mayor a 3 indica que la distribución es leptocúrtica, es decir, que los extremos son “gordos”. Esto quiere decir que la distribución tiene una mayor masa de probabilidad en los extremos que la distribución normal. La curtosis se define de la siguiente manera:

$$K = \frac{E(y - \mu)^4}{\sigma^4} \quad (3.1.2)$$

La curtosis se estima a partir de una muestra de datos al sustituir las esperanzas matemáticas con los promedios muestrales.

$$\hat{K} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^4}{\sigma^4} \quad (3.1.3)$$

En cuanto a la **asimetría** o **sesgo** mide la cantidad de asimetría en una distribución. Si una distribución es simétrica, el sesgo vale cero. Cuanto mayor es el valor absoluto del estadístico de asimetría, más asimétrica es la distribución. Un valor positivo grande indica que el extremo o cola de la derecha es largo, y un valor negativo grande indica un extremo izquierdo largo. La asimetría se define en la población de la siguiente manera:

$$S = \frac{E(y - \mu)^3}{\sigma^3} \quad (3.1.4)$$

En donde  $\sigma = \sqrt{E(y - \mu)^2}$  y  $\mu = E(y)$ . La asimetría se estima partir de una muestra de datos reemplazando las expectativas matemáticas con los promedios muestrales, y así se obtiene

$$\hat{S} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^3}{\hat{\sigma}^3} \quad (3.1.5)$$

En donde

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad \text{y} \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (3.1.6)$$

### 3.2 Pruebas de Bondad de Ajuste

Una vez vistas teóricamente las pruebas de normalidad procedemos a revisar las siguientes pruebas de bondad de ajuste: Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling y la Chi-cuadrada, respectivamente.

#### *Kolmogorov-Smirnov*

Suponga que tiene una muestra aleatoria  $x_1, \dots, x_n$  de alguna distribución con una función densidad acumulada  $F(x)$ . La función densidad acumulada es denotada por,

$$F_n(x) = \frac{1}{n} [\text{Número de Observaciones} \leq x] \quad (3.2.1)$$

El estadístico de Kolmogorov-Smirnov  $D$  esta basado en la diferencia vertical más larga entre la función distribución acumulada teórica y empírica.

$$D = \max_{1 \leq i \leq n} \left( F(x_i) - \frac{i-1}{n}, \frac{i}{n} - F(x_i) \right) \quad (3.2.2)$$

Las pruebas de hipótesis son las siguientes:

- $H_0$  : Los datos siguen una distribución en específico.
- $H_1$  : Los datos no siguen una distribución en específico.

Si el estadístico  $D$  es mayor al valor crítico obtenido en la tabla, la hipótesis nula es rechazada a un nivel de confianza  $\alpha$  . Mientras que el valor  $p$  , calculado en

base a la prueba estadística, indica a qué nivel de confianza la hipótesis nula será aceptada.

### *Prueba de Anderson-Darling*

La prueba de Anderson-Darling compara el ajuste de una función de distribución acumulada observada con una función de distribución acumulada esperada. Esta prueba da un mayor peso a las colas que la prueba de Kolmogorov-Smirnov.

El estadístico de Anderson-Darling  $A^2$  es definido como,

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) \cdot [\text{Ln}F(X_i) + \text{Ln}(1-F(X_{n-i+1}))] \quad (3.2.3)$$

Las pruebas de hipótesis son las siguientes:

- $H_0$  : Los datos siguen una distribución en específico.
- $H_1$  : Los datos no siguen una distribución en específico.

A un nivel de confianza  $\alpha$ . Los valores críticos de la prueba de Anderson-Darling dependen de la distribución que se este probando.

### *Prueba Chi-cuadrada*

La prueba de Chi-cuadrada es aplicada a datos clasificados, por lo cual el valor de la prueba estadística depende de cómo los datos son clasificados (aplica solamente a muestras continuas). El paquete EasyFit utiliza la siguiente fórmula para clasificar un tamaño de muestra ( $N$ ).

$$k = 1 + \log_2 N \quad (3.2.4)$$

En donde los datos son agrupados en intervalos de igual probabilidad o la misma anchura. El estadístico de Chi-cuadrada es definido como,

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}, \quad (3.2.5)$$

En donde  $O_i$  es la frecuencia observada para la clase  $i$ , y  $E_i$  es la frecuencia esperada para la clase  $i$  calculada por,

$$E_i = F(x_2) - F(x_1) \quad (3.2.6)$$

Donde  $F$  es la función densidad acumulada que esta siendo probada, y  $x_1, x_2$  son los limites para la clase  $i$ .

Las pruebas de hipótesis son las siguientes:

- $H_0$  : Los datos siguen una distribución en específico.
- $H_1$  : Los datos no siguen una distribución en específico.

La hipótesis nula es rechazada a un nivel de confianza  $\alpha$  si la prueba estadística es mayor a un valor critico definido como,

$$\chi^2_{1-\alpha, k-1} \quad (3.2.7)$$

Significando la función densidad acumulada inversa de la Chi-cuadrada con  $k - 1$  grados de libertad y un nivel de confianza  $\alpha$ . El valor  $p$  calculado en base a la prueba estadística, indica a qué nivel de confianza la hipótesis nula será aceptada.

### **3.3 Metodologías No Normales**

En la práctica, los administradores de riesgos tienen que escoger de una cantidad de distribuciones y estimar los parámetros de dichas distribuciones de los datos reales. En esta sección se utilizarán distribuciones alternas a la normal para el cálculo de la Variación Máxima Esperada (VME).

En general, los reguladores insisten en estimar la pérdida máxima esperada a niveles de confianza altos para el riesgo de mercado tanto a las cámaras de compensación, bancos, casas de bolsa y cualquier otra institución financiera que este expuesta a este tipo de riesgo. Precisamente por esto, el bajo nivel de  $\alpha$  para el cuantil  $q = 1 - \alpha$  en donde nos interesa sobre todo estimar los eventos raros (utilizando VaR o no), es decir, lo que pasa en las colas de la distribución. En base a lo anterior y considerando las evidencias que en el caso de los rendimientos de los activos financieros presentan distribuciones con colas pesadas<sup>39</sup> nos da pauta a estudiar y aplicar a las distribuciones que consideren las colas: la Teoría de Valores Extremos (EVT).

#### **3.3.1 Teoría de Valores Extremos**

Como se definió anteriormente, la Variación Máxima Esperada (VME) es la posible máxima fluctuación a la alza o a la baja en el precio del activo subyacente para un horizonte de tiempo y considerando un nivel de confianza. La Teoría de Valores Extremos (EVT) se centra en el análisis de estas fluctuaciones, los extremos. Desde la publicación de Gnedenko (1943), en donde propuso su teorema célebre llamado “*Teorema de los Valores Extremos*”, y Gumbel (1958) sobre “*Estadística de los Extremos*”, se ha estudiado extensamente la teoría de los valores extremos.

---

<sup>39</sup> Cornew, Town and Crowson (1984); Venkateswaran, Brosen and Hall (1993); Cotter and McKillop (2000), Rama Cont (2000), entre otros.

El principal resultado de la Teoría de los Valores Extremos (EVT) se refiere a la distribución límite de la muestra extrema (máximo y mínimo). Supóngase que  $X = (X_1, \dots, X_n)$  es una secuencia de observaciones independientes e idénticamente distribuidas con una función de distribución  $F$ , no necesariamente conocida, y sea la muestra máxima denotada por  $M_n = \max\{X_1, \dots, X_n\}$ .

De acuerdo a ciertas suposiciones, distribuciones subexponenciales, la cola del máximo determina la suma de la cola como  $n \rightarrow \infty$ .

De manera general, la distribución generalizada de valores extremos (GEV) dada por  $H_\xi(x)$  describe la distribución límite de un adecuado máximo normalizado. La variable aleatoria  $X$  debe ser reemplazada por  $(X - \mu)/\beta$  para obtener una GEV estándar,

$$H_{\xi, \mu, \sigma}(x) = \begin{cases} \exp\left[-\left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\beta}\right)^{-1/\xi}\right] & \text{si } \xi = 0, 1 + \xi \frac{x - \mu}{\beta} > 0 \\ \exp\left[-\exp\left(-\frac{x - \mu}{\beta}\right)\right] & \text{si } \xi = 0 \end{cases}$$

En donde  $\mu$ ,  $\beta$  y  $\xi$  son los parámetros de ubicación, escala y de la forma de la función de la distribución, respectivamente.

Tres distribuciones estándar corresponden a diferentes valores de  $\xi$ , estas son: la distribución Gumbel cuando  $\xi \rightarrow 0$ ; la distribución de Fréchet si  $\xi > 0$  con  $\alpha = 1/\xi$ ; y la distribución de Weibull cuando  $\xi < 0$  con  $\alpha = -1/\xi$ .

En general, hay dos tipos principales para modelar valores extremos. Los modelos más viejos son los de *bloques máximos*; hay modelos para las observaciones largas obtenidas de muestras largas de observaciones idénticamente distribuidas. Un grupo más moderno son los modelos de picos sobre el umbral (POT), los cuales en general, son considerados los más usados para aplicaciones prácticas debido a su uso más eficiente de los datos sobre valores extremos. En este trabajo nos enfocaremos al uso del modelo de picos sobre el umbral (POT).

### 3.3.2 Modelo de picos sobre el umbral (POT)

En el modelo de picos sobre el umbral, se distinguen dos estilos de análisis: los modelos semi-paramétricos que son construidos a partir del estimador de Hill<sup>40</sup> y los modelos paramétricos basado en la distribución generalizada de Pareto (GPD). Ambos enfoques están teóricamente justificados y son útiles cuando son correctamente utilizados. Tomaremos los modelos basados en GPD por cuestiones de simplicidad.

Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  variables aleatorias idénticamente distribuidas con una función de distribución desconocida  $F(x) = P\{X_i \leq x\}$ . La distribución de valores que exceden un umbral  $u$ <sup>41</sup> preestablecido se define como:

$$F_u(y) = P\{X - u \leq y \mid X > u\}, \quad 0 \leq y < x_0 - u \quad (3.3.2.1)$$

En donde  $x_0 \leq \infty$  es el punto más a la derecha de  $F$ . La distribución de excesos  $F_u$  representa la probabilidad de que la pérdida exceda el umbral  $u$  a lo más en

<sup>40</sup> El método del Estimador de Hill, utiliza una aproximación a la función de densidad de probabilidad (pdf). Para mayor información consulte Beirlant et al 1996, Danielsson, Hartmann & de Vries 1997.

<sup>41</sup> Para escoger el umbral  $u$  se debe de tomar en cuenta que GPD esta diseñada para adaptarse a eventos extremos (a fin de no violar las bases del modelo), en donde debería de traducirse a un número limitado de tamaño de muestra. Además se debe de tomar muy en cuenta no elegir un número pequeño de observaciones ya que esto puede ocasionar a estimadores con alta varianza. Para mayor información consultar el libro “*Operational Risk, A Guide to Basel II Capital Requirements, Models, and Analysis*” de Chernobai, Rachev y Fabozzi.



una cantidad  $y$ , condicionado a la información de que la pérdida excedió el umbral. Podemos reescribirla en términos de la incondicional de  $F$  de la siguiente manera:

$$F_u(y) = \frac{F(y+u) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (3.3.2.2)$$

Un resultado fundamental de EVT es el teorema de convergencia de  $F_u(y)$ , en donde suponemos una función de distribución de los excedentes y se propone la distribución generalizada de Pareto (GPD).

$$\lim_{n \rightarrow x_0} \sup_{0 \leq y < x_0 - u} |F_u(y) - G_{\xi, \beta(u)}(y)| = 0$$

$$G_{\xi, \beta(u)}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\beta}\right)^{-1/\xi} & \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(\frac{-y}{\beta}\right) & \xi = 0 \end{cases} \quad (3.3.2.3)$$

en donde  $y \in \begin{cases} [0, \infty] & \text{si } \xi \geq 0 \\ \left[0, -\frac{\beta}{\xi}\right] & \text{si } \xi < 0 \end{cases}$  y  $\beta > 0$ .

Esta es la famosa distribución generalizada de Pareto (GPD) con dos parámetros, la cual para propósitos de administración de riesgos debe ser considerada con la misma importancia que la distribución normal. En medida que el umbral  $u$  va en aumento, la distribución de estos valores excedentes converge a una GPD.

$\xi$  representa el parámetro de forma de la distribución y  $\beta$  es un parámetro adicional de escala. Dado el caso en que  $\xi = 0$  corresponde a una distribución exponencial, en tanto  $\xi < 0$  corresponde a una distribución de Pareto de tipo II y cuando  $\xi > 0$  la función de distribución es una Pareto ordinaria.

El modelo de riesgo para  $X_i$  con distribución  $F$  asume que para cierta  $u$ , la distribución de excesos del umbral toma una distribución de GPD para algún  $\xi$  y  $\beta$ .

$$F_u(y) = G_{\xi, \beta}(y) \quad (3.3.2.4)$$

Contando con  $X_1, X_2, \dots, X_n$  y suponiendo una cantidad  $N_u$  de un total de observaciones las cuales exceden el umbral  $u$  y se ajustan a una GPD. En donde para estimar  $\xi$  y  $\beta$  dado un umbral  $u$  se utilizan modelos estadísticos, como por ejemplo el Modelo de Máxima Verosimilitud. Una vez estimado la distribución de excesos se procederá a estimar la distribución de las colas.

Utilizando (3.3.2.2) y (3.3.2.4) y considerando  $x = u + y$  podemos reescribir el modelo mediante la siguiente expresión:

$$F(x) = (1 - F(u))G_{\xi, \beta}(x - u) + F(u), \text{ para } x > u \quad (3.3.2.5)$$

Utilizando (3.3.2.5) se construye la distribución de las colas y para ello es necesario un estimador empírico  $F(u)$ , que en este caso el estimador es  $\frac{(n - N_u)}{n}$ . Reemplazando  $\frac{(n - N_u)}{n}$  en la fórmula (3.3.2.3) para GPD en (3.3.2.5) se obtiene el siguiente estimador:

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{N_u}{n} \left( 1 + \frac{\hat{\xi}(x-u)}{\hat{\beta}} \right)^{-1/\hat{\xi}} \quad (3.3.2.6)$$

Válido sólo para valores de  $x > u$ . En tanto la función densidad es la siguiente:

$$\hat{f}(x) = \left( \frac{N_u}{N} \right) \left( \frac{1}{\beta} \right) \left[ 1 + \frac{\hat{\xi}}{\hat{\beta}}(x-u) \right]^{-\left(\frac{1}{\hat{\xi}}\right)-1} \quad (3.3.2.7)$$

El resultado de la fórmula (3.3.2.6) es importante para el cálculo del Value At Risk ya que es utilizado para la medición de cuantiles de la distribución.

### 3.3.3 Valor en Riesgo con valores extremos

El método de valores extremos (EVT) es un método ya sea paramétrico o semi-paramétrico, en este trabajo utilizaremos el método paramétrico, que es utilizado para suavizar las colas de la función densidad. Esto permite la extrapolación de cuantiles a un mayor nivel de confianza e incrementa la precisión de las estimaciones del VaR.

Como se definió en el capítulo anterior, matemáticamente el Valor en Riesgo (Value At Risk) esta definido en términos de las pérdidas de la distribución  $F$ . En donde el VaR es el  $q^{th}$  cuantil de la distribución  $F$ ,

$$VaR_q = F^{-1}(q) \quad (3.3.3.1)$$

En donde  $F^{-1}$  es la inversa de  $F$ .

Para una probabilidad dada de  $q > F(u)$  e invirtiendo la fórmula de estimación de las colas (3.3.2.6) podemos calcular el VaR para valores extremos utilizando el

método de picos sobre el umbral con la distribución generalizada de Pareto (GPD).

$$VaR_q = u + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \left( \frac{n}{N_u} (1-q)^{-\hat{\xi}} - 1 \right) \quad (3.3.3.2)$$

### 3.3.4 Perdida Esperada Condicional

La Pérdida Espera Condicional (CVaR)<sup>42</sup> es una medida complementaria de riesgo del cuantil ya que es el valor esperado condicional en exceder dicho cuantil:

$$E(X | X < q) = \frac{\int_{-\infty}^q xf(x)dx}{\int_{-\infty}^q f(x)dx} \quad (3.3.4.1)$$

En otras palabras, no solo queremos conocer las posibles pérdidas que se tendrán en el percentil  $\alpha$  sino también el tamaño promedio de las pérdidas cuando excede el valor.

El CVaR es relacionado al VaR mediante la siguiente expresión:

$$CVaR_q = VaR_q + E[X - VaR_q | X > VaR_q] \quad (3.3.4.2)$$

En donde la segunda expresión es simplemente la media de la distribución de los excesos  $F_{VaR_q}(q)$  sobre el umbral. Si tomamos un umbral mayor,  $VaR_q$  para  $q > F(u)$ , entonces la distribución de excesos también corresponde a una GPD con el mismo parámetro de forma, pero diferente escala.

---

<sup>42</sup> Por sus siglas en Inglés, Conditional Value-At-Risk (CVaR). También conocido como Expected Shortfall o Expected Tail Loss (ETL).

$$F_{VaR_q}(y) = G_{\xi, \beta + \xi(VaR_q - u)}(y) \quad (3.3.4.3)$$

Mediante la media de la expresión anterior (3.3.4.3) podemos calcular la pérdida esperada condicional,

$$\frac{(\beta + \xi(VaR_q - u))}{(1 - \xi)}, \quad (3.3.4.4)$$

en donde  $\xi < 1$ . El CVaR puede ser expresado de la siguiente manera,

$$\frac{CVaR_q}{VaR_q} = \frac{1}{1 - \xi} + \frac{\beta - \xi u}{(1 - \xi)VaR_q} \quad (3.3.4.5)$$

Es decir,

$$CVaR_q = \frac{VaR_q}{1 - \xi} + \frac{\beta - \xi u}{(1 - \xi)} \quad (3.3.4.6)$$

Donde la primera expresión corresponde a la definición de CVaR a partir del VaR y la segunda expresión se refiere a su definición a partir de la teoría de valores extremos. Esencialmente el CVaR es obtenido a partir de tomar dos veces el VaR.

### **3.4 Medidas Coherentes de Riesgo**

Desde las publicaciones de Artzner, “*Thinking Coherently*” (1997) y posteriormente “*Coherent Measures of Risk*” (1999), científicos y administradores de riesgos están en la búsqueda continua de una medida coherente de riesgo, ya que el Value-At-Risk (VaR), medida adoptada como

estándar por bancos y reguladores no es una medida coherente de riesgo simplemente porque no cumple con uno de los axiomas propuesto por Artzner.

Con el objetivo de determinar la eficiencia de un buen indicador de riesgo de mercado, Artzner et al. (1999) propuso cuatro propiedades deseables que debería cumplir una medida de riesgo para poder ser llamada coherente. Un indicador de riesgo  $\rho: V \rightarrow \mathfrak{R}$  es llamado “*medida coherente de riesgo*” si cumple con los siguientes axiomas:

### 1. *Monotonicidad*

$$x \leq y \Rightarrow \rho(x) \leq \rho(y) \quad (3.4.1)$$

para todo  $x, y \in V$ .

Si el portafolio  $x$  tiene menor rendimiento que el portafolio  $y$  implica que su riesgo debe ser menor, es decir, a mayor rendimiento mayor riesgo.

### 2. *Sub-aditividad*

$$\rho(x + y) \leq \rho(x) + \rho(y), \quad (3.4.2)$$

en donde  $x, y, x + y \in V$ .

El riesgo de la fusión de dos portafolios debe ser menor a la suma de sus riesgos individuales.

### 3. *Homogeneidad positiva*

$$\rho(hx) = h\rho(x), \quad (3.4.3)$$

para todo  $x \in V, hx \in V, h > 0$ .

En donde nos dice que si se incrementa el valor del portafolio en  $h$ , el riesgo también debe aumentar en  $h$ .

#### 4. Invarianza Transicional

$$\rho(x + \alpha) = \rho(x) - \alpha \quad (3.4.4)$$

para todo  $x \in V, \alpha \in V$ .

Esto quiere decir que en el caso de añadirse una posición en una inversión sin riesgo por un monto  $\alpha$  se debe de reducir su riesgo en  $\alpha$ .

|

Según Artzner et al. (1999) el Value-At-Risk no es una medida coherente de riesgo y en particular no es sub-aditivo, es decir, la diversificación no necesariamente disminuye el riesgo. El VaR es una medida coherente de riesgo solo en el caso de contar con una distribución normalizada de los rendimientos, y es así como cumple el axioma de sub-aditividad. Sin embargo, en este caso, el VaR es proporcional a la desviación estándar, por lo que no aporta mayor información que esta medida de dispersión. Por lo tanto, para la mayoría de las distribuciones de rendimientos el VaR no es una medida de riesgo aceptable.

Siendo el CVaR una medida alternativa al VaR, en donde no solamente considera las colas pesadas de los rendimientos de los activos financieros sino también es una medida que cumple con los cuatro axiomas de Artzner et al, es decir, es una medida coherente de riesgo.

Sea  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  un espacio de probabilidad,  $X$  las pérdidas y ganancias de un portafolio en un horizonte de tiempo específico  $T$  y sea  $\alpha = A\% \in (0,1)$  un nivel de probabilidad específica. La probabilidad condicional  $A\%$  de un portafolio es definida como,

$$CVaR^{(\alpha)}(X) = -\frac{1}{\alpha} \left( E \left[ X 1_{\{X \leq x^{(\alpha)}\}} \right] - x^{(\alpha)} \left( P \left[ X \leq x^{(\alpha)} \right] - \alpha \right) \right) \quad (3.4.5)$$

Esta definición produce una medida coherente de riesgo satisfaciendo los cuatro axiomas de Artzner et al. La expresión anterior fue introducida por primera vez por Acerbi C., Nordio C. y Sirtori C. (2001) con la prueba completa de sub-aditividad<sup>43</sup>.

### **3.5 Evaluación Empírica**

En principio, para la parte práctica de valores extremos, se hará la prueba de normalidad a los activos subyacentes IPC y dólar estadounidense revisando cuidadosamente evidencias de colas pesadas. También se realizarán las pruebas de bondad de ajuste con el objetivo de revisar a qué distribución corresponden o se asimilan más. Posteriormente se aplican las metodologías con el uso de la Teoría de Valores Extremos para estimar la VME.

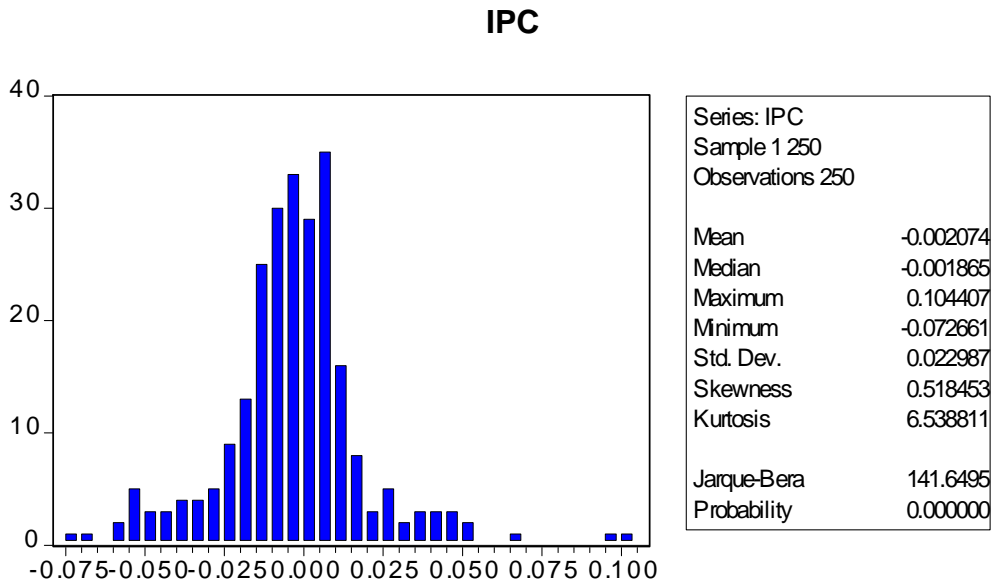
Tomando en cuenta las evidencias de las investigaciones de Cornew, Town and Crowson (1984), Venkateswaran, Brosen y Hall (1993), Cotter y Mckillop (2000), Rama Cont (2000), y solo por mencionar a algunos, que en el caso de los rendimientos de los activos financieros presentan distribuciones con colas pesadas, se realizaron las pruebas de normalidad a los activos subyacentes IPC

---

<sup>43</sup> Acerbi C., Nordio C., Sirtori C. (2001). “*Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management*”. Working paper. <http://www.gloriamundi.org/var/wps.html>



y dólar estadounidense, respectivamente. Para tal efecto, se utilizó el paquete econométrico E-Views 3.0<sup>44</sup>.

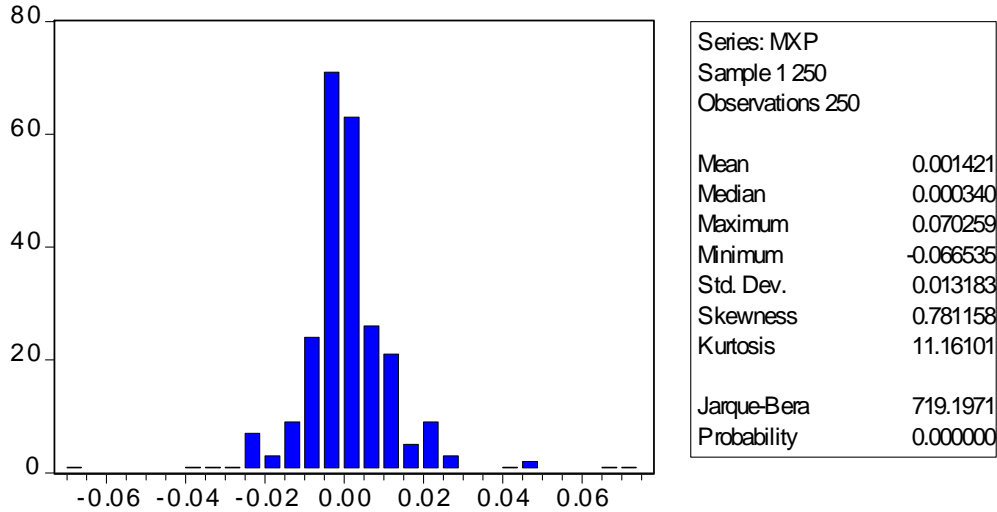


**Figura 3.5.1** Histograma de los rendimientos del Índice de Precios y Cotizaciones.  
(11/03/2008-10/03/2009)

De acuerdo a las descripciones anteriores de la prueba estadística de *Jarque-Bera* podemos concluir que se rechaza la hipótesis nula de que la serie de rendimientos del Índice de Precios y Cotizaciones se distribuyen normalmente. Respecto a las medidas de curtosis y de asimetría, vemos que para el caso de la curtosis los rendimientos del IPC toman el valor de 6.538811 indicándonos que la distribución es leptocúrtica, muestra significativa de colas pesadas en la distribución. En cuanto a la asimetría vemos que los rendimientos del IPC toman el valor de 0.518453 indicándonos mayor peso en la cola derecha de la distribución. Además se muestran estadísticos descriptivos como la media, mediana, el máximo y mínimo, así como la desviación estándar de las 250 observaciones de los rendimientos del Índice de Precios y Cotizaciones.

<sup>44</sup> E-Views (Versión 3.0), desarrollado por Quantitative Micro Software (QMS).

### Dólar estadounidense



**Figura 3.5.2** Histograma de los rendimientos del Dólar estadounidense.  
(25/03/2008-10/03/2009)

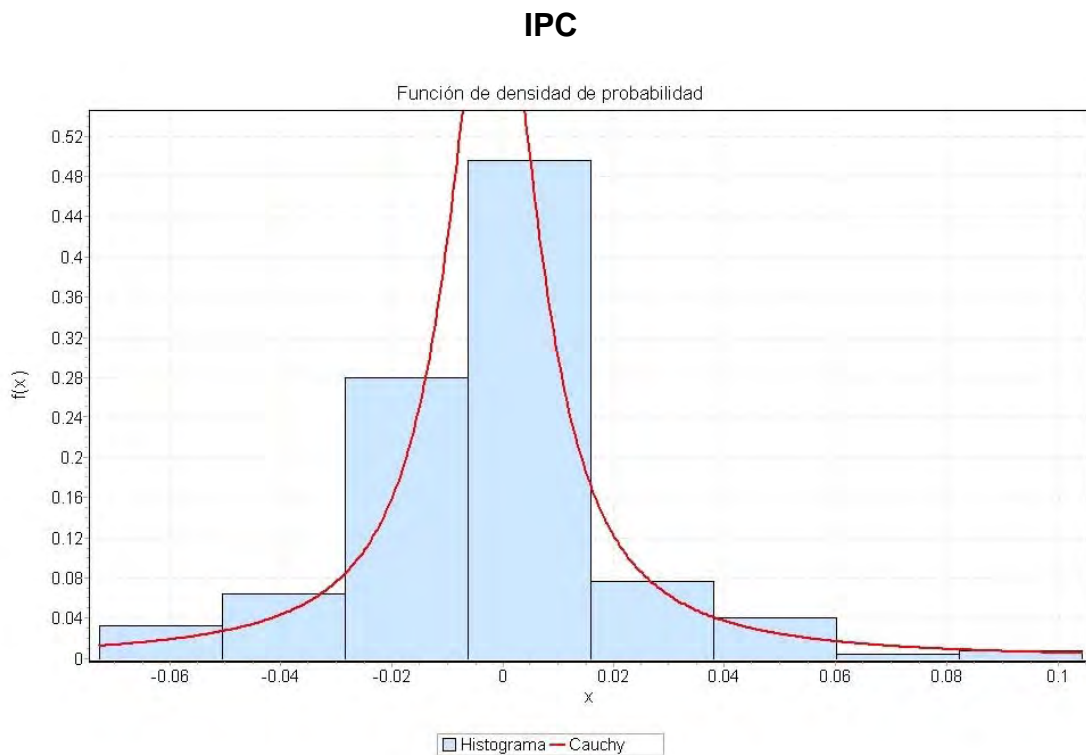
Para la serie de rendimientos del dólar de los Estados Unidos de América, la prueba estadística de *Jarque-Bera* rechaza la hipótesis nula de que la serie de rendimientos se distribuye normalmente. En cuanto a la curtosis nos muestra un valor de 11.16101 indicándonos que la distribución es leptocúrtica, muestra significativa de colas pesadas en la distribución. En cuanto a la asimetría vemos que los rendimientos del dólar estadounidense toman el valor de 0.781158 indicándonos mayor peso en la cola derecha de la distribución. Además se muestran estadísticos descriptivos como la media, mediana, el máximo y mínimo, así como la desviación estándar de las 250 observaciones de los rendimientos del dólar estadounidense.

Una vez realizadas las pruebas de normalidad a los activos subyacentes IPC y dólar, procederemos a verificar el mejor ajuste de la distribución de los datos mencionados a cierto conjunto de distribuciones. Para tal efecto, se utilizó el software EasyFit 5.0<sup>45</sup> el cual permite ajustar las distribuciones de los datos de un conjunto de 36 distribuciones aplicando pruebas de bondad de ajuste como lo

<sup>45</sup> EasyFit Professional (Versión 5.0), es propiedad de MathWave Technologies.

son la prueba de Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling y la Chi-cuadrada. A continuación se muestran cada una de estas pruebas.

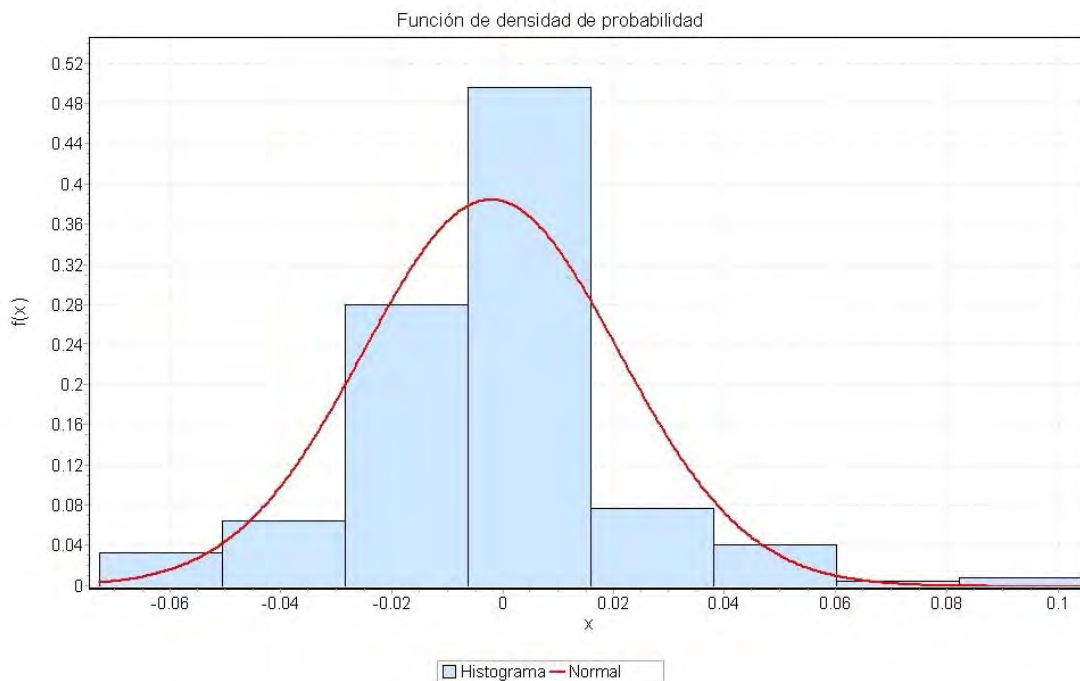
En cuanto a los resultados de las pruebas mencionadas, tenemos que para el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)<sup>46</sup> el mejor ajuste para la prueba de Kolmogorov-Smirnov es la distribución de Cauchy, en tanto para la prueba de Anderson-Darling es la distribución de Laplace y para la Chi-Cuadrada es la distribución error. La distribución Generalizada de Valores Extremos se ubica en la 9 posición en la prueba de K-S, y la distribución normal en el peor caso en la posición 17 para la prueba de K-S y en el mejor de los casos en la posición 10 para la prueba Chi-Cuadrada.



**Figura 3.5.3** Función de Densidad de Probabilidad – Cauchy

<sup>46</sup> Véase en el Anexo 3 el Resumen de la Prueba de Bondad de Ajuste para el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC).

## IPC



**Figura 3.5.4** Función de Densidad de Probabilidad – Normal

El mejor ajuste para el activo subyacente dólar estadounidense<sup>47</sup> es la distribución de Cauchy para las pruebas de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling y Chi-Cuadrada. La distribución Generalizada de Valores Extremos se ubica en la posición 7 para la prueba de K-S y Chi-Cuadrada. Mientras que para la distribución normal se ubica en la posición 19 para la prueba de K-S y Anderson-Darling, así como en la 21 para distribución Chi-Cuadrada.

<sup>47</sup> Véase en el Anexo 4 el Resumen de la Prueba de Bondad de Ajuste para el Dólar de los Estados Unidos de América.

### Dólar estadounidense

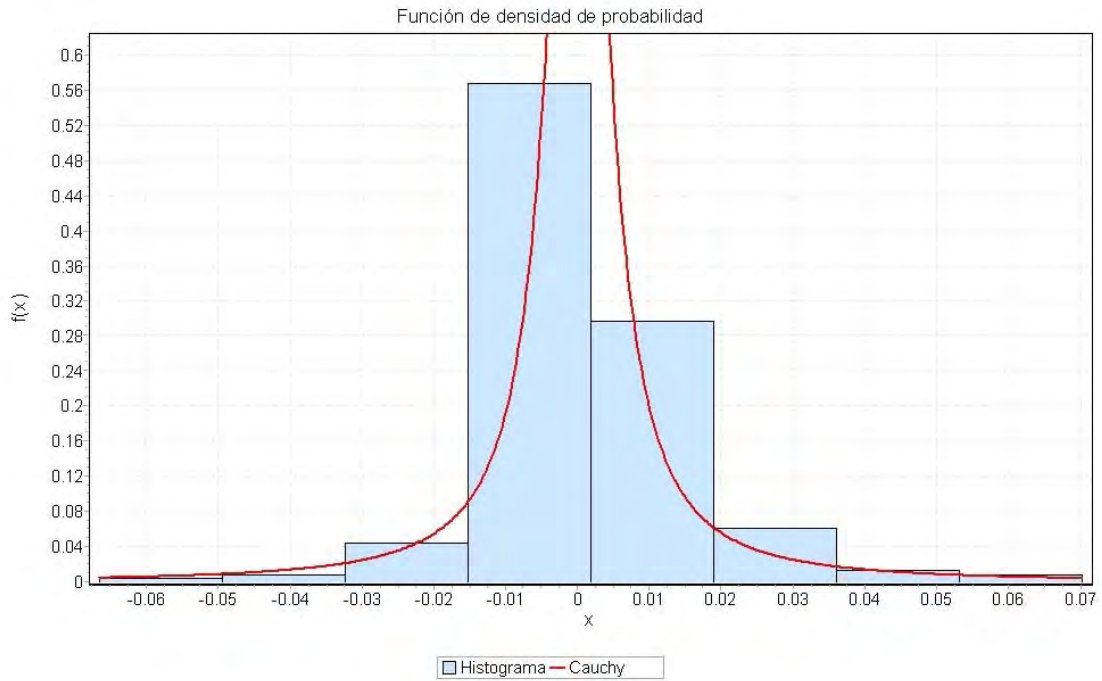


Figura 3.5.5 Función de Densidad de Probabilidad – Cauchy

### Dólar estadounidense

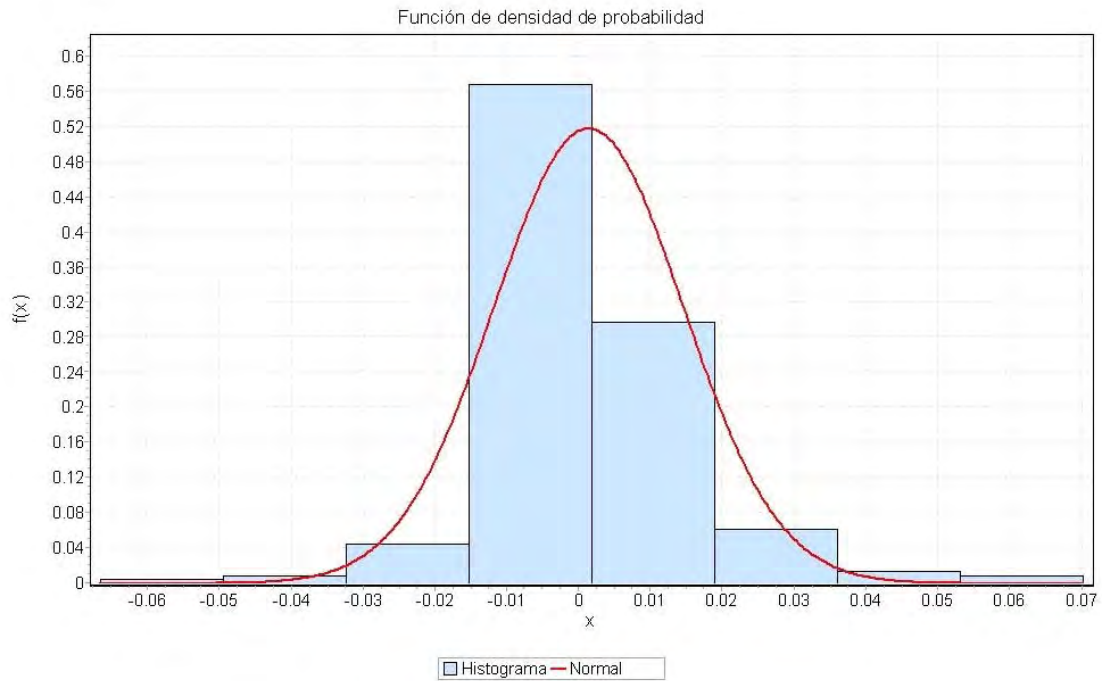


Figura 3.5.6 Función de Densidad de Probabilidad – Normal

Evidenciando la presencia de colas pesadas en los activos subyacentes IPC y dólar estadounidense, aplicaremos la metodología de valores extremos para el cálculo de la Variación Máxima Esperada (VME). Primeramente elegiremos un umbral  $u$  para poder tener aproximadamente 250 datos que caen por encima de este umbral. Entonces para el IPC tenemos un umbral de  $u = 0.015$  y para el dólar estadounidense tenemos un umbral de  $u = 0.00619$ . Posteriormente pasamos a determinar los parámetros ajustados para la GPD,  $\xi$  y  $\hat{\beta}$  para cada subyacente.

| IPC            |                       |
|----------------|-----------------------|
| $\xi = 0.1657$ | $\hat{\beta} = 0.009$ |

| MXN            |                        |
|----------------|------------------------|
| $\xi = 0.2811$ | $\hat{\beta} = 0.0037$ |

Los resultados utilizando la Teoría de Valores Extremos al 10 de marzo de 2009 son los siguientes para el IPC y dólar estadounidense, respectivamente.

### Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)

| EVT      | SFALL    |
|----------|----------|
| 2,551.13 | 3,262.88 |

**Tabla 3.5.1** Variación Máxima Esperada (VME) al 10 de marzo de 2009.

### Dólar estadounidense

| EVT     | SFALL   |
|---------|---------|
| 1.35951 | 1.96926 |

**Tabla 3.5.2** Variación Máxima Esperada (VME) al 10 de marzo de 2009.

## 3.6 Benchmark

Con el objetivo de establecer una comparación entre las metodologías utilizadas actualmente por Asigna, Compensación y Liquidación y las metodologías mediante el uso de valores extremos para el cálculo de la VME, en este

subcapítulo retomaremos los resultados de todas las metodologías desarrolladas en el presente trabajo. También revisaremos su desempeño mediante la prueba de backtesting y retomaremos el concepto de medidas coherentes de riesgo, criterios que para los administradores de riesgo es importante cumplir.

### 3.6.1 Backtesting

El backtesting es un método para evaluar y calibrar los modelos de medición de riesgos, independientemente de la técnica utilizada para calcular la máxima pérdida esperada. La prueba de backtest simplemente sirve para ver qué tan bien se ha desempeñado las estimaciones del modelo de riesgos, en este caso el VaR y CVaR. La prueba de backtesting es recomendada por el Comité de Basilea para verificar si el modelo de VaR es adecuado y, en su caso, realizar ajustes y calibrar el modelo.

Supóngase que se ha desarrollado un procedimiento para calcular el VaR diario con un nivel de confianza del 99.99%. Para realizar el backtesting tenemos que comparar el VaR estimado con las pérdidas y/o ganancias reales, contando las observaciones en las cuales estas pérdidas y/o ganancias (calculadas *Mark-to-Market*) revasen al VaR estimado (excepciones).

Supóngase que el horizonte de tiempo es a un día y que el nivel de confianza es  $X\%$ . Si el modelo de VaR es el adecuado, la probabilidad de que el VaR sea excedido en cualquier día es de  $p = 1 - X$ . Supóngase también que de un total de  $n$  observaciones observamos que el VaR se excede en  $m$  días donde  $\frac{n}{m} > p$ . ¿Deberíamos de rechazar el modelo? Se consideran dos hipótesis<sup>48</sup>.

- I. La probabilidad de que una excepción en cualquier día es  $p$ .
- II. La probabilidad de que una excepción en cualquier día es mayor que  $p$ .

---

<sup>48</sup> Para mayor información consultar el libro de John C. Hull “*Risk Management and Financial Institutions*”.

De las propiedades de la distribución binomial, la probabilidad de que el VaR sea excedido en  $m$  o más días es de:

$$\sum_{k=m}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

Un nivel de confianza regularmente utilizado para la prueba estadística es del 5%. Si la probabilidad de que el VaR sea excedido en  $m$  o más días es menor al 5%, se rechaza la primera hipótesis de que la probabilidad de excepciones es  $p$ . Si la probabilidad de que el VaR sea excedido en  $m$  o más días es mayor que el 5%, entonces la hipótesis no es rechazada.

### 3.6.2 Benchmark

Los cálculos efectuados del Value-at-Risk al 10 de marzo de 2009 para los métodos paramétrico, histórico, Monte Carlo y de intervalos de volatilidad fueron efectuados a un nivel de confianza del 99.99%, así como para las metodologías propuestas con el uso de la Teoría de Valores Extremos (EVT): VaR con valores extremos y Conditional VaR (CVaR). Los resultados son los siguientes:

#### Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)

| Histórico | Paramétrico | Monte Carlo | Int. Vol. | EVT      | SFALL    |
|-----------|-------------|-------------|-----------|----------|----------|
| 2,179.99  | 1,568.85    | 2,005.52    | 1,712.74  | 2,551.13 | 3,262.88 |

Tabla 3.6.2.1 Variación Máxima Esperada (VME) al 10 de marzo de 2009.

#### Dólar estadounidense

| Histórico | Paramétrico | Monte Carlo | Int. Vol. | EVT     | SFALL   |
|-----------|-------------|-------------|-----------|---------|---------|
| 0.89527   | 0.74493     | 0.96189     | 0.87130   | 1.35951 | 1.96926 |

Tabla 3.6.2.2 Variación Máxima Esperada (VME) al 10 de marzo de 2009.



Como se puede observar en los resúmenes anteriores, que tanto para el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) y el dólar estadounidense, los valores arrojados por el VaR utilizando EVT son mayores en ambos casos que las metodologías que asumen normalidad. A su vez, los resultados del CVaR son mayores que el VaR utilizando EVT, ya que por definición el CVaR es la pérdida esperada dado que ya se excedió el VaR. Dichos resultados se deben a que al modelar con EVT se consideran las colas pesadas de los activos subyacentes modelados.

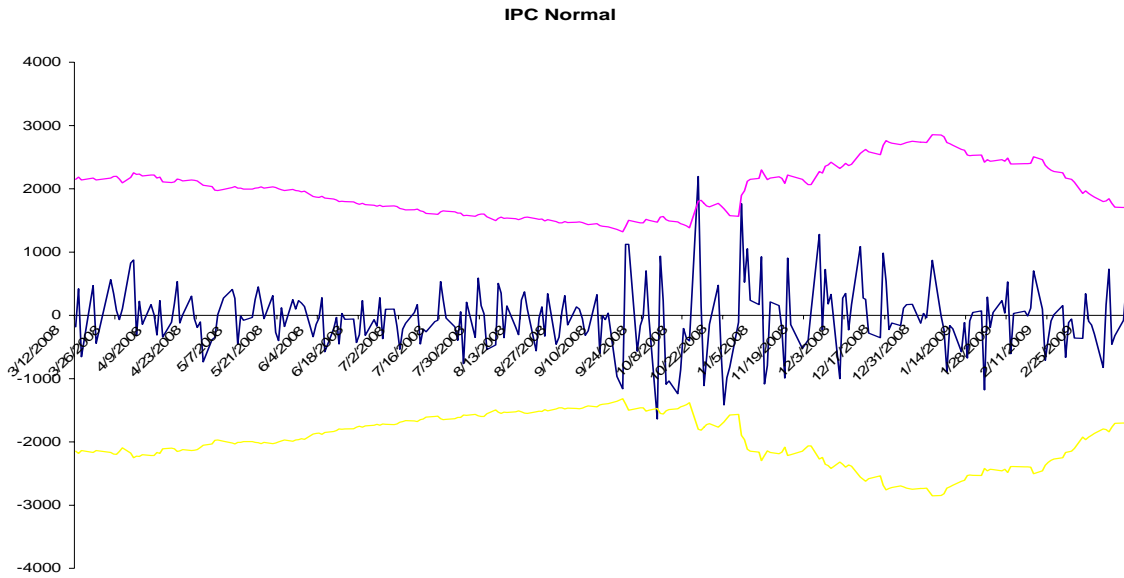
El Comité de Basilea recomienda hacer la prueba de backtesting para las últimas 250 observaciones. Para un nivel de confianza del 99.9% y contando las 250 observaciones no deberíamos de tener ninguna excepción. A continuación se muestran los backtesting del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) y del dólar estadounidense, respectivamente.

| IPC    |                      |
|--------|----------------------|
|        | # <i>Excepciones</i> |
| Normal | 2                    |
| EVT    | 0                    |
| CVaR   | 0                    |

Tabla 3.6.2.2

| Binomial IPC |        |        |
|--------------|--------|--------|
| Normal       | EVT    | CVaR   |
| 0.21%        | 22.13% | 22.13% |

Tabla 3.6.2.3



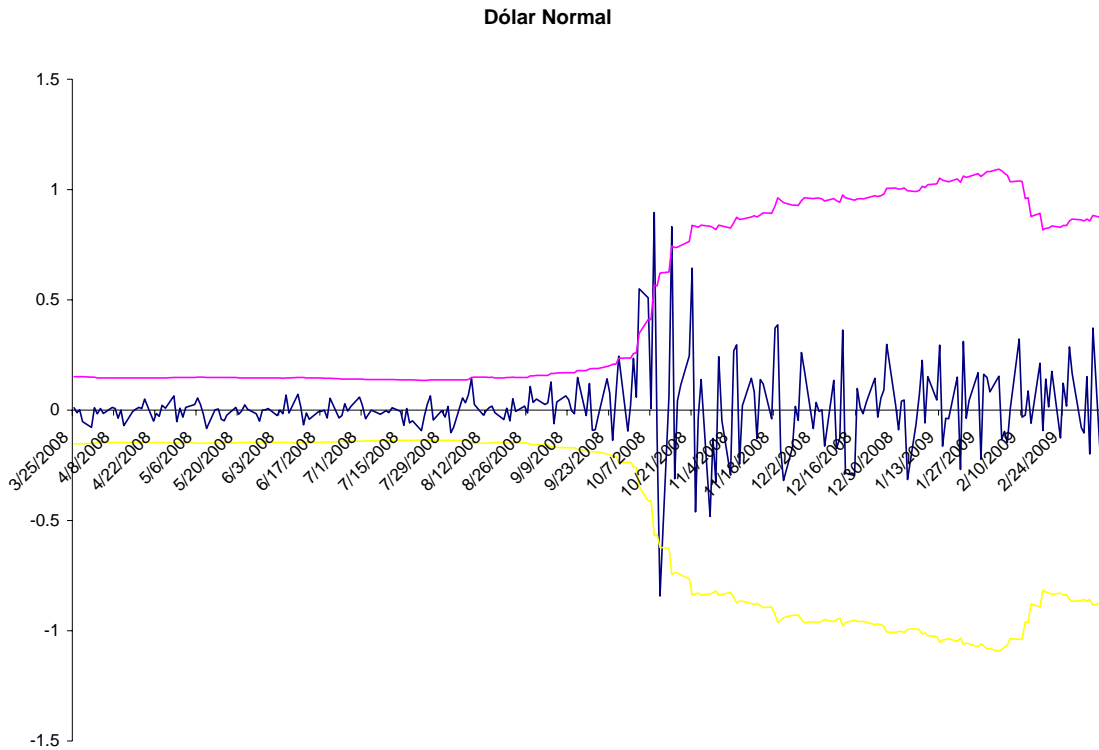
**Figura 3.6.2.1** Backtesting VaR Normal

| <b>Dólar</b>  |                             |
|---------------|-----------------------------|
|               | <b># <i>Excepciones</i></b> |
| <b>Normal</b> | 6                           |
| <b>EVT</b>    | 0                           |
| <b>CVaR</b>   | 0                           |

**Tabla 3.6.2.4**

| <b>Binomial Dólar</b> |            |             |
|-----------------------|------------|-------------|
| <b>Normal</b>         | <b>EVT</b> | <b>CVaR</b> |
| 0.00%                 | 22.13%     | 22.13%      |

**Tabla 3.6.2.5**



**Figura 3.6.2.2** Backtesting VaR Normal

Como hemos visto en los cuadros anteriores, rechazamos la hipótesis I, para el cálculo del VaR normal tanto para el IPC como el dólar estadounidense ya que su probabilidad es menor al 5%. Mientras que la el VaR calculado mediante EVT y el CVaR vemos que la probabilidad es mayor al 5% y por lo tanto la probabilidad de que una excepción en cualquier día es  $p$ .

Dicha situación muestra que el VaR normal no considera los “*eventos extraordinarios*”, los cuales se presentan sobre todo en periodos de alta volatilidad. Vemos que para el tipo de cambio ha sufrido de periodos de una alta incertidumbre, que es en donde el VaR normal se ha excedido 6 veces en un horizonte de tiempo de 1 año.

## 4 Conclusiones

El Value-At-Risk (VaR) calculado bajo el supuesto de normalidad no resuelve el problema de alta kurtosis (colas pesadas) y, por tanto, en tiempos de alta volatilidad (como la del periodo de estudio) no se toman en cuenta estos eventos extremos. Una alternativa ante esta circunstancia es la utilización de la Teoría de Valores Extremos (EVT).

La ventaja en la utilización de la Teoría de Valores Extremos es que se enfoca en el análisis de las bajas frecuencias, es decir, en los eventos “poco comunes”. Esto es de suma importancia para los mercados de derivados en el mundo ya que la presencia de colas pesadas en los rendimientos de los activos subyacentes nos lleva a considerar estos eventos llamados inusuales.

La utilización del EVT provoca una exigencia de mayor capital para los participantes, lo que fortalece a la cámara y ayuda a resolver el riesgo crédito derivado de las operaciones que se mantienen abiertas en los mercados de derivados organizados, que en el caso de México el Mercado Mexicano de Derivados (MexDer).

En cuanto al CVaR, hemos visto que es una herramienta alternativa de riesgo al VaR, en donde toma en cuenta las colas pesadas que traen los rendimientos de los activos subyacentes modelándolas a través de valores extremos, en donde tanto teóricamente como en la práctica, son adecuadas sobre todo en tiempos de alta volatilidad.

Una característica importante del CVaR es que es una medida coherente de riesgo, que resuelve el problema de sub-aditividad del VaR, en donde el riesgo de la fusión de dos o más activos debe ser menor a la suma de sus riesgos individuales. En el caso del modelo TIMS, la suma de los riesgos de los

diferentes activos de un portafolio de Futuros y Opciones debe ser menor que la suma de sus riesgos individuales.

La Cámara de Compensación y Liquidación del Mercado Mexicano de Derivados cuenta con varios órganos colegiados para la toma de decisiones, entre los cuales se encuentra el Comité de Admisión y Administración de Riesgos. Entre las facultades de este organismo, esta la determinación de parámetros para la administración de riesgos, entre otras. El Comité de Admisión y Administración de Riesgos decide cuáles serán las Aportaciones Iniciales Mínimas (AIM's) tomando en cuenta las metodologías desarrolladas en el segundo capítulo del presente trabajo (metodologías estadísticas), además de la situación económica y política que afectan a los mercados financieros.

Los rendimientos de los activos subyacentes presentan colas pesadas en entornos de alta volatilidad en los mercados financieros. Asigna, Compensación y Liquidación debería de tomar en cuenta metodologías que consideren las colas pesadas, como las metodologías mencionadas con el uso de valores extremos (sobre todo en periodos de alta volatilidad), como una referencia para la toma de decisiones en la determinación de sus Aportaciones Iniciales Mínimas.

## 5 Bibliografía

- ✓ Acerbi C., Nordio C., Sirtori C. (2001). "Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management". Working paper. <http://www.gloriamundi.org/var/wps.html>
- ✓ Anderson, R. (1981). "Comments on 'Margins and Futures Contracts'", Journal of Futures Markets, Vol. 1, No. 2, pp. 259-564.
- ✓ Artzner P., Delbaen F., Eber J.M., Heath D. (1998). "Coherent Measures of Risk". Mathematical of Finance.
- ✓ Asigna, Compensación y Liquidación. "Modelo de marginación". <http://www.asigna.com.mx/>
- ✓ Baer, H, France V, Moser, J (1996). "Opportunity Cost and Prudentially: An Analysis of Futures Clearing House Behavior", University of Illinois, OFOR Paper, No. 96-01.
- ✓ Bank for Internacional Settlements (2004). "Recommendations for Central Counterparties". BIS.
- ✓ Basle Committee on Banking Supervision (1996). "Supervisory Framework for the use of "Backtesting" in conjunction with the internal models approach to market risk capital requirements". BIS.
- ✓ Casella George, Berger Roger. "Statistical Inference". Duxbury, Second Edition.
- ✓ Chernobai A., Rachev S., Fabozzi F. (2007). "Operational Risk, A Guide to Basel II Capital Requirements, Models, and Analysis". John Wiley & Sons, Inc.
- ✓ Chicago Mercantile Exchange Board of Trade Clearing Corporation & Chicago Board of Trade (2001). "Review of Standard Portfolio Analysis of Risk (SPAN) Margin System". Commodity Futures Trading Commission, Division of Trading and Markets.
- ✓ De Lara Haro Alfonso (2008). "Medición y control de riesgos financieros". Limusa, Tercera Edición.

- ✓ Díaz Tinoco Jaime (2007). “Metodología de Determinación de Márgenes para Portafolios de Contratos Derivados”.
- ✓ Díaz J., Ueda J., Solano M. (2005), “Requerimiento de Aportaciones Iniciales Mínimas para Contratos Futuro”.
- ✓ Diebold X. Francis. “Elementos de Pronósticos”, International Thomson Editores.
- ✓ Engle F. Robert, Manganelli Simone (2001). “Value at Risk Models in Finance”. Working Paper No. 75, European Central Bank.
- ✓ Eurex Clearing AG. “Clearing Risk Based Margining”. Eurex, January 2003.
- ✓ Fenn, G, Kupiec, P (1993). “Prudential Margin Policy in a Future Style Settlement System”. Journal of Futures Markets, Vol. 13, No. 4, pp. 389-408.
- ✓ Hull, J. (2008). “Futures, Options and Other Derivatives”, Pearson Prentice Hall, Seventh Edition.
- ✓ Hull, J. (2007). “Risk Management and Financial Institutions”, Pearson Prentice Hall.
- ✓ Jorion Philippe (2003). “Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk”. Mc Graw Hill, Third Edition.
- ✓ Knott Raymond and Mills Alastair (2002). “Modeling Risk in Central Counterparty Clearing Houses: a review”. Bank of England.
- ✓ Mandelbrot B. (1963). “The variation of certain speculative prices”. J Business 39.
- ✓ McNeil J.A. (1999). “Extreme Value Theory for Risk Managers”. Departement Mathematik.
- ✓ McNeil J.A., Frey R. (1999). “Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroscedastic Financial Time Series: an Extreme Value Approach”. Federal Institute of Technology (Department of Mathematics), University of Zurich (Swiss Banking Institute).
- ✓ MEFF Euroservices, S.A., Sociedad de valores (2004). “Manual Operativo, MEFF Euroservices, S.V., S.A.”

- ✓ Sarma Mandira (2002). "Extreme Value Theory and financial risk management".
- ✓ Pérez Akaki P. (2005). "Administración de Riesgos mediante la Teoría de Riesgos Extremos". Revista Mexicana de Economía y Finanzas (REMEF). Volumen 4, Número 1.
- ✓ Rama Cont (2000). "Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues". Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique.
- ✓ Smith L Richard (1998). "Measuring Risk with Extreme Value Theory". Department of Statistics, University of North Carolina.
- ✓ Venegas Francisco (2006). "Riesgos financieros y económicos", Thomson.
- ✓ Zivot Eric (2005). "Market Risk Modelling in S-PLUS".
- ✓ Zivot Eric, Wang Jiahui (2002). "Modeling Financial Time Series with S-Plus<sup>®</sup>", Springer.



## ANEXO 1

### Futuro DEUA

| <i>Características del Contrato</i>            | <i>FUTUROS SOBRE DIVISAS</i>   |
|--|--|
|  | <i>Dólar de los Estados Unidos de América</i>  |
|  | <i><a href="#">DA(Liquidación en especie)</a></i>  |
| <i>Tamaño del contrato</i>                     | <i>\$10,000.00 Dólares americanos</i>  |
| <i>Periodo del contrato</i>                    | <i>Ciclo mensual hasta por tres años</i>   |
| <i>Clave de pizarra</i>                        | <i>DA más mes y año de vencimiento:</i>  |
|  | <i>DA MRO6 (marzo de 2006)</i>   |
| <i>Unidad de cotización</i>                    | <i>Pesos por Dólar</i>   |
| <i>Fluctuación mínima</i>                      | <i>0.0001 pesos, valor de la puja por contrato 1.00 pesos</i>  |
| <i>Horario de negociación</i>                  | <i>7:30 a 14:00 horas tiempo de la Cd. de México</i>   |
| <i>Último día de negociación y vencimiento</i> | <i>lunes en la semana que corresponda al tercer miércoles del mes de vencimiento y si fuera inhábil sería el día hábil inmediato anterior.</i> |
| <i>Liquidación al vencimiento</i>              | <i>Segundo día hábil siguiente a la fecha de vencimiento.</i>  |

**Fuente: Información disponible en la página de Internet de MexDer<sup>49</sup>.**

<sup>49</sup><http://www.mexder.com.mx/>.

## Opción DA

| <i>Características del Contrato</i>            | <i>OPCIONES SOBRE EL DÓLAR DE LOS ESTADOS UNIDOS DE AMÉRICA</i>   |             |            |
|--|---|-------------|------------|
|  | <i>Dólar de los Estados Unidos de América</i>   |             |            |
|  | <a href="#"><u>DA</u></a>   |             |            |
| <i>Tamaño del contrato</i>                     | \$10,000.00 (diez mil dólares 00/100)   |             |            |
| <i>Tipos de Contratos</i>                      | <i>Opción de compra (Call)</i>  |             |            |
|  | <i>Opción de venta (Put)</i>  |             |            |
| <i>Estilo del Contrato</i>                     | <i>Europeo</i>  |             |            |
| <i>Periodo del contrato</i>                    | <i>Ciclo trimestral: marzo, junio, septiembre y diciembre hasta por un año.</i>   |             |            |
| <i>Precios de Ejercicio</i>                    | <i>Se expresarán en pesos de acuerdo al precio del Dólar fecha valor spot y serán múltiplos de 0.05 pesos.</i>  |             |            |
| <i>Claves del mes de vencimiento</i>           |   | <i>CALL</i> | <i>PUT</i> |
|  |   | <i>C</i>    | <i>O</i>   |
|  | <i>MAR</i>  |             |            |
|  | <i>JUN</i>  | <i>F</i>    | <i>R</i>   |
|  | <i>SEP</i>  | <i>I</i>    | <i>U</i>   |
|  | <i>DIC</i>  | <i>L</i>    | <i>X</i>   |
| <i>Clave de pizarra</i>                        | <i>DA más cinco dígitos para especificar el precio de ejercicio y un dígito que especifica el tipo de Contrato de Opción y el mes de vencimiento:</i>                 |             |            |
|  | <i>DA 11250C Opción CALL con vencimiento en Marzo.</i>  |             |            |
|  | <i>DA 11200X Opción PUT con vencimiento en Diciembre.</i>   |             |            |
| <i>Unidad de cotización</i>                    | <i>Pesos y Centavos de peso por unidad de Activo Subyacente.</i>  |             |            |
| <i>Fluctuación mínima</i>                      | <i>Fluctuación mínima de la Prima de \$0.001 (Un milésimo de Peso).</i>   |             |            |
| <i>Horario de negociación</i>                  | <i>7:30 a 14:00 horas tiempo de la Cd. de México.</i>   |             |            |
| <i>Último día de negociación y vencimiento</i> | <i>Día de vencimiento del contrato de futuro mensual sobre el dólar de los Estados Unidos de América listado en MexDer para el mes de vencimiento de dicha Serie.</i> |             |            |
| <i>Liquidación al vencimiento</i>              | <i>El segundo día hábil siguiente a la Fecha de Vencimiento</i>   |             |            |

**Fuente: Información disponible en la página de Internet de MexDer<sup>50</sup>.**

<sup>50</sup><http://www.mexder.com.mx/>.

## ANEXO 2

### Futuro IPC

| <i>Características del Contrato</i>            | <i>FUTUROS SOBRE INDICES ACCIONARIOS</i>  |
|--|---|
|  | <i>Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores</i><br><i><a href="#">IPC</a></i> |
| <i>Tamaño del contrato</i>                     | <i>\$10.00 (diez pesos 00/100) multiplicados por el valor del IPC</i>                                 |
| <i>Periodo del contrato</i>                    | <i>Ciclo trimestral: marzo, junio, septiembre, diciembre hasta por un año</i>                         |
| <i>Clave de pizarra</i>                        | <i>IPC más mes y año de vencimiento:<br/>IPC JN05 (junio de 2005)</i>                                 |
| <i>Unidad de cotización</i>                    | <i>Puntos del IPC</i>   |
| <i>Fluctuación mínima</i>                      | <i>1.00 (un punto del IPC) por el valor de un punto del IPC (10.00 pesos)</i>                         |
| <i>Horario de negociación</i>                  | <i>7:30 a 15:00 horas tiempo de la Cd. de México.</i>   |
| <i>Último día de negociación y vencimiento</i> | <i>Tercer viernes del mes de vencimiento o el Día Hábil anterior, si dicho viernes es inhábil</i>     |
| <i>Liquidación al vencimiento</i>              | <i>Es el día hábil siguiente a la Fecha de Vencimiento</i>  |

Fuente: Información disponible en la página de Internet de MexDer<sup>51</sup>.

<sup>51</sup><http://www.mexder.com.mx/>.

## ANEXO 3

### Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)

#### Bondad de ajuste – Resumen

| #  | Distribución                       | Kolmogorov Smirnov |       | Anderson Darling |       | Chi-cuadrado |       |
|----|------------------------------------|--------------------|-------|------------------|-------|--------------|-------|
|    |                                    | Estadística        | Rango | Estadística      | Rango | Estadística  | Rango |
| 3  | <a href="#">Cauchy</a>             | 0.04498            | 1     | 1.368            | 3     | 10.404       | 3     |
| 21 | <a href="#">Laplace</a>            | 0.0504             | 2     | 0.61873          | 1     | 8.21         | 2     |
| 6  | <a href="#">Error</a>              | 0.0504             | 3     | 0.61873          | 2     | 8.21         | 1     |
| 23 | <a href="#">Log-Logistic (3P)</a>  | 0.07023            | 4     | 1.8723           | 6     | 13.334       | 5     |
| 2  | <a href="#">Burr (4P)</a>          | 0.07145            | 5     | 1.8574           | 5     | 12.761       | 4     |
| 17 | <a href="#">Hypersecant</a>        | 0.07446            | 6     | 1.702            | 4     | 13.705       | 6     |
| 19 | <a href="#">Johnson SU</a>         | 0.07802            | 7     | 2.1533           | 7     | 19.012       | 7     |
| 24 | <a href="#">Logistic</a>           | 0.08984            | 8     | 2.747            | 8     | 19.933       | 8     |
| 12 | <a href="#">Gen. Extreme Value</a> | 0.0986             | 9     | 12.404           | 25    | N/A          |       |
| 13 | <a href="#">Gen. Gamma (4P)</a>    | 0.10548            | 10    | 4.7952           | 14    | 35.239       | 17    |
| 9  | <a href="#">Fatigue Life (3P)</a>  | 0.10576            | 11    | 4.7644           | 10    | 34.397       | 13    |
| 25 | <a href="#">Lognormal (3P)</a>     | 0.10611            | 12    | 4.7648           | 11    | 34.716       | 15    |
| 28 | <a href="#">Pearson 6 (4P)</a>     | 0.10687            | 13    | 4.7783           | 12    | 34.711       | 14    |
| 1  | <a href="#">Beta</a>               | 0.10803            | 14    | 4.6806           | 9     | 33.606       | 12    |
| 11 | <a href="#">Gamma (3P)</a>         | 0.10861            | 15    | 4.8735           | 17    | 35.17        | 16    |
| 27 | <a href="#">Pearson 5 (3P)</a>     | 0.1097             | 16    | 4.8791           | 18    | 35.731       | 18    |
| 26 | <a href="#">Normal</a>             | 0.11103            | 17    | 4.7848           | 13    | 32.898       | 10    |
| 5  | <a href="#">Erlang (3P)</a>        | 0.11156            | 18    | 4.8096           | 15    | 33.497       | 11    |
| 18 | <a href="#">Inv. Gaussian (3P)</a> | 0.11255            | 19    | 4.8124           | 16    | 32.089       | 9     |
| 34 | <a href="#">Weibull (3P)</a>       | 0.12723            | 20    | 7.0914           | 21    | 58.636       | 24    |
| 20 | <a href="#">Kumaraswamy</a>        | 0.1274             | 21    | 7.1775           | 22    | 58.633       | 23    |
| 4  | <a href="#">Dagum (4P)</a>         | 0.13293            | 22    | 5.7672           | 19    | 38.83        | 20    |
| 15 | <a href="#">Gumbel Max</a>         | 0.13685            | 23    | 9.4409           | 23    | 48.051       | 22    |
| 14 | <a href="#">Gen. Pareto</a>        | 0.13943            | 24    | 74.801           | 33    | N/A          |       |
| 7  | <a href="#">Error Function</a>     | 0.14325            | 25    | 6.0204           | 20    | 38.209       | 19    |
| 16 | <a href="#">Gumbel Min</a>         | 0.14494            | 26    | 12.608           | 26    | 38.872       | 21    |
| 10 | <a href="#">Frechet (3P)</a>       | 0.15452            | 27    | 10.519           | 24    | 83.727       | 25    |
| 33 | <a href="#">Uniform</a>            | 0.16207            | 28    | 64.165           | 32    | N/A          |       |
| 29 | <a href="#">Pert</a>               | 0.20024            | 29    | 18.618           | 27    | 171.6        | 27    |

|    |                                  |                         |    |        |    |        |    |
|----|----------------------------------|-------------------------|----|--------|----|--------|----|
| 31 | <a href="#">Rayleigh (2P)</a>    | 0.25947                 | 30 | 24.942 | 28 | 175.37 | 28 |
| 32 | <a href="#">Triangular</a>       | 0.28288                 | 31 | 26.174 | 29 | 149.35 | 26 |
| 30 | <a href="#">Power Function</a>   | 0.37386                 | 32 | 54.05  | 30 | N/A    |    |
| 8  | <a href="#">Exponential (2P)</a> | 0.3864                  | 33 | 57.208 | 31 | 543.19 | 29 |
| 22 | <a href="#">Levy (2P)</a>        | 0.49123                 | 34 | 78.335 | 34 | 964.82 | 30 |
| 35 | Burr                             | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 36 | Chi-Squared                      | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 37 | Chi-Squared (2P)                 | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 38 | Dagum                            | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 39 | Erlang                           | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 40 | Exponential                      | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 41 | Fatigue Life                     | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 42 | Frechet                          | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 43 | Gamma                            | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 44 | Gen. Gamma                       | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 45 | Inv. Gaussian                    | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 46 | Johnson SB                       | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 47 | Levy                             | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 48 | Log-Gamma                        | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 49 | Log-Logistic                     | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 50 | Log-Pearson 3                    | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 51 | Lognormal                        | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 52 | Nakagami                         | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 53 | Pareto                           | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 54 | Pareto 2                         | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 55 | Pearson 5                        | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 56 | Pearson 6                        | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 57 | Rayleigh                         | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 58 | Reciprocal                       | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 59 | Rice                             | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 60 | Student's t                      | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 61 | Weibull                          | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |

## ANEXO 4

### Dólar de los Estados Unidos de América

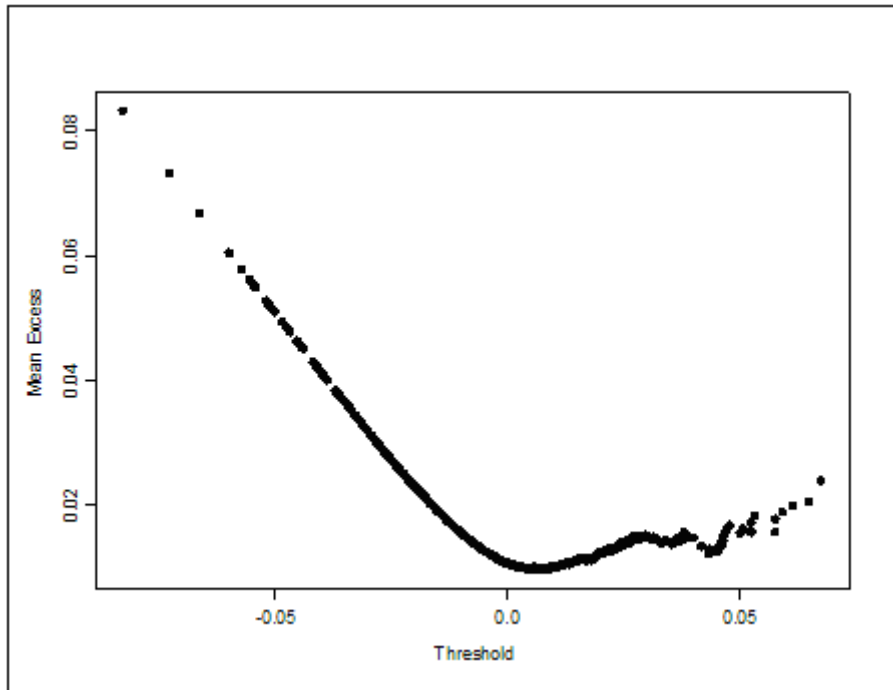
#### Bondad de ajuste – Resumen

| #  | Distribución                       | Kolmogorov Smirnov |       | Anderson Darling |       | Chi-cuadrado |       |
|----|------------------------------------|--------------------|-------|------------------|-------|--------------|-------|
|    |                                    | Estadística        | Rango | Estadística      | Rango | Estadística  | Rango |
| 3  | <a href="#">Cauchy</a>             | 0.05385            | 1     | 1.2778           | 1     | 6.5033       | 1     |
| 19 | <a href="#">Johnson SU</a>         | 0.09199            | 2     | 3.2051           | 3     | 30.379       | 3     |
| 23 | <a href="#">Log-Logistic (3P)</a>  | 0.09559            | 3     | 3.566            | 4     | 31.029       | 4     |
| 2  | <a href="#">Burr (4P)</a>          | 0.09767            | 4     | 3.1362           | 2     | 26.428       | 2     |
| 21 | <a href="#">Laplace</a>            | 0.10756            | 5     | 3.7541           | 5     | 36.25        | 6     |
| 6  | <a href="#">Error</a>              | 0.10756            | 6     | 3.7541           | 6     | 36.25        | 5     |
| 12 | <a href="#">Gen. Extreme Value</a> | 0.12191            | 7     | 6.8691           | 8     | 48.752       | 7     |
| 17 | <a href="#">Hypersecant</a>        | 0.12952            | 8     | 5.6742           | 7     | 53.944       | 8     |
| 27 | <a href="#">Pearson 5 (3P)</a>     | 0.13356            | 9     | 9.1845           | 10    | 81.137       | 12    |
| 11 | <a href="#">Gamma (3P)</a>         | 0.13477            | 10    | 9.3841           | 15    | 82.928       | 13    |
| 28 | <a href="#">Pearson 6 (4P)</a>     | 0.13592            | 11    | 9.3456           | 13    | 85.552       | 16    |
| 25 | <a href="#">Lognormal (3P)</a>     | 0.13596            | 12    | 9.2736           | 11    | 85.552       | 15    |
| 24 | <a href="#">Logistic</a>           | 0.13659            | 13    | 7.1299           | 9     | 68.308       | 9     |
| 9  | <a href="#">Fatigue Life (3P)</a>  | 0.13662            | 14    | 9.3074           | 12    | 84.464       | 14    |
| 1  | <a href="#">Beta</a>               | 0.13679            | 15    | 9.3812           | 14    | 86.96        | 18    |
| 13 | <a href="#">Gen. Gamma (4P)</a>    | 0.13773            | 16    | 9.3972           | 16    | 86.384       | 17    |
| 5  | <a href="#">Erlang (3P)</a>        | 0.13907            | 17    | 9.4494           | 17    | 88.368       | 19    |
| 18 | <a href="#">Inv. Gaussian (3P)</a> | 0.14465            | 18    | 9.4721           | 18    | 92.528       | 20    |
| 26 | <a href="#">Normal</a>             | 0.145              | 19    | 9.7935           | 19    | 93.68        | 21    |
| 14 | <a href="#">Gen. Pareto</a>        | 0.16302            | 20    | 62.623           | 31    | N/A          |       |
| 10 | <a href="#">Frechet (3P)</a>       | 0.16422            | 21    | 15.026           | 22    | N/A          |       |
| 15 | <a href="#">Gumbel Max</a>         | 0.16507            | 22    | 11.367           | 21    | 69.368       | 10    |
| 7  | <a href="#">Error Function</a>     | 0.16718            | 23    | 10.36            | 20    | 80.56        | 11    |
| 33 | <a href="#">Uniform</a>            | 0.17875            | 24    | 51.993           | 29    | N/A          |       |
| 34 | <a href="#">Weibull (3P)</a>       | 0.17924            | 25    | 17.313           | 24    | 160.37       | 24    |
| 20 | <a href="#">Kumaraswamy</a>        | 0.17973            | 26    | 17.381           | 25    | 160.37       | 25    |
| 4  | <a href="#">Dagum (4P)</a>         | 0.18791            | 27    | 15.905           | 23    | 138.05       | 23    |
| 16 | <a href="#">Gumbel Min</a>         | 0.21054            | 28    | 22.652           | 26    | 109.27       | 22    |
| 29 | <a href="#">Pert</a>               | 0.25998            | 29    | 37.472           | 27    | 352.88       | 27    |

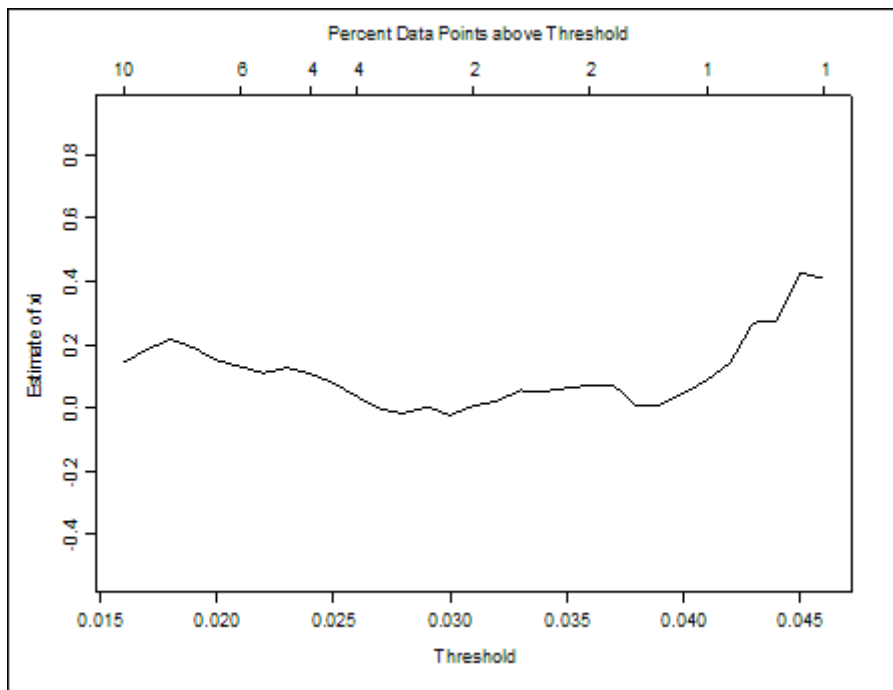
|    |                                  |                         |    |        |    |        |    |
|----|----------------------------------|-------------------------|----|--------|----|--------|----|
| 32 | <a href="#">Triangular</a>       | 0.26209                 | 30 | 37.605 | 28 | 336.47 | 26 |
| 31 | <a href="#">Rayleigh (2P)</a>    | 0.40129                 | 31 | 56.687 | 30 | 427.41 | 28 |
| 30 | <a href="#">Power Function</a>   | 0.42231                 | 32 | 67.941 | 32 | 502.8  | 29 |
| 8  | <a href="#">Exponential (2P)</a> | 0.48887                 | 33 | 81.803 | 33 | 933.2  | 30 |
| 22 | <a href="#">Levy (2P)</a>        | 0.5578                  | 34 | 101.15 | 34 | 1954.3 | 31 |
| 35 | Burr                             | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 36 | Chi-Squared                      | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 37 | Chi-Squared (2P)                 | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 38 | Dagum                            | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 39 | Erlang                           | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 40 | Exponential                      | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 41 | Fatigue Life                     | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 42 | Frechet                          | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 43 | Gamma                            | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 44 | Gen. Gamma                       | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 45 | Inv. Gaussian                    | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 46 | Johnson SB                       | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 47 | Levy                             | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 48 | Log-Gamma                        | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 49 | Log-Logistic                     | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 50 | Log-Pearson 3                    | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 51 | Lognormal                        | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 52 | Nakagami                         | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 53 | Pareto                           | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 54 | Pareto 2                         | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 55 | Pearson 5                        | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 56 | Pearson 6                        | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 57 | Rayleigh                         | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |
| 58 | Reciprocal                       | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 59 | Rice                             | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 60 | Student's t                      | No hay ajuste           |    |        |    |        |    |
| 61 | Weibull                          | No hay ajuste (mín < 0) |    |        |    |        |    |

## ANEXO 5

### Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)

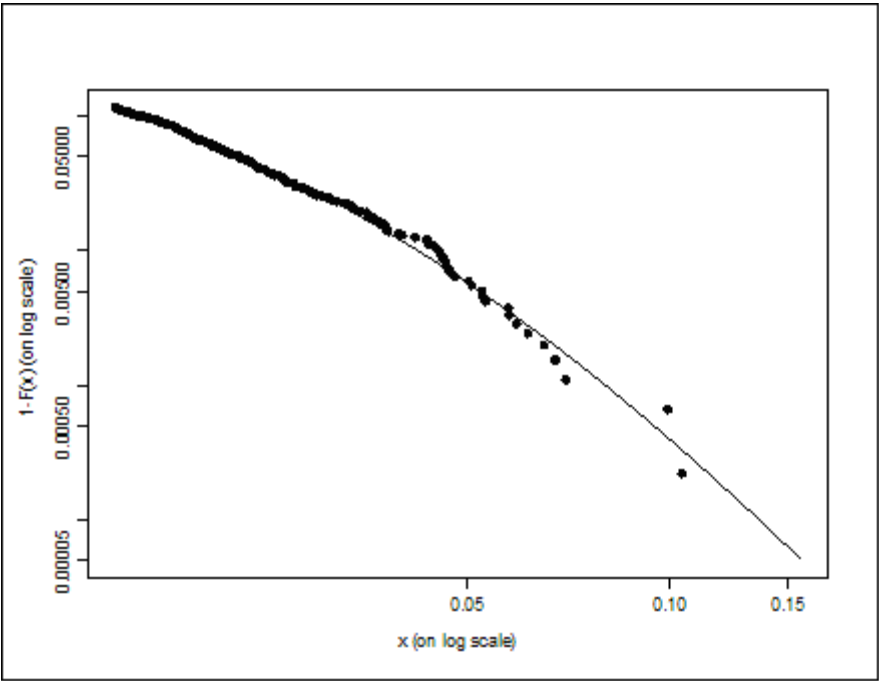


Mean Excess Plot 1.



Mean Excess Plot 2.

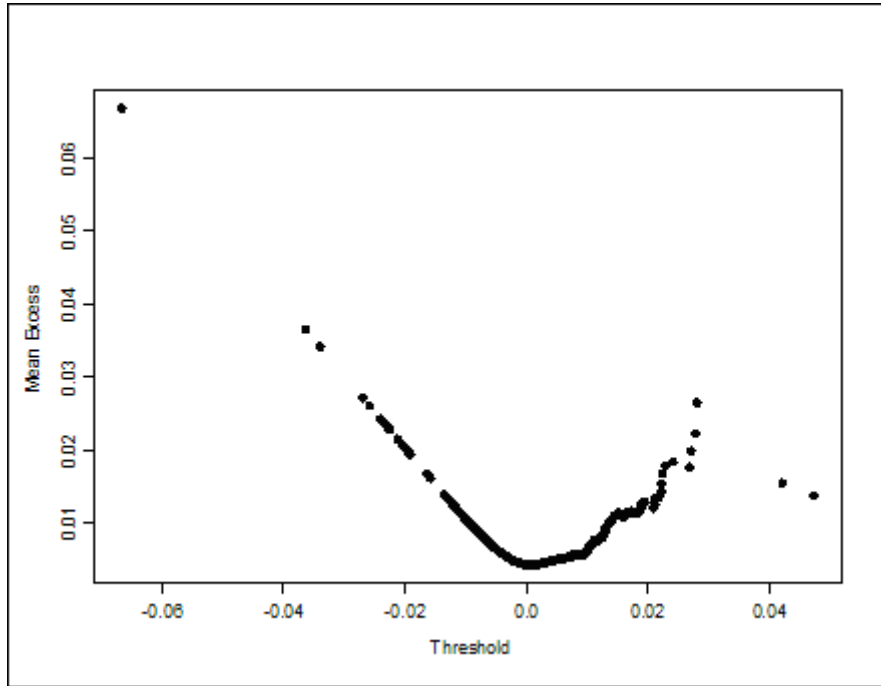




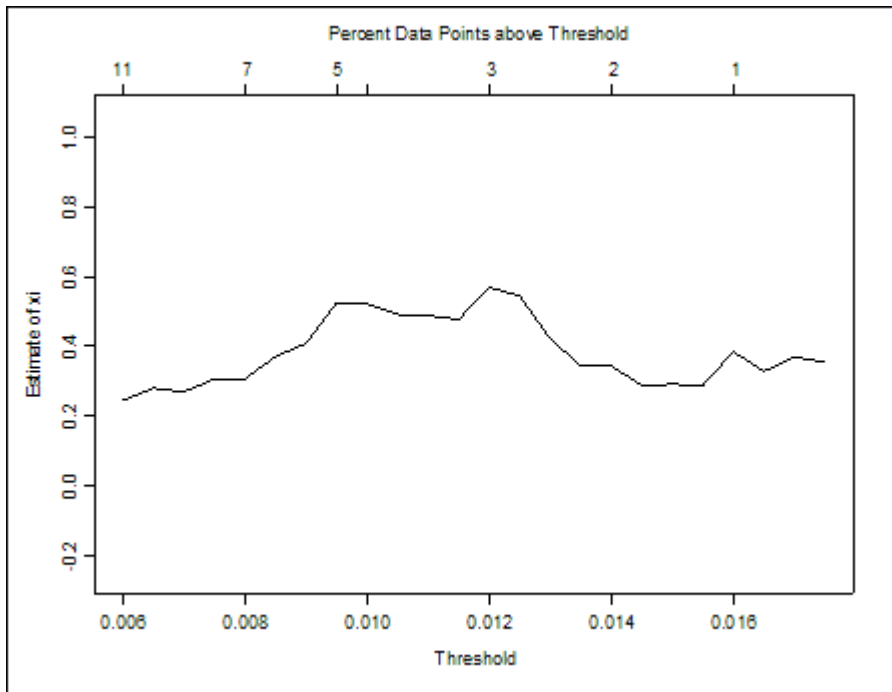
Modelando la distribución de la cola.

# ANEXO 6

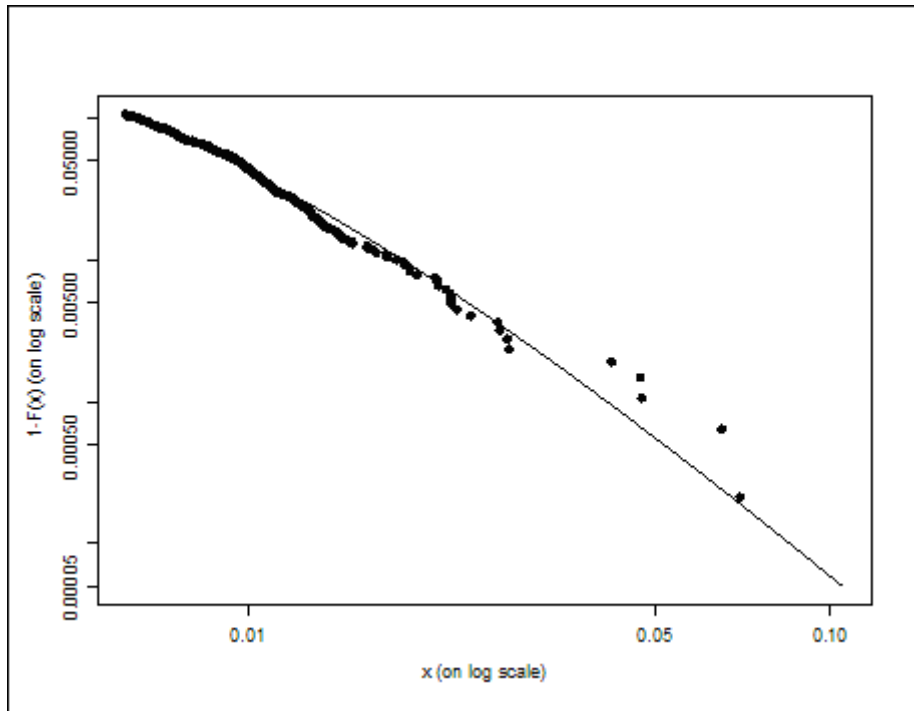
## Dólar estadounidense



Mean Excess Plot 1.



Mean Excess Plot 2.



Modelando la distribución de la cola.