



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE INGENIERÍA



T E S I S

ANÁLISIS DE UN DURMIENTE DE  
MATERIAL PLÁSTICO SUJETO A CARGAS  
DINÁMICAS DE IMPACTO.

Presenta:  
Carlos Zamora Vázquez

Para obtener el título de

Ingeniero Mecánico.  
(Área de Diseño Mecánico)

Dirigida por:  
Dr. Álvaro Ayala Ruiz

Ciudad Universitaria



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## *Agradecimientos.*

### *A mis padres Carlos y Angélica*

*A ellos que siempre me han brindado su apoyo incondicional para lograr mis cometidos y que esta tesis se haga posible, que siempre me brindaron lo mejor de ellos, sus experiencias, conocimientos y mucho más para que yo llegue a ser la persona que ahora soy, un profesional y ante todo un ser humano que siempre luchará para ser alguien mejor y seguir aprendiendo y creciendo en todos los aspectos de la vida cada día que transcurra.*

### *A mis hermanos Angélica y Oscar*

*A ellos que me han acompañado en el desarrollo de mi vida y hemos convivido y vivido muchas experiencias que nos hacen cada día más unido y sé que ellos seguirán allí para seguir creciendo juntos y vivir cosas inolvidables.*

### *A mis abuelitos Angel y Marcela.*

*A ellos que les debo tanto por el gran amor que me brindaron y la educación que me dieron en mi infancia y que también gracia a ellos me encuentro terminando una carrera y también agradezco a toda mi familia en general.*

### *Al Doctor Alvaro Ayala*

*Quien fue mi asesor de tesis y quien me brindó su ayuda, conocimientos y consejos para poder sacar adelante este trabajo*

*A mis amigos que siempre me acompañaron en los momentos importantes de la carrera y donde pude apoyarme tantas veces cuando fue necesario y hacer más agradable el camino que tomamos para llegar hasta donde hoy nos encontramos.*

*Agradezco especialmente a mi abuelito Ángel y a mi papá Carlos quienes fueron los que me incentivaron la curiosidad, y así preguntarme cómo funcionan las cosas, y especialmente agradezco a mi mamá Angélica quien fue quien me presentó a las matemáticas y a la física de una manera amena y me las hizo comprender como una parte muy importante en la vida para entender muchas cosas y gracia a ellos es como decidí ser ingeniero.*

*Gracias por las alas que me otorgaron.*

## INDICE

Introducción.	i
1- Antecedentes.	1
1.1. Introducción.	2
1.2. Durmientes.	2
1.3. Materiales utilizados.	4
1.4. Construcción y características de los durmientes.	5
1.4.1. Durmiente de madera.	5
1.4.2. Durmiente de Acero.	7
1.4.3. Durmiente de hormigón.	9
1.4.4. Durmiente de polímero.	12
1.5. Materiales compuestos para la infraestructura ferroviaria.	13
1.5.1. Origen de los durmientes compuesto de plástico para las ferrovías.	15
1.5.2. Tipos de durmientes de compuesto plástico.	15
1.6. Antecedentes teóricos.	16
1.6.1. Investigación comercial sobre la forma de los durmientes.	16
1.6.2. Acción de las cargas fijas.	17
1.6.3. El balasto.	19
1.6.4. Planteamiento del problema de contacto.	20
1.6.5. El modelo de Winkler.	21
1.6.6. Elasticidad del balasto.	22
1.6.7. Resistencia de los durmientes.	23
1.6.8. Peso de los equipos rodantes.	24
2- Análisis elástico del durmiente	26
2.1. Introducción.	27
2.2. Requerimientos y especificaciones.	29
2.2.1. Normas.	30
2.3. Modelo analítico del durmiente.	31
2.3.1. Acción de un durmiente bajo cargas.	31
2.3.2. Patrón de distribución de esfuerzos sobre un durmiente.	32
2.3.3. Desarrollo analítico.	33
2.4. Validación del software.	44
2.4.1. Desarrollo analítico de cargas uniformemente distribuidas.	44
2.4.2. Análisis por métodos por elemento finito para la validación del software.	53
2.4.3. Comparación de resultados.	60
2.5. Análisis estático del durmiente por el método de elementos finitos	61
2.5.1. Introducción.	61
2.5.2. Modelado del durmiente en Unigraphics NX6.	62
2.5.3. Propiedades del material.	63
2.5.4. Mallado del modelo.	63

2.5.5. Restricciones y cargas. . . . .	65
2.5.6. Resultados de los análisis estáticos por FEM. . . . .	66
3- Análisis dinámico. . . . .	72
3.1. Introducción. . . . .	73
3.1.1. Prácticas actuales en el diseño de durmientes. . . . .	74
3.2. Requerimientos y especificaciones. . . . .	77
3.3. Condiciones de frontera. . . . .	78
3.4. Análisis por elemento finito. . . . .	79
3.5. Resultados. . . . .	80
4- Discusión de resultados. . . . .	87
4.1. Criterio de análisis. . . . .	90
5- Conclusiones. . . . .	94
Anexos. . . . .	96
Anexo I. . . . .	96
Anexo II. . . . .	98
Anexo III. . . . .	102
Referencias. . . . .	103



# Introducción.

La infraestructura del transporte juega un papel importante como una vía para el crecimiento económico y de la sociedad en cualquier parte del mundo. Es comúnmente entendido que el sistema de la infraestructura ferroviaria provee la mejor y más segura manera de transportar tanto a pasaje humano así como cualquier tipo de carga en pocas y grandes cantidades.

De entre los distintos tipos de estructuras férreas que se conocen, la vía férrea balastada es la pista usualmente utilizada para el acceso a todo tipo de áreas geográficas. La vía férrea es la parte de la infraestructura ferroviaria, formada por el conjunto de elementos que conforman el sitio por el cual los trenes se desplazan. Los elementos dentro de la infraestructura de la vía férrea son principalmente: el balasto, el sub-balasto, los durmientes, las placas de los rieles, los rieles, los sistemas de sujeción entre otros.

Los durmientes son elementos básicos dentro de la estructura de la vía férrea, ya que éstos son los responsables de que los rieles de los trenes se mantengan en una sola posición fija y también se encargan de recibir las cargas y las vibraciones de los rieles para que a su vez, el durmiente transmita las cargas hacia el balasto en toda su longitud.

Se han realizado desarrollos tecnológicos que intentan substituir diversos tipos de materiales por los materiales plásticos, y los durmientes ferroviarios no han sido la excepción. La necesidad por mejorar el rendimiento de los durmientes, la preocupación por el medio ambiente, por el hecho de que la madera es el material con el que usualmente se fabrican los durmientes, ha hecho que éstos hayan ido evolucionando, y es así como hoy en día se tengan durmientes hechos de materiales plásticos y compuestos.

El objetivo del presente trabajo es el análisis mecánico estructural de un durmiente fabricado de material plástico (HDPE reciclado), dicho durmiente estará sujeto a cargas verticales dinámicas de impacto, con el propósito de poder determinar el comportamiento de los esfuerzos y desplazamientos

Para el desarrollo de este trabajo es necesario conocer las características de los durmientes, así que en el capítulo 1 se presentan los antecedentes de los durmientes, haciendo referencia a las características de las diferentes clases de durmientes que existen y se da un marco teórico de cómo se han estudiado los durmientes y cuáles son los factores externos que influyen en el comportamiento del durmiente cuando éste está sometido a cargas verticales que generarían los ferrocarriles en funcionamiento.



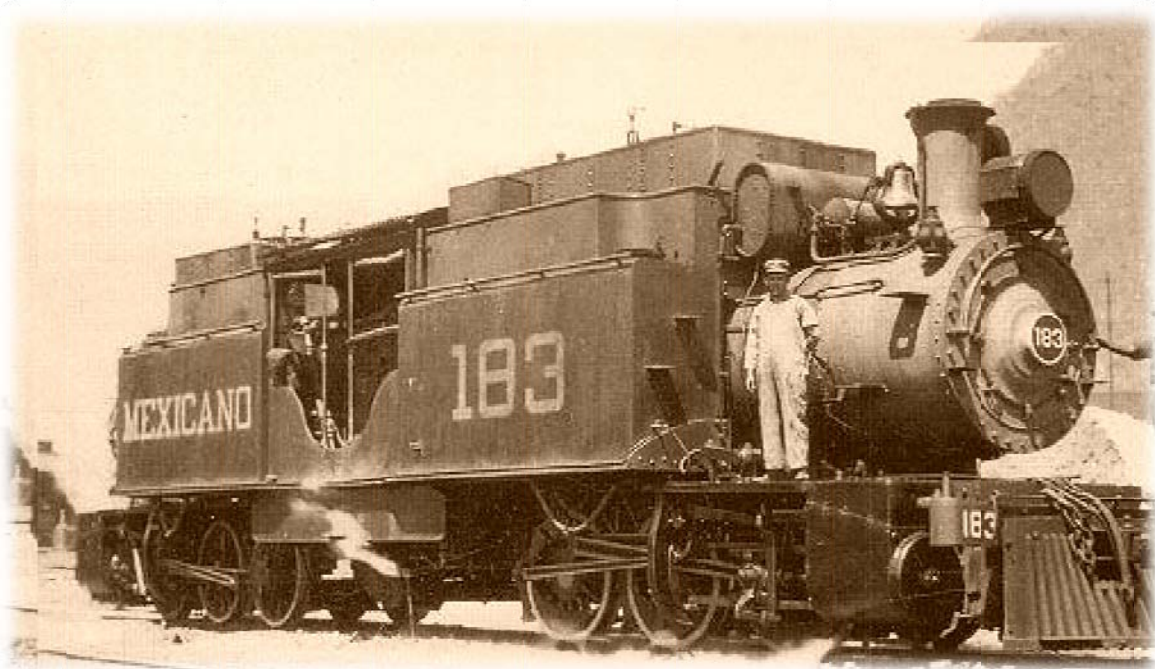
En el segundo capítulo se desarrollarán los análisis elásticos del durmiente, donde se determinan las condiciones de frontera que tiene el durmiente cuando actúan las cargas verticales, así como un análisis analítico para compararlos con los análisis que se realizarán con diferentes software de CAE para conocer qué tan factible es utilizar alguna de estas herramientas para realizar los análisis estáticos y dinámicos del durmiente.

En el tercer capítulo se realizan los análisis mecánicos bajo condiciones dinámicos por impacto por medio del criterio de los elementos finitos, utilizando una herramienta de CAE que se halla determinado óptima para la realización del análisis.

Finalmente se presentan la discusión de resultados y se determina si el durmiente que fue fabricado por la empresa Gysapol es funcional bajo las condiciones a las que fue sometido y se concluyen los objetivos de la tesis, los resultados de los análisis y las recomendaciones de diseño para el durmiente.

# CAPÍTULO I

## ANTECEDENTES



*Primer ferrocarril en México.*

## 1.1 Introducción

En este capítulo se presentan los antecedentes acerca de los durmientes (traviesas) que son utilizados para la infraestructura férrea, haciendo referencia histórica de la utilización de éstos, la descripción de estructuras, para qué sirven, y las diferencias en los materiales para su fabricación.

## 1.2. Durmientes

*Definición:* Se llaman durmientes o traviesas a las piezas que se colocan transversalmente sobre el balasto para proporcionar a los rieles de la vía un soporte adecuado. Los durmientes no sólo soportan los rieles de la vía, sino que, además, proporcionan un medio para que los rieles se conserven con seguridad a la distancia correcta del escantillón (plantilla o patrón que sirve para trazar las líneas y fijar las dimensiones de construcción) [4].

Los primeros durmientes para los caminos de los ferrocarriles fueron hechos de bloques de piedra, en 1820, cuando fueron utilizados para los ferrocarriles de varios caminos norteamericanos. Debido a problemas de rigidez y difícil manejo para asegurar las vías, luego esos durmientes fueron abandonados. En esa misma época, una línea de Boston (U.S.A) experimentó con el uso de durmientes de madera. Esto fue un suceso y después fue adaptada por todas las ferroviarias. Los primeros durmientes fueron hechos de roble, de pino, cedro, árbol de castaño, ciprés y de otras maderas. La abundancia de esa materia prima, localizada siempre próxima a las vías férreas no preocupó a los empresarios de aquellas épocas sobre la durabilidad del material. Con el pasar de los años hubo un aumento en el consumo de la madera, llevando a la necesidad de aumentar la vida útil de los durmientes o buscar otras alternativas de materia prima para fabricarlos [1].

Uno de los elementos que procede al durmiente dentro de la infraestructura férrea es el balasto cuyo espesor debe ser tal que proporcione firme asiento a los durmientes y que distribuya las presiones “uniformemente” a las terracerías: el espesor debe ser tanto mayor cuanto más intenso sea el tránsito en la vía y mayores las cargas y las velocidades de los trenes. La relación entre el ancho  $b$  del durmiente y la amplitud  $B$  de la superficie sobre la cual se reparten las presiones, varía en función del espesor  $h$  de la capa del balasto. Si se presupone, como generalmente se hace, que la distribución de presiones es a  $45^\circ$ , se tiene que  $B=b+2h$  como se indica en la figura 1.1 [4].

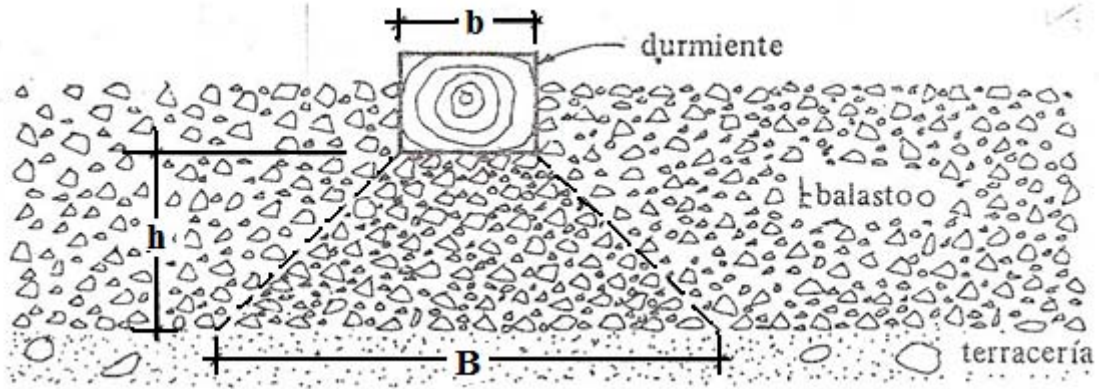


Figura 1.1 Muestra al balasto en la infraestructura férrea<sup>4)</sup>.

Al paso de los trenes los durmientes golpean sobre el balasto produciéndose un levantamiento y hundimiento de ellos y en los materiales pétreos, por otra parte el balasto tiende con este movimiento a colocarse en el centro de la vía, deformándose los durmientes como se muestra en la figura 1.2, por esta razón se requiere una buena interacción entre ellos.

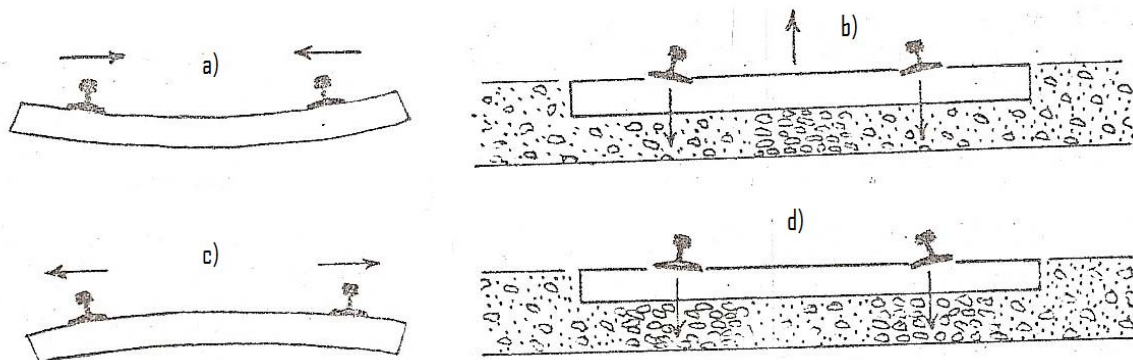


Figura 1.2 Deflexión de los durmientes<sup>2)</sup> a) Deformación a causa de ser el durmiente demasiado largo, b) Balasto deficiente provocando deformaciones en los durmientes, c) Deformación del durmiente por deficiente balasto, d) Sobre-balastado debajo de los rieles que evita deformación en los durmientes.

La longitud de los durmientes es función de la altura de la vía y del material del que están constituidas, generalmente tienen una longitud de 2.40 a 2.70 [m]

Las principales funciones que debe desempeñar un durmiente son las siguientes [2]:

- Soporte de los rieles, fijando y asegurando su posición en lo referente a cota, separación e inclinación.

- Recibir las cargas verticales y horizontales transmitidas por los rieles y repartirlas sobre el balasto mediante su superficie de apoyo
- Conseguir y mantener la estabilidad de la vía en el plano horizontal (longitudinal y transversalmente) y en el vertical frente a los esfuerzos estáticos procedentes del peso propio y las variaciones de temperatura y a los esfuerzos dinámicos debidos al peso de los trenes.
- Mantener, siempre que sea posible, por sí mismo y sin ayuda de elementos específicos incorporados a la sujeción, el aislamiento eléctrico entre los dos hilos de rieles cuando la línea esté dotada de circuitos de señalización.
- En el caso de que las corrientes parásitas procedentes de la electrificación pudieran perjudicar las instalaciones situadas en el entorno de la línea, el durmiente deberá ofrecer características aislantes con objeto de evitar la producción de daños.

Para cumplir estas funciones deben considerarse los siguientes factores:

- a) Material.
- b) Peso.
- c) Elasticidad que confiere a la vía.
- d) Características aislantes.
- e) Durabilidad

### **1.3. Materiales utilizados**

Los materiales que habitualmente se emplean en la manufactura de los durmientes son [7]:

- a) Madera.
- b) Acero.
- c) Fundición.
- d) Hormigón.
- e) Hormigón Armado.
- f) Hormigón tensado.
- g) Materiales sintéticos.

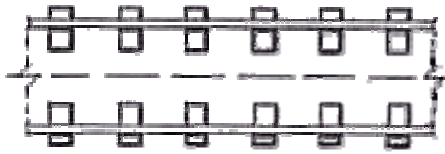
Todos estos materiales han sido usados y experimentados en diversos países.

Geometrías de los durmientes:

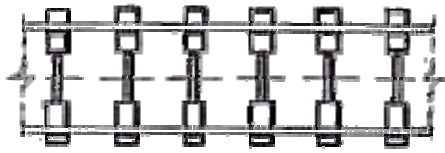
Por su forma, las traviesas o durmientes pueden clasificarse en:

- Semitraviesas.

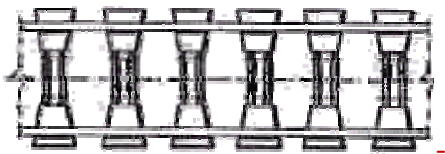
- Traviesas de dos bloques.
- Traviesas de dos rótulas.
- Traviesas monobloc.



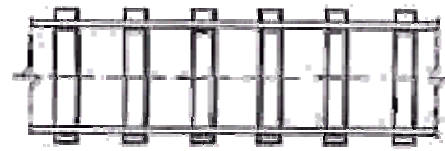
-> Ejemplo de semitraviesas.



-> Ejemplo de dos bloques con riostra.



-> Ejemplo de traviesas de dos rótulas.



-> Ejemplo de traviesas monobloc.

Figura 1.3 Clasificación de los durmientes por su forma geométrica<sup>3)</sup>.

## 1.4. Construcción y características de los durmientes

### 1.4.1 Durmientes de madera.

El pino y las maderas semiduras, deben considerarse para la vida útil de los durmientes, cuyo promedio (en México) llega a ser de 10 a 18 años [3], con reducidas velocidades y escaso balasto.

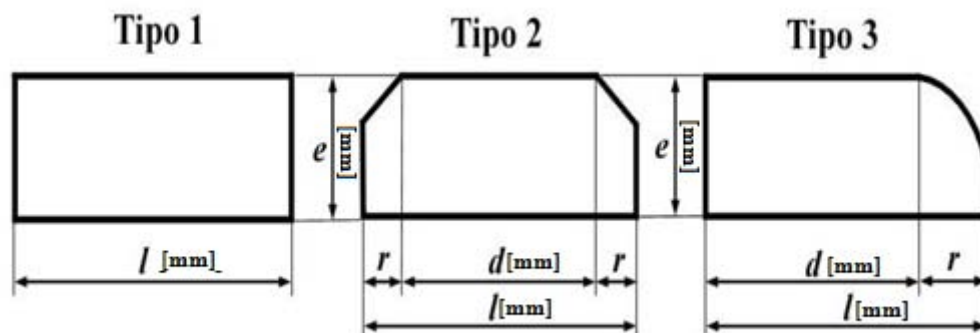
La madera resulta excelente para poder absorber los momentos flexionantes negativos y otras complejas deformaciones imprevisibles.

Las fallas más frecuentes, ocurren bajo los rieles y en gran parte dependen del balasto sucio que pudre los extremos.

Los grandes esfuerzos rasantes en las curvas de radio corto, no es posible soportarlos únicamente con durmientes y clavos renovados con frecuencia, lo cual obliga a usar barras de escantillón.

Las maderas duras que se utilizan para elaboración de durmientes ofrecen una resistencia apropiada de 150 [Kg/cm<sup>2</sup>] a los esfuerzos de compresión perpendicular a las fibras y de 5.6 [Ton] al arrancamiento de los tirafondos [2].

Las secciones transversales más usuales para madera se indican en las cargas siguientes y se muestra además una tabla de clasificación con las correspondientes dimensiones. Las dimensiones pueden variar de 2.4 a 2.7 [m] [2].



Categoría	Tipo 1				Tipo 2				Tipo 3			
	<i>l</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>r</i>	<i>l</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>r</i>	<i>l</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>r</i>
<b>Primera</b>	230	140	0	0	230	140	150	40	240	140	160	80
<b>Segunda</b>	210	130	0	0	210	130	140	35	220	130	150	70
<b>Primera</b>	240	150	0	0	240	150	160	40	245	150	165	80
<b>Segunda</b>	230	140	0	0	230	140	160	35	235	140	165	70

Figura 1.4 Especificaciones dimensionales transversales de los durmientes de madera<sup>3)</sup>.

Resumiendo las condiciones constructivas recomendables que deben tener los durmientes de madera tenemos los siguientes [2]:

- 1- densidad comprendida entre 750 y 800 [kg/cm<sup>3</sup>]
- 2- dureza para resistir los choques sin desintegración local.
- 3- Resistencia al ataque de clavos y tirafondos.
- 4- Suficiente estabilidad para garantizar un buen movimiento.
- 5- Coeficiente de contracción pequeño.
- 6- Conservación económica.
- 7- Absorción adecuada a las sustancias para prolongar su vida.

A lo largo de la vida del durmiente, éste sufre deterioros mecánicos, meteorológicos y biológicos.

1. Mecánicos: el riel va penetrando y cortando paulatinamente las fibras de madera cuando aquél descansa directamente sobre el durmiente. La presión ejercida alrededor de 100 [Kg/cm<sup>2</sup>] al paso de las cargas, en curvas esta presión es superior y sin una distribución uniforme, lo que hace desgarrar y gastar las fibras de madera.

Para evitar este tipo de inconveniente, se ha generalizado el uso de placas de apoyo o sistemas de fijación elásticas en los que se emplean placas de hule entre patín y durmiente.

2. Meteorológicas: La madera se va rajando a causa de los periodos alternados de sequedad y humedad; de frío y de calor, con lo que presenta agrietamientos que pueden ser peligrosos.

Para evitar este inconveniente se acostumbra colocar grapas metálicas anti rajantes en forma de S y flejes de acero, colocados alrededor de las extremidades fijados por broches y por medio de una fijadora

3. Biológicos: Por la acción de hongos y bacterias procreados a causa de la humedad y condiciones propicias y desarrollados en las grietas principalmente.

Para lograr que la madera expulse la savia y la humedad, se seca la madera que es mucho más conveniente, o colocarlas en hornos.

#### **1.4.2. Durmientes de acero.**

Son construidos principalmente con lámina de acero de grano fino, compacto y homogéneo. Su laminado en perfil tiene forma de “U” invertida con poca altura para facilitar su calzado y nivelación.

Debido a la escasez y alto precio de la madera, en algunos países industrializados se inició el estudio y construcción de durmientes metálicos. Se estudió especialmente la forma del durmiente para obtener una buena área de apoyo y una buena resistencia al desplazamiento longitudinal y transversal.

Denominados *conchas*, presentan una cara superior dotada de los elementos para sentar los rieles, afirmar el escantillón y sujetar las cabezas de los pernos de fijación del patín (fig. 1.5).

Los bordes volteados hacia abajo, presentan su inconfundible característica de anclaje que los hace excelentes para vías sinuosas o de riel soldado, en otras palabras, sus extremos tienen forma de azada para lograr una penetración en el balasto, impidiendo de esta manera corrimientos transversales, sus caras laterales son casi verticales con el objeto de facilitar la



colocación de anclas para evitar corrimiento de riel .el lugar que más se debe cuidar es el asiento del riel o sea el punto de impacto, por lo que debe ser especialmente reforzado y protegido.

Estos durmientes son huecos y precisan utilizar preciso balasto y saber introducirlo y calzarlo correctamente usando herramienta mecanizada especial para compactar e introducir el balasto bajo el durmiente [2].

Sus longitudes varían entre 2.4-2.7 [m] y son relativamente ligeros, pues su peso varia entre 50-75 [Kg] [2]. Por su misma ligereza no puede ser empleados en vías de alto tonelaje, en los de tonelaje medio han dado buenos resultados técnicos, a pesar de ser ruidosos y ser conductores de la electricidad ya que difícilmente permiten el aislamiento de un riel a otro.

Económicamente son más costosos, pero su ventaja se encuentra en su larga duración (se calcula que tienen una vida aproximada de 60 años [2]) y se pueden retirar de vías primarias y colocarlas en secundarias cuando ya tenga un desgaste inicial, lo que es imposible de realizar en los durmientes de madera.

Los durmientes metálicos se confeccionaron inicialmente en acero y en fundición, pero estos últimos son muy frágiles y no dieron resultados aceptables, por lo que se dejaron de utilizar. Sólo en la India quedan durmientes de este tipo colocados en la vía.

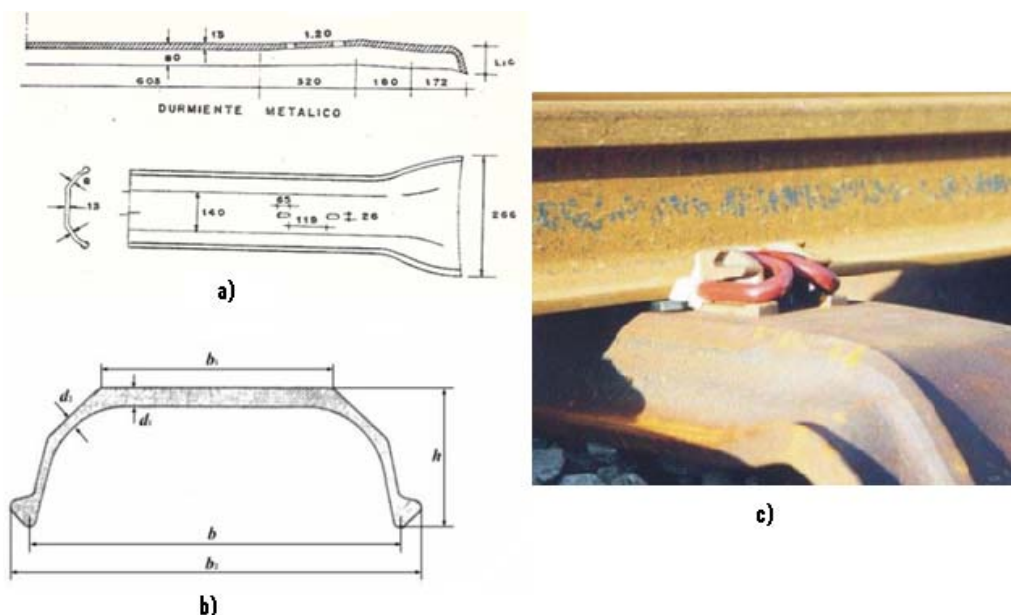


Figura 1.5 a) Dibujo de la forma de un durmiente de acero en sus tres perfiles<sup>2)</sup>. b) Perfil transversal de un durmiente de acero<sup>3)</sup>. c) Fotografía de un durmiente de acero colocado en una infraestructura férrea<sup>3)</sup>

### 1.4.3. Durmientes de hormigón.

Debido a la poca durabilidad y la relativa escasez de la madera natural, a principios del siglo pasado se iniciaron estudios para fabricar durmientes de hormigón en masa, los cuales no dieron buenos resultados debido al rápido agrietamiento y destrucción del hormigón sin armadura. Posteriormente, se fabricaron durmientes de hormigón armado, pero los resultados fueron insatisfactorios, ya que muy pronto aparecían fisuras en la cara superior de su parte central. Finalmente, después de la 2ª Guerra Mundial con los progresos del hormigón pretensado, se experimentó con este material con buenos resultados [6].

Un durmiente de hormigón pretensado tipo monobloque [9]: Es el durmiente constituido por un elemento de hormigón sometido a tensiones previas de compresión. El esfuerzo de precompresión del durmiente se obtiene mediante alambres o barras de aceros traccionados con la carga correspondiente y que transmiten el esfuerzo ya sea por adherencia, anclaje o una combinación de ambos procedimientos.



Figura 1.6 a) Máquina tensadora de la armadura de los durmientes de hormigón.  
b) Molde de vaciado para durmientes pretensados de hormigón<sup>HERSO</sup>.

- El durmiente de hormigón pretensado o postensado tiene una vida útil en servicio, superior al doble de los de madera [6].
- Conserva a lo largo de toda la vía una notable constancia en sus condiciones físicas.
- La vía muestra una mayor resistencia a los desplazamientos en su plano.
- Se puede diseñar en la forma más conveniente para resistir los esfuerzos que habrá de soportar en servicio.

- Su costo es un poco mayor que el durmiente de madera tratada.
- Para aislar eléctricamente los dos rieles es necesario usar piezas de aislamiento especiales
- El manejo es más difícil a causa del peso elevado (más de 300 kg) y su relativa fragilidad.
- Presenta una debilidad estructural es su centro, debido a que su apoyo uniforme en el balasto origina esfuerzos de tracción en su cara superior, con posibles grietas en el hormigón.

Esta debilidad estructural puede ser de gravedad y causar la destrucción prematura del durmiente.

Para obviar esta dificultad se diseñó un durmiente bibloque que consiste en dos bloques paralelepípedos unidos por una pieza de acero empotrado en los bloques de hormigón. Este tipo de durmiente es aún bastante usado en algunos países, aunque adolece de algunos defectos que hacen preferible los durmientes monobloque.

Los defectos que los durmientes de hormigón monobloque que se pueden llegar a presentar son [6]:

- Elevado consumo de acero necesario para la barra de unión.
- Mala capacidad para mantener el ancho de la vía debido a su baja rigidez vertical y transversal.
- Peligro de corrosión en la barra de unión.
- Mal comportamiento en los descarrilamientos por rotura o deformación inadmisibles de la barra de unión.
- Su relativamente pequeña superficie de apoyo sobre el balasto.

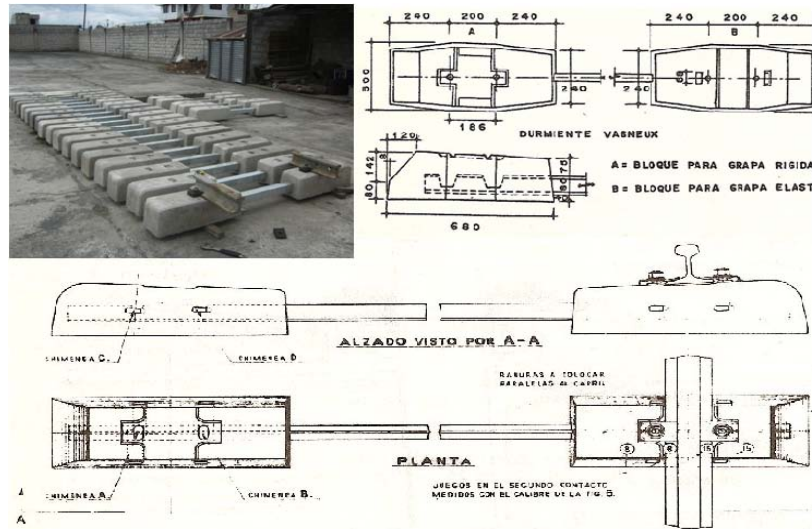


Figura 1.7. Diferentes tipos de durmientes bibloque hechos de hormigón<sup>3)2)</sup>.

Actualmente, los durmientes de tipo monobloque son los más usados y su diseño, que en un principio tenía forma de paralelepípedo similar a los de madera, fue modificado por la experiencia, para disminuir el peligro de quebradura en el centro de este. La forma más conveniente, adoptada actualmente, es una sección trapezoidal en el centro, variando hacia los extremos de forma progresiva y continua hacia un mayor ancho.

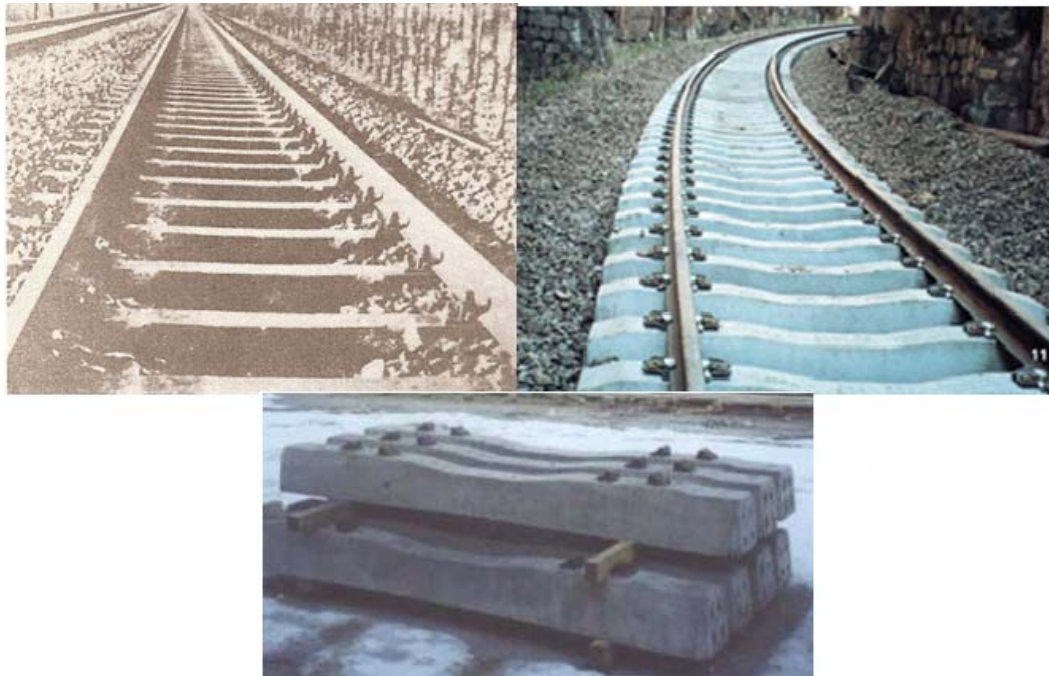


Figura 1.8. Diferentes tipos de durmientes mono bloque hechos de hormigón<sup>2)</sup>.

Muchos países han diseñado sus propios durmientes de hormigón armado pretensado o postensado, por lo cual hay una gran variedad de diseños. Para especificar la adquisición de estos durmientes deberá tenerse en cuenta las solicitaciones a que serán sometidos durante su uso y la calidad de los materiales a emplear en su fabricación. En líneas generales se pide a los materiales lo siguiente [6]:

- Cemento de alta calidad.
- Áridos de resistencia elevada, generalmente silíceos, de tamaño más bien uniforme y, en general, relativamente fino. EFE (Empresa de los Ferrocarriles del Estado, Chile) especifica el tamaño máximo en 38 mm. La resistencia a la compresión del hormigón debe ser mayor de 550 kg/cm<sup>2</sup>.
- Las características del acero a emplear deben ser indicadas por el fabricante, pero es recomendable que las tensiones de ruptura estén sobre 150 kg/mm<sup>2</sup>.

#### **1.4.4. Durmientes de polímero (Material sintético).**

Aunque la madera ha sido durante mucho tiempo el material para los durmientes, varios factores han tenido cierto incremento de interés en años recientes por la comunidad ferroviaria en posibles materiales alternativos. Estos factores incluyen el incremento en el desgaste debido a cargas más altas, y las preocupaciones ambientales asociadas con los tratamientos químicos de preservación en la madera. Varios fabricantes se han incorporado al mercado con una variedad de diseños plásticos del material compuesto. Algunos de estos durmientes plásticos compuestos han sido sujetos a pruebas de laboratorio y a pruebas de campo incluyendo la prueba de FAST en Pueblo, Colorado (U.S.A.). Varios miles de estos durmientes de plástico compuesto han sido colocados en pistas, que van desde la masa de tránsito hasta a los usos de servicio de la clase 1. Mientras estos productos tienen algunos atributos de desarrollo que las hacen atractivas alternativas a la madera, también cuentan con ciertas propiedades que son diferentes a los durmientes de madera tradicional, y aun no son completamente entendidas. El funcionamiento y seguridad que se presentan de estas características incluyen: fractura, interacción durmiente balasto bajo, placa de corte del durmiente, fluencia (aumento en la calibración), esfuerzo-relajación (punto que afloja) y efectos de exposiciones ambientales [10].

Existe mucho interés en diversos países en usar materiales sintéticos para confeccionar durmientes, en especial en los ferrocarriles suburbanos, teniendo como objetivo principal reducir los niveles de ruido. En los diseños realizados con este objeto se ha usado principalmente el poliuretano. En principio se han apreciado algunas características, todavía provisionarias y que son las siguientes [6]:

- Los niveles de ruido disminuyen notoriamente respecto de los durmientes convencionales.
- Tienen un aislamiento eléctrico permanente, independiente de la humedad.
- Aunque el tiempo transcurrido no es mucho, parece que tienen una buena duración.
- Resisten las altas temperaturas ambientales, lo que no se observa disminuido por la acción directa de la luz solar.
- Debido a su reducido peso y limitadas características resistentes, parece que no son aptos para tráficos pesados o de alta velocidad.
- Son notoriamente más caros que los durmientes convencionales.

Por tratarse de durmientes experimentales, no se considera recomendable utilizar durmientes de material sintético mientras no se tengan conclusiones más ciertas sobre sus características y cualidades, y sobre los materiales más apropiados [6]

*Tabla 1.1. Comparativos de los diferentes materiales para durmientes.*

Material	Madera	Acero	Hormigón	Polímero
<b>Propiedades Mecánicas</b>	Elevado módulo de elasticidad y gran flexibilidad	Estabilidad Media	Alta durabilidad y baja elasticidad	Alta ligereza y resiste altas temperaturas
<b>Costo de adquisición</b>	Bajo	Alto	Alto	Alto
<b>Durabilidad</b>	Media (15-18 años)	Alto (50-60 años)	Alta	Alta
<b>Reutilización</b>	Sí	Sí	No	Sí
<b>Necesidad de tratamiento químico para protección</b>	Sí	No	No	Si
<b>Resistencia a descarrilamientos</b>	Alta	Alta	Baja	Baja
<b>Aislante eléctrico</b>	Alto	Malo	Alto	Muy bueno

### 1.5. Materiales compuestos para la infraestructura ferroviaria

En años recientes, diferentes factores relacionados con el desgaste del material del mantenimiento ambiental ha llevado al interés de la industria ferroviaria en la búsqueda de materiales alternativos para la fabricación de los durmientes. Los trenes ahora llegan a

cargar hasta 39 [Ton] (35,400 [Kg]) comparadas con las 36 [Ton] (32,650 [Kg]) que cargaban hace unos años [10]. En muchos casos este incremento en la carga ha acelerado el desgaste en los durmientes hechos de madera. También, la industria ferroviaria se está dando cuenta que los reglamentos ambientales y la forma en que pueden restringir el uso futuro de la creosota, que es un tratamiento necesario para conservar y proporcionar una mayor vida útil de la madera en particular en ciertas exposiciones agresivas. La innovación en durmientes de plásticos compuestos están ganando rápidamente aceptación como el reemplazo de los durmientes de madera. Mientras estos innovadores materiales compuestos ofrecen una gran ventaja sobre la madera, estos tienen algunas propiedades mecánicas muy diferentes a la madera. Los límites del rendimiento y las maneras en las que fallan estos durmientes en servicio no han sido bien definidos o entendidos [5].

Los materiales compuestos han sido cada vez más reconocidos como materiales viables para la construcción para una amplia gama de estructuras, para la construcción de las carrocerías de los carros, con claras ventajas especiales en algunas de las aplicaciones.

Estas ventajas reconocidas como materias de elección en función de las características del uso previsto incluyendo peso ligero, alta resistencia, resistencia al desgaste, resistencia a la corrosión, estabilidad dimensional, y particularmente flexibilidad en el diseño del conformado de formas complejas. Últimamente, la razón por su incrementado uso es el reconocimiento de la ventaja competitiva que ofrece una base de ciclo de vida-costo. Estas mismas razones también nos dirigen a su incremento de su uso en la infraestructura ferroviaria. En previsión de esta tendencia inevitable, (Federal Railroad Administration) FRA's 5-year R&A Strategic Plan que ha identificado materiales compuestos para la infraestructura férrea como un área prioritaria [5].

FRA ha desarrollado y apoyando cuatro proyectos en este campo de *Materiales Compuestos para la Infraestructura de Vías Férreas*, tres bajo la supervisión de subdivisiones R&D (Research and Development) de distintas universidades (West Virginia University y Missouri-Rolla University) y otra en virtud de un acuerdo interinstitucional en el laboratorio de investigación de ingeniería del ejército del cuerpo militar del los estados unidos que son los siguientes [5]:

- 1- Seguimiento en las cuestiones de seguridad relativa en la tecnología de los durmientes de plástico.
- 2- Compuesto de fibra de vidrio reforzado (GFRC) en durmientes de madera, universidad del sureste de Virginia, Mongrantown.
- 3- Compuesto de fibra de vidrio reforzado para la reparación y rehabilitación de los puentes férreos de madera, Universidad del sureste de Virginia, Mongrantown.

- 4- Compuesto de fibra de vidrio reforzado para la reparación de los puentes de ferrocarril de acero.

### **1.5.1. Origen de los durmientes compuesto de plástico para las ferrovías**

A principios de los 90's, una nueva industria que trabajaba con materiales de madera de construcción plástica reciclados emergió de los Estados Unidos. Muchos de estas manufacturas de madera plástica tienen en mente la fabricación de durmientes ferroviarios (RR ties). Sin embargo, se dieron cuenta rápidamente de que se necesita algo más que el tamaño del bloque del durmiente de plástico para proporcionar un funcionamiento apropiado a la pista. Con grandes fondos, se desarrollaron durmientes hechos de madera plástica reciclada con polietileno de alta densidad (HDPE) que fueron instalados en Illinois, Chicago, por un periodo corto de tiempo. Las obras no pudieron terminarse exitosamente debido a algunas limitaciones en las propiedades mecánicas del material reforzado. Sin embargo, algunos investigadores creyeron que los defectos en la característica mecánica se podrían superar con relativa facilidad incorporando elementos de refuerzo en la matriz del plástico reciclado. A mediados de los 90's dos grupos independientes estuvieron desarrollando durmientes RR de compuestos plásticos utilizando HDPE reciclado combinado con otros materiales para elevar sus propiedades. Aparte de las limitaciones en las propiedades mecánicas, el HDPE ofrece funcionamiento y ventajas ambientales para su uso como durmiente RR. La madera puede ser particularmente molesta en climas calientes, suelos húmedos, donde organismos biológicos pueden atacar a los durmientes de madera y disminuir su tiempo de vida de servicio. Para luchar al ataque de la putrefacción y del insecto, la madera debe ser tratada con Creosota. Los durmientes de HDPE no requieren de ningún tratamiento, y sin embargo, este material es intrínsecamente resistente a la putrefacción y a los insectos. Además, dado que varios millones de durmientes son substituidas cada año por los ferrocarriles, y en vista del volumen de plástico necesitado para hacer cada durmiente, las considerables cantidades de plásticos inútiles podrían ser desviadas de los terraplenes y ponerlos al uso beneficioso de los durmientes de plástico para alcanzar cualquier penetración significativa de mercado [10].

### **1.5.2. Tipos de durmientes de compuesto plástico**

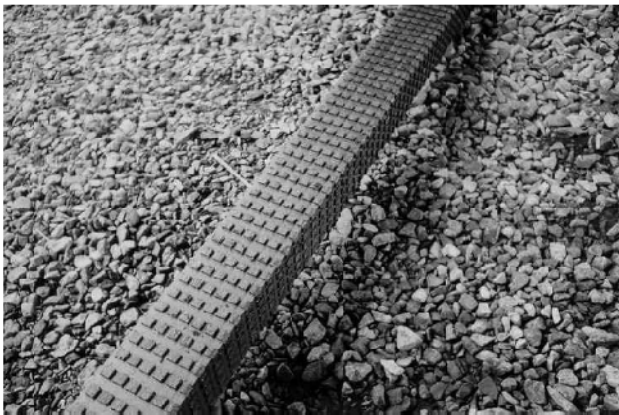
En poco más de una década, desde que se instalaron los primeros durmientes de material plasmático en Chicago, varios comerciantes han entrado al mercado con una buena variedad de durmientes de material plástico compuesto. Genéricamente estos nuevos durmientes plásticos compuestos se incluyen tales como:

- Fibras de vidrio reforzado con matriz de HDPE.
- Fibras de vidrio reforzado con matriz de caucho-reforzada de HDPE.



- Fibra de polímetro reforzado con matriz de HDPE.
- HDPE y material combinado por subproducto.
- Acero híbrido, concreto, y diseño de plástico compuesto.

En octubre de 2000, un nuevo subcomité de ingeniería en durmientes compuestos fue formado por la A.R.E.M.A. (American Railway Engineering and Maintenance of Way Association). Comité recomendada para desarrollar estándares de ingeniería y las prácticas para el uso de estos nuevos materiales por los ferrocarriles [10].



*Figura 1.9 Durmiente de plástico con un patrón superficial para aumentar la estabilidad lateral<sup>10)</sup>.*

## **1.6. Antecedentes teóricos.**

Para tener el conocimiento de los análisis mecánicos de los durmientes, a continuación se presentan algunos desarrollos teóricos que se han realizado anteriormente en estos elementos estructurales que componen la infraestructura de las vías férreas, resaltando que esto es sólo un marco teórico para que el lector se dé una idea de cómo se han estudiado a los durmientes.

### **1.6.1. Investigación convencional sobre la forma de los durmientes [14].**

#### 1) Dimensiones del durmiente y su forma:

Se asume que es necesario tomar en cuenta los siguientes puntos para el diseño del tamaño de la forma del durmiente:

Longitud: La longitud del durmiente tiene una gran influencia en el momento de flexión del durmiente, en general el valor absoluto del momento flexionante negativo en el centro del durmiente decrece como la longitud del durmiente se va haciendo largo. Puede ser que

llegue a ser un momento flexionante positivo. La influencia del momento flexionante positivo se incrementa gradualmente en una buena posición bajo el riel. Por tanto, la longitud de un durmiente debe ser determinado a fin de que el momento flexionante del centro del durmiente balancee los lados del durmiente bajo del riel.

Altura: Es necesario agrandar la altura del durmiente para incrementar su peso y una resistencia longitudinal y lateral con el balasto. Sin embargo, esto podría aumentar el precio del durmiente debido al aumento de una cantidad necesaria de material para manufacturarlo, y también incrementa una cantidad necesaria de balasto, por lo tanto se vuelve no comercial, cuando la altura del durmiente incrementa, se vuelve más fácil que se produzcan fallas por torsión.

## 2) Forma del durmiente y establecimiento de la pista.

Existe un estudio concerniente al efecto de la forma de los durmientes de madera concreto desarrollado por Okabe et al. En este estudio, las pruebas de cargas estáticas y cíclicas fueron probadas en 20 diferentes tipos de durmientes de concreto de diferentes longitudes, alturas y anchuras. Sus conclusiones fueron las siguientes. Cuando se incremente el área inferior de un durmiente, es más ventajoso incrementar la longitud que la anchura para inhibir un establecimiento de la pista. En un resultado se obtuvo que es necesario dar flexibilidad al durmiente por medio de hacerlo de una forma larga y delgada, porque la rigidez del concreto es originalmente mucha.

### 1.6.2. Acción de las cargas fijas

Método estático de durmientes [2].

Se verá el cálculo para tres posiciones posibles de apoyos del durmiente, en las que influye el descanso de este con respecto al balasto.

- 1- Cuando el durmiente esta correctamente apoyado en toda su longitud. O sea que se puede considerar una distribución uniforme de esfuerzos.

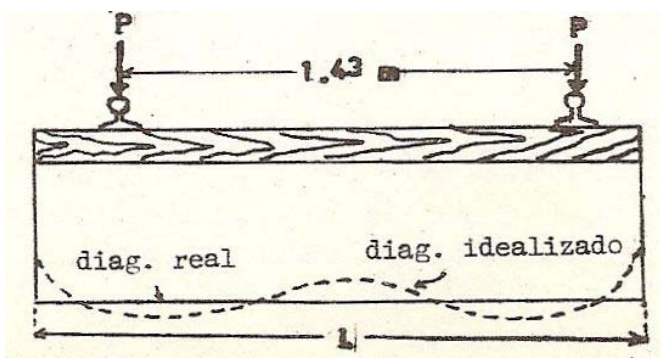


Figura 1.10. Distribución uniforme de esfuerzos, el durmiente se encuentra bien apoyado.

- 2- Cuando el balasto de las orillas se pierde, y sólo se apoya en el centro del durmiente, su diagrama es de la forma como se muestra en la siguiente figura.

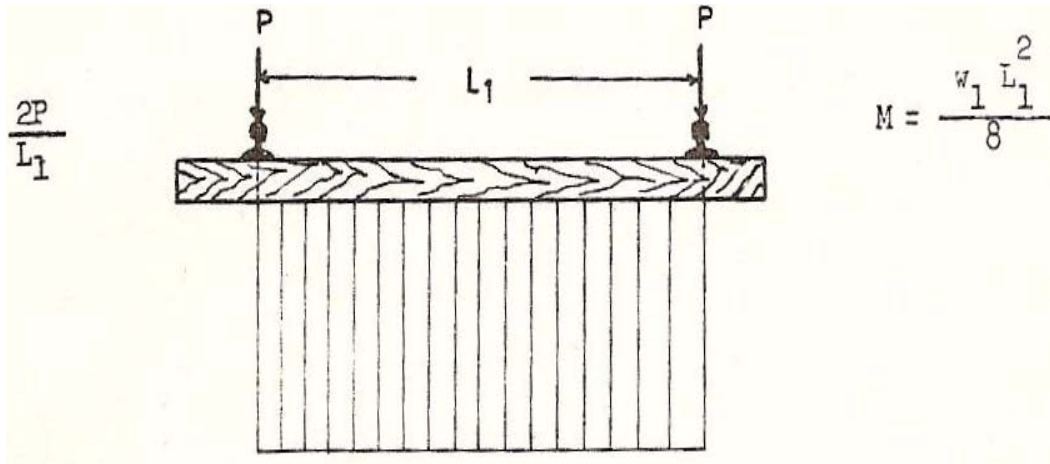
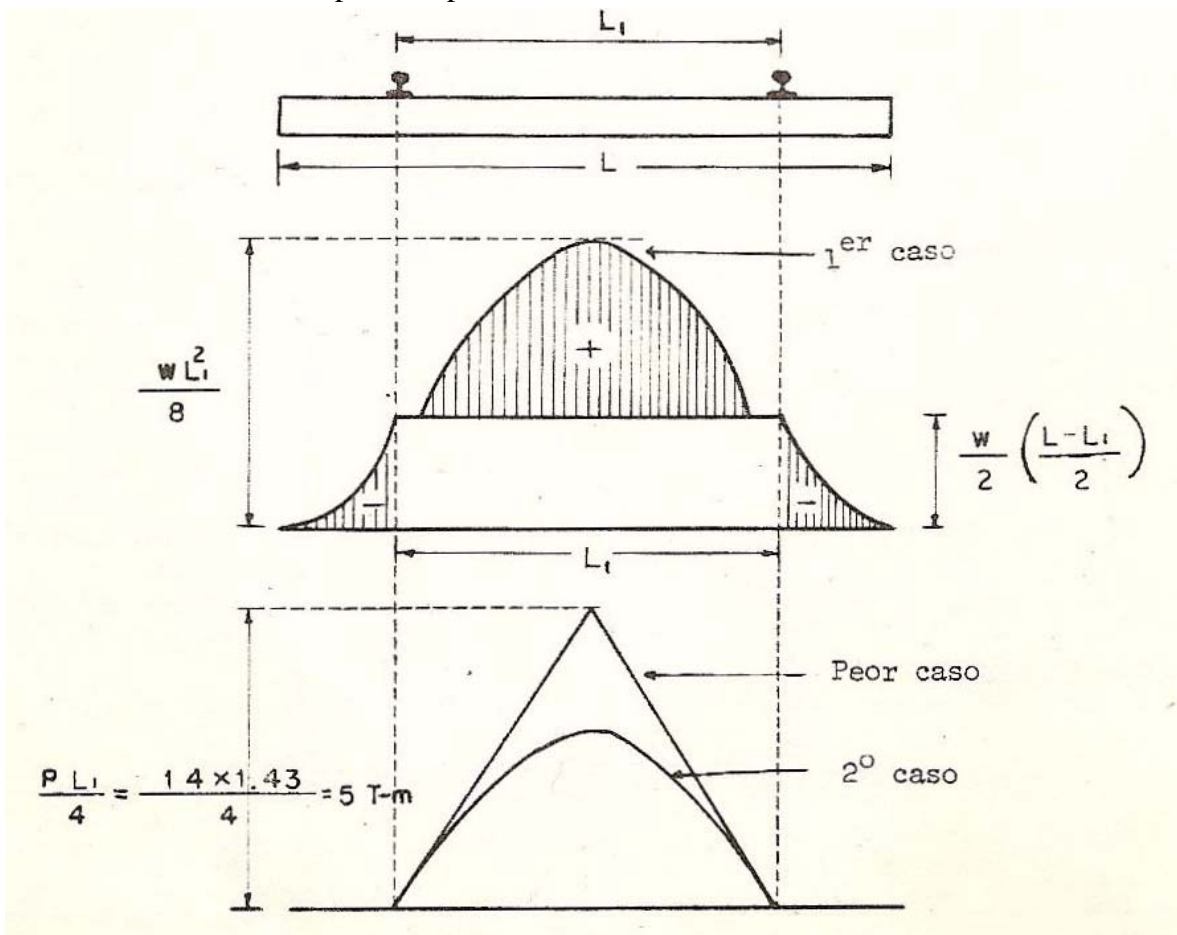


Figura 1.11. Apoyo del balasto sólo en el centro del durmiente.

- 3- Cuando se tiene la posición crítica en que se pierde todo el balastado y solo hay un punto de apoyo en el centro del durmiente  
Se tienen los tres casos expuestos, para diseño se usará una  $P=7$  [Ton/rueda]



*Figura 1.12. Tres casos expuestos para el acomodo del balasto.*

Cuando se tienen las condiciones iniciales, el diagrama que se forma es correspondiente a una viga en dos voladizos (ver anexo I).

Debido a las vibraciones producidas por el tren, se origina un reacomodo del balasto en toda la longitud del durmiente y no solo en los extremos. Esto lleva a considerar que la viga es doblemente empotrada

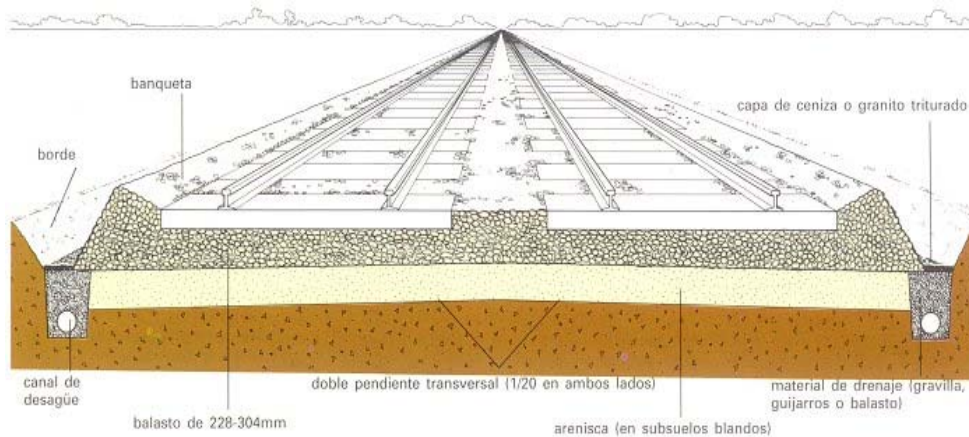
### **1.6.3. Balasto.**

Propósito de la sección balastada: El balasto realiza funciones importantes y bien definidas [13].

- 1- Las cargas de la pista y del tráfico ferroviario es transmitida al balasto y distribuida uniformemente sobre su área con una menor unidad de presión. Sin balasto, los durmientes se hundirían irregularmente dentro de la superficie del suelo por debajo de la concentración de las cargas de presiones.
- 2- La pista se ancla en su lugar y no permite los movimientos longitudinal y lateral. Las partículas de forma irregular del balasto se conectan con cada uno de los durmientes para resistir las fuerzas distribuidas de las cargas dinámicas.
- 3- El balasto provee de un sistema de drenado inmediato. Los problemas de humedad no son tan grandes ya que ésta siempre es llevada lejos del las vías y de los durmientes y no se deja que haya acumulaciones de humedad en los alrededores de las vías y de los durmientes y de los rieles en ningún momento. La forma de la sección y porosidad, las propiedades de fácil drenado de los materiales para el balasto hacen que sea posible el drenaje de la pista.
- 4- Se reduce el nivel de congelamiento de la pista. El retiro de la humedad causada por el drenaje del balasto es la primera causa que elimina este acontecimiento. Además, cierta elasticidad en el balasto tiende a absorber algo o la totalidad del levantamiento del durmiente por debajo de la superficie del balasto.
- 5- Las operaciones de mantenimiento son más factibles. Es más fácil poner el balasto bajo los durmientes y las correcciones hechas en línea y la superficie se coloca cuando la pista se encuentra levantada de de la superficie del duelo.
- 6- El crecimiento de la vegetación es muy retardado. El drenaje que proporciona el balasto remueve la humedad necesaria para el crecimiento de plantas. Se presume

que el nuevo balasto contiene muy poco o nada de arcilla o limo el cual podría hacer crecer la vegetación.

- 7- La resiliencia la cual absorbe algunos de los choques por las cargas dinámicas se encuentra en el balasto, las partículas del balasto, que se encuentran interconectadas unas con las otras, se moverán ligeramente, dando un limitado grado de libertad de movimiento, así el balasto soporta al durmiente, rieles y cargas.



*Figura 1.13. Infraestructura de la vía férrea.*

#### **1.6.4. Planteamiento del problema de contacto.**

El problema de contacto estudia el caso cuando en el contorno de un cuerpo existen un número de regiones  $n$  en cada una de las cuales se dan las condiciones de contacto [10].

Estas condiciones se pueden reducir a dos:

- Igualdad de deformaciones entre los dos cuerpos en la zona de contacto
- La presión de contacto que se produce entre los cuerpos, o reacción de uno sobre el otro, ha de ser tal que la deformación inducida por estas tensiones cumpla la primera condición o condición de contacto

Las primeras etapas en la solución de problemas de contacto son dos: en primer lugar es necesario conocer la presión de contacto entre la base de apoyo y la cimentación, y en segundo lugar se ha de conocer las deformaciones (asientos) inferidos.

En su forma más general el problema se puede plantear en cuatro problemas básicos: dos problemas de dos dimensiones, y dos problemas de planteamiento análogo, pero en estado tridimensional.

Existen muchos modelos teóricos del estudio de suelos idealizados; pero los que interesan en este estudio son los modelos que se apoyan en el coeficiente de balasto para el estudio de los durmientes férreos que se instalan en este tipo de superficies.

Como inicio se tienen los trabajos de E. Winkler en 1867 en su trabajo sobre elasticidad indicada se forma clara las hipótesis básicas del método que ha dado de llamarse del coeficiente del balasto por haberse aplicado en principio al cálculo de los durmientes de ferrocarril [11].

### 1.6.5. El modelo de Winkler

Winkler propone que la deflexión,  $w$ , en cualquier punto de la superficie del suelo de soporte es linealmente proporcional a la presión de contacto  $q$  en ese punto, e independiente de los esfuerzos de contacto en otros puntos (esto es, el suelo de soporte consiste en un sistema de elementos resortes lineales mutuamente independientes como se muestra en la figura 1.5), es decir:

$$q(x, y) = k_1 w(x, y)$$

Donde:  $k_1$  = módulo de balasto del suelo o medio soportante (su unidad es esfuerzo por unidad de longitud). En este modelo los desplazamientos de una región cargada uniformemente serían constantes, independientes si la viga es infinitamente flexible o infinitamente rígida, como lo muestra las figuras 1a y 1b. La inhabilidad de este modelo para deformarse fuera del área cargada restringe su aplicabilidad a los suelos o medios con alguna cohesión o con capacidad a cortante. Sin embargo, existen muchos problemas en la ingeniería para los cuales este modelo representa una idealización adecuada y precisa de las condiciones de soporte existentes, tales como miembros flotantes (vigas, entramados, capas de hielo) los cuales son una consecuencia simple del principio de Arquímedes [12].

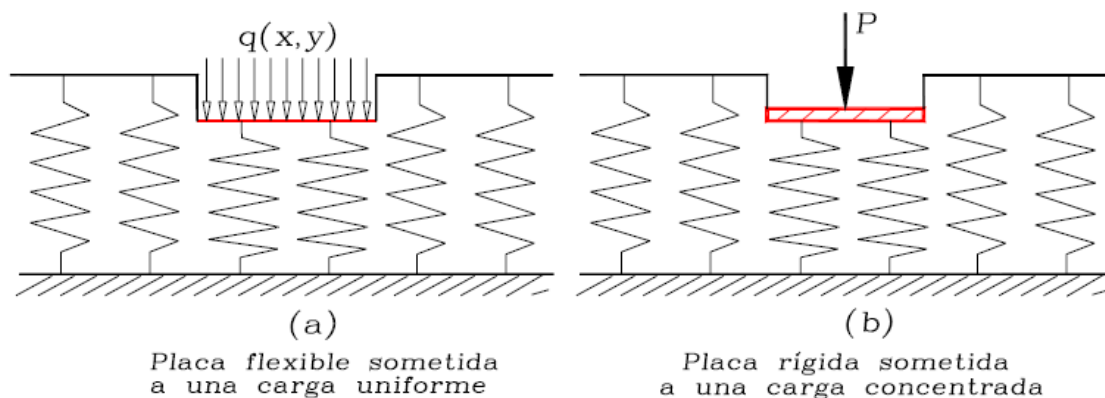


Figura 1.14. Modelo de Winkler.

### 1.6.6. Elasticidad del balasto [2].

El balasto al recibir por primera vez la carga del tren sufre una deformación plástica, pero al reiterarse varias veces el paso, sufre una deformación elástica, principalmente en sentido vertical; lo que hace que en vías recién instaladas, éstas sufran una deformación permanente de amplitud decreciente, después transcurrido un lapso de tiempo suficiente, la deformación se transforma en elástica lo que ocasiona que casi no se perciban desnivelaciones en la vía.

La medición del coeficiente de elasticidad del balasto y también del terreno subyacente, se definen por la relación de carga por unidad de superficie y la deformación bajo esa carga o sea que tiene por unidades dimensionales  $\text{Kg}/\text{cm}^3$ .

Coeficiente de elasticidad del balasto  $C = \frac{P/A}{z}$

Esta constante elástica de Winkler o coeficiente del balasto, varía según la granulometría del balasto y la calidad de la plataforma sobre la cual se esta asentando.

Ejemplos:

Gravilla sobre terreno arcilloso  $C = 3 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^3}$

Buen balasto sobre terreno firme  $C = 8 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^3}$

Buen balasto sobre arena comprimida  $C = 14 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^3}$

Buen balasto sobre arcilla compacta  $C = 40$  a  $60 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^3}$

En la práctica también se acostumbra a dar a la constante C, otra expresión en función de una función z unitaria de 1 cm

$$C = \frac{P/A}{z} = \frac{P/A}{1} = \frac{P}{A} = \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$$

P= carga

A= superficie

z= deformación.

O sea que C representa cargas por unidad de superficie con deformaciones unitarias de 1 cm.

En E.U. definen la elasticidad de sus vías de acuerdo con la carga soportada por unidad de longitud para una compresión igual a ésta: si la unidad es un centímetro, la constante elástica varía de 8 a 22 toneladas por metro lineal.

A mayor altura de balasto, la vía es más elástica, lo que origina que se localicen las acciones de los esfuerzos de compresión en las cercanías de las aplicaciones de la carga.

Se debe tomar muy en cuenta para los cálculos, no solo los esfuerzos estáticos, sino los debidos a las cargas móviles, cuyo valor está determinado por un coeficiente dinámico o de impacto, que varía de 1.25 a 2 del valor de las cargas fijas; estos incrementos son para trenes cuya velocidad oscila entre 50 a 150 Km/h.

### 1.6.7. Resistencia de los durmientes

Suponiendo ya conocidas las características de la plataforma y el balasto se estudia ahora la acción de las cargas fijas sobre los elementos resistentes para el cálculo de sus dimensiones, es decir, el riel y los durmientes.

La acción de transmitir las cargas fijas del durmiente al balasto y la relación del balasto al durmiente es conocida en la mecánica elástica con el nombre de “viga flotante de Zimmerman”.

La ley de repartición de cargas sobre el terreno está en función de la rigidez del durmiente y la elasticidad del terreno.

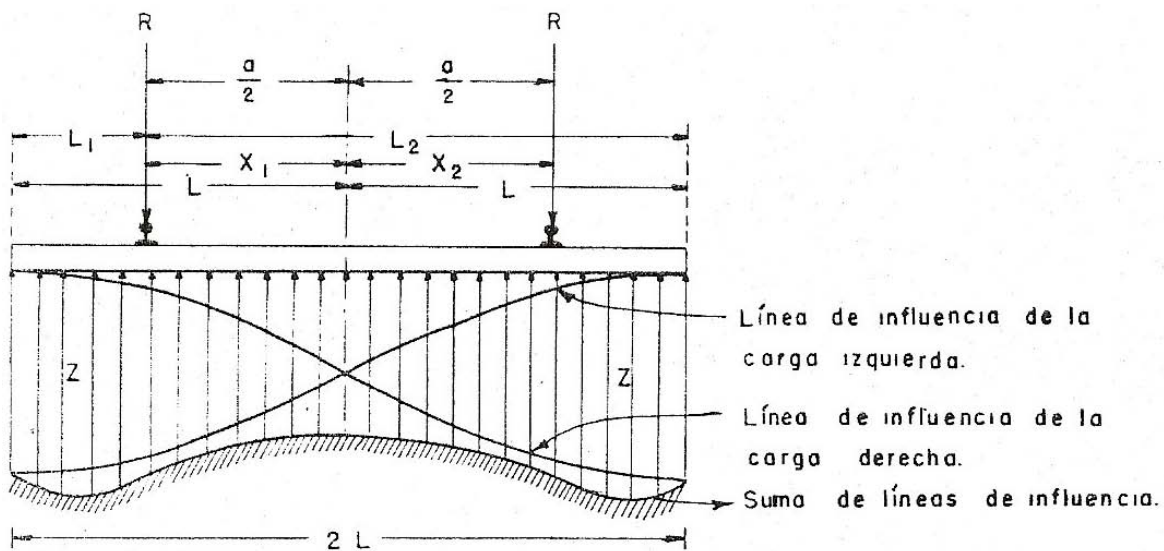


Figura 1.15. Influencia de las cargas que actúan en un durmiente hacia el terreno.



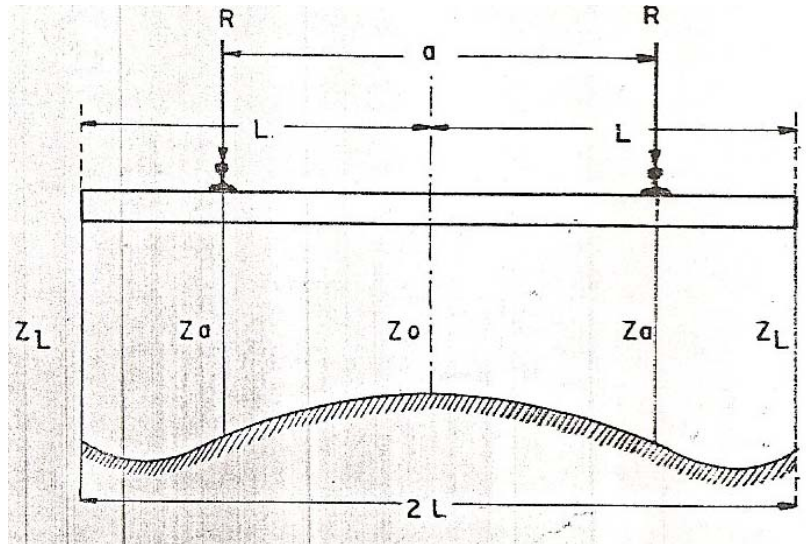


Figura 1.16. Distribución de las deformaciones del durmiente<sup>2)</sup>.

Los valores dentro de los paréntesis para calcular la deformación, la reacción del terreno y el momento, son los siguientes:  $(\eta_0)$ ,  $(\eta_\rho)$  y  $(\eta_\lambda)$ , se pueden obtener fácilmente mediante las tablas previamente establecidas por Zimmerma (ver anexo II).

R representa la carga máxima que el riel transmite al durmiente, debiendo aclarar que R no es la carga P por rueda que este soporta.

A la relación R/P, se le llama rigidez del riel y depende de la separación entre durmientes y de las características elásticas de éstos y del balasto.

Para conocer R, ya sea debido a una carga aislada o a una serie de cargas es preciso conocer la flexión del riel en donde actúan, además de conocer el valor del coeficiente del balasto C. R sería igual a P cuando  $C=\infty$

R puede encontrarse fácilmente por medio de un estudio analítico gráfico de la deflexión del riel.

### 1.6.8. Peso de los Equipos Rodantes [6].

El peso total y el peso por eje de los equipos, tanto individual como en formación de trenes tiene fundamental relevancia en el diseño tanto de la subestructura como la superestructura de la vía.

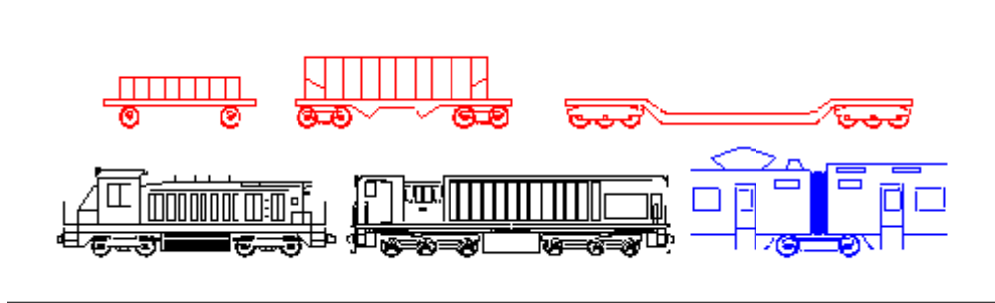
Una de las funciones principales de los durmientes y del lastre de la vía es la de transmitir a la subestructura -plataforma y terraplén- las cargas estáticas y dinámicas producidas por los

trenes. El peso total de los trenes de carga ha venido en permanente aumento, al igual que los pesos por eje.

El peso de los vehículos ferroviarios se transmite a los rieles en los puntos de contacto entre las ruedas y rieles, según el número de ejes del vehículo. Si bien hay diversas configuraciones, lo usual es:

- Carros de dos ejes sin boguies, usuales en Europa
- Carros y coches sobre 2 boguies, con 4 ejes en total
- Carros y coches sobre boguies compartidos, con promedio de 2 ejes por vehículo
- Locomotoras sobre 2 boguies, con 4 ejes en total
- Locomotoras sobre 2 boguies, con 6 ejes en total

Hay otras configuraciones, especialmente en locomotoras, que además de los boguies motores llevan boguies portantes y otras, como los vehículos livianos Talgo que llevan una sola parada de ruedas entre coches, haciendo un promedio de un eje por coche.



*Figura 1.17. Configuraciones de carros, locomotoras y automotores*

En todos los vehículos, el peso bruto completo se reparte entre los diversos ejes de manera más o menos uniforme y se expresa en la forma de un peso máximo por eje, el que debe ser soportado por el riel.

Desde el punto de vista del análisis estático, el riel actúa como una viga continua apoyada en los durmientes, cuya sección dependerá de la carga por eje y de la distancia entre los durmientes. Sin embargo, consideraciones de orden práctico llevan a que la dotación de durmientes por kilómetro -que fija la distancia entre ellos- puede variar sólo entre ciertos márgenes y resulta ser una consecuencia del tipo de tráfico de la línea.

Por otra parte, el comportamiento dinámico de la enrielladura introduce una serie de factores muy difíciles de cuantificar, por lo que generalmente se desarrollan fórmulas empíricas que intentan dar una solución adecuada al problema.

# CAPÍTULO II

## ANÁLISIS ELÁSTICO DEL DURMIENTE



*Ferrocarril del Istmo de Tehuantepec.*

## 2.1. Introducción.

La idea de analizar un durmiente estructuralmente proviene de la necesidad que se tuvo con un diseño de un durmiente creado por el grupo Gysapol de México, la cual desarrolló un durmiente para ferrocarril hecho de material plástico. Por lo que es necesario conocer el comportamiento del durmiente, para determinar que cumple con los requerimientos para ser instalado en una vía férrea.

Grupo Gysapol es una empresa mexiquense, de capital 100% mexicano, con experiencia en el ramo de plásticos. Sus productos son fabricados con polietileno de alta densidad (HDPE) reciclado, sus productos se encuentran presentes en la industria automotriz, agropecuaria, vial, alimenticia, entre otras.

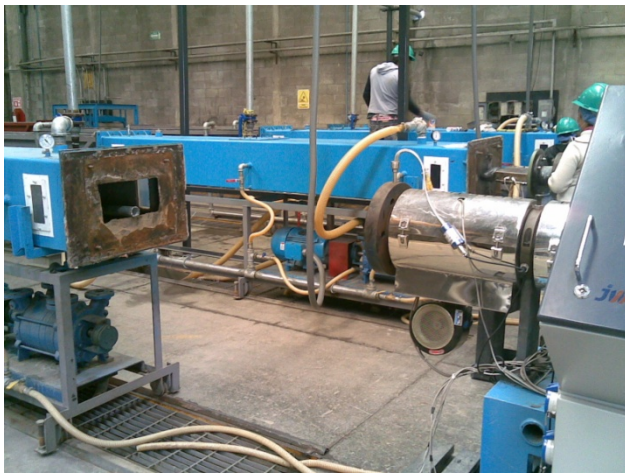
Esta empresa fabrica Plastimadera<sup>®</sup>, que es un sustituto ecológico para la madera natural. Las principales ventajas de la plastimadera<sup>®</sup> son: el libre mantenimiento, durabilidad, resistencia, ecológico, rentable, entre otras.

Los productos fabricados con este material polimérico posee innumerables ventajas corporativas contra materiales tradicionales tales como la madera, el cemento, tubería metálica, conglomerado, tabla roca, etc., ya que todos estos requieren de un mantenimiento constante y en otras ocasiones el reemplazar un alto porcentaje de estos materiales para mantener su buen funcionamiento.

*Tabla 2.1. Comparaciones del HDPE reciclado con otros materiales.*

Descripción	HDPE reciclado	Madera	Concreto	Tubo metálico	PVC
Libre de mantenimiento	SÍ	NO	NO	NO	SÍ
Ecológico	SÍ	NO	NO	NO	NO
A prueba de putrefacción	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ
Inastillable	SÍ	NO	SÍ	NO	NO
Impermeable	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ
Fácil de instalar	SÍ	NO	NO	SÍ	NO
Irrompible	NO	NO	NO	NO	NO
Libre de absorción de contaminantes	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ

El durmiente que fabrica la empresa Gysapol es de material de polietileno de alta densidad (HDPE) reciclado, y es manufacturado por el proceso de extrusión.



*Figura 2.1. Extrusor para durmientes de polímeros.*

El producto de la extrusión es un perfil rectangular de 7"X8" (177.8X203.2 [mm]) continuo que posteriormente se corta en secciones de 2.44 [m] de longitud y barrenan 8 orificios ciegos de 6" de profundidad colocando 4 barrenados en cada extremo, a la altura donde se colocan los riales de la vía.



*Figura 2.2. Durmiente hecho de HDPE reciclado fabricado por Grupo Gysapol México. Durmiente con elementos de la estructura de la vía tales como placa y tornillos de fijación.*

## 2.2. Requerimientos y especificaciones.

A continuación se presentan la tabla de los requerimientos y especificaciones para las que el durmiente se ha de manufacturar y con las características que se esperan que tenga y cumpla.

*Tabla 2.2. Requerimientos y especificaciones.*

<b>Requerimientos.</b>	<b>Especificaciones.</b>
<b><i>Dimensiones y características del durmiente.</i></b>	
Sección transversal [m]/[in].	0.1778 X 0.2032 /7'' X 8''
Longitud [m].	2.44
Diámetro barrenos [m]/[in]	0.0254 / 1''
Peso [N/m].	323.73
Material alternativo a la madera.	HDPE reciclado.
<b><i>Características de la infraestructura férrea.</i></b>	
Ancho de vías [m].	1.5
Longitud del tren [m].	29.56
Dimensiones de la placa [m].	0.3505 X 0.2005
Ancho de la base del riel [m].	0.1505
Separación entre vías [m].	0.5
<b><i>Funcionamiento.</i></b>	
Peso en toneladas de los carros de ferrocarril.	120 [Ton]
Tiempo en años de vida del durmiente.	Más de 50 años de vida (similar a los de concreto).
Fácil mantenimiento.	No requiere mantenimiento hasta el fin de vida útil.

### 2.2.1. Normas.

Los primeros grupos que desarrollaron durmientes ferroviarios de compuesto plástico, que fueron la Universidad de Rutgers, New Jersey, la industria férrea Conrail, los laboratorios de investigación de ingeniería en construcción de la armada de los Estados Unidos de América y una importante manufacturera de maderas plásticas (productos sustitutos de la madera, pensada con fines ecológicos), establecieron ciertos estándares como guía para la construcción de durmientes ferroviarios de compuesto plástico [10], los criterios utilizados son:

#### Dimensión/apariencia

- Sección transversal de 7 x 9 in. (17.8 x 22.9 cm) +/- 0.125 in. (0.318 cm)
- Superficie plana con 0.0625 in. (0.0159 cm) de punta a punta en el área de la placa del durmiente.

#### Propiedades mecánicas

- Bajo las siguientes condiciones:

La pista se mantendrá calibrada dentro de + 0.125 in. (0.318 cm).

Carga lateral de 24,000 lbf (106.8 kN)

Carga vertical estática de 39,000 lbf (173.5 kN) y una dinámica de 140,000 lbf (622.7 kN)

- Un módulo de elasticidad mayor de 170,000 psi (1,172 MPa).

#### Requerimientos generales de funcionamiento

- Absorción de agua menor del 5%.
- La exposición al combustible y a la grasa no afectará las características del durmiente por más el de 10%.
- Eléctricamente no conductor.
- La degradación de la superficie debido a la luz ultravioleta no debe superar 0.003 in. (0.0076 cm) por año.
- La instalación de los durmientes debe poder instalarse con equipamiento estándar.
- Los durmientes deben ser compatibles con los elementos de sujeción estándares de las vías férreas.

### 2.3. Modelo analítico del durmiente.

#### 2.3.1. Acción de un durmiente bajo cargas.

Los primeros análisis de durmientes bajo cargas asumieron una carga uniformemente distribuida de las presiones de balasto sobre toda la longitud y ancho del durmiente. Los primeros experimento realizados por Cuenot en Francia y después por Talbot en los Estados Unidos, mostraron que esto era un concepto erróneo [13]. La distribución de presiones es de cualquier forma menos uniforme. Cuando se tiene un balasto recién apisonado, un durmiente cargado debe representar como una viga con las cargas concentradas bajo los puntos de aplicación de las cargas, los rieles. Si lo anterior es verdad, la forma del durmiente es de la forma que se muestra en la figura 2.3.b, y la distribución de presiones a lo largo del durmiente se muestra en la figura 2.3.c., y las presiones verticales en el centro el durmiente deben ser mayores que aquellas transmitidas por sus bordes [13].

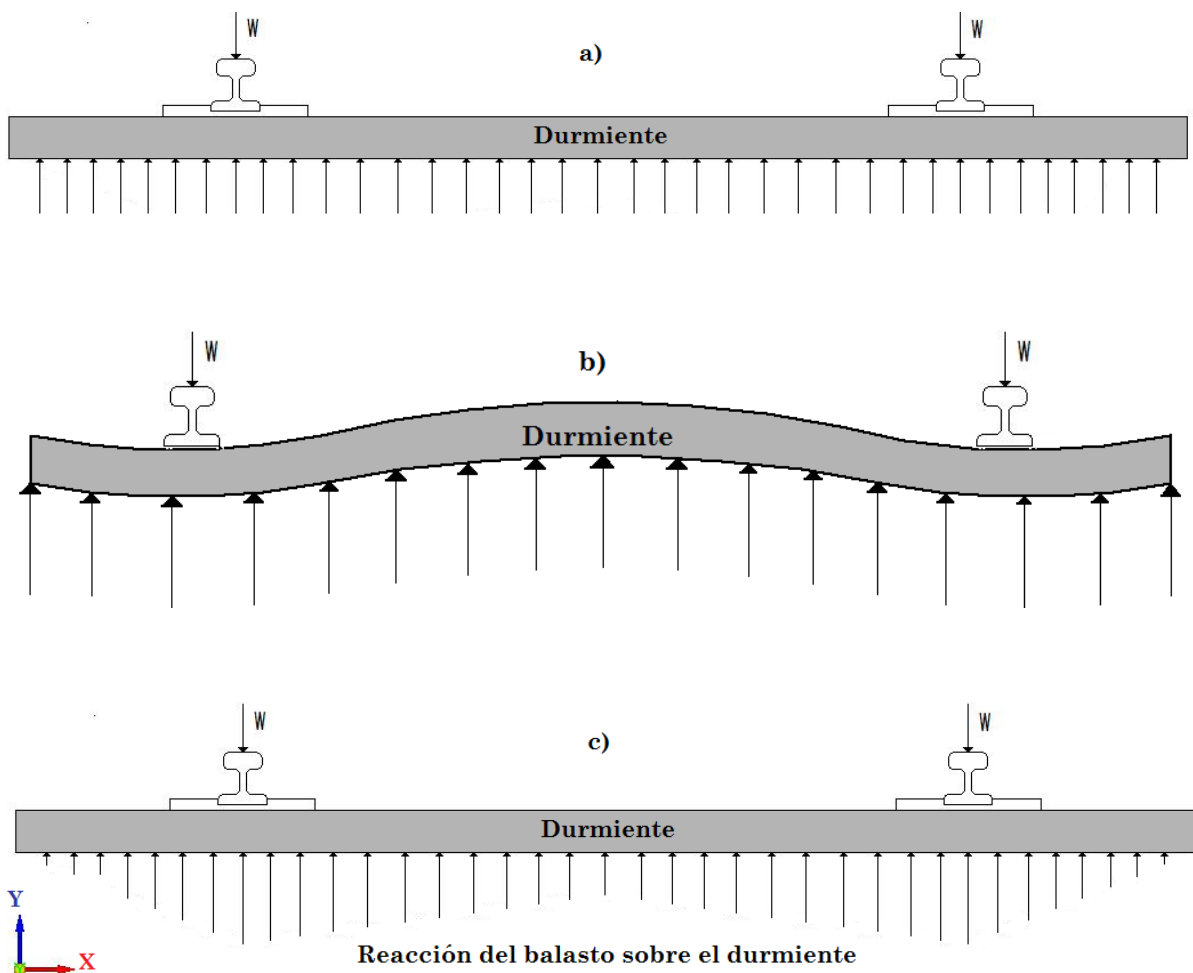




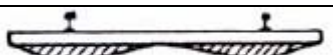

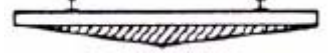

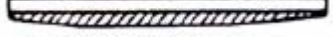


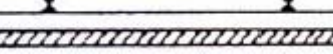
Figura 2.3. Comportamiento de un durmiente que actúan del balasto hacia el durmiente. a) carga uniformemente distribuida. b) carga variable distribuida



### 2.3.2. Patrón de distribución de esfuerzos bajo el durmiente.

El contacto exacto de la distribución de presiones entre el durmiente y el balasto y su variación con el tiempo, da información importante para el diseño estructural de los durmientes. A fin de calcular los esfuerzos por flexión de los durmientes varios enfoques han sido propuestos. La tabla 2.3 presenta algunas distribuciones hipotéticas de las cargas bajo el durmiente. Un contacto con una distribución de presiones uniforme es una de las más comunes que se utilizan para estos estudios [15].

Tabla 2.3. Distribución de las presiones en la superficie inferior del durmiente.

No.	Distribución de las presiones.	Desarrollado por:	Observaciones.
1		ORE, Talbot	Pruebas de laboratorio.
2		ORE, Talbot, Bartlett Clarke	Igual apisonado en ambos lados del riel.
3		ORE, Talbot	Soporte principal en los rieles.
4		ORE, Talbot	Máxima intensidad en los extremos.
5		Talbot	Máxima intensidad en el centro.
6		Talbot	Rebote del centro
7		Talbot	Variaciones de forma producidas por flexión en durmiente
8		ORE, Talbot, Kerr Schramm	Buen apisonado a los lados.
9		ORE, Talbot	Estabilización en base del riel y los lados.
10		AREA, Raymond, Talbot	Presión uniforme.

### 2.3.3. Desarrollo analítico.

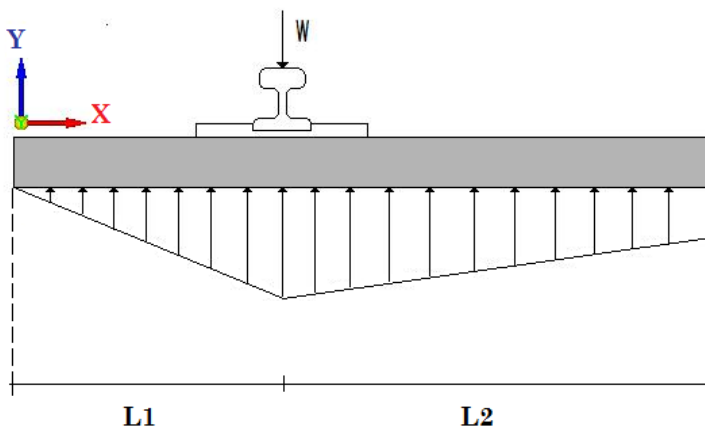
Se desarrollará el análisis analítico del comportamiento de un durmiente, este comportamiento está descrito en la figura 2.3.

Análisis anteriores proponen que el comportamiento de las reacciones del balasto sobre el durmiente es equivalente a una carga uniformemente distribuida sobre toda la longitud de la superficie inferior del durmiente (Figura 2.3.a.), pero en realidad la distribución se da de manera que las cargas sí son distribuidas pero de manera variable en rampa como se muestra en la figura 2.3.c.

Para estudiar y comprender el comportamiento del durmiente, es necesario conocer las ecuaciones que caracterizan la distribución de las cargas de balasto y la relación con el durmiente.

A continuación se desarrollan las ecuaciones que describen los diagramas de fuerzas cortantes y momento flector del durmiente, considerando que la distribución será como la determinó Talbot en sus estudios [13].

Se partirá de la idea que el durmiente es simétrico a la mitad de su longitud y se tomará este caso como cierto, como se mostrará en la siguiente figura.



*Figura 2.4. Sección simétrica del durmiente, en las que actúan las reacciones del suelo de la vía férrea hacia la superficie inferior del durmiente.*

Se utilizará el método de secciones para determinar el comportamiento estático del durmiente y así llegar a conocer su comportamiento mecánico bajo las cargas señaladas. Se realizará el diagrama de cuerpo libre para la sección del durmiente que va del extremo de la viga hasta la parte donde se localiza el riel, un poco antes de llegar a donde se encuentra la primera fuerza que actúa en el riel, y la longitud tiene un valor de  $L1$ .

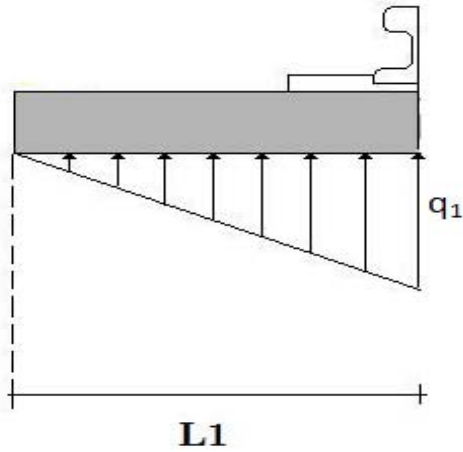


Figura 2.5. Primera sección del durmiente para los valores de  $[0, L1)$ .

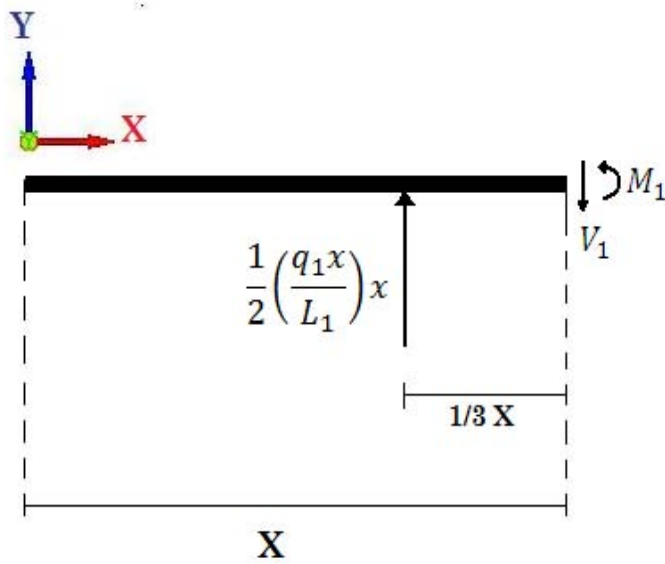


Figura 2.6. Diagrama de cuerpo libre de la primera sección del durmiente con valores válidos para  $[0, L1)$

Realizando la sumatoria de fuerzas cortantes e igualando a cero se tiene que:

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_y = \frac{1}{2} \left( \frac{q_1 x}{L_1} \right) x - V = 0$$

$$\boxed{V_1 = \frac{q_1}{2L_2} x^2} \quad (3.1)$$

Ahora se realizará la sumatoria de momentos flectores.

$$\sum M \vartheta^+ = 0$$

$$\sum M \vartheta^+ = M - \left( \frac{1}{2} \left( \frac{q_1 x}{L_1} \right) x \right) \left( \frac{1}{3} x \right) = 0$$

$$\boxed{M_1 = \frac{q_1}{6L_1} x^3} \quad (3.2)$$

Para estudiar la segunda sección del durmiente, se mostrará otra figura donde se muestra que la segunda carga distribuida en rampa se he dividido en dos cargas distribuidas, una en la carga uniforme y la otra en otra carga distribuida en rampa. Esto se realizará con el objeto de simplificar los análisis analíticos ya que así se cuenta con dos figuras geométrica sencillas conocidas que en este caso son un rectángulo y un triángulo-rectángulo.

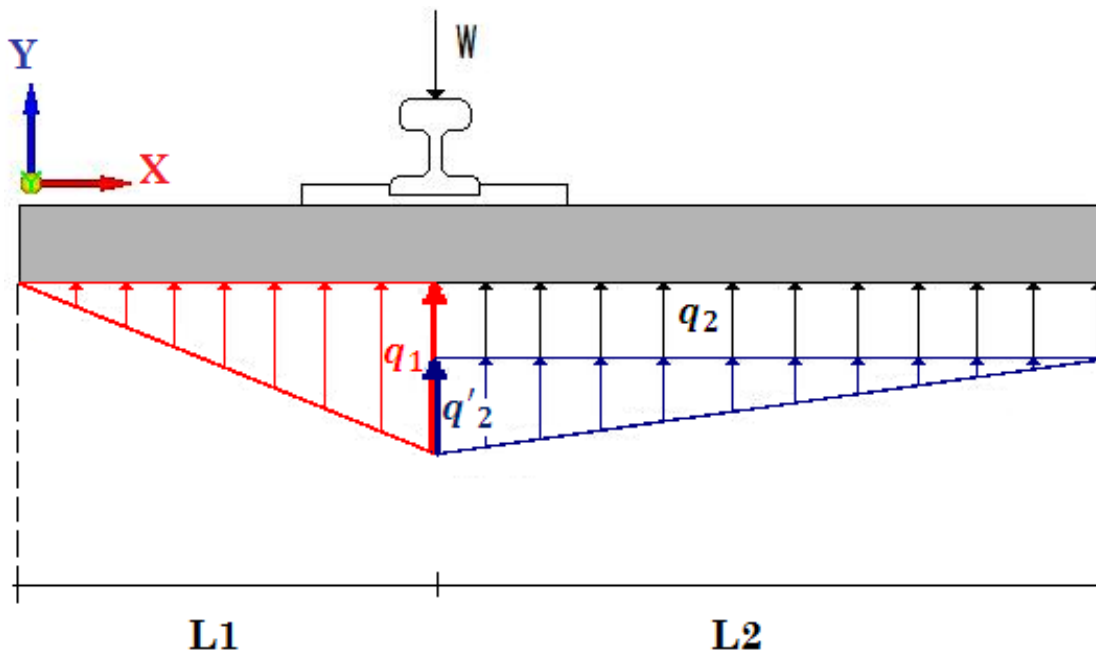


Figura 2.7. Sección simétrica del durmiente con sus respectivas fuerzas y reacciones divididas en tres cargas distribuidas para su análisis.

Ahora se realizará el análisis para la sección del durmiente donde los valores de x serán válidos para el rango [L1, L1+L2).

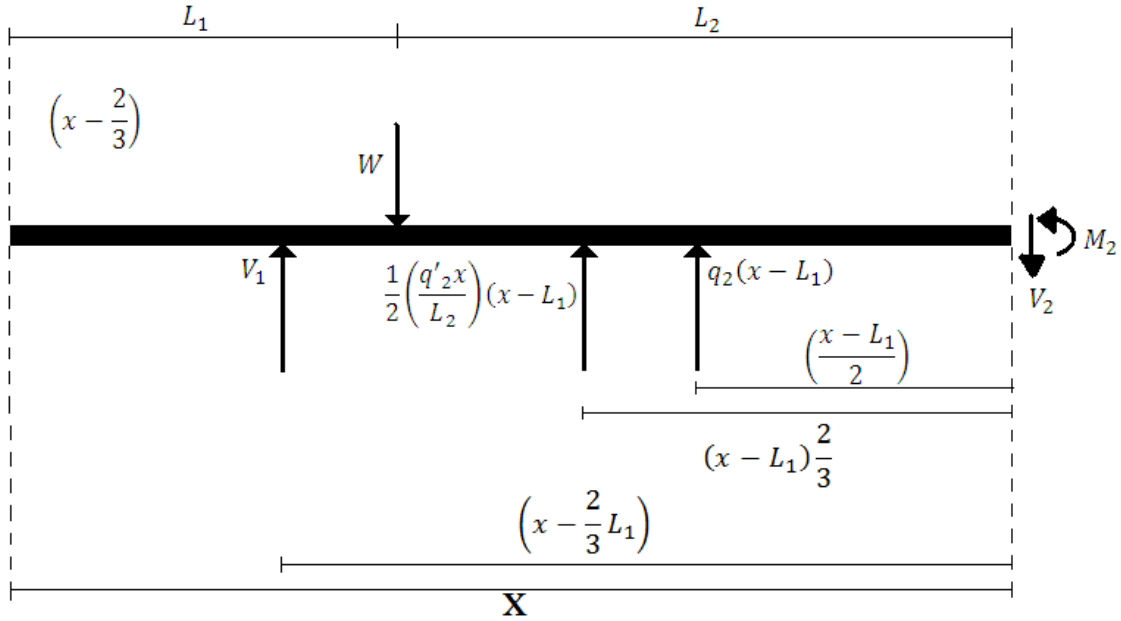


Figura 2.8. Diagrama de cuerpo libre de la segunda sección del durmiente con valores válidos para  $L_1 < x < L_1 + L_2$

Se realizará la sumatoria de fuerzas con respecto al eje y e igualándolo a cero para obtener la ecuación de cortantes

$$\sum y = 0$$

$$\sum y = V_1 - W + \frac{1}{2} \left( \frac{q'_2 x}{L_2} \right) (x - L_1) + q_2 (x - L_1) - V_2$$

$$V_2 = V_1 - W + \frac{1}{2} \left( \frac{q'_2 x}{L_2} \right) (x - L_1) + q_2 (x - L_1) \quad (3.3)$$

Ahora se realizará la sumatoria de momentos flectores.

$$\sum M \odot^+ = 0$$

$$\sum M = V_1 \left( x - \frac{2L_1}{3} \right) - W(x - L_1) + \left( \frac{1}{2} \left( \frac{q'_2 x}{L_2} \right) (x - L_1) \right) \left( \frac{2}{3} (x - L_1) \right) + q_2 (x - L_1) \left( \frac{1}{2} (x - L_1) \right) + M_2$$

$$M_2 = -V_1 \left( x - \frac{2L_1}{3} \right) + W(x - L_1) - \left( \frac{1}{2} \left( \frac{q'_2 x}{L_2} \right) (x - L_1) \right) \left( \frac{2}{3} (x - L_1) \right) - q_2 (x - L_1) \left( \frac{1}{2} (x - L_1) \right) \quad (3.4)$$

Una vez obtenidas las ecuaciones generales para el cortante y el momento flexionante se pueden determinar los diagramas, pero primero se deben encontrar las reacciones en el balasto; que se determinarán a continuación.

Una de las maneras para determinar las reacciones que el balasto ocasiona sobre el durmiente, es realizando el diagrama de cuerpo libre y obteniendo las sumas de fuerzas y de momentos para formar un sistema de ecuaciones y posteriormente poder resolverlo.

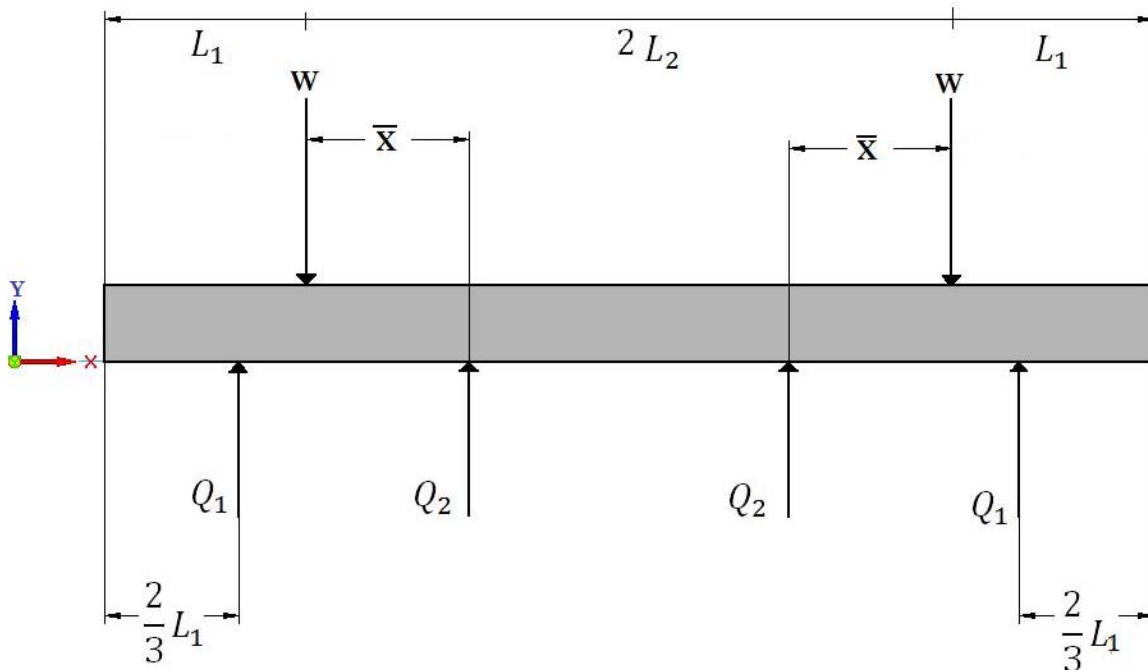


Figura 2.9. Diagrama de cuerpo libre de todo el durmiente.

Donde  $Q_1$  y  $Q_2$  son las fuerza equivalentes que corresponden a cada fuerza distribuida y valen:

$$Q_1 = \frac{q_1 L_1}{2}$$

$$Q_2 = q_2 L_2 + \frac{(q_1 - q_2) L_2}{2} = \frac{L_2}{2} (q_1 + q_2)$$

$$\bar{X} = \frac{L_2(2q_2 + q_1)}{3(q_2 + q_1)}$$

Para el diagrama de cuerpo libre de la figura 2.7., cabe mencionar que en vez de colocar dos fuerzas equivalentes, sólo se tendrá en cuenta una que es la fuerza equivalente a la suma de  $q_2$  y  $q'_2$  (la fuerza de la carga uniformemente distribuida y la linealmente distribuida que van del centro del durmiente hasta el centro del riel) que se colocará en el centroide del trapecio-rectángulo que forman estas dos formas repartidas. Para obtener la localización correcta de la fuerza equivalente, se recurrirá a la figura 2.10 que representa un trapecoide y cuya fórmula para obtener el centroide es la siguiente:

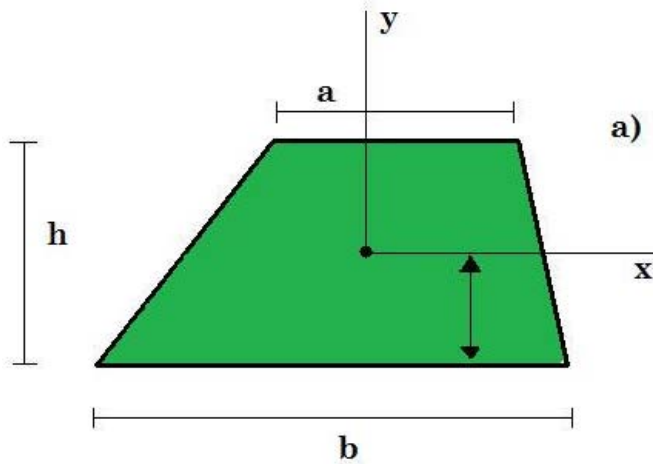
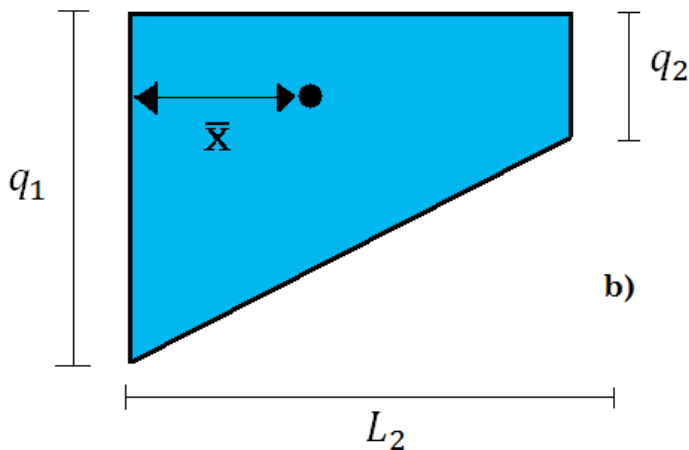


Figura 2.10. Trapezoides. a) trapecio isósceles con centro de gravedad. b) trapecio-rectángulo haciendo semejanza a la distribución de fuerzas que se tiene en el durmiente que va desde su centro hasta el centro del riel.

$$\bar{Y} = \frac{h(2a+b)}{2(a+b)}$$



$$\bar{X} = \frac{L_2(2q_2+q_1)}{3(q_2+q_1)}$$

Una vez obtenido lo anterior se puede realizar la sumatoria de fuerzas en dirección al eje Y se obtendrá la primera ecuación.

$$\sum y = 0$$

$$\sum y = Q_1 - W + 2Q_2 - W + Q_1 = 0$$

$$2W = 2Q_1 + 2Q_2$$

$$\boxed{W = Q_1 + Q_2} \quad (3.5)$$

Realizando la sumatoria de momentos de toda la viga tomando el sentido positivo en dirección contraria a las manecillas del reloj.

$$\sum M_{Q_1} \curvearrowleft = 0$$

$$\sum M = -W\left(\frac{1}{3}L_1\right) + Q_2\left(\frac{1}{3}L_1 + (L_2 - \bar{x})\right) + Q_2\left(\frac{1}{3}L_1 + L_2 + \bar{x}\right) - W\left(\frac{1}{3}L_1 + 2L_2\right) + Q_1\left(\frac{2}{3}L_1 + 2L_2\right)$$

Si ahora se simplifica la ecuación y despejando a W se tiene:

$$Q_1\left(\frac{2}{3}L_1 + 2L_2\right) + Q_2\left(\frac{2}{3}L_1 + 2L_2\right) = W\left(\frac{2}{3}L_1 + 2L_2\right)$$

Esto lleva a la ecuación anterior obtenida por la sumatoria de fuerzas en el eje Y

$$W = Q_1 + Q_2$$

Se puede observar que al realizar tanto la sumatoria de fuerzas como la sumatoria de momentos, se llega al mismo resultado, y aunque realizando la sumatoria de momentos en cualquier otra parte de la viga, siempre se llegará al mismo resultado. Esto indica que se tiene un problema de una viga estáticamente indeterminada (hiperestática), ya que se cuenta con dos incógnitas y una sola ecuación, por lo que no se podría determinar las reacciones que se quieren encontrar.

Para solucionar el problema anterior, se recurrirá a aproximar algunas reacciones del balasto sobre el durmiente en cargas lineales distribuidas, esto quiere decir que las



reacciones que representan un trapecio-rectángulo que se localizan en la parte central del durmiente se cambiarán por una carga linealmente distribuida, así se podrá tener un problema de una viga estáticamente determinada para así poder obtener una solución aproximada del problema anterior. Cabe destacar que la siguiente distribución de presiones que se tomará en cuenta aparece en la tabla 2.3 como una de las tantas distribuciones que podría llegar a tener el durmiente, que en este caso será en donde los soportes principales se encuentran en los rieles.

Así se tendrá el siguiente problema que se muestra en la figura 2.11.

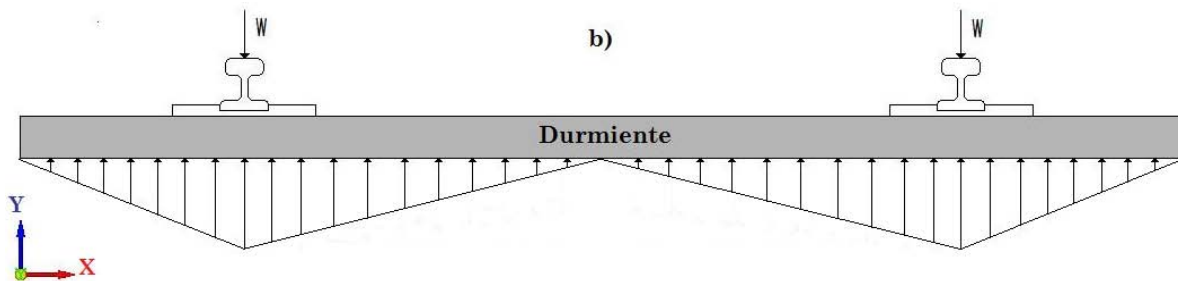


Figura 2.11. Reacciones del balasto sobre el durmiente aproximadas a cargas linealmente distribuidas.

Una vez que se tiene la viga a desarrollar, se comenzará por determinar las fuerzas que reaccionan sobre el durmiente, pero primero se debe de tener el diagrama de cuerpo libre del modelo, así que se obtendrá a continuación.

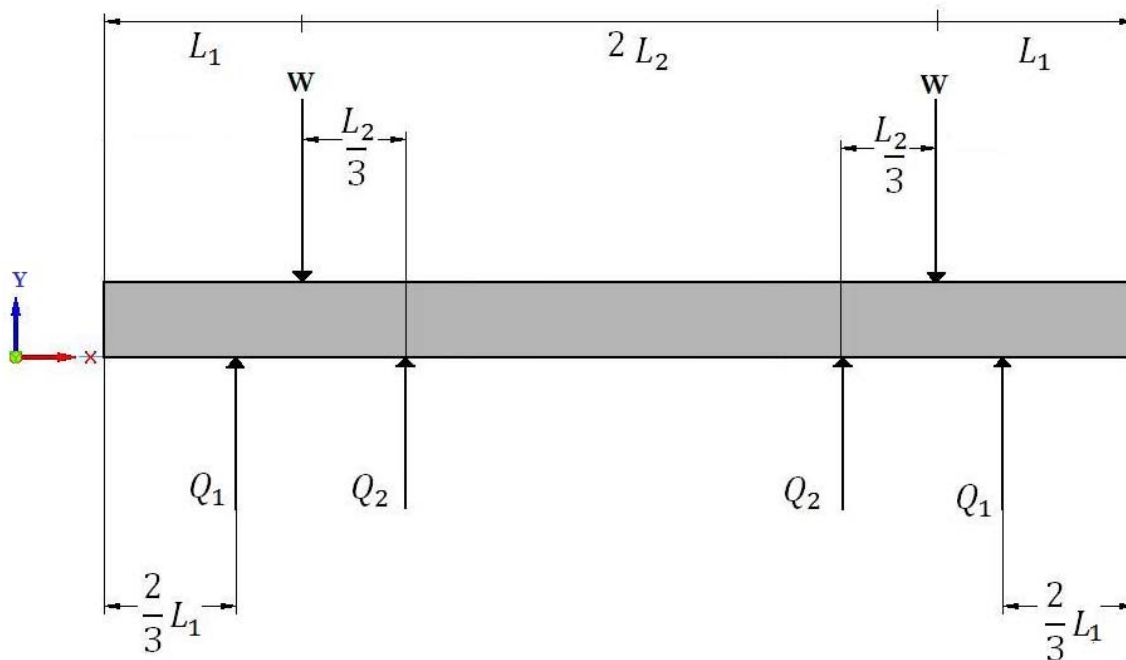


Figura 2.12. Diagrama de cuerpo libre del durmiente con reacciones del balasto sobre el durmiente aproximadas a cargas linealmente distribuidas.

Donde:

$$Q_1 = \frac{q_1 L_1}{2} \quad (3.6)$$

$$Q_2 = \frac{q_2 L_2}{2} \quad (3.7)$$

De aquí que  $q_1$  representa la máxima carga distribuida y se encuentra a la altura de donde se encuentran los rieles.

Ahora se puede obtener la sumatoria de fuerzas en dirección del eje vertical Y e igualarlas a cero para obtener la primera ecuación, que cabe destacar que para este problema sólo será necesario una, puesto que sólo se tiene una incógnita, ya que  $q_1$  es igual a  $q_2$ , y se conoce la fuerza de aplicación sobre los rieles que se discutirá más adelante.

$$\sum y = 0$$

$$\sum y = Q_1 - W + 2Q_2 - W + Q_1 = 0$$

$$W = Q_1 + Q_2$$

De lo anterior se observa que se sigue teniendo la misma ecuación, pero en este caso sólo se tiene una incógnita por lo que se puede resolver el problema, por lo tanto de tiene que si se sustituyen los valores de  $Q_1$  y  $Q_2$  se determina que:

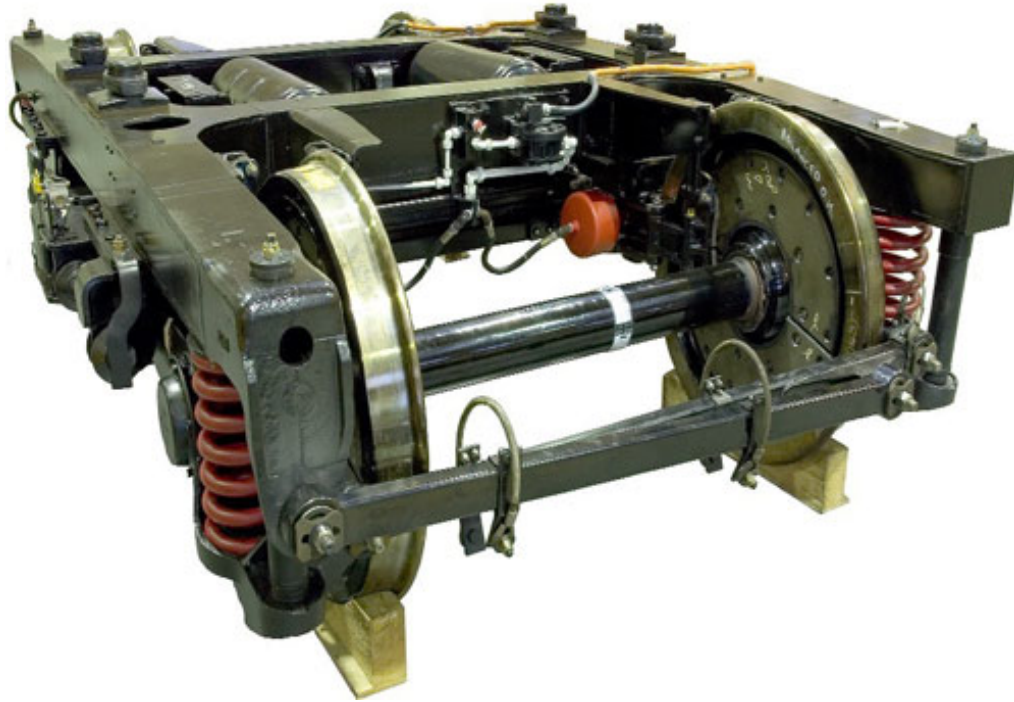
$$W = \frac{q_1 L_1}{2} + \frac{q_1 L_2}{2}$$

Despejando  $q_1$  de la ecuación anterior se obtiene:

$$q_1 = \frac{2W}{L_1 + L_2} \quad (3.8)$$

Par seguir adelante con el análisis es necesario conocer el valor de  $q_1$ . Para ello se requiere del valor de la carga W que se aplicará en los rieles. Para esto se determinó que el valor de  $W=50,000$ [N] ya que en las especificaciones el peso de un vagón de tren fue de 120 [Ton] (Sección 2.2.) y éste a su vez cuenta con cuatro ejes repartidos en 2 Carretones o Bogies (sistema de suspensión y ejes de los vagones de carga ferroviarios. Figura 2.11.), por lo tanto a cada eje le corresponden 30 [Ton], y según las investigaciones del profesor Talbot [13], la máxima carga estática sobre el durmiente puede considerarse aproximadamente

igual al peso de un eje de un vagón divididos por el número de durmientes que puede ocupar el espacio de una llanta de un carretón. En general, la carga de un eje del vagón está considerada como una distribución sobre tres durmientes.



*Figura 2.13. Carretón o Bogie de Unipart Rail-T&RS de dos ejes por sistema.*



*Figura 2.14. Vagones con Bogies de cuatro ejes normalmente utilizado para los caminos ferroviarios de México.*

Lo anterior indica que a cada eje le corresponde 30 [Ton] repartidas entre tres durmientes, lo que da una masa total de 10,000 [Kg], y están van repartidas en cada riel, así que le corresponden 5,000 [Kg] (5 [Ton]) a cada base del riel, y para tener el valor de la fuerza se tomará en cuenta la fuerza gravitatoria para obtener un total de 49,050 [N], lo que se puede aproximar a 50 [kN] para fines prácticos.

Con el valor de W se obtiene que  $q_1$ :

$$q_1 = \frac{2(50[kN])}{0.47[m] + 0.75[m]} = 81.96 \left[ \frac{kN}{m} \right]$$

Una vez obtenidos el valor anterior se puede determinar las fuerzas equivalentes  $Q_1$  y  $Q_2$  que posteriormente servirán para realizar análisis utilizando el método por elemento finito.

$$Q_1 = \frac{q_1 L_1}{2} = \frac{81.96 \left[ \frac{kN}{m} \right] 0.47[m]}{2} = 19.26[kN]$$

Y

$$Q_2 = \frac{q_2 L_2}{2} = \frac{81.96 \left[ \frac{kN}{m} \right] 0.75[m]}{2} = 30.73[kN]$$

Finalmente se tienen los valores que se deseaban (figura 3.15.).

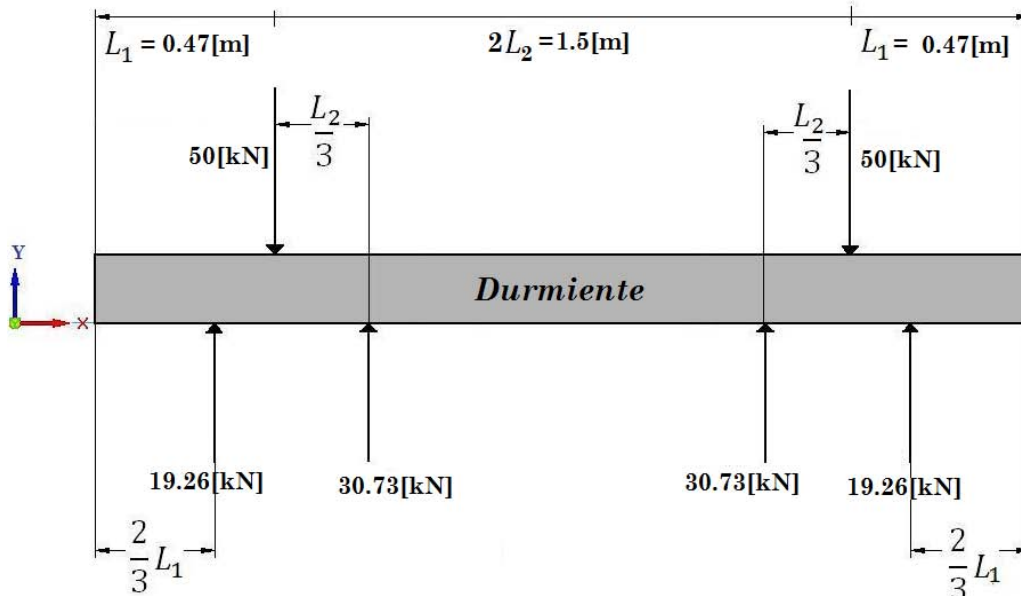


Figura 2.15. Magnitudes de fuerzas que actúan en el durmiente y dimensiones longitudinales del durmiente.

Estos valores servirán para utilizarlos como los cargas en los análisis por elemento finito.

## **2.4. Validación del software.**

En esta sección se verificará la validación del software que se utilizará para el desarrollo de los análisis por el método del elemento finito que se le realizaran a los durmientes como medio de apoyo para la solución de los modelos que se realizaron en la sección 2.3.3.; pero para esto se necesita conocer qué tan preciso es el software de elemento finito que se planea utilizar.

Para lo anterior se planteará que para validar el software, se hará el desarrollo del modelo analítico de cargas uniformemente distribuidas y se compararán los resultados obtenidos del modelo analítico con los que se obtengan con el software de elemento finito. Se tendrán en cuenta dos programas de FEM, una será NX Nastran que se encuentra dentro del programa UGS Unigraphics®, y el otro será Abaqus CAE®. Se realizaran los modelados del durmiente en cada uno de estos software y se realizarán los métodos por elemento finito. Al final, se podrá obtener lo que se quiere conocer y determinar que software es el más apto para utilizarlo en los modelos a realizar posteriormente.

### **2.4.1. Desarrollo analítico de cargas uniformemente distribuidas.**

Este desarrollo servirá para poder calcular el durmiente con una carga simple, la cual en este caso será la carga uniformemente distribuida. Esto quiere decir que las reacciones del balasto que actúan sobre la superficie inferior del durmiente serán únicamente una carga distribuida como se ve en la figura 2.3.a.

Cabe destacar que en estudios anteriores este modelo analítico fue desarrollado y tomado en cuenta como el comportamiento real de las distribución de presiones del balasto que ejerce sobre el durmiente, pero posteriormente se descartó esta idea como tal, con la contribución más recientes de investigadores y estudios de laboratorio que han determinado otro tipo de distribuciones (sección 2.3.2.); aunque hoy en día existen normas que sugieren que para fines prácticos, la distribución de presiones uniformes se puede considerar para el análisis mecánico de los durmientes ferroviarios, tales son los casos de la Norma Mexicana para la Fabricación de Durmientes de Concreto, que es la misma que estipula la norma americana de A.R.E.M.A. [9,15]. Las normas citan que mientras que la presión del durmiente al balasto no se distribuye uniformemente a través o a lo largo de la base del durmiente, puede hacerse un cálculo “promedio” de la presión en la base de éste.

De este modelo también se podrán obtener sus ecuaciones para determinar los diagramas del cortante y del momento flector. Primeramente se determinará el valor de la reacción de balasto en el durmiente y para esto se tendrá el diagrama de cuerpo libre de la figura 2.3.a.

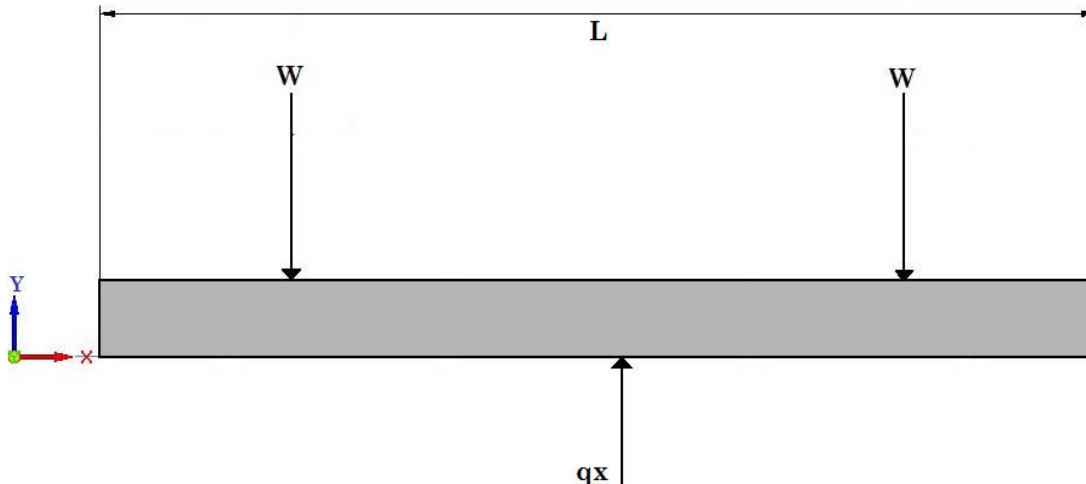


Figura 2.16. Diagrama de cuerpo libre de un durmiente con distribución del balasto hacia la superficie inferior del durmiente de forma uniformemente distribuida.

Se realizará la sumatoria de fuerzas cortantes e igualarla a cero y así tener una ecuación para determinar  $qx$  que es la fuerza uniformemente distribuida.

$$\sum F_y = qx - 2W = 0$$

Donde:  $qx = qL$

Así queda que:

$$(3.9) \quad \boxed{q = \frac{2W}{L}} \quad \left[ \frac{N}{m} \right]$$

Como anteriormente se dio a conocer el origen del valor de  $W$  que es la fuerza que ejercen las llantas de los vagones al riel y a su vez del riel al durmiente, se puede determinar el valor de  $q$ :

$$\text{Fuerza distribuida} \quad q = \frac{2(50[kN])}{2.44[m]} = 40.98 \left[ \frac{kN}{m} \right]$$

Por lo tanto el valor equivalente para la viga queda de:

$$qx = 40.98 \left[ \frac{kN}{m} \right] 2.44[m] = 100[kN]$$

De lo anterior se concluye que la carga de las cargas que se transmiten hacia los rieles son las mismas que reaccionan en la superficie inferior del durmiente.

Ahora se obtendrán las ecuaciones del durmiente para determinar los diagramas cortantes y momentos flexionantes. Para esto se seccionará al durmiente en tres partes para poder calcular cada una de estas por separado y después conjuntar cada una de sus partes en los diagramas y determinar su comportamiento. Primeramente se determinará el diagrama de cuerpo libre de la primera sección de la viga, que en este caso será del extremo izquierdo del durmiente hasta antes de llegar a la primera fuerza ejercida por la base de los rieles.

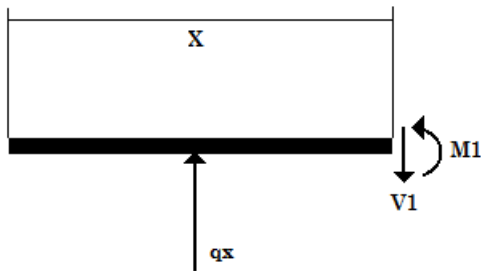


Figura 2.17. Diagrama de cuerpo libre de la primera sección del durmiente con comportamiento de una distribución uniforme de presiones y valores de  $0 \leq x < L_1$ .

Las ecuaciones para el momento flexionante y las fuerzas cortantes se determinan con la sumatoria de fuerzas y de momentos en dirección del eje horizontal respectivamente quedando de la siguiente manera:

$$(3.10) \quad V_1 = qx \quad \text{y} \quad (3.11) \quad M_1 = \frac{qx^2}{2}$$

Las ecuaciones anteriores son válidos para valores de x dentro del rango  $[0, L_1)$

La segunda sección que se analizará tiene como rangos de la primera fuerza del riel izquierdo hasta antes de que el valor de la longitud se encuentre con la segunda fuerza del riel, es decir con un rango de  $[L_1, L_1+2L_2)$ .

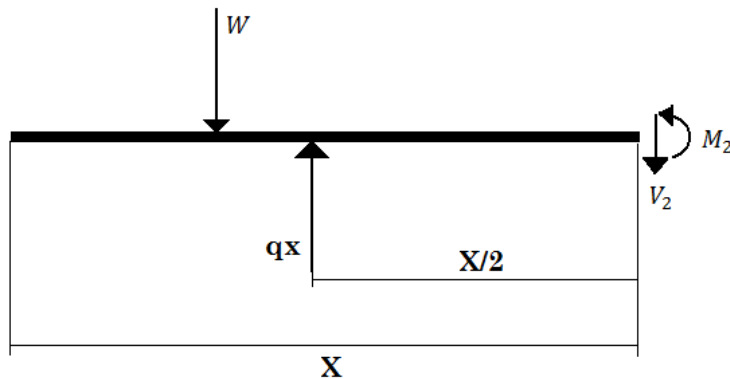


Figura 2.18. Diagrama de cuerpo libre de la segunda sección para el rango:  $L_1 \leq x < L_1 + L_2$

Realizando la sumatoria de fuerzas cortantes se determina que:

$$\sum y = -W + qx - V_2 = 0$$

$$V_2 = qx - W \quad (3.12)$$

Y con la sumatoria de momentos flexionante se tiene que:

$$\sum M = M_2 - qx \left(\frac{x}{2}\right) + W(x - L_1) = 0$$

$$M_2 = \frac{1}{2}qx^2 - Wx + WL_1 \quad (3.13)$$

Ahora se realizará el estudio para la tercera sección del durmiente y para ello se realizará el procedimiento anterior que se ha estado realizando en estos análisis, se tendrá el diagrama de cuerpo libre y posteriormente se hará la sumatoria de momentos y de fuerzas como se muestra a continuación:

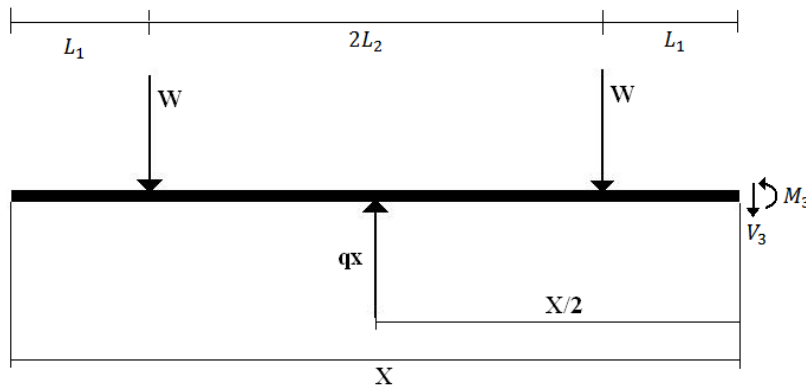


Figura 2.19. Diagrama de cuerpo libre de la tercera sección del durmiente con rango de:

$$L_1 + 2L_2 \leq x < 2L_1 + 2L_2$$

De las sumatorias de fuerzas y momentos flexionantes se determinan las ecuaciones para la tercera sección.

$$\sum y = -2W + qx - V_3 = 0$$

$$V_3 = qx - 2W \quad (3.14)$$

$$\sum M = M_3 + W(x - (L_1 + 2L_2)) - qx \left(\frac{x}{2}\right) + W(x - L_1) = 0$$



$$M_3 = \frac{1}{2}qx^2 - 2Wx + 2WL_1 + 2WL_2$$

Si se sabe que  $2L_1+2L_2$  es igual a toda la longitud del durmiente L, entonces quedará:

$$M_2 = \frac{1}{2}qx^2 - 2Wx + WL_1 \quad (3.15)$$

Ahora se han determinado las ecuaciones de momento flector y fuerza cortante de las tres secciones del durmiente, así quedan las diferentes ecuaciones con sus rangos para las determinaciones de los diagramas.

$$V_1 = qx \quad , \quad M_1 = \frac{qx^2}{2} \quad ; \quad 0 \leq x < L_1$$

$$V_2 = qx - W \quad , \quad M_2 = \frac{1}{2}qx^2 - Wx + WL_1 \quad ; \quad L_1 \leq x < L_1 + 2L_2$$

$$V_3 = qx - 2W \quad , \quad M_3 = \frac{1}{2}qx^2 - 2Wx + WL \quad ; \quad L_1 + 2L_2 \leq x < 2L_1 + 2L_2$$

Una vez obtenido todo lo anterior, se pueden determinar los diagramas de fuerza cortante y momento flector, al sustituir en las ecuaciones arriba presentadas el valor de q que se obtuvo anteriormente (ecuación 3.7), con el valor de la carga W que también ya se había determinado y evaluando en los rangos especificados para cada sección se tendrá:

$$\begin{aligned} V_1(x_1) &= 40.98x_1 \\ V_2(x_2) &= 40.98x_2 - 50 \\ V_3(x_3) &= 40.98x_3 - 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_1(x_1) &= 20.49x_1^2 \\ M_2(x_2) &= 20.49x_2^2 - 50x_2 + 23.5 \\ M_3(x_3) &= 20.49x_3^2 - 100x_3 + 122 \end{aligned}$$

Ecuaciones de las fuerzas cortantes y de los momentos flectores de las tres secciones del durmiente evaluadas.

Una vez que se tiene las ecuaciones que se deseaban obtener, se pasará a obtener los diagramas de fuerzas cortantes y de momentos flectores (Figura 2.20. y 2.21.) que se generan sobre toda la longitud del durmiente. Después, con ayuda del diagrama de momentos flectores, se pueden determinar los esfuerzos del durmiente.

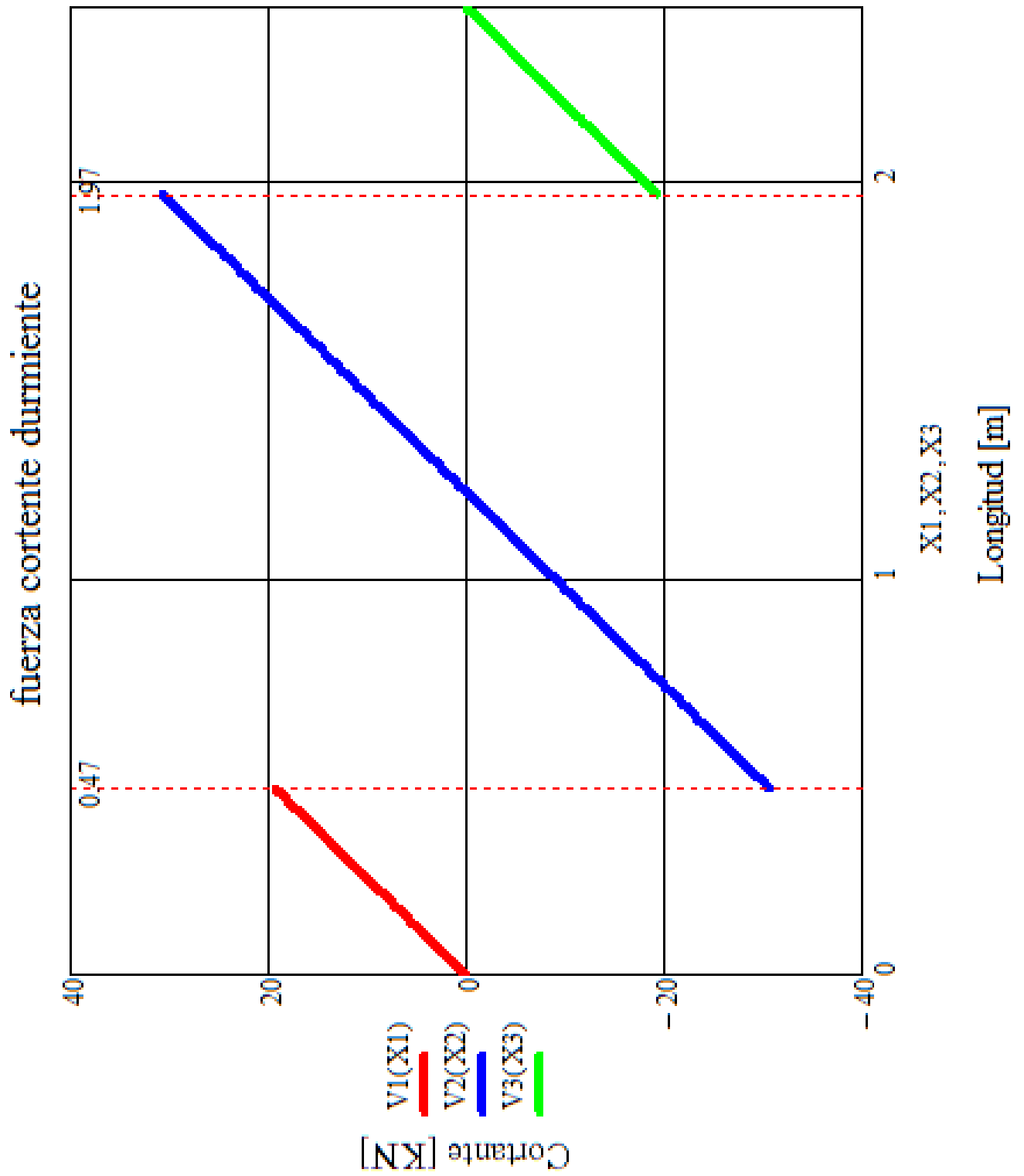


Figura 2.20. Diagramas de la fuerza cortante del durmiente con cargas uniformemente distribuidas sobre la superficie inferior del durmiente.

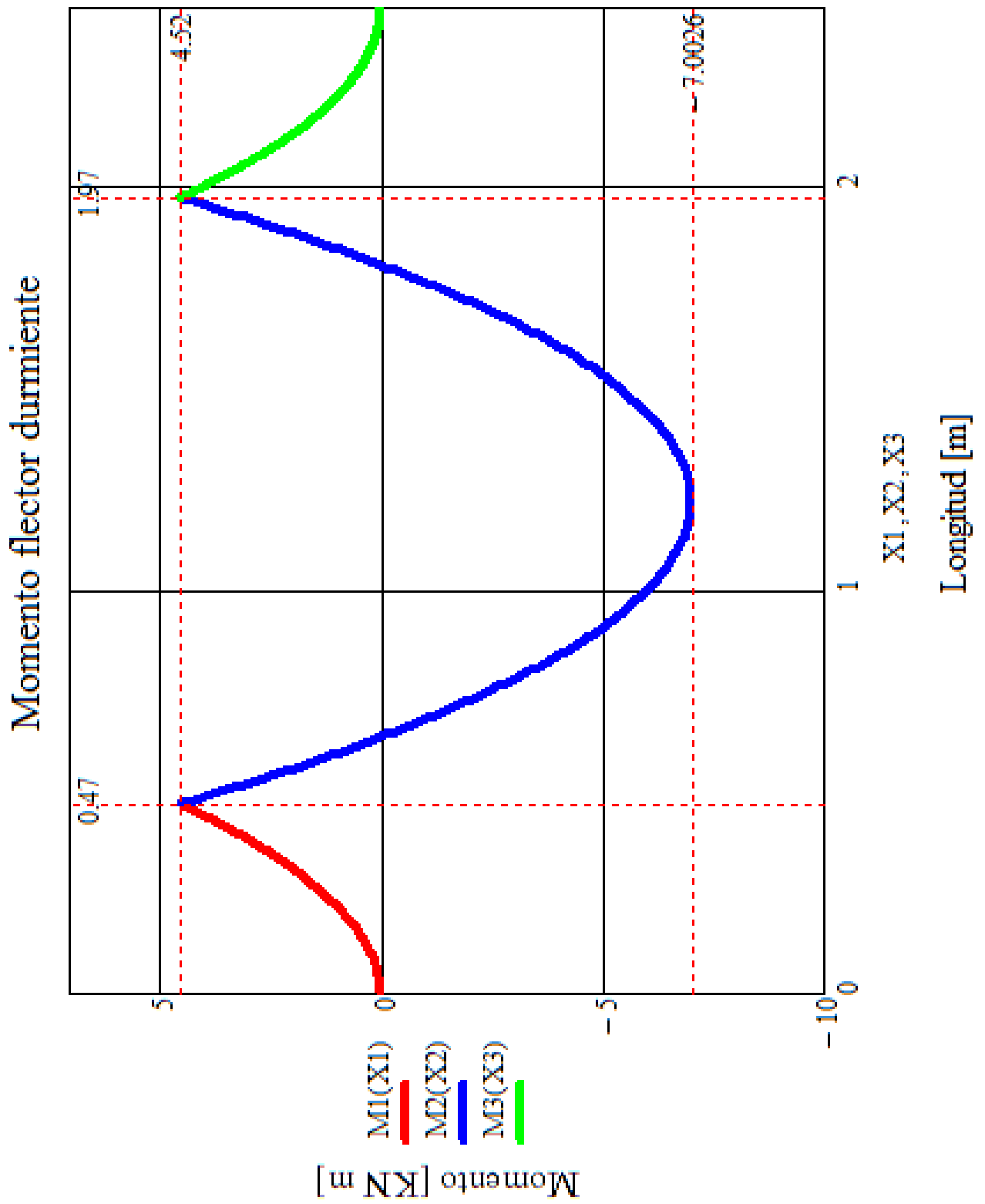


Figura 2.21. Diagrama de los momentos flexionantes que actúan en el durmiente con cargas uniformemente distribuidas sobre la superficie inferior del durmiente.

Se determinarán los esfuerzos en el durmiente tomando en cuenta la teoría de flexión pura, que en principio dice que los esfuerzos en el rango plástico el esfuerzo  $\sigma_m$  que es conocido como el valor máximo de esfuerzo normal, se determina con la ecuación:

$$\sigma_m = \frac{|M|c}{I} \quad (3.16)$$

Donde:

M- Momento flexionante.

c – Máxima distancia del el eje neutral (la cual corresponde a la parte superior o bien la inferior de la viga).

I- Momento de inercia.

Los momentos por flexión generan esfuerzos normales, mientras que las fuerzas cortantes generan esfuerzos cortantes. En la mayoría de los casos el criterio dominante en el diseño de vigas por fuerzas es el máximo valor del esfuerzo normal en la viga. Por lo tanto el criterio del máximo esfuerzo normal podría ser válido para el análisis del durmiente ya que este puede ser considerado como una viga.

Se pueden tomar como referencia uno o varios puntos importantes del durmiente para obtener su esfuerzo y después poder compararlo con los modelos que se realicen posteriormente por el método de los elementos finitos. Es ente caso las referencia serán en donde al durmiente se le aplican las cargas verticales de las ruedas y otro en el centro del durmiente.

Del diagrama de momentos flectores (figura 2.17.) se observa que se tiene un momento flector máximo positivo y otro negativo los cuales se encuentran en los puntos de referencia que se denotaron anteriormente, entonces se obtendrán los esfuerzos estas zonas del durmiente.

Para el punto donde actúa la carga vertical de las ruedas hacia los rieles:

$$\sigma_{m1} = \frac{4.52[kN \cdot m]0.0889[m]}{9.5178 \cdot 10^{-5}[m^4]} = 4.22[MPa]$$

Y para el momento flexionante en el centro del durmiente:

$$\sigma_{m2} = \frac{|-7.0026[kN \cdot m]|0.0889[m]}{9.5178 \cdot 10^{-5}[m^4]} = 6.54[MPa]$$

Para que se tenga un mayor entendimiento de los esfuerzos que actúan a lo largo de todo el durmiente se procederá a determinar su gráfica. Para ello se hará lo mismo que se hizo para los diagramas de fuerzas cortantes y momentos flexionantes.

$$E4(x4) := \frac{[(20.49x4^2) \cdot 0.0889]}{9.517825 \cdot 10^{-5}}$$

$$E5(x5) := \frac{[(20.49 \cdot x5^2 - 50 \cdot x5 + 23.5) \cdot 0.0889]}{9.517825 \cdot 10^{-5}}$$

$$E6(x6) := \frac{[(20.49 \cdot x6^2 - 100 \cdot x6 + 122) \cdot 0.0889]}{9.517825 \cdot 10^{-5}}$$

Ecuaciones de las tres diferentes secciones del durmiente valuadas con sus respectivos rangos de longitud.

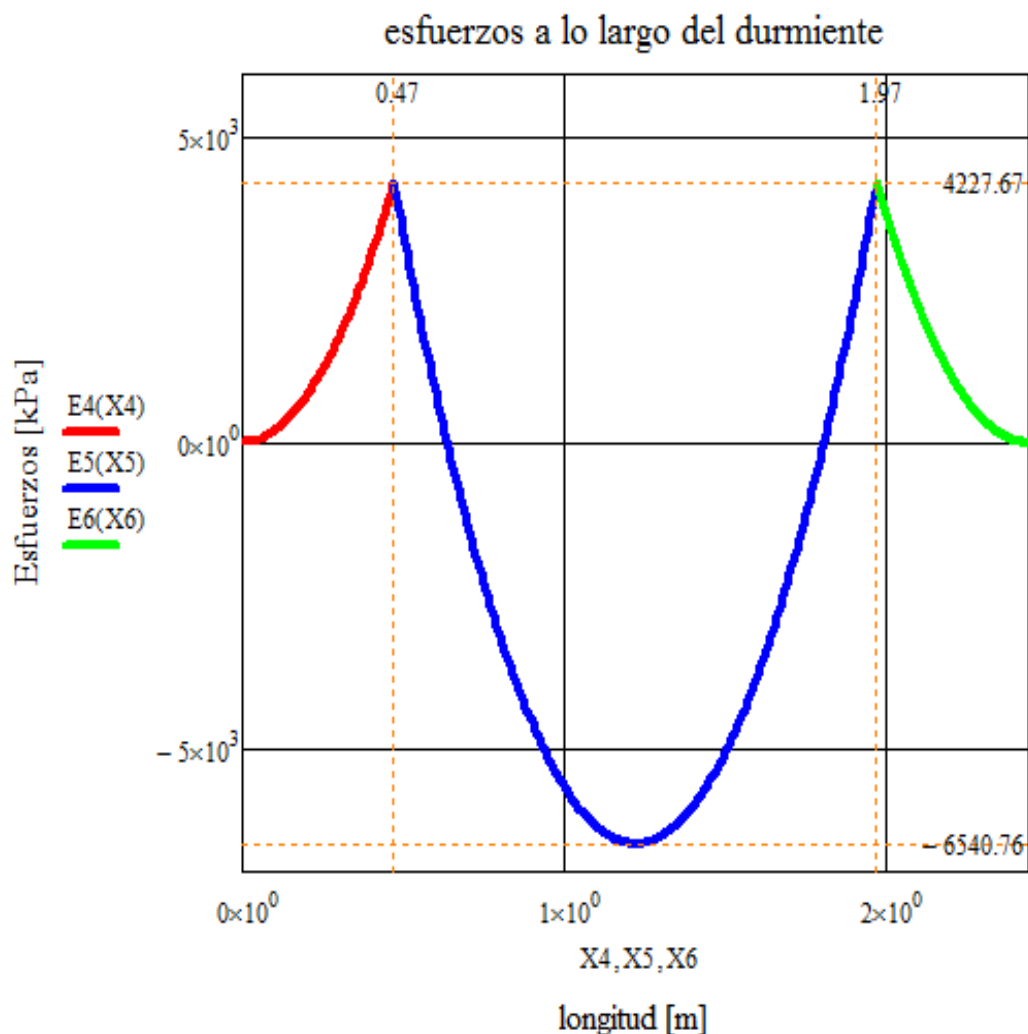


Figura 2.22. Gráfica de esfuerzos normales contra longitud del durmiente.

## 2.4.2. Análisis por métodos de elementos finitos para validación de software.

Para el desarrollo de los durmientes se utilizarán dos diferentes software los cuales serán NX6 Unigraphics®, el cual utiliza como solucionador a Nastran®, y el otro será Abaqus CAE 6.7®.

Primeramente se modelaron los durmientes que para este caso se modelaron las vigas que corresponden a las dimensiones del durmiente.

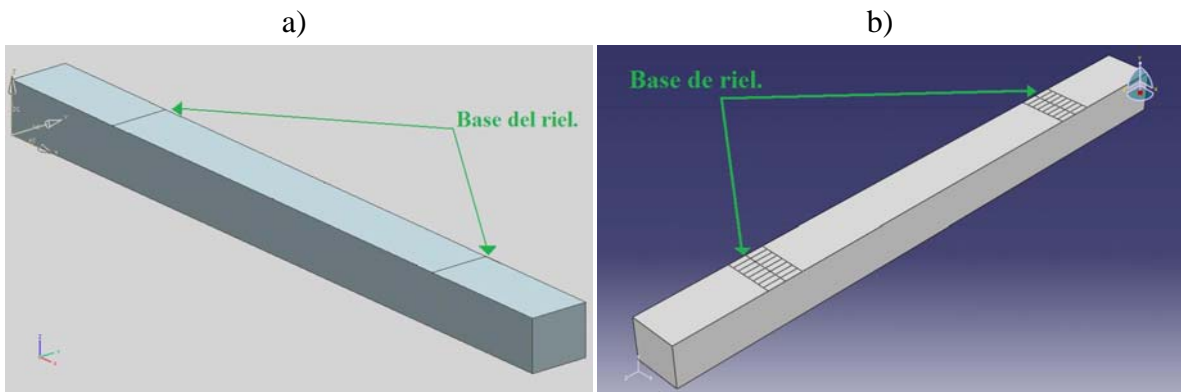


Figura 2.23. Modelos de los durmientes en CAD. a) modelado en NX6. b) modelado en Abaqus CAE 6.7.

De la figura 2.19 se observa que los modelos de los durmientes aunque tienen las mismas dimensiones espaciales (sección 2.2.), se notan diferencias en los trazos. Esto se debe a que la manera de modelar en cada uno de los software es distinta, también su manera de disponer a los elementos para el análisis.

### Propiedades del material.

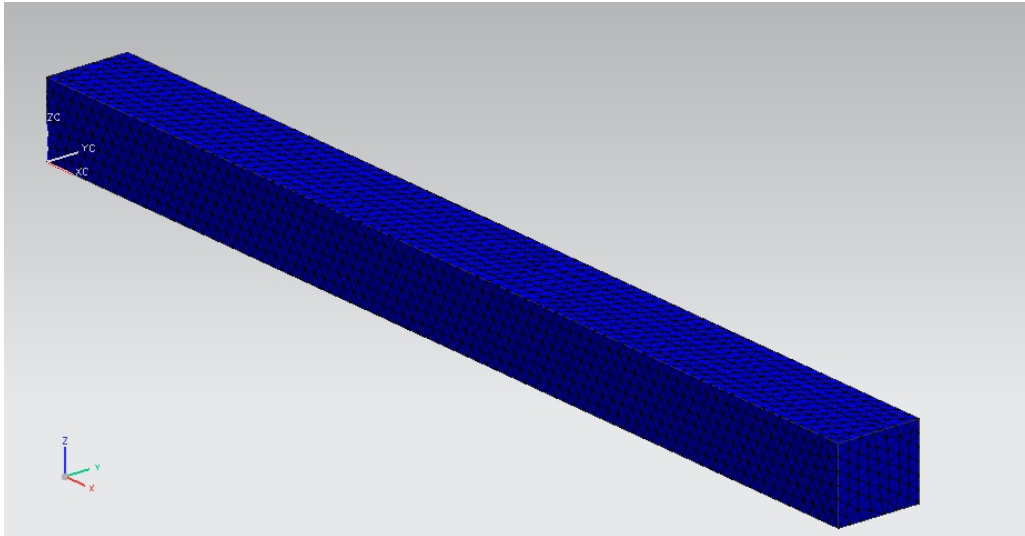
Las propiedades del material que se utilizaron fueron las que proporcionaron de otras pruebas anteriores que se le habían realizado al durmiente en el centro de mediciones de la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M. se le realizó una prueba de tracción del cual se determinó en módulo de elasticidad y para los valores restantes se tomaron de la literatura para obtener las propiedades que las distintas paqueterías solicitan para poder realizar el análisis por elementos finitos.

Tabla 2.4. Propiedades mecánicas del durmiente.

Material.	Densidad [Kg/m <sup>3</sup> ].	Módulo de Young [MPa].	Coefficiente de Poisson.
HDPE	1200	543.6	0.3

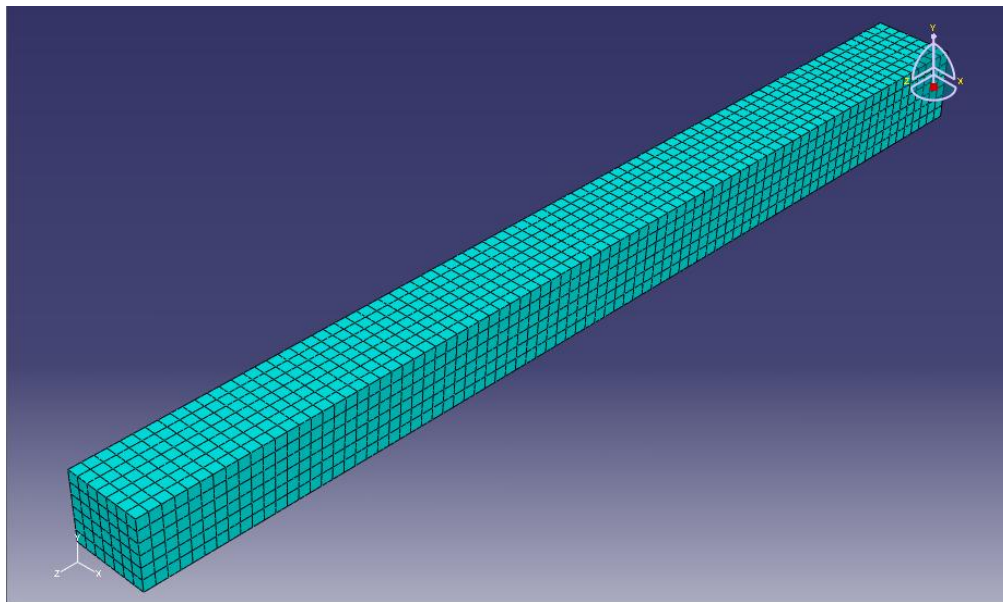
## Mallado del modelo.

Para el mallado del modelo se utilizarán alguna de las técnicas de discretización que utiliza cada software. Para la discretización del modelo en NX6 se utilizará elementos 3D con geometría tetraédrica de 20 nodos y 6 grados de libertad.



*Figura 2.24. Mallado del durmiente en software Unigraphics NX6.*

Para el mallado en el programa Abaqus CAE 6.7 se utilizará la técnica de discretización estructural, con tipo de elemento estándar, de configuración hexaédrica de los elementos y de orden geométrico cuadrático con 20 nodos en cada elemento y 6 grados de libertad por nodo [18].



*Figura 2.25. Mallado del durmiente en software Abaqus CAE 6.7.*

Para los dos modelos anteriores se obtuvo la siguiente asignación de elementos y nodos:

Tabla 2.5. Elementos y nodos asignados en cada estructura discretizada.

Software	Nº. Elementos.	Nº. Nodos.
Unigraphics NX6.	16334	27023
Abaqus CAE 6.7.	5488	26757

### Cargas y condiciones de frontera.

A ambos modelos se le aplicaron las mismas condiciones de frontera y cargas. Las cargas verticales 100 [KN] que son transmitidas por el peso de los vagones fueron colocadas de forma repartida a lo ancho de la base de cada riel (verde). Las reacciones del balasto son ejercidas en toda la longitud de la superficie inferior del durmiente con el mismo valor de la fuerza que ejercen los vagones (rojo). Finalmente las restricciones se colocaron en cada uno de los extremos del durmiente impidiendo el desplazamiento (naranja).

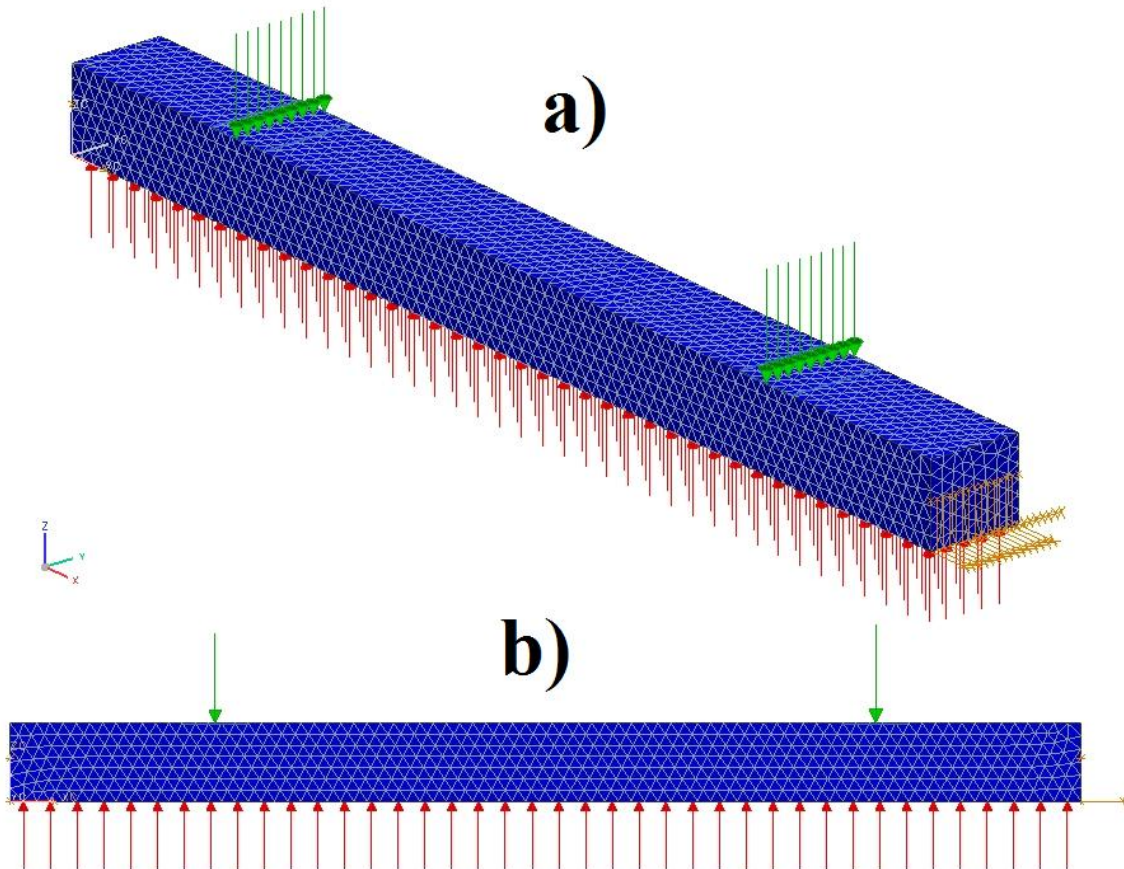


Figura 2.26. Cargas y restricciones Unigraphics NX6. a) Isométrico. b) Frontal-



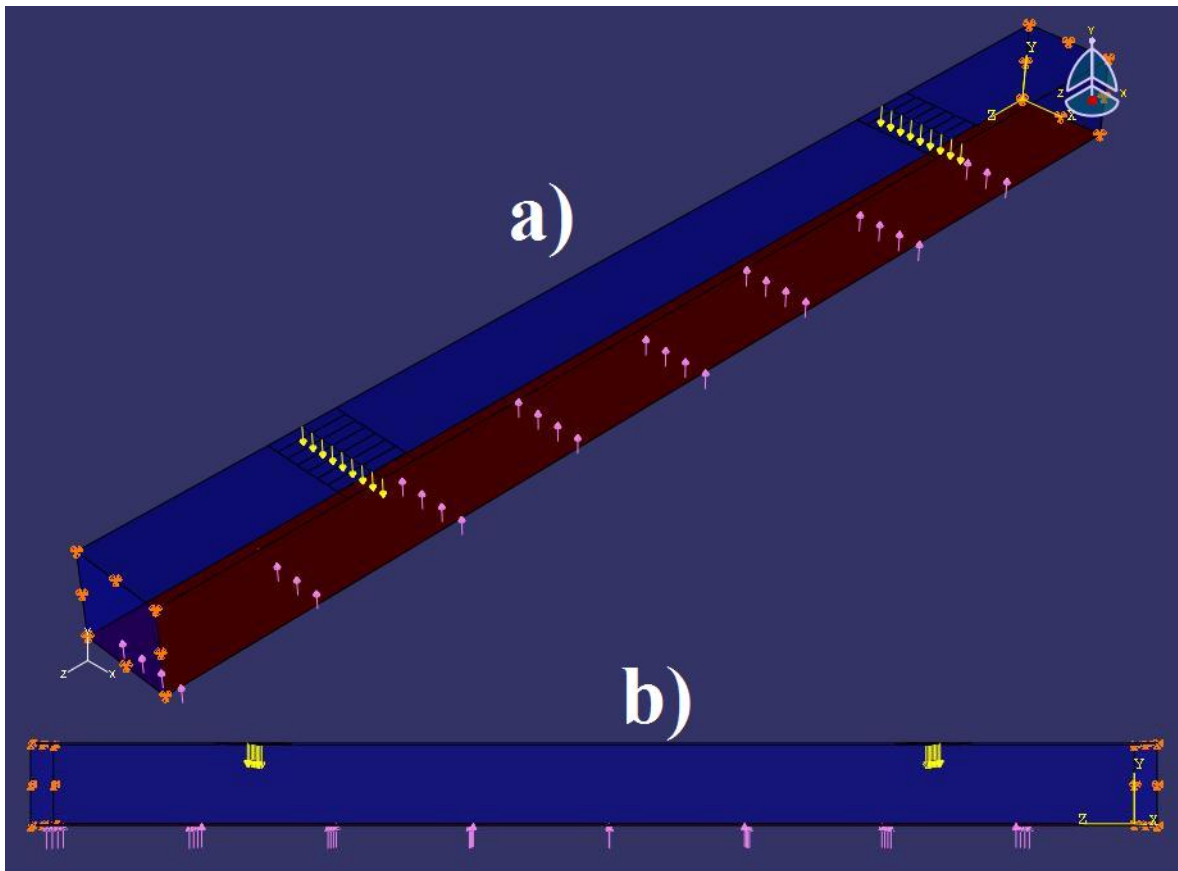


Figura 2.27. Cargas y restricciones Abaqus CAE 6.7. a) Isométrico. b) Frontal.

Cabe mencionar que para las cargas en NX6 se colocaron las ruedas de los trenes sobre una línea de nodos para poder caracterizar al elemento lo más cercano al modelo analítico, lo que igualmente ocurre con las cargas hechas en Abaqus, pero en este caso primero se tuvo que seccionar la base del riel en distintas superficies para poder colocar en cada uno de los vértices centrales las cargas de las ruedas ya que Abaqus no permite colocar fuerzas sobre los nodos.

### Resultados por método de elementos finitos.

Se realizaron los análisis de FEM y se obtuvieron resultados de los esfuerzos que afectan al durmiente en las direcciones X, Y y Z y del criterio de Von Mises tanto en NX6 como en Abaqus. Como se obtuvieron esfuerzos normales a la sección transversal del durmiente en el análisis analítico, se precisan los esfuerzos en esta dirección en FEM (dirección XX en NX6, S33 en Abaqus) para poderlos comparar.

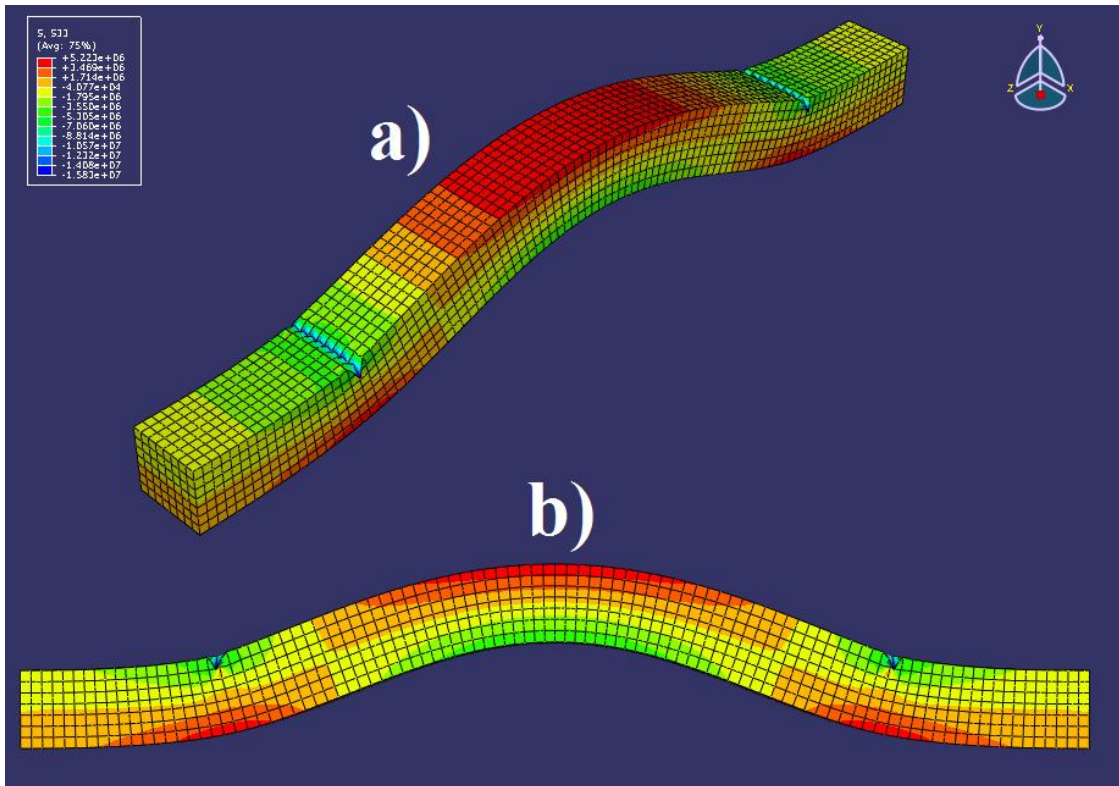


Figura 2.28. Esfuerzos en la dirección S33. Abaqus. a) Isométrico. b) frontal.

viga 6 marzo 09\_sim1 : uniforme Result  
 Load Case 1, Static Step 1  
 Stress : Element-Nodal, Unaveraged, XX  
 Min : -1.917e+001, Max : 1.523e+001, N/mm^2 (MPa)  
 Deformation : Displacement : Nodal

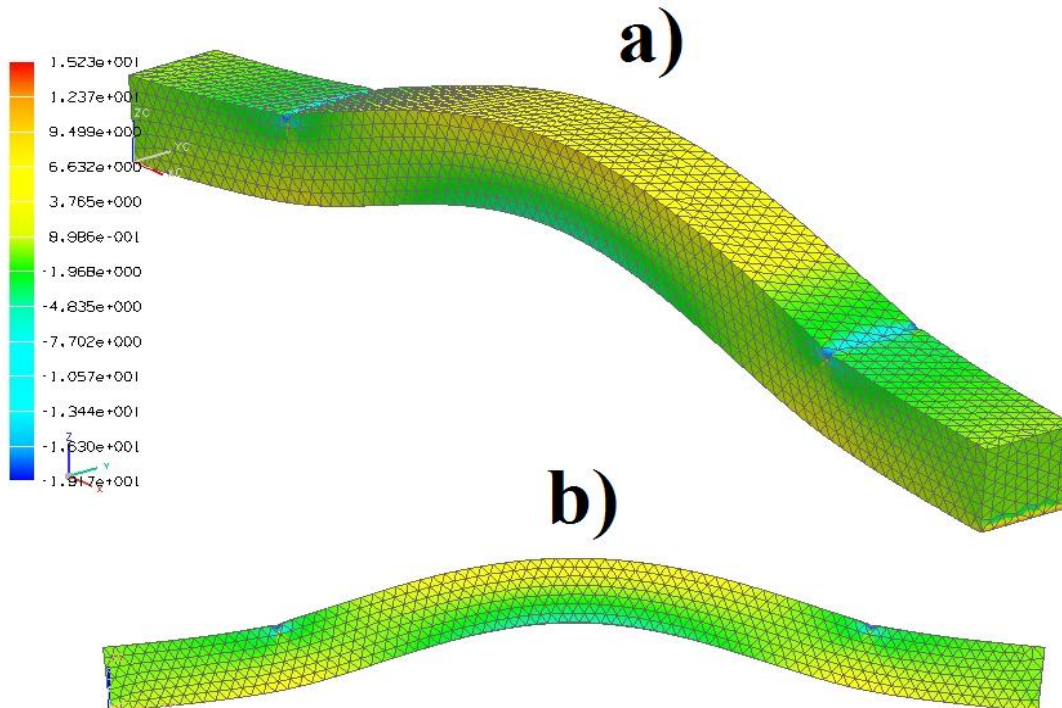


Figura 2.29. Esfuerzos en la dirección XX. Unigraphics. a) Isométrico. b) frontal.

Como se está tomando un modelo tridimensional en FEM, se tomaran los resultados de los esfuerzos en la dirección normal a la sección transversal de los nodos a lo ancho y próximos al centro del durmiente que es donde se tiene el esfuerzo máximo normal. Después se tomará el promedio del total de los nodos seleccionados.

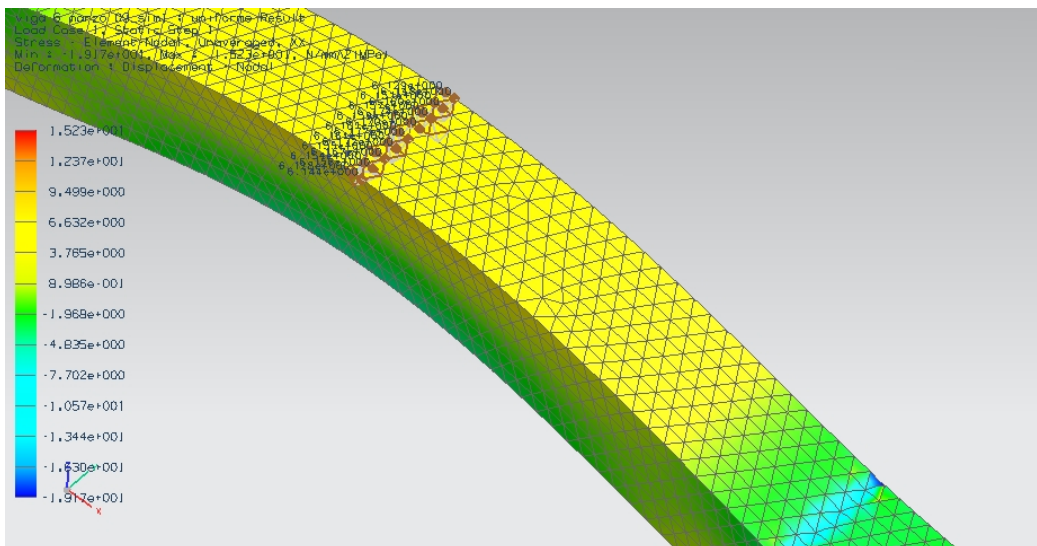


Figura 2.30. Nodos seleccionados para obtener resultados de los esfuerzos. Unigraphics.

Tabla 2.6. Promedio del esfuerzo en dirección XX del centro del durmiente para NX6.

N° Nodo	Longitud [m]	Esfuerzo [Mpa]
21877	1.205	6.167
23433	1.204	6.171
21970	1.204	6.177
21946	1.205	6.170
26525	1.205	6.145
23028	1.205	6.156
21585	1.190	6.148
23403	1.204	6.172
23027	1.190	6.156
26937	1.190	6.129
21945	1.190	6.162
26604	1.190	6.128
21971	1.189	6.161
23400	1.189	6.161
26847	1.205	6.148
23342	1.190	6.156
21953	1.190	6.151
23339	1.205	6.160
<b>Promedio</b>		<b>6.156574355</b>

Para los resultados en el software de Abaqus se aplicó el mismo criterio, sólo que se obtuvo la gráfica de los esfuerzos de los nodos con respecto al tiempo de aplicación; Aunque cabe destacar que el tiempo no toma alguna relevancia ya que se trata de un modelo estático y el valor de los esfuerzos se tomarán cuando el tiempo es 1[seg], ya que en este tiempo se aplica el total de las magnitudes de las cargas que se solicitaron en el software.

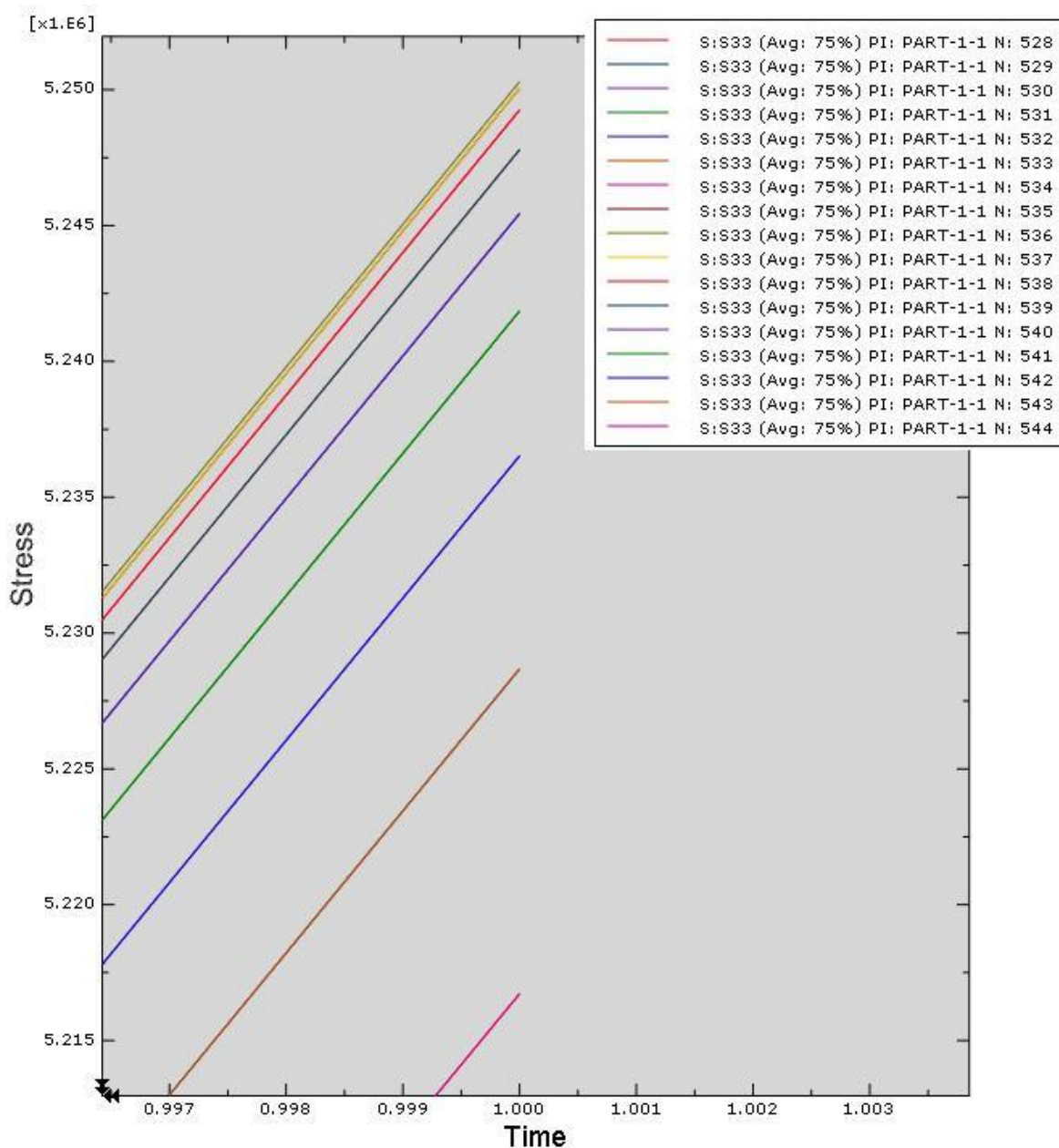


Figura 2.31. Gráfica de los esfuerzos en la dirección S33 de los nodos seleccionados en Abaqus CAE.

Tomando el promedio de los esfuerzos en la figura 3.31 se tiene que el promedio de los esfuerzos en la dirección normal a la sección transversal es 5.239 [MPa].

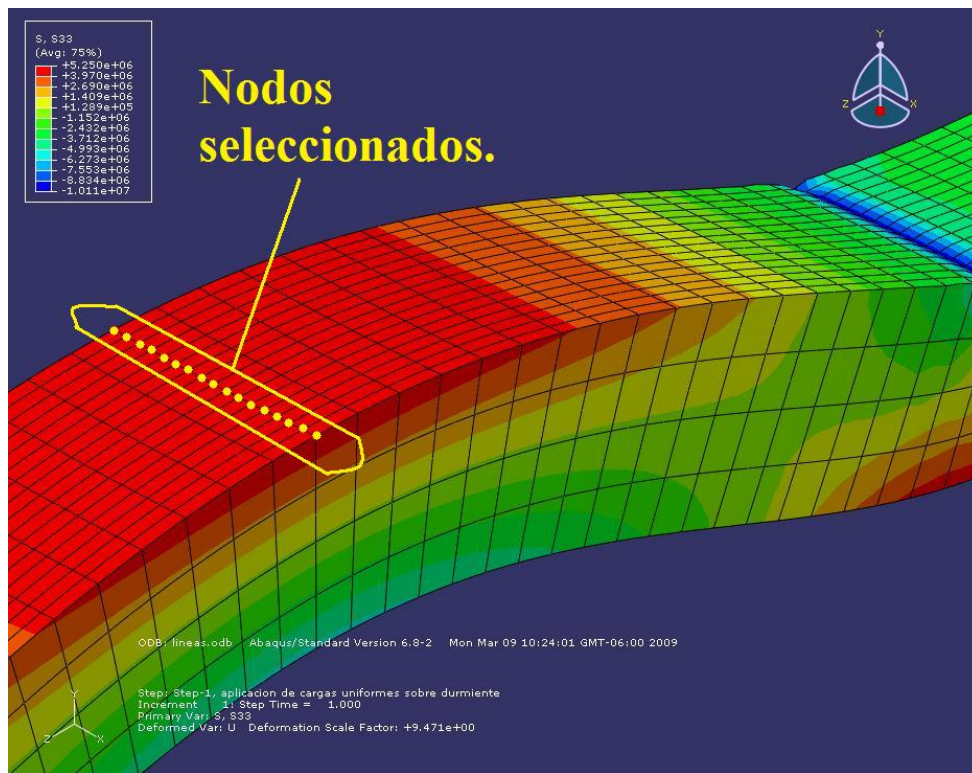


Figura 2.32. Nodos seleccionados para obtener resultados de los esfuerzos. Abaqus.

Tabla 2.7. Resultados de esfuerzos con el modelo de reacciones uniformemente distribuidas.

Software	Unigraphics NX6	Abaqus CAE 6.7
Esfuerzos centro del durmiente [MPa].	6.16	5.24
Esfuerzo teórico [MPa]	6.5	6.5

### 2.4.3. Comparación de resultados.

Se compararán los resultados de los dos software con los del modelo analítico; se tomarán los valores del esfuerzo máximo normal que se obtuvieron en los tres casos de estudio, que se trató la que corresponde al centro del durmiente.

$$\%EE = \left| \frac{\sigma_{m_a} - \sigma_{m_{FEM}}}{\sigma_{m_a}} \right| \times 100$$

Donde:

$\sigma_{m_a} \rightarrow$  Esfuerzo normal máximo analítico.

$\sigma_{m_{FEM}} \rightarrow$  Esfuerzo normal máximo por FEM.

Para el porcentaje de error de los resultados con Unigraphics NX6 se tiene que:

$$\%EE_{Unigraphics} = \left| \frac{6.5[MPa] - 6.16[MPa]}{6.5[MPa]} \right| \times 100$$

$$\%EE_{Unigraphics} = 5.23\%$$

Para el porcentaje de error con Abaqus se tiene que:

$$\%EE_{Abaqus} = \left| \frac{6.5[MPa] - 5.24[MPa]}{6.5[MPa]} \right| \times 100$$

$$\%EE_{Abaqus} = 19.23\%$$

Con lo anterior se concluye que el programa que más se aproxima al resultado analítico es Unigraphics NX6 con un porcentaje de error aproximado al 5.2%; en cambio Abaqus un valor aproximado del 19%, lo que hace una diferencia del 14%.

La causa del valor del porcentaje de error puede deberse a varias causas. La primera causa es que el método de elementos finitos tiene un porcentaje de error por ser un método discreto (discontinuo); el mallado también puede causar cierto error en los resultados ya que se puede hacer uno más fino y se podría tener un resultado con mayor precisión. Y por último otra de las causas es que se realizó un modelo con las cargas y restricciones lo más parecido al analítico, mas cada paquetería tiene maneras distintas de colocarlas y esto puede que no sea la forma exacta pero sí la más aproximada que se puede y esto puede afectar al resultado de los análisis.

Se concluye que software que arrojo mejores resultados fue NX6 Unigraphics y que su valor de error es aceptable y se pueden entonces realizar con confiabilidad los desarrollos de los modelos estáticos de los durmientes.

## **2.5. Análisis estáticos del durmiente por el método de elementos finitos.**

### **2.5.1. Introducción.**

Como se vio en la sección 2.3, se desarrolló un modelo analítico para determinar las magnitudes de las cargas de las reacciones del balasto sobre toda la longitud del durmiente

aproximando el modelo del comportamiento del durmiente bajo cargas verticales desarrollado por el científico Talbot.

En esta sección se verá el análisis del modelo desarrollado en este capítulo del durmiente con la ayuda de las herramientas de CAD/CAE, a los cuales se le aplicaran todas los parámetro necesarios al modelado del durmiente para poder obtener los resultados realizados por el método de elementos finitos.

La herramienta que se utilizará es el software de UGS Unigraphics NX6 que fue el que arrojó un porcentaje de error menor de los que se compararon en la sección 2.4.

### 2.5.2. Modelado del durmiente en Unigraphics NX6.

Para el modelado del durmiente se utilizó la misma viga de la sección 2.4.2., que tiene las mismas dimensiones que el durmiente y agregando los barrenos ciegos los cuales sirven para colocar los tornillos de fijación de la placa y el riel.

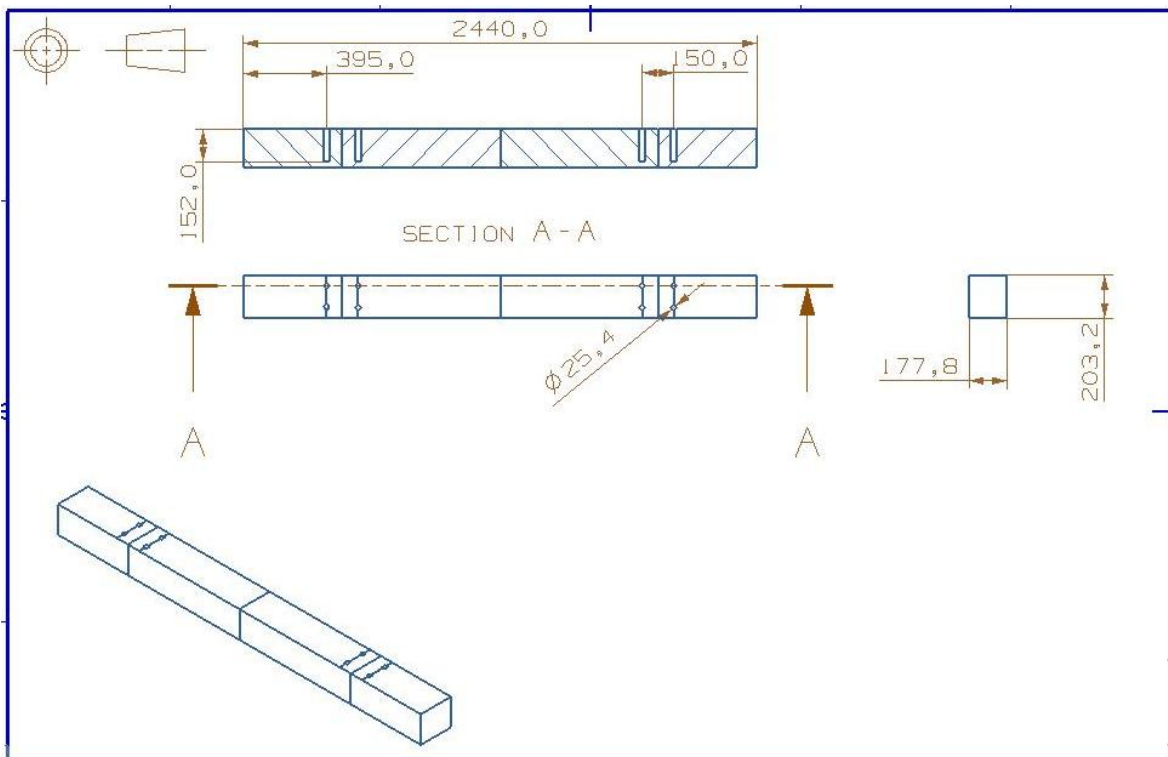


Figura 2.33. Planos del durmiente.

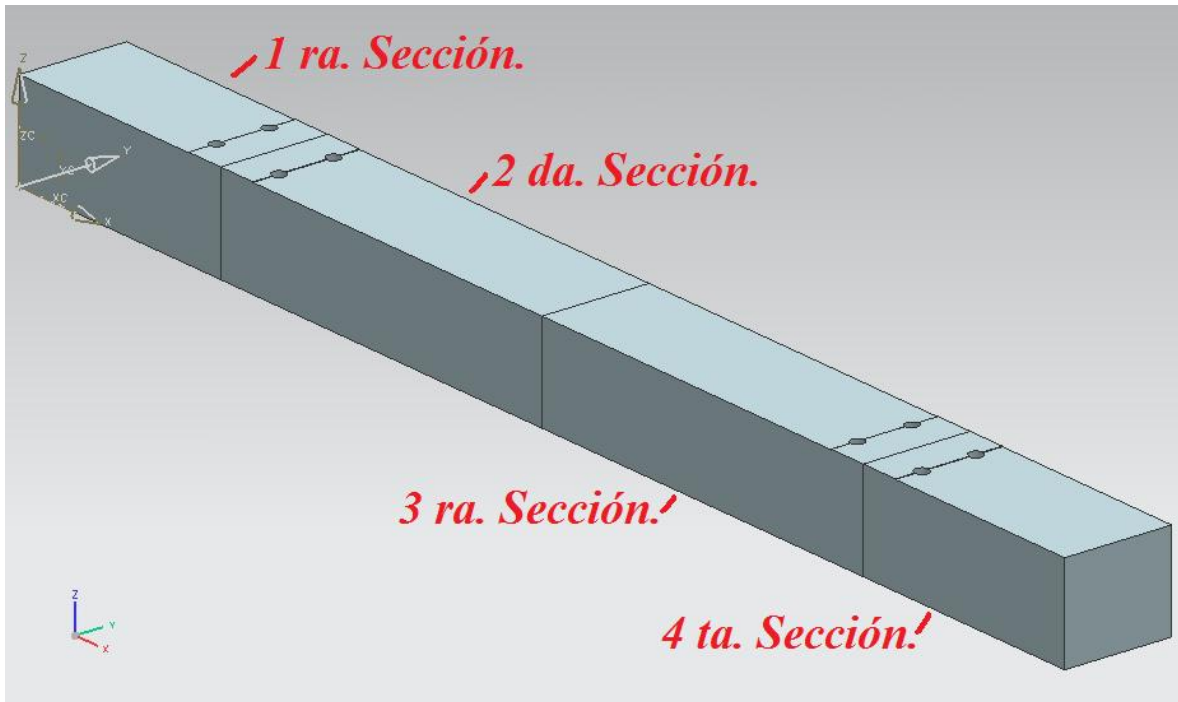


Figura 2.34. Modelo del durmiente en UGS Unigraphics NX6 vista isométrica.

Cabe mencionar que el durmiente fue dividido en cuatro secciones para que se pudieran introducir las variaciones de las cargas a cada una de estas secciones.

### 2.5.3. Propiedades del material.

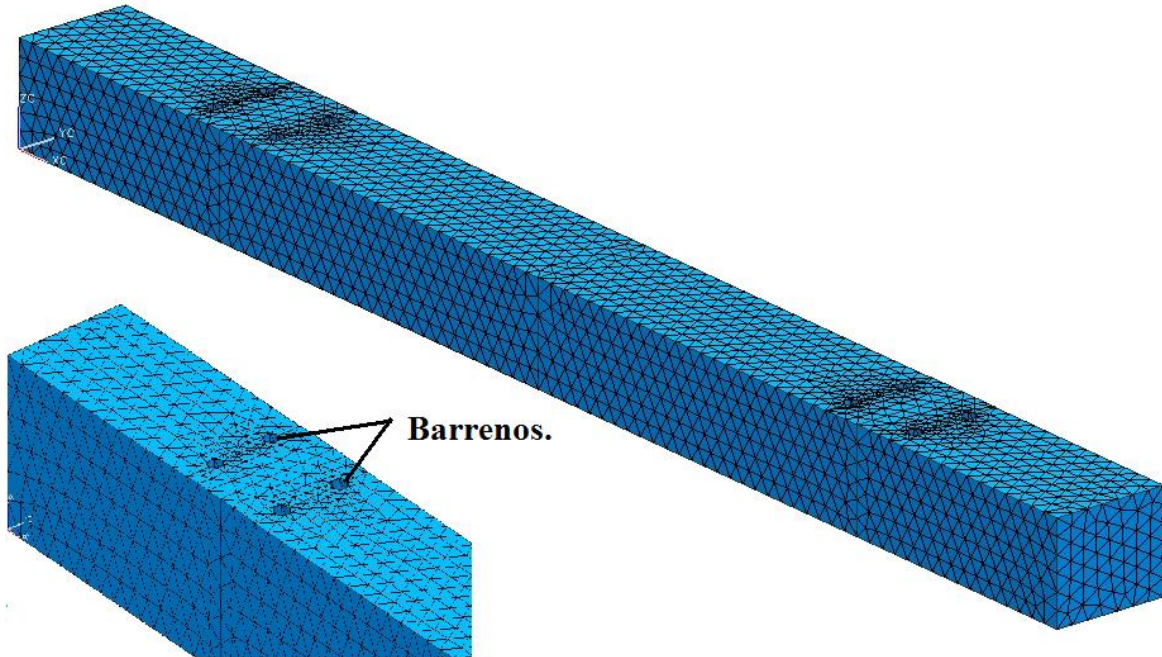
El durmiente se fabrica por medio del proceso de extrusión, y considerando que el control del proceso de la manufactura está bien realizado se considera que el durmiente constituye un material homogéneo, elástico e isotrópico.

Las propiedades del material que se utilizaron fueron los mismos que sirvieron para la comparación del software y se muestran en la tabla 2.4 de la sección 2.4.2.

### 2.5.4. Mallado del modelo.

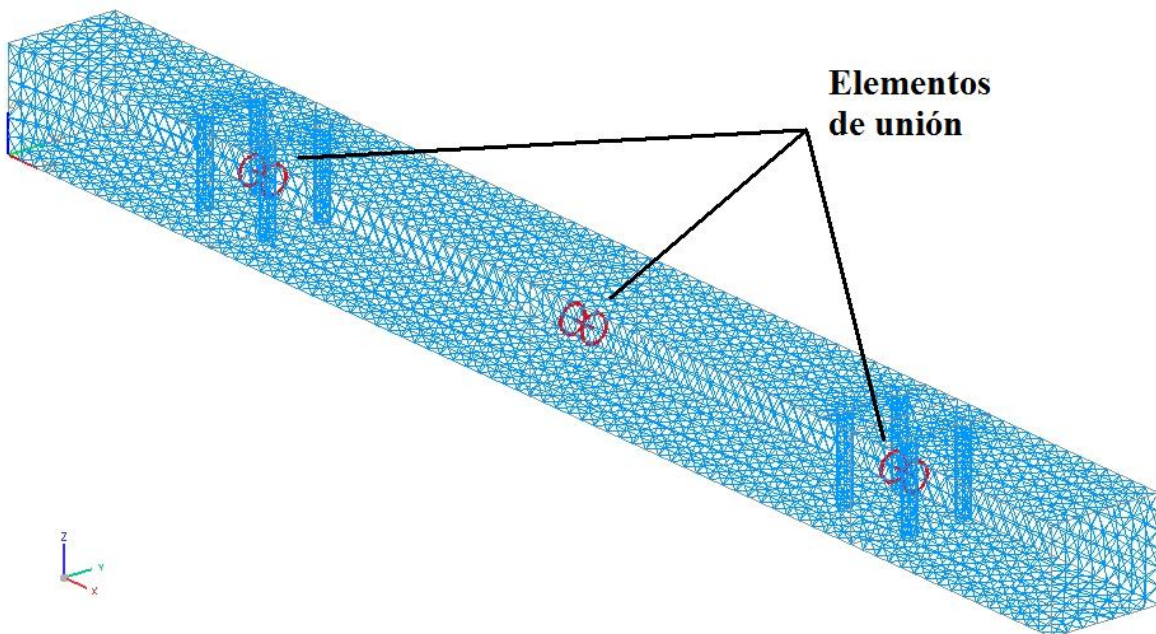
Para la discretización del modelo se utilizaron las mismas características que se utilizaron en la sección 2.4.2., aunque ahora se tiene una viga seccionada en cuatro partes por lo que a cada sección le corresponde un determinado número de elementos y de nodos.





*Figura 2.35. Mallado del durmiente.*

Para unir las cuatro secciones del durmiente se utilizaron elementos de unión de malla (figura 2.36.) para que así el durmiente fuese un material continuo y respetase las características de un modelo continuo y pudiese transmitir las cargas que se le aplicasen.



*Figura 2.36. Elementos malla de unión para durmiente.*

Tabla 2.8. Elementos y nodos asignados a las secciones del durmiente.

Sección.	Nº elementos.	Nº Nodos.
1 <sup>ra</sup> Sección.	4396	7330
2 <sup>da</sup> Sección.	6540	10782
3 <sup>ra</sup> Sección.	6452	10666
4 <sup>ta</sup> Sección.	4397	7324
Total.	21785	36102

### 2.5.5. Restricciones y cargas.

Las fuerzas de las ruedas de los carros de tren son aplicadas sobre la base del riel (100 [KN]) la cual es un área determinada por la placa de sujeción del durmiente y el riel (rojo). Las cargas que el balasto ejerce hacia el durmiente (verde) van bajo toda la longitud y ancho de la superficie del durmiente de tal manera que represente la distribución que se especificó y estudió en la sección 2.3. Las restricciones (naranja) se aplicaron en los extremos del durmiente evitando así su desplazamiento.

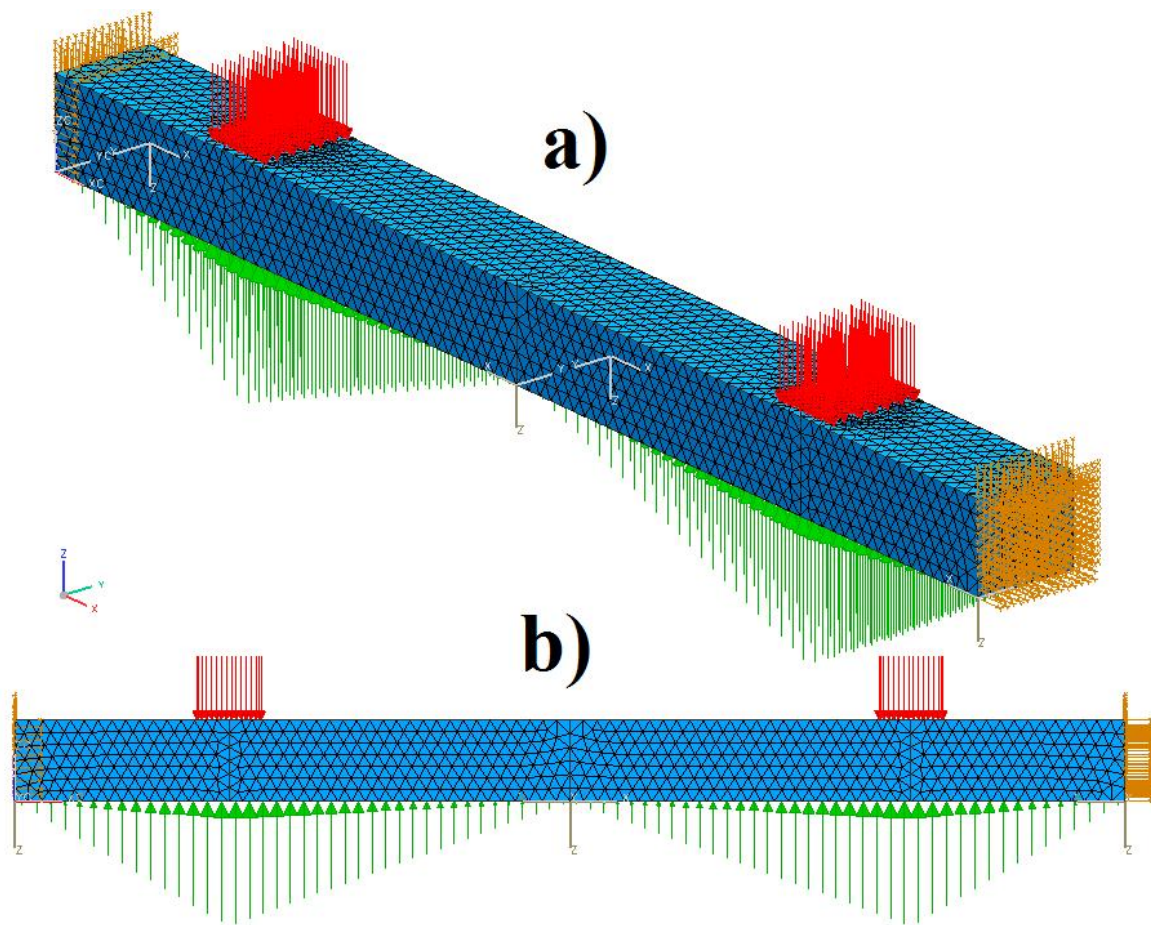


Figura 2.37. Cargas y restricciones del modelo estático del durmiente.

### 2.5.6. Resultados de los análisis estáticos por FEM.

A continuación se mostrarán las figuras de los resultados obtenidos por el método de los elementos finitos realizados en NX6. Se presentaran los resultados de los esfuerzos en las direcciones normales a la sección transversal XX, cortantes YY y ZZ, y del criterio de Von Mises, también se presentaran los resultados de los desplazamientos nodales y en la dirección Z.

durmiente barrenado 12 Feb 09\_sim1 : campos estatico Result  
Load Case J, Static Step 1  
Stress : Element-Nodal, Unaveraged, Von-Mises  
Min : 6.838e-003, Max : 9.685e+000, N/mm^2(MPa)  
Deformation : Displacement - Nodal

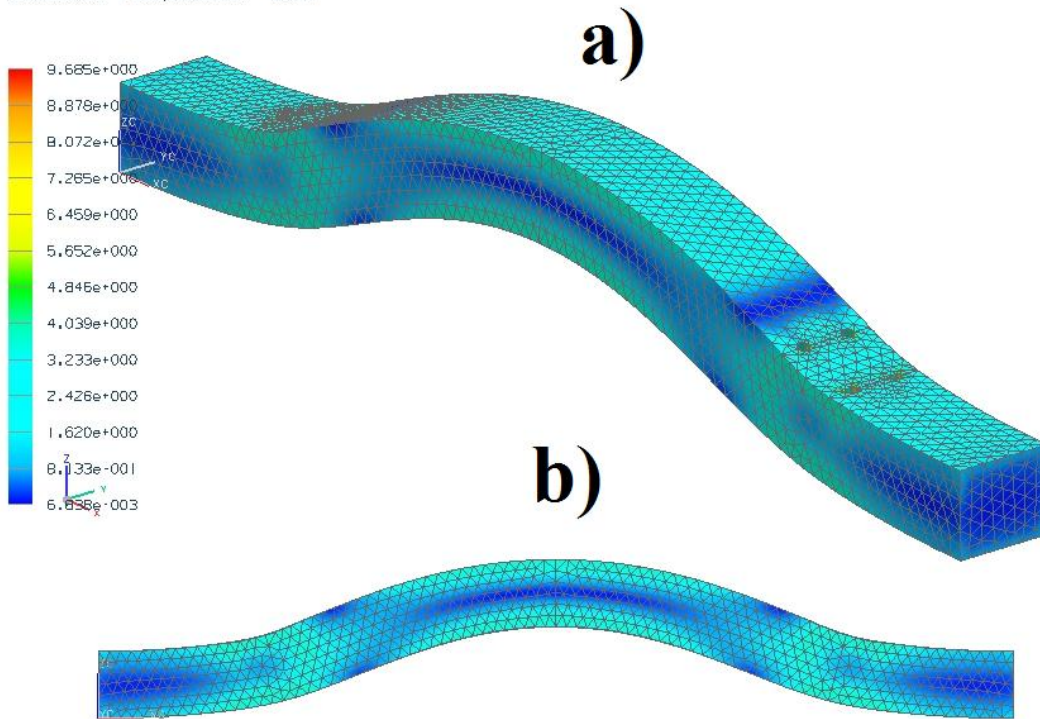


Figura 2.38. Esfuerzos de Von Mises en el durmiente.

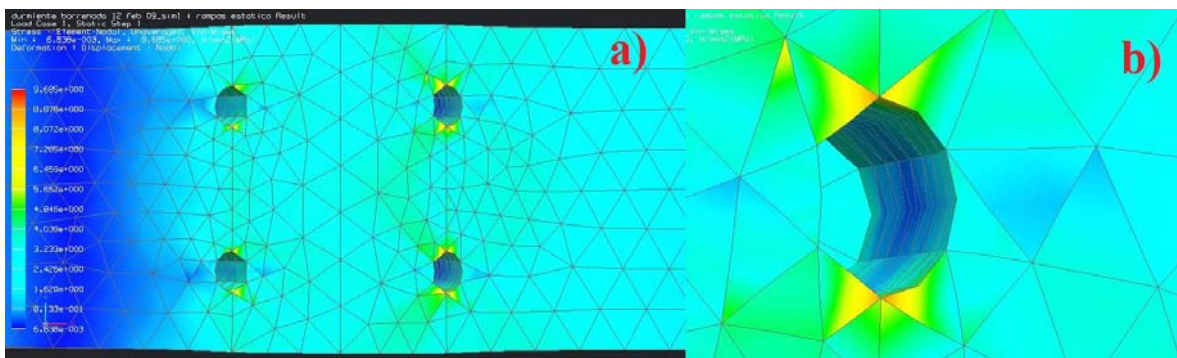


Figura 2.39. Esfuerzos en los barrenos. a) cuatro barrenos sujeción. b) barreno superior derecho.

Se observa que los mayores esfuerzos se encuentran en la superficie superior del durmiente alrededor de los barrenos, aunque este fenómeno es conocido como concentradores de esfuerzos y no es el punto importante en el trabajo sino los esfuerzos que se generan a lo largo del durmiente. Así que se encontrará el patrón de los esfuerzos en el durmiente tomando una serie de nodos a lo largo del durmiente partiendo del centro del ancho de este.

Tabla 2.9. Esfuerzos de nodos a lo largo del durmiente.

N° Nodo	Distancia [mm]	Von-Mises [MPa]	N° Nodo	Distancia [mm]	Von-Mises [MPa]	N° Nodo	Distancia [mm]	Von-Mises [MPa]
14354	0	1.092	33259	920.013	2.597	22770	1.768E+3	0.2638
12854	39.599	1.163	33257	980.016	2.828	22366	1.790E+3	0.3196
12821	101.223	1.311	33282	1.040E+3	2.971	22826	1.835E+3	1.157
12729	161.296	1.428	33266	1.099E+3	3.048	22941	1.893E+3	2.390
12492	205.560	1.575	33302	1.158E+3	3.078	22388	1.937E+3	3.278
12444	264.437	1.904	24765	1.220E+3	3.082	7024	1.970E+3	3.543
12431	293.906	2.131	22265	1.282E+3	3.078	5544	2.024E+3	3.476
12459	384.109	3.101	22235	1.341E+3	3.047	5849	2.071E+3	2.967
12469	445.287	3.627	22423	1.385E+3	2.992	5757	2.131E+3	2.297
33183	503.424	3.274	22566	1.445E+3	2.865	5796	2.190E+3	1.802
33387	575.886	1.747	22294	1.490E+3	2.725	5612	2.249E+3	1.519
33339	635.105	0.5800	22620	1.535E+3	2.513	5645	2.308E+3	1.364
33198	679.990	0.3720	22732	1.587E+3	2.190	5705	2.370E+3	1.249
33210	739.984	1.158	22324	1.640E+3	1.786	5497	2.415E+3	1.103
33209	799.992	1.786	22784	1.685E+3	1.310	7231	2.440E+3	1.091

Se denota que los mayores esfuerzos se presentan en las cercanías de las bases del riel (Verde) con valores aproximados de 3.5 [MPa] y en el centro del durmiente (Rojo) con 3.08 [MPa] aproximadamente.

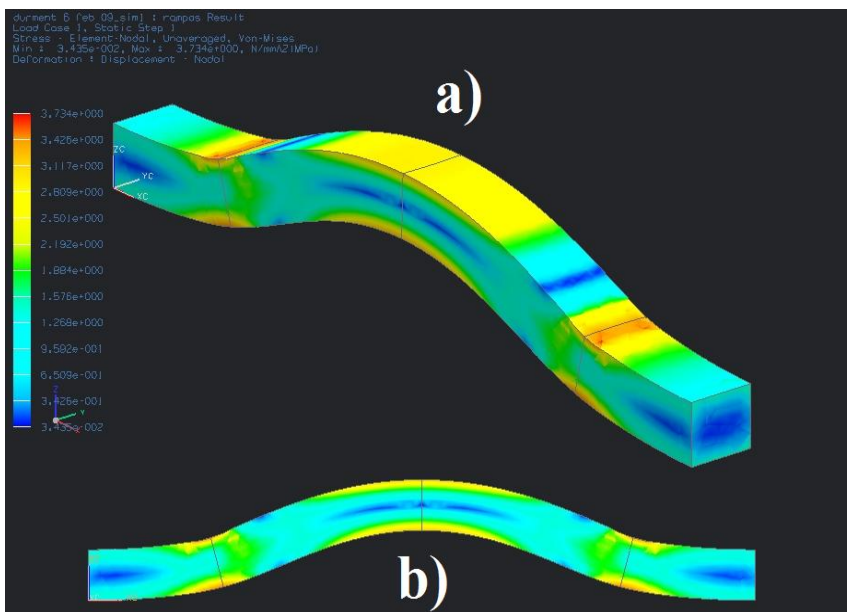


Figura 2.40. Esfuerzos de von-Mises de un durmiente sin barrenos para ejemplificar el comportamiento de los esfuerzos producidos únicamente por las cargas mecánicas en un durmiente. a) Vista isométrica. b) vista frontal.

durmiente barrenado 12 feb 09\_sim1 : ranpas estatico Result  
 Load Case 1, Static Step 1  
 Stress : Element-Nodal, Unaveraged, XX  
 Min : -1.071e+001, Max : 4.564e+000, N/mm<sup>2</sup>(MPa)  
 Deformation : Displacement - Nodal

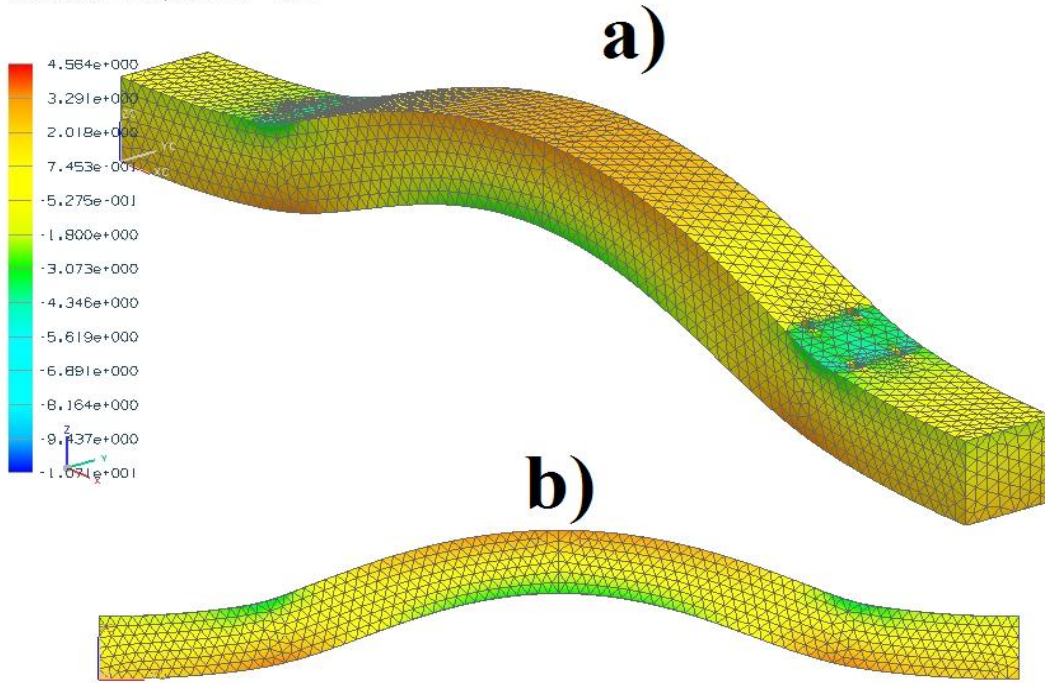


Figura 2.41. Esfuerzos en dirección XX. a) Isométrico. b) Frontal.

durmiente barrenado 12 feb 09\_sim1 : ranpas estatico Result  
 Load Case 1, Static Step 1  
 Stress : Element-Nodal, Unaveraged, YY  
 Min : -3.282e+000, Max : 3.391e+000, N/mm<sup>2</sup>(MPa)  
 Deformation : Displacement - Nodal

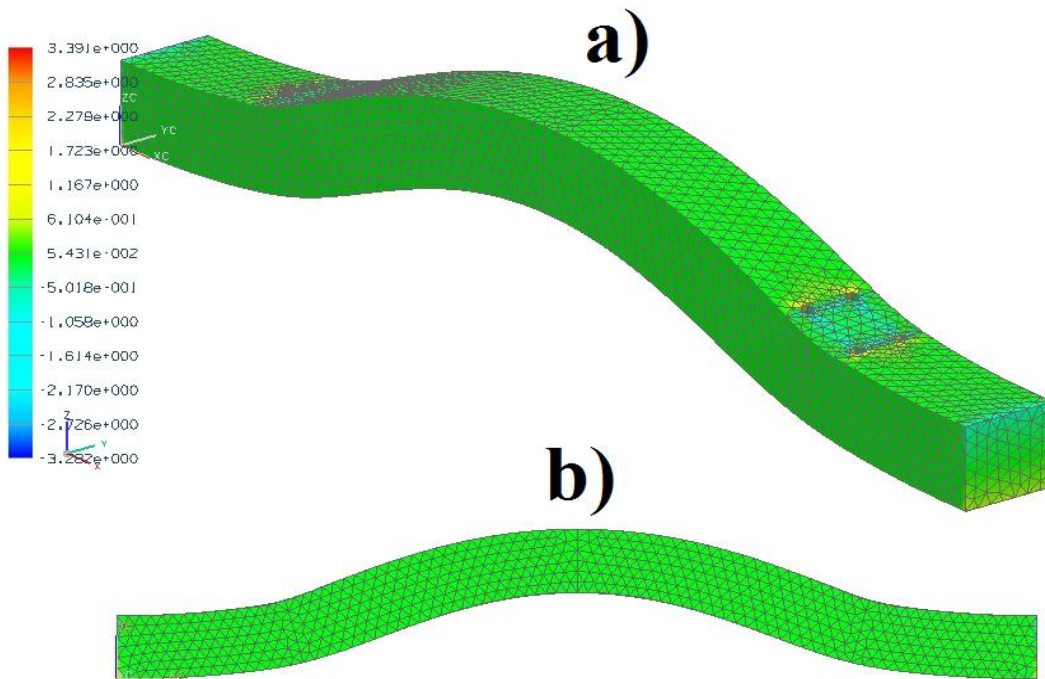


Figura 2.42. Esfuerzos en dirección YY.

durmiente barrenado 12 feb 09\_sim1 : campos estatico Result  
 Load Case 1, Static Step 1  
 Stress : Element-Nodal, Unaveraged, ZZ  
 Min : -3.502e+000, Max : 2.344e+000, N/mm<sup>2</sup>(MPa)  
 Deformation : Displacement - Nodal

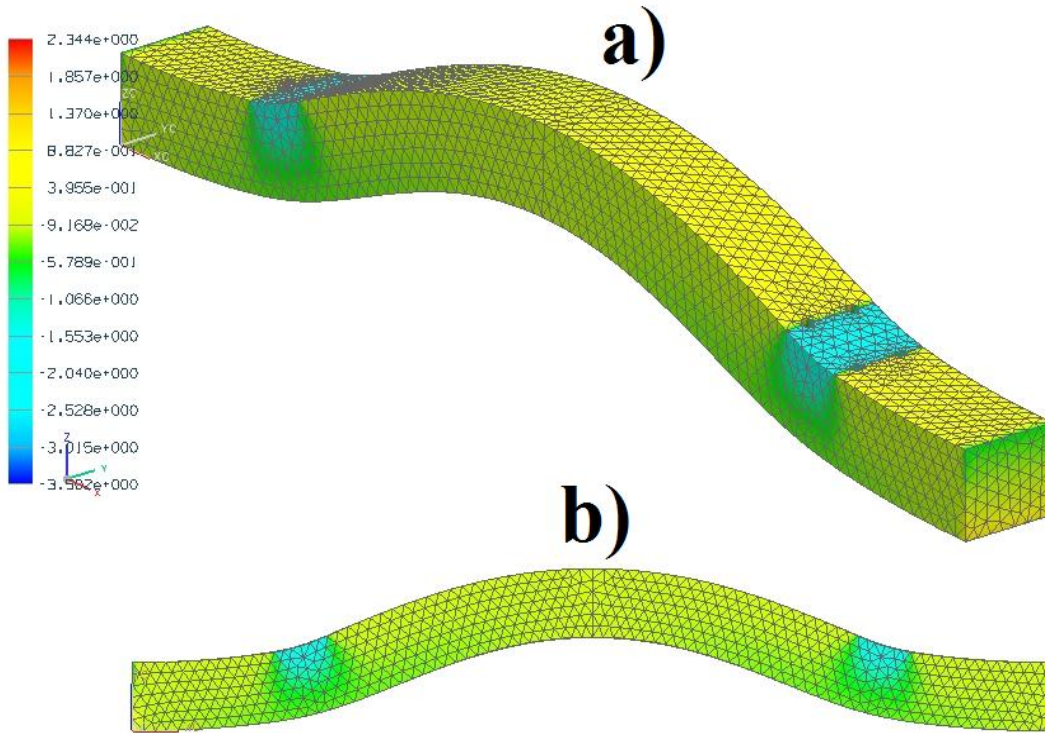


Figura 2.43. Esfuerzos en dirección ZZ. a) Isométrico. b) Frontal.

durmiente barrenado 12 feb 09\_sim1 : campos estatico Result  
 Load Case 1, Static Step 1  
 Displacement : Nodal, Magnitude  
 Min : 0,000e+000, Max : 1,788e+001, mm  
 Deformation : Displacement - Nodal

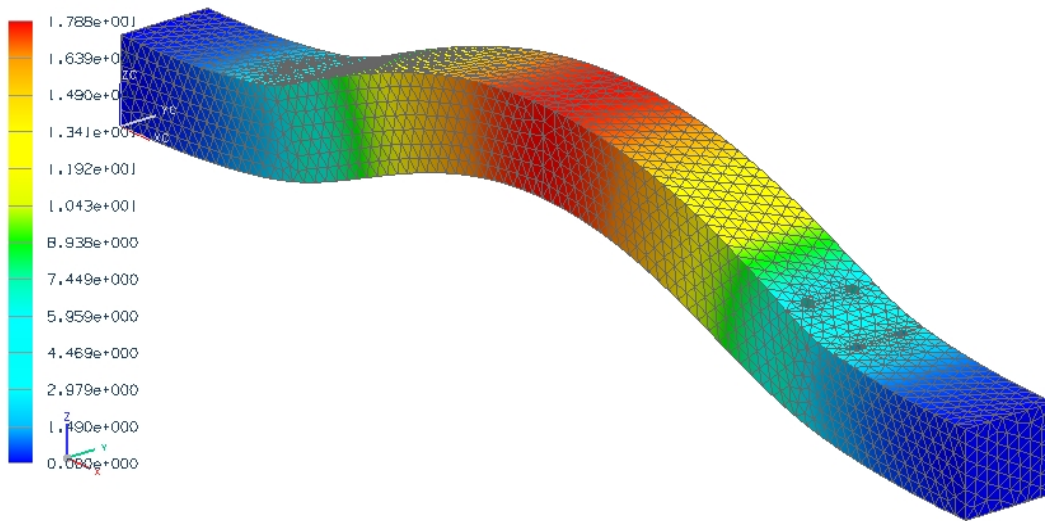


Figura 2.44. Desplazamientos en el durmiente.

Los resultados arrojan que los mayores esfuerzos se encuentran en la dirección principal XX, que es la que representa los esfuerzos normales a la sección transversal los cuales se concentran en la base de los rieles y en el centro del durmiente y siendo el primero ligeramente mayor.

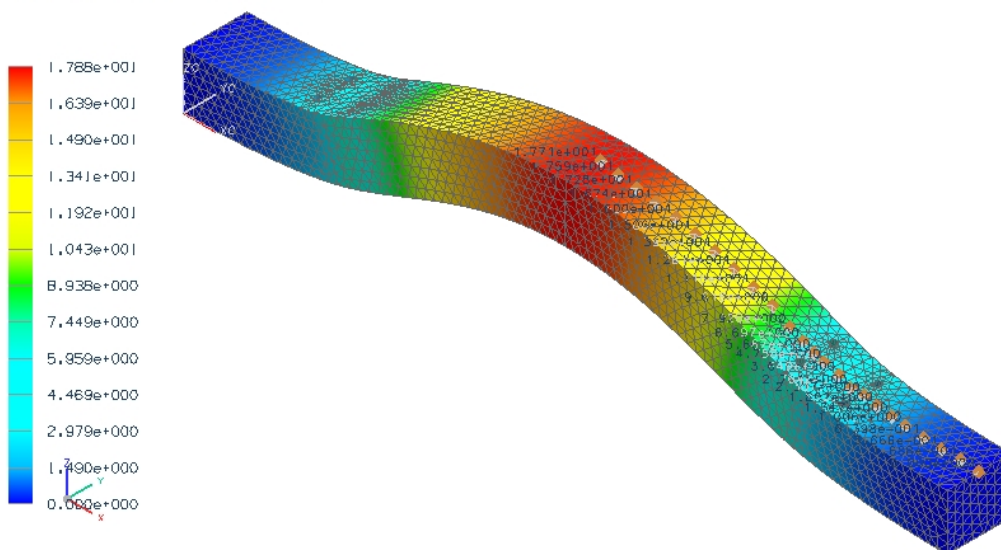
Se presentará la tabla con los esfuerzos en las distintas direcciones y con el criterio de von-Mises.

*Tabla 2.10. Esfuerzos del durmiente en zonas de interés.*

<b>Esfuerzo [MPa]</b>	<b>Centro del Durmiente</b>	<b>Base del riel</b>
<i>Dirección XX</i>	3.002	3.389
<i>Dirección YY</i>	2.251E-3	173.475E-3
<i>Dirección ZZ</i>	73.497E-6	-363.074E-3
<i>Dirección XY</i>	117.573E-6	29.150E-3
<i>Dirección YZ</i>	98.089E-6	8.343E-3
<i>Dirección ZX</i>	93.497E-6	3.315E-3
<i>Von-Mises</i>	3.001	3.550

En cuanto a los desplazamientos que sufre el durmiente, los resultados arrojan que éste tiene un desplazamiento máximo de 17.8 [mm] en la zona céntrica del durmiente y van disminuyendo conforme uno se aproxima hacia sus extremos. Para una mejor comprensión de los desplazamientos del durmiente, se tomarán una serie de nodos para determinar sus características de desplazamientos.

durmiente barrenado 12 feb 09\_sim1 : rampas estatico Result  
 Load Case 1, Static Step 1  
 Displacement - Nodal, Magnitude  
 Min : 0.000e+000, Max : 1.788e+001, mm  
 Deformation : Displacement - Nodal



*Figura 2.45. Selección de nodos en durmiente para sus desplazamientos.*

Se presenta la tabla de la magnitud de los nodos seleccionados a lo largo del durmiente en sus distintas direcciones (X, Y y Z) y en su magnitud total.

*Tabla 2.11. Desplazamientos nodales del durmiente.*

N° Nudo.	Coord. En X [mm]	Despl. X [mm]	Despl. Y [mm]	Despl.Z [mm]	Magnitud [mm]
11996	34.802	-0.08010	1.847E-3	0.04499	0.091897
11983	92.671	-0.21837	810.550E-6	0.13994	0.259372
11966	152.354	-0.37224	-273.564E-6	0.32313	0.49293
12011	212.828	-0.53977	-483.256E-6	0.60441	0.810.34
12027	273.052	-0.72685	-1.011E-3	0.98895	1.227
12046	326.426	-0.92025	-2.870E-3	1.426	1.697
12055	363.995	-1.087	-2.595E-3	1.787	2.092
13965	403.893	-1.308	5.424E-3	2.152	2.518
14514	470.000	-1.752	-658.877E-6	3.201	3.649
34759	517.682	-2.049	8.797E-3	4.295	4.759
34484	573.360	-2.252	5.458E-3	5.944	6.356
34427	619.677	-2.333	2.576E-3	7.279	7.644
34366	669.568	-2.343	-655.900E-6	8.708	9.018
34318	713.314	-2.297	-4.528E-3	9.937	10.200
34021	779.559	-2.147	394.826E-6	11.707	11.903
34052	838.304	-1.948	225.136E-6	13.140	13.284
34588	889.756	-1.734	-16.171E-3	14.262	14.367
34135	948.510	-1.459	-18.156E-3	15.366	15.435
34102	1007	-1.160	-19.407E-3	16.265	16.306
34195	1066	-0.84756	-19.920E-3	16.949	16.970
34260	1124	-0.53037	-19.143E-3	17.413	17.421
34298	1182	-0.21225	-14.356E-3	17.660	17.661
24770	1220	-3.241E-6	-23.788E-3	17.708E+0	17.708E+0

Se tiene que el mayor desplazamiento en el elemento se tiene en su centro con una magnitud de 17.78 [mm] en la dirección vertical Z (rojo) en el centro del durmiente, que es prácticamente la misma que el que indicó la magnitud máxima (verde), por lo que se puede concluir que las mayores deformaciones ocurrirán en el centro del durmiente, y que entre más se aproxime al centro del durmiente los resultados de los desplazamientos en la dirección ZZ y la magnitud (Resultante) serán más semejantes una de la otra.

Posteriormente los resultados obtenidos en las pruebas estáticas se discutirán en el capítulo 4, y se compararán con los demás resultados que se obtendrán en el siguiente capítulo.



# CAPÍTULO III

## ANÁLISIS DINÁMICOS



*Ferrocarril nacional 1888.*

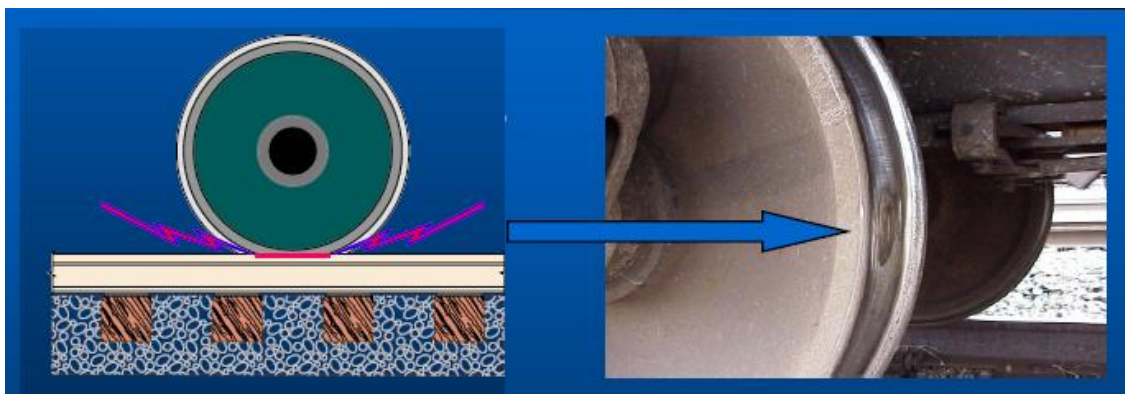
### 3.1. Introducción.

La existencia de defectos en la rueda ferroviaria es una de las principales fuentes de vibraciones anormales en los carros de ferrocarriles. Las superficies planas en las ruedas es el defecto más común que se encuentra en la industria ferroviaria. Con el aumento en la velocidad y cargas de los trenes, la variación de los carros acoplados y el sistema de la pista, hace que las superficies planas en la ruedas se intensifiquen y que la operación de los trenes se reduzca. Además, la presencia de planos en las ruedas no sólo puede causar daño en las ruedas y rieles sino también al vehículo entero y a la infraestructura de la vía férrea. La constancia en las cargas dinámicas debido a las ruedas planas llegan a causar fallas y daños por fatiga al vehículo y a los elementos de la vía.

La interacción dinámica entre el vehículo, las ruedas y los elementos de la vía han sido estudiados extensivamente. Muchos estudios e investigaciones se han enfocado en la variación de la pista bajo los efectos de vehículos en movimiento con defectos en sus ruedas, y diferentes modelos y teorías se han presentado para este problema [19].

Los primeros estudios en la infraestructura de la pista que consideraban a los rieles como una viga soportada discretamente son ahora ampliamente utilizados para el modelado de las interacciones entre rueda-riel. En general, los estudios entre vehículo-pista ahora son considerados un sistema continuo como una viga de Euler-Bernoulli o como una viga de Timoshenko. Sin embargo, la mayoría de estos estudios representan al vehículo con una rueda en rotación para investigar las fuerzas de contacto entre la rueda y el riel [19].

Para los estudios de los durmientes estas cargas dinámicas de impacto pueden ser transmitidas a los durmientes no de manera directa ya que se tienen otros elementos que interactúan entre el riel y el durmiente, pero para fines prácticos y de diseño, estos valores de cargas dinámicas pueden ser tomados para los estudios de durmientes.



*Figura 3.1. Impacto en la vía férrea por ruedas con superficies planas.*

### 3.1.1. Prácticas actuales en el diseño de durmientes.

En las prácticas actuales, los análisis de los durmientes se comprenden de cuatro pasos [15]:

- Considerar un factor *dinámico*.
- Calculo de las cargas de las bases del riel.
- Asumir un patrón de distribución de esfuerzos bajo el durmiente.
- La aplicación de un equilibrio estático a un modelo estructural del durmiente.

a) Factor del coeficiente dinámico.

En las prácticas actuales, la carga de la rueda es considerada como estática, lo anterior quiere decir que aunque se considera un caso de estudio dinámico debido a las cargas de impacto provocadas por las irregularidades en las ruedas de los vagones de los trenes, los análisis se fundamentan bajo condiciones estáticas, teniendo en cuenta un factor de coeficiente dinámico.

Tabla 3.1. Relaciones recomendadas para el coeficiente del factor dinámico.

Fuente	Relación.
AREA	$\Phi = 1 + 5.21 \frac{V}{D}$
Eisenmann	$\Phi = 1 + \delta\eta t$
ORE	$\Phi = 1 + \alpha' + \beta' + \gamma'$
DB	$\Phi = 1 + \frac{V^2}{30000} ; \varphi = 1 + \frac{4.5V^2}{10^5} - \frac{1.5V^3}{10^7}$
BR	$\Phi = \frac{8.784(\alpha_1\alpha_2)V}{P_1} \left[ \frac{D_j P_u}{g} \right]^{1/2}$
India	$\Phi = 1 + \frac{V}{58.14K^{0.5}}$
South Africa	$\Phi = 1 + 4.92 \frac{V}{D}$
CA	$\Phi = 1 + \frac{19.5V}{DK^{1/2}}$
WMMTA	$\varphi = (1 + 3.86 * 10^{-5}V^2)^{0.67}$
SADEGHI	$\Phi = 1.098 + 8 \times 10^{-4}V + 10^{-6}V^2$
Norma Mexicana para Durmientes de Concreto	$P = 1.5W$

Investigaciones alrededor de todo el mundo han recomendado varias fórmulas y valores para el coeficiente dinámico. La tabla 1 presenta un resumen las recomendaciones más importantes para el factor del coeficiente dinámico.

b) Carga en la base del riel.

La magnitud exacta de la carga aplicada a cada base de los rieles depende de los siguientes parámetros: el peso del riel, el espaciamiento entre durmientes, el módulo de la pista por carril, la cantidad de juego entre el durmiente y el riel, y la cantidad de juego entre el durmiente y el balasto. La influencia de los últimos tres factores varían basándose en los estándares de mantenimiento de las pistas ferroviarias. Una comparación abstracta de las fórmulas utilizadas para la máxima carga de la base del riel se presenta en la tabla 3.2. El método común que se utiliza es el método de los tres durmientes adyacentes en donde  $q_r$  y  $P$  representan la carga de la base del riel y la carga de la rueda de diseño respectivamente.

*Tabla 3.2. Comparación de la fórmula usada para el cálculo de la máxima carga de la base del riel.*

<b>Métodos</b>	<b>Máxima carga en la base del riel [kN]</b>
Método de los 3 durmientes adyacentes.	$q_r = 0.5p$
Fórmula australiana. ARS	$q_r = 0.43p$
Método AREA (durmiente pretensado de concreto con 760 [mm] en centros)	$q_r = 0.6p$
Método ORE (durmiente pretensado BR tipo f con 760 [mm] en centros)	$q_r = 0.65p$

c) Patrón de distribución de esfuerzos bajo el durmiente.

El contacto exacto de la distribución de presiones entre el durmiente y el balasto y su variación con el tiempo da información importante para el diseño estructural de los durmientes. A fin de calcular los esfuerzos por flexión del los durmientes varios enfoques han sido propuestos. En la sección 2.1 se, en la tabla 2.3 se dio a conocer las diferentes distribuciones hipotéticas que se han desarrollado para el estudio de los durmientes.

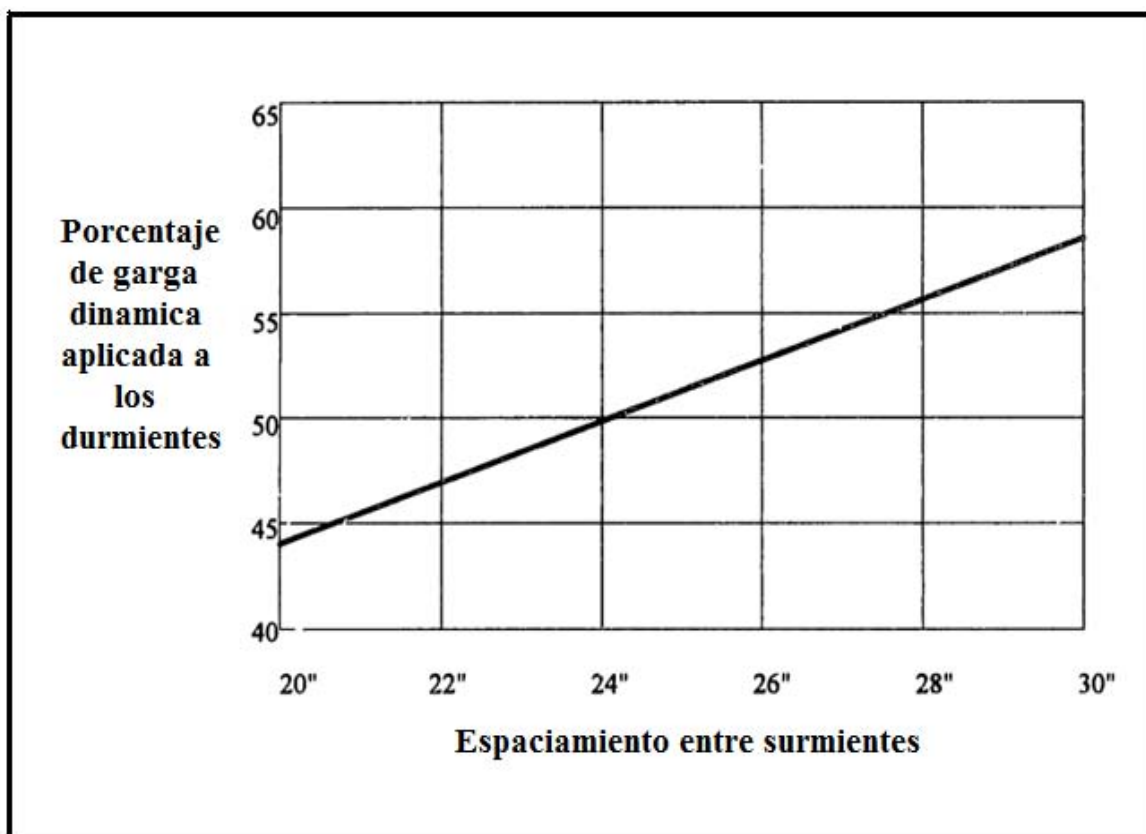
d) Aplicación de un equilibrio estático a un modelo estructural del durmiente.

La aplicación del modelo estructural no es más que aplicar todos los factores considerados anteriormente para implementarlos en un modelo estático del durmiente y desarrollarlo para obtener el comportamiento de éste, lo cual ya se ha realizado en los análisis analíticos o el método por elementos finitos (sección 2.4.2.).

Por otra parte A.R.E.M.A. (*American Railway Engineering and Maintenance-of-Way Association*) que ha desarrollado manuales de ingeniería para la infraestructura férrea, también tiene especificaciones para determinar estos factores.

Para la distribución de la carga en el durmiente se estipula que para este fenómeno, se conoce que las cargas de las ruedas del tren son aplicarlas a los rieles y estos los transmiten no sólo a un durmiente sino a varios. Esta distribución ha sido comprobada por pruebas de campo. La distribución de las cargas depende del espaciamiento de los durmientes y los ejes, reacciones del balasto y subsuelo y de la rigidez del riel. El porcentaje de la carga hacia un sólo durmiente varía de locación en locación. Una estimación conservadora de la distribución se presenta en la figura 3.2, donde los factores de distribución son mostrados únicamente como una función del espaciamiento entre durmientes. Los valores obtenidos tienen la intención de compensar variaciones resultantes por otras influencias.

*Figura 3.2. Gráfica de porcentaje de la distribución de carga sobre un durmiente con respecto a la separación entre estos.*



Para la distribución de presión del durmiente hacia el balasto se puede considerar el cálculo de un promedio de la presión ya que se está de acuerdo en que la distribución de la presión en la superficie inferior del durmiente no es uniforme ni a lo ancho o a lo largo del durmiente, el promedio de la fuerza ejercida en el fondo del durmiente es igual a la carga del eje, modificada por los factores de impacto y de distribución, y para obtener la presión, este valor se divide por el área de la superficie inferior del durmiente.

$$\text{presión promedio del balasto, [MPa]} = \frac{(2P) \left(1 + \frac{FI}{100}\right) \left(\frac{DF}{100}\right)}{A}$$

Donde:

P – Carga por rueda en kilogramos.

FI – Factor de impacto, en %.

FD - Factor de distribución, en %. (tomada en la gráfica de la figura 3.2.)

A – Área de la superficie inferior del durmiente.

### 3.2. Requerimientos y especificaciones.

Los requerimientos y especificaciones que el durmiente debe cumplir son los que se mencionaron en la sección 2.2, aunque no se dio ningún requerimiento o especificación acerca de la funcionalidad del durmiente a cargas dinámicas, las cuales se darán a continuación.

Los requerimientos dinámicos de impacto que el durmiente debe de cumplir son: ser funcional a velocidades relativamente altas. La especificación es que estas velocidades que oscilen entre los 70 [km/m] y los 80 [km/h].

Lo anterior trae como consecuencia que los requerimientos se traduzcan a que el durmiente debe soportar las cargas dinámicas de impacto que llegasen a producirse por las velocidades que los trenes lleguen a alcanzar, y las especificaciones serán entonces los valores de las magnitudes que las cargas dinámicas de impacto lleguen a tener.

*Tabla 3.3. Requerimientos y especificaciones dinámicas.*

Requerimientos.	Especificaciones.
El durmiente debe ser funcional a cargas de impacto producidas por las velocidades del los ferrocarriles.	Velocidades entre 70 [Km/h] y 80 [Km/h]

### 3.3. Condiciones de frontera.

Para los análisis de impacto dinámico se tomará en cuenta el coeficiente de impacto que recomienda por A.R.E.A. que es la organización americana que ya cuenta con manuales de ingeniería para la infraestructura de las vías férreas [15],[16]. El factor de impacto seleccionado se encuentra en función de la velocidad y del diámetro de las ruedas de los carros de ferrocarril, que son factores relativamente fáciles de determinar.

$$\Phi = 1 + 5.21 \frac{V}{D}$$

Donde:

$\Phi$ - coeficiente de factor dinámico.

V- velocidad del tren en [Km/h]

D- Diámetro de las ruedas en [mm]

*Tabla 3.4. Cargas dinámica de impacto a distintas velocidades.*

Velocidad [km/h]	$\Phi\%$	Carga dinámica de impacto por rueda [kN]
70	139.6	69.82
80	145.3	72.65

Las cargas dinámicas de impacto de la tabla 3.4. Son las que se tomarán en cuenta como la carga W que es la que se utilizó en los análisis elásticos en la sección 2.3. Así que si cambian los valores de W, entonces los valores de  $q_1$ ,  $Q_1$  y  $Q_2$  también han de cambiar. Para poder determinar estos valores se recurrirá a retomar las ecuaciones (3.6), (3.7) y (3.8) de la sección 2.3.3.

$$q_1 = \frac{2W}{L_1 + L_2}$$

$$Q_1 = \frac{q_1 L_1}{2}$$

$$Q_2 = \frac{q_2 L_2}{2}$$

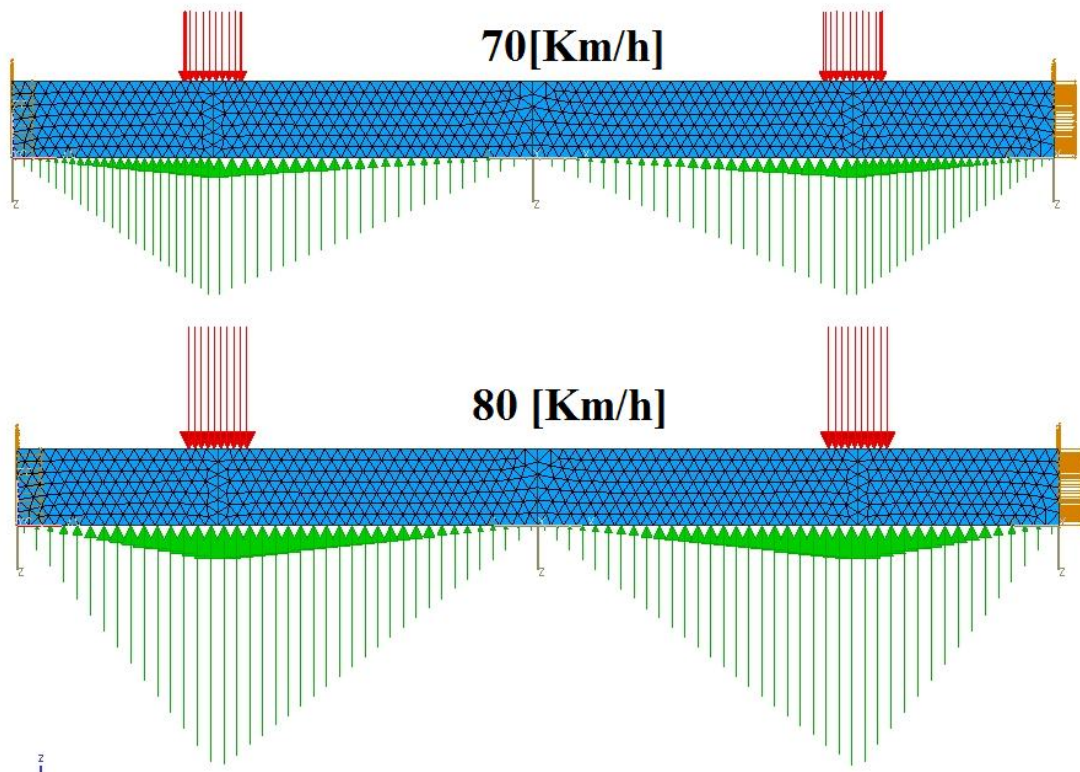
A partir de estas ecuaciones se pueden determinar los valores con los cuales el durmiente estará sometido a cargas dinámicas, y los valores se muestran en la tabla 3.5.

*Tabla 3.5. Relaciones de las cargas dinámicas en el durmiente.*

Velocidad.	70 [km/h]	80 [km/h]
Carga máxima distribuida $q_1$ [kN/m].	114.45	118.77
Carga equivalente $Q_1$ [kN].	26.89	27.91
Carga equivalente $Q_2$ [kN].	42.91	44.53

### 3.4. Análisis por elemento finito.

El procedimiento para realizar análisis por el método de los elementos finitos será el mismo que se ha estado desarrollando desde la sección 2.5 (ver figuras 2.11 y 2,12). La única diferencia es la magnitud de las cargas las que va ser sometido el durmiente debido a las cargas de impacto; el modelado, la discretización del modelo y las restricciones se mantendrán igual.



*Figura 3.3. Cargas y restricciones de los durmientes a distintas velocidades*



Se realizaron dos análisis por el método de los elementos finitos en el software Unigraphics® NX6, cada una con los valores de las cargas correspondientes a la que se ejerce debido a la velocidad con la que viaja el ferrocarril (tabla 3.5.).

### 3.5. Resultados.

Los resultados por de este análisis muestran en las siguientes figuras, de 3.4 a 3.11, mostrando los esfuerzos obtenidos para los esfuerzos principales en la dirección perpendicular a la sección transversal (XX), por el criterio de von Mises y el criterio de los esfuerzos máximos principales, ya que en los resultados de los análisis estáticos se determinó que los valores con mayor relevancia se encontraban en la dirección principal XX y son bastante similares a los del criterio de von Mises, además de que se está tomando la teoría de flexión en vigas para el análisis de este problema. También las figuras de los máximos esfuerzos principales (3.8. y 3.9.) muestran en cuales partes del durmiente se están generando los máximos esfuerzos positivos de éste.

Las figuras 3.4 y 3.5 muestran los esfuerzos principales en dirección perpendicular a la sección transversal (XX) del durmiente con cargas de impacto a 70 [Km/h] y 80 [Km/h], que son los que representan los esfuerzos por flexión. Los esfuerzos más grandes se encuentran en la base del riel y en el centro del durmiente, siendo ligeramente los primeros de mayor magnitud que los segundos. En el centro del durmiente, los esfuerzos normales a la sección trasversal son de signo positivo en la parte superior del la superficie (Naranja) y negativos en la superficie inferior (Verde) pero de la misma magnitud.

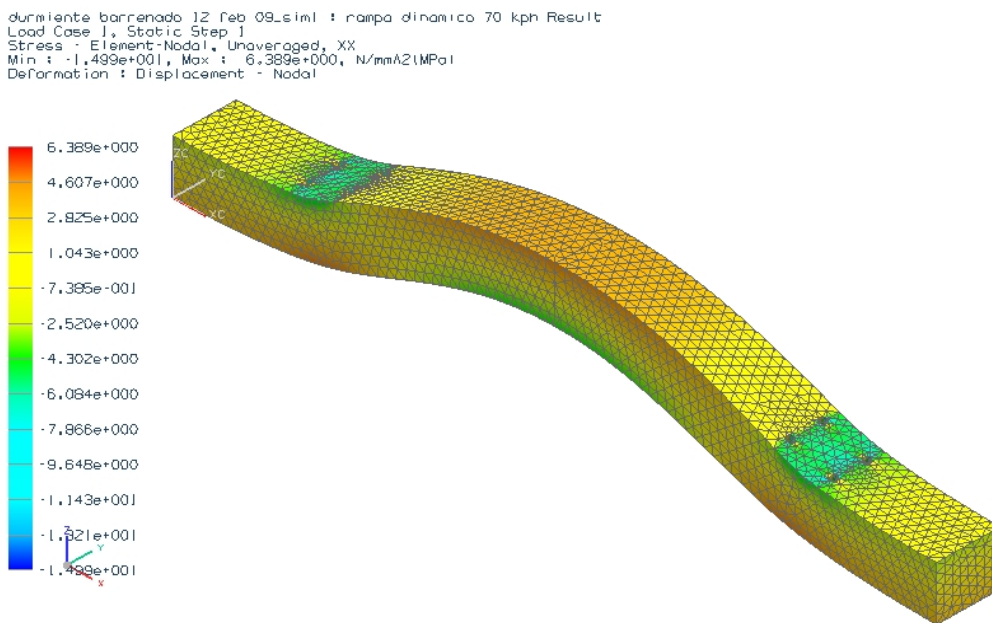


Figura 3.4. Esfuerzos del durmiente en la dirección principal XX. A 70 [Km/h].

durmiendo barrenado 12 feb 09\_sim1 : rampa dinamica 80 kph Result  
 Load Case J, Static Step 1  
 Stress : Element-Nodal, Unaveraged, XX  
 Min : -1.537e+001, Max : 6.852e+000, N/mm<sup>2</sup>(MPa)  
 Deformation : Displacement - Nodal

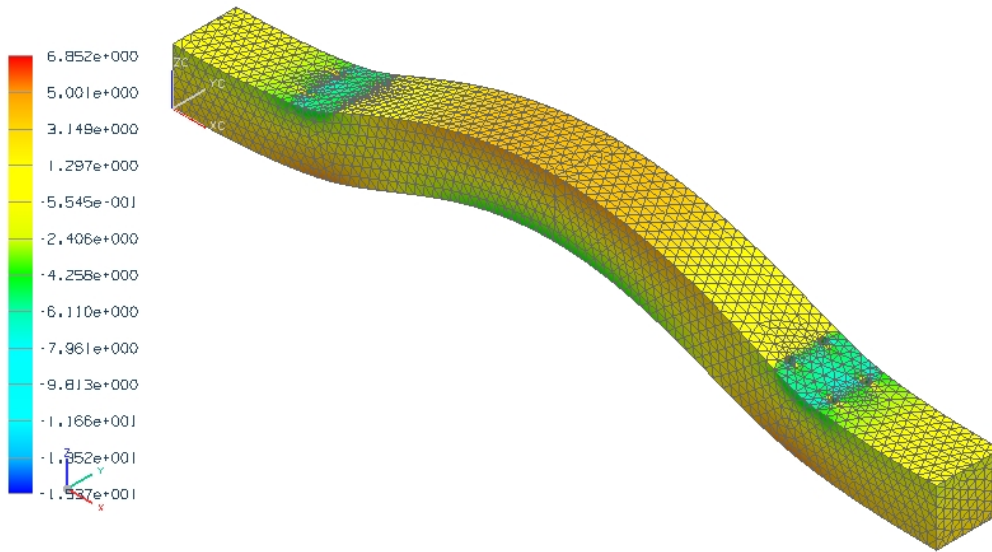
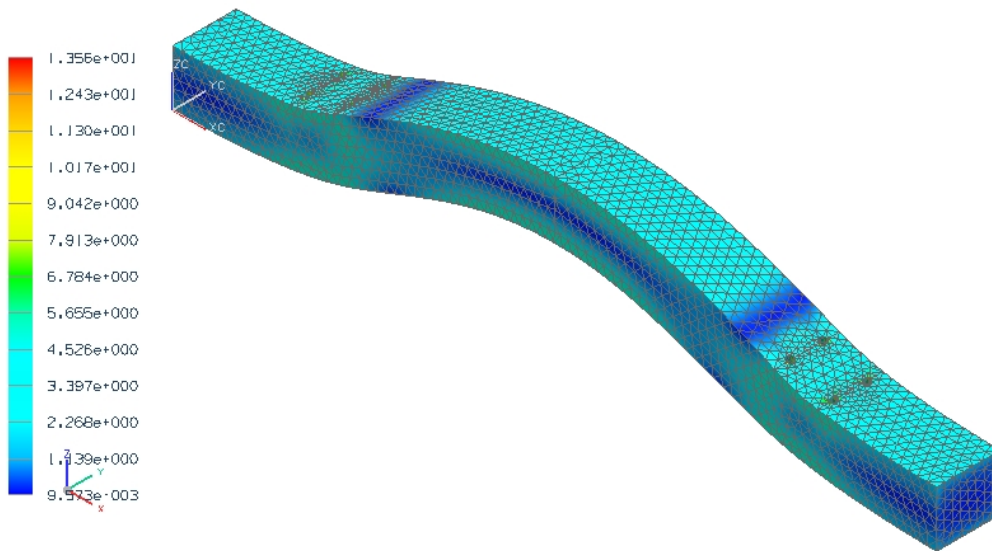


Figura 3.5. Esfuerzos del durmiendo en la dirección principal XX. A 80 [Km/h].

Las figuras 3.6 y 3.7 presentan los esfuerzos por el criterio de von Mises a 70 y 80 [km/h] respectivamente, los cuales se concentran en las superficies longitudinales del durmiendo tanto superior como inferior, y los menores esfuerzos se hayan a la mitad del durmiendo, en el centro de las superficies superior e inferior.

durmiendo barrenado 12 feb 09\_sim1 : rampa dinamica 70 kph Result  
 Load Case J, Static Step 1  
 Stress : Element-Nodal, Unaveraged, Von-Mises  
 Min : 9.573e-003, Max : 1.356e+001, N/mm<sup>2</sup>(MPa)  
 Deformation : Displacement - Nodal



Los Figura 3.6. Esfuerzos del durmiendo con el criterio de von Mises. A 70 [Km/h].

durmierte barrenado 12 Feb 09\_sim1 : rampa dinamica 80 kph Result  
 Load Case 1, Static Step 1  
 Stress : Element-Nodal, Unaveraged, Von-Mises  
 Min : 1.067e-002, Max : 1.390e+001, N/mm<sup>2</sup>(MPa)  
 Deformation : Displacement - Nodal

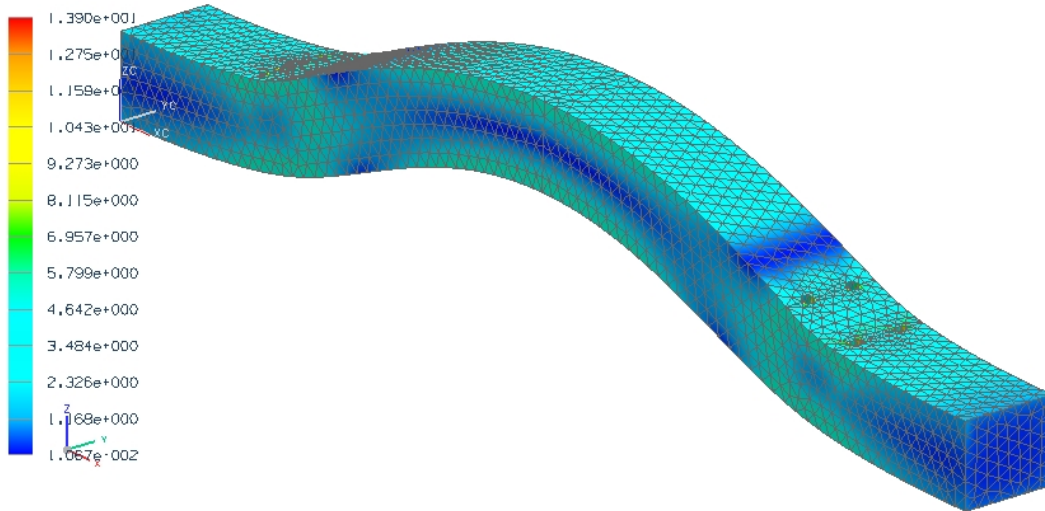


Figura 3.7. Esfuerzos del durmierte con el criterio de von Mises. A 80 [Km/h].

En la figura 3.8 y 3.9 se muestran los esfuerzos principales de los durmientes a 70 y 80 [Km/h] respectivamente, los cuales señalan la localización de los esfuerzos de mayor magnitud positiva en cualquier dirección principal, aunque para este caso los esfuerzos máximos se localizan en la dirección principal que es transversal a la sección transversal (XX), que se mostrará más adelante en las tablas 3.1 y 3.2.

durmierte barrenado 12 Feb 09\_sim1 : rampa dinamica 70 kph Result  
 Load Case 1, Static Step 1  
 Stress : Element-Nodal, Unaveraged, Max Principal  
 Min : -3.338e+000, Max : 6.621e+000, N/mm<sup>2</sup>(MPa)  
 Deformation : Displacement - Nodal

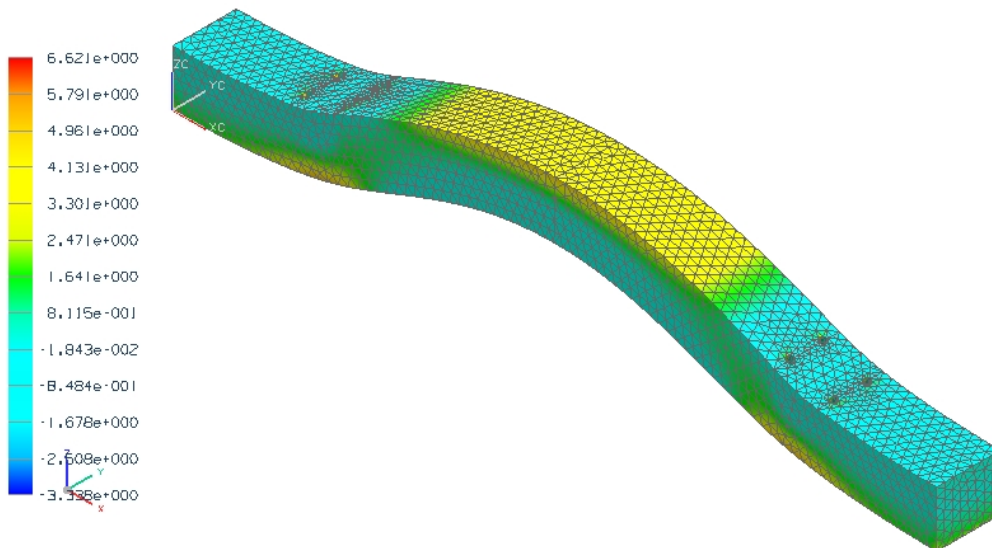


Figura 3.8. Esfuerzos máximos principales del durmierte. A 70 [km/h].

durmiente barrenado 12 feb 09\_sim1 : rampa dinamica 80 kph Result  
 Load Case 1, Static Step 1  
 Stress : Element-Nodal, Unaveraged, Max Principal  
 Min : -3.548e+000, Max : 7.040e+000, N/mm<sup>2</sup>(MPa)  
 Deformation : Displacement - Nodal

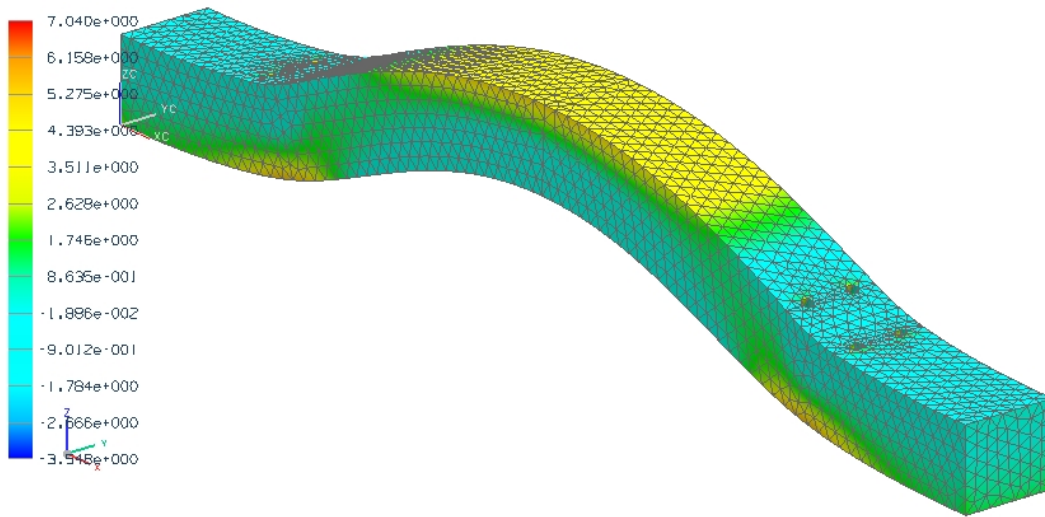
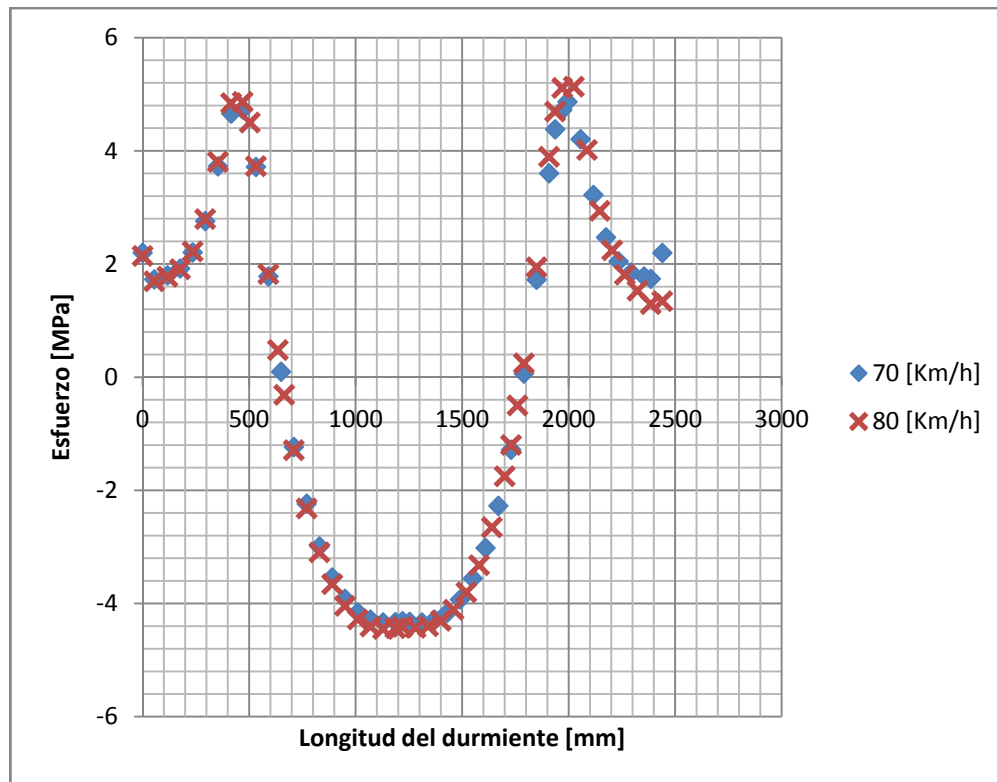
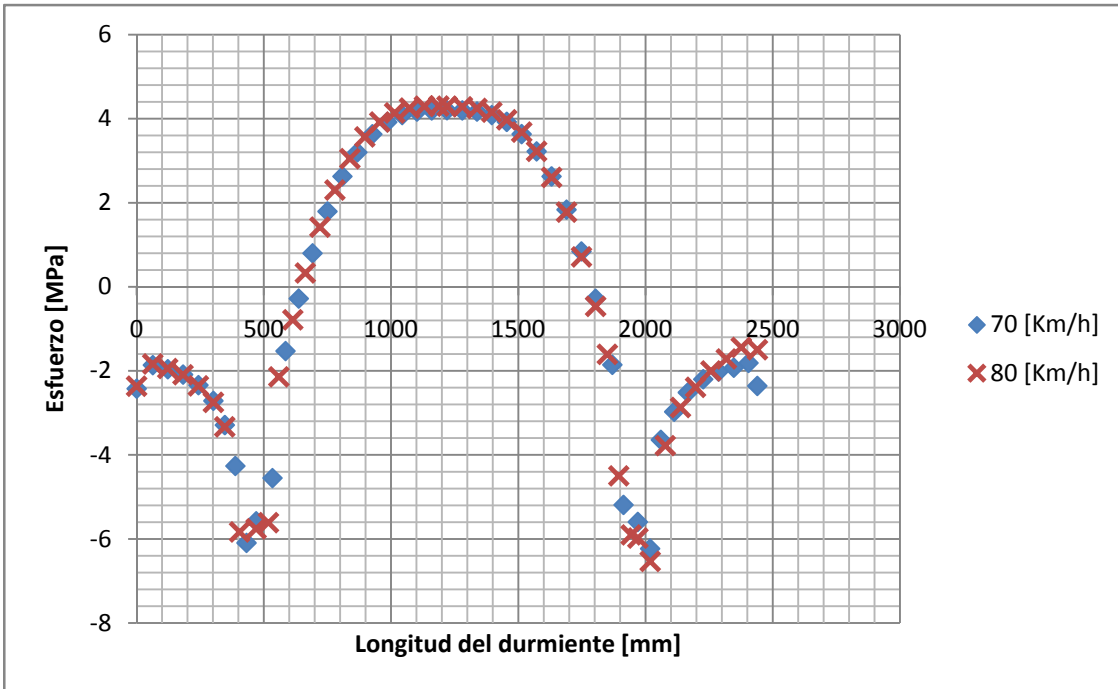


Figura 3.9. Esfuerzos máximos principales del durmiente. A 80 [km/h].

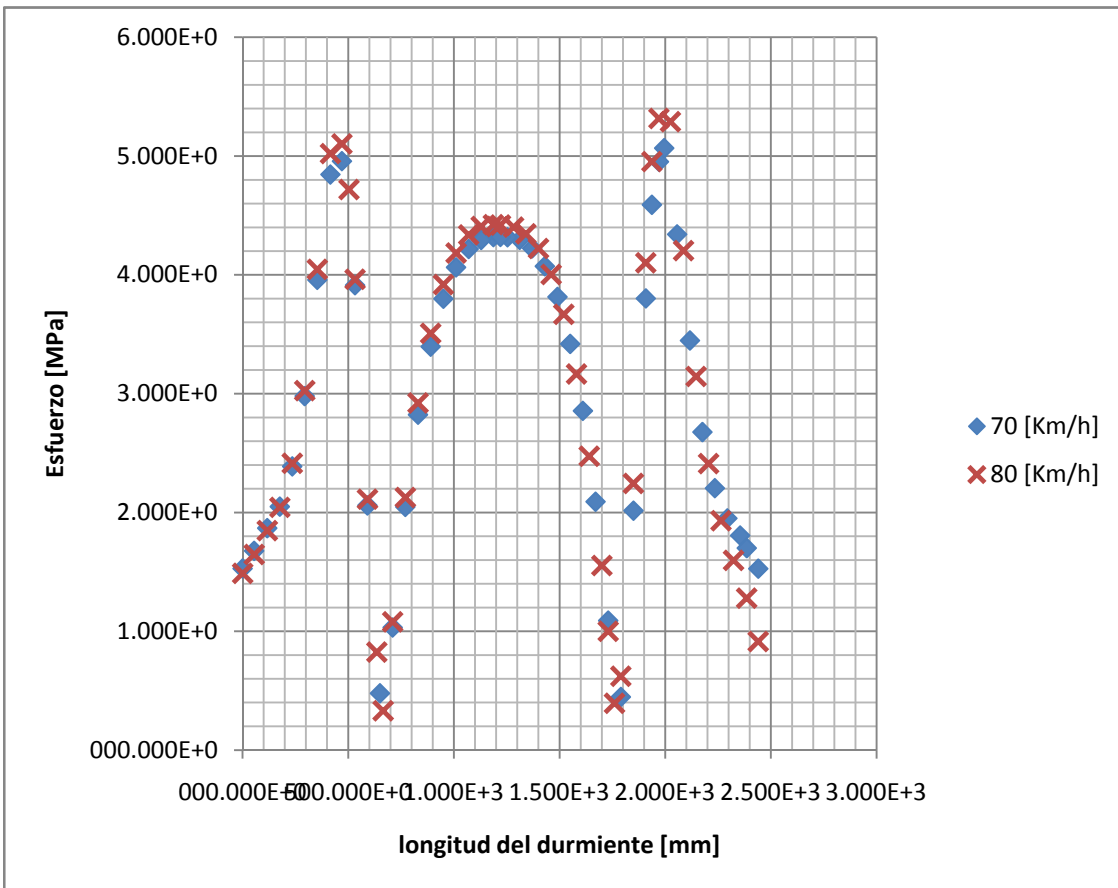
Se tomaron los valores de los esfuerzos en la dirección principal (XX) y con el criterio de von Mises de una serie de nodos a lo largo del durmiente, se obtuvieron las gráficas de los esfuerzos a lo largo de toda la longitud del durmiente para conocer su comportamiento.



Gráfica 3.1. Esfuerzos en la dirección principals (XX) en la superficie inferior durmiente.



Gráfica 3.2. Esfuerzos en la dirección principal (XX) en la superficie superior durmiente.



Gráfica 3.3. Esfuerzos por el criterio de Von Mises a lo largo del durmiente.

De la gráfica 3.1 se observa que el comportamiento de los esfuerzos principales en la dirección XX en la longitud del durmiente a las distintas velocidades a la que fue sometido, es similar al que se tiene en el desarrollo analítico que se obtuvo en la sección 2.4.1. (figura 2.22.) donde los esfuerzos comienzan a aumentar conforme se va avanzando a lo largo de la longitud desde los extremos del durmiente hasta las bases de los rieles, donde se alcanza el valor máximo de esfuerzos positivos. Inmediatamente después, el durmiente sufre un decremento y los esfuerzos llegan a cero cuando el durmiente se encuentra a las dos quintas partes de su longitud y entonces los esfuerzos vuelven a aumentar pero ahora en forma negativa hasta alcanzar un valor negativo máximo a la mitad del durmiente. Este comportamiento es simétrico así que se tiene un comportamiento espejo a partir de la otra mitad de la longitud del durmiente. La gráfica 3.2 muestra los mismos esfuerzos que la gráfica 3.1, sólo que éstos fueron tomados en la superficie inferior del durmiente y esto significa que en los esfuerzos tienen el mismo valor en magnitud, pero con el signo contrario. Esto, en la teoría de vigas, se representa el comportamiento clásico de una viga a flexión pura.

En la figuras 3.10 y 3.11 se muestran los desplazamientos que sufre el durmiente a 70 y 80 [Km/h] respectivamente. Los desplazamientos del durmiente son similares a los que sufrió el durmiente cuando fue sometido a las cargas uniformemente distribuidas y en las simulaciones estáticas (sección 2.4.2. y 2.5.), donde el mayor desplazamiento ocurre en la parte central del durmiente en la dirección ZZ. La diferencia entre los análisis a las distintas velocidades es la magnitud en el desplazamiento vertical ZZ que es la dirección de deflexión del durmiente.

durmiente barrenado 12 Feb 09\_sim1 : rampa dinamica 70 kph Result  
 Load Case 1, Static Step 1  
 Displacement - Nodal, Magnitude  
 Min : 0,000e+000, Max : 2,503e+001, mm  
 Deformation : Displacement - Nodal

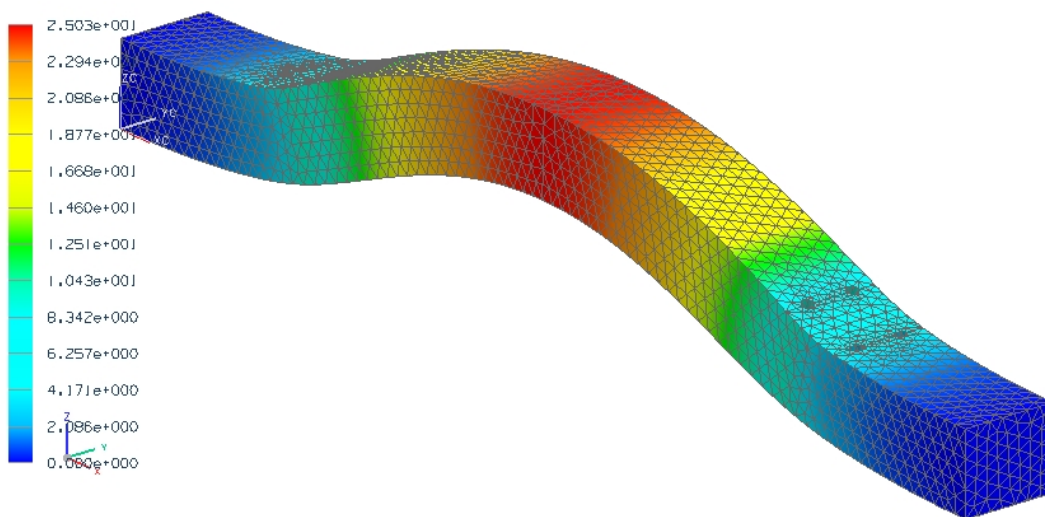


Figura 3.10. Magnitud de desplazamientos en el durmiente a 70 [Km/h].

durmiente barrenado 12 Feb 09\_sim1 : rampa dinamica 80 kph Result  
 Load Case 1, Static Step 1  
 Displacement - Nodal, Magnitude  
 Min : 0,000e+000, Max : 2,514e+001, mm  
 Deformation : Displacement - Nodal

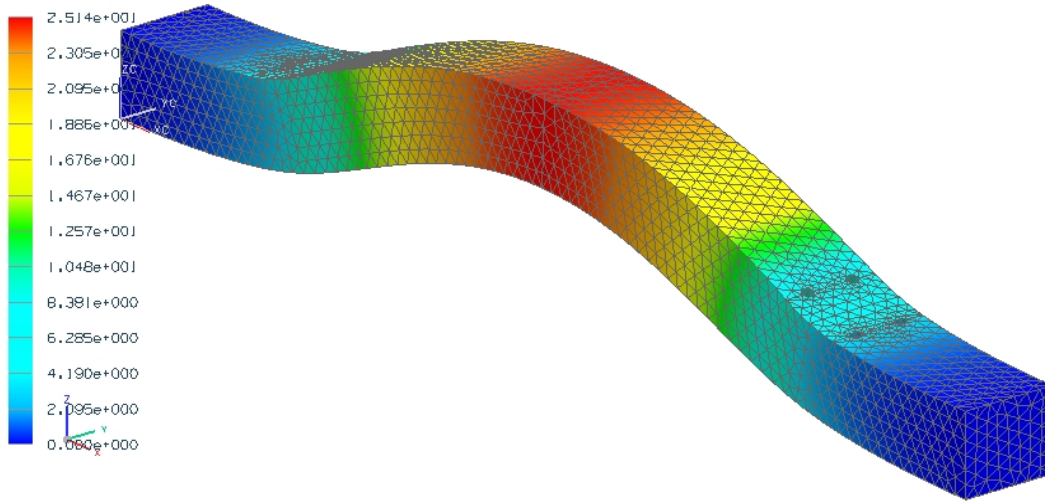
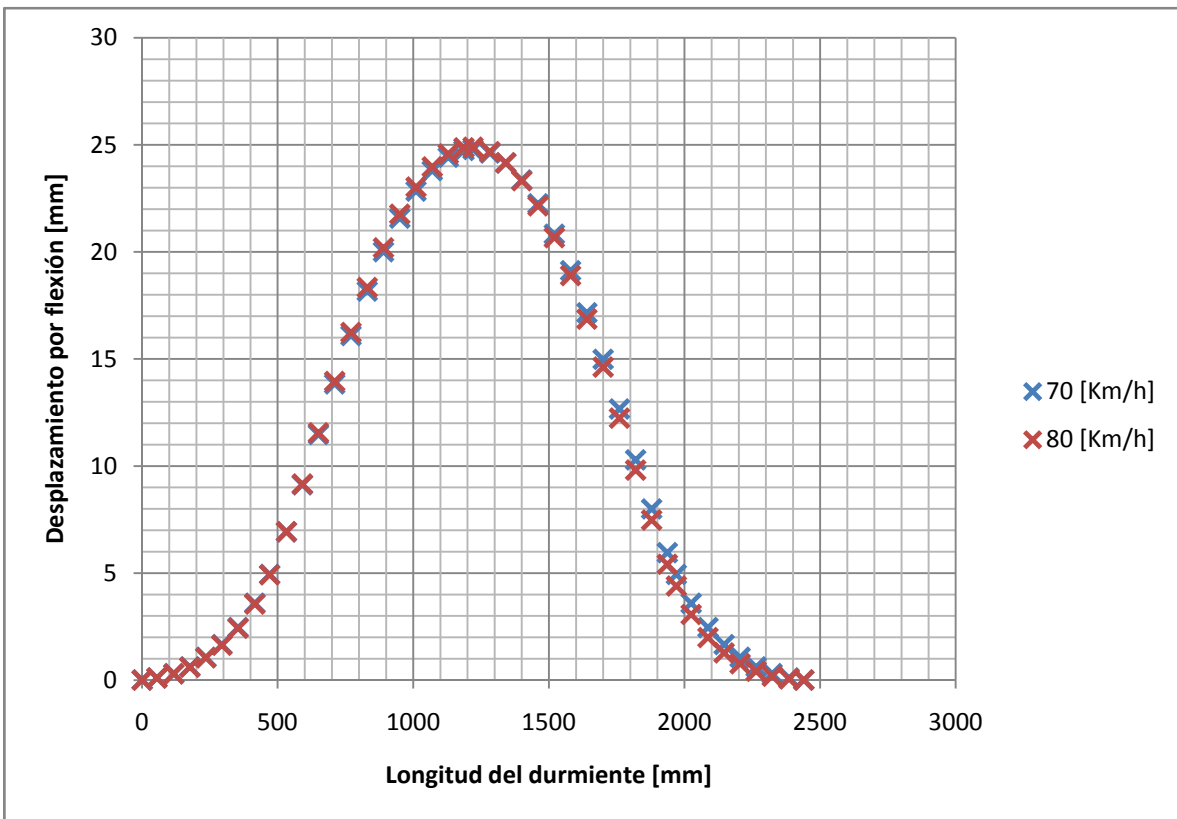


Figura 3.11. Desplazamientos del durmiente a 80 [Km/h].

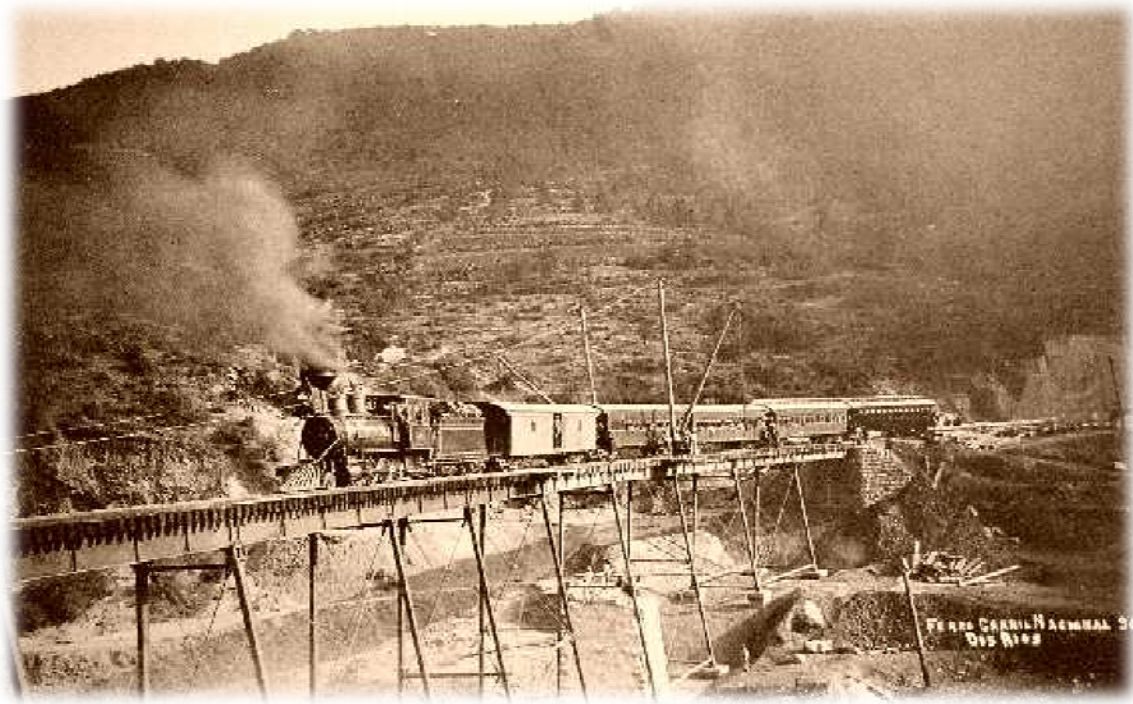
Se graficaron los desplazamientos del durmiente en la dirección ZZ a 70 y 80 [Km/h].



Gráfica 3.4. Deflexiones en el durmiente a distintas velocidades.

# CAPÍTULO IV

## DISCUSIÓN DE RESULTADOS



*Ferrocarril Nacional 1900.*



#### 4. Discusión de resultados.

De la figura 3.3 se observan las cargas a las que encuentra sujeto el durmiente y las cuales provocarían un comportamiento cúbico en las gráficas del momento flector y esfuerzos como se observan en las gráficas 3.1, 3.2 y 3.3, ya que estas son similares a las gráficas que se presentan en las figuras 2.21 y 2.22.

De las figuras 3.4 a 3.9 se obtienen los valores máximos del durmiente a las diferentes velocidades a las que fue sometido, en la tabla 4.1 y 4.2 se tienen los valores de los nodos tomados a lo ancho del durmiente, en el centro del durmiente y en el centro del riel. También se tomó el promedio de los esfuerzos de los nodos anteriormente mencionados para poder realizar una mejor comparación.

Con el fin de encontrar el esfuerzo máximo se tomaron tres consideraciones, los esfuerzos principales en la dirección XX ( $\sigma_{XX}$ ), los esfuerzos con el criterio de Von Mises ( $\sigma_{VM}$ ) y los del criterio de esfuerzos máximos principales ( $\sigma_{max}$ ).

Se tiene que los esfuerzos promedio en el durmiente son mayores a la altura de la base del riel en comparación que con la que se tiene en el centro del durmiente con cualquiera de las tres consideraciones de esfuerzos que se tomaron, teniendo una diferencia de esfuerzos de 0.5 [MPa] para  $\sigma_{XX}$  y  $\sigma_{max}$  y otra de 0.75 [MPa] de  $\sigma_{VM}$  cuando se tiene una velocidad de 70 [Km/h], y las diferencias a 80 [Km/h] es de 0.75[MPa] para  $\sigma_{XX}$  y  $\sigma_{max}$  y de 0.99 [Mpa] con  $\sigma_{VM}$ . También se tiene un aumento en los esfuerzos de 0.1 [MPa] en el centro del durmiente y de 0.35 [MPa] en la base del riel cuando se aumenta el valor de la rapidez de 70 a 80 [Km/h]. Dado los valores de esfuerzos por el criterio de von Mises fueron los mayores en el estudio, se considera utilizar el criterio de de los esfuerzos máximos de von-Mises para el análisis de falla del durmiente, siempre y cuando los esfuerzos se encuentren dentro de la zona elástica del material.

En la gráfica 4.3 se muestra la relación de los desplazamientos en la dirección vertical ZZ de los durmeintes a sus diferentes velocidades, la tabla 4.3 muestra los desplazamientos de los nodos tomados a lo largo del durmeinte hasta la mitad de éste.

Los desplazamientos en la dirección XX sólo llegan a alcanzar un grado de magnitud menos que los de la dirección ZZ y los de la dirección YY se encuentran hasta dos grados de magnitud por debajo. Lo anterior hace que los desplazamientos en las direcciones YY y XX sean descartadas y no se consideren como factores importantes para este análisis.

Tabla 4.1. Esfuerzos principales en el centro del durmiente a 70 y 80 [Km/h].

	Centro del durmiente 70 km/h			Centro del durmiente 80 km/h		
Nodo	$\sigma_{xx}$ [MPa]	Von-Mises [MPa]	Máximos Principales [MPa]	$\sigma_{xx}$ [MPa]	Von-Mises [MPa]	Máximos Principales [MPa]
24768	4.201	4.200	4.201	4.300	4.299	4.300
24772	4.198	4.198	4.198	4.291	4.291	4.291
24769	4.202	4.201	4.202	4.296	4.296	4.296
24771	4.201	4.200	4.201	4.299	4.298	4.299
24770	4.203	4.201	4.203	4.299	4.298	4.299
24767	4.198	4.198	4.198	4.296	4.295	4.296
25079	4.193	4.193	4.194	4.291	4.291	4.291
25081	4.194	4.194	4.193	4.300	4.299	4.300
Promedio	4.198759	4.198060	4.198763	4.296516	4.295712	4.296516

Tabla 4.2. Esfuerzos principales en la base del riel a 70 y 80 [Km/h].

	Base del riel 70 km/h			Base del riel 80 km/h		
Nodo	$\sigma_{xx}$ [MPa]	Von-Mises [MPa]	Máximos Principales [MPa]	$\sigma_{xx}$ [MPa]	Von-Mises [MPa]	Máximos Principales [MPa]
7014	4.697	4.896	4.697	5.063	5.280	5.063
7015	4.745	4.970	4.745	5.031	5.272	5.032
7017	4.681	4.892	4.681	5.081	5.303	5.081
7311	4.640	4.954	4.640	5.049	5.286	5.050
7016	4.727	4.947	4.727	5.060	5.324	5.061
7018	4.751	5.009	4.752	5.014	5.221	5.015
7309	4.652	4.955	4.652	5.069	5.343	5.069
7013	4.698	4.944	4.698	5.012	5.212	5.013
ROMEDIO	4.698640	4.945841	4.698891	5.047375	5.280112	5.047844

Tabla 4.3. Deflexiones a lo largo del durmiente.

Nodo	Long. del durmiente [mm]	Desp. en Y [mm] 70 [Km/h]	Desp. en Y [mm] 80 [Km/h]	Nodo	Long. del durmiente [mm]	Desp. en Y [mm] 70 [Km/h]	Desp. en Y [mm] 80 [Km/h]
14354	000.000	000.000	000.00	33146	650.004	11.470	18.333
12516	54.4840	0.09964	0.9678	33188	709.981	13.835	6.928
12494	116.556	0.29782	0.2903	33210	739.984	14.982	16.235
12479	176.091	0.61613	0.6022	33209	799.992	17.155	13.948
12421	234.999	1.0620	1.0410	33248	860.003	19.117	23.028
12431	293.906	1.6560	1.6270	33259	920.013	20.824	21.762
12446	353.443	2.4530	2.4200	33257	980.016	22.244	20.189
12468	415.516	3.5860	3.5540	33282	1040.00	23.356	24.576
14499	470.000	4.9360	4.9150	33266	1099.00	24.147	23.968
33181	532.066	6.9240	9.1580	33302	1158.00	24.617	24.863
33151	590.566	9.1190	11.546	24765	1220.00	24.784	24.891

#### 4.1. Criterio de análisis.

Se realizaron pruebas de flexión al durmiente para determinar sus propiedades mecánicas ante este tipo de pruebas y se determinó un Módulo de Flexión, el cual servirá como referencia para obtener el valor teórico llamado MOR (por sus siglas en inglés “Modulus of Ropture”) que representa el módulo de ruptura a la flexión

La teoría clásica de vigas parte de la hipótesis cinemática del mantenimiento de las secciones transversales planas luego de la deformación, la cual permite formular un campo completo de desplazamientos aproximados en función de las rotaciones de flexión y desplazamientos transversales del eje de referencia de la viga. Si no se consideran las deformaciones por corte en los planos de sección transversal, se verifican las hipótesis de Euler-Bernoulli, y corresponde con la teoría clásica de placas laminadas [22].

Por otra parte, la teoría de las vigas fabricadas de materiales elásticos no lineales [20], establece que la mayoría de los plásticos muestran una relación de esfuerzos y deformaciones no lineales en su rango de cargas útiles que son capaces de soportar. Estas características hacen que la medición del los módulos sean difíciles. Afortunadamente, los plásticos presentan una baja rigidez, y la característica de que las cargas verticales a la sección longitudinal de la viga producen deflexiones en ellas, facilitando así las mediciones. Tomando ventaja de la norma ASTM D-790 “Standard Test Methods for Flexural Properties of Unreinforced and Reinforced Plastics and Electrical Insulating

Materials”, que perfila un procedimiento de medición. En este proceso, la norma introduce un factor (llamado “módulo de flexión”).

La norma A.S.T.M. D-790 establece que el esfuerzo máximo por flexión puede ser calculado con la ecuación 5.1 cuando se considera un material elástico homogéneo que es probado a flexión.

$$\sigma_f = \frac{3PL}{2bd^2} \quad (5.1)$$

Donde:

$\sigma_f$  – Esfuerzo debido a flexión.

P – Carga Vertical al eje longitudinal.

L – Separación entre puntos de apoyo.

b – Ancho de la viga.

d – altura de la viga.

La norma también establece que la ecuación 5.1 es aplicable para materiales cuyos esfuerzos sean considerados linealmente proporcionales con las deformaciones.

De las pruebas mecánicas por flexión se obtuvo un módulo a la ruptura debido a la flexión (MOR) calculado con la ecuación 5.1 tal como establece las normas de A.R.E.M.A. y la norma A.S.T.M. D-790, el cual se establece que el MOR es una medida establecida basándose en la suposición de que el material es elástico hasta el punto de ruptura [23].

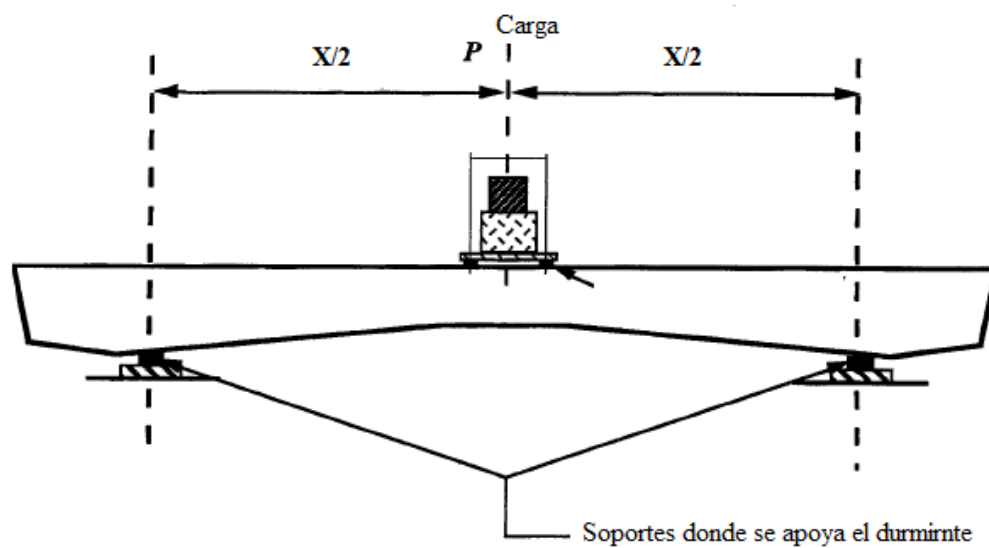


Figura 4.1. Prueba de flexión de un durmiente.

Por lo anterior se concluye que se puede considerar que se está trabajando con un análisis lineal y por lo tanto que se encuentra dentro de las propiedades elásticas del material, y se hace factible utilizar los valores de esfuerzos obtenidos en los análisis por FEM que se realizaron en la sección 3.4, para compararlos con los criterios de fallas propuestos en esta misma sección.

Para el criterio de falla debido a flexión, se obtuvo un valor del módulo de flexión MOR de 14.83 [MPa] de las pruebas por flexión de laboratorio y serán considerados como el valor de resistencia del material para el diseño del durmiente. De los análisis realizados por FEM, se considerarán los valores máximos de esfuerzos por el criterio de von Mises como el valor de esfuerzo para el criterio de diseño del durmiente. Se considerará el valor del esfuerzo  $\sigma_{VM} = 5.28$  [MPa] que es el valor máximo por este criterio que arrojaron los resultados por FEM. De la relación de los dos valores obtenidos anteriormente se obtiene que:

$$\sigma_{XX} < MOR$$

De lo anterior se puede determinar un factor de seguridad típico debido las deflexiones el cual queda:

$$S_f = \frac{MOR}{\sigma_{VM}} = \frac{14.83 [MPa]}{5.28 [MPa]} = 2.8$$

Los resultados de los esfuerzos y desplazamientos estáticos (Capítulo 2) son menores que los dinámicos de impacto, ya que el esfuerzo máximo que se obtuvo fue de 3.55 [Mpa] por el criterio de von Mises, el cual tiene una diferencia de 1.73 [Mpa] con respecto al valor de esfuerzo mayor (a 80 [Km/h]), y también se puede obtener un factor de seguridad para el análisis estático, el cual es de 4.17.

También cabe destacar que las normas impuestas por A.R.E.M.A. indican un valor para el MOR mínimo para los durmientes hechos de materiales polímeros compuestos [16], el cual es de 13.8 [MPa] (2,000 psi), y si se compara con el valor que obtuvo en los de las pruebas de flexión, se obtiene que este valor se encuentra por encima del que indica la norma de A.R.E.M.A. (1.03 [MPa] mayor), lo que hace que el durmiente cumpla con esta especificación.

Se obtuvo un factor de seguridad de 2.8, sin embargo, existen reglas y recomendaciones para especificar el valor de un factor de seguridad (algunas guías dan un único valor de entre 6 a 10 para ser aplicados a esfuerzos de corto plazo con respecto a el esfuerzo último), pero tales valores no llegan a ser satisfactorio, porque no indican cuanto margen dá a otros modos de falla. Otras maneras de falla dependen del conocimientos de otras propiedades independientes del material, y el factor de seguridad dentro de un análisis sólo da cuentas a

la comparacion de una cantidad calculada con una única propiedad permisible del material [20].

Considerando que se realizo un análisis con fuerzas a corto plazo, según las recomendaciones de S.I. Krishnamachari [20], indica que para este tipo de análisis se se puede aplicar un valor de 1.5 sobre el factor de seguridad para cuando se toma el esfuerzo de cedencia del material ( $\sigma_y$ ), o de 3 a 4 cuando de considera el esfuerzo último ( $\sigma_u$ ).

Se tomó en cuenta el MOR para obtener un factor de seguridad en el análisis, lo que indica que se trabajó con una propiedad crítica del material (de esfuerzo último), por consiguiente se debe considerar un valos de entre 3 a 4 sobre el factor de seguridad, que en este caso se tomará uno de 4 para tener mayor severidad en el análisis.

De lo anterior se tiene que:

$$S_f = \frac{MOR}{\frac{\sigma_{VM}}{4}} = \frac{(14.83 [MPa])(4)}{5.28 [MPa]} = 0.7$$

Esto indica al final que el durmiente hecho da material plástico (HDPE) reciclado no puede ser considerado como un elemento funcional con las especificaciones dadas para el análisis estructural realizado, o en otras palabras, se recomienda que para que el durmiente pueda ser funcional, éste logre tener un factor de seguridad mínimo de 4 comparado con el primer factor de seguridad obtenido en esta sección ( $f_s=2.8$ ).

# Conclusiones

El objetivo de la tesis se cumplió satisfactoriamente, ya que se desarrollo el análisis estructural de un durmiente fabricado de material plástico y se pudo determinar la funcionalidad de éste bajo los requerimientos y especificaciones solicitadas.

Los resultados tienen una exactitud aceptable debido que los análisis se realizaron a partir de la teoría del profesor Arthur N. Talbot acerca de la distribución del balasto en toda la longitud del durmiente; y aunque se obtuvo un problema estáticamente indeterminado, se decidió aproximar el problema para tener una viga determinada, la distribución adoptada representó una de las distribuciones estudiadas por Talbot la cual representa el estado cuando se tienen los soportes principales a la altura de los rieles.

El comportamiento del durmiente bajo cargas verticales fue determinado como el trabajo de una viga a flexión pura, ya que en los análisis por FEM se observó que los valores más significativos fueron los que representaban a los esfuerzos principales en la dirección principal X, que representan los esfuerzos principales que se producen a flexión. Otra de las características del durmiente fue que los valores de los esfuerzos principales en dirección principal X a lo largo del durmiente tuvieron los mismos valores tanto en la superficie superior como en la inferior, pero con sentidos opuestos, que es otra de las características que se tiene en una viga a flexión pura.

El durmiente generó esfuerzos y deflexiones menores a los que pueden llegar a provocar la falla del material, sin embargo al final se obtuvo un factor de seguridad que se redujo hasta 0.7, lo que indica que el durmiente no puede ser considerado como funcional tomando en cuenta las recomendaciones de Krishnamachari [20]. También cabe destacar que el durmiente sólo cumple con una de las dos propiedades mecánicas que establecen las normas de AREMA, que es el módulo de ruptura debida a flexión (MOR), que pide un valor mínimo de 13.8 [MPa] y el durmiente cuenta con 14.83 [MPa], pero el módulo de elasticidad (E) se encuentra a la mitad de lo estipulado por la norma ( valor mínimo recomendado 1,170 [MPa]) ya que el material que se utilizo sólo cuenta con 543.6 [MPa], y esto provoca que el durmiente llegue a tener desplazamientos por flexión de hasta 2.5 [cm] en el centro del durmiente. Si lo anterior se quisiera mejorar, se tendría que aumentar el módulo de elasticidad por lo menos al que indica la norma o cambiar la geometría del durmiente, pero esto último generaría otro caso de estudio ya que en las condiciones de frontera cambiarían como se indico en la sección 3.1.1 para las cargas que se le aplican al durmiente, y en la sección 1.6.1 donde se dan las características de la forma del durmiente.

Se tuvieron distintas complicaciones al realizar la tesis, una fue que el balasto es un factor de importancia para el análisis del durmiente y los estudios preliminares realizados por

especialistas civiles sugerían tener un coeficiente de balasto, lo que implicaba otro tipo de análisis, ya que involucra la ingeniería de suelos. Otra complicación fue que se obtuvo una ecuación analítica para determinar el factor dinámico de las cargas de impacto, pero éste no pudo ser aplicable debido a que no reflejaba los resultados de alguno de los factores de impacto ya estipulados o coherentes.

Los coeficientes dinámicos están basados no sólo en la teoría de la dinámica clásica sino también en otros factores como la experiencia en materia ferroviaria y pruebas de campo realizadas a las vías férreas, por lo que se hizo factible tomar un factor dinámico ya especificado y probado.

Los análisis se realizaron tomando en cuenta las cargas verticales a las que es sometida el durmiente estáticamente, y a cargas de impacto que se producen cuando se tienen defectos en la infraestructura férrea, principalmente superficies planas en las ruedas de los vagones, mas no se consideraron en cuenta los efectos de las cargas laterales que se producen en cuanto los trenes toman curvas al cambiar de dirección, ni tampoco se tomaron en cuenta las vibraciones que se producen cuando los móviles se encuentran en movimiento y que podrían causar fallas por fatiga en el material de los durmientes.

Otra de los factores que podría afectar al durmiente son el cambio en las propiedades que presentaría el material cuando el durmiente está sometido a cambios de temperatura extremos, y dado que estos factores también son de importancia para la funcionalidad de los durmientes, se considera que puedan desarrollarse trabajos futuros en el estudio de los durmientes que involucren los factores anteriormente mencionados y otros que surjan eventualmente debido a las nuevas aportaciones que se tengan por estos estudios futuros.

El desarrollo de esta tesis me aportó el conocimiento básico para el análisis en elementos estructurales y poder interpretar los resultado obtenidos de los análisis ya sean analíticos o por FEM, así también como el manejo de distintos software de CAE y poder utilizar más herramientas para la fundamentación de los trabajos que se realizaron y se tengan en cuenta para el futuro.



# ANEXOS.

## ANEXO I. Esfuerzos en un durmiente según Medina Vela.

En los casos siguientes, todos los diagramas están contenidos en un triángulo que representa el caso en el que el apoyo es un punto, en la figura 1.12 (se considera el segundo caso como el de condiciones más críticas).

Comprobemos como para trabajos de estos dos últimos casos, el esfuerzo de trabajo es mayor que el permisible para durmientes comerciales de 7'' x 8''.

Considerando el diseño del segundo caso:

$$W_1 = \frac{2P}{L_1} = \frac{14}{1.43} = 9 \left[ \frac{\text{ton}}{\text{m}} \right]$$

$$M = \frac{W_1 L_1^2}{8} = \frac{9}{8} (1.43)^2 = 2.3 [\text{ton} \cdot \text{m}]$$

Observamos que se cumple para la sección comercial de 7'' x 8''

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{20 \times 17.5^3}{12} = 9000 [\text{cm}^4]$$

$$S = \frac{9000}{8.75} = 1000 [\text{cm}^3]$$

I- Momento de inercia-

S- módulo de sección elástico (S=I/c).

Como esta viga no es doblemente apoyada, consideremos el momento de 1 [Ton-m]

$$f = \frac{M}{S} = \frac{10^5}{10^3} = 10^2 \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right], \text{ Por tanto, está bien ese durmiente.}$$

f- esfuerzo máximo por flexión.

Se concluye que debido a las vibraciones producidas por el tren, se origina un reacomodo del balasto en toda la longitud del durmiente y no solo en los extremos. Esto nos lleva a considerar que la viga es doblemente empotrada

$$M_2 = \frac{WL^2}{12} = \frac{WL^2}{8} \times \frac{2}{3} = 1 \times \frac{2}{3} = 0.66 [\text{Ton} \cdot \text{m}]$$

$$f_2 = 66 \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right] \cong f_{perm} = 60 \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right], \text{ Por lo tanto, la ecuación será correcta.}$$

Si ahora se considera el problema como un apoyo doblemente empotrado y que tiene un desplazamiento de 1 [cm] en uno de sus extremos.

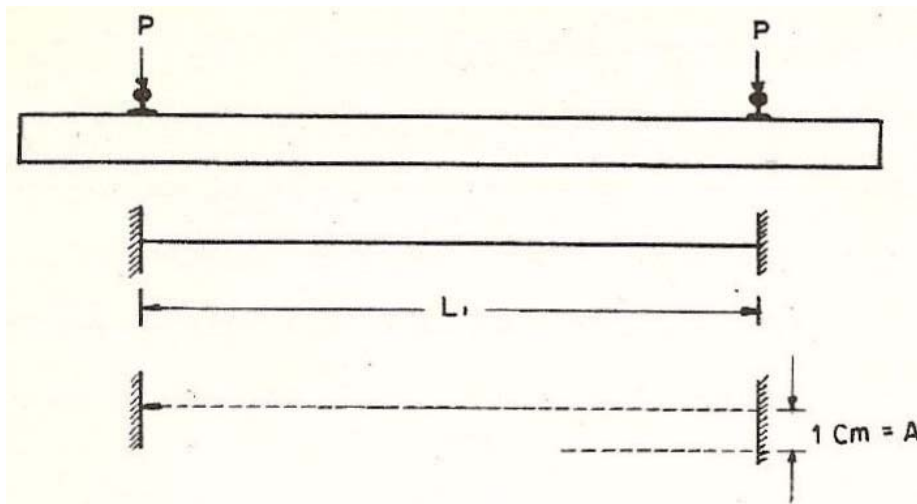


Figura 1.4 viga doblemente empotrada y desplazada 1 cm en uno de sus extremos. Al desplazarse se produce un momento de  $M = \frac{6EI}{L^2} A$  y suponiendo una  $E = 10 \text{ E4} [\text{Kg/cm}^2]$  (madera americana) para la sección 7'' x 8''

$$S = 10^3 [\text{cm}^3] \quad ; \quad I = 9000 [\text{cm}^4]$$

$$M = \frac{6 \times 10^5 \times 9 \times 10^3 \times 1}{143^2} = 26.4 \times 10^4 [\text{Kg} \cdot \text{cm}]$$

$$f = 264 \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right] \gg 60 \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right] = f_{perm}, \text{ Debido a que nos falta considerar:}$$

- 1- Los empotramientos no son efectivos.
- 2- El durmiente se hunde de un lado y se levanta del otro.
- 3- El balasto toma algo de carga.

En el caso que se consideremos los máximos hundimientos permisibles, sería:  $A = 0.235 \text{ cm}$

## ANEXO II. Cálculo de los durmientes según Medina Vela.

La ley de repartición de cargas sobre el terreno está en función de la rigidez del durmiente y la elasticidad del terreno.

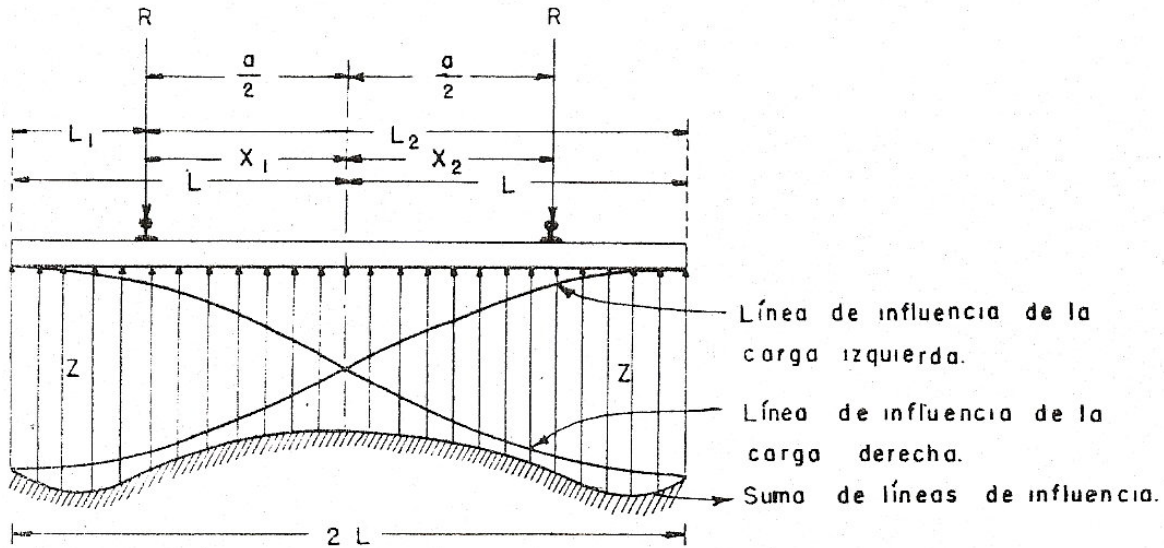


Figura 1.16. Influencia de las cargas que actúan en un durmiente hacia el terreno.

### Deducción de la ecuación de deformación real

$z$ = deformación

$C$ =constante elástica de la plataforma

$E'$ = coeficiente de elasticidad del durmiente

$I$ = momento de inercia del durmiente

$b$ = ancho del durmiente en sentido perpendicular a la figura

Como  $b$  es suficientemente pequeño en relación con la longitud  $2L$ , por lo que se considera es el durmiente rígido en sentido transversal.

La relación del terreno  $r$  por unidad de longitud, en cualquier punto vale:

$$r=Czb \quad (1)$$

Y partiendo de la ecuación diferencial de la elástica:

$$E'I = \frac{dz^2}{dx^2} = -M \quad (2)$$

En la que considera como positivas las deformaciones descendentes, y siendo  $M$  el momento flexionante en un punto cualquiera de abscisa  $x$ .

El esfuerzo cortante valdrá en este punto

$$(3)$$

$$T = \int r \cdot dx$$

Se sabe que la carga tangencial en función del momento vale  $T = \frac{dM}{dx}$  de donde

$$M = \int T \cdot dx \quad (4)$$

Ahora si se sustituye (1) en (3)

$$T = \int Cz b \cdot dx$$

Substituyendo (3) en (4)

$$M = \int \left[ \int Cz b \cdot dx \right] dx$$

$$M = \int \int Cz b \cdot dx^2 \quad (5)$$

Substituyendo (5) en (2)

$$E'I \frac{dz^2}{dx^2} = - \int \int Cz b \cdot dx^2 \quad \therefore E'I \frac{dz^4}{dx^4} = Cz b \quad (6)$$

Para resolver la ecuación diferencial (cuya solución viene de la mecánica elástica de A. Peña) se tiene como variable independiente por unidad de longitud, la magnitud:

$$(7) \quad u = \sqrt[4]{\frac{4E'I}{Cb}} \quad \text{llamada unidad elástica}$$

Y se tiene

$$(8) \quad x' = \frac{x}{u}$$

Substituyendo el valor de (8) en la ecuación diferencial

$$\frac{E'I dz^4}{d(x'u)^4} = -Cz b$$

Substituyendo el valor de u

$$\frac{E'I dz^4}{dx'^4 \frac{4E'I}{Cb}} = -Cz b \quad \therefore z = -\frac{1}{4} \frac{dz^4}{dx'^4}$$

La integral general de este tipo de ecuación es de la forma:

$$z = (C_1 e^{x'} + C_2 e^{-x'}) \cos x' + (C_3 e^{x'} + C_4 e^{-x'}) \sen x \quad (I)$$

Como se tienen dos cargas concentradas, se tendrá para cada carga una línea de influencia, obtenidas estas, se sumaran y se obtendrá la línea de influencia de las cargas simultaneas.

Cada rama de la elástica, ya sea la izquierda o la derecha tiene una ec. de la forma (I), con cuatro constantes; estas constantes se determinan para cada rama por las cuatro condiciones de que para el extremo izquierdo  $x' = -\frac{L_1}{u}$  y para el derecho  $x' = +\frac{L_2}{u}$  y en donde el momento flexionante M y la carga tangencial T son nulos.

Además en el punto de actuación de la fuerza  $x' = 0$  deben ser iguales los valores de z a la izquierda como a la derecha, así como también la tangente elástica resultante  $\frac{dz}{dx} = 0$  deberá ser horizontal.

En este mismo punto son iguales los valores de M en las dos ramas, y los valores de T deben diferir en una y otra rama al valor de R.

O sea que así se tendrán ocho condiciones que dan el valor de las constantes. Quedando así la ec. de deformación de la siguiente forma:

$$(II) \quad z = \frac{R}{cbu} \left[ \frac{1}{2} (\eta_1 + \eta_2) + s_\rho \cos h. \varepsilon \cos \varepsilon + v_\rho \operatorname{sen} h. \varepsilon \operatorname{sen} \varepsilon \right]$$

Después de haber sustituido

$$x_1 = x - \frac{a}{2} \quad x_2 = \frac{a}{2} - x$$

Y haber hecho

$$\lambda = \frac{L}{u} \quad \rho = \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{u} \quad \varepsilon = \frac{x}{u} \quad \varepsilon = \frac{x_1}{u} \quad \varepsilon = \frac{x_2}{u}$$

$$\eta_1 = e^{-\varepsilon_1} (\cos \varepsilon_1 + \operatorname{sen} \varepsilon_1) \quad \eta_2 = e^{-\varepsilon_2} (\cos \varepsilon_2 + \operatorname{sen} \varepsilon_2)$$

$$\omega_1 = e^{-\varepsilon_1} (\cos \varepsilon_1 - \operatorname{sen} \varepsilon_1) \quad \omega_2 = e^{-\varepsilon_2} (\cos \varepsilon_2 - \operatorname{sen} \varepsilon_2)$$

$$S = \frac{2 + \cos 2\lambda - \operatorname{sen} 2\lambda + e^{-2\lambda}}{\operatorname{sen} h. 2\lambda + \operatorname{sen} 2\lambda}$$

$$V = \frac{\cos 2\lambda + \operatorname{sen} 2\lambda - e^{-2\lambda}}{\operatorname{sen} h. 2\lambda + \operatorname{sen} 2\lambda}$$

$$W = \frac{2 - \cos 2\lambda + \operatorname{sen} 2\lambda - e^{-2\lambda}}{\operatorname{sen} h. 2\lambda + \operatorname{sen} 2\lambda}$$

De donde

$$s_\rho = S \cdot \cos h. \rho \cos \rho + V \operatorname{sen} h. \rho \operatorname{sen} \rho$$

$$v_{\rho} = V \cdot \cos h. \rho \cos \rho + W \sin h. \rho \sin \rho$$

La ec. de momentos nos queda en la siguiente forma:

$$M = \frac{Ru}{2} \left[ \frac{1}{2} (\omega_1 + \omega_2) - v_{\rho} \cos h. \varepsilon \cos \varepsilon + s_{\rho} \sin h. \varepsilon \sin \varepsilon \right] \quad \text{(III)}$$

Representando por  $\eta$  y  $\omega$  los términos encerrados en el paréntesis de las ecuaciones (II) y (III), además se colocarán los subíndices 0,  $\rho$ ,  $\lambda$ , a los valores del paréntesis correspondientes al centro del durmiente, a la sección correspondiente al riel y a la extremidad del durmiente, con lo que se tendrá:

$$(\eta_0) = \eta_{\rho} + s_{\rho} \quad (\omega_0) = \omega_{\rho} + v_{\rho}$$

$$(\eta_{\rho}) = (\omega_0) + \cos h. \rho \cos \rho - (\omega_0) \sin h. \rho \sin \rho$$

$$(\omega_{\rho}) = (\eta_{\rho}) + \cos h. \rho \cos \rho - (\eta_{\rho}) \sin h. \rho \sin \rho$$

$$(\eta_{\lambda}) = \text{valor de la expresión del paréntesis cuando } \varepsilon = \lambda \text{ ó sea } x = L$$

Pudiendo escribirse las ecuaciones (II) y (III) de la siguiente manera:

$$\text{(II)} \quad z = \frac{R}{cbu} [(\eta_0) \cos h. \varepsilon \cos \varepsilon - (\omega_0) \sin h. \varepsilon \sin \varepsilon]$$

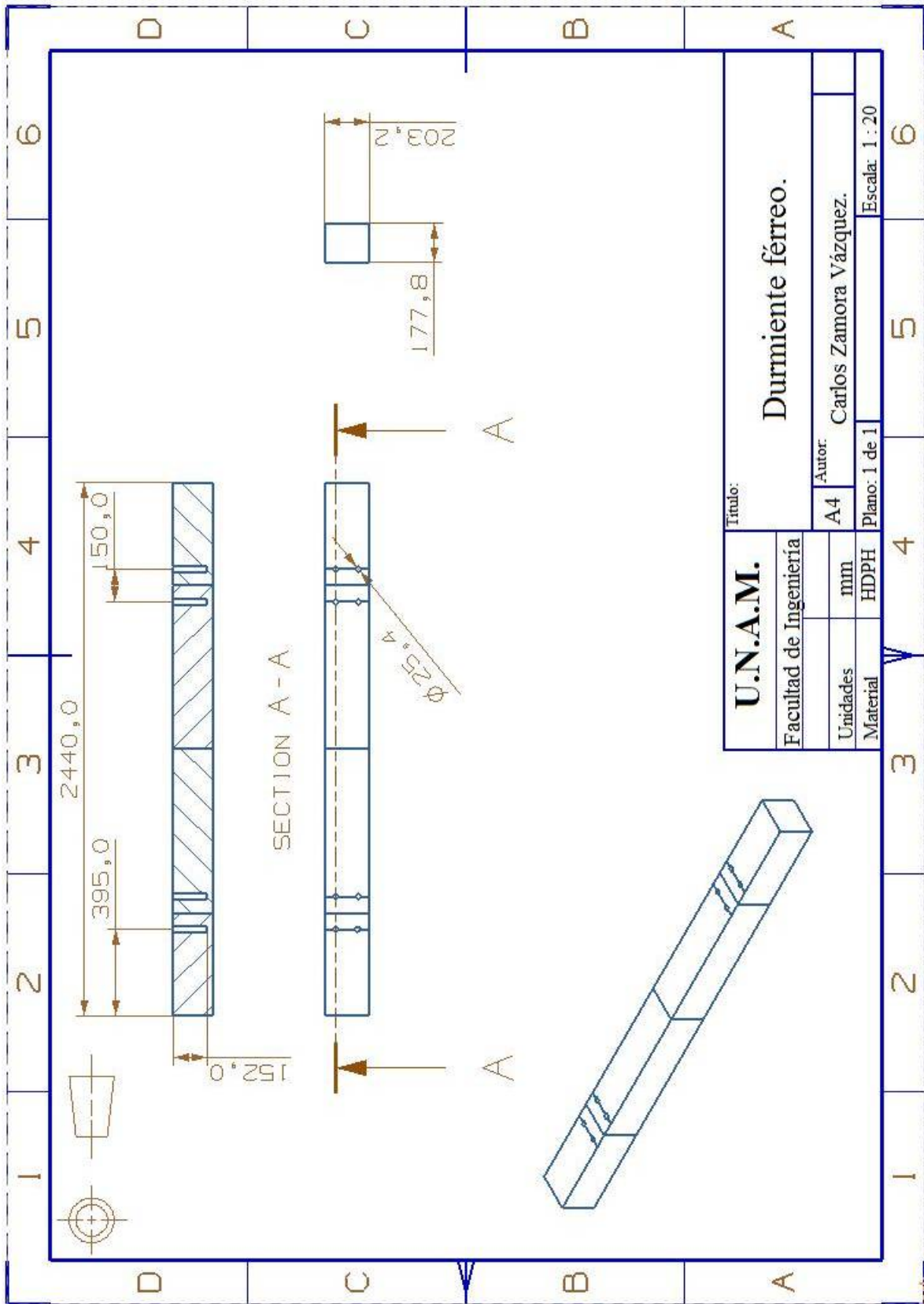
$$\text{(III)} \quad M = \frac{Ru}{2} [(\omega_0) \cos h. \varepsilon \cos \varepsilon - (\eta_0) \sin h. \varepsilon \sin \varepsilon]$$

Con lo que quedarán estas ecuaciones para las diferentes secciones:

Tabla 1.2. Cálculo de deformaciones, reacción y momentos en zonas críticas del durmiente.

Sección	Deformación	Reacción del Terreno	Momento
centro durmiente	$z_0 = \frac{R}{Cbu} (\eta_0)$	$r_0 = \frac{R}{u} (\eta_0)$	$M_0 = \frac{Ru}{2} (\eta_0)$
bajo el riel	$z_a = \frac{R}{Cbu} (\eta_{\rho})$	$r_a = \frac{R}{u} (\eta_{\rho})$	$M_a = \frac{Ru}{2} (\eta_{\rho})$
extremos durmiente	$z_L = \frac{R}{Cbu} (\eta_{\lambda})$	$r_L = \frac{R}{u} (\eta_{\lambda})$	$M_L = 0$

**ANEXO III. Plano del Durmiente.**



# Referencias:

- [1]. Gleicy Karen Abdon Alves, Maria Cristina Fogliatti de Sinay (Orientadora), **OS DORMENTES FERROVIÁRIOS, SEU TRATAMENTO E O MEIO AMBIENTE**, Instituto Militar de Engenharia-IME, consultado en agosto de 2008.
- [2]. Medina Vela, **APUNTES DE VÍAS FÉRREAS**, México D.F. octubre 1965.
- [3]. Ing. Francisco M. Tongo, **FERROCARRILES**, Representaciones y servicios de ingeniería, S.A., México 1972.
- [4]. Ing. Carlos Crespo Villalaz, **VÍAS DE COMUNICACIÓN: CAMINOS, FERROCARRILES, AEROPUERTOS, PUENTES Y PUERTOS**, Editorial Limusa México, México 1982.
- [5]. Robert C. Creese, Hota GangaRao, **POLYMER COMPOSITES II: APPLICATIONS OF COMPOSITES ON INFRASTRUCTURE RENEWAL AND ECONOMIC DEVELOPMENT**, Editorial: CRC PRESS, Noviembre 2002.
- [6]<[http://www.sectra.cl/contenido/metodologia/transporte\\_interurbano/redefe/seccion\\_7\\_3.htm#7\\_5](http://www.sectra.cl/contenido/metodologia/transporte_interurbano/redefe/seccion_7_3.htm#7_5)>. **SECCION SUPERESTRUCTURA DE LA VIA FERREA**. SECTRA (Secretaria Interministerial de Planificación del Transporte), consultado en agosto del 2008.
- [7]<[http://gitel.unizar.es/contenidos/cursos/FTE/Web\\_Ferrocarriles/INFRAESTRUCTURA\(La\\_via--Partes\\_de\\_la\\_via\).html](http://gitel.unizar.es/contenidos/cursos/FTE/Web_Ferrocarriles/INFRAESTRUCTURA(La_via--Partes_de_la_via).html)> **INFRAESTRUCTURA-LA VÍA- PARTES DE LA VÍA**, consultado en agosto de 2008.
- [8] <<http://www.umss.edu.bo/epubs/etexts/downloads/26/plantemas.htm> > **VÍAS FERREAS**, consultado en agosto de 2008.
- [9]< <http://www.prueba-alpha2000.com.ar/normas/Monobloque6.pdf>> Asociacion Latinoamericana De Ferrocarriles Comicion De Normalizacion, **NORMA PARA DURMIENTES DE HORMIGON MONOBLOQUE**, Emisión: Diciembre de 2003, consultado en agosto de 2008.
- [10]<[http://www.arena.org/eseries/scriptcontent/custom/e\\_arena/library/2001\\_Conference\\_Proceedings/00039.pdf](http://www.arena.org/eseries/scriptcontent/custom/e_arena/library/2001_Conference_Proceedings/00039.pdf)> Richard Lampo, Thomas Nosker, Barry Gillespie, Raymond Schriks, **PERFORMANCE AND SAFETY ISSUES REGARDING THE USE OF PLASTIC COMPOSITE CROSSTIES**, U.S. Army Engineer Research and Development Center, Construction Engineering Research Laboratory, consultado en septiembre de 2008.
- [11] Jaime Santos Miñón, **INTERACCIÓN ESTÁTICA SUELO-ESTRUCTURA. MODELOS DE SUELOS EMPLEADOS**, revista de obras públicas, febrero-marzo 1980, páginas 181-191, consultado en octubre de 2008.
- [12] J. Darío Aristizábal-Ochoa, **ESTRUCTURA DE VIGAS SOBRE SUELOS ELÁSTICOS DE RIGIDEZ VARIABLE**, revista internacional de desastres naturales, accidentes e infraestructura civil, volumen 3(2), consultado en octubre de 2008
- [13]William W. Hay, **RAILROAD ENGINEERING**, volume one, ed. John Wiley and Sons Inc. 1953.



- [14] Akira Namura, Yukihiro Kohata, Seiichi miura, **STUDY OF THE OPTIMUM DESIGN OF RAILWAY SLEEPER FOR BALLASTED TRACK**, Structural Eng./Earthquake Eng., JSCE, Vol. 22, 245p-255p, October 2005.
- [15] J. M. Sadeghi, A. Babaei, **STRUCTURAL OPTIMIZATION OF B70 RAILWAY PRESTRESSED CONCRETE SLEEPERS**, Iranian Journal of Science & Technology, Transaction B, Engineering, Vol. 30, No. B4.
- [16] **AMERICAN RAILWAY ENGINEERING AND MAINTENANCE-OF-WAY ASSOCIATION (A.R.E.M.A.)**, Manual for railway engineering, Part 4, Concrete Ties.
- [17] Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston, Jr., John T. DeWolf, **MECHANICS OF MATERIALS**, Third Edition, editorial Mc Graw Hill. 2002.
- [18] Documentación Abaqus CAE 6.
- [19] Rajib Ul Alam Uzzal, Waiz Ahmed and Subhash Rakheja, **DYNAMIC ANALYSIS OF RAILWAY VEHICLE-TRACK INTERACTIONS DUE TO WHEEL FLAT WITH A PITCH-PLANE VEHICLE MODEL**, Department of Mechanical and Industrial Engineering Concordia University, Montreal, Canada, Journal of Mechanical Engineering, Vol. ME39, No. 2, December 2008.
- [20] S.I. Krishnamachari, **APPLIED STRESS ANALYSIS OF PLASTICS. A Mechanical Engineering Approach**, Van Nostrand Reinhold, New York, 1993.
- [21] Norma A.S.T.M. D-790, **STANDARD TEST METHODS FOR FLEXURAL PROPERTIES OF UNREINFORCED AND REINFORCED PLASTICS AND ELECTRICAL INSULATING MATERIALS**, 2000.
- [22] Alejandro Verri Kozłowski, **ANÁLISIS NO-LINEAL DE VIGAS ANISÓTROPAS DE LAMINADOS COMPUESTOS SEGÚN UNA TEORÍA MODIFICADA DE DEFORMACIONES POR CORTE**, departamento de estabilidad, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos aires, octubre 2007.
- [23] The Railway Tie Association, **RTA TIE REPORT #5**. Consultado en marzo de 2009.